



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
PÓS GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA



LABORATÓRIO DE MODELAGEM, ANÁLISE E
CONTROLE DE SISTEMAS DINÂMICOS NÃO-LINEARES

IDENTIFICAÇÃO POR PREDIÇÃO DE ERRO E SÍNTESE DE CONTROLADORES ROBUSTOS

Fabrício de Souza Fernandes

Dissertação submetida à banca examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Minas Gerais, como parte dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Dr. Luis Antônio Aguirre
Dr. Marcelo Vieira Corrêa

Belo Horizonte, Maio de 2006



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
PÓS GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA



LABORATÓRIO DE MODELAGEM, ANÁLISE E
CONTROLE DE SISTEMAS DINÂMICOS NÃO-LINEARES

IDENTIFICAÇÃO POR PREDIÇÃO DE ERRO E SÍNTESE DE CONTROLADORES ROBUSTOS

Fabrício de Souza Fernandes

Banca:

Prof. Dr. Luis A. Aguirre (Orientador), Universidade Federal de Minas Gerais

Prof. Dr. Marcelo V. Corrêa (Co-Orientador), Centro Universitário do Leste de Minas Gerais

Prof. Dr. Reinaldo M. Palhares, Universidade Federal de Minas Gerais

Prof. Dr. Eduardo M. A. M. Mendes, Universidade Federal de Minas Gerais

Profa. Dra. Zélia M. A. Peixoto, Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais

Ao meu filho João Vitor

Resumo

Neste trabalho investiga-se como obter modelos e regiões de incerteza com objetivos de controle. Inicialmente apresenta-se conceitos relativos à identificação por predição de erro, identificação em malha fechada e construção de regiões de incerteza, denominadas regiões \mathcal{D} . Posteriormente, realiza-se um estudo sobre fatores que influenciam a qualidade da região \mathcal{D} tendo em vista um projeto de controle robusto estabilizante. Demonstra-se que, o espectro do sinal de entrada usado durante a etapa de coleta de dados, influencia de forma determinante o tamanho da região de incerteza estimada, podendo ser usado como um parâmetro de projeto de testes para identificação e controle robusto. Sendo assim, é apresentado como principal contribuição deste trabalho a elaboração de um procedimento iterativo para identificação e controle robusto. Tal procedimento possibilita a obtenção de regiões \mathcal{D} , adequadas para projeto de controladores robustos com certa probabilidade de estabilizar e encontrar desempenho desejado com o sistema real em malha fechada. Destacam-se dois pontos chave do procedimento proposto: (1) integração de ferramentas de análise robusta, na síntese de controladores via Algoritmos Genéticos e (2) utilização de informações do pior caso de desempenho robusto como “guia” para reprojeter o experimento de identificação, caso a região \mathcal{D} seja considerada inválida para controle. Tal procedimento é aplicado em dois *benchmarks* bastante utilizados pela comunidade de identificação para controle. Os resultados sugerem que, condições experimentais podem ser escolhidas em função das especificações de desempenho quando o objetivo é estimar regiões \mathcal{D} orientadas para controle.

Abstract

This work investigates the estimation of models and uncertainty sets for control objectives. Firstly, one presents relative concepts to the prediction error identification, closed loop identification and uncertainty sets \mathcal{D} . Later, it is carried through a study on factors that influence the quality of the region \mathcal{D} with the objective of robust control design. It is verified that, the power spectrum of the signal used during the stage of record data, influences the size of the region \mathcal{D} , could be used as project parameter for identification and robust control. Thus, the main contribution of this work is to propose an iterative procedure for identification and robust control. This procedure obtained a region \mathcal{D} , tuned for robust control design with certain probability level to stabilize and to achieve the prescribed closed loop performance with the real life system. Two key points of the purpose procedure are: (1) integration of robust analysis tools, in the synthesis of controllers using Genetic Algorithms and (2) the use of worst case performance information to redesign the identification experiment, case the estimate region \mathcal{D} is classified as it invalidates. The procedure was applied in two benchmarks generally used for the community of identification for control. The results suggest that, experimental conditions can be chosen in function of the performance specifications when the objective is to estimate regions \mathcal{D} tuned for robust control.

Agradecimentos

Agradeço a Karina, minha esposa, e ao João Vitor, meu filho, pelo amor, confiança, e paciência incondicionais. Agradeço também a minha mãe e ao meu pai, pela educação, apoio, dedicação e amor dedicados ao longo de toda minha vida. Agradeço minha irmã Renata e meus sobrinho Davi e Felipe por simplesmente existirem na minha vida.

Gostaria de expressar minha sincera gratidão ao Prof. Marcelo Vieira Corrêa pelo apoio, ensino, orientação, dedicação, confiança e amizade, desde o sétimo período da graduação até agora ao término do mestrado. Um exemplo de profissional competente e pessoa formidável. Foi ele quem me aconselhou a fazer o mestrado e hoje fico feliz por ter seguido seus conselhos.

Agradeço aos Profs. Luis Carlos Figueiredo e Sérgio Luiz de Souza Costa que admiro muito, obrigado pelo ensino e amizade.

Agradeço ao meu orientador Prof. Luis Antônio Aguirre pela atenção, confiança, por ter o dom de ensinar, pela oportunidade de trabalhar com ele, pela precisão nos seus comentários.

Agradeço ao Prof. Reinaldo Martinez Palhares pela disponibilidade, cordialidade, atenção, orientação e pela “adrenalina” na disciplina de Fundamentos de Controle Robusto.

Agradeço ao Prof. Leonardo A. B. Torres pela inspiração, disponibilidade, atenção e pelas orientações tão importantes no meu primeiro dia na UFMG.

Agradeço a todos os meus amigos, que torceram por mim, ao colegas do CPDEE e do MACSIN, em especial, Bruno Otávio, Eduardo Carrano, Julio César, Rodrigo Gaiba, Clodualdo, Fred, Edgar, Mara, Bruno Henrique, Dair, Gladstone e Ramom.

Agradeço ao Fred e Edgar, pelas dicas e preciosas contribuições para esse trabalho.

Ao apoio financeiro da CAPES.

Agradeço a Deus pela vida, que sem dúvida, é fascinante!

Conteúdo

Resumo	ii
Abstract	iii
Lista de Figuras	x
Lista de Tabelas	xi
Lista de Símbolos	xiii
Lista de Siglas e Abreviações	xiv
1 Introdução	1
1.1 Sistema e Modelo	1
1.2 Revisão Histórica	2
1.3 Motivação e Contribuição da Dissertação	6
1.4 Estrutura da dissertação	7

2	Modelagem Empírica	9
2.1	Introdução	9
2.2	Representações matemáticas de sistemas	10
2.2.1	Redes neurais	10
2.2.2	Modelos NARMAX polinominais	11
2.2.3	Representações de Hammerstein e Wiener	12
2.2.4	Representações lineares	13
2.3	Procedimento de identificação.	16
2.3.1	Experimentos	16
2.3.2	Escolha da representação e seleção de estruturas	17
2.3.3	Estimação de parâmetros	19
2.3.4	Validação	20
2.4	Identificação por predição de erro	22
2.4.1	Polarização e variância	23
2.5	Identificação em malha fechada	30
2.5.1	Método direto	31
2.5.2	Método indireto	32
2.5.3	Métodos entrada-saída conjunta	33
2.6	Região de incerteza PE	35
2.7	Conclusões	40

3	Influência das Condições Experimentais sobre a Região \mathcal{D}	41
3.1	Introdução	41
3.2	Ferramentas de análise robusta	42
3.2.1	Pior caso da distância cordal e pior caso ν -gap	42
3.2.2	Condições necessárias e suficientes para estabilidade de controladores	46
3.2.3	Pior caso de desempenho	47
3.3	Efeito de variações nos experimentos de identificação sobre a região \mathcal{D}	54
3.3.1	Variações no espectro do sinal de excitação	57
3.3.2	Experimentos em malha fechada	63
3.4	Conclusões	68
4	Procedimento Iterativo para Identificação e Controle Robusto	70
4.1	Introdução	70
4.2	Formulação do problema	73
4.2.1	O sistema	73
4.2.2	A identificação	73
4.2.3	A síntese do controlador	74
4.2.4	Validação da região de incerteza	76
4.3	Procedimento	77
4.4	Sistema de Transmissão Flexível	77

	viii
4.4.1 Iteração 1	79
4.4.2 Iteração 2	84
4.5 Modelo de Processo Industrial	88
4.5.1 Iteração 1	90
4.5.2 Iteração 2	93
4.6 Conclusões	96
5 Considerações Finais	97
5.1 Sugestões para Trabalhos Futuros	99
Bibliografia	108

Lista de Figuras

1.1	Respostas ao degrau - Skelton	3
2.1	Representações (a) Hammerstein e (b) Wiener.	12
2.2	Um simples paradigma da identificação de sistemas	20
2.3	Histogramas	25
2.4	Sistema em malha fechada	30
2.5	Sinais de excitação - Exemplo 2.6	38
2.6	Elipse - Exemplo 2.6	39
3.1	Pior caso de desempenho - exemplo 3.2	53
3.2	Espectros dos sinais gerados nos experimentos 1 e 2.	58
3.3	Resultados da simulação Monte-Carlo dos Experimentos 1 e 2.	59
3.4	Pior caso ν -gap em cada realização dos experimentos 1 e 2.	60
3.5	Sinais de excitação utilizados nos experimentos 3 e 4.	62
3.6	Espectros dos sinais nos experimentos 3 e 4.	62
3.7	Elipses nos experimentos 3 e 4.	63
3.8	Sistema em malha fechada	64
3.9	Sinais de entrada usados nos experimentos 5, 6 e 7 respectivamente.	65
3.10	Resposta ao degrau em malha fechada nos experimentos 5, 6 e 7.	65

3.11	Regiões de incerteza obtidas nos experimentos 5, 6 e 7.	67
3.12	Espectros e Funções Sensibilidade nos experimentos 5, 6 e 7.	68
4.1	Resposta em frequência de G_0 . Sistema de Transmissão Flexível (STF).	78
4.2	Mapa de pólos e zeros do STF	78
4.3	Sinais usados na identificação - STF	80
4.4	Módulo da função de sensibilidade desejada - Iteração 1 - STF.	83
4.5	Sinal de excitação - Iteração 2 - STF	85
4.6	Módulo da função de sensibilidade desejada - Iteração 2 - STF	87
4.7	Espectro de potência dos sinais usados no experimento com o sistema STF	87
4.8	Módulo da resposta em frequência do ruído que afeta o processo - Modelo de Processo Industrial (MPI).	90
4.9	Módulo da função de sensibilidade desejada - Iteração 1 - MPI	93
4.10	Módulo da função de sensibilidade desejada - Iteração 2 - MPI	95

Lista de Tabelas

- 2.1 Estruturas lineares discretas 16

- 3.1 Resultados da Simulação Monte Carlo 1000 dos Experimentos 1 e 2. 60

- 3.2 Pior caso ν -gap calculado para os experimentos 5, 6 e 7. 66

Lista de Símbolos

$\operatorname{argmin}_x f(x)$	Argumento mínimo de $f(x)$
\mathcal{H}_∞	Conjunto de matrizes ou funções de transferências próprias, reais e racionais.
\mathcal{M}	Conjunto de modelos discretos lineares e invariantes no tempo
$K_{\text{id}}(q)$	Controlador usado durante a coleta de dados
$\Phi_x(\omega)$	Densidade espectral de potência da variável aleatória x
$N(m, P)$	Distribuição normal com média m e matriz de covariância P
s	Domínio da frequência contínuo
$\xi(k)$	Erro de modelagem (resíduos)
$\mathbf{R}^{k \times n}$	Espaço das matrizes reais $k \times n$
\mathbf{R}	Espaço dos números reais
$E[x]$	Esperança matemática de uma variável aleatória x
$e^{j\omega}$	Frequência complexa normalizada
$R_{xx}(\tau)$	Função de auto-correlação do processo estocástico x WSS
$\chi^2(\ell)$	Função densidade de probabilidade chi-quadrado com ℓ graus de liberdade
A^{-1}	Inversa da matriz A
j	$\sqrt{-1}$
$\lambda_1(A)$	Maior autovalor da matriz A
$\sigma_1(A)$	Maior valor singular da matriz A
$ x $	Módulo do número complexo x
$\ P\ _H$	Norma de Hankel de P
$\ x\ _2$	Norma 2 do vetor x
$\ P\ _\infty$	Norma H_∞ de uma função de transferência estável $P \in \mathcal{H}_\infty$
n_θ	Número de parâmetros
$A \subset B$	O conjunto A é um subconjunto de B
q	Operador de atraso: $qf(k) = f(k+1)$, $q^{-1}f(k) = f(k-1)$
$\operatorname{Im}(x)$	Parte imaginária do número complexo x
$\operatorname{Re}(x)$	Parte real do número complexo x

$Pr(x < \beta)$	Probabilidade de uma variável aleatória x ser menor do que β
\mathcal{D}	Região de incerteza obtida por técnicas de identificação PE
$e(k)$	Ruído branco
$\nu(k)$	Ruído colorido
\mathcal{S}	Suposto sistema real
A^{-T}	Transposta da inversa de matriz A
A^T	Transposta da matriz A
σ_x^2	Variância da variável aleatória x

Siglas e Abreviações

AGRP	<u>A</u> lgoritmo <u>G</u> enético <u>R</u> eal <u>P</u> olarizado
CC	<u>C</u> orrente <u>C</u> ontínua
LMI	Desigualdade Matricial Linear (<u>L</u> inear <u>M</u> atrix <u>I</u> nequality)
PE	Identificação por <u>P</u> redição do <u>E</u> rro
LTI	Linear Invariante no Tempo (<u>L</u> inear <u>T</u> ime <u>I</u> nvariant)
ARX	Modelo <u>A</u> uto- <u>R</u> egressivos com entradas <u>e</u> <u>X</u> ógenas
ARMAX	Modelo auto-regressivo de média móvel e entradas exógenas (<u>A</u> uto <u>R</u> egressive <u>M</u> oving <u>A</u> verage model with <u>e</u> <u>X</u> ogenous inputs)
BJ	Modelo <u>B</u> ox- <u>J</u> enkins
FIR	Modelo de Resposta ao Impulso Finita (<u>F</u> inite <u>I</u> mpulse <u>R</u> esponse)
MQ	<u>M</u> ínimos <u>Q</u> uadrados
MQE	<u>M</u> ínimos <u>Q</u> uadrados <u>E</u> stendidos
NARX	Modelo não-linear auto-regressivo com entradas exógenas (<u>N</u> onlinear <u>A</u> uto <u>R</u> egressive model with <u>e</u> <u>X</u> ogenous inputs)
OE	Modelo de Erro na Saída (<u>O</u> utput <u>E</u> rror)
MIMO	Múltiplas Entradas e Múltiplas Saídas (<u>M</u> ulti- <u>I</u> nput <u>M</u> ulti- <u>O</u> uput)
WSS	Processo Estocástico Estacionário no Sentido Amplo (<u>W</u> ide- <u>S</u> ense <u>S</u> tationary)
RMSE	Raiz quadrada do erro médio quadrático (<u>R</u> oot <u>M</u> ean <u>S</u> quare <u>E</u> rror)
PRBS	Sinal binário pseudo-aleatório (<u>P</u> seudo <u>R</u> andom <u>B</u> inary <u>S</u> ignal)
LFT	Transformação Linear Fracional (<u>L</u> inear <u>F</u> ractional <u>T</u> ransformation)
SISO	Uma Entrada e Uma Saída (<u>S</u> ingle- <u>I</u> nput <u>S</u> ingle- <u>O</u> nput)

Capítulo 1

Introdução

Modelagem matemática de sistemas é uma metodologia muito comum em ciência e na engenharia. Modelos podem ser utilizados para extrair conhecimento sobre um determinado sistema por meio de simulações ou como ferramentas de projeto. Em algumas situações é possível construir modelos usando conhecimentos físicos do sistema. Entretanto, em outros casos, tal tarefa pode ser extremamente complexa ou consumir muito tempo (Doherty, 1999), inviabilizando o procedimento de modelagem. Em tais situações a Identificação de sistemas é uma opção.

Identificação de sistemas é o exercício científico que consiste em determinar um modelo matemático para um sistema real desconhecido utilizando dados observados. A identificação por Predição de Erro (PE) é um método geralmente usado para estimar tal modelo. Usualmente, a identificação de sistemas é aplicada para sistemas dinâmicos.¹

Para uma melhor compreensão do significado da identificação de sistemas os conceitos de *sistema* e *modelo* são apresentados a seguir.

1.1 Sistema e Modelo

Um sistema é a combinação de componentes físicos ou conceituais que agem em conjunto para atingir determinado objetivo (Ogata, 2003). Exemplos de sistemas são o sistema solar, um neurônio cerebral e um motor CC (CC: Corrente Contínua). Um sistema é comumente afetado por sinais externos. Por exemplo, o sistema solar é afetado pela gravidade de outras estrelas,

¹Sistemas dinâmicos: Sistemas cujo estado atual depende de seus estados em outro instante de tempo.

um neurônio é afetado por neurônios vizinhos e pela taxa de oxigênio no sangue e o motor CC é afetado pela tensão aplicada na armadura. Sinais externos que podem ser manipulados são denominados *entradas*, enquanto que outros sinais que afetam o sistema são chamados de *distúrbios*. Sinais que descrevem alguma propriedade do sistema são denominados *saídas*. Observe que eventualmente, os distúrbios podem também ser medidos.

Do ponto de vista do engenheiro de controle, um sistema é algum dispositivo do qual se deseja um comportamento diferente, no sentido de economizar algum recurso. Isso pode ser feito projetando-se um controlador que mede as saídas do sistema e então modifica os sinais de entrada de forma à atender um determinado critério de desempenho. Para o cientista de controle, os sistemas de interesse são aqueles que possuem sinais de entrada e saída. Nesta dissertação, serão considerados apenas sistemas escalares, isto é, sistemas com uma entrada e uma saída (*Single Input Single Output - SISO*).

Modelo é uma representação matemática aproximada de um sistema. Em outras palavras, um modelo representa apenas algumas características do sistema real. Nesse ponto cabe a seguinte pergunta: quais características devem ser aproximadamente reproduzidas pelo modelo? A resposta a esta pergunta não é única e depende do(s) objetivo(s) para o qual o modelo está sendo desenvolvido (Aguirre, 2004). Esse é o paradigma da identificação multiobjetivo (Nepomuceno, 2002), que faz com que a identificação de sistemas seja vista como problema de projeto.

Um dos principais objetivos para obtenção de modelos é o projeto de controladores, sendo assim, a *identificação para controle* constitui um importante caso particular do paradigma identificação multiobjetivo. A seguir, será apresentada uma breve revisão histórica sobre o tema *identificação para controle*, que é o campo de pesquisa desta dissertação.

1.2 Revisão Histórica

Quando a aplicação de um modelo é o projeto de um controlador, o que realmente importa é o desempenho encontrado por este controlador (projetado com base no modelo) sobre o sistema real, e não necessariamente a qualidade do modelo. Essa idéia será ilustrada, a seguir, num exemplo muito simples inspirado em Skelton (1989).

Exemplo 1.2.1

Seja um “sistema real” representado por $G_0 = 1/(s + 1)$. Então o modelo $\hat{G} = 1/s$ será considerado absurdo para representar G_0 , cuja resposta ao degrau, em malha aberta, é apresentada

na Figura 1.1 (a). Entretanto, se o objetivo é projetar um controlador proporcional $K = 100$, o modelo \hat{G} será perfeitamente aceitável, pois a resposta ao degrau, em malha fechada com o controlador K , do modelo e do sistema real, serão indistinguíveis, como pode ser constatado na Figura 1.1 (b). Esse exemplo mostra que, o fato do modelo ser ou não apropriado para con-

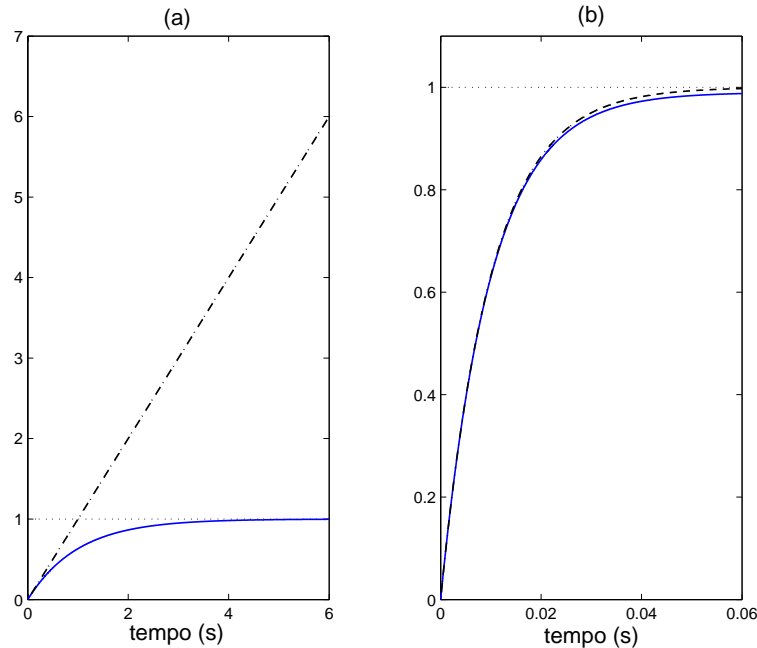


Figura 1.1: Respostas ao degrau de, $G_0 = 1/(s + 1)$ (linha contínua) e $\hat{G} = 1/s$ (traço-ponto), (a) em malha aberta e (b) em malha fechada $GK/(1 + GK)$ com $K = 100$.

trole, depende não apenas da qualidade do modelo, mas também de como o controlador será projetado. ▲

Tendo em mente os fatos apresentados anteriormente, no início dos anos noventa, os trabalhos começaram a focar o desenvolvimento de procedimentos de identificação, com o objetivo de estimar modelos mais simples para serem utilizados no projeto de controladores de alto desempenho (Schrama, 1992; Gevers, 1993; Lee et al., 1993; Aström e Nilsson, 1994; Zang et al., 1995; Van den Hof e Schrama, 1995; Hjalmarsson et al., 1996). Dois resultados importantes para o desenvolvimento da pesquisa em *identificação para controle* foram obtidos nesses trabalhos.

O primeiro resultado foi a constatação de que um modelo é bom para controle se o sistema, em malha fechada, obtido da conexão desse modelo com o “controlador a ser projetado”, aproxima-se do sistema em malha fechada obtido da conexão do mesmo controlador com o

sistema real. Esse fato possibilitou a definição de critérios de identificação orientados para controle. O fato do “controlador a ser projetado” não estar disponível na fase de identificação, produziu a necessidade de esquemas iterativos para atualização do modelo e do controlador.

O segundo e importante resultado emergiu das idéias apresentadas em Gevers (1993). Tal artigo destaca que as condições experimentais da identificação de modelos para controle devem ser tão próximas quanto possível das condições nas quais o controlador projetado (com base no modelo) será aplicado ao sistema real. Esse fato conduziu a observação de que, para a maioria dos objetivos de controle, a identificação deve ser realizada em malha fechada (Hjalmarsson et al., 1996). Isto reativou o interesse por métodos de identificação em malha fechada, dos quais emergiram novas técnicas (Van den Hof et al., 1996).

Os procedimentos de identificação iterativa em malha fechada e projeto de controle foram rapidamente absorvidos em aplicações industriais (ver Schrama e Bosgra (1993); Van den Hof e Schrama (1995)). Isso se deve ao fato de que, tais conceitos mostravam como utilizar o grande número de informações sobre o processo, coletadas em malha fechada e contidas nos computadores de processo, para projetar controladores de desempenho superior aos controladores existentes. Essa observação fez com que a *identificação para controle* fosse vista com “bons olhos” pelos engenheiros de processo.

Segundo Bombois (2000), a principal desvantagem das técnicas iterativas de *identificação para controle*, residia no fato dos controladores serem projetados seguindo-se um certo princípio de equivalência, ou seja, assumia-se que o modelo era suficientemente preciso para representar o sistema. Portanto, não existiam garantias de que o controlador estabilizaria ou encontraria certo desempenho com o sistema real desconhecido.

Paralelamente ao desenvolvimento de técnicas de identificação para controle, surgiram trabalhos considerando estimativas de regiões de incerteza² dos dados (Helmicki et al., 1991; Bai, 1992; Chen et al., 1992). A idéia era adaptar os conceitos de identificação à teoria de controle robusto, introduzida nos anos oitenta (Zames, 1981; Doyle, 1982). Tal teoria apresenta como principal característica, um grande número de ferramentas para verificação de estabilidade e desempenho de controladores sobre todos os sistemas pertencentes à regiões de incerteza contendo o sistema real.

Infelizmente, segundo Hjalmarsson (1994) foi constatado que as técnicas de identificação PE não eram adaptadas à teoria de controle robusto por dois motivos: (i) não existiam expressões adequadas para a estimação do erro (ou algum limite desse erro) em funções de

²Região de incerteza é uma descrição do erro associado ao modelo que será utilizado no projeto de controle. Esse conceito teve origens na teoria de controle robusto desenvolvida nos anos oitenta.

transferência identificadas e (ii) as descrições de incerteza disponíveis não possuíam uma formulação no domínio da frequência, como a maioria das regiões de incerteza desenvolvidas pela teoria de controle robusto. A consequência disso foi o desenvolvimento de novas técnicas de identificação, com novas considerações sobre estruturas de modelos, ruído e critérios de identificação. O trabalho Ninness e Goodwin (1995) apresenta uma visão geral, com extensas referências, sobre esses novos métodos de identificação. Conforme Hjalmarsson (1994), o fato dessas técnicas serem, no geral, baseadas em considerações de pior caso e não na idéia de média do ruído, elas tipicamente conduziam a regiões de incerteza muito conservativas³ para o projeto de controladores robustos. Mas, certamente esses trabalhos apresentaram importantes avanços na caracterização dos limites do erro cometido na estimativa de funções de transferência.

Inspirado em trabalhos anteriores e no intuito de aproximar as técnicas clássicas de identificação da teoria de controle robusto, Bombois et al. (2000, 2001) desenvolvem uma teoria para análise de estabilidade e desempenho robusto conectada à regiões de incerteza, obtidos por procedimentos de identificação PE, caracterizadas por elipsóides no espaço de parâmetros, denominadas regiões \mathcal{D} .

A partir da segunda metade dos anos 90 percebeu-se o número crescente de estudos sobre a conexão entre regiões de incerteza e objetivos de controle robusto tendo como objetivo a construção de *regiões de incerteza orientadas para controle* (de Vries e Van den Hof, 1995; Mäkilä et al., 1995; Gevers et al., 1998; Bombois et al., 2000). O foco desses trabalhos era a manipulação do formato da região de incerteza (alterando as condições experimentais⁴) para torná-la menos conservativa possível, de forma a atender o paradigma do controle robusto descrito a seguir.

Dado um modelo \hat{G} , uma região de incerteza \mathcal{D} contendo o sistema real e um critério de desempenho $J(\hat{G}, \mathcal{D})$, projete um controlador K , pertencente a um conjunto de controladores \mathcal{K} , que encontra estabilidade e o melhor pior caso de desempenho possível, com todos os modelos em \mathcal{D} inclusive com o sistema real. Matematicamente tem-se:

$$K = \arg \min_{K \in \mathcal{K}} \sup_{G \in \mathcal{D}} J(\hat{G}, \mathcal{D}) \quad (1.1)$$

³Uma região de incerteza conservativa é aquela no qual, o pior caso de desempenho encontrado pelo controlador com todos os modelos é muito diferente do desempenho encontrado pelo controlador quando aplicado ao sistema real.

⁴Condições Experimentais: malha aberta, malha fechada, comprimento do registro de dados, espectro do sinal de excitação, dentre outros.

De acordo com Bombois et al. (2000), o pior caso de desempenho depende tanto do controlador que será projetado, quanto do conjunto de incerteza considerado, e por sua vez, tal conjunto de incerteza está fortemente relacionado com as condições em que o experimento de identificação é realizado. O estudo da relação entre as condições experimentais e as propriedades dos controladores robustos vêm sendo considerado em dois problemas (Gevers et al., 2003a; Bombois et al., 2004a,b):

1. Como deve ser projetado um experimento de identificação para que a região de incerteza em torno do modelo identificado apresente propriedades interessantes para controle?
2. Qual é a relação entre uma região de incerteza e os controladores robustos projetados com base nesse conjunto e, conseqüentemente, como deve ser definido um conjunto de incerteza orientado para controle?

Em relação ao primeiro problema percebe-se na comunidade de identificação uma contínua atividade na caracterização do erro total cometido na estimativa. Segundo Ninness e Hjalmarsson (2004), tem-se buscado aproximações em termos de fórmulas mais precisas que refletem o efeito das condições experimentais no erro total. Tais fórmulas permitem que seja feita uma otimização sobre alguma variável experimental, no sentido de produzir regiões de incerteza menos conservativas. Em Jansson e Hjalmarsson (2005), projetos de experimentos ótimos do sinal de entrada em malha fechada são considerados.

Sobre a segunda questão verifica-se que não existe um consenso sobre a definição de *regiões de incerteza orientadas para controle*. Comparando diferentes regiões de incerteza, Douma et al. (2003) destaca que uma região \mathcal{D} é orientada para controle, se o conjunto de controladores admissíveis é largo. Gevers et al. (2003a) propõe utilizar o pior caso ν -gap como medida da qualidade da região de incerteza \mathcal{D} , porque tal métrica é relacionada com o tamanho do conjunto de controladores robustos estabilizadores.

De acordo com Gevers et al. (2003b) ainda existe muito trabalho a ser feito no sentido de definir medidas de qualidade para qualificar regiões de incerteza para controle.

1.3 Motivação e Contribuição da Dissertação

Considerando os fatos discutidos na seção anterior, percebe-se que, atualmente, os trabalhos em *identificação para controle* têm sido desenvolvidos essencialmente em três direções: projetos de experimentos ótimos orientados para controle, a definição e computação de modelos orientados para controle e estudos sobre a relação entre regiões de incerteza e controladores

robustos projetados a partir de tais regiões. Em adicional, a demanda dessa área de pesquisa tem gerado um grande número de trabalhos sobre estimação de novas regiões de incerteza e identificação em malha fechada. Alguns conceitos desenvolvidos nesses últimos anos, como por exemplo, a idéia de melhorar o desempenho de controladores existentes usando dados coletados em malha fechada, estão sendo aplicados na prática.

Entretanto, segundo Gevers (2004) ainda existem questões em aberto e alguns problemas encontram-se inexplorados, como por exemplo:

1. a definição de medidas de qualidade para caracterização de *regiões de incerteza orientadas para controle*,
2. a sintonia de regiões de incerteza,
3. a definição de um procedimento automático que parta da coleta de dados ao projeto de controle robusto via modelo e região de incerteza, estimados por técnicas de identificação PE (Codrons, 2000),
4. a integração dos conceitos desenvolvidos em Bombois et al. (2001), com os esquemas iterativos (Schrama e Bosgra, 1993; Zang et al., 1995; Van den Hof e Schrama, 1995) que alternam entre identificação e projeto de controle,
5. e a extensão das idéias sobre regiões de incerteza, validação de modelos e validação de controladores, apresentadas em (Bombois, 2000; Codrons, 2000; Gevers et al., 2003a) para o caso de sistemas não-lineares.

Neste trabalho são realizadas investigações na linha de *identificação para controle* tendo em vista os itens 1, 2, 3 e 4. Como principal contribuição desta dissertação destaca-se o desenvolvimento de um procedimento iterativo de identificação e controle, que integra ferramentas de análise robusta (Bombois et al. (2001)) por meio de algoritmos de otimização estocástica.

1.4 Estrutura da dissertação

Este texto está organizado da seguinte forma:

Capítulo 2: Modelagem Empírica. Este capítulo aborda questões relativas à identificação de sistemas. As principais etapas do procedimento de identificação PE (experimentos, escolha da estrutura, estimação dos parâmetros, validação do modelo) são discutidas. Apresenta-se também uma revisão bibliográfica sobre algumas técnicas de identificação em malha fechada. Em

adicional, no final do capítulo o conceito de região de incerteza \mathcal{D} é apresentado e exemplificado.

Capítulo 3: Influência da Condições Experimentais Sobre a Região \mathcal{D} . Primeiramente, neste capítulo, são apresentados conceitos desenvolvidos por (Bombois et al., 2000, 2001) que interligam a região de incerteza \mathcal{D} com ferramentas de análise robusta. Em seguida, realiza-se um estudo do efeito de variações das condições experimentais em tal região, tendo em vista um projeto de controle robusto estabilizante.

Capítulo 4: Procedimento Iterativo de Identificação e Controle Robusto. Neste capítulo é proposto um procedimento iterativo para identificação e controle robusto. Tal procedimento é aplicado a dois sistemas simulados. O primeiro consiste de um sistema de transmissão flexível, apresentado em Landau et al. (1995). O segundo é um modelo representativo de um processo industrial, utilizado em Jansson (2004). Ambos sistemas são considerados *benchmarks* pela comunidade científica.

Capítulo 5: Conclusões. Este capítulo apresenta as conclusões da dissertação e sugestões para trabalhos futuros.

Capítulo 2

Modelagem Empírica

2.1 Introdução

A modelagem empírica, também conhecida como identificação de sistemas, tem por finalidade construir modelos matemáticos a partir de dados coletados em experimentos sobre o sistema em estudo. Tais modelos podem ser paramétricos (equações matemáticas) ou não-paramétricos (representações gráficas). Atualmente, em muitas aplicações, prefere-se utilizar representações paramétricas na tentativa de capturar a dinâmica dominante do sistema em termos de um número pequeno de coeficientes. Saber qual representação matemática deve ser utilizada é uma questão ainda em aberto na literatura, sendo necessário estudos mais consistentes a respeito das características de cada representação (Corrêa, 2001). Na prática, as representações são selecionadas de acordo com a conveniência do projetista, complexidade da aplicação ou a possibilidade de interligação com outros conceitos. Por exemplo, a maior parte das técnicas de controle são baseadas em modelos lineares devido, basicamente, a dois fatores. O primeiro é o grande volume de ferramentas de análise e síntese estruturadas sobre a teoria de sistemas lineares. O segundo motivo reside no fato de que a realimentação reduz os efeitos não-lineares inerentes ao processo controlado.

Na primeira parte deste capítulo será realizada uma breve apresentação de algumas representações matemáticas utilizadas na identificação de sistemas e no projeto de controladores. A profundidade com que cada representação é discutida depende do interesse desta para o objetivo do trabalho. Sendo assim, dá-se maior destaque às representações lineares. Em seguida apresenta-se o procedimento geral para obtenção de modelos usando técnicas clássicas de identificação por Predição de Erro (PE). A Seção 2.5 destaca técnicas de identificação em malha

fechada e a Seção 2.6 apresenta conceitos relativos à regiões de incertezas, derivadas de um procedimento de identificação PE com dados coletados em malha aberta ou em malha fechada. Na Seção 2.7, conclusões do capítulo são apresentadas.

2.2 Representações matemáticas de sistemas

Existe uma grande variedade de representações matemáticas para sistemas. As seções seguintes apresentam algumas representações discretas relevantes para controle, em ordem decrescente de complexidade.

2.2.1 Redes neurais

As redes neurais são modelos matemáticos inspirados no cérebro humano. Constituem um sistema de processamento paralelo e distribuído, composto de unidades de processamento simples (neurônios) que têm a capacidade de armazenar conhecimento experimental e torná-lo disponível para o uso (Haykin, 2001). Tais redes são formadas por camadas de neurônios interconectados. A saída de um único neurônio com n entradas é do tipo:

$$y(x) = f \left(\sum_{j=1}^n w_j x_j + b \right), \quad (2.1)$$

sendo que b (polarização) e w_j são constantes e f é chamada de função de ativação. Existem vários tipos de funções de ativação, sendo que uma das mais comuns é a *sigmóide*:

$$f(v) = \frac{1}{1 + e^{-v}}. \quad (2.2)$$

Deve ser notado que, no caso de redes neurais multicamadas, a saída de um neurônio do tipo mostrado na Equação (2.1) é conectada à entrada de um outro neurônio. Assim a saída será uma composição das funções de cada camada. A fim de se estimar os parâmetros de uma rede neural multicamadas, são utilizados algoritmos de estimação não-linear, tais como o de retro-propagação do erro (do inglês *backpropagation*).

Do ponto de vista do controle, a principal característica das redes neurais é a capacidade que elas possuem de aproximar comportamentos não-lineares extremamente complexos. Bhat et al. (1990) e Billings et al. (1992) demonstram que essa habilidade pode ser incorporada em algoritmos de controle e Doherty (1999) apresenta aplicações bem sucedidas de redes neurais

em diferentes estratégias de controle. Existem inúmeras aplicações de redes neurais em controle e outros aspectos sobre essa representação poderiam ser destacados, mas isso foge do escopo deste trabalho. Maiores detalhes sobre esta representação e aplicações podem ser encontradas em (Braga et al., 2000; Haykin, 2001; Amaral, 2001).

2.2.2 Modelos NARMAX polinomiais

A representação NARMAX, do inglês *Non-linear AutoRegressive Moving Average with exogenous inputs*, cuja tradução é representação não-linear auto-regressiva, de média móvel, com entradas exógenas, estruturou-se em meados da década de 80 com os trabalhos (Leontaritis e Billings, 1985a,b; Billings e Chen, 1989).

Essa representação pode ser resumida por

$$y(k) = F^\ell \left(\begin{array}{l} y(k-1), \dots, y(k-n_y), \\ u(k-\tau_d), \dots, u(k-\tau_d-n_u+1), \\ \nu(k-1), \dots, \nu(k-n_e) \end{array} \right) + \nu(k), \quad (2.3)$$

sendo $k = 1, \dots, N$. F^ℓ é uma função polinomial com grau de não-linearidade ℓ , $y(k)$, $u(k)$ e $\nu(k)$ representam, saída, entrada e ruído do sistema, que possuem seus atrasos representados por n_y , n_u e n_e respectivamente. τ_d representa o tempo de retardo do sistema e $\nu(k)$ representa as incertezas ou fenômenos que não podem ser bem representados por F^ℓ .

Dentre as características dos modelos NARMAX polinomiais destaca-se a possibilidade de se obter bons modelos para sistemas não-lineares, contanto que em tais sistemas não haja uma variação muito brusca do sinal de interesse no tempo, evitando assim uma taxa de variação muito elevada. Outra vantagem é a facilidade de se obter informações analíticas, sobre a dinâmica e as características estáticas do modelo (Corrêa, 2001). Além disso, o modelo NARMAX polinomial pode ser transformado em uma representação linear fixando-se o ponto de operação do sistema.

As funções não-lineares polinomiais são lineares nos parâmetros, ou seja, tais modelos podem ser representados na forma $y(k) = \psi^T \theta$. Esse fato permite a utilização de algoritmos de estimação de parâmetros para sistemas lineares (Billings e Voon, 1984). Estes algoritmos de estimação são fáceis de implementar, convergem rapidamente e já foram estudados em um vasto número de trabalhos (Korenberg et al., 1988; Chen et al., 1989; Aström e Witternmark, 1994).

Os modelos NARMAX polinomiais têm sido consideravelmente empregados, em estratégias de controle avançado, como por exemplo, o controle preditivo e adaptativo (Proll e Karim, 1994; Doherty, 1999; Luo et al., 1996). Essas técnicas de controle, desenvolvidas no âmbito da teoria de sistemas lineares possuem a característica de serem extremamente dependentes da qualidade do modelo estimado e, em problemas não-lineares, precisam levar em consideração estruturas mais complexas como por exemplo os modelos NARMAX. Em Hong et al. (1996) obtém-se um desempenho satisfatório para um processo de neutralização de pH utilizando controle preditivo baseado em um modelo NARX com parâmetros ajustados por meio de um algoritmo adaptativo. Outros resultados interessantes podem ser vistos em (Mrabet et al., 2002).

2.2.3 Representações de Hammerstein e Wiener

Os modelos de Hammerstein e Wiener apresentados na Figura 2.1 são considerados casos especiais das representações NARMAX. Tais modelos são compostos de blocos interconectados, sendo que em um dos blocos modela-se a não-linearidade do sistema por meio de uma função estática não-linear, $f(\cdot)$, e no outro bloco modela-se a dinâmica utilizando uma função linear, $G(q)$ ¹ (Wigren, 1993; Wiener, 1958).

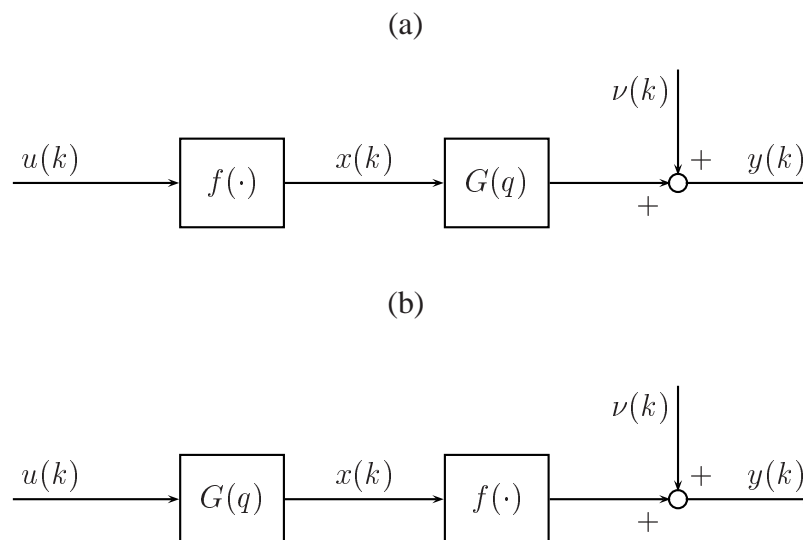


Figura 2.1: Representações (a) Hammerstein e (b) Wiener.

Quando a função estática precede o bloco dinâmico linear, tem-se o denominado modelo

¹a variável q representa o operador de atraso no domínio discreto, de forma que, $y(k)q^{-1} = y(k-1)$.

Hammerstein, que pode ser descrito pelas seguintes equações:

$$y(k) = G(q)x(k) + \nu(k), \quad (2.4)$$

$$x(k) = f(u(k)), \quad (2.5)$$

sendo $u(k)$ o sinal de entrada, $y(k)$ o sinal de saída e $\nu(k)$ um distúrbio no sinal de saída.

No modelo de Wiener, o bloco dinâmico linear precede o bloco estático não-linear, ou seja,

$$x(k) = G(q)u(k), \quad (2.6)$$

$$y(k) = f(x(k)) + \nu(k). \quad (2.7)$$

Tanto no contexto do modelo de Hammerstein, quanto no modelo de Wiener, $x(k)$ é um sinal intermediário, não mensurável, e em problemas de identificação tem-se acesso apenas aos sinais $y(k)$ e $u(k)$, sendo a função $f(\cdot)$ desconhecida. Exemplos de metodologias para estimar tal função e as principais características destes modelos podem ser encontradas em (Coelho, 2002; Pearson e Pottmann, 2000; Hagenblad, 1999).

Os modelos de Hammerstein e Wiener têm sido bastante estudados e aplicados no projeto de controladores lineares e não-lineares de sistemas. Basicamente, as vantagens dessas representações são a simplicidade da estrutura e o fato de que muitos processos industriais (colunas de destilação, neutralização de pH sistemas eletro-mecânicos, dentre outros) podem ser representados com uma combinação de um elemento estático não-linear em série com uma parte dinâmica linear. Segundo Abonyi et al. (2000), a principal desvantagem dos modelos de Hammerstein é a dificuldade de se obter modelos estáticos precisos e sugere então o emprego de redes neurais e modelos fuzzy.

Aplicações destas estruturas em controle de processos podem ser vistas em (Fruzzetti et al., 1996; Bai, 1998; Abonyi et al., 2000; Norquay et al., 1999a,b).

2.2.4 Representações lineares

Optou-se neste trabalho, por modelar o sistema real com estruturas lineares. Sendo assim, a partir desta seção será dado maior ênfase aos modelos lineares com uma entrada e uma saída, representados por funções de transferência discretas. Essas representações podem ser entendidas como casos particulares das estruturas não-lineares apresentadas nas subseções anteriores. Tal escolha foi motivada por uma série de fatores, dentre eles destacam-se: a simplicidade das estruturas lineares, o grande número de conceitos desenvolvidos na teoria de sistemas lineares,

o surgimento de novas abordagens devido aos recentes desenvolvimentos na área de identificação para controle robusto (ver Gevers (1991)) e a possibilidade de, posteriormente, estender algumas idéias para o caso não-linear.

As estruturas lineares consideradas neste trabalho serão representadas por:

$$\mathcal{S} : y(k) = G_0(q)u(k) + \nu(k), \quad (2.8)$$

sendo $G_0(q)$ uma função de transferência discreta, própria e assintoticamente estável, ou seja apresenta pólos em $|q| \leq 1$. O suposto sistema real \mathcal{S} tem a propriedade de ser LTI (*linear time-invariant*) cuja tradução é linear invariante no tempo e SISO (*Single-Input Single-Output*) que significa uma entrada e uma saída. Na equação (2.8), como antes, $y(k)$ é o sinal de saída, $u(k)$ é o sinal de entrada e $\nu(k)$ é o distúrbio não mensurável.

A representação do sistema dinâmico em termos de \mathcal{S} é uma abstração simplificada da realidade. Além disso, pode-se considerar que as medições feitas sobre o sistema real sempre contêm distúrbios. Para modelar esse efeito considera-se $\nu(k)$ adicionado ao termo $G_0(q)u(k)$ na Equação (2.8). Segundo Ljung (1999), o sinal $\nu(k)$ pode refletir:

- ruídos de medição, induzidos por equipamentos,
- distúrbios do processo,
- efeitos de entradas não medidas,
- dinâmicas não modeladas por $G_0(q)$.

A questão de como representar o sinal de distúrbio $\nu(k)$ é muito importante. Ele deve ser capaz de refletir os desvios da consideração LTI que ocorrem nos dados. Na literatura existem várias formas de se representar os distúrbios. Na área denominada “modelos com o erro limitado por norma”, o distúrbio $\nu(k)$ é representado como um sinal que pertence a uma classe de sinais caracterizados por,

$$|\nu(k)| \leq \delta, \quad (2.9)$$

formalmente denotado como $\|\nu\|_\infty \leq \delta$, sendo δ o limite máximo (“pior caso”) admitido para $|\nu|$. Para uma apreciação mais detalhada destas técnicas ver (Hjalmarsson, 1994; Milanese, 1995; Ninness e Goodwin, 1995).

Na identificação por predição de erro, assunto abordado na próxima seção, o distúrbio $\nu(k)$ é representado como um processo estocástico estacionário de média zero e uma densidade

espectral de potência² $\Phi_\nu(\omega)$. Tal sinal pode ser representado por

$$\nu(k) = H_0(q)e(k), \quad (2.10)$$

sendo $H_0(q)$ uma função de transferência racional, própria e estável. $e(k)$ é uma seqüência de variáveis aleatórias independentes, identicamente distribuídas, de média zero e variância σ_e^2 (ruído branco)³.

$G_0(q)$ e $H_0(q)$ podem ser parametrizadas em termos de frações de polinômios em q . A Equação (2.8) pode ser reescrita como (Aguirre, 2004):

$$y(k) = \frac{B(q)}{A(q)F(q)}u(k) + \frac{C(q)}{A(q)D(q)}e(k), \quad (2.11)$$

e os polinômios são definidos da seguinte forma

$$\begin{aligned} A(q) &= 1 + a_1q^{-1} + \dots + a_{n_a}q^{-n_a}, \\ B(q) &= b_1q^{-1} + \dots + b_{n_b}q^{-n_b}, \\ C(q) &= 1 + c_1q^{-1} + \dots + c_{n_c}q^{-n_c}, \\ D(q) &= 1 + d_1q^{-1} + \dots + d_{n_d}q^{-n_d}, \\ F(q) &= 1 + f_1q^{-1} + \dots + f_{n_f}q^{-n_f}. \end{aligned} \quad (2.12)$$

A partir da equação geral (2.11) podem ser definidas várias estruturas (casos particulares) comumente utilizadas em procedimentos de identificação. Algumas das mais importantes estão listadas na tabela 2.1.

²A densidade espectral de potência $\Phi_x(\omega)$ é definida para um processo estocástico estacionário no sentido-amplio (wide-sense stationary - WSS) $x(k)$, como sendo a distribuição de probabilidade da potência média total $E[x(k)^2]$ no domínio da frequência ω . $\Phi_x(\omega)$ pode ser interpretada também como a transformada de Fourier da função de autocorrelação de $x(k)$, ou seja, $\Phi_x(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R_x(\tau)e^{-j\omega\tau}d\tau$ (Peebles, 1993).

³Um determinado processo estocástico x é denominado ruído branco se, x é uma seqüência de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas. Independente significa que a função densidade de probabilidade (pdf - probability density function) conjunta de $(x(t_1), x(t_2))$ é o produto de duas pdf's separadas. Identicamente distribuídas, significa que a pdf de $x(t)$ é independente de t . Como resultado a função de autocorrelação, $R_{xx}(\tau) = E[x(t)x(t-\tau)] = 0$ para todo $\tau \neq 0$.

Tabela 2.1: Estruturas lineares discretas

ARX	$y(k) = [B(q)/A(q)]u(k) + [1/A(q)]e(k)$
ARMAX	$y(k) = [B(q)/A(q)]u(k) + [C(q)/A(q)]e(k)$
OE, Erro na Saída	$y(k) = [B(q)/F(q)]u(k) + e(k)$
FIR, Resposta ao Impulso Finita	$y(k) = B(q)u(k) + e(k)$
BJ, Box-Jenkins	$y(k) = [B(q)/F(q)]u(k) + [C(q)/D(q)]e(k)$

2.3 Procedimento de identificação.

Modelos matemáticos podem ser obtidos pela física do processo (modelagem caixa-branca) ou por meio de dados (modelagem empírica ou caixa-preta). Este trabalho, considera apenas os procedimentos de identificação caixa-preta. Portanto, em linhas gerais, as principais etapas de um processo de identificação são (Ljung, 1999; Aguirre, 2004):

1. realização de experimentos sobre o sistema que se deseja modelar;
2. escolha da representação matemática e seleção da estrutura do modelo;
3. estimação dos parâmetros do modelo;
4. validação do modelo obtido.

2.3.1 Experimentos

As condições experimentais em que o sistema real é submetido influenciam fortemente a qualidade final do modelo. O modelo poderá aproximar somente as características que estejam contidas nos dados. Dessa forma, o projetista deverá submeter o sistema a testes dinâmicos

ou estáticos de acordo com o seu objetivo. Ele tem sob seu controle um conjunto de variáveis que em situações práticas estão sempre associadas a algum tipo de limitação. Algumas dessas variáveis são: o tempo de amostragem, a configuração do sistema (malha aberta ou malha fechada), o tamanho do registro de dados, o espectro e a amplitude do sinal de excitação.

Com o advento da tecnologia dos conversores A/D, a determinação do tempo de amostragem correto para um determinado processo em estudo passa a ser uma tarefa exclusiva de programação. Em geral, os dados são superamostrados, ou seja, coleta-se os dados com uma taxa de amostragem muito alta. Dessa forma, o problema torna-se definir uma taxa de decimação, isto é, de eliminação de amostras, de forma a se adequar os dados. Uma solução para tal é medir o nível de redundância nos dados. Isso pode ser feito por meio de funções de correlação (ver Aguirre (2004)).

Em algumas situações, como em processos industriais, o projetista ficará impossibilitado ou optará por não efetuar testes em malha aberta. A planta pode apresentar comportamento instável em malha aberta ou o conhecimento do controlador juntamente com a enorme quantidade de dados obtidos em malha fechada e armazenados nos bancos de dados das indústrias, pode estimulá-lo a preferir realizar experimentos em malha fechada. Existem técnicas eficientes para trabalhar com estes tipos de dados, elas serão apresentadas na Seção 2.5.

A quantidade de dados obtidos de um processo, em geral, não é um fator limitante para a obtenção de um modelo, por outro lado, a qualidade dos dados influencia fortemente o desempenho do modelo. Dados de entrada constantes ou com pouca variação podem gerar mau condicionamento numérico. Sendo assim, sempre que possível recomenda-se gerar um sinal de excitação respeitando os limites impostos pelo engenheiro de processo. Tal sinal deve ser persistentemente excitante (Aguirre, 2004) de ordem suficientemente elevada, para excitar um número elevado de frequências dominantes da planta, ou seja, possuir um amplo espectro na faixa de frequências desejadas. Um sinal comumente utilizado é o PRBS (*Pseudo Random Binary Signal*) que significa sinal binário pseudo-aleatório (Leontarits e Billings, 1987).

2.3.2 Escolha da representação e seleção de estruturas

A escolha da representação que deverá ser utilizada no processo de modelagem do sistema é em geral, baseada em aspectos subjetivos, ou seja, não é uma tarefa clara definir uma representação “ótima” a ser empregada num determinado problema. Em sistemas de controle baseados em modelos percebe-se uma preferência em utilizar estruturas lineares, haja visto o grande número de técnicas de controle baseadas nestas representações.

Definida qual representação será utilizada, o próximo passo é a definição da estrutura do

modelo a ser estimado. No caso da representação NARMAX polinomial a seleção de estrutura trata do problema de determinar o valor do grau da função $F(\cdot)$, o atraso de entrada, o atraso de saída, entre outros. Quando se trata de uma rede neural o processo de determinação da estrutura é denominado escolha da topologia da rede, nessa etapa devem ser definidos quais neurônios devem compor o modelo. Se o objetivo é obter um modelo linear o problema se resume em definir a ordem do modelo, o número de zeros e o máximo atraso de tempo. Existem várias técnicas e trabalhos na literatura que abordam o problema de seleção de estrutura. Para uma visão geral dos métodos sugere-se a leitura de (Aguirre, 2004; Nepomuceno, 2002; Ljung, 1999; Aguirre, 1995). Textos mais específicos podem ser encontrados em (De Gooijer et al., 1985; Fonseca et al., 1993; Kadtke et al., 1993; Mendes e Billings, 2001; Corrêa, 2001; Aguirre et al., 2002).

A escolha da estrutura pode ser baseada em informações prévias do processo que será modelado, como por exemplo o conhecimento de como o distúrbio afeta o sistema. Outros argumentos como a propriedade de linearidade nos parâmetros também podem influenciar a escolha da estrutura. Essa característica apresentada, dentre outras, pela representação ARX, facilita consideravelmente a estimação de parâmetros como será visto em seções posteriores deste trabalho.

Exemplo 2.3.1 Estruturas lineares nos parâmetros

Para ilustrar a propriedade de linearidade nos parâmetros será considerado o modelo ARX escrito na forma de equação de regressão simples:⁴

$$A(q)y(k) = B(q)u(k) + e(k). \quad (2.13)$$

A Equação (2.13) pode ser reescrita em termos dos regressores e parâmetros dos polinômios $A(q)$ e $B(q)$ na seguinte forma

$$y(k) = \psi^T \theta + e(k), \quad (2.14)$$

sendo $\psi^T = [y(k-1) \ y(k-2) \ \dots \ y(k-n_a) \ u(k-1) \ u(k-2) \ \dots \ u(k-n_b)]$ e $\theta^T = [a_1 \ a_2 \ \dots \ a_{n_a} \ b_1 \ b_2 \ \dots \ b_{n_b}]$.

A Equação (2.14) é dita linear nos parâmetros porque cada parâmetro está linearmente relacionado com cada regressor. Um exemplo de modelo não-linear nos parâmetros é o modelo

⁴A análise de regressão simples considera modelos aditivos na forma: $Y = f(x) + \epsilon$, sendo $f(x)$ o termo sistemático que descreve a relação entre x e y e ϵ modela os erros aleatórios (ruído branco).

ARMAX escrito na forma de equação de regressão simples:

$$C(q)^{-1}A(q)y(k) = C(q)^{-1}B(q)u(k) + e(k). \quad (2.15)$$

Na Equação (2.15) os parâmetros do polinômio $C(q)^{-1}$ aparecerão multiplicados pelos parâmetros dos polinômios $A(q)$ e $B(q)$. Portanto, o modelo ARMAX é dito não-linear nos parâmetros.

▲

Uma vez definida a estrutura, o modelo encontra-se parametrizado e preparado para a etapa de estimação de parâmetros. Sabe-se que o vetor de parâmetros estimado é uma variável aleatória e, portanto, depende da realização do ruído associado aos dados. Dessa forma, pode-se definir a estrutura em termos de um conjunto de modelos parametrizados por um vetor de parâmetros θ . Para o caso linear, tal conjunto pode ser descrito da seguinte forma:

$$\mathcal{M} = \{M(\theta) \mid \theta \in D_\theta \subset \mathbf{R}^{n_\theta \times 1}\}. \quad (2.16)$$

sendo

$$M(\theta) : y(k, \theta) = G(q, \theta)u(k) + H(q, \theta)e(k). \quad (2.17)$$

A Equação (2.16) representa o conjunto de todos os modelos que possuem a mesma estrutura $M(\theta)$ com os parâmetros θ restritos a um subconjunto D_θ contido no espaço dos vetores reais $\mathbf{R}^{n_\theta \times 1}$.

2.3.3 Estimação de parâmetros

Considere a situação mostrada na Figura 2.2. Para cada $\theta \in D_\theta$, $M(\theta)$ é um modelo de \mathcal{S} que relaciona a entrada u com a saída y . Entretanto, quando a resposta do modelo $M(\theta)$ é comparada com a saída medida y aparecem divergências (devido ao ruído ν que corrompe os dados) representadas na Figura 2.2 pelo sinal $\xi(\theta)$. Tal sinal, denominado erro de predição ou resíduo, pode ser utilizado para estimar modelos. Uma forma clássica de construir modelos é definir uma função de custo a ser minimizada sobre θ . Uma escolha muito popular é o critério quadrático:

$$J(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \xi^2(\theta), \quad (2.18)$$

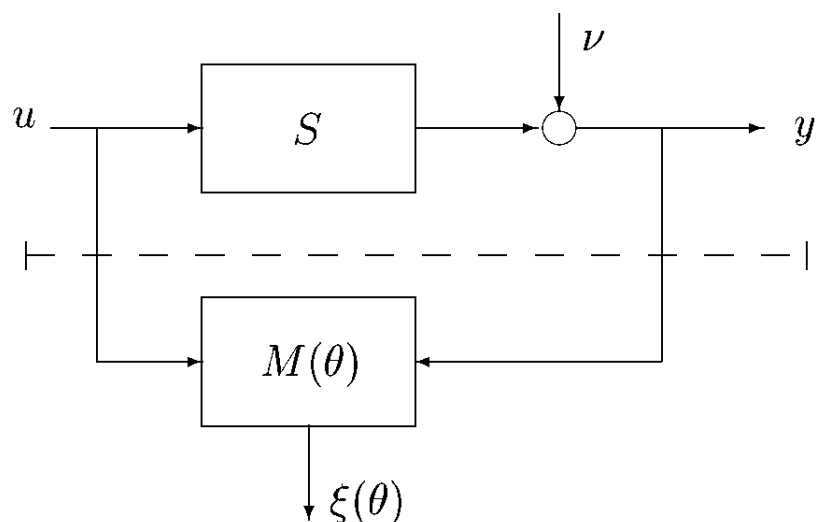


Figura 2.2: Um simples paradigma da identificação de sistemas

sendo N o comprimento do registro de dados. O parâmetro $\hat{\theta}$ a ser estimado, é definido como

$$\hat{\theta} = \arg \min_{\theta \in D_{\theta}} J(\theta), \quad (2.19)$$

sendo que $\hat{\theta}$ indica o argumento, pertencente ao domínio de θ , que minimiza o somatório do quadrado dos erros $J(\theta)$.

Entretanto, existem outras alternativas para estimar θ baseadas em diferentes critérios. Dentre tais alternativas destacam-se aproximações denominadas *set membership identification* que consideram outras normas do erro, como por exemplo a norma \mathcal{H}_{∞} (ver Ninness e Goodwin (1995); Ljung (1999)).

Na Seção 2.4 será abordada, com mais detalhes, a etapa de estimação de parâmetros utilizando o critério definido na Equação (2.18).

2.3.4 Validação

A última etapa do procedimento de identificação é a validação. Os testes clássicos de validação para avaliar a qualidade de um modelo estimado são em geral baseados em considerações estatísticas, como por exemplo, a análise da autocorrelação dos erros de predição, análise de correlação cruzada entre entrada e resíduos, dentre outros (ver Ljung (1999); Aguirre (2004)).

O fato de ser considerado estatisticamente válido não qualifica o modelo como a melhor opção para uma determinada aplicação. Segundo Gevers et al. (2003a), a qualidade de um modelo está fortemente relacionada com a finalidade pela qual o mesmo foi obtido. Se o objetivo é identificar um modelo para o projeto de um controlador, o que importa é o desempenho que será encontrado quando o controlador (sintetizado a partir do modelo) for implementado na planta. Se o resultado for satisfatório o modelo pode ser considerado válido. Landau (2001) cita que modelos de ordem reduzida (polarizados) podem ser aplicados para projeto de controladores de alto desempenho. A chave dessa questão está embutida no procedimento experimental. Hjalmarsson et al. (1996) e Forssell e Ljung (1999) destacam que, se o objetivo for o projeto de controladores, os modelos devem ser identificados a partir de dados coletados em malha fechada. Esse fato, motivou o desenvolvimento de técnicas de identificação em malha fechada, tema da Seção 2.5.

Outras formas de validar um modelo consistem em quantificar o erro obtido na predição da resposta ao degrau, resposta em frequência, posição dos pólos, simulação livre, entre outros. Existem diversos índices que podem ser utilizados na quantificação destes erros (ver Fair (1986)). Um critério muito considerado é o erro quadrático médio (RMSE - *root mean squared error*). O erro RMSE é dado por:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N [\hat{y}(k) - y(k)]^2} \quad (2.20)$$

sendo $\hat{y}(k)$ a saída do modelo na predição livre e $y(k)$ é o valor real. Esse índice mede o erro, em uma unidade de medida coerente com os dados reais e, quanto menor for o seu valor, melhor será considerado o modelo.

Neste trabalho, a qualidade do modelo obtido será avaliada tendo em vista um projeto de controle robusto. Portanto novos conceitos relacionados com regiões de incerteza e medidas de qualidade associadas às mesmas serão apresentados no decorrer desta dissertação.

Se por algum motivo o modelo for invalidado, pode-se proceder a um novo experimento de identificação ou a definição de outro conjunto de modelos, tudo isso com o intuito de produzir um novo modelo de qualidade superior ao anterior.

2.4 Identificação por predição de erro

A seguir serão apresentados e, discutidos alguns detalhes do procedimento de identificação baseado no critério quadrático definido em (2.18). As bases dos conceitos que serão apresentados e uma visão geral de outros métodos de estimação podem ser encontrados em (Aguirre, 2004; Ljung, 1999; Söderström e Stoica, 1989).

Considere uma situação em que é fornecido um conjunto de dados de entrada e saída

$$Z^N = \{y(1), u(1), y(2), u(2), \dots, y(N), u(N)\} \quad (2.21)$$

e um conjunto \mathcal{M} de modelos parametrizados de acordo com a equação (2.17). Cada θ corresponderá a um preditor de um passo-a-frente determinado por:

$$\hat{y}(k|k-1, \theta) = H^{-1}(q, \theta)G(q, \theta)u(k) + [1 - H^{-1}(q, \theta)]y(k). \quad (2.22)$$

Matematicamente, os resíduos são definidos como

$$\xi(k, \theta) \triangleq y(k) - \hat{y}(k|k-1, \theta), \quad (2.23)$$

substituindo (2.22) em (2.23) tem-se:

$$\xi(k, \theta) = H^{-1}(q, \theta)[y(k) - G(q, \theta)u(k)], \quad (2.24)$$

como $y(k) = G_0(q)u(k) + \nu(k)$ e $\nu(k) = H_0(q)e(k)$, a Equação (2.24) pode ser reescrita da seguinte forma

$$\xi(k, \theta) = H^{-1}(q, \theta) \overbrace{[G_0(q)u(k) + H_0(q)e(k)]}^{y(k)} - G(q, \theta)u(k). \quad (2.25)$$

Fazendo algumas manipulações com a Equação (2.25) obtém-se

$$\xi(k, \theta) = H^{-1}(q, \theta)[\tilde{G}u(k) + \tilde{H}e(k)] + e(k), \quad (2.26)$$

sendo $\tilde{G} = G_0(q) - G(q, \theta)$ e $\tilde{H} = H_0(q) - H(q, \theta)$. A partir da Equação (2.26) é possível perceber que, uma escolha adequada do conjunto $\mathcal{M} = \{G(q, \theta), H(q, \theta)\}$ e uma boa estimativa de θ poderão fazer \tilde{G} e \tilde{H} muito pequenos, levando $\xi(k, \theta)$ a se aproximar de $e(k)$ (ruído branco), indicando que toda dinâmica linear presente nos dados foi modelada.

A fim de encontrar uma solução que minimize \tilde{G} e \tilde{H} foram desenvolvidos critérios de

identificação baseados nos erros de predição $\xi(k, \theta)$ (ver Ljung (1999)). Um dos mais simples e mais utilizado critério é a função quadrática de $\xi(k, \theta)$, definida em (2.18), e convenientemente reescrita a seguir

$$J(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \xi^2(k, \theta). \quad (2.27)$$

sendo

$$\hat{\theta} = \arg \min_{\theta \in D_\theta} J(\theta). \quad (2.28)$$

O vetor $\hat{\theta}$ define os modelos $\hat{G} = G(q, \hat{\theta})$, e $\hat{H} = H(q, \hat{\theta})$. Além disso, $\hat{\theta}$ é assintoticamente um vetor aleatório com distribuição gaussiana, média $\bar{\theta}$ e covariância P (Ljung, 1999):

$$\hat{\theta} \approx \mathcal{N}(\bar{\theta}, P), \text{ quando } N \rightarrow \infty \quad (2.29)$$

sendo $\bar{\theta} \in \mathbf{R}^{n_\theta \times 1}$ um vetor desconhecido e $P \in \mathbf{R}^{n_\theta \times n_\theta}$ uma matriz simétrica positiva definida desconhecida.

2.4.1 Polarização e variância

Como pode ser visto na Equação (2.29), o procedimento de identificação PE estima uma variável aleatória $\hat{\theta}$ que possui uma função densidade de probabilidade (*pdf - probability density function*) aproximadamente gaussiana. Como todo procedimento estatístico, a estimativa $\hat{\theta}$ está sujeita a erros.

O desvio total cometido ao tentar encontrar θ_0 pode ser representado como

$$\underbrace{\hat{\theta} - \theta_0}_{\text{Desvio total}} = \underbrace{\hat{\theta} - \bar{\theta}}_{\text{variância}} + \underbrace{\bar{\theta} - \theta_0}_{\text{polarização}} \quad (2.30)$$

A segunda parcela do lado direito da Equação (2.30), denominada polarização, representa o erro sistemático entre a média da estimativa $\bar{\theta}$ e o parâmetro real θ_0 .

Esse erro será diferente de zero quando:

1. o estimador for escolhido de forma inadequada para uma determinada estrutura;

2. a dimensão do vetor $\hat{\theta}$ for menor do que a dimensão do vetor θ_0 , em outras palavras, quando o número de zeros e de pólos do modelo $G(q, \hat{\theta})$ for menor do que o número de zeros e de pólos do sistema real $G_0(q)$;
3. a estrutura do modelo não for capaz de representar as dinâmicas (da planta e do distúrbio) contida nos dados, mesmo tendo sido escolhido um estimador adequado para a mesma.

O item 3 será discutido com mais detalhes no exemplo a seguir.

Exemplo 2.4.1 *Influência da estrutura na polarização*

Considere que o sistema real é do tipo OE representado a seguir na forma de equação:

$$\mathcal{S} : (1 - 0,7q^{-1})y(k) = 0,3q^{-1}u(k) + (1 - 0,7q^{-1})e(k) \quad (2.31)$$

sendo $u(k)$ e $e(k)$ seqüências aleatórias com distribuição normal, média zero e variâncias $\sigma_u^2 = 1$ e $\sigma_e^2 = 0,04$. A Equação (2.31) foi simulada 1000 vezes com realizações distintas de ruído.

Como primeira tentativa, para encontrar o parâmetro real “desconhecido” $\theta_0 = [a_0 \ b_0]^T = [-0,7 \ 0,3]^T$, escolheu-se, uma estrutura ARX

$$\mathcal{M}_{\text{ARX}}(\theta_1) : (1 - a_1q^{-1})y(k) = b_1q^{-1}u(k) + e(k), \quad (2.32)$$

sendo $\theta_1 = [a_1 \ b_1]^T$. Como o modelo (2.32) é linear nos parâmetros (ver exemplo 2.3.1), optou-se pela utilização do estimador de Mínimos Quadrados (MQ) para estimar θ_1 .

O resultado de se estimar 1000 vezes os parâmetros gerados pelo modelo (2.31) é mostrado na Figura 2.3. Percebe-se que a estimativa \hat{a}_1 revela forte polarização enquanto que \hat{b}_1 não apresenta polarização. Uma possível explicação para a ocorrência da polarização é que a estrutura ARX modela o erro de regressão como um ruído branco (Equação (2.32)), enquanto que na realidade (Equação (2.31)), esse erro é um ruído colorido. Portanto, pode-se dizer que a estrutura ARX não é adequada para estimar os parâmetros reais sem polarização. É importante destacar, que o ponto de vista considerado aqui é o da estrutura, ou seja, assume-se que o estimador foi escolhido adequadamente (como é o caso da escolha do MQ para estruturas ARX). Se tivesse sido considerado o ponto de vista do estimador, uma forma de resolver o problema de polarização em questão é utilizar o estimador de Variáveis Instrumentais (VI) com os instrumentos selecionados em função apenas da entrada $u(k)$.

Considerando que a estrutura ARX não é adequada para representar o sistema real, optou-se

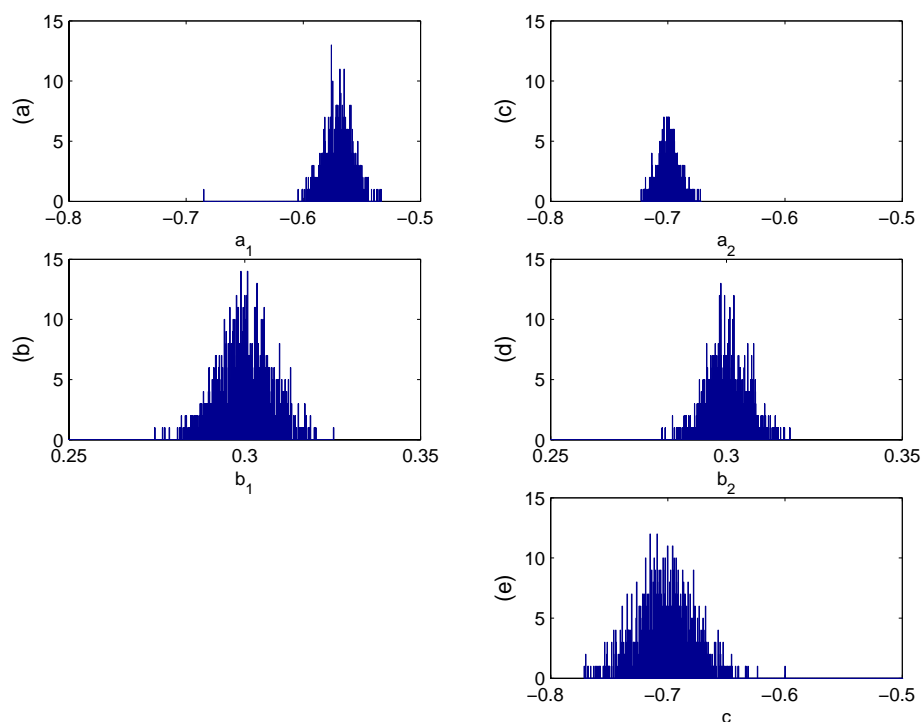


Figura 2.3: Histogramas de parâmetros estimados. (a) e (b) referem-se à estrutura ARX, (c), (d) e (e) referem-se à estrutura ARMAX. Os parâmetros reais são: em (a) e (c) $a_0 = -0,7$, em (b) e (d) $b_0 = 0,3$. Dados no arquivo: `se24montecarlo1000.mat`.

por uma estrutura ARMAX descrita por

$$\mathbf{M}_{\text{ARMAX}}([a_2 \ b_2 \ c]^T) : \quad (1 - a_2 q^{-1})y(k) = b_2 q^{-1}u(k) + (1 + c q^{-1})e(k), \quad (2.33)$$

sendo $[a_2 \ b_2]^T$ os parâmetros do modelo da planta e $[a_2 \ c]^T$ os parâmetros do modelo de ruído. Do exemplo 2.3.1 sabe-se que a estrutura (2.33) é não-linear nos parâmetros, sendo assim, o estimador MQ não poderá ser utilizado para estimar $[a_2 \ b_2 \ c]^T$. Portanto, algoritmos adequados para trabalhar esse tipo de estrutura devem ser escolhidos. O estimador Estendido de Mínimos Quadrados (EMQ) (Aguirre, 2004), e o algoritmo de otimização numérica denominado *Gauss-Newton* (Ljung, 1999), são comumente utilizados para estimar parâmetros em estruturas ARMAX. Optou-se pelo algoritmo *Newton-Raphson* e, o resultado obtido após 1000 estimativas, pode ser visto na Figura 2.3, da qual constata-se que o efeito da polarização foi eliminado. Portanto pode-se dizer que a estrutura ARMAX é adequada para representar o sistema real. Comparando as Equações (2.31) e (2.33) percebe-se que a estrutura do sistema real (Equação (2.31)) é um caso particular do modelo ARMAX. Ambas estruturas serão idênticas

se, $c = a_2$ no modelo ARMAX. Verifica-se que essa condição ocorre naturalmente após as 1000 estimativas, pois, como pode ser visto na Figura 2.3, $\bar{c} \cong \bar{a}_2 \cong 0,7$.

Obs.: Esse exemplo foi inspirado em exemplos relatados por Aguirre (2004). A diferença é que nesse trabalho foca-se o estimador e não a estrutura do modelo. ▲

Tendo em vista a discussão realizada no exemplo anterior, no decorrer deste trabalho será adotada a terminologia: *estrutura não-polarizada* para indicar que a estrutura foi escolhida de forma adequada resultando em um erro de polarização zero⁵. Sendo assim, segue a seguinte definição:

Definição 2.4.1 (*Estruturas não-polarizadas*) Considere o sistema S definido na Equação (2.8) e uma estrutura M definida em (2.17). A estrutura M será dita não-polarizada se existir um vetor de parâmetros $\theta \in \mathbf{R}^{n_\theta \times 1}$ tal que

$$G(q, \theta) = G_0(q, \theta_0), \text{ e } H(q, \theta) = H_0(q, \theta_0). \quad (2.34)$$

Quando uma estrutura não-polarizada é utilizada, o desvio total apresentado na Equação (2.30) será devido apenas ao erro de variância $\hat{\theta} - \bar{\theta}$. Como o vetor de parâmetros estimado é uma grandeza estocástica, o erro de variância indica que se muitas estimativas de $\hat{\theta}$ fossem feitas, a média $\bar{\theta}$ coincidiria com o valor real θ_0 . Portanto, a variância é uma forma de quantificar a dispersão das estimativas em torno da média. Essas informações estão contidas na matriz de covariância P e, da mesma forma que os parâmetros, tal matriz deve ser estimada. Nos procedimentos clássicos de identificação PE, estimativas para P , geralmente baseiam-se da seguinte equação proposta em (Ljung, 1999)

$$P = \text{cov}(\hat{\theta}) = \frac{\sigma_e^2}{N} E[\varphi(k)\varphi^T(k)]^{-1}, \quad (2.35)$$

no qual $\varphi(k)$ é o gradiente do erro de predição definido em (2.24).

De posse de uma estimativa $\hat{\theta}$ não-polarizada e uma matriz P_θ estimada de P contendo os erros de covariância da estimativa, pode-se construir uma região em torno do parâmetro $\hat{\theta}$ que contém o parâmetro real θ_0 com probabilidade α . Tal região tem a forma de um elipsóide e será definida a seguir.

⁵Sabe-se que o termo **polarização** é definido apenas para estimadores. Nesse trabalho considera-se que o estimador será escolhido adequadamente de acordo com a estrutura e, os erros devido a polarização serão atribuídos a escolha incorreta (“**polarizada**”) da estrutura.

Definição 2.4.2 (Ljung, 1999) Considere o sistema real \mathcal{S} definido em (2.8). Será considerado também, que o vetor de parâmetros $\hat{\theta}$ e a estimativa $P_{\hat{\theta}}$ são obtidos de um procedimento de identificação PE, apresentado na seção 2.4, realizado sobre \mathcal{S} utilizando um número suficientemente grande de dados de entrada e saída (Z^N) e uma estrutura não-polarizada. Tem-se então o elipsóide U de dimensão χ , ou seja,

$$U = \left\{ \theta \mid (\theta - \hat{\theta})^T P_{\hat{\theta}}^{-1} (\theta - \hat{\theta}) < \chi \right\}, \quad (2.36)$$

que contém o vetor de parâmetros reais θ_0 com uma probabilidade $\alpha(\ell, \chi)$:

$$\alpha(\ell, \chi) = \Pr(\theta_0 \in U) = \Pr(\chi^2(\ell) < \chi) \quad (2.37)$$

sendo que $\chi^2(\ell)$ é a função densidade de probabilidade qui-quadrado com ℓ graus de liberdade.

O elipsóide definido na Equação (2.36) pertence à classe de regiões de incertezas paramétricas (ver Fan et al. (1991); Rantzer (1992)) e será muito usado no decorrer deste trabalho. Se porventura for escolhido um nível de probabilidade $\alpha(\ell, \chi) = 0,95$, significará que existe uma probabilidade igual a 95% de que, a realização do ruído $\nu(k)$ considerado no experimento, tenha gerado um erro de covariância sobre a estimativa de $\hat{\theta}$ de tal forma que o parâmetro real pertença ao elipsóide U .

Exemplo 2.4.2 Identificação PE com estrutura ARX não-polarizada

Este exemplo ilustra, com detalhes matemáticos, o procedimento de identificação PE com estrutura não-polarizada.

Considere que o sistema real possui estrutura ARX representada por

$$\mathcal{S} : y(k) = \frac{B(q, \theta_0)}{A(q, \theta_0)} u(k) + \frac{1}{A(q, \theta_0)} e(k). \quad (2.38)$$

Primeiramente, obtem-se um conjunto de dados Z^N de \mathcal{S} . Em seguida define-se um conjunto de modelos \mathcal{M}_{ARX} de ordem adequada (suficientemente elevada), parametrizado por

$$\mathcal{M}_{\text{ARX}}(\theta) = \left\{ G(q, \theta) = \frac{B(q, \theta)}{A(q, \theta)}, H(\theta) = \frac{1}{A(q, \theta)} \mid \theta \in \mathbf{R}^{n_{\theta} \times 1} \right\}, \quad (2.39)$$

cada θ corresponderá ao preditor

$$\hat{y}(k|k-1, \theta) = B(q, \theta)u(k) + [1 - A(q, \theta)]y(k), \quad (2.40)$$

substituindo em (2.40) as expressões analíticas dos polinômios $A(q)$ e $B(q)$ apresentadas em (2.12), tem-se:

$$\begin{aligned} \hat{y}(k|k-1, \theta) &= (b_1q^{-1} + \dots + b_{n_b}q^{-n_b})u(k) + [1 - (1 - a_1q^{-1} - \dots - a_{n_a}q^{-n_a})]y(k) \\ &= a_1y(k-1) + \dots + a_{n_a}y(k-n_a) + b_1u(k-1) + \dots + b_{n_b}u(k-n_b). \end{aligned} \quad (2.41)$$

A equação de regressão (2.41) é linear nos parâmetros e pode ser reescrita da seguinte forma

$$\hat{y}(k|k-1, \theta) = \psi^T(k-1)\hat{\theta}, \quad (2.42)$$

sendo $\psi(k-1) = [y(k-1) \dots y(k-n_a) \ u(k-1) \dots u(k-n_b)]^T$ o vetor de regressores do modelo ARX e $\hat{\theta} = [a_1 \dots a_{n_a} \ b_1 \dots b_{n_b}]^T$ o vetor de parâmetros a ser estimado.

O próximo passo, consiste em considerar o erro de predição,

$$\xi(k, \theta) = y(k) - \psi^T(k-1)\hat{\theta} \quad (2.43)$$

e a função custo,

$$J(\theta) = \sum_{k=1}^N (y(k) - \psi^T(k-1)\hat{\theta})^2, \quad (2.44)$$

que, em notação matricial, será dada por:

$$J(\theta) = (\mathbf{y} - \Psi\hat{\theta})^T(\mathbf{y} - \Psi\hat{\theta}) \quad (2.45)$$

sendo $\mathbf{y} = [y(1) \ y(2) \ \dots \ y(N)]^T$ um vetor $N \times 1$ e $\Psi = [\psi(1) \ \psi(2) \ \dots \ \psi(N)]$ uma matriz $N \times n_\theta$.

Para encontrar o argumento $\hat{\theta}$ que minimiza $J(\theta)$ é necessário derivar a Equação (2.45), e igualar à expressão resultante a zero. O resultado obtido, apresentado a seguir, equivale à aplicação do estimador MQ diretamente aos dados coletados.

$$\hat{\theta} = [\Psi^T\Psi]^{-1}\Psi^T\mathbf{y}. \quad (2.46)$$

Para verificar se a estimativa (2.46) é não-polarizada será considerado a esperança matemática de $\hat{\theta}$, ou seja,

$$E[\hat{\theta}] = E[(\Psi^T \Psi)^{-1} \Psi^T \mathbf{y}]. \quad (2.47)$$

Representado o sistema real na forma matricial por, $\mathbf{y} = \Psi \theta_0 + \mathbf{e}$, e substituindo esta relação na Equação (2.47), obtém-se

$$\begin{aligned} E[\hat{\theta}] &= E[(\Psi^T \Psi)^{-1} \Psi^T (\Psi \theta_0 + \mathbf{e})] \\ &= \theta_0 + (\Psi^T \Psi)^{-1} E[\Psi^T \mathbf{e}]. \end{aligned} \quad (2.48)$$

sendo que no último passo foi considerado que a matriz $(\Psi^T \Psi)^{-1}$ é determinística. Como $E[\Psi^T \mathbf{e}] = 0$ pois \mathbf{e} é um ruído branco

$$E[\hat{\theta}] = \theta_0, \quad (2.49)$$

indicando de fato que a estimativa de $\hat{\theta}$ não apresenta polarização.

Dessa forma, o único erro associado à estimativa será devido à variância. Essa informação de erro está contida na matriz de covariância que, no caso do estimador MQ, pode ser calculada da seguinte forma

$$P = \sigma^2 (\Psi^T \Psi)^{-1}. \quad (2.50)$$

A matriz P é desconhecida pois a variância do ruído branco σ^2 é desconhecida. Entretanto, é possível obter uma estimativa $\hat{\sigma}^2$ de σ^2 utilizando a técnica de máxima verossimilhança (Ljung, 1999). Como consequência, teremos uma estimativa de P

$$\begin{aligned} P_{\theta} &= \hat{\sigma}^2 (\Psi^T \Psi)^{-1} \\ &= \frac{\xi^T \xi}{N - n} (\Psi^T \Psi)^{-1}, \end{aligned} \quad (2.51)$$

sendo N o comprimanto da matriz de regressores e n o número de parâmetros estimados.

De posse do vetor $\hat{\theta}$ e da matriz P_{θ} pode-se construir o elipsóide

$$U = \left\{ \theta \mid (\theta - \hat{\theta})^T P_{\hat{\theta}}^{-1} (\theta - \hat{\theta}) < \chi \right\}, \quad (2.52)$$

que contém o parâmetro θ_0 com um certo nível de probabilidade a ser fixado pelo projetista. ▲

Finalizando esta seção, é importante destacar que o procedimento de identificação PE se aplica a experimentos em malha aberta ou em malha fechada.

2.5 Identificação em malha fechada

Nesta seção será apresentada uma descrição sobre algumas técnicas de identificação em malha fechada. O mecanismo de realimentação que será abordado neste trabalho é apresentado na Figura 2.4. Será considerado que o sistema em malha fechada é LTI e, aplicando-se o

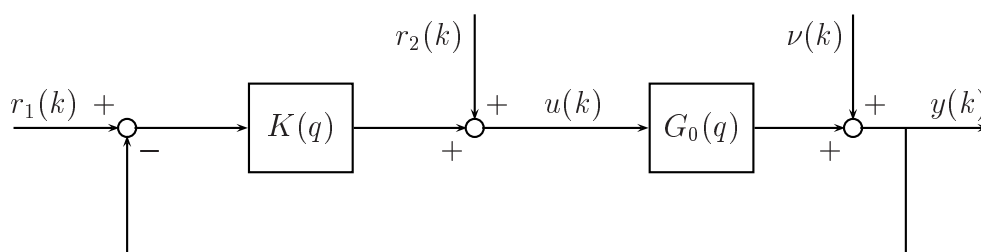


Figura 2.4: Sistema em malha fechada

princípio da superposição ao sistema da Figura 2.4, no qual $G_0(q)$ encontra-se conectado ao controlador $K(q)$ ⁶, chega-se às seguintes equações

$$\begin{bmatrix} y(k) \\ u(k) \end{bmatrix} = \overbrace{\begin{bmatrix} \frac{G_0 K}{1 + G_0 K} & \frac{G_0}{1 + G_0 K} \\ \frac{K}{1 + G_0 K} & \frac{1}{1 + G_0 K} \end{bmatrix}}^{T(G_0, K)} \begin{bmatrix} r_1(k) \\ r_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{1 + G_0 K} \\ \frac{-K}{1 + G_0 K} \end{bmatrix} \nu(k), \quad (2.53)$$

sendo,

$$y(k) = G_0 u(k) + \nu(k). \quad (2.54)$$

Além disso, $r_1(k)$ e $r_2(k)$ podem ser entendidos como sinais de *set point* ou de distúrbio na saída $y(k)$ e no sinal de controle $u(k)$. É importante destacar que $r_1(k)$ e $r_2(k)$ não possuem correlação com $\nu(k)$.

⁶O argumento q será omitido convenientemente, a seguir, para facilitar a notação.

Ljung (1999) destaca que a aplicação direta de técnicas de identificação PE como se não existisse realimentação, produz ótimos resultados no caso em que o sistema real $\mathcal{S} \in \mathcal{M}$. Para resolver os problemas encontrados devido ao desvio dessa consideração, outros métodos têm sido sugeridos. Tais técnicas podem ser divididas em três grupos a saber: métodos diretos, métodos indiretos e métodos denominados Entrada-Saída conjunta (*Joint Input-Output*).

2.5.1 Método direto

O objetivo da identificação direta em malha fechada é obter um modelo do sistema real utilizando medições de $u(k)$ e $y(k)$ coletados do sistema em malha fechada apresentado na Figura 2.4. O procedimento consiste em aplicar uma seqüência N de sinais $r_1(k)$ ou $r_2(k)$ e coletar as seqüências correspondentes de dados $Z^N = \{y(1), u(1), y(2), u(2), \dots, y(N), u(N)\}$, em seguida segue-se os mesmos passos da identificação em malha aberta apresentados na Seção 2.4. As estimativas resultantes são um modelo da planta \hat{G} e um modelo do ruído \hat{H} .

De acordo com Forssell e Ljung (1999) a identificação direta pode ser vista como uma aproximação natural para sistemas em malha fechada. As principais razões para isso são:

1. esse método trabalha independente da complexidade do controlador (não-linearidades, variância dos parâmetros com o tempo, etc.) e não requer conhecimento sobre o mecanismo de realimentação;
2. pode-se aplicar facilmente os algoritmos de predição de erro para obter boas estimativas;
3. consistência⁷ e ótima precisão⁸ serão obtidas se o sistema real estiver contido na estrutura do modelo (isso inclui as propriedades do ruído), ou seja $\mathcal{S} \in \mathcal{M}$.

Ljung (1999) cita que o problema com a aproximação direta é a necessidade de bons modelos de ruído, devido ao fato do sinal $u(k)$ ser correlacionado com o ruído na saída. Segundo Ljung (1999) é possível obter estimativas consistentes de G_0 empregando-se modelos de erro na saída (e outras estruturas com modelos de ruído parametrizados independentemente de $G(q, \theta)$). A precisão dessas estimativas será boa se o modelo do ruído for suficientemente flexível para tornar o resíduo branco.

Outra solução para esse problema, apontada na literatura (Forssell e Ljung (1999); Landau (2001); Van den Hof e Schrama (1995)), é proceder à identificação de modelos de ordem elevada

⁷Uma estimativa consistente implica $G(q, \hat{\theta}_N) \rightarrow G_0(q)$ com probabilidade 1 quando $N \rightarrow \infty$ (Ljung, 1999).

⁸Mínima variância implica ótima precisão.

utilizando a aproximação direta, com pequena polarização, e então reduzir este modelo para uma estrutura de baixa ordem aplicando técnicas de redução de modelos.

2.5.2 Método indireto

A aproximação indireta proposta originalmente por Söderström e Stoica (1989) emprega os sinais $r_i(k)$, sendo $i = 1, 2$ para identificar uma das quatro funções de transferência da matriz $T(G_0, K)$. A vantagem desse método reside no fato de $r_i(k)$ e $\nu(k)$ são não-correlacionados, essa condição faz com que o problema de estimar uma função de $T(G_0, K)$ possua as mesmas características de um problema de identificação em malha aberta, ou seja, possibilita a utilização de métodos que geralmente têm problemas com dados em malha fechada (por exemplo: variáveis instrumentais, análise espectral, entre outros).

No método indireto, o modelo para G_0 pode ser determinado invertendo-se a estimativa de uma das quatro funções de transferência, da matriz $T(G_0, K)$ apresentadas a seguir

$$T_{11} = \frac{G_0 K}{1 + G_0 K}; \quad T_{12} = \frac{G_0}{1 + G_0 K}; \quad T_{21} = \frac{K}{1 + G_0 K}; \quad T_{22} = \frac{1}{1 + G_0 K}. \quad (2.55)$$

Utilizando um controlador K conhecido e a estimativa de T_{11} como exemplo, a solução natural para \hat{G} pode ser expressa através da seguinte equação:

$$\hat{G} = \frac{\hat{T}_{11}}{K(1 - \hat{T}_{11})}. \quad (2.56)$$

Um problema evidente com a parametrização (2.56) é que ela resulta em uma estimativa de ordem elevada, pois tipicamente, à ordem de \hat{G} será a ordem do controlador K somada a ordem de \hat{T}_{11} .

Sendo assim, não existe consenso sobre a questão de como realizar a parametrização do modelo estimado pelo método indireto de uma forma ótima (Forssell e Ljung, 1999). Uma idéia muito interessante que vem sendo utilizada como alternativa à parametrização apresentada na Equação (2.56) é a utilização da denominada parametrização *Dual-Youla* (Vidyasagar, 1985). Essa técnica apresenta como principal característica a possibilidade de obter uma estimativa \hat{G} com garantia de que a mesma seja estabilizada por K . Outros tipos de parametrizações, como por exemplo a parametrização *tailor-made* que traduzindo significa feita sob medida, podem ser encontradas em (Hansen, 1989; Van den Hof e Schrama, 1995).

Uma dificuldade associada à aproximação indireta é a necessidade de conhecer comple-

tamente o controlador K para que seja possível determinar o modelo \hat{G} . Em alguns casos, o controlador poderá apresentar características não-lineares, funções *anti-windup*, ou outras discrepâncias.

2.5.3 Métodos entrada-saída conjunta

A terceira aproximação em malha fechada, tratada aqui, trabalha com a identificação das funções de transferências de $r(k)$ para $y(k)$ e de $r(k)$ para $u(k)$ e utiliza tais estimativas para calcular G_0 . O procedimento pode ser entendido melhor, reescrevendo-se a Equação (2.53) da seguinte forma

$$\begin{bmatrix} y(k) \\ u(k) \end{bmatrix} = \overbrace{\begin{bmatrix} G_0 K S_0 & G_0 S_0 \\ K S_0 & S_0 \end{bmatrix}}^{T(G_0, K)} \begin{bmatrix} r_1(k) \\ r_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} S_0 \\ -K S_0 \end{bmatrix} H_0 e(k), \quad (2.57)$$

sendo que $S_0 = T_{22} = 1/(1 + G_0 K)$ é denominada função de sensibilidade do sistema. Considerando que apenas $r_2(k)$ será utilizado na estimação do modelo da planta G_0 , pode-se expandir a Equação (2.57) da seguinte forma

$$\begin{aligned} y(k) &= G_0 S_0 r_2(k) + S_0 H_0 e(k) \\ &= T_{12} r_2(k) + T_{22} H_0 e(k), \end{aligned} \quad (2.58)$$

e,

$$\begin{aligned} u(k) &= S_0 r_2(k) - K S_0 H_0 e(k) \\ &= T_{22} r_2(k) - T_{21} H_0 e(k). \end{aligned} \quad (2.59)$$

Observando a Equação (2.58) percebe-se que é possível obter uma estimativa da função T_{12} resolvendo um problema de identificação em malha aberta pois $r_2(k)$ não está correlacionado com $e(k)$. Da mesma forma que, a partir da equação (2.59) pode-se obter uma estimativa consistente de T_{22} . Sendo assim, os métodos entrada-saída conjunta procedem à obtenção de uma estimativa para T_{12} utilizando $r_2(k)$ e $y(k)$ e outra para T_{22} empregando $r_2(k)$ e $u(k)$. A estimativa para G_0 pode ser calculada da seguinte forma

$$\hat{G} = \frac{\hat{T}_{12}}{\hat{T}_{22}} = \frac{\hat{T}_{12}}{\hat{S}}. \quad (2.60)$$

Como na aproximação indireta, a estimativa do sistema em malha aberta utilizando as funções de transferência em malha fechada pode causar problemas relativos à ordem do modelo identificado. Percebe-se na Equação (2.60) que a ordem de \hat{G} será a soma da ordem de \hat{T}_{12} mais a ordem de \hat{S} . Para trabalhar com essas dificuldades outros métodos ou parametrizações foram propostos na literatura (Söderström et al., 1991; Van den Hof e Schrama, 1995), a seguir serão apresentadas duas alternativas interessantes.

Identificação fator comprima

A parametrização fator comprima (Van den Hof et al., 1995) pode ser entendida reescrevendo (2.58) e (2.59) utilizando um filtro F :

$$\begin{aligned} y(k) &= T_{12}F^{-1}Fr_2(k) + T_{22}H_0e(k), \\ &= N_{0,F}x(k) + T_{22}H_0e(k), \end{aligned} \quad (2.61)$$

$$\begin{aligned} u(k) &= T_{22}F^{-1}Fr_2(k) - T_{21}H_0e(k), \\ &= D_{0,F}x(k) - T_{21}H_0e(k), \end{aligned} \quad (2.62)$$

sendo, $N_{0,F} = T_{12}F^{-1}$, $D_{0,F} = T_{22}F^{-1}$ e $x(k) = Fr_2(k)$.

A escolha de F é discutida em Van den Hof et al. (1995). A identificação de $N_{0,F}$ e $D_{0,F}$ ⁹ utilizando medidas de $y(k)$, $u(k)$ e $x(k)$ é um problema em malha aberta desde que $x(k)$ e $e(k)$ sejam não correlacionados. Tipicamente, uma técnica de identificação PE é utilizada para encontrar as estimativas \hat{N} e \hat{D} . O modelo em malha aberta poderá ser calculado por

$$\hat{G} = \frac{\hat{N}}{\hat{D}}. \quad (2.63)$$

O benefício de se utilizar métodos PE é que N e D podem ser parametrizados com um denominador comum da seguinte forma

$$N = \frac{B}{F}, \quad D = \frac{A}{F}. \quad (2.64)$$

Dessa forma é possível limitar a ordem do modelo pois

$$\hat{G} = \frac{\hat{B}}{\hat{A}}. \quad (2.65)$$

⁹A relação $N_{0,F}D_{0,F}^{-1}$ é denominada *right coprime factorization* traduzindo, fatoração comprima a direita. Sua definição formal pode ser encontrada em Zhou e Doyle (1998).

Método Dois-Estágios

A técnica dois-estágios é apresentada em Van den Hof e Schrama (1993) e consiste de dois passos:

1. identifique a função de sensibilidade $T_{22} = S_0$ na equação $u(k) = T_{22}r_2(k) - T_{21}H_0e(k)$ utilizando medidas de $r_2(k)$ e $u(k)$;
2. construa o sinal $\hat{u} = \hat{S}r_2(k)$ e identifique o sistema em malha aberta utilizando os sinais \hat{u} e $y(k)$ considerando a relação $y(k) = G_0\hat{u} + T_{22}H_0e(k)$.

Esse método apresenta algumas características interessantes:

- não é necessário o exato conhecimento de $K(q)$.
- no primeiro passo, um modelo de ordem elevada para S_0 pode ser obtido sem problemas, tendo em vista que é possível limitar a ordem de \hat{G} na segunda etapa do método pois ambos os passos são independentes;
- o sinal simulado \hat{u} será não correlacionado com o ruído se a estimativa de S_0 for consistente.

A simplicidade e robustez do método dois-estágios fez com que tal técnica se tornasse uma alternativa muito atrativa para identificação em malha fechada (Forssell e Ljung, 1999).

De maneira geral, percebe-se que os métodos entrada-saída conjunta possuem potencialidades de serem aplicados em problemas de identificação em malha fechada, lineares e não-lineares. Em Linard et al. (1999) o problema de identificação não-linear é tratado utilizando-se o método fator comprimido.

2.6 Região de incerteza PE

Nas seções anteriores apresentou-se importantes resultados relacionados ao procedimento de identificação PE utilizando dados coletados em malha aberta ou em malha fechada. A identificação em malha aberta é uma forma clássica de identificação PE, entretanto resultados recentes têm mostrado que a identificação em malha fechada produz modelos que são melhores “ajustados” para controle (ver Gevers et al. (1998); Gevers (1993)). Em seu trabalho, Bombois

(2000) mostra que diferentes tipos de identificação levam para regiões de incerteza que possuem a mesma estrutura geral. Nesta seção será apresentada a descrição geral de tal região de incerteza.

Antes de apresentar a definição formal da região de incerteza em questão é importante refazer algumas considerações sobre o sistema real.

G_0 será considerado o sistema real, do qual são gerados os dados Z^N . Tal sistema é SISO e LTI representado por função de transferência racional e discreta da seguinte forma:

$$G_0(q) = \frac{q^{-d}(b_0 + b_1q^{-1} + \dots + b_mq^{-m})}{1 + a_1q^{-1} + \dots + a_nq^{-n}} = \frac{Q_2(q)\theta_0}{1 + Q_1(q)\theta_0} \quad (2.66)$$

sendo

- d o atraso de tempo,
- $\theta_0 = [a_1 \dots a_n \ b_0 \dots b_m]^T$,
- $Q_1(q) = [q^{-1} \ q^{-2} \ \dots q^{-n} \ 0 \dots 0]$,
- $Q_2(q) = q^{-d}[0 \dots 0 \ 1 \ q^{-1} \ q^{-2} \ \dots q^{-m}]$.

Considera-se também que a relação entrada-saída do sistema real é dada pela Equação (2.8).

Essas considerações são equivalentes às considerações realizadas na seção 2.2.4. A única diferença é que agora G_0 não precisa ser sempre estável pois os métodos de identificação em malha fechada podem trabalhar com a condição: G_0 instável e $T(G_0, K)$ estável.

Bombois et al. (2001) percebeu que o resultado obtido da aplicação de técnicas de identificação PE, em malha fechada (ou em malha aberta), com estruturas não-polarizadas, conduzia a regiões de incerteza que possuíam a forma de um conjunto de funções de transferência em malha aberta parametrizadas por um vetor de parâmetros θ pertencente a um elipsóide U . Esse fato pode ser resumido pela seguinte proposição:

Proposição 2.6.1 *Bombois (2000). Considere G_0 , o sistema real apresentado na Equação (2.66). As regiões de incerteza \mathcal{D} resultantes de um procedimento de identificação por predição de erro e que contêm o sistema real com um certo nível de probabilidade, podem ser*

descritas pela seguinte forma geral

$$\mathcal{D} = \left\{ G(q, \theta) \mid G(q, \theta) = \frac{\Xi(q) + Q_N(q)\theta}{1 + Q_D(q)\theta} \text{ com } \theta \in U = \{\theta \mid (\theta - \hat{\theta})^T R(\theta - \hat{\theta}) < 1\} \right\} \quad (2.67)$$

sendo que $\theta \in \mathbf{R}^{n_\theta \times 1}$ é um vetor de parâmetros real; $\hat{\theta}$ é o vetor de parâmetros estimados; $R \in \mathbf{R}^{n_\theta \times n_\theta}$ é uma matriz simétrica definida positiva como $R = (\chi P_\theta)^{-1}$; $Q_N(q)$ e $Q_D(q)$ são vetores linha de dimensão n_θ de funções de transferência conhecidas e $\Xi(q)$ é uma função de transferência conhecida, que representa o modelo do erro (ver Ljung (2000)).

Algumas características em relação ao conjunto \mathcal{D} serão destacadas a seguir:

- a região de incerteza \mathcal{D} é simplesmente o resultado de um procedimento de identificação PE com estrutura não-polarizada. Com essa região pretende-se validar o experimento de identificação tendo em vista o projeto de controladores robustos;
- o sistema real G_0 pertence ao conjunto \mathcal{D} com certa probabilidade que pode ser totalmente fixado pelo projetista.
- a região de incerteza \mathcal{D} é “centrada” no modelo $G(q, \hat{\theta})$. Esse modelo geralmente será escolhido para o projeto de controladores. Entretanto, pode-se considerar um modelo de ordem reduzida, obtido a priori, por modelagem ou por meio de um experimento envolvendo redução de modelos. No decorrer deste trabalho o modelo que for escolhido para controle será denominado modelo nominal e indicado como G_n .
- Diferentes condições experimentais (malha aberta, malha fechada, etc.) levam a diferentes vetores de parâmetros, diferentes matrizes de covariância e conseqüentemente diferentes conjuntos \mathcal{D} .

A Equação (2.67) define a estrutura geral da região de incerteza \mathcal{D} resultante de um procedimento de identificação PE com estruturas de modelos não-polarizados. Para trabalhar com estruturas polarizadas de baixa ordem, Bombois et al. (2000) desenvolveu uma descrição para regiões de incerteza \mathcal{L} baseadas em ferramentas denominadas *stochastic embedding* apresentadas em Goodwin et al. (1992). Neste trabalho considera-se apenas as regiões \mathcal{D} .

Exemplo 2.6.1 *Estimando um modelo e uma região \mathcal{D}*

O objetivo deste exemplo é ilustrar a aplicação do procedimento de identificação PE, para obtenção de modelos e regiões \mathcal{D} contendo o sistema real com certa probabilidade.

Considere que o sistema real possui estrutura ARX representada pela equação:

$$\begin{aligned} \mathcal{S} : y(k) &= G_0(q)u(k) + H_0e(k) \\ &= \frac{0,1813q^{-1}}{1 - 0,8187q^{-1}}u(k) + \frac{1}{1 - 0,8187q^{-1}}e(k). \end{aligned} \quad (2.68)$$

Realizou-se um experimento, com dados coletados em malha aberta, por meio de simulação da Equação (2.68), considerando $e(k)$ uma seqüência de ruído branco gaussiano com variância $\sigma_e^2 = 0,05$ e $u(k)$ um sinal PRBS de variância $\sigma_u^2 = 0,1$. O registro de dados é composto por $Z^N = \{y(1), u(1), y(2), u(2), \dots, y(N), u(N)\}$, sendo $N = 1000$ amostras. Tal massa de dados é apresentada na Figura 2.5.

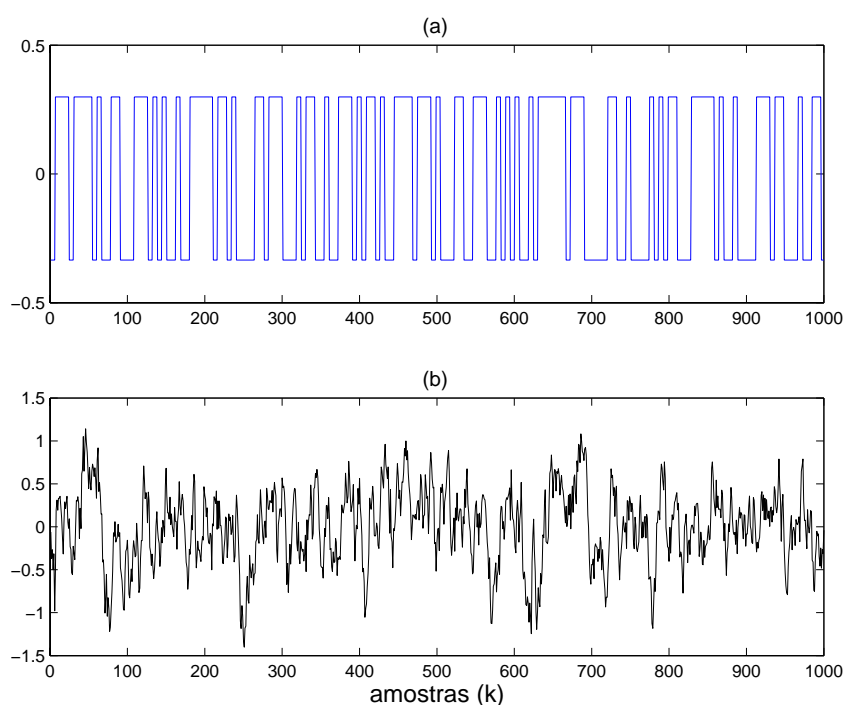


Figura 2.5: Sinais de (a) entrada $u(k)$ e (b) saída $y(k)$ utilizados no procedimento de identificação em malha aberta. Dados no arquivo: `se27dados1.mat`.

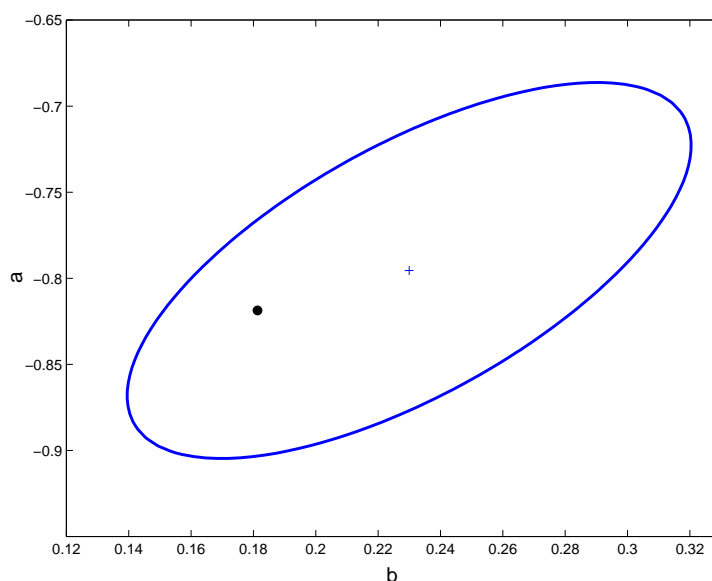


Figura 2.6: Região de incerteza estimada no Exemplo 2.6.1. Linha contínua: elipsóide U gerado pelo procedimento de identificação com estrutura OE(1,1,1). círculo: parâmetro real $\theta_0 = [a_0 \ b_0] = [-0,8187 \ 0,1813]^T$ (+): parâmetro estimado $\hat{\theta} = [-0,7954 \ 0,2300]^T$. Dados no arquivo: `se27dados1.mat`.

Para estimar os parâmetros, empregou-se uma estrutura OE(1,1,1)¹⁰ com a mesma ordem do sistema real. O modelo estimado $G(q, \hat{\theta})$ é mostrado a seguir:

$$G(q, \hat{\theta}) = \frac{0,2300q^{-1}}{1 - 0,7954q^{-1}}, \quad (2.69)$$

sendo $\hat{\theta} = [-0,7954 \ 0,2300]^T$, o vetor de parâmetros estimado.

O próximo passo consiste em construir a região de incertezas \mathcal{D} . Para isso, é necessário estimar a matriz de covariância P com base na Equação (2.51). Tal estimativa é apresentada abaixo:

$$P_{\theta} = 1 \times 10^{-3} \begin{bmatrix} 1,4 & 1,1 \\ 1,1 & 2,0 \end{bmatrix}. \quad (2.70)$$

¹⁰É importante destacar que foi utilizado o *System Identification Toolbox* (SITB) (Ljung, 1995). Esse conjunto de ferramentas emprega, automaticamente, o algoritmo iterativo Gauss-Newton para realizar estimativas com a estrutura OE. Portanto, ao longo deste trabalho será utilizada a mesma notação do SITB que deixa implícito o algoritmo de estimação utilizado. Exemplo: OE(**nb**,**nf**,**nk**) significa que será estimado um modelo OE com **nf** parâmetros no denominador, **nb** parâmetros no numerador e **nk** atrasos.

A região \mathcal{D} , contendo a planta G_0 com 95% de probabilidade, pode ser expressa da seguinte forma:

$$\mathcal{D} = \left\{ G(q, \theta) \mid G(q, \theta) = \frac{Q_N \theta}{1 + Q_D \theta} \text{ com } \theta \in U \right\}, \quad (2.71)$$

$$U = \left\{ \theta \in R^{2 \times 1} \mid (\theta - \hat{\theta})^T (P_\theta)^{-1} (\theta - \hat{\theta}) < 5,9914 \right\}. \quad (2.72)$$

O tamanho χ do elipsóide U é igual a 5,9914 pois $Pr(\chi^2(2) < 5,9914) = 0,95$. O elipsóide U é apresentado na Figura 2.6. Verifica-se que, nessa realização, o sistema real pertence de fato à região \mathcal{D} . ▲

2.7 Conclusões

Neste capítulo foram apresentados e discutidos, importantes conceitos relativos à identificação de sistemas. Opta-se por trabalhar com representações lineares, sendo o motivo dessa escolha destacado na Seção 2.2.4. Dessa forma, como pode-se perceber a maior parte dos conceitos apresentados neste capítulo refere-se a tais estruturas.

O ponto principal dos conceitos apresentados, pode ser sumarizado na seguinte afirmação:

“a aplicação de um procedimento de identificação PE com estrutura não-polarizada estima um modelo $\hat{G}(q, \hat{\theta})$ e uma região de incerteza \mathcal{D} , contendo o sistema real com probabilidade α a ser definida pelo projetista”.

A região \mathcal{D} será estudada no decorrer deste trabalho, com o objetivo de projetar controladores robustos.

Capítulo 3

Influência das Condições Experimentais sobre a Região \mathcal{D}

3.1 Introdução

No Capítulo 2 foi apresentado como um procedimento de identificação PE pode ser utilizado para obtenção de modelos e regiões \mathcal{D} . Tal região de incerteza tem a forma de um conjunto de funções de transferências parametrizadas por um vetor $\hat{\theta}$ pertencente a um elipsóide U . Essa região de incerteza, cuja estrutura geral é definida na Equação (2.67), tem a propriedade de conter o sistema real com um certo nível de probabilidade, que pode ser fixado pelo projetista. Apenas observando a expressão (2.67), não é possível dizer se \mathcal{D} é adequada para controle robusto. Porém, sabe-se que tal região é sensível às condições em que o experimento de identificação foi realizado. Portanto, regiões mais ou menos conservativas¹ podem ser obtidas dependendo de como são escolhidas as condições experimentais.

O objetivo deste capítulo é estudar o impacto de modificações nas condições experimentais (em especial modificações no controlador e no sinal de entrada), na qualidade de uma região \mathcal{D} estimada por técnicas de identificação PE, tendo em vista um projeto de controle robusto. Para quantificar a qualidade de uma determinada região \mathcal{D} para controle, serão empregadas as ferramentas de análise robusta, adaptadas à região \mathcal{D} , desenvolvidas por Bombois et al. (2000, 2001). Tais ferramentas apresentadas na Seção 3.2, serão utilizadas também no Capítulo 4 para

¹Uma determinada região de incerteza será dita conservativa se, o conjunto de controladores robustos associados à mesma é pequeno ou se o pior caso de desempenho encontrado por um controlador, projetado com base em \mathcal{D} , é muito diferente do desempenho encontrado quando tal controlador é aplicado ao sistema real.

elaboração de um procedimento iterativo de identificação e controle.

3.2 Ferramentas de análise robusta

3.2.1 Pior caso da distância cordal e pior caso ν -gap

Apresenta-se a seguir duas medidas orientadas para controle propostas em Bombois et al. (2000) e Gevers et al. (2003a) denominadas: pior caso da distância cordal (*worst case chordal distance*) e pior caso ν -gap (*worst case ν -gap*). Essas medidas são extensões do ν -gap e da distância cordal entre duas funções de transferência (Vinnicombe, 1993), sendo definidas a seguir.

Definição 3.2.1 (*Pior caso da distância cordal*) O pior caso da distância cordal na frequência ω entre um modelo nominal escolhido para controle G_n ² e todos os sistemas dentro do conjunto \mathcal{D} é definido como

$$\kappa_{\text{WC}}(G_n(e^{j\omega}), \mathcal{D}) \triangleq \sup_{G \in \mathcal{D}} \kappa(G_n(e^{j\omega}), G(e^{j\omega})). \quad (3.1)$$

sendo $\kappa(G_n(e^{j\omega}), G(e^{j\omega}))$ a distância cordal na frequência ω entre, G_n e G , definida como (Vinnicombe, 1993)

$$\kappa(G_n(e^{j\omega}), G(e^{j\omega})) = \frac{|G_n(e^{j\omega}) - G(e^{j\omega})|}{\sqrt{(1 + |G_n(e^{j\omega})|^2)(1 + |G(e^{j\omega})|^2)}}. \quad (3.2)$$

Definição 3.2.2 (*pior caso ν -gap*) O pior caso ν -gap entre G_n e todos os modelos dentro do conjunto \mathcal{D} é dado por

$$\delta_{\text{WC}}(G_n, \mathcal{D}) = \max_{\omega} \kappa_{\text{WC}}(G_n(e^{j\omega}), \mathcal{D}). \quad (3.3)$$

O principal resultado apresentado em Bombois et al. (2000), foi o procedimento de cálculo do pior caso da distância cordal e conseqüentemente do pior caso ν -gap entre o modelo nominal G_n e o conjunto de incerteza \mathcal{D} . Tal resultado, pode ser resumido num problema de otimização, baseado em LMIs³, por meio do seguinte teorema:

²Os argumentos q e $e^{j\omega}$ serão convenientemente omitidos para facilitar a notação.

³LMIs: *Linear Matrix Inequalities* que traduzindo significa: desigualdades matriciais lineares.

Teorema 3.2.3 (Bombois et al., 2000). *Considere um modelo G_n e uma região de incerteza \mathcal{D} definida em 2.67. Então $\kappa_{\text{WC}}(G_n(e^{j\omega}), \mathcal{D}) = \sqrt{\gamma_{\text{opt}}}$, sendo γ_{opt} o valor ótimo de γ no problema de otimização convexa, envolvendo restrições LMIs, avaliado em cada frequência ω :*

$$\begin{aligned} & \text{minimize } \gamma \\ & \text{sujeito a } \tau \geq 0 \quad \text{e} \end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} \text{Re}(a_{11}) & \text{Re}(a_{12}) \\ \text{Re}(a_{12}^*) & \text{Re}(a_{22}) \end{pmatrix} - \tau \begin{pmatrix} R & -R\hat{\delta} \\ (-R\hat{\delta})^T & \hat{\delta}^T R \hat{\delta} - 1 \end{pmatrix} < 0$$

sendo

$$a_{11} = (Q_N^* Q_N - Q_N^* x Q_D - Q_D^* x^* x Q_D) - \gamma(Q_N^* Z_x Q_N + Q_D^* Z_x Q_D),$$

$$a_{12} = Q_N^* \Xi - Q_N^* x - Q_D^* \Xi x^* + Q_D^* x x^* - \gamma(Q_N^* \Xi Z_x + Q_D^* Z_x),$$

$$a_{22} = \Xi \Xi^* - \Xi^* x + x x^* - \gamma(\Xi \Xi^* Z_x + Z_x),$$

$$Z_x = 1 + x^* x,$$

$$x = G_n(e^{j\omega}).$$

O pior caso ν -gap pode ser obtido usando a Equação 3.3.

Prova: Ver (Bombois et al., 2000).

No Teorema 3.2.3 γ e τ são as variáveis da LMI. Percebe-se também que o cômputo do pior caso ν -gap é dependente do “gride” de frequência ω escolhido. Dessa forma, eventualmente, o pior caso ν -gap pode não ser encontrado. O pior caso da distância cordal e o pior caso ν -gap estão diretamente relacionados com um conjunto de controladores robustos estabilizantes por meio dos teoremas que serão apresentados a seguir. Tais teoremas fornecem condições suficientes para um determinado controlador estabilizar todos os modelos pertencentes à região de incerteza \mathcal{D} .

Teorema 3.2.4 (Bombois et al., 2000; Gevers et al., 2003a) *Considere uma região de incerteza \mathcal{D} contendo o sistema real com probabilidade α e um modelo $G_n \in \mathcal{D}$. Todos os controladores $K(q)$ (geralmente projetados a partir de G_n) que estabilizam G_n e que pertencem ao conjunto*

$$\mathcal{C}_\kappa(G_n, \mathcal{D}) = \left\{ K \mid \kappa_{\text{WC}}(G_n(e^{j\omega}), \mathcal{D}) < \kappa \left(G_n(e^{j\omega}), -\frac{1}{K(e^{j\omega})} \right) \quad \forall \omega \right\} \quad (3.4)$$

são garantidos para estabilizar todos os modelos na região \mathcal{D} . Conseqüentemente esses controladores estabilizarão o sistema real G_0 com probabilidade α .

Prova: Ver (Gevers et al., 2003a).

Uma versão mais compacta, porém mais conservativa, para o Teorema 3.2.4 é apresentada a seguir.

Teorema 3.2.5 (Bombois et al., 2000; Gevers et al., 2003a) *Considere uma região de incerteza \mathcal{D} e um modelo G_n . O conjunto de controladores definidos por*

$$\mathcal{C}_\delta(G_n, \mathcal{D}) = \{K \mid \delta_{\text{WC}}(G_n, \mathcal{D}) < b_{G_n K}\} \quad (3.5)$$

são garantidos para estabilizar todos os modelos na região \mathcal{D} .

Prova: Ver (Gevers et al., 2003a).

No Teorema 3.2.5, $b_{G_n, K}$ representa a margem de estabilidade generalizada do sistema nominal, em malha fechada, representado pela conexão $[G_n \ K]$. Essa métrica é definida como a menor distância cordal entre G_n e o inverso de $-K(q)$ (Vinnicombe, 1993)

$$b_{G_n K} = \begin{cases} \min_{\omega} \kappa \left(G_n(e^{j\omega}), -\frac{1}{K(e^{j\omega})} \right) & \text{se a conexão } [G_n \ K] \text{ for estável} \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (3.6)$$

É importante destacar que, para um dado modelo G_n e um controlador linear, a margem generalizada de estabilidade tem um valor máximo $b_{\text{opt}}(G_n)$ (ver Zhou e Doyle (1998)) dado por

$$b_{\text{opt}}(G_n) = \max_K b_{G_n K} = \sqrt{1 - \|[N \ M]\|_H^2}, \quad (3.7)$$

sendo $\|[A]\|_H^2$ a norma de Hanquel do operador A (Zhou e Doyle, 1998) e $[N \ M]$ é fatoração comprime normalizada de G_n .⁴

Os Teoremas 3.2.4 e 3.2.5 podem ser utilizados para relacionar, a qualidade de um experimento de identificação PE, com o tamanho dos conjuntos de controladores estabilizantes. Esses teoremas informam que, quanto menor for a dimensão do conjunto \mathcal{D} , quantificada pelo pior caso ν -gap (um número) ou pelo pior caso da distância cordal (uma função da frequência) entre

⁴O conceito de fatoração comprime normalizada pode ser visto em Zhou e Doyle (1998).

G_n e todos o membros do conjunto \mathcal{D} , maior será o conjunto de controladores robustos estabilizantes. Assim, segundo Gevers et al. (2003a), tanto $\kappa_{\text{WC}}(G_n(e^{j\omega}), \mathcal{D})$ quanto $\delta_{\text{WC}}(G_n, \mathcal{D})$ podem ser tomadas como medidas orientadas para estabilidade robusta de um conjunto \mathcal{D} , de forma que, quanto menor forem essas métricas, maior serão os conjuntos de controladores robustos, baseados em modelos, garantidos para estabilizar \mathcal{D} . É importante destacar que, podem existir controladores fora desses conjuntos, que encontram estabilidade com todos os modelos em \mathcal{D} , pois como foi destacado anteriormente, os Teoremas 3.2.4 e 3.2.5, são apenas condições suficientes de estabilidade robusta. Entretanto, uma vantagem dessas métricas é que tais conjuntos de controladores são funções somente de G_n e \mathcal{D} , esse fato pode ser constatado observando-se o lado esquerdo das desigualdades (3.4) e (3.5).

Os conceitos apresentados anteriormente podem ser utilizados para comparar duas ou mais regiões de incerteza e escolher dentre elas a menos conservativa para o projeto de controladores robustos estabilizantes. Os teoremas a seguir mostram como deve ser feita tal escolha entre duas regiões de incerteza.

Teorema 3.2.6 (Bombois et al., 2000; Gevers et al., 2003a) *Considere duas regiões de incerteza diferentes $\mathcal{D}^{(1)}$ e $\mathcal{D}^{(2)}$ obtidas de dois experimentos de identificação diferentes. Seja G_n um modelo que pertence a ambos os conjuntos e que será utilizado no projeto de controle. Então*

$$\kappa_{\text{WC}}(G_n(e^{j\omega}), \mathcal{D}^{(1)}) < \kappa_{\text{WC}}(G_n(e^{j\omega}), \mathcal{D}^{(2)}) \quad \forall \omega \Rightarrow \mathcal{C}_\kappa(G_n, \mathcal{D}^{(2)}) \subset \mathcal{C}_\kappa(G_n, \mathcal{D}^{(1)}) \quad (3.8)$$

Prova: Ver (Gevers et al., 2003a).

Teorema 3.2.7 (Bombois et al., 2000; Gevers et al., 2003a) *Considere duas regiões de incerteza diferentes $\mathcal{D}^{(1)}$ e $\mathcal{D}^{(2)}$ obtidas de dois experimentos de identificação diferentes. Seja G_n um modelo que pertence a ambos os conjuntos e que será utilizado no projeto de controle. Então*

$$\delta_{\text{WC}}(G_n, \mathcal{D}^{(1)}) < \delta_{\text{WC}}(G_n, \mathcal{D}^{(2)}) \Rightarrow \mathcal{C}_\delta(G_n, \mathcal{D}^{(2)}) \subset \mathcal{C}_\delta(G_n, \mathcal{D}^{(1)}) \quad (3.9)$$

Prova: Ver (Gevers et al., 2003a).

A Inequação 3.9 será utilizada na Seção 3.3 como critério de decisão, para definir, entre duas ou mais regiões de incerteza, aquela mais adequada para um projeto de controle robusto. Tal escolha foi motivada pelo fato de (3.9) ser mais compacta em relação a (3.8), pois exige apenas comparação entre números, mesmo sabendo-se que (3.9) é uma medida mais conservativa do que (3.8).

3.2.1.1 Aspectos práticos do pior caso ν -gap

O pior caso ν -gap pode ser utilizado para validar um experimento de identificação PE com objetivos de controle. Considere um modelo \hat{G} e uma região \mathcal{D} estimados sem polarização. Uma forma de avaliar a qualidade de \mathcal{D} , antes de realizar algum projeto de controle, é verificar a seguinte relação

$$\delta_{\text{WC}}(\hat{G}, \mathcal{D}) \ll b_{\text{opt}}(\hat{G}), \quad (3.10)$$

sendo b_{opt} definido na Equação (3.6). Observa-se que ambos os lados da Inequação (3.10) podem ser calculados e não dependem do controlador que ainda será projetado. Se a desigualdade acima for verificada, o conjunto $\mathcal{C}_{\delta}(\hat{G}, \mathcal{D})$ de controladores robustos estabilizadores de \mathcal{D} será grande, indicando que a região \mathcal{D} é adequada para controle. Então, o projetista poderá utilizar a região de incerteza \mathcal{D} para projetar um controlador, tendo como base, o próprio \hat{G} ou outro modelo $G_n \in \mathcal{D}$. Para validar o controlador projetado com todos os modelos na região \mathcal{D} , Bombois et al. (2001) sugere utilizar as ferramentas que serão apresentadas a seguir nas Seções 3.2.2 e 3.2.3.

3.2.2 Condições necessárias e suficientes para estabilidade de controladores

As condições de estabilidade apresentadas nos Teoremas 3.2.4 e 3.2.5 são apenas suficientes, ou seja, elas podem levar à rejeição de controladores que, de fato, estabilizam a região \mathcal{D} . Sendo assim, em Bombois et al. (2001) destaca-se a importância de validar para estabilidade o controlador robusto projetado a partir de G_n . O teorema seguinte (válido apenas para sistemas SISO) fornece as condições necessárias e suficientes para que um determinado controlador K estabilize todos os modelos em um conjunto de incerteza \mathcal{D} .

Teorema 3.2.8 (Bombois et al., 2001) *Considere um conjunto de incerteza PE genérico da forma (2.67) e um controlador $K(q) = X(q)/Y(q)$ (projetado a partir de $G_n \in \mathcal{D}$) que estabiliza o centro daquele conjunto, $G(q, \hat{\theta})$. Então todos os modelos em \mathcal{D} serão estabilizados por K se e somente se*

$$\max_{\omega} \mu(M_{\mathcal{D}}(e^{j\omega})) \leq 1, \quad (3.11)$$

com $M_{\mathcal{D}}$ definido como

$$M_{\mathcal{D}} = \frac{-(Q_D + X(Q_N - \Xi Q_D))/(Y + \Xi X)T^{-1}}{1 + (Q_D + X(Q_N - \Xi Q_D))/(Y + \Xi X)\hat{\theta}}, \quad (3.12)$$

sendo,

T a raiz quadrada da matriz R : $R = T^T T$;

$\phi = T(\theta - \hat{\theta})$, sabendo-se que $\theta \in U \iff |\phi|_2 < 1$ e

$\mu(M_{\mathcal{D}}(e^{j\omega}))$ o raio de estabilidade da conexão $[M_{\mathcal{D}} \ \phi]$ ⁵. Para um vetor real ϕ , o raio de estabilidade é calculado da seguinte forma:

Se $Im(M_{\mathcal{D}}) \neq 0$

$$\mu(M_{\mathcal{D}}(e^{j\omega})) = \sqrt{|Re(M_{\mathcal{D}})|_2^2 - \frac{(Re(M_{\mathcal{D}})Im(M_{\mathcal{D}})^T)^2}{|Im(M_{\mathcal{D}})|_2^2}}. \quad (3.13)$$

Se $Im(M_{\mathcal{D}}) = 0$

$$\mu(M_{\mathcal{D}}(e^{j\omega})) = \|M_{\mathcal{D}}\|_2. \quad (3.14)$$

Observa-se no teorema acima que avaliar a estabilidade de um controlador K com todos os modelos no conjunto de incerteza \mathcal{D} requer que seja satisfeita uma desigualdade ponto a ponto no domínio da frequência. Esse teste pertence à família de métodos que utilizam o conceito de estabilidade de Nyquist.

3.2.3 Pior caso de desempenho

Um controlador K será considerado válido para desempenho, se o pior caso de desempenho encontrado por ele, com todos os modelos da região \mathcal{D} , for menor do que um determinado valor pré-fixado.

Segundo Gevers et al. (2003a), especificações de desempenho podem ser definidas, em

⁵A expressão para $M_{\mathcal{D}}$ foi obtida considerando-se uma estrutura LFT (*Linear Fractional Transformation* cuja a tradução é transformação linear fracional), na qual as incertezas ϕ são limitadas em norma (ver Bombois et al. (2001)).

termos gerais, da seguinte forma:

$$J(G, K, W_l, W_r, \omega) = \sigma_1 \left(\overbrace{\begin{bmatrix} W_{l1} & 0 \\ 0 & W_{l2} \end{bmatrix}}^{W_l} \times T(G(e^{j\omega}), K(e^{j\omega})) \times \overbrace{\begin{bmatrix} W_{r1} & 0 \\ 0 & W_{r2} \end{bmatrix}}^{W_r} \right), \quad (3.15)$$

sendo W_l e W_r matrizes de pesos na frequência que definem níveis específicos de desempenho (ver Zhou e Doyle (1998)), $\sigma_1(A)$ denota o maior valor singular do argumento A e $T(G, K)$ é a matriz de transferência do sistema em malha fechada definida na Equação (2.53).

A função J define um padrão. Muitos dos critérios de desempenho empregados na literatura são obtidos de alguma norma da matriz de transferência em malha fechada, como por exemplo $\|W_l T(G, K) W_r\|_\infty$ utilizada em de Callafon e Van Den Hof (1997). Observa-se na Equação (3.15) que, mesmo as matrizes W_l e W_r sendo diagonais, as quatro funções de transferência em $T(G, K)$ podem ser ponderadas de forma diferente.

O pior caso de desempenho para o conjunto \mathcal{D} , validado para estabilidade, é definido como (Bombois, 2000):

Definição 3.2.9 *Considere uma região de incerteza \mathcal{D} representada pela Eq. (2.67) e um controlador K que é válido para estabilidade em relação à região \mathcal{D} . O pior caso de desempenho encontrado por este controlador em cada frequência ω sobre todos os modelos em \mathcal{D} , é definido como:*

$$J_{WC}(\mathcal{D}, K, W_l, W_r, \omega) = \max_{G(q, \theta) \in \mathcal{D}} \sigma_1 \left(\overbrace{\begin{bmatrix} W_{l1} & 0 \\ 0 & W_{l2} \end{bmatrix}}^{W_l} \times T(G(e^{j\omega}, \theta), K(e^{j\omega})) \times \overbrace{\begin{bmatrix} W_{r1} & 0 \\ 0 & W_{r2} \end{bmatrix}}^{W_r} \right). \quad (3.16)$$

Bombois et al. (2001) mostra que a determinação do pior caso de desempenho definido na Equação 3.16 converge para um problema de otimização envolvendo LMIs apresentado a seguir.

Teorema 3.2.10 (Bombois et al., 2001). *Considere uma região de incerteza \mathcal{D} definida em (2.67). Então, o critério $J_{WC}(\mathcal{D}, K, W_l, W_r, \omega)$ pode ser obtido, como $J_{WC}(\mathcal{D}, K, W_l, W_r, \omega) = \sqrt{\gamma_{\text{opt}}}$, sendo γ_{opt} o valor ótimo de γ no problema de otimização convexa, envolvendo restrições*

LMI, avaliado em cada frequência ω :

$$\begin{aligned} & \text{minimize } \gamma \\ & \text{sujeito a } \tau \geq 0 \quad e \end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} \text{Re}(a_{11}) & \text{Re}(a_{12}) \\ \text{Re}(a_{12}^*) & \text{Re}(a_{22}) \end{pmatrix} - \tau \begin{pmatrix} R & -R\hat{\delta} \\ (-R\hat{\delta})^T & \hat{\delta}^T R \hat{\delta} - 1 \end{pmatrix} < 0$$

sendo

$$a_{11} = Q_N^* W_{l1}^* W_{l1} Q_N + Q_D^* W_{l2}^* W_{l2} Q_D - \gamma(Z_y Q_1^* Q_1),$$

$$a_{12} = Q_N^* W_{l1}^* W_{l1} \Xi + W_{l2}^* W_{l2} Q_D^* - \gamma(Z_y Q_1^* (Y + \Xi X)),$$

$$a_{22} = \Xi^* W_{l1}^* W_{l1} \Xi + W_{l2}^* W_{l2} - \gamma(Z_y (Y + \Xi X)^* (Y + \Xi X)),$$

$$Z_y = 1/(X^* W_{r1}^* W_{r1} X + Y^* W_{r2}^* W_{r2} Y),$$

$$Q_1 = X Q_N + Y Q_D.$$

Prova: Ver (Bombois et al., 2001).

Segundo Gevers et al. (2003a) a validação de controladores, depende criticamente do conjunto de incerteza. Um controlador pode ser válido para estabilidade ou desempenho com um determinado conjunto $\mathcal{D}^{(1)}$, enquanto é inválido com um conjunto $\mathcal{D}^{(2)}$ obtido por diferentes condições experimentais.

Até esse ponto foram apresentadas ferramentas de análise robusta (sintetizadas nos Teoremas 3.2.3, 3.2.8 e 3.2.10)⁶ que serão úteis no decorrer deste trabalho, para validar modelos para controle, controladores em relação à estabilidade e desempenho sobre a região \mathcal{D} e, no Capítulo 4, o raio de estabilidade e o pior caso de desempenho serão integrados na síntese de controladores. O exemplo seguinte ilustra a utilização de tais conceitos.

Exemplo 3.2.1

O objetivo deste exemplo é mostrar como os conceitos apresentados na Seção 3.2 podem ser utilizados para validar controladores e regiões \mathcal{D} .

⁶Esses resultados foram implementadas no MATLABTM com o auxílio do *toolbox* denominado LMI-lab.

Considere o modelo apresentado no exemplo 2.6.1, reescrito a seguir:

$$\mathcal{S} : y(k) = \frac{0,1813q^{-1}}{1 - 0,8187q^{-1}}u(k) + \frac{1}{1 - 0,8187q^{-1}}e(k), \quad (3.17)$$

sendo $e(k)$ um ruído branco de variância 0,05. Suponha que tal sistema opera em malha fechada, com um controlador proporcional $K = 3$. A função de transferência em malha fechada T_{11} , pode ser escrita como (ver Equação (2.55))

$$T_{11} = \frac{G_0K}{1 + G_0K} = \frac{0,5439q^{-1}}{1 - 0,2748q^{-1}}. \quad (3.18)$$

Experimento de Identificação. Realiza-se um experimento de identificação em malha fechada usando o método indireto descrito na Seção 2.5.2. Considerando, na Equação (2.53), $r_2(k) = 0$ e $r_1(k)$ um sinal PRBS de variância 0,1, obtém-se 1000 amostras de $r_1(k)$ e $y(k)$, simulando-se o sistema em malha fechada por meio da equação

$$y(k) = T_{11}r_1(k) + T_{22}e(k), \quad (3.19)$$

sendo $T_{22} = 1/(1 + G_0K)$ a função de sensibilidade do sistema em malha fechada. O modelo estimado, empregando-se uma estrutura ARX(1,1,1) idêntica a T_{11} , é apresentado a seguir

$$T_{11}(\hat{\eta}) = \frac{0,5473q^{-1}}{1 - 0,2433q^{-1}}. \quad (3.20)$$

O modelo em malha aberta $G(\hat{\eta})$, é igual a

$$G(\hat{\eta}) = \frac{1}{K} \times \frac{T_{11}(\hat{\eta})}{1 - T_{11}(\hat{\eta})} = \frac{0,1824q^{-1}}{1 - 0,7907q^{-1}}. \quad (3.21)$$

Seguindo o procedimento apresentado na Seção 2.4 pode-se construir a região de incerteza $\mathcal{D}_{\text{imf}}^7$ a partir da estimativa da matriz de covariância

$$P_{\hat{\eta}} = 1 \times 10^{-3} \begin{bmatrix} 0,5840 & 0,1427 \\ 0,1427 & 0,5359 \end{bmatrix}, \quad (3.22)$$

e do vetor de parâmetros $\hat{\eta} = [-0,2433 \ 0,5473]^T$.

⁷Região de incerteza obtida pelo método indireto em malha fechada.

A região de incerteza \mathcal{D}_{imf} em torno de $G(\hat{\eta})$, com probabilidade igual a 95% de conter G_0 , pode ser representada da seguinte forma:

$$\mathcal{D}_{\text{imf}} = \left\{ G(\eta) \mid G(\eta) = \frac{T_{11}(\eta)}{K(1 - T_{11}(\eta))} \text{ com } \eta \in U_{\text{imf}} \right\}, \quad (3.23)$$

sendo,

$$U_{\text{imf}} = \{ \eta \in R^{2 \times 1} \mid (\eta - \hat{\eta})^T (P_{\hat{\eta}})^{-1} (\eta - \hat{\eta}) < 5,9914 \}. \quad (3.24)$$

\mathcal{D}_{imf} pode ser colocado na forma geral, definida pela Equação (2.67), pois

$$T_{11}(\hat{\eta}) = \frac{0,5473q^{-1}}{1 - 0,2433q^{-1}} = \frac{[0 \ q^{-1}] \times [-0,2433 \ 0,5473]^T}{1 + [q^{-1} \ 0] \times [-0,2433 \ 0,5473]^T} = \frac{Q_1 \hat{\eta}}{1 + Q_2 \hat{\eta}}, \quad (3.25)$$

e substituindo (3.25) em (3.21), tem-se

$$G(\hat{\eta}) = \frac{Q_N \hat{\eta}}{1 + Q_D \hat{\eta}}, \quad (3.26)$$

sendo $Q_N = Q_1/K$ e $Q_D = Q_2 - Q_1$. Observa-se que (3.26) possui a mesma forma geral apresentada em (2.67).

Sendo assim, ao final do experimento de identificação, utilizando o método indireto, tem-se o par $\{G(\hat{\eta}) \ \mathcal{D}_{\text{imf}}\}$. O próximo passo, consiste em validar esse par para controle.

Validação para controle. Para avaliar a qualidade do par $\{G(\hat{\eta}) \ \mathcal{D}_{\text{imf}}\}$ para controle robusto estabilizante, será considerada a Equação (3.10) no qual o δ_{WC} é comparado com a margem ótima de estabilidade. Aplicando o Teorema 3.2.3, calcula-se o pior caso ν -gap entre $G(\hat{\eta})$ e \mathcal{D}_{imf} . O resultado encontrado é $\delta_{\text{WC}}(G(\hat{\eta}), \mathcal{D}_{\text{imf}}) = \mathbf{0,3121}$, esse valor é consideravelmente pequeno quando comparado à margem ótima de estabilidade $b_{\text{opt}}(G(\hat{\eta})) = \mathbf{0,9048}$ obtida utilizando-se a Equação (3.6). Sendo assim, de acordo com o que foi apresentado na Seção 3.2.1.1, o conjunto de controladores $\mathcal{C}_{\delta}(G(\hat{\eta}), \mathcal{D}_{\text{imf}})$, baseados em $G(\hat{\eta})$, garantidos para estabilizar todos os modelos em \mathcal{D}_{imf} , é grande. Portanto, o projetista pode utilizar o modelo $G(\hat{\eta})$ para projetar controladores, e a região \mathcal{D}_{imf} pode ser utilizada para validar os controladores que forem projetados. Em outras palavras, o par $\{G(\hat{\eta}) \ \mathcal{D}_{\text{imf}}\}$ é válido para controle robusto.

Projeto do Controlador. Emprega-se $G(\hat{\eta})$ como modelo nominal e, usando técnicas de res-

posta em frequência projeta-se um controlador PI discreto dado por:

$$K_1 = \frac{2,808 - 2,321q^{-1}}{1 - q^{-1}}. \quad (3.27)$$

Com esse controlador, o sistema nominal em malha fechada $[G(\hat{\eta}) \ K_1]$ possui uma margem de fase igual a -180 graus e uma margem de ganho de $3,1103$ dB. A frequência de corte do sistema é igual a $0,6911$ radianos.

Deseja-se saber se K_1 é robusto em relação a \mathcal{D}_{imf} . Nesse sentido, assume-se que existem as seguintes especificações robustas:

1. o sistema em malha fechada $[G_0 \ K_1]$ deve ser estável;
2. o pior caso da função sensibilidade denotado por, $t_{\mathcal{D}_{\text{imf}}}(\omega, T_{22})$, deve ser próximo do desempenho nominal $|T_{22}(G(\hat{\eta}), K_1)| = |1/(1 + G(\hat{\eta})K_1)|$ em cada frequência ω .

Validação de K_1 para estabilidade. Para atender a primeira especificação, constrói-se o vetor $M_{\mathcal{D}_{\text{imf}}}$ definido na Equação (3.12) e calcula-se o raio de estabilidade $\mu(M_{\mathcal{D}_{\text{imf}}}(e^{j\omega}))$ em todo o espectro de frequência (isto é, de $[0 \ \pi]$). O raio máximo de estabilidade encontrado é **0,1043**. Como esse valor é muito menor do que 1, conclui-se que K_1 garante estabilidade com todos os modelos em \mathcal{D}_{imf} e conseqüentemente também estabiliza G_0 . Dessa forma, a primeira especificação foi satisfeita.

Validação de K_1 para desempenho. Sabe-se que estabilização não necessariamente implica o bom desempenho para todos os modelos pertencentes ao conjunto \mathcal{D}_{imf} . Para verificar se K_1 atende à segunda especificação de desempenho será considerado, como índice de desempenho, o pior caso da função de sensibilidade T_{22} com todos os modelos na região \mathcal{D}_{imf} :

$$\begin{aligned} t_{\mathcal{D}_{\text{imf}}}(\omega, T_{22}) &= J_{WC}(\mathcal{D}_{\text{imf}}, K_1, \text{diag}(0,1), \text{diag}(0,1), \omega) \\ &= \max_{G(\eta) \in \mathcal{D}_{\text{imf}}} \left| \overbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}^{W_l} \times \begin{bmatrix} T_{11}(e^{j\omega}, \eta) & T_{12}(e^{j\omega}, \eta) \\ T_{21}(e^{j\omega}, \eta) & T_{22}(e^{j\omega}, \eta) \end{bmatrix} \times \overbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}^{W_r} \right|, \\ &= \max_{G(\eta) \in \mathcal{D}_{\text{imf}}} |T_{22}(e^{j\omega}, \eta)|. \end{aligned} \quad (3.28)$$

Percebe-se pela Equação (3.28), que $t_{\mathcal{D}_{\text{imf}}}(\omega, T_{22})$, é um caso particular do pior caso de desempenho J_{WC} , definido em (3.16), quando $W_l = W_r = \text{diag}(0,1)$. Para calcular $t_{\mathcal{D}_{\text{imf}}}(\omega, T_{22})$

utiliza-se o procedimento LMI apresentado no Teorema 3.2.10. A Figura 3.1 apresenta o resultado obtido. Nessa figura o pior caso de desempenho $t_{\mathcal{D}_{\text{imf}}}(\omega, T_{22})$ é comparado com as funções de sensibilidade do sistema projetado $|T_{22}(G(\hat{\eta}), K_1)|$ e do sistema encontrado $|T_{22}(G_0, K_1)|$. Percebe-se na Figura 3.1 que o erro estático para $t_{\mathcal{D}_{\text{imf}}}(0, T_{22})$, decorrente da aplicação de um

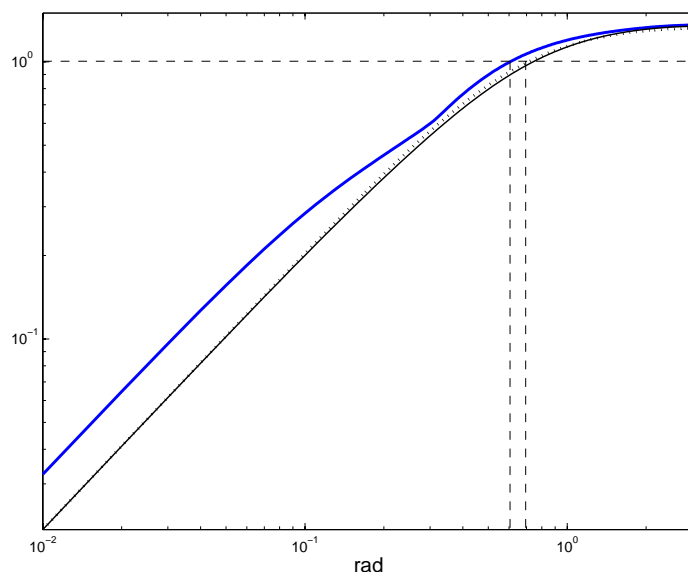


Figura 3.1: Validação para desempenho - exemplo 3.2. Linha contínua espessa: $t_{\mathcal{D}_{\text{imf}}}(\omega, T_{22})$. Linha contínua fina: $|T_{22}(G_0, K_1)|$. Linha pontilhada: $|T_{22}(G(\hat{\eta}), K_1)|$. Linhas verticais pontilhadas: indicam $\omega = 0,6$ e $\omega_c = 0,6911$ radianos, respectivamente. Dados no arquivo: `se32dad1.mat`.

distúrbio constante de amplitude unitária é igual 0,0325 e para o sistema projetado é 0,0205. Verifica-se também que a faixa de passagem projetada $\omega_c = 0,6911$ e o pior caso da faixa de passagem $\omega \cong 0,6$ (obtida em $t_{\mathcal{D}_{\text{imf}}}(\omega, T_{22}) = 1$) são muito próximos. Percebe-se também que, a diferença entre o pico da função de sensibilidade projetada (isto é $\max_{\omega} \|T_{22}(G(\hat{\eta}), K_1)\| = 1,3215$) e o pior caso de desempenho ($\max_{\omega} t_{\mathcal{D}_{\text{imf}}}(\omega, T_{22}) = 1,3579$) é pequena.

Portanto, conclui-se que o controlador K_1 é válido para desempenho desde que a diferença entre o pior caso de desempenho e o desempenho nominal permanece pequena em toda faixa de frequência. Após o controlador ter sido validado para estabilidade e desempenho pode-se aplicá-lo com confiança no sistema real, assumindo que o desempenho nominal é julgado satisfatório. Nesse caso, como pode ser visto na Figura 3.1, os resultados decorrentes de tal implementação serão muito bons, tendo em vista que o desempenho nominal é praticamente idêntico ao desempenho real. ▲

3.3 Efeito de variações nos experimentos de identificação sobre a região \mathcal{D}

Em essência, a região \mathcal{D} é um conjunto paramétrico, sendo os parâmetros restritos ao elipsóide U reescrito a seguir:

$$U = \{\theta \mid (\theta - \hat{\theta})^T P_\theta^{-1} (\theta - \hat{\theta}) < \chi\}. \quad (3.29)$$

P_θ é uma matriz de covariância simétrica definida positiva de dimensão $n_\theta \times n_\theta$, estimada por um procedimento PE sem polarização. Tal matriz contém informações sobre a dispersão dos parâmetros estimados, sendo extremamente dependente das condições experimentais.

Desde os anos 70, percebe-se que existem esforços para produzir expressões que tornem explícitos os efeitos das condições experimentais na matriz P_θ . Por exemplo, em experimentos de identificação em malha aberta, a inversa da matriz P_θ pode ser expressa da seguinte forma (Jansson e Hjalmarsson, 2004a):

$$P_\theta^{-1} = \left(\frac{N}{\sigma^2} \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} F_u(e^{j\omega}, \theta) F_u(e^{j\omega}, \theta)^* \Phi_u(\omega) d\omega \right) + \left(\frac{N}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} F_e(e^{j\omega}, \theta) F_e(e^{j\omega}, \theta)^* d\omega \right), \quad (3.30)$$

sendo N o comprimento do registro de dados, σ^2 a variância do ruído branco, $\Phi_u(\omega)$ o espectro de potência do sinal de entrada,

$$F_u(q, \theta) = H^{-1}(q, \theta) \frac{\partial G(q, \theta)}{\partial \theta} \quad (3.31)$$

e

$$F_e(q, \theta) = H^{-1}(q, \theta) \frac{\partial H(q, \theta)}{\partial \theta}. \quad (3.32)$$

Observando a Equação (3.30) pode-se perceber que um aumento de N produzirá diminuição na matriz P_θ . Fixando N e a estrutura do modelo, verifica-se que o espectro do sinal de entrada $\Phi_u(\omega)$, é a única variável que pode ser manipulada para alterar o formato da matriz P_θ (e conseqüentemente a dimensão do elipsóide U).⁸ Essa constatação conduziu a comunidade de identificação a considerar o projeto de sinais de excitação ótimos. Tais projetos, consideram

⁸O variância do ruído $e(k)$ também afeta o tamanho da matriz P_θ . Mas, σ_e^2 não pode ser manipulada.

alguma função de P_θ relacionada com $\Phi_u(\omega)$ (e.g. $\det(P_\theta)$), e procedem à busca de um sinal ótimo para identificação, restritos a algum limite operacional imposto sobre $\Phi_u(\omega)$, como por exemplo, a energia média total do sinal $E[u^2] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \Phi_u(\omega) d\omega < \beta$.⁹

Importantes contribuições para o projeto de sinais ótimos foram obtidas nos trabalhos de (Mehra, 1974; Goodwin e Payne, 1977; Zarrop, 1979). Mehra (1974), estabelece que a solução do problema de encontrar um sinal de excitação ótimo, pode sempre ser obtida na forma de espectros de potência discretos, ou seja, o sinal de excitação ótimo é uma soma de sinais senoidais. De acordo com Goodwin e Payne (1977), o número de senóides depende da estrutura do modelo e dos limites impostos ao sinal de excitação. Zarrop (1979) aplicou conceitos da teoria de sistemas de Tchebycheff para parametrizar o espectro $\Phi_u(\omega)$ em termos dos denominados “momentos trigonométricos”, expressar a matriz P_θ^{-1} como uma combinação linear desses momentos, e em seguida realizar a otimização no sentido de maximizar P_θ^{-1} .

Baseados nos resultados destacados acima e em outras técnicas desenvolvidas entre os anos 70 e 80, muitos trabalhos vêm surgindo atualmente, com o objetivo de projetar sinais de entrada ótimos, para experimentos de identificação em malha aberta, tendo em vista o projeto de controladores robustos (ver Bombois et al. (2004a,b); Jansson e Hjalmarsson (2004b,c); Barenthin e Hjalmarsson (2005)). Tais trabalhos geralmente consideram regiões de incerteza no domínio da frequência obtidas de estimativas da covariância de $G(q,\theta)$. Segundo Jansson e Hjalmarsson (2004b), os projetos de sinais ótimos para controle robusto, tipicamente requerem alguma aproximação por série de Taylor e/ou a construção de regiões de incerteza muito conservativas em torno de $G(q,\theta)$.

Uma abordagem diferente para problema de projeto de sinais ótimos seria considerar diretamente a matriz de covariância P_θ por meio do elipsóide U . As ferramentas desenvolvidas em (Bombois, 2000) apresentadas na Seção 3.2, que conectam medidas de estabilidade e desempenho robusto com o elipsóide U , poderiam ser utilizadas para tais projetos. A primeira contribuição no projeto de sinais de entrada ótimos, considerando diretamente o elipsóide U , visando obter regiões de incerteza menos conservativas para o projeto de controladores robustos, foi apresentada por Hildebrand e Gevers (2003). Nesse trabalho o $\delta_{WC}(\hat{G}, \mathcal{D})$ entre o modelo identificado e todos os modelos na região \mathcal{D} , foi minimizado em relação ao espectro $\Phi_u(\omega)$ do sinal de entrada. A vantagem do $\delta_{WC}(\hat{G}, \mathcal{D})$, além de ser uma função de U , é que o mesmo está relacionado com o conjunto de controladores robustos estabilizantes, como foi destacado

⁹Para sinais de excitação estacionários de média zero, $E[u^2] = R_{xx}(0) = \sigma_u^2$. Portanto, limitar a energia de tais sinais significa fazer $\sigma_u^2 < \beta$, sendo β uma constante fixa.

na Seção 3.2.1. O problema de projeto considerado em Hildebrand e Gevers (2003) foi

$$\begin{aligned} \min_{\Phi_u} \delta_{\text{WC}}(\hat{G}, \mathcal{D}), \\ \text{sujeito a } \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \Phi_u(\omega) d\omega < \beta \\ \text{e } \Phi_u(\omega) > 0 \quad \forall \omega. \end{aligned} \quad (3.33)$$

Aplicando a teoria de Tchebycheff (inspirado em Zarrop (1979)), Hildebrand e Gevers (2003) mostram que o sinal de entrada ótimo pode ser sempre obtido como uma soma de senóides.

Todos os resultados discutidos anteriormente dizem respeito a experimentos de identificação em malha aberta, no qual a principal variável de projeto é o espectro de potência do sinal de entrada.

Em malha fechada, o controlador representa, uma importante condição experimental, pois o mesmo altera o espectro do sinal de entrada da planta, o que conseqüentemente terá impacto na área do elipsóide U . No contexto de identificação para controle, vários argumentos destacando as vantagens da identificação em malha fechada têm sido apresentados. Em Gevers e Ljung (1986) foi mostrado que, se o objetivo do modelo é o projeto de controle usando o critério de Variância Mínima (MV - Minimum Variance), experimentos em malha fechada são ótimos em relação à experimentos em malha aberta. Hjalmarsson et al. (1996) estenderam os resultados de Gevers e Ljung (1986) para o projeto de controle por Modelo de Referência (MR - Model Reference). Em Hjalmarsson et al. (1996) mostra-se que, quando o sistema real pertence ao conjunto de modelos e o controlador a ser projetado é uma função de G e H , os melhores modelos obtidos (para controle MV ou MR) são aqueles identificados em malha fechada com um controlador ideal. Forsell e Ljung (2000) inspirados pelos resultados de Hjalmarsson et al. (1996), destacam que, quando a variância do sinal de saída é limitada, experimentos em malha fechada são ótimos, caso contrário, identificação em malha aberta deve ser preferida. Gevers et al. (2003b) aplicaram os conceitos desenvolvidos em Bombois et al. (2000) para validação de regiões \mathcal{D} , apresentados na Seção 3.2.1, em dois sistemas representativos de processos industriais e verifica que, quando os experimentos são realizados em malha fechada, as regiões de incerteza \mathcal{D} são menos conservativas para o projeto de controladores robustos.

Em outra linha de pesquisa em que o foco é o erro de polarização, tem sido mostrado que os experimentos de identificação em malha fechada produzem estimativas mais adequadas para controle (ver Lee et al. (1993); Zang et al. (1995); Van den Hof e Schrama (1995)). Landau (2001) ressalta que o interesse por identificação em malha fechada vem crescendo devido a importantes limitações práticas, como por exemplo, o comportamento instável em malha aberta

de certos processos reais.

Outros fatores como a escolha da estrutura do modelo, a configuração do sistema em malha fechada, o espectro do ruído, entre outros, influenciam a qualidade da região \mathcal{D} . Mas, observa-se pelos fatos apresentados anteriormente, que atualmente, o foco dos trabalhos em identificação para controle tem sido o projeto de sinais de entrada ótimos (segundo algum critério) e a identificação em malha fechada.

Considerando os fatos discutidos nesta seção, e sem perder de vista os objetivos deste capítulo, nas próximas seções será apresentada uma discussão, por meio de experimentos simulados, do efeito de diferentes espectros do sinal de excitação e de variações no controlador usado para identificação, na dimensão do elipsóide U . Tendo em vista que, as regiões de incerteza obtidas serão empregadas no projeto de controladores robustos, o $\delta_{WC}(\hat{G}, \mathcal{D})$ será usado como medida de qualidade de tal região.

Os experimentos das seções seguintes serão realizados sobre um sistema de primeira ordem representado por:

$$G(s) = \frac{1}{4,5s + 1}. \quad (3.34)$$

Usando um *hold* de ordem zero com tempo de amostragem $T_s = 1$, obtêm-se o sistema discreto:

$$G(q) = \frac{0,2q^{-1}}{1 - 0,8q^{-1}}. \quad (3.35)$$

Assume-se que a relação entrada-saída do sistema $G(q)$, do qual serão coletados os dados, é do tipo OE:

$$y(k) = G(q)u(k) + e(k), \quad (3.36)$$

sendo $e(k)$ um ruído branco de variância unitária.

3.3.1 Variações no espectro do sinal de excitação

Diferentes espectros $\Phi_u(\omega)$ do sinal de entrada produzem diferentes regiões \mathcal{D} . Nesse ponto cabe a seguinte pergunta: Como deve ser escolhido o espectro do sinal de entrada para que sejam obtidas regiões menos conservativas para controle?

Na presente seção, pretende-se apresentar uma possível resposta para tal pergunta.

Inicialmente, serão considerados dois experimentos, no qual os sinais de excitação contêm a mesma energia mas diferentes espectros de potência.

Experimento 1: Identificação em malha aberta considerando $u_1(k)$ um sinal PRBS de média zero, variância unitária, com 10 bits e um tempo mínimo de duração de cada patamar $T_b = 1$ segundo.¹⁰ A massa de dados é composta por 1000 amostras de $u_1(k)$ e da saída $y_1(k)$ obtida simulando-se a Equação (3.36). Após proceder a coleta de dados estima-se um modelo $G_1(q, \hat{\theta}_1)$, com estrutura OE(1,1,1), juntamente com uma região de incerteza \mathcal{D}_1 contendo o sistema real com 95% de probabilidade.

Experimento 2: Esse experimento difere do experimento 1, apenas no sinal de entrada. Dessa forma, $u_2(k)$ é um sinal de média zero e variância unitária, decorrente da filtragem de um ruído branco por um filtro de Butterworth de ordem 2 e ganho 10 na frequência $\omega = 0$.

O espectro dos sinais considerados nos experimentos 1 e 2 são mostrados na Figura 3.2, juntamente com o módulo da resposta em frequência de $G(q)$.

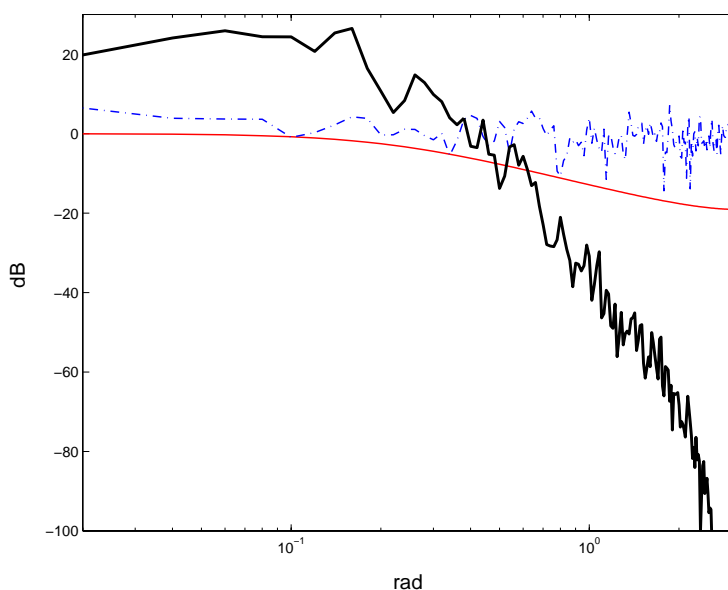


Figura 3.2: Espectros dos sinais gerados nos experimentos 1 e 2. Linha traço-ponto: espectro $\Phi_{u_1}(\omega)$. Linha contínua espessa: espectro $\Phi_{u_2}(\omega)$. Linha contínua fina: módulo da resposta em frequência de $G(q)$. Dados no arquivo: `se33exp12mc1000.mat`.

¹⁰Segundo (Aguirre, 2004) T_b deve ser escolhido dentro do intervalo $\tau_{min}/10 < T_b < \tau_{min}/3$, sendo τ_{min} a menor constante de tempo de interesse.

O resultado de 1000 simulações de cada experimento com diferentes realizações de ruído¹¹ é ilustrado na Figura 3.3. Essa Figura mostra que as estimativas, em ambos os experimentos, estão assintoticamente centradas em torno do parâmetro real $\theta = [0,2 \quad -0,8]^T$, e para uma certa realização de ruído, tais estimativas pertencem a elipsóides com probabilidade $\alpha = 95\%$. Percebe-se facilmente, observando a Figura 3.3, que as estimativas obtidas pelo Experimento 2 apresentam menor dispersão (menor covariância) do que as estimativas do Experimento 1.

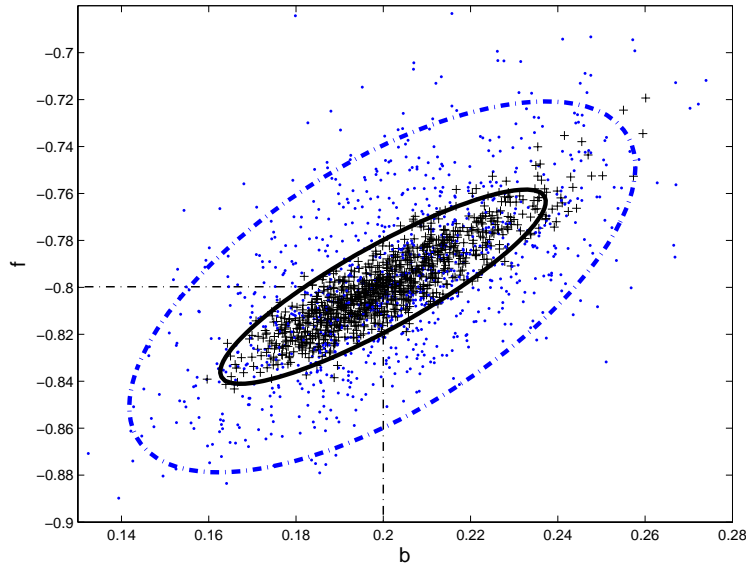


Figura 3.3: Resultados da simulação Monte-Carlo dos Experimentos 1 e 2. O parâmetro real é representado por $b_0 = 0,2$ e $f_0 = -0,8$. (·) Estimativas $\hat{\theta}_1$ baseadas no sinal $u_1(k)$. Linha traço-ponto: elipse U_1 obtida em uma realização do experimento 1. (+) Estimativas $\hat{\theta}_2$ baseadas no sinal $u_2(k)$. Linha contínua espessa: elipse U_2 obtida em uma realização do experimento 2. Dados no arquivo: `se33exp12mc1000.mat`.

Pela Figura 3.3 verifica-se também, que o elipsóide U_2 está contido em U_1 , esse fato sugere que, a região \mathcal{D}_2 é mais orientada para o projeto de controladores robustos. Para quantificar a qualidade de tais regiões para controle, calculou-se o $\delta_{\text{WC}}(\hat{G}, \mathcal{D})$ em cada uma das realizações para ambos os experimentos. Os resultados obtidos estão dispostos na Tabela 3.1 e na Figura 3.4. Levando em consideração a desigualdade (3.10), observa-se na Tabela 3.1, que ambas regiões de incerteza são orientadas para o projeto de controladores robustos estabilizantes, pois, em média $\delta_{\text{WC}}(\hat{G}, \mathcal{D}) \ll b_{\text{opt}}(\hat{G})$. Comparando os experimentos 1 e 2 percebe-se pela Figura 3.4 que em 99,90% dos casos $\delta_{\text{WC}}(\hat{G}_1, \mathcal{D}_1) > \delta_{\text{WC}}(\hat{G}_2, \mathcal{D}_2)$ e, na Tabela 3.1 verifica-se que a média e a variância de $\delta_{\text{WC}}(\hat{G}_2, \mathcal{D}_2)$ é muito menor do que $\delta_{\text{WC}}(\hat{G}_1, \mathcal{D}_1)$. Portanto, pode-se

¹¹Esse procedimento é denominado simulação Monte-Carlo.

afirmar que $\mathcal{C}_\delta(\hat{G}_2, \mathcal{D}_2) > \mathcal{C}_\delta(\hat{G}_1, \mathcal{D}_1)$, ou seja o conjunto de controladores \mathcal{C}_δ associado à região \mathcal{D}_2 é maior do que o conjunto \mathcal{C}_δ associado à \mathcal{D}_1 . Sendo assim, de fato, a região \mathcal{D}_2 é melhor do que região \mathcal{D}_1 para o projeto de controladores robustos estabilizantes.

Tabela 3.1: Resultados da Simulação Monte Carlo 1000 dos Experimentos 1 e 2.

Métrica	Experimento 1		Experimento 2	
	Média	Variância	Média	Variância
$\delta_{\text{WC}}(\hat{G}, \mathcal{D})$	0,1851	9×10^{-4}	0,0760	4×10^{-5}
$b_{\text{opt}}(\hat{G})$	0,9004	2×10^{-4}	0,9010	2×10^{-5}

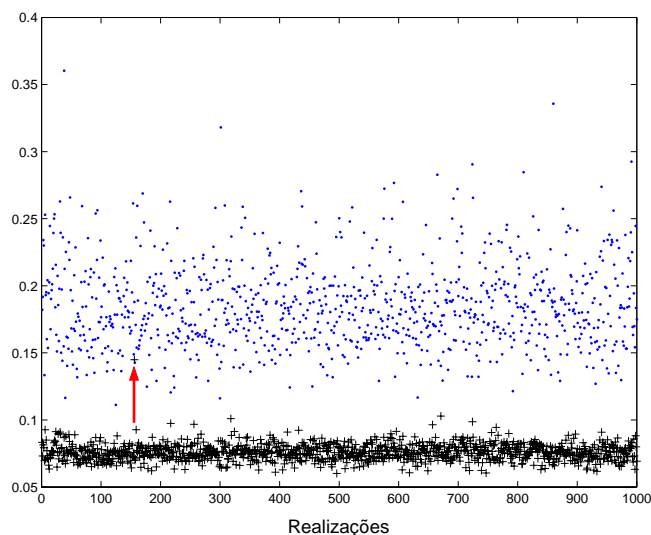


Figura 3.4: Pior caso ν -gap em cada realização dos experimentos 1 e 2. (\cdot) $\delta_{\text{WC}}(\hat{G}_1, \mathcal{D}_1)$ e $(+)$ $\delta_{\text{WC}}(\hat{G}_2, \mathcal{D}_2)$. Dados no arquivo: `se33exp12mc1000.mat`.

Uma explicação para os bons resultados obtidos pelo experimento 2 reside no fato de que o sinal $u_2(k)$ excita com maior intensidade do que $u_1(k)$ a dinâmica dominante do sistema real, que nesse caso é de primeira ordem. Em outras palavras, pode-se dizer que o experimento 2 produz estimativas com menor erro de variância porque $\Phi_{u_2}(\omega)$ concentra-se nas proximidades da única frequência de pólo (0,2222 radianos) do sistema, conforme pode ser constatado observando a Figura 3.2. Segundo (Lindqvist e Hjalmarsson, 2001), um sinal de entrada ótimo para identificação, com objetivos de projetar controladores robustos, é aquele que excita suficientemente bem todas as dinâmicas (pólos) da planta. Uma dificuldade óbvia para construção

de sinais de entrada ótimos, reside no fato de que, informações sobre os pólos, não estão disponíveis a priori. Entretanto, uma solução “sub-ótima”, pode ser levada em conta (Jansson, 2004). O procedimento consiste primeiramente em obter uma estimativa inicial usando um sinal aleatório, em seguida utiliza-se a estimativa para aproximar as frequências de pólo do sistema, e então projeta-se um sinal de entrada com energia concentrada em torno das frequências de pólos aproximadas.

Para ilustrar as idéias de Jansson (2004) e verificar o efeito de outro espectro de excitação na qualidade da região \mathcal{D} , foram elaborados os experimentos a seguir.¹²

Experimento 3: Esse experimento é semelhante ao experimento 1 pois o sinal de excitação $u_3(k)$ usado na identificação é igual a $u_1(k)$. Porém, nesse experimento utiliza-se uma diferente realização do ruído. Estima-se um modelo $G_3(q, \hat{\theta}_3)$ e uma região \mathcal{D}_3 , sendo o modelo apresentado a seguir.

$$G_3(q, \hat{\theta}_3) = \frac{0,2062q^{-1}}{1 - 0,7837q^{-1}}. \quad (3.37)$$

Experimento 4: Nesse experimento utiliza-se a frequência de corte, $\omega_c = 0,2444$ radianos, do modelo $G_3(q, \hat{\theta}_3)$ para definir a faixa de passagem de um filtro Butterworth. Dessa forma, o sinal de entrada $u_4(k)$ é obtido filtrando-se um ruído branco por um filtro Butterworth passa-faixa de ordem 2, ganho c.c. 10, frequência de corte inferior $0,9\omega_c$ e frequência de corte superior $1,1\omega_c$. Em seguida, as energias dos sinais $u_3(k)$ e $u_4(k)$ são igualadas e estima-se um modelo $G_4(q, \hat{\theta}_4)$ juntamente com a região \mathcal{D}_4 .

O comportamento temporal e o espectro dos sinais $u_3(k)$ e $u_4(k)$ são apresentados nas Figuras 3.5 e 3.6, respectivamente. Observando a Figura 3.6 constata-se que a energia do sinal $u_4(k)$ está concentrada em torno da frequência de corte de $G(q)$. Portanto, espera-se que o experimento 4 obtenha regiões de incerteza menos conservativas.

Os resultados encontrados, após uma realização dos experimentos 3 e 4, são mostrados na Figura 3.7. Verifica-se que a região \mathcal{D}_4 está contida em \mathcal{D}_3 . Calculando o $\delta_{WC}(\hat{G}, \mathcal{D})$ obteve-se 0,1681 para a região \mathcal{D}_3 e 0,0597 para a região \mathcal{D}_4 . Portanto, conclui-se que a região de incerteza obtida no experimento 4 de fato é melhor para o projeto de controladores robustos estabilizantes.

¹²É importante destacar que os sinais de entrada apresentados neste trabalho não podem ser considerados ótimos, pois os mesmos não foram obtidos resolvendo-se problemas de otimização, como em (Lindqvist e Hjalmarsson, 2001; Jansson, 2004).

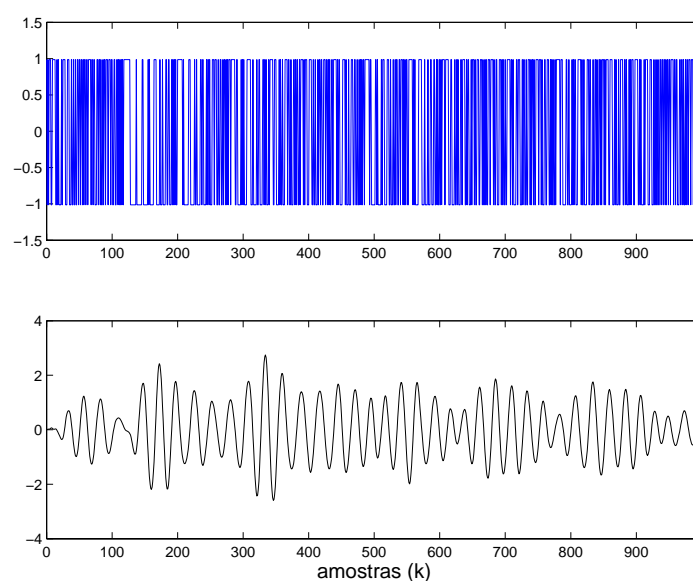


Figura 3.5: Sinais de excitação utilizados nos experimentos 3 e 4. (a) $u_3(k)$ e (b) $u_4(k)$. Dados no arquivo: `se33exp34dad.mat`.

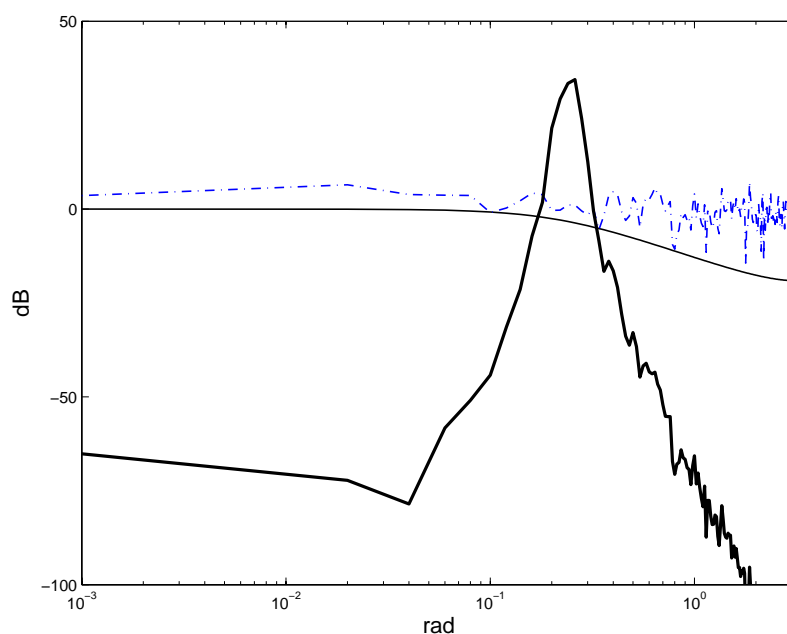


Figura 3.6: Espectros dos sinais nos experimentos 3 e 4. Linha traço-ponto: espectro $\Phi_{u_3}(\omega)$. Linha contínua espessa: espectro $\Phi_{u_4}(\omega)$. Linha contínua fina: módulo da resposta em frequência de $G(q)$. Dados no arquivo: `se33exp34dad.mat`.

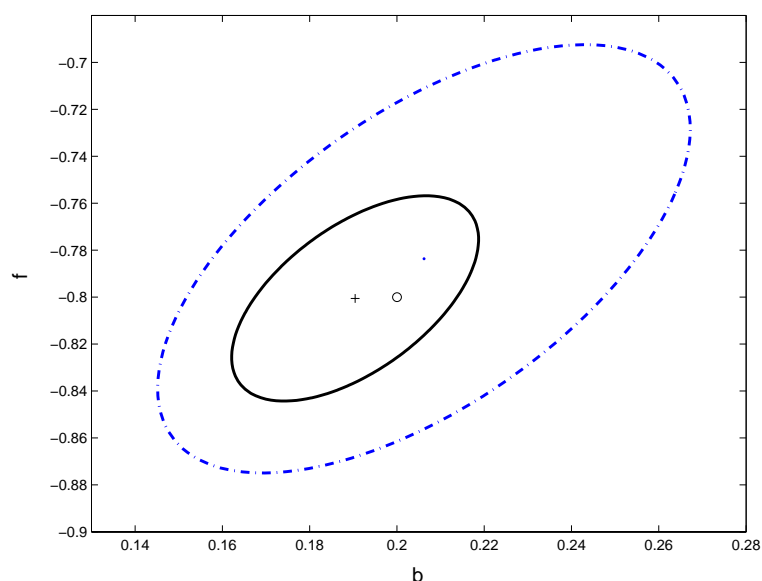


Figura 3.7: Elipses nos experimentos 3 e 4. (o) parâmetro real $b_0 = 0,2$ e $f_0 = -0,8$. Linha traço-ponto: elipse U_3 . (·) parâmetro estimado $\hat{\theta}_3 = [0,2061 \quad -0,7935]^T$. Linha contínua espessa: elipse U_4 . (+) parâmetro estimado $\hat{\theta}_4 = [0,2064 \quad -0,7893]^T$. Dados no arquivo: `se33exp34dad.mat`.

Respondendo à pergunta do início da seção, pode-se dizer que: “quando o objetivo é o projeto de controladores robustos estabilizantes, uma forma de produzir regiões de incerteza menos conservativas é concentrar a energia do sinal de excitação em torno das frequências de pólo do sistema a ser identificado”.

3.3.2 Experimentos em malha fechada

Considere a configuração em malha fechada apresentada na Figura 3.8, sendo $G(q) = 0,2q^{-1}/(1 - 0,8q^{-1})$ e K_{id} o controlador atual do processo, que será utilizado durante a coleta de dados, com o objetivo de estimar um modelo \hat{G} e uma região \mathcal{D} para representar $G(q)$.

Apenas variando os parâmetros do controlador K_{id} e mantendo-se constante todas as outras condições experimentais, pode-se obter regiões \mathcal{D} mais ou menos conservativas. Os experimentos a seguir ilustram tal afirmação.

Experimento 5: O mesmo sinal de excitação (PRBS de variância 1) utilizado nos experimentos 1 e 3 será aplicado como entrada $r_2(k)$ ao sistema da Figura 3.8. O controlador PID utilizado

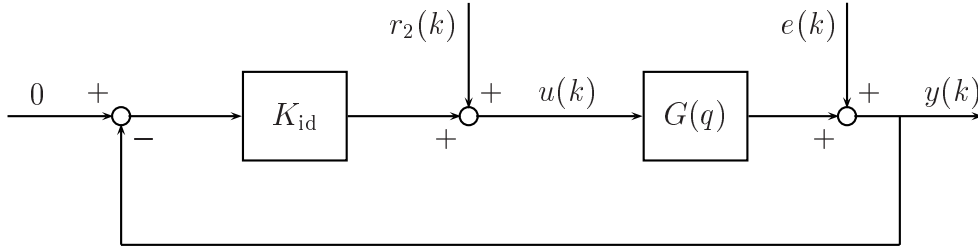


Figura 3.8: Sistema em malha fechada

nesse experimento é apresentado a seguir:

$$K_{\text{id}}^5 = \frac{0,9063 - 0,7251q^{-1} + 0,01q^{-2}}{1 - q^{-1}}. \quad (3.38)$$

Em seguida, simula-se o sistema da Figura 3.8, considerando $e(k)$ um ruído branco de variância 1. A massa de dados coletada é composta por 1000 amostras e representada por $Z_5^{1000} = \{u_5(k), y_5(k)\}$. Os dados coletados são então empregados para estimar um modelo $G_5(q, \hat{\theta}_5)$ e uma região de incerteza \mathcal{D}_5 , contendo o sistema real $G(q)$ com 95% de probabilidade.

Experimento 6: Esse experimento difere do experimento anterior apenas em relação ao controlador utilizado para gerar os dados de identificação. Tal controlador é apresentado a seguir:

$$K_{\text{id}}^6 = \frac{0,6 - 0,3q^{-1} + 0,2q^{-2}}{1 - q^{-1}}. \quad (3.39)$$

Com o controlador K_{id}^6 gera-se a massa de dados $Z_6^{1000} = \{u_6(k), y_6(k)\}$, utilizada na estimação de um modelo $G_6(q, \hat{\theta}_6)$ e uma região de incerteza \mathcal{D}_6 .

Experimento 7: Considerou-se o mesmo procedimento dos experimentos 5 e 6 sendo que, nesse caso, o controlador utilizado na identificação é:

$$K_{\text{id}}^7 = \frac{2,161 + 0,5q^{-1} + 0,01q^{-2}}{1 - q^{-1}}. \quad (3.40)$$

Uma massa de dados $Z_7^{1000} = \{u_7(k), y_7(k)\}$, foi construída e utilizada para identificar um modelo $G_7(q, \hat{\theta}_7)$ e uma região de incerteza \mathcal{D}_7 .

Em todos os três experimentos, a energia dos sinais de entrada $u(k)$ foi igualada, fixando-se

uma variância unitária. A figura 3.9 apresenta a realização de tais sinais.

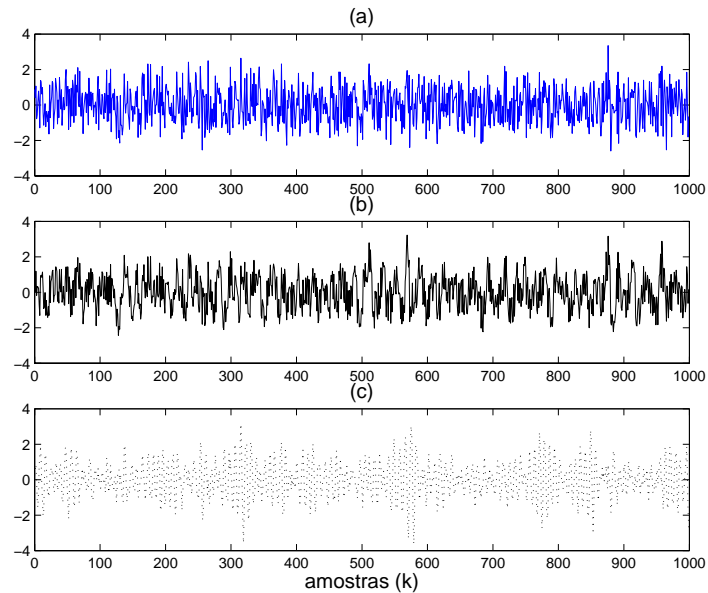


Figura 3.9: Sinais de entrada usados nos experimentos 5, 6 e 7 respectivamente. (a) Sinal $u_5(k)$, (b) Sinal $u_6(k)$ e (c) Sinal $u_7(k)$. Dados no arquivo: `se33exp567dad.mat`.

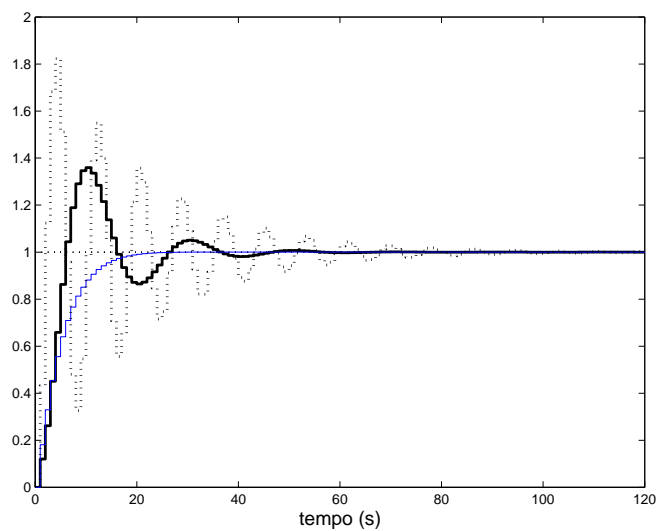


Figura 3.10: Resposta ao degrau em malha fechada nos experimentos 5, 6 e 7. Linha contínua fina: Resposta ao degrau do sistema $GK_{id}^5/(1 + GK_{id}^5)$. Linha contínua espessa: Resposta ao degrau do sistema $GK_{id}^6/(1 + GK_{id}^6)$. Linha pontilhada: Resposta ao degrau do sistema $GK_{id}^7/(1 + GK_{id}^7)$. Dados no arquivo: `se33exp567dad.mat`.

Tabela 3.2: Pior caso ν -gap calculado para os experimentos 5, 6 e 7.

Região	$\delta_{\text{WC}}(G, \mathcal{D})$
\mathcal{D}_5	0,2138
\mathcal{D}_6	0,1714
\mathcal{D}_7	0,5382

Os controladores escolhidos para identificação fazem com que o sistema nominal, em malha fechada, se comporte de três formas distintas em resposta ao degrau, conforme pode ser visto na Figura 3.10. De fato, diferentes controladores durante a etapa de identificação permitem que diferentes regiões \mathcal{D} sejam estimadas, como pode ser observado pelas elipses da Figura 3.11. Percebe-se nessa Figura que a região \mathcal{D}_6 é significativamente menor do que as regiões \mathcal{D}_5 e \mathcal{D}_7 . Portanto, pode-se dizer que a mesma deverá ser menos conservativa para controle robusto. No intuito de quantificar a afirmação anterior, calculou-se o $\delta_{\text{WC}}(G, \mathcal{D})$ em cada um dos experimentos. Os resultados encontrados estão dispostos na Tabela 3.2. Analisando essa Tabela, pode-se afirmar que o conjunto de controladores robustos estabilizantes associados a região \mathcal{D}_6 é maior do que os conjuntos associados as regiões \mathcal{D}_5 e \mathcal{D}_7 . Sendo assim, \mathcal{D}_6 deve ser elencada dentre as três regiões, caso seja necessário projetar controladores robustos estabilizantes.

A explicação para os fatos apresentados anteriormente pode ser dada em termos do espectro de potência dos sinais de entrada $u(k)$. Sabe-se que o controlador altera o espectro de potência do sinal de excitação $r_2(k)$ pois, considerando $r_1(k) = 0$ na Equação (2.53), pode-se escrever:

$$\begin{aligned} u(k) &= \frac{1}{1 + K_{\text{id}}G} r_2(k) - \frac{K_{\text{id}}}{1 + K_{\text{id}}G} e(k) \\ &= S r_2(k) - K_{\text{id}} S e(k), \end{aligned} \quad (3.41)$$

sendo

$$\Phi_u(\omega) = |S(e^{j\omega})|^2 \Phi_{r_2}(\omega) + |S(e^{j\omega})|^2 |K_{\text{id}}(e^{j\omega})|^2 \Phi_e(\omega), \quad (3.42)$$

o espectro de potência do sinal $u(k)$ na saída do controlador.

A Equação (3.42) mostra que Φ_{r_2} será naturalmente formatado, durante o experimento em malha fechada, pela função de sensibilidade S . Sendo assim, a energia do sinal $u(k)$ estará concentrada na faixa de frequências em que a função S for maior. Observando a Figura 3.12,

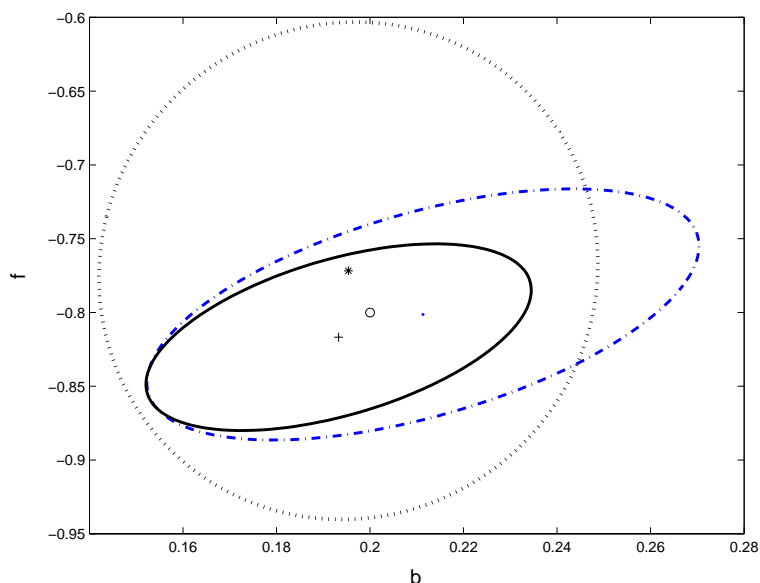


Figura 3.11: Regiões de incerteza obtidas nos experimentos 5, 6 e 7. (o) parâmetro real $\theta = [0,2 \ -0,8]^T$. Linha traço-ponto: elipse U_5 . (·) $\hat{\theta}_5 = [0,2113 \ -0,8013]^T$. Linha contínua espessa: elipse U_6 . (+) $\hat{\theta}_6 = [0,1933 \ -0,8168]^T$. Linha pontilhada: elipse U_7 . (·) $\hat{\theta}_7 = [0,1954 \ -0,7717]^T$. Dados no arquivo: `se33exp567dad.mat`.

obtida para os experimentos 5, 6 e 7, constata-se tal afirmação.

Na Figura 3.12, verifica-se que a energia do sinal $u_6(k)$ concentra-se em torno da frequência do pólo de $G(q)$. Essa observação justifica o fato da região \mathcal{D}_6 ser menos conservativa. Por outro lado, a região \mathcal{D}_7 é a mais conservativa (ver Figura 3.11), porque a energia do sinal $u_7(k)$ está praticamente toda concentrada entre 0,7 e 1 radianos, ou seja, longe da frequência de pólo (0,2222 radianos).

Os resultados apresentados anteriormente sugerem que, a escolha ótima do controlador K_{id} , é uma forma indireta de se projetar um sinal de entrada ótimo. O problema é que tal escolha também necessita conhecimento dos pólos do sistema. Sendo assim, uma sugestão para projeto do controlador K_{id} seria aplicar o procedimento sub-ótimo proposto em Jansson (2004).

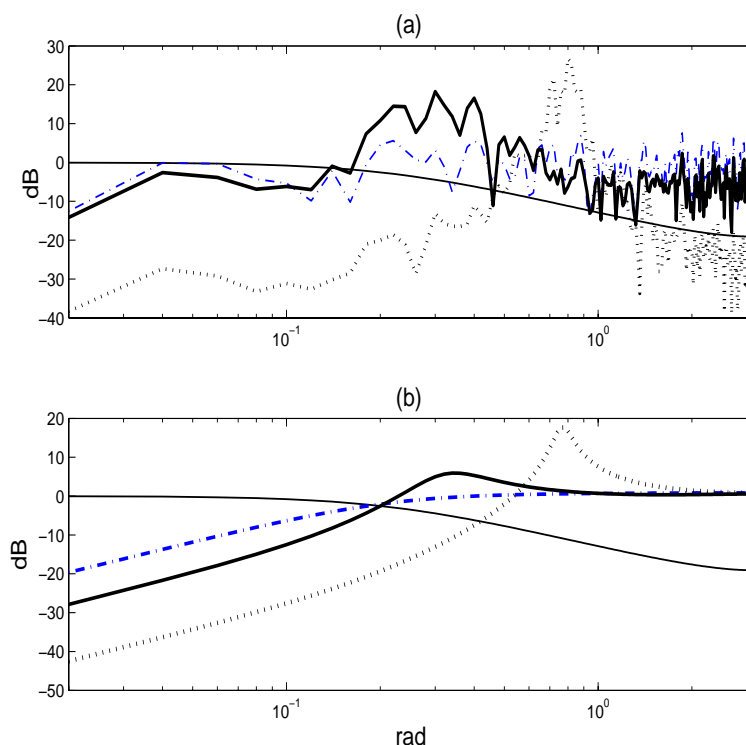


Figura 3.12: Linha traço-ponto: experimento 5. Linha contínua espessa: experimento 6. Linha pontilhada: experimento 7. (a) Espectros dos sinais $u_5(k)$, $u_6(k)$ e $u_7(k)$. (b) Módulo da resposta em frequência das funções sensibilidade $S_5 = 1/(1 + K_{id}^5 G)$, $S_6 = 1/(1 + K_{id}^6 G)$ e $S_7 = 1/(1 + K_{id}^7 G)$. Dados no arquivo: `se33exp567dad.mat`.

3.4 Conclusões

Uma variável muito importante que afeta consideravelmente a qualidade da região \mathcal{D} é o espectro $\Phi_u(\omega)$ do sinal de entrada. Percebeu-se neste capítulo, por meio de experimentos simulados e de estudos dos trabalhos de (Lindqvist e Hjalmarsson, 2001; Jansson, 2004) que, concentrando-se a energia do sinal de entrada $u(k)$, em torno das frequências de pólos do sistema, pode-se obter regiões \mathcal{D} mais adequadas para controle robusto. O problema é que informações sobre a possível localização das frequências de pólos não estão disponíveis *a priori*¹³. Sendo assim, o procedimento em duas etapas, proposto em Jansson (2004), constitui uma alternativa interessante para contornar esse problema, podendo ser utilizado para projetar sinais de entrada $u(k)$ ou controladores K_{id} sub-ótimos.

Um ponto importante relacionado com o projeto de condições experimentais “ótimas”,

¹³Estimar tais frequências é um dos objetivos da identificação.

citado no Capítulo 1 como uma questão ainda em aberto, é a definição de medidas de qualidade para caracterização de *regiões de incerteza orientadas para controle*. Neste capítulo, o $\delta_{WC}(G, \mathcal{D})$, proposto por Bombois (2000), foi usado para escolher dentre duas ou mais regiões \mathcal{D} , obtidas por diferentes condições experimentais, aquela mais adequada para o projeto de controladores robustos estabilizantes. Segundo Gevers et al. (2003b), além de ser subjetiva, essa métrica é inadequada para quantificar a qualidade da região \mathcal{D} para desempenho robusto. Portanto, caso o identificador tenha em mente o projeto de experimento “ótimo” para obtenção de regiões \mathcal{D} adequadas para controle robusto estabilizante com garantia de desempenho, certamente ele deverá considerar outra forma de quantificar a qualidade de tal região. Bombois et al. (2004a) destaca a existência de um compromisso entre o objetivo desejado e o critério de validação da região de incerteza estimada a partir dos dados. No próximo capítulo, o pior caso de desempenho definido na Equação (3.16), será usado como critério de validação da região \mathcal{D} para desempenho robusto.

Capítulo 4

Procedimento Iterativo para Identificação e Controle Robusto

4.1 Introdução

Muitos projetos de controle são baseados em modelos. Sabe-se que sempre existe um erro associado ao processo de modelagem. Mesmo assim, muitas técnicas de controle consideram o princípio da equivalência, ou seja, assume-se que o modelo obtido é o sistema físico. Entretanto, o modelo pode apresentar comportamento muito diferente do sistema real em determinadas faixas de frequências ou pontos de operação. Conseqüentemente o engenheiro terá dificuldades para avaliar a qualidade do controlador obtido com base no modelo, antes de aplicá-lo ao sistema real. Ao ser implementado na planta, o controlador poderá compensar as diferenças entre modelo e sistema real (como foi destacado no Capítulo 1), e a única coisa que o engenheiro poderá fazer é “torcer” para que isso aconteça. No intuito de aumentar a confiança no desempenho do controlador, antes de implementá-lo no sistema real, pode-se levar em conta os inevitáveis erros associado à obtenção de modelos. Técnicas baseadas na teoria de controle robusto, desenvolvidas na década de oitenta, fazem exatamente isso. Basicamente, essas técnicas trabalham com conjunto de modelos que “com certeza” contém o modelo “exato” do sistema físico. Dentre outras possibilidades, esses conjuntos podem representar regiões no espaço de parâmetros ou no espaço de funções de transferência, sendo comumente denominadas *regiões de incerteza*.

No Capítulo 2 foi mostrado que, no caso de modelos obtidos dos dados, um experimento de identificação por predição de erro (PE), com estrutura não-polarizada, estima um modelo $G(q, \hat{\theta})$ ¹

¹Os argumentos q e θ serão omitidos convenientemente ao longo do texto, para facilitar a notação.

e uma região de incerteza \mathcal{D} contendo o sistema real com certa probabilidade. E, no Capítulo 3, foram apresentadas ferramentas de análise robusta, desenvolvidas em Bombois et al. (2001), adaptadas à região \mathcal{D} , para verificar se um dado controlador estabiliza e encontra certo nível de desempenho com todos os modelos em \mathcal{D} ² e, conseqüentemente, com o sistema real.

A qualidade da região de incerteza é uma questão central em controle robusto, pois afeta diretamente o projeto e o desempenho do controlador. Um controlador pode ser validado com uma região \mathcal{D}_1 obtida por determinadas condições experimentais e invalidado com uma região \mathcal{D}_2 estimada por condições experimentais diferentes. O estabelecimento de critérios para verificação da qualidade da região \mathcal{D} , que será utilizada no projeto de controladores robustos, é um problema interessante, que ainda se encontra em aberto na literatura.

Os primeiros passos nessa direção foram dados em Bombois et al. (2000). Nesse artigo foi proposto um método para validação de um par $\mathcal{P} = \{\hat{G}, \mathcal{D}\}$, usando o pior caso ν -gap³. Esse par foi considerado ajustado para controle robusto estabilizante se o $\delta_{\text{WC}}(\hat{G}, \mathcal{D})$ fosse pequeno e sempre menor do que 1. Um dos problemas relacionados com esse procedimento reside no fato de que o $\delta_{\text{WC}}(\hat{G}, \mathcal{D})$ é relacionado apenas com o conjunto de controladores estabilizantes de \mathcal{D} e não informa absolutamente nada sobre desempenho.

Em (Gevers et al., 2003a,b) utiliza-se os resultados de Bombois et al. (2000) e Bombois et al. (2001) na elaboração de um procedimento para projeto de controladores robustos. Naquele procedimento era realizado primeiramente um experimento de identificação PE sobre o sistema real levando para o par \mathcal{P} . A qualidade desse par era então avaliada calculando-se o $\delta_{\text{WC}}(\hat{G}, \mathcal{D})$. Se \mathcal{P} fosse considerado válido, projetava-se um controlador $K(q)$ baseado em \hat{G} e, em seguida, as ferramentas de análise robusta desenvolvidas em Bombois et al. (2001) eram aplicadas para verificar se o controlador estabilizaria e encontraria o desempenho especificado com o sistema real. Um problema relacionado com esse procedimento foi levantado em Gevers et al. (2003b). Verificou-se que o pior-caso ν -gap não é um bom indicador de desempenho, pois usando essa métrica, um determinado par $\{\hat{G}, \mathcal{D}\}$ adequado para controle pode ser classificado como inválido.

No presente capítulo, será proposto um procedimento para identificação e projeto de controladores robustos que difere do procedimento proposto em Gevers et al. (2003a) basicamente em três aspectos. O primeiro refere-se ao projeto de controle. Serão empregadas técnicas de otimização para integrar as ferramentas de análise, desenvolvidas em Bombois et al. (2001), no processo de síntese de controladores robustos. O segundo aspecto, é a definição de critérios

²Nesses casos o controlador é considerado válido para controle robusto.

³O pior caso ν -gap foi apresentado e utilizado no Capítulo 3 para estudar o efeito das condições experimentais sobre a região \mathcal{D} .

para validar a região \mathcal{D} identificada, para estabilidade e *desempenho robusto*, e não somente para estabilidade, como foi feito em Gevers et al. (2003a). O terceiro aspecto, e talvez o de maior impacto em termos de contribuição desse trabalho, é a utilização dos resultados de validação (caso \mathcal{D} seja invalidada) para escolher novas condições experimentais no sentido de produzir regiões \mathcal{D} mais adequadas para as especificações de desempenho desejado. Dessa forma, o procedimento de identificação para controle robusto, será visto como um procedimento iterativo com sucessivas atualizações da região de incerteza e do controlador até que o projetista alcance seu objetivo.

Um ponto chave do procedimento iterativo de identificação e controle, proposto neste trabalho, é a validação de \mathcal{D} . Essa verificação, é baseada na análise da dimensão de um conjunto de controladores $\mathcal{K}(\mathcal{D})$. Tal conjunto, é definido como o conjunto de todos os controladores que estabilizam e garantem um desempenho Γ_0 , para o sistema real, com probabilidade α . O conjunto $\mathcal{K}(\mathcal{D})$ será obtido pela aplicação do Algoritmo Genético Real Polarizado (AGRP) a um problema de otimização, que será formulado na etapa de síntese. O AGRP é um algoritmo de otimização por populações que possui interessantes propriedades de convergência (para detalhes sobre o AGRP ver Takahashi et al. (2003) e Takahashi (2004)). Sendo assim, o resultado encontrado pela aplicação do AGRP a um problema de controle é um conjunto de controladores do qual pode ser extraído o subconjunto $\mathcal{K}(\mathcal{D})$. A região \mathcal{D} será considerada válida para controle robusto se, o número de elementos $n_{\mathcal{K}(\mathcal{D})}$ do conjunto $\mathcal{K}(\mathcal{D})$ for maior ou igual a um. Quanto maior for $n_{\mathcal{K}(\mathcal{D})}$, melhor será a qualidade de \mathcal{D} para controle robusto. Caso $n_{\mathcal{K}(\mathcal{D})} = 0$, a região \mathcal{D} será considerada inválida, e, a escolha de novas condições experimentais para obtenção de uma nova região \mathcal{D} , será guiada por informações obtidas, observando-se o comportamento na frequência, do pior caso de desempenho encontrado com o melhor controlador obtido pelo AGRP.

O capítulo está organizado da seguinte forma: na Seção 4.2 é formulado o problema de projeto proposto neste trabalho. A Seção 4.3 apresenta a descrição do procedimento iterativo de identificação e controle. Nas Seções 4.4 e 4.5 aplica-se tal procedimento em dois *benchmarks* bastante utilizados pela comunidade de identificação para controle. As conclusões deste capítulo são apresentadas na seção 4.6.

4.2 Formulação do problema

4.2.1 O sistema

Será considerado que o sistema real pode ser representado pela Equação (2.8), convenientemente reescrita a seguir:

$$\mathcal{S} : y(k) = G_0(q)u(k) + \nu(k), \quad (4.1)$$

sendo $G_0(q)$ uma função de transferência discreta definida na Equação (2.66), q^{-1} é o operador de atraso, $u(k)$ e $y(k)$ constituem, respectivamente, entrada e saída do sistema e $\nu(k)$ representa a realização de um ruído branco $e(k)$ filtrado por uma função de transferência $H_0(q)$.

4.2.2 A identificação

Considera-se que um comprimento finito de dados $Z^N = \{y(1), u(1), \dots, y(N), u(N)\}$ será coletado do sistema real com o objetivo de estimar \mathcal{D} para o projeto controladores robustos. Tal região, definida no Capítulo 2, é reapresentada da seguinte forma:

Proposição 4.2.1 *Bombois et al. (2001). Considere G_0 , o sistema real. Um experimento de identificação por previsão de erro com estrutura não-polarizada, realizado sobre o sistema real, estima um modelo $G(q, \hat{\theta})$ e uma região de incerteza \mathcal{D} , contendo o sistema real, com um certo nível de probabilidade α . Tal região de incerteza é centrada em $G(q, \hat{\theta})$ e pode ser descrita pela seguinte forma geral*

$$\mathcal{D} = \left\{ G(q, \theta) \mid G(q, \theta) = \frac{\Xi(q) + Q_N(q)\theta}{1 + Q_D(q)\theta} \text{ com } \theta \in U = \{\theta \mid (\theta - \hat{\theta})^T P_\theta^{-1} (\theta - \hat{\theta}) < \chi\} \right\} \quad (4.2)$$

sendo $\hat{\theta} \in \mathbf{R}^{n_\theta \times 1}$ o vetor de parâmetros estimados; $P_\theta \in \mathbf{R}^{n_\theta \times n_\theta}$ é a matriz de covariância dos parâmetros estimados; χ é a dimensão do elipsóide determinada pelo nível de probabilidade $\alpha(\ell, \chi) = \Pr(\chi^2(\ell) < \chi)$ ⁴; $Q_N(q)$ e $Q_D(q)$ são vetores linha de dimensão n_θ de funções de transferência conhecidas e $\Xi(q)$ é uma função de transferência conhecida.

⁴ $\chi^2(\ell)$ é a distribuição de probabilidade qui-quadrado com ℓ graus de liberdade.

4.2.3 A síntese do controlador

Estimada a região \mathcal{D} , o problema passa a ser o projeto de controladores robustos, que garantam com probabilidade α , estabilidade e um certo nível de desempenho com o sistema real. Neste capítulo, as atenções serão restringidas para especificações que podem ser escritas na seguinte estrutura geral (Zames, 1981):

$$[G_0 \ K] \text{ é estável} \quad (4.3)$$

e

$$\|J(G_0, K)\|_\infty \leq 1, \quad (4.4)$$

sendo

$$J(G_0, K, W) = \begin{bmatrix} W_{11} \frac{G_0 K}{1 + G_0 K} & W_{12} \frac{G_0}{1 + G_0 K} \\ W_{21} \frac{K}{1 + G_0 K} & W_{22} \frac{1}{1 + G_0 K} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_{11} T_{11} & W_{12} T_{12} \\ W_{21} T_{21} & W_{22} T_{22} \end{bmatrix}. \quad (4.5)$$

Na Equação (4.5), $W_{ij}(q)$ são funções de transferência no qual estão inseridas as informações de desempenho desejado. Na prática, as especificações de desempenho são comumente expressas da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \|W_{11}(e^{j\omega})T_{11}(e^{j\omega})\|_\infty &\leq 1, \\ \|W_{12}(e^{j\omega})T_{12}(e^{j\omega})\|_\infty &\leq 1, \\ \|W_{21}(e^{j\omega})T_{21}(e^{j\omega})\|_\infty &\leq 1, \\ \|W_{22}(e^{j\omega})T_{22}(e^{j\omega})\|_\infty &\leq 1. \end{aligned} \quad (4.6)$$

Como o sistema real G_0 não é conhecido, as especificações (4.4) e (4.6) podem ser reescritas, em termos do pior caso de estabilidade $\max_\omega \mu(M_{\mathcal{D}}(e^{j\omega}))$ e do pior caso de desempenho $t_{\mathcal{D}}(\omega, T_{ij})$ apresentados, respectivamente, nas Seções 3.2.2 e 3.2.3. Tais métricas, desenvolvidas originalmente para análise, serão empregadas na síntese de controladores robustos por meio da formulação a seguir.

Problema proposto: Dado uma região \mathcal{D} , obtida por um experimento de identificação com estrutura não-polarizada, encontre o controlador $K(q)$ que

$$\begin{aligned} \min_{K \in \mathcal{K}(\mathcal{D})} \quad & \|\Gamma_{\mathcal{J}}(\mathcal{D}, K, W_{ij}, \omega)\|_{\infty}, \\ \text{sujeito a} \quad & \max_{\omega} \mu(M_{\mathcal{D}}(e^{j\omega})) \leq 1. \end{aligned} \quad (4.7)$$

A função de custo do problema anterior será definida como:

$$\Gamma_{\mathcal{J}}(\mathcal{D}, K, W_{ij}, \omega) = W_{ij}(e^{j\omega})t_{\mathcal{D}}(\omega, T_{ij}). \quad (4.8)$$

Sendo assim, resolver o problema (4.7) consiste em encontrar o controlador estabilizante K^* que minimiza a norma \mathcal{H}_{∞} do pior caso de desempenho encontrado $t_{\mathcal{D}}(\omega, T_{ij})$ em relação ao desempenho desejado $W_{ij}^{-1}(e^{j\omega}) = T_{ij}^d(e^{j\omega})$.

O problema (4.7) será solucionado empregado-se o AGRP. Além de encontrar o melhor indivíduo K^* , o AGRP apresenta como solução uma população de controladores estabilizantes cuja dimensão pode ser definida pelo usuário. Tal população será utilizada na próxima seção para validar \mathcal{D} . Antes porém, é de suma importância apresentar e discutir como escolher os parâmetros de projeto. Isso será feito a seguir.

- **Escolha da função W .** Especificações no domínio do tempo ou no domínio da frequência podem ser utilizadas, por exemplo, para construir a seguinte função de transferência:

$$T_{11}(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (4.9)$$

sendo ζ o coeficiente de amortecimento e ω_n a frequência natural. A função peso será escolhida como $W_{11}(e^{j\omega}) = T_{11}^{-1}(e^{j\omega})$. Outras formas de escolher W_{ij} podem ser vistas em Zhou e Doyle (1998).

- **Determinação da estrutura do controlador K .** A estrutura do controlador deverá ser mantida fixa durante todo o processo de síntese. Ênfase será dada à estrutura mais simples, como por exemplo, o controlador Proporcional-Integral-Derivativo (PID).
- **Parâmetros do AGRP.** Em geral, quando se trabalha com algoritmos de otimização é necessário definir alguns parâmetros. No caso do AGRP tais parâmetros são: tamanho da população (conjunto de controladores), número máximo de gerações (ou iterações), população inicial (inicialização do algoritmo) e definição do espaço de busca (limites do

conjunto de controladores candidatos). Geralmente, a inicialização do algoritmo é um problema crítico. Neste trabalho o AGRP será inicializado com apenas um controlador (indivíduo), projetado tendo como base o modelo estimado. Esse controlador encontra com o modelo \hat{G} , um desempenho melhor do que o desempenho desejado, ou seja, $\|W_{ij}(e^{j\omega})\hat{T}_{ij}(e^{j\omega})\|_{\infty} \leq 1$. O espaço de busca será determinado construindo-se um polítopo centrado no controlador inicial.

4.2.4 Validação da região de incerteza

Como foi destacado na seção anterior, o projeto de controle com o AGRP produz um conjunto de controladores robustos estabilizantes. Desse conjunto pode ser extraído um subconjunto definido por:

$$\mathcal{K}(\mathcal{D}) = \{K \mid \|\Gamma_{\mathcal{J}}(\mathcal{D}, K, W_{ij}, \omega)\|_{\infty} \leq 1\}. \quad (4.10)$$

O conjunto $\mathcal{K}(\mathcal{D})$ pode ser interpretado como o conjunto de todos os controladores que estabilizam e encontram um desempenho melhor que o desejado para o sistema real G_0 com probabilidade α . Note que, se $\|\Gamma_{\mathcal{J}}(\mathcal{D}, K, W_{ij}, \omega)\|_{\infty} \leq 1$ implica $t_{\mathcal{D}}(\omega, T_{ij}) \leq W_{ij}^{-1}(e^{j\omega})$, para todo ω .

Caso o número de elementos $n_{\mathcal{K}(\mathcal{D})}$ do conjunto $\mathcal{K}(\mathcal{D})$ seja maior ou igual a 1, existirá pelo menos um controlador K que estabiliza e atende o critério de desempenho desejado, W_{ij}^{-1} , com o sistema real. Nesse caso, \mathcal{D} será considerada válida para controle robusto. Se $n_{\mathcal{K}(\mathcal{D})} = 0$, a região \mathcal{D} será então considerada inadequada, e, um novo experimento de identificação será realizado, no sentido de obter uma região \mathcal{D} mais adequada para controle robusto. A questão é: como realizar esse novo experimento? Propõe-se neste trabalho, que tal experimento deve ser realizado com o intuito de reduzir a distribuição de incerteza nas faixas de frequência em que a função $t_{\mathcal{D}}(\omega, T_{ij})$ excede os limites permitidos⁵. Isso pode ser feito escolhendo o espectro do sinal de excitação para que o mesmo apresente uma potência significativa em torno de tais faixas de frequência. Sabe-se que, a distribuição de incerteza em uma determinada faixa de frequências é assintoticamente inversamente proporcional ao espectro do sinal de entrada (Ljung, 1999).

⁵Ou seja, nas faixas de frequência em que $t_{\mathcal{D}}(\omega, T_{ij}) > W_{ij}(e^{j\omega})^{-1}$.

4.3 Procedimento

A realização de um novo experimento sobre G_0 , caso \mathcal{D} seja considerada inválida, leva a um novo projeto de controle e a uma nova etapa de validação. Espera-se que, a cada novo experimento, uma região \mathcal{D} melhor seja encontrada. Esse fato sugere um procedimento iterativo de identificação e controle descrito a seguir.

1. Defina o comprimento N do registro de dados, a configuração do sistema (malha aberta ou malha fechada) e o espectro do sinal de excitação $\Phi_u(\omega)$. Em seguida, realize experimentos sobre G_0 para obter um conjunto de dados $Z^N = \{y(1), u(1), \dots, y(N), u(N)\}$.
2. Utilize a massa de dados Z^N e estime \mathcal{D}_{ni} ⁶ usando técnicas de identificação por predição de erro com estrutura não-polarizada.
3. Parametrize e aplique o AGRP para resolver o problema (4.7) e encontrar o controlador ótimo K_{ni}^* , e um conjunto de controladores, relevantes para G_0 .
4. Construa o conjunto de controladores $\mathcal{K}(\mathcal{D}_{ni})$, definido em (4.10), a partir dos resultados obtidos com o AGRP. Se $n_{\mathcal{K}(\mathcal{D}_{ni})} \geq 1$ **pare**. Senão, **faça** $ni = ni + 1$, retorne ao passo 1, e projete um novo sinal de excitação observando a função $t_{\mathcal{D}_{ni}}(\omega, T_{ij})$ de forma que o mesmo tenha um espectro de potência significativo em torno das frequências em que $|t_{\mathcal{D}_{ni}}(\omega, T_{ij})| > |W_{ij}(e^{j\omega})^{-1}|$.

O procedimento descrito anteriormente será aplicado, nas Seções 4.4 e 4.5, em dois sistemas simulados considerados *benchmarks* na literatura.

4.4 Sistema de Transmissão Flexível

Considera-se como sistema real “desconhecido”, o modelo do sistema de transmissão flexível usado como um *benchmark* para projeto de controladores robustos em Landau et al. (1995):

$$\begin{aligned}
 G_0(q) &= q^{-3} \frac{0,10276 + 0,18123q^{-1}}{1 - 1,99185q^{-1} + 2,20265q^{-2} - 1,84083q^{-3} + 0,89413q^{-4}}, \\
 &\triangleq q^{-3} \frac{B(q)}{A(q)}.
 \end{aligned} \tag{4.11}$$

⁶ ni : número de iterações.

Esse sistema apresenta dois pares de pólos ressonantes e um zero de fase não mínima. O mapa de pólos e zeros e o módulo da resposta em frequência de G_0 podem ser vistos nas Figuras 4.1 e 4.2.

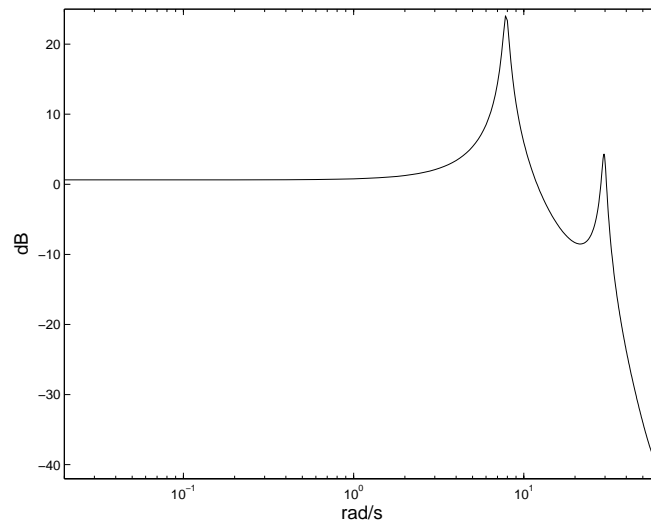


Figura 4.1: Módulo da resposta em frequência de G_0 . Sistema de Transmissão Flexível. Dados no arquivo: se45dadit1.mat.

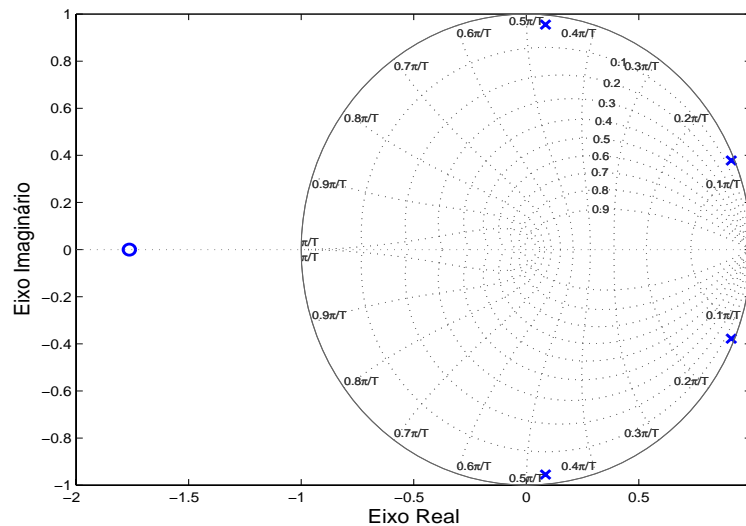


Figura 4.2: (x) pólos e (o) zeros de G_0 . Sistema de Transmissão Flexível. Dados no arquivo: se45dadit1.mat.

O período de amostragem no qual G_0 foi obtido é 0,05 segundos. A saída do sistema é sujeita a distúrbios em degrau filtrados por $H_0(q) = 1/A(q)$. Isso significa que a planta pode ser vista como

$$A(q)y(k) = q^{-3}B(q)u(k) + d(k), \quad (4.12)$$

sendo $u(k)$ a entrada da planta, $y(k)$ a saída e $d(k)$ é uma seqüência de distúrbios em degrau com média zero e variância σ_p^2 , modelado como uma onda quadrada com transições aleatórias. Do ponto de vista estocástico, $d(k)$ é equivalente a $\frac{1}{\Delta(q)}e(k)$, sendo $\Delta(q) = 1 - q^{-1}$ e $e(k)$ uma seqüência de ruído branco com distribuição gaussiana, média zero e variância σ_e^2 . Dessa forma, a Equação (4.12) pode ser transformada numa representação ARX padrão, multiplicando-se ambos os lados por $\Delta(q)$, conforme pode ser visto a seguir.

$$A(q)\Delta(q)y(k) = q^{-3}B(q)\Delta(q)u(k) + e(k). \quad (4.13)$$

O objetivo é aplicar o procedimento desenvolvido na seção 4.3, para projetar controladores robustos que atendam as seguintes especificações:

1. estabilidade da conexão $[K \ G_0]$;
2. $\|T_{22}(e^{j\omega})W_{22}(e^{j\omega})\|_\infty < 1$, sendo $T_{22} = 1/(1 + G_0K)$ e $W_{22} = \frac{1 - 0,9418q^{-1}}{1,2 - 1,199q^{-1}}$.

4.4.1 Iteração 1

Passo 1: Experimento de Identificação

Experimento de identificação em malha fechada sobre G_0 . Para isso, é necessário escolher um controlador K_{id} . Nesse trabalho, foi escolhido o controlador apresentado na Equação (4.14), obtido por Landau et al. (1995) ao aplicar a técnica denominada, *pole placement/sensitivity function shaping method*, ao sistema real.

$$K_{id}(q) = \frac{0,4016 - 1,079q^{-1} + 0,2849q^{-2} + 1,358q^{-3}}{1 - 1,031q^{-1} - 0,9952q^{-2} + 0,7521q^{-3}} \frac{-0,9865q^{-4} - 0,272q^{-5} + 0,3069q^{-6}}{+0,7107q^{-4} - 0,2423q^{-5} - 0,1942q^{-6}}. \quad (4.14)$$

O sistema em malha fechada $[K_{id} \ G_0]$ é excitado por meio de um sinal de referência $r(k)$ inserido na entrada de G_0 . $r(k)$ é uma PRBS de variância $\sigma_r^2 = 0,6$. O distúrbio $d(k)$ foi

simulado como uma PRBS de média zero, variância $\sigma_d^2 = 0,01$ e um intervalo entre bits de no mínimo 20 vezes maior do que o intervalo do sinal $r(k)$. O distúrbio $d(k)$ foi filtrado por $1/A(q)$ e adicionado à saída do sistema real.

Pelo fato do controlador K_{id} apresentar pólos instáveis e zeros de fase não mínima, optou-se pela utilização do método direto. Portanto, foram coletadas 256 amostras de $y(k)$ e $u(k)$. A realização dos sinais usados no experimento é apresentada na Figura 4.3.

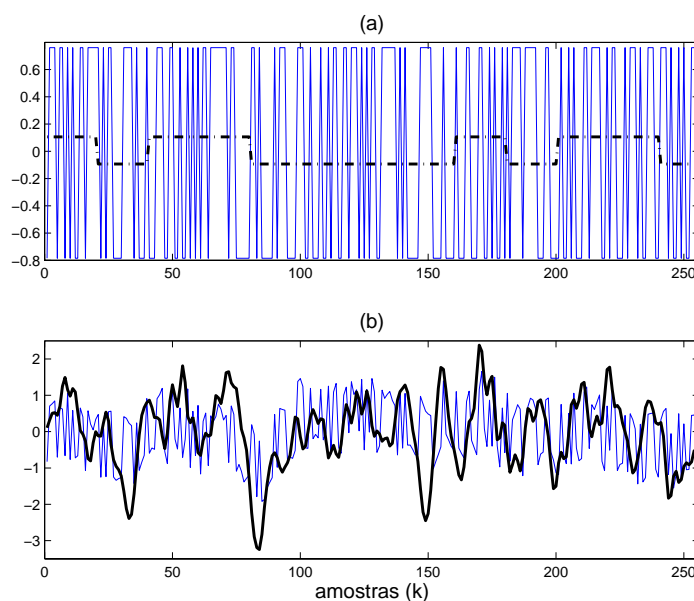


Figura 4.3: (a) Linha contínua: sinal de excitação $r(k)$. Linha traço-ponto: distúrbio $d(k)$. (b) Linha contínua fina: sinal de entrada $u(k)$. Linha contínua espessa: sinal de saída $y(k)$. Dados no arquivo: `se45dadit1.mat`.

Passo 2: Obtenção da região \mathcal{D}

O dados coletados no passo anterior foram filtrados por $\Delta(q)$ e empregados para estimar um modelo ARX(4,2,3). Esse modelo é apresentado a seguir:

$$\hat{G}_1 = G(q, \hat{\theta}_1) = q^{-3} \frac{0,1002 + 0,1778q^{-1}}{1 - 1,9919q^{-1} + 2,2020q^{-2} - 1,8275q^{-3} + 0,8769q^{-4}}. \quad (4.15)$$

sendo $\hat{\theta}_1 = [-1,9919 \ 2,2020 \ -1,8275 \ 0,8769 \ 0,1002 \ 0,1778]^T$. A matriz de covariância

associada a esse vetor de parâmetros é:

$$P_{\theta}^1 = 1 \times 10^{-3} \begin{bmatrix} 0,1177 & -0,1497 & 0,1422 & -0,0836 & -0,0090 & -0,0081 \\ -0,1497 & 0,2483 & -0,2332 & 0,1377 & 0,0092 & 0,0078 \\ 0,1422 & -0,2332 & 0,2585 & -0,1539 & -0,0110 & -0,0104 \\ -0,0836 & 0,1377 & -0,1539 & 0,1173 & 0,0088 & 0,0078 \\ -0,0090 & 0,0092 & -0,0110 & 0,0088 & 0,0056 & 0,0032 \\ -0,0081 & 0,0078 & -0,0104 & 0,0078 & 0,0032 & 0,0055 \end{bmatrix}.$$

A região \mathcal{D}_1 , contendo o sistema real G_0 com 95% de probabilidade, pode ser expressa da seguinte forma:

$$\mathcal{D}_1 = \left\{ G(q, \theta) \mid G(q, \theta) = \frac{Q_N \theta}{1 + Q_D \theta} \text{ com } \theta \in U_1 \right\}, \quad (4.16)$$

$$U_1 = \left\{ \theta \in R^{6 \times 1} \mid (\theta - \hat{\theta}_1)^T (P_{\theta}^1)^{-1} (\theta - \hat{\theta}_1) < 12,5916 \right\}, \quad (4.17)$$

sendo,

$$\begin{aligned} Q_N(q) &= [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ q^{-3} \ q^{-4}], \\ Q_D(q) &= [q^{-1} \ q^{-2} \ q^{-3} \ q^{-4} \ 0 \ 0]. \end{aligned}$$

O tamanho χ do elipsóide U_1 é igual a 12,5916 desde que $Pr(\chi^2(6) < 12,5916) = 0,95$. De fato, a região \mathcal{D}_1 , contém o sistema real pois

$$(\theta_0 - \hat{\theta}_1)^T (P_{\theta}^1)^{-1} (\theta_0 - \hat{\theta}_1) = 8,1257 < 12,5916,$$

sendo $\theta_0 = [-1,99185 \ 2,20265 \ -1,84083 \ 0,89413 \ 0,10276 \ 0,18123]^T$ o parâmetro real do sistema.

Passo 3: Síntese

O problema de projeto considerado nessa seção é descrito a seguir:

$$\begin{aligned} \min_{K \in \mathcal{K}(\mathcal{D}_1)} \quad & \|\Gamma_J(\mathcal{D}_1, K, W_{22}, \omega)\|_{\infty}, \\ \text{sujeito a} \quad & \max_{\omega} \mu(M_{\mathcal{D}_1}(e^{j\omega})) \leq 1, \end{aligned} \quad (4.18)$$

sendo $\Gamma_J(\mathcal{D}_1, K, W_{22}, \omega) = W_{22}(e^{j\omega})t_{\mathcal{D}_1}(\omega, T_{22})$.

Escolheu-se uma estrutura para o controlador K , diferente de K_{id} usado na etapa de identificação. Tal estrutura é apresentada a seguir.

$$K(q) = \frac{\rho_1 - \rho_2 q^{-1}}{1 - q^{-1}} \times \left(\frac{1 - 1,811q^{-1} + 0,956q^{-2}}{1 - 0,07005q^{-1} + 0,06081q^{-2}} \right). \quad (4.19)$$

Percebe-se que o controlador $K(q)$ é consideravelmente mais simples do que K_{id} , esse fato pode ser constatado comparando as Equações (4.14) e (4.19). A estrutura do controlador $K(q)$ compõe-se de duas partes. Uma parte fixa, representada por um compensador de segunda ordem, projetado (usando a técnica de cancelamento de pólos) de forma a estabilizar o modelo \hat{G}_1 . E uma parte variável, representada por um controlador PI. Aplicou-se o AGRP para resolver o problema (4.18), com o objetivo de encontrar o vetor de parâmetros $[\rho_1 \ \rho_2]^T$ que satisfazem, simultaneamente, as especificações 1 e 2 apresentadas no início dessa seção.

O AGRP foi parametrizado da seguinte forma:

- tamanho da população: 100 indivíduos, ou seja, 100 controladores;
- número de gerações (ou iterações): 50;
- população inicial: 1 indivíduo projetado com base no modelo \hat{G}_1 de forma que $\|W_{22}(e^{j\omega})\hat{T}_{22}(e^{j\omega})\|_{\infty} = 0,9645 < 1$. Esse controlador é representado por

$$K(q, \rho_{inicial}) = \frac{0,5 - 0,05q^{-1}}{1 - q^{-1}} \times \left(\frac{1 - 1,811q^{-1} + 0,956q^{-2}}{1 - 0,07005q^{-1} + 0,06081q^{-2}} \right), \quad (4.20)$$

sendo $\rho_{inicial} = [0,5 \ -0,05]^T$, o vetor inicial de parâmetros de otimização.

- espaço de busca: um politopo⁷ centrado em $\rho_{inicial}$ definido por

$$\mathcal{P} = \text{co} \left\{ \left(\overbrace{\begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \end{bmatrix}}^{\rho_{inicial}} - \begin{bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \end{bmatrix} \right); \dots; \left(\overbrace{\begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \end{bmatrix}}^{\rho_{inicial}} + \begin{bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \end{bmatrix} \right) \right\}, \quad (4.21)$$

com $\Delta_1 = 0,5$ e $\Delta_2 = 0,2$.

⁷Um conjunto poliedral fechado é denominado politopo. Todo elemento no politopo pode ser gerado pela combinação convexa dos seus vértices. $\mathcal{P} = \text{co}\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$, sendo n o número de vértices v do politopo \mathcal{P} (Palhares, 2004).

O resultado obtido após aplicação do AGRP, foi um conjunto contendo 100 controladores estabilizantes em que o melhor indivíduo é descrito por

$$K_1(q, \rho^*) = \frac{0,5680 - 0,2499q^{-1}}{1 - q^{-1}} \times \left(\frac{1 - 1,811q^{-1} + 0,956q^{-2}}{1 - 0,07005q^{-1} + 0,06081q^{-2}} \right). \quad (4.22)$$

Portanto, o controlador K_1^* satisfaz a primeira especificação. Entretanto, a segunda especificação não é atendida pois, $\|\Gamma_J(\mathcal{D}_1, K_1^*, W_{22}, \omega)\|_\infty = 1,6922$, ou seja, $|t_{\mathcal{D}_1}(\omega, T_{22})| > |W_{22}^{-1}(e^{j\omega})|$ em algum ω , conforme pode ser visto na Figura 4.4.

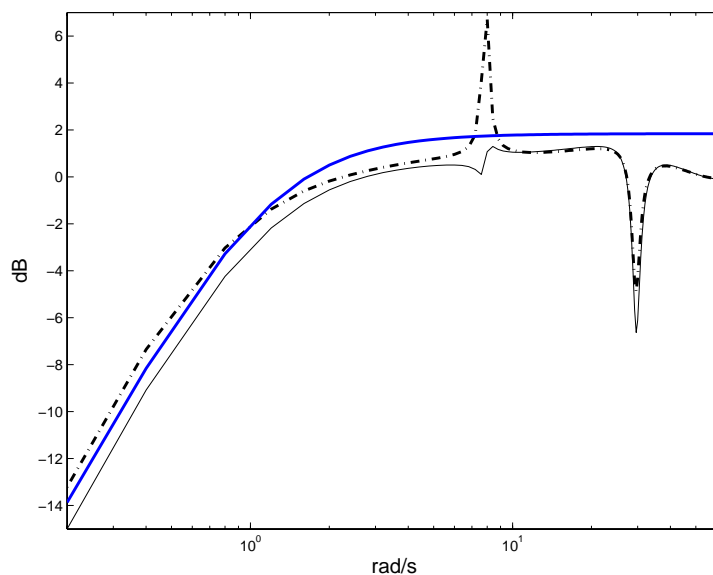


Figura 4.4: Linha contínua espessa: Módulo da função de sensibilidade desejada $|W_{22}^{-1}(e^{j\omega})|$. Linha contínua fina: Módulo da resposta em frequência da função sensibilidade real $T_{22} = 1/(1 + G_0 K_1^*)$. Linha traço-ponto: pior caso da função sensibilidade $t_{\mathcal{D}_1}(\omega, T_{22})$. Dados no arquivo: se45dadit1.mat.

Passo 4: Validação da região \mathcal{D}

Em vista dos resultados apresentados anteriormente, percebe-se que o subconjunto de controladores

$$\mathcal{K}(\mathcal{D}_1) = \{K \mid \|\Gamma_J(\mathcal{D}_1, K, W_{22}, \omega)\|_\infty \leq 1\} \quad (4.23)$$

é vazio, uma vez que o melhor controlador obtido pelo AGRP, não atende o critério de de-

sempenho. Em outras palavras, pode-se afirmar que $n_{\mathcal{K}(\mathcal{D}_1)} = 0$ o que significa, neste trabalho, que a região \mathcal{D}_1 é inválida para o projeto de controladores robustos.

Observando a Figura 4.4, verifica-se que o pior caso da função sensibilidade $t_{\mathcal{D}_1}(\omega, T_{22})$ excede o desempenho desejado $W_{22}^{-1}(e^{j\omega})$ principalmente em torno da frequência 8 rad/s. Em adicional, percebe-se pela função $T_{22}(e^{j\omega})$ que, quando o controlador K_1^* for aplicado ao sistema real, as especificações de desempenho 1 e 2 serão satisfeitas. Portanto, nessa situação está claro que a região \mathcal{D}_1 é conservativa e leva para a invalidação de K_1^* , que é um bom controlador para G_0 . Na prática, essa informação obtida de $T_{22}(e^{j\omega})$ não é conhecida. Poderia ter ocorrido por exemplo, uma situação em que o controlador K_1^* não atendesse o desempenho desejado, mesmo com uma região \mathcal{D}_1 pouco conservativa. Uma explicação para esse caso, seria que o projeto de controle não teria sido bem executado. Sendo assim, apenas observando a diferença entre $t_{\mathcal{D}_1}(\omega, T_{22})$ e $W_{22}^{-1}(e^{j\omega})$ em cada frequência, não é possível dizer se é a região \mathcal{D}_1 ou o controlador K_1^* que não está adequado(a) para o projeto de controle robusto desejado. Neste trabalho, assume-se que o problema está na obtenção da região \mathcal{D}_1 , portanto de acordo com o procedimento proposto na seção 4.3, o projetista deverá realizar novos experimentos no sentido de obter regiões de incerteza mais adequadas para controle. Caso o projetista não obtenha sucesso ao longo dessas novas iterações, uma sugestão é alterar os parâmetros do AGRP, como por exemplo, aumentar o espaço de busca ou o número de gerações, com o intuito de produzir melhores controladores.

Dado que a região \mathcal{D}_1 foi invalidada, propõe-se um novo experimento de identificação em malha fechada, alterando apenas o sinal de excitação, de tal forma que o mesmo possua um espectro de potência elevado em torno de 8 rad/s.

4.4.2 Iteração 2

Passo 1: Experimento de Identificação

Realiza-se o segundo experimento em malha fechada nas mesmas condições da **Iteração 1**, modificando-se apenas o sinal de excitação. Esse sinal, que será denominado $r_2(k)$, foi projetado como sendo uma “conexão” de parte do sinal $r(k)$ usado na **Iteração 1**, com um trecho do sinal $x(k)$ obtido pela filtragem de um ruído branco por um filtro de *Butterworth* passa-faixa de terceira ordem com frequências de corte inferior e superior iguais a, respectivamente, 7,8 e 8,2 rad/s. A variância do sinal $r_2(k)$ resultante foi mantida em 0,6, idêntica ao sinal de excitação $r(k)$. A Figura 4.5 apresenta a realização de $r_2(k)$. Por razões de ordem técnica, optou-se por

introduzir o sinal $x(k)$ apenas nos últimos 5 segundos do experimento.⁸ Destaca-se a importância da relação entre o tempo de duração do sinal $r(k)$ e o tempo de duração do sinal $x(k)$. Essa relação certamente influenciará na qualidade da região de incerteza obtida. Porém, neste trabalho tal aspecto não será discutido.

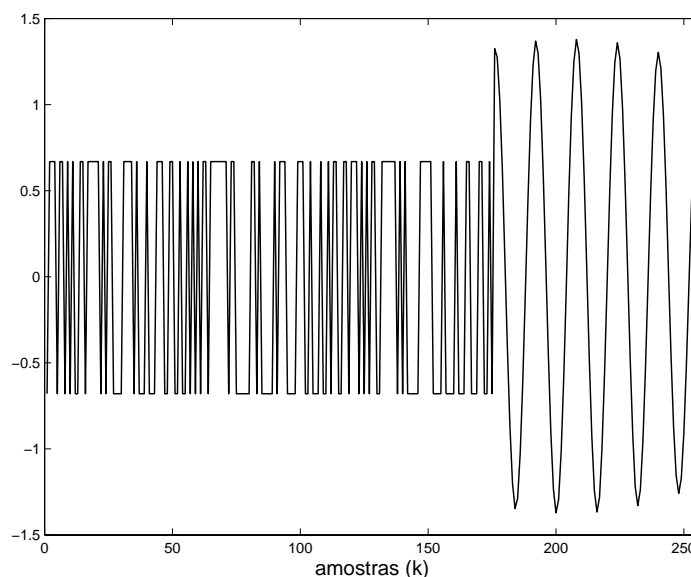


Figura 4.5: Linha contínua fina: sinal de excitação $r_2(k)$ usado na Iteração 2. Dados no arquivo: se45dadit2.mat.

Os sinais de entrada e saída da planta foram coletados em malha fechada, e a massa de dados, $Z_2^{256} = \{y(1), u(1), \dots, y(256), u(256)\}$, foi construída.

Passo 2: Obtenção da região \mathcal{D}

Novamente empregou-se técnicas de identificação por predição de erro para estimar um modelo ARX(4,2,3), após filtrar os dados contidos em Z_2^{256} por $\Delta(q)$. O modelo estimado é descrito por:

$$\hat{G}_2 = G(q, \hat{\theta}_2) = q^{-3} \frac{0,1021 + 0,1773q^{-1}}{1 - 1,9959q^{-1} + 2,2119q^{-2} - 1,8350q^{-3} + 0,8817q^{-4}}, \quad (4.24)$$

sendo $\hat{\theta}_2 = [-1,9959 \ 2,2119 \ -1,8350 \ 0,8817 \ 0,1021 \ 0,1773]^T$. A matriz de covariância

⁸Na prática, não é desejável que sinais com características senoidais excitem o sistema por um longo período de tempo (Jansson, 2004).

associada a esse vetor de parâmetros é:

$$P_{\theta}^2 = 1 \times 10^{-3} \begin{bmatrix} 0,0759 & -0,1341 & 0,0882 & -0,0187 & -0,0011 & -0,0012 \\ -0,1341 & 0,3087 & -0,2692 & 0,0884 & 0,0046 & 0,0033 \\ 0,0882 & -0,2692 & 0,3115 & -0,1359 & -0,0062 & -0,0031 \\ -0,0187 & 0,0884 & -0,1359 & 0,0775 & 0,0021 & 0,0001 \\ -0,0011 & 0,0046 & -0,0062 & 0,0021 & 0,0105 & 0,0051 \\ -0,0012 & 0,0033 & -0,0031 & 0,0001 & 0,0051 & 0,0104 \end{bmatrix}.$$

A região \mathcal{D}_2 , contendo o sistema real G_0 com 95% de probabilidade, pode ser expressa da seguinte forma:

$$\mathcal{D}_2 = \left\{ G(q, \theta) \mid G(q, \theta) = \frac{Q_N \theta}{1 + Q_D \theta} \text{ com } \theta \in U_1 \right\}, \quad (4.25)$$

$$U_2 = \left\{ \theta \in R^{6 \times 1} \mid (\theta - \hat{\theta}_2)^T (P_{\theta}^2)^{-1} (\theta - \hat{\theta}_2) < 12,5916 \right\}. \quad (4.26)$$

A região \mathcal{D}_2 , também contém o sistema real, pois

$$(\theta_0 - \hat{\theta}_2)^T (P_{\theta}^2)^{-1} (\theta_0 - \hat{\theta}_2) = 10,0317 < 12,5916.$$

Passo 3: Síntese

A região \mathcal{D}_2 estimada no passo anterior, foi utilizada para o projeto de controladores robustos com o AGRP. Manteve-se os mesmos parâmetros da **Iteração 1**, inclusive o controlador inicial e o espaço de busca.

Como resultado obteve-se, um conjunto de 100 controladores robustos estabilizantes sendo o melhor indivíduo representado por:

$$K_2(q, \rho^*) = \frac{0,5685 - 0,2243q^{-1}}{1 - q^{-1}} \left(\frac{1 - 1,811q^{-1} + 0,956q^{-2}}{1 - 0,07005q^{-1} + 0,06081q^{-2}} \right). \quad (4.27)$$

O controlador K_2^* estabiliza e encontra o desempenho desejado com todos os modelos em \mathcal{D}_2 pois, $\|\Gamma_1(\mathcal{D}_2, K_2^*, W_{22}, \omega)\|_{\infty} = 0,9758$, ou seja, $|t_{\mathcal{D}_2}(\omega, T_{22})| < |W_{22}^{-1}(e^{j\omega})|$ para todo ω .

Dessa forma, conclui-se que, ao inserir K_2^* na malha de controle com G_0 existe uma probabilidade de 95% de que as especificações 1 e 2 sejam atendidas. A Figura 4.6 mostra que de fato os objetivos de projeto foram alcançados.

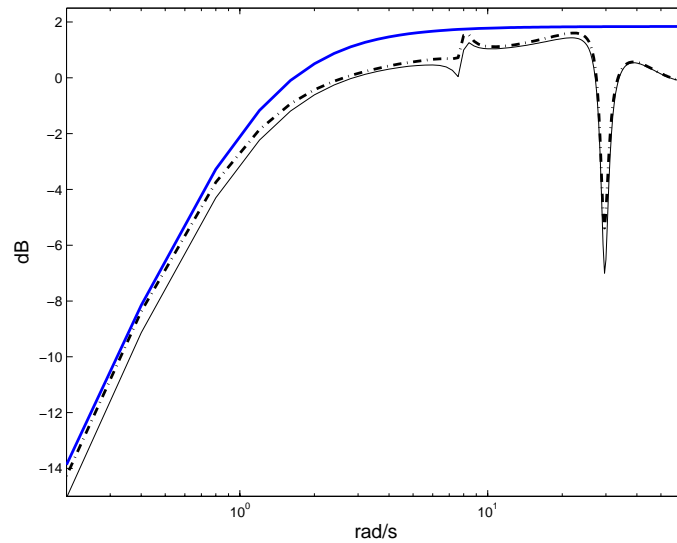


Figura 4.6: Linha contínua espessa: Módulo da função de sensibilidade desejada $|W_{22}^{-1}(e^{j\omega})|$. Linha contínua fina: Módulo da resposta em frequência da função sensibilidade real $T_{22} = 1/(1 + G_0 K_2^*)$. Linha traço-ponto: pior caso da função sensibilidade $t_{D_2}(\omega, T_{22})$. Dados no arquivo: se45dadit2.mat.

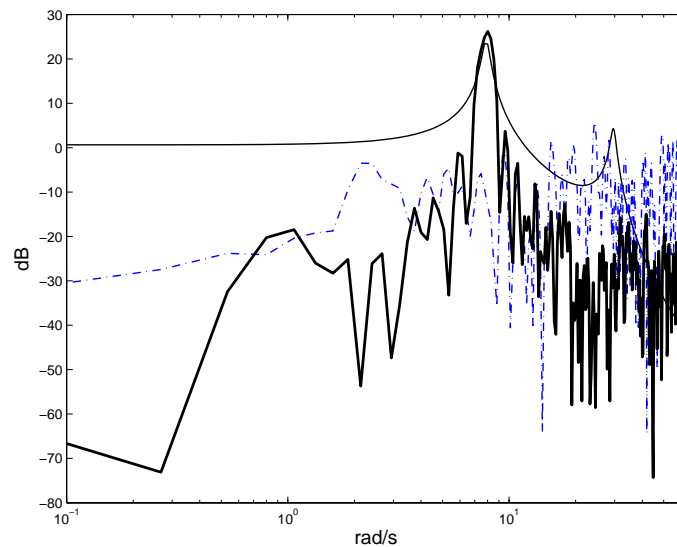


Figura 4.7: Linha contínua fina: Módulo da resposta em frequência da função de G_0 . Linha traço-ponto: Espectro de potência, $\Phi_r(\omega)$, do sinal $r(k)$ usado na **Iteração 1**. Linha contínua espessa: Espectro de potência, $\Phi_{r_2}(\omega)$, do sinal $r_2(k)$ usado na **Iteração 2**. Dados no arquivo: se45dadit2.mat.

Interessantemente nota-se, observando a Figura 4.6, a diminuição da incerteza em torno da frequência 8 rad/s, que por sua vez é uma frequência de pólo do Sistema de Transmissão Flexível (ver Figura 4.1). Como esperado, tal diminuição é função do espectro do sinal de entrada projetado nessa iteração pois, como pode ser visto na Figura 4.7, a energia do sinal $r_2(k)$ está concentrada em torno de 8 rad/s.

Passo 4: Validação da região \mathcal{D}

Do conjunto de controladores obtidos pelo AGRP pode-se extrair o subconjunto

$$\mathcal{K}(\mathcal{D}_2) = \{K \mid \|\Gamma_1(\mathcal{D}_2, K, W_{22}, \omega)\|_\infty \leq 1\}. \quad (4.28)$$

Encontrou-se $n_{\mathcal{K}(\mathcal{D}_2)} = 100$ para o conjunto acima. Portanto, a região \mathcal{D}_2 é válida para o projeto de controladores robustos que garantem estabilidade e desempenho para o sistema real. Esse resultado também indica que a região \mathcal{D}_2 é orientada para o projeto de controladores robusto pois o conjunto de controladores $\mathcal{K}(\mathcal{D}_2)$ é grande.

4.5 Modelo de Processo Industrial

O modelo representativo de um processo industrial, utilizado em Jansson (2004) para realizar experimentos de identificação, possui estrutura ARX definido por:

$$\begin{aligned} y(k) &= G_0(q, \theta_0)u(k) + H_0(q, \theta_0)e(k) \\ &= \frac{B(q)}{A(q)}u(k) + \frac{1}{A(q)}e(k), \end{aligned} \quad (4.29)$$

sendo

$$\begin{aligned} A(q) &= 1 - 1,511q^{-1} + 0,5488q^{-2}, \\ B(q) &= 0,02059q^{-1} + 0,01686q^{-2} \text{ e} \\ \theta_0 &= [-1,511 \ 0,5488 \ 0,02059 \ 0,01686]^T. \end{aligned}$$

O tempo de amostragem no qual esse modelo foi obtido é igual a 10 segundos. O distúrbio $e(k)$, é um ruído gaussiano com média zero e variância 0,01.

Objetivo: Projetar um controlador robusto baseado numa região \mathcal{D} obtida dos dados, de forma

a atender as seguintes especificações:

1. estabilidade do sistema real em malha fechada $[G_0 \ K]$;
2. rejeição do ruído $H_0(q)e(k)$.

A primeira especificação é inerente ao procedimento apresentado na Seção 4.3, pois é uma restrição do problema de otimização (4.7). A segunda especificação pode ser traduzida em termos da função sensibilidade $T_{22}(q) = 1/(1 + G_0(q)K(q))$, que relaciona o ruído $H_0(q)e(k)$ com a saída $y(k)$ do processo. O perfil desejado para T_{22}^d é apresentado na Figura 4.8. Matematicamente, no domínio s , T_{22}^d pode ser escrita da seguinte forma:

$$T_{22}^d(s) = \frac{a(s^2 + 2\zeta\omega_n s)}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}. \quad (4.30)$$

Foi escolhido $a = 1,4$, $\zeta = 0,7$ e $\omega_n = 0,1$ rad/s. A função de peso $W_{22}(q)$ desejada, é então obtida, pelo inverso da discretização de $T_{22}^d(s)$, usando um hold de ordem zero com $T_s = 1$ segundo. Tal função é apresentada a seguir.

$$W_{22}(q) = (T_{22}^d(q))^{-1} = \frac{1 - 0,7505q^{-1} + 0,2466q^{-2}}{1,4 - 1,479q^{-1} + 0,07902q^{-2}}. \quad (4.31)$$

Dado o desempenho desejado $|T_{22}^d(e^{j\omega})|$, espera-se que, após o projeto de controle, o desempenho real obtido $|T_{22}(e^{j\omega})|$ seja menor ou igual a $|T_{22}^d(e^{j\omega})|$ para todo ω , ou seja, $\|W_{22}(e^{j\omega})T_{22}(e^{j\omega})\|_\infty \leq 1$. Como $|T_{22}(e^{j\omega})|$ não é conhecido, será levado em consideração o pior caso de desempenho $t_{\mathcal{D}}(\omega, T_{22})$ obtido com todos os modelos da região \mathcal{D} . Dessa forma, a segunda especificação de desempenho pode ser reescrita como:

$$2. \|W_{22}(e^{j\omega})t_{\mathcal{D}}(\omega, T_{22})\|_\infty \leq 1.$$

Se o projeto de controle a ser realizado atender a especificação acima, significa que existe uma probabilidade α de que $\|W_{22}(e^{j\omega})T_{22}(e^{j\omega})\|_\infty \leq 1$. No projeto em questão será considerado $\alpha = 95\%$.

Definidas as especificações de desempenho, o próximo passo consiste em aplicar o procedimento iterativo proposto na Seção 4.3.

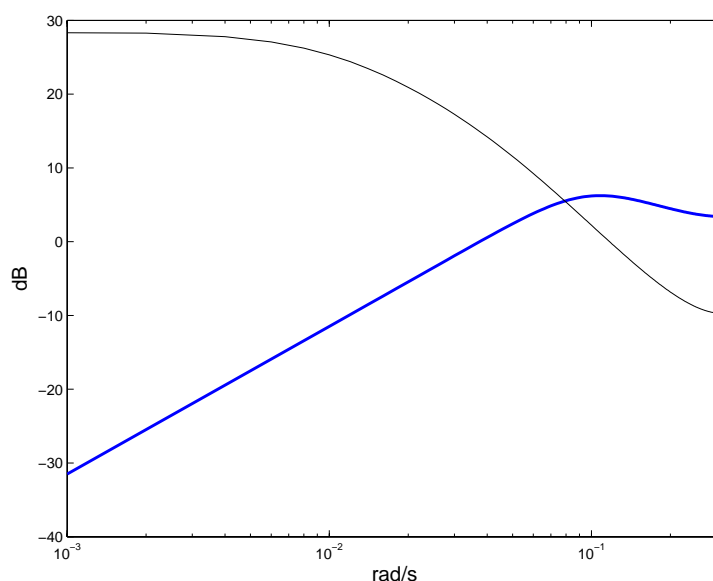


Figura 4.8: Linha contínua espessa: Módulo da função de sensibilidade desejada $|T_{22}^d(e^{j\omega})|$. Linha contínua fina: Módulo da resposta em frequência do ruído que afeta o processo $|H_0(e^{j\omega})|$. Dados no arquivo: se44dadit1.mat.

4.5.1 Iteração 1

Passo 1: Experimento de Identificação

Realizou-se um experimento de identificação sobre G_0 , simulando a Equação (4.29) em malha aberta. O sinal de entrada $u(k)$ é uma PRBS de variância 0,1. Definiu-se $N = 720$, o que representa duas horas ($t = NT_s = 7200$ segundos). A massa de dados que será usada na estimação dos parâmetros é composta por $Z^{720} = \{y(1), u(1), \dots, y(720), u(720)\}$.

Passo 2: Obtenção da região \mathcal{D}

Considerando uma estrutura ARX(2,2,1) para o modelo (idêntica a G_0), aplicou-se o método de Mínimos Quadrados aos dados coletados no passo 1. O modelo estimado é apresentado a seguir

$$\hat{G}_1 = G(q, \hat{\theta}_1) = \frac{0,01994q^{-1} + 0,01308q^{-2}}{1 - 1,514q^{-1} + 0,5502q^{-2}}. \quad (4.32)$$

De acordo com o que foi destacado na Seção 4.2.3, esse modelo será empregado no projeto do controlador usado na inicialização do AGRP. Porém, a síntese de controladores robustos será

baseada na região

$$\mathcal{D}_1 = \left\{ G(q,\theta) \mid G(q,\theta) = \frac{Q_N\theta}{1 + Q_D\theta} \text{ com } \theta \in U_1 \right\}, \quad (4.33)$$

$$U_1 = \left\{ \theta \in R^{4 \times 1} \mid (\theta - \hat{\theta}_1)^T (P_\theta^1)^{-1} (\theta - \hat{\theta}_1) < 9,4877 \right\}, \quad (4.34)$$

sendo,

$$Q_N = \begin{bmatrix} 0 & 0 & q^{-1} & q^{-2} \end{bmatrix},$$

$$Q_D = \begin{bmatrix} q^{-1} & q^{-2} & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

O elipsóide U_1 é construído com a matriz de covariância do vetor de parâmetros estimado $\hat{\theta}_1 = [-1,514 \ 0,5502 \ 0,01994 \ 0,01308]^T$. Tal matriz é apresentada a seguir

$$P_\theta^1 = 1 \times 10^{-3} \begin{bmatrix} 0,9724 & -0,9512 & 0,0030 & 0,0219 \\ -0,9512 & 0,9760 & -0,0055 & -0,0237 \\ 0,0030 & -0,0055 & 0,1405 & 0,0002 \\ 0,0219 & -0,0237 & 0,0002 & 0,1409 \end{bmatrix}. \quad (4.35)$$

O tamanho χ do elipsóide U_1 é igual a 9,4877 desde que $Pr(\chi^2(4) < 9,4877) = 0,95$. Nesse caso, a região \mathcal{D}_1 contém o sistema real G_0 pois,

$$(\theta_0 - \hat{\theta}_1)^T (P_\theta^1)^{-1} (\theta_0 - \hat{\theta}_1) = 0,1861 < 9,4877.$$

Passo 3: Síntese

Empregou-se o AGRP para encontrar controladores K , com estrutura PID, que

$$\min_{K \in \mathcal{K}(\mathcal{D}_1)} \|\Gamma_J(\mathcal{D}_1, K, W_{22}, \omega)\|_\infty,$$

$$\text{sujeito a } \max_\omega \mu(M_{\mathcal{D}_1}(e^{j\omega})) \leq 1, \quad (4.36)$$

sendo $\Gamma_J(\mathcal{D}_1, K, W_{22}, \omega) = W_{22}(e^{j\omega})t_{\mathcal{D}_1}(\omega, T_{22})$.

O AGRP foi parametrizado da seguinte forma:

- tamanho da população: 100 indivíduos;
- número de gerações: 50;
- população inicial: 1 indivíduo projetado com base no modelo \hat{G}_1 de forma que $\|W_{22}(e^{j\omega})\hat{T}_{22}(e^{j\omega})\|_\infty = 0,7778 < 1$. Esse controlador é representado por

$$K(q, \rho_{\text{inicial}}) = \frac{18,85 - 28,54q^{-1} + 10,37q^{-2}}{1 - q^{-1}}, \quad (4.37)$$

sendo $\rho_{\text{inicial}} = [18,85 \quad -28,54 \quad 10,37]^T$, o vetor inicial de parâmetros de otimização;

- espaço de busca: um politopo centrado em ρ_{inicial} definido por

$$\mathcal{P} = \text{co} \{ (\rho_{\text{inicial}} - \Delta); \dots; (\rho_{\text{inicial}} + \Delta) \}, \quad (4.38)$$

com $\Delta = 10$.

O resultado obtido nesse processo de síntese foi uma população de 100 controladores PID contendo o controlador ótimo

$$K_1(q, \rho^*) = K_1^* = \frac{18,47 - 32,16q^{-1} + 13,72q^{-2}}{1 - q^{-1}}. \quad (4.39)$$

Esse controlador estabiliza o sistema real G_0 com 95% de probabilidade, mas não atende o requisito de desempenho (ver Figura 4.9), pois $\|\Gamma_J(\mathcal{D}_1, K_1^*, W_{22}, \omega)\|_\infty = 384,9537$.

Passo 4: Validação da região \mathcal{D}

Uma vez que o controlador K_1^* não atende a especificação de desempenho desejada, pode-se dizer que o conjunto de controladores $\mathcal{K}(\mathcal{D}_1)$ é vazio, ou seja, $n_{\mathcal{K}(\mathcal{D}_1)} = 0$. Portanto, a região \mathcal{D}_1 não é válida para controle robusto.

As informações para a realização de um novo experimento podem ser obtidas observando-se a Figura 4.9. Percebe-se facilmente nessa figura, a grande distância entre o pior caso da função sensibilidade $t_{\mathcal{D}_1}(\omega, T_{22})$ e o desempenho desejado $|T_{22}^d(e^{j\omega})|$. Esse fato sugere que a distribuição de incerteza da região \mathcal{D}_1 é muito larga em toda faixa de frequência. Dessa forma, sugere-se para a próxima iteração aumentar a potência do sinal de excitação com o intuito de minimizar, de maneira uniforme, o erro entre $t_{\mathcal{D}_1}(\omega, T_{22})$ e $|T_{22}^d(e^{j\omega})|$.

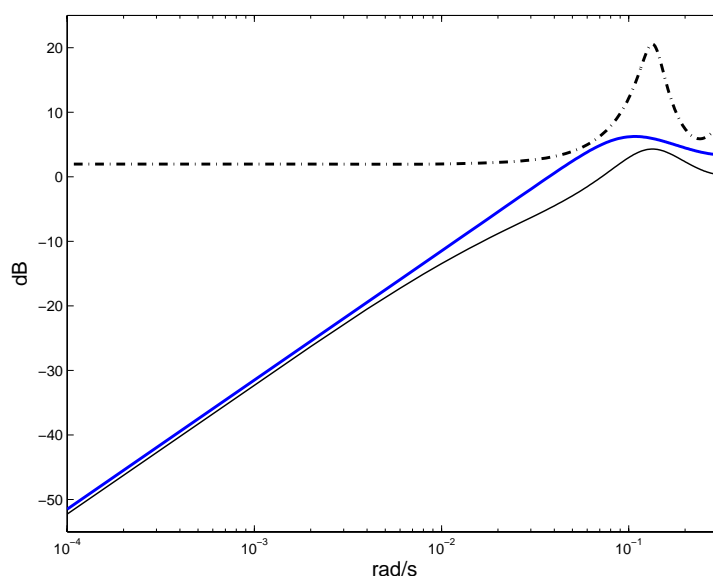


Figura 4.9: Linha contínua espessa: Módulo da função de sensibilidade desejada $|T_{22}^d(e^{j\omega})|$. Linha contínua fina: Módulo da resposta em frequência da função sensibilidade $T_{22} = 1/(1 + G_0 K_1^*)$. Linha traço-ponto: pior caso da função sensibilidade $t_{D_1}(\omega, T_{22})$. Dados no arquivo: `se44dadit1.mat`.

4.5.2 Iteração 2

Passo 1: Experimento de Identificação

Alterou-se de 0,1 para 2 a variância do sinal de entrada usado na **Iteração 1**. Esse sinal foi então, selecionado como sinal de excitação $u(k)$ para esse novo experimento em malha aberta. A massa de dados coletada é composta por 720 amostras $\{y(1), u(1), \dots, y(720), u(720)\}$.

Passo 2: Obtenção da região \mathcal{D}

Considerou-se a mesma estrutura, ARX(2,2,1) e, o modelo estimado, é apresentado a seguir

$$\hat{G}_2 = G(q, \hat{\theta}_2) = \frac{0,0204q^{-1} + 0,0158q^{-2}}{1 - 1,5210q^{-1} + 0,5583q^{-2}}. \quad (4.40)$$

A matriz de covariância dos parâmetros estimados é dada por:

$$P_{\theta}^2 = 1 \times 10^{-3} \begin{bmatrix} 0,8400 & -0,8221 & 0,0005 & 0,0176 \\ -0,8221 & 0,8429 & -0,0009 & -0,0175 \\ 0,0005 & -0,0009 & 0,0070 & 0,0000 \\ 0,0176 & -0,0175 & 0,0000 & 0,0074 \end{bmatrix}. \quad (4.41)$$

A região \mathcal{D}_2 , contendo o sistema real G_0 com 95% de probabilidade, pode ser expressa da seguinte forma:

$$\mathcal{D}_2 = \left\{ G(q, \theta) \mid G(q, \theta) = \frac{Q_N \theta}{1 + Q_D \theta} \text{ com } \theta \in U_2 \right\}, \quad (4.42)$$

sendo,

$$U_2 = \left\{ \theta \in R^{4 \times 1} \mid (\theta - \hat{\theta}_2)^T (P_{\theta}^2)^{-1} (\theta - \hat{\theta}_2) < 9,4877 \right\}, \quad (4.43)$$

Nesse caso, a região \mathcal{D}_2 , também contém o sistema real pois

$$(\theta_0 - \hat{\theta}_2)^T (P_{\theta}^2)^{-1} (\theta_0 - \hat{\theta}_2) = 0,2274 < 9,4877,$$

Passo 3: Síntese

Todos os parâmetros (tamanho da população, população inicial, etc.) da etapa de síntese na **Iteração 1** foram mantidos constantes no novo projeto de controle. A única diferença é que, agora, os controladores obtidos são baseados na região \mathcal{D}_2 .

O resultado obtido nesse processo de síntese com o AGRP, foi uma população de 100 controladores PID contendo o seguinte controlador ótimo

$$K_2(q, \rho^*) = K_2^* = \frac{17,6969 - 27,6630q^{-1} + 10,6787q^{-2}}{1 - q^{-1}}. \quad (4.44)$$

Com esse controlador obteve-se $\|\Gamma_J(\mathcal{D}_2, K_2^*, W_{22}, \omega)\|_{\infty} = 0,9942 < 1$. Sendo assim, é possível afirmar que K_2^* estabiliza e encontra o desempenho desejado com todos os modelos em \mathcal{D}_2 , inclusive com G_0 .

Dessa forma, conclui-se que, ao inserir K_2^* na malha de controle com G_0 existe uma pro-

babilidade de 95% de que as especificações 1 e 2 sejam atendidas. A Figura 4.10 mostra que tal implementação foi realizada com sucesso.

Passo 4: Validação da região \mathcal{D}

Do conjunto de controladores robustos estabilizantes, obtidos pelo AGRP, pode-se extrair o subconjunto

$$\mathcal{K}(\mathcal{D}_2) = \{K \mid \|\Gamma_J(\mathcal{D}_2, K, W_{22}, \omega)\|_\infty \leq 1\} \quad (4.45)$$

Verificou-se que, no conjunto acima, $n_{\mathcal{K}(\mathcal{D}_2)} = 3$, indicando que a região \mathcal{D}_2 é válida para projeto de controladores robustos que garantem estabilidade e desempenho para o sistema nominal. A região \mathcal{D}_2 não será considerada orientada para controle robusto, pois o conjunto de controladores robustos associado à mesma é pequeno.

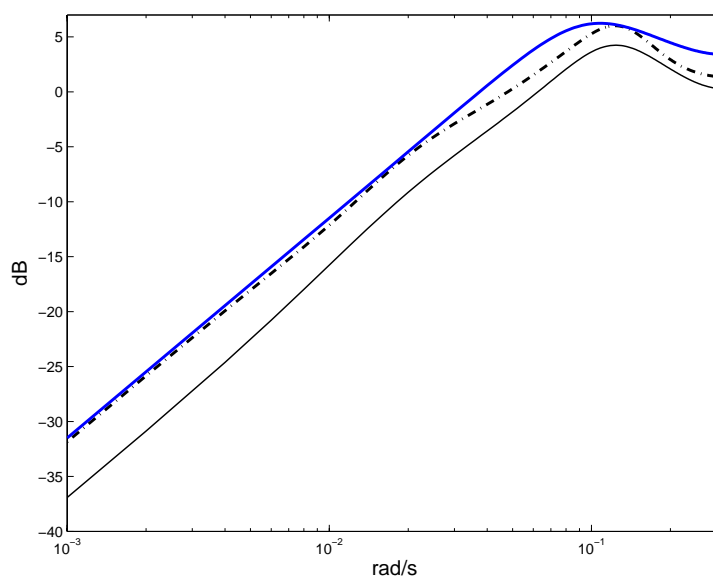


Figura 4.10: Linha contínua espessa: Módulo da função de sensibilidade desejada $|T_{22}^d(e^{j\omega})|$. Linha contínua fina: Módulo da resposta em frequência da função sensibilidade $T_{22} = 1/(1 + G_0 K_2^*)$. Linha traço-ponto: pior caso da função sensibilidade $t_{\mathcal{D}_2}(\omega, T_{22})$. Dados no arquivo: se44dadit2.mat.

4.6 Conclusões

Neste capítulo foi proposto um procedimento iterativo para identificação e controle robusto baseado em regiões de incerteza obtidas por técnicas clássicas de identificação por predição de erro com estruturas não-polarizadas. Tratar o problema proposto como um problema de otimização, conjuntamente com um algoritmo genético, foram determinantes no procedimento em questão, pois permitiu a integração de ferramentas de análise (desenvolvidas em Bombois (2000)), na síntese de controladores com garantias de estabilidade e desempenho para o sistema real, bem como auxiliou a elaboração de um critério iterativo de validação da região de incerteza, \mathcal{D} , para controle robusto. Tal região será considerada válida para controle se o AGRP encontra pelo menos um controlador que garante estabilidade e desempenho para todos os modelos em \mathcal{D} . Caso a região \mathcal{D} não seja considerada satisfatória, formas de se projetar um novo experimento de identificação foram propostas.

Uma propriedade interessante do procedimento proposto é que ele serve de “guia” para o projeto do novo experimento de identificação. Realmente, nas regiões de frequência em que a função $t_{\mathcal{D}}(\omega, T_{ij})$ excede os limites permissíveis, são de fato as regiões na qual a distribuição de incerteza é grande em relação ao objetivo de controle. O novo experimento foi então projetado de forma que o sinal de entrada apresentasse potência elevada em tais regiões.

Um aspecto importante pouco explorado neste capítulo pode ser entendido por meio da seguinte pergunta: “E se, com os novos experimentos, não for possível encontrar uma região \mathcal{D} que atenda os requisitos de desempenho? O que deve ser feito?”. Nesse caso propõe-se três soluções: (i) assumir que o projeto de controle não está sendo bem executado e reprojeter o controlador na tentativa de atender as especificações de desempenho, (ii) “relaxar” as especificações de desempenho, reestimar o modelo e reprojeter o controlador e (iii) interromper o procedimento de identificação e controle.

Em síntese, os resultados apresentados neste capítulo sugerem que, para estimar regiões \mathcal{D} orientadas para controle, deve-se projetar o experimento de identificação (por exemplo: escolher o espectro do sinal de entrada) de acordo com os objetivos de controle.

Capítulo 5

Considerações Finais

Este trabalho apresentou um estudo preliminar na linha de *identificação para controle*. Como foi visto ao longo do texto, estruturas lineares foram utilizadas para representar o sistema real. Nesse contexto, investigou-se a obtenção de regiões de incerteza adequadas para a síntese de controladores robustos.

Na primeira etapa do trabalho abordou-se questões relativas à identificação de sistemas. Inicialmente são discutidas as principais etapas do procedimento de identificação por predição de erro. Em seguida, realiza-se uma breve revisão bibliográfica sobre técnicas de identificação em malha fechada e, no final do Capítulo 2, o conceito de região de incerteza \mathcal{D} é apresentado. Tal região de incerteza tem a forma de um conjunto de funções de transferências parametrizadas por um vetor real pertencente a um elipsóide U . Essa região, cuja estrutura geral é definida na Equação (2.67), tem a propriedade de conter o sistema real com um certo nível de probabilidade, que pode ser fixado pelo projetista. Ao longo do texto, a região \mathcal{D} é estudada e utilizada para projetar controladores robustos.

Pelo fato de ser obtida dos dados, a região \mathcal{D} é extremamente dependente das condições em que são executados os experimentos de identificação. Sendo assim, no Capítulo 3, é apresentado um breve estudo sobre o impacto de variações das condições experimentais (ruído, espectro do sinal de entrada, controlador, entre outros.) na qualidade de tal região, tendo em vista um projeto de controle. Como em geral, não é possível visualizar as elipses no espaço de parâmetros¹, utiliza-se o $\delta_{WC}(G, \mathcal{D})$ para verificar se uma determinada região \mathcal{D} é adequada para controle robusto estabilizante. Os resultados obtidos nos experimentos simulados indicam que concentrando-se a energia do sinal de entrada, em torno das frequências de pólo do sistema, obtem-se regiões

¹Os elipsóides podem ser construídos apenas quando o vetor de parâmetros θ pertence ao espaço $\mathbf{R}^{2 \times 1}$.

\mathcal{D} com um $\delta_{\text{WC}}(G, \mathcal{D})$ pequeno, o que significa regiões mais adequadas para controle robusto estabilizante. Um problema levantado no Capítulo 3, é que informações sobre a possível localização das frequências de pólo não estão disponíveis à priori. Portanto, se o interesse do projetista é projetar sinais de entrada $u(k)$ ou controladores K_{id} “ótimos”, sugere-se utilizar o procedimento em duas etapas, proposto em Jansson (2004). Outro ponto importante levantado nesse capítulo, diz respeito ao comentário feito em Gevers et al. (2003b) de que o $\delta_{\text{WC}}(G, \mathcal{D})$ não é uma medida adequada para quantificar a qualidade da região \mathcal{D} para desempenho robusto. Destaca-se então, a relação existente entre o objetivo desejado e o critério de validação da região \mathcal{D} . Esse Fato é explorado no Capítulo 4.

A principal contribuição deste trabalho é o desenvolvimento de um procedimento iterativo de identificação e controle. Tal procedimento primeiramente, utiliza técnicas identificação PE para estimar uma região \mathcal{D} , em seguida formula-se um problema de otimização restrita levando em conta objetivos de controle robusto. O controlador é obtido resolvendo-se tal problema com o AGRP. A escolha desse algoritmo de otimização por populações foi determinante, pois permitiu a integração de ferramentas de análise (desenvolvidas em Bombois (2000)), na síntese de controladores com garantias de estabilidade e desempenho para o sistema real, bem como auxiliou a última etapa do procedimento proposto, que consistia na elaboração de um critério de validação para \mathcal{D} . Essa região é considerada válida para controle se o AGRP encontra pelo menos um controlador estabilizante com garantia de desempenho para todos os modelos em \mathcal{D} . Caso isso não ocorra classifica-se \mathcal{D} como inválida e formas de se realizar novos experimentos são propostas.

Como variável a ser manipulada em cada novo experimento de identificação, é usado o espectro do sinal de excitação. Sugere-se que tal espectro deve ser gerado de forma apresentar potência significativa em torno das faixas de frequência nas quais o pior caso de desempenho, representado pela função $t_{\mathcal{D}}(\omega, T_{ij})$, excede os limites permitidos. Essa idéia, é aplicada em dois *benchmarks*. No primeiro caso, considera-se o Sistema de Transmissão Flexível usado por Landau et al. (1995). Verifica-se no final da primeira iteração, que as incertezas são significativas em torno de 8 rad/s. Portanto, na segunda iteração, escolhe-se um sinal com espectro de potência elevado nessa faixa de frequências e, com sucesso, obtém-se 100 controladores estabilizantes que atendem com 95% de probabilidade as especificações de desempenho desejado. Sendo assim, a região \mathcal{D} estimada na segunda iteração é classificada como válida para controle robusto. O segundo estudo baseia-se num modelo de Processo Industrial proposto por Jansson (2004). Nessa situação observa-se na primeira iteração, que a função $t_{\mathcal{D}}(\omega, T_{ij})$ excede o desempenho desejado em toda faixa de frequência considerada. Opta-se na segunda iteração, apenas pelo aumento da variância sinal de excitação usado na primeira iteração. Após o re-projeto de controle verifica-se que, três controladores estabilizantes atendem as especificações

de desempenho. Dessa forma, a região \mathcal{D} estimada na segunda iteração também é considerada válida para controle robusto. Os resultados de validação são então utilizados para avaliar a qualidade das regiões de incerteza estimadas. No caso do Sistema de Transmissão Flexível, classifica-se a região \mathcal{D}_2 estimada e validada na segunda iteração, como *orientada para controle robusto* pois, o conjunto de controladores estabilizantes com garantia de desempenho $\mathcal{K}(\mathcal{D}_2)$ associados a \mathcal{D}_2 é grande ($n_{\mathcal{K}(\mathcal{D}_2)} = 100$). Por outro lado, a região \mathcal{D}_2 validada para controle robusto do Modelo de Processo Industrial não é considerada *orientada para controle robusto* pois, na etapa de síntese, obtém-se apenas 3 controladores estabilizantes com garantia de desempenho.

O procedimento proposto no presente trabalho estabelece relações entre a qualidade da região \mathcal{D} e os objetivos de controle robusto. Basicamente manipula-se o espectro (Sistema de Transmissão Flexível) ou a energia (Modelo de Processo Industrial) do sinal de excitação no intuito de ajustar a distribuição do erro, cometido na etapa de identificação (representado por \mathcal{D}), às especificações de desempenho robusto. Naturalmente a abordagem aqui apresentada se restringe a sistemas LTI, SISO no domínio da frequência. Extensões para outros tipos de sistemas, como por exemplo sistemas MIMO no domínio do tempo, pode ser possível mas não parece trivial.

5.1 Sugestões para Trabalhos Futuros

Como propostas de trabalhos futuros destacam-se

1. testar o procedimento proposto em sistemas físicos reais;
2. combinar o procedimento proposto com uma técnica denominada *Iterative Feedback Tuning* (IFT), com o objetivo de projetar controladores para processos complexos.
3. estudar o projeto ótimo de experimentos de identificação para controle robusto;
4. utilizar os conceitos de LFT e fatoração comprida para parametrizar o conjunto de controladores estabilizantes que garantem certo nível de desempenho para todos os modelos pertencentes à \mathcal{D} . Considerar tal parametrização para elaborar um problema de otimização envolvendo LMIs, independente o “gride” de frequências, com o intuito de calcular o pior caso de estabilidade e desempenho em malha fechada, com todos os modelos pertencentes à região \mathcal{D} ;
5. estender as idéias, de validação para controle, aqui apresentadas a representações NARMAX polinomiais e sistemas MIMO;

Bibliografia

- Abonyi, J., Nagy, L., e Szeifert, F. (2000). Hybrid fuzzy convolution modelling and identification of chemical process systems. *International Journal of Systems Science*, 31:457–466.
- Aguirre, L. (2004). *Introdução à identificação de Sistemas: técnicas lineares e não-lineares aplicadas a sistemas reais*. Belo Horizonte, Minas Gerais, 2 edition.
- Aguirre, L., Corrêa, M., e Cassini, C. (2002). Nonlinearities in narx polynomial models: representation and estimation. *IEE Proceedings- Part D: Control Theory and Applications*, 149(4):343–348.
- Aguirre, L. A. (1995). Controllability and observability of linear systems: Some noninvariant aspects. *IEEE Transactions on Education*, 38(1):33–39.
- Amaral, G. F. V. (2001). Uso de redes neurais e conhecimento a priori na identificação de sistemas dinâmicos não-lineares. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, Brasil.
- Aström, K. e Nilsson, J. (1994). Analysis of a scheme for iterated identification and control. *In Proc. IFAC Symposium on Identification*, pages 171–176.
- Aström, K. L. e Witternmark, B. (1994). *Computer-controlled systems - theory and design*. Prentice Hall International, New York, USA.
- Bai, E. (1992). Adaptive quantification of model uncertainties by rational approximation. *IEEE Transactions Automatic Control*, 36:441–453.
- Bai, E. (1998). An optimal two-stage identification algorithm used for Hammerstein system identification. *Automatica*, 34(3):333–338.
- Barenthin, M. e Hjalmarsson, H. (2005). Input design and H_∞ state feedback with ellipsoidal parametric uncertainty. *In Proc. 44th IEEE Conference Decision and Control*.

- Bhat, N., Minderman, P., Mcavoy, T., e Wang, N. (1990). Modelling chemical process systems via neural computation. *IEEE Control System Magazine*, pages 24–30.
- Billings, S. A. e Chen, S. (1989). Representation of non-linear systems: the NARMAX model. *International Journal of Control*, 49(3):1013–1032.
- Billings, S. A., Jamaluddin, H. B., e Chen, S. (1992). Properties of neural networks with applications to modelling non-linear dynamical systems. *International Journal of Control*, 55:193–224.
- Billings, S. A. e Voon, W. S. F. (1984). Least squares parameter estimation algorithms for non-linear systems. *International Journal of Systems Science*, 15(6):601–615.
- Bombois, X. (2000). *Connecting prediction error identification and robust control analysis: A new framework*. Tese de Doutorado, CESAME, Université Catholique de Louvain, Belgique.
- Bombois, X., Gevers, M., e Scorletti, G. (2000). A measure of robust stability for an identified set of parameterized transfer functions. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 45(11):2141–2145.
- Bombois, X., Gevers, M., Scorletti, G., e Anderson, B. D. O. (2001). Robustness analysis tools for an uncertainty set obtained by prediction error identification. *Automatica*, 37:1629–1636.
- Bombois, X., Scorletti, G., Gevers, M., Hildebrand, R., e Van den Hof, P. (2004a). Cheapest open-loop identification for control. In *CD-ROM Proc. 43th Conference on Decision and Control*.
- Bombois, X., Scorletti, G., Gevers, M., Hildebrand, R., e Van den Hof, P. (2004b). Least costly identification experiment for control. a solution based on a high-order model approximation. In *CD-ROM Proc. American Control Conference*.
- Braga, A. P., Carvalho, A. P. L. F., e Ludemir, T. B. (2000). *Redes neurais artificiais: teoria e aplicações*. LTC.
- Chen, J. C., Nett, N., e Fan, M. K. H. (1992). Worst case system identification in H_∞ : validation of a priori information, essentially optimal algorithms, and error bounds. In *Proc. American Control Conference, Chicago.*, pages 251–257.
- Chen, S., Billings, S. A., e Luo, W. (1989). Orthogonal least squares methods and their applications to non-linear system identification. *International Journal of Control*, 50(5):1873–1896.

- Codrons, B. (2000). *Experiment design issues in modeling for controle*. Tese de Doutorado, Université Catholique de Louvain, Belgique.
- Coelho, M. C. S. (2002). Modelos de Hammertein e de Wiener: conexões com modelos NARX e sua aplicação em identificação de sistemas não-lineares. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, Brasil.
- Corrêa, M. V. (2001). *Identificação caixa-cinza de sistemas não-lineares utilizando representações NARMAX racionais e polinomiais*. Tese de Doutorado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, Brasil. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica.
- de Callafon, R. A. e Van Den Hof, P. (1997). Suboptimal feedback control by a scheme of iterative identification and control design. *Mathematical Modelling of Systems*, 3(1):77–101.
- De Gooijer, J. G., Abraham, B., Gould, A., e Robinson, L. (1985). Methods for determining the order of an autoregressive-moving average process: a survey. *International Statistical Review*, 53(3):301–329.
- de Vries, D. e Van den Hof, P. (1995). Quantification of uncertainty in transfer function estimation: a mixed probabilistic - worst-case approach. *Automatica*, 31:543–558.
- Doherty, S. K. (1999). *Control of pH in chemical processes using artificial neural networks*. Tese de Doutorado, Liverpool John Moores University., Liverpool, England.
- Douma, S., Van den Hof, P., e Bosgra, O. (2003). Controller tuning freedom under plant identification uncertainty: double youla beats in robust stability. *Automatica*, 39:325–333.
- Doyle, J. (1982). Analysis of feedback systems with structured uncertainties. *IEEE Proc. 129-D*, 6:242–250.
- Fair, R. C. (1986). Evaluating the predictive accuracy of models. In Griliches, Z. e Intriligator, M. D., editors, *Handbook of econometrics*, volume III, chapter 33, pages 1980–1995. Elsevier Science, Amsterdam.
- Fan, M. K. H., Tits, A. L., e Doyle, J. C. (1991). Robustness in the presence of mixed parametric uncertainty and unmodeled dynamics. *IEEE Transactions Automatic Control*, 36(1):25–38.
- Fonseca, C. M., Mendes, E. M. A. M., Fleming, P. J., e Billings, S. A. (1993). Nonlinear model term selection with genetic algorithms. In *IEE/IEEE Workshop on Natural Algorithms in Signal Processing*, pages 27/1–27/8, Chelmsford, Essex.

- Forssell, U. e Ljung, L. (1999). Closed-loop identification revisited. *Automatica*, (35):1215–1241.
- Forssell, U. e Ljung, L. (2000). Some results on optimal experiment design. *Automatica*, 36:749–756.
- Fruzzetti, K., Palazolua, A., e McDonalda, K. (1996). Nonlinear model predictive control using Hammerstein models. *Journal of Process Control*, 7(1):31–41.
- Gevers, M. (1991). Connecting identification and robust control: A new challenge. In *Proc. IFAC/IFORS Symposium on Identification and System Parameter Estimation*, pages 1–10.
- Gevers, M. (1993). Towards a joint design of identification and control? In *H. L. Trentelman and J.C Willems, editors, Essays on Control*, pages 111–151.
- Gevers, M. (2004). Identification for control: achievements and open problems. *Congresso Brasileiro de Automatica, Gramado, RS*.
- Gevers, M., Anderson, B. D. O., e Codrons, B. (1998). Issues in modeling for control. *Proceedings of the American Control Conference*, pages 1615–1619.
- Gevers, M., Bombois, X., Codrons, B., Scorletti, G., e Anderson, B. D. O. (2003a). Model validation for control and controller validation in a prediction error identification framework - part I: theory. *Automatica*, 39:403–415.
- Gevers, M., Bombois, X., Codrons, B., Scorletti, G., e Anderson, B. D. O. (2003b). Model validation for control and controller validation in a prediction error identification framework - part 2: illustrations. *Automatica*, 39:417–427.
- Gevers, M. e Ljung, L. (1986). Optimal experiment designs with respect to the intended model application. *Automatica*, 22:543–554.
- Goodwin, G. C., Gevers, M., e Ninness, B. (1992). Quantifying the error in estimated transfer functions with application to model order selection. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 37:913–928.
- Goodwin, R. e Payne, R. (1977). *Dynamic system identification: Experiment design and data analysis*. Academic Press.
- Hagenblad, A. (1999). *Aspects of the identification of Wiener models*. Tese de Doutorado, Linköping University, Sweden.

- Hansen, F. R. (1989). *A fractional representation to closed-loop system identification and experiment design*. Tese de Doutorado, CA, Stanford University, USA.
- Haykin, S. (2001). *Redes Neurais: princípios e prática*. Bookman, Porto Alegre, 2ª edition.
- Helmicki, A. J., Jacobson, C. A., e Nett, C. N. (1991). Control oriented system identification: A worst-case/deterministic approach in H_∞ . *IEEE Transactions on Automatic Control*, AC - 36:1163–1176.
- Hildebrand, R. e Gevers, M. (2003). Identification for control: Optimal input design with respect to a worst-case ν -gap cost function. *Proceedings of the 42nd IEEE Conference on Decision and Control*, 1:996–1001.
- Hjalmarsson, H. (1994). *Aspects on incomplete modeling in system identification*. Tese de Doutorado, Department of Electrical Engineering, Linköping University, Sweden.
- Hjalmarsson, H., Gevers, M., e De Bruyne, F. (1996). For model-based control design, closed-loop identification gives better performance. *Automatica*, 32:1659–1673.
- Hong, T., Morris, A. J., Karim, M. N., e Luo, W. (1996). Nonlinear control of a wastewater pH neutralisation process using adaptive NARX models. *IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics.*, 2:911–916.
- Jansson, H. (2004). *Experiment design with applications in identification for control*. Tese de Doutorado, Royal Institute of Technology (KTH), Sweden.
- Jansson, H. e Hjalmarsson, H. (2004a). Convex computation of worst-case criteria with applications in identification and control. *In 43rd IEEE Conference on Decision and Control*, pages 3132–3137.
- Jansson, H. e Hjalmarsson, H. (2004b). A general framework for mixed H_∞ and H_2 input design. *submitted for publications to IEEE Transactions Automatic Control*.
- Jansson, H. e Hjalmarsson, H. (2004c). Mixed H_∞ and H_2 input design for identification. *In CD-ROM Proc. 43 rd IEEE Conference on Decision and Control*, pages 388–393.
- Jansson, H. e Hjalmarsson, H. (2005). Optimal experiment design in closed loop. *in Proc. 16th IFAC World Congress, Prague, Czech Republic*.
- Kadtke, J. B., Brush, J., e Holzfuss, J. (1993). Global dynamical equations and Lyapunov exponents from noisy chaotic time series. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 3(3):607–616.

- Korenberg, M., Billings, S. A., Liu, Y. P., e McIlroy, P. J. (1988). Orthogonal parameter estimation algorithm for non-linear stochastic systems. *International Journal of Control*, 48(1):193–210.
- Landau, I. (2001). Identification in closed loop: a powerful design tool (better design models, simpler controllers). *Control Engineering Practice*, 9:51–65.
- Landau, I. D., Rey, D., Karimi, A., Voda, A., e Franco, A. (1995). A flexible transmission system as a benchmark for robust digital control. *European Journal of Control*, 1(2):97–103.
- Lee, W. S., Anderson, B. D. O., Kosut, R. L., e Mareels, I. M. Y. (1993). A new approach to adaptive robust control. *Int. Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 7:183–211.
- Leontaritis, I. J. e Billings, S. A. (1985a). Input-output parametric models for nonlinear systems - Part I: deterministic non-linear systems. *International Journal of Control*, 41(2):303–328.
- Leontaritis, I. J. e Billings, S. A. (1985b). Input-output parametric models for nonlinear systems - Part II: stochastic nonlinear systems. *International Journal of Control*, 41(2):329–344.
- Leontarits, I. J. e Billings, S. A. (1987). Experimental design and identifiability for nonlinear systems. *International Journal of Systems Science*, 18(1):189–202.
- Linard, N., Anderson, B. D. O., e De Bruyne, F. (1999). Identification of a nonlinear plant under nonlinear feedback using left coprime fractional based representations. *Automatica*, 35:655–667.
- Lindqvist, K. e Hjalmarsson, H. (2001). Identification for control: Adaptive input design using convex optimization. In: *IEEE Conference on Decision and Control, Orlando, Florida, USA*.
- Ljung, L. (1995). *System Identification Toolbox - User's Guide*. The MathWorks, Inc. Cochituate Place, Natick, Massachusetts, USA.
- Ljung, L. (1999). *System Identification: Theory for the User*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 2 edition.
- Ljung, L. (2000). Model error modeling and control design. In CD-ROM Proc. IFAC Symposium on system identification, Santa Barbara, California.
- Luo, W., Morris, A. J., Karim, M. N., Martin, E. B., e Hong, T. (1996). On-line identification of a pH waste water neutralisation process using time-varying nonlinear ARX models. *IEEE Proc. Conference on Decision and Control*, pages 107–112.

- Mäkilä, P., Partington, J., e Gustafson, T. (1995). Worst-case control-relevant identification. *Automatica*, 21(12):1799–1819.
- Mehra, R. (1974). Optimal input signals for parameter estimation in dynamic systems - survey and new results. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 19(6):753–768.
- Mendes, E. M. A. M. e Billings, S. A. (2001). An alternative solution to the model structure selection problem. *IEEE Transaction on Systems, Man, and Cybernetics - Part A: Systems and Humans*, 31(6):597–608.
- Milanese, M. (1995). Properties of least squares estimates in set membership identification. *Automatica*, 31:327–332.
- Mrabet, M., Fnaiech, F., Chaari, A., e Al-Haddad, K. (2002). Nonlinear predictive control based on models with structure identification. *IEEE Transactions on Automatic Control*, pages 1757–1762.
- Nepomuceno, E. G. (2002). Identificação multiobjetivo de sistemas não-lineares. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, Brasil.
- Ninness, B. e Goodwin, G. M. (1995). Estimation of model quality. *Automatica*, 31:1771–1797.
- Ninness, B. e Hjalmarsson, H. (2004). Variance error quantifications that are exact for finite model order. *IEEE Transactions Automatic Control*, 49(8):1275–1291.
- Norquay, S. J., Palazoglu, A., e Romagnoli, J. (1999a). Application of Wiener model predictive control (WMPC) to an industrial c2-splitter. *Journal of Process Control*, 9:461–473.
- Norquay, S. J., Palazoglu, A., e Romagnoli, J. (1999b). Application of Wiener model predictive control (WMPC) to a pH neutralization experiment. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 7:437–445.
- Ogata, K. (2003). *Engenharia de Controle Moderno*. Prentice Hall, São Paulo, 4 edition.
- Palhares, R. M. (2004). *Fundamentos da Teoria de Controle Robusto*. Notas de Aula. Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, Brasil.
- Pearson, R. e Pottmann, M. (2000). Gray-box identification of block oriented nonlinear models. *Journal of Process Control*, 10(4):301–315.
- Peebles, P. Z. (1993). *Probability, random variables, and random signal process*. International Editions, McGraw-Hill.

- Proll, T. e Karim, M. N. (1994). Model-predictive pH control using real-time NARX approach. *AIChE Journal*, 40(2):269–282.
- Rantzer, A. (1992). Convex robustness specifications for real parametric uncertainty in linear systems. In *Proc. American Control Conference*, pages 583–585.
- Schrama, R. J. P. (1992). *Approximate Identification and Control Design*. Tese de Doutorado, Center for Systems and Control, Delft University of Technology, Netherlands.
- Schrama, R. J. P. e Bosgra, O. (1993). Adaptive performance enhancement by iterative identification and control design. *Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 7:475–487.
- Skelton, R. (1989). Model error concepts in control design. *International Journal of Control*, 49(5):1725–1753.
- Söderström, T., Ljung, L., e Gustavson, I. (1991). An indirect prediction error method for system identification. *Automatica*, 27:183–188.
- Söderström, T. e Stoica, P. (1989). *System Identification*. Prentice Hall International, London.
- Takahashi, R., Vasconcelos, J., Ramirez, J., e Kranhenbuhl, L. (2003). A multiobjective methodology for evaluating genetic operators. *IEEE Transactions on Magnetics*, 39:1321–1324.
- Takahashi, R. H. (2004). Otimização escalar e vetorial. Notas de Aula. Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, Brasil.
- Van den Hof, P., Callafon, R., e Van Donkelaar, E. (1996). CLOSID- A closed-loop system identification toolbox for Matlab. Technical report, Delft University.
- Van den Hof, P. M. J. e Schrama, R. J. P. (1993). An indirect method for transfer function estimation from closed loop data. *Automatica*, 29:1523–1527.
- Van den Hof, P. M. J. e Schrama, R. J. P. (1995). Identification for control - closed loop issues. *Automatica*, 31:1751–1770.
- Van den Hof, P. M. J., Schrama, R. J. P., Callafon, R. A., e Bosgra, O. H. (1995). Identification of normalized coprime factors from closed-loop experimental data. *European Journal of Control*, 1:62–74.
- Vidyasagar, M. (1985). Control system synthesis: A factorization approach. Technical report, MIT Press, Cambridge, Mass.

- Vinnicombe, G. (1993). Frequency domain uncertainty and the graph topology. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 38:1371–1383.
- Wiener, N. (1958). *Nonlinear problems in random theory*. In Wiley, J. and Sons, editors, New York, NY.
- Wigren, T. (1993). Recursive prediction error identification using nonlinear Wiener model. *Automatica*, 29(4):1011–1025.
- Zames, G. (1981). Feedback and optimal sensitivity: Model reference transformations, multiplicative seminorms, and approximate inverses. *IEEE Transactions Automatic Control*, 26(2):301–320.
- Zang, Z., R.R., B., e M., G. (1995). Iterative wieghted least-squares identification and weighted lqg control design. *Automatica*, 31(11):1577–1594.
- Zarrop, M. (1979). Optimal experiment design for dynamic system identification. *Lecture Notes in Control and Information Sciences*, 21.
- Zhou, K. e Doyle, J. (1998). *Essentials of Robust Control*. Prentice Hall, Inc. Upper Saddle River, New Jersey.