

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

Escola de Engenharia

Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica

Elias de Almeida Silva

**ANÁLISE DE MANCAIS DE ROLAMENTO COM FALHA LOCALIZADA
UTILIZANDO MÉTODOS DE ELEMENTOS FINITOS.**

Belo Horizonte

2024

Elias de Almeida Silva

**ANÁLISE DE MANCAIS DE ROLAMENTO COM FALHA LOCALIZADA
UTILIZANDO MÉTODOS DE ELEMENTOS FINITOS.**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Alexandre da Silva Scari

Belo Horizonte

2024

S586a

Silva, Elias de Almeida.

Análise de mancais de rolamento com falha localizada utilizando métodos de elementos finitos [recurso eletrônico] / Elias de Almeida Silva. - 2024.

1 recurso online (115 f. : il., color.) : pdf.

Orientador: Alexandre da Silva Scari.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Minas Gerais, Escola de Engenharia.

Apêndices: f. 108-115.

Bibliografia: f. 104-107.

1. Engenharia mecânica - Teses. 2. Análise modal - Teses. 3. Mancais - Teses. 4. Rolamentos - Teses. 5. Método dos elementos finitos - Teses. I. Scari, Alexandre da Silva. II. Universidade Federal de Minas Gerais. Escola de Engenharia. III. Título.

CDU: 621(043)



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
ESCOLA DE ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

FOLHA DE APROVAÇÃO

**ANÁLISE DE MANCAIS DE ROLAMENTO COM FALHA LOCALIZADA UTILIZANDO
MÉTODOS DE ELEMENTOS FINITOS**

ELIAS DE ALMEIDA SILVA

Dissertação submetida à Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Minas Gerais, constituída pelos Professores Dr. Alexandre da Silva Scari (Orientador - Departamento de Engenharia Mecânica/UFMG), Dr. Claysson Bruno Santos Vimieiro (Departamento de Engenharia Mecânica-UFMG) e Dr. Pedro Americo Almeida Magalhães Junior (Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais,/PUC-MINAS), como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de "**Mestre em Engenharia Mecânica**", na área de concentração de "**Projeto e Sistemas**".

Dissertação aprovada no dia 06 de dezembro de 2024.

Por:



Documento assinado eletronicamente por **Alexandre da Silva Scari, Professor do Magistério Superior**, em 03/01/2025, às 16:11, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Pedro Américo Almeida Magalhães Júnior, Usuário Externo**, em 07/01/2025, às 08:08, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Claysson Bruno Santos Vimieiro, Professor do Magistério Superior**, em 10/01/2025, às 08:37, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufmg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **3807033** e o código CRC **507D97BA**.

Meus pais, Maria Beatriz de Almeida Silva e
Expedido Ferreira Silva, *in memoriam*.

AGRADECIMENTOS

Á Deus criador e pai de todos nós.

Ao meu orientador, Professor Dr. Alexandre da Silva Scari, pela disposição de orientar-me neste trabalho e por sua grandiosa competência ao qual é admirável. O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001

Externo agradecimento também aos Professores da banca pelo olhar criterioso sobre o trabalho. À minha família, pela paciência, em aceitar a minha ausência e que muito contribuíram dando-me apoio e incentivo.

Em fim a todos os amigos, colegas e irmãos, pela ajuda e amizade.

“Cada um tem o que pode ter, no esforço que faz pra ter.”

Elias Almeida

RESUMO

Os rolamentos de esferas são componentes essenciais para o funcionamento eficiente de máquinas e equipamentos. No entanto, para garantir sua longevidade e desempenho, é crucial realizar uma manutenção adequada, incluindo lubrificação regular, inspeções periódicas e montagem correta. A identificação precoce de sinais de desgaste ou falha pode prevenir paradas não planejadas e custos de reparo elevados. Este trabalho tem como objetivo fornecer um referencial teórico sobre falhas em rolamento, dinâmica vibratória envolvendo estes elementos de máquinas, a influência de uma falha localizada na pista externa de um mancal de rolamento por meio de análise linear estática através de simulação por elementos finitos e por cálculos analíticos bem como a análise das suas frequências naturais a distribuição de tensões. Inicialmente no referido estudo com base em dados experimentais obtidos no referencial teórico focado em falhas de rolamento e a partir de um modelo de Rolamento Rígido de esferas – 6205 RS, obtido no site da fabricante de rolamento SKF, semelhante ao do referencial teórico. O mesmo tendo o diâmetro da pista interna de $d_i = 25mm$, diâmetro da pista externa $d_o = 52mm$, diâmetro de passo $d_m = 39,0098mm$, diâmetro da esfera $D = 7,94004mm$, tendo um total de esfera igual a nove. Ainda possuindo o ângulo de contato 0° grau, assumindo uma velocidade do rolamento como sendo $\omega_r = 1797 \text{ r/min}$, frequência de 12hz, carga-deflexão de $1.5779 \cdot (10^{10.5}) N/m^{3/2}$. Em seguida, afim de validar os dados experimentais do referencial teórico junto a isso uma metodologia analítica e numérica pelo método dos elementos finitos fora empregada focada nos principais parâmetros do processo, como por exemplo vibrações e análise modal dados os avanços contínuos nas aplicações de máquinas rotativas. O estudo realizado, foi feito para o modelo do rolamento sem defeito de acordo com as especificações supracitadas acima, e com defeito na pista externa. A falha realizada na pista externa para a realização do estudo tem formato cilíndrico, tendo as seguintes especificações: Diâmetro da falha de 0.1778 mm, e profundidade da falha de 0.2794 mm. Os valores das frequências do modelo do referencial para o modelo semelhante obtido no site da fabricante SKF realizado de forma analítica fora validado utilizando o Smath solver. Onde os valores obtidos foram: Frequência de Passagem da Esfera na Pista Externa (BPFO) no modelo teórico foi de 107,5009 Hz, enquanto no modelo do rolamento 6205-2RS foi de 109,0385 Hz, representando um aumento de 1,43%. Esse aumento pode ser atribuído a diferenças nas propriedades materiais ou nas condições de contato entre os modelos. Na análise linear estática através de simulação por elementos finitos, para validar o modelo, foi utilizado a simulação

computacional, o software de elementos finitos Ansys. Essa modelagem considerou as deformações, tensões de von Mises, tensões nos contatos e as frequências dos seis primeiros modos de vibração do rolamento, sob uma rotação de 60 rpm para a análise modal. A tensão máxima calculada foi de 29,46 MPa, valor significativamente inferior aos limites de escoamento do aço comum (250 MPa) e do aço SAE 52100 (360 MPa), indicando que o rolamento opera dentro de limites seguros de tensão. No modelo teórico, o modo de falha na pista externa ocorre na amplitude 2, que corresponde ao segundo modo de vibração do rolamento com defeito na simulação realizada no Ansys. Já para as vibrações realizada do modelo foi utilizado 6 modos de vibrar, pois, faz-se referência aos 6 modos de vibração uma vez que eles constituem os graus de liberdade de um corpo rígido no espaço tridimensional. Por fim, o estudo realizado serviu de valia para compreensão dos mecanismos de vibração não linear em rolamentos com defeitos, e ao mesmo tempo validou um modelo teórico por meio de comparações com dados reais e simulações computacionais, demonstrando desta forma, sua importância e aplicabilidade em cenários práticos de engenharia.

Palavras-chave: mancal de rolamento, dinâmica vibratória, análise modal, elementos finitos.

ABSTRACT

Ball bearings are essential components for the efficient operation of machinery and equipment. However, to ensure their longevity and performance, proper maintenance is crucial, including regular lubrication, periodic inspections, and correct assembly. Early identification of wear or failure signs can prevent unplanned downtime and high repair costs. This study aims to provide a theoretical reference on bearing failures, vibrational dynamics involving these machine elements, and the influence of a localized failure on the outer race of a bearing housing through static linear analysis using finite element simulation and analytical calculations, as well as the analysis of its natural frequencies and stress distribution. Initially, this study is based on experimental data obtained from theoretical references focused on bearing failures and a model of a Deep Groove Ball Bearing – 6205 RS, sourced from the SKF bearing manufacturer's website, similar to the theoretical reference. The bearing features an inner race diameter of $d_i = 25mm$, Outer race diameter $d_o = 52mm$, Pitch diameter $d_m = 39,0098mm$, Ball diameter $D = 7,94004mm$, having a total of nine balls, with a contact angle of 0° , assuming a bearing speed of $\omega_r = 1797 \text{ r/min}$, Sampling frequency 12hz, Load-deflection factor of $1.5779 \cdot (10^{10.5}) \text{ N/m}^{3/2}$. Next, to validate the experimental data from the theoretical reference, an analytical and numerical methodology using the finite element method (FEM) was employed, focusing on the key process parameters such as vibrations and modal analysis, given the continuous advancements in rotating machinery applications. The study was conducted for the bearing model without defects, according to the specifications mentioned above, as well as for a model with an outer race defect. The failure introduced in the outer race for the study has a cylindrical shape with the following specifications: failure diameter of 0.1778 mm and failure depth of 0.2794 mm. The frequency values of the reference model for the similar model obtained from the SKF manufacturer's website were validated analytically using Math Solver. The obtained values were as follows: the Ball Pass Frequency of the Outer Race (BPFO) in the theoretical model was 107.5009 Hz, whereas in the 6205-2RS bearing model, it was 109.0385 Hz, representing a 1.43% increase. This increase can be attributed to differences in material properties or contact conditions between the models. In the static linear analysis using finite element simulation, computational simulation was conducted in the Ansys finite element software to validate the model. This modeling considered deformations, von Mises stresses, contact stresses, and the frequencies of the first six vibration modes of the bearing under a rotational speed of 60 rpm for the modal analysis. The maximum calculated stress was 29.46

MPa, significantly lower than the yield limits of common steel (250 MPa) and SAE 52100 steel (360 MPa), indicating that the bearing operates within safe stress limits. In the theoretical model, the outer race failure mode occurs at amplitude 2, corresponding to the second vibration mode of the defective bearing in the Ansys simulation. The vibration analysis considered six vibration modes, as these six modes correspond to the degrees of freedom of a rigid body in three-dimensional space. Finally, the study contributed to the understanding of nonlinear vibration mechanisms in defective bearings while also validating a theoretical model through comparisons with real data and computational simulations. This highlights its importance and applicability in practical engineering scenarios.

Keywords: rolling bearing, vibratory dynamics, modal analysis, finite elements.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Mancal de rolamento com eixo girante.....	24
Figura 2 – Tipos de mancal de rolamento.....	25
Figura 3 – Nomenclatura de um mancal de esferas.....	25
Figura 4 – Mancal de rolamento tipo Rolete.....	26
Figura 5 – Mancal de rolamento tipo agulha: (a) coroa de agulha de uma carreira; (b) rolamento de agulhas de uma carreira; (c) bucha de agulhas sem fundo; (d) axial de agulhas; (e) rolamento de agulhas combinada.....	27
Figura 6 - Típico sistema Massa-Mola-Amortecedor.....	29
Figura 7- Solução homogênea, particular e geral da vibração forçada.....	30
Figura 8- Comparação entre movimentos com diferentes tipos de amortecimento.....	31
Figura 9- Modelo Atual.....	32
Figura 10- Modelo contendo um Grau de Liberdade.....	32
Figura 11- Exemplo de Amortecedor viscoso.....	33
Figura 12- Sistema massa-mola-amortecedor.....	34
Figura 13- Exemplos de respostas de um sistema livre não amortecido com 1 gdl sob várias condições.....	36
Figura 14- Exemplo de resposta do sistema subamortecido.....	39
Figura 15- Resposta do sistema superamortecido.....	40
Figura 16- Resposta do sistema criticamente amortecido.....	41
Figura 17- Exemplo de Sistema vibratório com oscilação forçada.....	42
Figura 18- Anel interno de rolamento de contato angular.....	56
Figura 19- Anel interno de rolamento auto compensador de rolos.....	57
Figura 20a- Rolamento auto compensador e Anel interno de rolamento de contato Angular....	57
Figura 20b- Anel externo de rolamento autocompensador de rolos.....	58
Figura 21- Exemplo da discretização em um laminador feita para uma análise em Elementos Finitos.....	60
Figura 22- Elemento tetraédrico C3D10.....	60
Figura 23- Modelo simplificado de rolamento.....	63
Figura 24- Fluxograma da Metodologia Empregada.....	69
Figura 25- Modelo 3D do rolamento.....	70
Figura 26- Modelo simplificado da falha na pista externa no rolamento.....	73
Figura 27- Modelo de falha no rolamento.....	74

Figura 28- Propriedades do aço genérico.....	74
Figura 29- Propriedades do aço SAE 52100.....	75
Figura 30- Equipamento de teste do rolamento.....	76
Figura 31- Malha do rolamento normal.....	78
Figura 32 –Malha do rolamento com defeito.....	79
Figura 33- Detalhe do defeito adicionado na pista externa.....	80
Figura 34- Contato esfera – trilho.....	82
Figura 35- Contato esfera – pista interna.....	82
Figura 36- Contato esfera – pista externa.....	83
Figura 37- Junta fixa.....	83
Figura 38- Junta genérica.....	84
Figura 39- Junta de revolução - pista interna.....	85
Figura 40- Junta de revolução – trilho.....	85
Figura 41- Gráfico de revolução.....	86
Figura 42- Suporte fixo - análise modal.....	86
Figura 43- Rotação – 60rpm.....	87
Figura 44- Parâmetros utilizados no solver estático.....	87
Figura 45- Parâmetros do solver modal.....	89
Figura 46- Gráfico com histórico de tensões sem defeito.....	90
Figura 47- Tensões gerais no modelo.....	90
Figura 48- Tensões na pista interna.....	90
Figura 49- Tensões na pista externa.....	91
Figura 50- Tensões no trilho.....	91
Figura 51- Gráfico com histórico de tensões com defeito.....	92
Figura 52- Gráfico com histórico de tensões com defeito.....	93
Figura 53- Tensões geradas na pista externa.....	93
Figura 54- Tensões geradas na pista interna.....	94
Figura 55 -Tensões geradas no trilho.....	94
Figura 56- Modo 01 sem defeito.....	95
Figura 57- Modo 02 sem defeito.....	97
Figura 58- Modo 03 sem defeito.....	97
Figura 59- Modo 04 sem defeito.....	98
Figura 60- Modo 05 sem defeito.....	98
Figura 61- Modo 06 sem defeito.....	99

Figura 62- Modo 01 com defeito.....	100
Figura 63- Modo 02 com defeito.....	100
Figura 64- Modo 03 com defeito.....	101
Figura 65- Modo 04 com defeito.....	101
Figura 66- Modo 05 com defeito.....	102
Figura 67 - Modo 06 com defeito.....	102

LISTA DE TABELAS

Tabela 1- Propriedades geométricas e físicas utilizadas para os rolamentos de elementos rolantes.....	77
Tabela 2 - Critérios de qualidade para a malha de rolamento sem falhas.....	79
Tabela 3 - Critério de qualidade para a malha de rolamento com falha.....	81
Tabela 4- Modos de frequências - rolamento sem defeito.....	95
Tabela 5- Modos de frequências - rolamento com defeito.....	99
Tabela C1 - Valores de tensões- rolamento sem defeito.....	115
Tabela C2 - Valores de tensões- rolamento com defeito.....	116

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

BPFI - Ball Pass Frequency Inner Race/frequencia de defeito na pista interna [Hz]

BPFO - Ball Pass Frequency Outer Race /Frequencia de defeito na Pista Externa [Hz]

BSF – Ball Spin Frequency / frequência de defeito no elemento rolante [Hz]

DE - Diâmetro elemento rolante

DCL – Diagrama de corpo livre

DP - Diâmetro primitivo

FFT - Fast Fourier Transform/ Transformada rápida de Fourier

FTF- Fundamental Train Frequency / frequência de defeito da gaiola

GDL - Grau de Liberdade

rpm - Rotação por Minuto

LISTA DE SIMBOLOS

Caracteres Romanos

a_n	Coeficiente de Fourier [adimensional]
b_n	Coeficiente de Fourier [adimensional]
C	Amortecedor [N-s/m]
d_m	Diâmetro de passo [mm]
E_d	Energia dissipada [joule]
$F(t)$	Força externa [Newton, N]
$F_{amort.}$	Força de amortecimento [Newton, N]
F_{ix}	Componente da pressão de contato na direção x [Pascal, (Pa)]
F_{iy}	Componente da pressão de contato na direção y [Pascal, (Pa)]
f_s	velocidade do rolamento [rotação por minutos, r/min]
I_m	Momento de inércia [kg·m ²]
K	Mola do sistema [Newton por metro, N/m]
$\bar{K}$	Matriz $2n \times 2n$ [adimensional]
$\bar{M}$	Matriz $2n \times 2n$ [adimensional]
P_d	Folga radial [mm]
Q_i	Força externa na coordenada i do sistema [mm]
T	Energia cinética [Joule (J)]
$u_{m\acute{a}x}$	Deformação máxima [adimensional]
V	Energia potencial [Joule (J)]
$y_h(t)$	Solução geral da equação homogênea [adimensional]
$y_p(t)$	Solução geral da equação linear [adimensional]
Z	Número de esferas [adimensional]
$\dot{Z}$	Espaço de estados [adimensional]
$Z(s)$	Impedância mecânica [kg/s]

Caracteres gregos – Maiúsculos e Minúsculos

α	Ângulo de contato [grau]
E	Módulo de elasticidade [N/m^2]
Z	Vetor de estados [adimensional]
$\ddot{\theta}$	Velocidade angular [radianos por segundos, (rad/s)]
θ_i	Deflexão radial [mm]
θ_{o0}	Ângulo de azimuth inicial da esfera [grau]
λ	$2n$ autovalores [adimensional]
M	Massa do sistema [kg]
ξ	Fator de amortecimento [adimensional]
ξ_i	Fator de amortecimento modal em torno do amortecimento proporcional [adimensional]
$\sum \rho$	Soma das curvaturas [kg/m^3]
$\sum F$	Somatório de todas as forças externas [Newton (N)]
$\sum M_G$	Somatório dos momentos no centro de G [Newton·metro (N·m)]
ν	Razão de Poisson [adimensional]
Φ	Matriz modal [adimensional]
$\ddot{x}$	Aceleração [m/s^2]
Ψ	Matriz modal $2n$ [adimensional]
ω_s	Velocidade angular do motor [radianos por segundos, (rad/s)]

SUMÁRIO

1.INTRODUÇÃO.....	21
1.1. OBJETIVOS.....	21
1.1.1 Objetivo geral.....	21
1.1.2 Objetivos específicos.....	22
1.2 JUSTIFICATIVA.....	22
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	23
2.1. <i>CONSIDERAÇÕES INICIAIS.....</i>	<i>23</i>
2.2 ELEMENTO ESTUDADO: MANCAL DE ROLAMENTO.....	24
2.2.1. <i>Mancal de rolamento tipo esfera.....</i>	<i>25</i>
2.2.2 <i>Mancal de rolamento tipo rolo.....</i>	<i>26</i>
2.2.3 <i>Mancal de rolamento tipo agulha.....</i>	<i>27</i>
2.3. VIBRAÇÕES E AMORTECIMENTO EM ROLAMENTOS.....	27
2.4 CONCEITOS FUNDAMENTAIS EM VIBRAÇÃO E CLASSIFICAÇÃO.....	29
2.4.1. <i>Partes constituintes de um sistema vibratório.....</i>	<i>29</i>
2.4.2 <i>Vibração Forçada e livre.....</i>	<i>29</i>
2.4.3. <i>Vibração Amortecida e Não-Amortecida.....</i>	<i>31</i>
2.4.4. <i>Elementos de Massa ou Inércia.....</i>	<i>31</i>
2.4.5. <i>Elementos Passivo amortecedor viscoso.....</i>	<i>32</i>
2.5 SISTEMAS VIBRATÓRIOS E A SÉRIE DE FOURIER.....	33
2.5.1 <i>Vibrações Livres em Sistemas com 1 Grau de Liberdade.....</i>	<i>33</i>
2.5.1A. <i>Vibração livre não-amortecida.....</i>	<i>36</i>
4.5.1B. <i>Vibrações livres amortecidas.....</i>	<i>37</i>
4.5.1C. <i>Movimento superamortecido.....</i>	<i>40</i>
4.5.1D. <i>Movimento amortecido criticamente.....</i>	<i>41</i>
2.6 Vibrações Forçadas em Sistemas e a série de Fourier.....	42
2.7 Sistemas vibratórios com múltiplos graus de liberdade.....	44
2.7.1 <i>vibrações livres e forçadas como base nos parâmetros modais.....</i>	<i>44</i>
2.8 ANÁLISE DE FALHAS DE ROLAMENTOS E SUAS SOLUÇÕES DE PROBLEMAS.....	50
2.8.1. <i>Rolamento em risco- capacidade de carga e Avaliação.....</i>	<i>50</i>

2.8.2 Falhas nos rolamentos de esferas e rolos e suas consequências.....	51
2.8.3 Distribuição de forças e danos nos rolamentos.....	52
2.8.4 Defeitos induzidos por outros elementos de transmissão.....	53
2.8.5 Falha por causa de processo de manufatura.....	55
2.8.6 Falha por causa do excesso ou falta de lubrificação.....	56
2.9 CONCEITOS APRIMORADOS PARA MODELOS DE ELEMENTOS FINITOS.	58
2.9.1 Conceitos básicos relacionados a elementos finitos.....	59
2.9.2 Como verificar os resultados.....	61
2.9.3 Refino de malha.....	61
2.9.4 Qualidade dos elementos.....	61
2.10 CONSTRUÇÃO DO MODELO DINÂMICO DO ROLEMANO DE ESFERAS...	62
2.10.1. Construção do modelo dinâmico de rolamento sem falhas.....	65
2.10.2 Construção do modelo dinâmico de rolamento com defeito.....	65
3.METODOLOGIA:	68
3.1 Construção do modelo do rolamento sem defeito no Ansys.....	70
3.2 Modelagem do rolamento com defeito.....	71
3.3 Construção do Modelo de rolamento com defeito no Ansys.....	73
3.4 Materiais usados para a construção do modelo do rolamento sem defeito e com defeito no Ansys.....	74
3.5 Primeira Etapa: Obtenção de dados experimentais extraídos de referências Teóricas....	75
3.6 Segunda Etapa: Validação Analítica.....	77
3.7 Terceira Etapa: Modelagem computacional.....	78
4. RESULTADOS E ANÁLISES.....	79
4.1 ANÁLISES POR ELEMENTOS FINITOS.....	79
4.1.1 Construção da malha sem falhas.....	79
4.1.2 Construção da malha com falhas.....	80
4.1.3 Condições de contorno.....	81
4.1.3.1 Contatos.....	81
4.1.3.2 Juntas.....	83
4.1.3.3 Apoios.....	86
4.1.3.4 Rotação.....	87
4.2 Cálculos Analíticos.....	87

4.3 Resultados por elementos Finitos.....	88
<i>4.3.1 Resultados de análise.....</i>	<i>88</i>
<i>4.3.1.1 Parâmetros do solver- análise estática.....</i>	<i>88</i>
<i>4.3.1.2 Parâmetros do solver- análise modal.....</i>	<i>88</i>
<i>4.3.1.3 Convergência.....</i>	<i>89</i>
<i>4.3.1.4 Tensão.....</i>	<i>89</i>
<i>4.3.1.5 Frequências.....</i>	<i>95</i>
5.CONCLUSÕES.....	102
5.1 Sugestão para trabalho futuro.....	103
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	104
Apêndice – A.....	108
Apêndice – B.....	113
Apêndice – C.....	114

1.INTRODUÇÃO

Ao longo dos anos, o termo "análise de falhas" assumiu um significado específico em relação à mecânica de fratura e às atividades de análise de falhas por corrosão realizadas por equipes de inspeção de equipamentos de produção estática. Muitas vezes, a falha de equipamentos mecânicos revela uma cadeia de relações causais (FRED e BLOCH, 2016).

Para reduzir o atrito entre peças móveis e estacionárias, são utilizados vários tipos de rolamentos e, com milhões deles ao nosso redor, é difícil avaliar o quanto os rolamentos contribuem para o nosso conforto e bem-estar atuais. Encontramo-lo em muitos eletrodomésticos para donas de casa, em ferramentas eletromecânicas, em cortadores de grama e sopradores de neve, em brinquedos infantis, em aparelhos de ar condicionado que resfriam as casas no verão, em aquecedores a óleo que aquecem no inverno e em rolamentos de automóveis. carro.

Na indústria, os rolamentos são encontrados em quase todos os tipos de máquinas; todas as formas de transporte, desde patins e bicicletas até rodas e áreas de barcos gigantes, dependem de rolamentos para acelerar e facilitar as operações. Neste caso, os rolamentos provavelmente estarão sujeitos a desgaste à medida que forem expostos às tensões do sistema. Nesse sentido, a manutenção preditiva é muito importante, pois permite monitorar o estado real e identificar falhas.

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 OBJETIVOS GERAL

Avaliar o impacto de uma falha localizada na pista externa de um mancal de rolamentos de esferas, por meio de cálculos analíticos e simulações por elementos finitos. Uma falha na pista externa pode causar vibrações e ruídos anormais. Isso ocorre porque, à medida que as esferas passam sobre a falha, elas geram impactos repetitivos que são transmitidos para a estrutura do equipamento. Essas vibrações podem ser detectadas por sensores de vibração e análise de espectro.

1.1.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Avaliar um mancal de rolamento de uma máquina rotativa, por meio de análise linear estática através de simulação por elementos finitos, e por cálculos analíticos, além de avaliar tensões e deformações no modelo estudado, identificando a seu modo de vibrar com e sem defeito na pista externa.
- Introduzir uma falha na pista externa no modelo deste mancal de rolamento e repetir os cálculos os cálculos analíticos, e validar os resultados com dados experimentais obtidos na literatura por meio simulação de elementos finitos.

1.2 JUSTIFICATIVA

Os rolamentos desempenham um papel importante na segurança e confiabilidade de um sistema de máquina. Como falhas afetam amplamente as vibrações de um rolamento, o monitoramento de condição por vibração e o diagnóstico de falhas para rolamentos foram estudados amplamente para diagnosticar as falhas do rolamento. Com base nas características de impulso das acelerações em rolamentos defeituosos, poderosas técnicas de processamento de sinal foram propostas para extrair as características da falha e diagnosticar a falha de forma eficaz, como transformação *wavelet*, análise tempo- frequência, decomposição de modo empírico, análise de ciclo estacionaridade ysis, método de curtose espectral e método baseado em esparsidade. Modelos dinâmicos de rolamentos com defeitos localizados são ferramentas poderosas para investigar e prever as características de vibração. características de rolamentos com defeitos localizados (NIU, v. 138, p. 106553, 2020).

Também de acordo com (Ribeiro, 2007, p.3) no caso dos mancais de rolamento, entender os mecanismos de desgaste e a influência dos defeitos de diferentes tamanhos no comportamento dinâmico da máquina, constituem o princípio do desenvolvimento de uma técnica preditiva que possibilite a antecipação dos defeitos mais comuns com uma margem segura.

Desta forma diante da importância dos rolamentos na indústria, o objetivo do presente trabalho é estudar o efeito de uma falha na pista externa de um rolamento de esfera por meio de uma análise estática e de simulação por elementos finitos, levando em consideração as tensões ocasionadas por uma falha na pista externa. E a influência do funcionamento em máquinas rotativas do mesmo, servindo com norte para entender melhor mecânicos de falhas.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Em sua definição mais simples, segundo Geitner e Block (2013), uma falha pode ser entendida como qualquer alteração em algum elemento ou conjunto de um dispositivo que impeça o dispositivo de desempenhar sua função projetada de forma satisfatória. Etapas comuns que levam a uma eventual falha são "deterioração" e "dano", que reduzem a confiabilidade e/ou a operação segura de um dispositivo ou componente individual durante sua vida útil restante.

De acordo com Geitner e Block (2013), podem ser categorizadas como causas de falha:

1. Erros de projeto;
2. Defeitos materiais;
3. Defeitos do processo de fabricação;
4. Erros de montagem ou instalação;
5. As condições de operação não são perfeitas;
6. Manutenção inadequada;
7. Operações inadequadas

(Vasconcelos e Ribeiro, 2014) Afirmam ainda que:

8. Fadiga do material. Lubrificação deficiente.
9. Contaminação - Vedação deficiente.
10. Montagem inadequada - encaixe inadequado
11. Manuseio inadequado.

Planejar uma análise de falha antes de iniciar uma investigação é muito importante, pois muito tempo e esforço podem ser desperdiçados se não for dada atenção suficiente ao histórico de falhas e ao estudo das características gerais do problema (Ludywig, 1972).

Ainda segundo Vasconcelos e Ribeiro (2014), os rolamentos, como qualquer outro componente mecânico, exibem uma frequência característica quando falham, dependendo do local da falha. Os defeitos do rolamento podem ser previstos medindo a vibração e monitorando a presença de frequências de defeitos e seus múltiplos, de modo que o diagnóstico não precise considerar apenas a amplitude. O cálculo da frequência de defeitos leva em consideração as propriedades estruturais do mancal.

A falha do rolamento pode danificar seriamente o próprio equipamento ou interromper a produção. Portanto, monitorar, analisar e corrigir problemas de rolamento é uma importante tarefa de manutenção.

2.2 ELEMENTO ESTUDADO: MANCAL DE ROLAMENTO

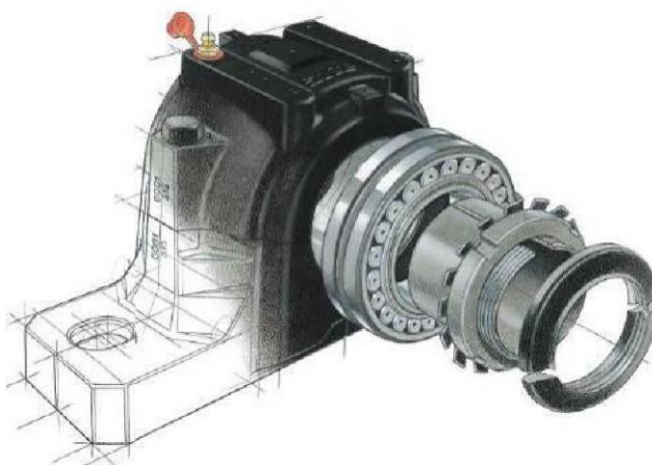
Segundo Vasconcelos e Ribeiro (2014), os rolamentos são dentre os componentes de uma máquina um dos mais importantes e um dos mais utilizados como elemento de ligação entre componentes com movimentos relativos de rotação. Os mesmos estão presentes nos mais diversos tipos de aplicação, rotação, tamanhos e ambientes. A sua falha, em geral, leva a parada do equipamento trazendo enormes prejuízos à operação.

Mancal é um suporte de apoio de eixos, em geral em ferro fundido ou aço, e antigamente também de madeira, onde se apóia um eixo, girante, deslizante ou oscilante. Os mancais são compostos por estruturas robustas chamadas de base e geralmente, essas estruturas são feitas de ferro ou aço. Além disso, eles são utilizados como forma de amortecer vibrações de um determinado sistema (Yunus e Cimbala, 2008).

Segundo (Norton, 2000) para diminuir o atrito, além da lubrificação são adotados mecanismos intermediários entre o eixo e a peça como o caso dos rolamentos que são elementos girantes de máquinas.

Mancais de rolamento: São aqueles que comportam esferas ou rolos nos quais o eixo se apóia. Quando o eixo gira, as esferas ou rolos também giram confinados dentro do mancal. Por exemplo, se colocarmos esferas ou rolos inseridos entre um eixo e um bloco, o eixo rolará sobre as esferas ou rolos. conforme Figura 1 abaixo, onde podemos observar.

Figura 1 – Mancal de rolamento com eixo girante



Fonte: Adaptado de Abecom (2021).

Segundo Andrade Júnior (1994). O mancal de rolamento é constituído de dois anéis concêntricos e entre esses anéis são colocados elementos rolantes como: Esfera, Rolete e

Agulha. Na Figura 2 abaixo temos a representação dos três tipos de mancais: esfera, rolete e agulha.

Figura 2 – Tipos de mancal de rolamento.



Fonte: Adaptado de Andrade Junior (1994).

2.2.1. Mancal de rolamento tipo esfera

Mancal de rolamento esfera é apropriado para rotações mais elevadas. A transmissão do anel com a esfera é precisa e desse modo a lubrificação é essencial, pois as esferas fazem seu movimento em um único caminho entre os anéis, permitindo o livre movimento do eixo. As principais partes de um mancal de rolamentos de esferas segundo (BUDYNAS e NISBETT, 2011). São como exhibe a figura 3 abaixo exhibe o conjunto de componentes que compõe as pistas externa e interna e os elementos rolantes (esferas):

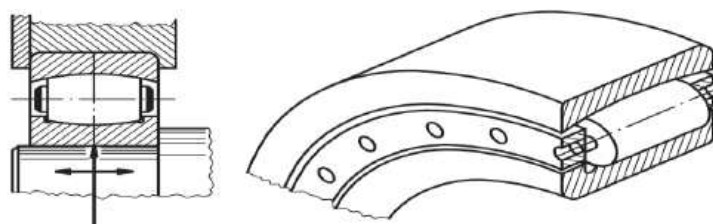
Figura 3 – Nomenclatura de um mancal de esferas.



2.2.2 Mancal de rolamento tipo rolos cilíndricos

São elementos de máquinas com o formato de rolos cônicos, cilíndricos ou barriletes espalhados por todo centro entre os dois anéis como as esferas, mas somente permitem que os rolos fiquem fixos e utilizados quando se precisa de velocidades menores e cargas maiores. (Silva, Santos e Fernandes, 2012, p.5). Na figura 4, temos um exemplo de mancal de rolamento do tipo rolos com os corpos rolantes e os anéis.

Figura 4 – Mancal de rolamento tipo Rolos cilíndricos.



Fonte: Adaptado de Santos e Fernandes (2012, p.5).

2.2.3. Mancal de rolamento tipo agulha

Os corpos rolantes que estão entre os anéis são de pequenos diâmetros de no máximo 5mm e comprimento 3 a 10 vezes maior que o diâmetro. Estes são utilizados para mecanismos oscilantes em razão dos rolamentos de agulha terem alta rigidez, onde o espaço radial é limitado e a carga não é constante. Na Figura 5, podemos observar o modelo de rolamento do tipo agulha contendo a coroa de agulhas, bucha de agulhas, axial de agulhas e agulhas combinadas.

Figura 5 – Mancal de rolamento tipo agulha: (a) coroa de agulha de uma carreira; (b) rolamento de agulhas de uma carreira; (c) bucha de agulhas sem fundo; (d) axial de agulhas; (e) rolamento de agulhas combinadas.



Fonte: Notas de aula MANCAIS DE ROLAMENTO Universidade Federal de Goiás (2015).

2.3. VIBRAÇÕES E AMORTECIMENTO EM ROLAMENTOS

Não se pode negar que não existem vibrações em sistemas mecânicos. Aplica-se a qualquer sistema mecânico que produza movimento ou movimento que produza vibração. Os rolamentos, como parte de elementos de máquinas, estão sujeitos a vibrações em sistemas mecânicos. Portanto, a vibração não afeta apenas diretamente o rolamento, mas também reduz a vida útil do rolamento e de outras peças mecânicas. Esses fatores justificam a importância do estudo do amortecimento das vibrações produzidas pelos rolamentos. Os sistemas mecânicos relacionados à vibração incluem elasticidade, inércia e amortecimento.

Isso ocorre porque a vibração é essencialmente um processo no qual a energia mecânica é trocada na forma de energia cinética e potencial. O potencial gravitacional ou inércia e a energia cinética ou armazenada de uma massa são insignificantes em comparação com a energia

cinética. As molas armazenam energia potencial elástica associada à deformação elástica. Os amortecedores dissipam energia mecânica na forma de calor e som.

Segundo Ribeiro (2007), todo equipamento rotativo gera algum grau de ruído e vibração durante a operação. Algumas dessas vibrações são causadas por imperfeições mecânicas ou excitações secundárias perturbadoras, interferindo diretamente no desempenho do dispositivo. À medida que os níveis de vibração aumentam, isto é uma indicação de um defeito crescente, seja um desequilíbrio, rolamentos defeituosos, folgas mecânicas maiores do que as especificadas no projeto, etc.

Ribeiro (2007) também mencionou que o monitoramento cuidadoso das vibrações em equipamentos rotativos pode apontar as principais causas dos desvios no comportamento dinâmico, formando a base para técnicas de manutenção preditiva.

Berton e Roberto (2013), citando GÓZ e SILVA (2002) em seu estudo, argumentam que um dos principais problemas associados a tais máquinas é o desequilíbrio, uma vez que as forças dinâmicas geradas pelo rotor rotativo são transmitidas às peças de suporte da máquina. Tal desequilíbrio, mesmo que pequeno, pode aumentar a carga de trabalho das peças da máquina em detrimento do empresário, pelo menos por encurtar a sua vida útil. Além dos danos causados, outra consequência do desequilíbrio é a perda de massa, desperdício, aumento de vibração e ruído. Segundo Rao (2008), vibração é o estudo de qualquer movimento repetido dentro de um determinado intervalo de tempo e das correspondentes forças associadas a este movimento.

Além disso, Beck (2015) citou em seu trabalho intitulado: “Avaliação Vibracional Comparando Dois Conceitos De Espelhos Retrovisores Considerando Carregamentos Dinâmicos”, que Groehs (2001) considerou que as vibrações ocorrem em sistemas elásticos que consistem em:

Uma ou mais massas estão ligadas entre si ou através de molas a um elemento estacionário. Se sujeito a forças variáveis no tempo, ou se o elemento de fixação estiver sujeito a qualquer tipo de excitação, o sistema pode exibir movimento que pode ou não se repita sistematicamente. Em alguns sistemas, existem múltiplas condições de vibração, certos tipos de vibração podem ser úteis, por exemplo, em máquinas compactador. No entanto, nem todos os tipos de equipamentos necessitam de vibração. Em sistemas como máquinas alternativas, na maioria dos casos a vibração não é efeito pretendido, o que pode causar desconforto ao operador e até mesmo causar danos aos seus componentes. Em alguns casos, a vibração é necessária é isolado para que não se propague para outros componentes um sistema.

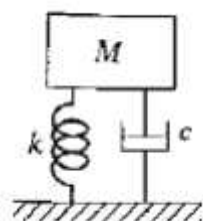
Segundo Rao (2008), as vibrações podem ser classificadas de diversas maneiras. método. Estas incluem: vibrações livres e forçadas, com ou sem amortecimento, linear e não linear, determinístico ou estocástico, etc. atmosfera. A energia potencial do sistema é alternadamente transferida para energia cinética e vice-versa. Se o sistema estiver amortecido, então uma certa quantidade Parte desta energia será dissipada nos componentes responsáveis pelo amortecimento.

2.4. CONCEITOS FUNDAMENTAIS EM VIBRAÇÃO E CLASSIFICAÇÃO

2.4.1. Partes constituintes de um sistema vibratório

Para um sistema vibratório podemos colocar a classificação que envolve a energia mecânica, que estará envolvido a elasticidade provindo a energia potencial e também, a massa ou inercia que advém da energia cinética ao mesmo tempo que poderá existir uma perda de energia caracterizada por um amortecedor. Como está situado na figura 6 abaixo.

Figura 6 - Típico sistema Massa-Mola-Amortecedor.



Fonte: Adaptado de Rao (2009).

Onde: M – Massa do sistema

k – rigidez da mola

c – Amortecedor

A vibração do sistema resulta na conversão de energia potencial em energia cinética. Se o sistema for amortecido, uma certa quantidade de energia é dissipada em cada ciclo vibratório, e esta energia perdida pode ser substituída por uma fonte externa se existir o estado vibracional necessário.

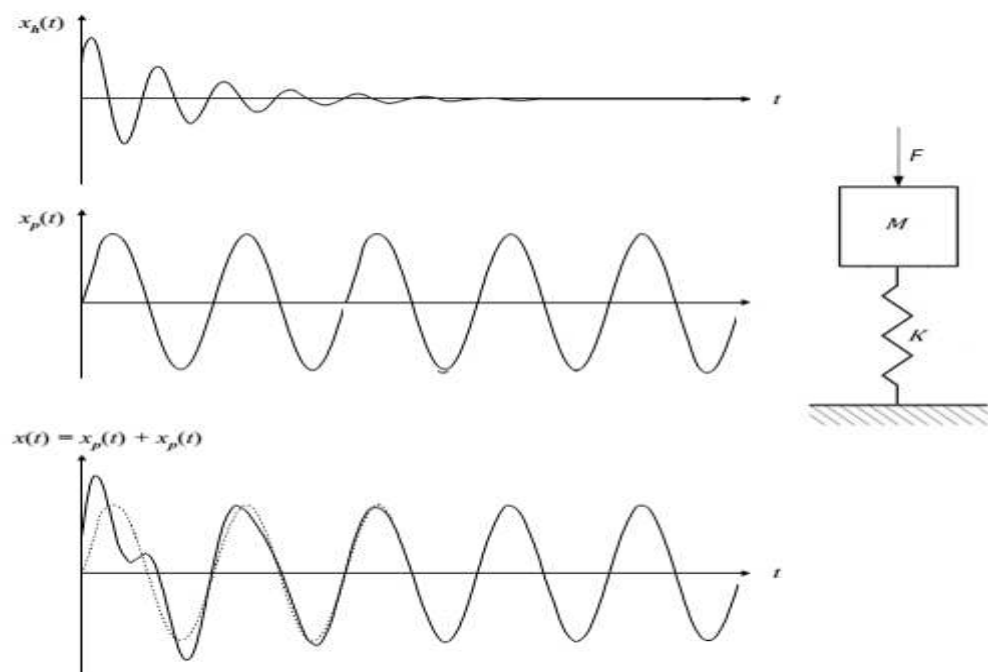
2.4.2 Vibração Forçada e livre

Segundo Menezes (2015), quando um sistema continua vibrando por conta própria após uma perturbação inicial, a vibração resultante é conhecida como vibração livre, considerando que não há ações de forças externas. Um bom exemplo de vibração livre é a oscilação de um pêndulo simples. A vibração forçada é quando um sistema estiver sujeito a força externa (força repetitiva). Um exemplo de vibração forçada é a oscilação que surge em máquinas, como motores.

Nesse tipo de sistema com vibração forçada a solução geral é composta de uma solução homogênea e uma solução particular. A parte transitória da solução é representada pela solução homogênea, aquela que é produzida pelas condições iniciais do movimento. A solução homogênea que representa a resposta transiente que resulta da aplicação de alguma força com tempo de duração limitado (Menezes, 2015, p.17). A figura 7 abaixo descreve esse tipo de vibração. Na qual a vibração desse movimento pode ser descrita pela equação (2.1):

$$m\ddot{x} + kx = F_0 \cos \omega t \quad (2.1)$$

Figura 7- Solução homogênea, particular e geral da vibração forçada

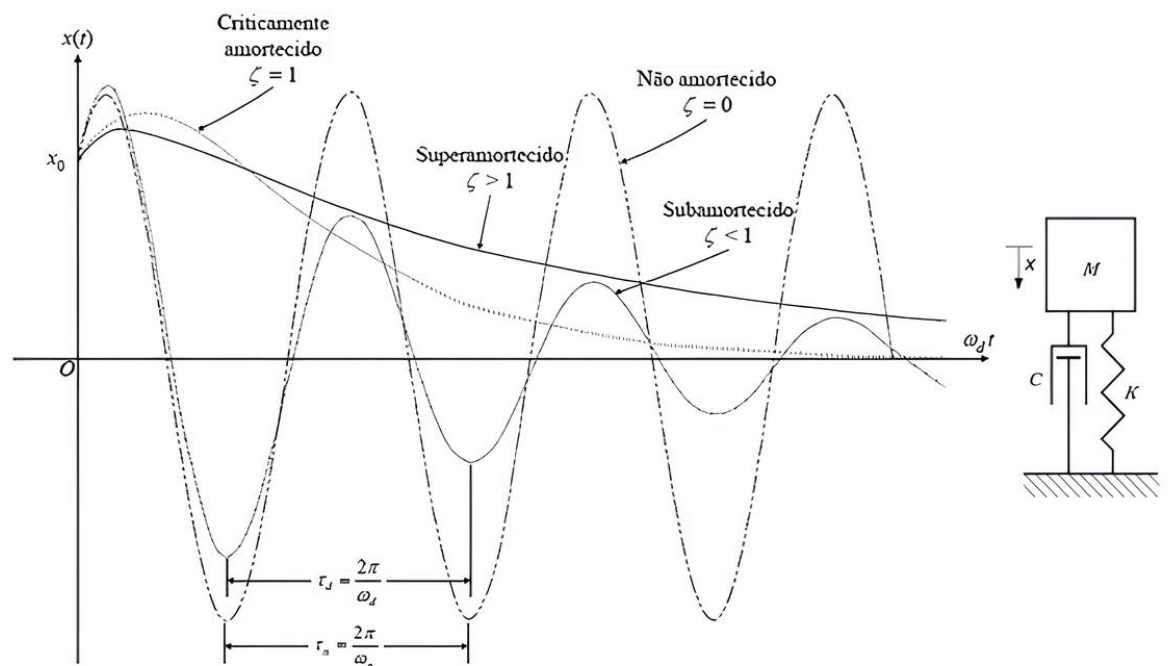


Fonte: Adaptado de Menezes (2015).

2.4.3. Vibração Amortecida e Não-Amortecida

Se nenhuma energia for perdida ou dissipada durante a oscilação devido ao atrito. As características de resistência e vibração não são atenuadas. No entanto, se alguma energia com perdas desta forma, o sistema é classificado como sistema amortecido. A presença do amortecimento existe em muitos sistemas físicos, mas em alguns casos o amortecimento é muito pequeno e pode ser ignorado por questões de simplicidade de engenharia. No entanto, ao considerar o amortecimento, é extremamente importante que se faça a análise de sistemas vibratórios próximos à ressonância. Na figura 8 seguinte, temos a descrição para esse tipo de vibração.

Figura 8- Comparação entre movimentos com diferentes tipos de amortecimento.

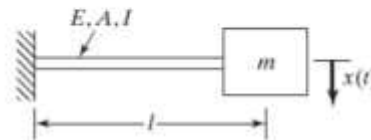


Fonte: Adaptado de Menezes (2015).

2.4.4. Elementos de Massa ou Inércia

A massa ou ainda a inércia constitui-se de um corpo de forma rígida na qual, a proporção que este esteja em movimentos, neste caso efetuando a energia cinética, o mesmo pode perder ou ganhar velocidade, isto de acordo com a segunda lei descrita por Newton. Que diz: “O produto da massa por sua aceleração é igual à força aplicada à massa”. A título de exemplo, uma situação na qual isso ocorre seria em uma viga em balanço tendo uma massa em uma das suas extremidades. De acordo com as figuras 9 e figura 10 abaixo.

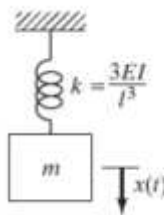
Figura 9- Modelo atual



Fonte: Adaptado de RAO (2009).

Desprezando a massa da viga, temos o modelo abaixo com um grau de liberdade.

Figura 10- Modelo contendo um Grau de Liberdade.



Fonte: Adaptado de RAO (2009).

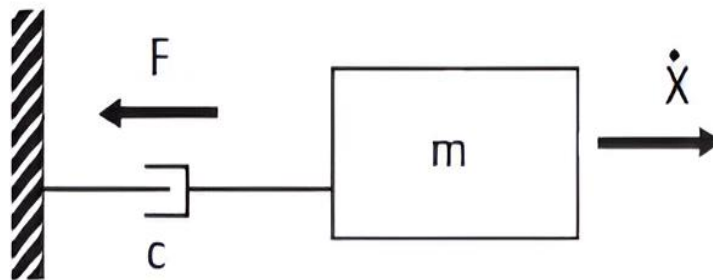
2.4.5. Elementos Passivo amortecedor viscoso

Segundo Groebs (2001), um amortecedor é um componente responsável pela remoção de energia de um sistema vibratório. Essa retirada de energia é chamada de amortecimento. Existem vários tipos de amortecimentos e amortecedores, portanto, dependendo de fatores como aplicação desejada, espaço disponível, tipo de amortecimento, é aplicado o amortecedor

adequado. Dentre os tipos de amortecimento existentes, os mais comuns na literatura são o amortecimento viscoso, o amortecimento histerético e o amortecimento de Coulomb.

A força de amortecimento é produzida restringindo o fluxo do fluido de amortecimento no amortecedor e está sempre na direção oposta da velocidade. A figura 11 mostra o fluxo do amortecimento.

Figura 11- Exemplo de amortecedor viscoso



Fonte: Adaptado de BECKER (2015).

Segundo Rao (2008), um amortecedor viscoso consiste em um cilindro tendo a força externa que atua no pistão, ou a resistência ao deslocamento gerada pelo fluido viscoso que flui na fenda, é chamada de força de amortecimento viscoso. Essa força é designada pela equação (2.2) abaixo.

$$F_{\text{amortecimento}} = c \cdot \dot{x} \quad (2.2)$$

Onde: $F_{\text{amortecimento}}$ → Força de amortecimento

c → coeficiente de amortecimento

$\dot{x}$ → velocidade

2.5 SISTEMAS VIBRATÓRIOS E A SÉRIE DE FOURIER

2.5.1 Vibrações Livres em Sistemas com 1 Grau de Liberdade

Muitos sistemas mecânicos lineares complexos podem ser modelados Como sistema equivalente massa-mola-amortecedor com 1 grau de liberdade (gdl). então, é necessário saber como obter a equação do movimento para tal sistema e como resolvê-la equação. Vários

métodos podem ser usados para obter as equações de movimento de um sistema. Uma abordagem é construir um diagrama de corpo livre (DCL) a qualquer momento e descrever Forças externas e inércia em coordenadas generalizadas. regras básicas de A mecânica é então aplicada ao DCL para conduzir as equações diferenciais ordinárias descritas. Na qual para corpos rígidos, o movimento oscilatório é descrito pelas equações de Newton-Euler.

$$\sum F = ma \quad (2.3)$$

$$\sum M_G = I\ddot{\theta} \quad (2.4)$$

Onde: θ é a aceleração angular, I é o momento de inércia, $\sum M_G$ somatório dos momentos no centro de G e $\sum F$ somatórios de todas as forças externas.

Uma versão do método DCL para corpos rígidos utiliza uma variante do princípio de D'Alembert.

Considerando que a massa sofre a ação de uma força $F(t)$, a equação do movimento O sistema é dado por:

$$\sum F = m \cdot a \quad (2.5)$$

A figura 12 representa um sistema massa-mola-amortecedor com um grau de liberdade (1gdl).

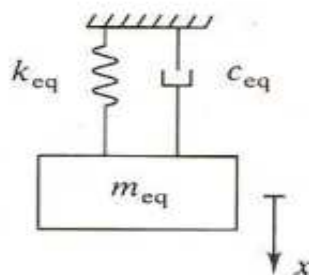


Figura 12- Sistema massa-mola-amortecedor

Fonte: Adaptado de SILVA (2009).

Na qual pode ser descrito pelas equações abaixo com o deslocamento $x(t)$, a velocidade $\dot{x}(t)$ e a aceleração $\ddot{x}(t)$. Deve-se enfatizar que força peso mg não entra no balanço de equilíbrio de forças quando ocorre o fato da mola não for estendida em relação à linha de equilíbrio estático.

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F(t) \quad (2.6)$$

$$F(t) - kx(t) - c\dot{x}(t) = m\ddot{x} \quad (2.7)$$

Em relação aos valores da força $F(t)$ e do coeficiente de amortecimento viscoso c , podemos definir o tipo de movimento como sendo:

Movimento vibratório forçado amortecido:

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F(t) \quad (2.8)$$

Movimento vibratório forçado não-amortecido:

$$m\ddot{x}(t) + kx(t) = F(t) \quad (2.9)$$

Movimento vibratório livre amortecido:

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = 0 \quad (2.10)$$

Movimento vibratório livre não-amortecido:

$$m\ddot{x}(t) + kx(t) = 0 \quad (2.11)$$

2.5.1A. Vibração livre não-amortecida

Na figura 13 abaixo temos um sistema massa-mola com um grau de liberdade (1gdb). Considerando que não se tenha amortecimento ($c = 0$), teremos a seguinte equação que descreve o comportamento desse tipo de sistema:

$$m\ddot{x}(t) + kx(t) = 0 \quad (2.12)$$

Que é uma equação diferencial de segunda ordem, cuja a solução desta equação diferencial nos descreve a equação de movimento de oscilação, como está descrita na equação (2.13).

$$x(t) = C_1 e^{i\omega_n t} + C_2 e^{-i\omega_n t} \quad (2.13)$$

Fazendo uso da relação de Euler;

$$e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta \quad (2.14)$$

O que resulta na equação (2.15) abaixo

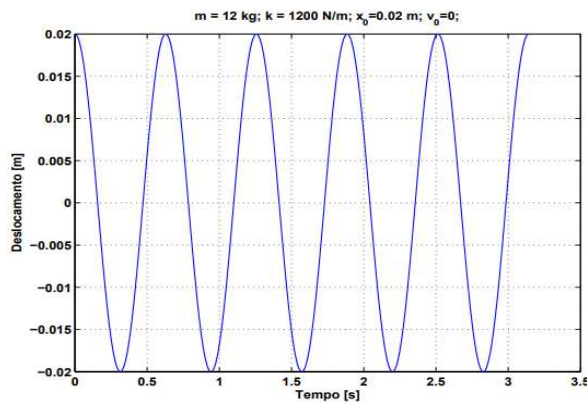
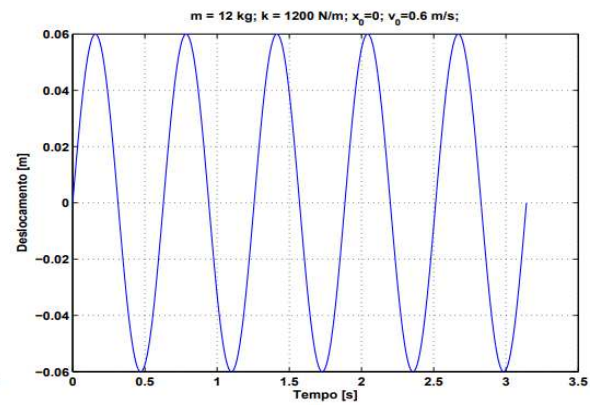
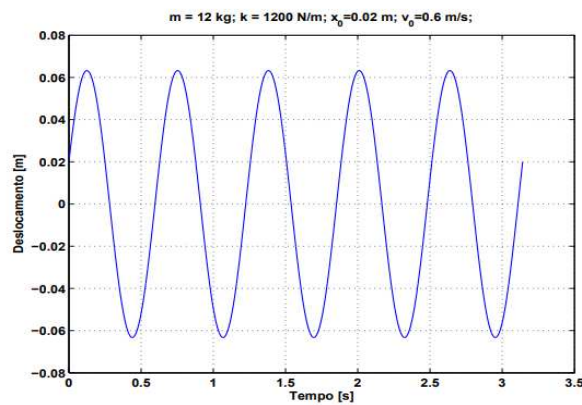
$$x(t) = A \sin(\omega_n t) + B \cos(\omega_n t) \quad (2.15)$$

A solução final das equações de movimento é função das constantes A e B, que são obtidas por condições iniciais para deslocamento $x(0) = x_0$ e velocidade $\dot{x}(0) = v_0$, então a solução final será a equação (2.16):

$$x(t) = \frac{v_0}{\omega_n} \sin(\omega_n t) + x_0 \cos(\omega_n t) \quad (2.16)$$

Abaixo, na figura 13 temos exemplos de algumas respostas para sistema livre sem amortecimento levando em conta algumas condições.

Figura 13- Exemplos de respostas de um sistema livre não amortecido com 1 gdl sob várias condições

(a) $x_0 \neq 0$ e $v_0 = 0$.(b) $x_0 = 0$ e $v_0 \neq 0$.(c) $x_0 \neq 0$ e $v_0 \neq 0$.

Fonte: Adaptado de SILVA (2009).

2.5.1B. Vibrações livres amortecidas

Para esse tipo de sistema na qual a vibração é livre sem amortecimento vamos ter a seguinte equação (2.17) que descrever o comportamento do sistema:

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = 0 \quad (2.17)$$

Como a equação acima se trata de uma equação diferencial de segunda ordem, daí podemos admitir que essa equação tenha como solução:

$$x(t) = Ce^{\lambda t} \quad (2.18)$$

Cuja solução será a equação (2.19).

$$\lambda_{1,2} = -\frac{c}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}} \quad (2.19)$$

Tendo a solução geral com raízes diferentes ($\lambda_1 \neq \lambda_2$), é dado por:

$$x(t) = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t} \quad (2.20)$$

A equação 2.17 se trata de uma equação diferencial de segunda ordem, daí teremos que a solução geral da equação 2.17 será descrita como a equação 2.21 acima:

$$x(t) = C_1 e^{\left(-\frac{c}{2m} + \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}}\right)t} + C_2 e^{\left(-\frac{c}{2m} - \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}}\right)t} \quad (2.21)$$

Sobre a equação 2.21, podemos considerar os seguintes fatos:

Se $\left(\frac{c}{2m}\right)^2 > \frac{k}{m}$, teremos o tipo movimento com superamortecimento.

Na condição de $\left(\frac{c}{2m}\right)^2 < \frac{k}{m}$, teremos o movimento subamortecido.

Ainda se $\left(\frac{c}{2m}\right)^2 = \frac{k}{m}$, possui características críticas de amortecimento, ou seja, quando perturbado, o sistema não oscilará e retornará rapidamente à posição de equilíbrio.

2.5.1C. Movimento oscilatório subamortecido ou subcrítico

Para esse tipo de movimento consideramos a seguinte equação:

$$x(t) = e^{-\xi \omega_n} \left(C_1 e^{i \omega_n \sqrt{1-\xi^2} t} + C_2 e^{-i \omega_n \sqrt{1-\xi^2} t} \right) \quad (2.22)$$

Como $e^{\theta t} = \cos \theta + i \sin \theta$, então a equação (2.22) acima fica:

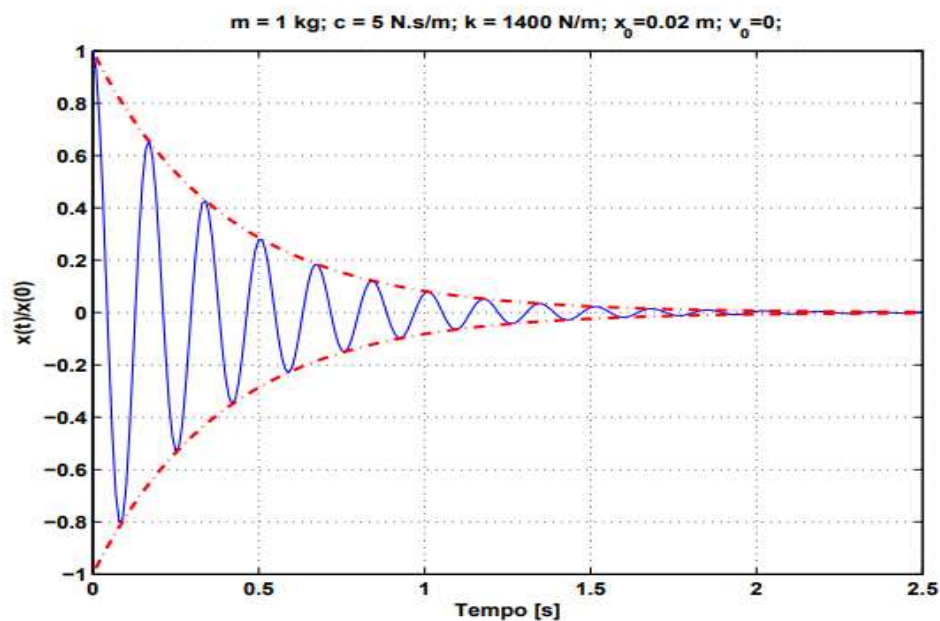
$$x(t) = e^{-\xi\omega_n}(A\cos(\omega_d t) + B\sin(\omega_d t)) \quad (2.23)$$

Na qual o termo ω_n é a frequência natural amortecida sendo definida em função da frequência natural e o fator de amortecimento como sendo:

$$\omega_d = \omega_n\sqrt{1 - \xi^2} \quad (2.24)$$

Na figura 14, abaixo temos um exemplo de um sistema subamortecido.

Figura 14- Exemplo de resposta do sistema subamortecido.



Fonte: Adaptado de SILVA (2009).

2.5.1C. Movimento superamortecido

Para esse tipo de situação, temos a equação abaixo que descreve a condição quando o fator de amortecimento ξ é maior que 1, isto é, $\xi > 1$.

$$x(t) = Ae^{(-\xi + \sqrt{\xi^2 - 1})\omega_n t} + Be^{(-\xi - \sqrt{\xi^2 - 1})\omega_n t} \quad (2.25)$$

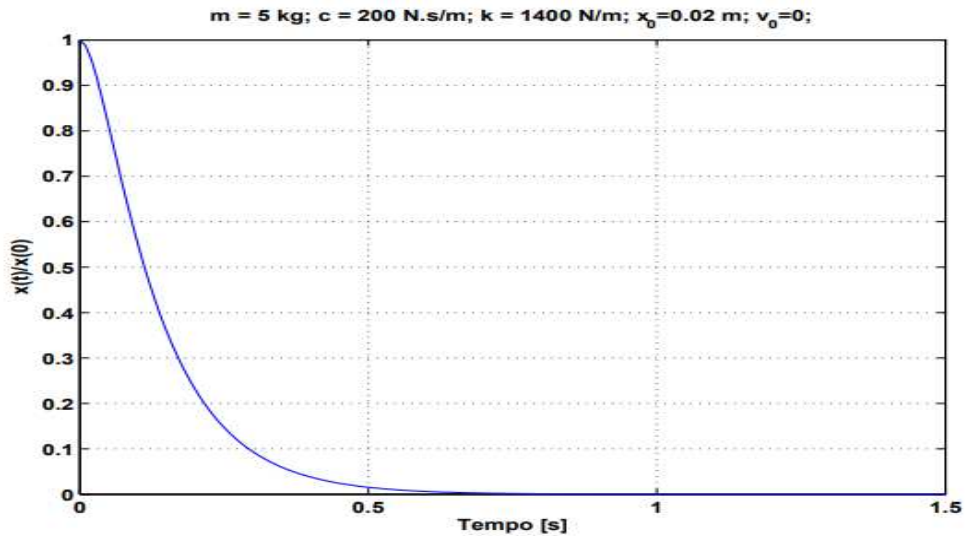
A e B são constantes e as mesmas podem ser obtidas por condições de contorno, ou condições iniciais, na qual seriam:

$$A = \frac{v_0 + (\xi + \sqrt{\xi^2 - 1})\omega_n x_0}{2\omega_n \sqrt{\xi^2 - 1}} \quad (2.26)$$

$$B = -\frac{v_0 + (\xi - \sqrt{\xi^2 - 1})\omega_n x_0}{2\omega_n \sqrt{\xi^2 - 1}} \quad (2.27)$$

A resposta de um sistema superamortecido não envolve oscilações, portanto, quando é perturbado, retorna exponencialmente à sua posição de equilíbrio. Na figura 15, temos um exemplo de um sistema superamortecido, nas seguintes condições: $v_0 = 0$ e $x_0 = 0,02m$

Figura 15- Resposta do sistema superamortecido



Fonte: Adaptado de SILVA (2009).

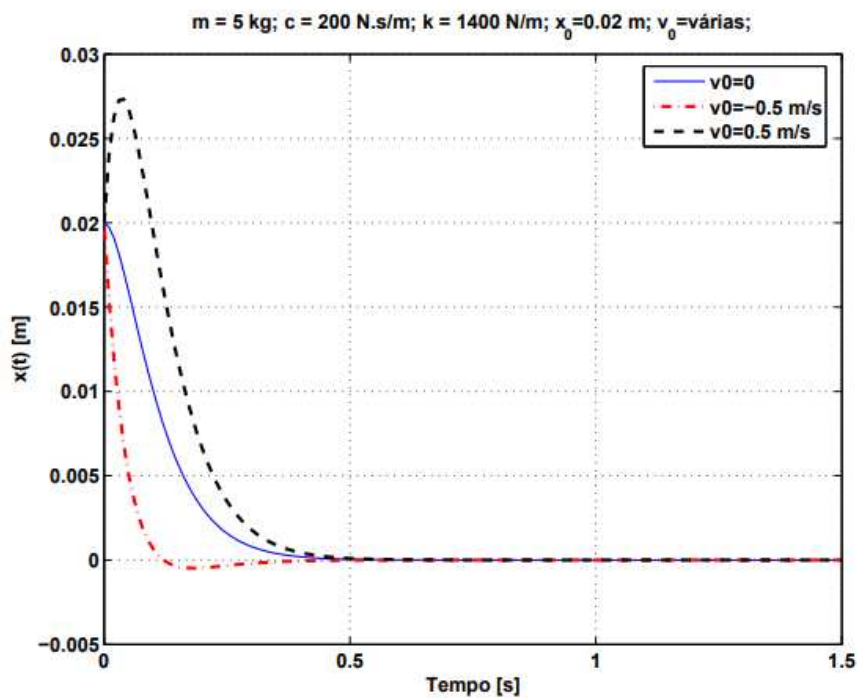
2.5.1D. Movimento amortecido criticamente

Para esse tipo de situação, temos a equação abaixo que descreve a condição quando o fator de amortecimento ξ é igual a 1, isto é, $\xi = 1$.

$$x(t) = e^{-\omega_n t}((v_0 + \omega_n x_0)t + x_0) \quad (2.28)$$

Quando um sistema de amortecimento crítico é perturbado por certas condições iniciais, ele retornará à posição de equilíbrio no tempo mais rápido, sem oscilação. Na figura 16, temos um exemplo de um sistema criticamente amortecido com valores variados para a velocidade inicial.

Figura 16- Resposta do sistema criticamente amortecido.



Fonte: Adaptado de SILVA (2009).

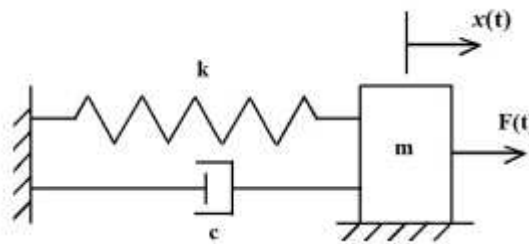
2.6 VIBRAÇÕES FORÇADAS EM SISTEMAS E A SÉRIE DE FOURIER

Considerando que para as vibrações forçadas para um corpo que tenha massa m , seja descrito pela seguinte equação:

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F(t) \quad (2.29)$$

Sendo c o amortecedor viscoso desse sistema, k é designada como constante da mola como mostra a figura 17, onde atuará uma força F em função do tempo, ao longo do deslocamento a partir da posição de repouso $x(t)$.

Figura 17- Exemplo de Sistema vibratório com oscilação forçada



Fonte: Adaptado de REGES (2017).

A equação 4.56, é uma equação diferencial ordinária de segunda ordem não homogênea, podendo ser resolvida levando em conta a solução geral da homogênea associada $y_h(t)$ mais a solução particular da equação diferencial ordinária linear de segunda ordem $y_p(t)$. Desta forma a solução geral da Equação diferencial linear de segunda ordem é:

$$y(t) = y_h(t) + y_p(t) \quad (2.30)$$

A solução geral da homogênea associada $y_h(t)$ é dada por:

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = 0 \quad (2.31)$$

A partir da equação 2.31, determinamos a equação característica afim de obtemos a solução geral da homogênea associada, que fica:

$$\begin{aligned} m\lambda^2 + c\lambda + k &= 0 \\ \downarrow \\ \text{Equação característica} \end{aligned} \quad (2.32)$$

Resolvendo a equação 2.33, obtemos as raízes λ_1 e λ_2 .

$$\lambda_{1,2} = \frac{-c \pm \sqrt{c^2 - 4mk}}{2m} \quad (2.33)$$

$$\begin{cases} \lambda_1 = \frac{-c + \sqrt{c^2 - 4mk}}{2m} \\ \lambda_2 = \frac{-c - \sqrt{c^2 - 4mk}}{2m} \end{cases} \quad (2.34)$$

Com $\lambda_1 \neq \lambda_2$, a solução geral da homogênea associada $y_h(t)$, será:

$$y_h(t) = c_1 e^{\lambda_1 t} + c_2 e^{\lambda_2 t} \quad (2.35)$$

Substituindo as raízes λ_1 e λ_2 na equação 2.35, temos:

$$y_h(t) = c_1 e^{\left(\frac{-c + \sqrt{c^2 - 4mk}}{2m}\right)t} + c_2 e^{\left(\frac{-c - \sqrt{c^2 - 4mk}}{2m}\right)t}$$

Para obtemos a solução particular $y_p(t)$, usamos a série de Fourier

Se F é a força externa que atuará nesse sistema, podemos representá-la da seguinte forma:

$$F(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos\left(\frac{n\pi}{L}t\right) + b_n \sin\left(\frac{n\pi}{L}t\right)$$

Na qual, a_0 , a_n e b_n são ditos coeficientes de Fourier

2.7 SISTEMAS VIBRATÓRIOS COM MÚLTIPLOS GRAUS DE LIBERDADE

Ao modelar um sistema com múltiplos graus de liberdade, usaremos múltiplas frequências naturais e fatores de amortecimento em vez de apenas uma frequência natural e um fator de amortecimento. No caso de vibração livre, o sistema vibra numa combinação de todas estas frequências naturais, em vez de apenas numa frequência como um sistema de 1 gdl. Além

2.7.1 vibrações livres e forçadas como base nos parâmetros modais

Segundo (SILVA, 2009) a equação 4.79, como foi mostrada corresponde a um sistema acoplado de equações, o que torna difícil algumas análises, além da incapacidade de generalizar diretamente para o sistema mais simples de um grau de liberdade, certas análises não são possíveis.

Ainda de acordo com (SILVA, 2009), nestes casos a transformação do sistema para uma outra base de coordenadas pode ser muito útil. Dentre as várias coordenadas a do tipo modal ocupa um lugar de destaque em dinâmica estrutural. Este tópico é muitas vezes referenciado na literatura como análise modal analítica. Nas próximas subseções iremos apresentar como tratar um problema de vibrações livres e forçadas como base nos parâmetros modais.

A) **Vibrações livres:** sistema sem amortecimento segundo parâmetros modais.

Se considerássemos a equação 4.79 sem o termo do amortecimento, ou seja $C = 0$, e sem a existência de forças externas atuando no sistema, a mesma poderia ser reescrita da seguinte forma:

$$M\ddot{x} + Kx = 0 \quad (2.36)$$

Afim se termos uma solução para a equação (2.36) acima, fazemos:

$$x = \Phi e^{j\omega t} \quad (2.37)$$

Na qual Φ se refere ao vetor que contém as amplitudes que vibram de forma modal. Calculando a segunda derivada da equação (2.37), obtemos:

$$\ddot{x} = -\omega^2 \Phi e^{j\omega t} \quad (2.38)$$

Resolvendo obtemos:

$$\begin{cases} -M\omega^2 \Phi e^{j\omega t} + K\Phi e^{j\omega t} = 0 \\ \Rightarrow e^{j\omega t} [K - M\omega^2] \Phi = 0 \end{cases} \quad (2.39)$$

Que na forma de autovalor e autovetor se torna:

$$\begin{cases} M^{-1}K\Phi = \lambda\Phi \\ A\Phi = \lambda\Phi \end{cases} \quad (2.40)$$

Na qual $\lambda = \omega^2$ se refere aos autovalores que estão relacionadas as frequências naturais do sistema e n a quantidade de graus de liberdade, I se trata da matriz identidade de ordem $m \times n$. Já Φ se refere aos autovetores que designam nesse sistema os modos de vibrar.

SILVA (2009) diz que o problema de autovalor leva à uma equação algébrica em ω^2 . Como os coeficientes M e K são normalmente reais e simétricos teremos n raízes reais, o que implicará em n frequências naturais. Se o sistema for estável, K é definida positiva e as raízes são positivas. Um sistema não-restringido apresentará modos de corpo rígido correspondendo a frequências naturais nulas.

Ainda de acordo com SILVA (2009) o importante é constatar que os modos de vibrar representam uma base ortogonal no espaço. Assim a matriz modal Φ apresenta as seguintes propriedades para $i \neq j$, será:

$$\begin{cases} \Phi_i^T M \Phi_j = 0 \\ \Phi_i^T K \Phi_j = 0 \end{cases} \quad (2.41)$$

Da equação (2.41), Φ_i se refere ao i -ésimo modo associado com a i -ésima frequência natural ω_{ni} e Φ_j se refere o j -ésimo modo associado com a j -ésima frequência natural ω_{nj}

Desta forma para SILVA (2009) neste caso os modos Φ são normalizados em relação a matriz massa, o que implica que a matriz modal é ortonormal. Mencionado, ainda que a matriz modal Φ contém as formas de vibrar Φ_1 quando o sistema é excitado na primeira frequência natural ω_{n1} , Φ_2 quando o sistema é excitado na segunda frequência natural ω_{n2} e assim por diante, assim esta matriz é dada por:

$$\Phi = [\Phi_1 \quad \Phi_2 \quad \cdots \quad \Phi_n] \quad (2.42)$$

Para um sistema mecânico que tenha múltiplos graus de liberdade com coordenadas física, podemos fazer a transformação para coordenadas em termos modais, a partir da sua base física para sua base modal conforme a equação 2.43 abaixo:

$$x = \Phi q \quad (2.43)$$

Onde q se refere ao deslocamento para coordenadas modais.

Calculando a segunda derivada da equação 2.44, obtemos:

$$\ddot{x} = \Phi \ddot{q} \quad (2.45)$$

Substituindo a equação 2.43 e 2.45 na equação 2.36 e multiplicando por Φ^T , resulta:

$$\Phi^T M \Phi \ddot{q} + \Phi^T K \Phi \ddot{q} = 0 \quad (2.46)$$

Fazendo a normalização da matriz modal Φ em relação a massa M do sistema, daí teremos:

$$\begin{cases} \Phi^T M \Phi = I \\ \Phi^T K \Phi = \Omega \end{cases} \quad (4.47)$$

Na equação 2.47, $\Omega = \text{diag}(\omega_1^2, \omega_2^2, \omega_3^2, \dots, \omega_n^2)$, substituindo essa expressa na equação 2.48, obtemos:

$$\ddot{q} + \Omega q = 0 \quad (2.48)$$

A equação 2.48, se refere a equação modal do sistema de múltiplos graus de liberdade sem amortecimento.

B) Vibrações livres: sistema com amortecimento proporcional segundo parâmetros modais.

Para o sistema com amortecimento temos o seu comportamento descrito pela seguinte equação diferencial ordinária:

$$M\ddot{x} + K\dot{x} + Cx = 0 \quad (2.49)$$

Na qual C designa a matriz de amortecimento proporcional a matriz da massa e da rigidez da mola, conforme a equação 2.50 abaixo:

$$C = \alpha M + \beta K \quad (2.50)$$

Onde α e β são constantes

Como cita SILVA (2009) neste sistema com amortecimento o problema de autovalor e autovetor associado a solução da Equação 2.50 irá envolver soluções que serão complexas. Assim as raízes da equação característica associada irão envolver pares de pólos complexos conjugados para cada modo de vibrar do sistema, como mostra a equação 4.51 abaixo:

$$\lambda_i = -\xi_i \omega_{ni} \pm j \omega_{ni} \sqrt{1 - \xi_i^2} \quad (4.51)$$

Sendo, ξ_i o fator de amortecimento modal, n a quantidade de modos do sistema, ω_{ni} se refere a i -ésima frequência natural do sistema.

O fator de amortecimento ξ_i modal em termo de amortecimento proporcional da forma modal pode ser escrito conforme a equação 2.52 abaixo:

$$\xi_i = \frac{1}{2} \left(\alpha \omega_{ni} + \frac{\beta}{\omega_{ni}} \right) \quad (2.52)$$

Para solução de problemas que envolvam autovalor e autovetor de sistema com amortecimento proporcional, podemos reescrever a equação 2.36, da seguinte da forma:

$$\bar{M}\dot{y} + \bar{K}y = 0 \quad (2.53)$$

Tendo, $\bar{M}$ e $\bar{K}$ como matrizes $2n \times 2n$, e y como sendo o vetor de estados. Dessa forma podemos definir $\bar{M}$, $\bar{K}$ e y por:

$$\bar{M} = \begin{bmatrix} 0 & M \\ M & C \end{bmatrix} \quad (2.54)$$

$$\bar{K} = \begin{bmatrix} -M & 0 \\ 0 & K \end{bmatrix} \quad (2.55)$$

$$y = \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ x \end{Bmatrix} \quad (2.56)$$

A equação 2.53 tem por solução;

$$y = \Psi e^{-\lambda t} \quad (2.57)$$

Na qual Ψ é designada como sendo a matriz modal $2n$ e λ se refere aos $2n$ autovalores.

Uma segunda abordagem para resolver os problemas de autovalores e autovetores em problemas de vibração forçada é descrever as equações de movimento em termos de implementações de espaço de estados. Evidenciando o termo $\ddot{x}$ da equação 2.49, ficamos:

$$\ddot{x} = -M^{-1}Kx - M^{-1}C\dot{x} \quad (2.58)$$

Podemos definir um vetor de estados para a equação 2.58, como sendo:

$$z = \begin{Bmatrix} x \\ \dot{x} \end{Bmatrix} \quad (2.59)$$

Onde para o movimento do sistema no caso de vibração livre podem então ser implementadas no espaço de estado.

$$\dot{z} = Az \quad (2.60)$$

Da equação 2.60, temos que A se refere a matriz dinâmica do sistema com matrizes de M , com o amortecimento C e a rigidez K . A matriz dinâmica A é definida como:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{bmatrix} \quad (2.61)$$

Onde I se refere a matriz identidade de ordem $n \times n$.

Uma forma de obtemos as frequências naturais do sistema, as formas de vibrar e fatores de amortecimento proporcional modal e fazemos uso da matriz dinâmica A , levando em consideração autovalores e autovetores, como descrito na equação 2.62.

$$\det(A - \lambda I) = 0 \quad (2.62)$$

Onde teremos a solução final do sistema como:

$$A\Psi = \lambda\Psi \quad (2.63)$$

Na qual Ψ é designada como sendo a matriz modal $2n$ e λ se refere aos $2n$ autovalores.

C) Vibrações forçadas segundo parâmetros modais.

Para esse tipo de sistema com múltiplos graus de liberdade onde a vibração é forçada pode ser descrito pela equação

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = F \quad (2.64)$$

Para SILVA (2009) F é o vetor de força de excitação, que pode ser harmônico ou, no caso mais geral, puramente aleatório. Esta equação pode ser resolvida de muitas maneiras possíveis. Uma abordagem é resolver numericamente usando algumas técnicas de solução para sistemas de equações diferenciais ordinárias e lineares, como a família de algoritmos Runge-Kutta ou o algoritmo de Newmark. O segundo método é usar a transformada de Laplace e a transformada de Fourier.

Se fazermos uso da transformada de Laplace e levando em consideração algumas condições iniciais como por exemplo: o deslocamento x nulo e a velocidade $\dot{x}$ nula, daí a transformada de Laplace aplicada na equação 2.64, tem como vetores resposta para o deslocamento x e para a força F , o seguinte:

$$X(s) = \mathcal{L}\{x(t)\} \quad (2.65)$$

$$F(s) = \mathcal{L}\{F(t)\} \quad (2.66)$$

Fazendo a substituição das equações 2.65 e 2.66 na equação 2.64, temos:

$$[Ms + Cs + K]X(s) = F(s) \quad (2.67)$$

Onde podemos rescrever a equação 2.67, como sendo:

$$Z(s)X(s) = F(s) \quad (2.68)$$

Na qual o termo $Z(s)$ da equação 2.68, diz respeito a matriz da rigidez ou ainda intitular-se como a impedância mecânica do sistema. A equação 2.67 descreve o movimento desse sistema que está em função de variável de Laplace.

Se fizesse a inversão da impedância mecânica temos a resposta ou solução do sistema. Desta forma teremos:

$$X(s) = Z(s)^{-1}F(s) \quad (2.69)$$

Ao fazemos a inversão da matriz de rigidez do sistema ou impedância mecânica, estamos obtendo a chamada matriz de receptância desse sistema, conforme mostra a equação 2.70, e que $X(s)$ é a resposta no domínio do tempo.

$$H(s) = Z(s)^{-1} \quad (2.70)$$

2.8 ANÁLISE DE FALHAS DE ROLAMENTOS E SUAS SOLUÇÕES DE PROBLEMAS.

2.8.1. Rolamento em risco- capacidade de carga e avaliação

De acordo com (SKF, 2020). Quando se fala em “risco de rolamento”, geralmente se refere a situações em que os rolamentos, componentes comuns em máquinas e equipamentos, podem falhar devido a sobrecarga, desalinhamento, falta de lubrificação adequada ou outras condições adversas. A capacidade de carga de um rolamento é um fator chave para garantir seu desempenho seguro e eficiente.

Segundo (Harris, 2001) A capacidade de carga de um rolamento refere-se à sua capacidade de suportar cargas radiais e axiais sem falhas. Existem dois tipos principais de cargas: **cargas radiais**, que atuam perpendicularmente ao eixo de rotação, e **cargas axiais**, que atuam paralelamente ao eixo de rotação.

A) **Carga radial:** Atua perpendicularmente ao eixo do rolamento, pressionando-o de cima para baixo ou lateralmente.

B) **Carga axial:** atua ao longo do eixo do rolamento, comprimindo o rolamento para frente ou para trás.

Ainda de acordo com (SKF, 2020). A capacidade de carga de um rolamento varia com o tipo de carga (radial ou axial), direção da carga, tipo de rolamento (como rolamentos de esferas ou rolos), velocidade de rotação e outros fatores. Essas informações geralmente são fornecidas pelo fabricante e devem ser consideradas durante o projeto e o processo de seleção do rolamento.

Para (NSK, 2019). Para avaliar a capacidade de carga de um rolamento e evitar situações perigosas, siga estas orientações:

Compreenda as condições operacionais: Entenda as condições específicas sob as quais o rolamento é usado, incluindo carga, velocidade, temperatura e ambiente.

Selecione o rolamento apropriado: Certifique-se de selecionar rolamentos com a capacidade de carga apropriada com base nas condições operacionais específicas. Considere fatores como classificações de carga dinâmica e estática.

2.8.1.1 Execute um cálculo de vida útil: Os cálculos de vida útil do rolamento ajudam a estimar a vida útil de um rolamento sob condições de carga esperadas. Isso é útil para agendar manutenção preventiva.

2.8.1.2 Mantenha a lubrificação adequada: A lubrificação adequada é essencial para minimizar o desgaste e o atrito. Siga as recomendações do fabricante quanto ao tipo e frequência de lubrificação.

2.8.1.3 Monitore as condições operacionais: Implemente sistemas de monitoramento para detectar sinais precoces de falha, como vibrações incomuns, altas temperaturas ou ruídos incomuns.

2.8.1.4 Inspeções periódicas: Verifique os rolamentos regularmente em busca de sinais de desgaste, danos ou falhas. Substitua os rolamentos desgastados antes que causem problemas mais sérios

2.8.2 Falhas nos rolamentos de esferas e rolos e suas consequências

Para (FAG, 2018) A falha de rolamentos de esferas e rolos pode ter diversas causas e consequências, afetando de diversas maneiras o funcionamento de máquinas e equipamentos. Aqui estão algumas das falhas mais comuns e suas consequências:

1. Fadiga do material:

- Causa: A fadiga do material ocorre devido a cargas cíclicas repetidas, levando à formação de trincas e, por fim, à falha do rolamento.

- Consequências: Pode causar rachaduras, estilhaços ou desgaste prematuro dos rolamentos, resultando em paralisação da máquina e possíveis danos adicionais.

2. Desgaste:

- Causa: O desgaste pode ocorrer devido a condições de lubrificação insuficientes, carga excessiva, contaminação ou desalinhamento.

- Consequências: Vida útil reduzida do rolamento, aumento do atrito e geração de calor, o que pode causar falha prematura do rolamento e necessidade de substituição.

3. Corrosão:

- Causa: A corrosão pode resultar da exposição a ambientes corrosivos, falta de proteção adequada contra umidade ou produtos químicos.

- Consequências: Redução da integridade estrutural do rolamento, levando a falhas prematuras e perda de eficiência.

4. Deslocamento:

- Causa: Desalinhamento do eixo ou montagem inadequada do rolamento.

- Consequências: Aumento da carga e do atrito nos rolamentos, levando a desgaste irregular, vibração excessiva, ruído e, por fim, falha do rolamento.

5. Sobrecarga:

- Causa: Capacidade de carga do rolamento excedida devido a condições operacionais insuficientes ou projeto inadequado.

- Consequências: Maior tensão nos componentes do rolamento, levando à deformação, desgaste acelerado e falha prematura.

6. Poluição:

- Causa: Matérias estranhas (como poeira, sujeira ou detritos) entraram no rolamento.

- Consequências: Danos às superfícies de contato, aumento do desgaste, atrito adicional e possível falha do rolamento.

(Timken, 2021) menciona que: As consequências da falha do rolamento incluem paradas não planejadas da máquina, tempo de inatividade, custos de reparo e substituição de peças e possíveis danos secundários a outros componentes da máquina. Portanto, é crucial implementar manutenção preventiva, monitoramento de condições e seleção correta de rolamentos para minimizar o risco de falha e garantir uma operação confiável e eficiente do equipamento.

2.8.3 Distribuição de forças e danos nos rolamentos

Para (Harris, 2001), A distribuição de forças nos rolamentos é um aspecto fundamental para a compreensão dos danos que podem ocorrer. Os rolamentos são projetados para suportar com eficiência cargas radiais e axiais e transmitir essas forças aos componentes adjacentes da máquina. No entanto, podem ocorrer danos graves quando as forças são distribuídas de forma

desigual ou excedem a capacidade de carga do rolamento. Aqui estão alguns aspectos importantes a serem considerados:

1. Cargas radiais e axiais: As cargas radiais atuam perpendicularmente ao eixo do rolamento, enquanto as cargas axiais atuam ao longo do eixo. pode-se dizer também, que em relação a cargas, nos rolamentos deve ser selecionada com base nas cargas esperadas durante a operação. Cargas excessivas podem causar deformação e falha prematura dos componentes do rolamento.

2. Desalinhamento: O desalinhamento ocorre quando o eixo e a caixa do rolamento não estão completamente alinhados. Isto pode resultar em cargas desequilibradas, causando tensão adicional nos componentes do rolamento e causando danos por desgaste, fadiga ou quebra.

3. Choque: Choque repentino ou choque durante a operação pode causar sérios danos aos rolamentos. Isto pode ser causado por condições operacionais insuficientes, operação inadequada ou falha de outros componentes da máquina.

4. Contaminação: A presença de materiais estranhos, como poeira, sujeira, umidade ou produtos químicos, pode contaminar o interior do rolamento e causar danos aos componentes. Isso pode causar desgaste, corrosão, desgaste prematuro e falha do rolamento.

5. Lubrificação insuficiente: A falta de lubrificação suficiente ou o uso de lubrificantes inadequados aumentará o atrito e o desgaste do rolamento. Isto pode levar ao superaquecimento, formação de pontos quentes, desgaste excessivo e falha prematura.

6. Sobrecarga: Exceder a capacidade de carga nominal do rolamento pode causar deformação plástica dos corpos rolantes, pistas ou gaiolas. Isto pode levar à perda de geometria crítica, aumento do desgaste e falha do rolamento.

2.8.4 Defeitos induzidos por outros elementos de transmissão

Por FAG. (2018), os rolamentos de esferas podem ser afetados por vários defeitos causados por outros elementos de transmissão no sistema mecânico. Aqui estão alguns exemplos dessas falhas e como elas ocorrem:

Desalinhamento do eixo ou do alojamento: Se o eixo ou o alojamento no qual o rolamento está montado estiver desalinhado, isso poderá causar carga desigual nos elementos do rolamento. Portanto, os anéis interno e externo do rolamento estão sujeitos a cargas axiais e radiais desiguais, causando danos aos componentes do rolamento, como desgaste irregular, fadiga e fratura.

Desalinhamento do acoplamento: Se o acoplamento conectado ao eixo estiver desalinhado, ele transferirá forças desiguais para o eixo e, portanto, para os rolamentos. Este desalinhamento pode causar vibração excessiva e carregamento desigual dos corpos rolantes, levando à falha prematura.

- I. ***Desequilíbrio:*** Um desequilíbrio em um trem de força (como um volante ou polia) cria uma força centrífuga desigual ao girar. Essas forças podem ser transferidas para o eixo e depois para os rolamentos. O desequilíbrio pode causar vibração significativa e carga cíclica nos rolamentos, causando danos por fadiga e desgaste prematuro.
- II. ***Excentricidade:*** Se um componente rotativo, como uma polia ou engrenagem, for montado excentricamente em um eixo, isso poderá causar uma carga desequilibrada no rolamento. Essas cargas desiguais podem causar tensão excessiva nos corpos rolantes, causando danos por fadiga, desgaste desigual e falha prematura.
- III. ***Choques:*** Choques repentinos e choques na linha de transmissão (como aqueles causados por cargas de choque ou colisões) podem produzir forças repentinas e inesperadas nos rolamentos. Estas forças podem causar danos transitórios, como fissuras, deformações ou deslocamentos de elementos rolantes.
- IV. ***Torque excessivo:*** O torque transmitido pelo sistema de transmissão é muito grande, o que produzirá cargas axiais e radiais excessivas nos rolamentos. Isto pode causar desgaste prematuro, superaquecimento e deformação dos corpos rolantes, levando à falha prematura do rolamento.

É importante realizar uma análise abrangente de todo o sistema mecânico, levando em consideração todos os elementos de transmissão e sua interação com os rolamentos. Precauções como alinhamento adequado, balanceamento, manutenção regular e monitoramento das

condições operacionais podem ajudar a reduzir o risco de defeitos causados por outros elementos de acionamento em rolamentos de esferas (SKF, 2020).

2.8.5 Falha por causa de processo de manufatura

Segundo a (NSK,2019), as falhas do rolamento devido a problemas no processo de fabricação podem ocorrer de diversas maneiras, afetando sua qualidade e desempenho. Aqui estão algumas das causas mais comuns de falhas relacionadas ao processo de fabricação de rolamentos:

- ***Tolerâncias inadequadas:*** Se as tolerâncias dimensionais não forem mantidas dentro dos limites especificados durante o processo de fabricação, os rolamentos produzidos poderão ser dimensionalmente imprecisos. Isso pode causar interferência indevida, folga excessiva ou desalinhamento entre os componentes do rolamento, causando desgaste prematuro e falha.
- ***Superfícies ásperas:*** As superfícies de contato do rolamento devem ser usinadas com precisão para garantir uma operação suave e eficiente. Se as superfícies correspondentes (como pistas internas e externas ou elementos rolantes) apresentarem rugosidade excessiva devido a problemas durante a usinagem, isso poderá levar ao aumento do atrito, desgaste acelerado e falha prematura.
- ***Materiais insuficientes:*** A seleção inadequada de materiais durante a fabricação do rolamento pode levar a problemas de desempenho. Por exemplo, se forem utilizados materiais de baixa qualidade ou inadequados para condições operacionais específicas, os rolamentos podem ser mais suscetíveis à corrosão, fadiga ou deformação, levando à falha prematura.
- ***Tratamento térmico insuficiente:*** O tratamento térmico é essencial para melhorar as propriedades mecânicas dos materiais utilizados nos rolamentos. Se o processo de tratamento térmico for executado incorretamente, poderá

resultar em dureza inconsistente, fragilização ou outras alterações indesejadas nas propriedades do material, tornando o rolamento mais suscetível a falhas.

- ***Contaminação durante a fabricação:*** Durante o processo de fabricação do rolamento, a contaminação por partículas estranhas, como poeira, sujeira, resíduos de lubrificante ou aparas de metal, pode se acumular nos componentes do rolamento. Essa contaminação pode comprometer a integridade do rolamento, causando escoriações, desgaste excessivo e falha prematura.
- ***Defeitos de montagem:*** Se os procedimentos de montagem do rolamento não forem executados corretamente, poderão ocorrer danos aos componentes do rolamento, como danos aos elementos rolantes, deformação dos anéis interno e externo ou desalinhamento. Esses defeitos de montagem podem comprometer a integridade estrutural do rolamento e levar à falha durante a operação.

Para reduzir o risco de falha associado ao processo de fabricação, os fabricantes de rolamentos devem empregar práticas rigorosas de controle de qualidade para garantir a conformidade com as especificações dimensionais, a seleção correta do material, o tratamento térmico correto e os procedimentos de montagem precisos.

2.8.6 Falha por causa do excesso ou falta de lubrificação

Segundo, (Trevisan; Reguly, 2010) as análises da causa das falhas de rolamentos podem ser bastante facilitadas utilizando-se guias desenvolvidos pelas próprias empresas fabricantes dos mesmos. Nestes guias, pode-se encontrar figuras que ilustram a falha ocorrida, bem como as prováveis causas e as formas de evitar os danos. A figura 18 ilustra falhas ocorridas devido a desvios de lubrificação e/ou lubrificante. Ambas são originadas em longos estudos desenvolvidos e estão apresentadas normalmente em um guia de diagnóstico rápido de ocorrências em rolamentos (NSK, 2001; SKF, 2005).

Figura 18 - Anel interno de rolamento de contato angular



Fonte: adaptado de NSK (2001).

Da figura 18, tem-se sintoma: Escamamento em meta da circunferência da pista. Causa: lubrificação deficiente gerada pela entrada de fluido de corte no interior do rolamento.

Figura 19 - Anel interno de rolamento auto compensador de rolos.



Fonte: Adaptado de NSK (2001).

Da figura 20a temos, sintoma: escamamento em apenas uma carreira. Causa: lubrificação deficiente. Na figura 20b, temos Sintoma: ao longo da pista ocorre descascamento. Causa: lubrificação deficiente.

Figura 20a - Rolamento auto compensador e Anel interno de rolamento de contato Angular



Fonte: Adaptado de NSK(2001).

Figura 20b - Anel externo de rolamento autocompensador de rolos.



Fonte: Adaptado de NSK (2001).

Sintoma: o descascamento ocorreu próximo à borda. Causa: lubrificação deficiente.

2.9 CONCEITOS APRIMORADOS PARA MODELOS DE ELEMENTOS FINITOS

Um modelo matemático adequado da estrutura é essencial para avaliar suas propriedades dinâmicas. Os modelos matemáticos podem ser obtidos analiticamente ou experimentalmente através de métodos de elementos finitos ou mesmo através de testes modais. Os modelos matemáticos apresentam limitações significativas na representação de estruturas complexas.

Erros na discretização, modelagem conjunta, condições de contorno, excluindo amortecimento e outras simplificações assumidas durante a modelagem podem ser fontes de erro no modelo de elementos finitos. Ainda na abordagem experimental, podem ocorrer erros e

omissões na extração dos resultados devido ao número limitado de coordenadas medidas, à faixa de frequência simulada e à dificuldade de medição dos graus de liberdade rotacionais. Por exemplo, o posicionamento incorreto dos acelerômetros limita a qualidade dos resultados e reduz a precisão das medições de amplitude. Assim, as técnicas de melhoria de modelos numéricos podem ser vistas como tentativas de combinar os melhores aspectos de duas representações possíveis de uma estrutura a caracterizar.

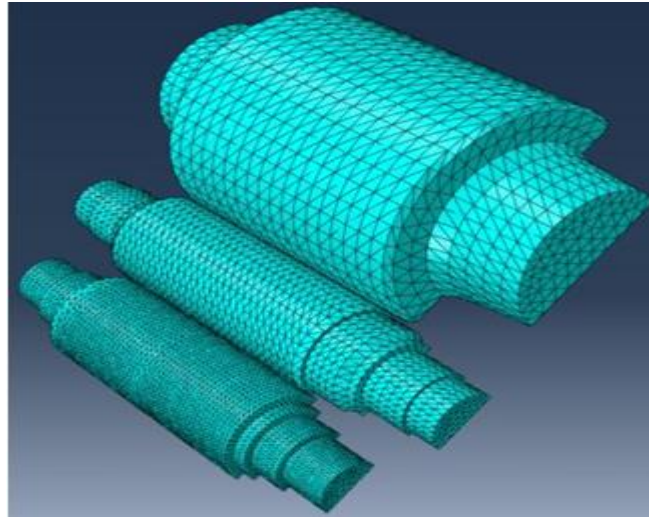
No entanto, os dados experimentais são geralmente considerados mais precisos dada a possibilidade de utilização de equipamentos de medição para a recolha de dados (Ewins, 2000; Maia e Silva 1998). Este fato levou ao desenvolvimento de técnicas aprimoradas de modelagem numérica que visam reduzir suas imprecisões por meio do uso de imagens de resultados de medições em testes dinâmicos. O modelo numérico de elementos finitos melhorado resultante permite obter uma representação mais detalhada da estrutura a representar, o que não é bem conseguido experimentalmente.

Outro aspecto que contribui para a melhoria do modelo envolve a relação entre a identificação do modo e a modificação estrutural, que pode ser considerada ambígua. Em outras palavras, se por um lado a abordagem clássica de modificação estrutural por acoplamento de impedância sugere a utilização de modelos dinâmicos pré-identificados, por outro lado as técnicas utilizadas na modificação estrutural podem servir como ferramentas no processo de identificação de modos. Vários autores realizaram trabalhos relacionados nesta área (Imregun e Visser, 1991, pp.141-162; Mottershead e Friswell, 1993, pp. 347-375). Porém, é necessário resumir os principais conceitos envolvidos para compreender mais facilmente as estratégias consideradas durante o processo de desenvolvimento.

2.9.1 Conceitos básicos relacionados a elementos finitos

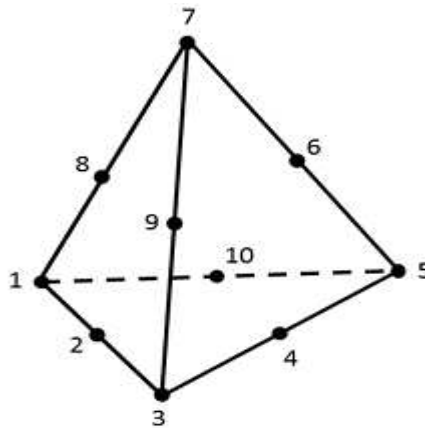
Por exemplo, subdividir um modelo em partes menores significa representar um sólido constituído por um conjunto de tetraedros (Fig. 21) ou uma figura bidimensional constituída por triângulos e/ou quadriláteros. O formato final deve ser apenas semelhante ao formato original. Essas partes menores são chamadas de elementos e contêm os pontos (nós) a partir dos quais as grandezas físicas necessárias são calculadas. Um exemplo é um modelo que Abaqus chama de C3D10, que é um tetraedro quadrático de 10 nós, mostrado na Figura 22.

Figura 21 – Exemplo da discretização em um laminador feita para uma análise em Elementos Finitos



Fonte: adaptado de Wojciechowski (2021).

Figura 22 – Elemento tetraédrico C3D10



Fonte: Adaptado de WOJCIECHOWSKI (2022).

Cada elemento do mesmo tipo pode ter forma, tamanho ou posição relativa diferente, portanto, diferentes combinações podem ser usadas para representar o modelo real. Eles são chamados de grades e suas propriedades são críticas para a precisão dos resultados e para o tempo necessário para obtê-los. Quando o método é utilizado corretamente, um aumento no número de elementos fará com que o resultado convirja para um determinado valor, mas os recursos computacionais necessários crescerão geometricamente com esse número.

Como na resolução de qualquer problema de engenharia, o método dos elementos finitos permite a aplicação de considerações que facilitam formulado e calculado. O comportamento de deformação de uma estrutura pode ser visto como quase estático ou dinâmico, no primeiro caso a mudança do seu estado ao longo do tempo é irrelevante (só queremos saber o resultado final após um período infinito), podemos utilizar a simulação implícita. A segunda requer análises, como simulações explícitas, onde os cálculos devem incluir efeitos inerciais e de amortecimento e são, portanto, mais complexos e completos (COOK et al., 2001).

2.9.2 Como verificar os resultados

Por se tratar de um método numérico, este tipo de análise é sempre menos exato que a análise direta, pelo que só é adequado quando esta não está presente para o problema em questão. Isso é exemplificado por peças que possuem geometrias complexas, como o conjunto de cilindros do laminador. Esta ambiguidade inerente exige a verificação de vários métodos, incluindo a discussão neste assunto (COOK et al., 2001).

2.9.3 Refino de malha

Para se comportar de forma semelhante ao modelo real, um modelo de elementos finitos adequadamente projetado deve ser composto por elementos de dimensões suficientemente pequenas. O grau de satisfação desta condição pode ser avaliado pelo teste de convergência. A malha é recalculada para vários refinamentos. A modelagem é confiável quando os resultados mudam muito pouco e assintoticamente à medida que o número de elementos utilizados aumenta (MOAVENI, 2008).

2.9.4 Qualidade dos elementos

Elementos excessivamente distorcidos são aqueles cuja forma difere significativamente da forma ideal além das tolerâncias estabelecidas pelo modelador. Eles devem ser levados em consideração no modelo em Elementos em valor finito antes da etapa de processamento. Este teste pode revelar se a malha é adequada, ajudando a inferir a precisão dos resultados e até mesmo se os cálculos estão corretos (COOK et al., 2001; SIMULIA, c2012a).

2.10 CONSTRUÇÃO DO MODELO DINÂMICO DO ROLAMENTO

2.10.1. Construção do modelo dinâmico de rolamento sem falhas

Não importa o tipo de defeito, a força de impacto ocorre somente quando o defeito é exposto a uma determinada pressão e contato com outras superfícies de contato, além disso, a frequência da força de impacto produzida pelos defeitos superficiais da pista interna corresponde ao frequência da bola passando pela pista interna (Rubini, 2011). A frequência da força de impacto gerada pelo defeito superficial da pista externa corresponde à frequência da bola que passa pela pista externa. Quando a superfície da bola apresenta defeitos, a rotação e a revolução ocorrem simultaneamente, a frequência da força de impacto gerada pelo defeito na superfície da bola é mais complexa, onde se assume que o centro do defeito da bola está sempre no plano de revolução, eles estão sempre contato com as pistas internas/externas (Mishra, 2017). Como descreve Tandon (1999) e Prashad (2006) Quando o rolamento está em movimento, supondo que a pista externa esteja fixada em um suporte rígido e a pista interna gire com o eixo giratório, as frequências de falha são dadas pelas equações (2.71), (2.72), (2.73) e (2.74) abaixo:

Frequência de passagem da esfera na pista externa (BPFO):

$$f_0 = \frac{Z}{2} \frac{n}{60} \left(1 - \frac{D}{d_m} \cos \alpha \right) \quad (2.71)$$

Frequência de passagem da esfera na pista interna (BPFI):

$$f_i = \frac{Z}{2} \frac{n}{60} \left(1 + \frac{D}{d_m} \cos \alpha \right) \quad (2.72)$$

Frequência de rotação da esfera (BSF):

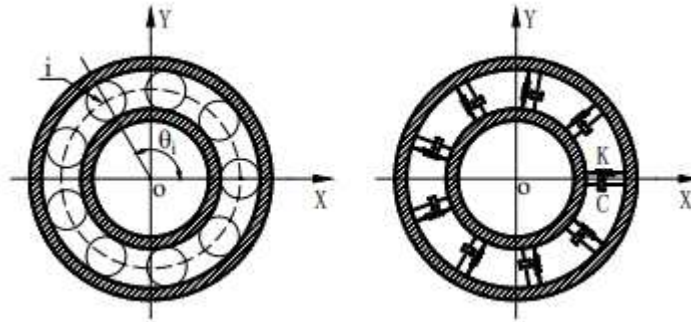
$$f_b = \frac{d_m}{D} \frac{n}{60} \left(1 - \left(\frac{D}{d_m} \cos \alpha \right)^2 \right) \quad (2.73)$$

Frequência fundamental da pista (FTF):

$$f_c = \frac{1}{2} \frac{n}{60} \left(1 - \frac{D}{d_m} \cos \alpha \right) \quad (2.74)$$

Para as cálculo da força de contato devido à existência de carga radial no rolamento, na qual haverá deformação de contato entre a esfera e as pistas interna e externa, o sistema assumirá um modelo mais simplificado podendo ser considerado como um par de sistema mola-amortecedor em série de acordo coma a figura 23.

Figura 23- Modelo simplificado de rolamento



Fonte: Adaptado de Cheng et al (2019).

Segundo Patil(2010), quando o rolamento está funcionando, as deflexões do rolamento nas direções dos eixos x e y são x e y , respectivamente, assumindo que a folga radial inicial é P_d , a profundidade do corpo rolante caindo no defeito é u , a velocidade angular do rotor do rolamento é ω_s , o ângulo de azimuth inicial da primeira esfera é θ_{o0} , a deflexão radial do contato entre o i - a esfera e a pista no ângulo é θ_i e δ_i , representadas respectivamente pelas equações (2.75) e (2.76) abaixo:

$$\delta_i = x \cos(\theta_i) + y \sin(\theta_i) - P_d - u \quad (2.75)$$

$$\theta_i = \omega_s t + \frac{2\pi(i-1)}{Z} + \theta_{o0} \quad (2.76)$$

Conforme Harris(2006), segundo a teoria de deformação de contato de Hertz, a carga de contato produzida pela i -ésima esfera e pela pista é representada pela equação (2.77) abaixo:

$$\begin{cases} F_i = K \delta_i^n & \delta_i > 0 \\ F_i = 0 & \delta_i \leq 0 \end{cases} \quad (2.77)$$

Onde δ_i . é a deflexão de contato radial, n é o expoente carga-deflexão, $n = 3/2$ para rolamento de esferas e $n = 10/9$ para rolamento de rolos. O fator carga-deflexão K como está representado pela equação (2.78) depende da geometria do contato.

$$K = \left[\frac{1}{\left(1/K_1\right)^{1/n} + \left(1/K_0\right)^{1/n}} \right] \quad (2.78)$$

Assumindo o material da pista e do rolamento serem de mesmo material, teremos o fator-deflexão conforme a equação (2.79) abaixo:

$$K_i = K_0 = \frac{2\sqrt{2E}}{3(1-\nu^2)} \times \sum \rho^{\frac{1}{2}} \times (\rho^*)^{-\frac{3}{2}} \quad (2.79)$$

Onde ν Razão de Poisson, E é o módulo de elasticidade, $\sum \rho$ é a soma da curvatura. Os F_{ix} e F_{iy} componentes da pressão de contato nas direções X e Y são respectivamente, demonstradas pela equação (2.80).

$$\begin{cases} F_{ix} = F_i \cos(\theta_i) \\ F_{iy} = F_i \sin(\theta_i) \end{cases} \quad (2.80)$$

A força total de rolamento produzida nas direções x e y é dada pela equação (2.81):

$$\begin{cases} F_x = \sum_{i=1}^Z K[x \cos(\theta_i) + y \sin(\theta_i) - P_d - u_i]^{3/2} \cos(\theta_i) \\ F_y = \sum_{i=1}^Z K[x \cos(\theta_i) + y \sin(\theta_i) - P_d - u_i]^{3/2} \sin(\theta_i) \end{cases} \quad (2.81)$$

2.10.2 Construção do modelo dinâmico de rolamento com defeito

Para a modelagem de defeito na pista externa se houver um defeito local no rolamento, a tensão de contato entre as superfícies de contato mudará abruptamente quando o defeito entrar em contato com o elemento de contato uma falha local produz um pulso com a mesma taxa de repetição que a frequência característica do rolamento: frequência de passagem da esfera na pista externa (BPFO), frequência de passagem da esfera na pista interna (BPFI) e duas vezes a frequência de rotação da esfera (2 *BSF).

Quando uma esfera passa sobre o defeito local, em comparação com o rolamento normal, a folga do rolamento aumentará rapidamente. Isso fará com que a carga de contato entre a esfera e as pistas internas/externas diminua repentinamente ou até seja descarregada. Neste ponto, o rolamento irá liberar uma certa quantidade de deformação u , e a deformação máxima é dada pela equação (2.82):

$$u_{max} = \frac{D}{2} - \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 - \left(\frac{w}{2}\right)^2} \quad (2.82)$$

Quando a profundidade d for menor que a deformação máxima, o rolamento liberará uma certa quantidade de deformação d . Quando a profundidade d é maior que a deformação máxima u_{max} , o rolamento liberará uma certa quantidade de deformação máxima u_{max} , de acordo com a equação (2.83).

$$\tilde{u} = \begin{cases} d & d < u_{max} \\ \frac{D}{2} - \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 - \left(\frac{w}{2}\right)^2} & d \geq u_{max} \end{cases} \quad (2.83)$$

A carga de contato total da esfera atuando na pista externa é dada pela equação (2.84):

$$\begin{cases} F_{box} = \sum_{i=1}^Z K[x \cos(\theta_i) + y \sin(\theta_i) - P_d - u_i]^{3/2} \cos(\theta_i) \\ F_{boy} = \sum_{i=1}^Z K[x \cos(\theta_i) + y \sin(\theta_i) - P_d - u_i]^{3/2} \sin(\theta_i) \end{cases} \quad (2.84)$$

Quando o rolamento está em funcionamento, a deformação do contato ocorre na área de carga devido à existência da carga radial. De acordo com a segunda lei de Newton, a equação de movimento para um sistema de dois graus de liberdade é representado pelas equações (2.85) e (2.86). :

$$m_0\ddot{x} + C_x\dot{x} + F_{box} = F_r \quad (2.85)$$

$$m_0\ddot{y} + C_y\dot{y} + F_{boy} = mg \quad (2.86)$$

Na qual para resolver essas equações diferenciais não-lineares de segunda ordem mas mesma são convertidas em equações diferenciais de primeira ordem através do método de variáveis de espaço de estados para obter a solução das equações como está descrito representado nas equações (2.87), (2.88) , (2.89) e (2.90).

$$p_1 = x, p_2 = \dot{x}, p_3 = y, p_4 = \dot{y} \quad (2.87)$$

$$\dot{p}_1 = \dot{x} = p_2, \dot{p}_2 = \ddot{x}, \dot{p}_3 = \dot{y} = p_4, \dot{p}_4 = \ddot{y} \quad (2.88)$$

Logo temos:

$$p = \begin{Bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x \\ x' \\ y \\ y' \end{Bmatrix} \quad (2.89)$$

$$p' = \begin{Bmatrix} p_1' \\ p_2' \\ p_3' \\ p_4' \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} p_2 \\ p_2' \\ p_4 \\ p_4' \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x' \\ x'' \\ y' \\ y'' \end{Bmatrix} \quad (2.90)$$

Para o cálculo analítico da frequência de rolamento na pista externa temos equação (2.91)

$$f_0 = \frac{Z}{2} \left(1 - \frac{D}{d_m} \cos \alpha \right) * f_s \quad (2.91)$$

Onde os valores de D que é o diâmetro da esfera, Z é número de esferas, d_m que é o diâmetro de passo, α que é o ângulo de contato e f_s que é a velocidade do rolamento.

3. METODOLOGIA:

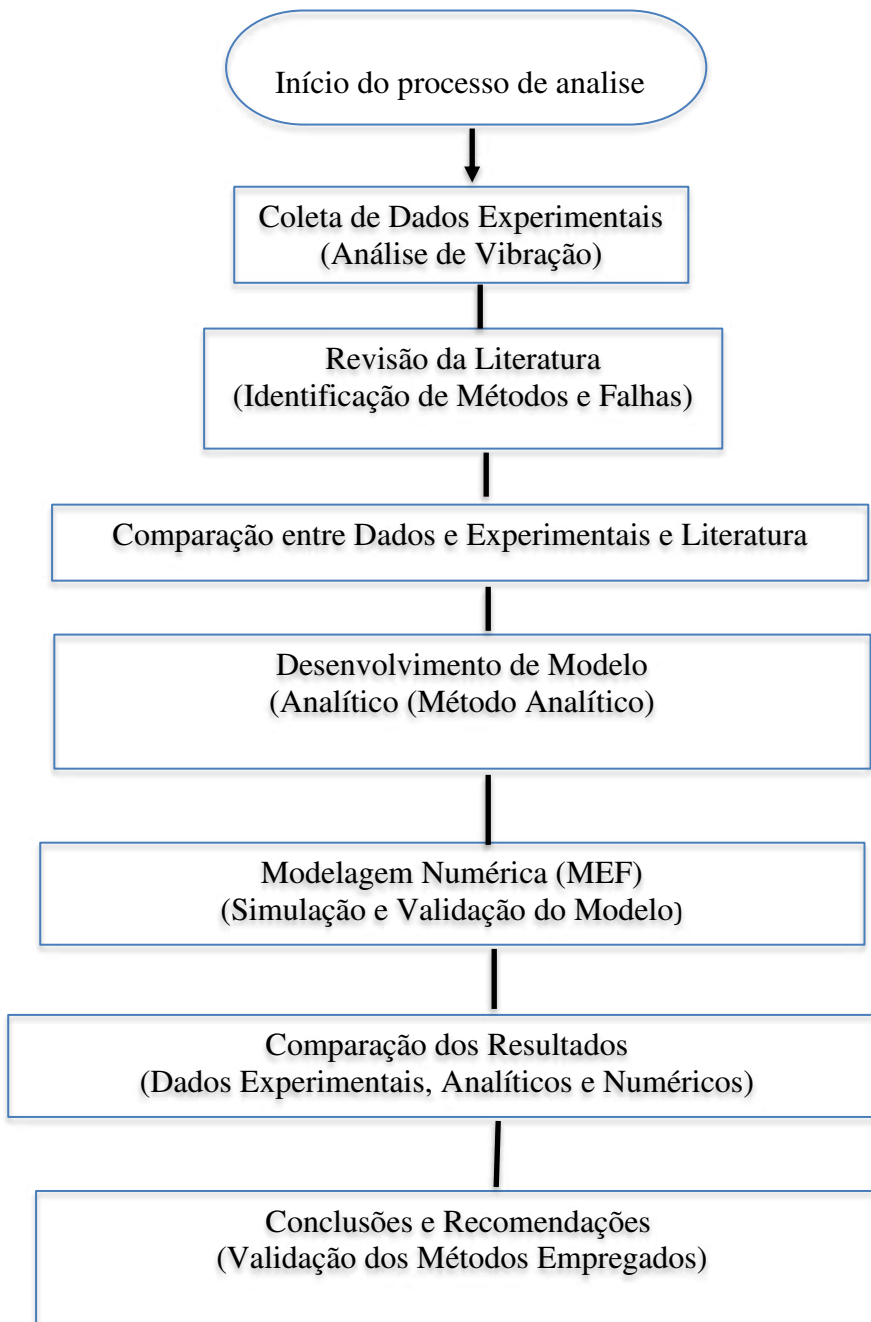
A metodologia empregada nesta dissertação foi baseada em estudos de caso de falhas localizada na pista externa e interna de mancais de rolamento modelo esferas e sua relação com o desempenho dinâmico para este tipo de mancal. Inicialmente foi descrito os materiais, equipamentos e métodos empregadas de falhas para este tipo de análise. Utilizou-se de estudos de casos de alguns referenciais teóricos afim de se obter informações e valida-las por meio, de uma análise numérica-analítica e modelagem computacional pelo método dos elementos finitos. Para isso foi feita a divisão da seguinte forma: primeira etapa: obtenção de dados experimentais extraídos de referenciais teóricos, segunda etapa: validação numérica/analítica e a terceira etapa: A modelagem computacional utilizando o método de elementos finitos.

As informações obtidas de alguns referenciais teóricos foram validadas por meio de cálculos analíticos que para isso se utilizou o programa SMath, e para a modelagem computacional pelo método dos elementos finitos, foi utilizado o programa ANSYS.

Foi aplicada uma análise para a um rolamento rígido de esferas 6205-2RS JEM SKF, a geometria do rolamento, a velocidade de movimento e o tamanho de cada defeito estão listados na Tabela 1.

Para os dados de entrada a fim de se validar a parte numérica/analítica na abordagem feita pelos referenciais teóricos foi usado os dados como os abordados na tabela 2 conforme citado por Cheng et al, 2019. Para o cálculo analítico acordo com a fórmula para calcular a frequência de rolamento na pista externa de acordo com a equação (2.91). O fluxograma da figura 24 abaixo mostra o procedimento metodológico abordado.

Figura 24- Fluxograma da Metodologia Empregada



Fonte: elaborado pelo autor (2024).

De acordo com o fluxograma:

- a) Início do Processo de Análise: Dá-se início ao processo de análise das falhas.
- b) Coleta dos Dados Experimentais: Dá-se a coleta dos dados de vibração em condições experimentais.

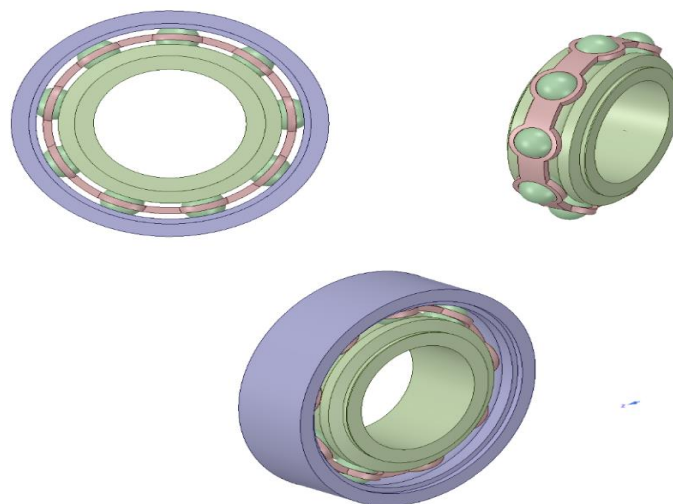
- c) Revisão da Literatura: Faz-se a busca na literatura sobre métodos e falhas já documentadas.
- d) Comparação: Efetua-se a comparação dos dados experimentais com os dados da literatura.
- e) Desenvolvimento de Modelo Analítico: Faz-se o desenvolvimento de um modelo analítico para simulação das condições de falha.
- f) Modelagem Numérica (MEF): Utiliza-se o Método dos Elementos Finitos para simular e validar o modelo.
- g) Comparação dos Resultados: Compara-se os resultados obtidos experimentalmente, analiticamente e numericamente.
- h) Conclusões e Recomendações: Faz-se as conclusões do trabalho com base na validação dos métodos e recomendações para futuras análises.

3.1 Construção do modelo do Rolamento sem defeito no Ansys

A geometria foi gerada conforme os modelos encontrados na referência do fabricante SKF, com as devidas simplificações de arestas e superfícies detalhadas conforme a figura 25 abaixo.

a. Rolamento em condições normais

Figura 25 - Modelo 3D do rolamento



Fonte: elaborado pelo autor (2024).

3.2 Modelagem de rolamento com defeito

Para a modelagem de defeito na pista externa se houver um defeito local no rolamento, a tensão de contato entre as superfícies de contato mudará abruptamente quando o defeito entrar em contato com o elemento de contato uma falha local produz um pulso com a mesma taxa de repetição que a frequência característica do rolamento: frequência de passagem da esfera na pista externa (BPFO), frequência de passagem da esfera na pista interna (BPFI) e duas vezes a frequência de rotação da esfera (2 *BSF).

Quando uma esfera passa sobre o defeito local, em comparação com o rolamento normal, a folga do rolamento aumentará rapidamente. Isso fará com que a carga de contato entre a esfera e as pistas internas/externas diminua repentinamente ou até seja descarregada. Neste ponto, o rolamento irá liberar uma certa quantidade de deformação u , e a deformação máxima é dada pela equação (3.1):

$$u_{max} = \frac{D}{2} - \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 - \left(\frac{w}{2}\right)^2} \quad (3.1)$$

Quando a profundidade d for menor que a deformação máxima, o rolamento liberará uma certa quantidade de deformação d . Quando a profundidade d é maior que a deformação máxima u_{max} , o rolamento liberará uma certa quantidade de deformação máxima u_{max} , de acordo com a equação (3.2).

$$\tilde{u} = \begin{cases} d & d < u_{max} \\ \frac{D}{2} - \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 - \left(\frac{w}{2}\right)^2} & d \geq u_{max} \end{cases} \quad (3.2)$$

A carga de contato total da esfera atuando na pista externa é dada pela equação (3.3):

$$\begin{cases} F_{box} = \sum_{i=1}^Z K[x \cos(\theta_i) + y \sin(\theta_i) - P_d - u_i]^{3/2} \cos(\theta_i) \\ F_{boy} = \sum_{i=1}^Z K[x \cos(\theta_i) + y \sin(\theta_i) - P_d - u_i]^{3/2} \sin(\theta_i) \end{cases} \quad (3.3)$$

Quando o rolamento está em funcionamento, a deformação do contato ocorre na área de carga devido à existência da carga radial. De acordo com a segunda lei de Newton, a equação de movimento para um sistema de dois graus de liberdade é representado pelas equações (3.4) e (3.5). :

$$m_0\ddot{x} + C_x\dot{x} + F_{box} = F_r \quad (3.4)$$

$$m_0\ddot{y} + C_y\dot{y} + F_{boy} = mg \quad (3.5)$$

Na qual para resolver essas equações diferenciais não-lineares de segunda ordem mas mesma são convertidas em equações diferenciais de primeira ordem através do método de variáveis de espaço de estados para obter a solução das equações como está descrito representado nas equações (3.6), (3.7) , (3.8) e (3.9).

$$p_1 = x, p_2 = \dot{x}, p_3 = y, p_4 = \dot{y} \quad (3.6)$$

$$\dot{p}_1 = \dot{x} = p_2, \dot{p}_2 = \ddot{x}, \dot{p}_3 = \dot{y} = p_4, \dot{p}_4 = \ddot{y} \quad (3.7)$$

Logo temos:

$$p = \begin{Bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x \\ \dot{x} \\ y \\ \dot{y} \end{Bmatrix} \quad (3.8)$$

$$p' = \begin{Bmatrix} p_1' \\ p_2' \\ p_3' \\ p_4' \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} p_2 \\ \ddot{x} \\ p_4 \\ \ddot{y} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \\ \dot{y} \\ \ddot{y} \end{Bmatrix} \quad (3.9)$$

As informações obtidas de alguns referenciais teóricos foram validadas por meio de cálculos analíticos que para isso se utilizou o programa SMath, e para a modelagem computacional pelo método dos elementos finitos, foi utilizado o programa ANSYS.

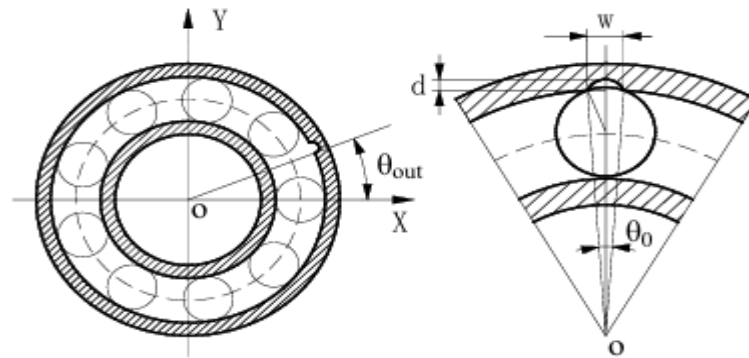
Foi aplicada uma análise para a um rolamento rígido de esferas 6205-2RS JEM SKF, a geometria do rolamento, a velocidade de movimento e o tamanho de cada defeito estão listados na Tabela 1 e o modelo com falhas na pista externa conforme ilustra a figura 26. Uma falha na pista externa em formato cilíndrica tendo o diâmetro da falha medida de 0,1778 mm e profundidade da falha de 0,2794 mm.

Para os dados de entrada a fim de se validar a parte numérica/analítica na abordagem feita pelos referenciais teóricos foi usado os dados como os abordados na tabela 1 conforme citado por Cheng et al, 2019. Para o cálculo analítico acordo com a fórmula para calcular a frequência de rolamento na pista externa de acordo com a equação (3.10) abaixo:

$$f_0 = \frac{Z}{2} \left(1 - \frac{D}{d_m} \cos \alpha \right) * f_s \quad (3.10)$$

Onde os valores de D que é o diâmetro da esfera, Z é número de esferas, d_m que é o diâmetro de passo, α que é o ângulo de contato e f_s que é a velocidade do rolamento são obtidos da tabela 1.

Figura 26 – Modelo simplificado da falha na pista externa no rolamento



Fonte: Adaptado de Cheng et al (2019).

3.3 Construção do modelo do Rolamento com defeito no Ansys

Tomando com base a falha na pista externa do referencial teórico com as mesmas especificações, ou seja uma falha de forma cilíndrica na pista externa, foi feita a simulação do rolamento com defeito na pista externa por elemento finitos no Ansys conforme ilustra a figura 27, temos o modelo da falha no rolamento.

Figura 27 - Modelo da falha no rolamento

Fonte: elaborado pelo autor (2024).

3.4 Materiais usados para a construção do modelo do Rolamento sem defeito e com defeito no Ansys

Foram utilizados os modelos de material de aço genérico para o trilho e aço SAE 52100 para os demais componentes (pista externa, pista interna e esferas). Abaixo, as propriedades mecânicas destes materiais no Ansys como mostra as figuras 28 e figura 29:

Figura 28 - Propriedades do aço genérico.

Propriedades da linha de contorno 4: Aço Estrutural			
	A	B	C
1	Propriedade	Valor	Unidade
2	Densidade	7850	kg^{-3}
3	Coefficiente secante isotrópico de Expansão Térmica		
4	Elasticidade isotrópica		
5	Derivar de	Módulo de Young e Poisson	
6	Módulo de Young	2E+11	Pa
7	Número de Poisson	0,3	
8	Módulo de volume	1,6667 e+11	Pa
9	Módulo de cisalhamento	7,6923 e+10	Pa
11	Tensão Alternada Tensão Média	Tabular	
12	Parâmetros de vida útil		

13	Resistência à Tração	2,5 e+08	Pa
14	Resistência à Compressão	2,5 e+08	Pa
15	Resistência Máxima à Tração	4,6 e+08	Pa
16	Resistência Máxima à Compressão	0	Pa
17	Condutividade Térmica Isotrópica	60,5	$Wm^{-1}C^{-1}$
18	Calor específico	434	$Jkg^{-1}C^{-1}$
19	Permeabilidade Relativa isotrópica	1000	
20	Resistividade isotrópica	1,7 e-07	Ohm m

Fonte: elaborado pelo autor (2024).

Figura 29 - Propriedades do aço SAE 52100.

Propriedades da linha de contorno 3: AISI 52100			
	A	B	C
1	Propriedade	Valor	Unidade
2	Densidade	7810	kg^{-3}
4	Elasticidade isotrópica		
5	Derivar de	Módulo de Young e Poisson	
6	Módulo de Young	2,1e+11	Pa
7	Número de Poisson	0,3	
8	Módulo de volume	1,75e+11	Pa
9	Módulo de cisalhamento	8,0769e+10	Pa

Fonte: elaborado pelo autor (2024).

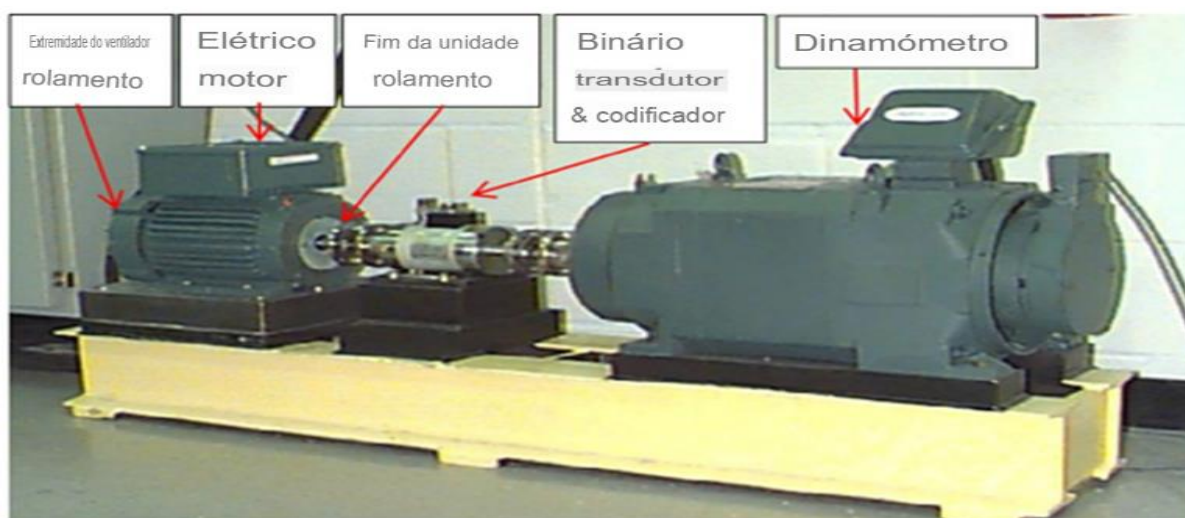
Afim de validar o modelo estudado foram utilizadas as seguintes etapas descritas abaixo.

3.5 Primeira Etapa: Obtenção de dados experimentais extraídos de referências Teóricas

Segundo Cheng et al, 2019, no artigo intitulado: Research on ball bearing model based on local defects. Uma das formas de se avaliar defeitos na pista externa e interna de rolamentos do tipo esfera, é que a força de contato e a deformação de contato entre a esfera e as pistas interna e externa devem satisfazer a teoria de contato de Hertz. A vibração de falha ocorrerá quando o rolamento for danificado localmente. Os pesquisadores geralmente usam sequência de pulso para simular a vibração onde ocorre a falha.

Os autores do referido artigo utilizaram os seguintes materiais e equipamentos para fazer tal avaliação: um motor elétrico força de 2 cavalos (1 HP = 735 W) acionando um eixo montado com um transdutor de torque e codificador, e o torque aplicado ao eixo obtido por um dinamômetro e sistema de controle eletrônico (não mostrado), o valor da aceleração foi medido ao longo da direção vertical no alojamento do rolamento da extremidade do ventilador e do rolamento da extremidade do acionamento (rolamentos rígidos de esferas SKF: 6205-2RS JEM e 6203-2RS JEM). Os diâmetros de falhas de ponto único de 7 mils, 14 mils, 21 mils, 28 mils e 40 mils foram obtidos nos rolamentos usando usinagem por eletrodescarga (EDM) na pista interna, elemento rolante e pista externa, respectivamente. Para saber a profundidade da falha, consulte as especificações da falha. Ao testar, o motor funcionando a uma velocidade constante de 0–3 cavalos de potência (velocidades aproximadas do motor de 1797–1720 rpm). Na figura 30, abaixo, temos os equipamentos usados na análise.

Figura 30- Equipamento de teste do rolamento



Fonte: Adaptado de Cheng et al (2019).

Para o método utilizado pelos autores do artigo acima: A validade do modelo é verificada comparando as características no domínio do tempo e no domínio da frequência dos sinais de vibração simulados com os sinais de vibração experimentais. Levando em consideração que o rolamento do elemento rolante é composto por pista interna, pista externa, corpo rolante e gaiola, e assumindo que a pista externa do rolamento é fixada em um suporte rígido e a pista interna gira com o eixo rotativo. Devido à existência de carga radial no rolamento, haverá deformação de contato entre a esfera e as pistas interna/externa, podendo ser considerado como um par de sistema mola-amortecedor em série. Além de usar o método RKF (Runge – Kutta –

Fehlberg) com tamanho de passo variável usado para resolver a integração numérica de equações diferenciais, para obter da resposta dinâmica do sistema, use-o para estudar a regularidade da vibração dos rolamentos com defeitos locais.

Para os dados de entrada afim de se validar a parte numérica/analítica na abordagem feita pelo referencial teórico usamos os dados como os abordados na tabela 1 conforme citado por Cheng et al, 2019.

Tabela 1: Propriedades geométricas e físicas utilizadas para os rolamentos de elementos rolantes.

Diâmetro da pista interna	25 mm
Diâmetro da pista externa	52 mm
Diâmetro do passo	39.0398 mm
Diâmetro da esfera	7.94004 mm
Número de esferas	9
Ângulo de contato	0°
Massa do rolamento	0.13 kg
Fator de amortecimento	200 N s/m
Velocidade do rolamento	1797 r/min
Frequência de amostragem	12 kHz
Fator carga-deflexão	$1.5779 * (10^{10.5}) N/m^{3/2}$
Diâmetro da falha	0.1778 mm
Profundidade da falha	0.2794 mm

Fonte: Adaptado de Cheng et al (2019).

3.6 Segunda Etapa: Validação Analítica

A partir do modelo rolamentos rígidos de esferas SKF: 6205-2RS JEM, utilizando para a simulação o modelo 6205 2RS e de tendo os dados de entrada do modelo SKF 6205-2RS que possui as mesmas características do modelo 6505 2RS, foi iniciado pela geometria do mancal para esse modelo, o mesmo tendo o diâmetro da pista interna de $d_i = 25mm$, diâmetro da pista externa $d_o = 52mm$ diâmetro de passo $d_m = 39,0098mm$, diâmetro da esfera $D = 7,94004mm$, tendo um total de esfera igual a nove. Ainda possuindo o ângulo de contato 0° grau, ainda assumindo uma velocidade do rolamento como sendo $\omega_r = 1797 r/min$, frequência de 12hz, carga-deflexão de $1.5779 * (10^{10.5}) N/m^{3/2}$, diâmetro de falha de 0.1778 mm e a Profundidade da falha sendo 0.2794 mm.

3.7 Terceira Etapa: Modelagem computacional

Para a modelagem computacional, foi considerado o modelo de rolamento de esferas 6205 2RS que é o modelo semelhante ao do referencial estudado. Levando em consideração a teoria de contato de Hertz, na qual na modelagem foram analisadas as deformações, tensões de von Mises, tensões nos contatos e frequências dos 6 primeiros modos de vibrar do rolamento. Na qual foi utilizado na simulação computacional o software de elementos finitos Ansys.

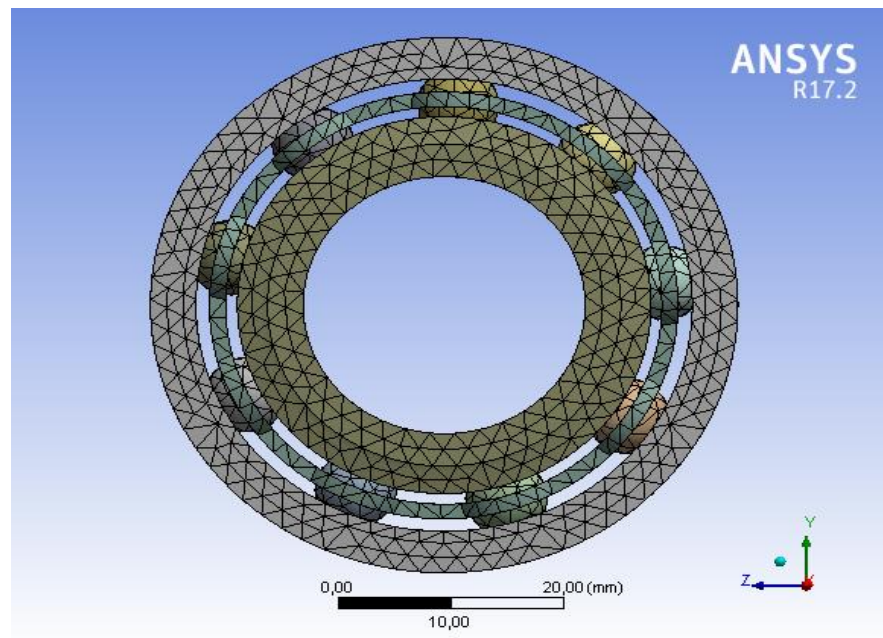
4. RESULTADOS E ANÁLISES

4.1 ANÁLISES POR ELEMENTOS FINITOS

4.1.1 Construção da malha sem falhas

Rolamento sem falhas: a malha foi gerada com 13802 elementos e os critérios de qualidade de malha são demonstrados conforme abaixo na figura 31 e na tabela 2:

Figura 31 - Malha do rolamento normal



Fonte: elaborado pelo autor (2024).

Tabela 2- Critérios de qualidade para a malha de rolamento sem falhas.

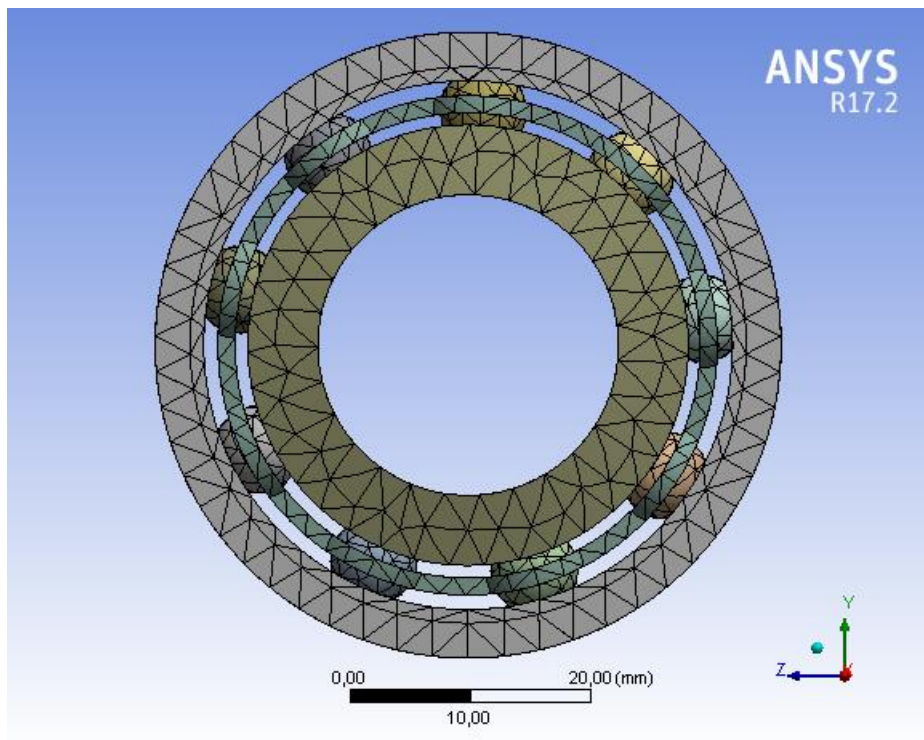
Critério	Critério	Média	Desvio padrão
Qualidade do elemento	Acima de 0,70	0,73	0,19
Razão de aspecto	Abaixo de 5,00	2,63	2,37
Jacobiano	Abaixo de 10	0,89	7,54
<i>Skewness</i>	Abaixo de 0,50	0,36	0,22
Qualidade ortogonal	Acima de 0,70	0,78	0,18

Fonte: elaborado pelo autor (2024).

4.1.2 Construção da malha com falha

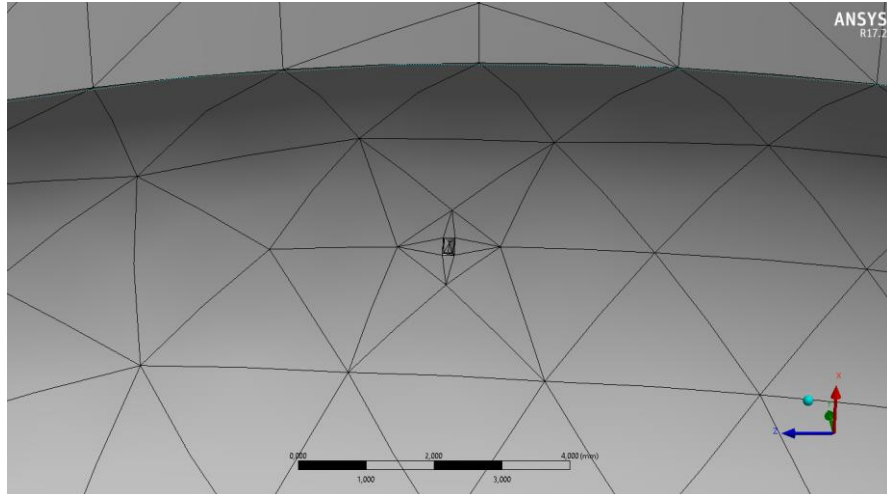
Rolamento com falhas: a malha gerada com 9134 elementos e os critérios de qualidade de malha são demonstrados conforme abaixo nas figuras 32 e 33 e na tabela 3:

Figura 32 - Malha do rolamento com defeito



Fonte: elaborado pelo autor (2024).

Figura 33 - Detalhe do defeito adicionado na pista externa



Fonte: elaborado pelo autor (2024).

Tabela 3 - Critérios de qualidade para a malha de rolamento com falhas

Critério	Critério	Média	Desvio padrão
Qualidade do elemento	Acima de 0,70	0,73	0,17
Razão de aspecto	Abaixo de 5,00	2,26	1,61
Jacobiano	Abaixo de 10	1,44	12,99
<i>Skewness</i>	Abaixo de 0,50	0,36	0,21
Qualidade ortogonal	Acima de 0,70	0,77	0,14

Fonte: elaborado pelo autor (2024).

4.1.3 Condições de contorno

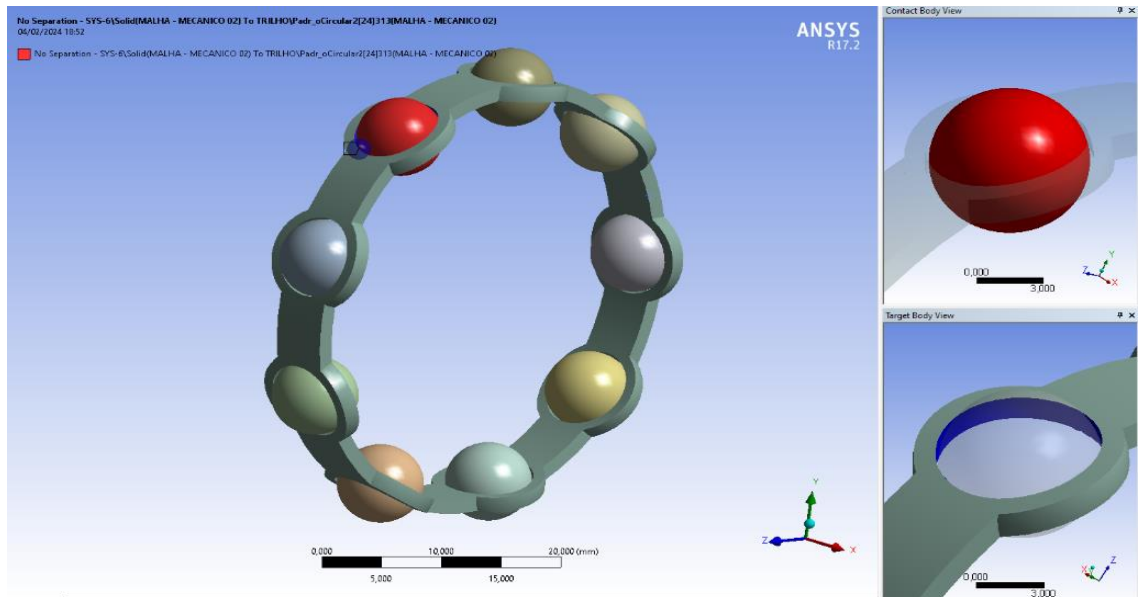
Casos de rolamento com e sem falhas para ambos os casos foram utilizadas as mesmas condições de contorno, a fim de manter a comparabilidade dos resultados.

4.1.3.1 Contatos

Para o contato das esferas com o trilho interno conforme figura 34, foi utilizada a formulação de contato sem atrito, a fim de garantir o deslizamento dos componentes e o movimento das esferas nos espaços do trilho.

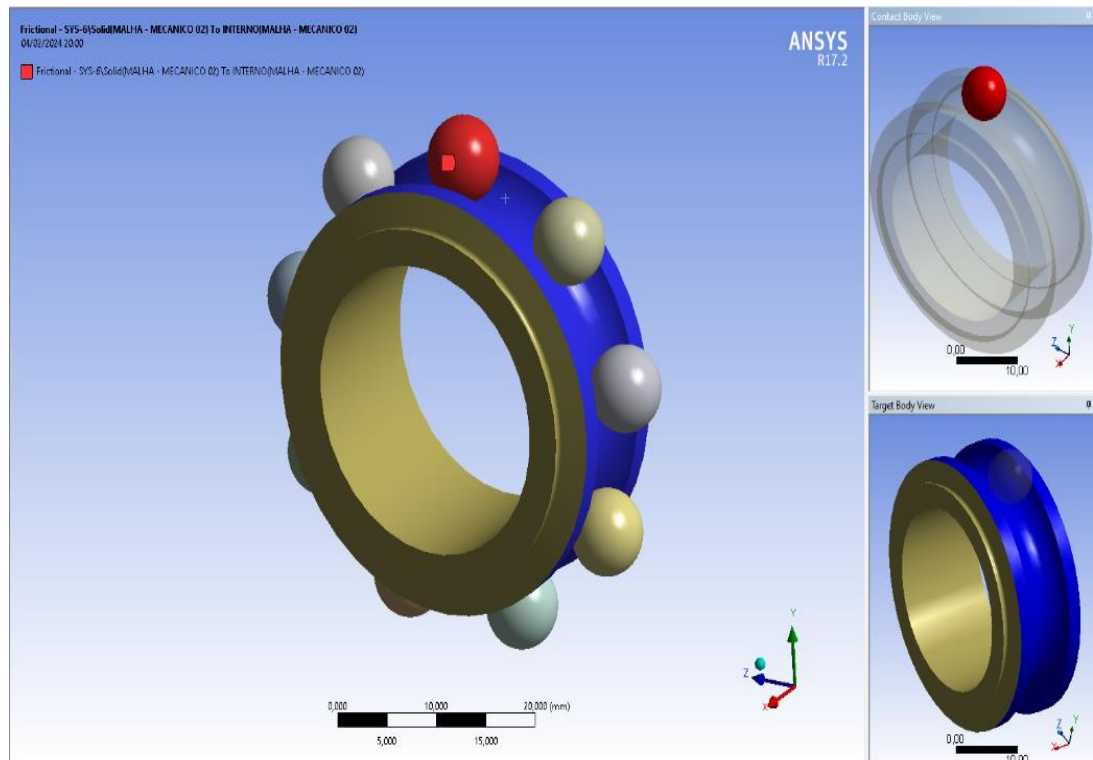
Para o contato das esferas com as pistas externa e interna conforme figuras 34 e 35, foi utilizada a formulação de contato com atrito, com fator 0,15 aplicado. Como apresentado na figura 36. Esta formulação garante o contato com atrito relativo entre os componentes.

Figura 34 - Contato esfera - trilho



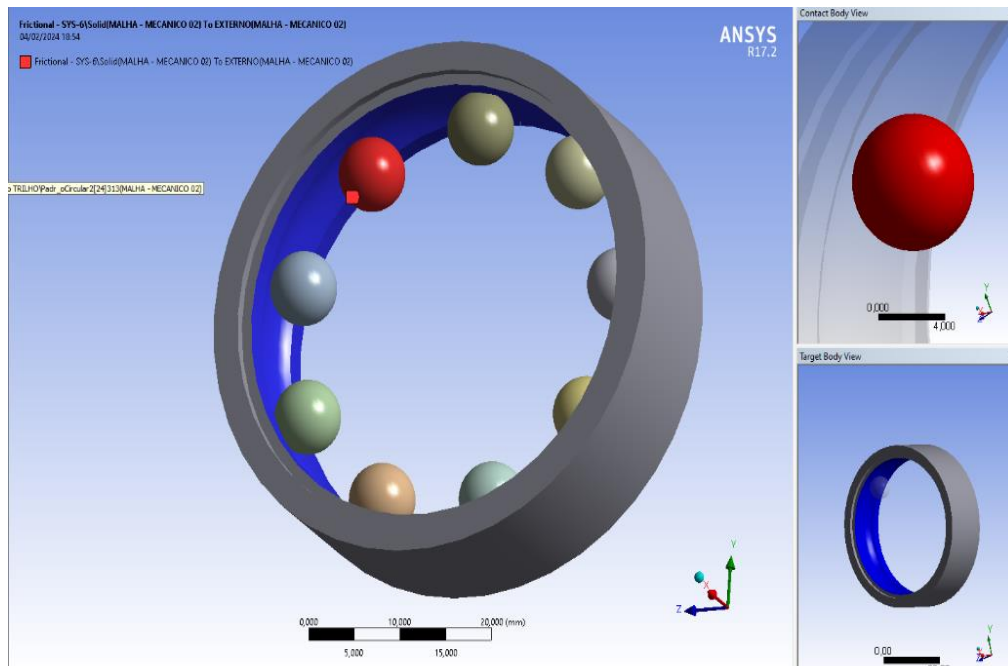
Fonte: elaborado pelo autor (2024).

Figura 35 - Contato esfera - pista interna



Fonte: elaborado pelo autor (2024).

Figura 36 - Contato esfera - pista externa



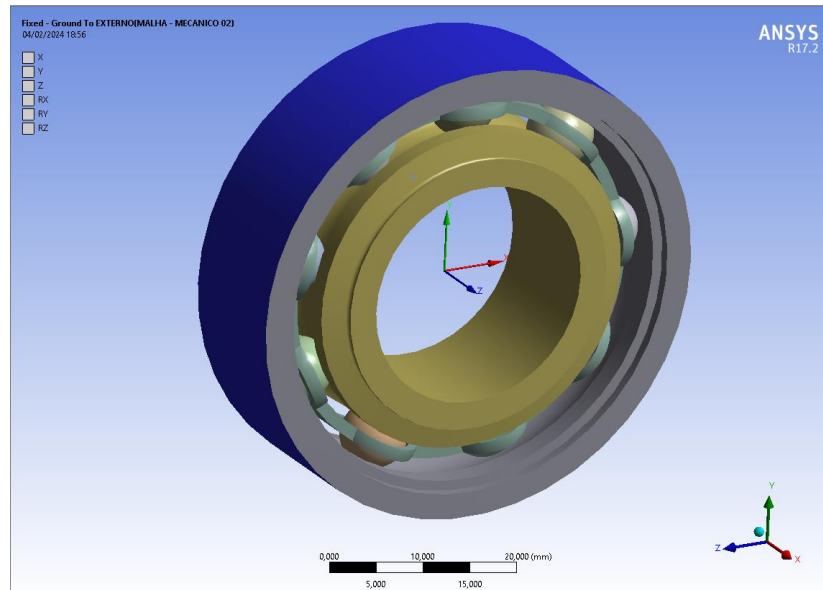
Fonte: elaborado pelo autor (2024).

4.1.3.2 Juntas

As juntas foram modeladas em juntas de revolução, junta genérica e junta fixa. A junta fixa foi aplicada à pista externa como mostrado na figura 37. Já as juntas de revolução foram aplicadas à pista interna e ao trilho. A junta genérica como mostra a figura 38, foi aplicada às esferas a fim de definir os graus de liberdade fixos e livres do modelo.

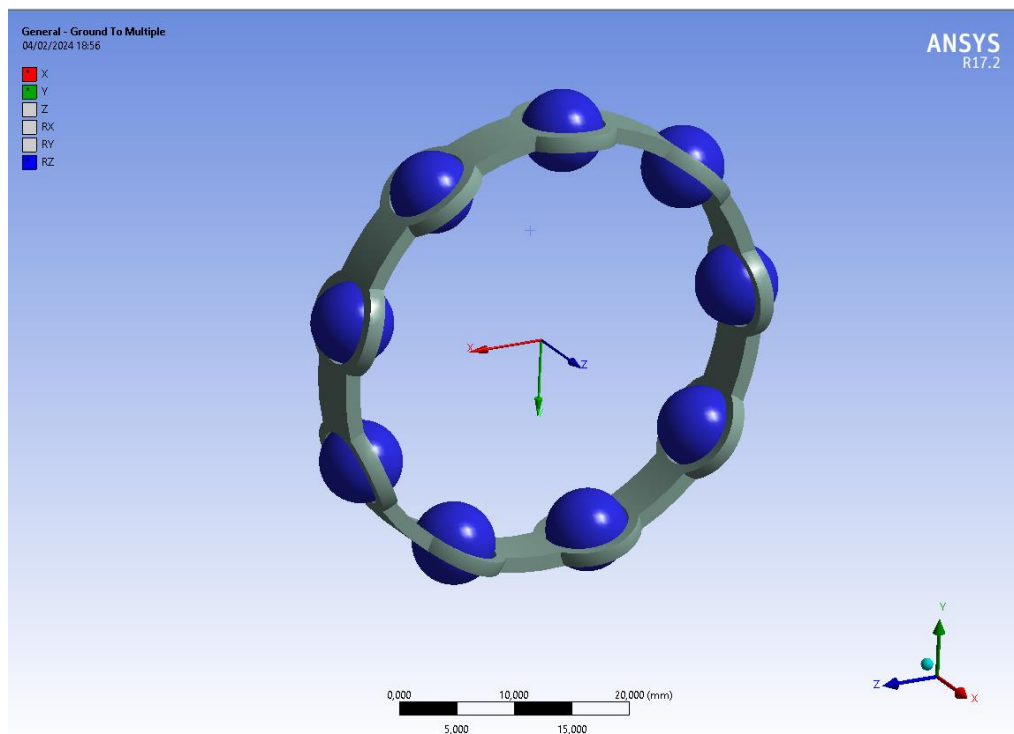
Na etapa de configuração do solver, as condições de giro foram impostas às juntas de revolução e junta genérica, a fim de gerar o movimento do rolamento para simulação com demonstrado nas figuras 39 e 40.

Figura 37 - Junta fixa



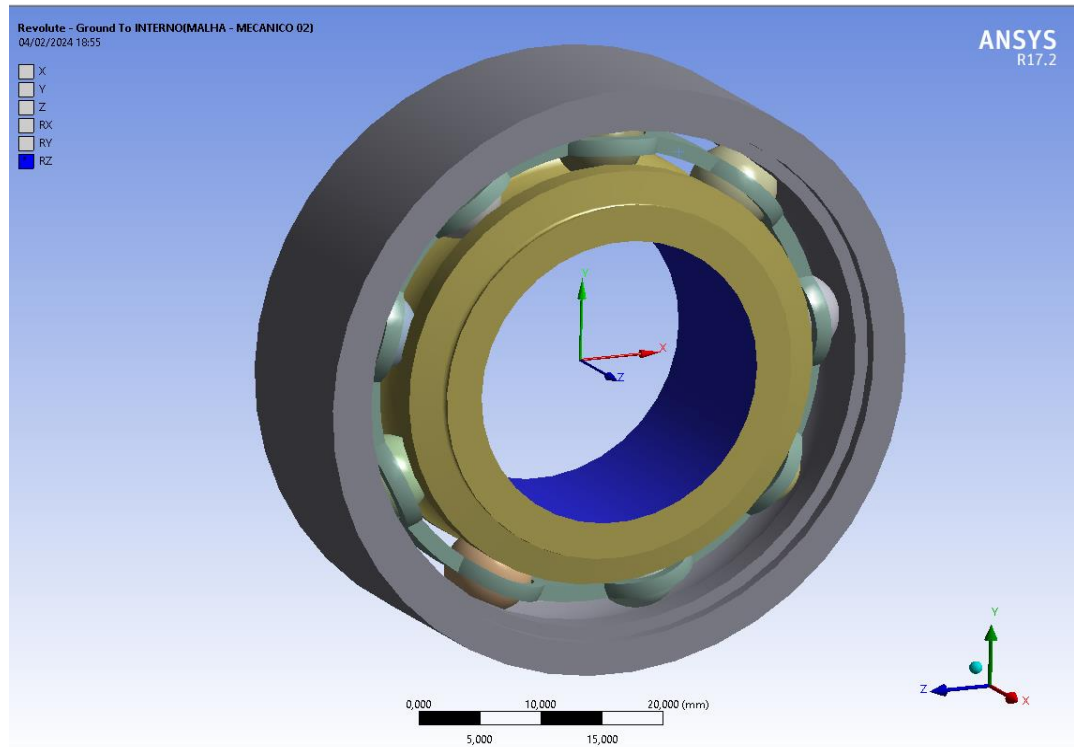
Fonte: elaborado pelo autor (2024).

Figura 38- Junta genérica



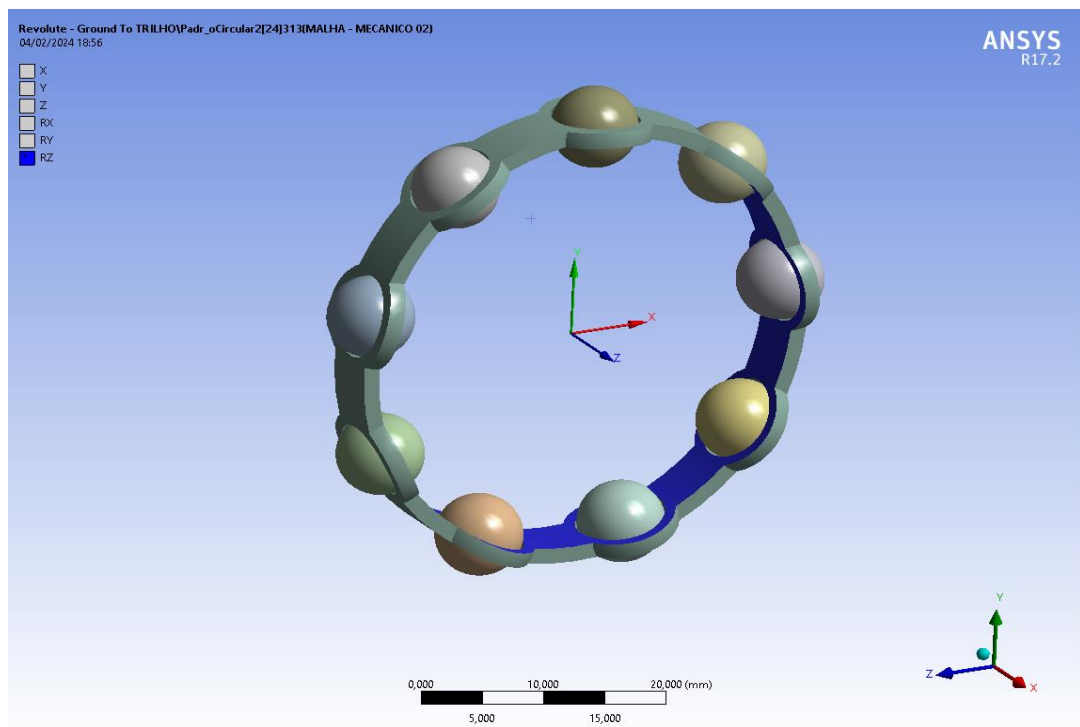
Fonte: elaborado pelo autor (2024).

Figura 39 - Junta de revolução - pista interna



Fonte: elaborado pelo autor (2024).

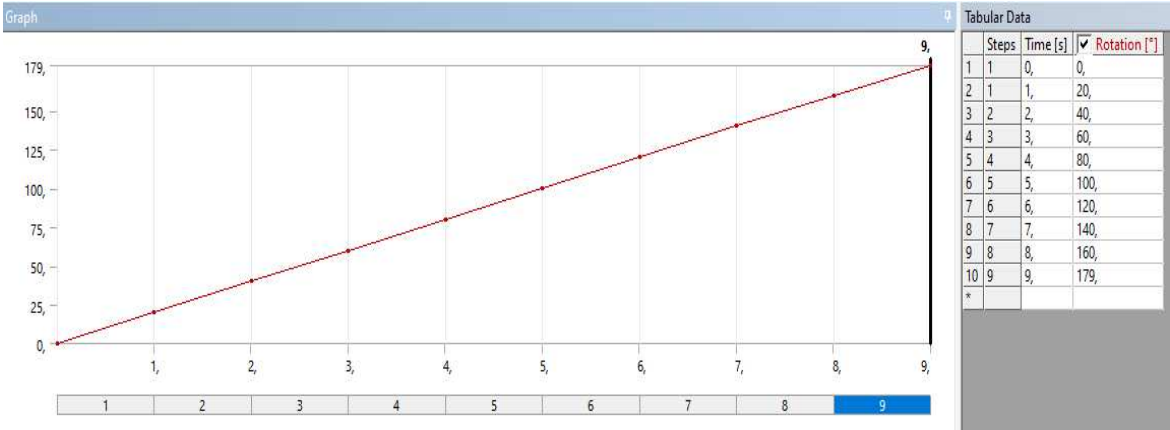
Figura 40 - Junta de revolução - trilho



Fonte: elaborado pelo autor (2024).

Abaixo na figura 41, temos a representação gráfica juntamente com tabela da descrição do movimento de revolução aplicado às juntas:

Figura 41 - Gráfico de revolução

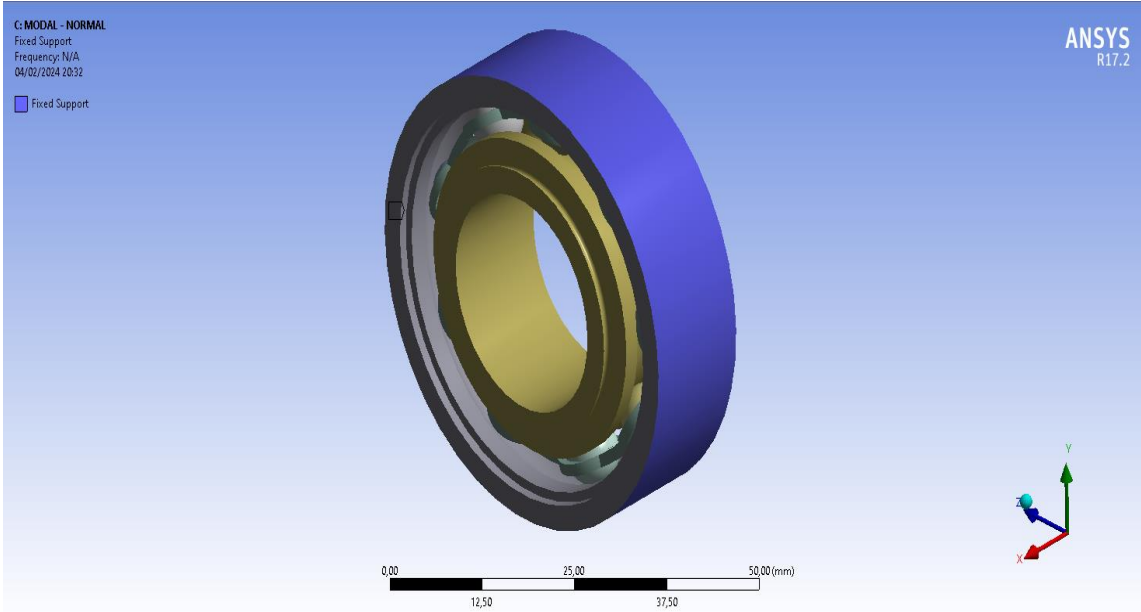


Fonte: elaborado pelo autor (2024).

4.1.3.3 Apoios

Foi utilizado apoio fixo apenas na análise modal do problema como pede-se observar na figura 42.

Figura 42 - Suporte fixo - análise modal

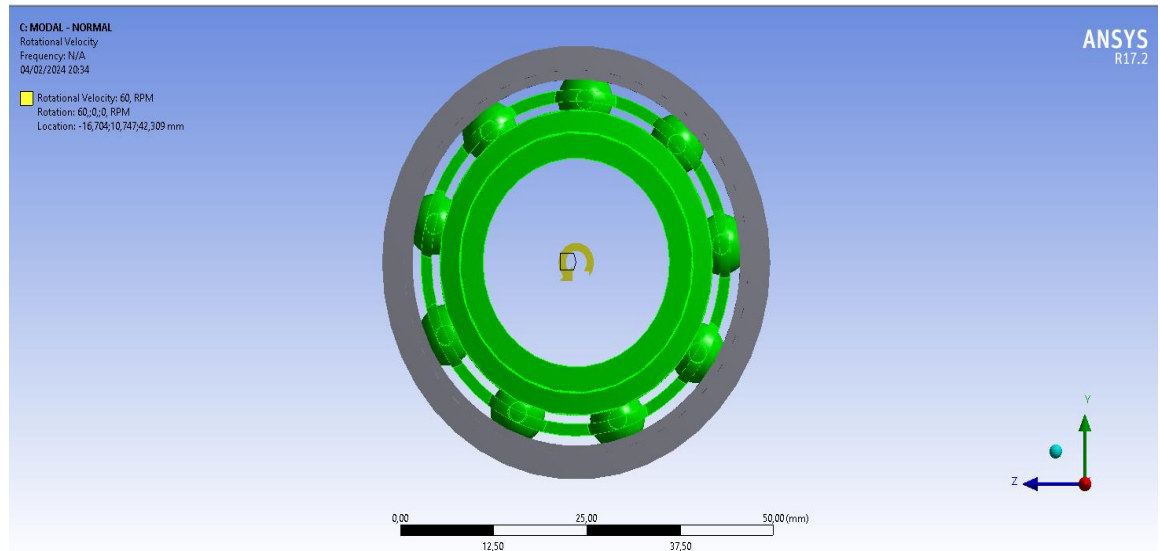


Fonte: elaborado pelo autor (2024).

4.1.3.4 Rotação

Foi aplicada rotação de 60 rpm aos componentes móveis do rolamento apenas na análise modal, como ilustra a figura 43.

Figura 43 - Rotação – 60rpm



Fonte: elaborado pelo autor (2024).

4.2 CÁLCULOS ANALÍTICOS

Tendo os dados de entrada para o modelo do rolamento rígido de esferas 6502 2RS, os cálculos analíticos foram realizados no software SMATH studio, cujos os resultados encontram-se no Apêndice B. Foi iniciado pela geometria do mancal para esse modelo, o mesmo tendo o diâmetro da pista interna de $d_i = 25mm$, diâmetro da pista externa $d_o = 52mm$ diâmetro de passo $d_m = 39,0098mm$, diâmetro da esfera $D = 7,94004mm$, tendo um total de esfera igual a nove. Ainda possuindo o ângulo de contato 0° grau, ainda assumindo uma velocidade do rolamento como sendo $\omega_r = 1797 \text{ r/min}$, frequência de 12hz, carga-deflexão de $1.5779 * (10^{10.5}) \text{ N/m}^{3/2}$, diâmetro de falha de 0.1778 mm e a Profundidade da falha sendo 0.2794 mm.

4.3. RESULTADOS POR ELEMENTOS FINITOS

4.3.1. Resultados de análise

4.3.1.1 Parâmetros do solver – análise estática

O solver foi configurado de forma idêntica para os casos de rolamento sem e com falhas, considerando a análise estática com diferentes casos de rotação. Foram utilizados 9 passos de cálculo como demonstra a figura 44, cada um associado a uma rotação de 20°, totalizando 9 segundos de resultados. Os passos de tempo foram limitados de 1e-003s a 0,2s.

Figura 44 - Parâmetros utilizados no solver estático

Controles Por Etapas	
Número De Passos	9
Número Do Passo Atual	1
Tempo Final da Etapa	1, s
Auto passagem do Tempo	Em
Definido Por	Tempo
Passo De Tempo Inicial	0,1 s
Passo De Tempo Mínimo	1,e - 003 s
Intervalo De Tempo Máximo	0,2 s

Fonte: elaborado pelo autor (2024).

4.3.1.2 Parâmetros do solver – análise modal

O solver foi configurado de forma idêntica para os casos de rolamento sem e com falhas, considerando a análise estática com diferentes casos de rotação.

Foi utilizada a formulação completamente amortecida (full damped), conforme figura 45, para se obter uma melhor precisão dos resultados.

Figura 45 - Parâmetros do solver modal.

Opções	
Modos máximos para encontrar	6
Limitar a busca de faixa	Não
Controle do solucionador	
Amortecido	Sim
Tipo de solução	Completamente Amortecido

Fonte: elaborado pelo autor (2024).

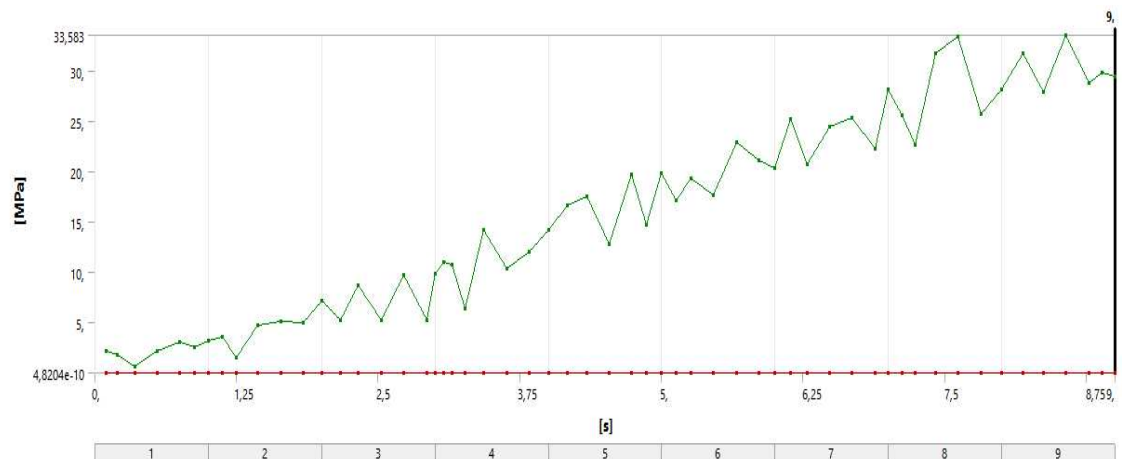
4.3.1.3 Convergência

A convergência foi acompanhada ao longo dos cálculos, com os valores de forças e deslocamentos convergindo após atingirem os critérios. A convergência para o primeiro e o último substep da análise do rolamento sem falha. No primeiro substep a convergência completa aconteceu na quarta interação. Já para o último substep a convergência completa se deu após a terceira interação. Para o modelo com falhas o primeiro substep a convergência completa aconteceu na quarta interação. Para o último substep do modelo com falha a convergência completa se deu após a quarta interação.

4.3.1.4 Tensão

O histórico de tensões geradas no rolamento **sem defeitos** segue conforme está representado na figura 46, onde é apresentado as faixas de defeito e na tabela C1 do Apêndice C, abaixo:

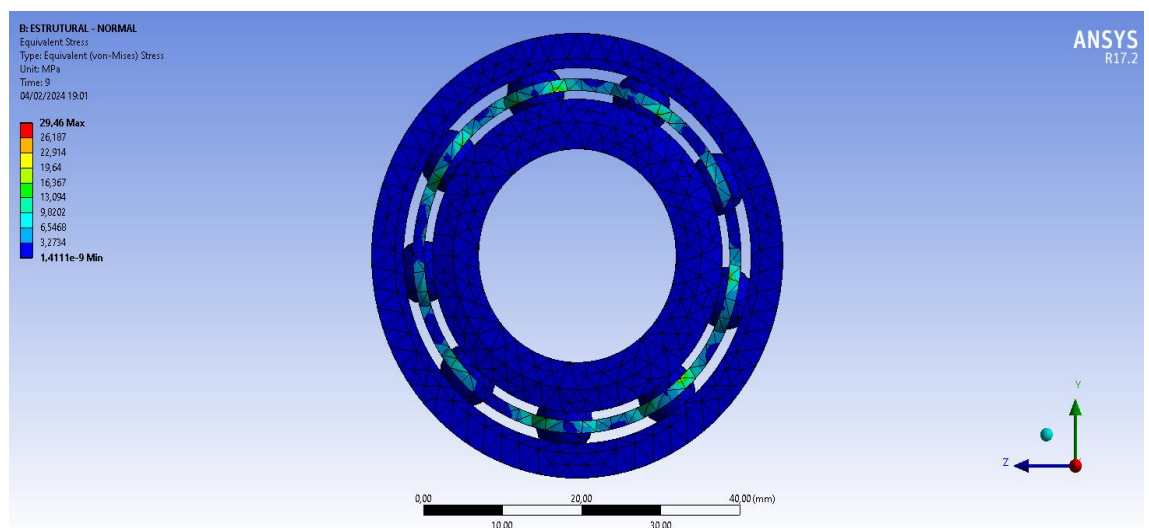
Figura 46- gráfico com histórico de tensões sem defeito.



Fonte: elaborado pelo autor (2024).

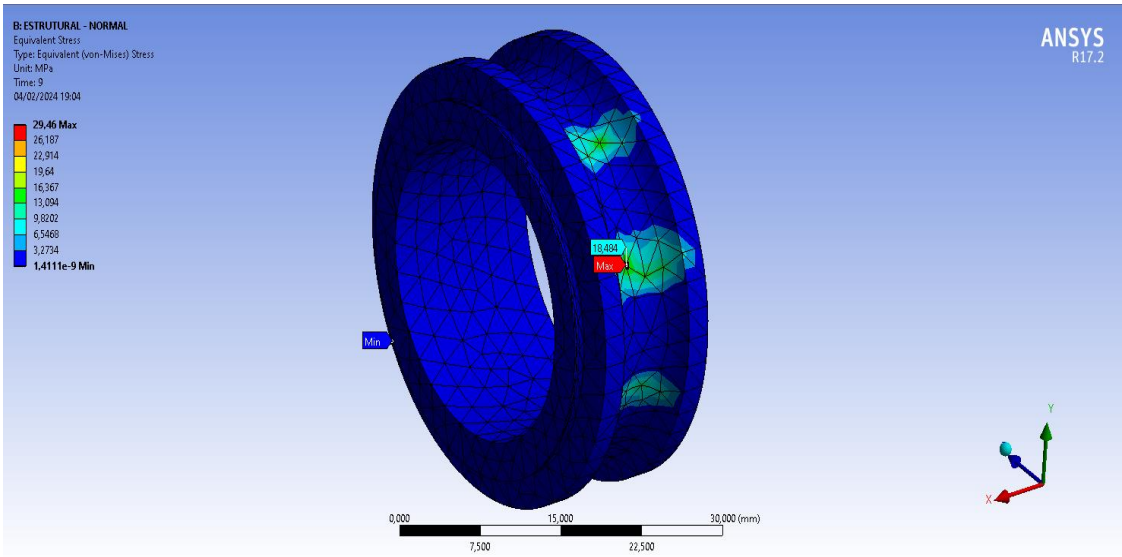
A tensão máxima calculada foi de 29,46 MPa do rolamento sem feito, ficando abaixo dos limites de escoamento do aço comum que é (250 MPa) e do aço SAE 52100 que é (360MPa). Nas figuras 47 a 50 a seguir temos a representação das distribuições de tensão

Figura 47 - Tensões gerais no modelo.



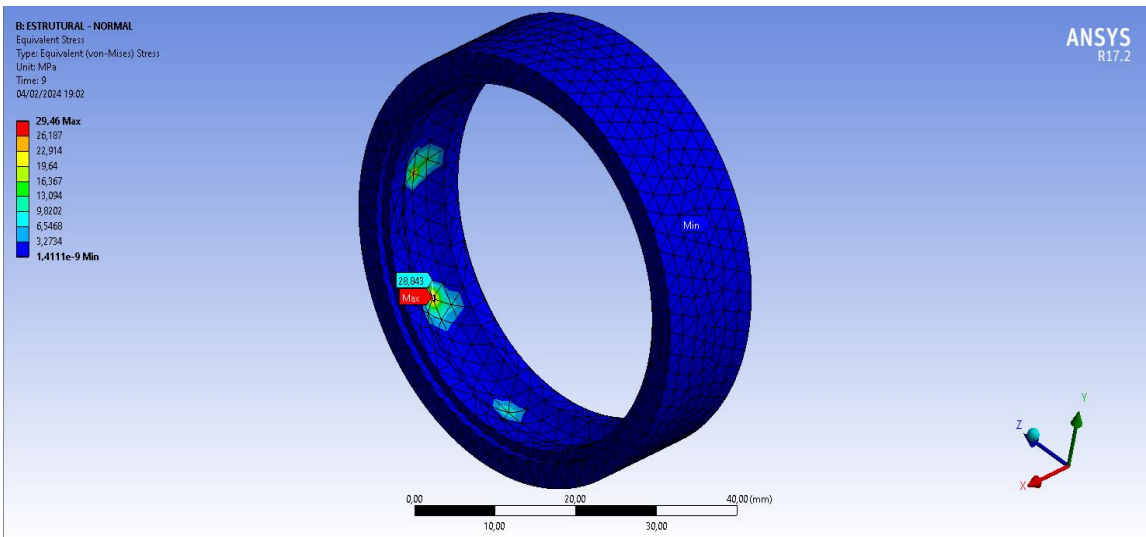
Fonte: elaborado pelo autor (2024).

Figura 48 - Tensões na pista interna



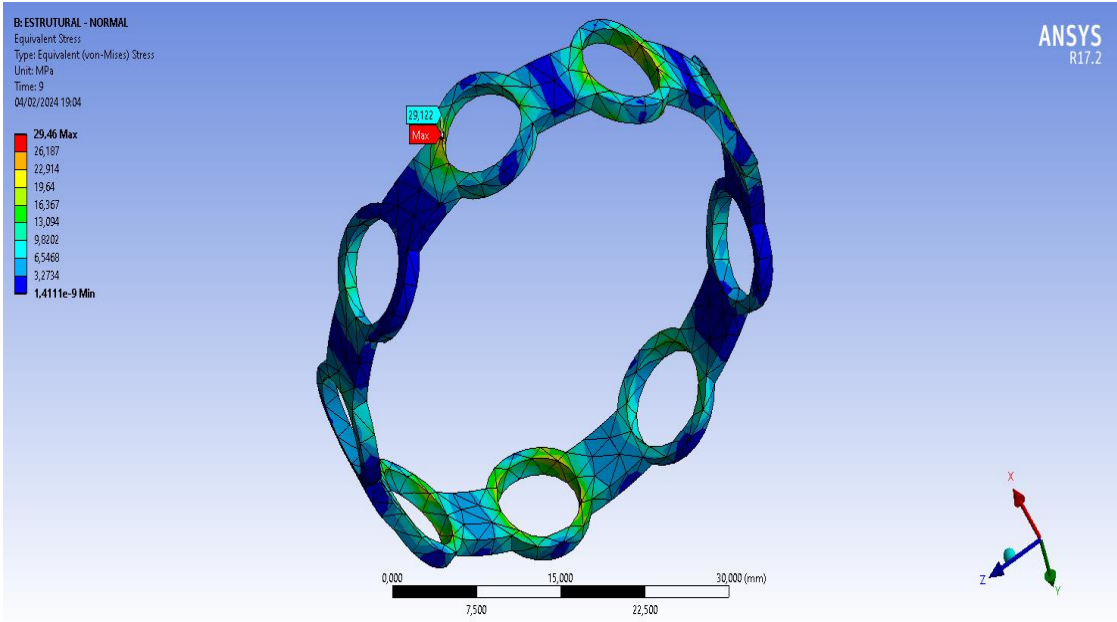
Fonte: elaborado pelo autor (2024).

Figura 49 - Tensões na pista externa



Fonte: elaborado pelo autor (2024).

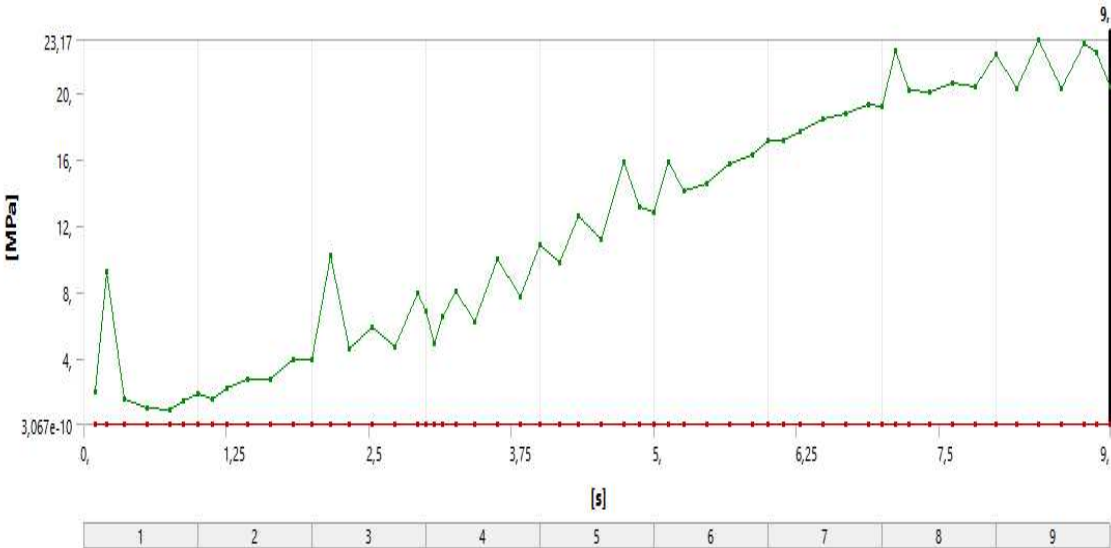
Figura 50 - Tensões no trilho



Fonte: elaborado pelo autor (2024).

O histórico de tensões geradas no rolamento **com defeitos** segue conforme está representado na figura 51 com as respectivas faixas de defeito da tensão do modelo com defeito e na tabela C2 do apêndice C.

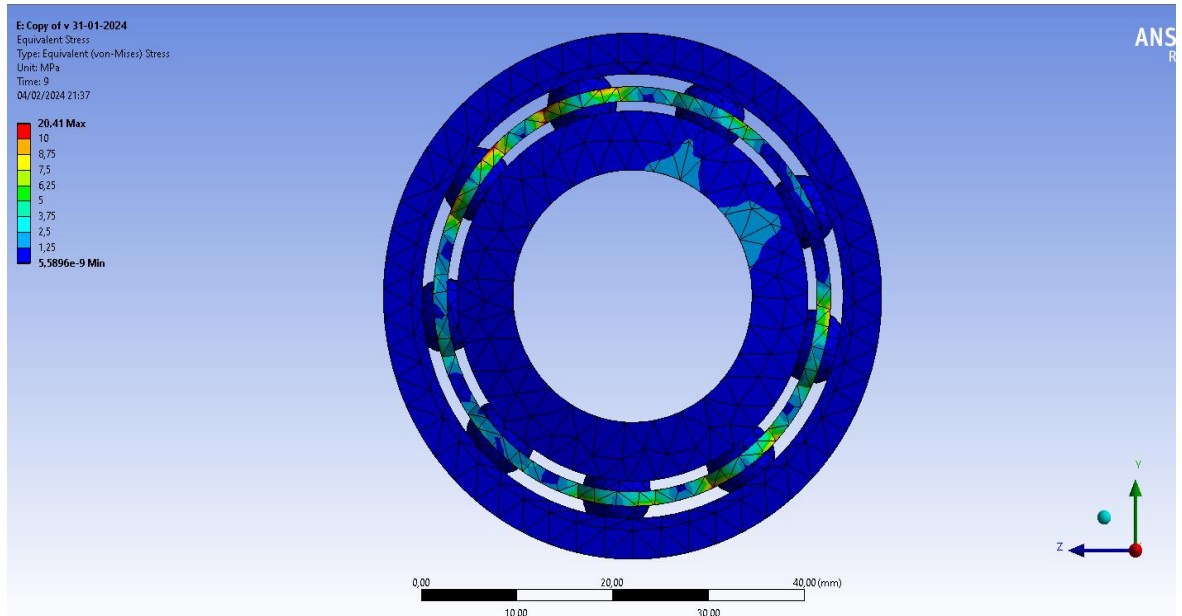
Figura 51- gráfico com histórico de tensões com defeito.



Fonte: elaborado pelo autor (2024).

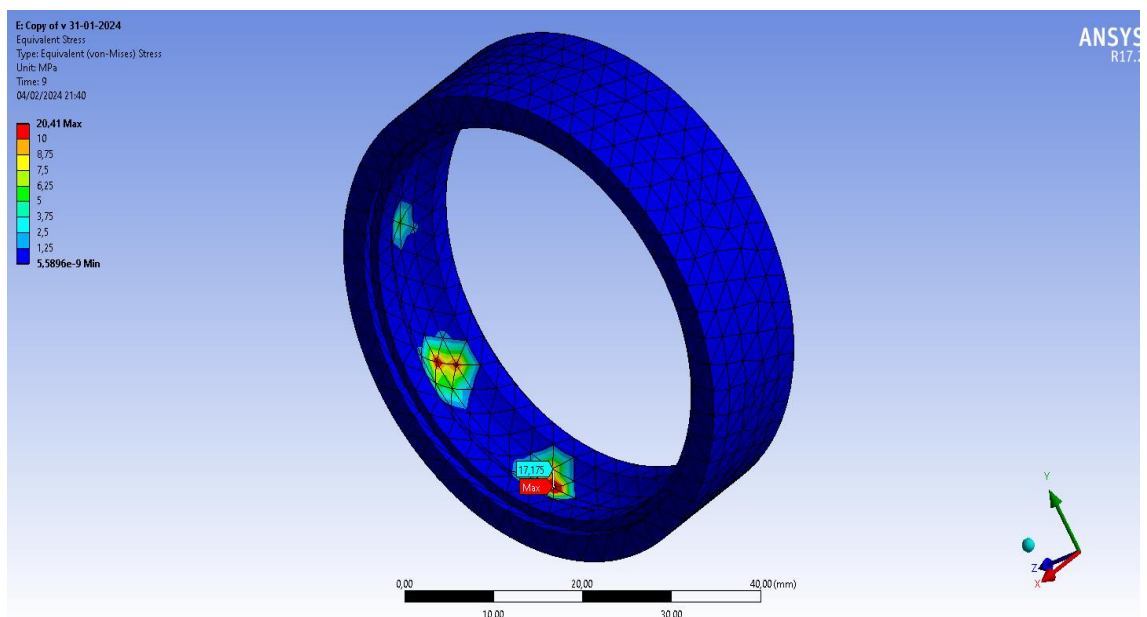
A tensão máxima calculada foi de 20,41 MPa, ficando abaixo dos limites de escoamento do aço comum que é (250 MPa) e do aço SAE 52100 que é (360MPa). Nas figuras 52 á 55 a seguir, temos as distribuições de tensão do modelo com defeito.

Figura 52 - Tensões gerais no modelo com defeito.



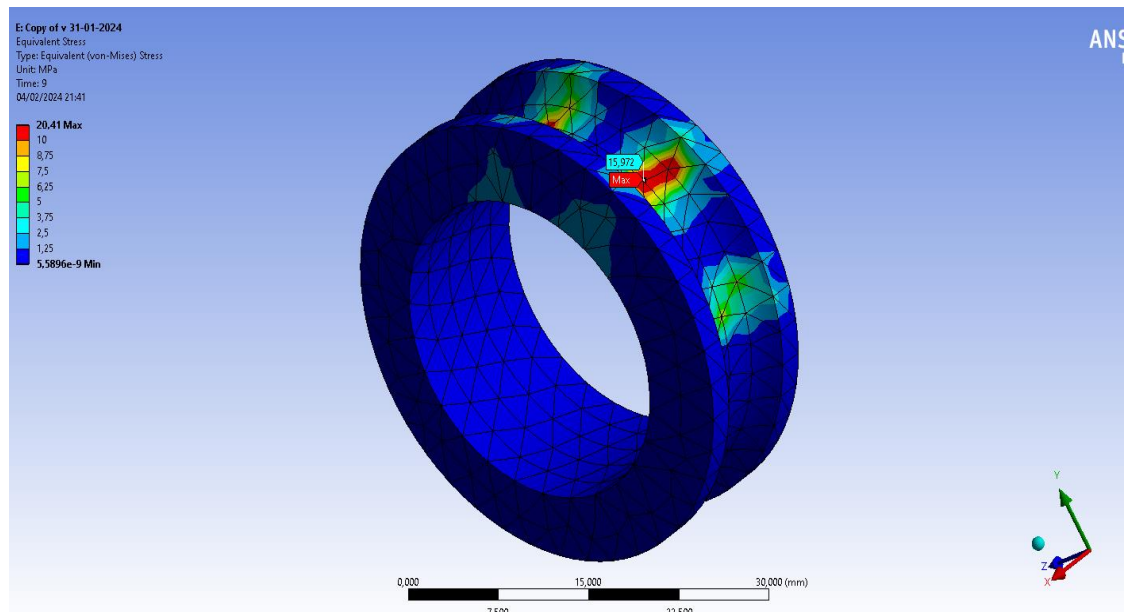
Fonte: elaborado pelo autor (2024).

Figura 53 - Tensões geradas na pista externa.



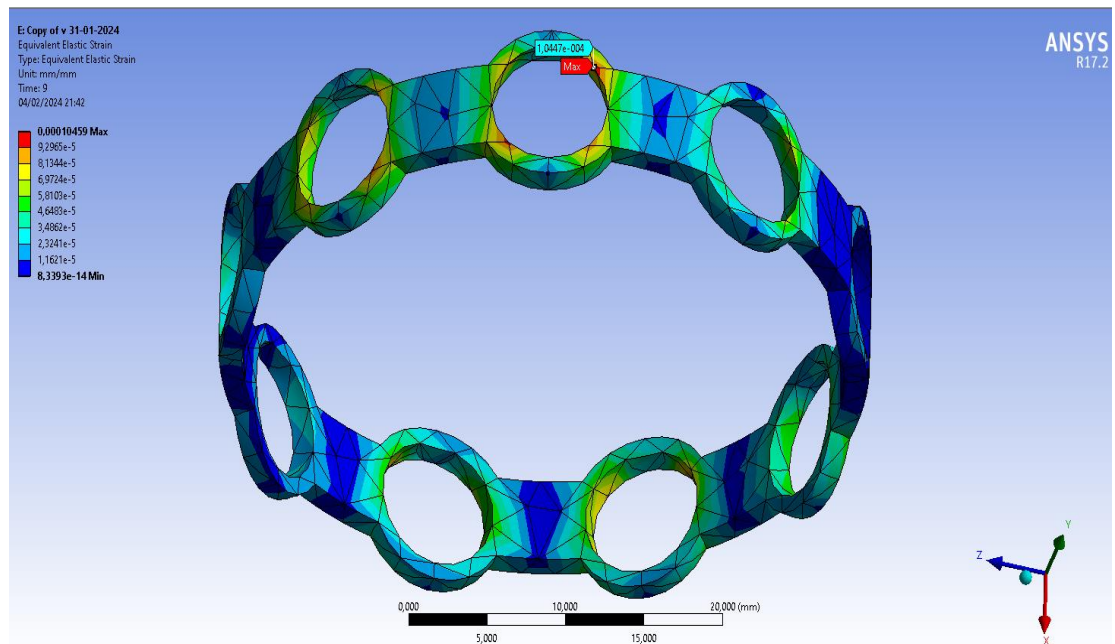
Fonte: elaborado pelo autor (2024).

Figura 54 - Tensões geradas na pista interna.



Fonte: elaborado pelo autor, 2024.

Figura 55 - Tensões geradas no trilho.



Fonte: elaborado pelo autor (2024).

4.3.1.5 Frequências

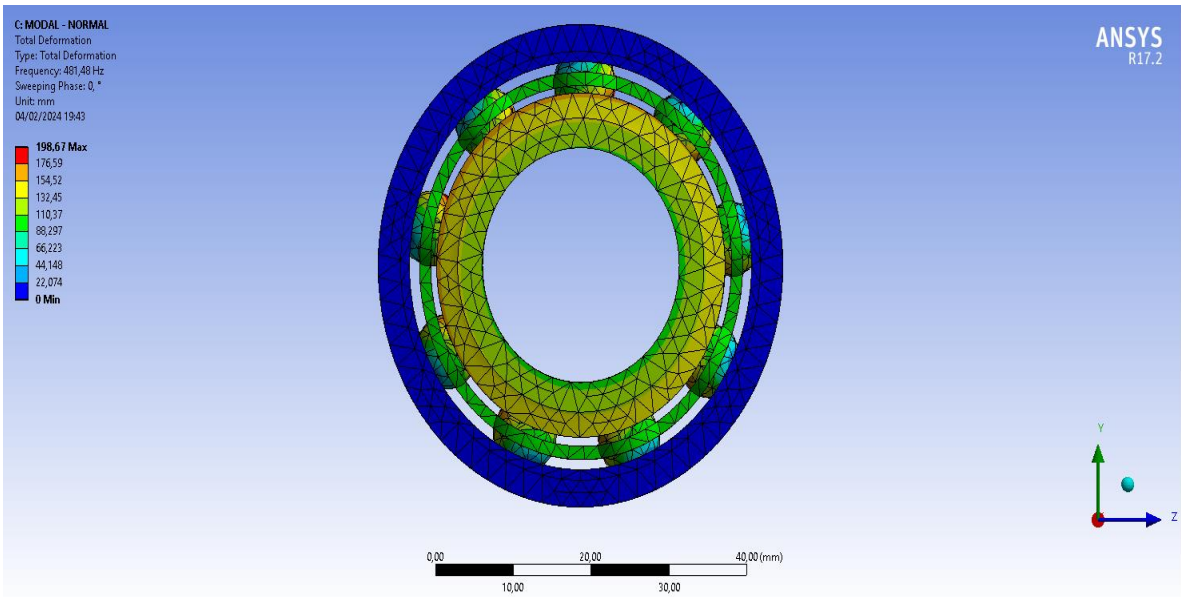
As frequências obtidas para o caso **sem defeitos** são as que seguem na tabela 4 abaixo, com as respectivas figuras representativas 56 á 61 mostradas abaixo que descreve as frequências do modelo sem defeito.

Tabela 4- modos de frequências - rolamento sem defeito.

Modo	Frequência (Hz)
1	481,48
2	1358,7
3	1441,4
4	1551,3
5	2206,6
6	2325,1

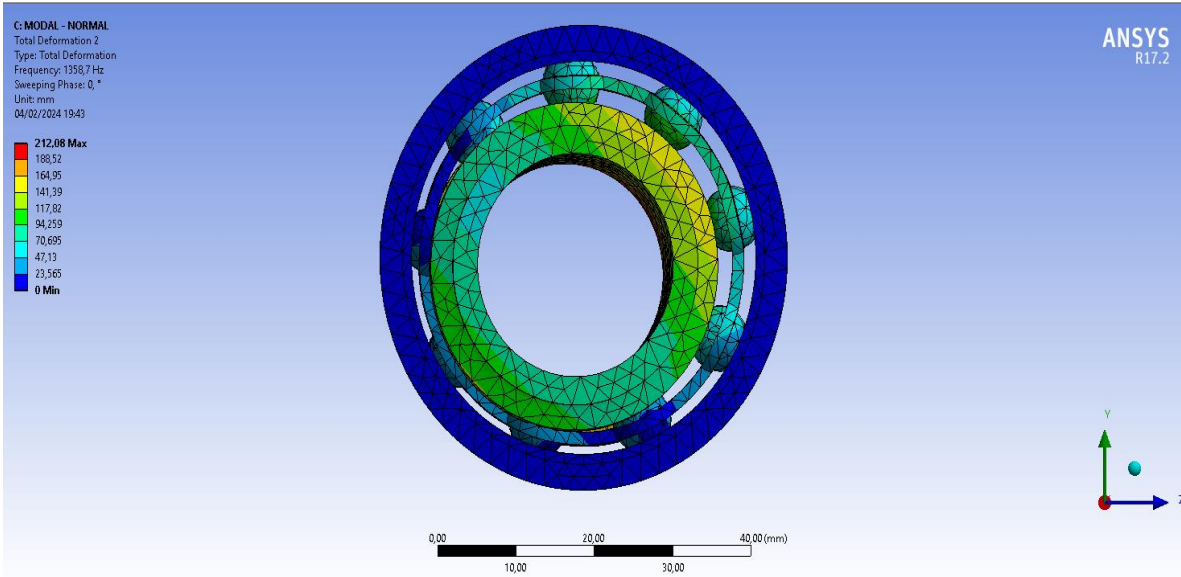
Fonte: elaborado pelo autor (2024).

Figura 56 - Modo 01 sem defeito



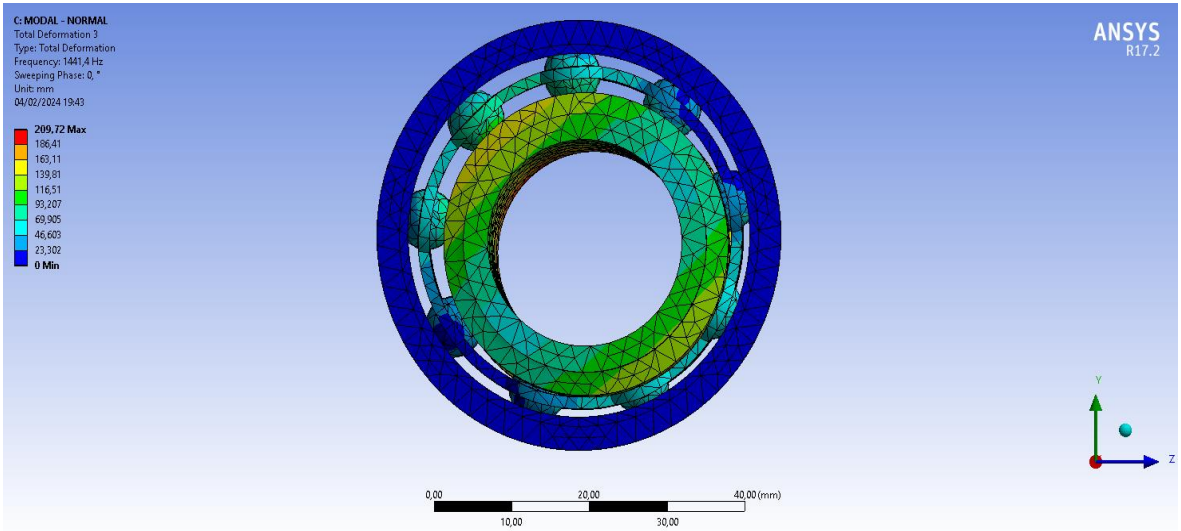
Fonte: elaborado pelo autor (2024).

Figura 57 - Modo 02 sem defeito



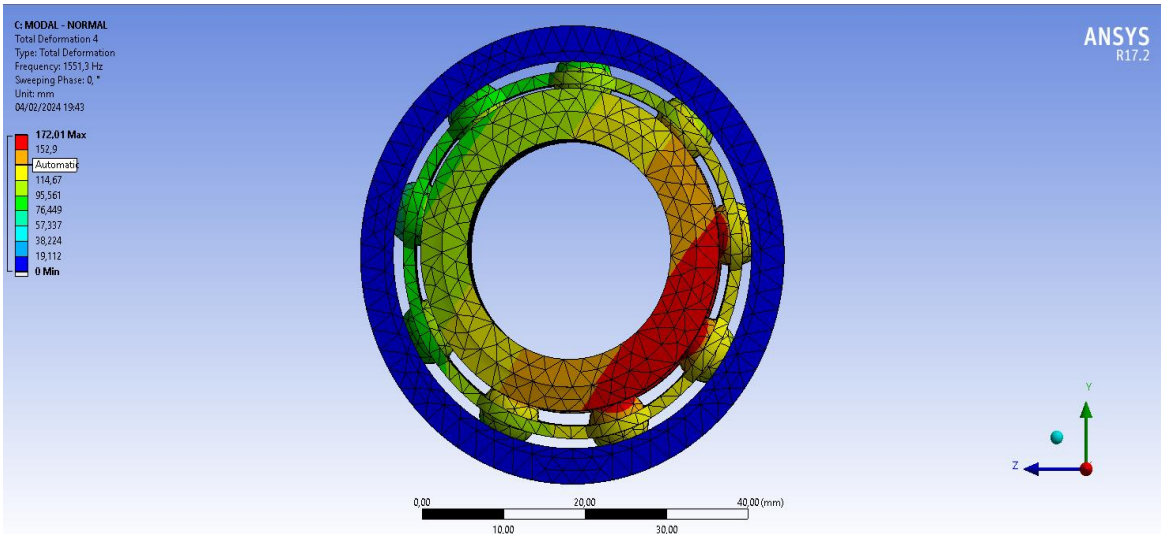
Fonte: elaborado pelo autor (2024).

Figura 58 - Modo 03 sem defeito



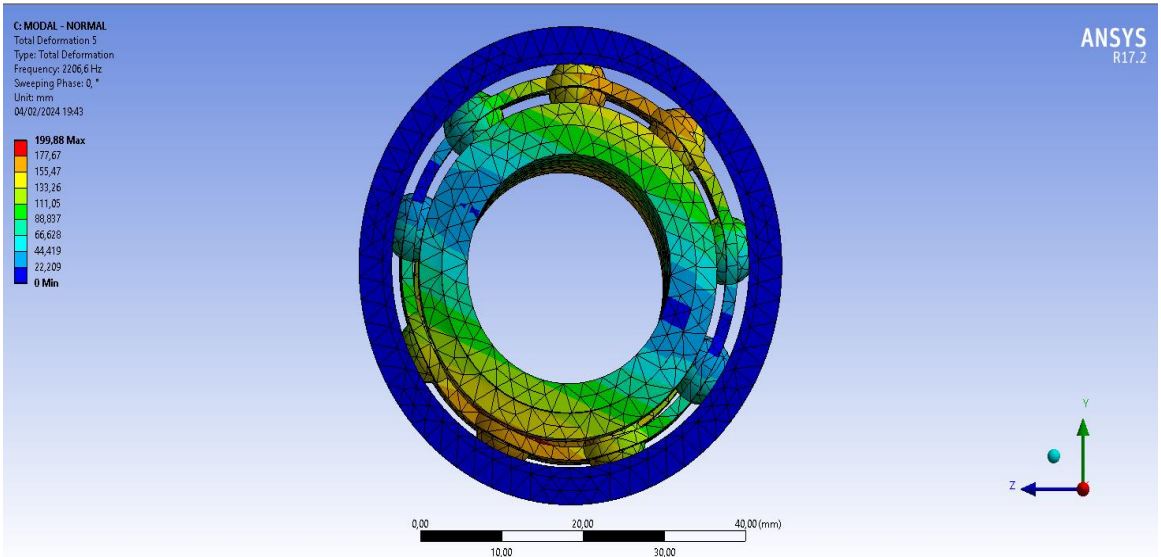
Fonte: elaborado pelo autor (2024).

Figura 59 - Modo 04 sem defeito



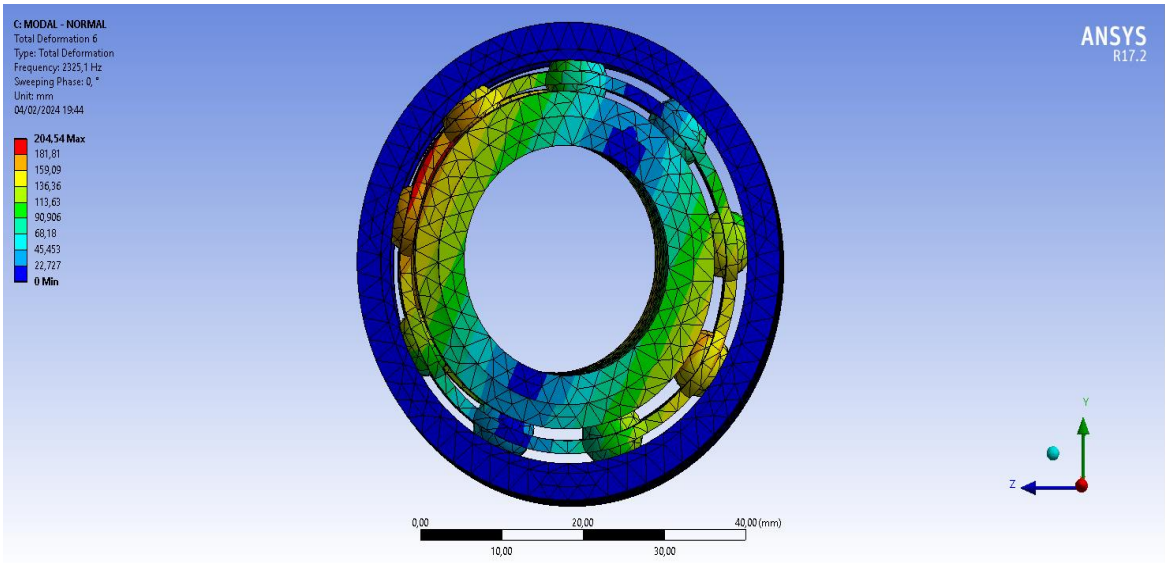
Fonte: elaborado pelo autor (2024).

Figura 60 - Modo 05 sem defeito



Fonte: elaborado pelo autor (2024).

Figura 61 - Modo 06 sem defeito



Fonte: elaborado pelo autor (2024).

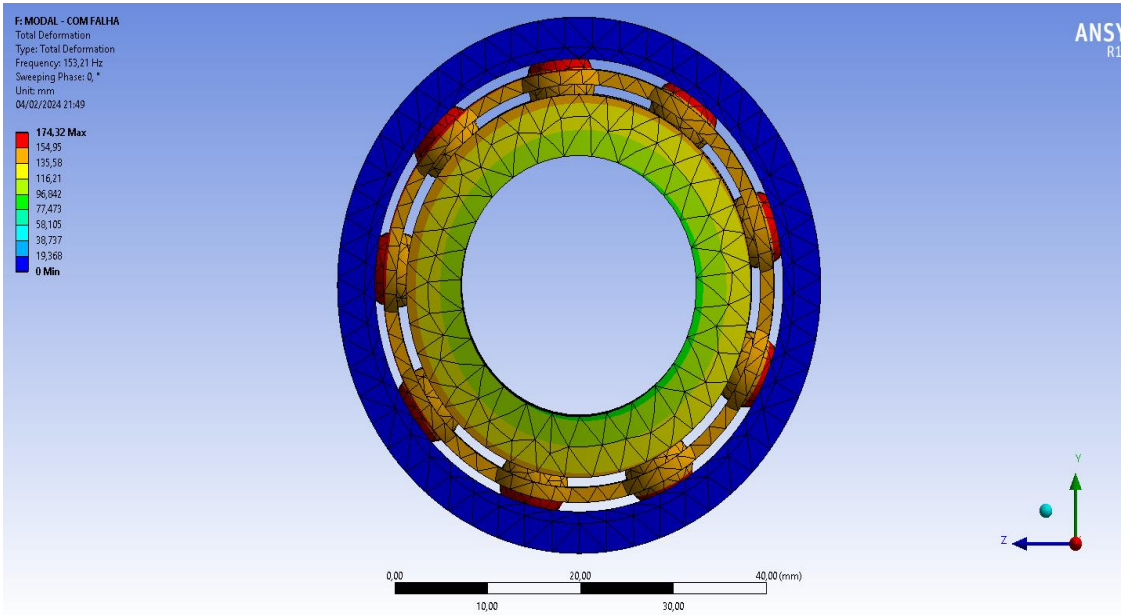
As frequências obtidas para o caso **com defeitos** são as que seguem na tabela 5 abaixo, com as figuras representativas 62 á 67 mostradas abaixo do modelo com defeito:

Tabela 5- modos de frequências - rolamento com defeito.

Modo	Frequência (Hz)
1	153,21
2	519,58
3	687,71
4	920,11
5	1011,2
6	1114,2

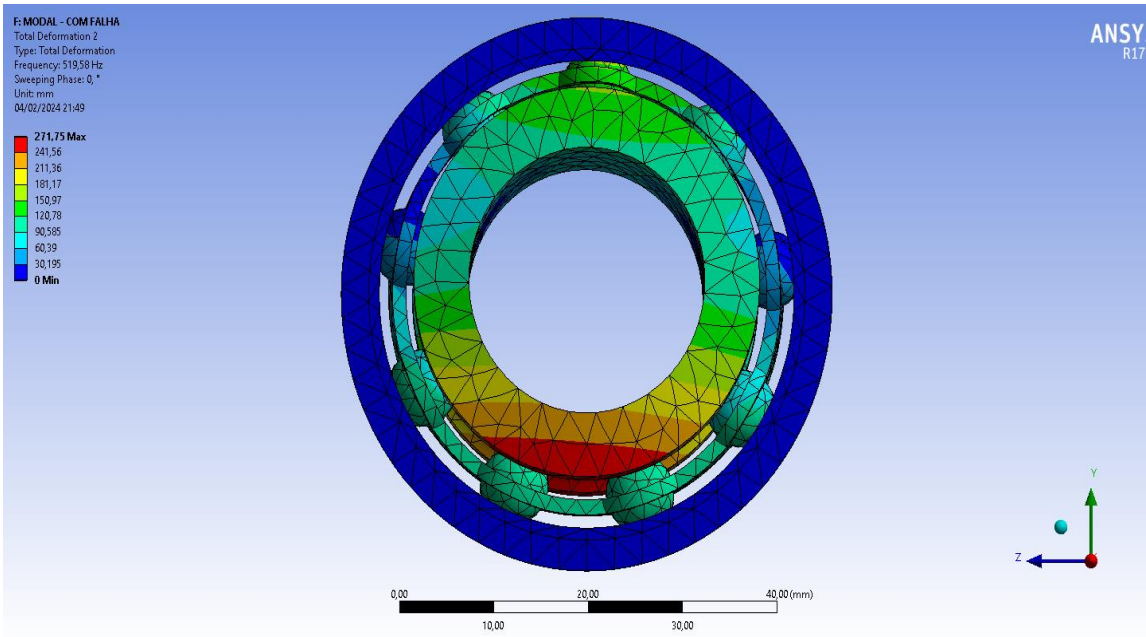
Fonte: elaborado pelo autor (2024).

Figura 62 - Modo 01 com defeito



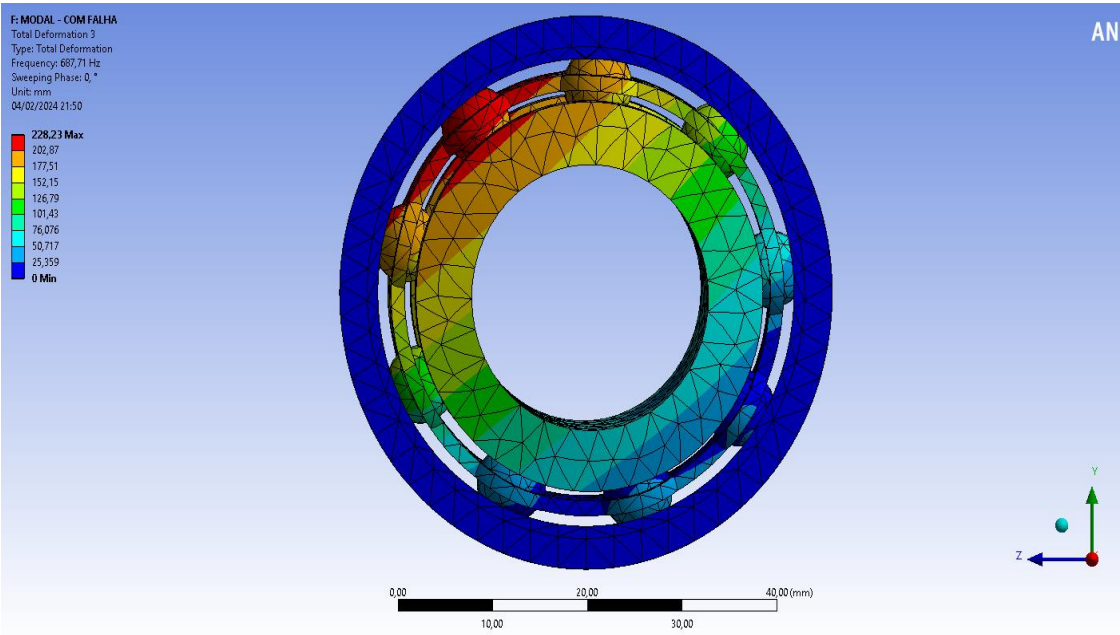
Fonte: elaborado pelo autor (2024).

Figura 63 - Modo 02 com defeito



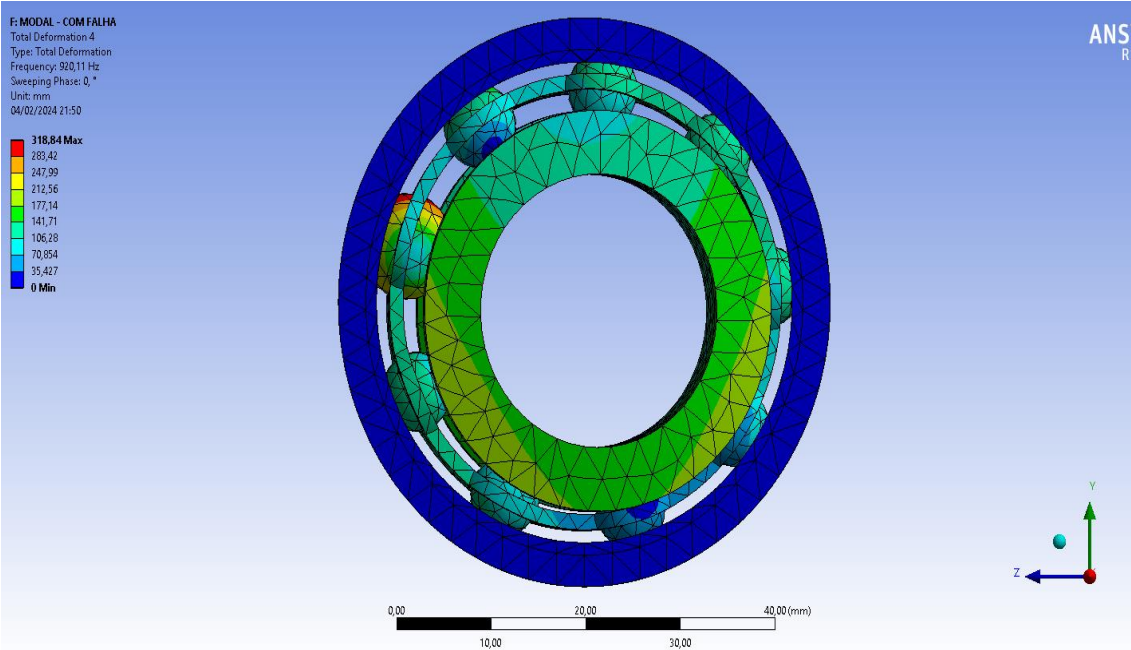
Fonte: elaborado pelo autor (2024).

Figura 64 - Modo 03 com defeito



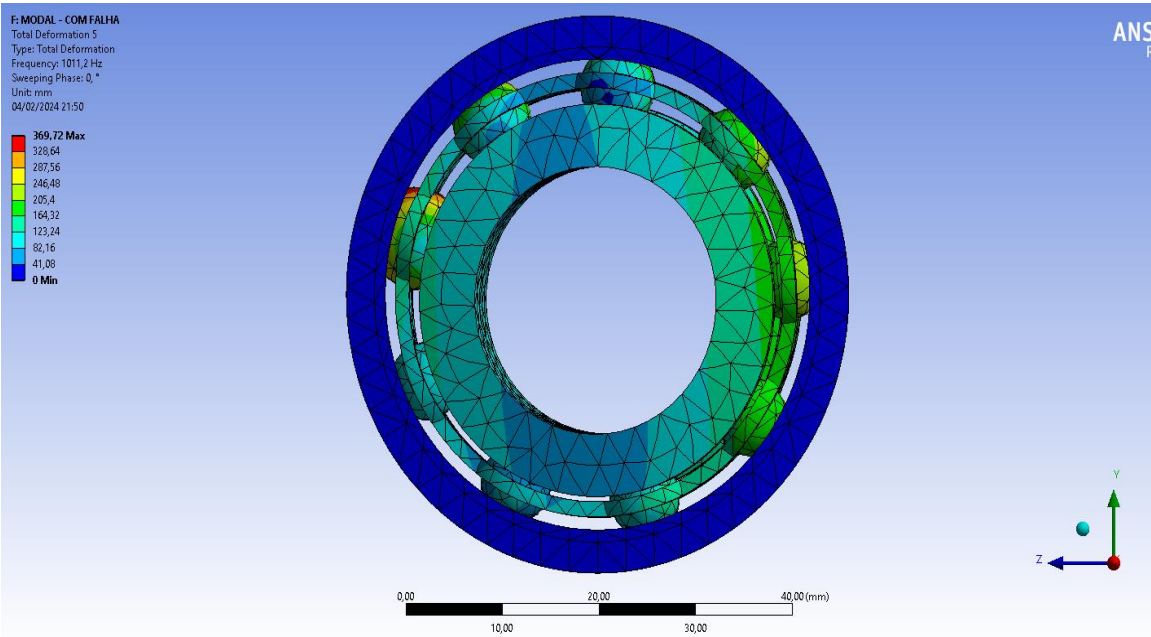
Fonte: elaborado pelo autor (2024).

Figura 65- Modo 04 com defeito



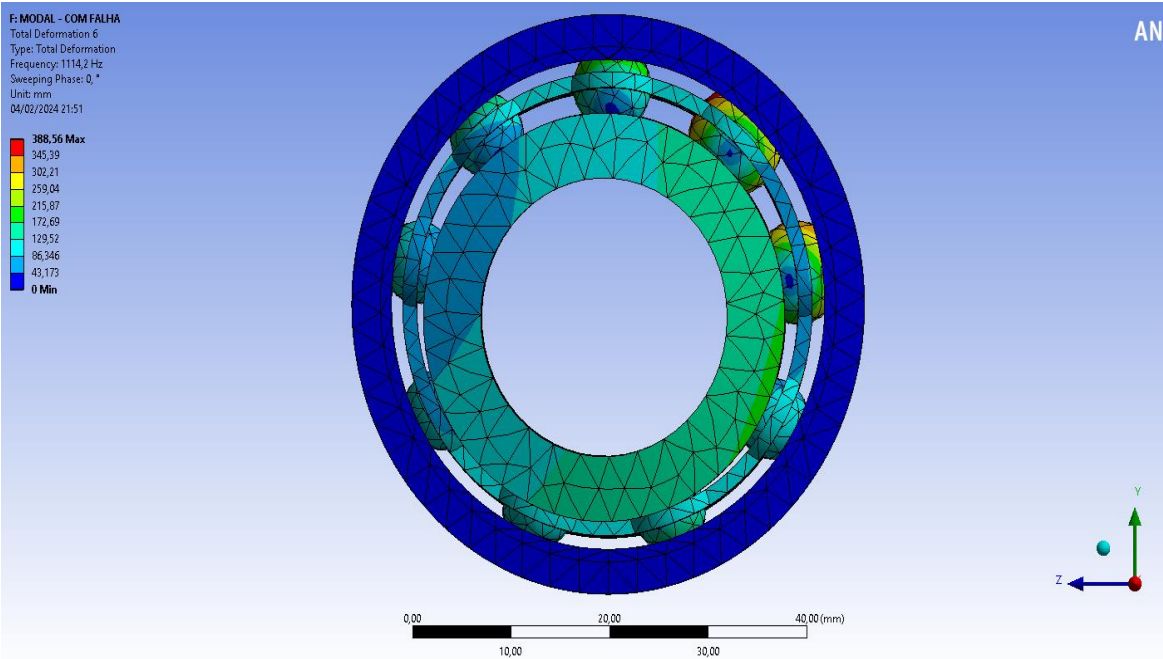
Fonte: elaborado pelo autor (2024).

Figura 66 - Modo 05 com defeito



Fonte: elaborado pelo autor (2024).

Figura 67 - Modo 06 com defeito



Fonte: elaborado pelo autor (2024).

5. CONCLUSÕES

Este trabalho conduziu um estudo detalhado sobre o mecanismo de vibração não linear em rolamentos, com foco na dinâmica de contato hertziano na presença de defeitos internos no anel interno, anel externo ou esferas. O estudo buscou estabelecer a relação entre a geometria dos defeitos e as deformações resultantes, considerando que o par de contato esfera-pista em um rolamento de esferas pode ser modelado como um sistema de amortecimento de mola. Fatores não lineares, como a folga do rolamento, a complacência variável e o contato hertziano entre a esfera e a pista, foram incorporados para desenvolver um modelo dinâmico não linear do rolamento.

Para validação do modelo, foram realizados cálculos teóricos e comparados com um modelo semelhante do rolamento 6205-2RS, cujas especificações foram obtidas do catálogo da SKF. O diâmetro de passo utilizado nos cálculos foi o mesmo do referencial teórico. Ao comparar as frequências calculadas no modelo teórico com as do rolamento 6205-2RS, observou-se um pequeno aumento nas frequências. Por exemplo, a Frequência de Passagem da Esfera na Pista Externa (BPFO) no modelo teórico foi de 107,5009 Hz, enquanto no modelo do rolamento 6205-2RS foi de 109,0385 Hz, representando um aumento de 1,43%. Esse aumento pode ser atribuído a diferenças nas propriedades materiais ou nas condições de contato entre os modelos.

Além disso, foi realizada uma análise de elementos finitos com base na teoria de contato de Hertz. A modelagem considerou as deformações, tensões de von Mises, tensões nos contatos e as frequências dos seis primeiros modos de vibração do rolamento, sob uma rotação de 60 RPM para a análise modal. A tensão máxima calculada foi de 29,46 MPa, valor significativamente inferior aos limites de escoamento do aço comum (250 MPa) e do aço SAE 52100 (360 MPa), indicando que o rolamento opera dentro de limites seguros de tensão. No modelo teórico, o modo de falha na pista externa ocorre na amplitude 2, que corresponde ao segundo modo de vibração do rolamento com defeito na simulação realizada no Ansys.

Na avaliação das vibrações realizada do modelo foi utilizado 6 modos de vibrar, pois, faz-se referência aos 6 modos de vibração uma vez que eles constituem os graus de liberdade de um corpo rígido no espaço tridimensional. Tais modos correspondem aos movimentos básicos efetivos: três modos de translação (ou movimento linear ao longo das direções x, y e z) e três modos de rotação (ou movimento de pirueta em volta dos eixos x, y e z).

Em relação à força radial, o modelo teórico e o modelo 6205-2RS apresentaram forças radiais máximas e mínimas equivalentes, uma vez que ambos possuem o mesmo diâmetro interno e operam sob condições semelhantes. Essa consistência entre os modelos reforça a confiabilidade dos resultados obtidos e a validade do modelo dinâmico não linear proposto.

Portanto, este trabalho não apenas avançou na compreensão dos mecanismos de vibração não linear em rolamentos com defeitos, mas também validou um modelo teórico por meio de comparações com dados reais e simulações computacionais, demonstrando sua aplicabilidade em cenários práticos de engenharia.

5.1. Sugestões para trabalhos futuros

- Fazer uma análise estatística utilizando parâmetros de falhas específicos para o mancal de rolamento de esfera com defeito na pista interna e nos elementos rolantes.
- Fazer a montagem de uma bancada Experimental para estudo de vibração no tempo-frequência.
- Desenvolver modelos numéricos baseados em MEF (Método dos Elementos Finitos) e MDF (Método das Diferenças Finitas) para simular o comportamento de mancais de rolamento do tipo esfera sob diferentes condições operacionais.
- Implementar algoritmos de detecção de falhas que integrem técnicas de aprendizado de máquina para melhorar a precisão e a eficiência da detecção de falhas em rolamento do tipo esferas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Abecom. **O que é repotencialização de rolamentos? Para que serve?** São Paulo: Abecom, 2021. Disponível em: <https://www.abecom.com.br/repotencializacao-de-rolamentos/> Acesso em: 22, junho de 2023.

ANDRADE JÚNIOR, Irajá Gaspar. **Tecnologia de Rolamento**. São Paulo: Associação Brasileira Técnica de Celulose e Papel, 1994 32p.

BECKER, Thiago. Avaliação vibracional comparando dois conceitos de espelhos retrovisores considerando carregamentos dinâmicos.

BRASKEM/TRIUNFO. 2007-2010. **Históricos de manutenção em equipamentos industriais**.

BUDYNAS, R. G.; NISBETT, J. K. Elementos de máquinas de Shigley: Projeto de engenharia Mecânica. 8. ed. Porto Alegre: McGraw Hill, 2011. 1073 p. ISBN 978-85- 8055-042-9.

COOK, R. D. et al. Concepts and applications of finite element analysis. 4. ed. New York: John Wiley & Sons, 2001. ISBN: 978-0-471-35605-9.

CHENG, Hongchuan et al. Research on ball bearing model based on local defects. **SN Applied sciences**, v. 1, p. 1-10, 2019.

Ewins, D. J., (2000), Modal Testing: Theory and Practice, Second Edition, Research Studies Press Ltd., Hertfordshire, England.

FAG. (2018). *FAG Bearings: Failure Analysis and Troubleshooting*. Disponível em: <https://www.schaeffler.com>. Acesso em: 13/11/ 2024.

GEITNER, Fred K.; BLOCH, Heinz. **Análise e solução de falhas em sistemas mecânicos**. Elsevier Brasil, 2016.

HARRIS, T. A. (2001). *Rolling Bearing Analysis*. 4ª ed. Nova York: John Wiley & Sons.

Harris TA, Kotzalas MN (2006) Rolling bearing analysis: essential concepts of bearing technology. CRC Press, Boca Raton.

HALLIDAY, David; RESNICK, Robert; WALKER, Jearl. **Fundamentos de Física**. 10. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2016. v. 1. p. 189.

Imregun M. e Visser W. J., (1991), The Shock and Vibration Digest, A review of model updating techniques, 23, pp. 141-162.

Imregun, M., & Visser, W.J. (1991), A review of model updating techniques, Shock & Vibration Digest, 23(1), pp. 141-162.

JUNIOR, A.S.N; MIRANDA, Rodrigo da S.;CUNHA, A.P.A. **Análise de propriedades mecânicas e microestruturais do aço SAE 1020** Engenharia mecânica e industrial Ponta grossa (PR) Atena Editora, 2018.

LIU, Jing. A dynamic modelling method of a rotor-roller bearing-housing system with a localized fault including the additional excitation zone. **Journal of Sound and Vibration**, v. 469, p. 115144, 2020.

Maia, N. M. M., Silva, J. M. M., at all, (1998), Theoretical and Experimental Modal Analysis, Research Studies Press, Hertfordshire, England, 1998.

Mancais de rolamento. Disponível em <[http:// www.essel.com.br/cursos/material/01](http://www.essel.com.br/cursos/material/01)>. Acesso em: 25/07/2023.

MENEZES, Prisco Araújo. **ANÁLISE DE VIBRAÇÕES APLICADAS À DETECÇÃO DE FALHAS EM ROLAMENTOS DE CUBO DE RODA**. 2015.

Mishra C, Samantaray AK, Chakraborty G (2017) Rolling element bearing fault diagnosis Under slow speed operation using wavelet de noising. Measurement 103:77-86.

MOAVENI, S. Finite Element Analysis: Theory and Application with ANSYS. 3. ed. Upper Saddle River: Pearson Prentice Hall, 2008. ISBN: 978-0131890800.

Mottershead, J.E., & Friswell, M.I., (1993), Model updating in structural dynamics: a survey,

NIU, Linkai et al. Experimental observations and dynamic modeling of vibration characteristics of a cylindrical roller bearing with roller defects. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 138, p. 106553, 2020.

NIU, Linkai et al. An investigation on the occurrence of stable cage whirl motions in ball bearings based on dynamic simulations. **Tribology International**, v. 103, p. 12-24, 2016.

NIU, Linkai; CAO, Hongrui; XIONG, Xiaoyan. Dynamic modeling and vibration response simulations of angular contact ball bearings with ball defects considering the three-dimensional motion of balls. **Tribology International**, v. 109, p. 26-39, 2017.

NSK. 2001. NSK BEARING DOCTOR. Diagnóstico Rápido de Ocorrências em Rolamentos. São Paulo, 36 p.

NSK. (2019). *Rolling Bearings: Design and Application Guide*. Disponível em: <https://www.nsk.com>. Acesso em: 11/11/ 2024.

Patil MS, Mathew J, Rajendrakumar Pk et al (2010) A theoretical model to predict the effect of localized defect on vibrations associated with ball bearing. *Int J Mech Sci* 52(9):1193 – 1201.

Prashad H (2006) Solving tribology problems in rotating machines. Woodhead Publishing, Cambridge.

RAO, Singiresu. Vibrações mecânicas. 4. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2009.

REGES, Edymara Ugarte. **Algumas Aplicações das Séries de Fourier**. 2017. Tese de Doutorado. UNIVERSIDADE FEDERAL DA GRANDE DOURADOS.

RIBEIRO MENNA, A, 2007. Dissertação de Mestrado “Detecção de Falhas em mancais de rolamento por análise de vibração em banda larga: um caso prático de aplicação em uma população de equipamento rotativos”, UFRS, Porto Alegre, Brasil.

Rubini R, Meneghetti U (2001) Applixation of the envelope and wavelet transform analyses for the diagnosis of incipiente faults in ball bearing. *Mech Syst Signal Process* 15(2):287- 302.

SACHES GARCIA, Mauricio, 2005. Tese de Mestrado “Análise de defeitos em sistemas mecânicos rotativos a partir da monitoração de vibração.” UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil.

SAVEEDRA, P., Estupiñan, E. “Diagnostic Techniques for the Vibration Analysis of Bearings”, Documento interno, Universidad de Tarapacá y Universidad de la Concepción, Chile, 2002.

SINGH, Sarabjeet et al. Analytical validation of an explicit finite element model of a rolling element bearing with a localised line spall. **Journal of Sound and Vibration**, v. 416, p. 94-110, 2018.

Silva, Débora A.C; Santos, Érika B; Fernandes, Ulysses B. **Conceitos essenciais sobre mancais de rolamento e de deslizamento.** Tecnologia em Mecatrônica Industrial, Faculdade de Tecnologia de Garça (FATEC).

SILVA, Samuel da. Vibrações mecânicas. **Notas de aula-2º Versão. Universidade do Oeste do Paraná. Foz do Iguaçu-PR, 2009.**

SKF. (2020). *Rolamentos e unidades de rolamentos: Guia de seleção e aplicação.* Disponível em: <https://www.skf.com>. Acesso em 11/11/ 2024.

Tandon N, Choudhury A (1999) A review of vibration and acoustic measurement methods for the detection of defects in rolling element bearings. Tribol Int 32:469 – 480.

TEXACO: **Rolamento de Esfera e de rolos.** 1964.

TIMKEN. (2021). *Bearing Failure Analysis and Prevention.* Disponível em: <https://www.timken.com>. Acesso em:10/11/ 2024.

TREVISAN, Renato.;Reguly, Afonso. Análise de desgaste em mancais de rolamento através de lubrificação assistida por ultrassom. Estudos Tecnológicos - Vol. 6, nº 3: 122- 139 (set/dez 2010) doi: 10.4013/ete.2010.63.02

VASCONCELOS, Nivaldo; RIBEIRO, Marcos Pinto **análise de defeito em rolamentos, técnica tradicional, nova tecnologia e perspectivas de uso na Açominas.** Engenharia de Manutenção. AÇOMINAS.

WOJCIECHOWSKI, Renan Bueno. **Validação do Modelo de Elementos Finitos 3D/Método dos Blocos para Laminação de Produtos Planos.** 2022. Dissertação de Mestrado.

WOJCIECHOWSKI, R.; SHIGAKI, Y. Strip crown and edge drop sensitivity analysis of a 6 high rolling mill. In: BRAZILIAN CONGRESS ON MANUFACTURING ENGINEERING. ABCM, 11., 2021, Curitiba. Proceedings of the 11th Brazilian Congress on Manufacturing Engineering. [S. l.: s.n.], [2021]. [9] p.

Yunus A. Çengel, John M. Cimbala. **Mecânica dos Fluidos.** [S.l.]: MacGrawHill. 483 páginas.

APÊNDICE – A

Rolamento Rígido de esferas – 6205 RS

Verificação analítica do rolamento 6205-2RS (Referencial Teórico)

1- Dados de entrada:

Dados de entrada para um rolamento rígido de esferas modelo
6205-2RS JEM SKF- MODELO REFERENCIAL TEORICO

Propriedades geométricas e físicas utilizadas para os rolamentos de elementos
rolantes-rolamento rígido de esferas 6205-2RS JEM SKF

Diâmetro da pista interna	$d_i := 25 \text{ mm}$
Diâmetro da pista externa	$d_o := 52 \text{ mm}$
Diâmetro do passo	$d_m := 39,0398 \text{ mm}$
Diâmetro da esfera	$D := 7,94004 \text{ mm}$
Número de esferas	$Z := 9$
Ângulo de contato	$\alpha := 0^\circ = 0 \text{ rad}$
Massa do rolamento	$m_{rol} := 0,13 \text{ kg}$
Fator de amortecimento	$\zeta := 200 \text{ N} \frac{\text{s}}{\text{m}}$
Velocidade do rolamento	$f_s := 1797 \frac{\text{rad}}{\text{min}}$
Frequência de amostragem	$f := 12 \text{ kHz}$
Fator carga-deflexão	$P := 1,5779 \cdot \left(10^{10,5}\right) \frac{\text{N}}{\frac{3}{2}}$
Diâmetro da falha	$d_f := 0,1778 \text{ mm}$
Profundidade da falha	$h := 0,2794 \text{ mm}$

2- Cálculo de frequências

Frequência de passagem da esfera na pista externa (BPFO) $f_o = \frac{Z}{2} \frac{n}{60} \left(1 - \frac{D}{d_m} \cos \alpha \right).$

$$f_o := \frac{Z}{2} \cdot \frac{1797}{60} \cdot \left(1 - \frac{D}{d_m} \cdot \cos(\alpha) \right) = 107,364$$

Frequência de passagem da esfera na pista interna (BPFI) $f_i = \frac{Z}{2} \frac{n}{60} \left(1 + \frac{D}{d_m} \cos \alpha \right).$

$$f_i := \frac{Z}{2} \cdot \frac{1797}{60} \cdot \left(1 + \frac{D}{d_m} \cdot \cos(\alpha) \right) = 162,186$$

Frequência de rotação da esfera (BSF) $f_b = \frac{d_m}{D} \frac{n}{60} \left(1 - \left(\frac{D}{d_m} \cos \alpha \right)^2 \right).$

$$f_b := \frac{d_m}{D} \cdot \frac{1797}{60} \cdot \left(1 - \left(\frac{D}{d_m} \cdot \cos(\alpha) \right)^2 \right) = 141,1676$$

Frequência fundamental da pista (FTF) $f_c = \frac{1}{2} \frac{n}{60} \left(1 - \frac{D}{d_m} \cos \alpha \right).$

$$f_c := \frac{1}{2} \cdot \frac{1797}{60} \cdot \left(1 - \frac{D}{d_m} \cdot \cos(\alpha) \right) = 11,9293$$

Cálculo da Frequência de passagem da esfera na pista externa (BPFO) $f_o = \frac{Z}{2} \left(1 - \frac{D}{d_m} \cos(\alpha) \right) * f_s$

$$F_o := \frac{9}{2} \cdot \left(1 - \frac{7,9004}{39,0398} \cdot \cos(0) \right) \cdot \frac{1797}{60} = 107,5009$$

Frequência de rotação da esfera (BSF) $f_b = \frac{d_m}{D} \frac{n}{60} \left(1 - \left(\frac{D}{d_m} \cos \alpha \right)^2 \right).$

$$f_b := \frac{d_m}{D} \cdot \frac{1797}{60} \cdot \left[1 - \left(\frac{D}{d_m} \cdot \cos(\alpha) \right)^2 \right] = 141,1676$$

Frequência fundamental da pista (FTF) $f_c = \frac{1}{2} \frac{n}{60} \left(1 - \frac{D}{d_m} \cos \alpha \right).$

$$f_c := \frac{1}{2} \cdot \frac{1797}{60} \cdot \left[1 - \frac{D}{d_m} \cdot \cos(\alpha) \right] = 11,9293$$

Cálculo da Frequência de passagem da esfera na pista externa (BPFO) $f_o = \frac{Z}{2} \left(1 - \frac{D}{d_m} \cos(\alpha) \right) * f_s$

$$F_o := \frac{9}{2} \cdot \left[1 - \frac{7,9004}{39,0398} \cdot \cos(0) \right] \cdot \frac{1797}{60} = 107,5009$$

A frequência da esfera passando pelo interior da pista

$$f_o := \frac{Z}{2} \cdot \frac{1797}{60} \cdot \left[1 - \frac{D}{d_m} \cdot \cos(\alpha) \right] = 107,364$$

Frequência de rotação da pista interna

$$F_s := \frac{1797}{60} = 29,95$$

Cálculo do diâmetro primitivo

$$D_m := \frac{(d_i + d_o)}{2} = 0,0385 \text{ m}$$

Cálculo da folga diametral

$$p_d := d_o - d_i - 2 \cdot D = 0,0111 \text{ m}$$

Modelo 6502 – 2RS (retirado da SKF) – modelo semelhante ao do referencial teórico

1-Dados de entrada

Diâmetro da Pista interna $d_i \text{ SKF} := 25 \text{ mm}$

Diâmetro da Pista interna $d_o \text{ SKF} := 52 \text{ mm}$

Considerando o mesmo diametro de passo do referencial $d_m = 39,0398 \text{ mm}$

Diametro de rebaixo $D2 := 46,21 \text{ mm}$

dimetro de rebaixo $d2 := 31,3 \text{ mm}$

Diametro da esfera $D_{esf} := 7,455 \text{ mm}$

$Z = 9$

Ângulo de contato $\alpha := 0^\circ = 0 \text{ rad}$

Massa do rolamento $m_{rol} := 0,13 \text{ kg}$

Considerando a mesma condição de trabalho para o rolamento com defeito $f_s := 1797 \frac{\text{rad}}{\text{min}}$

2- Cálculo das frequências

Frequência de passagem da esfera na pista externa (BPFO)

$$f_o = \frac{Z}{2} \frac{n}{60} \left(1 - \frac{D}{d_m} \cos \alpha \right).$$

$$f_o := \frac{Z}{2} \cdot \frac{1797}{60} \cdot \left(1 - \frac{D_{esf}}{d_m} \cdot \cos(\alpha) \right) = 109,0385$$

Frequência de passagem da esfera na pista interna (BPFI)

$$f_i = \frac{Z}{2} \frac{n}{60} \left(1 + \frac{D}{d_m} \cos \alpha \right).$$

$$f_i := \frac{Z}{2} \cdot \frac{1797}{60} \cdot \left(1 + \frac{D_{esf}}{d_m} \cdot \cos(\alpha) \right) = 160,5115$$

Frequência de rotação da esfera (BSF)

$$f_b = \frac{d_m}{D} \frac{n}{60} \left(1 - \left(\frac{D}{d_m} \cos \alpha \right)^2 \right).$$

$$f_b := \frac{d_m}{D} \cdot \frac{1797}{60} \cdot \left(1 - \left(\frac{Desf}{d_m} \cdot \cos(\alpha) \right)^2 \right) = 141,8891$$

Frequência fundamental da pista (FTF)

$$f_c = \frac{1}{2} \frac{n}{60} \left(1 - \frac{D}{d_m} \cos \alpha \right).$$

$$f_c := \frac{1}{2} \cdot \frac{1797}{60} \cdot \left(1 - \frac{Desf}{d_m} \cdot \cos(\alpha) \right) = 12,1154$$

Cálculo da Frequência de passagem da esfera na pista externa (BPFO)

$$f_o = \frac{Z}{2} \left(1 - \frac{D}{d_m} \cos(\alpha) \right) * f_s$$

$$F_o := \frac{9}{2} \cdot \left(1 - \frac{7,455}{39,0398} \cdot \cos(0) \right) \cdot \frac{1797}{60} = 109,0385$$

A frequência da esfera passando pelo interior da pista

$$f_o := \frac{Z}{2} \cdot \frac{1797}{60} \cdot \left(1 - \frac{Desf}{d_m} \cdot \cos(\alpha) \right) = 109,0385$$

Observação: para o cálculo do diâmetro da esfera foi considerado as especificações da SKF

Diâmetro do rebaixo D2 46,21mm

diâmetro de rebaixo d2 31,3mm

APÊNDICE – B

Cálculo da Força Radial do Rolamento Rígido de esferas – 6205- 2RS SKF – MODELO DO REFERENCIAL TEÓRICO

1-Dados de entrada

$$H := 2 \cdot 745,7 \text{ W} = 1491,4 \text{ W} \quad n_{min} := 1720 \text{ min}^{-1} \quad n_{max} := 1797 \text{ min}^{-1} \quad d_{interno,rol} := 25 \text{ mm}$$

2- Cálculo da Força Radial

potência = torque X velocidade angular

$$T_{min} := \frac{H}{2 \cdot \pi \cdot n_{max}} = 7,93 \text{ N m}$$

$$T_{max} := \frac{H}{2 \cdot \pi \cdot n_{min}} = 8,28 \text{ N m}$$

$$F_{r,min} := \frac{2 \cdot T_{min}}{d_{interno,rol}} = 634,03 \text{ N}$$

$$F_{r,max} := \frac{2 \cdot T_{max}}{d_{interno,rol}} = 662,41 \text{ N}$$

Modelo 6502 – 2RS (retidado da SKF) – modelo semelhante ao do referencial teórico

1 – Dados de Entrada

Considerando as mesmas condições de operação do modelo 6205- 2RS SKF – modelo do referencial teórico, o Modelo 6502 – 2RS. Terá as mesmas forças radial maxima e minima, haja vista ambos os modelos possuirem a mesma especificação de diâmetro interno.

APÊNDICE – C

Tabela C1- valores de tensões- rolamento sem defeito

Tempo (s)	Mínimo (MPa)	Máximo (MPa)
0,1	4,99E-08	2,1211
1	4,17E-09	3,2261
1,125	2,91E-07	3,6046
1,8375	5,43E-10	5,0036
2	8,06E-10	7,1769
2,725	3,36E-09	9,7453
3	5,81E-09	9,855
3,4312	5,47E-09	14,246
4	2,62E-09	14,186
4,5375	7,55E-10	12,793
4,7375	1,11E-09	19,794
5	1,47E-09	19,811
5,4594	1,39E-09	17,702
5,6594	5,86E-09	22,96
6	1,03E-09	20,359
6,4813	7,36E-09	24,423
6,6813	6,82E-09	25,406
7	5,70E-09	28,185
7,4156	2,81E-09	31,746
7,6156	6,99E-09	33,487
8	6,43E-09	28,174
8,5688	4,57E-09	33,583
8,7688	3,46E-09	28,826
9	1,41E-09	29,46

Fonte: elaborado pelo autor (2024).

Tabela C2- valores de tensões- rolamento com defeito

Tempo (s)	Mínimo (MPa)	Máximo (MPa)
0,1	2,17E-08	1,9479
1	2,29E-09	1,8733
1,4375	9,26E-10	2,7191
1,6375	7,72E-10	2,7248
2	1,83E-09	3,8591
2,525	4,06E-09	5,867
2,725	2,47E-09	4,6171
3	1,13E-08	6,8227
3,2625	5,74E-09	8,0421
3,4312	1,22E-08	6,1386
4	3,88E-09	10,817
4,5375	5,46E-09	11,117
4,7375	4,71E-09	15,775
5	3,51E-09	12,76
5,4594	2,24E-09	14,529
5,6594	2,20E-09	15,684
6	1,76E-09	17,058
6,4813	4,13E-09	18,377
6,6813	5,21E-09	18,68
7	8,08E-09	19,175
7,4156	8,28E-09	20,078
7,6156	5,34E-09	20,54
8	5,47E-09	22,271
8,5688	2,86E-09	20,194
8,7688	5,15E-09	22,965
9	5,59E-09	20,41

Fonte: elaborado pelo autor (2024).