

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
Escola de Engenharia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção

Sofia Aguiar Rocha

**ESTRATÉGIAS RELAX-AND-FIX PARA O SEQUENCIAMENTO DA
PRODUÇÃO DE BOBINAS DE AÇO**

Belo Horizonte
2025

Sofia Aguiar Rocha

**ESTRATÉGIAS RELAX-AND-FIX PARA O SEQUENCIAMENTO DA
PRODUÇÃO DE BOBINAS DE AÇO**

Versão Final

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção.

Orientador: Maurício Cardoso de Souza

Belo Horizonte
2025

R672e

Rocha, Sofia Aguiar.

Estratégias Relax-and-Fix para o sequenciamento da produção de bobinas de aço [recurso eletrônico] / Sofia Aguiar Rocha. - 2025.
1 recurso online (87 f. : il., color.) : pdf.

Orientador: Maurício Cardoso de Souza.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Minas Gerais, Escola de Engenharia.

Inclui bibliografia.

1. Engenharia de produção - Teses. 2. Otimização - Teses.
3. Siderurgia - Teses. 4. Planejamento da produção - Teses. I. Souza, Maurício Cardoso de. II. Universidade Federal de Minas Gerais. Escola de Engenharia. III. Título.

CDU: 658.5(043)



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

Escola de Engenharia

Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção

FOLHA DE APROVAÇÃO

Estratégias Relax-and-Fix para o Sequenciamento da Produção de Bobinas de Aço

SOFIA AGUIAR ROCHA

Dissertação submetida à Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em ENGENHARIA DE PRODUÇÃO, como requisito para obtenção do grau de Mestre em ENGENHARIA DE PRODUÇÃO, área de concentração PESQUISA OPERACIONAL E INTERVENÇÃO EM SISTEMAS SOCIOTÉCNICOS, linha de pesquisa Mod. e Algorit. de Otimiz. para Sistemas em Redes e de Prod..

Aprovada em 26 de novembro de 2025, pela banca constituída pelos membros:

Prof(a). Mauricio Cardoso de Souza - Orientador

UFMG

Prof(a). Ricardo Saraiva de Camargo

UFMG

Prof(a). Livia Martins da Costa Furtado Pimentel

PSI Metals

Belo Horizonte, 26 de novembro de 2025.



Documento assinado eletronicamente por **Mauricio Cardoso de Souza, Professor do Magistério Superior**, em 22/12/2025, às 17:52, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Livia Martins da Costa Furtado Pimentel, Usuária Externa**, em 22/12/2025, às 20:00, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Ricardo Saraiva de Camargo, Professor do Magistério Superior**, em 22/12/2025, às 21:23, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufmg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **4829341** e o código CRC **9995629E**.

Referência: Processo nº 23072.275994/2025-34

SEI nº 4829341

Agradecimentos

Agradeço à Universidade Federal de Minas Gerais pelo privilégio de ter acesso a uma educação pública de qualidade e a uma formação exemplar.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Maurício Cardoso de Souza, por me acolher no departamento, despertar meu interesse pelo campo da otimização e pelas valiosas discussões sobre modelagem matemática.

À Prof.^a Dr.^a Livia Martins da Costa Furtado Pimentel, que, ainda antes de integrar esta banca, me apresentou, durante a graduação, ao universo da pesquisa operacional, despertando em mim o interesse por uma área repleta de aprendizados e possibilidades de crescimento.

Aos meus pais, Andréia e Edson, pelo incentivo constante, pelo exemplo de dedicação e por me ensinarem a seguir em frente com alegria e determinação. À minha irmã Raquel, pelo apoio e por me inspirar a também trilhar o caminho da formação acadêmica.

Ao Nathan, por me incentivar a ser persistente e pelas longas conversas sobre otimização, que sempre ampliaram meu olhar e curiosidade sobre o tema.

A Deus, pelo cuidado constante e pela misericórdia em cada etapa desta trajetória.

Resumo

O sequenciamento e o planejamento da produção na indústria siderúrgica representam um desafio de alta complexidade, envolvendo decisões que devem respeitar múltiplas restrições operacionais e estratégicas. Essas restrições geram inevitáveis *trade-offs*, os quais precisam ser cuidadosamente equilibrados para assegurar a eficiência do processo produtivo. Este estudo propõe a modelagem e a resolução do problema de sequenciamento da produção por meio de uma abordagem determinística baseada em Programação Inteira Mista (MIP), com o objetivo de minimizar os custos associados a atrasos, antecipações e estoques intermediários na fabricação de bobinas. A formulação considera um ambiente produtivo com múltiplos estágios, relações de precedência entre as operações e máquinas alternativas. O trabalho explora técnicas heurísticas com uso do MIP — como *Relax-and-Fix*, variações com sobreposição e estratégias de quebra de instâncias — com o intuito de reduzir o tempo de execução e viabilizar a aplicação do MIP em instâncias de maior porte. Os resultados obtidos evidenciam que, mesmo em ambientes industriais complexos, como o da siderurgia, é possível aplicar modelos inteiros de forma eficaz, especialmente quando combinados com abordagens heurísticas que promovem ganhos computacionais significativos.

Palavras-chave: Programação Inteira Mista (MIP); *Relax-and-Fix*; sequenciamento de produção; siderurgia, multiestágios; otimização; planejamento da produção; custos operacionais.

Abstract

The production scheduling problem in the steel industry is a complex challenge requiring decision-making under various operational and strategic constraints. These constraints often involve significant trade-offs that must be balanced to ensure both the efficiency and feasibility of the production process. This study proposes a deterministic approach to modeling and solving the production sequencing problem using Mixed-Integer Programming (MIP). The primary objective is to minimize costs related to order delays, early completions, and intermediate inventory during coil production, within a multi-stage production environment that incorporates precedence relationships between tasks. This work explores heuristic techniques based on MIP — such as Relax-and-Fix and strategies for partitioning large instances — aiming to reduce computational time and enable the application of MIP to larger-scale problems. The results demonstrate that, even in complex industrial environments such as the steel industry, it is possible to effectively apply integer programming models, particularly when combined with heuristic approaches that provide significant computational improvements.

Keywords: Mixed Integer Programming (MIP); *Relax-and-Fix*; production scheduling; steel industry; multistage processes; optimization; production planning; operational costs.

Lista de Figuras

3.1	Rota industrial de cada família de produto	30
4.1	Redução que Relax-and-Fix posiciona sobre a solução do software comercial	68

Lista de Tabelas

1	Exemplo de caracterização de famílias por suas rotas industriais	14
1	Resumo da Revisão Bibliográfica sobre Técnicas de Otimização em Processos de Produção de Aço.	28
1	Conjunto O: ordens ordenadas por data de entrega	37
2	Particionamento das ordens em blocos Q_i	37
3	Domínio das variáveis y_{jk}^l por iteração para subconjuntos $Q_1 = \{1, 2, 3\}$, $Q_2 = \{4, 5, 6\}$, $Q_3 = \{7, 8, 9, 10\}$	39
4	Quantidade de restrições na heurística <i>Relax-and-Fix</i>	42
5	Domínio das variáveis y_{jk}^l por iteração para os subconjuntos $Q_1 = \{1, 2, 3\}$, $Q_2 = \{4, 5, 6\}$ e $Q_3 = \{7, 8, 9, 10\}$	44
6	Comparação do número de restrições entre as heurísticas A e B	45
1	Rotas industriais atribuídas por família	48
2	Matriz de tempos de <i>setup</i> entre famílias de produtos (em unidades de tempo)	48
3	Distribuição de Pedidos por Família — Quantidade de pedidos e toneladas por data de entrega	52
4	Comparativo das estratégias com e sem <i>setup</i> — Instância Case_30jobs_A	53
5	Distribuição de Pedidos por Família — Quantidade de pedidos e toneladas por data de entrega	54
6	Comparativo das estratégias com e sem <i>setup</i> — Instância Case_30jobs_B	55
7	Distribuição de Pedidos por Família — Quantidade de pedidos e toneladas por data de entrega	56
8	Comparativo das estratégias com e sem <i>setup</i> — Instância Case_60jobs_A	57
9	Distribuição de Pedidos por Família — Quantidade de pedidos e toneladas por data de entrega	58
10	Comparativo das estratégias com e sem <i>setup</i> — Instância Case_60jobs_B	59
11	Distribuição de Pedidos por Família — Quantidade de pedidos e toneladas por data de entrega	60
12	Comparativo das estratégias com e sem <i>setup</i> — Instância Case_90jobs_A	60
13	Distribuição de Pedidos por Família — Quantidade de pedidos e toneladas por data de entrega	61
14	Comparativo das estratégias com e sem <i>setup</i> — Instância Case_90jobs_B	62

15	Resumo da Distribuição de Pedidos por Família — Quantidade total e toneladas por intervalo de datas	63
16	Comparativo das estratégias com e sem setup — Instância Case_real_200jobs .	64
17	Resumo da Distribuição de Pedidos por Família — Quantidade total e toneladas por intervalo de datas	65
18	Comparativo das estratégias com e sem setup — Instância Case_real_250jobs .	65
19	Resumo da Distribuição de Pedidos por Família — Quantidade total e toneladas por intervalo de datas	66
20	Comparativo das estratégias com e sem setup — Instância Case_real_300jobs .	67
1	Dados Categoria 1 - Cenário 2A (Parte 1)	76
2	Dados Categoria 1 - Cenário 2A (Parte 2)	77
3	Dados Categoria 1 - Cenário 2B (Parte 1)	78
4	Dados Categoria 1 - Cenário 2B (Parte 2)	79
5	Dados Categoria 1 - Cenário 3A	80
6	Dados Categoria 1 - Cenário 3A (Parte 2)	81
7	Dados Categoria 1 - Cenário 3A (Parte 3)	82
8	Dados Categoria 1 - Cenário 3B	83
9	Dados Categoria 1 - Cenário 3B (Parte 2)	84
10	Dados Categoria 1 - Cenário 3B (Parte 3)	85
11	Instâncias Reais - Cenário 1 - 200 ordens de produção	86
12	Instâncias Reais - Cenário 2- 250 ordens de produção - Quantidade de pedidos e toneladas por data de entrega	87
13	Instâncias Reais - Cenário 3- 300 ordens de produção - Quantidade de pedidos e toneladas por data de entrega	88

Sumário

1		13
	Introdução	13
	Objetivos	15
	Estrutura do Trabalho	16
2		17
	Revisão Bibliográfica	17
	Tipos de Problemas de Sequenciamento da Produção	17
	Modelos Matemáticos - Abordagem de Programação Inteira Mista (MIP) para Modelagens de Sequenciamento	19
	Modelagem <i>job shop</i> sem máquinas paralelas	19
	Modelagem <i>job shop</i> com máquinas paralelas	22
	Sequenciamento da Produção na Siderurgia	24
3		29
	Objeto de Estudo	29
	Modelagem do problema	31
	Estratégia de Relax-and-Fix por Jobs	37
	Estratégia de Relax-and-Fix para Estágios de Produção	39
	Estratégia de Relax-and-Fix por Quebra em sub-instâncias	42
4		46
	Experimentos Computacionais	46
	Considerações e Traduções de Premissas para o Modelo MIP	47
	Metodologia dos Experimentos	49
	Categoria 1 — Instâncias Pseudoaleatórias	50
	Cenário 1 A - 30 ordens de produção	52
	Cenário 1B - 30 ordens de produção	54
	Cenário 2A - 60 ordens de produção	56
	Cenário 2B - 60 ordens de produção	58
	Cenário 3A- 90 ordens de produção	60
	Cenário 3B- 90 ordens de produção	61
	Categoria 2 — Instâncias Reais	62
	Cenário 1 - 200 ordens de produção	63

	Cenário 2 - 250 ordens de produção	65
	Cenário 3 - 300 ordens de produção	66
	Avaliação dos Resultados Experimentais	68
5		69
	Conclusão	69
	Limitações do Modelo MIP em Instâncias de Maior Porte	69
	Outros Tipos de Abordagem para o Problema	69
	Síntese e Considerações Finais	71
Referências		72
	Apêndice	76

Capítulo 1

Introdução

O sequenciamento da produção, conforme descrito por [Fuchigami and Rangel \(2018\)](#), é uma das atividades operacionais mais relevantes para a indústria, dado seu impacto direto na competitividade nos mercados. Esse processo visa otimizar decisões relacionadas ao uso eficiente de recursos, ao cumprimento de prazos de entrega e à redução dos custos de produção.

No entanto, o sequenciamento da produção é um problema complexo. Uma sequência considerada ideal do ponto de vista da qualidade e da produção pode não ser compatível com a visão estratégica ou de vendas da empresa. Os objetivos dessas áreas nem sempre são congruentes. Definir a sequência de produção de diferentes produtos requer uma análise holística das diversas variáveis que influenciam o processo produtivo, muitas das quais estão diretamente relacionadas aos custos de produção.

Esse impacto do sequenciamento reflete diretamente nos custos operacionais, sendo um fator determinante para a eficiência e competitividade das empresas. Um sequenciamento eficaz possibilita a otimização dos recursos, a minimização dos custos associados a atrasos e antecipações de pedidos, e a redução dos custos de *setup*. No contexto da siderurgia, onde o processo produtivo é particularmente complexo, um sequenciamento otimizado pode gerar ganhos operacionais substanciais, melhorando a utilização dos recursos e contribuindo para a redução de custos e aumento da produtividade.

Focando na aplicabilidade para a indústria siderúrgica, como mencionado por [Harcunski and Grossmann \(2007\)](#), o sequenciamento da produção do aço é reconhecido como um dos problemas mais difíceis, envolvendo várias etapas, cada uma com muitas restrições críticas de produção.

O processo siderúrgico que servirá como base para este estudo é a produção de bobinas de aço. De maneira geral, esse processo é dividido em duas grandes fases: a primeira, denominada *upstream*, abrange as etapas de extração e processamento das matérias-primas para a obtenção do aço líquido. A segunda fase, *downstream*, envolve todos os processos que ocorrem após a produção do aço líquido.

Voltando a atenção ao processo que vai desde a solidificação do aço até a formação

da bobina, podemos dividi-lo em quatro grandes etapas, começando na aciaria. Na primeira etapa, o lingotamento contínuo, o ferro gusa é transformado de acordo com a composição química solicitada pelo cliente, resultando em um produto sólido e plano de espessura reduzida. Em seguida, o produto passa pelo processo de laminação a quente, que consiste em um tratamento mecânico e térmico do aço, com o objetivo de reduzir sua espessura. Após essa etapa, determinados materiais podem passar ou não pelo processo de laminação a frio, cujo intuito é conformar o material à temperatura ambiente, reduzindo ainda mais sua espessura e gerando uma superfície menos maleável e com acabamento superior ao da laminação a quente. Por fim, o processo de galvanização aplica uma camada de revestimento de zinco, prevenindo a corrosão e aumentando a resistência do material.

As siderúrgicas normalmente recebem ordens de produção de bobinas que são detalhadas com as seguintes informações: nome do cliente, data de entrega da ordem (*due date*), volume e quantidade de bobinas, composição química da bobina (também chamada de grau do aço), e normas especiais relacionadas às práticas e rotas produtivas (como, por exemplo, se o material precisa ser laminado a frio ou galvanizado). Geralmente, essas duas características mencionadas — grau do aço e normas — são agrupadas sob a categoria ”família de produto”.

A tabela apresenta um exemplo genérico de caracterização das famílias de produto, destacando as rotas industriais atribuídas a cada uma delas. Cada família (A, B, C) percorre um conjunto específico de estágios produtivos, conforme indicado pela cor verde, que marca os estágios envolvidos na produção de cada família. Por exemplo, a família A segue apenas o processo de Lingotamento Contínuo e Laminação a Quente, enquanto a família C percorre todos os estágios: Lingotamento Contínuo, Laminação a Quente, Laminação a Frio e Galvanização.

Família—Rota	Lingotamento Contínuo	Laminação a Quente	Laminação a Frio	Galvanização
A				
B				
C				

Tabela 1: Exemplo de caracterização de famílias por suas rotas industriais

O sequenciamento na siderurgia, assim como em outros setores industriais, envolve diferentes níveis de complexidade e objetivos. Existe um conceito genérico de produção, que oferece uma visão macro do início ao fim do sequenciamento de cada *job* ao longo dos estágios produtivos, com o objetivo de otimizar a sequência de mais alto nível e minimizar os efeitos de atrasos e antecipações de ordens. Por outro lado, existe o sequenciamento mais operacional e detalhado, que se concentra em um estágio específico do processo produtivo e trata das decisões sobre quais ordens iniciar e qual sequência adotar, levando em conta diversas regras e restrições operacionais, como necessidades de *setups*, dispo-

nibilidade de equipamentos e exceções relacionadas às composições químicas. Esse tipo de trabalho orienta melhor o sequenciamento de curto prazo, como uma janela diária, refletindo a realidade da operação industrial no momento.

O intuito deste trabalho é de estabelecer a sequência de *jobs* (atribuídos a cada ordem de produção) a serem executados em cada estágio do processo produtivo, levando em consideração as características de sua respectiva família de produto. Esse exercício visa identificar uma estrutura geral de sequência, que possa ser adaptada e ajustada a diferentes cenários dentro do contexto industrial.

A modelagem do sequenciamento da produção de aço será proposta abrangendo todo o processo, desde a etapa inicial de lingotamento contínuo até o acabamento do produto final, utilizando a Programação Linear Inteira Mista (MIP). Esse modelo tem como foco a busca por uma solução que seja capaz de otimizar a alocação de recursos e a sequência das operações, levando em conta as variáveis e restrições do processo produtivo.

O objetivo central deste trabalho é desenvolver uma sequência de produção otimizada, capaz de minimizar dois dos custos mais críticos e relevantes no processo produtivo: o custo associado ao atraso na entrega dos produtos e o custo da antecipação dos pedidos. A redução desses custos pode gerar ganhos em termos de eficiência operacional e competitividade, principalmente em um ambiente de alta demanda e prazos rigorosos. Dessa forma, o estudo propõe uma solução para um problema de sequenciamento que, além de complexo, é fortemente influenciado pela variável custo, que precisa ser gerenciada de maneira estratégica.

Objetivos

Esta pesquisa tem como objetivo geral propor a aplicação de um modelo capaz de resolver um problema de sequenciamento da produção em múltiplos estágios, com máquinas paralelas. Os objetivos específicos são:

- Definir a sequência de *jobs* (ordens de produção) a serem processados ao longo dos estágios de produção, levando em consideração as características específicas da família de produtos.
- Propor uma modelagem do sequenciamento da produção de aço, cobrindo todo o processo, desde o Lingotamento Contínuo até o acabamento final (Galvanização), utilizando Programação Linear Inteira Mista (MIP).

- Explorar modelagens de Programação Inteira Mista (MIP) propostas pela literatura, aplicadas a problemas com características semelhantes às deste estudo, propondo as devidas adaptações para a abordagem em questão.
- Aplicar o modelo a instâncias que representem de forma fiel a realidade e o comportamento das demandas industriais.
- Desenvolver uma sequência de produção otimizada, com o objetivo de minimizar os custos relacionados ao atraso na entrega dos produtos e à antecipação dos pedidos.
- Explorar e incorporar técnicas heurísticas, acopladas ao modelo MIP, visando reduzir o tempo computacional e viabilizar a resolução de problemas em maior escala.
- Propor uma solução para o problema de sequenciamento, considerando a complexidade do processo e a influência estratégica dos custos envolvidos.
- Validar a viabilidade da modelagem por meio da comparação com soluções obtidas por meio do uso de um software comercial disponível no mercado.

Estrutura do Trabalho

No Capítulo 2, será apresentada uma revisão bibliográfica, com foco nos estudos e abordagens existentes relacionados aos problemas de sequenciamento da produção. Serão discutidas as principais metodologias e técnicas empregadas em diferentes contextos, além das diversas modelagens aplicadas ao longo do tempo. Também será feita uma análise da aplicabilidade desses estudos no ambiente siderúrgico, considerando os desafios encontrados até o momento nesse setor específico.

No Capítulo 3, será detalhado o objeto de estudo, com uma descrição da modelagem proposta e suas especificidades.

No Capítulo 4, serão apresentados os experimentos computacionais realizados, incluindo a metodologia utilizada e as condições sob as quais os testes foram conduzidos. Os resultados obtidos serão analisados, proporcionando uma compreensão do desempenho da solução proposta. Além disso, será feita uma comparação com soluções existentes, entregues por um software comercial, a fim de validar a eficácia da modelagem. Por fim, serão discutidas as conclusões do estudo, com a indicação de possíveis caminhos para novos desenvolvimentos e sugestões de abordagens alternativas que podem ser exploradas em pesquisas futuras nesta área.

Capítulo 2

Revisão Bibliográfica

De acordo com [Harjunoski et al. \(2014\)](#), o sequenciamento da produção envolve o planejamento detalhado das ordens de produção em uma instalação específica. Esse processo compreende decisões essenciais, tais como:

- Quais tarefas (*jobs*) devem ser executadas;
- Quando essas tarefas devem ser realizadas;
- Em que sequência as atividades devem ser organizadas;
- Quais recursos serão alocados para cada tarefa.

Tipos de Problemas de Sequenciamento da Produção

O problema sequenciamento da produção, como descrito por [Graves \(1981\)](#), pode ser ramificado e detalhado em três dimensões principais para a classificação de problemas de sequenciamento de produção:

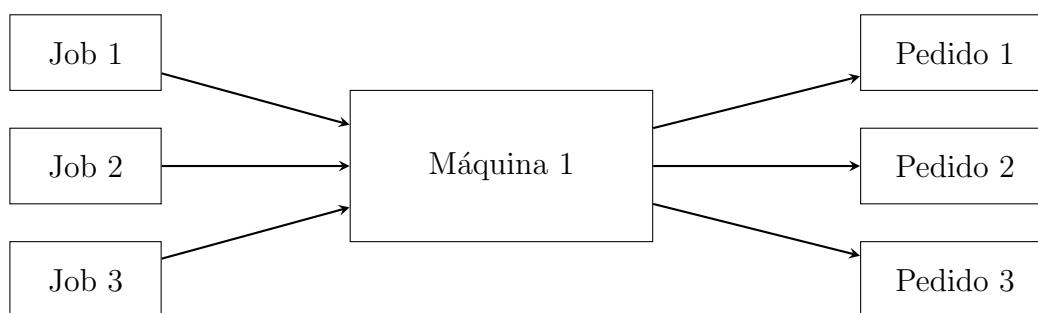
1. Geração de Requisitos
2. Complexidade de Processamento
3. Critérios de Sequenciamento

A primeira dimensão está diretamente relacionada aos requisitos de *open shop* e *closed shop*. No modelo *open shop*, os pedidos são feitos sob demanda dos clientes, sem a necessidade de geração de estoque. Já no modelo *closed shop*, as demandas são atendidas a partir de um estoque previamente produzido.

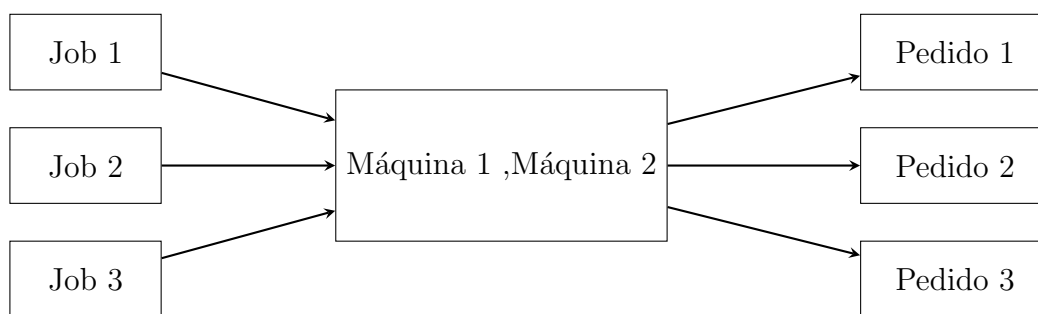
A Complexidade de Processamento refere-se à quantidade de estágios de processamento associados a cada pedido de produção. As etapas nesse processo podem ser classificadas da seguinte forma:

- Uma etapa, uma máquina (instalação única)
- Uma etapa, máquinas paralelas (mais de uma instalação)
- Multiestágio, *flow shop*
- Multiestágio, *job shop*

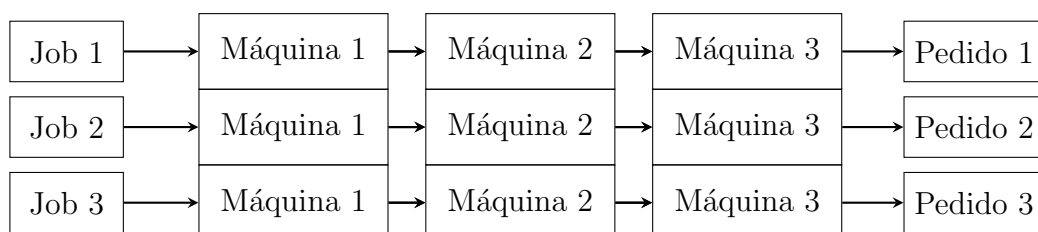
O problema de uma única etapa é considerado o mais simples. Todos os pedidos (*jobs*) exigem apenas uma etapa e devem ser processados em uma única instalação.



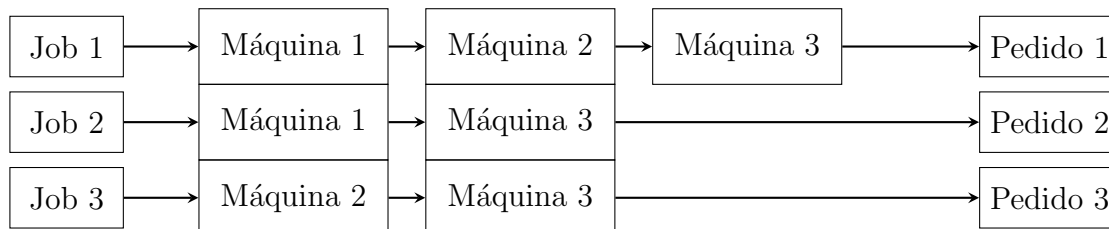
No caso de uma etapa com máquinas paralelas, o modelo é semelhante ao problema anterior, mas com a possibilidade de processar em qualquer uma das N máquinas paralelas disponíveis na mesma instalação.



Quanto à terceira classificação, multiestágios em *flow shop*, os critérios de sequenciamento tratam do processo de programação dos *jobs*, assumindo que todos os *jobs* devem ser processadas no mesmo roteiro industrial, seguindo rigorosamente a ordem de precedência das etapas de processamento.



No caso do *job shop*, o problema de sequenciamento é mais generalizado, pois não há restrições rígidas sobre as etapas de processamento de um *job*. Podem existir rotas alternativas para realizar o mesmo *job*.



Por fim, os Critérios de Sequenciamento se refere aos critérios de sequenciamento, indicando quais critérios de custo serão atribuídos à variável de decisão do problema (função objetivo). Alguns critérios comuns que podem ser mensurados são os níveis de utilização dos recursos da fábrica e o dimensionamento do nível de atraso. Esses problemas, por exemplo podem ser definidos como problemas de minimização do *makespan* ou como problema de *due date* (Mellor (1966), Pinedo (1995)).

O tema em questão tem sido amplamente estudado em diferentes áreas, refletindo a diversidade de problemas encontrados nesse campo (Harjunkoski et al. (2014)). No sentido de obter de soluções eficazes, foram desenvolvidas várias perspectivas de modelagens, incluindo ferramentas manuais assistidas por computador, sistemas especializados que replicam decisões humanas, técnicas de programação matemática (como LP, MILP e MINLP), heurísticas diversas, algoritmos evolutivos e métodos baseados em inteligência artificial. Além disso, estratégias voltadas para a otimização sob incertezas também têm ganhado destaque recentemente.

Modelos Matemáticos - Abordagem de Programação Inteira Mista (MIP) para Modelagens de Sequenciamento

Modelagem *job shop* sem máquinas paralelas

A formulação matemática para problemas de sequenciamento de máquinas começou a ser desenvolvida na literatura por volta da década de 1960. Os estudos de Manne (1960) e Wagner (1959) investigaram modelos de otimização baseados em Programação Linear Inteira para o problema de alocação de *jobs* em máquinas.

O trabalho de Manne (1960) trata especificamente do problema de *Job Shop*,

onde cada *job* consiste em uma sequência fixa de operações que devem ser processadas em máquinas específicas. Seu modelo busca minimizar o *makespan*, ou seja, o tempo total necessário para concluir todas as operações.

Já o estudo de [Wagner \(1959\)](#) propõe uma formulação mais geral para o sequenciamento de máquinas, não necessariamente restrita ao problema clássico de *job shop*, e incluindo custos associados à ordem de processamento.

Apesar das diferenças no escopo, ambos os trabalhos apresentam restrições comuns em suas formulações matemáticas, incluindo:

- Capacidade das máquinas: cada máquina pode processar apenas uma operação por vez.
- Precedência entre operações: dado um *job* k , em um estágio específico, esse só pode iniciar após a conclusão do *job* j anterior.
- Não preempção: uma vez iniciada, uma operação deve ser concluída sem interrupções.
- Tempos de processamento determinísticos: o tempo necessário para a execução de cada operação é previamente conhecido e fixo.

Esses estudos foram aprofundados, por exemplo, pelo trabalho de [Ku and Beck \(2016\)](#), que analisa diferentes formulações para o problema. Em particular, o modelo disjuntivo proposto por Manne é utilizado para representar o problema de sequenciamento de *jobs*. Os parâmetros do modelo são:

- p_{ij} : Tempo de processamento do *job* j na máquina i .
- V : Valor suficientemente grande usado para garantir que não haja sobreposição entre *jobs* na mesma máquina.
- σ_h : Índice do *job* na posição h da sequência de produção em uma máquina.

As variáveis de decisão são:

- x_{ij} : Tempo de início do *job* j na máquina i . (Inteiro)
- C_{\max} : *Makespan*, ou seja, o tempo total necessário para concluir todos os *jobs*.
- z_{ijk} : Variável binária que assume o valor 1 se o *job* j precede o *job* k na máquina i , e 0 caso contrário.

A função objetivo seguida pelas restrições são descritas como:

$$\min C_{\max} \quad (2.1)$$

$$\text{s.t. } x_{ij} \geq 0, \quad \forall j \in J, i \in M \quad (2.2)$$

$$x_{\sigma_h,j} \geq x_{\sigma_{h-1},j} + p_{\sigma_{h-1},j}, \quad \forall j \in J, h = 2, \dots, m \quad (2.3)$$

$$x_{ij} \geq x_{ik} + p_{ik} - V \cdot z_{ijk}, \quad \forall j, k \in J, j < k, i \in M \quad (2.4)$$

$$x_{ik} \geq x_{ij} + p_{ij} - V \cdot (1 - z_{ijk}), \quad \forall j, k \in J, j < k, i \in M \quad (2.5)$$

$$C_{\max} \geq x_{\sigma_m,j} + p_{\sigma_m,j}, \quad \forall j \in J \quad (2.6)$$

$$z_{ijk} \in \{0, 1\}, \quad \forall j, k \in J, i \in M \quad (2.7)$$

O objetivo desse modelo é minimizar o *makespan*. A restrição (2) impõe que os *jobs* tenham início em um tempo maior ou igual a zero. A restrição (3) estabelece a precedência entre operações de um mesmo *job*, garantindo que sejam processadas na ordem definida. As restrições (4) e (5) asseguram que nenhum *job* pode ser processado simultaneamente com outro na mesma máquina, evitando sobreposições. Para isso, um valor suficientemente grande V é utilizado. Por fim, a restrição (6) define que o *makespan* corresponde ao maior tempo de conclusão entre todas as operações.

Modelagem *job shop* com máquinas paralelas

Em cenários em que há múltiplas máquinas disponíveis para processar um *job* em determinado estágio, e o modelo permite a escolha da máquina a ser utilizada no sequenciamento, essa decisão deve ser refletida nas restrições do modelo. Na literatura, essa abordagem é explorada em diferentes caracterizações de problemas de sequenciamento, como apresentado por [Unlu and Mason \(2010\)](#) e [Elidrissi et al. \(2024\)](#).

[Elidrissi et al. \(2024\)](#) propõe modelagens para máquinas paralelas idênticas, com um único estágio de produção. O sequenciamento é definido como $P, S1 \mid r_j \mid L_{\max}$, onde há P máquinas paralelas idênticas, um único estágio ($S1$), r_j representa a data de liberação do *job* j , e o objetivo é minimizar o atraso máximo (L_{\max}).

Os parâmetros do modelo são:

- p_j - Tempo de processamento do *job* j .
- d_j - Data de entrega (*due date*) do *job* j .
- s_j - Tempo de *setup* para processamento do *job* j .

As variáveis de decisão são:

- C_j - Tempo de conclusão do *job* j .
- B - Número inteiro suficientemente grande.
- y_{jk} - Variável binária que indica se o *job* j foi sequenciado na máquina k .
- z_{ij} - Variável binária que indica se o *job* i precede o *job* j na sequência.

A função objetivo seguida pelas restrições são descritas como:

$$\min L_{\max}$$

Sujeito a:

$$L_{\max} \geq C_j - d_j, \quad \forall j \in N \quad (1)$$

$$\sum_{k=1}^m y_{jk} = 1, \quad \forall j \in N \quad (2)$$

$$C_j \geq r_j + s_j + p_j, \quad \forall j \in N \quad (3)$$

$$C_i + s_j + p_j \leq C_j + B(3 - y_{i,k} - y_{j,k} - z_{i,j}), \quad \forall i, j \in N, i < j, \forall k \in M \quad (4)$$

$$C_j + s_i + p_i \leq C_i + B(2 - y_{i,k} - y_{j,k} + z_{i,j}), \quad \forall i, j \in N, i < j, \forall k \in M \quad (5)$$

$$C_i + s_j + p_j \leq C_j + p_i + B(1 - z_{i,j}), \quad \forall i, j \in N, i < j \quad (6)$$

$$C_j + s_i + p_i \leq C_i + p_j + Bz_{i,j}, \quad \forall i, j \in N, i < j \quad (7)$$

$$y_{jk} \in \{0, 1\}, \quad \forall j \in N, \forall k \in M \quad (8)$$

$$z_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall i, j \in N \quad (9)$$

O L_{\max} é calculado como a diferença entre o tempo de conclusão do *job* j e sua respectiva *due date*.

A restrição (2) garante que cada *job* j seja sequenciado em exatamente uma máquina do conjunto de máquinas m para o estágio correspondente.

A restrição (3) assegura que, uma vez iniciado, o *job* j será processado por completo, sem interrupções.

As restrições (4) e (5) garantem que o próximo *job* $j + 1$ só será iniciado quando o *job* j tiver concluído seu processamento, o que é indicado pela variável binária z_{ij} . Além disso, essas restrições só se aplicam a *jobs* que foram sequenciados na mesma máquina, o que é verificado pela variável binária y_{jk} .

As restrições (6) e (7) também tratam da precedência entre os *jobs*, assegurando que o *job* $j + q$ seja iniciado somente após a conclusão total do *job* j . No entanto, essas restrições são condicionadas ao caso em que não há máquinas paralelas idênticas, permitindo ao modelo decidir sobre o sequenciamento dos *jobs*.

Sequenciamento da Produção na Siderurgia

Existem diversas frentes de trabalho dedicadas à avaliação do sequenciamento na produção siderúrgica, autores como [Tang et al. \(2001\)](#), [García-Menéndez et al. \(2020\)](#), [Özgür et al. \(2021\)](#) e [Escudero et al. \(2019\)](#) propõem revisões da literatura que sintetizam e mapeiam as estatísticas de publicações, além de suas respectivas abordagens para cada etapa do processo produtivo, seja de forma isolada ou integrada.

[tang2001review](#) realizam uma revisão das técnicas de planejamento e sequenciamento integrados da produção. Os autores detalham as metodologias de sequenciamento propostas para cada fase do processo produtivo, com o objetivo de fomentar novos estudos, especialmente em áreas onde há lacunas e uma menor quantidade de pesquisas. Um dos grandes desafios identificados no contexto industrial é o processo integrado de fabricação do aço, que envolve a coordenação entre a produção do ferro-gusa, o lingotamento contínuo e a laminação a quente. A complexidade deste fluxo reside nas transições entre as etapas de *upstream* e *downstream*, que impõem requisitos específicos e restrições particulares, além da necessidade de ajustes dinâmicos às demandas de produção.

[Tang et al. \(2001\)](#) classificam os principais tipos de problemas enfrentados na siderurgia envolvendo tais processos em três categorias: o planejamento de lotes em múltiplas etapas, o sequenciamento temporal integrado entre as fases de produção, e o sequenciamento dinâmico, que lida com as variações e demandas em tempo real ao longo do processo. Para cada uma dessas categorias, os autores discutem os desafios atuais, as soluções propostas na literatura, e as fragilidades que ainda persistem, sugerindo oportunidades para avanços futuros.

No que diz respeito às técnicas de otimização para resolver esses problemas, [Tang et al. \(2001\)](#) destacam abordagens exploradas até hoje. Entre elas estão os modelos que buscam soluções ótimas ou factíveis por meio de algoritmos exatos e heurísticos, além de metodologias baseadas em inteligência artificial. Exemplos incluem o uso de algoritmos genéticos, que aproveitam o conhecimento especializado de sequenciamento para lidar com a complexidade do processo produtivo integrado, além da aplicação do *Simulated Annealing* e Busca Tabu.

Focando em propostas de modelagem do problema com algoritmos exatos para sequenciamento da produção siderúrgica, [Zhao et al. \(2024\)](#) propõem o uso de um modelo de Programação Inteira Mista (MIP) para resolver o sequenciamento da produção na etapa de laminação a quente, com o objetivo de minimizar os custos de energia, *setup* e de atrasos de *jobs*. O trabalho proposto também apresenta um algoritmo evolucionário aprimorado baseado em decomposição, incorporando mecanismos específicos de codificação e decodificação baseados no modelo, sendo bem aderente para lidar com o problema de otimização multi-objetivo e multi restrições.

Também tratando no sequenciamento isolado de uma etapa produtiva, neste caso a etapa do lingotamento contínuo, [Mao et al. \(2014\)](#) modelam o sequenciamento como um problema de Programação Inteira Mista (MIP), visando minimizar as penalidades de antecipação/atraso e o tempo de espera dos *jobs*. Em seguida, é proposta uma modelagem de relaxação lagrangiana (LR) para lidar com as restrições de capacidade das máquinas, decompondo o problema relaxado em dois subproblemas distintos.

[Lopez et al. \(1998\)](#) apresentam uma heurística que integra a busca Tabu com um conceito denominado "canibalização" para definir a sequência de produção das bobinas a serem processadas na linha de laminação a quente. O foco dessa metodologia é minimizar a penalidade associada ao não sequenciamento de uma bobina durante o processo de laminação.

Outro algoritmo é proposto por [Kowalski et al. \(2022\)](#). Esse contempla diversas técnicas de otimização para resolver o problema de sequenciamento de produção do processo de laminação a quente com múltiplas linhas. O principal objetivo é minimizar os tempos de *setup* entre diferentes tipos de produtos processados nas máquinas. A abordagem inicia com uma busca baseada em *simulated annealing*, seguida de aprimoramento por meio de uma técnica de busca local. Além disso, a combinação com o problema do caixeiro viajante (TSP) melhorou a qualidade e a convergência de uma solução viável para esse sequenciamento.

Heurísticas são também utilizadas para resolver problemas de sequenciamento. [Li et al. \(2006\)](#), por exemplo, propõem uma heurística baseada em regras para a programação da produção na laminação a quente, com foco na otimização de gargalos. A heurística busca otimizar, de forma dinâmica, três unidades de produção envolvidas nesse processo. Embora apresente bons resultados com desempenho eficiente, a abordagem foi adaptada e validada exclusivamente para as especificidades da indústria em questão, o que limita sua aplicabilidade a outros contextos siderúrgicos, não garantindo a aplicabilidade dessa modelagem para diferentes cenários industriais.

Partindo para modelos de produção integrados, envolvendo múltiplos estágios de produção, [Torres et al. \(2024\)](#) propõem um modelo de Programação Inteira Mista (MIP), envolvendo o sequenciamento da produção que integra diretamente as etapas de lingotamento contínuo e laminação a quente em uma usina siderúrgica de rota direta. Nesse processo, o material é transferido diretamente do lingotamento para a laminação, sem a possibilidade de armazenamento intermediário, o que contribui para a redução de custos operacionais, já que o reaquecimento do material não é necessário. Essa integração na ótica do sequenciamento é complexa, devido às limitações operacionais e restrições de qualidade relacionadas à dimensão das bobinas e composição química do aço. O modelo minimiza penalidades associadas à violação das melhores práticas operacionais, mantendo rigorosos padrões de segurança e reduzindo riscos de incidentes. A formulação é eficiente tanto para pequenas instâncias, quanto para instâncias maiores.

Com o objetivo de maximizar a produção de placas de aço quente no processo integrado de lingotamento contínuo, reaquecimento e laminação a quente, [Tan et al. \(2019\)](#) também propõem uma abordagem de sequenciamento otimizada que visa também reduzir o consumo de energia ao minimizar o tempo de permanência das placas no forno de reaquecimento. O problema é modelado como uma combinação de dois subproblemas acoplados, resolvidos por um algoritmo híbrido que integra Programação Inteira Mista (MIP) e Programação por Restrições (CP). Essa estratégia permitiu resolver conflitos de recursos e restrições de tempo de preparação, fornecendo uma solução eficiente tanto para a sequência de lingotamento quanto para o sequenciamento do forno de reaquecimento.

A complexidade do problema de sequenciamento em múltiplos estágios é também estudada por [Pinto and Grossmann \(1995\)](#) envolvendo cinco estágios genéricos, não focada diretamente na siderurgia. O estudo propõe a utilização de Programação Linear Inteira Mista (MILP) para a programação de curto prazo em plantas de lotes, tendo sido desenvolvido e aplicado a sistemas sequenciais com várias etapas. Foram resolvidas diretamente pequenas instâncias de problemas industriais por meio do método *branch and bound*. No entanto, para problemas que envolvem mais de 500 variáveis binárias, o desempenho demonstrou ser insatisfatório.

[Takahashi et al. \(1989\)](#) também estudam uma proposta para sequenciar a etapa integrada entre o refino e o lingotamento contínuo. Para isso, é proposta uma heurística que visa ordenar os *jobs* de cada processo e o uso da Programação Inteira Mista (MIP) para sequenciar todos esses *jobs* no horizonte de tempo. O objetivo visa encontrar o melhor fluxo de menor custo.

A aplicação de algoritmos genéticos no processo siderúrgico, particularmente na fase de extração e processamento de matérias-primas (*downstream*), em combinação com o lingotamento contínuo, é uma abordagem sugerida por [Long et al. \(2018\)](#) que contribuiu para a simplificação do problema. Este estudo busca minimizar o *makespan*, o tempo de espera e as variações nos tempos de processamento das operações. A pesquisa propõe uma melhoria no modelo de algoritmos genéticos, adicionando uma técnica de melhoria e um método de reinício para otimizar as soluções buscadas.

[Okano et al. \(2004\)](#) definem uma campanha como um lote de produção que possui datas específicas de início e término, durante o qual bobinas de um tipo particular são processadas de forma contínua em uma linha de produção. O autor explora um problema de sequenciamento focado nas linhas de acabamento de bobinas, onde estas são organizadas em campanhas. Ao aplicar algoritmos de *clustering*, a complexidade e a extensão do problema de sequenciamento foram significativamente reduzidas. Essa estratégia simplificou a estrutura das campanhas, possibilitando a propagação dos tempos de processamento dos *clusters* desde a parte *downstream* até a parte *upstream* do processo.

A estratégia de agrupar inicialmente materiais com características similares é também aplicada por [Wegel et al. \(2022\)](#). No contexto de um estudo sobre o sequenciamento por

campanhas no processo de laminação a frio, o modelo abrange múltiplos estágios, considerando máquinas paralelas, operações de *setup* dependentes da sequência e datas de entrega específicas para cada pedido. Para abordar esse problema, foi desenvolvida uma meta-heurística baseada em *Fix-and-Relax* e *Fix-and-Optimize*, que permite decompor o sequenciamento nas linhas de produção.

Essa prática de agrupamento de produtos dentro problema sequenciamento da produção é também citada na literatura por [Harjunkoski and Grossmann \(2007\)](#), cujo foco foi no sequenciamento da aciaria (etapa dedicada à produção do aço a partir do ferro gusa). Foi proposta uma simplificação do problema do sequenciamento da aciaria, quebrando o problema em quatro etapas menores (três utilizando MILP e uma utilizando LP). Em resumo, as etapas propostas foram:

1. Agrupamentos dos produtos em famílias de produtos.
2. Desagregação otimizada das famílias de produtos em grupos.
3. Programação de cada grupo de forma independente.
4. Programação de todos os grupos em conjunto.
5. Problema de melhoria via LP.

[Sato et al. \(1977\)](#) descrevem um modelo multi-objetivo que visa minimizar os custos incorridos sobre a *due date* dos pedidos, assim como uma minimização dos custos de *setup* incorridos de trocas de pedidos durante a produção, como mudanças de largura, espessuras. Como consequência, essa minimização dos *setups* contribui para a formação de lotes de produtos de mesma similaridade. O modelo de decisão contempla toda a cadeia produtiva de produção de tubos de aço, iniciando no lingotamento contínuo, até o acabamento final do tubo de aço.

De modo geral, os problemas de sequenciamento da siderurgia são mais discutidos quando se fala de processos *upstream* do que as etapas de *downstream* (etapas finais da produção e processamento, onde o aço bruto é transformado em produtos finais). Essa estatística foi levantada e explorada por [Escudero et al. \(2019\)](#). Foi constatado que 89% dos estudos concentram-se no setor de produção de aço *upstream*. Por outro lado, apenas cinco artigos do conjunto visitado, abordam os processos *downstream* e cobrindo áreas específicas como, por exemplo, laminadores a frio, laminadores de revestimento colorido, laminadores de chapas e todos os laminadores de acabamento em conjunto.

A tabela abaixo resume as abordagens estudadas para problemas de sequenciamento da produção:

ID	Etapa	Técnica de Otimização Explorada	Autores
1	Laminação a quente	MIP	Zhao, Jiang, S. Liu, Zhou, X. Yang e Guo (2024)
2	Lingotamento	MIP, Relaxação Lagrange	Mao, Pan, Pang e Chai (2014)
3	Laminação a quente	Busca Tabu	Lopez, Carter e Gendreau (1998)
4	Laminação a quente, múltiplas linhas	Simulated Annealing, Busca Local e TSP	Kowalski, Steinboeck e Kugi (2022)
5	Laminação contínua e laminação a quente	MIP	Torres, Greivel, Betz, Moreno, Newman e Thomas (2024)
6	Lingotamento contínuo, reaquecimento e laminação a quente	MIP, Programação por Restrições (CP)	Tan, Zhou, Wang, Guo e Qi (2019)
7	Extração e processamento de matérias-primas + lingotamento contínuo	Algoritmos Genéticos	Long, Zheng, Gao e Pardalos (2018)
8	Linhas de acabamento de bobinas	Heurísticas de Clustering	Okano, Davenport, Trumbo, Reddy, Yoda e Amano (2004)
9	Processo de laminação a frio	Fix-and-Relax, Fix-and-Optimize	Wegel, Volling e Sahling (2022)
10	Sequenciamento da aciaria	MILP	Harjunkoski e Grossmann (2007)
11	Refino e lingotamento	MILP	Takahashi, Konishi, Tamura, Hanaoka e Nakagawa (1989)

Tabela 1: Resumo da Revisão Bibliográfica sobre Técnicas de Otimização em Processos de Produção de Aço.

Outros estudos sobre os desafios do sequenciamento da produção, fora do contexto siderúrgico, propõem soluções para problemas de *lot sizing* similares ao presente estudo. [Sahling et al. \(2009\)](#), por exemplo, aborda o problema MLCLSP-L (*multi-level capacitated lot sizing problem with setup carry-overs*) com foco em variáveis de decisão relacionadas aos custos de *setup*. O objetivo do modelo é determinar as quantidades de produção para cada período, considerando os estoques finais e os custos de *setup*. Para resolver o problema, os autores propõem um algoritmo baseado na abordagem iterativa *fix-and-optimize*, que decompõe o problema em várias instâncias de MIP.

Capítulo 3

Objeto de Estudo

Neste capítulo, serão apresentadas todas as premissas e os dados de entrada utilizados para a modelagem computacional do problema em questão. Utilizaremos um conjunto de dados que inclui nomes e referências fictícias, garantindo a confidencialidade das informações e evitando a exposição de qualquer nomenclatura associada a uma entidade real. Apesar de serem fictícios, esses dados representam fielmente a problemática do sequenciamento de ordens de produção do contexto siderúrgico, assegurando que o modelo capturará precisamente as dinâmicas e os desafios envolvidos.

Conforme mencionado na Introdução, o estudo focará nos processos produtivos de bobinas de aço. As seguintes linhas de produção de suas respectivas etapas são representadas abaixo:

- 1.1 CC1, CC2: processo de lingotamento contínuo contemplando duas possíveis máquinas para alocação da produção
- 1.2 HSM: laminação a quente com uma máquina
- 1.3 CRM: laminação a frio com uma máquina
- 1.3 GAL: galvanização com uma máquina

Adicionalmente, os produtos são categorizados em famílias que devem percorrer determinada rota industrial conforme a característica do produto final.

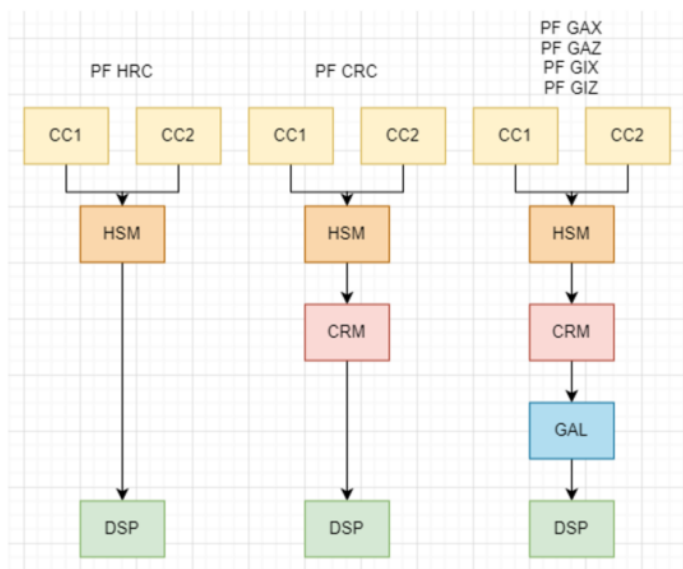


Figura 3.1: Rota industrial de cada família de produto

Utilizamos um estudo de caso com 6 famílias para ilustrar. Conforme a figura 3.1, pedidos que pertencem à família HRC possuem como rota industrial as máquinas e os processos, respectivamente: CC1 ou CC2 - lingotamento contínuo, HSM - laminação a quente. Pedidos que pertencem à família GAX, GAZ, GIX ou GIZ possuem como rota industrial as máquinas e os processos, respectivamente: CC1 ou CC2 - lingotamento contínuo, HSM - laminação a quente, CRM - laminação a frio, GAL - galvanização.

O modelo proposto é formulado com o intuito de minimizar os custos associados tanto ao atraso quanto à antecipação das ordens.

Embora o modelo proposto não aplique diretamente a penalização de estoques em sua formulação principal, é apresentada, a seguir, uma proposta de modelagem para sua incorporação em estudos futuros. Essa extensão tem como objetivo representar os custos associados à formação de estoques intermediários, resultantes de eventuais tempos ociosos entre as linhas de produção durante o processamento das ordens.

A introdução dessa componente na função objetivo permitiria não apenas minimizar os desvios em relação aos prazos de entrega — tanto no que se refere à antecipação quanto ao atraso das ordens —, mas também promover uma utilização mais equilibrada dos recursos produtivos, evitando acúmulos desnecessários e períodos de inatividade entre as etapas de processamento.

Na sequência, são apresentadas as formulações correspondentes, ilustrando também como os custos de estoque poderiam ser definidos e integrados à estrutura do modelo MIP.

Modelagem do problema

Após a revisão bibliográfica orientada a técnicas de sequenciamento de ordens de produção, foi possível observar a diversidade de abordagens e modelos empregados na literatura para lidar com problemas de múltiplos estágios e restrições complexas, como precedência e *setups* dependentes da sequência. Embora várias metodologias tenham sido exploradas, a Programação Inteira Mista (MIP) se destaca como uma ferramenta poderosa para modelar problemas de sequenciamento com essas características. Em particular, o trabalho de [Manne \(1960\)](#) propõe o uso de MIP para a classe de problemas de *job-shop*, introduzindo restrições de sequenciamento e focando nas condições de não interferência entre os *jobs* e os equipamentos.

Neste capítulo, a escolha de explorar o MIP para modelar o problema de sequenciamento de ordens de produção se baseia na sua capacidade de oferecer soluções precisas para problemas com múltiplos estágios e restrições de complexidade elevada. A seguir, será apresentada a formulação matemática detalhada do modelo, levando em consideração as especificidades do processo produtivo em questão.

Com base no trabalho de [Manne \(1960\)](#) sobre problemas de *job-shop*, propõe-se o seguinte modelo, que visa o sequenciamento de ordens de produção de bobinas segmentadas por cada linha de produção (lingotamento contínuo, laminação a quente, laminação a frio e galvanização). Esse modelo leva em consideração as restrições de sequenciamento e as características operacionais de cada etapa do processo produtivo.

Além disso, o trabalho de [Kaha et al. \(2009\)](#) oferece uma revisão detalhada de modelos para o sequenciamento da produção em uma única máquina, com ênfase na minimização do *makespan*, um conceito importante que pode ser útil para contextualizar a abordagem adotada neste estudo. Em particular, ele contribui para a aplicação de Programação Inteira Mista (MIP) em cenários que envolvem múltiplas etapas e restrições adicionais, o que é relevante para o problema em questão.

Na primeira etapa do processo produtivo, o lingotamento contínuo, existem duas máquinas disponíveis, conferindo alternância no sequenciamento e aumentando a complexidade do problema. Nas demais etapas produtivas, considera-se uma máquina para cada etapa, simplificando o sequenciamento nas fases subsequentes. A modelagem adotada segue a abordagem proposta por [Bektur and Saraç \(2019\)](#), que trata de problemas similares em cenários industriais.

Quanto aos dados de entrada que serão utilizados na validação do modelo, serão considerados conjuntos de informações que incluem as ordens de pedidos dos clientes, a família de produto requisitada, a rota industrial do produto, o volume a ser produzido, a data de entrega (*due date*) e o índice de prioridade do pedido, variando de 1 a 5. Esses dados são essenciais para a implementação e validação do modelo proposto, permitindo

uma análise precisa do desempenho do sequenciamento de ordens de produção.

Notações, parâmetros e variáveis

- O : conjunto de ordens (pedidos dos clientes, traduzidos na modelagem como *jobs*) a serem sequenciados
- R_{jl} : representação matricial da rota industrial que o *job* j deve seguir ao longo dos estágios produtivos l , definida como:
 - linha representando um *job* (j);
 - coluna representando cada estágio produtivo (l), como lingotamento contínuo, laminação a quente, laminação a frio e galvanização.

Os valores na matriz são binários, indicando se uma ordem passa ou não por uma determinado estágio (l)

- lps_j : *last productive stage*, vetor que indica o último estágio produtivo pela qual cada *job* j deve passar.
- α : coeficiente de custo por atraso do pedido, representado pelo índice de prioridade do pedido atribuído à cada ordem
- β : coeficiente de custo por antecipação do pedido, representado pelo índice de prioridade do pedido atribuído à cada ordem
- γ : penalidade associada ao tempo de "estoque" gerado entre o término do processamento de um *job* em um determinado estágio e o início do processamento do mesmo no próximo estágio, refletindo o tempo ocioso da ordem durante a transição entre as etapas produtivas.
- d_j : *due date* do pedido j
- p_{jl} : tempo de processamento do pedido j no estágio l
- s_{jk}^l : tempo de *setup* necessário para ajustar a máquina que opera no estágio l ao transitar do pedido j para o pedido subsequente k , dentro do mesmo estágio produtivo.
- B : número muito grande, extrapolando o tempo de conclusão das ordens em cada máquina de cada estágio.

Variáveis de Decisão

- C_j^l : tempo de conclusão da ordem j no estágio l
- y_{jk}^l : variável binária que indica a precedência entre os *jobs* j e k no estágio l
- T_j : atraso do job j (ordem), calculado pela diferença entre a data de conclusão do job j ao final de seu último estágio de processamento e sua *due date*
- E_j : antecipação do job j (ordem), calculado pela diferença entre a *due date* do job j e sua data de conclusão ao final de seu último estágio de processamento.
- S_j^l : variável que representa o estoque intermediário do *job* j no estágio l . Essa variável contabiliza o tempo de ociosidade do *job* j enquanto ela aguarda o início do processamento no estágio l , após ser processado no estágio anterior. O valor de S_j^l reflete o acúmulo de tempo "ocioso" entre os estágios produtivas.
- x_{jm}^1 : Variável binária que indica se, no estágio 1, o *job* j foi sequenciado ou não na máquina m , pertencente ao conjunto discreto M . Isso implica que cada *job* j será alocado a exatamente uma máquina no conjunto M no estágio 1.

Função Objetivo e Restrições

A função objetivo é então definida por:

$$\text{minimize } \sum_{j \in O} (\alpha_j \cdot T_j + \beta_j \cdot E_j)$$

A função objetivo tem como foco minimizar os custos associados ao atraso (T_j) e antecipação (E_j) das ordens de produção.

As restrições são definidas como:

$$C_j^1 \geq p_j^1 \quad \forall j \in O \quad (1.1)$$

$$C_j^l \geq C_j^{l-1} + p_j^l \quad \forall j \in O, l = 2, \dots, lps[j] : R[jl] = 1 \quad (1.2)$$

$$\sum_{m \in M} x_{jm}^1 = 1 \quad \forall j \in O \quad (1.3)$$

$$C_j^1 + p_k^1 + s_{jk}^1 \leq C_k^1 + B(3 - x_{jm}^1 - x_{km}^1 - y_{jk}^1) \quad \forall j, k \in O, m \in M, j < k \quad (1.4)$$

$$C_k^1 + p_j^1 + s_{kj}^1 \leq C_j^1 + B(2 - x_{jm}^1 - x_{km}^1 + y_{jk}^1) \quad \forall j, k \in O, m \in M, j < k \quad (1.5)$$

$$C_j^l + p_k^l + s_{jk}^l \leq C_k^l + B(1 - y_{jk}^l) \quad \forall j, k \in O, j < k, l = 2, \dots, lps[j] : [jl], R[kl] = 1 \quad (1.6)$$

$$C_k^l + p_j^l + s_{kj}^l \leq C_j^l + B y_{jk}^l \quad \forall j, k \in O, j < k, l = 2, \dots, lps[j] : [jl], R[kl] = 1 \quad (1.7)$$

$$T_j \geq C_j^{lps[j]} - d_j \quad \forall j \in O \quad (1.8)$$

$$E_j \geq d_j - C_j^{lps[j]} \quad \forall j \in O \quad (1.9)$$

$$x_{jm}^1 \in \{0, 1\} \quad \forall j \in O, m \in M \quad (1.10)$$

$$y_{jk}^l \in \{0, 1\} \quad \forall j, k \in O, l = 1, \dots, lps[j] \quad (1.11)$$

As restrições (1) e (2) asseguram que cada job seja completamente processado em todas as etapas do processo produtivo. A restrição (1) garante que o tempo de conclusão no primeiro estágio de processamento (C_j^1) seja ao menos igual ao tempo de processamento necessário nesse estágio (p_j^1). Já a restrição (2) assegura que, para cada estágio subsequente ($l > 1$), o tempo de conclusão da ordem no estágio atual deve ser maior ou igual à soma do tempo de conclusão no estágio anterior e o tempo de processamento do estágio atual, mantendo a sequência de execução definida na matriz de rota $R[jl]$.

A restrição (3) garante que cada job seja atribuído a exatamente uma máquina no primeiro estágio de produção, por meio da variável binária x_{jm}^1 , que indica se o job j será processado na máquina $m \in M$.

As restrições (4) e (5) asseguram que duas ordens não sejam processadas simultaneamente na mesma máquina no estágio 1, respeitando a precedência entre os jobs. Elas utilizam as variáveis x_{jm}^1 e x_{km}^1 para indicar se os jobs j e k estão atribuídos à mesma máquina m , e a variável binária y_{jk}^1 para definir a ordem de precedência entre eles. Os tempos de setup (s_{jk}^1) são considerados na formulação, contabilizando o tempo necessário para preparar a máquina entre a troca de ordens.

As restrições (6) e (7) seguem a mesma lógica das restrições anteriores, mas são aplicadas aos estágios subsequentes ($l = 2, \dots, lps[j]$), assumindo que o estágio l está presente na rota do job ($R[jl] = 0$). Como não há decisão de alocação de máquina nesses estágios, apenas a precedência entre as ordens é considerada.

As restrições (8) e (9) modelam os custos associados ao atraso (T_j) e à antecipação (E_j) das ordens, calculando a diferença entre a data de conclusão do job no último estágio ($C_j^{lps[j]}$) e sua data de entrega (d_j). A restrição (8) considera o atraso da ordem quando sua conclusão ocorre após a data de entrega, enquanto a restrição (9) considera a antecipação quando a ordem é finalizada antes da data de entrega.

Particularmente, de forma a minimizar a geração de estoques intermediários, uma variável de estoque intermediário S_j^l poderia ser integrada, associada ao tempo de ociosidade entre o término do processamento de um estágio e o início do próximo. Assim, calcularia a diferença entre o tempo de conclusão do estágio seguinte (C_j^{l+1}) e o tempo de conclusão do estágio atual (C_j^l), subtraído pelo tempo de processamento do estágio seguinte (p_j^{l+1}), refletindo o tempo que a ordem permanece em espera antes de iniciar o próximo estágio.

$$S_j^l \geq C_j^{l+1} - C_j^l - p_j^{l+1} \quad \forall j \in O, l = 2, \dots, lps[j] - 1 : R[jl] = 1$$

Como variável de decisão, o estoque intermediário poderia ser somado à função objetivo da seguinte forma:

$$\text{minimize} \quad \sum_{j \in O} \left(\alpha_j \cdot T_j + \beta_j \cdot E_j + \sum_{l \in \text{estagios}} (\gamma_j \cdot S_{jl}) \right)$$

A incorporação dos custos dos custos de geração de estoques (S_{jl}) apoiam em uma solução que minimiza os tempos de espera, favorecendo uma sequência de produção com menor ociosidade nos processos produtivos e maior aproveitamento dos recursos disponíveis.

Para o estudo, essa variável de estoque não será incorporada. A metodologia de validação do trabalho requer a comparação com um software comercial. Esse não incorpora tal variável de decisão.

Estratégias de Relax-and-Fix

Ao longo do desenvolvimento do modelo e da condução dos testes computacionais iniciais, observou-se uma limitação de desempenho do MIP em instâncias de maior porte. Em diversos cenários, o tempo de resolução aumentava de forma expressiva, comprometendo a viabilidade prática da abordagem exata para situações mais complexas.

Diante disso, neste trabalho investigou-se o uso de heurísticas baseadas no MIP, em particular estratégias de Relax-and-Fix.

O trabalho de Wolsey (1998) apresenta a heurística *Relax-and-Fix*, que, utilizando modelos de programação inteira, propõe a partição do conjunto de variáveis inteiras em P subconjuntos disjuntos Q_1, Q_2, \dots, Q_P , sendo P o número de iterações do procedimento heurístico. Em cada iteração $n \in \{1, 2, \dots, P\}$, o modelo é resolvido seguindo os passos:

- As variáveis inteiras do subconjunto Q_n são tratadas como variáveis de decisão inteiras;
- As variáveis das sub-instâncias já resolvidas, $\bigcup_{i=1}^{n-1} Q_i$, são fixadas de acordo com os valores obtidos nas iterações anteriores;
- As variáveis das sub-instâncias futuras, $\bigcup_{i=n+1}^P Q_i$, são relaxadas como variáveis contínuas.

Neste estudo, as seguintes variações da estratégia Relax-and-Fix são propostas:

- **Relax-and-Fix por Jobs:** técnica de resolução incremental em que as variáveis são organizadas em agrupamentos de *jobs*, definidos a partir de um critério de particionamento. Em cada iteração, um grupo de *jobs* é resolvido integralmente, suas decisões são fixadas e as variáveis restantes permanecem relaxadas, reduzindo gradualmente o espaço de busca;
- **Relax-and-Fix por Estágios Produtivos:** abordagem em que o problema é decomposto em subproblemas correspondentes aos estágios do processo industrial (por exemplo, lingotamento contínuo, laminação a quente, laminação a frio e galvanização). O procedimento é conduzido em grandes iterações, que podem avançar da etapa inicial à final ou no sentido inverso;
- **Relax-and-Fix por Quebra em Sub-instâncias:** variação do Relax-and-Fix por *jobs*, em que o conjunto total de ordens é particionado em blocos resolvidos de forma independente. As decisões obtidas em cada sub-instância são fixadas antes da resolução subsequente. Diferentemente da abordagem tradicional, as variáveis externas ao bloco corrente não permanecem relaxadas, caracterizando uma sequência de resoluções isoladas que reduzem a complexidade global do problema.

Essas abordagens foram escolhidas por facilitarem a resolução de instâncias complexas, ao quebrar o problema em pequenas partes e, assim, resolver pequenas partes por vez em um tempo satisfatório. A avaliação do desempenho dessas técnicas será detalhada no capítulo de Experimentos Computacionais.

Estratégia de Relax-and-Fix por Jobs

Sejam:

- θ : tamanho de cada subconjunto;
- $P = \lfloor n/\theta \rfloor$: número total de subconjuntos;
- $Q_i \subseteq O$: subconjunto de ordens correspondente à partição i , $i = 1, \dots, P$.

O conjunto O , já ordenado pelas datas de entrega, é particionado em grupos de tamanho θ , resultando em subconjuntos Q_1, Q_2, \dots, Q_P . Caso o último subconjunto não alcance θ elementos, suas ordens são realocadas ao bloco anterior, garantindo que todos os blocos possuam cardinalidade θ , exceto possivelmente o último.

Considere o conjunto O de 10 ordens apresentados na Tabela 1, ordenados conforme suas datas de entrega d_j :

Ordem	Data de entrega
1	01/01/2025
2	08/01/2025
3	10/01/2025
4	12/01/2025
5	13/01/2025
6	15/01/2025
7	20/01/2025
8	22/01/2025
9	25/01/2025
10	28/01/2025

Tabela 1: Conjunto O : ordens ordenadas por data de entrega

Definindo $\theta = 3$, obtêm-se os subconjuntos Q_i apresentados na Tabela 2:

Bloco Q_i	Ordens
Q_1	{1, 2, 3}
Q_2	{4, 5, 6}
Q_3	{7, 8, 9, 10}

Tabela 2: Particionamento das ordens em blocos Q_i

O método Relax-and-Fix consiste em resolver sequencialmente problemas parciais de programação inteira mista, onde apenas um bloco Q_i de ordens é tratado como inteiro, enquanto os blocos anteriores são fixados e os blocos futuros permanecem relaxados. O método percorre todos os subconjuntos $i = 1, \dots, P$, percorrendo assim P iterações.

O modelo seguinte é executado para cada iteração:

$$\text{minimize } \sum_{j \in O} (\alpha_j \cdot T_j + \beta_j \cdot E_j)$$

sujeito a:

restrições (1.1)–(1.9) e adicionalmente, os domínios de y_{jk}^l e x_{jm}^1 presentes em (1.10) (1.11) são revisados:

$$y_{jk}^l = y_{jk}^{l,*} \quad \forall j, k \in Q_u, \quad u = 1, \dots, i-1, \quad j < k \quad (2.1)$$

$$y_{jk}^l \in \{0, 1\} \quad \forall j \in Q_u, \quad u = 1, \dots, i \quad \forall k \in Q_i, \quad j < k \quad (2.2)$$

$$y_{jk}^l \in [0, 1] \quad \forall j \in Q_u \quad u = 1, \dots, P \quad \forall k \in Q_u \quad u = i+1, \dots, P, \quad j < k \quad (2.3)$$

$$x_{jm}^1 = x_{jm}^{1,*} \quad m \in M, \quad \forall j \in Q_u, \quad u = 1, \dots, i-1 \quad (2.4)$$

$$x_{jm}^1 \in \{0, 1\} \quad m \in M, \quad \forall j \in Q_i, \quad (2.5)$$

$$x_{jm}^1 \in [0, 1] \quad m \in M, \quad \forall j \in Q_u \quad u = i+1, \dots, P, \quad (2.6)$$

Os domínios definidos em (2.1) e (2.4) consistem em fixar as variáveis provenientes da iteração anterior, na qual o modelo MIP foi resolvido. O conjunto Q_u corresponde ao subconjunto de *jobs* que já foram resolvidas nas iterações anteriores.

Os domínios (2.2) e (2.5) correspondem à parte efetivamente resolvida do MIP, em que as variáveis não estão nem fixadas nem relaxadas. A equação (2.5) refere-se apenas ao subconjunto de ordens Q_i , enquanto a equação (2.2) abrange todas as variáveis de precedência entre as ordens de Q_i e as ordens já resolvidas em Q_u .

Por fim, os domínios (2.3) e (2.6) correspondem às ordens ainda não resolvidas, cujas variáveis são relaxadas. Isso significa que o MIP não precisa necessariamente respeitar as precedências entre esses pares de ordens de Q_u , embora tais variáveis permaneçam parte do problema. No caso da equação (2.6), a atribuição das máquinas paralelas também é relaxada, não sendo obrigatório evitar sobreposições entre ordens alocadas na mesma máquina.

A Tabela 3 ilustra o método os domínios de y_{jk}^l , considerando o mesmo exemplo da tabela 2. Decisões de subconjuntos passados são fixadas, o subconjunto corrente é otimizado com variáveis binárias e os subconjuntos futuros são tratados de forma relaxada. Observa-se que, a cada iteração, o número de variáveis fixadas aumenta, enquanto o subconjunto corrente permanece binário e as variáveis futuras continuam relaxadas. Esse comportamento reduz o número de variáveis inteiras a serem consideradas a cada passo e preserva a consistência das decisões de precedência e alocação de máquinas ao longo das iterações.

Tabela 3: Domínio das variáveis y_{jk}^l por iteração para subconjuntos $Q_1 = \{1, 2, 3\}$, $Q_2 = \{4, 5, 6\}$, $Q_3 = \{7, 8, 9, 10\}$.

Iteração	Fixado (Eq. 2.1)	MIP (Eq. 2.2)	Relaxado (Eq. 2.3)
1	–	(1,2), (1,3), (2,3)	(1,4),..., (1,10), (2,4),..., (2,10), (3,4),..., (3,10), (4,5),..., (4,10), (5,6),..., (5,10), (6,7),..., (6,10), (7,8),..., (7,10), (8,9), (8,10), (9,10)
2	(1,2), (1,3), (2,3)	(4,5), (4,6), (5,6), (1,4), (1,5), (1,6), (2,4), (2,5), (2,6), (3,4), (3,5), (3,6)	(1,7),..., (1,10), (2,7),..., (2,10), (3,7),..., (3,10), (4,7),..., (4,10), (5,7),..., (5,10), (6,7),..., (6,10), (7,8),..., (7,10), (8,9), (8,10), (9,10)
3	(1,2),..., (1,6), (2,3),..., (2,6), (3,4),..., (3,6), (4,5), (4,6), (5,6)	(1,7),..., (1,10), (2,7),..., (2,10), (3,7),..., (3,10), (4,7),..., (4,10), (5,7),..., (5,10), (6,7),..., (6,10), (7,8),..., (7,10), (8,9), (8,10), (9,10)	–

Estratégia de Relax-and-Fix para Estágios de Produção

Nesta abordagem, o problema é particionado em subproblemas correspondentes aos estágios produtivos do processo industrial. Considerando quatro estágios existentes – lingotamento contínuo, laminação a quente, laminação a frio e galvanização – o procedimento envolve quatro grandes iterações.

Existem duas estratégias possíveis: uma partindo da primeira linha até a última, e outra partindo da última linha até a primeira.

Seja:

- S : conjunto de estágios de produção, cuja ordenação depende da estratégia adotada.

Podem ser consideradas duas sequências possíveis:

$$S_{\text{cresc}} = \{1, 2, 3, 4\}, \quad S_{\text{decrec}} = \{4, 3, 2, 1\},$$

em que a ordem crescente corresponde aos estágios lingotamento contínuo, laminação a quente, laminação a frio e galvanização, enquanto a ordem decrescente segue o sentido inverso;

O modelo Relax-and-Fix é aplicado sequencialmente por estágios, tratando as ordens de cada estágio i como variáveis inteiras, para S_{cresc} $i = 1, \dots, 4$ ou para S_{decrec} $i = 4, \dots, 1$, enquanto os estágios processados anteriormente permanecem fixos e os estágios futuros são relaxados.

Existirão quatro iterações, cada uma fornecendo um sequenciamento de todos os *jobs* para aquele estágio específico i .

A notação das equações é adaptada para refletir que cada variável y_{jk}^i pertence a um estágio específico:

$$\text{minimize } \sum_{j \in O} (\alpha_j \cdot T_j + \beta_j \cdot E_j)$$

restrições (1.1)–(1.9) e adicionalmente, os domínios de y_{jk}^l e x_{jm}^1 presentes em (1.10) (1.11) são revisados:

$$y_{jk}^{S[u]} = y_{jk}^{S[u]*}, \quad \forall j, \forall k, \forall u \in \{1, \dots, i-1\} \quad (3.1)$$

$$y_{jk}^{S[i]} \in \{0, 1\}, \quad \forall j, \forall k \quad (3.2)$$

$$y_{jk}^{S[u]} \in [0, 1], \quad \forall j, \forall k, \forall u \in \{i+1, \dots, 4\} \quad (3.3)$$

$$x_{jm}^1 = x_{jm}^{1*}, \quad \forall j, \forall m : 1 \in S[u], \quad \forall u \in \{1, \dots, i-1\} \quad (3.4)$$

$$x_{jm}^1 \in \{0, 1\}, \quad \forall j, \forall m : 1 = S[i] \quad (3.5)$$

$$x_{jm}^1 \in [0, 1], \quad \forall j, \forall m : 1 \notin S[u], \quad \forall u \in \{i+1, \dots, 4\} \quad (3.6)$$

Para esta abordagem, a restrição (3.1) fixa as variáveis de precedência considerando os conjuntos S (S_{cresc} ou S_{decrec}). Essa representação é válida para ambas as estratégias e cobre os estágios anteriores cujo MIP já foi resolvido ($u \in \{1, \dots, i-1\}$).

A restrição (3.2) representa a aplicação do MIP quando o estágio específico $S[i]$ está sendo resolvido.

Enquanto o estágio $S[i]$ executa o MIP, os estágios futuros ainda não visitados ($u \in \{i+1, \dots, 4\}$) têm as variáveis de precedência relaxadas, conforme (3.3).

De forma análoga, as restrições (3.4)–(3.6) tratam das variáveis de alocação x_{jm}^1 , que representam a designação da ordem j à máquina m no primeiro estágio.

A restrição (3.4) fixa as variáveis x_{jm}^1 de acordo com os valores já obtidos em estágios anteriores ($u \in \{1, \dots, i-1\}$), desde que o estágio 1 já tenha sido resolvido, isto é, quando $1 \in S[u]$. Dessa forma, garante-se que as decisões referentes à alocação da

primeira etapa nas máquinas possíveis (CC1 ou CC2) não sejam alteradas nas iterações subsequentes do procedimento Relax-and-Fix.

A restrição (3.5) representa a aplicação do MIP quando o estágio específico $S[i]$ está sendo resolvido, onde há uma máquina alternativa.

Por fim, a restrição (3.6) relaxa as variáveis x_{jm}^1 associadas aos estágios ainda não visitados ($u \in \{i + 1, \dots, 4\}$), permitindo que assumam valores contínuos entre 0 e 1.

Estratégia de Relax-and-Fix por Quebra em sub-instâncias

Apesar da adoção da estratégia *Relax-and-Fix*, conforme discutido na subseção anterior, o desempenho computacional do modelo MIP ainda apresenta limitações quando aplicado a instâncias de maior porte. Uma análise detalhada dos tempos de execução indicou que as restrições de precedência, modeladas pelas variáveis binárias y_{jk}^l , são responsáveis por grande parte da complexidade do modelo. Essas variáveis representam a relação de precedência entre os jobs j e k na máquina l , e o número de combinações cresce quadraticamente com o tamanho do conjunto de ordens.

As restrições de precedência são formuladas para todos os pares possíveis de jobs ($j < k$). No contexto do *Relax-and-Fix*, as variáveis de precedência associadas a ordens de blocos futuros são relaxadas, ou seja, consideradas contínuas. No entanto, as restrições que envolvem essas variáveis permanecem no modelo global, resultando em um grande número de restrições lineares ativas. Embora não se busque a integralidade dessas variáveis em subproblemas futuros, o esforço computacional para processar tais restrições continua elevado. À medida que o tamanho das instâncias aumenta, esse fator limita a escalabilidade e reduz os ganhos esperados da abordagem.

Para ilustrar esse comportamento, considera-se a resolução de apenas um subproblema, dentro de um total de cinco, envolvendo 25 ordens de produção. A heurística *Relax-and-Fix* gera o seguinte número de restrições, expressos na Tabela 4 :

Tabela 4: Quantidade de restrições na heurística *Relax-and-Fix*

Restrição	Quantidade
1. Processamento do job por completo	25
2. Processamento do job por completo	55
3. Máquina Alternativa	25
4. Precedência	600
5. Precedência	600
6. Precedência	493
7. Precedência	493
8. Tardiness	25
9. Earliness	25
10. Estoque	55

Essa análise evidencia que grande parte das restrições de precedência é gerada mesmo quando apenas uma fração delas é relevante em determinada etapa da resolução. A inclusão dessas restrições nos subproblemas futuros contribui para o aumento do custo computacional, limitando a eficiência do modelo em instâncias de maior porte.

Diante desse comportamento, torna-se necessária a adoção de heurísticas de quebra por sub-instâncias. Em vez de manter todas as variáveis e restrições no modelo

global, a divisão em subproblemas independentes permite trabalhar com conjuntos menores de *jobs* e máquinas, reduzindo significativamente o número de restrições processadas simultaneamente. O MIP apresenta bom desempenho em instâncias de menor dimensão; a quebra em pequenos subproblemas explora essa característica, redistribuindo a complexidade em subproblemas menores, resolvidos de forma mais eficiente. A consistência global da solução é assegurada por vínculos específicos entre os subproblemas, evitando a necessidade de carregar todas as restrições desde o início.

Mesmo quando o modelo processa apenas um subconjunto de ordens, as restrições de precedência são definidas para todos os pares possíveis, o que resulta em milhares de restrições, muitas das quais envolvem combinações de *jobs* que, devido à distância temporal, não competem entre si. Essa característica evidencia uma limitação da heurística: embora o relaxamento parcial das variáveis contribua para a convergência, o esforço computacional exigido permanece elevado. Uma análise detalhada desse comportamento é apresentada no capítulo de Experimentos Computacionais.

Para lidar com essas complexidades, diversos autores recorreram a heurísticas de quebra por sub-instâncias, particionando o problema em subproblemas menores. Essa abordagem permite que cada subproblema seja resolvido de forma mais eficiente, uma vez que modelos de menor dimensão tendem a convergir mais rapidamente e a guiar a busca por soluções próximas do ótimo. Essa estratégia foi explorada por [Elkamel et al. \(1997\)](#) no sequenciamento de lotes em uma indústria química, e de forma análoga por [Harjunkoski and Grossmann \(2007\)](#) na siderurgia, em que o problema foi particionado conforme famílias de produtos nas etapas *upstream* da produção de aço.

Inspirando-se nessas abordagens, propõe-se neste estudo uma estratégia heurística alternativa de quebra em subproblemas, com o objetivo de reduzir o número de variáveis e restrições consideradas em cada iteração, preservando simultaneamente as dependências temporais entre as ordens de produção.

O modelo seguinte é executado para cada iteração:

$$\text{minimize } \sum_{j \in O} (\alpha_j \cdot T_j + \beta_j \cdot E_j)$$

sujeito a:

restrições (1.1)–(1.9) e adicionalmente, os domínios de y_{jk}^l e x_{jm}^1 presentes em (1.10) (1.11) são revisados:

$$y_{jk}^l = y_{jk}^{l,*} \quad \forall j, k \in Q_u, \quad u = 1, \dots, i-1, \quad j < k \quad (4.1)$$

$$y_{jk}^l \in \{0, 1\} \quad \forall j \in Q_u, \quad u = 1, \dots, i \quad \forall k \in Q_i, \quad j < k \quad (4.2)$$

$$x_{jm}^1 = x_{jm}^{1,*} \quad m \in M, \quad \forall j \in Q_u, \quad u = 1, \dots, i-1 \quad (4.3)$$

$$x_{jm}^1 \in \{0, 1\} \quad m \in M, \quad \forall j \in Q_i, \quad (4.4)$$

A Tabela 5 contempla os pares de *jobs* abordados dentro de cada iteração, com as devidas variações dos seus domínios:

Tabela 5: Domínio das variáveis y_{jk}^l por iteração para os subconjuntos $Q_1 = \{1, 2, 3\}$, $Q_2 = \{4, 5, 6\}$ e $Q_3 = \{7, 8, 9, 10\}$.

Iteração	Fixado (Eq. 4.1)	MIP (Eq. 4.2)
1	–	(1,2), (1,3), (2,3)
2	(1,2), (1,3), (2,3)	(1,4), (1,5), (1,6), (2,4), (2,5), (2,6), (3,4), (3,5), (3,6), (4,5), (4,6), (5,6)
3	(1,2) – (1,6); (2,3) – (2,6); (3,4) – (3,6); (4,5), (4,6), (5,6)	(1,7) – (1,10); (2,7) – (2,10); (3,7) – (3,10); (4,7) – (4,10); (5,7) – (5,10); (6,7) – (6,10); (7,8) – (7,10); (8,9), (8,10), (9,10)

As restrições do modelo MIP do problema original permanecem as mesmas apresentadas em (1.1)–(1.11). A única diferença é que o domínio das ordens deixa de corresponder ao conjunto completo O , sendo agora restrito ao subconjunto de ordens Q_u , com $u = 1, \dots, i$.

A estrutura proposta caracteriza-se como uma quebra do problema original, resolvido de forma sequencial. Os domínios (4.1) e (4.3) abrangem a fixação das variáveis que foram resolvidas na iteração anterior. Os domínios (4.2) e (4.4) representam as variáveis que farão parte da resolução do MIP na iteração corrente. Os subconjuntos de ordens são os mesmos definidos nas equações (2.1), (2.2), (2.4) e (2.5).

Não há relaxamento de variáveis em nenhuma etapa. Cada sub-instância é formulada como um modelo MIP completo, restrito apenas ao domínio correspondente ao subconjunto em análise.

O processo é repetido até que todas as partições sejam resolvidas, resultando em uma solução viável e integral para o conjunto completo de ordens O . Embora o domínio de cada sub-instância seja reduzido, as restrições originais (1.1)–(1.10) permanecem válidas. Assim, o problema mantém sua formulação exata, mas é resolvido de forma particionada, o que reduz o esforço computacional e favorece a obtenção de soluções de boa qualidade para instâncias de maior porte.

A estratégia adotada guarda semelhança conceitual com métodos do tipo Relax-and-Fix, com a diferença de que, neste caso, não há relaxamento das variáveis fora do subconjunto em resolução. As variáveis de iterações anteriores são integralmente fixadas, enquanto as demais permanecem inativas até a iteração correspondente. Dessa maneira, o modelo evolui de modo sequencial, mantendo a natureza discreta das decisões e a coerência entre as soluções parciais.

Ao incluir a referência à Tabela 4, que apresenta a quantidade de restrições consideradas pela heurística Relax-and-Fix em comparação com a aplicação da heurística de quebra em subproblemas proposta, obtêm-se os seguintes resultados para a iteração 1:

Tabela 6: Comparação do número de restrições entre as heurísticas A e B

Restrição	Relax-and-Fix	Sub-instâncias
Restrição 1 - Processamento do <i>job</i> por completo	25	6
Restrição 2 - Processamento do <i>job</i> por completo	55	11
Restrição 3 - Máquina Alternativa	25	6
Restrição 4 - Precedência	600	30
Restrição 5 - Precedência	600	30
Restrição 6 - Precedência	493	15
Restrição 7 - Precedência	493	15
Restrição 8 - Tardiness	25	6
Restrição 9 - Earliness	25	6
Restrição 10 - Estoque	55	11

Esses dados evidenciam que, em termos de quantidade de restrições, a quebra proposta reduz o tamanho do modelo, mantendo a validade das soluções e preservando as precedências essenciais entre os *jobs*. Essa redução direta no número de restrições traduz-se em ganhos expressivos de tempo de execução, sem prejuízo significativo na qualidade das soluções encontradas.

A estratégia de quebra em subproblemas proposta demonstra-se eficaz ao balancear a complexidade computacional e a qualidade da solução. Ao limitar o número de restrições consideradas em cada iteração, a heurística reduz significativamente o esforço de processamento sem comprometer a consistência das sequências de produção.

Capítulo 4

Experimentos Computacionais

O modelo matemático demonstrado na seção anterior foi implementado utilizando o solver CPLEX (versão 22.1.1.0) da IBM para resolver os problemas de programação linear inteira mista (MILP) decorrentes da formulação matemática.

Os testes foram realizadas em um MacBook Pro com processador M2, 8 GB de memória RAM e 500 GB de armazenamento em SSD.

Nesta seção, são apresentados os experimentos computacionais realizados para avaliar o desempenho das estratégias *Relax-and-Fix*. Os resultados obtidos por essas heurísticas são comparados com as soluções geradas por um software comercial de otimização.

O software comercial é caracterizado como uma ferramenta de planejamento e sequenciamento. A fase de planejamento utiliza intervalos de tempo discretos, enquanto a fase de programação opera em tempo contínuo.

Inicialmente, a ferramenta gera um plano viável que atende às restrições de fluxo, metas de produtividade e períodos de parada programada. Em seguida, esse plano é refinado em um cronograma detalhado, convertendo a linha do tempo discreta em contínua, ao mesmo tempo em que mantém todas as restrições operacionais. O algoritmo empregado segue uma abordagem gulosa (*greedy*), com diversas possibilidades de ajuste, buscando obter soluções de boa qualidade de forma rápida.

Embora o software comercial obtenha soluções em cerca de 1 segundo, mesmo para instâncias de grande porte, as estratégias *Relax-and-Fix* demandam maior tempo de execução. No entanto, o objetivo dos experimentos é demonstrar que esse aumento no tempo computacional é compensado por uma melhoria significativa na qualidade das soluções obtidas.

Cenários Avaliados

Esta seção apresenta os diferentes cenários experimentais considerados ao longo do trabalho. Para fins de organização e clareza, os cenários foram agrupados em três categorias, de acordo com suas características e objetivos. A seguir, descreve-se cada uma dessas categorias:

- **Categoria 1 — Instâncias Pseudoaleatórias:** baseia-se em métodos utilizados na literatura para geração de instâncias aleatórias. São avaliados diferentes tamanhos de instância e, devido ao aumento da complexidade computacional, são aplicadas as estratégias complementares ao modelo de programação inteira mista (MIP) mencionadas no capítulo anterior.
- **Categoria 2 — Instâncias com Dados Reais:** refere-se a instâncias elaboradas com base em dados reais, tratados de forma a garantir a confidencialidade das informações. O modelo MIP é novamente aplicado, em conjunto com as abordagens heurísticas que buscam melhorar o desempenho computacional.

Além das soluções obtidas com o modelo matemático, foram realizadas comparações com uma solução de referência fornecida por um software comercial de sequenciamento da produção. Essa comparação permite uma avaliação mais abrangente do desempenho do modelo, considerando sua aderência a diferentes critérios de eficiência.

Considerações e Traduções de Premissas para o Modelo MIP

As instâncias foram construídas e obtidas com base em pedidos de bobinas com datas de entrega previamente definidas. Os dados considerados em cada instância possuem as seguintes características:

- **Ordem de Produção:** identificador único associado a cada pedido incluído na instância.
- **Peso da Ordem:** quantidade a ser produzida, expressa em toneladas.
- **Família do Material:** classificação do material solicitado segundo sua família produtiva. Cada família está associada a uma rota industrial específica. A tabela apresenta a relação entre famílias e rotas industriais:

Família — Rota	CC1/CC2	HSM	CRM	GAL
SFS				
HRC				
CRC				
GIX				
GAZ				
GIZ				
GAX				

Tabela 1: Rotas industriais atribuídas por família

- **Tempo de *setup*:** os tempos de *setup* entre famílias foram definidos com base em um cenário hipotético, dado que o objetivo do estudo é demonstrar a viabilidade de incorporar esse tipo de decisão na modelagem de escalonamento. A matriz apresenta os tempos utilizados:

Tabela 2: Matriz de tempos de *setup* entre famílias de produtos (em unidades de tempo)

	SFS	HRC	CRC	GIX	GAZ	GIZ	GAX
SFS	0	4	8	12	14	16	18
HRC	18	0	4	8	12	14	16
CRC	18	16	0	4	8	12	14
GIX	18	16	14	0	4	8	12
GAZ	18	16	14	12	0	4	8
GIZ	18	16	14	12	8	0	4
GAX	18	16	14	12	8	4	0

Os valores foram estipulados tomando como base cerca de 10% do tempo médio de processamento de um *job* em um dado estágio produtivo. A partir dessa referência, os demais tempos foram ajustados de modo a refletir um padrão lógico de operação: transições entre famílias próximas demandam menos tempo de preparação, enquanto mudanças mais abruptas — ou o retorno a famílias anteriormente produzidas — resultam em tempos mais elevados.

Essa lógica é inspirada em processos industriais observáveis, como o lingotamento contínuo, no qual a sequência de produção afeta diretamente os tempos de preparação. Por exemplo, iniciar com materiais de baixo teor de carbono e seguir para os de maior teor tende a requerer menos tempo de limpeza de equipamentos do que o caminho inverso, devido à contaminação por carbono. Embora os dados sejam hipotéticos, o padrão adotado visa manter coerência com práticas produtivas plausíveis.

- **Data de Entrega do Pedido:** representa a data esperada de entrega ao cliente para cada pedido.

- **Parâmetros α e β** coeficientes de penalidade associados ao atraso e adiantamento dos pedidos, respectivamente.
- **Conversão de datas para unidades contínuas de tempo:** O modelo opera com variáveis temporais contínuas. Por essa razão, as datas de entrega dos pedidos foram convertidas para minutos. Foi definida uma data de referência fixa como ponto inicial do sequenciamento. Por exemplo, se a carteira de pedidos se inicia em 30/05/2025, a data de referência pode ser definida como 28/05/2025. Assim, a data de entrega de um pedido previsto para o dia 30/05/2025 é convertida para 2.880 minutos (2 dias \times 24 horas \times 60 minutos). Esse procedimento foi adotado em todas as instâncias analisadas, permitindo consistência no tratamento do tempo no modelo.
- **Produtividade dos estágios produtivos:** Foram utilizados dados realistas de produtividade, representativos de um cenário siderúrgico, contemplando as particularidades e os padrões de desempenho de cada processo nos diferentes estágios produtivos. Esses dados foram considerados no sequenciamento da produção.

A estrutura proposta para os experimentos visa explorar a resposta do modelo frente a diferentes contextos e parâmetros operacionais, permitindo uma avaliação do seu desempenho e aplicabilidade em ambientes produtivos distintos.

A validação do modelo proposto será realizada por meio da comparação entre as presentes estratégias de solução, baseada em Programação Linear Inteira Mista (MIP), e a solução gerada por um software de otimização utilizado na indústria siderúrgica, que adota algoritmos heurísticos para o sequenciamento de ordens de produção.

Para tornar a análise comparativa mais objetiva e consistente, adotou-se como base de validação o cálculo da função objetivo do modelo MIP proposto, confrontando-a com os valores de *tardiness* (atraso) e *earliness* (antecipação) obtidos a partir da solução fornecida pelo software comercial.

Metodologia dos Experimentos

Como explorado nos capítulos anteriores, o estudo concentra-se em experimentar três diferentes abordagens para a resolução do modelo MIP:

- Relax-and-Fix por Jobs
- Relax-and-Fix por Estágios

- Relax-and-Fix por Quebra em sub-instâncias

Essas abordagens serão aplicadas a diferentes conjuntos de dados de entrada. Serão analisadas a função objetivo e o tempo de execução.

Para as estratégias Relax-and-Fix por Job e por Quebra em sub-instâncias, foram testados dois tamanhos distintos de subproblemas, a fim de avaliar os potenciais impactos na qualidade da solução e no desempenho do modelo. Os tamanhos utilizados foram de 5 e 10 *jobs* por subconjunto. Espera-se que subconjuntos menores resultem em menor tempo de execução, enquanto subconjuntos maiores proporcionem soluções de melhor qualidade.

No caso do Relax-and-Fix por estágios, os experimentos foram conduzidos considerando tanto uma resolução crescente dos estágios (lingotamento, laminação a quente, laminação a frio e galvanização) quanto decrescente (galvanização, laminação a frio, laminação a quente e lingotamento).

Também serão realizados testes com e sem a inclusão dos tempos de setup. O software comercial não considera os tempos de setup na tomada de decisão do sequenciamento da produção. Assim, para validar as soluções obtidas pelo software, foi realizado um pós-processamento, inserindo os tempos de setup nos casos em que ocorre transição entre famílias de produtos.

A duração da execução é um fator relevante, uma vez que, no mundo real, o tempo de computação impacta diretamente a utilidade das soluções geradas. Por exemplo, ao executar um cenário correspondente a uma semana de produção, se o MIP demora uma semana para rodar, a solução torna-se pouco útil, pois o período já terá se encerrado. Nesse caso, o ganho obtido ao encontrar a melhor decisão de sequenciamento é em grande parte perdido.

Além disso, em qualquer cenário industrial, especialmente na siderurgia, a operação muda constantemente, seja por falhas e manutenções de equipamentos, seja por novas demandas ou re-priorizações de ordens. Por isso, é desejável obter uma nova solução sempre que houver uma atualização nos dados ou no planejamento.

Categoria 1 — Instâncias Pseudoaleatórias

Os cenários descritos a seguir foram gerados por meio de instâncias pseudoaleatórias, utilizando um método de geração adaptado do proposto por [Bektur and Saraç \(2019\)](#). Essa abordagem visa criar instâncias representativas, com base em parâmetros definidos de maneira aleatória, seguindo a metodologia descrita abaixo.

1. **Famílias de Produtos:** As famílias dos pedidos foram atribuídas de forma aleatória

a partir do conjunto disponível de famílias: SFS, HRC, CRC, GIX, GAZ, GIZ, GAX. Para tal, utilizou-se uma seleção randômica uma a uma, garantindo que cada pedido fosse associado uniformemente a uma das famílias disponíveis.

2. **Tempos de processamento:** atribuídos de forma aleatória, com valores múltiplos de 200 e variando entre 200 e 1000 unidades de tempo por pedido.
3. **Datas de entrega (due dates):** As datas de entrega foram estabelecidas a partir de uma data de referência comum para todos os pedidos e distribuídas ao longo do horizonte de planejamento considerando o volume acumulado de produção. Para isso, foram considerados a soma dos tempos de processamento das ordens, um tempo médio estimado para *setups* entre pedidos e uma margem adicional de 10% para garantir flexibilidade nos prazos. As datas foram distribuídas de forma uniforme ao longo desse intervalo temporal, simulando um fluxo regular de pedidos e prevenindo, desde o início, concentrações excessivas de atrasos ou períodos de ociosidade no sistema. Dessa forma, as instâncias apresentam maior complexidade, pois obrigam o modelo MIP a decidir o sequenciamento das ordens não apenas com base na função objetivo principal, mas também levando em consideração, em segundo plano, os tempos de *setup* resultantes das transições entre diferentes famílias de produtos.

As instâncias pseudoaleatórias propostas concentram a demanda em apenas três datas de entrega, considerando como ponto de partida para o sequenciamento o dia 31/12/2024.

À medida que o número de pedidos aumenta, percebe-se uma forte concentração de ordens em datas de entrega próximas. Esse padrão torna a decisão de sequenciamento mais complexa, pois nem todos os pedidos poderão ser concluídos exatamente na data desejada, gerando atrasos ou antecipações. Nesses casos, definir a ordem de produção requer atenção aos detalhes, considerando, por exemplo, as rotas específicas de cada pedido e os *setups* associados às mudanças entre famílias de produtos.

A determinação da janela de início de cada pedido deve levar em conta a duração total de sua rota de produção. Pedidos com rotas curtas podem ser programados mais próximos de suas datas de entrega, enquanto pedidos com rotas mais longas precisam de maior antecedência para garantir o cumprimento dos prazos. Essa relação entre tempo de processamento e data de entrega aumenta a complexidade do problema, exigindo decisões que equilibrem a capacidade produtiva com os prazos estabelecidos.

Instâncias com elevada concentração de prazos permitem observar de forma mais clara os efeitos do sequenciamento em cenários realistas, nos quais há competição por capacidade produtiva em janelas curtas de tempo. Em contrapartida, instâncias com pedidos distribuídos ao longo de um horizonte maior tendem a ser menos complexas de alocar.

Cenário 1 A - 30 ordens de produção

Tabela 3: Distribuição de Pedidos por Família — Quantidade de pedidos e toneladas por data de entrega

Data Entrega	Info	GAX,GAZ,GIX,GIZ	CRC	HRC	SFS	Total
01/01/2025	Qtd.	2	1	1	1	5
	Ton.	400	200	200	200	1000
02/01/2025	Qtd.	9	3	2	2	16
	Ton.	4000	1600	1200	1000	7800
03/01/2025	Qtd.	3	2	4	0	9
	Ton.	2800	1800	3800	0	8400
Total	Qtd.	14	6	7	3	30
	Ton.	7200	3600	5200	1200	17200

A Tabela 3 apresenta o cenário 1A, composto por 30 *jobs*. A tabela resume a distribuição das ordens de produção por família, indicando a quantidade de pedidos e o volume total (em toneladas) associados a cada data de entrega.

As datas de entrega estão concentradas em três dias específicos, o que aumenta a complexidade das decisões de sequenciamento. Como esses prazos são muito próximos entre si, é inevitável que alguns *jobs* sejam concluídos com atraso, exigindo que o modelo MIP determine uma sequência que minimize o impacto na função objetivo. Esse comportamento é comum em cenários industriais reais, nos quais há concentração de ordens com prazos semelhantes, tornando essencial avaliar criteriosamente a sequência de produção que melhor equilibra atrasos e adiantamentos.

Os *jobs* seguem diferentes rotas de produção e apresentam produtividades variadas, de modo que o MIP deve decidir qual alocação resulta na melhor solução geral. A concentração de *jobs* nas famílias (GAX, GAZ, GIX, GIZ) exige que toda a rota de produção seja programada, ou seja, todas as etapas precisam ser sequenciadas.

Na Tabela 4 são apresentados os resultados obtidos para a instância 1A.

Tabela 4: Comparativo das estratégias com e sem setup — Instância Case_30jobs_A

Estratégia	Tamanho Subproblema	Tempo (s)	FO _{mip}
Sem Setup			
Relax-and-Fix	10	30	42.563
Relax-and-Fix	5	28	39.627
Quebra em sub-instâncias	10	19	45.669
Quebra em sub-instâncias	5	18	44.248
Relax-and-Fix por estágios	$S_{\text{decrec}} = \{4, 3, 2, 1\}$	892	50.325
Relax-and-Fix por estágios	$S_{\text{cresc}} = \{1, 2, 3, 4\}$	1.123	130.667
Software Comercial	-	1	61.924
Com Setup			
Relax-and-Fix	10	160	40.427
Relax-and-Fix	5	70	39.314
Quebra em sub-instâncias	10	139	39.893
Quebra em sub-instâncias	5	68	40.681
Relax-and-Fix por estágios	$S_{\text{decrec}} = \{4, 3, 2, 1\}$	773	51.168
Relax-and-Fix por estágios	$S_{\text{cresc}} = \{1, 2, 3, 4\}$	1.111	132.775
Software Comercial	-	1	64.964

Como esperado, o subproblema de tamanho 5 apresentou menor tempo de execução do que o subproblema de tamanho 10. Diferente do esperado, a qualidade da solução também foi superior para o subproblema de tamanho 5 em comparação ao de tamanho 10.

Quanto à inserção dos tempos de setup, observa-se uma diferença considerável no tempo de execução. De fato, o problema se torna mais complexo quando as variáveis de setup são consideradas. No entanto, isso não impacta o algoritmo Relax-and-Fix por estágios. Como esperado, o software comercial também não é afetado em sua performance, uma vez que os tempos de setup foram incorporados apenas no pós-processamento.

Decisões tomadas em algumas iterações são definitivas. Assim, uma escolha feita em uma iteração pode não parecer ótima naquele momento, mas contribui para uma melhor solução final. De fato, o Relax-and-Fix é uma abordagem gulosa, que oferece vantagens em termos de velocidade e uso de memória, mas, ao priorizar ganhos locais imediatos, o algoritmo pode deixar de identificar escolhas que conduzam à solução globalmente ótima.

Por exemplo, considerando os *jobs* A, B e C, a solução ótima é A, C, B. Entretanto, se a primeira iteração decidir executar B, A, o solver nunca alcançará a sequência ótima A, C, B. Além disso, a diferença de qualidade entre A, C, B e as demais soluções possíveis pode ser muito grande. Assim, ao optar localmente por B, A, a solução ótima é inacessível.

Vale destacar que o tempo de setup é pequeno quando comparado à duração de

um *job*. Normalmente, corresponde a apenas 18 minutos (no pior caso), enquanto um *job* pode durar várias horas. Adicionalmente, considerando o número relativamente pequeno de *jobs*, o número de transições entre famílias é limitado.

Em ambos os cenários, o Relax-and-Fix representa a melhor abordagem em termos de função objetivo. O esforço adicional em tempo do Relax-and-Fix de tamanho 5 é aceitável, dado o ganho obtido na função objetivo.

Cenário 1B - 30 ordens de produção

Tabela 5: Distribuição de Pedidos por Família — Quantidade de pedidos e toneladas por data de entrega

Data de Entrega	Info	GAX,GAZ,GIX,GIZ	CRC	HRC	SFS	Total
01/01/2025	Qtd.	5	1	0	1	7
	Ton.	1000	200	0	200	1400
02/01/2025	Qtd.	7	1	3	3	14
	Ton.	3200	600	1600	1400	6800
03/01/2025	Qtd.	6	2	0	1	9
	Ton.	5600	1600	0	800	8000
Total	Qtd.	18	4	3	5	30
	Ton.	9800	2400	1600	2400	16200

A Tabela 5 apresenta uma instância com 30 *jobs* denominada 1B. De forma semelhante à instância anterior, as datas de entrega estão concentradas em três datas específicas.

Assim como na instância anterior, observa-se maior concentração de *jobs* das famílias (GAX, GAZ, GIX, GIZ), o que exige o cumprimento completo da rota de produção, ou seja, todas as etapas precisam ser programadas.

Na Tabela 6 são apresentados os resultados obtidos para a instância 1B.

Tabela 6: Comparativo das estratégias com e sem setup — Instância Case_30jobs_B

Estratégia	Tamanho Subproblema	Tempo (s)	FO _{mip}
Sem Setup			
Relax-and-Fix	10	25,18	64.696
Relax-and-Fix	5	34,88	66.399
Quebra em sub-instâncias	10	22,10	65.342
Quebra em sub-instâncias	5	31,14	64.874
Relax-and-Fix por estágios	$S_{\text{decrec}} = \{4, 3, 2, 1\}$	1.115,04	78.153
Relax-and-Fix por estágios	$S_{\text{cresc}} = \{1, 2, 3, 4\}$	1.472,54	150.178
Software Comercial	-	1	95.034
Com Setup			
Relax-and-Fix	10	170,05	64.718
Relax-and-Fix	5	217,53	65.854
Quebra em sub-instâncias	10	110,77	63.704
Quebra em sub-instâncias	5	108,91	64.736
Relax-and-Fix por estágios	$S_{\text{decrec}} = \{4, 3, 2, 1\}$	1.491,61	79.701
Relax-and-Fix por estágios	$S_{\text{cresc}} = \{1, 2, 3, 4\}$	1.511,25	162.242
Software Comercial	-	1	97.278

Desta vez, o subproblema com 10 *jobs* apresentou tempo de execução menor do que o subproblema com 5 *jobs*, exceto para a estratégia Quebra em sub-instâncias com setup.

Mantém-se a mesma observação em relação à função objetivo: a diferença entre os cenários com e sem setup é pequena, e, na maioria dos casos, a solução com setup apresenta desempenho ligeiramente melhor, conforme observado na instância anterior.

Assim como antes, a estratégia Quebra em sub-instâncias proporciona melhores resultados em termos de tempo, mas não apresenta a melhor função objetivo.

O software comercial não alcança melhores valores de função objetivo.

Nesta instância, a melhor abordagem é o Relax-and-Fix de tamanho 10, que apresenta um tempo de execução razoável aliado a uma boa qualidade da solução.

Cenário 2A - 60 ordens de produção

Tabela 7: Distribuição de Pedidos por Família — Quantidade de pedidos e toneladas por data de entrega

Data de Entrega	Info	GAX,GAZ,GIX,GIZ	CRC	HRC	SFS	Total
01/01/2025	Qtd.	3	0	0	0	3
	Ton.	600	0	0	0	600
02/01/2025	Qtd.	18	8	7	2	35
	Ton.	9200	4400	3400	1200	18200
03/01/2025	Qtd.	12	2	3	5	22
	Ton.	11000	1800	2800	4400	20000
Total	Qtd.	33	10	10	7	60
	Ton.	20800	6200	6200	5600	38800

A Tabela 7 apresenta uma instância com 60 *jobs* denominada 2A. A distribuição das datas de entrega mantém a mesma lógica das instâncias anteriores. Além disso, a elevada concentração de demandas continua ocorrendo nas *jobs* que seguem a rota completa de produção.

Na Tabela 8 são apresentados os resultados obtidos para a instância 2A.

Tabela 8: Comparativo das estratégias com e sem setup — Instância Case_60jobs_A

Estratégia	Tamanho Subproblema	Tempo (s)	FO _{mip}
Sem Setup			
Relax-and-Fix	10	325,56	498.739
Relax-and-Fix	5	480,61	498.051
Quebra em sub-instâncias	10	192,13	453.423
Quebra em sub-instâncias	5	358,05	451.961
Relax-and-Fix por estágios	$S_{\text{decrec}} = \{4, 3, 2, 1\}$	4.916,36	440.761
Relax-and-Fix por estágios	$S_{\text{cresc}} = \{1, 2, 3, 4\}$	5.790,01	985.656
Software Comercial	-	1	488.175
Com Setup			
Relax-and-Fix	10	2.589,26	447.940
Relax-and-Fix	5	3.103,01	458.062
Quebra em sub-instâncias	10	2.158,69	426.333
Quebra em sub-instâncias	5	2.573,29	452.361
Relax-and-Fix por estágios	$S_{\text{decrec}} = \{4, 3, 2, 1\}$	4.416,43	448.071
Relax-and-Fix por estágios	$S_{\text{cresc}} = \{1, 2, 3, 4\}$	6.132,99	908.563
Software Comercial	-	1	502.449

Como há maior demanda, os valores da função objetivo são maiores e o tempo de execução aumenta significativamente.

A estratégia Quebra em sub-instâncias novamente proporciona a resolução mais rápida, mas desta vez também entrega uma função objetivo melhor para ambas as condições, com e sem setup.

A diferença entre os cenários com e sem setup é considerável tanto para o Relax-and-Fix quanto para a Quebra em sub-instâncias, confirmando o mesmo comportamento observado nas instâncias anteriores.

Nesta instância, o software comercial apresenta resultados mais competitivos, superando o Relax-and-Fix. Quando os tempos de setup não são considerados, a Quebra em sub-instâncias ainda oferece resultados aceitáveis. No entanto, ao incluir os tempos de setup, o acréscimo de cerca de 35 minutos na execução pode ser um fator relevante na escolha da abordagem, uma vez que essa diferença permite alcançar uma solução aproximadamente 16% melhor.

Cenário 2B - 60 ordens de produção

Tabela 9: Distribuição de Pedidos por Família — Quantidade de pedidos e toneladas por data de entrega

Data de Entrega	Info	GAX,GAZ,GIX,GIZ	CRC	HRC	SFS	Total
01/01/2025	Qtd.	13	1	3	3	20
	Ton.	2600	200	600	600	4000
02/01/2025	Qtd.	13	3	3	4	23
	Ton.	6200	1400	1600	1800	11000
03/01/2025	Qtd.	9	2	3	3	17
	Ton.	8400	1600	2800	2600	15400
Total	Qtd.	35	6	9	10	60
	Ton.	17200	3200	5000	5000	30400

A Tabela 9 apresenta uma instância com 60 *jobs* denominada 2B. De forma muito semelhante ao conjunto de *jobs* anterior, observa-se uma maior concentração nas rotas completas, com distribuição de datas de entrega próxima. Porém, desta vez a demanda em volume é um pouco menor.

Na Tabela 10 são apresentados os resultados obtidos para a instância 2B.

Tabela 10: Comparativo das estratégias com e sem setup — Instância Case.60jobs.B

Estratégia	Tamanho Subproblema	Tempo (s)	FO _{mip}
Sem Setup			
Relax-and-Fix	10	303,44	342.268
Relax-and-Fix	5	547,43	348.005
Quebra em sub-instâncias	10	203,17	375.944
Quebra em sub-instâncias	5	272,21	375.789
Relax-and-Fix por estágios	$S_{\text{decrec}} = \{4, 3, 2, 1\}$	6.863,77	348.545,68
Relax-and-Fix por estágios	$S_{\text{cresc}} = \{1, 2, 3, 4\}$	4.852,17	696.332
Software Comercial	-	1	322.554
Com Setup			
Relax-and-Fix	10	1.873,38	338.814
Relax-and-Fix	5	2.572,72	350.712
Quebra em sub-instâncias	10	923,39	348.572
Quebra em sub-instâncias	5	2.308,72	354.364
Relax-and-Fix por estágios	$S_{\text{decrec}} = \{4, 3, 2, 1\}$	7.161,39	366.743,64
Relax-and-Fix por estágios	$S_{\text{cresc}} = \{1, 2, 3, 4\}$	4.927,16	722.947
Software Comercial	-	1	334.768

Neste conjunto de dados, o software comercial apresenta tanto o melhor tempo de execução quanto o melhor valor da função objetivo.

Em segundo lugar, o Relax-and-Fix de tamanho 10 proporciona a melhor solução entre as abordagens MIP, considerando ambas as condições, com e sem setup.

Quanto ao tempo de execução, ao comparar as abordagens MIP, a Quebra em sub-instâncias apresenta o menor tempo.

Ao final, a melhor abordagem continua sendo o software comercial. No entanto, entre as abordagens MIP, o esforço de tempo necessário para o Relax-and-Fix de tamanho 10 é compensado pelo resultado alcançado na função objetivo.

Cenário 3A- 90 ordens de produção

Tabela 11: Distribuição de Pedidos por Família — Quantidade de pedidos e toneladas por data de entrega

Data de Entrega	Info	GAX,GAZ,GIX,GIZ	CRC	HRC	SFS	Total
01/01/2025	Qtd.	9	3	4	3	19
	Ton.	1800	600	800	600	3800
02/01/2025	Qtd.	16	9	4	5	34
	Ton.	8000	4400	2200	2800	17400
03/01/2025	Qtd.	20	5	7	5	37
	Ton.	17600	4400	6600	4800	33400
Total	Qtd.	45	17	15	13	90
	Ton.	27400	9400	9600	8200	54600

A Tabela 11 apresenta uma instância com 90 *jobs* denominada 3A. Dessa vez, a instância apresenta um maior número de *jobs*, resultando em um aumento no volume a ser programado. Metade dessa demanda está concentrada nas famílias que percorrem todas as etapas da produção.

Na Tabela 12 são apresentados os resultados obtidos para a instância 3A.

Tabela 12: Comparativo das estratégias com e sem setup — Instância Case_90jobs_A

Estratégia	Tamanho Subproblema	Tempo (s)	FO _{mip}
Sem Setup			
Relax-and-Fix	10	1.187,30	869.246
Relax-and-Fix	5	1.551,71	1.059.138
Quebra em sub-instâncias	10	593,05	874.198
Quebra em sub-instâncias	5	980,19	950.305
Relax-and-Fix por estágios	$S_{cresc} = \{1, 2, 3, 4\}$	13.790,42	1.775.394
Software Comercial	-	1	977.787
Com Setup			
Relax-and-Fix	10	6.384,67	809.144
Relax-and-Fix	5	7.666,00	887.471
Quebra em sub-instâncias	10	3.526,97	841.571
Quebra em sub-instâncias	5	6.134,10	877.679
Relax-and-Fix por estágios	$S_{decrec} = \{4, 3, 2, 1\}$	11.321,13	790.954
Relax-and-Fix por estágios	$S_{cresc} = \{1, 2, 3, 4\}$	12.883,39	1.802.417
Software Comercial	-	1	1.011.215

Neste contexto, para ambas as condições, com e sem setup, observa-se um aumento significativo no tempo de execução. A Quebra em sub-instâncias continua mais rápida do que o Relax-and-Fix, apresentando resultados similares aos obtidos pelo Relax-and-Fix.

Por exemplo, o Relax-and-Fix de tamanho 10 apresentou a melhor solução encontrada, mas com vantagem pequena: cerca de 2,5% melhor sem considerar setup e 4% melhor com setup, enquanto sua execução foi aproximadamente 40 a 50% mais rápida, dependendo da situação.

De maneira geral, nesta instância, o Relax-and-Fix de tamanho 10 foi a melhor abordagem na condição sem setup. No entanto, para a instância com setup, o Relax-and-Fix por estágios apresentou a melhor solução, embora tenha demandado um tempo de execução muito maior — mais de três vezes a duração da Quebra em sub-instâncias, para um ganho de apenas 6% na função objetivo.

O software comercial apresentou resultados significativamente piores do que os das abordagens MIP.

Cenário 3B- 90 ordens de produção

Tabela 13: Distribuição de Pedidos por Família — Quantidade de pedidos e toneladas por data de entrega

Data de Entrega	Info	GAX,GAZ,GIX,GIZ	CRC	HRC	SFS	Total
01/01/2025	Qtd.	9	3	3	4	19
	Ton.	1800	600	600	800	3800
02/01/2025	Qtd.	16	6	5	6	33
	Ton.	8000	3000	2800	2800	16600
03/01/2025	Qtd.	21	4	5	8	38
	Ton.	18600	3600	4400	7200	33800
Total	Qtd.	46	13	13	18	90
	Ton.	28400	7200	7800	10800	54200

A Tabela 13 apresenta uma instância com 90 *jobs* denominada 3B. De forma muito semelhante à instância anterior, esta apresenta uma pequena diferença no peso total da demanda. Novamente, as famílias que percorrem a rota completa continuam sendo as mais representativas.

Na Tabela 14 são apresentados os resultados obtidos para a instância 3B.

Tabela 14: Comparativo das estratégias com e sem setup — Instância Case_90jobs_B

Estratégia	Tamanho Subproblema	Tempo (s)	FO _{mip}
Sem Setup			
Relax-and-Fix	10	1.186,07	1.010.321
Relax-and-Fix	5	1.743,98	895.031
Quebra em sub-instâncias	10	650,13	980.410
Quebra em sub-instâncias	5	945,65	1.006.218
Software Comercial	-	1	961.964
Com Setup			
Relax-and-Fix	10	5.012,03	820.369
Relax-and-Fix	5	8.885,76	829.943
Quebra em sub-instâncias	10	3.502,86	801.978
Quebra em sub-instâncias	5	5.345,66	900.541
Relax-and-Fix por estágios	$S_{\text{decrec}} = \{4, 3, 2, 1\}$	11.443,30	736.091
Relax-and-Fix por estágios	$S_{\text{cresc}} = \{1, 2, 3, 4\}$	17.413,03	1.712.545
Software Comercial	-	1	991.918

Para este caso, o Relax-and-Fix por estágios não encontrou solução na abordagem sem setup.

Desta vez, o Relax-and-Fix com subproblema de tamanho 5 apresentou o melhor resultado em termos de função objetivo, enquanto o software comercial ficou em segundo lugar, porém com tempo de execução muito menor.

Na abordagem com setup, o Relax-and-Fix por estágios parece ser a melhor estratégia, embora apresente um tempo de execução bastante longo. Nesse cenário, a Quebra em sub-instâncias com subproblema de tamanho 10 surge como uma solução aceitável.

Categoria 2 — Instâncias Reais

Os Cenários seguintes representam instâncias reais devidamente tratadas, respeitando a confidencialidade dos dados.

Os detalhes dessas instâncias se encontram na seção de Apêndice.

De modo geral, existem também as 5 atribuições possíveis de famílias de produtos, que, por consequência, possuem distintas rotas produtivas.

Cenário 1 - 200 ordens de produção

Um resumo das demandas é apresentado na Tabela 15: As datas de entrega foram agrupadas, mas os dados completos estão disponíveis no Apêndice.

Tabela 15: Resumo da Distribuição de Pedidos por Família — Quantidade total e toneladas por intervalo de datas

Período	Info	GAX,GAZ,GIX,GIZ	CRC	HRC	SFS	Total
01/07 – 15/07	Qtd.	62	46	10	36	154
	Ton.	1996,97	1476,45	527,51	1386,68	5387,61
16/07 – 31/07	Qtd.	20	17	3	6	46
	Ton.	711,21	652,39	256,23	230,72	1850,55
Total	Qtd.	82	63	13	42	200
	Ton.	2708,18	2128,84	783,74	1617,40	7238,16

Neste conjunto de dados, observa-se que as demandas concentram-se em apenas um mês do ano. Além disso, a maior parte da demanda está distribuída nas duas primeiras semanas do mês. Mesmo que haja pouco mais do que o dobro de *jobs*, existem cerca de dez vezes mais possibilidades de datas de entrega.

Desta vez, as famílias de produtos GAX, GAZ, GIX e GIZ são as mais representativas. Também é possível notar que os pesos dos *jobs* apresentam valores variados, não sendo múltiplos de 100 toneladas, como nos casos pseudoaleatórios anteriores.

Na Tabela 16 são apresentados os resultados obtidos para a instância real com 200 *jobs*.

Tabela 16: Comparativo das estratégias com e sem setup — Instância Case_real_200jobs

Estratégia	Tamanho Subproblema	Tempo (s)	FO _{mip}
Sem Setup			
Relax-and-Fix	10	969,79	1.070.697
Relax-and-Fix	5	1.121,86	1.071.492
Quebra em sub-instâncias	10	480,26	1.073.861
Quebra em sub-instâncias	5	595,97	1.089.223
Software Comercial	-	1	3.097.312
Com Setup			
Relax-and-Fix	10	1.841,18	1.092.672
Relax-and-Fix	5	2.373,54	1.097.002
Quebra em sub-instâncias	10	901,66	1.078.711
Quebra em sub-instâncias	5	1.222,26	1.080.398
Software Comercial	-	1	3.250.445

A abordagem Relax-and-Fix por estágios exigiu memória excessiva para ser executada e, devido às limitações do computador, a instância não pôde ser processada.

Observa-se que, neste caso, os valores da função objetivo considerando os tempos de setup são maiores do que na abordagem sem setup. Isso se deve ao aumento do número de *jobs* e das transições entre famílias, podendo também estar relacionado ao uso de um algoritmo guloso, como explicado nos primeiros resultados.

Os resultados obtidos continuam confirmando que o Relax-and-Fix proporciona soluções de melhor qualidade, embora o tempo de execução não seja o mais eficiente. A Quebra em sub-instâncias, por sua vez, apresenta tempos de execução melhores, mantendo a qualidade das soluções próxima daquela obtida pelo Relax-and-Fix.

Focando nos tamanhos dos subproblemas, observa-se, de forma notável, que subproblemas maiores proporcionam não apenas tempos de execução melhores, mas também soluções de função objetivo superiores. Esse comportamento foi verificado para ambas as abordagens, com e sem setup.

O software comercial continua apresentando o menor tempo de execução, mas nota-se que a qualidade das soluções se deteriora à medida que o tamanho do problema aumenta.

Cenário 2 - 250 ordens de produção

Um resumo das demandas é apresentado na Tabela 17: As datas de entrega foram agrupadas, mas os dados completos estão disponíveis no Apêndice.

Tabela 17: Resumo da Distribuição de Pedidos por Família — Quantidade total e toneladas por intervalo de datas

Período	Info	GAX,GAZ,GIX,GIZ	CRC	HRC	SFS	Total
01/07 – 15/07	Qtd.	67	59	13	39	178
	Ton.	2105,96	2018,67	368,01	1392,71	5885,35
16/07 – 31/07	Qtd.	16	21	3	32	72
	Ton.	544,59	789,63	107,40	1237,93	2679,55
Total	Qtd.	83	80	16	71	250
	Ton.	2650,55	2808,30	475,41	2630,64	8564,90

Neste contexto, observa-se um aumento de 50 *jobs* a serem programados, resultando em um acréscimo no volume total de 1326 toneladas. Ainda é possível notar que as demandas estão mais concentradas nas famílias que possuem rotas de produção mais curtas, com destaque para as famílias SFS e CRC.

Na Tabela 18 são apresentados os resultados obtidos para a instância real com 200 *jobs*.

Tabela 18: Comparativo das estratégias com e sem setup — Instância Case_real_250jobs

Estratégia	Tamanho Subproblema	Tempo (s)	FO _{mip}
Sem Setup			
Relax-and-Fix	10	2.229,95	1.817.603
Relax-and-Fix	5	2.803,72	1.759.941
Quebra em sub-instâncias	10	842,45	1.753.903
Quebra em sub-instâncias	5	1.238,36	1.757.009
Software Comercial	-	1	3.923.778
Com Setup			
Relax-and-Fix	10	1.823,24	1.830.341
Relax-and-Fix	5	2.617,99	1.785.858
Quebra em sub-instâncias	10	819,25	1.765.725
Quebra em sub-instâncias	5	1.159,52	1.767.175
Software Comercial	-	1	4.104.799

Como observado no caso anterior, a abordagem Relax-and-Fix por estágios exigiu

memória excessiva para ser executada e, devido às limitações do computador, a instância não pôde ser processada.

Também nota-se o aumento da função objetivo na abordagem com setup.

Neste caso, para ambas as abordagens, com e sem setup, a Quebra em subinstâncias, utilizando subproblemas de tamanho 10, apresentou a solução mais rápida e os melhores valores de função objetivo.

O subproblema de tamanho 10 trouxe, de fato, melhores resultados tanto em tempo quanto em função objetivo para ambas as abordagens.

O software comercial continua sem fornecer resultados de função objetivo competitivos.

Cenário 3 - 300 ordens de produção

Um resumo das demandas é apresentado na Tabela 19: As datas de entrega foram agrupadas, mas os dados completos estão disponíveis no Apêndice.

Tabela 19: Resumo da Distribuição de Pedidos por Família — Quantidade total e toneladas por intervalo de datas

Período	Info	GAX,GAZ,GIX,GIZ	CRC	HRC	SFS	Total
01/07 – 15/07	Qtd.	96	58	8	59	221
	Ton.	2721,84	1979,39	286,13	1830,33	6817,69
16/07 – 31/07	Qtd.	25	15	1	38	79
	Ton.	883,11	543,79	35,80	1453,54	2916,24
Total	Qtd.	121	73	9	97	300
	Ton.	3604,95	2523,18	321,93	3283,87	9733,93

Nesta instância, observa-se um acréscimo de mais 50 *jobs*, resultando também em um aumento de 1169 toneladas. Diferentemente dos casos anteriores com dados reais, desta vez a demanda está mais concentrada nos *jobs* que pertencem às famílias que percorrem todas as etapas de produção. As duas primeiras semanas do mês continuam concentrando a maior parte dos *jobs* a serem programados.

Na Tabela 20 são apresentados os resultados obtidos para a instância real com 300 *jobs*.

Tabela 20: Comparativo das estratégias com e sem setup — Instância Case_real_300jobs

Estratégia	Tamanho Subproblema	Tempo (s)	FO _{mip}
Sem Setup			
Relax-and-Fix	10	6.553,36	1.592.165
Relax-and-Fix	5	8.755,89	1.538.109
Quebra em sub-instâncias	10	10.039,42	1.484.669
Quebra em sub-instâncias	5	4.043,49	1.504.332
Software Comercial	-	1	4.545.792
Com Setup			
Relax-and-Fix	10	4.554,90	1.602.418
Relax-and-Fix	5	7.181,28	1.554.275
Quebra em sub-instâncias	10	6.582,53	1.490.088
Quebra em sub-instâncias	5	3.329,41	1.501.321
Software Comercial	-	1	4.920.362

Como observado anteriormente, a abordagem Relax-and-Fix por estágios exigiu memória excessiva para ser executada e, devido às limitações do computador, a instância não pôde ser processada.

Desta vez, a Quebra em sub-instâncias apresentou o melhor tempo de execução para ambas as condições, com e sem setup, quando aplicada a subproblemas de tamanho 5. No entanto, os melhores resultados em função objetivo foram obtidos com subproblemas de tamanho 10, embora isso tenha exigido mais tempo de execução.

Comparando as estratégias MIP, observa-se, de forma surpreendente, que o Relax-and-Fix consumiu mais tempo do que o Relax-and-Fix para instâncias de tamanho 10. Para subproblemas de tamanho 5, o comportamento é semelhante ao observado anteriormente, com a Quebra em sub-instâncias apresentando menor tempo de execução.

Neste caso, a escolha da melhor abordagem envolve um pequeno *trade-off*. Considerando a busca por um ganho aceitável tanto em tempo quanto em função objetivo, a melhor opção seria a Quebra em sub-instâncias com subproblemas de tamanho 5.

Observa-se que o software comercial volta a apresentar valores de função objetivo elevados, o que evidencia a menor qualidade das soluções em relação às obtidas pelas variações da heurística Relax-and-Fix.

Avaliação dos Resultados Experimentais

Assumindo como referência de comparação a estratégia Relax-and-Fix por Quebra em Sub-instâncias para um tamanho de subproblema $\theta = 10$ e o software comercial, observa-se um ganho consistente na qualidade das soluções obtidas pelo modelo MIP. Esses resultados evidenciam o potencial da formulação proposta e a relevância de estratégias de apoio, como o Relax-and-Fix, para a obtenção de soluções de boa qualidade dentro de tempos computacionais adequados.

A figura 4.1 apresenta a variação percentual da função objetivo do modelo MIP em relação ao software comercial para as instâncias reais. O software comercial tende a gerar valores de função objetivo mais elevados, enquanto o modelo MIP identifica sequenciamentos mais eficientes, capazes de reduzir os efeitos combinados de adiantamentos e atrasos na solução final.

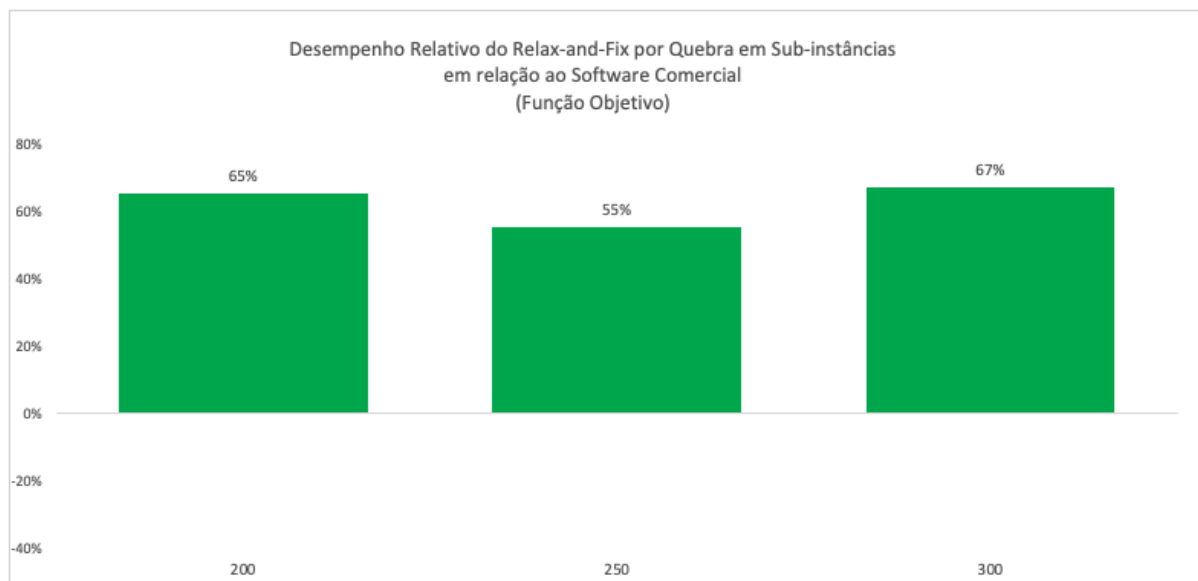


Figura 4.1: Redução que Relax-and-Fix posiciona sobre a solução do software comercial

Capítulo 5

Conclusão

Limitações do Modelo MIP em Instâncias de Maior Porte

A abordagem MIP apresenta limitações quanto ao tamanho das instâncias tratadas, sendo necessário avaliar outras estratégias quando o problema é ampliado. Adaptações simples na modelagem também podem ser exploradas. No caso da quebra em sub-instâncias, por exemplo, além de fixar as variáveis de precedência e alocação de máquinas, seria possível fixar os tempos de conclusão de decisões já estabelecidas. Essa medida reduziria o esforço computacional do modelo para os *jobs* subsequentes, uma vez que decisões anteriores permaneceriam inalteradas. Trata-se de uma alternativa viável para melhorar o desempenho do modelo em problemas de maior escala.

Outras estratégias, como algoritmos gulosos, modelagens de *backtracking*, programação dinâmica, algoritmos de inteligência artificial, inteligência de enxame e *simulated annealing*, também podem ser investigadas para obtenção de soluções de boa qualidade em tempos de execução reduzidos.

Outros Tipos de Abordagem para o Problema

Problemas de sequenciamento da produção na siderurgia e em outros setores industriais apresentam uma camada adicional de decisão associada aos *setups* exigidos ao longo do processo produtivo, os quais variam conforme a família de produtos.

Os tempos de *setup* estão contemplados na formulação do modelo MIP por meio das restrições de precedência, que inserem tempos adicionais de preparação conforme a transição entre diferentes famílias de produtos. Assim, o impacto dos *setups* é considerado de forma indireta na função objetivo, uma vez que afeta os tempos de conclusão das

ordens. Entretanto, uma abordagem complementar poderia envolver a monetização desses tempos, incorporando explicitamente os custos associados aos *setups* na função objetivo. Em certos casos, o tempo de preparação não representa integralmente o custo envolvido, sendo necessário considerar despesas adicionais, como consumo de energia, mão de obra, perdas iniciais e desgaste de ferramentas.

Na prática, por exemplo, na etapa de lingotamento contínuo, há custos operacionais relevantes ao alternar a produção de aços de alto para baixo carbono. A contaminação residual exige um processo adicional de limpeza da máquina, que implica custos de energia, tempo improdutivo e uso de insumos. Assim, um sequenciamento adequado das campanhas pode contribuir para minimizar esses custos, ao organizar a produção de forma gradual — iniciando com aços de baixo carbono, passando por médio e finalizando com alto carbono.

Na laminação, os cilindros de conformação variam conforme a espessura e o diâmetro do produto final. A troca desses componentes envolve tempo de *setup*, mão de obra especializada e custos relacionados ao desgaste do equipamento e ao consumo de materiais auxiliares.

No processo de galvanização, a aplicação da camada de zinco requer recozimento prévio do aço, cuja temperatura depende da composição da liga. Mudanças entre diferentes famílias de materiais exigem ajustes térmicos e eventual troca de aditivos no banho metálico, o que acarreta custos de energia, perdas térmicas e uso adicional de insumos. Esses fatores caracterizam outro tipo de *setup*, cujo impacto depende diretamente da sequência de produção adotada.

Essas particularidades evidenciam a importância de soluções de sequenciamento que considerem não apenas custos de atraso, antecipação e estoques, mas também os custos associados aos *setups* entre diferentes famílias de produtos. Esse *setup* dependente da sequência pode ser tratado como uma variável adicional de decisão, complementando o modelo estudado. Na indústria, os lotes de produção formados segundo essas características são comumente denominados campanhas.

Uma solução intuitiva é agrupar pedidos de mesma família em grandes lotes. No entanto, essa estratégia pode resultar em antecipação excessiva de algumas ordens ou atraso de outras, dependendo das prioridades. Dessa forma, restrições individuais podem ser desconsideradas, reduzindo a efetividade da decisão.

Esse tipo de problema amplia os *trade-offs* envolvidos e reforça a relevância da modelagem de otimização, especialmente quando se incorporam restrições dessa natureza em modelos MIP, como proposto neste estudo. A integração de definições de *lot sizing* às demais variáveis de decisão analisadas representa um avanço relevante para aplicações industriais, ao permitir uma representação mais abrangente dos custos de produção.

Síntese e Considerações Finais

O presente estudo investigou a aplicação de um modelo MIP para o problema de sequenciamento da produção em ambientes com múltiplos estágios e tempos de *setup* dependentes da sequência. A modelagem matemática foi fundamentada em formulações consolidadas na literatura e adaptada para contemplar as principais características do ambiente siderúrgico, incluindo restrições de não preempção, tempos de *setup* sequenciais, precedência entre operações e máquinas alternativas.

Durante a implementação, observou-se que, embora a abordagem MIP produza soluções de alta qualidade, sua aplicação direta em instâncias maiores apresentou limitações de desempenho computacional. Para contornar esse desafio, foram incorporadas estratégias heurísticas associadas ao modelo principal, como as abordagens Relax-and-Fix por Jobs, Relax-and-Fix para Estágios Produtivos e por Quebra em Sub-instâncias. Essas estratégias permitiram uma resolução mais eficiente, com redução do tempo de processamento e manutenção da qualidade das soluções.

O processo de validação demonstrou a importância de utilizar formulações inteiras como referência, uma vez que permitem mensurar a proximidade das soluções ao ótimo. Verificou-se que ferramentas comerciais, baseadas em resoluções heurísticas simplificadas, apresentaram soluções com valores de função objetivo superiores aos obtidos pelo modelo proposto, indicando diferenças relevantes entre as abordagens.

De modo geral, os resultados apontam que o modelo desenvolvido é aplicável ao contexto industrial siderúrgico, onde as restrições operacionais são rigorosas e o impacto de decisões de planejamento é elevado. O modelo mostrou potencial para reduzir o tempo de planejamento e aumentar a aderência às restrições produtivas. No entanto, o tempo computacional para instâncias de maior porte permanece como um ponto crítico, reforçando a necessidade de estratégias híbridas.

Comparativamente aos métodos tradicionais de sequenciamento, que demandam longos períodos de ajuste manual por parte dos planejadores, o modelo MIP representa uma alternativa sistematizada, automatizando o processo decisório e reduzindo a dependência de heurísticas manuais.

Para trabalhos futuros, recomenda-se a investigação de simplificações na formulação MIP, o aprimoramento de algoritmos voltados a instâncias de maior porte e o desenvolvimento de novas abordagens que integrem *setups* dependentes da sequência sob a ótica de *lot sizing*. Embora essa inclusão aumente a complexidade, ela contribui para uma representação mais fiel da operação industrial. Adicionalmente, a exploração de técnicas de decomposição e mecanismos de pré-processamento pode acelerar a obtenção de soluções e ampliar a aplicabilidade do modelo a diferentes contextos produtivos.

Referências

- G. Bektur and T. Saraç. A mathematical model and heuristic algorithms for an unrelated parallel machine scheduling problem with sequence-dependent setup times, machine eligibility restrictions and a common server. *Computational Operations Research*, 103: 46–63, 2019. doi:[10.1016/j.cor.2018.12.006](https://doi.org/10.1016/j.cor.2018.12.006).
- Abdelhak Elidrissi, Mohammed Benbrahim, Rachid Benmansour, and David Duvivier. Minimization of maximum lateness on parallel machines with a single server and job release dates. *4OR*, 22:351–385, 2024. doi:[10.1007/s10288-023-00547-3](https://doi.org/10.1007/s10288-023-00547-3). Received: 3 March 2023 / Revised: 3 March 2023 / Accepted: 30 June 2023 / Published online: 19 July 2023.
- A. Elkamel, M. Zentner, F. Pekny, and G. V. Reklaitis. A decomposition heuristic for scheduling the general batch chemical plant. *Engineering Optimization*, 28(4):299–330, 1997. doi:[10.1080/03052159708941137](https://doi.org/10.1080/03052159708941137).
- Miguel Escudero, Joaquín Balsera, Francisco Ortega-Fernández, and Vicente Montequín. Planning and scheduling with uncertainty in the steel sector: A review. *Applied Sciences*, 9:2692, 07 2019. doi:[10.3390/app9132692](https://doi.org/10.3390/app9132692).
- Helio Yochihiro Fuchigami and Socorro Rangel. A survey of case studies in production scheduling: Analysis and perspectives. *Journal of Computational Science*, 25:425–436, 2018. ISSN 1877-7503. doi:<https://doi.org/10.1016/j.jocs.2017.06.004>. URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1877750317300741>.
- David García-Menéndez, Henar Morán-Palacios, Francisco Ortega-Fernández, and Marina Díaz-Piloñeta. Scheduling in continuous steelmaking casting: A systematic review. *ISIJ International*, 60(6):1097–1107, 2020. doi:[10.2355/isijinternational.ISIJINT-2019-574](https://doi.org/10.2355/isijinternational.ISIJINT-2019-574). URL <https://www.scopus.com/inward/record.uri?eid=2-s2.0-85091742123&doi=10.2355%2Fisijinternational.ISIJINT-2019-574&partnerID=40&md5=f9e5f0fd715e63fafdab6961f21aed73>. Cited by: 11; All Open Access, Gold Open Access.
- Stephen C. Graves. A review of production scheduling. *Operations Research*, 29(4):646–675, 1981. doi:[10.1287/opre.29.4.646](https://doi.org/10.1287/opre.29.4.646). URL <http://dx.doi.org/10.1287/opre.29.4.646>. Publication details, including instructions for authors and subscription information: <http://pubsonline.informs.org>.

- Iiro Harjunkoski and Ignacio E. Grossmann. A decomposition approach for the scheduling of a steel plant production. *Journal of Scheduling*, 10(5):291–324, 2007. doi:[10.1007/s10951-007-0042-4](https://doi.org/10.1007/s10951-007-0042-4).
- Iiro Harjunkoski, Christos T. Maravelias, Peter Bongers, Pedro M. Castro, Sebastian Engell, Ignacio E. Grossmann, John Hooker, Carlos Méndez, Guido Sanda, and John Wassick. Scope for industrial applications of production scheduling models and solution methods. *Computers and Chemical Engineering*, 62:161–193, 2014. URL <https://www.elsevier.com/locate/compchemeng>.
- A. B. Kaha, K. Khowala, and J. W. Fowler. Mixed integer programming formulations for single machine scheduling problems. *Computers & Industrial Engineering*, 56(1):357–367, 2009.
- M. Kowalski, A. Steinboeck, and A. Kugi. Scheduling multiple groups of jobs for a multi-line steel hot rolling mill. *IFAC-PapersOnLine*, 55(21):168–173, 2022. ISSN 2405-8963. doi:<https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2022.09.262>. URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2405896322014975>. 19th IFAC Symposium on Control, Optimization and Automation in Mining, Mineral and Metal Processing MMM 2022.
- Wen-Yang Ku and J. Christopher Beck. Mixed integer programming models for job shop scheduling: A computational analysis. *Computers & Operations Research*, 73:165–173, 2016. doi:[10.1016/j.cor.2016.02.002](https://doi.org/10.1016/j.cor.2016.02.002).
- J. Li, L. Li, L. Tang, and H. Wu. A case of rule-based heuristics for scheduling hot rolling seamless steel tube production. *Expert Systems*, 23(3):145–158, 2006. doi:[10.1111/j.1468-0394.2006.00330.x](https://doi.org/10.1111/j.1468-0394.2006.00330.x).
- Jianyu Long, Zhong Zheng, Xiaoqiang Gao, and Panos M. Pardalos. Scheduling a realistic hybrid flow shop with stage skipping and adjustable processing time in steel plants. *Applied Soft Computing*, 64:536–549, 2018. ISSN 1568-4946. doi:<https://doi.org/10.1016/j.asoc.2017.12.044>. URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1568494617307810>.
- Leo Lopez, Michael W. Carter, and Michel Gendreau. The hot strip mill production scheduling problem: A tabu search approach. *European Journal of Operational Research*, 106(2):317–335, 1998. ISSN 0377-2217. doi:[https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(97\)00277-4](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(97)00277-4). URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221797002774>.
- Alan S. Manne. On the job-shop scheduling problem. *Operations Research*, 8(2):219–223, 1960.

- Kun Mao, Quan-ke Pan, Xinfu Pang, and Tianyou Chai. A novel lagrangian relaxation approach for a hybrid flowshop scheduling problem in the steelmaking-continuous casting process. *European Journal of Operational Research*, 236(1):51–60, 2014. doi:[10.1016/j.ejor.2013.11.012](https://doi.org/10.1016/j.ejor.2013.11.012). URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221713009775>.
- P. Mellor. A review of job shop scheduling. *Journal of the Operational Research Society*, 17(2):161–171, 1966. doi:[10.1057/jors.1966.24](https://doi.org/10.1057/jors.1966.24).
- H. Okano, A. J. Davenport, M. Trumbo, C. Reddy, K. Yoda, and M. Amano. Finishing line scheduling in the steel industry. *IBM Journal of Research and Development*, September 2004. Article in IBM Journal of Research and Development · September 2004.
- Michael L. Pinedo. *Scheduling: Theory, Algorithms, and Systems*. Prentice Hall, New Jersey, 1995.
- Jose M. Pinto and Ignacio E. Grossmann. A continuous time mixed integer linear programming model for short term scheduling of multistage batch plants. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 34(8):3037–3051, 1995.
- Florian Sahling, Lisbeth Buschkühl, Horst Tempelmeier, and Stefan Helber. Solving a multi-level capacitated lot-sizing problem with multi-period setup carry-over via a fix-and-optimize heuristic. *Computers & Operations Research*, 36(9):2546–2553, 2009. URL <https://www.elsevier.com/locate/cor>.
- Shuzo Sato, Takashi Yamaoka, Yutaro Aoki, and Toru Ueda. Development of integrated production scheduling system for iron and steel works. *International Journal of Production Research*, 15(6):539–552, 1977. doi:[10.1080/00207547708943148](https://doi.org/10.1080/00207547708943148).
- T. Takahashi, M. Konishi, S. Tamura, H. Hanaoka, and H. Nakagawa. Scheduling for steel making process using mathematical programming method. *IFAC Proceedings Volumes*, 22(11):129–134, 1989. ISSN 1474-6670. doi:[https://doi.org/10.1016/S1474-6670\(17\)53099-2](https://doi.org/10.1016/S1474-6670(17)53099-2). URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1474667017530992>. 6th IFAC Symposium on Automation in Mining, Mineral and Metal Processing 1989, Buenos Aires, Argentina, 4-8 September 1989.
- Yuanyuan Tan, MengChu Zhou, Yingying Wang, Xiwang Guo, and Liang Qi. A hybrid mip-cp approach to multistage scheduling problem in continuous casting and hot-rolling processes. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 16(3):1292–1304, 2019.
- Lixin Tang, Jiyin Liu, Aiyong Rong, and Zihou Yang. A review of planning and scheduling systems and methods for integrated steel production. *European Journal of Operational Research*, 133(1):1–20, 2001.

- Nelson Torres, Gus Greivel, Joshua Betz, Eduardo Moreno, Alexandra Newman, and Brian Thomas. Optimizing steel coil production schedules under continuous casting and hot rolling. *European Journal of Operational Research*, 314:496–508, 2024. ISSN 0377-2217. doi:[10.1016/j.ejor.2023.10.012](https://doi.org/10.1016/j.ejor.2023.10.012).
- Yasin Unlu and Scott J. Mason. Evaluation of mixed integer programming formulations for non-preemptive parallel machine scheduling problems. *Computers & Industrial Engineering*, 58(4):785–800, 2010. doi:[10.1016/j.cie.2009.10.001](https://doi.org/10.1016/j.cie.2009.10.001). URL <http://www.elsevier.com/locate/caie>.
- Harvey M. Wagner. An integer programming model for machine scheduling. *Naval Research Logistics Quarterly*, 6(2):131–140, 1959. doi:[10.1002/nav.3800060205](https://doi.org/10.1002/nav.3800060205).
- Sebastian Wegel, Thomas Volling, and Florian Sahling. Developing a matheuristic for the integrated planning of a cold rolling steel plant. *IFAC-PapersOnLine*, 55(10):1231–1236, 2022. ISSN 2405-8963. doi:<https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2022.09.558>. URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2405896322018663>. 10th IFAC Conference on Manufacturing Modelling, Management and Control MIM 2022.
- Ziyan Zhao, Qi Jiang, Shixin Liu, MengChu Zhou, Xiaochun Yang, and Xiwang Guo. Energy, cost and job-tardiness-minimized scheduling of energy-intensive and high-cost industrial production systems. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 133:108477, 2024.
- Atilla Özgür, Yilmaz Uygun, and Marc-Thorsten Hütt. A review of planning and scheduling methods for hot rolling mills in steel production. *Computers & Industrial Engineering*, 151:106606, 2021. ISSN 0360-8352. doi:<https://doi.org/10.1016/j.cie.2020.106606>. URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0360835220303405>.

Apêndice

Tabela 1: Dados Categoria 1 - Cenário 2A (Parte 1)

Pedido	Família	Toneladas	DD Pedido	α	β	γ
1	GIZ	800	2020-01-03	1	1	0
2	GAX	400	2020-01-02	1	1	0
3	GIZ	600	2020-01-02	1	1	0
4	HRC	400	2020-01-02	1	1	0
5	GIX	800	2020-01-03	1	1	0
6	CRC	600	2020-01-02	1	1	0
7	GIZ	600	2020-01-02	1	1	0
8	CRC	400	2020-01-02	1	1	0
9	GIZ	600	2020-01-02	1	1	0
10	GAZ	400	2020-01-02	1	1	0
11	SFS	600	2020-01-02	1	1	0
12	CRC	600	2020-01-02	1	1	0
13	SFS	1000	2020-01-03	1	1	0
14	GAZ	1000	2020-01-03	1	1	0
15	HRC	600	2020-01-02	1	1	0
16	HRC	400	2020-01-02	1	1	0
17	SFS	800	2020-01-03	1	1	0
18	SFS	800	2020-01-03	1	1	0
19	GAZ	600	2020-01-02	1	1	0
20	GIZ	200	2020-01-01	1	1	0
21	GIZ	600	2020-01-02	1	1	0
22	GIZ	600	2020-01-02	1	1	0
23	CRC	600	2020-01-02	1	1	0
24	GAZ	1000	2020-01-03	1	1	0
25	HRC	600	2020-01-02	1	1	0
26	SFS	800	2020-01-03	1	1	0
27	GAZ	1000	2020-01-03	1	1	0
28	GAZ	600	2020-01-02	1	1	0
29	HRC	800	2020-01-03	1	1	0
30	HRC	400	2020-01-02	1	1	0

Tabela 2: Dados Categoria 1 - Cenário 2A (Parte 2)

Pedido	Família	Toneladas	DD Pedido	α	β	γ
31	GAZ	400	2020-01-02	1	1	0
32	GAZ	600	2020-01-02	1	1	0
33	CRC	800	2020-01-03	1	1	0
34	GIZ	1000	2020-01-03	1	1	0
35	GIX	800	2020-01-03	1	1	0
36	GIX	600	2020-01-02	1	1	0
37	CRC	600	2020-01-02	1	1	0
38	GAZ	1000	2020-01-03	1	1	0
39	GAX	1000	2020-01-03	1	1	0
40	CRC	400	2020-01-02	1	1	0
41	GAZ	400	2020-01-02	1	1	0
42	GAX	1000	2020-01-03	1	1	0
43	HRC	400	2020-01-02	1	1	0
44	HRC	600	2020-01-02	1	1	0
45	GIZ	400	2020-01-02	1	1	0
46	GIX	400	2020-01-02	1	1	0
47	SFS	600	2020-01-02	1	1	0
48	GAX	400	2020-01-02	1	1	0
49	SFS	1000	2020-01-03	1	1	0
50	GAZ	200	2020-01-02	1	1	0
51	HRC	200	2020-01-03	1	1	0
52	GAX	800	2020-01-01	1	1	0
53	GAX	600	2020-01-01	1	1	0
54	GIX	800	2020-01-03	1	1	0
55	CRC	600	2020-01-02	1	1	0
56	GAZ	600	2020-01-02	1	1	0
57	GAX	800	2020-01-03	1	1	0
58	CRC	1000	2020-01-03	1	1	0
59	HRC	1000	2020-01-03	1	1	0
60	CRC	600	2020-01-02	1	1	0

Tabela 3: Dados Categoria 1 - Cenário 2B (Parte 1)

Pedido	Família	Toneladas	DD Pedido	α	β	γ
1	GAX	200	2020-01-01	1	1	0
2	GIX	400	2020-01-02	1	1	0
3	GAZ	200	2020-01-01	1	1	0
4	GAX	200	2020-01-01	1	1	0
5	GAZ	800	2020-01-03	1	1	0
6	CRC	400	2020-01-02	1	1	0
7	HRC	400	2020-01-02	1	1	0
8	HRC	200	2020-01-01	1	1	0
9	HRC	600	2020-01-02	1	1	0
10	HRC	800	2020-01-03	1	1	0
11	SFS	800	2020-01-03	1	1	0
12	SFS	400	2020-01-02	1	1	0
13	GAX	200	2020-01-01	1	1	0
14	SFS	1000	2020-01-03	1	1	0
15	GIZ	200	2020-01-01	1	1	0
16	CRC	800	2020-01-03	1	1	0
17	HRC	200	2020-01-01	1	1	0
18	GIZ	400	2020-01-02	1	1	0
19	GIZ	200	2020-01-01	1	1	0
20	GAZ	400	2020-01-02	1	1	0
21	SFS	200	2020-01-01	1	1	0
22	CRC	800	2020-01-03	1	1	0
23	SFS	400	2020-01-02	1	1	0
24	GAZ	400	2020-01-02	1	1	0
25	HRC	1000	2020-01-03	1	1	0
26	SFS	800	2020-01-03	1	1	0
27	GIZ	1000	2020-01-03	1	1	0
28	GAZ	400	2020-01-02	1	1	0
29	GAX	200	2020-01-01	1	1	0
30	GAX	1000	2020-01-03	1	1	0

Tabela 4: Dados Categoria 1 - Cenário 2B (Parte 2)

Pedido	Família	Toneladas	DD Pedido	α	β	γ
31	GAZ	1000	2020-01-03	1	1	0
32	HRC	600	2020-01-02	1	1	0
33	GIX	1000	2020-01-03	1	1	0
34	GIX	600	2020-01-02	1	1	0
35	GIX	800	2020-01-03	1	1	0
36	GIZ	200	2020-01-01	1	1	0
37	GIX	200	2020-01-01	1	1	0
38	GAZ	400	2020-01-02	1	1	0
39	GIX	600	2020-01-02	1	1	0
40	HRC	200	2020-01-01	1	1	0
41	GAZ	200	2020-01-02	1	1	0
42	SFS	200	2020-01-01	1	1	0
43	SFS	200	2020-01-01	1	1	0
44	HRC	1000	2020-01-03	1	1	0
45	GAX	400	2020-01-02	1	1	0
46	GIX	600	2020-01-02	1	1	0
47	GAZ	600	2020-01-02	1	1	0
48	CRC	400	2020-01-02	1	1	0
49	SFS	600	2020-01-02	1	1	0
50	GIZ	200	2020-01-02	1	1	0
51	GIX	200	2020-01-01	1	1	0
52	GAX	200	2020-01-01	1	1	0
53	GIX	800	2020-01-03	1	1	0
54	CRC	600	2020-01-02	1	1	0
55	CRC	200	2020-01-01	1	1	0
56	SFS	600	2020-01-02	1	1	0
57	GIX	200	2020-01-01	1	1	0
58	GIX	1000	2020-01-03	1	1	0
59	GAZ	1000	2020-01-03	1	1	0
60	GAZ	200	2020-01-01	1	1	0

Tabela 5: Dados Categoria 1 - Cenário 3A

Pedido	Família	Toneladas	DD Pedido	α	β	γ
1	GIX	1600	2020-01-02	1	1	0
2	CRC	600	2020-01-01	1	1	0
3	GIZ	800	2020-01-01	1	1	0
4	CRC	1800	2020-01-02	1	1	0
5	HRC	1200	2020-01-02	1	1	0
6	SFS	400	2020-01-02	1	1	0
7	HRC	1600	2020-01-03	1	1	0
8	GAX	3200	2020-01-03	1	1	0
9	GIX	1600	2020-01-02	1	1	0
10	GIX	4000	2020-01-03	1	1	0
11	HRC	2000	2020-01-03	1	1	0
12	CRC	1200	2020-01-02	1	1	0
13	GIX	1800	2020-01-02	1	1	0
14	GIZ	3200	2020-01-03	1	1	0
15	GAZ	800	2020-01-01	1	1	0
16	GAZ	1600	2020-01-02	1	1	0
17	HRC	2000	2020-01-03	1	1	0
18	GIX	800	2020-01-01	1	1	0
19	HRC	800	2020-01-01	1	1	0
20	SFS	600	2020-01-02	1	1	0
21	HRC	1200	2020-01-02	1	1	0
22	HRC	2400	2020-01-03	1	1	0
23	GIZ	960	2020-01-02	1	1	0
24	SFS	1600	2020-01-03	1	1	0
25	GAZ	1600	2020-01-03	1	1	0
26	GIZ	800	2020-01-01	1	1	0
27	HRC	2400	2020-01-02	1	1	0
28	GAX	1600	2020-01-02	1	1	0
29	GIZ	3200	2020-01-03	1	1	0
30	GIZ	4000	2020-01-03	1	1	0

Tabela 6: Dados Categoria 1 - Cenário 3A (Parte 2)

Pedido	Família	Toneladas	DD Pedido	α	β	γ
31	HRC	2400	2020-01-03	1	1	0
32	GAX	3200	2020-01-03	1	1	0
33	GIX	3200	2020-01-03	1	1	0
34	CRC	807	2020-01-01	1	1	0
35	SFS	2436	2020-01-02	1	1	0
36	GAZ	2420	2020-01-02	1	1	0
37	GIZ	866	2020-01-01	1	1	0
38	GIX	4002	2020-01-03	1	1	0
39	GIZ	3245	2020-01-03	1	1	0
40	HRC	4035	2020-01-03	1	1	0
41	GAZ	1630	2020-01-02	1	1	0
42	GIZ	3232	2020-01-03	1	1	0
43	CRC	1648	2020-01-02	1	1	0
44	GAZ	4026	2020-01-03	1	1	0
45	CRC	3252	2020-01-03	1	1	0
46	GIZ	3252	2020-01-03	1	1	0
47	GAZ	803	2020-01-01	1	1	0
48	SFS	859	2020-01-01	1	1	0
49	CRC	3245	2020-01-03	1	1	0
50	CRC	1628	2020-01-02	1	1	0
51	GAX	3208	2020-01-03	1	1	0
52	HRC	863	2020-01-01	1	1	0
53	GAX	4015	2020-01-03	1	1	0
54	SFS	4052	2020-01-03	1	1	0
55	CRC	2434	2020-01-02	1	1	0
56	GAX	2469	2020-01-02	1	1	0
57	CRC	4027	2020-01-03	1	1	0
58	GIX	1631	2020-01-02	1	1	0
59	GIX	4063	2020-01-03	1	1	0

Tabela 7: Dados Categoria 1 - Cenário 3A (Parte 3)

Pedido	Família	Toneladas	DD Pedido	α	β	γ
60	CRC	2442	2020-01-02	1	1	0
61	SFS	2436	2020-01-01	1	1	0
62	GAX	3247	2020-01-03	1	1	0
63	GIZ	1605	2020-01-02	1	1	0
64	HRC	801	2020-01-01	1	1	0
65	GIX	832	2020-01-01	1	1	0
66	GAZ	1649	2020-01-02	1	1	0
67	GAZ	2455	2020-01-02	1	1	0
68	CRC	4048	2020-01-03	1	1	0
69	HRC	843	2020-01-01	1	1	0
70	GAX	2418	2020-01-02	1	1	0
71	SFS	4051	2020-01-03	1	1	0
72	HRC	4022	2020-01-03	1	1	0
73	GIZ	3208	2020-01-03	1	1	0
74	CRC	2411	2020-01-02	1	1	0
75	CRC	1631	2020-01-02	1	1	0
76	SFS	3247	2020-01-03	1	1	0
77	GAZ	802	2020-01-01	1	1	0
78	SFS	833	2020-01-01	1	1	0
79	CRC	824	2020-01-01	1	1	0
80	CRC	1606	2020-01-02	1	1	0
81	GIX	839	2020-01-01	1	1	0
82	GAZ	4028	2020-01-03	1	1	0
83	CRC	3242	2020-01-03	1	1	0
84	GAZ	2462	2020-01-02	1	1	0
85	SFS	2422	2020-01-02	1	1	0
86	HRC	1642	2020-01-02	1	1	0
87	GIX	2421	2020-01-02	1	1	0
88	SFS	2400	2020-01-02	1	1	0
89	SFS	4009	2020-01-03	1	1	0
90	GIZ	3237	2020-01-03	1	1	0

Tabela 8: Dados Categoria 1 - Cenário 3B

Pedido	Família	Toneladas	DD Pedido	α	β	γ
1	GIZ	4000	2020-01-03	1	1	0
2	SFS	200	2020-01-01	1	1	0
3	SFS	200	2020-01-01	1	1	0
4	SFS	600	2020-01-02	1	1	0
5	GAZ	3200	2020-01-03	1	1	0
6	GAX	4000	2020-01-03	1	1	0
7	HRC	1200	2020-01-02	1	1	0
8	HRC	1200	2020-01-02	1	1	0
9	GIZ	4000	2020-01-03	1	1	0
10	GAX	2400	2020-01-02	1	1	0
11	GIX	2400	2020-01-02	1	1	0
12	HRC	1200	2020-01-02	1	1	0
13	HRC	800	2020-01-02	1	1	0
14	CRC	2400	2020-01-03	1	1	0
15	GAX	3200	2020-01-03	1	1	0
16	CRC	2400	2020-01-03	1	1	0
17	GAX	1600	2020-01-02	1	1	0
18	GIX	3200	2020-01-03	1	1	0
19	SFS	1000	2020-01-03	1	1	0
20	GAX	3200	2020-01-03	1	1	0
21	CRC	3000	2020-01-03	1	1	0
22	HRC	400	2020-01-01	1	1	0
23	HRC	400	2020-01-01	1	1	0
24	HRC	2400	2020-01-03	1	1	0
25	GIZ	800	2020-01-01	1	1	0
26	GIZ	4000	2020-01-03	1	1	0
27	HRC	2400	2020-01-03	1	1	0
28	SFS	4000	2020-01-03	1	1	0
29	CRC	1200	2020-01-02	1	1	0
30	SFS	1200	2020-01-02	1	1	0

Tabela 9: Dados Categoria 1 - Cenário 3B (Parte 2)

Pedido	Família	Toneladas	DD Pedido	α	β	γ
31	GAX	1600	2020-01-02	1	1	0
32	GIX	800	2020-01-02	1	1	0
33	GIX	2400	2020-01-03	1	1	0
34	GIZ	3200	2020-01-03	1	1	0
35	CRC	600	2020-01-01	1	1	0
36	SFS	2400	2020-01-03	1	1	0
37	CRC	1200	2020-01-02	1	1	0
38	GAX	3200	2020-01-03	1	1	0
39	GIZ	2400	2020-01-02	1	1	0
40	GAX	1600	2020-01-02	1	1	0
41	HRC	2000	2020-01-03	1	1	0
42	GAZ	600	2020-01-01	1	1	0
43	GAX	2400	2020-01-02	1	1	0
44	GAX	2400	2020-01-02	1	1	0
45	GAZ	2400	2020-01-02	1	1	0
46	SFS	2400	2020-01-02	1	1	0
47	CRC	800	2020-01-01	1	1	0
48	SFS	2400	2020-01-03	1	1	0
49	SFS	2400	2020-01-03	1	1	0
50	HRC	4000	2020-01-03	1	1	0
51	GAX	1600	2020-01-02	1	1	0
52	GAZ	3200	2020-01-03	1	1	0
53	HRC	1200	2020-01-02	1	1	0
54	GAX	400	2020-01-01	1	1	0
55	CRC	800	2020-01-01	1	1	0
56	GIX	800	2020-01-01	1	1	0
57	SFS	600	2020-01-02	1	1	0
58	CRC	1200	2020-01-02	1	1	0
59	SFS	2400	2020-01-03	1	1	0
60	CRC	1200	2020-01-02	1	1	0

Tabela 10: Dados Categoria 1 - Cenário 3B (Parte 3)

Pedido	Família	Toneladas	DD Pedido	α	β	γ
61	GIX	3200	2020-01-03	1	1	0
62	GIZ	2400	2020-01-03	1	1	0
63	GIX	2400	2020-01-02	1	1	0
64	GIZ	4000	2020-01-03	1	1	0
65	SFS	1200	2020-01-02	1	1	0
66	HRC	2400	2020-01-03	1	1	0
67	CRC	1200	2020-01-02	1	1	0
68	SFS	600	2020-01-02	1	1	0
69	CRC	1200	2020-01-02	1	1	0
70	HRC	400	2020-01-01	1	1	0
71	GAZ	800	2020-01-01	1	1	0
72	GAZ	1600	2020-01-02	1	1	0
73	GIZ	3200	2020-01-03	1	1	0
74	GIZ	800	2020-01-02	1	1	0
75	GAZ	800	2020-01-01	1	1	0
76	SFS	800	2020-01-01	1	1	0
77	GIX	4000	2020-01-03	1	1	0
78	GIZ	4000	2020-01-03	1	1	0
79	SFS	4000	2020-01-03	1	1	0
80	GAX	400	2020-01-01	1	1	0
81	GAZ	600	2020-01-01	1	1	0
82	SFS	4000	2020-01-03	1	1	0
83	GIZ	800	2020-01-02	1	1	0
84	GIX	4000	2020-01-03	1	1	0
85	GIZ	3200	2020-01-03	1	1	0
86	CRC	4000	2020-01-03	1	1	0
87	GAX	1600	2020-01-02	1	1	0
88	GIX	4000	2020-01-03	1	1	0
89	GIX	600	2020-01-01	1	1	0
90	SFS	800	2020-01-01	1	1	0

Tabela 11: Instâncias Reais - Cenário 1 - 200 ordens de produção

Data Entrega	Info	GAX,GAZ,GIX,GIZ	CRC	HRC	SFS	Total
01/07/2025	Qtd. Ton.	16 445,22	5 128,08	2 87,23	4 155,13	27 815,66
04/07/2025	Qtd. Ton.	5 194,92	9 358,02	1 39,72	10 401,04	25 993,70
06/07/2025	Qtd. Ton.			2 143,20		2 143,20
07/07/2025	Qtd. Ton.	18 534,60	9 218,60	2 77,57	2 151,17	31 981,94
11/07/2025	Qtd. Ton.	1 39,78	17 676,26		14 548,96	32 1265,00
13/07/2025	Qtd. Ton.	1 35,80	2 15,94	2 163,88		5 215,62
14/07/2025	Qtd. Ton.	21 746,65	4 79,55	1 15,91	6 130,38	32 972,49
18/07/2025	Qtd. Ton.	3 119,34	6 238,68			9 358,02
20/07/2025	Qtd. Ton.			2 167,07		2 167,07
21/07/2025	Qtd. Ton.	10 362,79	4 135,25			14 498,04
25/07/2025	Qtd. Ton.	1 39,78	7 278,46		4 151,16	12 469,40
27/07/2025	Qtd. Ton.			1 89,16		1 89,16
28/07/2025	Qtd. Ton.	6 189,30			2 79,56	8 268,86
Total	Qtd. Ton.	82 2707,18	63 2824,13	13 789,41	42 1697,52	200 8018,24

Tabela 12: Instâncias Reais - Cenário 2- 250 ordens de produção - Quantidade de pedidos e toneladas por data de entrega

Data Entrega	Info	GAX,GAZ,GIX,GIZ	CRC	HRC	SFS	Total
01/07/2025	Qtd.	15	10	8	1	34
	Ton.	415,46	254,40	195,44	19,60	884,90
04/07/2025	Qtd.	13	16		12	41
	Ton.	509,18	636,48		454,31	1599,97
06/07/2025	Qtd.		1	1		2
	Ton.		13,64	69,15		82,79
07/07/2025	Qtd.	18	7	3	6	34
	Ton.	441,26	197,26	67,62	190,93	897,07
11/07/2025	Qtd.	8	13		15	36
	Ton.	314,26	517,14		572,82	1404,22
14/07/2025	Qtd.	13	12	1	5	31
	Ton.	425,80	399,75	35,80	155,05	1016,40
18/07/2025	Qtd.	8	10		4	22
	Ton.	318,24	397,80		151,16	867,20
21/07/2025	Qtd.	6	6	1	3	16
	Ton.	169,86	214,81	35,80	107,40	527,87
25/07/2025	Qtd.		3		23	26
	Ton.		119,34		895,04	1014,38
28/07/2025	Qtd.	2	2	2	2	8
	Ton.	56,49	57,68	71,60	84,33	270,10
Total	Qtd.	83	80	16	71	250
	Ton.	2650,55	2808,30	475,41	2630,64	8564,90

Tabela 13: Instâncias Reais - Cenário 3- 300 ordens de produção - Quantidade de pedidos e toneladas por data de entrega

Data Entrega	Info	GAX,GAZ,GIX,GIZ	CRC	HRC	SFS	Total
01/07/2025	Qtd.	25	12	6	8	51
	Ton.	700,11	332,81	188,67	276,18	1497,77
04/07/2025	Qtd.	6	17		10	33
	Ton.	226,74	676,26		330,25	1233,25
06/07/2025	Qtd.	2	1			3
	Ton.	71,60	13,64			85,24
07/07/2025	Qtd.	28	10	2	16	56
	Ton.	714,14	251,87	97,46	400,97	1464,44
11/07/2025	Qtd.	1	13		15	29
	Ton.	35,80	519,07		572,82	1127,69
13/07/2025	Qtd.				2	2
	Ton.				71,60	71,60
14/07/2025	Qtd.	34	5		8	47
	Ton.	973,45	185,74		178,51	1337,70
18/07/2025	Qtd.	3	10		4	17
	Ton.	119,34	397,80		151,16	668,30
21/07/2025	Qtd.	13	2		6	21
	Ton.	428,82	26,65		188,55	644,02
25/07/2025	Qtd.		2		24	26
	Ton.		79,56		934,82	1014,38
28/07/2025	Qtd.	9	1	1	4	15
	Ton.	334,95	39,78	35,80	179,01	589,54
Total	Qtd.	121	73	9	97	300
	Ton.	3604,95	2523,18	321,93	3283,87	9733,93