

TESE DE DOUTORADO Nº 241

**PROJETO DE MANTOS METAMATERIAIS PARA REDUÇÃO DE
ESPALHAMENTO ELETROMAGNÉTICO NA FAIXA DE MICRO-ONDAS**

Fábio Júlio Fonseca Gonçalves

DATA DA DEFESA: 17/10/2016

Universidade Federal de Minas Gerais

Escola de Engenharia

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

**PROJETO DE MANTOS METAMATERIAIS PARA REDUÇÃO DE
ESPALHAMENTO ELETROMAGNÉTICO NA FAIXA DE MICRO-
ONDAS**

Fábio Júlio Fonseca Gonçalves

Tese de Doutorado submetida à Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito para obtenção do Título de Doutor em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Elson José da Silva

Coorientador: Prof. Renato Cardoso Mesquita

Belo Horizonte - MG

Outubro de 2016

"Projeto de Mantos Metamateriais para Redução de Espalhamento Eletromagnético na Faixa de Micro-ondas"

Fábio Júlio Fonseca Gonçalves

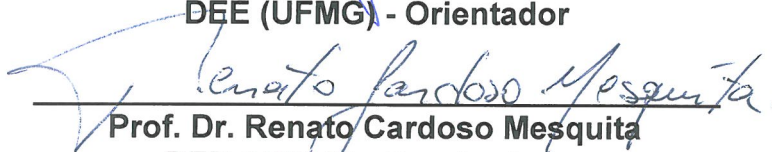
Tese de Doutorado submetida à Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito para obtenção do grau de Doutor em Engenharia Elétrica.

Aprovada em 17 de outubro de 2016.

Por:



Prof. Dr. Elson José da Silva
DEE (UFMG) - Orientador



Prof. Dr. Renato Cardoso Mesquita
DEE (UFMG) - Coorientador



Prof. Dr. Ricardo Luiz da Silva Adriano
DEE (UFMG)



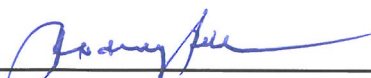
Prof. Dr. Luiz Guilherme Costa Melo
DEE (UFMG)



Prof. Dr. Danilo Henrique Spadoti
Eng. Elétrica (EFEI)



Prof. Dr. Márcio Matias Afonso
Eng. Elétrica (CEFET-MG)



Prof. Dr. Rodney Rezende Saldanha
DEE (UFMG)

Universidade Federal de Minas Gerais
Escola de Engenharia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

**Projeto de Mantos Metamateriais para
Redução de Espalhamento Eletromagnético
na Faixa de Micro-ondas**

Fábio Júlio Fonseca Gonçalves

Tese de Doutorado submetida à Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito para obtenção do Título de Doutor em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Elson José da Silva
Co-orientador: Prof. Renato Cardoso Mesquita

Belo Horizonte, outubro de 2016

Agradecimentos

Agradeço...

a todos que me ajudaram de alguma forma e permitiram que eu pudesse me dedicar ao doutorado.

às agências de fomento CAPES, CNPq e FAPEMIG.

aos professores do grupo, em especial aos meus orientadores, pelo apoio, confiança e ensinamentos.

aos colegas do laboratório, que propiciaram um convívio construtivo e colaborativo.

às pessoas de fora da Universidade, principalmente aquelas para as quais não pude dedicar tanto tempo nos últimos anos.

àqueles que me inspiram.

Resumo

O projeto de um manto eletromagnético envolve, fundamentalmente, a determinação dos seus materiais. Nesta linha, a técnica de transformação de coordenadas é flexível por se aplicar a diferentes geometrias. Entretanto, o material obtido é desafiador mesmo sob a perspectiva dos metamateriais, uma vez que é não-homogêneo, anisotrópico e singular. Na verdade, invisibilidade e simplicidade nos materiais são atributos conflitantes. Em geometrias arbitrárias, o problema fica ainda mais complexo.

Esta tese considera diferentes modelos de mantos e busca ajustar suas características visando um melhor desempenho. A primeira abordagem estudada envolve modelos com camadas puramente dielétricas, para os quais se contribui com a modelagem do alargamento da largura de banda através de uma otimização multi-objetivo.

Devido às limitações dos mantos dielétricos em termos de desempenho e geometria, o mapeamento numérico fornecido pela Equação de Laplace se mostra interessante para gerar os materiais de mantos arbitrários. Assim, no intuito de se obter um desempenho satisfatório com mantos mais simples, desenvolveu-se a otimização da técnica de transformação fora do plano do manto, uma vez que esta consegue controlar os materiais do manto em qualquer geometria. Ainda na linha da obtenção de materiais mais simples, contribui-se com o desenvolvimento de um estudo sobre o mapeamento a partir de uma área pequena, com posterior otimização nos materiais discretizados.

Para o desenvolvimento desta tese foram modelados mantos com diferentes geometrias e níveis de complexidade.

Palavras-chave: Espalhamento eletromagnético, mantos eletromagnéticos, metamateriais, otimização.

Abstract

The design of electromagnetic cloaks fundamentally involves the determination of their materials. In this context, the coordinate transformation technique is flexible to be applied in different geometries. However, the resulting material is challenging even for metamaterials, since it is non-homogeneous, anisotropic and singular. In fact, invisibility and simplicity in materials are conflicting attributes. In arbitrary geometries, the problem becomes even more complex.

This thesis considers different cloak models and aims to adjust their characteristics to provide a better performance. The first studied models have all-dielectric layers and contributions on the enlargement of the bandwidth by a multi-objective optimization were achieved.

Because of the limitations in the dielectric cloaks in terms of performance and geometry, the numerical mapping provided by Laplace's equation becomes interesting to generate the materials for an arbitrary cloak. Thus, in order to obtain a satisfactory performance with simpler cloaks, here the optimization of the out-of-plane transformation is performed, since it can control the cloak materials for any geometry. This thesis also contributes with the study of small area mappings, with further optimization in the discretized materials.

Cloaks with different geometries and levels of complexity were used for the development of this thesis.

Sumário

Sumário	viii
Lista de Figuras	xi
Lista de Tabelas	xiv
Lista de Símbolos	xiv
1 Introdução	1
1.1 Contexto	1
1.2 Motivação do Trabalho	3
1.3 Objetivos	5
1.4 Principais Contribuições	5
1.5 Organização do Texto	6
2 Metamateriais	8
2.1 Histórico	9
2.1.1 Os Dielétricos Artificiais	9
2.1.2 O Comportamento Plasmônico: $\varepsilon < 0$	9
2.1.3 O Meio Duplamente Negativo: $\varepsilon < 0$ e $\mu < 0$	10
2.2 Definição para Metamateriais	12
2.3 Classificação em Relação às Propriedades Constitutivas	14
2.4 Modelos de Dispersão	16
2.5 Os Metamateriais Puramente Dielétricos	16
2.6 Direções de Pesquisa	17
2.7 Projeto	17
2.8 Aplicações	18
2.9 Conceitos sobre Mantos e Metamateriais	19

3	Mantos Eletromagnéticos	20
3.1	Definições sobre Mantos e Invisibilidade	20
3.2	Abordagens para os Mantos	21
3.3	Metodologias de Transformação de Coordenadas	22
3.3.1	A Proposta de Leonhardt: Mapeamento Conforme	23
3.3.2	A Proposta de Pendry e Smith: Controlar os Campos Eletromagnéticos	26
3.3.3	Analogia entre as Metodologias	27
3.3.4	Fundamentação Teórica	28
3.3.5	Interpretações	30
3.3.6	Construção	31
3.3.6.1	Manto Metamaterial - Caso TM^z	32
3.3.6.2	Manto Metamaterial - Caso TE^z	34
3.4	Metodologias de Cancelamento do Espalhamento	35
3.4.1	Manto Plasmônico	36
3.5	Metodologias Baseadas na Minimização do Espalhamento usando Múltiplas Camadas	39
3.5.1	Mantos com Camadas Anisotrópicas	39
3.5.1.1	A Proposta de Minimização do Espalhamento usando Otimização	40
3.5.1.2	Manto com Limitações no Material	41
3.5.2	Mantos com Camadas Isotrópicas	42
3.5.2.1	Manto Dielétrico	43
3.5.2.2	Manto Dielétrico Não-Ressonante	44
3.5.2.3	Manto Magnético Não-Ressonante	45
3.6	Metodologia de Linha de Transmissão (Mantos Metálicos)	46
3.7	Comparação entre as Estratégias de Projeto	47
3.8	Mantos com Geometria Arbitrária	48
3.9	Transformação de Coordenadas Visando Materiais Mais Simples	52
3.10	Outras Estratégias de Manto	53
4	Modelagem	54
4.1	Projeto de Manto via Minimização do Espalhamento Multi-Camadas	54
4.1.1	O Problema de Eletromagnetismo	55
4.1.1.1	Solução Analítica	55
4.1.1.2	Solução Numérica	58

4.1.2	O Problema de Otimização	58
4.1.3	Implementação da Otimização	59
4.1.4	Algoritmos Evolucionários	60
4.1.5	Considerações sobre o Ponto de Partida	61
4.1.6	Custo Computacional	61
4.1.7	Proposta de Maximização de BW Indiretamente	61
4.2	Projeto de Manto Arbitrário via Solução Numérica da Equação de Laplace	62
4.2.1	A Proposta de Hu <i>et al</i>	63
4.2.2	Implementação	64
4.2.3	Características do Material	65
4.3	Tratamento do Material	65
4.3.1	Transformação Não-Singular	65
4.3.1.1	Espichamento Fora-do-Plano	66
4.3.1.2	Mapeamento a Partir de uma Área Pequena	68
4.3.2	Discretização em Camadas Homogêneas	68
4.3.3	Sistema de Coordenadas Local para uma Forma Arbitrária	69
4.3.4	Simplificação dos Parâmetros: Modelo Reduzido	70
5	Resultados	72
5.1	Manto Dielétrico via Minimização do Espalhamento	73
5.1.1	Cilindro	73
5.1.2	Aerofólio	77
5.2	Manto Arbitrário via Solução da Equação de Laplace	81
5.2.1	Cilindro	81
5.2.1.1	Deformação via Laplace	84
5.2.1.2	Cálculo do Metamaterial	84
5.2.1.3	Simulação do Manto	85
5.2.2	Quadrado	89
5.2.2.1	Deformação via Laplace	89
5.2.2.2	Simulação com Incidência em 0° e em 45°	91
5.2.3	Aerofólio	94
5.2.3.1	Deformação via Laplace	94
5.2.3.2	Simulação com Incidência em 0° , 45° e 90°	94
5.3	Tratamento do Material	99
5.3.1	Discretização	99
5.3.1.1	Aproximação de Camadas Anisotrópicas por Isotrópicas	99

5.3.1.2	Métrica para Homogenizar	100
5.3.1.3	A Perda da Simetria e o Desafio da Homogenização	101
5.3.2	Mapeamento Não-Singular	104
5.3.2.1	Espichamento fora do Plano - Cilindro	104
5.3.2.2	Mapeamento a partir de uma Área Pequena - Cilindro	107
5.3.2.3	Diferentes Constantes C_0 para Diferentes Direções - Elipses	110
5.3.3	Forma Arbitrária - Pêra	116
5.3.3.1	Parâmetros Reduzidos	117
5.3.3.2	Impedância de Onda do Manto	118
5.3.3.3	Ajuste do Espichamento fora do Plano	119
6	Conclusão	130
6.1	Trabalhos Futuros	133
	Referências Bibliográficas	135

Lista de Figuras

1.1	Modelo <i>Hype Cycle</i>	3
2.1	Ressorador em anel com <i>gap</i> (Split-Ring Resonator)	11
2.3	Classificação dos materiais conforme os valores das propriedades constitutivas.	15
3.1	Ilustração do caminho curvo de um raio por um meio não-homogêneo	24
3.2	Mapeamento conforme ilustrado em [Maradudin, 2011]	25
3.3	Transformação de coordenadas: campo original no espaço original e no espaço distorcido	27
3.4	Interpretação Topológica e Interpretação por Materiais	31
3.5	Manto cilíndrico TM^z apresentado em [Schurid et al., 2006a]	32
3.6	Manto dielétrico TM^z apresentado em [Wang et al., 2011]	34
3.7	Manto dielétrico TM^z apresentado em [Wang et al., 2013]	34
3.8	Célula unitária e perfis das propriedades constitutivas em função das camadas do manto TE^z construído em [Kanté et al., 2009].	34

3.9	Manto TE^z construído em [Kanté et al., 2009]	35
3.10	Manto TE^z proposto em [Cai et al., 2007a]	35
3.11	Ilustração do princípio de cancelamento do espalhamento	36
3.12	Ilustração do cancelamento do espalhamento.	37
3.13	Manto construído em [Edwards et al., 2009] pela estratégia de cancelamento do espalhamento	37
3.14	Manto anisotrópico criado em [Xu et al., 2012]	42
3.15	Estratégia de manto usada em [Huang et al., 2007] e [Yu et al., 2011]	43
3.16	Geometria e dimensões do manto metálico baseado em linha de transmissão	46
4.1	Ilustração do cálculo das áreas para a otimização de BW	62
4.2	Mapeamento entre o domínio cartesiano Ω e o transformado Ω' .	63
4.3	Coordenadas curvilíneas e ângulo de rotação para a geometria estudada.	70
5.1	Distribuição de H_z referente ao cilindro sem manto e com manto	73
5.2	Distribuição de H_z dentro do manto cilíndrico otimizado	74
5.3	Pareto-Front para a geometria cilíndrica obtido pela otimização multi-objetivo.	75
5.4	Resposta em frequência para os mantos otimizados.	76
5.5	Comparação entre o mantos: menor σ^{tot} versus maior BW	77
5.6	Geometria do problema do aerofólio	78
5.8	Resposta em frequência para o aerofólio.	80
5.9	Diagrama de espalhamento para o aerofólio sem manto e com manto	80
5.10	Transformação de coordenadas para o cilindro: Mapeamento linear e mapeamento pela Equação de Laplace	83
5.11	Mapeamento no Cilindro: Erro entre as soluções analítica e numérica	83
5.12	Cilindro: Soluções x e y da equação de Laplace em Ω' .	84
5.13	Cilindro: Derivadas parciais da transformação de coordenadas	85
5.14	Cilindro: Transformação de coordenadas numérica.	86
5.15	Cilindro: Componentes dos tensores do manto metamaterial.	86
5.16	Cilindro: Parte da malha usada na solução apresentada.	87
5.17	Cilindro: Simulação do manto.	88
5.18	Quadrado: Soluções da equação de Laplace em Ω' .	89
5.19	Quadrado: Derivadas parciais da transformação de coordenadas.	90
5.20	Quadrado: Transformação de coordenadas e parte da malha usada.	91
5.21	Quadrado sob incidência em 0° .	92
5.22	Quadrado sob incidência em 45° .	93
5.23	Aerofólio: Soluções da equação de Laplace em Ω' .	94

5.24	Aerofólio: Transformação de coordenadas numérica.	95
5.25	Aerofólio: Derivadas parciais da transformação de coordenadas.	95
5.26	Aerofólio: Parte da malha usada na solução apresentada.	95
5.27	Aerofólio sob incidência em 0°	96
5.28	Aerofólio sob incidência em 45°	97
5.29	Aerofólio sob incidência em 90°	98
5.30	Discretização das elipses em camadas e setores	102
5.31	Erro na área conforme o refinamento nos setores.	103
5.32	Material anisotrópico na camada 10 do manto e o respectivo espalhamento considerando diferentes constantes C_0	105
5.33	Minimização do espalhamento durante a otimização fina nos materiais.	106
5.34	Materiais antes e depois do ajuste fino e E_z total ao fim da otimização.	106
5.35	Onda cilíndrica incidindo no manto otimizado.	107
5.36	Espalhamento σ^{tot} para diferentes escalas β e pela maneira de se homogenizações.	108
5.37	Minimização do espalhamento para diferentes mapeamentos a partir de áreas pequenas.	109
5.38	Espalhamento σ para diferentes ângulos ϕ	109
5.39	Métricas de distância na transformação	110
5.40	Transformação de coordenadas para as elipses 1, 2 e 3.	111
5.41	Distorção média $D_{\bar{A}}^{\text{med}}$ para as elipses 1, 2 e 3, usando métricas de distância diferentes.	112
5.42	Distorção máxima $D_{\bar{A}}^{\text{max}}$ para as elipses 1, 2 e 3, usando métricas de distância diferentes.	112
5.43	$\ \tilde{\boldsymbol{\mu}}\ _F^{\text{min}}$ para as elipses 1, 2 e 3, usando métricas de distância diferentes.	114
5.44	$\ \tilde{\boldsymbol{\mu}}\ _F^{\text{mean}}$ para as elipses 1, 2 e 3, usando métricas de distância diferentes.	114
5.45	$\ \tilde{\boldsymbol{\mu}}\ _F^{\text{max}}$ para as elipses 1, 2 e 3 usando a métrica de distância Manhattan.	115
5.46	Espalhamento σ^{tot} para as elipses 1, 2 e 3, usando métricas de distância diferentes.	115
5.47	Modelo Pêra: Transformação de coordenadas e campo total sem manto.	117
5.48	Espichamentos λ para o modelo Pêra.	119
5.49	Materiais e impedância para o manto normal quando $C_0 = 1$	120
5.50	Materiais e impedância para o manto normal quando $C_0 = 8.75$	120
5.51	Materiais e impedância para o manto normal quando $C_0 = 20$	121
5.52	Materiais e impedância para o manto reduzido.	121
5.53	Impedância tangencial na interface do manto e espalhamento total.	123
5.54	Materiais e impedância para o manto normal discretizado quando $C_0 = 8.75$ e $N = 6$	124

5.55	E_z total para $N = 7$, após otimização sem restrições ao valor de ε_z	125
5.56	Permissividade ε_z otimizada e σ^{tot} ao longo da otimização.	126
5.57	E_z total após otimização com a restrição $\varepsilon_z \geq 1$	126
5.58	E_z total para $\theta^{\text{inc}} = 0^\circ$ após a otimização para múltiplas incidências, com a restrição $\varepsilon_z \geq 1$	128
5.59	E_z^{tot} para diferentes θ^{inc} após a otimização para múltiplas incidências, com a restrição $\varepsilon_z \geq 1$	129

Lista de Tabelas

3.1	Comparação entre mantos cilíndricos projetados por diferentes estratégias . . .	49
4.1	Disposição das estratégias estudadas em relação ao tratamento do material . .	65
5.1	Parâmetros de possíveis mantos para o cilindro	76
5.2	Parâmetros de possíveis mantos para o aerofólio	79
5.3	Aproximação de uma camada anisotrópica por duas isotrópicas de espessuras variáveis	100
5.4	Aproximação de uma camada anisotrópica por duas isotrópicas de espessuras iguais	101
5.5	Valores otimizados para ε_z	127
5.6	Espalhamento σ^{tot} final para diferentes θ^{inc}	128

Lista de Símbolos

β	Escala de de mapeamento
$\boldsymbol{\mu}$	Tensor Permeabilidade Magnética [H/m]
$\boldsymbol{\varepsilon}$	Tensor Permissividade Elétrica [F/m]
η	Impedância Intrínseca do Meio [Ω]
η	Razão entre as espessuras de duas camadas
λ	Comprimento de onda [m]
λ_0	Comprimento de onda no espaço livre [m]
$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$	Espichamentos na transformação de coordenadas
μ	Permeabilidade Magnética [H/m]
μ_0	Permeabilidade magnética no espaço livre [H/m]
Ω	Domínio original
ω	Frequência angular [rad/s]
Ω'	Domínio transformado
$\partial\Omega$	Bordo do domínio Ω
$\partial\Omega_+$	Bordo externo do domínio Ω
$\partial\Omega_-$	Bordo interno do domínio Ω
ϕ_{rot}	Ângulo de rotação
ρ	Densidade Volumétrica de Carga Elétrica [C/m^3]

σ	(Capítulo 4): Seção Transversal de espalhamento (<i>Scattering Cross Width</i> , SCW) [m] ou Seção Transversal de Radar (<i>Radar Cross Section</i> , RCS) [m^2]
σ^{tot}	Seção Transversal de espalhamento Total (<i>Total Scattering Cross Width</i> , TSCW) [m]
A	Matriz Jacobiana que descreve uma transformação de coordenadas
B	Densidade de Fluxo Magnético ou Indução Magnética [T] ou [Wb/m^2]
D	Densidade de Fluxo Elétrico ou Indução Elétrica [C/m^2]
E	Intensidade do Campo Elétrico [V/m]
H	Intensidade do Campo Magnético [A/m]
J	Densidade Superficial de Corrente Elétrica [A/m^2]
S	Vetor de Poynting
\mathbf{x}'	Coordenada transformada
\mathbf{x}	Coordenada original
θ_{inc}	Ângulo de incidência
$\tilde{R}_{(m,m-1)}$	Coefficiente de espalhamento total entre a camada m e $m - 1$
ε	Permissividade Elétrica [F/m]
ε_0	Permissividade elétrica no espaço livre [F/m]
C_0	Constante de espichamento
D_A	Distorção em A
f_{obj}	Função objetivo
h_{max}	Tamanho máximo de um elemento
K	Métrica de anisotropia
k_0	Constante de propagação no espaço livre, ou número de onda
n	Índice de Refração ou ordem do espalhamento

$R_{(m,m-1)}$	Coefficiente de espalhamento direto entre a camada m e $m - 1$
$T_{(m,m-1)}$	Coefficiente de transmissão direto entre a camada m e $m - 1$
Q	Matriz de rotação
BW	Largura de banda [Hz]
CM	<i>Conformal Mapping</i> - Mapeamento Conforme
DE	<i>Differential Evolution</i> - Evolução Diferencial
FEM	<i>Finite Element Method</i> - Método dos Elementos Finitos
GA	<i>Genetic Algorithm</i> - Algoritmo Genético
PCB	Placa de Circuito Impresso (<i>Printed Circuit Board</i>)
PML	<i>Perfect Matched Layer</i>
SRR	Ressorador em Anel com <i>Gap</i> (<i>Split-Ring Resonator</i>)
TE	Transverso-Elétrico
TM	Transverso-Magnético
TO	<i>Transformation Optics</i>

Capítulo 1

Introdução

Este Capítulo visa introduzir a ideia principal da pesquisa realizada, contextualizando o tema, apresentando sua relevância e a motivação que nos levou a estudá-lo, em busca de objetivos específicos. Aproveita-se também para introduzir as contribuições presentes neste texto e apresentar sua organização.

1.1 Contexto

Uma das aplicações mais atraentes e que tem envolvido muita pesquisa na última década são os chamados **mantos de invisibilidade** (*invisibility cloaks*), que são dispositivos projetados para reduzir a visibilidade de um objeto a uma determinada energia incidente. Eles são, portanto, empregáveis para diversos fins e em áreas distintas. Na área do eletromagnetismo, por exemplo, um manto pode ser projetado para reduzir a seção transversal de radar de um determinado objeto.

A designação “mantos de invisibilidade”, por si só, já é atrativa e desperta a curiosidade da comunidade científica e da sociedade em geral, que muitas vezes resume o tema aos mantos mágicos presentes em obras de ficção.

Apesar de ainda existirem paradigmas e dificuldades para se construir o manto perfeito idealizado no imaginário popular, o fato é que importantes avanços já foram obtidos na busca por soluções para a questão da invisibilidade. Deve-se deixar claro que muitos projetos não são específicos para a região espectral da luz visível pelo homem.

A grande expansão no estudo dos mantos aconteceu após alguns trabalhos seminais que abriram novas e promissoras frentes de pesquisa, não apenas em mantos, mas tam-

bém em diversas aplicações que utilizam novos conceitos para a construção de materiais atípicos, os chamados **metamateriais** [Smith et al., 2000, Leonhardt, 2006, Pendry et al., 2006, Schurig et al., 2006a]. Conforme salientado por Pendry:

“Cloaking demands, in particular, materials whose properties are continuous graded throughout the cloak and are in general anisotropic. Metamaterials are ideally adapted to these demands.” [Pendry, 2009].

A partir de então surgiram muitos caminhos que passaram a ser explorados pela comunidade científica, em aplicações que envolvem, por exemplo, o desenvolvimento de lentes, absorvedores, antenas, guias-de-onda, filtros de radio-frequência, sensores e mantos. Salienta-se também que boa parte dos conceitos empregados em metamateriais eletromagnéticos são empregados para o desenvolvimento de aplicações em outras áreas, como mecânica e térmica.

Os metamateriais eletromagnéticos são um domínio de pesquisa que envolve eletromagnetismo, tecnologia de micro-ondas (e de ondas milimétricas), ótica, tecnologia de materiais e nanotecnologia. Existem perspectivas para muitas aplicações práticas, mesmo porque, os metamateriais pertencem ao grupo de mídias artificiais, que se tornaram um dos tópicos mais importantes na teoria eletromagnética clássica nas últimas duas décadas [Jelínek et al., 2007].

Considerando essa evolução, em [Palikaras and Kallos, 2014] foi mostrado que o desenvolvimento dos metamateriais está seguindo uma tendência do tipo *Hype Cycle*. Tal modelo provê uma representação gráfica da maturidade e adoção de tecnologias e aplicações, bem como a potencial relevância para o mundo real [GARTNER, 2016].

A Figura 1.1a ilustra a curva geral do modelo, enquanto a Figura 1.1b já mostra como ela se encaixa no contexto dos metamateriais. O primeiro estágio é o ponto de gatilho, no qual a tecnologia aparece e começa a atrair interesse. No segundo estágio já há interesse em massa e grandes expectativas; muitas, porém, não-realistas. Quando esse excesso de expectativas não é correspondido, o interesse na tecnologia gradualmente cai. O quarto estágio conta com um melhor entendimento da tecnologia e aplicações mais realistas gradualmente começam a emergir, aumentando novamente o interesse. Por fim, no platô de produtividade o uso da tecnologia já é mais claro, maduro e começa a ser disseminado [Palikaras and Kallos, 2014].

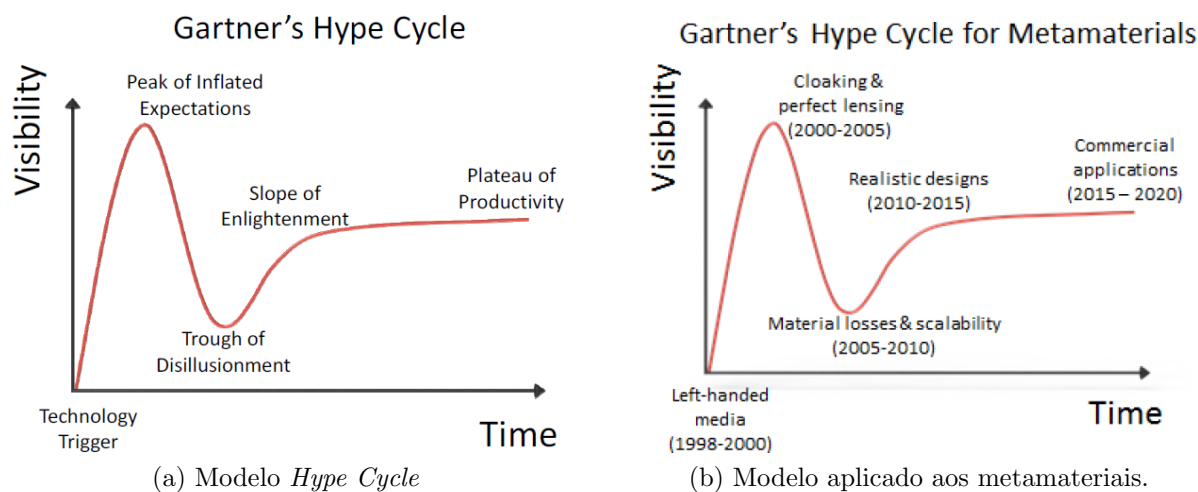


Figura 1.1: Modelo *Hype Cycle* [GARTNER, 2016, Palikaras and Kallos, 2014]: (a) Geral, (b) Aplicado aos metamateriais.

Observe como os mantos estiveram no topo da curva (*cloaking*) e foram um dos maiores responsáveis pela grande projeção atingida pelos metamateriais. Além disso, conforme será visto nos próximos capítulos, o modelo *Hype Cycle* também pode ser aplicado especificamente aos mantos eletromagnéticos.

No caso, o ponto de gatilho foi a introdução do formalismo das técnicas de transformação de coordenadas para a definição dos materiais eletromagnéticos [Leonhardt, 2006, Pendry et al., 2006]. O pico de expectativas foi com os experimentos em microondas e novos projetos. Contudo, limitações do tipo banda-estreita, anisotropia e singularidade levaram ao desapontamento com a tecnologia. Por sua vez, as novas técnicas, como algumas que serão vistas no Capítulo 3, têm sido responsáveis por novamente elevar a visibilidade da tecnologia dos mantos em direção à maturidade. Assim, entende-se que o tema proposto para esta tese, além de ser relevante, é contemporâneo.

1.2 Motivação do Trabalho

Os metamateriais são um tipo de tecnologia que impacta profundamente o eletromagnetismo, de tal forma que são deixados de lado paradigmas naturais que antes existiam ao se desenvolver um projeto de eletromagnetismo.

Por ser um campo relativamente recente e que caminha para maturidade, ainda existem áreas a serem exploradas. De qualquer forma, a possibilidade de se construir

metamateriais usando técnicas já dominadas e pouco custosas, como placas de circuito impresso, é motivadora por permitir que a sua construção seja mais disseminada. Portanto, o desafio se volta para o projeto dos materiais, que devem ter um determinado papel de acordo com a aplicação.

Especificamente, em relação ao projeto de mantos, existem diferentes metodologias e algumas serão discutidas no Capítulo 3. De toda forma, conforme será mostrado neste texto, muitos desafios precisam ser contornados, condição esta que é propícia para que a partir das metodologias existentes seja possível propor contribuições específicas.

A introdução das técnicas de transformação de coordenadas [Leonhardt, 2006, Pendry et al., 2006] permitiu o projeto teórico de um manto ideal, uma vez que elas se baseiam na invariância das Equações de Maxwell quando sujeitas a uma transformação de coordenadas. Isto pode ser interpretado como uma mudança de coordenadas, mantendo-se os materiais ou uma mudança de materiais no mesmo sistema de coordenadas [Schurig et al., 2006b].

Considerando a abordagem via *Transformation Optics* - TO [Pendry et al., 2006], ela em si não assume restrições na complexidade do material [Urzhumov et al., 2011], por isto, se a transformação é singular – característica esta típica de mantos – o material a ser empregado no manto se torna singular. Além disto, a não-homogeneidade e a anisotropia do material contribuem para aumentar as dificuldades práticas. Por consequência, existe uma busca por materiais mais simples.

Adicionalmente, outras estratégias também se tornam interessantes, como as que se baseiam na otimização dos parâmetros de um modelo constituído por múltiplas camadas. Contudo, o uso de uma boa configuração inicial baseada em uma transformação prévia pode ser fundamental para que a otimização convirja para uma boa solução [Popa and Cummer, 2009, Cai, 2012].

Devido à complexidade de implementação, grande parte dos estudos de manto ainda se baseia em geometrias simples, como o cilindro. Adicionalmente, considerando que os materiais do manto usualmente não são triviais, é comum que sejam feitas simplificações que visem a praticabilidade em termos de simulação e de construção. Frente a isso, observa-se que objetivos podem ser traçados.

1.3 Objetivos

O objetivo geral se torna o desenvolvimento de uma metodologia de projeto de um manto em forma arbitrária e que apresente menos desafios de implementação. Especificamente:

- Realizar o projeto numérico de um manto em forma arbitrária;
- Realizar tratamentos convenientes ao material, visando a praticabilidade;
- Empregar ferramentas de otimização no projeto, visando melhores configurações;
- Estudar características de alguns mantos não baseados em transformação de coordenadas para a complementação do panorama tecnológico.

1.4 Principais Contribuições

Ao se estudar as respectivas metodologias envolvidas na busca pelos objetivos mencionados, puderam ser propostas contribuições, especificadas a seguir.

- Inicialmente foi explorado o projeto de um manto dielétrico multi-camadas, projetado pela otimização de um modelo multi-camadas. Como uma das vantagens desse tipo de manto é a baixa dispersão quando comparado a um manto ressonante, foi proposta uma maneira de se alargar a largura de banda através de uma otimização multi-objetivo, obtendo-se um compromisso entre a largura de banda e o espalhamento total.

Esta contribuição foi descrita no artigo “*Enhancing the Bandwidth of Electromagnetic Cloaks using Multi-Objective Optimization*”, apresentado no CEFC 2014 e publicado na IEEE Transactions on Magnetics, Volume 51 [Gonçalves et al., 2015].

- Estudou-se em seguida a modelagem numérica do manto via transformação de coordenadas, onde se deparou com as dificuldades usuais deste tipo de projeto: propriedades constitutivas extremas, anisotropia e não-homogeneidade. Visando amenizar estes problemas, aprofundou-se na técnica que faz uma transformação na direção perpendicular ao plano do manto, a fim de cancelar a transformação singular no plano do manto [Hu et al., 2009b]. Elaborou-se então um estudo sobre a transformação, o material resultante e o espalhamento total para o modelo discretizado em camadas e posteriormente otimizado.

Esta contribuição gerou o artigo “*Analysis of the out-of-plane Coordinate Transformation to obtain Anisotropic Layered Cloaks*”, apresentado no COMPUMAG 2015 e publicado na IEEE Transactions on Magnetics, Volume 52, [Gonçalves et al., 2016].

- Durante o estudo da estratégia anterior, identificou-se a oportunidade de se testar uma equação mais genérica para se definir o espichamento fora do plano. Os resultados mostraram que a variação era interessante, uma vez que se ganharia flexibilidade no projeto e níveis mais baixos de espalhamento com materiais de menor magnitude. Identificou-se, também, que mais de uma métrica de distância poderia ser usada.

Parte desse estudo foi descrita no artigo “*Using Directional Constants to Define the Out-of-Plane Coordinate Transformation in a Two-Dimensional Cloak*”, aceito para a conferência Metamaterials’2016.

- Outra maneira de se realizar um mapeamento não-singular é usar uma área pequena como ponto de partida. Estudou-se, portanto, como o tamanho da área pequena influenciaria o projeto de um manto cilíndrico. Outros artifícios adicionais foram também usados, como a discretização em camadas com posterior otimização determinística sem restrições. Baseado nos testes realizados foi possível estabelecer qual seria o tamanho máximo da área pequena que traria um mapeamento não-singular aproximado mas que fosse bom o suficiente para que uma posterior otimização conseguisse ajustar os materiais a ponto de trazer um mínimo espalhamento.

Esta parte do trabalho foi apresentada no CEFC 2016 e enviada para a IEEE Transactions on Magnetics, sob o título “*Design of Non-Singular Two-Dimensional Layered Cloaks Mapped from Small Areas*”.

- Estendendo o estudo para uma forma arbitrária, foram usadas coordenadas locais e o espichamento fora do plano para identificar configurações que trariam uma maior similaridade entre as distribuições de material dentro do manto. Apesar das discretizações no modelo introduzirem grandes perdas, a otimização posterior conseguiu melhorar o desempenho para diferentes situações testadas.

Por ser de desenvolvimento mais recente, esta parte do trabalho será publicada oportunamente.

1.5 Organização do Texto

Separou-se o texto em alguns capítulos, a fim de se ter uma organização estruturada do conteúdo apresentado. Este primeiro Capítulo é uma breve **introdução** ao assunto,

sem que seja feito um aprofundamento nos mantos metamateriais, pois considerou-se que este conteúdo seria melhor discutido em dois capítulos distintos: um capítulo sobre metamateriais e outro sobre mantos.

Assim, no Capítulo 2 são apresentados aspectos históricos dos **metamateriais**, envolvendo os pesquisadores pioneiros e os marcos mais importantes ao longo dos anos. São discutidos alguns conceitos úteis e princípios que servirão de base para um melhor entendimento de algumas aplicações – em especial, a de mantos.

Adiante, no Capítulo 3 a atenção é voltada aos **mantos** eletromagnéticos. Após uma breve introdução histórica, busca-se apresentar o estado da arte e questões específicas de algumas metodologias de projeto.

Já no Capítulo 4, desenvolve-se a **metodologia** de projeto baseada na otimização dos parâmetros de um modelo de espalhamento multi-camadas. Em seguida é apresentada uma metodologia que usa transformação de coordenadas numérica para o cálculo das propriedades do manto e em seguida discute-se o tratamento do material, analisando questões como singularidade, anisotropia e discretização em camadas.

Posteriormente, no Capítulo 5 são apresentados os **resultados** alcançados usando as metodologias descritas no capítulo anterior e, por fim, no Capítulo 6 são feitas algumas **conclusões** e perspectivas para trabalhos futuros.

Capítulo 2

Metamateriais

A permissividade elétrica (ε) e a permeabilidade magnética (μ) são propriedades eletromagnéticas utilizadas para se caracterizar um meio, uma vez que elas quantificam a interação entre os materiais e os campos elétrico e magnético, respectivamente. Por serem propriedades geralmente positivas e relacionadas à estrutura molecular do material, durante décadas os engenheiros e físicos se depararam com restrições nas faixas de valores dos possíveis materiais a serem empregados em seus projetos.

Uma nova gama de aplicações e soluções em eletromagnetismo dependeria da possibilidade de se controlar livremente os valores de ε e μ , de modo que o objeto em estudo, do ponto de vista macroscópico, atingisse um determinado comportamento eletromagnético.

Este Capítulo visa trazer uma revisão do desenvolvimento da ciência ao longo da busca por um maior controle sobre as propriedades eletromagnética dos materiais. Busca esta que resultou em uma nova possibilidade de se obter efeitos interessantes e práticos, através dos chamados **metamateriais**.

“The idea behind metamaterials is that electromagnetic properties can be altered by changing the physical structure of an existing material. (...) Provided that the structure remains much smaller than the wavelength, properties can be interpreted in terms of an effective ε and μ .” [Pendry, 2009].

2.1 Histórico

O termo metamateriais foi cunhado no início dos anos 2000, mas antes do atual estágio de pesquisa, várias abordagens já utilizavam muitos dos princípios nos quais os metamateriais atuais se baseiam. Desta forma, antes de se pensar no estágio atual, é interessante rever um pouco do que alguns pesquisadores fizeram em décadas passadas e assim entender melhor o contexto do desenvolvimento dos metamateriais.

2.1.1 Os Dielétricos Artificiais

Trabalhando nos Laboratórios Bell, no final da década de 40, Kock introduz os princípios básicos dos **dielétricos artificiais**, em uma busca por lentes mais leves para aplicações em 3 a 5 GHz. O índice de refração n dos materiais era controlado através de elementos metálicos (como esferas, discos e fitas) organizados de maneira periódica e tridimensional [Kock, 1948]. A relação entre a permissividade efetiva do meio ε_{eff} , a densidade de elementos N (número de elementos por unidade de volume) e a força de dipolo (polarizabilidade α de cada elemento) foi aproximada por $\varepsilon_{\text{eff}} = \varepsilon_0 + N\alpha$. Para ondas cujo comprimento de onda λ é grande quando comparado ao tamanho dos elementos e ao espaçamento entre eles, a estrutura tem ε_{eff} e n aproximadamente constantes ao longo da banda de frequências [Eleftheriades and Selvanayagam, 2012].

A teoria por trás dos dielétricos artificiais se tornou presente em livros clássicos de antenas e eletromagnetismo, como [Kraus, 1978, Kraus, 1997, Collin, 1991, Elliot, 2003], sendo que em [Collin, 1991] há um capítulo inteiro dedicado ao assunto.

2.1.2 O Comportamento Plasmônico: $\varepsilon < 0$

Alguns anos depois de Kock, Brown estudou o arranjo de fios finos e mostrou que existe uma frequência de corte para a propagação de ondas na estrutura [Brown, 1953]. Já na década de 60 houve muito interesse no estudo de plasmas, devido a estes causarem a perda de comunicação durante o trânsito de veículos espaciais da NASA pela ionosfera [Rotman, 1962, Balanis, 2012]. O plasma podia ser modelado através de uma permissividade negativa, o que se mostrou adequado em vários experimentos. Arranjos de fios ou placas metálicas simulariam um plasma, devido à permissividade efetiva ser expressa na forma $\varepsilon_{\text{eff}} = 1 - (\omega_p^2/\omega^2)$, onde ω_p é a frequência de plasma e ω é a frequência da onda incidente, um efeito similar ao presente nos metais para as frequências óticas e ultra-violeta [Rotman, 1962, Meng et al., 2005].

Três décadas depois, o inglês Pendry também explorou esta ideia para a faixa de GHz ao derivar a relação entre ω_p e os parâmetros macroscópicos do arranjo de fios finos, em duas e em três dimensões [Pendry et al., 1996, Pendry et al., 1998].

2.1.3 O Meio Duplamente Negativo: $\varepsilon < 0$ e $\mu < 0$

No final da década de 60 o soviético Veselago previu que apareceriam efeitos exóticos se ε e μ fossem ambos negativos, a saber: velocidade de grupo com sinal contrário ao da velocidade de fase, índice de refração negativo, além de inversão do efeito Doppler e da radiação Cherenkov [Veselago, 1968].

Contudo, embora a permissividade negativa já fosse realidade com o plasma elétrico, a inexistência da permeabilidade negativa ainda era um desafio. Desta forma, como um material com as características eletromagnéticas estudadas por Veselago não é conhecido na natureza, não houve muito esforço nessa direção até o final da década de 90, época na qual Pendry propôs o uso de anéis ressonantes para o ajuste da permeabilidade, permitindo, inclusive, valores negativos.

Tais valores podiam ser obtidos a partir da polarizabilidade de elementos condutores ressonantes, não-magnéticos, macroscópicos, mas eletricamente muito menores que o comprimento de onda da frequência de ressonância em espaço livre [Pendry et al., 1999].

Na verdade, estudos referentes a propriedades magnéticas baseadas na resposta de elementos não magnéticos já haviam sido conduzidos antes do trabalho de Pendry, como mostrado em [Lapine and Tretyakov, 2007].

De qualquer forma, a Figura 2.1 ilustra a bem sucedida proposta de Pendry. Um anel com *gap* (Figura 2.1a) seria um elemento ressonante, analogamente à um circuito *LC*, no qual o *L* corresponde ao loop de corrente (linha tracejada da figura) e o *C* corresponde ao *gap* (ilustrado pelas cargas + e -). Entretanto, a ressonância não aconteceria na faixa de micro-ondas e haveria uma forte polarização elétrica devido à grande assimetria do elemento em relação ao campo elétrico incidente (note pela Figura 2.1a que as cargas elétricas se acumulam apenas no entorno do único *gap*, desbalanceando o elemento).

A solução foi colocar um outro anel, concêntrico ao primeiro e com o *gap* invertido (Figura 2.1b), de modo que o elemento ficasse mais balanceado do ponto de vista elétrico e se aumentasse a capacitância, pois agora existe também um *gap* entre o anel externo e o anel interno. Dessa forma, a ressonância pode ser facilmente projetada para ocorrer na

faixa de micro-ondas. A parte real da permeabilidade fica negativa em uma região acima da frequência de ressonância.

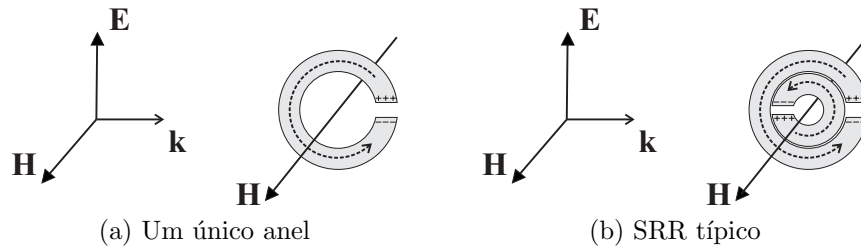


Figura 2.1: Ressorador em anel com *gap* (Split-Ring Resonator, ou SRR). A frequência de ressonância é ajustada conforme as dimensões do elemento. (a) Um único anel. (b) Dois anéis concêntricos (SRR).

Logo em seguida, através do grupo de Smith foram iniciados experimentos usando amostras montadas com placas de circuito impresso (*Printed Circuit Board* - PCB) convencionais, as quais continham a disposição criteriosa de elementos, entendidos como *células unitárias*, ressonantes e periódicas [Smith et al., 2000]. Estas células “nada mais eram” do que a impressão (em um lado da placa PCB) de um elemento que daria um $\varepsilon < 0$ [Pendry et al., 1996, Pendry et al., 1998] e (do outro lado da placa PCB) de um elemento responsável pelo $\mu < 0$ [Pendry et al., 1999], conforme Figura 2.2. Na região espectral em que ambos ε e μ são menores que zero, a superposição dos efeitos elétrico e magnético viabilizaram então o material com $\varepsilon < 0$ e $\mu < 0$.



Figura 2.2: Metamaterial criado a partir dos elementos de tiras metálicas (responsáveis pelo $\varepsilon < 0$) e ressoadores em anéis com *gap* (responsável pelo $\mu < 0$), impressos em lados opostos de placas de circuito impresso, as quais foram encaixadas entre si para formar um sólido [Shelby et al., 2001].

Em seguida o grupo de Smith obteve experimentalmente o índice de refração negativo, conforme previsto por Veselago mais de três décadas antes [Smith and Kroll, 2000, Shelby et al., 2001].

A abertura da possibilidade de obtenção prática de valores negativos para ε e μ rapidamente atraiu a atenção da comunidade científica e estes tipos de arranjos artificiais foram denominados **metamateriais**, de modo a salientar que são materiais com propriedades além daquelas presentes na natureza (ou de difícil obtenção) [Jelínek et al., 2007, Balanis, 2012]. Porém, como será discutido na próxima seção, a definição de metamateriais não é tão clara, direta ou consensual.

2.2 Definição para Metamateriais

Segundo [Bilotti and Sevgi, 2012], o nome metamateriais foi proposto dentro da comunidade científica que pesquisava mídias complexas, a fim de identificar uma classe de materiais artificiais que exibiam propriedades eletromagnéticas surpreendentes e anômalas, que não podiam ser encontradas em materiais naturais. Nesse contexto, o prefixo “meta” trazia o sentido de *emergência* de novas propriedades a partir de uma combinação especial de materiais que exibiam comportamentos eletromagnéticos convencionais.

De qualquer forma, atualmente existe uma grande atividade na pesquisa de metamateriais (gerando, por consequência, um expressivo número de publicações). Logo, é de se esperar que as inúmeras definições que têm aparecido não estejam plenamente alinhadas no que diz respeito à maneira como os pesquisadores entendem o conceito de metamateriais [Sihvola, 2007].

Atualmente, o significado mais comum para o prefixo “meta” é o de “além”, fazendo com que uma definição bem difundida seja a de materiais artificiais “engenheirados” que exibem propriedades únicas e não usuais, que não podem ser encontradas nos materiais naturais nas frequências de interesse. Assim, tais propriedades permitem que se vá *além* de algumas limitações encontradas ao se usar materiais naturais em componentes de micro-ondas e óticos [Bilotti and Sevgi, 2012].

Não existe uma única definição para metamaterial e mesmo alguma definição mais flexível, como “um arranjo de elementos estruturais artificiais, projetado para alcançar propriedades eletromagnéticas vantajosas e não usuais” [METAMORPHOSE, 2007] pode ser incompleta e rigorosa, mesmo porque o termo “material”, por si só, também careceria de uma definição [Lapine and Tretyakov, 2007]. Várias definições para metamateriais e suas interpretações podem ser encontradas em [Sihvola, 2007].

Para alguns autores, várias tecnologias distintas podem ser englobadas dentro de um grande “guarda-chuva” chamado metamateriais (como superfícies de impedância artificial, superfícies com texturas “engenheiradas”, superfícies seletoras de frequências, superfícies/estruturas/cristais *Photonic/Electromagnetic Band-Gap* (PBG/EBG), fractais, meios *chirals*, dentre outras) [Sihvola, 2007, Balanis, 2012].

Entretanto, Sihvola e Bilotti salientam que para uma apropriada definição dos parâmetros eletromagnéticos efetivos e macroscópicos de um metamaterial, o tamanho das inclusões e a separação entre elas deveriam ser ambos eletricamente pequenos, o que não ocorre nas estruturas como as EBG. Estas, tipicamente, têm separação entre as inclusões na ordem de 1 comprimento de onda (assim, as características destas estruturas são consequência da periodicidade, e não propriamente da resposta efetiva macroscópica) [Sihvola, 2007, Bilotti and Sevgi, 2012].

Lapine salienta que definições populares envolvendo “metamaterial é um material artificial...” podem levar muitos autores à interpretação de *objetos* com propriedades não usuais. Porém, nem todo objeto é um material, uma vez que o termo “material” exige várias características que não são presentes em muito daquilo que é classificado como metamaterial [Lapine and Tretyakov, 2007]. De fato, Lapine sugere uma definição que leve em conta aspectos estruturais, ao invés de uma definição puramente fenomenológica (como a difundida “material artificial que apresenta propriedades não disponíveis na natureza”) [Lapine and Tretyakov, 2007].

Adicionalmente, existe a utilização do termo *materiais funcionais*, que faz a ênfase sair da descrição interna do material e ir para a aplicação em si, ou seja, os materiais são projetados de forma a terem uma certa *funcionalidade* [Sihvola, 2007]. Em [Bilotti and Sevgi, 2012] é apresentada uma definição orientada-à-aplicação, em que os metamateriais representam uma camada funcionalizante (que traz uma função) entre os conceitos tradicionais de *materiais* e *dispositivos*.

Duas outras definições são a de componentes *baseados em metamateriais* e componentes *inspirados em metamateriais* [Bilotti and Sevgi, 2012]:

- Componentes *baseados em metamateriais*: são projetos que envolvem metamateriais ideais, isotrópicos e homogêneos, descritos pelas suas propriedades constitutivas ideais. ε e μ são expressos por uma função escalar dependente da frequência, de acordo com um modelo dispersivo ideal (como Drude ou Lorentz).

- Componentes *inspirados em metamateriais*: refletem a implementação física de um componente por meio de inclusões reais (como aqueles anéis ou tiras vistos nas seções anteriores).

Pode-se, também, entender que estas duas definições podem refletir a teoria básica de metamateriais, na qual a primeira se refere a considerações sobre um meio conceitual *abstrato* (quando certas propriedades gerais são analisadas sem se preocupar com a implementação). A segunda, por sua vez, é a teoria metamacroscópica (a qual lida com a derivação de parâmetros efetivos a partir da análise do meio em um *nível de detalhes estruturais* para a realização do mesmo. Neste caso, é comum que ocorra a separação em subsistemas de elementos) [Lapine and Tretyakov, 2007].

Assim, na prática é comum se deparar com projetos *inspirados em metamateriais*, como antenas, sensores, filtros, dentre outros.

2.3 Classificação em Relação às Propriedades Constitutivas

A Figura 2.3 classifica os materiais de acordo com os valores da parte real da permissividade e da permeabilidade. São apresentadas algumas siglas comuns no contexto de metamateriais, a saber:

- DPS (Double-Positive): Designa o material que possui $\varepsilon > 0$ e $\mu > 0$, como os dielétricos regulares encontrados na natureza. Também é chamado de meio RH (Right-Handed), em alusão à propagação de ondas seguir a regra da mão direita.
- ENG (Epsilon-Negative): Designa o material que possui $\varepsilon < 0$ e $\mu > 0$, como os plasmas e metais nas frequências óticas.
- MNG (Mu-Negative): Designa o material que possui $\varepsilon > 0$ e $\mu < 0$, como alguns tipos de ferrites.
- DNG (Double-Negative): Designa o material que possui $\varepsilon < 0$ e $\mu < 0$, simultaneamente em uma mesma faixa de frequência. Não é encontrado na natureza e a propagação obedece à regra da mão esquerda. Assim, é também chamado de meio LH (Left-Handed) ou meio de Veselago (em alusão ao trabalho [Veselago, 1968]).

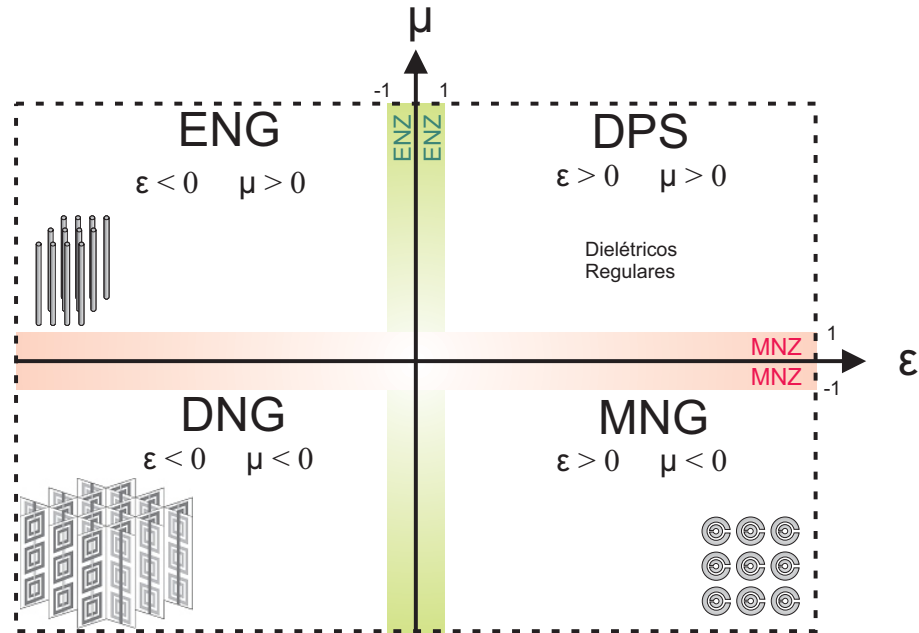


Figura 2.3: Classificação dos materiais conforme os valores das propriedades constitutivas, contendo ilustrações de como os mesmos podem ser realizados nas faixas de micro-ondas: ENG através de um arranjo de fios finos, MNG através de anéis com *gap* e DNG através da combinação de ambos. Figura baseada em [Bilotti and Sevgi, 2012] e [Balanis, 2012].

Adicionalmente, existe a nomenclatura para os materiais com valores da parte real das propriedades constitutivas entre -1 e 1 (também chamados de near-zero-index ou zero-index-materials [Bilotti and Sevgi, 2012]):

- ENZ (Epsilon-Near-Zero): Materiais em que $-1 < \epsilon < 1$.
- MNZ (Mu-Near-Zero): Materiais em que $-1 < \mu < 1$.

Materiais DNG são sempre metamateriais, pois não é conhecido nenhum material natural com tais características. É sabido, porém, que na natureza existem materiais com características ENG (por exemplo os plasmas e metais nobres em frequências infravermelho próximo e óticas) e MNG (materiais girotrópicos em frequências de rádio). Desta forma, para os materiais artificiais ENG ou MNG, poderem ser classificados como metamateriais eles devem apresentar tais características anômalas nas frequências em que os materiais naturais não as apresentam. Logo, um material artificial MNG na faixa infravermelho próximo é um metamaterial, bem como um material artificial ENG na faixa de micro-ondas [Bilotti and Sevgi, 2012].

Ademais, materiais artificiais com valores extremamente elevados de ε ou μ (ou ambos), também são considerados metamateriais uma vez que tais valores não são comumente disponíveis na natureza. Os mesmos recebem nomes como Epsilon-very-large, Mu-very-large e very-large-index [Bilotti and Sevgi, 2012].

2.4 Modelos de Dispersão

Conforme apresentado, os metamateriais práticos baseados em elementos unitários do tipo anel com *gap* e/ou fios são sempre dispersivos com a frequência, devido ao caráter ressonante dos elementos utilizados. A dependência da permissividade elétrica em relação à frequência – realizada com algum arranjo de fios finos – pode ser dada pelo modelo de Drude [Ivsic et al., 2009]:

$$\varepsilon_{\text{eff}} = \left(1 - \frac{f_p^2}{f^2 - j\gamma f}\right) \varepsilon_{\text{host}}, \quad (2.1)$$

onde f é a frequência do sinal, f_p é a frequência na qual $\varepsilon_{\text{eff}} = 0$ para o caso sem perdas (ponto nulo da função), γ representa as perdas e $\varepsilon_{\text{host}}$ é a permissividade do meio hospedeiro da estrutura.

Por sua vez, a resposta em frequência da permeabilidade magnética – realizada com algum tipo de anel com *gap* – pode ser dada pelo modelo de Lorentz [Ivsic et al., 2009]:

$$\mu_{\text{eff}} = 1 - \frac{f_{mp}^2 - f_0^2}{f^2 - f_0^2 - j\gamma f}, \quad (2.2)$$

onde f é a frequência do sinal, f_{mp} é a frequência na qual $\mu_{\text{eff}} = 0$ para o caso sem perdas (ponto nulo da função), f_0 é a frequência na qual μ_{eff} diverge (pólo da função) e γ representa as perdas.

2.5 Os Metamateriais Puramente Dielétricos

Uma grande desvantagem dos metamateriais baseados em elementos condutores é a perda ôhmica que ocorre nestes, especialmente em altas frequências. Uma possibilidade alternativa é o uso de partículas dielétricas compactas como blocos construtores de metamateriais [Popa and Cummer, 2008]. Neste contexto, os elementos básicos seriam blocos dielétricos com alta permissividade relativa (ressoadores cerâmicos), já conhecidos e usados comercialmente, por exemplo, em antenas eletricamente pequenas.

Similarmente ao que ocorreu alguns anos antes para os metamateriais com inclusões metálicas, o índice de refração negativo também foi verificado experimentalmente para aqueles puramente dielétricos [Lepetit et al., 2009]. Uma revisão sobre estes tipos de metamateriais dielétricos é feita em [Zhao et al., 2009].

2.6 Direções de Pesquisa

Segundo [Bilotti and Sevgi, 2012], no campo dos metamateriais existem duas direções de pesquisa que são as mais ativas ultimamente. A primeira consiste em explorar metamateriais como artifícios adicionais nos componentes de micro-ondas (por exemplo, circuitos e antenas). Geralmente são construídas amostras baseadas na tecnologia de circuito impresso, já bem estabelecida para micro-ondas.

Por sua vez, a segunda direção de pesquisa foca em levar as funcionalidades descobertas em micro-ondas para as frequências óticas, podendo se apoiar na nanotecnologia para fabricar as estruturas necessárias [Bilotti and Sevgi, 2012].

2.7 Projeto

Na prática é a aplicação que define como será fisicamente o metamaterial. A possível anisotropia é uma consequência direta da geometria das células unitárias, da distribuição das mesmas e da geometria do próprio metamaterial. Utilizando a célula unitária do tipo *Split-Ring Resonator* (SRR) como exemplo [Pendry et al., 1999], percebe-se que há uma alteração na magnitude da ressonância dependente da orientação da onda incidente com relação à célula [Marqués et al., 2008]. Isto se deve ao fato da excitação poder ser de origem elétrica e/ou magnética, dependendo da polarização da onda em relação à posição da célula e à simetria desta.

Conforme já visto, uma consequência da utilização de metamateriais ressonantes é a dispersão, ou seja, os mesmos trabalham apenas em uma banda consideravelmente estreita em torno da frequência de operação. Em algumas aplicações isto pode ser uma vantagem, como para o desenvolvimento de filtros [Marqués et al., 2008], porém em aplicações nas quais se deseja uma banda larga, a dispersão se torna uma grande desvantagem.

Em [Bilotti and Sevgi, 2012] são apresentados cinco passos referentes ao projeto de um componente metamaterial, como se segue:

1. O primeiro passo é ter a ideia de um novo componente a ser obtido ao se incluir um material não-convencional (que exiba valores não usuais nas propriedades constitutivas) em um componente convencional (antena, guia de onda, absorvedor, etc).
2. O segundo passo consiste em verificar se a performance foi, de fato, aprimorada em relação ao componente convencional. Podem ser usados modelos aproximados e métodos analíticos, nos quais os materiais envolvidos (convencionais ou não) são definidos como isotrópicos, homogêneos e são definidos por modelos como os de Drude ou Lorentz.
3. O terceiro passo consiste na simulação de onda completa (ainda usando os metamateriais ideais).
4. Neste quarto passo o projeto deixa de trabalhar com a versão do componente *baseada* em metamateriais para se trabalhar com a versão *inspirada* nos mesmos. Em outras palavras, projeta-se apropriadamente o arranjo real das inclusões físicas, de modo a se obter a mesma resposta antes obtida com a versão ideal do metamaterial.
5. Por fim, são feitas mais simulações de onda completa e a otimização do componente obtido pela disposição das inclusões. Nesta etapa, todos os materiais usados são convencionais e a dispersão nos mesmos pode ser negligenciada.

2.8 Aplicações

Embora, inicialmente, o foco das pesquisas em metamateriais tenha sido o estudo do índice de refração negativo [Smith and Kroll, 2000, Shelby et al., 2001], com o passar dos anos os metamateriais se firmaram como uma nova e extensa área de pesquisa. Por serem extremamente dependentes de parâmetros geométricos, os projetos podem ser escalados para vários espectros de operação, sendo este um dos motivos de se existir um extenso campo para aplicações envolvendo metamateriais.

Como exemplo de aplicações, podem ser citados os projetos de antenas, lentes para equipamentos de imagem por ressonância magnética, absorvedores, sensores, dispositivos de imageamento (óticos ou de micro-ondas), filtros, superfícies seletoras de frequências (FSS), guias de onda, mantos de invisibilidade, entre outros [Marqués et al., 2008, Eleftheriades and Selvanayagam, 2012, Dong and Itoh, 2012, Schüßler et al., 2012].

2.9 Conceitos sobre Mantos e Metamateriais

A principal linha desta tese é a modelagem e o projeto de mantos eletromagnéticos. Não se entra, portanto, em níveis de detalhes estruturais necessários para a implementação dos parâmetros do material projetado. Tendo em vista as definições apresentadas na Seção 2.2 e o contexto deste trabalho, é importante o leitor ter em mente que:

- O manto é um **dispositivo** eletromagnético, cuja finalidade (aplicação, função ou papel) é esconder um objeto ordinário colocado em seu interior. Para isto, o manto deve trabalhar os campos eletromagnéticos de uma maneira bem característica e não usual.
- O manto é constituído por **materiais funcionais**, que são projetados (engenheirados) visando fazer com que o manto cumpra sua finalidade.

Se analisarmos pontualmente estes materiais, fora do contexto funcional, os mesmos podem ser convencionais ou não. Em outras palavras, podem se encaixar em definições mais conservadoras de metamateriais (inclusões estruturadas e periódicas muito menor que o comprimento de onda, parâmetros não encontrados na natureza, etc) ou podem se aproximar mais da ideia original (emergência de novas propriedades a partir da combinação especial de materiais de comportamento eletromagnético convencional).

O importante é que no contexto funcional, a disposição dos materiais aliada às suas propriedades constitutivas faz com que o manto cumpra sua finalidade. Como essa finalidade é alcançada pelos materiais funcionais – que, de uma forma ou outra, são metamateriais – podemos usar o termo *manto metamaterial*, mesmo se este for puramente dielétrico, por exemplo.

Embora a Seção 2.7 traga alguns passos voltados para a melhoria do desempenho de componentes tradicionais usando metamateriais, no caso dos mantos entende-se que tais passos não se encaixam plenamente, uma vez que não existe um “manto convencional”.

Capítulo 3

Mantos Eletromagnéticos

Antes de iniciar a discussão sobre os mantos, na seção seguinte pondera-se algumas questões sobre os mesmos e sobre invisibilidade.

3.1 Definições sobre Mantos e Invisibilidade

Em [Maradudin, 2011] são apresentados algumas terminologias úteis: *cloaking* seria a ação de aplicar um manto (*cloak*). Esta ação torna um objeto contido na região encoberta (*cloaked region*) **invisível** a um observador externo. Na verdade este observador não percebe o conjunto manto-objeto, uma vez que este é **transparente** ao observador.

Nem sempre tornar um objeto invisível necessita de um manto. Por exemplo, no contexto de radar, os objetos são detectáveis pelos sinais *backscattering* recebidos pelo receptor, que geralmente é posicionado na mesma posição do transmissor dos pulsos.

Assim, um objeto não precisa ser necessariamente envolto por um manto para não produzir *backscattering*: basta que ele não tenha superfícies que re-irradiem na direção da fonte para que a reflexão *backscattered* seja drasticamente reduzida. Esta abordagem é usada na tecnologia *stealth*, na qual o avião é projetado com superfícies em ângulo para refletir a radiação incidente em direções que não sejam a do transmissor. Esta tecnologia também envolve o conceito de *blackness*. Uma superfície negra (*black*) absorve toda a radiação que nela incide. Assim, um objeto negro é invisível em reflexão, mas ainda obstrui objetos atrás dele, devido à “sombra” produzida. Técnicas envolvendo casamento de impedância e alta absorção intrínseca podem ser usadas para implementar este conceito.

Por sua vez, a **camuflagem** é uma habilidade presente em muitos animais da natureza, fazendo-os terem vantagens em relação aos seus predadores ou presas. Também tem sido usada por séculos em aplicações militares para reduzir a visibilidade de homens e máquinas. Atualmente muitos esquemas de camuflagem capturam a imagem atrás do objeto e a projetam na frente do mesmo, criando a ilusão de que o mesmo não está ali [Maradudin, 2011].

3.2 Abordagens para os Mantos

Existem diferentes abordagens para se projetar um manto, cada qual com suas características particulares. A ideia geral, entretanto, é basicamente a mesma: evitar que um objeto seja notado por uma determinada energia incidente. Embora esta atrativa ideia não seja recente, desde o início deste século ela tem recebido muita atenção por parte do meio científico. Grande parte do interesse atual é devido às novas possibilidades introduzidas pelos metamateriais e pelas estratégias formalizadas a partir de 2006 [Leonhardt, 2006, Pendry et al., 2006, Schurig et al., 2006a, Kundtz et al., 2011, Urzhumov et al., 2011].

Teoricamente, tornou-se possível projetar um meio no qual os campos eletromagnéticos sejam controlados da maneira desejada. Assim, entre outras aplicações, poder-se-ia ocultar um objeto dentro do manto, uma vez que nesta aplicação o manto é projetado para evitar que os campos penetrem na região na qual o objeto se situa. Isto pode ser idealizado com uma transformação que garanta que a “ausência” do espaço físico ocultado seja criada pela adequada inserção de anisotropia e não-homogeneidade nas propriedades constitutivas do manto.

De qualquer forma, a construção do meio anisotrópico e não-homogêneo, tal como previsto teoricamente, pode ser impraticável, a menos que sejam feitas simplificações no modelo. As limitações são relacionadas a requisitos como: não-homogeneidade contínua, alta anisotropia e valores extremos nas propriedades constitutivas [Popa and Cummer, 2009, Xi et al., 2009, Song et al., 2013].

Apesar dos relevantes resultados experimentais que podem ser obtidos com técnicas de transformação implementadas de maneira simplificada e discretizada, como em [Schurig et al., 2006a], outras abordagens multi-camadas se tornaram bem sucedidas sem que, necessariamente, fossem feitas transformações teóricas em um primeiro momento [Popa and Cummer, 2009, Xi et al., 2009, Xu et al., 2012, Wang and Semouchkina, 2013].

Nestas abordagens, o projeto se concentra, basicamente, em otimizar os parâmetros de um manto multi-camadas, visando obter a configuração que minimize o espalhamento. A possível existência de múltiplas reflexões nas sucessivas camadas do manto não é considerada um problema, pois as mesmas podem ser entendidas como graus de liberdade, e portanto, podem ser projetadas para contribuírem na redução do espalhamento.

Paralelamente, existem abordagens alternativas (e até anteriores), como as baseadas no cancelamento do espalhamento ao se cobrir o objeto com um manto de comportamento plasmônico [Alù and Engheta, 2005] e as baseadas na utilização de estruturas metálicas para fazer a onda contornar o objeto a ser ocultado [Alitalo et al., 2012].

Assim, em relação ao princípio físico do funcionamento do manto, podem ser listados três fundamentos, sendo que os dois primeiros se destacam [Chen et al., 2012]:

- *Transformação de coordenadas*: usa transformação de coordenadas para a descrição de um perfil de propriedades constitutivas no manto, de modo que este guie as ondas eletromagnéticas ao redor do objeto a ser ocultado;
- *Cancelamento do espalhamento*: usa um revestimento que cancela o espalhamento eletromagnético do objeto a ser ocultado;
- *Linha de Transmissão*: usa uma estrutura metálica que guia as ondas eletromagnéticas ao redor do objeto a ser ocultado.

As seções seguintes deste texto apresentam características destes tipos de mantos, exemplificados pela geometria mais simples e comum: o cilindro. Destaca-se que como a metodologia que se baseia na otimização do manto minimizando o espalhamento é muito diferente daquela baseada fundamentalmente no cancelamento do espalhamento, as mesmas estão em seções separadas. Alternativamente, existem ainda outros trabalhos com estratégias diferentes, que serão apenas citados ou não apresentados neste texto.

3.3 Metodologias de Transformação de Coordenadas

Além de terem papéis fundamentais e pioneiros para a consolidação dos metamateriais, conforme visto no Capítulo 2, os grupos de Pendry e Smith também foram responsáveis pela introdução da estratégia baseada em transformação de coordenadas, chamada de

Transformation Optics ou *Transformation Electromagnetics*¹ [Pendry et al., 2006, Schurig et al., 2006a, Kundtz et al., 2011].

De toda forma, quando os mesmos submeteram o artigo *Controlling Electromagnetic Fields* [Pendry et al., 2006] para a revista *Science*, a equipe de revisão percebeu que o que eles estavam descrevendo era muito parecido com o que Leonhardt já havia tentado publicar anteriormente, mas sem sucesso. Assim, os editores da revista o convidaram a escrever o artigo [Leonhardt, 2006] para ser publicado lado-a-lado com o artigo de Pendry e Smith, conforme relatado em [Beech, 2012]. Ambos foram publicados na edição de junho de 2006 e se tornaram referências – geralmente as duas primeiras – em inúmeros artigos posteriores. A fim de introduzi-los, segue uma consideração de Pendry:

A expectativa de um observador é que a luz viaje por linhas retas, o que é verdadeiro na maioria dos casos, porém existem exceções bem conhecidas, como as miragens que acontecem quando uma superfície quente aquece o ar acima da mesma, fazendo-o menos denso. Surge então um gradiente no índice de refração imediatamente acima da superfície. Estes gradientes encurvam a trajetória dos raios de luz de modo que um observador interpreta mal a sua origem: a luz vinda do céu é refratada pelo gradiente e, à distância, aparenta ser água – casos típicos de miragem no deserto ou de uma estrada molhada em um dia quente. É esta capacidade de um gradiente no índice de refração encurvar a luz que é explorada pelo projetista de mantos: a luz é guiada em torno do objeto escondido pelo manto e, então, retorna à mesma trajetória em linha reta [Pendry, 2009].

3.3.1 A Proposta de Leonhardt: Mapeamento Conforme

“(...) a general recipe for the design of media that create perfect invisibility within the accuracy of geometrical optics.” [Leonhardt, 2006].

O trabalho de Leonhardt se baseia na análise por raios da ótica geométrica. De acordo com o princípio de Fermat, a luz trafega pelo caminho mais curto (do ponto de vista ótico) em um dielétrico e a integração do índice de refração n ao longo do trajeto

¹ Embora *Transformation Optics* seja a nomenclatura mais difundida, neste texto também foi usada a denominação mais genérica “Transformação de Coordenadas”, que, por não ter o termo *Optics*, não remete a uma faixa de frequência que não é alvo de estudo.

do raio define o comprimento ótico do trajeto. Logo, se n é variável espacialmente, os caminhos mais curtos não são linhas retas, e sim, curvas [Leonhardt, 2006]. O caminho s a ser percorrido entre os pontos P_1 e P_2 seria aquele que minimiza $\int_{P_1}^{P_2} n(\mathbf{r}, \omega) ds$, onde n é função da posição \mathbf{r} em relação a uma origem O e da frequência angular ω , conforme Figura 3.1 [Maradudin, 2011].

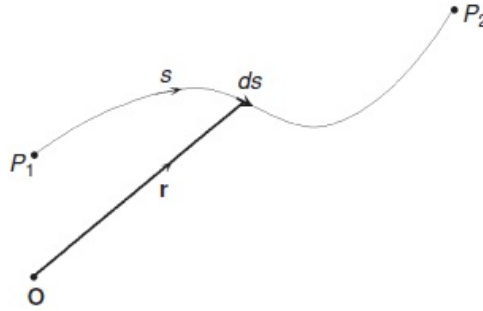


Figura 3.1: Ilustração do caminho curvo de um raio por um meio não-homogêneo [Maradudin, 2011].

Se o meio é anisotrópico, então n é relacionado aos tensores permissividade e permeabilidade. Além disto, para a abordagem por ótica geométrica ser válida, n não deve variar muito em espaçamentos da ordem do comprimento de onda [Maradudin, 2011].

A proposta então seria criar um meio que guiasse a luz ao redor de um “buraco” no mesmo. Se os raios incidentes fossem encurvados de maneira a contornar o buraco e depois recombinados na mesma direção em que eles entraram no meio, um observador externo não saberia a diferença entre a luz que passou por este meio e aquela que teria propagado no espaço vazio. Assim, um objeto colocado dentro do buraco estaria ocultado da linha de visada do observador [Leonhardt, 2006].

Leonhardt sugeriu que para projetar o perfil espacial do índice de refração n fosse usada a já conhecida técnica de mapeamento conforme: define-se que o plano 2D original é o plano Z complexo, onde as coordenadas de um ponto são definidas pelo número complexo $Z = x + jy$. O mapeamento conforme é para o plano W , onde as coordenadas dos pontos são dadas por $W(Z) = u + jv$, onde $W(Z)$ é uma função analítica. No plano W as linhas de u e v constantes se interceptam em ângulos retos e formam um grid ortogonal, conforme Figura 3.2. Note que no plano Z as linhas de u e v constantes também criam um grid ortogonal, apesar de as linhas serem curvas [Maradudin, 2011].

A propagação da onda em um espaço bidimensional (x, y) é governada pela equação de Helmholtz:

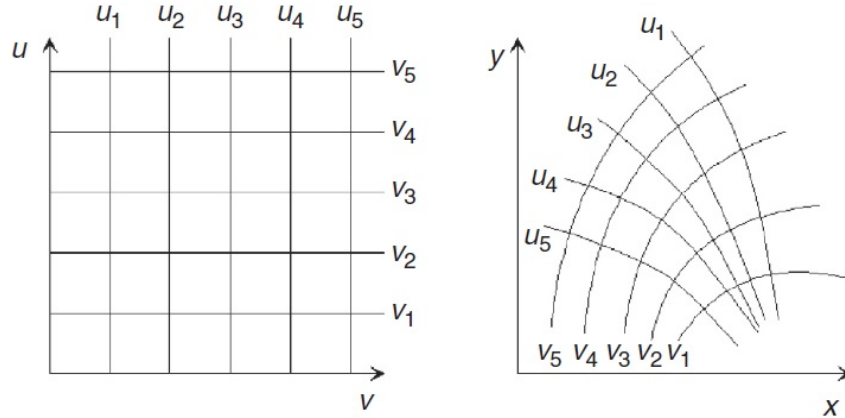


Figura 3.2: Mapeamento conforme entre as linhas de coordenadas no plano W (à esquerda) para o plano Z (à direita) [Maradudin, 2011].

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + n^2 k^2 \right) \Psi = 0, \quad (3.1)$$

onde k é a constante de propagação, Ψ é a amplitude de qualquer campo ou potencial associada à onda e, no espaço livre original, $n = 1$. Considerando um perfil *transformado* do índice de refração na forma

$$n' = n \frac{dZ}{dW}, \quad (3.2)$$

pode-se escrever a mesma equação de Helmholtz, porém no espaço transformado W , conforme Equação 3.3. Nela $|dZ/dW|$ é um fator de escala que relaciona um incremento $|dW|$ no plano W a um incremento $|dZ|$ no plano Z [Maradudin, 2011]. O meio em discussão realiza um mapeamento conforme para o espaço livre.

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial u^2} + \frac{\partial^2}{\partial v^2} + \left| \frac{dZ}{dW} \right|^2 k^2 \right) \Psi = 0. \quad (3.3)$$

Em resumo, pelo princípio de Fermat, raios de luz não sabem a diferença entre um *caminho longo* com um *baixo* índice de refração e um *caminho curto* com um *alto* índice de refração. De maneira similar, se a luz toma um caminho reto no espaço (u, v) , então os caminhos correspondentes no espaço encurvado (x, y) serão, de maneira geral, curvos [Maradudin, 2011].

3.3.2 A Proposta de Pendry e Smith: Controlar os Campos Eletromagnéticos

“The designer imagines a fictitious space with some topological feature (e.g., a hole) that enacts a desired electromagnetic phenomena (e.g., invisibility), and the transformation method yields, in a direct way, the complex material property specification that implements the behavior.” [Schurig et al., 2006b].

Em [Pendry et al., 2006] é proposta uma estratégia de projeto na qual as grandezas \mathbf{D} (Densidade de Fluxo Elétrico ou Indução Elétrica), \mathbf{B} (Densidade de Fluxo Magnético ou Indução Magnética) ou \mathbf{S} (Vetor de Poynting) podem ser redirecionadas à vontade (assumindo que o advento da flexibilidade introduzida pelos metamateriais possibilitaria a construção do meio que faria referidos direcionamentos). A estratégia apresentada é baseada nas Equações de Maxwell e, ao contrário da de Leonhardt, não é restrita às aproximações por traçados de raios. Como exemplo foi apresentado um projeto de manto esférico, que evita que as linhas de campo penetrem na região do objeto a ser ocultado.

Em termos gerais, inicialmente pode-se imaginar que o campo seja uniforme e todo o sistema esteja presente em um meio “elástico” que pode ser “puxado” e “espichado” à vontade. Para se mapear as distorções, a referência fica sendo a configuração inicial dos campos em uma malha cartesiana original. Se esta malha cartesiana for submetida ao mesmo processo de distorções do meio, estas podem ser determinadas por uma transformação de coordenadas entre a malha cartesiana original (x , y e z) e a distorcida (u , v , w), conforme ilustrado na Figura 3.3. A localização de um novo ponto (u , v e w) com respeito à posição original (x , y , z) é $u(x, y, z)$, $v(x, y, z)$, $w(x, y, z)$ [Pendry et al., 2006].

Se ε e μ forem escalados pelo mesmo fator, após a substituição do sistema de coordenadas as Equações de Maxwell permanecem exatamente da mesma forma. Assim, no novo sistema de coordenadas (com o símbolo “linha”) tem-se [Pendry et al., 2006]:

$$\mathbf{D}' = \varepsilon_0 \varepsilon' \mathbf{E}', \quad (3.4)$$

$$\mathbf{B}' = \mu_0 \mu' \mathbf{H}'. \quad (3.5)$$

O projeto de um manto seguindo estas ideias tem algumas características importantes [Pendry et al., 2006]:

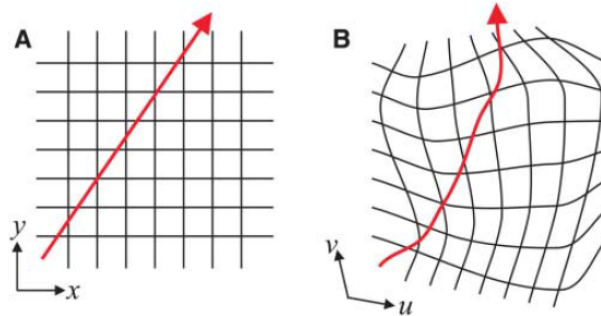


Figura 3.3: Transformação de Coordenadas: uma linha de campo no espaço livre com as coordenadas cartesianas (à esquerda) e a linha de campo distorcida com as coordenadas também distorcidas da mesma maneira (à direita) [Pendry et al., 2006]. É como se a linha de campo estivesse “colada” ao sistema de coordenadas [Pendry, 2009].

- Uma vez que o espaço foi distorcido anisotropicamente, o meio (manto) será necessariamente **anisotrópico**. Um mapeamento conforme – a exemplo do sugerido por Leonhardt – implicaria em tensores permissividade e permeabilidade diagonais, enquanto um mapeamento não-conforme implica em tensores não-diagonais.
- Existe **singularidade** no projeto, uma vez que um raio que incidisse diretamente para o centro do objeto não saberia para qual direção seria desviado. Raios nas vizinhanças próximas são desviados com ângulos cada vez mais fechados dependendo da proximidade dos mesmos em relação à singularidade. Assim, nestas regiões mudanças fortes são necessárias em ϵ' e μ' , a fim de encurvar os raios apropriadamente.
- Atingir valores altos em ϵ' e μ' pode ser problemático, mesmo usando metamateriais.
- Devido aos comprimentos dos trajetos percorridos pelos raios serem diferentes, para os mesmos chegarem ao outro lado do manto com a mesma fase e com uma velocidade de grupo dentro dos limites físicos, o meio deve ser **dispersivo** com a frequência. Assim, o efeito de invisibilidade só é efetivo em uma única frequência.

3.3.3 Analogia entre as Metodologias

Uma comparação entre as técnicas de projeto de Leonhardt e de Pendry é encontrada na revisão em [Urzhumov et al., 2011], que salienta:

- A técnica de **Mapeamento Conforme** (CM) proposta por Leonhardt assume que ao sofrer uma transformação de coordenadas **conforme**, a **Equação de Helmholtz** bidimensional é invariante em forma.

- Na técnica *Transformation Optics* (TO) proposta por Pendry, as **Equações de Maxwell** são invariantes em forma ao sofrerem uma transformação **arbitrária**.
- Na técnica TO, a transformação de coordenadas é usada para mudar as distribuições dos tensores **permissividade** e **permeabilidade**.
- Já na técnica CM, a transformação de coordenadas é usada para redefinir a distribuição do **índice de refração**.
- Ao contrário da maioria das mídias TO, uma mídia CM pode ser apenas dielétrica e isotrópica e, assim, ser mais facilmente escalada para operar em comprimentos de onda visíveis. Porém esta simplicidade reduz significativamente a performance devido à simplificação no conjunto de parâmetros do material.

Em resumo, em um projeto de manto usando os conceitos de transformação de coordenadas, a ideia é criar um vazio no espaço eletromagnético no qual se podem esconder objetos arbitrários. O manto conduz as linhas de campo de uma tal forma que um observador não perceba a existência da descontinuidade no espaço. A subseção a seguir expande mais a teoria por trás desta ideia.

3.3.4 Fundamentação Teórica

As Equações de Maxwell descrevem o comportamento espacial e temporal dos campos elétrico e magnético [Kraus, 1978]:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (\text{Lei de Faraday da Indução}), \quad (3.6)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (\text{Lei de Ampère Generalizada}), \quad (3.7)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (\text{Lei de Gauss da Eletricidade}), \quad (3.8)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (\text{Lei de Gauss do Magnetismo}), \quad (3.9)$$

onde \mathbf{E} é a *Intensidade do Campo Elétrico* [V/m], \mathbf{D} é a *Densidade de Fluxo Elétrico* ou *Indução Elétrica* [C/m²], \mathbf{H} é a *Intensidade do Campo Magnético* [A/m] e \mathbf{B} é a *Densidade de Fluxo Magnético* ou *Indução Magnética* [T] ou [Wb/m²], ρ é a *Densidade Volumétrica de Carga Elétrica* [C/m³] e \mathbf{J} é a *Densidade Superficial de Corrente Elétrica*

[A/m²]. Todavia, daqui em diante será assumido que não existem fontes ou perdas e o foco será apenas nas equações com rotacional, já que elas definem a propagação de ondas.

Deve-se também estabelecer as relações constitutivas elétrica e magnética (equações 3.10 e 3.11), que fazem a associação entre os campos e a matéria que constitui o meio no qual as referidas grandezas estão situadas.

$$\mathbf{D} = \boldsymbol{\varepsilon}\mathbf{E} \quad (\text{Relação Constitutiva Elétrica}), \quad (3.10)$$

$$\mathbf{B} = \boldsymbol{\mu}\mathbf{H} \quad (\text{Relação Constitutiva Magnética}). \quad (3.11)$$

Nestas equações $\boldsymbol{\varepsilon}$ e $\boldsymbol{\mu}$ são os tensores das *propriedades constitutivas* (ou *parâmetros constitutivos*) de um meio. Mais precisamente, $\boldsymbol{\varepsilon}$ é a *Permissividade Elétrica* [F/m] e $\boldsymbol{\mu}$ é a *Permeabilidade Magnética* [H/m].

Assumindo que o material esteja alinhado com os eixos principais (diagonalizado), os tensores se resumem a uma diagonal com valores iguais. Já para um material anisotrópico, $\boldsymbol{\varepsilon}$ (e similarmente para $\boldsymbol{\mu}$) tem componentes principais diferentes, ou seja,

$$\begin{bmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix}. \quad (3.12)$$

Uma vez que as equações de Maxwell mantêm seu significado físico independentemente do sistema de coordenadas adotado, pode-se livremente realizar a transformação de coordenadas que se deseje, bastando compensá-la por uma alteração apropriada em $\boldsymbol{\varepsilon}$ e $\boldsymbol{\mu}$ [Ward and Pendry, 1996, Pendry et al., 2006, Yan et al., 2009, Kundtz et al., 2011].

No contexto de metamateriais, a transformação de coordenadas ocorre dentro da região espacial na qual existirá o metamaterial. Assim, assumindo que o símbolo “linha” signifique a região espacial a ser trabalhada (espaço *transformado*, ou *distorcido*), tem-se:

$$\nabla' \times \mathbf{E}' = -\frac{\partial \mathbf{B}'}{\partial t}, \quad (3.13)$$

$$\nabla' \times \mathbf{H}' = \frac{\partial \mathbf{D}'}{\partial t}. \quad (3.14)$$

Para que as equações continuem válidas apesar da transformação de coordenadas, necessita-se que haja a compensação apropriada nos tensores $\boldsymbol{\varepsilon}$ e $\boldsymbol{\mu}$, que devem passar a

ser $\boldsymbol{\varepsilon}'$ e $\boldsymbol{\mu}'$. Assumindo a transformação de $\mathbf{x} = \{ x_1, x_2, x_3 \}$ para $\mathbf{x}' = \{ x'_1, x'_2, x'_3 \}$, ou seja, $\mathbf{x}' = \mathbf{x}'(\mathbf{x})$, a compensação pode ser feita pela matriz Jacobiana \mathbf{A} , que descreve o mapeamento através das derivadas parciais [Yan et al., 2009, Kundtz et al., 2011]:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x'_1}{\partial x_1} & \frac{\partial x'_1}{\partial x_2} & \frac{\partial x'_1}{\partial x_3} \\ \frac{\partial x'_2}{\partial x_1} & \frac{\partial x'_2}{\partial x_2} & \frac{\partial x'_2}{\partial x_3} \\ \frac{\partial x'_3}{\partial x_1} & \frac{\partial x'_3}{\partial x_2} & \frac{\partial x'_3}{\partial x_3} \end{bmatrix}. \quad (3.15)$$

Alternativamente, pode-se escrever \mathbf{A} usando a notação de índices, onde $i, j = 1, 2, 3$:

$$A_{ij} = \frac{\partial x'_i}{\partial x_j} \quad (3.16)$$

Assim, o projeto do metamaterial passa a ser focado na construção dos tensores $\boldsymbol{\varepsilon}'$ e $\boldsymbol{\mu}'$, que são dados diretamente pelas equações 3.17 e 3.18 [Kundtz et al., 2011]:

$$\boldsymbol{\varepsilon}' = \frac{\mathbf{A}\boldsymbol{\varepsilon}\mathbf{A}^T}{|\mathbf{A}|}, \quad (3.17)$$

$$\boldsymbol{\mu}' = \frac{\mathbf{A}\boldsymbol{\mu}\mathbf{A}^T}{|\mathbf{A}|}, \quad (3.18)$$

onde o símbolo T significa transposição.

Desta forma, uma vez que se obtém as propriedades constitutivas do metamaterial a partir de \mathbf{A} , torna-se necessário garantir que esta matriz descreva o mapeamento que implementa a funcionalidade desejada. O caso trivial seria uma “transformação unitária”, ou seja, $\mathbf{x}' = \mathbf{x}$ (logo, $\boldsymbol{\varepsilon}' = \boldsymbol{\varepsilon}$ e $\boldsymbol{\mu}' = \boldsymbol{\mu}$). Por sua vez, a transformação pode envolver uma, duas ou as três dimensões.

3.3.5 Interpretações

As Equações de Maxwell originais ou transformadas, empregadas em seus respectivos meios, descrevem um único comportamento eletromagnético. De qualquer forma, conforme mostrado na Figura 3.4, existem duas interpretações possíveis para a transformação de coordenadas [Schurid et al., 2006b].

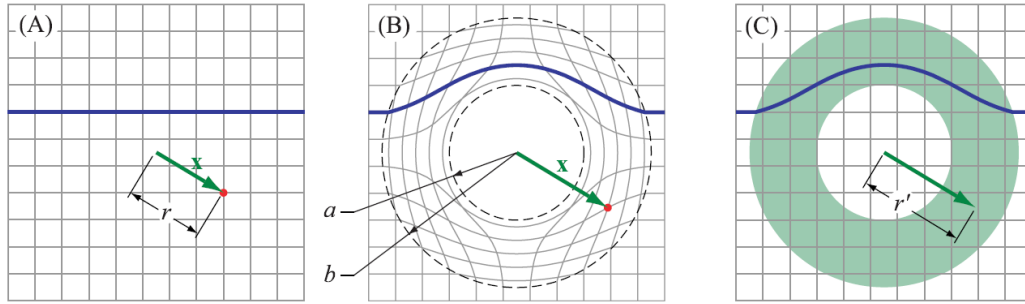


Figura 3.4: Transformação de Coordenadas: (A) Espaço cartesiano original. (B) Interpretação Topológica. (C) Interpretação por Materiais. O vetor \mathbf{x} é mostrado em ambos os espaços e em (C) é mostrado o comprimento do mesmo quando as componentes transformadas são interpretadas em componentes cartesianas [Schurid et al., 2006b].

- **Interpretação Topológica:** Os tensores das propriedades dos materiais (original ou transformados, conforme equações 3.17 e 3.18) representam as **mesmas propriedades** constitutivas, mas em **espaços diferentes** topologicamente.
- **Interpretação por Materiais:** Os tensores das propriedades dos materiais (original ou transformados, conforme equações 3.17 e 3.18) representam **propriedades diferentes**, em um **mesmo espaço** cartesiano.

3.3.6 Construção

“The real challenge of cloaking lies in deriving a theoretical prescription for the optical properties of the cloak and, even more challenging, realizing these properties in a material. Transformation optics provides the theoretical background and metamaterials provide the means of achieving the prescribed parameters.” [Pendry, 2009].

Nas subseções anteriores foram revistos aspectos básicos da teoria de transformação de coordenadas aplicada ao projeto de mantos eletromagnéticos. Nesta Subseção são abordados aspectos construtivos.

A realização física do manto baseado em transformação de coordenadas foi apresentada logo após a publicação da teoria. Conforme apresentado a seguir, existem diferentes maneiras de realização, dependendo, entre outros aspectos, da polarização da onda incidente. Contudo, devido à dificuldade de fabricação de um material que corresponda

realmente a uma dada transformação, geralmente passos como otimização e simplificação são necessários para se atingir um projeto viável [Urzhumov et al., 2011].

3.3.6.1 Manto Metamaterial - Caso TM^z

Ainda em 2006, o grupo de Pendry e Smith desenvolveu um manto cilíndrico na faixa de micro-ondas. O mesmo é mostrado na Figura 3.5 [Schurid et al., 2006a].

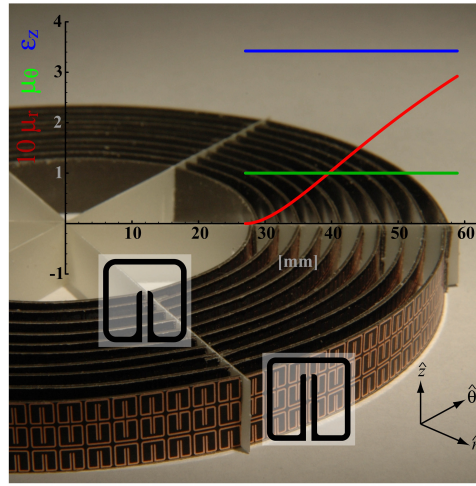


Figura 3.5: Manto criado a partir de elementos impressos em substrato flexível, os quais foram dispostos para formação do metamaterial multi-camadas [Schurid et al., 2006a].

Sendo a o raio interno e b o raio externo do manto, o mapeamento usado foi [Schurid et al., 2006a]:

$$r' = \frac{b-a}{b}r + a, \quad (3.19)$$

$$\theta' = \theta, \quad (3.20)$$

$$z' = z. \quad (3.21)$$

Isto leva ao seguinte material [Cummer et al., 2006, Schurid et al., 2006a]:

$$\varepsilon_r = \mu_r = \frac{r-a}{r}, \quad (3.22)$$

$$\varepsilon_\theta = \mu_\theta = \frac{r}{r-a}, \quad (3.23)$$

$$\varepsilon_z = \mu_z = \left(\frac{b}{b-a}\right)^2 \frac{r-a}{r}. \quad (3.24)$$

Nesta transformação todas as componentes dependem do raio r , dificultando a realização prática. Porém, se for considerado o caso TM^z , apenas ε_z , μ_r e μ_θ passam a ser relevantes ao projeto. As propriedades podem ainda ser simplificadas para um *conjunto reduzido* de componentes com a mesma relação de dispersão (que visa manter a mesma trajetória da onda dentro do manto, porém com apenas uma componente não-homogênea) [Cummer et al., 2006, Schurig et al., 2006a]:

$$\varepsilon_z = \left(\frac{b}{b-a} \right)^2, \quad (3.25)$$

$$\mu_r = \left(\frac{r-a}{r} \right)^2, \quad (3.26)$$

$$\mu_\theta = 1. \quad (3.27)$$

A desvantagem desta simplificação, entretanto, é o descasamento entre a impedância do manto e a do ar, causando uma reflexão diferente de zero nesta interface; consequentemente, perde-se a invisibilidade perfeita. Para realizar a variação $\mu_r(r)$, em [Schurig et al., 2006a] foram usadas células unitárias com um anel ressonador, cujo formato varia ligeiramente de uma camada para a outra. Estas variações possibilitaram o ajuste de ε_z e $\mu_r(r)$.

A questão do descasamento de impedância é mais bem discutida em referências como [Cai et al., 2007b, Yan et al., 2007, Collins and McGuirk, 2009, Peng et al., 2011].

Manto com Ressonadores Dielétricos

As equações 3.25 a 3.27 também foram usadas em [Wang et al., 2011, Wang et al., 2013], porém a ideia era fazer um manto com ressonadores dielétricos dispostos em camadas.

Conforme pode ser observado nas figuras 3.6 e 3.7, enquanto em [Wang et al., 2011] os ressonadores foram dispostos de maneira alinhada (cada camada tem o mesmo número de elementos, em [Wang et al., 2013] o número de elementos em cada camada é diferente e o espaçamento entre eles (em uma mesma camada) é o mesmo. A densidade do agrupamento permite o controle dos parâmetros efetivos [Wang et al., 2013]

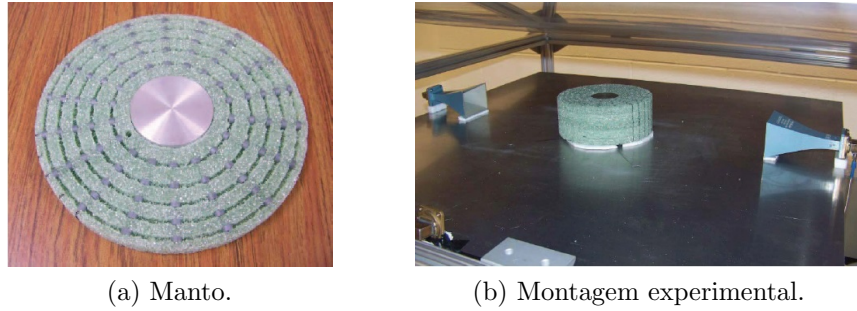


Figura 3.6: Projeto apresentado em [Wang et al., 2011]. (a) Vista superior do manto. (b) Montagem experimental: manto entre duas antenas corneta.

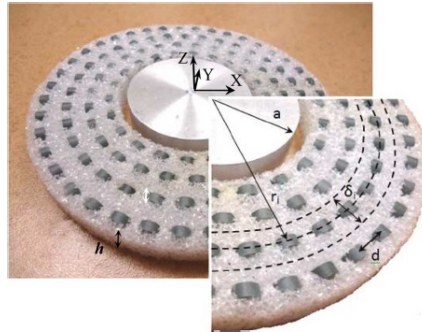


Figura 3.7: Projeto apresentado em [Wang et al., 2013].

3.3.6.2 Manto Metamaterial - Caso TE^z

Enquanto em [Schurig et al., 2006a] foi utilizada a resposta magnética do anel para se obter a variação necessária em μ_r , em [Kanté et al., 2009] foi utilizada a resposta elétrica, para se ajustar o ϵ_r . Na verdade, os dois projetos são similares (duais), considerando-se a diferença de polarização. As figuras 3.8 e 3.9 mostram o manto, que foi construído com placas de circuito impresso envoltas em uma resina.

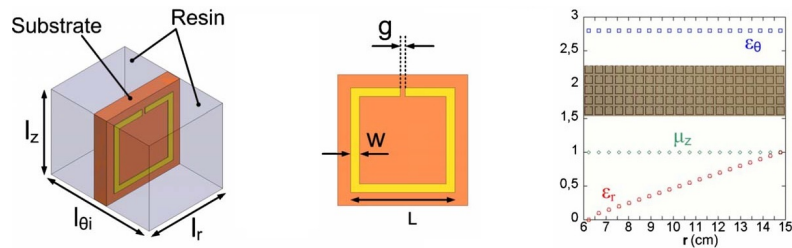


Figura 3.8: Célula unitária e perfis das propriedades constitutivas em função das camadas do manto TE^z construído em [Kanté et al., 2009].

Já em [Cai et al., 2007a], foi proposta uma maneira de se fazer um manto ótico (ilustrado na Figura 3.10) usando células dielétricas com inclusões do tipo varetas (con-

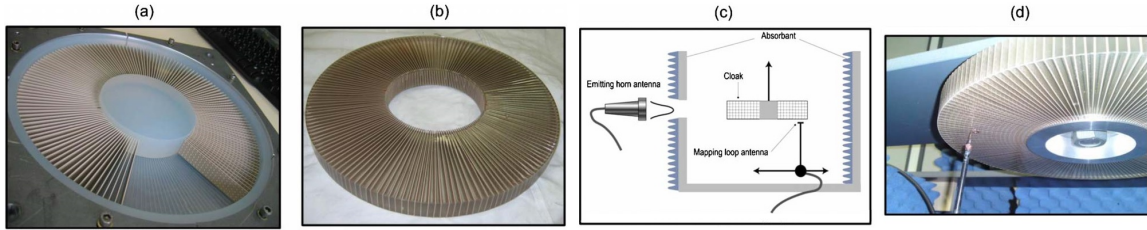


Figura 3.9: Manto construído em [Kanté et al., 2009]: (a) Construção do manto, (b) manto pronto, (c) diagrama experimental e (d) mapeamento de campo próximo com sonda.

forme visto no capítulo anterior, responsáveis por controlar a permissividade efetiva). A motivação foi a existência de limites no escalonamento de anéis do tipo SRR (ou outras partículas magnéticas) para a obtenção de resposta magnética em frequências óticas. Assim, um projeto no qual não é necessário um μ diferente de μ_0 se torna interessante.

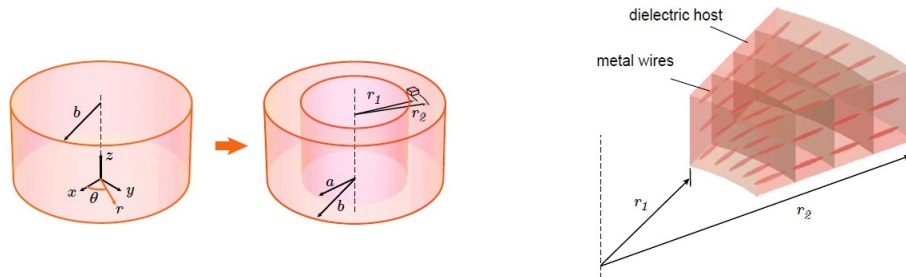


Figura 3.10: Manto proposto em [Cai et al., 2007a]. A região $r < b$ é comprimida no anel $a < r < b$ (à esquerda). Detalhe de um setor do manto (à direita).

De toda forma, os aspectos de anisotropia, não-homogeneidade, sensibilidade aos parâmetros do projeto e os desafios na construção do material podem tornar a técnica de transformação de coordenadas consideravelmente complexa, deixando-a mais apropriada para problemas nos quais o comprimento de onda é muito maior que o menor detalhe capaz de ser construído e o objeto é eletricamente grande [Edwards et al., 2009].

3.4 Metodologias de Cancelamento do Espalhamento

“... scattering-cancellation-based cloaking (...) focuses on nonresonant destructive interference at all angles.” [Chen et al., 2012].

Desde 2003 o ocultamento de um objeto por estruturas metamateriais e plasmônicas já era estudado para diversas aplicações e com abordagens diferentes. Além de aplicações militares, de radar e de defesa, existem as de sensores em campo-próximo. Nelas o manto tem a tarefa de fazer o sensor causar uma menor perturbação no ambiente a ser monitoramento; portanto, deve haver alguma interação entre o objeto “semi-ocultado” e os campos externos [Chen et al., 2012].

3.4.1 Manto Plasmônico

“Plasmonic cloaking is a scattering cancellation technique based on a homogeneous layer with low- or negative- permittivity and/or permeability designed to produce a local polarization vector that is in “anti-phase” with respect to that of the object to be cloaked.” [Chen et al., 2012].

A técnica de cancelamento do espalhamento pode ser implementada por uma cobertura com permissividade negativa que cancele o vetor de polarização de um objeto, conforme ilustrado na Figura 3.11 [Alù and Engheta, 2005].

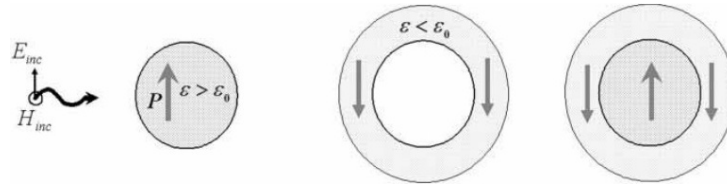


Figura 3.11: Ilustração do cancelamento da polarização de um objeto com $\varepsilon > \varepsilon_0$ pelo revestimento metamaterial ($\varepsilon < \varepsilon_0$) de polarização oposta [Alù and Engheta, 2005].

Assim, objetos dielétricos ou condutores de tamanho moderado podem ser efetivamente ocultados com uma única camada homogênea e isotrópica de material plasmônico. O efeito de invisibilidade surge quando o espalhamento pelo metamaterial fica em contra-fase ao espalhamento pelo objeto, causando uma interferência destrutiva [Edwards et al., 2009, Chen et al., 2012]. Neste esquema de manto, as propriedades do objeto são conhecidas e usadas para se projetar o manto, fazendo o conjunto se tornar invisível [Pendry, 2009]. Uma outra ilustração da técnica é mostrada na Figura 3.12.

A fim de suprimir as ordens de espalhamento mais relevantes, materiais com permissividade (ou permeabilidade) próxima de zero (positiva ou negativa) são mais eficientes. Uma vez que tais propriedades são comumente presentes perto da frequência de plasma efetiva do material, a técnica recebe o nome de *plasmonic cloaking* [Chen et al., 2012].

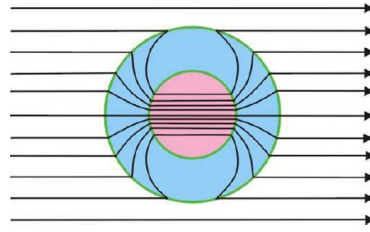
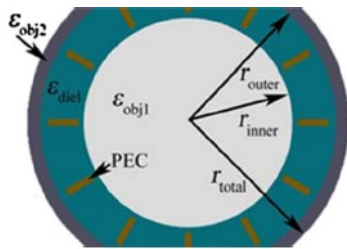


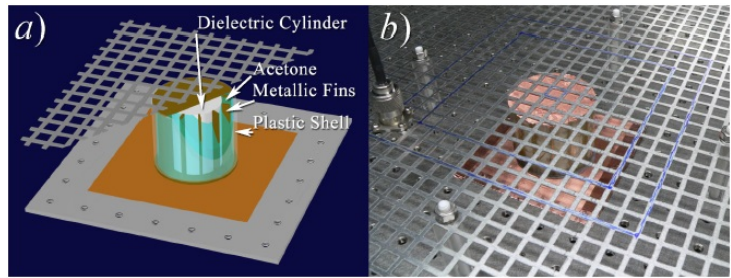
Figura 3.12: Ilustração do cancelamento do espalhamento: uma esfera de alto índice de refração sendo escondida por um manto com índice de refração negativo [Pendry, 2009].

Como exemplo, em [Edwards et al., 2009] o manto construído para ocultar um cilindro dielétrico ($\epsilon_{\text{obj1}} = 6$) consiste em um recipiente plástico com acetona ($\epsilon_{\text{diel}} = 21$) com inclusões metálicas (chapas de cobre), conforme mostrado na Figura 3.13. Se não fossem criteriosamente dispostos, por si só, estes materiais causariam um espalhamento significativo, mas o manto ($\epsilon_{\text{cloak}} = -22$) reduz consideravelmente o espalhamento total. Para o caso de um objeto cilíndrico, é possível usar um modelo analítico para o projeto do manto. No caso da estrutura da Figura 3.13a com N inclusões, a permissividade efetiva do manto é calculada como [Edwards et al., 2009, Chen et al., 2012]:

$$\epsilon_{\text{cloak}} = \epsilon_{\text{diel}} - \frac{N^2/4}{k_0^2 r_{\text{inner}} r_{\text{outer}}}. \quad (3.28)$$



(a) Diagrama do manto.



(b) Diagrama e foto da Montagem experimental.

Figura 3.13: Manto construído em [Edwards et al., 2009]. (a) Perspectivas do projeto, (b) Montagem experimental.

Pelo que foi apresentado, algumas características e considerações sobre os mantos plasmônicos podem ser listadas:

- Os esquemas de cancelamento sempre envolvem materiais com $\epsilon < 0$, $\mu < 0$ ou ambos. Valores negativos implicam que há uma forte dependência em frequência, ou seja, são mantos muito ressonantes [Pendry, 2009].

- Embora a abordagem seja aplicável somente para o referido objeto em uma dada frequência, ainda assim se consegue uma relativa banda em torno da região na qual se projeta o manto [Alù and Engheta, 2005, Edwards et al., 2009].
- Devido à simplicidade e possibilidade de se melhorar a performance adicionando mais graus de liberdade (como multi-camadas), este tipo de manto é visto como uma interessante maneira de se ocultar um objeto [Edwards et al., 2009].
- Possibilita a interação entre a onda incidente e o objeto, permitindo que o mesmo seja usado para sentir o campo externo, causando, no entanto, uma baixa influência no ambiente [Chen et al., 2012].
- Segundo [Chen et al., 2012], é mais tolerante às imperfeições de fabricação, às perdas nos metamateriais práticos e às restrições no projeto, em contraste aos mantos baseados em técnicas de transformação.
- O projeto do manto é mais difícil e questionável para um objeto eletricamente grande, no qual múltiplos pólos contribuem para o campo espalhado [Kanté et al., 2009].
- Segundo [Edwards et al., 2009], a técnica de transformação de coordenadas é apropriada e útil para uma classe de problemas na qual o comprimento de onda é muito maior que o menor detalhe passível de ser construído, além do objeto a ser escondido ser maior que o comprimento de onda. Por sua vez, a técnica de cancelamento de espalhamento se adequaria a uma outra classe, na qual as dimensões críticas do objeto são comparáveis ao comprimento de onda e a construção de detalhes em ordens de magnitude mais baixa não é trivial.

A opção por nesta tese se enfatizar a transformação de coordenadas foi também reforçada ao se considerar que a primeira classe de problemas acima mencionada é mais alinhada com o que se propôs para a pesquisa.

Para concluir esta seção, destaca-se que Alù também propôs a ideia de se realizar o ocultamento através de uma superfície (ou metasuperfície), técnica que foi denominada *mantle cloak* [Alù, 2009, Chen and Alù, 2011, Padooru et al., 2012, Soric et al., 2013].

3.5 Metodologias Baseadas na Minimização do Espalhamento usando Múltiplas Camadas

“This approach yields better performance and can also provide simpler material parameters compared to cloaking shells designed with coordinate transformation theory.” [Popa and Cummer, 2009].

Vários esquemas de transformação de coordenadas já foram aplicados, gerando mantos conformes, sem singularidade, com função de magnificar (ou minimizar), totalmente dielétrico/magnético, etc. (referenciados em [Song et al., 2013]). Contudo, a performance em termos de invisibilidade ainda é limitada e a complexidade construtiva é desafiadora.

Por isto foram propostas novas metodologias de projeto que usam ferramentas de otimização para projetar os parâmetros de mantos multi-camadas. Além de serem modelos que já tendem a facilitar a realização prática em camadas, poucas camadas otimizadas podem ter uma performance melhor do que um manto original analítico obtido por transformação de coordenadas, mesmo que muito discretizado [Popa and Cummer, 2009].

A utilização de otimização em projetos de manto é também interessante pelo fato de se poder definir inicialmente algumas características construtivas do manto, restrições relativas aos materiais e dimensões físicas.

Destaca-se que a otimização já era usada em projetos de redução de espalhamento [Veremey and Ferraro, 1998] e para blindagem por um revestimento multi-camadas [Oktem and Saka, 2001], portanto, antes mesmo da atual onda de pesquisa nos, agora chamados, mantos metamateriais.

De toda forma, um bom ponto de partida pode representar um papel vital para o processo de otimização [Popa and Cummer, 2009]. A fim de diminuir esta dependência, algoritmos genéticos de busca global passaram a ser empregados nos projetos de manto [Song et al., 2013].

3.5.1 Mantos com Camadas Anisotrópicas

Conforme já visto, os projetos de manto usando transformação de coordenadas enfrentam alguns desafios relacionados a aspectos como [Popa and Cummer, 2009]:

- Dificuldade de se construir o manto devido aos materiais anisotrópicos, com ε e μ variando continuamente com a posição, em uma faixa de valores muito ampla e com limites extremos;
- Desempenho prejudicado ao se fazer uma simplificação no conjunto de parâmetros do material, como a passagem das equações {3.22, 3.23, 3.24} para {3.25, 3.26, 3.27}. Em [Cummer et al., 2006, Yan et al., 2009] foram feitas comparações entre a performance de mantos ideais com a de mantos simplificados. A revisão de [Dubinov and Mytareva, 2010] mostra que esquemas alternativos de simplificação já foram propostos na tentativa de diminuir os referidos prejuízos;
- A implementação física sempre envolve alguma forma de discretização partindo dos perfis contínuos oriundos das transformações de coordenadas. Em [Ivsic et al., 2009] foi quantificado o prejuízo à invisibilidade causado por discretizações de uma a dez camadas em ambos os casos (TM^z e TE^z). Já em [Urzhumov et al., 2011] foi analisada a influência do número de camadas em dois diferentes comprimentos de onda e com diferentes parâmetros na transformação.

3.5.1.1 A Proposta de Minimização do Espalhamento usando Otimização

Levando esses aspectos em consideração, foi proposta uma estratégia que já assumiria que o manto possui múltiplas camadas, evitando-se, portanto, uma posterior perda de performance devido à discretização [Popa and Cummer, 2009]. Assim, nesta abordagem considera-se o fato de que tanto o objeto a ser ocultado quanto o seu respectivo manto são espalhadores eletromagnéticos passíveis de serem modelados em um problema de otimização. Segundo os autores, a análise poderia ser aplicada em geometrias arbitrárias, mas o exemplo apresentado foi o caso de simetria cilíndrica (com camadas anisotrópicas e homogêneas), no qual o espalhamento pode ser modelado por expressões analíticas.

Em [Popa and Cummer, 2009] é mostrado que a otimização do manto pode ser feita minimizando-se o espalhamento na direção em que o objeto espalha mais (no caso, o *forward scattering* na direção da onda incidente). Dentre os resultados reportados, destaca-se que para um objeto de diâmetro equivalente a 1.33λ , um manto otimizado de 3 camadas: tem a performance mais que 100 vezes melhor que um manto analítico discretizado em 3 camadas; pode reduzir o máximo espalhamento do objeto 15 dB a mais que um manto analítico discretizado em 100 camadas.

De toda forma, em [Ivsic et al., 2009] é mostrado que não há um ganho significativo ao se discretizar um manto baseado em transformação de coordenadas em mais de 5 camadas, pois a curva que descreve o desempenho *versus* o número de camadas tem caráter exponencial.

A otimização flexibiliza o projeto, permitindo que se atinja resultados melhores do que aqueles provenientes de um manto analítico discretizado. Isto pode acontecer mesmo que se evite valores extremos de ε e/ou μ – o que, por si só, causaria um prejuízo na performance do manto em termos de redução de espalhamento [Popa and Cummer, 2009].

Em [Ivsic et al., 2010] é destacado que ao se basear a especificação das camadas em um algoritmo de otimização, o intervalo dos parâmetros pode ser facilmente ajustado se algum valor não puder ser obtido na realização prática do manto. Entretanto, apesar da flexibilidade e possibilidade de melhores resultados, há uma contrapartida indesejável: a intuição física sobre a propagação da onda no manto é perdida.

O algoritmo de otimização usado em [Popa and Cummer, 2009] foi o BFGS (Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno), com o ponto de partida obtido pela discretização das equações de transformação de coordenadas. Isto é importante, uma vez que um bom ponto de partida é fundamental para o sucesso de um algoritmo de busca local.

Visando diminuir a dependência de um bom ponto inicial, em [Ivsic et al., 2010] é usado o algoritmo de otimização evolucionário PSO (Particle Swarm Optimization), que é de busca global, para tentar conseguir configurações com performance melhores que o manto original de [Schurid et al., 2006a]. Outro artigo que usou este manto como ponto de partida foi [Cai, 2012], o qual usou esquemas de otimização para um ajuste fino em algumas configurações de manto.

3.5.1.2 Manto com Limitações no Material

Em [Xi et al., 2009] é apresentado um trabalho similar ao de [Popa and Cummer, 2009]. A otimização foi feita com um algoritmo genético (GA) e, no caso, os parâmetros a serem otimizados foram ε_z , μ_ρ e μ_ϕ de cada camada e a espessura das mesmas. O espaço de busca para as propriedades constitutivas foi definido entre 0.01 e 8 e o da espessura total do manto entre 0.8 e 1.67λ . Em termos práticos, um parâmetro constitutivo menor que 1 implica em dispersão e assim, similarmente ao manto baseado em transformação, a banda de operação seria estreita.

Esta metodologia de projeto foi classificada por seus autores como sendo um “meio termo” entre a estratégia de mapeamento (de Pendry e Smith) e a de cancelamento de espalhamento (de Alù), pois reunia vantagens de ambas ao utilizar o princípio de cancelamento de espalhamento e ser aplicável a objetos grandes [Xi et al., 2009].

A realização prática é apresentada em [Xu et al., 2012]. Nela optou-se por elementos não-ressonantes (a fim de se estabelecer uma banda de operação mais larga) e não se atingir valores extremos de ε e μ . O manto é mostrado na Figura 3.14. As variáveis de otimização foram restritas a valores mais acessíveis: $1 < \varepsilon_z < 48$; $0 < \mu_\rho < 1$; $0.95 \leq \mu_\phi \leq 1$. Para evitar índice de refração negativo – e consequente dispersão – foi forçado que $\mu_\rho \varepsilon_z \geq 1$ [Xu et al., 2012].

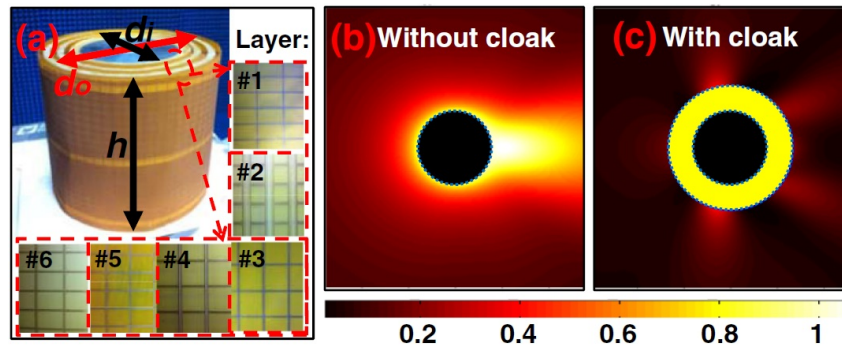


Figura 3.14: Manto criado em [Xu et al., 2012]: (a) Manto metamaterial projetado para 2.01 GHz e suas respectivas camadas. Altura $h = 230$ mm, diâmetro interno $d_i = 149.25$ mm, diâmetro externo $d_e = 266.15$ mm. (b) Simulação sem manto. (c) Simulação com manto.

Como visto no Capítulo 2, os ressoadores do tipo SRR são altamente dispersivos e com perdas, o que influencia diretamente a performance do manto. Por isto, em [Xu et al., 2012] foram usados elementos em anel fechado (*Closed Ring - CR*), os quais contribuem para aumentar a largura de banda do manto. Os parâmetros efetivos podem ser ajustados ao se variar a razão entre as dimensões do anel e se alterar o substrato no qual o mesmo está impresso.

3.5.2 Mantos com Camadas Isotrópicas

Conforme já discutido, um dos aspectos que traz complexidade à realização de um manto é a anisotropia, geralmente obtida com inclusões anisotrópicas. Porém, conforme será visto nesta Subseção, existem algumas maneiras de se conseguir um efeito anisotrópico no manto a partir de finas camadas isotrópicas.

3.5.2.1 Manto Dielétrico

Em 2006 o grupo de Pendry publicou um artigo com conclusões sobre um meio ótico plano com camadas finas e alternadas de metal e dielétrico [Wood et al., 2006]. Este meio foi modelado como um meio homogêneo efetivo com permissividade anisotrópica. Foi assumido que cada camada poderia ser descrita por parâmetros efetivos e homogêneos. Se as camadas fossem suficientemente finas, o sistema todo poderia ser tratado como um meio anisotrópico único, com a permissividade na forma

$$\varepsilon_x = \varepsilon_y = \frac{\varepsilon_1 + \eta\varepsilon_2}{1 + \eta}, \quad (3.29)$$

$$\frac{1}{\varepsilon_z} = \frac{1}{1 + \eta} \left(\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{\eta}{\varepsilon_2} \right), \quad (3.30)$$

onde η é a razão entre as duas espessuras das camadas: $\eta = d_2/d_1$.

No ano seguinte, em [Huang et al., 2007], sob o argumento de que inclusões do tipo SRR não seriam facilmente realizadas em frequências óticas, estendeu-se a ideia de camadas alternadas para o projeto de manto, usando a teoria de que materiais anisotrópicos com propriedades dielétricas específicas poderiam ser produzidos por uma estrutura em camadas dielétricas finas (ou metálicas e dielétricas), conforme Figura 3.15.

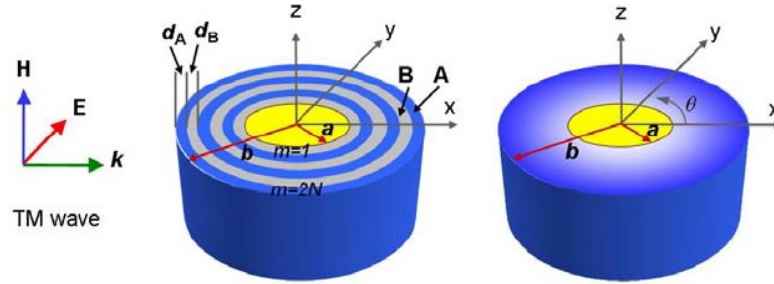


Figura 3.15: Esquema de manto usado em [Huang et al., 2007] e [Yu et al., 2011]. Meio com camadas de dielétricos A e B (esquerda); meio anisotrópico equivalente (direita).

Em [Yu et al., 2011] a mesma ideia foi seguida. Em ambos os casos foi permitido $\varepsilon < 1$. Assim, baseado na teoria de meio efetivo, dielétricos isotrópicos em camadas cilíndricas finas (em relação ao comprimento de onda), duplas (materiais A e B) e alternadas podem imitar uma camada anisotrópica considerando:

$$\varepsilon_\theta = \frac{\varepsilon_A + \eta\varepsilon_B}{1 + \eta}, \quad (3.31)$$

$$\frac{1}{\varepsilon_r} = \frac{1}{1 + \eta} \left(\frac{1}{\varepsilon_A} + \frac{\eta}{\varepsilon_B} \right), \quad (3.32)$$

onde η é a razão entre as espessuras de A e B (d_A e d_B , respectivamente). De qualquer forma, as propriedades das camadas ainda carecem de otimização para minimizar o campo espalhado pela estrutura multi-camadas.

A largura de banda do manto, por sua vez, depende da dispersão nos materiais, especialmente aquela do meio plasmônico perto da frequência na qual ε se torna muito menor que a unidade [Yu et al., 2011].

Enquanto em [Huang et al., 2007] foi analisada a influência do número de camadas, em [Yu et al., 2011] procurou-se otimizar o perfil. Neste caso, as restrições foram $0.01 < \varepsilon < 10$ e a espessura total foi fixada em 1.11λ . Destaca-se que os valores otimizados para a permissividade foram consideravelmente diferentes daqueles iniciais definidos como ponto de partida da otimização (baseado em transformações de coordenadas e na teoria de meio efetivo) [Yu et al., 2011].

De toda forma, o motivo principal para isto é que, embora o projeto por transformação de coordenadas possa teoricamente ser aplicado para um objeto de qualquer dimensão, quando o manto é discretizado em um reduzido número de camadas, a performance é muito comprometida. Assim, a otimização é fundamental para ajustar o material e a espessura das camadas [Yu et al., 2011].

Outro artigo que usou a equivalência entre camadas anisotrópicas e isotrópicas foi [Ting-Hua et al., 2014]. Foi usado um método inverso sem que fosse necessário conhecer uma função de transformação.

3.5.2.2 Manto Dielétrico Não-Ressonante

Seguindo a mesma linha de projeto (no que diz respeito ao modelo multi-camadas de espalhamento e posterior otimização dos parâmetros), em [Wang and Semouchkina, 2013] é apresentado um projeto de manto com múltiplas camadas dielétricas, isotrópicas, homogêneas e com $\varepsilon_{\text{relativo}} \geq 1$. Além de evitar a dispersão, o manto tem a vantagem de ser fino e capaz de ocultar objetos maiores que o comprimento de onda. A desvantagem, porém, é que valores relativamente altos de permissividade são necessários (no caso chegando a $\varepsilon_{\text{relativo}} = 65$, para o caso de 8 camadas e cilindro com diâmetro de 1λ), o que prejudica uma possível construção do manto.

Segundo os autores, este tipo de manto dielétrico apresenta uma melhor performance quando comparado a um manto baseado em transformação de coordenadas em camadas

de mesma espessura. Adicionalmente, por não usarem elementos ressonantes, é natural que a largura de banda tenda a ser mais larga quando comparada com a de um manto ressonante [Wang and Semouchkina, 2013].

Em [Takezawa and Kitamura, 2013] foram comparados os resultados de mantos com camadas isotrópicas e com camadas anisotrópicas, sendo que neste caso houve uma melhora na performance, principalmente se o manto tiver poucas camadas (como exemplo, foi mostrado que um manto com 3 camadas anisotrópicas tem performance similar ao manto de 8 camadas isotrópicas de [Wang and Semouchkina, 2013]).

Apesar de um material com um elevado valor de $\varepsilon_{\text{relativo}}$ não ser comum, estes podem ser obtidos em materiais cerâmicos, conforme mostrado em [Sebastian, 2008]: cerâmicas com $\varepsilon_{\text{relativo}}$ médios (no intervalo de 25 a 50) são usadas em comunicações via satélite e em estações rádio base de telefonia celular. Materiais com alto $\varepsilon_{\text{relativo}}$ são usados extensivamente na indústria, nos quais a miniaturização do dispositivo é muito importante. Nestes dispositivos são utilizados Ressonadores Dielétricos (DR) de cerâmica, elementos os quais são produzidos comercialmente desde o início dos anos 1980 (observe que o manto com ressoadores dielétricos descrito na Subseção 3.3.6.1 usa estes tipos de ressoadores).

Em [Sebastian, 2008] é descrito o preparo, caracterização e propriedades importantes dos materiais usados na construção de DR e como é possível ajustar as propriedades de maneira que as mesmas atendam aos requisitos do projetista. É mostrado, também, que compostos dielétricos de baixa perda podem ter $\varepsilon_{\text{relativo}}$ maior que 40 em micro-ondas. Outros elementos dopantes podem ser usados para ajustar as propriedades. Ademais, outros materiais com $\varepsilon_{\text{relativo}}$ elevadíssimos são reportados, porém com alta perda.

3.5.2.3 Manto Magnético Não-Ressonante

Conforme visto na Subseção 3.5.2.1, mantos anisotrópicos e não-homogêneos podem ser aproximados por camadas homogêneas e isotrópicas. Em [Song et al., 2013] foi usado o equivalente das equações 3.31 e 3.32 para a permeabilidade. A ideia em referido trabalho era otimizar mantos magnéticos multi-camadas (dispersivos ou não) visando um menor espalhamento em uma banda mais larga. Foi estudada a influência do ponto de partida na otimização, usando diferentes esquemas para se ter uma configuração inicial.

3.6 Metodologia de Linha de Transmissão (Mantos Metálicos)

Em casos onde o objeto a ser ocultado possui uma geometria específica (e muito peculiar), o conceito de manto linha de transmissão pode ser uma alternativa. Ao invés de utilizar metamateriais anisotrópicos ou plasmônicos, o manto linha de transmissão permite que a onda eletromagnética passe de maneira suave pelo objeto e seu manto. Para isto, o objeto deve se encaixar na rede de linhas de transmissão. Em outras palavras, os objetos a serem ocultados devem ser, na verdade, um arranjo de objetos eletricamente pequenos ou um objeto em um formato tal que permita que a rede de transmissão (manto) passe por dentro do mesmo [Alitalo et al., 2012]. A Figura 3.16 ilustra este conceito.

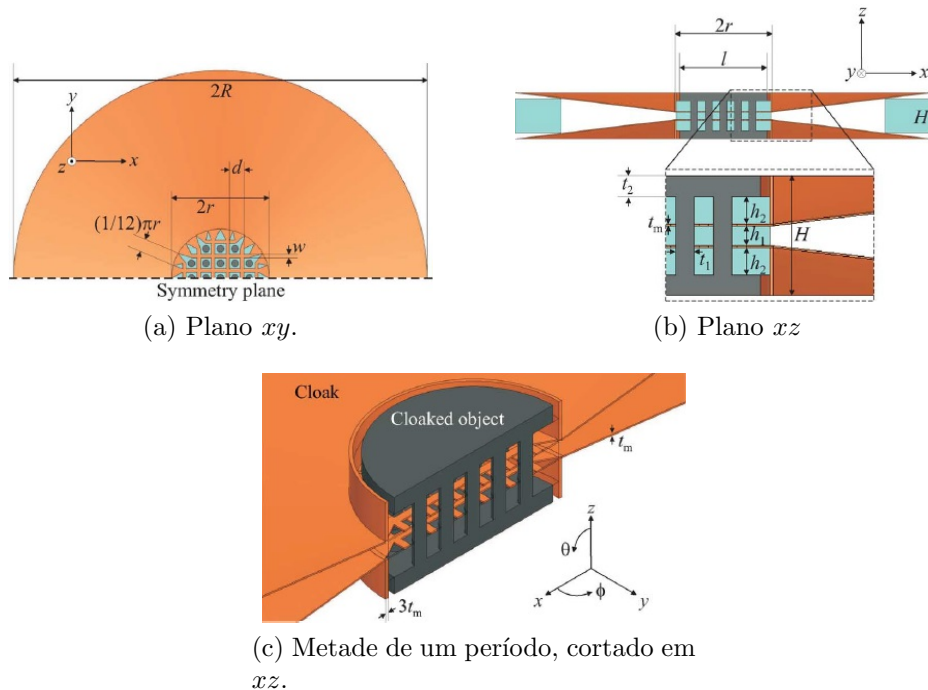


Figura 3.16: Geometria e dimensões do manto. O manto é periódico ao longo de z . (a) Visão do plano xy . (b) Visão do plano xz . (c) Metade de um período. [Alitalo et al., 2012].

Embora os objetos a serem ocultados sejam bem particulares, segundo [Alitalo et al., 2012] este tipo de manto tem uma ampla gama de aplicações, especialmente em telecomunicações, onde os mastros ou outras estruturas de suporte de antenas geralmente têm (ou podem ser projetados para terem) estruturas em malha. O manto evitaria que estas estru-

turas causassem bloqueio e distúrbios quando colocadas perto das antenas, melhorando os diagramas de radiação e a compatibilidade da antena [Alitalo et al., 2012].

3.7 Comparação entre as Estratégias de Projeto

Para efeitos comparativos, a Tabela 3.1 lista algumas características de mantos cilíndricos projetados pelas quatro estratégias apresentadas neste capítulo: **Transformação** de Coordenadas, **Cancelamento** de Espalhamento, **Otimização/Minimização** do Espalhamento e **Manto Metálico** (Linha de Transmissão). As características listadas são:

- Manto **Dielétrico** ou **Magnético**: Diz respeito às características elétricas e magnéticas dos materiais usados no manto. Por exemplo, se um manto possui apenas materiais não magnéticos ($\mu = \mu_0$), o mesmo é classificado como manto Dielétrico.
- Manto **Conceitual** ou **Realização**: Diz respeito ao projeto ser apenas Conceitual ou se foi feita a Realização (construção física) do manto.
- Qual o tipo de **Inclusão** que foi inserida em um meio hospedeiro para a criação das propriedades efetivas do manto. Em geral existem para os mantos que foram construídos, uma vez que a maioria dos projetos conceituais trabalha com a teoria de um meio homogeneizado, sem se preocupar com a implementação dos detalhes.
- **Número de Camadas**, pois a maioria dos projetos é feita usando múltiplas camadas.
- As camadas podem ser **Isotrópicas** ou **Anisotrópicas**.
- O manto pode ser **Ressonante** ou não.
- Classificação (subjetiva) da **Dispersão** no manto: baixa, média ou alta.
- **Componentes** dos tensores ϵ e μ . Basicamente remete à polarização do problema (TM ou TE), porém em alguns casos onde não há anisotropia são definidos apenas os escalares ϵ e μ .
- Classificação (subjetiva) da **Complexidade de Construção** do manto: baixa, média ou alta.
- **Tamanho Elétrico do Objeto** que o manto pode ocultar de maneira satisfatória (e subjetiva): pequeno, médio ou grande.

- A **Espessura do Manto** pode ser (de maneira subjetiva): baixa, média ou alta.
- **Algoritmo de Otimização** usado nos projetos dos mantos baseados em otimização.

Em alguns itens não há uma melhor definição ou classificação. Assim, foram usados os seguintes códigos:

- –: Quando a característica não é definida para o manto em questão.
- n/e: Quando a característica não é especificada para o manto em questão.
- depende: Quando há mais de um caso trabalhado na referência em questão.

Feitas as devidas comparações, optou-se por focar em duas estratégias, que serão destacadas no próximo capítulo: Estratégia de minimização do espalhamento e estratégia de transformação de coordenadas. A primeira delas é justificada pela simplicidade nos materiais e pela competência do nosso grupo de pesquisa na área de otimização. A segunda estratégia é interessante por atender de maneira geral uma geometria arbitrária, que é um dos objetivos desta tese, além de trazer um formalismo mais elaborado.

3.8 Mantos com Geometria Arbitrária

Conforme pôde ser notado ao longo deste capítulo, grande parte dos projetos é concentrada em mantos com simetria cilíndrica, uma vez que o projeto de um manto com forma arbitrária é ainda mais desafiador. Ainda assim, mesmo havendo dificuldades adicionais por conta de uma geometria mais complexa, os fundamentos da metodologia baseada em transformações de coordenadas, por exemplo, continuam válidos.

Esta seção apresenta algumas propostas para a modelagem de mantos com geometria arbitrária (sendo que a maioria delas usa transformação de coordenadas). Contudo, uma vez que a derivação de fórmulas analíticas se torna complexa para geometrias complexas, a matriz Jacobiana \mathbf{A} – que descreve a transformação de coordenadas – pode passar a ser calculada numericamente. Ademais, componentes fora da diagonal principal surgem em muitos projetos de manto para formas arbitrárias.

Em [Kwon and Werner, 2008] é mostrado que um manto em formato de elipse excêntrica (e não centralizado em relação ao objeto) pode ser feito através de um sistema

Tabela 3.1: Comparação entre mantos cilíndricos projetados por diferentes estratégias

	Dielétrico (D) ou Magnético (M)	Conceitual (C) ou Realização (R)	Inclusão	Número de Camadas	Isotrópicas (I) ou Anisotrópicas (A)	Ressonante: Sim (S) ou Não (N)	Dispersão	Componentes	Complexidade de Construção	Tamanho Elétrico do Objeto	Espessura do Manto	Algoritmo de Otimização	
Transformação													
[Schurid et al., 2006a]	D, M	R	anel SRR	10				$\varepsilon_z \mu_\rho \mu_\phi$	alta			—	
[Wang et al., 2011]	D, M	R	ressoador D	4				$\varepsilon_z \mu_\rho \mu_\phi$	média	grande	alta	—	
[Kanté et al., 2009]	D	R	anel SRR	20	A	S	alta	$\varepsilon_\rho \varepsilon_\phi$			μ_z	—	
[Cai et al., 2007a]	D	C	fio (vareta)	n/e				$\varepsilon_\rho \varepsilon_\phi$			μ_z	—	
Cancelamento													
[Edwards et al., 2009]	D	R	chapa	1	I	N	média	$\varepsilon \mu$	média	médio	média	—	
[Soric et al., 2013]	—	R	tela	1	A	S		—	baixa		baixa	—	
Minimização													
[Popa and Cummer, 2009]	D, M D	C	n/e	3	A		n/e	$\varepsilon_\rho \varepsilon_\phi$	$\varepsilon_z \mu_\rho \mu_\phi$		μ_z	alta	BFGS
[Ivsic et al., 2010]	D, M	C	n/e	10	A		n/e		$\varepsilon_z \mu_\rho \mu_\phi$			alta	PSO
[Yu et al., 2011]	D	C	—	5 a 40	I	N	média	$\varepsilon_\rho \varepsilon_\phi$			μ_z	alta	
[Xu et al., 2012]	D, M	R	anel CR	6	A	N	média		$\varepsilon_z \mu_\rho \mu_\phi$	alta	grande	alta	
[Wang and Semouchkina, 2013]	D	C	—	8	I	N	baixa		$\varepsilon \mu$			baixa	GA
[Song et al., 2013]	D, M D	C	n/e	3	A		depende	$\varepsilon_\rho \varepsilon_\phi$	$\varepsilon_z \mu_\rho \mu_\phi$		μ_z	alta	
Manto Metálico													
[Alitalo et al., 2012]	—	R	—	—	—	N	baixa	—		média	peq.	média	—

de coordenadas não-ortogonal. É argumentado que este poderia ser um passo para o projeto de geometrias arbitrárias. Expressões para as propriedades constitutivas são dadas em função da geometria da elipse que define o manto.

Em [Nicolet et al., 2008a] é mostrada uma situação geral na qual a forma do manto 2D é descrita por duas funções dependentes do ângulo θ : $R_1(\theta)$ e $R_2(\theta)$, que representam, respectivamente, as distâncias entre a origem e as fronteiras interna e externa do manto. Note que o manto cilíndrico anelar é um caso particular cujas distâncias $R_1(\theta)$ e $R_2(\theta)$ não variam com θ . Nicolet ainda sugere que um manto com uma forma geral possa ser modelado por uma série de Fourier.

Já em [Jiang et al., 2008] é apresentada uma proposta na qual se usa NURBS (*nonuniform rational B-spline*) para modelar geometricamente um objeto. De um modo geral, a ideia é que uma seção suave da curva que define o objeto seja descrita por três pontos com três respectivos pesos. Estes parâmetros são usados na equação paramétrica que descreve a curva no sistema de coordenadas original (x, y, z) e possuem equivalentes no novo sistema de coordenadas (sistema transformado x', y', z'). Esta equivalência passa a ser descrita por um novo elemento k , a ser computado juntamente com a matriz \mathbf{A} no cálculo da transformação de coordenadas:

$$x = \frac{1}{k}(1 - \mathbf{A}')x', \quad (3.33)$$

$$y = \frac{1}{k}(1 - \mathbf{A}')y'. \quad (3.34)$$

As fórmulas dos tensores permissividade e permeabilidade permanecem as mesmas (equações 3.17 e 3.18). Após a definição analítica de k e \mathbf{A} , em [Jiang et al., 2008] foram feitas simulações de onda completa para um objeto (e manto) em forma de coração.

Entretanto, em [Hu et al., 2008, Hu et al., 2009a], é salientado que o formato do manto no trabalho de [Jiang et al., 2008] não pode ser considerado realmente arbitrário, pois as formas do manto e do objeto eram similares e suaves por partes (o que, de fato, traz vantagens à parametrização dos contornos por NURBS).

A proposta de Hu foi usar a equação de Laplace para determinar a matriz \mathbf{A} que descreve o manto. Como será discutido no Capítulo 4, em casos com geometrias complexas a solução é alcançada numericamente. A ideia de Hu foi, posteriormente, aplicada em

mantos acústicos [Hu et al., 2009c] e foi proposta uma estratégia para evitar singularidades na fronteira interna de mantos com geometrias arbitrárias [Hu et al., 2009b].

Em [Ma et al., 2009] foi proposto resolver Equação de Poisson, ao invés de Laplace, sob a justificativa de que o termo fonte poderia trazer infinitos graus de liberdade à transformação, o que poderia ajudar na escolha de parâmetros que facilitassem a construção do manto usando metamateriais. Contudo, a inserção de fontes no domínio implica que a transformação não será tão suave quanto a de Laplace.

Outro trabalho no qual se calculou a matriz \mathbf{A} numericamente é [Ma et al., 2008]. A ideia foi criar mantos arbitrários aproximados, sendo que para o cálculo de \mathbf{A} foi feita a correspondência entre os pontos originais e os novos de maneira numérica, usando uma compressão espacial chamada *homeomorphous topological mapping* (HTM).

Não obstante, em [Chen et al., 2009] é argumentado que as abordagens anteriores não apresentam flexibilidade na definição das propriedades constitutivas, o que pode ser limitante ao se almejar uma aplicação prática. É sugerido então que a Equação de Helmholtz seja usada para a obtenção da relação entre as coordenadas originais e as transformadas. Os valores das propriedades poderiam ser controlados pela escolha apropriada da constante de propagação no interior do manto. Porém, em [Chang et al., 2010b] é mostrado que a escolha dos valores ainda permanece limitada a um pequeno intervalo.

Por sua vez, em [Wu et al., 2009] são desenvolvidas expressões analíticas para os parâmetros constitutivos de mantos poligonais de N lados. Simulações para mantos em formato de triângulo, losango e hexágono foram mostradas. Outro trabalho envolvendo mantos nestes formatos é [Han et al., 2010], o qual divide o manto em regiões triangulares e aplica duas transformações espaciais sucessivas para definir as componentes de $\boldsymbol{\varepsilon}'$ e $\boldsymbol{\mu}'$, sendo que estas são, interessantemente, homogêneas em cada região do manto.

Ainda em 2009, a estratégia de Nicolet para projetar mantos em qualquer formato [Nicolet et al., 2008a] é usada em [Yao et al., 2009], onde foram criadas funções em coordenadas polares para descrever o contorno interno f_{in} e externo f_{out} do manto:

$$f_{\text{in}} = a\rho(\theta), \quad (3.35)$$

$$f_{\text{out}} = b\phi(\theta), \quad (3.36)$$

onde a e b são fatores radiais de escala; $\rho(\theta)$ e $\phi(\theta)$ são uma normalização ao setar $\rho(0) = 1$ e $\phi(0) = 1$, respectivamente. Para a definição de um manto com curvas interna e externa em formas diferentes (manto *dissimilar*), é usada a Equação 3.37. Note que a equação para o manto cilíndrico (Equação 3.19) passa a ser um caso especial em que $\rho(\theta) = \phi(\theta) = 1$, ou seja, um manto *similar* no qual o espaço foi comprimido simetricamente (levando os parâmetros do manto a possuírem componentes apenas na diagonal principal).

$$r' = \frac{b\phi(\theta) - a\rho(\theta)}{b\phi(\theta)}r + a. \quad (3.37)$$

Assim, em [Yao et al., 2009] são mostrados mantos em forma de elipse, retângulo e estrela. Os mantos não precisam ter necessariamente a mesma forma do objeto, porém, para evitar singularidades nos parâmetros dos materiais, as formas não podem ter quinas (ou seja, devem ser diferenciáveis em todos os pontos).

Em [Paul et al., 2012] foi proposto que camadas planas de metamateriais poderiam aproximar (de forma facetada) formas arbitrárias. A motivação foi a facilidade construtiva que se tem para materiais planares. Como exemplo foi apresentado um manto multicamadas octogonal.

3.9 Transformação de Coordenadas Visando Materiais Mais Simples

A fim de se evitar grande parte das problemáticas características dos metamateriais, recentemente foi apresentada uma estratégia para o projeto de lentes eletromagnéticas. Nela, chega-se em uma solução não-periódica puramente dielétrica baseando-se em uma prévia transformação de coordenadas discreta, na qual os parâmetros são discretizados antes da transformação [Quevedo-Teruel et al., 2013, Mateo-Segura et al., 2014].

Segundo os autores, foi quebrada a hipótese de que a técnica de transformação de coordenadas resulta em dispositivos banda-estreita, uma vez que a única limitação na banda era a assumida parceria entre transformação de coordenadas e metamateriais [Quevedo-Teruel et al., 2013].

De toda forma, a técnica pode ser estendida a outros dispositivos eletromagnéticos se a transformação espacial não envolver uma anisotropia significativa ou grandes regiões que

requeiram permissividades menores que a unidade [Quevedo-Teruel et al., 2013]. Portanto, percebe-se que no caso de mantos existiria um expressivo trabalho a ser feito para tentar evitar estas características naturalmente presentes nos mantos oriundos de transformações de coordenadas, ao contrário do que ocorre nas lentes construídas nas referências em questão.

Considerando um manto acústico, em [Urzhumov et al., 2010] é proposto que, primeiramente, seja feito um modelo do material; em seguida seja feita a escolha da transformação que se encaixe no modelo do material, ao invés de se procurar um modelo de material que possa implementar uma transformação de manto específica.

3.10 Outras Estratégias de Manto

Embora os mantos tenham se tornado um tópico de pesquisa muito popular depois dos trabalhos dos grupos de Leonhardt, Pendry e Smith em 2006, em [Kildal, 2014] Kildal mostra que 10 anos antes, em [Kildal et al., 1996], seu grupo já tinha feito revestimentos dielétricos para reduzir o bloqueio de um objeto colocado à frente de uma antena. Os revestimentos visavam implementar uma condição de contorno do tipo *hard* – ou PMC (*Perfect Magnetic Conductor*) para o caso TM.

Existem ainda outras estratégias de manto que não estão discutidas neste texto, pois se distanciam substancialmente daquelas aqui apresentadas, como por exemplo: mantos carpetes (os quais visam diminuir a reflexão de um objeto nos casos onde este é adjacente a um plano refletor [Li and Pendry, 2008]) e mantos complementares interno-externo, nos quais existe um anti-objeto do lado do fora do manto, a fim de cancelar o espalhamento do objeto a ser ocultado [Lai et al., 2009].

Outra estratégia mais recente é o uso de otimização topológica para se definir a disposição de materiais pré-definidos para mantos uni-direcionais [Otomori et al., 2012, Otomori et al., 2013, Lan et al., 2013]

Destaca-se que além de mantos eletromagnéticos e mecânicos, também estão sendo pesquisados mantos térmicos [Guenneau et al., 2012] e multi-físicos [Xu et al., 2015].

Capítulo 4

Modelagem

Conforme apresentado no capítulo anterior, existem várias estratégias de projeto de mantos eletromagnéticos. Neste capítulo serão exploradas duas estratégias. A primeira delas será descrita na seção 4.1 e é baseada na formulação do problema usando múltiplas camadas dielétricas e isotrópicas, com parâmetros calculados por otimização.

A segunda estratégia será descrita na seção 4.2 e é baseada na transformação de coordenadas numérica, a qual, no caso, é descrita pela solução da Equação de Laplace. Como existem desafios em relação à obtenção de materiais praticáveis por esta segunda estratégia, na seção 4.3 algumas opções para o tratamento do material são apresentadas.

Conclusões sobre a aplicabilidade das referidas estratégias serão levantadas nos capítulos 5 e 6.

4.1 Projeto de Manto via Minimização do Espalhamento Multi-Camadas

Independentemente da abordagem, se a ideia é esconder um objeto 2D na região de campo distante, uma maneira de se quantificar o quão escondido o mesmo está pode ser pela medição da Seção Transversal de Espalhamento (*Scattering Cross Width*, SCW ou σ). SCW é definida para uma aproximação em campo distante (a distância ρ tende ao infinito) e é apenas dependente do ângulo ϕ . O equivalente em 3D é conhecido como Seção Transversal de Radar (*Radar Cross Section*, RCS).

4.1.1 O Problema de Eletromagnetismo

Assumindo o caso no qual a geometria é invariante na direção z e os campos elétrico e magnético incidentes sejam $\mathbf{E}^{\text{inc}} = \{0, E_y^{\text{inc}}, 0\}$ e $\mathbf{H}^{\text{inc}} = \{0, 0, H_z^{\text{inc}}\}$, respectivamente; o vetor de propagação seja $\mathbf{k}^{\text{inc}} = \{k_x^{\text{inc}}, 0, 0\}$. Os campos espalhados são $\mathbf{E}^{\text{sca}} = \{E_x^{\text{sca}}, E_y^{\text{sca}}, 0\}$ e $\mathbf{H}^{\text{sca}} = \{0, 0, H_z^{\text{sca}}\}$. Esta polarização é mais interessante para o manto composto por materiais dielétricos, uma vez que estes trabalham as componentes do campo elétrico no plano do manto. O espalhamento σ pode ser calculado pela Equação 4.1 [Balanis, 2012], onde U é uma componente de E ou H , dependendo da polarização. Percebe-se que é uma relação que envolve o campo espalhado e o campo incidente, em uma distância ρ infinitamente grande.

$$\sigma = \lim_{\rho \rightarrow \infty} 2\pi\rho \frac{|U^{\text{sca}}|^2}{|U^{\text{inc}}|^2}. \quad (4.1)$$

Pode-se ainda realizar a integração de σ em todas as direções ϕ , resultando na seção transversal de espalhamento total (TSCW, ou σ^{tot}) [Mahafza, 2000], que é geralmente usada como figura de mérito da performance do manto [Urzhumov et al., 2011]. Para isto, basta fazer a comparação entre os valores de σ^{tot} na situação **sem manto** e na situação **com manto**.

Consequentemente, é possível definir uma faixa de frequência na qual a seção transversal de espalhamento total (σ^{tot}) do objeto revestido é menor do que aquela existente no caso do objeto sem revestimento, definindo-se assim a largura de banda (BW) do manto.

Conforme visto no Capítulo 3, a opção por multi-camadas é feita na maioria dos projetos de mantos. Contudo, o modelo pode ter solução analítica ou numérica.

4.1.1.1 Solução Analítica

Para a apresentação da solução analítica para o problema de espalhamento eletromagnético (no caso, para um cilindro), considera-se a incidência de uma onda descrita por $H_z^{\text{inc}} = H_0 e^{-jk_0 x}$, onde H_0 é a amplitude do campo magnético e k_0 é a constante de propagação no espaço livre.

Neste caso, o espalhamento por um cilindro condutor revestido por uma cobertura multi-camadas pode ser calculado analiticamente através de um modelo recursivo, que considera as múltiplas reflexões e transmissões nas interfaces entre as camadas. Para a

polarização em discussão, o problema é solucionado pela equação de onda em coordenadas cilíndricas:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\frac{\rho}{\varepsilon_{\phi m}} \frac{\partial H_{zm}}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial}{\partial \phi} \left(\frac{1}{\varepsilon_{\rho m}} \frac{\partial H_{zm}}{\partial \phi} \right) + k_0^2 \mu_{zm} H_{zm} = 0, \quad (4.2)$$

onde m representa uma dada camada. Para o problema dual, basta substituir H por E e ε por μ (e vice-versa).

A solução geral para H_z é dada em função de $\tilde{R}_{(m,m-1)n}$, que é o coeficiente de espalhamento total entre a camada m e $(m-1)$, conforme Equação 4.3.

$$H_{zm} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{mn} \left[J_{\nu_{mn}}(k_m \rho) + \tilde{R}_{(m,m-1)n} H_{\nu_{mn}}^{(2)}(k_m \rho) \right] e^{jn\phi}, \quad (4.3)$$

onde n é a ordem da componente harmônica, a_{mn} é um coeficiente desconhecido, $k_m = k_0 \sqrt{\mu_{zm} \varepsilon_{\phi m}}$ é o número de onda na camada m e $\nu_{mn} = n \sqrt{\varepsilon_{\phi m} / \varepsilon_{\rho m}}$ é a ordem das funções de Bessel de primeiro tipo e de Hankel de segundo tipo (propagação em $+\rho$), representadas respectivamente por $J_{\nu_{mn}}$ e $H_{\nu_{mn}}^{(2)}$. Para o caso em que o meio é isotrópico, ν_{mn} é inteiro e equivale a n , como em [Wang and Semouchkina, 2013]. Caso contrário o mesmo é uma fração, como em [Chew, 1995, Popa and Cummer, 2009, Xi et al., 2009, Song et al., 2013].

Omitindo o índice n por conveniência, os coeficientes locais (diretos) de reflexão (R) e transmissão (T) entre um meio m e outro $(m-1)$ são: $R_{(m,m-1)}$, $T_{(m-1,m)}$, $R_{(m-1,m)}$ e $T_{(m,m-1)}$. Usando-os, $\tilde{R}_{(m,m-1)}$ pode ser calculado:

$$\tilde{R}_{(m,m-1)} = R_{(m,m-1)} + T_{(m-1,m)} \tilde{R}_{(m-1,m-2)} \times \left(1 - R_{(m-1,m)} \tilde{R}_{(m-1,m-2)} \right)^{-1} T_{(m,m-1)}. \quad (4.4)$$

Todos os coeficientes são escalares se a incidência da onda for perpendicular à estrutura (não existe k_z^{inc}). Supondo-se dois meios quaisquer, por exemplo, 1 e 2, os coeficientes locais para a onda saindo (direção radial) podem ser derivados como

$$T_{12} = \frac{2j}{\pi k_1 \rho_1} \frac{1}{j_1' h_2 - (\eta_2 / \eta_1) h_2' j_1}, \quad (4.5)$$

$$R_{12} = \frac{h_2 h_1' - (\eta_2 / \eta_1) h_2' h_1}{(\eta_2 / \eta_1) h_2' j_1 - j_1' h_2} \quad (4.6)$$

e os coeficientes locais para a onda entrando radialmente são

$$T_{21} = \frac{2j}{\pi k_2 \rho_1} \frac{1}{(\eta_1/\eta_2)j'_1 h_2 - j_1 h'_2}, \quad (4.7)$$

$$R_{21} = \frac{(\eta_2/\eta_1)j_1 j'_2 - j'_1 j_2}{j'_1 h_2 - (\eta_2/\eta_1)j_1 h'_2}, \quad (4.8)$$

onde

$$j_1 = J_{\nu_{mn}}(k_1 \rho_1), \quad (4.9)$$

$$j'_1 = J'_{\nu_{mn}}(k_1 \rho_1), \quad (4.10)$$

$$j_2 = J_{\nu_{mn}}(k_2 \rho_1), \quad (4.11)$$

$$j'_2 = J'_{\nu_{mn}}(k_2 \rho_1), \quad (4.12)$$

$$h_1 = H_{\nu_{mn}}^{(2)}(k_1 \rho_1), \quad (4.13)$$

$$h'_1 = H_{\nu_{mn}}^{(2)'}(k_1 \rho_1), \quad (4.14)$$

$$h_2 = H_{\nu_{mn}}^{(2)}(k_2 \rho_1), \quad (4.15)$$

$$h'_2 = H_{\nu_{mn}}^{(2)'}(k_2 \rho_1), \quad (4.16)$$

sendo que aqui o símbolo “linha” significa derivada e η é a impedância intrínseca da camada.

O cálculo do espalhamento pela estrutura completa é feito recursivamente de dentro para fora, a partir do coeficiente de espalhamento pelo cilindro condutor (de raio r_{cil}) localizado no centro do manto multi-camadas, interno à camada 1 (logo, usa-se, k_1):

$$R_{\text{cil}} = \frac{-J'_n(k_1 r_{\text{cil}})}{H_n^{(2)}(k_1 r_{\text{cil}})}. \quad (4.17)$$

Por fim, para o referido cilindro revestido com um manto de M camadas, $\sigma(\phi)$ pode ser dado pela Equação 4.18 [Chew, 1995, Xi et al., 2009, Wang and Semouchkina, 2013].

$$\sigma(\phi) = \frac{4}{k_0} \left| \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{R}_{(M+1,M)} e^{jn\phi} \right|^2, \quad (4.18)$$

onde $\tilde{R}_{(M+1,M)}$ é o coeficiente de reflexão entre o ar e a camada mais externa do manto (camada M).

4.1.1.2 Solução Numérica

Para os casos em que não há solução analítica, o método de elementos finitos (*Finite Element Method* - FEM) pode ser usado para o cálculo de $\sigma(\phi)$. O domínio do problema segue a simetria cilíndrica e possui raio igual ao dobro do raio do cilindro PEC a ser escondido e equivale a $1.6\lambda_0$. O domínio computacional do problema foi delimitado por uma camada absorvente PML cilíndrica de $\lambda_0/5$. A formulação usada foi

$$\nabla \times \frac{1}{\mu_r} (\nabla \times \mathbf{E}) - k_0^2 \left(\varepsilon_r - \frac{j\sigma_c}{\omega\varepsilon_0} \right) \mathbf{E} = 0, \quad (4.19)$$

onde μ_r é a permeabilidade magnética do material, \mathbf{E} é o campo elétrico, k_0 é a constante de propagação no espaço livre, ε_r é a permissividade elétrica, σ_c é a condutividade elétrica, ω é a frequência angular e ε_0 é a permissividade elétrica do espaço livre. A excitação eletromagnética foi definida como $E^{\text{inc}} = 1e^{-jk_x\hat{y}}$. Para o cálculo do espalhamento em campo distante é feita a integral da Equação 4.1 ao longo do bordo interno da PML.

De toda forma, na metodologia em estudo o projeto não envolve apenas a solução do problema de eletromagnetismo, mas também a otimização do manto.

4.1.2 O Problema de Otimização

Para que o manto tenha uma performance adequada é almejada a minimização da função objetivo $f_{\text{obj1}} = \sigma^{\text{tot}}$ na frequência de operação f_0 . Assim, o problema se torna:

$$\text{Minimizar } f_{\text{obj1}}(\varepsilon_r^{\text{layers}}, d) = \sigma^{\text{tot}} \text{ em } f_0, \quad (4.20)$$

onde os parâmetros a serem otimizados são a permissividade relativa $\varepsilon_r^{\text{layers}}$ e a espessura d de cada camada (d , de toda forma, é considerado o mesmo para todas as camadas). Não existem funções de restrição, porém os valores otimizados para estes parâmetros são procurados pelo algoritmo de otimização em um espaço de busca pré-definido.

Contudo, em muitas aplicações seria também interessante maximizar a largura de banda na qual o objeto tem algum grau de invisibilidade. Neste caso, a otimização poderia ser realizada de maneira direta após a transformação do problema com dois objetivos em um problema com apenas um objetivo: ao invés de minimizar σ^{tot} em uma frequência

única, um somatório de σ^{tot} em uma faixa de frequências se tornaria a única função objetivo a ser minimizada (como feito em [Song et al., 2013]). Porém, o custo computacional é muito afetado, devido aos múltiplos cálculos para várias frequências discretas.

De toda forma, ainda mais interessante seria maximizar BW independentemente de f_{obj1} . Isto acarreta em um problema de otimização multi-objetivo, com duas características conflitantes a serem otimizadas separadamente. Ao se introduzir o segundo objetivo (maximização de BW), o problema passa a ser:

$$\begin{cases} \text{Minimizar } f_{\text{obj1}}(\varepsilon_r^{\text{layers}}, d) = \sigma^{\text{tot}} \text{ em } f_0, \\ \text{Maximizar } f_{\text{obj2}}(\varepsilon_r^{\text{layers}}, d) = \text{BW}. \end{cases} \quad (4.21)$$

4.1.3 Implementação da Otimização

O caso do manto cilíndrico pode ser resolvido diretamente no MATLAB [Mathworks, 2015], uma vez que existe solução analítica para o problema, enquanto que para a solução para situações não analíticas pode ser usado algum programa de elementos finitos, como o COMSOL [COMSOL, 2015]. Este programa traz a vantagem de possuir um módulo de comunicação direta com o MATLAB.

Além disto, o COMSOL é amplamente usado em simulações de mantos, sendo que um dos motivos é a possibilidade de definição das propriedades dos materiais em função da posição, ou seja, suporta de maneira natural a não-homogeneidade que existem em muitos esquemas de mantos. Adicionalmente, a definição de propriedades anisotrópicas também é feita de maneira simples.

O otimizador usado para a obtenção dos resultados reportados no próximo capítulo foi o *toolbox* GODLIKE [Oldenhuis, 2009], o qual possibilita realizar a otimização multi ou mono-objetiva com quatro tipos de algoritmos evolucionários: *Genetic Algorithm* (GA), *Particle Swarm Optimization* (PSO), *Differential Evolution* (DE) e *Simulated Annealing* (SA). Foram necessárias algumas intervenções no código para adaptá-lo às necessidades da estratégia em questão (por exemplo, possibilitar a inserção de um ponto de partida na otimização). Testou-se os quatro algoritmos do *toolbox* mencionado, sendo que o GA trouxe melhores resultados. Por isto o mesmo foi usado para obtenção dos resultados desta tese. Destaca-se que a solução de referência de [Wang and Semouchkina, 2013] também foi obtida usando o GA.

4.1.4 Algoritmos Evolucionários

Para a minimização do espalhamento (conforme Equação 4.20), primeiramente tentou-se aplicar um algoritmo determinístico (Elipsoidal), na tentativa de reproduzir os resultados de [Wang and Semouchkina, 2013]. Nesta etapa, foi possível conhecer um pouco mais o problema. Verificou-se que se os intervalos de busca fossem relativamente estreitos em torno da (previamente conhecida) solução ótima, era possível uma convergência para valores similares aos da referência.

De toda forma, ao se deixar a busca mais desafiadora (ou seja, sem que haja um prévio conhecimento dos parâmetros ótimos), verificou-se que a convergência ocorria em regiões que não eram boas (valores de espalhamento bem piores que aqueles esperados). Isto é um indicativo de que o problema eletromagnético em questão não tem um caráter convexo, ou seja, é multi-modal (possui diversos vales com mínimos locais).

Assim, a utilização de um algoritmo de otimização determinístico fica comprometida pelo fato de que este tipo de otimização não consegue explorar todo o espaço de busca. Em outras palavras, o algoritmo pode ficar preso em uma região restrita e alcançar apenas um mínimo local, não conseguindo, portanto, encontrar a solução ótima global (a não ser que inicialmente já se esteja buscando na região possuidora do ponto ótimo global).

A fim de contornar este obstáculo, foram feitas tentativas nas quais se somava um termo convexo à função objetivo, de modo que o problema seria forçado a ter uma certa convexidade, podendo, portanto, ser abordado por um algoritmo determinístico. O termo adicional seria retirado progressivamente, de modo que a função objetivo original seria cada vez mais restaurada (até que restasse apenas ela, com parâmetros otimizados). Em outras palavras, a otimização minimizaria uma função temporária cujo termo de convexificação iria sendo retirado a cada iteração.

Percebeu-se que o problema, além de ser multi-modal, é bem sensível ao cálculo das derivadas parciais. Desta maneira, ligeiras variações na espessura das finas camadas, por exemplo, afetam fortemente o resultado, comprometendo a utilização de um algoritmo baseado em análise de sensibilidade.

Desta maneira, a abordagem anterior não trouxe os resultados esperados e aliado ao fato de que a maioria dos projetos de manto baseados em otimização usa algoritmos evolucionários (conforme visto na Tabela 3.1), optou-se por também seguir este caminho.

No caso de se ter mais de um objetivo conflitante a ser otimizado (Equação 4.21), não se pode definir que exista uma única solução ótima, logo, o resultado da otimização é um conjunto de soluções viáveis em um compromisso entre os dois objetivos (chamado de Pareto-Front). Como os algoritmos clássicos podem, no melhor dos casos, achar uma única solução a cada rodada, os mesmos se tornam inconvenientes para problemas multi-objetivos [Deb, 2001].

Por sua vez, algoritmos evolucionários podem achar múltiplas soluções ótimas em uma única rodada, devido à abordagem por população, tornando-os adequados para a solução de problemas multi-objetivos [Deb, 2001].

4.1.5 Considerações sobre o Ponto de Partida

Embora não seja necessária, a utilização de um bom ponto de partida pode auxiliar o algoritmo evolucionário na busca pela melhor solução. Em [Song et al., 2013] a otimização foi feita a partir de diferentes pontos de partida, os quais tiveram uma considerável influência nos resultados.

4.1.6 Custo Computacional

O principal desafio ao se realizar uma simulação numérica aliada à otimização é o custo computacional, uma vez que para cada iteração da otimização é necessário um cálculo de campo por elementos finitos (o que, dependendo do problema, pode ser custoso). Visando reduzir este custo, nesta etapa do trabalho, a simetria foi usada para reduzir o domínio computacional.

Ao se ter uma otimização com vários parâmetros a serem otimizados (no caso, várias camadas) é de se esperar que a complexidade do problema aumente drasticamente, refletindo, também, no custo computacional. Em geral, os modelos estudados são resolvidos em aproximadamente 30 segundos em um computador pessoal típico. Mais informações sobre o custo computacional são apresentadas acompanhando os resultados obtidos, detalhados no próximo Capítulo.

4.1.7 Proposta de Maximização de BW Indiretamente

A fim de evitar uma varredura completa em frequência para a extração de BW a cada iteração (o que pode se tornar inviável), para a otimização de $f_{\text{obj}2}$ foi usada a função alternativa $f'_{\text{obj}2}$, conforme explicado a seguir.

Calcula-se σ^{tot} em três frequências diferentes: em f_0 , em $f_1 = f_0 - \Delta_{f1}$ e em $f_2 = f_0 + \Delta_{f2}$. Assim, escolhendo apropriadamente Δ_{f1} e Δ_{f2} , pode-se aproximar a área entre 6 pontos (3 relacionados ao espalhamento pelo objeto sem manto: B_0, B_1, B_2 ; e 3 relacionados ao objeto com manto: C_0, C_1 e C_2), como ilustrado na Figura 4.1. Esta figura representa possíveis resultados para σ^{tot} pelo objeto sem manto (círculos) e pelo objeto com manto (quadrados). A dimensão de Δ_{f1} e Δ_{f2} deve ser baseada na região em que um manto de referência apresenta algum grau de invisibilidade, que é determinada ao se fazer a resposta em frequência do manto.

Como a redução do espalhamento ocorre quando σ^{tot} pelo objeto revestido é abaixo da referência (σ^{tot} pelo objeto sem manto), durante o processo de otimização o segundo objetivo é considerado como sendo a maximização da área abaixo da curva de referência *menos* a área acima dela; note que toda a área pode estar acima (ou abaixo) da referência (conforme Figura 4.1).

Como $f'_{\text{obj}2}$ foi definida como uma métrica de áreas, para se avaliar a performance do manto pela banda na qual σ^{tot} é menor que a referência, após a otimização deve-se fazer a varredura em frequência para calcular σ^{tot} (agora sim, em várias frequências), a fim de obter uma resposta em frequência mais judiciosa (mas apenas para os mantos otimizados). Assim é possível aproximar o Pareto-Front, que relaciona σ^{tot} e BW.

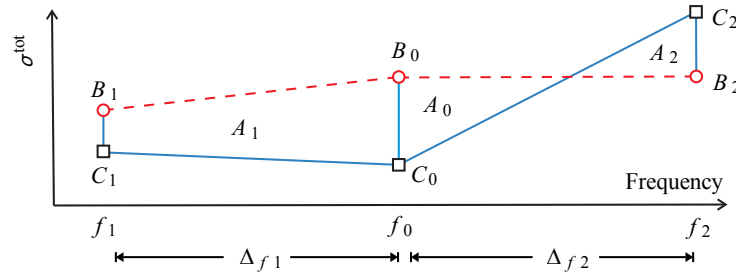


Figura 4.1: Ilustração do cálculo das áreas. Neste exemplo, $f'_{\text{obj}2} = (A_1 + A_0 - A_2)$. Existem outras 7 possibilidades para as áreas positiva/negativa e $f'_{\text{obj}2}$ foi feita para se adaptar a isto a cada iteração [Gonçalves et al., 2015].

4.2 Projeto de Manto Arbitrário via Solução Numérica da Equação de Laplace

Na Subseção 3.8 foram apresentadas estratégias para o projeto de um manto arbitrário. A seguir, discute-se melhor a estratégia de [Hu et al., 2008].

4.2.1 A Proposta de Hu *et al*

Em [Hu *et al.*, 2008] é mostrado como se obter numericamente as propriedades de um meio em formato arbitrário por meio da solução da Equação de Laplace com condições de contorno de Dirichlet.

Tal solução é caracterizada por ser suave e contínua, adequando-se ao princípio de que as propriedades eletromagnéticas têm que variar continuamente para que não existam reflexões no manto.

A proposta é resolver Laplace no sistema Ω' , logo, a solução é do tipo $\mathbf{x} = \mathbf{x}(\mathbf{x}')$, ou seja, descreve como um ponto $\mathbf{x} \in \Omega$ é dado em função de um ponto $\mathbf{x}' \in \Omega'$, conforme ilustrado na Figura 4.2. Desta maneira, o mapeamento $\Omega' \mapsto \Omega$ pode ser entendido como um mapeamento *inverso* àquele geralmente apresentado na teoria de transformação de coordenadas, que mapeava um sistema original em um transformado. O domínio Ω é delimitado por $\partial\Omega_+$ e Ω' é delimitado por $\partial\Omega'_-$ e $\partial\Omega'_+$.

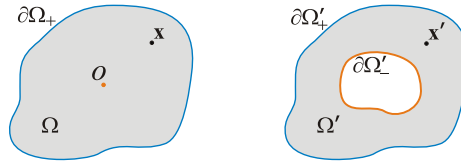


Figura 4.2: Mapeamento entre o domínio cartesiano Ω e o transformado Ω' . Figura baseada em [Hu *et al.*, 2009c].

Na região Ω' , o problema é descrito pela Equação de Laplace:

$$\nabla'^2 \mathbf{x} = 0, \quad (4.22)$$

ou, explicitando-se as coordenadas:

$$\frac{\partial^2 \mathbf{x}}{\partial \mathbf{x}'^2} = 0, \quad \mathbf{x}' \in \Omega'. \quad (4.23)$$

As condições de contorno nos bordos do domínio Ω' são dadas pelas equações 4.24 e 4.25. Observe que a solução no bordo externo permanece inalterada, ou seja, $\partial\Omega_+ \longleftrightarrow \partial\Omega'_+$ é equivalente a um mapeamento unitário. Por sua vez, o ponto $O \in \Omega$ tem como correspondente todo o bordo interno $\partial\Omega'_-$, o qual corresponde ao objeto a ser ocultado.

$$\mathbf{x} = O, \quad \text{se } \mathbf{x}' \in \partial\Omega'_-, \quad (4.24)$$

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}', \quad \text{se } \mathbf{x}' \in \partial\Omega'_+. \quad (4.25)$$

Após a obtenção da solução \mathbf{x} para o problema, é possível calcular as derivadas parciais formadoras da matriz de transformação \mathbf{A} . Para considerar o mapeamento inverso, basta inverter \mathbf{A} e usar a mesma fórmula da teoria de transformação de coordenadas para descrição do metamaterial (equações 3.17 e 3.18).

Em [Popa and Cummer, 2010] é salientado que o tipo de transformação ilustrado na Figura 4.2 não pode ser implementado com uma transformação conforme, uma vez que as isolinhas da solução \mathbf{x} perdem a ortogonalidade à medida que se aproximam de $\partial\Omega'_-$.

De toda forma, a Equação de Laplace minimiza a energia de um sistema, que aqui corresponde à distorção ocasionada pelo mapeamento [Chang et al., 2010a]. Dessa forma, embora a física do problema impossibilite uma transformação pouco distorcida, a solução via Laplace é a menos distorcida possível.

4.2.2 Implementação

Alguns passos da implementação feita nos *softwares* COMSOL e MATLAB são:

1. O cálculo da Eq. 4.22 é feito no espaço transformado Ω' . Desta forma, é definido que o sistema de coordenadas a ser usado é o \mathbf{x}' ;
2. Para cada coordenada resolve-se uma Equação de Laplace, obtendo-se separadamente x_1 e x_2 , que são as componentes da solução \mathbf{x} . Ambas as soluções devem ser calculadas em todo o domínio Ω' , obtendo-se $x_1(x'_1, x'_2)$ e $x_2(x'_1, x'_2)$;
3. Definem-se as condições de contorno apropriadas, conforme equações 4.24 e 4.25;
4. As soluções x_1 e x_2 são usadas para o cálculo das derivadas parciais e assim a matriz de transformação \mathbf{A} é montada para cada ponto de Ω' ;
5. Para cada ponto calcula-se os tensores $\boldsymbol{\varepsilon}(x'_1, x'_2)$ e $\boldsymbol{\mu}(x'_1, x'_2)$;
6. No MATLAB cria-se uma tabela contendo:

Coordenada x'_1	Coordenada x'_2	ε_{11}	ε_{12}	ε_{13}	ε_{21}	ε_{22}	ε_{23}	ε_{31}	ε_{32}	ε_{33}
-------------------	-------------------	--------------------	--------------------	--------------------	--------------------	--------------------	--------------------	--------------------	--------------------	--------------------

7. A partir desta tabela, no COMSOL é feita uma interpolação para atribuir as propriedades ao material do manto. Observe que neste momento os materiais já compensam a distorção no espaço e, portanto, se for considerado que a o espaço físico é dado por coordenadas sem linha, tem-se na verdade $\boldsymbol{\varepsilon}(x_1, x_2)$ e $\boldsymbol{\mu}(x_1, x_2)$.
8. Dentro de uma nova “física” no COMSOL (*Radio-Frequency*) é feita a simulação do espalhamento, a fim de avaliar o desempenho do manto.

4.2.3 Características do Material

Apesar de ser uma notória ferramenta de projeto, a técnica de transformação de coordenadas tem algumas desvantagens significativas: o material é **complexo** (no sentido de ser um tensor e com valores não convencionais), tem uma **variação contínua** e será **singular** se a transformação for singular. Algumas maneiras de se contornar estas dificuldades são discutidas a seguir.

4.3 Tratamento do Material

Esta seção apresenta algumas estratégias para o controle das características inconvenientes que surgem no material do manto obtido por transformação de coordenadas. Aproveita-se para, através da Tabela 4.1, fazer um esquema onde as estratégias são posicionadas em relação às características alvo dos tratamentos. São também indicadas as subseções que discutem cada uma delas. Os asteriscos (*) foram posicionados para indicar que o respectivo tratamento surge mais como uma consequência do que propriamente como sendo a finalidade principal ao se usar a estratégia em questão.

Tabela 4.1: Disposição das estratégias estudadas em relação ao tratamento do material

Estratégia	Objetiva tratar a...			Subseção
	variação contínua	singularidade	complexidade	
Discretização em Regiões Homogêneas	✓	✓*		4.3.2
Espichamento Fora do Plano ($\tilde{\lambda}_3$)		✓	✓*	4.3.1.1
Mapear a Partir de uma Área Pequena		✓		4.3.1.2
Redução no Conjunto de Parâmetros		✓*	✓	4.3.4

4.3.1 Transformação Não-Singular

A presença de valores extremos prejudica não apenas a viabilidade de construção, mas também o cálculo numérico, uma vez que se as propriedades constitutivas se tornam

muito elevadas, o comprimento de onda se torna muito pequeno, necessitando de uma malha inviavelmente refinada [Nicolet et al., 2008b].

Conforme visto anteriormente e ilustrado na Figura 4.2, o ponto $O \in \Omega$ tem como correspondente todo o bordo interno $\partial\Omega'_-$. Esta transformação singular, na qual um ponto “invisível” é transformado em uma região finita, leva ao surgimento de valores extremos nas propriedades do material.

Algumas maneiras de se evitar tais valores extremos são apresentadas em [Ruan et al., 2007, Zhang et al., 2007]: a ideia seria deslocar a interface interna do manto de modo que os valores divergentes sejam desconsiderados na simulação. Isto leva, como é de se esperar, a um certo prejuízo na invisibilidade.

Já em [Zharova et al., 2013] é apresentado um projeto de manto no qual durante a transformação de coordenadas é usada uma função analítica auxiliar que evita a singularidade na interface interna do manto. Contudo, é válida apenas para o cilindro. Outras transformações alternativas também podem ser encontradas em referências como [Urzhumov et al., 2011, Griesmaier and Vogelius, 2014]. Além disto, ao invés de se usar um ponto como origem pode-se usar uma curva fechada muito pequena (também com um certo prejuízo à invisibilidade) [Xin-Hu et al., 2010, Griesmaier and Vogelius, 2014].

4.3.1.1 Espichamento Fora-do-Plano

A maneira proposta em [Hu et al., 2009b] consiste em usar uma transformação fora do plano do manto, de modo que sejam compensadas as transformações singulares no plano do manto. Para isto, os autores se baseiam no fato de que os tensores relativos $\boldsymbol{\varepsilon}'$ e $\boldsymbol{\mu}'$ (propriedades relativas) podem ser descritos por uma matriz diagonal com os espichamentos λ nas principais direções:

$$\boldsymbol{\varepsilon}' = \frac{\mathbf{A}\boldsymbol{\varepsilon}\mathbf{A}^T}{|\mathbf{A}|} = \boldsymbol{\mu}' = \frac{\mathbf{A}\boldsymbol{\mu}\mathbf{A}^T}{|\mathbf{A}|} = \text{diag} \left[\frac{\lambda_1}{\lambda_2\lambda_3}, \frac{\lambda_2}{\lambda_1\lambda_3}, \frac{\lambda_3}{\lambda_1\lambda_2} \right]. \quad (4.26)$$

Esses espichamentos λ podem ser calculados usando a matriz $\mathbf{B} = \mathbf{A}\mathbf{A}^T$, onde \mathbf{A} é a matriz Jacobiana da transformação (Equação 3.15), mas agora adaptada para uma transformação 2D no plano:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x'_1}{\partial x_1} & \frac{\partial x'_1}{\partial x_2} & 0 \\ \frac{\partial x'_2}{\partial x_1} & \frac{\partial x'_2}{\partial x_2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.27)$$

Os espichamentos são calculados por [Hu et al., 2009b]:

$$\lambda_1 = \sqrt{\frac{(B_{11} + B_{22} - \sqrt{B_{11}^2 - 2B_{11}B_{22} + B_{22}^2 + 4B_{12}^2})}{2}}, \quad (4.28)$$

$$\lambda_2 = \sqrt{\frac{(B_{11} + B_{22} + \sqrt{B_{11}^2 - 2B_{11}B_{22} + B_{22}^2 + 4B_{12}^2})}{2}}, \quad (4.29)$$

onde B_{ij} são os elementos de \mathbf{B} .

Devido à transformação singular, λ_2 tende a infinito perto de $\partial\Omega'_-$, então $\boldsymbol{\varepsilon}'$ e $\boldsymbol{\mu}'$ também se tornam singular. Originalmente, não há distorção fora do plano, ou seja, $\lambda_3 = 1$. Porém a mesma pode ser usada para compensar a divergência em λ_2 ao se fazer

$$\tilde{\lambda}_3 = C_0 (|x'_1 - x_1| + |x'_2 - x_2|) \lambda_2 + 1, \quad (4.30)$$

o que leva a $\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}'$ e $\tilde{\boldsymbol{\mu}}'$ com apenas valores finitos [Hu et al., 2009b]. Note que $\tilde{\lambda}_3 = 1$ se $\mathbf{x} = \mathbf{x}'$ e a constante C_0 controla o espichamento fora do plano na nova transformação não-singular descrita por $\tilde{\mathbf{A}}$:

$$\tilde{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x'_1}{\partial x_1} & \frac{\partial x'_1}{\partial x_2} & 0 \\ \frac{\partial x'_2}{\partial x_1} & \frac{\partial x'_2}{\partial x_2} & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{\lambda}_3 \end{bmatrix}. \quad (4.31)$$

A matriz $\tilde{\mathbf{B}}$ passa a ser igual a \mathbf{B} , porém com $\tilde{\lambda}_3^2$ na posição (3,3), e o material passa a ser dado por $\tilde{\mathbf{B}}/|\tilde{\mathbf{A}}|$.

Diferentes Constantes para Diferentes Direções: No caso de uma geometria muito alongada, uma das coordenadas acabará sendo mais distorcida do que a outra, o que influencia o quão singular a transformação naquela direção é. Desta maneira, o autor desta tese pensou em atribuir uma constante para cada diferença de coordenadas, ou seja,

$$\tilde{\lambda}_3 = (C_0^1|x'_1 - x_1| + C_0^2|x'_2 - x_2|) \lambda_2 + 1. \quad (4.32)$$

No Capítulo seguinte serão apresentados resultados referentes aos testes realizados com esta variação da equação. Outra adaptação para a equação do espichamento fora do plano é reportada em [Xiao and LinZhi, 2013], na qual a mesma é adaptada para coordenadas cilíndricas, adquire características específicas do tipo de manto apresentado (compressão/restauração do espaço) e pode se tornar discreta, uma vez que o manto é poligonal e foi dividido em triângulos. Neste caso C_0 varia de acordo com um setor triangular do manto.

4.3.1.2 Mapeamento a Partir de uma Área Pequena

Por outro lado, pode-se evitar a singularidade simplesmente evitando-se mapear a partir de um ponto. Substituir-se-ia, portanto, a condição de contorno de Dirichlet homogênea (Equação 4.24) por um conjunto de valores que não caracterizam um ponto. A contrapartida, porém, seria que o manto nunca deixaria o objeto totalmente invisível, já que o objeto virtual seria uma pequena região de espalhamento não nulo [Xin-Hu et al., 2010, Griesmaier and Vogelius, 2014].

De toda forma, se esta região for pequena, poder-se-ia atingir um nível de invisibilidade satisfatório. No capítulo seguinte serão apresentados resultados referentes ao estudo dessa estratégia, fazendo-se inclusive a discretização em camadas e otimização do manto.

4.3.2 Discretização em Camadas Homogêneas

Os materiais não-homogeneos são um grande desafio na realização de mantos baseados em transformação de coordenadas. Por isto, o perfil do material é geralmente aproximado por camadas homogêneas discretas. Adicionalmente, pode-se usar algoritmos de otimização para alcançar mantos ainda melhores [Urzhumov et al., 2011, Cai, 2012]. Destaca-se também que em um manto típico baseado em transformação de coordenadas, a invisibilidade é consideravelmente afetada se os valores extremos na região singular não forem bem representados [Nicolet et al., 2008b].

Na verdade, a escolha da transformação de coordenadas tem um impacto significativo para o sucesso da aproximação em camadas [Qiu et al., 2009, Urzhumov et al., 2011]. Em razão disto, em [Qiu et al., 2009] optou-se pela discretização em camadas com espessuras baseadas no grau de anisotropia na região do manto (quanto mais anisotrópico, mais finas são as camadas). Além disto, analisaram a influência de diferentes perfis de transformação não-lineares no caso do manto esférico. A conclusão é que transformações não lineares podem exibir uma melhor e mais estável invisibilidade após a discretização.

Ao se usar um manto não-singular, as propriedades finitas são mais propícias à discretização em camadas e permitem uma simulação mais apropriada. Porém, ao se dividir em camadas, outras questões emergem, como: (a) como definir o material homogenizado? (b) quantas camadas serão usadas? (c) as impedâncias entre elas estarão casadas? (d) o manto em camadas é dispersivo? (e) o espalhamento será muito prejudicado?

No próximo Capítulo são apresentados resultados que ajudam a construir respostas a estas e a outras questões.

4.3.3 Sistema de Coordenadas Local para uma Forma Arbitrária

Contudo, tanto a discretização quanto a simplificação dos parâmetros são desafios se o manto possui uma forma arbitrária, uma vez que aspectos de simetria já não podem mais serem utilizados.

Sistemas de coordenadas locais são usados em alguns projetos, como em [Rahm et al., 2008, Popa and Cummer, 2010, Li and Viperman, 2014, Vacus and Saint-Flour, 2015]. Em [Popa and Cummer, 2010] o material foi rotacionado ponto-a-ponto de modo que suas componentes adquirissem a mesma distribuição espacial e formassem camadas. Contudo, tais camadas não são conformes à geometria do objeto, o que ainda traria dificuldades do ponto de vista prático.

Supondo-se que se almeje um manto em camadas conformes à geometria do objeto, é interessante que se trabalhe também em um sistema de coordenadas curvilíneo que acompanhe a curvatura do manto. Para isto, este sistema curvilíneo pode ser calculado dentro do mesmo modelo. A Figura 4.3a ilustra este sistema através de componentes locais tangenciais (vermelhas) e normais (azuis) às superfícies do manto. Comparando este sistema ao cartesiano é possível calcular um ângulo de rotação local ϕ_{rot} entre os dois sistemas (Figura 4.3b) e a matriz de rotação \mathbf{Q} (Equação 4.33). A geometria da Figura 4.3 será usada extensivamente no próximo capítulo.

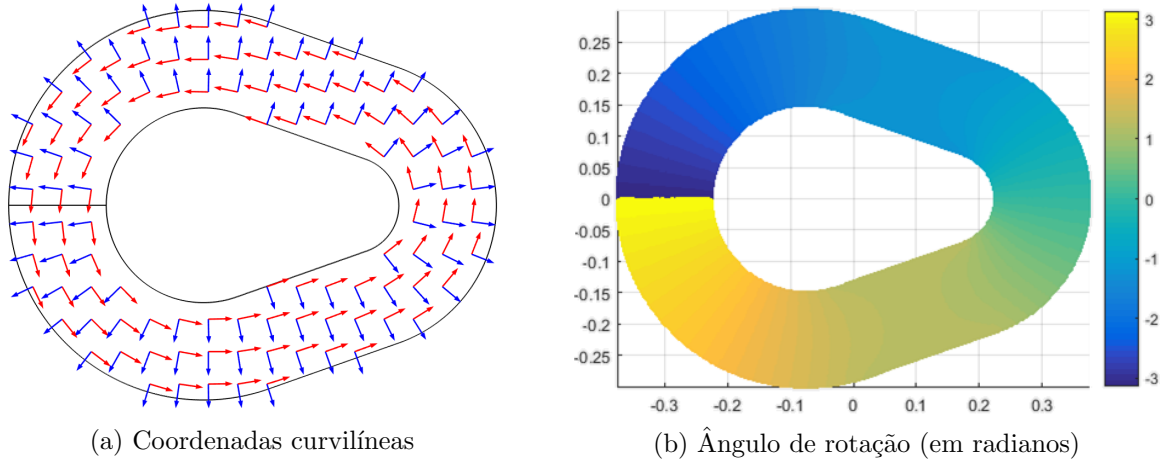


Figura 4.3: Geometria estudada: (a) coordenadas curvilíneas e (b) ângulo de rotação.

O sistema local (L) foi então definido como sendo L1 – na direção normal à superfície do objeto – e L2, na direção tangencial à mesma superfície. Como a rotação é no plano do manto, o terceiro eixo permanece o mesmo do sistema cartesiano. Note que no caso particular de simetria cilíndrica, $L1 = \rho$ e $L2 = \phi$.

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \cos(\phi_{\text{rot}}) & -\text{sen}(\phi_{\text{rot}}) \\ \text{sen}(\phi_{\text{rot}}) & \cos(\phi_{\text{rot}}) \end{bmatrix}. \quad (4.33)$$

O material em coordenadas locais (não necessariamente diagonalizado) passa a ser:

$$\boldsymbol{\mu}^{(\text{Local})} = \mathbf{Q}^T \boldsymbol{\mu}^{(\text{Cartesiano})} \mathbf{Q}. \quad (4.34)$$

4.3.4 Simplificação dos Parâmetros: Modelo Reduzido

Conforme visto na Subseção 3.3.6.1 e em [Yan et al., 2007, Collins and McGuirk, 2009, Peng et al., 2011], desde o início um dos métodos de simplificação dos materiais mais usados é o de se fazer uma redução no conjunto das componentes. A ideia é que a relação de dispersão dentro do manto permaneça a mesma, no intuito de se manter a mesma trajetória da onda obtida com um conjunto completo de parâmetros proveniente da transformação de coordenadas.

Expandindo a ideia de um conjunto reduzido para o sistema de coordenadas local definido na Subseção 4.3.3, a seguir mostra-se como se pode chegar ao conjunto reduzido partindo da relação de dispersão para a polarização em estudo:

$$\frac{k_{L1}^2}{\mu_{L2}} + \frac{k_{L2}^2}{\mu_{L1}} = \omega \varepsilon_z \quad (4.35)$$

Neste caso tem-se o conjunto de variáveis μ_{L1} , μ_{L2} , ε_z , ω , k_{L1} e k_{L2} . As variáveis reduzidas são μ_{L1}^{red} , μ_{L2}^{red} , $\varepsilon_z^{\text{red}}$, ω , k_{L1}^{red} e k_{L2}^{red} . A frequência angular ω é a mesma, pois ela depende somente da fonte. Assumindo que se queira a mesma constante de propagação nos dois meios e igualando suas respectivas relações de dispersão, chega-se a

$$\frac{k_{L1}^2}{\mu_{L2}\varepsilon_z} + \frac{k_{L2}^2}{\mu_{L1}\varepsilon_z} = \frac{k_{L1}^{\text{red}2}}{\mu_{L2}^{\text{red}}\varepsilon_z^{\text{red}}} + \frac{k_{L2}^{\text{red}2}}{\mu_{L1}^{\text{red}}\varepsilon_z^{\text{red}}}, \quad (4.36)$$

assim,

$$\mu_{L2}\varepsilon_z = \mu_{L2}^{\text{red}}\varepsilon_z^{\text{red}}, \quad (4.37)$$

$$\mu_{L1}\varepsilon_z = \mu_{L1}^{\text{red}}\varepsilon_z^{\text{red}}. \quad (4.38)$$

Geralmente se deseja que a componente tangencial seja invariante, logo, se $\mu_{L2}^{\text{red}} \equiv 1$,

$$\varepsilon_z^{\text{red}} = \mu_{L2}\varepsilon_z, \quad (4.39)$$

$$\mu_{L1}^{\text{red}} = \frac{\mu_{L1}\varepsilon_z}{\varepsilon_z^{\text{red}}}. \quad (4.40)$$

Substituindo a Equação 4.39 na 4.40, chega-se a

$$\mu_{L1}^{\text{red}} = \frac{\mu_{L1}\varepsilon_z}{\mu_{L2}\varepsilon_z} = \frac{\mu_{L1}}{\mu_{L2}}. \quad (4.41)$$

Capítulo 5

Resultados

Este Capítulo apresenta os resultados obtidos no projeto de mantos pelas duas metodologias de projeto descritas no Capítulo 4. Além disto, são apresentados resultados referentes aos diferentes tratamentos feitos no material proveniente da metodologia de transformação de coordenadas.

Inicialmente, na seção 5.1, são apresentados os resultados da otimização multi-objetivo dos parâmetros que constituem um manto dielétrico não-ressonante. A primeira situação testada é a do cilindro, que, conforme visto no capítulo anterior, possui um modelo analítico. A segunda situação envolve um objeto no formato de aerofólio e o modelo foi calculado numericamente pelo método dos elementos finitos.

Posteriormente, na seção 5.2, são apresentados resultados numéricos pela metodologia que usa a Equação de Laplace para a obtenção do metamaterial a ser usado no manto.

Conforme discutido ao longo do texto, a técnica de transformação de coordenadas traz algumas dificuldades práticas devido à transformação: singularidade, anisotropia e não-homogenidade contínua. Na seção 5.3 são apresentados resultados relacionados ao tratamento destas questões.

5.1 Manto Dielétrico via Minimização do Espalhamento

Por possuir camadas isotrópicas e não ser ressonante, começou-se a pesquisa parametrizando e otimizando um modelo cujos materiais que o compõem sejam tradicionais: dielétricos, isotrópicos e com a permissividade relativa $\varepsilon_r \geq 1$. Embora cada cálculo eletromagnético demore menos de 30 segundos, a otimização para os modelos estudados demanda ao menos três dias.

5.1.1 Cilindro

Em [Wang and Semouchkina, 2013] foi apresentado um manto dielétrico multicamadas e não-ressonante, otimizado para ter o menor espalhamento na frequência $f_0 = 8$ GHz. O cilindro PEC tem raio de $0.75 \lambda_0$ e o manto tem 8 camadas. As restrições para a otimização foram os valores inteiros no intervalo $1 \leq \varepsilon_r^{\text{layer}} \leq 128$. A espessura total das camadas foi limitada entre 5 e 200% do raio do cilindro.

Primeiramente, validou-se a implementação feita usando a modelagem descrita no Capítulo anterior. Para fins de comparação com a referência [Wang and Semouchkina, 2013], aplicou-se no modelo implementado os parâmetros otimizados na mencionada referência. A Figura 5.1, gerada pelo modelo analítico implementado, reproduz a distribuição de H_z nas redondezas do manto reportado em [Wang and Semouchkina, 2013], trazendo resultados similares aos do referido artigo. Nota-se que na situação com manto houve uma melhoria na preservação do formato da onda viajante na direção $+x$ (da esquerda para a direita). As partes real e imaginária, além da magnitude, estão plotadas nos gráficos.

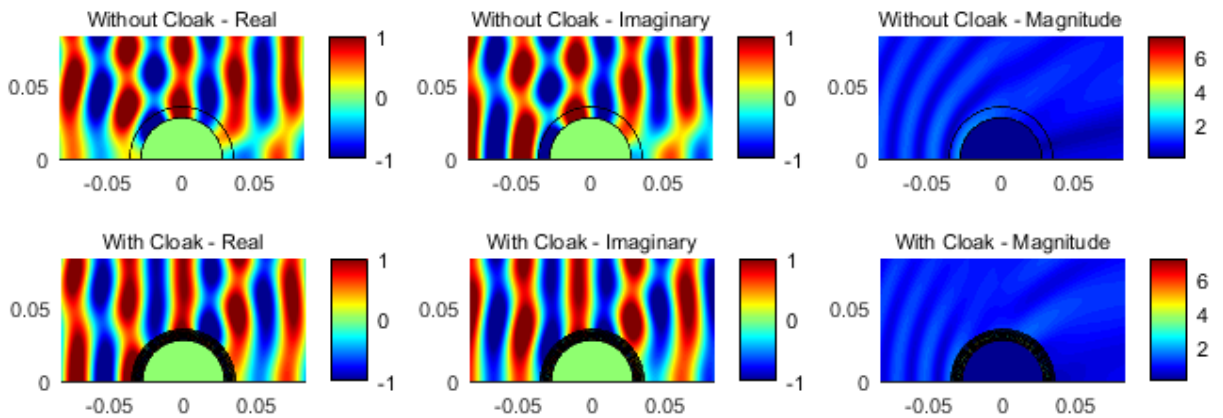


Figura 5.1: Distribuição de H_z na situação sem manto (acima) e para o cilindro revestido com o manto otimizado em [Wang and Semouchkina, 2013] (abaixo).

Nota-se, também, que a região do manto foi apenas destacada nas três imagens superiores (situação sem manto), enquanto que as múltiplas camadas (nas imagens inferiores - situação sem manto) impossibilitam uma melhor visualização dos campos no interior do manto. Esta visualização é possível na Figura 5.2, a qual mostra o comportamento da onda no interior do manto.

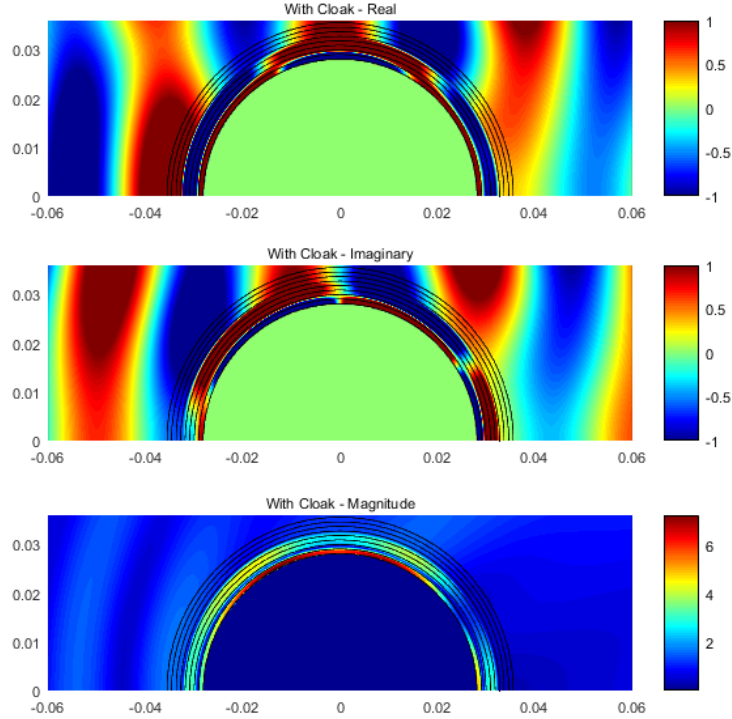


Figura 5.2: Reprodução de H_z dentro do manto otimizado em [Wang and Semouchkina, 2013], usando o modelo analítico implementado, conforme descrito no Capítulo 4.

Resultados semelhantes aos de [Wang and Semouchkina, 2013] foram obtidos com o algoritmo genético (GA) através da otimização mono-objetivo (minimizando σ^{tot} em $f_0 = 8$ GHz). Como em [Wang and Semouchkina, 2013] não foram reportados mantos com valores de ε_r acima de 65, conforme Tabela 5.1, definiu-se que aqui este seria o valor máximo no espaço de busca. Adicionalmente, seriam valores reais, ao invés de inteiros. Na verdade, ao se retirar a restrição de valores inteiros de $\varepsilon_r^{\text{layer}}$, resultados ligeiramente melhores podem ser obtidos.

Ao se realizar a otimização multi-objetivo, conforme descrita no capítulo anterior, foram obtidos resultados que aproximam o conjunto das soluções ótimas do problema (Pareto-Front). Conclui-se que a aproximação por áreas descrita na Subseção 4.1.7 refletiu razoavelmente a banda de operação dos mantos otimizados.

Especificamente, para a otimização de BW, foi calculado σ^{tot} em $f_0 = 8$ GHz, $f_1 = 7.5$ GHz e $f_2 = 8.5$ GHz. Não foi assumido um conhecimento adicional do manto, o que significa que o resultado otimizado de [Wang and Semouchkina, 2013] não foi inserido na população inicial (de 30 indivíduos). Após alguns dias de computação, podem ser obtidas algumas possibilidades que formam um Pareto-Front (Figura 5.3) do tipo *min-max* (minimizar $f_{\text{obj}1}$, maximizar $f_{\text{obj}2}$) [Deb, 2001]. De toda forma, percebeu-se que algumas soluções acabam se tornando inválidas por aspectos como:

- Discretização final em níveis finitos, o que significa que mais de uma solução pode ter a mesma $f_{\text{obj}2} = \text{BW}$, mesmo que haja diferença entre o valor de $f'_{\text{obj}2}$ das mesmas;
- Algumas soluções apresentadas eram não-dominantes no Pareto-Front final, significando que, elas não fazem parte do mesmo (contudo, durante a otimização de $f'_{\text{obj}2}$ as mesmas eram soluções válidas). Esse problema pode ser uma consequência da aproximação de BW ($f_{\text{obj}2}$) por áreas grosseiras ($f'_{\text{obj}2}$) ou até mesmo porque a otimização necessitaria de mais tempo do que aquele usado;
- Algumas soluções são muito próximas umas das outras, significando que, em termos práticos não haveria muito o que comparar entre elas.

Em termos quantitativos, os mantos 1 e 10, quando comparados aos de [Wang and Semouchkina, 2013], têm: +0.6% σ^{tot} , +26% BW; +37% σ^{tot} , +83% BW, respectivamente. Algum meio termo entre os dois extremos poderia ser usado em aplicações que não necessitassem de tanta BW nem de tanta redução no espalhamento.

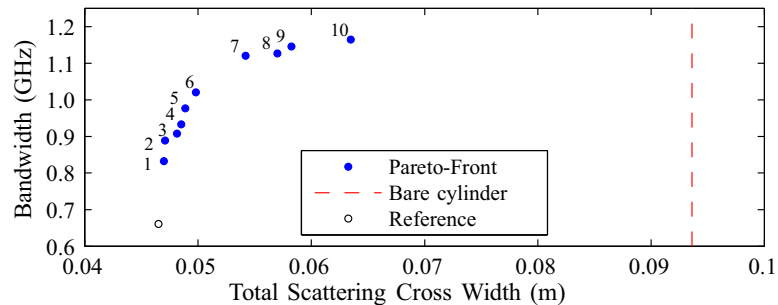


Figura 5.3: Pareto-Front obtido pelo manto da referência [Wang and Semouchkina, 2013] e pela otimização multi-objetivo.

Os parâmetros otimizados ($\varepsilon_r^{\text{layer}}$ para as 8 camadas, a partir da mais interna para a mais externa, e a espessura individual das mesmas d) estão listados na Tabela 5.1. Nota-se

que os mantos mais finos com $\varepsilon_r^{\text{layer}}$ em um perfil ‘U’ mais fechado tendem a produzir um menor σ^{tot} , enquanto mantos mais espessos com um perfil mais suave apresentaram uma maior BW.

Tabela 5.1: Parâmetros de possíveis mantos para o cilindro

Cloak	ε_r^1	ε_r^2	ε_r^3	ε_r^4	ε_r^5	ε_r^6	ε_r^7	ε_r^8	d (mm)
Ref. [Wang and Semouchkina, 2013]	1	65	65	17	3	3	4	58	0.562
1	1	52.8	47.4	3.3	3.6	6.3	4	41	0.665
2	1	55.2	47.4	10.3	3.5	1.2	4.9	37.9	0.660
3	1	55	47.1	8.5	4	1.3	1.9	35.2	0.675
4	1	54.8	43.9	10.5	3.5	1	4.9	41	0.663
5	1.1	48.5	60.6	12.2	6.7	1	1.2	47.7	0.621
6	1	54.8	49.2	10.3	3.5	1.2	1.4	38	0.660
7	1.1	59.8	4.3	28	6.2	1.1	1.2	26.9	0.801
8	1.1	47.3	3.8	12.2	6.3	1.1	1.1	26.9	0.928
9	1.1	59.9	4.3	12.2	6.2	1.1	1.1	26.9	0.855
10	1	48.1	3.8	12.2	6.4	1.1	1.2	26.9	0.934

Ao se plotar σ^{tot} para os mantos obtidos em uma faixa de frequências (Figura 5.4) é possível comparar as diferentes respostas em frequência e observar a abertura em BW. De toda forma, $f'_{\text{obj}2}$ não é capaz de capturar variações abruptas na resposta em frequência (alguns picos agudos que podem aparecer em alguns mantos/frequências). Pode-se observar que, de modo geral, para as frequências não sujeitas à redução de espalhamento, quanto mais alta a frequência, mais alto σ^{tot} .

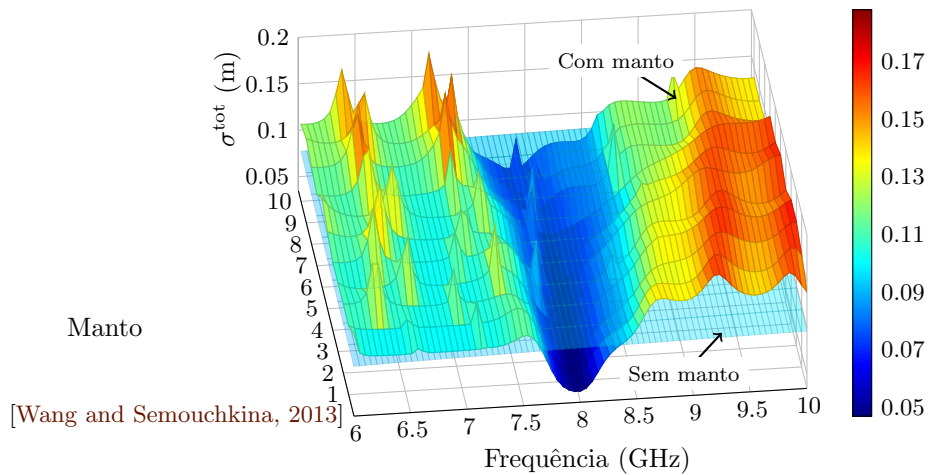


Figura 5.4: Resposta em frequência para os mantos otimizados, ordenados por BW.

De toda forma, não se tem o controle do diagrama de radiação do manto ao se definir uma função objetivo puramente como σ^{tot} (portanto, independente do ângulo θ). Isto pode ser ilustrado comparando-se os dois extremos da otimização: o manto da referência [Wang

and Semouchkina, 2013] (menor σ^{tot}) e o manto 10 (maior BW), conforme mostrado na Figura 5.5. Percebe-se que, de fato, ambos os mantos reduziram σ^{tot} do objeto (caso sem manto), mas existem alguns ângulos onde o efeito de redução do espalhamento não ocorre (ou até mesmo piora em relação à referência).

A Figura 5.5 também fornece embasamento para entender a opção de [Popa and Cummer, 2009] de se definir a função objetivo como sendo a minimização do espalhamento apenas na direção de *forward scattering*, pois no caso do cilindro, de fato, o lóbulo principal é bem maior que os secundários. Por conseguinte, trabalhar apenas na redução do referido lóbulo significa um menor custo computacional (já que se evita fazer o somatório de $\sigma(\theta)$). Ademais, “qualquer” redução no lóbulo em questão já significa um bom ganho em termos de redução do espalhamento total σ^{tot} .

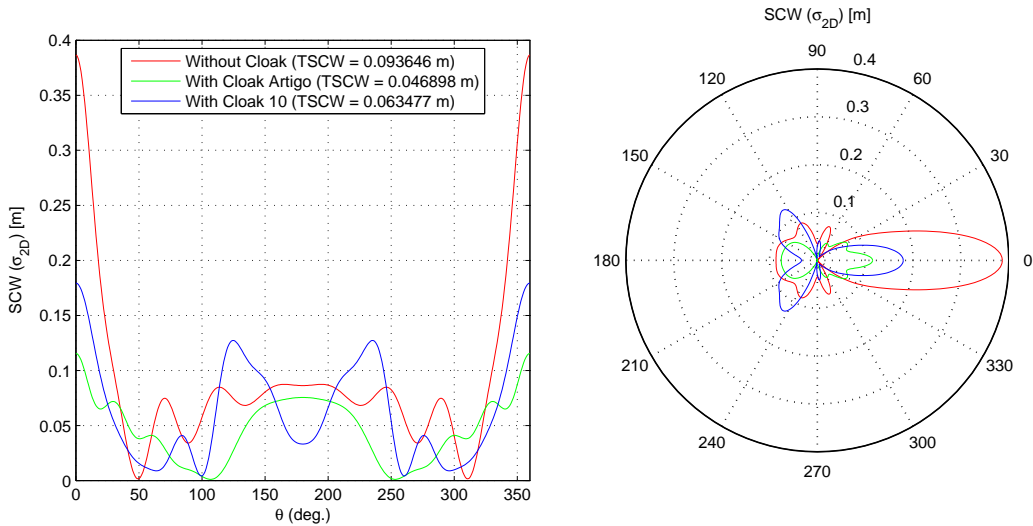


Figura 5.5: Comparação entre o manto da referência [Wang and Semouchkina, 2013] (menor σ^{tot}) e o manto 10 (maior BW). Observa-se que o diagrama não é alterado de maneira uniforme. Assim, mesmo que σ^{tot} de um objeto com manto seja menor que a do objeto sem manto, em algumas direções $\sigma(\theta)$ do objeto com manto pode ser maior do que a referência (por exemplo, em $\theta = 50^\circ$).

5.1.2 Aerofólio

O aerofólio NACA 0015 [Ladson et al., 1996] é uma forma paramétrica que não tem uma simetria azimutal. Em uma primeira abordagem ao problema foi decidido que seria investigada apenas a situação na qual a onda incidente viaja na direção $+x$. Isto permite que se tire vantagem da simetria em y e se simule apenas metade do problema.

O comprimento do aerofólio (ou *corda*) foi definido como $1\lambda_0$ ($f_0 = 8$ GHz). Pela forma do aerofólio ser definida por uma equação paramétrica na qual a altura é relacionada ao comprimento (no caso do NACA 0015 a máxima razão altura/corda é 15%), se o mesmo for coberto por um manto com camadas conformes de mesma espessura (como feita no caso do cilindro), o formato externo seria distorcido, não sendo mais um NACA 0015.

Desta maneira, com o objetivo de manter o formato geométrico (supondo que se tivesse que atender a outros requisitos físicos, por exemplo aerodinâmicos), ao invés de se usar um manto com camadas de espessuras fixas, definiu-se que seria otimizado um *fator de escala* (sf), o qual garanta que o formato do aerofólio seja mantido após a cobertura pelo manto. A consequência pode ser vista na Figura 5.6, a qual mostra que o aerofólio PEC e todas as camadas de seu manto são a mesma forma, porém escaladas sucessivamente por um fator específico: corda da camada $m = \text{corda do aerofólio original} \times [(1 + (m \times sf))]$.

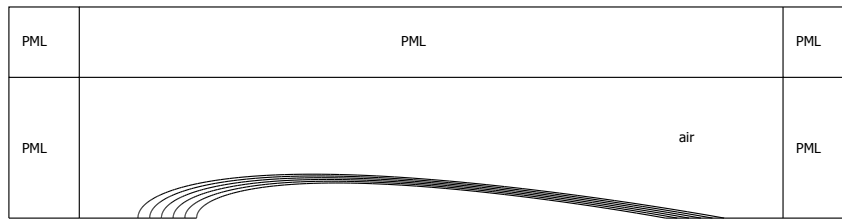


Figura 5.6: Geometria do problema simulado (fora de escala): o meio aerofólio PEC coberto pelo seu manto de 5 camadas e regiões PML, que simulam um espaço livre aberto. Note a espessura não constante do manto.

Como neste problema não havia uma solução de referência, primeiramente foi checada a viabilidade de um manto através da otimização de f_{obj1} somente. Estes resultados parciais mostraram que um manto com 5 camadas seria suficiente para reduzir σ^{tot} cerca de 28%. Definiu-se, portanto, que seriam 5 camadas e também que o espaço de busca seria $65 \leq \varepsilon_r^{1,2,5} \leq 128$, $33 \leq \varepsilon_r^{3,4} \leq 96$, codificado no GA por 6 bits para cada parâmetro (então são inteiros e lembram um formato em ‘U’, como no caso do cilindro).

O espaço de busca para o fator de escala ($0.0175 \leq sf \leq 0.02125$) foi definido também considerando que para valores menores a malha de elementos finitos se torna muito fina (camadas do manto muito finas); contrariamente, para valores mais altos o espalhador (objeto com manto) se torna muito grande, prejudicando a ideia de se obter configurações com baixo espalhamento.

Com o objetivo de reduzir o custo computacional envolvido ao remalhar a geometria, definiu-se que existiriam apenas 13 possibilidades para sf , discretas e uniformemente

espaçadas. Adicionalmente, o programa de elementos finitos (COMSOL) só gera uma nova malha na primeira vez que um novo sf aparece (caso contrário, a geometria permanece a mesma); após isto, as malhas que já foram geradas são reusadas.

Foi usado $f_1 = 7.5$ GHz, $f_2 = 10$ GHz (que foram mais apropriados à assimetria na resposta em frequência) e 11 indivíduos (9 são mostrados no Pareto-Front da Figura 5.7).

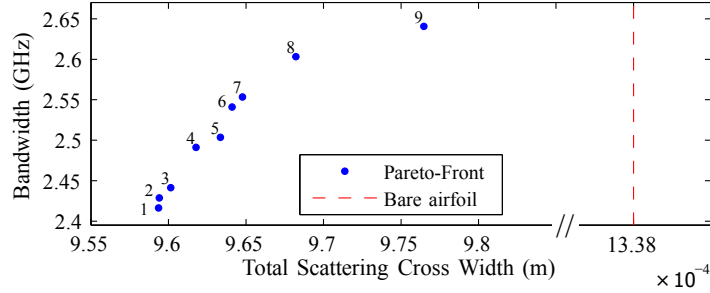


Figura 5.7: Pareto-Front para o aerofólio revestido.

Existem alguns padrões nos parâmetros otimizados (Tabela 5.2), como ε_r^1 decrescente (do manto 1 ao 9) e algum grau do perfil em ‘U’ em todos os mantos (principalmente nas camadas 2-5). A ausência de valores iguais aos limites pré-estabelecidos (exceto pelo $\varepsilon_r^{\text{layer}}$ superior) sugere que o estreitamento do espaço de busca não comprometeu os resultados.

Tabela 5.2: Parâmetros de possíveis mantos para o aerofólio NACA 0015

Cloak	ε_r^1	ε_r^2	ε_r^3	ε_r^4	ε_r^5	Scale factor
1	128	126	77	67	128	0.0190625
2	128	123	79	68	128	0.0190625
3	126	127	82	73	126	0.0187500
4	126	106	71	89	126	0.0187500
5	118	113	93	83	126	0.0184375
6	113	103	95	82	127	0.0184375
7	111	114	89	93	124	0.0181250
8	97	115	95	90	126	0.0181250
9	72	116	91	90	128	0.0187500

O manto 1 reduziu σ^{tot} (em f_0) cerca de 28.3%, o que não é muito diferente do manto 9 (27%). BW entre eles varia 8.5% (225 MHz). Isto indica que as soluções para este problema são muito próximas. Por conseguinte, plotar a resposta em frequência para todos os mantos não seria tão ilustrativo, logo apenas as respostas para os mantos 1 e 9 estão plotadas na Figura 5.8.

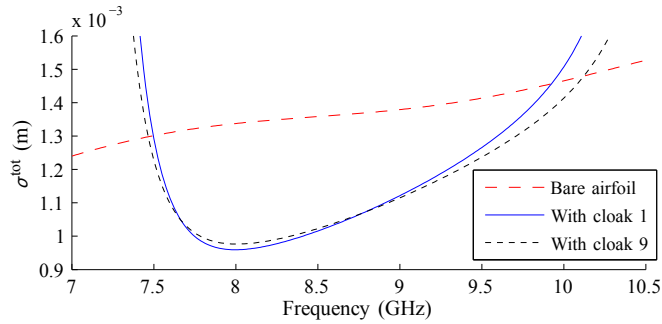


Figura 5.8: Resposta em frequência no entorno da região espectral sujeita à redução de espalhamento. Note o compromisso entre as duas funções objetivo: manto 1 tem um menor σ^{tot} em $f_0 = 8$ GHz, enquanto que o manto 9 tem BW mais largo.

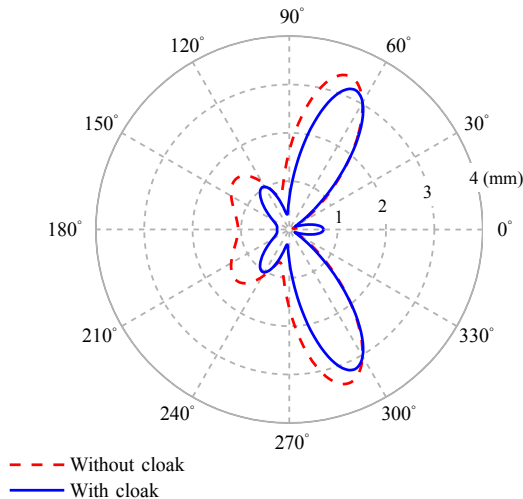


Figura 5.9: Diagrama de espalhamento para o aerofólio sem manto ($\sigma^{\text{tot}} = 1.337\text{mm}$) e com manto ($\sigma^{\text{tot}} = 0.959\text{mm}$).

Por fim, a Figura 5.9 mostra o padrão de espalhamento para o manto 1. Alguns resultados são (ϕ , variação em σ): 180° (-76.1%); 150° (-71.2%); 120° (-9.7%); 90° (-60.2%); 60° (+0.2%); 30° (-35.7%); 0° (+368%). Isto ilustra como a redução se concentrou em torno do ângulo de espalhamento mono-estático (*back-scattering*) [Mahafza, 2000] e como o manto redirecionou parte da energia na direção da onda incidente. Este é um aspecto interessante, uma vez que a maioria dos radares usa a mesma antena tanto para transmitir quanto para receber [Skolnik, 2008].

5.2 Manto Arbitrário via Solução da Equação de Laplace

A fim de avaliar os resultados pela metodologia que usa transformação de coordenadas calculadas via Equação de Laplace, nesta seção serão apresentados os resultados para três geometrias: um manto cilíndrico, um manto quadrado e para o aerofólio. Em todos os casos é simulado o comportamento do manto quando submetido a uma onda plana. Nos casos sem simetria diferentes incidências são mostradas.

5.2.1 Cilindro

Para o cálculo do espalhamento, testou-se o manto cilíndrico na seguinte situação: raio interno $a = 0.2$ m e raio externo $b = 2a = 0.4$ m, com uma onda incidente TM^z oscilando a $f = 2$ GHz. Esta polarização é a mais usada na literatura em projetos que usam transformação de coordenadas e permite que anéis perpendiculares ao plano do manto implementem o material, já que apenas as componentes E_z , H_x e H_y são relevantes. A frequência de 2 GHz, mais baixa em relação à usada anteriormente (8 GHz), foi escolhida para trazer maiores comprimentos de onda e facilitar uma possível implementação futura.

Conforme visto na Subseção 3.3.6.1, este problema pode ser resolvido analiticamente. Na verdade, existem infinitas maneiras de se transformar um cilindro sólido em um cilindro vazado. A transformação linear usada em [Cummer et al., 2006, Schurig et al., 2006a] foi escolhida apenas devido à simplicidade [Dubinov and Mytareva, 2010].

A forma geral da transformação para uma dada função f fica

$$r' = f(r), \quad (5.1)$$

$$\phi' = \phi, \quad (5.2)$$

$$z' = z, \quad (5.3)$$

com $f(a) = 0$ e $f(b) = b$. Por sua vez, os materiais ficam [Dubinov and Mytareva, 2010]:

$$\varepsilon_r = \mu_r = \frac{f(r)}{rf'(r)}, \quad (5.4)$$

$$\varepsilon_\phi = \mu_\phi = \frac{rf'(r)}{f(r)}, \quad (5.5)$$

$$\varepsilon_z = \mu_z = \frac{f(r)f'(r)}{r}, \quad (5.6)$$

onde

$$f'(r) = \frac{df(r)}{dr}. \quad (5.7)$$

De toda forma, uma vez que o COMSOL trabalha com coordenadas cartesianas, é necessário fazer uma transformação de coordenadas [Cummer et al., 2006]:

$$\varepsilon_{xx} = \varepsilon_r \cos^2 \phi + \varepsilon_\phi \sin^2 \phi, \quad (5.8)$$

$$\varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yx} = (\varepsilon_r - \varepsilon_\phi) \cos^2 \phi + \varepsilon_\phi \sin^2 \phi, \quad (5.9)$$

$$\varepsilon_{yy} = \varepsilon_r \sin^2 \phi + \varepsilon_\phi \cos^2 \phi, \quad (5.10)$$

$$\varepsilon_{zz} = \varepsilon_z. \quad (5.11)$$

As demais componentes permanecem zeradas e $\boldsymbol{\mu} = \boldsymbol{\varepsilon}$. Observe que à medida que r tende a a , ε_ϕ tende a infinito, ou seja, este parâmetro diverge na interface interna do manto e assim, pelas equações anteriores, há divergência em ε_{xx} , ε_{xy} , ε_{yx} e ε_{yy} .

Transformações não-lineares quadráticas são propostas em [Cai et al., 2007b, Yan et al., 2007, Collins and McGuirk, 2009], com o intuito de se obter parâmetros unitários no bordo externo do manto e, por conseguinte, impedância unitária mesmo após a redução.

A transformação quadrática é controlada por um termo não-linear, que pode ser ajustado para realizar o casamento no bordo externo. Contudo, o manto deve ter $b > 2a$ para garantir monotonicidade à transformação [Yan et al., 2007].

Para a transformação radial em uma coroa circular (*annulus*), de raio interno a e raio externo b , a solução analítica oferece o mapeamento [Urroz, 2001]:

$$\rho(\rho') = \frac{u_b \ln(a) - u_a \ln(b) - (u_b - u_a) \ln(\rho)}{\ln(a/b)}. \quad (5.12)$$

Pela Figura 5.10 compara-se este mapeamento, que é não-linear, com um mapeamento linear. Observa-se também que, uma vez que os campos eletromagnéticos enxergam apenas a região Ω , a região $0 < \rho' < 1$ em Ω' fica invisível, fazendo com que o objeto não seja percebido pela onda incidente.

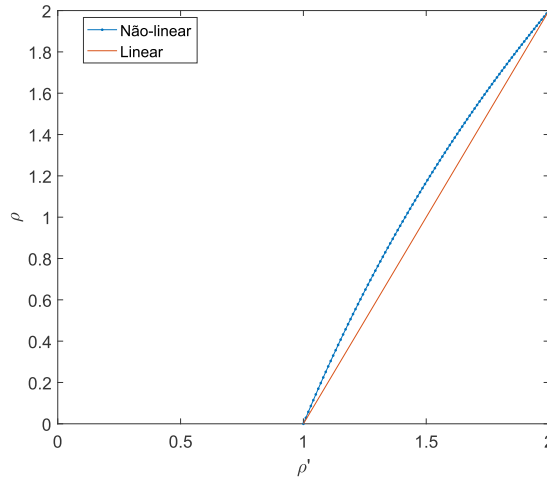


Figura 5.10: Transformação de coordenadas para o cilindro: Mapeamento linear e mapeamento pela Equação de Laplace, para $a = 1$ e $b = 2a$.

A Figura 5.11 traz o erro entre a solução analítica e a numérica, sendo que neste exemplo $a = \lambda_0$ e $b = 2a$. A malha usada tem cerca de 35 mil elementos de $h_{\max} = \lambda_0/50$. O erro nas bordas do domínio é zero, uma vez que nelas se aplicam condições de Dirichlet.

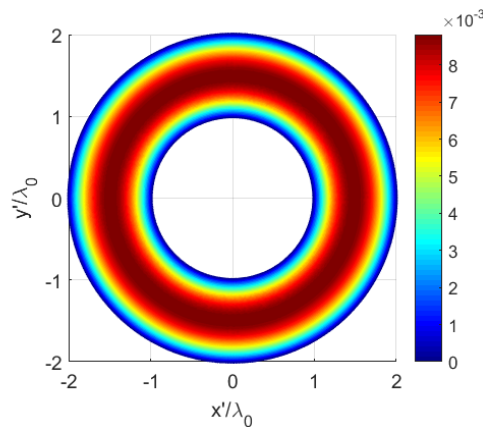


Figura 5.11: Mapeamento no Cilindro: Erro entre as soluções analítica e numérica. As escalas dos eixos estão normalizadas em termos de λ_0 .

5.2.1.1 Deformação via Laplace

A solução numérica foi feita conforme o procedimento descrito na Subseção 4.2.2, cujos resultados estão reportados a seguir. A Figura 5.12 mostra a solução para as coordenadas envolvidas: x e y . Note que, pelas condições de contorno usadas, os valores mínimos e máximos das soluções correspondem ao início e ao fim do manto nas respectivas coordenadas, garantindo uma transformação suave.

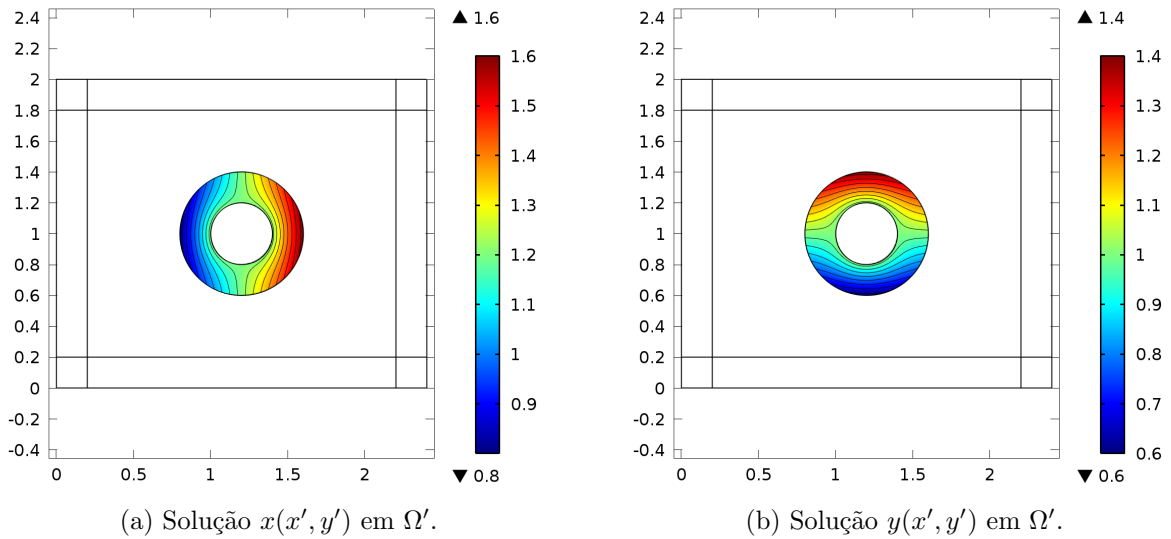


Figura 5.12: Soluções da equação de Laplace em Ω' . (a) $x(x', y')$, (b) $y(x', y')$.

As derivadas parciais são mostradas na Figura 5.13. Devido à simetria cilíndrica, $\partial x/\partial x'$ corresponde a $\partial y/\partial y'$ rotacionada 90° , enquanto $\partial x/\partial y'$ é idêntica a $\partial y/\partial x'$. As derivadas parciais são usadas para montar a matriz de transformação de coordenadas, conforme visto no capítulo anterior. Também é interessante plotar as linhas equipotenciais das duas soluções de Laplace em um mesmo gráfico, obtendo-se o mapeamento nas duas dimensões, conforme mostrado na Figura 5.14. A imagem pode ser entendida como as coordenadas originais (x, y) plotadas no espaço transformado (x', y') .

5.2.1.2 Cálculo do Metamaterial

O cálculo do metamaterial na região do manto gera tensores permissividade e permeabilidade variantes com a posição. Estes parâmetros têm suas componentes parcialmente mostradas na Figura 5.15.

Conforme equações 5.8 a 5.11, ocorrem divergências em ε_{xx} (positiva em torno de $\pm 90^\circ$); ε_{xy} e ε_{yx} (negativa em torno de 45° e 225° e positiva em torno de 135° e 315°); e

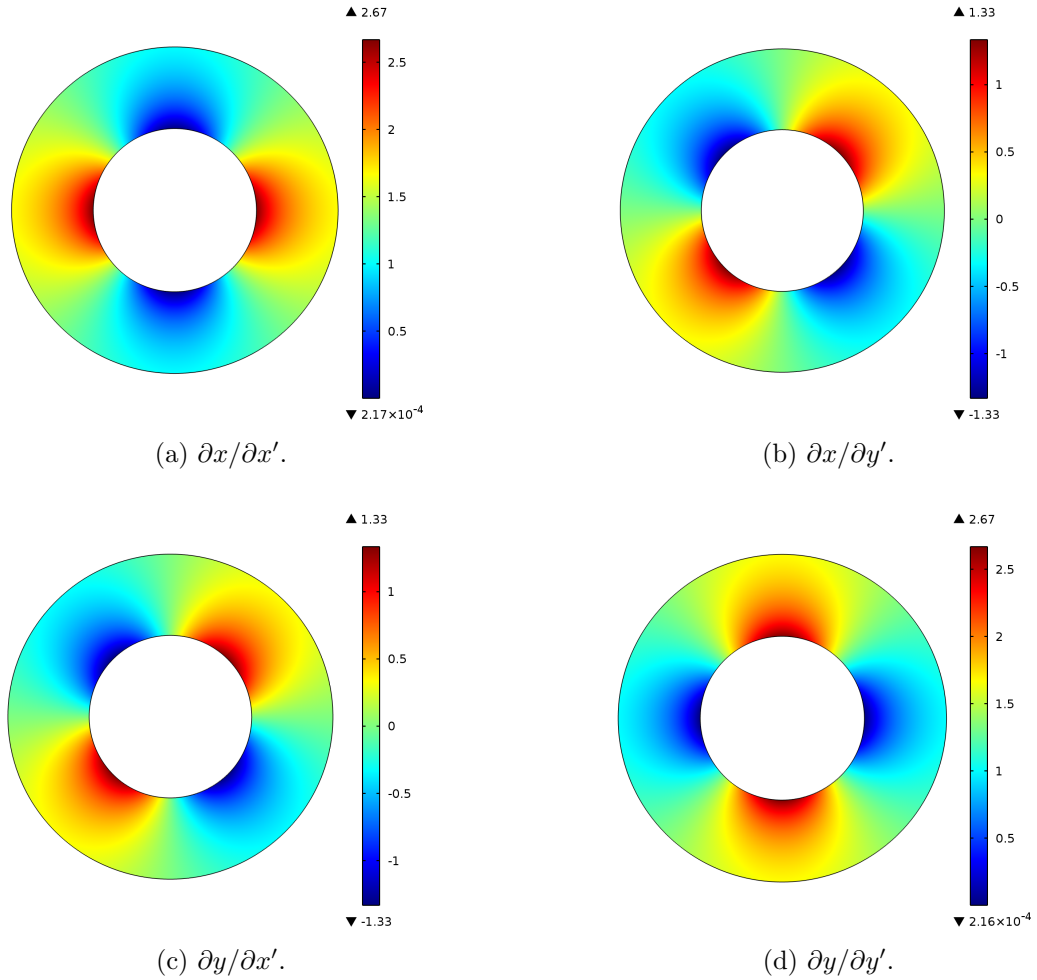


Figura 5.13: Derivadas parciais da transformação de coordenadas no manto cilíndrico. (a) $\partial x/\partial x'$, (b) $\partial x/\partial y'$, (c) $\partial y/\partial x'$, (d) $\partial y/\partial y'$.

ε_{yy} (positiva em torno de 0° e 180°). Por sua vez, ε_{zz} varia apenas radialmente e tende a zero na interface interna do manto.

5.2.1.3 Simulação do Manto

Após a atribuição do metamaterial à região do manto, passa a ser possível simular a incidência da onda no objeto revestido. Devido aos valores extremos na interface interna do manto, foi usada uma malha um pouco mais refinada nesta região. A Figura 5.16 mostra uma parte da malha usada na solução apresentada. No total, a malha foi composta por aproximadamente 100 mil elementos, sendo 19 mil na região do manto e 81 mil nas regiões de ar e PML.

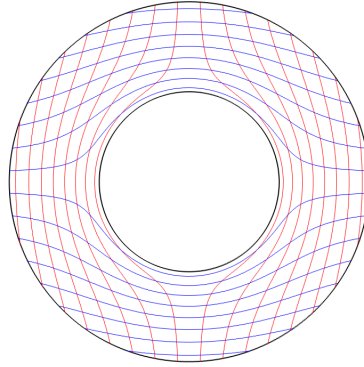
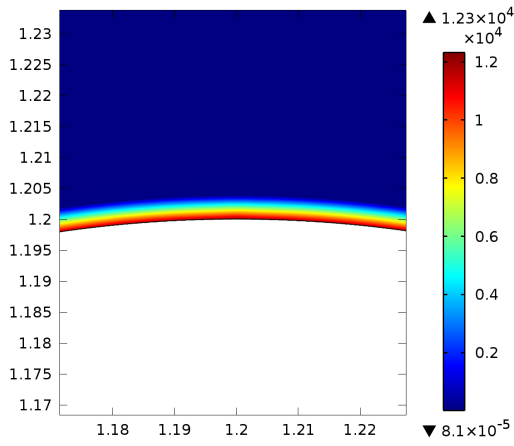
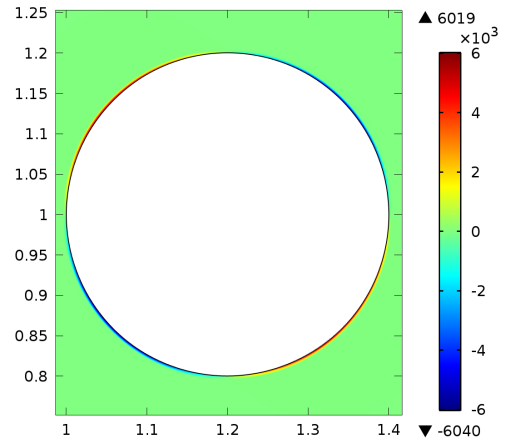


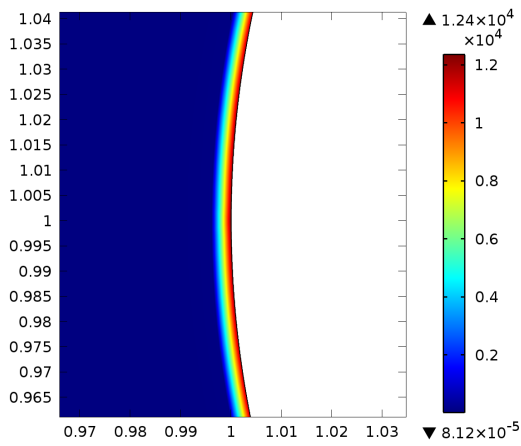
Figura 5.14: Transformação de coordenadas numérica. As linhas vermelhas correspondem à deformação na dimensão x enquanto as azuis correspondem à deformação em y .



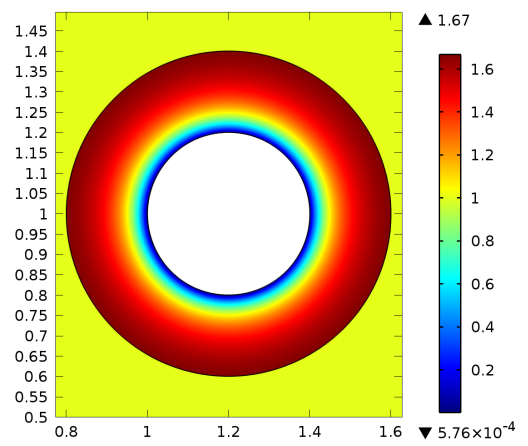
(a) $\varepsilon_{xx} = \mu_{xx}$.



(b) $\varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yx} = \mu_{xy} = \mu_{yx}$.



(c) $\varepsilon_{yy} = \mu_{yy}$.



(d) $\varepsilon_{zz} = \mu_{zz}$.

Figura 5.15: Componentes dos tensores do metamaterial para o manto cilíndrico. (a) $\varepsilon_{xx} = \mu_{xx}$, (b) $\varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yx} = \mu_{xy} = \mu_{yx}$, (c) $\varepsilon_{yy} = \mu_{yy}$, (d) $\varepsilon_{zz} = \mu_{zz}$.

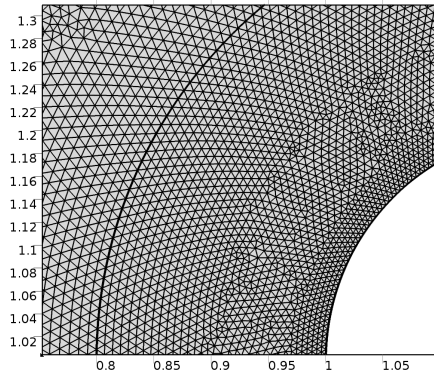


Figura 5.16: Parte da malha de elementos finitos usada na solução apresentada.

A solução para cada equação de Laplace foi calculada em não mais do que 12 segundos e a solução para o problema de eletromagnetismo foi calculada em 17 segundos em um computador *quad-core* Xeon 3GHz, tanto para a situação com manto quanto para a situação sem manto (a mesma malha foi usada).

A Figura 5.17 mostra os resultados da simulação para uma onda plana incidindo na direção $+x$ (da esquerda para a direita). No lado esquerdo da figura é a situação sem manto (a região do manto é ocupada por ar). Já o lado direito mostra a situação com manto. Pela Figura 5.17b percebe-se a reconstrução da forma de onda pelo manto. O campo espalhado ficou consideravelmente confinado à região do manto (Figura 5.17d), ou seja, a região externa foi pouco afetada pela presença do espalhador.

De toda forma, percebe-se que o manto não é perfeito, conforme pode ser notado principalmente pela Figura 5.17f, na qual fica claro que o manto não foi capaz de evitar o espalhamento de uma pequena parcela de E_z . Pelas escalas das figuras 5.17a a 5.17f, percebe-se que, para que E_z total variasse majoritariamente entre ± 1 (amplitude da onda incidente), o campo espalhado dentro do manto assumiu valores mais altos, chegando a aproximadamente ± 2 . Assim, foi possível que a magnitude de E_z ficasse bem próxima de 1 em todo o espaço externo ao manto.

Analisando as figuras 5.17h e 5.14, percebe-se que as setas aumentam de tamanho (ou seja, as linhas de fluxo de potência ficam mais concentradas) justamente nas regiões onde o espaço foi comprimido na direção y , perpendicular ao fluxo de potência incidente (direção $+x$). Por sua vez elas diminuem de tamanho na região onde o espaço foi “esticado” em y , indicando uma menor densidade de potência.

5.2. Manto Arbitrário via Solução da Equação de Laplace

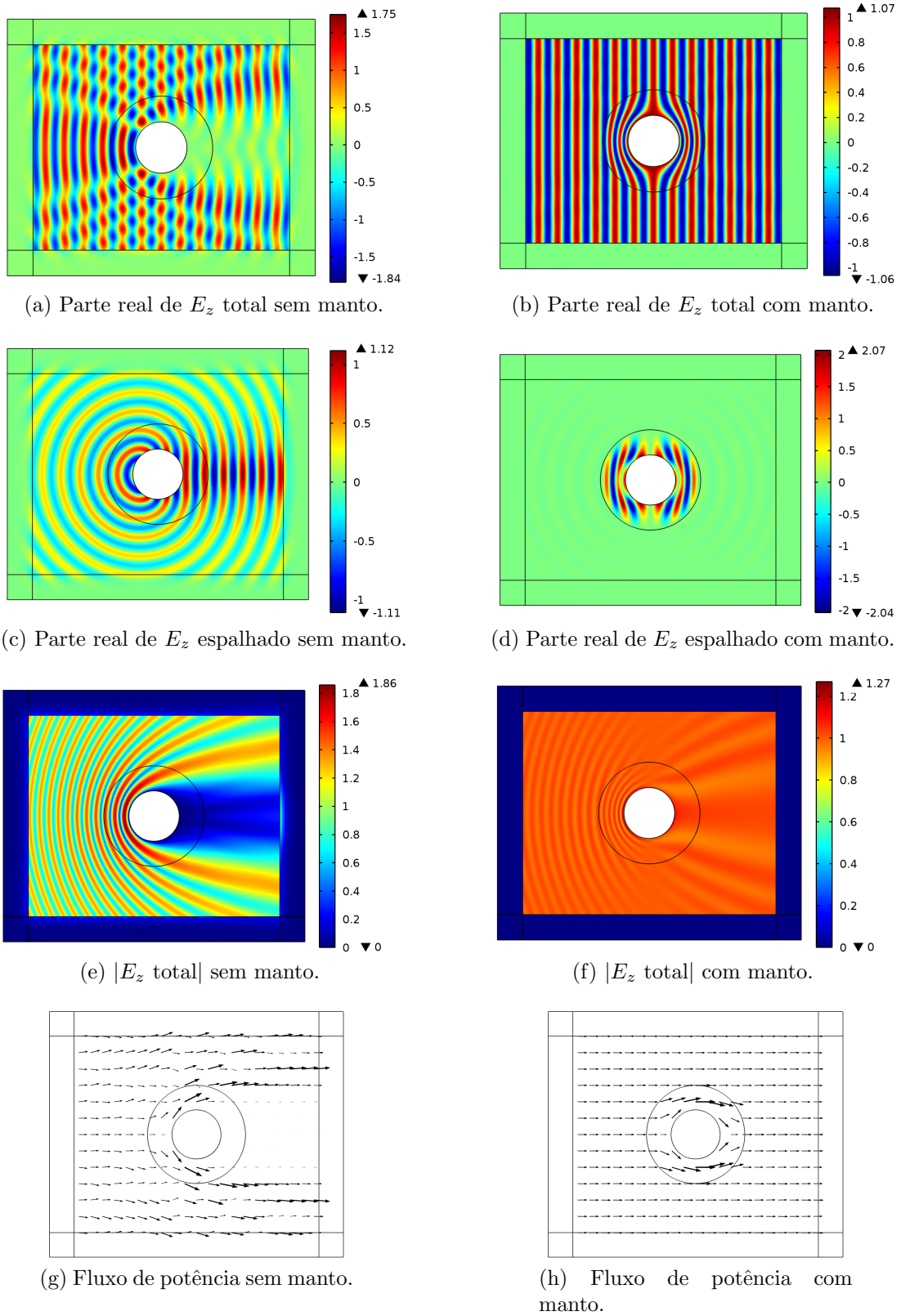


Figura 5.17: Simulação do manto para o cilindro: E_z total, E_z espalhado, $|E_z$ total| e fluxo de potência para as situações sem manto (a, c, e, g) e com manto (b, d, f, h).

5.2.2 Quadrado

A segunda geometria testada foi um manto e objeto em forma de quadrado. Esta geometria é passível de solução analítica ao se dividir o quadrado em quatro setores e se fazer uma transformação para cada um deles. Esta divisão gera uma descontinuidade (variação abrupta) na transformação de coordenadas na interface entre os setores, conforme mostrado em [Rahm et al., 2008, Li and Huang, 2012]. De qualquer forma, como a solução de Laplace é conflitante com variações abruptas, a transformação de coordenadas aqui apresentada é diferente daquela analítica.

Devido à assimetria da geometria em relação ao ângulo de incidência da onda, foram testadas duas situações: incidência normal a uma das faces e incidência na direção de uma das quinas da geometria. Duas características são marcantes na forma peculiar do quadrado: (a) Quinas que geram descontinuidade nas derivadas e, assim, prejudicam a solução; (b) Faces planas que atuam como “planos” refletivos.

5.2.2.1 Deformação via Laplace

As soluções de Laplace para as duas dimensões na região do manto são mostradas na Figura 5.18, enquanto as derivadas parciais são mostradas na Figura 5.19. Assim como na geometria cilíndrica, $\partial x/\partial x'$ corresponde a $\partial y/\partial y'$ rotacionada 90° enquanto $\partial x/\partial y'$ é idêntica a $\partial y/\partial x'$.

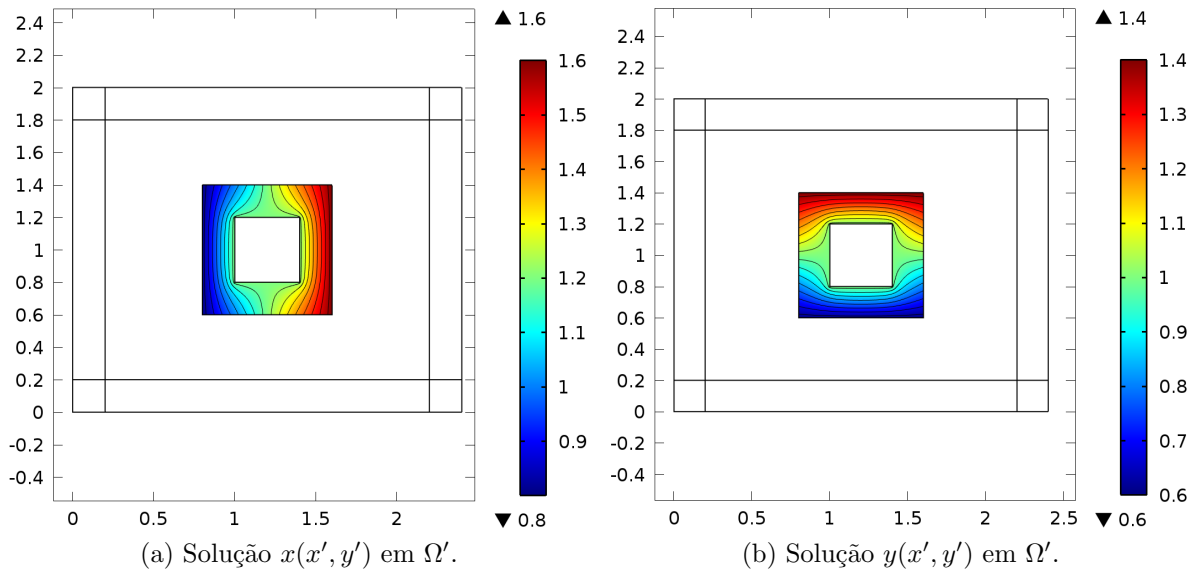


Figura 5.18: Soluções da equação de Laplace em Ω' . (a) $x(x', y')$. (b) $y(x', y')$.

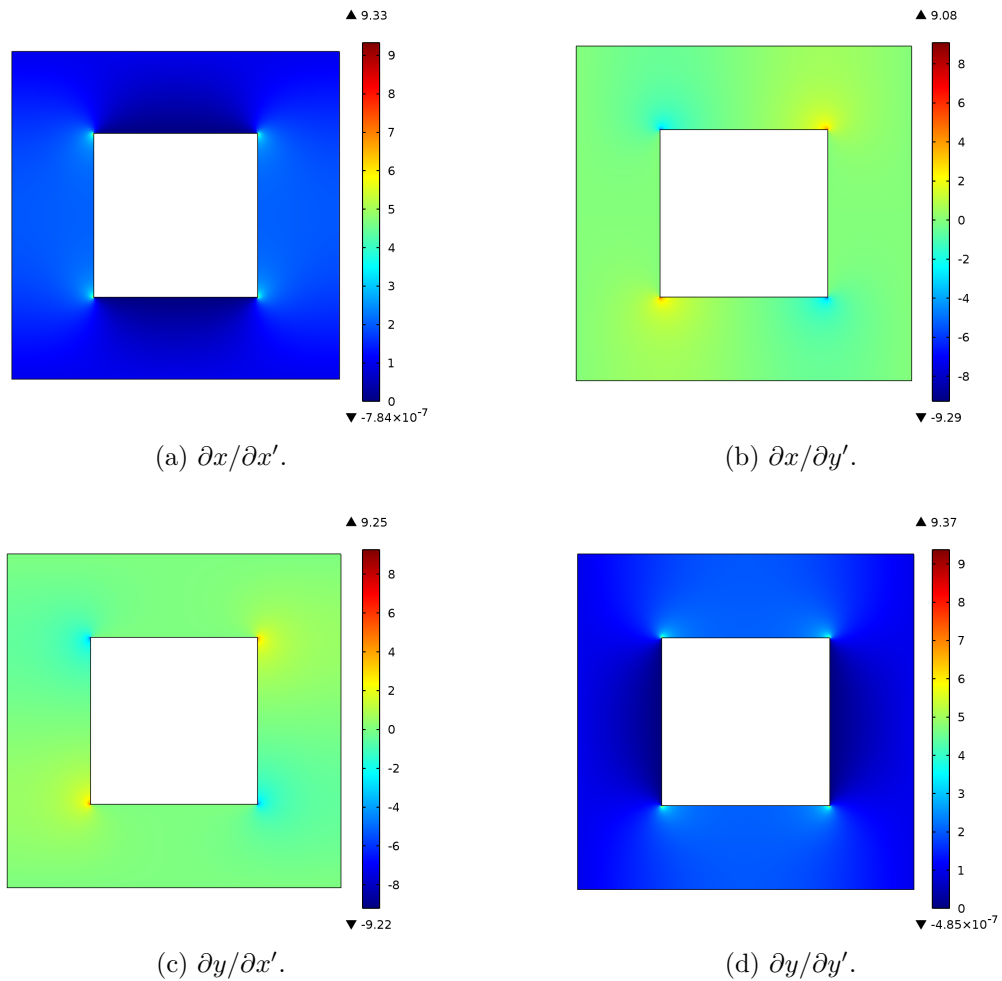


Figura 5.19: Derivadas parciais da transformação de coordenadas no manto quadrado. (a) $\partial x/\partial x'$, (b) $\partial x/\partial y'$, (c) $\partial y/\partial x'$, (d) $\partial y/\partial y'$.

O mapeamento nas duas dimensões é mostrado na Figura 5.20a. Observe como as linhas são fortemente encurvadas perto das quinas internas do manto. Por outro lado, as linhas das coordenadas são quase perpendiculares no bordo externo, indicando que nestas regiões as coordenadas originais e transformadas se aproximam uma da outra.

Refinou-se a malha na interface interna do manto e um pouco mais nas quatro quinas (Figura 5.20b), de forma que o cálculo nestas regiões não fosse muito prejudicado. No total foram usados 119258 elementos. Cada solução de Laplace consumiu 13 segundos e a de RF não mais que 23 segundos em um computador pessoal *quad-core*.

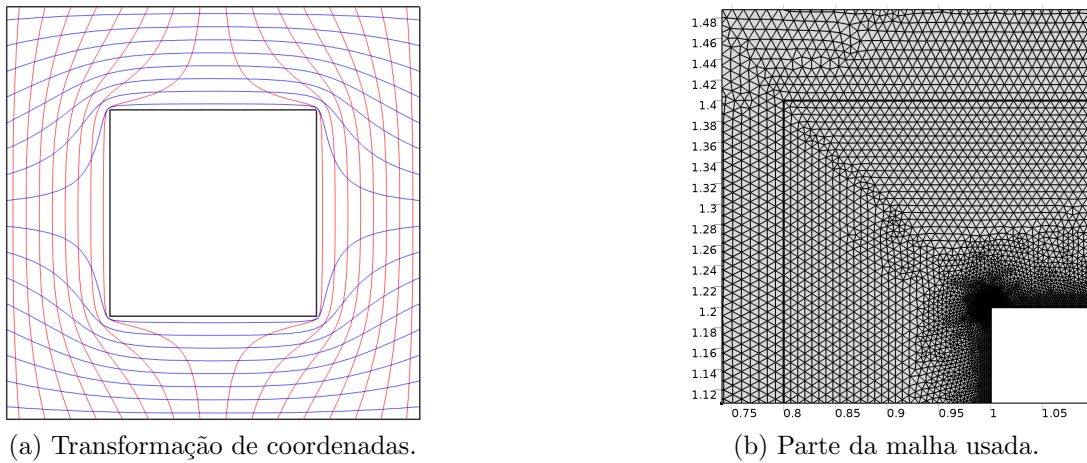


Figura 5.20: Quadrado: (a) Transformação de coordenadas numérica. (b) Parte da malha de elementos finitos usada. Refinamento maior na interface interna e nas quinas do manto.

5.2.2.2 Simulação com Incidência em 0° e em 45°

A Figura 5.21 mostra os resultados para uma onda incidindo na direção 0° . Como imaginado, pela Figura 5.21a percebe-se a forte onda estacionária gerada pela reflexão na face na qual a onda incide, chegando a gerar um fluxo de potência contrário a direção da onda incidente (setas apontando para a esquerda na Figura 5.21g). Contudo, após a colocação do manto, o fluxo contorna o objeto espalhador seguindo a trajetória imposta pelas propriedades constitutivas do manto (Figura 5.21h). Similarmente ao caso do cilindro, dependendo da região do manto, as setas aumentam ou diminuem de tamanho de acordo com o fluxo de potência na região. Conforme pode ser observado nas figuras 5.21c e 5.21d, o manto amenizou consideravelmente o espalhamento no ar e região de sombra foi praticamente eliminada (figuras 5.21e e 5.21f).

Devido à incidência ser na direção de uma das quinas do quadrado, as faces adjacentes a ela refletem a onda nas direções $\pm 45^\circ$ em relação à onda incidente. Adicionalmente, a re-irradiação também se concentra na direção da onda incidente. Assim, o diagrama de espalhamento tem 3 direções principais, conforme mostra a Figura 5.22d. Outra diferença em relação à situação anterior é que agora o fluxo de potência não é refletido fortemente de volta à fonte, já que não há uma face perpendicular à direção de incidência.

5.2. Manto Arbitrário via Solução da Equação de Laplace

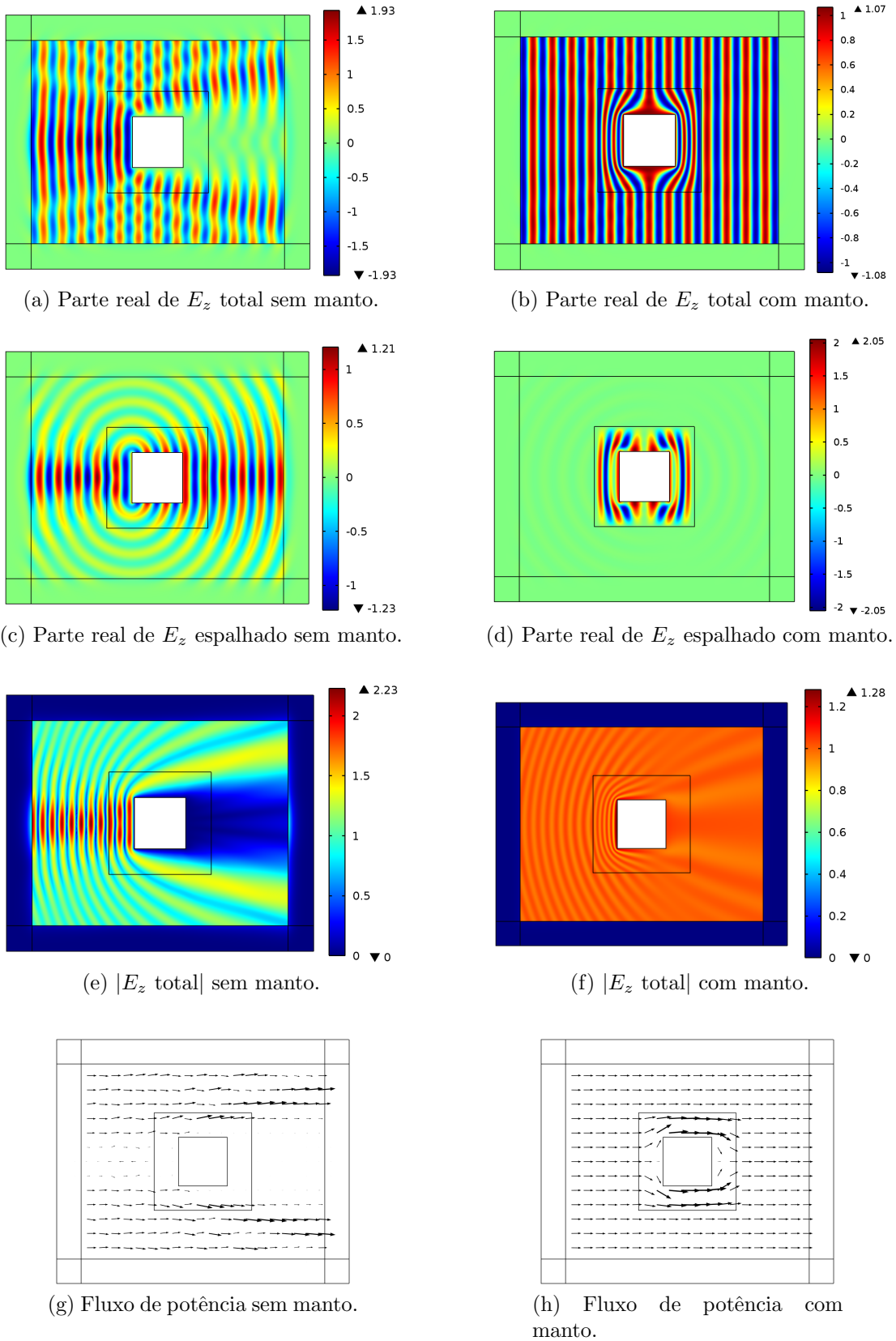


Figura 5.21: Quadrado sob incidência em 0° : E_z total, E_z espalhado, $|E_z \text{ total}|$ e fluxo de potência para as situações sem manto (a, c, e, g) e com manto (b, d, f, h).

5.2. Manto Arbitrário via Solução da Equação de Laplace

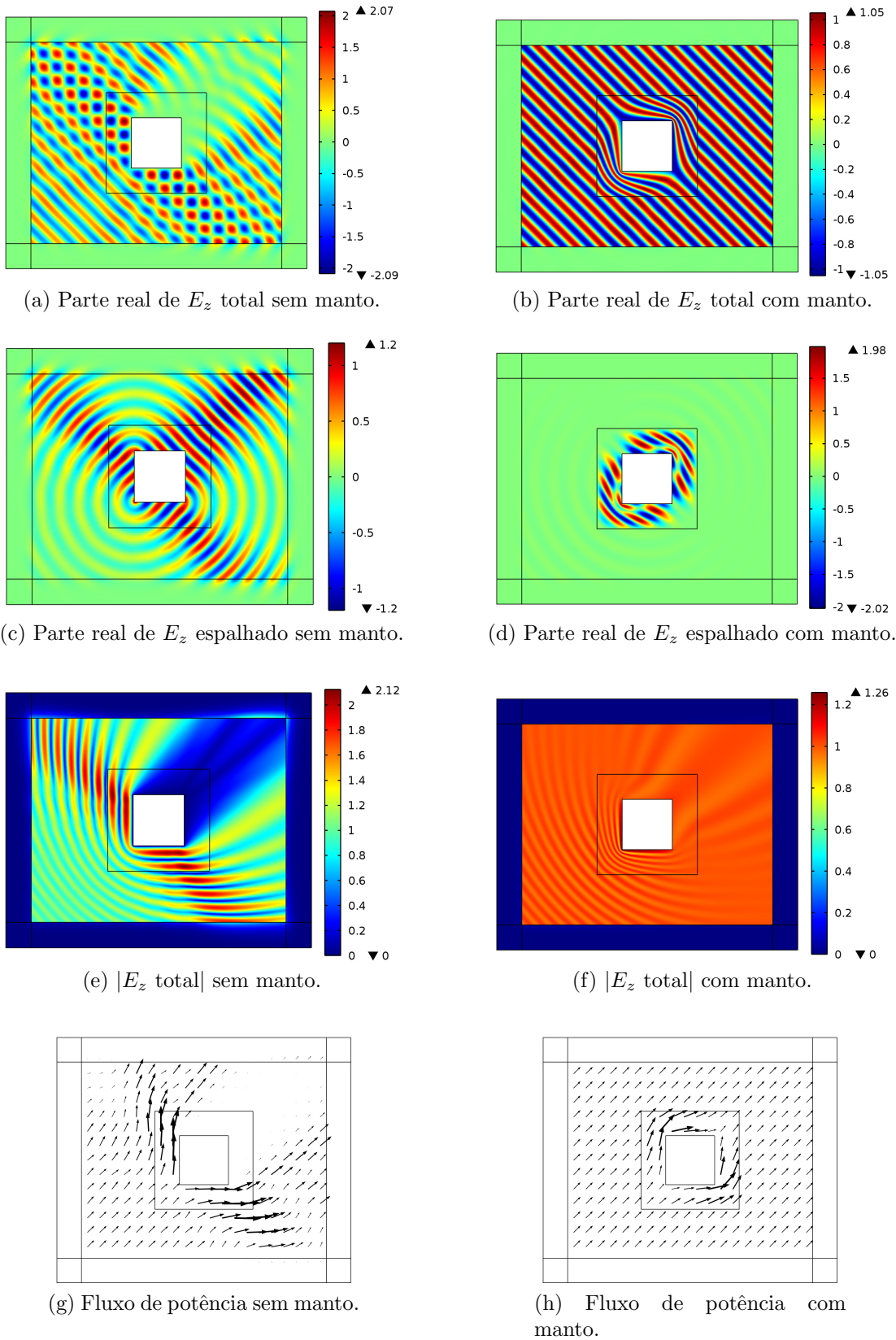


Figura 5.22: Quadrado sob incidência em 45° : E_z total, E_z espalhado, $|E_z \text{ total}|$ e fluxo de potência nas situações sem manto (a, c, e, g) e com manto (b, d, f, h).

5.2.3 Aerofólio

Anteriormente, na otimização do manto para o aerofólio, por simplificação, apenas um ângulo de incidência foi considerado. Percebeu-se, também, que o custo computacional da otimização é um ponto crítico do projeto, podendo ainda piorar em um cenário mais geral e realista, que envolva mais ângulos de incidência e a demanda por um manto que oculte o objeto em, idealmente, todas as direções. Visando o atendimento deste requisito, um manto anisotrópico e não-homogêneo projetado por transformação de coordenadas traz melhores resultados, uma vez que esta abordagem é genérica por poder ocultar objetos de qualquer tamanho e formato [Popa and Cummer, 2009].

Foram testadas três incidências no aerofólio NACA 0015, com comprimento igual a $2\lambda_0$: 0° , 45° e 90° , com uma malha de 162 mil elementos (parte dela está na Figura 5.26). Cada solução consumiu cerca de 26 segundos.

5.2.3.1 Deformação via Laplace

As soluções de Laplace são mostradas na Figura 5.23, enquanto as derivadas parciais calculadas são mostradas na Figura 5.25. Diferentemente das geometrias anteriores, não há simetria nem derivadas iguais. O mapeamento é mostrado na Figura 5.24.

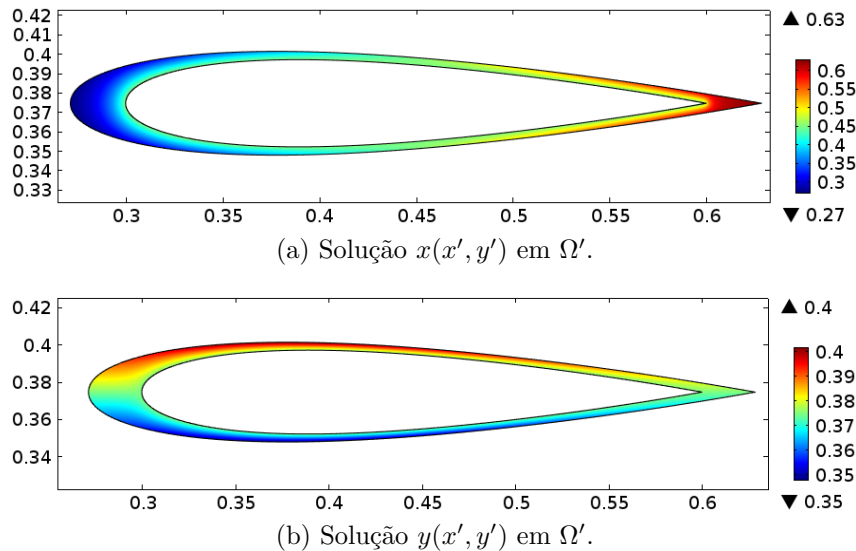


Figura 5.23: Soluções da equação de Laplace em Ω' : (a) $x(x', y')$, (b) $y(x', y')$.

5.2.3.2 Simulação com Incidência em 0° , 45° e 90°

As figuras 5.27, 5.28 e 5.29 mostram os resultados para ondas incidindo nas direções 0° , 45° e 90° , respectivamente.

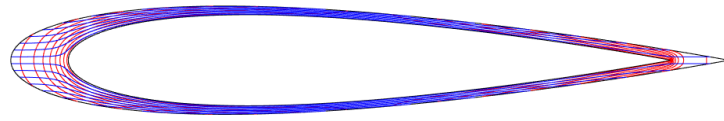


Figura 5.24: Transformação de coordenadas numérica. As linhas vermelhas correspondem à deformação na dimensão x enquanto as azuis correspondem à deformação em y .

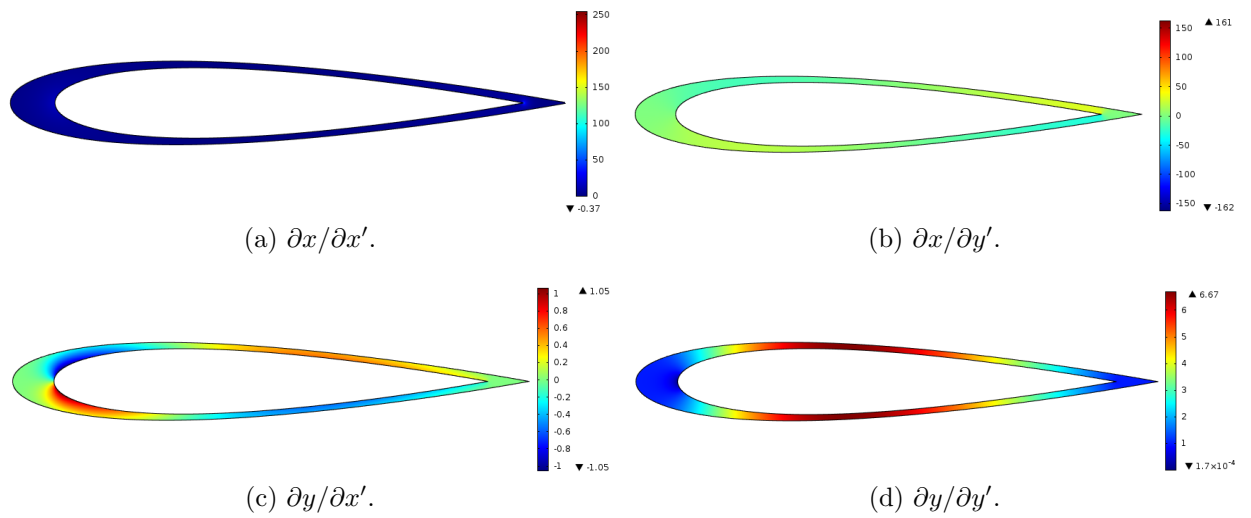


Figura 5.25: Derivadas parciais da transformação de coordenadas no manto para o aerofólio: (a) $\partial x/\partial x'$, (b) $\partial x/\partial y'$, (c) $\partial y/\partial x'$, (d) $\partial y/\partial y'$.

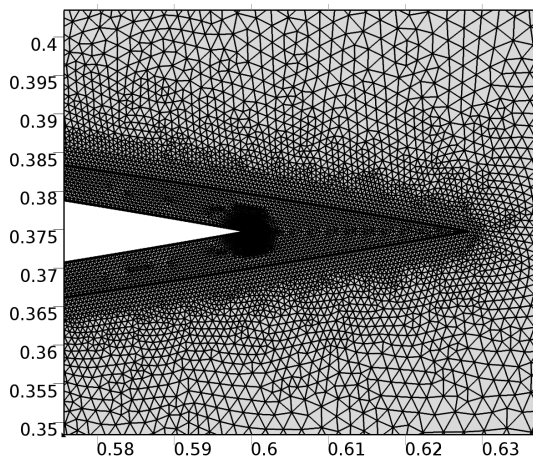


Figura 5.26: Parte da malha de elementos finitos usada na solução apresentada: refinamento maior na quina interna.

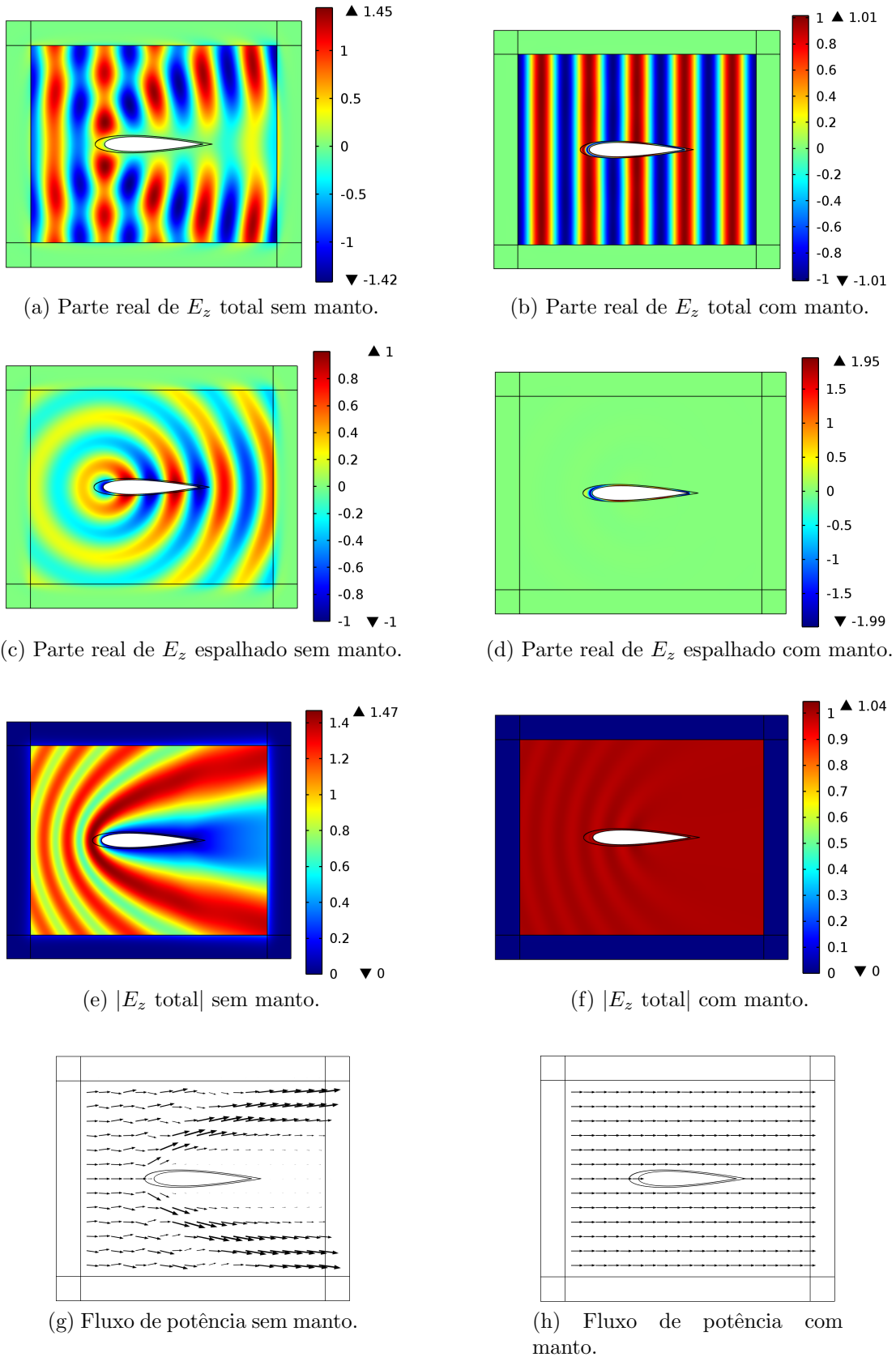


Figura 5.27: Aerofólio sob incidência em 0° : E_z total, E_z espalhado, $|E_z$ total| e fluxo de potência; sem manto (a, c, e, g) e com manto (b, d, f, h).

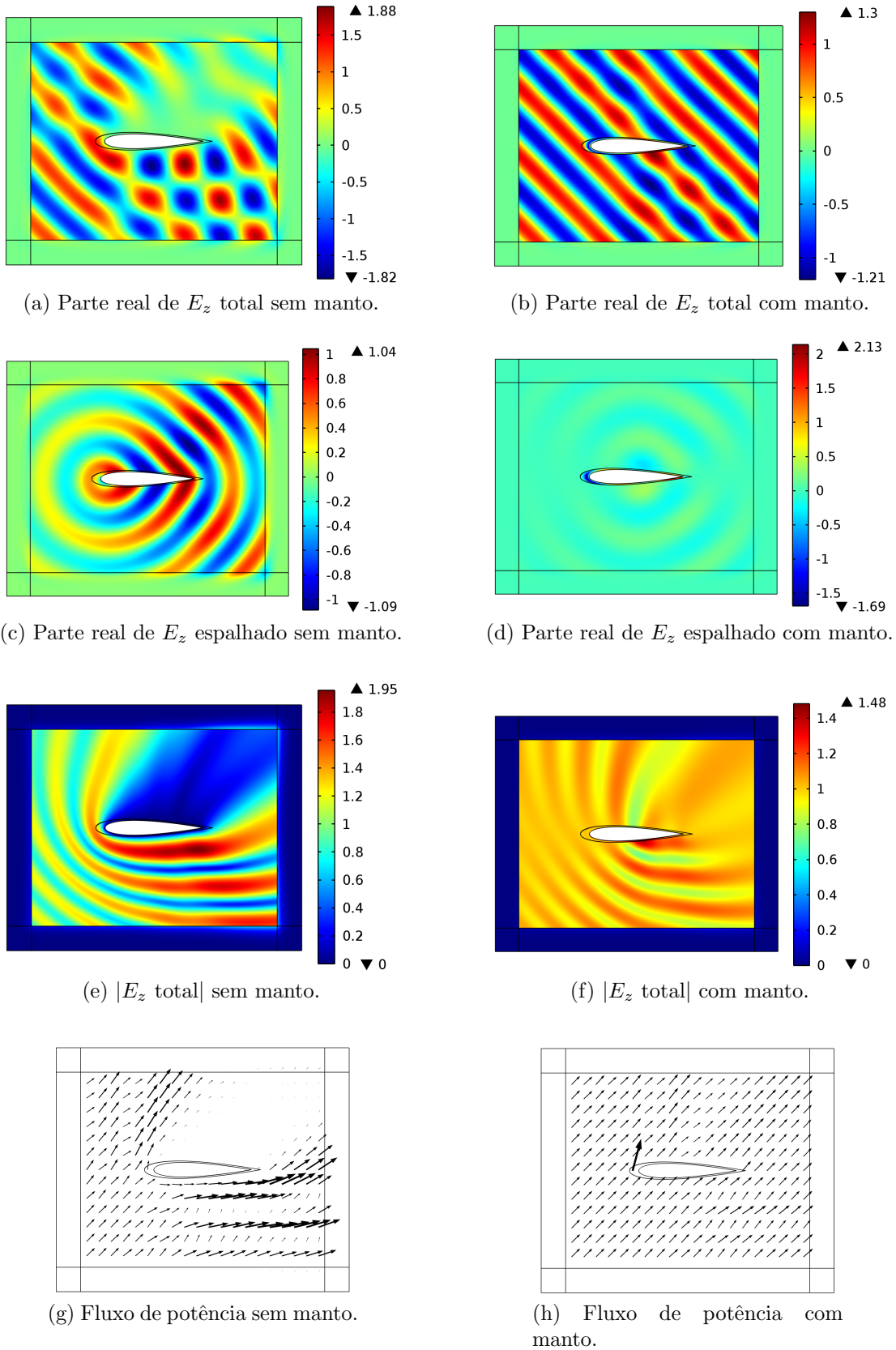
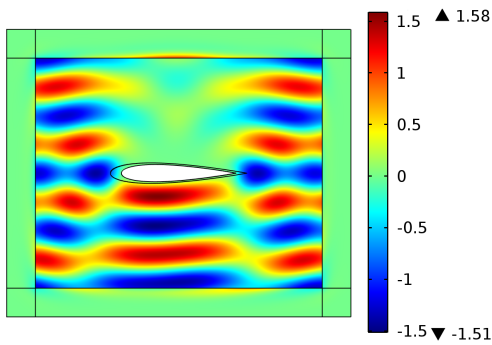
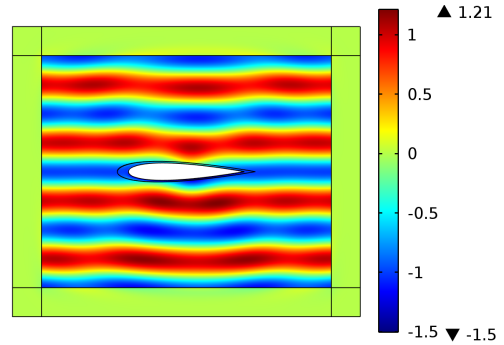


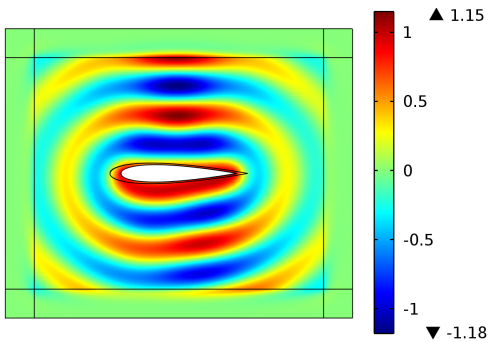
Figura 5.28: Aerofólio sob incidência em 45° : E_z total, E_z espalhado, $|E_z \text{ total}|$ e fluxo de potência para as situações sem manto (a, c, e, g) e com manto (b, d, f, h).



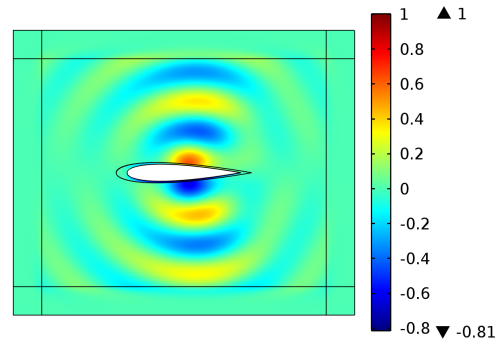
(a) Parte real de E_z total sem manto.



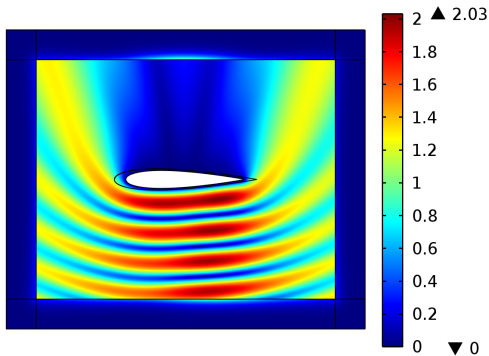
(b) Parte real de E_z total com manto.



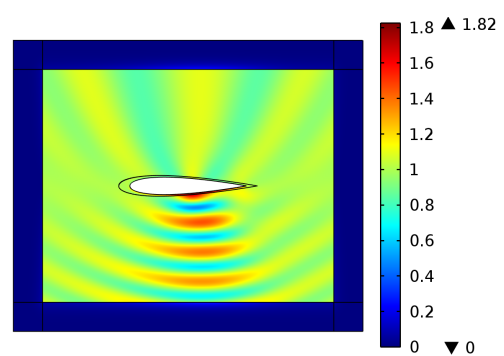
(c) Parte real de E_z espalhado sem manto.



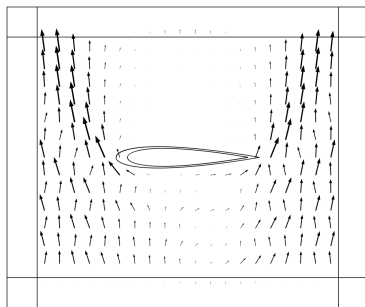
(d) Parte real de E_z espalhado com manto.



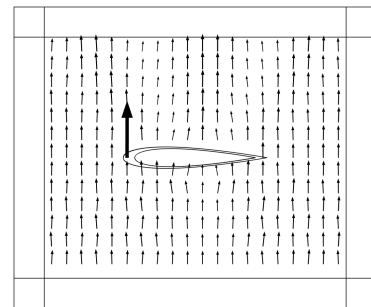
(e) $|E_z|$ total sem manto.



(f) $|E_z|$ total com manto.



(g) Fluxo de potência sem manto.



(h) Fluxo de potência com manto.

Figura 5.29: Aerofólio sob incidência em 90° : E_z total, E_z espalhado, $|E_z|$ total e fluxo de potência para as situações sem manto (a, c, e, g) e com manto (b, d, f, h).

5.3 Tratamento do Material

Nesta seção são descritos os principais resultados obtidos ao se implementar as estratégias de tratamento do material apresentadas no capítulo anterior.

5.3.1 Discretização

Primeiramente, é estudada a aproximação do manto em camadas, a fim de se diminuir o número de materiais diferentes a serem empregados. Lembrando que uma das grandes dificuldades construtivas é o fato do material ser anisotrópico, avaliou-se a viabilidade de se substituir materiais anisotrópicos por isotrópicos.

5.3.1.1 Aproximação de Camadas Anisotrópicas por Isotrópicas

Assumindo que o meio seja dividido em camadas e conforme visto na Subseção 3.5.2.1, seria possível se livrar das camadas anisotrópicas ao substituí-las por camadas isotrópicas mais finas ainda. Em termos práticos, o efeito macroscópico seria similar.

Contudo, o que foi identificado é que isto não necessariamente facilitaria a construção do material, na verdade, dificultaria. Isto ocorre porque alguns dos materiais do manto não são convencionais, ou seja, possuem valores de permissividade e permeabilidade que não são encontrados na natureza. A sintetização desses valores pelos meios usuais geralmente envolve inclusões não simétricas, que geram, portanto, células anisotrópicas. Desta maneira, em termos práticos, é mais fácil construir um metamaterial anisotrópico do que um isotrópico com valores não convencionais. Esta ideia é reforçada em [Chen, 2011]: por questões de fabricação e performance, do ponto de vista experimental, é muito mais difícil projetar e realizar metamateriais isotrópicos do que anisotrópicos.

Ilustra-se esta conclusão através de um exemplo estudado durante a implementação da estratégia de espichamento fora do plano (que será vista na Subseção 5.3.2.1). Utilizou-se o algoritmo genético padrão do MATLAB [Mathworks, 2015] para a minimização da diferença entre os parâmetros de referência e os efetivos, definindo-se assim os materiais isotrópicos A e B , respectivamente com μ_A e μ_B , conforme equações 3.31 e 3.32. Duas situações foram testadas a partir dos valores anisotrópicos de referência:

(a) Deixando $\eta = d_B/d_A$ variar livremente (**camadas isotrópicas de espessuras variáveis**), com os resultados apresentados na Tabela 5.3.

(b) Fixando $\eta = 1$ (**camadas isotrópicas de espessuras iguais**), com os resultados apresentados na Tabela 5.4.

Observe que o ε_z é independente e não varia com as abordagens. Por sua vez, como usual em mantos, os parâmetros μ_ρ se situam entre 0 e 1. Por conta disto, em ambas as abordagens, sempre μ_A ou μ_B ficou menor que 1.

Tabela 5.3: Aproximação de uma camada anisotrópica por duas isotrópicas de espessuras variáveis

Camada		Anisotrópico			Isotrópico			ε_z
		μ_ρ	μ_ϕ		μ_A	μ_B	$\eta = \frac{d_B}{d_A}$	
1	Referência	0.5529	1.6238	→	0.36119	3.6357	0.62758	1.7464
	Efetivo	0.55381	1.6233	←				
2	Referência	0.46928	1.5662	→	2.6647	0.23483	0.82517	1.8962
	Efetivo	0.46968	1.5664	←				
3	Referência	0.3698	1.4364	→	2.2458	0.1596	0.634	2.1788
	Efetivo	0.36991	1.4362	←				
4	Referência	0.29068	1.4333	→	2.0914	0.10624	0.49598	2.3587
	Efetivo	0.29104	1.4335	←				
5	Referência	0.23522	1.3003	→	2.3262	0.1154	0.8658	2.6920
	Efetivo	0.23569	1.3004	←				
6	Referência	0.15345	1.3921	→	1.945	0.047399	0.41119	2.8791
	Efetivo	0.1541	1.3914	←				
7	Referência	0.11922	1.1562	→	1.3916	0.012683	0.10886	3.3083
	Efetivo	0.12019	1.2561	←				
8	Referência	0.067266	1.2849	→	2.3806	0.031856	0.87445	3.6653
	Efetivo	0.067289	1.2846	←				
9	Referência	0.025454	1.3467	→	1.5063	0.010118	0.11973	4.0811
	Efetivo	0.11137	1.336	←				
10	Referência	0.006868	1.2766	→	2.1427	0.011559	0.68463	4.8351
	Efetivo	0.033845	1.2785	←				

5.3.1.2 Métrica para Homogenizar

Ao se homogenizar o material testou-se algumas maneiras distintas, usando-se o material médio em uma dada região ou o material com a mínima anisotropia, por exem-

Tabela 5.4: Aproximação de uma camada anisotrópica por duas isotrópicas de espessuras iguais

Camada		Anisotrópico		Isotrópico			
		μ_ρ	μ_ϕ	μ_A	μ_B	$\eta = \frac{d_B}{d_A}$	
1	Referência	0.5529	1.6238	→	2.9431	0.30458	1
	Efetivo	0.5456	1.6219	←			
2	Referência	0.46928	1.5662	→	0.2554	2.8772	1
	Efetivo	0.46913	1.5656	←			
3	Referência	0.3698	1.4364	→	0.19861	2.6727	1
	Efetivo	0.36461	1.4313	←			
4	Referência	0.29068	1.4333	→	0.15361	2.713	1
	Efetivo	0.29119	1.4333	←			
5	Referência	0.23522	1.3003	→	0.12345	2.4771	1
	Efetivo	0.23569	1.3004	←			
6	Referência	0.15345	1.3921	→	2.7067	0.078955	1
	Efetivo	0.1532	1.3928	←			
7	Referência	0.11922	1.1562	→	2.4513	0.061156	1
	Efetivo	0.11957	1.2563	←			
8	Referência	0.067266	1.2849	→	0.034088	2.5602	1
	Efetivo	0.06728	1.2972	←			
9	Referência	0.025454	1.3467	→	2.6806	0.012769	1
	Efetivo	0.025418	1.3467	←			
10	Referência	0.006868	1.2766	→	0.010081	2.5431	1
	Efetivo	0.020083	1.2766	←			

plo. Nos resultados apresentados nas próximas seções a métrica usada será apresentada oportunamente.

5.3.1.3 A Perda da Simetria e o Desafio da Homogeneização

Uma vez que a divisão em camadas tende a funcionar em um manto simétrico, no caso de um manto arbitrário a possibilidade de dividi-lo em vários setores (e camadas) foi estudada.

Um dos maiores desafios que existe ao aumentar muito o número de regiões no manto (independentemente se são camadas puramente conformes ou regiões arbitrárias) é o aumento no número de materiais diferentes a serem usados. Por consequência, a

possibilidade de otimização dos mesmos vai ficando mais remota, afinal seriam excessivos parâmetros a serem otimizados.

De qualquer forma, testou-se o uso do malhador do COMSOL para a divisão do manto em várias regiões aproximadamente de mesma área. O interessante é que os parâmetros usuais de uma malha de elementos finitos, como por exemplo o tamanho máximo do elemento (h_{max}), podem ser usados para controlar o tamanho das regiões. Embora a aproximação possa não ser necessariamente boa comparada à geometria contínua, conforme Figura 5.30, o uso de uma geometria chanfrada poligonal tem respaldo na literatura [Paul et al., 2012].

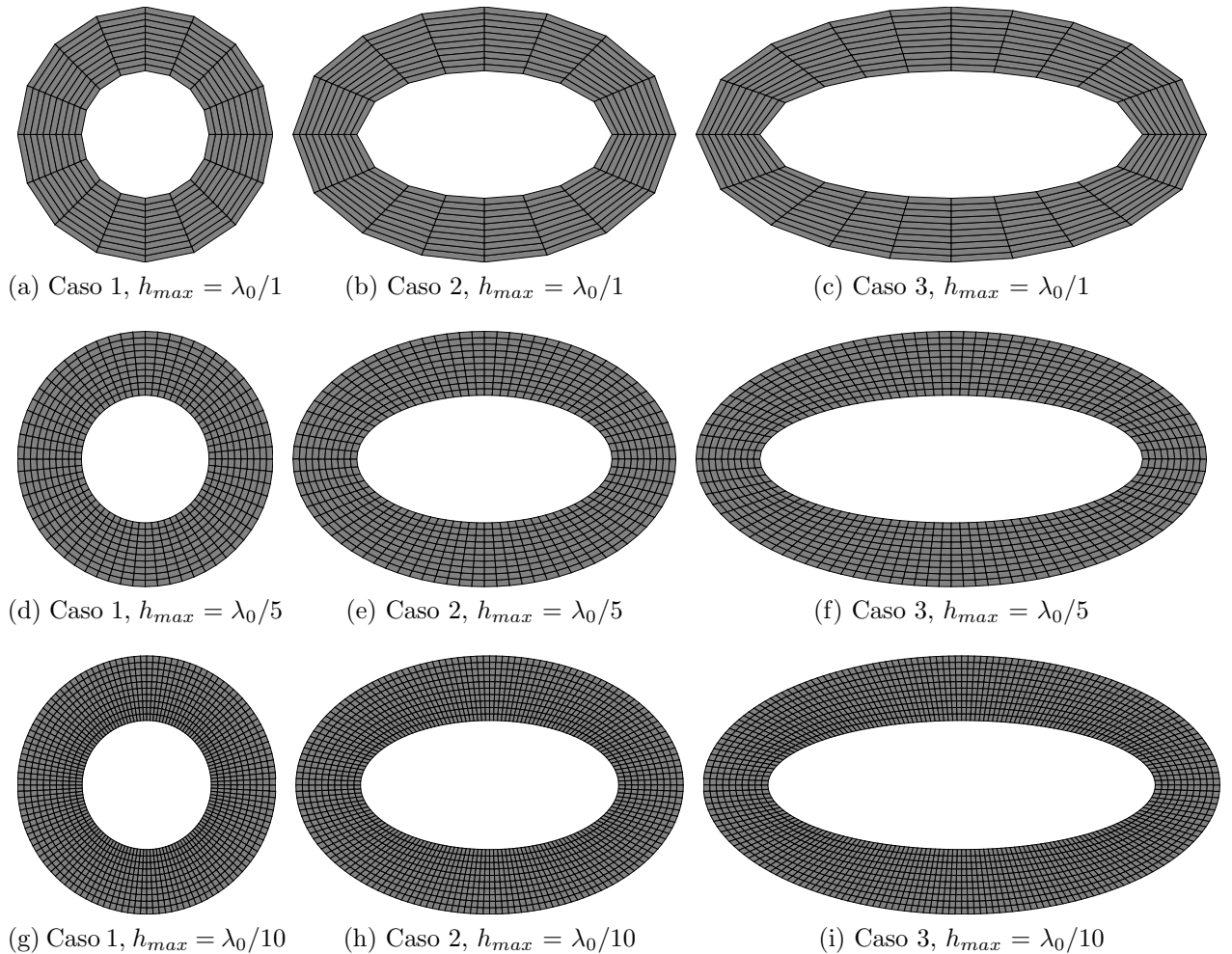


Figura 5.30: Elipses com excentricidade 1 (a, d, g), 2 (b, e, h) e 3 (c, f, i) discretizadas em camadas de $\lambda_0/10$ e setores de $\lambda_0/1$ (a, b, c), $\lambda_0/5$ (d, e, f) ou $\lambda_0/10$ (g, h, i).

A Figura 5.31 quantifica o erro percentual entre a área da elipse ideal contínua e a área da elipse aproximada. Através dela percebe-se o quão bem um determinado

refinamento nos setores pode representar a elipse em termos de área. Com $\lambda_0/4$, por exemplo, já se conseguiriam erros menores que 0.25%.

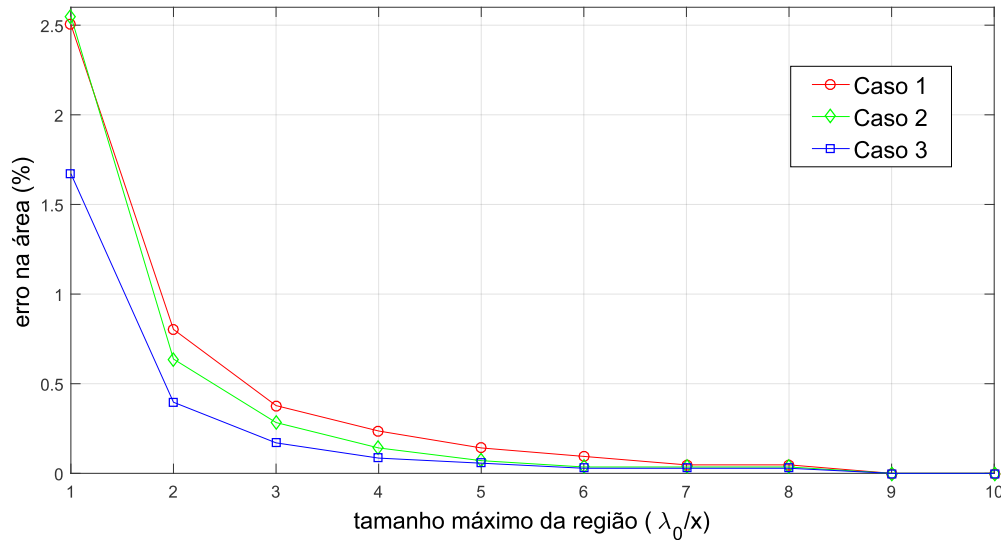


Figura 5.31: Erro na área conforme o refinamento nos setores para três elipses de diferentes excentricidades.

Entretanto, o processo de atribuição das condições de contorno se mostrou manual e tedioso, uma vez que, por *default*, as diferentes faces (arestas) do manto são vistas pelo COMSOL como interfaces desconectadas, trazendo a necessidade de se atribuir as condições de contorno em cada uma delas individualmente.

Após esta etapa deparou-se com uma limitação computacional que, posteriormente, verificou-se ser prevista pelo desenvolvedor do referido *software*: à medida que o número de regiões aumenta, o custo computacional aumenta exponencialmente, não apenas na simulação, mas também na simples criação e atribuição de materiais. Com isto, chegou-se a uma barreira que inviabilizou a ideia de se dividir o manto em muitas regiões pré-definidas, cada qual com um material diferente.

A inviabilidade desta primeira aproximação levou à necessidade de se voltar a trabalhar com tabelas (conforme explicado na Subseção 4.2.2), entretanto, agora o material não necessariamente variaria mais ponto-a-ponto, uma vez que ainda no MATLAB seriam definidos *clusters*, ou regiões. Em outras palavras, a discretização em regiões arbitrárias seria feita no MATLAB de acordo com as coordenadas e seriam atribuídos os mesmos materiais dentro de uma mesma região.

5.3.2 Mapeamento Não-Singular

Esta seção apresenta resultados obtidos pelas duas estratégias de mapeamento não-singular apresentadas no capítulo anterior.

5.3.2.1 Espichamento fora do Plano - Cilindro

Esta parte do trabalho empregou o espichamento fora do plano, discretização e otimização. Os resultados foram apresentados no COMPUMAG 2015 e posteriormente em [Gonçalves et al., 2016].

Problema Estudado: Assume-se uma geometria invariante em z submetida à incidência de uma onda TM_z (H_x, H_y, E_z) propagando na direção x^+ . Diferentes configurações são avaliadas pela métrica de anisotropia adaptada de [Liu et al., 2013] \tilde{K}^{\max} , onde $\tilde{K} = \text{tr}(\tilde{\mathbf{A}}^T \tilde{\mathbf{A}})/3|\tilde{\mathbf{A}}|$ e pelo espalhamento total (*total scattering cross width*) σ^{tot} (sempre normalizado pela configuração sem manto, no qual $\sigma^{\text{tot}} \equiv 1$). Estuda-se o manto cilíndrico circular com raio interno a e raio externo $b = 2a$, mantendo-se a igual ao comprimento de onda no espaço livre. Para este problema se tornam relevantes apenas as componentes da permeabilidade no plano do manto e a componente z da permissividade.

Uma vez que parâmetros extremos prejudicam o método numérico e os mesmos acontecem no bordo interno $\partial\Omega'_-$, nesta curva o número de elementos foi fixado em 300. Já no resto do manto o tamanho máximo dos elementos foi fixado em $a/50$.

O manto foi dividido em 10 camadas de mesma espessura. Considerando que a camada 10 (mais interna) é a mais crítica, a Figura 5.32 mostra o material nesta camada, bem como o espalhamento pelo manto, ao se varrer uma grande faixa de valores para a constante C_0 . Percebe-se que o mínimo \tilde{K} ocorre quando duas componentes do material se igualam em valor. Considerando \tilde{K} e σ^{tot} , decidiu-se que o intervalo mais adequado para se aprofundar seria $0.05 \leq C_0 \leq 20$.

Dentro deste intervalo foi usado um algoritmo estocástico para busca pelo valor que trazia menores espalhamentos. Na verdade, a faixa de busca foi dividida em 5 sub-intervalos nos quais diferentes instâncias do otimizador foram lançadas, com limitação de 100 iterações.

Baseado no fato de que a codificação de parâmetros contínuos em números de ponto-flutuante e o uso de operadores aritméticos oferecer vantagens em relação à tradicional “troca de bits” do GA tradicional, como detalhado em [Price et al., 2005], foi decidido

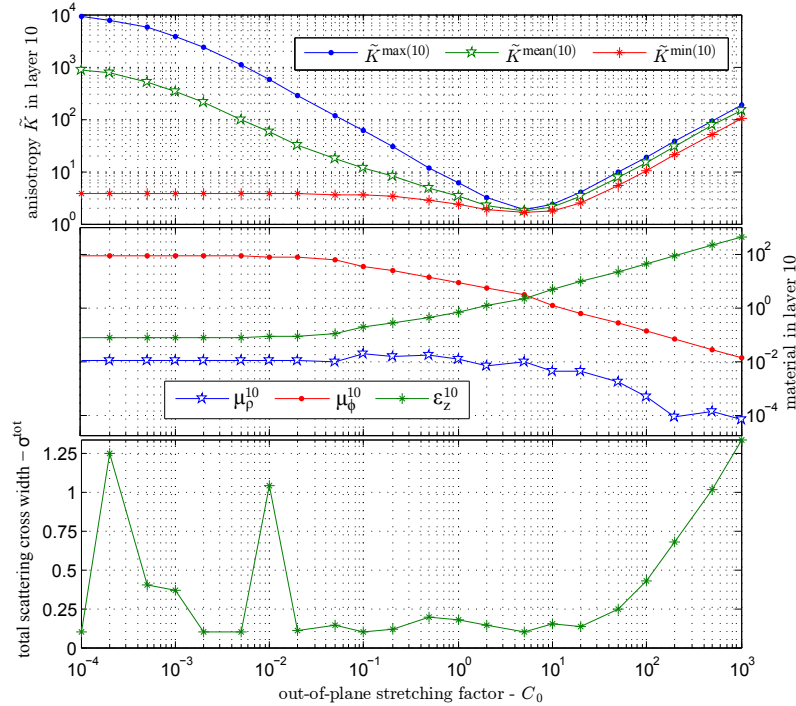


Figura 5.32: Material anisotrópico na camada 10 do manto e o respectivo espalhamento considerando diferentes constantes C_0 .

usar o algoritmo de Evolução Diferencial (DE). Este algoritmo pode ser mais rápido e mais estável que outros algoritmos estocásticos de busca direta. Ele é, portanto, uma das mais adequadas ferramentas para a otimização de dispositivos eletromagnéticos usando FEM [Price et al., 2005].

O melhor resultado foi $C_0^{*(\sigma^{\text{tot}})} = 4.6267$ ($\sigma^{\text{tot}} = 0.0646$). Não se conseguiu melhorar ainda mais este resultado, mesmo tentando refiná-lo com os algoritmos determinísticos *fminsearch* e *patternsearch* [Mathworks, 2015]. A partir deste ponto, foi feita então uma otimização diretamente dos parâmetros do material, ou seja, as componentes μ_ρ , μ_ϕ e ε_z , para cada uma das 10 camadas. Embora sejam 30 variáveis, o *fminsearch* conseguiu abaixar o espalhamento para o nível irrisório de $2e^{-8}$ após cerca de 2500 iterações. A Figura 5.33 mostra a convergência da otimização.

Já os valores dos material para as 10 camadas, antes e depois do ajuste fino estão mostrados na Figura 5.34a. Por fim, a distribuição de campo para a situação final é mostrada na Figura 5.34b. Os valores mínimo e máximo da escala de cores confirmam que numericamente o campo total fora do manto é idêntico ao campo incidente, ou seja, zero espalhamento.

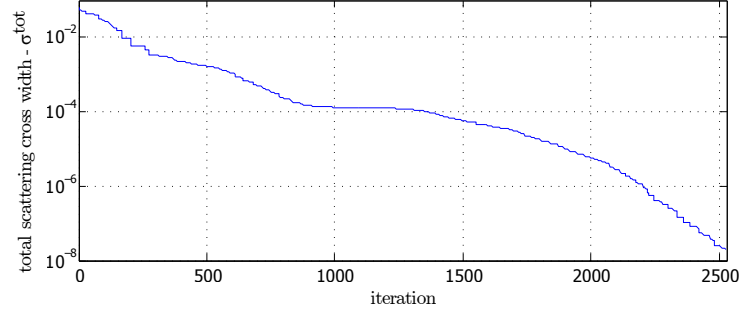


Figura 5.33: Minimização do espalhamento durante a otimização fina nos materiais.

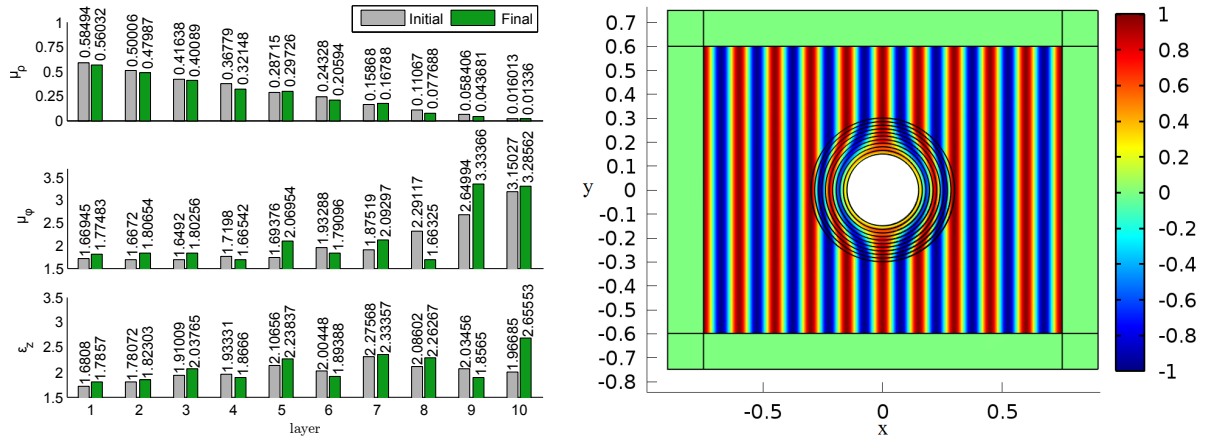

 (a) Materiais das 10 camadas, antes (*Initial*) e depois (*Final*) do ajuste fino. (b) Campo E_z total após a otimização dos materiais.

 Figura 5.34: Materiais antes e depois do ajuste fino (a); Campo E_z total após a otimização dos materiais (b).

Conforme descrito, a otimização foi feita considerando uma onda plana incidindo na direção x^+ . Assim, é interessante também verificar o funcionamento do manto para uma onda cilíndrica. A Figura 5.35 mostra que o manto também funciona perfeitamente para este tipo de incidência. Conforme pode ser visto, fora do manto o campo total é igual ao incidente, ou seja, não há espalhamento.

No caso, a onda cilíndrica foi simulada por [Balanis, 1989]:

$$H_p^{(2)}(a) = J_p(a) - jY_p(a), \quad (5.13)$$

onde $H_p^{(2)}(a)$ é a função de Hankel de segundo caso; $J_p(a)$ e $Y_p(a)$ são, respectivamente, as funções de Bessel de primeiro e segundo caso; p é a ordem delas e, no caso, o argumento a foi $k_0 \sqrt{(x + 0.8)^2 + (y + 0.8)^2}$, visando simular uma fonte pontual em $(-0.8, -0.8)$.

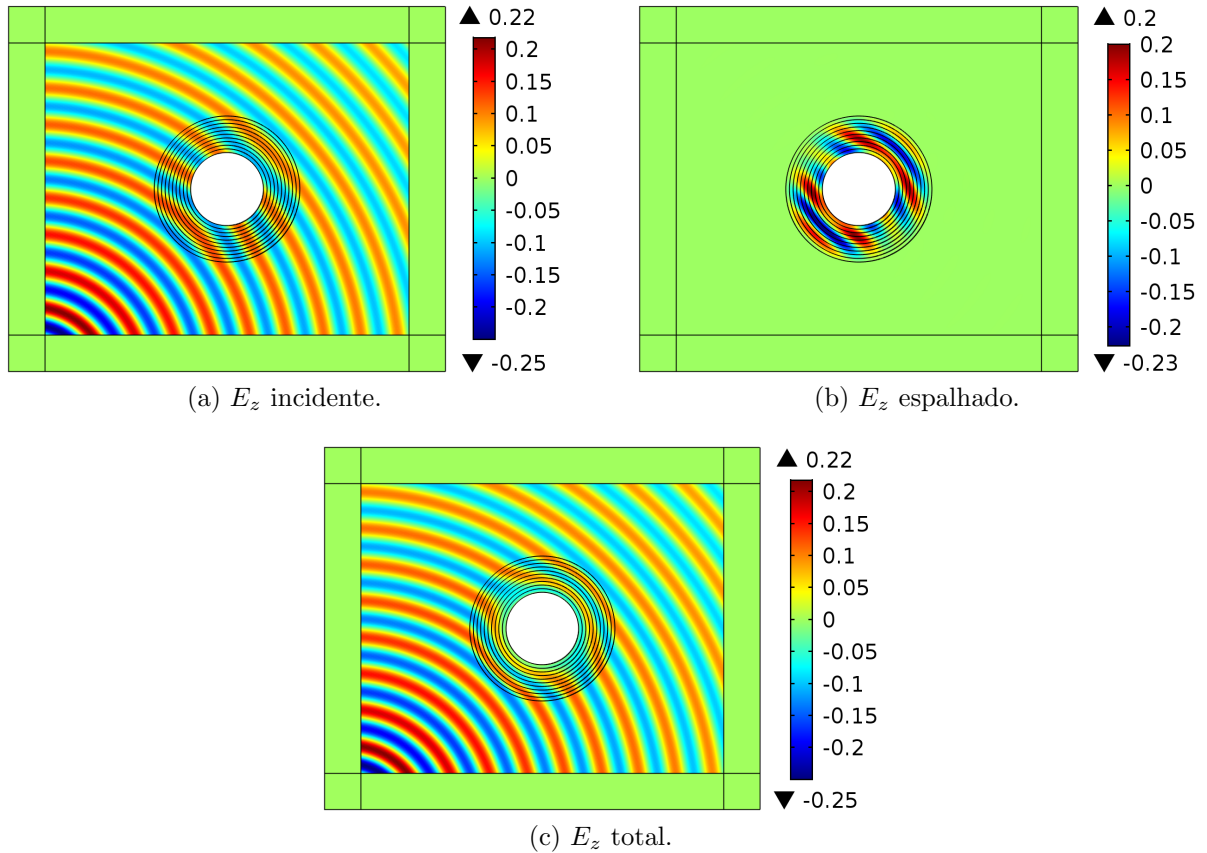


Figura 5.35: Onda cilíndrica incidindo no manto otimizado: (a) E_z incidente, (b) E_z espalhado e (c) E_z total.

5.3.2.2 Mapeamento a partir de uma Área Pequena - Cilindro

Uma maneira alternativa de se evitar valores extremos é usar um mapeamento não singular a partir de uma área pequena, ao invés de um ponto. Nesta Subseção usou-se diferentes áreas pequenas, mas sempre mantendo a simetria cilíndrica. De maneira similar à etapa anterior, discretizou-se o manto em 10 camadas otimizadas. Os resultados foram publicados no CEFC 2016.

Problema Estudado: Aqui estuda-se o mesmo problema da Subseção 5.3.2.1, onde a otimização da transformação trouxe $\sigma^{\text{tot}} = 6.46e^{-2}$. Agora, contudo, mapeia-se a partir de um cilindro de áreas pequenas. Para isto, mudou-se as condições de contorno em $\partial\Omega'_-$ para $\mathbf{x} = \beta\mathbf{x}'$, ao invés de $\mathbf{x} = 0$. Diferentes escalas β foram usadas, mas visando uma comparação com [Gonçalves et al., 2016], o mínimo $\beta \neq 0$ foi 0.0334, uma vez que para este raio normalizado o espalhamento é $\sigma^{\text{tot}} = 6.46e^{-2}$ para uma onda TM_z , [Balanis, 1989].

Após os mapeamentos, os materiais são homogenizados em 10 camadas por duas métricas diferentes: (a) o material mais perto da distorção média $D_A = \text{tr}(\mathbf{A}^T \mathbf{A})/|\mathbf{A}|$, ou (b) pela média (Av) de μ_ρ , μ_ϕ e ε_z .

A curva contínua na Figura 5.36 representa o σ^{tot} teórico para a área pequena descoberta [Balanis, 1989], enquanto que as outras mostram como a homogeneização e o β afetam σ^{tot} . À exceção do caso singular ($\beta = 0$), a curva Av tende a estar mais próxima do σ^{tot} da área pequena, especialmente para pequenos β . De todo modo, as curvas tendem a se aproximar uma da outra à medida que β aumenta, uma vez que o material vai se tornando mais uniforme. Como a curva Av tendeu a melhores resultados para mapeamentos não-singulares (que são os em estudo), os resultados ficarão focados nessa métrica de homogeneização.

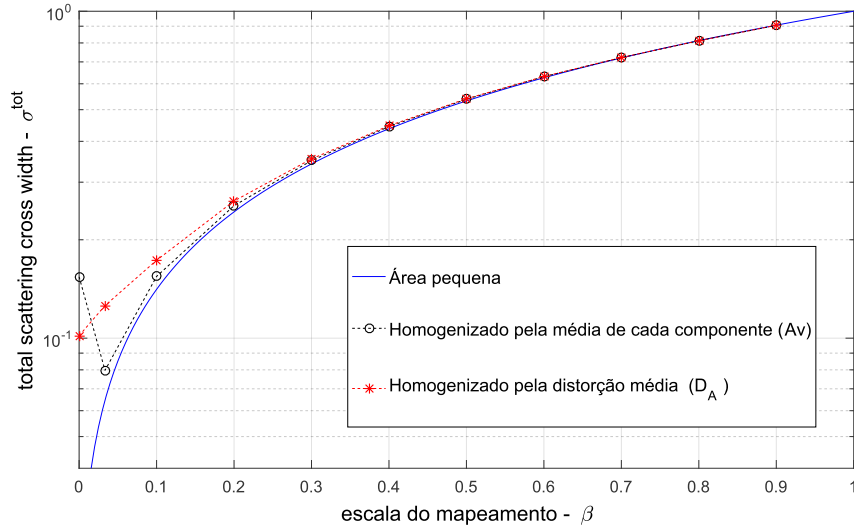


Figura 5.36: Espalhamento σ^{tot} para diferentes escalas β e homogeneizações.

Testando apenas os 5 menores β , a otimização determinística pelo *fminsearch* alcançou valores muito pequenos ($\sigma^{\text{tot}} < 4e^{-7}$) apenas para $\beta = 0.0334, 0.1$ e 0.2 , conforme Figura 5.37. Por outro lado, valores mais altos de β levam a espalhamentos muito maiores ($\sigma^{\text{tot}} > 7e^{-3}$).

Já a Figura 5.38 mostra o diagrama de espalhamento pelo objeto sem manto e pelo objeto revestido com os mantos testados. Percebe-se que todos os mantos reduziram o espalhamento em algum nível, em todas as direções.

Aliado a esta discrepância em termos de espalhamento ao final da otimização, percebeu-se, também, que para a faixa até $\beta = 0.2$ os materiais finais permaneciam po-

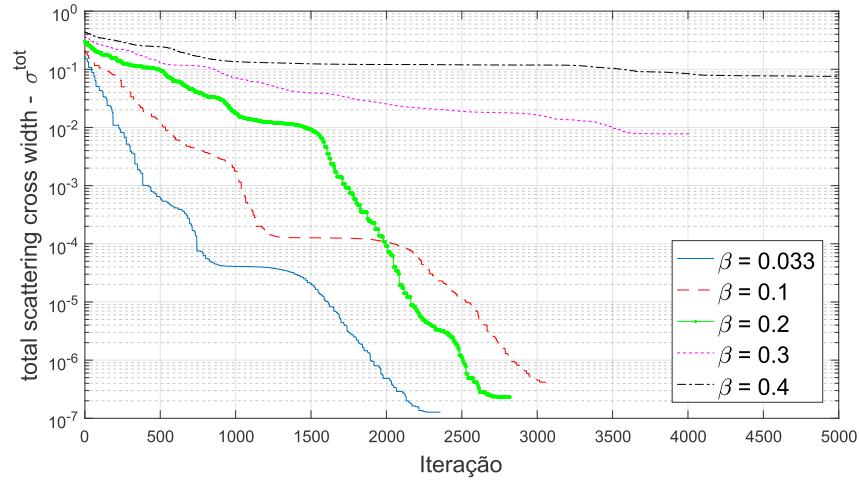


Figura 5.37: Minimização do espalhamento para diferentes mapeamentos.

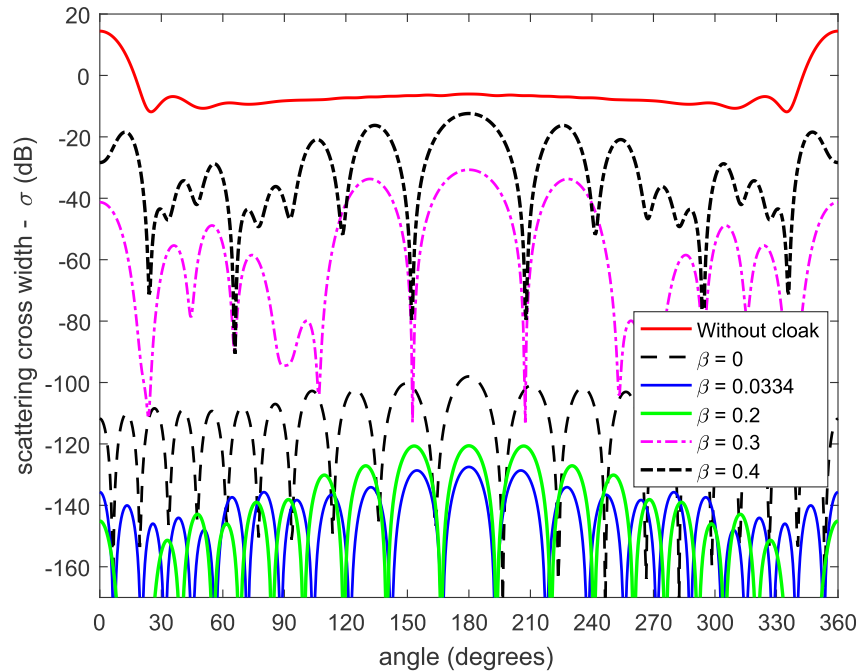


Figura 5.38: Espalhamento σ para diferentes ângulos ϕ , nas situações sem manto e com manto. O caso em que $\beta = 0.1$ não foi plotado para maior clareza na figura.

sitivos. Para a outra faixa, porém, valores negativos foram introduzidos pelo otimizador na busca pela minimização do σ^{tot} .

Em resumo, pelos testes realizados com o cilindro, para obter menores espalhamentos e materiais positivos deve-se usar um β até 0.2, pois nesta faixa a otimização consegue ajustar melhor o material, de maneira fina e sem perder a física do mapeamento, apesar de este ter sido apenas aproximado inicialmente.

5.3.2.3 Diferentes Constantes C_0 para Diferentes Direções - Elipses

A ideia aqui foi estudar a viabilidade de se usar constantes diferentes para cada direção na hora de calcular o espichamento fora do plano. Resultados parciais foram aceitos para o congresso Metamaterials'2016. Posteriormente foi analisada a métrica de distância a ser usada na definição do espichamento fora do plano.

Métrica de Distância: A referência [Hu et al., 2009b], através da Equação 4.30, sugere o uso da métrica $|x'_1 - x_1| + |x'_2 - x_2|$ (conhecida como Métrica de Manhattan) na definição do espichamento fora do plano. Contudo, percebeu-se que a Métrica Euclidiana $\sqrt{(x'_1 - x_1)^2 + (x'_2 - x_2)^2}$ aparenta ser mais intuitiva, conforme mostrado na Figura 5.39.

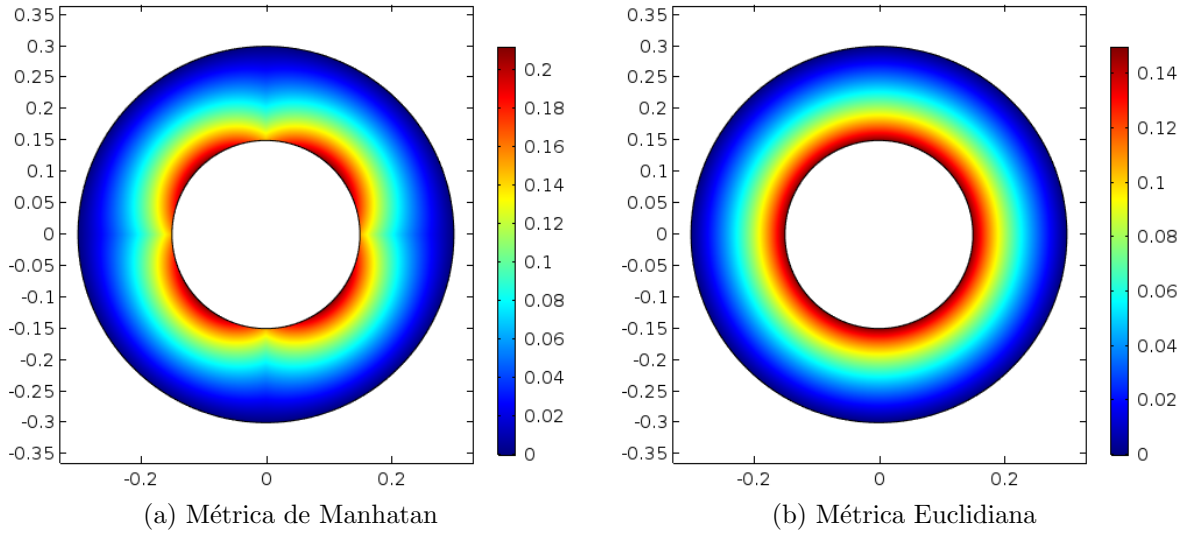


Figura 5.39: Métricas de distância na transformação: (a) Manhattan e (b) Euclidiana.

De toda forma, avaliou-se o uso de ambas as métricas e a possibilidade de se usar diferentes constantes C_0 para cada direção, conforme introduzido na Equação 4.32. Variou-se C_0^1 e C_0^2 entre 1 e 20. A fim de ter uma comparação mais pareada entre as constantes pelas duas métricas, no caso da Euclidiana usou-se $\sqrt{[C_0^1(x'_1 - x_1)]^2 + [C_0^2(x'_2 - x_2)]^2}$.

Problema Estudado: Consideram-se elipses cilíndricas invariantes em z com excentricidade variada por diferentes eixos a (a é alinhado com o eixo x ; b com y). Três casos foram testados: $a = b$, $a = 2b$ e $a = 3b$, denominados ‘Caso 1’, ‘Caso 2’ e ‘Caso 3’, respectivamente. O eixo b e a espessura do manto são constantes e iguais a um comprimento de onda no espaço livre (λ_0). Assume-se a incidência de uma onda TM_z (H_x, H_y, E_z) em 2 GHz, propagando na direção x^+ . O domínio computacional foi limitado por PML e uma malha de $\lambda_0/60$ foi usada para representar o manto e para interpolar o seu material

idealmente de variação contínua. Isto representa 70962, 87938 e 105238 pontos dentro dos mantos 1, 2 e 3, respectivamente. Dentro dessa representação por elementos finitos, σ^{tot} é aproximadamente $8.55e^{-4}$, $5.52e^{-4}$ e $13e^{-4}$, nos casos 1, 2 e 3, respectivamente.

Transformação de Coordenadas: As transformações de coordenadas no plano xy para os três casos estão na Figura 5.40. Intuitivamente, à medida que a aumenta, a coordenada x é mais distorcida quando comparada à y .

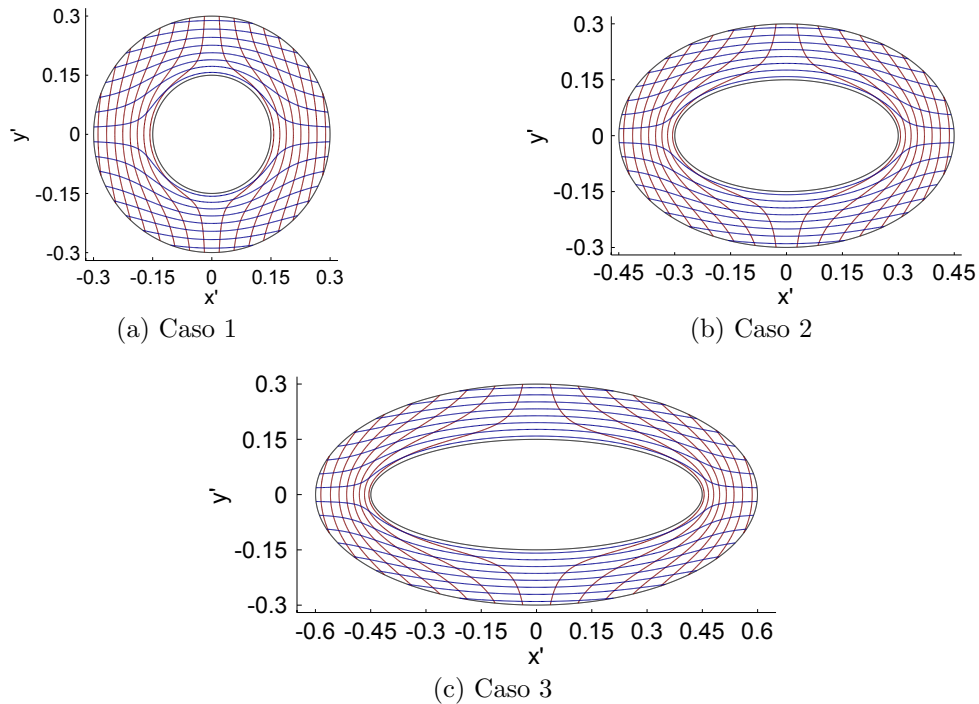


Figura 5.40: Transformação de coordenadas para os casos 1, 2 e 3.

A distorção na transformação pode ser quantificada pela Equação 5.14. As figuras 5.41 e 5.42 mostram os valores médios e máximos da distorção ao se usar as duas métricas de distância para as três elipses analisadas. Observe que na diagonal das referidas figuras $C_0^1 = C_0^2$ e caímos no caso particular original descrito pela Equação 4.30.

$$D_{\tilde{\mathbf{A}}} = \frac{\text{tr}(\tilde{\mathbf{A}}^T \tilde{\mathbf{A}})}{3|\tilde{\mathbf{A}}|}. \quad (5.14)$$

Pela Figura 5.41 percebe-se que a métrica Euclidiana traz valores médios ligeiramente mais baixos e curvas de nível que lembram a excentricidade das elipses. No Caso 1 a elipse é um círculo, logo os gráficos são diagonalmente simétricos.

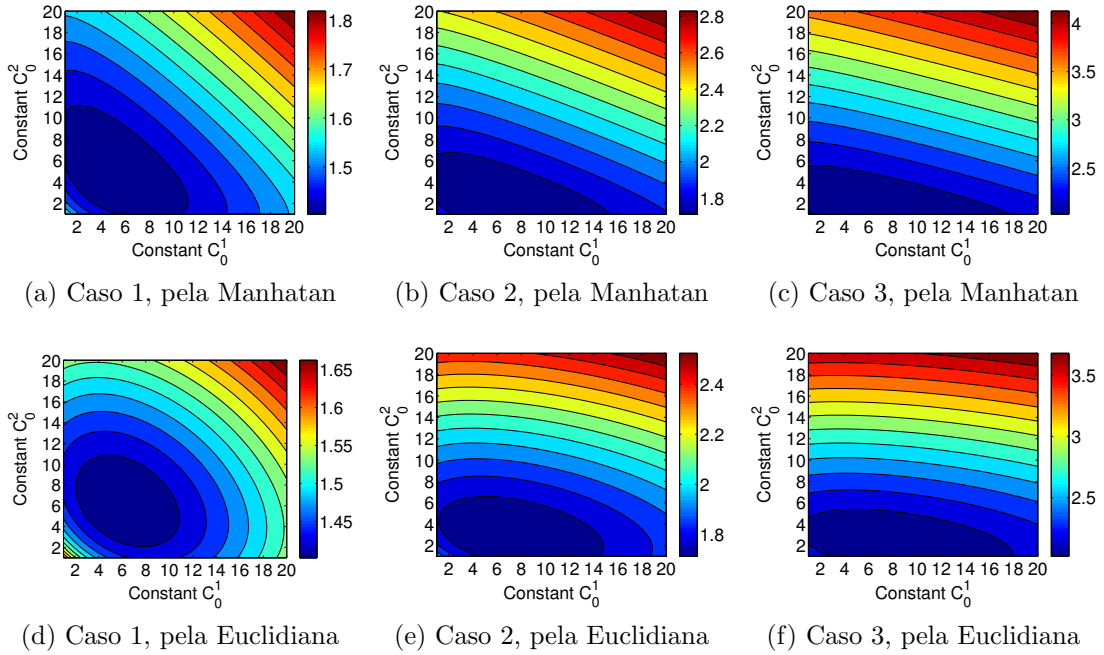


Figura 5.41: Distorção média D_A^{med} para as elipses 1, 2 e 3, usando as métricas de Manhattan (a-c) e Euclidiana (d-f).

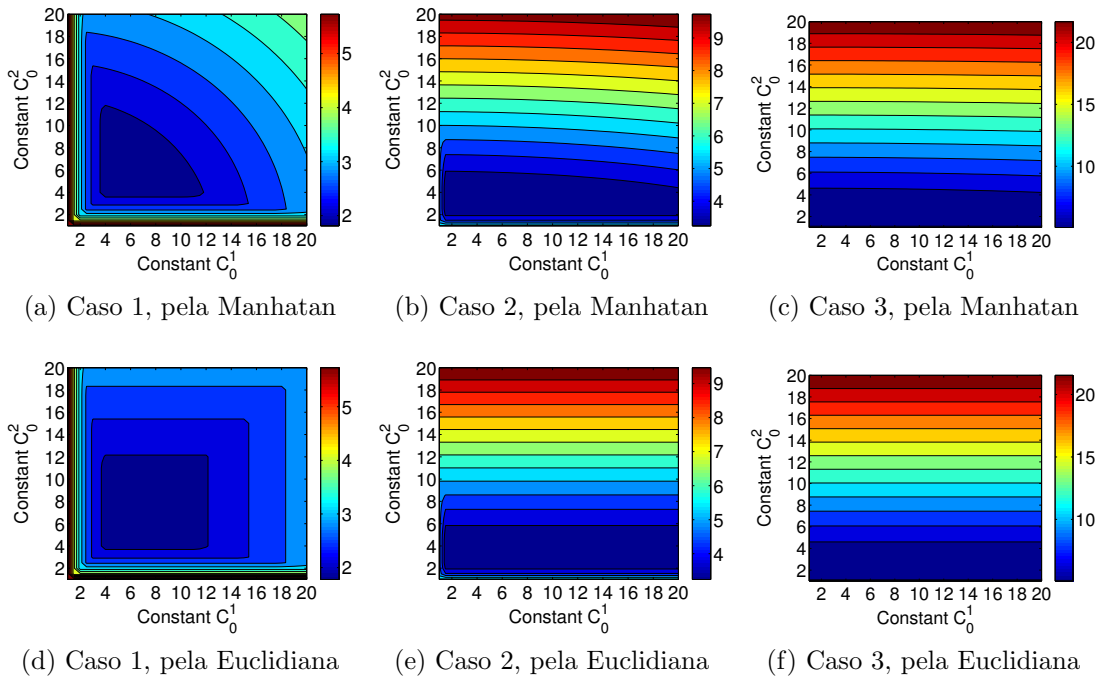


Figura 5.42: Distorção máxima D_A^{max} para as elipses 1, 2 e 3, usando as métricas de Manhattan (a-c) e Euclidiana (d-f).

A máxima distância por ambas as métricas, por sua vez, ocorre no bordo interno (Figura 5.39). Considerando que se alongou a elipse apenas na direção x' (observe pela Figura 5.40), percebe-se que as regiões que mais sofreram transformação são aquelas localizadas em: Caso 1: $x' = \pm 0.15, y' = 0$; Caso 2: $x' = \pm 0.3, y' = 0$; Caso 3: $x' = \pm 0.45, y' = 0$. Nestas regiões $y' = y$, ou seja, não houve variação nesta direção. Assim, $\tilde{\lambda}_3$ fica sendo função apenas de C_0^1 e sempre tende a compensar o λ_2 singular nestas regiões, por isto existe a invariância (ou pouca variância) de D_A^{\max} em relação a C_0^1 nas figuras 5.42b, 5.42c, 5.42e e 5.42f. Fora da região discutida, no entanto, C_0^2 se torna essencial para que haja uma compensação no λ_2 , por isto existe a grande influência de C_0^2 nas mesmas figuras.

Material: Uma vez que o $\tilde{\boldsymbol{\mu}}$ é um tensor 2×2 no plano do manto e $D_{\tilde{A}}$ captura a distorção em $\tilde{\mathbf{A}}$, que é 3×3 (pois houve transformação fora do plano), considerou-se mais adequado usar métricas diferentes para quantificá-los.

Os tratamentos em discussão afetam apenas a magnitude dos parâmetros e não propriamente a anisotropia do material resultante, definida aqui como:

$$K_{\tilde{\boldsymbol{\mu}}} = \frac{\|\tilde{\boldsymbol{\mu}} - \tilde{\boldsymbol{\mu}}_{\text{ref}}\|_F}{\|\tilde{\boldsymbol{\mu}}\|_F}, \quad (5.15)$$

onde $\tilde{\boldsymbol{\mu}}_{\text{ref}} = \text{tr}(\tilde{\boldsymbol{\mu}})\mathbf{I}/2$ e \mathbf{I} é a matriz identidade, que corresponde ao material isotrópico ar. Como referência, $(K_{\tilde{\boldsymbol{\mu}}}^{(\text{min.})}, K_{\tilde{\boldsymbol{\mu}}}^{(\text{mean})}, K_{\tilde{\boldsymbol{\mu}}}^{(\text{max.})})$, para os mantos 1 a 3 são: (0.426, 0.573, 0.707); (0.482, 0.637, 0.707); e (0.498, 0.666, 0.707), respectivamente.

Quantifica-se a magnitude de $\tilde{\boldsymbol{\mu}}$ pela norma de Frobenius, conforme Equação 5.16.

$$\|\tilde{\boldsymbol{\mu}}\|_F = \sqrt{\text{tr}(\tilde{\boldsymbol{\mu}}^T \tilde{\boldsymbol{\mu}})}. \quad (5.16)$$

As figuras 5.43 e 5.44 mostram os valores mínimos e médios, respectivamente. Já a Figura 5.45 mostra o valor máximo para $\tilde{\boldsymbol{\mu}}$ quando se usa qualquer uma das métricas de distância. Sem tratamento, nos casos 1 a 3, $\|\boldsymbol{\mu}\|_F^{(\text{med})}$ é 160, 703 e 2307; $\|\boldsymbol{\mu}\|_F^{(\text{max})}$ é $18e^{+3}$, $109e^{+3}$ e $286e^{+3}$, respectivamente. Isto quantifica a redução dos valores extremos ocasionada pelo tratamento da singularidade.

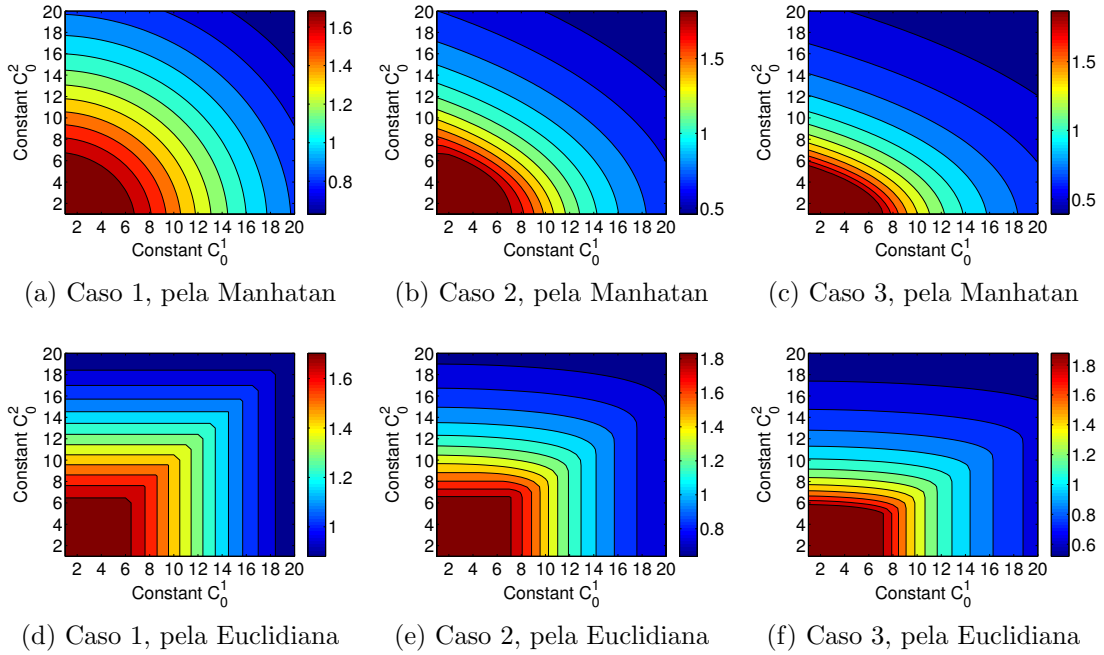


Figura 5.43: Mínima norma de Frobenius $\|\tilde{\mu}\|_F^{\min}$ do tensor $\tilde{\mu}$ para as elipses 1, 2 e 3, usando as métricas de Manhattan (a-c) e Euclidiana (d-f).

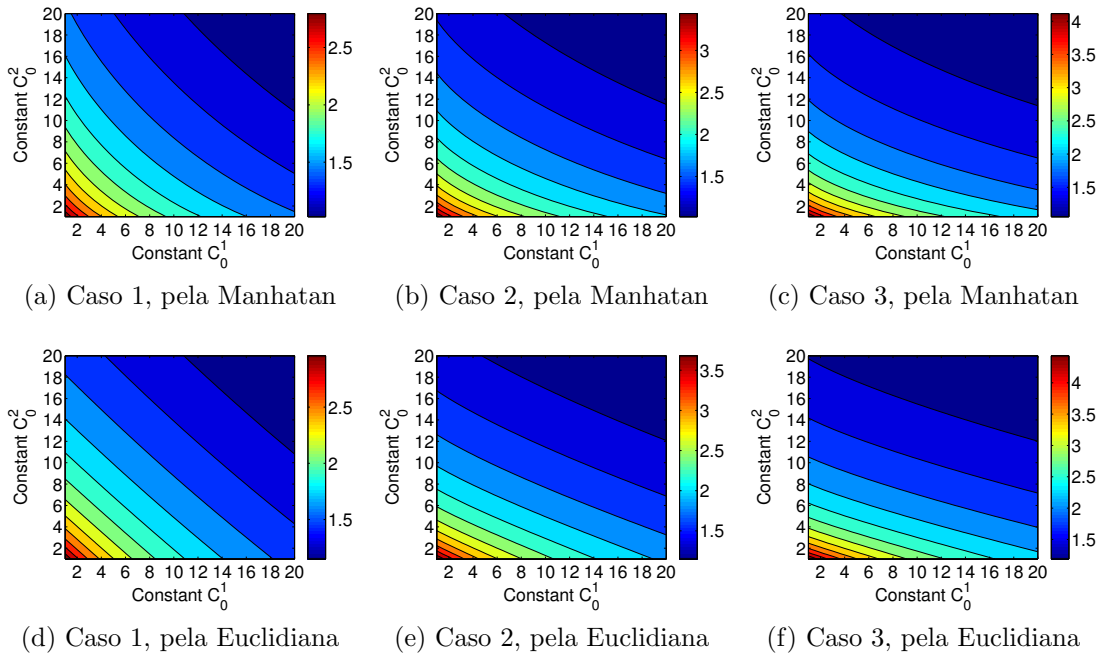


Figura 5.44: Média da norma de Frobenius $\|\tilde{\mu}\|_F^{\text{mean}}$ do tensor $\tilde{\mu}$ para as elipses 1, 2 e 3, usando as métricas de Manhattan (a-c) e Euclidiana (d-f).

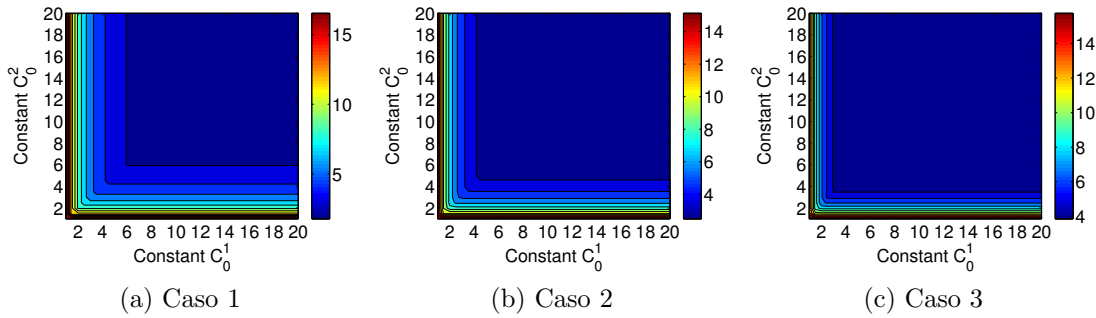


Figura 5.45: Máxima norma de Frobenius $\|\tilde{\mu}\|_F^{\max}$ do tensor $\tilde{\mu}$ para as elipses 1, 2 e 3 usando a métrica de Manhattan ou a Euclidiana.

Espalhamento: A Figura 5.46 mostra o espalhamento nos três casos analisados usando as duas métricas de distância em avaliação. Percebe-se uma ligeira variação nas amplitudes e formatos das curvas. A métrica de Manhattan trouxe espalhamentos um pouco mais baixos. Em relação ao uso de duas constantes direcionais, observa-se que o mínimo σ^{tot} não se localiza nas diagonais.

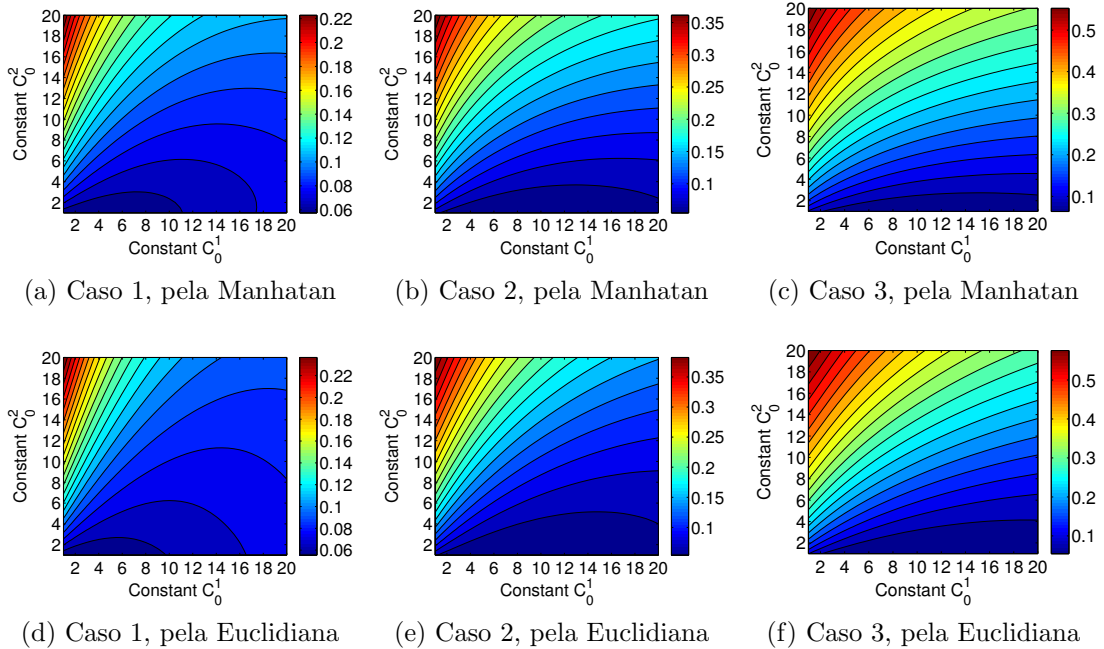


Figura 5.46: Espalhamento total σ^{tot} para as elipses 1, 2 e 3, usando as métricas de Manhattan (a-c) e Euclidiana (d-f).

Assim, dependendo da escolha das constantes no intervalo avaliado, o uso da equação adaptada pode trazer melhores resultados que a equação original, uma vez que, de acordo com os resultados apresentados, existem combinações de $C_0^1 \neq C_0^2$ nas quais o manto pode espalhar menos e ainda assim ter um material anisotrópico com valores mais baixos.

Usando o Caso 3 pela métrica de Manhattan como exemplo, se $C_0^1 = C_0^2 = 6$ tem-se $\sigma^{\text{tot}} = 0.19$ e $\|\tilde{\boldsymbol{\mu}}\|_F^{(\text{med})} = 2.06$. Por outro lado, se $C_0^1 = 18$ e $C_0^2 = 6$ tem-se $\sigma^{\text{tot}} = 0.13$ e $\|\tilde{\boldsymbol{\mu}}\|_F^{(\text{med})} = 1.64$. Nestas configurações, $\varepsilon_z^{(\text{med})}$ é 4.7 e 6.13, respectivamente. Embora o ε_z não tenha sido plotado por brevidade, em geral, ele aumenta quando se aumentam as constantes. Contudo, uma vez que o mesmo é escalar e finito, não o consideramos tão problemático. Sem tratamento, os intervalos de ε_z nos casos 1 a 3, respectivamente são $(3.87e^{-4}, 1.667)$; $(4.45e^{-5}, 2.29)$; e $(1.54e^{-5}, 3.16)$. Considerando todos os tratamentos testados, eles se tornam $(0.4, 11.31)$; $(0.33, 30.05)$; e $(0.31, 68.35)$.

5.3.3 Forma Arbitrária - Pêra

A fim de estender o projeto de mantos para formas arbitrárias, foi escolhida uma geometria sem simetria cilíndrica. Contudo, evitou-se quinás e espessuras diferentes, visando não prejudicar as conclusões por um excesso de complexidade.

A geometria escolhida com a respectiva transformação de coordenadas é mostrada na Figura 5.47a, enquanto a Figura 5.47b mostra o campo total espalhado no caso sem manto. Devido ao formato, a geometria será chamada de geometria Pêra. Ela foi escolhida para avaliar o emprego das coordenadas curvilíneas; realizar a discretização em regiões (não necessariamente camadas); usar o espichamento fora do plano; testar o modelo reduzido; e, por fim, fazer a otimização sem restrições e com restrições para diferentes ângulos de incidência.

Ao se fazer o estudo, verificou-se também que:

- Existe uma incompatibilidade entre duas estratégias que tratam a singularidade – a de espichamento fora do plano e a de redução nos parâmetros, conforme Subseção 5.3.3.1.
- O espichamento fora do plano pode ser usado para tentar fazer as componentes ficarem distribuídas seguindo uma disposição parecida no manto, conforme Subseção 5.3.3.3.

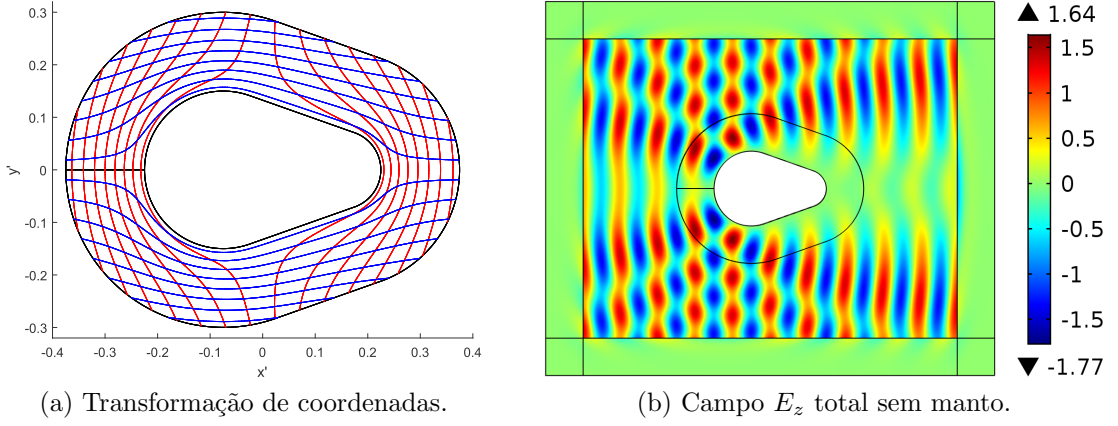


Figura 5.47: Modelo Pêra: (a) Transformação de coordenadas, (b) Campo E_z total sem manto para onda incidindo em 0° .

5.3.3.1 Parâmetros Reduzidos

Conforme comentado na Subseção 3.3.6.1, a grande desvantagem de se usar um conjunto reduzido de componentes é que passa a existir um descasamento de impedância entre a interface externa do manto e o espaço livre. Este descasamento gera espalhamento. Pensou-se, portanto, que a estratégia de espichamento fora do plano poderia ser usada para tentar compensar esse descasamento. Contudo, conforme mostrado a seguir, as estratégias são incompatíveis.

Incompatibilidade entre as Estratégias de Espichamento Fora do Plano e a do Modelo Reduzido: Para maior clareza nos subscritos, vamos assumir aqui que o sistema de coordenadas no plano é 1 e 2, coincidente com os espichamentos principais. Pela Equação 4.26, os parâmetros do material são dados em função dos espichamentos principais λ . Especificamente para a polarização em estudo, $\mu_1 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 \lambda_3}$, $\mu_2 = \frac{\lambda_2}{\lambda_1 \lambda_3}$ e $\varepsilon_z = \frac{\lambda_3}{\lambda_1 \lambda_2}$. Considerando as equações 4.41 e 4.39, tem-se

$$\mu_1^{\text{red}} = \frac{\mu_1}{\mu_2} = \frac{\frac{\lambda_1}{\lambda_2 \lambda_3}}{\frac{\lambda_2}{\lambda_1 \lambda_3}} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{\lambda_1^2}{\lambda_2^2}, \quad (5.17)$$

$$\varepsilon_z^{\text{red}} = \varepsilon_z \mu_2 = \frac{\lambda_3}{\lambda_1 \lambda_2} \frac{\lambda_2}{\lambda_1 \lambda_3} = \frac{1}{\lambda_1^2}, \quad (5.18)$$

$$\mu_1^{\text{red}} = 1. \quad (5.19)$$

Ou seja, os parâmetros reduzidos são insensíveis ao espichamento fora do plano. Assim, $\tilde{\lambda}_3$ não pode ser usado para o ajuste dos mesmos.

5.3.3.2 Impedância de Onda do Manto

Por definição, a impedância de onda vista por uma onda eletromagnética é a razão entre as componentes transversas de \mathbf{E} e \mathbf{H} . Estas componentes são aquelas que fazem ângulos retos com a direção de propagação da onda.

Sabe-se que em um manto ideal deve haver o casamento de impedância dentro do manto e na interface deste com o ar. Para que ele funcione para todas as direções de incidência, a impedância nesta interface deve ser casada com a do ar, independentemente da direção de incidência da onda eletromagnética.

Considerando que a onda que incide na superfície externa do manto deve penetrar suavemente, é necessário que a impedância vista por esta onda esteja casada com a do ar, ou seja, unitária. A compensação para as frentes de onda que não incidirem perpendicularmente no manto é feita automaticamente pela anisotropia do material.

Considerando-se ondas propagando nas direções alinhadas com o sistema local ortogonal apresentado na Subseção 4.3.3, pode-se definir que as impedâncias vistas seriam

$$\eta_{L1} = \sqrt{\frac{\mu_{L1}}{\varepsilon_z}}, \quad (5.20)$$

$$\eta_{L2} = \sqrt{\frac{\mu_{L2}}{\varepsilon_z}}. \quad (5.21)$$

Assim, para a onda incidindo perpendicularmente ao manto (direção de incidência $L1^-$), a impedância vista será aquela na direção perpendicular a esta incidência, ou seja η_{L2} . Logo, se $\eta_{L2} = 1$ a transição entre os meios será suave. De fato, nas simulações de mantos ideais, η_{L2} tende a 1 em $\partial\Omega_+$.

Voltando à Equação 4.30, percebe-se que $\tilde{\lambda}_3 = 1$, uma vez que $\mathbf{x} = \mathbf{x}'$ no bordo externo $\partial\Omega_+$. Isto satisfaz a condição de casamento de impedância, similar à PML, conforme os autores do artigo que propôs a estratégia salientam [Hu et al., 2009b].

5.3.3.3 Ajuste do Espichamento fora do Plano

Ao se testar diferentes constantes C_0 , percebeu-se que a distribuição do material era muito afetada, e não apenas a magnitude dos mesmos. Observou-se inclusive que havia uma estreita faixa de valores na qual as componentes tangencial e normal da permeabilidade tinham uma distribuição que se assemelhava e tomava formas aproximadamente conformes ao objeto (camadas). Com isto a divisão do manto em regiões poderia tirar proveito desta semelhança e atribuir componentes homogêneas nas respectivas regiões.

Distribuição dos Materiais Discretizados: Entretanto, a distribuição do ε_z é conflitante com a do μ , fazendo com que a definição de uma região única para os dois parâmetros prejudique drasticamente o efeito do manto. Por este motivo, decidiu-se que o ε_z discretizado sempre seguiria a sua própria distribuição.

Diferentes Espichamentos fora do Plano, ainda sem Otimizar: A fim de se ilustrar o efeito, serão mostrados os materiais contínuos para $C_0 = 1$, $C_0 = 8.75$ e $C_0 = 20$, usando a métrica Euclidiana de distância. Os espichamentos para $C_0 = 1$ são mostrados na Figura 5.48. Como a singularidade é acentuada no bordo interno, apenas uma pequena faixa colorida é visível em λ_2 e λ_3 .

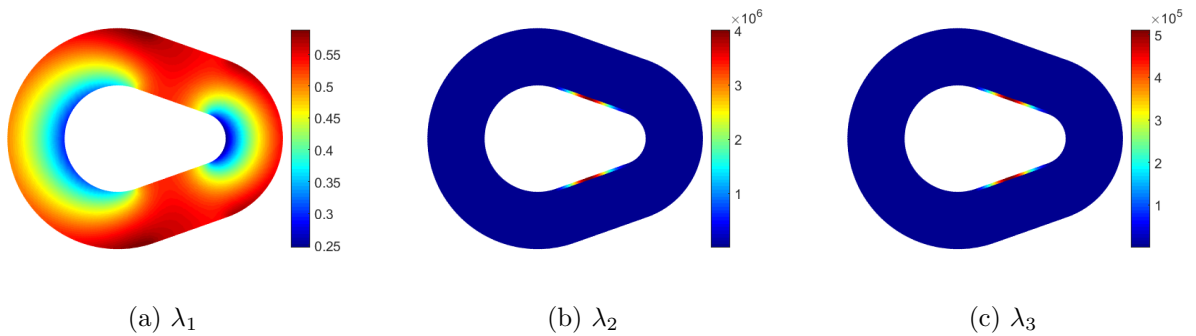


Figura 5.48: Espichamentos λ para o modelo Pêra: (a) λ_1 , (b) λ_2 e (c) λ_3 , quando $C_0 = 1$.

Os materiais e as impedâncias para os três casos são mostradas nas figuras 5.49, 5.50 e 5.51. Conforme previsto teoricamente, a condição de casamento de impedância no bordo externo faz com que sempre $\mu_{L1} = \lambda_1$ em $\partial\Omega_+$ [Hu et al., 2009b]. À exceção disto, pelas figuras é possível notar como as distribuições de material variam de acordo com o C_0 . Por sua vez, o modelo reduzido é mostrado na Figura 5.52.

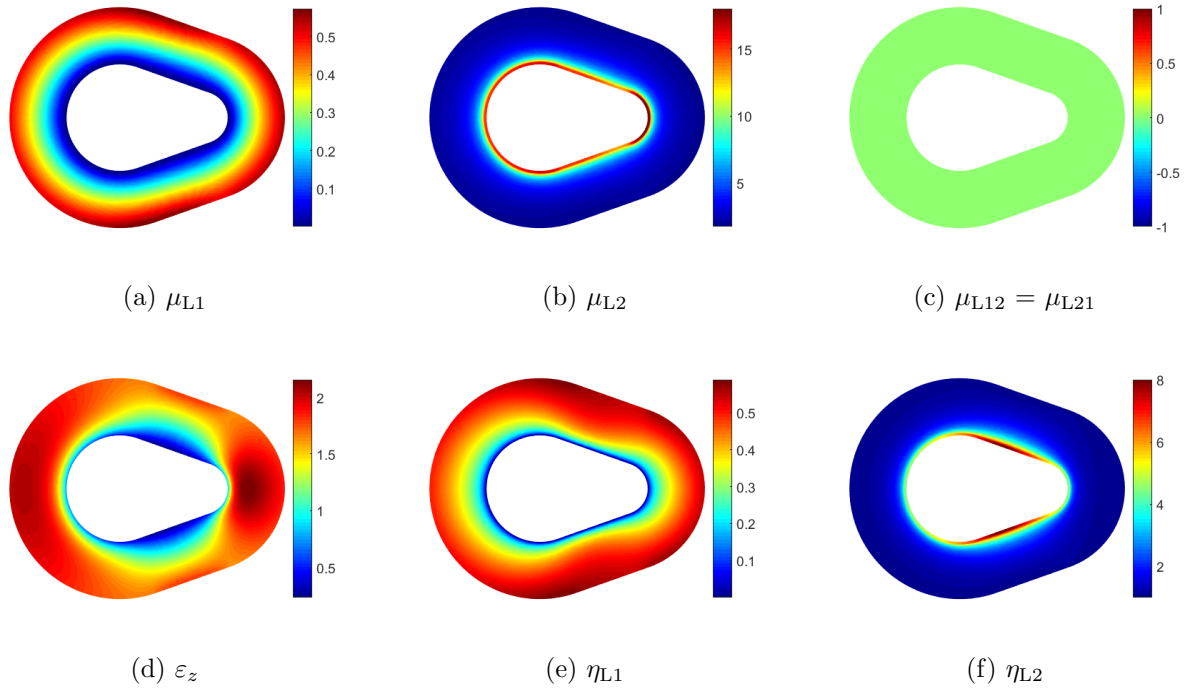


Figura 5.49: Modelo Normal para $C_0 = 1$: (a) μ_{L1} , (b) μ_{L2} , (c) $\mu_{L12} = \mu_{L21}$, (d) ε_z , (e) η_{L1} e (f) η_{L2} .

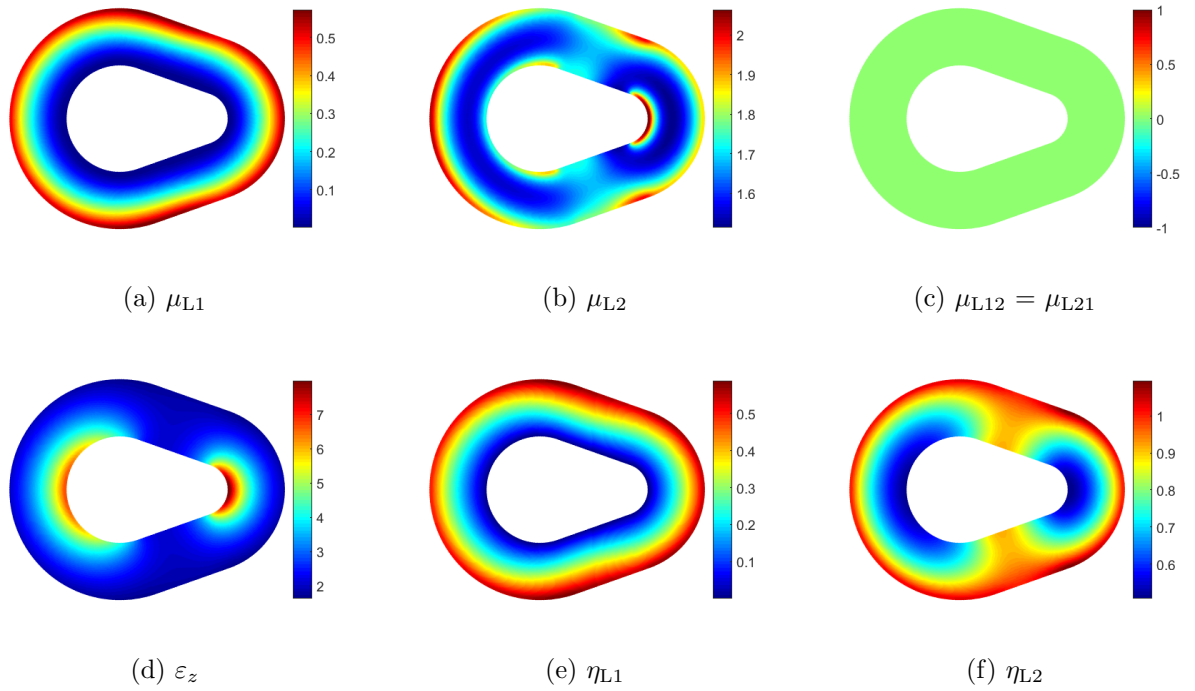


Figura 5.50: Modelo Normal para $C_0 = 8.75$: (a) μ_{L1} , (b) μ_{L2} , (c) $\mu_{L12} = \mu_{L21}$, (d) ε_z , (e) η_{L1} e (f) η_{L2} .

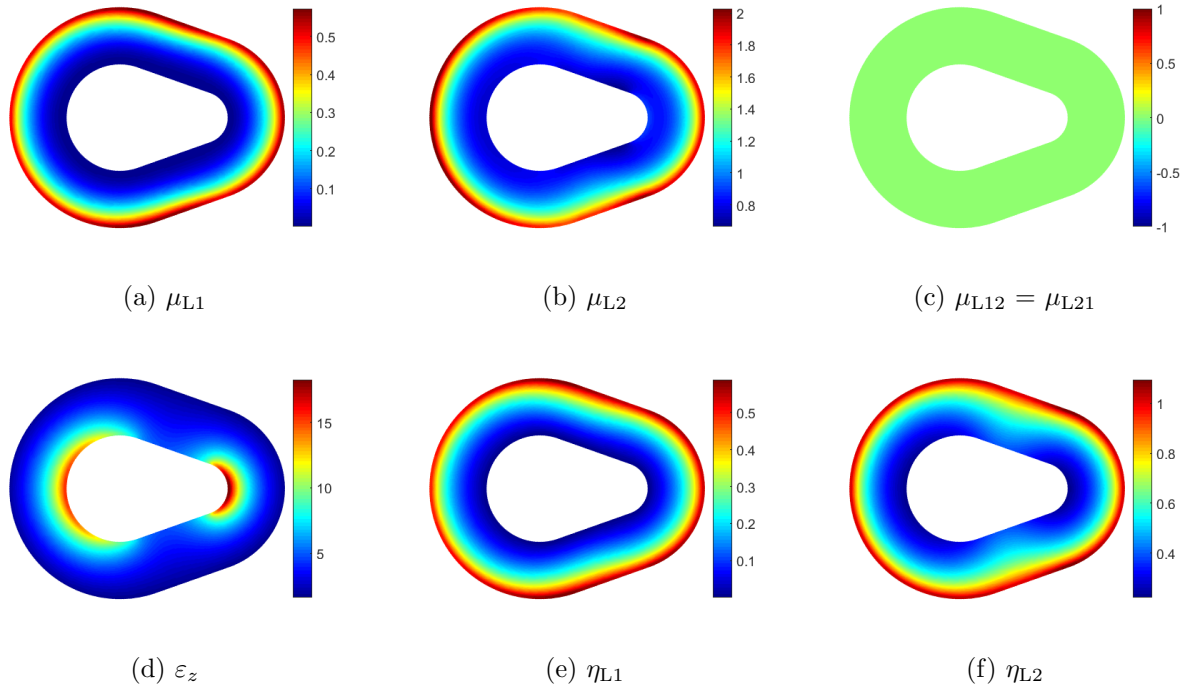


Figura 5.51: Modelo Normal para $C_0 = 20$: (a) μ_{L1} , (b) μ_{L2} , (c) $\mu_{L12} = \mu_{L21}$, (d) ε_z , (e) η_{L1} e (f) η_{L2} .

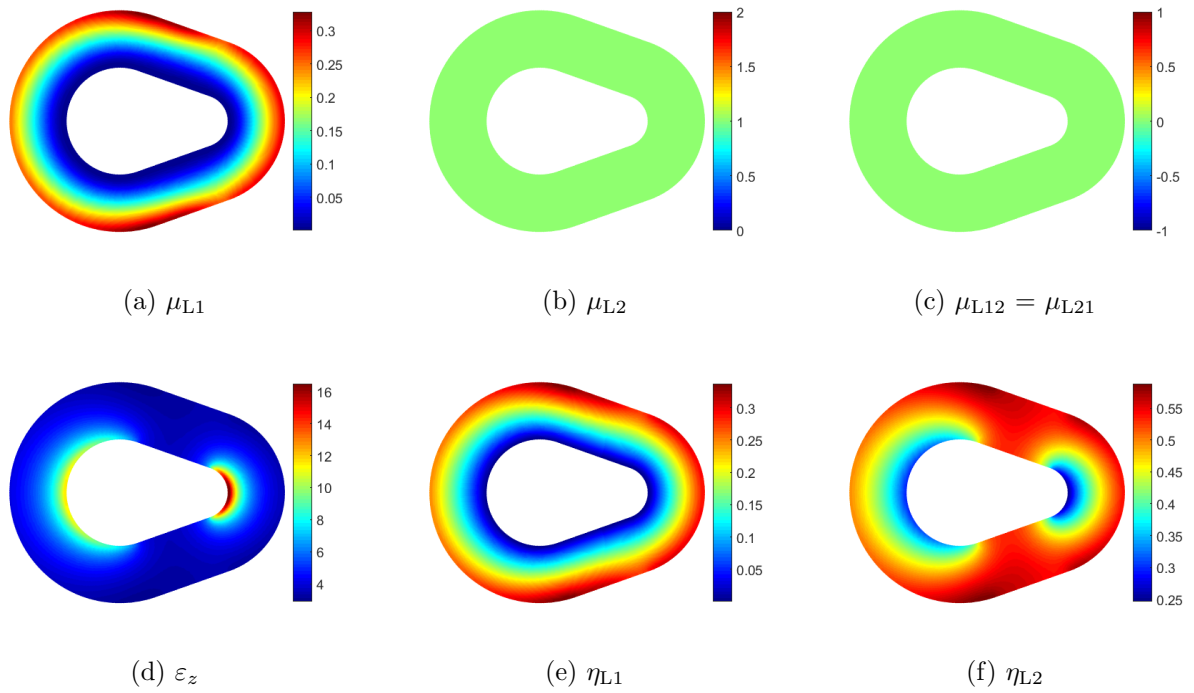


Figura 5.52: Modelo Reduzido: (a) μ_{L1} , (b) μ_{L2} , (c) $\mu_{L12} = \mu_{L21}$, (d) ε_z , (e) η_{L1} e (f) η_{L2} .

Embora a maior similaridade entre as distribuições das duas componentes do μ seja para valores de C_0 por volta de 20 (como mostrado nas figuras 5.51a e 5.51b), o que foi observado é que nesta faixa a invisibilidade é muito mais afetada ao se fazer a discretização. Os valores de σ^{tot} antes de discretizar eram 0.059, 0.086 e 0.104, para $C_0=1$, 8.75 e 20 respectivamente. Após a discretização eles passam para 1.54, 0.54 e 1.66.

Assim, decidiu-se explorar uma faixa menos afetada pelo processo, $7 \leq C_0 \leq 11$, e 4 a 7 níveis de materiais. Isso significa que as antes contínuas distribuições do μ e ε_z agora passam a ser discretizadas em 4, 5, 6 ou 7 níveis, sendo o valor médio de cada uma dessas regiões atribuído a toda a região, similarmente ao que já foi feito em outros momentos para camadas. Todavia, aqui as regiões de mesmo μ e mesmo ε_z não são as mesmas, visto que suas distribuições são muito diferentes.

A Figura 5.53a apresenta a impedância η_{L2} média no bordo externo, enquanto que a Figura 5.53b mostra o espalhamento correspondente. Nessas figuras variou-se o valor de C_0 e o número de níveis de discretização do material. Algumas conclusões importantes são tiradas:

- Existe uma faixa ótima para C_0 que faz η_{L2} ficar mais próximo de 1, ou seja, mais perto da impedância do espaço livre, o que leva a menores descasamentos de impedância;
- Intuitivamente e de maneira geral, quanto mais discretizado o manto (mais níveis), menor o espalhamento;
- As equipotenciais σ^{tot} interceptam a faixa de máximo η_{L2} de maneira aproximadamente perpendicular;
- Dependendo de C_0 , em alguns casos menos níveis N podem trazer um σ^{tot} menor em relação a mais níveis. Por exemplo, $N = 6$ e $C_0 = 11$ resulta em $\sigma^{\text{tot}} \approx 0.8$. Ora, mas este σ^{tot} poderia ser obtido também com $N = 5$ e $C_0 = 9.5$.

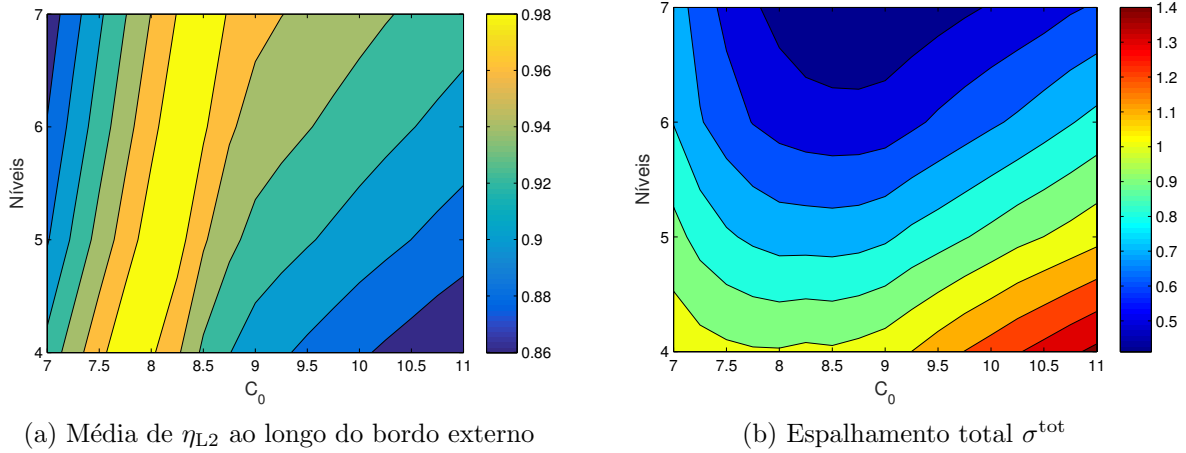


Figura 5.53: Modelo Pêra: (a) Média da impedância tangencial η_{L2} ao longo do bordo externo, (b) Espalhamento total σ^{tot} .

De toda forma, observa-se que no melhor caso σ^{tot} é aproximadamente 40%. Caso menos níveis sejam usados o resultado é ainda pior. Seria possível otimizar os parâmetros para melhorar esses valores?

Considerou-se que 6 ou 7 níveis seriam mais apropriados, uma vez que não se deseja começar a otimização de um σ^{tot} excessivamente alto. Além disto, como a distribuição do material é não-linear e depende de C_0 , as camadas podem tender a se concentrar mais nas bordas e com isso ficam muito finas. Por outro lado, camadas ou regiões não tão menores em relação ao comprimento de onda comprometem o efeito de parâmetros efetivos.

Uma vez que a Figura 5.53 levanta bem a influência de C_0 , considerou-se desnecessário otimizá-lo. Daqui em diante é adotado, portanto, $C_0 = 8.75$, uma vez que este valor trouxe os menores σ^{tot} para 6 e 7 níveis. Além disso permite parâmetros mais desejáveis, como μ_{L2} mais próximo de (e maior que) 1 e $\varepsilon_z \geq 1$.

A Figura 5.54 mostra a distribuição de material discretizada, forçando-se μ_{L1} e μ_{L2} a terem a mesma distribuição espacial, proveniente da discretização de μ_{L1} . Note que a impedância passa a ser uma sobreposição das regiões de μ e de ε .

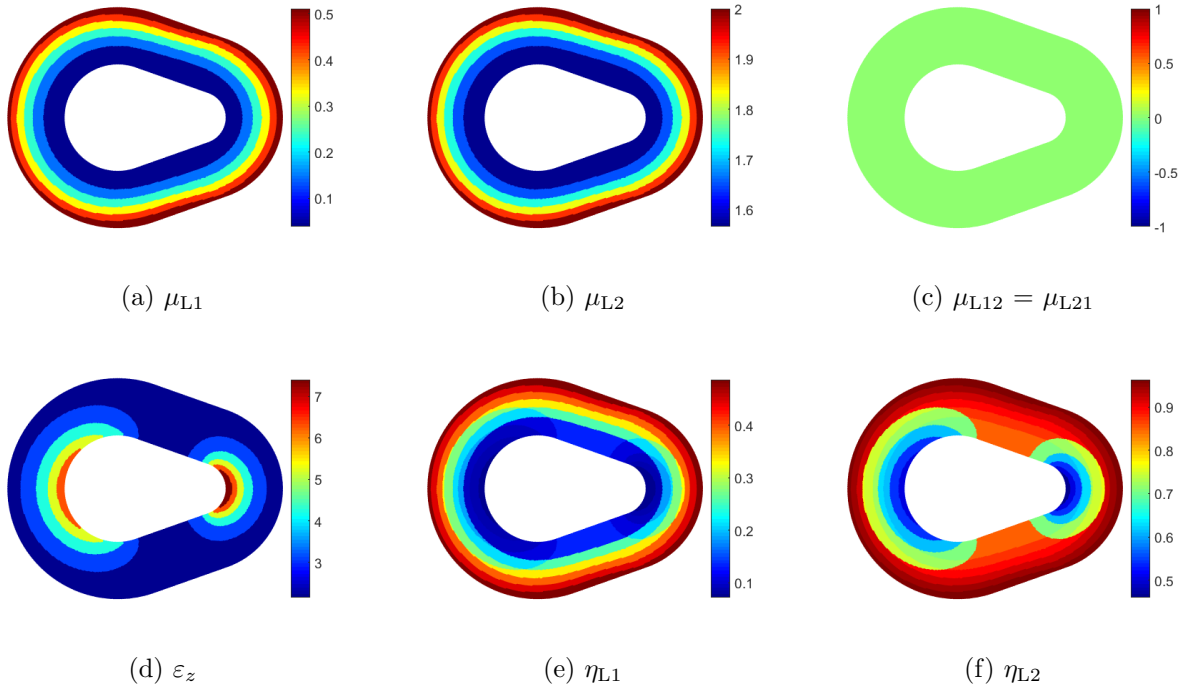


Figura 5.54: Modelo normal discretizado para $C_0 = 8.75$ e $N = 6$: (a) μ_{L1} , (b) μ_{L2} , (c) $\mu_{L12} = \mu_{L21}$, (d) ε_z , (e) η_{L1} e (f) η_{L2} .

O algoritmo de otimização usado foi o *fminsearch*, uma vez que este já havia funcionado bem em outros pontos do trabalho (subseções 5.3.2.1 e 5.3.2.2) e nesta etapa apresentou melhor desempenho em relação a outros testados, como o GA e o *fmincon* do próprio MATLAB [Mathworks, 2015].

A fim de se reduzir o número de variáveis a serem otimizadas decidiu-se manter fixos μ_{L1} e μ_{L2} e variar apenas o ε_z . A justificativa é que mexendo no ε_z modifica-se ao mesmo tempo η_{L1} e η_{L2} , conforme equações 5.20 e 5.21.

Inicialmente os valores de ε_z , de fora para dentro, são: [2.105, 2.931, 3.849, 4.764, 5.670, 6.483, 7.490] se $N = 7$; ou [2.158, 3.139, 4.213, 5.250, 6.265, 7.396] se $N = 6$. Respectivamente, $\sigma^{\text{tot}} = 0.41$ e 0.53.

Otimização sem restrições ao valor de ε_z : Tanto para $N = 6$ quanto para $N = 7$ percebeu-se que ao longo da otimização ε_z da penúltima região (de fora para dentro) tende a diminuir e o da última tende a aumentar. As regiões mais externas variam pouco, afinal, conforme já visto, a transformação que está sendo usada já garante a transição ar-manto relativamente suave.

Para $N = 7$ chegou-se em $\sigma^{\text{tot}} = 0.16$ na iteração 100 (com $\varepsilon_z^{(6)} = 1.99$ e $\varepsilon_z^{(7)} = 13.7$). Neste ponto η_{L2} , inicialmente em 0.977 estava em 1.004. Todavia, na iteração 410 já se tinha $\varepsilon_z^{(6)} = -24.6$ e $\varepsilon_z^{(7)} = 31.2$, com um $\sigma^{\text{tot}} = 0.06$, conforme mostrado na Figura 5.55.

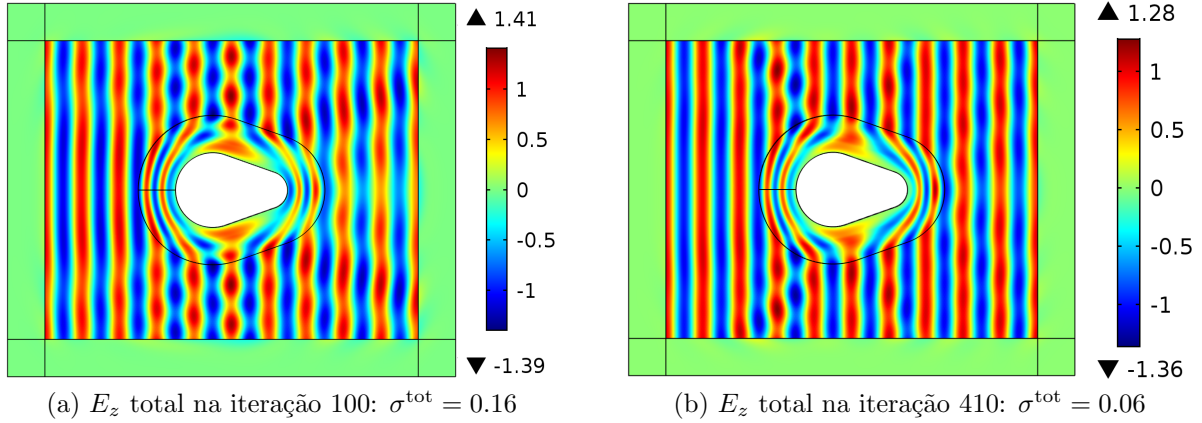


Figura 5.55: E_z total para $N = 7$, após otimização sem restrições ao valor de ε_z : (a) Iteração 100, (b) Iteração 410.

Para $N = 6$ chegou-se em $\sigma^{\text{tot}} = 0.26$ após 143 iterações sem que ε_z ficasse menor que 1. Neste caso, na borda externa η_{L2} chegou em 0.993. Como o nível de espalhamento aqui obtido é similar ao que será apresentado em seguida, por brevidade não se fazem necessárias maiores discussões.

Otimização com o limite $\varepsilon_z \geq 1$: Restringindo-se ε_z , para $N = 7$ chegou-se a $\sigma^{\text{tot}} = 0.10$ em 300 iterações, já para $N = 6$ chegou-se a $\sigma^{\text{tot}} = 0.26$ em 198 iterações, conforme Figura 5.56. Note que em ambos os casos houve uma camada de $\varepsilon_z = 1$.

Na verdade, para $N = 6$ a otimização foi similar àquela sem restrições da etapa anterior, uma vez que lá o ε_z não precisou ir para região menor que 1. Note pela Figura 5.56b que por volta da iteração 100 a otimização já estava estagnada no patamar 0.26. Desta forma, este limite foi atingido restringindo-se ε_z ou não.

A Figura 5.57 mostra o campo total ao final da otimização para ambas as situações.

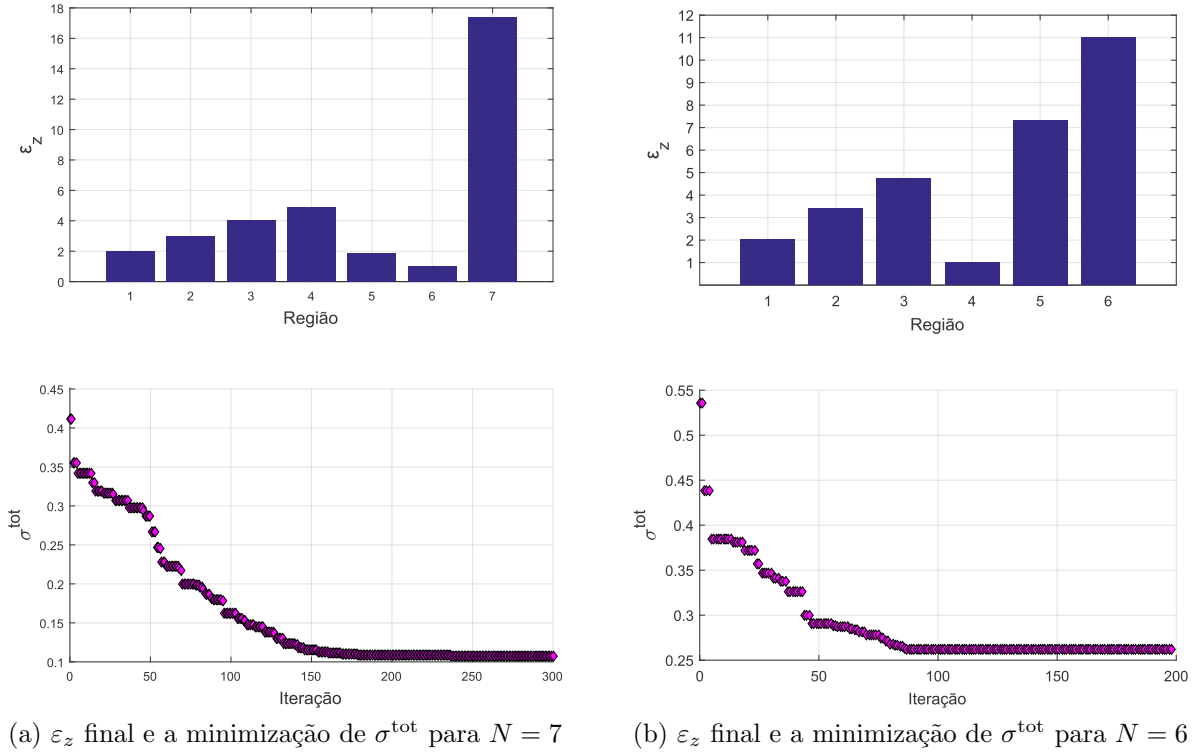


Figura 5.56: Permissividade ε_z otimizada e a minimização de σ^{tot} : (a) $N = 7$, (b) $N = 6$.

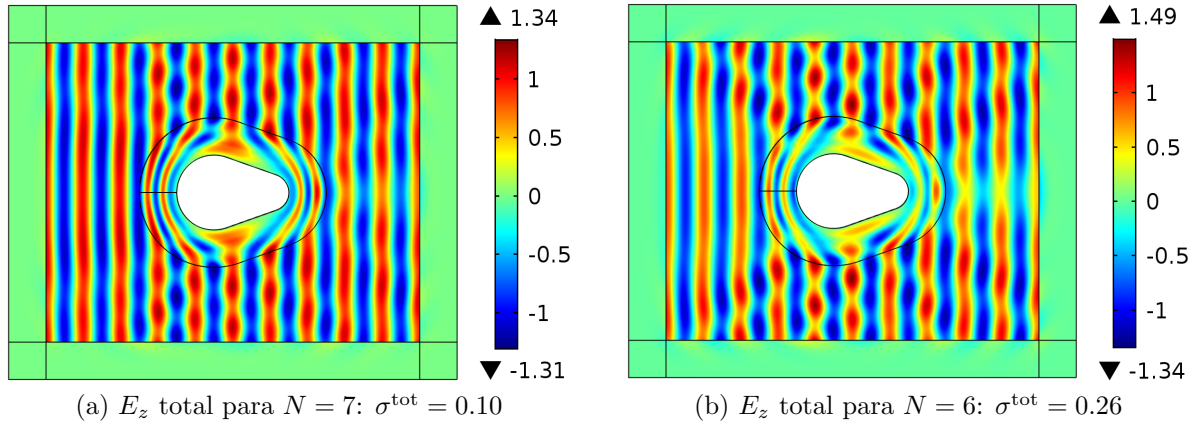


Figura 5.57: E_z total após otimização com a restrição $\varepsilon_z \geq 1$: (a) $N = 7$, (b) $N = 6$.

Otimização com o limite $\varepsilon_z \geq 1$ e diferentes ângulos de incidência - Modelo Normal (Espichamento fora do Plano) e Modelo Reduzido:

Pelas etapas anteriores verificou-se que o manto otimizado para uma única incidência era relativamente robusto ao ser testado em diferentes incidências. De qualquer forma,

nesta etapa testou-se θ^{inc} sendo 0° , 45° , 90° , 135° e 180° . A função objetivo passou a ser definida pela média de σ^{tot} para os diferentes ângulos de incidência, no caso

$$f_{\text{obj}} = \frac{\sigma^{\text{tot}}(\theta^{\text{inc}} = 0^\circ) + \sigma^{\text{tot}}(\theta^{\text{inc}} = 45^\circ) + \sigma^{\text{tot}}(\theta^{\text{inc}} = 90^\circ) + \sigma^{\text{tot}}(\theta^{\text{inc}} = 135^\circ) + \sigma^{\text{tot}}(\theta^{\text{inc}} = 180^\circ)}{5}. \quad (5.22)$$

Uma vez que o modelo reduzido foi gerado a partir do modelo normal discretizado, acaba que agora o desempenho fica influenciado indiretamente pelo C_0 . Os resultados mostrados são para $C_0 = 8.75$ e $N = 6$, uma vez que do ponto de vista prático este modelo é mais simples. Apesar do modelo reduzido ser vantajoso por não ter μ_{L2} , seu espalhamento é pior, mesmo após a otimização. A Tabela 5.5 mostra os valores de ε_z otimizados para os dois modelos, enquanto a Tabela 5.6 mostra os respectivos σ^{tot} ao se variar θ^{inc} .

É interessante observar que ao fim da otimização a impedância tangencial η_{L2} na interface externa do manto normal foi 0.984 e para o reduzido foi 1.000. Isso mostra que melhores casamentos em $\partial\Omega_+$ não implicam necessariamente em menores espalhamentos. Na verdade, isso faz lembrar a referência [Peng et al., 2011], na qual os autores mostram que o espalhamento por um modelo reduzido tem contribuições não apenas da interface externa do manto, mas também da interface interna e da variação espacial da impedância interna do manto.

Tabela 5.5: Valores otimizados para ε_z .

	Modelo Normal	Modelo Reduzido
$\varepsilon_z^{(1)}$	2.064	1.999
$\varepsilon_z^{(2)}$	3.206	3.223
$\varepsilon_z^{(3)}$	4.511	4.487
$\varepsilon_z^{(4)}$	3.136	3.087
$\varepsilon_z^{(5)}$	1.000	4.514
$\varepsilon_z^{(6)}$	15.226	7.711

A Figura 5.58 mostra o campo total para os dois modelos ao serem iluminados pela onda com $\theta^{\text{inc}} = 0^\circ$. O espalhamento agora foi 0.20, um pouco melhor em relação ao 0.26 apresentado na etapa anterior.

Tabela 5.6: Espalhamento σ^{tot} final para diferentes θ^{inc} .

θ^{inc}	Modelo Normal	Modelo Reduzido
0°	0.201	0.368
45°	0.338	0.461
90°	0.234	0.303
135°	0.336	0.463
180°	0.201	0.394
Média	0.262	0.398

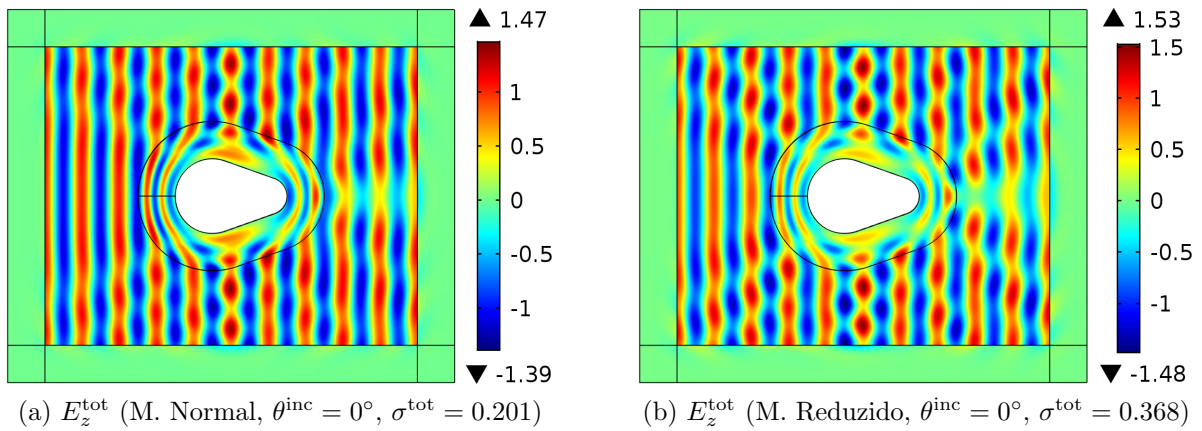


Figura 5.58: E_z total para $\theta^{\text{inc}} = 0^\circ$ após a otimização para múltiplas incidências, com a restrição $\varepsilon_z \geq 1$ e $N = 6$: (a) Modelo Normal, (b) Modelo Reduzido.

Os resultados para os outros ângulos de incidência são mostrados na Figura 5.59. Note que a distribuição de campo dentro do manto é parecida em ambos os modelos, porém o modelo reduzido tem amplitudes reduzidas. Essa similaridade se deve à redução dos parâmetros ser baseada na relação de dispersão, conforme mostrado na Subseção 4.3.4.

O modelo normal teve desempenho igual para incidências $\theta^{\text{inc}} = 0^\circ$ e 180° . Isto não ocorreu no modelo reduzido, sendo que neste caso o a incidência em 90° teve espalhamento mais baixo que a de 0° ou 180° . Isto chama a atenção, uma vez que o objeto é maior na direção x .

Ambos os modelos tiveram desempenhos piores (e parecidos) para incidências diagonais $\theta^{\text{inc}} = 45^\circ$ e 135° .

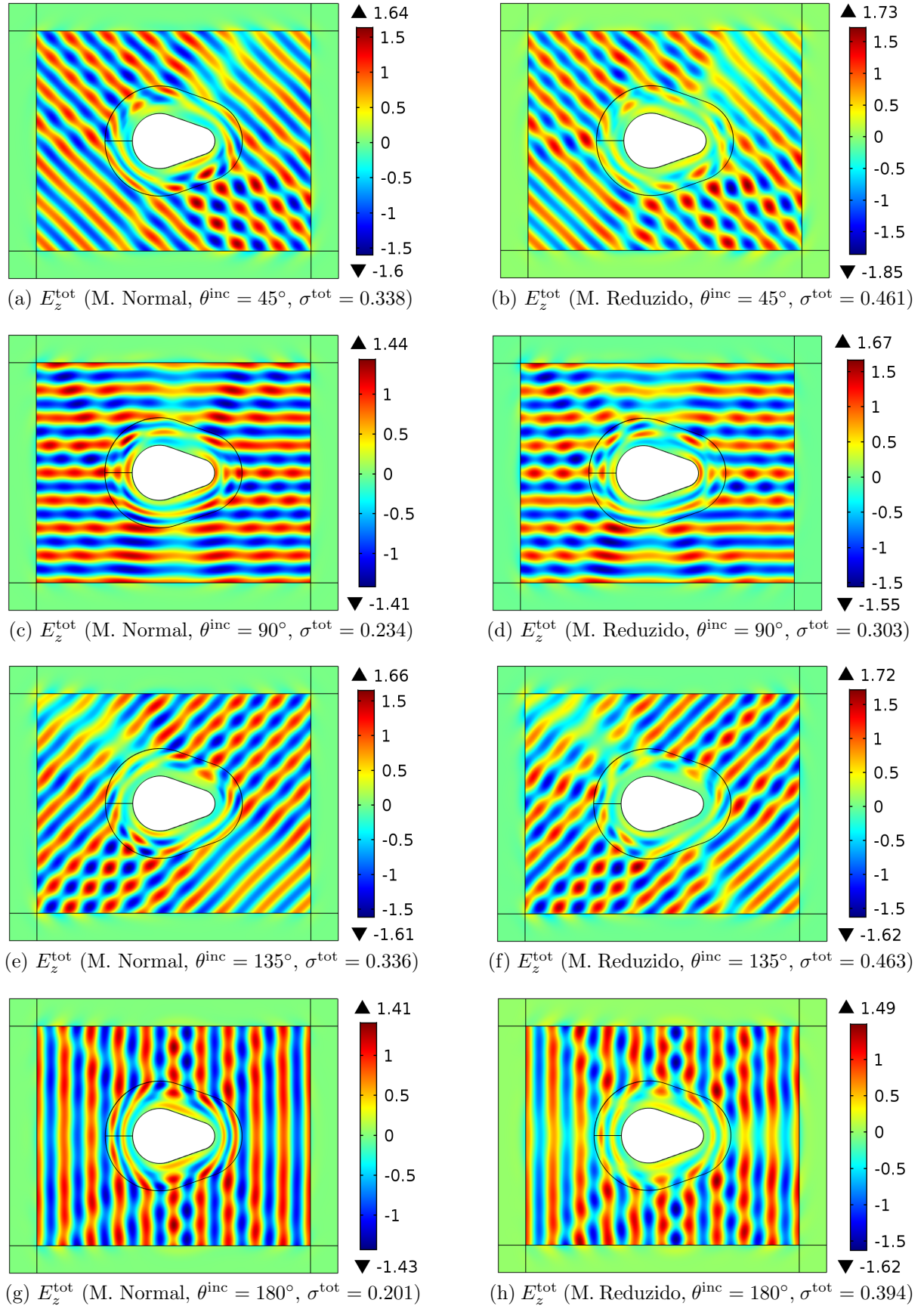


Figura 5.59: E_z^{tot} para diferentes θ^{inc} após a otimização para múltiplas incidências, com a restrição $\varepsilon_z \geq 1$ e $N = 6$: (a, c, e, g) Modelo Normal, (b, d, f, h) Modelo Reduzido. 129

Capítulo 6

Conclusão

Neste texto foram apresentadas e discutidas as estratégias de projeto de mantos metamateriais em micro-ondas que se destacam na literatura. Foi mostrado um pouco da teoria por trás dessas estratégias, suas características, seus aspectos práticos e como elas se situam no panorama da pesquisa em mantos.

No desenvolvimento dos resultados, primeiramente foi testado o problema do cilindro condutor revestido por um manto multi-camadas, com materiais dielétricos tradicionais. O modelo analítico foi implementado e otimizou-se o espalhamento e a largura de banda. Uma vez que a varredura em frequência seria muito custosa computacionalmente, ao longo da otimização foi usada uma aproximação da resposta em frequência com apenas 3 pontos. Esta aproximação se mostrou adequada ao problema, mesmo com a existência de alguns picos na curva de resposta em frequência dos mantos com banda mais larga. Foi verificado que o perfil de material nos mantos obtidos compartilhavam algum grau do perfil em “U”, ou, “valor alto, valor baixo, valor alto”. De modo geral, à medida que o perfil fica mais suave em mantos mais espessos, a banda fica mais larga.

Posteriormente, o mesmo estudo foi repetido para a geometria aerofólio. As camadas foram de espessuras não-uniformes, visando manter a proporção geométrica do objeto. Por simplicidade, a otimização continuou levando em conta apenas um ângulo de incidência. Conseqüentemente, devido à perda de simetria, o manto não responde bem para outras direções de incidência. As soluções obtidas são bem parecidas entre si, prejudicando a diversidade do Pareto-Front. Isso significa que os espalhamentos e as bandas dos mantos otimizados foram parecidos.

Para ambos os modelos testados, a otimização por algoritmo genético foi custosa computacionalmente. Além do mais, este tipo de manto carece de sentido físico, uma vez que os parâmetros otimizados podem ser de difícil interpretação. A invisibilidade alcançada foi bem limitada. No melhor caso testado, que foi o do cilindro, σ^{tot} normalizado foi aproximadamente 0.5, que é um valor bem acima dos resultados obtidos por mantos baseados em transformação de coordenadas. Percebe-se com isso que os materiais, por serem mais simples, limitam o desempenho desse tipo de manto.

De toda forma, deve-se lembrar também que os mantos dielétricos são mais finos quando comparados aos mantos obtidos por transformação de coordenadas. Intuitivamente, se aqueles forem muito espessos, o conjunto objeto-manto fica muito grande e com camadas de alta permissividade, ou seja, o conjunto vira um grande espalhador, bem maior que o objeto original.

Devido às limitações encontradas nos modelos com camadas puramente dielétricas e visando a expansão do estudo para formas arbitrárias e múltiplas incidências, partiu-se para o estudo de mantos provenientes de transformações de coordenadas. O uso da Equação de Laplace com condições de contorno de Dirichlet é interessante por ser arbitrário e oferecer soluções suaves que minimizam a trajetória da onda dentro do manto. De toda forma, pela física do problema, o perfil de material obtido pela transformação é anisotrópico, não-homogêneo e idealmente singular.

Por isso, foram testadas diferentes estratégias para o controle do material. Uma primeira aproximação foi fazer a discretização em camadas. Porém, poucas camadas não descrevem bem as variações idealmente contínuas e abrangendo toda a faixa de valores. Procurou-se fazer discretizações com camadas mais finas ou iguais a 1/10 do comprimento de onda (subseções 5.3.2.1 e 5.3.2.2). Nestas situações uma otimização determinística nos materiais conseguiu compensar a perda de desempenho causada pela representação discretizada do problema, chegando inclusive a resultados melhores, que deixam o objeto cilíndrico invisível do ponto de vista numérico.

Já na forma arbitrária, na Subseção 5.3.3.3 foram feitas discretizações que geraram regiões não tão pequenas. Isto, inevitavelmente, ocasiona um maior espalhamento, uma vez que os detalhes do manto não são muito menores do que o comprimento de onda, afetando inclusive o conceito de meio efetivo. Nessa situação a otimização consegue contornar as limitações do modelo apenas de forma parcial.

Conforme visto na Subseção 5.3.1.1, a equivalência entre uma camada anisotrópica e duas isotrópicas não ajudaria a simplificação do material, uma vez que nem sempre os materiais isotrópicos resultantes serão realmente mais fáceis de serem construídos, já que eles podem ter valores não-convencionais.

Ainda em relação ao uso de otimização, já era esperado que ela pudesse resultar em uma configuração bem diferente daquela usada como ponto de partida e mesmo assim atingir resultados bem melhores, conforme visto na Seção 3.5. Além disso, pode-se perder a interpretação física do funcionamento do manto, conforme verificado nas subseções 5.3.2.1 e 5.3.2.2, nas quais o otimizador tendeu a inserir camadas com propriedades negativas na busca por menores espalhamentos, contrariando os perfis de material oriundos da transformação de coordenadas. De qualquer forma, os resultados reportados naquelas subseções mostram que as respectivas estratégias de tratamento do material fizeram com que valores extremos fossem evitados.

Também foram estudadas variantes da técnica de espichamento fora do plano, como o uso de outra métrica de distância e o uso de diferentes constantes direcionais. Os resultados obtidos por esta variante suportam a ideia de que seu uso possa ser interessante, uma vez que foram obtidos menores espalhamentos com materiais anisotrópicos de menor magnitude, conforme Subseção 5.3.2.3. Apesar disso, acredita-se que há espaço para outras investigações sobre a generalização da técnica para outras geometrias.

Adicionalmente, na Subseção 5.3.3.3 usou-se o espichamento fora do plano para buscar um melhor conjunto de materiais em termos de distribuição discretizada e de espalhamento, considerando um sistema de coordenadas local em uma forma arbitrária. Resultados parciais que consideram a impedância do manto, seu espalhamento e o número de níveis de discretização foram levantados.

A constante de espichamento C_0 foi usada na busca por transformações que trouxessem materiais mais interessantes do ponto de vista construtivo e de invisibilidade. Verificou-se que configurações interessantes do ponto de vista da distribuição de materiais podem sofrer um prejuízo enorme na invisibilidade ao serem discretizadas.

De toda forma, buscou-se parâmetros que fossem mais práticos do ponto de vista construtivo. Nessa perspectiva, usando os materiais da Figura 5.54 como exemplo tem-se que: um $\varepsilon \geq 1$ pode ser obtido com dielétricos tradicionais; um μ_{L1} entre 0 e 1 pode ser implementado com anéis fechados no plano perpendicular a $L1$ [Marqués et al., 2008, Xu

et al., 2012]. Por sua vez, um μ_{L2} maior que 1 não poderia ser implementado por referidos anéis. Porém, tais parâmetros foram apenas *um pouco* maior que 1, sugerindo que os mesmos possam ser obtidos com anéis pouco ressonantes, dispostos no plano perpendicular a μ_{L2} .

Pela física do manto, conforme Equação 4.26, o controle do espichamento fora do plano não consegue trazer ambos μ_{L2} e ε para as faixas nas quais é possível a implementação sem elementos ressonantes, ou seja, $0 \leq \mu_{L2} \leq 1$ e $\varepsilon \geq 1$. Em outras palavras, à medida que se ajusta um parâmetro, se desajusta o outro.

Visando evitar o μ_{L2} , foi mostrado que o modelo reduzido é uma alternativa, mas ele é muito diferente em termos de desempenho, mesmo depois da otimização de ε_z . A otimização, por sua vez, considerou ε_z sem restrições e, em outra etapa, com restrições. Dependendo da situação, não é necessário forçar $\varepsilon_z \geq 1$, uma vez que a otimização não tende a levá-lo para fora desta faixa.

Por fim, testou-se a otimização para múltiplos ângulos de incidência, visando abaixar o espalhamento em geral. Resultados interessantes foram obtidos, ainda mais se for considerado que poucas regiões foram usadas e que foi assumido que ambas as componentes da permeabilidade discretizada ocupariam as mesmas regiões, em camadas que tendem a ser conformes à geometria. Assim, o efeito omni-direcional do manto, ainda que parcial, se deve em grande parte à variação da permissividade tentando “arredondar” a geometria, ou seja, compensando a ausência de simetria axial.

Embora a geometria Pêra não seja muito complexa, considera-se que ela foi um passo importante para se validarem alguns conceitos antes de se almejar generalizar a metodologia desenvolvida para uma classe maior de problemas. Por ora deve-se ter em mente as simplificações feitas, os resultados obtidos e as limitações encontradas, de modo que se possa estabelecer trabalhos futuros.

6.1 Trabalhos Futuros

Acredita-se que os trabalhos futuros a serem desenvolvidos possam envolver:

- Análise de sensibilidade na propriedades dos mantos;
- Verificação de geometrias mais complexas;

- Abordagens híbridas de tratamento do material, como mapear a partir de uma área pequena e também usar o espichamento fora do plano;
- Caminhar mais rumo à realização experimental;
- Avaliar quando é mais interessante se usar a equação modificada para o espichamento fora do plano;
- Forçar a permissividade e a permeabilidade a terem as mesmas regiões;
- Estender a abordagem de mapeamento a partir de uma área pequena para formas arbitrárias;
- Levantar a resposta em frequência para os mantos estudados.

Referências Bibliográficas

- [Alitalo et al., 2012] Alitalo, P., Culhaoglu, A., Osipov, A., Thurner, S., Kemptner, E., and Tretyakov, S. (2012). Experimental characterization of a broadband transmission-line cloak in free space. Antennas and Propagation, IEEE Transactions on, 60(10):4963–4968.
- [Alù, 2009] Alù, A. (2009). Mantle cloak: Invisibility induced by a surface. Phys. Rev. B, 80:245115.
- [Alù and Engheta, 2005] Alù, A. and Engheta, N. (2005). Achieving transparency with plasmonic and metamaterial coatings. Phys. Rev. E, 72:016623.
- [Balanis, 1989] Balanis, C. A. (1989). Advanced Engineering Electromagnetics. John Wiley & Sons, Inc.
- [Balanis, 2012] Balanis, C. A. (2012). Advanced Engineering Electromagnetics. John Wiley & Sons, Inc., second edition.
- [Beech, 2012] Beech, M. (2012). The Physics of Invisibility - A Story of Light and Deception. Springer-Verlag New York.
- [Bilotti and Sevgi, 2012] Bilotti, F. and Sevgi, L. (2012). Metamaterials: Definitions, properties, applications, and ftd-based modeling and simulation (invited paper). International Journal of RF and Microwave Computer-Aided Engineering, 22(4):422–438.
- [Brown, 1953] Brown, J. (1953). Artificial dielectrics having refractive indices less than unity. Proceedings of the IEE - Part IV: Institution Monographs, 100(5):51–62.
- [Cai, 2012] Cai, L.-W. (2012). Optimizing imperfect cloaks to perfection. The Journal of the Acoustical Society of America, 132(4):2923–2931.

-
- [Cai et al., 2007a] Cai, W., Chettiar, U. K., Kildishev, A. V., and Shalaev, V. M. (2007a). Optical cloaking with non-magnetic metamaterials. Nature Photonics, pages 224–227.
- [Cai et al., 2007b] Cai, W., Chettiar, U. K., Kildishev, A. V., Shalaev, V. M., and Milton, G. W. (2007b). Nonmagnetic cloak with minimized scattering. Applied Physics Letters, 91(11).
- [Chang et al., 2010a] Chang, Z., Zhou, X., Hu, J., and Hu, G. (2010a). Design method for quasi-isotropic transformation materials based on inverse laplace’s equation with sliding boundaries. Opt. Express, 18(6):6089–6096.
- [Chang et al., 2010b] Chang, Z., Zhou, X., Hu, J., and Hu, G. (2010b). Invisible cloak design with controlled constitutive parameters and arbitrary shaped boundaries through helmholtz’s equation: comment. Opt. Express, 18(4):3917–3918.
- [Chen, 2011] Chen, H. (2011). Metamaterials: constitutive parameters, performance, and chemical methods for realization. Journal of Materials Chemistry, 21(18):6452–6463.
- [Chen and Alù, 2011] Chen, P.-Y. and Alù, A. (2011). Mantle cloaking using thin patterned metasurfaces. Phys. Rev. B, 84:205110.
- [Chen et al., 2012] Chen, P.-Y., Soric, J., and Alù, A. (2012). Invisibility and cloaking based on scattering cancellation. Advanced Materials, 24(44):OP281–OP304.
- [Chen et al., 2009] Chen, X., Fu, Y., and Yuan, N. (2009). Invisible cloak design with controlled constitutive parameters and arbitrary shaped boundaries through helmholtz’s equation. Opt. Express, 17(5):3581–3586.
- [Chew, 1995] Chew, W. C. (1995). Waves and fields in inhomogeneous media. IEEE PRESS, New York.
- [Collin, 1991] Collin, R. E. (1991). Field Theory of Guided Waves. IEEE PRESS, second edition.
- [Collins and McGuirk, 2009] Collins, P. and McGuirk, J. (2009). A novel methodology for deriving improved material parameter sets for simplified cylindrical cloaks. Journal of Optics A: Pure and Applied Optics, 11(1):015104.
- [COMSOL, 2015] COMSOL (2015). COMSOL Multiphysics.

- [Cummer et al., 2006] Cummer, S. A., Popa, B.-I., Schurig, D., Smith, D. R., and Pendry, J. (2006). Full-wave simulations of electromagnetic cloaking structures. Phys. Rev. E, 74:036621.
- [Deb, 2001] Deb, K. (2001). Multi-Objective Optimization using Evolutionary Algorithms. John Wiley & Sons.
- [Dong and Itoh, 2012] Dong, Y. and Itoh, T. (2012). Promising future of metamaterials. In IEEE Microwave Magazine (for the Microwave & Wireless Engineer), volume 13, pages 39–56.
- [Dubinov and Mytareva, 2010] Dubinov, A. E. and Mytareva, L. A. (2010). Invisible cloaking of material bodies using the wave flow method. Physics-Uspekhi, 53(5):455.
- [Edwards et al., 2009] Edwards, B., Alù, A., Silveirinha, M. G., and Engheta, N. (2009). Experimental verification of plasmonic cloaking at microwave frequencies with metamaterials. Phys. Rev. Lett., 103:153901.
- [Eleftheriades and Selvanayagam, 2012] Eleftheriades, G. V. and Selvanayagam, M. (2012). Transforming electromagnetics using metamaterials. In IEEE Microwave Magazine (for the Microwave & Wireless Engineer), volume 13, pages 26–38.
- [Elliot, 2003] Elliot, R. S. (2003). Antenna Theory and Design, Revised Edition. Wiley-IEEE Press.
- [GARTNER, 2016] GARTNER (2016). Gartner hype cycle.
- [Gonçalves et al., 2015] Gonçalves, F., Silva, E., Mesquita, R., and Saldanha, R. (2015). Enhancing the bandwidth of electromagnetic cloaks using multi-objective optimization. Magnetics, IEEE Transactions on, 51(3):1–4.
- [Gonçalves et al., 2016] Gonçalves, F., Silva, E., Mesquita, R., and Saldanha, R. (2016). Analysis of the out-of-plane coordinate transformation to obtain anisotropic layered cloaks. IEEE Transactions on Magnetics, 52(3).
- [Griesmaier and Vogelius, 2014] Griesmaier, R. and Vogelius, M. S. (2014). Enhanced approximate cloaking by optimal change of variables. Inverse Problems, 30(3):035014.
- [Guenneau et al., 2012] Guenneau, S., Amra, C., and Veynante, D. (2012). Transformation thermodynamics: cloaking and concentrating heat flux. Opt. Express, 20(7):8207–8218.

- [Han et al., 2010] Han, T., Qiu, C., and Tang, X. (2010). An arbitrarily shaped cloak with nonsingular and homogeneous parameters designed using a twofold transformation. Journal of Optics, 12(9):095103.
- [Hu et al., 2008] Hu, J., Zhou, X., and Hu, G. (2008). Calculation of material properties for arbitrary shape transformation media. In Metamaterials, 2008 International Workshop on, pages 118–121.
- [Hu et al., 2009a] Hu, J., Zhou, X., and Hu, G. (2009a). Design method for electromagnetic cloak with arbitrary shapes based on laplace’s equation. Opt. Express, 17(3):1308–1320.
- [Hu et al., 2009b] Hu, J., Zhou, X., and Hu, G. (2009b). Nonsingular two dimensional cloak of arbitrary shape. Applied Physics Letters, 95(1):011107–011107–3.
- [Hu et al., 2009c] Hu, J., Zhou, X., and Hu, G. (2009c). A numerical method for designing acoustic cloak with arbitrary shapes. Computational Materials Science, 46(3):708 – 712. Proceedings of the 18th International Workshop on Computational Mechanics of Materials IWCMM-18.
- [Huang et al., 2007] Huang, Y., Feng, Y., and Jiang, T. (2007). Electromagnetic cloaking by layered structure of homogeneous isotropic materials. Opt. Express, 15(18):11133–11141.
- [Ivsic et al., 2010] Ivsic, B., Komljenovic, T., and Sipus, Z. (2010). Optimization of uniaxial multilayer cylinders used for invisible cloak realization. Antennas and Propagation, IEEE Transactions on, 58(10):3397–3401.
- [Ivsic et al., 2009] Ivsic, B., Sipus, Z., and Hrabar, S. (2009). Analysis of uniaxial multilayer cylinders used for invisible cloak realization. Antennas and Propagation, IEEE Transactions on, 57(5):1521–1527.
- [Jelínek et al., 2007] Jelínek, L., Macháč, J., and Zehentner, J. (2007). Metamaterials - a challenge for contemporary advanced technology. In Radioelektronika, 2007. 17th International Conference, pages 1–12.
- [Jiang et al., 2008] Jiang, W. X., Chin, J. Y., Li, Z., Cheng, Q., Liu, R., and Cui, T. J. (2008). Analytical design of conformally invisible cloaks for arbitrarily shaped objects. Phys. Rev. E, 77:066607.

- [Kanté et al., 2009] Kanté, B., Germain, D., and de Lustrac, A. (2009). Experimental demonstration of a nonmagnetic metamaterial cloak at microwave frequencies. Phys. Rev. B, 80:201104.
- [Kildal, 2014] Kildal, P. S. (2014). Metasurfing since 1987 - a personal story involving soft and hard surfaces, ebg surfaces, cloaking, gap waveguides and mass production. In 2014 IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium (APSURSI), pages 529–530.
- [Kildal et al., 1996] Kildal, P. S., Kishk, A. A., and Tengs, A. (1996). Reduction of forward scattering from cylindrical objects using hard surfaces. volume 44, pages 1509–1520.
- [Kock, 1948] Kock, W. E. (1948). Metallic delay lenses. Bell System Technical Journal, 27:58–82.
- [Kraus, 1978] Kraus, J. D. (1978). Eletromagnetismo. Guanabara Dois, Segunda Edição.
- [Kraus, 1997] Kraus, J. D. (1997). Antennas. Tata McGraw-Hill, second edition.
- [Kundtz et al., 2011] Kundtz, N. B., Smith, D. R., and Pendry, J. B. (2011). Electromagnetic design with transformation optics. In Proceedings of IEEE, volume 99, pages 1622–1633.
- [Kwon and Werner, 2008] Kwon, D.-H. and Werner, D. H. (2008). Two-dimensional eccentric elliptic electromagnetic cloaks. Applied Physics Letters, 92(1):–.
- [Ladson et al., 1996] Ladson, C. L., Brooks, C. W., Hill, A. S., and Sproles, D. W. (1996). Computer program to obtain ordinates for naca airfoils. Technical Memorandum 4741, NASA.
- [Lai et al., 2009] Lai, Y., Chen, H., Zhang, Z.-Q., and Chan, C. T. (2009). Complementary media invisibility cloak that cloaks objects at a distance outside the cloaking shell. Phys. Rev. Lett., 102:093901.
- [Lan et al., 2013] Lan, L., Sun, F., Liu, Y., Ong, C. K., and Ma, Y. (2013). Experimentally demonstrated a unidirectional electromagnetic cloak designed by topology optimization. Applied Physics Letters, 103(12).
- [Lapine and Tretyakov, 2007] Lapine, M. and Tretyakov, S. (2007). Contemporary notes on metamaterials. Microwaves, Antennas Propagation, IET, 1(1):3–11.

- [Leonhardt, 2006] Leonhardt, U. (2006). Optical conforming mapping. Science, 312:1777–1780.
- [Lepetit et al., 2009] Lepetit, T., Akmansoy, E., and Ganne, J.-P. (2009). Experimental measurement of negative index in an all-dielectric metamaterial. Applied Physics Letters, 95(12):121101–121101–3.
- [Li and Huang, 2012] Li, J. and Huang, Y. (2012). Mathematical simulation of cloaking metamaterial structures. Advances in Applied Mathematics and Mechanics, 4(1):93–101.
- [Li and Pendry, 2008] Li, J. and Pendry, J. B. (2008). Hiding under the carpet: A new strategy for cloaking. Phys. Rev. Lett., 101:203901.
- [Li and Viperman, 2014] Li, Q. and Viperman, J. S. (2014). Two-dimensional acoustic cloaks of arbitrary shape with layered structure based on transformation acoustics. Applied Physics Letters, 105:101906.
- [Liu et al., 2013] Liu, D., Gabrielli, L. H., Lipson, M., and Johnson, S. G. (2013). Transformation inverse design. Opt. Express, 21(12):14223–14243.
- [Ma et al., 2008] Ma, H., Qu, S., Xu, Z., and Wang, J. (2008). Numerical method for designing approximate cloaks with arbitrary shapes. Phys. Rev. E, 78:036608.
- [Ma et al., 2009] Ma, J.-J., Cao, X.-Y., Yu, K.-M., and Liu, T. (2009). Determination the material parameters for arbitrary cloak based on poisson’s equation. PIER M, 9:177–184.
- [Mahafza, 2000] Mahafza, B. R. (2000). Radar Systems Analysis and Design Using MATLAB. Chapman & Hall/CRC.
- [Maradudin, 2011] Maradudin, A. A., editor (2011). Structured Surfaces as Optical Metamaterials. Cambridge University Press. Cambridge Books Online.
- [Marqués et al., 2008] Marqués, R., Martín, F., and Sorolla, M. (2008). Metamaterials with Negative Parameters - Theory, Design, and Microwave Applications. John Wiley & Sons, Inc.
- [Mateo-Segura et al., 2014] Mateo-Segura, C., Dyke, A., Dyke, H., Haq, S., and Hao, Y. (2014). Flat luneburg lens via transformation optics for directive antenna applications. Antennas and Propagation, IEEE Transactions on, 62(4):1945–1953.

- [Mathworks, 2015] Mathworks (2015). MATLAB.
- [Meng et al., 2005] Meng, F.-Y., Wu, Q., Wu, J., and Li, L.-W. (2005). Analysis and calculation of effective permittivity for a left-handed metamaterial. In Microwave Conference Proceedings, 2005. APMC 2005. Asia-Pacific Conference Proceedings, volume 2, page 4 pp.
- [METAMORPHOSE, 2007] METAMORPHOSE (2007). Virtual institute for artificial electromagnetic materials and metamaterials - metamorphose vi aisbl. <http://www.metamorphose-vi.org>.
- [Nicolet et al., 2008a] Nicolet, A., Zolla, F., Agha, Y. O., and Guenneau, S. (2008a). Geometrical transformations and equivalent materials in computational electromagnetism. COMPEL: The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering, 27(4):806–819.
- [Nicolet et al., 2008b] Nicolet, A., Zolla, F., and Guenneau, S. (2008b). Finite-element analysis of cylindrical invisibility cloaks of elliptical cross section. Magnetics, IEEE Transactions on, 44(6):1150–1153.
- [Oktem and Saka, 2001] Oktem, M. H. and Saka, B. (2001). Design of multilayered cylindrical shields using a genetic algorithm. Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on, 43(2):170–176.
- [Oldenhuis, 2009] Oldenhuis, R. (2009). Godlike - a robust single- & multi-objective optimizer [online]. available: <http://www.mathworks.de/matlabcentral/fileexchange/24838-godlike-a-robust-single-multi-objective-optimizer>.
- [Otomori et al., 2012] Otomori, M., Andkjaer, J., Sigmund, O., Izui, K., and Nishiwaki, S. (2012). Inverse design of dielectric materials by topology optimization. Progress in Electromagnetic Research, 127:93–120.
- [Otomori et al., 2013] Otomori, M., Yamada, T., Andkjaer, J., Izui, K., Nishiwaki, S., and Kogiso, N. (2013). Level set-based topology optimization for the design of an electromagnetic cloak with ferrite material. IEEE Transactions on Magnetics, 49(5):2081–2084.
- [Padooru et al., 2012] Padooru, Y. R., Yakovlev, A. B., Chen, P.-Y., and Alù, A. (2012). Analytical modeling of conformal mantle cloaks for cylindrical objects using sub-wavelength printed and slotted arrays. Journal of Applied Physics, 112:034907 – 034907–13.

- [Palikaras and Kallos, 2014] Palikaras, G. and Kallos, E. (2014). The gartner hype cycle for metamaterials. In Advanced Electromagnetic Materials in Microwaves and Optics (METAMATERIALS), 2014 8th International Congress on, pages 397–399.
- [Paul et al., 2012] Paul, O., Urzhumov, Y., Elsen, C., Smith, D., and Rahm, M. (2012). Construction of invisibility cloaks of arbitrary shape and size using planar layers of metamaterials. Journal of Applied Physics, 111(12):123106–123106–8.
- [Pendry, 2009] Pendry, J. (2009). Taking the wraps off cloaking. Physics, 2.
- [Pendry et al., 1998] Pendry, J. B., Holden, A. J., Robbins, D. J., and Stewart, W. J. (1998). Low frequency plasmons in thin-wire structures. Journal of Physics: Condensed Matter, 10:4785–4809.
- [Pendry et al., 1999] Pendry, J. B., Holden, A. J., Robbins, D. J., and Stewart, W. J. (1999). Magnetism from conductors and enhanced nonlinear phenomena. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, 47(11):2075–2084.
- [Pendry et al., 1996] Pendry, J. B., Holden, A. J., Stewart, W. J., and Youngs, I. (1996). Extremely low frequency plasmons in metallic mesostructures. Physical Review Letters, 76(25):4773–4776.
- [Pendry et al., 2006] Pendry, J. B., Schurig, D., and Smith, D. R. (2006). Controlling electromagnetic fields. Science, 312:1780–1782.
- [Peng et al., 2011] Peng, L., Ran, L., and Mortensen, N. A. (2011). The scattering of a cylindrical invisibility cloak: reduced parameters and optimization. Journal of Physics D: Applied Physics, 44(13):135101.
- [Popa and Cummer, 2008] Popa, B.-I. and Cummer, S. A. (2008). Compact dielectric particles as a building block for low-loss magnetic metamaterials. Phys. Rev. Lett., 100:207401.
- [Popa and Cummer, 2009] Popa, B.-I. and Cummer, S. A. (2009). Cloaking with optimized homogeneous anisotropic layers. Phys. Rev. A, 79:023806.
- [Popa and Cummer, 2010] Popa, B.-I. and Cummer, S. A. (2010). Design of layered transformation-optics devices of arbitrary shape. Phys. Rev. A, 82:033837.
- [Price et al., 2005] Price, K., Storn, R. M., and Lampinen, J. A. (2005). Differential Evolution - A Practical Approach to Global Optimization. Springer.

- [Qiu et al., 2009] Qiu, C.-W., Hu, L., Zhang, B., Wu, B.-I., Johnson, S. G., and Joannopoulos, J. D. (2009). Spherical cloaking using nonlinear transformations for improved segmentation into concentric isotropic coatings. Optics Express, 17(16).
- [Quevedo-Teruel et al., 2013] Quevedo-Teruel, O., Tang, W., Mitchell-Thomas, R. C., Dyke, A., Dyke, H., Zhang, L., Haq, S., and Hao, Y. (2013). Transformation optics for antennas: why limit the bandwidth with metamaterials? SCIENTIFIC REPORTS, 3(1903).
- [Rahm et al., 2008] Rahm, M., Schurig, D., Roberts, D. A., Cummer, S. A., Smith, D. R., and Pendry, J. B. (2008). Design of electromagnetic cloaks and concentrators using form-invariant coordinate transformations of maxwell s equations. Photonics and Nanostructures - Fundamentals and Applications, 6(1):87–95.
- [Rotman, 1962] Rotman, W. (1962). Plasma simulation by artificial dielectrics and parallel-plate media. Antennas and Propagation, IRE Transactions on, 10(1):82–95.
- [Ruan et al., 2007] Ruan, Z., Yan, M., Neff, C. W., and Qiu, M. (2007). Ideal cylindrical cloak: Perfect but sensitive to tiny perturbations. Phys. Rev. Lett., 99:113903.
- [Schüßler et al., 2012] Schüßler, M., Mandel, C., Puentes, M., and Jakoby, R. (2012). Metamaterial inspired microwave sensors. In IEEE Microwave Magazine (for the Microwave & Wireless Engineer), volume 13, pages 57–68.
- [Schurig et al., 2006a] Schurig, D., Mock, J. J., Justice, B. J., Cummer, S. A., Pendry, J. B., Starr, A. F., and Smith, D. R. (2006a). Metamaterial electromagnetic cloak at microwave frequencies. Science, 314:977–980.
- [Schurig et al., 2006b] Schurig, D., Pendry, J. B., and Smith, D. R. (2006b). Calculation of material properties and ray tracing in transformation media. Optical Express, 14(21):9794–9804.
- [Sebastian, 2008] Sebastian, M. T. (2008). Dielectric Materials for Wireless Communication. Elsevier.
- [Shelby et al., 2001] Shelby, R. A., Smith, D. R., and Schultz, S. (2001). Experimental verification of a negative index of refraction. Science, 292:77–79.
- [Sihvola, 2007] Sihvola, A. (2007). Metamaterials in electromagnetics. Metamaterials, 1(1):2–11.

- [Skolnik, 2008] Skolnik, M. I. (2008). Radar Handbook. McGraw-Hill, third edition.
- [Smith and Kroll, 2000] Smith, D. R. and Kroll, N. (2000). Negative refractive index in left-handed materials. Physical Review Letters, 85:2933–2936.
- [Smith et al., 2000] Smith, D. R., Padilla, W. J., Vier, D. C., Nemat-Nasser, S. C., and Schultz, S. (2000). Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity. Physical Review Letters, 84(18):4184–4187.
- [Song et al., 2013] Song, W., Shi, R., and Sheng, X. (2013). Optimization towards broadband cylindrical cloaks with layered magnetic materials. Prog. Electromagn. Res. Lett., 36:87–101.
- [Soric et al., 2013] Soric, J. C., Chen, P. Y., Kerkhoff, A., Rainwater, D., Melin, K., and Alù, A. (2013). Demonstration of an ultralow profile cloak for scattering suppression of a finite-length rod in free space. New Journal of Physics, 15(3):033037.
- [Takezawa and Kitamura, 2013] Takezawa, A. and Kitamura, M. (2013). Enhancement of non-resonant dielectric cloaks using anisotropic composites.
- [Ting-Hua et al., 2014] Ting-Hua, L., Ming, H., Jing-Jing, Y., Gang, Y., and Guang-Hui, C. (2014). Inverse design-based metamaterial transparent device and its multilayer realization. Chinese Physics B, 23(5):054102.
- [Urroz, 2001] Urroz, G. E. (2001). Partial Differential Equations with SCILAB.
- [Urzhumov et al., 2010] Urzhumov, Y., Ghezzo, F., Hunt, J., and Smith, D. R. (2010). Acoustic cloaking transformations from attainable material properties. New Journal of Physics, 12(7):073014.
- [Urzhumov et al., 2011] Urzhumov, Y. A., Kundtz, N. B., Smith, D. R., and Pendry, J. B. (2011). Cross-section comparisons of cloaks designed by transformation optical and optical conformal mapping approaches. Journal of Optics, 13(2):024002.
- [Vacus and Saint-Flour, 2015] Vacus, O. and Saint-Flour, C. (2015). Res computations of targets with plasmonic coatings. EPJ Applied Metamaterials, 2:16.
- [Veremey and Ferraro, 1998] Veremey, A. and Ferraro, A. (1998). Genetic algorithm optimization of radar cross section of cylindrical scatterers. In Antennas and Propagation Society International Symposium, 1998. IEEE, volume 2, pages 1288–1291 vol.2.

- [Veselago, 1968] Veselago, V. G. (1968). The eletrodynamics of substances with simultaneously negative values of ε and μ . Soviet Physics Uspekhi, 10(4):509–514.
- [Wang et al., 2011] Wang, X., Chen, F., Hook, S., and Semouchkina, E. (2011). Microwave cloaking by all-dielectric metamaterials. In Antennas and Propagation (APSURSI), 2011 IEEE International Symposium on, pages 2876–2878.
- [Wang et al., 2013] Wang, X., Chen, F., and Semouchkina, E. (2013). Implementation of low scattering microwave cloaking by all-dielectric metamaterials. Microwave and Wireless Components Letters, IEEE, 23(2):63–65.
- [Wang and Semouchkina, 2013] Wang, X. and Semouchkina, E. (2013). A route for efficient non-resonance cloaking by using multilayer dielectric coating. Appl. Phys. Lett., 102(11):113506.
- [Ward and Pendry, 1996] Ward, A. J. and Pendry, J. B. (1996). Refraction and geometry in maxwell’s equations. Journal of Modern Optics, 43(4):773–793.
- [Wood et al., 2006] Wood, B., Pendry, J. B., and Tsai, D. P. (2006). Directed subwavelength imaging using a layered metal-dielectric system. Phys. Rev. B, 74:115116.
- [Wu et al., 2009] Wu, Q., Zhang, K., yi Meng, F., and Li, L.-W. (2009). Material parameters characterization for arbitrary n-sided regular polygonal invisible cloak. Journal of Physics D: Applied Physics, 42(3):035408.
- [Xi et al., 2009] Xi, S., Chen, H., Zhang, B., Wu, B.-I., and Kong, J. A. (2009). Route to low-scattering cylindrical cloaks with finite permittivity and permeability. Phys. Rev. B, 79:155122.
- [Xiao and LinZhi, 2013] Xiao, H. and LinZhi, W. (2013). Design of two dimensional nonsingular internal-external cloaks with arbitrary cross-section. SCIENCE CHINA Physics, Mechanics & Astronomy, 56(7):1373–1383.
- [Xin-Hu et al., 2010] Xin-Hu, W., Shao-Bo, Q., Song, X., Bin-Ke, W., Zhuo, X., Hua, M., Jia-Fu, W., Chao, G., Xiang, W., Lei, L., and Hang, Z. (2010). Nonsingularity in two-dimensional cylindrical invisible cloaks. Chin. Phys. B, 19(6).
- [Xu et al., 2015] Xu, J., Jiang, X., Fang, N., Georget, E., Abdeddaim, R., Geffrin, Jean-Michel, Farhat, M., Sabouroux, P., Enoch, S., and Guenneau, S. (2015). Molding acoustic, electromagnetic and water waves with a single cloak. Scientific Reports, 5:10678.

- [Xu et al., 2012] Xu, S., Cheng, X., Xi, S., Zhang, R., Moser, H. O., Shen, Z., Xu, Y., Huang, Z., Zhang, X., Yu, F., Zhang, B., and Chen, H. (2012). Experimental demonstration of a free-space cylindrical cloak without superluminal propagation. Physical Review Letters, 109(223903).
- [Yan et al., 2007] Yan, M., Ruan, Z., and Qiu, M. (2007). Scattering characteristics of simplified cylindrical invisibility cloaks. Opt. Express, 15(26):17772–17782.
- [Yan et al., 2009] Yan, M., Yan, W., and Qiu, M. (2009). Invisibility cloaking by coordinate transformation. volume 52 of Progress in Optics, pages 261 – 304. Elsevier.
- [Yao et al., 2009] Yao, K., Li, C., and Li, F. (2009). Two-dimensional dissimilar electromagnetic cloak for irregular regions. Applied Physics B, 96(2-3):355–361.
- [Yu et al., 2011] Yu, Z., Feng, Y., Xu, X., Zhao, J., and Jiang, T. (2011). Optimized cylindrical invisibility cloak with minimum layers of non-magnetic isotropic materials. Journal of Physics D: Applied Physics, 44(18):185102.
- [Zhang et al., 2007] Zhang, B., Chen, H., Wu, B.-I., Luo, Y., Ran, L., and Kong, J. A. (2007). Response of a cylindrical invisibility cloak to electromagnetic waves. Phys. Rev. B, 76:121101.
- [Zhao et al., 2009] Zhao, Q., Zhou, J., Zhang, F., and Lippens, D. (2009). Mie resonance-based dielectric metamaterials. Materials Today, 12(12):60 – 69.
- [Zharova et al., 2013] Zharova, N. A., Jr., A. A. Z., and Zharov, A. A. (2013). Near perfect nonmagnetic invisibility cloaking. Physical Review A, 88(053818).