
Controle PI/PID Robusto Baseado no Preditor de Smith

Fúlvia Stefany Silva de Oliveira

Dissertação submetida à banca examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Minas Gerais, como parte dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Fernando de Oliveira Souza, Dr.

Belo Horizonte, 2016

"Controle PI/PID Robusto Baseado no Preditor de Smith"

FULVIA STEFANY SILVA DE OLIVEIRA

Dissertação de Mestrado submetida à Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

Aprovada em 04 de julho de 2016.

Por:



Prof. Dr. Fernando de Oliveira Souza
DELT (UFMG) - Orientador



Prof. Dr. Leonardo Antônio Borges Tôres
DELT (UFMG)



Prof. Dr. Leonardo Amáral Mozelli
CELTA (UFSJ/CAP)

*Aos meus pais, Maria José e Osvaldo.
À memória da tia Léa.*

Agradecimentos

Ao professor Fernando, pela confiança depositada em mim, paciência e disponibilidade em me orientar. Ao professor Valter Leite (CEFET-MG/Campus Divinópolis) por me nortear o caminho da pós-graduação. Ao professor Jeferson Flores (UFRGS) por esclarecer minhas dúvidas a respeito de um de seus trabalhos. Agradeço também aos professores Leonardo Tôrres (DELT/UFMG) e Leonardo Mozelli (CELTA/UFES) por terem aceito o convite para participar da banca examinadora e pelas valiosas contribuições para a melhoria e continuidade deste trabalho.

Aos professores e colegas do PPGEE, que tanto contribuíram para a minha formação. Em especial agradeço aos amigos do D!FCOM - Arthur, Daniel, Guilherme, Heitor, Klenilmar, Luciana, Rosi, Sajad, Tiago e Wagner - pelas pausas para o café e por tornarem esse período tão agradável.

Ao CNPq, pelo fomento.

À Tati e à Vanessa por me propiciarem um ambiente tranquilo para o estudo.

Agradeço de maneira especial aos meus pais e meus irmãos, cujo apoio e incentivo foram essenciais para a execução deste trabalho, e ao Alexandre, por caminhar sempre ao meu lado e me apoiar em todas as minhas decisões. Finalmente agradeço a Deus por iluminar meu caminho e permitir que eu conclua mais esta etapa da minha vida.

Resumo

Este trabalho apresenta uma estratégia de controle baseada no preditor de Smith para sistemas incertos com retardo no tempo. O principal objetivo desta pesquisa é melhorar a robustez do preditor de Smith na presença de erros de modelagem, principalmente no termo do atraso. Com a finalidade de compensar as incertezas do modelo, o observador em malha aberta da estrutura tradicional do preditor de Smith é substituído por um estimador em malha fechada. Além disso, uma vez que o atraso do sistema pode não ser precisamente conhecido, ou ainda ser variante no tempo, a estrutura proposta leva em consideração apenas o valor nominal constante do retardo, que representa uma estimativa do retardo incerto ou a média estimada do retardo variante no tempo. Assim, não é necessária a medição em tempo real do atraso. Na abordagem proposta são considerados controladores PI/PID e o problema é formulado por meio de Desigualdades Matriciais Lineares (LMIs). A principal vantagem do método proposto é garantia da estabilidade do sistema em malha fechada sob certas condições estabelecidas para as incertezas. Exemplos numéricos são apresentados para ilustrar o desempenho do método proposto, além de comparar a sua eficiência em relação a outros métodos descritos na literatura.

Palavras-chave: Retardo variante no tempo, Incertezas paramétricas, Preditor de Smith, Desigualdades Matriciais Lineares, Observador robusto.

Abstract

This work presents a control strategy based on Smith predictor for uncertain linear delayed systems. The main goal of this research is to overcome the Smith predictor lack of robustness in case of modeling error, especially in the time-delay term. In order to compensate the model uncertainties, the open-loop observer in the traditional Smith Predictor structure is replaced by a closed-loop observer. Moreover, since the system time-delay may not be precisely known or it can also be time-varying, the proposed modified Smith predictor takes into account only a constant time-delay value that represents an uncertain time-delay estimative or the estimated average of a time-varying delay. Thus, real time measurement of the time-delay is not required. Furthermore in the proposed approach is considered a PI/PID controller and the problem is formulated by means of Linear Matrix Inequalities (LMIs). The main advantage of the proposed method is that the overall closed-loop system stability is guaranteed under the prescribed uncertain conditions. Numerical examples are presented to illustrate the performance of the proposed method and to compare its effectiveness over other methods described in literature.

Keywords: Smith predictor, Time-varying delay, Parametric uncertainty, Linear Matrix Inequalities, Robust observer.

Lista de Figuras

2.1	Estrutura clássica de controle com o preditor de Smith.	8
2.2	Diagrama equivalente à função de transferência (2.2).	9
2.3	Resposta em malha fechada do sistema do exemplo 2.1.1 para 1% de erro na estimativa do retardo.	10
2.4	Exemplo de sinal que pode ser utilizado para representar o retardo variante no tempo.	11
2.5	Estrutura de controle proposta.	12
3.1	Metodologia de projeto da estrutura de controle proposta.	14
3.2	Região de alocação dos polos, destacada em azul.	30
3.3	Estrutura de controle proposta com compensador <i>anti-windup</i> estático.	32
3.4	Metodologia de projeto da estrutura de projeto com compensador <i>anti-windup</i>	32
3.5	Conjuntos elipsoidais considerados.	34
4.1	Sistema de aquecimento de água. Adaptado de Normey-Rico e Camacho (2007).	38
4.2	Resposta do sistema (4.1) em malha aberta (linha contínua grossa) e em malha fechada: método proposto (linha tracejada), preditor clássico sintonizado pelo método de Palmor e Blau (1994) (linha contínua fina) e PID proposto por Mozelli e Souza (2016) (linha traço-pontilhada), quando o retardo não é dominante.	40
4.3	Resposta do sistema (4.1) em malha aberta (linha contínua grossa) e em malha fechada: método proposto (linha tracejada), preditor clássico sintonizado pelo método de Palmor e Blau (1994) (linha contínua fina) e PID proposto por Mozelli e Souza (2016) (linha traço-pontilhada), quando o retardo é dominante.	42
4.4	Erro de estimação da saída do sistema incerto com retardo não-dominante, para diferentes valores de $\Delta(t)$	44

4.5	Resposta do sistema incerto em malha fechada considerando o método proposto para diferentes valores de $\Delta(t)$, quando o retardo não é dominante.	44
4.6	Erro de estimação da saída do sistema incerto com retardo dominante para diferentes valores de $\Delta(t)$	46
4.7	Resposta do sistema incerto em malha fechada considerando o método proposto para diferentes valores de $\Delta(t)$, quando o retardo é dominante.	47
4.8	Trocador de calor. Adaptado de Normey-Rico e Camacho (2007).	47
4.9	Resposta do sistema em malha aberta (linha contínua) e em malha fechada: método proposto (linha tracejada) e preditor de Smith clássico sintonizado pelo método de Palmor e Blau (1994) (linha traço-pontilhada), na ausência de saturação do atuador.	48
4.10	Sinal de controle para o sistema sem saturação: método proposto (linha tracejada) e preditor de Smith clássico sintonizado pelo método de Palmor e Blau (1994) (linha traço-pontilhada).	49
4.11	Resposta do sistema em malha aberta (linha contínua) e em malha fechada: método proposto (linha tracejada) e preditor de Smith clássico sintonizado pelo método de Palmor e Blau (1994) (linha traço-pontilhada), na presença de saturação do atuador.	50
4.12	Sinal de controle do sistema saturado: método proposto (linha tracejada) e preditor de Smith clássico sintonizado pelo método de Palmor e Blau (1994) (linha traço-pontilhada).	50
4.13	Conjuntos de (a) condições iniciais e (b) entradas exógenas admissíveis.	51
4.14	Resposta do sistema em malha fechada com saturação: método proposto com compensador <i>anti-windup</i> (linha tracejada) e preditor de Smith clássico sintonizado pelo método de Palmor e Blau (1994) (linha traço-pontilhada).	52
4.15	Sinal de controle do sistema saturado: método proposto com compensador <i>anti-windup</i> (linha tracejada) e preditor de Smith clássico sintonizado pelo método de Palmor e Blau (1994) (linha traço-pontilhada).	52

Lista de Tabelas

4.1	Parâmetros do controlador PID obtidos em cada um dos métodos considerados para o sistema (4.1) com atraso não-dominante.	40
4.2	Características da resposta do sistema (4.1) quando o retardo não é dominante. .	41
4.3	Parâmetros do controlador PID obtidos em cada um dos métodos considerados para o sistema com retardo dominante.	41
4.4	Características da resposta do sistema (4.1) quando o retardo é dominante. . . .	42
4.5	Características da resposta do sistema incerto com atraso não-dominante. . . .	45
4.6	Características da resposta do sistema incerto com retardo dominante.	46
4.7	Parâmetros do controlador PI obtidos em cada um dos métodos considerados. .	48
4.8	Características da resposta do sistema sem saturação.	49
4.9	Características da resposta do sistema com saturação.	51

Lista de Acrônimos

FLK	Funcional de Lyapunov-Krasovskii
LMI	Desigualdade matricial linear, do original em inglês <i>Linear Matrix Inequality</i>
MIMO	Múltiplas saídas e múltiplas entradas, do original em inglês <i>Multiple Input Multiple Output</i>
PD	Proporcional Derivativo
PI	Proporcional Integral
PID	Proporcional Integral Derivativo
SISO	Única entrada e única saída, do original em inglês <i>Single Input Single Output</i>

Lista de Símbolos e Notações

$M(\geq) > 0$	Matriz (semi)definida positiva
$M(\leq) < 0$	Matriz (semi)definida negativa
M^T	Matriz transposta
$\text{sm}\{M\}$	Equivalente a $M + M^T$
$M_{(i,j)}$	Elemento da linha i e coluna j da matriz M
$I_{n \times n}$	Matriz identidade de dimensão $n \times n$
$0_{n \times m}$	Matriz de zeros de dimensão $n \times m$
*	Termos simétricos de uma matriz
$\ \cdot\ $	Norma de um vetor
$\text{diag}\{A, B\}$	Matriz bloco diagonal, cujos elementos da diagonal principal são as matrizes A e B

Sumário

1	Introdução	1
1.1	Revisão da Literatura	3
1.2	Objetivos e Metodologia	5
1.3	Organização do Trabalho	5
2	Formulação do Problema	7
2.1	O Preditor de Smith Clássico	7
2.2	Estrutura Proposta	10
3	Métodos Propostos	14
3.1	Projeto do Observador	15
3.1.1	Análise de estabilidade	18
3.1.2	Síntese do observador	23
3.2	Projeto do Controlador Primário via LMIs	27
3.2.1	PI/PID como realimentação de estados	27
3.2.2	Projeto do controlador por alocação de polos	29
3.2.3	Saturação do sinal de controle	31
4	Estudo de Casos	37
4.1	Caso 1: Sistemas precisamente conhecidos	38

4.1.1	Sistema com atraso não-dominante	38
4.1.2	Sistema com atraso dominante	41
4.2	Caso 2: Sistemas incertos	43
4.2.1	Sistema com atraso não-dominante	43
4.2.2	Sistema com atraso dominante	45
4.3	Caso 3: Sistemas sujeitos a restrições no atuador	47
5	Conclusões e Perspectivas	53
5.1	Trabalhos futuros	54
	Referências Bibliográficas	55

Capítulo 1

Introdução

O controle de sistemas com retardo no tempo é um assunto que há décadas desperta o interesse de engenheiros e da comunidade científica. Isso se deve, em parte, ao fato de muitos tipos de processos encontrados nas mais diversas áreas, como engenharia, economia e biologia, apresentarem atraso em sua dinâmica. Por outro lado, também existe o desafio que o controle desse tipo de sistema impõe.

O atraso é um fenômeno que ocorre em processos que estão relacionados, principalmente, ao transporte de massa e energia, transmissão de dados e perda de informação (Normey-Rico e Camacho, 2007), podendo ser encontrado tanto nos estados, quanto na entrada de controle ou na saída do sistema. Exemplos clássicos de sistemas com retardo no tempo são sistemas térmicos, processos químicos, motores de combustão, laminadores, redes de comunicação (Krstic, 2009), sistemas teleoperados, redes neurais e modelos de crescimento populacional (Niculescu, 2001). Atuadores, sensores e controladores presentes em malhas de controle também podem introduzir esse tipo de efeito. Em outros casos, o atraso aparece como resultado da simplificação de modelos de ordem elevada (Niculescu, 2001; Richard, 2003).

Apesar de ser visto frequentemente como fonte de degradação de desempenho e de instabilidade, o atraso também pode ser introduzido intencionalmente para beneficiar o controle de certos tipos de sistemas ou até mesmo estabilizá-los (Richard, 2003). A incorporação de atrasos adicionais, entretanto, pode levar a deterioração das propriedades de robustez do sistema e, por esse motivo, deve ser feita com cautela (Mirkin e Palmor, 2005).

Devido ao fato de o atraso no domínio da frequência não ser representado por função racional, o controle e a análise de estabilidade de sistemas com retardo no tempo são particularmente mais complexos. Por esse motivo, muitos métodos clássicos para o projeto de contro-

ladores, por exemplo, não podem ser aplicados diretamente nesta situação. Uma alternativa a esse problema é o uso de aproximações racionais para o atraso, como a aproximação de Padé, que pode levar a um aumento considerável da ordem do sistema. Tal aproximação pode fornecer boas estimativas em baixas frequências, mas por outro lado, pode levar a modelos mais sensíveis a perturbações.

Na literatura podem ser encontrados vários métodos para sintonia de controladores clássicos, como o PID (Proporcional Integral Derivativo), para sistemas com atraso constante (Hohenbichler e Ackermann, 2003; Panda et al., 2004; Parada et al., 2011), ou variante no tempo (Koivo e Reijonen, 2004; Eriksson e Johansson, 2007; Fenili et al., 2014; Mozelli e Souza, 2016). Alguns destes métodos, entretanto, possuem a desvantagem de fornecer resultados tipicamente conservadores, principalmente porque muitos deles se baseiam apenas em condições suficientes.

Bons resultados em malha fechada de processos com retardo no tempo podem ser conseguidos através da utilização de técnicas conhecidas na literatura como compensação do atraso, que tentam prever a saída do sistema sem atraso e realimentá-la ao controlador. Uma das técnicas mais comuns e o algoritmo mais usado na indústria para compensação de atraso foi proposta por Smith (1957), ficando conhecida como preditor de Smith (Normey-Rico e Camacho, 2008).

O preditor de Smith consiste em uma estrutura de controle que desloca o atraso para fora da malha de realimentação, fazendo com que o controlador atue sobre o processo como se a dinâmica de malha fechada não apresentasse atraso. Essa estratégia de controle foi concebida supondo que o retardo fosse constante e que um modelo exato da planta estivesse disponível. O seu desempenho, portanto, é bastante sensível às incertezas do modelo do processo. Outras limitações da técnica clássica incluem o uso apenas em sistemas do tipo SISO (do original em inglês, *Single Input Single Output*) e estáveis. Uma discussão detalhada sobre as principais características e modificações do preditor de Smith pode ser encontrada em Palmor (1996) e Normey-Rico e Camacho (2008).

Nas últimas décadas, muitas pesquisas têm sido realizadas com o intuito de superar as limitações do preditor de Smith clássico. Observa-se que a temática desses trabalhos pode ser dividida em três grupos principais: melhoria das características de robustez, aplicação à plantas instáveis e melhoria da capacidade regulatória. Esta dissertação insere-se no contexto do primeiro grupo e apresenta uma nova topologia de controle baseada no preditor de Smith, que melhora as características de robustez e o desempenho de sistemas mesmo na presença de incertezas paramétricas do modelo e retardo variante no tempo.

Na sequência, é apresentada uma breve revisão da literatura que relaciona alguns dos principais trabalhos dedicados à melhoria das características de robustez do preditor de Smith.

1.1 Revisão da Literatura

O preditor de Smith tem sido utilizado como uma estrutura efetiva no controle de processos com retardo no tempo. Sabe-se, no entanto, que essa técnica tem o seu desempenho degradado quando há diferenças entre o processo real e o modelo. Palmor (1980), assim como outros autores, mostrou que mesmo erros infinitesimais de modelagem, principalmente na estimativa do tempo de atraso, podem levar o sistema em malha fechada à instabilidade, se o controlador não for apropriadamente projetado (veja o Exemplo 2.1.1, Capítulo 2). Várias pesquisas têm sido realizadas com o intuito de amenizar este problema. De forma geral, os trabalhos nesta área são divididos em duas categorias: métodos de sintonia do modelo e/ou controlador primário (Santacesaria e Scattolini, 1993; Palmor e Blau, 1994; Lee et al., 1999) e modificações na estrutura clássica do preditor (Normey-Rico et al., 1997; Normey-Rico e Camacho, 1999, 2009; Normey-Rico et al., 2012). Observa-se também que grande parte dessas pesquisas propõe soluções específicas para sistemas que possam ser representados por modelos de primeira ou segunda ordem.

Os primeiros trabalhos nesse contexto procuravam estabelecer critérios de sintonia para aumentar a robustez da estrutura de controle. Normalmente eram consideradas incertezas em apenas um dos parâmetros do modelo. Em Santacesaria e Scattolini (1993) é apresentado um critério de sintonia simples para o preditor de Smith na presença de incertezas no tempo de atraso da planta. É mostrado que a escolha adequada da faixa de passagem da resposta de malha fechada pode ser relacionada de forma direta com a quantidade da incerteza do atraso. Outro método de sintonia para sistemas estáveis, em que o retardo no tempo não é precisamente conhecido, é proposto em Palmor e Blau (1994). Apesar de o seu uso ser bastante simples, este método não permite a especificação de desempenho para a resposta em malha fechada.

Estudos posteriores começaram a considerar incertezas simultâneas em mais de um parâmetro do modelo. Lee et al. (1999) propuseram um método de sintonia robusta para a estrutura de controle com o preditor de Smith e controlador PID, considerando sistemas de primeira e segunda ordem na presença de incertezas em todos os parâmetros do modelo. O método é baseado no conceito de aproximação por ganho equivalente mais tempo de atraso para tratar as incertezas dos parâmetros. Apesar de fornecer boas aproximações em baixas frequências, o método deixa de ser preciso quando aplicado em altas frequências.

No trabalho de Boudjehem et al. (2013) é proposto o uso de um modelo de ordem fracionária para representar a planta no preditor de Smith. O objetivo desta substituição é descrever o processo real mais adequadamente e, conseqüentemente, aumentar a robustez da estrutura de controle. O controlador primário também é de ordem fracionária, do tipo $PI^\lambda D^\mu$, sendo necessária a sintonização de cinco parâmetros, ao invés de três, como no caso do controlador PID

tradicional.

O problema também foi tratado a partir da alteração da estrutura clássica do preditor de Smith. Em Normey-Rico et al. (1997) é apresentada uma estrutura modificada, que inclui um filtro passa-baixas de ganho unitário para melhorar a robustez do sistema na região de frequência desejada. Uma abordagem semelhante é proposta em Normey-Rico e Camacho (1999) para tratar processos com um integrador e tempo de atraso longo. Em ambos os casos são considerados sistemas que podem ser descritos por uma aproximação de primeira ordem e o PI (Proporcional Integral) como controlador primário. Em Normey-Rico e Camacho (2009) os dois trabalhos anteriores foram combinados, de forma a possibilitar o controle de processos estáveis, com integradores ou até mesmo instáveis. Nesse caso, o projeto e a sintonia podem ser feitos de maneira unificada, considerando especificações de desempenho e robustez no domínio da frequência. A estrutura proposta neste último trabalho é conhecida na literatura como preditor de Smith filtrado.

Estudos mais recentes têm se concentrado no tratamento de sistemas sujeitos a retardo variante no tempo, a partir de técnicas de controle robusto. Uma das abordagens que tem ganhado bastante atenção é baseada na combinação do preditor de Smith com controladores de ordem fracionária, como em Feliu-Batlle et al. (2009), Pop et al. (2012) e Feliu-Batlle et al. (2013).

Outros autores têm considerado as vantagens de técnicas como H_∞ e Desigualdades Matriciais Lineares (LMIs, do inglês *Linear Matrix Inequalities*) para projetar o controlador primário e/ou analisar a estabilidade da estrutura de controle completa. Oliveira e Karimi (2013) propõem um método iterativo baseado na especificação de desempenho H_∞ , que é representada por um conjunto de restrições convexas no diagrama de Nyquist. A técnica pode ser utilizada para a obtenção de controladores PI, PID ou de ordem superior, como também controladores de ganho programado.

Em Bolea et al. (2011) sistemas de primeira ordem a parâmetros lineares variantes com atraso variante no tempo são controlados por uma estrutura composta pelo preditor de Smith com controlador PID de ganho programado, projetado através de LMIs. Os autores consideraram que as variações das medidas dos parâmetros incertos são medidas em tempo real, o que pode ser difícil de se obter na prática. A imprecisão na estimativa do atraso é representada como uma incerteza dinâmica não-estruturada no projeto do controlador. Bolea et al. (2014) estenderam o conceito do trabalho anterior para sistemas de segunda ordem e aplicaram ao controle de fluxo de canal aberto.

Em Normey-Rico et al. (2012) a abordagem apresentada em Normey-Rico e Camacho (2009) é generalizada para o caso de sistemas com atraso variante no tempo e incertezas limi-

tadas em norma. Uma condição LMI de tempo discreto dependente do atraso é formulada para analisar a estabilidade do sistema em malha fechada e determinar o maior intervalo de variação do tempo de atraso e o limite das incertezas do modelo em que o sistema permanece estável.

É interessante notar que, à exceção do trabalho de Normey-Rico et al. (2012), o uso de LMIs e da teoria de Lyapunov-Krasovskii não tem sido explorados para analisar a estabilidade do sistema em malha fechada com preditor de Smith. Este é um ponto que será abordado neste trabalho.

1.2 **Objetivos e Metodologia**

O principal objetivo deste trabalho é a elaboração de uma estrutura de controle baseada no preditor de Smith para tratar sistemas sujeitos a incertezas paramétricas e retardo variante no tempo, de tal forma a melhorar as propriedades de robustez e o desempenho do sistema em malha fechada. A estrutura proposta consiste na substituição do modelo do preditor, que pode ser visto como um observador em malha aberta, por um estimador em malha fechada.

Mais especificamente, pretende-se: (i) elaborar métodos para análise de estabilidade do sistema em malha fechada e síntese de observador robusto; (ii) projetar controladores PI/PID; (iii) tratar o problema de rastreamento e (iv) avaliar as vantagens e limitações da solução proposta, comparando-a, quando possível, a outras soluções descritas na literatura.

A metodologia utilizada baseia-se principalmente no uso de:

- desigualdades matriciais lineares (LMIs) e
- teoria de Lyapunov-Krasovskii.

Destaca-se que reduzir um problema de controle a uma formulação LMI é uma maneira eficiente de resolvê-lo, pois tal formulação pode ser resolvida em tempo polinomial e de forma exata por meio de algoritmos de otimização convexa.

1.3 **Organização do Trabalho**

Esta dissertação está dividida em cinco capítulos, organizados da seguinte forma. No Capítulo 1, foi introduzido o contexto do controle de sistemas com atraso a partir da ideia do preditor de Smith. Também foram apresentados os objetivos principais deste trabalho e uma breve revisão da literatura sobre o assunto.

O Capítulo 2 é dedicado à formulação do problema considerado. Além disso, é apresentada ao leitor uma descrição mais detalhada do preditor de Smith, destacando a sua topologia clássica e as suas limitações a partir da análise das funções de transferência de malha fechada.

Os métodos propostos neste trabalho são descritos no capítulo seguinte. O Capítulo 3 trata do projeto do observador robusto e do controlador para o problema de rastreamento. No projeto do controlador, também é levado em consideração a possibilidade de ocorrência da saturação do sinal de controle.

No Capítulo 4, os métodos apresentados no Capítulo 3 são aplicados a diferentes sistemas. Para verificar a eficiência da solução proposta, os resultados obtidos são comparados aos de dois outros métodos descritos na literatura.

Por fim, as considerações finais sobre o trabalho e as propostas para pesquisas futuras são apresentadas no Capítulo 5.

Capítulo 2

Formulação do Problema

Este capítulo apresenta a descrição e a formulação matemática do problema tratado ao longo da dissertação. Inicialmente é apresentada a topologia clássica de controle com o preditor de Smith, destacando que o desempenho nesse caso se degrada na presença de erros de modelagem. Também é mostrado que, nesta estrutura de controle, a resposta à perturbação em malha fechada está condicionada a apresentar as mesmas características da resposta do sistema em malha aberta. Em seguida, é descrita a solução para contornar os problemas causados por incertezas no modelo e pela presença do retardo variante no tempo. Por fim, é delimitada a classe de sistemas que serão tratados neste trabalho e o problema de compensação de atraso baseado no preditor de Smith, normalmente descrito em termos de funções de transferência, é formulado no contexto de espaços de estados, o que permite a utilização da teoria de estabilidade de Lyapunov-Krasovskii.

2.1 O Preditor de Smith Clássico

Proposto originalmente por O. J. Smith no final da década de 1950 (Smith, 1957), o preditor de Smith foi o primeiro controlador por compensação de tempo morto e mesmo nos dias atuais continua sendo um dos algoritmos mais usados na indústria para a compensação do atraso. O seu uso está associado normalmente ao controle de processos cujo atraso é dominante¹. No entanto, não há muitos trabalhos na literatura dedicados à comparação sistemática do desempenho do preditor de Smith ao de controladores clássicos em sistemas com retardo no

¹O atraso é considerado dominante quando seu valor é, no mínimo, duas vezes maior que o valor da constante de tempo dominante do sistema.

tempo, para determinar quando o uso desta primeira estratégia é mais vantajoso (Normey-Rico e Camacho, 2008).

A topologia clássica de controle com preditor de Smith consiste em um controlador primário, normalmente um PI ou PID, e o preditor. O preditor é uma estrutura que divide o modelo da planta em duas parcelas: a dinâmica do sistema e o atraso. O objetivo dessa separação é eliminar o atraso da equação característica de malha fechada. O processo de sintonia do preditor de Smith é mais complexo que o de controladores tradicionais, pois além da sintonia do controlador primário, também é necessário determinar os parâmetros do modelo do preditor.

A Figura 2.1 ilustra o diagrama clássico de controle com o preditor de Smith. $C(s)$ corresponde ao controlador primário, $G_n(s)$ é o modelo do sistema sem atraso e $e^{-\tau s}$ é a representação do operador atraso no tempo, sendo τ o valor do atraso. O processo real é representado por $G(s)$, que consiste em uma função de transferência de um sistema estável. $r(t)$ e $q(t)$ são as entradas de referência e perturbação, respectivamente.

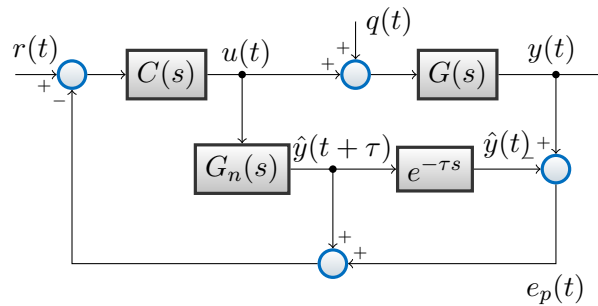


Figura 2.1: Estrutura clássica de controle com o preditor de Smith.

Para uma entrada de perturbação nula ($q(t) = 0$), a função de transferência de malha fechada, que relaciona a entrada de referência e a saída, é dada por:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{C(s)G(s)}{1 + C(s)[G(s) - G_n(s)e^{-\tau s} + G_n(s)]} \quad (2.1)$$

Se o modelo for uma descrição exata da planta, ou seja, $G_n(s)e^{-\tau s} = G(s)$, o erro de predição $e_p(t)$ entre a saída do processo e a saída do modelo será nulo. Assim, a equação (2.1) se reduz a

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{C(s)G(s)}{1 + C(s)G_n(s)}. \quad (2.2)$$

Note que o atraso é eliminado do denominador da equação (2.2). Dessa forma, o sinal que realimentará o controlador será uma predição da saída do processo e $C(s)$ poderá ser projetado, a princípio, levando em consideração o sistema sem atraso. O diagrama equivalente da função

de transferência (2.2) é ilustrado na Figura 2.2. Observe que nem a estrutura de compensação e nem o atraso aparecem dentro da malha de realimentação.

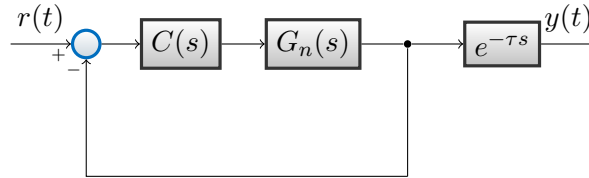


Figura 2.2: Diagrama equivalente à função de transferência (2.2).

Da mesma forma, para o caso nominal, a função de transferência da perturbação para a saída é dada por

$$\frac{Y(s)}{Q(s)} = G(s) \left[1 - \frac{C(s)G(s)}{1 + C(s)G_n(s)} \right]. \quad (2.3)$$

As equações (2.1), (2.2) e (2.3) indicam algumas das principais dificuldades na técnica de controle baseada no preditor de Smith:

- i. quando há erros de modelagem o atraso não é completamente removido da equação característica de malha fechada. Como consequência, o desempenho em malha fechada deteriora-se, podendo até mesmo levar o sistema à instabilidade, como ilustra o Exemplo 2.1.1 abaixo.
- ii. No caso de a planta apresentar retardo variante no tempo, a compensação completa do atraso possivelmente será obtida apenas se o preditor for atualizado em tempo real com o valor do retardo, o que pode inviabilizar a implementação física do controlador.
- iii. Os polos do sistema em malha aberta estão presentes na resposta à perturbação em malha fechada². Se estes polos forem mais lentos que os de malha fechada, a resposta ao distúrbio estará sujeita a apresentar os seus efeitos. Ou seja, quanto mais próximos estes polos estiverem do eixo imaginário, mais lenta será a resposta à perturbação. De acordo com Palmor (1996), essa característica será menos relevante em sistemas com atraso dominante.
- iv. Pelo mesmo motivo exposto em (iii), o preditor de Smith clássico não pode ser usado no controle de processos que possuam polos instáveis ou integradores.

Exemplo 2.1.1. Considere o diagrama da Figura 2.1 com $G(s) = e^{-s}(s+1)^{-1}$ e um controlador PD (Proporcional Derivativo) ideal dado por $C(s) = 4(0,5s+1)$ (Palmor, 1980).

²Essa não é uma característica específica da estrutura do preditor de Smith e está associada ao fato de se ter considerado o distúrbio na entrada.

Na ausência de erros de modelagem ($G_n(s) = (s + 1)^{-1}$ e $\tau = 1$), a função de transferência em malha fechada é descrita por

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{2s + 4}{3s + 5} e^{-s}.$$

É fácil perceber que, nesse caso, o sistema em malha fechada livre de atraso é estável, pois há um único polo em $s = -5/3$.

Considere agora que o valor do retardo não seja precisamente conhecido. A Figura 2.3 mostra a resposta do sistema em malha fechada a uma entrada em degrau para 1% de erro na estimativa do tempo de atraso ($\tau = 0,99$). Observe que um pequeno erro na modelagem do atraso é suficiente para levar o sistema à instabilidade. Isso acontece porque os sistemas das Figuras 2.1 e 2.2 possuem diferentes propriedades de estabilidade relativa (Palmor, 1980). Esta constatação indica que nas situações em que o modelo não é uma representação exata do processo, o projeto do controlador não deve basear-se somente no diagrama equivalente da Figura 2.2. É preciso levar em consideração os erros de modelagem para tratar tais incertezas.

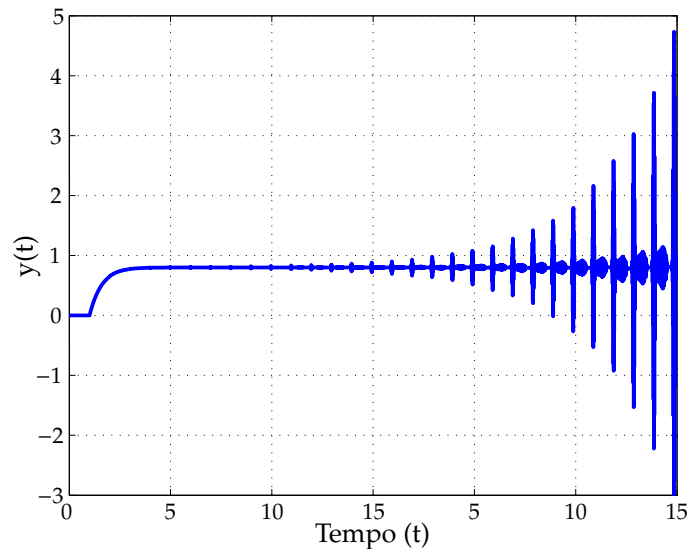


Figura 2.3: Resposta em malha fechada do sistema do exemplo 2.1.1 para 1% de erro na estimativa do retardo.

2.2 Estrutura Proposta

Como mencionado no Capítulo 1, nesta dissertação é apresentada uma alternativa para o controle de sistemas sujeitos a incertezas paramétricas e retardo variante no tempo baseada no

preditor de Smith. Com o intuito de compensar as incertezas do modelo e o retardo variante, é proposta a substituição do modelo do preditor por um observador em malha fechada. Ademais, como a metodologia proposta é baseada na teoria de Lyapunov-Krasovskii, neste trabalho a dinâmica do sistema é dada por meio da representação em estados de estados. Assim, é considerado o controle de sistemas SISO e estáveis que possam ser representados especificamente por:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) &= (A + \Delta A)x(t) + Bu(t) + B_q q(t) \\ \hat{y}(t) &= Cx(t - d_\tau(t)) \end{cases} \quad (2.4)$$

em que $x(t) \in \mathbb{R}^n$ é o vetor de estados, $u(t)$ é a entrada de controle e $q(t)$ é um distúrbio externo. A , B , C e B_q são matrizes de dimensões $n \times n$, $n \times m$, $m \times n$ e $n \times m$, respectivamente, com $n = 1$ ou $n = 2$. As incertezas do modelo são representadas pela matriz ΔA , que é definida como

$$\Delta A = \Gamma_1 \Delta(t) \Gamma_2 \quad (2.5)$$

sendo Γ_1 e Γ_2 matrizes conhecidas e $\Delta(t)$ uma função desconhecida limitada em norma, que satisfaz

$$\Delta(t)^T \Delta(t) \leq I,$$

ou de forma equivalente

$$\|\Delta(t)\| \leq 1.$$

É assumido que o retardo $d_\tau(t)$, que pode ser variante no tempo, pertença a um domínio finito e conhecido $d_\tau(t) \in [\tau - \mu; \tau + \mu]$, sendo τ o valor nominal para o retardo e μ um limitante que satisfaz $0 \leq \mu \leq \tau$, conforme exemplificado na Figura 2.4.

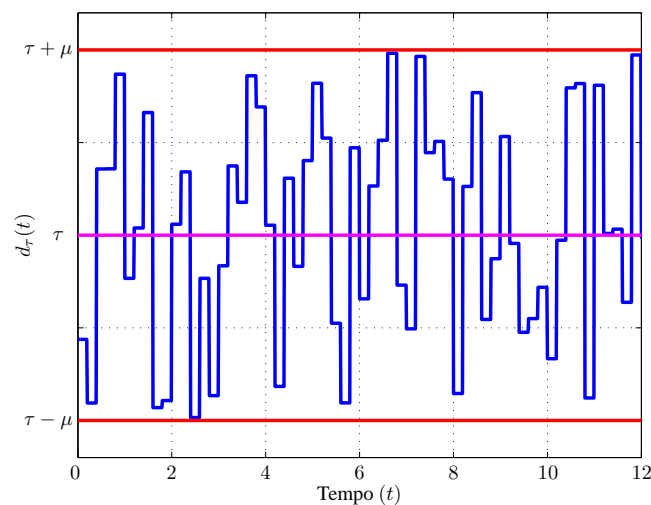


Figura 2.4: Exemplo de sinal que pode ser utilizado para representar o retardo variante no tempo.

Assim, a estrutura de controle proposta é apresentada na Figura 2.5, na qual assume-se que a planta possa ser representada pelo sistema em (2.4) e o observador proposto possui a seguinte forma:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + L(y(t) - \hat{y}(t)) \\ \hat{y}(t) = C\hat{x}(t - \tau) \end{cases} \quad (2.6)$$

sendo L um parâmetro a ser determinado. Neste observador não é levado em consideração o retardo incerto, mas sim o seu valor nominal (τ). A vantagem dessa abordagem está no fato de não ser necessária a medição em tempo real do atraso.

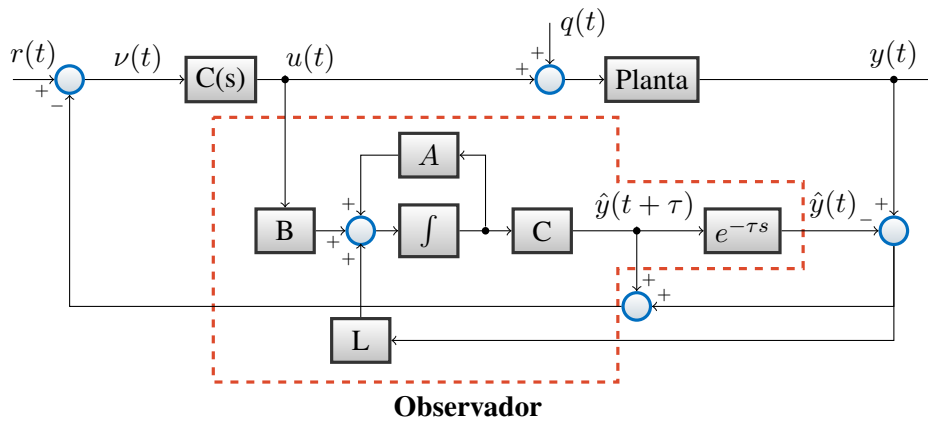


Figura 2.5: Estrutura de controle proposta.

Como grande parte dos sistemas com atraso podem ser representados por modelos de primeira e segunda ordem com retardo, aqui será considerado como controlador primário os controladores PI ou PID, que são suficientes para garantir desempenho satisfatório para esses tipos de sistemas (no caso sem retardo).

O controlador PI considerado possui a seguinte função de transferência:

$$C(s) = k_p + \frac{k_i}{s},$$

enquanto o PID é dado por

$$C(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d \frac{\alpha s}{s + \alpha},$$

sendo α o parâmetro de ajuste do filtro da ação derivativa. Observe que para valores elevados de α este filtro se aproxima da ação derivativa ideal. Em controladores industriais o valor de α varia normalmente entre 2 e 20 (Normey-Rico e Camacho, 2007).

Estes controladores podem ser representados pelo seguinte modelo dinâmico em espaço de estados

$$\begin{cases} \dot{x}_c(t) = A_c^\square x_c(t) + B_c^\square \nu(t) \\ u(t) = C_c^\square x_c(t) + D_c^\square \nu(t), \end{cases} \quad (2.7)$$

sendo $x_c(t)$ o vetor de estados, $\nu(t)$ a entrada do controlador, como ilustrado na Figura 2.5, e

- \triangleq PI, para controladores PI
- \triangleq PID, para controladores PID

com

$$A_c^{PI} = 0, B_c^{PI} = 1, C_c^{PI} = k_i \text{ e } D_c^{PI} = k_p,$$

$$A_c^{PID} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\alpha \end{bmatrix}, B_c^{PID} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, C_c^{PID} = \begin{bmatrix} k_i\alpha & k_i - k_d\alpha^2 \end{bmatrix} \text{ e } D_c^{PID} = k_p + k_d\alpha,$$

em que α , k_p , k_i e k_d são parâmetros a serem determinados. Além disso, é assumido que (2.7) possua a mesma dimensão do sistema (2.4)³.

Portanto, o problema a ser tratado nesta dissertação pode ser enunciado como a seguir.

Problema 1. *Projetar um observador como em (2.6) e determinar os parâmetros do controlador (2.7) de forma que o sistema em malha fechada, ilustrado na Figura 2.5, permaneça estável mesmo na presença de incertezas paramétricas e retardo variante no tempo.*

³Esta restrição, como será visto adiante, é importante para a obtenção de condições no formato de LMIs para síntese do observador.

Capítulo 3

Métodos Propostos

Assim como no projeto do preditor de Smith clássico, a estrutura de controle proposta é projetada em duas etapas, como ilustrado na Figura 3.1. Primeiramente, é realizado o projeto do controlador para o modelo do sistema sem atraso. Levando em consideração este controlador e as incertezas do modelo, é realizada a síntese do observador, que é a principal contribuição deste trabalho.

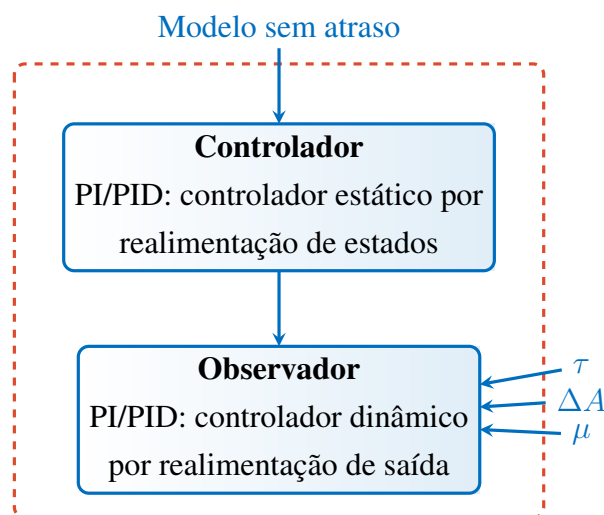


Figura 3.1: Metodologia de projeto da estrutura de controle proposta.

É importante ressaltar que o controlador primário assume diferentes representações nas duas etapas de projeto. Para a síntese do PI/PID é considerado um modelo estático por realimentação de estados, o que permite o uso de técnicas conhecidas na literatura para a realização do projeto. Na etapa do projeto do observador, é mais conveniente que esse controlador seja

representado pelo modelo dinâmico apresentado em (2.7).

Apesar de a síntese do controlador ser a primeira etapa do projeto, neste capítulo inicialmente será apresentado o projeto do observador, que é realizado a partir de condições LMIs dependentes do retardo no tempo para a análise de estabilidade do sistema em malha fechada. Ao final do capítulo são apresentadas condições LMIs para síntese do controladores PI e PID.

3.1 Projeto do Observador

Considere o estimador de Luenberger apresentado no Capítulo 2 em (2.6), e reescrito a seguir:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) &= A\hat{x}(t) + Bu(t) + L(y(t) - \hat{y}(t)) \\ \hat{y}(t) &= C\hat{x}(t - \tau) \end{cases} \quad (3.1)$$

em que $L \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ é um parâmetro a ser determinado de tal forma que a estimativa $\hat{x}(t)$ convirja para $x(t)$ em regime permanente, ou seja,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [x(t) - \hat{x}(t)] = 0.$$

Além disso, a dinâmica do erro de estimação deve depender apenas da condição inicial do sistema. Portanto, o observador deve ser projetado de maneira que o erro de estimação seja assintoticamente estável.

Definindo o erro de estimação como $e_o(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ e considerando a identidade

$$x(t - d_\tau(t)) = x(t - \tau) - \int_{d_\tau(t)}^{\tau} \dot{x}(t - \xi) d\xi,$$

a dinâmica do erro de estimação do observador (3.1) pode ser escrita como:

$$\dot{e}_o(t) = Ae_o(t) - LCe_o(t - \tau) + \Delta Ax(t) + LC \int_{d_\tau(t)}^{\tau} \dot{x}(t - \xi) d\xi + B_q q(t). \quad (3.2)$$

Observe que (3.2) corresponde a um sistema incerto, dependente dos estados do sistema. Isso significa que a análise de estabilidade da dinâmica do erro de estimação também deve levar em consideração a dinâmica do sistema. Além disso, no caso em que $\Delta A \neq 0$, o princípio da separação não se aplica e o projeto do observador e do controlador não podem ser realizados de maneira completamente independente (Golabi et al., 2013; Maccari Junior e Montagner, 2014).

Na literatura podem ser encontrados diversos trabalhos que tratam do projeto de obser-

vadores robustos para sistemas incertos com retardo variante no tempo. Veja, por exemplo, os trabalhos de Lin (2001); Jiang e Li (2004); T. Zhang (2008); Liu et al. (2015) e suas referências. Estes estudos, no entanto, consideram apenas o problema de estabilização. Na presença de incertezas na planta e de uma entrada de referência, por exemplo, os estados estimados pelo observador de Luenberger nem sempre convergem para os estados reais do sistema.

Em Walcott e Zak (1986, 1988) é apresentado um observador não-linear que, sob certas hipóteses, é capaz de forçar a convergência assintótica do erro de estimação. A mesma ideia é usada em Akhenak et al. (2004) na estimação de estados de sistemas não-lineares incertos e no trabalho de Hongfeng et al. (2014), para o caso com retardo constante. Essas abordagens, entretanto, exigem manipulações algébricas para a determinação do ganho não-linear do observador que não são triviais para o caso do retardo variante.

Neste trabalho o projeto do observador é realizado com base no critério de desempenho H_∞ . O objetivo é atenuar a influência de entradas exógenas, como a entrada de referência, na estimativa dos estados do sistema, conforme a seguinte definição.

Definição 1. *O observador (3.1) será γ -admissível se, considerando (2.4) e (2.7):*

1. $\lim_{t \rightarrow \infty} [x(t) - \hat{x}(t)] = 0$ quando $r(t) = q(t) = 0$.
2. *Sob condições iniciais nulas, existir um escalar positivo γ tal que (Mansouri et al., 2009)*

$$\int_0^{t_f} e_o^T(t) W e_o(t) dt \leq \gamma^2 \int_0^{t_f} [r^T(t)r(t) + q^T(t)q(t)] dt, \quad (3.3)$$

em que t_f é o tempo final de controle, W é uma matriz de ponderação definida positiva e γ é o nível de atenuação especificado.

Note que a primeira condição da Definição 1 impõe estabilidade ao observador enquanto a segunda assegura o seu desempenho e sua robustez na presença de entradas exógenas.

Apesar de o erro de estimação não ser assintoticamente estável neste caso, a estabilidade do sistema em malha fechada é mantida, pois as condições de análise e síntese são estabelecidas para o sistema em malha fechada. Esta é a principal vantagem da metodologia proposta em relação ao preditor de Smith clássico.

Seja o controlador apresentado em (2.7) e reescrito a seguir¹

$$\begin{cases} \dot{x}_c(t) &= A_c x_c(t) + B_c \nu(t) \\ u(t) &= C_c x_c(t) + D_c \nu(t), \end{cases} \quad (3.4)$$

¹Nesta seção o sobrescrito \square será omitido para tornar a notação mais compacta.

com as matrizes A_c , B_c , C_c e D_c previamente projetadas para o sistema sem atraso. Supondo que $\hat{y}(t)$ não será uma estimativa exata de $y(t)$, de acordo com o diagrama da Figura 2.5, $\nu(t)$ deve ser tal que:

$$\nu(t) = r(t) - \hat{y}(t + \tau) - y(t) + \hat{y}(t).$$

Dessa forma, uma realização para o sistema em malha fechada da Figura 2.5 pode ser escrita como

$$\dot{\bar{x}}(t) = \bar{A}\bar{x}(t) + \Delta\bar{A}\bar{x}(t) + \bar{A}_d\bar{x}(t - \tau) + \bar{A}_t \int_{d_\tau(t)}^{\tau} \dot{\bar{x}}(t - \xi) d\xi + \bar{D}d(t), \quad (3.5)$$

sendo $\bar{x}^T = [x^T(t) \ e_o^T(t) \ x_c^T(t)]^T$, $d^T(t) = [q(t) \ r(t)]$ e

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} A - BD_cC & BD_cC & BC_c \\ 0 & A & 0 \\ -B_cC & B_cC & A_c \end{bmatrix}, \quad \Delta\bar{A} = \begin{bmatrix} \Delta A & 0 & 0 \\ \Delta A & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{A}_d = \begin{bmatrix} 0 & -BD_cC & 0 \\ 0 & -LC & 0 \\ 0 & -B_cC & 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{A}_t = \begin{bmatrix} BD_cC & 0 & 0 \\ LC & 0 & 0 \\ B_cC & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{D} = \begin{bmatrix} B_q & BD_c \\ B_q & 0 \\ 0 & -B_c \end{bmatrix}. \quad (3.6)$$

O objetivo é determinar o ganho L do observador (3.1), a partir das matrizes (3.6), de maneira a assegurar a estabilidade assintótica do sistema em malha fechada (3.5), garantindo também o desempenho H_∞ do erro de estimação para todo $d(t)$.

Com o intuito de desenvolver condições LMIs apropriadas para a análise de estabilidade do sistema em malha fechada e para a síntese do observador, é proposto o uso do seguinte funcional de Lyapunov-Krasovskii (FLK)

$$\begin{aligned} V(\bar{x}_t) = & \bar{x}^T(t)P\bar{x}(t) \\ & + 2\bar{x}^T(t) \int_{-\tau}^0 Q\bar{x}(t + \xi) d\xi \\ & + \int_{-\tau}^0 \int_{t+s}^t \chi^T(\xi) \bar{R} \chi(\xi) d\xi ds \\ & + \int_{-\tau}^0 \bar{x}^T(t + \xi) S \bar{x}(t + \xi) d\xi \\ & + \int_{-\mu}^{\mu} \int_{t+s-\tau}^t \dot{\bar{x}}^T(\xi) U \dot{\bar{x}}(\xi) d\xi ds \\ & + \int_{-\tau}^0 \int_{\theta}^0 \int_{t+s}^t \dot{\bar{x}}^T(t) Z \dot{\bar{x}}(t) d\xi ds d\theta \end{aligned} \quad (3.7)$$

com $\chi^T(\xi) \triangleq [\bar{x}^T(\xi) \quad \dot{\bar{x}}^T(\xi)]$ e $\bar{R} = \begin{bmatrix} R_1 & R_2^T \\ * & R_3 \end{bmatrix}$.

A vantagem desse funcional está na incorporação da integral tripla, introduzida primeiramente por Sun et al. (2009). Esse termo possui um papel importante na redução do conservadorismo das condições obtidas. Para uma discussão mais detalhada sobre o assunto, veja, por exemplo, o trabalho de Sun et al. (2010).

Antes de prosseguir com os resultados principais deste capítulo, são introduzidos os seguintes lemas, que desempenham um papel importante na obtenção das condições de análise de estabilidade do sistema em malha fechada e de síntese do observador.

Lema 1. (Gu et al., 2003; Sun et al., 2009) Para quaisquer matrizes constantes $S = S^T > 0$ e $Z = Z^T > 0$ e um escalar $\tau > 0$ as seguintes desigualdades são verdadeiras:

$$\int_{t-\tau}^t x^T(\xi) S x(\xi) d\xi \geq \frac{1}{\tau} \left[\int_{t-\tau}^t x^T(\xi) d\xi \right] S \left[\int_{t-\tau}^t x(\xi) d\xi \right], \quad (3.8)$$

e

$$\int_{-\tau}^0 \int_{t+s}^t x^T(\xi) Z x(\xi) d\xi ds \geq \frac{2}{\tau^2} \left[\int_{-\tau}^0 \int_{t+s}^t x^T(\xi) d\xi ds \right] Z \left[\int_{-\tau}^0 \int_{t+s}^t x(\xi) d\xi ds \right]. \quad (3.9)$$

Lema 2. a) (Lien, 2004) Sejam x e $y \in \mathbb{R}^n$, Γ_1 , Γ_2 e $\Delta(t)$ matrizes de dimensões apropriadas, com $\Delta(t)$ satisfazendo $\Delta^T(t)\Delta(t) \leq I$, e um escalar $\epsilon > 0$. Então a seguinte desigualdade é verdadeira:

$$2x^T \Gamma_1 \Delta(t) \Gamma_2 y \leq \epsilon^{-1} x^T \Gamma_1 \Gamma_1^T x + \epsilon y^T \Gamma_2^T \Gamma_2 y. \quad (3.10)$$

b) (Liu et al., 2015) Para quaisquer vetores a , b e uma matriz $U > 0$ de dimensões compatíveis

$$a^T b + b^T a \leq a^T U a + b^T U^{-1} b. \quad (3.11)$$

3.1.1 Análise de estabilidade

Na sequência são apresentadas condições suficientes, dependentes do retardo no tempo, para análise de estabilidade assintótica do sistema em malha fechada (3.5).

Teorema 3.1.1. Sejam dados $\tau > 0$, valor nominal para o retardo e $0 \leq \mu \leq \tau$, um limitante superior para a perturbação do retardo no tempo. Então, o sistema em malha fechada (3.5) será assintoticamente estável se existirem matrizes: $P = P^T$, Q , $R_1 = R_1^T$, R_2 , $R_3 = R_3^T$, $S = S^T$, $Z = Z^T$, $U = U^T$, F e $G \in \mathbb{R}^{3n \times 3n}$ e escalares positivos α_1 e α_2 , tais que as LMIs

em (3.12), (3.13) e (3.14) sejam simultaneamente satisfeitas.

$$\begin{bmatrix} P & Q \\ * & \frac{1}{\tau}S \end{bmatrix} > 0, \quad (3.12)$$

$$\bar{R} = \begin{bmatrix} R_1 & R_2^T \\ * & R_3 \end{bmatrix} > 0, \quad (3.13)$$

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \Pi & \Phi_1^T & \Phi_2^T & \Phi_3^T \\ * & -\alpha_1 & 0 & 0 \\ * & * & -\alpha_2 & 0 \\ * & * & * & -\mu U \end{bmatrix} < 0, \quad (3.14)$$

sendo

$$\Phi_1^T = \begin{bmatrix} F\Gamma_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \Phi_2^T = \begin{bmatrix} 0 \\ G\Gamma_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \Phi_3^T = \begin{bmatrix} \mu F\bar{A}_t \\ \mu G\bar{A}_t \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (3.15)$$

$$\Pi = \begin{bmatrix} \Pi_{(1,1)} & \Pi_{(1,2)} & -Q + \frac{1}{\tau}R_3 + F\bar{A}_d & -\frac{1}{\tau}R_2 + \frac{2}{\tau}Z \\ * & \Pi_{(2,2)} & G\bar{A}_d & Q \\ * & * & -S - \frac{1}{\tau}R_3 & \frac{1}{\tau}R_2 \\ * & * & * & -\frac{1}{\tau}R_1 - \frac{2}{\tau^2}Z \end{bmatrix}, \quad (3.16)$$

com

$$\begin{aligned} \Pi_{(1,1)} &= S + \text{sm}\{Q\} + \tau R_1 - \frac{1}{\tau}R_3 + \text{sm}\{F\bar{A}_i\} - 2Z + (\alpha_1 + \alpha_2)\Gamma_2^T\Gamma_2, \\ \Pi_{(1,2)} &= \tau R_2^T + P + \bar{A}_i^T G^T - F, \\ \Pi_{(2,2)} &= 2\mu U + \tau R_3 - \text{sm}\{G\} + \frac{\tau^2}{2}Z. \end{aligned}$$

Demonstração. De acordo com a teoria de Lyapunov-Krasovskii (Gu et al., 2003), o sistema em (3.5) será assintoticamente estável se o funcional em (3.7) satisfizer simultaneamente as condições:

$$V(\bar{x}_t) \geq \epsilon \|\bar{x}(t)\|^2 \quad (3.17)$$

$$\dot{V}(\bar{x}_t) \leq -\epsilon \|\bar{x}(t)\|^2 \quad (3.18)$$

sendo $\epsilon > 0$ suficientemente pequeno.

Inicialmente, é demonstrado que o funcional em (3.7) satisfaz a condição de positividade

em (3.17), se as LMIs (3.12), (3.13) e (3.14) forem satisfeitas.

Se (3.12) é satisfeita, então $S > 0$. Portanto, aplicando-se a desigualdade de Jensen (3.8) ao quarto termo do funcional, temos:

$$\int_{-\tau}^0 \bar{x}^T(t + \xi) S \bar{x}(t + \xi) d\xi \geq \frac{1}{\tau} \left[\int_{-\tau}^0 \bar{x}^T(t + \xi) d\xi \right] S \left[\int_{-\tau}^0 \bar{x}(t + \xi) d\xi \right]. \quad (3.19)$$

Substituindo (3.19) em (3.7) e definindo $\zeta^T = \left[\bar{x}^T(t) \quad \int_{-\tau}^0 \bar{x}^T(t + \xi) d\xi \right]$, segue que

$$\begin{aligned} V(\bar{x}_t) \geq & \zeta^T \begin{bmatrix} P & Q \\ * & \frac{1}{\tau} S \end{bmatrix} \zeta \\ & + \int_{-\tau}^0 \int_{t+s}^t \chi^T(\xi) \bar{R} \chi(\xi) d\xi ds \\ & + \int_{-\mu}^{\mu} \int_{t+s-\tau}^t \dot{\bar{x}}^T(\xi) U \dot{\bar{x}}(\xi) d\xi ds \\ & + \int_{-\tau}^0 \int_{\theta}^0 \int_{t+s}^t \dot{\bar{x}}^T(t) Z \dot{\bar{x}}(t) d\xi ds d\theta. \end{aligned} \quad (3.20)$$

Portanto, baseando-se na desigualdade acima, uma condição suficiente para satisfazer (3.17) é garantir que as LMIs (3.12), (3.13) e (3.14) sejam satisfeitas. As LMIs (3.12) e (3.13) garantem que o primeiro e o segundo termo de (3.20) sejam definidos positivos. Considerando que (3.13) é satisfeita e portanto $R_1 > 0$, então (3.14) impõe que $U > 0$ e $Z > 0$. Observe que impor que cada termo em (3.20) seja positivo é menos restritivo que exigir que cada um dos termos de (3.7) seja positivo.

Agora é demonstrado que se as LMIs do presente teorema forem satisfeitas, então o funcional em (3.7) também atenderá a condição (3.18).

A derivada do FLK ao longo das trajetórias do sistema resulta em:

$$\begin{aligned}
\dot{V}(\bar{x}_t) &= \dot{\bar{x}}^T(t)P\bar{x}(t) + \bar{x}^T(t)P\dot{\bar{x}}(t) \\
&+ 2\dot{\bar{x}}(t) \int_{-\tau}^0 Q\bar{x}(t+\xi)d\xi + 2\bar{x}^T(t)Q\bar{x}(t) - 2\bar{x}^T(t)Q\bar{x}(t-\tau) \\
&+ \tau\chi^T(t)\bar{R}\chi(t) - \boxed{\int_{-\tau}^0 \chi^T(t+\xi)\bar{R}\chi(t+\xi)d\xi} \\
&+ \bar{x}^T(t)S\bar{x}(t) - \bar{x}^T(t-\tau)S\bar{x}(t-\tau) \\
&+ 2\mu\dot{\bar{x}}^T(t)U\dot{\bar{x}}(t) - \int_{t-\tau-\mu}^{t-\tau+\mu} \dot{\bar{x}}^T(s)U\dot{\bar{x}}(s)ds \\
&+ \frac{\tau^2}{2}\dot{\bar{x}}^T(t)Z\dot{\bar{x}}(t) - \boxed{\int_{-\tau}^0 \int_{t+s}^t \dot{\bar{x}}^T(\xi)Z\dot{\bar{x}}(\xi)d\xi ds}. \tag{3.21}
\end{aligned}$$

Aplicando-se as desigualdades do Lema 1 aos termos destacados em (3.21), finalmente obtém-se um limitante superior para $\dot{V}(\bar{x}_t)$:

$$\begin{aligned}
\dot{V}(\bar{x}_t) &\leq \dot{\bar{x}}^T(t)P\bar{x}(t) + \bar{x}^T(t)P\dot{\bar{x}}(t) \\
&+ 2\dot{\bar{x}}(t) \int_{-\tau}^0 Q\bar{x}(t+\xi)d\xi + 2\bar{x}^T(t)Q\bar{x}(t) - 2\bar{x}^T(t)Q\bar{x}(t-\tau) \\
&+ \tau\chi^T(t)\bar{R}\chi(t) - \left[\int_{-\tau}^0 \chi^T(t+\xi)d\xi \right] \bar{R} \left[\int_{-\tau}^0 \chi(t+\xi)d\xi \right] \\
&+ \bar{x}^T(t)S\bar{x}(t) - \bar{x}^T(t-\tau)S\bar{x}(t-\tau) \\
&+ 2\mu\dot{\bar{x}}^T(t)U\dot{\bar{x}}(t) - \int_{t-\tau-\mu}^{t-\tau+\mu} \dot{\bar{x}}^T(s)U\dot{\bar{x}}(s)ds \\
&+ \frac{\tau^2}{2}\dot{\bar{x}}^T(t)Z\dot{\bar{x}}(t) - 2\bar{x}(t)^T Z\bar{x}(t) + \frac{4}{\tau}\bar{x}^T(t)Z \int_{-\tau}^0 \bar{x}(t+\xi)d\xi \\
&- \frac{2}{\tau^2} \left[\int_{-\tau}^0 \bar{x}^T(t+\xi)d\xi \right] Z \left[\int_{-\tau}^0 \bar{x}(t+\xi)d\xi \right]. \tag{3.22}
\end{aligned}$$

A dinâmica do sistema em malha fechada é inserida no problema de análise de estabilidade por meio de um termo nulo, que além de tornar essa tarefa mais fácil, também contribui para a relaxação das condições LMIs.

Considerando o sistema (3.5), com $d(t) = 0$, e duas matrizes quaisquer de dimensões apropriadas, F e G , podemos escrever o seguinte termo nulo:

$$\begin{aligned}
0 &= 2[\bar{x}^T(t)F + \dot{\bar{x}}^T(t)G] \left[-\dot{\bar{x}}(t) + \bar{A}\bar{x}(t) + \Delta\bar{A}\bar{x}(t) + \bar{A}_d\bar{x}(t-\tau) + \bar{A}_t \int_{d_\tau(t)}^\tau \dot{\bar{x}}(t-\xi)d\xi \right] \\
&= 2[\bar{x}^T(t)F + \dot{\bar{x}}^T(t)G][-\dot{\bar{x}}(t) + \bar{A}\bar{x}(t) + \bar{A}_d\bar{x}(t-\tau)] + v_1(t) + v_2(t) \tag{3.23}
\end{aligned}$$

em que

$$v_1(t) = 2\Lambda\Delta\bar{A}\bar{x}(t)$$

e

$$v_2(t) = 2\Lambda\bar{A}_t \int_{d_\tau(t)}^\tau \dot{\bar{x}}(t-\xi)d\xi,$$

com $\Lambda = [\bar{x}^T(t)F + \dot{\bar{x}}^T(t)G]$.

Levando em consideração a definição de $\Delta\bar{A}$ em (3.6) e a estrutura das incertezas definida em (2.5), $v_1(t)$ pode ser rescrito como:

$$v_1(t) = 2\Lambda\bar{\Gamma}_1\Delta(t)\bar{\Gamma}_2\bar{x}(t),$$

sendo $\bar{\Gamma}_1 = [\Gamma_1^T \Gamma_1^T 0]^T$ e $\bar{\Gamma}_2 = [\Gamma_2 0 0]$. Então, aplicando o Lema 2, item a), o seguinte limitante superior para $v_1(t)$ é obtido:

$$\begin{aligned} v_1(t) \leq & \alpha_1\bar{x}^T(t)\bar{\Gamma}_2^T\bar{\Gamma}_2\bar{x}(t) + \alpha_1^{-1}\bar{x}^T(t)F\bar{\Gamma}_1\bar{\Gamma}_1^T F^T\bar{x}(t) \\ & + \alpha_2\bar{x}^T(t)\bar{\Gamma}_2^T\bar{\Gamma}_2\bar{x}(t) + \alpha_2^{-1}\dot{\bar{x}}^T(t)G\bar{\Gamma}_1\bar{\Gamma}_1^T G^T\dot{\bar{x}}(t), \end{aligned}$$

com $\alpha_1 > 0$ e $\alpha_2 > 0$.

De maneira similar, um limite superior para $v_2(t)$ é determinado com base na aplicação do Lema 2, item b):

$$\begin{aligned} v_2(t) &= 2\Lambda\bar{A}_t \int_{d_\tau(t)}^\tau \dot{\bar{x}}(t-\xi)d\xi \\ &= \int_{d_\tau(t)}^\tau 2\Lambda\bar{A}_t\dot{\bar{x}}(t-\xi)d\xi \\ &\leq \int_{d_\tau(t)}^\tau (\Lambda\bar{A}_t)U^{-1}(\Lambda\bar{A}_t)^T d\xi + \int_{d_\tau(t)}^\tau \dot{\bar{x}}^T(t-\xi)U\dot{\bar{x}}(t-\xi)d\xi \\ &\leq \mu(\Lambda\bar{A}_t)U^{-1}(\Lambda\bar{A}_t)^T + \int_{t-\tau-\mu}^{t-\tau+\mu} \dot{\bar{x}}^T(s)U\dot{\bar{x}}(s)ds. \end{aligned}$$

A adição do termo nulo (3.23) à derivada do funcional em (3.22), considerando os limitantes superiores para $v_1(t)$ e $v_2(t)$, e as definições de \bar{R} e χ , resulta em:

$$\dot{V}(\bar{x}_t) \leq \varphi^T(t) [\Pi + \Phi_1^T(\alpha_1^{-1})\Phi_1 + \Phi_2^T(\alpha_2^{-1})\Phi_2 + \Phi_3^T(\mu^{-1}U^{-1})\Phi_3] \varphi(t) \quad (3.24)$$

com $\varphi^T(t) = \left[\bar{x}^T(t) \quad \dot{\bar{x}}^T(t) \quad \bar{x}^T(t-\tau) \quad \int_{-\tau}^0 \bar{x}^T(t+\xi)d\xi \right]$, Φ_1 , Φ_2 e Φ_3 dados em (3.15) e Π definida em (3.16).

Portanto, de (3.24) temos que (3.18) é verdadeira se

$$\Pi + \Phi_1^T(\alpha_1^{-1})\Phi_1 + \Phi_2^T(\alpha_2^{-1})\Phi_2 + \Phi_3^T(\mu^{-1}U^{-1})\Phi_3 < 0$$

ou, pelo complemento de Schur, se

$$\Sigma < 0,$$

sendo esta última a condição do teorema em (3.14). Então, se as LMIs em (3.12), (3.13) e (3.14) são satisfeitas a condição em (3.18) é verdadeira, o que completa a demonstração do Teorema. \square

3.1.2 Síntese do observador

O Teorema 3.1.1 fornece condições adequadas para a análise de estabilidade assintótica do sistema em malha fechada. Tais condições, contudo, não são construtivas para o projeto do estimador (3.1). A partir de transformações de congruência e da escolha de uma estrutura específica para as matrizes de folga F e G é possível determinar o ganho L do observador. O Teorema a seguir formaliza o resultado deste procedimento, considerando um controlador PI ou PID previamente projetado.

Teorema 3.1.2. *Sejam dados $\tau > 0$, valor nominal para o retardo, $0 \leq \mu \leq \tau$, um limitante superior para a perturbação do retardo no tempo e escalares de ajuste $\eta_1 \neq 0$, $\eta_2 \neq 0$ e $\eta_3 \neq 0$. Então, o sistema em malha fechada será assintoticamente estável e o estimador em (3.1) será γ -admissível, conforme Definição 1, se existirem matrizes $G_2 \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $\hat{L} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$, $F_1, F_2, G_1, G_3 \in \mathbb{R}^{3n \times n}$ e $P = P^T, Q, R_1 = R_1^T, R_2, R_3 = R_3^T, S = S^T, V = V^T, U = U^T \in \mathbb{R}^{3n \times 3n}$ e escalares positivos $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ e α_4 , tais que as LMIs em (3.12), (3.13) e a LMI abaixo sejam satisfeitas.*

$$\hat{\Sigma} = \begin{bmatrix} \hat{\Pi} & \hat{\Phi}_1^T & \hat{\Phi}_2^T & \hat{\Phi}_3^T & \hat{\Phi}_4^T & \hat{\Phi}_5^T \\ * & -\alpha_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -\alpha_2 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -\alpha_3 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\alpha_4 & 0 \\ * & * & * & * & * & -\mu U \end{bmatrix} < 0, \quad (3.25)$$

com

$$\hat{\Phi}_1^T = \begin{bmatrix} F_1\Gamma_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \hat{\Phi}_2^T = \begin{bmatrix} I_\eta G_2\Gamma_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \hat{\Phi}_3^T = \begin{bmatrix} 0 \\ G_1\Gamma_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \hat{\Phi}_4^T = \begin{bmatrix} 0 \\ I_I G_2\Gamma_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\hat{\Phi}_5^T = \begin{bmatrix} \mu(F_1BD_c + I_\eta\hat{L} + F_2B_c)CI_1 \\ \mu(G_1BD_c + I_I\hat{L} + G_3B_c)CI_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (3.26)$$

e

$$\hat{\Pi} = \begin{bmatrix} \hat{\Pi}_{(1,1)} & \hat{\Pi}_{(1,2)} & \hat{\Pi}_{(1,3)} & 2\delta Q - \frac{1}{\tau}R_2 + \frac{2}{\tau}Z & \hat{\Pi}_{(1,5)} \\ * & \hat{\Pi}_{(2,2)} & \hat{\Pi}_{(2,3)} & Q & \hat{\Pi}_{(2,5)} \\ * & * & -\frac{1}{\tau}S + R_3 & \frac{1}{\tau}R_2 & 0 \\ * & * & * & -\frac{1}{\tau}R_1 - \frac{2}{\tau^2}Z & 0 \\ * & * & * & * & -\gamma^2 I \end{bmatrix}, \quad (3.27)$$

sendo

$$\begin{aligned} \hat{\Pi}_{(1,1)} &= S + \text{sm}\{Q\} + \tau R_1 - \frac{1}{\tau}R_3 - 2Z + \text{sm}\{F_1[(A - BD_cC)I_1 + BD_cCI_2 + BC_cI_3] + \\ & F_2[-B_cC(I_1 - I_2) + A_cI_3] + I_\eta G_2A_2\} + \bar{W} + (\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4)I_1^T\Gamma_2^T\Gamma_2I_1 \\ \hat{\Pi}_{(1,2)} &= \tau R_2^T + P + [I_3^T C_c^T B^T - I_1^T(C^T D_c^T B^T - A^T)]G_1^T + [I_3^T A_c^T + (I_2^T - I_1^T)C^T B_c^T]G_3^T \\ & + I_2^T A^T G_2^T I^T - F_1I_1 - I_\eta G_2I_2 - F_2I_3 \\ \hat{\Pi}_{(1,3)} &= -Q + \frac{1}{\tau}R_3 - (F_1BD_c - I_\eta\hat{L} - F_2B_c)CI_2 \\ \hat{\Pi}_{(1,5)} &= F_1(B_qI_i + BD_cI_{ii}) + I_\eta G_2B_qI_i + F_2B_cI_{ii} \\ \hat{\Pi}_{(2,2)} &= 2\mu U + \tau R_3 + \frac{\tau^2}{2}Z - \text{sm}\{G_1I_1 + I_I G_2I_2 + G_3I_3\} \\ \hat{\Pi}_{(2,3)} &= -(G_1BD_c + I_I\hat{L} + G_3B_c)CI_2 \\ \hat{\Pi}_{(2,5)} &= G_1(B_qI_i + BD_cI_{ii}) + I_I G_2B_qI_i + G_3B_cI_{ii} \end{aligned}$$

e

$$I_I = \begin{bmatrix} I_{n \times n} \\ I_{n \times n} \\ I_{n \times n} \end{bmatrix}, \quad I_\eta = \begin{bmatrix} \eta_1 I_{n \times n} \\ \eta_2 I_{n \times n} \\ \eta_3 I_{n \times n} \end{bmatrix}, \quad I_1^T = \begin{bmatrix} I_{n \times n} \\ 0_{n \times n} \\ 0_{n \times n} \end{bmatrix}, \quad I_2^T = \begin{bmatrix} 0_{n \times n} \\ I_{n \times n} \\ 0_{n \times n} \end{bmatrix}, \quad I_3^T = \begin{bmatrix} 0_{n \times n} \\ 0_{n \times n} \\ I_{n \times n} \end{bmatrix},$$

$$I_i = \begin{bmatrix} I_d & 0_{m \times n} & 0_{m \times n} \end{bmatrix}, I_{ii} = \begin{bmatrix} 0_{m \times n} & I_d & 0_{m \times n} \end{bmatrix}, \text{ e } I_d = \begin{bmatrix} I_{m \times m} & 0_{m \times n-1} \end{bmatrix}. \quad (3.28)$$

Em caso afirmativo, o ganho do estimador em (3.1) será dado por: $L = G_2^{-1} \hat{L}$.

Demonstração. Esta demonstração segue diretamente do Teorema 3.1.1. Inicialmente, define-se as seguintes estruturas para as matrizes F e G :

$$F = [F_1 \ I_\eta G_2 \ F_2] \text{ e } G = [G_1 \ I_I G_2 \ G_3] \quad (3.29)$$

sendo F_1, F_2, G_1 e G_3 matrizes $3n \times n$, G_2 uma matriz $n \times n$ e I_I e I_η definidas em (3.28).

A LMI (3.25) é obtida seguindo os mesmos procedimentos da demonstração do Teorema 3.1.1, porém considerando o termo nulo com $d(t) \neq 0$, as matrizes F e G definidas em (3.29), o critério H_∞ (3.3) e, finalmente, aplicando-se o complemento de Schur. Note que o critério H_∞ pode ser escrito em termos do sistema aumentado (3.5) da seguinte forma:

$$\int_0^{t_f} \bar{x}^T(t) \bar{W} \bar{x}(t) dt \leq \gamma^2 \int_0^{t_f} d^T(t) d(t) dt, \quad (3.30)$$

com $\bar{W} = \text{diag}\{0, W, 0\}$.

A substituição das estruturas (3.29) em (3.14), com as matrizes do sistema aumentado apresentadas em (3.6), resulta em uma formulação não-linear. Para transformar este resultado em uma LMI, é introduzida a variável linearizante $\hat{L} = G_2 L$. Observe que, se as LMIs do presente teorema forem satisfeitas, então G_2 será não-singular, pois o termo $\hat{\Pi}_{(2,2)}$ da LMI (3.25) impõe que $\text{sm}\{G_1 I_1 + I_I G_2 I_2 + G_3 I_3\}$ seja definido positivo. Logo, o ganho L pode ser determinado de maneira única.

Portanto, se as LMIs (3.12), (3.13) e (3.25) são satisfeitas, então as condições do Teorema 3.1.1 também são satisfeitas, o que significa que o estimador (3.1) é γ -admissível, conforme a Definição 1. Dessa forma, o ganho do observador pode ser calculado através da expressão $L = G_2^{-1} \hat{L}$. Isto conclui a demonstração do Teorema 3.1.2. \square

Observação 1. Neste trabalho não foi estabelecido um procedimento sistemático para a escolha dos parâmetros de ajuste η_1, η_2 e η_3 . Nas simulações realizadas, observou-se que quando não é possível encontrar uma solução escolhendo-se $\eta_1 = \eta_2 = \eta_3 = 1$, ao escolher $\eta_1 = \eta_3 = 1$ e $\eta_2 \in [5, 10]$, normalmente é possível encontrar uma solução factível.

Sistemas precisamente conhecidos com retardo variante no tempo

O Teorema 3.1.2 pode ser facilmente adaptado para a síntese de observadores de sistemas precisamente conhecidos com retardo variante no tempo. Nesse caso, basta fazer $v_1(t) = 0$ e eliminar da LMI (3.25) as parcelas, linhas e colunas referentes a este termo. É importante lembrar que neste caso é possível garantir o erro nulo de estimação. O corolário a seguir apresenta as condições de síntese para essa situação.

Corolário 3.1.1. *Sejam dados $\tau > 0$, valor nominal para o retardo, $0 \leq \mu \leq \tau$, um limitante superior para a perturbação do retardo no tempo e escalares de ajuste $\eta_1 \neq 0$, $\eta_2 \neq 0$ e $\eta_3 \neq 0$. Então, o sistema em malha fechada, com $\Delta A = 0$, será assintoticamente estável e o estimador em (3.1) será γ -admissível, conforme Definição 1, se existirem matrizes $G_2 \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $\hat{L} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$, $F_1, F_2, G_1, G_3 \in \mathbb{R}^{3n \times n}$ e $P = P^T, Q, R_1 = R_1^T, R_2, R_3 = R_3^T, S = S^T, V = V^T, U = U^T \in \mathbb{R}^{3n \times 3n}$, tais que as LMIs em (3.12), (3.13) e a LMI a seguir sejam satisfeitas.*

$$\hat{\Sigma} = \begin{bmatrix} \hat{\Pi} & \hat{\Phi}^T \\ * & -\mu U \end{bmatrix} < 0 \quad (3.31)$$

com $\hat{\Phi}^T = \hat{\Phi}_3^T e$

$$\hat{\Pi} = \begin{bmatrix} \hat{\Pi}_{(1,1)} & \hat{\Pi}_{(1,2)} & \hat{\Pi}_{(1,3)} & 2\delta Q - \frac{1}{\tau}R_2 + \frac{2}{\tau}Z & \hat{\Pi}_{(1,5)} \\ * & \hat{\Pi}_{(2,2)} & \hat{\Pi}_{(2,3)} & Q & \hat{\Pi}_{(2,5)} \\ * & * & -\frac{1}{\tau}S + R_3 & \frac{1}{\tau}R_2 & 0 \\ * & * & * & -\frac{1}{\tau}R_1 - \frac{2}{\tau^2}Z & 0 \\ * & * & * & * & -\gamma^2 I \end{bmatrix}, \quad (3.32)$$

sendo

$$\begin{aligned} \hat{\Pi}_{(1,1)} &= S + \text{sm}\{Q\} + \tau R_1 - \frac{1}{\tau}R_3 - 2Z + \text{sm}\{F_1[(A - BD_c C)I_1 + BD_c C I_2 + BC_c I_3] + \\ &\quad F_2[-B_c C(I_1 - I_2) + A_c I_3] + I_\eta G_2 A_2\} + \bar{W} \\ \hat{\Pi}_{(1,2)} &= \tau R_2^T + P + [I_3^T C_c^T B^T - I_1^T (C^T D_c^T B^T - A^T)]G_1^T + [I_3^T A_c^T + (I_2^T - I_1^T)C^T B_c^T]G_3^T \\ &\quad + I_2^T A^T G_2^T I^T - F_1 I_1 - I_\eta G_2 I_2 - F_2 I_3 \\ \hat{\Pi}_{(1,3)} &= -Q + \frac{1}{\tau}R_3 - (F_1 B D_c - I_\eta \hat{L} - F_2 B_c)C I_2 \\ \hat{\Pi}_{(1,5)} &= F_1(B_w I_i + B D_c I_{ii}) + I_\eta G_2 B_q I_i + F_2 B_c I_{ii} \\ \hat{\Pi}_{(2,2)} &= 2\mu U + \tau R_3 + \frac{\tau^2}{2}Z - \text{sm}\{G_1 I_1 + I_I G_2 I_2 + G_3 I_3\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\hat{\Pi}_{(2,3)} &= -(G_1BD_c + I_1\hat{L} + G_3B_c)CI_2 \\ \hat{\Pi}_{(2,5)} &= G_1(B_qI_i + BD_cI_{ii}) + I_1G_2B_qI_i + G_3B_cI_{ii}\end{aligned}$$

e $I_1, I_\eta, I_1, I_2, I_3, I_i$ e I_{ii} definidos anteriormente em (3.28).

Em caso afirmativo, o ganho do estimador em (3.1) será dado por: $L = G_2^{-1}\hat{L}$.

3.2 Projeto do Controlador Primário via LMIs

O projeto do controlador primário parte da mesma premissa usada no caso nominal do controle com preditor de Smith. É assumido que as incertezas paramétricas e o retardo variante no modelo do sistema em (2.4) são totalmente compensados pelo observador em (3.1). Assim, como indicado no diagrama apresentado na Figura 2.2, o projeto do controlador pode ser realizado baseando-se no sistema nominal sem atraso. É importante ressaltar que esta premissa é verdadeira para sistemas precisamente conhecidos, mas não para sistemas incertos. Apesar disso, como mencionado anteriormente, a estabilidade do sistema em malha fechada será mantida.

O objetivo nesta etapa do projeto é determinar os parâmetros α, k_p, k_i, k_d (ou apenas k_p e k_i , para o controlador PI) e, portanto, as matrizes A_c, B_c, C_c e D_c do controlador em (2.7) de tal forma que as especificações de desempenho para o sistema em malha fechada sejam atendidas.

Para tornar os cálculos mais simples, no caso da sintonia do PID não é levado em consideração o filtro da ação derivativa. O parâmetro α é escolhido, por meio de simulações, após a determinação dos ganhos k_p, k_i e k_d , de forma a minimizar o seu efeito na resposta de malha fechada.

Ademais, no restante da seção é apresentado como os controladores PI/PID podem ser projetados via LMIs. Para tanto, são apresentados resultados disponíveis na literatura, ou adaptações destes métodos, para tratarmos o objeto de estudo desta dissertação.

3.2.1 PI/PID como realimentação de estados

Um método de síntese interessante é apresentado em Parada et al. (2011), em que a sintonia do controlador PID é formulada como um problema de realimentação de estados e resolvida por meio de LMIs. Para tanto, é assumido que o sistema seja de segunda ordem e possa ser representado por

$$G(s) = \frac{b_0}{s^2 + a_1s + a_0}. \quad (3.33)$$

Em Parada et al. (2016) esta ideia é estendida para a síntese do controlador PI. Nesse caso, é assumido que o sistema seja representado por um modelo de primeira ordem como

$$G(s) = \frac{b}{as + 1}. \quad (3.34)$$

As funções de transferência (3.33) e (3.34) podem ser representadas como

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A^\square x(t) + B^\square u(t) \\ y(t) = C^\square x(t), \end{cases} \quad (3.35)$$

em que $\square = \text{PID}$ indica a representação em espaço de estados da função de transferência (3.33), com

$$A^{\text{PID}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 \end{bmatrix}, \quad B^{\text{PID}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C^{\text{PID}} = \begin{bmatrix} b_0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (3.36)$$

e $\square = \text{PI}$ indica a representação em espaço de estados de (3.34), sendo

$$A^{\text{PI}} = -\frac{1}{a}, \quad B^{\text{PI}} = 1, \quad C^{\text{PI}} = \frac{b}{a}. \quad (3.37)$$

Considerando um estado adicional definido por $x_a(t) = -\int y(t)dt$, o sinal de controle do PID pode ser reescrito em termos das variáveis de estado do sistema (3.36)

$$u(t) = -(k_p b_0 x_1(t) + k_i x_a(t) + k_d b_0 x_2(t)).$$

De maneira semelhante, o sinal de controle do PI pode ser reescrito em termos de (3.37) com

$$u(t) = -\left(k_p \frac{b}{a} x(t) + k_i x_a(t)\right).$$

Ambos os sinais podem ser representados de maneira conveniente como:

$$u(t) = K^\square E^\square z(t), \quad (3.38)$$

sendo $z(t) = [x(t) \ x_a(t)]$ e

$$K^{\text{PI}} = [k_p \ k_i], \quad E^{\text{PI}} = \begin{bmatrix} -\frac{b}{a} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$K^{PID} = [k_p \ k_d \ k_i], \quad E^{PID} = \begin{bmatrix} -b_0 & 0 & 0 \\ 0 & -b_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Dessa forma, o sistema em malha fechada com o sinal de controle definido em (3.38) torna-se:

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = \hat{A}^\square z(t) + \hat{B}^\square K^\square E^\square z(t) \\ y(t) = \hat{C}^\square z(t) \end{cases} \quad (3.39)$$

com

$$\hat{A}^\square = \begin{bmatrix} A^\square & 0 \\ -C^\square & 0 \end{bmatrix}, \quad \hat{B}^\square = \begin{bmatrix} B^\square \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \hat{C}^\square = \begin{bmatrix} C^\square & 0 \end{bmatrix},$$

Note que nesse modelo em espaço de estados, o projeto de controladores PID (PI) para sistemas de segunda ordem (primeira ordem) pode ser transformado em um projeto de controladores por realimentação de estados. Portanto, tal transformação permite que sejam utilizados métodos de projeto de controladores por realimentação de estados disponíveis na literatura para projetar controladores PI/PID. Nas subseções seguintes são apresentados alguns destes métodos já adaptados para serem aplicados na resolução do problema formulado nesta dissertação.

3.2.2 Projeto do controlador por alocação de polos

O comportamento desejado para a resposta do sistema pode ser conseguido a partir da escolha de uma região no plano complexo para a alocação dos polos de malha fechada. Uma sub-região \mathcal{D} do plano complexo pode ser descrita em termos de LMIs, conforme a seguinte definição.

Definição 2. *Um subconjunto \mathcal{D} do plano complexo é denominado região LMI se existirem matrizes $M = M^T \in \mathbb{R}^n$ e $N \in \mathbb{R}^n$ tais que:*

$$\mathcal{D} = \{s \in \mathbb{C} : f_{\mathcal{D}}(s) = M + sN + s^*N^T < 0\},$$

onde $s = \sigma + j\omega$.

Observe que uma região LMI é um subconjunto do plano complexo a qual é representada por uma LMI em s e s^* , ou de forma equivalente, uma LMI em $\sigma = \text{Re}(s)$ e $\omega = \text{Im}(s)$. Como resultado, as regiões LMIs são convexas (Chilali e Gahinet, 1996). Regiões de interesse para alocação de polos incluem:

a) semi-plano com $Re(s) < -\beta$:

$$f_{\mathcal{D}}(s) = 2\beta + s + s^* < 0,$$

b) disco com raio r e centrado em $(-c, 0)$:

$$f_{\mathcal{D}} = \begin{bmatrix} -r & c + s \\ c + s^* & -r \end{bmatrix} < 0,$$

c) setor cônico com ângulo interno 2θ :

$$f_{\mathcal{D}} = \begin{bmatrix} \text{sen}\theta(s + s^*) & \text{cos}\theta(s - s^*) \\ \text{cos}\theta(s - s^*) & \text{sen}\theta(s + s^*) \end{bmatrix} < 0,$$

ou a interseção destas regiões.

A região \mathcal{D} considerada é formada pela interseção das regiões a), b) e c), conforme ilustra a Figura 3.2. A alocação dos polos nessa região ajuda a garantir uma taxa e uma razão mínima de decaimento β e amortecimento $\zeta = \cos\theta$, respectivamente, além de uma máxima frequência natural amortecida $\omega_d = r\text{sen}\theta$. Portanto, baseado nestas especificações, os controladores PI/PID podem ser projetados conforme o teorema a seguir.

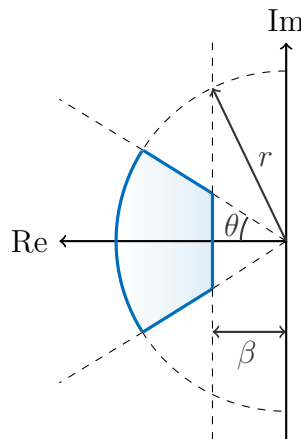


Figura 3.2: Região de alocação dos polos, destacada em azul.

Teorema 3.2.1. *O sistema em (3.39) será assintoticamente \mathcal{D} -estável se existirem matrizes $X > 0 \in \mathbb{R}^{(n+1) \times (n+1)}$ e $Y \in \mathbb{R}^{m \times (n+1)}$, que satisfazem*

$$2\beta X + \Upsilon + \Upsilon^T < 0,$$

$$\begin{bmatrix} -rX & \Upsilon \\ * & -rX \end{bmatrix} < 0 \text{ e}$$

$$\begin{bmatrix} \operatorname{sen}\theta(\Upsilon + \Upsilon^T) & \cos\theta(\Upsilon - \Upsilon^T) \\ * & \operatorname{sen}\theta(\Upsilon + \Upsilon^T) \end{bmatrix} < 0$$

com $\Upsilon = \hat{A}^\square X + \hat{B}^\square Y$.

Em caso afirmativo, o ganho de realimentação estática será dado por $K^\square = YX^{-1}E^{\square-1}$.

Demonstração. A demonstração do Teorema 3.2.1 é equivalente à demonstração do Teorema 2.2 em Chilali e Gahinet (1996), substituindo-se A por $\hat{A}^\square + \hat{B}^\square K^\square E^\square$ e introduzindo a variável linearizante $Y = K^\square E^\square X$. \square

3.2.3 Saturação do sinal de controle

Devido a questões de segurança e limitações dos equipamentos, o atuador não pode entregar energia ilimitada à planta controlada. Como será visto no capítulo seguinte, estruturas de compensação de atraso como o preditor de Smith permitem o uso de controladores com ganhos mais elevados, o que pode levar à saturação do sinal de controle mais facilmente. A presença de limites na entrada de controle, ou na saída da planta, pode ser fonte de degradação do desempenho do sistema em malha fechada e, no pior dos casos, levá-lo à instabilidade (Tarbouriech et al., 2011). Por esse motivo, é importante, ao se projetar um sistema de controle, levar em consideração a possibilidade da ocorrência de saturação.

De maneira geral, há duas abordagens para tratar o problema de saturação. A primeira delas consiste em projetar o controlador considerando os efeitos da saturação *a priori*. A segunda opção consiste em adicionar ao sistema um compensador *anti-windup*, levando em consideração um controlador previamente concebido para atingir o desempenho especificado. O objetivo do compensador *anti-windup* é amenizar os possíveis problemas que a saturação pode causar.

Quando não há erros de modelagem ou distúrbios, duas propriedades importantes do preditor de Smith são mantidas para o caso de saturação na entrada ou na saída do processo: 1) o atraso é eliminado da malha de realimentação, e 2) a saída do preditor é uma predição da saída do sistema (Normey-Rico e Camacho, 2007). Isso permite, teoricamente, o uso de técnicas para tratar o problema de saturação sem ter que levar em consideração o retardo do sistema.

Considerando a possibilidade de ocorrência da saturação do sinal de controle, é proposto o uso de um compensador *anti-windup* estático, conforme ilustra a Figura 3.3. Observe que o compensador *anti-windup* irá atuar somente quando o sinal de controle exceder os limites admissíveis.

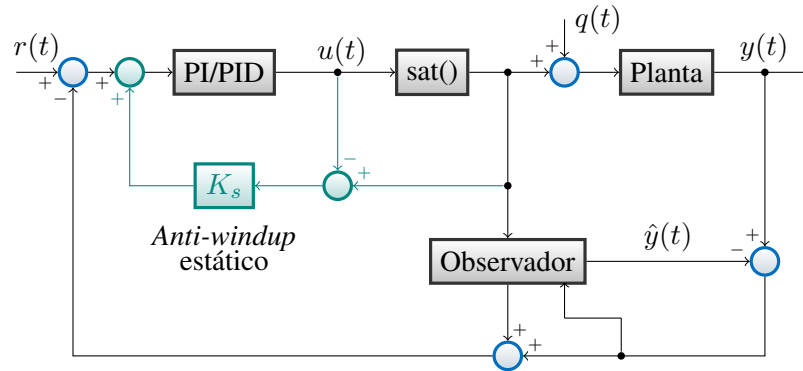


Figura 3.3: Estrutura de controle proposta com compensador *anti-windup* estático.

Conforme ilustra a Figura 3.4, o projeto do compensador *anti-windup* é realizado independente do observador e sem levar em conta as incertezas do modelo. Portanto, não há garantias quanto a estabilidade do sistema em malha fechada e o uso desta estratégia deve ser limitado a sistemas precisamente conhecidos.

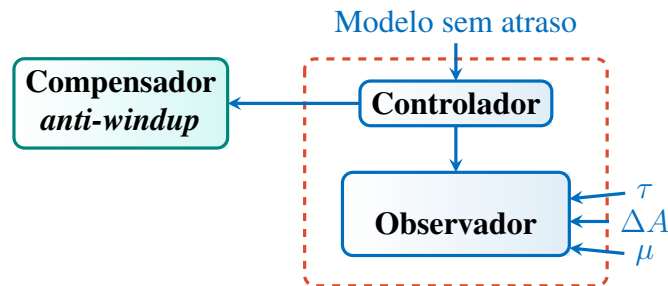


Figura 3.4: Metodologia de projeto da estrutura de projeto com compensador *anti-windup*.

Devido ao fato da saturação inserir uma não linearidade no sistema, nem sempre é possível garantir o seguimento de referência ou a rejeição de distúrbios para qualquer sinal aplicado à planta. Com o objetivo de contornar este problema, aqui é apresentada a abordagem proposta por Flores et al. (2009) para determinação do compensador *anti-windup* estático, considerando o controlador projetado conforme seção anterior, e de um conjunto de sinais de entradas exógenas admissíveis para as quais é possível garantir o erro nulo de seguimento e rejeição de distúrbios.

Considere o sistema sem atraso sujeito a saturação

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + B\text{sat}(u(t)) + B_q q(t) \\ y(t) = Cx(t) \\ e(t) = r(t) - y(t), \end{cases} \quad (3.40)$$

em que $u(t)$ é o sinal de controle conforme (3.38) e $e(t)$ é o erro de seguimento de referências. O termo $\text{sat}(u(t))$ indica que o sinal de controle está submetido a restrições de amplitude do

tipo

$$u(t) = \begin{cases} u_{\min}, & \text{se } KEx(t) < u_{\min}; \\ KEx(t), & \text{se } u_{\min} \leq KEx(t) \leq u_{\max}; \\ u_{\max}, & \text{se } KEx(t) > u_{\max}, \end{cases}$$

sendo KE o ganho de realimentação estática² determinado anteriormente e u_{\min} e u_{\max} os limites do sinal de controle. Sem perda de generalidade, é assumido que $u_{\min} = -u_{\max} = -u_0$.

Com o objetivo de garantir o erro nulo de seguimento para referências constantes é introduzida uma ação integral, definida como

$$\dot{\xi}(t) = e(t) + K_s(\text{sat}(u(t)) - u(t)) \quad (3.41)$$

sendo que o termo $K_s(\text{sat}(u(t)) - u(t))$ tem a finalidade de evitar os possíveis efeitos indesejados causados pela saturação do atuador e K_s é o ganho do compensador *anti-windup* estático a ser determinado.

Considerando o vetor de estados aumentado $z(t) = [x(t) \ \xi(t)]$, a partir de (3.40) e (3.41), segue que

$$\dot{z}(t) = \hat{A}z(t) + \hat{B}\text{sat}(u(t)) + \hat{B}_s(\text{sat}(u(t)) - u(t)) + \hat{B}_d d(t) \quad (3.42)$$

com $d^T(t) = [q^T(t) \ r^T(t)]$ e

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix}, \quad \hat{B} = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \hat{B}_s = VE_c, \quad V = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \hat{B}_d = \begin{bmatrix} B_q & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Observe que para o caso sem saturação, o modelo acima corresponde ao modelo do sistema aumentado para os controladores PI/PID e, portanto, o sinal de controle escolhido é adequado para estabilizar (3.40). Logo, o sistema em malha fechada pode ser descrito por:

$$\dot{z}(t) = (\hat{A} + \hat{B})z(t) - (\hat{B} + \hat{B}_s)\Psi_{u_0}(KEz(t)) + \hat{B}_d d(t), \quad (3.43)$$

em que $\Psi_{u_0}(\cdot)$ é uma não-linearidade do tipo zona-morta descentralizada (Tarbouriech et al., 2011), definida por $\Psi_{u_0} = u(t) - \text{sat}(u(t))$.

Se as trajetórias do sistema permanecerem no interior da região de operação linear $\mathcal{S}(KE, u_0)$, definida como

$$\mathcal{S}(KE, u_0) := \{z \in \mathbb{R}^{n+1}; |KEz| \leq u_0\},$$

então o sistema com saturação adquire o comportamento de um sistema puramente linear. Neste caso, o controlador é capaz de garantir o seguimento de referência e a rejeição de sinais de

²Nesta subseção o sobrescrito \square também será omitido para tornar a notação mais compacta.

perturbação do tipo degrau. Dessa forma, definindo-se os conjuntos elipsoidais

- \mathcal{Z}_0 : conjunto de condições iniciais admissíveis

$$\mathcal{Z}_0 = \Omega(X^{-1}, 1) = \{z \in \mathbb{R}^{n+1}; z^T X^{-1} z \leq 1\}, X^{-1} = X^{-T},$$

- \mathcal{H}_0 : conjunto de referências e perturbações admissíveis

$$\mathcal{H}_0 = \Omega(H, 1) = \{d \in \mathbb{H}^{n+1}; d^T H d \leq 1\}, H = H^T,$$

- \mathcal{J}_0 : conjunto contido na interseção de \mathcal{Z}_0 com a região de operação linear do sistema,

$$\mathcal{J}_0 = \Omega(J, 1) = \{z \in \mathbb{R}^{n+1}; z^T J z \leq 1\}, J = \eta X^{-1}, \eta > 1,$$

ilustrados na Figura 4.13, deseja-se calcular o ganho *anti-windup* K_s tal que, $\forall z(0) \in \mathcal{Z}_0$ e $\forall d(t) \in \mathcal{H}_0$, todas as trajetórias do sistema iniciadas em \mathcal{Z}_0 converjam para \mathcal{J}_0 em tempo finito t_0 e permaneçam no interior deste conjunto para todo $t \geq t_0$.

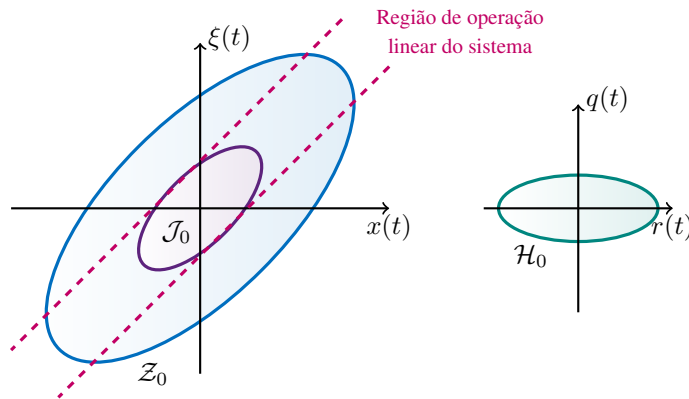


Figura 3.5: Conjuntos elipsoidais considerados.

O teorema a seguir fornece condições suficientes para determinação do ganho estático K_s .

Teorema 3.2.2. *Sejam dados dois escalares positivos λ e η . Se existirem matrizes definidas positivas $X = X^T \in \mathbb{R}^{(n+1) \times (n+1)}$ e $H = H^T \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$, uma matriz $Y \in \mathbb{R}^{1 \times (n+1)}$ e escalares m_s e $l_s > 0$ satisfazendo*

$$\begin{bmatrix} X & E^T K^T - Y^T \\ * & u_0^2 \end{bmatrix} \geq 0 \quad (3.44)$$

$$\begin{bmatrix} \eta X & E^T K^T \\ * & u_0^2 \end{bmatrix} \geq 0 \quad (3.45)$$

$$\begin{bmatrix} \text{sm}\{\hat{A}X + \hat{B}KE\} + \bar{\lambda}X & -\hat{B}l_s - Vm_s + Y^T & \hat{B}_d \\ * & -2l_s & 0 \\ * & * & \lambda H \end{bmatrix} < 0 \quad (3.46)$$

com $\bar{\lambda} = \lambda(-1 + 3\eta)$, então o ganho $K_s = m_s l_s^{-1}$ garante que todas as trajetórias de (3.43) iniciadas em $\Omega(X^{-1}, 1)$ tendem para o conjunto $\Omega(J, 1) \subset \mathcal{S}(KE, u_0)$ em tempo finito t_0 e permanecem neste conjunto $\forall t \geq t_0$, desde que $d(t) \in \Omega(H, 1)$.

Demonstração. A demonstração do Teorema 3.2.2 é análoga à prova do Teorema 1 de Flores et al. (2009), porém considerando que o ganho de realimentação estática KE é conhecido. \square

Problema de otimização

É desejável que o ganho K_s seja determinado de forma que os conjuntos de condições iniciais $\Omega(X^{-1}, 1)$ e de referências e perturbações admissíveis $\Omega(H, 1)$ sejam maximizados de acordo com um determinado critério. No caso de conjuntos elipsoidais, tal critério está normalmente associado a alguma característica geométrica, como volume, comprimento do eixo menor ou maximização do elipsoide em uma certa direção (Tarbouriech et al., 2011). Assim como em Flores et al. (2009), o critério utilizado é a maximização do elipsoide em uma determinada direção.

Considere o conjunto de vetores

$$\mathcal{X}_{\mathcal{R}} = \{\mathbf{x}_{\mathcal{R}(1)}, \dots, \mathbf{x}_{\mathcal{R}(f)}\}, \mathbf{x}_{\mathcal{R}(i)} \in \mathbb{R}^{n+1}, i = 1, \dots, f$$

e

$$\mathcal{D}_{\mathcal{R}} = \{\mathbf{d}_{\mathcal{R}(1)}, \dots, \mathbf{d}_{\mathcal{R}(s)}\}, \mathbf{d}_{\mathcal{R}(i)} \in \mathbb{R}^2, i = 1, \dots, s$$

que definem as direções nas quais os elipsoides $\Omega(X^{-1}, 1)$ e $\Omega(H, 1)$ devem ser maximizados, respectivamente. A ideia nesse caso é maximizar fatores de escala $\delta_1 > 0$ e $\delta_2 > 0$, de forma que $\delta_1 \mathcal{X}_{\mathcal{R}} \subset \Omega(X^{-1}, 1)$ e $\delta_2 \mathcal{D}_{\mathcal{R}} \subset \Omega(H, 1)$ sejam maximizados. Portanto, podemos definir o seguinte problema de otimização:

$$\begin{aligned} & \min && (1 - \varepsilon)\rho_1 + \varepsilon\rho_2 \\ & \text{sujeito a :} && \\ & && \begin{bmatrix} \rho_1 & \mathbf{x}_{\mathbf{r}(i)}^T \\ * & X \end{bmatrix} \geq 0, \quad i = 1, \dots, f && (3.47) \\ & && \mathbf{d}_{\mathbf{r}(j)}^T H \mathbf{d}_{\mathbf{r}(j)} \leq \rho_2, \quad j = 1, \dots, s && (3.48) \\ & && \text{e LMIs (3.44), (3.45) e (3.46).} \end{aligned}$$

com $\delta_1 = \frac{1}{\sqrt{\rho_1}}$ e $\delta_2 = \frac{1}{\sqrt{\rho_2}}$. O escalar $0 \leq \varepsilon \leq 1$ é um parâmetro usado para definir a prioridade de maximização entre os conjuntos $\Omega(X^{-1}, 1)$ e $\Omega(H, 1)$.

Finalmente, os valores máximos das referências e perturbações admissíveis podem ser determinados através da relação (3.48).

Capítulo 4

Estudo de Casos

Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos pelos métodos propostos aplicados a diferentes sistemas. Os testes de factibilidade das LMIs foram realizados utilizando o *LMI Control Toolbox* do MATLAB e os resultados são ilustrados por meio de simulações temporais realizadas com auxílio do *Simulink*. Ao longo do capítulo, a eficiência do método proposto é investigada através do estudo de três casos:

- i) sistemas precisamente conhecidos;
- ii) sistemas incertos;
- iii) sistema sujeito a restrições no atuador.

No primeiro caso, os resultados encontrados são comparados aos de dois outros métodos descritos na literatura. Um deles trata do projeto de controladores PID para sistemas sujeitos a retardo variante no tempo (Mozelli e Souza, 2016) e o outro, propõe uma maneira para sintonizar o controlador primário do preditor de Smith na presença de incertezas no tempo de atraso (Palmor e Blau, 1994).

Nos exemplos em que são estudados sistemas incertos, apenas o método proposto é analisado, por não ser de conhecimento da autora um método semelhante que possa ser usado, de forma justa, para fins de comparação.

Em todos os casos, o controlador PID foi simulado com um filtro para aproximação da ação derivativa com $\alpha = 20$. Além disso, o retardo foi considerado como uma função aleatória uniformemente distribuída, como ilustrado na Figura 2.4. A diferença deste sinal entre os exemplos está basicamente na amplitude do intervalo de variação do retardo.

4.1 Caso 1: Sistemas precisamente conhecidos

Nesta seção e na seção seguinte, além de classificar os sistemas quanto a incerteza em seus modelos eles também serão classificados quanto a dominância do retardo em relação a constante de tempo dominante do sistema. Assim, os sistemas também são divididos em: *a*) sistema com atraso não-dominante, quando o atraso nominal é menor que duas vezes o valor da constante de tempo dominante do sistema, ou *b*) sistemas com atraso dominante, quando o atraso é duas vezes maior que a constante de tempo dominante do sistema.

4.1.1 Sistema com atraso não-dominante

Considere o sistema de aquecimento de água descrito em Normey-Rico e Camacho (2007), ilustrado a seguir na Figura 4.1. A água é aquecida em um reservatório por meio de uma resistência elétrica, sendo bombeada para um tubo isolado termicamente até a saída do sistema. A entrada de controle é a potência W dissipada na resistência e a saída da planta é a temperatura T medida em algum ponto próximo à extremidade do tubo.

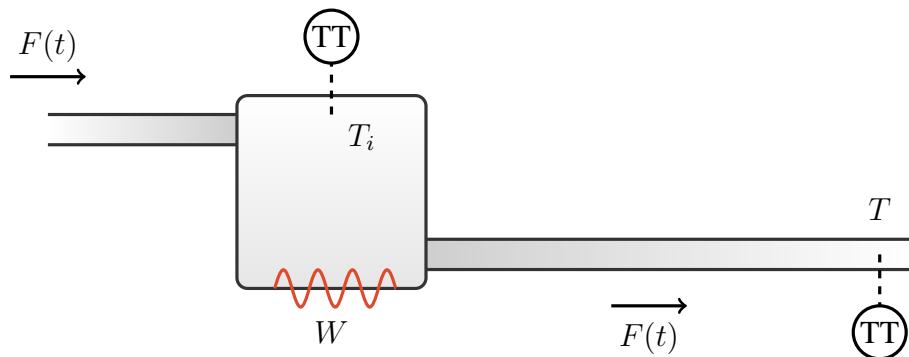


Figura 4.1: Sistema de aquecimento de água. Adaptado de Normey-Rico e Camacho (2007).

Quando um degrau positivo é aplicado a entrada do sistema, a temperatura no interior do reservatório começa a aumentar. Como o tubo está cheio de água na temperatura inicial T_0 , esta mudança não é percebida imediatamente na saída. É necessário esperar até que o água quente chegue à extremidade do tubo para que esta alteração seja notada. Assim, depois de um tempo, definido pela vazão $F(t)$ da água e pelo comprimento do tubo, a temperatura T na saída começa a aumentar com a mesma dinâmica da temperatura T_i no interior do tanque. Observe que este é um sistema cujo retardo pode ser variante no tempo, uma vez que ele é dependente da vazão de água.

Este processo pode ser representado pelo seguinte modelo de segunda ordem

$$G(s) = \frac{1}{(1,5s + 1)(0,4s + 1)} e^{-d_\tau s} \quad (4.1)$$

no qual d_τ é usado para representar um retardo incerto ou variante no tempo, que pertence ao intervalo $[0,225; 0,275]$. Deseja-se projetar uma estrutura de controle para que a resposta do sistema em malha fechada a uma entrada em degrau seja mais rápida que a resposta em malha aberta e ainda apresente sobressinal de, no máximo, 5%.

Para atender as especificações de projeto, primeiramente é aplicado o método proposto neste trabalho, que consiste em duas etapas: *i*) projeto do controlador para o sistema sem atraso, e *ii*) síntese do observador considerando o controlador projetado no passo anterior.

Uma realização em espaço de estados para o sistema (4.1) pode ser dada por:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1,6667 & -3,1667 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ e } C = \begin{bmatrix} 1,6667 & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.2)$$

A partir desta representação é possível sintonizar um controlador PID para o sistema sem atraso conforme descrito na Seção 3.2.1. A região escolhida para a alocação dos polos do sistema em malha fechada é caracterizada por $\beta = 1$, $\theta = 45^\circ$ e $r = 5$. Os ganhos k_p , k_i e k_d obtidos são mostrados na Tabela 4.1.

Considerando este controlador, é realizado o projeto do observador através da aplicação do Corolário 3.1.1. Os parâmetros de ajuste foram definidos como $\eta_1 = \eta_3 = 1$, $\eta_2 = 5$ e $W = \text{diag}\{0,1; 0,1\}$. O ganho L encontrado é dado por:

$$L = \begin{bmatrix} 2,0911 \\ -1,7477 \end{bmatrix}.$$

Com o objetivo de avaliar a eficiência do método proposto, é projetado um controlador PID para sistemas com atraso variante, como descrito em Mozelli e Souza (2016)¹, e um PID para compor a estrutura clássica do preditor de Smith, conforme apresentado no trabalho de Palmor e Blau (1994). Os ganhos encontrados através destes métodos também são mostrados na Tabela 4.1. Observe que dentre as estratégias consideradas, a de Palmor e Blau (1994) permite a obtenção de controladores com ganhos mais elevados, o que por um lado pode ser vantajoso, pois pode levar a respostas mais rápidas. Em contrapartida, quanto maior o ganho, mais difícil é a implementação física do controlador e o sinal de controle satura com mais facilidade.

¹Os parâmetros de projeto usados foram $\delta = 0,8360$ e $\alpha = 1,15$, que permitem a obtenção de uma melhor relação de compromisso entre resposta mais rápida e menor sobressinal.

Tabela 4.1: Parâmetros do controlador PID obtidos em cada um dos métodos considerados para o sistema (4.1) com atraso não-dominante.

Método	k_p	k_i	k_d
Proposto	6,8557	5,5828	1,8481
Palmor e Blau (1994)	22,8000	7,2000	7,2000
Mozelli e Souza (2016)	2,8556	1,8005	0,8760

A Figura 4.2 mostra a resposta do sistema em malha aberta e em malha fechada para os três métodos avaliados. As principais características da resposta transitória são mostradas na Tabela 4.2, sendo que t_r indica o tempo de subida, t_s o tempo de acomodação e M_p o máximo sobressinal.

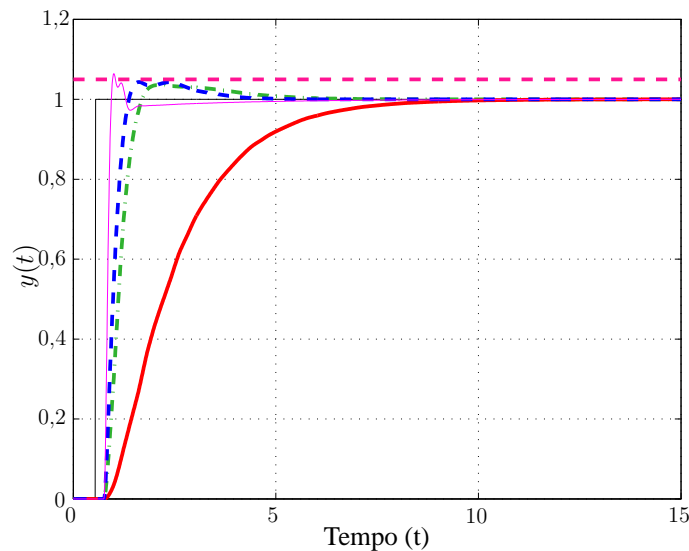


Figura 4.2: Resposta do sistema (4.1) em malha aberta (linha contínua grossa) e em malha fechada: método proposto (linha tracejada), preditor clássico sintonizado pelo método de Palmor e Blau (1994) (linha contínua fina) e PID proposto por Mozelli e Souza (2016) (linha traço-pontilhada), quando o retardo não é dominante.

Os resultados encontrados mostram que o método proposto apresenta desempenho semelhante ao do controlador PID de Mozelli e Souza (2016). O método de Palmor e Blau (1994), por sua vez, fornece menores tempos de subida e acomodação, ao custo de um maior sobressinal, cujo valor não atende a um dos critérios de desempenho especificado. Apesar de este último método fornecer uma resposta mais rápida, o seu uso neste caso não se justifica. Da mesma forma, a utilização da metodologia proposta não é vantajosa nesse tipo de sistema, pois um controlador PID é suficiente para alcançar desempenho satisfatório.

Tabela 4.2: Características da resposta do sistema (4.1) quando o retardo não é dominante.

	t_r	t_s	$M_p(\%)$
Malha aberta	3,4912	7,0673	0
Método Proposto	0,4038	3,1240	4,3325
Palmor e Blau (1994)	0,1205	1,5341	6,4594
Mozelli e Souza (2016)	0,5993	3,8847	3,5653

4.1.2 Sistema com atraso dominante

Considere novamente o sistema de aquecimento de água. Suponha agora que o sensor que mede a temperatura no tubo seja deslocado, fazendo com que o retardo passe a variar no intervalo $[3,15; 3,85]$. Mais uma vez, deseja-se projetar uma estrutura de controle para que a resposta em malha fechada apresente as mesmas características especificadas anteriormente.

Como as especificações de desempenho são mantidas, podemos utilizar o controlador projetado na seção anterior e apenas reprojeter o observador para o novo intervalo de variação do retardo. Neste caso, escolhendo-se $\eta_1 = \eta_3 = 1$, $\eta_2 = 5$ e $W = \text{diag}\{0,1; 0,1\}$, é obtido o ganho:

$$L = \begin{bmatrix} 0,1061 \\ -0,3021 \end{bmatrix}.$$

Note que esse valor de L é menor que o valor encontrado no exemplo anterior, o que indica que o erro de estimação irá convergir mais lentamente.

A Tabela 4.3 relaciona os ganhos dos controladores obtidos pelos métodos de Palmor e Blau (1994) e Mozelli e Souza (2016)² para o novo intervalo de variação do retardo. É interessante notar que, nesta situação, o método proposto é capaz de fornecer controladores com ganhos mais elevados, se comparado aos outros métodos analisados.

Tabela 4.3: Parâmetros do controlador PID obtidos em cada um dos métodos considerados para o sistema com retardo dominante.

Método	k_p	k_i	k_d
Proposto	6,8557	5,5828	1,8481
Palmor e Blau (1994)	1,6286	0,5143	0,5143
Mozelli e Souza (2016)	0,2184	0,1156	0,0681

²Os parâmetros de projeto usados foram $\delta = 0,1250$ e $\alpha = 1,15$, que permitem a obtenção de uma resposta mais rápida.

A resposta do sistema em malha aberta e em malha fechada para cada uma das estruturas de controle consideradas é mostrada na Figura 4.3, enquanto suas principais características são listadas na Tabela 4.4. Observe que nesta situação o sistema em malha fechada com o controlador PID apresenta a resposta mais lenta. Este resultado confirma a ideia difundida na literatura de que o controlador PID não é eficiente no controle de sistemas com retardo dominante (Åström e Hägglund, 2001). Apesar de ser apontado como uma solução para o controle desse tipo de sistema, o preditor de Smith clássico também pode apresentar resultados conservadores, como o obtido neste exemplo, por causa da incerteza do retardo. O método proposto, por outro lado, é capaz de manter desempenho semelhante tanto para sistemas com retardo não dominante, quanto para sistemas com retardo dominante, como pode ser percebido pela comparação das Tabelas 4.2 e 4.4.

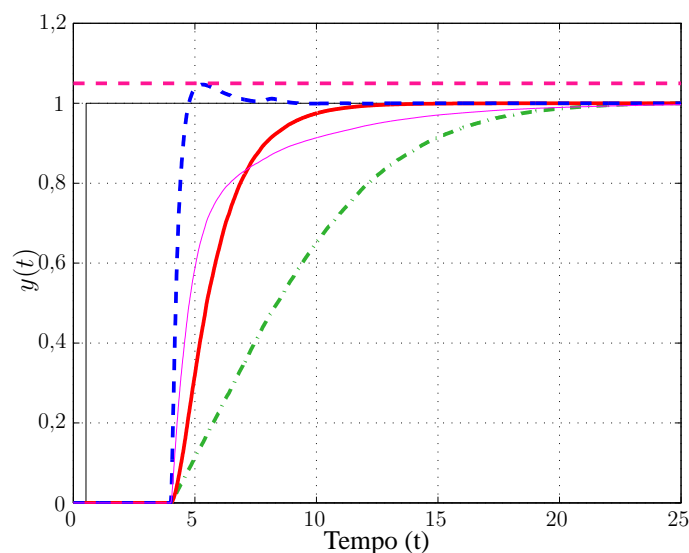


Figura 4.3: Resposta do sistema (4.1) em malha aberta (linha contínua grossa) e em malha fechada: método proposto (linha tracejada), preditor clássico sintonizado pelo método de Palmor e Blau (1994) (linha contínua fina) e PID proposto por Mozelli e Souza (2016) (linha traço-pontilhada), quando o retardo é dominante.

Tabela 4.4: Características da resposta do sistema (4.1) quando o retardo é dominante.

	t_r	t_s	$M_p(\%)$
Malha aberta	3,4643	10,3443	0
Método Proposto	0,4597	6,4398	4,6882
Palmor e Blau (1994)	4,9614	16,1681	0
Mozelli e Souza (2016)	9,6100	19,0654	0

4.2 Caso 2: Sistemas incertos

Esta seção tem como objetivo ilustrar o funcionamento do método proposto quando o modelo da planta está sujeito a incertezas paramétricas. Neste caso, os métodos propostos por Palmor e Blau (1994) e Mozelli e Souza (2016) não são aplicáveis.

4.2.1 Sistema com atraso não-dominante

Suponha que exista uma incerteza ΔA associada a matriz A em (4.2), definida como

$$\Delta A = \Gamma_1 \Delta(t) \Gamma_2$$

com

$$\Gamma_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ e } \Gamma_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0,1667 & 0,3167 \end{bmatrix},$$

correspondente a uma variação de aproximadamente 10% em cada valor da segunda linha de A .

Para este sistema incerto, considerando o controlador sintonizado anteriormente, não é possível encontrar uma solução factível para a obtenção do ganho do observador. Sendo assim, é necessário reprojeter o controlador. Definindo-se a nova região para alocação de polos com $\beta = 0,7$, $\theta = 45^\circ$ e $r = 3,5$, que ainda garante as especificações de desempenho para a resposta em malha fechada, obtém-se os ganhos $k_p = 4,0528$, $k_i = 2,7730$ e $k_d = 1,0656$.

Levando em consideração este novo controlador e os parâmetros de ajuste $\eta_1 = \eta_3 = 1$, $\eta_2 = 5$ e $W = \text{diag}\{0,01; 0,01\}$, é possível determinar um observador através da aplicação do Teorema 3.1.2, o que resulta em um estimador com o ganho

$$L = \begin{bmatrix} 1,5871 \\ -1,5482 \end{bmatrix}$$

e nível de atenuação $\gamma = 1,6156$. As Figuras 4.4 e 4.5 ilustram o erro de estimação da saída e a resposta do sistema em malha fechada, respectivamente, considerando diferentes realizações da matriz desconhecida $\Delta(t)$. Observe que apesar de o observador não ser capaz de compensar completamente as incertezas do modelo, o sistema em malha fechada permanece estável e com o desempenho especificado (veja também a Tabela 4.5, em que e_{ss} indica o erro de regime permanente). Esta é a principal vantagem da metodologia proposta, uma vez que a estabilidade é mantida mesmo na presença de incertezas paramétricas e retardo variante no tempo.

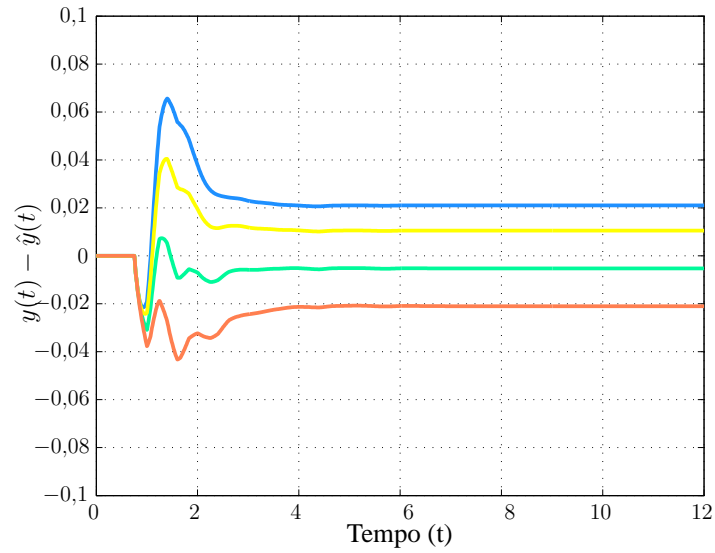


Figura 4.4: Erro de estimação da saída do sistema incerto com retardo não-dominante, para diferentes valores de $\Delta(t)$.

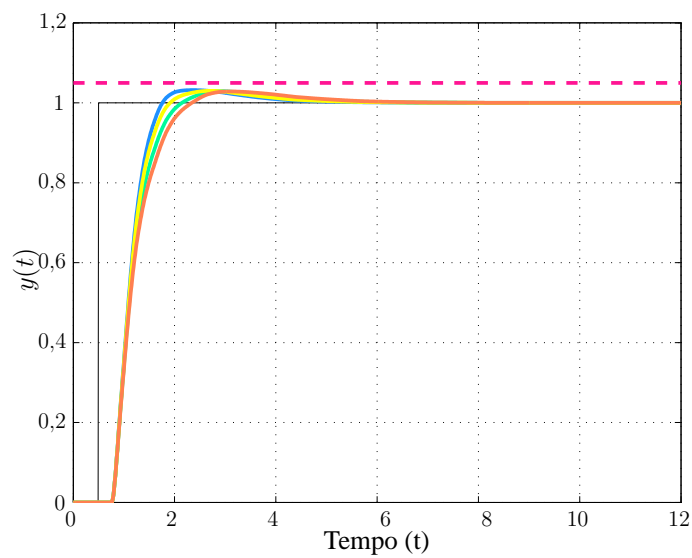


Figura 4.5: Resposta do sistema incerto em malha fechada considerando o método proposto para diferentes valores de $\Delta(t)$, quando o retardo não é dominante.

Tabela 4.5: Características da resposta do sistema incerto com atraso não-dominante.

	t_r	t_s	$M_p(\%)$	$e_{ss}(\%)$
Malha aberta	3,4125	6,8984	0	11,05
Método Proposto (-)	0,6281	3,2601	3,2714	0
Malha aberta	3,4973	7,0501	0	2,52
Método Proposto (-)	0,7960	3,7559	2,9238	0
Malha aberta	3,4497	6,9659	0	5,19
Método Proposto (-)	0,6891	3,4624	3,0188	0
Malha aberta	3,5369	7,1266	0	9,17
Método Proposto (-)	0,8973	4,0364	2,8392	0

4.2.2 Sistema com atraso dominante

Para avaliar se a metodologia proposta neste trabalho também é eficiente para o controle de sistemas incertos com retardo dominante, considere o sistema (4.2) com $d_\tau \in [3,15; 3,85]$ e incerteza associada

$$\Delta A = \Gamma_1 \Delta(t) \Gamma_2$$

com

$$\Gamma_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ e } \Gamma_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0,0917 & 0,1742 \end{bmatrix}.$$

Neste exemplo o valor das incertezas foi reduzido porque não foi encontrada uma solução factível para o problema considerando as incertezas do exemplo anterior. Tal resultado pode indicar que a estabilidade do sistema incerto é comprometida quando o valor do retardo é elevado.

Neste caso, a região escolhida para alocação de polos no projeto do controlador é caracterizada por $\beta = 0,5$, $\theta = 45^\circ$ e $r = 3$ e os ganhos encontrados são $k_p = 2,6273$, $k_i = 1,6272$ e $k_d = 0,5666$.

Mais uma vez considerou-se $\eta_1 = \eta_3 = 1$, $\eta_2 = 6$ e $W = \text{diag}\{0,01; 0,01\}$ para a síntese do observador. O ganho encontrado foi

$$L = \begin{bmatrix} -0,4787 \\ 1,2483 \end{bmatrix},$$

que permite um nível de atenuação $\gamma = 3,0928$. Observe que o valor de γ é quase o dobro do valor obtido no exemplo anterior. Isso indica que a influência da referência no erro de estimação será maior, como pode ser confirmado pela Figura 4.6, que ilustra o erro de estimação da saída

para este caso, considerando diferentes valores de $\Delta(t)$.

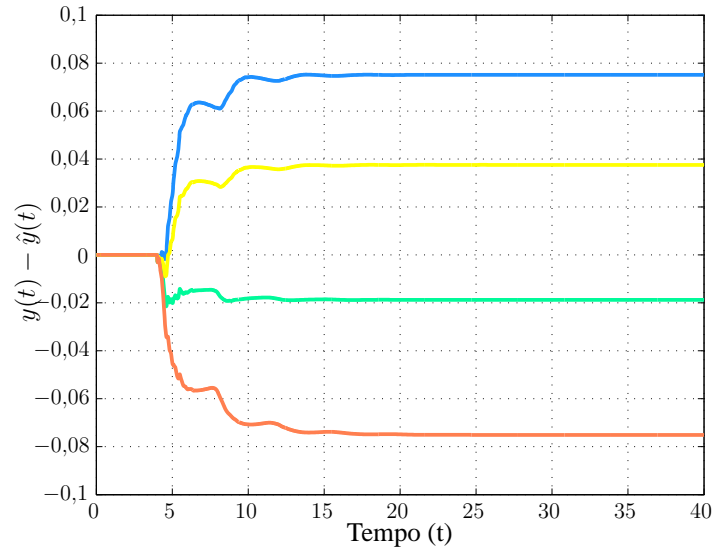


Figura 4.6: Erro de estimação da saída do sistema incerto com retardo dominante para diferentes valores de $\Delta(t)$.

Assim como no exemplo anterior, a estrutura de controle proposta foi capaz de estabilizar o sistema. Por outro lado, não foi possível obter o mesmo desempenho para todos os valores de $\Delta(t)$, como pode ser observado pela Figura 4.7 e pela Tabela 4.6. Parte da perda de desempenho está relacionada ao controlador, cujos ganhos são menores se comparados aos do exemplo anterior, o que impossibilita a obtenção de respostas mais rápidas em malha fechada. Além disso, observa-se que o sobressinal tende a ser maior quando o erro de estimação é maior.

Tabela 4.6: Características da resposta do sistema incerto com retardo dominante.

	t_r	t_s	$M_p(\%)$	$e_{ss}(\%)$
Malha aberta	3,4237	10,2673	0	5,82
Método Proposto (-)	1,0736	9,8716	7,7489	0
Malha aberta	3,4740	10,3616	0	1,36
Método Proposto (-)	1,2816	6,0358	0,1597	0
Malha aberta	3,4446	10,3075	0	2,83
Método Proposto (-)	1,1473	9,3453	4,4747	0
Malha aberta	3,5016	10,4096	0	9,17
Método Proposto (-)	1,4708	9,2092	$9,6514 \times 10^{-6}$	0

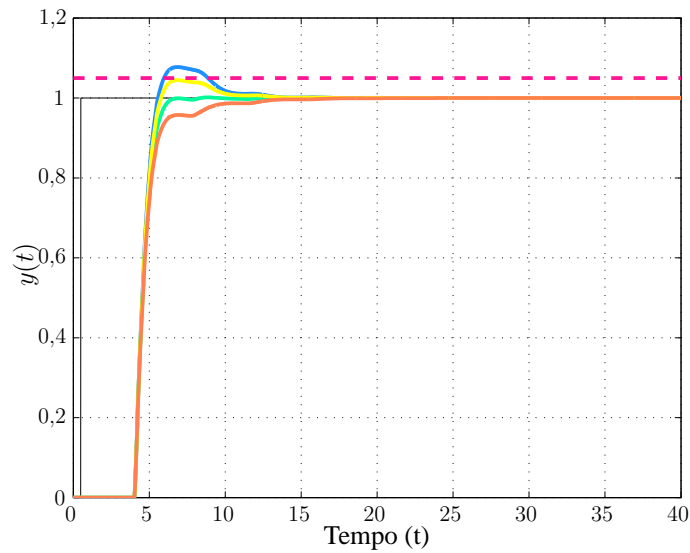


Figura 4.7: Resposta do sistema incerto em malha fechada considerando o método proposto para diferentes valores de $\Delta(t)$, quando o retardo é dominante.

4.3 Caso 3: Sistemas sujeitos a restrições no atuador

Considere o trocador de calor ilustrado na Figura 4.8 (Normey-Rico e Camacho, 2007). Neste processo o vapor é utilizado para o aquecimento de água. Dessa forma, um aumento no fluxo de vapor (F_s) produz um incremento na temperatura T da água na saída do equipamento. Devido ao comprimento do tubo e a vazão dos fluidos, um atraso significativo é observado na dinâmica da planta.

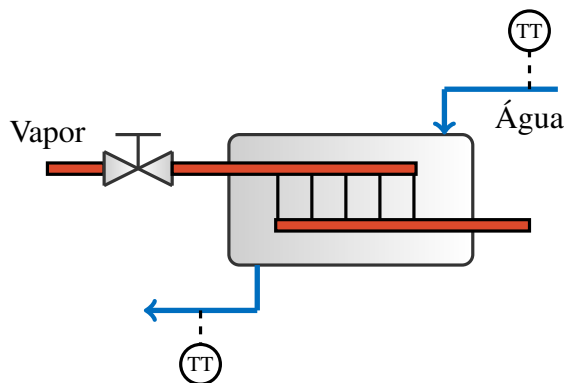


Figura 4.8: Trocador de calor. Adaptado de Normey-Rico e Camacho (2007).

A função de transferência que descreve a dinâmica do processo pode ser representada por

$$G(s) = \frac{2}{2s + 1} e^{-d_\tau s}, \quad (4.3)$$

com d_τ podendo variar entre 6,3 e 7,7. Este modelo, entretanto, só é válido para entradas de controle contidas no intervalo $[-0,5; 0,5]$.

Como se trata de um sistema de primeira ordem, é sintonizado um controlador PI com $\theta = 50^\circ$, $\beta = 0,75$ e $r = 5$. Os ganhos encontrados são listados na Tabela 4.7, juntamente com os ganhos obtidos através do método de Palmor e Blau (1994).

Tabela 4.7: Parâmetros do controlador PI obtidos em cada um dos métodos considerados.

Método	k_p	k_i
Proposto	3,3260	3,6460
Palmor e Blau (1994)	0,4286	0,2143

O observador projetado possui ganho $L = -0,1039$ e nível de atenuação $\gamma = 1,0067$. Os parâmetros de ajuste utilizados foram $\eta_1 = \eta_2 = \eta_3 = 1$ e $W = 0,1$.

A resposta do sistema em malha fechada para os dois métodos é ilustrada na Figura 4.9.

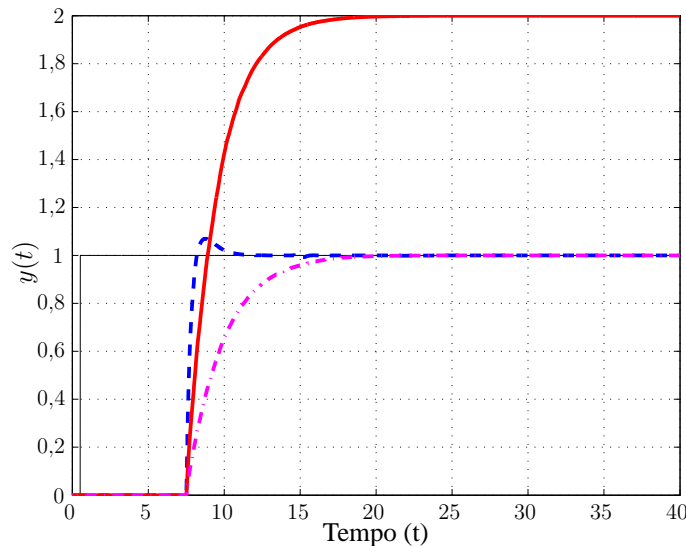


Figura 4.9: Resposta do sistema em malha aberta (linha contínua) e em malha fechada: método proposto (linha tracejada) e preditor de Smith clássico sintonizado pelo método de Palmor e Blau (1994) (linha traço-pontilhada), na ausência de saturação do atuador.

Nesta simulação foi permitido que o sinal de controle variasse fora dos seus limites ad-

missíveis, como pode ser visto pela Figura 4.10, para que pudesse ser observado o efeito da saturação. Note que na ausência de saturação do sinal de controle, o método proposto produz uma resposta mais rápida se comparada as respostas de malha aberta e do método de Palmor e Blau (1994) (veja a Tabela 4.8).

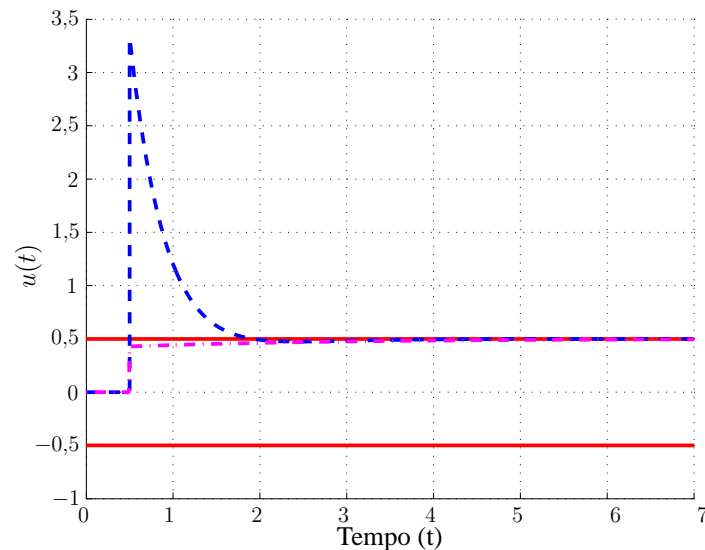


Figura 4.10: Sinal de controle para o sistema sem saturação: método proposto (linha tracejada) e preditor de Smith clássico sintonizado pelo método de Palmor e Blau (1994) (linha traço-pontilhada).

Tabela 4.8: Características da resposta do sistema sem saturação.

	t_r	t_s	$M_p(\%)$
Malha aberta	4,4162	15,3365	0
Método Proposto	0,4828	10,0515	6,9776
Palmor e Blau (1994)	5,1666	16,4418	0

Se for considerada a limitação do sinal de controle, o sistema em malha fechada passa a comportar-se como mostrado na Figura 4.11. Observe que agora o método proposto apresenta praticamente o mesmo desempenho do método de Palmor e Blau (1994). Isso pode ser melhor compreendido pela inspeção do sinal de controle, ilustrado na Figura 4.12. Nesta situação, o sinal de controle para o método proposto permanece saturado durante todo o intervalo de tempo, no mesmo nível que o sinal de controle do método de Palmor e Blau (1994). Por esse motivo, a resposta do sistema para os dois métodos é semelhante.

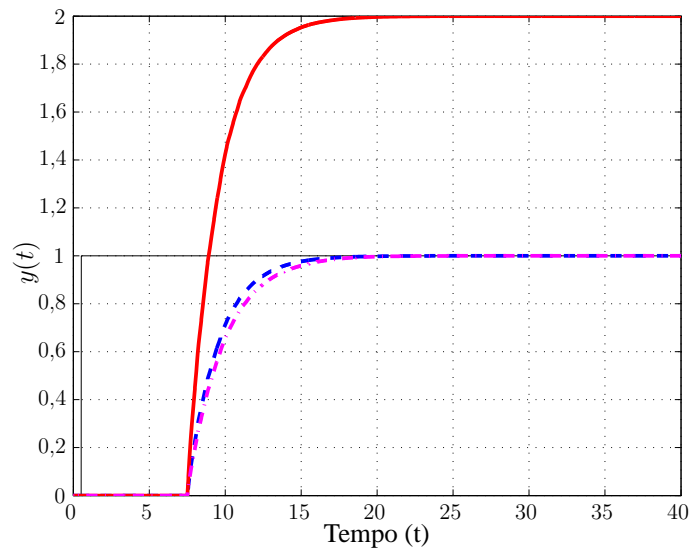


Figura 4.11: Resposta do sistema em malha aberta (linha contínua) e em malha fechada: método proposto (linha tracejada) e preditor de Smith clássico sintonizado pelo método de Palmor e Blau (1994) (linha traço-pontilhada), na presença de saturação do atuador.

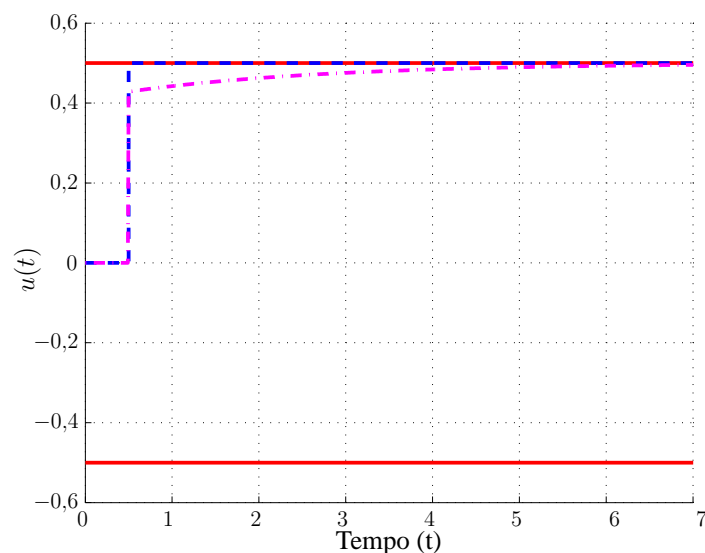


Figura 4.12: Sinal de controle do sistema saturado: método proposto (linha tracejada) e preditor de Smith clássico sintonizado pelo método de Palmor e Blau (1994) (linha traço-pontilhada).

Com o objetivo de amenizar o efeito causado pela saturação, é projetado um compensador *anti-windup* como apresentado na Seção 3.2.3. Os parâmetros de ajuste foram definidos como $\lambda = 4$ e $\eta = 0,5$ e os conjuntos $\Omega(x^{-1}, 1)$ e $\Omega(H, 1)$ foram maximizados nas direções $\mathbf{x}_r = [1 \ 0]^T$ e $\mathbf{d}_r = [0 \ 1]^T$, respectivamente. Desta forma, $\Omega(X^{-1}, 1)$ é maximizado na direção

correspondente ao estado da planta e $\Omega(H,1)$ é maximizado na direção da referência. O ganho obtido para o compensador foi $K_s = 8,2926$ e o valor máximo para a referência que garante erro nulo de seguimento foi $r_{\max} = 0,1952$. A Figura 4.13 ilustra os conjuntos de condições iniciais e entradas exógenas admissíveis.

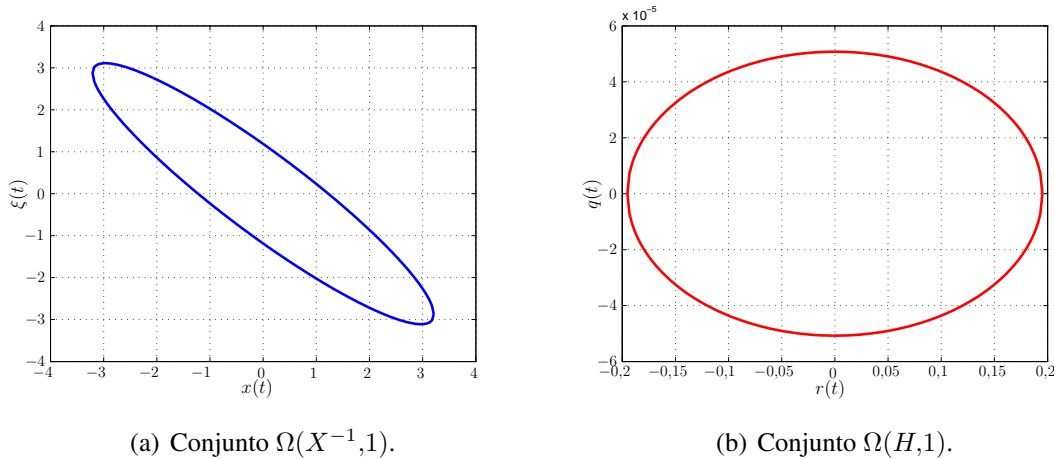


Figura 4.13: Conjuntos de (a) condições iniciais e (b) entradas exógenas admissíveis.

A Figura 4.14 mostra a resposta do sistema em malha fechada com o compensador *anti-windup* projetado. Observe que apesar de o sinal de controle, ilustrado na Figura 4.15, ficar saturado por aproximadamente 0,13 segundos, o desempenho do sistema em malha fechada é semelhante ao desempenho do caso sem saturação, como pode ser observado pelas Tabelas 4.8 e 4.9.

Por fim, é importante ressaltar que o valor encontrado para r_{\max} não é ótimo, uma vez que os parâmetros λ e η foram selecionados de um intervalo limitado. Isso significa que é possível que o sistema seja capaz de rastrear sinais de referência com amplitudes maiores.

Tabela 4.9: Características da resposta do sistema com saturação.

	t_r	t_s	$M_p(\%)$
Malha aberta	4,4162	15,3365	0
Método Proposto	0,4940	10,0684	6,9851

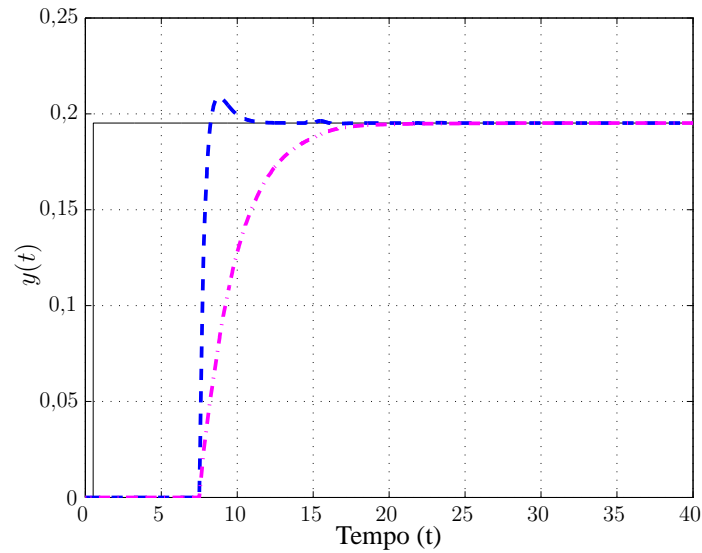


Figura 4.14: Resposta do sistema em malha fechada com saturação: método proposto com compensador *anti-windup* (linha tracejada) e preditor de Smith clássico sintonizado pelo método de Palmor e Blau (1994) (linha traço-pontilhada).

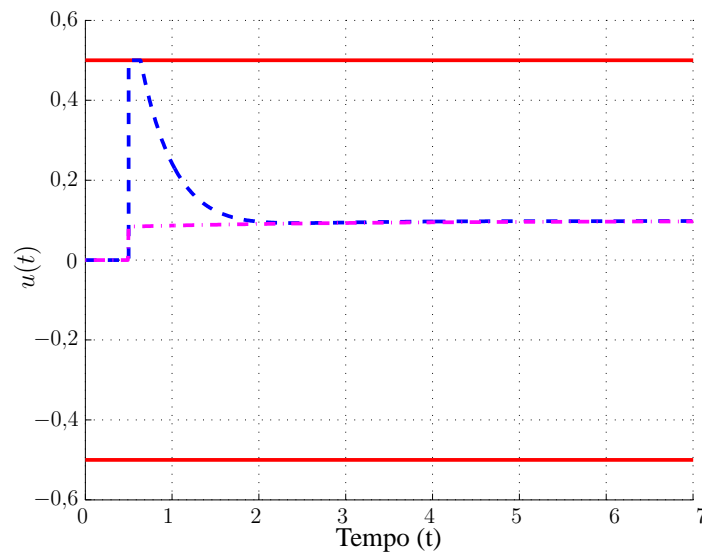


Figura 4.15: Sinal de controle do sistema saturado: método proposto com compensador *anti-windup* (linha tracejada) e preditor de Smith clássico sintonizado pelo método de Palmor e Blau (1994) (linha traço-pontilhada).

Capítulo 5

Conclusões e Perspectivas

Neste trabalho foi proposto um método para o controle de sistemas sujeitos a incertezas paramétricas e retardo variante no tempo baseado no preditor de Smith. A estrutura de controle proposta consistiu em um controlador primário do tipo PI/PID e na substituição do modelo do preditor por um observador em malha fechada, com o objetivo de compensar as incertezas do modelo.

Inicialmente, foi apresentada uma metodologia, formulada por meio de LMIs, para o projeto do observador robusto, cujo desempenho é especificado pelo critério H_∞ . Foi assumido que as incertezas do modelo estão presentes apenas na matriz da dinâmica do sistema e que são limitadas em norma. Na estrutura do observador foi considerado o valor nominal do retardo, o que permite a utilização da metodologia proposta mesmo quando uma medição em tempo real do atraso não esteja disponível e, portanto, torna o método proposto de aplicação mais geral.

Para o projeto do controlador primário foram usados resultados disponíveis na literatura ou adaptações deles. Apesar de ser dada ênfase ao projeto de controladores PI e PID, vale destacar que outros tipos de controladores podem ser usados, desde que seja respeitada a restrição de que a ordem do sistema e a ordem do controlador sejam iguais.

Os resultados apresentados no Capítulo 4 mostram que, para sistemas incertos, o observador projetado não é capaz de compensar completamente as incertezas do modelo. Para os exemplos considerados, é observado que a medida que o valor do retardo aumenta, o erro de estimação também aumenta. Apesar disso, a estabilidade do sistema em malha fechada é mantida e a solução proposta se mostra, portanto, como uma boa alternativa para o controle de sistemas incertos com retardo dominante e não-dominante.

No caso de sistemas precisamente conhecidos, a utilização do método proposto é vantajosa principalmente para sistemas com retardo dominante.

Por fim, é importante mencionar que o método proposto também pode ser aplicado em sistemas sujeitos a restrições no atuador. Nessa situação, deve-se incluir na malha de controle um compensador *anti-windup*, como apresentado no Capítulo 3, para que os efeitos indesejados causados pela saturação na lei de controle sejam amenizados. É importante ressaltar, no entanto, que esta estratégia deve ser utilizada com cautela e apenas em sistemas precisamente conhecidos, pois o projeto do compensador *anti-windup* não leva em consideração as incertezas do modelo e o observador projetado.

5.1 **Trabalhos futuros**

Como possibilidade de continuidade desta pesquisa, sugere-se a investigação dos seguintes assuntos em trabalhos futuros:

- extensão das condições de síntese do observador para tratar incertezas em todos os parâmetros do modelo.
- Obtenção de condições menos conservadoras e mais gerais (que não exijam, por exemplo, que o controlador possua a mesma dimensão do sistema) para síntese do observador.
- Desenvolvimento de condições para análise de estabilidade do sistema em malha fechada com saturação.
- Extensão do método proposto para tratar sistemas instáveis e sistemas MIMO.

Finalmente, é importante destacar que parte dos resultados apresentados nesta dissertação foram publicados em Oliveira e Souza (2015), na 12ª edição do Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente (SBAI 2015).

Referências Bibliográficas

- Akhenak, A., Chadli, M., Ragot, J., e Maquin, D. (2004). Design of robust observer for uncertain Takagi-Sugeno models. *IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, p. 25–29.
- Åström, K. J. e T. Hägglund. (2001). The Future of PID Control. *Control Engineering Practice*, 9: 1163-1175.
- Bolea, Y., Puig, V., e Blesa, J. (2011). Gain scheduled Smith proportional integral derivative controllers for linear parameter varying first order plus time varying delay systems. *IET Control Theory and Applications*, 5(18): 2142 – 2155.
- Bolea, Y., Puig, V., e Blesa, J. (2014). Gain scheduled Smith predictor PID-based LPV controller for open-flow canal control. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 22(2): 468–477.
- Boudjehem, D., Sedraoui, M., e Boudjehem, B. (2013). A fractional model for robust fractional order Smith predictor. *Nonlinear Dynamics*, 73: 1557–1563.
- Chilali, M. e Gahinet, P. (1996). H_∞ design with pole placement constraints: An LMI approach. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 41(3): 358–367.
- Eriksson, L. M. e Johansson, M. (2007). PID controller tuning rules for varying time-delay systems. *Proceedings of the 2007 American Control Conference*, p. 619–625.
- Feliu-Batlle, V., Rivas-Pérez, R., Castillo-García, F., e Sanchez-Rodriguez, L. (2009). Smith predictor based robust fractional order control: Application to water distribution in a main irrigation canal pool. *Journal of Process Control*, 19: 506–519.
- Feliu-Batlle, V., Rivas-Pérez, R., e Castillo-García, F. J. (2013). Simple fractional order controller combined with a Smith predictor for temperature control in a steel slab reheating furnace. *International Journal of Control, Automation, and Systems*, 11(3): 533–544.
- Fenili, E. P., Souza, F. O. ., e Mozelli, L. A. (2014). Sintonia de PID via LMIs: imposição de tempo de acomodação em sistemas com retardo no tempo incerto. *Anais do XX Congresso Brasileiro de Automática*, p. 1127 – 1134.

- Flores, J. V., Gomes da Silva Jr, J. M., e Sbarbaro, D. (2009). Robust periodic reference tracking for uncertain linear systems subject to control saturations. *Proceedings of the 48th IEEE Conference on Decision and Control CDC/CCC*, p. 7960–7965.
- Golabi, A., Beheshti, M. T. H., e Asemani, M. H. (2013). Dynamic observer-based controllers for linear uncertain systems. *Journal of Control Theory and Applications*, 11: 193–199.
- Gu, K., Kharitonov, V., e Chen, J. (2003). *Stability of time-delay systems*. Birkhuser.
- Hohenbichler, N. e Ackermann, J. (2003). Synthesis of robust PID controllers for time delay systems. *Proceedings of the European Control Conference (ECC)*, p. 1169 – 1174.
- Hongfeng, T., Hua, Z., e Shousong, H. (2014). Robust fault detection for nonlinear time-delay systems based on fuzzy observer. *Proceedings of the 33rd Chinese Conference Control*, p. 3224–3228.
- Jiang, P. e Li, C. (2004). Observer-based robust stabilization for uncertain systems with unknown time-varying delay. *Journal of Control Theory and Applications*, 2: 155–160.
- Koivo, H. N. e Reijonen, A. (2004). Tuning of PID controllers for varying time-delay systems. *Proceedings of the IEEE International Conference on Mechatronics*, p. 446–451.
- Krstic, M. (2009). *Delay Compensation for Nonlinear, Adaptive, and PDE Systems*. Birkhäuser Boston.
- Lee, D., Lee, M., Sung, S., e Lee, I. (1999). Robust PID tuning for Smith predictor in the presence of model uncertainty. *Journal of Process Control*, 9(1): 79–85.
- Lien, C.-H. (2004). An efficient method to design robust observer-based control of uncertain linear systems. *Applied Mathematics and Computation*, 158(1): 29–44.
- Lin, Z. (2001). Observer-based robust control for uncertain systems with time-varying delay. *IMA Journal of Mathematical Control and Information*, 18: 439–450.
- Liu, Z., Gao, C., e Kao, Y. (2015). Robust H-infinity control for a class of neutral-type systems via sliding mode observer. *Applied Mathematics and Computation*, 271: 669–681.
- Maccari Junior, L. A. e Montagner, V. F. (2014). Projeto de observadores robustos aplicados a filtros LCL. *Anais do XX Congresso Brasileiro de Automática*, p. 3542–3548.
- Mansouri, B., Manamanni, N., Guelton, K., Kruszewski, A., e Guerra, T. M. (2009). Output feedback LMI tracking control conditions with h_∞ criterion for uncertain and disturbed T-S models. *Information Sciences*, 179: 446–457.

- Mirkin, L. e Palmor, Z. J. (2005). *Handbook of Networked and Embedded Control Systems*, capítulo Control Issues in Systems with Loop Delays, p. 627–648. Birkhäuser, 1 edição.
- Mozelli, L. A. e Souza, F. O. (2016). *Recent Results on Time-Delay Systems: Analysis and Control*, capítulo PID Design via LMIs: Improved Transient Response with Robustness to Uncertain Time-Delay, p. 267–286. Springer International Publishing.
- Niculescu, S.-I. (2001). *Delay effects on stability: a robust control approach*. Springer.
- Normey-Rico, J. E., Bordons, C., e Camacho, E. F. (1997). Improving the robustness of dead-time compensating PI controllers. *Control Eng. Practice*, 5(6): 801–810.
- Normey-Rico, J. E. e Camacho (2007). *Control of dead-time processes*. Springer.
- Normey-Rico, J. E. e Camacho, E. F. (1999). Robust tuning of dead-time compensation for processes with an integrator and long dead-time. *Transactions on Automatic Control*, 44(8): 1597–1603.
- Normey-Rico, J. E. e Camacho, E. F. (2008). Dead-time compensators: A survey. *Control Engineering Practice*, 16: 407–428.
- Normey-Rico, J. E. e Camacho, E. F. (2009). Unified approach for robust dead-time compensator design. *Journal of Process Control*, 19(1): 38–47.
- Normey-Rico, J. E., Garcia, P., e Gonzalez, A. (2012). Robust stability analysis of filtered Smith predictor for time-varying delay processes. *Journal of Process Control*, 22(2012): 1975–1984.
- Oliveira, F. S. S. e Souza, F. O. (2015). Controle PID robusto baseado no preditor de Smith. *Anais do XII Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente*, p. 533–538.
- Oliveira, V. e Karimi, A. (2013). Robust Smith predictor for time-delay systems with H_∞ performance. *11th Workshop on Time-Delay Systems*, 11: 102–107.
- Palmor, Z. J. (1980). Stability properties of Smith dead-time compensator controllers. *Int. J. Control*, 32(6): 937–949.
- Palmor, Z. J. (1996). *The Handbook Control. Time delay compensation: Smith Predictor and its modifications*. CRC Press and IEEE Press.
- Palmor, Z. J. e Blau, M. (1994). An auto-tuner for Smith dead time compensator. *Int. J. Control*, 60(1): 117–135.

- Panda, R. C., Yu, C.-C., and Huang, H.-P. (2004). PID tuning rules for SOPDT systems: Review and some new results. *ISA Transactions*, p. 283–295.
- Parada, M., Borges, R. A., Sbarbaro, D., e Peres, P. L. D. (2011). Robust PID design for second-order processes with time-delay and structured uncertainties. *Proceedings of the 18th IFAC World Congress*, 18: 4614–4619.
- Parada, M., Borges, R. A., Sbarbaro, D., e Peres, P. L. D. (2016). Robust PI and PID design for first and second order processes with zeros, time-delay and structured uncertainties. *International Journal of Systems Science*.
- Pop, C. I., Ionescu, C., De Keyser, R., e Dulf, E. H. (2012). Robustness evaluation of fractional order control for varying time delay processes. *Signal, Image and Video Processing*, 6(3): 453–461.
- Richard, J. P. (2003). Time-delay systems: an overview of some recent advances and open problems. *Automatica*, 39(2003): 1667–1694.
- Santacesaria, C. e Scattolini, R. (1993). Easy tuning of Smith predictor in presence of delay uncertainty. *Automatica*, 29(6): 1595–1597.
- Smith, O. J. (1957). Closed control of loops with dead-time. *Chemical Engineering Process*, 53(5): 217–219.
- Sun, J., Liu, G., e Chen, J. (2009). Delay-dependent stability and stabilization of neutral time-delay systems. *Int. J. Robust Nonlinear Control*, 19: 1364–1375.
- Sun, J., Liu, G., Chen, J., e Rees, D. (2010). Improved stability criteria for linear systems with time-varying delay. *IET Control Theory and Applications*, 4(4): 683–689.
- T. Zhang, Y.-Q. C. (2008). State observer and robust control for uncertain systems with time-varying state delay. *Proceedings of the Seventh International Conference on Machine Learning and Cybernetics*, p. 2143–2148.
- Tarbouriech, S., Garcia, G., Gomes da Silva Jr., J. M., e Queinnec, I. (2011). *Stability and Stabilization of Linear Systems with Saturating Actuators*. Springer.
- Walcott, B. L. e Zak, S. H. (1986). Observation of dynamical systems in the presence of bounded nonlinearities/uncertainties. *Proceedings of the 25th Conference on Decision and Control*, p. 961–966.
- Walcott, B. L. e Zak, S. H. (1988). Combined observer-controller synthesis for uncertain dynamical systems with applications. *IEEE Transactions on Systems, man, and Cybernetics*, 18(1): 88–104.