

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
FACULDADE DE EDUCAÇÃO

Lucinéia Barbosa da Silva

**O ENSINO-APRENDIZAGEM DA MULTIPLICAÇÃO DE NÚMEROS NATURAIS
NO 5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL**

Linha de Pesquisa: Educação Matemática

BELO HORIZONTE

2019

**O ENSINO-APRENDIZAGEM DA MULTIPLICAÇÃO DE NÚMEROS NATURAIS
NO 5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* do Mestrado Profissional em Educação e Docência da Faculdade de Educação da UFMG, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre.
Orientadora: Profa. Dra. Samira Zaidan

Área de concentração: Educação matemática
Orientadora: Samira Zaidan

S586e
T

Silva, Lucinéia Barbosa da, 1982-

O ensino-aprendizagem da multiplicação de números naturais no 5º ano do ensino fundamental [manuscrito] / Lucinéia Barbosa da Silva. - Belo Horizonte, 2019.

200 f. : enc, il.

Dissertação -- (Mestrado) - Universidade Federal de Minas Gerais, Faculdade de Educação.

Orientadora: Samira Zaidan.

Bibliografia: f. 141-144.

Apêndices: f. 145-200.

1. Educação -- Teses. 2. Matemática (Ensino fundamental) -- Estudo e ensino -- Teses. 3. Matemática (Ensino fundamental) -- Métodos de ensino -- Teses. 4. Multiplicação -- Estudo e ensino (Ensino fundamental) -- Teses. 5. Aritmética -- Estudo e ensino (Ensino fundamental) -- Teses. 6. Números naturais -- Estudo e ensino (Ensino fundamental) -- Teses. 7. Aprendizagem -- Teses.

I. Título. II. Zaidan, Samira. III. Universidade Federal de Minas Gerais, Faculdade de Educação.

CDD- 372.72

Catálogo da Fonte : Biblioteca da FaE/UFMG (Setor de referência)

Bibliotecário: Ivanir Fernandes Leandro CRB: MG-002576/O



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO E DOCÊNCIA/MP

UFMG

FOLHA DE APROVAÇÃO

O ensino da multiplicação de números naturais no 5º ano do Ensino Fundamental

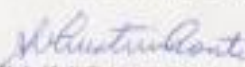
LUCINÉIA BARBOSA DA SILVA

Dissertação submetida à Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em EDUCAÇÃO E DOCÊNCIA/MP, como requisito para obtenção do grau de Mestre em EDUCAÇÃO E DOCÊNCIA, área de concentração ENSINO E APRENDIZAGEM.

Aprovada em 19 de dezembro de 2019, pela banca constituída pelos membros:


Prof(a) Samira Zaidan - Orientador
Universidade Federal de Minas Gerais


Prof(a) Ana Rafaela Correia Ferreira
Universidade Federal de Minas Gerais


Prof(a) Keli Cristina Conti
UFMG

Belo Horizonte, 19 de dezembro de 2019.



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO E DOCÊNCIA/MP

UFMG

ATA DA DEFESA DA DISSERTAÇÃO DA ALUNA LUCINÉIA BARBOSA DA SILVA

Realizou-se no dia 19 de dezembro de 2019, às 09:00 horas, Sala 415- FaE/UFMG, da Universidade Federal de Minas Gerais, a 199ª defesa de dissertação intitulada *O ensino da multiplicação de números naturais no 5º ano do Ensino Fundamental*, apresentada por LUCINÉIA BARBOSA DA SILVA, número de registro 2018666406, graduada no curso de PEDAGOGIA, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em EDUCAÇÃO E DOCÊNCIA, à seguinte Comissão Examinadora: Prof(a). Samira Zaidan - Orientadora (Universidade Federal de Minas Gerais), Prof(a). Ana Rafaela Correia Ferreira (Universidade Federal de Minas Gerais), Prof(a). Keil Cristina Conti (Universidade Federal de Minas Gerais).


A Comissão considerou a dissertação:

- Aprovada
 Reprovada
 Aprovada com indicação de correções

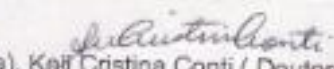
A Banca sugeriu e o candidato acatou a mudança do título da dissertação para:

O ensino-aprendizagem da multiplicação de
Números Naturais no 5º Ano do Ensino Fundamental

Finalizados os trabalhos, lavrei a presente ata que, lida e aprovada, vai assinada por mim e pelos membros da Comissão.
Belo Horizonte, 19 de dezembro de 2019.


Prof(a). Samira Zaidan (Doutora)


Prof(a). Ana Rafaela Correia Ferreira (Doutora)


Prof(a). Keil Cristina Conti (Doutora)

Dedico a você Professor, a você Professora, que assim como eu, tenta, a cada dia, vencer os diversos obstáculos encontrados no caminho da Educação, acreditando que, mesmo com tantas dificuldades, pode fazer a diferença na vida de alguém, tornando o mundo um pouco melhor.

AGRADECIMENTOS

O meu sonho mesmo era me formar na faculdade e dar, à minha mãe, a alegria de ter uma filha graduada, com perspectivas de vida mais promissoras. Sempre que penso o quanto somos desvalorizadas em nossa profissão, lembro-me do orgulho que minha mãe sente ao dizer que tem uma filha professora.

Nunca me imaginei fazendo Mestrado; na UFMG, então? Isso nunca passou pelos meus pensamentos, por isso, caminhar para o final de um processo marcado por muito trabalho, angústias e, muitas vezes, sofrimento, é motivo de alegria e de agradecimentos.

Agradeço a Deus por ter colocado em meu caminho pessoas que me inspiram e me apoiam, como minha mãe Dealucia e meu marido Daniel. Junto com eles, Deus me deu uma família linda, com direito a irmãos, irmãs, sogro e sogra, cunhadas, cunhados e um sobrinho, que é só alegria!!!

Como eu precisava de mais, para trilhar este caminho árduo, Deus permitiu a presença ao meu lado, dos professores da Linha de Educação Matemática, instigando-me e causando-me muitas dúvidas para que, assim, eu pudesse enxergar o que eu queria, verdadeiramente.

Ao lado deles, meus colegas da turma 2018: Cristalina, Gesiel, Amanda, Nayara e Adelaide. Como essa parceria foi importante!

Ainda assim, eu precisaria de alguém, mais efetivamente, mostrando-me em que eu deveria melhorar. Então, veio Samira Zaidan, com sua tranquilidade, sabedoria, disposição, sugestões, muitas revisões e muito carinho para favorecer o desenvolvimento deste trabalho.

Com tudo isso, ainda faltava trabalhar em um lugar onde me sinto acolhida, respeitada e apoiada e conseguir a licença para aperfeiçoamento profissional . E assim, Deus me deu a Escola Municipal Milton Campos, carinhosamente, chamada de Emilcam, lugar que cheguei em 2016 e está me proporcionando um enorme crescimento pessoal e profissional. E também permitiu a licença concedida pela Secretaria Municipal de Educação de Belo Horizonte.

Obrigada a todos pela força e incentivo!

RESUMO

Esta dissertação expõe apontamentos acerca das angústias e dificuldades vividas como professora que ensina Matemática. Com base em reflexões e, principalmente, em estudos realizados, apresentamos como questão norteadora da pesquisa: compreender a multiplicação e seus processos. Como objetivo geral: investigar a compreensão dos processos de ensino e aprendizagem da multiplicação com Números Naturais pelos estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental. Além disso, buscamos: identificar estudos sobre a multiplicação de Números Naturais e sobre o ensino de multiplicação de Números Naturais, procurando compreender o próprio conteúdo matemático e explorar possibilidades de ensino; problematizar as estratégias propostas; analisar os procedimentos desenvolvidos pelos estudantes do 5º ano quando resolvem problemas e atividades envolvendo a multiplicação e analisar como as interações podem favorecer o aprendizado. Nossa pesquisa situa-se em uma abordagem qualitativa e, de acordo com Penteado (2010), trata-se de uma pesquisa-ensino, em que a pesquisadora é também a professora das turmas consideradas. Em termos teóricos, abordamos a evolução dos números, bem como as características do conjunto dos Números Naturais; as ideias e características da multiplicação; o aluno como sujeito ativo no processo de construção do conhecimento e, também, as metodologias que favorecem a prática pedagógica que vise a essa construção. Nossas fontes de dados constituem-se de nove encontros, totalizando 16 horas/aula, com três turmas de 5º ano do Ensino Fundamental, das quais elegemos uma sala para compor o universo pesquisado. Como registros, temos as atividades realizadas pelos alunos que foram fotografadas, as impressões de uma pesquisadora auxiliar que atuou nos desdobramentos das atividades juntamente com a pesquisadora e, também, as impressões da própria pesquisadora, ambas registradas em diário de campo. Como resultados, apontamos que mesmo com um índice alto de erros, pois os alunos ainda se encontravam em processo de consolidação dos conhecimentos acerca do assunto tratado, o trabalho com as quatro ideias da multiplicação foi um caminho adequado para favorecer a compreensão e o desenvolvimento das habilidades operatórias, com destaque para a interação e o envolvimento dos alunos, que se configuraram em elementos essenciais em um ambiente de aprendizagem colaborativo, confirmando que as relações entre alunos, professor e conhecimento são fundamentais quando se coloca o estudante como sujeito ativo na construção do conhecimento. Apresentamos, como recurso educativo, a sequência didática desenvolvida com os alunos, reformulada e com considerações pertinentes que poderão enriquecer a prática pedagógica de outros docentes.

Palavras-chave: . Multiplicação. Ensino-aprendizagem. Pesquisa-ensino. Sequência didática. Educação Matemática.

ABSTRACT

This thesis exposes matters concerning the difficulties faced as a teacher who lectures Mathematics. Based on reflections and primarily on research, we present this work aiming to: comprehend multiplication and its process. The overall goal is to investigate the comprehension of the teaching and learning processes of natural numbers multiplication with students coursing the fifth year of elementary school. Furthermore, we seek to identify studies on natural numbers and natural numbers multiplication, in order to promote understanding of the subject matter itself and the exploration of different teaching possibilities; to problematize the proposed strategies; to analyze the procedures developed by the fifth year elementary school students when participating in and solving problems involving multiplication; and to analyze how interaction can contribute to the learning process. Our research is based on a qualitative approach, and, according to Penteado (2010), can be classified as a teaching-research - the type in which the researcher is also the teacher in the analyzed classes. Concerning the theoretical aspects, we address the evolution of numbers, as well as the characteristics of the Natural Numbers set; the ideas and characteristics of multiplication; the student as an active agent in the construction of knowledge; and also the methodologies that favor the pedagogic practices which allow such construction. Our data consists of nine meetings that totalize sixteen class hours, realized with three groups of students coursing the fifth year of elementary school, from which we picked one to compose our study's universe. Our registered data is composed of photographed activities performed by the students, the impressions of an auxiliary researcher who acted on the unfolding of those activities along with the researcher, besides the impressions of the researcher herself - all documented on a field journal. Our results point that in spite of the high incidence of mistakes by students, who were still consolidating their knowledge concerning the subject matter - the developed work involving the four ideas of multiplication was adequate in favoring comprehension and the evolution of mathematics operation abilities, especially in regards to the students' interaction, who played an essential role in setting up a collaborative learning environment, confirming that the relationship between teachers, students and knowledge is fundamental when students are active agents in the construction of knowledge. We present, as educational resource, the didactic sequence developed with the students, reformulated and enriched with relevant considerations that will be able to improve the pedagogic practices of other teachers.

Keywords: Multiplication. Teaching-learning process. Teaching research. Following teaching. Mathematics education.

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO.....	11
CAMINHADA ATÉ O PROMESTRE	14
1 PRESSUPOSTOS TEÓRICOS	19
1.1 Um pouco de história.....	19
1.2 O conjunto dos Números Naturais e o seu ensino	24
1.3 Multiplicação.....	28
1.4 A multiplicação analisada em alguns estudos.....	31
1.5 A importância do aluno como sujeito ativo no processo de ensino-aprendizagem	38
2 A PESQUISA.....	43
2.1 Modalidade da pesquisa	43
2.2 Universo da Pesquisa.....	44
2.3 As aulas de Matemática	46
2.4 Participantes da Pesquisa.....	47
2.5 Procedimentos	50
2.6 A sequência didática.....	52
3 DESCRIÇÃO E ANÁLISE DAS ATIVIDADES.....	55
3.1 Atividade 1: A BOTA DE MUITAS LÉGUAS	55
3.1.1 Considerações sobre a atividade	61
3.2 Atividade 2: EXPLORAÇÃO DA ATIVIDADE 1 – A BOTA DE MUITAS LÉGUAS	63
3.2.1 Considerações sobre a atividade	69
3.3 Atividade 3: SITUAÇÕES-PROBLEMA	72
3.3.1 Considerações sobre a atividade	74
3.4 Atividade 4: TROCA-TROCA.....	81
3.4.1 Considerações sobre a atividade	84
3.5 Atividade 5: SITUAÇÕES-PROBLEMA	87
3.5.1 Considerações sobre a atividade	93
3.6 Atividade 6: SÍNTESE	98
3.6.1 Considerações sobre a atividade	99
3.7 Atividade 7: MULTIPLICAÇÃO COM MALHA QUADRICULADA	105
3.7.1 Considerações sobre a atividade	107
3.8 Atividade 8: MULTIPLICAÇÃO COM FICHAS COLORIDAS	115
3.8.1 Considerações sobre a atividade	118
3.9 Atividade 9: JOGO DA MEMÓRIA	122

3.9.1 Considerações sobre a atividade	126
3.10 Análise da experiência	134
4 CONSIDERAÇÕES FINAIS	136
REFERÊNCIAS	141
APÊNDICE A - TCLE modelo para pais	145
APÊNDICE B - TALE modelo para alunos	147
APÊNDICE C - TCLE modelo para direção da escola	149
APÊNDICE D - RECURSO EDUCATIVO	151

APRESENTAÇÃO

Este trabalho é o resultado de estudos e reflexões iniciados em minha caminhada docente. As dificuldades apresentadas pelos alunos no entendimento das ideias que envolvem as operações direcionaram-me ao Mestrado Profissional Educação e Docência - Promestre em 2018, aspirando estabelecer contato com autores que, há muito, estudam essas questões, no âmbito da Educação Matemática.

Abordar as questões envolvendo as quatro operações é um assunto muito extenso para dois anos de estudo, assim, decidimos focar nosso trabalho no ensino da multiplicação, por acreditar que o nível de dificuldade apresentado pelos alunos, nessa área, destaca-se, de acordo com os acompanhamentos pedagógicos realizados com as turmas.

Devido à dúvida dos estudantes sobre qual operação realizar, comecei a me incomodar, interrogando-me como melhorar o aprendizado dos meus alunos? Como abordar a multiplicação sem que o algoritmo fosse o alvo principal?

Com base nesses questionamentos e após lapidar nosso projeto, ficou claro que eu precisava compreender a multiplicação e seus processos, constituindo assim a questão norteadora da pesquisa. Em sequência, buscamos como objetivo geral investigar a compreensão dos processos de ensino e aprendizagem da multiplicação com Números Naturais pelos estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental.

Além disso, buscamos: identificar estudos sobre a multiplicação de Números Naturais e sobre o ensino de multiplicação de Números Naturais, procurando compreender o próprio conteúdo matemático e explorar possibilidades de ensino; problematizar as estratégias de ensino, analisar os procedimentos desenvolvidos pelos estudantes do 5º ano ao resolverem problemas e atividades envolvendo a multiplicação, e analisar como as interações de maneira colaborativa podem favorecer o aprendizado. Para isso, nossas ações metodológicas foram: identificar estudos sobre a resolução de problemas, materiais didáticos e metodologias de ensino colaborativas, especificamente focando a multiplicação de Números Naturais; elaborar uma sequência didática criativa e atraente, abrangendo as ideias da multiplicação, de modo que pudesse favorecer um aprendizado de forma colaborativa para os alunos do 5º ano do Ensino Fundamental, desenvolver a sequência em sala de aula, bem como descrever e analisar seus desdobramentos.

Nomeamos aprendizagem colaborativa aquela que ocorre por meio do contato entre os alunos, em uma constante negociação de significados em que o diálogo e a confiança são fundamentais, as experiências e conhecimentos são diferentes, mas todos se beneficiam (NACARATO, MENGALI e PASSOS, 2011).

Contamos com a colaboração da colega Mestranda Cristalina Teresa Rocha Mayrink que atuou como Pesquisadora Auxiliar nos desdobramentos da sequência didática desenvolvida com os alunos.

As fontes de dados para o estudo foram colhidas e registradas em nove encontros com a turma, resultando em 16 horas/aula de Matemática. Foram objetos de análise, as anotações em diário de campo da pesquisadora e, também, da Pesquisadora Auxiliar e os registros dos alunos nas atividades que foram fotografadas. A transcrição das opiniões dos alunos – gravadas em áudio sobre o desenvolvimento da sequência didática – foi utilizada para demonstrar sua participação e envolvimento.

Nossas análises foram pautadas no desenvolvimento das atividades, ou seja, tivemos, como foco principal, o modo como os alunos resolveram o que foi proposto, bem como as interações estabelecidas entre eles.

A sequência didática compõe-se de nove atividades envolvendo quatro ideias da multiplicação: ideia aditiva, proporcionalidade, raciocínio combinatório e organização retangular. Tais atividades foram elaboradas/organizadas com base nas pesquisas em livros didáticos e de acordo com as necessidades apresentadas pela turma, considerando o acompanhamento realizado por mim, como professora.

Realizamos as atividades nas três turmas de 5^o ano do Ensino Fundamental, nas quais ministrei aulas de Matemática, mas, para efeito da pesquisa, elegemos a Sala 2, por considerar que os alunos estão em um nível intermediário de aprendizagem. Entretanto, abordaremos os fatos ocorridos nas outras turmas sempre que julgarmos pertinente, com o intuito de enriquecer nosso trabalho.

Para fundamentar nossa pesquisa com relação à construção histórica dos números e, também, tratar sobre as características do conjunto de Números Naturais, fundamentamo-nos em Caraça (1998), Eves (2004), Guelli (1992), Centurión (1994) e Bigode e Gimenez (2009). Ao dissertarmos sobre a multiplicação, baseamo-nos, principalmente, em Carraher (2005), Ramos (2009) e Bigode e Frant (2011). Sobre a prática pedagógica, resolução de problemas e metodologias

colaborativas, buscamos referências em Caldeira e Zaidan (2010), em Smole e Diniz (2001), Cavalcanti (2001) e Conti e Longo (2017).

Para que avancemos nas questões apresentadas, a dissertação está estruturada da seguinte forma: primeiramente, apresentamos a "Caminhada até o Promestre", em que se abordou um pouco de minha trajetória até chegar ao mestrado na UFMG; em seguida, o Capítulo 1 "Pressupostos teóricos", que se refere, ligeiramente, à história da construção dos números; as características do conjunto dos Números Naturais; a multiplicação envolvendo os aspectos ensino e aprendizagem; a multiplicação em estudos realizados e, por fim, elementos que constituem a prática pedagógica nas aulas de Matemática, bem como a resolução de problemas como metodologia colaborativa; Capítulo 2 "A Pesquisa", caracterizamos a modalidade de nossa pesquisa; apresentamos o universo pesquisado, bem como os participantes; os procedimentos adotados e um resumo da sequência desenvolvida com os alunos; Capítulo 3 "Descrição e Análise das atividades", relatamos a experiência realizada juntamente com as impressões, problematizações e registro das opiniões dos alunos acerca do trabalho desenvolvido. Em seguida, apresentamos uma análise sobre a experiência de modo geral e as "Considerações finais", em que registramos reflexões sobre o estudo realizado e o que aprendemos; as referências bibliográficas utilizadas em nossos estudos. Nos apêndices constam o TCLE – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido para os pais, TALE - Termo de Assentimento Livre e Esclarecido para os alunos, pedido de autorização para a direção da escola e o recurso educativo.

CAMINHADA ATÉ O PROMESTRE

Revisitando minha memória, lembro que a brincadeira mais comum no período da infância era a escolinha; eu era sempre a professora e dizia para minha mãe que era o que queria ser quando crescesse. Frequentei a escola somente por esforço da minha mãe, que trabalhava incessantemente para manter os filhos na escola, essa não tinha valor para o meu pai. Minha mãe sempre fez de tudo, até capinar lotes, porém, o trabalho mais comum era de diarista, com o qual nos mantinha financeiramente. Ela sempre dizia que não queria que eu seguisse os seus passos, queria ver-me formada e trabalhando em outras áreas. Essa realidade vivida mostra um esforço familiar de avançar nas condições de vida, impulsionado pela mãe.

Minha trajetória escolar foi marcada por boas notas e poucas dificuldades no aprendizado. Sempre contava com a ajuda das amigas para sanar as dúvidas que apareciam no meio do processo.

Voltei ao meu passado, revendo meu histórico escolar. Verifiquei que o meu rendimento era bom tanto em Matemática quanto em Língua Portuguesa, apresentava ótimas notas! Ministrei aula particular de Matemática, quando cursava o Ensino Médio, pois era a disciplina mais temida pelos meus colegas.

A escola sempre foi, para mim, um lugar prazeroso. Era lá o meu passeio e onde eu estabelecia boas relações tanto com meus pares quanto com os professores. Não tive nenhum professor em específico, que tenha me marcado profundamente, talvez por não lecionarem para a mesma turma, por anos consecutivos ou pela prática muito parecida, marcada por aulas expositivas, como ressalta Cristovão (2001). Apesar disso, tive boas histórias com vários.

Terminei o Ensino Médio e tentei ingressar-me na faculdade por meio do vestibular. Há quase 20 anos, as oportunidades eram bem escassas, não tínhamos as possibilidades que os jovens atuais têm para acessar o Ensino Superior. Também não poderia pagar cursinho preparatório, quiçá, uma instituição privada.

Aos 20 anos, consegui um emprego em um restaurante, trabalhei por um ano e fui dispensada. Para minha alegria, pude me dedicar ao cursinho preparatório em 2003 e, finalmente, em 2004, ingressei no Curso de Pedagogia na UEMG – Universidade do Estado de Minas Gerais.

Interessava-me trabalhar na área da educação, mas, com a experiência dos estágios, nada animadora, estava certa de que não queria mais ser professora. Porém, por necessidade financeira, comecei a atuar como professora e, para minha surpresa, gostei. Desde 2009, estou nessa profissão. Como estava gostando da área, fiz o concurso para ingressar na Rede Municipal de Belo Horizonte-MG, fui aprovada, nomeada e, há oito anos, atuo nessa Rede.

Antes de assumir o cargo, eu trabalhava na PUC Minas Virtual, com EAD (Educação a Distância), e, também, em uma escola particular, da qual tive que desistir para atuar na Rede Municipal. A EAD me mostrou outro aspecto da educação que, sob o meu ponto de vista, funciona bastante, mas é alvo de muito preconceito. Tive experiência como aluna e como tutora, ambos precisam de muita disciplina e dedicação para não se perder nos estudos e poder orientar bem os estudantes.

As relações que estabeleci com o grupo de tutores na EAD me ajudaram como professora na escola particular, onde atuava com Educação Infantil. Era minha primeira experiência em sala de aula, em um ambiente bem hostil, pois havia uma relação de competição entre as professoras. A maioria das tutoras era professora com muita experiência em escolas particulares, e pude contar, também, com um tutor que era coordenador em uma escola pública. Recebi várias orientações sobre a postura em sala, como abordar os alunos, como conversar com os pais, como registrar as atividades que fazia em sala com os alunos, e, também como deixar a coordenação sempre ciente do que estava acontecendo. A parceria foi tão boa que eu consegui encontrar meu caminho dentro da escola que estava, conquistar o respeito das colegas e a confiança dos gestores.

Foi difícil renunciar à escola particular, pois estava saindo de um universo que, de hostil, tornou-se agradável e cômodo, para entrar em um universo desconhecido e que só me amedrontava. Fui nomeada para a Escola Municipal Padre Guilherme Peters, dentro do Aglomerado da Serra, na cidade de Belo Horizonte. Vários fatores contribuíram para uma sofrida adaptação: a distância – morava em Venda Nova e me deslocava para a Serra – uma gama de dificuldades em virtude do nosso precário serviço de transporte público coletivo; a fome, pois para não haver atraso, não havia tempo de almoçar, deveria sair cedo de casa, por volta das 10 horas, para chegar às 13h. Nem sempre um salgado sustentava!

Apesar dessas dificuldades, o que mais “doía” era a mudança radical no público atendido e na forma de trabalhar. As crianças malcuidadas por suas famílias, agitadíssimas, e os palavrões? Nunca tinha ouvido tantos palavrões em minha vida! Vivi o que alguns autores chamam de “choque da realidade.”¹ Pouco a pouco, fui percebendo que a Escola era para eles um lugar que podiam se divertir e, conhecendo algumas famílias tinha a certeza de que os alunos eram ótimos, tendo em vista o histórico familiar, marcado por sofrimento, drogas, abandono e pobreza. Entretanto, todas essas dificuldades fizeram com que eu pudesse vislumbrar novas maneiras de ensinar, sobretudo, confrontando as práticas com a escola particular onde eu trabalhava que era bem tradicional. Minha identidade como professora, que começou a ser formada na instituição privada, tem continuidade na rede pública.

Tornar-se responsável pelo desenvolvimento e aprendizado de uma turma é um desafio constante que, na instituição particular, funcionava bem com o modelo tradicional, mesmo tendo momentos de músicas, brincadeiras e alguns projetos desenvolvidos. Já, na escola em que comecei minha trajetória na Rede Municipal, o tradicionalismo não foi suficiente. Além disso, meus alunos, em grande parte, não podiam contar com o apoio familiar em sua vida escolar, o que me frustrava bastante, pois não havia a parceria que eu tinha na instituição particular. Dessa maneira, a busca por novas formas de ensinar tornou-se parte do meu cotidiano.

Na Escola Municipal Padre Guilherme Peters, atuei como professora de apoio², em turmas de 1º e 2º ano do Ensino Fundamental, com o ensino de Geografia, História, Ciências e Arte. Aos poucos, fui encontrando meu caminho e me identificando com muitas das histórias dos meus alunos. Conquistei meu espaço dentro da escola e cresci muito! Meu trabalho, dentro da Arte, resultou em duas exposições belas e marcantes na Rodoviária de Belo Horizonte³, uma em 2012, com os trabalhos sobre os artistas Romero Britto e Gustavo Rosa. A outra foi em 2013, em parceria com a professora Denise Goulart, com o Projeto Brinquedos e Brincadeiras de Criança, com obras de Ivan Cruz.

¹ Garcia (1999), Lima (2006), Mariano (2006), em síntese, denominam “choque da realidade” o período vivido pelo professor iniciante, diante das complexidades da situação profissional, ao se deparar com a diferença entre o idealizado e o encontrado na realidade das escolas.

² Denominamos professora de apoio aquela que frequenta várias turmas, dividindo o ensino das disciplinas com a professora regente (a que permanece mais tempo com uma única turma).

³ A Prefeitura de Belo Horizonte dedicava um espaço público que acolhia o encontro entre a arte e o cidadão que transitava pela Rodoviária de Belo Horizonte.

Em 2014, consegui a tão sonhada transferência para mais perto de minha casa e comecei a trabalhar na Escola Municipal Aduino Lúcio Cardoso, com o ensino de Língua Portuguesa, para alunos do 4º ano do Ensino Fundamental. Devido às mudanças da Prefeitura de Belo Horizonte (PBH)⁴ com relação ao 6º ano, fiquei excedente⁵ na escola, e fui transferida para a Escola Municipal Elisa Buzelin, em 2015, com o ensino de Geografia, História e Ciências, para alunos do 3º ano do Ensino Fundamental. Ao final do referido ano, encarei uma nova excedência e, em 2016, comecei a lecionar na Escola Municipal Milton Campos, onde permaneço.

Quando iniciei meu trabalho na Escola Municipal Milton Campos, tive a oportunidade de escolher entre Matemática e Língua Portuguesa. Optei pela Matemática porque havia uma professora, em reserva técnica, com formação em Letras, que, também, atuaria nas mesmas turmas. Então, pensei que ela poderia oferecer mais aos alunos do que eu nessa área.

Confesso que estou gostando bastante de trabalhar com Matemática! Aprendo muito e percebo que há coisas que fazia como aluna e nunca tinha entendido o porquê. Agora entendo e busco provocar o questionamento sobre o porquê em meus alunos.

Atualmente, percebo que ensinar Matemática é muito mais que orientar o desenvolvimento de atividades, é ter clareza dos conceitos matemáticos; é proporcionar momentos desafiantes com material concreto para que possam manipular, por exemplo, o ábaco; é proporcionar a compreensão e a habilidade de cálculo com os estudantes. Nesses quatro anos de trabalho com a Matemática, percebi que é necessário haver mais práticas desse tipo para que eles possam apreender melhor os conteúdos, na perspectiva da construção do conhecimento e participando, ativamente, do processo de ensino-aprendizagem.

Quando optei por trabalhar na área da educação, sabia que encontraria muitas dificuldades, porém, não podia prever os desafios que enfrentaria durante o exercício da docência. Cada etapa do Ensino Fundamental tem suas particularidades e, conseqüentemente, apresenta dificuldades, ora inerentes, ora inesperadas, entretanto, ambas podem ser surpreendentes.

⁴ A PBH alterou a equipe de professores para atuar no 6º ano, que, até então, eram Pedagogos (as). A partir de 2015, a PBH optou pela atuação de professores especialistas no trabalho com o 6º ano, o que gerou bastante excedência no quadro dos profissionais.

⁵ O termo "excedente" refere-se ao professor que não tem carga horária disponível, para ele, na escola, ou seja, após reorganizar o quadro de professores, aqueles que não foram inseridos, ficam à disposição da Secretaria Municipal de Educação.

Foi em 2018, terceiro ano consecutivo de trabalho com a Matemática com as turmas do 4º ano, que percebi que as dificuldades sempre acompanham os alunos, principalmente com operações numéricas. Em 2017, pude refletir mais sobre isso e sobre a minha prática para tentar melhorar o aprendizado dos meus alunos. Conversando com um colega, ele me apontou a possibilidade de estudar sobre o que estava acontecendo. Foi então que cheguei ao Promestre, com o objetivo de conhecer mais sobre o ensino da Matemática e, conseqüentemente, melhorar minha atuação em sala de aula, buscando soluções para que meus alunos assimilem o entendimento acerca das questões relacionadas ao campo "Número e Operações", mais especificamente, sobre a construção das ideias e de habilidades operatórias da multiplicação dos Números Naturais.

1 PRESSUPOSTOS TEÓRICOS

Neste capítulo, apresentaremos as abordagens teóricas que fundamentam nossa pesquisa. Primeiramente, a construção histórica dos números no âmbito da Matemática, bem como algumas características do conjunto dos Números Naturais. Não é nosso interesse realizar um percurso histórico, mas sim, situar o leitor, apresentando alguns aspectos importantes da evolução dos números; por isso, nossas fontes são autores que se referem a esse assunto com uma linguagem que facilita o entendimento de quem, assim como eu, não tem uma formação específica da área da Matemática.

Posteriormente, explanaremos questões relativas ao ensino e à aprendizagem da multiplicação, que é o foco deste trabalho, relatando produções acadêmicas nessa área. Por fim, apresentaremos algumas ideias vinculadas a entendimentos sobre prática pedagógica que, como uma prática social, relaciona-se com o trabalho realizado no processo de ensino e aprendizagem nas aulas de Matemática.

1.1 Um pouco de história

Caraça (1998) e Eves (2004) apontam que a contagem permeia a vida humana desde os primórdios, pois as civilizações mais antigas precisavam de algum mecanismo para se certificar de quantidades que possuíam, fossem elas de rebanho, pessoas ou número certo de qualquer elemento que quisessem quantificar, enfim, nas mais diversas situações.

Caraça (1998) destaca a relação com os outros como elemento central da vida social, pois, se agrupamentos humanos vivessem isolados, essa necessidade da contagem poderia se reduzir significativamente, mas, ainda assim, não seria abolida. Devido ao aumento da intensidade da vida em sociedade, da evolução das relações entre as pessoas e seus grupos, da necessidade de registros e de trocas, a contagem tomou uma proporção maior.

Eves (2004) reitera que a espécie humana apresentava algum senso numérico, desde os tempos mais remotos, ao reconhecer, por exemplo, a noção de

mais e menos, com relação a pequenas quantidades de determinada coleção, sem que, para isso, precisassem contar cada elemento um a um.

Ao abordar o assunto "contagem", referimo-nos à ideia de quantidade, de quantificação, visto que as primeiras contagens ocorreram devido à relação entre a quantidade do que se queria saber com outros objetos (os exemplos sempre citados na literatura são o uso de pedrinhas para contar uma quantidade de animais ou os nós em uma corda). A relação um a um, entre o que se queria quantificar e o que era quantificável manualmente, era prática e objetiva nos primórdios da civilização. Ou seja, o que era contado tinha um equivalente físico.

De acordo com Eves (2004), inicialmente, os registros das contagens efetuavam-se por meio de fissuras no barro ou entalhes em pedra, madeira e/ou ossos ou nós em corda, mas a verbalização das contagens, possivelmente, surgiu depois. Já os registros escritos surgiram posteriormente, com a evolução da escrita, a ampliação das trocas e o comércio. Ao longo da história, os registros se tornaram mais exigentes, mostravam-se necessários para serem guardados e, também, transmitidos, o que demandou representações simbólicas, aparecendo, então, os símbolos numéricos.

A palavra e o conceito de número foram concebidos de formas diferenciadas conforme a cultura dos povos, incrementada pelas trocas ao longo dos tempos, resultando nas formas que conhecemos atualmente. Os símbolos apontam uma organização bem mais elaborada, de modo que representam qualquer quantidade, não se referindo, necessariamente, a objetos específicos. Também a necessidade de se realizar operações, especialmente, nas fases históricas de maior comércio, favoreceu, consideravelmente, o desenvolvimento de conhecimentos, proporcionando a organização de sistemas numéricos.

O conceito de número, de acordo com Centurión (1994), "é abstrato e seu desenvolvimento deu-se através de um processo bastante lento e complexo, envolvendo diversas civilizações e muitos milhares de anos" (p. 10).

Guelli (1992) aponta que foram os egípcios quem vivenciaram os avanços no comércio e nas edificações que marcaram o fim da Pré-História. De acordo com o autor, nos contextos da vida social à época, não seria prático utilizar a contagem tal como era feita, ou seja, a contagem de objetos com outros objetos. Muitos outros procedimentos numéricos, como cálculos, foram desenvolvidos por esses povos, tão

complexos que, até hoje, não dominamos completamente os processos que desenvolviam, se pensarmos, por exemplo, na construção das pirâmides.

Segundo o autor, a maior parte do que conhecemos atualmente sobre a Matemática dos egípcios, fundamenta-se em dois grandes papiros: o *Papiro Ahmes*, criado há cerca de 1650 a.C. (medindo cerca de 5,5 m de comprimento, 32 cm de largura e composto por 80 problemas resolvidos) e o *Papiro de Moscou* (também com 5,5 m de comprimento, com 8 cm de largura e 25 problemas). Foi observando os cálculos no Papiro Ahmes, e decifrando os hieróglifos registrados nas tumbas e monumentos do Egito, que os estudiosos compreenderam um dos sistemas de numeração usados à época.

Figura 1: Sistema de numeração egípcio

	bastão	1
∩	calcanhar	10
?	rolo de corda	100
⌘	flor de lótus	1000
∩	dedo apontando	10000
⊃	peixe	100000
⌘	homem	1000000

Fonte: <http://mathemaniacos.blogspot.com/2012/08/sistema-de-numeracao-egipcio.html>, acesso em 17 de nov. de 2018.

Outro sistema de numeração bem difundido e utilizado por muitos povos é o romano, ainda utilizado atualmente para certas situações. Guelli (1992) destaca que os romanos foram bem práticos ao conceber seu próprio sistema de numeração, pois não criaram novos símbolos, utilizaram as letras do alfabeto para fazer as associações, baseando-se em sete números:

I = 1	V = 5	C = 100	M = 1000
X = 10	L = 50	D = 500	

Para chegar a essas letras, de acordo com Centurión (1994), o sistema de numeração romano passou por muitas transformações no traçado, e, até os dias de

hoje, encontramos registros diferenciados. Por exemplo, em vez de utilizar até quatro símbolos iguais para escrever o número quatro (IIII), utiliza-se a subtração para fazê-lo, colocando o símbolo do lado esquerdo de um de maior valor (IV), assim como também os números nove (IX), 40 (XL), 90 (XC), etc. Podemos imaginar que esses registros não eram tão rígidos e até hoje são encontrados com certas variações.

Apesar de muitos povos na história utilizarem o sistema de numeração romano, ainda era complicado realizar cálculos com ele, por isso, a expansão dos territórios e do comércio não só estabeleceram a demanda por sistemas mais eficazes, como foram essenciais para a invenção de símbolos mais adequados.

Foram criados, na Síria, centros de cultura, onde as pessoas se dedicavam a estudos sobre a arte e cultura grega. Em um desses encontros, observaram-se, atentamente, os hindus, que dispunham de métodos de cálculos realizados com nove símbolos. Nessa época, a invenção do zero ainda não tinha sido expandida e o sistema operava com nove símbolos. (GUELLI, 1992).

Com os símbolos estabelecidos pelos hindus incluindo o zero, anos mais tarde, e a expansão das relações comerciais, era de se esperar que o sistema de numeração decimal, criado por eles, fosse, amplamente, difundido pelo mundo. Essa expansão teve grande influência do matemático árabe al-Khowarizmi que se dedicou aos estudos dos livros de Matemática oriundos da Índia. Ele percebeu a riqueza da invenção pelos hindus, mostrando-a ao mundo por meio de um livro intitulado *Sobre a arte hindu de calcular*, no qual explica como funcionavam os dez símbolos e detalha o sistema de numeração, apresentando suas ordens, classes e valores posicionais (GUELLI, 1992).

Diante da necessidade da contagem e do cálculo que permeia a vida humana, percebe-se, então, que os homens criaram os números, agora matematicamente denominados e organizados como Números Naturais. Em Caraça (1998), estudos realizados com povos oriundos da África e da Austrália permitiram o conhecimento de que os Números Naturais estão, intimamente, ligados às experiências desses povos, ou seja, não surgiram apenas com base no pensamento, mas foram parte de suas práticas sociais. Isso comprova que os Números Naturais foram concebidos de maneira lenta, tendo em vista as contagens realizadas pelos povos na sua vida cotidiana.

Além do fator social para o desenvolvimento dos números, como foi o comércio ao longo da história, também se apresenta como determinante o fator individual, por exemplo, o hábito de contar pequenas coleções com os dedos, o que, provavelmente, resultou no relacionamento da palavra dígito com sua origem no latim *digitus*, que significa dedo. Isso acontece em salas de aula atualmente, onde os alunos utilizam os dedos como recurso para as contagens ao realizar operações.

Caraça (1998) refere-se à base do nosso sistema de numeração, que é a base 10 – tudo indica ser relacionada ao número de dedos das duas mãos –, que, de acordo com Eves (2004), formava um recurso de correspondência conveniente para a época, porém, isso não anula outras bases construídas para o sistema de numeração, como a base 5, por exemplo, que foi a primeira a ser usada amplamente (provavelmente também como referência aos dedos da mão). Observa-se, ao longo da história, o uso, por alguns povos indígenas, de partes do corpo para designar quantidades, por exemplo, duas mãos indicam 10, um homem completo indica 20, considerando os dedos das mãos e dos pés, constituindo assim a base vigesimal.

Não podemos nos esquecer da base sexagesimal (60) utilizada pelos babilônios, a qual é aplicada até os dias atuais para a "medida do tempo e de ângulos em minutos e segundos" (EVES, 2004, p. 29).

A ideia da contagem, então, apresenta-se como essencial na vida das sociedades que se organizaram desde então, e é, gradativamente, identificada em diversos sistemas de contagem, prevalecendo, atualmente, o sistema de numeração decimal, matematicamente, representado pelo Conjunto dos Números Naturais. Assim temos:

$$N = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, \dots\}$$

De acordo com Caraça (1998), os Números Naturais iniciam do algarismo 1, excluindo o zero da sequência, pois ele representa ausência de quantidade. Nota-se que uma contagem se inicia pelo número um e não pelo número zero. O autor vai afirmar que, ainda atualmente, há controvérsias sobre o uso do zero no conjunto dos Números Naturais, pois ele mesmo o apresenta como número inteiro. Porém, em outros autores, como Centurión (1994), o zero está incluído no conjunto dos Números Naturais.

Sabemos que civilizações diversas também criaram seus sistemas de contagens, ainda hoje, praticando-os. Focaremos nos Números Naturais neste trabalho.

1.2 O conjunto dos Números Naturais e o seu ensino

O conjunto dos Números Naturais é marcado pela inclusão hierárquica de elementos, isto é, ao contar objetos de determinada coleção, iniciamos pelo um, em seguida, dois, três, quatro e, assim por diante, em uma sequência em que cada número maior, em uma contagem, contém o número menor, em uma inclusão sucessiva e infinita.

Quando observamos crianças pequenas fazendo contagens, é comum que elas saltem ou repitam alguns objetos. Para contarem corretamente, é necessário que entendam a sequência dos números e a ideia da inclusão de um novo objeto a cada número recitado. De acordo com Centurión (1994) "A relação de ordem e a de inclusão, no conjunto dos Números Naturais, estão relacionadas aos aspectos ordinal e cardinal dos números." (p.77).

Bigode e Gimenez (2009) ratificam os aspectos cardinal e ordinal dos números, atentando para o tipo de trabalho a ser desenvolvido com os alunos, de maneira que possamos inserir, nas atividades, palavras como dobro, casal, gêmeos, trigêmeos, entre outras, que atribuem sentido da cardinalidade dos números. Isso demonstra que tais aspectos estão, socialmente, expostos, e podemos fazer uso de situações cotidianas, de modo a atribuir significados aos usos e funções dos números que podem indicar ainda códigos, medidas, além de servir como um operador funcional.

Os autores defendem que um trabalho direcionado para os significados sociais – atribuídos aos números – pode resultar em mais segurança para o aluno quando ele se deparar com situações-problema. Assim, indicam que é interessante explorar os diversos contextos nos quais os números aparecem, enriquecendo não só o "vocabulário numérico" (BIGODE e GIMENEZ, 2009, p. 32) dos alunos, mas proporcionando maior conhecimento.

Os Números Naturais têm outras características próprias, as quais são abordadas por Centurión (1994). A autora busca referência em Bertrand Russel⁶, que apresenta algumas características sob a perspectiva de Peano⁷:

- 1) 0 é um número.
- 2) O sucessor de qualquer número é um número.

⁶ RUSSEL, Bertrand. **Introdução à filosofia matemática**. Rio de Janeiro, Zahar, 1974.

⁷Giuseppe Peano foi um matemático italiano que realizou registros formais e lógicos sobre as propriedades dos números naturais (denominado axiomas de Peano).

- 3) Não há dois números com um mesmo sucessor.
- 4) 0 não é sucessor de número algum.
- 5) Qualquer propriedade que pertença a 0, e também ao sucessor de todo número que tenha essa propriedade, pertence a todos os números (CENTURIÓN, 1994, p. 82, apud Bertand Russel, 1974).

Explicitamos, outrossim, o fato de o zero também não ter um antecessor como os outros números têm, ou seja, é um número com uma especificidade, é o único que não representa uma quantidade palpável. Além disso, esse grupo de números assume propriedades de acordo com as operações. Na multiplicação, por exemplo, tem-se a propriedade comutativa, que também se aplica à adição. Essa propriedade está pautada na ideia de que a ordem dos fatores não altera o resultado, porém, na multiplicação há uma alteração de sentido, uma vez que um dos fatores conta grupos e o outro conta elementos do grupo.

Há também a propriedade distributiva, que consiste em decompor um dos fatores para facilitar a multiplicação, por exemplo, para resolver $2 \times 38 =$ pode-se fazer da seguinte forma: $2 \times (30+8)$. Nesse caso, o fator 2 é distribuído para os outros fatores, ou seja, registra-se o resultado de 2×30 , somando-o ao resultado de 2×8 , ficando, assim, representado $2 \times 30 + 2 \times 8 = 60+16 = 76$.

Outra situação em que os termos podem ser agrupados, é a propriedade associativa, por exemplo, $3 \times (5 \times 2) = (3 \times 5) \times 2$, ou seja, associam-se os termos, mas os resultados não se alteram.

Por fim, a multiplicação apresenta o algarismo 1 como elemento neutro, ou seja, qualquer número multiplicado por 1 é igual a ele mesmo. E o algarismo 0, que é o elemento neutro na adição, anula o resultado de qualquer multiplicação, isto é, qualquer número multiplicado por zero é igual a zero.

Acreditamos que todas estas particularidades são de extrema importância na vida escolar das crianças, principalmente nos anos iniciais e, de acordo com o que vivenciamos em sala de aula, percebemos que dificuldades de aprendizagem – envolvendo os Números Naturais e o sistema de numeração decimal em si –acompanham os alunos à medida que avançam na escolarização.

Caraça (1998), também, refere-se às características inerentes ao conjunto dos Números Naturais, apresentando a ideia de correspondência sucessiva, que contém a existência de um antecedente e um conseqüente, o que denominamos de antecessor e sucessor.

No livro didático de Taboada⁸, utilizado nas turmas que compõem o universo desta pesquisa, assim como em Bonjorno⁹, a sequência dos Números Naturais inicia-se com o zero. Posteriormente, são abordadas as características inerentes ao conjunto, apresentando atividades com antecessor, sucessor, valor posicional dos algarismos, entre outras.

Pelas leituras realizadas e, também, pelas nossas vivências, constatamos a complexidade que envolve os Números Naturais, que são a base das aprendizagens para números e cálculos na matemática. Inferimos, também, que não é tão simples como pode parecer que as crianças entendam de maneira adequada as suas características.

De acordo com os estudos realizados por Moreira e David (2007), tem sido comum os estudantes apresentarem dificuldades em questões como identificar o valor posicional dos algarismos no Ensino Fundamental, assim como a permanência, nos anos seguintes, das dificuldades em realizar operações como a subtração, por exemplo. Isso demonstra a complexidade que envolve os Naturais e suas características, bem como as relações estabelecidas entre eles.

Esses autores discutem trabalhos que evidenciam as dificuldades desenvolvidas pelos alunos. Apresentam pesquisas realizadas com crianças inglesas na mesma faixa etária que, no Brasil, corresponde ao Ensino Fundamental. Os autores constatam a existência de inúmeras pesquisas, consideradas empíricas, evidenciando que dominar o Sistema de Numeração Decimal é um processo longo desenvolvido durante todo o Ensino Fundamental; revelam, também, que ele constitui um dos aspectos mais complexos da aprendizagem relacionada aos números (Dickson et al, 1993, apud MOREIRA e DAVID, 2007.).

Em nossas experiências em salas de aula, testemunhamos muitas confusões feitas pelos alunos ao realizar as operações com os Números Naturais, por exemplo na inversão dos termos da operação quando realizam subtração e divisão, espelhados na comutatividade da adição e multiplicação. Tal prática evidencia as dúvidas quando os alunos utilizam os algoritmos, agindo de maneira equivocada.

Em nossa prática pedagógica, é comum observar também que as crianças, ao se depararem com um problema, perguntam, com frequência, que operação

⁸ TABOADA, Roberta; LEITE, Ângela. **Aprender Juntos**– Matemática, 5º ano: ensino fundamental. São Paulo: Edições SM, 2017.

⁹ BONJORNO, José Roberto; BONJORNO, Regina Azenha. **Pode contar comigo**: Matemática, 4ª série. São Paulo: FTD, 1995.

fazer, ou seja, elas, geralmente, não identificam com clareza as ideias envolvidas nos problemas e tampouco associam de maneira lógica, a essas ideias, as operações necessárias para solucionar o problema em questão. (CENTURIÓN, 1994).

De maneira geral, a palavra operação significa a realização de alguma ação, independentemente de números e cálculos, por exemplo, movimentar partes do corpo, operações policiais ou de trânsito, entre outras formas de uso social. "Operar, enfim, é agir sobre os objetos e, de alguma maneira, realizar transformações." (CENTURIÓN, 1994, p. 89).

A autora destaca que muitos autores, inclusive Jean Piaget, sustentam a noção de que o pensamento está intimamente ligado às ações, ou seja, o pensamento surge com base nas relações criadas pelo sujeito em suas ações com os objetos, ações que não, necessariamente, dependem dos objetos propriamente ditos (CENTURIÓN, 1994).

Quando nos referimos às ações no campo do pensamento, há a possibilidade de reversão. A autora aponta que podemos voltar ao ponto de partida de qualquer ação.

Algumas ações que realizamos são, por convenção, denominadas **operações diretas**, pois elas possuem a propriedade de transformar uma situação considerada inicial. Outras são denominadas **operações inversas**, pois têm a propriedade de desfazer as operações diretas e voltar à situação inicial (CENTURIÓN, 1994, p. 89.).

Em se tratando de operações matemáticas, Ramos (2009) indica que:

Operar matematicamente é realizar uma transformação reversível. Reversibilidade é a capacidade de ir e vir do pensamento, ou seja, partir de uma ação realizada e ser capaz de refazer os passos de volta ao início, desfazendo a ação. [...] A operação matemática é uma ação transformadora que pode ser desfeita (p. 62-63).

Na história, com a existência dos símbolos, pode-se constatar a facilidade, atualmente, em efetuar as operações de maneira rápida e precisa, que, antes, eram realizadas por meio da correspondência um-a-um, ou seja, um objeto de contagem para cada objeto a ser contado. A evolução e organização dos números tem levado a uma sistematização que permite entender e ensinar, de modo mais compreensível, as ideias vinculadas às operações matemáticas. As tecnologias revolucionaram esses processos, viabilizando a qualquer pessoa realizar operações. É preciso,

contudo, saber reconhecer qual operação deve ser implementada na situação em questão, que indicativos mostram que se deve operar com a adição, subtração, multiplicação ou divisão.

Visto que o problema da nossa pesquisa é compreender os processos de ensino e aprendizagem da multiplicação com Números Naturais, apresentaremos, a seguir, questões inerentes a esses processos, buscando o entendimento do próprio conteúdo matemático e explorando as possibilidades de ensino exibidas na sequência didática.

1.3 Multiplicação

Em nossas práticas pedagógicas, torna-se comum os alunos apresentarem dificuldades quando se deparam com as operações, principalmente, na resolução do algoritmo em si. Nessa perspectiva, Carraher (1994, p. 66) alerta que "a escola tenta sistematizar estas regras para que a criança resolva com lápis e papel operações que ela deveria compreender e resolver mentalmente antes de preocupar-se com o lápis e o papel". Por isso, é interessante que o trabalho realizado busque a compreensão dos esquemas de ação envolvidos nas operações, de maneira que o aluno seja motivado e encorajado a encontrar as soluções adequadas, construindo suas aprendizagens, significativamente.

Desse modo, trabalhar com o ensino de operações envolve propostas metodológicas diversificadas e diferenciadas, como a manipulação de materiais didáticos concretos que permitam, à criança, a formulação e a abstração de conceitos importantes para resolver situações-problema. Há inúmeros materiais disponíveis, como ábacos, fichas, jogos, etc. Organizar coleções de tampinhas ou outros objetos que possam se acumular são importantes materiais didáticos para se realizar grandes contagens e perceber o sistema de numeração, assim como as operações com esses números.

Para compreender melhor a multiplicação, iniciamos nossos estudos por Caraça (1998). Esse autor define a multiplicação como adição de parcelas iguais, ou seja, a adição de muitas parcelas fica extremamente facilitada com a ideia da multiplicação, por exemplo: $63+63+63+63+63+63+63 = 7 \times 63$.

Apesar de a ideia da adição de parcelas iguais ser a mais difundida, nos últimos anos têm-se lançado algumas controvérsias com relação a isso, pois, se

considerarmos, como ponto de partida, o pressuposto conceitual, há uma diferença bem relevante entre multiplicação e adição.

Carraher, Campos, Magina e Bryant (2005) atentam para o fato de que, na adição, a premissa básica é que o todo é igual à soma das partes, ou seja, esse é um fundamento principal do raciocínio aditivo, a relação parte-todo.

Em contraste, o invariante conceitual do raciocínio multiplicativo é a existência de uma relação fixa entre duas variáveis (ou duas grandezas ou quantidades). Qualquer situação multiplicativa envolve duas quantidades em relação constante entre si (CARRAHER; et al, 2005, p. 85).

Por exemplo: *Carla convidou 4 amigas para um lanche e quer presentear cada uma delas com 3 brigadeiros. Quantos brigadeiros ela precisa fazer?*

Observamos, no exemplo, que as variáveis são o número de amigas e o número de brigadeiros, em que a relação estabelecida é a proporção de três doces para cada uma das amigas. Identificar tais relações permite que a criança compreenda a ideia envolvida e permite que ela busque soluções adequadas.

De acordo com os autores, a diferença entre os raciocínios aditivo e multiplicativo está centrada no seguinte: ao resolvermos um problema que trabalha a adição, partimos sempre da relação parte-todo. Isto é, temos partes que se juntarão para formar um todo. Já nos problemas que envolvem a multiplicação, buscamos "um valor numa variável que corresponda a um valor dado na outra variável." (CARRAHER et al., 2005, p. 85), ou seja, um valor fixo transforma outro valor variável. Por exemplo: a adição de 5 parcelas de 17 objetos, pode ser assim indicada $17 + 17 + 17 + 17 + 17 = 5 \times 17$. Vemos que, na adição de parcelas iguais, as partes se mostram para serem reunidas; na multiplicação, temos duas variáveis em relação, uma de valor fixo que vai alterar a outra em que o valor se torna variável com base na relação estabelecida entre elas, como mostra o exemplo.

Ramos (2009) esclarece essa diferença sutil, afirmando que "a multiplicação, em seu aspecto aditivo, lida com números de natureza diferente: um dos números conta grupos e o outro conta quantos são os elementos do grupo" (p. 79), ou seja, quando falamos que 5×17 é a mesma coisa que 17×5 (propriedade comutativa da multiplicação), estamos nos referindo ao resultado, que não se altera, entretanto, é diferente a relação número de grupos e quantidade de elementos por grupo.

Atentar-se para esse aspecto relacionando-o à comutatividade da multiplicação faz-se necessário em nossas práticas cotidianas com os alunos, uma

vez que é comum fixar a ideia que a ordem dos fatores não altera o produto. E, realmente, não altera, mas transforma a situação.

Carraher et al (2005) acrescentam que a multiplicação apresenta um aspecto distributivo com relação à adição, como no exemplo: *Dona Maria vende balas na porta da escola. Ela precisa organizar 35 pacotinhos com 6 balas em cada. De quantas balas ela precisa?*

Neste problema, o número de balas em cada pacote e o número de pacotes desejado já estão dados, restando saber quantas balas serão necessárias para esta condição. Tanto nessa quanto em outras situações em que há a ideia aditiva de multiplicar, pensamos em uma certa quantidade de grupos com a mesma quantidade de elementos em cada um deles. Ao descobrir o total, que aqui é 210 balas, fica mais fácil perceber que esse total foi distribuído igualmente em 35 pacotinhos.

Observamos, também, em Ramos (2009) que, além da ideia central da multiplicação estar relacionada à quantidade de grupos e de elementos nos grupos, traduzindo, assim, a ideia aditiva, a multiplicação também é tratada em seu aspecto combinatório e, ainda, na configuração retangular ou multiplicação em linhas e colunas.

O aspecto combinatório, de acordo com Bigode e Frant (2011) é pouco explorado no Ensino Fundamental, por isso a importância de propor situações-problema que envolvam essa ideia, pois os alunos são acostumados a resolver situações mais diretas, relacionadas à adição de parcelas iguais. Os autores ponderam que ao se depararem com problemas com raciocínio combinatório, as crianças começam a resolver sem uma organização determinada e, em muitos casos esquecem ou repetem combinações. Para melhorar isto, recomendam o uso de tabelas ou de diagramas de árvore, pois ajudam a organizar o pensamento.

A configuração retangular, também chamada de multiplicação em linhas e colunas favorece o trabalho com produto de medidas ao ser realizada em malhas quadriculadas, pois ao delimitar o espaço representado por meio de uma multiplicação referimo-nos à área, ou seja, adquire uma percepção geométrica (BIGODE e GIMENEZ, 2009).

Essa ideia permite também trazer aspectos da realidade para a vida dos alunos, por exemplo, o cálculo da quantidade de cerâmicas necessárias para cobrir

determinado piso, quantos alunos cabem em uma sala, observando a disposição das carteiras, sem ter que contá-las uma a uma.

Com relação à proporcionalidade, percebe-se uma relação com a ideia correspondências, por exemplo, se pensarmos na situação: "se 3 pacotes de figurinhas custam R\$ 2,00, quanto custam 6 pacotes?" (BIGODE e FRANT, 2011, p.61). É possível que as crianças pensem em multiplicar os três pacotes de figurinhas por R\$ 2,00, porém é necessário atentar-se para a relação de proporcionalidade estabelecida na situação: cada três pacotes custam R\$ 2,00, ou seja, cada grupo com três pacotes corresponde ao valor de R\$ 2,00, sendo assim, seis pacotes custam então, R\$ 4,00.

Dessa maneira, acreditamos, assim como Bigode e Frant (2011), que trabalhar a multiplicação apenas em sua ideia aditiva limita o aprendizado dos alunos, por isso, é importante explorar uma "diversidade de ideias, representações e contextos de natureza multiplicativa" (p. 57), de forma a ampliar o entendimento dos alunos.

Diante das leituras realizadas, fica evidente que não é necessário o aluno saber primeiro a adição e subtração e, depois, multiplicação e divisão, pois, como ideias, já estão, socialmente, inseridas. Muitas vezes, dedicamos mais tempo ao sistema de numeração em si, focando nas operações de adição/subtração, e deixamos a multiplicação/divisão em último plano, principalmente se a turma apresentar dificuldades nos algoritmos. Talvez, possamos raciocinar, de modo mais consistente, que o estudo das ideias das operações desde a infância – e quando possível, analisar as quatro operações básicas ao mesmo tempo – favoreça melhor sua compreensão e do próprio Sistema de Numeração Decimal.

Para ampliar nosso entendimento acerca do ensino da multiplicação, apresentamos, a seguir, abordagens realizadas em estudos anteriores.

1.4 A multiplicação analisada em alguns estudos

Durante a pesquisa bibliográfica, enfrentamos dificuldade em encontrar trabalhos direcionados ao ensino da multiplicação para alunos do 5º ano do Ensino Fundamental, talvez, por ter sido uma busca muito específica, utilizando os descritores *ensino de multiplicação para o 5º ano do Ensino Fundamental*, tanto no Portal Capes quanto no Scielo. Como encontramos trabalhos mais direcionados à

formação de professores, optamos pelo uso dos descritores *ensino de multiplicação de números naturais nos anos iniciais do Ensino Fundamental*, filtrando as buscas por publicações a partir de 2014.

Nosso objetivo, com esta pesquisa, foi conhecer o que já foi estudado e discutido sobre o tema nos mestrados brasileiros. Interessava-nos conhecer mais as produções dos mestrados profissionais, mas como as publicações ainda são bem pequenas, os trabalhos selecionados foram realizados em mestrados acadêmicos. Dessa forma, nossa escolha foi feita a partir da leitura dos resumos, excluindo trabalhos sobre a formação dos professores. Assim, destacamos:

Silva (2014) discute como a produção de problemas multiplicativos pode ajudar na sua resolução. Para isso, foi desenvolvido um pré-teste, sessões de intervenção, pós-teste (ao término da experiência) e um pós-teste posterior (60 dias após a realização da pesquisa), envolvendo 33 alunos do 4º ano do Ensino Fundamental de duas escolas públicas da área metropolitana do Recife. A autora utilizou, em suas atividades do pré-teste, problemas com característica específica de proporcionalidade, configuração retangular e raciocínio combinatório para verificar o conhecimento dos alunos. Com o objetivo de verificar como a produção de problemas multiplicativos poderia contribuir para a melhoria da aprendizagem nas resoluções, ela organizou as intervenções com atividades que contemplavam: completar problemas iniciados, formular problemas embasados em figuras, completar os problemas fundamentados em perguntas e formular problemas alicerçados em operações de multiplicação.

Tanto no pós-teste quanto no pós-teste posterior, a intenção foi verificar como as sessões de intervenção (produção de problemas) contribuíram para a resolução de problemas multiplicativos. Os estudos apontaram que houve um avanço significativo na aprendizagem dos alunos após participarem das intervenções. A pesquisadora tabulou os dados obtidos e pôde constatar que a média de acertos no pré-teste foi de 3,81% e, no pós-teste, atingiu 12,38%, ou seja, as atividades realizadas durante as quatro sessões tiveram uma participação fundamental nessa melhoria.

Além disso, foi possível perceber, também, por meio dos dados, em uma avaliação geral, que os alunos se arriscaram mais nas resoluções ao participarem das discussões expressando suas ideias. No pré-teste, o percentual de atividades em branco foi 1,9%, no pós-teste, caiu para 0,4%, atingindo 0% no pós-teste

posterior. Isso representa uma confiança maior em suas ideias e entendimentos, segundo a autora.

Observamos com esta pesquisa, então, possibilidades interessantes no ensino da multiplicação, propondo a elaboração e resolução de problemas pelos próprios alunos, o que poderia ser tratado como uma metodologia de ensino.

Araújo (2015) pesquisou as dificuldades na resolução de problemas matemáticos por alunos do 5º ano do Ensino Fundamental, em Aracaju. Os estudos, de natureza qualitativa, foram realizados com 19 alunos, dos quais, 10 de uma escola pública e nove de uma escola privada, por meio de um teste contendo quatro problemas de tipos diferentes: um problema padrão com estrutura aditiva simples; um, com padrão composto, contendo duas operações; o terceiro, não convencional com excesso de dados e, por último, um problema sem dados suficientes para resolvê-lo.

Além dos problemas propostos, a autora utilizou a entrevista com seis, dos 19 alunos participantes, tendo, como critério de escolha, aqueles que mais apresentaram dificuldade na resolução dos problemas. Isso foi realizado com o objetivo de compreender melhor o procedimento utilizado por eles na realização das atividades. Foram selecionadas e transcritas as falas dos alunos e, posteriormente, realizada a análise interpretativa.

De acordo com a análise realizada, a autora classifica as dificuldades dos alunos em quatro categorias: dificuldade para compreender o enunciado do problema, dificuldade conceitual das operações básicas, dificuldade em uma etapa do procedimento e dificuldade por desconhecimento do conteúdo. Foi possível perceber, também, que, independentemente de a origem ser de escola pública ou privada, as dificuldades apresentadas pelos sujeitos da pesquisa foram as mesmas, porém, mais acentuadas na escola pública.

A entrevista evidenciou que muitos alunos não leem com atenção, considerando que, no momento de sua realização, a pesquisadora acompanhou cada um dos seis alunos na resolução de problemas, solicitando que as situações fossem lidas em voz alta e ressaltando a importância da identificação da pergunta do problema. Segundo a autora, observou-se que, quando os alunos eram levados a realizar a leitura novamente, a falta de compreensão era sanada.

Observamos, com esse estudo, que problemas com uma estrutura aditiva simples são mais facilmente compreendidos pelos alunos, ou seja, as dificuldades

vão aumentando à medida que se muda a estrutura apresentada, possibilitando-nos inferir que os alunos têm mais contato com esse tipo de problema durante a escolarização, dificultando, assim, a compreensão dos demais.

Silva (2016) apresentou a formulação do conceito de multiplicação, trabalhando com atividades envolvendo a proporção simples, proporção dupla, proporção múltipla e, também, a comparação multiplicativa e o produto de medidas, em que aparece a configuração retangular e o raciocínio combinatório, este, com mais ênfase, por considerar que os sujeitos pesquisados (alunos do 5º ano) apresentaram mais dúvidas e interesse em problemas com essa temática.

A autora situou sua pesquisa como qualitativa, trabalhando a multiplicação por meio de resolução, exploração e proposição de problemas. Como resultados, Silva (2016) aponta que foi possível observar o desenvolvimento de:

[...] autonomia; a confiança, a criatividade; a reflexão; a interpretação; a consciente tomada de decisão; a criação de diferentes estratégias; a compreensão do que está sendo realizado; a apreensão de novos conhecimentos e o aperfeiçoamento dos antigos; a habilidade para resolver diferentes tipos de problemas, a concepção de que um mesmo problema pode ser resolvido por mais de uma operação, a competência para propor problemas e realizar problematizações (p. 152).

Nesta pesquisa, constatamos que trabalhar a multiplicação –por meio de resolução, exploração e proposição de problemas, evocando suas ideias, significados e propriedades, por meio do diálogo entre os pares –proporciona uma evolução no aprendizado dos alunos, pois, ao compartilhar seus conhecimentos e saberes, atuam como sujeitos ativos no processo de aprendizagem.

Na busca por artigos científicos que tratassem do assunto, também tivemos dificuldade em encontrar estudos específicos para o público que compõe nossa pesquisa. Nossa busca foi realizada tanto na seção de periódicos do Portal Capes quanto no Scielo e Google acadêmico, delimitando as publicações entre 2017 e 2019. Como tínhamos muitas opções, fizemos a leitura dos resumos e/ou introdução dos 10 artigos, que pelo título eram os mais relevantes para nosso trabalho. Em seguida, escolhemos os quatro que relacionavam-se com o nosso tema para fazer a leitura na íntegra. São eles:

Starepravo, Bianchini, Macedo e Vasconcelos (2017) buscam referências em Piaget e Szeminska (1975)¹⁰ para tratar o conceito de multiplicação, o qual tem origem no esquema de correspondência um-para-muitos, também utilizado por

¹⁰PIAGET, J. & SZEMINSKA, A. **A gênese do número na criança**. Rio de Janeiro: Zahar, 1975.

Carraher et al. (2005). O estudo mostra, por intermédio de uma pesquisa realizada com 30 alunos do 4º ano do Ensino Fundamental, que as crianças podem melhorar seu aprendizado por meio do jogo, ampliando os esquemas de ação.

Os pesquisadores realizaram o Jogo do Resto¹¹ e verificaram que, primeiramente, as crianças distribuíam os feijões um-a-um, mesmo aqueles que sabiam a tabuada. À medida que iam avançando nas partidas, avançavam, também, nas distribuições, que deixaram de ser um-a-um e se tornaram grupos de dois em dois, três em três e quatro em quatro, observando se os grãos restantes seriam suficientes para continuar a distribuição de maneira igual.

A princípio, pode parecer um atraso na aprendizagem, perceber que crianças do 4º ano distribuem um-a-um, porém, de acordo com os autores, quando as crianças compreendem esse tipo de correspondência e suas relações, elas, também, podem compreender com facilidade, as correspondências do tipo um-para-muitos, fundamentais para a construção do conceito de multiplicação.

Conti e Damasio (2017) relatam uma experiência com o jogo Bingo da Tabuada em uma turma de 3º ano do Ensino Fundamental. Os objetivos do jogo foram: trabalhar os fatos fundamentais da multiplicação por meio de uma atividade mais lúdica, atribuindo mais sentido ao estudo da operação e estimular o cálculo mental em relação à multiplicação de dois números.

As autoras perceberam que os alunos participaram, ativamente, da atividade proposta, utilizaram cálculo mental, estratégias pessoais e deram indícios de que compreenderam não só a comutatividade da multiplicação, mas também, algumas regularidades da multiplicação, ao relatarem que os resultados da tabuada do cinco são sempre números terminados com zero ou cinco. Além disso, a experiência realizada proporcionou um ambiente favorável para a aprendizagem, valorizando a troca de conhecimento entre os alunos.

Oliveira, Almeida e Ribeiro (2018) também abordam a implementação de uma atividade de multiplicação com alunos do 3º ano do ensino fundamental. Os autores analisam o raciocínio dos alunos, considerando a evidência da multiplicação por

¹¹ Jogo do Resto: cada participante pega um punhado de feijão e reserva. Em seguida, o primeiro jogador lança o dado para saber a quantidade de pratinhos que ele deve utilizar para distribuir, igualmente, o maior número possível de grãos em todos os pratos. Ao terminar, deve-se preencher uma tabela com: número de pratinhos, número de feijões em cada prato, quanto restou e o total de feijões. Ao final das rodadas, vence aquele que tiver o maior resto no total.

meio da escrita ou da explicação oral, dada por eles, sobre a maneira escolhida para resolver a atividade proposta: o jogo pega-varetas.

Cada aluno recebeu uma tabela, com as cores das varetas, para anotar a quantidade adquirida durante o jogo, registrando o total de pontos efetuados. Além disso, propuseram problemas, os quais abordavam comparações entre as quantidades adquiridas pelas crianças explorando as situações do jogo.

Utilizaram, para a análise, quatro níveis de raciocínio: nível incompreensível de raciocínio, raciocínio aditivo, raciocínio de transição do aditivo para o multiplicativo e raciocínio multiplicativo. Concluíram que, dos 15 alunos participantes, 11 apresentaram raciocínio de transição entre pensamento aditivo e multiplicativo, dois apresentaram raciocínio multiplicativo e dois apresentaram o nível incompreensível. Ressalta-se que estes últimos não se envolveram nas atividades desenvolvidas, como o restante da turma.

Silva, Santos e Chagas (2019) relatam uma experiência com alunos do 4º ano do ensino fundamental, utilizando-se o dominó dos fatos fundamentais da multiplicação, com o objetivo de trabalhar a memorização dos fatos, bem como a resolução de cálculos de multiplicação e divisão.

Além do dominó, os autores salientam que a professora já realizava, com a turma, práticas mais lúdicas, como o ditado-relâmpago, em que os alunos registram, apenas, os resultados dos fatos, e o jogo do Pim, que consiste em fazer uma contagem, em que cada aluno fala um número, iniciando-se pelo um. Ao chegar nos múltiplos de determinado número, a criança, da vez, deve falar Pim.

O dominó foi construído com a participação dos alunos, o que gera mais envolvimento deles durante o processo de ensino-aprendizagem. Os autores fizeram o acompanhamento dos alunos por meio de um painel, no qual ficava registrado o avanço de cada um, e constataram que práticas, como essas, mobilizam a turma e proporcionam um aprendizado mais significativo para os alunos, diminuindo, assim, as dificuldades apresentadas por eles.

Os estudos mostram possibilidades de entendimentos dos estudantes com base em recursos e procedimentos de ensino, diversificando meios e possibilidades. Abordam a multiplicação baseada em diversos caminhos, enfatizando a oferta de possibilidades, e a multiplicação envolvendo não só as ideias, mas também, suas propriedades e regularidades por meio dos jogos abrangendo os fatos.

O estudo dos trabalhos elencados enriqueceu nossa pesquisa, no sentido de verificar o que já foi produzido dentro de uma determinada ótica, percebendo que nossa proposta também constitui uma contribuição importante para a compreensão de um assunto que não se esgota.

Comparando minha prática pedagógica atual com os anos anteriores, posso afirmar que é muito diferente trabalhar a multiplicação, estudando sobre o assunto novamente, segundo as demandas desta pesquisa. O olhar atual é mais amplo e cuidadoso para as dificuldades apresentadas pelos alunos.

O levantamento realizado permite o entendimento de que o algoritmo, ao contrário do que se pensa, nem sempre é o foco do ensino da multiplicação. Ele é parte importante do processo, porém, não é o que determina a aprendizagem da criança. É preciso construir a compreensão do conceito central da multiplicação, percebendo, agora, que se trata de um processo complexo e que envolve possibilidades diversas.

Entendemos que não é essencial que haja uma linearidade na aprendizagem, isto é, não precisamos esperar que as crianças aprendam totalmente a adição e a subtração para, depois, aprenderem a multiplicação e a divisão. É muito comum, em nossas práticas pedagógicas, esperarmos a prontidão dos alunos para avançarmos nos conteúdos ensinados, porém, cada aluno aprende de um jeito e em um tempo diferente, pois os ritmos de aprendizagem diferem. Possibilitar a comparação entre as operações e as situações em que se colocam pode auxiliar na compreensão das próprias operações.

As dissertações e artigos selecionados mostraram que compreender o raciocínio do aluno é um componente essencial para fazê-lo avançar na aprendizagem e, quando nos referimos à aprendizagem, em uma perspectiva de construção do conhecimento, estamos nos referindo, também, ao processo, no qual sejam dispensados mais atenção e meios para que o aluno tenha condições de apresentar um resultado positivo. Ressaltamos que ter um processo bem explorado não é garantia de sucesso na aprendizagem, entretanto, atentamos tanto para o desenvolvimento do aluno durante o ensino quanto para os resultados apresentados por ele, uma vez que tais resultados podem indicar onde e como a intervenção deve ocorrer.

De um modo geral, os trabalhos, por nós, estudados apresentam atividades pautadas na produção e resolução de problemas e na realização de jogos

envolvendo a tabuada, analisando e discutindo os procedimentos adotados pelos alunos nas resoluções. Isso para favorecer a compreensão das dificuldades apresentadas pelos estudantes no processo de ensino-aprendizagem da multiplicação, de uma maneira mais lúdica, em que o algoritmo é trabalhado, mas sem o determinismo que muitas vezes lhe é dispensado.

Portanto, as contribuições apresentadas em cada trabalho constituem um importante recurso para a minha prática docente, promovendo, assim, um aperfeiçoamento profissional, enriquecendo a base teórica para esta pesquisa.

1.5 A importância do aluno como sujeito ativo no processo de ensino-aprendizagem

Constatamos, em nosso meio, que muitas das práticas escolares estão direcionadas à resolução de atividades matemáticas por meio dos algoritmos. Entretanto, percebemos também, de acordo com as atividades realizadas em sala de aula, que muitas crianças compreendem os mecanismos dos algoritmos, porém, se o assunto é resolução de problemas, apresentam dificuldades para identificar os procedimentos adequados às situações.

É sabido que as dificuldades apresentadas no processo de ensino-aprendizagem de Matemática não são novidade. Podem ser comprovadas por pesquisas, pelos testes e avaliações institucionais e por nós mesmas, professoras dos anos iniciais. Muitos professores relatam suas experiências focando nas dificuldades encontradas nesse percurso, marcando o contexto escolar com insatisfações e insucessos.

Observamos, em nossas práticas, que os questionamentos dos professores, com relação aos alunos, envolvem o ato de pensar, isto é, reclama-se muito de que os alunos não estão pensando sobre as coisas, que eles querem respostas imediatas sem esforço cognitivo. Seria essa situação de responsabilidade apenas dos alunos? O que ocorre na escola que os leva a não raciocinar, conforme esperamos como professores?

De acordo com Ramos (2009), quando uma criança pergunta diante de um problema se a operação a ser feita é de 'mais ou de menos', ela quer apenas o sinal, ou seja, em hipótese alguma ela percebe como necessário refletir sobre a ação que precisa fazer para transformar uma situação inicial. Nesse sentido, Conti e Longo

(2017) atentam para o tipo de atividades que são propostas aos alunos, pois, se estão acostumados a resolver situações com adição, é a ela que vão recorrer em outras situações, sem refletir sobre a leitura realizada. Ou ainda, se estão acostumados a fazer contas com frequência, estão em contato constante com os sinais matemáticos, isto é, não precisam pensar nas ações, basta efetuar o que o sinal indicar.

Entendemos que, quando o ensino foca em exercícios com operações, pode causar dificuldade para o aluno ao interpretar situações-problema, as quais precisarão ser transformadas por meio de ações em que os sinais matemáticos não aparecem explicitamente. Isso explica a necessidade que muitas crianças têm de perguntar qual é a operação adequada.

Conti e Longo (2017) discutem a resolução de problemas, apoiadas em autores, como George Polya (1997)¹², Andrade (1998)¹³, Onuchic (1999)¹⁴ e Dante (2009)¹⁵. As autoras afirmam que todos nós resolvemos problemas diariamente e que, da mesma forma que buscamos recursos para solucioná-los, é interessante que a proposta feita aos alunos também propicie a busca por mecanismos que os direcionem à solução adequada e, também, garanta a apropriação do conhecimento envolvido.

As autoras destacam ainda que, para haver a construção do conhecimento na resolução de problemas, é necessário haver ação e reflexão, o que implica questionamentos. Para isso, é necessário decodificação e análise do que foi proposto, o que é uma aprendizagem da prática escolar.

Reiteramos que essa ação e reflexão são mais bem favorecidas quando os alunos são motivados e incentivados a trabalhar em parceria, o que não constitui uma tarefa simples e fácil, mas possível de se construir. Ou seja, acreditamos que a proposta, efetuada pela professora, de ações compartilhadas na sala de aula, pode favorecer a reflexão.

¹² POLLYA, G. "Sobre a resolução de problemas de matemática na high school", in: KRULIK, S. e REYS, R. **A resolução de problemas na matemática escolar**. Tradução de Hygino H. Domingues e Olga Corbo. São Paulo: Atual, 1997.

¹³ ANDRADE, S. **Ensino-aprendizagem de Matemática via resolução, exploração, codificação e decodificação de problemas**. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. Rio Claro: Universidade Estadual Paulista-Unesp, 1998.

¹⁴ ONUCHIC, L. "Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas", in: BICUDO, M. A. V. (org.). **Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas**. São Paulo: Unesp, 1999.

¹⁵ DANTE, L.R. **Formulação e resolução de problemas de matemática: teoria e prática**. São Paulo: Ática, 2009.

Já Smole, Diniz, Cavalcanti, Cândido e Stancanelli (2001) destacam que, para se trabalhar resolução de problemas na aprendizagem de conceitos matemáticos, há a necessidade da comunicação, e salientam a importância dos textos nas aulas de Matemática, promovendo situações em que os problemas possam ser abordados, discutidos e resolvidos de diferentes formas e em diversos formatos.

Assim, Smole e Diniz (2001) atentam para a leitura nas aulas de Matemática. Nesse aspecto, muitos de nós, professores, acreditamos que as dificuldades apresentadas pelos alunos, durante a realização das atividades, são decorrentes das poucas habilidades que eles apresentam com relação à leitura.

As autoras afirmam que, em parte, temos razão, considerando que a leitura é fundamental para o entendimento dos problemas, das outras atividades desenvolvidas nas aulas de Matemática e nas demais áreas do conhecimento. Porém, não podemos nos apegar a essas dificuldades e parar nosso trabalho, pois há uma série de conceitos, procedimentos e sinais característicos da linguagem matemática que os alunos precisam aprender a ler, ou seja, é um tipo de leitura peculiar e diferente daquela realizada nas aulas de Língua Portuguesa.

Além disso, para que a criança consiga resolver uma situação-problema, é necessário que faça uma leitura reflexiva, essa por sua vez,

[...] exige que o leitor posicione-se e situe-se diante de novas informações, que busque no texto novas compreensões, podendo fazer fluir muitas experiências, novos desafios, e desenvolver abertura para compreender melhor outros textos (SMOLE e DINIZ, 2001, p. 70).

Dessa maneira, ao se deparar com problemas matemáticos, a criança, além de ler e compreender, deverá acionar conhecimentos que já tem e encontrar meios que a possibilitem solucionar o que é proposto. Ou seja, o trabalho com textos, durante as aulas de Matemática, pode produzir um efeito positivo na aprendizagem das crianças, com base em situações que demandem reflexão.

Muitas vezes, afligimo-nos ao enfrentar situações em que nossos alunos não compreendem enunciados e problemas, mesmo aqueles que sabem realizar operações. Nesse aspecto, é importante lembrar que compreender um texto, também, não é uma tarefa fácil. De acordo com as autoras, essa compreensão implica "interpretação, decodificação, análise, síntese, seleção, antecipação e autocorreção" (SMOLE e DINIZ, 2001, p. 70), constituindo, assim, um conjunto de elementos imprescindíveis para a resolução de problemas.

Assim, haverá situações em que os alunos mostram dificuldade de ler e interpretar o que é proposto, e situações em que o aluno interpreta, mas, ao operar, tem dificuldade em identificar a operação adequada e, até mesmo, na execução do algoritmo.

Consideramos que a organização dos alunos em grupo promove a capacidade de resolução de problemas e atividades que demandem a leitura, a interpretação, análise, ação e reflexão. Com isso, podem expor os pontos de vista e aprender com os outros, pois o compartilhamento de informações propicia e mobiliza novos saberes, favorecendo, assim, a comunicação e estimulando a aprendizagem, uma vez que, ao falar, escrever ou desenhar, o aluno demonstra que tipo de habilidades ele está desenvolvendo e, também, apresenta suas dificuldades. (SOMOLE e DINIZ, 2001). Dessa maneira,

Para que os alunos sejam capazes de apresentar as diferentes maneiras que utilizam para resolver problemas, cabe ao professor propiciar um espaço de discussão no qual eles pensem sobre os problemas que irão resolver, elaborem uma estratégia e façam o registro da solução encontrada ou dos recursos que utilizaram para chegar ao resultado. Assegurar esse espaço é uma forma de intervenção didática que favorece a formação do pensamento matemático, livre do apego às regras e às crenças tão presentes nas aulas de matemática. (CAVALCANTI, 2001, p. 125-126).

Sabemos que o cotidiano dos professores é marcado por constantes desafios, e desenvolver o que as autoras propõem não é tarefa fácil, pois, nem sempre, as condições são propícias ao trabalho mais dinâmico, direcionado às discussões, coletivas ou em pequenos grupos.

Na tentativa de proporcionar um aprendizado que torne o aluno sujeito ativo no processo de ensino-aprendizagem, amenizando um pouco as angústias, trabalhamos, em nossa pesquisa, com atividades que promoveram a interação entre os alunos, de maneira colaborativa, constituindo, assim, costumes e hábitos que favorecem o aprendizado. De acordo com Lopes (2012, p. 211), esse conjunto de hábitos e costumes constituem:

O ethos dos novos letramentos [...] definido por ser colaborativo. É constituído pela ação de pessoas participando/agindo nas práticas de letramentos em conjunto na construção de textos e significados, que são, portanto, menos individualizados e autorais, uma vez que a autoria é colaborativa não sendo dominada por ninguém.

Acreditamos que práticas escolares – que promovam socialização, trocas e procedimentos de construção de conhecimentos – proporcionam, aos estudantes,

oportunidades de serem mais solidários, coletivos e capacitados a resolverem situações.

Dessa maneira, todos os aspectos que compõem o trabalho em sala de aula, bem como o que foi abordado, até neste ponto, sobre as resoluções das atividades matemáticas, constituem o que Caldeira e Zaidan (2010) nomeiam de prática pedagógica, situada como uma prática social, que não é constituída apenas como um conjunto de ações desconexas, mas é complexa por serem essas ações articuladas, extrapolando a interação professor-aluno-conhecimento, pois, nela, estão envolvidos conhecimentos, saberes, valores e emoções.

2 A PESQUISA

2.1 Modalidade da pesquisa

Situamos nossa pesquisa em uma abordagem qualitativa, pois consideramos a realidade estudada e os sujeitos, nela, envolvidos, superando a ideia de um simples levantamento e tratamento de dados. O interesse pela pesquisa qualitativa tem crescido consideravelmente, principalmente se considerarmos as pesquisas sociais, em que as relações entre os sujeitos e o seu cotidiano são primordiais.

Devido à amplitude da pesquisa qualitativa, podemos afirmar que nossa pesquisa assume características de uma *pesquisa-ensino*, motivada pelo desejo de melhorar a prática docente da pesquisadora, fazendo as devidas intervenções. A pesquisa-ensino é uma modalidade de pesquisa-ação, pois, segundo Penteado (2010):

[...] é realizada durante e como ato docente, pelo profissional responsável por essa docência. Essa atuação visa à vivência de condutas investigativas na prática do ensino, que permitem exercê-lo como um processo criativo do saber docente. (PENTEADO, 2010, p. 36).

Nessa perspectiva, o professor assume o papel de pesquisador em consonância com suas atividades docentes, gerando, assim, o que Penteado (2010) denomina docência investigativa.

Ressalta-se que a pesquisa-ensino caracteriza-se por três dimensões significativas: pela **dimensão-ontológica**, em que ela procura fomentar relações dos alunos entre si, envolvendo o conhecimento e o professor, promovendo indagações perante o que é considerado real e, também, sobre o que se anuncia sobre o real, promovendo um constante exercício de autonomia intelectual dos sujeitos envolvidos e, também, a socialização dos conhecimentos produzidos, que adquire um caráter processual (PENTEADO, 2010).

Desse modo, elaboramos uma sequência didática, composta por atividades que propiciaram o envolvimento dos alunos e a partilha dos conhecimentos que eles já tinham, e do que produziram com um assunto de Matemática. Por isso, escolhemos atividades em que eles também atuaram, ora em duplas ora em grupos, para que, assim, pudessem interagir e serem ativos no processo de construção do conhecimento.

A **dimensão epistemológica**, na qual as interações humanas têm um papel fundamental na construção de conhecimentos, pois elas se efetivam no decorrer do processo de ensino-aprendizagem, no exercício da docência em que a relação sujeito/conhecimento torna-se foco da ação. Diante disso, fica nítido que a ação pesquisadora do docente será a responsável pela relação afetivo/racional/relacional/comunicacional dos alunos com o conhecimento que será produzido/compartilhado durante as atividades pedagógicas.

Por fim, temos a **dimensão metodológica** que engloba os procedimentos utilizados na pesquisa-ensino. A pesquisa pode ser totalmente planejada pelo docente, incluindo a intervenção e a avaliação dos resultados, mas pode ser também auxiliada pela participação dos docentes da academia, de modo a aperfeiçoar os conhecimentos, buscando apoio da teoria, associando-a à prática, subsidiando assim uma qualificação da reflexão e da pesquisa do professor-pesquisador.

Dessa maneira, a pesquisa poderá favorecer a formação, partindo de certo isolamento que nós, docentes, vivemos na escola, das reflexões realizadas individualmente, para estudar e refletir mais coletivamente sobre as angústias e dificuldades vividas na prática pedagógica. Nessa trajetória, compartilhamos experiências e tivemos acesso a uma sustentação teórica fundamental para o desenvolvimento da pesquisa proposta.

2.2 Universo da Pesquisa

Nossa escolha foi a Escola Municipal Milton Campos, situada na região de Venda Nova – Belo Horizonte – Minas Gerais, local onde atuo como professora de Matemática nos 4^o/5^o anos do Ensino Fundamental. A escola escolhida funciona nos três turnos e, atualmente, atende a 1046 alunos. Nosso público é bem diverso e, assim como em outras escolas públicas, nossos alunos advêm de camadas populares e temos muitos casos em que os alunos estão em situação de risco social¹⁶.

O espaço da escola é bem amplo, conta com 18 salas de aula, uma sala para Atendimento Educacional Especializado que realiza atividades específicas para os

¹⁶ Entendemos por risco social situações em que as crianças estão expostas à violência doméstica, abuso sexual e envolvimento com drogas.

alunos com necessidades especiais no contraturno. A Escola é bem arejada e tem um amplo espaço externo às salas, constituído por três quadras, uma das quais, coberta. Também faz parte do espaço escolar, áreas bem arborizadas e uma horta. São cultivadas mudas e distribuídas à comunidade escolar em geral.

A organização pedagógica da escola apresenta diferenças entre os cinco primeiros anos do Ensino Fundamental. Do 1º ao 3º ano, as turmas têm aulas de Língua Portuguesa/Literatura e Matemática, ministradas pela mesma professora, denominada Professora referência (a docente que passa mais tempo com a turma), ou seja, as 15 horas/aula dessa professora são todas em uma única turma. Dessa forma, os alunos têm contato com duas professoras diferentes, uma só para Língua Portuguesa/Literatura e Matemática, e outra para o que a Escola denomina Estudos Integrados (uma aula para Arte, outra para Educação Física e três aulas para Geografia/História/ Ciências).

Os alunos estabelecem contato com mais professores quando chegam ao 4º e 5º ano, nos quais as aulas são divididas por áreas do conhecimento. Assim, há um docente para Matemática, outro para Língua Portuguesa/Literatura, outro para Geografia/História/Educação Física e outro para Ciências/Arte. Cada professor leciona cinco horas/aula por semana em cada turma, totalizando 15 horas/aula, as outras restantes são destinadas aos planejamentos de suas atividades.

As nossas reuniões estão cada vez mais difíceis de acontecer, pois estamos vivendo muitos cortes nos recursos financeiros que, antes, proporcionavam a contratação deicineiros (profissionais que desenvolvem oficinas de hip hop, grafite, jogos, desenhos, música, etc.). Quinzenalmente, tínhamos a colaboração desses profissionais para que pudéssemos reunir o grupo e discutir as ações pedagógicas e, também, os projetos coletivos.

Em 2018 e 2019, esses profissionais são requisitados ao final de cada etapa para garantir o Conselho de Classe, reunião em que todos os professores da turma precisam analisar a situação de cada aluno e averiguar os possíveis encaminhamentos. Dessa forma, os projetos coletivos, que, geralmente, são Festa da Família, Festa Junina e Mama África são tratados em sábados escolares e, esporadicamente, no recreio, quando a equipe toda está reunida.

2.3 As aulas de Matemática

Iniciei no ensino de Matemática em 2016, com um apoio muito grande no livro didático e com o sentimento de que os alunos deveriam chegar sem dificuldades tanto na resolução de problemas quanto no desenvolvimento das operações fundamentais. A partir de 2017, minha prática começou a apresentar mudanças, passei a utilizar mais o ábaco para trabalhar o Sistema de Numeração Decimal, a trabalhar em duplas, ainda que em momentos esporádicos, e a dialogar mais com meus alunos, ouvindo como eles pensavam, ou seja, práticas que, em 2016, não aconteciam, em 2017, aconteceram de maneira mais tímida e, em 2018 e 2019, com mais frequência.

Tivemos uma experiência muito significativa em 2018, primeiramente, trabalhando com a Mancala¹⁷ e, depois, com a aplicação da sequência didática da pesquisa da Professora Cristalina, envolvendo as frações. Nas duas etapas, os alunos trabalharam muito em duplas/grupos, o que proporcionou momentos muito ricos e uma participação efetiva das turmas.

A maior dificuldade de formar duplas/grupos, estando sozinha em sala, é o tempo gasto para a transformação da sala, tanto no início quanto no fim da aula para voltar na organização em filas para o próximo professor, o que acaba engessando a prática pedagógica. Por isso, geralmente, organizo atividades, dessa forma, quando tenho aulas consecutivas na turma.

Nossas aulas são dialogadas e, mesmo quando não há a formação de duplas/grupos, a realização das atividades ocorre de maneira coletiva, em que os alunos expõem seus pontos de vista e explicam o raciocínio que utilizaram para resolver determinada atividade. A maioria das atividades realizadas pelos alunos eram do livro didático da Coleção **Aprender Juntos–Matemática**, 5º ano: ensino fundamental, autoria de Roberta Taboada e Ângela Leite. É o livro didático quem

¹⁷Mancala é uma designação genérica dada pelos antropólogos a um grupo muito numeroso de jogos cultivados na África, que guardam entre si diversas semelhanças. Estudiosos já identificaram mais de 200 diferentes “famílias” de mancalas! E todas elas parecem ter uma origem comum no Egito, há cerca de 3500 a 4 mil anos. Informação retirada de: <https://super.abril.com.br/comportamento/jogo-mancala/>, acesso em 21 de jan. de 2019.

Em nossa experiência, trouxemos a mancala conhecida como um jogo de tabuleiro que simula o plantio de sementes. Nela, os jogadores precisam criar estratégias para distribuir as sementes e realizar as jogadas de modo a acumular o maior número de sementes em seu depósito, trabalhando com o campo aditivo, tratamento da informação e organização espacial. Fonte: BELO HORIZONTE. Secretaria Municipal de Educação. Rede de Formação do Projeto 2º Ciclo - **Saberes em Conexão** - Caderno 1.

direciona o trabalho que realizo nas turmas, considerando que ele apresenta as habilidades de acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Além disso, o acompanhamento que faço das turmas me permite avançar e retroceder no desenvolvimento dos conteúdos programáticos, de forma a abordar o assunto, indicado no livro, com níveis de dificuldade diferenciados, de acordo com a turma.

2.4 Participantes da Pesquisa

Para compreender melhor os processos de ensino e aprendizagem da multiplicação dos Números Naturais, e estruturar as atividades a ser realizadas com os alunos, tive a colaboração da pesquisadora auxiliar Cristalina Teresa Rocha Mayrink, que contribuiu muito na elaboração das atividades e, também, atuou como observadora, registrando o que ocorreu em cada aula, uma vez que a professora-pesquisadora não poderia assumir essa função durante o desenvolvimento da sequência didática.

A escolha por trabalhar em conjunto com uma colega da mesma linha de pesquisa aconteceu por participarmos juntas das orientações e pelo interesse nos processos formativos da mesma faixa etária dos estudantes— contamos que esse interesse enriqueça, consideravelmente, o processo da pesquisa. Na descrição e na análise das atividades, onde houver diálogos, faremos a referência à pesquisadora auxiliar, como PA, à professora pesquisadora, como PP. Nomeamos todos os alunos como A (abreviação da palavra aluno), seguido de um número, pois como tivemos 60 autorizações, determinamos a sequência de A1 até A60, sendo de A1 a A14 a Sala 1, A15 a A32 mais o aluno A60 (que entregou sua autorização depois das nomenclaturas estabelecidas) a Sala 2 e, por fim, A33 a A59 a Sala 3.

A Pesquisadora Auxiliar desenvolveu sua pesquisa com os alunos ainda no 4º ano. Já a nossa proposta foi realizada com os mesmos alunos no início do 5º ano. Consideramos que, no 5º ano, como os estudantes estão ainda em processo de compreensão do assunto referenciado, ainda que iniciado no quarto ano, poderíamos desenvolver e analisar uma sequência didática de forma que enriqueça o entendimento da multiplicação de Números Naturais.

Escolhemos a Sala 2 porque tivemos um número razoável de autorizações e consideramos que os alunos estão em um nível intermediário de aprendizagem, ou seja, não é considerada a turma com mais dificuldades e nem muito avançada com

relação aos processos de aprendizagem, o que no nosso entendimento favoreceu a análise realizada.

A turma é composta por 28 alunos, dos quais, 18 meninos e 10 meninas. Apresenta um bom relacionamento com colegas e professores, mostram-se carinhosos e respeitosos. Há muitos alunos com dificuldade na leitura e na escrita, e o que nos permitiu perceber tais dificuldades foi um diagnóstico em Matemática, realizado em fevereiro de 2018. Elaboramos uma atividade de acordo com as habilidades que deveriam estar desenvolvidas ao final do 3º ano. Com base na análise da atividade e, também, nas conversas com outros professores da turma, percebemos que as dificuldades eram diversas e, muitas delas, básicas, como organização do caderno e copiar do quadro; atividades que mais da metade da sala não conseguia fazer no período da aula, deixando tudo incompleto.

Contemplamos, na atividade diagnóstica, exercícios baseados nos eixos norteadores do ensino da Matemática identificados pelas Proposições Curriculares de Matemática da Prefeitura de Belo Horizonte como: números e operações, grandezas e medidas, espaço e forma e tratamento da informação. Com isso, vimos que era necessário voltar em muitos assuntos antes de contemplar o que era, propriamente, do 4º ano.

Ressaltamos que atualmente os eixos norteadores são tratados como unidades temáticas, de acordo com a Base Nacional Comum Curricular, por isso temos: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas e Probabilidade e Estatística.

Diante das necessidades, os alunos participaram das intervenções realizadas durante o ano de 2018, o que chamamos de Enturmação Flexível¹⁸. Então, reunimos três grupos distintos, com níveis inicial, intermediário e avançado.

Trabalhamos muito com leitura e escrita, nas disciplinas de Língua Portuguesa e Matemática, em todos os níveis, com as devidas particularidades. Percebemos melhorias, mas, ainda assim, há alunos que não conseguem ler de maneira fluente, e a produção escrita está aquém, se compararmos ao que é esperado para o 5º ano, de acordo com as Proposições Curriculares de Língua Portuguesa da Prefeitura de Belo Horizonte, em que destacamos:

¹⁸ A enturmação flexível consiste em agrupar os alunos de acordo com as dificuldades apresentadas para um atendimento mais direcionado. Esse atendimento, geralmente, é feito duas vezes na semana. Nos outros dias, os alunos são atendidos em suas turmas de origem.

Produzir textos de diferentes gêneros orais [...] empregando a variedade linguística adequada; ler e escrever palavras e textos em letra cursiva, utilizando adequadamente maiúsculas e minúsculas e observando a caligrafia e a legibilidade ("fazer letra legível"); aplicar regras ortográficas referentes aos pares de letra **b/p**, **t/d**, **f/v**, e aos dígrafos **qu/gu**, não trocando **p** e **b**, **t** e **d**, **f** e **v**, **qu** e **gu**; utilizar a pontuação de final de frase e de sinalização de diálogos (BELO HORIZONTE, 2009, p. 182 e 184).

Na Matemática, muitos realizam adição e subtração com os algoritmos convencionais, mas ainda há casos com dificuldades. Pouquíssimos alunos entendem as ideias da multiplicação e utilizam o algoritmo convencional. Diante disso, percebemos que as habilidades propostas na Base Nacional Comum Curricular para 4º ano, tais como as transcritas abaixo, não foram alcançadas pela maioria dos alunos da turma, ao final do ano letivo de 2018.

(EF04MA01) Ler, escrever e ordenar números naturais até a ordem de dezenas de milhar;

(EF04MA02) Mostrar, por decomposição e composição, que todo número natural pode ser escrito por meio de adições e multiplicações por potências de dez, para compreender o sistema de numeração decimal e desenvolver estratégias de cálculo;

(EF04MA04) Utilizar as relações entre adição e subtração, bem como entre multiplicação e divisão, para ampliar as estratégias de cálculo;

(EF04MA06) Resolver e elaborar problemas envolvendo diferentes significados da multiplicação (adição de parcelas iguais, organização retangular e proporcionalidade), utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.

(EF04MA07) Resolver e elaborar problemas de divisão cujo divisor tenha no máximo dois algarismos, envolvendo os significados de repartição equitativa e de medida, utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos (BRASIL, 2018, p. 192).

Nas Proposições Curriculares de Matemática da Prefeitura de Belo Horizonte, temos as seguintes abordagens com relação à multiplicação: retomar a utilização de estratégias pessoais para multiplicar; consolidar a utilização de técnicas convencionais para resolver multiplicação; consolidar a construção, a partir de situações-problema, dos fatos básicos das operações de multiplicação e divisão; analisar, interpretar, resolver e formular situações-problema utilizando diferentes recursos e/ou estratégias: registros pessoais, estimativa, cálculo mental, técnicas convencionais (BELO HORIZONTE, 2009).

Diante das necessidades da turma, o mais recomendável para 2019 foi, então, trabalhar as habilidades acima juntamente com as habilidades esperadas para o 5º ano, de acordo com a BNCC:

(EF05MA01) Ler, escrever e ordenar números naturais até a ordem das centenas de milhar com compreensão das principais características do sistema de numeração decimal;

(EF05MA07) Resolver e elaborar problemas de adição e subtração com números naturais e com números racionais, cuja representação decimal seja finita, utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.

(EF05MA08) Resolver e elaborar problemas de multiplicação e divisão com números naturais e com números racionais cuja representação decimal é finita (com multiplicador natural e divisor natural e diferente de zero), utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos;

(EF05MA09) Resolver e elaborar problemas simples de contagem envolvendo o princípio multiplicativo, como a determinação do número de agrupamentos possíveis ao se combinar cada elemento de uma coleção com todos os elementos de outra coleção, por meio de diagramas de árvore ou por tabelas (BRASIL, 2018, p. 294).

Também, é característica dessa turma, os poucos alunos que realizam as atividades sem a interferência dos professores. O índice de quem realiza as atividades determinadas para ser efetuadas em casa, também, é baixo. Como o acompanhamento da turma é realizado desde o ano passado, notamos que há dificuldades no acompanhamento na vida escolar das crianças por parte das respectivas famílias.

2.5 Procedimentos

Como atuei em dupla, a Escola soube que a presença da Pesquisadora Auxiliar Cristalina seria algo mais frequente em nossa rotina e, ao saber dos nossos objetivos de estudo, concedeu que, juntas, pudéssemos trabalhar em função do mestrado e em prol dos nossos alunos. Tivemos um apoio muito grande, tanto na obtenção dos materiais necessários quanto na organização e utilização de espaços externos à sala de aula.

Para entrar em contato com os pais, aproveitamos a primeira reunião realizada em fevereiro de 2019, para explicar o termo de autorização que receberiam posteriormente e esclarecer que seus filhos não seriam expostos de maneira alguma, ao contrário, teriam uma oportunidade diferenciada de aprendizagem. Dias após a reunião, entreguei os termos em um envelope para cada criança e tivemos 19 autorizações na Sala 2.

É importante esclarecer que os termos foram entregues às três turmas, então, tivemos 60 autorizações e um vasto material para compor nossa pesquisa. Porém, observamos que ficaria inviável analisar com qualidade todas as atividades recebidas, devido ao tempo disponível para a finalização do curso. Mesmo assim,

sempre que julgarmos pertinente, traremos atividades e/ou comentários de alunos das outras turmas, com o intuito de enriquecer nosso trabalho.

O desenvolvimento da sequência didática ocorreu do dia 11 de março ao dia 1º de abril de 2019, totalizando 16 horas/aula, como mostra o quadro, a seguir:

Quadro 1: Cronograma de realização da sequência didática

Atividades	Dias
Atividade 1:A bota de muitas léguas	11/03/19
Atividade 2: Exploração da atividade 1	13/03/19
Atividade 3: Situação-problema	15/03/19
Atividades 4 e 5: Troca-troca e Vitrines	18/03/19
Atividades 5 e 6: Cardápio e Síntese	20/03/19
Atividade 7: Malha quadriculada e atividade com escaninhos	25/03/19
Atividade 8: Fichas coloridas	27/03/19
Atividade 9: Construção do jogo da memória	29/03/19
Atividade 9: Jogo	01/04/19

Fonte: Arquivo da pesquisadora.

A organização dos alunos nas aulas ocorreu de modo diferenciado, ora em duplas, ora em grupos, definidas de acordo com a necessidade de cada atividade, sempre com a presença da Pesquisadora Auxiliar registrando em diário de campo. Contamos, também com as opiniões dos alunos, registradas em áudio e, posteriormente, apresentadas em síntese ao final da descrição e análise da sequência didática no intuito de avaliar o que foi realizado, como se envolveram e o que mais gostaram. Ao final de cada aula, também registrei minhas impressões, em diário de campo, expondo o que foi positivo e negativo em uma perspectiva reflexiva. Todas as atividades realizadas pelos alunos foram recolhidas e fotografadas, compondo, assim, mais um tipo de registro para a nossa pesquisa. Assim, como modo de triangulação da análise dos dados, contamos, então, com dois registros em diário de campo, um, sob o olhar da pesquisadora e outro, sob o olhar da Pesquisadora Auxiliar. Temos, ainda, a produção dos alunos registradas em fotos e a avaliação que alguns fizeram sobre o desenvolvimento das atividades, registradas em áudio.

Nossas análises estão baseadas nos procedimentos realizados pelos alunos para resolver as atividades propostas. Procuramos discutir a forma como procederam para solucionar as situações, preocupando-nos em compreender o entendimento dos alunos, por isso, não há uma preocupação em categorizar todos

os 'resultados' obtidos em cada uma das atividades. Diante disso, elaboramos categorias apenas para quatro das nove atividades propostas.

2.6 A sequência didática

Uma sequência didática, de acordo com Pessoa (2014, p. 301), "corresponde a um conjunto de atividades articuladas que são planejadas com a intenção de atingir determinado objetivo didático". Ainda de acordo com a autora, uma sequência didática deve ser baseada nos seguintes princípios:

[...] valorização, dos conhecimentos prévios dos alunos; ensino centrado na problematização; ensino reflexivo, com ênfase na explicitação verbal; ensino centrado na interação e na sistematização dos saberes; utilização de atividades diversificadas, desafiadoras e com possibilidade de progressão (das atividades mais simples às mais complexas) – lembrando que uma única atividade pode mobilizar diferentes conhecimentos e estimular diferentes habilidades, tornando a criança um sujeito ativo na construção do seu conhecimento (PESSOA, 2014, p. 301.).

Nessa perspectiva, pensamos em atividades que estimulassem a interação entre os alunos e permitissem a construção do conhecimento de maneira compartilhada. Não temos a intenção de apresentar uma prescrição de como se trabalhar a multiplicação, tampouco dizer o que o professor deve fazer para obter sucesso em suas práticas pedagógicas.

Nosso objetivo é mostrar o que as atividades selecionadas podem proporcionar no ensino da multiplicação, em uma concepção em que tanto os procedimentos matemáticos como as interações são fundamentais para o aprendizado. Dessa maneira, as situações de aprendizagem foram propostas sob a hipótese de que proporcionariam momentos colaborativos em que os alunos atuariam como sujeitos ativos na construção do conhecimento, interagindo, expondo seus pontos de vista, contrapondo as opiniões dos colegas e justificando suas escolhas. Para a produção dos dados, selecionamos nove atividades diversificadas envolvendo a ideia aditiva, proporcionalidade, organização retangular e raciocínio combinatório. Decidimos ter, como base para a nossa sequência, os livros didáticos do Eduardo Sarquis¹⁹, por acreditar que a maneira que ele aborda os conteúdos é mais criativa e atraente para os alunos, também favorecendo uma maior interação entre eles. Apesar de ser considerado um material antigo, é muito rico, o qual não

¹⁹ SARQUIS, Eduardo. **Matemática com o Sarquis**, livro 2. Belo Horizonte: Formato Editorial, 1996. SARQUIS, Eduardo. **Matemática com o Sarquis**, livro 3. Belo Horizonte: Formato Editorial, 1997.

conhecia e tive contato no Laboratório de Ensino de Matemática da Faculdade de Educação da UFMG.

Há também uma atividade adaptada dos Cadernos de Educação Matemática: Resolução de problemas: Problema ou Solução?, elaborado e fornecido pela Prefeitura Municipal de Belo Horizonte²⁰; atividades formuladas especificamente para a pesquisa, e selecionamos uma atividade dos Cadernos de Educação Matemática, fornecido pelo PNAIC – Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa²¹. Apesar de esse material ser destinado aos três primeiros anos do Ensino Fundamental, a atividade escolhida é adequada ao público da nossa pesquisa, considerando suas dificuldades e, também, a riqueza de conhecimento proporcionada por ela.

A Atividade 1, denominada "A bota de muitas léguas", consiste em trabalhar a multiplicação em sua ideia aditiva em uma reta numérica. Ela também envolve medidas, pois um dos fatores da multiplicação refere-se ao comprimento do pulo dado pela bota, enquanto o outro fator indica a quantidade de pulos.

A Atividade 2 foi dividida em duas partes. A primeira parte é a exploração da brincadeira "A bota de muitas léguas", com o registro da situação de duas equipes, tabela com número e comprimento de pulos para completar e análise de duas retas marcadas com jogadas diferentes. A segunda parte refere-se à uma situação-problema envolvendo a ideia aditiva. A proposta foi desenhar uma bolsinha de lápis e estimar uma quantidade de lápis a ser guardada. Posteriormente, deveriam pensar em quantos lápis caberiam em quatro bolsinhas iguais.

A Atividade 3 é composta por duas situações-problema, uma, em que a ideia apresentada é pensamento aditivo. A outra situação requer, em sua realização, um raciocínio um pouco mais elaborado com raciocínio proporcional, envolvendo também a divisão, mesmo não sendo o foco da pesquisa.

A Atividade 4, denominada "Troca-troca", trabalha o raciocínio combinatório. Os alunos tiveram coletes e shorts à disposição para descobrirem as possibilidades. Tiveram, também, uma tabela para o registro das combinações realizadas.

²⁰BELO HORIZONTE. Secretaria Municipal de Educação. **Cadernos de Educação Matemática: Resolução de problemas: Problema ou Solução?** Volume 4, 2008, p. 42.

²¹BRASIL. Secretaria de Educação Básica. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: Jogos na Alfabetização Matemática.** Brasília: MEC, SEB, 2014.

A Atividade 5 aborda o raciocínio combinatório, envolvendo situações com roupas e comidas. Enquanto a Atividade 6, chamada de "Síntese", apresenta apenas uma situação em que os alunos poderão mostrar que tipo de estratégia escolherão para resolver, recorrendo tanto à adição de parcelas iguais ou o algoritmo, seja ele convencional ou não.

A Atividade 7 trabalha a ideia de adição de parcelas iguais, envolvendo a organização retangular, com malha quadriculada.

Na Atividade 8, temos a multiplicação com fichas coloridas, atribuindo-se valores diferentes, de acordo com as cores. Nessa atividade, abordamos a ideia aditiva e, também, trabalhamos com a calculadora.

Por fim, na Atividade 9, temos um jogo da memória, envolvendo os fatos fundamentais da multiplicação.

Apresentaremos as atividades da sequência didática no próximo capítulo, tais como foram propostas para os estudantes e discutiremos o seu desenvolvimento na Sala 2. Ao final da dissertação, em apêndice, apresentaremos novamente, como recurso educativo, completa, e com as reformulações que foram, por nós, consideradas pertinentes após a análise dos dados produzidos durante a experiência. Dentre as mudanças, destacamos como principais, a troca na ordem das atividades, a inclusão de mais duas situações-problema e a reformulação do Jogo da memória, que passou a ser Atividade 10.

3 DESCRIÇÃO E ANÁLISE DAS ATIVIDADES

Neste capítulo, apresentaremos a pesquisa de campo, as atividades desenvolvidas e a participação dos estudantes da turma. Em certos momentos da descrição, utilizarei a primeira pessoa. Utilizaremos, também, uma formatação diferente, durante a descrição, o texto será corrido e com espaçamento simples, com destaque aos diálogos, apresentados em itálico, na expectativa de favorecer a compreensão do leitor.

Nossas fontes de consulta mostram-se bastante coincidentes. Faremos uma apresentação dos fatos, conforme nossos registros, com considerações pertinentes em seguida. Ao final de todas as atividades, apresentaremos uma síntese da opinião dos alunos sobre o desenvolvimento da sequência didática.

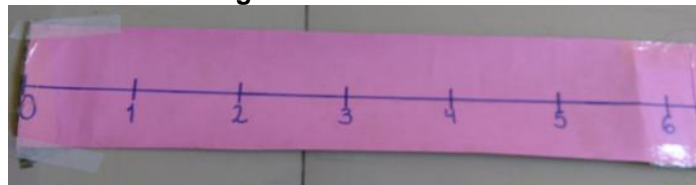
3.1 Atividade 1: A BOTA DE MUITAS LÉGUAS²²

Aprendizagem: Desenvolver a ideia de multiplicação ao calcular a quantidade de pulos que a “bota” executará, trabalhando a ideia de adição de parcelas iguais.

Material:

- folhas com várias retas numéricas, com marcações do zero ao 25.
- 2 conjuntos de cartões numerados e coloridos (5 cartões azuis e 5 cartões amarelos). Obs.: os cartões amarelos indicam a quantidade de pulos que a bota realizará, e os cartões azuis, o comprimento dos pulos. Inicialmente, pode-se usar números de 1 a 5, posteriormente pode-se acrescentar valores maiores.
- Uma "reta" graduada no chão, do zero ao 25, ou uma faixa de papel com a mesma graduação. Na experiência realizada, foi melhor utilizar uma faixa de papel, numerada do zero ao 25, com 10 cm de distância entre os números. As imagens abaixo permitem a visualização da faixa de papel. Ela é extensa, por isso, é melhor que a atividade seja realizada em espaços abertos. Na impossibilidade de fotografá-la em seu comprimento, registrei uma foto do início, mais de perto, e outra do fim, um pouco mais afastada, na tentativa de registrá-la em toda sua extensão.

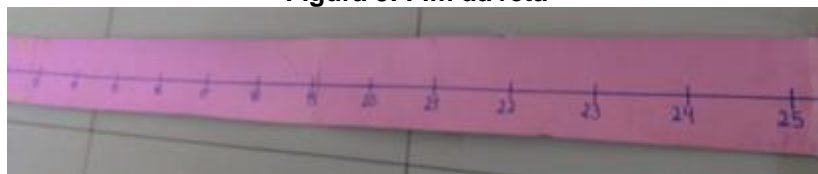
Figura 2: Início da reta



Fonte: Arquivo da pesquisadora.

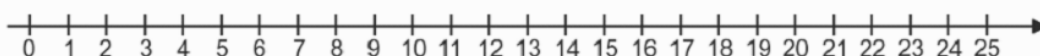
²²Este jogo foi adaptado de: BRASIL. Secretaria de Educação Básica. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: Jogos na Alfabetização Matemática**. Brasília: MEC, SEB, 2014. Originalmente ele faz parte do livro: BRASIL, Ministério da Educação – Secretaria de Educação Básica. **Pró-Letramento: programa de formação continuada de professores dos anos/ séries iniciais do ensino fundamental – matemática**. Brasília: MEC/SEB, 2007.

Figura 3: Fim da reta



Fonte: Arquivo da pesquisadora.

Observação: como, inicialmente, a atividade foi realizada com a turma completa para que entendessem como aconteceria nas equipes, preparei um cartaz a fim de registrar as jogadas da turma e eles pudessem visualizar como efetuariam tal registro quando estivessem nas equipes. Reproduzi a reta abaixo em folha A3, compondo, assim, um cartaz com 10 retas para registro da turma.



Número de jogadores: todos os alunos da turma.

Regras:

- Defina o número de rodadas para que, assim, seja definido o número de alunos participantes no sorteio dos cartões e nos "pulos" realizados pela bota imaginária.
- O participante deverá sortear um cartão numerado **amarelo**. O número sorteado indica o **número de pulos** que a "bota" executará. Depois, deverá sortear outro cartão numerado de cor **azul**. O número indica o **comprimento** de cada pulo.
- Vence o jogo a equipe que, ao final das rodadas, tiver maior saldo de jogadas em que a bota saltou mais longe.

Ao iniciar a atividade, houve surpresa com relação ao seu nome. Perguntei se sabiam o que era léguas, e um dos alunos relatou que já ouviu a expressão vinte mil léguas submarinas, disse que só tinha ouvido falar.

Outro aluno completou dizendo que a palavra submarina significava bem no fundo do mar. Perguntei qual seria a diferença entre 20.000 e 20 léguas submarinas e o aluno A27 respondeu:

–20.000 é bem profundo e 20 é mais raso.

Expliquei que léguas era uma unidade de medida muito usada antigamente e que, para realizar a atividade, utilizaríamos uma reta numérica para medir.

Conversamos sobre onde são encontradas as retas numéricas. Todos falaram, ao mesmo tempo, réguas, metro articulado, trena, até que um deles gritou:

– Minha tia usa uma fita pra costurar.

Chegamos então à fita métrica. Falamos sobre a utilidade de cada um desses instrumentos e perguntei se, na régua, a reta termina quando acabam os números, os alunos responderam que os números são infinitos. Dessa maneira, conduzi a discussão até concluírem que uma régua é um segmento de reta.

Expliquei como seria a brincadeira e fomos até a quadra para a sua realização.

Na primeira jogada, envolvendo toda a turma, as fichas sorteadas foram 5 (amarela) e 3 (azul). Conversamos sobre elas, e os alunos responderam:

– *São cinco pulos de três distâncias, então, a bota vai parar no 15.*

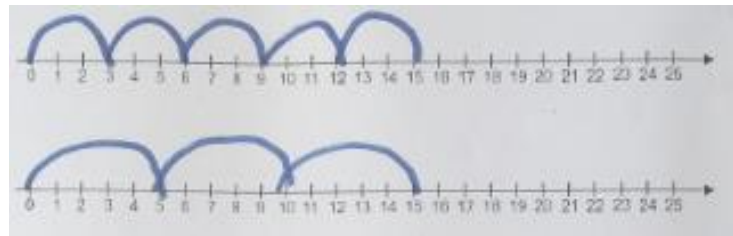
Na segunda jogada, inverteram-se as fichas, saíram 3 (amarela) e 5 (azul). Rapidamente, os alunos comentaram:

– *Ah, é igual. Vai parar no mesmo lugar.*

Indaguei se era realmente a mesma coisa e, após o aluno dar os pulos, o aluno A27 explicou:

– *O resultado é o mesmo, mas o número e o tamanho dos pulos são diferentes.*

Figura 4: Jogadas da turma



Fonte: Arquivo da pesquisadora.

Após o fim das rodadas com a turma, a proposta foi dividi-la em dois grupos. Contaram 21 alunos e perguntei-lhes como seria a divisão em duas equipes. Falaram possibilidades de divisão em partes iguais, porém, insisti dizendo que seriam duas equipes. Um dos alunos disse que seria 10,5 para cada. Diante dessa fala importante, perguntei como a gente faria isso. Comparei com um bolo cortado em 21 pedaços que, para ficar igual seriam 10 pedaços para cada lado e sobraria um. Perguntei se poderíamos dividir esse pedaço em dois, metade para um e metade para outro, eles concordaram, ficando então, 10,5 para cada. A discussão ficou ainda mais interessante quando perguntei se a gente poderia fazer isso com pessoa.

PP: –Quem a gente vai partir?

Eles riram muito dizendo que ninguém deveria ser partido. Verificamos que, em se tratando de certas situações, o inteiro não pode ser dividido. Então, concluíram que ficaria 10 de um lado e 11 do outro, e observaram que uma equipe ficaria com mais pessoas. Dessa forma, expliquei que nesta atividade isso não prejudicaria ninguém, pois o número de rodadas seria o mesmo para as duas equipes.

A turma foi dividida em dois grupos, Equipe A e Equipe B. Na primeira rodada, as duas equipes sortearam as fichas 2 (amarela) e 2 (azul), o que, para eles, não teve emoção e suspense algum.

Já na segunda rodada, a Equipe A sorteou 2 (amarela) e 4 (azul). Logo disseram que eram dois pulos de quatro distâncias. A Equipe B sorteou 1 (amarela) e 3 (azul). Questionados, os alunos disseram que seria apenas um pulo de três distâncias.

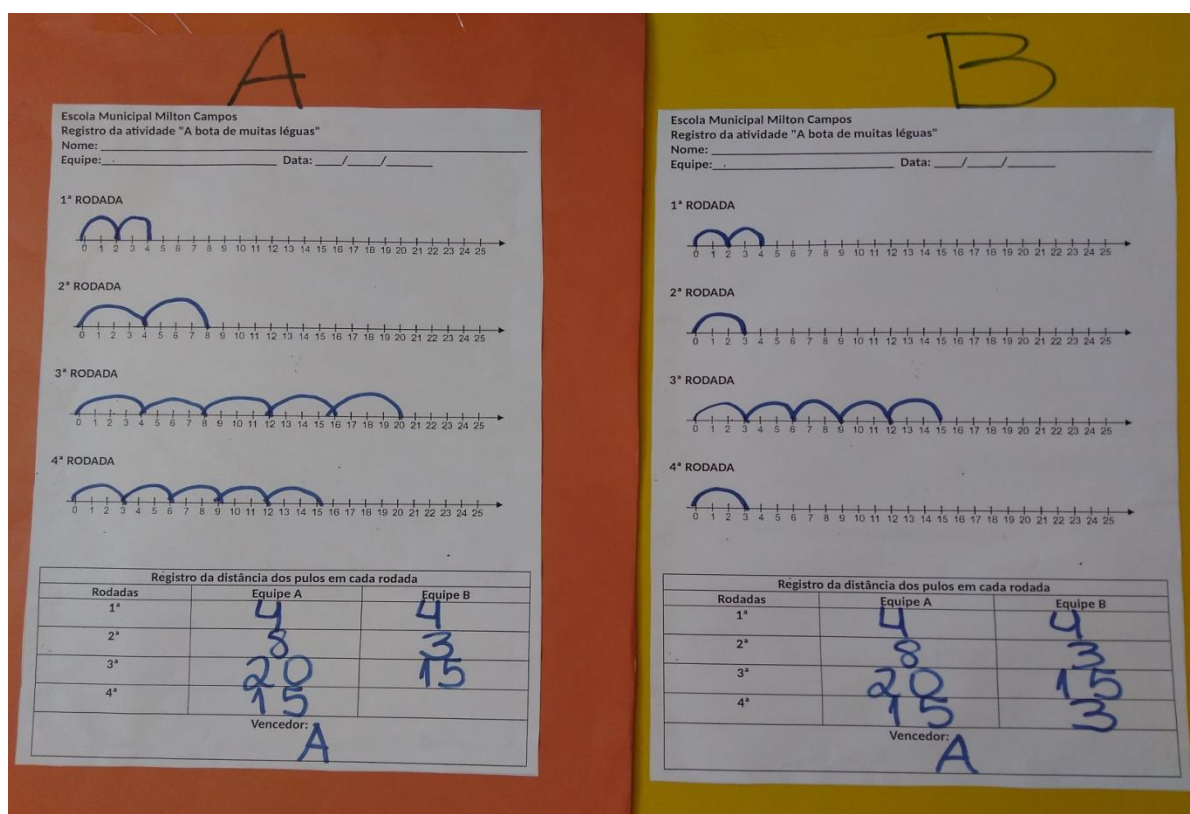
Na terceira rodada, a Equipe A sorteou 5 (amarela) e 4 (azul). Questionados, explicaram que ia parar no 20, porque $5 \times 4 = 20$. O aluno foi saltando de 4 em 4 à medida que os colegas falavam os números onde ele deveria parar. A Equipe B sorteou 5 (amarela) e 3 (azul). Questionados sobre onde iria parar, o aluno A28 respondeu:

– *Vai parar no 15. São pulos de três em três.*

Na quarta rodada, a Equipe A sorteou 5 (amarela) e 3 (azul). O participante deu pulos de 3 em 3, e a Equipe B sorteou 1 (amarela) e 3 (azul). Perguntados sobre qual equipe venceu, todos identificaram a Equipe A como vencedora.

Todas as rodadas foram registradas em um cartaz, para que ficasse mais fácil a visualização dos alunos e, também, ajudasse-os no registro individual, que foi colado no caderno.

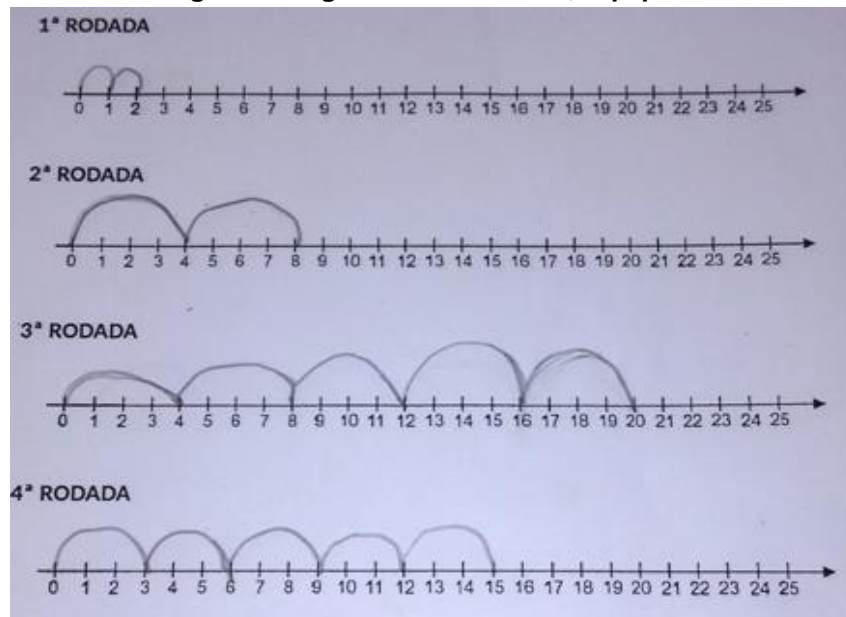
Figura 5: Registro das jogadas das equipes



Fonte: Arquivo da pesquisadora.

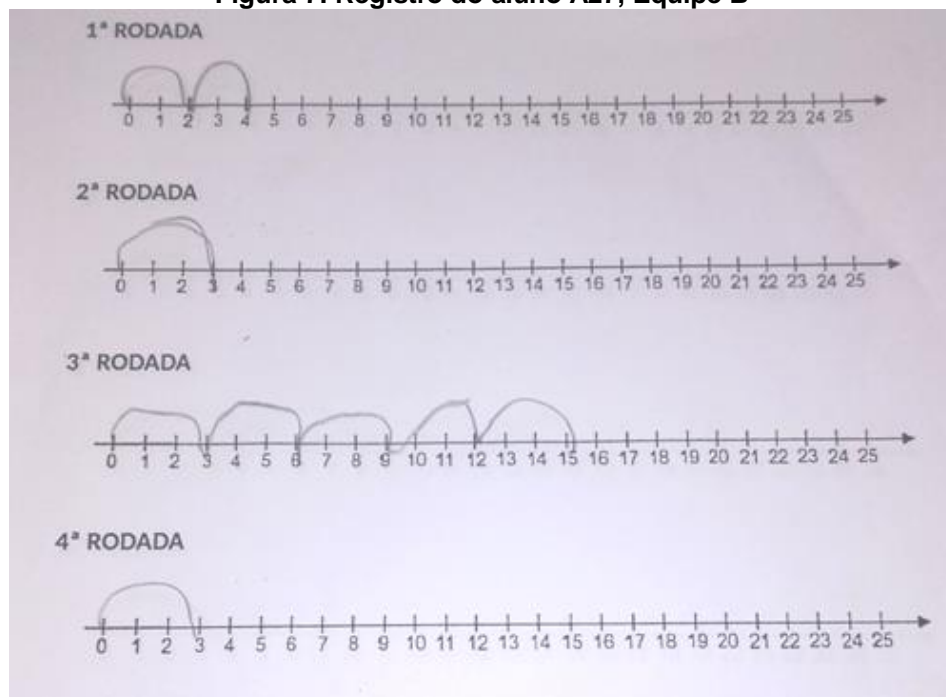
Com relação aos registros realizados pelos alunos, a maioria realizou de acordo com o esperado para a atividade.

Figura 6: Registro do aluno A19, Equipe A



Fonte: Arquivo da pesquisadora.

Figura 7: Registro do aluno A27, Equipe B



Fonte: Arquivo da pesquisadora.

Apenas uma aluna apresentou dificuldade no registro. Como se pode constatar, a seguir, a aluna A24 não observou que o intervalo, na 3ª rodada, era de três em três, até chegar ao número 15, considerando que a equipe tinha sorteado as fichas 5 (amarela) e 3 (azul), indicando, assim, cinco pulos de três distâncias.

Figura 8: Registro da aluna A24, Equipe B



Fonte: Arquivo da pesquisadora.

Algo muito interessante que não aconteceu nesta sala, mas é importante abordar aqui, foi a discussão acerca do zero que houve na Sala 1. Enquanto me observavam colocar a reta numérica no chão, surgiu um questionamento em torno do zero, porque ali na brincadeira começava dele, e não do um. Como essa conversa ficou restrita ao grupo que estava próximo a nós, a Pesquisadora Auxiliar sugeriu que eu expandisse para a turma toda o questionamento dos alunos. Segui sua orientação e os alunos apresentaram o seguinte diálogo:

A8: –Para contar as coisas, a gente não pode começar do zero, por exemplo, se eu contar meus dedos e começar do zero quando chegar no último será nove e não dez, vai faltar dedo.

A5: –O zero não existe.

PP: –Não existe?

A5: –Existe, mas não conta. Então, é como se não existisse.

PP: –Será que não conta?

Nesse momento, o aluno A14 respondeu:

– Aqui, começa do zero porque temos que medir a distância dele até o número sorteado.

Foi possível verificarem que, para fazer contagens, o zero não é necessário porque a primeira quantidade deve ser um, mas, na situação em questão, falávamos de medir distâncias, ou seja, a referência era o espaço entre o zero e o número determinado pelo sorteio das fichas. Aproveitei esse momento e falei sobre invenção do zero, criado para ocupar ordens vazias no sistema de numeração decimal.

3.1.1 Considerações sobre a atividade

Nessa atividade, o objetivo foi trabalhar a multiplicação como adição de parcelas iguais por meio de representações gráficas em uma reta numérica, de modo que os alunos pudessem prever onde a bola pararia com base nos números sorteados.

Pudemos perceber que os alunos gostaram muito da atividade, principalmente de realizá-la fora da sala de aula, algo bem diferente do que estamos acostumados a fazer. Pensei que teria muita dificuldade na condução, por levá-los a um ambiente diferente, mas vivenciamos momentos ricos e importantes para a aprendizagem, interagiram e participaram ativamente.

Os alunos se envolveram bastante e, ao perceberem a alteração na ordem dos fatores em uma das jogadas, logo disseram que seria a mesma coisa. Na segunda rodada, com a turma toda, foram sorteadas as fichas 3 (amarela) e 5 (azul), ao contrário da primeira rodada, em que saíram 5 (amarela) e 3 (azul). Rapidamente, os alunos disseram que eram iguais, e que o movimento na reta pararia no mesmo lugar. Indagados se era realmente a mesma coisa, os alunos verificaram, após os pulos, que o resultado era o mesmo, mas o número e o tamanho dos pulos eram diferentes.

Nesse aspecto, é importante deixar evidente, para os estudantes, que a ordem dos fatores não altera o resultado, mas pode alterar a natureza dos resultados e situações, conforme o caso. De acordo com Ramos (2009), não podemos dizer que a ordem dos fatores não faz diferença, o mais indicado é mostrar que as situações são diferentes, mesmo com resultados iguais.

A autora esclarece que a multiplicação constitui uma ação na qual utilizamos a linguagem matemática, de maneira que devemos identificar e registrar o significado de cada número presente na situação. A matemática na vida nos mostra ações, as regras ficam em segundo plano e, em muitas vezes, desaparecem, resultando em um entendimento da aplicação do conhecimento. Entretanto, "se represento concretamente uma multiplicação que vejo no dia a dia, e se percebo os significados de cada número, noto que quando inverto os números a situação se transforma" (RAMOS, 2009, p.82).

Diante disso, tivemos reforçada a importância de contextualizar o que ensinamos, no sentido de produzir significado para os alunos. Reforçar que a ordem

dos fatores não altera o resultado sem atentar-se para a mudança da situação com relação à natureza dos números, reduz a potencialidade e o significado da multiplicação.

Com relação aos registros dos pulos, percebemos que foram poucos os alunos que tiveram dificuldade quando não observaram os intervalos que deveriam ser respeitados para justificar o resultado da multiplicação sorteada nas fichas e, para isso, era necessário uma atenção especial ao zero, pois ele era nosso ponto de partida.

Aproveitei o diálogo com os alunos (Sala 1) para explorar um pouco a invenção do zero. Ditei alguns números com o zero em sua composição e os indaguei sobre a posição de cada algarismo no quadro de ordens. A turma foi respondendo quem ficaria na unidade, na dezena e na centena. Com a percepção do zero nos lugares adequados, de acordo com cada número, expliquei que o zero foi inventado para ocupar o espaço vazio no quadro de ordens, de acordo com Centurión (1994).

A autora apresenta uma evolução na escrita dos algarismos e atenta para o fato de que, no início, por volta de 300 a.C., os hindus não utilizavam o zero. Mais tarde, por volta de 500 a.C., o zero já havia sido criado para representar o nada, ou seja, para ocupar uma ordem vazia no sistema de numeração decimal.

Como esse assunto não apareceu na Sala 2, perguntei, aos alunos, porque os colegas que estavam dando os pulos se posicionavam no zero e não no um. Rapidamente responderam que, lá, era o início da partida, e era a partir dele que contaríamos as medidas dos pulos. Como nossa atividade ocorreu em uma turma de 5º ano, percebemos que a compreensão demonstrada é bem maior e bem adequada.

Consideramos uma limitação para essa atividade a indicação de realizá-la fora da sala. Em nossa experiência, contamos com espaços amplos em que pudemos colar a reta no chão, facilitando a visualização dos alunos, mas, se essa atividade for realizada em alguma escola que não disponha de um espaço adequado, o mais indicado é afastar as mesas e colocar os alunos em uma grande roda, de maneira que a representação da reta numérica fique no centro para que todos a vejam e acompanhem os pulos.

Apontamos, como possibilidades, o trabalho com as retas numéricas, com o sistema métrico decimal e, também, a discussão acerca da invenção e do uso do

zero. Isso não pôde ser efetuado, para efeito da pesquisa, devido ao tempo que dispúnhamos para a realização da sequência. Entretanto, atividades que trabalhem esses conteúdos foram realizadas de acordo com o cronograma estabelecido para as turmas.

Verificamos, também, que é possível avançar trabalhando com os múltiplos, por exemplo, todas as jogadas da Equipe A da Sala 1 foram resultados da tabuada do quatro, ou seja, permite uma outra abordagem que, além de enriquecer o trabalho realizado, possibilita um avanço no aprendizado dos alunos.

Podem ser acrescentadas mais fichas, permitindo assim o trabalho com as outras tabuadas e ampliando os conhecimentos dos alunos. Além disso, é possível explorar também a propriedade comutativa da multiplicação, principalmente com base nas jogadas invertidas, como aconteceu com os números 5 e 3, descritos anteriormente.

Dessa maneira, mesmo nos referindo à multiplicação como adição de parcelas iguais, percebemos, tanto por meio dos estudos quanto da prática, que multiplicar constitui um raciocínio diferente de somar, uma vez que, na ideia aditiva da multiplicação, a natureza dos números é diferente (Ramos, 2009). Portanto, a atividade proposta potencializou o sentido da multiplicação, tanto no aspecto aditivo quanto em suas características, além de propiciar uma grande interação entre os alunos e uma troca significativa de conhecimentos.

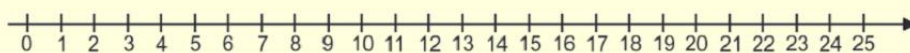
3.2 Atividade 2: EXPLORAÇÃO DA ATIVIDADE 1 – A BOTA DE MUITAS LÉGUAS

1-Observe os cartões que foram sorteados pelas equipes A e B:

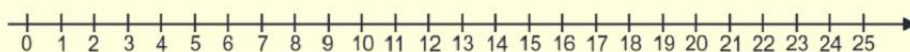
EQUIPE A		EQUIPE B	
2	4	3	2

Lembre-se: ficha amarela (número de pulos) e ficha azul (comprimento dos pulos).

2- Registre os pulos realizados pela equipe A.



3- Registre os pulos realizados pela equipe B.



4- Agora, responda: qual das duas equipes, a bota levou para mais longe? _____

Nossa aula aconteceu logo após o recreio. Iniciei devolvendo o registro da atividade anterior, sinalizando, para os alunos, o que precisaria ser modificado. Em seguida, organizamos a turma em duplas para dar início às atividades do dia.

Distribuí a primeira folha e perguntei quem não participou da brincadeira. Após verificar quem faltou na segunda-feira, expliquei como foi realizada e como os registros foram efetuados. Destaquei, também, o significado da ficha amarela (número de pulos) e da ficha azul (comprimento do pulo), representando no quadro. Os estudantes fizeram o registro na folha, olhando o que foi efetuado no quadro. Perguntados sobre qual equipe foi “mais longe” com a bota, todos responderam Equipe A.

Diante disso, os alunos não apresentaram dificuldade nos quatro primeiros itens da atividade, rapidamente visualizaram e verbalizaram como ficariam os pulos na reta numérica.


A seguir, apresentaremos os itens cinco e seis da atividade.

5- Complete o quadro com as informações que faltam:


	Número de pulos	Comprimento do pulo	Distância
1ª jogada	5	2	
2ª jogada	4		12
3ª jogada		4	20
4ª jogada	3		18

6-Veja as situações abaixo e complete:

A)



B)



A) Número de pulos _____
 Comprimento do pulo _____
 Distância _____

B) Número de pulos _____
 Comprimento do pulo _____
 Distância _____

O item cinco foi realizado pelos estudantes, e a correção foi efetuada posteriormente, analisando cada situação – ora número de pulos, ora tamanho do pulo e ora a distância percorrida. A primeira jogada ocorreu de acordo com o esperado, os estudantes falaram logo que a distância era 10; na segunda, foram registradas, na linha numérica traçada no quadro, as diferentes hipóteses relatadas pelos estudantes: de um em um; de dois em dois; de três em três; de quatro em quatro. Dessa forma, perceberam que a situação se referia a quatro pulos de três distâncias.

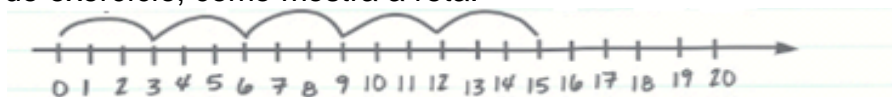
Na terceira jogada, o aluno A19 disse:

– Se o comprimento do pulo é 4, então o número de pulos é 5, porque $5 \times 4 = 20$.

Perguntei se todos concordavam com a fala do colega, e todos disseram que sim. O registro foi efetuado de acordo com a orientação fornecida pelo aluno, e pudemos observar que eles perceberam que realmente fazia sentido. A quarta jogada foi respondida da mesma forma.

O item seis da atividade foi realizado analisando o registro nas retas numéricas, nas quais o número de “curvas” indicava a quantidade de pulos. Era importante, também, observar a distância dos pulos. Um dos alunos que não participou da brincadeira da primeira atividade teve dificuldade em entender que cada curva representava um pulo, havendo, assim, a necessidade de explicar novamente, mostrando as fichas e retomando seus significados.

A aluna A24 disse que estava com dificuldade em saber o tamanho do pulo. Então, expliquei no quadro que a distância do pulo poderia ser verificada na distância do primeiro pulo: do zero até o número marcado pelo primeiro pulo. Para facilitar o entendimento da aluna, desenhei uma reta no quadro com as mesmas marcações do exercício, como mostra a reta:



Depois que fiz o desenho, utilizei pincel colorido para numerar os pulos (as curvas) e marcar a distância entre eles, colorindo os espaços entre os números, acreditando que, assim, ficaria melhor para ela entender. Porém, ao ter contato com a atividade da aluna, ficou claro que ela não compreendeu o que era pulo e o que era distância. Ela inverteu os fatores, como se pode ver na figura abaixo.

Figura 9: Registro da aluna A24

6- Veja as situações abaixo e complete:

A)

B)

A) Número de pulos	<u>3</u>
Comprimento do pulo	<u>5</u>
Distância	<u>15</u>
B) Número de pulos	<u>5</u>
Comprimento do pulo	<u>4</u>
Distância	<u>20</u>

Fonte: Arquivo da pesquisadora.

As atividades foram recolhidas, corrigidas e devolvidas na aula seguinte, momento em que pude mostrar à aluna A24 que ela havia trocado os números. Pude também explicar, novamente, a diferença entre número de pulos e comprimento dos pulos.

A segunda parte da Atividade 2 foi proposta da seguinte maneira:

Imagine e desenhe um estojo ou uma bolsinha superlegal e com muito estilo. Pense em um tamanho ideal, pois, como o ano está começando, você está com muitos lápis de cor e precisa guardá-los.

a) Caprichou na produção? Então, agora responda: quantos lápis de cor vão caber em seu estojo ou em sua bolsinha? _____

b) Quantos lápis poderão ser guardados em 4 estojos/bolsinhas iguais ao que você desenhou?

Alguns alunos não conheciam a palavra estojo. Então, foi necessário mostrar um estojo de madeira, para que soubessem ao que estava me referindo.

A turma caprichou nas produções! Os alunos fizeram verdadeiras obras de arte ao produzirem uma bolsinha, das quais separamos algumas para que você possa apreciar também. Veja a seguir:

Figura 10: Produção do aluno A27



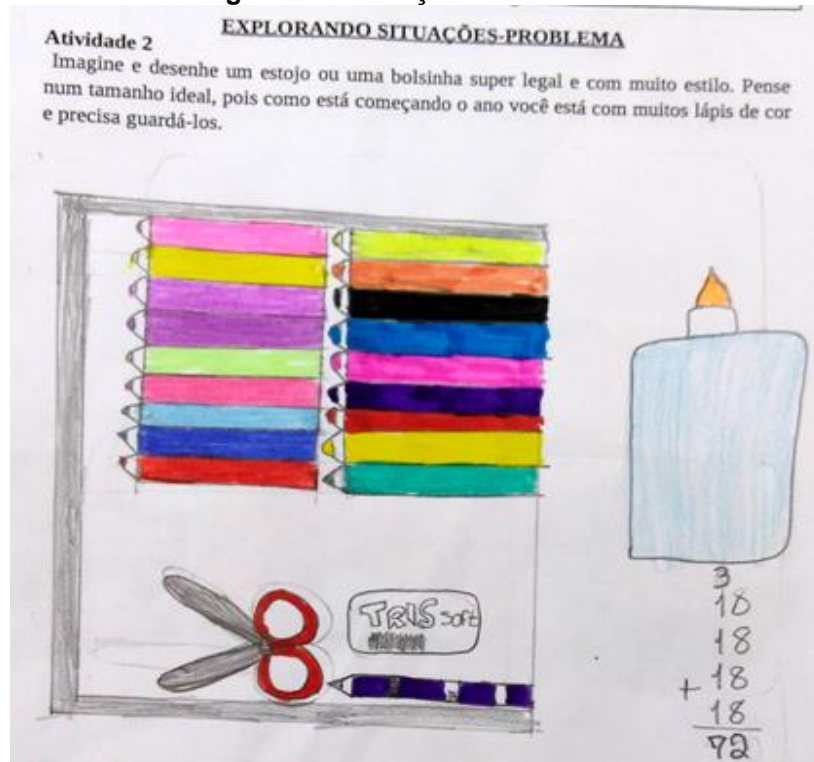
Fonte: Arquivo da pesquisadora.

Figura 11: Produção do aluno A19



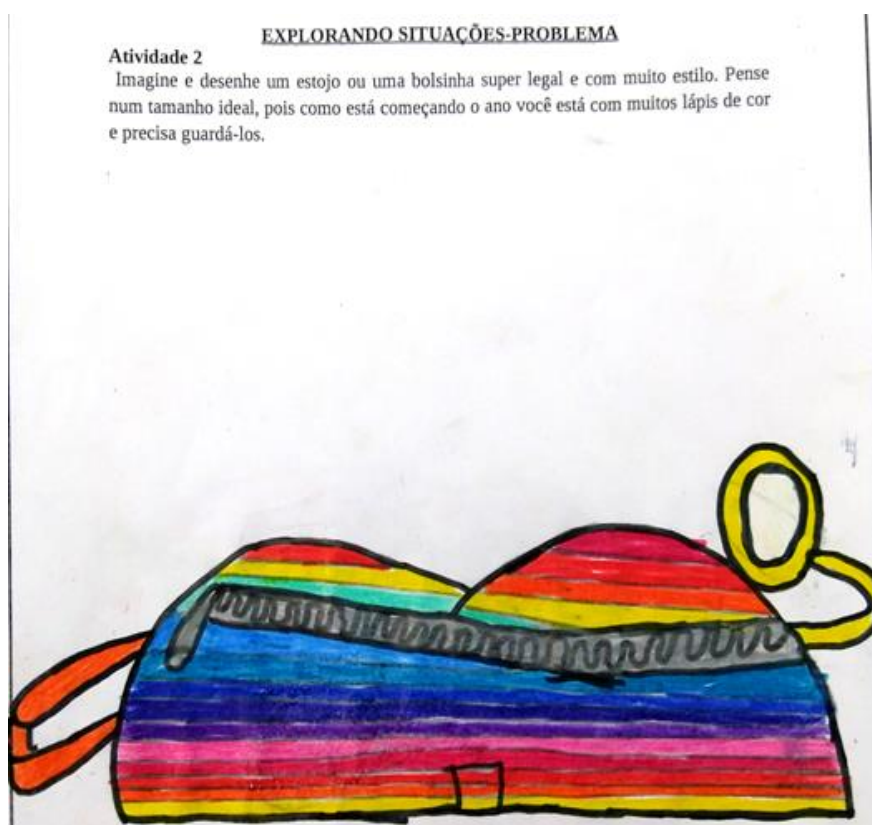
Fonte: Arquivo da pesquisadora.

Figura 12: Produção da aluna A23



Fonte: Arquivo da pesquisadora.

Figura 13: Produção da aluna A31



Fonte: Arquivo da pesquisadora.

Nessa atividade, não fiz uma explicação coletiva de como desenvolvê-la, deixei que lessem e interpretassem. Entretanto, muitos não compreenderam a ligação entre os itens **a** e **b**, reproduzidos abaixo, por isso, perguntei se, em uma bolsinha eles tinham a quantidade escolhida, quantos lápis seriam guardados se tivessem quatro bolsinhas com a mesma quantidade.

- a) Caprichou na produção? Então, agora responda: quantos lápis de cor caberão em seu estojo ou em sua bolsinha? _____
- b) Quantos lápis poderão ser guardados em 4 estojos/bolsinhas iguais ao que você desenhou?

Abaixo, mostramos como categorizamos as resoluções da atividade:

Categorias	Número de participantes (19 no total)
Adição de parcelas iguais com resultado correto	6
Adição de parcelas iguais com resultado errado	4
Não entenderam	1
Multiplicação com resultado correto	5
Resposta certa sem registro do cálculo	3

3.2.1 Considerações sobre a atividade

A Atividade 2 tinha como objetivos a exploração da Atividade 1 e o entendimento da ideia aditiva da multiplicação, tanto por meio dos registros de pulos na primeira parte quanto no cálculo do número total de lápis a ser guardado na segunda parte.

De acordo com os registros realizados pelos alunos, não observamos dificuldades nos itens de um a quatro da atividade. Eles conseguiram compreender o que era solicitado e verbalizaram com segurança as respostas, identificando a equipe vencedora.

O item cinco, reproduzido abaixo, foi realizado de maneira coletiva e foi interessante ouvir as propostas dos alunos, efetuando-as no quadro para que visualizassem as respostas que davam.

5- Complete o quadro com as informações que faltam:			
	Número de pulos	Comprimento do pulo	Distância
1ª jogada	5	2	
2ª jogada	4		12
3ª jogada		4	20
4ª jogada	3		18

Destacamos, nessa atividade, a importância do diálogo, estabelecido na turma. Os alunos conversavam entre si e apresentavam suas sugestões. Como professora e pesquisadora, registrei suas ideias no quadro, utilizando pincéis coloridos para marcar, na reta, o que era distância e o que era pulo. Era incrível ver suas reações ao perceberem que suas respostas eram ou não confirmadas, com base na representação de suas hipóteses. Vibravam quando acertavam e ficavam decepcionados quando erravam, mas demonstrando compreensão das situações.

De acordo com Nacarato, Mengali e Passos (2011), um ambiente de aprendizagem precisa ser marcado, essencialmente, pela presença do diálogo, ou seja, a relação dialógica constitui a primeira característica desse ambiente, o que não se resume à troca de ideias, ao contrário, refere-se ao compartilhamento de ideias e saberes, instigando as discussões e análises sobre o que os alunos dizem, fomentando, assim, a comunicação. De acordo com as autoras, essa é uma

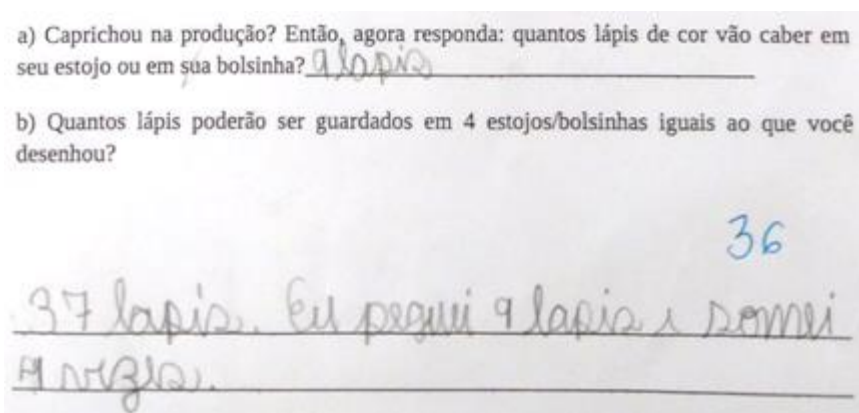
característica que merece destaque para haver um ambiente propício à aprendizagem.

Com relação à segunda parte da atividade, alguns alunos tiveram dificuldade em descobrir quantos lápis guardariam se tivessem quatro bolsinhas com a mesma quantidade de lápis respondida no item "a".

De acordo com o levantamento realizado, constatamos que dos 19 alunos participantes da pesquisa, 14 responderam, satisfatoriamente, a atividade proposta, considerando que três não registraram o cálculo.

Percebemos também que os quatro alunos que erraram na adição de parcelas iguais compreenderam que esse caminho os levaria a solução correta, porém, demonstraram dificuldade ao realizar a soma. Por isso, destacamos duas atividades nas quais houve o entendimento dos alunos, mas apresentaram equívocos no procedimento. Destacamos também que a resposta correta foi sinalizada para os alunos. Em A20 é 36 em A16 é 348.

Figura 14: Atividade do aluno A20



Fonte: Arquivo da pesquisadora.

Figura 15: Atividades da aluna A16

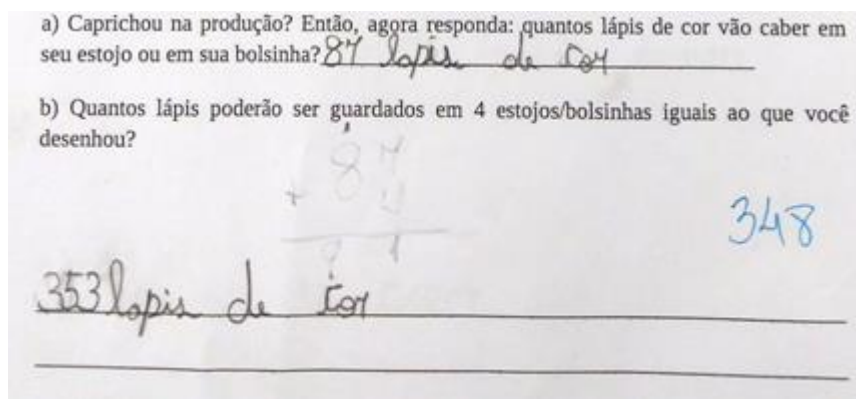
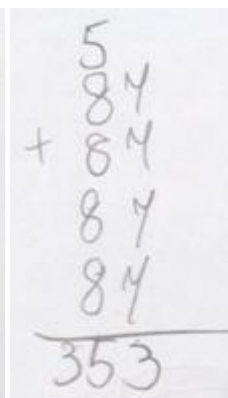


Figura 16: A16

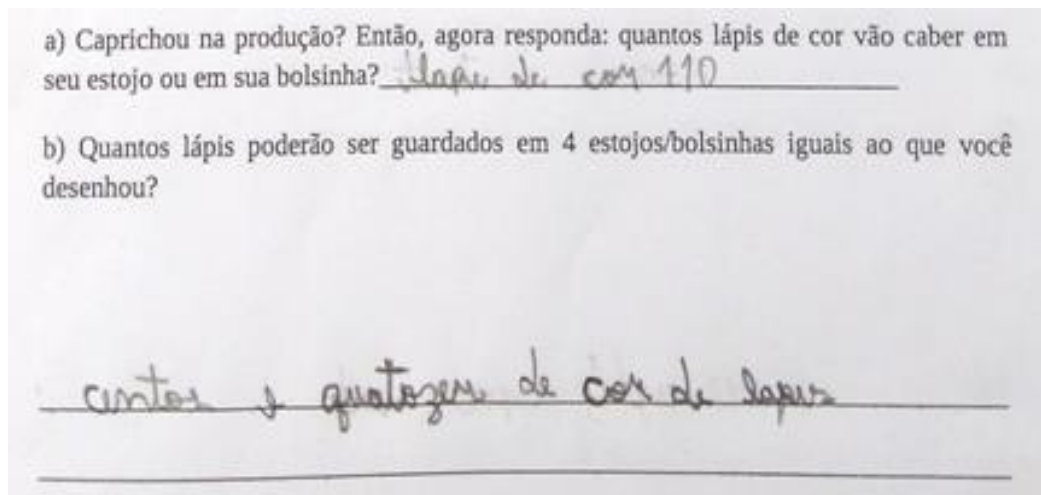


Fonte: Arquivos da pesquisadora.

As outras duas crianças que compreenderam, mas se equivocaram no procedimento, fizeram do mesmo jeito que a aluna A16, elas estavam juntas para a realização da atividade. Como se pode observar, pela sombra do que a aluna escreveu, seu primeiro raciocínio foi utilizar os números que apareciam no problema para efetuar a operação, registrando então $87+4=91$. De acordo com os esclarecimentos que foram apresentados, tanto no coletivo quanto para alunos que estavam mais perto desse grupo, a aluna fez o registro da operação no verso da folha, mas sem conseguir alcançar a resposta certa.

Destacamos, também, outro registro de uma resposta que envolveu a adição dos números presentes na atividade, o que mostra que a aluna não entendeu o problema proposto. Veja a seguir:

Figura 17: Atividade da aluna A30



Fonte: Arquivo da pesquisadora.

Pela resposta da aluna (centos e quatozer de cor de lapis), entendemos que ela utilizou o número 110 do item "a" e o somou ao número quatro do item "b". Os casos em que os alunos apenas somam os números que aparecem no problema, de acordo com Conti e Longo (2017), são mais comuns do que pensamos. Ao realizarem uma adição de maneira automática, percebemos que os alunos não refletiram sobre a proposta da atividade. Por isso, as autoras alertam que uma das causas pode ser o tipo de atividade que estamos propondo aos alunos com mais frequência, de modo que, quando há uma variação, não conseguem realizar, mostrando pouca flexibilidade do pensamento.

Tais dificuldades indicam que o trabalho deve ser retomado desde esses pontos e diversificado para que reflitam mais e avancem no aprendizado, considerando que, na pesquisa-ensino, a ação docente continua.

Outro aspecto importante é que, muitas vezes, os alunos não querem "perder tempo" analisando e discutindo, querem logo resolver a situação e a operação adição é o modo mais rápido. Isso pode ser justificado por, muitas vezes, o trabalho desenvolvido nos anos iniciais ter, como foco, o ensino dos algoritmos, sem que os significados sejam abordados, dificultando, assim, o entendimento da questão conceitual e das ideias envolvidas nas operações. Isso permite, ao aluno, o contato direto com os algoritmos, consolidando "uma matemática escolar reducionista, que não possibilita o pensar e o fazer matemático em sala de aula" (NACARATO, MENGALI e PASSOS, 2011, p. 89.).

Comparando os registros da Pesquisadora Auxiliar e os meus próprios, constatamos que os alunos gostaram muito da atividade. Estabelecemos muito diálogo acerca do que foi proposto, caracterizando, assim, nosso ambiente colaborativo de aprendizagem. Percebemos, também, que as retas desenhadas no exercício seis dificultaram a percepção dos alunos em relação aos pulos e à distância desses pulos. A sugestão é que, na versão final, a ser disponibilizada para os docentes, as retas sejam maiores para facilitar a visualização dos alunos.

3.3 Atividade 3: SITUAÇÕES-PROBLEMA

A) Uma transportadora enviou, de Betim para o porto de Vitória, uma frota com 15 caminhões, todos carregados com 8 automóveis. Quantos automóveis, ao todo, a transportadora enviou para o porto?

B) Suzana recebeu uma encomenda para fabricar 18 fantoches. Ela consegue fabricar 6 fantoches em 2 dias. Quantos dias Suzana vai gastar para entregar a encomenda?

Essa atividade foi realizada em uma sexta-feira, dia em que temos apenas uma aula de Matemática. Então, para ganharmos tempo, organizamos, previamente, outra sala, em duplas, e conduzimos os alunos, de maneira que pudessemos aproveitar mais o tempo da aula.

Expliquei, para a turma, o motivo da mudança de sala, e começamos a desenvolver a primeira situação-problema. Entreguei a folha e fiquei observando como eles estavam procedendo. Percebi que na primeira situação grande parte da turma estava fazendo $15 \text{ caminhões} \times 8 \text{ automóveis}$, sem discutir sobre a questão. Apenas um aluno respondeu que seria 120, somando 15 oito vezes. Diante das dificuldades apresentadas, intervi, atentando-os para os dados do problema.

Perguntei, aos alunos, se conheciam o caminhão cegonha, e muitos disseram que não. Nesse momento, a Pesquisadora Auxiliar completou:

– Vocês já viram aqueles caminhões grandes que levam um monte de carros atrás e que, geralmente, a gente brinca, dizendo: Ô motorista dá um carro desse pra mim?

Com isso, os alunos perceberam de que caminhão estávamos falando. Prossegui perguntando quantos eram os caminhões, e disseram 15. Então, falei que poderiam fazer desenhos para tentar solucionar. Ficaram assustados e com preguiça de fazer os 15 caminhões. Nesse momento, perguntei se tinha que ser exatamente caminhão, e o aluno A18 respondeu:

– Você pode fazer símbolos que representam os caminhões.

Desenhei, então, 5 quadrados no quadro e perguntei quantos eu precisaria.

A31 respondeu: *– Mais 10.*

Desenhei o restante e perguntei quantos carros cada caminhão levava, disseram oito e que eu poderia desenhar palitinhos. Desenhei e deixei que eles resolvessem, acreditando que seria suficiente para a compreensão da situação proposta.

Recolhi as atividades e tivemos o seguinte resultado:

Categorias	Número de alunos autorizados (19 no total e 15 presentes)
Desenho com adição correta	2
Desenho com adição errada	11
Multiplicação errada sem desenho	1
Multiplicação correta sem desenho	1

Como podemos verificar, apenas três alunos conseguiram resolver, satisfatoriamente, a primeira situação-problema.

Na segunda situação-problema, muitos alunos apresentaram dificuldades para descobrir em quantos dias Suzana entregaria a encomenda.

Uma aluna fez a leitura em voz alta e deixei que tentassem resolver sozinhos. Após algum tempo, perguntei como estavam fazendo e começaram a surgir situações envolvendo $18+6=24$.

Resolvi no quadro de acordo com a sugestão e voltei na leitura do problema, perguntando se o que descobrimos era adequado ao que a situação propunha. Perceberam que não, e seguimos para outras maneiras.

O aluno A18 sugeriu que fizéssemos 18 grupos com 6 fantoches, demonstrando compreender a ideia aditiva, mas inadequada para resolver o problema. Ao desenvolver essa linha de raciocínio, eles perceberam que o número encontrado era bem maior que o total de fantoches apresentado no problema. Diante disso, os alunos começaram a fomentar mais maneiras de resolver a situação-problema.

A32: *– Se Suzana faz 6 em dois dias, em 4 dias, ela vai fazer 12 fantoches.*

A19: *– Então, em 6 dias, ela fará 18 fantoches.*

Mesmo depois dessa fala, houve uma participação em que o aluno teve dificuldade para organizar as ideias.

A21: –Eu peguei 6, mais 6, mais 6 e deu 18.

PP: –Então, são quantos dias?

A21: –Três.

Como ele não estava compreendendo a relação estabelecida entre o número de fantoches e os dias, ajudei-o a encontrar essa informação da seguinte maneira:

PP: –Seis fantoches são feitos em quantos dias?

A21: –Dois.

PP: –Os outros seis fantoches em mais quantos dias?

A21:– Dois.

PP: –Já foram 12. Os últimos seis foram feitos em quantos dias?

Ele sorriu dizendo:

A21:–Ah! Então são seis dias no total!

De acordo com as falas desses alunos e o desenvolvimento que efetuei no quadro, alguns registraram apenas a resposta. Porém, mesmo diante dessa possibilidade, houve alunos que registraram equivocadamente, como poderão observar mais adiante.

Destacamos que as atividades foram recolhidas e corrigidas, sinalizando para os alunos como poderia ser desenvolvida.

3.3.1 Considerações sobre a atividade

Nessa atividade, o objetivo era verificar se os alunos conseguiriam acionar seus conhecimentos para resolver as situações apresentadas, abordando tanto a ideia aditiva quanto a proporcionalidade, evocadas na multiplicação. Na primeira situação-problema, eles poderiam utilizar tanto a adição de parcelas iguais quanto a própria multiplicação para descobrir o número de automóveis transportados.

Constatamos que apenas três alunos, dos 19 participantes, conseguiram resolver corretamente, apresentando 120 como resposta. Isso indica que a compreensão ficou limitada, mesmo com a intervenção realizada, efetuando a atividade em um passo a passo. Percebemos que os alunos que apresentaram dificuldade para resolver de maneira adequada às questões recorreram, com frequência, à adição, talvez por considerarem a mais fácil de se fazer, mas, ainda

assim, existem casos em que os alunos realizam a adição incorretamente, como podemos verificar abaixo:

Figura 18: Produção da aluna A16

Atividade 3
 A) Uma transportadora enviou, de Betim para o porto de Vitória, uma frota com 15 caminhões, todos carregados com 8 automóveis. Quantos automóveis, ao todo, a transportadora enviou para o porto?

A transportadora enviou 42 automóveis

Fonte: Arquivo da pesquisadora.

Nesse caso, é possível que a aluna tenha realizado as operações multiplicação e adição, fazendo 8×5 , obtendo 32 como resultado. Em seguida, fez $3 + 1$, obtendo 4, totalizando então 42 caminhões, segundo sua resposta. Bigode e Frant (2011) explicam que esse tipo de resolução pode ser justificada por diversos motivos: falta de atenção ao valor posicional dos algarismos, desconhecimento das propriedades ou a falta de sentido numérico na criança, ou seja, ela ainda não compreendeu a natureza dos números citados no problema. Motivos sérios para uma turma de 5º ano e que indicam a necessidade de retomada dos assuntos trabalhados, visando a consolidação das habilidades matemáticas.

Além disso, percebemos também que a aluna não compreendeu a ideia da multiplicação tratada na atividade. Para melhorar isso, Bigode e Frant (ibidem) sugerem que as crianças devem ser estimuladas a formular problemas com palavras-chave, mais, precisamente, verbos, relacionados às operações fundamentais para que assim consigam identificar, com mais facilidade, que tipo de operação realizar diante de um problema.

Já nas atividades de A21 e A24, percebemos a soma de parcelas iguais com resultados inadequados, como podemos verificar, a seguir:

Figura 19: Produção do aluno A21

Atividade 3
 A) Uma transportadora enviou, de Betim para o porto de Vitória, uma frota com 15 caminhões, todos carregados com 8 automóveis. Quantos automóveis, ao todo, a transportadora enviou para o porto?

15
 x 8

 128

128

são 128 automóveis.

Fonte: Arquivo da pesquisadora

Figura 20: Produção da aluna A24

Atividade 3
 A) Uma transportadora enviou, de Betim para o porto de Vitória, uma frota com 15 caminhões, todos carregados com 8 automóveis. Quantos automóveis, ao todo, a transportadora enviou para o porto?

116
 x 8

 120

são 116 automóveis.

Fonte: Arquivo da pesquisadora

É possível observar que, em ambos os casos, os alunos compreenderam que o caminho escolhido para resolver o problema os levaria ao resultado correto, mas se equivocaram durante o procedimento, obtendo um resultado diferente do real. Isso não invalida a atividade nem o processo de aprendizagem dos alunos, pelo contrário, permite perceber que o aluno está compreendendo as ideias trabalhadas, mesmo não conseguindo obter o resultado correto.

As dificuldades encontradas pelos alunos nessa situação-problema podem ter ligação com a dificuldade em identificar o valor posicional dos algarismos. De acordo com os estudos realizados por Moreira e David (2007), é alto, no Ensino Fundamental, o número de crianças com essa dificuldade, prosseguindo nos anos seguintes. Isso revela a complexidade que envolve os naturais e suas

características, bem como as relações estabelecidas entre eles. Outra justificativa para o uso automático da adição está relacionada ao tipo de problema que eles estão acostumados a resolver em sua trajetória escolar.

Ao elaborar a sequência didática, ficamos em dúvida se a segunda situação-problema permaneceria, pois sabíamos que ela seria um pouco mais complicada para os alunos resolverem. Porém, quisemos arriscar e observar como seria discutida por eles. Era necessário que articulassem um pouco mais o pensamento para que chegassem à resposta certa. Tinham que relacionar a quantidade de fantoches produzidas em dois dias e inferir que essa quantidade deveria ser dividida ao meio, ou seja, se são seis fantoches em dois dias, então, seriam três fantoches por dia de produção, ou então resolver por meio da proporcionalidade, uma vez que a situação não apresenta uma solução muito evidente, exigindo que o aluno busque, em seus conhecimentos, as possibilidades de resolvê-la, escolhendo aquela que julgar mais pertinente, favorecendo assim a aprendizagem.

Houve casos em que os alunos, realmente, discutiram sobre o assunto, e um tentava explicar para o outro aquilo que pensava e convencer que estava certo. Também, casos em que a dupla se articulava muito bem, contribuindo, significativamente, um com o outro na construção do conhecimento.

Os alunos apresentaram diversas maneiras de resolver essa segunda situação, a maioria de maneira equivocada, como veremos a seguir.

Figura 21: Produção da aluna A17

B) Suzana recebeu uma encomenda para fabricar 18 fantoches. Ele consegue fabricar 6 fantoches em 2 dias. Quantos dias Suzana vai gastar para entregar a encomenda?

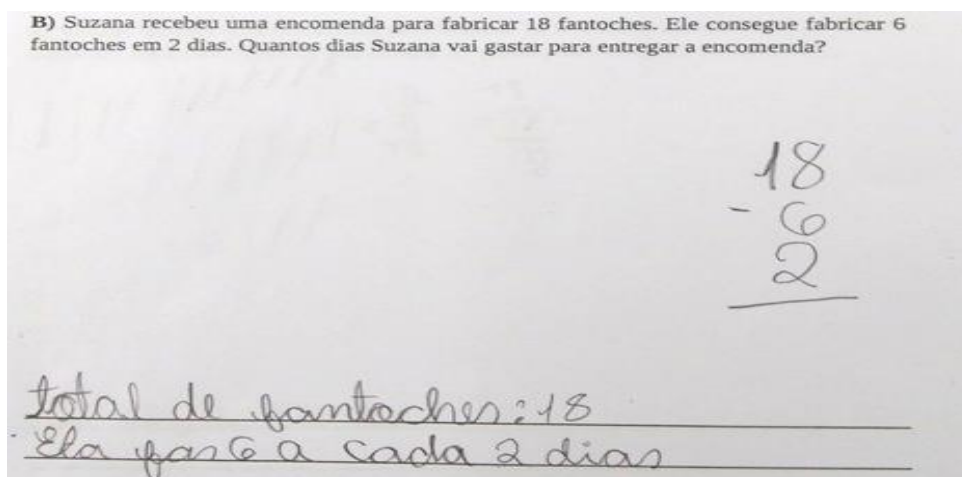
$$\begin{array}{r} 2 \\ +4 \\ \hline 6 \end{array} \quad \begin{array}{r} 6 \\ +6 \\ \hline 12 \end{array}$$

18 fantoches em 6 dias

Fonte: Arquivo da pesquisadora.

Nessa situação, a aluna utilizou o número dois que aparece na atividade e somou ao quatro para justificar o aparecimento do número seis. Em seguida, somou seis com seis e parou no 12, registrando a resposta "18 fantoches em 6 dias" que estava no quadro. Isso indica que ela não compreendeu que, na situação, era necessário pensar na relação estabelecida entre os seis fantoches fabricados em dois dias, inferindo, assim, que Suzana faria três fantoches em cada dia de trabalho. Em busca de um melhor entendimento da aluna, foi efetuada a correção da atividade com a explicação de como seria resolvida, apesar de isso ter sido feito, coletivamente, durante o desenvolvimento da atividade.

Figura 22: Produção da aluna A23



Fonte: Arquivo da pesquisadora.

Nessa situação, a aluna utilizou os números citados no problema e tentou fazer uma subtração, demonstrando, também, não compreender o que era solicitado. Em sua resposta, transcreveu as informações importantes do problema que foram destacadas no quadro para que todos pudessem acompanhar e compreender o raciocínio desenvolvido no momento.

Na resolução do aluno A21, há a organização do pensamento expresso por meio do diálogo estabelecido durante a aula.

Figura 23: Produção do aluno A21

B) Suzana recebeu uma encomenda para fabricar 18 fantoches. Ele consegue fabricar 6 fantoches em 2 dias. Quantos dias Suzana vai gastar para entregar a encomenda?

$6 + 6 + 6 = 18$

6 dias

6 dias

Fonte: Arquivo da pesquisadora.

O aluno expôs seu pensamento acerca de como estava tentando resolver a situação, tal como foi transcrito. Sua representação, por meio de $6+6+6=18$, mostra os agrupamentos definindo a quantidade de dias de trabalho de modo que, quando atinge a última parcela, ele se refere aos seis dias para entregar a encomenda.

Na Sala 1, um dos alunos tentou solucionar o problema elaborando um esquema, mas confundiu-se e não percebeu que o primeiro deles já começava a indicar a resposta. Vejamos:

Figura 24: Produção do aluno A13

B) Suzana recebeu uma encomenda para fabricar 18 fantoches. Ele consegue fabricar 6 fantoches em 2 dias. Quantos dias Suzana vai gastar para entregar a encomenda?

$\begin{array}{r} +6 \\ +6 \\ +6 \\ \hline 18 \end{array}$ ou $\begin{array}{r} -6 \\ -6 \\ -6 \\ \hline 00 \end{array}$

dias $\frac{1}{6} | \frac{2}{6} | \frac{3}{6}$

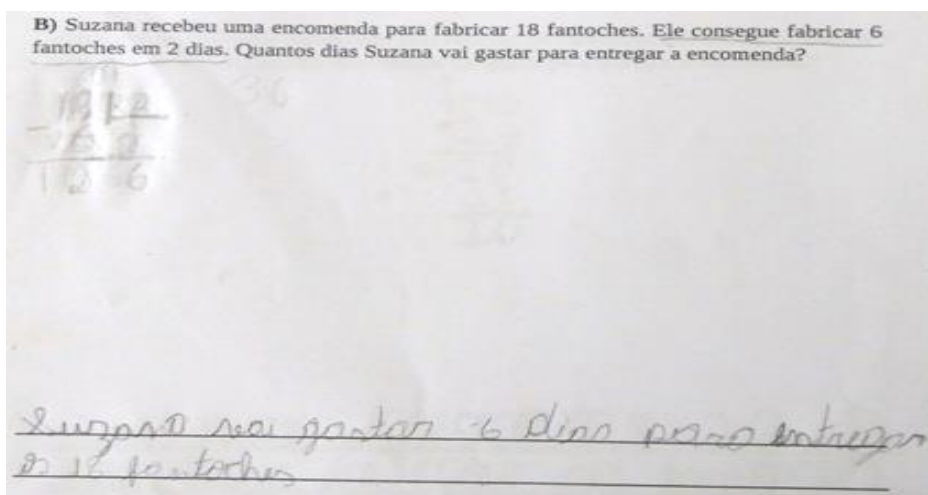
Ela vai demorar 3 dias

Fonte: Arquivo da pesquisadora.

Na segunda tentativa de solucionar, o aluno A13 demonstra que Suzana fez seis fantoches por dia, por isso respondeu "*Ele vai demorar 3 dias*".

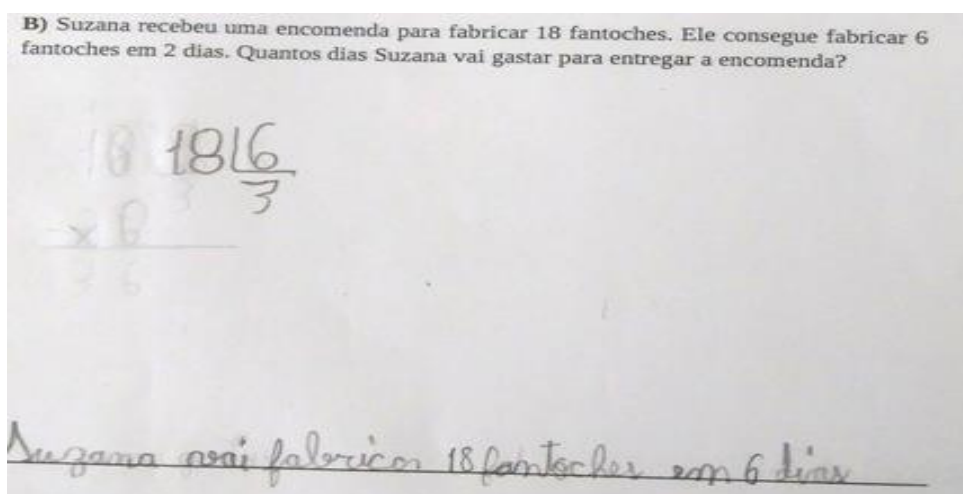
Na Sala 3, houve um caso em que a dupla conseguiu expressar, oralmente, de forma coerente o raciocínio, mas não conseguiu registrar.

Figura 25: Produção do aluno A45



Fonte: Arquivo da pesquisadora.

Figura 26: Produção do aluno A57



Fonte: Arquivo da pesquisadora.

Em ambos os casos, os alunos registraram, como resposta, que Suzana gastará seis dias para entregar a encomenda. Em A45, percebemos, pela sombra do seu registro, a tentativa de fazê-lo utilizando o algoritmo da divisão, que, também, foi utilizado pelo aluno A57, sem concluí-lo. Entretanto, essa forma de resolver ainda não estava consolidada na turma para que se sentissem seguros de realizá-la.

Como pôde ser observado, os alunos buscaram diversas formas para solucionar o problema proposto. De acordo com Cavalcanti (2001), é interessante

que valorizemos todas as formas apresentadas pelos alunos, discutindo e problematizando, pois isso evita que eles perguntem qual operação deve ser efetuada, favorecendo, assim, uma melhor compreensão.

A atividade proporcionou discussões enriquecedoras, mesmo em uma sexta-feira, dia em que, geralmente, os alunos estão mais agitados, e como só temos uma aula, é comum não avançar muito nas atividades realizadas nesse dia. No momento da elaboração, não ficou definido que ela seria realizada em apenas uma aula, foi efetuada de acordo com a ordem da sequência didática, acontecendo, justamente, em um dia de apenas uma aula, o que pode ter prejudicado a compreensão dos alunos.

Percebemos que tanto o limite quanto a possibilidade dessa atividade caracterizam-se pelo grau de dificuldade encontrada na situação da encomenda de fantoches. Como ela foi a única desse tipo, era de se esperar que os alunos apresentassem dificuldades ao realizá-la. Porém, atividades que envolvem inferências e deduções são extremamente favoráveis para a construção do conhecimento.

Acreditamos que, mesmo com a maioria respondendo de maneira equivocada, trabalhar com as duas situações foi positivo, considerando que muitos tentaram expressar o pensamento e se esforçaram para fazer com que entendêssemos o que diziam, exercitando o diálogo, a leitura e a escrita, estabelecendo a comunicação e a produção de significados, que, segundo Nacarato, Mengali e Passos (2011), são essenciais em um ambiente de aprendizagem.

3.4 Atividade 4: TROCA-TROCA

Apresentação

A atividade visa a proporcionar, aos alunos, a percepção de várias combinações, na prática, e, também, como simplificar a resolução, utilizando o raciocínio combinatório.

Participantes: dividir a sala em grupos iguais.

Objetivo: perceber o maior número de combinações possíveis com determinadas peças de roupas.

Procedimentos:

- Cada grupo deve receber uma sacola com 4 coletes e 3 shorts.
- Cada aluno deve receber uma folha com a tabela para preencher com as combinações realizadas.
- Serão necessárias: 1 pessoa para vestir, 2 para ajudar, mas todas serão responsáveis pelo registro das combinações na tabela.

- Após todos os grupos vivenciarem a tarefa, a professora deverá fazer a conferência das combinações com eles, no coletivo. Todos devem acompanhar para conferir se fizeram as devidas combinações.

Observações:

- Para a realização dessa atividade, foram confeccionadas roupas com TNT, possibilitando efetuar a atividade com as três turmas, de maneira a conservar o material utilizado. Se você não tiver como confeccionar em TNT, a sugestão é que os próprios alunos tragam peças de casa, por exemplo, camisas e shorts. Dessa maneira, a atividade deve ser planejada com antecedência para que dê tempo de organizar as peças necessárias, ou então, elas também podem ser confeccionadas em papel crepom.
- É possível, também, explorar essa atividade, posteriormente, acrescentando acessórios para a cabeça, como bonés e chapéus.

Figura 27: Roupas em TNT

Fonte: Arquivo da pesquisadora.

Iniciei a atividade dentro da sala dizendo o nome dela e logo pensaram que deveriam tirar o uniforme. Expliquei que não seria necessário, pois as roupas serviriam mesmo por cima do uniforme. Como na Sala 1 os alunos encontraram dificuldades em combinar as peças pensando que, ao vestir um colete e um short, as possibilidades já estariam esgotadas, expliquei, aos alunos, que seria melhor vestir um short de cada vez e fazer todas as combinações possíveis.

Informei, também, sobre a tabela que deveriam preencher e expliquei que, lá fora, a turma já encontraria as mesas arrumadas, então, era para se assentarem onde já formariam os grupos.

Nessa sala, apenas dois alunos se mostraram insatisfeitos com relação aos grupos, mas, como os colegas já estavam assentados, eles deveriam se encaixar nos grupos formados. Situação resolvida, partimos para a troca das roupas e para o preenchimento da tabela.

Entreguei as sacolas e os grupos definiram quem vestiria. Nessa turma, os grupos se organizaram de maneira que mais de uma pessoa vestisse as roupas, pois houve mais alunos interessados e, por isso, eles combinaram que seriam três pessoas, uma para cada short. Para garantir que os registros seriam feitos adequadamente, a Pesquisadora Auxiliar e eu transitamos pelos grupos para acompanhar.

De acordo com os registros da Pesquisadora Auxiliar, a orientação dada por mim – de manter o short até realizar todas as combinações possíveis – foi muito interessante para ajudar os alunos a organizarem a tabela. Em vários grupos, eles repetiram o nome da cor quatro vezes para, depois, colocar a cor dos coletes. Após terminarem as combinações, vários alunos vestiram as roupas e se divertiram desfilando pelo espaço e rindo bastante, pois algumas ficaram bem grandes, como se pode observar nas imagens abaixo.

Figura 28: Atividade troca-troca



Fonte: Arquivo da pesquisadora.

Figura 29: Atividade troca-troca



Fonte: Arquivo da pesquisadora.

Figura 30: Atividade troca-troca



Fonte: Arquivo da pesquisadora.

Figura 31: Atividade troca-troca



Fonte: Arquivo da pesquisadora.

Fiz a exploração perguntando, a eles, se tinham as mesmas cores de coletes e shorts, mostrando as peças de uma sacola. Todos afirmaram que tinham as mesmas cores. Retomei a quantidade de shorts e coletes, mostrando as combinações possíveis. Eles contaram 12. Perguntei por que e sucedeu o seguinte diálogo:

A24: – *Porque $4 \times 4 \times 4$ é 12.*

PP: – *$4 \times 4 \times 4$ é 12?*

A24: – *Não, $4 + 4 + 4$ é 12.*

Confirmei sua resposta e perguntei se havia outra possibilidade.

A31: – *4×3 .*

A19: – *3×4 .*

Indaguei novamente sobre essas duas formas, e eles demonstraram compreender que eram 4 coletes combinados com 3 shorts, resultando em 12 possibilidades. Porém, a aluna A24 respondeu:

– *É 3×4 porque o quatro apareceu três vezes.*

Expliquei que, de acordo com a sua resposta, sim, a justificativa seria essa, mas, de acordo com a situação, não. Era preciso pensar na quantidade de coletes e shorts, combinados.

Finalizamos essa parte e retornamos para a sala.

3.4.1 Considerações sobre a atividade

O objetivo dessa atividade foi proporcionar, aos alunos, uma experiência diferente e lúdica com o raciocínio combinatório, a fim de associarem à multiplicação, por isso, a ideia de confeccionar as roupas em TNT colorido para que pudessem vestir e trocar as peças, visualizando, assim, as combinações possíveis.

No princípio da atividade, os alunos pensaram que, ao falar de combinação, eles tinham que ver se uma cor combinaria com a outra, ou seja, estavam observando se ficaria bonito ou não, demonstrando não ter um conhecimento consolidado acerca dessa ideia da multiplicação. Expliquei que, ali, isso não importava, pois nos interessava quantas maneiras diferentes cada peça poderia ser vestida com outra.

Percebe-se com esta situação como conceitualmente a matemática escolar difere do cotidiano, pois os alunos não queriam contar como combinação o que julgaram não estar bonito, esteticamente, quando na matemática isto não tem relevância.

complexidade do raciocínio combinatório que, em nossa visão, torna-se mais acessível por meio de situações concretas, já que estudos indicam que problemas dessa natureza são mais complexos para a compreensão dos alunos (BIGODE e FRANT, 2011.).

As interações e o diálogo estabelecido, pelas crianças, durante a atividade indicam que diversificar as situações de aprendizagem contribuem, significativamente, para a construção do conhecimento, estimulando a compreensão e enriquecendo o ambiente de aprendizagem em que a comunicação tem um papel fundamental (NACARATO, MENGALI e PASSOS, 2011).

Ao serem questionados sobre qual operação fazer para descobrir o total de combinações, obtivemos uma indicação de adição e duas de multiplicação. Na primeira indicação, a aluna A24 responde que $4 \times 4 \times 4 = 12$ e corrige sua fala ao ser questionada, expondo, então, que $4 + 4 + 4 = 12$. A aluna A31 responde que poderíamos fazer 3×4 , e um colega complementou dizendo que poderia ser, também, 4×3 . Ambos demonstraram compreender que as operações representavam o número de roupas combinadas. Porém, a aluna A24 necessitou de esclarecimentos, pois, para ela, 3×4 justificava-se pela soma de $4 + 4 + 4$, ou seja, ela deixou claro que era 3×4 porque o 4 apareceu três vezes.

Nesse aspecto, é interessante mostrar, aos alunos, o significado dos números nas situações para que compreendam as relações estabelecidas. Além disso, contribui para o aprendizado dos estudantes esclarecer que, nessa situação, a comutatividade comentada pelos alunos não altera a natureza dos números (Ramos, 2009), ou seja, tanto em 4×3 quanto em 3×4 , o algarismo três refere-se aos shorts, e o algarismo 4, aos coletes.

Consideramos, como possibilidade, uma experiência posterior, acrescentando acessórios. Isso ampliará o conhecimento dos alunos acerca do uso da multiplicação para resolver situações envolvendo raciocínio combinatório sem que, para isso, tenham que listar as combinações uma a uma.

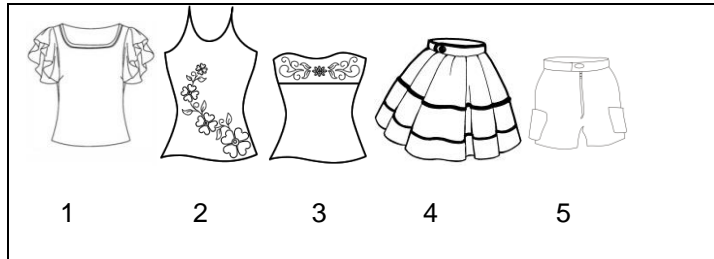
3.5 Atividade 5: SITUAÇÕES-PROBLEMA

Apresentação

Espera-se que os alunos não tenham dificuldade em formar as combinações e identifiquem que tipo de operação é possível efetuar para descobrir o número certo de pares.

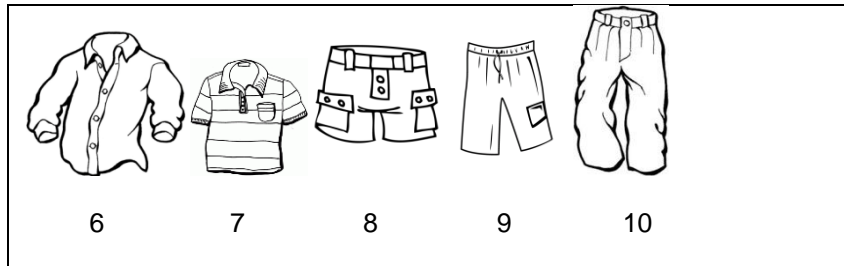
1- Observe bem as roupas das vitrines. Elas estão bem sem graça, não é mesmo? Então, que tal você dar um jeito nisso? Faça um colorido bem bonito para atrair os clientes para a loja.

VITRINE A



- a) Quais combinações podem ser feitas na VITRINE A? _____
 b) Quantas combinações foram feitas? _____
 c) Que operação poderíamos fazer?

VITRINE B



- a) E na VITRINE B? _____
 b) Quantas combinações foram feitas? _____
 c) Que operação poderíamos fazer?

As imagens foram retiradas dos sites listados abaixo:

Imagem 1: <https://www.actividadesimpressao.websincloud.com/desenhos/roupas/13.html>, acesso em 18 de set. de 2018.

Imagens 2 e 3: <http://azcolorir.com/desenho/4929>, acesso em 18 de set. de 2018.

Imagem 4: <https://essaseoutras.com.br/desenhos-para-colorir-de-roupas-femininas-saia-blusa-sapato-online/>, acesso em 18 de set. de 2018.

Imagens 5 a 9: <http://www.tudodesenhos.com/d/short-de-menino>, acesso em 18 de set. de 2018.

Imagem 10: <http://kidsalfabetizacao.blogspot.com/2010/03/calcas-para-colorir-desenhos-de-roupas.html>, acesso em 18 de set. de 2018.

A Atividade 5 é composta por duas situações, a primeira, com as vitrines e outra, com um cardápio, que será apresentada mais adiante. Elas foram discutidas e resolvidas em dois momentos distintos. O primeiro momento foi realizado após retornarmos para a sala ao término da atividade Troca-troca, e o segundo, na aula seguinte.

A proposta foi cada um colorir sua própria vitrine para montar as combinações, mas como essa atividade já tinha sido realizada na Sala 1, mostrei aos alunos os códigos que foram utilizados para que pudessemos utilizar também. Aproveitamos os números posicionados embaixo de cada figura e, para a Vitrine A, tivemos: B1, B2 e

B3 (blusas), S3 e S4 (saia e short). Na Vitrine B, tivemos: C6 e C7 (camisas) e B8, B9 e B10 (bermudas).

Expliquei a eles que, mesmo tendo uma calça em meio às partes de baixo para combinar, utilizaríamos a letra B como código, considerando que havia mais bermudas. Dessa forma, partimos para a exploração e realização da atividade. Os registros foram efetuados coletivamente com as verbalizações realizadas pelos estudantes. Alguns acharam que tinham que inverter as combinações, por exemplo, B1 e S4; depois S4 e B1. Houve uma conversa sobre as duas formas e eles entenderam que representavam a mesma combinação, percebendo, então, que havia apenas seis combinações possíveis.

Questionados sobre qual operação efetuar, para descobrir quantas combinações, a primeira resposta que apareceu foi $3+3$, porém, a aluna A24 não soube explicar porque ficaria assim. Nesse momento, o aluno A21 completou seu raciocínio:

– Fica assim porque tem três combinações na linha de cima, com S4 (saia) e três combinações na linha de baixo, com S5 (short).

O aluno A19 pensou em uma outra adição. Ele respondeu $2+4$, mas não soube responder porque seria assim. Perguntei se era porque resultava em 6, ao que ele respondeu afirmativamente. Dessa forma, expliquei que não podia porque não estávamos juntando as quantidades 2 e 4 para justificar o aparecimento do número 6.

Perguntei então, se havia outra operação, ao que a aluna A31 respondeu:

– 3×2 , porque tem três formas de combinar as três blusas com as duas saias.

As combinações da vitrine B foram realizadas da mesma forma: coletivamente com a verbalização dos estudantes. Após realizarem as combinações, foram questionados sobre quantas combinações foram possíveis. Surgiram as respostas seis, nove e 12. Cada combinação registrada no quadro foi circulada e, mesmo assim, houve estudante pensando que eram 12.

Comentei que eles estavam contando cada item e que era para contar a combinação, ou seja, cada par formado. Então, alguns alunos disseram que, agora sim, tinham entendido. Perguntados sobre a operação, surgiu a hipótese de $3+3$. Provoquei dizendo que não havia três combinações com cada bermuda. Queria ver se perceberiam a inversão da situação. Então, outra criança disse que seria $2+2+2$ e explicou que eram duas combinações com cada bermuda.

Questionei novamente se havia outra operação possível, a aluna A24 disse 2×3 , demonstrando entender que essa operação representa duas camisas com três bermudas.

Finalizamos as atividades do dia e encerramos a aula.

Apresentaremos a seguir, a descrição da segunda parte da atividade ocorrida na aula seguinte.

2- Maria Rita e Amanda foram passear no shopping com a família. Depois de caminharem muito, decidiram almoçar na praça de alimentação, onde encontraram o seguinte cardápio:

Prato principal	Preço	Complemento	Preço	Bebida	Preço
 1 Macarrão	R\$8,00	 4 Salada simples	R\$ 3,50	 7	R\$ 2,50
 2 Carne	R\$ 12,00	 5 Salada de milho e tomate	R\$ 4,00	 8	R\$ 3,00
 3 Peixe	R\$ 9,00	 6 Salada de palmito	R\$ 6,00	 9	R\$ 2,00

a) Quais tipos de refeição elas poderão montar com:

a) R\$ 15,00	b) R\$ 22,00
Valor total:	Valor total:

b) E você, qual refeição escolheria? _____

c) De quanto você precisaria para pagar sua escolha? _____

Imagens 1 e 4: <https://comidadodia.ne10.uol.com.br/macarrao-com-molho-de-frango/>, acesso em 17 de nov. de 2018.

Imagem 2: <https://www.anamariabrogui.com.br/receita/bife-de-picanha-b13973>, acesso em 17 de nov. de 2018.

Imagem 3: <https://maringa.odiaro.com/cultura/2018/08/peixe-vai-bem-de-qualquer-jeito/2512749/>, acesso em 17 de nov. de 2018.

Imagem 5: <https://receitas.gratis/receitas/category/saladas/>, acesso em 17 de nov. de 2018.

Imagem 6: <https://www.cooky.com.br/receita/salada-a-brasileira/>, acesso em 17 de nov. de 2018.

Imagem 7: https://produto.mercadolivre.com.br/MLB-842392264-espemedor-industrial-profissional-frutas-laranja-suco-inox-_JM?quantity=1&variation=17485178730, acesso em 15 de fev. de 2019.

Imagem 8: <https://www.araujo.com.br/refrigerante-pepsi/p>, acesso em 15 de fev. de 2019.

Imagem 9: <https://www.paodeacucar.com/produto/55547/agua-mineral-crystal-garrafa-500ml>, acesso em 15 de fev. de 2019.

– *Eu escolhi carne e suco.*

Muitos alunos disseram que essa opção estava errada porque ela não gastou todo o dinheiro que tinha, mas a aluna respondeu:

– *Mas eu não quero gastar tudo, quero gastar pouco para ficar com o troco.*

Diante disso, os colegas perceberam que ela estava certa, e ainda teve o apoio do colega A28 que respondeu:

– *É mesmo. O dinheiro é dela, pode gastar quanto quiser.*

Já o aluno A20 respondeu o seguinte:

– *Eu escolhi refrigerante, peixe, suco e macarrão.*

Anotei no quadro e o resultado foi R\$ 22,50. Questionado sobre o que fazer já que sua conta foi maior que a quantia que tinha, o aluno A28 interferiu:

– *Eu sei, ele pode trocar o suco no valor de R\$ 2,50 pela água no valor de R\$ 2,00.*

Fiz a troca sugerida e todos perceberam que era conveniente.

No item "b", escolher uma refeição sem limite de gasto, a maioria seguiu o padrão do item anterior, pensando que deveriam gastar R\$15,00 ou R\$22,00. Esclareci que não era necessário observar as quantias já trabalhadas, o objetivo era listar o seu pedido e ver quanto precisaria para pagar a conta.

Finalizamos essa parte e entreguei a folha com a tabela para o registro das combinações dos pratos. Voltamos ao cardápio para ver novamente as opções. Eles começaram a falar aleatoriamente, entendendo que era para fazer combinações diretas, ou seja, apenas seguir as linhas do cardápio, por exemplo, macarrão, salada simples e suco (1ª linha). Depois, verbalizaram a 2ª e a 3ª linha. Então, perguntei:

– *A pessoa pode escolher, por exemplo, macarrão, salada simples e refrigerante?*

Eles disseram que sim. Fiz outra combinação:

– *Pode também escolher macarrão, salada de palmito e suco?*

Também disseram que sim, demonstrando compreender que as combinações não se resumiriam às três linhas da tabela.

Partindo desse ponto, comecei a organizar a tabela com eles, linha a linha, escrevendo nove combinações com cada prato principal. Discutia com eles, registrava no quadro utilizando cor diferente para cada grupo com três combinações com a mesma bebida, para que ficasse mais fácil a visualização das combinações, e os alunos anotavam na folha.

Alguns alunos disseram que não queriam 'aquela' combinação. Expliquei que, nessa atividade, não podíamos fazer escolha, mas sim, todas as opções possíveis. Nesse momento, um estudante comentou que a atividade era igual a das roupas, confirmei

sua fala, fazendo uma relação entre elas. A certa altura da atividade, o aluno A21 comentou que tinha me ultrapassado no registro. Depois dessa fala, várias crianças ficaram incentivadas a realizar a atividade sozinhas, antes de mim.

Muitos alunos acharam repetitivo e cansativo. Não falei que utilizaríamos a tabela inteira, deixei que percebessem essa necessidade. Ficaram cansados e reclamando que a mão estava doendo. Perguntei a eles quantas combinações fizemos. Eles contaram e, a princípio, saíram 26, 27 e 29 como resposta. Pedi que observassem novamente a lista e acharam 27.

Questionados sobre qual operação poderíamos fazer, a aluna A24 disse:

$-3+3+3+3+3+3+3+3+3$.

Perguntei por que, e ela foi apontando para cada grupo de cor diferente que eu tinha feito no quadro, demonstrando ter observado a mudança de combinações. Apareceu também $9+9+9$. Perguntei por que, e o aluno A19 respondeu:

- Tem nove palavras da mesma opção, então $9+9+9=27$.

A aluna A17 completou:

- 3×9 , porque o três apareceu nove vezes.

Outro aluno sugeriu 9×3 e disse que dá o mesmo resultado. Expliquei, então, o que cada uma das operações representa, mostrando a natureza dos números e esclarecendo que, em 3×9 , é o nove que aparece três vezes. Então, o aluno A19 concluiu:

- É $3 \times 9 = 27$, porque cada prato apareceu 9 vezes e somamos tudo.

Comentei que havia uma forma mais simples e rápida de descobrir o total de opções sem fazer a lista. Instiguei bastante e mostrei, a eles, que todas as opções que falaram foram baseadas na lista que fizemos. Diante da dificuldade de uma resposta adequada, expliquei que tínhamos três pratos principais combinados com três saladas e três bebidas, registrei isso, no quadro, colocando o sinal de multiplicação entre os algarismos, assim representado:

$3 \text{ tipos de pratos principais} \times 3 \text{ tipos de saladas} \times 3 \text{ tipos de bebidas} = 27 \text{ opções}$

Mesmo assim, os alunos demonstraram não compreender o que aquilo significava. Eles insistiam no 3×9 . Reforcei que bastava multiplicarmos as quantidades de cada item.

Como nossa aula estava terminando e já tínhamos explorado bastante a atividade do dia, recolhi as folhas após finalizarem o registro.

3.5.1 Considerações sobre a atividade

O objetivo dessa atividade foi discutir as situações propostas, de modo a favorecer a compreensão dos alunos acerca do raciocínio combinatório, associando-o à multiplicação. Ela foi composta por duas partes realizadas em dias diferentes, o que, no nosso entendimento, foi positivo, evitando, assim, que ficasse mais cansativa.

Os alunos foram incentivados a colorir as vitrines da melhor forma possível, como se pode observar nas figuras abaixo, tivemos boas variações.

Figura 32: Vitrines da aluna A22



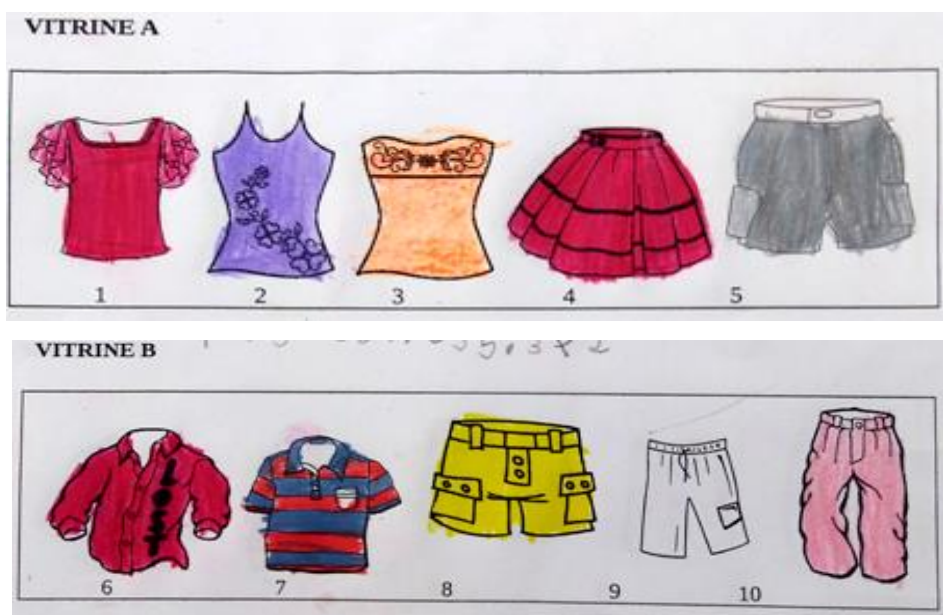
Fonte: Arquivo da pesquisadora.

Figura 33: Vitrines da aluna A15



Fonte: Arquivo da pesquisadora.

Figura 34: Vitrines do aluno A26



Fonte: Arquivo da pesquisadora.

Ao formular essa atividade, não previmos que teríamos dificuldade para fazer as combinações com coloridos diversificados e que, também, não seria possível acompanhar cada aluno na formulação de suas próprias combinações. Diante dessa percepção durante o desenvolvimento da atividade, estabelecemos códigos com os alunos, utilizando os números colocados abaixo de cada desenho, os quais significam, na realidade, a indicação dos sites de onde foram retirados.

Realizar a atividade de forma coletiva contribuiu para que os alunos percebessem que não bastava trocar os itens de lugar como fizeram com B1 (blusa 1) e S4 (saia 4), S4 e B1, contando, assim, duas combinações.

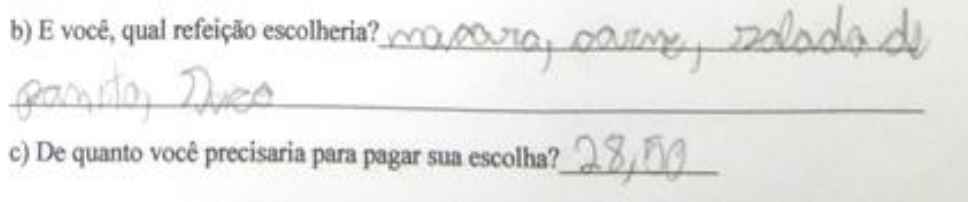
Ao serem questionados sobre qual operação efetuar para representar as combinações, a maioria recorreu à adição. Representaram a Vitrine A por meio de 3+3 e, na Vitrine B, utilizaram 2+2+2. Um dos alunos respondeu que, na Vitrine B, também poderia ser 3+3 e, para provocá-lo, disse que não tínhamos três camisas e, sim, duas. Queria instigá-lo para ver se ele me diria que tínhamos três bermudas, resultando em três combinações com cada camisa, o que não aconteceu.

Mesmo com a incidência da adição para resolver o raciocínio combinatório, insisti perguntando se havia outra forma de responder, até que a aluna A31 respondeu que poderíamos fazer 3x2, porque eram três blusas com as duas partes de baixo para combinar.

Ao refletirmos sobre a quantidade de combinações possíveis com a Vitrine B, os alunos observaram que o resultado era o mesmo da Vitrine A, mas não perceberam a inversão na quantidade das peças, diferentemente das Salas 1 e 3, nas quais foi preciso reforçar a ideia da ordem dos fatores que não altera o resultado, mas modifica a situação.

Com relação ao cardápio, esclarecemos que a primeira parte da atividade que o envolvia foi um preâmbulo para chegarmos às possibilidades de combinação. A discussão – acerca das possibilidades com uma determinada quantia em dinheiro – permitiu que os alunos pensassem na escolha dos pratos, de forma que alguns optaram por itens que totalizaram todo o valor que tinham, e outros optaram por escolher itens que deixariam troco. Ao pensar em qual seria a escolha, independentemente do valor, a maioria dos alunos compreendeu que deveria fazer seguindo os valores estabelecidos no item anterior, que eram R\$15,00 e R\$22,00. Apenas dois alunos fizeram escolhas livres ultrapassando os valores citados, demonstrando, assim, uma melhor compreensão do que foi proposto na atividade.

Figura 35: Resposta do aluno A21



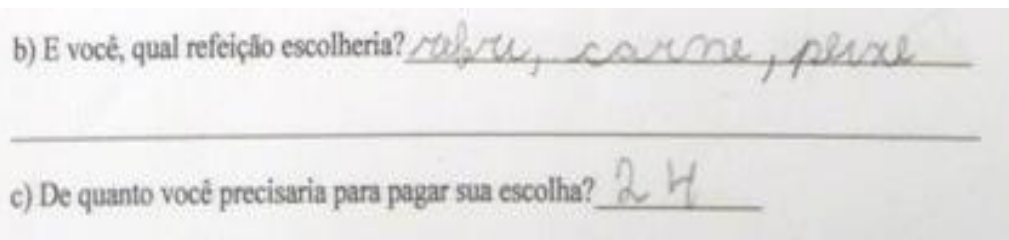
b) E você, qual refeição escolheria? macarrão, carne, salada de
palmito, suco

c) De quanto você precisaria para pagar sua escolha? 28,50

Fonte: Arquivo da pesquisadora.

O aluno A21 escolheu macarrão, carne, salada de palmito e suco, necessitando de R\$28,50 para pagar sua conta.

Figura 36: Resposta do aluno A26



b) E você, qual refeição escolheria? refrigerante, carne, peixe

c) De quanto você precisaria para pagar sua escolha? 24

Fonte: Arquivo da pesquisadora.

O aluno A26 escolheu refrigerante, carne e peixe, necessitando de R\$24,00 para pagar a conta.

A ideia de fazer uma lista justificou-se pelo desejo de mostrar, aos alunos, como é longo o caminho, para saber o total de combinações sem a utilização da multiplicação, que é o processo mais simples e rápido acerca do raciocínio combinatório.

Como a atividade foi realizada de maneira coletiva, os alunos falaram as possibilidades de maneira aleatória, concentrando-se mais nas linhas que compunham o cardápio. Por isso, percebi que, naquele momento, o mais recomendável era organizar a lista junto com eles para que percebessem que as possibilidades não se esgotavam ao final de cada linha.

Ao preencher a lista, houve alunos que fizeram a separação, colorindo o quadro, como se pode ver abaixo:

Figura 37: Lista da aluna A23

PRATO	COMPLEMENTO	BEBIDA
Macarrão	salada S.	Suco
Macarrão	salada mt	Suco
Macarrão	salada p	Suco
Macarrão	salada S.	refri
Macarrão	salada mt	refri
Macarrão	salada p	refri
Macarrão	salada S.	água
Macarrão	salada mt	água
Macarrão	salada p	água
Carne	salada S.	Suco
Carne	salada mt	Suco
Carne	salada p	Suco
Carne	salada S.	refri
Carne	salada mt	refri
Carne	salada p	refri
Carne	salada S.	água
Carne	salada mt	água
Carne	salada p	água
Peixe	salada S.	Suco
Peixe	salada mt	Suco
Peixe	salada p	Suco
Peixe	salada S.	refri
Peixe	salada mt	refri
Peixe	salada p	refri
Peixe	salada S.	água
Peixe	salada mt	água
Peixe	salada p	água

Fonte: Arquivo da pesquisadora.

Figura 38: Lista da aluna A16

PRATO	COMPLEMENTO	BEBIDA
Macarrão	salada simples	Suco
Macarrão	salada de mt	Suco
Macarrão	salada p	Suco
Macarrão	salada S.	refrigerante
Macarrão	salada mt	refrigerante
Macarrão	salada p	refrigerante
Macarrão	salada S.	água
Macarrão	salada de mt	água
Macarrão	salada p	água
Carne	salada S.	Suco
Carne	salada mt	Suco
Carne	salada p	Suco
Carne	salada S.	refrigerante
Carne	salada mt	refrigerante
Carne	salada p	refrigerante
Carne	salada S.	água
Carne	salada mt	água
Carne	salada p	água
Peixe	salada S.	Suco
Peixe	salada mt	Suco
Peixe	salada p	Suco
Peixe	salada S.	refrigerante
Peixe	salada mt	refrigerante
Peixe	salada p	refrigerante
Peixe	salada S.	água
Peixe	salada mt	água
Peixe	salada p	água

Fonte: Arquivo da pesquisadora.

A aluna A23 separou sua lista marcando as bebidas, a cada grupo de três combinações com a mesma bebida, ela passou um traço colorido para marcar a mudança da bebida, formando, assim, nove grupos com três bebidas, o que nosso entendimento facilita a compreensão. Já a aluna A16 optou por fazer blocos das combinações com os pratos principais, o que, também, contribui muito na

compreensão da atividade, constituindo, assim, três grupos com nove combinações com cada prato principal.

As alunas acima utilizaram uma ótima estratégia para compreender melhor o raciocínio combinatório, o que demonstra flexibilidade do pensamento, pois conseguiram ressignificar o registro realizado no quadro, com os pincéis coloridos, traduzindo-o em um quadro delimitado por linhas coloridas marcando cada grupo.

Diante da pergunta sobre quantas combinações foram efetuadas, os alunos compreenderam que tinham que somar tudo que havíamos escrito na lista, mas como eram muitos itens, perderam-se nessa contagem, respondendo 26, 27 e 29.

Ao responder que operação deveria ser realizada para encontrar a resposta correta, todos recorreram à adição, contando os itens que estavam organizados no quadro. Obtivemos como resposta $3+3+3+3+3+3+3+3+3$, sob a justificativa de que era a representação dos grupos com cor diferente. Obtivemos também $9+9+9$, sob a justificativa de que tinha aparecido "macarrão nove vezes, carne nove vezes e peixe nove vezes" (fala dos alunos). Dessa forma, concluíram que a operação poderia ser 3×9 porque o nove apareceu três vezes, demonstrando não terem compreendido que as sugestões dadas dependiam da lista realizada.

Instiguei os alunos para ver se conseguiriam relacionar o cardápio com a multiplicação e não conseguiram fazer nenhuma associação. Diante disso, perguntei a eles quantos eram os pratos principais, as saladas e as bebidas, ao que responderam três em cada item. Registrei no quadro e coloquei o sinal da multiplicação entre os algarismos, só então eles perceberam que a operação que substituiria a longa lista era $3 \times 3 \times 3 = 27$.

Bigode e Frant (2011) apontam que problemas envolvendo raciocínio combinatório são pouco explorados no Ensino Fundamental, o que prejudica a compreensão dos alunos acerca desse assunto, explicando, assim, a dificuldade em perceber a relação existente entre a multiplicação e as possibilidades de combinação.

Consideramos natural a confusão que os alunos fazem ao listar as combinações, entendendo que as possibilidades se esgotavam ao fim de cada linha do cardápio. Para trabalhar isso, Bigode e Frant (2011) recomendam a produção de tabela, que em nossa experiência, foi substituída por uma lista. Recomendam, também, o diagrama de árvore, que em nosso entendimento, fica mais fácil quando temos duas variáveis a se combinar, como sorvete e cobertura, por exemplo. Nossa

atividade tinha prato principal, salada e bebida, por isso, compreendemos que a lista seria mais adequada para a compreensão dos alunos.

Lista, diagrama de árvore e tabelas constituem formas diversificadas para se resolver atividades com raciocínio combinatório. Formas que podem ser exploradas com os alunos para que, com base nisso, possam escolher a maneira que julgarem mais adequada à cada situação. De acordo com Cavalcanti (2001), quando estimulamos as crianças a recorrerem aos diferentes modos de resolução das atividades, podemos não só observar, como também, acompanhar o raciocínio delas. Isso permitirá uma intervenção concentrada nas possíveis dificuldades que podem apresentar no processo.

Discutimos as situações apresentadas e acreditamos em um crescente aprendizado dos alunos com base na realização das atividades propostas e da partilha de conhecimento entre eles.

3.6 Atividade 6: SÍNTESE

Espera-se, com esta atividade, que os alunos consigam aplicar suas habilidades operatórias para resolver o problema.

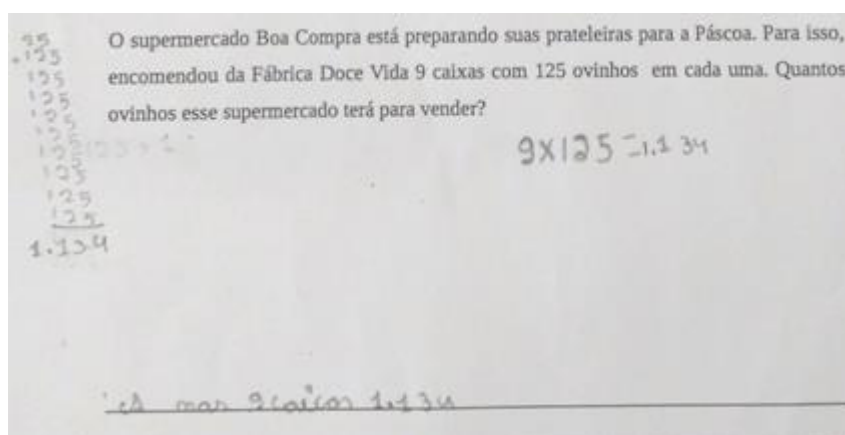
O Supermercado Boa Compra está preparando suas prateleiras para a Páscoa. Para isso, encomendou, da Fábrica Doce Vida, 9 caixas com 125 ovinhos em cada. Quantos ovinhos esse supermercado terá para vender?

Os alunos já estavam organizados em duplas para a realização da atividade anterior e, assim permaneceram para a sua resolução, na qual o objetivo era verificar se aplicaríamos as habilidades operatórias adequadas, sem a minha intervenção.

Diante do desafio de resolver sozinhos, alguns alunos me perguntaram se estavam fazendo certo, devolvia para eles em forma de pergunta para que pudessem pensar na maneira como estavam fazendo, sempre remetendo ao texto da situação-problema. Obtivemos os seguintes resultados:

Categorias	Alunos autorizados (19, dos quais, 17 presentes)
Adição de parcelas iguais com resultado certo	3
Adição de parcelas iguais com resultado errado	2
Adição de maneira errada	10
Multiplicação com resultado errado	2

Figura 40: Registro do aluno A28



Fonte: Arquivo da pesquisadora.

O aluno A28 registra com a adição de parcelas iguais e encontra o número 1134 como resposta. Como ele já demonstra compreender a relação entre a soma de parcelas repetidas e a multiplicação, registra também 9×125 como uma tradução do que foi efetuado por meio da adição, respondendo que "A nas 9 caixas 1134", mas ainda assim diferente do resultado correto que é 1125.

Destacamos que tanto A28 quanto A29 se equivocaram no procedimento, mas com uma diferença entre eles, a compreensão do que era realizado para encontrar a solução. Enquanto A28 demonstra entender o caminho encontrado, A29 demonstra desconhecer os motivos pelos quais efetua os registros em sua atividade, ou seja, de acordo com os estudos realizados por Araújo (2015), a aluna A29 apresentou dificuldade no procedimento juntamente com uma dificuldade conceitual na operação realizada, pois não conseguiu concluí-la adequadamente.

Na categoria "Adição de maneira errada", houve 10 alunos que solucionaram o problema por meio da adição $125 + 9$, demonstrando assim a não compreensão tanto da ideia aditiva da multiplicação quanto do texto. Isso revela a dificuldade dos alunos em ler e compreender os termos e conceitos envolvidos no problema de maneira eficaz, de modo a indicar o caminho adequado para encontrar as soluções. De acordo com Smole e Diniz (2001), essa falta de compreensão de conceitos e, também, o uso de termos específicos da linguagem matemática, que não são presentes no cotidiano do aluno, dificulta seu aprendizado, por isso, as autoras defendem um trabalho com um estilo de problemas que favoreça a compreensão dos alunos, de modo que entendam os termos e conceitos matemáticos, uma vez que "até mesmo palavras que têm significados diferentes na matemática e fora dela

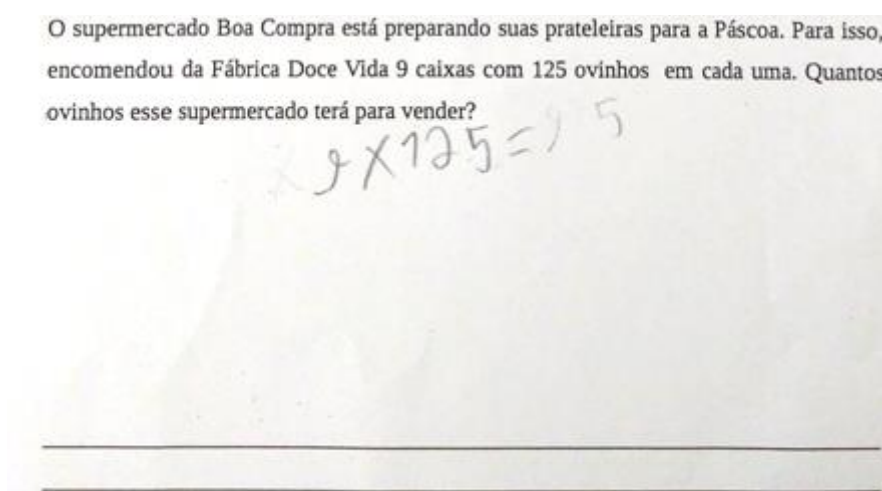
– total, diferença, ímpar, média, volume, produto – podem constituir-se em obstáculos para que ocorra compreensão" (SMOLE E DINIZ, 2001, p. 72).

A situação-problema cita "nove caixas com 125 ovinhos em cada uma", trecho principal que, após sua leitura, os alunos poderiam pensar em uma representação pictórica, pois, mesmo estando no 5º ano do Ensino Fundamental, essa estratégia, segundo Cavalcanti (2001), compõe um importante recurso que favorece a interpretação do problema, direcionando à sua à solução .

A autora defende que o desenho também fornece pistas ao professor acerca de como o aluno está pensando e como está agindo perante as informações obtidas no problema, ou seja, o foco não é no resultado em si, que é importante, mas no processo que passa a ser visto como parte fundamental na aprendizagem dos alunos.

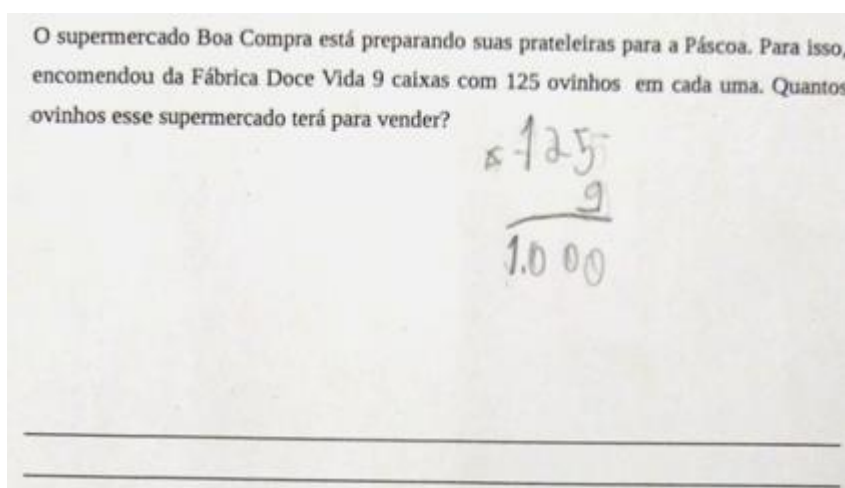
Na categoria "Multiplicação com resultado errado", tivemos os dois casos demonstrados a seguir:

Figura 41: Registro do aluno A25



Fonte: Arquivo da pesquisadora.

O aluno A25 escreveu 9×125 e, pela sombra de sua resposta, a tentativa foi escrever 95, demonstrando, a princípio, não compreender o que significa 9×125 , uma vez que o resultado encontrado é menor que 125. Ao mesmo tempo, percebemos que o aluno teve consciência de que não estava no caminho certo, pois desmanchou sua resposta, porém, não encontrou outra possibilidade de resolver a questão, manifestando, assim, uma rigidez no pensamento, uma vez que mesmo a atuação em dupla não possibilitou que o aluno encontrasse uma solução viável.

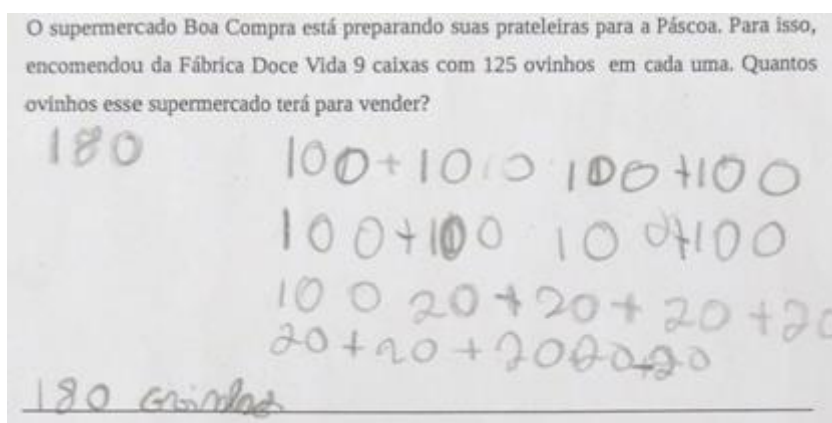
Figura 42: Registro do aluno A60

Fonte: Arquivo da pesquisadora.

O aluno A60 utiliza o algoritmo convencional e registra 1000 como resposta, muito próximo da resposta correta, mas, pelo seu registro, é possível perceber que ainda não há a compreensão da multiplicação e de seus processos. Sua atividade também nos dá indícios da rigidez do pensamento, pois não tentou de outra forma. Tanto A25 quanto A60 viram, no algoritmo da multiplicação, a única forma de solucionar o problema. Isso os impediu de flexibilizar as soluções, o que nos permite uma reflexão acerca do trabalho desenvolvido com eles durante a escolarização até o momento, que pode ter sido marcado por atividades em que tinham que resolver sozinhos, sem a discussão entre os pares e com o foco no uso do algoritmo, sem a reflexão, o que, de acordo com Nacarato et al (2011), não privilegia nem a questão conceitual e nem as ideias presentes nas operações básicas. Essas posturas geram um reducionismo da matemática escolar, "que não possibilita o pensar e o fazer matemático em sala de aula" (p. 89).

Consideramos pertinente apresentar, para a análise, a resolução de um aluno da Sala 1, que recorreu à adição pela decomposição. Vejamos:

Figura 43: Registro do aluno A4

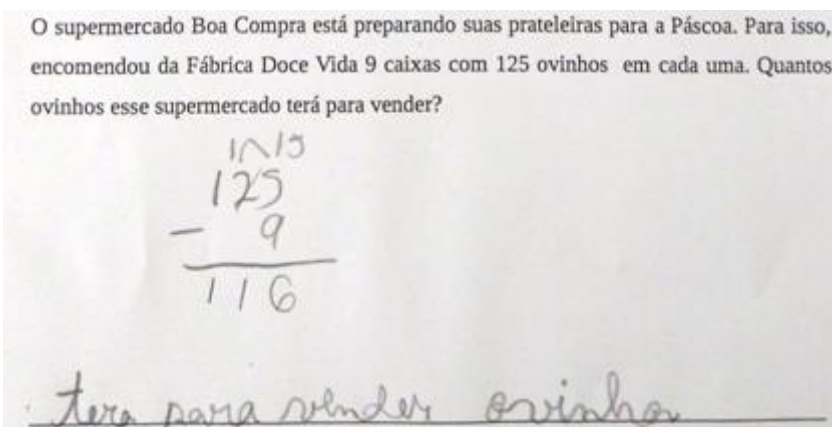


Fonte: Arquivo da pesquisadora.

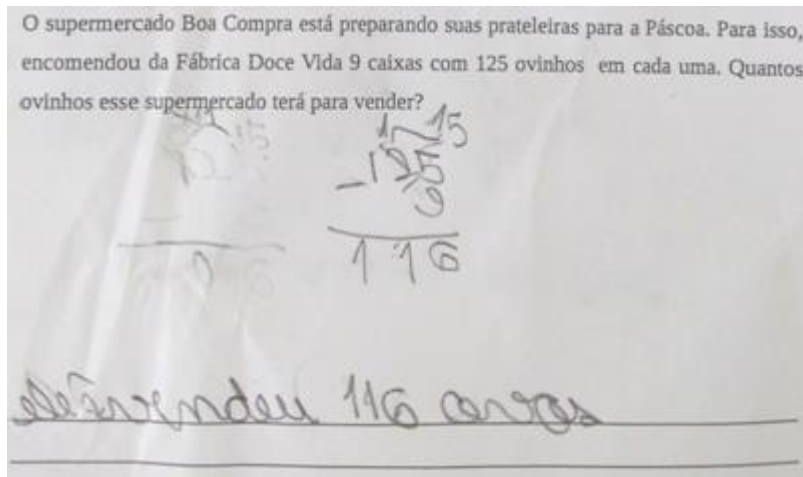
O aluno teve um raciocínio bem interessante, mas não conseguiu concluí-lo para responder corretamente, talvez pelo tempo disponível. A estratégia utilizada não foi trabalhada durante o desenvolvimento da sequência didática. Isso permite concluir que ele acionou conhecimentos que já dominava para tentar resolver a situação. Estratégia pertinente, porém, longa para chegar ao resultado. Esse tipo de estratégia pode ser classificado como algoritmo longo, de acordo com Centurión (1994), uma vez que o aluno utilizou da decomposição do número 125, fazendo adição de nove parcelas iguais. Percebemos que o aluno compreendeu a ideia de multiplicação abordada na atividade, mas terminou seu raciocínio antes de contemplar a ordem das unidades, cometendo equívocos na soma dos números, o que resultou em "180 ovinhos" como resposta. Percebemos também certa flexibilidade do pensamento do aluno, pois escolheu um caminho mais longo.

As figuras, a seguir, mostram dois casos que também ocorreram na Sala 1, em que os alunos utilizaram a subtração para solucionar o problema.

Figura 44: Registro da aluna A1



Fonte: Arquivo da pesquisadora.

Figura 45: Registro do aluno A3

Fonte: Arquivo da pesquisadora.

De todas as crianças que realizaram a atividade, essas duas nos surpreenderam por terem escolhido a subtração como caminho para resolver a situação proposta. O procedimento foi realizado de forma correta, porém, não era o mais adequado. Isso sinaliza que as ideias da multiplicação e, também, da subtração ainda não fazem sentido para elas. Bigode e Gimenez (2009) propõem que sejam trabalhados verbos como palavras-chave com os alunos que indiquem as ideias das operações para que possam identificar, com clareza, o que devem fazer diante de uma situação-problema.

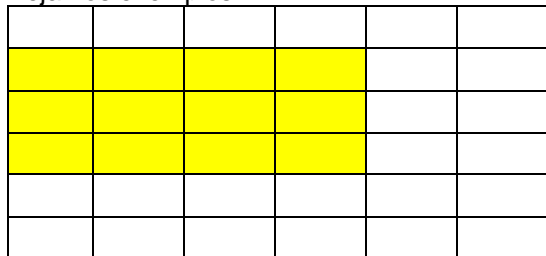
Também observamos, nessas resoluções, o uso do algoritmo de forma automática e desvinculado do contexto. Nacarato et al (2011) atentam para o fato de os alunos limitarem-se à orientação dos professores sobre que operação efetuar ou, então, dispararem a realizar os algoritmos de forma aleatória, com um pensamento firme de que se há um problema, obrigatoriamente, há que se fazer um cálculo, ou seja, precisam registrar por meio de um algoritmo, seja ele qual for. Na situação proposta, havia, sim, um cálculo, ou vários cálculos, porém, era preciso a compreensão antes de eleger o procedimento adequado.

De acordo com os resultados obtidos, percebemos que os alunos ainda não consolidaram a ideia da multiplicação, indicando que é necessário um trabalho mais direcionado para a compreensão de termos e conceitos, como indicam Smole e Diniz (2001), proporcionando uma maior compreensão da linguagem matemática, fundamental para uma aprendizagem mais efetiva. Algo para ser feito durante o ano letivo, pois uma das vantagens da pesquisa-ensino é que a ação docente continua.

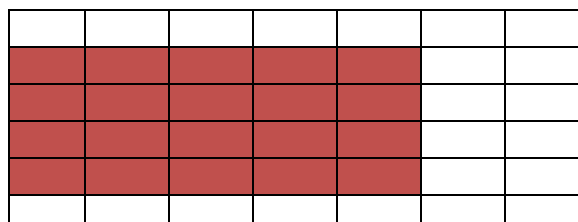
3.7 Atividade 7: MULTIPLICAÇÃO COM MALHA QUADRICULADA²³

Apresentação: a proposta é que os alunos percebam a repetição da quantidade nas linhas ou nas colunas e identifiquem que a adição de parcelas iguais pode ser realizada por uma multiplicação.

A multiplicação realizada na malha quadriculada também é chamada de organização retangular. Veja nos exemplos:



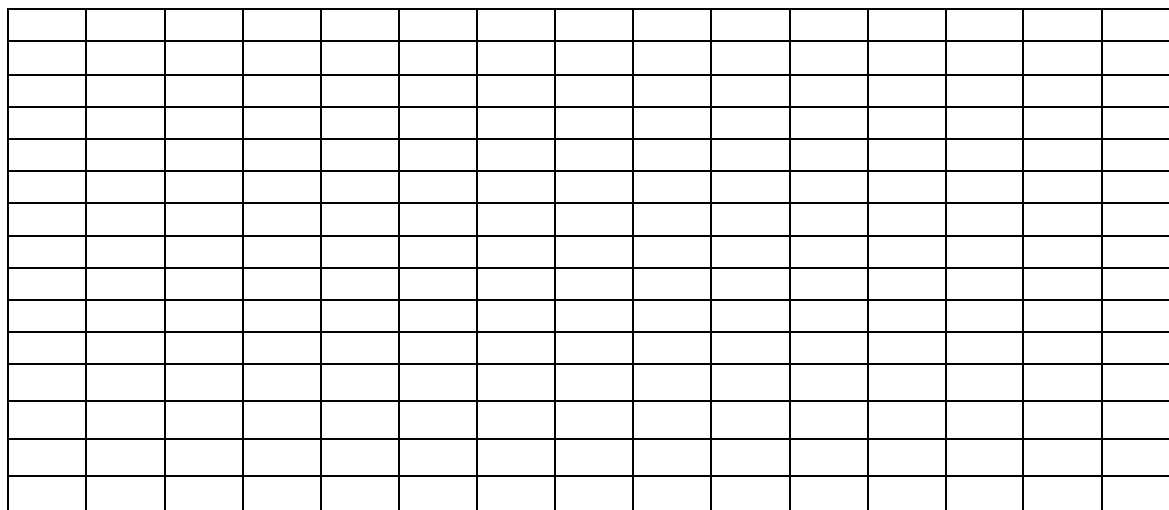
$$4 \times 3 = 12$$



$$5 \times 4 = 20$$

Agora é a sua vez de fazer. Utilize a malha quadriculada abaixo para resolver as multiplicações. Lembre-se de escrever qual multiplicação está representando e capriche nas cores, certo?

a) $3 \times 6 = \underline{\quad}$ b) $5 \times 3 = \underline{\quad}$ c) $7 \times 4 = \underline{\quad}$ d) $2 \times 4 = \underline{\quad}$ e) $8 \times 1 = \underline{\quad}$



Organizamos a sala para que os alunos trabalhassem em duplas e, antes de iniciarmos a atividade do dia, devolvi as atividades anteriores para que colassem no caderno. Após esse momento, entreguei a folha com a primeira parte da atividade (registrada acima) e perguntei o que era malha quadriculada. A aluna A31 respondeu:

– *É o quadro que está na folha.*

Outro aluno apontou para o banner da multiplicação, afixado na sala, para explicar. Confirmei a fala dos alunos e apresentei também o quadro (lousa) como exemplo, pois é quadriculado.

Pedi que uma aluna lesse o enunciado do exercício e, em seguida, perguntei onde havia quatro e onde havia três quadrinhos coloridos. O aluno A21 respondeu:

– *Três são as linhas.*

²³ Atividade adaptada de: SARQUIS, Eduardo. **Matemática com o Sarquis**. Livro 3. Belo Horizonte: Formato Editorial, 1997, p.64.

A aluna A31 completou:

– *Quatro são as colunas.*

Então, perguntei o total de quadrinhos coloridos e representei $4 \times 3 = 12$ na malha que desenhei no quadro. Explorei o segundo exemplo, destacando as cinco linhas e as quatro colunas, obtendo o total de 20 quadrinhos coloridos.

Realizei junto com eles o item "a" do exercício, diante da orientação da aluna A31:

– *São três colunas com seis linhas ou três linhas com seis colunas.*

Questionados, os colegas confirmaram a informação dada por A31, em seguida, representei no quadro. Após a explicação, os alunos continuaram o exercício sozinhos, acompanhei orientando aqueles que apresentavam dúvidas.

A segunda parte da atividade, apresentada a seguir, foi realizada no mesmo dia.

Situação-problema

Uma empresa precisa comprar armários com escaninhos para que seus funcionários guardem seus pertences. Ela tem 15 funcionários e quer resolver esse problema com urgência. Veja os modelos disponíveis.

MODELO A



1

MODELO B



2

MODELO C



3

- a) Quantos escaninhos tem o MODELO A?
- b) E o MODELO B?
- c) E o MODELO C?
- d) Se você fosse o responsável pela aquisição dos escaninhos, qual você compraria? Lembre-se de que só poderá escolher um modelo. _____ Por quê?

Imagens retiradas de:

Modelos A e B: <http://www.funcionalmoveisdeaco.com.br/novo/produtos/escaninhos.html>, acesso em 17 de nov. de 2018.

Modelo C: <http://www.vivalocal.com/decoracao-moveis-usados/centro-sul/escaninhos-escolares---escaninho-escolar/121284571>, acesso em 17 de nov. de 2018.

Encerramos a primeira parte e entreguei a segunda folha, solicitando que um aluno lesse. Após a leitura, a aluna A17 perguntou o que era escaninho e expliquei citando, como exemplo, o armário da sala dos professores, com seus respectivos escaninhos. Assim, a compreensão do problema ficou mais viável.

Para explorar a situação, perguntei qual era o problema que precisava ser resolvido, e a aluna A15 afirmou:

– *É a falta de escaninhos para os funcionários.*

Perguntei também se os modelos que estavam na folha lembravam alguma coisa, se os desenhos dos armários apresentavam alguma semelhança com algo que conheciam, a fim de que fizessem algum tipo de associação entre a atividade da malha quadriculada, envolvendo a organização retangular. Os alunos não perceberam essa relação, tive que ser mais direta, o que naquele momento, gerou uma frustração em mim, pois, realmente, esperava que percebessem a organização retangular.

Ao discutirmos os itens "a", "b" e "c", muitos contaram e responderam sem realizar uma operação propriamente dita. Por isso, perguntei se era realmente necessário contar um a um e a aluna A24 respondeu:

– *Pode ser resolvido com uma operação.*

Perguntados sobre qual operação, os colegas explicaram que era a multiplicação.

No item "d", os alunos tinham duas opções de escolha, os modelos A e C, mas era necessário justificar a escolha. Os alunos conversaram entre si e resolveram as questões. A folha foi recolhida e aula encerrada.

Na Sala 1, houve mais indícios de compreensão com relação à organização retangular. Ao ler a situação-problema dos escaninhos, a aluna A5 respondeu prontamente:

– *O modelo A, e ainda vai sobrar um escaninho.*

O aluno A3 complementou:

– *É 4x4 no modelo A, porque são quatro linhas com quatro colunas, então 8+8 dá 16 no total. A gente pode fazer o mesmo tipo de operação com as mesas da sala, contando o número de mesas da frente (linhas) e as fileiras (colunas).*

3.7.1 Considerações sobre a atividade

A Atividade 7 foi composta por duas partes, cujo objetivo era promover a percepção dos alunos de que, em uma organização retangular, não é necessário contar item por item, isso pode ser simplificado por uma multiplicação.

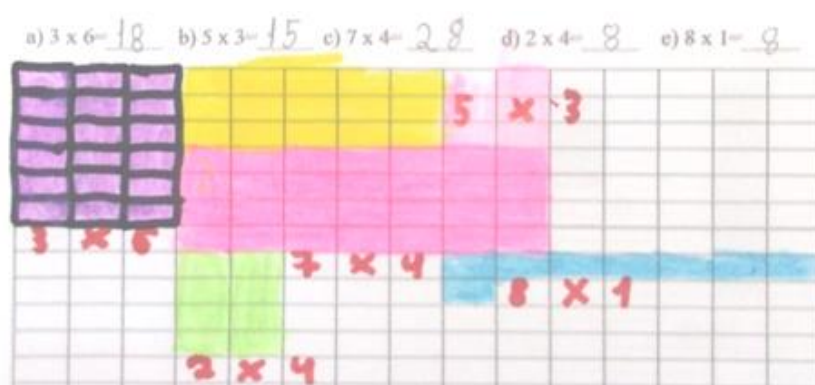
Na primeira parte, constatamos que alguns alunos tiveram dificuldade ao representar a multiplicação na malha quadriculada. Alguns marcaram linhas e/ou colunas a mais, como veremos a seguir.

Figura 46: Registro do aluno A25



Fonte: Arquivo da pesquisadora.

Figura 47: Registro do aluno A29

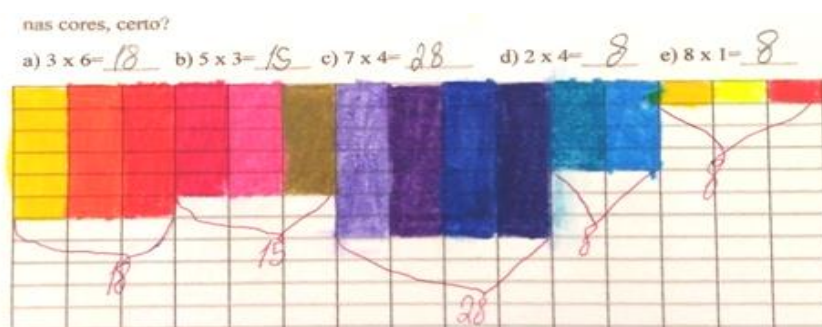


Fonte: Arquivo da pesquisadora.

Em ambos os casos, houve respostas certas à operação e equívocos ao representar a multiplicação 8×1 na malha quadriculada. O aluno A25 coloriu duas linhas e oito colunas. Já a aluna A29 demonstra ter compreendido que, ao total, deveria ter oito quadradinhos coloridos, e marca, em sua representação, uma linha com sete quadradinhos e outra linha com um quadradinho colorido, resultando em oito.

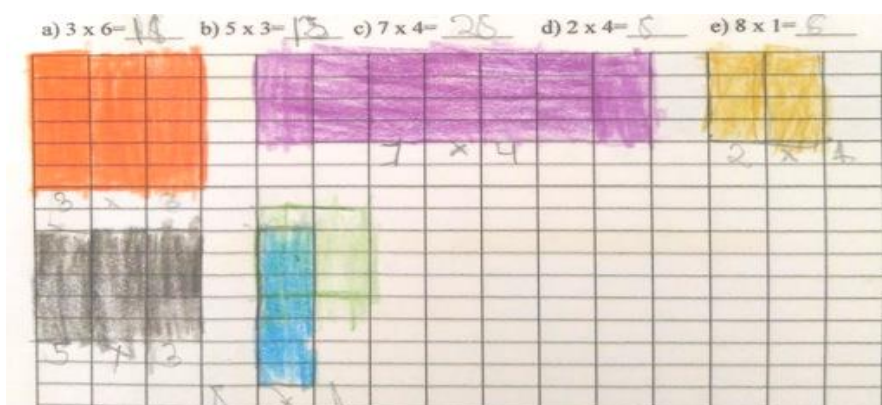
Também houve casos com linhas e/ou colunas a menos, conforme veremos a seguir:

Figura 48: Registro da aluna A31



Fonte: Arquivo da pesquisadora.

Figura 49: Registro do aluno A32



Fonte: Arquivo da pesquisadora.

Percebemos que, em ambos os casos, os equívocos também ocorreram em 8×1 . As representações na malha quadriculada não condizem com o resultado correto apresentado pelos alunos.


Atividades desse tipo configuram-se também em produto de medidas, uma vez que, ao delimitar o espaço representado por meio de uma multiplicação, referimo-nos à área (BIGODE e GIMENEZ, 2009). Ou seja, a malha quadriculada permite não só o trabalho com a multiplicação, como também, com uma concepção geométrica.

Com relação à segunda parte, envolvendo o armário com os escaninhos, constatamos que a maioria (12 alunos) escreveu a resposta, aos itens "a", "b" e "c", sem o registro da operação, o que não nos permite saber se fizeram operação mentalmente ou se contaram item por item. Três o fizeram por meio da multiplicação, observando as linhas e as colunas que compunham o armário com os escaninhos. Duas crianças demonstraram não compreender a situação-problema, mesmo depois de termos explorado qual era o problema que o dono da empresa


precisava resolver. Os cálculos que fizeram não são adequados à situação proposta, conforme veremos a seguir:

Figura 50: Registro da aluna A30


MODELO A



MODELO B



MODELO C



a) Quantos escaninhos tem o MODELO A?
 $15 + 15 = 30$

b) E o MODELO B?
 $12 + 13 = 27$

c) E o MODELO C?
 $24 + 15 = 36$

d) Se você fosse o responsável pela aquisição dos escaninhos, qual você compraria? Lembre-se que só poderá escolher um modelo. modelo C

Por quê? por que é maior

Fonte: Arquivo da pesquisadora.

A aluna A30 resolveu por meio da adição, mas demonstra não compreender a ideia da organização retangular. Ao mesmo tempo, parece-nos que tenta utilizar a contagem de item por item, pois, nas letras "b" e "c", a primeira parcela é o número certo de escaninhos, que, na letra "a", foi registrado como 15 em vez de 16. Ainda há outra observação, em seu registro, com relação à letra "c", na qual a aluna registrou 36 como resposta da soma entre 24 e 15, quando, na verdade, a resposta deveria ser 39.

O registro da aluna A15, que veremos a seguir, foi efetuado da mesma forma. Elas estavam juntas, porém, há uma diferença no item "c", no qual a aluna A15 registra a soma de maneira correta.

Figura 51: Registro da aluna A15

MODELO A

$$\begin{array}{r} 15 \\ +15 \\ \hline 30 \end{array}$$

MODELO B

$$\begin{array}{r} 12 \\ +15 \\ \hline 27 \end{array}$$

MODELO C

$$\begin{array}{r} 24 \\ +15 \\ \hline 39 \end{array}$$

a) Quantos escaninhos tem o MODELO A?
 $15 + 15 = 30$

b) E o MODELO B?
 $12 + 15 = 27$

c) E o MODELO C?
 $24 + 15 = 39$

d) Se você fosse o responsável pela aquisição dos escaninhos, qual você compraria? Lembre-se que só poderá escolher um modelo. Modelo c
 Por quê? porque é maior

Fonte: Arquivo da pesquisadora.

Com relação ao item "d", apenas uma aluna não escolheu o modelo, acreditamos que por distração, pois ela escreve o trecho "o modelo" e não completa a resposta, mas apresenta uma justificativa que indica a compreensão do que foi questionado na atividade, uma vez que escreve "Porque tem mais gaveta", referindo-se às portas dos escaninhos.

Figura 52: Registro da aluna A24

a) Quantos escaninhos tem o MODELO A?
16 escaninhos

b) E o MODELO B?
12 escaninhos

c) E o MODELO C? 24 escaninhos

d) Se você fosse o responsável pela aquisição dos escaninhos, qual você compraria? Lembre-se que só poderá escolher um modelo. o modelo

Por quê? Porque tem mais garbeto

Fonte: Arquivo da pesquisadora.

Ainda com relação à justificativa da escolha do modelo de escaninho, tivemos casos nas outras turmas em que os alunos responderam sem associar a justificativa apresentada ao problema da empresa, que era providenciar escaninhos para todos os funcionários, por exemplo:

Figura 53: Registro do aluno A13

a) Quantos escaninhos tem o MODELO A?
 $\frac{4}{16} \times 16$ Escaninhos

b) E o MODELO B?
 $\frac{4}{12} \times 12$ Escaninhos

c) E o MODELO C?
 $\frac{6}{24} \times 24$ Escaninhos

d) Se você fosse o responsável pela aquisição dos escaninhos, qual você compraria? Lembre-se que só poderá escolher um modelo. A

Por quê? Porque se tem um erro e os outros a menos.

Fonte: Arquivo da pesquisadora.

Nesse caso, o aluno A13 justifica “*Porque se tem um a mais e os outros a menos*”, ou seja, não observou que também havia outro modelo que atenderia, comparou apenas os modelos A e B.

Figura 54: Registro da aluna A59

a) Quantos escaninhos tem o MODELO A? 16

b) E o MODELO B? 12

c) E o MODELO C? 23

d) Se você fosse o responsável pela aquisição dos escaninhos, qual você compraria? Lembre-se que só poderá escolher um modelo. A

Por quê? porque eu gostei dele

Fonte: Arquivo da pesquisadora.

A aluna A59 justifica sua opção pelo modelo A, dizendo “*porque eu gostei dele*”, ou seja, seu gosto pessoal foi o que determinou a escolha feita.

Assim como A59, outros alunos prezaram o gosto pessoal para justificar a escolha, como é possível observar nas figuras abaixo:

Figura 55: Registro da aluna A34

a) Quantos escaninhos tem o MODELO A? 16

b) E o MODELO B? 12

c) E o MODELO C? 23

d) Se você fosse o responsável pela aquisição dos escaninhos, qual você compraria? Lembre-se que só poderá escolher um modelo. O modelo C

Por quê? tem muitas bolinhas

Fonte: Arquivo da pesquisadora.

Como se pôde ver na figura 55, a aluna A34 escolheu o modelo C porque "tem muitos detalhes".

Figura 56: Registro da aluna A43

a) Quantos escaninhos tem o MODELO A?

$$\begin{array}{r} 4 \\ \times 4 \\ \hline 16 \end{array}$$

Tem 16 escaninhos.

b) E o MODELO B?

$$\begin{array}{r} 4 \\ \times 3 \\ \hline 12 \end{array}$$

Tem 12 escaninhos.

c) E o MODELO C?

$$\begin{array}{r} 4 \\ \times 6 \\ \hline 24 \end{array}$$

Tem 24 escaninhos.

d) Se você fosse o responsável pela aquisição dos escaninhos, qual você compraria? Lembre-se que só poderá escolher um modelo. Modelo C

Por quê? Porque é mais bonito.

Fonte: Arquivo da pesquisadora.

A aluna A43 escolheu o modelo C "Porque é mais bonito". Isso demonstra que, mesmo resolvendo o problema da empresa, indicando armários adequados, os alunos não relacionaram o número de escaninhos com o número de funcionários para fazer a justificativa.

Bigode e Frant (2011) recomendam que a organização retangular seja ensinada juntamente com a propriedade distributiva na malha quadriculada, quando se aborda números maiores, utilizando também a decomposição. Na primeira parte dessa atividade, fizemos uso dos fatos da tabuada, ou seja, não requeriam decomposição para facilitar a representação na malha.

Já Ramos (2009) propõe que trabalhe, com os alunos, a ideia de colunas e linhas, antes de iniciar a representação nas malhas quadriculadas, promovendo, assim, uma melhor compreensão da organização retangular. Talvez isso justifique a dificuldade que algumas crianças tiveram em representar as multiplicações na malha. Mesmo tendo trabalhado essas ideias com as turmas no ano anterior, quando estavam no 4º ano, percebemos que ainda é algo que não foi consolidado.

A seguir, apresentaremos a atividade 8 composta por duas partes.

3.8 Atividade 8: MULTIPLICAÇÃO COM FICHAS COLORIDAS²⁴

1- Atenção turma! Com fichas coloridas, podemos fazer muitas operações, inclusive a multiplicação. É preciso ficar ligado no valor de cada cor. Vamos tentar?

 = 1
  = 10
  = 100
  = 1000

a) Primeiro identifique, junto com um colega, qual é o número representado com as fichas abaixo.



Que número vocês descobriram? _____

b) Como já descobriram o número representado, agora vocês irão multiplicar o número de fichas de cada cor, por 3. Utilize o espaço abaixo para desenhar.

c) Para chegar ao resultado, foi preciso fazer alguma troca? _____

Qual (quais)? _____

d) Se houve necessidade de realizar alguma troca, represente como ficaram as fichas.

Essa atividade foi realizada, primeiro, na Sala 3, e percebi que os alunos não deram a importância que eu esperava às fichas coloridas que receberam, foram logo resolvendo tudo pelas operações. Observei, também, que as fichas causaram distração, pois, como estavam focados nas operações, acabavam rápido e se divertiam brincando com as fichas, mas nada dentro do que eu havia planejado.

Conversando com a Pesquisadora Auxiliar, percebi que as fichas iriam mais atrapalhar do que ajudar nas salas 1 e 2. Desse modo, antes de começar a atividade, ela sugeriu que eu brincasse com eles, utilizando as fichas coloridas, uma vez que eles não vivenciaram algo desse tipo.

Organizei a turma em duplas e solicitei que deixassem a mesa livre. Entreguei, a cada dupla, um saquinho com as fichas nas cores que aparecem na atividade. Esclareço que foi produzido um pacote para cada aluno, mas achei melhor que trabalhassem com um saquinho por dupla para se ajudarem nos raciocínios e, também, não misturarem as quantidades.

Elaborei uma legenda no quadro, lembrando as cores que utilizamos no ábaco, por isso, mantive-as na atividade com o propósito de não os confundir e fixar as trocas no Sistema de Numeração Decimal.

Depois, solicitei que representassem o número 37. Diante da legenda, perguntei quais fichas seriam utilizadas, e responderam três vermelhas (dezenas) e sete verdes (unidades). Depois que representaram na mesa, eu disse que queria ver o 37 duas vezes na mesa. Eles fizeram em suas mesas, eu também fiz no quadro.

²⁴Atividade 8 foi adaptada de: SARQUIS, Eduardo. **Matemática com o Sarquis**, livro 3. Belo Horizonte: Formato Editorial, 1997, p. 63.

Perguntei quantas fichas verdes estavam na unidade, e contaram 14. Perguntei se poderia ficar assim e disseram que não.

Perguntei o que deveria ser feito e disseram que deveria tirar 10 verdes e trocar por uma vermelha (dezena). Perguntei como ficaria, e disseram para eu desenhar mais uma vermelha. Agrupei as 10 com uma seta indicando a troca e fiz o desenho. Perceberam, então, que ficou 74, seis dezenas que já estavam, mais uma dezena que foi agrupada na ordem das unidades, mais as quatro unidades que lá permaneceram.

Ao terminarmos, efetuei a conta no quadro, com algoritmo da multiplicação, explicando que o que tínhamos acabado de fazer também é feito na operação de maneira vertical.

Pedi que representassem o 26. Eles pegaram duas vermelhas (dezenas) e seis verdes (unidades). Disse que queria ver o 26 representado 3 vezes. Assim fizeram e alguns alunos foram avançando já fazendo as trocas.

Nessa aula, o aluno A21 foi o que mais participou.

A21: – Deve trocar 10 verdes por uma vermelha, mudando de seis para sete dezenas.

Assim eu fiz no quadro.

A21: – Agora, depois de acrescentar uma dezena, o número que apareceu foi 78.

Representei no quadro de acordo com a fala do aluno e realizei também com o algoritmo explicando o motivo do "vai um", ou seja, representa a troca realizada.

Em seguida, pedi que deixassem as fichas no canto da mesa, pois receberiam a atividade para fazer. Depois desse momento de exploração com as fichas coloridas, não foi difícil identificarem que o número representado era 334. Em seguida, expliquei que deveriam representar esse número, com as fichas, três vezes e ver o que era necessário fazer. Enquanto faziam, eu passava nas mesas para orientar os que apresentavam dúvidas.

Os alunos A21, A24 e A26 responderam assertivamente quais trocas deveriam ser feitas, 10 unidades por uma dezena, 10 dezenas por uma centena. Nesse momento, o aluno A21 disse:

– Agora não podemos fazer mais nada.

Seu colega A27 completou:

– Pode sim. Os 10 quadradinhos azuis dá mil. Então dá pra trocar por uma ficha amarela.

Todos concordaram com seu comentário. Pedi que os estudantes utilizassem setas para representar as trocas na folha. Fiz os agrupamentos e acrescentei o que era necessário no quadro, de acordo com as orientações dadas por eles.

Após a leitura da letra "c", todos concordaram que foram feitas trocas, mas foi necessário que eu orientasse a ordem em que elas foram realizadas.

Depois da leitura da letra "d", perguntei qual era o resultado e como seria a sua representação. Muitos tiveram dificuldade em falar o número 1002, então verbalizei mil e dois. Em seguida, A28 comentou:

– *Nossa! Muito fácil, só colocar uma ficha de mil e duas de um.*

Outro completou dizendo que seria uma ficha amarela e duas verdes. Dessa forma, representei o resultado no quadro, utilizando algarismos e as fichas.

Terminamos e entreguei a folha com a segunda parte, na qual também exploramos o valor das fichas coloridas e as trocas necessárias para obtermos os resultados das multiplicações propostas.

2- Desenhando as fichas coloridas, encontrem os resultados das multiplicações abaixo. Se tiverem dúvidas, utilizem as fichas recebidas. Depois de anotarem as respostas confirmem com a calculadora.

a) $15 \times 3 =$ _____	b) $35 \times 4 =$ _____	c) $241 \times 5 =$ _____
--------------------------	--------------------------	---------------------------

Quantas vocês acertaram? _____

3- Confiram, utilizando as fichas, quais operações abaixo estão corretas. Circule-as.

- a) $52 \times 2 = 110$
- b) $25 \times 7 = 175$
- c) $38 \times 4 = 162$
- d) $95 \times 3 = 285$

Nessa segunda parte, os alunos poderiam escolher se fariam primeiro com as fichas dispostas na mesa ou se desenhariam direto na atividade, mas muitos fizeram as operações primeiro, por meio do algoritmo para depois desenhar as fichas, realizando as trocas.

Após a leitura do item "2", expliquei que os alunos deveriam representar as multiplicações que estavam registradas na folha. Um aluno comentou quais fichas deveriam ser desenhadas e eu representei o desenho da primeira operação (15×3) no quadro. Outro aluno disse 45 antes de realizar o desenho. Perguntei como, e ele respondeu:

– *Quinze mais quinze é trinta, trinta mais quinze quarenta e cinco.*

Diante de sua resposta e do desenho feito no quadro, os colegas responderam que seria necessário fazer o agrupamento de dez unidades, transferindo-o para a dezena. Realizei essa troca no quadro para que percebessem como proceder nos itens "b" e "c".

Um dos alunos pediu que eu os deixasse fazer a atividade sozinhos. Aguardei observando os comentários que faziam, estavam realmente tentando fazer as

trocas. Na hora da correção, perguntei como fazer, e o aluno A21 explicou da seguinte forma:

– *Em 35x4 são vinte fichas na ordem das unidades, então é necessário trocar todas elas.*

Agrupei as fichas e as transferi para a ordem das dezenas. Ao contabilizar o total de fichas na dezena, os alunos perceberam que havia mais de dez dezenas, e era necessário fazer uma troca para a ordem das centenas.

Durante a realização da letra "c" (241x5), os alunos A20 e A21 me procuraram e comentaram que *"aquela era a operação mais fácil"*. Na hora da correção, alguns alunos explicaram que não havia necessidade de troca na ordem das unidades porque só tinha cinco unidades. Nas dezenas, disseram ser necessário agrupar todas as fichas, pois eram vinte dezenas. Também relataram a troca a ser realizada na ordem das centenas, já que tínhamos 10 centenas com mais duas oriundas da troca das 20 dezenas por duas centenas, obtendo, assim, a ordem das unidades de milhar.

Considerarei essa atividade muito cansativa, por isso, não usamos a calculadora para conferir os resultados, como foi recomendada. Transferi o uso para o item "3".

Após a leitura do item "3", os estudantes ficaram interessados em utilizar a calculadora. Informei que só a entregaria depois que eles fizessem a atividade com as fichas. Esclareci as dúvidas e orientei os alunos que tiveram alguma necessidade. Depois que fizeram a operação com as fichas na letra "a", eu mudei a estratégia, pois muitos estavam fazendo as contas no caderno. Então, recolhi as fichas e entreguei a calculadora, pois estavam ansiosos! Depois que todas as duplas a receberam, a maioria demonstrou saber utilizá-la. Alguns tiveram dificuldade para "dividi-la" com o colega, porque só havia uma para cada dupla. Depois de algum tempo, todos conseguiram anotar o resultado das operações na folha.

Em seguida, as folhas foram recolhidas e a aula encerrada.

3.8.1 Considerações sobre a atividade

O objetivo dessa atividade foi estimular a compreensão dos alunos acerca das trocas necessárias no Sistema de Numeração Decimal, por meio de fichas coloridas, bem como o entendimento da multiplicação em sua ideia aditiva. Ao formular essa atividade, mantive as cores que utilizamos no ábaco desde 2018 para que não confundisse o entendimento dos alunos. Dessa forma, utilizamos verde para as unidades, vermelha para as dezenas, azul para as centenas e amarela para as unidades de milhar.

Dos 19 alunos participantes da pesquisa, 18 realizaram a atividade proposta. Desses, 16 realizaram o item "1" satisfatoriamente, fazendo os desenhos e as

trocas correspondentes corretamente. Apenas duas alunas apresentaram dificuldade ao colocar o número certo de fichas, como veremos a seguir.

Figura 57: Registro da aluna A16

a) Primeiro identifique, junto com um colega, qual é o número representado com as fichas abaixo.

■ ■ ■ ■ ■ ■ ■ ■ ■ ■

Que número vocês descobriram? 334

b) Como já descobriram o número representado, agora vocês irão multiplicar o número de fichas de cada cor por 3. Utilize o espaço abaixo para desenhar.

Fonte: Arquivo da pesquisadora.

A aluna A16 registrou fichas verdes a menos, eram necessárias 12 fichas e ela desenhou nove, agrupando sete para a ordem das dezenas. Nesse caso, ela se preocupou em deixar as duas verdes sobrando na ordem das unidades, mas não observou que precisava de 10 unidades para transformar em uma dezena.

Figura 58: Registro da aluna A15

a) Primeiro identifique, junto com um colega, qual é o número representado com as fichas abaixo.

■ ■ ■ ■ ■ ■ ■ ■ ■ ■

Que número vocês descobriram? 334

b) Como já descobriram o número representado, agora vocês irão multiplicar o número de fichas de cada cor por 3. Utilize o espaço abaixo para desenhar.

Fonte: Arquivo da pesquisadora.

Nesse caso, a aluna A15 também fez seu registro faltando fichas verdes, mas entendendo que duas deveriam permanecer na ordem das unidades. Já na ordem das centenas, ela colocou fichas azuis além do necessário, 16 ao todo, e as agrupou para enviar para a ordem das unidades de milhar.

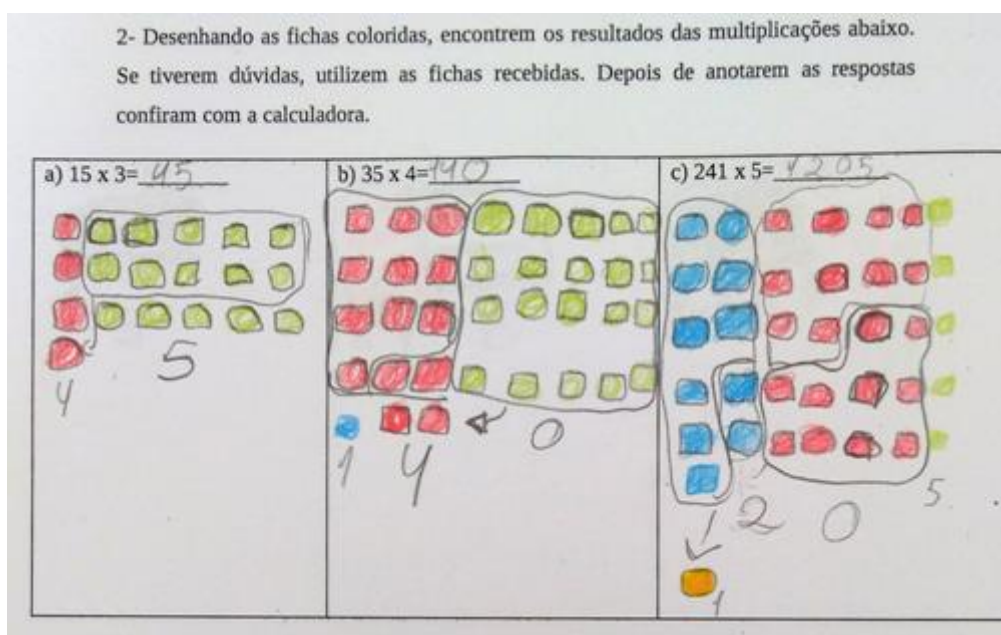
Em ambos os casos, percebemos que as alunas indicaram bem as trocas realizadas utilizando as setas. Colocaram também os algarismos indicando a quantidade de fichas que ficaram em cada uma das ordens. Porém, elas demonstram não compreender que, em nosso sistema de numeração, as trocas são efetuadas de dez em dez. Talvez não tenha ficado evidente, para as alunas, o motivo do nosso sistema de numeração ter a base 10, relacionando-a com a quantidade de dedos das mãos (Caraça, 1998).

Em nossa prática pedagógica, é comum contar, aos alunos, porque nossa base é decimal em vez de estimular essa descoberta quando ainda são menores. Ramos (2009) salienta que, quando as crianças estão no 1º ano do Ensino Fundamental, costumam dimensionar quantidades de 1 a 9, aumentando, gradativamente, até atingirem o 20 ou 30, havendo algumas exceções, em que as crianças extrapolam. Esse processo prossegue de maneira que as crianças construam e consolidem o conceito de número e a noção de conservação de quantidade, fundamentais para a realização das trocas. Dessa forma, concordamos com a autora ao afirmar que atividades mais lúdicas envolvendo "jogos, atividades concretas, histórias infantis e brincadeiras que relacionem quantidades e números" (p. 40) propiciam uma melhor compreensão das particularidades do nosso sistema de numeração.

A autora acrescenta que, ao estimular as crianças, elas constroem e organizam as ideias, atribuindo significado ao que é trabalhado, de modo que, elas mesmas, indicam o caminho a ser percorrido durante determinada atividade. Por isso, consideramos importante o trabalho em duplas ou grupos e as discussões coletivas, que favorecem a aprendizagem.

Com relação ao item "2", houve uma inversão nos resultados apresentados pelos alunos. Nove alunos apresentaram dificuldade para fazer os desenhos nas quantidades certas, o que prejudicou as trocas e os resultados das operações, mas destacamos que a aluna A15 avançou em seu registro que, na atividade anterior, apresentava-se inadequado.

Figura 59: Registro da aluna A15



Fonte: Arquivo da pesquisadora.

A aluna registrou o número de fichas e realizou as trocas necessárias de maneira correta. Observamos que na letra "b" ela agrupou as 20 fichas verdes de uma só vez, direcionando-as para a ordem das dezenas, demonstrando compreender que seriam duas dezenas, abordando, assim, a base vigesimal que, de acordo com Eves (2004), foi utilizada ao longo da história por indígenas, pois consideravam os dedos dos pés e das mãos para realizarem seus cálculos, referindo-se ao homem completo.

Com relação ao item "3", muitos alunos efetuaram as operações no caderno para verificarem quais estavam corretas, o que, para o nosso entendimento, significou certo cansaço deles em trabalhar com as fichas coloridas, além de representar, também, uma ansiedade para utilizar a calculadora, já que ela foi retirada do item "2".

Todos os alunos conseguiram identificar as alternativas corretas, seja fazendo no caderno ou utilizando a calculadora. Acreditamos que foi muito válida a interação entre eles durante o processo de resolução da atividade, ainda que tenha sofrido alterações no meio do percurso, foi perceptível o envolvimento das duplas.

Constatamos, nessa atividade, que a pergunta "Quantas vocês acertaram" ao final do item "2" é dispensável, pois estamos considerando, em nossa sequência, o

caminho encontrado pelos alunos para a resolução de cada situação proposta, valorizando, assim, o processo, e não o resultado.

O uso da calculadora foi proposto para a conferência de resultados e transferido para o item "3", mas sabemos que esse instrumento pode se constituir uma importante ferramenta para o processo de ensino-aprendizagem se for acompanhado de uma boa proposta pedagógica, como recomendam Bigode e Frant (2011) com um exemplo que explora a regularidade da composição de duas multiplicações. Os autores sugerem que um número desconhecido seja multiplicado por 2 e, depois, por 5, com o resultado 70 para que se descubra o número teclado inicialmente. Nesse caso, os autores orientam que é interessante possibilitar, aos alunos, a percepção de que o raciocínio proposto é o mesmo que multiplicar o número desconhecido por 10, uma vez que $2 \times 5 = 10$. Dessa forma, a expressão poderia ser $? \times 10 = 70$, facilitando, assim, a descoberta do número pensado.

Em nossa avaliação, percebemos que a atividade foi muito repetitiva, uma vez que os alunos fizeram a mesma coisa várias vezes, apenas com números diferentes. Ela poderia ter abordado outras situações em que os alunos pudessem interagir mais. Além disso, talvez fosse mais produtivo mostrar, aos alunos, as várias formas e deixar que escolhessem como fazer, pois acreditamos que favorecer, aos estudantes, a liberdade de escolher como resolver as atividades, é um passo importante na produção do conhecimento, processo em que eles são protagonistas.

3.9 Atividade 9: JOGO DA MEMÓRIA

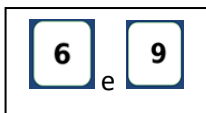
Material necessário: 40 cartas, do mesmo tamanho, para formar o baralho.

Construção: colocar, em uma das cartas, uma operação de multiplicação, e, na outra carta, colocar o resultado dessa operação para que forme o par.

Como brincar: junte-se a mais 3 colegas para brincarem com o jogo da memória da multiplicação. Registre, no espaço abaixo, os pares que você conseguiu. Se precisar, utilize a calculadora para conferir os resultados.

- a) Quantas cartas você conseguiu? _____ São quantos pares? _____
- b) Quem venceu o jogo? _____
- c) Quantas cartas o vencedor conseguiu? _____
- d) São quantas a mais que você? _____

1- Lavínia ficou em dúvida com relação ao resultado de um fato e usou a calculadora. Ela apertou as teclas



Que resultado apareceu? _____

2- Juliana retirou as peças abaixo. Que cartas ela poderá tirar para formar pares?

12				
24				
18				

O jogo da memória foi realizado diferentemente do que está proposto na folha. Utilizamos 36 fichas em vez de 40, e foi efetuado em dupla e não em grupo com quatro pessoas. Essas mudanças ocorreram com o objetivo de melhorar o desenvolvimento da atividade. Para se ter um melhor aproveitamento de material, uma folha foi suficiente para colocar as 36 fichas nas quais os alunos colocariam os fatos fundamentais da multiplicação, ou seja, cada aluno recebeu uma folha com os 36 quadradinhos para preencherem e cortarem, formando, assim, suas peças do jogo, como mostra o exemplo a seguir:

Figura 60: Peças do aluno A32

8×9	72	9×2	18	$2 + 2$	4
10×10	100	6×6	36	3×3	9
5×4	20	5×3	15	10×3	30
3×7	21	2×7	14	10×4	40
4×2	8	6×10	60	5×5	25
7×3	21	3×4	12	9×5	45

Fonte: Arquivo da pesquisadora.

Como eu já havia realizado o jogo na Sala 3, percebi que colocar os alunos em dupla seria melhor que em grupo, evitando, assim, que suas peças se misturassem dificultando a organização ao guardá-las no final da atividade e, também, propiciando mais envolvimento entre eles na produção, na organização e, principalmente, na hora de jogar.

Primeiro, utilizamos uma aula para a confecção do jogo. Essa aula foi realizada em uma sala diferente e organizada, previamente, para receber os alunos dispostos em duplas. Era uma sexta-feira, dia em que cada turma tem apenas uma aula de Matemática.

Orientei os alunos a escolher seus pares e disse que ninguém poderia ficar sozinho. Se sobrasse alguém, faríamos trios. Eles se organizaram e expliquei que produziriam um jogo da memória com os fatos fundamentais da multiplicação. Desenhei parte da tabela no quadro e representei três fatos com o resultado, como exemplo. Informei também que havia um quadro da multiplicação na sala, que poderia ser consultado, ou poderiam olhar do quadro de regularidades que eles têm no livro. Poucos fizeram sem consultar.

À medida que os alunos produziam as cartas do jogo, eu corrigia a atividade e solucionava dúvidas. Ao final da correção, entregava o envelope para ser decorado, de preferência que o fizessem bem bonito, pois seria utilizado para guardarem as peças.

Figura 61: Envelopes



Fonte: Arquivo da pesquisadora.

Encerramos a aula, e nem todos tinham terminado a produção do jogo, por isso, continuamos na aula seguinte.

Na segunda-feira, retomei o assunto com a turma. Entreguei material aos alunos que faltaram na aula anterior e devolvi os que estavam em andamento. Contei com a atuação da Pesquisadora Auxiliar para explicar àqueles que apresentavam dúvidas e corrigir os fatos escolhidos a fim de que os alunos prosseguissem na realização da atividade.

As carteiras da sala foram organizadas para que trabalhassem em duplas. Depois que a maioria já estava com o jogo recortado, pedi que organizassem as fichas sobre a mesa e orientei sobre essa organização, pois muitos alunos estavam deixando as peças do jogo desordenadas, dificultando a memorização da localização das peças.

Entreguei, também, a folha para realizarem o registro das peças conquistadas no jogo, expliquei como deveria ser feito, representando as fichas no quadro. Disponibilizei uma calculadora para que cada dupla pudesse conferir os resultados dos fatos, se necessário. Alguns alunos demoraram a iniciar o jogo, pois estavam brincando com a calculadora como se fosse um telefone celular.

Ajudei algumas duplas na organização das peças do jogo e solucionei dúvidas sobre o uso da calculadora. De modo geral, os alunos demonstraram gostar de jogar. Quando surgia dúvida, usavam a calculadora para verificar o resultado. Alguns alunos demonstraram pouco interesse pelo jogo, tiveram mais interesse pela calculadora. Outros, interessaram-se pelo jogo, realizando-o com motivação, comemorando os acertos e dando socos no ar quando não acertavam.

Ao transitar pelas mesas presenciei um aluno virando a cartinha com o número 15, e dizendo:

– *Agora eu tenho que achar 5x3.*

Infelizmente, interrompi o jogo no estágio em que se encontravam, mesmo com alguns alunos não tendo finalizado, pois estava se encerrando o tempo da aula e ainda faltava uma atividade para preencher. Agora, fico me perguntando se isso foi pertinente...

Depois de anotarem os pares conquistados no jogo, os alunos deveriam responder:

- | |
|---|
| <p>a) Quantas cartas você conseguiu? _____ São quantos pares? _____
 b) Quem venceu o jogo? _____
 c) Quantas cartas o vencedor conseguiu? _____
 d) São quantas a mais que você? _____</p> |
|---|

Realizamos as atividades coletivamente. Expliquei a diferença entre pares e número de cartas, pois a forma que elaborei a atividade confundiu os alunos. Realmente, é desnecessário as duas perguntas na letra "a".

Os alunos não apresentaram nenhuma dificuldade para responder as letras "b" e "c", foi fácil pra eles identificar o vencedor.

Já a letra "d" causou um transtorno pra eles. Ela não poderia ter sido elaborada dessa forma, uma vez que ela só é válida para quem perdeu o jogo. Isso só foi percebido durante a realização da atividade, por meio da observação de um dos alunos:

A10: – Professora, eu ganhei dele. Como é que vou responder a letra "d"?

Fiquei decepcionada e muito frustrada ao observar isso somente na hora da atividade. Para resolver o problema, conversei com os alunos e lhes perguntei:

–Gente, se eu ganhei o jogo, meu colega tem mais peças que eu?

Eles responderam que não.

Assim, orientei, aos que venceram, que escrevessem: “Eu tenho _____ cartas a mais que meu colega.” E, aos que perderam: “Eu tenho _____ cartas a menos que meu colega.”

No item 1, não ficou nítido, para os alunos, que se tratava de uma multiplicação. Para mim, o uso da palavra "fato" que aparece na situação indicava, obviamente, qual era o sinal que deveria ser acionado na calculadora, mas não foi o que aconteceu. Muitos alunos me perguntaram qual sinal a menina do problema tinha apertado, pois não falava. Então, eu disse a eles que, naquela situação, a palavra fato se referia à multiplicação. Muitos responderam 54 sem usar a calculadora.

No item 3, registrei no quadro os fatos que os estudantes ditavam. Os alunos A20 e A21 foram os que mais participaram, indicando as possíveis multiplicações que resultariam em 12, 24 e 18 para formarem os pares.

3.9.1 Considerações sobre a atividade

O jogo da memória, como o próprio nome diz, tem por objetivo trabalhar a memorização. Nesse caso, o foco estava nos fatos fundamentais da multiplicação. Considera-se também, como objetivo dessa atividade, o trabalho com a tabuada desprendido do peso que, muitas vezes, é colocado nesse aspecto.

A ideia de confeccionar o jogo e não o entregar pronto justifica-se por querer propiciar, aos alunos, a escolha dos fatos para comporem suas cartinhas, de maneira que pudessem pensar nas opções consideradas mais difíceis para seus adversários, além de trabalhar a tabuada de uma forma mais agradável.

Ramos (2009) esclarece que:

As palavras tabuada e tabela têm uma origem e um significado comuns: "tábua", um lugar no qual registrar (sic) relações numéricas, a fim de que seja possível consultá-las quando necessário – provavelmente, as primeiras

tabelas foram criadas antes mesmo do papel, sendo os registros feitos em placas de madeira ou papiros. (p. 89).

Acreditamos que saber a tabuada da multiplicação facilita muito a operacionalidade, ampliando, assim, a capacidade operatória dos alunos, por isso inserimos essa atividade e, também, por termos trabalhado os significados da multiplicação durante todo o desenvolvimento da sequência didática, na tentativa de construir significados para os alunos.

Trabalhar os fatos fundamentais da multiplicação nessa perspectiva vai ao encontro do que Ramos (2009) propõe: o uso da tabuada acompanhado do entendimento do processo que a envolve. Com isso percebemos que não, necessariamente, precisamos partir dela, da maneira tradicional, para realizar o trabalho com a multiplicação.

A autora apresenta situações em que os fatos fundamentais da multiplicação são trabalhados de maneira mais abrangente, sem que haja a necessidade de recitar a tabuada, de maneira decorada. Ela sugere que, em vez das tabuadas tradicionais, sejam construídas tabelas concretas em sala de aula, com materiais leves que possam ser manipulados, como "55 saquinhos plásticos para geladinho e um pacote de macarrão parafuso" (RAMOS, 2009, p. 90). Nesse caso, o macarrão representará os doces caseiros citados no problema: "Dona Maricota faz doces caseiros. Ela coloca 3 doces em cada pacote e vende muitos pacotes nos fins de semana na praça." (p.90).

Com base na situação descrita, a proposta é organizar um cartaz com uma tabela, como se pode observar na próxima figura, com a quantidade de pacotes que a Dona Maricota vende, para que facilite o cálculo de doces vendidos, já que, em cada pacote, ela coloca três, ou seja, um pretexto interessante para se construir a tabuada do 3 com os alunos, de maneira concreta, atribuindo sentido.

Figura 62: Tabuada do 3

N.º de pacotes	Doces por pacote	Total de doces
1	3	3
2	3	6
3	3	9
4	3	12
5	3	15
6	3	18
7	3	21
8	3	24
9	3	27
10	3	30

Fonte: Ramos (2009), p. 91.

Em nossa experiência nas turmas de 5º ano, não foi necessário partir da construção da tabuada, optamos por contemplá-la em forma de jogo, na tentativa de proporcionar, aos alunos, uma experiência diferente com esse material, por isso, nessa atividade, não tivemos categorias. Pautamos nossa análise no envolvimento dos alunos e no desenvolvimento da atividade na sua totalidade. Dessa forma, apresentamos, a seguir, considerações sobre cada parte que compõe a Atividade 9: confecção, jogo e exploração.

Com relação à confecção, os alunos tiveram dificuldade em perceber que deveriam colocar uma multiplicação e uma resposta em cada carta, formando um par. Foi necessário fazer um exemplo no quadro para que visualizassem como seria. Como a atividade foi realizada em dias diferentes, verificamos se já tinham preenchido todos os espaços corretamente antes de cortar. A vontade deles era começar pelo recorte das cartas, o que no nosso entendimento, dificultaria a conferência dos pares.

Os alunos tiveram, à disposição, um quadro de regularidades da multiplicação, exposto na sala, além de poderem consultar o livro didático e contar, também, com a ajuda do colega da dupla, proporcionando, assim, uma interação bastante produtiva.

Outro aspecto importante a ser considerado é que muitos alunos não se preocupavam em mostrar as peças viradas e o adversário não contestava, assim, não memorizava aquelas que poderiam ser úteis ao seu jogo. Muitas vezes, foi necessário intervir para que pudessem jogar adequadamente, atentando para a disposição das cartas.

Os alunos demandaram muito tempo para finalizar a confecção do jogo, por isso, as jogadas foram interrompidas e registramos a atividade de exploração com as conquistas realizadas até aquele momento, pois faltava pouco tempo para a aula terminar e não tínhamos a intenção de realizar o jogo novamente para concluir o registro.

A exploração do jogo foi feita por meio de perguntas que, quatro meses depois da aplicação da atividade, não faríamos da mesma forma e nem interromperíamos o jogo para esse tipo de registro, pois acreditamos que um tempo a mais para a vivência traria mais benefícios à aprendizagem dos alunos. Identificamos falhas na elaboração da atividade, porém, somente no momento de sua realização, o que não permitiu sua reformulação antes do seu desenvolvimento.

A pergunta "*Quantas a mais que você?*" ficou completamente inadequada ao que foi proposto, uma vez que, anteriormente, pergunta-se quantas cartas o vencedor conseguiu. Considerando que a mesma criança respondeu as duas perguntas e foi a vencedora, seu adversário não tem cartas a mais que ela, e sim, o contrário, ela tem cartas a mais. Isso só foi percebido por meio da participação de um dos alunos que tinha ganhado a partida e questionou.

Percebemos, nesse episódio, a importância do fazer docente, que, de acordo com Caldeira e Zaidan (2010), constrói-se no cotidiano e implica desconstruir e construir saberes, em um movimento contínuo que envolve tanto os professores quanto os alunos, constituindo a prática pedagógica, em uma relação constante.

Optamos por fazer uma atividade de exploração do jogo para ter um registro sobre a experiência, de modo que ela não se perdesse, tornando-se apenas o jogo pelo jogo, mas reconhecemos que é necessária uma adequação ao que se pede para que faça sentido e não confunda os alunos. Isso será efetuado a fim de que ofereçamos, aos professores, uma atividade mais adequada.

Consideramos positiva a participação dos alunos, mesmo com aqueles mais desinteressados, pois realizaram a atividade, ainda que menos motivados que os outros, fizeram escolhas para compor suas cartinhas e vivenciaram as jogadas, o

que permitiu a reflexão sobre os fatos da multiplicação e o questionamento se os pares do adversário estavam realmente corretos.

A seguir, apresentaremos uma síntese sobre a opinião dos alunos, considerando as três turmas, a respeito do desenvolvimento das atividades seguida de suas falas.

Na Atividade 1, houve oito alunos que quiseram gravar o áudio. Eles ressaltaram o aspecto lúdico, agradável e a forma diferente de operar. Além disso, ela também despertou sentimentos na turma, tanto de tristeza e decepção quanto de alegria ao constatar a vitória de determinada equipe.

A5: –Gostei de fazer a multiplicação de um jeito diferente.

A8: –Gostei de participar. Me diverti.

A37: –Eu gostei da brincadeira porque é muito legal, só não gostei porque só podia participar quatro pessoas de cada grupo, podia participar todo mundo.

A45: –Eu achei muito legal, o importante foi que a gente brincou e não é importante quem vai ganhar.

A48: –Eu gostei da brincadeira porque além da gente ter aprendido a gente brincou e se divertiu.

A52: –Eu gostei da brincadeira porque ensinou muito a matemática e a gente aprende.

A54: –Eu gostei da brincadeira por causa que... ah e a gente também não pode ficar triste só por causa que a gente perdeu pelo menos a gente participou e eu queria dar um parabéns pra quem ganhou.

A57: –Eu gostei da brincadeira porque só foi uma brincadeira e pra mim não importou quem foi o vencedor, o importante é que me diverti e também acho que devemos ter mais espírito esportivo cada um dessa sala para cada dia a gente se fortalecer e ser muito bom cada dia.

Na Atividade 2, houve sete registros nos quais os alunos ressaltaram o uso da imaginação para fazer o desenho da bolsinha, a criatividade e, também, a dificuldade no traçado, mas, sobretudo, a alegria de assentar-se com o colega para trabalhar junto. Esse aspecto foi o mais marcante na fala dos estudantes.

A5: –Eu achei muito legal, eu gostei da parte do desenho porque a gente usou a imaginação.

A4: –Eu gostei porque eu aprendi a fazer aquele negócio ali (referindo-se à reta).

PP: –E sobre o desenho?

A4: –Professora, foi difícil mas...

PP: –Foi difícil?

A4: –Pra desenhar aquela bolsinha (a dele), você pensa que é fácil?

A7: –Eu gostei da parte do desenho porqueee, aí eu fui mais criativo.

A10: –O mais difícil é que se você fazer uma coisa errada vira um rabisco e aí você não vai conseguir fazer a linha certinha (referindo-se ao desenho da bolsinha).

A45: –Eu achei interessante porque cada um pôde sentar com a pessoa que ele queria e também a atividade da brincadeira que a gente fez na aula passada é muito legal e você passou uma coisa que a gente... que não foi igual a brincadeira foi outra coisa.

A52: –Eu gostei da atividade em dupla, aprender muito sobre a multiplicação, desenhar...

A57: –Eu achei a brincadeira muito legal porque a gente pôde sentar com cada um que a gente gostaria de sentar e a gente sentou.

Na Atividade 4, foram 11 relatos ressaltando o trabalho em grupo, as risadas por causa das roupas que ficaram grandes em alguns colegas, a diversão ao trocarem as peças e o aprendizado por meio da brincadeira.

A7: –Eu gostei porque a gente fez grupo e também teve muita risada pelas roupas, porque ficou muito grande em algumas pessoas e a gente ficou parecendo um pouco palhaço.

PP: –Mas foi legal?

A7: –Foi muito legal.

A10: –Eu gostei porque fez grupo igual e também porque foi divertido.

A15: – Eu gostei dessa atividade, pois era em grupo e a gente podia fazer o que a gente...as roupas que a gente queria envolvia multiplicação, mais, menos.

A16: –Eu gostei da atividade porque foi muito legal. O nosso grupo é... a gente fez muita gracinha mas a gente conseguiu fazer.

A18: –Eu achei muito boa porque ensinou a gente a trocar de um jeito que a gente possa saber a quantidade de pessoas que querem a roupa e a quantidade de pessoas que não querem.

A27: –Eu achei muito legal porque a gente várias combinações de roupa, de cor. Também a gente aprendeu conta de vezes, mais...muito legal.

A30: –Eu gostei muito teve uma troca, teve diversão, teve uma troca de roupa com cada pessoa.

A33: –Eu achei muito legal por causa que a gente aprendeu brincando .

A52: –Eu achei muito legal que a gente pôde aprender outra forma de aprender multiplicação.

A54: –Eu achei muito legal que a gente pôde aprender mais multiplicação e, ... é ... só isso.

A57: –Eu achei muito legal, apesar de a gente aprender mais sobre a multiplicação que no caso também dá pra fazer a divisão e com isso eu achei muito legal que a gente pode ter mais conhecimento sobre as coisas.

Na Atividade 5, apenas dois estudantes quiseram opinar e ambos ressaltaram a forma diferente e divertida de aprender a multiplicação.

A47: –Eu achei uma forma diferente e mais divertida de aprender novas coisas.

A57: –Eu achei muito divertida das formas que a gente aprendeu multiplicação.

Na Atividade 8, foram três registros em que os alunos destacaram que a atividade foi muito divertida, principalmente ao manusear as fichas coloridas e a calculadora. Enfatizaram que, ao trabalhar em dupla, um pôde ajudar o outro nas dificuldades.

A10: –Eu achei muito legal porque eu ajudei a um coleguinha que nunca mexeu em calculadora e ajudei ele a fazer os cálculos e foi legal porque a gente também mexeu nas fichas.

A11: –Eu achei legal e foi muito divertido.

A12: –Eu achei muito legal que a gente fez aqueles negócios com os quadrinhos e eu nunca vi uma calculadora...nunca peguei numa calculadora daquela.

Na Atividade 9, houve 12 relatos nos quais destacaram-se os aspectos: o aprender brincando, independentemente do vencedor; o uso do raciocínio e, também, da calculadora para acertar as respostas; as lembranças que ficarão das vivências em sala; as vivências que o jogo pode proporcionar com as famílias em casa; sobretudo, as interações entre eles.

A1: –Eu achei muito legal, mas umas parte difícil quando você não sabe muito a multiplicação você tem que fazer continha. E foi muito legal brincar e não importa quem ganha e quem perde. Importa é brincar.

A2: –Eu gostei muito porque a gente fez dupla, a gente aprendeu mais, é ... brincou com o jogo da memória e o mesmo que ela disse não importa quem perdeu ou ganhou o importante é brincar.

A3: –Eu achei muito legal porque teve que usar a cabeça pra pensar.

A24: –Eu achei muito legal por a Cristalina estar aqui nos acompanhando. E também gostei muito das ... coisas de... muitas coisas lá de vezes que eu consegui interpretar mais.

A30: –Foi uma atividade muito boa! Teve uma oportunidade muito boa de a gente fazer a atividade junto com a Cristalina. E as atividades, ela... guardam muitas lembranças na nossa memória pra gente ficar mais esperto e inteligente.

A31: –Eu queria falar por causa da Cristalina que ela tem nos acompanhado, tem escrito no notebook, feito um monte de contas. E as atividades que a Lucinéia fez com a gente foi pra gente aprender mais as contas de vezes para gente aprender mais. Espero que no sexto ano a gente tenha aprendido também a de divisão.

A32: –Eu gostei por causa que também quem não sabia jogar aprendeu a jogar. Quem já sabia aprendeu mais ainda. Foi bom!

A36: –Eu gostei muito porque a gente aprendeu também sobre mais multiplicação e teve a chance de sentar com quem a gente quiser e....foi bem legal!

A39: –Eu achei legal, interessante, bom que a gente.. ao mesmo tempo que a gente está brincando com a tabuada a gente tá aprendendo mais sobre a tabuada.

A45: –Eu achei muito legal porque a gente pôde fazer nossas... a gente fez algumas contas, a gente escolheu qual, a gente pode jogar com algumas pessoas, mesmo com as pessoas que a gente não pôde jogar a gente pode jogar outro dia. A gente pode jogar até com alguém da nossa família.

A50: –Eu gostei muito também porque a gente aprendeu sobre a multiplicação e também trabalhou em grupo.

A57: –Eu gostei muito da brincadeira que a gente pode exercitar a nossa mente e a gente compartilhar esses momentos com amigos e família (referindo-se ao uso do jogo). E também a gente aprendeu a multiplicação e é bom mais ensinamentos pra gente ficar mais esperto e ter mais conhecimento.

Das nove atividades propostas, colhemos o depoimento dos alunos em seis, ou seja, a maioria. Não foram contempladas, na análise dos estudantes, a atividade com caminhões e fantoches, a síntese com a situação do Supermercado Boa Compra e atividade com a malha quadriculada envolvendo, também, os escaninhos.

Dessa forma, consideramos que as opiniões dos alunos valorizaram a sequência didática, principalmente no que diz respeito à ludicidade e ao trabalho em conjunto.

3.10 Análise da experiência

A questão que norteou nosso trabalho foi compreender os processos da multiplicação com Números Naturais, enquanto professora, problematizando situações de aprendizagem para alunos do 5º ano do Ensino Fundamental. Para isso, elaboramos as atividades da sequência didática de modo crescente quanto à dificuldade, apresentando situações para o raciocínio multiplicativo, envolvendo a ideia aditiva, o raciocínio combinatório, a proporcionalidade e a organização retangular.

Podemos dizer que as atividades foram bem recebidas pelos alunos e que eles gostaram muito das experiências vividas, pois percebemos um bom envolvimento das turmas durante o desenvolvimento da sequência. As análises permitiram compreender que trabalhar com as quatro ideias da multiplicação mostrou-se adequado para favorecer a aprendizagem. O foco em operações descontextualizadas coloca os alunos em contato constante com os algoritmos e limita as possibilidades de aprendizado.

Sobre a sequência didática, atentamos para as seguintes ponderações:

- As retas inseridas na Atividade 2 (Exploração da brincadeira "A bota de muitas léguas") serão ampliadas para uma melhor visualização dos alunos.
- Na Atividade 3 (Situações-problema), percebemos que houve dificuldade para compreender de que caminhão se tratava, demonstrando, assim, a necessidade de situar melhor as questões trabalhadas.

- Na Atividade 4 (Troca-troca), o registro poderia ter sido facilitado se fosse apenas um escriba para cada grupo, mas, quando elaboramos a sequência, pensamos na possibilidade de todos participarem, de alguma forma, por isso, a necessidade de que todos registrassem, ou seja, pode-se flexibilizar a experiência.
- Na Atividade 5 (Situações-problema), envolvendo as vitrines e o cardápio, percebemos que colorir cada um do seu jeito não foi a melhor maneira para compor as combinações, pois tornar-se-ia inviável acompanhar, coletivamente, com tantas variações de cor, já que o foco era o número de possibilidades. Uma sugestão é permitir que cada um fale quantas combinações conseguiu efetuar após finalizar o colorido e problematizar tanto a resposta correta (seis) quanto as incorretas, socializando e refletindo. Com relação ao cardápio, os alunos demonstraram cansaço ao fazer a lista, talvez seja interessante propor, aos estudantes que ainda farão essa sequência, outras situações com menos variáveis para que percebam, com mais facilidade, recorrendo ao diagrama de árvore ou à tabela de dupla entrada.
- Analisando o recurso educativo com certo distanciamento, percebemos que a Atividade 8 (Multiplicação com fichas coloridas) poderia ter sido realizada no início da sequência, já que seu objetivo é perceber a multiplicação como adição de parcelas iguais, trabalhando com as trocas necessárias no Sistema de Numeração Decimal. Além disso, consideramos interessante oferecer, aos alunos, as possibilidades de resolução, ou seja, não determinar que façam com as fichas, com algoritmo e, ainda, conferir com a calculadora. Dessa forma, há a possibilidade de alterar a ordem das atividades para a versão final do recurso para os professores.
 - As atividades de exploração da Atividade 9 (Jogo da memória) poderiam ter sido mais bem reformuladas. Três perguntas confundiram os alunos, em vez de auxiliar. Por isso, a sua reformulação é uma das mais importantes alterações a serem feitas em toda a sequência didática.

Diante dos estudos realizados, percebemos que a pesquisa-ensino, além de favorecer uma melhor reflexão sobre a própria prática, associando-a às teorias, também aponta caminhos para possíveis melhorias da prática pedagógica, tornando os alunos protagonistas na construção do conhecimento, em um processo colaborativo de aprendizagem.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao chegar no Promestre, trazia muitas angústias, dúvidas e uma grande ansiedade na busca por soluções e respostas aos meus questionamentos. Agora, chegando ao final, é possível perceber que a busca por soluções e respostas é constante. O que muda é o nosso olhar perante as dificuldades que temos no desenvolvimento das práticas docentes. Se ele vier embasado em teorias associadas às práticas, torna-se mais viável transitar e mediar as questões inerentes ao processo de ensino-aprendizagem.

Para tentar sanar as dúvidas e aliviar as angústias, buscamos, como objetivo geral investigar a compreensão dos processos de ensino e aprendizagem da multiplicação com Números Naturais pelos estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental, tendo como objetivos específicos: identificar estudos sobre a multiplicação de Números Naturais e sobre o ensino de multiplicação de Números Naturais, procurando compreender o próprio conteúdo matemático e explorar possibilidades de ensino; problematizar as estratégias propostas; analisar os procedimentos desenvolvidos pelos estudantes do 5º ano ao resolverem problemas e atividades envolvendo a multiplicação e analisar como as interações poderiam favorecer o aprendizado de maneira colaborativa.

Conclui-se que as atividades propostas contribuíram, significativamente, para o aprendizado dos alunos, uma vez que as interações estabelecidas propiciaram a troca de saberes entre os pares, de maneira que o esforço de cada um empreendido nas atividades foi reconhecido e compartilhado. Ainda assim, no decorrer das atividades o índice de erros foi muito alto, pois os alunos ainda estavam em fase de consolidação dos conhecimentos acerca da multiplicação, ou seja, é um trabalho que mostrou ser necessária a continuidade. Uma das vantagens da pesquisa-ensino é esta, já que a ação docente continua, principalmente considerando a Proposta Curricular da Rede Municipal de Educação de Belo Horizonte que visa a consolidação e a retomada das capacidades trabalhadas, buscando sempre contemplar esse aspecto processual de aprendizagem.

Podemos dizer que constituímos o ambiente de aprendizagem, de acordo com a proposta de Nacarato, Mengali e Passos (2011), no qual realizamos atividades matemáticas permeadas pela produção do diálogo, da leitura e da escrita, em que a comunicação e a produção de significados são elementos primordiais.

Para favorecer a busca pela compreensão dos problemas e demais atividades, propusemos o trabalho em duplas/grupos e constatamos que práticas como essa enriquecem as experiências vividas em sala de aula e estimulam os alunos na busca por soluções. Acreditamos que, quando os estudantes têm a oportunidade de compartilhar saberes e experiências, o aprendizado ocorre de forma mais significativa.

As problematizações das estratégias revelaram que os estudantes precisam ser cada vez mais estimulados a aprender, a buscar a compreensão, de modo que possam se posicionar diante das propostas e tomar decisões sobre qual caminho seguir perante uma atividade a ser resolvida. Dessa maneira, não ficarão na dependência do professor ao esperar dicas e instruções do que fazer.

Percebemos com os estudos que trabalhar com as ideias vinculadas à multiplicação é um caminho adequado para favorecer a compreensão dos estudantes acerca de que atitude tomar para resolver atividades matemáticas, pois quanto mais a prática pedagógica diversifica-se, mais há possibilidades de aprendizado. Para isso, faz-se necessário trabalhar com problemas convencionais e não convencionais, ou seja, problemas em que a solução não se apresenta de forma evidente e que exijam dos alunos uma tomada de decisão. Assim, torna-se ainda mais evidente que o trabalho com as operações de maneira descontextualizada, como exercícios, possibilitam que os estudantes fiquem à espera de um sinal matemático, ou seja, muitos deles mostram-se sem ação enquanto não descobrem que operação realizar. Mostram, com isso, o não entendimento da própria multiplicação e seus usos.

Para que o estudante tome decisões e transforme as situações matemáticas, operando adequadamente em cada caso, é necessário que leia, reflita e compreenda o que lhe é proposto. Sabemos que não é tarefa fácil, por isso, observamos a necessidade de se ter mais práticas em que os alunos possam conversar entre si, justificando, assim, o trabalho em duplas/grupos. Trabalhar sozinho na resolução de problemas e demais atividades pode se configurar em um obstáculo no processo de ensino-aprendizagem, desmobilizando os alunos nessa busca por compreensão.

Diante disso, nosso trabalho foi pautado nas interações entre os estudantes, ou seja, fomentamos relações entre eles, envolvendo o conhecimento e a minha ação como docente-pesquisadora, promovendo a autonomia e a socialização dos

conhecimentos já adquiridos e, também, produzidos durante o processo, caracterizando, assim, a dimensão ontológica da pesquisa-ensino.

Verificamos, também, que as interações humanas são fundamentais no processo de ensino-aprendizagem. Nenhuma das atividades propostas foi realizada individualmente, os alunos estiveram em contato constante com os colegas, Professora-Pesquisadora e Pesquisadora Auxiliar, constituindo assim um ambiente colaborativo no qual a aprendizagem foi o foco, juntamente com o protagonismo dos alunos, ou seja, a dimensão epistemológica esteve presente durante a realização das atividades.

Com relação à dimensão metodológica, observamos que ela foi contemplada do início ao fim de nossa pesquisa, pois, além de a pesquisadora ser a professora das turmas nas quais a sequência didática foi desenvolvida, houve a busca pela sustentação teórica para as reflexões, em uma ação conjunta com a pesquisadora professora da academia, representada pela orientadora Samira Zaidan.

Nesse sentido, as intencionalidades se convergiram, ou seja, minha busca por novas intervenções e melhorias na prática docente, juntamente com a intenção da academia de contribuir com a construção da teoria que permeia o exercício da docência. Tudo isso marcado pela troca de experiências durante a realização da pesquisa, na qual tive acesso a informações significativas sobre essa prática docente.

Estudar sobre a evolução dos números, em uma perspectiva histórica, sobre as características dos Números Naturais, o ensino da multiplicação, metodologias e práticas colaborativas contribuiu bastante para meu crescimento profissional, fornecendo subsídios importantes para a melhoria de uma prática docente que mostrava-se insuficiente.

As atividades propostas permitiram uma reflexão acerca da prática pedagógica que tem sido exercida com os alunos nesses anos de escolarização. Percebemos uma grande ênfase na resolução de problemas e operações por meio dos algoritmos. Nesse sentido, acreditamos que, se o aluno está acostumado a resolver com o algoritmo tradicional, criar novas formas de resolver as atividades que lhes são propostas torna-se uma tarefa mais difícil, o que pode justificar a dificuldade dos alunos em registrar o pensamento, exposto, oralmente, de forma nítida e coerente.

A prática pedagógica refere-se, diretamente, ao fazer docente, o que implica desconstruir e construir saberes, em um movimento contínuo que envolve professores, alunos e demais pessoas que compõem o ambiente escolar em "constante estado de tensão" (CALDEIRA e ZAIDAN, 2010, p. 52). Muitas vezes, a prática pedagógica manifesta-se de maneira engessada, a qual dificulta o ato de transitar com mais leveza e flexibilidade em práticas mais dialogadas em que os alunos são os protagonistas no processo de ensino-aprendizagem.

Uma prática pedagógica mais enrijecida também enrijece o pensamento dos alunos, tornando-os menos flexíveis na busca pelas soluções tanto de problemas quanto de operações. Essa busca por maneiras diversificadas de resolver as atividades depende não só do conhecimento dos alunos, mas das condições que o professor encontra para atuar e, também, de um planejamento criativo.

A vantagem de ser professora e pesquisadora é que a ação docente continua após a pesquisa. Então, foi possível perceber o que deveria ser reforçado com os estudantes e o que deveria ser retomado para impulsionar o desenvolvimento de cada um, considerando que tivemos, em algumas atividades, um índice alto de erros.

A desvantagem que percebi foi que o envolvimento com o desenvolvimento da pesquisa e dos alunos, em meio a tantos procedimentos e atitudes a serem tomadas, visando as duas coisas, favoreceu que eu me perdesse um pouco durante o processo. O áudio com a opinião dos alunos seria utilizado como fonte de análise, mas não foi realizado em todas as atividades, por isso, optamos por apresentá-lo em forma de síntese, ao final das análises, como uma ilustração da participação e do envolvimento deles.

Como se pôde observar, todos os alunos que quiseram gravar gostaram das atividades propostas e fizeram referência tanto ao aspecto lúdico da nossa sequência didática quanto ao fato de trabalharem com os colegas, ou seja, aspectos que proporcionaram movimento às aulas de Matemática, promovendo modificações na prática pedagógica, que, em 2016, apresentava-se estática e bem pouco flexível.

A transformação pela qual passei ao tornar-me professora-pesquisadora através da experiência vivida no Promestre foi extremamente importante para repensar, refletir e modificar uma prática docente que mostrava-se insatisfatória. As propostas do Mestrado Profissional possibilitaram não só a compreensão necessária

para se desenvolver um bom trabalho com os alunos, mas também um crescimento pessoal e profissional.

Essa compreensão para ensinar melhor os alunos manifestou-se de várias formas: ao ter consciência de que ensinar a multiplicação apenas como adição de parcelas iguais reduz consideravelmente o seu significado; ao ter mais clareza que a mudança dos fatores não altera o resultado, mas pode indicar modificação da situação-problema, com exceção para o raciocínio combinatório (como no exemplo onde tenho quatro coletes com três shorts pode-se fazer tanto 4×3 quanto 3×4 , ou seja, o algarismo 4 refere-se aos coletes e o algarismo 3 aos shorts, independente da ordem em que aparecem); ao perceber que as combinações matemáticas nem sempre corresponderão às combinações utilizadas no cotidiano (como no exemplo em que analisamos as possibilidades esteticamente).

Dessa forma, torna-se perceptível que tanto a compreensão dos processos da multiplicação, questão que norteou esta pesquisa, quanto a compreensão dos processos de ensino e aprendizagem da multiplicação com Números Naturais pelos estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental ocorreram de forma gradativa, ampliando as possibilidades de ensino e oferecendo, aos alunos, alternativas que propiciaram diálogos e a participação efetiva de cada um no processo de ensino-aprendizagem, tornando a experiência positiva.

Destacamos ainda que trabalhar em conjunto com a Pesquisadora Auxiliar, Cristalina Teresa Rocha Mayrink enriqueceu bastante a atividade. Ter uma observadora durante o desenvolvimento da sequência didática possibilitou reflexões e ajustes em todo o processo. Além disso, trouxe mais leveza para o trabalho da professora-pesquisadora e mais detalhes, uma vez que eu só poderia fazer o relato ao final de cada aula.

Para finalizar este trabalho, apresentamos, como recurso educativo, a sequência didática desenvolvida com os alunos, com alterações pertinentes, tendo o objetivo de ampliar os recursos que os docentes já utilizam, fornecendo-lhes mais uma alternativa de trabalho que possa ser integrada à prática docente. Junto com ela, tem-se a versão direcionada ao aluno para que possa ser reproduzida.

Espera-se, ainda, que a experiência vivida nesta pesquisa, assim como o recurso educativo, possam servir como subsídios para o aperfeiçoamento profissional de outros professores que ensinam Matemática, na busca por propostas que movimentem as aulas, tornando-as mais dinâmicas e dialogadas.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, Natália Keli Santos. **Análise das dificuldades na resolução de problemas matemáticos por alunos do 5º ano do ensino fundamental**. 2015. 140f. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Sergipe.

BELO HORIZONTE. Secretaria Municipal de Educação. **Cadernos de Educação Matemática: Resolução de problemas: Problema ou Solução?** Volume 4, 2008, p. 42.

BELO HORIZONTE. Secretaria Municipal de Educação. **Proposições Curriculares para o Ensino Fundamental**– Língua Portuguesa, 2009, p. 182 e 184.

BELO HORIZONTE. Secretaria Municipal de Educação. **Proposições Curriculares para o Ensino Fundamental**– Matemática, 2009, p. 209 a 214.

BIANI, Rosana Prado. Resolução de problemas: analisando minha prática. In.: CONTI, Keli Cristina; LONGO, Conceição A. Cruz (org.). **Resolver problemas e pensar a matemática**. Campinas, SP: Mercado das Letras, 2017, p.37 a 46.

BIGODE, Antônio José Lopes; FRANT, J. B. Multiplicação: ideias e conceitos - representações que ajudam a entender as ideias multiplicativas. In.: _____. **Matemática: soluções para dez desafios do professor: 1º ao 3º ano do Ensino Fundamental**. 1ª ed. São Paulo: Ática Educadores, 2011, p. 56 a 71.

BIGODE, Antônio José Lopes; GIMENEZ, Joaquin. Os significados dos números e das operações. In.: _____. **Metodologia para o ensino de Aritmética: competência numérica no cotidiano**. São Paulo: FTD, 2009, p. 29 a 48.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: Jogos na Alfabetização Matemática**. Brasília: MEC, SEB, 2014.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Educação é a base. Brasília, MEC/CONSED/UNDIME, 2018, p. 292. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>, acesso em 1.jul.19.

CALDEIRA, Ana Maria Salgueiro; ZAIDAN, Samira. Sobre o conceito de prática pedagógica. In: **PRODOC: 20 anos de pesquisas sobre a profissão, a formação e a condição docentes**. Júlio Emílio Diniz-Pereira, Margareth Diniz e João Valdir Alves de Souza (org.). Belo Horizonte: Autêntica, 2010, p. 47 a 64.

CÂNDIDO, Patrícia Teresinha. Comunicação em matemática. In.: SOMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez. (org.) **Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática**. Porto Alegre: Artmed, 2001, p. 15 a 28.

CARAÇA, Bento de Jesus. **Conceitos Fundamentais da Matemática**. Lisboa: Gradiva, 1998, p. 04 a 28.

CARRAHER, Terezinha Nunes (org.). **Aprender pensando: contribuições da psicologia cognitiva para a educação**. Petrópolis: Vozes, 1994, p. 54 a 80.

CARRAHER, Terezinha Nunes; CAMPOS, Tânia Maria Mendonça; MAGINA, Sandra; BRYANT, Peter. **Introdução à Educação Matemática**: os números e as operações numéricas. São Paulo: Cortez, 2005, p. 84 a 105.

CAVALCANTI, Cláudia Tenório. Diferentes formas de resolver problemas. In.: SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez. (org.). **Ler, escrever e resolver problemas**: habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001, p. 121 a 150.

CENTURIÓN, Marília. **Números e operações**: conteúdo e metodologia da Matemática. São Paulo: Editora Scipione, 1994, p. 53 - 115; 149-190.

CONTI, Keli Cristina; DAMASIO, Eliane da Silva Gonçalves. O bingo da tabuada como auxiliar no aprendizado da multiplicação nos anos iniciais do ensino fundamental. **Cadernos da Pedagogia**. São Carlos, ano 11, v. 11, n. 21(11), jul./dez.2017, p. 108 a 117.

CONTI, Keli Cristina; LONGO, Conceição A. Cruz. Resolver problemas e pensar a matemática. In.:_____ (org.). **Resolver problemas e pensar a matemática**. Campinas, SP: Mercado das Letras, 2017, p. 15 a 35.

_____. Indagações sobre a prática na prática. In.:_____ (org.). **Resolver problemas e pensar a matemática**. Campinas, SP: Mercado das Letras, 2017, p. 103 a 116.

CRISTOVÃO, E. M. Pelos caminhos de uma nova experiência no ensino de Geometria. In: MIORIN, M. A. (org.). **Por trás da Porta, que Matemática acontece?** Campinas, Editora Gráfica FE/Unicamp – Cempem, 2001, p. 46 a 82.

DINIZ, Maria Ignez. Resolução de problemas e comunicação. In.:SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez. (org.). **Ler, escrever e resolver problemas**: habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001, p. 87 a 97.

EVES, Howard. Sistemas de numeração. In.:_____. **Introdução à história da matemática**. Tradução: Hygino H. Domingues. Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2004, p. 25 a 40.

GARCIA, C. M. **Formação de professores**: para uma mudança educativa. Porto: Porto Editora, 1999, p. 72 a 104

GARRIDO, Elsa. Desafios à pesquisa que o professor faz sobre sua prática. In.:PENTEADO, Heloísa Dupas; GARRIDO, Elsa (org.). **Pesquisa-ensino**: a comunicação escolar na formação do professor. São Paulo: Paulinas, 2010, p. 105 a 120.

GUELLI, Oscar. **Contando a história da Matemática**: a invenção dos números. São Paulo: Editora Ática, 1992.

LIMA, Emilia Freitas de. (org.) **Sobrevivências no início de carreira**. Brasília: Líber Livro Editora, 2006, p. 08 a 32.

LOPES, Luiz Paulo da Moita. O novo ethos dos letramentos digitais: modos de construir sentido, revolução das relações e performances identitárias fluidas. In.: SIGNORINI, Inês; FIAD, Raquel Salek. **Ensino de língua: das reformas, das inquietações e dos desafios**. Belo Horizonte: Editora UFMG, 2012, p. 204 a 229.

MARIANO, A. L. S. Aprendendo a ser professor no início da carreira: um olhar a partir da ANPED. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 28., 2006, Caxambu. Anais... Caxambu: ANPED, 2006. Disponível em: <
<http://www.anped.org.br/reunioes/28/inicio.htm>>. Acesso em: 23 jul. 2013.

MOREIRA, Plínio Cavalcanti; DAVID, Maria Manuela M. S. O conhecimento sobre os números e a prática docente na escola básica. In.: _____. **A formação matemática do professor: licenciatura e prática docente escolar**. Belo Horizonte: Autêntica, 2007, p. 47 a 59.

NACARATO, Adair Mendes; MENGALI, Brenda Leme da Silva; PASSOS, Cármen Lúcia Brancaglioni. **A matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: tecendo fios do ensinar e do aprender**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2011, p. 15 a 100.

OLIVEIRA, Marcos Paulo de; ALMEIDA, Alessandra Rodrigues de; RIBEIRO, Miguel. Níveis de raciocínio demonstrados por alunos em tarefas de multiplicação: uma experiência no ensino fundamental. **TANGRAM–Revista de Educação Matemática**, v. 1, n. 1, p. 89-101, 2018.

PENTEADO, Heloísa Dupas. Pesquisa-ensino: uma modalidade de pesquisa-ação. In.: PENTEADO, Heloísa Dupas; GARRIDO, Elsa (org.). **Pesquisa-ensino: a comunicação escolar na formação do professor**. São Paulo: Paulinas, 2010, p. 33 a 44.

PESSOA, Ana Cláudia Gonçalves. In: **Glossário Ceale: termos de alfabetização, leitura e escrita para educadores** / Isabel Cristina Alves da Silva Frade, Maria da Graça Costa Val, Maria das Graças de Castro Bregunci (org.). Belo Horizonte: UFMG / Faculdade de Educação, 2014, p. 301.

RAMOS, Luzia Faraco. A construção conceitual das operações. In.: _____. **Conversas sobre números, ações e operações: uma proposta criativa para o ensino da matemática nos primeiros anos**. São Paulo: Ática, 2009, p. 61 a 96.

SILVA, Josenir Rodrigues da. **A produção de problemas de multiplicação pode ajudar na sua resolução?** 2014. 152f. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Pernambuco, Recife.

SILVA, Lucas Eduardo da; OLIVEIRA, Maria Sirlei Ribas Santos; CHAGAS, João Lucas Prestes. DOMINÓ DOS FATOS FUNDAMENTAIS DA MULTIPLICAÇÃO. **Feira Regional de Matemática do RS**, v. 2, n. 2, 2019, p. 36 a 42.

SILVA, Sheila Valéria Pereira da. **Ideias/significados da multiplicação e divisão: o processo de aprendizagem via resolução, exploração e proposição de problemas por alunos do 5º ano do Ensino Fundamental.** 2016. 172 f. Dissertação de Mestrado. Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande.

SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez. Ler e aprender matemática. In.: _____(org.). **Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática.** Porto Alegre: Artmed, 2001, p.69 a 86.

STANCANELLI, Renata. Conhecendo diferentes tipos de problemas. In.:SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez. (org.). **Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática.** Porto Alegre: Artmed, 2001, p. 103 a 120.

STAREPRAVO, Ana Ruth; BIANCHINI, Luciane Guimarães Batistella; MACEDO, Lino de; VASCONCELOS, Mário Sérgio. Autorregulação e situação problema no jogo: estratégias para ensinar multiplicação. **Psicologia Escolar e Educacional.** Maringá, vol.21 n.1, jan./abr. 2017. Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?frbrVersion=2&script=sci_arttext&pid=S1413-85572017000100021&lng=en&tlng=en. Acesso em: 24 jan. 2019.

APÊNDICE A - TCLE modelo para pais

TCLE – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO/PAIS

Prezados pais e/ou responsáveis pelo(a) aluno(a)

_____ da turma
_____ da Escola Municipal Milton Campos

Eu, Samira Zaidan, coordeno uma equipe de pesquisa formada por professores e estudantes de pós-graduação da Faculdade de Educação da UFMG, Mestrado Profissional Promestre, e juntamente com a pesquisadora Lucinéia Barbosa da Silva temos o prazer de convidá-lo(a) a participar da pesquisa intitulada: “O ensino da multiplicação de Números Naturais no Ensino Fundamental”, como parte do projeto denominado: “Docência e formação do professor que ensina Matemática”.

O objetivo dessa pesquisa é criar estratégias que podem ser utilizadas no ensino da multiplicação para alunos do 5º ano do Ensino Fundamental, de modo que os alunos possam compreender e aprender melhor.

Fizemos atividades que foram planejadas especificamente para a pesquisa nesta turma e também fazem parte do cronograma de ensino dos alunos. As atividades foram elaboradas com muito cuidado para proporcionar um ensino que seja interessante aos estudantes, visando melhorar a aprendizagem de conteúdos da Matemática.

No desenvolvimento das atividades, iremos gravar, em áudio, as aulas e efetuar registros por escrito. Permanecerá em nossa sala de aula, a Professora Cristalina Teresa Rocha Mayrink que observará e anotará os fatos ocorridos.

Embora saibamos que o projeto poderá oferecer algum incômodo às crianças, por exemplo, a sua inibição na aula, estaremos atentos para que todos fiquem à vontade ou para que possa mesmo não participar. Como a Professora Pesquisadora é a professora da turma, acreditamos que podemos desenvolver aulas com boa integração de todos de modo natural e espontâneo.

Pensamos que nossa pesquisa possa apoiar a escola e o professor, e auxiliar o melhoramento do ensino da Matemática.

Diante das normas do Comitê de Ética da Pesquisa da UFMG, informamos que os dados coletados serão confidenciais e utilizados, unicamente, para fins dessa pesquisa, podendo ser divulgados em congressos, simpósios, seminários, revistas, livros e nas dissertações do(a)s pesquisadores(as).

As informações e dados obtidos serão gravados e arquivados pelos pesquisadores pelo prazo de cinco anos e, logo após o cumprimento do prazo, serão destruídos. Nenhuma criança será identificada pois serão utilizados nomes fictícios e você não terá nenhum custo com a pesquisa.

Esclarecemos, ainda, que, a qualquer momento, você poderá conversar sobre a pesquisa, pedir esclarecimentos sobre ela e, até mesmo, recusar a continuidade da participação da criança. A participação de todos os convidados será voluntária.

Caso você concorde com a participação de seu (sua) filho(a) na pesquisa, como parte do conjunto de alunos da turma, solicitamos que preencha o termo abaixo e assine este documento.

Desde já, agradecemos a sua colaboração.

Samira Zaidan – Coordenadora

Lucinéia Barbosa da Silva – Corresponsável

Autorização

Eu, _____, RG _____, declaro que fui consultado(a) pelas responsáveis pelo projeto de pesquisa, Samira Zaidan, telefone (31) 99291-0830 e Lucinéia Barbosa da Silva, telefone (31) 3277-5582, e autorizo a participação do meu/minha filho(a) nesta pesquisa. Entendi as informações fornecidas pelas pesquisadoras e sinto-me esclarecido(a) para autorizar. Terei liberdade para manifestar sua adesão ou não ao projeto, sem qualquer prejuízo. Assim, dou meu consentimento livre e esclarecido.

_____, _____ de _____ de 20____.

Assinatura do(a) pai, mãe ou responsável pelo aluno(a)

Comitê de Ética em Pesquisa – COEP da UFMG, vinculado à Pró-Reitoria de Pesquisa – PRPq - Av. Antônio Carlos, 6627, Pampulha – Belo Horizonte – MG – CEP 31270-901 Unidade Administrativa II – 2º Andar – Sala: 2005. Telefone: (031) 3409-4592 – E-mail: coep@prpq.ufmg.br.

PEDIMOS A SUA RUBRICA NA PRIMEIRA PÁGINA DESTE TERMO.

APÊNDICE B - TALE modelo para alunos

TCLE - TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO/ALUNO(A)

Prezados alunos da turma _____ da Escola Municipal Milton Campos

Nome _____

Eu, Samira Zaidan, coordeno uma equipe de pesquisa formada por professores e estudantes de pós-graduação da Faculdade de Educação da UFMG, Mestrado Profissional Promestre, e juntamente com a pesquisadora Lucinéia Barbosa da Silva temos o prazer de convidá-lo(a) a participar da pesquisa intitulada: “O ensino da multiplicação de Números Naturais no Ensino Fundamental”, como parte do projeto denominado: “Docência e formação do professor que ensina Matemática”.

O objetivo dessa pesquisa é criar estratégias que podem ser utilizadas no ensino da multiplicação para alunos do 5º ano do Ensino Fundamental, de modo que esperamos que você possa compreender e aprender melhor.

Fizemos atividades que foram planejadas especificamente para a pesquisa nesta turma e, também, fazem parte do cronograma de ensino dos alunos. As atividades foram elaboradas com muito cuidado para proporcionar um ensino que seja interessante, visando melhorar a aprendizagem de conteúdos da Matemática.

No desenvolvimento das atividades, iremos gravar, em áudio, as aulas e efetuar registros por escrito. Permanecerá em nossa sala de aula, a Professora Cristalina Teresa Rocha Mayrink que observará e anotará os fatos ocorridos.

Embora saibamos que o projeto poderá oferecer algum incômodo, por exemplo, a sua inibição na aula, pedimos que você fale com a Professora, pois nós estaremos atentos para que todos fiquem à vontade ou para que possa mesmo não participar. Como a Professora Pesquisadora é a professora da turma, acreditamos que podemos desenvolver aulas com boa integração de todos de modo natural e espontâneo.

Pensamos que nossa pesquisa possa apoiar a escola e o professor, e auxiliar o melhoramento do ensino da Matemática.

Diante das normas do Comitê de Ética da Pesquisa da UFMG, informamos que os dados coletados serão confidenciais e utilizados, unicamente, para fins dessa pesquisa, podendo ser divulgados em congressos, simpósios, seminários, revistas, livros e nas dissertações do(a)s pesquisadores(as).

As informações e dados obtidos serão gravados e arquivados pelos pesquisadores pelo prazo de cinco anos e, logo após o cumprimento do prazo, serão destruídos. Nenhuma criança será identificada pois serão utilizados nomes fictícios e você não terá nenhum custo com a pesquisa.

Esclarecemos, ainda, que, a qualquer momento, você poderá conversar sobre a pesquisa, pedir esclarecimentos sobre ela e, até mesmo, recusar a continuidade da participação. A participação de todos os convidados será voluntária.

Caso você concorde com a participação na pesquisa, como parte do conjunto de alunos da turma, solicitamos que preencha o termo abaixo e assine este documento.

Desde já, agradecemos a sua colaboração.

Samira Zaidan – Coordenadora

Lucinéia Barbosa da Silva –Corresponsável

Eu, _____, RG _____, declaro que fui consultado(a) pelas responsáveis pelo projeto de pesquisa, Samira Zaidan, telefone (31) 99291-0830 e Lucinéia Barbosa da Silva telefone (31) 3277-5582, e aceito participar desta pesquisa. Entendi as informações fornecidas pelas pesquisadoras e sinto-me esclarecido(a) para participar. Terei liberdade para manifestar minha adesão ou não ao projeto, sem qualquer prejuízo. Assim, dou meu consentimento livre e esclarecido.

_____, _____ de _____ de 20____.

Assinatura do(a) Aluno(a)

Comitê de Ética em Pesquisa – COEP da UFMG, vinculado à Pró-Reitoria de Pesquisa – PRPq, e que, em caso de dúvidas, com respeito aos aspectos éticos desta pesquisa, poderei consultar na Av. Antônio Carlos, 6627, Pampulha – Belo Horizonte – MG – CEP 31270-901 Unidade Administrativa II – 2º Andar – Sala: 2005. Telefone: (031) 3409-4592 – E-mail: coep@prpq.ufmg.br.

PEDIMOS A SUA RUBRICA NA PRIMEIRA PÁGINA DESTE TERMO.

APÊNDICE C - TCLE modelo para direção da escola

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
Faculdade de Educação

Pedido de autorização para realização de pesquisa

À direção da Escola Municipal Milton Campos

Sr.(a) _____

Prezado(a) Senhor(a)

Eu, Samira Zaidan, coordeno uma equipe de pesquisa formada por professores e estudantes de pós-graduação da Faculdade de Educação da UFMG, Mestrado Profissional Promestre, e juntamente com a pesquisadora Lucinéia Barbosa da Silva temos o prazer de convidá-lo(a) a participar da pesquisa intitulada: “O ensino da multiplicação de Números Naturais no Ensino Fundamental”, como parte do projeto denominado: “Docência e formação do professor que ensina Matemática”.

O objetivo dessa pesquisa é discutir estratégias que podem ser utilizadas no ensino da multiplicação para alunos do 5º ano do Ensino Fundamental, com o intuito de promover a construção do conhecimento de modo mais compreensivo e significativo.

O projeto geral propõe estudos sobre o ensino de Matemática, visando à formação docente, melhor compreensão das práticas na escola básica atualmente, o uso de recursos didáticos diversos para enriquecer as práticas e buscar relacionar o conhecimento matemático com os saberes sociais.

Nossa metodologia de pesquisa inclui a observação de aulas e, juntamente com o(a) professor(a), a elaboração e desenvolvimento de plano de aulas, em que pretendemos desenvolver inovações para equacionar dificuldades do ensino e aprendizagem.

Embora saibamos que o projeto poderá oferecer algum incômodo, por exemplo, a nossa movimentação nos espaços da Escola, estaremos atentos para colaborar com o funcionamento e qualquer dificuldade pode ser apresentada a nós. Também nos comprometemos a respeitar a organização da Escola, suas normas e calendário.

Diante das normas do Comitê de Ética da Pesquisa da UFMG, informamos que os dados coletados serão confidenciais e utilizados, unicamente, para fins dessa pesquisa, podendo ser divulgados em congressos, simpósios, seminários, revistas, livros e nas dissertações do(a)s pesquisadores(as).

As informações e dados obtidos serão gravados e arquivados pelos pesquisadores pelo prazo de cinco anos e, logo após o cumprimento do prazo, serão destruídos. Convidaremos professores e estudantes da Escola a participarem da pesquisa, de modo voluntário. As identidades dos participantes ficarão preservadas por meio do uso de um nome fictício e nenhum deles terá custo com a pesquisa.

Apresentamos, aos participantes da pesquisa, termo de autorização. Aos estudantes menores de idade, também pediremos a autorização dos pais. Caso algum estudante não possa ou não queira participar da pesquisa, seja em toda ela ou em parte, não serão realizadas gravações de vídeo e consideraremos duas alternativas: a primeira, será formado grupo à parte dos alunos autorizados, em horário alternativo, de modo a não interferir no processo escolar; a segunda, será realizada a aula

com apenas o registro manual do pesquisador e/ou gravação em áudio, não incluindo a participação do aluno que não quis participar e respeitando o seu espaço na sala de aula.

Nossas ações serão conversadas e realizadas em comum acordo com o(a)s professor(a)s em suas turmas. A participação de todos os convidados será voluntária, garantida a indenização por danos em decorrência da pesquisa que, porventura, venham a ocorrer, nos termos da Lei, e o ressarcimento das despesas diretamente decorrentes de sua participação na pesquisa.

Apenas com a autorização da direção da Escola, dos responsáveis e dos estudantes é que acontecerá a pesquisa, ressaltando que não haverá qualquer atividade proposta que extrapole as tarefas escolares comuns; a participação não envolverá gastos de qualquer natureza, pois os custos previstos são de responsabilidade da pesquisadora. Propomo-nos a realizar todos os esforços possíveis para assegurar a naturalidade dos estudantes, e minimizar possíveis riscos e desconfortos. Está garantida a indenização em casos de eventuais danos, comprovadamente decorrentes da participação na pesquisa, conforme decisão judicial ou extrajudicial.

Em qualquer momento, a Escola poderá solicitar esclarecimento sobre quaisquer aspectos desta pesquisa através do telefone (31) 3409 6202 – 99291 0830 ou pelo e-mail: samira@fae.ufmg.br.

Sentindo-se esclarecida em relação à proposta e concordando em autorizar a realização da pesquisa, peço-lhe a gentileza de assinar e rubricar as páginas (duas vias, das quais uma ficará com V. S^a e a outra será arquivada pelos pesquisadores por cinco anos, de acordo com a Resolução 466/2012).

Desde já, agradecemos a sua colaboração.

Samira Zaidan
Coordenadora da pesquisa

Lucinéia Barbosa da Silva
Pesquisador(a) corresponsável

() Concordo e autorizo a realização da pesquisa nos termos propostos.

() Discordo e desautorizo a realização da pesquisa.

Diretor(a) _____ Data: ____/____/____

APÊNDICE D - RECURSO EDUCATIVO

Nas próximas páginas você encontrará a versão para o professor com comentários e sugestões. Em seguida, a versão para ser utilizada com os alunos formatada de maneira que possa reproduzir, se assim desejar.

O ENSINO-APRENDIZAGEM
DA MULTIPLICAÇÃO DE
NÚMEROS NATURAIS NO 5º
ANO DO ENSINO
FUNDAMENTAL

Lucinéia Barbosa da Silva

2019

Ficha Técnica

Reitora da UFMG:

Sandra Goulart Almeida

Vice-reitor:

Alessandro Fernandes Moreira

Diretora da FaE/UFMG:

Daisy Moreira Cunha

Vice-diretor:

Wagner Ahmad Auarek

Coordenação do Promestre–FaE/UFMG

Coordenadora:

Maria Amália de Almeida Cunha

Subcoordenadora:

Teresinha Fumi Kawasaki

Linha de Pesquisa: Educação Matemática

Autora:

Lucinéia Barbosa da Silva

Orientadora:

Samira Zaidan

Designer:

Beatriz Barbosa da Silva

Prezada Professora, Prezado Professor,

É com muito carinho e satisfação que apresentamos uma sequência didática para o ensino da multiplicação de Números Naturais, como produto do nosso trabalho de dois anos de estudo no Programa Mestrado Profissional Educação e Docência – Promestre/ FAE/UFMG. Este recurso educativo integra-se ao estudo intitulado *O ensino-aprendizagem da multiplicação de Números Naturais no 5º ano do Ensino Fundamental*¹.

Abordamos alguns entendimentos sobre a multiplicação e apresentamos uma sequência didática como um conjunto de atividades. Realizamos uma experiência com essas atividades em nossa pesquisa em sala de aula, que consideramos bem sucedida. Em seguida, reelaboramos a sequência e comentamos sobre o seu desenvolvimento, incorporamos sugestões e apresentamos para vocês.

Apresentamos, assim, uma sequência didática para o ensino da multiplicação de Números Naturais em duas versões: uma para o professor e outra para ser utilizada com os alunos.

Esperamos que este material possa lhe auxiliar no ensino da multiplicação de Números Naturais no 4º ou 5º ano do Ensino Fundamental, de maneira que possa adaptá-lo da forma que atenda melhor às suas necessidades.

Estamos à disposição para contatos, caso haja o desejo de trocar conosco sua experiência e proposições.

Lucinéia Barbosa da Silva - lucineia.pedagoga@yahoo.com.br

Samira Zaidan - samira@fae.ufmg.br

¹ A dissertação que descreve todo o trabalho tem este mesmo título e pode ser acessada em www.fae.ufmg.br/promestre, na linha Educação Matemática.

SUMÁRIO

Entendimentos sobre multiplicação.....	156
A bota de muitas léguas.....	160
Atividade 1: A bota de muitas léguas.....	163
Atividade 2: Exploração da Atividade 1.....	164
Situação-problema.....	165
Atividade 3: Multiplicação com fichas coloridas.....	166
Atividade 4: Situações-problema.....	168
Atividade 5: Vamos tomar sorvete?.....	170
Atividade 6: Troca-troca.....	171
Atividade 7: Síntese.....	173
Atividade 8: Situações-problema.....	174
Atividade 9: Multiplicação com malha quadriculada.....	177
Atividade 10: Jogo da memória.....	179
Referências.....	181
Tabela para fichas coloridas.....	182
Tabela para jogo da memória.....	183
Versão para o aluno.....	184

Entendimentos sobre Multiplicação

Em nossas práticas pedagógicas, torna-se comum os alunos apresentarem dificuldades quando se deparam com as operações, principalmente, na resolução do algoritmo em si. Nessa perspectiva, Carraher (1994, p. 66) alerta que "a escola tenta sistematizar estas regras para que a criança resolva com lápis e papel operações que ela deveria compreender e resolver mentalmente antes de preocupar-se com o lápis e o papel". Por isso, é interessante que o trabalho realizado busque a compreensão dos esquemas de ação envolvidos nas operações, de maneira que o aluno seja motivado e encorajado a encontrar as soluções adequadas, construindo suas aprendizagens, significativamente.

Desse modo, trabalhar com o ensino de operações envolve propostas metodológicas diversificadas e diferenciadas, como a manipulação de materiais didáticos concretos que permitam, à criança, a formulação e a abstração de conceitos importantes para resolver situações-problema. Há inúmeros materiais disponíveis, como ábacos, fichas, jogos, etc. Organizar coleções de tampinhas ou outros objetos que possam se acumular são importantes materiais didáticos para se realizar grandes contagens e perceber o sistema de numeração, assim como as operações com esses números.

Para compreender melhor a multiplicação, iniciamos nossos estudos por Caraça (1998). Esse autor define a multiplicação como adição de parcelas iguais, ou seja, a adição de muitas parcelas fica extremamente facilitada com a ideia da multiplicação, por exemplo: $63+63+63+63+63+63+63 = 7 \times 63$.

Apesar de a ideia da adição de parcelas iguais ser a mais difundida, nos últimos anos têm-se lançado algumas controvérsias com relação a isso, pois, se considerarmos, como ponto de partida, o pressuposto conceitual, há uma diferença bem relevante entre multiplicação e adição.

Carraher, Campos, Magina e Bryant (2005) atentam para o fato de que, na adição, a premissa básica é que o todo é igual à soma das partes, ou seja, esse é um fundamento principal do raciocínio aditivo, a relação parte-todo.

Em contraste, o invariante conceitual do raciocínio multiplicativo é a existência de uma relação fixa entre duas variáveis (ou duas grandezas ou quantidades). Qualquer situação multiplicativa envolve duas quantidades em relação constante entre si (CARRAHER; et al, 2005, p. 85).

Por exemplo: *Carla convidou 4 amigas para um lanche e quer presentear cada uma delas com 3 brigadeiros. Quantos brigadeiros ela precisa fazer?*

Observamos, no exemplo, que as variáveis são o número de amigas e o número de brigadeiros, em que a relação estabelecida é a proporção de três bombons para cada uma das amigas. Identificar tais relações permite que a criança compreenda a ideia envolvida e permite que ela busque soluções adequadas.

De acordo com os autores, a diferença entre os raciocínios aditivo e multiplicativo está centrada no seguinte: ao resolvermos um problema que trabalha a adição, partimos sempre da relação parte-todo. Isto é, temos partes que se juntarão para formar um todo. Já nos problemas que envolvem a multiplicação, buscamos "um valor numa variável que corresponda a um valor dado na outra variável." (CARRAHER et al., 2005, p. 85), ou seja, um valor fixo transforma outro valor variável. Por exemplo: a adição de 5 parcelas de 17 objetos, pode ser assim indicada $17 + 17 + 17 + 17 + 17 = 5 \times 17$. Vemos que, na adição de parcelas iguais, as partes se mostram para serem reunidas; na multiplicação, temos duas variáveis em relação, uma de valor fixo que vai alterar a outra em que o valor se torna variável com base na relação estabelecida entre elas, como mostra o exemplo.

Ramos (2009) esclarece essa diferença sutil, afirmando que "a multiplicação, em seu aspecto aditivo, lida com números de natureza diferente: um dos números conta grupos e o outro conta quantos são os elementos do grupo" (p. 79), ou seja, quando falamos que 5×17 é a mesma coisa que 17×5 (propriedade comutativa da multiplicação), estamos nos referindo ao resultado, que não se altera, entretanto, é diferente a relação número de grupos e quantidade de elementos por grupo.

Atentar-se para esse aspecto relacionando-o à comutatividade da multiplicação faz-se necessário em nossas práticas cotidianas com os alunos, uma vez que é comum fixar a ideia que a ordem dos fatores não altera o produto. E, realmente, não altera, mas transforma a situação.

Carraher et al (2005) acrescentam que a multiplicação apresenta um aspecto distributivo com relação à adição, como no exemplo: *Dona Maria vende balas na*

porta da escola. Ela precisa organizar 35 pacotinhos com 6 balas em cada. De quantas balas ela precisa?

Neste problema, o número de balas em cada pacote e o número de pacotes desejado já estão dados, restando saber quantas balas serão necessárias para esta condição. Tanto nessa quanto em outras situações em que há a ideia aditiva de multiplicar, pensamos em uma certa quantidade de grupos com a mesma quantidade de elementos em cada um deles. Ao descobrir o total, que aqui é 210 balas, fica mais fácil perceber que esse total foi distribuído igualmente em 35 pacotinhos.

Observamos, também, em Ramos (2009) que, além da ideia central da multiplicação estar relacionada à quantidade de grupos e de elementos nos grupos, traduzindo, assim, a ideia aditiva, a multiplicação também é tratada em seu aspecto combinatório e, ainda, na configuração retangular ou multiplicação em linhas e colunas.

O aspecto combinatório, de acordo com Bigode e Frant (2011) é pouco explorado no Ensino Fundamental, por isso a importância de propor situações-problema que envolvam essa ideia, pois os alunos são acostumados a resolver situações mais diretas, relacionadas à adição de parcelas iguais. Os autores ponderam que ao se depararem com problemas com raciocínio combinatório, as crianças começam a resolver sem uma organização determinada e, em muitos casos esquecem ou repetem combinações. Para melhorar isto, recomendam o uso de tabelas ou de diagramas de árvore, pois ajudam a organizar o pensamento.

A configuração retangular, também chamada de multiplicação em linhas e colunas favorece o trabalho com produto de medidas ao ser realizada em malhas quadriculadas, pois ao delimitar o espaço representado por meio de uma multiplicação referimo-nos à área, ou seja, adquire uma percepção geométrica (BIGODE e GIMENEZ, 2009).

Essa ideia permite também trazer aspectos da realidade para a vida dos alunos, por exemplo, o cálculo da quantidade de cerâmicas necessárias para cobrir determinado piso, quantos alunos cabem em uma sala, observando a disposição das carteiras, sem ter que contá-las uma a uma.

Recurso educativo elaborado no Programa de Pós-Graduação Educação e Docência, Promestre-FaE-UFGM, parte da Dissertação "O ensino-aprendizagem da multiplicação de Números Naturais no 5º ano do Ensino Fundamental".

Com relação à proporcionalidade, percebe-se uma relação com a ideia correspondências, por exemplo, se pensarmos na situação: "se 3 pacotes de figurinhas custam R\$ 2,00, quanto custam 6 pacotes?" (BIGODE e FRANT, 2011, p.61). É possível que as crianças pensem em multiplicar os três pacotes de figurinhas por R\$ 2,00, porém é necessário atentar-se para a relação de proporcionalidade estabelecida na situação: cada três pacotes custam R\$ 2,00, ou seja, cada grupo com três pacotes corresponde ao valor de R\$ 2,00, sendo assim, seis pacotes custam então, R\$ 4,00. Teremos na sequência exemplos dessas situações.

Dessa maneira, acreditamos, assim como Bigode e Frant (2011), que trabalhar a multiplicação apenas em sua ideia aditiva limita o aprendizado dos alunos, por isso, é importante explorar uma "diversidade de ideias, representações e contextos de natureza multiplicativa" (p. 57), de forma a ampliar o entendimento dos alunos.

Diante das leituras realizadas, fica evidente que não é necessário o aluno saber primeiro a adição e subtração e, depois, multiplicação e divisão, pois, como ideias, já estão, socialmente, inseridas. Muitas vezes, dedicamos mais tempo ao sistema de numeração em si, focando nas operações de adição/subtração, e deixamos a multiplicação/divisão em último plano, principalmente se a turma apresentar dificuldades nos algoritmos. Talvez, possamos raciocinar, de modo mais consistente, que o estudo das ideias das operações desde a infância – e quando possível, analisar as quatro operações básicas ao mesmo tempo – favoreça melhor sua compreensão e do próprio Sistema de Numeração Decimal.

Apresentamos em seguida as atividades que desenvolvem as ideias e os algoritmos da multiplicação de Números Naturais, esperando que o professor faça delas o uso que for mais adequado em sua realidade escolar.

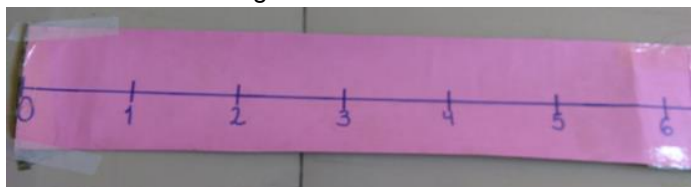
A BOTA DE MUITAS LÉGUAS²

Aprendizagem: Desenvolver a ideia de multiplicação ao calcular a quantidade de pulos que a “bota” executará, trabalhando a ideia de adição de parcelas iguais.

Material:

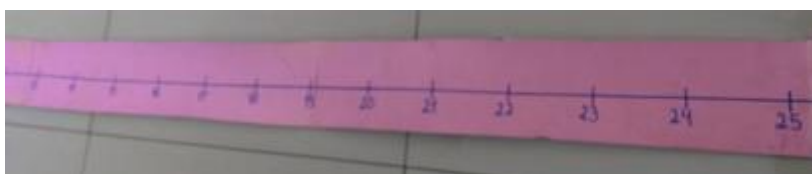
- folhas com várias retas numéricas, com marcações do zero ao 25.
- 2 conjuntos de cartões numerados e coloridos (5 cartões azuis e 5 cartões amarelos). Obs.: os cartões amarelos indicam a quantidade de pulos que a bota realizará, e os cartões azuis, o comprimento dos pulos. Inicialmente, pode-se usar números de 1 a 5, posteriormente, pode-se acrescentar valores maiores.
- Uma "reta" graduada no chão, do zero ao 25, ou uma faixa de papel com a mesma graduação. Na experiência realizada, foi melhor utilizar uma faixa de papel, numerada do zero ao 25, com 10 cm de distância entre os números. As imagens, abaixo, permitem a visualização da faixa de papel. Ela é extensa, por isso, é melhor que a atividade seja realizada em espaços abertos. Na impossibilidade de fotografá-la em seu comprimento, registrei uma foto do início, mais de perto, e outra, do fim, um pouco mais afastada, na tentativa de registrá-la em toda sua extensão.

Figura: Início da reta



Fonte: Arquivo da pesquisadora.

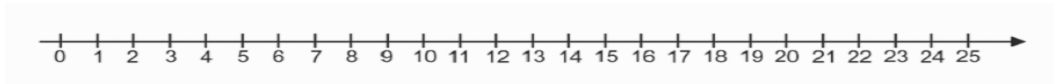
Figura: Fim da reta



Fonte: Arquivo da pesquisadora.

²Este jogo foi adaptado de: BRASIL. Secretaria de Educação Básica. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa:** Jogos na Alfabetização Matemática. Brasília: MEC, SEB, 2014. Originalmente, ele integra o livro: BRASIL, Ministério da Educação – Secretaria de Educação Básica. Pró-Letramento: programa de formação continuada de professores dos anos/ séries iniciais do ensino fundamental – matemática. Brasília: MEC/SEB, 2007.

Observação: como, inicialmente, a atividade foi realizada com a turma completa, para que entendessem como aconteceria nas equipes, preparei um cartaz a fim de registrar as jogadas da turma, facilitando a visualização de como efetuariam tal registro quando estivessem nas equipes. Reproduzi a reta, abaixo, em folha A3, compondo, assim, um cartaz com 10 retas para registro da turma.



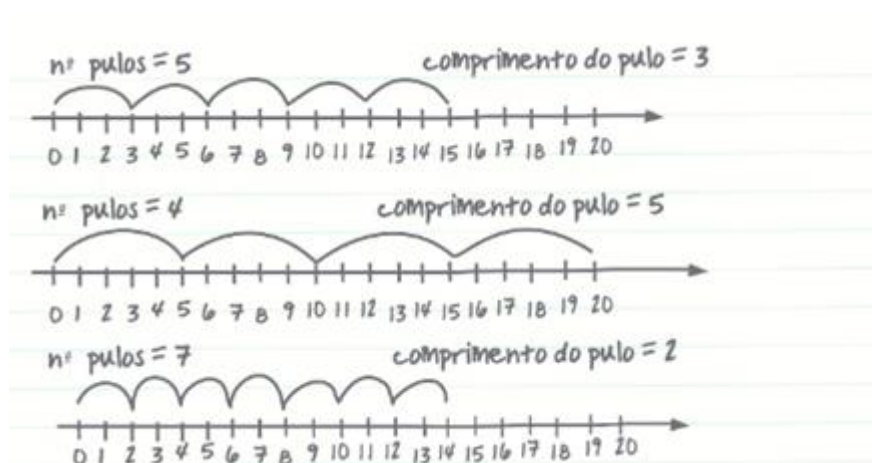
Número de jogadores: todos os alunos da turma.

Regras:

- Defina o número de rodadas para que, assim, seja definido o número de alunos participantes no sorteio dos cartões e nos "pulos" realizados pela bota imaginária.
- O participante deverá sortear um cartão numerado **amarelo**. O número sorteado indica o **número de pulos** que a "bota" executará. Depois, deverá sortear outro cartão numerado de cor **azul**. O número indica o **comprimento** de cada pulo.

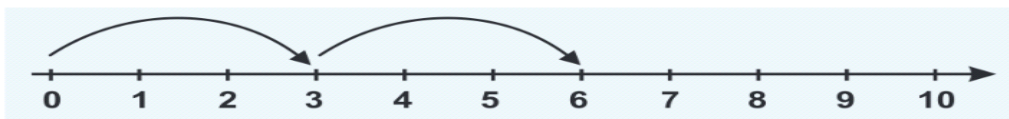
Vence o jogo, a equipe que, ao final das rodadas, tiver maior saldo de jogadas em que a bota saltou mais longe.

Problematizando: Para realizar as atividades propostas, reproduza a folha com as retas numeradas e distribua-as aos alunos a fim de que registrem as jogadas solicitadas.



Após algumas jogadas, oriente os alunos para que as registrem, simulando uma das jogadas realizadas durante o jogo. Pode-se representar, no quadro de giz ou lousa, os movimentos da "bota". Por exemplo, se a quantidade de pulos for 2, e o comprimento de cada pulo for 3, o registro ficará assim:

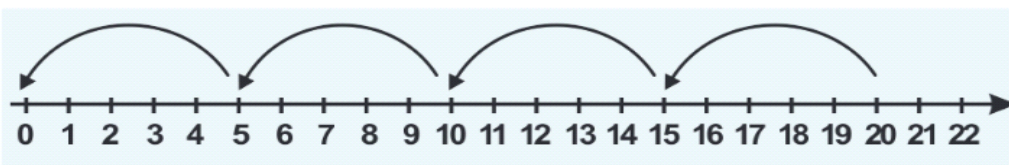
Recurso educativo elaborado no Programa de Pós-Graduação Educação e Docência, Promestre-FaE-UFMG, parte da Dissertação "O ensino-aprendizagem da multiplicação de Números Naturais no 5º ano do Ensino Fundamental".



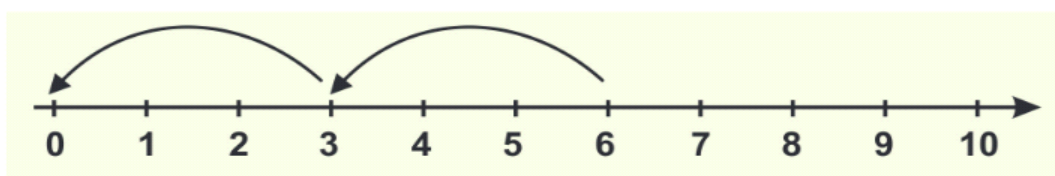
É importante, também, orientar os alunos, oralmente, para que possam se familiarizar com a linguagem utilizada na multiplicação: As setas indicam que duas vezes três é igual a seis. O registro matemático poderá ser efetuado no quadro de giz ou lousa, representando a situação: $2 \times 3 = 6$. Em nosso caso, foi realizado no cartaz.

Durante as jogadas, questionar os alunos em relação à ideia do zero como ponto de partida: Por que a “bota” inicia no zero, e não no 1?

Se o objetivo for explorar a ideia de divisão com base no jogo, coloque a bota parada em um determinado número, por exemplo, 20. Em seguida, peça que as crianças marquem esse número na reta. Informe-as de que o comprimento do pulo foi 5, e pergunte-lhes quantos pulos foram realizados para chegar a 20. A criança poderá usar, como registro, o retorno da bota ao zero, conforme a ilustração, a seguir:



Outra situação: a bota executou pulos de comprimento 3 e parou no 6. Quantos pulos a bota realizou? A resolução de tal situação pode ser indicada como apresentado abaixo.



Gradativamente, incorpora-se o registro matemático que representa a situação: $6 : 3 = 2$ (significa que, no comprimento 6, “cabem” 2 pulos de comprimento 3). Em nossa experiência, ficamos, somente, na multiplicação.

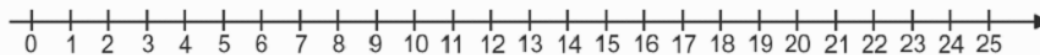
Sugestão de registro: se a turma for dividida em grupos, é interessante ter um cartaz para cada grupo, afixado em um lugar visível, com as retas correspondentes ao número de jogadas. A problematização poderá ocorrer no final de todos os registros a fim de verificar qual equipe teve mais pulos mais distantes.

Recurso educativo elaborado no Programa de Pós-Graduação Educação e Docência, Promestre-FaE-UFGM, parte da Dissertação "O ensino-aprendizagem da multiplicação de Números Naturais no 5º ano do Ensino Fundamental".

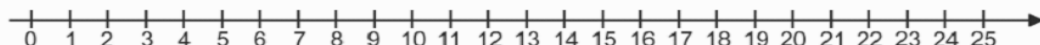
ATIVIDADE 1: A bota de muitas léguas

Equipe: _____

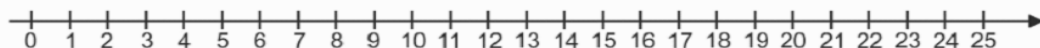
1ª RODADA



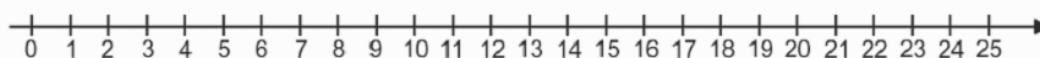
2ª RODADA



3ª RODADA



4ª RODADA



Registro da distância dos pulos em cada rodada		
Rodadas	Equipe A	Equipe B
1ª		
2ª		
3ª		
4ª		
Vencedor:		

Orientações metodológicas:

Se sua escola não tiver um espaço adequado para realizar esta atividade, poderá afastar as mesas e fazer uma grande roda com os alunos em sala de aula, colocando a representação da reta numérica no centro para que todos possam acompanhar o desenvolvimento da brincadeira.

Apontamos como possibilidades, o trabalho com as retas numéricas, com o sistema métrico decimal, a discussão acerca da invenção e do uso do zero e, também, o trabalho com os múltiplos. Você também poderá acrescentar mais fichas, abordando, assim, as outras tabuadas.

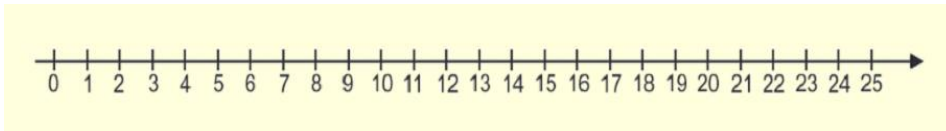
ATIVIDADE 2: exploração da Atividade 1: A bota de muitas léguas

1-Observe os cartões que foram sorteados pelas equipes A e B:

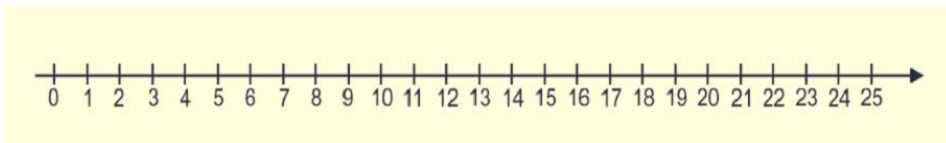
EQUIPE A		EQUIPE B	
2	4	3	2

Lembre-se: cartão amarelo indica o número de pulos, e o azul indica o comprimento dos pulos.

2- Registre os pulos realizados pela equipe A.



3- Registre os pulos realizados pela equipe B.



4- Agora, responda: qual das duas equipes a bota levou para mais longe? _____

5- Complete o quadro com as informações que faltam:

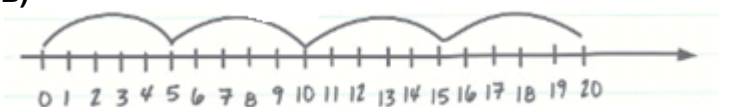
	Número de pulos	Comprimento do pulo	Distância
1ª jogada	5	2	
2ª jogada	4		12
3ª jogada		4	20
4ª jogada	3		18

6-Veja as situações abaixo e complete:

A)



B)



A) Número de pulos _____

Comprimento do pulo _____

Distância _____

B) Número de pulos _____

Comprimento do pulo _____

Distância _____

Orientações metodológicas:

As atividades que compõem esta sequência didática foram desenvolvidas em grupos ou duplas, pois acreditamos que posturas desse tipo favorecem a aprendizagem.

Sugestão: você vai encontrar, na versão para o aluno, as retas maiores para que, assim, a visualização seja mais fácil.

É interessante também que registre, no quadro, os pulos na reta de acordo com as sugestões de resposta dadas pelos alunos no **exercício 5**. Assim, eles podem verificar se o que afirmam está de acordo com a tabela.

SITUAÇÃO-PROBLEMA

Apresentação

A proposta é solucionar o problema, com estratégias próprias. Na socialização, pode aparecer a adição de parcelas iguais ou o algoritmo da multiplicação, ótima oportunidade para explorar bem essas duas formas de multiplicar.

Atividade ³

Imagine e desenhe uma bolsinha superlegal e com muito estilo. Pense em um tamanho ideal, pois, como está começando o ano, você está com muitos lápis de cor e precisa guardá-los.

a) Caprichou na produção? Então, agora responda: quantos lápis de cor caberão em sua bolsinha? _____

b) Quantos lápis poderão ser guardados em 4 bolsinhas iguais à que você desenhou?

Orientações metodológicas:

Essa atividade foi realizada em março/2019, por isso, o uso da expressão 'começando o ano'. Você pode adaptá-la ao seu momento. Ela foi desenvolvida em duplas, os alunos interagiram bem e colaboraram uns com os outros. Mesmo que apareçam os atritos, vale a pena tentar, sempre que possível, promover atividades em duplas.

Houve situações em que os alunos utilizaram a divisão para resolver a **questão b**. Dessa forma, é interessante que as respostas sejam exploradas coletivamente para que entendam que a ideia envolvida, na atividade, refere-se à multiplicação.


³ Atividade adaptada de: SARQUIS, Eduardo. **Matemática com o Sarquis, livro 2**. Belo Horizonte: Formato Editorial, 1996. p. 94.


Recurso educativo elaborado no Programa de Pós-Graduação Educação e Docência, Promestre-FaE-UFMG, parte da Dissertação "O ensino-aprendizagem da multiplicação de Números Naturais no 5º ano do Ensino Fundamental".


ATIVIDADE 3: MULTIPLICAÇÃO COM FICHAS COLORIDAS⁴


Apresentação: nesta atividade, os alunos deverão realizar as trocas necessárias e perceber a multiplicação como adição de parcelas iguais.

1- Atenção turma! Com fichas coloridas, podemos fazer muitas operações, inclusive a multiplicação. É preciso ficar ligado no valor de cada cor. Vamos tentar?

 = 1

 = 10

 = 100

 = 1000

a) Agora que você já sabe o valor das fichas, observe a quantidade relacionada a cada cor e descubra qual é o número representado abaixo.



Que número vocês descobriram? _____

b) Como já descobriram o número representado, agora vocês irão multiplicar o número de fichas de cada cor, por 3. Utilize o espaço abaixo para desenhar, se necessário.

c) Para chegar ao resultado, foi preciso fazer alguma troca? _____

Qual (quais)? _____

d) Se houve necessidade de realizar alguma troca, represente como ficaram as fichas.

Orientações metodológicas:

Esclareça, aos alunos, que as cores correspondem às ordens do quadro posicional, ou seja, verde representa Unidade; vermelho, Dezena; azul, Centena; e amarelo, Unidade de Milhar. Esta atividade remete ao uso do ábaco e aborda, também, o valor posicional dos algarismos.

É interessante, também, brincar com os alunos antes dessa atividade. Solicite que eles representem alguns números com as fichas. Você pode solicitar, também, que façam operações para que se familiarizem com o material e comecem a perceber as trocas necessárias. Fizemos assim em nossa experiência, e problematizamos, representando, no quadro, de acordo com as sugestões dos alunos.

Para a confecção das fichas coloridas, foi utilizada uma tabela que você encontrará antes da versão para o aluno. As cópias foram realizadas em folhas coloridas e plastificadas. Foi elaborado um pacote de fichas coloridas para cada aluno, mas, foi mais prático e proveitoso, utilizar um pacote por dupla.

⁴ Atividade adaptada de: SARQUIS, Eduardo. **Matemática com o Sarquis, livro 3**. Belo Horizonte: Formato Editorial, 1997, p. 63.

Recurso educativo elaborado no Programa de Pós-Graduação Educação e Docência, Promestre-FaE-UFGM, parte da Dissertação "O ensino-aprendizagem da multiplicação de Números Naturais no 5º ano do Ensino Fundamental".

2- Encontrem os resultados das multiplicações abaixo. Se tiverem dúvidas, utilizem as fichas coloridas.

a) $15 \times 3 =$ _____	b) $241 \times 5 =$ _____
--------------------------	---------------------------

3- Confiram quais operações, abaixo, estão corretas, e circule-as. Lembre-se de que você pode utilizar as fichas coloridas, resolver com o algoritmo e se certificar com a calculadora.

a) $52 \times 2 = 110$

b) $25 \times 7 = 175$

c) $38 \times 4 = 162$

d) $95 \times 3 = 285$

Orientações metodológicas:

Os alunos que já apresentam entendimento da multiplicação realizaram essa atividade por meio do algoritmo. Tornou-se cansativo, para eles, trabalhar com fichas se já sabiam o atalho para encontrar a solução, por isso, é interessante apresentar as opções de como fazer para que possam escolher.

A socialização das respostas é um recurso que enriquece o processo de ensino-aprendizagem, por isso, recomenda-se explorar bem o uso das fichas e problematizar as soluções dos alunos.

Esclarecemos que nossa pretensão não é subutilizar a calculadora, colocando-a como um instrumento para conferir os resultados, pois sabemos que um bom trabalho, utilizando a calculadora, pode possibilitar um bom desenvolvimento dos alunos. Para saber mais sobre isso, você pode consultar:

BIGODE, Antônio José Lopes; FRANT, J. B. Multiplicação: ideias e conceitos – representações que ajudam a entender as ideias multiplicativas. In.: _____. **Matemática: soluções para dez desafios do professor: 1º ao 3º ano do Ensino Fundamental.** 1ª ed. São Paulo: Ática Educadores, 2011.

CONTI, Keli Cristina; VILELA, Mariana Lima; PINTO, Nayara Katherine Duarte. Uso da calculadora nos anos iniciais do Ensino Fundamental: concepções dos futuros professores. **Cadernos de Pesquisa**, São Luís, v. 24, n. Especial, set./dez. 2017.

ATIVIDADE 4: Situações-problema

Apresentação

Espera-se que os alunos interajam fomentando discussões acerca da multiplicação como adição de parcelas iguais e sobre o raciocínio proporcional.

A) Uma transportadora enviou, de Betim para o porto de Vitória, uma frota com 15 caminhões, todos carregados com 8 automóveis. Quantos automóveis, ao todo, a transportadora enviou para o porto?⁵

B) Suzana recebeu uma encomenda para fabricar 18 fantoches. Ela consegue fabricar 6 fantoches em 2 dias. Quantos dias Suzana vai gastar para entregar a encomenda?⁶

Orientações metodológicas:

Essa atividade foi desenvolvida em duplas. Na **questão a**, alguns alunos utilizaram a adição de parcelas iguais para obter o resultado. Muitos demonstraram melhor entendimento, fazendo 15 conjuntos com oito elementos.

A **questão b** demandou raciocínio um pouco mais elaborado, pois é necessário que a criança entenda que, se Suzana faz 6 fantoches em dois dias, então, ela faz 3, por dia. Assim, $18 \div 3 = 6$ dias. O mais complicado, para eles, foi o entendimento da relação estabelecida entre a quantidade de fantoches e o número de dias, ou seja, a proporcionalidade. Porém, a atividade possibilita um bom diálogo entre os alunos na tentativa de solucioná-la.

Sugestões de registro/socialização: é interessante que os alunos sejam estimulados a registrar o pensamento, recorrendo a representações pictóricas ou ao uso do algoritmo. A socialização de forma coletiva possibilita uma melhor compreensão das situações, de maneira que os alunos possam compartilhar as formas escolhidas para resolver e explicar como fizeram para atingir o resultado.

⁵ Atividade adaptada de: **Cadernos de Educação Matemática: Resolução de problemas: Problema ou Solução?** Volume 4, Prefeitura Municipal de Belo Horizonte, 2008, p. 42.

⁶ Atividade adaptada de: SARQUIS, Eduardo. **Matemática com o Sarquis, livro 2**. Belo Horizonte: Formato Editorial, 1996, p. 185.

Recurso educativo elaborado no Programa de Pós-Graduação Educação e Docência, Promestre-FaE-UFMG, parte da Dissertação "O ensino-aprendizagem da multiplicação de Números Naturais no 5º ano do Ensino Fundamental".

C) Isso é um cérbero. Cada vez que uma de suas cabeças está doendo, ele tem que tomar quatro comprimidos. Hoje as suas três cabeças tiveram dor. Mas o frasco já estava no fim e ficou faltando comprimidos para uma cabeça. Quantos comprimidos havia no frasco?⁷



Orientações metodológicas:

Acrescentamos essa atividade por acreditar em seu potencial, pois aborda a multiplicação tanto na ideia aditiva quanto na proporcionalidade, uma vez que o cérbero utiliza quatro comprimidos para cada cabeça que dói. Além disso, apresenta várias possibilidades de resposta, que, ao serem socializadas, favorecerão o processo de ensino-aprendizagem.

Stancanelli (2001) destaca a forma inusitada em que se apresenta a situação-problema, que poderá atrair a atenção dos alunos por ter uma história que instiga a imaginação dos estudantes. Essa atividade constitui-se em um recurso interessante para fomentar a discussão em duplas, nas quais os estudantes poderão levantar as hipóteses para solucionar.

Recomenda-se, também, esclarecer, para os alunos, o que é um cérbero, que, na mitologia grega, é um cão com três cabeças, com um aspecto monstruoso, guardião do reino dos mortos.

⁷ Atividade retirada de: STANCANELLI, Renata. Conhecendo diferentes tipos de problemas. In.: SMOLE, Kátia Stocco e DINIZ, Maria Ignez. **Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática.** Porto Alegre: Artmed, 2001, p. 104. Originalmente em: GWINNER, P. "Pobremas": enigmas matemáticos. Petrópolis: Vozes, 1990. Recurso educativo elaborado no Programa de Pós-Graduação Educação e Docência, Promestre-FaE-UFMG, parte da Dissertação "O ensino-aprendizagem da multiplicação de Números Naturais no 5º ano do Ensino Fundamental".

ATIVIDADE 5: VAMOS TOMAR SORVETE?⁸

Apresentação

Esta atividade busca a compreensão do raciocínio combinatório com duas variáveis, com a possibilidade de resolução por meio de lista, diagrama de árvore, tabela com dupla entrada ou a multiplicação direta.

A turma da Mônica adora um sorvetinho! A Magali, então... nossa! Veja como ela fez a distribuição dos sorvetes que pediu.



Imagem retirada de: <http://www.aoponto.com.br/2013/01/magali-uma-apaixonada-por-comida/>, acesso em 24 de out. de 2019.

O sorveteiro apresentou, para as crianças, apenas cinco sabores de sorvete: morango, chocolate, flocos, chiclete e prestígio. Como estava sem as caldas, para complementar ofereceu os seguintes confeitos: castanha, granulado e jujuba. Quantas possibilidades de escolha a Magali teve?

Orientações metodológicas:

Acrescentamos essa atividade por acreditar que é adequada para introduzir o raciocínio combinatório. Com ela, você poderá estimular seus alunos a resolver por meio do desenho, fazendo o diagrama de árvore, uma lista ou então por meio da tabela, associando os sabores do sorvete com os confeitos. Feito isso, você pode simplificar, por meio da multiplicação, 5 sabores de sorvete x 3 confeitos = 15 combinações.

Se o raciocínio combinatório já foi trabalhado em sua turma, deixe os alunos à vontade para escolher a melhor forma para resolver o problema.

Além disso, a situação pode ser explorada com relação à cena: por que Magali fez o pedido dessa forma? Por que os colegas aceitaram a escolha dela? Como vocês resolveriam esse conflito?

⁸ Atividade elaborada para o estudo de: SILVA, Lucinéia Barbosa. **O ensino-aprendizagem da multiplicação de Números Naturais no 5º ano do Ensino Fundamental**. 2019. 200f. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Minas Gerais.

Recurso educativo elaborado no Programa de Pós-Graduação Educação e Docência, Promestre-FaE-UFGM, parte da Dissertação "O ensino-aprendizagem da multiplicação de Números Naturais no 5º ano do Ensino Fundamental".

ATIVIDADE 6: "TROCA-TROCA"⁹

Apresentação

A atividade visa a proporcionar, aos alunos, a percepção de várias combinações na prática, e, também, como simplificar a resolução utilizando o raciocínio combinatório.

Participantes: dividir a sala em 5 grupos iguais.

Procedimentos:

1º momento

- Cada grupo deve receber uma sacola com 4 coletes e 3 shorts.
- Serão necessárias: 1 pessoa para vestir, 2 para ajudar e as outras serão responsáveis pelo registro das combinações na tabela.
- Após todos os grupos vivenciarem a tarefa, a professora deverá fazer a conferência das combinações com eles, no coletivo. Todos devem acompanhar para conferir se tudo ficou certo.

2º momento

Socialização da atividade para verificar se os grupos conseguiram realizar todas as combinações possíveis.

Observações:

- Para a realização desta atividade, foram confeccionadas roupas com TNT, possibilitando efetuar a atividade com as três turmas, de maneira a conservar o material utilizado. Se você não tiver como confeccionar em TNT, a sugestão é que os próprios alunos tragam peças de casa, por exemplo, camisas e shorts. Dessa maneira, a atividade deve ser planejada com antecedência para que dê tempo de organizar as peças necessárias, ou então, elas, também, podem ser confeccionadas em papel crepom.
- É possível, também, explorar esta atividade, posteriormente, acrescentando acessórios para a cabeça, como bonés e chapéus.
- Você pode escolher um escriba para cada grupo ou deixar que todos registrem as combinações na tabela.

Orientações metodológicas:

Sugerimos um número de pessoas para vestir e ajudar nesse processo, mas pode ser que os próprios alunos se organizem. Em nossa experiência, houve grupos que revezaram quem vestiria, uns, por se cansarem, outros, optaram por mais participações. Foi muito interessante vê-los determinando uma criança para cada short, por exemplo, e trocando os coletes. Essa organização permite que muitos percebam que o que acontece com o primeiro short se repetirá nos outros, facilitando a compreensão.

⁹ Atividade elaborada para o estudo de: SILVA, Lucinéia Barbosa. **O ensino-aprendizagem da multiplicação de Números Naturais no 5º ano do Ensino Fundamental**. 2019. 200f. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Minas Gerais.
Recurso educativo elaborado no Programa de Pós-Graduação Educação e Docência, Promestre-FaE-UFMG, parte da Dissertação "O ensino-aprendizagem da multiplicação de Números Naturais no 5º ano do Ensino Fundamental".

ATIVIDADE 7: SÍNTESE¹⁰

Apresentação

Espera-se, com esta atividade, que os alunos consigam aplicar suas habilidades operatórias para resolver o problema, bem como o uso do algoritmo.

O Supermercado Boa Compra está preparando suas prateleiras para a Páscoa. Para isso, encomendou da Fábrica Doce Vida, 9 caixas com 125 ovinhos em cada. Quantos ovinhos esse supermercado terá para vender?

Orientações metodológicas:

Essa atividade foi desenvolvida em duplas, e o objetivo era verificar quais habilidades os alunos utilizariam, bem como o algoritmo e, para nossa surpresa, poucos o fizeram. A maioria utilizou a adição de parcelas iguais, mas, também, houve casos em que os alunos fizeram operações de subtração e adição envolvendo os números que apareceram no problema. Dessa maneira, é interessante que, na rotina da sala de aula, sejam trabalhadas atividades diversificadas envolvendo as ideias da multiplicação em que os alunos sejam estimulados a discutir e interpretar os problemas, de maneira que possa haver negociação de sentido, minimizando o uso automático de algoritmos aleatórios e diversificando as formas de resolver problemas.

Na versão a ser utilizada com o aluno, você encontrará essa atividade duplicada em uma folha para facilitar sua reprodução.

¹⁰ Atividade elaborada para o estudo de: SILVA, Lucinéia Barbosa. **O ensino-aprendizagem da multiplicação de Números Naturais no 5º ano do Ensino Fundamental**. 2019. 200f. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Minas Gerais.
Recurso educativo elaborado no Programa de Pós-Graduação Educação e Docência, Promestre-FaE-UFMG, parte da Dissertação "O ensino-aprendizagem da multiplicação de Números Naturais no 5º ano do Ensino Fundamental".

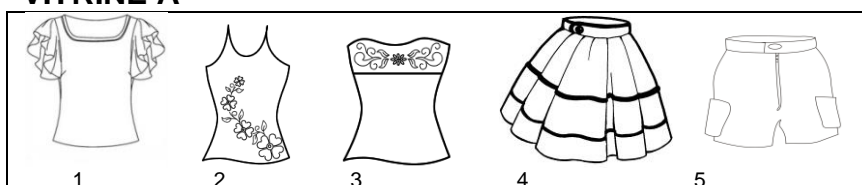
ATIVIDADE 8: SITUAÇÕES-PROBLEMA¹¹

Apresentação

Espera-se que os alunos não tenham dificuldade em formar as combinações, e identifiquem que tipo de operação é possível efetuar para descobrir o número certo de pares.

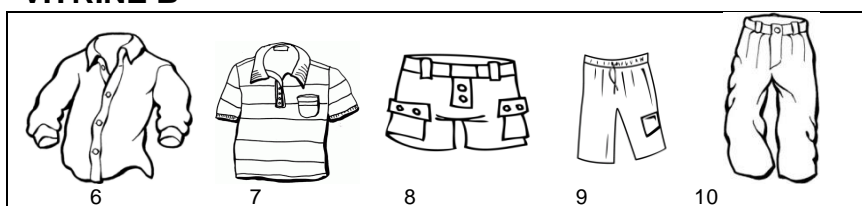
1- Observe bem as roupas das vitrines. Elas estão bem sem graça, não é mesmo? Então, que tal você dar um jeito nisso? Faça um colorido bem bonito para atrair os clientes para a loja.

VITRINE A



- a) Quais combinações podem ser feitas na VITRINE A? _____
 b) Quantas combinações foram feitas? _____
 c) Que operação poderíamos fazer?

VITRINE B



- a) E na VITRINE B? _____
 b) Quantas combinações foram feitas? _____
 c) Que operação poderíamos efetuar?

Orientações metodológicas:

Os números utilizados em cada imagem são para indicar de onde ela foi retirada. No entanto, serviram, também, como código para fazer as combinações, o que facilitou bastante no desenvolvimento da atividade, pois cada aluno coloriu as roupas do seu jeito. Talvez, seja mais interessante socializarem as respostas, ou seja, o número de combinações que conseguiram, independentemente da cor; depois disso, aborda-se os códigos para verificar se associaram corretamente.

Ao falarem sobre a operação que pode ser efetuada, apareceu a adição. É interessante que os alunos sejam instigados a explicar porque para que entendam o processo. Também pode ser realizado o registro por meio da árvore das possibilidades.

¹¹ Atividade elaborada para o estudo de: SILVA, Lucinéia Barbosa. **O ensino-aprendizagem da multiplicação de Números Naturais no 5º ano do Ensino Fundamental**. 2019. 200f. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Minas Gerais.

- Sites dos quais as imagens foram retiradas:

1- <https://tinyurl.com/u7gkv7v>, acesso em 18 de set. de 2018.

2 e 3 <http://azcolorir.com/desenho/4929>, acesso em 18 de set. de 2018.

4- <https://tinyurl.com/u34vg9h>, acesso em 18 de set. de 2018.

5 a 9- <http://www.tudodesenhos.com/d/short-de-menino>, acesso em 18 de set. de 2018.

10- <https://tinyurl.com/wjbsal>, acesso em 18 de set. de 2018.

Recurso educativo elaborado no Programa de Pós-Graduação Educação e Docência, Promestre-FaE-UFMG, parte da Dissertação "O ensino-aprendizagem da multiplicação de Números Naturais no 5º ano do Ensino Fundamental".

2- Maria Rita e Amanda foram passear no shopping com a família. Depois de caminharem muito, decidiram almoçar na praça de alimentação, onde encontraram o seguinte cardápio:

Prato principal	Preço	Complemento	Preço	Bebida	Preço
 1 Macarrão	R\$8,00	 4 Salada simples	R\$ 3,50	 7	R\$ 2,50
 2 Carne	R\$ 12,00	 5 Salada de milho e tomate	R\$ 4,00	 8	R\$ 3,00
 3 Peixe	R\$ 9,00	 6 Salada de palmito	R\$ 6,00	 9	R\$ 2,00

a) Quais tipos de refeição elas poderão montar com:

a) R\$ 15,00	b) R\$ 22,00
Valor total:	Valor total:

b) E você, qual refeição escolheria? _____

c) De quanto você precisaria para pagar sua escolha? _____

Orientações metodológicas:

No item "a", alguns alunos entenderam que a refeição escolhida deveria ser exatamente de R\$15,00 e R\$22,00. Isso possibilitou uma boa discussão, levando-os a pensar na quantia que as meninas tinham e quanto poderiam gastar. Outros, escolheram o mínimo para sobrar troco. No item "b", também, houve alunos que se apegaram aos valores estabelecidos no item anterior, mas perceberam isso na socialização e mudaram de ideia.

Sites dos quais as imagens foram retiradas:

Imagens 1 e 4: <https://comidadodia.ne10.uol.com.br/macarrao-com-molho-de-frango/>, acesso em 17 de nov. de 2018.

Imagem 2: <https://www.anamariabrogui.com.br/receita/bife-de-picanha-b13973>, acesso em 17 de nov. de 2018.

Imagem 3: <https://maringa.odiario.com/cultura/2018/08/peixe-vai-bem-de-qualquer-jeito/2512749/>, acesso em 17 de nov. de 2018.

Imagem 5: <https://receitas.gratis/receitas/category/saladas/>, acesso em 17 de nov. de 2018.

Imagem 6: <https://www.cooky.com.br/receita/salada-a-brasileira/>, acesso em 17 de nov. de 2018.

Imagem 7: https://produto.mercadolivre.com.br/MLB-842392264-espremador-industrial-profissional-frutas-laranja-suco-inox-_JM?quantity=1&variation=17485178730, acesso em 15 de fev. de 2019.

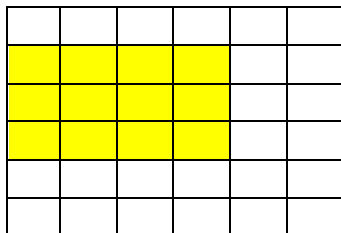
Imagem 8: <https://www.araujo.com.br/refrigerante-pepsi/p>, acesso em 15 de fev. de 2019.

Imagem 9: <https://www.paodeacucar.com/produto/55547/agua-mineral-crystal-garrafa-500ml>, acesso em 15 de fev. 2019.

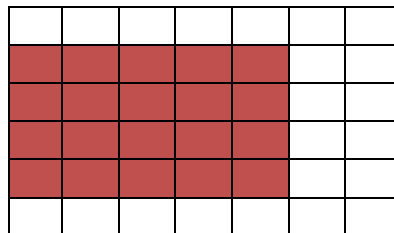
ATIVIDADE 9: MULTIPLICAÇÃO COM MALHA QUADRICULADA¹²

Apresentação: a proposta é que os alunos percebam a repetição da quantidade nas linhas ou nas colunas e identifiquem que a adição de parcelas iguais pode ser realizada por uma multiplicação.

Observe as multiplicações abaixo, realizadas na malha quadriculada.



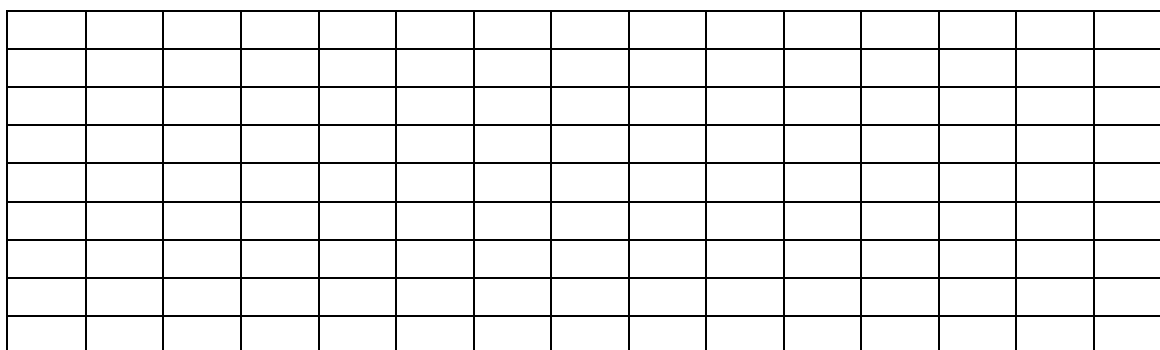
$$4 \times 3 = 12$$



$$5 \times 4 = 20$$

Agora é a sua vez de fazer. Utilize a malha quadriculada abaixo para resolver as multiplicações. Lembre-se de escrever qual multiplicação está representando e capriche nas cores, certo?

- a) $3 \times 6 = \underline{\quad}$ b) $5 \times 3 = \underline{\quad}$ c) $7 \times 4 = \underline{\quad}$ d) $2 \times 4 = \underline{\quad}$ e) $8 \times 1 = \underline{\quad}$



Orientações metodológicas:

A multiplicação realizada na malha quadriculada também é chamada de organização retangular e permite um trabalho na perspectiva geométrica, uma vez que se aborda o cálculo de área.

Bigode e Frant (2011) recomendam que a organização retangular seja ensinada juntamente com a propriedade distributiva na malha quadriculada, quando se aborda números maiores, utilizando, também, a decomposição. Em nosso caso, fizemos uso dos fatos da tabuada, ou seja, não requeriam decomposição para facilitar a representação na malha.

Alguns alunos realizaram essa atividade mesclando multiplicação e adição, que aconteceu mais com a **letra "e"**, onde coloriram oito quadradinhos na horizontal com mais um embaixo, totalizando nove.

É interessante utilizar também a malha quadriculada para desenhar, trabalhando a simetria, ampliação e redução. Os alunos se divertirão muito!

¹² Atividade adaptada de: SARQUIS, Eduardo. **Matemática com o Sarquis, livro3**. Belo Horizonte: Formato Editorial, 1997, p.64.

Recurso educativo elaborado no Programa de Pós-Graduação Educação e Docência, Promestre-FaE-UFMG, parte da Dissertação "O ensino-aprendizagem da multiplicação de Números Naturais no 5º ano do Ensino Fundamental".

Situação-problema¹³

Uma empresa precisa comprar armários com escaninhos para que seus funcionários guardem seus pertences. Ela tem 15 funcionários e quer resolver esse problema com urgência. Veja os modelos disponíveis.

MODELO A



MODELO B



MODELO C



Orientações metodológicas:

É importante contextualizar para os alunos, pois pode ser que não conheçam a palavra escaninhos.

Nessa atividade, há duas possibilidades de resposta, modelos **A** e **C**, por isso, é interessante explorar, com os alunos, a necessidade de justificar sua resposta, pois podem optar pela estética do armário, sem analisar se a quantidade de escaninhos é suficiente.

Alguns alunos utilizaram a organização retangular para saber o número de escaninhos, outros, contaram um a um.

- a) Quantos escaninhos tem o MODELO A?
- b) E o MODELO B?
- c) E o MODELO C?
- d) Se você fosse o responsável pela aquisição dos escaninhos, qual você compraria? Lembre-se de que só poderá escolher um modelo. _____

Por quê? _____

¹³Atividade elaborada para o estudo de: SILVA, Lucinéia Barbosa. **O ensino-aprendizagem da multiplicação de Números Naturais no 5º ano do Ensino Fundamental**. 2019. 200f. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Minas Gerais.

- Sites dos quais as imagens foram retiradas:

Modelos A e B: <http://www.funcionalmoveisdeaco.com.br/novo/produtos/escaninhos.html---encurtador.com.br/tAM56>, acesso em 17 de nov. de 2018.

Modelo C: <http://www.vivalocal.com/decoracao-moveis-usados/centro-sul/escaninhos-escolares---escaninho-escolar/121284571--encurtador.com.br/fLNY5>, acesso em 17 de nov. de 2018.

Recurso educativo elaborado no Programa de Pós-Graduação Educação e Docência, Promestre-FaE-UFGM, parte da Dissertação "O ensino-aprendizagem da multiplicação de Números Naturais no 5º ano do Ensino Fundamental".

ATIVIDADE 10: JOGO DA MEMÓRIA¹⁴

Apresentação

Os alunos construirão as peças do jogo, isso facilitará a memorização dos fatos fundamentais da multiplicação. É interessante que escolham fatos que considerem difíceis para o adversário acertar.

Material necessário: 36 cartas, do mesmo tamanho, para formar o baralho e um envelope para guardar.

Construção: colocar em uma das cartas um dos fatos fundamentais da multiplicação. Na outra carta, colocar o resultado dessa operação para que forme o par. Recortar e brincar.

Como brincar: organizar os alunos em duplas para a confecção do jogo e, posteriormente, brincarem. As crianças podem misturar os dois jogos ou então, trocar os jogos entre si. Cada jogador, na sua vez, vira duas cartas, se formarem par, fica com elas. Se não formarem par, devem ser colocadas nos mesmos lugares. Vence, quem tiver mais pares.

Exploração do jogo

Nomes dos jogadores: _____

Registre aqui os pares que você conseguiu: _____

a) Quantos pares você conseguiu formar? _____

b) Quem venceu o jogo? _____

c) Quantas cartas o vencedor conseguiu? _____

d) Conte aos colegas alguma situação interessante que aconteceu com você e sua dupla durante o jogo.

Orientações metodológicas:

Ao incentivar os alunos a falarem alguma situação que aconteceu entre eles, você poderá formular situações-problema com base no que vivenciaram, explorando ainda melhor as situações do jogo.

¹⁴ Atividade adaptada de: SARQUIS, Eduardo. **Matemática com o Sarquis, livro 2**. Belo Horizonte: Formato Editorial, 1997, p.114.

Recurso educativo elaborado no Programa de Pós-Graduação Educação e Docência, Promestre-FaE-UFMG, parte da Dissertação "O ensino-aprendizagem da multiplicação de Números Naturais no 5º ano do Ensino Fundamental".

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

- a) Lavínia ficou em dúvida com relação ao resultado de um fato da multiplicação e quis usar a calculadora. Primeiro, ela teclou o número 6 e, em seguida, multiplicou-o por 9. Que resultado apareceu? _____
- b) Juliana estava brincando com o jogo da memória dos fatos e retirou as peças abaixo. Quais são os fatos que ela poderá encontrar para formar os respectivos pares?

12			
18			
24			

Orientações metodológicas:

O contexto da letra "a" é a retirada das peças 6 e 9 no jogo da memória, aproveitando que os alunos tinham, em mãos, a calculadora para conferir, em caso de dúvida. Você pode explorar essa atividade, acrescentando situações reais vivenciadas em sala.

Na letra "b", o contexto é a variação dos fatos fundamentais que apresentam um mesmo resultado, ou seja, as possibilidades de cartas que podem ser retiradas para formar o par com 12, 18 e 24.

Você encontrará, nesse material, uma malha quadriculada para que possa reproduzir. Ela deve ser entregue a cada um dos alunos a fim de que produzam o baralho a ser utilizado.

É interessante que essa atividade seja realizada em duas aulas consecutivas para que haja um melhor aproveitamento.

REFERÊNCIAS

BIGODE, Antônio José Lopes; FRANT, J. B. Multiplicação: ideias e conceitos - representações que ajudam a entender as ideias multiplicativas. In.: _____. **Matemática: soluções para dez desafios do professor: 1º ao 3º ano do Ensino Fundamental**. 1ª ed. São Paulo: Ática Educadores, 2011, p. 56 a 71.

CARAÇA, Bento de Jesus. **Conceitos Fundamentais da Matemática**. Lisboa: Gradiva, 1998, p. 04 a 28.

CARRAHER, Terezinha Nunes (org.). **Aprender pensando: contribuições da psicologia cognitiva para a educação**. Petrópolis: Vozes, 1994, p. 54 a 80.

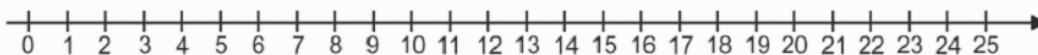
CARRAHER, Terezinha Nunes; CAMPOS, Tânia Maria Mendonça; MAGINA, Sandra; BRYANT, Peter. **Introdução à Educação Matemática: os números e as operações numéricas**. São Paulo: Cortez, 2005, p. 84 a 105.

RAMOS, Luzia Faraco. A construção conceitual das operações. In.: _____. **Conversas sobre números, ações e operações: uma proposta criativa para o ensino da matemática nos primeiros anos**. São Paulo: Ática, 2009, p. 61 a 96.

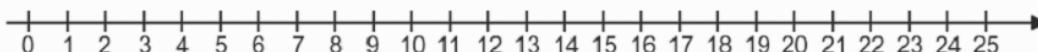
ATIVIDADE 1: A bota de muitas léguas¹

Equipe: _____

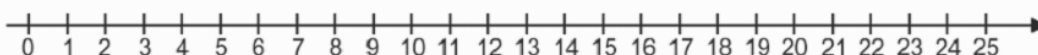
1ª RODADA



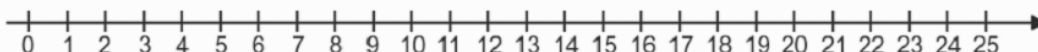
2ª RODADA



3ª RODADA



4ª RODADA



Registro da distância dos pulos em cada rodada		
Rodadas	Equipe A	Equipe B
1ª		
2ª		
3ª		
4ª		
Vencedor:		

¹ Atividade compõe o estudo de: SILVA, Lucinéia Barbosa. **O ensino-aprendizagem da multiplicação de Números Naturais no 5º ano do Ensino Fundamental**. 2019. 200f. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Minas Gerais. Porém, foi adaptada de: BRASIL. Secretaria de Educação Básica. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: Jogos na Alfabetização Matemática**. Brasília: MEC, SEB, 2014. Originalmente, ela integra o livro: BRASIL, Ministério da Educação – Secretaria de Educação Básica. **Pró-Letramento: programa de formação continuada de professores dos anos/ séries iniciais do ensino fundamental – matemática**. Brasília: MEC/SEB, 2007.

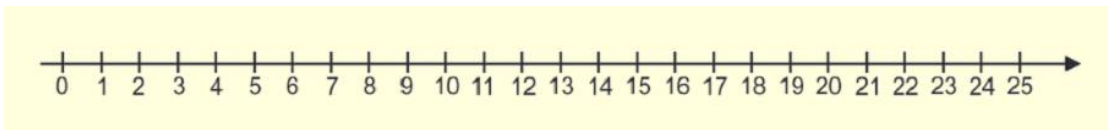
ATIVIDADE 2: exploração da Atividade 1: A bota de muitas léguas²

1- Observe os cartões que foram sorteados pelas equipes A e B:

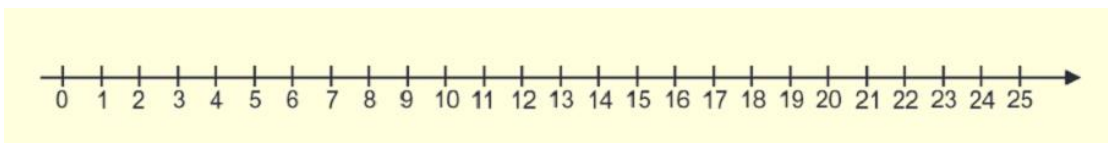
EQUIPE A		EQUIPE B	
2	4	3	2

Lembre-se: cartão amarelo indica o número de pulos e o azul indica o comprimento dos pulos.

2- Registre os pulos realizados pela equipe A.



3- Registre os pulos realizados pela equipe B.



4- Agora, responda: qual das duas equipes a bota levou para mais longe? _____

5- Complete o quadro com as informações que faltam:

	Número de pulos	Comprimento do pulo	Distância
1ª jogada	5	2	
2ª jogada	4		12
3ª jogada		4	20
4ª jogada	3		18

² Atividade compõe o estudo de: SILVA, Lucinéia Barbosa. **O ensino-aprendizagem da multiplicação de Números Naturais no 5º ano do Ensino Fundamental**. 2019. 200f. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Minas Gerais. Porém, foi adaptada de: BRASIL. Secretaria de Educação Básica. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: Jogos na Alfabetização Matemática**. Brasília: MEC, SEB, 2014. Originalmente, ela integra o livro: BRASIL, Ministério da Educação – Secretaria de Educação Básica. **Pró-Letramento: programa de formação continuada de professores dos anos/ séries iniciais do ensino fundamental – matemática**. Brasília: MEC/SEB, 2007.

6- Veja as situações abaixo e complete:

A)



Número de pulos _____

Comprimento do pulo _____

Distância _____

B)



Número de pulos _____

Comprimento do pulo _____

Distância _____

SITUAÇÃO-PROBLEMA³

1- Imagine e desenhe uma bolsinha superlegal e com muito estilo. Pense em um tamanho ideal, pois, como está começando o ano, você está com muitos lápis de cor e precisa guardá-los.

a) Caprichou na produção? Então, agora responda: quantos lápis de caberão em sua bolsinha? _____

b) Quantos lápis poderão ser guardados em 4 bolsinhas iguais à que você desenhou?

³ Atividade compõe o estudo de: SILVA, Lucinéia Barbosa. **O ensino-aprendizagem da multiplicação de Números Naturais no 5º ano do Ensino Fundamental**. 2019. 200f. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Minas Gerais. Foi adaptada de: SARQUIS, Eduardo. **Matemática com o Sarquis, livro 2**. Belo Horizonte: Formato Editorial, 1996. p. 94.

ATIVIDADE 3: MULTIPLICAÇÃO COM FICHAS COLORIDAS⁴

1- Atenção turma! Com fichas coloridas, podemos fazer muitas operações, inclusive a multiplicação. É preciso ficar ligado em quanto vale cada cor. Vamos tentar?

 = 1
  = 10
  = 100
  = 1000

a) Agora que você já sabe o valor das fichas, observe a quantidade relacionada a cada cor e descubra qual é o número representado abaixo.



Que número vocês descobriram? _____

b) Como já descobriram o número representado, agora vocês irão multiplicar o número de fichas de cada cor, por 3. Utilize o espaço abaixo para desenhar, se necessário.

c) Para chegar ao resultado foi preciso fazer alguma troca? _____

Qual (quais)? _____

d) Se houve necessidade de realizar alguma troca, represente como ficaram as fichas.

⁴ Atividade compõe o estudo de: SILVA, Lucinéia Barbosa. **O ensino-aprendizagem da multiplicação de Números Naturais no 5º ano do Ensino Fundamental**. 2019. 200f. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Minas Gerais. Foi adaptada de: SARQUIS, Eduardo. **Matemática com o Sarquis, livro 3**. Belo Horizonte: Formato Editorial, 1997, p. 63.

2- Encontrem os resultados das multiplicações abaixo. Se tiverem dúvidas, utilizem as fichas coloridas.

a) $15 \times 3 =$ _____	b) $241 \times 5 =$ _____
--------------------------	---------------------------

3- Confiram, quais operações abaixo, estão corretas e circule-as. Lembre-se de que você pode utilizar as fichas coloridas, resolver com algoritmo e se certificar com a calculadora.

a) $52 \times 2 = 110$

b) $25 \times 7 = 175$

c) $38 \times 4 = 162$

d) $95 \times 3 = 285$

ATIVIDADE 4: Situações-problema⁵

A) Uma transportadora enviou, de Betim para o porto de Vitória, uma frota com 15 caminhões, todos carregados com 8 automóveis. Quantos automóveis, ao todo, a transportadora enviou para o porto?

B) Suzana recebeu uma encomenda para fabricar 18 fantoches. Ela consegue fabricar 6 fantoches em 2 dias. Quantos dias Suzana vai gastar para entregar a encomenda?

⁵ Atividade compõe o estudo de: SILVA, Lucinéia Barbosa. **O ensino-aprendizagem da multiplicação de Números Naturais no 5º ano do Ensino Fundamental**. 2019. 200f. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Minas Gerais. Foram adaptadas de: **Cadernos de Educação Matemática: Resolução de problemas: Problema ou Solução?** Volume 4, Prefeitura Municipal de Belo Horizonte, 2008, p. 42. SARQUIS, Eduardo. **Matemática com o Sarquis, livro 2**. Belo Horizonte: Formato Editorial, 1996, p. 185.

C) Isso é um cérbero. Cada vez que uma de suas cabeças está doendo, ele tem que tomar quatro comprimidos. Hoje as suas três cabeças tiveram dor. Mas o frasco já estava no fim e ficou faltando comprimidos para uma cabeça. Quantos comprimidos havia no frasco?⁶



⁶ Atividade compõe o estudo de: SILVA, Lucinéia Barbosa. **O ensino-aprendizagem da multiplica o de Números Naturais no 5  ano do Ensino Fundamental**. 2019. 200f. Disserta o de Mestrado. Universidade Federal de Minas Gerais. Foi retirada de: STANCANELLI, Renata. Conhecendo diferentes tipos de problemas. In.: SMOLE, Kátia Stocco e DINIZ, Maria Ignez. **Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática**. Porto Alegre: Artmed, 2001, p. 104. Originalmente em: GWINNER, P. "Pobremas": enigmas matemáticos. Petrópolis: Vozes, 1990.

ATIVIDADE 5: VAMOS TOMAR SORVETE?⁷

A turma da Mônica adora um sorvetinho! A Magali, então... nossa! Veja como ela fez a distribuição dos sorvetes que pediu.



Imagem retirada de: <http://www.aoponto.com.br/2013/01/magali-uma-apaixonada-por-comida/>, acesso em 24 de out. 2019.

O sorveteiro apresentou, para as crianças, apenas cinco sabores de sorvete: morango, chocolate, flocos, chiclete e prestígio. Como estava sem as caldas, para complementar ofereceu os seguintes confeitos: castanha, granulado e jujuba. Quantas possibilidades de escolha a Magali teve?

⁷ Atividade compõe o estudo de: SILVA, Lucinéia Barbosa. **O ensino-aprendizagem da multiplicação de Números Naturais no 5º ano do Ensino Fundamental**. 2019. 200f. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Minas Gerais.

ATIVIDADE 7: SÍNTESE⁹

O Supermercado Boa Compra está preparando suas prateleiras para a Páscoa. Para isso, encomendou, da Fábrica Doce Vida, 9 caixas com 125 ovinhos em cada. Quantos ovinhos esse supermercado terá para vender?

ATIVIDADE 7: SÍNTESE

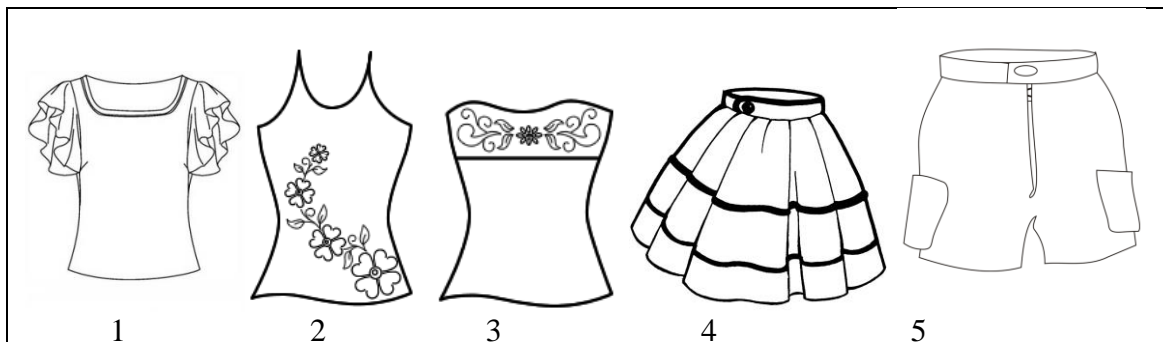
O Supermercado Boa Compra está preparando suas prateleiras para a Páscoa. Para isso, encomendou, da Fábrica Doce Vida 9 caixas com 125 ovinhos em cada. Quantos ovinhos esse supermercado terá para vender?

⁹ Atividade elaborada para o estudo de: SILVA, Lucinéia Barbosa. **O ensino-aprendizagem da multiplicação de Números Naturais no 5º ano do Ensino Fundamental**. 2019. 200f. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Minas Gerais.

ATIVIDADE 8: SITUAÇÕES-PROBLEMA¹⁰

1- Observe bem as roupas das vitrines. Elas estão bem sem graça, não é mesmo? Então, que tal você dar um jeito nisso? Faça um colorido bem bonito para atrair os clientes para a loja.

VITRINE A

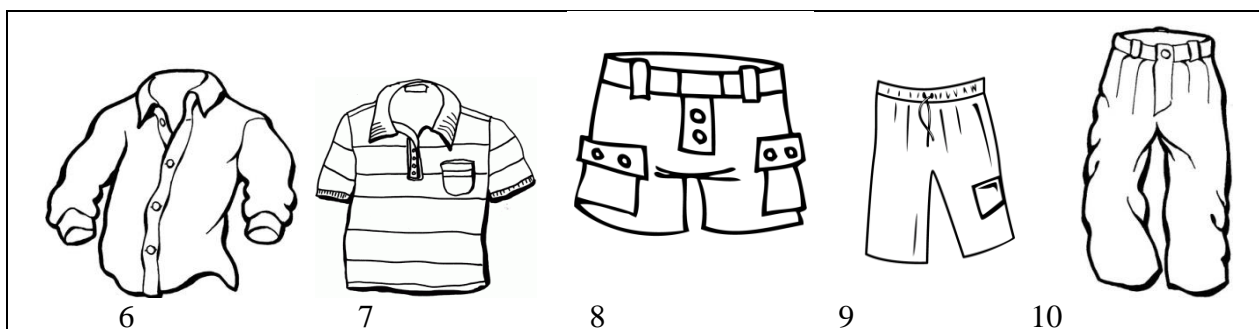


a) Quais combinações podem ser feitas na VITRINE A?

b) Quantas combinações foram feitas? _____

c) Que operação poderíamos fazer?

VITRINE B



a) E na VITRINE B?

b) Quantas combinações foram feitas? _____

c) Que operação poderíamos efetuar?

¹⁰ Atividade elaborada para o estudo de: SILVA, Lucinéia Barbosa. **O ensino-aprendizagem da multiplicação de Números Naturais no 5º ano do Ensino Fundamental**. 2019. 200f. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Minas Gerais.

2- Maria Rita e Amanda foram passear no shopping com a família. Depois de caminharem muito, decidiram almoçar na praça de alimentação, onde encontraram o seguinte cardápio:

Prato principal	Preço	Complemento	Preço	Bebida	Preço
 Macarrão 1	R\$8,00	 Salada simples 4	R\$ 3,50		R\$ 2,50
 Carne 2	R\$ 12,00	 Salada de milho e tomate 5	R\$ 4,00		R\$ 3,00
 Peixe 3	R\$ 9,00	 Salada de palmito 6	R\$ 6,00		R\$ 2,00

a) Que refeições elas poderão montar com:

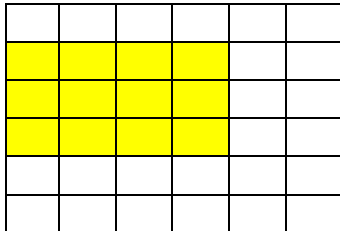
a) R\$ 15,00	b) R\$ 22,00
Valor total:	Valor total:

b) E você, qual refeição escolheria? _____

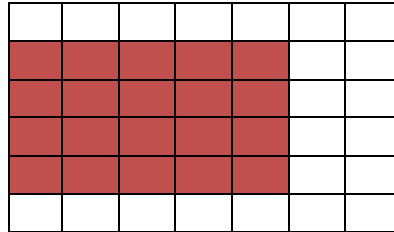
c) De quanto você precisaria para pagar sua escolha? _____

ATIVIDADE 9: MULTIPLICAÇÃO COM MALHA QUADRICULADA¹¹

Observe as multiplicações abaixo, realizadas na malha quadriculada.



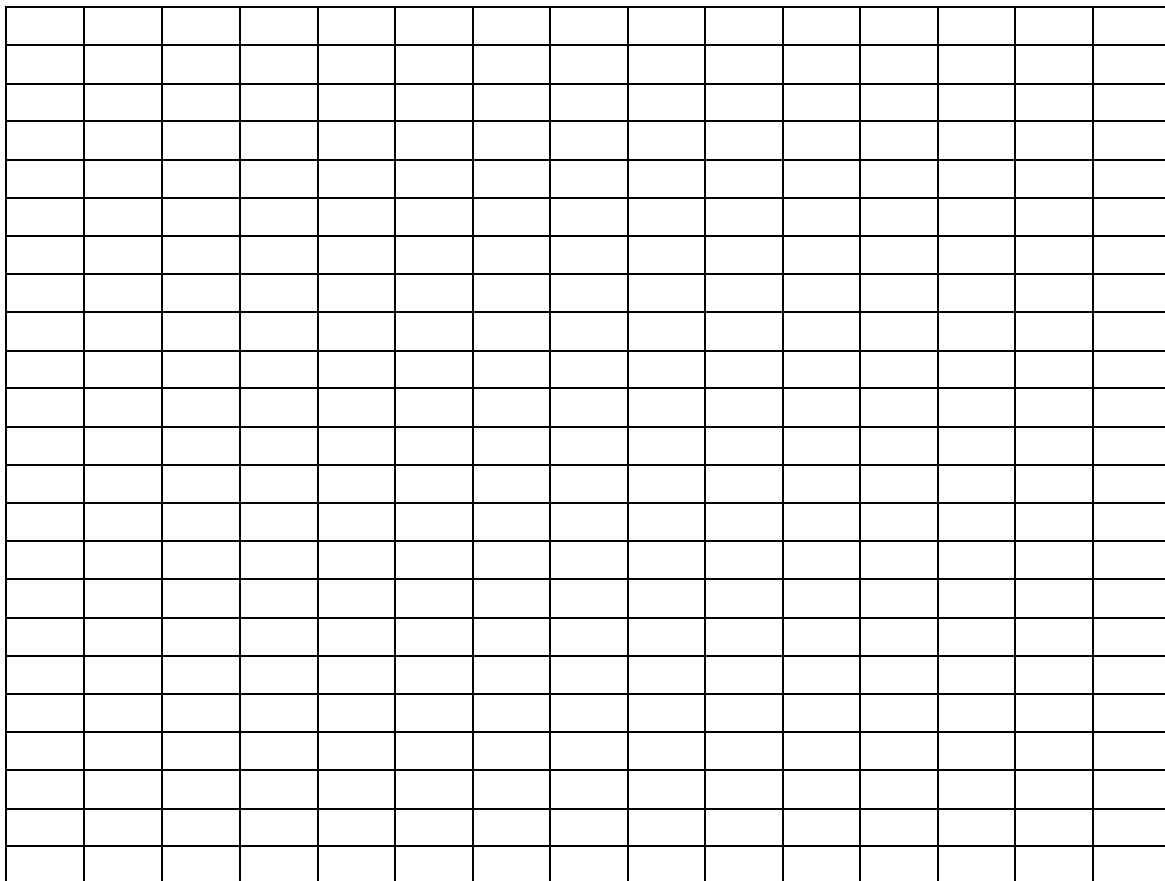
$$4 \times 3 = 12$$



$$5 \times 4 = 20$$

Agora é a sua vez de fazer. Utilize a malha quadriculada abaixo para resolver as multiplicações. Lembre-se de escrever qual multiplicação está representando e capriche nas cores, certo?

- a) $3 \times 6 =$ _____ b) $5 \times 3 =$ _____ c) $7 \times 4 =$ _____ d) $2 \times 4 =$ _____ e) $8 \times 1 =$ _____



¹¹ Atividade compõe o estudo de: SILVA, Lucinéia Barbosa. **O ensino-aprendizagem da multiplicação de Números Naturais no 5º ano do Ensino Fundamental**. 2019. 200f. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Minas Gerais. Foi adaptada de: SARQUIS, Eduardo. **Matemática com o Sarquis, livro3**. Belo Horizonte: Formato Editorial, 1997, p.64.

Situação-problema¹²

Uma empresa precisa comprar armários com escaninhos para que seus funcionários guardem seus pertences. Ela tem 15 funcionários e quer resolver esse problema com urgência. Veja os modelos disponíveis.

MODELO A



MODELO B



MODELO C



a) Quantos escaninhos tem o MODELO A?

b) E o MODELO B?

c) E o MODELO C?

d) Se você fosse o responsável pela aquisição dos escaninhos, qual você compraria? Lembre-se de que só poderá escolher um modelo. _____

Por quê? _____

¹² Atividade elaborada para o estudo de: SILVA, Lucinéia Barbosa. **O ensino-aprendizagem da multiplicação de Números Naturais no 5º ano do Ensino Fundamental**. 2019. 200f. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Minas Gerais.

ATIVIDADE 10: JOGO DA MEMÓRIA¹³

Hora de brincar! Vocês podem misturar os dois jogos ou então, trocar os jogos entre si. Cada jogador, na sua vez, vira duas cartas, se formarem par, fica com elas. Se não formarem par, devem ser colocadas nos mesmos lugares. Vence quem tiver mais pares.

Exploração do jogo

Nomes dos jogadores: _____

Registre aqui os pares que você conseguiu: _____

a) Quantos pares você conseguiu formar? _____

b) Quem venceu o jogo? _____

c) Quantas cartas o vencedor conseguiu? _____

d) Conte aos colegas alguma situação interessante que aconteceu com você e sua dupla durante o jogo.

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

a) Lavínia ficou em dúvida com relação ao resultado de um fato da multiplicação e quis usar a calculadora. Primeiro ela teclou o número 6 e, em seguida multiplicou-o por 9. Que resultado apareceu? _____

b) Juliana estava brincando com o jogo da memória dos fatos e retirou as peças abaixo. Quais são os fatos que ela poderá encontrar para formar os respectivos pares?

12			
18			
24			

¹³ Atividade compõe o estudo de: SILVA, Lucinéia Barbosa. **O ensino-aprendizagem da multiplicação de Números Naturais no 5º ano do Ensino Fundamental**. 2019. 200f. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Minas Gerais. Foi adaptada de: SARQUIS, Eduardo. **Matemática com o Sarquis, livro 2**. Belo Horizonte: Formato Editorial, 1997, p.114.