

# Oscilação paramétrica: dinâmica populacional de polaritons em uma microcavidade

Marina Bezerra Eiras da Silva

22 de abril de 2013



Universidade Federal de Minas Gerais - UFMG  
Instituto de Ciências Exatas - ICEx  
Programa de Pós Graduação em Física

**Oscilação paramétrica: dinâmica populacional de polaritons em  
uma microcavidade**

Orientador: Prof. Dr. Franklin Massami Matinaga  
Dissertação apresentada à UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS  
GERAIS, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em  
Física.

É impossível um homem aprender aquilo que ele acha que já sabe  
- Epíteto

# Agradecimentos

Em geral os agradecimentos começam com o suspiro de mais uma etapa concluída, mas preferi evitar o tal. A ciência e o aprendizado margeiam um caminho que nunca está terminado. É cheio de buracos, falhas, partes mais bem asfaltadas e outras pantanosas. Com a dissertação concluída, olho para trás e sinto um gosto especial de vencer parte deste meu caminho contando com a colaboração de pessoas nada menos que essenciais. Agradeço pela paciência, pelas discussões produtivas, diversos ensinamentos e pela confiança que me foi depositada pelo professor Franklin. Às queridas colegas de laboratório Ana e Dani, que não têm ideia de como suas perguntas me ensinaram mais que muitos livros e artigos. Dedico este trabalho especialmente a elas. Aos meus melhores amigos, Victor e Marcone, que me conhecem tão bem e ainda assim têm a coragem e espirotuosidade de gostar de mim. Sem a amizade deles nada faria sentido. Agradeço especialmente o Victor, que foi o maior companheiro de laboratório que eu poderia ter. Obrigada por todas as queimaduras de nitrogênio líquido que não tive, por tantas risadas e incentivo nos momentos de crise. Agradeço minhas melhores amigas, as Panelinhas do colégio, que são a cereja do meu cupcake. Sem elas, felicidade não teria um significado tão doce. Agradeço toda minha família, e quando digo toda, é toda mesmo, que é pra minha madrinha e segunda mãe, Ana Maria, se considerar lembrada! A meus pais, Ana Cristina e Paulo, pelo suporte incondicional e pelo amor que eu nem sempre acredito merecer. Eles são definitivamente os grandes professores da minha vida. A meu irmão Matheus que tanto admiro e com quem sempre posso contar, um verdadeiro amigo para toda a vida. Aos meus avós, que eram simples no começo de tudo, mas acreditaram e investiram nos estudos de seus filhos, meus pais. Alguma parte disso me trouxe aqui e sou profundamente orgulhosa e grata. Da UFMG e de fora dela, tenho ainda uma imensa gratidão por tantas pessoas queridas, sempre dispostas a me ajudar e me ouvir em todos os momentos: André Taiar, André Tanus e Júlio, em especial. Aos colegas e também aos funcionários, sempre prestativos. A todos os professores que me ensinaram tudo que minha curiosidade estava procurando. Resta pedir desculpas se me

esqueci de alguém, mas minha memória vive me dando problemas. Finalmente, agradeço a todos os cientistas da história, estejam eles já em suas páginas mais importantes ou estejam eles na salinha do café. Sem estas pessoas eu não teria a oportunidade que considerei tão interessante para crescer intelectualmente, melhorar como ser humano e provar para alguns de meus medos que eles estavam enganados. Isto por que não existiria a Física, aquele quadradinho da inscrição do vestibular que tive a grande sorte de marcar.

# Resumo

Esta dissertação tem como objetivo o estudo da dinâmica populacional de polaritons de acordo com um modelo quântico de oscilação paramétrica. Neste trabalho apresentamos os resultados experimentais da medida do período de oscilação de polaritons entre os estados excitados e o estado do fundo da curva de dispersão. Variou-se a polarização do laser pulsado utilizado na excitação do sistema. O método experimental adotado para obter resolução temporal adequada foi o de *pump* e *probe* e também foi testada a dependência do período de oscilação com a potência do laser e com o *detuning* da microcavidade.

**Palavras-chave:** polaritons, microcavidades, dinâmica populacional, oscilação paramétrica, *pump* e *probe*.

# Abstract

This dissertation aims to report the study of the polariton population dynamics derived from a quantum model for parametric oscillation. In this work we show the experimental results of the measurement of the oscillation period of polaritons between excited states and the bottom state of its dispersion curve. There was a variation of the polarization of the pulsed laser, which was used to excitate the system. The pump and probe experimental method was adopted to obtain the necessary time resolution. It was also tested the dependency of the oscillation period with the power of excitation and the microcavity detuning.

**Keywords:** polaritons, microcavities, populational dynamics, parametric oscillation, pump and probe.

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>11</b>
<b>2</b>	<b>Polaritons em uma Microcavidade</b>	<b>13</b>
2.1	Cavidade Fabry-Perot . . . . .	13
2.2	Filmes de alta reflectância e espelhos DBR . . . . .	15
2.3	Microcavidade e Poço Quântico . . . . .	18
2.3.1	Confinamento de Éxcitons no Poço Quântico . . . . .	20
2.3.2	Polaritons na microcavidade . . . . .	23
<b>3</b>	<b>Polaritons: Curva de Dispersão e Oscilação Paramétrica</b>	<b>26</b>
3.1	Hamiltoniano do sistema de polaritons . . . . .	27
3.2	Oscilação Paramétrica . . . . .	30
3.3	Evolução temporal do sistema . . . . .	32
<b>4</b>	<b>Laser pulsado de femtossegundos</b>	<b>37</b>
<b>5</b>	<b>Parte Experimental</b>	<b>41</b>
5.1	Pump e Probe: medidas dinâmicas . . . . .	41
5.2	Especificações experimentais . . . . .	43
5.3	Resultados Experimentais . . . . .	44
5.3.1	Caracterização da microcavidade . . . . .	44
5.3.2	Relação de polarização Excitação/Emissão . . . . .	46
5.3.3	Pump & Probe: Medidas dinâmicas . . . . .	47
<b>6</b>	<b>Discussão dos resultados experimentais</b>	<b>53</b>
<b>7</b>	<b>Conclusão</b>	<b>56</b>
<b>A</b>	<b>Luz Polarizada</b>	<b>57</b>

<b>B Segunda Quantização</b>	<b>62</b>
B.1 Éxciton . . . . .	64
B.2 Fótons . . . . .	65
B.3 Interação entre éxciton e fóton . . . . .	68

# Lista de Figuras

2.1	Cavidade Fabry-Perot . . . . .	13
2.2	Gráfico da função de Airy: Intensidade transmitida em função de $\Delta$ . . . . .	15
2.3	Reflectância de um espelho DBR [5] composto por 15 pares alternados de camadas de $AlAs$ e $Al_{0,20}Ga_{0,80}As$ . . . . .	16
2.4	Vetores de onda e campos elétricos associados: caso de incidência normal em uma camada de material dielétrico de índice de refração $n_1$ . . . . .	17
2.5	Estrutura de microcavidade em substrato de GaAs com um poço quântico de GaAs. No caso, o espaçamento $d$ é de $235nm$ ( $\lambda_0/n$ ) de $Al_{0,30}Ga_{0,70}As$ . As camadas alternadas de $AlAs$ e de $Al_{0,20}Ga_{0,80}As$ , de $66,6nm$ e $57,1nm$ respectivamente, compõem dois espelhos DBR de 24 e de 26,5 pares. O QW possui $100 \text{ \AA}$ . . . . .	19
2.6	Reflectância de uma microcavidade Fabry-Perot [5] composta por dois espelhos DBR de 15 pares alternados de camadas de $AlAs$ e $Al_{0,20}Ga_{0,80}As$ . . . . .	20
2.7	Representação da descontinuidade do potencial [7] numa heterojunção. . . . .	21
2.8	Representação de descontinuidade de <i>gap</i> numa estrutura de poço quântico (envelope) e o par elétron-buraco; semicondutores A e B. . . . .	22
2.9	Simulação de auto-energias e auto-funções (QW de $Al_{0,30}Ga_{0,70}As$ , $GaAs$ (100 Angstroms de espessura) e $Al_{0,30}Ga_{0,70}As$ )- software QWS versão 4.3. . . . .	23
2.10	Representação do confinamento de éxcitons e fótons em uma microcavidade. . . . .	24
3.1	Curva de dispersão dos autoestados de <i>upper</i> polariton e <i>lower</i> polariton. . . . .	31
4.1	Esquematização da cavidade do laser . . . . .	37

4.2	Pulsos formados a partir da sobreposição de $N=5$ modos [22] de mesma fase . . . . .	40
5.1	Esquematização da oscilação paramétrica e modo de bombeio utilizado . . . . .	42
5.2	Esquematização da montagem experimental . . . . .	43
5.3	Espectros obtidos ao variar a intensidade de bombeio. . . . .	44
5.4	Curva IO da microcavidade estudada. . . . .	45
5.5	Esquematização da escolha de pontos de bombeio na amostra utilizada, para realização de medidas variando o <i>detuning</i> . Os pontos estão enumerados de acordo com a legenda da figura 5.6. Foi ilustrada a peça onde é afixado o substrato da microcavidade (vista frontal da janela do criostato). . . . .	46
5.6	Curvas de reflectância da microcavidade variando-se o <i>detuning</i> mecanicamente. . . . .	47
5.7	Relação da polarização do <i>pump</i> com a polarização de emissão da microcavidade na situação de bombeio com polarização linear. . . . .	48
5.8	Estudo do tipo de polarização da emissão em $k=0$ - Espectros. . . . .	49
5.9	Estudo do tipo de polarização da emissão em $k=0$ - Grau de polarização. . . . .	50
5.10	Superfície típica para a medida dinâmica . . . . .	50
5.11	Placa $\lambda/2$ na posição 1 da mesa . . . . .	51
5.12	Placa $\lambda/4$ na posição 1 da mesa. . . . .	51
5.13	Medida do atraso em função da potência . . . . .	52
5.14	Medida do atraso em função da dessintonia . . . . .	52
A.1	Tipos de polarização e a base xy em que a representação de Jones é escrita . . . . .	59
A.2	Obtenção de um feixe de luz circularmente polarizada . . . . .	60

# Capítulo 1

## Introdução

Microcavidades óticas são estudadas desde os anos 90 como sendo um grupo de estruturas semicondutoras de grande interesse de estudo especialmente na área de eletrodinâmica quântica [1]. Sua estrutura é análoga à cavidade ótica, e permite a inserção de um meio de ganho em seu interior, que pode ser composto por pontos ou poços quânticos (QW), por exemplo. O confinamento do campo eletromagnético na microcavidade cede condições específicas de interação com o meio de ganho em que pode ser observado o confinamento de partículas e o aparecimento de autoestados específicos de toda estrutura da microcavidade. Este é o caso dos polaritons, estudados neste trabalho. O interesse de estudo de polaritons se deve à observação de efeitos como o de laser de polaritons, condensação de Bose-Einstein, dependência de propriedades óticas com o spin de polaritons gerados em microcavidades, dentre outros. Ultimamente o crescimento destes dispositivos têm se beneficiado de avanços em técnicas de crescimento de estruturas. O polariton é a quasi-partícula bosônica resultante do acoplamento de um éxciton e um fóton. Este acoplamento, que ocorre no ambiente da microcavidade, equivale ao acoplamento de dois osciladores, e resulta em dois ramos energéticos, chamados estados de *lower polariton* e *upper polariton*. A curva de dispersão característica de polaritons depende do *gap* do material em que o estado excitônico se forma, dentre outros fatores.

Os estados excitônicos são quasi-partículas resultantes da ligação (atração coulombiana) entre elétrons do fundo da banda de condução e portadores do tipo buraco que populam o topo da banda de valência, dependendo diretamente da energia de *gap*. São de natureza dipolar, e similares ao átomo de hidrogênio. Devido à aplicação das leis de conservação e regras de seleção de transição entre estados eletrônicos em uma rede cristalina, a curva de dispersão de polariton apresenta um anti-cruzamento característico dos

dois modos normais, caracterizando o regime de acoplamento forte entre a luz e a matéria. Ou seja, o estado de polariton tem maior probabilidade de se estabelecer se a energia do éxciton for próxima da energia de um fóton interagente, e a curva de dispersão depende da diferença de energia entre eles. Esta diferença é a grandeza definida como dessintonia (*detuning*). Existem basicamente dois tipos [2,3] de éxcitons. Os éxcitons de Frenkel são observados em materiais isolantes e cristais moleculares, de modo que a ligação do par elétron-buraco é relativamente mais forte. O raio de Bohr para éxcitons de Frenkel são da ordem do tamanho da célula unitária do cristal. Os chamados éxcitons de Wannier-Mott, por sua vez, formam-se em cristais semicondutores, e constituem um sistema mais fracamente ligado.

O tempo de vida de um polariton em um cristal é relativamente curto, da ordem de picossegundos. É possível estabelecer uma população de polaritons de maneira eficiente em condições especiais (confinamento) obtidas em uma microcavidade semicondutora e então, estudar a dinâmica do sistema. Aliando o confinamento à técnica experimental de *pump* e *probe* dinâmico, é possível obter a resolução temporal adequada. O confinamento de partículas excitônicas realizado neste trabalho foi obtido para uma estrutura de *quantum well*.

Neste trabalho apresentamos os resultados experimentais do estudo da dinâmica populacional de polaritons, que são interpretados de acordo com um modelo quântico de oscilação paramétrica. O método experimental utilizado foi o de *pump* e *probe*, visando a medida do período de oscilação de *lower* polaritons entre os estados excitados e o estado do fundo da banda de polaritons, em função da polarização do laser pulsado utilizado na excitação do sistema. Também foi testada a dependência do período de oscilação com a potência do laser e com o *detuning* da cavidade.

A técnica de *pump* e *probe* consiste basicamente na excitação ótica de um sistema por dois feixes luminosos diferentes. De modo geral, a técnica envolve a excitação de dois estados de  $\vec{k}s$  (vetores de onda) diferentes na estrutura de bandas de um semicondutor.

Nos experimentos realizados para este trabalho, o bombeio visou a excitação de estados simétricos  $\pm\vec{k}$  nos quais o efeito de amplificação paramétrica ocorre. Uma seqüência de espectros foi feita enquanto um motor de passos fez variar o caminho ótico de um dos feixes. Com este sistema experimental é possível obter a resolução temporal necessária para estudar como o sistema evolui dinamicamente.

## Capítulo 2

# Polaritons em uma Microcavidade

### 2.1 Cavidade Fabry-Perot

Uma cavidade Fabry-Perot (figura 2.1) é um dispositivo utilizado para obtenção de feixes de luz mutuamente coerentes [4] a partir de um feixe que sofre múltiplas reflexões entre duas superfícies paralelas semitransparentes com espaçamento  $d$  entre elas. O espaçamento pode ser preenchido por ar, um material semiconductor ou pode ser vazio (vácio). Um filme de material semitransparente de espessura  $d$ , com suas superfícies delimitadoras, é considerado, também, uma cavidade.

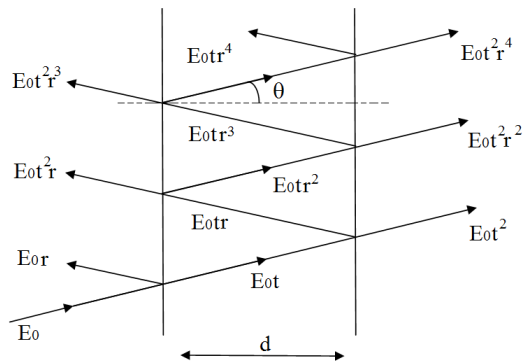


Figura 2.1: Cavidade Fabry-Perot

O coeficiente de reflexão é dado por  $r$ ,  $t$  é o coeficiente de transmissão

e  $E_0$  é a amplitude do feixe incidente na cavidade. A diferença de caminho ótico ( $2d \cos \theta$ ) entre dois feixes consecutivos resulta numa diferença de fase de

$$\delta = \frac{4\pi}{\lambda_0} n d \cos \theta. \quad (2.1)$$

No caso,  $\lambda_0$  é o comprimento de onda no vácuo e  $n$  é o índice de refração do meio. Também é contabilizada a diferença de fase  $\delta_r$  devido às duas reflexões internas. Estes dois fatores levam a uma diferença de fase total  $\Delta$  dada por  $\Delta = \delta + \delta_r$ . A fase  $\delta_r$  dada pela reflexão é sempre 0 ou  $\pi$ . Considerando a placa como sendo de material semiconductor e considerando o meio externo ar ou vácuo, temos que cada reflexão coloca uma fase de  $\pi$  na onda eletromagnética. Como esta diferença de fase total é a mesma ( $2\pi$ ) para qualquer par de feixes consecutivos, já que eles acumulam duas reflexões, tem-se a condição de coerência atendida para o feixe total transmitido. O coeficiente de reflexão pode ser escrito como  $r = |r|e^{i\frac{\Delta}{2}}$ , de modo a incluir a fase que a onda ganha ao todo, após duas reflexões. A reflectância e a transmitância são definidos respectivamente como:

$$R = |r|^2 = r r^*, \quad (2.2)$$

$$T = |t|^2 = t t^*. \quad (2.3)$$

O campo resultante que sai da cavidade é dado por princípio de superposição:

$$E_T = E_0 t^2 + E_0 t^2 r^2 e^{i\Delta} + E_0 t^2 r^4 e^{2i\Delta} + \dots = \frac{E_0 t^2}{1 - r^2 e^{i\Delta}}. \quad (2.4)$$

Temos que a intensidade é dada por  $E_T^2$ . Substituindo com R e T, com  $I_0 = |E_0|^2$ , chegamos na intensidade total  $I_T$  transmitida:

$$I_T = I_0 \frac{T^2}{|1 - R e^{i\Delta}|^2}. \quad (2.5)$$

Desenvolvendo o denominador, e colocando o termo  $(1 - R)^2$  em evidência, escrevemos:

$$I_T = I_0 \frac{T^2}{(1 - R)^2} \frac{1}{1 + F \operatorname{sen}^2 \frac{\Delta}{2}}. \quad (2.6)$$

O termo de absorção não necessariamente é desprezível. Podemos identificar o termo de finesse  $F$  na Função de Airy, o último termo, que basicamente está relacionado à largura do *dip* característico da curva de intensidade de reflexão da cavidade em função de  $\lambda$ , que é visto mais adiante. O termo de finesse é dado por

$$F = \frac{4R}{(1 - R)^2} \quad (2.7)$$

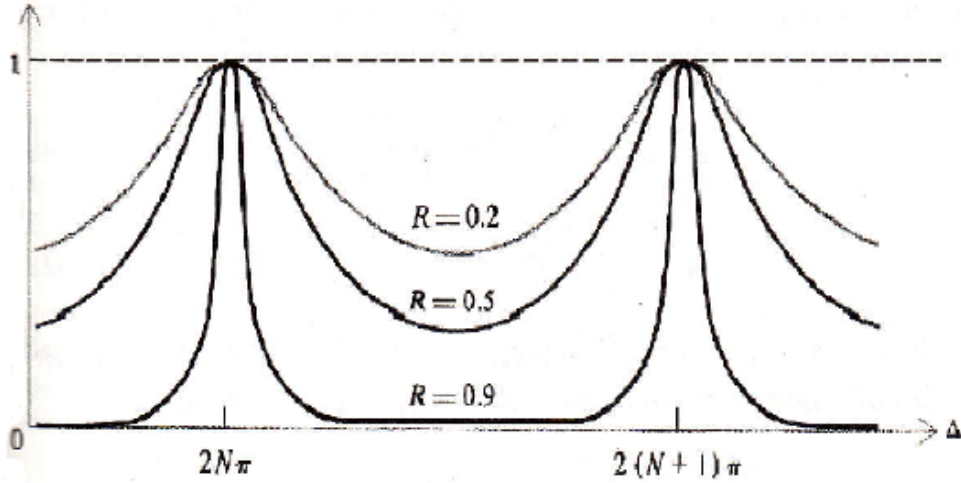


Figura 2.2: Gráfico da função de Airy: Intensidade transmitida em função de  $\Delta$

Pode-se observar na figura 2.2 a natureza geral da função de Airy. Percebe-se, pela dependência em  $\Delta$ , e logo em  $\lambda_0$ , que a cavidade permite a transmissão de apenas alguns modos eletromagnéticos específicos.

## 2.2 Filmes de alta reflectância e espelhos DBR

Filmes compostos de várias camadas alternadas de materiais de índices de refração diferentes são utilizados para criar dispositivos com propriedades específicas de reflectância e transmitância. Por exemplo, para obter um filme que possua alta reflectância em determinada faixa do espectro, é necessário alternar dois materiais de índice de refração alto e baixo ( $n_H$  e  $n_L$ ). Um espelho DBR (*Distributed Bragg Reflector*) possui esta estrutura periódica para materiais semicondutores e pode chegar a mais de 99% de reflectividade. Seu crescimento é feito utilizando a técnica MBE (*Molecular Beam Epitaxy*). Dependendo da incidência da luz ser normal ou oblíqua na primeira superfície do filme e, dependendo também das espessuras das camadas alternadas, temos a curva de reflectância de um espelho DBR, que é vista na figura 2.3.

A região assinalada é definida como *stop-band*, que é uma região de alta reflectância. Esta região pode ser interpretada como um gap fotônico, que determina uma região do espectro que, como consequência da interferência destrutiva, não é permitida na estrutura periódica. A reflectância aumenta conforme o número de pares de camadas aumenta. Caso seja de interesse

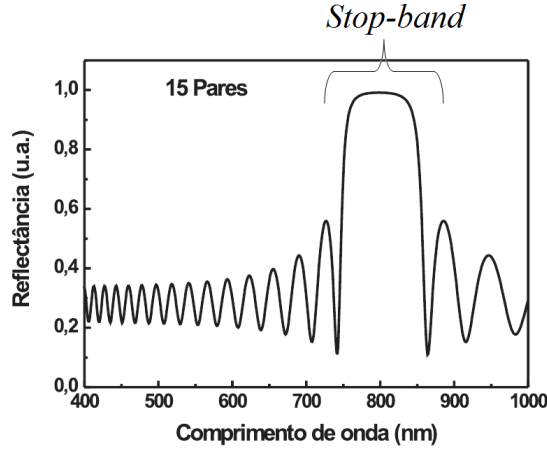


Figura 2.3: Reflectância de um espelho DBR [5] composto por 15 pares alternados de camadas de  $AlAs$  e  $Al_{0,20}Ga_{0,80}As$ .

construir um espelho DBR cuja curva de reflectância seja máxima para determinado  $\lambda_0$ , deve-se crescer um espelho DBR de modo que as camadas possuam espessura de  $\lambda_0/4n$ , onde  $n$  é o índice de refração em cada camada. O comprimento de onda de interesse se encontrará no centro da stop-band. O cálculo da curva de reflectância é feito utilizando-se o método de matriz de transferência. Sua construção é facilmente obtida ao se considerar uma situação esquematizada na figura 2.4.

Temos que  $E_0$  é a amplitude do campo elétrico da luz incidente que vem do meio de índice  $n_0$ . Os termos  $E_1$  e  $E_T$  são as respectivas amplitudes do campo transmitido pelos meios de índices  $n_1$  e  $n_t$ . Os termos  $E'_0$  e  $E'_1$  denominam as amplitudes do feixe refletido na primeira e na segunda interface. Considerando a ausência de cargas e correntes livres e considerando que a luz incide normalmente ao plano da camada material, escrevemos as condições de contorno para os campos elétrico  $\mathbf{E}$  e magnético  $\mathbf{H}$  nas duas interfaces na forma matricial

$$\begin{pmatrix} 1 \\ n_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ -n_0 \end{pmatrix} \frac{E'_0}{E_0} = \begin{pmatrix} \cos kl & \frac{-i}{n_1} \sin kl \\ -in_1 \sin kl & \cos kl \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ n_T \end{pmatrix} \frac{E_T}{E_0}. \quad (2.8)$$

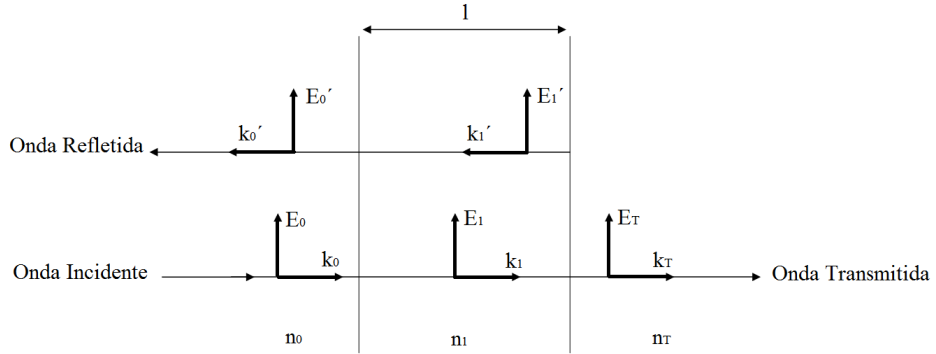


Figura 2.4: Vetores de onda e campos elétricos associados: caso de incidência normal em uma camada de material dielétrico de índice de refração  $n_1$

Podemos escrever de maneira mais simplificada como

$$\begin{pmatrix} 1 \\ n_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ -n_0 \end{pmatrix} r = \mathbf{M} \begin{pmatrix} 1 \\ n_T \end{pmatrix} t. \quad (2.9)$$

Neste caso, utilizamos que

$$r = E_0'/E_0, t = E_T/E_0. \quad (2.10)$$

A matriz  $\mathbf{M}$  é chamada matriz de transferência, dada por

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} \cos kl & \frac{-i}{n_1} \sin kl \\ -in_1 \sin kl & \cos kl \end{pmatrix}, \quad (2.11)$$

onde  $\mathbf{k} = 2\pi n_1/\lambda_0$ . Para  $N$  camadas de materiais diferentes sucessivos compondo um filme, construímos a matriz de transferência de cada camada e então obtemos a matriz de transferência de todo o filme multiplicando estas matrizes na sequência do crescimento do filme:

$$\begin{pmatrix} 1 \\ n_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ -n_0 \end{pmatrix} r = \mathbf{M}_1 \mathbf{M}_2 \mathbf{M}_3 \dots \mathbf{M}_N \begin{pmatrix} 1 \\ n_T \end{pmatrix} t = \mathbf{M} \begin{pmatrix} 1 \\ n_T \end{pmatrix} t. \quad (2.12)$$

Por fim, teremos uma matriz  $\mathbf{M}$  geral; seja ela:

$$\mathbf{M}_1 \mathbf{M}_2 \mathbf{M}_3 \dots \mathbf{M}_N = \mathbf{M} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}. \quad (2.13)$$

Os coeficientes de reflexão e transmissão são obtidos destes coeficientes da matriz final:

$$r = \frac{An_0 + Bn_T n_0 - C - Dn_T}{An_0 + Bn_T n_0 + C + Dn_T}, \quad (2.14)$$

$$t = \frac{2n_0}{An_0 + Bn_T n_0 + C + Dn_T}. \quad (2.15)$$

Estes valores podem ser resolvidos para qualquer comprimento de onda  $\lambda_0$  de entrada e, com isso, como  $R = |r|^2$  e  $T = |t|^2$ , podemos obter as curvas  $R(\lambda)$  e  $T(\lambda)$  para espelhos DBR ou outras estruturas. Nota-se que as curvas serão diferentes conforme o número, tipo, ordem e espessura de camadas: estas especificações são descritas na matriz de transferência. As curvas relacionadas a situações mais gerais dependem também do tipo de incidência da luz no filme (TE, TM, normal ou oblíqua). O método da matriz de transferência é um método generalizado e, com o uso adequado de condições de contorno específicas, pode ser utilizado para o cálculo de  $r$  e  $t$  de qualquer composição sequencial de filmes.

## 2.3 Microcavidade e Poço Quântico

Uma microcavidade [6], como visto na figura 2.5, consiste no espaçamento  $d$ , situado entre dois espelhos DBR, que é preenchido por alguma estrutura de interesse. Este espaçamento entre duas superfícies DBR, que são semitransparentes para determinados comprimentos de onda, caracteriza uma cavidade Fabry-Perot, como já discutido. Resolvendo-se esta estrutura com um material semiconductor no espaçamento via método da matriz de transferência, vemos o surgimento de um *dip* na curva de reflectância, que se dá no centro da *stop-band*. Este *dip* é característico de qualquer cavidade e fornece sua ressonância, que é uma pequena faixa de frequências dentro da *stop-band* em que o sistema tem menor reflectividade. Esta reflectividade mínima na região do *dip* permite que a luz entre na microcavidade, e a partir de então o modo eletromagnético incidente encontra-se confinado no sistema, sofrendo reflexões internas até que ocasionalmente saia desta. É importante notar que nesta resolução via método matricial ainda estamos desconsiderando a formação de éxcitons na microcavidade e que o *dip* observado está diretamente relacionado aos picos de máxima transmissão da cavidade Fabry-Perot (figura 2.2).

O *cavity Q* (fator de qualidade) de uma cavidade é maior quanto mais camadas alternadas houver nos espelhos DBR. O *cavity Q* é dado por  $Q =$

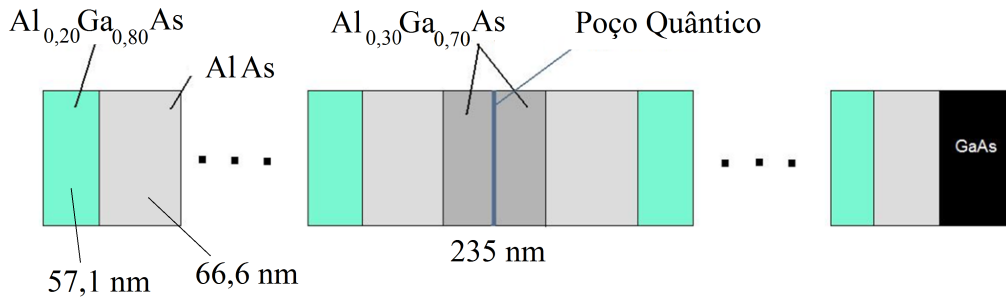


Figura 2.5: Estrutura de microcavidade em substrato de GaAs com um poço quântico de GaAs. No caso, o espaçamento  $d$  é de  $235\text{nm}$  ( $\lambda_0/n$ ) de  $\text{Al}_{0,30}\text{Ga}_{0,70}\text{As}$ . As camadas alternadas de AlAs e de  $\text{Al}_{0,20}\text{Ga}_{0,80}\text{As}$ , de  $66,6\text{nm}$  e  $57,1\text{nm}$  respectivamente, compõem dois espelhos DBR de 24 e de 26,5 pares. O QW possui  $100\text{ \AA}$

$\lambda_0/\Delta\lambda$ , onde  $\Delta\lambda$  é a largura do *dip*. A reflectividade chega muito perto de 100% na região de *stop-band* para cavidades com alto fator de qualidade. O número médio de reflexões internas é maior para microcavidades de maior fator de qualidade. Dependendo do comprimento de onda da luz incidente, o confinamento ocorre na cavidade formando um padrão de onda estacionária. Para a frequência de ressonância, o confinamento do modo eletromagnético se dá com um antinó no centro da microcavidade, se esta for simétrica.

O espaçamento entre os espelhos DBR pode ser preenchido por uma camada relativamente espessa, de alguns múltiplos de  $\lambda_0/n$ , de um material semiconductor em que é embebido um poço quântico. O poço quântico é uma camada muito fina (cerca de  $100\text{ \AA}$ ) de um material semiconductor e é nesta camada que se obtém o confinamento de éxcitons. A engenharia da microcavidade é feita especificamente para que o centro do *dip* da *stop-band* coincida com o comprimento de onda relativo à energia de gap do material do poço quântico inserido.

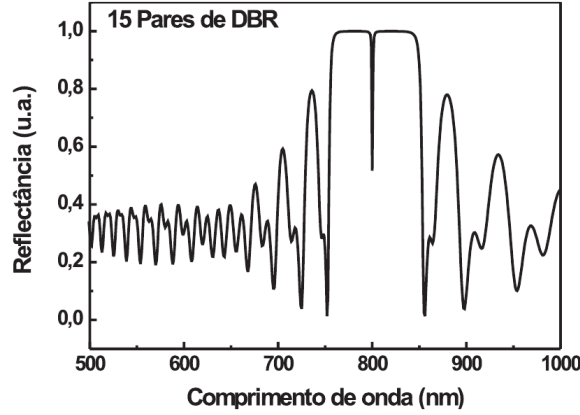


Figura 2.6: Reflectância de uma microcavidade Fabry-Perot [5] composta por dois espelhos DBR de 15 pares alternados de camadas de  $AlAs$  e  $Al_{0,20}Ga_{0,80}As$ .

### 2.3.1 Confinamento de Éxcitons no Poço Quântico

Dois materiais semicondutores com estrutura de bandas diferentes, quando colocados adjacentes um ao outro, formam uma heterojunção [7]. As bandas de condução e valência dos dois materiais se deformam (figura 2.7) na região da junção. Numa análise primária do problema vemos que existe aproximadamente uma descontinuidade em ambas as camadas de condução e valência, ocorrendo com valores diferentes de diferença de energia entre as bandas para cada  $k$  possível. No entanto, pode ser feita para uma região de  $k$ s próximos ao  $k$  correspondente ao gap, uma aproximação do potencial na região da junção tomando a descontinuidade de  $gap$  como valor de descontinuidade para todos estes  $k$ s, criando o chamado potencial-envelope. Este é o princípio da abordagem feita para se resolver as energias do elétron e de portadores do tipo buraco em uma heteroestrutura, que iremos descrever.

A partir das estruturas de banda de cada material, podemos obter o gap de cada um deles, construindo o potencial envelope, que é uma função de  $z$ , o eixo de crescimento da amostra. Também da estrutura de bandas podemos obter as massas efetivas ( $m^*$ ) de elétrons e de portadores do tipo buraco em cada material. Com estas informações podemos construir um hamiltoniano

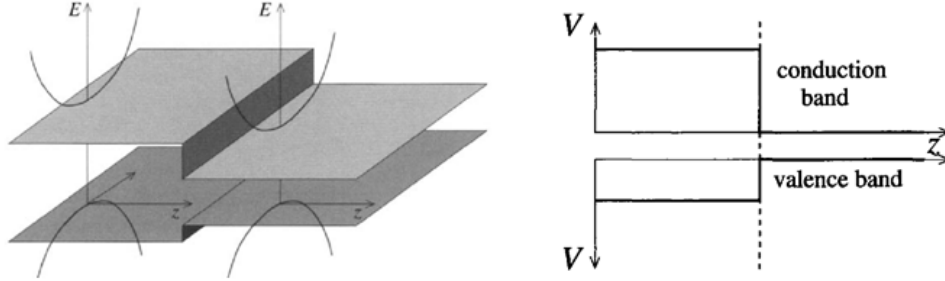


Figura 2.7: Representação da descontinuidade do potencial [7] numa heterojunção.

que pode ser escrito como o hamiltoniano aproximado

$$\frac{-\hbar^2}{2m^*} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \psi(z) + V(z)\psi(z) = E\psi(z). \quad (2.16)$$

Consideremos apenas a formação de éxcitons no sistema e a energia das partículas que os compõem. Neste caso, elétrons estarão submetidos ao potencial envelope relativo à banda de condução (descontinuidade entre as bandas de condução dos materiais da junção na região de gap) enquanto portadores do tipo buraco estarão analogamente submetidos ao potencial relativo à banda de valência. Consideremos então a estrutura de poço quântico, em que temos um material em que se insere uma camada de um segundo material, resultando em duas junções adjacentes. A configuração dos potenciais a serem considerados é vista na figura 2.8. Neste caso, o hamiltoniano que foi construído (2.15) trata-se do hamiltoniano de um elétron em um poço quântico usual ou de uma barreira de potencial para o portador do tipo buraco. As condições de contorno que devem ser obedecidas são:

$$\psi(z) \text{ e } \frac{1}{m^*} \frac{\partial}{\partial z} \psi(z) \quad (2.17)$$

devem ser contínuas na interface. A figura 2.9 mostra a simulação feita para o cálculo de auto-energias e auto-funções para o QW composto por camadas de  $Al_{0,30}Ga_{0,70}As$ ,  $GaAs$  e  $Al_{0,30}Ga_{0,70}As$ . Foi utilizado o software QWS versão 4.3, desenvolvido pelo professor Angelo Passaro, do IEAV-São José dos Campos-SP. As auto-funções da simulação mostram que a probabilidade de que o elétron seja encontrado fora do material do poço é pequena. Isso

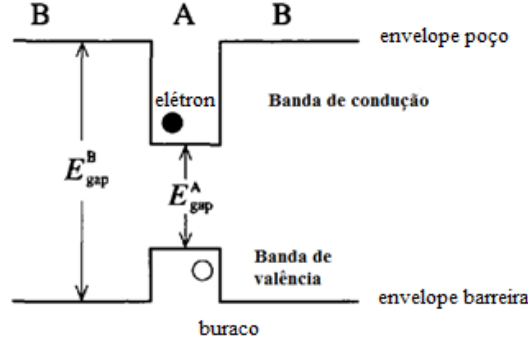


Figura 2.8: Representação de descontinuidade de *gap* numa estrutura de poço quântico (envelope) e o par elétron-buraco; semicondutores A e B.

caracteriza um confinamento do elétron. Analogamente, o buraco também encontra-se confinado e, concomitantemente, o éxciton, composto pelas duas partículas também se encontra confinado.

Recorrendo à aproximação de Bastard e Burt temos também que, numa estrutura semicondutora do tipo *quantum well*, tanto os elétrons como os buracos possuem energias bem definidas e não dispersas, como pode ser visto na simulação. Conseqüentemente, os éxcitons terão energias também definidas, que são relacionadas à energia do elétron, do buraco e à energia de ligação devido à atração coulombiana entre as partículas.

Considera-se que o poço quântico seja tomado como um objeto aproximadamente bidimensional: sua espessura é muitas vezes menor que as dimensões restantes da microcavidade.

Experimentalmente podemos bombear o sistema com a luz incidindo obliquamente neste mas, devido à aproximação bidimensional, apenas a componente  $\mathbf{k}_{//}$  em relação ao plano do poço terá acesso ao sistema, podendo então interagir efetivamente com este. A componente  $\mathbf{k}_{//}$  deve ser calculada levando-se em conta os índices de refração dos meios do poço quântico e do material que dá o espaçamento da cavidade. Variando a energia do laser e seu ângulo de incidência, podemos acessar todos os  $\mathbf{k}$ s disponíveis no plano que possam ser acessados na microcavidade (que serão também limitados devido à dimensão da zona de Brillouin do GaAs). Os éxcitons estão confinados no plano do QW e os polaritons estão confinados na cavidade. Os polaritons

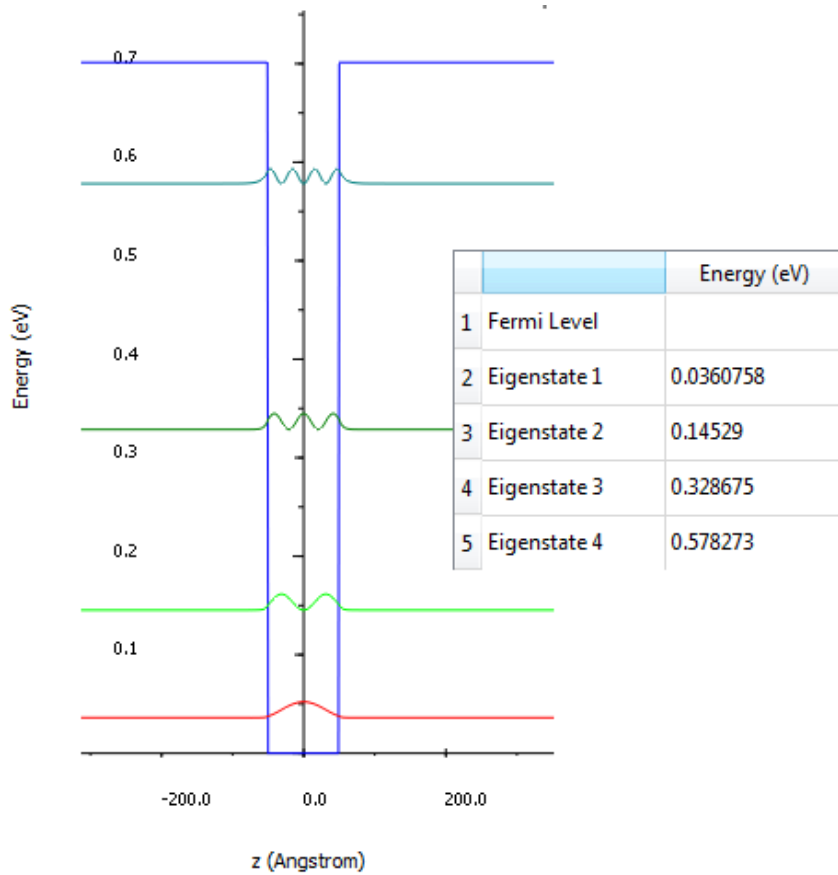


Figura 2.9: Simulação de auto-energias e auto-funções (QW de  $Al_{0,30}Ga_{0,70}As$ ,  $GaAs$  (100 Angstroms de espessura) e  $Al_{0,30}Ga_{0,70}As$ )- software QWS versão 4.3.

estão confinados na cavidade como um todo pois o fóton em si está confinado no modo da cavidade, como visto na figura 2.10.

### 2.3.2 Polaritons na microcavidade

A curva de  $R(\lambda)$  para a microcavidade com poço quântico deve ser refeita, considerando-se o poço quântico, pelo método matricial. Para o sistema da microcavidade em altas temperaturas (cerca de 300K), ela é basicamente a mesma curva mostrada na figura 2.6 pois a população excitônica não é favorecida nestas condições. No caso de altas temperaturas o éxciton interage com fônons acústicos, que quebram sua ligação.

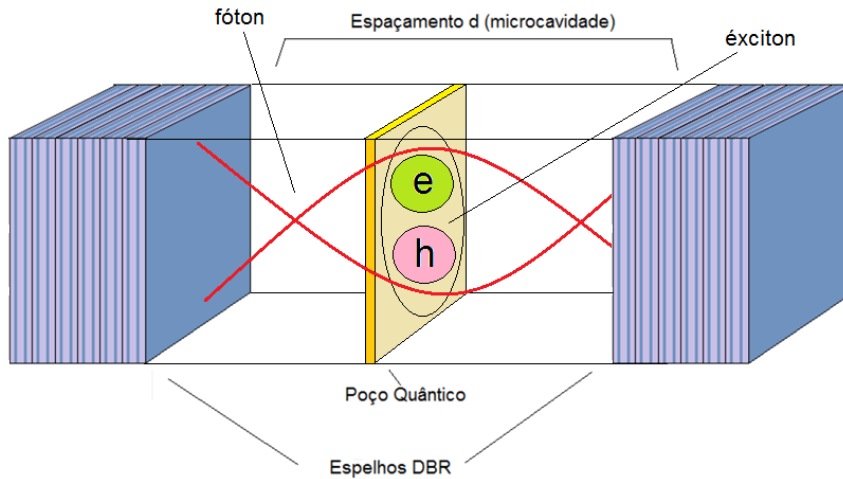


Figura 2.10: Representação do confinamento de éxcitons e fótons em uma microcavidade.

Se incidirmos luz nesta microcavidade a baixas temperaturas (aproximadamente 10K), temos uma situação em que não há interação com fônons [8], e haverá condições para que se obtenha um eficiente aumento da população de éxcitons no poço quântico. O éxciton possui natureza dipolar: a curva de  $R(\lambda)$  deve ser novamente feita pelo método matricial, desta vez considerando a polarização do material dielétrico do poço quântico. O efeito da polarização [9] muda significativamente a curva de reflectância, na qual aparecem ao todo dois dips que são associados à existência dos auto-estados do sistema da microcavidade, denominados *upper* polariton e *lower* polariton. Os *dips* neste caso mostram a ressonância dos modos energéticos da microcavidade como um todo, que podemos sintonizar (excitar) experimentalmente. Esta é, de fato, a situação real de quando se trabalha com o poço quântico inserido em uma microcavidade, a baixas temperaturas. Mesmo antes de excitar propriamente o sistema, haverá um eventual tunelamento e confinamento de um modo eletromagnético na microcavidade, que é um sistema aberto. Estes eventuais modos confinados geram éxcitons que, por sua vez, modificam instantaneamente as condições de polarização do poço. Assim, logo que ocorre o confinamento, surgem os estados de *lower* polariton e *upper* polariton, como os únicos autoestados reais do sistema, de modo que o estado intermediário excitônico pode ser desconsiderado, não fazendo mais sentido falar neste isoladamente.

O modelo usado para se calcular a curva de reflectância levando-se em

conta a polarização, baseia-se em escrever a susceptibilidade do material do poço em termos da autocorrelação da função de onda dos éxcitons. Levando adiante essa abordagem teórica para o cálculo de  $R(\lambda)$  é possível encontrar a curva de dispersão dos estados de *lower polariton* e *upper polariton*. No entanto, esta abordagem não se mostra completa na interpretação dos resultados experimentais tratados neste trabalho e encontra-se fora de escopo.

## Capítulo 3

# Polaritons: Curva de Dispersão e Oscilação Paramétrica

Iremos obter a curva de dispersão de polaritons em uma microcavidade utilizando a notação de segunda quantização, que envolve operadores criação e aniquilação. Esta notação se mostra vantajosa no estudo de dinâmica populacional de polaritons em comparação ao outro tratamento possível, já discutido. Em uma primeira etapa, diagonalizamos o hamiltoniano encontrando a curva de dispersão. Posteriormente, construímos o modelo de dinâmica populacional na representação de Heisenberg, explicando com base nele a oscilação paramétrica.

De modo geral, o operador hamiltoniano é escrito baseando-se no par de coordenadas canônicas  $q$  e  $p$  [10]. Quando um hamiltoniano mais complicado é tratado, é comum recorrer ao uso de artifício da mudança de variáveis  $q$  e  $p$  para novas variáveis  $Q$  e  $P$ , por exemplo, com as quais o hamiltoniano assume uma forma mais simplificada. As novas variáveis são escritas em função das variáveis  $q$  e  $p$ . Temos  $Q(q,p)$  e  $P(q,p)$  bem como a inversão  $q(Q,P)$  e  $p(Q,P)$ . Na mecânica quântica, uma mudança de variáveis conhecida é a proposta dos operadores criação e aniquilação [11] na resolução do oscilador harmônico quântico

$$a^+ \equiv \frac{1}{\sqrt{2\hbar m\omega}}(-ip + m\omega x), \quad (3.1)$$

$$a \equiv \frac{1}{\sqrt{2\hbar m\omega}}(ip + m\omega x), \quad (3.2)$$

que obedecem a relação de comutação

$$[a, a^+] = 1. \quad (3.3)$$

As novas coordenadas canônicas definidas não são necessariamente exclusivas do problema originário de modo que podem servir como coordenadas canônicas para outros sistemas desde que o número de graus de liberdade se mantenha. Nota-se pelas propriedades dos operadores  $\hat{a}^+$  e  $\hat{a}$  que estes podem ser proveitosos em outros problemas, especialmente em sistemas quânticos de muitas partículas devido ao operador  $a^+a \equiv N$ , que aparece efetivamente na escrita do hamiltoniano do oscilador harmônico quântico e é denominado operador número. Sua operação fornece o número de partículas que ocupam um determinado estado quântico.

Para um sistema de muitos bósons, como é o caso de um sistema de polaritons (que flutuam em número ao longo do tempo) uma descrição em que representamos cada partícula resultará em um hamiltoniano extenso, cujas auto-funções são combinações lineares de produtos simetrizados que provêm de um determinante de Slater [8], que terá dimensões proporcionais ao número de partículas. Neste caso, a vantagem de se escrever o hamiltoniano com uso do operador número, ou seja, na notação de segunda quantização, é clara.

### 3.1 Hamiltoniano do sistema de polaritons

Para desenvolver e diagonalizar o hamiltoniano do sistema de polaritons, trabalharemos com sua forma em segunda quantização [1]. O hamiltoniano de um sistema de éxcitons e fótons sem acoplamento entre estas partículas é, basicamente, dado pela combinação das energias próprias de cada sistema de partículas

$$\sum_{\vec{k}} E_X(\vec{k}) b_{\vec{k}}^+ b_{\vec{k}} + \sum_{\vec{k}} E_C(\vec{k}) a_{\vec{k}}^+ a_{\vec{k}}. \quad (3.4)$$

Os operadores  $b_{\vec{k}}^+$ ,  $b_{\vec{k}}$ ,  $a_{\vec{k}}^+$  e  $a_{\vec{k}}$  são os operadores criação e aniquilação respectivamente para éxcitons e fótons, nesta ordem, e não há polaritons propriamente. Fica clara a facilidade da notação de segunda quantização, ao ponto que a leitura do hamiltoniano é praticamente a contagem de partículas com cada energia, para cada  $\mathbf{k}$ . Devido à restrição bidimensional do poço quântico, iremos considerar  $\mathbf{k} = \mathbf{k}_{//}$ , que são os  $\mathbf{k}$ s que acessam o sistema. A dispersão dos éxcitons ( $E_X$ ) e dos fótons ( $E_C$ ), bem como o desenvolvimento de quantização de campos e o tratamento de outros termos relacionados à escrita do hamiltoniano nesta forma são vistos a parte no Apêndice B. Considerando então o acoplamento entre éxcitons e fótons formando polaritons,

incluímos termos de interação entre estes, obtendo o hamiltoniano do sistema de polaritons

$$\sum_{\vec{k}} E_X(\vec{k}) b_{\vec{k}}^+ b_{\vec{k}} + \sum_{\vec{k}} E_C(\vec{k}) a_{\vec{k}}^+ a_{\vec{k}} + \sum_{\vec{k}} \hbar\Omega (a_{\vec{k}}^+ b_{\vec{k}} + b_{\vec{k}}^+ a_{\vec{k}}). \quad (3.5)$$

O fator  $\Omega$  está relacionado com a força de acoplamento entre o éxciton e o fóton, de modo que  $\hbar\Omega$  fornece a energia deste acoplamento. Este hamiltoniano pode ser rearranjado na forma matricial, para cada  $k$

$$H_k = \begin{pmatrix} b_k^+ & a_k^+ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_X(\vec{k}) & \hbar\Omega \\ \hbar\Omega & E_C(\vec{k}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_k \\ a_k \end{pmatrix}. \quad (3.6)$$

Para a forma inicial do hamiltoniano ser novamente obtida, basta que seja feita a multiplicação entre estas matrizes a soma para todos os  $ks$ . Chamamos de  $M$  a matriz

$$\mathbf{M}(\vec{k}) = \begin{pmatrix} E_X(\vec{k}) & \hbar\Omega \\ \hbar\Omega & E_C(\vec{k}) \end{pmatrix}, \quad (3.7)$$

que iremos diagonalizar pois esta descreve essencialmente a energia do sistema. Os autovalores são obtidos da equação:

$$\det(M - \lambda I) = 0 \Rightarrow (E_X(\vec{k}) - \lambda)(E_C(\vec{k}) - \lambda) - \hbar^2\Omega^2 = 0. \quad (3.8)$$

Resolvendo a equação, encontramos dois ramos energéticos (auto-valores  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$ ), em  $\vec{k}$ , que correspondem aos estados de *upper* polariton e *lower* polariton (curva vista na figura 3.1)

$$\lambda_1 = E_U(\vec{k}) = \frac{E_C(\vec{k}) + E_X(\vec{k})}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(E_C(\vec{k}) - E_X(\vec{k}))^2 + 4\hbar^2\Omega^2}, \quad (3.9)$$

$$\lambda_2 = E_L(\vec{k}) = \frac{E_C(\vec{k}) + E_X(\vec{k})}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{(E_C(\vec{k}) - E_X(\vec{k}))^2 + 4\hbar^2\Omega^2}. \quad (3.10)$$

A diferença energética entre os ramos é conhecida como *Rabi Splitting* [12], e é característica de um sistema de dois osciladores acoplados. Temos, para o estado de *upper* polariton, o auto-vetor

$$\mathbf{M}(\vec{k}) \begin{pmatrix} X_U(\vec{k}) \\ C_U(\vec{k}) \end{pmatrix} = E_U(\vec{k}) \begin{pmatrix} X_U(\vec{k}) \\ C_U(\vec{k}) \end{pmatrix}, \quad (3.11)$$

e para o estado de *lower* polariton o auto-vetor é dado por

$$\mathbf{M}(\vec{k}) \begin{pmatrix} X_L(\vec{k}) \\ C_L(\vec{k}) \end{pmatrix} = E_L(\vec{k}) \begin{pmatrix} X_L(\vec{k}) \\ C_L(\vec{k}) \end{pmatrix}, \quad (3.12)$$

cujos elementos componentes são dados por

$$C_U = \frac{2\hbar\Omega}{\sqrt{4\hbar^2\Omega^2 + (E_U - E_X)^2}} \quad (3.13)$$

$$X_U = \frac{E_U - E_X}{\sqrt{4\hbar^2\Omega^2 + (E_U - E_X)^2}}. \quad (3.14)$$

Resolvendo igualmente para os estados de *lower polariton* são obtidos:

$$X_L = C_U, \quad C_L = -X_U. \quad (3.15)$$

Analisando as componentes dos auto-estados dos polaritons, vemos que  $C_U$  e  $X_L$  são componentes relacionadas à qualidade fotônica do éxciton e  $C_L$  e  $X_U$  se relacionam à qualidade excitônica. O auto-estado total, combinação das duas componentes, mostrará se o polariton é do tipo *photon-like*, *exciton-like*, ou se ele não possui nenhuma das tendências, dependendo da função que dominar o auto-estado final em cada  $\vec{k}$ . Deste modo, variando os  $\vec{k}$ s que acesam o poço quântico, podemos criar polaritons com características variadas. Por exemplo: o *exciton-like* possui maior massa efetiva que o *photon-like*.

Iremos reescrever o hamiltoniano do sistema de polaritons substituindo  $M$  por sua forma diagonalizada  $M_D$ , utilizando a propriedade  $M = DM_D D^{-1}$ , onde  $D$  é a matriz

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} X_U & X_L \\ C_U & C_L \end{pmatrix}. \quad (3.16)$$

Como  $M$  é simétrica, a matriz  $D$  é tal que  $D^{-1} = D^T$ . Assim, será equivalente ao hamiltoniano inicial escrever

$$H = \begin{pmatrix} b_k^+ & a_k^+ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_U & X_L \\ C_U & C_L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_U & 0 \\ 0 & E_L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_U & C_U \\ X_L & C_L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_k \\ a_k \end{pmatrix}. \quad (3.17)$$

Vemos que o agrupamento

$$\begin{pmatrix} X_U & C_U \\ X_L & C_L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_k \\ a_k \end{pmatrix} \quad (3.18)$$

gera uma mudança de coordenadas canônicas em que o hamiltoniano pode ser escrito já em sua forma diagonalizada. Se chamarmos estas novas coordenadas  $p_{\vec{k}}$  e  $pu_{\vec{k}}$ , teremos

$$\begin{pmatrix} X_U & C_U \\ X_L & C_L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_k \\ a_k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} pu_k \\ p_k \end{pmatrix} \quad (3.19)$$

Então

$$pu_k = X_U b_k + C_U a_k, \quad (3.20)$$

$$p_k = X_L b_k + C_L a_k. \quad (3.21)$$

E logo, conjugando, obtemos

$$pu_k^+ = X_U b_k^+ + C_U a_k^+ \quad (3.22)$$

$$p_k^+ = X_L b_k^+ + C_L a_k^+. \quad (3.23)$$

Deste modo, ainda é equivalente ao hamiltoniano inicial a forma

$$H = \begin{pmatrix} pu_k^+ & p_k^+ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_U & 0 \\ 0 & E_L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} pu_k \\ p_k \end{pmatrix}. \quad (3.24)$$

Operando as matrizes, para todos os ks, obtemos o hamiltoniano do sistema de polaritons na forma diagonalizada

$$H_P = \sum_{\vec{k}} E_L(\vec{k}) p_{\vec{k}}^+ p_{\vec{k}} + \sum_{\vec{k}} E_U(\vec{k}) pu_{\vec{k}}^+ pu_{\vec{k}}. \quad (3.25)$$

Os operadores  $p_{\vec{k}}$ ,  $p_{\vec{k}}^+$ ,  $pu_{\vec{k}}$  e  $pu_{\vec{k}}^+$  são então identificados respectivamente como operadores aniquilação e criação para os estados de *lower* e *upper* polaritons, nesta ordem.

## 3.2 Oscilação Paramétrica

É conhecido como ângulo mágico o ângulo de bombeio na cavidade que, para determinado comprimento de onda do laser, acessa a banda do *lower* polariton no estado  $\vec{k}_p$  em que existe a condição para que ocorra o efeito de amplificação paramétrica.

A amplificação paramétrica [13,14] é um espalhamento causado pela interação coulombiana não-linear entre dois polaritons que ocupam inicialmente o mesmo estado  $\vec{k}_p$  da região de inflexão da curva de dispersão do *lower* polariton. Os polaritons se espalham mutuamente havendo a troca de momento entre os dois, de modo que ao final um deles ocupa o estado  $\vec{k}_p - \vec{q}$  e o outro ocupa o estado  $\vec{k}_p + \vec{q}$ , onde  $\vec{q}$  é o momento transferido entre as partículas na interação. A interação no  $\vec{k}$  acessado pelo ângulo mágico é tal que  $\vec{q} = \vec{k}_p$ . Esta é a troca cuja possibilidade é muito alta em comparação a trocas que envolvem fônons acústicos, pois na inflexão a massa efetiva dos polaritons tende a ser menor e também pela desconsideração da existência de fônons no sistema devido às condições experimentais de baixas temperaturas. Os estados finais intensamente preenchidos são em  $\vec{k} = 2\vec{k}_p$  e  $\vec{k} = 0$ , chamados

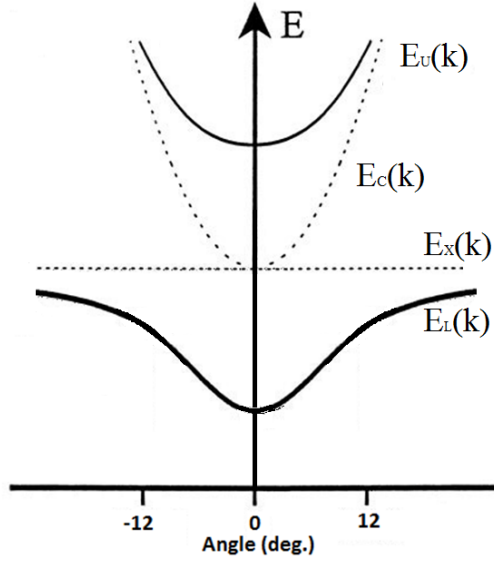


Figura 3.1: Curva de dispersão dos autoestados de *upper* polariton e *lower* polariton.

estados *signal* e *idler*, respectivamente. O ângulo mágico depende da curva de dispersão do polariton. Ele existe apenas para o *lower* polariton pois o *upper* polariton é do tipo *photon-like*, assim, não há uma interação de natureza coulombiana significativa entre os polaritons gerando o espalhamento.

O efeito da oscilação paramétrica consiste no trânsito de polaritons entre os estados  $\vec{k}_p$ , *signal* e *idler*. O trânsito de polaritons entre tais estados e logo, a população em cada um deles, possui uma oscilação com periodicidade temporal típica. Um modelo conhecido para descrever a oscilação paramétrica consiste em resolver as equações de Heisenberg para estados envolvidos  $(0, \vec{k}_p \text{ e } 2\vec{k}_p)$ , em que se considera a amplificação paramétrica. As equações formarão ao todo um sistema de seis equações acopladas e não lineares. Destas, resultam as evoluções temporais de  $p_{\vec{k}_p}^{\vec{-}}, p_{\vec{k}_p}^{\vec{+}}, p_{\vec{k}_0}^{\vec{-}}, p_{\vec{k}_0}^{\vec{+}}, p_{2\vec{k}_p}^{\vec{-}}, p_{2\vec{k}_p}^{\vec{+}}$  que, combinados, descrevem a população nos estados  $0, \vec{k}_p$  e  $2\vec{k}_p$  em função do tempo (operador número).

Para desenvolver estas equações que descrevem a oscilação iremos primeiramente adicionar ao hamiltoniano de polaritons o termo que descreve a interação entre polaritons que estão inicialmente no mesmo estado  $\vec{k}$ . O polariton é composto por um éxciton e um fóton, sendo que fótons são partículas que

não interagem entre si. Deste modo a interação entre polaritons é originada basicamente na interação coulombiana entre as porções excitônicas do polariton. Acrescentamos o termo de interação polariton-polariton ( $H_{PP}$ ) para o caso de *lower* polariton no hamiltoniano geral. Na base utilizada temos

$$H_{PP} = \frac{1}{2} \sum_{\vec{k}, \vec{k}', \vec{q}} V_{\vec{q}, \vec{k}, \vec{k}'}^{PP} p_{\vec{k}+\vec{q}}^{\dagger} p_{\vec{k}'}^{\dagger} p_{\vec{k}} p_{\vec{k}'-\vec{q}}. \quad (3.26)$$

O termo  $V_{\vec{q}, \vec{k}, \vec{k}'}^{PP}$  descreve o potencial coulombiano entre os éxcitons (interação de dipolos), e é dado pela função

$$V_{\vec{q}, \vec{k}, \vec{k}'}^{PP} = V_{\vec{q}} X_L(\vec{k}' - \vec{q}) X_L(\vec{k} + \vec{q}) X_L(\vec{k}) X_L(\vec{k}'). \quad (3.27)$$

Ela descreve a correlação entre as partes excitônicas das funções de onda de *lower* polariton antes e depois da interação. Antes da interação os polaritons possuem momento  $\vec{k}$  e  $\vec{k}'$ , a interação pode resultar num rearranjo dos momentos dos polaritons, de modo que o momento total se conserve. Devido às baixas temperaturas em que o polaritons surgem na cavidade, podemos desconsiderar a interação e trocas de momento com fônons da rede cristalina. Assim, pode haver apenas a transferência de momento  $\vec{q}$  entre as partículas, que passam a ter momento  $\vec{k} - \vec{q}$  e  $\vec{k}' + \vec{q}$ , no estado final. O hamiltoniano final é dado por

$$H = H_P + H_{PP} \quad (3.28)$$

Com este hamiltoniano desenvolvemos a equação de Heisenberg que fornecerá a dinâmica do sistema. No caso da oscilação paramétrica o termo de interação entre polaritons deve ser especificado para  $\vec{k} = \vec{k}' = \vec{q} = \vec{k}_p$ .

### 3.3 Evolução temporal do sistema

Podemos abordar um sistema quântico com diferentes representações. A representação de Heisenberg é a formulação em que os operadores e os observáveis são dependentes do tempo enquanto os estados quânticos são independentes do tempo. No caso da representação de Schrödinger os operadores são constantes no tempo e o estado quântico guarda a evolução temporal do sistema estudado. Podemos relacionar as duas representações [15] através do uso do operador evolução temporal

$$U(t, t_0) = e^{iH_S(t-t_0)/\hbar}, \quad (3.29)$$

e seu conjugado, realizando uma operação unitária sobre os estados e os operadores. Sejam indicados com o índice  $S$  os kets e operadores escritos

na formulação de Shrödinger e com o índice  $H$  os mesmos escritos na formulação de Heisenberg. Temos que na formulação de Shrödinger o auto-estado carrega a informação da evolução temporal do sistema

$$|\psi_S(t)\rangle = U(t, t_0)|\psi_S(t_0)\rangle. \quad (3.30)$$

Para obter o estado na formulação de Heisenberg, independente da variável temporal  $t$ , deve-se fazer

$$|\psi_H\rangle = U^+(t, t_0)|\psi_S(t)\rangle = U^+(t, t_0)U(t, t_0)|\psi_S(t_0)\rangle = |\psi_S(t_0)\rangle. \quad (3.31)$$

No caso da transformação de um operador qualquer denominado  $A_H$  a partir de um  $A_S$  temos:

$$A_H(t) = U^+(t, t_0)A_S(t)U(t, t_0). \quad (3.32)$$

Para um caso geral em que tanto  $A_S$  como  $A_H$  dependem de  $t$ , usando a propriedade do operador evolução

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}U(t, t_0) = H(t)U(t, t_0), \quad (3.33)$$

podemos desenvolver  $dA_H/dt$ , chegando na equação de Heisenberg

$$i\hbar\frac{d}{dt}A_H(t) = [A_H(t), H_H(t)] + i\hbar\left(\frac{d}{dt}A_S(t)\right)_H, \quad (3.34)$$

que resolvida fornece a dependência temporal do operador  $A_H(t)$ . Considerando os operadores criação e aniquilação da descrição de polaritons, e considerando que na descrição de Shrödinger estes não dependem de  $t$ , resta

$$i\hbar\frac{d}{dt}A_H(t) = [A_H(t), H_H(t)]. \quad (3.35)$$

Deste modo iremos obter para o lower polariton duas equações de Heisenberg

$$i\hbar\frac{dp_{\vec{k}}^-}{dt} = [p_{\vec{k}}^-, H] = E_L(\vec{k})p_{\vec{k}}^- + \sum_{\vec{k}', \vec{k}''} E_{\vec{k}, \vec{k}', \vec{k}''}^{int} p_{\vec{k}'+\vec{k}''}^- p_{\vec{k}}^- p_{\vec{k}''}^- + P(\vec{k}), \quad (3.36)$$

$$i\hbar\frac{dp_{\vec{k}}^+}{dt} = [p_{\vec{k}}^+, H^*] = -E_L^*(\vec{k})p_{\vec{k}}^+ - \sum_{\vec{k}', \vec{k}''} E_{\vec{k}, \vec{k}', \vec{k}''}^{int*} p_{\vec{k}}^+ p_{\vec{k}''}^+ p_{\vec{k}'+\vec{k}''}^- + P^+(\vec{k}), \quad (3.37)$$

onde

$$E_{\vec{k}, \vec{k}', \vec{k}''}^{int} = \frac{1}{2}(V_{\vec{k}', \vec{k}'', \vec{k}-\vec{k}'}^{PP} + V_{\vec{k}', \vec{k}'', \vec{k}''-\vec{k}}^{PP}). \quad (3.38)$$

descreve a dispersão da interação polariton-polariton na base de operadores relativos aos polaritons. Esta forma é desenvolvida com o uso da propriedade de comutação

$$[p_i, p_j^+] = \delta_{ij}, \quad (3.39)$$

onde  $i$  e  $j$  assumem diferentes valores de  $\vec{k}$  da dispersão, e com  $H = H_P + H_{PP}$ . A partir de então, apesar de não modificar a notação com intuito de não a carregar, os operadores  $p_k^+$  e  $p_k$  são descritos na representação de Heisenberg conforme a transformação mostrada anteriormente. O termo  $P^+(\vec{k})$  incluído é um operador [1] que descreve a amplitude de polarização de um campo eletromagnético incidente no sistema. Ou seja, descreve a excitação que será feita com o laser incidente no sistema de polaritons. O termo surge devido ao uso do *Ansatz* proposto por Bogoliubov [16] sobre um termo  $H_{qm}$  [17,18] adicionado ao hamiltoniano  $H$  de polaritons para descrever estados injetados na microcavidade

$$H_{qm} = g \sum_{\vec{k}} \hbar \Omega_k(t) C_L(k) p_k^+. \quad (3.40)$$

O fator  $g$  é uma constante de acoplamento enquanto que  $\hbar \Omega_k(t)$  é a energia de Rabi do campo eletromagnético externo. Pelo *Ansatz* utilizado na descrição de sistemas bosônicos, o termo  $H_{qm}$  pode basicamente ser substituído por um termo proporcional a seu valor esperado [19,20]. No caso, para contabilizar os polaritons gerados por excitação externa, completamos a equação de Heisenberg com

$$P_k^+ = \langle p_k^+ \rangle = \frac{a_{2D}}{\sqrt{A}}, \quad (3.41)$$

onde  $a_{2D}$  é o raio de Bohr do éxciton em duas dimensões e  $A$  é a área de quantização. O operador  $P_k$  é definido analogamente, de modo que

$$P_k^+ P_k = n_k (a_{2D})^2 \quad (3.42)$$

O termo  $n_k$  é a densidade de polaritons por área em determinado  $\vec{k}$ . Ou seja, o operador  $P_k^+ P_k$  é proporcional ao número de polaritons injetados por *pump* e *probe* na microcavidade. Considerando que o sistema do QW na microcavidade seja de alta eficiência, pode-se dizer que  $P_k^+ P_k$  é proporcional ao número de fótons incidentes no sistema. Deste modo, introduz-se uma forma alternativa e equivalente para escrever os operadores em função do tipo de polarização (Apêndice A) de bombeio, que é a variável experimental mais essencial deste trabalho. A associação de interpretação da luz no eletromagnetismo clássico com a interpretação quântica leva a relação

$$|\vec{E}|^2 = \frac{2N\hbar\omega}{\varepsilon_0} \propto P_k^+ P_k, \quad (3.43)$$

por sua vez. O número de fótons associado ao campo  $\vec{E}$  monocromático de frequência angular  $\omega$  é dado por  $N$ . Deste modo, o operador  $P_k^+$  pode ser escrito como o campo  $\vec{E}$  do laser incidente na microcavidade, e o operador  $P_k$  como seu complexo conjugado. Considera-se que o campo  $\vec{E}$  seja descrito num referencial de posição espacial fixa, que gira em torno do  $\vec{k}$  da propagação de  $\vec{E}$  com velocidade angular  $\omega$  coincidente ao  $\omega$  do campo. Na *Rotating Frame Approximation* [21], temos que para qualquer tipo de polarização, o operador  $P_k^+$  é dado por

$$P_k^+ = \bar{P}_k^+ e^{i\omega t}, \quad (3.44)$$

onde  $\bar{P}_k^+$  é um numero complexo que leva à representações específicas de luz linear, elíptica ou circularmente polarizada. O caso generalizado é o da polarização elíptica, que toma a forma  $E' + Ee^{i\omega t}$ , de modo que caso tenhamos  $E'$  nulo, obtemos a polarização linear e, caso tenhamos  $E$  nulo, obtemos a polarização circular. Vemos que a polarização do tipo elíptica possui o operador que mais afeta a forma como a equação de Heisemberg será escrita conforme varia a excentricidade da elipse (experimentos com a placa  $\lambda/4$  que são vistos na parte experimental deste trabalho). Assim, espera-se que um experimento em que o bombeio é feito com elipses diferentes possivelmente apresentará uma variação na dinâmica observada para cada elipse. No caso, consideramos o caso de polarização circular como uma das elipses para efeito de análise. Variações de ângulo de luz linearmente polarizada (experimentos com a placa  $\lambda/2$ ) não mudam essencialmente o valor de  $\bar{P}_k^+$ , preservando a mesma dinâmica de caso em caso. Uma rotação angular da polarização linear não altera a amplitude do campo elétrico e altera o operador apenas com uma fase. Analogamente a  $\bar{P}_k^+$ , o operador  $P_k$  é obtido, permitindo que as equações de Heisemberg sejam definidas para cada situação de bombeio. Resolvendo as equações para um determinado  $\vec{k}$ , podemos obter  $\langle p_{\vec{k}}^+(t)p_{\vec{k}}(t) \rangle$ , que fornece o número de polaritons no estado  $\vec{k}$  em função do tempo, que é uma grandeza de interesse na análise da dinâmica populacional de um sistema de polaritons.

A dependência da polarização de bombeio na equação da dinâmica do sistema de polaritons justifica, portanto, a investigação proposta neste trabalho. No entanto, a real dependência da polarização na dinâmica somente pode ser discutida com a resolução efetiva das equações de Heisemberg. No caso específico dos experimentos realizados, os operadores  $P_k$  e  $P_k^+$  devem descrever um pulso composto por todos os seus modos. No entanto, constatou-se [17] que a aproximação do pulso como uma excitação monocromática CW (tomando como  $\omega$  a frequência central do pulso) é razoável para obter uma boa e compatível comparação entre o modelo teórico e resultados experimentais

da dinâmica de polaritons.

# Capítulo 4

## Laser pulsado de femtossegundos

Uma combinação linear de ondas planas é solução das equações de Maxwell, e a superposição de um largo espectro origina um feixe pulsado, ideal para resolver medidas dinâmicas. A frequência central do pulso será determinada pela componente de frequência que contribui com a maior amplitude. De acordo com o princípio da incerteza, um feixe com larga dispersão energética está relacionado com uma precisão fina quanto à resolução temporal. O tempo de vida de um polariton é caracteristicamente da ordem de picossegundos, de modo que para estudar a dinâmica populacional de um sistema de polaritons é necessária uma resolução temporal de escala menor. O laser pulsado de femtossegundos é utilizado com a técnica de pump e probe neste trabalho, para resolver a dinâmica populacional de polaritons. Na ocasião foi utilizado o laser Trestles-50 da Delmar Photonics (USA). A cavidade do laser, utilizada para criar o pulso por sobreposição de vários modos é esquematizada na figura 4.1.

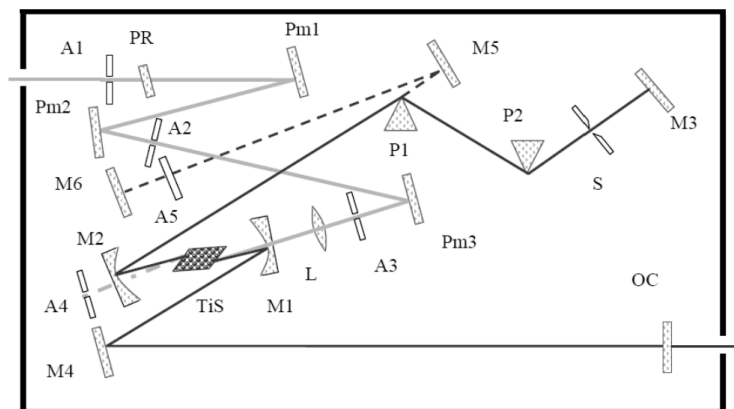


Figura 4.1: Esquematização da cavidade do laser

O meio de ganho é um cristal de titânio dopado com safira (Ti:Safira) no qual é observado o efeito Kerr [5]. O efeito Kerr consiste na variação do índice de refração de um meio em função da intensidade de um campo elétrico que o permeia

$$n = n_0 + n_2 I(t). \quad (4.1)$$

O sistema é alimentado pelo laser CW de frequência dobrada para a emissão de neodímio dopado por ortovanadato de ítrio (Nd:YVO4). Seu feixe é centrado em 532nm, e pode operar com potência de até 6W. O feixe passa pela placa de meia onda (PR) antes de entrar na cavidade, de modo que a polarização efetiva de entrada seja linear horizontal. Em seguida, o feixe é conduzido até o meio de ganho, (espelhos Pm1, Pm2 e Pm3) onde incide após ser focalizado pela lente L. O cristal de Ti:Safira é cortado e posicionado de modo que a incidência do feixe se dê no ângulo de Brewster, que minimiza as perdas no meio. A emissão do cristal Ti:Safira é ajustável numa faixa entre 740nm e 950nm e a frequência com que a emissão de picos de 50fs ocorre é de 83MHz. A emissão é coletada pelos espelhos côncavos M1 e M2 (dicróicos e transparentes para o verde), e o feixe da emissão refletido por estes percorre a cavidade inteira, que é delimitada pelo beam-splitter OC e o espelho M3, passando pelo conjunto de prismas P1 e P2. O conjunto de prismas é responsável pela dispersão do feixe, fundamental na composição do laser pulsado. O prisma P1 leva, por refração, diferentes componentes de comprimento de onda em ângulos suavemente diferentes. O prisma P2 refrata todas as componentes novamente, levando cada componente do comprimento de onda a se propagar paralelamente em diferentes posições. Assim, apenas alguns determinados comprimentos de onda podem ser selecionados pela slit S para realimentarem a cavidade. Seja o comprimento do caminho ótico  $\zeta$  no meio Ti:Safira, não-linear, temos que a variação de fase do pulso incidente [22,23] é de

$$\Delta\phi(t) = -\frac{\omega}{c}n_2 I(t)\zeta = -\frac{2\pi}{\lambda}n_2 I(t)\zeta. \quad (4.2)$$

A variação ocorre devido ao efeito Kerr e é maior no eixo do feixe, onde a intensidade é maior em relação à intensidade das margens. Assim, a frente de onda se deforma levando à focalização do pulso. Este processo é o de autofocalização. A cavidade geradora de laser pulsado utiliza do efeito Kerr para operar com o travamento passivo de modos por lentes Kerr (*Kerr lens mode-locking*). A geração de pulsos utilizando o travamento pode ser entendida de maneira simplificada. Sejam N modos de oscilação confinados na cavidade laser. O campo elétrico resultante será dado pela superposição de todos os

modos

$$E(t) = E_0 \sum_{n=0}^{N-1} e^{i(\omega_n t + \phi_n)}. \quad (4.3)$$

Se todos os  $N$  modos estiverem oscilando em fase  $\phi_n = \phi_0$  (ou seja, os modos estão travados), podemos reescrever a somatória anterior como

$$E(t) = E_0 e^{i\phi_0} \sum_{n=0}^{N-1} e^{i(\omega_{N-1} - n\Delta\omega)t} = E_0 e^{i(\phi_0 + \omega_{N-1}t)} \sum_{n=0}^{N-1} e^{in\Delta\omega t}, \quad (4.4)$$

onde são definidos  $\omega_n = \omega_{N-1} - n\Delta\omega$ , com  $\Delta\omega = \omega_{n+1} - \omega_n = 2\pi\Delta\nu = (\pi c)/(\eta d)$  e  $c\Delta\nu = c/(2\eta d) = 1/\Delta t$ , dá a separação entre os modos confinados na cavidade. Daí

$$E(t) = E_0 e^{i(\phi_0 + \omega_{N-1}t)} \frac{1 - e^{iN\Delta\omega t}}{1 - e^{i\Delta\omega t}}. \quad (4.5)$$

De modo que a intensidade total será de

$$I(t) = E_0^2 \left| \frac{1 - e^{iN\Delta\omega t}}{1 - e^{i\Delta\omega t}} \right|^2 = E_0^2 \frac{\text{sen}^2(N\Delta\omega t/2)}{\text{sen}^2(\Delta\omega t/2)}. \quad (4.6)$$

Assim, vemos que os pulsos gerados variam com a intensidade temporalmente com período de  $(\Delta\omega t)/2 = 0, \pi, 2\pi, \dots, n\pi$ . O travamento de modos é garantido por um sistema que força sua condição. Um fotodetector analisa parte do feixe que escapa da cavidade e, caso o feixe não esteja no modo pulsado, é mandado um sinal para a base do prisma P2, que vibra. Esta vibração faz com que o comprimento do caminho ótico da cavidade varie bruscamente e esta variação induz um pico de intensidade no feixe gerado, provocando o efeito Kerr que irá corrigir a situação do travamento. Podemos ilustrar esta variação da intensidade do pulso, por exemplo, construindo a superposição de cinco modos eletromagnéticos, como na figura 4.2.

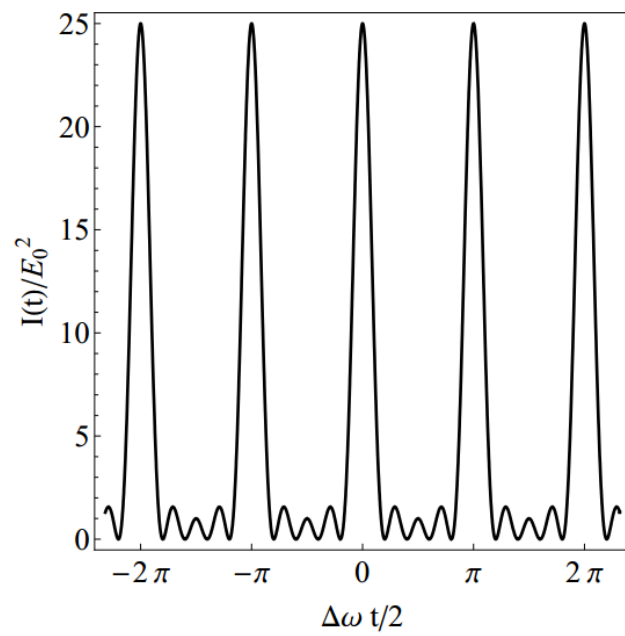


Figura 4.2: Pulsos formados a partir da sobreposição de  $N=5$  modos [22] de mesma fase

# Capítulo 5

## Parte Experimental

Neste capítulo é apresentada a técnica experimental de *pump* e *probe* resolvida no tempo de modo específico para os experimentos propostos. Após um detalhamento da montagem realizada nos experimentos, seus resultados são mostrados.

### 5.1 Pump e Probe: medidas dinâmicas

A técnica de *pump* e *probe* consiste basicamente na excitação ótica de um sistema por dois feixes luminosos diferentes. De modo geral, para um semicondutor, a técnica envolve a excitação de dois estados de  $\vec{k}$ s diferentes na estrutura de bandas. Variações da técnica podem ser obtidas ao se colocar uma diferença de fase entre os dois feixes, ou então ao modificar a polarização da luz, intensidade, e assim por diante.

Nos experimentos realizados para este trabalho, o bombeio visou a excitação de estados pertencentes à curva de dispersão de polaritons. O bombeio foi realizado em  $\pm\vec{k}_p$ , onde  $\vec{k}_p$  é relativo ao ângulo mágico próprio da microcavidade, no qual o efeito de amplificação paramétrica ocorre. O ângulo mágico no caso é de aproximadamente 12 graus, como mostrado na figura 5.1 e é detectado no alinhamento do sistema ao se observar uma amplificação do sinal de emissão dos polaritons.

A medida é realizada ao se tomar a fotoluminescência da amostra em  $\vec{k} = 0$ . Havendo uma dinâmica populacional envolvendo todos os estados relacionados à oscilação paramétrica gerada num bombeio simétrico, teremos uma população que varia no tempo para o estado de  $\vec{k} = 0$ . Seu decaimento, que fornece a emissão capturada, é proporcional à sua população em cada

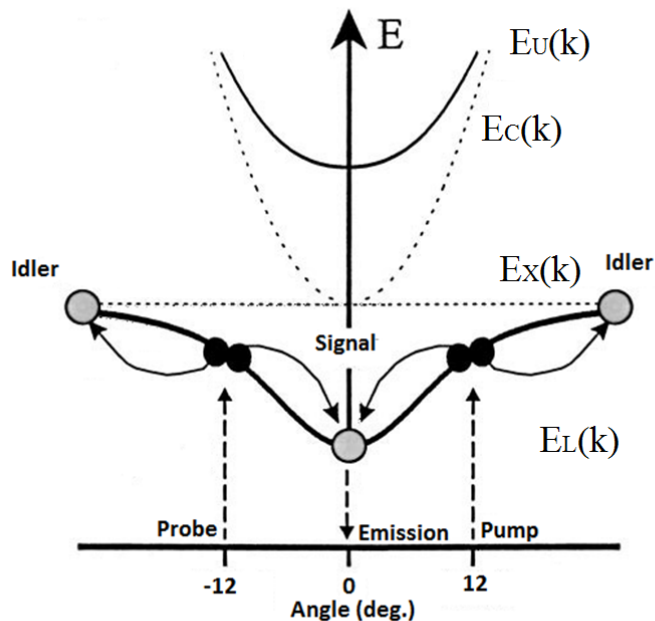


Figura 5.1: Esquematização da oscilação paramétrica e modo de bombeio utilizado

momento. Assim, direcionamos este trabalho para o estudo da dinâmica populacional do estado de  $\vec{k} = 0$ , que fornece indiretamente o comportamento dinâmico em  $\pm\vec{k}_p$  e  $\pm\vec{k}_{2p}$ . O bombeio do sistema é feito com o laser pulsado, sendo que é possível variar continuamente o atraso relativo entre os pulsos que excitam os estados  $\pm\vec{k}_p$ . Para isso, um par de espelhos da montagem da mesa ótica (figura 5.2) foi acoplado a um motor de passos, que caminha constantemente enquanto as medidas são feitas. Assim, uma seqüência de espectros é feita enquanto o motor de passos faz variar o caminho ótico de um dos feixes, no caso, o feixe de *pump*.

A variação do caminho ótico com o motor de passos é fundamental para se obter a resolução temporal necessária para estudar como o sistema evolui dinamicamente. Em cada instante variamos o preenchimento dos estados e a emissão medida remete a estas mudanças, continuamente. O processo dinâmico foi testado variando-se o atraso relativo entre os pulsos juntamente à potência de bombeio ou juntamente à polarização dos feixes de *pump* e de *probe*, em várias configurações possíveis. Além disso, outras medidas de caracterização também foram realizadas.

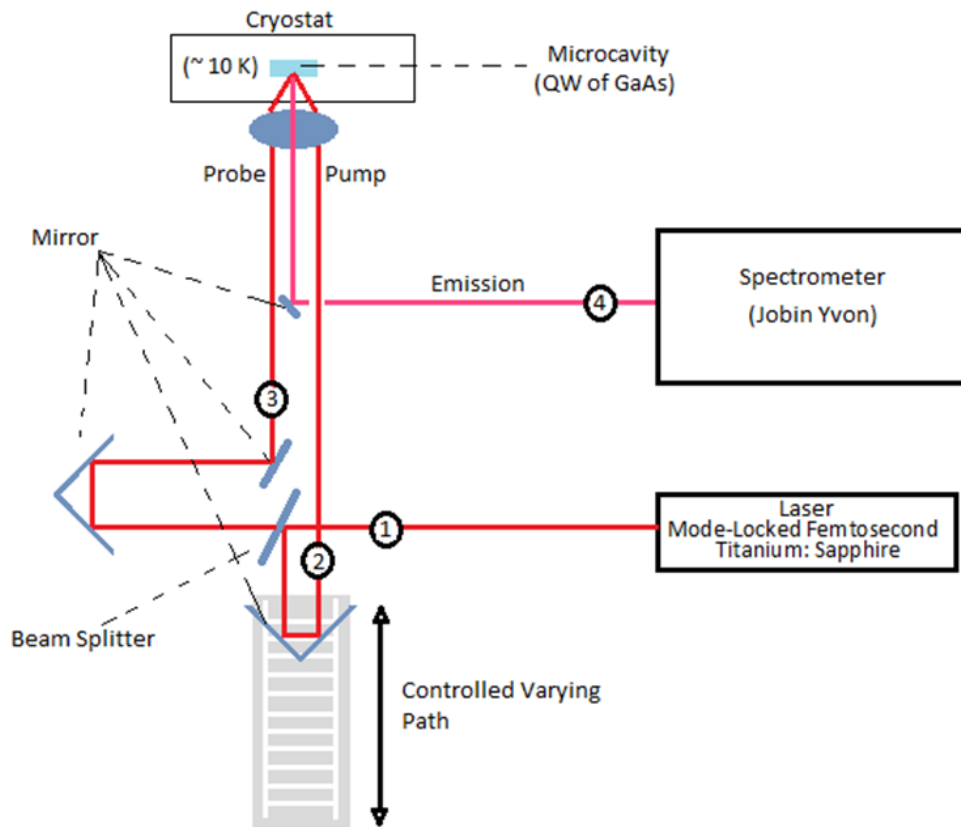


Figura 5.2: Esquemática da montagem experimental

## 5.2 Especificações experimentais

A amostra analisada com o método de *pump* e *probe* foi um poço quântico de GaAs de cerca de 100nm de espessura, que foi crescido na microcavidade especificada na figura 2.5. A amostra foi crescida utilizando-se a técnica de MBE (*Molecular Beam Epitaxy*), e possui sintonia em torno de 800nm.

Para as medidas, a amostra é colocada em vácuo da ordem de  $10^{-6}$  Torr dentro do criostato que abaixa a temperatura da microcavidade até cerca de 10K, com um dedo frio. O espectrômetro Jobin Yvon possui resolução de 0,1Å e foi utilizado com uma grade de 1800 e tempo de integração de 0,1s. O motor de passos, quando utilizado, foi programado para mover os espelhos continuamente com velocidade de 0,2mm/s. Combinando esta velocidade com o tempo de integração do espectrômetro é possível calibrar nossa medida, de modo a ajustar a sequência de gráficos na escala temporal

de picossegundos.

## 5.3 Resultados Experimentais

### 5.3.1 Caracterização da microcavidade

Para a caracterização da microcavidade foram feitos dois tipos de medida. A primeira medida consiste na curva IO da cavidade, ou seja, é a curva que caracteriza a intensidade da emissão (o *Output*) do polariton em função da potência de bombeio (o *Input*). Nesta medida foi usado o laser pulsado, Trestles-50 da Delmar Photonics (USA), anteriormente especificado, centrado em 798nm. A microcavidade foi resfriada até atingir aproximadamente 10K. Com um *powermeter* afixado na posição 3 da figura 5.2, temos a medida de uma potência proporcional à da potência de bombeio; esta proporcionalidade é providenciada pelo *beam splitter*. Com um atenuador na posição 1 da figura 5.2 é possível variar a potência de bombeio, de modo que para cada potência selecionada, um espectro é tomado. Os espectros são vistos na figura 5.3. Das intensidades de emissão de cada espectro por potência de bombeio é obtida a curva IO (figura 5.4), da microcavidade.

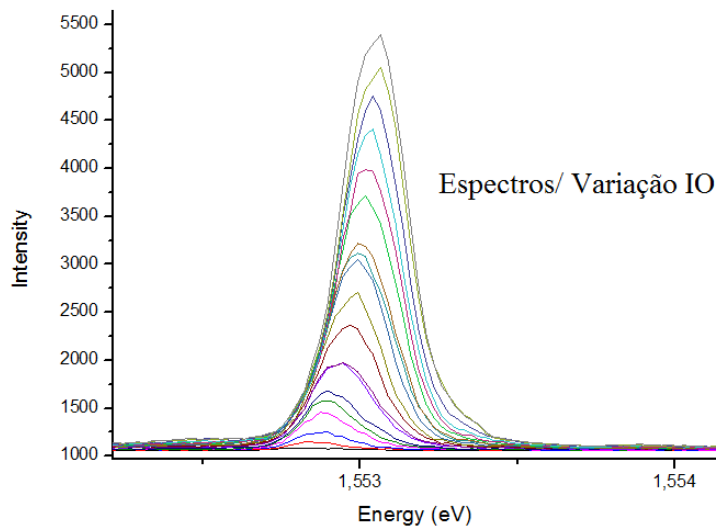


Figura 5.3: Espectros obtidos ao variar a intensidade de bombeio.

Observa-se um *blueshift* conforme a intensidade de bombeio aumenta e também é notado que um bombeio mais intenso gera uma população proporcionalmente maior de polaritons. Interpretou-se o aparecimento do *blueshift*

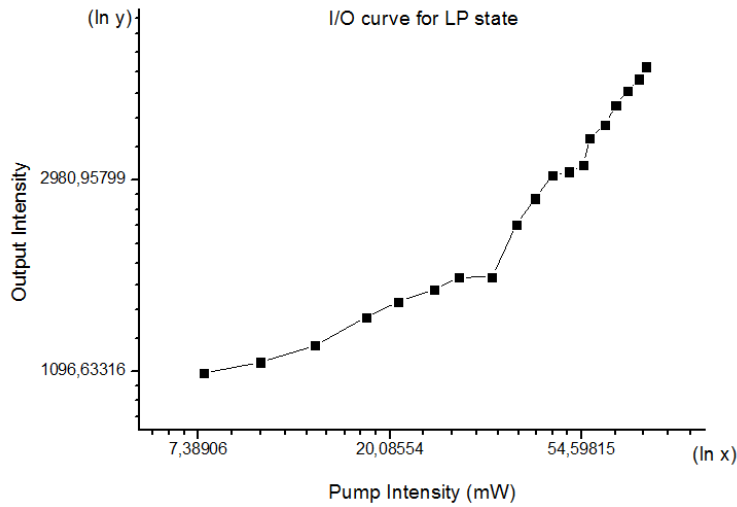


Figura 5.4: Curva IO da microcavidade estudada.

como uma variação da energia de interação entre os polaritons: quanto maior a intensidade de bombeio, maior será a população e a intensidade desta interação.

Outra medida de caracterização é a curva de reflectância feita variando mecanicamente o *detuning* da cavidade. O *detuning* consiste em variar o  $\vec{k}$  de bombeio. Esta variação se dá ao escolher diferentes regiões da amostra em que o bombeio é feito. As regiões escolhidas para as medidas são mostradas na figura 5.5. A técnica de crescimento da amostra é tal que a distância entre os espelhos DBR varia de região em região da amostra. Assim, cada região será uma microcavidade ligeiramente diferente com relação ao modo eletromagnético que pode ser confinado por esta. A energia do éxciton depende do material do poço quântico, sendo a mesma em todas as regiões. Assim, ao variar a posição, estamos essencialmente variando a diferença de energia entre o fóton e o éxciton, através da variação da energia do fóton. A maneira como se dá o aparecimento dos estados de *upper* polariton e *lower* polariton na curva de reflectância será condicionada a esta diferença e quando o *detuning* é nulo temos a condição de acoplamento forte da microcavidade com o modo eletromagnético. Neste caso os dois modos, *upper* e *lower*, aparecem mais intensamente. Neste experimento a cavidade é bombeada com um feixe de luz branca. A temperatura da amostra foi de aproximadamente 9K ao longo da medição dos espectros, vistos na figura 5.6.

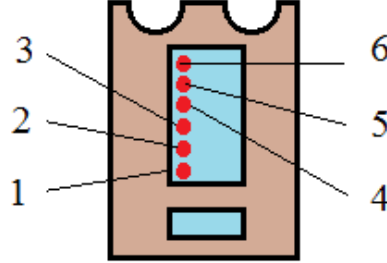


Figura 5.5: Esquematização da escolha de pontos de bombeio na amostra utilizada, para realização de medidas variando o *detuning*. Os pontos estão enumerados de acordo com a legenda da figura 5.6. Foi ilustrada a peça onde é afixado o substrato da microcavidade (vista frontal da janela do criostato).

### 5.3.2 Relação de polarização Excitação/Emissão

Para estudar a natureza da emissão quanto a sua polarização são realizados dois tipos de medida. A primeira fornece a relação de polarização de bombeio com a polarização da emissão do polariton, para um bombeio de polarização linear. Neste caso, uma placa  $\lambda/2$  foi montada na frente do feixe de *pump* e outra, também  $\lambda/2$ , na frente do espectrômetro (posições 2 e 4 da figura 5.2, respectivamente). Assim que é selecionado um ângulo da placa  $\lambda/2$  no Pump, o sinal no espectrômetro é otimizado ao rodar a placa deste. Assim, para cada ângulo de polarização linear do bombeio, teremos um ângulo em que a intensidade da emissão é mais forte, o que indica sua polarização, na média. Esta relação é vista na figura 5.7. A relação entre os ângulos de polarização de *pump* e da otimização da emissão da microcavidade é aproximadamente linear, sendo uma rotação fixa, já que a inclinação da reta é de aproximadamente 1, de modo que  $\theta = \theta_0 + \theta_{rot}$ . No caso,  $\theta$  é o ângulo da polarização da emissão,  $\theta_0$  é o ângulo otimizado da polarização de excitação e  $\theta_{rot}$  é o ângulo de rotação, que é uma resposta de própria do sistema, relativa à transição do estado de  $\vec{k}_p$  para o estado  $\vec{k} = 0$ . Devido ao fato de haver duas placas  $\lambda/2$  no caminho ótico da montagem experimental, como cada uma provoca uma rotação de  $\pi/2$ , deve-se descontar 180 graus do ponto de interseção da reta no eixo y. Assim, teremos um ângulo de rotação de 11,6 graus.

Podemos aprofundar o entendimento dessa relação estudando melhor a polarização da emissão, para descobrir seu tipo (linear, circular ou elíptica).

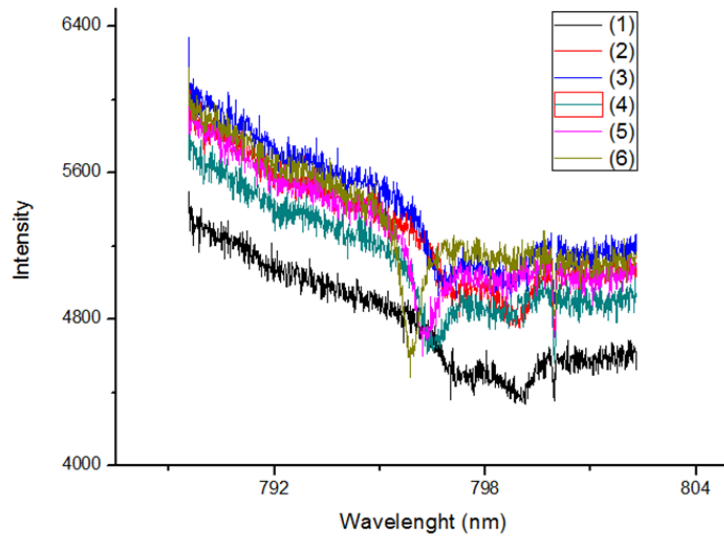


Figura 5.6: Curvas de reflectância da microcavidade variando-se o *detuning* mecanicamente.

Colocando a placa  $\lambda/2$  na frente apenas do espectrômetro (posição 4 da figura 5.2), temos o bombeio linear com o *pump*, com polarização linear fixa, correspondente à saída do laser pulsado. A placa  $\lambda/2$  foi girada e, para cada ângulo, foi feito um espectro. Estes espectros são vistos na figura 5.8. O *redshift* aumenta com a placa indo do ângulo de 0 graus ao de 50 graus. Em seguida, do ângulo de 50 graus ao de 90 graus, observamos um aumento do *blueshift*. Porém, considerou-se que mesmo se esta for uma dispersão causada pela placa  $\lambda/2$ , ela pode ser desconsiderada já que é da ordem da resolução do espectrômetro. Vemos que a intensidade dos picos (como pode ser visto na figura 5.8) nunca cai a zero. Recorrendo ao conceito de grau de polarização, podemos rejeitar estes dados como visto na figura 5.9. Vemos que o grau de polarização varia aproximadamente entre 0,0 e 0,5, de modo que podemos classificar a polarização como sendo do tipo elíptica. Também foi observado que apesar de não haver conservação da polarização existe uma considerável correlação entre as polarizações de bombeio e emissão.

### 5.3.3 Pump & Probe: Medidas dinâmicas

Para as medidas dinâmicas é utilizado o motor de passos como especificado previamente, de modo a variar constantemente o caminho óptico percorrido pelo feixe do *pump*. Simultaneamente ao movimento do motor de passos, vários espectros são tomados. As montagens em que as medidas dinâmicas

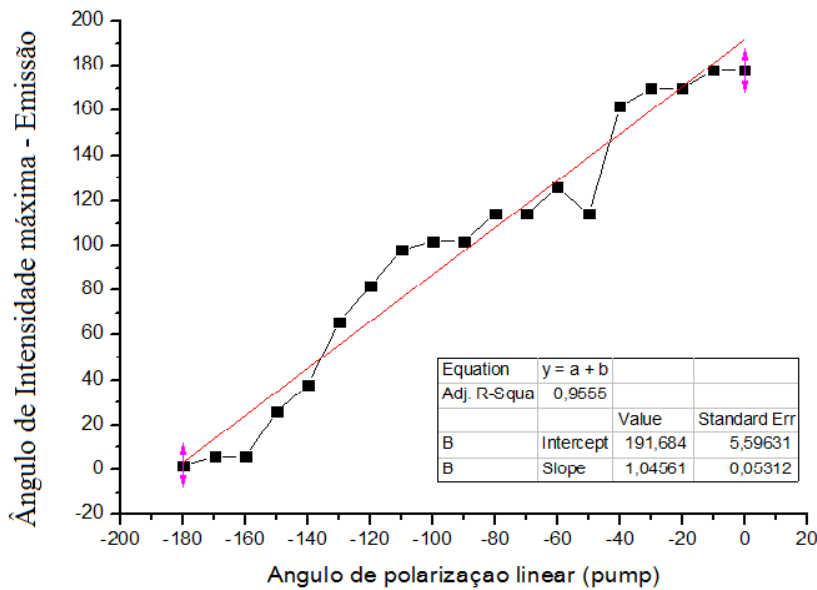


Figura 5.7: Relação da polarização do *pump* com a polarização de emissão da microcavidade na situação de bombeio com polarização linear.

foram feitas foram (relativas à figura 5.2): placa  $\lambda/2$  na posição 1; placa  $\lambda/4$  na posição 1. Colocadas as placas, elas podem ser giradas, colocando o eixo do cristal em diferentes ângulos. Para cada montagem e então, para cada ângulo da montagem, será feita uma varredura em que o motor de passos varia o caminho óptico enquanto são feitos vários espectros. Para os espectros de um mesmo ângulo é possível compor uma superfície gráfica em que um dos eixos, após a calibração, representa o tempo na escala de picossegundos. Uma superfície típica pode ser vista na figura 5.10. De cada superfície iremos extrair a informação do atraso temporal (*delay*) entre os dois máximos principais da emissão ao longo do tempo de cada varredura. Assim, para uma dada configuração, iremos obter o atraso temporal em função do ângulo com o qual a placa foi girada. Nas figuras 5.11 a 5.14 são mostrados os gráficos de atraso temporal em função do ângulo para cada tipo de configuração proposta.

A medida do atraso em função da potência foi feita sem colocar placas  $\lambda/2$  ou  $\lambda/4$  na mesa ótica. Deste modo o bombeio é feito com a polarização linear própria do laser. Com um atenuador (previamente calibrado) na posição 1 da mesa, a potência de bombeio é variada. Para cada potência de bombeio uma varredura é feita, e de cada uma é obtido o atraso temporal, como pode ser visto na figura 5.13. Constatou-se experimentalmente que as

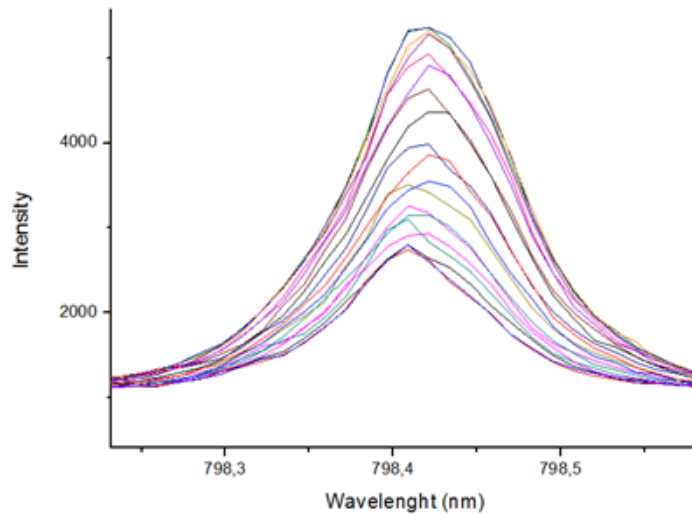


Figura 5.8: Estudo do tipo de polarização da emissão em  $k=0$  - Espectros.

placas  $\lambda/2$  e  $\lambda/4$  não faziam variar a potência do laser conforme seu eixo era girado, de modo que a análise das medidas dinâmicas podem ser interpretadas independentemente. A medida do atraso temporal em função do *detuning* da microcavidade foi feita sem colocar placas  $\lambda/2$  ou  $\lambda/4$  na mesa ótica. Deste modo o bombeio é feito com a polarização linear própria do laser. Variando mecanicamente a posição visada na amostra, o *detuning* é feito. Os pontos da amostra visado são esquematizados na figura 5.5. Para cada posição na amostra uma varredura é feita, e de cada uma é obtido o atraso temporal, como pode ser visto na figura 5.14.

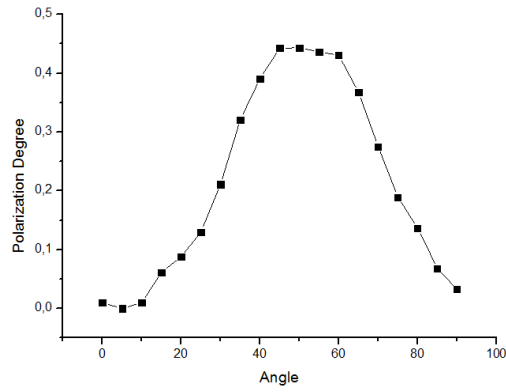


Figura 5.9: Estudo do tipo de polarização da emissão em  $k=0$  - Grau de polarização.

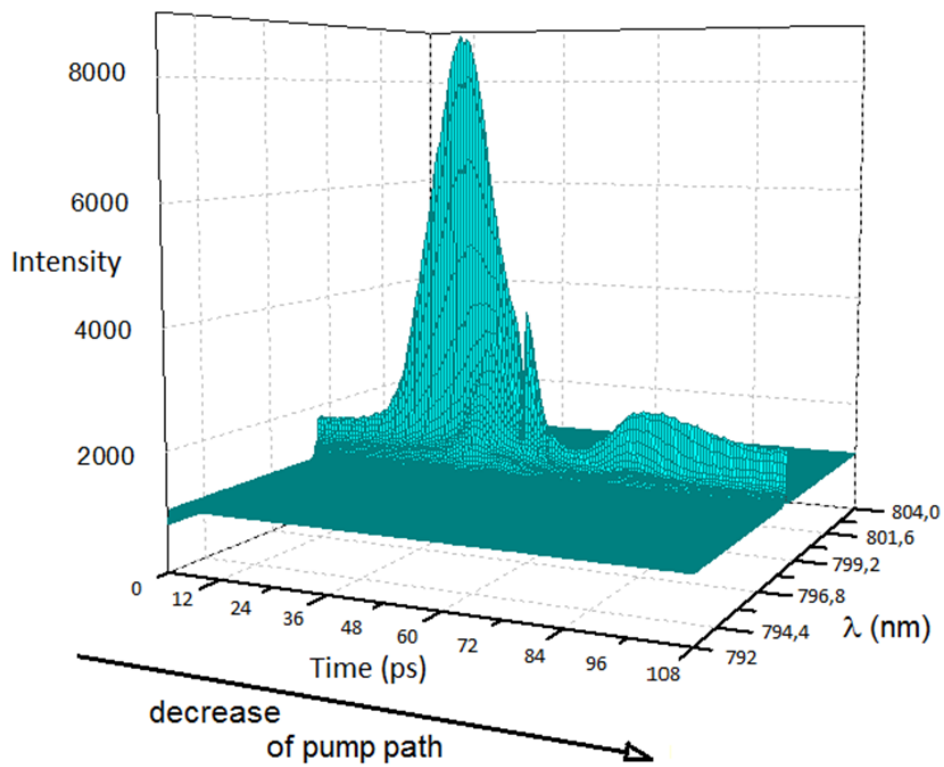


Figura 5.10: Superfície típica para a medida dinâmica

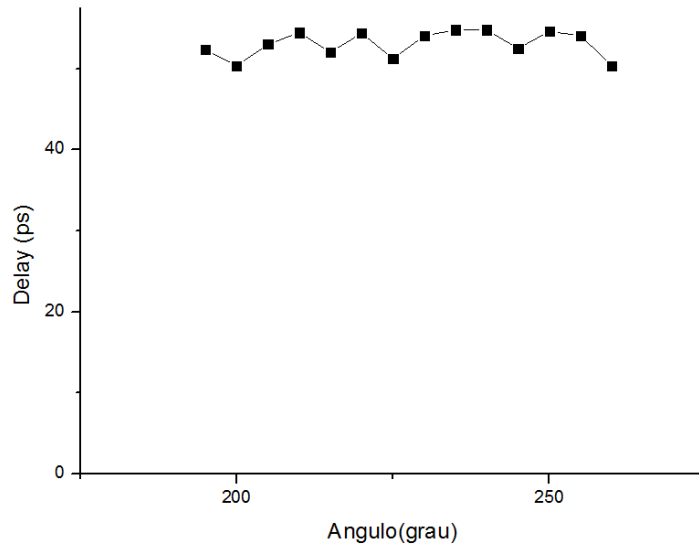


Figura 5.11: Placa  $\lambda/2$  na posição 1 da mesa

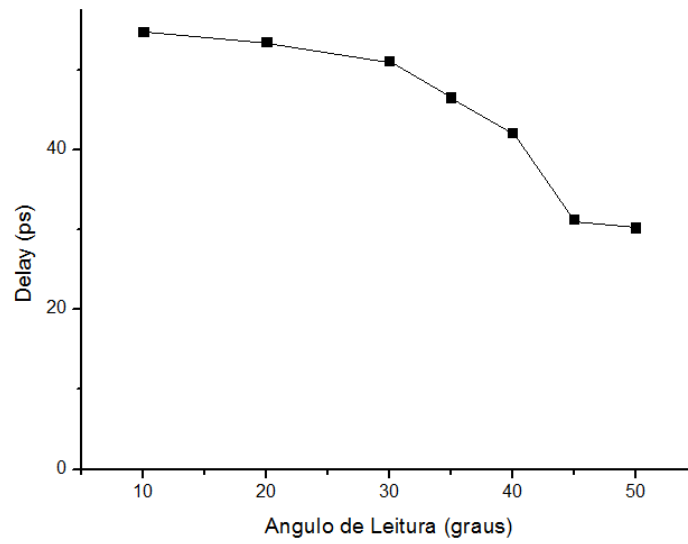


Figura 5.12: Placa  $\lambda/4$  na posição 1 da mesa.

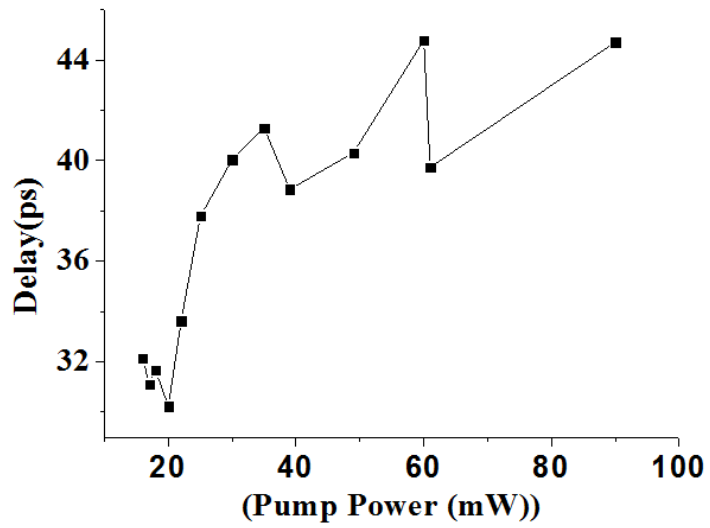


Figura 5.13: Medida do atraso em função da potência

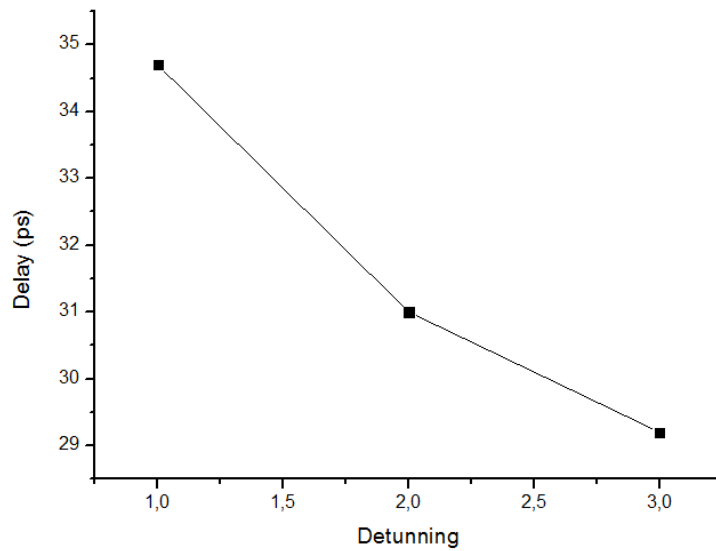


Figura 5.14: Medida do atraso em função da dessintonia

# Capítulo 6

## Discussão dos resultados experimentais

O sistema estudado, conforme o bombeio realizado e conforme a interpretação teórica proposta, é tal que existe o efeito de oscilação paramétrica entre os estados  $\pm k_p$ ,  $\pm 2k_p$  e  $k_0$ . Como feito na abordagem para a oscilação paramétrica discutida anteriormente, desconsideramos as interações entre todos os ks possíveis da curva de dispersão, e privilegiamos o aparecimento apenas das interações entre os estados  $\pm k_p$ ,  $\pm 2k_p$  e  $k_0$  ao escrever as equações de Heisenberg para o sistema estudado. Assim, para resolver a dinâmica matematicamente, deve ser resolvido o sistema de 10 equações acopladas e não-lineares

$$i\hbar \frac{dp_0}{dt} = E_L(0)p_0 + E^{int} p_{k_p}^+ p_0 p_{2k_p} + E^{int} p_{-k_p}^+ p_0 p_{-2k_p} \quad (6.1)$$

$$i\hbar \frac{dp_{2k_p}}{dt} = E_L(2k_p)p_{2k_p} + E^{int} p_{k_p}^+ p_0 p_{2k_p} + E^{int} p_{-k_p}^+ p_0 p_{-2k_p} \quad (6.2)$$

$$i\hbar \frac{dp_{-2k_p}}{dt} = E_L(-2k_p)p_{-2k_p} + E^{int} p_{k_p}^+ p_0 p_{2k_p} + E^{int} p_{-k_p}^+ p_0 p_{-2k_p} \quad (6.3)$$

$$i\hbar \frac{dp_{k_p}}{dt} = E_L(k_p)p_{k_p} + E^{int} p_{k_p}^+ p_0 p_{2k_p} + E^{int} p_{-k_p}^+ p_0 p_{-2k_p} + pump(t) \quad (6.4)$$

$$i\hbar \frac{dp_{-k_p}}{dt} = E_L(-k_p)p_{-k_p} + E^{int} p_{k_p}^+ p_0 p_{2k_p} + E^{int} p_{-k_p}^+ p_0 p_{-2k_p} + probe(t) \quad (6.5)$$

$$i\hbar \frac{dp_0^+}{dt} = -E_L^*(0)p_0^+ - (E^{int*} p_{k_p} p_0^+ p_{2k_p}^+ + E^{int*} p_{-k_p} p_0^+ p_{-2k_p}^+) \quad (6.6)$$

$$i\hbar \frac{dp_{2k_p}^+}{dt} = -E_L^*(2k_p)p_{2k_p}^+ - (E^{int*} p_{k_p} p_0^+ p_{2k_p}^+ + E^{int*} p_{-k_p} p_0^+ p_{-2k_p}^+) \quad (6.7)$$

$$i\hbar \frac{dp_{-2k_p}^+}{dt} = -E_L^*(-2k_p)p_{-2k_p}^+ - (E^{int*}p_{k_p}p_0^+p_{2k_p}^+ + E^{int*}p_{-k_p}p_0^+p_{-2k_p}^+) \quad (6.8)$$

$$i\hbar \frac{dp_{k_p}^+}{dt} = -E_L^*(k_p)p_{k_p}^+ - (E^{int*}p_{k_p}p_0^+p_{2k_p}^+ + E^{int*}p_{-k_p}p_0^+p_{-2k_p}^+) + p_{ump}^*(t) \quad (6.9)$$

$$i\hbar \frac{dp_{-k_p}^+}{dt} = -E_L^*(-k_p)p_{-k_p}^+ - (E^{int*}p_{k_p}p_0^+p_{2k_p}^+ + E^{int*}p_{-k_p}p_0^+p_{-2k_p}^+) + p_{probe}^*(t) \quad (6.10)$$

Deste sistema serão obtidas as evoluções temporais dos operadores  $p_0$ ,  $p_0^+$ ,  $p_{k_p}$ ,  $p_{k_p}^+$ ,  $p_{-k_p}$ ,  $p_{-k_p}^+$ ,  $p_{2k_p}$ ,  $p_{2k_p}^+$ ,  $p_{-2k_p}$  e  $p_{-2k_p}^+$ . Em seguida pode-se fazer  $\langle p_0(t)p_0^+(t) \rangle$ , obtendo-se a população do estado  $k_0$  em função do tempo. Deve-se notar que o sistema deve ser totalmente resolvido para cada tipo de bombeio realizado para que haja uma referência teórica com que se comparem os dados experimentais. De cada sistema resolvido e o respectivo resultado de  $\langle p_0(t)p_0^+(t) \rangle$ , seria possível obter um valor de *delay*, no caso de a solução ser de fato periódica. Considera-se que  $\langle p_0(t)p_0^+(t) \rangle$  seja proporcional [24] à intensidade de emissão. Devido à complexidade do sistema e ao grande número de variações de tipo de bombeio, sua resolução demanda um estudo muito específico envolvendo esforços computacionais, cujo desenvolvimento não foi possível até o momento de término deste trabalho. Este desenvolvimento é proposto como uma próxima etapa a ser desenvolvida, necessária. No entanto, algumas soluções para problemas mais simples de oscilação paramétrica são conhecidas [25,26,27,28] e, caracteristicamente, a população oscila em função de  $t$ , de modo que há um período (*delay* entre máximos de população) associado. Deste modo, pode-se dizer que o fenômeno deve ter sido de fato observado, pois este comportamento oscilatório é visto nas superfícies obtidas para cada medida. Foi observado nas medidas dinâmicas que a variação do *delay* medido depende do tipo de bombeio realizado, sendo que o *delay* mostrou a tendência de variar no caso de polarização elíptica, e manteve-se praticamente constante no caso de medidas com a placa  $\lambda/2$ , em que apenas giramos a polarização linear. Tal comportamento mostra-se razoável pois, no *Rotating Frame Approximation* o operador que descreve o bombeio sofrerá alteração apenas na descrição de luz circular e elípticamente polarizada. Deste modo, essencialmente, variar o ângulo da luz linearmente polarizada que incide na microcavidade não altera propriamente o conjunto de equações de Heisenberg, e não deve alterar portanto o comportamento da solução e do *delay*, como previamente discutido. Considerou-se por simetria que as energias de interação do processo de oscilação paramétrica são as mesmas tanto para o bombeio em  $k_p$  como em  $-k_p$ . Nota-se que a dependência explícita da polarização no fenômeno é apenas observada nas equações escritas para os operadores destes estados, que

são efetivamente excitados. Para os outros estados a dependência é indireta. Os operadores que representam o bombeio devem ser escritos com polarização adequada para cada variação medida e com uma defasagem variável para que seja descrita a variação de diferença de caminho ótico proporcionada pelo andamento do motor de passos.

Nas medidas realizadas variando-se o *detuning* a variação do *delay* observada foi associada à variação da natureza do polariton gerado (*photon-like* ou *exciton-like*), que interfere na interação polariton-polariton. Percebe-se nas medidas dinâmicas realizadas variando-se a potência que o *delay* tende a aumentar conforme a potência aumenta. Associa-se a este comportamento o fato de que, com uma maior potência do laser pulsado, a densidade de polaritons em estados próximos ao bombeado aumenta devido à dispersão do laser, de modo que podem haver interações entre polaritons nestes estados. A diferença de energia entre estes estados e estados relacionados a estes por espalhamento pode ser então menor. Assim, o período associado à oscilação populacional entre estes pode ser maior ( $\Delta E = 2\pi\hbar/T$ ). A densidade de preenchimento de todos estados excitados é limitada por uma taxa fenomenológica de decaimento característica do polariton (tendência de saturação).

# Capítulo 7

## Conclusão

Neste trabalho foi estudada a microcavidade com um poço quântico e seus autoestados de *lower* polariton e *upper* polariton. Na abordagem de Heisenberg foi introduzido o fenômeno de oscilação paramétrica, com propósito de explicar oscilações temporais na intensidade de emissão do estado de  $k = 0$  observadas experimentalmente, através do método de *pump* e *probe*. Esta abordagem teórica busca, também, explicar como este efeito de oscilação variou com diferentes combinações de polarização dos feixes de *pump* e *probe*, e mostrou-se razoável para tanto, qualitativamente. Esperava-se que os experimentos com a placa  $\lambda/4$  apresentassem variação da dinâmica em função da variação da excentricidade da elipse, e de fato observou-se uma variação no *delay* destas medidas. No caso dos experimentos com a placa  $\lambda/2$  não eram esperadas mudanças na dinâmica do sistema e esta análise é compatível com a observação de que o *delay* se mantém praticamente constante nas medidas feitas. As previsões foram propostas baseando-se na análise qualitativa dos operadores  $P^+$  e  $P$ , que descrevem o tipo de polarização que bombeia o sistema na equação da dinâmica do sistema, de Heisenberg. Observou-se uma correlação da polarização do bombeio realizado no sistema com a polarização de sua emissão. Foi observada também a variação do *delay* com a variação da potência de bombeio e com o *detuning*.

As propriedades observadas no sistema podem ser melhor entendidas com a resolução das equações de Heisenberg de cada caso experimental. O esforço teórico é sugerido como etapa seguinte a ser desenvolvida. A possibilidade de variar o *delay* do sistema dinâmico em função de varios fatores controláveis distintos (potência, polarização elíptica e *detuning*), bem como a possibilidade de se poder controlar estas variações em escala temporal pequena (picossegundos) mostra-se interessante para o possível desenvolvimento [7] de dispositivos opto-eletrônicos diversos.

# Apêndice A

## Luz Polarizada

A descrição da luz é obtida da resolução das equações de Maxwell no vácuo [29], na condição de ausência de cargas e correntes no espaço considerado

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \quad (\text{A.1})$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}, \quad (\text{A.2})$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0, \quad (\text{A.3})$$

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = 0. \quad (\text{A.4})$$

Manipulando as quatro equações de Maxwell, estas podem ser desacopladas, de modo que obtemos duas equações de onda características para os campos vetoriais  $\mathbf{E}$  e  $\mathbf{H}$ , separadamente:

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \quad \nabla^2 \mathbf{H} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} \quad (\text{A.5})$$

Para o caso de uma onda plana, para um único raio luminoso, temos a solução geral

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t), \quad (\text{A.6})$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 \cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t), \quad (\text{A.7})$$

de campos perpendiculares entre si. Uma combinação de duas ou mais ondas planas colineares, de fases e frequências variadas pode originar um raio resultante com diferentes características. A polarização de um raio [4] é dada pela direção em que oscila seu campo  $\mathbf{E}$ . Dependendo da variação ou não desta direção e também da amplitude do campo, a luz será linearmente, circularmente ou elipticamente polarizada. Um feixe de luz pode ser totalmente ou

parcialmente polarizado, dependendo da polarização de todos os raios que compõem o feixe. Define-se o grau de polarização como

$$P = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} \quad (\text{A.8})$$

onde  $I_{max}$  e  $I_{min}$  referem-se à valores da intensidade da luz transmitida por um polarizador linear quando este é girado de zero a 360 graus. Uma maneira de representar todos os tipos de polarização com uma única notação é usar a formulação de Jones. Tomando um eixo  $xy$  fixo no espaço, em um plano perpendicular à direção de propagação do raio, podemos decompor o campo  $\mathbf{E}$  como

$$\mathbf{E}_0 = \hat{\mathbf{i}}E_{0x} + \hat{\mathbf{j}}E_{0y}, \quad (\text{A.9})$$

onde  $E_{0x}$  e  $E_{0y}$ , as amplitudes em cada componente, podem ser números complexos. Deste modo, escrevemos a forma geral

$$E_{0x} = |E_{0x}|e^{i\phi_x}, \quad (\text{A.10})$$

$$E_{0y} = |E_{0y}|e^{i\phi_y}, \quad (\text{A.11})$$

onde incluímos as diferentes fases possíveis de cada componente. Podemos definir o vetor de Jones como

$$\begin{pmatrix} E_{0x} \\ E_{0y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} |E_{0x}|e^{i\phi_x} \\ |E_{0y}|e^{i\phi_y} \end{pmatrix}. \quad (\text{A.12})$$

No caso da polarização linear, as amplitudes em cada componente podem ou não ser diferentes, e oscilações nas duas componentes possuem a mesma fase. Para a luz circularmente polarizada, as amplitudes são as mesmas, e a diferença de fase entre as componentes é de  $\pi/2$ . Finalmente, no caso da luz elipticamente polarizada, temos as duas componentes com amplitudes diferentes e diferença de fase de  $\pi/2$ . Na representação de Jones, sendo  $A$  a amplitude das componentes do campo elétrico, temos que

$$\begin{pmatrix} A \\ 0 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (\text{A.13})$$

representa uma onda linearmente polarizada na direção  $x$ ;

$$\begin{pmatrix} 0 \\ A \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (\text{A.14})$$

representa uma onda linearmente polarizada na direção  $y$ ;

$$\begin{pmatrix} A \\ A \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (\text{A.15})$$

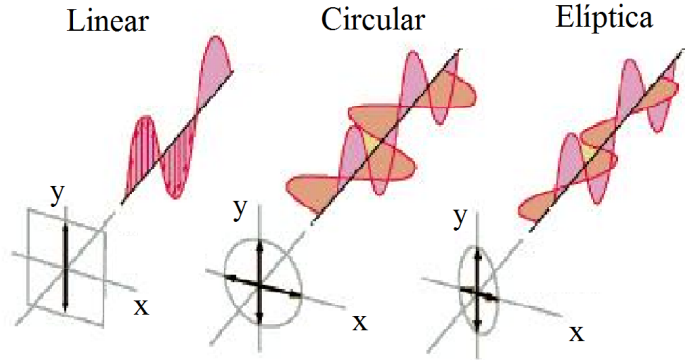


Figura A.1: Tipos de polarização e a base  $xy$  em que a representação de Jones é escrita

representa uma onda linearmente polarizada a 45 graus em relação ao eixo  $x$ . Luz circularmente polarizada é representada por

$$\begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}, \quad (\text{A.16})$$

para o caso de luz polarizada para a esquerda e representada por

$$\begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}, \quad (\text{A.17})$$

para o caso de luz polarizada para a direita.

Luz circularmente polarizada pode ser obtida a partir de um feixe de luz linearmente polarizada incidente em uma placa de quarto de onda. A placa é feita de algum cristal (calcita ou mica, por exemplo) que possui dois índices de refração, sendo que cada um é acessado pela luz ( $\lambda_0$ ) dependendo de sua direção de polarização. O cristal possui dois eixos perpendiculares entre si, que dependem do crescimento e simetrias cristalinas, demarcando as direções de polarização. Se a luz linearmente polarizada incide a 45 graus dos eixos, temos que metade da amplitude será transmitida no material com uma velocidade, e metade com outra (*slow axis* e *fast axis*, com índices de refração  $n_1$  e  $n_2$  respectivamente). A placa de quarto de onda possui espessura de

$$d = \frac{\lambda_0}{4(n_1 - n_2)}, \quad (\text{A.18})$$

de modo que o atraso relativo entre as duas componentes da luz linearmente polarizada será correspondente a uma diferença de fase de  $\pi/2$ . A luz transmitida será, por princípio de superposição, circularmente polarizada. Caso

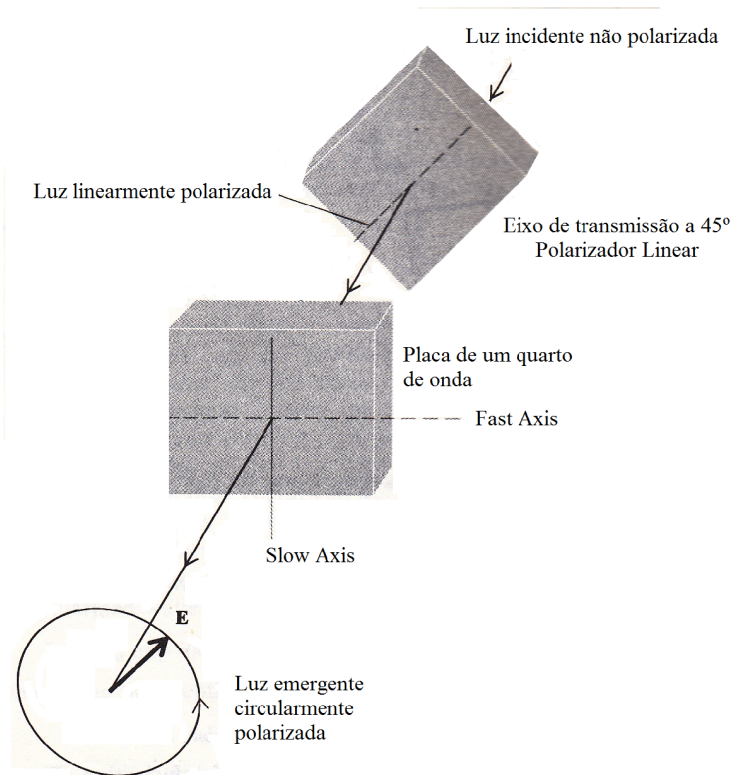


Figura A.2: Obtenção de um feixe de luz circularmente polarizada

o ângulo entre a direção de polarização e um dos eixos seja diferente de 45 graus, e não seja nem 0 nem  $\pi/2$ , teremos a condição de obter luz elipticamente polarizada. Uma placa de meia onda, por sua vez, será também um cristal birrefringente, porém sua espessura será dada por

$$d = \frac{\lambda_0}{2(n_1 - n_2)}. \quad (\text{A.19})$$

Assim, a placa de meia onda coloca uma fase de  $\pi$  entre as duas componentes da luz linearmente polarizada. Sua ação sobre luz linearmente polarizada é de apenas girar a polarização linear de 90 graus. A ação dos dois elementos óticos sobre a polarização pode ser escrita na forma de matriz de Jones. Para o caso da placa de quarto de onda, temos três casos:

-fast axis na vertical

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}; \quad (\text{A.20})$$

-fast axis na horizontal

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix}; \quad (\text{A.21})$$

-*fast axis* a  $\pm 45$  graus

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & \pm i \\ \pm i & 1 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.22})$$

Para o caso da placa de meia onda temos, tanto para o caso do *fast axis* na vertical ou na horizontal, a representação de Jones

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.23})$$

# Apêndice B

## Segunda Quantização

O método de segunda quantização [11] para um sistema de muitas partículas idênticas baseia-se na introdução dos operadores de campo quantizado  $\psi_m^+(\vec{r})$ . Os operadores  $\psi_m^+(\vec{r})$  são lineares, mas não necessariamente hermitianos. O índice  $m$  representa o estado de spin das partículas, que podem ser férmions ou bósons. O vetor  $\vec{r}$  está associado a uma posição no espaço, não sendo a representação própria de uma das partículas do sistema. Os operadores de campo quantizado não pertencem ao espaço de Hilbert e sim ao espaço de Fock, que possui a propriedade de operar sobre elementos do espaço de Hilbert. Os operadores quantizados podem ser expandidos numa base completa ortonormal  $\phi_k(\vec{r})$

$$\psi_m^+(\vec{r}) = \sum_{\vec{k}} \phi_k(\vec{r}) a_{km}^+ \quad (\text{B.1})$$

Os coeficientes  $a_{km}^+$  são operadores não-hermitianos de criação (e aniquilação  $a_{km}$  para  $\phi_k^*(\vec{r})$ ) de modo que

$$a_{km}^+ a_{km} = N_{km} \quad (\text{B.2})$$

compõe o operador número, hermitiano. Os operadores  $a_{km}^+$  e  $a_{km}$  obedecem à propriedade de comutação

$$[a_{km}, a_{km}^+] = \delta_{ij} \quad (\text{B.3})$$

A transformação de elementos do hamiltoniano do espaço de Hilbert para o espaço de Fock é dado por

$$K \rightarrow \hat{K} = \sum_{k_1 m_1 k_2 m_2} \langle k_2, m_2 | \frac{p^2}{2M} | k_1, m_1 \rangle a_{k_2 m_2}^+ a_{k_1 m_1}, \quad (\text{B.4})$$

para um operador que descreve a energia cinética de uma única partícula, ou mesmo para a representação de um potencial a que esta partícula se submete. Os termos  $k_1, m_1, k_2, m_2$  definem dois estados diferentes da mesma partícula. Temos a transformação

$$V \rightarrow \hat{V} = \sum_{k_1 m_1 k_2 m_2 k_3 m_3 k_4 m_4} \langle k_3 m_3 k_4 m_4 | v | k_1 m_1 k_2 m_2 \rangle a_{k_3 m_3}^+ a_{k_4 m_4}^+ a_{k_2 m_2} a_{k_1 m_1}, \quad (\text{B.5})$$

para um operador de dois corpos, ou seja, que representa com  $v$  a energia de interação de duas partículas. Pela transformação de coeficientes de Fourier, o operador  $a_{km}^+$  é dado por

$$a_{km}^+ = \int d^3 \vec{r} \phi_{km}^* \psi_m^+(\vec{r}). \quad (\text{B.6})$$

Com esta propriedade, obtemos os elementos para um caso geral

$$\langle k', m' | \frac{p^2}{2M} | k, m \rangle \rightarrow \sum_m \int d^3 \vec{r} \psi_m^+(\vec{r}) \left( \frac{-\hbar^2 \nabla^2}{2M} \right) \psi_m(\vec{r}), \quad (\text{B.7})$$

$$\langle k' m' k'' m'' | v | k_1 m_1 k_2 m_2 \rangle \rightarrow \sum_{m_1, m_2} \int d^3 \vec{r}_1 \int d^3 \vec{r}_2 v(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \psi_{m_1}^+(\vec{r}) \psi_{m_2}^+(\vec{r}) \psi_{m_2}(\vec{r}) \psi_{m_1}(\vec{r}). \quad (\text{B.8})$$

Um sistema de  $i$  partículas livres por exemplo, não interagentes e não submetidas a nenhum potencial terá energia

$$H = \sum_i \frac{p_i^2}{2M_i}. \quad (\text{B.9})$$

Para escrever este sistema utiliza-se a transformação

$$\sum_{k, m} \sum_{k', m'} \langle k', m' | \frac{p^2}{2M} | k, m \rangle a_{km}^+ a_{km}. \quad (\text{B.10})$$

No caso do sistema das  $i$  partículas obtemos

$$\sum_k \sum_m \frac{\hbar^2 k^2}{2M} a_{km}^+ a_{km}. \quad (\text{B.11})$$

Vemos que o que sai da transformação é essencialmente a função de dispersão para as partículas consideradas multiplicada pelo operador número de partículas que ocupam um estado caracterizado por  $k$  e  $m$ .

## B.1 Éxciton

Para obter o tratamento em segunda quantização de éxcitons de Wannier-Mott [30], iremos aplicar a transformação (baseada nas formulas B7 e B8) primeiramente sobre um sistema de elétrons em um semiconductor tridimensional. Neste caso já será considerada a soma sobre os estados de spin e

$$\langle k', m' | H | k, m \rangle \quad (\text{B.12})$$

é resolvido como

$$\int \psi^+(\vec{r}) \left( \frac{-\hbar^2 \nabla^2}{2M} + V(\vec{r}) \right) \psi(\vec{r}) d\vec{r} + \frac{1}{2} \int \int \psi^+(\vec{r}) \psi^+(\vec{r}') \frac{q_e^2}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \psi(\vec{r}') \psi(\vec{r}) d\vec{r} d\vec{r}'. \quad (\text{B.13})$$

Neste caso  $\psi^+(\vec{r})$  é o operador de campo do elétron relacionado ao operador criação do estado eletrônico, que aqui será denominado  $e_{ik}^+$ , pois a expansão do operador de campo será feita em termos da função de onda de um elétron de número quântico  $k$  da  $i$ -ésima banda do sistema semiconductor  $\phi_{ik}(\vec{r})$

$$\psi(\vec{r}) = \sum_{i\vec{k}} \phi_{i\vec{k}}(\vec{r}) e_{i\vec{k}}. \quad (\text{B.14})$$

Como o semiconductor proporciona ao elétron um potencial periódico, devemos aplicar o teorema de Bloch, que implica

$$\phi_{i\vec{k}} \propto e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}} u_{i\vec{k}}(\vec{r}), \quad (\text{B.15})$$

onde  $u_{ik}(\vec{r})$  é uma função que carrega o mesmo caráter de simetria que a simetria de translação do cristal. Para o caso dos portadores do tipo buraco o hamiltoniano será análogo ao de elétrons, exceto pelo valor da massa da partícula e pelo sinal da carga. Os operadores criação e aniquilação serão denominados  $h_{ik}^+$ ,  $h_{ik}$ ,  $e_{ik}^+$  e  $e_{ik}$  respectivamente para buracos e elétrons, nesta ordem. Assim, somando em todas as  $i$ -ésimas bandas e combinando os hamiltonianos de elétrons e buracos no espaço recíproco, chegamos no hamiltoniano

$$\sum_{\vec{k}} [E_E e_k^+ e_k + E_H h_k^+ h_k] + \xi - \sum_{\vec{k}, p, q \neq 0} V(\vec{q}) e_{k+q}^+ h_{k-q}^+ h_p e_k. \quad (\text{B.16})$$

O último termo descreve a interação coulombiana entre elétrons e buracos e  $E_E$  e  $E_H$  são as dispersões dos elétrons e dos buracos, em  $\vec{k}$

$$E_E(\vec{k}) = E_{gap} + \frac{(\hbar \mathbf{k})^2}{2m_e^*}, \quad (\text{B.17})$$

$$E_H(\vec{k}) = \frac{(\hbar\mathbf{k})^2}{2m_h^*}. \quad (\text{B.18})$$

No regime de baixas densidades iremos desconsiderar os termos de interação de elétrons com elétrons e de interação de buracos com buracos ( $\xi$ ). Assim o hamiltoniano fica escrito como

$$\sum_{\vec{k}} \left[ (E_{gap} + \frac{(\hbar\mathbf{k})^2}{2m_e^*}) e_k^+ e_k + (\frac{(\hbar\mathbf{k})^2}{2m_h^*}) h_k^+ h_k \right] - \sum_{\vec{k}, p, q \neq 0} V(\vec{q}) e_{k+q}^+ h_{k-q}^+ h_p e_k. \quad (\text{B.19})$$

que pode ser diagonalizado e, com a introdução de operadores  $b_k^+$  e  $b_k$ , criação e aniquilação de éxcitons respectivamente, é escrito como

$$H_X = \sum_{\vec{k}} E_X(\vec{k}) b_k^+ b_k, \quad (\text{B.20})$$

com

$$E_X(\vec{k}) = E_\nu + E_E(\vec{k}) + E_H(\vec{k}) \quad (\text{B.21})$$

para o éxciton no semiconductor. O termo  $E_\nu$  corresponde ao espectro de um átomo de hidrogênio, para o éxciton livre no semiconductor. No caso do elétron confinado no QW (que é um sistema bidimensional) como visto no Capítulo 2, o potencial predominante sobre elétrons ou buracos será o potencial envelope. De todo modo o processo de segunda quantização essencialmente não muda, e a forma final do hamiltoniano é mantida, sendo que a dispersão [1] passa a ser

$$E_X(\vec{k}) = E_X(0) + \frac{(\hbar k)^2}{2m_X^*} - \frac{i\hbar}{2} \Gamma_X(\vec{k}), \quad (\text{B.22})$$

e os ks considerados serão os  $k//$ . O termo  $m_X$  é a massa do éxciton livre num plano e o termo  $\Gamma_X$  é sua taxa de decaimento fenomenológico. A energia do éxciton com  $k=0$  é dada pelo termo  $E_X(0)$ , que basicamente é análogo a  $E_\nu$ , sendo similar ao espectro de um átomo de hidrogênio bidimensional. Neste caso, foi feita uma mudança de coordenadas introduzindo uma coordenada relativa entre elétrons e buracos.

## B.2 Fótons

Para quantizar o campo eletromagnético, podemos tomar um processo que parte da reescrita dos campos  $\vec{E}$  e  $\vec{B}$  com auxílio do vetor potencial  $\vec{A}(\vec{r}, t)$

[31] que, por sua vez, será escrito como uma série de Fourier composta por ondas planas. O vetor  $\vec{A}(\vec{r}, t)$  é definido pelo gauge de Coulomb

$$\nabla^2 \vec{A}(\vec{r}, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{A}(\vec{r}, t) = 0, \quad (\text{B.23})$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A}(\vec{r}, t) = 0, \quad (\text{B.24})$$

e os campos são definidos como

$$\vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}, \quad (\text{B.25})$$

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}. \quad (\text{B.26})$$

Seja o problema resolvido em um cubo de aresta L, temos

$$\vec{A} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0} L^{3/2}} \sum_{\vec{k}} \alpha_k(t) e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}}. \quad (\text{B.27})$$

Considera-se a transversalidade da onda eletromagnética para todo  $\vec{r}$  com  $\vec{A}(\vec{r}, t)$  real. Para que  $\vec{A}(\vec{r}, t)$  seja solução das equações B23 e B24 temos que o coeficiente  $\alpha_k(t)$  é dado por

$$\alpha_k(t) = \vec{c}_k e^{-i\omega t} + \vec{c}_k^* e^{i\omega t}, \quad (\text{B.28})$$

onde substituímos para a frequência angular  $\omega = c|k|$ . Os vetores  $\vec{c}_k$  e  $\vec{c}_k^*$  podem ser escritos como combinação linear de uma base real composta pelo par de vetores ortogonais  $\vec{\varepsilon}_{k1}$  e  $\vec{\varepsilon}_{k2}$ , que respeitam as mesmas imposições vetoriais consideradas até então. Eles representam a base de dois estados ortogonais de polarização

$$\mathbf{c}_k = \sum_{s=1}^2 c_{ks} \vec{\varepsilon}_{ks}. \quad (\text{B.29})$$

Assim,  $c_{ks}$  será a amplitude do campo em cada componente da polarização. No caso mais generalizado em que a base de vetores é de polarização elíptica, os vetores  $\vec{\varepsilon}_{k1}$  e  $\vec{\varepsilon}_{k2}$  são imaginários. Obtivemos até então, o vetor  $\vec{A}(\vec{r}, t)$  (e logo  $\vec{E}$  e  $\vec{B}$ ) numa decomposição em série de Fourier modificada para usar como base vetores que representam estados ortogonais de polarização. Uma transformação pode ser feita definindo  $u_{ks}(t) = c_{ks} e^{i\omega t}$ . Com ela, escrevemos

$$\vec{A}(\vec{r}, t) = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0} L^{3/2}} \sum_{\vec{k}} u_{ks} \vec{\varepsilon}_{ks} e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}} + u_{ks}^* \vec{\varepsilon}_{ks}^* e^{-i\vec{k} \cdot \vec{r}}, \quad (\text{B.30})$$

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \frac{i}{\sqrt{\varepsilon_0} L^{3/2}} \sum_{\vec{k}s} \omega [u_{ks} \vec{\varepsilon}_{ks} e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} - c.c.], \quad (\text{B.31})$$

$$\vec{B}(\vec{r}, t) = \frac{i}{\sqrt{\varepsilon_0} L^{3/2}} \sum_{\vec{k}s} [u_{ks} (\nabla \times \vec{\varepsilon}_{ks}) e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} - c.c.]. \quad (\text{B.32})$$

Todo este processo de transformações de variáveis permite que a energia do sistema seja escrita de forma bastante compacta

$$H = \frac{1}{2} \int_{L^3} [\varepsilon_0 \mathbf{E}^2(\mathbf{r}, t) + \frac{1}{\mu_0} \mathbf{B}^2(\mathbf{r}, t)] d^3r \rightarrow 2 \sum_{\vec{k}s} \omega^2 |u_{ks}(t)|^2. (\text{B.33})$$

Queremos escrever a energia do sistema como um hamiltoniano quântico. Para isso iremos introduzir novas variáveis canônicas  $q_{ks}(t)$  e  $p_{ks}(t)$  definidas como

$$q_{ks}(t) = [u_{ks}(t) + u_{ks}^*(t)] \quad (\text{B.34})$$

$$p_{ks}(t) = -i\omega [u_{ks}(t) - u_{ks}^*(t)] \quad (\text{B.35})$$

de modo que

$$H = \frac{1}{2} \sum_{\vec{k}s} [p_{ks}^2(t) + \omega^2 q_{ks}^2(t)] \quad (\text{B.36})$$

Este hamiltoniano por sua vez tem sua forma conhecida como a de um sistema de osciladores harmônicos independentes. Com base nesta última transformação foi possível reescrever  $\vec{E}$  e  $\vec{B}$  nas coordenadas canônicas  $q$  e  $p$  que, por analogia de forma do hamiltoniano encontrado com o hamiltoniano de osciladores são nada menos que as coordenadas de posição e momento. Além disso, por analogia, os termos  $u_{ks}$  e  $u_{ks}^*$  são os operadores canônicos de criação e destruição do oscilador harmônico quântico. Assim, por final, reescrevemos na segunda quantização o hamiltoniano de fótons livres

$$H = \sum_{\vec{k}s} \hbar\omega_{ks}^+ a_{ks}^+(t) a_{ks}(t) \quad (\text{B.37})$$

No caso da microcavidade, no entanto, os fótons encontram-se confinados, havendo a restrição de que apenas componentes  $k//$  acessam estados de éxcitons no sistema. O campo eletromagnético confinado na microcavidade escrito na forma de segunda quantização terá essencialmente a mesma forma que B37, entretanto, nessas condições, sua dispersão não mais será dada por  $\hbar\omega$  e sim por [1]

$$E_C(\vec{k}) = \sqrt{E_C^2(0) + \frac{\hbar^2 c^2 k^2}{n_C^2}} - \frac{i\hbar}{2} \Gamma_C(\vec{k}). \quad (\text{B.38})$$

Onde  $n_C$  é o índice de refração efetivo da cavidade,  $\Gamma_C$  é a taxa de perda de fótons da cavidade e está relacionada com o *cavity Q*. Temos que  $E_C(0) = hc/\lambda_0$ , em que  $\lambda_0$  é o comprimento de onda ressonante próprio da cavidade. Perto de  $k = 0$ ,  $k^2 \ll 1$ , então podemos aproximar a dispersão do fóton como uma parábola

$$E_C(\vec{k}) \approx E_C(0) + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_C} - \frac{i\hbar}{2} \Gamma_C(\vec{k}), \quad (\text{B.39})$$

com

$$m_C = E_C(0) \frac{n_C^2}{c^2} = \frac{\hbar n_C}{c\lambda}. \quad (\text{B.40})$$

### B.3 Interação entre éxciton e fóton

A interação entre o éxciton e um campo eletromagnético é fundamentalmente escrita como a resposta de cargas à aplicação de um campo. Para o caso de uma única partícula de massa  $m$  e carga  $e$  sujeita à força de Lorentz

$$\vec{F} = e(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}). \quad (\text{B.41})$$

Temos a equação de Newton  $F = m d^2 \vec{r} / dt^2$ . Podemos reescrever a força de Lorentz em função do vetor potencial  $\vec{A}(\vec{r}, t)$  de modo que a equação de Newton para a força de Lorentz possa ter sido deduzida a partir do lagrangiano

$$L = \frac{m \dot{\vec{r}}^2}{2} + e \dot{\vec{r}} \cdot \vec{A}(\vec{r}, t) - eV(\vec{r}, t) \quad (\text{B.42})$$

pelas equações de Lagrange. Sendo o momento conjugado  $\mathbf{p}$  dado por

$$\mathbf{p} = \sum_{i=1}^3 \frac{\partial L \hat{q}_i}{\partial \dot{q}_i} = m \dot{\vec{r}} + e \vec{A}(\vec{r}, t). \quad (\text{B.43})$$

O hamiltoniano de uma partícula interagindo com o campo eletromagnético será dado, via transformação de Legendre por

$$H = \vec{p} \cdot \dot{\vec{r}} - L = \frac{1}{2m} [(\vec{p} - e \vec{A}(\vec{r}, t))^2 + eU(\vec{r}, t)].$$

Como visto anteriormente na quantização do campo eletromagnético, as grandezas  $\vec{p}$  e  $\vec{A}(\vec{r}, t)$  podem ser associadas a uma descrição do hamiltoniano quantizado em termos de operadores criação e aniquilação, que levam à

forma de segunda quantização. No caso da interação entre éxcitons e fótons confinados em um poço quântico de microcavidade, o hamiltoniano [32] a ser considerado é dado por

$$\hat{H}_{int} = -\frac{q_e}{mc} \sum_i \mathbf{A}(x_i) \cdot \mathbf{p}_i + \frac{1}{2m} \left(\frac{q_e}{c}\right)^2 \sum_i \mathbf{A}^2(x_i) \quad (\text{B.45})$$

em que a soma dos termos é feita para todos os elétrons do sistema e  $x_i$  representa o vetor deslocamento tridimensional ao  $i$ -ésimo elétron. Se definirmos pela equação de Heisemberg onde  $H_X$  é o hamiltoniano do éxciton e  $v_i$  sua velocidade

$$v_i = \frac{1}{i\hbar} [x_i, H_X] \quad (\text{B.46})$$

podemos reescrever o primeiro termo deste hamiltoniano como

$$-\frac{q_e}{c} \sum_i \mathbf{A}(x_i) \cdot \mathbf{v}_i \quad (\text{B.47})$$

Consideremos então as condições de contorno de que o campo eletromagnético considerado abrange apenas luz polarizada ortogonalmente à direção  $z$  do crescimento da microcavidade (confinamento do modo) e de que a amplitude do campo eletromagnético é máxima nos contornos da microcavidade. Introduzindo também a aproximação de dipolo para desenvolver o hamiltoniano, substituímos o vetor potencial na forma de segunda quantização em B.45. Segue que o hamiltoniano de interação entre o éxciton e o campo eletromagnético é dado por

$$\hat{H}_{int} = \sum_{\nu \mathbf{k}} iC_{\nu \mathbf{k}} (a_{\mathbf{k}}^+ + a_{-\mathbf{k}}) (b_{\nu}(\mathbf{k})^+ - b_{\nu}(-\mathbf{k})) + \sum_{\nu \mathbf{k}} iC_{\nu \mathbf{k}} (a_{\mathbf{k}}^+ + a_{-\mathbf{k}}) (a_{\mathbf{k}}^+ + a_{-\mathbf{k}}) \quad (\text{B.48})$$

com

$$C_{\mathbf{k}\nu} = \left(\frac{2\pi\hbar N}{Vck}\right)^{1/2} \omega_{0\nu} q_e x_{0\nu}$$

$$C_{\mathbf{k}\nu} = \frac{C_{\mathbf{k}\nu}}{\hbar\omega_{0\nu}} \quad (\text{B.50})$$

Utilizando a aproximação RWA (*Rotating Wave Approximation*) podemos chegar na forma

$$\hat{H}_{int} = \sum_{\vec{k}} \hbar\Omega (a_{\vec{k}}^+ b_{\vec{k}} + b_{\vec{k}}^+ a_{\vec{k}}). \quad (\text{B.51})$$

A aproximação RWA consiste em desprezar no hamiltoniano termos que oscilam rapidamente do tempo. Esta aproximação é válida se aplicada no caso de um campo eletromagnético de baixa intensidade e próximo da ressonância do sistema com que interage, que no caso é a energia do éxciton.

# Bibliografia

- [1] KAVOKIN, A.; MALPUECH, G. *Thin films and nanostructures: Cavity polaritons*. Oxford: Academic Press, 2003.
- [2] YU, P. W.; CARDONA, M. *Fundamentals of Semiconductors: Physics and Materials Properties*, Springer, 2005.
- [3] FOX, M. *Optical Properties of Solids*, (Oxford master series in condensed matter physics) Oxford University Press, 2001.
- [4] FOWLES, G. R. *Introduction to Modern Optics*, Second Edition, Dover Publications, INC., New York, 1975.
- [5] MOREIRA, L. M. Bipolaritons em uma microcavidade semicondutora. Belo Horizonte: Produção científica Departamento de Física UFMG, 2006.
- [6] KAVOKIN, A. Exciton-polaritons in microcavities: presente and future. Applied Physics A: Materials Science Processing, Springer Verlag, Berlin, v.89,n.2, p.241-246, Mai 2007
- [7] Harrison, P. *Quantum wells, wires and dots*, Wiley interscience, Leeds, p.8
- [8] ASHCROFT, N. W.; MERMIN, N. D. *Solid state physics*, Saunders College, 1976
- [9] HOPFIELD, J. J. Theory of the contribution of excitons to the complex dielectric constant of crystals. Physics review, American Physical Society, New York, v.112, n.5, p.1555-1567, Dez 1958.
- [10] GOLDSTEIN, H; POOLE, C.; SAFKO, J. *Classical Mechanics*, Terceira edição, Addison Wesley, 1922.
- [11] PIZA, A. R. F. T. *Mecânica Quântica*, Edusp, 2003.
- [12] SAVONA, V.; PIERMAROCCHI, C. Microcavity Polaritons: Homogeneous and Inhomogeneous Broadening in the Strong Coupling Regime. Physica Status Solidi(a), Akademie Verlag, Berlin, v. 164, n. 1, p. 45-51, Ago 1997.
- [13] BAUMBERG, J. J. et al. Parametric oscillation in a vertical microcavity: A polariton condensate or micro-optical oscillation. Physical Review B, American Physical Society, New York, v. 62, n. 24, p. R16247-R16250, Dez 2000.

- [14] STEVENSON, R. M. et al. Continuous wave observation of massive polariton redistribution by stimulated scattering in semiconductor microcavities. *Physical Review Letters*, American Physical Society, New York, v. 85, n. 17, p. 3680-3683, Oct 2000.
- [15] COHEN-TANNOUDJI, C.; DIU, B.; LALOE, F. *Quantum Mechanics*, Vol. 1, A Wiley-Interscience Publication, 1977.
- [16] UTSUNOMIYA, S. et al. Observation of Bogoliubov excitations in exciton-polariton condensates. *Nature Physics*, Nature Publishing Group, London, v. 4, n.9, p.700-705, Ago 2008.
- [17] SAVVIDIS, P. G. Polariton dynamics in semiconductor microcavities, University of Southampton, Set 2001.
- [18] CIUTI, C. et al. Theory of the angle-resonant polariton amplifier, *Physical Review B* 62, R4825, 2000
- [19] KHITROVA, G. et al. Non-linear optics of normal-mode-coupling semiconductor microcavities, *Reviews of Modern Physics*, v.71, p. 1591, 1999.
- [20] JAHNKE, F. et al. Excitonic nonlinearities of semiconductor microcavities in the non-perturbative regime, *Physical Review Letters*, v. 77, p. 5257, 1996.
- [21] WHALEY, K. B.; LIGHT, J. C. Rotating-frame transformations: A new approximation for multiphoton absorption and dissociation in laser fields, *Physical Review A*, vol. 29, p. 1188-1207 (1984).
- [22] SOUZA, T. V. A. Dinâmica do Pseudo-spin de Exciton-polariton em Microcavidades Semicondutoras, Belo Horizonte: Produção científica Departamento de Física UFMG, 2010.
- [23] WEINER, A. M. *Ultrafast Optics*. Hoboken: John Wiley, p. 580, 2009.
- [24] CIUTI, C. et al. Parametric luminescence of microcavity polaritons, *Physical Review B* 63, 041303 (R), 2001.
- [25] SAVVIDIS, P. G. et al. Angle resonant stimulated polariton amplifier, *Physical Review Letters*, v. 84, p 1547, 2000.
- [26] CIUTI, C. et al. Theory of the angle-resonant polariton amplifier, *Physical Review B* 62, R4825, 2000.
- [27] CIUTI, C. et al. Parametric luminescence of microcavity polaritons, *Physical Review B* 63, 041303 (R), 2001.
- [28] SAVVIDIS, P. G. et al. Offbranch polaritons and multiple scattering in semiconductor microcavities, *Physical Review B* 63, 041303 (R), 2001.
- [29] JACKSON, J. D. *Classical electrodynamics*, 3. Ed. New York: John Wiley, 1998.
- [30] NEGELE, J; ORLAND, H. Quantum many-particle systems. Reading: Addison-Wesley, p. 459, 1988. (Frontiers in physics series; v.68)
- [31] MANDEL, L; WOLF, E. *Optical coherence and quantum optics*, New York: Cambridge University Press, 1995.

[32] SAVONA, V. et al. Quantum theory of quantum-well polaritons in semiconductor microcavities, *Physical Review B*, American Physical Society, New York, v.49, n.13, p. 8774-8779, Abr 1994.