

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Érica Laboissière

**REPRESENTAÇÕES, VALORES E PROCEDIMENTOS
NO ENSINO E APRENDIZAGEM DE PROPORCIONALIDADE
EM UMA TURMA DE 7º ANO E EM UMA TURMA DE EJA**

Belo Horizonte

2015

Érica Laboissière

**REPRESENTAÇÕES, VALORES E PROCEDIMENTOS
NO ENSINO E APRENDIZAGEM DE PROPORCIONALIDADE
EM UMA TURMA DE 7º ANO E EM UMA TURMA DE EJA**

Monografia apresentada ao Curso de Especialização em Matemática para Professores, com ênfase em Cálculo, do Programa de Pós-graduação em Matemática da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito para obtenção de título de Especialista.

Orientadora: Ana Rafaela Ferreira

Belo Horizonte

2015

Érica Laboissière

**REPRESENTAÇÕES, VALORES E PROCEDIMENTOS
NO ENSINO E APRENDIZAGEM DE PROPORCIONALIDADE
EM UMA TURMA DE 7º ANO E EM UMA TURMA DE EJA**

Monografia apresentada ao Curso de Especialização em Matemática para Professores, com ênfase em Cálculo, do Programa de Pós-graduação em Matemática da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito para obtenção de título de Especialista.

Aprovada em 16 de dezembro de 2015

Banca Examinadora

Ana Rafaela Ferreira – Orientadora – UFMG

Denise Alves de Araújo – UFMG

Renata Alves Costa - UFMG

Belo Horizonte

2015

A Clara e Mariana.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a minha competente orientadora, Ana Rafaela Ferreira, pelo suporte, disponibilidade e leituras atentas.

À professora de Jussara de Matos Moreira pela colaboração paciente.

À professora Maria da Conceição Ferreira Reis Fonseca pela coordenação do trabalho do PROEF-UFMG e pelo incentivo e contribuição à minha formação docente.

À professora Denise Alves de Araújo pela continuidade do trabalho de coordenação do PROEF e pelo papel fundamental que desempenhou na minha formação desde a Educação Básica.

Aos alunos da EJA e do 7º ano que possibilitaram a realização da pesquisa.

À minha mãe, ao meu padrasto, à minha avó, Dodô, ao meu marido e ao meu primo, Mateus, pelas presenças constantes e ajudas frequentes.

RESUMO

Esta monografia foi elaborada a partir de um material empírico produzido através de procedimentos de intervenções, observações e registros de aulas em que atuei, simultaneamente, como professora e pesquisadora. Os recortes são trechos de interações ocorridas nas situações de ensino e aprendizagem da proporcionalidade em duas turmas distintas: de 7º ano do Ensino Fundamental e do 2º segmento do Ensino Fundamental da EJA. Os diálogos selecionados permitem perceber as trocas através das quais os educandos atribuem significados aos conteúdos escolares recorrendo a representações, valores e procedimentos que tanto podem dialogar, quanto podem entrar em conflito com os saberes escolares. A análise comparativa permitiu identificar os diferentes modos como sujeitos pertencentes a coletivos sociais distintos constituem eventos de numeramento na dinâmica discursiva da sala de aula.

ABSTRACT

This paper was elaborated from an empirical material produced through interventions procedures, observations and records of classes where I worked at the same time as a teacher and researcher. The cutouts of texts concerns fragments of interactions that occurred during proportionality teaching and learning situations into two distinct classes: Elementary School 7th year and EJA's second segment. The selected dialogues allow realizing exchanges through which students attribute meanings to school content using representations, values and procedures which can either talk, or getting in conflict with the school knowledge. The comparative analysis allowed identifying the different ways how individuals belonging to distinct social groups are numeracy events in the discursive dynamics of the classroom.

SUMÁRIO

PROPOSIÇÃO DO PROBLEMA	8
INTRODUÇÃO – Uma reflexão em três tempos	11
REFLEXÕES TEÓRICAS	16
A METODOLOGIA E OS OBJETOS DE PESQUISA	20
ESTUDOS DE PROPORCIONALIDADE: Possibilidades de discussão no campo do Numeramento	21
1. Eventos de numeramento em torno dos conceitos de grandezas e medidas	
1.1 . Estudos de grandezas e medidas no 7º ano	25
1.2 . Estudos de grandezas e medidas na EJA	27
1.3 . Análise comparativa entre os eventos.....	30
2. Eventos de numeramento na busca exemplos e contraexemplos de proporcionalidade	
2.1. Estudos de exemplos e contraexemplos de proporcionalidade no 7º ano	32
2.2. Estudos de exemplos e contraexemplos de proporcionalidade na EJA	35
2.3. Análise comparativa entre os eventos	40
3. Eventos de numeramento na formalização de estratégias de resolução de problemas de proporcionalidade	
3. 1. Formalização de estratégias próprias no 7º ano	41
3. 2. Formalização de estratégias próprias na EJA	46
3. 3. Análise comparativa entre os eventos.....	54
CONSIDERAÇÕES FINAIS	56
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	58

PROPOSIÇÃO DO PROBLEMA

Este trabalho de conclusão do curso de Especialização em Cálculo do Programa de Pós-Graduação do Instituto de Ciências Exatas da Universidade Federal de Minas Gerais, linha de pesquisa "Educação Matemática", tem como objetivo estabelecer análises de apropriação de práticas de numeramento¹ em dois contextos de interações discursivas em torno de estudos de grandezas, medidas e proporcionalidade.

O que se apresenta aqui é o resultado de uma investigação realizada em dois momentos distintos e subsequentes de minha prática docente. Em um primeiro momento no ano de 2010, foi realizado um trabalho de observação e intervenção junto a uma turma de estudantes jovens e adultos que cursava o 2º ano de uma escolarização de três anos destinada à conclusão do segundo segmento do Ensino Fundamental, a intenção inicial deste trabalho com a EJA era obter registros para a produção de um projeto de pesquisa de mestrado, que acabou por não se concretizar, entretanto o material coletado naquela ocasião foi utilizado para a produção desta monografia. A segunda etapa do trabalho de campo foi realizada junto a uma turma adolescentes do 7º ano do Ensino Fundamental no ano de 2015. As intervenções envolveram atividades relativas a noções de grandezas e medidas, bem como as habilidades de raciocínio proporcional. Foi o desenvolvimento dessas atividades que aqui tomamos como objeto de pesquisa.

Buscando uma prática pedagógica que visa, antes de tudo, a valorização cultural e intelectual do aluno, o objetivo inicial foi proporcionar e analisar o diálogo entre conhecimentos nas situações que envolviam noções de grandeza e proporcionalidade. Interessou-nos², em um primeiro momento, investigar a negociação dos saberes e a produção de sentido em atividades que envolviam o raciocínio proporcional e, posteriormente, estabelecer uma comparação entre eles. Contudo, essa comparação não se daria no sentido de dizer qual conhecimento é mais importante do que outro ou qual turma se sobressaiu no desenvolvimento das tarefas. Nossa intenção é refletir acerca dos conhecimentos que são mobilizados pelos estudantes, sejam escolares ou não, no decorrer das discussões realizadas em cada uma das salas de aula.

Durante o estudo de proporcionalidade, estimula-se desenvolvimento do raciocínio proporcional, que está presente em diversas situações do cotidiano. Nossa hipótese era de que a maioria dos estudantes, sobretudo os da Educação de Jovens e Adultos, já havia

¹ Na seção "Reflexões Teóricas", explicaremos o que chamamos de "práticas de numeramento".

² A partir desse momento utilizaremos a primeira pessoa do plural quando se tratar de elaborações produzidas junto com a orientadora dessa pesquisa.

desenvolvido estratégias de sobrevivência para lidar com questões do cotidiano que são regidas pelas leis da proporcionalidade e que este conhecimento cotidiano entraria em diálogo com o conhecimento escolar nas trocas ocorridas em sala de aula. Os estudos de proporcionalidade foram, portanto, considerados como um momento propício para explorar, sistematizar e legitimar os procedimentos matemáticos utilizados pelos alunos. Após o estudo da proporcionalidade, os alunos aprendem a regra de três, que, dependendo da forma como for trabalhada, pode se caracterizar como um conteúdo mais "formal". Por isso, a escolha de uma estratégia própria de resolução ou a utilização dos modos escolares de resolução depende da forma como cada estudante assimilou o estudo de proporcionalidade.

Esse trabalho, portanto, visa apresentar e discutir o modo como turmas bastante diferentes em relação ao seu público, ainda que estudando o mesmo conteúdo, desenvolviam suas próprias formas de resolução de problemas e de assimilação de conceitos. Além disso, interessa-nos analisar, a partir da dinâmica das interações, como esses estudantes atribuíam significados aos conteúdos práticos e conceituais do conhecimento matemático em questão.

Propomos uma investigação de natureza qualitativa, pois o que nos interessa é a observação de um processo, mais do que tratamento quantitativo de dados, na possibilidade de se manter abertura para “encontrar o inesperado” (ARAÚJO; BORBA, 2006, p. 42). Não obstante, dada minha experiência docente já adquirida e minha prática que busca estar atenta às interações e trocas ocorridas em sala de aula, a investigação partia de suposições iniciais que, mesmo não se configurando propriamente como hipóteses *a priori* a serem comprovadas ou refutadas, orientaram as definições dos objetivos da pesquisa.

O objetivo principal será então destacar e refletir acerca dos momentos em que os estudantes mobilizaram suas próprias experiências e referências no decorrer de estudos da proporcionalidade, entendendo que diferentes modos de fazer sempre afloram e entram em diálogo no contexto vivo de uma pedagogia que se pretendia ir além do binômio transmissão/assimilação.

Tendo como campo de pesquisa duas turmas distintas, sendo uma de jovens e adultos, e outra, de adolescentes, optamos por utilizar os dois conjuntos de materiais e, posteriormente, concluir o trabalho estabelecendo uma discussão comparativa entre eles, mas sem esquecer que cada turma possui suas especificidades. A partir de percepções de minha prática docente, pressupus que as interações entre conhecimentos escolares e não-escolares que se processariam na turma de EJA seriam mais "intensas" que aquelas de uma turma de 7º ano do ensino regular, dada a maior dimensão do repertório sociocultural dos alunos jovens e adultos frente à (ainda) pouca vivência dos adolescentes.

Nesse mesmo sentido, supúnhamos também que as atividades propostas seriam mais significativas para os alunos da EJA que, por certo, já haviam se deparado com a necessidade de resolução de problemas de proporcionalidade em diversas ocasiões em que a vivência prática exigira o domínio de noções de grandeza, a aplicação do raciocínio proporcional e o uso de operações básicas para solução de problemas do cotidiano. Por extensão, os alunos adolescentes, estando na escola regular, portanto, mais imersos no conhecimento formal e com idade entre 12 e 13 anos, apresentariam menor nível de conflito no processo de formalização do pensamento algébrico e de operacionalização do raciocínio abstrato que começa a se processar e se estabelecer justamente nesta etapa do desenvolvimento do pensamento lógico. São essas interações entre conhecimentos sobre as quais nos propomos a refletir neste trabalho.

INTRODUÇÃO – Uma reflexão em três tempos

Abrimos esta introdução com um apontamento que denominamos de “primeiro tempo” da reflexão inicial sobre o trabalho desenvolvido e aqui apresentado. Retorno na verdade a um ponto de origem que é também uma justificativa de ordem pessoal para a escolha da Licenciatura em Matemática como profissão e da Educação Matemática como campo de pesquisa.

Refletindo sobre a minha formação básica, o fato de ter cursado o Ensino Fundamental em uma escola “alternativa”, a Cooperativa de Ensino de Belo Horizonte - COOPEN-BH, é bastante relevante. Desde o princípio de minha educação escolar tive contato com uma proposta pedagógica que se pautava na interdisciplinaridade; na negociação coletiva para definição de temas de projetos; na valorização do conhecimento dos alunos nas definições de etapas de pesquisa e na reavaliação constante de seu direcionamento; na busca de materiais e informações em comunidades e meios extraescolares; na sistematização coletiva do conhecimento adquirido e na exposição dos resultados alcançados. Particularmente, em relação à Educação Matemática, tive oportunidade de manter um contato quase que diário com o professor e pesquisador Eduardo Sarquis Soares, que desempenhou função de coordenação do ensino de Matemática e Ciências na Educação Infantil e o Ensino Fundamental durante toda minha passagem por essa escola. Com ele e com as professoras por ele orientadas, pude desenvolver o gosto pela experimentação. Minha pequena turma tinha a “prerrogativa” de nunca trabalhar com seus materiais editados, pois estávamos sempre um ano à frente da edição de cada um dos volumes de sua coleção didática³. Nesse sentido, ele acompanhava nosso trabalho muito mais do que como coordenador e, em sala, compartilhávamos descobertas. Ali a matemática nos levou a sermos arquitetos, agrimensores, geógrafos entre outras atuações que fizeram a alegria do meu aprendizado na escola básica.

Mais do que um espaço escolar, a escola da COOPEN-BH sempre se caracterizou como um lugar de formação de professores, de reflexão permanente sobre a prática educativa, de experimentação e expansão de alternativas de ações pedagógicas. Foi, neste ambiente, que

³ Refiro-me aqui à coleção *Matemática com o Sarquis*, editada em quatro volumes entre os anos de 1996 e 1998 pela Formato Editorial. A coleção foi adotada pelas escolas da rede municipal de Belo Horizonte tão logo os volumes foram sendo editados e sempre mereceu avaliação positiva por parte Programa Nacional do Livro Didático instituído pelo Ministério da Educação naquele período. Embora bem avaliada também entre os professores, a coleção teve seu uso descontinuada nas escolas públicas, dada a dificuldade dos docentes de lidar com as propostas de inovações no ensino da Matemática trazidas pelos livros. Soares discorre brevemente sobre estes fatos na introdução de sua tese de doutorado (2009b, p. 10-14).

adquiri desde cedo o gosto pela demonstração de teoremas. Mas, foi ali também, que aprendi como e por que a Educação Matemática deve e pode ir além da transmissão de conteúdos, atendo-se às ferramentas matemáticas e, mais que isso, à construção do conhecimento matemático significativo para todos os envolvidos no processo pedagógico. A COOPEN-BH foi também a escola que me recebeu de volta no início de minha atividade propriamente profissional na docência. Durante um ano, assumi o cargo de professora do Ensino Fundamental II no Espaço Escola (COOPEN-BH), lecionando para as turmas do sexto ao nono ano. E, com todas as dificuldades relativas ao início da vida profissional e ao trabalho com adolescentes, me esforcei, o quanto pude, para fazer coincidir a abordagem dos conteúdos curriculares com experiências significativas para os estudantes. Como que em um retorno ao lar, voltei a experimentar ali os já conhecidos sabores do saber – no caso em especial, o sabor da Matemática no sentido da experimentação, da negociação, da descoberta de diferentes abordagens para resolução de problemas.

Esse retorno à origem marcou meu reencontro com práticas familiares, mas não coincidiu, contudo, com o início de meu trabalho de investigação. Para chegar a esse ponto, que chamamos de segundo tempo dessas reflexões, temos que retornar à minha formação em nível superior. No decorrer do quarto ano da licenciatura, descobri a Educação de Jovens e Adultos. Transitei de um ambiente onde reina a autoridade da razão, como é a graduação em Matemática, com suas tantas disciplinas consideradas difíceis e para poucos aprenderem e onde o saber formal atingiu um grau máximo de prestígio, para a sala de aula da Educação de Jovens e Adultos, como professora-monitora. Isso, mais do que uma opção política, foi, no momento inicial, um choque cultural⁴. Mas sendo a academia um espaço plural, eu, participando dela, acabei por encontrar ali um lugar para mim: a sala de aula.

Durante dois anos, participei do Programa de Educação de Jovens e Adultos- 2º segmento, do Centro Pedagógico da UFMG (PROEF-2) como regente de turma nas etapas continuidade e concluinte. Sobre o projeto do PROEF-2 da UFMG, vale me estender um pouco mais. Criado em 1986, com o nome de Projeto Supletivo do Centro Pedagógico, o Projeto de Ensino Fundamental de Jovens e Adultos – 2º segmento – PROEF-2 é apoiado pela Pró-reitora de Extensão da UFMG e desenvolve atividades na Escola Fundamental do CP/UFMG. Hoje, o PROEF-2, compõe com o PROEF-1, dedicado a alfabetização, e o PEMJA, Projeto de Ensino Médio de Jovens e Adultos, o Programa de Educação Básica de

⁴ É importante mencionar que minha primeira experiência em Educação Matemática foi como estagiária no PIBID (Programa Institucional de Bolsa de Iniciação a Docência). No entanto, foi no PROEF que pude desenvolver uma atividade mais ampla de educadora.

Jovens e Adultos da UFMG, que oferece a funcionários e à comunidade externa oportunidade de escolarização básica⁵.

Os educadores desse projeto são estudantes de licenciaturas da UFMG e os coordenadores integram o corpo de pesquisadores do Núcleo de Estudos e Pesquisas em Educação de Jovens e Adultos da Faculdade de Educação (NEJA-FAE). O NEJA visa tanto a formação de educadores quanto o desenvolvimento de pesquisa. No projeto, os estudantes universitários têm a oportunidade de atuar como regentes de turma num espaço destinado à formação docente sob orientação de professores da UFMG⁶. Quanto aos educandos do PROEF-2, para concluir o ensino fundamental, eles passam por três anos de escolarização, que são divididos em três etapas, iniciante, continuidade e concluinte. Foi como regente de uma turma de continuidade nesse espaço idealizado e mantido como lugar de prática, formação e atividade investigativa que coletei material empírico para a atividade de pesquisa.

Foram as experiências vivenciadas nessa prática docente que geraram não apenas reflexões, como também o desejo de desenvolver pesquisa em Educação Matemática. Ao longo de toda minha atuação no PROEF, sempre dediquei atenção e tempo ao registro das atividades e questionei as diretrizes do meu trabalho a partir de orientações que me proporcionaram um olhar crítico sobre minha prática. Para isso, contribuíram também as reuniões de equipe que visavam promover projetos interdisciplinares a partir da abordagem de temas transversais e proporcionar o diálogo entre as áreas ou disciplinas escolares e com a história dos alunos. Em geral, minha maior preocupação residia no aprimoramento da prática. Mas ao realizar o trabalho de investigação e análise aqui descrito, a intenção é elevar esse grau de preocupação ao nível de uma reflexão mais teórica que me permita também, atuar como pesquisadora sistematizando minhas observações e trazendo-as a público. Nessa mesma época, discussões dos campos de Etnomatemática e de Numeramento, também me fizeram refletir sobre os modos de fazer, de criar e de viver dos sujeitos envolvidos no processo de ensino e aprendizagem⁷.

Ao longo dos meus dois anos como regente de turma no PROEF-2, sempre procurei criar situações de legitimação dos procedimentos matemáticos dos estudantes. Em algumas ocasiões, porém, os estudantes se posicionaram na defesa dos valores e formulações da matemática "tradicional" que lhes garantiriam, segundo sua concepção, a aquisição de um

⁵ Fonte: <http://www.ceale.fae.ufmg.br/alfabetizacao-de-jovens-e-adultos-proef.html>

⁶ Sobre o NEJA, ver: <http://www.fae.ufmg.br/neja/>

⁷ Mais adiante, indicaremos o quanto tais conceitos contribuíram não apenas para a reavaliação da minha prática docente, mas também para melhor compreensão teórica do objeto, para o desenvolvimento das ações de investigação e para a elaboração da análise.

jeito certo, uma fórmula que não falha, para se chegar à resposta dita “correta”. Observamos que essas são expectativas comuns que encontramos quando o assunto é a Matemática.⁸ As situações que geravam discussões mais produtivas ocorriam, contudo, quando os problemas matemáticos eram propostos pelos estudantes a partir de dúvidas do cotidiano. Tais eventos levaram-me a interessar particularmente pela EJA no tocante à possibilidade de pesquisa.

Quanto aos educandos da EJA e suas peculiaridades, muitos estudos caracterizam esses estudantes pela ótica da carência e da diversidade, sendo este último aspecto tomado inclusive como justificativa para a falta de profissionalismo das propostas e práticas voltadas para a educação de jovens e adultos (ARROYO, 2007). É conhecido também o potencial e a efetiva capacidade que possuem esses sujeitos sociais para impulsionar mudanças (GIOVANETTI; GOMES; SOARES, 2007). É nesse sentido que se pode considerar que pesquisas e reflexões no campo da EJA corroboram uma ideia de pedagogia diferenciada e progressista na natureza do fazer pedagógico. Tal possibilidade de renovação das práticas de ensino e aprendizagem a partir das experiências e, conseqüentemente, das pesquisas em EJA, faz deste campo um objeto que consideramos privilegiado para observação e análise.

Há outro aspecto importante da EJA que não se pode deixar de mencionar. É comum encontrarmos estudos (FARIA, 2007; FERREIRA, 2009) afirmando que os alunos da EJA possuem um repertório de estratégias que aflora quando a prática de ensino se volta para a legitimação das estratégias matemáticas empregadas nas atividades do dia a dia. A esse conhecimento matemático utilizado nas atividades em geral, Soares (2009) chama de “matemática do cotidiano”. Foi justamente a partir de minha vivência com Soares que aprendi o quanto pode ser gratificante o diálogo com esse conhecimento na busca de relativização e redimensionamento de valores. Nas minhas turmas de EJA essa procura, que era constante, me encaminhou também para a pesquisa acadêmica. Por outro lado, as dificuldades e resistências que os estudantes de EJA apresentam em resolver os problemas utilizando os procedimentos ensinados não são menos desafiadoras. Com frequência, eles demandam uma técnica matemática que seja “infalível”, que possa ajudar a resolver todos os problemas. Vale lembrar que muitos retornam aos estudos na expectativa de se apropriarem de um conhecimento de que possui um valor sociocultural, do qual foram privados por motivos diversos (FONSECA, 2005).

⁸ Também não é novidade o professor se investir nesta defesa. Mesmo estudos de caso pontuais, como o de David, Leite e Lopes (2000) revelam a prontidão do professor em se posicionar ao lado da tradição e indicam como isso determina sua prática.

O “terceiro tempo” dessas reflexões está relacionado à minha prática docente atual. Desde 2013, moro em Bertioga, cidade de veraneio localizada do litoral paulista. Nessa cidade, continuei meu trabalho como docente, primeiro como professora efetiva do estado de São Paulo, depois no Colégio Objetivo e na Faculdade de Bertioga – FABE e, atualmente, na rede municipal de São Sebastião. Voltei assim a lidar com alunos da escola regular, mas em realidade totalmente diversa das condições em que lecionava na escola da COOPEN-BH e sem paralelo também com a realidade do PROEF. Mudou o contexto, mudaram as práticas educativas, e, igualmente, é outro o significado da Matemática em cada uma das respectivas realidades citadas. Porém, também sigo me modificando e aprendendo. Novos desafios impuseram-me novas buscas de aprimoramento da prática. A sequência do trabalho de investigação também se impôs. Nesse sentido, dei prosseguimento à minha ação de professora/pesquisadora.

Dados de pesquisa coletados a partir de novos eventos de formalização de estratégias matemáticas e negociações entre conhecimentos relativos aos estudos da proporcionalidade possibilitaram-me realizar a análise que aqui apresentamos.

É importante destacar que as reflexões aqui apontadas começaram a se delinear no momento em que encontrei no Centro Pedagógico a possibilidade de exercer a docência na EJA, levando em conta a perspectiva sociocultural dos sujeitos, propondo atividades significativas para o aluno e construindo assim um diálogo horizontal dentro da sala de aula – o que pessoalmente se consolidava como um elo com minha própria formação na escola básica. Desde sempre me vi levada a criar uma abordagem para enfrentar as questões práticas dos processos de ensinar e aprender. A ansiedade inicial gerada por essa necessidade foi substituída, com o passar do tempo, pela compreensão de que tal necessidade está ligada à própria realidade da prática educativa, que nunca é estática, e que nas soluções inventadas reside justamente a dinâmica do processo. Enfim, sempre procurei estar atenta à exigência, que se coloca para os educadores de busca de suporte teórico e metodológico para as ações, “quando a situação demanda que criem, estimulem e/ou organizem espaços de (re)significação” (FONSECA, 2007a, p. 56) dos conhecimentos.

REFLEXÕES TEÓRICAS

A pesquisa em Educação Matemática (EM) no Brasil tem sido fecunda, sobretudo a partir de 1990, quando se observou “um grande movimento nacional de formação de grupos de pesquisa, de consolidação de linhas de investigação e de surgimento de cursos de mestrado/doutorado em EM” (FIORENTINI; LORENZATO, 2009, p. 36). De que forma se poderia justificar uma pesquisa a mais nesse campo já tão repleto de trabalhos? É sabido que, apesar da proficiência da pesquisa em Educação Matemática, “os avanços direcionados às mudanças no ensino continuam lentos” (DOERR; WOOD, 2006, p. 113) – e não só na realidade brasileira. Os pesquisadores americanos Doerr e Wood (2006, p. 113), por exemplo, propõem um “repertório de conhecimentos profissionais pedagógicos” a ser “desenvolvido a partir de conhecimentos de profissionais que atuam na área, de maneira que tal recurso possa ser compartilhado e continuamente aprimorado”. Tais pesquisadores apresentam proposta de um trabalho colaborativo e de ampla dimensão entre pesquisadores e professores.

Entretanto, mesmo que este trabalho não possua tal dimensão, ele se configura de acordo orientação indicada por Doerr e Wood (2006). Afinal, tem, por um lado, a intenção de ser uma tentativa de ampliação do investimento em pesquisa em Educação Matemática e, por outro, a promoção da associação entre pesquisa e prática docente visando fornecer princípios e instrumentos para aprimoramento desta.

Sobre a relação entre teoria e prática, que foi o eixo de orientação do trabalho de pesquisa que aqui vamos descrever, vale citar D’Ambrosio (1996). Ao abordar o elo entre teoria e prática, tratando particularmente de Educação Matemática, ele esclarece o processo dialético em que a prática modifica ou amplia uma teoria que, por sua vez, assim modificada, dará condições para mais pesquisas e assim por diante (D’AMBRÓSIO, 1996). É nesse sentido que ele afirma que “professor e pesquisador são indissolúveis” (p. 94). E, quanto à decisão do professor de ancorar suas teorizações nas próprias reflexões e práticas, D’Ambrósio (1996) classifica-a de ato de “coragem” (p. 81). Com base nessas considerações, creio que, em relação às escolhas que orientaram e orientam minha prática docente, se trata, antes de tudo, de uma necessidade.

Para o desenvolvimento deste trabalho, uma das referências teóricas que tornou possível essa abertura para o desconhecido é o trabalho crítico em Educação Matemática do pesquisador dinamarquês Ole Skovsmose. A chamada “zona de risco” é um conceito central no trabalho de Skovsmose (2008) e diz respeito aos ambientes educativos e investigativos

onde perguntas podem não ser facilmente respondidas. É esse o lugar no qual pretendi me inserir, em atenção ao surgimento de questões inesperadas e de ordens diversas no decorrer das aulas, como por exemplo, experiências práticas desconhecidas do professor, intervenções que fogem ao “paradigma do exercício”⁹ ou conflitos gerados por intervenções não pertinentes ao ambiente escolar tradicional.

A formulação teórica central na realização da investigação e na elaboração da análise e comparação foi o conceito de numeramento. Em 2007, na palestra de abertura do *IX Encontro Brasileiro de Educação Matemática*, a pesquisadora e professora Maria da Conceição Fonseca fez uma síntese esclarecedora buscando não apenas historicizar e precisar o conceito de Numeramento, como apresentar os múltiplos significados assumidos pelo termo conforme os interesses e concepções dos pesquisadores que a ele recorriam. Os pressupostos que dão operacionalidade ao conceito também dialogam com os fundamentos que, desde o princípio, orientaram o presente trabalho: o caráter sociocultural do conhecimento matemático e uma visão da Educação Matemática como algo que ultrapassa a noção do ensino de habilidades e do aprendizado de um modo de proceder matematicamente. De modo sintético, entendemos o numeramento como uma ferramenta teórica que se possibilita alcançar o educando como quem constrói o conhecimento, recorrendo aos seus valores, representações e procedimentos tanto para fazer Matemática, quanto para falar dela no contexto discursivo da sala de aula; possibilita também compreender os eventos através dos quais essa dinâmica se processa. (FONSECA, 2009).

A perspectiva da Etnomatemática também nos permitiu fundamentar o trabalho de apropriação e tratamento dos materiais obtidos na pesquisa de campo. Originalmente, as pesquisas no campo Etnomatemática se definiram como investigações da prática matemática de comunidades configuradas como grupos culturais. Contudo, o próprio pesquisador Ubiratan D’Ambrosio, um dos precursores dos estudos sobre Etnomatemática, já em 1996, ao conceituar o termo, apresentou uma definição que apontava a possibilidade de ampliação dos estudos em Etnomatemática:

(...) diferentemente do que sugere o nome, etnomatemática não é apenas o estudo de “matemáticas das diversas etnias”. Para compor a palavra etnomatemática utilizei as raízes tica, matema e etno para significar que há várias maneiras, técnicas, habilidades (tica) de explicar, de entender, de lidar e de conviver (matema) com distintos contextos naturais e socioeconômicos da realidade (etno). (1996, p. 111)

⁹ “Paradigma do exercício” é uma expressão conceitual de Ole Skovsmose para tratar do padrão de resolução de problemas matemáticos onde o que interessa são apenas as informações quantitativas sem relação com a realidade empírica. (2008, p. 24)

Hoje já se pode contar com reflexões teóricas e inúmeros trabalhos de pesquisa que tematizam questões de ensino e aprendizagem da Matemática na perspectiva da Etnomatemática. Nas palavras de Domite (2004), por exemplo, pode-se encontrar uma conceituação da pesquisa etnomatemática (cujo objeto é a pedagogia da Matemática) muito próxima ao interesse do presente trabalho de pesquisa. Diz, a autora, que, nesse caso, “a atenção tem estado em torno de *legitimar os saberes dos educandos* nascidos de experiências construídas em seus próprios meios e estudar as possibilidades de como lidar com as *aprendizagens de fora da escola*” (DOMITE, 2004, p. 420). Nesta pesquisa, busquei alargar minha competência de análise recorrendo a essas e de outras reflexões.

Entre os textos com os quais estabeleci diálogo direto, estão também os trabalhos de pós-graduação da linha de pesquisa Educação Matemática do Programa de Pós-Graduação em Educação da UFMG/FAE. Entre esses, destaco as pesquisas de Viviane Cabral (2007), Juliana Faria (2007), Ana Rafaela Ferreira (2009) e Cibelle Lana Fórneas Lima (2012)¹⁰. Os objetos desses estudos são, em geral, analisar as práticas de numeramento que se constituem em situações diversas de interação na sala de aula. Tais trabalhos, além de trazerem contribuições de ordem teórica, interessam-me também pela exposição de ordem empírica dos objetos investigados. As investigações, excetuando-se a de Juliana Faria, que se situa na modalidade da pesquisa-ação colaborativa, não propuseram intervenções na prática investigada. Diferentemente da minha proposta, cuja investigação realizou-se a partir de uma intervenção planejada. Nossa escolha foi mesclar observação e ação em sala de aula visando fomentar e amplificar o evento dialógico. Em suma, meu propósito foi “intervir nos rumos da ação” tomando a pesquisa como “um processo investigativo intencional, planejado e sistemático de investigar a prática” (FIORENTINI e LORENZATO, 2009, p.114).

Além disso, é importante destacar nossa opção de tomar como objeto de investigação as atividades relativas às habilidades de raciocínio proporcional. Consideramos o estudo de proporcionalidade como uma ocasião privilegiada para o professor aprimorar sua prática pedagógica possa refletir sobre os limites e potencialidades de suas escolhas no campo da Educação Matemática. Há uma grande quantidade de trabalhos acadêmicos que tomam a temática da proporcionalidade como objeto de estudo sob diferentes pontos de vista teóricos e práticos. Estudos interdisciplinares problematizam o processo de formação de conceitos seja em

¹⁰ A dissertação de Cibelle Lana Fórneas Lima, além de ser referencial teórico e metodológico para o presente trabalho de pesquisa, é também referência pessoal especial, visto que essa pesquisadora tomou como trabalho de campo as observações e registros de eventos ocorridos nas turmas em que eu desenvolvia trabalho de docência. Assim sendo, a partir do seu trabalho, pude também fazer leitura crítica de minha própria atuação em sala e buscar elementos para o aperfeiçoamento de minha prática, analisando e redimensionando, sobretudo, minha própria escuta e abertura para o conhecimento cotidiano dos alunos.

relação a questões de ordem cognitiva (CARVALHO; RUIZ, 1990), histórica (COSTA JÚNIOR, 2010) ou psicológica, segundo a importância que a teoria piagetiana atribui à constituição do pensamento formal (AGUIAR, 1983). Há trabalhos que se voltam para o ensino; sua preocupação é com o uso de materiais e técnicas que deem suporte ao aprimoramento das práticas e aproveitando a riqueza do tema, testam recursos no sentido de ora ampliar a eficácia da prática (MENEGAT, 2010) ou de modo a facilitar a assimilação dos conteúdos (MACEDO, 2007). Outros trabalhos que também dirigem o olhar para a aprendizagem e se voltam, por exemplo, para a investigação das estratégias usadas pelos alunos, buscando identificar as causas “técnicas” do sucesso ou do fracasso na resolução dos problemas propostos (CORDEIRO; FLORIANI, 2005 e OLIVEIRA, 2009).

Esta monografia se aproxima em certa medida destes últimos trabalhos, visto que, como eles, busca identificar de que modo a matemática do cotidiano permite aos estudantes solucionar problemas de proporcionalidade (advindos ou não de sua vida real) através de cálculos mentais intuitivos antes que o estudo do algoritmo seja introduzido. Contudo, resume-se a isso a proximidade entre esses trabalhos e as intenções desta pesquisa, uma vez que, o objetivo aqui não é tomar os conhecimentos cotidianos como parâmetros para avaliação, mas, sim, fazer aflorar, valorizar esses conhecimentos e fomentar a configuração de situações para construção de conhecimento a partir de apropriações de práticas de numeramento.

Em geral, não faltam orientações didáticas aos professores cuja preocupação esteja voltada, antes de tudo, para o “método”. De certo modo, também os *Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN* (BRASIL, 1998) não deixam de orientar a prática no sentido de ampliar a compreensão dos princípios básicos dos conhecimentos matemáticos. Da preocupação com o desenvolvimento de noções de grandeza e medidas, passando por “recomendações” da necessidade de se analisar a interdependência entre grandezas até chegar à expressão algébrica, os *PCN* indicam uma sequência de abordagens que possibilitem aos alunos, por fim, a construção de estratégias de solução de problema de proporcionalidade.

Por outro lado, aqueles que, como eu, estejam interessados em superar a preocupação com a escolha da técnica apropriada encontrarão também no próprio texto dos *PCN* (BRASIL, 1998) orientações para a valorização da aprendizagem conceitual de noções de grandeza e proporcionalidade que permitam aos alunos não apenas se valerem de situações da vida cotidiana, como a instrumentação para a vida e o desenvolvimento de modos de pensar em contraposição ao incentivo à memorização de modos de fazer.

A METODOLOGIA E OS OBJETOS DA PESQUISA

Este trabalho é o resultado de uma investigação realizada em dois momentos diferentes da prática docente da pesquisadora inicial. Os trabalhos de intervenção e observação desenvolveram-se, primeiramente, numa turma de jovens e adultos do PROEF-2 (um programa de EJA mantido pela UFMG) que cursavam o 2º ano de uma escolaridade de três anos do Ensino Fundamental. Numa segunda etapa, o trabalho de campo se deu junto a uma turma adolescentes do 7º ano do Ensino Fundamental. Minha atuação se fez como professora e pesquisadora numa prática que pode ser definida como pesquisa-ação¹¹. Assim, no decorrer do desenvolvimento dessa pesquisa, estivemos atentas à intenção de criar possibilidades para que os procedimentos se desenvolvessem de forma a permitir a elaboração de um material empírico para posterior análise.

A escolha inicial era trabalhar exclusivamente com o material coletado durante o tempo em que atuei como professora-monitora de Matemática no PROEF-2. Tal opção se justificava pelo fato do PROEF ser um projeto que apoiava e incentivava a produção de pesquisas, como comprovam os vários trabalhos originados de observações em suas turmas. Durante todo o tempo em que estive vinculada a esse programa, efetuei, no caderno de turma registros de atividades que serviram também à orientação/supervisão a que estávamos submetidos como estudante de licenciatura em atividade docente¹². Estes registros foram coletados de forma sistemática uma vez que o objetivo inicial era utiliza-los para escrever o projeto de mestrado, e posteriormente a dissertação no ano de 2012, o que não se concretizou.

Outra justificativa que merece ser apresentada como escolha da EJA como objeto de investigação está associada à importância adquirida pela EJA na atualidade. Miguel Arroyo (2007) discorre, em seu texto “Educação de jovens-adultos: um campo de direitos e de responsabilidade pública”, sobre a mudança de perspectiva em relação à EJA, que permitiu a superação do voluntarismo e da prática de campanhas emergenciais neste campo. Vivemos, segundo o Arroyo (2007), um tempo propício para a reconfiguração da EJA e vários são os indícios disso: a responsabilização do Estado pela EJA (vide criação da Secretaria de

¹¹ Para definir “pesquisa-ação” nos utilizamos da conceituação de Fiorentini (2009, p. 116), que descreve essa modalidade como sendo um “tipo especial de pesquisa participante” que “torna o participante um pesquisador de sua prática e o pesquisador um participante que intervém na ação”. Ainda segundo o autor, esse tipo de investigação além de se destinar à observação e compreensão do ambiente a ser estudado, possui também a finalidade de mudar esse ambiente no sentido de aprimorar a prática.

¹² Chamamos de caderno de turma o suporte onde registramos nossa prática – incluindo planejamento, dúvidas, descrições de diálogos, conteúdos e habilidades trabalhadas em sala. O material assim reunido oferece elementos para reflexões sobre a prática. Ainda, por conter informações detalhadas sobre os alunos, tal registro serve também para avaliação do desempenho, valores e expectativas dos estudantes.

Educação Continuada, Alfabetização e Diversidade - SECADE), a nova institucionalização entre Estado e sociedade no tocante à EJA, de cujos Fóruns de EJA são exemplo, a criação de cursos de formação para EJA nas universidades e a adoção da EJA como foco de reflexão teórica nos centros de pesquisa.

Para caracterização dos alunos de EJA, baseamo-nos em Miguel Arroyo (2010, p. 1384), que os denomina “coletivos feitos e mantidos desiguais”. Pensar naqueles educandos dessa forma é pensar na pedagogia da EJA como estratégia de reversão de um processo, que rompa com a lógica da exclusão social. Uma das formas, já recomendada por tantos, a partir de Paulo Freire, é trazer a vivência do aluno para a sala de aula. Na vivência que aflora em sala de aula estão em jogo valores, condutas, conhecimentos e modos de fazer dos quais os estudantes se apropriam e pelos quais atribuem sentido aos eventos escolares. Este é o movimento de interação social e discursiva que se entende como apropriação de práticas de numeramento. Sendo a turma de EJA entendida como um coletivo de grande diversidade sociocultural, é de se esperar que nelas as trocas e interações discursivas se processem intensamente. Em se tratando do tema da proporcionalidade, então, nossa hipótese é que os estudantes de EJA geralmente têm muito a que recorrer. A partir de nossa experiência como docente, esse tópico é muito propício a gerar interações, dada a importância e a necessidade do raciocínio proporcional na vida cotidiana. De fato, quando solicitados, os estudantes jovens e adultos são capazes de trazer uma enorme gama de situações-problema, não apenas como exemplos para estudo, mas como questões relativas ao dia a dia sobre as quais se debruçam.

Seja pelo fato de ter em mãos um material coletado em ambiente de intensa reflexão teórica e orientação para prática, seja pela importância da EJA como campo de renovação da Educação Matemática, seja pela realidade do espaço educativo da EJA, sempre aberto a práticas sociais e interações discursivas intensas, seja, ainda, pela delimitação da investigação em torno do tema da proporcionalidade, muito presente na situação da vida social dos educandos da EJA, em resumo, seja por tudo isso, a possibilidade desta pesquisa sempre me pareceu promissora.

Para entender melhor esse estudo, optamos também por tomar, nessa pesquisa, a análise do mesmo assunto em uma turma de ensino regular do 7º ano do Ensino Fundamental, agregando um novo conjunto de material empírico, gerado a partir de minha prática docente atual. Minha mais recente experiência é em uma escola municipal da cidade de São Sebastião, em São Paulo, desenvolvendo trabalho de regência nas séries finais do Ensino Fundamental. Entre essas turmas está o 7º ano que tomamos como objeto desta investigação.

A oportunidade de incluir esse grupo no universo da pesquisa surgiu no momento em que, já sistematizada boa parte do material empírico produzido a partir das aulas da EJA, percebemos que poderíamos produzir novo material, visando uma análise das diferenças entre ambientes educativos. A coincidência de estar iniciando estudos de proporcionalidade com os alunos do 7º ano, foi apenas um dos fatores que contribuiu para a decisão. Para coleta de dados durante os trabalhos nesse outro ambiente, utilizei um caderno de campo para registros e apontamentos, bem como recursos de áudio. As interações discursivas que propiciaram e geraram as práticas de numeramento nesse outro contexto escolar foram selecionadas de modo a fornecer paralelos com os eventos anteriormente desencadeados na EJA. As diferenças são marcantes e podem ser conferidas nas narrativas de eventos elaboradas e analisadas que se seguirão.

A totalidade do material empírico desta pesquisa compõe-se de registros de quatro aulas do 7º ano e sete aulas da EJA em que o ensino e aprendizagem da proporcionalidade foi tema predominante. A partir dos registros feitos, selecionamos três aulas do 7º ano e quatro da EJA para elaboração de narrativas dos eventos. Os trechos apresentados são narrativas de recortes das aulas. A seleção desses trechos foi feita levando-se em consideração a intensidade das interações ocorridas. Ou seja, foram destacados os diálogos em que os valores, habilidades e conhecimentos dos alunos estiveram mais evidenciados, seja no alinhamento, seja na resistência ao conhecimento escolar. Por outro lado, já que se tratava de um trabalho comparativo, levei também em consideração, na seleção dos trechos, as possibilidades de estabelecer paralelos entre os eventos distantes no tempo e lugar. Os nomes verdadeiros dos alunos foram todos substituídos por nomes fictícios para preservação de suas identidades reais em função de questões éticas que se impõem à pesquisa.

Nos dois ambientes, o foco era trabalhar com problemas que tivessem como referência a realidade dos alunos, oferecer oportunidade para que os alunos formalizassem suas próprias estratégias para resolução desses e de outros problemas de semirrealidade e, finalmente, introduzir o algoritmo da regra de três. O objetivo geral era estabelecer a dinâmica dos estudos a partir de orientações vindas dos estudantes, visando proporcionar espaço para as negociações dos saberes escolares e cotidianos.

Embora o tema de trabalho fosse o mesmo nos dois ambientes investigados, a orientação foi diferenciada, dadas as peculiaridades de cada público. Em relação ao processo de ensino e aprendizagem de jovens e adultos, esta atenção é ainda mais criteriosa, pois a implementação de propostas pedagógicas na EJA sempre irá requerer elaborações específicas.

Especialmente nos níveis mais avançados da escolarização (nos 3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental ou no Ensino Médio), a linguagem, os temas, os procedimentos, os relacionamentos, os recursos de registro, os critérios de avaliação são permeados pelos propósitos e estilos do universo escolar, em muitos aspectos, estranhos ao sujeito cujas experiências e condições de vivenciá-las restringiram as oportunidades e definiram a qualidade de sua relação com o mundo letrado. (FONSECA, 2007, p. 38)

Já discorreremos sobre como “a situação de exclusão contribui para delinear a especificidade dos jovens e adultos como sujeitos de aprendizagem” (OLIVEIRA, 1999, p. 61). De fato, esse traço sociocultural que caracteriza, de um modo geral, o sujeito que retorna à sala de aula na idade adulta era também a marca dos estudantes das turmas do PROEF que assumi como professora-monitora. Faremos abaixo o delineamento do perfil da turma da EJA protagonista dos eventos que tomamos para investigação, seguido do perfil da turma do 7º ano.

A turma da EJA, denominada 66, iniciou os estudos no programa no ano de 2009 e os finalizou em 2011 – lembrando que o Ensino Fundamental do PROEF tem a duração de três anos e são divididos nas seguintes etapas, iniciante, continuidade e concluintes. No ano de 2010, em que foi realizada a pesquisa, a turma inscrita era composta por 32 estudantes, dos quais 11 eram mulheres e 21 homens, sendo quatro infrequentes. A evasão, tão comum na educação de jovens e adultos, não ocorreu nesta turma. A maior parte dos estudantes tinha entre 30 e 40 anos, possuía baixo poder aquisitivo e exercia profissões diversas. Havia trabalhadores da construção civil, donas de casa, comerciários, costureiras, trabalhadores da indústria, entre outros. Uma turma oriunda de diversos seguimentos da sociedade e com trajetórias de vida tão particulares, trouxe uma diversidade sociocultural para a sala de aula. Para que os estudantes pudessem ingressar no programa, foi realizada uma entrevista em que eles tiveram a oportunidade de discorrer sobre a sua vida e a partir da qual foram informados sobre alguns procedimentos do PROEF. Esse foi um momento muito delicado, pois normalmente aqueles educandos tinham história de trajetória escolar interrompida e marcada por conflitos diversos. Essa conversa particular foi instituída pela nossa equipe de professores monitores nos momentos de avaliação, o que nos permitiu conhecer individualmente cada estudante. O fato do projeto se estabelecer dentro da UFMG era motivo de orgulho para muitos e alguns estudantes, mesmo tendo acesso a EJA em um lugar mais próximo de casa, preferiam se deslocar para estudar ali.

A turma de 7º ano pesquisada era composta de 27 alunos, sendo que um deles era infrequente. 15 são meninos e 12, meninas, entre a idade de 12 e 13 anos. Os pais desses estudantes são, em sua maioria, zeladores e faxineiras, e pertencem a um coletivo que

localmente identificamos como população de apoio da cidade. São Sebastião é uma estância balneária do litoral norte do estado de São Paulo. A população estimada do município em 2015 é de 83.020 habitantes¹³. Grande parte dessa população desenvolve atividades relacionadas ao turismo da região. A população de baixa renda da cidade exerce função de trabalho doméstico e emprega-se, geralmente, nas casas de verão de propriedade de moradores dos centros urbanos interioranos entorno. Nas temporadas de férias, costumam complementar sua renda com atividades de comércio informal nas praias locais. Uma parte das famílias a que pertencem os alunos reside fora do perímetro urbano em ocupações isoladas em áreas de reservas ambientais. Estas famílias vivem em estado de privação de saneamento básico e energia elétrica. Os pentecostais são bastante numerosos na região e a maioria dos estudantes pertence à comunidade evangélica local.

Abriremos a próxima sessão com as narrativas que retratam a abordagem inicial do tema da proporcionalidade e que trazem também, logo de início, a riqueza das interações ocorridas em torno do assunto nessas duas turmas. Nesse sentido, tais diálogos, que são apenas um recorte da introdução aos estudos, são também bastante ilustrativos dos eventos de numeramento que se processam na dinâmica da sala de aula. Embora tenham ocorrido posteriormente, os eventos do 7º ano, menos profusos, antecederão aos eventos da EJA cuja mais ampla complexidade e diversidade ofereceram mais elementos para análise e comparação dos modos de apropriação e práticas de numeramento.

¹³ Fonte: Dados do IBGE, disponíveis em <<http://cidades.ibge.gov.br/xtras/perfil.php?lang=&codmun=355070&search=sao-paulo>> Acesso em 01/12/2015.)

ESTUDOS DE PROPORCIONALIDADE: Possibilidades de discussão no campo do Numeramento

1. Eventos de numeramento em torno dos conceitos de grandezas e medidas

1. 1. Estudos de grandezas e medidas no 7º ano

O evento a seguir aconteceu na aula em que demos início às atividades de proporcionalidade, quando retomei com estudantes conceitos dos estudos de *Grandezas e Medidas*. A narrativa retrata as interações ocorridas na abordagem inicial desses dois conceitos fundamentais.

Aula no 7º ano – 03/08/15

Professora: *O que é uma grandeza?*

Felipe: *Grandeza é o plural de grande.*

Marcela: *Não é... o plural de grande é grandes.*

Professora: *Se não é o plural de grande, o que é então?*

Alex: *Grandeza é o que a Maíra tem. Olha como ela é alta.*

Professora: *Como você sabe que ela é alta?*

Alex: *É só colocar ele perto de João.*

Professora: *E se o João não estiver perto dela.*

Alex: *Então é só pegar uma régua e medir o tamanho dela ver como ela é alta.*

Professora: *Tem um instrumento melhor para medir uma pessoa. Medir com uma régua dá muito trabalho.*

Felipe: *Tem aquela coisa que puxa... esqueci o nome.*

Professora: *A trena?*

Felipe: *Isso mesmo.*

Professora: [Retiro uma fita métrica da bolsa.] *Isso também serve para medir Maíra?*

Felipe: *Serve, né. Serve para medir tudo. É uma fita métrica.*

Professora: [Medimos Maíra, 1,63 m] *É Maíra é a maior da turma. Vamos chamar o Vitor, o diretor e colocar ele perto da Maíra.* [Apenas uma hipótese para lembrar do diretor da escola que é altíssimo.] *Ela vai ficar grande ou pequena perto dele?*

David: *Aí não, né, professora! Ela vai ficar pequena, mas vai continuar sendo grande.*

Professora: *Então... a Maíra pode ser medida... e é por isso que a gente diz que o tamanho dela é uma grandeza, mesmo se o tamanho dela parecer pequeno, quando ela está perto do Vitor, ou grande, quando ela está perto de vocês.*

Temos aqui o recorte de um diálogo ocorrido em sala de aula de 7º do Ensino Fundamental, em que a idade dos alunos varia entre 12 e 13 anos. São, portanto, alunos que seguem no ritmo dito "regular" da escolaridade. Porém, mais que a idade ou a regularidade da escolarização, é importante lembrar aqui a importância da escola para esse grupo, cuja vida escolar preenche parte significativa da sua vida como um todo. A escola é fundamental para eles também como espaço privilegiado de socialização. Para melhor caracterização dessa escola e das relações de sociabilidade que se processam no seu cotidiano, parece-nos apropriado nos utilizarmos das reflexões teóricas sobre a sociabilidade escolar da atualidade

como contraexemplo do que nela se passa. Estudos atuais têm recorrido à noção de desinstitucionalização para compreensão do processo de produção dos indivíduos que se tornou independente das determinações das instituições clássicas nas sociedades contemporâneas. Particularmente em relação à escola, François Dubet (1998) afirma que “não pode mais ser tomada como uma instituição, na medida em que, cada vez mais tem dificuldade em administrar as relações entre o interior e o exterior, entre o mundo escolar e o mundo juvenil”. Sobre a escola pública brasileira, especialmente, a escola da periferia dos grandes centros, Juarez Dayrell (2007), também faz uso dessa noção para tentar esclarecer a perda do monopólio social e cultural da escola. Mas, ao contrário do que nos demonstra Dayrell (2007) em suas argumentações relativas à escola pública em geral¹⁴, o que se pode afirmar da Escola Municipal de São Sebastião, em que se encontram os alunos sujeitos das narrativas aqui analisadas, é que talvez seus muros ainda não tenham ruído por completo – daí, a manutenção de sua importância como espaço institucional de socialização e referência para aqueles escolares adolescentes.

Queremos dizer com isso, que a escola onde realizamos o trabalho de campo, mantém ainda as características de um universo próprio, regulado por suas próprias regras institucionais que são referências importantes para os alunos. Isso não significa que essa escola não tenha que lidar com o processo de invasão de referências socioculturais extraescolares. Também ali as mídias penetram poderosamente, visto que seus alunos não são totalmente despossuídos dos equipamentos modernos. Contudo, a comunidade onde se insere essa escola é pouco provida de outras instituições que possam competir com a mesma na configuração da identidade de alunos que ainda é capaz de conferir aos seus estudantes. Pode-se perceber que, naquele espaço, o estabelecimento de relações sociais entre os alunos se faz ainda muito em função das regras postas pela própria escola como instituição social que ainda guarda traços de autonomia frente a um movimento geral de perda da relevância social do ambiente escolar.

Em relação ao evento narrado, destacamos o que nos chamou atenção de imediato: tão logo o assunto foi introduzido, os estudantes responderam à questão proposta com uma referência bem clara a um tópico do conhecimento escolar. Grandeza ficou sendo plural de

¹⁴ Ao que denomina de “ruir de muros”, Dayrell (2007) atribui parte das causas do que se identifica como fracasso da instituição escolar da atualidade. Nas suas palavras, “é, devido, em grande parte, ao fato da escola e seus profissionais ainda não reconhecerem que seus muros ruíram, que os alunos que ali chegam trazem experiências sociais, demandas e necessidades próprias. Continuam lidando com os jovens com os mesmos parâmetros consagrados por uma cultura escolar construída em outro contexto” (p. 1125)

grande. Ou seja, ainda que escapando ao universo da Matemática escolar, eles se recordaram de outros conteúdos escolares para a resposta à pergunta. Mesmo tendo identificado como adjetivo um substantivo, a primeira resposta veio do conhecimento gramatical. Na sequência, situando-se ainda no mesmo registro escolar, outro aluno compareceu para questionar o colega e, mostrando-se mais atento à correção gramatical, lembrou com precisão das regras de formação dos plurais.

Dando prosseguimento ao diálogo, outro aluno aparece para instaurar a questão no universo mais adequado àquele evento escolar, o universo da Matemática, e, tão logo ajusta o foco, ultrapassa o conceito de grandeza em si para associá-lo ao conceito de medida, mostrando ainda que compreende com precisão o essencial, ou seja, que medir é comparar grandezas da mesma espécie. Em seguida, chegamos rápida e precisamente também ao conceito de unidades de medida. A passagem do mais concreto ao raciocínio mais abstrato não foi problemática. Da comparação direta do tamanho dos colegas, os estudantes concluíram pela necessidade do recurso a uma unidade de medida. Uma breve inadequação do instrumento de medida foi também facilmente sanada dentro do esperado para o exercício de rememoração de conteúdos e conhecimentos escolares. Enfim, se o objetivo de toda a indagação fosse um teste, os alunos passariam também pela avaliação da assimilação da noção de conservação de grandeza, pois não se confundiram ao imaginarem que a aluna mais alta da turma poderia ficar pequena perto do diretor, que é a pessoa de maior estatura de toda a escola.

1. 2. Estudos de grandezas e medidas na EJA

O evento a seguir aconteceu na aula em que demos início às atividades de proporcionalidade, quando retomei com estudantes conceitos dos estudos de Estudos de Grandezas e Medidas. Os diálogos retratam as interações ocorridas na abordagem inicial desses dois conceitos fundamentais.

Aula na EJA – 17/03/10

Professora: *Alguém pode me dizer o que é grandeza?*

Claudete: *Todo dia a gente ouve essa palavra. Tem até no hino nacional.*

Felício: *Eh... grandeza é uma coisa que está ligada a uma coisa bonita, grande. Mas acho que a senhora está querendo falar na Matemática, né?*

Professora: *Quero saber o que vocês pensam.*

Iris: *Eu não sei dizer, professora. Já estudei isso... acho que o peso é grandeza. Quilômetros também são.*

Professora: *O que é o peso?*

Tomás: *Quando sobe na balança é peso.*

Professora: *Então, o que nós chamamos de peso é o que a física chama de massa, mas aqui vamos chamar de peso. O peso então é uma coisa que dá para medir na balança.*

Tomás: *Não, professora, dá para pesar na balança.*

Professora: *Mas se uma pessoa subir na balança, ela vai saber quanto é o seu peso.*

Jucélia: *Muita gente nem vai querer saber.*

[Risos na sala.]

Professora: *Então vamos pensar em quem quer saber o peso. É só subir na balança e ela mostra um número e uma unidade de medida. Essa medida é em que unidade?*

Iris: *Quilos.*

Professora: *Certo. Agora vou usar uma ideia da matemática. A matemática fala em “medir” quando é na balança. A Matemática podia usar outra palavra, mas às vezes ela é mais limitada que a gente. Vamos falar em medir também. Então, a balança “mede” em quilos. Para quem não está preocupado com o peso e nem com a Matemática, a balança vai pesar e a pessoa vai querer saber. Para os que querem usar os termos da matemática, o peso que a balança informa será uma medida. E os quilogramas serão a unidade da medida. Então, o peso é uma coisa que a balança pode “pesar”. Por isso, a matemática acha que o peso é uma grandeza. Para nós, grandeza é uma coisa boa, bonita, mas a matemática não está preocupada com a beleza, então o que ela chama de grandeza é uma coisa que pode ser medida. Vocês podem me dar outro exemplo do que a matemática chama de grandeza, de uma coisa que pode ser medida?*

Iris: *O tamanho da pessoa.*

Professora: *Isso mesmo. E qual é a unidade de medida do tamanho?*

Cláudio: *Os metros que ela tem.*

Professora: *Mas se ela tiver mais que um metro e menos que dois metros? Que unidade podemos usar.*

Cláudio: *Um metro e meio.*

Professora: *Mas se ela tiver mais que um metro e meio?*

Tomás: *Usa os centímetros.*

Professora: *Então podemos usar o metro ou os centímetros ou os dois. E é importante saber que o tamanho da pessoa pode ser medido por isso o tamanho é uma grandeza.*

Claudete: *Isso é bonito, professora, todo mundo tem grandeza então. Pode ser pequeno ou grande.*

Começando pela noção de grandeza, quando interrogados sobre o conceito, uma aluna traz de imediato uma percepção do chamado senso comum. Para dar respaldo à sua percepção, ela recorre à lembrança de um verso do Hino Nacional, onde o termo aparece. Então observamos que, ao mesmo tempo em que ela expõe um sentido adequado e comum do termo grandeza, ela o reverencia com a referência a um dos símbolos nacionais. Isso não foi suficiente para que seu colega a interpelasse, demonstrando algum incômodo e chamando atenção, de modo indireto, para o fato de estarmos *numa aula de Matemática*. Desse ponto em diante, o assunto parecia ter sido recolocado no eixo da Matemática escolar, até que os estudantes voltassem a introduzir temática de seu cotidiano, lembrando, de modo divertido, dificuldades que hoje vivenciamos nas tentativas de manutenção do peso ideal. É justamente isso que se processa numa aula onde alunos jovens e adultos são levados a se manifestarem não apenas sobre suas lembranças escolares, mas também sobre suas percepções pessoais e da vida cotidiana.

Para além da leveza dos risos e piadinhas, o evento é capaz de demonstrar também os tipos de conflitos e interações que, tanto os professores quanto os alunos, podem vivenciar neste ambiente. Aí estão os confrontos entre conceitos que fazem parte do universo dos alunos e os conceitos que a Educação Matemática pressupõe assimilados para poder prosseguir na evolução dos conteúdos. O conceito de medida da massa é um dos que se confronta com a atividade cotidiana de subir na balança. Não nos referimos aqui aos conceitos de peso e massa que sempre exigem distinção no ambiente escolar, mas à própria noção de medir o peso (massa), que se apresenta para os alunos como uma inadequação semântica.

Vale lembrar que, na tradição do ensino da ciência, esse tipo de manifestação é tido por algumas correntes teóricas como “obstáculo epistemológico”¹⁵. Ou seja, o apego dos alunos aos seus próprios conceitos, sejam eles ligados aos seus ambientes de vida ou à sua história pessoal, são tidos como barreiras ou compreensões equivocadas que os impede de prosseguir em seus estudos. Evidentemente, haverá sempre a preocupação em proporcionar aos estudantes da EJA o acesso pleno ao conhecimento escolar. Mas sempre haverá também, a intenção de fazer com que esses estudantes tragam a vida para dentro da sala de aula, e mais, que atribuam sentido aos conteúdos a fim de se apropriarem deles de modo significativo. Assim, o que para certas correntes didáticas é tido como algo negativo, para uma prática fundada na percepção dos alunos como sujeito da aprendizagem, é elemento fundamental no processo e construção de sentido.

O início e o desfecho da narrativa ilustram brevemente o que se pode esperar do abrir-se à vivência do outro. Podemos observar que o trecho se inicia e termina com a persistência de uma visão pessoal da aluna que insiste em nos informar que o termo grandeza, que já é grande demais para ser aprisionado por um conceito matemático, pode mesmo se ampliar ainda mais. Enfim, uma insistência que gerou uma possibilidade de conceituação, um episódio apenas, mas de grande significado para o fazer pedagógico que se queira fundar no respeito devido à dignidade do educando. Para essa postura atenta à “curiosidade epistemológica do sujeito”, a orientação vem das palavras de Paulo Freire.

Não é possível respeito ao educandos, à sua dignidade, ao seu ser formando-se, à sua identidade fazendo-se, se não se levam em consideração as condições em que eles vêm existindo, se não se reconhece a importância dos “conhecimentos de experiência feitos” com que chegam à escola (FREIRE, 2002, p. 26).

¹⁵ Sobre a ideia de “obstáculo epistemológico” na aprendizagem de Grandezas e Medidas ver Kikuchi e Trevizan (2010). As autoras utilizam-se dos conceitos filósofo Gaston Bachelard para tentarem oferecer saídas para os impasses didáticos da abordagem de conteúdos matemáticos. As considerações não são desinteressantes, mas se confrontam diretamente com o que aqui se propõe e adota como princípios da educação matemática.

E, para que se compreenda também que é preciso ir mais além da ingenuidade do “saber de experiência feito” em direção à “curiosidade epistemológica indispensável à construção do conhecimento”, levamos em conta o alerta de Freire (2002, p. 46): “respeitar a leitura de mundo do educando significa tomá-la como ponto de partida para a compreensão do papel da *curiosidade*, de modo geral, e da humana, de modo especial, como um dos impulsos fundantes da produção do conhecimento”.

Na produção de conhecimento que se processou sob a forma de síntese, quando, no evento em questão, a aluna, aqui chamada de Claudete, reelaborou o conceito de grandeza incorporando nele, elementos matemáticos de uma simples medida métrica. Vale ressaltar que, na EJA, tais sínteses inesperadas se tornam mais prováveis de ocorrer em função do movimento mais intenso de ressignificação próprio do processo de produção do conhecimento naquele ambiente. Enfim, a partir desse episódio é também possível observar mais claramente a participação da dimensão estética no direito ao saber.

Para os alunos em geral, mas muito especialmente para os alunos da EJA, a Educação Matemática deve, pois, ser pensada como contribuição para as práticas de leitura, buscando contemplar (e até privilegiar) conteúdos e formas que ajudem a entender, participar e mesmo apreciar melhor o mundo em que vivemos (e, eventualmente, ou até frequentemente, mas não necessariamente, sejam usadas na resolução de problemas da vida particular do aluno). (FONSECA, 2007, p. 52)

1. 3. Análise comparativa entre os eventos

Tão diferente foi o encaminhamento dos diálogos acima apresentados, que se tem a sensação de tratar de abordagens temáticas diferenciadas. Antes de abordar as diferenças, dizemos que a intenção inicial era a mesma: tanto nas atividades planejadas para os jovens e adultos, quando nas atividades para os adolescentes, a proposta era introduzir o estudo da proporcionalidade, estabelecendo relações com conteúdos que estão em ligação estreita com o tema e que, mesmo não sendo inéditos para os alunos, seriam expandidos no sentido de ampliar as noções de grandezas e medidas.

Indagados sobre o conceito de grandeza, os estudantes do 7º ano não hesitaram em recorrer ao seu repertório escolar. Mesmo a ausência de correção na tentativa inicial de conceituação de grandeza deu-se na busca de referências escolares. A incorreção gramatical foi apontada na sequência, mas, longe de gerar conflitos que pudessem inibir a participação da turma, funcionou como uma espécie de reorientação no sentido de se atentar para a resposta adequada ao contexto escolar. Os estudantes mostraram também interesse em buscar no seu

cotidiano imediato exemplos que pudessem ajudar na compreensão do processo de medição. Interessante notar que a referência foi relativa ao tamanho dos colegas, coisa que os afeta muito particularmente na fase de crescimento em que se encontram. Mas mesmo reconhecendo diferenças de estatura que os tocam de modo significativo, as observações e participações transcorreram de modo tranquilo até que o conceito de medição fosse alcançado e ainda sustentado pela percepção da utilidade da medida métrica naquele contexto.

Também junto aos jovens e adultos da turma de EJA, a primeira intervenção da aluna que respondeu imediatamente ao pedido de definição de grandeza foi seguida de uma tentativa de enquadrar a discussão no contexto escolar. Logo de início, fica evidente que, ao menos na percepção do aluno que fala, há uma cisão entre dois mundos e que seria preciso escolher se posicionar em um deles. A aluna que deu início à interação se calou para retomar a palavra apenas ao final desse trecho de diálogo em destaque.

Nos dois contextos analisados, o diálogo se inicia de modo semelhante com estudantes se manifestando e sendo corrigidos por colegas. Porém, enquanto os alunos do 7º ano dialogam desde o primeiro momento com seu repertório escolar, os alunos da EJA sentem necessidade de estabelecer uma espécie correção de trajetória para encaminharem a discussão no sentido que parecia mais apropriado a eles naquele contexto escolar.

Na sequência, quando indagados sobre o que pensam, uma aluna da EJA responde recorrendo a memórias escolares. Isso também merece destaque. A resposta dada - “(...) *acho que o peso é grandeza. Quilômetros também são*” - indica um conhecimento conceitual escolar do tema em questão. A resposta é também um pequeno exemplo daquilo com que podemos nos deparar numa sala de aula de EJA. Há alunos que se esforçam para recorrer as lembranças da matemática escolar (cf. Fonseca, 2001); outros que reelaboram sua memória de acordo com suas próprias vivências e alguns que resgatam a memória com significado conceitual mais formal. Mas isso não é só, esconde outras nuances. E são nessas nuances que se encontram os conflitos pessoais e coletivos que podem se manifestar ou não e que indicam, por exemplo, o quanto os alunos podem resistir em abrir mão do seu próprio conhecimento para assimilar outros conhecimentos advindos de conteúdos e conceitos escolares.

Enfim, no diálogo entre alunos da EJA, as experiências de vida normalmente afloram em maior profusão do que nos contextos onde há alunos não apenas mais jovens, mas crescidos no contexto escolar e, portanto, mais familiarizados com ele. O resultado das interações é bastante ilustrativo do modo como se processa apropriação das práticas de numeramento nas turmas de EJA onde múltiplas referências e representações, advindas de

vivências culturais mais diversas, afloram de modo a interagir com o conhecimento escolar e proporcionar uma experiência significativa para os alunos.

Em estudo bem mais alentado do que o aqui se propõe, Ferreira (2009) traz uma série de narrativas que demonstram esse trânsito entre saberes, lógicas e linguagens, em que os alunos mobilizam sua compreensão do mundo, seus repertórios e recursos para compreenderem os procedimentos escolares.

A vida aparece, na sala de aula, com o papel de oferecer ao sujeito recursos para o jogo discursivo, de modo a conferir significados àquelas práticas, a permitir participar e se apropriar delas, com o objetivo de torná-las familiares, próprias dele, que estabelecem relações com suas vivências pessoais (FERREIRA, 2009, p.85).

Os exemplos, que se multiplicam no trabalho de Ferreira (2009), indicam que as apropriações de práticas escolares – como a passagem do campo dos números naturais para o campo dos números negativos, dos números inteiros para os irracionais (“números quebradinhos”), do conceito de vazio para a naturalização do zero, etc. – nem sempre se fazem exclusivamente com ferramentas adquiridas na matemática escolar, mas provendo o jogo discursivo de referências outras, aparentemente distantes ou mesmo estranhas aos modelos escolares, quase sempre com a finalidade de atribuir sentido ao conhecimento matemático escolar.

2. Eventos de numeramento na busca exemplos e contraexemplos de proporcionalidade

2. 1. Estudos de exemplos e contraexemplos de proporcionalidade no 7º ano

O evento a seguir aconteceu na terceira aula sobre proporcionalidade, quando introduzida a conceituação do termo. A ideia era incentivar os estudantes a explorar situações em que fosse possível observar a proporcionalidade, bem como situações onde não ocorriam relações de proporcionalidade, os contraexemplos.

Na segunda aula, havíamos trabalhado com as três grandezas escalares fundamentais (comprimento, tempo e massa), bem como com a noção de grandeza vetorial, através de problemas básicos de medidas de velocidade. Os estudantes foram incentivados a apresentarem seus próprios modelos de mensuração e, a partir deles, desenvolverem as atividades de medida. Os alunos demonstraram domínio do raciocínio lógico apropriado tanto

para a comparação entre grandezas, como para as medições propriamente ditas que exigem não apenas comparar como lançar mão das unidades de medida.

Desse modo, nessa terceira aula, me pareceu apropriado trabalhar com a conceituação da proporcionalidade. Tentando observar, de início, o reconhecimento ou conhecimento dos estudantes sobre o tema da proporcionalidade, busquei fazer com que eles trouxessem exemplos e contraexemplos de situações de sua vivência cotidiana em torno do nosso objeto de estudo – lembrando que, nos estudos de proporcionalidade, tão importante quanto os alunos perceberem as situações em que estejam estabelecidas relações de proporcionalidade, é o reconhecimento das situações em que as relações não sejam proporcionais – os contraexemplos (BRASIL, 1998).

Aula no 7º ano – 04/08/2015

Professora: *Hoje vamos analisar várias situações envolvendo proporcionalidade, vou começar com uma que envolve as grandezas tempo e distância, olha eu vou andar daqui até ali vamos contar quanto tempo eu vou gastar:*

A turma: 1,2,3 4.

Professora: *Eu gastei quatro segundos para andar daqui até ali, agora eu vou voltar e andar o dobro dessa distância, quanto tempo eu vou gastar?*

Antônio: *Depende, né.*

Professora: *Depende do quê?*

Antônio: *Você vai mais rápido ou mais devagar?*

Professora: *Excelente observação, se eu não mantiver a mesma velocidade este não será mais um problema de proporcionalidade, não é?*

Antônio: *Você poderia demorar mais ou ir mais depressa.*

Professora: *Agora, indo na mesma velocidade, se eu percorrer o dobro da distância quanto tempo vou gastar?*

Vanessa: *Oito.*

Professora: [Utilizando o quadro para representação do problema e sua solução.] *Isso, se eu percorrer o dobro da distância eu gastarei o dobro do tempo, percebem que as grandezas variam proporcionalmente, ou seja, se uma dobra a outra dobra, se uma triplica, a outra também triplica, se uma é dividida por dois a outra também será dividida por dois.*

Professora: *Agora eu queria que vocês me dessem exemplos de situações de suas vidas onde aconteceram coisas desse tipo... onde as grandezas variam na mesma proporção. Elas podem aumentar ou diminuir.*

Vanessa: *Eu não entendi, professora.*

Professora: *Então eu dou um exemplo de uma situação que aconteceu na minha casa e vocês vão me falar depois de situações que aconteceram com vocês. Tenho uma receita de bolo de carne que é muito gostoso. Eu preciso de 500 g de carne e o preço do quilo é R\$18,00. No dia em que eu recebi visitas para o almoço precisei fazer um bolo três vezes maior eu tive que gastar bem mais, né?*

Nikolas: *Tem que ser exemplo com dinheiro?*

Professora: *Não, pode ser com outras situações.*

Nikolas: *Eu fui no pesque e pague com o meu tio primeiro ele pegou um peixe e eu peguei dois.*

Professora: *Esta é uma situação interessante. Veja o Nikolas está falando de duas grandezas do tempo e do número de peixes, quantos mais o tempo passa mais peixes você pega?*

Nikolas: *Sim*

Professora: *Pense que você pescou um peixe em uma hora, você pode me afirmar com certeza absoluta que você vai pegar somente um peixe na próxima uma hora.*

Nikolas: *Não sei.*

Bianca: *Claro que não, né, Nikolas, você não tem bola de cristal.*

Professora: *Veja Nikolas realmente nos não temos como prever exatamente esta situação porque ela não é proporcional. Você pode pescar um peixe em uma hora e pescar vinte na hora seguinte, nada garante que você vai pescar dois. Entendeu Nikolas?*

Nikolas: *Entendi.*

Professora: *Alguém pode me dar outro exemplo?*

Alex: *É de uma coisa que cresce enquanto a outra cresce também, né?*

Professora: *Pode ser exemplo também onde as coisas diminuem, mas tem que ser na mesma proporção. Mas se você tem um exemplo onde cresce, pode falar.*

Alex: *Quando eu jogo videogame... quanto mais eu jogo, mais vidas eu ganho.*

Professora: *Então se você joga meia hora e ganha 12 vidas... se jogar uma hora, quantas vidas vai ganhar?*

Nikolas: *24.*

Alex: *Não dá pra falar, professora.*

Professora: *O Nikolas falou que é 24.*

Nikolas: *Não professora, não dá pra saber, não.*

Professora: *Alguém tem mais um exemplo?*

Maira: *O cabelo.*

Professora: *Como assim?*

Maira: *O cabelo cresce.*

Professora: *O cabelo cresce com o tempo?*

Maira: *Sim, professora.*

Professora: *Mas eu não sei se dá pra dizer que o cabelo vai crescer o mesmo tanto todo mês, por exemplo, dá pra dizer que o cabelo de uma pessoa vai crescer sempre 2 cm por mês?*

Maíra: *não sei.*

Joana: *Uma pessoa que está doente... o cabelo dela para de crescer.*

Professora: *Existem coisas que podem fazer o cabelo crescer mais ou crescer menos. Então é difícil de dizer que o cabelo vai crescer sempre o mesmo tanto todo mês. É difícil saber se vai crescer na mesma proporção do tempo, Quer dizer, se ele cresce dois centímetros por mês, pode ser que ele cresça um centímetro no outro mês.*

Joana: *É a minha prima ficou estressada e o cabelo dela caiu todo.*

Ao introduzir a temática da proporcionalidade, tínhamos a hipótese de que, na turma do 7º ano, a abordagem seguiria uma sequência mais previsível, uma vez que no prosseguimento do trabalho com conceitos de grandezas e medidas, fizemos breves atividades envolvendo as grandezas escalares de comprimento, tempo e massa e suas respectivas unidades de medidas. Os estudantes participaram ativamente, com intervenções bastante adequadas ao conhecimento matemático escolar. Os estudos pareciam se encaminhar para a diferenciação entre exemplos e contraexemplos relativos ao tema da proporcionalidade, quando fui surpreendida com uma “dificuldade” da turma em exemplificar situações ou problemas onde ocorriam relações de proporcionalidade.

A aula seguia e os alunos pareciam bem à vontade com a linguagem adotada, colaborando com diversas interações pertinentes àquela orientação. O exemplo que escolhi para introdução ao tema não foi dos mais simples, porque envolvia a noção da grandeza vetorial de velocidade. Mesmo assim a turma conseguiu interagir no sentido formalizar o conhecimento de acordo com uma percepção abstrata atentando para a necessidade da manutenção da velocidade. Assim, conseguiram compreender que, na questão proposta – a de percorrer o dobro de uma distância e fazer nova medição do tempo –, era necessário não alterar a velocidade. Estávamos avançando no tema de um modo bastante tradicional, mas que não parecia despertar dúvidas nos alunos.

Na sequência, tentei passar das referências matemáticas para as referências da vida real. Quando incentivei aos alunos apresentarem exemplos de proporcionalidade, eles não responderam à proposta. Nesse caso, tive que lançar mão de um exemplo de algo que supostamente ocorrera comigo, para então voltar a indagar a turma. Neste momento, os estudantes fizeram uma espécie de viagem de volta ao seu mundo real, trazendo exemplos de situações de vida. Porém, não conseguiam exemplificar com lembranças de situações regidas por relações de proporcionalidade. O pesque-pague, o videogame, o cabelo que cresce ou cai invadiram o imaginário da turma. E no lugar dos exemplos solicitados, apareceram apenas contraexemplos. Os alunos estavam bastante participativos, quando chegamos ao final da aula.

No caminho de volta à escola, tentei refletir sobre o que supus inicialmente ser uma “dificuldade” dos alunos. Colocando-me no lugar deles, tentei imaginar o que eu poderia ter trazido como exemplo de situações onde ocorriam a proporcionalidade. Muitos daqueles alunos trabalham com os pais que, como já foi dito, complementam sua renda como vendedores ambulantes nas praias da região durante temporadas de férias. Poderiam ter se lembrado das ocasiões em que se depararam com essa “matemática financeira doméstica”. Mas não o fizeram. As situações do mundo real de que se recordaram não puderam ser transpostas em enunciados de problemas de proporcionalidade.

Ao fim dessas reflexões imaginamos que teria que lidar com “dificuldades” futuras na distinção entre problemas não proporcionais e problemas onde se observa relações de proporcionalidade, mas isso não se processou. Entendemos que a ponte que fizeram com o mundo real em participações interativas, ainda que tenha se dado de maneira supostamente inadequada à questão proposta, lhes possibilitou a construção e um sentido que os aproximou posteriormente da temática.

2. 2. Estudos de exemplos e contraexemplos de proporcionalidade na EJA

O evento a seguir aconteceu na terceira aula sobre o tema da proporcionalidade. Nessa aula, estava planejado trabalharmos com distinções entre exemplos e contraexemplos de proporcionalidade. Na primeira aula sobre proporcionalidade, havíamos abordado noções de medidas e grandezas, conforme o que já foi anteriormente narrado. Naquela ocasião, os estudantes buscaram suas próprias referências conceituais para dialogarem com os termos,

conteúdos e conceitos que estavam sendo introduzidos, o que deu lugar a negociações de sentido em torno da noção de grandeza.

Na segunda aula, desenvolvemos atividades de mensuração. Para introduzir essas atividades, utilizamos uma questão extraescolar que havia sido trazida por uma aluna e que na ocasião se tornaria um bom gancho para prosseguirmos com nossos estudos. Fazia então aproximadamente duas semanas que uma aluna havia me procurado para fazer uma conta sobre a quantidade de tinta que ela precisaria para pintar sua casa. O rótulo da tinta informava o rendimento por metro quadrado, mas a aluna não estava segura para realizar as medições das paredes a serem pintadas.

Com o consentimento da aluna, que pediu apenas para não ser identificada perante a turma, narrei o fato e formulei o problema propondo o cálculo da quantidade de tinta necessária para a pintura hipotética da nossa própria sala de aula. A atividade proposta gerou bastante interesse em quase toda turma. Curiosidades em torno do uso da trena e das medidas das paredes geraram oportunidades para levantamento de hipóteses e verificações que proporcionaram muita interatividade aos trabalhos. Os estudantes gostaram do problema e alguns, que desenvolviam trabalho na construção civil, se identificaram e se empenharam ainda mais na busca da solução¹⁶. A ocasião foi também excelente oportunidade para estabelecermos ligações das atividades numéricas e métricas com a noção de proporcionalidade na busca de solução para um único, mas significativo, problema advindo da realidade prática dos alunos.

Na aula posterior, os estudantes deveriam trazer outros exemplos de vivências pessoais relativas à proporcionalidade e também exemplos em que não se pudessem encontrar situações regidas pela proporção. Seguem as interações ocorridas nessa ocasião.

Aula na EJA – 22/03/10

Professora: *Hoje eu gostaria que vocês dessem exemplos de situações da vida de vocês onde tiveram que lidar com problemas de proporcionalidade... onde as grandezas crescem, como no exemplo da pintura das paredes, onde quanto maior a área, mais tintas eu gostaria para pintá-las. Podem pensar também em casos onde as grandezas diminuem.*

[Silêncio.]

Professora: *Pensem, por exemplo, em situações de compra... quando vão à padaria ou ao mercado.*

Gildo: *Eu estava pensando nisso, professora... por exemplo, se eu for ao mercado e um quilo de salmão custa 23 reais, quanto eu pagaria se comprasse 870 gramas?*

Professora: *Essa é uma relação diretamente proporcional percebem? Se ele comprasse meio quilo ele ira pagar a metade de 23, 11 reais e 50 centavos.*

Patrícia: *Quando vou à loja de tecidos, o vendedor me diz que o metro do tecido custa 15 reais, mas se eu*

¹⁶ Vale registrar que a aluna que havia trazido a dúvida, embora quisesse de início ficar anônima, acabou por assumir o problema como “seu”.

quiser comprar só 80 centímetros?

Professora: *Outro exemplo interessante envolvendo proporcionalidade direta.*

Manuela: *Eu quero fazer enfermagem, mas não sei nada de matemática e tenho medo de não conseguir calcular a quantidade de remédio para o paciente, será que tem a ver com o que você está falando?*

Professora: *Tem sim Manuela. Gente... eu estou anotando esses exemplos superinteressantes que vocês trouxeram nessa aula. Na aula que vem vou trazer problemas com as situações que vocês colocaram aqui. Agora eu gostaria que vocês se lembrassem de exemplos de grandezas que crescem ou diminuem, mas que crescem ou diminuem de modo não proporcional.*

(Depois de um silêncio mais prolongado, chamei atenção da turma distribuindo cópias da imagem abaixo e reproduzindo no quadro o que está escrito no cartaz).



Professora: *Vejam essa imagem que eu trouxe pra vocês.*

Vera: *Está certinho professora.*

Maria: *Isso não é uma promoção.*

Vera: *Ah é... estão usando a matemática para enganar a gente.*

Maria: *Eu acho é que eles não sabem matemática.*

Francisco: *Sabem sim, eles fizeram a... Como chama professora? Está certinho.*

Professora: *A proporção.*

Francisco: *É... a proporção está certinha.*

Maria: *Mas se eles soubessem, eles não iam falar que isso é uma promoção.*

Francisco: *Eles estão usando a matemática pra enganar.*

Professora: *Ah... então a matemática pode enganar a gente?*

Francisco: *Não é isso, não, professora. Não é a matemática que pode enganar. Mas tem gente que pode usar a matemática pra enganar.*

Maria: *Uai, aí a gente usa a matemática também... pra não ser enganado, né?*

[Risos.] Professora: *Então, Maria, se você fosse reclamar da promoção pro gerente, o que é que você ia falar?*

Maria: *Olha, seu gerente, isso aqui não é uma promoção, porque dá na mesma, não importa a quantidade de pães que eu vou vai comprar.*

Professora: *E se o gerente te pedisse ajuda pra fazer a promoção certa?*

Maria: *Professora, ele ia ter que me dar um emprego na padaria, porque eu não ia trabalhar de graça pra ele não.*

[Risos.]

Professora: *Então eu tenho que perguntar pra quem não quer trabalhar na padaria... só quer comprar pão na*

promoção. Francisco, você quer trabalhar na padaria?

Francisco: *Uai, professora, se pagar bem, eu vou sim.*

[Risos]

Professora: *Então tá... imagina que você conseguiu o emprego e agora tem que pensar na promoção.*

Wilson: *Ih... agora se ferrou... vai ter que saber matemática.*

Francisco: *Ah... tá fácil... cinco pães, um real... dez pães, um e cinquenta.*

Wilson: *Vai ser promovido.*

[Risos.]

Professora: *Vocês estão encontrando utilidade para “saber matemática”. Já conseguiram emprego na padaria e já foram até promovidos.*

Maria: *Eh, professora... quando a gente terminar aqui, a gente vai ser dono da padaria.* [Risos.]

Professora: *Antes disso, vocês vão ter que me dizer se pode ou se não pode ter proporcionalidade na promoção.*

Maria: *Aquela proporcionalidade certinha, não.*

Professora: *Se a proporcionalidade não for certinha, não tem proporção. Observem, aqui o número de pães dobra e o valor também dobra, esta é uma relação de proporcionalidade diretamente proporcional onde uma grandeza cresce e a outra cresce na mesma proporção. Poderíamos encarar a situação também de outra forma, o número de pães fica dividido por dois e o valor também. Isso normalmente não acontece nas promoções não é mesmo?*

Gildo: *É geralmente você compra mais por menos.*

Antes de tratar dos diálogos, é importante discorrer brevemente sobre a atividade de medição desenvolvida a partir da dúvida trazida pela aluna quanto a uma necessidade da sua vida real. Conforme foi relatado, a atividade proposta envolveu bastante a turma, que não apenas participou de modo atento, como também com muito entusiasmo. Os estudantes se dedicaram à ação e conseguiram apreender um significado importante da matemática para resolução de problemas da vida prática.

Este foi o clima que antecedeu à aula reproduzida no diálogo acima transcrito. Assim, após ação, na aula que se sucedeu, voltamos para nossos assentos tradicionais da sala e passamos a ocupar um lugar de reflexão. Foi difícil avaliar em importância essas duas formas de interação em torno do conhecimento matemático. O segundo momento, porém, ganha em relevância, se destacarmos a abertura que possibilitou, não apenas para a revelação de elementos da matemática do cotidiano dos alunos, mas para a construção de significado dada pela interação dos estudantes entre si, e pelo confronto de seu próprio saber com o saber da matemática de valor socialmente reconhecido.

Em dado momento, a interação dialógica se deu como etapas de um jogo, em que uma noção de matemática foi cedendo lugar a outra, sem uma conclusão ainda definitiva. Assim os estudantes, no seu diálogo, reelaboraram e atribuíram vários significados e finalidades ao conhecimento matemático em poucos minutos – a “matemática como parâmetro de correção”, a “matemática como instrumento para o exercício numérico” (que pode enganar), a “matemática como conhecimento puro”, a “matemática como valor social”, a “matemática como meio de ascensão”. Um trecho curto de diálogo foi suficiente para trazer à tona um conjunto de noções que estão em jogo e pelas quais os alunos da EJA, em especial, se

reencontraram com o conhecimento escolar em dado momento da vida. Peculiares aos alunos da EJA, os eventos dessa natureza nos permitem observar de que modo os sujeitos do conhecimento vão definindo seu próprio saber, ora se alinhando, ora se contrapondo ao saber que lhes é oferecido, tanto quanto lhes foi ou ainda lhes é negado.

Para dialogar com esta análise trazemos aqui as reflexões de Fonseca (2001), que, propondo investigar a enunciação de reminiscências na práxis comunicativa do ensino e aprendizagem, encontrou diversas representações da Matemática e do fazer e compreender matemáticos, através das quais os alunos da EJA buscam se apropriar do “gênero discursivo” da Matemática Escolar. Na sessão de seu estudo que trata do “falar *sobre* a Matemática”¹⁷ (p. 2002-2019), encontram-se, assim, discursos sobre a dificuldade da Matemática, sobre a utilidade (ou inutilidade) desse conhecimento, sobre sua universalidade e ainda sobre a Matemática escolar.

Nesse trabalho, a pesquisadora recorreu a estratégias que forneceram material empírico valioso para análise, a partir do qual se pôde apreender uma troca bastante intensa e representativa da práxis discursiva no universo social da escolaridade (FONSECA, 2001). Já na presente investigação, pudemos, também, observar um conjunto de representações que os alunos mobilizaram nesse falar *sobre* a Matemática que pode ser entendido como sendo, simultaneamente, tomada de posição dos sujeitos da aprendizagem frente ao saber escolar e construção de sentido, não apenas para o ensino da Matemática, mas para o reencontro dos alunos adultos com ela.

Toda essa rica interatividade ocorreu em torno da discussão e reflexão sobre a noção de promoção comercial e da real condição ou intenção de quem idealizou (de modo equivocado) a promoção retratada na imagem apresentada. Podemos dizer que fui surpreendida, mais uma vez, pelo sentido em que os diálogos se encaminharam. A intenção inicial era apenas gerar um questionamento que desse lugar a um contraexemplo de relações de proporcionalidade, visto que os estudantes da EJA não conseguiram apresentar exemplos de problemas “não proporcionais”.

¹⁷ A pesquisadora define o falar sobre a Matemática como um tipo de discurso coletivamente compartilhado cujas representações não são propriamente objetos de uma memória coletiva, mas argumentos que revelam a estrutura ideológica que definem as posições do sujeito da enunciação. “Os enunciados assim produzidos realizam, pois, um discurso em que se revela a natureza da representação social da Matemática Escolar, que, mediante esse mesmo discurso, assume uma estrutura argumentativa de marcação e legitimação de posições.” (FONSECA, 2001, p. 219)

2.3. Análise comparativa entre os eventos

Sintetizando o que se passou nos dois ambientes observados, vale destacar uma diferença fundamental entre as práticas de numeramento constituídas em torno da busca de exemplos e contraexemplos de proporcionalidade. Enquanto os estudantes do 7º ano não conseguiram se lembrar de nenhuma situação da sua vida que funcione de acordo com as leis da proporcionalidade, os estudantes da EJA trouxeram exemplos de situações bem vivas e próximas de sua realidade: situações de compra de produtos (peixe e tecido) e de necessidade de cálculo de dosagem de medicamentos.

Por outro lado, os estudantes da EJA não conseguiram apresentar contraexemplos, enquanto os estudantes do 7º ano se fixaram apenas nos contraexemplos: a quantidade de peixes pescados no pesque e pague, o número de vidas no jogo de videogame e o cabelo que cresce ou deixa de crescer.

Os alunos do 7º ano, que até então demonstravam relativa facilidade nos estudos de proporcionalidade desviaram-se aparentemente do referencial escolar desses estudos quando foram levados a pensar sobre situações de sua vida cotidiana e em que as relações de proporcionalidade estivessem presentes. O evento transportou-os para um universo onde havia números e grandezas orientando os acontecimentos, mas que estava supostamente longe da finalidade específica de buscar exemplos de proporcionalidade naquele momento.

Uma impressão inicial era de que os estudantes não conseguiam encontrar uma finalidade prática para os estudos da proporcionalidade. Na intenção de proporcionar diálogos entre conhecimentos, a interação dos estudantes parecia ter ficado fora de lugar. Passado aquele momento, percebi que aquela "ponte" com o real representava o próprio modo de construção de significados para aquele conteúdo, ainda que fosse pela busca dos contraexemplos, que, de todo modo, estava muito mais próximo de sua realidade do que os problemas com que viríamos a trabalhar.

Já na EJA, o processo foi, de certo modo, inverso. A temática problemas da vida real regidos pela proporcionalidade permitiu aos estudantes da EJA o resgate de um conjunto de representações mentais relativas a várias circunstâncias de vida que já tinham exigido deles conhecimentos de operações básicas. Nesse sentido, o trabalho se desenvolveu de modo mais dinâmico, com exemplos que chegavam a todo o momento e indicavam a familiaridade dos alunos com o tema proposto. A matemática financeira e cotidiana orientou o sentido das interações ao mesmo tempo em que atribuiu sentido para aquele conteúdo específico.

Em sentido oposto se processou a interação dos estudantes da EJA na busca de contraexemplos. Motivados a fazerem a ponte com o real também na busca de contraexemplos, os estudantes da EJA silenciaram-se em torno do tema. Talvez estivessem muito envolvidos com a relevância do tema da proporcionalidade para exemplificarem o oposto. Vários conceitos de matemática entraram em disputa até que os estudantes pudessem se apropriar e construir sentidos significativos para a noção de contraexemplo de proporcionalidade.

Na busca de melhor esclarecer esse jogo de lembranças e esquecimentos nas relações de ensino e aprendizagem, recorreremos às palavras de Fonseca (2007) ao apontar para o fato de que é na ação interlocutiva estabelecida entre sujeitos socioculturais no marco institucional determinado

que se forjarão os princípios de seleção do que é lembrado e do que é esquecido; das vivências que se há de considerar relevantes para o sujeito e pelo grupo e daquelas para as quais ainda não se atribuíram significados socializáveis; do que se diz sobre elas e do que se silencia; e dos modos do dizer e do não dizer (p. 26).

As reflexões de Fonseca (2007) destinam-se a elucidar, especialmente, o jogo discursivo que se processa na construção do conhecimento em situações de interações escolares entre adultos. Aqui, estendemos tais considerações para compreensão do que se passou entre as trocas observadas no ambiente adolescente do 7º ano, sem deixar de ressaltar que a idade adulta e a situação de reinserção dos estudantes da EJA na escola fornecem oportunidades e condições mais propícias ao jogo das reminiscências.

3. Eventos de numeramento na formalização de estratégias de resolução de problemas de proporcionalidade

3.1. Formalização de estratégias próprias no 7º ano

As interações abaixo transcritas ocorreram na quarta aula de uma série que antecedeu à introdução ao algoritmo da regra de três. Nessa aula, trabalhamos, logo de início, com os problemas de semirrealidade¹⁸, visto que, na turma do 7º ano, ao contrário, do que ocorreu na

¹⁸ Sobre a conceituação desse tipo de problema que envolve referência a situações da vida real, mas também uma construção imaginária em função do raciocínio quantitativo, ver SKOVSMOSE (2000, p. 7-9).

EJA, não pudemos contar com sugestões dos alunos para a formulação de problemas com situações do cotidiano deles.

Aula no 7º ano – 05/08/2015

Professora: *Gente, estou distribuindo esta folhinha com quatro exercícios que serão corrigidos e avaliados. Nas questões um e dois vocês não precisam chegar a um resultado final, basta identificar se tem ou não proporcionalidade. Já nas outras quatro vocês devem solucionar as questões como quiserem.*

Após uma breve explicação de como seria a avaliação dos exercícios, foi entregue aos estudantes uma folha contendo as mesmas seis questões que, anteriormente, já haviam sido apresentadas aos alunos da EJA:

Sabendo que 3 lápis custam R\$4,00, quanto Ana vai gastar para comprar 9 lápis?

O time de futebol A venceu o time B pelo placar de 2 x 0 no primeiro tempo. Será possível saber qual será o resultado final do jogo?

Um pintor utilizou 18 l de tinta para pintar 54 m² de parede. Quantos litros de tinta serão necessários para pintar 60 m²?

Numa festa, 12 convidados consumiram 30 garrafas de refrigerante. Supondo o mesmo consumo por pessoa, quantas garrafas seriam necessárias numa festa com 20 convidados?

José trabalhou 3 dias para receber R\$15,00 quantos dias ele terá que trabalhar para receber R\$65,00?

Um motorista consegue fazer sua viagem em 4 horas dirigindo a 90 km por hora. Em quanto tempo ele fará a mesma viagem se sua velocidade for de 60 km/h?

Distribuídos os exercícios, circulei pela sala para ajudar os estudantes com questões.

Antônio: *Professora que pergunta idiota! É claro que eu não sei o resultado do jogo, eu não adivinho as coisas.*

Professora: *Bom então escreva isso.*

Nikolas: *Eu não sei qual é o resultado final, então eu coloquei 2x1.*

Professora: *Se você não sabia o resultado, por que colocou essa resposta?*

Nikolas: *Porque eu preciso responder a pergunta.*

Professora: *Antes de responder a pergunta, você precisa pensar nela. Veja você não disse que não saberia responder essa pergunta?*

Nikolas: *Tem que ter um número na resposta.*

Professora: *Nem sempre, existem situações que não podemos prever o que vai acontecer, essa é uma delas.*

Nikolas: *Qual é a resposta?*

Professora: *O que você acha?*

Nikolas: *Que eu poderia colocar qualquer resultado.*

Professora: *Isso, poderia ser qualquer resultado, então não podemos prever não é?*

Nikolas: *Ah, tá!*

Mateus: *Eu estou te chamando há um tempão e você não vem. Não vou fazer mais.*

Professora: *Para de bobagem eu estou aqui para te ajudar.*

Mateus: *Eu não entendi nada dessa tinta aí.*

Professora: *Então leia o problema novamente.*

Mateus: *Não vou fazer mais nada também não, eu peço ajuda e você não fala o que é para fazer.*

Professora: *Não vou falar mesmo. Você tem que pensar.*

Yago: *Este aqui está certo professora?*

Professora: *O que você pensou?*

Yago: *Só fala se está certo.*

Professora: *Não está certo, mas eu quero saber o que você pensou.*

[O estudante apagou toda a resolução do problema.]

Professora: *Não apague o que você fez.*

Yago: *O que é para fazer então?*

Professora: *Primeiro me diz o que você pensou?*

Yago: *Eu não lembro.*

Professora: *Bem... existem várias formas, uma é você encontrar quanto um litro de tinta pode pintar.*

Yago: *Tá bom.*

Bianca: *Esse José vai morrer de fome. Ele trabalhou três dias para receber 15 reais?*

Professora: *Pois é, né, esses valores estão um pouco defasados.*

Bianca: *Essa dá para fazer de cabeça, preciso colocar a conta?*

Professora: *Escreve o que você pensou.*
 Milena: *Professora, vem cá.*
 Professora: *Oi.*
 Milena: *Essa do José vão ser dez dias.*
 Professora: *Por quê?*
 Milena: *Olha cada dedo meu vai valer quinze reais, olha quinze mais quinze, trinta, mais quinze, quarenta e cinco, mais quinze sessenta, ixi não deu.*
 Professora: *Esta faltando cinco não é? Quantos dias ele tem que trabalhar para ganhar cinco reais?*
 Milena: *Não professora não vem fazer chamada oral não, vou pegar um papel que eu me saio melhor.*
 Professora: *Tudo bem.*
 Milena: *Aqui, olha, ele tem que trabalhar um dia para ganhar cinco reais.*
 Professora: *Muito bem e agora?*
 Milena: *Já entendi.*
 Maira: *Professora, está certo?*
 Professora: *Analisa o seu resultado. Cinquenta convidados... não é muito?*
 Maira: *É mesmo.*
 Professora: *Você fez isso em todos os problemas.*
 Milena: *Olha aqui o meu, está certo?*
 Professora: *Sim, está.*
 Milena: *Viu, Bianca, a professora disse que o meu está certo, o seu está errado então, ela colocou uma resposta mo absurda lá.*
 Professora: *Estamos todos aqui aprendendo e a hora de errar e tirar as dúvidas é agora. O importante é ela tentar.*
 Milena: *Eh, mas na hora da prova tem que acertar.*
 Professora: *É, mas agora não é a prova.*

Se o objetivo aqui fosse avaliar a capacidade cognitiva, as habilidades numéricas e o raciocínio conceitual dos alunos, podemos concluir, que a maioria da turma dominava bem as estratégias informais que possibilitam tanto comparar razões, como resolver problemas de proporcionalidade. Estando com os registros dos alunos em mãos, podemos observar ainda a ampla a variedade de estratégias por eles utilizadas.

Há vários estudos que buscam classificar e analisar as estratégias de resolução de problemas de proporcionalidade empregadas por estudantes antes da abordagem que introduz algoritmo da regra de três. Ainda que as finalidades desses estudos não correspondam aos objetivos desta pesquisa, eles não deixam de ser referência, sobretudo quanto à classificação das estratégias a que os alunos costumam recorrer. Para as avaliações de procedimentos dos alunos do 7º ano, adotamos as categorias utilizadas por Cordeiro e Floriani (2005) e Oliveira (2009).

As estratégias aditiva e multiplicativa e a busca do valor unitário foram as que se empregaram com maior eficácia. Um bom número de alunos também recorreu ao fator de proporção, que foi a estratégia mais empregada para solução do primeiro problema. Vale notar a solução desse problema exige um cálculo mental simples, mas o fato de terem se utilizado dessa estratégia indica evidente compreensão do conceito de proporcionalidade. Mesmo o último problema em que há relação inversamente proporcional entre grandezas foi solucionado com acerto por pequena parte da turma através de duas estratégias: a busca da

grandeza intermediária (a distância percorrida em quilômetros) e o cálculo do fator de proporcionalidade combinada com uma estratégia aritmética de multiplicação e divisão. Boa parte dos estudantes identificou também que não havia relação de proporcionalidade entre grandezas no quarto problema. Quanto a isso, acreditamos que as intervenções dos alunos na aula anterior (quando fatos do cotidiano foram apresentados e depois identificados com situações onde a proporcionalidade não estava presente) contribuíram para facilitar o reconhecimento da diferença entre proporcionalidade inversa e direta.

O material coletado, a nosso ver, permite ampla possibilidade de observação e avaliação de competências e habilidades. Porém, atentamos para outros aspectos da atividade proposta e do seu encaminhamento. Interessando-nos mais pelas interações do que pelos resultados, nossa análise se volta para os elementos vivos e dinâmicos das trocas discursivas, e que tem muito a dizer sobre elas quanto ao processo de construção e uso do conhecimento.

Sobre esse aspecto, vale mencionar as reflexões de Fonseca (2009) que evidencia bem a distinção entre os estudos que visam estabelecer descritores com objetivo de medir competências, habilidades e comportamentos a partir de situações ensino e aprendizagem de conhecimentos matemáticos e as análises que se orientam pelo conceito de numeramento e que permitem aprofundar a compreensão das experiências de produção e uso do conhecimento numa perspectiva sociocultural.

Sob esse ponto de vista, o que se pode perceber, de imediato, é a ansiedade dos estudantes em relação ao que foi proposto. Habitados aos significados e estruturas formais da matemática escolar, esses alunos do 7º ano costumam mesmo demonstrar impaciência frente a qualquer atividade proposta que fuja desses padrões. Podemos identificar essa postura de valorização dos modos escolares do fazer como reflexo da relação que estes alunos mantêm com a instituição escolar. Os alunos da Escola Municipal de São Sebastião não estão fora do contexto da atualidade, têm acesso às novas tecnologias. Porém, quando confrontamos suas atitudes e valores com o perfil do novo aluno, tal como identificado por estudiosos da contemporaneidade, não encontramos ali a totalidade dos traços com que se caracterizam esses novos sujeitos socioculturais da escola – “que expressam suas opiniões, que querem participar da definição das regras, que trazem uma relação diferente com a cultura e a valorização do conhecimento escolar, em muitos aspectos, diferente das outras gerações que os antecederam” (AUAREK, 2013, p. 4154).

De modo similar, a observação do meio social em que se insere aquela escola nos permite notar que, ali, estão ausentes os elementos responsáveis pela complexidade de certas realidades sociais contemporâneas – onde uma “diversidade de lutas postas na sociedade em

tantas fronteiras e territórios por direitos” acabam por transformar também a escola em uma “fronteira-território em disputa” pressionando pela sua reconfiguração (ARROYO, 2013) Assim, identificamos de um lado, um grupo social relativamente homogêneo, com poucas identidades em disputa, pouco afetado pelas causas da violência da atualidade e, de outro lado, uma escola que se mantém como espaço privilegiado de socialização que guarda traços daquela conformação tradicional onde o jovem que a adentrava “deixava sua realidade nos seus portões, convertendo-se em aluno, devendo interiorizar uma disciplina escolar e investir em uma aprendizagem de conhecimentos” (DAYRELL, 2007, p. 1119).

Tais observações talvez não sejam suficientes para explicar a complexidade da relação destes alunos com a cultura escolar e com a matemática, em especial, mas podem lançar uma luz sobre o modo como estes alunos aderem à autoridade do saber da escola e sobre sua resistência aos procedimentos estranhos à lógica dos métodos escolares. Pelos eventos narrados, pode-se ter uma ideia da inquietação dos estudantes quando solicitados a fazerem registro escrito de suas estratégias próprias de resolução dos problemas.

Observamos que quase todas as intervenções são tentativas de adequar o exercício proposto às referências e exigências da matemática escolar. A insistência em perguntas como “Qual é resposta?”, “Só fala se está certo?”, “Olha aqui o meu, está certo?” indicam a importância atribuída à “única resposta correta”. A resposta é registrada até mesmo quando o aluno sabe que o problema não apresenta solução de acordo com repertório conceitual mobilizado – como foi o caso em que o aluno apresentou uma resposta que sabia ser inválida, alegando: “(...) *eu preciso responder a pergunta*” e, ainda, “*Tem que ter um número na resposta.*”. Os estudantes competiram ainda entre si, apontando para os colegas que “erraram”. A preocupação com a “preparação para prova”, com o “raciocínio lógico” e com a “proposição verdadeira” também deu a tônica às intervenções.

Outro desconforto da turma foi em relação à imprecisão empírica de um dos problemas, que foi questionada em contraposição a boa aceitação em geral do pacto existente em torno da condição de semirrealidade dos problemas propostos. De um modo irônico a aluna, questiona o enunciado de um problema: “*Esse José vai morrer de fome. Ele trabalhou três dias para receber 15 reais?*”. Em seguida, a mesma aluna afirma que não precisaria registrar a solução porque dava “*pra fazer de cabeça*”, indicando que não, apenas achara o enunciado pouco verossímil, como o cálculo “fácil demais” ou mesmo “simples demais” para ter que ser registrado. As interações retratam também a pouca valorização atribuída ao “modo próprio de fazer”, conforme o que ficou demonstrado na passagem que narra o aluno apagando sua resolução do problema. Outra intervenção mostra também o desconforto dos

estudantes ao serem solicitados a refletirem sobre o problema proposto: por não ter obtido a orientação precisa sobre o modo de fazer, o aluno respondeu com uma provocação: “*Não vou fazer mais nada também não, eu peço ajuda e você não fala o que é para fazer.*”

Na aula que se seguiu a essa, demos início aos estudos de regra de três. Tal como havia sido previsto hipoteticamente, os alunos se apropriaram rapidamente do novo instrumento para solucionar os problemas já dados, bem como os novos que iam sendo propostos. Embora fosse um recurso inédito para a totalidade dos alunos, o uso da regra de três foi se aprimorando com relativa rapidez entre eles. Penso que a forma como fomos avançando na sistematização teórica e conceitual através de atividades envolvendo proporcionalidade muito contribuiu para a rápida assimilação do algoritmo, visto que a regra de três se fundamenta igualmente no conceito de proporção.

Contudo, há outros dois fatores que suponho terem contribuído ainda mais para a aceitação do novo procedimento. Em primeiro lugar, segundo o que, normalmente, se processa na realidade escolar em que estão inseridos, o funcionamento e a funcionalidade do algoritmo os dispensaria do jogo das problematizações¹⁹. Outro fator para a boa aceitação do algoritmo teria sido o acesso a um recurso que garantiria a obtenção da resposta correta e única, tão almejada pelos alunos segundo sua própria representação da matemática escolar.

3.2. Formalização de estratégias próprias na EJA

O evento a seguir refere-se à quarta aula dos estudos de proporcionalidade. O planejamento era trabalhar com problemas de proporcionalidade baseados nas situações do cotidiano apresentadas por eles mesmos na aula anterior. Refletindo atualmente sobre o ocorrido, concluímos que uma boa estratégia teria sido trabalhar com os próprios alunos na formalização dos problemas, promovendo ensaios de transcrições até alcançarmos o enunciado de acordo com a estrutura da linguagem matemática escolar. Teria sido um bom exercício. Porém, o fato de ter trazido para os alunos as questões já “traduzidas” em linguagem formal acabou gerando uma situação de trocas expressivas, durante as quais pudemos explorar significados da linguagem matemática e dar um encaminhamento que consideramos proveitoso aos trabalhos.

¹⁹ Como educadoras, apreciamos muito a proposição dessas situações, visto que, muitas vezes, os alunos são pouco estimulados ao exercício da crítica e resistem em participar.

Professora: *Eu trouxe três problemas de proporcionalidade direta baseados nos exemplos que vocês deram na última aula.*

Apresentei três formulações das questões que os estudantes tinham levantado:

- 1) Numa loja, o metro do tecido custa R\$15,00. Quanto custariam 80 cm desse mesmo tecido?
- 2) 1 kg de salmão custa R\$23,00. Quanto eu pagaria se comprasse 870 g?
- 3) Tenho ampolas de dipirona com 2 ml de solução. Quantos mililitros existem em 3 ampolas?

Manoela: *A gente gostou desses problemas aí.*

Professora: *Esse último problema, eu fiz baseado na sua colocação da aula passada.*

Manoela: *Mas fica mais difícil assim, né?*

Professora: *Uai, eu tentei formular o problema em cima do que você falou? Vamos tentar colocar outro exemplo mais fácil então.*

Manoela: *Mas esse aí já está fácil, professora.*

Professora: *Vamos ver se eu consigo entender. Por que você acha fácil?*

Manoela: *Não sei não professora.*

Professora: *Vamos colocar assim então...*

[Reformulei o problema no quadro: Tenho ampolas de dipirona com 1 ml de solução. Quantos ml existem em 3 ampolas?]

Manoela: *Mas assim fica fácil demais... Uma ampola tem 1 ml, duas têm 2 e três tem 3. Do outro jeito também dava pra fazer.*

Professora: *Agora, então, fui eu que fiquei sem entender o que é que você tinha achado difícil.*

Manoela: *Fica difícil é, assim, de colocar no papel.*

Lurdes: *Fica difícil mesmo. Eu administrei um negocio e fazia todas as contas... mas quando põe assim no papel eu não consigo resolver.*

Manoela: *É isso mesmo que ela falou.*

Professora: *Então vamos fazer assim: vamos resolver tudo de cabeça então, usando a matemática que vocês já usam todo dia. Patrícia, foi você que trouxe este problema, né? [O problema da loja de tecidos.] Quer tentar resolver de cabeça?*

Patrícia: *Ih, professora... tá difícil... acho que eu vou comprar um metro mesmo.*

[Risos]

Professora: *Mas agora eu é que estou querendo comprar 80 centímetros. Então vocês vão ter que me ajudar.*

Nilton: *Olha professora, eu fiz, deu 12 reais. Está certo?*

Professora: *Está certo. Como que você chegou neste resultado.*

Nilton: *Eu dividi 15 por dez... deu um e meio depois multipliquei pro oito.*

Professora: *Você sabe explicar por que fez assim?*

Nilton: *Não sei, não, professora.*

Professora: *Vamos colocar no quadro: com 15 reais, você compra um metro, que é igual a 100 centímetros. Aí, se você divide 15 por dez, você está achando o preço de quantos centímetros?*

Nilton: *Dez centímetros.*

Professora: *Então... se dez centímetros custam um real e cinquenta centavos, como você vai chegar no preço de 80 centímetros? Multiplicando por oito, certo?*

Nilton: *Ah... era exatamente isso que eu estava pensando, professora. Se você me pedisse pra fazer sozinho eu não ia conseguir explicar, mas assim ficou fácil de entender.*

Professora: *Agora vamos tentar resolver o problema do salmão.*

Lurdes: *Esse aí tem que multiplicar 23 centavos por 87. Agora tem que usar a calculadora. Pode usar, professora?*

Professora: *Antes, vamos tentar entender a conta.*

Lurdes: *Eu só sei que é assim que tem que fazer.*

Professora: *Você está usando regra de três. Você sabe usar regra de três?*

Lurdes: *Ninguém nunca me ensinou regra de três. Mas é assim que eu sei fazer.*

Professora: *Então, depois, quando a gente for estudar regra de três eu vou voltar nesse seu jeito de resolver o problema. Me lembra disso então, tá? Alguém mais tentou resolver?*

Maria: *Professora, a resposta é 18 reais e 40 centavos?*

Professora: *Acho que é... vamos ver aqui... você consegue me explicar seu jeito de fazer?*

Maria: *Eu fiz dois e trinta multiplicado por sete vezes e custou um real e 61 centavos. Aí... 100 gramas é 18 e 40. E na mesma conta eu somei... e deu 20 reais e um centavo. Eu tinha somado de cabeça, mas não deu certo, não... aí eu pus no papel e deu certinho. Mas eu não sei se esse é o jeito certo de fazer.*

Formalizei a estratégia da aluna, discutimos sobre as diferentes possibilidades de solução dos problemas e a aula terminou neste ponto.

Os três exemplos de problemas de proporcionalidade apresentados foram bastante elementares do ponto de vista da exploração formal do tema. Os alunos exemplificavam situações de relações diretamente proporcionais entre as grandezas, sendo o terceiro ainda mais simples por trazer referência a uma única unidade de medida. Porém, frente à apresentação das questões sob a forma de enunciados, uma aluna se posicionou num certo distanciamento alegando dificuldade e recebendo, logo, a solidariedade da colega. Eu mesma não pude perceber de imediato onde se encontrava a referida dificuldade e reformulei o problema reduzindo-o ao valor unitário, supondo que a dúvida fosse operacional. Foi, apenas na sequência, que pude entender que a dificuldade se referia a problemas com a linguagem formal.

Talvez não tenha sido esta a primeira vez que este tipo episódio – em que um aluno comparece para traduzir a dúvida do outro, demonstrando afinidade com a cognição do colega – tenha ocorrido nas minhas aulas com aquele grupo. Lima (2012) apresenta em seu trabalho duas situações similares em que os alunos se adiantaram em promover significações que pudessem colaborar para a compreensão dos colegas nos casos de dúvidas em que o professor demonstrou dificuldade para avaliar ou perceber. Este tipo de ocorrência, nas palavras da pesquisadora, indica que

os estudantes elaboram hipóteses sobre os modos de significar dos seus colegas, avaliam que compreendem as dificuldades uns dos outros, por vezes melhor do que a professora ou o professor, e se dispõem a fazer a mediação entre eles, tentando traduzir o que identificam como a demanda do outro (LIMA, 2012, p. 91).

O trecho inicial da aula foi, não apenas significativo, mas fundamental para o prosseguimento das atividades no percurso indicado pelas expectativas dos estudantes. Assim, a aula se seguiu orientada pelo que nele se expôs. Através da breve interação inicial, pude ser involuntariamente alertada para a grande importância do cálculo mental na busca intuitiva que os alunos da EJA procuram fazer para resolver problemas da matemática de seu dia a dia.

Na sequência, outros eventos se desencadearam também de modo significativo e merecem destaque especial. Seguindo a intenção de explorar as diversas estratégias utilizadas pelos estudantes, inicialmente sistematizamos o raciocínio de quem havia solucionado o problema mentalmente. Um aluno empregou operações aritméticas, dividido 15 por dez e

multiplicado por oito, mas não conseguia se explicar. Depois que finalizamos a transcrição matemática do raciocínio mental aplicado, o aluno demonstrou surpresa, satisfação e certo orgulho do seu modo de fazer.

A possibilidade de assim permitir que os alunos tragam para a sala de aula suas próprias referências e recursos tem fundamento teórico em inúmeros estudos que tomam o aprendiz como sujeito do conhecimento. Relativamente à educação voltada para grupos culturais identificáveis, um referencial essencial é a noção de “abordagem etnomatemática” (KNIJNIK, 2006, p. 148). A *abordagem etnomatemática*, definida originalmente como uma ação de investigação de práticas socioculturais que possam ser incorporadas ao conhecimento escolar ou mesmo ao currículo, pode ser tomada, também, segundo o entendimento de Fonseca (2007), como uma proposta para o ensino da Matemática

que procura resgatar a intencionalidade do sujeito manifesta em seu fazer matemático, ao se preocupar com que a motivação para o aprendizado seja gerada por uma situação-problema por ele selecionada, com a valorização e o encorajamento às manifestações das ideias e opiniões de todos e com o questionamento de uma visão um tanto *maniqueísta* do certo/errado da Matemática (escolar) (p. 80).

Durante o procedimento de discussão das soluções apresentadas, a turma questionou justamente sobre esse jeito certo de resolver os problemas. A intervenção foi realizada no sentido de levar à percepção de que cada solução percorria caminhos diferentes. Os questionamentos não cessaram: “Mas de que jeito você faria?” – perguntaram alguns. Também apresentamos a minha solução de um dos problemas e logo em seguida outro aluno indagou: “*Então é para fazer desse jeito?*”. Essa intervenção deu início a uma discussão sobre a importância de termos acesso a vários tipos de solução para um mesmo problema.

De todos os eventos aqui narrados e analisados, essa ocasião permitiu a atividade de formalização das estratégias dos alunos para solução de situações-problema sugeridas por eles próprios foi a que consideramos como de maior potencial didático, especialmente, pela possibilidade da legitimação de procedimentos matemáticos diversos que se encontraram então relacionados. Em seu trabalho sobre práticas de numeramento na Educação de Jovens e Adultos, Faria (2007), a partir de amplo levantamento de propostas e tendências em Educação Matemática, indica a importância que a literatura dessa área atribui a esse tipo de relação entre saberes, a que a pesquisadora chama de “relação de solidariedade entre práticas de numeramento” (p. 204).

A pesquisadora identifica ainda situações em que na dinâmica da sala de aula, educadores e educandos, constituindo eventos interativos, promovem a colaboração entre

saberes, entre as práticas de numeramento da cultura escolar e as práticas de numeramento da experiência social cotidiana. E era exatamente isso que também se processava naquela ocasião do ensino e aprendizagem da proporcionalidade: eventos ocorridos na dinâmica da sala de aula a partir dos quais saberes confluíam em relações de solidariedade que, no caso, assumiam um aspecto específico: “o conhecimento matemático cotidiano justificado por sua contribuição para a aprendizagem da matemática escolar” (FARIA, 2007, p. 209). Ou seja, uma confluência de saberes que concorria para a possibilidade de legitimação dos conhecimentos então mobilizados²⁰.

Entretanto, há também momentos em que os saberes emergem como conhecimentos conflitantes. Faria (2007) emprega o termo “relação de questionamento” para caracterizar as situações em que diferentes práticas de numeramento surgem em confronto. Exemplo disso deu-se no desdobramento das atividades marcadas por indagações e disputas em torno do “jeito certo” de fazer. Na aula posterior àquela, uma aluna me interpelou na entrada da sala: *“Olha professora, eu vim aqui para escutar a senhora e tem gente aqui na sala que fica falando e atrapalha a matéria, igual na ultima aula; eu queria pedir pra senhora não deixar essas pessoas fazerem isso, porque atrapalha todo mundo”*.

Apesar desse fato ter ocorrido num contexto particular, reflete um conflito que é bastante comum nas salas de aula da EJA. De um lado, está presente a satisfação dos estudantes com o processo de colaboração entre os saberes e, de outro, a desconfiança em relação ao modo de matematizar próprio ou do colega. E é na sala de aula que se pode também fazer emergir, através do enfrentamento dos conflitos, condições para legitimação de saberes e práticas.

Incentivar o debate na sala de aula é dar voz e ouvidos aos alunos, garantindo um espaço para eles questionarem se “tem outro jeito que a resposta também é essa”. É também, e principalmente, identificar que saberes e práticas concorrem para esse questionamento, e reconhecê-los, valorizá-los e legitimá-los, potencializando, portanto, o diálogo entre os conhecimentos escolares e os não-escolares. (FARIA, 2007, p. 248)

Apresentamos, agora mais um evento, que aconteceu na quinta aula destinada aos estudos de proporcionalidade. A intenção era proporcionar uma ocasião para que eles formalizassem suas próprias estratégias de resolução dos problemas registrando-as por

²⁰ Vale ressaltar aqui um alerta feito pela própria pesquisadora Juliana Faria (2007) quanto à simplificação excessiva que leva a identificar os conhecimentos cotidianos como sendo *homogêneos*. Segundo a autora, na valorização de práticas de numeramento identificadas na sala de aula, “não podemos ser ingênuos em *supor* essas experiências, mas devemos ter um olhar investigativo para, antes, identificá-las e compreendê-las” (p. 236). Na mesma linha de raciocínio, a autora alerta também contra a excessiva dicotomização que leva a contraposição entre conhecimento científico e conhecimento cotidiano, cujo pressuposto ou consequência é a desvalorização do segundo frente ao primeiro (p. 240).

escrito, diferentemente do que havia ocorrido na aula anterior, quando operaram com o cálculo mental.

Aula na EJA – 29/03/10

Logo no início das atividades desta aula, distribui entre os estudantes uma folha contendo as seis questões abaixo. As questões eram as mesmas que

1. Sabendo que 3 lápis custam R\$4,00, quanto Ana vai gastar para comprar 9 lápis?
2. O time de futebol A venceu o time B pelo placar de 2 x 0 no primeiro tempo. Será possível saber qual será o resultado final do jogo?
3. Um pintor utilizou 18 l de tinta para pintar 54 m² de parede. Quantos litros de tinta serão necessários para pintar 60 m²?
4. Numa festa, 12 convidados consumiram 30 garrafas de refrigerante. Supondo o mesmo consumo por pessoa, quantas garrafas seriam necessárias numa festa com 20 convidados?
5. José trabalhou 3 dias para receber R\$15,00 quantos dias ele terá que trabalhar para receber R\$65,00?
6. Um motorista consegue fazer sua viagem em 4 horas dirigindo a 90 km por hora. Em quanto tempo ele fará a mesma viagem se sua velocidade for de 60 km/h?

Heitor: *O dois é pegadinha?*

Professora: *Gente vocês lembram que eu falei que existem situações que não envolvem proporcionalidade? Então, alguns problemas da lista são assim.*

Comecei a circular pela sala para auxiliar os estudantes que trabalhavam em dupla.

Lurdes: *Professora, era muito quieta na escola, nunca perguntava nada e também não fazia nada, mas agora eu queria aprender. Esse problema da tinta aqui eu não tenho ideia de como faz.*

Helia: *Olha, de cinquenta e quatro metros quadrados para sessenta é bem pouco então deve aumentar pouco também a quantidade de tinta, né?*

Professora: *Essa observação é importante porque podemos analisar a resposta depois de fazer as contas, você já sabe que se der um valor bem maior ou menor que 18 litros sua resposta vai estar errada.*

Professora: *Gente, pra resolver o problema da tinta, tentem se lembrar das atividades que fizemos aqui em sala.*

João: *Eu olho a casa e já sei quanto vou gastar de tinta.*

Professora: *E você nunca erra?*

João: *Vou te falar... que é muito difícil eu errar.*

Professora: *Mas e se você precisar pintar um lugar muito grande?*

João: *Eu sei... eu trabalho com isso.*

Professora: *Mas nunca sobrou ou faltou?*

João: *Se faltar eu compro mais uma latinha e se sobrar é pouca coisa.*

Gildo: *Eu queria fazer do jeito que você ensinou, como é mesmo?*

Joana: *Eu também não lembro de nada.*

O evento a seguir corresponde à sétima aula sobre proporcionalidade. Antes disso, acontecera uma aula de introdução à regra de três em que, depois de explicar como resolver problemas utilizando o algoritmo, trabalhamos com *alguns exercícios, incluindo os que eles já haviam resolvido com estratégias próprias*. As interações apresentadas abaixo correspondem à aula posterior, quando o emprego do algoritmo da regra de três deixara de ser novidade, ao menos teoricamente, para toda a turma.

Aula na EJA –31/03/10

Iniciamos esta aula com exemplos e resolução de alguns exercícios envolvendo proporcionalidade inversa. Expliquei como utilizar o algoritmo para resolver problemas desse tipo e solicitei aos estudantes a resolução do seguinte problema: Dois pedreiros trabalhando juntos conseguem construir certo muro em 6 h de trabalho. Se ao invés de dois, fossem três pedreiros, em quantas horas mesmo muro poderia ser construído?

Roberto: Se esse pedreiro aí for igual ao cara que trabalha comigo não vai adiantar nada ia demorar o mesmo tempo.

Gildo: É tem que ver, né, cada um trabalha de uma forma.

Professora: Vocês tem razão eu me esqueci de dizer que eles trabalham na mesma velocidade.

Roberto: Eh... mas isso não acontece não.

Professora: É não acontece é uma hipótese, vamos supor uma situação.

Fernando: Lá no meu trabalho demitiram uma pessoa e eles querem que nós entrega o serviço no mesmo tempo, mas não chamou mais ninguém e nem pagou mais pra gente. Mesmo que a pessoa seja lenta faz diferença.

Professora: Então você pode usar um problema desse tipo como argumento para pedir um aumento ou mais uma pessoa para ajudar.

Fernando: Preciso aprender isso aí então.

Expedita: Eu poderia pensar em quanto tempo um pedreiro constrói o muro, não é?

Professora: E quanto tempo é?

Expedita: Bom um pedreiro ia demorar 12 horas para construir o muro.

Professora: E três pedreiros quanto tempo demorariam?

Expedita: Eu sei que é menos que 6 horas.

Professora: É menos quanto?

Magali: 4

Professora: Por quê?

Magali: Eu dividi 12 por 3.

Professora: Isso, você viu que o número de pedreiros aumentou três vezes, então a quantidade de horas trabalhadas iria reduzir três vezes. E utilizando a regra de três como esse problema ficaria?

Helia: De novo isso... ah, não! Professora, se dá pra achar a resposta assim, não precisa usar regra de três, né?

Professora: Gente, existem situações que resolver sem usar a regra de três é bem complicado, então acho que vale a pena tentar entender, vamos lá.

É interessante ressaltar o contraste entre as situações de aula em que os estudantes lançaram mão de suas próprias estratégias e aquelas em que tiveram que trabalhar com o novo recurso à disposição. O índice de acerto com o uso das estratégias próprias era bem elevado. Também era variado o emprego de estratégias, tal como o que se daria com os ‘alunos do 7º ano. Eram poucos os alunos que, naquela ocasião, ainda demonstravam dificuldade para identificar a razão constante na variação das grandezas proporcionais. Alguns ainda empregavam o raciocínio aditivo no lugar do multiplicativo para comparar a relação entre grandezas, mas eram poucos. Porém, é possível perceber que a resistência à aplicação do algoritmo foi, em certa medida, a tônica da aula. Mais do que isso, houve até mesmo alunos que se negaram à aplicação sob o argumento de que era desnecessário: “*De novo isso... ah, não! Professora, se dá pra achar a resposta assim, não precisa usar regra de três, né?*”.

Fonseca (2007) baseia-se na sua experiência de educadora, formadora de educadores e pesquisadora para afirmar que esse tipo de conflito ocorre de maneira extremamente frequente na introdução do tratamento algébrico nos ciclos finais do Ensino Fundamental da EJA.

Assim, é comum que “o aluno se recuse à consideração de uma nova lógica de organizar, classificar, argumentar, registrar que fuja aos padrões que lhe são familiares” (p. 30), tal como se processou no episódio em questão.

Observa-se que aquela mesma turma que, com entusiasmo, tinha se dedicado a resolver intuitivamente os problemas propostos, oferecia resistência em legitimar o novo procedimento. Na verdade, mesmo a atividade proposta de representação escrita das próprias estratégias gerou certo incômodo para alguns. Durante a atividade, os estudantes demonstraram inabilidade para consultar os próprios registros, insistência no cálculo mental e dificuldade em se recordarem de conteúdos já trabalhados. Consideramos que é difícil saber o que pode ser atribuído à pouca experiência escolar e o que é rejeição dos procedimentos propostos. É provável que os dois fatores estivessem presentes. Houve caso em que mesmo o cálculo mental foi rejeitado. A fala “*Eu olho a casa e já sei quanto vou gastar de tinta*” indica não apenas uma rejeição dos instrumentos do conhecimento matemático, como uma não legitimação do próprio recurso mental do cálculo intuitivo.

Fonseca (2007, p.38) afirma que “desdém e reverência, desconfiança e respeito, rejeição e busca” são atitudes normalmente assumidas pelos alunos da EJA quando os propósitos do universo escolar lhes parecem estranhos. Esses padrões de comportamento identificados por Fonseca (2007) encontram paralelo no que aqui também pudemos observar. Assim, no jogo discursivo e dinâmico do ambiente de sala de aula, as condutas oscilam entre estranhamento, contraposição e resignação,

quando [os alunos] resistem a uma argumentação calcada numa lógica estranha à sua experiência; quando se opõem a adotar um procedimento novo para uma antiga tarefa, ainda que tal procedimento se lhes apresente otimizado; ou mesmo quando se resignam à sua adoção, sucumbindo à autoridade escolar, mas sem se apropriar de suas razões e suas decorrências. (p. 38-39).

Por fim, vale destacar também as situações da vida cotidiana, em especial, da realidade profissional, de que os alunos se recordaram no momento de terem que lidar com o tema no formato escolar. O fato de termos que operar com dois problemas ligados à atividade da construção civil propiciou aos trabalhadores dessa área interagirem mais ativamente que os demais. As condições do trabalho, a divisão dos trabalhos e o uso dos materiais foram lembrados em menções e breves narrativas. Até mesmo a realidade empírica do problema formulado foi questionada. Acrescentando que para um dos problemas era preciso supor que os pedreiros trabalhassem na mesma velocidade, um aluno observou: “*Eh... mas isso não acontece não.*” Nessas citações de coisas e fatos do cotidiano e da experiência profissional,

pode-se reconhecer o processo já descrito anteriormente de busca de referências da vida na tentativa de atribuir sentido aos novos conteúdos e procedimentos em questão. Estávamos vivenciando um momento importante de tensão entre os conhecimentos. Lidar com esse conflito era necessário para a aceitação do procedimento escolar em pauta: o algoritmo da regra de três.

3. 3. Análise comparativa entre os eventos

Confrontados os eventos de numeramento nos dois ambientes em análise, uma das diferenças mais evidentes está no interesse com que os dois coletivos participaram da proposta de uso de estratégias próprias para resolução dos problemas de proporcionalidade. Antes mesmo de darmos início a essa atividade, os estudantes da EJA já se mostravam mais participativos que os do 7º ano.

Na turma da EJA, os alunos foram estimulados a se recordarem de situações de seu dia a dia em que os acontecimentos fossem regidos pelas leis da proporcionalidade. Entusiasmados, eles trouxeram exemplos com os quais trabalhamos no formato de enunciados da matemática escolar, mas recorrendo, tanto quando possível, ao cálculo mental para a resolução dos problemas. Já na turma do 7º ano não foi possível trabalhar com tal referencialidade. Isso, porém, ainda não significava resistência da parte deles. Esses alunos tinham respondido à solicitação de buscarem, no cotidiano, exemplos de acontecimentos onde ocorressem a proporcionalidade. Não pudemos sistematizar os exemplos apontados, porque estavam inadequados aos propósitos de transformá-los em exercício – tratavam-se na verdade de contraexemplos.

Foi a proposta de atividade de busca de estratégias próprias para a resolução dos problemas que gerou diferenças de atitudes que merecem destaque. Enquanto os adolescentes resistiram ao que fora proposto, insistindo em encontrar o modo de resolução no campo de sua representação própria da matemática escolar (segundo a qual é preciso obter uma resposta e é indispensável que ela esteja correta), os educandos da EJA se entusiasmaram ao verem legitimados seus próprios modos de resolução.

De forma geral, porém, a satisfação por parte dos estudantes da EJA não resistiu à atividade proposta na sequência: o registro escrito da resolução dos problemas por estratégias próprias. Os alunos da EJA, que tinham demonstrado bom domínio do uso de cálculos mentais para resolução dos problemas através das operações básicas, resistiram não só às

atividades de representação das suas estratégias, como ao exercício de busca de compreensão da lógica do raciocínio empregada. A valorização do registro é própria do modo escolar de fazer. Talvez por isso, os estudantes do 7º ano, cuja resposta para demanda das exigências escolares é bem mais imediata e menos conflituosa, realizaram a atividade de registro escrito conforme o solicitado. As muitas objeções que fizeram tinham sido relativas ao desenvolvimento de estratégias próprias e não ao registro escrito propriamente dito.

Com base no que foi exposto, é possível inferir por que os alunos do 7º ano se apropriaram prontamente do algoritmo da regra de três, enquanto que os alunos da EJA persistiram querendo empregar suas estratégias próprias no lugar de recorrer ao novo instrumento. Como quem, obrigatoriamente, tem também a responsabilidade de fornecer aos educandos acesso ao conhecimento formal, restou-me também a persistência. Insisti junto a eles na necessidade de atribuir valor ao novo recurso.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

No material coletado e aqui transformado em narrativas, é possível perceber a intensidade com que os educandos da EJA interagem no ambiente escolar assumindo “posições diversas, que ora se solidarizam com os modos de conhecer escolares, ora os questionam, colocando-se como sujeitos de aprendizagem, nos diversos modos de conhecer e se relacionar com o mundo” (FONSECA; SIMÕES, 2014, p. 520).

A prática educativa em turmas de Educação de Jovens e Adultos despertou-nos um interesse profundo por uma dimensão muito particular do fazer pedagógico: a acolhida da experiência do outro. A oportunidade de lidar com alunos portadores de memórias e vivências numerosas e intensas é capaz de gerar interesse respeitoso e, simultaneamente, prazeroso de escuta.

A passagem do projeto educativo à prática de pesquisa no campo da EJA foi, na verdade, um caminhar na mesma direção – não apenas porque o Programa de Educação Básica de Jovens e Adultos da UFMG tinha como objetivo o desenvolvimento da pesquisa, como pelo fato do programa incentivar também reflexões sobre projetos educativos e práticas pedagógicas na EJA.

A decisão de desenvolver trabalho de campo em turmas de 7º ano decorreu de um desejo de ampliar o entendimento do tema já delineado e estabelecer análises comparativas entre duas diferentes práticas sobre o mesmo assunto. De certo modo, houve um fator que facilitou a configuração do projeto de pesquisa-ação idealizado: a decisão de coletar material empírico nas situações de ensino e aprendizagem da proporcionalidade. Em primeiro lugar, houve a feliz coincidência de ter podido trabalhar, de modo subsequente, com os conteúdos escolares de proporcionalidade e regra de três atuando como regente de turma em dois ambientes bastante diversos. Além disso, o próprio tema "proporcionalidade" gerou um material empírico interessante, visto que é bastante rico.

No âmbito da Educação Matemática voltada para EJA, o tema é capaz de gerar muito interesse junto aos educandos, para os quais o raciocínio proporcional é essencial na resolução de problemas colocados pela vida cotidiana e, muitas vezes, pelas relações e práticas profissionais. O mesmo não se pode dizer em relação à turma do 7º ano cujas interações foram também investigadas. As análises aqui apresentadas confirmaram nossa hipótese inicial de que os eventos se constituiriam de modo mais potencializado nas situações escolares da EJA do que nas situações de aula do 7º ano.

Outro ponto importante nesse trabalho foi a possibilidade de atuar, ao mesmo tempo, como professora e pesquisadora. Inserida no jogo discursivo, procurei exercer um papel de mediadora nas negociações entre valores, buscando possíveis formas de ampliação do diálogo entre diferentes modos de fazer. Restou a confirmação da certeza de que sempre há caminhos a serem traçados no desenvolvimento prática pedagógica, que não pode parar de se reinventar.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AGUIAR, M. C. A. A formação dos conceitos de fração e de proporcionalidade a partir da Teoria Piagetiana. *Psicologia: Ciência e Profissão*. Brasília, v. 3, n. 2, 1983. (Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1590/S1414-98931983000100007> Acesso em: 06/11/2015.)
- ARAÚJO, J. L.; BORBA, M. C. Construindo pesquisas coletivamente em Educação Matemática In: ____ (org.) *Pesquisa qualitativa em Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, p. 27-47.
- ARROYO, M. G. Educação de jovens-adultos: um campo de direitos e de responsabilidade pública. In: GIOVANETTI, M. A. G. C.; GOMES, N. L. SOARES, L. (org.) *Diálogos na Educação de Jovens e Adultos*. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2007. p. 19-50.
- ARROYO, Miguel G. Políticas educacionais e desigualdades: à procura de novos significados. *Educação & Sociedade*, Campinas, v. 31, n. 113, p. 1381-1416, out.-dez. 2010. (Disponível em <http://www.scielo.br/pdf/es/v31n113/17.pdf>. Acesso: 15/09/2011)
- ARROYO, M. G. *Currículo, território em disputa*. Petrópolis: Vozes, 2013. (Disponível em: <https://books.google.com.br/books?hl=pt-BR&lr=&id=nOgbBAAAQBAJ&oi=fnd&pg=PT2&dq=miguel+arroyo&ots=DdDq1FEpKu&sig=G54FdZKgEMIDRRDy5UVmxe487Y#v=onepage&q=miguel%20arroyo&f=false> Acesso em 23/11/2013)
- AUAREK, W. A. Olhando a sala de aula de matemática na contemporaneidade: uma confluência. *VII CIBEM*. Montevideu: 2013. (Disponível em: <http://www.cibem7.semur.edu.uy/7/actas/pdfs/800.pdf> Acesso em: 26/11/2015)
- BORBA, M. C.; SANTOS, S. C. Educação Matemática: propostas e desafios. *EccoS – Revista Científica*, São Paulo, v. 7, n. 2, p. 291-312, jul./dez. 2005. (Disponível em: <http://www4.uninove.br/ojs/index.php/eccos/article/viewFile/418/424>. Acesso em: 01/10/2011)
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais : Matemática*. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília : MEC / SEF, 1998. (Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf> . Acesso em 12/09/2015)
- BRITTO, F. A. *Perspectivas de consolidação da Educação Matemática como campo de pesquisa do Programa de Pós-Graduação em Educação da UFMG*. 2010, 171 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2010.

- CABRAL, V. R. S. *Relações entre conhecimentos matemáticos escolares e conhecimentos do cotidiano forjadas na constituição de práticas de numeramento na sala de aula da educação de jovens e adultos*. 2007, 168 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2007.
- CARRAHER, D.; CARRAHER, T.; SCHLIEMANN, A. D. *Na vida dez, na escola zero*. 7.ed. São Paulo: Cortez, 1993.
- CARVALHO, A. M. P.; RUIZ, A. R. O conceito de proporcionalidade. *Revista da Faculdade de Educação*. São Paulo. v.18, n.1/2, jan./dez. p. 97-113, 1990. (Disponível em [file:///C:/Users/M%C3%A1rcia/Downloads/33454-39264-1-PB%20\(1\).pdf](file:///C:/Users/M%C3%A1rcia/Downloads/33454-39264-1-PB%20(1).pdf) Acesso em: 06/11/2015.)
- CORDEIRO, M. H.; FLORIANI, E. F. Análise da eficácia das estratégias de resolução de problemas de proporcionalidade. *V Educere - III Congresso Nacional da Área de Educação*. PUCPR, Curitiba, 2005. p. 148-158. (Disponível em: <http://www.pucpr.br/eventos/educere/educere2005/anaisEvento/documentos/painel/TCCI197.pdf> Acesso em: 06/11/2015.)
- COSTA JÚNIOR, J. R. *Atribuição de significado ao conceito de proporcionalidade: contribuições da História da Matemática*. 2010. Natal, 2010. (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, São Paulo, 2010. (Disponível em: http://repositorio.ufrn.br/jspui/bitstream/123456789/16063/1/JoseRCJ_DISSERT.pdf Acesso em 06/11/2015.)
- D'AMBROSIO, Ubiratan. *Educação matemática: da teoria à prática*. Campinas: Papirus, 1996.
- D'AMBROSIO, Ubiratan. *Etnomatemática: ele entre as tradições e a modernidade*. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.
- DAVID, M. M. M. S.; LEITE, G. S.; LOPES, M. P. O discurso e a prática de um professor: encontros e desencontros da fala e da sala. *EDUCAÇÃO EM REVISTA*. Belo Horizonte, n. 32, dez. 2000. p. 123-34.
- DAVID, M. M. M. S.; MOREIRA, P. C. *A formação matemática do professor: licenciatura e prática docente escolar*. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.
- DAYRELL, J. A escola “faz” as juventudes? Reflexões em torno da socialização juvenil. *Educação e Sociedade*, Campinas, v. 28, n. 100 - Especial, p. 1105-1128, out. 2007. (Disponível em: <http://www.cedes.unicamp.br>. Acesso em 26/11/2015.)

- DOERR, H. M.; WOOD, T. Pesquisa-projeto (*design research*): aprendendo a ensinar matemática. In: BORBA, M. C. *Tendências internacionais em formação de professores de matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2006. P. 113-129.
- DOMITE, M. C. Da compreensão sobre formação de professores e professoras numa perspectiva etnomatemática. In: KNIJNIK, G.; OLIVEIRA, C. J.; WANDERER, F. (org.) *Etnomatemática: currículo e formação de professores*. Santa Cruz do Sul: EDUNISC, 2004. p. 419-431.
- DUBET, F. A formação dos indivíduos: a desinstitucionalização. *Revista Contemporaneidade e Educação.*, v. 3, ano 3, 1998, p.27-33. (Disponível em: <http://www.lcqrubeiro.pro.br/wp-content/uploads/2011/03/A-forma%C3%A7%C3%A3o-dos-indiv%C3%ADduos-DubetFran%C3%A7ois1.pdf> Acesso em: 26/11/2015)
- EDUCAÇÃO EM REVISTA. *Dossiê Educação de Jovens e Adultos*. Belo Horizonte, n. 32, dez. 2000.
- FARIA, J. B. *Relações entre práticas de numeramento mobilizadas e em constituição nas interações entre os sujeitos da educação de jovens e adultos*. 2007. 335 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2007.
- FERREIRA, A. R. *Práticas de numeramento, conhecimentos cotidianos e escolares em uma turma de Ensino Médio da Educação de Jovens e Adultos*. 2009. 158 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2009.
- FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. *Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos*. 3. ed. Campinas: Autores Associados, 2009.
- FONSECA, M. C. F. R. *Letramento no Brasil: habilidades matemáticas*. São Paulo: Global, Ação Educativa, Instituto Paulo Montenegro, 2004.
- FONSECA, M. C. F. R. *Educação Matemática de Jovens e Adultos: especificidades, desafios e contribuições*. 2. ed. – 3 reimp. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.
- FONSECA, M. C. F. R. Educação matemática de jovens e adultos: discurso, significação e constituição de sujeitos nas situações de ensino-aprendizagem escolares. In: GIOVANETTI, M. A. G. C.; GOMES, N. L. SOARES, L. (org.) *Diálogos na Educação de Jovens e Adultos*. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2007a. p. 225-240.
- FONSECA, M. C. F. R. Sobre a adoção do conceito de numeramento no desenvolvimento de pesquisas e práticas pedagógicas na educação matemática de jovens e adultos. *IX ENEM*, 2007b, Belo Horizonte.

- FONSECA, M. C. F. R. Conceito (s) de numeramento e relações com o letramento. In: LOPES, C. E.; NACARATO, A. M. *Educação matemática, leitura e escrita: armadilhas, utopias e realidade*. Campinas: Mercado de Letras, 2009. p. 47-60.
- FONSECA, M. C. F. R.; SIMÕES, F. M., Apropriação de práticas de numeramento na EJA: valores e discursos em disputa. *Educação e Pesquisa*, São Paulo, v. 40, n. 2, p. 517-532, abr./jun. 2014. (Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/ep/v40n2/v40n2a14.pdf> Acesso em: 01/11/15)
- FREIRE, P. *Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa*. 25. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2002.
- FREIRE, P. *Pedagogia do oprimido*. 50. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2011.
- GARNICA, A. V. M. História Oral e Educação Matemática. In: ARAÚJO, J. L.; BORBA, M. C. (org.) *Pesquisa qualitativa em Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, p. 79-100.
- GIOVANETTI, M. A. G. C.; GOMES, N. L. SOARES, L. Apresentação. In: ____ (org.) *Diálogos na Educação de Jovens e Adultos*. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2007. p. 7-17.
- HADDAD, S; DI PIERRO, M. C. Escolarização de jovens e adultos. *Revista Brasileira de Educação*, n.14, maio/ago. 2000, p.108-130. Disponível em: <http://www.todosnos.unicamp.br:8080/lab/acervo/artigos-deperiodicos/HADDAD,%20Sergio%20%20DI%20PIERRO,%20Maria%20C.%20Escolarizacao%20de%20jovens%20e%20adultos.doc> Acesso em: 15/09/2011.
- IMENES, L. M. Proporcionalidade e regra de três. 2015. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=oobh3mzYeFY> Acesso em: 06/11/2015.
- KIKUCHI, L. M.; TREVISAN, W. A. Obstáculos epistemológicos na aprendizagem de grandezas e medidas na escola básica. *XIV EBRAPEM*. Campo Grande: 2010. (Disponível em: http://disciplinas.stoa.usp.br/pluginfile.php/117564/mod_resource/content/1/exemplo_trab_obstaculosaprendizagem.pdf Acesso em: 05/10/2015)
- KNIJNIK, G.; OLIVEIRA, C. J.; WANDERER, F. (org.) *Etnomatemática: currículo e formação de professores*. Santa Cruz do Sul: EDUNISC, 2004.
- KNIJNIK, Gelsa. *Educação matemática, culturas e conhecimento na luta pela terra*. Santa Cruz do Sul: EDUNISC, 2006.

- LIMA, C. L. F. *Estudantes da EJA e materiais didáticos no ensino de matemática*. 2012. 137 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2012.
- MACEDO, L. N. et al. Desenvolvendo o pensamento proporcional com o uso de um objeto de aprendizagem. In: NASCIMENTO, A. C. A. A.; PRATA, C. L. (org.) *Objetos de aprendizagem: uma proposta de recurso pedagógico*. Brasília: MEC, SEED, 2007, p. 17-26. (Disponível em: <http://rived.mec.gov.br/artigos/livro.pdf> Acesso em: 06/11/2015)
- MENEGAT, M. F. *Uma nova forma de ensinar razão e proporcionalidade*. Monografia (Especialização em Matemática Mídias Digitais e Didática) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2010. (Disponível em: <http://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/31572/000783440.pdf?...1> Acesso em: 06/11/2015)
- OLIVEIRA, I. A. F. G.; SANTOS, M. C. O ensino fundamental e a resolução de problemas de proporção simples: uma análise das estratégias. *23ª Reunião – ANPED*, Caxambu, 2000. (Disponível em: http://www.ufrj.br/emanped/paginas/conteudo_producoes/docs_23/ensino_fundamental.pdf Acesso em: 06/11/2015.)
- OLIVEIRA, I. Proporcionalidade: estratégias utilizadas na Resolução de Problemas por alunos do Ensino Fundamental no Quebec. *Boletim de Educação Matemática*, v. 22, nº 34, 2009. p. 57-79, Rio Claro, Brasil (Disponível em: <http://www.redalyc.org/pdf/2912/291221876004.pdf> Acesso em: 12/11/2015.)
- OLIVEIRA, M. K.. Jovens e adultos como sujeitos de conhecimento e aprendizagem. *Revista Brasileira de Educação*. São Paulo: ANPED – Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação, n.12, setembro-dezembro/1999, p.59-73.
- SKOVSMOSE, O. *Desafios da reflexão em educação matemática crítica*. Campinas: Papyrus, 2008.
- SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. *Bolema – Boletim de Educação Matemática*, Rio Claro, n. 14, p. 66 – 91, 2000. (Disponível em: http://www.pucrs.br/famat/viali/tic_literatura/metodologia/Skovsmose_Cenarios_Invest.pdf Acesso em: 20/10/2015)
- SIMÕES, F. M. *Apropriação de práticas de letramentos (e de numeramento) escolares por estudantes da EJA*. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2010.

SOARES, E. S. *Ensinar Matemática: desafios e possibilidades*. Belo Horizonte: Dimensão, 2009a.

SOARES, E. S. *Reprodução e produção das condições sociais em aulas de matemática: uma perspectiva trilhada na sala de aula*. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2009b.