

TESE DE DOUTORADO Nº 151

**COLÔNIAS DE ABELHAS COMO MODELO PARA OTIMIZAÇÃO MULTIMODAL
EM ESPAÇOS CONTÍNUOS: UMA ABORDAGEM BASEADA EM ALOCAÇÃO DE
TAREFAS**

Renato Dourado Maia

DATA DA DEFESA: 10/12/2012

Universidade Federal de Minas Gerais

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

**COLÔNIAS DE ABELHAS COMO MODELO PARA OTIMIZAÇÃO
MULTIMODAL EM ESPAÇOS CONTÍNUOS: UMA ABORDAGEM
BASEADA EM ALOCAÇÃO DE TAREFAS**

Renato Dourado Maia

Universidade Federal de Minas Gerais

Escola de Engenharia

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

**COLÔNIAS DE ABELHAS COMO MODELO PARA OTIMIZAÇÃO
MULTIMODAL EM ESPAÇOS CONTÍNUOS: UMA ABORDAGEM
BASEADA EM ALOCAÇÃO DE TAREFAS**

Renato Dourado Maia

Tese de Doutorado submetida à Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito para obtenção do grau de Doutor em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Leandro Nunes de Castro Silva

Belo Horizonte – MG

Dezembro de 2012

M217c

Maia, Renato Dourado.

Colônia de abelhas como modelo para otimização multimodal em espaços contínuos [manuscrito]: uma abordagem baseada em alocação de tarefas / Renato Dourado Maia. - 2012.

xxxiv, 224 f., enc.: il.

Orientador: Leandro Nunes de Castro Silva.

Tese (doutorado) Universidade Federal de Minas Gerais, Escola de Engenharia.

Apêndices: f. 179-200.

Bibliografia: f. 201-224.

1. Engenharia elétrica - Teses. 2. Algoritmos - Teses. 3. Otimização combinatória - Teses. I. Silva, Leandro Nunes de Castro. II. Universidade Federal de Minas Gerais. Escola de Engenharia. III. Título.

CDU: 621.3(043)

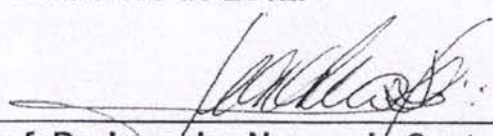
"Colônias de Abelhas como Modelo para Otimização Multimodal em Espaços Contínuos: uma Abordagem Baseada em Alocação de Tarefas"

Renato Dourado Maia

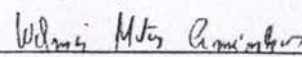
Tese de Doutorado submetida à Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito para obtenção do grau de Doutor em Engenharia Elétrica.

Aprovada em 10 de dezembro de 2012.

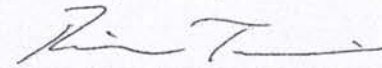
Por:



Prof. Dr. Leandro Nunes de Castro Silva
PPGEE (Mackenzie) - Orientador



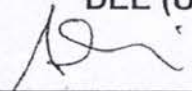
Prof. Dr. Walmir Matos Caminhas
DELT (UFMG) - Co-Orientador



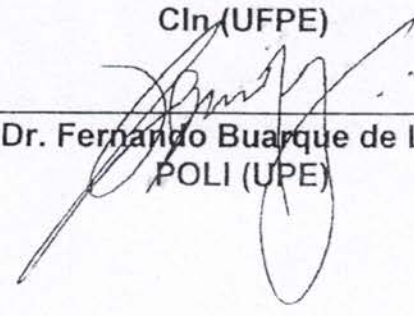
Prof. Dr. Ricardo Hiroshi Caldeira Takahashi
DMAT (UFMG)



Prof. Dr. Frederico Gadelha Guimarães
DEE (UFMG)



Prof. Dr. Aluizio Fausto Ribeiro Araújo
CIn (UFPE)



Prof. Dr. Fernando Buarque de Lima Neto
POLI (UPE)

Dedicatória

À minha família, pelo amor, pelo carinho, pela amizade e pelo companheirismo. Estaremos sempre unidos por uma força impressionante que costumamos chamar de AMOR!

Renato Dourado Maia

*Catar feijão se limita com escrever:
jogam-se os grãos na água do alguidar
e as palavras na folha de papel;
e depois, joga-se fora o que boiar.
Certo, toda palavra boiará no papel,
água congelada, por chumbo seu verbo:
pois para catar esse feijão, soprar nele,
e jogar fora o leve e oco, palha e eco.*

*Ora, nesse catar feijão entra um risco:
o de que entre os grãos pesados entre
um grão qualquer, pedra ou indigesto,
um grão imastigável, de quebrar dente.
Certo não, quando ao catar palavras:
a pedra dá à frase seu grão mais vivo:
obstrui a leitura fluviente, flutual,
açula a atenção, isca-a como o risco.*

João Cabral de Melo Neto

Hoje, seja pelo pouco que vi ou pelo muito que imaginei e senti, consegui me guiar e vencer o labirinto de minha inércia espiritual. E, da Caixa de Pandora, brotou uma exclamação: nada está pronto! E aí reside a beleza da existência; podemos, ou melhor, devemos construir. A vida nada mais é do que um ciclo: início, fim e início. E sempre vivemos e aprendemos algo novo... Novidades recheadas de turbulência, do desconhecido e de felicidade. Novidades... Cabe a nós sermos pacientes e saber admirar o tempo. Assim, podemos sentir a impressão que DEUS nos dá no coração e receber o novo. E DEUS aqui deve ser entendido como o centro da crença, ou da não-crença, de cada um. Assim, perceberemos que há um tempo para melhorar e planejar. E perceberemos também que há o tempo da ação, o tempo de parar de sonhar, retocar os planos e, repentina e intensamente, começar. Começar a viver, a sentir, a amar. Começar! Começar para terminar e recomeçar.

Cabe, por fim, dizer que o maior prazer não se alcança ao terminar. A satisfação maior está no longo, rico e sinuoso caminho que se deve percorrer entre o início e o fim. Vencido esse caminho, recebe-se o melhor dos prêmios: a possibilidade de recomeçar!

Renato Dourado Maia

AGRADECIMENTOS

Poucas são as pessoas que se dão a oportunidade e, ao mesmo tempo, têm o privilégio de poder se dedicar, exclusivamente ou não, a um exercício intelectual mais profundo. Eu, felizmente, pude experimentar a mistura de desafio e prazer que o exercício intelectual profundo inerente a um doutorado representa. É inegável que a boa condução desse exercício requer de quem o realiza seriedade, dedicação, paciência, perseverança e alegria. Mas é certo que o sucesso só é pleno quando há cooperação. Muitas pessoas foram importantes para que eu pudesse viver essa experiência desafiadora e prazerosa. Sem a colaboração dessas pessoas, que certamente continuarão a ser importantes em minha continuidade do exercício da intelectualidade, eu não teria vencido mais uma batalha da eterna guerra pela construção do conhecimento. Ao meu orientador, Leandro, agradeço profunda e sinceramente pela grande contribuição para o meu crescimento: para além da ciência, as nossas conversas me permitiram aprender sobre a vida e também rir bastante. Agradeço ao meu coorientador, Walmir, pelos mais de dez anos de amizade e convivência: saiba que simplesmente não consigo encontrar palavras que consigam expressar o quanto você foi e continua sendo importante em minha vida. Para os amigos, especialmente Allyson Steve, João Batista, Marcos Flávio, Maurílio, Rafael Xavier e Rodrigo Pasti, deixo um sorriso e um abraço. Além das contribuições técnicas, vocês souberam reforçar as lições de serenidade, disciplina e perseverança do Leandro e do Walmir, ajudando-me a sorrir não apenas nos momentos de alegria, mas também e, especialmente, nos momentos de adversidade. Agradeço à minha esposa e amiga, Denize, pelo amor e apoio incondicionais. Sem você caminhando comigo, tudo seria menos colorido. À minha família, agradeço pelo amor, pelo apoio e pela paciência: na ausência de uma ideia mais original, resta-me apenas dizer que amo todos vocês! Agradeço carinhosamente à direção da Fundação Educacional Montes Claros pelo grande apoio que sempre me foi dado para cursar o doutorado. Por fim, agradeço a DEUS, meu PAI e SENHOR, por ter permitido que eu vivenciasse essa experiência fantástica e por enriquecer a minha vida com a participação de pessoas maravilhosas.

Existe um provérbio indiano que diz o seguinte: “águas mansas não fazem bons marinheiros”. Não vou aqui comentar sobre o “humor” das águas que naveguei durante o doutorado. Em lugar disso, apenas encerrarei dizendo que hoje não mais tenho medo de navegar pelos mares não raramente intraquilos da ciência. Que venham os novos mares!

Atualmente, é comum a utilização de técnicas de otimização nas mais diversas áreas de aplicação. Independentemente da aplicação, a modelagem de problemas reais raramente contempla todas as possíveis restrições e tampouco prevê restrições temporárias que podem eventualmente surgir. Esse cenário motiva a proposição de mecanismos dedicados à geração e manutenção de diversidade durante a busca pela solução ótima, de modo que soluções candidatas alternativas de alta qualidade possam ser encontradas em uma única execução de um algoritmo de otimização. Dessa forma, evita-se a necessidade de novas modelagens e execuções, dada a possibilidade de escolha, pelo usuário, de uma solução dentre as retornadas que atenda às restrições ou que ele julgue ser a mais viável de ser implantada. Imersa nesse contexto, esta tese propõe um novo algoritmo de Inteligência de Enxame, denominado OptBees, para tratar problemas de otimização mono-objetivo em espaços contínuos inspirado nos comportamentos de forrageamento e coleta de alimentos de abelhas e nos mecanismos (e seus modelos) envolvidos no processo auto-organizado de alocação de tarefas em sociedades de insetos. O OptBees foi projetado para ter a capacidade inerente de gerar e manter diversidade, localizando ótimos locais distintos do problema, de modo que possam ser retornadas múltiplas soluções de alta qualidade. O algoritmo foi avaliado por meio da realização de experimentos baseados no conjunto de problemas de teste proposto para a Competição de Otimização de Parâmetros Reais da CEC *Special Session on Real-Parameter Optimization*, que ocorreu no IEEE *Congress on Evolutionary Computation* (CEC) de 2005. Seu desempenho foi comparado ao de diversas ferramentas baseadas em paradigmas distintos, inclusive algoritmos inspirados em comportamentos de abelhas. Os resultados obtidos mostraram que a ferramenta proposta, além de conseguir manter a diversidade durante toda a sua execução, é competitiva também na busca pelo ótimo global.

Palavras-chave: *Inteligência de Enxame, Alocação de Tarefas, Otimização, Diversidade, Auto-organização, Multimodalidade.*

Nowadays, it is common to use optimization techniques in several areas of application. Regardless the application, the modeling of real-world problems rarely takes into account all possible fixed or temporary constraints that may eventually arise. This scenario motivates the proposal of mechanisms dedicated to the generation and maintenance of diversity during the search for the optimal solution, so that alternative high quality candidate solutions can be found in a single execution of an optimization algorithm. This avoids the need for new modeling and executions, given the possibility of choice, by the user, of a solution among those returned that meets the constraints or that he/she deems to be the most feasible to be implemented. In this context, this thesis proposes a new Swarm Intelligence algorithm, called OptBees, to treat mono-objective optimization problems in continuous spaces, inspired by the foraging behavior of bees and by mechanisms (their models) involved in the self-organizing process of task allocation in insect societies. The OptBees was designed to have the inherent ability to generate and maintain diversity, finding distinct local optima of the problem, so that multiple high-quality solutions can be returned in a single run. The algorithm was evaluated by conducting experiments based on the set of test problems proposed for the Competition on Real-Parameter Optimization of the CEC Special Session on Real-Parameter Optimization, which occurred in IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC) in 2005. The performance of OptBees was compared to that of several tools based on different approaches, including algorithms inspired by the behavior of bees. The results obtained demonstrated that the proposed tool, can maintain diversity throughout its execution whilst still being competitive in the search for the global optimum.

Keywords: *Swarm Intelligence, Task Allocation, Optimization, Diversity, Self-organization, Multimodality.*

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	1
1.1 CONTEXTO, MOTIVAÇÃO E OBJETIVO	1
1.2 CONTRIBUIÇÕES	5
1.3 ESTRUTURA DO TEXTO	5
1.4 TRABALHOS PUBLICADOS E SUBMETIDOS	7
2 INTELIGÊNCIA DE ENXAME.....	11
2.1 SOCIEDADES DE INSETOS COMO ARQUÉTIPO PARA A CONCEITUALIZAÇÃO E O ESTUDO DA INTELIGÊNCIA DE ENXAME	11
2.2 INDIVÍDUOS, ENTIDADES E AGENTES	16
2.3 REALIMENTAÇÃO, AUTO-ORGANIZAÇÃO E GERAÇÃO DE PADRÕES COLETIVOS COMPLEXOS	17
2.3.1 COMPLEXIDADE E AUTO-ORGANIZAÇÃO	17
2.3.2 REALIMENTAÇÃO.....	19
2.3.2.1 SINTONIA DA REALIMENTAÇÃO POSITIVA	21
2.3.4 AGREGAÇÃO	23
2.3.5 TOMADA DE DECISÃO COLETIVA.....	24
2.4 ALOCAÇÃO DE TAREFAS	27
2.4.1 MENSURANDO A ALOCAÇÃO DE TAREFAS	28
2.4.2 AUTO-ORGANIZAÇÃO E ALOCAÇÃO DE TAREFAS.....	29
2.4.3 COMENTÁRIOS	30
2.5 INTELIGÊNCIA DE ENXAME.....	32
2.5.1 ADAPTAÇÃO SOCIAL DO CONHECIMENTO	34
2.5.2 HUMANOS E ANIMAIS – REVISITANDO O CONCEITO DE INTELIGÊNCIA DE ENXAME	37
2.5.2.1 POSSIBILIDADES E LIMITAÇÕES DA INTELIGÊNCIA DE ENXAME.....	43
2.5.2.3 A IMPORTÂNCIA DA DIVERSIDADE	44
2.5.2.4 A INTELIGÊNCIA DE ENXAME EM ANIMAIS E HUMANOS – UM NÍVEL ADICIONAL DE TOMADA DE DECISÃO.....	45
2.5.3 A INTELIGÊNCIA DE ENXAME NO CONTEXTO DA COMPUTAÇÃO NATURAL	48
2.6 CONSIDERAÇÕES FINAIS	54
3 MODELOS DE ALOCAÇÃO DE TAREFAS EM SOCIEDADES DE INSETOS	55
3.1 INTRODUÇÃO	55
3.2 REVISITANDO A CONCEITUALIZAÇÃO DA ALOCAÇÃO DE TAREFAS	56
3.3 MODELOS BASEADOS EM AUTO-ORGANIZAÇÃO	58
3.3.1 DINÂMICA SINAL-RESPOSTA.....	58
3.3.2 DIFERENCIAÇÃO ESPACIAL	59
3.3.3 INTERAÇÕES SOCIAIS.....	60
3.3.4 LIMITAÇÕES DOS MODELOS DE ALOCAÇÃO DE TAREFAS EM SOCIEDADES DE INSETOS BASEADOS EM AUTO-ORGANIZAÇÃO.....	63
3.4 CONSIDERAÇÕES FINAIS	63
4 O ALGORITMO OPTBEES	65
4.1 CONTEXTO GERAL.....	65

4.2	VISÃO GERAL DO COMPORTAMENTO DE FORRAGEAMENTO E COLETA DE ALIMENTOS DAS ABELHAS	67
4.3	OPTBEES – UM NOVO ALGORITMO INSPIRADO EM ABELHAS PARA OTIMIZAÇÃO MONO-OBJETIVO EM ESPAÇOS CONTÍNUOS	68
4.3.1	INICIALIZAÇÃO (PASSO 1)	70
4.3.2	AVALIAÇÃO DAS QUALIDADES DAS FONTES DE ALIMENTO SENDO EXPLORADAS PELAS ABELHAS ATIVAS (PASSOS 2 E 9)	70
4.3.3	BUSCA LOCAL (PASSO 3)	71
4.3.4	DETERMINAÇÃO DAS ABELHAS RECRUTADORAS (PASSO 4)	73
4.3.5	ATUALIZAÇÃO DO NÚMERO DE ABELHAS ATIVAS (PASSO 5)	75
4.3.6	DETERMINAÇÃO DAS ABELHAS RECRUTADAS E DAS ABELHAS EXPLORADORAS (PASSO 6)	76
4.3.7	PROCESSO DE RECRUTAMENTO (PASSO 7)	76
4.3.8	PROCESSO DE EXPLORAÇÃO (PASSO 8)	77
4.4	TRABALHOS RELACIONADOS	77
4.5	INTELIGÊNCIA DE ENXAME E ALOCAÇÃO DE TAREFAS NO ALGORITMO OPTBEES	80
4.5.1	ABELHAS ARTIFICIAIS E AGENTES	81
4.5.2	O OPTBEES COMO UM ALGORITMO DE INTELIGÊNCIA DE ENXAME	82
4.5.3	COMPLEXIDADE, EMERGÊNCIA E AUTO-ORGANIZAÇÃO	84
4.5.4	ALOCAÇÃO DE TAREFAS E O ALGORITMO OPTBEES	89
4.6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	90
5	RESULTADOS EXPERIMENTAIS	91
5.1	INTRODUÇÃO	91
5.2	ANÁLISE DA DISTRIBUIÇÃO FINAL DAS ABELHAS RECRUTADORAS NO ESPAÇO DE BUSCA: AVALIAÇÃO DA CAPACIDADE DE BUSCA MULTIMODAL	95
5.2.1	METODOLOGIA EXPERIMENTAL	97
5.2.2	APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	99
5.3	ANÁLISE DA EFETIVIDADE DOS MECANISMOS DE GERAÇÃO E MANUTENÇÃO DE DIVERSIDADE	113
5.4	ANÁLISE DE SENSIBILIDADE PARAMÉTRICA	116
5.4.1	NÚMERO INICIAL DE ABELHAS ATIVAS (n_i)	117
5.4.2	ESFORÇO MÉDIO DE FORRAGEAMENTO (n_{mean})	123
5.4.3	RAIO DE INIBIÇÃO SOCIAL (ρ_i)	129
5.4.4	PROBABILIDADE MÍNIMA DE UMA ABELHA SER RECRUTADORA (p_{min})	135
5.4.5	PERCENTUAL DE ABELHAS NÃO-RECRUTADORAS QUE SERÃO DE FATO RECRUTADAS (p_{rec})	141
5.5	AVALIAÇÃO DE DESEMPENHO EM PROBLEMAS COM ESPAÇOS DE DIMENSÃO ELEVADA	147
5.5.1	ALGORITMOS PARTICIPANTES DA COMPETIÇÃO	148
5.5.2	APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	150
5.5.3	COMPARAÇÃO DE DESEMPENHO CONSIDERANDO OUTROS ALGORITMOS INSPIRADOS EM COMPORTAMENTOS DE ABELHAS	163
5.5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	171
6	CONCLUSÃO	173
6.1	COMENTÁRIOS	175
6.2	PERSPECTIVAS FUTURAS	176
APÊNDICE A – PROBLEMAS DE TESTE		179
A.1	INTRODUÇÃO	179
A.2	PROBLEMAS MONOMODAIS	180
A.2.1	PROBLEMA F_1 : FUNÇÃO ESFERA DESLOCADA	180
A.2.2	PROBLEMA F_2 : PROBLEMA 1.2 DE SCHWEFEL DESLOCADO	180

A.2.3	PROBLEMA F_3 : FUNÇÃO ELÍPTICA ALTAMENTE CONDICIONADA, DESLOCADA E ROTACIONADA	181
A.2.4	PROBLEMA F_4 : PROBLEMA 1.2 DE SCHWEFEL DESLOCADO COM RUÍDO NO VALOR DA FUNÇÃO-OBJETIVO	181
A.2.5	PROBLEMA F_5 : PROBLEMA 1.2 DE SCHWEFEL COM ÓTIMO GLOBAL LOCALIZADO NA FRONTEIRA DO ESPAÇO DE BUSCA	182
A.3	PROBLEMAS MULTIMODAIS BÁSICOS	184
A.3.1	PROBLEMA F_6 : FUNÇÃO DE ROSENBROCK DESLOCADA	184
A.3.2	PROBLEMA F_7 : FUNÇÃO DE GRIEWANK ROTACIONADA E DESLOCADA COM ESPAÇO DE BUSCA ILIMITADO	184
A.3.3	PROBLEMA F_8 : FUNÇÃO DE ACKLEY ROTACIONADA, DESLOCADA E COM ÓTIMO NA FRONTEIRA	185
A.3.4	PROBLEMA F_9 : FUNÇÃO DE RASTRIGIN DESLOCADA	185
A.3.5	PROBLEMA F_{10} : FUNÇÃO DE RASTRIGIN DESLOCADA E ROTACIONADA	186
A.3.6	PROBLEMA F_{11} : FUNÇÃO DE WIERSTRASS DESLOCADA E ROTACIONADA	186
A.3.7	PROBLEMA F_{12} : PROBLEMA 2.13 DE SCHWEFEL	187
A.4	PROBLEMAS MULTIMODAIS EXPANDIDOS	189
A.4.1	PROBLEMA F_{13} : FUNÇÃO EXPANDIDA DE GRIEWANK SOMADA À DE ROSENBROCK E DESLOCADA	189
A.4.2	PROBLEMA F_{14} : FUNÇÃO F_6 DE SCHAFFER EXPANDIDA, DESLOCADA E ROTACIONADA	190
A.5	PROBLEMAS MULTIMODAIS COMPOSTOS HÍBRIDOS	190
A.5.1	PROBLEMA F_{15} : FUNÇÃO COMPOSTA HÍBRIDA	192
A.5.2	PROBLEMA F_{16} : VERSÃO ROTACIONADA DA FUNÇÃO COMPOSTA HÍBRIDA F_{15}	193
A.5.3	PROBLEMA F_{17} : FUNÇÃO F_{16} COM RUÍDO NO VALOR DA FUNÇÃO-OBJETIVO	193
A.5.4	PROBLEMA F_{18} : FUNÇÃO COMPOSTA HÍBRIDA ROTACIONADA	194
A.5.5	PROBLEMA F_{19} : FUNÇÃO COMPOSTA HÍBRIDA ROTACIONADA COM ÓTIMO GLOBAL EM UM VALE ESTREITO	194
A.5.6	PROBLEMA F_{20} : FUNÇÃO COMPOSTA HÍBRIDA ROTACIONADA COM ÓTIMO GLOBAL NA FRONTEIRA DO ESPAÇO DE BUSCA	195
A.5.7	PROBLEMA F_{21} : FUNÇÃO COMPOSTA HÍBRIDA ROTACIONADA	195
A.5.8	PROBLEMA F_{22} : COMPOSTA HÍBRIDA ROTACIONADA COM MATRIZES MAL CONDICIONADAS	195
A.5.9	PROBLEMA F_{23} : FUNÇÃO COMPOSTA HÍBRIDA ROTACIONADA DESCONTÍNUA	196
A.5.10	PROBLEMA F_{24} : FUNÇÃO COMPOSTA HÍBRIDA ROTACIONADA	196
A.5.11	PROBLEMA F_{25} : FUNÇÃO COMPOSTA HÍBRIDA ROTACIONADA COM ESPAÇO DE BUSCA ILIMITADO	197
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS		201

LISTA DE FIGURAS

- Figura 1.1:** Exemplos de superfícies de busca para problemas de maximização multimodais em espaços bidimensionais contínuos. No caso do problema correspondente à superfície apresentada na parte (a), existem múltiplos ótimos locais de qualidades distintas, sendo que apenas o ótimo local marcado pelo círculo corresponde ao ótimo global do problema. Já no caso do problema correspondente à superfície apresentada na parte (b), existem seis ótimos locais, que estão marcados pelos círculos e todos eles apresentam a mesma qualidade, ou seja, são ótimos globais (reproduzida de Coelho (2011) com permissão do autor). 3
- Figura 2.1:** Exemplo de Laço de Realimentação Positiva. O sinal “+” representa uma influência positiva. Uma formiga, ao depositar o feromônio, aumenta a probabilidade de outras formigas seguirem o caminho e intensificar a trilha correspondente..... 20
- Figura 2.2:** Exemplo de Laço de Realimentação Negativa. O sinal “-” representa uma influência negativa. A probabilidade de um indivíduo abandonar um grupo pode ser inversamente proporcional ao tamanho do grupo e, conseqüentemente, a formação de grupos maiores é favorecida. 21
- Figura 2.3:** As Três Grandes Áreas que Constituem a Computação Natural – Computação Inspirada na Natureza, Síntese Computacional de Fenômenos Naturais e Computação com Novos Materiais Naturais (Fonte: adaptada de de Castro (2007)). 50
- Figura 2.4:** A Filosofia da Computação Natural. A Computação Natural integra os estudos teóricos e experimentais da Biologia, da Física e da Química, combinando-os com observações empíricas dos fenômenos naturais e com conhecimentos de diversas outras ciências, de modo a permitir a síntese de fenômenos, o projeto de novas formas de resolver problemas, além da concepção de novos paradigmas de computação (Fonte: adaptada de de Castro (2007)). 52
- Figura 4.1:** Diferenças entre os dois processos de recrutamento, definidos pelas Equações (4.3) e (4.4), considerando um problema de duas dimensões: x_i e y são, respectivamente, as abelhas recrutada e recrutadora... 77
- Figura 4.2:** Representação gráfica das curvas de nível e das soluções retornadas como ótimos locais pelo algoritmo OptBees (as abelhas recrutadoras do conjunto final de abelhas ativas): os gráficos de (a) a (c) e de (d) a (f) correspondem aos resultados das execuções 1, 12 e 25 dos experimentos para os problemas F_9 e F_{15} , respectivamente. As melhores soluções estão representadas por pontos vermelhos. 84
- Figura 4.3:** Representação gráfica das curvas de nível e das soluções retornadas como ótimos locais (as abelhas recrutadoras do conjunto final de abelhas ativas) pelo algoritmo OptBees com (a) $\rho_i = 0,01$, (b) $\rho_i = 0,05$, (c) $\rho_i = 0,1$ e (d) $\rho_i = 0,25$, na última repetição dos experimentos, para o problema F_9 . As melhores soluções estão representadas por pontos vermelhos..... 87
- Figura 4.4:** Evolução do valor médio do número de abelhas recrutadoras com o passar das iterações durante as execuções do algoritmo OptBees, para o problema F_9 , com (a) $\rho_i = 0,01$, (b) $\rho_i = 0,05$, (c) $\rho_i = 0,1$ e (d) $\rho_i = 0,25$. As barras verticais correspondem aos valores de desvio-padrão avaliados em 25 repetições. 88

- Figura 4.5:** Evolução do valor médio do número de abelhas ativas com o passar das iterações durante as execuções do algoritmo OptBees, para o problema F_9 , com (a) $\rho_i = 0,01$, (b) $\rho_i = 0,05$, (c) $\rho_i = 0,1$ e (d) $\rho_i = 0,25$. As barras verticais correspondem aos valores de desvio-padrão avaliados em 25 repetições. 88
- Figura 5.1:** Representação gráfica em $\mathcal{R}^2$ das superfícies e das respectivas curvas de nível para os problemas F_2 (a), F_4 (b), F_9 (c), F_{12} (d), F_{15} (e) e F_{20} (f). 96
- Figura 5.2:** Representação gráfica das curvas de nível para o problema F_2 e das soluções retornadas como ótimos locais pelos algoritmos OptBees (a)-(f), cob-aiNet (g)-(i), opt-aiNet (j)-(l) e dopt-aiNet (m)-(o), para as execuções 1, 12 e 25 dos experimentos. Os gráficos das letras (g)-(o) foram reproduzidos de Coelho (2011) com permissão do autor. As melhores soluções estão representadas por pontos vermelhos. 107
- Figura 5.3:** Representação gráfica das curvas de nível para o problema F_4 e das soluções retornadas como ótimos locais pelos algoritmos OptBees (a)-(f), cob-aiNet (g)-(i), opt-aiNet (j)-(l) e dopt-aiNet (m)-(o), para as execuções 1, 12 e 25 dos experimentos. Os gráficos das letras (g)-(o) foram reproduzidos de Coelho (2011) com permissão do autor. As melhores soluções estão representadas por pontos vermelhos. 108
- Figura 5.4:** Representação gráfica das curvas de nível para o problema F_9 e das soluções retornadas como ótimos locais pelos algoritmos OptBees (a)-(f), cob-aiNet (g)-(i), opt-aiNet (j)-(l) e dopt-aiNet (m)-(o), para as execuções 1, 12 e 25 dos experimentos. Os gráficos das letras (g)-(o) foram reproduzidos de Coelho (2011) com permissão do autor. As melhores soluções estão representadas por pontos vermelhos. 109
- Figura 5.5:** Representação gráfica das curvas de nível para o problema F_{12} e das soluções retornadas como ótimos locais pelos algoritmos OptBees (a)-(f), cob-aiNet (g)-(i), opt-aiNet (j)-(l) e dopt-aiNet (m)-(o), para as execuções 1, 12 e 25 dos experimentos. Os gráficos das letras (g)-(o) foram reproduzidos de Coelho (2011) com permissão do autor. As melhores soluções estão representadas por pontos vermelhos. 110
- Figura 5.6:** Representação gráfica das curvas de nível para o problema F_{15} e das soluções retornadas como ótimos locais pelos algoritmos OptBees (a)-(f), cob-aiNet (g)-(i), opt-aiNet (j)-(l) e dopt-aiNet (m)-(o), para as execuções 1, 12 e 25 dos experimentos. Os gráficos das letras (g)-(o) foram reproduzidos de Coelho (2011) com permissão do autor. As melhores soluções estão representadas por pontos vermelhos. 111
- Figura 5.7:** Representação gráfica das curvas de nível para o problema F_{20} e das soluções retornadas como ótimos locais pelos algoritmos OptBees (a)-(f), cob-aiNet (g)-(i), opt-aiNet (j)-(l) e dopt-aiNet (m)-(o), para as execuções 1, 12 e 25 dos experimentos. Os gráficos das letras (g)-(o) foram reproduzidos de Coelho (2011) com permissão do autor. As melhores soluções estão representadas por pontos vermelhos. 112
- Figura 5.8:** Evolução do índice de diversidade com o passar das iterações para os problemas F_9 (a) e F_{15} (b). Os pontos das curvas representam o valor médio do índice, tomado para a respectiva iteração em cada uma das 25 execuções, enquanto as barras verticais representam os valores correspondentes de desvio-padrão. O índice de diversidade é calculado no início de cada iteração. 114
- Figura 5.9:** Evolução do número de recrutadoras com o passar das iterações para os problemas F_9 (a) e F_{15} (b). Os pontos das curvas representam o valor médio do índice, tomado para a respectiva iteração em cada uma

das 25 execuções, enquanto as barras verticais representam os valores correspondentes de desvio-padrão.	115
Figura 5.10: Evolução do número de abelhas ativas com o passar das iterações para os problemas F_9 (a) e F_{15} (b). Os pontos das curvas representam o valor médio, tomado para a respectiva iteração em cada uma das 25 execuções, enquanto as barras verticais representam os valores correspondentes de desvio-padrão. A contagem de abelhas ativas foi feita no final de cada iteração.	115
Figura 5.11: Representação gráfica das curvas de nível e das soluções retornadas como ótimos locais pelo algoritmo OptBees: os gráficos de (a) a (c) e de de (c) a (d) correspondem aos resultados das execuções 1, 12 e 25 dos experimentos para os problema F_9 e F_{15} , respectivamente As melhores soluções estão representadas por pontos vermelhos.	116
Figura 5.12: Valores médios do erro absoluto entre a melhor solução encontrada e o ótimo global (a) e do número de abelhas recrutadoras do conjunto final de abelhas ativas retornado pelo OptBees (b), para o problema F_9 , em função da variação do número inicial de abelhas ativas n_i . As barras verticais correspondem aos valores de desvio-padrão avaliados em 15 repetições.	118
Figura 5.13: Representação gráfica das curvas de nível e das soluções retornadas como ótimos locais (as abelhas recrutadoras do conjunto final de abelhas ativas) pelo algoritmo OptBees, para o problema F_9 , com (a) $n_i = 2$, (b) $n_i = 10$, (c) $n_i = 25$ e (d) $n_i = 100$, na última repetição dos experimentos. As melhores soluções estão representadas por pontos vermelhos.	119
Figura 5.14: Representação gráfica das curvas de nível e das soluções retornadas pelo algoritmo OptBees (o conjunto final de abelhas ativas) , para o problema F_9 , com (a) $n_i = 2$, (b) $n_i = 10$, (c) $n_i = 25$ e (d) $n_i = 100$, na última repetição dos experimentos.	120
Figura 5.15: Evolução do valor médio do erro absoluto entre a melhor solução e o ótimo global com o passar das iterações durante as execuções do algoritmo OptBees, para o problema F_9 , com (a) $n_i = 2$, (b) $n_i = 10$, (c) $n_i = 25$ e (d) $n_i = 100$. As barras verticais correspondem aos valores de desvio-padrão avaliados em 15 repetições.	121
Figura 5.16: Evolução do valor médio do número de abelhas recrutadoras com o passar das iterações durante as execuções do algoritmo OptBees, para o problema F_9 , com (a) $n_i = 2$, (b) $n_i = 10$, (c) $n_i = 25$ e (d) $n_i = 100$. As barras verticais correspondem aos valores de desvio-padrão avaliados em 15 repetições.	122
Figura 5.17: Evolução do valor médio do número de abelhas ativas com o passar das iterações durante as execuções do algoritmo OptBees, para o problema F_9 , com (a) $n_i = 2$, (b) $n_i = 10$, (c) $n_i = 25$ e (d) $n_i = 100$. As barras verticais correspondem aos valores de desvio-padrão avaliados em 15 repetições.	122
Figura 5.18: Evolução do valor médio do índice de diversidade com o passar das iterações durante as execuções do algoritmo OptBees, para o problema F_9 , com (a) $n_i = 2$, (b) $n_i = 10$, (c) $n_i = 25$ e (d) $n_i = 100$. As barras verticais correspondem aos valores de desvio-padrão avaliados em 15 repetições.	123

- Figura 5.19:** Valores médios do erro absoluto entre a melhor solução e o ótimo global (a) e do número final de abelhas recrutadoras do conjunto final de abelhas ativas retornado pelo OptBees (b), para o problema F_9 , em função da variação do esforço médio de forrageamento n_{mean} . As barras verticais correspondem aos valores de desvio padrão avaliados em 15 repetições. 124
- Figura 5.20:** Representação gráfica das curvas de nível e das soluções retornadas como ótimos locais (as abelhas recrutadoras do conjunto final de abelhas ativas) pelo algoritmo OptBees, para o problema F_9 , com (a) $n_{mean} = 2$, (b) $n_{mean} = 10$, (c) $n_{mean} = 20$ e (d) $n_{mean} = 50$, na última repetição dos experimentos. As melhores soluções estão representadas por pontos vermelhos. 125
- Figura 5.21:** Representação gráfica das curvas de nível e das soluções retornadas pelo algoritmo OptBees (o conjunto final de abelhas ativas) , para o problema F_9 , com (a) $n_{mean} = 2$, (b) $n_{mean} = 10$, (c) $n_{mean} = 20$ e (d) $n_{mean} = 50$, na última repetição dos experimentos. 126
- Figura 5.22:** Evolução do valor médio do erro absoluto entre a melhor solução e o ótimo global com o passar das iterações durante as execuções do algoritmo OptBees, para o problema F_9 , com (a) $n_{mean} = 2$, (b) $n_{mean} = 10$, (c) $n_{mean} = 20$ e (d) $n_{mean} = 50$. As barras verticais correspondem aos valores de desvio-padrão avaliados em 15 repetições. 127
- Figura 5.23:** Evolução do valor médio do número de abelhas recrutadoras com o passar das iterações durante as execuções do algoritmo OptBees, para o problema F_9 , com (a) $n_{mean} = 2$, (b) $n_{mean} = 10$, (c) $n_{mean} = 20$ e (d) $n_{mean} = 50$. As barras verticais correspondem aos valores de desvio-padrão avaliados em 15 repetições. 127
- Figura 5.24:** Evolução do valor médio do número de abelhas ativas com o passar das iterações durante as execuções do algoritmo OptBees, para o problema F_9 , com (a) $n_{mean} = 2$, (b) $n_{mean} = 10$, (c) $n_{mean} = 20$ e (d) $n_{mean} = 50$. As barras verticais correspondem aos valores de desvio-padrão avaliados em 15 repetições. 128
- Figura 5.25:** Evolução do valor médio do índice de diversidade com o passar das iterações durante as execuções do algoritmo OptBees, para o problema F_9 , com (a) $n_{mean} = 2$, (b) $n_{mean} = 10$, (c) $n_{mean} = 20$ e (d) $n_{mean} = 50$. As barras verticais correspondem aos valores de desvio-padrão avaliados em 15 repetições. 129
- Figura 5.26:** Valores médios do erro absoluto entre a melhor solução e o ótimo global (a) e do número final de abelhas recrutadoras do conjunto final de abelhas ativas retornado pelo OptBees (b) em função da variação do raio de inibição ρ_i , para o problema F_9 . As barras verticais correspondem aos valores de desvio-padrão avaliados em 15 repetições. 130
- Figura 5.27:** Representação gráfica das curvas de nível e das soluções retornadas como ótimos locais (as abelhas recrutadoras do conjunto final de abelhas ativas) pelo algoritmo OptBees, para o problema F_9 , com (a) $\rho_i = 0,01$, (b) $\rho_i = 0,05$, (c) $\rho_i = 0,1$ e (d) $\rho_i = 0,25$, na última repetição dos experimentos. As melhores soluções estão representadas por pontos vermelhos. 131
- Figura 5.28:** Representação gráfica das curvas de nível e das soluções retornadas pelo algoritmo OptBees (o conjunto final de abelhas ativas) , para o problema F_9 , com (a) $\rho_i = 0,01$, (b) $\rho_i = 0,05$, (c) $\rho_i = 0,1$ e (d) $\rho_i = 0,25$, na última repetição dos experimentos. 131

- Figura 5.29:** Evolução do valor médio erro absoluto entre a melhor solução e o ótimo global com o passar das iterações durante as execuções do algoritmo OptBees, para o problema F_9 , com (a) $\rho_i = 0,01$, (b) $\rho_i = 0,05$, (c) $\rho_i = 0,1$ e (d) $\rho_i = 0,25$. As barras verticais correspondem aos valores de desvio-padrão avaliados em 15 repetições. 132
- Figura 5.30:** Evolução do valor médio do número de abelhas recrutadoras com o passar das iterações durante as execuções do algoritmo OptBees, para o problema F_9 , com (a) $\rho_i = 0,01$, (b) $\rho_i = 0,05$, (c) $\rho_i = 0,1$ e (d) $\rho_i = 0,25$. As barras verticais correspondem aos valores de desvio-padrão avaliados em 15 repetições. 133
- Figura 5.31:** Evolução do valor médio do número de abelhas ativas com o passar das iterações durante as execuções do algoritmo OptBees, para o problema F_9 , com (a) $\rho_i = 0,01$, (b) $\rho_i = 0,05$, (c) $\rho_i = 0,1$ e (d) $\rho_i = 0,25$. As barras verticais correspondem aos valores de desvio-padrão avaliados em 15 repetições. 134
- Figura 5.32:** Evolução do valor médio do índice de diversidade com o passar das iterações durante as execuções do algoritmo OptBees, para o problema F_9 , com (a) $\rho_i = 0,01$, (b) $\rho_i = 0,05$, (c) $\rho_i = 0,1$ e (d) $\rho_i = 0,25$. As barras verticais correspondem aos valores de desvio-padrão avaliados em 15 repetições. 134
- Figura 5.33:** Valores médios do erro absoluto entre a melhor solução e o ótimo global (a) e do número final de abelhas recrutadoras do conjunto final de abelhas ativas retornado pelo OptBees (b) em função da variação da probabilidade mínima de uma abelha ser recrutadora p_{min} , para o problema F_9 . As barras verticais correspondem aos valores de desvio padrão avaliados em 15 repetições. 137
- Figura 5.34:** Representação gráfica das curvas de nível e das soluções retornadas como ótimos locais (as abelhas recrutadoras do conjunto final de abelhas ativas) pelo algoritmo OptBees, para o problema F_9 , com (a) $p_{min} = 0,01$, (b) $p_{min} = 0,25$, (c) $p_{min} = 0,50$ e (d) $p_{min} = 0,8$, na última repetição dos experimentos. As melhores soluções estão representadas por pontos vermelhos. 137
- Figura 5.35:** Representação gráfica das curvas de nível e das soluções retornadas pelo algoritmo OptBees (o conjunto final de abelhas ativas), para o problema F_9 , com (a) $p_{min} = 0,01$, (b) $p_{min} = 0,25$, (c) $p_{min} = 0,50$ e (d) $p_{min} = 0,8$, na última repetição dos experimentos. 138
- Figura 5.36:** Evolução do valor médio do erro absoluto entre a melhor solução e o ótimo global com o passar das iterações durante as execuções do algoritmo OptBees, para o problema F_9 , com (a) $p_{min} = 0,01$, (b) $p_{min} = 0,25$, (c) $p_{min} = 0,50$ e (d) $p_{min} = 0,8$. As barras verticais correspondem aos valores de desvio-padrão avaliados em 15 repetições. 139
- Figura 5.37:** Evolução do valor médio do número de abelhas recrutadoras com o passar das iterações durante as execuções do algoritmo OptBees, para o problema F_9 , com (a) $p_{min} = 0,01$, (b) $p_{min} = 0,25$, (c) $p_{min} = 0,50$ e (d) $p_{min} = 0,8$. As barras verticais correspondem aos valores de desvio-padrão avaliados em 15 repetições. 139
- Figura 5.38:** Evolução do valor médio do número de abelhas ativas com o passar das iterações durante as execuções do algoritmo OptBees, para o problema F_9 , com (a) $p_{min} = 0,01$, (b) $p_{min} = 0,25$, (c) $p_{min} = 0,50$ e (d) $p_{min} = 0,8$. As barras verticais correspondem aos valores de desvio-padrão avaliados em 15 repetições. . 140

- Figura 5.39:** Evolução do valor médio do índice de diversidade com o passar das iterações durante as execuções do algoritmo OptBees, para o problema F_9 , com (a) $p_{min} = 0,01$, (b) $p_{min} = 0,25$, (c) $p_{min} = 0,50$ e (d) $p_{min} = 0,8$. As barras verticais correspondem aos valores de desvio-padrão avaliados em 15 repetições. 141
- Figura 5.40:** Valores médios do erro absoluto entre a melhor solução e o ótimo global (a) e do número final de abelhas recrutadoras do conjunto final de abelhas ativas retornado pelo OptBees (b) em função da variação do percentual de abelhas não-recrutadoras que serão de fato recrutadas p_{rec} , para o problema F_9 . As barras verticais correspondem aos valores de desvio padrão avaliados em 15 repetições. 142
- Figura 5.41:** Representação gráfica das curvas de nível e das soluções retornadas como ótimos locais (as abelhas recrutadoras do conjunto final de abelhas ativas) pelo algoritmo OptBees, para o problema F_9 , com (a) $p_{rec} = 0,01$, (b) $p_{rec} = 0,10$, (c) $p_{rec} = 0,5$ e (d) $p_{rec} = 1$, na última repetição dos experimentos. As melhores soluções estão representadas por pontos vermelhos. 143
- Figura 5.42:** Representação gráfica das curvas de nível e das soluções retornadas pelo algoritmo OptBees (o conjunto final de abelhas ativas), para o problema F_9 , com (a) $p_{rec} = 0,01$, (b) $p_{rec} = 0,10$, (c) $p_{rec} = 0,5$ e (d) $p_{rec} = 1$, na última repetição dos experimentos. 144
- Figura 5.43:** Evolução do valor médio do erro absoluto entre a melhor solução e o ótimo global com o passar das iterações durante as execuções do algoritmo OptBees, para o problema F_9 , com (a) $p_{rec} = 0,01$, (b) $p_{rec} = 0,10$, (c) $p_{rec} = 0,5$ e (d) $p_{rec} = 1$. As barras verticais correspondem aos valores de desvio-padrão avaliados em 15 repetições. 144
- Figura 5.44:** Evolução do valor médio do número de abelhas recrutadoras com o passar das iterações durante as execuções do algoritmo OptBees, para o problema F_9 , com (a) $p_{rec} = 0,01$, (b) $p_{rec} = 0,10$, (c) $p_{rec} = 0,5$ e (d) $p_{rec} = 1$. As barras verticais correspondem aos valores de desvio-padrão avaliados em 15 repetições. 145
- Figura 5.45:** Evolução do valor médio do número de abelhas ativas com o passar das iterações durante as execuções do algoritmo OptBees, para o problema F_9 , com (a) $p_{rec} = 0,01$, (b) $p_{rec} = 0,10$, (c) $p_{rec} = 0,5$ e (d) $p_{rec} = 1$. As barras verticais correspondem aos valores de desvio-padrão avaliados em 15 repetições. 146
- Figura 5.46:** Evolução do valor médio do índice de diversidade com o passar das iterações durante as execuções do algoritmo OptBees, para o problema F_9 , com (a) $p_{rec} = 0,01$, (b) $p_{rec} = 0,10$, (c) $p_{rec} = 0,5$ e (d) $p_{rec} = 1$. As barras verticais correspondem aos valores de desvio-padrão avaliados em 15 repetições. 146
- Figura A.1:** Representação gráfica em $\mathbb{R}^2$ das superfícies e das respectivas curvas de nível para os problemas monomodais F_1 (a), F_2 (b), F_3 (c), F_4 (d) e F_5 (e) da Competição de Otimização de Parâmetros Reais do IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC) de 2005. 183
- Figura A.2:** Representação gráfica em $\mathbb{R}^2$ das superfícies e das respectivas curvas de nível para os problemas multimodais básicos F_6 (a), F_7 (b), F_8 (c), F_9 (d), F_{10} (e), F_{11} (f) e F_{12} (g) da Competição de Otimização de Parâmetros Reais do IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC) de 2005. 188

Figura A.3: Representação gráfica em $\Re^2$ das superfícies e das respectivas curvas de nível para os problemas multimodais expandidos F_{13} (a) e F_{14} (b) da Competição de Otimização de Parâmetros Reais do IEEE *Congress on Evolutionary Computation* (CEC) de 2005. 190

Figura A.4: Representação gráfica em $\Re^2$ das superfícies e das respectivas curvas de nível para os problemas multimodais compostos híbridos F_{15} (a), F_{16} (b), F_{17} (c), F_{18} (d), F_{19} (e), F_{20} (f), F_{21} (g), F_{22} (h), F_{23} (i) e F_{24} (j) da Competição de Otimização de Parâmetros Reais do IEEE *Congress on Evolutionary Computation* (CEC) de 2005..... 199

LISTA DE TABELAS

Tabela 5.1: Resumo das principais características (multimodalidade, presença de ruído no valor da função-objetivo, separabilidade das variáveis, presença de ótimo global na fronteira do espaço de busca e não diferenciabilidade em alguns pontos do espaço de busca) de cada problema da competição CEC'2005 (“×” indica a presença e “–” a ausência da característica). Detalhamentos sobre cada problema podem ser encontrados no Apêndice A.	95
Tabela 5.2: Valores do limiar de supressão σ_s para os algoritmos cob-aiNet, dopt-aiNet e opt-aiNet, para cada um dos seis problemas (Coelho, 2011). Esses valores correspondem a um percentual da maior distância possível no espaço de busca do problema sendo resolvido.	100
Tabela 5.3: Valores do raio de inibição social ρ_i utilizados no algoritmo OptBees para cada um dos seis problemas. Esses valores correspondem a um percentual da maior distância possível no espaço de busca do respectivo problema.	100
Tabela 5.4: Média $\pm$ Desvio Padrão dos erros absolutos entre a melhor solução obtida por cada algoritmo e o ótimo global de cada problema. Os melhores resultados estão em negrito, sendo que aqueles para os quais a hipótese nula do Teste da Soma de Postos de Wilcoxon, quando em comparação com os resultados obtidos pelo OptBees com busca local, pode ser rejeitada com nível de significância igual 0,05 estão sublinhados.	106
Tabela 5.5: Média $\pm$ Desvio Padrão do número final de soluções retornadas como ótimos locais por cada algoritmo. Os resultados para os quais a hipótese nula do Teste da Soma de Postos de Wilcoxon, quando em comparação com os resultados obtidos pelo OptBees com busca local, pode ser rejeitada com nível de significância igual 0,05 estão sublinhados. No caso do OptBees, considera-se cada abelha recrutadora do conjunto final de abelhas ativas como uma solução retornada como ótimo local.	107
Tabela 5.6: Média $\pm$ Desvio Padrão do número de iterações executadas por cada algoritmo (até ser atingido um dos critérios de parada). Em função da indisponibilidade do conjunto completo de resultados das vinte e cinco execuções para os algoritmos cob-aiNet, opt-aiNet e dopt-aiNet, foram realizados testes estatísticos comparando apenas os resultados obtidos pelo algoritmo OptBees em suas versões com e sem a aplicação de busca local, sendo que para todos os casos a hipótese nula do Teste da Soma de Postos de Wilcoxon, considerando um nível de significância igual 0,05, foi rejeitada.	108
Tabela 5.7: Média $\pm$ Desvio Padrão do número de cálculos da função-objetivo executados pelo OptBees em suas versões com e sem busca local (até ser atingido um dos critérios de parada). Os resultados para os quais a hipótese nula do Teste da Soma de Postos de Wilcoxon pode ser rejeitada com nível de significância igual 0,05 estão sublinhados.	115
Tabela 5.8: Valores padronizados e valores testados dos parâmetros do algoritmo OptBeescob-aiNet, para os experimentos de análise de sensibilidade.	119

Tabela 5.9: Média $\pm$ Desvio Padrão dos erros absolutos entre as melhores soluções obtidas por cada algoritmo e o ótimo global de cada problema ($D = 10$). Os melhores resultados estão em negrito.....	156
Tabela 5.10 (Continuação da Tabela 5.9): Média $\pm$ Desvio Padrão dos erros absolutos entre as melhores soluções obtidas por cada algoritmo e o ótimo global de cada problema ($D = 10$). Os melhores resultados estão em negrito.....	157
Tabela 5.11 (Continuação das Tabelas 5.9 e 5.10): Média $\pm$ Desvio Padrão dos erros absolutos entre as melhores soluções obtidas por cada algoritmo e o ótimo global de cada problema ($D = 10$). Os melhores resultados estão em negrito.	158
Tabela 5.12: <i>Rank</i> de cada algoritmo para os problemas de teste da competição CEC'2005 ($D = 10$). A antepenúltima linha apresenta a média dos <i>ranks</i> de cada algoritmo, a penúltima linha o desvio-padrão dos <i>ranks</i> e a última linha o <i>rank</i> final, obtido a partir do <i>rank</i> médio. Os melhores resultados estão em negrito.	159
Tabela 5.13: Média $\pm$ Desvio Padrão dos erros absolutos entre as melhores soluções obtidas por cada algoritmo e o ótimo global de cada problema ($D = 30$). Os melhores resultados estão em negrito.	160
Tabela 5.14 (Continuação da Tabela 5.13): Média $\pm$ Desvio Padrão dos erros absolutos entre as melhores soluções obtidas por cada algoritmo e o ótimo global de cada problema ($D = 30$). Os melhores resultados estão em negrito.....	161
Tabela 5.15 (Continuação das Tabelas 5.13 e 5.14): Média $\pm$ Desvio Padrão dos erros absolutos entre as melhores soluções obtidas por cada algoritmo e o ótimo global de cada problema ($D = 30$). Os melhores resultados estão em negrito.	162
Tabela 5.16: <i>Rank</i> de cada algoritmo para os problemas de teste da competição CEC'2005 ($D = 30$). A antepenúltima linha apresenta a média dos <i>ranks</i> de cada algoritmo, a penúltima linha o desvio padrão dos <i>ranks</i> e a última linha o <i>rank</i> final, obtido a partir do <i>rank</i> médio. Os melhores resultados estão em negrito.	163
Tabela 5.17: <i>Ranks</i> do algoritmo OptBees para os problemas de teste da competição CEC'2005 para $D = 10$ e $D = 30$. A última linha apresenta a diferença entre os <i>ranks</i> obtidos para $D = 10$ e $D = 30$: um valor positivo indica melhora, um valor negativo indica piora e um valor nulo indica que o <i>rank</i> não foi alterado.	164
Tabela 5.18: <i>Rank</i> final geral de cada algoritmo para os problemas de teste da competição CEC'2005 para $D = 10$ e $D = 30$. A terceira linha apresenta a diferença entre os <i>ranks</i> obtidos para $D = 10$ e $D = 30$: um valor positivo indica melhora, um valor negativo indica piora e um valor nulo indica que o <i>rank</i> não foi alterado. A penúltima linha apresenta o <i>rank</i> médio e a última linha apresenta o <i>rank</i> final geral, obtido a partir do <i>rank</i> médio. Os melhores resultados estão em negrito.	164
Tabela 5.19: Média $\pm$ Desvio Padrão dos erros absolutos entre as melhores soluções obtidas por cada algoritmo e o ótimo global de cada problema ($D = 10$). Os melhores resultados estão em negrito.	166

Tabela 5.20: Média $\pm$ Desvio Padrão dos erros absolutos entre as melhores soluções obtidas por cada algoritmo e o ótimo global de cada problema ($D = 30$). Os melhores resultados estão em negrito.	167
Tabela 5.21: <i>Rank</i> de cada algoritmo para os treze problemas de teste da competição CEC'2005 ($D = 10$). A antepenúltima linha apresenta a média dos <i>ranks</i> de cada algoritmo, a penúltima linha o desvio padrão dos <i>ranks</i> e a última linha o <i>rank</i> final, obtido a partir do <i>rank</i> médio. Os melhores resultados estão em negrito.	167
Tabela 5.22: <i>Rank</i> de cada algoritmo para os treze problemas de teste da competição CEC'2005 ($D = 30$). A antepenúltima linha apresenta a média dos <i>ranks</i> de cada algoritmo, a penúltima linha o desvio padrão dos <i>ranks</i> e a última linha o <i>rank</i> final, obtido a partir do <i>rank</i> médio. Os melhores resultados estão em negrito.	168
Tabela 5.23: <i>Rank</i> final geral de cada algoritmo para os treze problemas de teste da competição CEC'2005 para $D = 10$ e $D = 30$. A terceira linha apresenta a diferença entre os <i>ranks</i> obtidos para $D = 10$ e $D = 30$: um valor positivo indica melhora, um valor negativo indica piora e um valor nulo indica que o <i>rank</i> não foi alterado. A penúltima linha apresenta o <i>rank</i> médio e a última linha apresenta o <i>rank</i> final geral, obtido a partir do <i>rank</i> médio. Os melhores resultados estão em negrito.	168
Tabela 5.24: Média $\pm$ Desvio Padrão dos erros absolutos entre as melhores soluções obtidas por cada algoritmo e o ótimo global de cada problema ($D = 10$). Os melhores resultados estão em negrito.	170
Tabela 5.25: Média $\pm$ Desvio Padrão dos erros absolutos entre as melhores soluções obtidas por cada algoritmo e o ótimo global de cada problema ($D = 30$). Os melhores resultados estão em negrito.	171
Tabela 5.26: <i>Rank</i> de cada algoritmo para os treze problemas de teste da competição CEC'2005 ($D = 10$). A antepenúltima linha apresenta a média dos <i>ranks</i> de cada algoritmo, a penúltima linha o desvio-padrão dos <i>ranks</i> e a última linha o <i>rank</i> final, obtido a partir do <i>rank</i> médio. Os melhores resultados estão em negrito.	171
Tabela 5.27: <i>Rank</i> de cada algoritmo para os treze problemas de teste da competição CEC'2005 ($D = 30$). A antepenúltima linha apresenta a média dos <i>ranks</i> de cada algoritmo, a penúltima linha o desvio padrão dos <i>ranks</i> e a última linha o <i>rank</i> final, obtido a partir do <i>rank</i> médio. Os melhores resultados estão em negrito.	172
Tabela 5.28: <i>Rank</i> final geral de cada algoritmo para os treze problemas de teste da competição CEC'2005 para $D = 10$ e $D = 30$. A terceira linha apresenta a diferença entre os <i>ranks</i> obtidos para $D = 10$ e $D = 30$: um valor positivo indica melhora, um valor negativo indica piora e um valor nulo indica que o <i>rank</i> não foi alterado. A penúltima linha apresenta o <i>rank</i> médio e a última linha apresenta o <i>rank</i> final geral, obtido a partir do <i>rank</i> médio. Os melhores resultados estão em negrito.	172

1 INTRODUÇÃO

When a human creature wakes up for a great dream and on him she launches all the force of her soul, the whole universe conspires to it!

—Johann Wolfgang von Goethe

No idea is so antiquated that it was not once modern; no idea is so modern that it will not someday be antiquated.

—Ellen Glasgow

Este capítulo discute o contexto, a motivação e o objetivo desta tese, além de apresentar a organização do texto. São apontadas as contribuições, bem como os trabalhos publicados.

1.1 CONTEXTO, MOTIVAÇÃO E OBJETIVO

Os insetos, mesmo possuindo capacidade individual limitada, conseguem executar coletivamente muitas atividades complexas sem qualquer supervisão ou controle centralizado. Isso ocorre devido a múltiplas interações sociais (locais) entre os insetos, que fazem emergir comportamentos globais representando uma manifestação da *Inteligência de Enxame* (IE). Esse termo foi proposto no final da década de 1980 para se referir a sistemas robóticos em que uma coleção de agentes simples interage em um ambiente, comportando-se de acordo com regras locais (Beni, 1988; Beni & Wang, 1989).

A complexidade social de uma colônia de insetos permite que sejam observados processos auto-organizados e emergentes (Camazine, et al., 2001; Britton, et al., 2002; Hogeweg & Hesper, 1983; Hemelrijk, 2002). Dentre esses processos, destaca-se a alocação de tarefas, um fenótipo social global e onipresente que ocorre na sociedade como um todo e continuamente ao longo da vida da colônia e que, mesmo diante de um ambiente externo e em constante mudança, funciona de forma consistente e homeostática. A alocação de tarefas ocorre considerando as necessidades e as condições da colônia, bem como as condições ambientais. Cada um dos insetos é associado a uma tarefa, sendo que essa associação pode mudar com o passar do tempo. Assim, as sociedades de insetos, quando analisadas no âmbito da alocação de tarefas, podem ser enxergadas como sistemas complexos adaptativos, que são aqueles capazes de

adaptar o seu comportamento de maneira a melhorar o seu desempenho ou aumentar a sua probabilidade de sucesso (Rosen, 1991; Holland, 1995; Auyang, 1998; Levin, 1998). Como cada inseto assume um papel (tarefa) diferente e esse papel pode mudar com o passar do tempo, tem-se caracterizado um sistema de agentes heterogêneos com atribuição dinâmica de papéis (tarefas).

As múltiplas interações sociais, a existência de processos emergentes e auto-organizados, a capacidade de alocação de tarefas e a existência de agentes heterogêneos que assumem funções diferentes dentro da colônia de acordo com o contexto são algumas das características das sociedades de insetos, mais especificamente das abelhas, que as tornam uma metáfora interessante para a extração de ideias capazes de levar ao projeto e desenvolvimento de novos algoritmos computacionais bioinspirados. Essa linha de pesquisa, a *bioinspiração* (Paton, R., 1994; de Castro & Von Zuben, 2004), pertencente à *computação natural* (Yokomori, 2002; de Castro, 2006), vem demonstrando competência na solução de problemas complexos em várias áreas do conhecimento, da engenharia à própria biologia (Paton, et al., 2003; de Castro, 2007). No caso particular desta tese, foi escolhida uma classe de problemas associada à busca e otimização em espaços contínuos.

Especialmente em contextos práticos, são enfrentados problemas de *otimização* (Bazaraa, et al., 2006) desafiadores que exigem que sejam reportadas múltiplas soluções distintas em lugar de uma única solução, mesmo que grande parte dessas soluções sejam subótimas, ou seja, não correspondam à(s) melhor(es) solução(ões) possível(is). Como exemplos, podem ser citados: a tomada de decisão em ambientes incertos (Czogala, et al., 1986), que exige que políticas alternativas sejam formuladas em tempo real; problemas de otimização multimodal e multiobjetivo (Deb, 2001; Osyczka, 1985; Swagatam, et al., 2011), que demandam a capacidade de escapar de ótimos locais e aproximar com qualidade a fronteira de Pareto, respectivamente; problemas de otimização dinâmica (Jin & Branke, 2005; de França, et al., 2005; Jin & Branke, 2005), que tornam necessário um comportamento exploratório capaz de promover uma reação imediata ao deslocamento súbito da solução ótima; e uma grande variedade de problemas de aprendizado de máquina (Russel & Norvig, 1995; Haykin, 1999; Jang, et al., 1997; Pasti & de Castro, 2009), caracterizados pela necessidade de projetar modelos matemáticos robustos e de alto desempenho a partir de informações parciais e ruidosas.

Esse cenário, aliado ao fato de que a modelagem de problemas reais raramente contempla todas as possíveis restrições e tampouco prevê restrições temporárias que podem eventualmente surgir, motiva a proposição de mecanismos dedicados à geração e manutenção de diversidade

durante a busca pela solução ótima (Arabas, 2012; Corriveau, et al., 2012), de modo que soluções candidatas alternativas de alta qualidade possam ser encontradas em uma única execução de um algoritmo de otimização. Dessa forma, pode-se evitar a necessidade de novas modelagens e execuções, dada a possibilidade de escolha, pelo usuário, de uma solução dentre as retornadas que atenda às restrições ou que ele julgue ser a mais viável de ser implantada.

Dentre as principais propriedades de um problema de otimização (Price, et al., 2005), aquela que é mais diretamente relacionada à questão da possibilidade de obtenção de um conjunto de soluções distintas (de alta qualidade) para um problema de otimização é a *modalidade*. Problemas multimodais, que são aqueles que possuem múltiplos ótimos locais, possuem (hiper) superfícies com vários picos e/ou vales, conhecidos como ótimos locais, tais como as apresentadas na Figura 1.1.

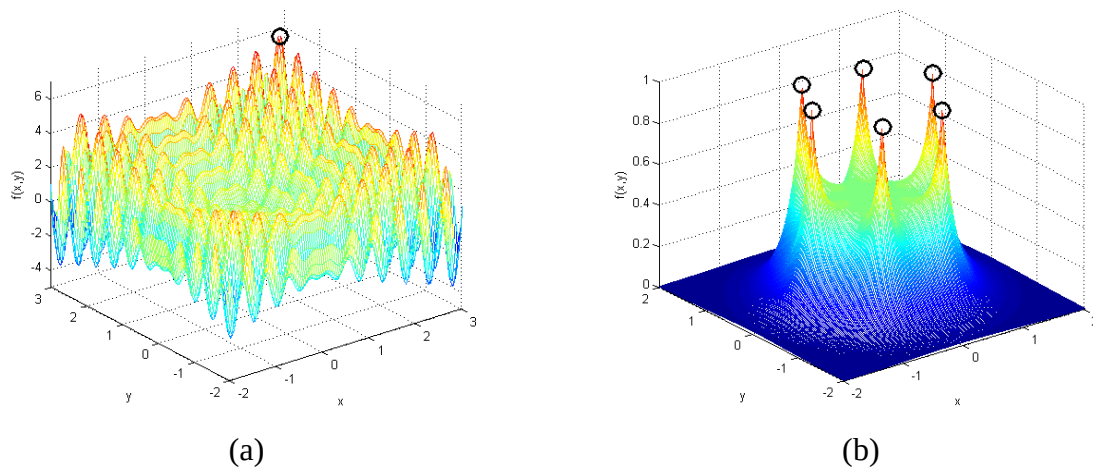


Figura 1.1: Exemplos de superfícies de busca para problemas de maximização multimodais em espaços bidimensionais contínuos. No caso do problema correspondente à superfície apresentada na parte (a), existem múltiplos ótimos locais de qualidades distintas, sendo que apenas o ótimo local marcado pelo círculo corresponde ao ótimo global do problema. Já no caso do problema correspondente à superfície apresentada na parte (b), existem seis ótimos locais, que estão marcados pelos círculos e todos eles apresentam a mesma qualidade, ou seja, são ótimos globais (reproduzida de Coelho (2011) com permissão do autor).

No contexto dos problemas multimodais, uma abordagem possível para a obtenção de um conjunto de soluções distintas é tentar localizar o maior número possível de ótimos locais, garantindo assim que cada uma dessas soluções corresponderá à melhor solução em sua vizinhança ou, pelo menos, estará bem próxima dela (Coelho, 2011).

A capacidade de descobrir e preservar múltiplas soluções candidatas de alta qualidade é uma característica de muitas metaheurísticas populacionais (Alba, 2005; Glover & Kochenberger, 2003), em contraste com as técnicas tradicionais de programação matemática (Bazaraa, et al.,

1993) que, além de geralmente retornarem uma única solução, são dedicadas à resolução de classes específicas de problemas nas quais imperam muitas restrições. Como exemplos, podem ser citadas algumas versões avançadas de técnicas baseadas em Computação Evolutiva (Bäck, et al., 2000a; Bäck, et al., 2000b), Inteligência de Enxame (Kennedy, et al., 2001) e Sistemas Imunológicos Artificiais (de Castro & Timmis, 2002). Entretanto, promover diversidade em uma população de soluções candidatas que procuram por regiões promissoras num espaço de busca, limitando essa diversidade de forma que a busca seja eficiente, não é uma tarefa trivial, sendo que algumas técnicas parcialmente bem sucedidas já foram propostas para uma grande variedade de algoritmos. O algoritmo evolutivo padrão, por exemplo, não é capaz de preservar diversidade e a população como um todo geralmente converge para um único ótimo (local) no espaço de busca (Deb, 2001). Com o objetivo de aliviar a pressão de seleção imposta pelos operadores genéticos tradicionais e permitir um tratamento mais apropriado da questão da multimodalidade, operadores e mecanismos adicionais, tais como *fitness sharing*, *crowding* e reinicialização controlada da população (Bäck, et al., 2000a; Bäck, et al., 2000b), podem ser utilizados. Outra abordagem que também pode promover diversidade é trabalhar com populações estruturadas, como nos modelos de ilha (Bäck, et al., 2000b) e algoritmos genéticos celulares (Alba & Dorronsoro, 2005). Por outro lado, os algoritmos pertencentes ao paradigma dos Sistemas Imunológicos Artificiais (de Castro & Timmis, 2002) têm a manutenção de diversidade como uma propriedade inerente aos algoritmos originais.

Essencialmente, todas as metaheurísticas populacionais possuem versões estendidas dedicadas à busca multimodal que estabelecem um equilíbrio entre diversificação e intensificação da busca (Alba, 2005). Swagatam et al. (2011), em seu trabalho de revisão, apresentam o estado-da-arte no contexto das ferramentas para otimização multimodal em espaços contínuos.

Uma alternativa interessante, aplicável a qualquer metaheurística populacional, é a utilização de várias populações em paralelo, com cada uma sendo manipulada pelo mesmo algoritmo de busca ou por algoritmos distintos (Alba, 2005). Essa alternativa é atualmente factível, dados os avanços da computação paralela e distribuída. Mais uma vez as metaheurísticas populacionais, em sua maioria, já possuem versões estendidas que trabalham com essa abordagem (Alba, 2005).

Neste contexto, esta tese tem como objetivo geral utilizar o processo de alocação de tarefas em insetos sociais e os comportamentos de forrageamento e exploração de múltiplas fontes de alimento das abelhas (apacidade de busca multimodal) como inspiração para propor um algoritmo para otimização mono-objetivo em espaços contínuos baseado em enxame que:

1. Possa ser caracterizado como um sistema de agentes heterogêneos com atribuição dinâmica de papéis (tarefas);
2. Seja capaz de gerar e manter diversidade sem comprometer a eficiência da busca, de forma a ser capaz de localizar ótimos locais distintos do problema.

1.2 CONTRIBUIÇÕES

A seguir estão apresentadas as principais contribuições obtidas com o desenvolvimento desta tese:

1. Elaboração de uma revisão da literatura sobre Inteligência de Enxame e sobre os principais modelos de alocação de tarefas em sociedades de insetos, especialmente os baseados em auto-organização. Essa revisão também pode servir de ponto de partida para a proposição de novas ferramentas, bem como para a concepção de novos operadores e adaptações para ferramentas já existentes.
2. Proposição de um algoritmo, denominado OptBees, para a solução de problemas de otimização mono-objetivo em espaços contínuos capaz de gerar e manter diversidade de soluções no espaço de busca e explorar a multimodalidade dos problemas, de modo que sejam encontradas diferentes soluções de alta qualidade.
3. Formalização do OptBees como um algoritmo de Inteligência de Enxame inspirado nos comportamentos de forrageamento e coleta de alimentos de abelhas e nos mecanismos (e seus modelos) envolvidos no processo auto-organizado de alocação de tarefas em sociedades de insetos.
4. Validação do OptBees por meio da apresentação e discussão de resultados obtidos com uma série de experimentos baseados no conjunto de problemas de teste proposto para a Competição de Otimização de Parâmetros Reais, da CEC *Special Session on Real-Parameter Optimization*, que ocorreu no IEEE *Congress on Evolutionary Computation* (CEC) de 2005 (Suganthan, et al., 2005).

1.3 ESTRUTURA DO TEXTO

CAPÍTULO 1: INTRODUÇÃO

Este capítulo introduz e discute o contexto, a motivação e os objetivos do trabalho, apresentando as contribuições alcançadas e as publicações resultantes.

CAPÍTULO 2: INTELIGÊNCIA DE ENXAME

Neste capítulo, as sociedades de insetos são utilizadas como arquétipo para a apresentação dos aspectos conceituais necessários à conceitualização da Inteligência de Enxame. Após essa primeira parte são apresentadas formalizações dos conceitos de Sistema de Enxame e Inteligência de Enxame (IE) e, em seguida, é discutida a segunda linha de pesquisa da IE, a Adaptação Social do Conhecimento. Por fim, o conceito de Inteligência de Enxame é revisitado, considerando os contextos humano e dos animais, e o capítulo é encerrado com uma contextualização da IE dentro da Computação Natural.

CAPÍTULO 3: MODELOS DE ALOCAÇÃO DE TAREFAS EM SOCIEDADES DE INSETOS

Neste capítulo são apresentados alguns modelos que buscam explicar os processos de alocação de tarefas em sociedades de insetos. Inicialmente, a conceitualização da alocação de tarefas, apresentada no Capítulo 2, é revisitada. Em seguida, são discutidos os modelos baseados em auto-organização que, por terem servido de inspiração para o projeto do algoritmo OptBees, são apresentados com mais detalhes. Por fim, partindo de uma reflexão sobre as limitações dos modelos de alocação de tarefas em sociedades de insetos baseados em auto-organização, são brevemente discutidos os modelos evolucionários.

CAPÍTULO 4: O ALGORITMO OPTBEES

Este capítulo apresenta em detalhes o algoritmo OptBees. O detalhamento é iniciado com a apresentação do contexto geral – os processos de tomada de decisão coletiva em sociedades de insetos e também, de forma mais específica, em colônias de abelhas. Em seguida é apresentada uma visão geral do comportamento de forrageamento e coleta de alimento das abelhas, que constitui um processo de tomada de decisão coletiva e foi a inspiração inicial para a proposição do algoritmo OptBees. Para finalizar, uma discussão sobre como as questões conceituais sobre Inteligência de Enxame e alocação de tarefas podem ser percebidas no OptBees é apresentada.

CAPÍTULO 5: RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Este capítulo apresenta e discute os resultados obtidos com uma série de experimentos que foram realizados para avaliar o desempenho do algoritmo OptBees, tanto na geração e manutenção de diversidade de soluções e na localização de diversos ótimos locais, quanto na localização do ótimo global de cada problema. São também avaliados os impactos de cada um dos

principais parâmetros no desempenho do algoritmo e realizadas comparações entre os desempenhos do OptBees e de outros algoritmos na resolução do conjunto de problemas de teste proposto para a Competição de Otimização de Parâmetros Reais da CEC *Special Session on Real-Parameter Optimization*, que ocorreu no IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC) de 2005 (Suganthan, et al., 2005).

CAPÍTULO 6: CONCLUSÃO

Este capítulo conclui o trabalho resumindo as suas contribuições. São também apresentados alguns comentários finais e apontadas as perspectivas para a continuidade da pesquisa.

APÊNDICE A: PROBLEMAS DE TESTE

Este apêndice detalha o conjunto de problemas de teste proposto para a Competição de Otimização de Parâmetros Reais da CEC *Special Session on Real-Parameter Optimization*, que ocorreu no IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC) de 2005 (Suganthan, et al., 2005) e que foi utilizado para a avaliação de desempenho do algoritmo OptBees.

1.4 TRABALHOS PUBLICADOS E SUBMETIDOS

ARTIGOS COMPLETOS EM PERIÓDICOS

1. Maia, R. D., Cruz, D. P. F., & Berloff, C. T. (2012). Colônias de Abelhas como Modelo para o Desenvolvimento de Ferramentas Computacionais. *Pesquisa & Extensão*, 1, pp. 11-15.
2. de Castro, L. N., Xavier, R. S., Pasti, R., Maia, R. D., Szabo, A., & Ferrari, D. G. (2011). The Grand Challenges in Natural Computing Research: The Quest for a New Science. *International Journal of Natural Computing Research*, 2, pp. 17-30.

TRABALHOS COMPLETOS EM ANAIS DE CONGRESSOS

1. Maia, R. D., de Castro, L. N., & Caminhas, W. M. (2012). Bee colonies as model for multimodal continuous optimization: The OptBees algorithm. *Proceedings of the IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)*, (pp. 3316-3323). Brisbane.
2. Maia, R. D., Barbosa, W. O., & de Castro, L. N. (2012a). Colônias de Abelhas como Modelo para Agrupamento Ótimo de Dados: Uma Proposta e Análise Paramétrica

Qualitativa. *Anais do XIX Congresso Brasileiro de Automática*, (pp. 623-630). Campina Grande.

3. Pasti, R., Maia, R. D., Von Zuben, F. J., & de Castro, L. N. (2011). Heuristics to Avoid Redundant Solutions on Population-Based Multimodal Continuous Optimization. *Proceedings of the IEEE Congress on Evolutionary Computation*. New Orleans.
4. Maia, R. D., de Castro, L. N., & Caminhas, W. M. (2010a). Colônias de Abelhas como Modelo para Otimização Multimodal Contínua: Uma Proposta e Análise Paramétrica Qualitativa. *Anais do XVIII Congresso Brasileiro de Automática*, (pp. 4481-4488).
5. Maia, R. D., D'Angelo, M. F., & Inácio, M. J. (2009). Sintonia Ótima de um Controlador PID Para Controle de Velocidade de um Motor C.C. Linear Sem Escovas Utilizando o Algoritmo A-CLUSTMPSO (Another Clustering Multiobjective Particle Swarm Optimization). *Anais do XLI Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*. Porto Seguro, BA.
6. Maia, R. D., Pasti, R., & de Castro, L. N. (2009). A Bio-inspired Strategy to Generate Diversity in the Particle Swarm Optimization Algorithm. *Jornadas Chilenas de Computación 2009 / I Workshop on Emergent Computing*. Santiago, Chile.

RESUMOS EXPANDIDOS EM ANAIS DE CONGRESSOS

1. Maia, R. D., Cruz, D. P. F., & Berloff, C. T. (2012). Colônias de Abelhas como Modelo para o Desenvolvimento de Ferramentas Computacionais. *Anais do VI Fórum de Ensino, Pesquisa, Extensão e Gestão*. Montes Claros, Brasil.

RESUMOS EM ANAIS DE CONGRESSOS

1. Maia, R. D., de Castro, L. N., & Caminhas, W. M. (2010b). Colônias de Abelhas como Modelo para Otimização Multimodal Contínua. *Segunda Escola Luso-Brasileira de Computação Evolutiva*. Guimarães, Portugal.
2. Maia, R. D., Pasti, R., de Castro, L. N., & Von Zuben, F. J. (2009). Um Método baseado em Recrutamento de Formigas para Introdução e Manutenção de Diversidade

no Algoritmo PSO. *Primeira Escola Luso-Brasileira de Computação Evolutiva*. Belo Horizonte.

2 INTELIGÊNCIA DE ENXAME

*O todo sem a parte não é todo,
A parte sem o todo não é parte,
Mas se a parte o faz todo, sendo parte,
Não se diga que é parte, sendo todo.*

—Gregório de Matos

*That which is static and repetitive is boring. That
which is dynamic and random is confusing. In
between lies art.*

—John A. Locke

Este capítulo apresenta os aspectos conceituais necessários para que a Inteligência de Enxame possa ser conceitualizada e estudada, sendo contempladas as duas principais linhas de pesquisa: o estudo do comportamento de animais sociais, especialmente os insetos, e a adaptação social do conhecimento. São apresentadas também considerações sobre as similaridades e diferenças entre a IE nos contextos humano e dos animais. O capítulo é encerrado com a contextualização da Inteligência de Enxame dentro da Computação Natural.

2.1 SOCIEDADES DE INSETOS COMO ARQUÉTIPO PARA A CONCEITUALIZAÇÃO E O ESTUDO DA INTELIGÊNCIA DE ENXAME

Numa sociedade de insetos não há administração, não há controle central (Hölldobler & Wilson, 2009). Esse fato fascina desde as pessoas que se interessam apenas pelos insetos até aquelas que estudam a natureza e a condição humana. Para nós, humanos, a ideia de uma organização ativa e consistente sem que exista um mecanismo de comando central se apresenta como algo muito estranho, pois associamos o sucesso à gestão. É provável que sejam justamente os aspectos que tornam uma sociedade de insetos tão diferente das sociedades humanas os seus elementos de fascinação. Como nas sociedades de insetos não existe um controle centralizado, nenhum inseto dá ordens a outros e tampouco os instrui a realizar alguma atividade segundo um comportamento específico. Nenhum inseto tem conhecimento sobre o que deve ser realizado para que, no âmbito da colônia, uma tarefa progrida. Os insetos, entre encontros e desencontros, cuidam de seus afazeres, percebendo-os apenas no contexto local delimitado pela sua individualidade (Gordon, 1999). Todavia, é justamente essa sucessão de pequenos eventos que cria um padrão responsável pelo comportamento coordenado das colônias. Esse

comportamento coordenado permite que os insetos, mesmo sem a utilização da razão, criem civilizações organizadas e estruturadas (Gadau & Fewell, 2009).

A vida é estruturada em camadas, de moléculas a ecossistemas, passando por células, órgãos, indivíduos e populações, e uma das questões centrais da biologia é entender como os eventos que se dão nesses diferentes níveis se relacionam (Gordon, 1999). Uma colônia de insetos é, essencialmente, uma concatenação de níveis de organização que, curiosamente, em função de duas razões principais, constitui um arquétipo para a compreensão da natureza e origem evolucionária da transição entre níveis de organização:

1. **Transição entre níveis de organização.** De organismo para *superorganismo* emerge uma transição entre níveis de organização, que ocorre quando a sociedade é, em função da ocorrência de processos emergentes e auto-organizados, fortemente vinculada por altruísmo e alocação de tarefas (Hölldobler & Wilson, 2009);
2. **Simplicidade, abertura e tratabilidade experimental.** Essa tratabilidade experimental permite que hipóteses sejam testadas, especialmente aquelas relacionadas aos processos emergentes e auto-organizados, além de promover a geração de ricos conjuntos de dados para apoiar o desenvolvimento de modelos matemáticos e simulações computacionais mais realísticos (Gadau & Fewell, 2009): os entomologistas, ao contrário dos pesquisadores que estudam o comportamento social de primatas e pássaros, por exemplo, não precisam passar meses ou anos em localidades remotas para construir uma base de dados rica e consistente; colônias de formigas e de abelhas de muitas espécies, por exemplo, quando retiradas do ambiente e levadas para ninhos artificiais simples em laboratórios, rapidamente recuperam o seu repertório normal de comportamentos sociais (Gadau & Fewell, 2009).

A *Sociobiologia* é um ramo da biologia que estuda o comportamento social dos animais, utilizando conceitos da *Etologia*, da *Evolução*, da *Sociologia* e da *Genética de Populações* (Wilson, 1975). No contexto do estudo dos insetos, a Sociobiologia amadureceu de forma considerável nos últimos anos. As teorias da *Auto-organização* (Camazine, et al., 2001) e dos *Sistemas Complexos* (David, 1987), em conjunto com os resultados dos diversos experimentos realizados por biólogos, revolucionaram o entendimento dos aspectos organizacionais das sociedades de insetos e até mesmo das sociedades humanas (Gadau & Fewell, 2009).

Atualmente, a Sociobiologia dos insetos é centrada na hipótese de que uma colônia é um sistema complexo, que é aquele em que unidades bastante simples geram um comportamento

global que extrapola a soma dos seus comportamentos individuais. Essa abordagem faz com que os insetos sociais constituam um *framework* teórico e empírico para a compreensão da complexidade social, especialmente nas áreas da Auto-organização e *Emergência*, em que as propriedades e os fenótipos gerados pela interação dinâmica dos membros do grupo, bem como os mecanismos pelos quais essa interação dinâmica ocorre, são examinados.

Como a Sociobiologia utiliza uma grande variedade de abordagens para a criação de modelos para os diversos aspectos do comportamento de animais sociais, ela representa um verdadeiro esforço de pesquisa interdisciplinar, permitindo que metodologias e ideias sejam compartilhadas entre os pesquisadores das diferentes disciplinas envolvidas. Como exemplo, pode-se citar a *Teoria de Redes* (Albert & Barabasi, 2002), particularmente o “efeito de mundo pequeno” (Newman, 2002), que foi estabelecida na Matemática e na Sociologia e é atualmente aplicada no estudo dos padrões de interações em grupos sociais de animais (Fewell, 2003; Couzin, et al., 2005).

A própria complexidade dos modelos utilizados na Sociobiologia teórica forçou os biólogos a interagirem com matemáticos, engenheiros e cientistas da computação, enquanto a complexidade dos sistemas artificiais concebidos pelo homem instigou os engenheiros, matemáticos e cientistas da computação a buscarem inspiração para a resolução de problemas em sistemas biológicos com semelhantes níveis de complexidade. Essa interação introduziu não apenas novas ideias à Biologia, particularmente aos estudos da organização das sociedades de insetos, mas também novas ferramentas, como simulações baseadas em indivíduos¹, além de outras técnicas matemáticas e de computação (Gadau & Fewell, 2009).

Considerando-se os pontos de vista da Ciência da Computação e da Engenharia, já se tem consolidada a percepção de que os insetos sociais evoluíram soluções para alguns problemas complexos, como o forrageamento, cujas características, dentre as quais merece destaque a necessidade de encontrar uma solução ótima (ou pelo menos satisfatória) utilizando-se apenas informações locais e imprecisas (Mallon, et al., 2001), são, em muitos aspectos, semelhantes àsquelas dos problemas encontrados nesses campos.

¹ No endereço <http://zool33.uni-graz.at/schmickl/index.html> (acesso em 01/10/2012) está disponível uma coleção de simulações e modelos biológicos.

Dentre as diversas ferramentas computacionais e de engenharia inspiradas no comportamento de forrageamento, podem ser destacadas:

1. Aplicação de um algoritmo baseado no forrageamento de formigas controlado por feromônio para roteamento em redes de telecomunicações (Dorigo & Stützle, 2004);
2. Controle descentralizado de migração de processos em redes de computadores, tendo como inspiração o comportamento de formigas do gênero *Temnothorax albipennis* (Marshall, et al., 2006);
3. Agrupamento (Lumer & Faieta, 1994);
4. Alocação de tarefas (Bonabeau, et al., 1999);
5. *Job Shop Scheduling* (Cicirello & Smith, 2004);
6. Agentes de *software* (Parunak, 1997; Weiss, 1999);
7. Otimização de redes de comunicação (DiCaro & Dorigo, 1998); e
8. Robótica coletiva (Brooks & Flynn, 1989; Krieger, et al., 2000).

Ao se estudar o comportamento dos insetos, busca-se descobrir como cada um deles decide o que fazer e de que maneira isso contribui para as realizações das colônias. Cada inseto é um ser distinto, que tem a liberdade de se movimentar como quiser, mas nada do que ele faz tem sentido fora do contexto da colônia (Costa, 2006).

É difícil conceber o modo como uma colônia de insetos opera: além de seu comportamento ser complexo, construído por uma infinidade de ações de indivíduos, a reunião de todos esses pequenos eventos faz emergir uma dinâmica completamente diferente daquela de qualquer outra sociedade conhecida. Fica, pois, a questão: se os insetos não podem ser entendidos como uma sociedade inteligente em escala reduzida, como um grupo de indivíduos tão simples consegue construir uma colônia tão organizada e eficiente? Essa questão remete a outra, mais elementar: como os insetos podem reagir a eventos locais de maneiras simples de forma que, coletivamente, seja definido o comportamento complexo da colônia? Questões como essa são onipresentes na Biologia (Gordon, 1999):

- Como os neurônios reagem de forma a produzir pensamentos?
- Como as células reagem de modo a produzir diferentes tecidos em um embrião?
- Como as espécies interagem para produzir mudanças (previsíveis) ao longo do tempo em comunidades ecológicas?

As respostas para essas questões permitirão que, a partir de diferentes campos da ciência, os processos complexos – especialmente no âmbito dos seus resultados, de células a ecossistemas, quando vistos em ação, sejam percebidos como semelhantes, o que facilitará a sua compreensão.

Os insetos sociais permitem o entendimento, mesmo que por analogia, de um fato geral sobre como a natureza opera: qualquer sistema de unidades que careçam de identidade ou atividade próprias, cujo comportamento decorra das interações desses componentes, tem algo em comum com as colônias. É inclusive provável que os mesmos tipos de relações que vinculam insetos e colônias permitam aos neurônios produzir o comportamento dos cérebros e a um grande número de células diferentes produzirem respostas imunes consistentes (Gordon, 1999).

A principal lição que se pode aprender com os insetos é que, para compreender um sistema como o deles, não é suficiente desagregá-lo. O comportamento de cada unidade decorre de suas interações com o resto do sistema. Considerando-se essa hipótese, essas interações, em diferentes situações, devem ser rastreadas, para que se possa compreender como os componentes produzem a resposta global do sistema (Costa, 2006).

Todos os sistemas naturais que funcionam como colônias de insetos podem ter processos particulares em comum. Entretanto, conforme cresce o aprendizado sobre esses sistemas, cresce também a probabilidade de que sejam descobertas diferenças. Compreender qualquer sistema natural é, na verdade, entender os seus detalhes e são justamente os detalhes que tendem a tornar único qualquer sistema. Porém, ainda assim é interessante especular sobre a generalidade dos padrões de comportamento e fluxo de informação em sistemas naturais: as formigas, as abelhas, as vespas e os cupins são os organismos não-humanos mais socialmente avançados de que se tem conhecimento, possuindo, portanto, muito a ensinar (Gordon, 1999). Esses organismos mostram como é possível transmitir mensagens complexas utilizando-se feromônios e como algoritmos comportamentais flexíveis podem promover a alocação de tarefas e otimizar a eficiência de um grupo de trabalho, constituindo inspirações em diversos sentidos e em diversas áreas do conhecimento (Pratt & Sumpter, 2006; Pratt, et al., 2005).

A Inteligência de Enxame emerge quando dois ou mais indivíduos com capacidade individual limitada, de forma independente ou parcialmente independente, adquirem informações. Esses diferentes pacotes de informação são combinados e processados por meio de interações sociais, fazendo surgir um comportamento coletivo inteligente que permite a construção de uma

solução para um problema de uma forma que não é passível de ser realizada por indivíduos isolados (Krause, et al., 2009).

Levando-se em conta o que foi discutido nesta seção, fica evidente que a complexidade social de uma colônia de insetos resulta da interação dinâmica entre os insetos que, por meio de interações sociais, combinam e processam as informações obtidas por cada um. Assim, os insetos sociais constituem um *framework* teórico e empírico para a compreensão da complexidade social, permitindo a observação de processos auto-organizados e emergentes, constituindo, portanto, um arquétipo para a conceitualização e o estudo da Inteligência de Enxame.

2.2 INDIVÍDUOS, ENTIDADES E AGENTES

Uma sociedade de insetos é um caso particular de sistemas constituídos por entidades ou componentes individuais – os insetos (Hölldobler & Wilson, 2009). Ao se trabalhar com a modelagem ou o estudo desse tipo de sistema, os indivíduos podem ser genericamente chamados de *agentes*.

O termo *agente* contempla desde uma simples rotina de um programa de computador até um organismo inteligente, como um ser humano. Intuitivamente, para que algo possa ser considerado um agente, possuir algum grau de autonomia ou identidade é premissa básica: deve ser possível distinguir esse algo do seu ambiente por meio de alguma fronteira espacial, temporal ou funcional (de Castro, 2006).

No contexto dos fenômenos e processos biológicos, como é o caso dos insetos sociais, é comum a utilização de modelos baseados em agentes (Parunak, 1997; Pratt, et al., 2005). Esse tipo de fenômeno ou processo surge da interação de diversos elementos – os agentes, sem a presença de um controle central. Ressalta-se o fato de que os agentes, mesmo seguindo regras comportamentais simples, reagindo a estímulos ambientais e possuindo apenas informações locais, constroem um comportamento coletivo mais complexo do que a simples soma dos comportamentos individuais.

Surge, pois, o seguinte questionamento: qual é, de fato, a definição de agente? A literatura oferece uma variedade de definições, desde as mais simples até outras mais elaboradas (Russel & Norvig, 1995; Wooldridge & Jennings, 1995; Franklin & Graesser, 1997). Reunindo os aspectos centrais dessas diversas propostas, pode-se definir um agente como *uma entidade dotada de uma representação, normalmente parcial, do ambiente, capaz de agir sobre*

si mesma e sobre o ambiente, e capaz também de interagir com os outros agentes, de modo que o seu comportamento seja consequência das suas observações, do seu conhecimento e das suas interações com o ambiente e com os demais agentes do ambiente.

Considerando-se essa definição, pode-se perceber que os agentes podem ser de diversos tipos, desde agentes biológicos, como formigas, neurônios e células, passando por agentes físicos, como robôs, até agentes virtuais, como um algoritmo/programa de computador (de Castro, 2006).

2.3 REALIMENTAÇÃO, AUTO-ORGANIZAÇÃO E GERAÇÃO DE PADRÕES COLETIVOS COMPLEXOS

Na Seção 2.1, as sociedades de insetos foram apresentadas como arquétipo para a conceitualização e o estudo da Inteligência de Enxame. Discutiu-se sobre como a complexidade social de uma colônia de insetos resulta da interação dinâmica entre os insetos que, por meio de interações sociais, combinam e processam as informações obtidas por cada um. Essa complexidade permite a observação de processos auto-organizados e emergentes que são considerados características definidoras dos sistemas complexos.

Nas Seções 2.3 e 2.4 serão apresentados conceitos e processos no contexto das sociedades de insetos para que se possa, por fim, conceitualizar a Inteligência de Enxame. Mais uma vez é importante comentar sobre a simplicidade, abertura e tratabilidade experimental das sociedades de insetos. Essa tratabilidade permite que experimentos sejam realizados e hipóteses sejam testadas, pois colônias de formigas e de abelhas de muitas espécies, por exemplo, quando retiradas do ambiente e levadas para ninhos artificiais simples em laboratórios, rapidamente recuperam o seu repertório normal de comportamentos sociais (Gadau & Fewell, 2009). Assim, o entendimento desses conceitos e processos é suportado por evidências teóricas e comprovações experimentais, permitindo não apenas a conceitualização da IE, mas podendo também conduzir à criação de metáforas para o desenvolvimento de ferramentas baseadas em enxame para a solução de problemas complexos de engenharia.

2.3.1 COMPLEXIDADE E AUTO-ORGANIZAÇÃO

Apesar de o termo complexidade ser amplamente utilizado, ainda há muita discussão sobre as características que de fato fazem com que um sistema possa ser definido como complexo. De acordo com Rosen (1991), os sistemas podem ser caracterizados como simples se eles podem

ser simulados completa, ou quase completamente, utilizando-se algoritmos simples, sendo, caso contrário, caracterizados como complexos. Esse conceito pode não ser satisfatório no contexto dos insetos sociais, pois muitos aspectos da organização social dentro de uma colônia podem, teoricamente, ser explicados por um conjunto de regras simples, mesmo que os resultados do comportamento da colônia não sejam simples (sejam complexos) (Camazine, et al., 2001). Algoritmos, ou conjuntos de regras que descrevem as interações sociais, não são suficientes para descrever o resultado no nível da colônia: são necessárias informações sobre os próprios indivíduos e, especialmente, sobre a rede social, que é constituída pelos mecanismos que os conectam.

Outra abordagem, talvez mais útil, é considerar a complexidade do sistema dentro do contexto dos atributos de decomposição e localização (Bechtel & Richardson, 1993).

A decomposição aponta que sistemas complexos podem ser divididos em subcomponentes, mas reconhecendo que as subunidades nunca são totalmente independentes umas das outras (Simon, 1962). Deve-se, ainda, acrescentar a expectativa de que os subcomponentes de sistemas mais complexos geralmente sejam mais heterogêneos e muitas vezes mais numerosos (Simon, 1962; Levin, 1998). Assim, o comportamento de um grupo social como um sistema complexo seria descrito em parte pelo comportamento dos membros do grupo, sendo que, para a construção de uma descrição completa, as interações entre tais membros devem ser consideradas.

A localização é o grau em que os componentes individuais são responsáveis por um subconjunto de fenômenos – a sua contribuição para a dinâmica do sistema. Se um sistema social possui agrupamentos de indivíduos com múltiplas interações localizadas e se eles estão ligados de alguma maneira ao grupo como um todo, contribuindo, portanto, para o comportamento global, o grupo social se torna um sistema complexo. Assim, os sistemas complexos são distribuídos por definição, visto que o comportamento coletivo global resulta de múltiplas interações locais, ou seja, não existe um direcionamento externo e tampouco de uma fonte central de comando. Essas interações locais produzem, coletivamente, fenótipos no nível do grupo, ou propriedades emergentes, em uma escala que não pode ser descrita ou explicada pela simples mensuração do comportamento individual dos membros do grupo. O processo da dinâmica local gerando efeitos emergentes que levem um sistema a exibir o que parece ser uma ordem ou organização espontânea é chamado de *auto-organização* e a onipresença desse efeito sugere que ele pode ser considerado como a característica definidora de sistemas complexos (Bechtel & Richardson, 1993).

Os aspectos discutidos nesta seção permitem que sejam apontadas as seguintes características, presentes na maioria dos sistemas auto-organizados (Camazine, et al., 2001):

1. **Coletividade e interatividade.** Os sistemas auto-organizados são normalmente constituídos por um grande número de elementos – os agentes, que interagem entre si e com o ambiente;
2. **Dinâmica.** A multiplicidade de interações que caracteriza os sistemas auto-organizados evidencia que eles são dinâmicos. Portanto, repetidas interações entre os seus elementos são necessárias para que a estrutura desses sistemas seja produzida e mantida;
3. **Padrões emergentes**². Os sistemas auto-organizados exibem o que parece ser uma ordem espontânea, ou seja, o seu estado global é uma propriedade emergente;
4. **Não-linearidades.** Um conceito subjacente à auto-organização é o de não-linearidade. As interações entre os agentes resultam em propriedades que não podem ser entendidas como a mera soma dos comportamentos individuais;
5. **Complexidade.** Os sistemas auto-organizados são, em geral, complexos. Entretanto, a afirmação mais apropriada é: os sistemas complexos podem ser sistemas auto-organizados;
6. **Baseados em regras**³. A maioria dos sistemas auto-organizados, especialmente os biológicos, é baseada em regras; e
7. **Laços de realimentação.** Laços de realimentação positiva e negativa contribuem para a formação de processos auto-organizados ao amplificarem e regularem, respectivamente, flutuações no sistema.

2.3.2 REALIMENTAÇÃO

Os processos biológicos, desde a expressão dos genes (Novick & Wiener, 1957) até as mudanças nos ecossistemas (Scheffer & Carpenter, 2003), são regulados por redes de laços de realimentação que envolvem o acoplamento mútuo entre diferentes variáveis.

² No endereço <http://llk.media.mit.edu/projects/emergence/contents.html> (acesso em 02/10/2012) está disponível um conjunto de simulações baseadas em autômatos celulares que permitem a visualização da auto-organização por meio da emergência de objetos e padrões gerada por regras locais simples de interação.

³ Uma maneira mais apropriada do que a utilizada por Camazine et al. (2001) é dizer que a maioria dos sistemas auto-organizados, especialmente os biológicos, pode ter o seu funcionamento explicado por meio de um conjunto de regras (simples).

Os laços de *realimentação negativa* fazem com que o sistema reaja a uma perturbação que lhe é imposta de modo a minimizar o seu efeito (DeAngelis, et al., 1986).

A *realimentação positiva*, por sua vez, reforça mudanças na direção do desvio inicial (DeAngelis, et al., 1986), fazendo com que o sistema se mova mais rapidamente nessa direção a cada vez que o reforço acontece. Esse tipo de realimentação pode surgir da combinação de interações positivas entre componentes: o comportamento de um componente, ou indivíduo, representa um incentivo para que os outros se comportem da mesma maneira (Thomas, 1998).

Um exemplo clássico, ilustrado na Figura 2.1, é o reforço de trilhas de feromônio depositadas por formigas: uma formiga, ao depositar o feromônio, aumenta a probabilidade de outras formigas seguirem o caminho e intensificar a trilha correspondente. Nesse exemplo, as formigas se comunicam não de forma direta, mas sim indiretamente, por meio do feromônio depositado no ambiente, fenômeno esse conhecido como *estigmergia* (Grassé, 1959).

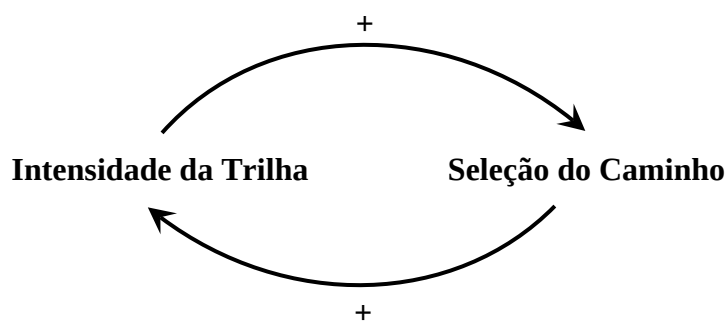


Figura 2.1: Exemplo de Laço de Realimentação Positiva. O sinal “+” representa uma influência positiva. Uma formiga, ao depositar o feromônio, aumenta a probabilidade de outras formigas seguirem o caminho e intensificar a trilha correspondente.

O conceito de *estigmergia* estabelece um mecanismo de interação social indireta que relaciona o comportamento dos indivíduos com o comportamento no nível da colônia: comportamentos individuais modificam o ambiente que, por sua vez, modifica o comportamento de outros indivíduos. A comunicação pode também ocorrer por meio de antenação, trofalaxia (transferência de líquido ou alimento), contato mandibular, contato visual, dança, dentre outros mecanismos (Bonabeau, et al., 1999).

Cabe destacar que interações negativas também podem gerar realimentação positiva: por exemplo, a probabilidade de um indivíduo abandonar um grupo pode ser inversamente proporcional ao tamanho do grupo e, conseqüentemente, a formação de grupos maiores é favorecida (Figura 2.2).

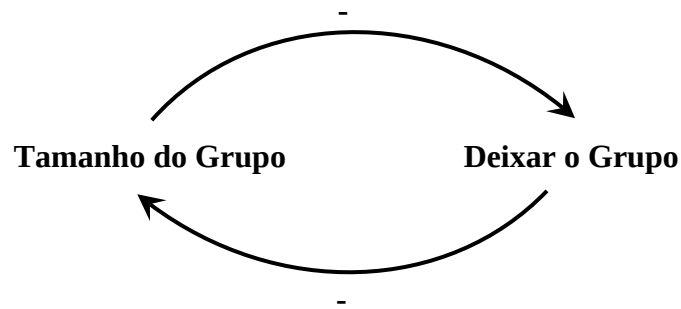


Figura 2.2: Exemplo de Laço de Realimentação Negativa. O sinal “-” representa uma influência negativa. A probabilidade de um indivíduo abandonar um grupo pode ser inversamente proporcional ao tamanho do grupo e, conseqüentemente, a formação de grupos maiores é favorecida.

No contexto do comportamento dos animais, os laços de realimentação positiva podem ser estabelecidos por intermédio de dois mecanismos. O primeiro se dá no nível dos indivíduos e corresponde aos processos de autorreforço, positivo ou negativo (Deneubourg, et al., 1987). O segundo se dá no nível coletivo e decorre de múltiplas interações entre indivíduos (Bonabeau, et al., 1997; Camazine, et al., 2001).

A realimentação positiva certamente contribui para a formação de padrões coletivos convergentes em sociedades de insetos, ajudando a explicar a grande diversidade de mecanismos de organização social, constituindo-se, portanto, num elemento chave compartilhado pelas espécies que vivem em sociedade que é responsável por promover a emergência de padrões coletivos convergentes por meio da amplificação de informações sociais.

A realimentação positiva desempenhou um papel fundamental na transição das sociedades de insetos de simples para complexas (Bourke, 1999; Crespi, 2004). Dentro dessa perspectiva, as estruturas sociais poderiam ser consideradas como redes de laços de realimentação positiva. Formas simples de socialidade envolvem um ou alguns processos de amplificação subjacentes à formação de grupos por interação, enquanto laços com múltiplas conexões constituem a base da organização de sociedades complexas e altamente cooperativas.

2.3.2.1 SINTONIA DA REALIMENTAÇÃO POSITIVA

Uma característica frequente em sistemas que envolvem a realimentação positiva é a existência de valores críticos para os parâmetros que definem mudanças bruscas no comportamento do sistema (Glansdorff & Prigogine, 1971; DeAngelis, et al., 1986). Podem ser identificados dois níveis distintos em que pequenas mudanças podem ocorrer para conduzir o sistema para diferentes estados: a utilização de regras comportamentais no nível dos indivíduos e o tamanho do grupo.

A utilização de regras comportamentais no nível dos indivíduos pode variar de acordo com o contexto e a espécie. Quando se considera a realimentação positiva como o resultado da multiplicidade de interações sociais, um parâmetro crítico é a sensibilidade de um indivíduo à presença de outros indivíduos da mesma espécie.

Pequenas variações na natureza das interações sociais podem influenciar a produção de padrões coletivos: em abelhas, a probabilidade de um indivíduo seguir uma dança para uma fonte de néctar i depende do número relativo de abelhas dançando para essa fonte (Camazine & Sneyd, 1991); em formigas, a probabilidade de um indivíduo seguir uma trilha i que leve a uma fonte de alimento depende da concentração relativa de feromônio nessa trilha.

Beckers et al. (1992) demonstraram que formigas geralmente exploram uma de duas fontes idênticas, enquanto as abelhas distribuem uniformemente o seu esforço de forrageamento.

Por meio de um mesmo modelo, o comportamento das abelhas e formigas foi predito em teoria e comprovado experimentalmente, sendo que a síntese das diferentes dinâmicas comportamentais se deu por intermédio da sintonia de um parâmetro que representava a sensibilidade de um indivíduo à presença de outros da mesma espécie ou aos seus sinais. A conclusão final é: quanto maior for essa sensibilidade, maior é a probabilidade de um grupo selecionar um único recurso entre diferentes alternativas.

Em sistemas auto-organizados, variações de parâmetros externos também podem afetar os mecanismos de realimentação positiva, de modo a produzir uma grande diversidade de padrões coletivos, sem qualquer alteração explícita no nível dos indivíduos. Fatores abióticos, por exemplo, podem desempenhar um papel decisivo: a natureza do substrato, por exemplo, pode afetar a persistência de feromônios, de modo a favorecer ou impedir a formação de trilhas eficientes de forrageamento (Detrain, et al., 2001; Jeanson, et al., 2003). Assim, pequenas variações na natureza do nicho ecológico ocupado por espécies que vivem em grupos podem ter repercussões importantes para a sua organização.

O tamanho do grupo é outro fator de regulação crítico para a produção de padrões coletivos. A formação de trilhas eficientes de forrageamento ou exploração por formigas é afetada pelo tamanho da colônia por meio de sua influência no fluxo de tráfego e, conseqüentemente, na persistência da trilha (Beekman, et al., 2001; Detrain, et al., 1991). Em gafanhotos, a transição entre movimento desordenado e movimento coletivo organizado depende da densidade de indivíduos dentro dos grupos (Buhl, et al., 2006).

Pode-se, portanto, especular que pequenas mudanças nas regras de comportamento ao longo da evolução social podem ter sido moldadas pela seleção natural para produzir diversos padrões coletivos, por intermédio da contribuição central de laços de realimentação positiva e sem nenhuma mudança na natureza essencial das regras subjacentes. Da mesma forma, a implementação de mecanismos de realimentação positiva sem qualquer modificação explícita no nível dos indivíduos pode ter contribuído significativamente para a expressão de formas mais complexas de organização social: pequenas diferenças no nível dos indivíduos podem ser amplificadas em um contexto social, promovendo a expressão de novos padrões sociais, sem que um novo repertório de regras comportamentais seja necessário (Camazine, et al., 2001).

2.3.4 AGREGAÇÃO

A agregação é um atributo fundamental da socialidade e pode ser definida, em seu sentido mais amplo, como qualquer conjunto de indivíduos com uma densidade maior do que nas áreas circundantes (Camazine, et al., 2001). O processo de agregação pode resultar das respostas individuais a estímulos externos ou ambientais, que atuam como um modelo que especifica padrões de agregação (Fraenkel & Gunn, 1961), ou de interações sociais (Parrish & Hamner, 1997; Parrish & Edelstein-Keshet, 1999).

Compreender o papel da agregação na evolução da socialidade envolve três aspectos importantes:

1. Primeiro, a agregação constitui a expressão mais fundamental de vida social, tendo sido observada em animais desde bactérias até mamíferos (Alee, 1931; Parrish & Edelstein-Keshet, 1999).
2. Segundo, as transições evolutivas na estrutura social envolvem mudanças nos processos de agregação e dispersão (Lin & Michener, 1972; Shear, 1970).
3. Por fim, em sociedades com níveis de integração mais elevados, os processos de agregação estão relacionados com a regulação de várias atividades coletivas na organização espaço-temporal das colônias. Como exemplos, podem-se citar a termorregulação⁴ (Heinrich, 1981) e a defesa coordenada e cooperativa em abelhas melíferas

⁴ Uma simulação sobre a termorregulação em abelhas melíferas está disponível no endereço http://zool33.uni-graz.at/schmickl/Self-organization/Thermoregulation/Bee_thermoregulation/bee_thermoregulation.html (acesso em 02/10/2012).

(Ono, et al., 1995), agrupamento de itens, como cadáveres (Theraulaz, et al., 2002), prole (Franks & Sendova-Franks, 1992) e folhas (Hart & Ratnieks, 2000) em formigas e formação dos favos em abelhas melíferas (Camazine, 1991).

2.3.5 TOMADA DE DECISÃO COLETIVA

Os insetos sociais precisam tomar muitas decisões para que consigam explorar eficientemente o seu ambiente. Essas decisões incluem a seleção de locais para a construção de ninhos, de fontes de alimentos e de outros recursos. Nessas circunstâncias deve-se, além de escolher os melhores recursos, manter a coesão entre os membros do grupo, dentre os quais aqueles que possuem informações pertinentes a respeito de um recurso ou localização podem agir como líderes temporários ou permanentes, exercendo, assim, uma maior influência no processo decisório (Conradt & Roper, 2005; Couzin, et al., 2005).

O processo de tomada de decisão também pode ser uniformemente distribuído entre indivíduos idênticos por meio de múltiplas iterações de interações (Camazine, et al., 2001). Em sistemas auto-organizados, as decisões coletivas podem surgir como resultado da competição entre diferentes fontes de informação que são amplificadas em um contexto social por meio de mecanismos de realimentação positiva (Deneubourg, et al., 2002).

Pode-se, portanto, definir a *Tomada de Decisão Coletiva* como *um processo em que um grupo de agentes seleciona, por meio de interações entre os indivíduos e destes com o ambiente, uma solução, ou um curso de ação, dentre diferentes alternativas.*

Insetos sociais são de interesse especial para o estudo sobre tomada de decisão em função de realizarem escolhas não apenas como indivíduos, mas também – e especialmente, como grupos (Mallon, et al., 2001). Uma abelha forrageira decide se e como explorar uma potencial fonte de alimento com base em sua qualidade e em informações sobre a colônia e as condições ambientais (Schmid-Hempel, et al., 1985; Eckert, et al., 1994). Ao mesmo tempo, a colônia como um todo decide como distribuir as abelhas trabalhadoras entre as muitas potenciais fontes de alimento que as suas forrageiras encontraram (Seeley, 1995). Assim, uma decisão global emerge das interações entre muitas abelhas, cada uma possuindo informações locais, limitadas, e agindo sobre elas de acordo com regras de decisão adequadas (Mallon, et al., 2001).

Para que esse processo seja compreendido, a abelha deve ser analisada como parte de uma rede complexa e densamente integrada em que a coordenação, mesmo na ausência de um con-

trole central, ocorre de forma eficiente. Dessa maneira, pode-se concluir que a decisão coletiva não é a mera soma das decisões individuais de cada inseto: a colônia consegue, por exemplo, discriminar entre duas fontes de alimento de qualidades diferentes, mesmo quando nenhuma forrageira amostra mais do que uma fonte (Seeley, et al., 1991).

Nos últimos anos, as formigas e as abelhas têm fornecido alguns dos mecanismos mais bem descritos de tomada de decisão coletiva, graças, em grande parte, à simplicidade, abertura e tratabilidade experimental de suas sociedades.

A maior parte da pesquisa sobre tomada de decisão coletiva é concentrada em sociedades populosas que possuem mecanismos eficientes de recrutamento, como a dança das abelhas e as trilhas de feromônio de muitas formigas (Beckers, et al., 1990; Seeley, 1995; Bonabeau, et al., 1997). O recrutamento gera uma realimentação positiva que pode amplificar pequenas diferenças entre as opções disponíveis para a colônia (Beckers, et al., 1990). O tamanho da população importa porque grandes populações protegem a colônia contra os efeitos estocásticos das interações entre os insetos que podem degradar a qualidade da informação disponível para cada um.

A tomada de decisão por sociedades de insetos menores e menos integradas tem atraído uma atenção muito menor e, nesse contexto, os pesquisadores tentam responder aos seguintes questionamentos (Mallon, et al., 2001):

1. Essas sociedades mais simples podem apresentar comportamentos coletivos equivalentes aos das colônias mais complexas?
2. Em caso afirmativo, quais são os mecanismos subjacentes?

Considerando-se o que foi discutido na Seção 2.1, percebe-se que as respostas para esses questionamentos podem gerar abstrações interessantes para a Engenharia, a Matemática, a Ciência da Computação e diversas outras áreas, visto que sociedades menores podem ser mais facilmente estudadas experimentalmente, dado que o comportamento de cada indivíduo pode ser monitorado, o que pode ajudar muito na compreensão do processo de tomada de decisão coletiva e na criação de metáforas computacionais para a solução de problemas complexos. Um exemplo de sociedade de insetos mais simples que tem sido largamente estudada é o das formigas *Temnothorax albipennis* (Mallon, et al., 2001; Pratt, et al., 2002; Pratt & Sumpter, 2006; Pratt, et al., 2005).

Grande parte dos casos melhor estudados sobre tomada de decisão coletiva em sociedades de

insetos concerne ao forrageamento. Colônias de abelhas *Apis mellifera*, por exemplo, utilizam o seu sinal de recrutamento, a dança, para direcionar os esforços de forrageamento para um local em particular: quando são oferecidos dois alimentadores artificiais que diferem na qualidade do alimento, as colônias fazem uma escolha muito clara, concentrando a maioria das forrageiras no alimentador que oferece o alimento de qualidade superior (Seeley, 1995). Muitas espécies de formigas utilizam trilhas de feromônio para o recrutamento, conseguindo também explorar seletivamente o melhor de dois alimentadores (Beckers, et al., 1990; Sumpter & Beekman, 2003). O recrutamento baseado em trilhas de feromônio permite também a escolha da menor de duas rotas entre o ninho e uma fonte de alimento: quando diante da necessidade de escolher entre dois caminhos até um alimentador, formigas trabalhadoras do gênero *Lasius niger* começam utilizando ambas as rotas, mas rapidamente direcionam a grande maioria do tráfego para a menor delas (Beckers, et al., 1992).

Muito se tem aprendido também sobre como as colônias escolhem entre possíveis locais para a construção de um ninho. Essas decisões são extremamente importantes, pois a estrutura e a localização do ninho determinam se as condições necessárias para o desenvolvimento da colônia, o armazenamento de alimento e a defesa contra predadores e parasitas serão satisfeitas (Visscher, 2007). Portanto, é natural que essa decisão leve em consideração múltiplos atributos.

Colônias de formigas *Temnothorax*, por exemplo, normalmente constroem seus ninhos em cavidades naturais. Nas situações em que o ninho está danificado, a colônia emigra para um novo, guiada por uma minoria de formigas ativas que encontram um local apropriado e transportam o resto da colônia para ele (Mallon, et al., 2001; Pratt, et al., 2002).

Quando mais de um local está disponível, a colônia escolhe entre eles com base em diversos atributos, tais como a dimensão da entrada, o volume da cavidade, a iluminação, a higiene e a proximidade em relação a colônias da mesma espécie (Visscher, 2007; Franks, et al., 2007).

Enxames de abelhas, que também costumam habitar em cavidades, apresentam a mesma complexidade de comportamento quando escolhendo um local para o ninho (Seeley, et al., 2006; Visscher, 2007).

De forma resumida, podem ser destacadas as seguintes habilidades de tomada de decisão coletiva por sociedades de insetos (Gadau & Fewell, 2009):

1. Selecionar a melhor dentre diversas alternativas;

2. Comparar opções considerando diversos atributos;
3. Ajustar as preferências de acordo com o contexto ambiental e o estado da colônia; e
4. Balancear a velocidade e a acurácia da tomada de decisão.

A seguir, estão apresentados os mecanismos subjacentes às habilidades da tomada de decisão coletiva por sociedades de insetos que tornam esse processo emergente e auto-organizado (Gadau & Fewell, 2009):

1. Realimentação positiva gerada pelo processo de recrutamento;
2. Regras de quórum e limiares que controlam as transições nos processos de recrutamento e filtram os erros individuais;
3. Regras individuais de avaliação baseadas em dados simples, porém informativos;
4. Algoritmos de comportamento que podem ser sintonizados de acordo com o contexto da decisão;
5. Tomada de decisão independente por um grande número de indivíduos; e
6. Abandono de opções por trabalhadores individuais para evitar impasses.

2.4 ALOCAÇÃO DE TAREFAS

De acordo com Michener (1974), a alocação de tarefas contempla qualquer padrão comportamental que resulta em alguns indivíduos de uma colônia desempenhando funções diferentes daquelas desempenhadas pelos demais, mesmo que apenas temporariamente, e pode ser definida como o grau com que diferentes indivíduos de um grupo social se especializam em diferentes tarefas.

Partindo dessa definição, a diferenciação de tarefas comportamentais entre os membros de um grupo pode ser observada em diversas sociedades de animais, incluindo camarões (Duffy, et al., 2002), besouros (Trumbo, 2006), lagartas (Underwood & Shapiro, 1999), aranhas (Avilés, et al., 2006), leões (Stander, 1992), golfinhos (Gazda, et al., 2005), macacos (Hattori & Kuroshima, 2005), ratos (Grasmuck & Desor, 2002), múltiplas espécies de pássaros (Arnold, et al., 2004; Bartlett, et al., 2005; Komdeur, 2006) e, naturalmente, humanos.

A especialização de tarefas, que é um conceito inerente à discussão sobre a alocação de tarefas, pode ser caracterizada como um desempenho desproporcional de um ou alguns indivíduos, em relação ao restante do grupo, quando realizando alguma tarefa (Oster & Wilson, 1978), ou como a tendência dos indivíduos alcançarem um melhor desempenho em uma ta-

refa específica em relação às demais tarefas disponíveis (Kolmes, 1985).

2.4.1 MENSURANDO A ALOCAÇÃO DE TAREFAS

Uma maneira de mensurar a divisão do trabalho é medir a frequência com que diferentes indivíduos desempenham diferentes tarefas (Fewell & Page, 1999; Widenmüller, 2004). Entretanto, essa métrica não permite a diferenciação entre especialização e elitismo, situação em que alguns indivíduos simplesmente trabalham mais intensamente, desempenhando múltiplas tarefas a taxas mais elevadas (Oster & Wilson, 1978; Gorelick, et al., 2004).

Para que a alocação de tarefas seja considerada um elemento fortemente presente, dois aspectos devem ser verificados: 1) os indivíduos devem tender à execução de um subconjunto de todas as tarefas disponíveis; e 2) os indivíduos devem ser distribuídos entre as tarefas de modo que diferentes indivíduos desempenhem diferentes tarefas. Em situações em que um ou alguns indivíduos é(são) simplesmente mais ativo(s) do que os demais, ou todos os indivíduos se especializam na mesma tarefa, a alocação de tarefas é fracamente presente ou inexistente.

No contexto da Teoria da Informação (Shannon, 1948; Gorelick, et al., 2004), a Entropia mede o fluxo de informação de um emissor para um receptor, de modo que o valor é o menor possível quando, dado um emissor, é possível prever o receptor, ou vice-versa. Essa métrica foi aplicada à divisão do trabalho (Gorelick, et al., 2004; Gorelick & Bertram, 2007): o maior valor possível corresponde à situação em que, dado um indivíduo trabalhador, tem-se uma alta probabilidade de se prever a sua tarefa e, reciprocamente, dada uma tarefa específica, tem-se um alto grau de certeza sobre qual trabalhador ou grupo de trabalhadores a está desempenhando.

A facilidade de aplicação das métricas da teoria da informação no contexto da alocação de tarefas mostra que os algoritmos básicos que geram padrões complexos são amplamente aplicáveis em diversos sistemas e diferentes escalas. A alocação de tarefas poderia ser compreendida como um sistema de diferenciação de comportamento, com indivíduos separados em diferentes funções, estruturas, ou nichos (Gorelick & Bertram, 2007).

A diferenciação em paralelo ocorre em variadas escalas biológicas, desde a diferenciação dos tecidos num organismo até a diferenciação das espécies dentro das comunidades (Gorelick & Bertram, 2007). Se todos esses processos podem ser medidos por meio de uma métrica comum, pode-se questionar se algoritmos e/ou princípios similares de auto-organização são aplicáveis nessas diferentes escalas.

2.4.2 AUTO-ORGANIZAÇÃO E ALOCAÇÃO DE TAREFAS

A auto-organização do comportamento social é essencialmente a consequência de laços de realimentação positiva em que um efeito comportamental é amplificado no decorrer de sucessivas iterações, seja pelo aumento em cascata do número de indivíduos apresentando o comportamento em questão, seja pelo aumento da probabilidade desse comportamento ser repetido por um indivíduo qualquer (Camazine, et al., 2001). A adição de laços de realimentação negativa, nos quais a execução de um comportamento reduz a sua subsequente intensidade ou probabilidade, permite aos sistemas sociais alcançarem o equilíbrio ou homeostase comportamental.

Mecanismos de auto-organização têm sido associados a uma diversidade de fenótipos sociais de colônias de insetos, desde a construção dos ninhos, passando pelo recrutamento para fontes de alimento, até o estabelecimento de mecanismos de defesa (Camazine, et al., 2001; Britton, et al., 2002; Hogeweg & Hesper, 1983; Hemelrijk, 2002). Porém, é fato que, de todos os fenótipos sociais ligados à auto-organização, a alocação de tarefas se apresenta como o mais global e onipresente: ela não é associada a eventos ou tarefas específicas, ocorrendo no nível da sociedade como um todo e continuamente ao longo da vida da colônia.

Um modelo que explica como a auto-organização gera um fenômeno emergente no contexto da divisão do trabalho é o *modelo de limiar de resposta* (Robinson & Page, 1989), no qual se assume que cada indivíduo possui um limiar a partir do qual responde a estímulos associados a uma tarefa específica, passando a desempenhá-la caso ainda não esteja engajado em alguma outra tarefa. Conforme os níveis de estímulo para uma tarefa aumentam, os indivíduos com menores limiares a executam antes dos demais, diminuindo a probabilidade de que outros indivíduos a executem também, de modo que se tornam os especialistas para a tarefa em questão. Levando-se em conta que os limiares para cada indivíduo variam para cada uma das tarefas, diferentes grupos se especializam em diferentes tarefas.

Apesar de ser muito útil para a alocação de tarefas no nível da colônia, o modelo de limiar de resposta representa a resposta de um indivíduo de uma maneira bastante simplificada. É claro que as respostas dos indivíduos aos estímulos não são do tipo ligar-desligar: indivíduos trabalhadores, por exemplo, podem alterar os seus limiares com a experiência, processo esse correspondente a um laço de realimentação positiva do tipo autorreforço (Widenmüller, 2004; Ravary, et al., 2007).

Uma colônia deve manter flexibilidade suficiente para atribuir tarefas em um ambiente em constante mudança. Nesse contexto, embora a especialização de tarefas possa aumentar a produtividade individual, ela cria um problema potencial no nível da colônia, pois a flexibilidade de cada trabalhador é reduzida (Oster & Wilson, 1978; Page, et al., 1995; Oldroyd & Fewell, 2007).

Há crescente evidência teórica e empírica de que a variação genotípica em colônias altamente eussociais⁵ contribui para a alocação de tarefas (Oldroyd & Fewell, 2007). Em particular, a variação nos limiares de resposta aumenta a flexibilidade e a resiliência da colônia devido ao consequente aumento da capacidade de se recuperar mais rapidamente ou completamente de perturbações. Por exemplo, colônias de abelhas melíferas geneticamente mais diversificadas sempre mantêm a temperatura mais uniforme nos abrigos das ninhadas, o que indica que elas são mais resistentes às variações de temperatura externa (Jones, et al., 2004).

No Capítulo 3 serão apresentados e discutidos os principais modelos de alocação de tarefas em sociedades de insetos, especialmente aqueles baseados em auto-organização.

2.4.3 COMENTÁRIOS

A alocação de tarefas dentro de colônias eussociais apresenta uma capacidade de funcionar de forma consistente e homeostática, mesmo diante de um ambiente externo dinâmico e em constante mudança.

As propriedades de emergência e resiliência permitem enxergar as sociedades de insetos como sistemas complexos adaptativos. O conceito de sistemas complexos adaptativos foi inicialmente desenvolvido para explicar como sistemas em que múltiplos agentes interagem desenvolvem e mantêm uma estrutura grupal na ausência de uma coordenação organizacional central (Rosen, 1991; Holland, 1995; Auyang, 1998; Levin, 1998). Esse conceito derivou da percepção de que grupos de unidades que interagem, desde economias até ecossistemas, compartilham algumas propriedades (Holling, 1973; Levin, 1998).

⁵O termo “eussocial” é conferido aos animais que apresentam as sociedades mais complexas, ou seja, aqueles que compartilham três características: uma sobreposição de gerações em um mesmo ninho, o cuidado cooperativo com a prole, e uma divisão de tarefas (reprodutores e operárias) (Costa, 2006). Como exemplos podem ser citadas as formigas, abelhas, vespas, cupins e o rato-toupeira-pelado (*Heterocephalus glaber*), um roedor africano.

Os sistemas complexos adaptativos são capazes de adaptar o seu comportamento de maneira a melhorar o seu desempenho ou aumentar a sua probabilidade de sucesso. Isso ocorre em decorrência da capacidade que esses sistemas possuem de mudar e aprender com a experiência (Holling, 1973; Rosen, 1991). Esse atributo é perfeitamente alinhado com a dinâmica de colônias de insetos eussociais, especialmente no contexto da alocação de tarefas: essas colônias compartilham as características que definem uma rede densa e distribuída (Wilson & Hölldobler, 1988; Bonabeau, 1998; Fewell, 2003).

As estruturas em rede de outros sistemas sociais mais simples não são tão bem descritas nos contextos da adaptabilidade e da resiliência. A fim de diagramar a evolução das sociedades de insetos como sistemas complexos, seria informativo explorar a forma como esses sistemas atendem ou se desviam da estrutura organizacional de um sistema complexo adaptativo.

Desenvolvimentos recentes na teoria da complexidade ajudam a conceber novas formas de avaliar a função da colônia. Em lugar de se analisar as características dos sistemas complexos adaptativos no contexto da otimalidade, que tradicionalmente tende a enfatizar um parâmetro, geralmente relacionado à eficiência, o centro das atenções mais recente tem sido a robustez do sistema, ou a manutenção da funcionalidade quando ocorrem mudanças. Espera-se que os sistemas mais robustos operem balanceando a eficiência e a capacidade de se adaptar mais rapidamente e responder de forma mais flexível e resiliente às mudanças ambientais.

É importante destacar que colônias de insetos sociais fazem mais do que manter a homeostase: elas crescem e se reproduzem e, em suas trajetórias de desenvolvimento, reagem apropriadamente ao ambiente externo, mas sempre conservando os elementos de estabilidade associados à robustez (Wilson, 1985; Hölldobler & Wilson, 1991; Rosen, 1991).

A exploração de grupos sociais como sistemas complexos fornece importantes abstrações sobre como a seleção atua sobre a organização social, desde o indivíduo até o nível do grupo (Auyang, 1998; Fewell, 2003). A auto-organização e a emergência, quando consideradas no âmbito de numa análise *bottom-up*, determinam o comportamento coletivo e, quando consideradas no contexto de uma análise *top-down*, definem como o ambiente global influencia e restringe o comportamento dos membros do grupo (Moore, et al., 1997; Fewell, 2003).

Essa lição é fundamental para que se compreenda a evolução dos insetos sociais no contexto de seleção. Assim que a dinâmica auto-organizativa entra em jogo, o grupo torna-se uma entidade com efeitos no fenótipo e na aptidão individual. A coesão do grupo gerada pela dinâmica complexa consolida a conexão entre as aptidões individual e do grupo e destaca que a evolu-

ção social não pode ser completamente compreendida sem a consideração de como a seleção e a dinâmica complexa interagem.

2.5 INTELIGÊNCIA DE ENXAME

Entre as Seções 2.1 e 2.4, este capítulo apresentou conceitos e discussões sobre insetos sociais. Em síntese, esses conceitos e discussões evidenciam que se pode visualizar um comportamento inteligente no nível da colônia: ao agirem como uma comunidade, os insetos, mesmo com capacidade individual muito limitada, conseguem, coletivamente, por meio de múltiplas interações sociais (locais) que levam à emergência de comportamentos globais, executar muitas tarefas complexas, sem qualquer supervisão ou controle centralizado. Esse comportamento inteligente, que é fruto das interações conduzidas pela coletividade e da socialidade, é uma manifestação da *Inteligência de Enxame* (IE), termo que foi proposto no final da década de 1980 para se referir a sistemas robóticos em que uma coleção de agentes simples interage em um ambiente, comportando-se de acordo com regras locais (Beni, 1988; Beni & Wang, 1989).

Normalmente, a IE é associada apenas a comportamentos coletivos que se realizam no espaço físico: revoadas de pássaros e cardumes de peixes, por exemplo, claramente apresentam uma ordem estrutural ao se deslocarem, de modo que, mesmo em face das diversas mudanças nas velocidades dos indivíduos, o *enxame* se move coerentemente como uma única entidade (Couzin, et al., 2002).

É importante destacar, entretanto, que a noção de enxame extrapola a movimentação no espaço físico, permitindo a percepção do conceito também no espaço cognitivo, tal como discutido por (Kennedy, et al., 2001):

“Nós utilizamos o termo “enxame” em um sentido geral para fazer referência a qualquer coleção estruturada de agentes capazes de interagir. O exemplo clássico de um enxame é um enxame de abelhas, mas a metáfora pode ser estendida a outros sistemas com uma arquitetura semelhante. Uma colônia de formigas pode ser pensada como um enxame em que os agentes são as formigas; uma revoada de pássaros é um enxame, cujos agentes são os pássaros; um engarrafamento é um enxame de carros; uma multidão é um enxame de pessoas; um sistema imunológico é um enxame de células e moléculas; e uma economia é um enxame de agentes econômicos. Embora a noção de um enxame sugira um aspecto de movimento coletivo no espaço, como num

“enxame de pássaros”, estamos interessados em todos os tipos de comportamento coletivo, não apenas movimento espacial.”

Segundo Millonas (1994), cinco princípios definem o paradigma da Inteligência de Enxame:

1. **Proximidade.** Os agentes devem ser capazes de interagir, de modo a serem formadas redes sociais;
2. **Qualidade.** Os agentes devem ser capazes de avaliar os seus comportamentos, isto é, as suas interações com o ambiente e com os demais indivíduos;
3. **Diversidade (de comportamentos).** Esse princípio permite ao sistema reagir a situações desconhecidas ou inesperadas;
4. **Estabilidade.** Os agentes não devem alterar os seus comportamentos em resposta a qualquer variação ambiental; e
5. **Adaptabilidade.** Deve existir a capacidade de adaptação às variações ambientais e populacionais.

Considerando-se esses cinco princípios, um *Sistema de Enxame* pode ser definido como *aquela composto por um conjunto de agentes com capacidade individual limitada, capazes de interagir entre si e com o meio ambiente e de apresentar comportamentos coletivos inteligentes.* A Inteligência de Enxame, por sua vez, corresponde a *uma propriedade emergente de um Sistema de Enxame que resulta de seus princípios de Proximidade, Qualidade, Diversidade, Estabilidade e Adaptabilidade e atribui aos agentes e seu coletivo uma capacidade de tomada de decisão.*

Um Sistema de Enxame, apesar de simples, é passível de apresentar comportamentos complexos. Todas as evidências sugerem que não há controle central, havendo apenas regras simples para cada agente que, por possuir uma capacidade limitada, toma apenas decisões locais. A integração das atividades individuais não requer supervisão, ou seja, o fenômeno é emergente e auto-organizado (de Castro, 2006).

No contexto da Inteligência de Enxame, duas linhas principais de pesquisa podem ser identificadas (de Castro, 2006):

1. Trabalhos inspirados em comportamentos sociais de animais, especialmente os insetos; e
2. Trabalhos inspirados na capacidade de processar conhecimento das sociedades humanas.

Apesar de diferentes em relação às abordagens e às fontes de inspiração, as duas linhas compartilham uma característica importante: é considerada uma coleção de agentes capazes de interagir, direta ou indiretamente, com o ambiente e com os demais agentes, de forma que dessas interações resultem mudanças, seja no ambiente, seja nos indivíduos, seja nas sociedades, permitindo o surgimento de fenômenos emergentes.

Conceitualmente, as inspirações biológicas referentes à primeira linha de pesquisa, no âmbito específico das sociedades de insetos, foram discutidas entre as Seções 2.1 e 2.4 deste capítulo. Na Seção 2.5.1 serão apresentados os aspectos conceituais que sustentam a segunda linha de pesquisa, que contempla os trabalhos inspirados na capacidade de processar conhecimento das sociedades humanas.

2.5.1 ADAPTAÇÃO SOCIAL DO CONHECIMENTO

A *Inteligência Artificial* tradicional cresceu junto com a *Psicologia Cognitiva*, como uma reação ao *Comportamentalismo* (*Behaviorism*) que prevalecia na psicologia em meados do século XX. Nesse contexto, os processos de pensamento dos indivíduos eram enxergados como unidades isoladas. Essa abordagem é consistente com a experiência do pensamento: os pensamentos são como um monólogo privado ou uma estória, ocorrendo dentro dos próprios mundos fenomenológicos daqueles que estão pensando (Kennedy, 2006).

Os estudiosos da *Psicologia Social*, por sua vez, construíram outra perspectiva sobre a cognição. Muitos estudos mostraram que as crenças, memórias, atitudes e processos de pensamento dos indivíduos são fortemente influenciados pelos demais indivíduos que o circundam. Asch (1956) mostrou como o comportamento pode ser moldado pela influência de outros. Crutchfield (1955) e Deutsch & Gerard (1955) estudaram os fatores que afetam a influência social dos grupos sobre os indivíduos. Ao mesmo tempo, muitos pesquisadores, de Hovland (1982) a Cialdini (1984), percebiam que as escolhas das pessoas eram direta e irrefutavelmente influenciadas por sua atmosfera social.

Um estudo importante conduzido por Nisbett & Wilson (1977) mostrou que as pessoas são muitas vezes inconscientes dos seus próprios processos cognitivos, sendo incapazes de informar verbalmente como suas próprias mentes chegaram a uma conclusão: muitos autorrelatos dos processos cognitivos são mais bem descritos como “racionalizações” do que “descrições” de processos cognitivos. É interessante ressaltar que, como a *Inteligência Artificial* surgiu tendo como base os processos autorrelatados (Newell & Simon, 1963), as abordagens poderão

mudar e melhorar ao se considerar uma mudança no paradigma de estudo dos processos cognitivos.

De acordo com a perspectiva da Psicologia Social, a cognição passa a ser compreendida como um processo social. O monólogo interno do pensamento pode ser facilmente enxergado como uma conversa imaginada entre aquele que pensa e algum outro, que pode ser outra pessoa, outra instância de si mesmo, ou o Eu pode até mesmo se perceber como o ouvinte, enquanto outro indivíduo produz o monólogo (Kennedy, 2006).

Em qualquer caso, Levine et al. (1993) notaram que *“fora do laboratório e da escola, a cognição é quase sempre colaborativa”*. De acordo com eles, a intersubjetividade – uma compreensão compartilhada da tarefa e do contexto, é necessária para uma atividade cognitiva coordenada e, em função disso, eles propuseram uma nova área de pesquisa – a *Sociocognição*, que compreende a integração entre a cognição e a interação social. Para defender a sua conclusão, os pesquisadores utilizaram a seguinte afirmação:

“Embora alguns possam afirmar que o cérebro, como o local físico do processamento mental, exige que a cognição seja tratada como uma atividade fundamentalmente individual e privada, estamos preparados para argumentar que toda atividade mental, desde o reconhecimento perceptivo para a memória até a resolução de problemas, envolve ou representações de outras pessoas, ou a utilização de artefatos e elementos culturais que possuem uma história social.”

Loftus & Ketcham (1994) estudaram o tema da *Falsa Memória* e demonstraram, repetidamente, que as memórias criadas por sugestão são indistinguíveis das memórias “reais”, que correspondem àquelas memórias geradas pela percepção do indivíduo sobre uma situação. Essa pesquisa corrobora o entendimento da memória como o resultado de uma construção social.

Décadas de trabalho de Bandura (1986) têm consistentemente confirmado que a cognição humana é uma função da aprendizagem social. Bandura centra as suas ideias na aprendizagem por observação, especialmente nas situações em que um indivíduo imita outro que teve sucesso na resolução de um problema.

Da mesma forma, a pesquisa de Latané sobre a *Teoria do Impacto Social* (Nowak, et al., 1990) mostra que as atitudes e crenças de um indivíduo são uma simples função da força,

imediatismo e quantidade de indivíduos que defendem a respectiva crença ou atitude. De acordo com Wegner (2002), até mesmo a “vontade consciente” é ilusória.

A *Teoria da Dissonância Cognitiva* (Festinger, 1957; Festinger, 1954/1999) retrata a mente como um conjunto de elementos cognitivos inter-relacionados de formas lógicas e afetivas complexas. O indivíduo é motivado a encontrar e manter a coerência entre os elementos: por exemplo, é desconfortável manter duas crenças que são logicamente contraditórias, ou entrar em acordo com alguém de quem não se gosta.

A “dissonância” é o resultado de uma função de avaliação cognitiva que recebe como argumentos um vetor de elementos cognitivos e os seus inter-relacionamentos e produz uma única medida de adequação (qualidade). Pensar, portanto, é um processo de otimização, uma busca constante por mecanismos que permitam organizar e reorganizar crenças e atitudes, de modo a serem produzidos padrões menos dissonantes e mais consistentes. Um aspecto essencial desse processo é que as pessoas simplesmente conversam umas com as outras, observam as outras e, assim, aprendem como dar sentido a um mundo normalmente percebido como confuso (Kennedy, 2006).

Diante do que foi exposto, fica evidente que a inteligência humana opera por intermédio de interações entre indivíduos. Portanto, a experiência consciente de pensar não constitui uma descrição científica apropriada da cognição. Para que uma descrição consistente seja alcançada, os processos da dinâmica interpessoal devem ser preponderantes em relação aos processos internos e privados, mas levando-se em conta que, durante esse processo de adaptação social (ou cultural) do conhecimento, cada indivíduo tem a sua experiência e sabe o quanto ela é boa e, como um ser social, tem também algum conhecimento sobre a qualidade da experiência dos demais indivíduos que fazem parte de seu círculo (ou vizinhança) social (Kennedy, et al., 2001; Kennedy, 2004).

Esses dois níveis de informação correspondem, respectivamente, ao *aprendizado individual* e ao *aprendizado cultural* (ou *transmissão social*). Portanto, a probabilidade de que um indivíduo tome certa decisão é uma função de dois aspectos:

1. O quão bem sucedida essa decisão foi para ele no passado; e
2. As influências sociais dos indivíduos, sendo que, atualmente, as regras exatas que regem as sociedades humanas não são conhecidas (Kennedy, et al., 2001; Kennedy, 2004).

Três princípios, que podem ser combinados de forma a permitir que os indivíduos se adaptem a complexas mudanças ambientais, resumem o processo de adaptação cultural (Kennedy, et al., 2001):

1. **Avaliar.** A capacidade dos indivíduos de perceber o ambiente os permite quantificar o seu grau de adequação ou qualidade em relação a determinado(s) parâmetro(s) ou tarefa(s), tal como no caso da altura quando alguém deseja ser um jogador de basquete;
2. **Comparar.** As pessoas normalmente utilizam as outras como padrão para se autoavaliarem, o que serve como uma espécie de motivação para a mudança e o aprendizado. As pessoas, por exemplo, observam as outras e as utilizam como parâmetros para avaliar aspectos como riqueza, estilo, humor e beleza; e
3. **Imitar.** A imitação humana compreende a não apenas imitar o comportamento de alguém, mas especialmente a assumir a perspectiva desse alguém, optando por imitar o comportamento de outros quando for apropriado. A imitação é um conceito central para a sociabilidade humana, sendo determinante para a aquisição e a manutenção de habilidades mentais.

Lembrando que, de acordo com o que foi apresentado na Seção 2.5, o conceito de enxame extrapola a noção de movimento no espaço, podendo ser percebido também no espaço cognitivo, e revisitando-se as definições de Inteligência de Enxame e Sistema de Enxame, pode-se concluir que o círculo social de um indivíduo é um Sistema de Enxame e que os processos cognitivos que emergem das interações entre os indivíduos dentro desse círculo são uma manifestação da Inteligência de Enxame. Os três princípios supracitados que permitem que os indivíduos se adaptem a complexas mudanças ambientais, atribuindo a eles e seu coletivo uma capacidade de tomada de decisão, permitem visualizar na dinâmica de interação social os cinco princípios que foram utilizados para definir a Inteligência de Enxame: Proximidade, Qualidade, Diversidade (de comportamentos), Estabilidade e Adaptabilidade.

2.5.2 HUMANOS E ANIMAIS – REVISITANDO O CONCEITO DE INTELIGÊNCIA DE ENXAME

A vida em grupo permite aos animais resolverem problemas que são difíceis ou até mesmo impossíveis de serem resolvidos individualmente. Exemplos clássicos são as capacidades de grupos carregarem presas grandes com maior facilidade e de proporcionarem uma melhor proteção contra predadores (Krause & Ruxton, 2002).

A inserção da teoria da auto-organização nas pesquisas que estudam o comportamento animal e o consequente estudo de comportamentos coletivos esclareceu que a vida em grupo também pode facilitar a resolução de problemas cognitivos que ultrapassam a capacidade individual dos animais (Bonabeau, et al., 1999; Camazine, et al., 2001). Esse fato nada mais é do que uma manifestação da Inteligência de Enxame.

A percepção subjacente na maioria dos estudos de caso biológicos não-humanos sobre a Inteligência de Enxame, especialmente em insetos, é de que os animais, enquanto indivíduos, são cognitivamente relativamente simples, sendo bastante limitados naquilo que podem realizar, enquanto o grupo é capaz de, coletivamente, realizar tarefas complexas.

No contexto dos seres humanos, no entanto, não só existem variações nas capacidades cognitivas dos indivíduos, como também existem indivíduos que possuem melhor desempenho para determinadas tarefas (Kerr & Tindale, 2004). Diante disso, há linhas de pesquisa dentro da Psicologia que tentam avaliar se um grupo pode superar o desempenho de indivíduos especialistas⁶, além de determinar os limites do que um grupo de um dado tamanho e composição pode coletivamente realizar.

Em contraste com a recente chegada Inteligência de Enxame nas Ciências Biológicas, o trabalho experimental realizado por psicólogos foi iniciado ainda na década de 1930 (Kerr & Tindale, 2004). O matemático francês Nicolas de Condorcet (Sumpter & Pratt, 2009) foi um dos primeiros estudiosos a apontar que os indivíduos podem se beneficiar da tomada de decisão coletiva. Condorcet assumiu que cada indivíduo pode estar correto ou errado com certa probabilidade p e afirmou que, desde que p seja maior do que 50%, a chance de uma decisão coletiva ser correta aumentará como uma função do tamanho do grupo.

Entretanto, o Teorema de Condorcet (Sumpter & Pratt, 2009) requer que os indivíduos que tenham a informação correta representem a maioria. Portanto, o teorema está mais relacionado com os meios pelos quais as decisões de consenso são tomadas quando a maioria dos indivíduos do grupo possui a informação correta.

Galton (1907) reconheceu que a Inteligência de Enxame não exige uma maioria de pessoas

⁶ Um indivíduo especialista é aquele que possui um desempenho diferenciado para a realização de uma tarefa específica.

que já conheçam a resposta correta, tendo sido o primeiro pesquisador a demonstrar empiricamente a manifestação desse fenômeno em humanos. Cabe destacar que, de fato, a IE não exige que algum indivíduo saiba a resposta correta. Colônias de abelhas melíferas conseguem, por exemplo, discriminar entre duas fontes de alimento de qualidades diferentes, mesmo quando nenhuma forrageira amostra mais do que uma fonte (Seeley, et al., 1991).

Os estudos sobre a Inteligência de Enxame normalmente consideram grupos de animais (Bonabeau, et al., 1999; Camazine, et al., 2001; Couzin, 2009), visto que a literatura sobre os seres humanos geralmente se refere ao tema utilizando termos como *Decisão em Grupo*, *Decisão Coletiva*, *Inteligência Coletiva* e *Cognição Coletiva*. No entanto, a literatura sobre humanos tem muito a oferecer sobre esse tema e, portanto, uma integração dos trabalhos que envolvem a IE em animais e humanos pode acelerar o progresso das pesquisas. Para que essa integração seja possível, é interessante revisitar a definição de Inteligência de Enxame. Segundo (Krause, et al., 2009), a *Inteligência de Enxame emerge quando dois ou mais indivíduos, de forma independente, ou pelo menos parcialmente independente, adquirem informações, e esses diferentes pacotes de informação são combinados e processados por meio de interações sociais, permitindo a construção de uma solução para um problema cognitivo de uma forma que não é passível de ser realizada por indivíduos isolados*.

É importante notar que os cinco princípios utilizados na definição apresentada anteriormente – Proximidade, Qualidade, Diversidade, Estabilidade e Adaptabilidade, continuam válidos: são justamente esses princípios que permitem a ocorrência das interações sociais que promovem o processamento e a combinação dos pacotes de informação adquiridos por cada indivíduo.

Essencialmente, a Inteligência de Enxame é um mecanismo que os indivíduos podem utilizar para superar algumas de suas limitações cognitivas: devido às variações nas habilidades cognitivas individuais em populações humanas e de animais, alguns indivíduos podem resolver um problema cognitivo somente por meio de sua inserção num grupo e da utilização da IE, enquanto outros podem fazê-lo utilizando a sua capacidade enquanto indivíduo. As questões importantes são, portanto, como e quando a Inteligência de Enxame é utilizada e não se ela fornece uma solução exclusiva para problemas cognitivos que não podem ser resolvidos individualmente.

É importante destacar que sempre que a IE permite a um grupo de indivíduos resolver um problema cognitivo, a maneira como isso acontece – os mecanismos de processamento de in-

formação implementados pelas interações, é única e particular daquele grupo e não pode ser implementada por indivíduos isolados, mesmo que eles sejam capazes de, individualmente, resolver o problema de outras maneiras.

É importante destacar que nem todo tipo de comportamento coletivo e/ou agregação deve ser entendido como uma evidência de Inteligência de Enxame. Uma revoada de aves ou uma multidão de pessoas em que os indivíduos simplesmente ficam juntos como consequência de uma atração social não constituem exemplos de IE.

O fato de os animais se agruparem e apresentarem comportamentos coletivos, incluindo a tomada de decisão coletiva (Conradt & Roper, 2005; Conradt & List, 2009), apenas evidencia que as decisões são tomadas num contexto social e que os animais possuem formas evoluídas para a tomada de decisão que resultam em consenso, mas não constitui uma indicação conclusiva da manifestação da Inteligência de Enxame.

Entretanto, o fato de indivíduos viverem em grupo representa uma potencial existência da IE, sendo necessário investigar cada caso para que se avalie se esse potencial é de fato utilizado. Nesse aspecto, a Inteligência de Enxame é como a cognição individual: critérios como a estrutura do cérebro e o seu tamanho em relação ao tamanho do corpo fornecem uma ideia aproximada do potencial cognitivo de um animal, mas a avaliação final das suas habilidades normalmente é realizada por meio da aplicação de testes que envolvem a solução de tipos específicos de problemas.

Os elementos comuns da Inteligência de Enxame em humanos e animais são mais naturalmente perceptíveis nas situações em que ocorrem interações sociais diretas. Essas interações permitem que tanto os animais quanto os humanos obtenham vantagens, por meio da IE, para a resolução de uma grande variedade de problemas cognitivos, tais como navegar com precisão durante deslocamentos por distâncias curtas ou longas (Simons, 2004; Wallraff, 1978) ou encontrar um novo local adequado para um ninho. A precisão da navegação aumenta com o tamanho do grupo com base no *Princípio dos Muitos Errados* (*Many Wrongs Principle*) (Simons, 2004; Wallraff, 1978), cujo pressuposto subjacente é que todos os indivíduos têm um destino comum, mas cada um deles possui um erro inerente à sua navegação. Se os membros do grupo consideram a média das preferências direcionais dos demais membros, então o erro associado à movimentação do grupo na direção do destino decresce como uma função não-linear do tamanho do grupo. Nesse exemplo, assume-se que os erros seguem uma distribuição Normal. No entanto, o Princípio dos Muitos Errados não é restrito à distribuição Nor-

mal: desde que a média dos vetores correspondentes às direções dos indivíduos se aproxime da direção do destino, outros tipos de distribuição podem produzir um resultado semelhante, ou seja, a redução de erros de navegação com o aumento do tamanho do grupo. Da mesma forma, não há razão específica para que a consideração da média deva necessariamente acontecer, de modo que outros mecanismos de processamento de informação por parte dos indivíduos são possíveis (Simons, 2004).

A literatura biológica oferece uma extensa lista de benefícios proporcionados pela vida em grupo que são identificados, essencialmente, por meio de observações empíricas (Krause & Ruxton, 2002; Pulliam & Caraco, 1984; Lee, 1994). Pode-se, no entanto, para além das observações empíricas, utilizar uma abordagem centrada em modelos baseados em agentes, de modo que novos comportamentos e capacidades incorporados aos agentes facilitem a emergência de novas propriedades no sistema (Couzin & Krause, 2003).

Essa abordagem diferenciada é especialmente interessante, pois permite uma observação pela lente da evolução: as capacidades adicionais dos agentes podem ser interpretadas como mutações que podem contribuir para o surgimento de um novo repertório de interações sociais e aumentar a aptidão de animais que vivem em grupo.

Para que o mecanismo pelo qual as propriedades emergem nos grupos seja entendido, as capacidades dos agentes podem ser colocadas em quatro categorias:

1. **Atração.** Na categoria mais simples, os agentes são atraídos por outros da mesma espécie e repelidos quando muito próximos (Huth & Wissel, 1992). Além disso, podem buscar o alinhamento em relação aos demais agentes da sua vizinhança (Couzin, et al., 2002). Adicionando-se a essas duas regras o fato de que cada agente pode independentemente obter informações e copiar o comportamento de outros agentes, tem-se a base para os seguintes efeitos (Krause & Ruxton, 2002):
 - a. **Efeito de diluição da taxa de encontro (*Encounter-dilution effect*).** Se os grupos não são atacados numa intensidade proporcional ao seu tamanho, então o agrupamento pode resultar numa redução do risco *per capita* de predação (assumindo que o predador mata uma presa por ataque);
 - b. **Efeito dos muitos olhos (*Many-eyes effect*).** A atenção das presas normalmente aumenta proporcionalmente ao tamanho do grupo, pois mais indivíduos podem ser visualizar um predador (a probabilidade do grupo detectar um predador é maior do que a de apenas um indivíduo); e

- c. **Efeito Confusão (*Confusion effect*)**. Seguir múltiplas presas em movimento pode causar uma sobrecarga sensorial em predadores, resultando em atrasos nos ataques ou na redução do seu sucesso.

Isso significa, por exemplo, que os agentes podem se beneficiar do sucesso dos outros na detecção de predadores e na busca por alimento, mesmo que eles não tenham acesso às informações às quais os outros membros do grupo respondem num instante de tempo qualquer. A simples atitude de copiar os vizinhos, sem que seja necessária alguma forma de aprendizado social ou comunicação, cria um vasto repertório de propriedades coletivas, sem que seja necessária alguma forma de sinalização ou aprendizado social (Sumpter, 2006). A existência dessas propriedades torna os agentes capazes de manifestar algumas formas de Inteligência de Enxame, tais como a tomada de decisões coletivas com base em regras de quórum (Mallon, et al., 2001), promovendo também uma melhoria da sua habilidade de navegação (Simons, 2004).

2. **Adaptabilidade**. Se os agentes possuírem também a capacidade de armazenar e recuperar informações e alterar o seu comportamento como consequência de suas experiências, ou seja, se forem capazes de aprender, então eles poderão reconhecer outros agentes e lembrar-se dos resultados das suas interações sociais. Essa habilidade adicional pode permitir a formação de redes interativas de cooperação (Axelrod & Hamilton, 1981) e potencialmente viabilizar a emergência de soluções coletivas para problemas complexos.
3. **Comunicação**. Se for considerada a capacidade de comunicação, torna-se possível para os agentes transmitir informações para os demais para, por exemplo, informar, sem guiar fisicamente, sobre locais de fontes de alimento, como fazem as abelhas melíferas por meio da dança (Seeley, 1995). A combinação entre o aprendizado e a comunicação constitui uma forma de distribuir rápida e eficientemente as informações dentro do grupo.
4. **Alocação de tarefas**. Por ora, assumiu-se que todos os indivíduos possuem comportamentos idênticos e que não existem diferenças nas funções sociais. Para além dessa consideração, pode ser introduzido o conceito de alocação de tarefas, mas assumindo-se que cada indivíduo é ainda capaz de desempenhar qualquer tarefa ou função social, e observar que propriedades adicionais emergem.

Para cada uma das quatro categorias supracitadas, a importância do tamanho do grupo pode ser explorada, permitindo que sejam levantados os seguintes questionamentos no contexto da realização de uma tarefa específica:

1. Como o desempenho de um grupo de um determinado tamanho se compara ao de um único indivíduo de desempenho mediano?
2. Considerando-se que os indivíduos podem ser ordenados em termos de suas habilidades cognitivas individuais, como o desempenho de um grupo de um determinado tamanho se compara ao de um único indivíduo especialista?

Se o comportamento coletivo puder ser mensurado como o tempo necessário para a resolução de um problema, ou como a qualidade da solução obtida, pode-se procurar por relações não-lineares entre o tamanho do grupo e o tempo consumido para a solução de um problema ou a qualidade dessa solução. Entretanto, considerando-se os aspectos discutidos nesta seção, esse critério não é suficiente para indicar a manifestação da Inteligência de Enxame.

2.5.2.1 POSSIBILIDADES E LIMITAÇÕES DA INTELIGÊNCIA DE ENXAME

Krause et al. (2009) realizaram um experimento interessante com o objetivo de entender em que contexto a Inteligência de Enxame pode ser aplicada. Em um evento em Berlim, na Alemanha, os pesquisadores solicitaram às pessoas que resolvessem dois problemas. O primeiro consistia em estimar o número de bolas de gude contidas num grande recipiente de vidro. No segundo problema, era necessário estimar quantas vezes uma moeda tem de ser lançada para que a probabilidade de ela apresentar o resultado cara em todos os lançamentos seja tão pequena quanto a de ganhar na loteria alemã.

Para o primeiro problema, que foi respondido por 2.057 pessoas, o valor da mediana foi 516 e o da média 553,57. Considerando que o valor real era 562, os desvios absolutos para a média e para a mediana foram de 1,5% e 8,2%, respectivamente. Esse desempenho é muito bom, mas, ao contrário do que os autores afirmam, não é de fato resultado da Inteligência de Enxame, pois não há interações entre os indivíduos e sim apenas uma combinação *a posteriori* das soluções obtidas por cada um.

Para o segundo problema, que foi respondido por 1.953 pessoas, o valor da mediana foi 100 e o da média 498,30. Como o resultado correto era 24, conclui-se que a estimativa coletiva foi ruim: os desvios absolutos para a mediana e a média foram de 317% e 1.976%, respectivamente. Para qualquer pessoa com algum conhecimento sobre análise combinatória e probabilidade, o segundo problema envolve apenas um cálculo rápido que sempre leva ao resultado correto de 24 lançamentos. Nesse caso, o conhecimento específico de um indivíduo especialista leva a um resultado claramente superior.

Nesse contexto, destaca-se uma diferença interessante entre imprecisão e viés (polarização): no caso das bolas de gude, as estimativas individuais são imprecisas e os palpites descorrelacionados podem resultar numa estimativa próxima do valor real. No segundo caso, existe um viés sistemático que atrapalha a extração de informações.

Grande parte dos problemas reais apresenta componentes de imprecisão e viés e, em geral, a regra é: quanto maior o componente de imprecisão em relação ao componente de viés, maior será o potencial para soluções baseadas em Inteligência de Enxame.

2.5.2.3 A IMPORTÂNCIA DA DIVERSIDADE

Em humanos, a Inteligência de Enxame é frequentemente utilizada no contexto dos governos, em comitês científicos e equipes em empresas. O tamanho e a composição do grupo são estrategicamente planejados com o objetivo de maximizar os benefícios do desempenho coletivo na resolução de problemas. A composição utiliza a diversidade funcional, trazendo para o grupo diferentes abordagens para a solução de problemas, além da diversidade de identidades, de modo que o grupo seja formado por diferentes raças, gêneros, religiões e origens étnicas, para maximizar o seu potencial e a igualdade social (Krause, et al., 2009).

Estudos que investigaram o efeito da diversidade de identidade sobre o desempenho (em termos de ganho financeiro) por meio de interações sociais em equipes ou organizações, no entanto, obtiveram diferentes resultados. Em alguns estudos, o aumento da diversidade não foi benéfico para a tomada de decisão coletiva, enquanto em outros uma clara vantagem de desempenho foi percebida (Jackson, et al., 2003; Mathieu, et al., 2008).

Esses diferentes resultados são devidos aos fatos de que a existência de diferentes abordagens pode fazer surgir barreiras de comunicação e de que a diversidade de identidades pode resultar em uma falta de confiança e respeito mútuo (Jackson, et al., 2003). Isso significa que uma distinção clara deve ser feita entre dois aspectos, que representam áreas instigantes de pesquisa: o potencial de Inteligência de Enxame existente num grupo e o que o grupo pode, de fato, realizar coletivamente.

Um ponto importante sobre a diversidade funcional é que um leque de competências por si só dentro de um grupo não é sinônimo de Inteligência de Enxame. Na verdade, a IE corresponde à emergência de novas soluções por meio das interações entre esses indivíduos funcionalmente especializados (Krause, et al., 2009).

Os sistemas biológicos complexos têm sido cada vez mais compreendidos em termos dos algoritmos que guiam o comportamento dos seus componentes, bem como do fluxo de informação entre eles (Pratt, et al., 2002). Muita atenção tem sido dada aos algoritmos robustos que permitem que um sistema mantenha as suas funções em face de perturbações internas ou externas.

Ao mesmo tempo, variações ambientais impõem a necessidade de que o algoritmo seja versátil, ou seja, apresente a capacidade de alterar as funções do sistema adaptativamente assim que as mudanças externas ocorrem. Um objetivo importante da biologia de sistemas é, portanto, a identificação dos algoritmos biológicos que possam atender aos múltiplos desafios em vez de serem estritamente especificados para problemas particulares (Pratt, et al., 2002).

Colônias da formiga *Temnothorax curvispinosus*, por exemplo, durante o processo de emigração, ajustam os parâmetros de um único algoritmo de decisão para responder de forma adaptativa a dois problemas distintos: o abandono rápido do ninho antigo em situações de crise e a escolha coletiva do melhor novo ninho dentre os disponíveis quando o antigo ainda está intacto. O algoritmo utiliza um esquema de comprometimento gradual e uma regra de quórum para integrar as informações recolhidas por várias formigas que avaliam individualmente as opções disponíveis. Por meio da variação das taxas com que procuram e aceitam as opções, as formigas fazem emergir uma resposta no nível da colônia que, de forma adaptativa, enfatiza a velocidade ou a precisão.

Algoritmos gerais, mas ajustáveis, são uma característica inerente aos sistemas complexos, com cada algoritmo fornecendo soluções elegantes para uma ampla gama de problemas (Pratt, et al., 2002). Essa diversidade comportamental em indivíduos com características e tarefas similares é extremamente interessante e compreender os seus mecanismos pode contribuir muito para que a IE seja estudada e compreendida com propriedade. Perceber algoritmos biológicos gerais que possam sintetizar a diversidade de comportamentos pode conduzir a abstrações computacionais também gerais e também dotadas de “diversidade comportamental”, ou seja, dotadas da capacidade de resolver diferentes problemas ou de resolver o mesmo problema de diferentes formas, bem como de trabalhar em um contexto dinâmico.

2.5.2.4 A INTELIGÊNCIA DE ENXAME EM ANIMAIS E HUMANOS – UM NÍVEL ADICIONAL DE TOMADA DE DECISÃO

Um dos aspectos mais interessantes da Inteligência de Enxame é que, ao contrário do que acontece com os estudos sobre a inteligência e a cognição dos animais, os seus mecanismos

podem ser compreendidos em detalhes. A simulação computacional do comportamento de indivíduos e de suas interações pode conduzir a abstrações e modelos sobre como soluções para problemas cognitivos podem emergir como resultado da Inteligência de Enxame (Camazine, et al., 2001; Couzin & Krause, 2003; Axelrod & Hamilton, 1981). Isso faz da IE uma grande oportunidade de colaboração entre Matemática, Computação e Engenharia e outras ciências, tais como Psicologia, Sociologia, Economia e Biologia, reafirmando o caráter inerentemente inter e multidisciplinar da Computação Natural que será discutido na Seção 2.5.3.

Grande parte dos trabalhos sobre a Inteligência de Enxame em animais considera os invertebrados, especialmente os insetos sociais e micetozoários (*slime moulds*) (Camazine, et al., 2001), em função de sua simplicidade, abertura e tratabilidade experimental discutidas, no contexto das sociedades de insetos, na Seção 2.1, existindo também alguns trabalhos recentes tratando dos vertebrados (Couzin & Krause, 2003). Em contrapartida, existe uma literatura muito rica sobre o tema no contexto dos humanos (Kerr & Tindale, 2004). Parece supreenhendente que outras espécies de vertebrados, especialmente os primatas não-humanos e cetáceos, tenham contribuído pouco para as discussões sobre a Inteligência de Enxame. Pode ser que isso seja consequência do fato de que a busca por encontrar os limites cognitivos do indivíduo ainda domina os debates sobre a cognição desses grupos taxonômicos.

Nesse contexto, os estudos desenvolvidos por psicólogos podem ser aplicados aos animais, fornecendo elementos interessantes para a compreensão dos benefícios cognitivos da vida em grupo.

Outra questão relacionada é o debate sobre a influência da diversidade na Inteligência de Enxame, que é largamente difundido nas Ciências Sociais (Jackson, et al., 2003), mas ainda incipiente na literatura sobre animais. Em se tratando de animais, os estudos apontam evidências para a existência de tradições e cultura (Laland & Janik, 2006) em muitas populações, havendo, inclusive, resultados experimentais que sustentam a existência de personalidade nos animais (Sih, et al., 2004). Em alguns animais, notadamente os insetos sociais, destaca-se a diversidade comportamental em indivíduos com características e tarefas similares, discutida na Seção 2.5.2.2. Tem-se, pois, considerando-se todos esses elementos, um alicerce para sustentar um debate sobre a diversidade interindividual em animais similar à existente em humanos: até mesmo pessoas muito parecidas apresentam uma diversidade comportamental vasta e evidente e elucidar mecanismos gerais, caso eles de fato existam, pode contribuir para o progresso dos estudos sobre Inteligência de Enxame.

Há muitas evidências, teóricas e experimentais, que indicam que a Inteligência de Enxame possui um bom desempenho quando (Kerr & Tindale, 2004; Wolfers & Zitzewitz, 2004; Laughlin, et al., 2003):

1. Há diversidade de opiniões;
2. Há independência entre as opiniões;
3. Há um incentivo para a manifestação da verdade; e
4. As estimativas dos indivíduos são permeadas por imprecisão e não por um viés sistemático.

Apesar de existirem alguns critérios para que a Inteligência de Enxame seja bem utilizada, a procura por condições em que ela proporcione benefícios superiores àqueles advindos de outras abordagens continua sendo um importante desafio. Como exemplo, tem-se o desenvolvimento de modelos que exploram as condições precisas em que grupos podem superar o desempenho de especialistas e em que grupos nos quais há diversidade de abordagens para a solução de problemas podem superar o desempenho de grupos de indivíduos especialistas (Hong & Page, 2004). Um questionamento interessante que permanece é o seguinte: como a violação dos quatro critérios supracitados impacta no desempenho da Inteligência de Enxame?

A constatação de que, sob certas circunstâncias, o julgamento de um grupo diversificado pode superar o desempenho de um especialista, ou mesmo de um pequeno grupo de especialistas (Laughlin, et al., 2003), tem levado à especulação de que o progresso da Inteligência de Enxame pode tornar os especialistas obsoletos (Surowiecki, 2004). No entanto, isso parece improvável. É mais provável que o perfil do especialista mude: o novo especialista deverá dominar os mecanismos necessários para implementar a IE e utilizá-la como mais uma ferramenta de diferenciação.

Os líderes e especialistas precisam aprender os meios para a utilização da Inteligência de Enxame e é improvável que a liderança seja substituída por uma coletividade autodirigida: a Inteligência de Enxame, nesse contexto, é, na verdade, um mecanismo que fornece orientação adicional para a tomada de decisão.

Em insetos sociais, por exemplo, os indivíduos podem ser coletivamente capazes de resolver problemas cognitivos. No entanto, mesmo quando eles chegam a uma solução, uma única formiga ou abelha nunca vai possuir a informação global (ou solução).

Em contrapartida, os seres humanos podem propositadamente utilizar os princípios da Inteli-

gência de Enxame em benefício próprio para ganhar, por exemplo, uma vantagem competitiva em negócios, por meio de uma melhor previsão da evolução do mercado (Wolfers & Zitzewitz, 2004). A questão fundamental é que todo o mecanismo que faz emergir a Inteligência de Enxame, coleta de dados, processamento e solução, pode ser utilizado por um especialista, ou por um time de especialistas.

Tem-se, portanto, uma diferença fundamental entre animais e humanos: em animais, a Inteligência de Enxame é o mecanismo que capacita um grupo, fazendo emergir uma solução para um determinado problema; em humanos, a Inteligência de Enxame pode atuar dessa maneira, mas pode ser também utilizada como uma ferramenta de diferenciação e apoio para a tomada de decisão.

2.5.3 A INTELIGÊNCIA DE ENXAME NO CONTEXTO DA COMPUTAÇÃO NATURAL

A humanidade, no princípio de sua história, utilizava os recursos naturais para obter abrigo e alimentos. Rapidamente, o homem aprendeu a manipular a natureza, fazendo surgir a agricultura e a pecuária, e adquirindo a capacidade de construção de artefatos, de controlar o fogo, etc. Num segundo momento, tendo como objetivo explicar e entender como a natureza opera, a humanidade passou a observar e estudar os padrões e fenômenos biológicos, físicos e químicos. Com isso, a capacidade humana de manipular a natureza foi potencializada: o entendimento das leis do movimento e da gravidade, por exemplo, permitiu a concepção e construção de aeronaves, e, por meio do entendimento dos princípios básicos da vida, foi possível cultivar alimentos transgênicos e controlar epidemias (de Castro, 2007).

Naturalmente, ao estudar e observar os fenômenos naturais, o homem percebeu que na natureza há diversos comportamentos, processos, sistemas e fenômenos que realizam tarefas similares às necessárias para a solução dos problemas complexos enfrentados pela humanidade. A natureza passa, então, a ser enxergada como uma fonte de inspiração para o projeto e a construção de artefatos e sistemas. A *Computação Natural* corresponde a uma versão computacional desse processo de extração de ideias, a partir da natureza, para o desenvolvimento

de sistemas computacionais artificiais⁷, ou à utilização de materiais e mecanismos naturais para realizar computação (de Castro, 2007). Ideias extraídas de sistemas naturais já vêm sendo utilizadas com muito sucesso para o desenvolvimento de ferramentas tecnológicas capazes de resolver problemas de complexidade elevada, cujas soluções eram, até então, desconhecidas ou inatingíveis.

A Figura 2.3 apresenta as três grandes áreas que constituem a Computação Natural⁸ (de Castro & Von Zuben, 2004; de Castro, 2005; de Castro, 2006; de Castro, 2007):

- 1. Computação Inspirada na Natureza (Computação Bioinspirada ou Computação Inspirada na Biologia).** Utiliza a natureza como fonte de inspiração para o desenvolvimento de novas técnicas para a solução de problemas. A ideia principal dessa área é desenvolver ferramentas computacionais – algoritmos, tendo como inspiração fenômenos e processos da natureza, com o objetivo de prover soluções para problemas complexos. Como exemplos, podem-se citar:
 - a. *As Redes Neurais Artificiais*, inspiradas nos neurônios (Haykin, 1999).
 - b. *A Computação Evolutiva*, inspirada na teoria da evolução das espécies (Bäck, et al., 2000a; Bäck, et al., 2000b).
 - c. *A Inteligência de Enxame*, inspirada nos insetos sociais e outras sociedades de animais (Bonabeau, et al., 1999), (Kennedy, et al., 2001).
 - d. *Os Sistemas Imunológicos Artificiais*, inspirados na imunologia (Dasgupta, 1999; de Castro & Timmis, 2002).
 - e. *Os Sistemas Nebulosos*, inspirados na forma de pensar dos humanos (Jang, et al., 1997).
 - f. *A Inteligência Artificial Simbólica*, inspirada nos aspectos cognitivos e do raciocínio humano (Russel & Norvig, 1995).
- 2. Síntese Computacional de Fenômenos Naturais.** Envolve a utilização de mecanismos computacionais para a síntese de comportamentos naturais, padrões e processos similares (não necessariamente) àqueles conhecidos da natureza. Os resultados obtidos

⁷ A palavra "artificial" nesse contexto significa apenas que os sistemas são desenvolvidos por seres humanos, em vez de serem resultantes de processos naturais.

⁸ No endereço <http://lvcon.tuilux.com.br/> (acesso em 02/10/2012) está disponível o Laboratório Virtual em Computação Natural, que possui, além de materiais conceituais sobre a Computação Natural, uma série de simulações que contemplam as suas três grandes áreas.

podem ser utilizados para mimetizar os fenômenos naturais correspondentes, o que é útil não apenas para ampliar o entendimento sobre como a natureza opera, mas também para alimentar abstrações que conduzam à construção de modelos computacionais. Dentro dessa área, as linhas de pesquisa de destaque são:

- a. O estudo sobre *Vida Artificial* e organismos artificiais (Langton, 1988).
 - b. *A Geometria Fractal da Natureza*⁹ (Falconer, 2003).
3. **Computação com Materiais Naturais.** Constitui um novo paradigma de computação no qual mecanismos naturais, tais como cadeias de DNA e bits quânticos, são utilizados como “*hardware*” para o desenvolvimento de “computadores naturais”. Nessa área, os principais campos de investigação são:
- a. *A Computação Molecular* (Ruben & Landweber, 2000).
 - b. *A Computação Quântica* (Deutsch, 1992).

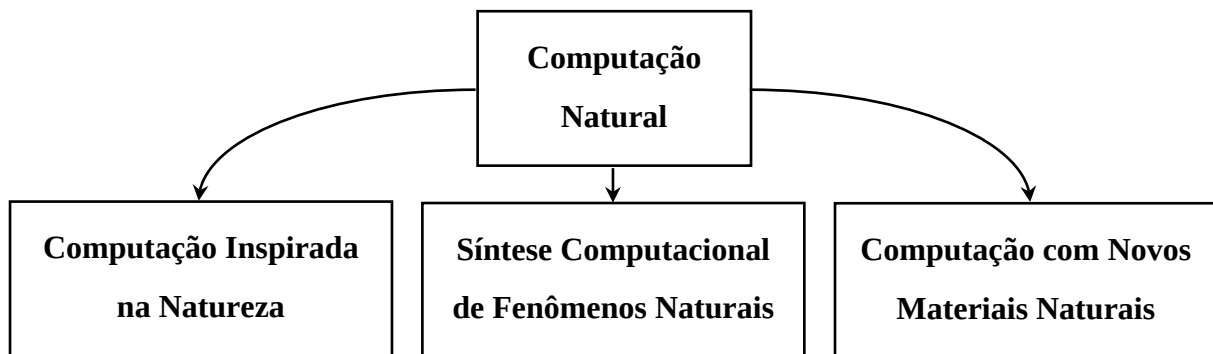


Figura 2.3: As Três Grandes Áreas que Constituem a Computação Natural – Computação Inspirada na Natureza, Síntese Computacional de Fenômenos Naturais e Computação com Novos Materiais Naturais (Fonte: adaptada de de Castro (2007)).

Em síntese, a Computação Natural pode ser definida como *um campo de pesquisa que, tendo a natureza como elemento construtivo ou como inspiração, permite o desenvolvimento de novas ferramentas computacionais – software, hardware ou “wetware”¹⁰, para a resolução de problemas, podendo conduzir à síntese de padrões naturais, comportamentos e organis-*

⁹ Simulações que utilizam a *Geometria Fractal* para simular o crescimento de plantas estão disponíveis no endereço http://zool33.uni-graz.at/schmickl/Artificial_life/Growth_of_plants/growth_of_plants.html (acesso em 02/10/2012).

¹⁰ A palavra “*wetware*” é utilizada para descrever os protocolos e dispositivos moleculares utilizados em biologia molecular e biologia sintética e, nesse contexto, faz alusão à Computação de DNA (Ruben & Landweber, 2000).

mos, e podendo resultar na concepção de novos sistemas que utilizem materiais ou mecanismos naturais para realizar a computação (de Castro & Von Zuben, 2004; de Castro, 2005; de Castro, 2006; de Castro, 2007).

A Computação Natural, cuja filosofia está resumida na Figura 2.4, é uma área de pesquisa inerentemente multidisciplinar e evidencia que a combinação dos conhecimentos construídos nas mais diversas áreas de investigação científica é uma premissa básica para que a vida (sua origem, seu desenvolvimento e seus mecanismos) seja mais bem compreendida, para que o estudo e a simulação de sistemas e processos naturais progridam e para que sejam alimentadas abstrações que conduzam à construção de modelos computacionais para a solução de problemas complexos de engenharia. Esse campo de pesquisa tem patrocinado a proposição de poderosas ferramentas computacionais para a solução de problemas complexos em diversos campos de aplicação e também permitido a geração de novos paradigmas de computação (Paton, R., 1994; Yokomori, 2002; Paton, et al., 2003).

Para que a Computação Natural possa progredir, tendo todo o seu potencial explorado, faz-se necessária uma colaboração sinérgica entre físicos, engenheiros, químicos, biólogos, psicólogos, cientistas da computação e estudiosos de outros campos, de modo que ideias, abordagens, conceitos e conhecimentos sejam compartilhados e “misturados”.

Essa sinergia, além de introduzir novas ideias no âmbito da computação, engenharia e matemática, representa grandes benefícios para as ciências naturais, especialmente a Biologia, bem como para as Ciências Sociais e outras áreas do conhecimento: muitas ferramentas computacionais desenvolvidas a partir de ideias originadas da natureza e das Ciências Biológicas são aplicadas na solução de problemas dentro do próprio contexto das Ciências Naturais, como ocorre nos campos de investigação da Bioinformática e da Biologia Computacional (Attwood & Parry-Smith, 1999; Waterman, 1995).

É importante ressaltar que a pesquisa interdisciplinar apresenta dificuldades que são inerentes à própria ideia de interdisciplinaridade, não apenas em função da necessidade de serem construídos conhecimentos sobre novos sistemas e conceitos, mas, especialmente, em função de que a interdisciplinaridade impõe a necessidade de o pesquisador se ajustar às tradições de pesquisa e comunicação de áreas distintas daquelas que constituem a sua formação. Assim, não é surpreendente que se estabeleça certa relutância, até que se construa uma linguagem comum que permita a troca efetiva de ideias entre as diferentes disciplinas. Para alguns, isso pode simplesmente representar um obstáculo. Para outros, entretanto, essa “dificuldade” cons-

titui um elemento de fascinação da Computação Natural.

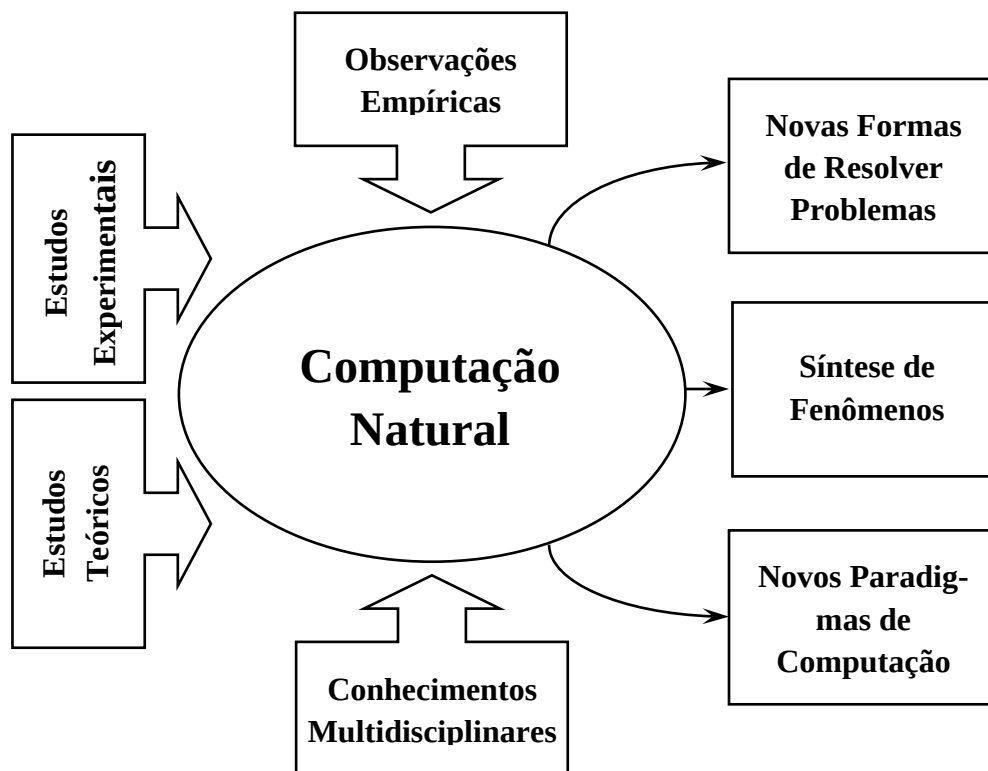


Figura 2.4: A Filosofia da Computação Natural. A Computação Natural integra os estudos teóricos e experimentais da Biologia, da Física e da Química, combinando-os com observações empíricas dos fenômenos naturais e com conhecimentos de diversas outras ciências, de modo a permitir a síntese de fenômenos, o projeto de novas formas de resolver problemas, além da concepção de novos paradigmas de computação (Fonte: adaptada de de Castro (2007)).

A Computação Natural permite também a construção de modelos abstratos da natureza que podem contribuir para a sua compreensão, bem como dos processos inerentes à vida: esses modelos conduzem a abstrações sobre como a natureza opera, alimentando não apenas as ciências naturais, mas também e, especialmente, a primeira das três grandes áreas que constituem a Computação Natural – a Computação Inspirada na Natureza.

A maioria das ferramentas computacionais com as quais a Computação Natural trabalha é baseada em abstrações simplificadas dos processos e mecanismos presentes no fenômeno natural correspondente. Há duas razões essenciais para isso (de Castro, 2007):

1. Primeiramente, simplificações são necessárias para que a computação envolvendo um grande número de entidades seja tratável.
2. Em segundo lugar, é vantajoso, especialmente em termos computacionais, destacar as características mínimas necessárias que permitam que alguns aspectos particulares de um sistema sejam reproduzidos e observar algumas propriedades emergentes. Isso

simplifica a construção de ferramentas inspiradas na natureza, bem como a concepção de modelos para a sua síntese computacional.

Qualquer fenômeno natural é inerentemente complexo e permeado de detalhes e, mesmo que ele seja governado por um conjunto finito de regras, descobri-las e entendê-las não é uma tarefa trivial. Reproduzir essas regras com grande fidelidade é, portanto, uma tarefa complicada. Cabe, pois, ressaltar que a aceitação de um novo paradigma não é vinculada à sua fidelidade à fonte de inspiração ou ao fato de representar uma verdade absoluta, mas sim a dois aspectos fundamentais: a sua factibilidade e a sua utilidade (de Castro, 2001).

É claro que o nível apropriado de abstração e investigação está diretamente vinculado às questões científicas a serem esclarecidas, ao tipo e complexidade do problema que se deseja resolver, ou ao fenômeno que se deseja sintetizar (de Castro, 2006). As regras comportamentais simples que governam o funcionamento de sociedades de insetos discutidas neste capítulo, por exemplo, bem como os princípios básicos da Adaptação Social do Conhecimento baseados na Teoria da Dissonância Cognitiva, são suficientes para que sejam criadas metáforas computacionais que levam à concepção de algoritmos e ferramentas úteis tanto para a resolução de problemas complexos, quanto para a construção de simulações de sistemas biológicos no contexto da Vida Artificial.

A capacidade de resolução de problemas de certos sistemas naturais, ou biológicos, é considerável, podendo, em alguns contextos, ser equivalente ou até superior àquelas das estratégias tecnológicas equivalentes existentes na atualidade. Portanto, elucidar e aplicar um conjunto geral de princípios que governem o comportamento desses sistemas naturais pode levar ao desenvolvimento de novas formas de engenharia (Wolfram, 1986).

A natureza fornece muitos exemplos de sistemas compostos por unidades simples, cuja interação cooperativa e competitiva resulta num comportamento global complexo, como, por exemplo, colônias de insetos, o sistema imunológico e o sistema nervoso central. Uma das principais características desses sistemas é a robustez, expressa sob a forma de uma tolerância a pequenas perturbações em componentes individuais. Essa robustez engloba o princípio da distributividade, em que componentes (agentes) individuais do sistema contribuem de forma parcial para o desempenho global.

Esses exemplos oferecidos pela natureza reafirmam a capacidade de resolução de problemas de um Sistema de Enxame, reiterando também o quanto buscar inspiração na natureza é pertinente para encontrar metáforas para a solução de problemas complexos de engenharia.

2.6 CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO

Neste capítulo, as sociedades de insetos foram utilizadas como arquétipos para a apresentação dos aspectos conceituais necessários para a conceitualização da Inteligência de Enxame. Após essa primeira parte, foram apresentados os conceitos de Sistema de Enxame e Inteligência de Enxame e, em seguida, foi discutida a segunda linha de pesquisa da IE, a Adaptação Social do conhecimento. Por fim, o conceito de Inteligência de Enxame foi visitado, considerando os contextos humano e dos animais, e o capítulo foi encerrado com uma contextualização da IE dentro da Computação Natural.

3 MODELOS DE ALOCAÇÃO DE TAREFAS EM SOCIEDADES DE INSETOS

Do not pray for tasks equal to your powers; pray for powers equal to your tasks. Then the doing of your work shall be no miracle, but you shall be the miracle.

— Phillips Brooks

Emergence has been the holy grail of biologically inspired computing.

—Russ Abbott

Este capítulo apresenta alguns modelos que buscam explicar os processos de alocação de tarefas em sociedades de insetos. Os modelos baseados em auto-organização, que serviram de inspiração para o projeto do algoritmo OptBees, são apresentados com maior riqueza de detalhes, sendo também apresentada uma breve discussão sobre os modelos evolucionários.

3.1 INTRODUÇÃO

Na Seção 2.4 foi apresentada uma discussão sobre a alocação de tarefas em insetos sociais. A conclusão mais importante dessa discussão foi a seguinte: a alocação de tarefas dentro de colônias eussociais funciona de forma consistente e homeostática, mesmo diante de um ambiente externo dinâmico e em constante mudança, sendo que as propriedades de emergência e resiliência permitem enxergar as sociedades de insetos como sistemas complexos adaptativos. Comentou-se também nessa seção que a auto-organização do comportamento social é essencialmente a consequência de laços de realimentação positiva nos quais um efeito comportamental é amplificado no decorrer de sucessivas iterações, seja pelo aumento em cascata do número de indivíduos apresentando o comportamento em questão, seja pelo aumento da probabilidade desse comportamento ser repetido por um indivíduo qualquer (Camazine, et al., 2001), e que a adição de laços de realimentação negativa, nos quais a execução de um comportamento reduz a sua subsequente intensidade ou probabilidade, permite aos sistemas sociais alcançarem o equilíbrio ou homeostase comportamental.

Nesse contexto, este capítulo apresenta alguns modelos que buscam explicar o processo de alocação de tarefas em sociedades de insetos, sendo dada atenção especial àqueles baseados em auto-organização, uma vez que eles serviram de inspiração para o projeto do algoritmo OptBees.

3.2 REVISITANDO A CONCEITUALIZAÇÃO DA ALOCAÇÃO DE TAREFAS

A divisão de trabalho é fundamentalmente um padrão estável de variação entre os trabalhadores dentro de uma colônia em relação às tarefas que eles executam (Oster & Wilson, 1978). Mais especificamente, esse padrão estável é construído com base em dois aspectos:

1. Cada trabalhador se especializa em um subconjunto do repertório completo de tarefas a serem executadas pela colônia; e
2. Esse subconjunto varia de trabalhador para trabalhador.

Os exemplos mais notáveis de alocação de tarefas, excluindo-se o caso dos humanos, ocorrem em sociedades de insetos. Em colônias eussociais, uma pequena quantidade de indivíduos, a casta real, monopoliza a reprodução, enquanto o restante da colônia, a casta dos trabalhadores, executa tarefas tais como cuidar da prole, manutenção do ninho e forragear (Wilson, 1971). Assim, o sucesso de uma colônia é determinado pela capacidade de seus trabalhadores de distribuir a sua força de trabalho eficientemente entre as tarefas e responder, como um grupo, às condições ambientais, que são dinâmicas: ao longo do ciclo de vida de uma colônia, as demandas por algumas tarefas, tais como a construção do ninho ou o forrageamento, podem mudar drasticamente, enquanto para outras tarefas, tais como o controle de temperatura e de umidade, permanecem aproximadamente constantes (Oster & Wilson, 1978; Gordon, 1996). No contexto dos insetos sociais, há dois padrões de alocação de tarefas: o polietismo temporal ou etário e o polietismo morfológico. O polietismo temporal é muito comum e invariavelmente segue o padrão de trabalhadores jovens executando tarefas no ninho, enquanto os trabalhadores mais velhos executam tarefas fora do ninho, tais como a defesa e o forrageamento (Robinson, 1992). O polietismo morfológico pode ser observado em cupins e em espécies de formigas em que a casta dos trabalhadores apresenta subcastas (Oster & Wilson, 1978). Muito embora os padrões de polietismo morfológico sejam variáveis, uma generalização consistente é a de que as subcastas de níveis mais extremos da hierarquia, seja em termos de tamanho ou morfologia, possuem um comportamento mais especializado e um subconjunto menor de tarefas a elas associada (Oster & Wilson, 1978). As especializações mais comuns são para defesa e forrageamento, mas há também especializações para processamento

e armazenamento de alimento. É importante destacar que a especialização é um conceito probabilístico e reflete a tendência de um trabalhador em executar determinadas tarefas com maior probabilidade em relação às demais.

Os primeiros trabalhos sobre a alocação de tarefas em sociedades de insetos foram dedicados a encontrar correlações entre o comportamento e a idade ou a morfologia dos trabalhadores e definir castas como a base dessas correlações (Oster & Wilson, 1978; Seeley, 1982; Wilson, 1985^a; Wilson, 1985b). Essa abordagem possui três limitações para o estudo dos mecanismos que fazem emergir a alocação de tarefas:

1. Variações na execução de tarefas específicas pelos trabalhadores podem ocorrer de forma independente da idade e de variações morfológicas (Beshers & Traniello, 1996; Bourke & Franks, 1995; Calabi & Rosengaus, 1988; Gordon, 1989; Kolmes, 1986);
2. Em condições normais, a idade e/ou morfologia de um trabalhador pode permitir prever qual das tarefas provavelmente será por ele executada, mas os trabalhadores respondem a variações no ambiente social variando o seu comportamento na execução de tarefas de forma independente da idade e de restrições de tamanho (Robinson, et al., 1989);
3. Os trabalhadores podem apresentar flexibilidade comportamental: dependendo das condições e necessidades da colônia, um trabalhador pode executar uma tarefa que ora não fazia parte do seu repertório ou mudar de uma tarefa para outra (Gordon, 1996; Robinson, 1992).

Essas limitações deixam evidente que os modelos de alocação de tarefas devem contemplar não apenas as variações nos repertórios de tarefas dos trabalhadores, mas também a flexibilidade comportamental.

A decisão de um trabalhador sobre executar ou não uma tarefa constitui o cerne do processo de alocação de tarefas. Beshers & Fewell (2001) indicam que os fatores que influenciam nessa decisão podem ser divididos em internos e externos, em função de serem resultados do estado interno do trabalhador ou de suas interações com o ambiente da colônia. Dentre os fatores internos, podem ser citados fatores genéticos, neurais, hormonais e os efeitos da experiência. Já os fatores externos incluem estímulos para tarefas específicas, interações entre os trabalhadores e interações com o ambiente.

Três questões são fundamentais no estudo sobre como os trabalhadores escolhem as suas tarefas (Beshers & Fewell, 2001):

1. Quais são as regras que os trabalhadores seguem no contexto da alocação de tarefas?
2. Como os trabalhadores obtêm informações sobre as necessidades da colônia em relação às tarefas a serem executadas?
3. Quais são os mecanismos internos subjacentes às regras que os trabalhadores seguem no contexto da alocação de tarefas?

3.3 MODELOS BASEADOS EM AUTO-ORGANIZAÇÃO

Os modelos de alocação de tarefas baseados em auto-organização buscam explicar a divisão do trabalho no nível da colônia por meio de regras comportamentais simples, assumindo a inexistência de habilidades cognitivas refinadas e de um controle centralizado. Duarte et al. (2011) classificam esses modelos nos seguintes três grupos, de acordo com os fatores que determinam a emergência das diferenças individuais na escolha de tarefas: 1) dinâmica sinal-resposta, 2) diferenciação espacial e 3) interações sociais.

3.3.1 DINÂMICA SINAL-RESPOSTA

Esses modelos assumem que os indivíduos diferem em suas respostas a sinais ambientais que informam as demandas da colônia por tarefas específicas e que esses sinais são dinâmicos, ou seja, a sua intensidade aumenta ou diminui de acordo com as demandas. Possíveis sinais incluem feromônios emitidos por larvas, a temperatura do ninho e a quantidade de alimento armazenada.

Os modelos de *limiares de resposta* são centrados na hipótese de que os trabalhadores possuem limiares internos para responder a sinais de estímulo específicos associados às tarefas, assumindo que as variações dos limiares fazem emergir a alocação de tarefas (Robinson & Page, 1989). Os limiares, portanto, determinam a intensidade de sinal necessária para que um trabalhador responda. Assim, esses modelos postulam que as tarefas são executadas como respostas a sinais de estímulo específicos e que um trabalhador executa uma tarefa quando o estímulo excede o seu limiar correspondente. O programa comportamental de cada trabalhador inclui um limiar para cada tarefa do seu repertório e é assumido que o estado padrão de um trabalhador é permanecer imóvel (ou em repouso) e não executar nenhuma tarefa (Robinson & Page, 1989).

As variações nos limiares fazem com que a dinâmica do modelo combine especialização individual e flexibilidade comportamental. O subconjunto de trabalhadores com limiares mais

baixos executa uma dada tarefa mesmo quando a intensidade do estímulo a ela associado é baixa, ou seja, esse subconjunto constitui os especialistas nessa tarefa (Robinson & Page, 1989). Entretanto, como todos os trabalhadores possuem limiares associados a cada tarefa, estímulos mais intensos podem resultar no recrutamento de mais trabalhadores para uma tarefa qualquer. Além do mais, na ausência de trabalhadores com limiares baixos para determinada tarefa, trabalhadores com limiares altos podem executá-la.

Esse tipo de modelo incorpora um laço de realimentação negativa no qual o fato de um trabalhador executar uma tarefa diminui a intensidade do sinal de estímulo correspondente: se um trabalhador possui um limiar menor do que o de outro para uma determinada tarefa, ele não apenas irá responder mais cedo ao estímulo para essa tarefa, como também reduzirá a intensidade do sinal de estímulo, de modo que o limiar do segundo trabalhador eventualmente não seja ultrapassado (Robinson & Page, 1989; Page & Mitchell, 1998). Esse laço de realimentação negativa faz com que pequenas variações nos limiares se reflitam em grandes diferenças nos repertórios e na frequência de execução de tarefas (Fewell & Page, 1999; Page & Mitchell, 1998).

Os modelos de *limiares autorreforçados* utilizam o mesmo conceito fundamental de limiares, acrescentando o mecanismo de autorreforço, que postula que o sucesso na execução de uma tarefa aumenta a probabilidade de essa tarefa ser executada novamente (o limiar correspondente é diminuído), enquanto o insucesso ou a ausência de oportunidade reduz essa probabilidade (o limiar correspondente é aumentado) (Deneubourg, et al., 1987; Plowright & Plowright, 1988; Theraulaz, et al., 1998). Esse mecanismo de autorreforço pode potencialmente explicar a ocorrência de especialistas e generalistas em uma grande variedade de sistemas biológicos (Spencer, et al., 1998).

3.3.2 DIFERENCIAÇÃO ESPACIAL

O modelo *busca por trabalho* mostra como um processo flexível de alocação de tarefas com polietismo temporal pode emergir a partir de um algoritmo simples que não possui relação de causalidade com a morfologia ou a idade dos trabalhadores (Tofts, 1993; Tofts & Franks, 1992). O modelo possui dois componentes principais: um algoritmo comportamental que determina a escolha da tarefa pelos trabalhadores e uma organização espacial das tarefas. O algoritmo consiste em (a) executar qualquer tarefa para a qual exista demanda, (b) uma vez executando a tarefa, continuar executando-a, e (c) se a demanda para a tarefa deixar de existir, mover-se para outra área do ninho e procurar executar tarefas nessa nova área. As tarefas são

organizadas espacialmente em zonas, sendo que uma dada tarefa pode ser executada apenas numa zona específica. No modelo, as zonas são organizadas em linha, ou seja, a saída de uma tarefa é entrada para outra, de modo que a oportunidade de executar uma tarefa depende da atividade dos trabalhadores a montante na sequência. Isso constitui uma simplificação do arranjo radial ou concêntrico de muitos ninhos de formigas, nos quais a rainha, as crias e os trabalhadores jovens ficam no centro, os trabalhadores de idade intermediária ficam na periferia e os trabalhadores mais velhos deixam o ninho para atuar na atividade forrageira.

O modelo assume que não há variações intrínsecas entre os trabalhadores nas preferências pelas tarefas (Tofts, 1993), sendo que a dinâmica do processo de alocação de tarefas ocorre em função da variação das probabilidades de, espacialmente, serem encontradas tarefas. Como os repertórios de tarefas dos trabalhadores são determinados por fatores externos, mesmo ocorrendo o surgimento de especialistas e generalistas (Tofts, 1993; Tofts & Franks, 1992), qualquer especialização ou generalização normalmente não persiste. Como as mudanças no processo de alocação de tarefas são guiadas totalmente pela oportunidade de execução de uma tarefa, o modelo gera um processo flexível que varia diretamente em função das mudanças nas demandas de cada tarefa (Franks & Tofts, 1994; Tofts, 1993). No estado de equilíbrio, os trabalhadores permanecem executando a mesma tarefa por longos períodos de tempo. Por meio da inclusão no modelo do nascimento de trabalhadores a certa taxa, que são introduzidos na região correspondente à última tarefa do arranjo, e uma idade máxima que causa a morte de trabalhadores, o polietismo temporal emerge.

O modelo busca por trabalho tem como objetivo demonstrar que a escolha das tarefas não precisa ser dependente da idade dos trabalhadores para que o polietismo temporal ocorra. O fato de ser assumido que todos os trabalhadores possuem a mesma tendência para executar todas as tarefas recebeu muitas críticas (Robinson, et al., 1994; Traniello & Rosengaus, 1997), visto que há muitas evidências que indicam que as escolhas pelos trabalhadores de qual tarefa irão executar são influenciadas por sua genética e sua fisiologia e também que trabalhadores jovens são aptos para a realização de menos tarefas do que os mais velhos (Seid & Traniello, 2006).

3.3.3 INTERAÇÕES SOCIAIS

Esses modelos exploram o papel das interações sociais como o mecanismo que guia o processo de alocação de tarefas, assumindo que as interações entre trabalhadores levam a mudan-

ças em seu estado comportamental e na escolha de tarefas. Os modelos diferem essencialmente na informação que é trocada durante as interações.

Gordon et al. (1992) assumem que cada trabalhador, por meio de interações sociais, recebe informações sobre as tarefas que estão sendo executadas pelos demais trabalhadores. Comparando a distribuição de tarefas que é percebida por meio dessas interações sociais com uma distribuição intrínseca desejada, os trabalhadores mudam de tarefas no caso em que essas distribuições são incompatíveis. Como resultado, é alcançado um estado de equilíbrio em que os trabalhadores se distribuem de acordo com a distribuição intrínseca desejada.

Pacala et al. (1996) desenvolveram um modelo no qual as rentabilidades das tarefas mudam com o passar do tempo. Por meio da comparação da rentabilidade das tarefas executadas por outros com a da tarefa que executa, cada trabalhador decide se vai mudar para uma tarefa mais rentável. Se a rentabilidade é proporcional à eficiência da colônia, esse processo conduz a uma colônia que é capaz de se adaptar às mudanças ambientais, mantendo uma distribuição eficiente dos trabalhadores entre as diversas tarefas.

Outros modelos tratam especificamente da alocação de tarefas entre trabalhadores do ninho e forrageiros, bem como da sua modulação por interações inibitórias entre os dois tipos de trabalhadores (Beshers, et al., 2001; Naug & Gadagkar, 1999). Esses modelos postulam que um mecanismo social simples de ativação e inibição pode explicar o padrão de polietismo temporal normalmente observado em insetos eussociais.

Os *modelos de inibição social* explicam o polietismo temporal como sendo uma interação entre um processo intrínseco de desenvolvimento comportamental e efeitos inibitórios de outros trabalhadores (Beshers, et al., 2001). Assim, esses modelos são centrados no estado comportamental de um trabalhador e em fatores externos, notadamente as interações entre trabalhadores.

Esses modelos são compatíveis com uma estrutura básica de colônia gerada por variações nos limiares individuais dos trabalhadores para as diferentes tarefas. Entretanto, os modelos de inibição social se diferem dos demais em função de abordarem especificamente a questão de como os estados comportamentais dos trabalhadores são regulados. Os modelos de limiar de resposta não são capazes de explicar o polietismo temporal sem adicionalmente considerar os mecanismos que alteram os limiares dos trabalhadores na medida em que eles envelhecem. O conceito de inibição social provê esse mecanismo. Adicionalmente, a organização da força de trabalho que resulta da inibição social não é imediatamente afetada pelas demandas de cada

tarefa, o que permite à colônia responder flexivelmente a condições variáveis, mas mantendo a integridade de sua organização (Page & Robinson, 1991).

Os *modelos de redes* exploram como a alocação de tarefas e a dinâmica do comportamento da colônia podem ser explicadas por interações simples entre trabalhadores. Esses modelos assumem que não há diferenças intrínsecas entre os trabalhadores. Ao invés disso, postulam que as mudanças na alocação de tarefas resultam de interações simples entre trabalhadores que efetivamente constituem um processo de comunicação que permite o espalhamento da informação referente ao número de trabalhadores ativos ou inativos no contexto de uma tarefa específica (Gordon, et al., 1992; Pacala, et al., 1996).

Embora os objetivos dos modelos do tipo busca por trabalho e de redes sejam diferentes, eles compartilham a visão de que a alocação de tarefas pode ser gerada ou mantida por meio de mudanças nas informações locais acessadas por cada trabalhador. Essas informações locais são afetadas pela disponibilidade de tarefas e pela quantidade de trabalhadores engajados em cada tarefa, fazendo com que trabalhadores iniciem ou cessem a execução de determinada tarefa.

Fewel & Bertram (1999) desenvolveram um modelo analítico em que as duas questões apresentadas a seguir são integradas:

1. Como os trabalhadores recebem informações sobre uma tarefa (a demanda por sua execução, especificamente)?
2. Como a variação na percepção dos estímulos afeta na escolha de um trabalhador sobre qual tarefa executar?

O modelo adota a premissa básica dos modelos de limiar de resposta, ou seja, que um trabalhador executa uma tarefa quando a intensidade do estímulo a ela associado ultrapassa o seu limiar interno correspondente. Tanto a distribuição dos limiares para uma tarefa, quanto o processo que define a percepção dos estímulos pelos trabalhadores, podem ser variados no modelo. A distribuição dos limiares é baseada na genética e os trabalhadores recebem informações sobre a demanda pela execução de uma tarefa diretamente, por meio de encontros aleatórios com tarefas normalmente distribuídas no espaço, ou indiretamente, por meio de um processo de transferência social de informação, no qual todos os trabalhadores recebem a informação concorrentemente. É importante destacar que, muito embora esse modelo tenha sido colocado no grupo das interações sociais, ele possui também características que permitem que ele seja inserido nos grupos dinâmica sinal-resposta ou diferenciação espacial.

3.3.4 LIMITAÇÕES DOS MODELOS DE ALOCAÇÃO DE TAREFAS EM SOCIEDADES DE INSETOS BASEADOS EM AUTO-ORGANIZAÇÃO

Por demonstrarem que a emergência da especialização é possível com base em mecanismos simples, os modelos baseados em auto-organização sugerem que processos cognitivos refinados não são necessários para que se obtenha um comportamento coletivo complexo. Entretanto, esses modelos normalmente não consideram as trajetórias evolutivas que podem levar à alocação de tarefas. Isso também vale para os modelos de auto-organização que, implicitamente, incorporam o conceito de adaptação. Por exemplo, em modelos de interação social, os algoritmos de escolha de tarefas são projetados para favorecer as tarefas para as quais há uma maior necessidade. No entanto, as questões de como e por que os indivíduos são dotados de conhecimento intrínseco das necessidades da colônia não são abordadas. Sem uma ideia clara de como a seleção natural moldou o mecanismo de escolha de tarefa subjacente a um modelo de auto-organização, a compreensão da divisão do trabalho auto-organizada permanece incompleta (Duarte, et al., 2011). Bonabeau et al. (1997) declararam: “... a seleção natural, operando em parâmetros que modulam as propriedades individuais e da colônia, certamente escolheu as formas de auto-organização que são observadas nos insetos sociais, porque elas são adaptáveis ou cooperativas.” No entanto, poucos estudos têm sido feitos para desenvolver cenários realistas de como os mecanismos subjacentes à alocação de tarefas auto-organizada evoluem com o passar das gerações (Duarte, et al., 2011). Dentre esses estudos, que constituem os modelos evolucionários de alocação de tarefas, destacam-se o modelo baseado em *proporções ótimas de castas* (Oster & Wilson, 1978), construído com base na aplicação de princípios de otimalidade para entender as distribuições de castas e tarefas numa colônia, e os modelos de *especialização adaptativa*, que são centrados em como o processo de evolução fez surgir diferentes especialistas (Wakano, et al., 1998). Alguns modelos de especialização adaptativa foram, inclusive, propostos para contextos diferentes do das sociedades de insetos (Wahl, 2002; Nee, 1987; Tannenbaum, 2007).

3.4 CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO

Neste capítulo, foram apresentados alguns modelos que buscam explicar os processos de alocação de tarefas em sociedades de insetos. Inicialmente, a conceitualização da alocação de tarefas, apresentada na Seção 2.4, foi revisitada. Em seguida, foram apresentados os modelos baseados em auto-organização que, por terem servido de inspiração para o projeto do algoritmo OptBees, foram discutidos com mais detalhes. Por fim, partindo de uma reflexão sobre as

limitações dos modelos de alocação de tarefas em sociedades de insetos baseados em auto-organização, foram brevemente discutidos os modelos evolucionários.

No próximo capítulo, o algoritmo OptBees, que foi inspirado nos comportamentos de forrageamento e de coleta de alimentos de abelhas e nos mecanismos (e seus modelos) envolvidos no processo auto-organizado de alocação de tarefas em sociedades de insetos que foram apresentados neste capítulo, será apresentado e cada um dos seus passos detalhado e posicionado frente aos conceitos apresentados neste capítulo e no Capítulo 2.

4 O ALGORITMO OPTBEES

*Discovery is seeing what everyone else has seen
and thinking what no one else has thought.*

— Albert Szent-Gyorgi

*Nossas melhores idéias são geralmente aquelas
que unem dois mundos distintos.*

— M. Minsky

Este capítulo descreve detalhadamente o algoritmo OptBees, proposto para a resolução de problemas de otimização mono-objetivo em espaços contínuos. Inicialmente é apresentado o contexto geral e, em seguida, é apresentada uma visão geral do comportamento de forrageamento e coleta de alimentos das abelhas, que corresponde à inspiração inicial do algoritmo. Cada um dos passos do algoritmo é então detalhado, sendo apontadas as inspirações biológicas correspondentes no âmbito dos modelos de alocação de tarefas em sociedades de insetos baseados em auto-organização. Por fim, é apresentada uma discussão sobre como conceitos discutidos nos Capítulos 2 e 3, tais como Inteligência de Enxame, Complexidade, Emergência e Auto-organização, podem ser enxergados no OptBees.

4.1 CONTEXTO GERAL

No Capítulo 2, no qual as sociedades de insetos foram utilizadas como arquétipos para a conceitualização da Inteligência de Enxame, um dos tópicos discutidos (Seção 2.3.5) incluiu os processos de tomada de decisão coletiva que são comuns nas colônias. Na oportunidade, foram apontadas as seguintes habilidades de tomada de decisão coletiva por sociedades de insetos (Gadau & Fewell, 2009):

- Selecionar a melhor dentre diversas alternativas.
- Comparar opções considerando diversos atributos.
- Ajustar as preferências de acordo com o contexto ambiental e o estado da colônia.
- Balancear a velocidade e a precisão da tomada de decisão.

Foram, ainda, apresentados os seguintes mecanismos subjacentes às habilidades da tomada de decisão coletiva por sociedades de insetos (Gadau & Fewell, 2009):

- Realimentação positiva gerada pelo processo de recrutamento.
- Regras de quórum e limiares que controlam transições nos processos de recrutamento e filtram os erros individuais.
- Regras individuais de avaliação baseadas em dados simples, porém informativos.
- Algoritmos de comportamento que podem ser sintonizados de acordo com o contexto da decisão.
- Tomada de decisão independente por um grande número de indivíduos.
- Abandono de opções por trabalhadores individuais para evitar impasses.

Considerando o contexto específico dos processos de tomada de decisão coletiva por colônias de abelhas em problemas de forrageamento, bem como de busca por locais para a construção de um novo ninho, foram destacadas as seguintes características (Gadau & Fewell, 2009):

- As abelhas dançam para recrutar outras abelhas para uma fonte de alimento.
- As abelhas ajustam a exploração e recuperação de alimentos de acordo com o estado da colônia.
- As abelhas exploram múltiplas fontes de alimento simultaneamente, mas quase invariavelmente convergem para o mesmo novo local de construção do ninho.
- Há uma relação positiva linear entre o número de abelhas dançando e a quantidade de abelhas recrutadas para uma fonte de alimento: esse sistema de recrutamento linear faz com que as trabalhadoras sejam equilibradamente distribuídas entre opções similares.
- A dança das abelhas comunica a distância e a direção dos novos sítios para ninhos. O recrutamento para o novo sítio continua até que um limiar de número de abelhas seja atingido.
- A qualidade da fonte de alimentos influencia a dança das abelhas.
- Todas as abelhas se aposentam após algum tempo, o que significa que, independentemente da qualidade do novo sítio, as abelhas param de recrutar outras. Essa aposentadoria depende da qualidade do sítio: quanto maior, mais tardia.

A próxima seção apresenta uma visão geral do comportamento de forrageamento e coleta de alimentos das abelhas. Esse comportamento, que constitui um processo de tomada de decisão coletiva, foi a inspiração inicial para a proposição do algoritmo OptBees, que será detalhado na Seção 4.3.

4.2 VISÃO GERAL DO COMPORTAMENTO DE FORRAGEAMENTO E COLETA DE ALIMENTOS DAS ABELHAS

Muitos comportamentos das abelhas podem ser enxergados como processos auto-organizados que podem ser explicados por meio de regras simples que são seguidas por cada abelha (Seeley, et al., 1991). Como exemplos, podem ser citados a coleta e processamento de néctar, tarefas essas que são executadas de forma altamente organizada e incluem mecanismos eficientes de comunicação e compartilhamento de informações. Entre as abelhas melíferas, a comunicação pode ser efetuada por meio de sons, substâncias químicas, tato, danças e até mesmo estímulos eletromagnéticos, sendo que a trofalaxia (transferência de líquido ou alimento) se apresenta como um dos mecanismos mais importantes. No contexto do forrageamento e busca por alimentos, a dança tem um papel de destaque, visto que permite que uma abelha informe para outras a localização exata de uma fonte de alimento (Seeley, et al., 1991).

As abelhas possuem uma capacidade de orientação espacial aprimorada que é baseada principalmente na posição do sol (bússola solar): o ângulo entre a sua própria rota de vôo e uma linha horizontal imaginária traçada a partir da colmeia, na direção do sol, permite que elas registrem uma posição da qual jamais se esquecem, o que constitui uma espécie de memória geográfica. Além disso, as abelhas também podem se orientar no espaço com base em cores e odores de flores (Seeley, 1995).

Uma colônia de abelhas deve acumular, no verão, um suprimento de alimento suficiente para o inverno, quando as fontes de alimento tornam-se escassas. A coleta de alimentos é feita pelas abelhas campeiras (operárias). A colônia de abelhas coordena a sua atividade de coleta de uma maneira eficiente, enviando as abelhas para múltiplas direções simultaneamente para explorar uma grande área de busca, mas empenhando um esforço maior de exploração nas fontes de néctar mais proveitosas dentre todas já conhecidas. Após colher o néctar, a abelha retorna à colmeia, tendo em sua memória informações sobre os odores, as cores e as formas das flores. Dentro da colmeia e, portanto, longe da luz solar, a abelha campeira dança de maneiras distintas conforme a localização da florada. Cada colmeia possui uma região específica na qual as abelhas que descobriram fontes de néctar dançam, de modo a tentar convencer as suas companheiras a segui-las (cada abelha que dança tenta recrutar outras para explorar a fonte de alimento por ela descoberta). Cada abelha seguidora (ou recrutada) decide aceitar ou não o recrutamento de uma abelha dançarina (ou recrutadora). Durante o vôo, a abelha operária coleta uma carga de néctar e retorna à colmeia, transferindo o néctar para outra abelha operária que cuidará do seu armazenamento. Depois de ceder o alimento, a abelha pode: (a) abandonar a

fonte de alimento e tornar-se novamente uma exploradora; (b) continuar a coleta na fonte de alimento sem recrutar as companheiras; ou (c) dançar e assim recrutar as companheiras antes de retornar para a fonte de alimento. As abelhas optam por uma dessas três possibilidades de forma probabilística. Dentro da área apropriada, as abelhas dançam, anunciando diferentes áreas de néctar. Durante a dança, cada abelha campeira indica a direção da fonte de alimento em relação às posições da colmeia e do sol. A campeira pode interromper a sua dança a curtos intervalos de tempo e oferecer às abelhas seguidoras que a estão observando uma gota do néctar que coletou; fazendo isso, ela informa os odores do néctar e da flor e as demais operárias que aceitarem o recrutamento partem em busca dessa fonte. A intensidade do recrutamento aumenta em função da vivacidade e da duração da dança, cujo tipo depende da distância entre a colmeia e a florada correspondente. A distância entre colmeia e a fonte de néctar é informada pelo número de vibrações (requebrados) realizadas e pela intensidade do som emitido durante a dança: quanto menor a distância entre a fonte e a colmeia, maior o número de vibrações. Portanto, as danças indicam que há uma fonte abundante de alimento, os movimentos indicam a distância e a orientação, e o néctar ou pólen passado para as recrutadas as ajuda a reconhecer a fonte pelo odor do alimento (Seeley, 1995).

Os mecanismos pelos quais uma abelha decide seguir uma dançarina específica não são bem conhecidos, mas considera-se que o recrutamento entre as abelhas é sempre uma função da qualidade da fonte de alimento. Sabe-se, também, que nem todas as abelhas começam a buscar alimento simultaneamente.

4.3 OPTBEES – UM NOVO ALGORITMO INSPIRADO EM ABELHAS PARA OTIMIZAÇÃO MONO-OBJETIVO EM ESPAÇOS CONTÍNUOS

Buscando inspiração inicialmente nos processos de tomada de decisão coletiva por colônias de abelhas, notadamente o comportamento de forrageamento e coleta de alimentos, foi proposto o algoritmo OptBees para problemas de otimização multimodal mono-objetivo em espaços contínuos (Maia, et al., 2010a; Maia, et al., 2010b; Maia, et al., 2012). O OptBees foi projetado para possuir as capacidades de geração e manutenção de diversidade, de modo a conseguir explorar a multimodalidade dos problemas, encontrando diversos ótimos locais e retornando, numa única execução, um conjunto de soluções distintas de alta qualidade. Muito embora o algoritmo tenha sido inspirado inicialmente nas características interessantes dos processos de tomada de decisão coletiva por colônias de abelhas, seus operadores foram concebidos tendo como inspiração mais específica os mecanismos (e seus modelos) envolvidos

no processo auto-organizado de alocação de tarefas em sociedades de insetos que foram apresentados no Capítulo 3.

Os passos principais do algoritmo OptBees estão apresentados no Pseudocódigo 4.1.

Pseudocódigo 4.1 – Algoritmo OptBees

Parâmetros de Entrada:

- ✓ n_i : número inicial de abelhas ativas (corresponde também ao número mínimo de abelhas ativas).
- ✓ n_{max} : número máximo de abelhas ativas.
- ✓ n_{mean} : esforço médio de forrageamento.
- ✓ ρ_i : raio de inibição social.
- ✓ p_{min} : probabilidade mínima de uma abelha ser recrutadora.
- ✓ p_{rec} : percentual de abelhas não-recrutadoras que serão de fato recrutadas.

Parâmetros de Saída:

- ✓ Abelhas ativas e os valores correspondentes da função objetivo (as abelhas recrutadoras correspondem às soluções retornadas como possíveis ótimos locais).
1. Gerar aleatoriamente um enxame de n_i abelhas (ativas).
enquanto (critério de parada não estiver satisfeito) **faça**
 2. Avalie as qualidades das fontes de alimento sendo exploradas pelas abelhas ativas.
 3. Aplique o operador de busca local.
 4. Determine as abelhas recrutadoras.
 5. Atualize o número de abelhas ativas.
 6. Determine as abelhas a serem recrutadas e as abelhas exploradoras.
 7. Execute o processo de recrutamento.
 8. Execute o processo de exploração.**fim enquanto**
 9. Avalie as qualidades das fontes de alimento sendo explorados pelas abelhas ativas.
 10. Aplique o operador de busca local.
-

No OptBees, uma abelha pode pertencer a um de dois grupos principais: abelhas ativas e abelhas inativas. As abelhas inativas correspondem àquelas que ficam na colmeia sem estarem engajadas em tarefa alguma (esse é o estado padrão de um trabalhador nos modelos de alocação de tarefas do tipo limiares de resposta). Já as abelhas ativas podem pertencer a um de três tipos, de acordo com a tarefa na qual estão engajadas: 1) *recrutadoras*, responsáveis por recrutar outras abelhas para explorar certa região (promissora) do espaço de busca; 2) *recrutadas*, que são recrutadas pelas recrutadoras para explorar certa região (promissora) do espaço de busca; ou 3) *exploradoras*, que buscam aleatoriamente por novas regiões promissoras no espaço de busca. Inicialmente, as abelhas ativas voam pelo espaço de busca, procurando por fontes de alimento de alta qualidade (regiões promissoras no espaço de busca). De acordo com as qualidades das fontes de alimento que estão sendo exploradas pelas abelhas ativas, cada uma delas é classificada como recrutadora ou não-recrutadora. Isso significa que múltiplas fontes de alimento (regiões promissoras) podem ser exploradas simultaneamente, tal como

ocorre no contexto das colônias de abelhas reais. As abelhas recrutadoras atraem algumas das abelhas não-recrutadoras para explorarem as fontes de alimento que exploram (assim como ocorre na natureza, o número de abelhas que cada recrutadora recruta é proporcional à qualidade de fonte de alimento que ela explora) e as demais abelhas não-recrutadoras, as exploradoras, buscam aleatoriamente por novas regiões promissoras. Esse processo de recrutamento simula a dança das abelhas. Caso as abelhas ativas descubram um grande número de fontes de alimento de alta qualidade, algumas das abelhas inativas tornam-se ativas e se envolvem a atividade forrageira. Isso foi inspirado nos fatos de que, embora os mecanismos pelos quais uma abelha decide seguir uma dançarina específica não sejam bem conhecidos, sabe-se que nem todas as abelhas começam a buscar alimento simultaneamente, e também no fato de que as abelhas ajustam a exploração e recuperação de alimentos de acordo com o estado da colônia e o contexto ambiental.

Nas próximas seções, cada um dos passos do OptBees será detalhado.

4.3.1 INICIALIZAÇÃO (PASSO 1)

O algoritmo OptBees foi desenvolvido para resolver problemas de otimização mono-objetivo em espaços contínuos. Assim, a escolha natural para a representação das abelhas é a utilização de vetores de números reais. As n_i abelhas ativas são inicializadas aleatoriamente¹¹ por meio da criação de vetores de números reais em um espaço de dimensão D , sendo D o número de coordenadas (dimensão) do problema a ser resolvido, de acordo com os limites do espaço de busca.

4.3.2 AVALIAÇÃO DAS QUALIDADES DAS FONTES DE ALIMENTO SENDO EXPLORADAS PELAS ABELHAS ATIVAS (PASSOS 2 E 9)

As qualidades das fontes de alimento sendo exploradas pelas abelhas ativas são determinadas utilizando-se os valores da função-objetivo $f(\mathbf{x})$ correspondentes ao vetor de números reais representado por cada uma delas. Como conceitualmente a qualidade é uma característica a ser maximizada, para problemas de minimização faz-se necessário um tratamento que faça o mapeamento apropriado entre os valores da função-objetivo e os valores correspondentes de qua-

¹¹ Outros métodos de inicialização podem ser utilizados.

lidade. Considerando-se n_{active} o número de abelhas ativas numa dada iteração, a determinação dos valores de qualidade q_i para cada uma das n_{active} abelhas ativas em uma iteração qualquer pode ser feita utilizando-se a Equação (4.1), na qual $\mathbf{x}_i$ representa o vetor de números reais codificado pela abelha ativa i ($i = 1, 2, \dots, n_{active}$).

$$f_{adapted}(\mathbf{x}_i) = \begin{cases} -f(\mathbf{x}_i), & \text{para problemas de minimização} \\ f(\mathbf{x}_i), & \text{para problemas de maximização} \end{cases} \quad (4.1)$$

$$q_i = f_{adapted}(\mathbf{x}_i), \quad i = 1, 2, \dots, n_{active}$$

4.3.3 BUSCA LOCAL (PASSO 3)

Um primeiro aspecto a ser destacado é que qualquer algoritmo de busca local para problemas de otimização em espaços contínuos pode ser utilizado no OptBees. Neste trabalho, foi utilizado o operador *LocalSearch1*, proposto como parte do algoritmo MTS (*Multiple Trajectory Search*) (Tseng & Chen, 2008), que foi o vencedor da competição de Otimização Global de Larga Escala do *IEEE Congress on Evolutionary Computation* (CEC) em 2008 (Tang, et al., 2007). Esse operador de busca local opera sequencialmente e independentemente em cada dimensão (variável) das soluções candidatas, aumentando e diminuindo os valores de cada uma dessas variáveis de acordo com um intervalo de busca que é reduzido caso esse processo de alteração dos valores das variáveis não faça com que a solução candidata sendo processada melhore. Os passos desse operador de busca local, contemplando uma pequena modificação, estão apresentados no Pseudocódigo 4.2. A modificação consiste em considerar SR como um valor que limita o aumento ou diminuição dos valores de cada uma das variáveis. Para tanto, utiliza-se, para cada variável, um multiplicador que é determinado por meio da geração de um número aleatório com distribuição uniforme no intervalo $[0, 1]$. Esse multiplicador também é utilizado na redução do intervalo de busca quando não houve melhoria na solução candidata na iteração anterior. As partes do pseudocódigo em que ocorreram modificações estão sublinhadas. Na versão original, o passo 1 corresponde a $SR[k, :] \leftarrow 0,5 \cdot SR[k, :]$, não há o passo 4, o passo 5 corresponde a $X_k[i] \leftarrow X_k[i] - SR[k, i]$ e o passo 9 corresponde a $X_k[i] \leftarrow X_k[i] + 0,5 \cdot SR[k, i]$. Essa modificação foi considerada em função de que, em diversos testes, o desempenho do OptBees utilizando o operador modificado foi melhor do que o daquele utilizando o operador em sua versão original.

Na proposta original de (Tseng & Chen, 2008), o intervalo de busca do operador *LocalSearch1* é inicializado com um valor correspondente a metade do domínio de cada variável.

Como no OptBees espera-se que cada solução candidata que esteja sendo submetida ao operador de busca local seja refinada em relação ao ótimo local mais próximo e não dentro de todo o espaço de busca, sugere-se, então, que o intervalo de busca do *LocalSearch1* seja inicializado com o raio de inibição social ρ_i , o que fará com que a busca local explore apenas a região correspondente à vizinhança de cada solução. No entanto, caso o usuário deseje que o algoritmo trabalhe em modo de otimização global, sem que seja necessário encontrar a maior quantidade possível de ótimos locais, recomenda-se que o valor de *SR* seja inicializado de acordo com o direcionamento da proposta original, ou seja, como metade do domínio da variável correspondente.

Pseudocódigo 4.2 – Operador de Busca Local *LocalSearch1*

Parâmetros de Entrada:

- ✓ X_k : k -ésima solução candidata da população.
- ✓ D : número de variáveis (dimensão) do problema.
- ✓ N : número de soluções candidatas da população.
- ✓ SR : matriz de dimensões $N \times D$ com intervalos de busca para cada dimensão de cada solução candidata.
- ✓ *Improve*: vetor booleano, de tamanho N , que indica se houve melhoria na última execução do operador para cada solução candidata (todas as posições são inicialmente iguais a TRUE).
- ✓ *Limite superior*: vetor de tamanho D com os limites superiores dos domínios de cada variável do problema.
- ✓ *Limite inferior*: vetor de tamanho D com os limites inferiores dos domínios de cada variável do problema.

Parâmetros de Saída:

- ✓ SR : matriz com intervalos de busca atualizados para a solução candidata k (linha k atualizada).
- ✓ *Improve*: vetor booleano com a posição k , que indica se houve melhoria na solução X_k atualizada
- ✓ X_k : nova k -ésima solução candidata da população (melhor ou igual à original).

se (*Improve*[k] = FALSE) **então**

1. $SR[k, :] \leftarrow 0,5 \cdot \underline{\text{Multiplicadores}} \cdot SR[k, :]$ {O produto é realizado elemento a elemento}

Para i de 1 até D **faça**

Se ($SR[k, i] < 1 \cdot e^{-15}$) **então**

 2. $SR[k, i] \leftarrow 0,4 \cdot (\text{limite superior}[i] - \text{limite inferior}[i])$

fim se

fim para

fim se

3. *Improve*[k] $\leftarrow$ FALSE

Para i de 1 até D **faça**

 4. $\underline{\text{Multiplicadores}}[i] = \text{número aleatório com distribuição uniforme no intervalo } [0, 1]$

 5. $X_k[i] \leftarrow X_k[i] - \underline{\text{Multiplicadores}}[i] \cdot SR[k, i]$

 6. Avaliar o valor da função-objetivo para X_k

Se (a solução X_k não melhorou e tampouco piorou) **então**

 7. Restaurar o valor original de $X_k[i]$

Ssenão

Se (a solução X_k piorou) **então**

 8. Restaurar o valor original de $X_k[i]$

```

9.  $X_k[i] \leftarrow X_k[i] + 0,5 \cdot \text{Multiplicadores}[i] \cdot SR[k, i]$ 
   Se (a solução  $X_k$  não melhorou) então
10. Restaurar o valor original de  $X_k[i]$ 
   Senão
11.  $\text{Improve}[k] \leftarrow \text{TRUE}$ 
   fim se
Senão
12.  $\text{Improve}[k] \leftarrow \text{TRUE}$ 
   fim se
fim se
fim para

```

Um último aspecto a ser destacado sobre esse operador de busca local é o fato de ele exigir um elevado número de avaliações da função-objetivo (até duas avaliações para cada variável de cada solução candidata em cada iteração). Por isso, há a opção de ele ser aplicado a todas as abelhas ativas, a todas as recrutadoras ou apenas à abelha correspondente à melhor abelha da iteração corrente. Neste trabalho, nos contextos em que o desejo é a obtenção da maior quantidade possível de ótimos locais, o operador foi aplicado a todas as abelhas recrutadoras e, quando a intenção é apenas a otimização global, a aplicação do operador se restringiu à abelha correspondente à melhor solução da iteração corrente, sendo utilizadas sempre 20 iterações.

4.3.4 DETERMINAÇÃO DAS ABELHAS RECRUTADORAS (PASSO 4)

O processo de determinação das abelhas recrutadoras, que envolve três etapas, além de ser baseado no comportamento de forrageamento e coleta de alimentos das abelhas, é inspirado nos modelos de alocação de tarefas em sociedades de insetos centrados na dinâmica sinal-resposta e em interações sociais apresentados no Capítulo 3. Na primeira etapa, uma probabilidade p_i ($i = 1, 2, \dots, n_{active}$) de ser classificada como recrutadora é associada a cada uma das n_{active} abelhas ativas. Essas probabilidades são calculadas utilizando-se a Equação (4.2), na qual q_i representa a qualidade da fonte de alimento sendo explorada pela abelha i ($i = 1, 2, \dots, n_{active}$), q_{min} e q_{max} representam, respectivamente, as qualidades mínima e máxima dentre as fontes de alimentos que estão sendo exploradas pelas abelhas ativas na iteração corrente e p_{min} define a probabilidade mínima de uma abelha ativa ser classificada como recrutadora.

$$p_i = \left(\frac{1 - p_{min}}{q_{max} - q_{min}} \right) \cdot (q_i - q_{min}) + p_{min}, \quad i = 1, 2, \dots, n_{active} \quad (4.2)$$

Na segunda etapa, as abelhas são processadas e, de acordo com as probabilidades calculadas

na primeira etapa, são classificadas como recrutadoras ou não-recrutadoras. Um número aleatório com distribuição uniforme no intervalo $[0, 1]$, que exerce o papel de um estímulo ambiental, é gerado para cada abelha ativa i ($i = 1, 2, \dots, n_{active}$), de modo que, quanto maior for o valor de p_i , mais provável será que essa abelha seja classificada como recrutadora (nesse caso, a intensidade do estímulo é inversamente proporcional ao número aleatório). Considerando o contexto dos modelos de alocação de tarefas baseados em limiar de resposta, que fazem parte dos modelos centrados na dinâmica sinal-resposta, essa probabilidade de uma abelha ser recrutadora corresponde, funcionalmente, a um limiar de resposta. Além do mais, a variação dessa probabilidade (limiar) em função da qualidade da fonte de alimento sendo explorada pela abelha corresponde ao processo de autorreforço, que postula que o sucesso de um indivíduo na execução de uma tarefa aumenta a probabilidade de esse indivíduo executar essa tarefa, enquanto o insucesso ou a ausência de oportunidade reduz essa probabilidade. Na terceira etapa, as abelhas recrutadoras são processadas, de acordo com as qualidades correspondentes das fontes de alimento que exploram, da melhor para a pior. Para cada abelha recrutadora, as demais recrutadoras que estiverem dentro do seu raio de inibição social ρ_i (a uma distância euclidiana inferior ao raio de inibição social ρ_i) são inibidas, ou seja, passam a ser classificadas como não-recrutadoras. Seja $d(i, j)$ a distância Euclidiana entre as abelhas i e j e considere o conjunto de abelhas recrutadoras sempre ordenado em ordem crescente de qualidades. Considerando-se $n_{recruiters}$ como o número de abelhas recrutadoras numa dada iteração, o processo de inibição social pode ser formulado da seguinte maneira, para cada abelha recrutadora j : para todas as demais abelhas recrutadoras i ($i = 1, 2, \dots, n_{recruiters}; i \neq j$), se $d(i, j) < \rho_i$, a abelha i é classificada como não-recrutadora. Esse processo de inibição social é inspirado nos modelos de alocação de tarefas em sociedades de insetos que explicam o polietismo temporal como sendo consequência de uma interação entre um processo intrínseco de desenvolvimento comportamental e efeitos inibitórios de outros trabalhadores.

A Equação (4.2) realiza um escalonamento linear entre a qualidade da fonte de alimento sendo explorada por uma abelha e a probabilidade dessa abelha ser uma recrutadora. Esse escalonamento permite que se controle a tendência (probabilidade) de uma abelha ativa que explora uma fonte de alimento de baixa qualidade em relação àquelas sendo exploradas pelas demais abelhas ativas seja classificada como recrutadora: valores altos de p_{min} correspondem a atribuir a essa abelha uma alta probabilidade de ser classificada como recrutadora, enquanto valores baixos correspondem a atribuir a essa abelha um valor baixo para essa probabilidade. Isso representa um controle da flexibilidade comportamental e da quantidade de especialistas na tarefa de recrutar que irá emergir: valores altos fazem com que a flexibilidade comporta-

mental seja elevada, pois todas as abelhas ativas terão uma grande tendência de serem classificadas como recrutadoras, enquanto valores pequenos farão com que apenas as abelhas ativas que exploram as melhores fontes de alimento tenham grande tendência de serem classificadas como recrutadoras, sendo que essas abelhas poderão eventualmente se especializar nessa tarefa. O fato de o comportamento ser probabilístico faz com que, naturalmente, mesmo com valores elevados de p_{min} , ainda exista flexibilidade comportamental, visto que as abelhas ativas ainda poderão, mesmo com uma probabilidade reduzida, não ser classificadas como recrutadoras.

4.3.5 ATUALIZAÇÃO DO NÚMERO DE ABELHAS ATIVAS (PASSO 5)

Na Seção 4.2 foi comentado que os mecanismos pelos quais uma abelha decide seguir uma dançarina específica não são bem conhecidos, mas que é sabido que nem todas as abelhas começam a buscar alimento simultaneamente. No OptBees, o parâmetro n_i determina o número inicial de abelhas ativas, que são aquelas engajadas na atividade forrageira, enquanto o parâmetro n_{max} define o número máximo de abelhas ativas. A variação do número de abelhas ativas, que também representa flexibilidade comportamental, é baseada no fato de que nem todas as abelhas começam a buscar alimento simultaneamente e de que, ao longo do ciclo de vida de uma colônia, as demandas por algumas tarefas, tais como a construção do ninho ou o forrageamento, podem mudar drasticamente, sendo que as colônias de abelhas são capazes de ajustar a exploração e a recuperação de alimentos de acordo com a demanda (quantidade de fontes de alimento de alta qualidade encontradas) e o estado da colônia (quantidade de abelhas que podem se envolver na atividade forrageira).

Para a explicação do processo de atualização do número de abelhas ativas, será assumido que, após o passo 4, r é o número de abelhas recrutadoras. O esforço médio de forrageamento n_{mean} determina o número desejado de abelhas não-recrutadoras para cada abelha recrutadora, ou seja, em uma dada iteração, o número $n_d = (r + 1) \cdot n_{mean}$ determina o número desejado de abelhas ativas. Caso esse número n_d seja maior do que o número atual de abelhas ativas n_{active} , $n_{adjust} = n_d - n_{active}$ é o número necessário de abelhas que devem se tornar ativas para que o número n_d de abelhas ativas seja alcançado; caso n_d seja menor do que o número atual de abelhas ativas, $n_{adjust} = n_{active} - n_d$ é o número de abelhas ativas que devem se tornar inativas para que o número desejado n_d de abelhas ativas seja alcançado. Esse processo respeita os números máximo n_{max} e mínimo n_i de abelhas ativas: se $n_d > n_{max}$, então n_d é forçado para n_{max} ; se $n_d < n_i$, então n_d é forçado para n_i (o número mínimo de abelhas ativas é igual ao número inicial de abelhas ativas n_i). Quando uma abelha inativa se torna ativa, ela é inserida em um ponto do

espaço de busca escolhido aleatoriamente. Para o processo de inativação, as abelhas são escolhidas de acordo com a qualidade das fontes de alimento que exploram: da pior para a melhor.

Esse processo de atualização do número de abelhas ativas permite que o esforço de forrageamento (computacional) seja adaptado de acordo com o número de abelhas recrutadoras, que indiretamente representa a quantidade de regiões promissoras (fontes de alimento de alta qualidade) ora conhecidas, e com os números mínimo e máximo de abelhas ativas, que representam quantidade de abelhas que podem se envolver na atividade forrageira.

4.3.6 DETERMINAÇÃO DAS ABELHAS RECRUTADAS E DAS ABELHAS EXPLORADORAS (PASSO 6)

O número de abelhas não-recrutadoras é determinado por $n_{nr} = n_{active} - r$. Apenas um percentual das abelhas não-recrutadoras, determinado pelo parâmetro p_{rec} , será recrutado e as demais abelhas serão as exploradoras. Assim, o número de abelhas recrutadas é $n_r = [p_{rec} \cdot n_{nr}]$ ($[\cdot]$ denota a função inteiro mais próximo) e o número de abelhas exploradoras é $n_s = n_{nr} - n_r$. O processo de determinação das abelhas que serão recrutadas envolve dois passos. No primeiro passo, o número de abelhas recrutadas a ser associado a cada recrutadora é determinado. A qualidade relativa da fonte de alimento sendo explorada por cada recrutadora em relação às fontes sendo exploradas pelas demais recrutadoras determina esse número, de forma que cada recrutadora recrutará um número de abelhas proporcional à qualidade da fonte de alimento que explora: seja nr_i o número de abelhas recrutadas a ser associado à abelha recrutadora i , $Q_{recruiters}$ a soma das qualidades das fontes de alimentos sendo exploradas por todas as abelhas recrutadoras e q_i a qualidade da fonte de alimento sendo explorada pela abelha i . Os valores de nr_i ($i = 1, 2, \dots, r$) são calculados utilizando-se a expressão $nr_i = [(q_i/Q_{recruiters}) \cdot n_r]$ ($[\cdot]$ denota a função inteiro mais próximo e $Q_{recruiters} = \sum_{i=1}^r q_i$).

Uma vez determinados os números de abelhas recrutadas a serem associadas a cada abelha recrutadora, as abelhas não-recrutadoras são processadas e cada uma delas é associada à recrutadora mais próxima dentre aquelas que ainda não têm a elas associado um número de abelhas recrutadas igual ao número nr_i correspondente determinado no primeiro passo. Após esses procedimentos, as n_s abelhas não-recrutadoras restantes são consideradas abelhas exploradoras.

4.3.7 PROCESSO DE RECRUTAMENTO (PASSO 7)

No processo de recrutamento (dança), as abelhas recrutadoras atraem outras abelhas para as

fontes de alimento que exploram. Esse processo de recrutamento é efetuado utilizando-se as Equações (4.3) ou (4.4), nas quais $\mathbf{x}_i$ é a abelha recrutada, $\mathbf{y}$ é a abelha recrutadora, u é um número aleatório com distribuição uniforme no intervalo $[0,1]$, $\mathbf{U}$ é um vetor cujos elementos são números aleatórios com distribuição uniforme no intervalo $[0,1]$ ($\mathbf{U}$ tem a mesma dimensão dos vetores $\mathbf{x}_i$ e $\mathbf{y}$) e o símbolo $\otimes$ denota o produto vetorial elemento-a-elemento.

$$\mathbf{x}_i = \mathbf{x}_i + 2 \cdot \mathbf{U} \otimes (\mathbf{y} - \mathbf{x}_i) \quad (4.3)$$

$$\mathbf{x}_i = \mathbf{x}_i + 2 \cdot u \cdot (\mathbf{y} - \mathbf{x}_i) \quad (4.4)$$

Em cada recrutamento, a escolha de qual equação será utilizada, (4.3) ou (4.4), é probabilística, com cada uma delas possuindo uma probabilidade de 50% de ser utilizada.

A Figura 4.1 elucida a diferença entre os dois processos de recrutamento, considerando um problema de duas dimensões: utilizando-se a Equação (4.3), a abelha recrutada será posicionada, após o recrutamento, em qualquer ponto dentro do retângulo pontilhado, enquanto utilizando-se a Equação (4.4) a abelha recrutada, após o recrutamento, será posicionada em qualquer ponto sobre o segmento de reta que conecta a abelha recrutadora e o ponto $\mathbf{x}_i = \mathbf{x}_i + 2 \cdot (\mathbf{y} - \mathbf{x}_i)$.

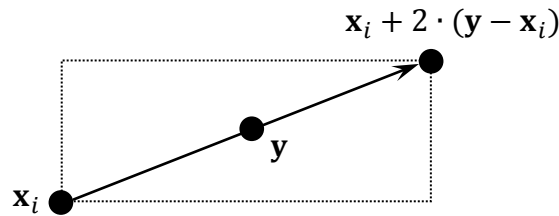


Figura 4.1: Diferenças entre os dois processos de recrutamento, definidos pelas Equações (4.3) e (4.4), considerando um problema de duas dimensões: $\mathbf{x}_i$ e $\mathbf{y}$ são, respectivamente, as abelhas recrutada e recrutadora.

4.3.8 PROCESSO DE EXPLORAÇÃO (PASSO 8)

No processo de exploração, cada uma das n_s abelhas exploradoras é movida para um ponto do espaço de busca escolhido aleatoriamente.

4.4 TRABALHOS RELACIONADOS

As abelhas estão entre os insetos mais estudados em função de sua grande capacidade organizacional. Nos últimos anos, novos algoritmos para a resolução de problemas complexos foram

desenvolvidos tendo como inspiração colônias de abelhas e os seus diversos mecanismos comportamentais (Gadau & Fewell, 2009). Os algoritmos baseados em comportamentos de abelhas não seguiram a linha de desenvolvimento que é comum no âmbito da maioria das técnicas baseadas em Inteligência de Enxame, que consiste na criação de uma metaheurística mimetizando algum comportamento e, em seguida, na agregação de outros aspectos: diversas abordagens relativas a diferentes características comportamentais da abelha foram propostas, produzindo algoritmos distintos (Serapião, 2009).

Considerando o contexto da otimização em espaços contínuos, os algoritmos inspirados nos comportamentos das abelhas podem ser divididos em três grupos principais (Baykasoglu, et al., 2007), com base nos mecanismos específicos que os inspiraram: 1) comportamento de forrageamento; 2) comportamento de acasalamento; e 3) comportamento da abelha rainha.

Entre os algoritmos inspirados pelo comportamento de forrageamento, que correspondem à maioria das propostas, os mais relevantes são (Marinaki, et al., 2010) o *Artificial Bee Colony (ABC) Algorithm* (Karaboga & Basturk, 2007; Karaboga & Basturk, 2008), o *Bees Swarm Optimization Algorithm* (Drias, et al., 2005), o *Bees Algorithm* (Pham, et al., 2006), o *Bee Colony Optimization Algorithm* (Teodorovic & Dell’Orco, 2005) e o *Honey Bee Foraging Algorithm* (Baig & Rashid, 2007).

No *Artificial Bee Colony Algorithm* (Karaboga & Basturk, 2007; Karaboga & Basturk, 2008), a posição de uma fonte de alimento representa uma solução possível para o problema de otimização e a quantidade de néctar corresponde à qualidade ou medida de aptidão da solução associada (equivalente ao valor da função-objetivo). A colônia de abelhas artificiais consiste de três grupos de abelhas operárias: campeiras, seguidoras e escudeiras, sendo que, inicialmente, metade das abelhas são campeiras e metade são seguidoras. As abelhas seguidoras são recrutadas pelas campeiras, que exploram uma fonte de alimento, por um processo de dança. A abelha campeira cuja fonte de alimento correspondente foi exaurida torna-se uma abelha escudeira, cujo papel é explorar o ambiente para descobrir novas fontes de alimento.

No algoritmo *Bees Swarm Optimization* (Drias, et al., 2005), inicialmente uma abelha encontra uma solução inicial (fonte de alimento) e, a partir dessa solução, outras soluções são produzidas. Cada abelha é, então, associada a uma solução e, quando elas terminam o seu processo de busca, comunicam-se entre si utilizando uma estratégia de dança e a melhor solução se torna a nova solução de referência. Para auxiliar na convergência, os autores utilizaram uma lista *tabu*.

No *Bees Algorithm* (Pham, et al., 2006), as soluções iniciais (fontes de alimento) são geradas aleatoriamente. Após isso, as abelhas são associadas às soluções tendo como base uma função de avaliação. As abelhas retornam para a colmeia e, com base nas qualidades das fontes de alimento que cada uma explorava, um número de abelhas é associado às fontes de alimento para efetuar uma busca na sua vizinhança.

No algoritmo *Bee Colony Optimization* (Teodorovic & Dell’Orco, 2005), uma solução é produzida de forma construtiva por cada abelha forrageira e, quando as abelhas forrageiras retornam para a colmeia, executam um processo de dança. As demais abelhas, com base em um comportamento probabilístico, seguem as forrageiras. Esse algoritmo é similar a algoritmo *Ant Colony Optimization* (Dorigo & Stützle, 2004), mas não utiliza todos os conceitos de trilhas de feromônio.

O algoritmo *Honey Bee Foraging* (Baig & Rashid, 2007) foi proposto para problemas de otimização multimodal e dinâmica. Na iteração inicial, todas as abelhas são consideradas exploradoras. No início de cada iteração, são criados m enxames de n abelhas. As abelhas exploradoras e as que fazem parte dos enxames executam um processo de busca por um número fixo de iterações: as exploradoras por meio de movimentação aleatória pelo espaço de busca e as que fazem parte dos enxames utilizando o algoritmo PSO. Ao fim de cada iteração do laço principal, verifica-se se algum dos enxames está estagnado e a região por ele ocupada, em caso afirmativo, é marcada como completamente explorada.

O principal algoritmo proposto com base no comportamento de acasalamento é o *Honey Bees Mating Optimization Algorithm* (HBMO) (Abbass, 2001a; Abbass, 2001b). Inicialmente, a rainha está voando aleatoriamente e, caso ela encontre um zangão, há uma probabilidade de ocorrer um acasalamento. A rainha pode se acasalar com vários zangões, de modo que cada cria pode conter partes de soluções (genótipos) de uma rainha e mais de um zangão. Quando a rainha retorna para a colmeia, as trabalhadoras, cuja tarefa é cuidar das crias e podem ser vistas como heurísticas ou operadores, tentam melhorar as soluções representadas por cada cria. Após esses procedimentos, a melhor solução dentre as crias se torna a nova abelha rainha, as demais são eliminadas, novos zangões são criados aleatoriamente e o processo é repetido.

No grupo das propostas inspiradas pelo comportamento de abelha rainha, destaca-se o *Queen-Bee Evolution for Genetic Algorithms* (QEGA) (Sung, 2003). No QEGA, é utilizado um esquema diferenciado de cruzamento no qual alguns pais são combinados com uma única abelha rainha. Outra modificação é a utilização de uma estratégia de mutação também diferenci-

ada: a alguns indivíduos é associada uma pequena probabilidade de mutação, enquanto a mutação de outros é condicionada a uma probabilidade alta.

A principal diferença entre o OptBees e as demais abordagens inspiradas em comportamentos de abelhas apresentadas é o fato de que o OptBees foi concebido com o objetivo de gerar e manter diversidade, de modo a balancear as fases de exploração e intensificação da busca, promovendo uma busca multimodal e aliviando a pressão de convergência que é comum em muitos algoritmos de busca. Assim, o espaço de busca é mais bem explorado e podem ser determinadas soluções correspondentes a diversos ótimos locais. Muito embora o algoritmo *Honey Bee Foraging* (Baig & Rashid, 2007) se apresente como uma ferramenta voltada para a otimização multimodal, ele é, na verdade, um adendo ao PSO, de modo a ser implementado um esquema de múltiplos enxames, não sendo, portando, um novo algoritmo, como o OptBees, que tenha em sua dinâmica natural processos de manutenção de diversidade. De fato, o algoritmo que é o real responsável pela busca é o PSO.

Swagatam et al. (2011), em seu trabalho de revisão, apresentam o estado-da-arte no contexto das ferramentas para otimização multimodal em espaços contínuos.

Fora do contexto dos problemas de otimização em espaços contínuos e até mesmo fora do contexto dos problemas de otimização, há também diversos estudos que propuseram ferramentas para a resolução de problemas baseadas em diversos aspectos comportamentais de Inteligência de Enxame das abelhas. Em seu trabalho de revisão de literatura, Karaboga & Akay (2009) apresentam diversos exemplos de ferramentas desenvolvidas, em diferentes contextos de aplicação, tendo como inspiração diferentes comportamentos das abelhas.

4.5 INTELIGÊNCIA DE ENXAME E ALOCAÇÃO DE TAREFAS NO ALGORITMO OPTBEES

Esta seção tem por objetivo evidenciar como os principais aspectos conceituais apresentados nos Capítulos 2 e 3 podem ser percebidos no algoritmo OptBees. Os resultados experimentais a serem apresentados utilizarão os problemas F_9 e F_{15} do conjunto de problemas de teste proposto para a Competição de Otimização de Parâmetros Reais da CEC *Special Session on Real-Parameter Optimization*, que ocorreu no IEEE *Congress on Evolutionary Computation* (CEC) de 2005 (Apêndice A), sendo considerado um espaço de busca de duas dimensões. A escolha desses problemas deveu-se ao fato de que eles apresentam um conjunto de características suficiente para a discussão dos aspectos relacionados à Inteligência de Enxame e à alocação de tarefas presentes no algoritmo OptBees. É importante destacar que esses são pro-

blemas de minimização e que, nas Figuras 4.2 e 4.3, quanto mais escuro for o tom de azul de uma curva de nível, menor será o valor da função-objetivo, enquanto o escurecimento de um tom vermelho indica um aumento no valor da função-objetivo. A configuração padrão utilizada para os parâmetros do algoritmo, para ambos os problemas, foi a seguinte: número inicial de abelhas ativas $n_i = 25$, número máximo de abelhas ativas $n_{max} = 1.500$, esforço médio de forrageamento $n_{mean} = 20$, probabilidade mínima de uma abelha ser recrutadora $p_{min} = 0,8$, percentual de abelhas não-recrutadoras que serão de fato recrutadas p_{rec} variando linearmente entre 0,5 e 1,0 em função do número de iterações e raio de inibição social $\rho_i = 0,05$. Para cada configuração de parâmetros, os experimentos foram realizados 25 vezes, sendo que o critério de parada foi um número máximo de iterações igual a 15.

4.5.1 ABELHAS ARTIFICIAIS E AGENTES

No contexto do OptBees, as abelhas artificiais possuem certo grau de autonomia e identidade, uma vez que podem ser distinguidas de seu ambiente, podendo, portanto, ser enxergadas como agentes. Cada abelha possui uma representação parcial do ambiente (o problema a ser resolvido): essa representação corresponde ao valor da função-objetivo associado ao ponto codificado pela abelha (ou à qualidade da fonte de alimento que ela explora). Além disso, cada abelha (agente) assume um papel em função das suas interações com o ambiente e com as demais abelhas (agentes), de acordo com regras comportamentais simples e informações locais, sem que exista qualquer controle central. As interações com o ambiente, representado pelo problema a ser resolvido, essencialmente determinam as probabilidades de cada uma das abelhas ativas serem classificadas como recrutadoras. As interações entre as abelhas, por sua vez, podem ser observadas nos seguintes processos do OptBees:

1. **Processo de inibição social:** a interação entre duas abelhas classificadas como recrutadoras, definida pelo raio de inibição social ρ_i , faz com que aquela que explora a fonte de alimento de menor qualidade seja inibida, ou seja, passe a ser classificada como não-recrutadora.
2. **Associação de abelhas recrutadas às recrutadoras e determinação das exploradoras:** a interação entre as abelhas não-recrutadoras e recrutadoras é determinada pela proximidade no espaço de busca (distância Euclidiana) e pelo percentual de abelhas não-recrutadoras que serão de fato recrutadas p_{rec} . Dessa forma, as abelhas não-recrutadoras que estão mais distantes das abelhas recrutadoras são classificadas como exploradoras, sendo as demais abelhas não-recrutadoras classificadas como exploradoras.

3. **Processo de recrutamento:** cada abelha recrutadora atrai outras abelhas para a fonte de alimento que explora.

4.5.2 O OPTBEES COMO UM ALGORITMO DE INTELIGÊNCIA DE ENXAME

Na Seção 2.5.2 foi comentado que, de acordo com Krause et al. (2009), a Inteligência de Enxame emerge quando dois ou mais indivíduos com capacidade individual limitada, de forma independente ou parcialmente independente, adquirem informações. Esses diferentes pacotes de informação são combinados e processados por meio de interações sociais, fazendo surgir um comportamento coletivo inteligente que permite a construção de uma solução para um problema de uma forma que não é passível de ser realizada por indivíduos isolados. A seguir, estão apresentados alguns aspectos do algoritmo OpBees que o encaixam nessa definição:

- Há um conjunto de indivíduos ou agentes (as abelhas artificiais) que possuem capacidade individual limitada;
- As abelhas artificiais adquirem informações ao avaliarem a qualidade da fonte de alimento que exploram;
- As informações adquiridas pelas diversas abelhas são combinadas e processadas durante os processos de emergência de recrutadoras, recrutadas e exploradoras e de recrutamento. Isso faz com que o conjunto de abelhas apresente um comportamento coletivo inteligente que leva à solução de um problema de uma forma que não é passível de ser realizada por indivíduos isolados (uma abelha artificial não seria capaz de, individualmente, encontrar múltiplos ótimos).

A classificação do OptBees como um algoritmo de Inteligência de Enxame pode ainda ser trabalhada considerando-se os cinco princípios apontados por Millonas (1994) como definidores desse paradigma:

1. **Proximidade.** As abelhas interagem durante o processo de inibição social, de associação de abelhas recrutadas às recrutadoras e determinação das abelhas exploradoras e de recrutamento, formando redes sociais;
2. **Qualidade.** As abelhas avaliam os seus comportamentos por meio da função-objetivo, que define a qualidade da fonte de alimento explorada por cada uma, e da distância Euclidiana em relação às demais abelhas;
3. **Diversidade (de comportamentos).** Cada abelha pode estar ativa ou inativa e, no primeiro caso, pode ser recrutadora, recrutada ou exploradora, sendo que esses papéis

são definidos dinamicamente de acordo com as características do problema (ambiente) e em função das interações entre as abelhas;

4. **Estabilidade.** A definição das abelhas recrutadoras é um processo probabilístico, de modo que pequenas variações ambientais têm pouca influência. Como esse processo é o principal elemento que altera os comportamentos das abelhas, tem-se que todas as abelhas sofrem pouca influência de pequenas alterações ambientais (nesse contexto, pequenas variações ambientais podem ser compreendidas como pequenas mudanças no valor da função-objetivo).
5. **Adaptabilidade.** Variações ambientais alteram as probabilidades de cada abelha ser recrutadora, o que pode fazer a quantidade de recrutadoras variar e, conseqüentemente, promover variações no número de abelhas ativas e nos seus comportamentos.

Millonas (1994) define um Sistema de Enxame como aquele composto por um conjunto de agentes com capacidade individual limitada, capazes de interagir entre si e com o meio ambiente e de apresentar comportamentos coletivos inteligentes. Considerando-se o que já foi discutido nesta seção, pode-se, naturalmente, concluir que o OptBees constitui, de fato, um Sistema de Enxame.

A Inteligência de Enxame, por sua vez, corresponde a uma propriedade emergente de um Sistema de Enxame que resulta de seus princípios de Proximidade, Qualidade, Diversidade, Estabilidade e adaptabilidade (Millonas, 1994) e atribui aos agentes e seu coletivo uma capacidade de tomada de decisão. Portanto, pode-se concluir que, também segundo as ideias apresentadas por Millonas (1994), o algoritmo OptBees pode de fato ser inserido no paradigma da Inteligência de Enxame.

A Diversidade é apontada por Millonas (1994) como um princípio definidor do paradigma da Inteligência de Enxame, mas fazendo alusão apenas à diversidade de comportamentos. Entretanto, no caso do OptBees, a diversidade deve ser analisada também sob o ponto de vista da diversidade de soluções obtidas para o problema de otimização considerado, especificamente representada pela determinação de diversos ótimos locais. As abelhas exploram múltiplas fontes de alimento simultaneamente, o que, no contexto dos problemas de otimização, representa a capacidade de explorar a multimodalidade. No OptBees, cada abelha explora uma fonte de alimento e as abelhas recrutadoras do conjunto final de abelhas ativas representam as soluções retornadas como ótimos locais. A Figura 4.2 apresenta as abelhas recrutadoras do conjunto final de abelhas ativas nas execuções 1, 12 e 25 dos experimentos para os problemas F_9 e F_{12} . Nota-se claramente que essas abelhas estão próximas dos ótimos locais, ou seja, estão real-

mente sendo exploradas múltiplas fontes de alimento de qualidades diferentes que, de fato, representam diferentes ótimos locais do problema.

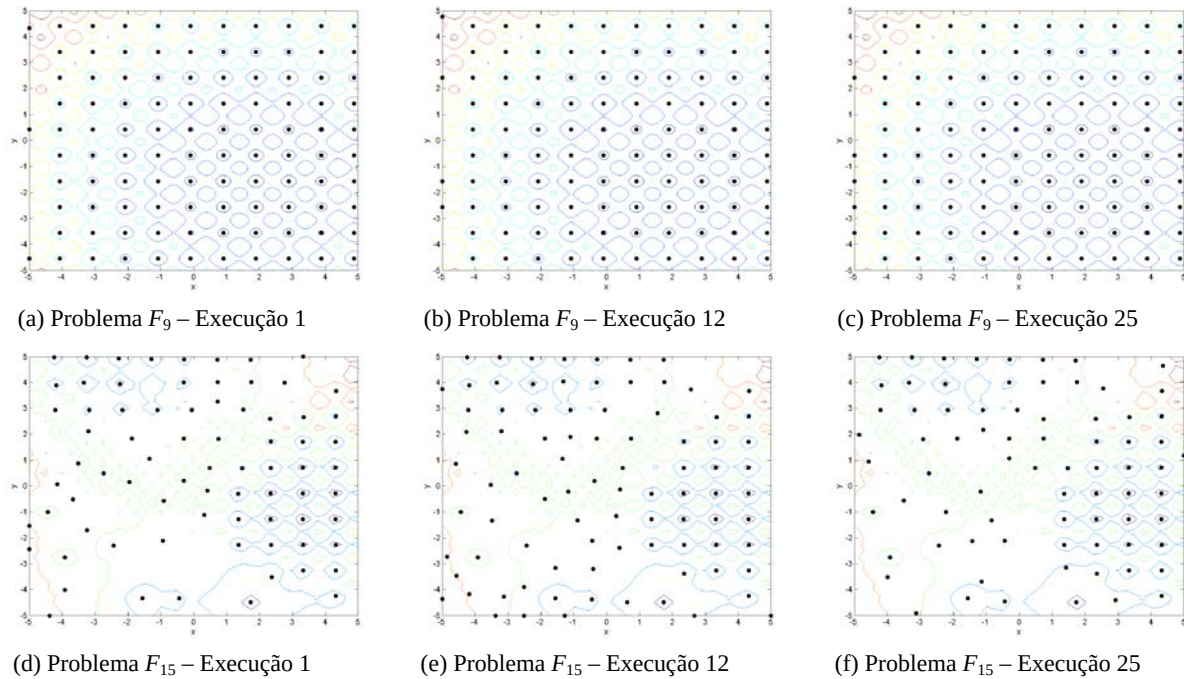


Figura 4.2: Representação gráfica das curvas de nível e das soluções retornadas como ótimos locais pelo algoritmo OptBees (as abelhas recrutadoras do conjunto final de abelhas ativas): os gráficos de (a) a (c) e de (d) a (f) correspondem aos resultados das execuções 1, 12 e 25 dos experimentos para os problemas F_9 e F_{15} , respectivamente. As melhores soluções estão representadas por pontos vermelhos.

4.5.3 COMPLEXIDADE, EMERGÊNCIA E AUTO-ORGANIZAÇÃO

Um Sistema de Enxame, apesar de simples, é passível de apresentar comportamentos complexos. Todas as evidências sugerem que não há controle central, havendo apenas regras simples para cada agente que, por possuir uma capacidade limitada, toma apenas decisões locais. A integração das atividades individuais não requer supervisão, ou seja, o fenômeno é emergente e auto-organizado (de Castro, 2006).

Uma maneira interessante de perceber a emergência de comportamentos complexos e auto-organizados no OptBees é analisar a distribuição final das abelhas recrutadoras do conjunto final de abelhas ativas no espaço de busca. A Figura 4.2 apresenta essa distribuição nas execuções 1, 12 e 25 dos experimentos, para os dois problemas considerados, que possuem distribuições distintas de ótimos locais no espaço de busca: para o problema F_9 , os ótimos são uniformemente distribuídos, enquanto para o problema F_{15} , não. Como para ambos os problemas a parametrização utilizada foi exatamente a mesma, as diferentes distribuições de abelhas recrutadoras foram fruto de um comportamento complexo emergente e auto-organizado

que independe de um controle central e é resultado das interações das abelhas com o ambiente e com as demais abelhas, que são definidas pelas regras simples que constituem o algoritmo.

Essa análise do OptBees como um sistema auto-organizado pode ainda ser formalizada por meio das sete características apontadas por Camazine et al. (2001) como presentes na maioria dos sistemas auto-organizados:

1. **Coletividade e interatividade.** No OptBees as abelhas artificiais (agentes) interagem entre si e com o ambiente.
2. **Dinâmica.** Dada a multiplicidade de interações que ocorrem entre as abelhas umas com as outras e com o ambiente durante a execução do algoritmo, ele pode ser considerado um sistema dinâmico. Essa multiplicidade de interações é um elemento necessário para que a estrutura do sistema (as distribuições das tarefas entre as abelhas e das abelhas no espaço de busca) seja produzida e mantida.
3. **Padrões emergentes.** O estado global do OptBees, representado pela distribuição das tarefas entre as abelhas e pela distribuição das abelhas no espaço de busca, é uma propriedade emergente.
4. **Não-linearidades.** As interações entre as abelhas artificiais resultam em propriedades que não podem ser entendidas como a mera soma dos comportamentos individuais de cada uma delas.
5. **Complexidade.** A emergência de comportamentos e propriedades como resultado das múltiplas interações das abelhas umas com as outras e com o ambiente permite que o OptBees seja considerado um sistema complexo
6. **Baseados em regras.** A dinâmica do OptBees é definida por um conjunto de regras simples que são seguidas por cada uma das abelhas.
7. **Laços de realimentação.** No OptBees laços de realimentação positiva e negativa contribuem para a formação de processos auto-organizados ao amplificarem e regularem, respectivamente, flutuações no sistema.

No contexto do comportamento dos animais, os laços de realimentação positiva podem ser estabelecidos por intermédio de dois mecanismos. O primeiro se dá no nível dos indivíduos e corresponde aos processos de autorreforço, positivo ou negativo (Deneubourg, et al., 1987). O segundo se dá no nível coletivo e decorre de múltiplas interações entre indivíduos (Bonabeau, et al., 1997; Camazine, et al., 2001). Esses dois mecanismos podem ser percebidos no OptBees:

- **Autorreforço.** A probabilidade de uma abelha ser classificada como recrutadora varia em função da qualidade da fonte de alimento que ela explora. Assim, se uma abelha recrutadora passa a explorar uma fonte de alimento de maior ou menor qualidade, a probabilidade de ela ser novamente classificada como recrutadora aumenta (autorreforço positivo) ou diminui (autorreforço negativo), respectivamente.
- **Múltiplas interações entre indivíduos.** O processo de recrutamento, que ocorre por meio de múltiplas interações entre as abelhas, constitui um forte laço de realimentação positiva. Cada abelha recrutadora atrai um número de abelhas para a fonte de alimento que explora proporcional à qualidade dessa fonte. Assim, quanto melhor for a qualidade da fonte de alimento sendo explorada por uma recrutadora, mais abelhas serão por ela recrutadas, o que reforçará a tendência de que mais abelhas se tornem recrutadoras e recrutem outras para essa mesma fonte de alimento.

A realimentação positiva certamente contribui para a emergência de padrões coletivos auto-organizados complexos e convergentes no OptBees. Todavia, faz-se necessária a adição de algum laço de realimentação negativa para que o princípio da estabilidade apontado por Millonas (1994) possa ser verificado.

No OptBees, o principal mecanismo de realimentação negativa responsável por controlar a quantidade de abelhas recrutadoras é a inibição social. Valores elevados do raio de inibição social ρ_i fazem com que a possibilidade de ocorrerem inibições seja maior, de modo que a quantidade de abelhas recrutadoras seja menor, ou seja, menos fontes de alimento serão exploradas. Valores pequenos desse parâmetro, por outro lado, levam a quantidades maiores de abelhas recrutadoras, o que representa a exploração de mais fontes de alimento. Do ponto de vista da otimização, uma quantidade pequena de recrutadoras pode fazer com que alguns ótimos locais deixem de ser reportados, enquanto uma quantidade grande pode fazer com que existam abelhas recrutadoras no conjunto final de abelhas ativas que não estejam próximas de um ótimo local. A Figura 4.3 apresenta as distribuições das abelhas recrutadoras do conjunto final de abelhas ativas no espaço de busca para diferentes valores do raio de inibição social ρ_i , para a execução de número 25 dos experimentos, para o problema F_9 . Pode-se perceber que o aumento do valor desse parâmetro fez com que o número de abelhas recrutadoras do conjunto final de abelhas ativas fosse diminuído, o que representa um mecanismo de realimentação negativa. Esse fenômeno pode ser percebido também nas Figuras 4.4 e 4.5, que apresentam, respectivamente, as evoluções dos valores médios dos números de abelhas recrutadoras e abelhas ativas com o passar das iterações. Pode-se perceber que, com o aumento do valor do raio de

inibição social ρ_i , o número de abelhas recrutadoras do conjunto final de abelhas ativas diminui, sendo que valores muito elevados fazem com que esses números aumentem pouco, ficando as suas variações resumidas basicamente a oscilações em torno dos valores iniciais.

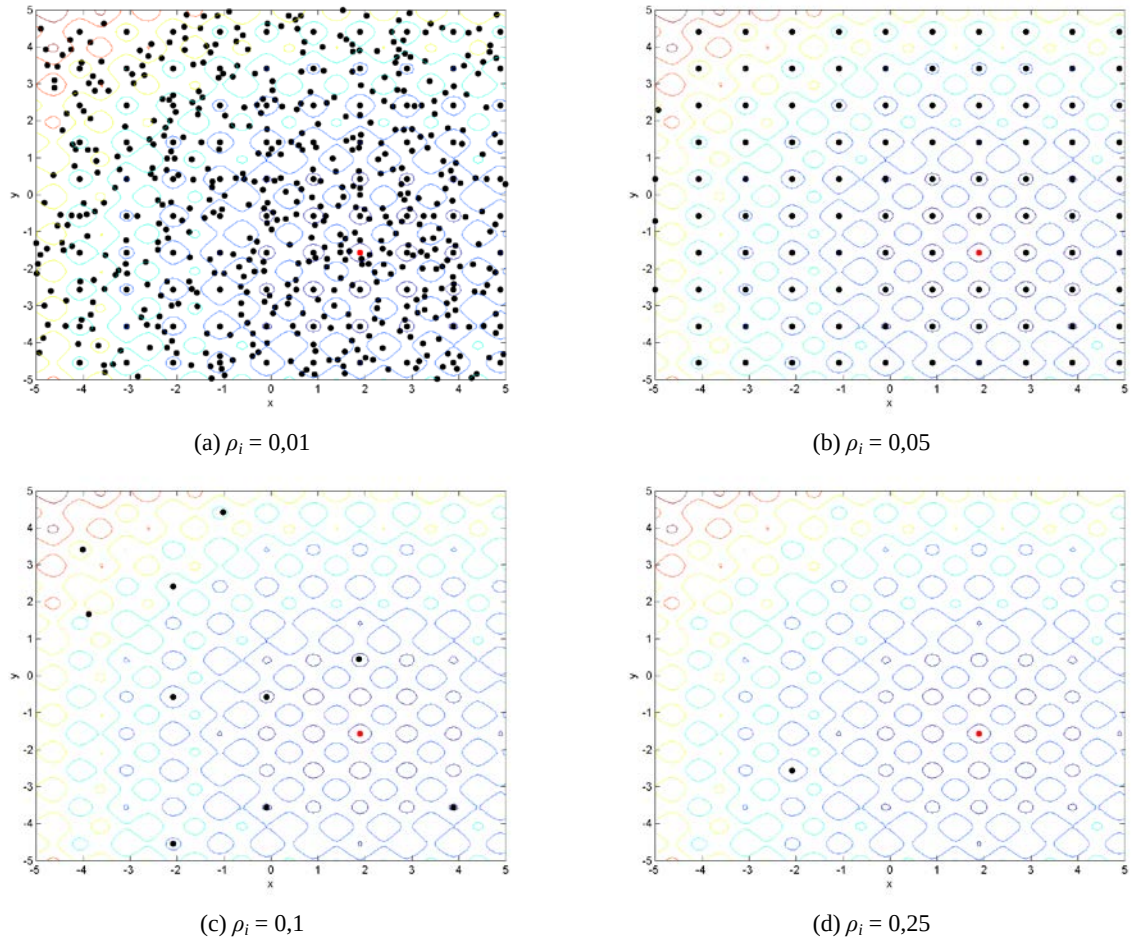
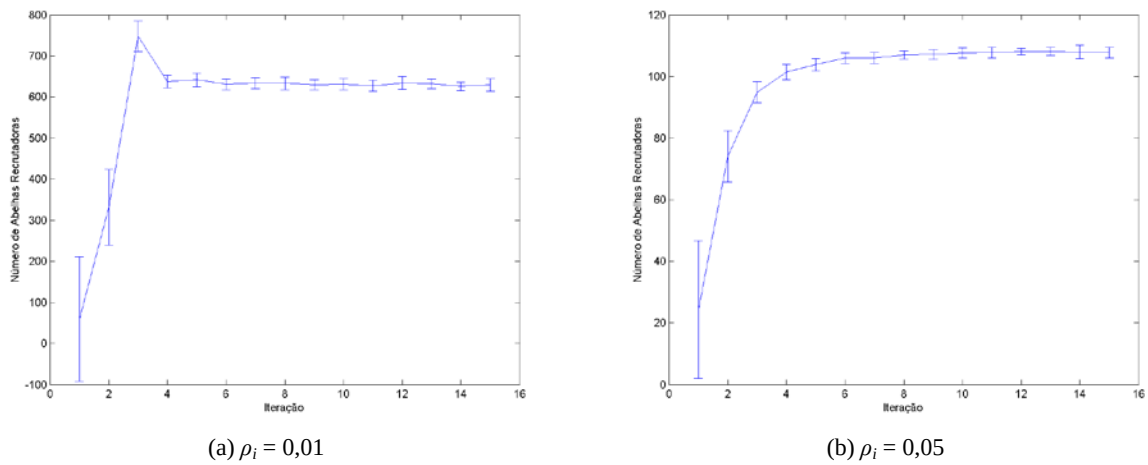
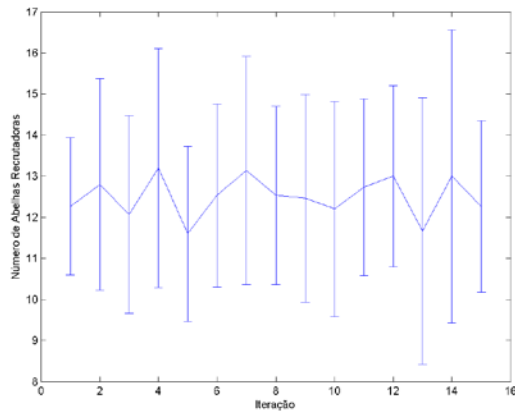
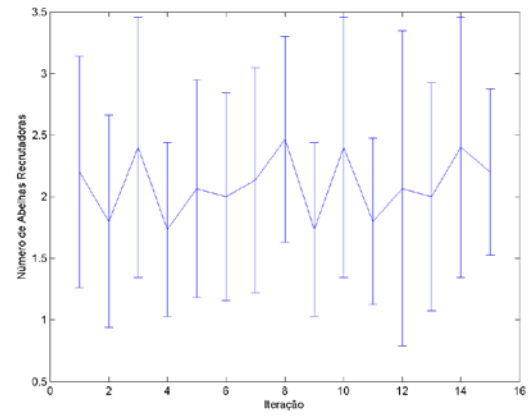


Figura 4.3: Representação gráfica das curvas de nível e das soluções retornadas como ótimos locais (as abelhas recrutadoras do conjunto final de abelhas ativas) pelo algoritmo OptBees com (a) $\rho_i = 0,01$, (b) $\rho_i = 0,05$, (c) $\rho_i = 0,1$ e (d) $\rho_i = 0,25$, na última repetição dos experimentos, para o problema F_9 . As melhores soluções estão representadas por pontos vermelhos.



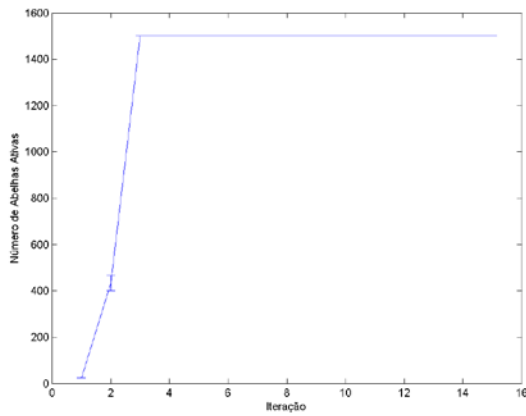


(c) $\rho_i = 0,1$

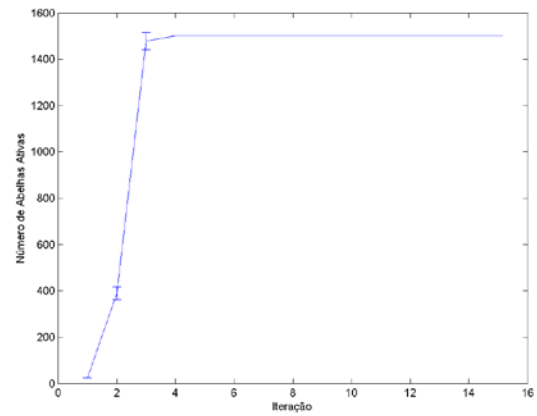


(d) $\rho_i = 0,25$

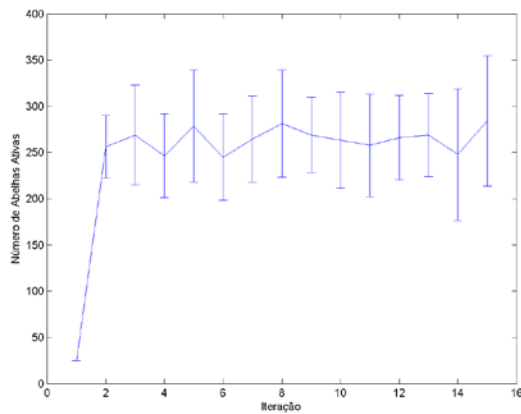
Figura 4.4: Evolução do valor médio do número de abelhas recrutadoras com o passar das iterações durante as execuções do algoritmo OptBees, para o problema F_9 , com (a) $\rho_i = 0,01$, (b) $\rho_i = 0,05$, (c) $\rho_i = 0,1$ e (d) $\rho_i = 0,25$. As barras verticais correspondem aos valores de desvio-padrão avaliados em 25 repetições.



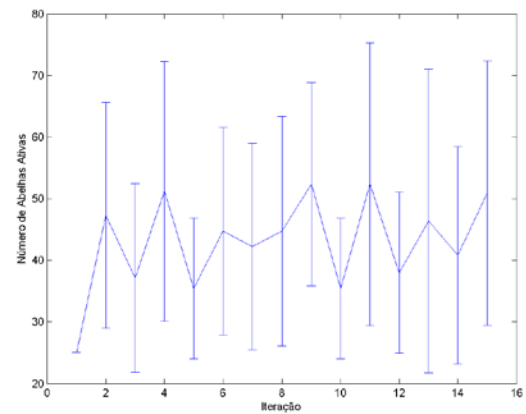
(a) $\rho_i = 0,01$



(b) $\rho_i = 0,05$



(c) $\rho_i = 0,1$



(d) $\rho_i = 0,25$

Figura 4.5: Evolução do valor médio do número de abelhas ativas com o passar das iterações durante as execuções do algoritmo OptBees, para o problema F_9 , com (a) $\rho_i = 0,01$, (b) $\rho_i = 0,05$, (c) $\rho_i = 0,1$ e (d) $\rho_i = 0,25$. As barras verticais correspondem aos valores de desvio-padrão avaliados em 25 repetições.

O comportamento emergente e auto-organizado das abelhas artificiais no OptBees pode ainda ser compreendido como um processo de tomada de decisão coletiva. No OptBees esse proces-

so é uniformemente distribuído entre as abelhas por meio de múltiplas iterações de interações. A decisão coletiva, sintetizada essencialmente pela distribuição final das abelhas recrutadoras do conjunto final de abelhas ativas no espaço de busca, surge como resultado da competição entre as diferentes fontes de informação representadas por cada abelha, especialmente as recrutadoras, que são amplificadas em um contexto social por meio do mecanismo de realimentação positiva implementado pelo processo de recrutamento. Como resultado, as abelhas selecionam, por meio de interações das abelhas umas com as outras e com o ambiente, um curso de ação dentre diferentes alternativas. Isso fica evidente na Figura 4.2, na qual se podem notar diferentes distribuições das abelhas recrutadoras do conjunto final de abelhas ativas no espaço de busca para os diferentes ambientes (problemas).

Esse processo de tomada de decisão coletiva faz com que as abelhas sejam capazes de ajustar a exploração e recuperação de alimentos de acordo com a demanda (quantidade de fontes de alimento de alta qualidade encontradas) e o estado da colônia (quantidade de abelhas que podem se envolver na atividade forrageira). No OptBees essa adaptação ocorre por meio de dois mecanismos: a variação do número de abelhas recrutadoras e a variação do número de abelhas ativas. As Figuras 4.4 (b) e 4.5 (b) apresentam as evoluções dos valores médios dos números de abelhas recrutadoras e de abelhas ativas com o passar das iterações, para o problema F_9 , considerando a configuração padrão de parâmetros. Nota-se para o número de abelhas recrutadoras um comportamento de aumento rápido (descoberta de novas regiões promissoras ou aumento da demanda), seguido de estabilização (quando “todas” as regiões promissoras já foram descobertas, ou seja, ocorreu uma estabilização da demanda). O comportamento do número de abelhas ativas foi similar, já que o aumento do número de abelhas recrutadoras promove o aumento do número de abelhas ativas. Dada a grande quantidade de ótimos locais, rapidamente o número de abelhas ativas alcançou o valor máximo $n_{max} = 1.500$, ou seja, frente a uma demanda elevada, o esforço de forrageamento foi o maior possível. Esses comportamentos de estabilização dos números de abelhas recrutadoras e ativas evidenciam que, com o passar das iterações, as abelhas passam a alterar menos os seus comportamentos, o que permite que se visualize a presença no OptBees do princípio da Estabilidade (Millonas, 1994).

4.5.4 ALOCAÇÃO DE TAREFAS E O ALGORITMO OPTBEES

Na Seção 4.3 o OptBees foi apresentado e cada um dos seus passos foi detalhado. Durante esse detalhamento, discutiu-se como as ideias sobre os modelos de alocação de tarefas baseados em auto-organização apresentados no Capítulo 3 podem ser percebidas no algoritmo. Agora, a alocação de tarefas será discutida considerando-a como um mecanismo que faz com que os

agentes possuam flexibilidade comportamental (a diversidade de comportamentos, apontada por Millonas (1994) como um princípio definidor da Inteligência de Enxame), de modo que cada uma das abelhas possa mudar de comportamento (tarefa) de acordo com a dinâmica do algoritmo e as características do problema a ser resolvido. Essa flexibilidade comportamental pode ser percebida ao se analisar as variações dos números de abelhas ativas e de abelhas recrutadoras com o passar das iterações, apresentadas nas Figuras 4.4 e 4.5. Quando uma abelha se torna ativa, ela sai do estado padrão, que é ficar parada na colmeia, sem estar engajada em tarefa alguma, e é inserida em um ponto do espaço de busca escolhido aleatoriamente. Após essa inserção, ela receberá a tarefa de recrutar, ser recrutada ou ser exploradora, sendo que a tarefa a ser alocada dependerá da distribuição das abelhas ativas no espaço de busca na iteração corrente, das interações entre elas e das características do problema a ser resolvido. É importante destacar ainda que, a cada iteração, cada abelha ativa pode tornar-se inativa (não se engajar em tarefa alguma), engajar-se na tarefa de ser recrutadora, engajar-se na tarefa de ser recrutada ou engajar-se na tarefa de ser exploradora. O processo de alocação e tarefas é, portanto, dinâmico e flexível, ocorrendo de forma adaptativa em relação à demanda e ao estado da colônia e sempre de acordo com as características do problema a ser resolvido.

4.6 CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO

Este capítulo apresentou em detalhes o algoritmo OptBees. O detalhamento foi iniciado com a apresentação do contexto geral – os processos de tomada de decisão coletiva em sociedades de insetos, e, de forma mais específica, em colônias de abelhas. Posteriormente, foi apresentada uma visão geral do comportamento de forrageamento e coleta de alimento das abelhas, que constitui um processo de tomada de decisão coletiva e foi a inspiração inicial para a proposição do OptBees. Em seguida, foi apresentado o pseudocódigo do algoritmo e cada um de seus passos foi detalhado. Por fim, uma discussão sobre como as questões conceituais sobre Inteligência de Enxame, Complexidade, Emergência e Auto-organização podem ser percebidas no OptBees foi apresentada.

No próximo capítulo, serão apresentados e discutidos os resultados obtidos com a realização de diversos experimentos computacionais que tiveram o intuito de avaliar os principais aspectos do algoritmo OptBees, além de seu desempenho geral frente a outras abordagens da literatura.

5 RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Nature is about the perpetual pursuit of novelty.

— *Alfred North Whitehead*

“Oh no! We’re in the hands of engineers!”

—*Malcolm, Ian in ‘Jurassic Park’*

Este capítulo apresenta e discute os resultados obtidos com a realização de diversos experimentos cujo intuito foi avaliar o desempenho do algoritmo OptBees e que foram baseados no conjunto de problemas de teste proposto para a Competição de Otimização de Parâmetros Reais da CEC *Special Session on Real-Parameter Optimization*, que ocorreu no IEEE *Congress on Evolutionary Computation* (CEC) de 2005. Foram avaliadas as capacidades de geração e manutenção de diversidade, de localização de diversos ótimos locais e de busca global. O desempenho da ferramenta proposta nesta tese foi comparado ao de diversos algoritmos, inclusive alguns inspirados em comportamentos de abelhas. O capítulo apresenta também uma análise de sensibilidade paramétrica, na qual são apresentados direcionamentos para o ajuste dos parâmetros do algoritmo OptBees.

5.1 INTRODUÇÃO

Para a avaliação de desempenho do algoritmo OptBees e do funcionamento dos seus mecanismos, foram realizados experimentos baseados no conjunto de problemas de teste proposto para a Competição de Otimização de Parâmetros Reais, da CEC *Special Session on Real-Parameter Optimization*, que ocorreu no IEEE *Congress on Evolutionary Computation* (CEC) de 2005 (Suganthan, et al., 2005). As quatro razões apresentadas a seguir sustentam a escolha desse conjunto de problemas para a realização dos experimentos (Coelho, 2011):

1. Os problemas contemplam muitas características que podem surgir em situações reais de otimização, o que permite que o algoritmo tenha o seu desempenho avaliado de forma abrangente sem que seja favorecida uma classe específica de problemas.
2. O fato de o conjunto de problemas estar associado a uma competição aumenta as chances de que os resultados reportados para cada um dos algoritmos participantes tenham sido gerados utilizando uma metodologia experimental bem definida e padronizada, o que permite uma comparação direta entre esses resultados e aqueles obtidos

por outros algoritmos que utilizem essa mesma metodologia experimental para resolver os problemas sem que seja necessária a sua implementação e tampouco a execução de testes.

3. Apesar de a competição ter ocorrido no ano de 2005, alguns dos algoritmos que apresentaram os melhores resultados são ainda considerados estado-da-arte, o que os tornam relevantes para comparações de desempenho. Além do mais, outros trabalhos mais recentes consideraram esse conjunto de problemas para a realização de avaliações de desempenho e comparações (El-Abd, 2012; Coelho & Von Zuben, 2010; Coelho, 2011).
4. Os problemas são escalonáveis, permitindo que, de forma simples, sejam realizados testes para diferentes quantidades de dimensões.

O conjunto de teste da competição CEC'2005 é formado por 25 problemas mono-objetivo de minimização em espaços contínuos que podem contemplar as seguintes características (Suganthan, et al., 2005):

- Mono ou multimodalidade;
- Grande quantidade de ótimos locais;
- Presença ou não de ruído no valor da função-objetivo;
- Dependência ou não entre as variáveis;
- Presença de platôs;
- Ótimos globais localizados na fronteira do espaço de busca; e
- Não-diferenciabilidade em alguns pontos do espaço de busca.

A Tabela 5.1 apresenta um resumo das principais características de cada um dos 25 problemas do conjunto, sendo que no Apêndice A os problemas estão apresentados com maior riqueza de detalhes.

Para a realização dos experimentos foi utilizada a versão em Matlab[®] da implementação original do conjunto de problemas da competição CEC'2005, disponibilizada no seguinte endereço (acessado em 02 de outubro de 2012):

http://www3.ntu.edu.sg/home/EPNSugan/index_files/CEC-05/CEC05.htm

Tabela 5.1: Resumo das principais características (multimodalidade, presença de ruído no valor da função-objetivo, separabilidade das variáveis, presença de ótimo global na fronteira do espaço de busca e não diferenciabilidade em alguns pontos do espaço de busca) de cada um dos 25 problemas da competição CEC’2005 (os símbolos “×” e “–” indicam a presença e a ausência da característica, respectivamente). Detalhamentos sobre cada problema podem ser encontrados no apêndice A.

	Multimodalidade	Ruído	Separabilidade	Ótimo na Fronteira	Não-Diferenciabilidade
F_1	–	–	×	–	–
F_2	–	–	–	–	–
F_3	–	–	–	–	–
F_4	–	×	–	–	–
F_5	–	–	–	×	–
F_6	×	–	–	–	–
F_7	×	–	–	–	–
F_8	×	–	–	×	–
F_9	×	–	×	–	–
F_{10}	×	–	–	–	–
F_{11}	×	–	–	–	×
F_{12}	×	–	–	–	–
F_{13}	×	–	–	–	–
F_{14}	×	–	–	–	–
F_{15}	×	–	×	–	–
F_{16}	×	–	×	–	–
F_{17}	×	×	×	–	–
F_{18}	×	–	–	–	–
F_{19}	×	–	–	–	–
F_{20}	×	–	–	×	–
F_{21}	×	–	–	–	–
F_{22}	×	–	–	×	–
F_{23}	×	–	–	–	×
F_{24}	×	–	–	–	×
F_{25}	×	–	–	–	×

Os experimentos foram organizados em quatro fases:

1. O objetivo da primeira fase, cujos resultados estão apresentados na Seção 5.2, foi avaliar as principais características do algoritmo OptBees, que são as capacidades de geração e manutenção de diversidade de soluções e a consequente possibilidade de obtenção de múltiplos ótimos locais. Para tanto, foi adotada a mesma metodologia experimental utilizada por Coelho (2011): foram selecionados seis dos vinte e cinco problemas da competição CEC’2005, com características diversas entre si, e o algoritmo OptBees foi aplicado a cada um deles em espaços de busca de duas dimensões. A utilização de espaços de busca de duas dimensões deveu-se ao fato de que, mesmo as localizações exatas dos ótimos locais de cada problema não sendo conhecidas *a priori*, a avaliação do posicionamento das soluções retornadas como ótimos locais em relação aos verdadeiros ótimos locais de cada problema pode ser feita de forma qualitativa,

por meio de inspeção visual. Nessa fase, os resultados obtidos pelo OptBees foram comparados àqueles obtidos por três outros algoritmos que se propõem a gerar e manter diversidade de soluções e a explorar a multimodalidade em problemas de otimização em espaços contínuos: cob-aiNet (Coelho & Von Zuben, 2010; Coelho, 2011), opt-aiNet (de Castro & Timmis, 2002) e dopt-aiNet (de França, et al., 2005). Os resultados apresentados para esses três algoritmos, não apenas para a primeira, mas também para a terceira fase, foram reportados por Coelho (2011). O principal objetivo das comparações é permitir que se tenha um panorama sobre a capacidade de busca multimodal do OptBees em relação à da cob-aiNet, uma ferramenta proposta inicialmente em 2010 e que se propõe a encontrar a maior quantidade de ótimos locais em problemas de otimização mono-objetivo em espaços contínuos. Como Coelho (2011) reportou também resultados para os algoritmos opt-aiNet e dopt-aiNet, eles foram também reproduzidos nesta tese e considerados para as comparações de desempenho. É importante destacar também que, para que pudesse ser avaliado o impacto da utilização de um mecanismo de busca local no algoritmo OptBees, especialmente no que se refere à geração e manutenção de diversidade de soluções, os testes foram realizados com e sem a utilização desse recurso (quando utilizada, a busca local foi aplicada em todas as abelha srecrutadoras).

2. A segunda fase, discutida na Seção 5.3, teve como objetivo apresentar uma avaliação das capacidades de geração e manutenção de diversidade utilizando uma métrica clássica – a média das distâncias entre pares de soluções (Lacevic & Arnaldi, 2011). Para isso, foram considerados dois problemas da competição CEC'2005: um multimodal com ótimos uniformemente distribuídos no espaço de busca (F_9) e outro também multimodal, mas com os ótimos não uniformemente distribuídos no espaço de busca (F_{15}) (veja a Seção 5.2 e o apêndice A).
3. O objetivo da terceira fase dos experimentos, que tem os seus resultados apresentados na Seção 5.4, foi a realização de uma análise de sensibilidade paramétrica para avaliar como é o comportamento do OptBees para diferentes configurações de seus principais parâmetros e identificar quais deles têm maior influência sobre o seu desempenho se mal sintonizados, de modo a serem obtidas diretrizes para a parametrização do algoritmo. Para tanto, foi considerado o problema F_9 (veja a Seção 5.2 e o apêndice A), uma vez que ele possui uma grande quantidade de ótimos locais, contexto esse em que os efeitos das variações paramétricas nas capacidades de geração e manutenção de diversidade e determinação de ótimos locais serão mais evidentes.

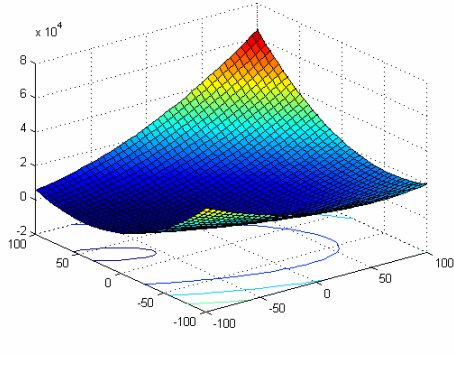
4. A quarta e última fase, discutida na Seção 5.5, teve como objetivo avaliar o desempenho do OptBees em espaços de maior dimensão, por intermédio da comparação dos seus resultados com aqueles obtidos por diversas outras ferramentas, baseadas em diversos paradigmas. Para isso, foram utilizados os 25 problemas do conjunto de problemas de teste da competição CEC'2005, em espaços de dez e trinta dimensões, sendo seguida a metodologia padrão definida pela organização da competição para a realização dos experimentos. Dessa forma, os resultados obtidos pelo OptBees puderam ser comparados diretamente com os resultados apresentados pelos algoritmos que participaram da competição e com os resultados obtidos pelos algoritmos cob-aiNet, opt-aiNet e dopt-aiNet. Nessa etapa, o desempenho do OptBees foi também comparado ao de outros três algoritmos pertencentes ao paradigma da Inteligência de Enxame e inspirados em comportamentos de abelhas: *Artificial Bee Colony Algorithm* (ABC) (Karaboga & Basturk, 2007), *Opposition-based Artificial Bee Colony Algorithm* (OABC) (El-Abd, 2011) e *Generalized Opposition-based Artificial Bee Colony Algorithm* (GOABC) (El-Abd, 2012). Os resultados para esses três algoritmos foram reportados por (El-Abd, 2012) e contemplam apenas 13 dos 25 problemas e, por isso, eles não puderam ser inseridos nas comparações realizadas no âmbito da competição CEC'2005.

5.2 ANÁLISE DA DISTRIBUIÇÃO FINAL DAS ABELHAS RECRUTADORAS NO ESPAÇO DE BUSCA: AVALIAÇÃO DA CAPACIDADE DE BUSCA MULTIMODAL

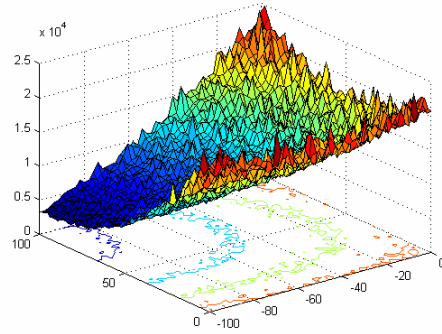
Esta primeira fase dos experimentos teve como objetivo estudar os mecanismos de geração e manutenção de diversidade do algoritmo OptBees, sendo utilizada a mesma metodologia experimental utilizada por Coelho (2011). Seis dos vinte e cinco problemas da competição do CEC'2005, que apresentam características diversas entre si e permitem a avaliação das capacidades de geração e manutenção de diversidade de soluções, foram considerados (Coelho, 2011):

1. F_2 – **Problema de Schwefel 1.2 deslocado**: monomodal (Figura 5.1 (a)).
2. F_4 – **Problema de Schwefel 1.2 deslocado com ruído no *fitness***: idêntico ao problema F_2 , mas com ruído no valor da função-objetivo (Figura 5.1 (b)).
3. F_9 – **Função de Rastrigin deslocada**: multimodal, com um número elevado de ótimos locais (Figura 5.1 (c)).
4. F_{12} – **Problema de Schwefel 2.13**: multimodal (Figura 5.1 (d)).

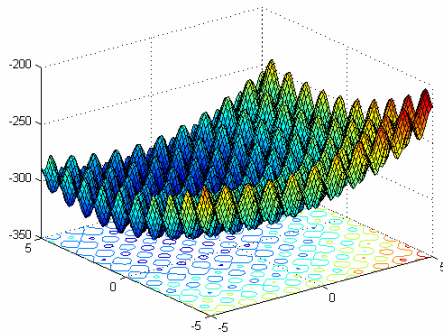
5. F_{15} – **Função composta híbrida**: multimodal, com um número elevado de ótimos locais e dois platôs (Figura 5.1 (e)).
6. F_{20} – **Função composta híbrida rotacionada com ótimo global na fronteira do espaço de busca**: multimodal, com um alto número de ótimos locais, dois platôs e ótimo global na fronteira do espaço de busca (Figura 5.1 (f)).



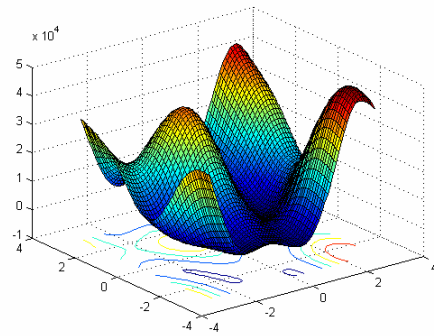
(a) Problema F_2



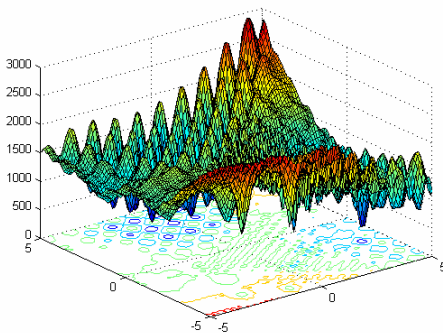
(b) Problema F_4



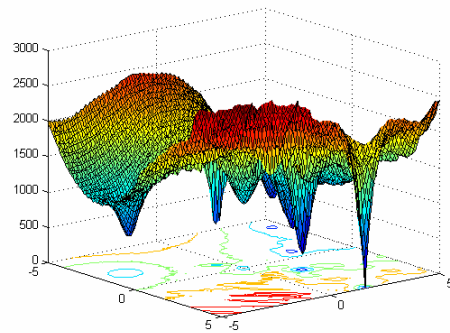
(c) Problema F_9



(d) Problema F_{12}



(e) Problema F_{15}



(f) Problema F_{20}

Figura 5.1: Representação gráfica em $\mathcal{R}^2$ das superfícies e das respectivas curvas de nível para os problemas F_2 (a), F_4 (b), F_9 (c), F_{12} (d), F_{15} (e) e F_{20} (f) da competição CEC'2005.

Nesta fase, os resultados obtidos pelo OptBees foram comparados, especialmente no que se refere à capacidade de encontrar múltiplos ótimos locais, àqueles reportados por (Coelho, 2011) para três outros algoritmos que se propõem a gerar e manter diversidade de soluções e a explorar a multimodalidade em problemas de otimização em espaços contínuos – opt-aiNet (de Castro & Timmis, 2002), dopt-aiNet (de França, et al., 2005) e cob-aiNet (Coelho & Von Zuben, 2010; Coelho, 2011).

O algoritmo opt-aiNet (de Castro & Timmis, 2002) é uma ferramenta que promove um processo de busca baseado em mutação em que o tamanho da população é ajustado dinamicamente, de modo que seja alcançado um equilíbrio entre exploração e intensificação.

O algoritmo dop-aiNet (de França, et al., 2005) corresponde a uma adaptação do algoritmo opt-aiNet para ambientes dinâmicos. Nessa adaptação, novos operadores de mutação foram introduzidos, bem como um método modificado de seleção e um novo mecanismo de supressão.

O algoritmo cob-aiNet emprega o conceito de concentração de anticorpos para promover um melhor controle da dinâmica da rede de anticorpos, permitindo que seja obtida uma melhor cobertura das regiões promissoras do espaço de busca.

Por fim, cabe reiterar que, para que pudesse ser avaliado o impacto da utilização de um mecanismo de busca local no algoritmo OptBees, especialmente no que se refere à geração e manutenção de diversidade de soluções, os testes foram realizados com e sem a utilização desse recurso.

5.2.1 METODOLOGIA EXPERIMENTAL

Cada algoritmo foi executado 25 vezes para cada problema, sendo considerados como critérios de parada um número máximo de $4 \cdot 10^4$ avaliações da função-objetivo ou a obtenção de um erro absoluto entre a melhor solução obtida e o ótimo global do problema inferior a $1 \cdot 10^{-9}$. Os valores utilizados para os parâmetros dos algoritmos cob-aiNet, dopt-aiNet e opt-aiNet foram (Coelho, 2011):

1. **cob-aiNet:** tamanho inicial da população $n_{AB} = 50$, tamanho máximo da população $max_{AB} = 100$, números mínimo e máximo de clones de clones $nC^{min} = 2$ e $nC^{max} = 10$, $\beta^i = 2$, $\beta^f = 10$, sendo que o operador de busca local foi executado por $LS_{it} = 5$ itera-

ções, a cada $LS_{freq} = 5$ iterações do laço principal, com intervalo de busca inicial $SR = \sigma_s$.

2. **dopt-aiNet**: tamanho inicial da população $nAB = 50$, tamanho máximo da população $maxAB = 100$, número de clones $nC = 3$, limiar de supressão para a distância de linha $\sigma_s = 5$, número de iterações entre operações de duplicação gênica $n_{gene} = 10$ e $rank = 100$.
3. **opt-aiNet**: tamanho inicial da população $nAB = 50$, número de clones $nC = 10$, $\beta = 1$, número de iterações entre etapas de supressão $n_{supp} = 10$ e porcentagem de novas células que devem ser inseridas após a supressão $d = 40\%$.

Os valores do limiar de supressão σ_s utilizados para cada um dos seis problemas, para cada um desses três algoritmos, estão apresentados na Tabela 5.2.

Tabela 5.2: Valores do limiar de supressão σ_s para os algoritmos cob-aiNet, dopt-aiNet e opt-aiNet, para cada um dos seis problemas considerados na primeira fase dos experimentos (Coelho, 2011). Esses valores correspondem a um percentual da maior distância possível no espaço de busca do problema a ser resolvido.

Problema	F_2	F_4	F_9	F_{12}	F_{15}	F_{20}
σ_s	0,20	0,50	0,05	0,03	0,05	0,07

Os valores utilizados para os parâmetros do algoritmo OptBees foram os seguintes: número inicial de abelhas ativas $n_i = 25$, número máximo de abelhas ativas $n_{max} = 1.500$, esforço médio de forrageamento $n_{mean} = 20$, probabilidade mínima de uma abelha ser recrutadora $p_{min} = 0,8$, percentual de abelhas não-recrutadoras que serão de fato recrutadas p_{rec} variando linearmente entre 0,5 e 1,0 em função do número de cálculos da função-objetivo (com essa variação, o esforço vai gradativamente sendo concentrado na exploração das regiões mais promissoras), sendo que o operador de busca local foi aplicado em todas as abelhas recrutadoras. Os valores do raio de inibição social ρ_i utilizados para cada um dos seis problemas estão apresentados na Tabela 5.3.

Tabela 5.3: Valores do raio de inibição social ρ_i utilizados no algoritmo OptBees para cada um dos seis problemas considerados na primeira fase dos experimentos. Esses valores correspondem a um percentual da maior distância possível no espaço de busca do problema a ser resolvido.

Problema	F_2	F_4	F_9	F_{12}	F_{15}	F_{20}
ρ_i	0,30	0,30	0,05	0,10	0,05	0,07

Nesta primeira fase dos experimentos, foram avaliados o erro absoluto médio (EAM) entre o valor da função-objetivo correspondente à melhor solução encontrada e o ótimo global de cada problema, nas 25 repetições, e o número final médio de soluções retornadas por cada algoritmo como possíveis ótimos locais, além do posicionamento de cada uma dessas soluções em relação ao ótimo local mais próximo (essa avaliação foi feita de forma qualitativa por inspeção visual). Para verificar a diferença estatística entre os resultados, o Teste da Soma de Postos de Wilcoxon (Gibbons, 1985), um teste não paramétrico, foi aplicado, com um nível de significância igual a 0,05, entre os resultados obtidos pelo algoritmo OptBees com a aplicação de busca local e os resultados obtidos por cada um dos outros algoritmos, bem como pelo algoritmo OptBees sem a aplicação de busca local. No Teste da Soma de Postos de Wilcoxon, a hipótese nula afirma que os dois conjuntos de dados que estão sendo comparados correspondem a amostras geradas a partir de uma mesma distribuição.

5.2.2 APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Na Tabela 5.4 estão apresentados os valores de erro absoluto médio entre as melhores soluções obtidas por cada algoritmo e o ótimo global de cada um dos seis problemas que foram considerados nesta primeira fase dos experimentos. Para os problemas F_2 , F_4 , F_{12} , F_{15} e F_{20} , o OptBees com a utilização de busca local ficou em segundo lugar, tendo sido superado apenas pelo algoritmo cob-aiNet, sendo que a diferença estatística entre os desempenhos desses algoritmos foi significativa apenas para os problemas F_2 e F_4 . Já para o problema F_9 , o OptBees com a utilização de busca local ficou em primeiro lugar, com a cob-aiNet em segundo, sendo que os seus desempenhos foram estatisticamente diferentes. Para os seis problemas, o OptBees sem a utilização de busca local ficou em terceiro lugar, apresentando um desempenho estatisticamente diferente daquele obtido pela versão com busca local. É importante destacar que, para todos os seis problemas, o OptBees sem busca local conseguiu atingir um valor de EAM inferior a $1 \cdot 10^{-9}$, o que evidencia que a dinâmica do algoritmo é responsável pelo sucesso da otimização, cabendo à busca local apenas refinar as soluções nas quais é aplicada e permitir um progresso maior a cada iteração. Os algoritmos opt-aiNet e dopt-aiNet ficaram, para todos os problemas, na quarta e quinta posições, respectivamente, apresentando resultados sempre estatisticamente diferentes em relação aos obtidos pelo OptBees com a aplicação da busca local. Mesmo não tendo o OptBees ficado na primeira colocação, os resultados obtidos evidenciam que, do ponto de vista da otimização global, o seu desempenho foi competitivo.

Considerando-se os números finais de soluções retornadas como possíveis ótimos locais por cada algoritmo (no OptBees, considera-se como solução retornada como ótimo local cada abelha recrutadora do conjunto final de abelhas ativas), apresentados na Tabela 5.5, é possível notar que o OptBees possui um mecanismo eficiente de variação dinâmica das quantidades de abelhas ativas e de abelhas recrutadoras, já que, juntamente com o algoritmo cob-aiNet, retornou apenas uma solução como possível ótimo local (global) em todas as repetições dos problemas monomodais F_2 e F_4 , sendo que, para os problemas F_9 , F_{15} e F_{25} , o número de abelhas recrutadoras do conjunto final de abelhas ativas foi maior do que o número inicial de abelhas ativas. É importante salientar que essa característica manifestou-se no OptBees em suas versões com e sem a aplicação da busca local.

O número final de soluções retornadas como possíveis ótimos locais por cada algoritmo não possibilita, isoladamente, que se avalie com propriedade a capacidade de busca multimodal dos algoritmos, visto que não permite que seja investigada a posição relativa entre cada uma dessas soluções e os ótimos locais de cada problema. Para que essa avaliação possa ser realizada, o conjunto de soluções retornadas por cada algoritmo como ótimos locais nas repetições 1, 12 e 25 dos experimentos, para cada um dos seis problemas, está apresentado, juntamente com as curvas de nível correspondentes, nas Figuras 5.2 a 5.7. É importante destacar que foram consideradas apenas as execuções 1, 12 e 25 por questões de espaço e por se considerar que essa abordagem não constitui favorecimento, sendo suficiente para a construção de uma visão geral apropriada sobre o comportamento de cada algoritmo quanto à distribuição final das soluções retornadas como ótimos no espaço de busca e ao seu posicionamento em relação ao ótimo local mais próximo (Coelho, 2011). Cabe ainda lembrar que todos os problemas são de minimização e que, nas Figuras 5.2 a 5.7, quanto mais escuro for o tom de azul de uma curva de nível, menor será o valor da função-objetivo, enquanto o escurecimento de um tom vermelho indica um aumento no valor da função-objetivo.

Analisando-se as Figuras 5.2 e 5.3, correspondentes aos problemas unimodais F_2 e F_4 , respectivamente, pode-se notar que os algoritmos OptBees (com e sem a utilização de busca local) e cob-aiNet retornaram apenas uma solução como ótimo local (global) para as execuções 1, 12 e 25, sempre muito próximas do ótimo global. De fato, os dados apresentados nas Tabelas 5.4 e 5.5 evidenciam que esse comportamento ocorreu para as 25 execuções. A opt-aiNet e a dopt-aiNet, por sua vez, não convergiram para uma única solução nas execuções 1, 12 e 25, como se pode notar na Figura 5.2 (i) a (n) e na Figura 5.3 (i) a (n). O algoritmo dopt-aiNet falhou em localizar o ótimo global em algumas situações, como se pode ver nas Figuras 5.2 (l) e

5.3 (m). Essas constatações são reforçadas pelos valores de erro absoluto médio apresentados na Tabela 5.4, bem como pelos valores dos números de soluções retornadas como ótimos locais apresentados na Tabela 5.5.

No contexto dos problemas multimodais as diferenças entre os mecanismos de geração e manutenção de diversidade de cada algoritmo se tornam mais evidentes. Para o problema F_9 , que é aquele dentre os seis considerados nesta primeira fase dos experimentos que apresenta o maior número de ótimos locais e cujos resultados gráficos estão apresentados na Figura 5.4, a quantidade de vales identificados pelo OptBees em suas versões com e sem busca local foi significativamente maior do que aquelas identificadas pelas demais ferramentas, sendo que em ambos os casos o número final de abelhas recrutadoras foi maior do que o número inicial de abelhas ativas. Além disso, é possível observar na Figura 5.4 (j) a (o) que nem todas as soluções obtidas pela opt-aiNet e pela dopt-aiNet estão próximas de ótimos locais do problema, já que apesar de algumas delas estarem no vale correspondente a um ótimo local, elas se encontram deslocadas em relação à posição efetiva desse ótimo – o centro de seu vale correspondente. Destaca-se o fato de que a dop-aiNet falhou em encontrar o ótimo global em algumas situações, fato esse que levou o valor do EAM obtido por esse algoritmo a ser algumas ordens de grandeza maior do que aqueles obtidos pelos outros três.

Os resultados obtidos para o problema F_{12} instigam uma análise mais detalhada: embora os números de soluções retornadas como ótimos locais pelo OptBees em suas versões com e sem a utilização de busca local tenham sido significativamente maiores do que aqueles retornados pelos outros três algoritmos (veja a Tabela 5.5), a análise da Figura 5.5 (a) a (f) deixa evidente que algumas recrutadoras do conjunto final de abelhas ativas não correspondem a ótimos locais, sendo que há inclusive casos de abelhas recrutadoras posicionadas em picos. Esses resultados são justificados por dois aspectos fundamentais relacionados à parametrização do algoritmo: 1) a probabilidade mínima de uma abelha ser recrutadora p_{min} recebeu o valor 0,8, o que quer dizer que mesmo abelhas em regiões não promissoras possuem grande probabilidade de serem recrutadoras; e 2) o raio de inibição social ρ_i recebeu o valor 0,1, o que fez com que muitas abelhas que ocupavam regiões não-promissoras não fossem inibidas. A diminuição do valor de p_{min} ou o aumento do raio de inibição podem levar à eliminação desse comportamento indesejado. Isso será discutido em mais detalhes na terceira fase dos experimentos, que corresponde à análise de sensibilidade paramétrica, especificamente na Seção 5.4.4.

Nos problemas F_{15} e F_{20} , a mesma tendência observada nos demais problemas multimodais se manteve: os mecanismos de geração e manutenção de diversidade do OptBees o permitiram

localizar uma maior quantidade de ótimos locais, como se pode concluir por meio das informações apresentadas na Tabela 5.5 e da análise das Figuras 5.6 (a) a (f) e 5.7 (a) a (f) (cabe repetir, inclusive, que a quantidade de abelhas recrutadoras do conjunto final de abelhas ativas foi maior do que o número inicial de abelhas ativas). Para esses problemas, tal como para o problema F_9 , mesmo com uma análise minuciosa das Figuras 5.6 e 5.7 não se percebe claramente o efeito da busca local no refinamento das soluções retornadas como ótimos locais. Entretanto, cabe destacar que a natureza do procedimento de busca local permite que se deduza que esse refinamento de fato acontece durante a execução do algoritmo. Já com relação aos números de soluções retornadas como ótimos locais, apresentados na Tabela 5.5, nota-se que a utilização da busca local ocasionou diferenças estatisticamente significativas para os problemas F_9 , F_{12} e F_{15} (para os problemas F_9 e F_{15} a quantidade diminuiu e, para o problema F_{15} , aumentou).

Com relação aos números médios de iterações executadas por cada algoritmo até que fosse atingido um dos critérios de parada, apresentados na Tabela 5.6, o OptBees foi o que apresentou o melhor desempenho em todos os problemas. Outro aspecto interessante que pode ser notado é o efeito da busca local na velocidade de convergência, considerando como critério de avaliação o número de iterações: exceto para o problema F_{15} , a inserção da busca local diminuiu a quantidade de iterações executadas pelo OptBees para que fosse alcançado um dos critérios de parada (a análise dos dados apresentados nas Tabelas 5.4 e 5.7 evidencia que o algoritmo sempre encerrou a sua execução em função de ter sido atingido um erro absoluto entre a melhor solução e o ótimo global de cada problema inferior a $1 \cdot 10^{-9}$). Entretanto, cabe destacar que a aplicação da busca local faz com que a demanda de cálculos da função-objetivo por iteração seja aumentada: analisando a Tabela 5.7, que apresenta os números de cálculos da função-objetivo executados pelo OptBees em suas versões com e sem busca local até ser atingido um dos critérios de parada, nota-se que, para os problemas F_9 e F_{20} , houve aumento no número médio de cálculos da função-objetivo, mas sendo importante destacar que esse aumento, de acordo com o teste estatístico realizado, não é relevante. Já para os problemas F_2 , F_{12} e F_{15} , esse número diminuiu de forma estatisticamente relevante. Em síntese, do ponto de vista estatístico, ou o número de cálculos da função-objetivo permaneceu inalterado ou diminuiu, o que mostra que a utilização do mecanismo de busca local, mesmo impondo um número mais elevado de cálculos da função-objetivo em cada iteração, pode acelerar a convergência em termos de busca global sem impactar no custo computacional (em termos de cálculos da função-objetivo). Caso se opte por abrir mão do refinamento de todas as abelhas recrutadoras, pode-

se escolher aplicar a busca local apenas na melhor, de modo que o impacto da utilização desse recurso no número de cálculos da função-objetivo seja minimizado.

Tabela 5.4: Média $\pm$ Desvio-padrão dos erros absolutos entre a melhor solução obtida por cada algoritmo e o ótimo global de cada problema um dos seis problemas considerados na primeira fase dos experimentos. Os melhores resultados estão em negrito, sendo que aqueles para os quais a hipótese nula do Teste da Soma de Postos de Wilcoxon, quando em comparação com os resultados obtidos pelo OptBees com busca local, pode ser rejeitada com nível de significância igual 0,05 estão sublinhados.

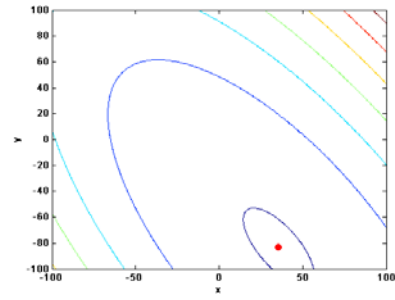
	OptBees sem busca local	OptBees com busca local	cob-aiNet	opt-aiNet	dopt-aiNet
F_2	<u>$6,32 \cdot 10^{-10} \pm 2,94 \cdot 10^{-10}$</u>	$1,74 \cdot 10^{-10} \pm 2,32 \cdot 10^{-10}$	<u>$1,91 \cdot 10^{-11} \pm 2,65 \cdot 10^{-11}$</u>	<u>$6,25 \cdot 10^{-5} \pm 6,74 \cdot 10^{-5}$</u>	<u>$2,32 \cdot 10^1 \pm 3,95 \cdot 10^1$</u>
F_4	<u>$6,07 \cdot 10^{-10} \pm 3,12 \cdot 10^{-10}$</u>	$1,99 \cdot 10^{-10} \pm 2,43 \cdot 10^{-10}$	<u>$3,48 \cdot 10^{-11} \pm 8,53 \cdot 10^{-11}$</u>	<u>$3,06 \cdot 10^{-5} \pm 2,40 \cdot 10^{-5}$</u>	<u>$1,19 \cdot 10^2 \pm 1,69 \cdot 10^2$</u>
F_9	<u>$4,20 \cdot 10^{-10} \pm 3,20 \cdot 10^{-10}$</u>	<u>$2,70 \cdot 10^{-11} \pm 7,04 \cdot 10^{-10}$</u>	<u>$3,38 \cdot 10^{-10} \pm 1,08 \cdot 10^{-9}$</u>	<u>$3,75 \cdot 10^{-2} \pm 3,08 \cdot 10^{-2}$</u>	<u>$5,93 \cdot 10^{-1} \pm 4,84 \cdot 10^{-1}$</u>
F_{12}	<u>$3,67 \cdot 10^{-10} \pm 2,97 \cdot 10^{-10}$</u>	$1,20 \cdot 10^{-10} \pm 2,01 \cdot 10^{-10}$	<u>$9,67 \cdot 10^{-12} \pm 1,04 \cdot 10^{-11}$</u>	<u>$5,14 \cdot 10^{-2} \pm 5,36 \cdot 10^{-2}$</u>	<u>$7,35 \cdot 10^{-1} \pm 6,92 \cdot 10^{-1}$</u>
F_{15}	<u>$4,79 \cdot 10^{-10} \pm 2,89 \cdot 10^{-10}$</u>	$2,13 \cdot 10^{-11} \pm 3,35 \cdot 10^{-11}$	<u>$1,01 \cdot 10^{-11} \pm 1,41 \cdot 10^{-11}$</u>	<u>$6,14 \cdot 10^{-1} \pm 3,96 \cdot 10^{-1}$</u>	<u>$7,81 \cdot 10^0 \pm 1,22 \cdot 10^1$</u>
F_{20}	<u>$5,30 \cdot 10^{-10} \pm 3,20 \cdot 10^{-10}$</u>	$3,12 \cdot 10^{-10} \pm 2,69 \cdot 10^{-10}$	<u>$7,13 \cdot 10^{-11} \pm 1,06 \cdot 10^{-10}$</u>	<u>$3,33 \cdot 10^{-1} \pm 2,86 \cdot 10^{-1}$</u>	<u>$1,33 \cdot 10^2 \pm 6,94 \cdot 10^1$</u>

Tabela 5.5: Média $\pm$ Desvio-padrão do número final de soluções retornadas como ótimos locais por cada algoritmo para cada problema um dos seis problemas considerados na primeira fase dos experimentos. Os resultados para os quais a hipótese nula do Teste da Soma de Postos de Wilcoxon, quando em comparação com os resultados obtidos pelo OptBees com busca local, pode ser rejeitada com nível de significância igual 0,05 estão sublinhados. No caso do OptBees, considera-se cada abelha recrutadora do conjunto final de abelhas ativas como uma solução retornada como ótimo local.

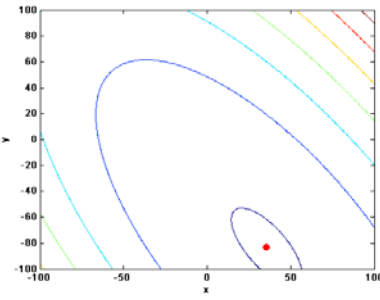
	OptBees sem busca local	OptBees com busca local	cob-aiNet	opt-aiNet	dopt-aiNet
F_2	$1,00 \pm 0,00$	$1,00 \pm 0,00$	$1,00 \pm 0,00$	<u>$4,40 \pm 1,12$</u>	<u>$2,64 \pm 1,11$</u>
F_4	$1,00 \pm 0,00$	$1,00 \pm 0,00$	$1,00 \pm 0,00$	<u>$1,56 \pm 0,51$</u>	<u>$2,84 \pm 1,21$</u>
F_9	<u>$107,92 \pm 1,19$</u>	$102,36 \pm 2,06$	<u>$91,32 \pm 4,11$</u>	<u>$25,80 \pm 4,06$</u>	<u>$4,00 \pm 0,00$</u>
F_{12}	<u>$10,84 \pm 2,46$</u>	$12,52 \pm 1,53$	<u>$9,56 \pm 1,61$</u>	<u>$6,00 \pm 1,29$</u>	<u>$8,96 \pm 1,14$</u>
F_{15}	<u>$81,12 \pm 3,52$</u>	$73,16 \pm 3,25$	<u>$53,96 \pm 2,81$</u>	<u>$16,56 \pm 3,16$</u>	<u>$21,08 \pm 1,98$</u>
F_{20}	$31,52 \pm 2,57$	$31,40 \pm 2,81$	<u>$17,68 \pm 2,75$</u>	<u>$8,40 \pm 1,71$</u>	<u>$11,56 \pm 1,94$</u>

Tabela 5.6: Média $\pm$ Desvio-padrão do número de iterações executadas por cada algoritmo (até ser atingido um dos critérios de parada) para cada problema um dos seis problemas considerados na primeira fase dos experimentos. Em função da indisponibilidade do conjunto completo de resultados das 25 execuções para os algoritmos cob-aiNet, opt-aiNet e dopt-aiNet, foram realizados testes estatísticos comparando apenas os resultados obtidos pelo algoritmo OptBees em suas versões com e sem a aplicação de busca local, sendo que para todos os casos a hipótese nula do Teste da Soma de Postos de Wilcoxon, considerando um nível de significância igual 0,05, foi rejeitada.

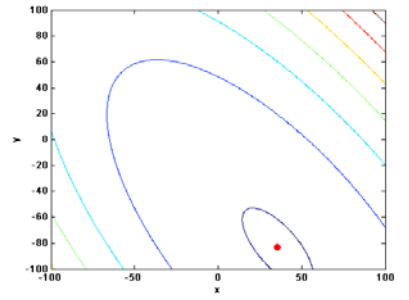
	OptBees sem busca local	OptBees com busca local	cob-aiNet	opt-aiNet	dopt-aiNet
F_2	97,92 $\pm$ 133,90	6,76 $\pm$ 1,62	37,60 $\pm$ 3,74	538,64 $\pm$ 36,51	26,00 $\pm$ 0,00
F_4	229,56 $\pm$ 280,21	21,64 $\pm$ 8,47	58,80 $\pm$ 45,26	1268,48 $\pm$ 32,20	26,00 $\pm$ 0,00
F_9	19,88 $\pm$ 2,19	5,36 $\pm$ 1,29	34,28 $\pm$ 2,91	104,88 $\pm$ 8,60	25,04 $\pm$ 0,79
F_{12}	19,72 $\pm$ 2,17	3,68 $\pm$ 0,697	38,20 $\pm$ 2,53	367,60 $\pm$ 6,75	24,00 $\pm$ 0,41
F_{15}	19,48 $\pm$ 1,61	5,12 $\pm$ 1,24	39,60 $\pm$ 4,21	149,48 $\pm$ 9,76	20,32 $\pm$ 1,38
F_{20}	24,64 $\pm$ 1,78	7,40 $\pm$ 1,35	61,20 $\pm$ 4,20	265,00 $\pm$ 14,91	24,08 $\pm$ 0,76



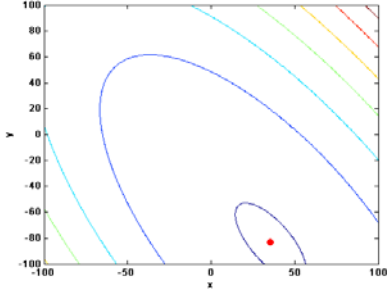
(a) OptBees sem busca local – Execução 1



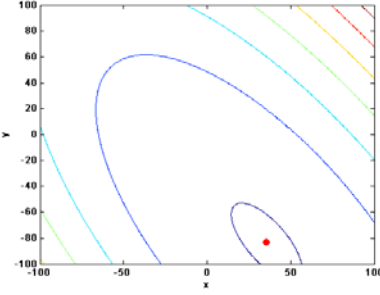
(b) OptBees sem busca local – Execução 12



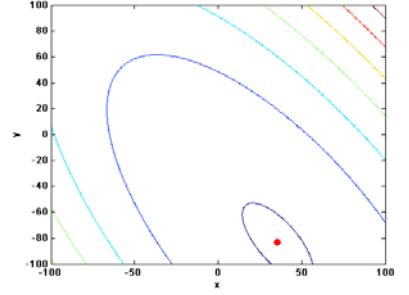
(c) OptBees sem busca local – Execução 25



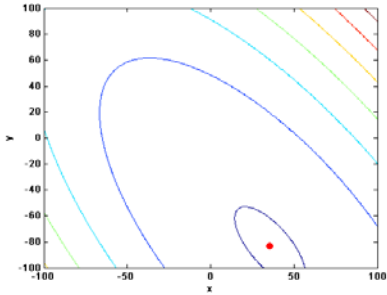
(d) OptBees com busca local – Execução 1



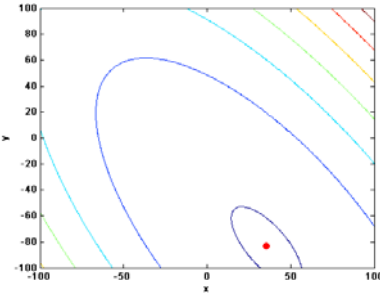
(e) OptBees com busca local – Execução 12



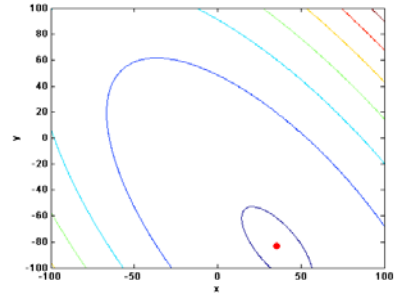
(f) OptBees com busca local – Execução 25



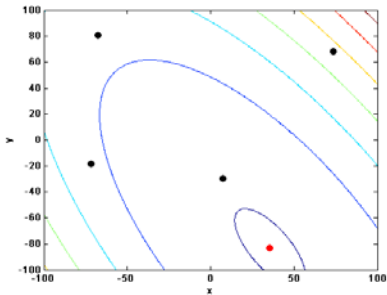
(g) cob-aiNet – Execução 1



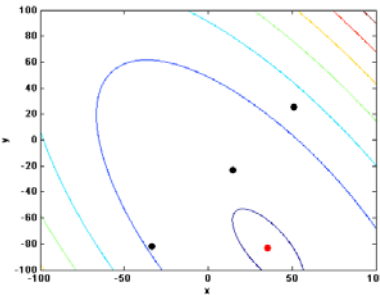
(h) cob-aiNet – Execução 12



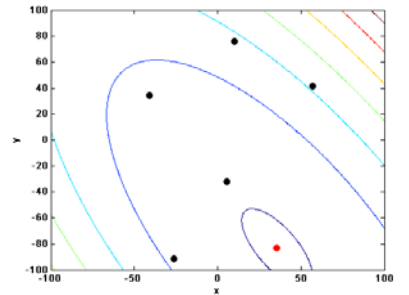
(i) cob-aiNet – Execução 25



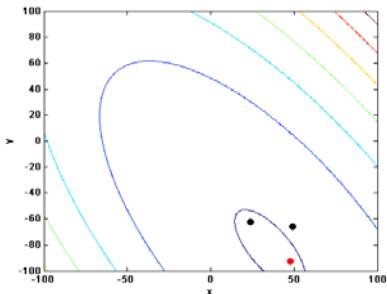
(j) opt-aiNet – Execução 1



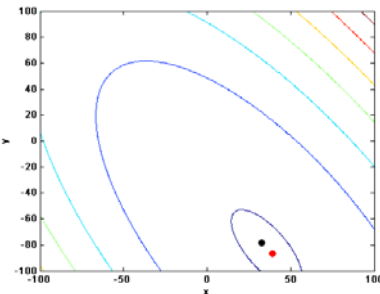
(k) opt-aiNet – Execução 12



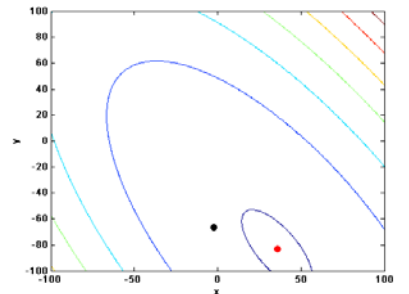
(l) opt-aiNet – Execução 25



(m) dopt-aiNet – Execução 1



(n) dopt-aiNet – Execução 12



(o) dopt-aiNet – Execução 25

Figura 5.2: Representação gráfica das curvas de nível para o problema F_2 da competição CEC'2005 e das soluções retornadas como ótimos locais pelos algoritmos OptBees (a)-(f), cob-aiNet (g)-(i), opt-aiNet (j)-(l) e dopt-aiNet (m)-(o), para as execuções 1, 12 e 25 dos experimentos. Os gráficos das letras (g)-(o) foram reproduzidos de Coelho (2011) com permissão do autor. As melhores soluções estão representadas por pontos vermelhos.

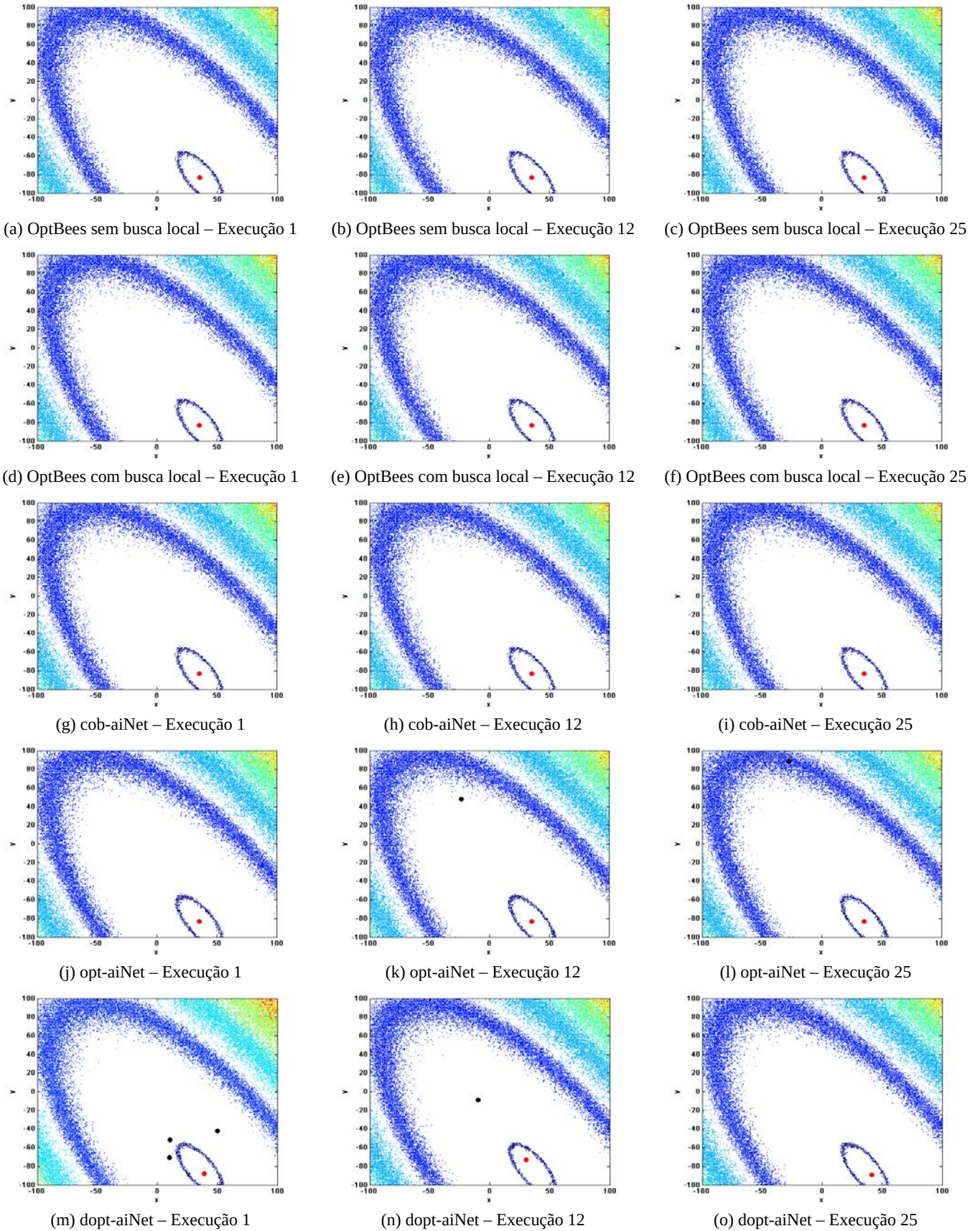
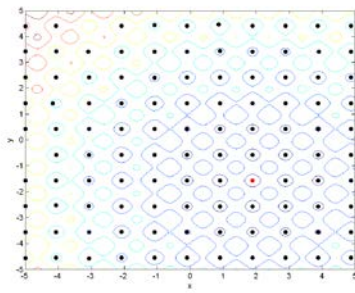
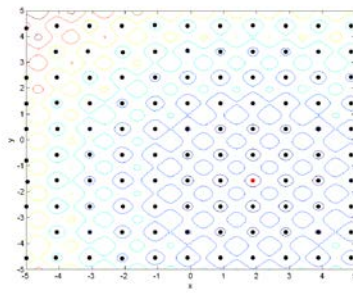


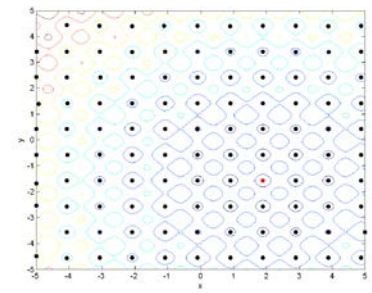
Figura 5.3: Representação gráfica das curvas de nível para o problema F_4 da competição CEC'2005 e das soluções retornadas como ótimos locais pelos algoritmos OptBees (a)-(f), cob-aiNet (g)-(i), opt-aiNet (j)-(l) e dopt-aiNet (m)-(o), para as execuções 1, 12 e 25 dos experimentos. Os gráficos das letras (g)-(o) foram reproduzidos de Coelho (2011) com permissão do autor. As melhores soluções estão representadas por pontos vermelhos.



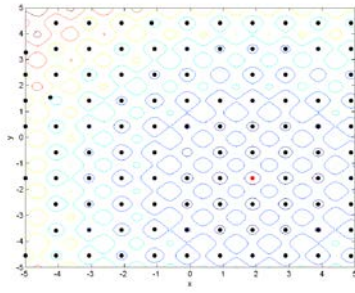
(a) OptBees sem busca local – Execução 1



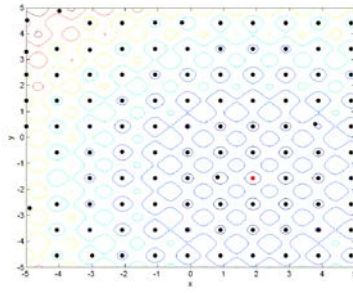
(b) OptBees sem busca local – Execução 12



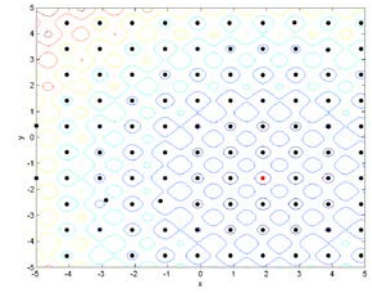
(c) OptBees sem busca local – Execução 25



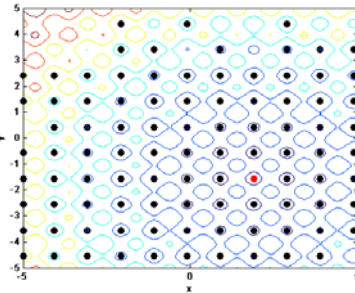
(d) OptBees com busca local – Execução 1



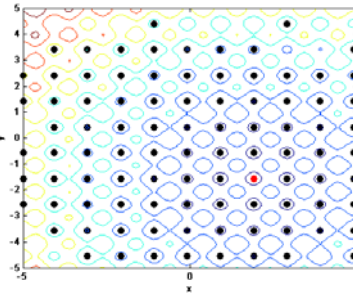
(e) OptBees com busca local – Execução 12



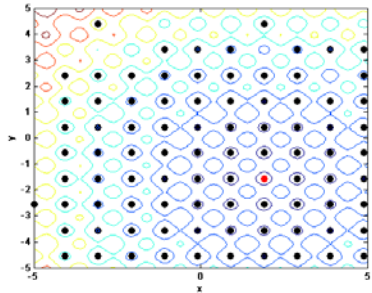
(f) OptBees com busca local – Execução 25



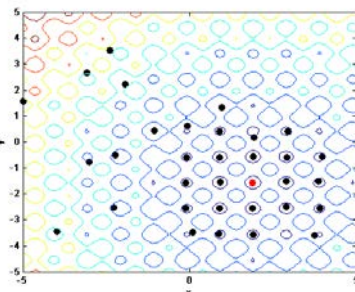
(g) cob-aiNet – Execução 1



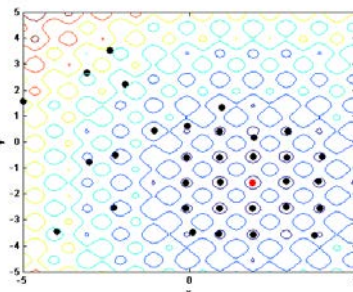
(h) cob-aiNet – Execução 12



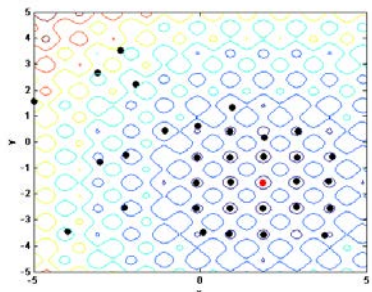
(i) cob-aiNet – Execução 25



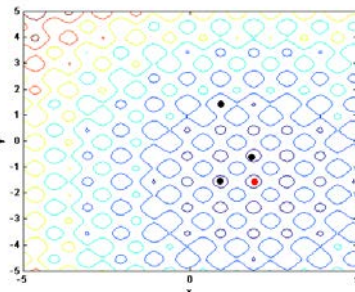
(j) opt-aiNet – Execução 1



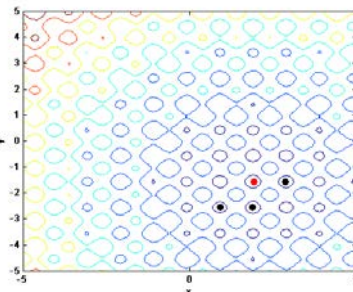
(k) opt-aiNet – Execução 12



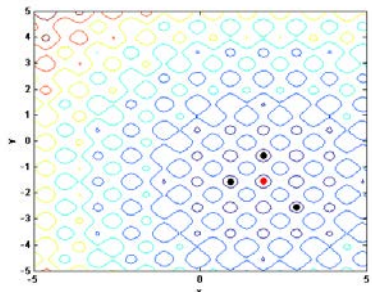
(l) opt-aiNet – Execução 25



(m) dopt-aiNet – Execução 1

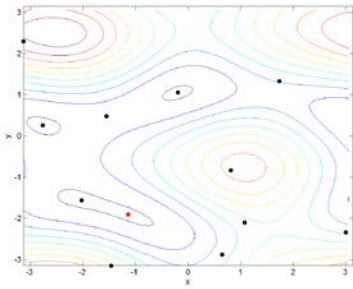


(n) dopt-aiNet – Execução 12

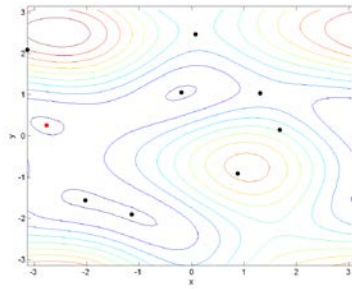


(o) dopt-aiNet – Execução 25

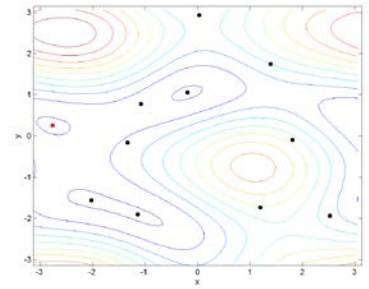
Figura 5.4: Representação gráfica das curvas de nível para o problema F_9 da competição CEC'2005 e das soluções retornadas como ótimos locais pelos algoritmos OptBees (a)-(f), cob-aiNet (g)-(i), opt-aiNet (j)-(l) e dopt-aiNet (m)-(o), para as execuções 1, 12 e 25 dos experimentos. Os gráficos das letras (g)-(o) foram reproduzidos de Coelho (2011) com permissão do autor. As melhores soluções estão representadas por pontos vermelhos.



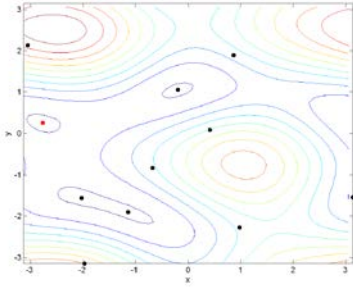
(a) OptBees sem busca local – Execução 1



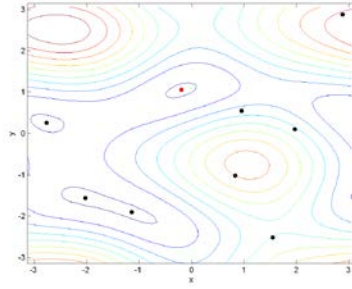
(b) OptBees sem busca local – Execução 12



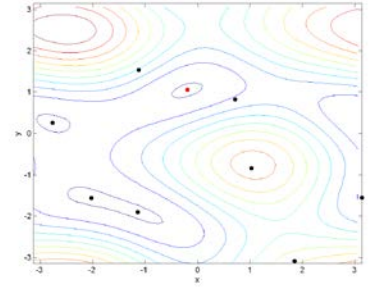
(c) OptBees sem busca local – Execução 25



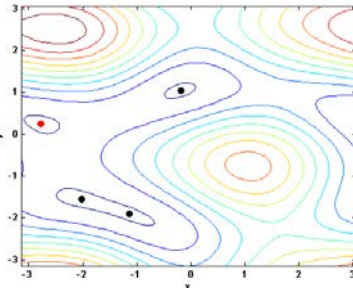
(d) OptBees com busca local – Execução 1



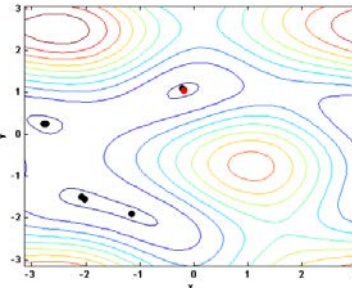
(e) OptBees com busca local – Execução 12



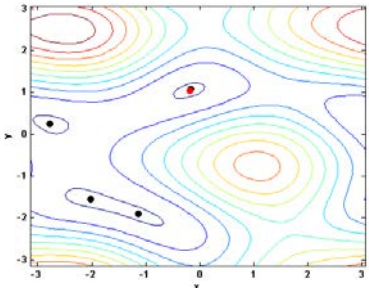
(f) OptBees com busca local – Execução 25



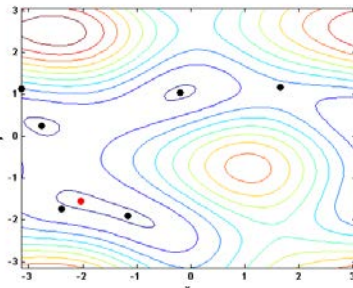
(g) cob-aiNet – Execução 1



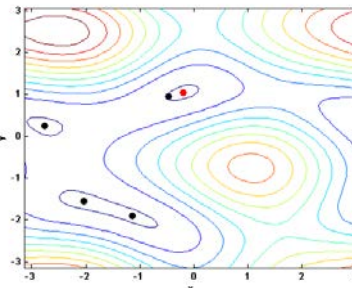
(h) cob-aiNet – Execução 12



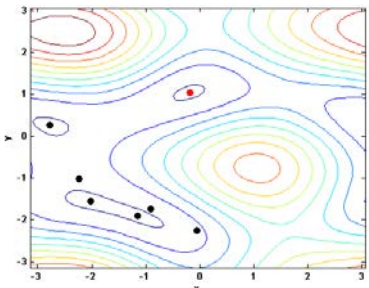
(i) cob-aiNet – Execução 25



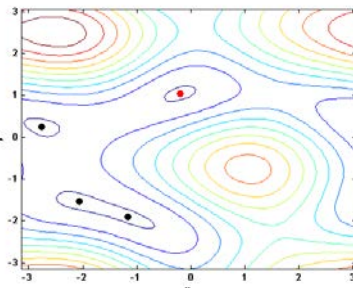
(j) opt-aiNet – Execução 1



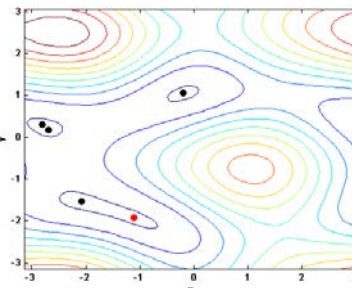
(k) opt-aiNet – Execução 12



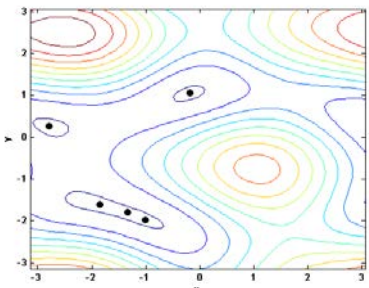
(l) opt-aiNet – Execução 25



(m) dopt-aiNet – Execução 1

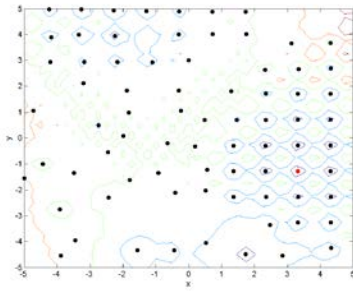


(n) dopt-aiNet – Execução 12

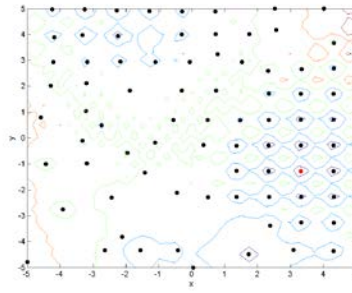


(o) dopt-aiNet – Execução 25

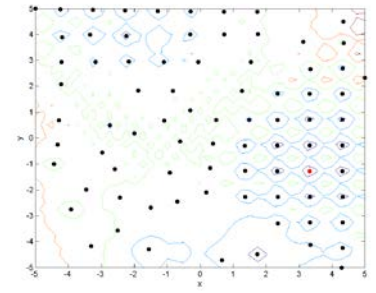
Figura 5.5: Representação gráfica das curvas de nível para o problema F_{12} da competição CEC'2005 e das soluções retornadas como ótimos locais pelos algoritmos OptBees (a)-(f), cob-aiNet (g)-(i), opt-aiNet (j)-(l) e dopt-aiNet (m)-(o), para as execuções 1, 12 e 25 dos experimentos. Os gráficos das letras (g)-(o) foram reproduzidos de Coelho (2011) com permissão do autor. As melhores soluções estão representadas por pontos vermelhos.



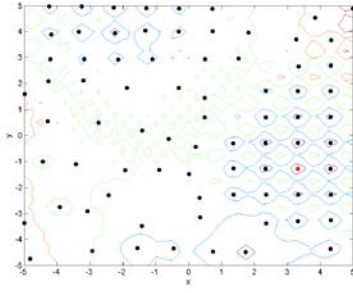
(a) OptBees sem busca local – Execução 1



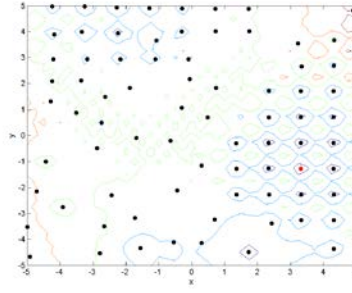
(b) OptBees sem busca local – Execução 12



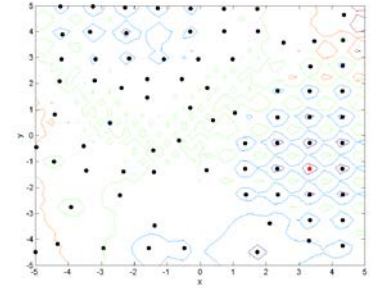
(c) OptBees sem busca local – Execução 25



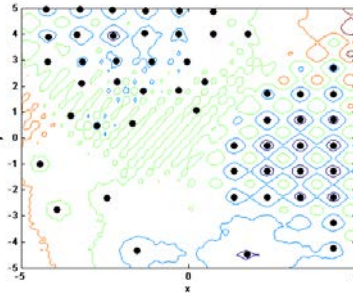
(d) OptBees com busca local – Execução 1



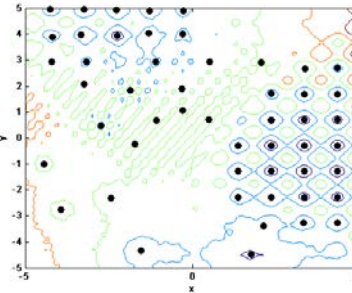
(e) OptBees com busca local – Execução 12



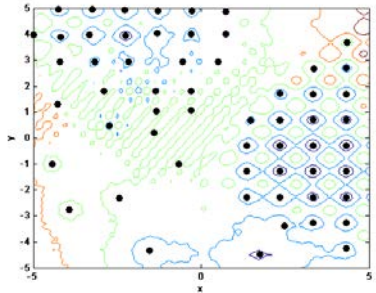
(f) OptBees com busca local – Execução 25



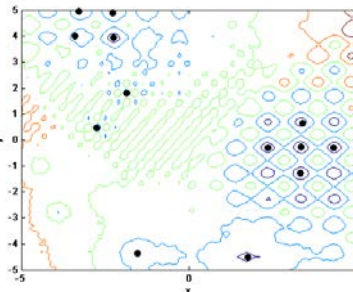
(g) cob-aiNet – Execução 1



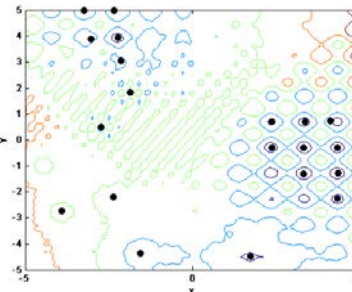
(h) cob-aiNet – Execução 12



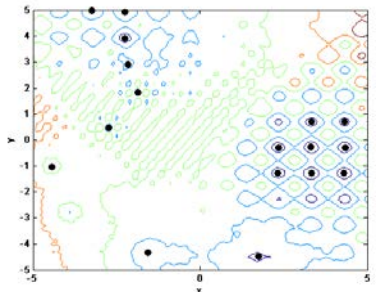
(i) cob-aiNet – Execução 25



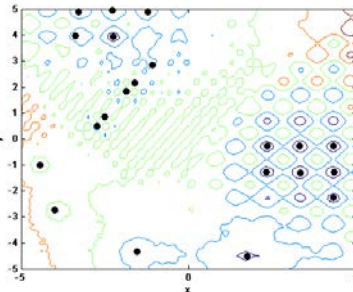
(j) opt-aiNet – Execução 1



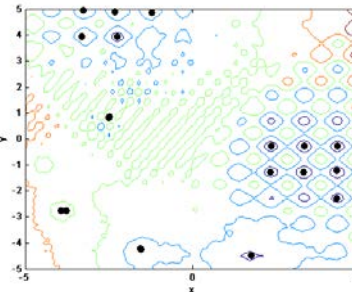
(k) opt-aiNet – Execução 12



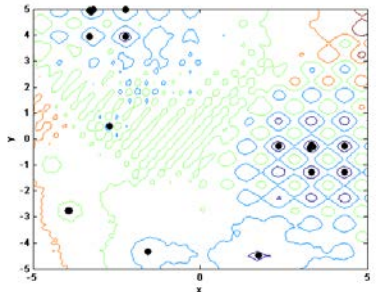
(l) opt-aiNet – Execução 25



(m) dopt-aiNet – Execução 1

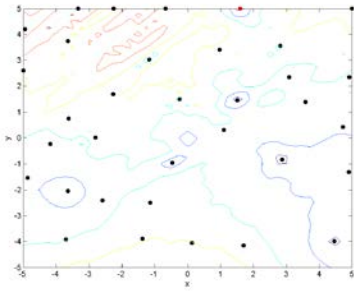


(n) dopt-aiNet – Execução 12

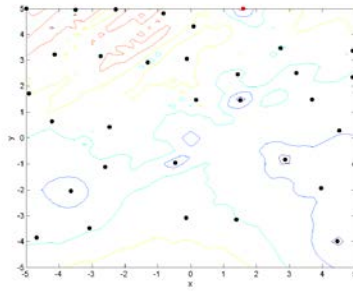


(o) dopt-aiNet – Execução 25

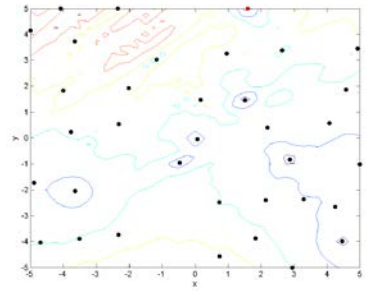
Figura 5.6: Representação gráfica das curvas de nível para o problema F_{15} da competição CEC'2005 e das soluções retornadas como ótimos locais pelos algoritmos OptBees (a)-(f), cob-aiNet (g)-(i), opt-aiNet (j)-(l) e dopt-aiNet (m)-(o), para as execuções 1, 12 e 25 dos experimentos. Os gráficos das letras (g)-(o) foram reproduzidos de Coelho (2011) com permissão do autor. As melhores soluções estão representadas por pontos vermelhos.



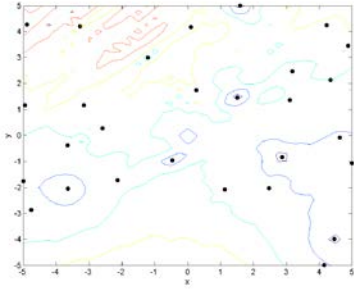
(a) OptBees sem busca local – Execução 1



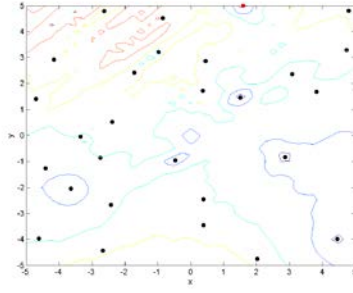
(b) OptBees sem busca local – Execução 12



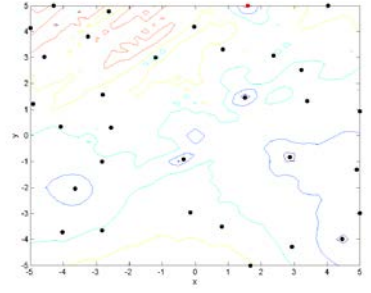
(c) OptBees sem busca local – Execução 25



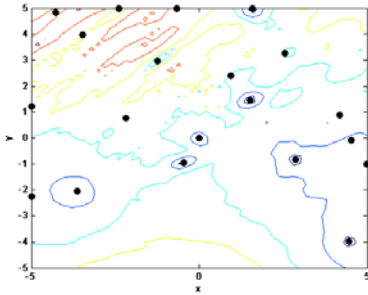
(d) OptBees com busca local – Execução 1



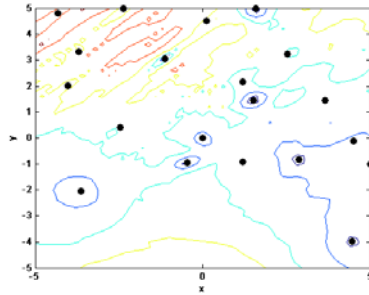
(e) OptBees com busca local – Execução 12



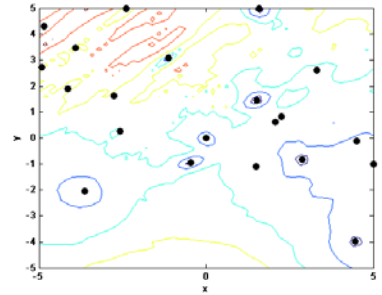
(f) OptBees com busca local – Execução 25



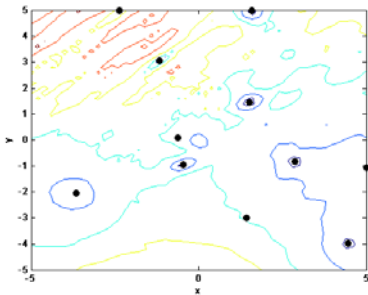
(g) cob-aiNet – Execução 1



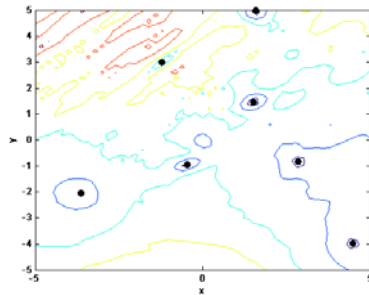
(h) cob-aiNet – Execução 12



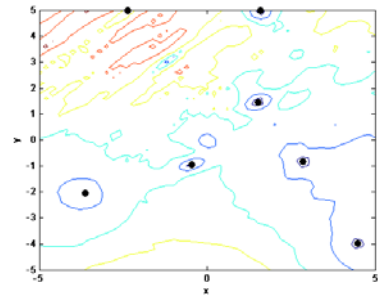
(i) cob-aiNet – Execução 25



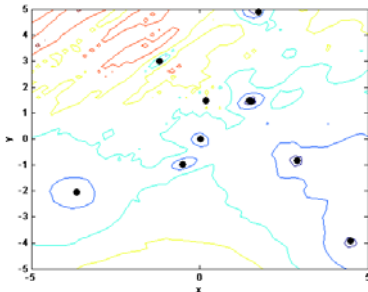
(j) opt-aiNet – Execução 1



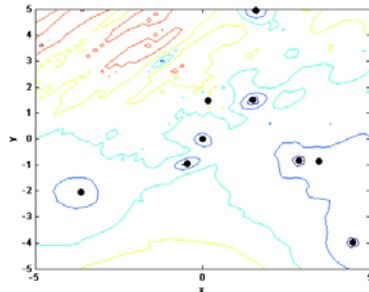
(k) opt-aiNet – Execução 12



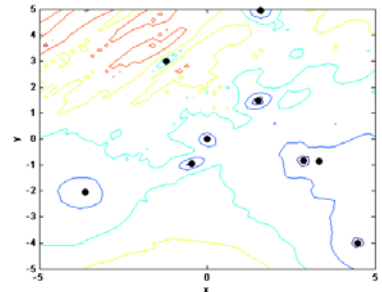
(l) opt-aiNet – Execução 25



(m) dopt-aiNet – Execução 1



(n) dopt-aiNet – Execução 12



(o) dopt-aiNet – Execução 25

Figura 5.7: Representação gráfica das curvas de nível para o problema F_{20} da competição CEC'2005 e das soluções retornadas como ótimos locais pelos algoritmos OptBees (a)-(f), cob-aiNet (g)-(i), opt-aiNet (j)-(l) e dopt-aiNet (m)-(o), para as execuções 1, 12 e 25 dos experimentos. Os gráficos das letras (g)-(o) foram reproduzidos de Coelho (2011) com permissão do autor. As melhores soluções estão representadas por pontos vermelhos.

Tabela 5.7: Média $\pm$ Desvio-padrão do número de cálculos da função-objetivo executados pelo OptBees em suas versões com e sem busca local (até ser atingido um dos critérios de parada) para cada problema um dos seis problemas considerados na primeira fase dos experimentos. Os resultados para os quais a hipótese nula do Teste da Soma de Postos de Wilcoxon pode ser rejeitada com nível de significância igual 0,05 estão sublinhados.

	OptBees sem busca local	OptBees com busca local
F_2	<u>$3.409,80 \pm 4.782,88$</u>	$814,60 \pm 272,40$
F_4	$8.360,04 \pm 10.430,43$	$3.229,52 \pm 1.360,54$
F_9	$26.344,92 \pm 3.056,70$	$27.445,36 \pm 9.891,84$
F_{12}	<u>$4.164,60 \pm 509,22$</u>	$2.759,76 \pm 778,88$
F_{15}	<u>$25.023,92 \pm 2.354,34$</u>	$19.894,44 \pm 8.607,02$
F_{20}	$11.646,60 \pm 884,51$	$13.100,04 \pm 4.090,74$

Observação: foram apresentados apenas os dados referentes ao algoritmo OptBees em função da indisponibilidade de dados referentes aos algoritmos cob-aiNet, dopt-aiNet e opt-aiNet.

5.3 ANÁLISE DA EFETIVIDADE DOS MECANISMOS DE GERAÇÃO E MANUTENÇÃO DE DIVERSIDADE

A segunda fase dos experimentos teve como objetivo apresentar uma avaliação da capacidade de geração e manutenção de diversidade utilizando uma métrica clássica – a média da soma das distâncias entre pares de soluções (Lacevic & Arnaldi, 2011). Para isso, foram considerados dois problemas da competição CEC’2005: F_9 , um problema multimodal com uma elevada quantidade de ótimos locais uniformemente distribuídos no espaço de busca, e F_{15} , também multimodal e com muitos ótimos locais, mas não uniformemente distribuídos no espaço de busca. A escolha de problemas multimodais se deve ao fato de que nesse tipo de problema os mecanismos de geração e manutenção de diversidade e adaptação dinâmica dos números de abelhas recrutadoras e ativas se manifestam de forma mais evidente. Embora os resultados apresentados na primeira fase dos experimentos já sirvam de evidência de que o algoritmo de fato possui as capacidades de geração e manutenção de diversidade, pretende-se nesta seção reforçar esse fato por meio da análise da evolução de uma métrica de diversidade com o passar das iterações.

Lacevic & Arnaldi (2011) apresentam um estudo rigoroso das características de diversas métricas de diversidade em espaços Euclidianos. Entretanto, como o objetivo dos experimentos é apenas evidenciar que o OptBees possui mecanismos que o tornam capaz de gerar e manter diversidade, optou-se por utilizar uma métrica clássica e de simples implementação: a média

das distâncias entre pares de pontos.

A metodologia experimental foi a mesma utilizada na primeira fase dos experimentos, exceto pelo critério de parada adotado que foi um número fixo de iterações igual a 25. Com relação à parametrização do OptBees, todos os parâmetros receberam os mesmos valores utilizados na primeira etapa dos experimentos, exceto o número máximo de abelhas ativas n_{max} que assumiu o valor 2.500 (esse valor diferente teve como objetivo dar mais liberdade para o mecanismo de variação do número de abelhas ativas).

A Figura 5.8 (a) e (b) apresenta, respectivamente, a evolução da métrica de diversidade com o passar das iterações, nas 25 execuções, para os problemas F_9 e F_{15} . Nota-se claramente que o valor da métrica, calculado no início de cada iteração, começa pequeno e aumenta rapidamente, assumindo um comportamento de estabilização nas iterações finais, o que reflete a geração e a manutenção de diversidade de soluções. Esse rápido aumento nas primeiras iterações é devido à existência das abelhas exploradoras e ao mecanismo de ajuste do número de abelhas ativas em função do número de abelhas recrutadoras, números esses cujas evoluções com o passar das iterações estão apresentadas nas Figuras 5.9 e 5.10, nas quais se pode notar também um comportamento de aumento nas primeiras iterações e de estabilização das iterações finais.

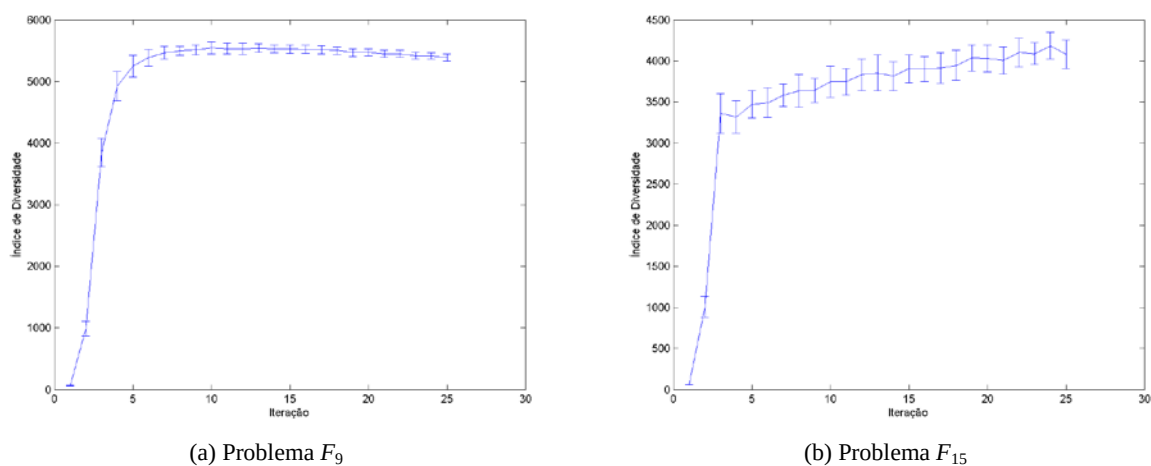
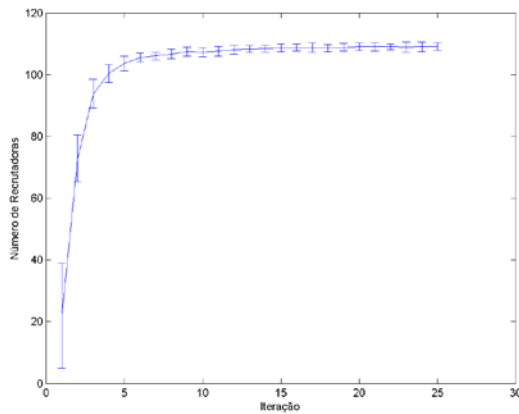


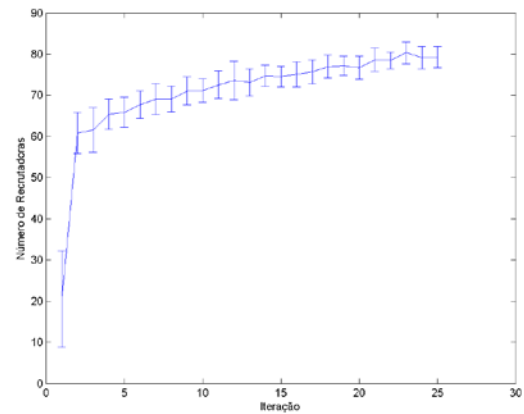
Figura 5.8: Evolução do índice de diversidade com o passar das iterações para os problemas F_9 (a) e F_{15} (b) da competição CEC'2005. Os pontos das curvas representam o valor médio do índice, tomado para a respectiva iteração em cada uma das 25 execuções, enquanto as barras verticais representam os valores correspondentes de desvio-padrão. O índice de diversidade é calculado no início de cada iteração.

Esses resultados, aliados àqueles apresentados na primeira fase dos experimentos, deixam evidentes as capacidades de geração e manutenção de diversidade do algoritmo OptBees. Com relação ao número final de abelhas recrutadoras retornadas como ótimos locais, os re-

sultados, considerando a forma média $\pm$ desvio padrão, foram $102,44 \pm 18,77$ para o problema F_9 e $70,44 \pm 11,97$ para o problema F_{15} . Já erros absolutos médios foram nulos para ambos os problemas, o que deixa evidente o sucesso na busca global. A Figura 5.11 apresenta as recrutadoras do conjunto final de abelhas ativas obtidas nas repetições 1, 12 e 25 dos experimentos, para cada um dos dois problemas, juntamente com as curvas de nível correspondentes, sendo que a sua análise mostra que o algoritmo obteve um bom desempenho também na busca multimodal. Os resultados apresentados na Figura 5.11 deixam evidente que as soluções não estão simplesmente espalhadas pelo espaço de busca, isto é, a diversidade é gerada e mantida, mas com soluções povoando as regiões promissoras e se aproximando de ótimos locais

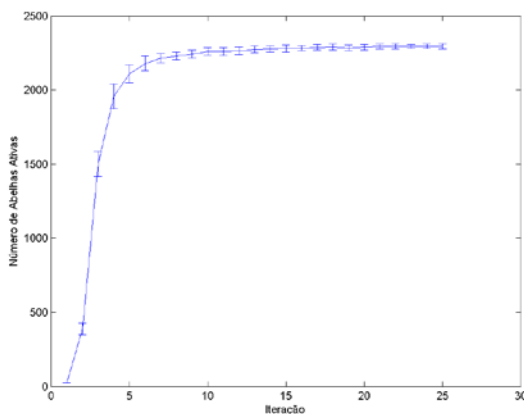


(a) Problema F_9

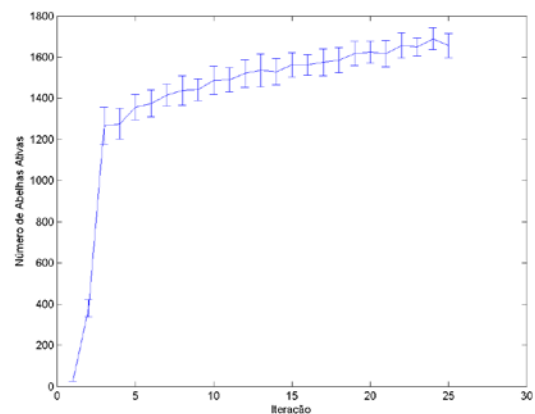


(b) Problema F_{15}

Figura 5.9: Evolução do número de recrutadoras com o passar das iterações para os problemas F_9 (a) e F_{15} (b) da competição CEC'2005. Os pontos das curvas representam o valor médio do índice, tomado para a respectiva iteração em cada uma das 25 execuções, enquanto as barras verticais representam os valores correspondentes de desvio-padrão.



(a) Problema F_9



(b) Problema F_{15}

Figura 5.10: Evolução do número de abelhas ativas com o passar das iterações para os problemas F_9 (a) e F_{15} (b) da competição CEC'2005. Os pontos das curvas representam o valor médio, tomado para a respectiva iteração em cada uma das 25 execuções, enquanto as barras verticais representam os valores correspondentes de desvio-padrão. A contagem de abelhas ativas foi feita no final de cada iteração.

Muito embora a Figura 5.11 apresente apenas as abelhas recrutadoras do conjunto final de abelhas ativas, é importante lembrar que, para todas as execuções, há um número grande de abelhas tivas espalhadas pelo espaço de busca (cerca de 2.250 para o problema F_9 e 1.600 para o problema F_{15}), como se pode perceber por meio da análise da Figura 5.10.

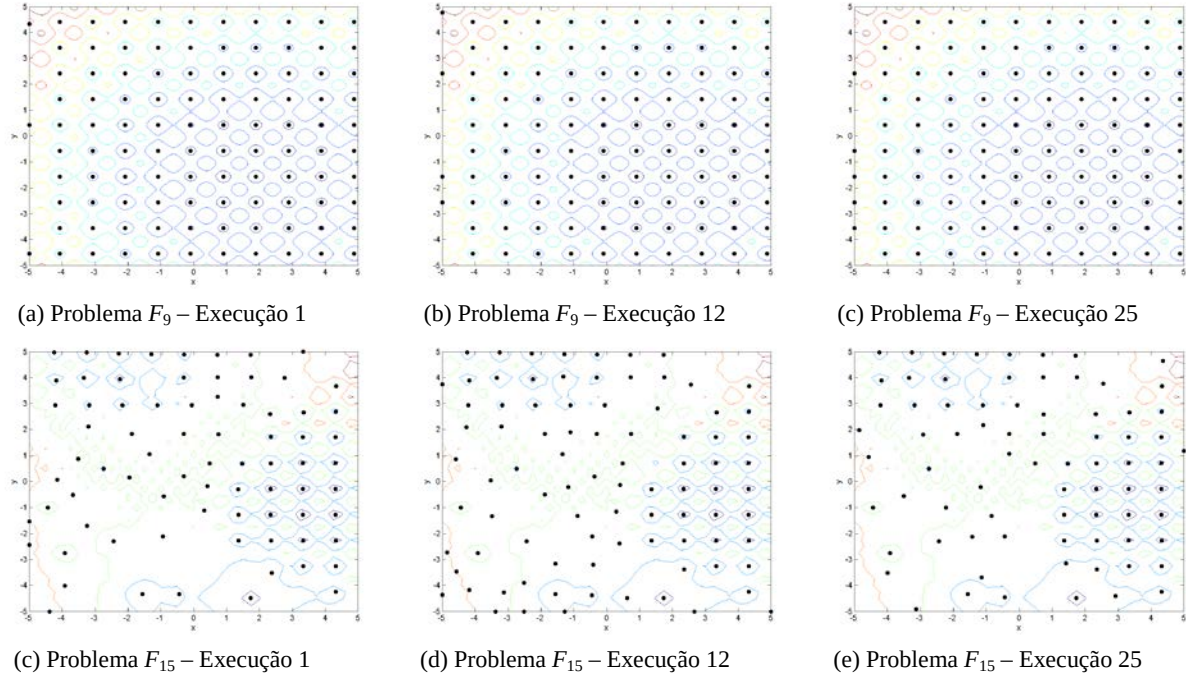


Figura 5.11: Representação gráfica das curvas de nível e das soluções retornadas como ótimos locais pelo algoritmo OptBees: os gráficos de (a) a (c) e de (d) a (f) correspondem aos resultados das execuções 1, 12 e 25 dos experimentos para os problemas F_9 e F_{15} da competição CEC’2005, respectivamente. As melhores soluções estão representadas por pontos vermelhos.

5.4 ANÁLISE DE SENSIBILIDADE PARAMÉTRICA

O objetivo da terceira fase dos experimentos foi a realização de uma análise de sensibilidade paramétrica para avaliar como é o comportamento do OptBees para diferentes configurações de seus principais parâmetros e identificar quais deles têm maior influência sobre o desempenho do algoritmo. Considerando o fato de que os diferenciais do OptBees ficam mais evidentes no contexto dos problemas multimodais, foi considerado o problema F_9 (Seção 5.2), uma vez que ele possui uma grande quantidade de ótimos locais.

A metodologia utilizada consistiu em variar cada parâmetro individualmente, enquanto os demais permaneceram fixos em valores padronizados (Tabela 5.8). Para cada valor de cada parâmetro, os experimentos foram repetidos 15 vezes e foram analisados os seguintes aspectos:

- Erro absoluto médio obtido entre a melhor solução encontrada e o ótimo global;

- Quantidade de abelhas recrutadoras do conjunto final de abelhas ativas;
- Distribuição das abelhas recrutadoras do conjunto final de abelhas ativas no espaço de busca;
- Quantidade de abelhas do conjunto final de abelhas ativas;
- Distribuição do conjunto final de abelhas ativas no espaço de busca;
- Evolução do valor médio do erro absoluto entre a melhor solução e o ótimo global com o passar das iterações;
- Evolução do valor médio do número de abelhas recrutadoras com o passar das iterações;
- Evolução do valor médio do número de abelhas ativas com o passar das iterações; e
- Evolução do valor médio do índice de diversidade, ou seja, da média da soma das distâncias entre pares de soluções (Lacevic & Arnaldi, 2011), com o passar das iterações.

O único parâmetro que não foi considerado para a análise de sensibilidade foi o número máximo de abelhas ativas n_{max} . Esse valor foi mantido em 1.500 em todos os experimentos, visto que ele nada mais é do que um limite que evita a explosão do número de abelhas ativas, sendo intuitiva a relação entre a sua variação e o comportamento do algoritmo. O critério de parada adotado foi um número fixo de iterações igual a 15 (o número de iterações, portanto, também não foi considerado para a análise de sensibilidade, uma vez que, assim como para o número máximo de abelhas ativas n_{max} , a relação entre a sua variação e o comportamento do algoritmo é intuitiva). O operador de busca local foi aplicado em todas as abelhas recrutadoras, por 20 iterações, visto que o seu efeito já foi avaliado na primeira fase dos experimentos.

Tabela 5.8: Valores padronizados e valores testados para os parâmetros do algoritmo OptBees durante os experimentos de análise de sensibilidade paramétrica.

Parâmetro	Valor Padrão	Valores Testados
Número inicial de abelhas ativas n_i	25	2; 10; 25; 100
Esforço médio de forrageamento n_{mean}	20	2; 10; 20; 50
Raio de inibição social ρ_i	0,05	0,01; 0,05; 0,1; 0,25
Probabilidade mínima de uma abelha ser recrutadora p_{min}	0,8	0,01; 0,25; 0,5; 0,8
Percentual de abelhas não-recrutadoras que serão recrutadas p_{rec}	0,5	0,01; 0,1; 0,5; 1

5.4.1 NÚMERO INICIAL DE ABELHAS ATIVAS (n_i)

O número inicial de abelhas ativas tem relação direta com o grau de exploração do espaço de busca com o qual o algoritmo iniciará a sua execução. Assim, quanto maior for o valor desse

parâmetro, maiores serão as chances de serem encontradas regiões promissoras nas primeiras iterações. Como esse número corresponde ainda ao número mínimo de abelhas ativas, ele determina também o esforço mínimo (em termos de quantidade de abelhas ativas) que será dedicado à busca.

A Figura 5.12 apresenta os valores médios do erro absoluto entre a melhor solução encontrada e o ótimo global e do número final de abelhas recrutadoras do conjunto final de abelhas ativas retornado pelo OptBees, para os diferentes valores do número inicial de abelhas ativas n_i . Pode-se perceber que a variação desse parâmetro teve um impacto pequeno tanto no erro absoluto médio quanto no número final de abelhas recrutadoras do conjunto final de abelhas ativas, visto que os valores médios mudaram pouco e os desvios-padrão associados foram relativamente altos.

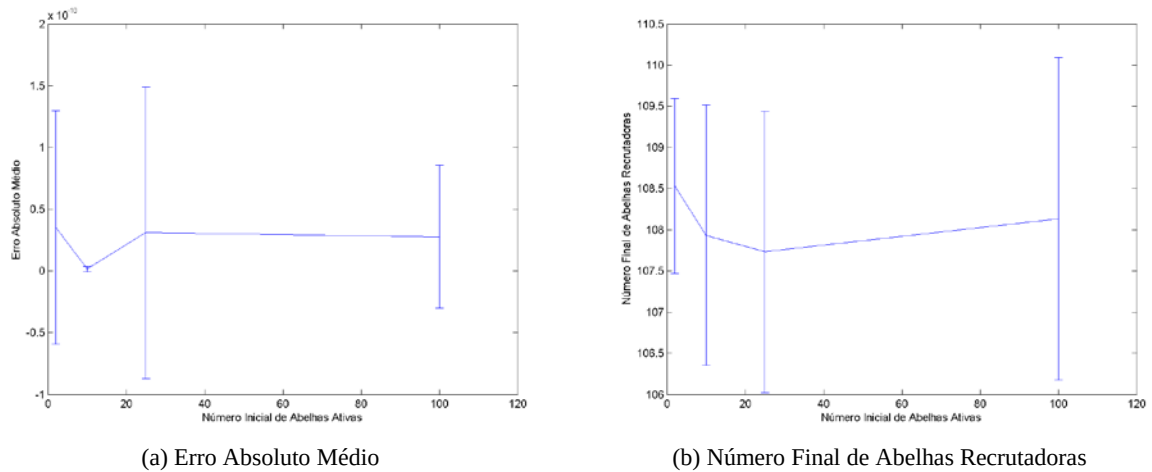
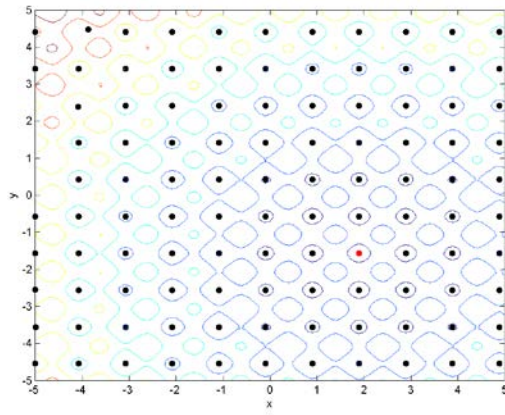
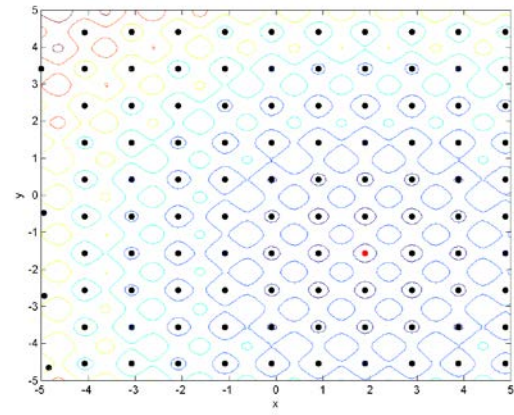


Figura 5.12: Valores médios do erro absoluto entre a melhor solução encontrada e o ótimo global (a) e do número de abelhas recrutadoras do conjunto final de abelhas ativas retornado pelo OptBees (b), para o problema F_9 da competição CEC'2005, em função da variação do número inicial de abelhas ativas n_i . As barras verticais correspondem aos valores de desvio-padrão avaliados em 15 repetições.

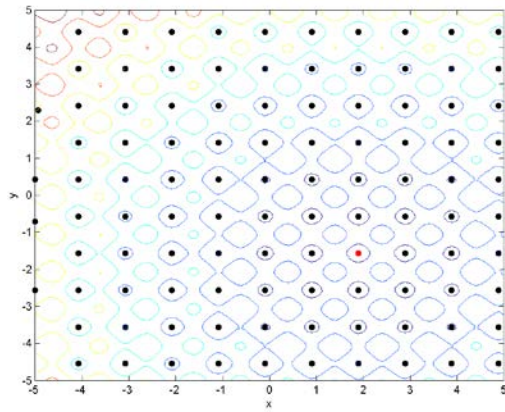
Com relação às distribuições das abelhas recrutadoras do conjunto final de abelhas ativas e do conjunto de abelhas ativas no espaço de busca, apresentadas nas Figuras 5.13 e 5.14, respectivamente (para a última repetição dos experimentos), nota-se que elas sofreram pouco impacto com a variação do número inicial de abelhas ativas n_i .



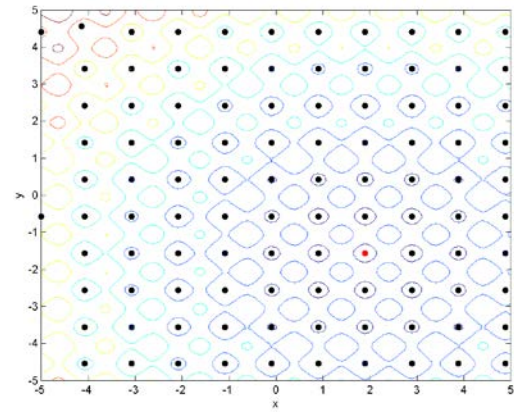
(a) $n_i = 2$



(b) $n_i = 10$

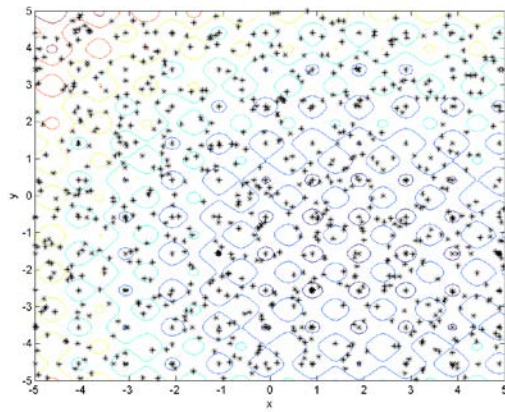


(c) $n_i = 25$

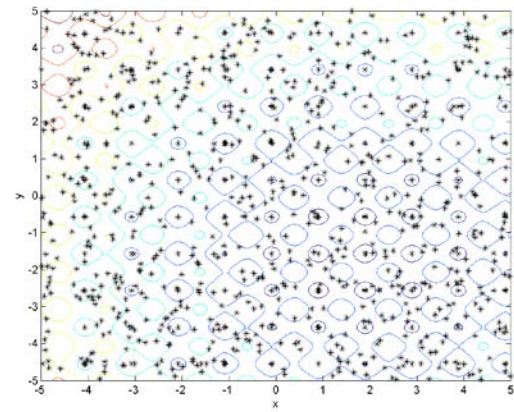


(d) $n_i = 100$

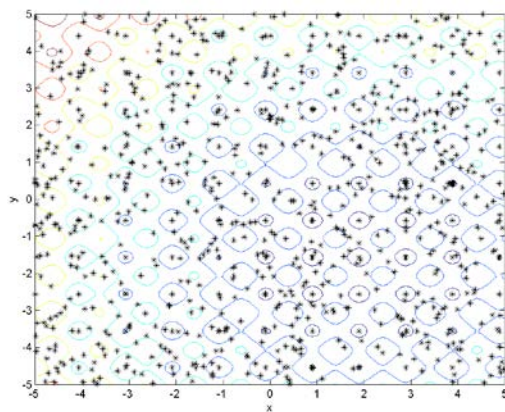
Figura 5.13: Representação gráfica das curvas de nível e das soluções retornadas como ótimos locais (as abelhas recrutadoras do conjunto final de abelhas ativas) pelo algoritmo OptBees, para o problema F_9 da competição CEC'2005, com (a) $n_i = 2$, (b) $n_i = 10$, (c) $n_i = 25$ e (d) $n_i = 100$, na última repetição dos experimentos. As melhores soluções estão representadas por pontos vermelhos.



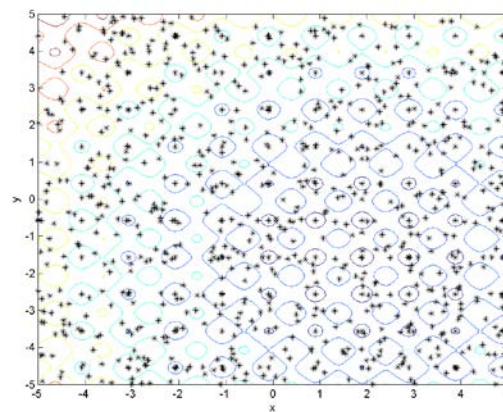
(a) $n_i = 2$



(b) $n_i = 10$



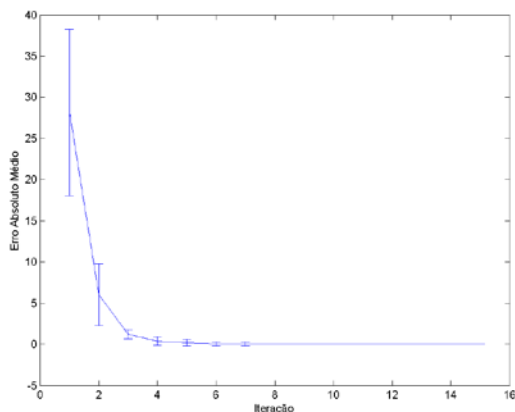
(c) $n_i = 25$



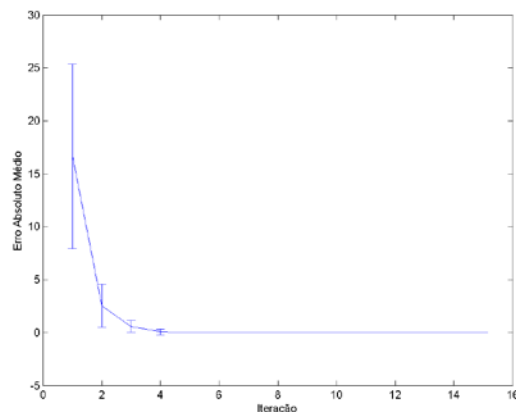
(d) $n_i = 100$

Figura 5.14: Representação gráfica das curvas de nível e das soluções retornadas pelo algoritmo OptBees (o conjunto final de abelhas ativas), para o problema F_9 da competição CEC'2005, com (a) $n_i = 2$, (b) $n_i = 10$, (c) $n_i = 25$ e (d) $n_i = 100$, na última repetição dos experimentos.

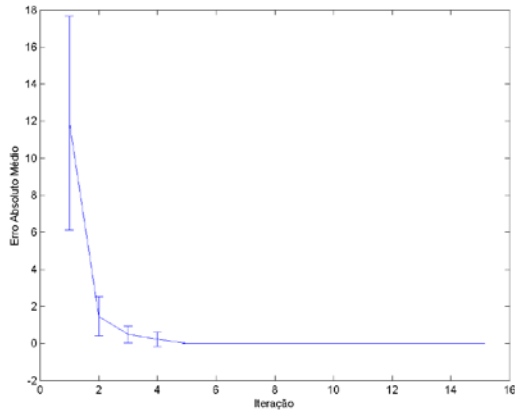
A Figura 5.15 apresenta a evolução do valor médio do erro absoluto entre a melhor solução e o ótimo global com o passar das iterações durante as execuções do algoritmo OptBees. Percebe-se que os comportamentos foram similares para os diferentes valores do número inicial de abelhas ativas n_i , sendo que valores mais elevados desse parâmetro fizeram com que os valores iniciais do erro absoluto fossem menores, dado o maior grau de exploração inicial, o que pode proporcionar uma convergência mais rápida.



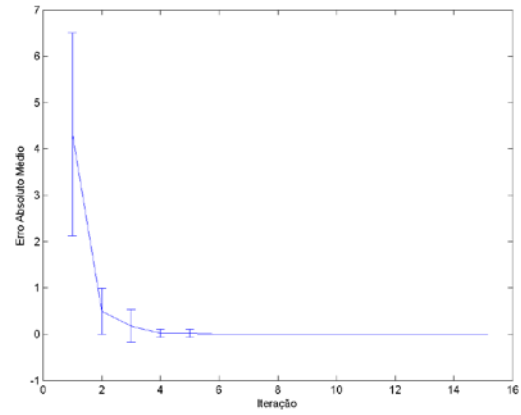
(a) $n_i = 2$



(b) $n_i = 10$



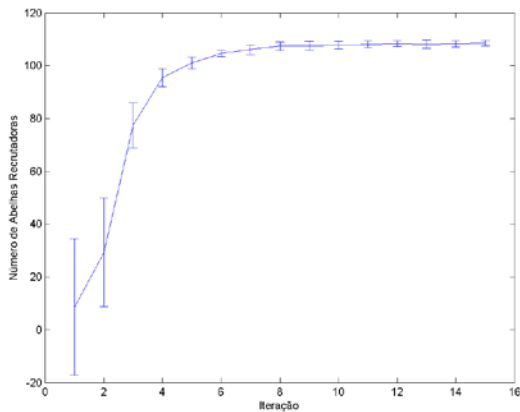
(c) $n_i = 25$



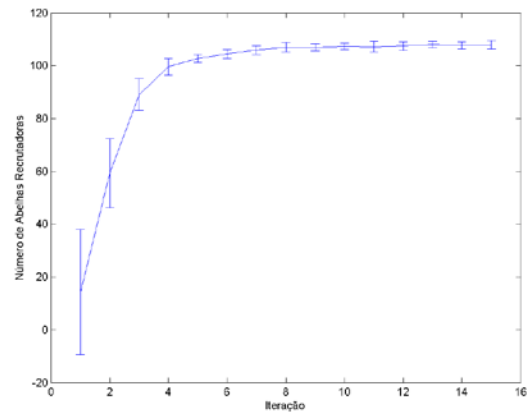
(d) $n_i = 100$

Figura 5.15: Evolução do valor médio do erro absoluto entre a melhor solução e o ótimo global com o passar das iterações durante as execuções do algoritmo OptBees, para o problema F_9 da competição CEC'2005, com (a) $n_i = 2$, (b) $n_i = 10$, (c) $n_i = 25$ e (d) $n_i = 100$. As barras verticais correspondem aos valores de desvio-padrão a-variados em 15 repetições.

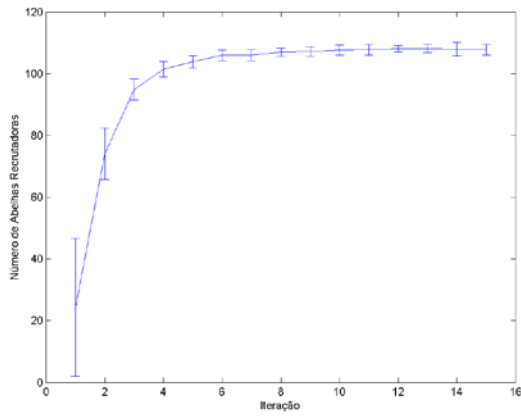
Os valores médios do número de abelhas recrutadoras em cada iteração, para os diferentes valores do número inicial de abelhas ativas n_i , apresentado na Figura 5.16, também não foram impactados de forma significativa pela variação do número inicial de abelhas ativas, apresentando um comportamento de aumento rápido (descoberta de novas regiões promissoras), seguido de uma estabilização (quando “todas” as regiões promissoras já foram descobertas). Já o valor médio do número de abelhas ativas em cada iteração, apresentado na Figura 5.17, também não foi impactado pela variação do número de abelhas ativas, apresentando um comportamento de aumento rápido, seguido de uma estabilização num valor igual ao número máximo de abelhas ativas $n_{max} = 1.500$ (o aumento do número de abelhas recrutadoras promove o aumento do número de abelhas ativas).



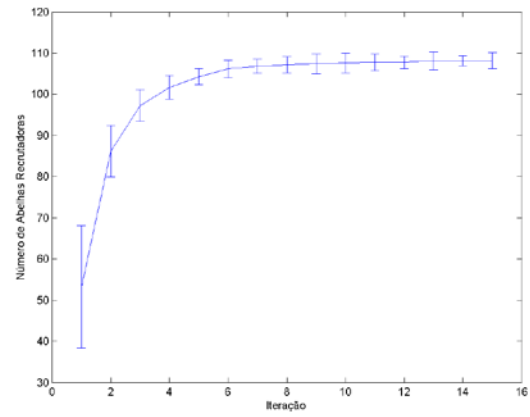
(a) $n_i = 2$



(b) $n_i = 10$

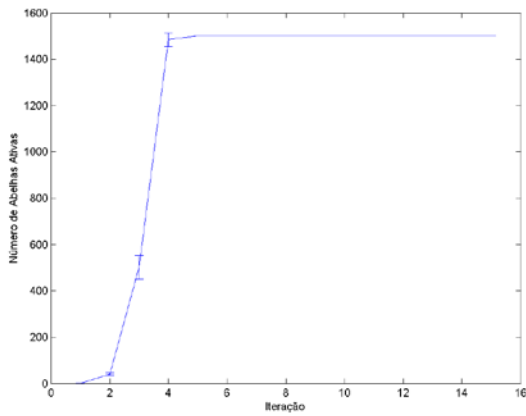


(c) $n_i = 25$

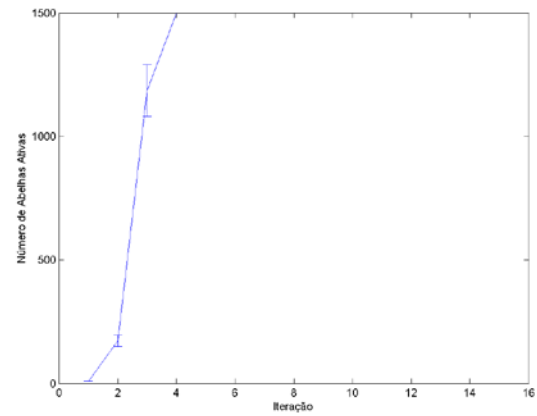


(d) $n_i = 100$

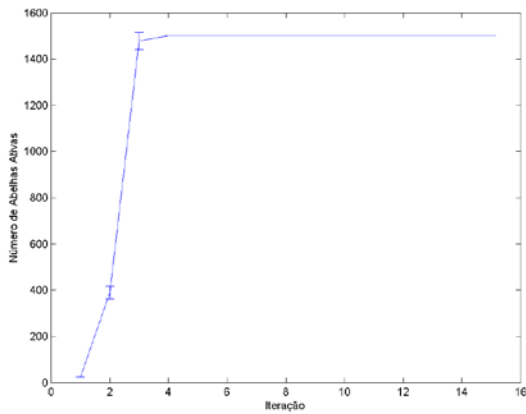
Figura 5.16: Evolução do valor médio do número de abelhas recrutadoras com o passar das iterações durante as execuções do algoritmo OptBees, para o problema F_9 da competição CEC'2005, com (a) $n_i = 2$, (b) $n_i = 10$, (c) $n_i = 25$ e (d) $n_i = 100$. As barras verticais correspondem aos valores de desvio-padrão avaliados em 15 repetições.



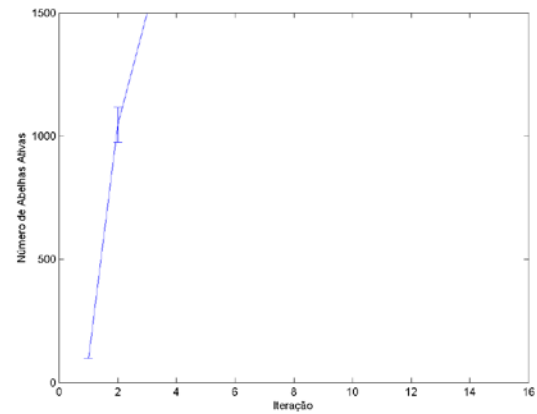
(a) $n_i = 2$



(b) $n_i = 10$



(c) $n_i = 25$



(d) $n_i = 100$

Figura 5.17: Evolução do valor médio do número de abelhas ativas com o passar das iterações durante as execuções do algoritmo OptBees, para o problema F_9 da competição CEC'2005, com (a) $n_i = 2$, (b) $n_i = 10$, (c) $n_i = 25$ e (d) $n_i = 100$. As barras verticais correspondem aos valores de desvio-padrão avaliados em 15 repetições.

Quanto ao valor do índice de diversidade, cuja evolução do valor médio com o passar das iterações durante as execuções, para os diferentes valores do número inicial de abelhas ativas n_i ,

está apresentada na Figura 5.18, nota-se, mais uma vez, que o impacto da variação desse parâmetro foi pequeno.

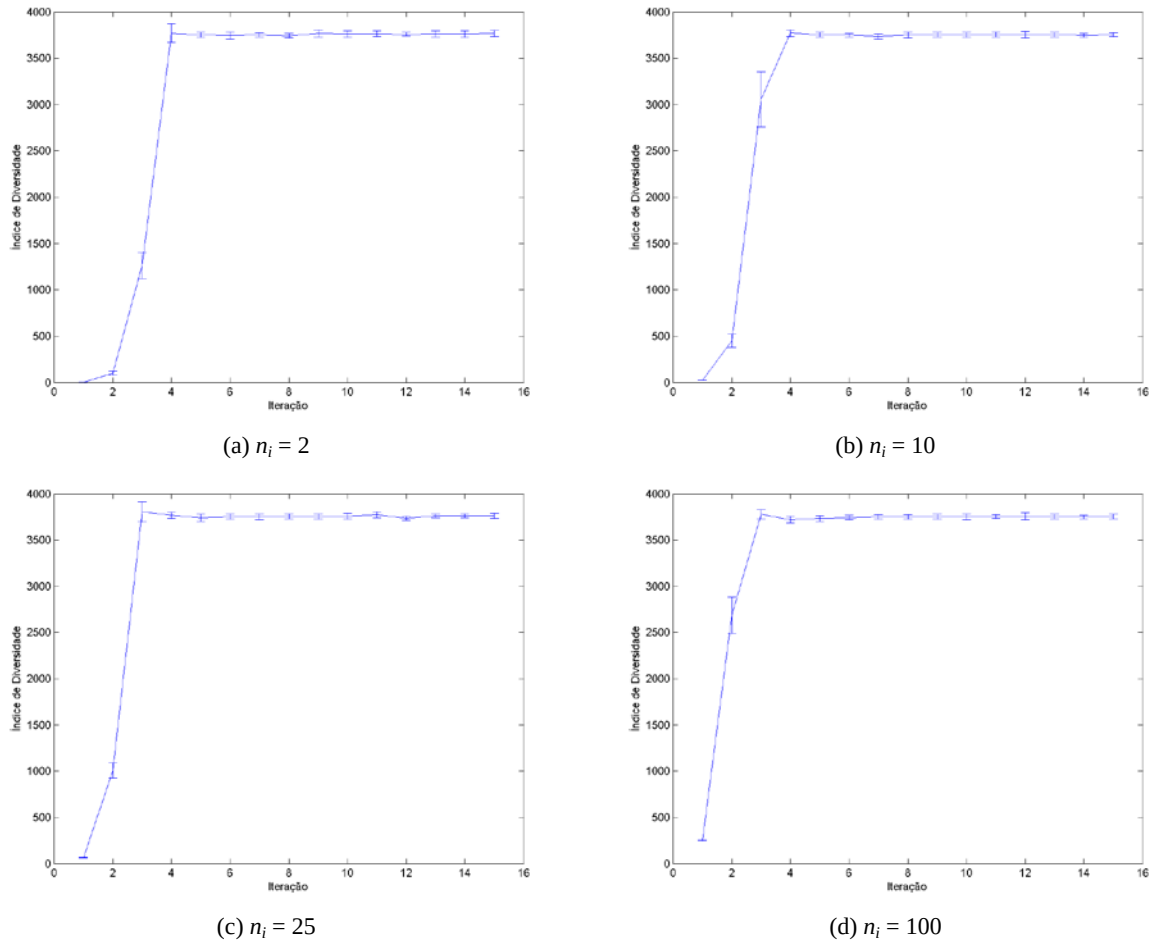


Figura 5.18: Evolução do valor médio do índice de diversidade com o passar das iterações durante as execuções do algoritmo OptBees, para o problema F_9 da competição CEC'2005, com (a) $n_i = 2$, (b) $n_i = 10$, (c) $n_i = 25$ e (d) $n_i = 100$. As barras verticais correspondem aos valores de desvio-padrão avaliados em 15 repetições.

Diante dos resultados apresentados, conclui-se que é melhor utilizar um número inicial de abelhas ativas elevado. Cabe, no entanto, destacar que isso implica em aumentar o custo computacional do algoritmo.

5.4.2 ESFORÇO MÉDIO DE FORRAGEAMENTO (n_{mean})

O esforço médio de forrageamento determina a quantidade de abelhas que serão tornadas ativas ou inativas quando do aumento ou diminuição, respectivamente, do número de abelhas ativas: valores mais elevados fazem com que o número de abelhas ativas aumente mais ou menos intensamente em função da variação da quantidade de abelhas recrutadoras. Esse parâmetro influencia na capacidade de exploração do algoritmo, notadamente quando o número de abelhas ativas aumenta. Essa influência se justifica pelo fato de que as abelhas que se tor-

nam ativas são inseridas em um ponto escolhido aleatoriamente no espaço de busca, favorecendo a descoberta de novas regiões promissoras. A intensificação da busca também é influenciada por n_{mean} , pois um valor mais elevado, tal como já comentado, faz com que o número de abelhas ativas aumente, o que consequentemente faz aumentar o número de abelhas a serem recrutadas para explorar as regiões ocupadas pelas recrutadoras correspondentes.

A Figura 5.19 apresenta os valores médios do erro absoluto entre a melhor solução e o ótimo global e do número final de abelhas recrutadoras do conjunto final de abelhas ativas retornado pelo OptBees em função da variação do esforço médio de forrageamento n_{mean} . Pode-se perceber que a variação desse parâmetro teve um impacto pequeno no erro absoluto médio, mas com o seu aumento diminuindo a variabilidade, dada a diminuição do valor correspondente de desvio-padrão. Por outro lado, a utilização de valores menores para o esforço médio de forrageamento levou a uma redução do número médio de abelhas recrutadoras do conjunto final de abelhas ativas, o que pode ser verificado pela análise da Figura 5.20, que apresenta a distribuição das abelhas recrutadoras do conjunto final de abelhas ativas no espaço de busca. Na Figura 5.20 pode-se notar também que valores muito pequenos do esforço médio de forrageamento, além de levarem a menores números de abelhas recrutadoras no conjunto final de abelhas ativas, fazem com que algumas delas não fiquem muito próximas dos ótimos locais que representam. Tal como já foi comentado, um valor mais elevado faz com que o número de abelhas ativas aumente, o que consequentemente faz aumentar o número de abelhas a serem recrutadas para explorar as regiões ocupadas pelas recrutadoras correspondentes, promovendo um melhor refinamento das soluções representadas pelas abelhas recrutadoras.

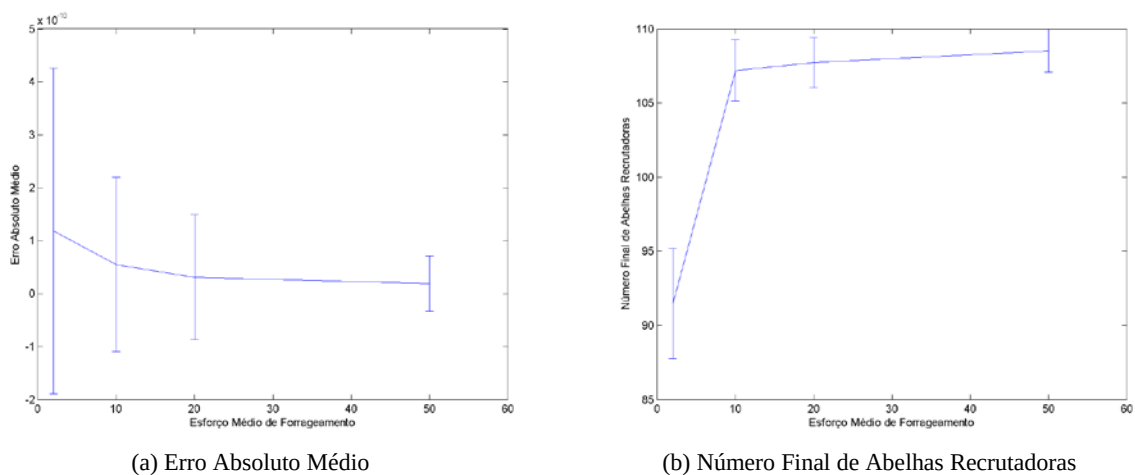


Figura 5.19: Valores médios do erro absoluto entre a melhor solução e o ótimo global (a) e do número final de abelhas recrutadoras do conjunto final de abelhas ativas retornado pelo OptBees (b), para o problema F_9 da competição CEC'2005, em função da variação do esforço médio de forrageamento n_{mean} . As barras verticais cor-respondem aos valores de desvio padrão avaliados em 15 repetições.

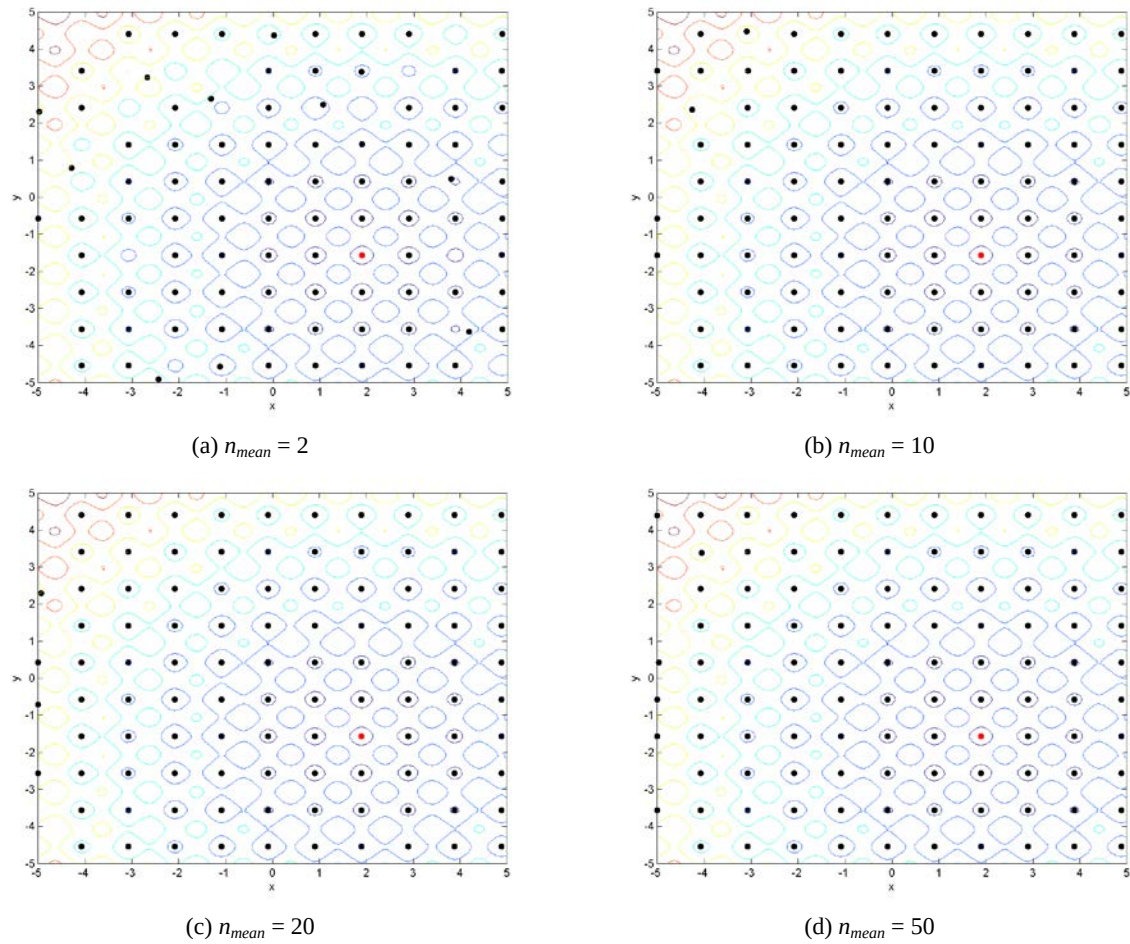
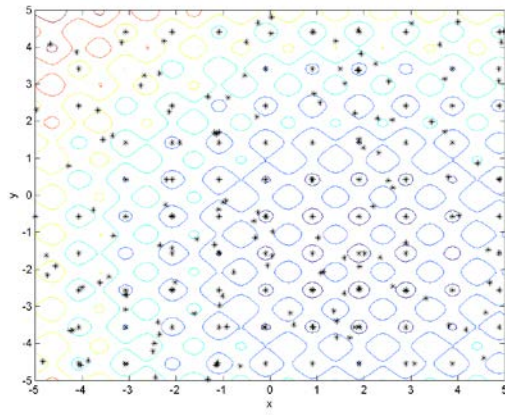
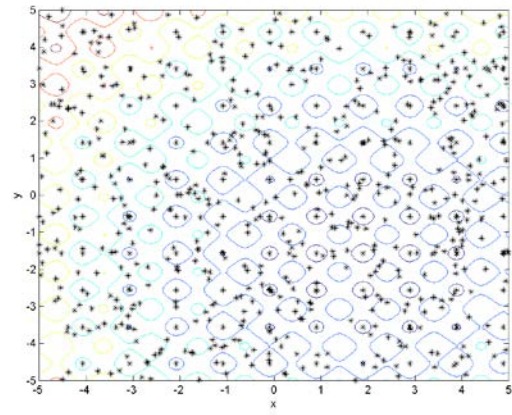


Figura 5.20: Representação gráfica das curvas de nível e das soluções retornadas como ótimos locais (as abelhas recrutadoras do conjunto final de abelhas ativas) pelo algoritmo OptBees, para o problema F_9 da competição CEC'2005, com (a) $n_{mean} = 2$, (b) $n_{mean} = 10$, (c) $n_{mean} = 20$ e (d) $n_{mean} = 50$, na última repetição dos experimentos. As melhores soluções estão representadas por pontos vermelhos.

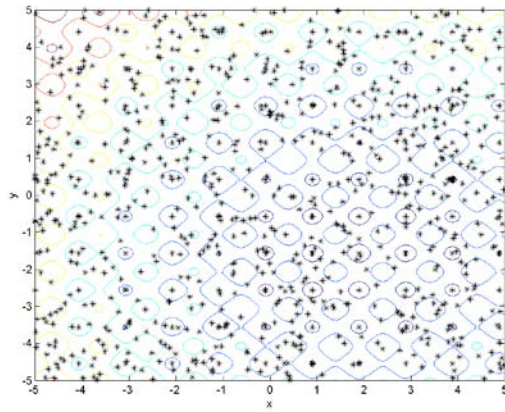
A Figura 5.21, que apresenta a distribuição do conjunto final de abelhas ativas no espaço de busca, deixa evidente que o esforço médio de forrageamento influencia no aumento da quantidade de abelhas ativas e na geração de diversidade. Nota-se que, para valores maiores desse parâmetro, a quantidade de abelhas do conjunto final de abelhas ativas foi maior. Além do mais, o aumento do valor de n_{mean} fez com que os números de abelhas recrutadoras e de abelhas ativas variassem mais intensamente, tal como se pode observar nas Figuras 5.23 e 5.24, sendo que valores muito elevados levaram, inclusive, o número de abelhas ativas a ficar rapidamente estabilizado no limite máximo determinado pela quantidade máxima de abelhas ativas $n_{max} = 1.500$. Um comportamento similar pôde ser verificado para o valor médio do índice de diversidade, cuja evolução com o passar das iterações está apresentada na Figura 5.25.



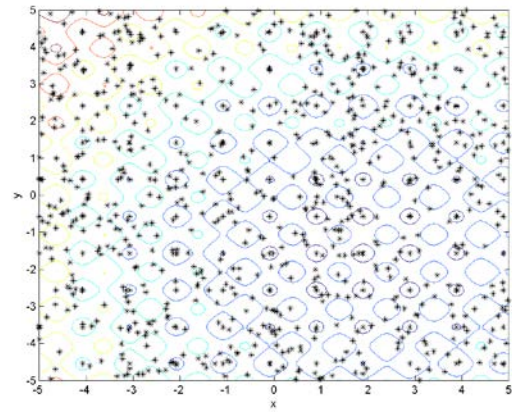
(a) $n_{mean} = 2$



(b) $n_{mean} = 10$



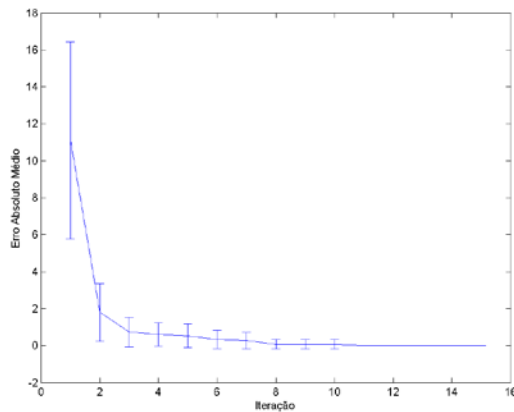
(c) $n_{mean} = 20$



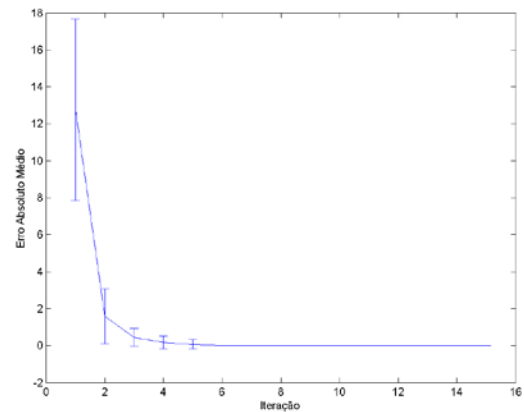
(d) $n_{mean} = 50$

Figura 5.21: Representação gráfica das curvas de nível e das soluções retornadas pelo algoritmo OptBees (o conjunto final de abelhas ativas) , para o problema F_9 da competição CEC'2005, com (a) $n_{mean} = 2$, (b) $n_{mean} = 10$, (c) $n_{mean} = 20$ e (d) $n_{mean} = 50$, na última repetição dos experimentos.

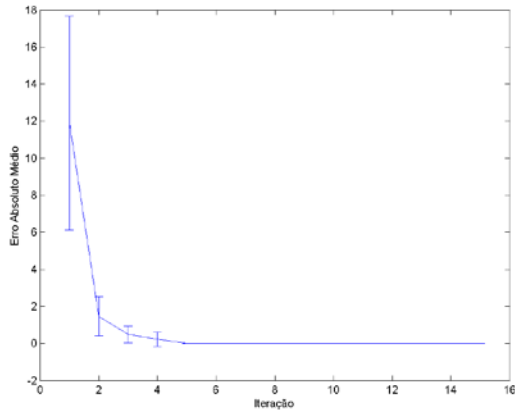
O valor médio do erro absoluto, cuja evolução com o passar das iterações está apresentada na Figura 5.22, sofreu pouco impacto com a variação do esforço médio de forrageamento, sendo que valores menores fizeram com que valores de desvio-padrão associados fossem um pouco mais elevados.



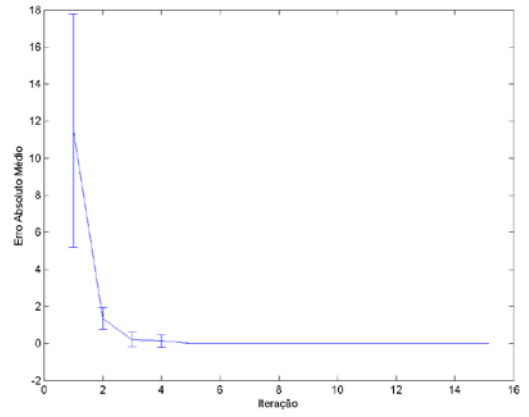
(a) $n_{mean} = 2$



(b) $n_{mean} = 10$

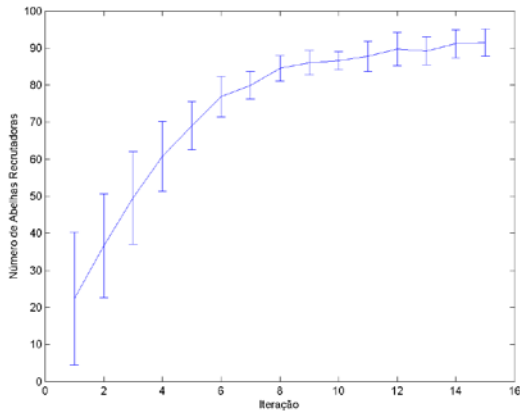


(c) $n_{mean} = 20$

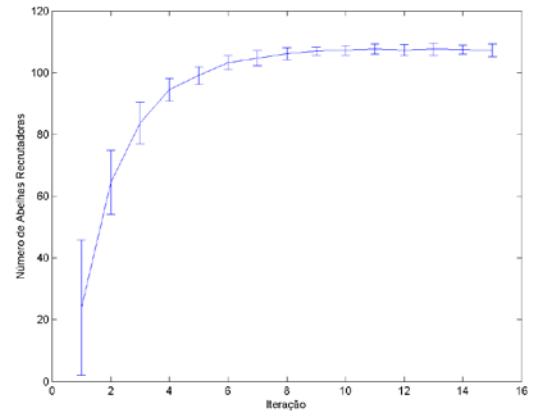


(d) $n_{mean} = 50$

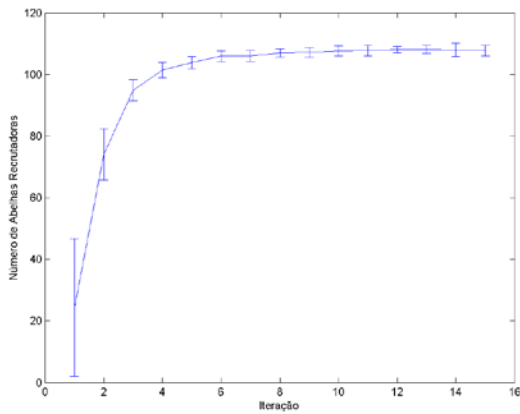
Figura 5.22: Evolução do valor médio do erro absoluto entre a melhor solução e o ótimo global com o passar das iterações durante as execuções do algoritmo OptBees, para o problema F_9 da competição CEC'2005, com (a) $n_{mean} = 2$, (b) $n_{mean} = 10$, (c) $n_{mean} = 20$ e (d) $n_{mean} = 50$. As barras verticais correspondem aos valores de desvio-padrão avaliados em 15 repetições.



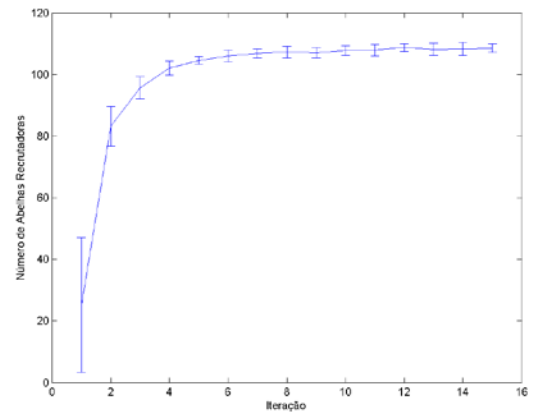
(a) $n_{mean} = 2$



(b) $n_{mean} = 10$

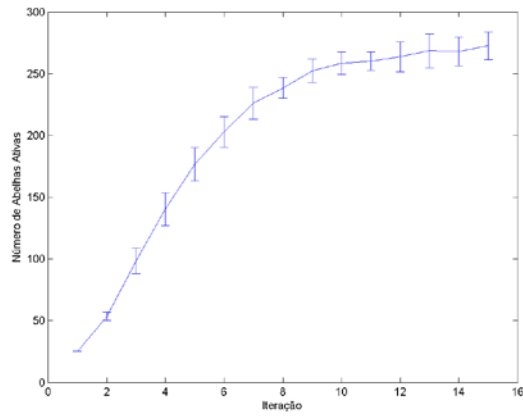


(c) $n_{mean} = 20$

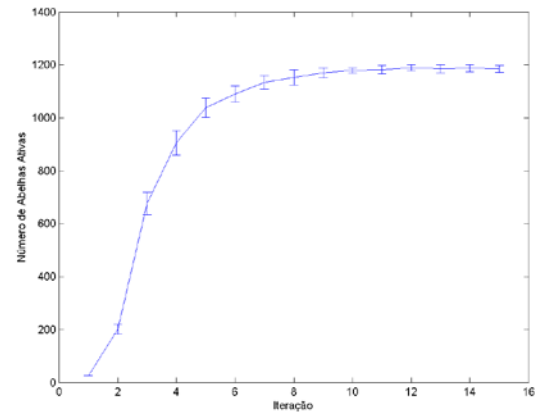


(d) $n_{mean} = 50$

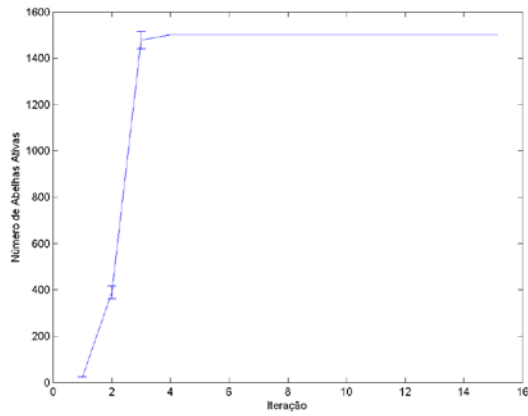
Figura 5.23: Evolução do valor médio do número de abelhas recrutadoras com o passar das iterações durante as execuções do algoritmo OptBees, para o problema F_9 da competição CEC'2005, com (a) $n_{mean} = 2$, (b) $n_{mean} = 10$, (c) $n_{mean} = 20$ e (d) $n_{mean} = 50$. As barras verticais correspondem aos valores de desvio-padrão avaliados em 15 repetições.



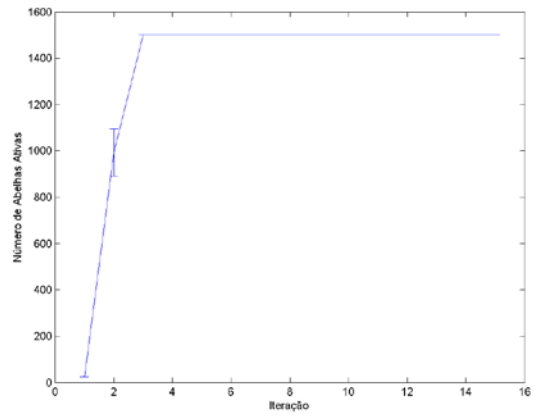
(a) $n_{mean} = 2$



(b) $n_{mean} = 10$

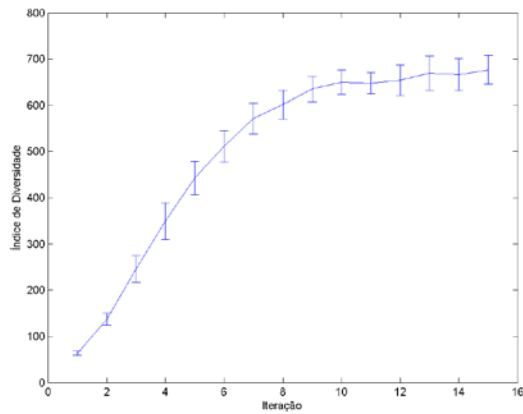


(c) $n_{mean} = 20$

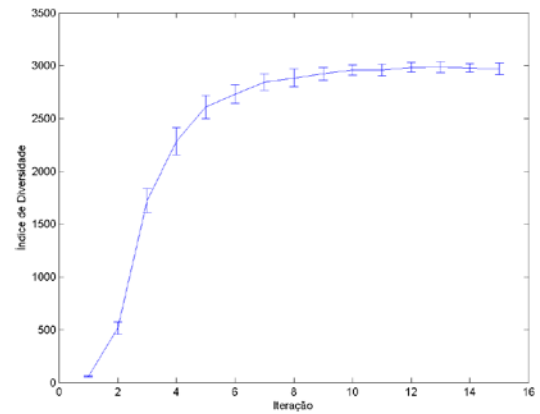


(d) $n_{mean} = 50$

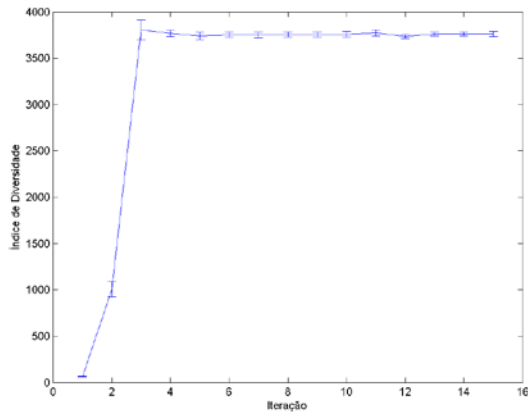
Figura 5.24: Evolução do valor médio do número de abelhas ativas com o passar das iterações durante as execuções do algoritmo OptBees, para o problema F_9 da competição CEC'2005, com (a) $n_{mean} = 2$, (b) $n_{mean} = 10$, (c) $n_{mean} = 20$ e (d) $n_{mean} = 50$. As barras verticais correspondem aos valores de desvio-padrão avaliados em 15 repetições.



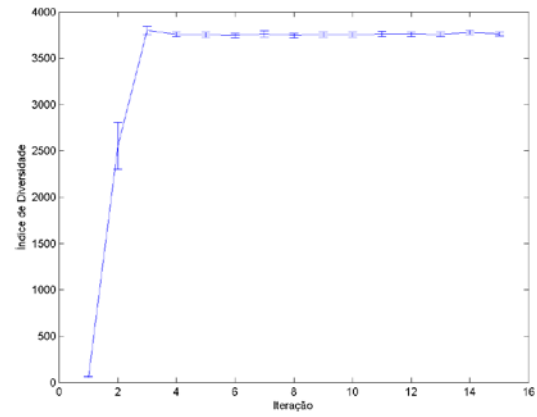
(a) $n_{mean} = 2$



(b) $n_{mean} = 10$



(c) $n_{mean} = 20$



(d) $n_{mean} = 50$

Figura 5.25: Evolução do valor médio do índice de diversidade com o passar das iterações durante as execuções do algoritmo OptBees, para o problema F_9 da competição CEC'2005, com (a) $n_{mean} = 2$, (b) $n_{mean} = 10$, (c) $n_{mean} = 20$ e (d) $n_{mean} = 50$. As barras verticais correspondem aos valores de desvio-padrão avaliados em 15 repetições.

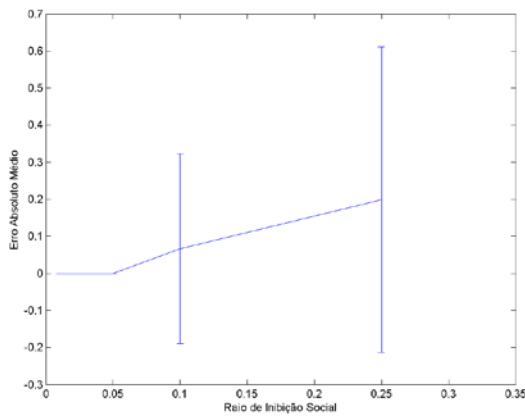
Diante dos resultados apresentados, conclui-se que é melhor utilizar um esforço médio de forrageamento elevado. Cabe, no entanto, destacar que isso implica em aumentar o custo computacional do algoritmo.

5.4.3 RAO DE INIBIÇÃO SOCIAL (ρ_i)

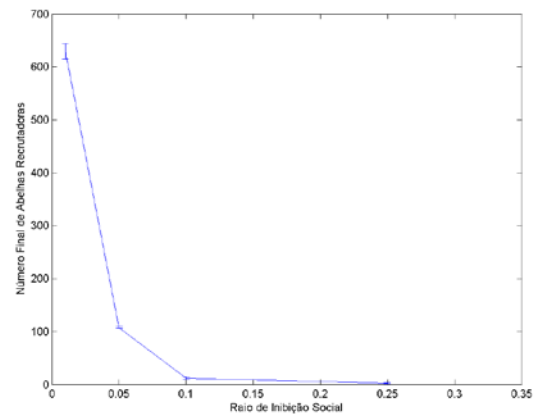
O raio de inibição social ρ_i é um parâmetro do algoritmo OptBees cujo ajuste é complexo. Como o processo de inibição social é baseado na distância Euclidiana entre abelhas no espaço de busca, a determinação de um raio que cubra apenas a região de ótimo local em que cada recrutadora se encontra depende de um conhecimento prévio sobre características específicas da superfície de busca do problema que geralmente não está disponível para o usuário (isso é ainda mais difícil no contexto dos problemas em que as distâncias entre os ótimos locais variam muito). Assim, o ajuste de ρ_i não é uma tarefa trivial e deve ser feito cuidadosamente pelo usuário, já que esse parâmetro está diretamente relacionado tanto à capacidade do OptBees de manter diversidade quanto à sua capacidade de ajuste dinâmico das quantidades de abelhas recrutadoras e ativas, conforme as características do problema.

Como se pode perceber na Figura 5.26, o erro absoluto médio foi mais elevado para os valores de raio de inibição social iguais a 0,1 e 0,25: isso aconteceu em função da ocorrência de valores discrepantes gerados pelo fenômeno de convergência prematura (para $\rho_i = 0,1$, foi obtido um valor de erro absoluto igual a 0,995 em uma execução, enquanto para $\rho_i = 0,1$ isso ocorreu em três execuções). Já o número de abelhas recrutadoras do conjunto final de abelhas ativas foi fortemente impactado pela variação desse parâmetro, o que se refletiu diretamente

nas distribuições das abelhas recrutadoras do conjunto final de abelhas ativas e das abelhas do conjunto final de abelhas ativas no espaço de busca, apresentadas nas Figuras 5.27 e 5.28. Esse impacto se justifica pelo fato de que valores elevados do raio de inibição social podem fazer com que uma recrutadora iniba outras abelhas que estão próximas de um ótimo local, fazendo com que o número de abelhas recrutadoras seja menor, de modo que alguns ótimos locais deixem de ser encontrados (Figura 5.27 (c) e (d)), enquanto valores pequenos podem levar abelhas que não estão posicionadas em regiões próximas a ótimos locais a serem recrutadoras (especialmente quando o valor da probabilidade mínima de uma abelha ser recrutadora p_{min} for elevado), fazendo com que soluções que não estão próximas de um ótimo local sejam reportadas como recrutadoras do conjunto final de abelhas ativas (Figura 5.27 (a)).

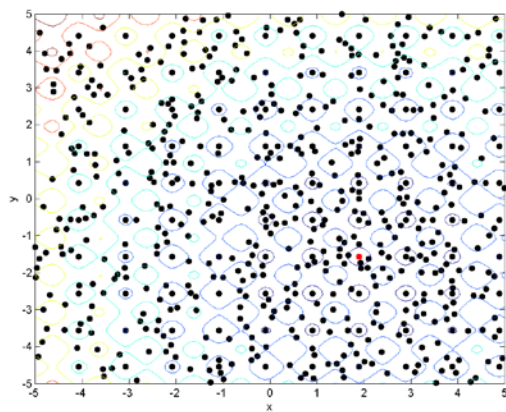


(a) Erro Absoluto Médio

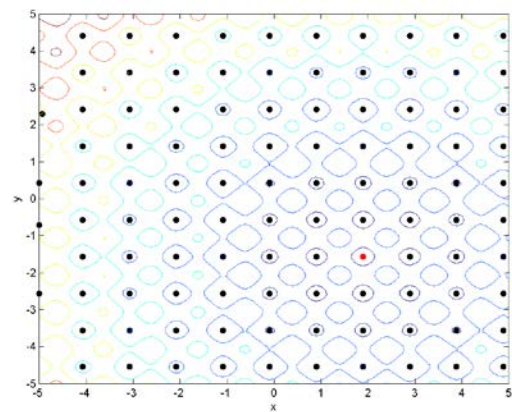


(b) Número Final de Abelhas Recrutadoras

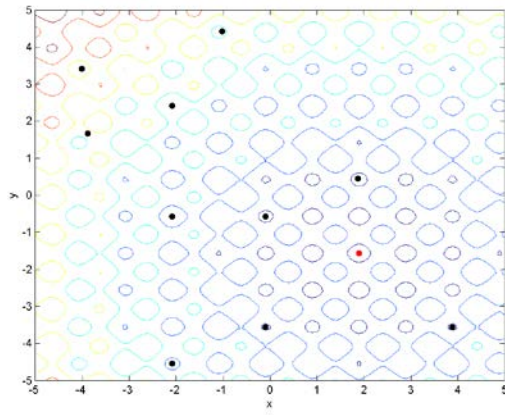
Figura 5.26: Valores médios do erro absoluto entre a melhor solução e o ótimo global (a) e do número final de abelhas recrutadoras do conjunto final de abelhas ativas retornado pelo OptBees (b) em função da variação do raio de inibição ρ_i , para o problema F_9 da competição CEC'2005. As barras verticais correspondem aos valores de desvio-padrão avaliados em 15 repetições.



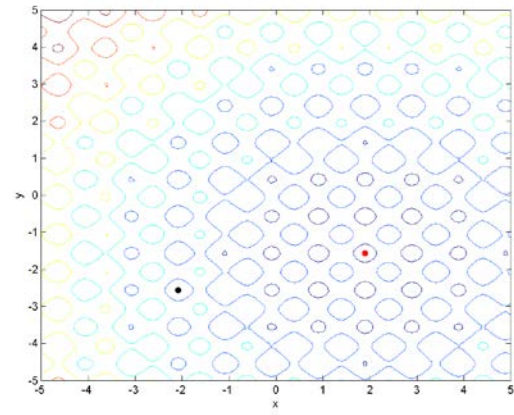
(a) $\rho_i = 0,01$



(b) $\rho_i = 0,05$

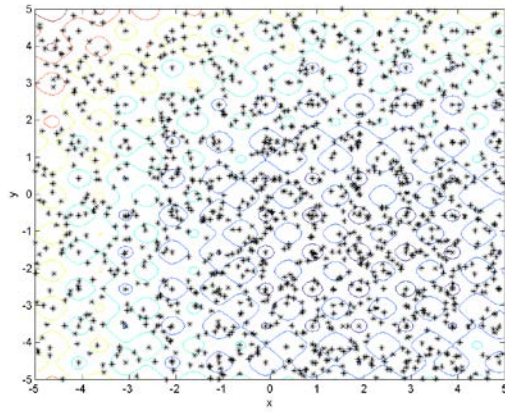


(c) $\rho_i = 0,1$

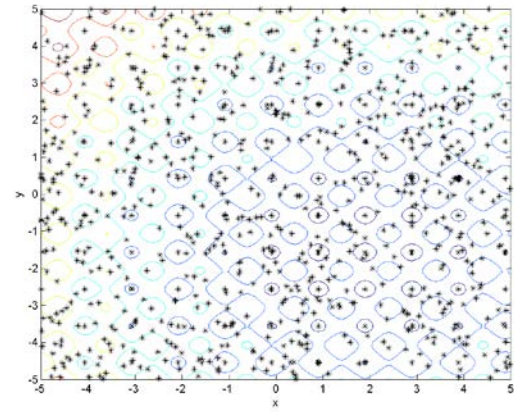


(d) $\rho_i = 0,25$

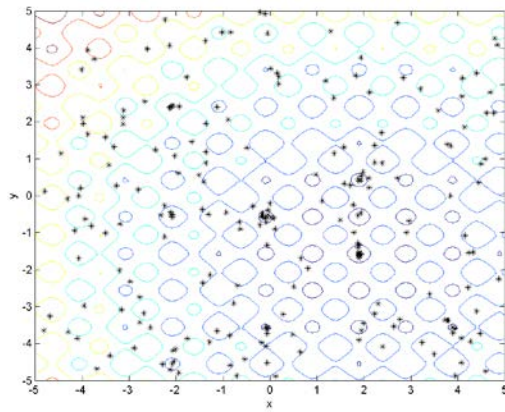
Figura 5.27: Representação gráfica das curvas de nível e das soluções retornadas como ótimos locais (as abelhas recrutadoras do conjunto final de abelhas ativas) pelo algoritmo OptBees, para o problema F_9 da competição CEC'2005, com (a) $\rho_i = 0,01$, (b) $\rho_i = 0,05$, (c) $\rho_i = 0,1$ e (d) $\rho_i = 0,25$, na última repetição dos experimentos. As melhores soluções estão representadas por pontos vermelhos.



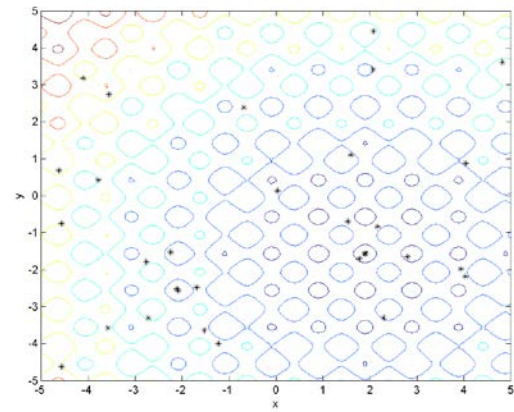
(a) $\rho_i = 0,01$



(b) $\rho_i = 0,05$



(c) $\rho_i = 0,1$



(d) $\rho_i = 0,25$

Figura 5.28: Representação gráfica das curvas de nível e das soluções retornadas pelo algoritmo OptBees (o conjunto final de abelhas ativas), para o problema F_9 da competição CEC'2005, com (a) $\rho_i = 0,01$, (b) $\rho_i = 0,05$, (c) $\rho_i = 0,1$ e (d) $\rho_i = 0,25$, na última repetição dos experimentos.

O valor médio do erro absoluto, cuja evolução com o passar das iterações está apresentada na Figura 5.29, sofreu algum impacto com a variação do raio de inibição social, sendo que valo-

res mais baixos desse parâmetro fizeram com que menores valores de erro absoluto médio fossem obtidos, com valores associados de desvio-padrão também menores.

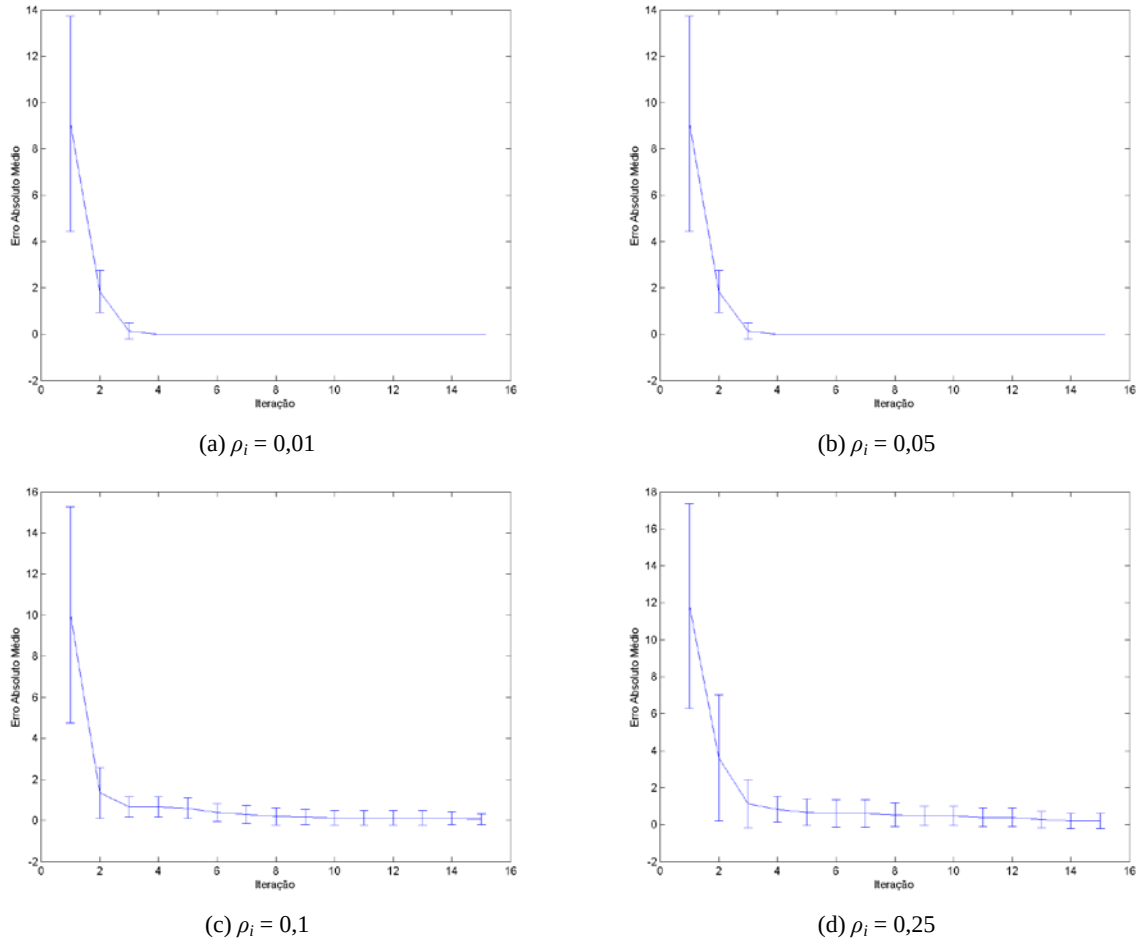
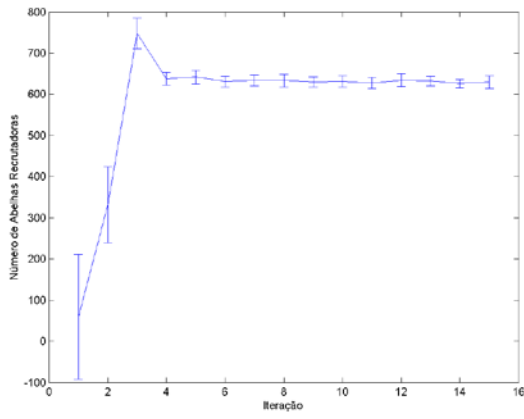
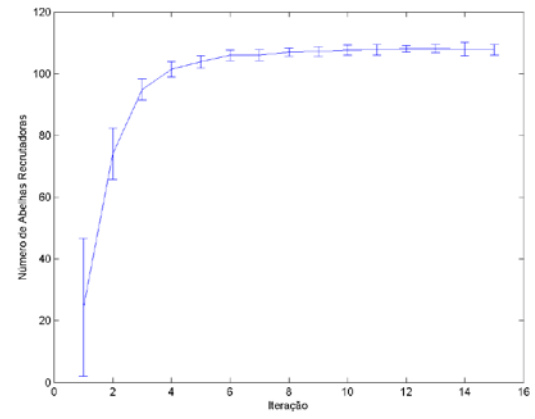


Figura 5.29: Evolução do valor médio erro absoluto entre a melhor solução e o ótimo global com o passar das iterações durante as execuções do algoritmo OptBees, para o problema F_9 da competição CEC'2005, com (a) $\rho_i = 0,01$, (b) $\rho_i = 0,05$, (c) $\rho_i = 0,1$ e (d) $\rho_i = 0,25$. As barras verticais correspondem aos valores de desvio-padrão avaliados em 15 repetições.

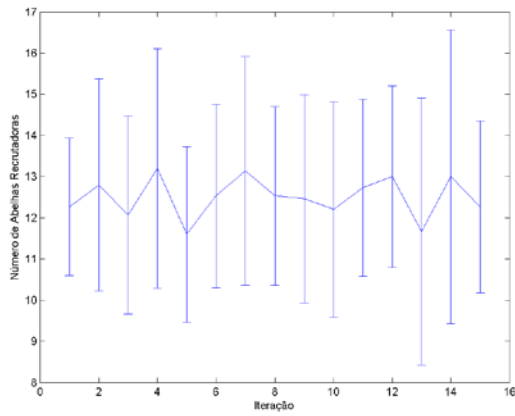
Como o aumento número de abelhas recrutadoras (Figura 5.30) define o aumento do número de abelhas ativas (Figura 5.31), maiores raios de inibição social levam a uma quantidade final menor de abelhas ativas (Figura 5.28 (c) e (d)), o que consequentemente afeta o valor do índice de diversidade, cuja evolução com o passar das iterações está apresentada na Figura 5.32: pode-se notar que valores elevados do raio de inibição fizeram com que esse índice se estabilizasse em valores menores e com valores de desvio-padrão mais elevados.



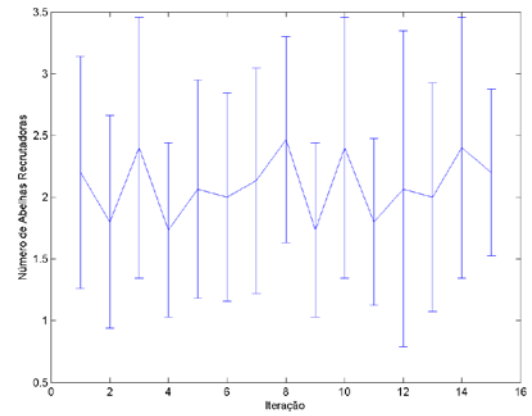
(a) $\rho_i = 0,01$



(b) $\rho_i = 0,05$

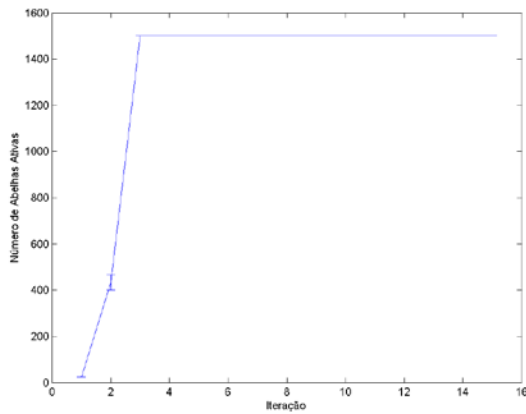


(c) $\rho_i = 0,1$

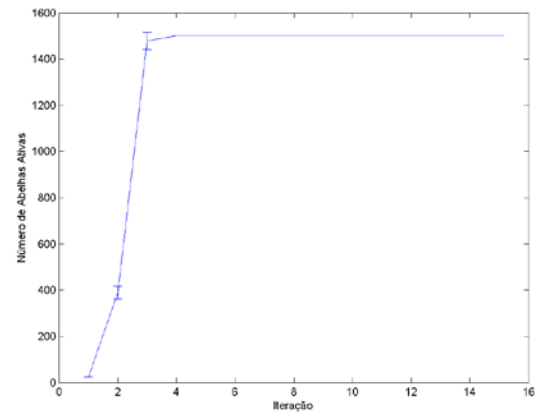


(d) $\rho_i = 0,25$

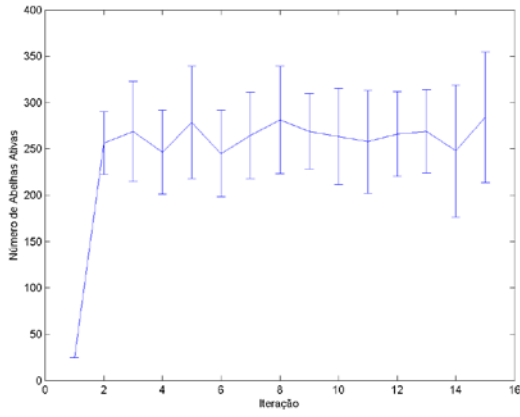
Figura 5.30: Evolução do valor médio do número de abelhas recrutadoras com o passar das iterações durante as execuções do algoritmo OptBees, para o problema F_9 da competição CEC'2005, com (a) $\rho_i = 0,01$, (b) $\rho_i = 0,05$, (c) $\rho_i = 0,1$ e (d) $\rho_i = 0,25$. As barras verticais correspondem aos valores de desvio-padrão avaliados em 15 repetições.



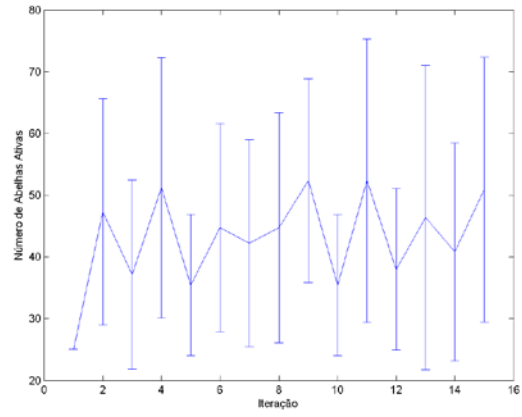
(a) $\rho_i = 0,01$



(b) $\rho_i = 0,05$

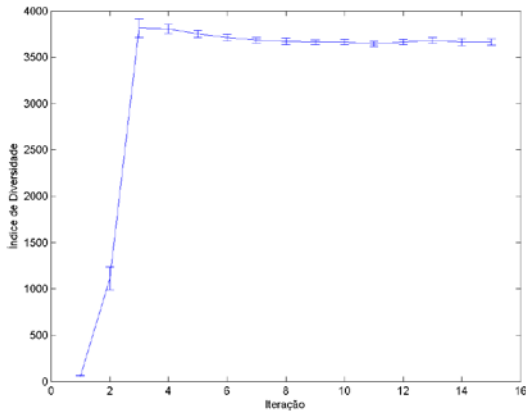


(c) $\rho_i = 0,1$

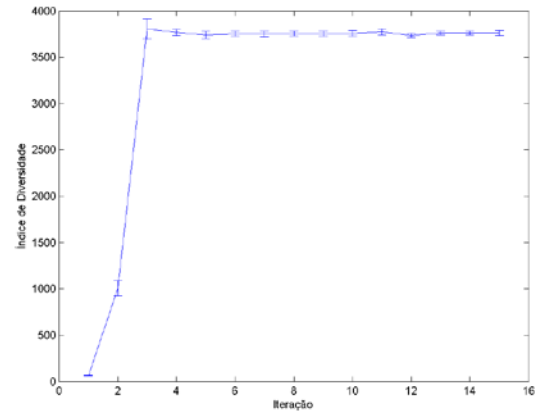


(d) $\rho_i = 0,25$

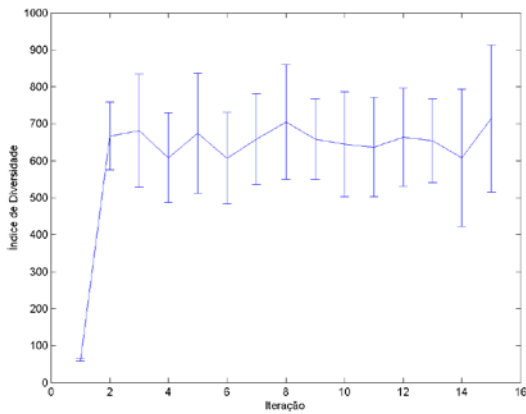
Figura 5.31: Evolução do valor médio do número de abelhas ativas com o passar das iterações durante as execuções do algoritmo OptBees, para o problema F_9 da competição CEC'2005, com (a) $\rho_i = 0,01$, (b) $\rho_i = 0,05$, (c) $\rho_i = 0,1$ e (d) $\rho_i = 0,25$. As barras verticais correspondem aos valores de desvio-padrão avaliados em 15 repetições.



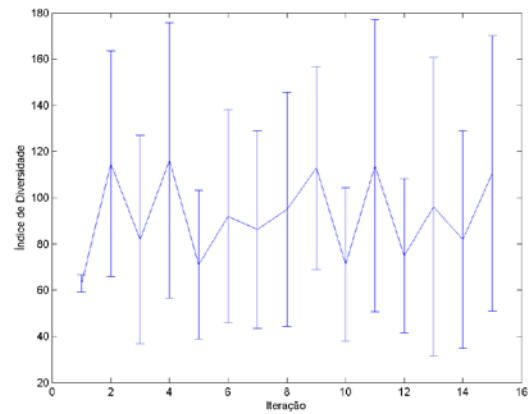
(a) $\rho_i = 0,01$



(b) $\rho_i = 0,05$



(c) $\rho_i = 0,1$



(d) $\rho_i = 0,25$

Figura 5.32: Evolução do valor médio do índice de diversidade com o passar das iterações durante as execuções do algoritmo OptBees, para o problema F_9 da competição CEC'2005, com (a) $\rho_i = 0,01$, (b) $\rho_i = 0,05$, (c) $\rho_i = 0,1$ e (d) $\rho_i = 0,25$. As barras verticais correspondem aos valores de desvio-padrão avaliados em 15 repetições.

Como o correto ajuste de ρ_i depende diretamente de características específicas do espaço de busca do problema que dificilmente são conhecidas *a priori* pelo usuário, a estratégia a ser

adotada consiste em executar experimentos preliminares para que possam ser identificados os valores que resultam no comportamento desejado: caso o objetivo principal da otimização seja apenas a obtenção da melhor solução global, ρ_i poderá receber valores mais altos e, caso o objetivo seja encontrar um maior número de ótimos locais, valores menores devem ser atribuídos a esse parâmetro. Para os casos em que forem adotados valores baixos para ρ_i , o usuário deve avaliar as soluções retornadas pelo algoritmo como ótimos locais que apresentam elevado grau de similaridade entre si e analisar se isso indica que as soluções são distintas ou não no contexto do problema em questão. Caso tais soluções possam ser consideradas equivalentes, o usuário deve então aumentar o valor de ρ_i , até que sejam obtidas apenas soluções distintas entre si, mas tendo a consciência de que esse aumento pode fazer com que alguns ótimos locais deixem de ser encontrados. Outra possibilidade, talvez mais interessante, é utilizar algum método de eliminação de redundância como, por exemplo, as heurísticas propostas por Pasti et al. (2011), ao invés de trabalhar com reduções sucessivas do valor do raio de inibição social, visto que esse procedimento pode, tal como já comentado, fazer com que abelhas que estão em regiões correspondentes a ótimos locais sejam inibidas. Utilizando-se a estratégia de eliminação de redundância, pode-se trabalhar com valores pequenos de ρ_i , ficando o método de eliminação de redundância responsável pela eliminação de soluções redundantes ou associadas a regiões não-promissoras (desde que elas possam ser consideradas redundantes). É importante ressaltar que, caso o problema seja monomodal, o OptBees tenderá a retornar apenas uma abelha recrutadora no conjunto final de abelhas ativas, a não ser que sejam utilizados valores muito baixos para o parâmetro ρ_i ou valores muito altos para a probabilidade mínima de uma abelha ser recrutadora p_{min} .

Por fim, cabe comentar que uma estratégia interessante quando o objetivo principal da otimização for apenas a obtenção de melhor solução global é iniciar esse parâmetro com um valor pequeno e fazer com que ele aumente durante a execução: isso fará com que, inicialmente, o algoritmo divida o seu esforço de busca por diversas regiões e, gradativamente, passe a concentrar o esforço apenas nas regiões mais promissoras (essa estratégia foi adotada nos experimentos que serão discutidos na Seção 5.5).

5.4.4 PROBABILIDADE MÍNIMA DE UMA ABELHA SER RECRUTADORA (p_{min})

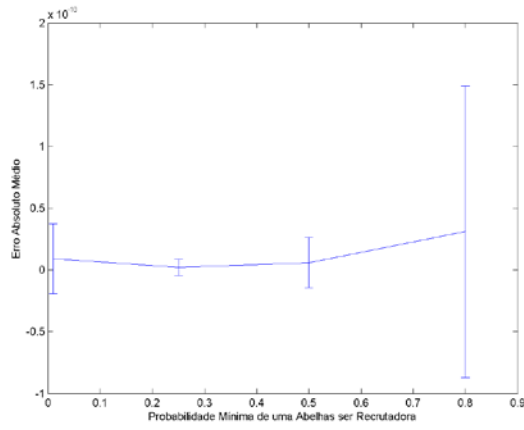
A probabilidade mínima de uma abelha ser recrutadora p_{min} interfere diretamente na quantidade de abelhas recrutadoras e, portanto, interfere também na quantidade de abelhas ativas: quanto maior for o valor desse parâmetro, maior será o número de abelhas recrutadoras e de abelhas ativas (esse número normalmente alcançou o seu valor limite $n_{max} = 1.500$), tal como

se pode notar nas Figura 5.33 (a), 5.34, 5.35, 5.37 e 5.38. Os aumentos dos números de abelhas recrutadoras e ativas se refletem num aumento do valor do índice de diversidade, seguido de uma estabilização, dada a limitação do número de abelhas ativas, como pode ser verificado na Figura 5.39.

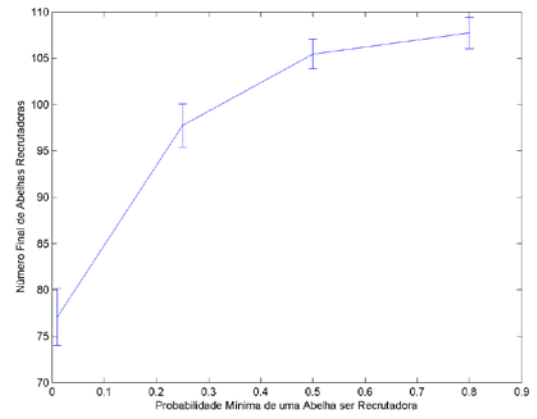
O erro absoluto médio entre a melhor solução e o ótimo global, que está apresentado na Figura 5.33 (a), foi pouco impactado pela variação do valor do parâmetro p_{min} : o desvio padrão para o valor 0,8 foi um pouco mais elevado, mas isso não representa uma variação considerável, visto que o valor médio manteve a mesma ordem de grandeza.

O ajuste do parâmetro p_{min} deve considerar o comportamento desejado para o algoritmo: caso o objetivo principal da otimização seja apenas a obtenção da melhor solução global, esse parâmetro poderá receber valores menores e, caso o objetivo seja encontrar um maior número de ótimos locais, valores altos devem ser a ele atribuídos. Cabe destacar que valores elevados de p_{min} podem fazer com que abelhas posicionadas em regiões não promissoras sejam recrutadoras, o que pode comprometer a qualidade das soluções reportadas como possíveis ótimos locais, visto que, caso o processo de inibição não faça com que essas abelhas sejam inibidas, elas eventualmente poderão ser retornadas no conjunto de abelhas recrutadoras do conjunto final de abelhas ativas. Esse comportamento foi observado na Seção 5.2, para o problema F_{12} : na ocasião, comentou-se que o comportamento do algoritmo poderia ser melhorado por meio da diminuição do valor de p_{min} ou do aumento do raio de inibição, comentários esses que ficam agora justificados, dadas as conclusões apresentadas em relação ao comportamento do OptBees quando das variações desses parâmetros.

Quando o objetivo principal da otimização for apenas a obtenção de melhor solução global, pode-se utilizar uma estratégia de variação da probabilidade mínima de uma abelha ser recrutadora p_{min} , iniciando-a com um valor elevado e fazendo com que ele diminua durante a execução do algoritmo: isso fará com que, inicialmente, o algoritmo divida o seu esforço de busca por diversas regiões (probabilidades mais elevadas levam a uma maior quantidade de abelhas recrutadoras) e, gradativamente, passe a concentrar o esforço apenas nas regiões mais promissoras (probabilidades mais baixas levam a uma menor quantidade de abelhas recrutadoras). Nesta tese, o efeito dessa estratégia não foi investigado.

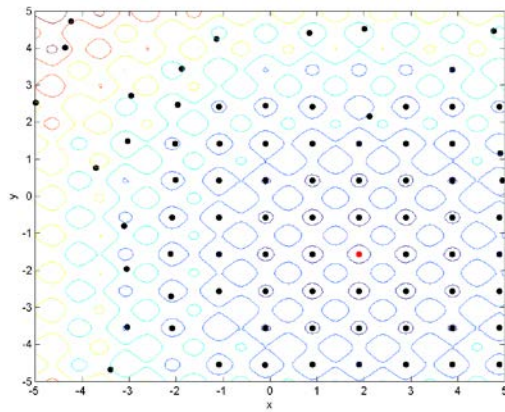


(a) Erro Absoluto Médio

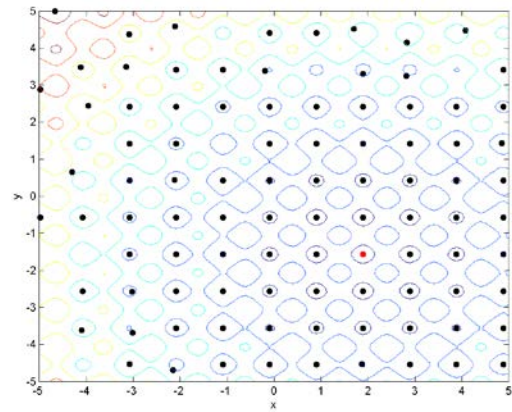


(b) Número Final de Abelhas Recrutadoras

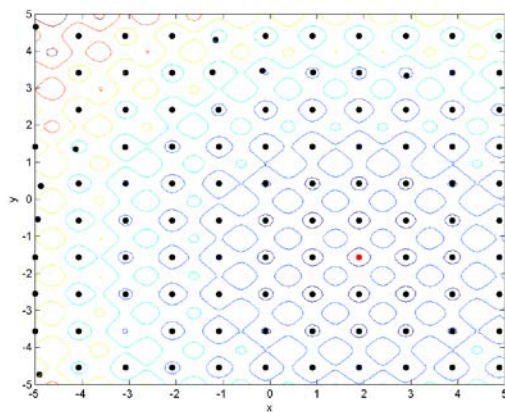
Figura 5.33: Valores médios do erro absoluto entre a melhor solução e o ótimo global (a) e do número final de abelhas recrutadoras do conjunto final de abelhas ativas retornado pelo OptBees (b) em função da variação da probabilidade mínima de uma abelha ser recrutadora p_{min} , para o problema F_9 da competição CEC'2005. As barras verticais correspondem aos valores de desvio-padrão avaliados em 15 repetições.



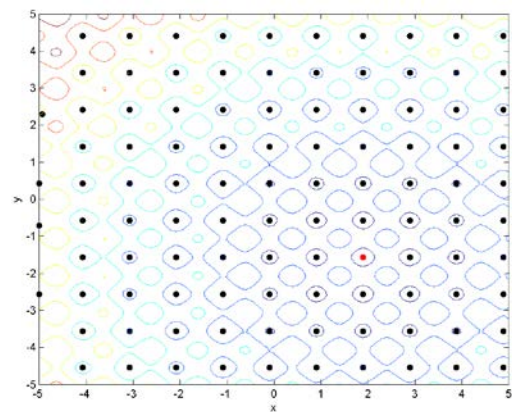
(a) $p_{min} = 0,01$



(b) $p_{min} = 0,25$

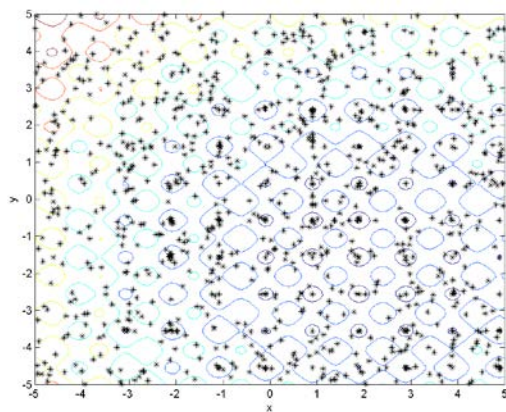


(c) $p_{min} = 0,50$

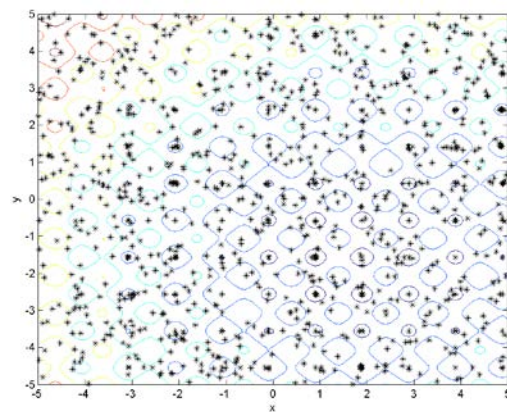


(d) $p_{min} = 0,80$

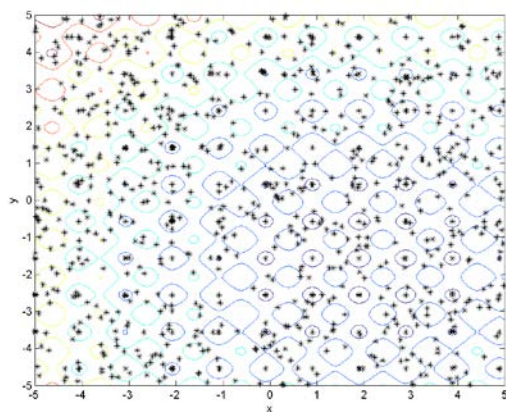
Figura 5.34: Representação gráfica das curvas de nível e das soluções retornadas como ótimos locais (as abelhas recrutadoras do conjunto final de abelhas ativas) pelo algoritmo OptBees, para o problema F_9 da competição CEC'2005, com (a) $p_{min} = 0,01$, (b) $p_{min} = 0,25$, (c) $p_{min} = 0,50$ e (d) $p_{min} = 0,8$, na última repetição dos experimentos. As melhores soluções estão representadas por pontos vermelhos.



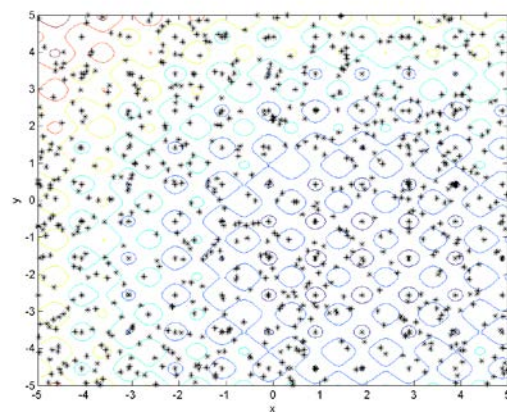
(a) $p_{min} = 0,01$



(b) $p_{min} = 0,25$

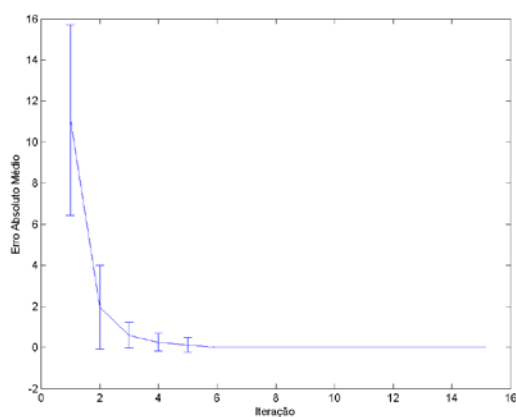


(c) $p_{min} = 0,50$

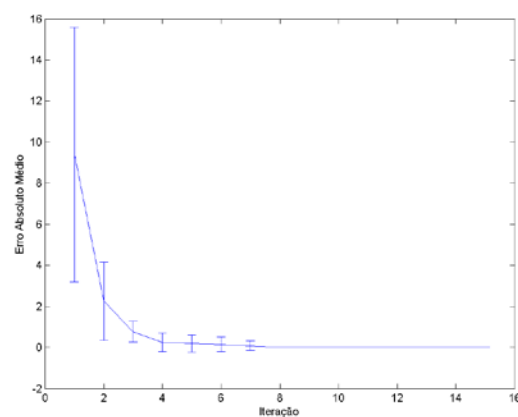


(d) $p_{min} = 0,80$

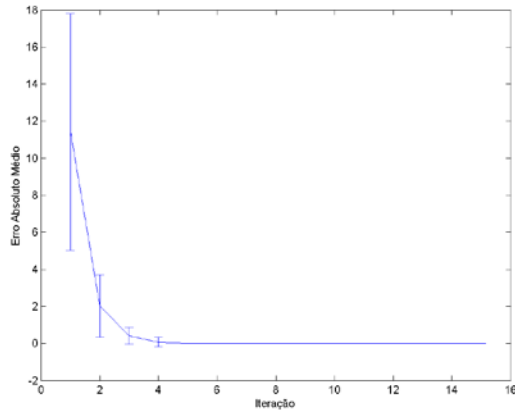
Figura 5.35: Representação gráfica das curvas de nível e das soluções retornadas pelo algoritmo OptBees (o conjunto final de abelhas ativas), para o problema F_9 da competição CEC'2005, com (a) $p_{min} = 0,01$, (b) $p_{min} = 0,25$, (c) $p_{min} = 0,50$ e (d) $p_{min} = 0,8$, na última repetição dos experimentos.



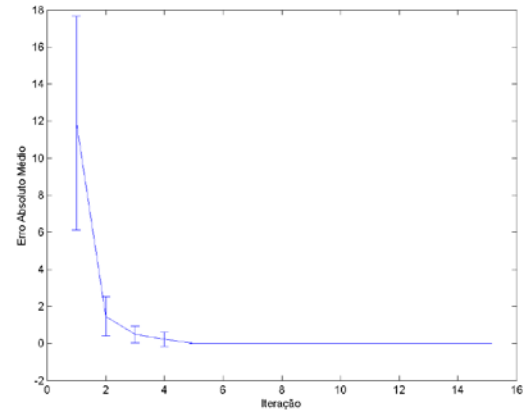
(a) $p_{min} = 0,01$



(b) $p_{min} = 0,25$

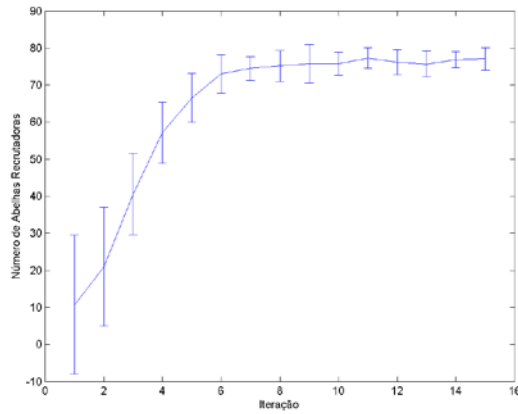


(c) $p_{min} = 0,50$

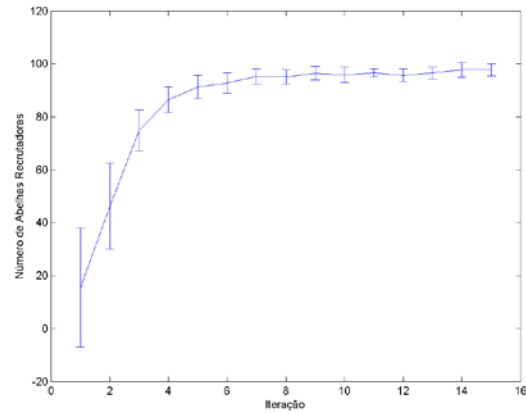


(d) $p_{min} = 0,80$

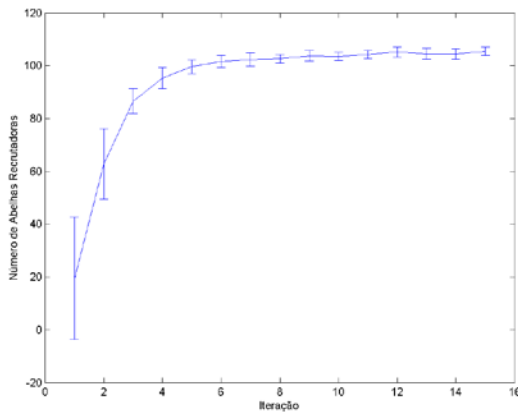
Figura 5.36: Evolução do valor médio do erro absoluto entre a melhor solução e o ótimo global com o passar das iterações durante as execuções do algoritmo OptBees, para o problema F_9 da competição CEC'2005, com (a) $p_{min} = 0,01$, (b) $p_{min} = 0,25$, (c) $p_{min} = 0,50$ e (d) $p_{min} = 0,8$. As barras verticais correspondem aos valores de desvio-padrão avaliados em 15 repetições.



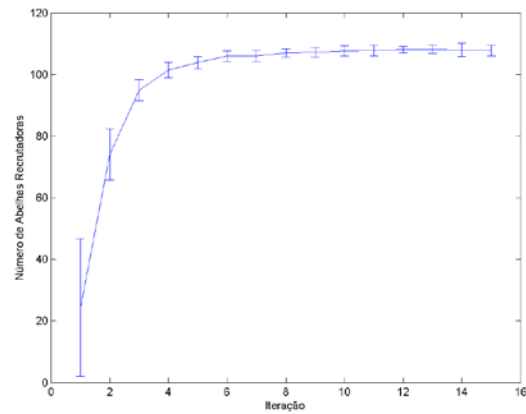
(a) $p_{min} = 0,01$



(b) $p_{min} = 0,25$

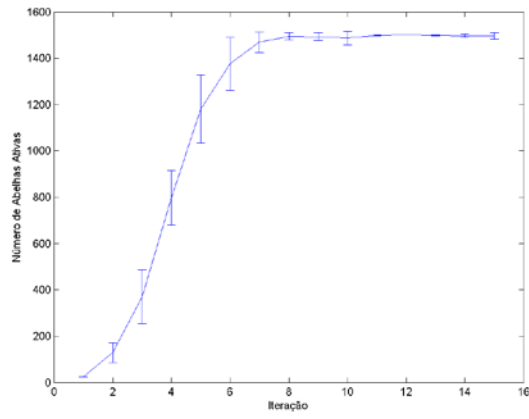


(c) $p_{min} = 0,50$

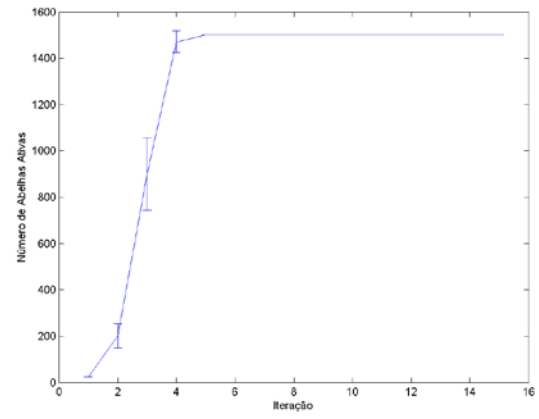


(d) $p_{min} = 0,80$

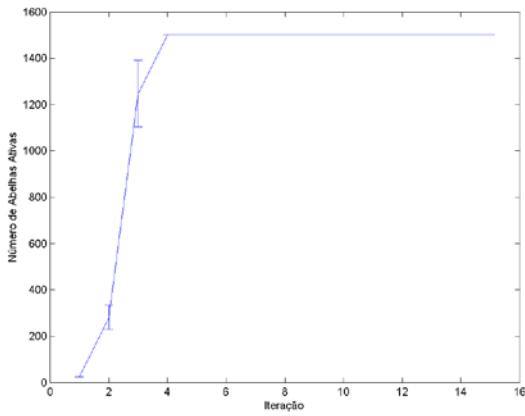
Figura 5.37: Evolução do valor médio do número de abelhas recrutadoras com o passar das iterações durante as execuções do algoritmo OptBees, para o problema F_9 da competição CEC'2005, com (a) $p_{min} = 0,01$, (b) $p_{min} = 0,25$, (c) $p_{min} = 0,50$ e (d) $p_{min} = 0,8$. As barras verticais correspondem aos valores de desvio-padrão avaliados em 15 repetições.



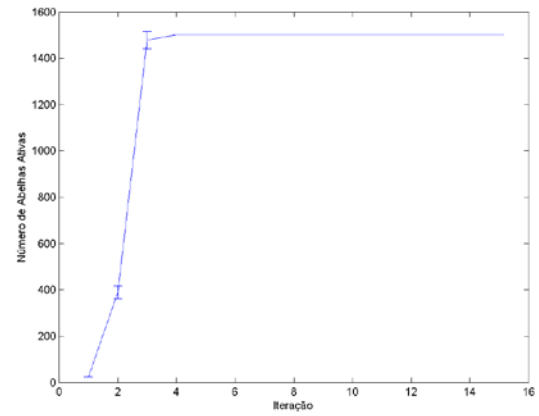
(a) $p_{min} = 0,01$



(b) $p_{min} = 0,25$

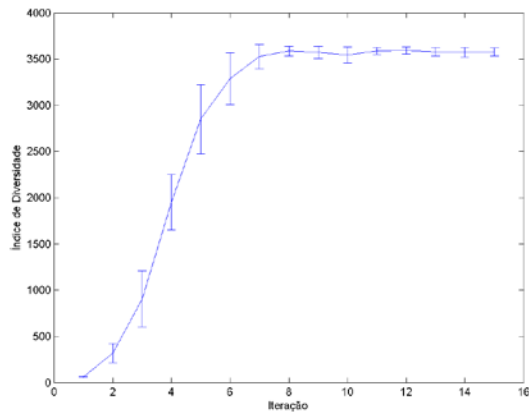


(c) $p_{min} = 0,50$

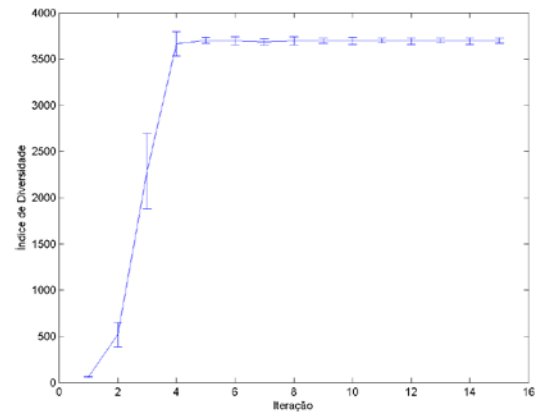


(d) $p_{min} = 0,80$

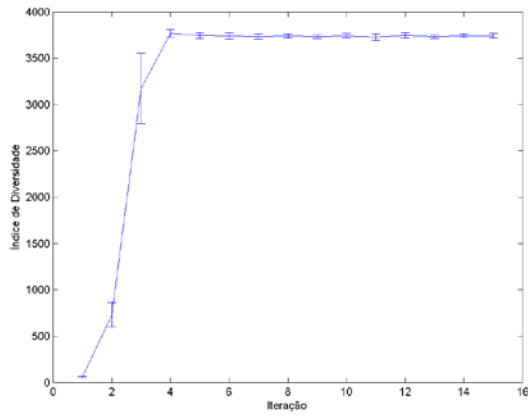
Figura 5.38: Evolução do valor médio do número de abelhas ativas com o passar das iterações durante as execuções do algoritmo OptBees, para o problema F_9 da competição CEC'2005, com (a) $p_{min} = 0,01$, (b) $p_{min} = 0,25$, (c) $p_{min} = 0,50$ e (d) $p_{min} = 0,8$. As barras verticais correspondem aos valores de desvio-padrão avaliados em 15 repetições.



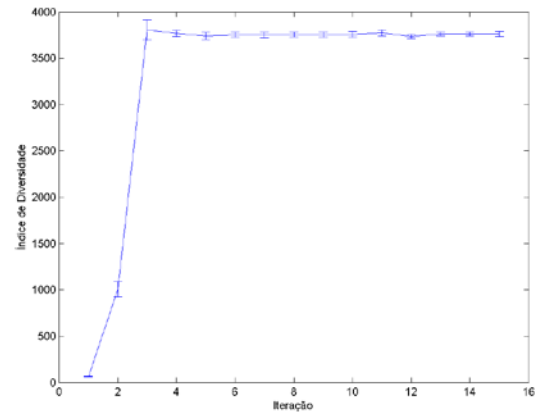
(a) $p_{min} = 0,01$



(b) $p_{min} = 0,25$



(c) $p_{min} = 0,50$



(d) $p_{min} = 0,80$

Figura 5.39: Evolução do valor médio do índice de diversidade com o passar das iterações durante as execuções do algoritmo OptBees, para o problema F_9 da competição CEC'2005, com (a) $p_{min} = 0,01$, (b) $p_{min} = 0,25$, (c) $p_{min} = 0,50$ e (d) $p_{min} = 0,8$. As barras verticais correspondem aos valores de desvio-padrão avaliados em 15 repetições.

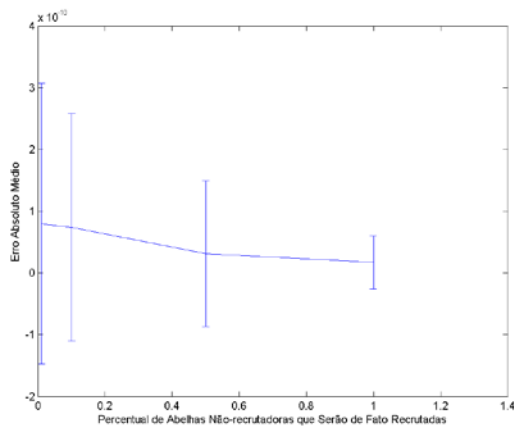
5.4.5 PERCENTUAL DE ABELHAS NÃO-RECRUTADORAS QUE SERÃO DE FATO RECRUTADAS (p_{rec})

O percentual de abelhas não-recrutadoras que serão de fato recrutadas determina quanto esforço será dedicado à exploração e à intensificação da busca nas regiões promissoras representadas pelas abelhas recrutadoras em cada iteração: quanto maior for o valor de p_{rec} , maior será a intensificação e, quanto menor for o valor desse parâmetro, maior será a exploração.

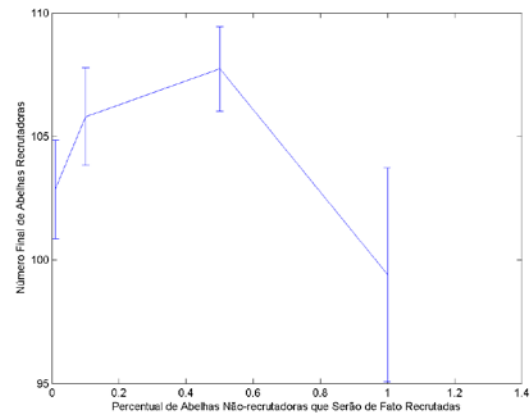
O erro absoluto médio não foi impactado de forma considerável pela variação desse parâmetro, tal como se pode verificar nas Figuras 5.40 (a) e 5.43. Os números de abelhas recrutadoras e ativas também variaram pouco em função da variação de p_{rec} , sendo que, para valores muito elevados, a exploração é menor (é efetuada apenas pelo mecanismo de variação do número de abelhas ativas). Isso fica evidente nas Figuras 5.40 (b), 5.44 e 5.45. Nota-se também que uma configuração que leve a uma exploração menos intensa faz com que as abelhas do conjunto final de abelhas ativas fiquem mais concentradas nas regiões próximas das abelhas recrutadoras (em todos os casos apresentados na Figura 5.42, há 1.500 abelhas ativas espalhadas pelo espaço de busca, tal como pode ser verificado por meio da análise da Figura 5.45). Isso é interessante, pois pode promover um melhor refinamento das soluções que eventualmente serão reportadas como ótimos locais. Essa concentração de abelhas ativas nas regiões próximas às abelhas recrutadoras se reflete em uma pequena diminuição do índice de diversidade, como pode ser visto na Figura 5.46.

Como valores pequenos desse parâmetro fazem com que o algoritmo tenha um comporta-

mento mais exploratório e valores mais elevados fazem com que a busca seja intensificada nas regiões promissoras representadas pelas abelhas recrutadoras, uma estratégia interessante é iniciar p_{rec} com um valor pequeno e fazer com que ele aumente durante a execução: isso fará com que, inicialmente, o algoritmo tenha um comportamento mais exploratório e, gradativamente, passe a intensificar a busca nas regiões mais promissoras (essa estratégia foi adotada em todos os experimentos realizados nesta tese, exceto os desta análise de sensibilidade, com o valor de p_{rec} variando entre 0,5 e 1). Essa estratégia tem uma vantagem adicional: um comportamento muito exploratório, quando associado a valores pequenos do raio de inibição social e a valores elevados da probabilidade mínima de uma abelha ser recrutadora, pode fazer com que abelhas em regiões não promissoras sejam recrutadoras, o que poderá levar à existência de soluções no conjunto final de abelhas recrutadoras que não representem ótimos locais; ao se aumentar gradativamente a intensificação da busca, o algoritmo terá um comportamento menos exploratório nas últimas iterações, diminuindo a possibilidade de ocorrência desse problema.

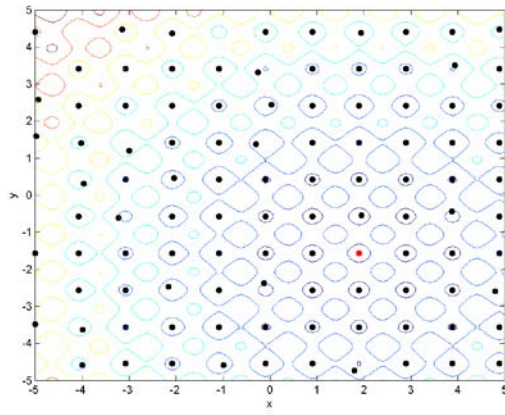


(a) Erro Absoluto Médio

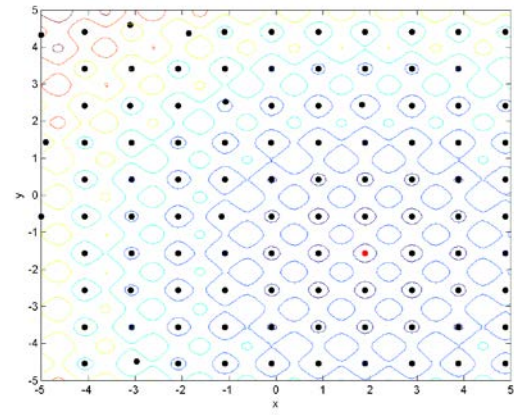


(b) Número Final de Abelhas Recrutadoras

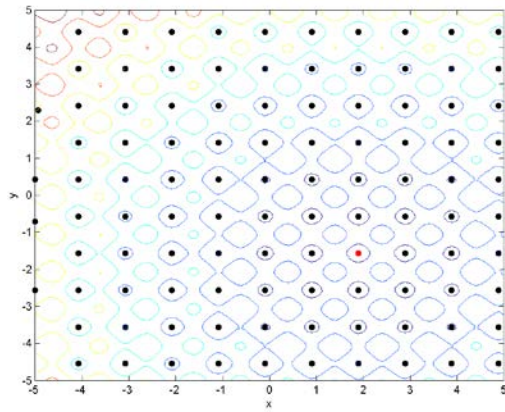
Figura 5.40: Valores médios do erro absoluto entre a melhor solução e o ótimo global (a) e do número final de abelhas recrutadoras do conjunto final de abelhas ativas retornado pelo OptBees (b) em função da variação do percentual de abelhas não-recrutadoras que serão de fato recrutadas p_{rec} , para o problema F_9 da competição CEC'2005. As barras verticais correspondem aos valores de desvio-padrão avaliados em 15 repetições.



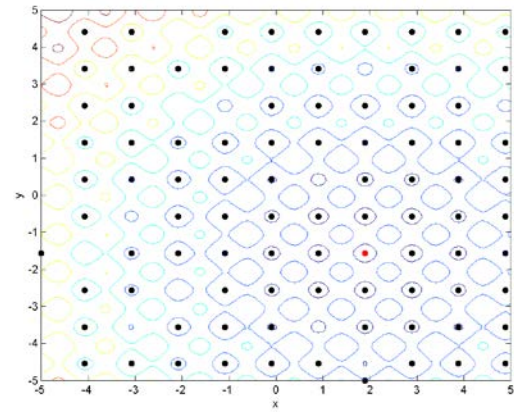
(a) $p_{rec} = 0,01$



(b) $p_{rec} = 0,10$

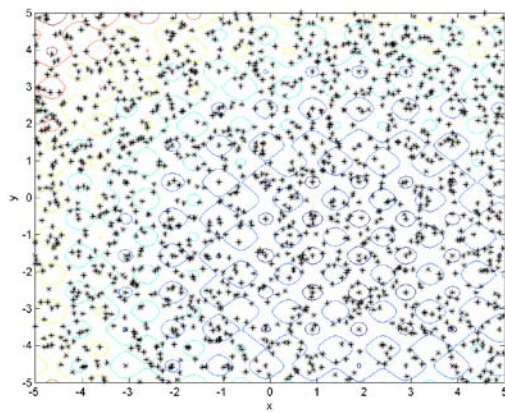


(c) $p_{rec} = 0,50$

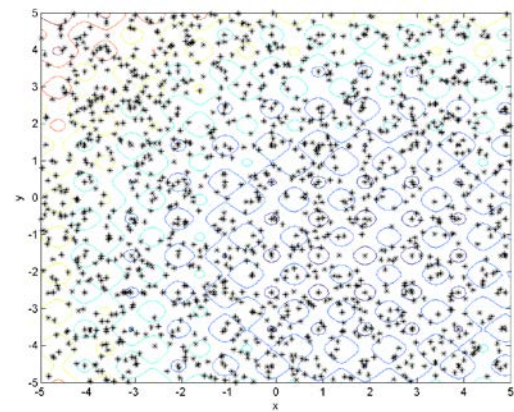


(d) $p_{rec} = 1$

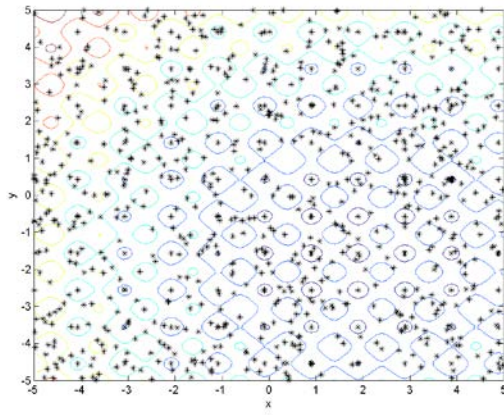
Figura 5.41: Representação gráfica das curvas de nível e das soluções retornadas como ótimos locais (as abelhas recrutadoras do conjunto final de abelhas ativas) pelo algoritmo OptBees, para o problema F_9 da competição CEC'2005, com (a) $p_{rec} = 0,01$, (b) $p_{rec} = 0,10$, (c) $p_{rec} = 0,5$ e (d) $p_{rec} = 1$, na última repetição dos experimentos. As melhores soluções estão representadas por pontos vermelhos.



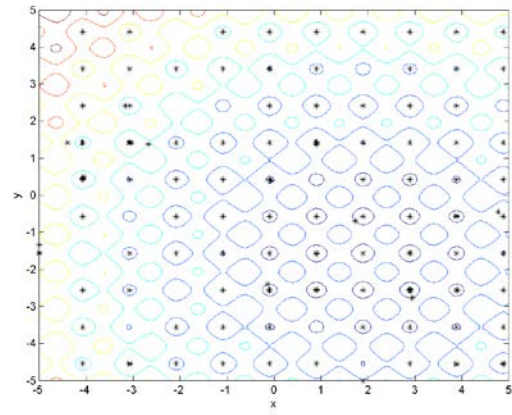
(a) $p_{rec} = 0,01$



(b) $p_{rec} = 0,10$

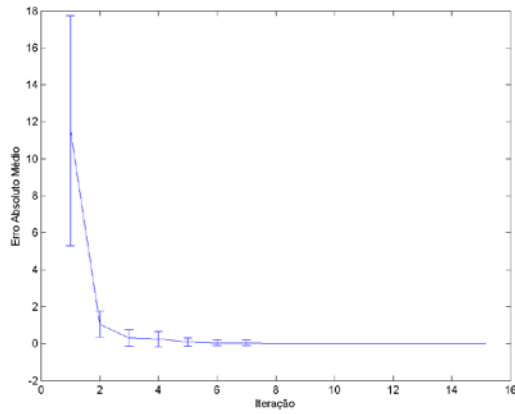


(c) $p_{rec} = 0,50$

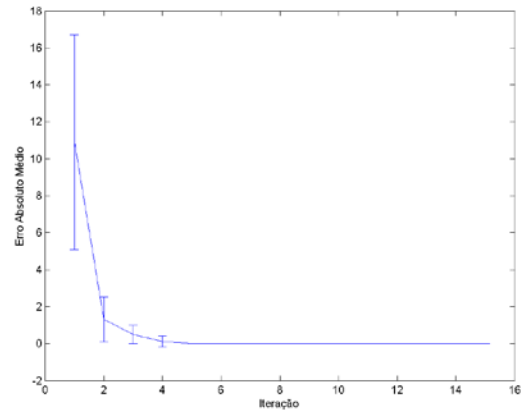


(d) $p_{rec} = 1$

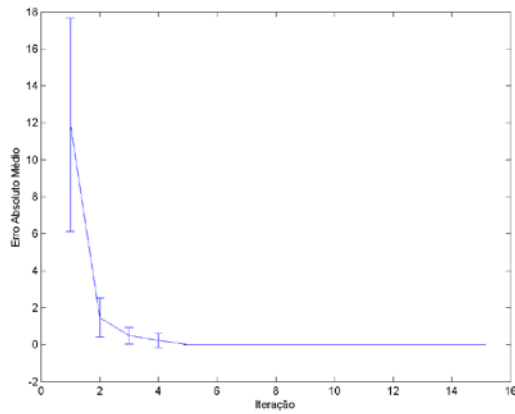
Figura 5.42: Representação gráfica das curvas de nível e das soluções retornadas pelo algoritmo OptBees (o conjunto final de abelhas ativas) , para o problema F_9 da competição CEC'2005, com (a) $p_{rec} = 0,01$, (b) $p_{rec} = 0,10$, (c) $p_{rec} = 0,5$ e (d) $p_{rec} = 1$, na última repetição dos experimentos.



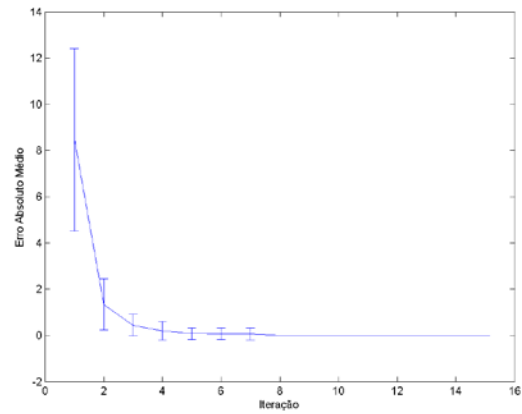
(a) $p_{rec} = 0,01$



(b) $p_{rec} = 0,10$

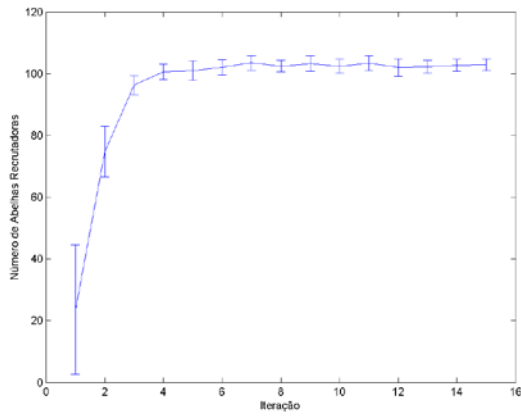


(c) $p_{rec} = 0,50$

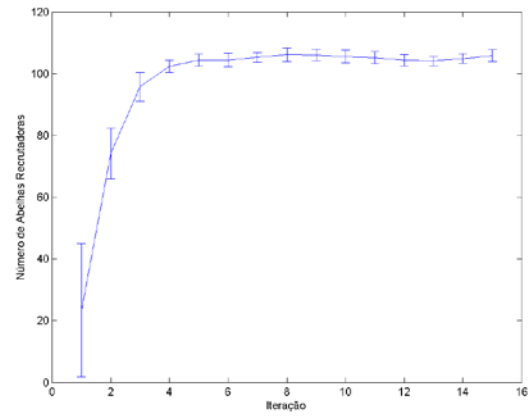


(d) $p_{rec} = 1$

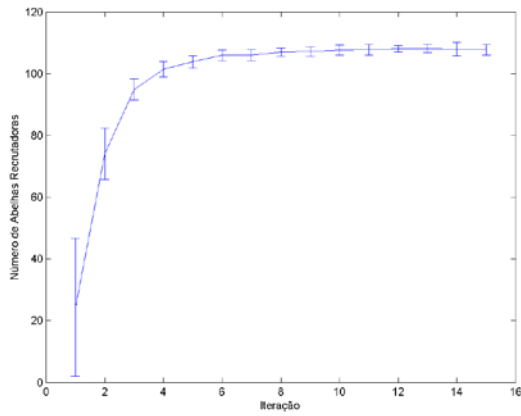
Figura 5.43: Evolução do valor médio do erro absoluto entre a melhor solução e o ótimo global com o passar das iterações durante as execuções do algoritmo OptBees, para o problema F_9 da competição CEC'2005, com (a) $p_{rec} = 0,01$, (b) $p_{rec} = 0,10$, (c) $p_{rec} = 0,5$ e (d) $p_{rec} = 1$. As barras verticais correspondem aos valores de desvio-padrão avaliados em 15 repetições.



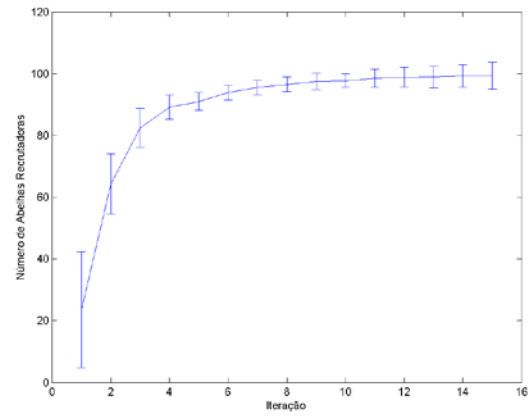
(a) $p_{rec} = 0,01$



(b) $p_{rec} = 0,10$

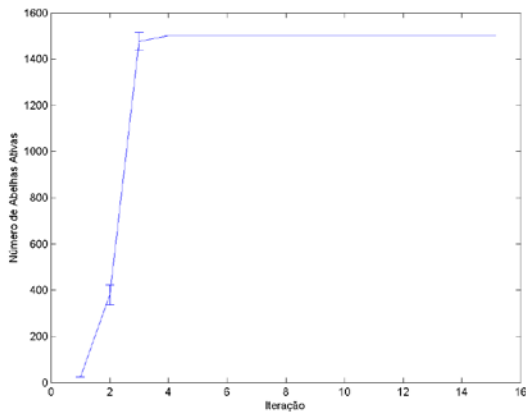


(c) $p_{rec} = 0,50$

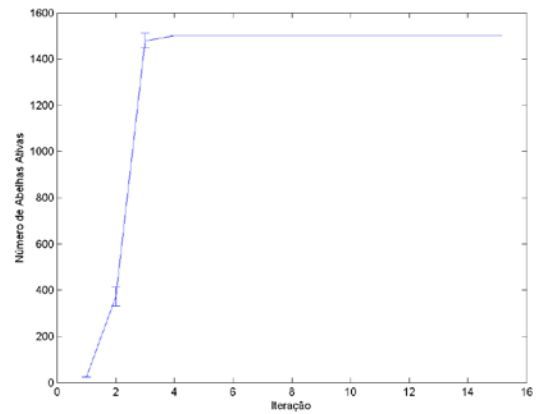


(d) $p_{rec} = 1$

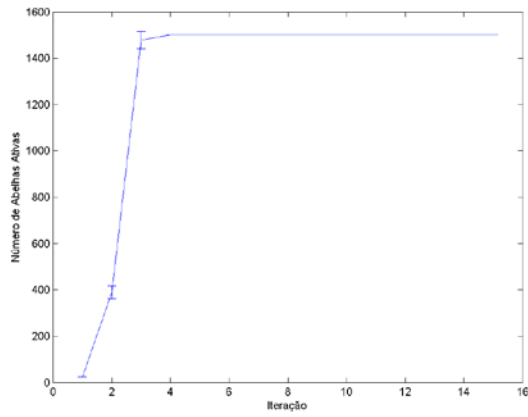
Figura 5.44: Evolução do valor médio do número de abelhas recrutadoras com o passar das iterações durante as execuções do algoritmo OptBees, para o problema F_9 da competição CEC'2005, com (a) $p_{rec} = 0,01$, (b) $p_{rec} = 0,10$, (c) $p_{rec} = 0,5$ e (d) $p_{rec} = 1$. As barras verticais correspondem aos valores de desvio-padrão avaliados em 15 repetições.



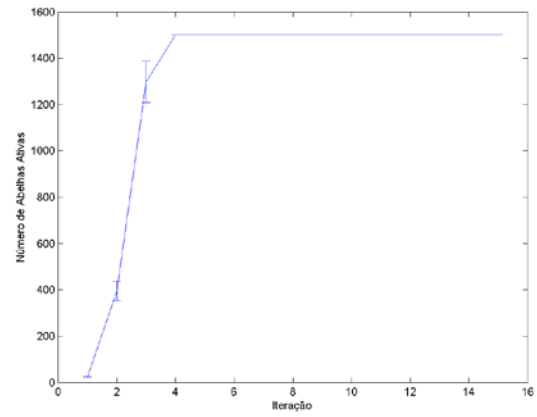
(a) $p_{rec} = 0,01$



(b) $p_{rec} = 0,10$

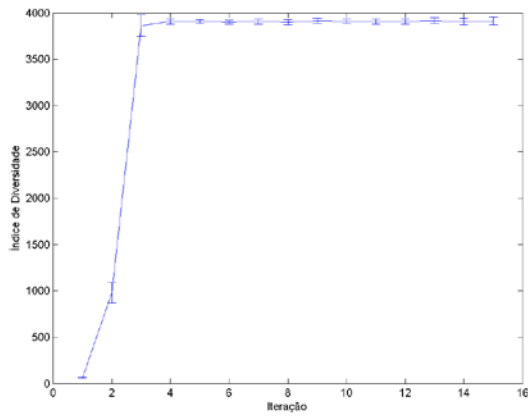


(c) $p_{rec} = 0,50$

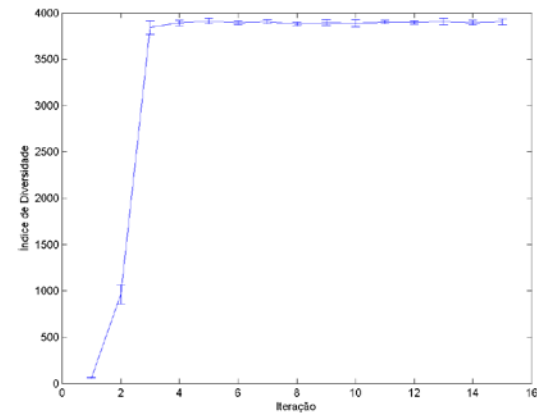


(d) $p_{rec} = 1$

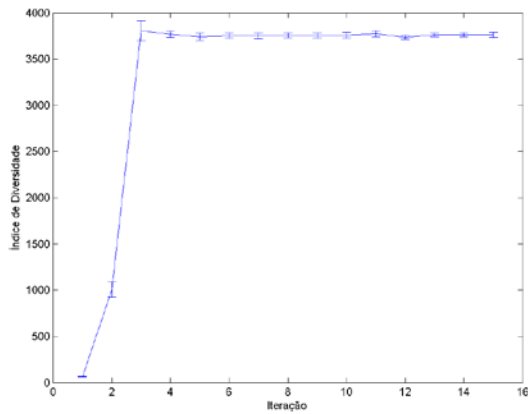
Figura 5.45: Evolução do valor médio do número de abelhas ativas com o passar das iterações durante as execuções do algoritmo OptBees, para o problema F_9 da competição CEC'2005, com (a) $p_{rec} = 0,01$, (b) $p_{rec} = 0,10$, (c) $p_{rec} = 0,5$ e (d) $p_{rec} = 1$. As barras verticais correspondem aos valores de desvio-padrão avaliados em 15 repetições.



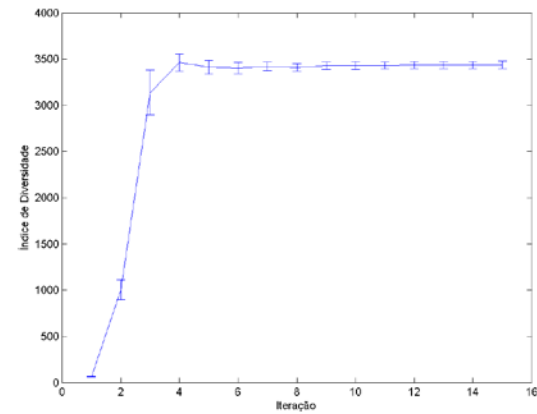
(a) $p_{rec} = 0,01$



(b) $p_{rec} = 0,10$



(c) $p_{rec} = 0,50$



(d) $p_{rec} = 1$

Figura 5.46: Evolução do valor médio do índice de diversidade com o passar das iterações durante as execuções do algoritmo OptBees, para o problema F_9 da competição CEC'2005, com (a) $p_{rec} = 0,01$, (b) $p_{rec} = 0,10$, (c) $p_{rec} = 0,5$ e (d) $p_{rec} = 1$. As barras verticais correspondem aos valores de desvio-padrão avaliados em 15 repetições.

5.5 AVALIAÇÃO DE DESEMPENHO EM PROBLEMAS COM ESPAÇOS DE DIMENSÃO ELEVADA

Na quarta fase dos experimentos, o algoritmo OptBees foi aplicado aos 25 problemas da competição CEC'2005, sendo considerados espaços de 10 ($D = 10$) e 30 ($D = 30$) dimensões. A metodologia experimental utilizada seguiu as diretrizes da competição, que estão apresentadas a seguir (Suganthan, et al., 2005), de modo que os resultados obtidos puderam ser comparados diretamente com aqueles reportados pela organização da competição para cada um dos algoritmos participantes:

- Os critérios de parada são um número máximo de avaliações da função-objetivo igual a $D \cdot 10^4$ ou a obtenção de um erro absoluto entre a melhor solução encontrada e o ótimo global do problema menor ou igual a $1 \cdot 10^{-8}$.
- As soluções devem ser inicializadas aleatoriamente, utilizando-se distribuição uniforme e considerando os intervalos definidos para cada problema (veja o Apêndice A).

A parametrização do algoritmo OptBees considerou o fato de que, na competição, o objetivo é a otimização global e não a localização da maior quantidade possível de ótimos locais. Sendo assim, a busca local foi aplicada apenas na melhor abelha e os valores utilizados para os parâmetros, que foram os mesmos para $D = 10$ e $D = 30$, foram os seguintes: número inicial de abelhas ativas $n_i = 200$, número máximo de abelhas ativas $n_{max} = 1.500$, esforço médio de forrageamento $n_{mean} = 20$, probabilidade mínima de uma abelha ser recrutadora $p_{min} = 0,01$, percentual de abelhas não-recrutadoras que serão de fato recrutadas p_{rec} variando linearmente em função do número de cálculos da função-objetivo entre 0,5 e 1, e raio de inibição social ρ_i variando linearmente com o número de cálculos da função-objetivo entre 0,1 e 0,4 (esses valores correspondem a um percentual da maior distância possível no espaço de busca). A variação do percentual de abelhas não-recrutadoras que serão de fato recrutadas p_{rec} faz com que o comportamento do algoritmo gradativamente mude de exploratório para um comportamento de intensificação da busca, enquanto a variação do valor do raio de inibição social ρ_i faz com que, inicialmente, sejam exploradas diversas regiões e, gradativamente, o esforço de busca seja concentrado nas regiões mais promissoras (isso foi discutido durante a apresentação dos resultados da análise de sensibilidade paramétrica, nas seções 5.4.3 e 5.4.5).

É importante destacar que, nas diretrizes da competição, foi recomendado que não fossem utilizadas diferentes parametrizações para diferentes problemas ou números de dimensões

(Suganthan, et al., 2005). Mesmo sabendo que alguns competidores não seguiram essa recomendação, a parametrização utilizada para o OptBees, para todos os problemas, para 10 e 30 dimensões, foi a mesma, para que pudesse ser avaliada a sua robustez em relação às variações das características dos problemas e do número de dimensões.

5.5.1 ALGORITMOS PARTICIPANTES DA COMPETIÇÃO¹²

O algoritmo que apresentou o melhor desempenho médio da competição CEC'2005, tanto para 10 ($D = 10$) quanto para 30 ($D = 30$) dimensões, foi o G-CMA-ES, proposto por Auger & Hansen (2005b). Esse algoritmo é uma Estratégia Evolutiva, baseada na técnica de Adaptação da Matriz de Covariância (*Covariance Matrix Adaptation Evolution Strategy* – CMA-ES), proposta por Hansen & Ostermeier (1996), que introduz um mecanismo de reinicializações sucessivas, sendo dobrado o número de indivíduos da população a cada reinicialização. O G-CMA-ES, assim como o CMA-ES, gera novas soluções, a cada iteração, por meio de um processo de amostragem que utiliza uma distribuição normal multivariada, tendo como particularidade uma atualização incremental da matriz de covariância que contempla as informações obtidas ao longo de toda a execução do algoritmo. Como a abordagem CMA-ES é considerada estado-da-arte no âmbito das metaheurísticas para otimização, muitos algoritmos têm sido propostos baseados nessa técnica (Chun-Kit & Ho-Fung, 2010; Kruisselbrink, et al., 2010; Meiyi, et al., 2009; Shir, et al., 2009; Voss, et al., 2008), destacando-se o fato de que ela vem sendo utilizada em diversas aplicações práticas (Colutto, et al., 2010; Gregory & Werner, 2010; Jebalia, et al., 2007).

O L-CMA-ES, um algoritmo semelhante ao G-CMA-ES, foi proposto também por Auger & Hansen (2005a). A única diferença entre esses algoritmos é o fato de que o L-CMA-ES não duplica o tamanho de sua população a cada reinicialização. Em ambos os algoritmos, cada execução realizada após um reinício é independente das execuções anteriores.

A variação da técnica de Estimação de Distribuição (EDA) (Larrañaga & Lozano, 2002), proposta por Yuan & Gallagher (2005), adota a estratégia clássica de amostragem de novos indivíduos a partir de uma distribuição normal multivariada. Entretanto, diferentemente dos algo-

¹² Serão adotadas neste trabalho as mesmas siglas utilizadas pela organização da competição CEC'2005 no documento que reportou os resultados para designar cada um dos algoritmos participantes.

ritmos baseados no CMA-ES, a matriz de covariância é determinada a cada iteração a partir dos indivíduos presentes na população e não de forma incremental. Quando em comparação com outras abordagens de EDA, o algoritmo proposto por Yuan & Gallagher (2005) tem como principais diferenciais a introdução de novos mecanismos que controlam dinamicamente a convergência da variância da distribuição normal multivariada, em função da evolução do algoritmo e das características do problema, favorecendo ou não a exploração do espaço de busca.

O BLX-GL50, um Algoritmo Genético (Bäck, et al., 2000a) proposto por Garcia-Martinez & Lozano (2005b), utiliza codificação real dos indivíduos e emprega um operador de cruzamento baseado no conceito de casal de pais: os filhos são gerados na vizinhança do indivíduo mãe de acordo com uma distribuição de probabilidade que é definida pelo indivíduo pai. Para determinar quais indivíduos da população serão considerados pais e mães, é utilizado um processo de diferenciação em machos e fêmeas, proposto por Garcia-Martinez & Lozano (2005a).

O SPC-PNX, proposto por Ballester et al. (2005), é um Algoritmo Genético incremental (ou *steady-state*) puro que, assim como o BLX-GL50, utiliza codificação real para os indivíduos, além dos operadores de cruzamento PNX e de substituição, denominados *scaled probabilistic crowding scheme*, ambos introduzidos por Ballester & Carter (2004). Outro algoritmo genético incremental que participou da competição é o K-PCX (Sinha, et al., 2005), que também utiliza o operador de cruzamento PNX, mas selecionando aleatoriamente indivíduos da população para serem substituídos pelos novos indivíduos gerados.

Proposto por Molina et al. (2005), o BLX-MA é um Algoritmo Memético (Moscato, 1989) que utiliza codificação real de soluções e combina mecanismos capazes de manter alta diversidade e promover exploração global do espaço de busca por intermédio de um operador de busca local adaptativo que é aplicado aos indivíduos mais promissores. Esse mecanismo de busca local adapta tanto a sua probabilidade de execução quanto a quantidade de esforço computacional que será empreendida a cada execução com base no *fitness* de cada indivíduo, favorecendo as melhores soluções.

Representando o paradigma de Evolução Diferencial (Price, et al., 2005), dois algoritmos participaram da competição CEC'2005: o algoritmo clássico de Evolução Diferencial, DE (Price, et al., 2005; Rönkkönen, et al., 2005), e o algoritmo L-SaDE, proposto por Qin & Suganthan (2005). A principal diferença introduzida pelo L-SaDE em relação ao algoritmo DE clássico é

a capacidade de selecionar automaticamente, ao longo da execução, qual é a melhor estratégia de mutação e quais parâmetros devem ser utilizados na mutação e no cruzamento.

O algoritmo DMS-L-PSO (Liang, et al., 2006), representante do paradigma de Inteligência de Enxame, especificamente de Otimização por Enxame de Partículas (Kennedy, et al., 2001), tem como principais diferenciais a utilização de múltiplos enxames, formados a partir da separação dos indivíduos presentes na população, além da utilização de um método quase-Newton como operador de busca local. Os múltiplos enxames constantemente trocam informações entre si, sendo agrupados e redivididos ao longo do processo de busca.

Por fim, o último participante da competição CEC'2005 é o Algoritmo Evolutivo CoEVO (Pošík, 2005), que tem como principal característica a utilização de um processo de coevolução cooperativa (Paredis, 1995) que permite evoluir tanto uma população de soluções candidatas, quanto uma população de passos para o operador de mutação. Ao adotar essa estratégia, o CoEVO busca ajustar dinamicamente o seu operador de mutação ao longo da busca, de acordo com a evolução das soluções e as características do problema sendo tratado.

Além dos onze algoritmos descritos nesta seção e do algoritmo OptBees, proposto nesta tese, os resultados que serão apresentados na próxima seção para os experimentos com os 25 problemas da competição CEC'2005 contemplam os algoritmos opt-aiNet (de Castro & Timmis, 2002), dopt-aiNet (de França, et al., 2005) e cob-aiNet (Coelho & Von Zuben, 2010; Coelho, 2011), que foram brevemente descritos na Seção 5.2 e cujos resultados foram reportados por Coelho (2011).

5.5.2 APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Os valores¹³ da média e do desvio-padrão dos erros absolutos entre a melhor solução obtida e o ótimo global de cada problema, para cada um dos algoritmos, para cada um dos 25 problemas, estão apresentados nas Tabelas 5.9 a 5.11, para 10 dimensões ($D = 10$), e 5.13 a 5.15, para 30 dimensões ($D = 30$). Ressalta-se o fato de que não há resultados reportados para os problemas F_{21} a F_{25} , com $D = 30$, para o algoritmo DMS-L-PSO (Liang, et al., 2006), e tam-

¹³ Os resultados foram apresentados em notação científica, utilizando-se quatro casas decimais. Mas é importante destacar que os resultados reportados na literatura para os algoritmos DE, G-CMA-ES, K-PCX e L-CMA-ES apresentam apenas duas casas decimais, fato esse que pode influenciar a ordenação de resultados e a determinação dos *ranks* de cada algoritmo.

pouco para os problemas F_{16} a F_{25} , para o algoritmo L-SaDE (Qin & Suganthan, 2005), também para o caso de trinta dimensões.

As Tabelas 5.12 e 5.16 apresentam os *ranks* de cada um dos algoritmos, para cada um dos problemas, obtidos por meio da ordenação, em ordem crescente, dos valores dos erros absolutos médios (EAM) obtidos por cada algoritmo, além dos *ranks* médios, dos desvios-padrão dos *ranks* e dos *ranks* finais, que foram determinados a partir dos *ranks* médios. Como um dos critérios de parada utilizados na competição foi a obtenção de um erro absoluto entre a melhor solução obtida e o ótimo global de cada problema menor ou igual a $1 \cdot 10^{-8}$, todos os valores de EAM inferiores ou iguais a esse valor foram tomados como nulos, de modo que os algoritmos que encerraram a sua execução em função desse critério de parada não foram prejudicados na determinação dos seus *ranks*. É importante reiterar que tanto o algoritmo DMS-L-PSO quanto o L-SaDE não tiveram resultados reportados para alguns problemas com $D = 30$ (Liang, et al., 2006; Qin & Suganthan, 2005): nesses casos, ambos os algoritmos foram classificados no *rank* quinze, correspondente à última posição possível de ser obtida.

Para $D = 10$, o algoritmo OptBees ficou classificado no *rank* seis, à frente dos algoritmos SPC-PNX, cob-aiNet, L-CMA-ES, EDA, BLX-MA, K-PCX, CoEVO, opt-aiNet e dopt-aiNet. Já para $D = 30$, o algoritmo OptBees ficou classificado no *rank* cinco, superando os desempenhos dos algoritmos BLX-MA, cob-aiNet, DE, SPC-PNX, DMS-L-PSO, K-PCX, L-SaDE, CoEVO, opt-aiNet e dopt-aiNet.

Considerando-se o comportamento individual do OptBees, pode-se perceber que, com o aumento do número de dimensões de 10 para 30, o *rank* melhorou para 14, piorou para 6 e manteve-se o mesmo para 5 problemas, o que indica que, em média, o algoritmo não teve o seu desempenho degenerado com o aumento da dimensionalidade (o *rank* final subiu de seis para cinco), fato que, ao se considerar que foi utilizada uma única parametrização, evidencia a robustez do algoritmo em relação a esse aspecto. Os problemas para os quais houve melhora no desempenho médio foram $F_3, F_7, F_8, F_{10}, F_{11}, F_{12}, F_{13}, F_{14}, F_{16}, F_{17}, F_{18}, F_{19}, F_{20}$ e F_{22} , que subiram 2, 3, 3, 1, 1, 3, 1, 3, 2, 3, 6, 6, 6 e 5 posição(ões) no *rank*, respectivamente. Os problemas para os quais houve piora no desempenho médio foram $F_5, F_{15}, F_{21}, F_{23}, F_{24}$ e F_{25} , que caíram 10, 4, 9, 7, 6 e 2 posições no *rank*, respectivamente. Os problemas para os quais o *rank* se manteve o mesmo frente ao aumento do número de dimensões foram F_1, F_2, F_4, F_6 e F_9 (exceto para o problema F_4 , os *ranks* para esses problemas não poderiam ser melhorados, pois já valiam 1, valor esse que corresponde ao melhor valor possível de ser obtido). Essas informações estão apresentadas na Tabela 5.17, enquanto as informações referentes às variações

do *rank* final de cada algoritmo quando do aumento do número de dimensões de 10 para 30 estão apresentados na Tabela 5.18. Além do OptBees, que subiu do *rank* 6 para o *rank* 5, os algoritmos que apresentaram melhora no desempenho médio com o aumento do número de dimensões foram BLX-GL50, BLX-MA, EDA, K-PCX, L-CMA-ES e cob-aiNet, que subiram 2, 5, 7, 1, 5 e 1 posição(ões) no *rank* final, respectivamente. Os algoritmos DE, DMS-L-PSO, L-SaDE and SPC-PNX pioraram o desempenho médio, caindo 3, 7, 10 e 1 posição(ões) no *rank* final, respectivamente. Já os algoritmos CoEVO, G-CMA-ES, opt-aiNet e dopt-aiNet mantiveram os mesmos valores para os seus *ranks* finais.

O fato de o OptBees apresentar um desempenho ruim para os problemas F_3 e F_4 , com $D = 10$, e F_3 a F_5 , com $D = 30$, é algo que merece reflexões, especialmente em função de que esses são problemas monomodais. Esses problemas possuem regiões “planas” em torno do ótimo, o que faz com que o algoritmo convirja lentamente em direção ao ótimo global e não consiga atingir uma solução de qualidade equivalente àquelas obtidas por grande parte dos demais algoritmos que participaram da competição. Esse desempenho degenerado tem relação com a maneira como o recrutamento é realizado e com o algoritmo de busca local utilizado. No recrutamento, todas as dimensões da abelha recrutada são alteradas simultaneamente, o que dificulta a localização da direção ideal que leve essa abelha para um ponto correspondente a uma solução melhor, especialmente no caso de problemas de alta dimensão. O algoritmo de busca local, por sua vez, deixa de reinicializar os intervalos de busca para cada variável a partir do momento em que consegue identificar a direção e o tamanho do passo que devem ser seguidos. Sendo assim, apesar do operador de busca local ser iniciado com intervalos de busca grandes, eles são constantemente reduzidos, impedindo assim a reinicialização dos intervalos e a consequente aceleração da melhoria das soluções.

O Algoritmo de Estimação de Distribuição G-CMA-ES foi o que obteve o melhor desempenho médio para $D = 10$ e também para $D = 30$, sendo, inclusive, considerado o vencedor da competição CEC’2005. Convém comentar que os Algoritmos de Estimação de Distribuição são ferramentas que se utilizam de mecanismos mais elaborados do que os empregados pelas metaheurísticas populacionais baseadas em operadores de reprodução, mutação, seleção, etc., construindo, a cada iteração, modelos do espaço de busca do problema sendo tratado que os permitam amostrar soluções cada vez mais promissoras com o passar das iterações. Esses mecanismos fazem com que os EDA consigam progredir muito mais no processo de busca a cada iteração quando em comparação com outros paradigmas, mas impondo, naturalmente, custos computacionais maiores. Os outros algoritmos de estimação de distribuição – EDA e L-CMA-

ES, também alcançaram um desempenho superior ao do OptBees para 30 dimensões, mas inferior para 10.

Com relação aos Algoritmos Genéticos Incrementais – K-PCX e SPC-PNX, o algoritmo OptBees obteve desempenho médio superior a ambos para $D = 10$ e também para $D = 30$. Já o algoritmo genético geracional BLX-GL50 obteve desempenho médio superior ao do OptBees para 10 e também 30 dimensões.

Tabela 5.9: Média $\pm$ Desvio-padrão dos erros absolutos entre as melhores soluções obtidas por cada algoritmo e o ótimo global de cada um dos 25 problemas de teste da competição CEC'2005 ($D = 10$). Os melhores resultados estão em negrito.

	BLX- GL50	BLX-MA	CoEVO	DE	DMS-L-PSO
F_1	$8,3436 \cdot 10^{-9} \pm 1,4066 \cdot 10^{-9}$	$9,8695 \cdot 10^{-9} \pm 6,6174 \cdot 10^{-25}$	$8,8336 \cdot 10^{-9} \pm 1,3332 \cdot 10^{-9}$	$0,0000 \cdot 10^0 \pm 0,0000 \cdot 10^0$	$0,0000 \cdot 10^0 \pm 0,0000 \cdot 10^0$
F_2	$8,2075 \cdot 10^{-9} \pm 1,1765 \cdot 10^{-9}$	$9,9360 \cdot 10^{-9} \pm 0,0000 \cdot 10^0$	$8,5987 \cdot 10^{-9} \pm 1,3665 \cdot 10^{-9}$	$0,0000 \cdot 10^0 \pm 0,0000 \cdot 10^0$	$1,2960 \cdot 10^{-13} \pm 1,5612 \cdot 10^{-13}$
F_3	$5,7053 \cdot 10^2 \pm 9,3168 \cdot 10^2$	$4,7709 \cdot 10^4 \pm 6,4695 \cdot 10^3$	$8,4856 \cdot 10^{-9} \pm 1,3452 \cdot 10^{-9}$	$1,0900 \cdot 10^1 \pm 4,6300 \cdot 10^{-6}$	$7,0064 \cdot 10^{-9} \pm 2,6589 \cdot 10^{-9}$
F_4	$8,3177 \cdot 10^{-9} \pm 1,4172 \cdot 10^{-9}$	$1,9967 \cdot 10^{-8} \pm 2,5261 \cdot 10^{-9}$	$8,5471 \cdot 10^{-9} \pm 9,8513 \cdot 10^{-10}$	$9,0900 \cdot 10^{-15} \pm 3,1500 \cdot 10^{-14}$	$1,8851 \cdot 10^{-3} \pm 1,8932 \cdot 10^{-3}$
F_5	$8,9375 \cdot 10^{-9} \pm 1,0046 \cdot 10^{-9}$	$2,1242 \cdot 10^{-2} \pm 1,8794 \cdot 10^{-2}$	$2,1332 \cdot 10^0 \pm 3,5736 \cdot 10^0$	$0,0000 \cdot 10^0 \pm 0,0000 \cdot 10^0$	$1,1383 \cdot 10^{-6} \pm 2,1828 \cdot 10^{-6}$
F_6	$8,3737 \cdot 10^{-9} \pm 1,4790 \cdot 10^{-9}$	$1,4986 \cdot 10^0 \pm 5,4022 \cdot 10^{-2}$	$1,2463 \cdot 10^1 \pm 8,9759 \cdot 10^0$	$1,5900 \cdot 10^{-1} \pm 7,9700 \cdot 10^{-1}$	$6,8925 \cdot 10^{-8} \pm 3,1904 \cdot 10^{-7}$
F_7	$1,1723 \cdot 10^{-2} \pm 7,6974 \cdot 10^{-3}$	$1,9714 \cdot 10^{-1} \pm 2,0663 \cdot 10^{-2}$	$3,7051 \cdot 10^{-2} \pm 1,5106 \cdot 10^{-2}$	$1,4600 \cdot 10^{-1} \pm 1,3800 \cdot 10^{-1}$	$4,5189 \cdot 10^{-2} \pm 3,2611 \cdot 10^{-2}$
F_8	$2,0354 \cdot 10^1 \pm 8,0547 \cdot 10^{-2}$	$2,0192 \cdot 10^1 \pm 1,3761 \cdot 10^{-2}$	$2,0275 \cdot 10^1 \pm 7,6588 \cdot 10^{-2}$	$2,0400 \cdot 10^1 \pm 7,5800 \cdot 10^{-2}$	$2,0000 \cdot 10^1 \pm 5,5382 \cdot 10^{-9}$
F_9	$1,1542 \cdot 10^0 \pm 7,9595 \cdot 10^{-1}$	$4,3786 \cdot 10^{-1} \pm 9,8763 \cdot 10^{-2}$	$1,9195 \cdot 10^1 \pm 6,6191 \cdot 10^0$	$9,5500 \cdot 10^{-1} \pm 9,7300 \cdot 10^{-1}$	$0,0000 \cdot 10^0 \pm 0,0000 \cdot 10^0$
F_{10}	$4,9748 \cdot 10^0 \pm 2,7698 \cdot 10^0$	$5,6429 \cdot 10^0 \pm 3,6183 \cdot 10^{-1}$	$2,6765 \cdot 10^1 \pm 8,6457 \cdot 10^0$	$1,2500 \cdot 10^1 \pm 7,9600 \cdot 10^0$	$3,6217 \cdot 10^0 \pm 8,5590 \cdot 10^{-1}$
F_{11}	$2,3340 \cdot 10^0 \pm 1,6064 \cdot 10^0$	$4,5574 \cdot 10^0 \pm 5,2435 \cdot 10^{-1}$	$9,0289 \cdot 10^0 \pm 1,0202 \cdot 10^0$	$8,4700 \cdot 10^{-1} \pm 1,4000 \cdot 10^0$	$4,6229 \cdot 10^0 \pm 5,8400 \cdot 10^{-1}$
F_{12}	$4,0691 \cdot 10^2 \pm 8,8891 \cdot 10^2$	$7,4303 \cdot 10^1 \pm 4,4314 \cdot 10^1$	$6,0453 \cdot 10^2 \pm 1,0736 \cdot 10^3$	$3,1700 \cdot 10^1 \pm 1,4200 \cdot 10^2$	$2,4007 \cdot 10^0 \pm 4,3602 \cdot 10^0$
F_{13}	$7,4985 \cdot 10^{-1} \pm 2,1007 \cdot 10^{-1}$	$7,7356 \cdot 10^{-1} \pm 4,2796 \cdot 10^{-2}$	$1,1365 \cdot 10^0 \pm 4,3310 \cdot 10^{-1}$	$9,7700 \cdot 10^{-1} \pm 4,6700 \cdot 10^{-1}$	$3,6865 \cdot 10^{-1} \pm 5,6411 \cdot 10^{-2}$
F_{14}	$2,1725 \cdot 10^0 \pm 4,8722 \cdot 10^{-1}$	$2,0305 \cdot 10^0 \pm 1,4427 \cdot 10^{-1}$	$3,7065 \cdot 10^0 \pm 4,3310 \cdot 10^{-1}$	$3,4500 \cdot 10^0 \pm 4,4000 \cdot 10^{-1}$	$2,3601 \cdot 10^0 \pm 3,3750 \cdot 10^{-1}$
F_{15}	$4,0000 \cdot 10^2 \pm 0,0000 \cdot 10^0$	$2,6957 \cdot 10^2 \pm 3,2543 \cdot 10^1$	$2,9377 \cdot 10^2 \pm 1,0207 \cdot 10^2$	$2,5900 \cdot 10^2 \pm 1,8300 \cdot 10^2$	$4,8539 \cdot 10^0 \pm 1,3415 \cdot 10^1$
F_{16}	$9,3493 \cdot 10^1 \pm 5,8680 \cdot 10^0$	$1,0156 \cdot 10^2 \pm 9,9066 \cdot 10^{-1}$	$1,7718 \cdot 10^2 \pm 3,1573 \cdot 10^1$	$1,1300 \cdot 10^2 \pm 1,8000 \cdot 10^1$	$9,4756 \cdot 10^1 \pm 1,0086 \cdot 10^1$
F_{17}	$1,0292 \cdot 10^2 \pm 7,8033 \cdot 10^0$	$1,2696 \cdot 10^2 \pm 2,2044 \cdot 10^0$	$2,1182 \cdot 10^2 \pm 3,3746 \cdot 10^1$	$1,1500 \cdot 10^2 \pm 2,0100 \cdot 10^1$	$1,1009 \cdot 10^2 \pm 4,3453 \cdot 10^0$
F_{18}	$4,2002 \cdot 10^2 \pm 2,1798 \cdot 10^2$	$8,0335 \cdot 10^2 \pm 3,2808 \cdot 10^0$	$9,0154 \cdot 10^2 \pm 8,7050 \cdot 10^1$	$4,0000 \cdot 10^2 \pm 2,0400 \cdot 10^2$	$7,6067 \cdot 10^2 \pm 1,8458 \cdot 10^2$
F_{19}	$4,4905 \cdot 10^2 \pm 2,4767 \cdot 10^2$	$7,6279 \cdot 10^2 \pm 2,7430 \cdot 10^1$	$8,4450 \cdot 10^2 \pm 1,3374 \cdot 10^2$	$4,2000 \cdot 10^2 \pm 2,1800 \cdot 10^2$	$7,1430 \cdot 10^2 \pm 2,0105 \cdot 10^2$
F_{20}	$4,4599 \cdot 10^2 \pm 2,4061 \cdot 10^2$	$8,0000 \cdot 10^2 \pm 0,0000 \cdot 10^0$	$8,6290 \cdot 10^2 \pm 1,4734 \cdot 10^2$	$4,6000 \cdot 10^2 \pm 2,3800 \cdot 10^2$	$8,2196 \cdot 10^2 \pm 4,5874 \cdot 10^1$
F_{21}	$6,8933 \cdot 10^2 \pm 2,9841 \cdot 10^2$	$7,2180 \cdot 10^2 \pm 2,5645 \cdot 10^1$	$6,3493 \cdot 10^2 \pm 3,0040 \cdot 10^2$	$4,9200 \cdot 10^2 \pm 4,0000 \cdot 10^1$	$5,3600 \cdot 10^2 \pm 2,1772 \cdot 10^2$
F_{22}	$7,5865 \cdot 10^2 \pm 2,8614 \cdot 10^1$	$6,7089 \cdot 10^2 \pm 3,7244 \cdot 10^1$	$7,7886 \cdot 10^2 \pm 1,0200 \cdot 10^2$	$7,1800 \cdot 10^2 \pm 1,5800 \cdot 10^2$	$6,9242 \cdot 10^2 \pm 1,5647 \cdot 10^2$
F_{23}	$6,3887 \cdot 10^2 \pm 2,0620 \cdot 10^2$	$9,2673 \cdot 10^2 \pm 2,4322 \cdot 10^1$	$8,3456 \cdot 10^2 \pm 1,6418 \cdot 10^2$	$5,7200 \cdot 10^2 \pm 4,4800 \cdot 10^1$	$7,3034 \cdot 10^2 \pm 1,6620 \cdot 10^2$
F_{24}	$2,0000 \cdot 10^2 \pm 0,0000 \cdot 10^0$	$2,2400 \cdot 10^2 \pm 1,6277 \cdot 10^1$	$3,1384 \cdot 10^2 \pm 2,1925 \cdot 10^2$	$2,0000 \cdot 10^2 \pm 0,0000 \cdot 10^0$	$2,2400 \cdot 10^2 \pm 8,3066 \cdot 10^1$
F_{25}	$4,0357 \cdot 10^2 \pm 4,6781 \cdot 10^0$	$3,9573 \cdot 10^2 \pm 7,9224 \cdot 10^0$	$2,5732 \cdot 10^2 \pm 1,5531 \cdot 10^2$	$9,2300 \cdot 10^2 \pm 3,4000 \cdot 10^{-1}$	$3,6571 \cdot 10^2 \pm 1,5096 \cdot 10^2$

Tabela 5.10 (Continuação da Tabela 5.9): Média $\pm$ Desvio-padrão dos erros absolutos entre as melhores soluções obtidas por cada algoritmo e o ótimo global de de cada um dos 25 problemas de teste da competição CEC’2005 ($D = 10$). Os melhores resultados estão em negrito.

	EDA	G-CMA-ES	K-PCX	L-CMA-ES	L-SaDE
F_1	$0,0000 \cdot 10^0 \pm 0,0000 \cdot 10^0$	$5,2000 \cdot 10^{-9} \pm 1,9400 \cdot 10^{-9}$	$8,7100 \cdot 10^{-9} \pm 1,2200 \cdot 10^{-9}$	$5,1400 \cdot 10^{-9} \pm 1,8200 \cdot 10^{-9}$	$0,0000 \cdot 10^0 \pm 0,0000 \cdot 10^0$
F_2	$0,0000 \cdot 10^0 \pm 0,0000 \cdot 10^0$	$4,7000 \cdot 10^{-9} \pm 1,5600 \cdot 10^{-9}$	$9,4000 \cdot 10^{-9} \pm 5,3700 \cdot 10^{-10}$	$5,3100 \cdot 10^{-9} \pm 1,7700 \cdot 10^{-9}$	$1,0459 \cdot 10^{-13} \pm 5,1124 \cdot 10^{-13}$
F_3	$2,1207 \cdot 10^1 \pm 8,0018 \cdot 10^1$	$5,6000 \cdot 10^{-9} \pm 1,9300 \cdot 10^{-9}$	$3,0200 \cdot 10^4 \pm 2,3800 \cdot 10^4$	$4,9400 \cdot 10^{-9} \pm 1,4500 \cdot 10^{-9}$	$1,6720 \cdot 10^{-5} \pm 3,1196 \cdot 10^{-5}$
F_4	$0,0000 \cdot 10^0 \pm 0,0000 \cdot 10^0$	$5,0200 \cdot 10^{-9} \pm 1,7100 \cdot 10^{-9}$	$7,9400 \cdot 10^{-7} \pm 1,9700 \cdot 10^{-6}$	$1,7900 \cdot 10^6 \pm 4,6600 \cdot 10^6$	$1,4182 \cdot 10^{-5} \pm 7,0912 \cdot 10^{-5}$
F_5	$2,8376 \cdot 10^{-12} \pm 1,0606 \cdot 10^{-12}$	$6,5800 \cdot 10^{-9} \pm 2,1700 \cdot 10^{-9}$	$4,8500 \cdot 10^1 \pm 5,1700 \cdot 10^1$	$6,5700 \cdot 10^{-9} \pm 1,8800 \cdot 10^{-9}$	$1,2300 \cdot 10^{-2} \pm 1,4600 \cdot 10^{-2}$
F_6	$4,1817 \cdot 10^{-2} \pm 1,5075 \cdot 10^{-1}$	$4,8700 \cdot 10^{-9} \pm 1,6600 \cdot 10^{-9}$	$2,0700 \cdot 10^1 \pm 3,5600 \cdot 10^1$	$5,4100 \cdot 10^{-9} \pm 1,8100 \cdot 10^{-9}$	$1,1987 \cdot 10^{-8} \pm 1,9282 \cdot 10^{-8}$
F_7	$4,2049 \cdot 10^{-1} \pm 1,3303 \cdot 10^{-1}$	$3,3100 \cdot 10^{-9} \pm 2,0200 \cdot 10^{-9}$	$6,4000 \cdot 10^{-2} \pm 5,1500 \cdot 10^{-2}$	$4,9100 \cdot 10^{-9} \pm 1,6800 \cdot 10^{-9}$	$1,9900 \cdot 10^{-2} \pm 1,0700 \cdot 10^{-2}$
F_8	$2,0344 \cdot 10^1 \pm 6,4467 \cdot 10^{-2}$	$2,0000 \cdot 10^1 \pm 3,8900 \cdot 10^{-3}$	$2,0000 \cdot 10^1 \pm 3,2500 \cdot 10^{-7}$	$2,0000 \cdot 10^1 \pm 0,0000 \cdot 10^0$	$2,0000 \cdot 10^1 \pm 5,3901 \cdot 10^{-8}$
F_9	$5,4179 \cdot 10^0 \pm 1,9107 \cdot 10^0$	$2,3900 \cdot 10^{-1} \pm 4,3400 \cdot 10^{-1}$	$1,1900 \cdot 10^{-1} \pm 5,9700 \cdot 10^{-1}$	$4,4900 \cdot 10^1 \pm 1,3600 \cdot 10^1$	$0,0000 \cdot 10^0 \pm 0,0000 \cdot 10^0$
F_{10}	$5,2891 \cdot 10^0 \pm 2,7737 \cdot 10^0$	$7,9600 \cdot 10^{-2} \pm 2,7500 \cdot 10^{-1}$	$2,3900 \cdot 10^{-1} \pm 7,2000 \cdot 10^{-1}$	$4,0800 \cdot 10^1 \pm 3,3500 \cdot 10^1$	$4,9685 \cdot 10^0 \pm 1,6918 \cdot 10^0$
F_{11}	$3,9446 \cdot 10^0 \pm 3,1202 \cdot 10^0$	$9,3400 \cdot 10^{-1} \pm 9,0000 \cdot 10^{-1}$	$9,1100 \cdot 10^0 \pm 5,2700 \cdot 10^{-1}$	$3,6500 \cdot 10^0 \pm 1,6600 \cdot 10^0$	$4,8909 \cdot 10^0 \pm 6,6190 \cdot 10^{-1}$
F_{12}	$4,4321 \cdot 10^2 \pm 1,1692 \cdot 10^3$	$2,9300 \cdot 10^1 \pm 1,4200 \cdot 10^2$	$2,4400 \cdot 10^4 \pm 8,9200 \cdot 10^3$	$2,0900 \cdot 10^2 \pm 4,6900 \cdot 10^2$	$4,5011 \cdot 10^{-7} \pm 8,5062 \cdot 10^{-7}$
F_{13}	$1,8412 \cdot 10^0 \pm 3,4013 \cdot 10^{-1}$	$6,9600 \cdot 10^{-1} \pm 1,5000 \cdot 10^{-1}$	$6,5300 \cdot 10^{-1} \pm 2,0600 \cdot 10^{-1}$	$4,9400 \cdot 10^{-1} \pm 1,3800 \cdot 10^{-1}$	$2,2020 \cdot 10^{-1} \pm 4,1100 \cdot 10^{-2}$
F_{14}	$2,6298 \cdot 10^0 \pm 3,9422 \cdot 10^{-1}$	$3,0100 \cdot 10^0 \pm 3,4900 \cdot 10^{-1}$	$2,3500 \cdot 10^0 \pm 4,8200 \cdot 10^{-1}$	$4,0100 \cdot 10^0 \pm 3,1400 \cdot 10^{-1}$	$2,9153 \cdot 10^0 \pm 2,0630 \cdot 10^{-1}$
F_{15}	$3,6500 \cdot 10^2 \pm 9,2391 \cdot 1$	$2,2800 \cdot 10^2 \pm 6,8000 \cdot 10^1$	$5,1000 \cdot 10^2 \pm 1,2700 \cdot 10^2$	$2,1100 \cdot 10^2 \pm 1,0200 \cdot 10^2$	$3,2000 \cdot 10^1 \pm 1,1076 \cdot 10^2$
F_{16}	$1,4392 \cdot 10^2 \pm 1,3678 \cdot 10^1$	$9,1300 \cdot 10^1 \pm 3,4900 \cdot 10^0$	$9,5900 \cdot 10^1 \pm 6,8500 \cdot 10^0$	$1,0500 \cdot 10^2 \pm 1,2600 \cdot 10^1$	$1,0121 \cdot 10^2 \pm 6,1686 \cdot 10^0$
F_{17}	$1,5679 \cdot 10^2 \pm 1,0050 \cdot 10^1$	$1,2300 \cdot 10^2 \pm 2,0900 \cdot 10^1$	$9,7300 \cdot 10^1 \pm 5,5500 \cdot 10^0$	$5,4900 \cdot 10^2 \pm 3,4900 \cdot 10^2$	$1,1406 \cdot 10^2 \pm 9,9679 \cdot 10^0$
F_{18}	$4,8319 \cdot 10^2 \pm 2,4302 \cdot 10^2$	$3,3200 \cdot 10^2 \pm 1,1200 \cdot 10^2$	$7,5200 \cdot 10^2 \pm 2,0700 \cdot 10^2$	$4,9700 \cdot 10^2 \pm 2,1800 \cdot 10^2$	$7,1939 \cdot 10^2 \pm 2,0852 \cdot 10^2$
F_{19}	$5,6438 \cdot 10^2 \pm 2,5071 \cdot 10^2$	$3,2600 \cdot 10^2 \pm 9,9300 \cdot 10^1$	$7,5100 \cdot 10^2 \pm 2,0400 \cdot 10^2$	$5,1600 \cdot 10^2 \pm 2,3400 \cdot 10^2$	$7,0494 \cdot 10^2 \pm 1,9040 \cdot 10^2$
F_{20}	$6,5190 \cdot 10^2 \pm 2,3809 \cdot 10^2$	$3,0000 \cdot 10^2 \pm 0,0000 \cdot 10^0$	$8,1300 \cdot 10^2 \pm 1,6300 \cdot 10^2$	$4,4200 \cdot 10^2 \pm 2,0300 \cdot 10^2$	$7,1302 \cdot 10^2 \pm 2,0134 \cdot 10^2$
F_{21}	$4,8400 \cdot 10^2 \pm 1,6753 \cdot 10^2$	$5,0000 \cdot 10^2 \pm 3,4800 \cdot 10^{-13}$	$1,0500 \cdot 10^3 \pm 1,1600 \cdot 10^2$	$4,0400 \cdot 10^2 \pm 1,2300 \cdot 10^2$	$4,6400 \cdot 10^2 \pm 1,5780 \cdot 10^2$
F_{22}	$7,7088 \cdot 10^2 \pm 2,0094 \cdot 10^1$	$7,2900 \cdot 10^2 \pm 6,8600 \cdot 10^0$	$6,5900 \cdot 10^2 \pm 1,3300 \cdot 10^2$	$7,4000 \cdot 10^2 \pm 5,9400 \cdot 10^2$	$7,3490 \cdot 10^2 \pm 9,1523 \cdot 10^2$
F_{23}	$6,4052 \cdot 10^2 \pm 1,3858 \cdot 10^2$	$5,5900 \cdot 10^2 \pm 3,2400 \cdot 10^{-11}$	$1,0600 \cdot 10^3 \pm 1,5000 \cdot 10^2$	$7,9100 \cdot 10^2 \pm 2,7900 \cdot 10^2$	$6,6406 \cdot 10^2 \pm 1,5266 \cdot 10^2$
F_{24}	$2,0000 \cdot 10^2 \pm 0,0000 \cdot 10^0$	$2,0000 \cdot 10^2 \pm 2,2900 \cdot 10^{-6}$	$4,0600 \cdot 10^2 \pm 5,1300 \cdot 10^{-1}$	$8,6500 \cdot 10^2 \pm 6,3900 \cdot 10^2$	$2,0000 \cdot 10^2 \pm 0,0000 \cdot 10^0$
F_{25}	$3,7304 \cdot 10^2 \pm 3,7179 \cdot 10^0$	$3,7400 \cdot 10^2 \pm 3,2200 \cdot 10^0$	$4,0600 \cdot 10^2 \pm 4,8800 \cdot 10^{-1}$	$4,4200 \cdot 10^2 \pm 3,5800 \cdot 10^2$	$3,7586 \cdot 10^2 \pm 3,1453 \cdot 10^0$

Tabela 5.11 (Continuação das Tabelas 5.9 e 5.10): Média $\pm$ Desvio-padrão dos erros absolutos entre as melhores soluções obtidas por cada algoritmo e o ótimo global de cada um dos 25 problemas de teste da competição CEC’2005 ($D = 10$). Os melhores resultados estão em negrito.

	SPC-PNX	opt-aiNet	dopt-aiNet	cob-aiNet	OptBees
F_1	$8,8967 \cdot 10^{-9} \pm 9,3915 \cdot 10^{-10}$	$6,2698 \cdot 10^3 \pm 2,4151 \cdot 10^3$	$1,8793 \cdot 10^4 \pm 5,8715 \cdot 10^3$	$5,1807 \cdot 10^{-11} \pm 1,0086 \cdot 10^{-10}$	$3,4107 \cdot 10^{-14} \pm 2,8422 \cdot 10^{-14}$
F_2	$9,6317 \cdot 10^{-9} \pm 3,2989 \cdot 10^{-10}$	$8,1583 \cdot 10^3 \pm 2,9619 \cdot 10^3$	$1,7326 \cdot 10^4 \pm 5,9042 \cdot 10^3$	$5,5907 \cdot 10^{-10} \pm 1,3624 \cdot 10^{-10}$	$2,9559 \cdot 10^{-13} \pm 1,8419 \cdot 10^{-13}$
F_3	$1,0806 \cdot 10^5 \pm 8,7169 \cdot 10^4$	$2,4192 \cdot 10^7 \pm 2,2746 \cdot 10^7$	$2,0685 \cdot 10^8 \pm 1,14320 \cdot 10^8$	$4,1952 \cdot 10^4 \pm 2,9513 \cdot 10^4$	$4,5755 \cdot 10^3 \pm 4,4748 \cdot 10^3$
F_4	$9,3788 \cdot 10^{-9} \pm 6,3274 \cdot 10^{-10}$	$1,4661 \cdot 10^4 \pm 4,1677 \cdot 10^3$	$2,3318 \cdot 10^4 \pm 8,1798 \cdot 10^3$	$1,1132 \cdot 10^3 \pm 1,2978 \cdot 10^3$	$8,1305 \cdot 10^0 \pm 1,5951 \cdot 10^1$
F_5	$9,1535 \cdot 10^{-9} \pm 6,3186 \cdot 10^{-10}$	$1,2058 \cdot 10^4 \pm 1,9983 \cdot 10^3$	$1,8177 \cdot 10^4 \pm 8,1798 \cdot 10^3$	$2,2888 \cdot 10^{-2} \pm 9,4642 \cdot 10^{-3}$	$3,0777 \cdot 10^{-11} \pm 8,8556 \cdot 10^{-11}$
F_6	$1,8909 \cdot 10^1 \pm 3,9977 \cdot 10^1$	$8,6838 \cdot 10^8 \pm 6,7510 \cdot 10^8$	$4,3460 \cdot 10^9 \pm 2,6633 \cdot 10^9$	$2,0640 \cdot 10^2 \pm 3,2653 \cdot 10^2$	$2,5068 \cdot 10^{-10} \pm 1,2266 \cdot 10^{-9}$
F_7	$8,2610 \cdot 10^{-2} \pm 6,2418 \cdot 10^{-2}$	$2,7013 \cdot 10^1 \pm 9,5849 \cdot 10^0$	$3,3752 \cdot 10^3 \pm 2,7311 \cdot 10^{-2}$	$3,4639 \cdot 10^{-1} \pm 3,8822 \cdot 10^{-1}$	$1,2171 \cdot 10^0 \pm 7,9280 \cdot 10^{-1}$
F_8	$2,0991 \cdot 10^1 \pm 5,7946 \cdot 10^{-2}$	$2,0363 \cdot 10^1 \pm 7,1961 \cdot 10^{-2}$	$2,0317 \cdot 10^1 \pm 6,5269 \cdot 10^{-2}$	$2,0029 \cdot 10^1 \pm 1,7140 \cdot 10^{-2}$	$2,0041 \cdot 10^1 \pm 2,9824 \cdot 10^{-2}$
F_9	$4,0196 \cdot 10^0 \pm 2,2703 \cdot 10^0$	$4,9142 \cdot 10^1 \pm 7,2519 \cdot 10^0$	$3,6143 \cdot 10^1 \pm 9,8170 \cdot 10^0$	$9,6315 \cdot 10^{-12} \pm 1,7295 \cdot 10^{-11}$	$4,7749 \cdot 10^{-14} \pm 3,5499 \cdot 10^{-14}$
F_{10}	$7,3044 \cdot 10^0 \pm 5,2116 \cdot 10^0$	$4,2088 \cdot 10^1 \pm 7,9482 \cdot 10^0$	$8,2344 \cdot 10^1 \pm 1,5718 \cdot 10^1$	$2,5492 \cdot 10^1 \pm 8,1799 \cdot 10^0$	$3,1122 \cdot 10^1 \pm 1,0218 \cdot 10^1$
F_{11}	$1,9098 \cdot 10^0 \pm 1,1598 \cdot 10^0$	$8,8721 \cdot 10^0 \pm 6,9854 \cdot 10^{-1}$	$7,6796 \cdot 10^0 \pm 6,0765 \cdot 10^{-1}$	$5,5108 \cdot 10^0 \pm 7,7472 \cdot 10^{-1}$	$4,7085 \cdot 10^0 \pm 7,5932 \cdot 10^{-1}$
F_{12}	$2,5951 \cdot 10^2 \pm 4,8933 \cdot 10^3$	$3,4966 \cdot 10^3 \pm 1,1348 \cdot 10^3$	$3,5526 \cdot 10^3 \pm 1,8883 \cdot 10^3$	$2,7809 \cdot 10^1 \pm 3,4163 \cdot 10^1$	$3,8092 \cdot 10^2 \pm 6,3701 \cdot 10^2$
F_{13}	$8,3793 \cdot 10^{-1} \pm 2,6913 \cdot 10^{-1}$	$3,2777 \cdot 10^0 \pm 5,5695 \cdot 10^{-1}$	$1,8836 \cdot 10^0 \pm 3,6872 \cdot 10^{-1}$	$8,2954 \cdot 10^{-1} \pm 3,0685 \cdot 10^{-1}$	$4,7994 \cdot 10^{-1} \pm 1,5421 \cdot 10^{-1}$
F_{14}	$3,0456 \cdot 10^0 \pm 4,3662 \cdot 10^{-1}$	$3,9324 \cdot 10^0 \pm 1,9022 \cdot 10^{-1}$	$4,2210 \cdot 10^0 \pm 2,0385 \cdot 10^{-1}$	$3,6064 \cdot 10^0 \pm 2,1196 \cdot 10^{-1}$	$3,4268 \cdot 10^0 \pm 1,7460 \cdot 10^{-1}$
F_{15}	$2,5376 \cdot 10^2 \pm 1,5952 \cdot 1$	$3,7623 \cdot 10^2 \pm 3,8332 \cdot 10^1$	$3,6264 \cdot 10^2 \pm 7,4990 \cdot 10^1$	$8,1303 \cdot 10^{-11} \pm 2,2823 \cdot 10^{-10}$	$1,2000 \cdot 10^1 \pm 3,3166 \cdot 10^1$
F_{16}	$1,0962 \cdot 10^2 \pm 9,8654 \cdot 10^0$	$1,9856 \cdot 10^2 \pm 1,8538 \cdot 10^1$	$2,6952 \cdot 10^2 \pm 3,8471 \cdot 10^1$	$1,5783 \cdot 10^2 \pm 2,3846 \cdot 10^1$	$1,7673 \cdot 10^2 \pm 2,2779 \cdot 10^1$
F_{17}	$1,1898 \cdot 10^2 \pm 1,0707 \cdot 10^1$	$2,3306 \cdot 10^2 \pm 2,1158 \cdot 10^1$	$3,6372 \cdot 10^2 \pm 5,6464 \cdot 10^1$	$1,6799 \cdot 10^2 \pm 2,1935 \cdot 10^1$	$1,7754 \cdot 10^2 \pm 2,6790 \cdot 10^1$
F_{18}	$4,3956 \cdot 10^2 \pm 2,2494 \cdot 10^2$	$4,8185 \cdot 10^2 \pm 3,2129 \cdot 10^1$	$1,0405 \cdot 10^3 \pm 5,4846 \cdot 10^1$	$4,3450 \cdot 10^2 \pm 7,5443 \cdot 10^1$	$5,9088 \cdot 10^2 \pm 1,4520 \cdot 10^2$
F_{19}	$3,8000 \cdot 10^2 \pm 1,8798 \cdot 10^2$	$4,9745 \cdot 10^2 \pm 3,8629 \cdot 10^1$	$1,0469 \cdot 10^3 \pm 5,0851 \cdot 10^1$	$4,7728 \cdot 10^2 \pm 5,0015 \cdot 10^1$	$5,9734 \cdot 10^2 \pm 1,6290 \cdot 10^2$
F_{20}	$4,4000 \cdot 10^2 \pm 2,2913 \cdot 10^2$	$4,7682 \cdot 10^2 \pm 5,5783 \cdot 10^1$	$1,0168 \cdot 10^3 \pm 1,2905 \cdot 10^2$	$4,6706 \cdot 10^2 \pm 5,7662 \cdot 10^1$	$5,9345 \cdot 10^2 \pm 1,2493 \cdot 10^2$
F_{21}	$6,8006 \cdot 10^2 \pm 2,6873 \cdot 10^2$	$4,0331 \cdot 10^2 \pm 5,6570 \cdot 10^1$	$1,2049 \cdot 10^3 \pm 1,6139610^2$	$2,5894 \cdot 10^2 \pm 9,6461 \cdot 10^1$	$3,9472 \cdot 10^2 \pm 9,3778 \cdot 10^1$
F_{22}	$7,4927 \cdot 10^2 \pm 9,3700 \cdot 10^1$	$7,6760 \cdot 10^2 \pm 8,9542 \cdot 10^1$	$9,0155 \cdot 10^2 \pm 6,5569 \cdot 10^1$	$7,3428 \cdot 10^2 \pm 1,6413 \cdot 10^2$	$7,7817 \cdot 10^2 \pm 1,0114 \cdot 10^2$
F_{23}	$5,7591 \cdot 10^2 \pm 8,8207 \cdot 10^1$	$4,5067 \cdot 10^2 \pm 4,9100 \cdot 10^1$	$1,1981 \cdot 10^3 \pm 1,4161 \cdot 10^2$	$4,8132 \cdot 10^2 \pm 6,4664 \cdot 10^1$	$5,5534 \cdot 10^2 \pm 6,9848 \cdot 10^1$
F_{24}	$2,0000 \cdot 10^2 \pm 0,0000 \cdot 10^0$	$2,5254 \cdot 10^2 \pm 1,3927 \cdot 10^1$	$1,0258 \cdot 10^3 \pm 2,5088 \cdot 10^2$	$2,0000 \cdot 10^2 \pm 1,8741 \cdot 10^{-12}$	$2,0000 \cdot 10^2 \pm 8,4290 \cdot 10^{-11}$
F_{25}	$4,0601 \cdot 10^2 \pm 2,3848 \cdot 10^{-1}$	$3,6776 \cdot 10^2 \pm 6,3767 \cdot 10^1$	$1,2775 \cdot 10^3 \pm 1,0083 \cdot 10^2$	$3,9672 \cdot 10^2 \pm 1,3966 \cdot 10^1$	$3,8358 \cdot 10^2 \pm 8,5640 \cdot 10^1$

Tabela 5.12: Rank de cada algoritmo para os 25 problemas de teste da competição CEC'2005 ($D = 10$). A antepenúltima linha apresenta a média dos *rank*s de cada algoritmo, a penúltima linha o desvio-padrão dos *rank*s e a última linha o *rank* final, obtido a partir do *rank* médio. Os melhores resultados estão em negrito.

	BLX-GL50	BLX-MA	CoEVO	DE	DMS-L-PSO	EDA	G-CMA-ES	K-PCX	L-CMA-ES	L-SaDE	SPC-PNX	opt-aiNet	dopt-aiNet	cob-aiNet	OptBees
F_1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	14	15	1	1
F_2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	14	15	1	1
F_3	8	12	1	6	1	7	1	9	1	5	13	14	15	11	9
F_4	1	7	1	1	10	1	1	8	15	9	1	13	14	12	11
F_5	1	10	12	1	8	1	1	13	1	9	1	14	15	11	1
F_6	1	9	10	8	6	7	1	12	1	5	11	14	15	13	1
F_7	3	10	5	9	6	12	1	7	1	4	8	14	15	11	13
F_8	12	8	9	14	1	11	1	1	1	1	14	13	10	6	7
F_9	9	7	12	8	1	11	6	5	14	1	10	15	13	1	1
F_{10}	5	7	11	9	3	6	1	2	13	4	8	14	15	10	12
F_{11}	4	7	14	1	8	6	2	15	5	10	3	13	12	11	9
F_{12}	10	6	12	5	2	11	4	15	7	1	8	13	14	3	9
F_{13}	7	8	12	11	2	13	6	5	4	1	10	15	14	9	3
F_{14}	2	1	12	10	4	5	7	3	14	6	8	13	15	11	9
F_{15}	14	9	10	8	2	12	6	15	5	4	7	13	11	1	3
F_{16}	2	6	13	9	3	10	1	4	7	5	8	14	15	11	12
F_{17}	2	8	12	5	3	9	7	1	15	4	6	13	14	10	11
F_{18}	3	13	14	2	12	7	1	11	9	10	5	6	15	4	9
F_{19}	4	13	14	3	11	9	1	12	7	10	2	6	15	5	9
F_{20}	4	11	14	5	13	9	1	12	3	10	2	7	15	6	8
F_{21}	12	13	10	7	9	6	8	14	4	5	11	3	15	1	2
F_{22}	10	2	14	4	3	12	5	1	8	7	9	11	15	6	13
F_{23}	7	13	12	5	10	8	4	14	11	9	6	1	15	2	3
F_{24}	1	9	12	1	9	1	1	13	14	1	1	11	15	1	1
F_{25}	10	8	1	14	2	4	5	11	13	6	12	3	15	9	7
Média	5,36	7,96	9,56	5,92	5,24	7,2	2,96	8,2	7	5,16	6,64	11,24	14,28	6,68	6,6
Desvio Padrão	4,17	3,71	4,78	4,04	3,99	3,96	2,51	5,31	5,25	3,35	4,17	4,21	1,37	4,35	4,40
Rank Final	4	11	13	5	3	10	1	12	9	2	7	14	15	8	6

Tabela 5.13: Média $\pm$ Desvio-padrão dos erros absolutos entre as melhores soluções obtidas por cada algoritmo e o ótimo global de cada um dos 25 problemas de teste da competição CEC'2005 ($D = 30$). Os melhores resultados estão em negrito.

	BLX- GL50	BLX-MA	CoEVO	DE	DMS-L-PSO
F_1	$8,8755 \cdot 10^{-9} \pm 9,8507 \cdot 10^{-10}$	$9,3639 \cdot 10^{-9} \pm 1,8991 \cdot 10^{-10}$	$7,9650 \cdot 10^{-1} \pm 2,4906 \cdot 10^0$	$0,0000 \cdot 10^0 \pm 0,0000 \cdot 10^0$	$0,0000 \cdot 10^0 \pm 0,0000 \cdot 10^0$
F_2	$9,8351 \cdot 10^{-9} \pm 1,7465 \cdot 10^{-10}$	$8,7172 \cdot 10^{-6} \pm 7,4738 \cdot 10^{-7}$	$4,4018 \cdot 10^{-1} \pm 1,5208 \cdot 10^0$	$3,3300 \cdot 10^{-2} \pm 4,9000 \cdot 10^{-2}$	$1,1757 \cdot 10^{-7} \pm 6,5592 \cdot 10^{-8}$
F_3	$3,1117 \cdot 10^3 \pm 2,3263 \cdot 10^3$	$8,7746 \cdot 10^5 \pm 5,8100 \cdot 10^4$	$3,6714 \cdot 10^2 \pm 1,3453 \cdot 10^3$	$6,9200 \cdot 10^5 \pm 2,0400 \cdot 10^5$	$1,6343 \cdot 10^{-6} \pm 3,9247 \cdot 10^{-6}$
F_4	$1,6844 \cdot 10^1 \pm 9,9601 \cdot 10^0$	$3,9663 \cdot 10^1 \pm 8,5540 \cdot 10^0$	$4,7978 \cdot 10^3 \pm 3,4371 \cdot 10^3$	$1,5200 \cdot 10^1 \pm 1,8100 \cdot 10^1$	$2,5487 \cdot 10^3 \pm 3,0638 \cdot 10^2$
F_5	$3,3156 \cdot 10^2 \pm 2,4743 \cdot 10^2$	$2,1827 \cdot 10^3 \pm 7,8313 \cdot 10^1$	$8,3436 \cdot 10^3 \pm 1,0413 \cdot 10^3$	$1,7000 \cdot 10^2 \pm 1,8400 \cdot 10^2$	$2,1858 \cdot 10^3 \pm 8,2641 \cdot 10^2$
F_6	$2,5982 \cdot 10^{-7} \pm 4,3227 \cdot 10^{-7}$	$4,9546 \cdot 10^1 \pm 1,9329 \cdot 10^1$	$1,2111 \cdot 10^3 \pm 1,8340 \cdot 10^3$	$2,5100 \cdot 10^1 \pm 2,9000 \cdot 10^1$	$4,7840 \cdot 10^{-1} \pm 1,3222 \cdot 10^0$
F_7	$9,0730 \cdot 10^{-9} \pm 7,8752 \cdot 10^{-10}$	$1,3292 \cdot 10^{-2} \pm 1,2720 \cdot 10^{-3}$	$1,4120 \cdot 10^{-1} \pm 2,8329 \cdot 10^{-1}$	$2,9600 \cdot 10^{-3} \pm 5,5500 \cdot 10^{-3}$	$6,9990 \cdot 10^{-3} \pm 4,5371 \cdot 10^{-3}$
F_8	$2,0946 \cdot 10^1 \pm 5,7488 \cdot 10^{-2}$	$2,0710 \cdot 10^1 \pm 3,7657 \cdot 10^{-2}$	$2,0900 \cdot 10^1 \pm 6,8202 \cdot 10^{-2}$	$2,1000 \cdot 10^1 \pm 5,1100 \cdot 10^{-2}$	$2,0000 \cdot 10^1 \pm 2,3029 \cdot 10^{-4}$
F_9	$1,5105 \cdot 10^1 \pm 5,0385 \cdot 10^0$	$6,8064 \cdot 10^{-1} \pm 1,2144 \cdot 10^{-1}$	$1,3135 \cdot 10^2 \pm 2,3878 \cdot 10^1$	$1,8500 \cdot 10^1 \pm 5,2000 \cdot 10^0$	$1,7951 \cdot 10^1 \pm 3,0222 \cdot 10^0$
F_{10}	$3,5199 \cdot 10^1 \pm 1,0321 \cdot 10^1$	$9,0583 \cdot 10^1 \pm 4,8923 \cdot 10^0$	$2,3235 \cdot 10^2 \pm 3,5060 \cdot 10^1$	$9,6900 \cdot 10^1 \pm 8,2300 \cdot 10^1$	$3,7410 \cdot 10^1 \pm 5,2883 \cdot 10^0$
F_{11}	$2,4741 \cdot 10^1 \pm 3,5303 \cdot 10^0$	$3,1137 \cdot 10^1 \pm 1,5249 \cdot 10^0$	$3,7701 \cdot 10^1 \pm 1,5271 \cdot 10^0$	$3,4200 \cdot 10^1 \pm 1,0300 \cdot 10^1$	$2,7278 \cdot 10^1 \pm 1,5739 \cdot 10^0$
F_{12}	$9,5208 \cdot 10^3 \pm 8,0700 \cdot 10^3$	$4,3906 \cdot 10^3 \pm 1,3963 \cdot 10^3$	$1,0143 \cdot 10^5 \pm 7,2229 \cdot 10^4$	$2,7500 \cdot 10^3 \pm 3,2200 \cdot 10^3$	$2,5359 \cdot 10^2 \pm 2,8883 \cdot 10^2$
F_{13}	$5,1515 \cdot 10^0 \pm 4,0209 \cdot 10^0$	$3,9633 \cdot 10^0 \pm 5,3815 \cdot 10^{-1}$	$9,0196 \cdot 10^0 \pm 2,2784 \cdot 10^0$	$3,2300 \cdot 10^0 \pm 8,2300 \cdot 10^{-1}$	$2,3595 \cdot 10^0 \pm 5,2023 \cdot 10^{-1}$
F_{14}	$1,2120 \cdot 10^1 \pm 6,6871 \cdot 10^{-1}$	$1,2563 \cdot 10^1 \pm 7,8107 \cdot 10^{-2}$	$1,3247 \cdot 10^1 \pm 2,9231 \cdot 10^{-1}$	$1,3400 \cdot 10^1 \pm 1,4100 \cdot 10^{-1}$	$1,1961 \cdot 10^1 \pm 4,1146 \cdot 10^{-1}$
F_{15}	$3,0400 \cdot 10^2 \pm 7,3485 \cdot 10^1$	$3,5610 \cdot 10^2 \pm 1,5064 \cdot 10^1$	$4,1063 \cdot 10^2 \pm 4,3671 \cdot 10^1$	$3,6000 \cdot 10^2 \pm 1,0800 \cdot 10^2$	$3,4400 \cdot 10^2 \pm 5,0662 \cdot 10^1$
F_{16}	$8,8672 \cdot 10^1 \pm 9,6921 \cdot 10^1$	$3,2625 \cdot 10^2 \pm 2,9967 \cdot 10^1$	$3,8123 \cdot 10^2 \pm 4,5382 \cdot 10^1$	$2,1200 \cdot 10^{-2} \pm 1,1000 \cdot 10^2$	$1,1950 \cdot 10^2 \pm 1,2068 \cdot 10^2$
F_{17}	$1,3496 \cdot 10^2 \pm 1,1247 \cdot 10^2$	$2,7927 \cdot 10^2 \pm 2,7550 \cdot 10^1$	$4,5439 \cdot 10^2 \pm 5,6501 \cdot 10^1$	$2,3700 \cdot 10^2 \pm 1,2200 \cdot 10^2$	$1,4159 \cdot 10^2 \pm 7,3247 \cdot 10^1$
F_{18}	$9,0363 \cdot 10^2 \pm 5,9543 \cdot 10^{-1}$	$8,7757 \cdot 10^2 \pm 3,2310 \cdot 10^0$	$1,0689 \cdot 10^3 \pm 3,0246 \cdot 10^1$	$9,0400 \cdot 10^2 \pm 3,1300 \cdot 10^{-1}$	$9,1053 \cdot 10^2 \pm 1,5761 \cdot 10^0$
F_{19}	$9,0363 \cdot 10^2 \pm 5,1263 \cdot 10^{-1}$	$8,8021 \cdot 10^2 \pm 7,4025 \cdot 10^{-1}$	$1,0489 \cdot 10^3 \pm 2,9770 \cdot 10^1$	$9,0400 \cdot 10^2 \pm 6,2500 \cdot 10^{-1}$	$9,1060 \cdot 10^2 \pm 1,3383 \cdot 10^0$
F_{20}	$9,0346 \cdot 10^2 \pm 2,4387 \cdot 10^{-1}$	$8,7926 \cdot 10^2 \pm 8,4788 \cdot 10^{-1}$	$1,0587 \cdot 10^3 \pm 4,3264 \cdot 10^1$	$9,0400 \cdot 10^2 \pm 6,1500 \cdot 10^{-1}$	$9,0189 \cdot 10^2 \pm 3,0719 \cdot 10^1$
F_{21}	$5,0000 \cdot 10^2 \pm 8,7602 \cdot 10^{-14}$	$5,0000 \cdot 10^2 \pm 0,0000 \cdot 10^0$	$6,0352 \cdot 10^2 \pm 2,1808 \cdot 10^2$	$5,0000 \cdot 10^2 \pm 1,6600 \cdot 10^{-13}$	–
F_{22}	$8,7350 \cdot 10^2 \pm 1,8248 \cdot 10^1$	$9,0830 \cdot 10^2 \pm 1,6933 \cdot 10^0$	$1,1554 \cdot 10^3 \pm 2,9419 \cdot 10^1$	$8,9700 \cdot 10^2 \pm 1,3300 \cdot 10^1$	–
F_{23}	$5,8714 \cdot 10^2 \pm 7,7015 \cdot 10^2$	$5,5910 \cdot 10^2 \pm 2,4432 \cdot 10^1$	$9,2167 \cdot 10^2 \pm 1,8119 \cdot 10^2$	$5,3400 \cdot 10^2 \pm 4,2600 \cdot 10^{-4}$	–
F_{24}	$8,7694 \cdot 10^2 \pm 2,5528 \cdot 10^2$	$2,0000 \cdot 10^2 \pm 0,0000 \cdot 10^0$	$1,0966 \cdot 10^3 \pm 1,2076 \cdot 10^2$	$2,0000 \cdot 10^2 \pm 1,3500 \cdot 10^{-12}$	–
F_{25}	$2,1060 \cdot 10^2 \pm 2,1493 \cdot 10^{-1}$	$2,1146 \cdot 10^2 \pm 4,4881 \cdot 10^{-2}$	$1,0267 \cdot 10^3 \pm 1,9155 \cdot 10^2$	$7,3000 \cdot 10^2 \pm 3,7400 \cdot 10^{-1}$	–

Tabela 5.14 (Continuação da Tabela 5.13): Média $\pm$ Desvio-padrão dos erros absolutos entre as melhores soluções obtidas por cada algoritmo e o ótimo global de cada um dos 25 problemas de teste da competição CEC’2005 ($D = 30$). Os melhores resultados estão em negrito.

	EDA	G-CMA-ES	K-PCX	L-CMA-ES	L-SaDE
F_1	$9,0949 \cdot 10^{-15} \pm 2,1269 \cdot 10^{-14}$	$5,4200 \cdot 10^{-9} \pm 9,8000 \cdot 10^{-10}$	$8,9500 \cdot 10^{-9} \pm 9,9000 \cdot 10^{-10}$	$5,2800 \cdot 10^{-9} \pm 9,8200 \cdot 10^{-10}$	$0,0000 \cdot 10^0 \pm 0,0000 \cdot 10^0$
F_2	$9,0949 \cdot 10^{-15} \pm 2,1269 \cdot 10^{-14}$	$6,2200 \cdot 10^{-9} \pm 8,9500 \cdot 10^{-10}$	$1,4400 \cdot 10^{-2} \pm 9,8300 \cdot 10^{-3}$	$6,9300 \cdot 10^{-9} \pm 8,2700 \cdot 10^{-10}$	$9,7191 \cdot 10^{-8} \pm 4,8596 \cdot 10^{-7}$
F_3	$1,7758 \cdot 10^{-12} \pm 1,7241 \cdot 10^{-12}$	$5,5500 \cdot 10^{-9} \pm 1,0900 \cdot 10^{-9}$	$5,0700 \cdot 10^5 \pm 1,8600 \cdot 10^5$	$5,1800 \cdot 10^{-9} \pm 1,0300 \cdot 10^{-9}$	$5,0521 \cdot 10^4 \pm 1,5754 \cdot 10^5$
F_4	$2,2601 \cdot 10^{-12} \pm 1,9979 \cdot 10^{-12}$	$1,1100 \cdot 10^4 \pm 3,0200 \cdot 10^4$	$1,1100 \cdot 10^3 \pm 4,3500 \cdot 10^2$	$9,2600 \cdot 10^7 \pm 1,6800 \cdot 10^8$	$5,8160 \cdot 10^{-6} \pm 1,4479 \cdot 10^{-5}$
F_5	$5,5133 \cdot 10^{-2} \pm 2,5375 \cdot 10^{-2}$	$8,6200 \cdot 10^{-9} \pm 8,5300 \cdot 10^{-10}$	$2,0400 \cdot 10^3 \pm 3,8100 \cdot 10^2$	$8,3000 \cdot 10^{-9} \pm 1,3800 \cdot 10^{-9}$	$7,8803 \cdot 10^2 \pm 1,2439 \cdot 10^3$
F_6	$2,1103 \cdot 10^1 \pm 8,2756 \cdot 10^{-1}$	$5,9000 \cdot 10^{-9} \pm 1,6100 \cdot 10^{-9}$	$9,8900 \cdot 10^2 \pm 1,8900 \cdot 10^3$	$6,3100 \cdot 10^{-9} \pm 1,1400 \cdot 10^{-9}$	$2,1248 \cdot 10^1 \pm 1,3413 \cdot 10^1$
F_7	$3,8654 \cdot 10^{-14} \pm 3,6582 \cdot 10^{-14}$	$5,3100 \cdot 10^{-9} \pm 1,4100 \cdot 10^{-9}$	$3,6300 \cdot 10^{-2} \pm 4,7700 \cdot 10^{-2}$	$6,4800 \cdot 10^{-9} \pm 1,1400 \cdot 10^{-9}$	$8,2727 \cdot 10^{-3} \pm 1,1445 \cdot 10^{-2}$
F_8	$2,0945 \cdot 10^1 \pm 4,9832 \cdot 10^{-2}$	$2,0100 \cdot 10^1 \pm 2,7900 \cdot 10^{-1}$	$2,0000 \cdot 10^1 \pm 4,9700 \cdot 10^{-7}$	$2,0000 \cdot 10^1 \pm 9,6200 \cdot 10^{-15}$	$2,0140 \cdot 10^1 \pm 5,7258 \cdot 10^{-2}$
F_9	$1,7868 \cdot 10^2 \pm 1,0242 \cdot 10^1$	$9,3800 \cdot 10^{-1} \pm 1,1800 \cdot 10^0$	$2,7900 \cdot 10^{-1} \pm 4,5600 \cdot 10^{-1}$	$2,9100 \cdot 10^2 \pm 3,5400 \cdot 10^1$	$2,2737 \cdot 10^{-15} \pm 1,1369 \cdot 10^{-14}$
F_{10}	$1,8852 \cdot 10^2 \pm 1,9372 \cdot 10^1$	$1,6500 \cdot 10^0 \pm 1,3500 \cdot 10^0$	$5,1700 \cdot 10^{-1} \pm 7,1100 \cdot 10^{-1}$	$5,6300 \cdot 10^2 \pm 2,4800 \cdot 10^2$	$3,5758 \cdot 10^1 \pm 6,0809 \cdot 10^0$
F_{11}	$3,9453 \cdot 10^1 \pm 1,2844 \cdot 10^0$	$5,4800 \cdot 10^0 \pm 3,1300 \cdot 10^0$	$2,9500 \cdot 10^1 \pm 3,6500 \cdot 10^0$	$1,5200 \cdot 10^1 \pm 3,5100 \cdot 10^0$	$2,6562 \cdot 10^1 \pm 1,1275 \cdot 10^0$
F_{12}	$6,0542 \cdot 10^3 \pm 7,7717 \cdot 10^3$	$4,4300 \cdot 10^4 \pm 2,1900 \cdot 10^5$	$1,0400 \cdot 10^6 \pm 1,3200 \cdot 10^5$	$1,3200 \cdot 10^4 \pm 1,1500 \cdot 10^4$	$8,7345 \cdot 10^2 \pm 9,3383 \cdot 10^2$
F_{13}	$1,5310 \cdot 10^1 \pm 9,5194 \cdot 10^{-1}$	$2,4900 \cdot 10^0 \pm 5,1300 \cdot 10^{-1}$	$1,1900 \cdot 10^1 \pm 3,8000 \cdot 10^0$	$2,3200 \cdot 10^0 \pm 3,4600 \cdot 10^{-1}$	$1,2070 \cdot 10^0 \pm 1,3420 \cdot 10^{-1}$
F_{14}	$1,3321 \cdot 10^1 \pm 1,7390 \cdot 10^{-1}$	$1,2900 \cdot 10^1 \pm 4,1900 \cdot 10^{-1}$	$1,3800 \cdot 10^1 \pm 1,9000 \cdot 10^{-1}$	$1,4000 \cdot 10^1 \pm 4,0400 \cdot 10^{-1}$	$1,2360 \cdot 10^1 \pm 2,5936 \cdot 10^1$
F_{15}	$3,9600 \cdot 10^2 \pm 4,5455 \cdot 10^1$	$2,0800 \cdot 10^2 \pm 2,7500 \cdot 10^1$	$8,7600 \cdot 10^2 \pm 1,9500 \cdot 10^1$	$2,1600 \cdot 10^2 \pm 8,2900 \cdot 10^1$	$3,2275 \cdot 10^2 \pm 9,6450 \cdot 10^1$
F_{16}	$2,0789 \cdot 10^2 \pm 2,6580 \cdot 10^1$	$3,5000 \cdot 10^1 \pm 2,0400 \cdot 10^1$	$7,1500 \cdot 10^1 \pm 8,1000 \cdot 10^1$	$5,8400 \cdot 10^1 \pm 7,2800 \cdot 10^0$	–
F_{17}	$2,3759 \cdot 10^2 \pm 5,0793 \cdot 10^1$	$2,9100 \cdot 10^2 \pm 1,9300 \cdot 10^2$	$1,5600 \cdot 10^2 \pm 1,5800 \cdot 10^2$	$1,0700 \cdot 10^3 \pm 5,1300 \cdot 10^2$	–
F_{18}	$8,4665 \cdot 10^2 \pm 5,3712 \cdot 10^1$	$9,0400 \cdot 10^2 \pm 2,8800 \cdot 10^{-2}$	$8,3100 \cdot 10^2 \pm 1,6100 \cdot 10^0$	$8,9000 \cdot 10^2 \pm 4,6000 \cdot 10^1$	–
F_{19}	$8,4223 \cdot 10^2 \pm 5,2794 \cdot 10^1$	$9,0400 \cdot 10^2 \pm 2,7100 \cdot 10^{-2}$	$8,3100 \cdot 10^2 \pm 1,4700 \cdot 10^0$	$9,0300 \cdot 10^2 \pm 3,1100 \cdot 10^1$	–
F_{20}	$8,5085 \cdot 10^2 \pm 5,4021 \cdot 10^1$	$9,0400 \cdot 10^2 \pm 2,4800 \cdot 10^{-2}$	$8,3100 \cdot 10^2 \pm 1,3200 \cdot 10^0$	$8,8900 \cdot 10^2 \pm 4,5500 \cdot 10^1$	–
F_{21}	$5,0000 \cdot 10^2 \pm 3,3968 \cdot 10^{-13}$	$5,0000 \cdot 10^2 \pm 1,3100 \cdot 10^{-13}$	$8,5900 \cdot 10^2 \pm 5,4400 \cdot 10^{-1}$	$4,8500 \cdot 10^2 \pm 3,3900 \cdot 10^1$	–
F_{22}	$8,7193 \cdot 10^2 \pm 1,1648 \cdot 10^1$	$8,0300 \cdot 10^2 \pm 1,8600 \cdot 10^1$	$1,5600 \cdot 10^3 \pm 4,8300 \cdot 10^2$	$8,7100 \cdot 10^2 \pm 2,1500 \cdot 10^1$	–
F_{23}	$5,3416 \cdot 10^2 \pm 2,7077 \cdot 10^{-4}$	$5,3400 \cdot 10^2 \pm 2,2200 \cdot 10^{-4}$	$8,6600 \cdot 10^2 \pm 8,0700 \cdot 10^{-1}$	$5,3500 \cdot 10^2 \pm 1,5300 \cdot 10^0$	–
F_{24}	$2,0000 \cdot 10^2 \pm 2,9008 \cdot 10^{-14}$	$9,1000 \cdot 10^2 \pm 1,4800 \cdot 10^2$	$2,1300 \cdot 10^2 \pm 3,8900 \cdot 10^{-1}$	$1,4100 \cdot 10^3 \pm 5,4400 \cdot 10^2$	–
F_{25}	$2,0855 \cdot 10^2 \pm 5,2943 \cdot 10^{-2}$	$2,1100 \cdot 10^2 \pm 9,2100 \cdot 10^{-1}$	$2,1300 \cdot 10^2 \pm 5,5000 \cdot 10^{-1}$	$6,9100 \cdot 10^2 \pm 7,8700 \cdot 10^2$	–

Tabela 5.15 (Continuação das Tabelas 5.13 e 5.14): Média $\pm$ Desvio-padrão dos erros absolutos entre as melhores soluções obtidas por cada algoritmo e o ótimo global de cada um dos 25 problemas de teste da competição CEC’2005 ($D = 30$). Os melhores resultados estão em negrito.

	SPC-PNX	opt-aiNet	dopt-aiNet	cob-aiNet	OptBees
F_1	$9,3524 \cdot 10^{-9} \pm 4,6327 \cdot 10^{-10}$	$6,5635 \cdot 10^4 \pm 7,5591 \cdot 10^3$	$9,9637 \cdot 10^4 \pm 1,5074 \cdot 10^4$	$4,8192 \cdot 10^{-11} \pm 2,5294 \cdot 10^{-11}$	$1,5234 \cdot 10^{-13} \pm 3,9245 \cdot 10^{-14}$
F_2	$6,9482 \cdot 10^{-7} \pm 1,4911 \cdot 10^{-6}$	$6,9055 \cdot 10^4 \pm 1,1351 \cdot 10^4$	$1,0773 \cdot 10^5 \pm 3,0514 \cdot 10^4$	$8,3417 \cdot 10^{-10} \pm 6,2444 \cdot 10^{-11}$	$6,3346 \cdot 10^{-12} \pm 2,0107 \cdot 10^{-12}$
F_3	$1,1020 \cdot 10^6 \pm 4,2081 \cdot 10^5$	$7,1501 \cdot 10^8 \pm 2,4312 \cdot 10^8$	$2,0670 \cdot 10^9 \pm 7,9586 \cdot 10^8$	$9,5889 \cdot 10^5 \pm 4,0960 \cdot 10^5$	$2,7438 \cdot 10^4 \pm 1,5701 \cdot 10^4$
F_4	$8,1320 \cdot 10^{-7} \pm 1,7457 \cdot 10^{-6}$	$1,0124 \cdot 10^5 \pm 1,2271 \cdot 10^4$	$1,5929 \cdot 10^5 \pm 4,1708 \cdot 10^4$	$3,9601 \cdot 10^4 \pm 5,9727 \cdot 10^3$	$1,1500 \cdot 10^4 \pm 3,7215 \cdot 10^3$
F_5	$4,2374 \cdot 10^3 \pm 1,3752 \cdot 10^3$	$3,1931 \cdot 10^4 \pm 3,0706 \cdot 10^3$	$4,3249 \cdot 10^4 \pm 4,8666 \cdot 10^3$	$6,7246 \cdot 10^3 \pm 1,1534 \cdot 10^3$	$5,8428 \cdot 10^3 \pm 1,9718 \cdot 10^3$
F_6	$1,5197 \cdot 10^1 \pm 1,4903 \cdot 10^1$	$3,9875 \cdot 10^{10} \pm 8,2989 \cdot 10^9$	$7,9607 \cdot 10^{10} \pm 1,8415 \cdot 10^{10}$	$1,8111 \cdot 10^2 \pm 4,1378 \cdot 10^2$	$1,1644 \cdot 10^{-11} \pm 1,8610 \cdot 10^{-11}$
F_7	$1,4598 \cdot 10^{-2} \pm 1,2391 \cdot 10^{-2}$	$4,0370 \cdot 10^{-1} \pm 6,0863 \cdot 10^{-2}$	$1,1967 \cdot 10^4 \pm 7,4855 \cdot 10^2$	$9,0553 \cdot 10^{-3} \pm 9,6478 \cdot 10^{-3}$	$1,3588 \cdot 10^{-2} \pm 1,2878 \cdot 10^{-2}$
F_8	$2,0932 \cdot 10^1 \pm 4,5876 \cdot 10^{-2}$	$2,0926 \cdot 10^1 \pm 6,1775 \cdot 10^{-2}$	$2,0952 \cdot 10^1 \pm 4,4543 \cdot 10^{-2}$	$2,0128 \cdot 10^1 \pm 2,4342 \cdot 10^{-2}$	$2,0074 \cdot 10^1 \pm 4,0015 \cdot 10^{-2}$
F_9	$2,3934 \cdot 10^1 \pm 6,2477 \cdot 10^0$	$3,3259 \cdot 10^2 \pm 2,0030 \cdot 10^1$	$3,1800 \cdot 10^2 \pm 3,1418 \cdot 10^1$	$6,8244 \cdot 10^{-11} \pm 6,0851 \cdot 10^{-11}$	$1,6598 \cdot 10^{-13} \pm 4,9009 \cdot 10^{-14}$
F_{10}	$6,0297 \cdot 10^1 \pm 4,0576 \cdot 10^1$	$3,3290 \cdot 10^2 \pm 2,0739 \cdot 10^1$	$5,9156 \cdot 10^2 \pm 6,1634 \cdot 10^1$	$1,2966 \cdot 10^2 \pm 2,5193 \cdot 10^1$	$2,3003 \cdot 10^2 \pm 6,6099 \cdot 10^1$
F_{11}	$1,1255 \cdot 10^1 \pm 3,2979 \cdot 10^0$	$3,9446 \cdot 10^1 \pm 1,4409 \cdot 10^0$	$3,3516 \cdot 10^1 \pm 1,3824 \cdot 10^0$	$2,7778 \cdot 10^1 \pm 1,3818 \cdot 10^0$	$2,9043 \cdot 10^1 \pm 2,7733 \cdot 10^0$
F_{12}	$1,3134 \cdot 10^4 \pm 1,3346 \cdot 10^4$	$2,2025 \cdot 10^5 \pm 2,8587 \cdot 10^4$	$2,5512 \cdot 10^5 \pm 5,4450 \cdot 10^4$	$7,2376 \cdot 10^4 \pm 1,4671 \cdot 10^4$	$6,1206 \cdot 10^3 \pm 5,1061 \cdot 10^3$
F_{13}	$3,5881 \cdot 10^0 \pm 1,0857 \cdot 10^0$	$3,0804 \cdot 10^1 \pm 2,3495 \cdot 10^0$	$3,5631 \cdot 10^1 \pm 7,7582 \cdot 10^0$	$3,4531 \cdot 10^0 \pm 6,8894 \cdot 10^{-1}$	$1,3176 \cdot 10^0 \pm 2,5128 \cdot 10^{-1}$
F_{14}	$1,3131 \cdot 10^1 \pm 2,6887 \cdot 10^{-1}$	$1,3571 \cdot 10^1 \pm 1,7278 \cdot 10^{-1}$	$1,3949 \cdot 10^1 \pm 1,6098 \cdot 10^{-1}$	$1,3147 \cdot 10^1 \pm 2,6581 \cdot 10^{-1}$	$1,3083 \cdot 10^1 \pm 2,8894 \cdot 10^{-1}$
F_{15}	$3,6822 \cdot 10^2 \pm 9,4598 \cdot 10^1$	$4,9194 \cdot 10^2 \pm 3,1956 \cdot 10^0$	$7,3948 \cdot 10^2 \pm 5,8888 \cdot 10^1$	$7,6400 \cdot 10^{-11} \pm 7,9718 \cdot 10^{-11}$	$3,5457 \cdot 10^2 \pm 9,9203 \cdot 10^1$
F_{16}	$7,4683 \cdot 10^1 \pm 3,6143 \cdot 10^1$	$3,3260 \cdot 10^2 \pm 3,3437 \cdot 10^1$	$5,9955 \cdot 10^2 \pm 5,8178 \cdot 10^1$	$1,5524 \cdot 10^2 \pm 1,8724 \cdot 10^1$	$2,5115 \cdot 10^2 \pm 5,1144 \cdot 10^1$
F_{17}	$8,5361 \cdot 10^1 \pm 3,9099 \cdot 10^1$	$4,2209 \cdot 10^2 \pm 2,5448 \cdot 10^1$	$8,2121 \cdot 10^2 \pm 1,3321 \cdot 10^2$	$2,3951 \cdot 10^2 \pm 3,3555 \cdot 10^1$	$2,6479 \cdot 10^2 \pm 5,8989 \cdot 10^1$
F_{18}	$9,0504 \cdot 10^2 \pm 1,4284 \cdot 10^0$	$9,3509 \cdot 10^2 \pm 1,3353 \cdot 10^1$	$1,1209 \cdot 10^3 \pm 4,2776 \cdot 10^1$	$9,2347 \cdot 10^2 \pm 5,1172 \cdot 10^0$	$2,6479 \cdot 10^2 \pm 5,8089 \cdot 10^1$
F_{19}	$9,0482 \cdot 10^2 \pm 1,0871 \cdot 10^0$	$9,1884 \cdot 10^2 \pm 3,3481 \cdot 10^1$	$1,1134 \cdot 10^3 \pm 3,4552 \cdot 10^1$	$9,0427 \cdot 10^2 \pm 8,3882 \cdot 10^1$	$8,5025 \cdot 10^2 \pm 1,9787 \cdot 10^0$
F_{20}	$9,0477 \cdot 10^2 \pm 1,0987 \cdot 10^0$	$9,2080 \cdot 10^2 \pm 3,6923 \cdot 10^1$	$1,1066 \cdot 10^3 \pm 4,2209 \cdot 10^1$	$8,9842 \cdot 10^2 \pm 1,0703 \cdot 10^2$	$8,5002 \cdot 10^2 \pm 1,9007 \cdot 10^0$
F_{21}	$5,0000 \cdot 10^2 \pm 0,0000 \cdot 10^0$	$6,4631 \cdot 10^2 \pm 1,4540 \cdot 10^1$	$1,3125 \cdot 10^3 \pm 2,5259 \cdot 10^1$	$4,9275 \cdot 10^2 \pm 2,5101 \cdot 10^1$	$7,5642 \cdot 10^2 \pm 3,1556 \cdot 10^2$
F_{22}	$8,8125 \cdot 10^2 \pm 1,6213 \cdot 10^1$	$1,0496 \cdot 10^3 \pm 2,5881 \cdot 10^1$	$1,2285 \cdot 10^3 \pm 4,5987 \cdot 10^1$	$9,8933 \cdot 10^2 \pm 2,6193 \cdot 10^1$	$9,4197 \cdot 10^2 \pm 7,9220 \cdot 10^1$
F_{23}	$5,3416 \cdot 10^2 \pm 3,4895 \cdot 10^{-4}$	$7,0590 \cdot 10^2 \pm 3,5040 \cdot 10^1$	$1,3258 \cdot 10^3 \pm 3,5507 \cdot 10^1$	$5,3195 \cdot 10^2 \pm 6,1406 \cdot 10^0$	$7,6067 \cdot 10^2 \pm 2,9642 \cdot 10^2$
F_{24}	$2,0000 \cdot 10^2 \pm 0,0000 \cdot 10^0$	$6,1947 \cdot 10^2 \pm 9,6776 \cdot 10^1$	$1,4389 \cdot 10^3 \pm 2,9140 \cdot 10^1$	$2,0000 \cdot 10^2 \pm 1,1306 \cdot 10^{-3}$	$4,7194 \cdot 10^2 \pm 2,6301 \cdot 10^2$
F_{25}	$2,1321 \cdot 10^2 \pm 6,2752 \cdot 10^{-1}$	$3,3781 \cdot 10^2 \pm 2,7412 \cdot 10^2$	$1,3731 \cdot 10^3 \pm 2,1013 \cdot 10^1$	$2,6456 \cdot 10^2 \pm 1,4484 \cdot 10^1$	$5,4711 \cdot 10^2 \pm 4,6211 \cdot 10^2$

Tabela 5.16: *Rank* de cada algoritmo para os 25 problemas de teste da competição CEC’2005 ($D = 30$). A antepenúltima linha apresenta a média dos *rank*s de cada algoritmo, a penúltima linha o desvio-padrão dos *rank*s e a última linha o *rank* final, obtido a partir do *rank* médio. Os melhores resultados estão em negrito.

	BLX-GL50	BLX-MA	CoEVO	DE	DMS-L-PSO	EDA	G-CMA-ES	K-PCX	L-CMA-ES	L-SaDE	SPC-PNX	opt-aiNet	dopt-aiNet	cob-aiNet	OptBees
F_1	1	1	13	1	1	1	1	1	1	1	1	14	15	1	1
F_2	1	10	13	12	8	1	1	11	1	7	9	14	15	1	1
F_3	6	11	5	10	4	1	1	9	1	8	13	14	15	12	7
F_4	5	6	9	4	8	1	10	7	15	3	2	13	14	12	11
F_5	5	8	13	4	9	3	1	7	1	6	10	14	15	12	11
F_6	4	10	13	9	5	7	1	12	1	8	6	14	15	11	1
F_7	1	9	13	5	6	1	1	12	1	7	11	14	15	8	10
F_8	13	8	9	15	1	12	5	1	1	7	11	10	14	6	4
F_9	7	5	11	9	8	12	6	4	13	1	10	15	14	1	1
F_{10}	3	7	12	8	5	10	2	1	14	4	6	13	15	9	11
F_{11}	4	10	13	12	6	15	1	9	3	5	2	14	11	7	8
F_{12}	7	4	12	3	1	5	10	15	9	2	8	13	14	11	6
F_{13}	10	9	11	6	4	13	5	12	3	1	8	14	15	7	2
F_{14}	2	4	9	10	1	10	5	13	15	3	7	12	14	8	6
F_{15}	4	8	12	9	6	11	2	15	3	5	10	13	14	1	7
F_{16}	6	11	13	1	7	9	2	4	3	15	5	12	14	8	10
F_{17}	2	9	12	5	3	6	10	4	14	15	1	11	13	7	8
F_{18}	6	4	13	7	10	2	7	1	5	15	9	12	14	11	3
F_{19}	6	4	13	7	11	2	7	1	5	15	10	12	14	9	3
F_{20}	8	4	13	9	7	3	9	1	5	15	11	12	14	6	2
F_{21}	3	3	9	3	15	3	3	12	1	15	3	10	13	2	11
F_{22}	4	7	11	6	15	3	1	13	2	15	5	10	12	9	8
F_{23}	8	7	12	2	15	4	2	11	6	15	4	9	13	1	10
F_{24}	9	1	11	1	15	1	10	6	12	15	1	8	13	1	7
F_{25}	2	4	12	11	15	1	3	5	10	15	6	8	13	7	9
Média	5,08	6,56	11,48	6,76	7,44	5,48	4,24	7,48	5,8	8,72	6,76	12,2	13,92	6,72	6,32
Desvio Padrão	3,04	3,00	1,96	3,85	4,73	4,61	3,43	4,93	5,22	5,59	3,67	2,02	1,04	3,97	3,67
Rank Final	2	6	13	8	10	3	1	11	4	12	8	14	15	7	5

Tabela 5.17: *Ranks* do algoritmo OptBees para os 25 problemas de teste da competição CEC’2005 para $D = 10$ e $D = 30$. A última linha apresenta a diferença entre os *ranks* obtidos para $D = 10$ e $D = 30$: um valor positivo indica melhora, um valor negativo indica piora e um valor nulo indica que o *rank* não foi alterado.

Problema	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6	F_7	F_8	F_9	F_{10}	F_{11}	F_{12}	F_{13}	F_{14}	F_{15}	F_{16}	F_{17}	F_{18}	F_{19}	F_{20}	F_{21}	F_{22}	F_{23}	F_{24}	F_{25}
Rank ($D = 10$)	1	1	9	11	1	1	13	7	1	12	9	9	3	9	3	12	11	9	9	8	2	13	3	1	7
Rank ($D = 30$)	1	1	7	11	11	1	10	4	1	11	8	6	2	6	7	10	8	3	3	2	11	8	10	7	9
Diferença	0	0	2	0	-10	0	3	3	0	1	1	3	1	3	-4	2	3	6	6	6	-9	5	-7	-6	-2

Tabela 5.18: *Rank* final geral de cada algoritmo para os 25 problemas de teste da competição CEC’2005 para $D = 10$ e $D = 30$. A terceira linha apresenta a diferença entre os *ranks* obtidos para $D = 10$ e $D = 30$: um valor positivo indica melhora, um valor negativo indica piora e um valor nulo indica que o *rank* não foi alterado. A penúltima linha apresenta o *rank* médio e a última linha apresenta o *rank* final geral, obtido a partir do *rank* médio. Os melhores resultados estão em negrito.

Algoritmo	BLX-GL50	BLX-MA	CoEVO	DE	DMS-L-PSO	EDA	G-CMA-ES	K-PCX	L-CMA-ES	L-SaDE	SPC-PNX	opt-aiNet	dopt-aiNet	cob-aiNet	OptBees
Rank ($D = 10$)	4	11	13	5	3	10	1	12	9	2	7	14	15	8	6
Rank ($D = 30$)	2	6	13	8	10	3	1	11	4	12	8	14	15	7	5
Diferença	2	5	0	-3	-7	7	0	1	5	-10	-1	0	0	1	1
Média	3	8.5	13	6.5	6.5	6.5	1	11.5	6.5	7	7.5	14	15	7.5	5.5
Rank Geral Final	2	11	13	4	4	4	1	12	4	8	9	14	15	9	3

O Algoritmo Memético BLX-MA teve um desempenho médio inferior ao do OptBees para 10 e 30 dimensões. Já os algoritmos baseados em Evolução Diferencial, L-SaDE e DE, tiveram desempenhos melhores do que o do OptBees para 10 dimensões, mas piores para 30.

O DMS-L-PSO, representante do paradigma de Inteligência de Enxame, obteve um *rank* médio melhor do que o obtido pelo OptBees para $D = 10$, mas pior para $D = 30$. Ressalta-se o fato de que, tal como já foi mencionado anteriormente, não foram reportados por seus proponentes resultados para os problemas F_{21} a F_{25} , com $D = 30$, o que indica uma susceptibilidade considerável desse algoritmo à degeneração de desempenho com o aumento do número de dimensões.

A Tabela 5.18 também apresenta os *ranks* gerais finais, obtidos a partir da ordenação, em ordem crescente, das médias entre os *ranks* para 10 e 30 dimensões. O OptBees ficou classificado no *rank* 3, sendo superado pelos algoritmos G-CMA-ES, um Algoritmo de Estimação de Distribuição, e BLX-GL50, um Algoritmo Genético Geracional, os dois únicos algoritmos que obtiveram um desempenho médio superior ao do OptBees para $D = 10$ e $D = 30$.

Os resultados obtidos pelo OptBees no âmbito da competição CEC'2005 demonstram que, mesmo o algoritmo não tendo alcançado o melhor desempenho, ele é uma ferramenta competitiva no contexto em que se deseja apenas encontrar a melhor solução possível, sem que seja necessário determinar a maior quantidade possível de ótimos locais.

5.5.3 COMPARAÇÃO DE DESEMPENHO CONSIDERANDO OUTROS ALGORITMOS INSPIRADOS EM COMPORTAMENTOS DE ABELHAS

Utilizando os resultados obtidos na quarta fase dos experimentos, apresentados e discutidos na Seção 5.5.2, o desempenho do OptBees foi também comparado aos de outros três algoritmos pertencentes ao paradigma da Inteligência de Enxame e inspirados em comportamentos de abelhas: *Artificial Bee Colony Algorithm* (ABC), *Opposition-based Artificial Bee Colony Algorithm* (OABC) e *Generalized Opposition-based Artificial Bee Colony Algorithm* (GOABC). Os resultados para esses três algoritmos foram reportados por El-Abd (2012) e contemplaram apenas 13 dos 25 problemas de teste da competição CEC'2005 (o autor não apresenta uma justificativa para essa escolha). Por isso, eles não puderam ser inseridos nas comparações realizadas no âmbito da competição. Os problemas contemplados foram todos os unimodais F_1 a F_5 , os multimodais básicos F_6 a F_7 e F_9 a F_{12} e os multimodais expandidos F_{13} e F_{14} , não tendo sido contemplado nenhum dos problemas multimodais compostos híbridos. É

importante comentar que, em seus experimentos, El-Abd (2012) considerou como critério de parada um número máximo de avaliações da função-objetivo igual a $D \cdot 10^4$, que foi um dos critérios de parada definidos pela organização da competição. Como nos experimentos que geraram os resultados para o OptBees a execução foi encerrada apenas quando o número máximo de cálculos da função-objetivo foi alcançado, as comparações puderam ser realizadas de forma direta.

Os valores da média e do desvio-padrão dos erros absolutos entre a melhor solução obtida e o ótimo global de cada problema, para cada um dos algoritmos, para cada um dos treze problemas, estão apresentados nas Tabelas 5.19, para dez dimensões, e 5.20, para trinta dimensões.

As Tabelas 5.21 e 5.22 apresentam os *ranks* de cada um dos algoritmos, para cada um dos 13 problemas, obtidos por meio da ordenação, em ordem crescente, dos valores dos erros absolutos médios (EAM) obtidos por cada algoritmo, além dos *ranks* médios, dos desvios-padrão dos *ranks* e dos *ranks* finais (os *ranks* finais foram determinados a partir dos *ranks* médios).

Para $D = 10$, o algoritmo OptBees ficou na terceira posição, à frente do algoritmo OABC. Já para $D = 30$, o algoritmo OptBees ficou na primeira posição, empatado com o algoritmo GO-ABC.

Tabela 5.19: Média $\pm$ Desvio-padrão dos erros absolutos entre as melhores soluções obtidas por cada algoritmo e o ótimo global de cada problema ($D = 10$). Os melhores resultados estão em negrito.

	ABC	OABC	GOABC	OptBees
F_1	$0,00 \cdot 10^0 \pm 0,00 \cdot 10^0$	$0,00 \cdot 10^0 \pm 0,00 \cdot 10^0$	$0,00 \cdot 10^0 \pm 0,00 \cdot 10^0$	$3,41 \cdot 10^{-14} \pm 2,84 \cdot 10^{-14}$
F_2	$3,73 \cdot 10^0 \pm 2,52 \cdot 10^0$	$1,00 \cdot 10^0 \pm 1,59 \cdot 10^0$	$9,98 \cdot 10^0 \pm 2,16 \cdot 10^1$	$2,96 \cdot 10^{-13} \pm 1,84 \cdot 10^{-13}$
F_3	$6,41 \cdot 10^5 \pm 2,78 \cdot 10^5$	$8,25 \cdot 10^5 \pm 4,10 \cdot 10^5$	$3,26 \cdot 10^5 \pm 1,78 \cdot 10^5$	$4,58 \cdot 10^3 \pm 4,48 \cdot 10^3$
F_4	$2,92 \cdot 10^1 \pm 4,18 \cdot 10^1$	$2,11 \cdot 10^2 \pm 2,79 \cdot 10^2$	$3,27 \cdot 10^1 \pm 6,23 \cdot 10^1$	$8,13 \cdot 10^0 \pm 1,60 \cdot 10^1$
F_5	$8,68 \cdot 10^1 \pm 1,01 \cdot 10^2$	$4,44 \cdot 10^1 \pm 6,04 \cdot 10^1$	$5,46 \cdot 10^{-5} \pm 2,93 \cdot 10^{-4}$	$3,08 \cdot 10^{-11} \pm 8,86 \cdot 10^{-11}$
F_6	$1,46 \cdot 10^0 \pm 1,63 \cdot 10^0$	$2,46 \cdot 10^1 \pm 2,54 \cdot 10^1$	$1,26 \cdot 10^1 \pm 6,00 \cdot 10^1$	$2,51 \cdot 10^{-10} \pm 1,23 \cdot 10^{-9}$
F_7	$2,45 \cdot 10^{-1} \pm 1,27 \cdot 10^{-1}$	$1,53 \cdot 10^{-1} \pm 1,46 \cdot 10^{-1}$	$7,40 \cdot 10^{-2} \pm 2,00 \cdot 10^{-2}$	$1,22 \cdot 10^0 \pm 7,93 \cdot 10^{-1}$
F_9	$0,00 \cdot 10^0 \pm 0,00 \cdot 10^0$	$0,00 \cdot 10^0 \pm 0,00 \cdot 10^0$	$0,00 \cdot 10^0 \pm 0,00 \cdot 10^0$	$4,78 \cdot 10^{-14} \pm 3,55 \cdot 10^{-14}$
F_{10}	$2,86 \cdot 10^1 \pm 8,29 \cdot 10^0$	$1,80 \cdot 10^1 \pm 5,25 \cdot 10^0$	$9,95 \cdot 10^0 \pm 3,94 \cdot 10^0$	$3,11 \cdot 10^1 \pm 1,02 \cdot 10^1$
F_{11}	$5,38 \cdot 10^0 \pm 6,04 \cdot 10^{-1}$	$5,20 \cdot 10^0 \pm 9,50 \cdot 10^{-1}$	$5,00 \cdot 10^0 \pm 7,18 \cdot 10^{-1}$	$4,71 \cdot 10^0 \pm 7,59 \cdot 10^{-1}$
F_{12}	$2,99 \cdot 10^2 \pm 1,77 \cdot 10^2$	$3,33 \cdot 10^2 \pm 2,29 \cdot 10^2$	$3,22 \cdot 10^2 \pm 1,13 \cdot 10^2$	$3,81 \cdot 10^2 \pm 6,37 \cdot 10^2$
F_{13}	$2,19 \cdot 10^{-1} \pm 8,95 \cdot 10^{-2}$	$2,72 \cdot 10^{-1} \pm 6,10 \cdot 10^{-2}$	$2,34 \cdot 10^{-1} \pm 5,60 \cdot 10^{-2}$	$4,80 \cdot 10^{-1} \pm 1,54 \cdot 10^{-1}$
F_{14}	$3,34 \cdot 10^0 \pm 2,12 \cdot 10^{-1}$	$3,37 \cdot 10^0 \pm 2,40 \cdot 10^{-1}$	$3,11 \cdot 10^0 \pm 2,20 \cdot 10^{-1}$	$3,43 \cdot 10^0 \pm 1,75 \cdot 10^{-1}$

Tabela 5.20: Média $\pm$ Desvio-padrão dos erros absolutos entre as melhores soluções obtidas por cada algoritmo e o ótimo global de cada problema ($D = 30$). Os melhores resultados estão em negrito.

	ABC	OABC	GOABC	OptBees
F_1	$1,06 \cdot 10^{-13} \pm 1,97 \cdot 10^{14}$	$9,66 \cdot 10^{-14} \pm 2,65 \cdot 10^{-14}$	$9,57 \cdot 10^{-10} \pm 5,24 \cdot 10^{-9}$	$1,52 \cdot 10^{-13} \pm 3,93 \cdot 10^{-14}$
F_2	$2,49 \cdot 10^3 \pm 9,70 \cdot 10^2$	$2,99 \cdot 10^3 \pm 1,38 \cdot 10^3$	$1,81 \cdot 10^3 \pm 7,15 \cdot 10^2$	$6,34 \cdot 10^{-12} \pm 2,01 \cdot 10^{-12}$
F_3	$6,22 \cdot 10^6 \pm 1,67 \cdot 10^6$	$7,23 \cdot 10^6 \pm 2,09 \cdot 10^6$	$5,14 \cdot 10^5 \pm 2,08 \cdot 10^5$	$2,74 \cdot 10^4 \pm 1,57 \cdot 10^4$
F_4	$1,49 \cdot 10^4 \pm 5,15 \cdot 10^3$	$3,78 \cdot 10^4 \pm 6,40 \cdot 10^3$	$1,32 \cdot 10^4 \pm 3,15 \cdot 10^4$	$1,15 \cdot 10^4 \pm 3,72 \cdot 10^3$
F_5	$1,08 \cdot 10^4 \pm 1,47 \cdot 10^3$	$9,76 \cdot 10^3 \pm 1,16 \cdot 10^3$	$6,75 \cdot 10^3 \pm 1,46 \cdot 10^3$	$5,84 \cdot 10^3 \pm 1,97 \cdot 10^3$
F_6	$7,49 \cdot 10^0 \pm 1,10 \cdot 10^1$	$3,61 \cdot 10^6 \pm 1,15 \cdot 10^4$	$1,36 \cdot 10^8 \pm 2,58 \cdot 10^8$	$1,16 \cdot 10^{-11} \pm 1,86 \cdot 10^{-11}$
F_7	$1,23 \cdot 10^{-2} \pm 5,04 \cdot 10^{-3}$	$1,03 \cdot 10^0 \pm 9,04 \cdot 10^{-1}$	$8,90 \cdot 10^{-3} \pm 5,00 \cdot 10^{-3}$	$1,36 \cdot 10^{-2} \pm 1,29 \cdot 10^{-2}$
F_9	$6,06 \cdot 10^{-14} \pm 1,44 \cdot 10^{-14}$	$5,31 \cdot 10^{-14} \pm 1,44 \cdot 10^{-14}$	$5,68 \cdot 10^{-14} \pm 2,57 \cdot 10^{-29}$	$1,66 \cdot 10^{-13} \pm 4,90 \cdot 10^{-14}$
F_{10}	$3,33 \cdot 10^2 \pm 6,90 \cdot 10^1$	$3,35 \cdot 10^2 \pm 5,06 \cdot 10^1$	$2,49 \cdot 10^2 \pm 4,28 \cdot 10^1$	$2,30 \cdot 10^2 \pm 6,61 \cdot 10^1$
F_{11}	$2,79 \cdot 10^1 \pm 1,62 \cdot 10^0$	$2,74 \cdot 10^1 \pm 2,25 \cdot 10^0$	$2,76 \cdot 10^1 \pm 1,88 \cdot 10^0$	$2,90 \cdot 10^1 \pm 2,77 \cdot 10^0$
F_{12}	$8,55 \cdot 10^3 \pm 3,70 \cdot 10^3$	$9,38 \cdot 10^3 \pm 3,30 \cdot 10^3$	$9,64 \cdot 10^3 \pm 3,81 \cdot 10^3$	$6,12 \cdot 10^3 \pm 5,11 \cdot 10^3$
F_{13}	$9,94 \cdot 10^{-1} \pm 1,19 \cdot 10^{-1}$	$1,13 \cdot 10^0 \pm 1,44 \cdot 10^{-1}$	$9,01 \cdot 10^{-1} \pm 1,77 \cdot 10^{-1}$	$1,32 \cdot 10^0 \pm 2,51 \cdot 10^{-1}$
F_{14}	$1,30 \cdot 10^1 \pm 2,16 \cdot 10^{-1}$	$1,29 \cdot 10^1 \pm 2,23 \cdot 10^{-1}$	$1,26 \cdot 10^1 \pm 3,04 \cdot 10^{-1}$	$1,31 \cdot 10^1 \pm 2,89 \cdot 10^{-1}$

Tabela 5.21: Rank de cada algoritmo para os treze problemas de teste da competição CEC'2005 ($D = 10$). A antepenúltima linha apresenta a média dos ranks de cada algoritmo, a penúltima linha o desvio-padrão dos ranks e a última linha o rank final, obtido a partir do rank médio. Os melhores resultados estão em negrito.

	ABC	OABC	GOABC	OptBees
F_1	1	1	1	4
F_2	3	2	4	1
F_3	3	4	2	1
F_4	2	4	3	1
F_5	4	3	2	1
F_6	2	4	3	1
F_7	3	2	1	4
F_9	1	1	1	4
F_{10}	3	2	1	4
F_{11}	4	3	2	1
F_{12}	1	3	2	4
F_{13}	1	3	2	4
F_{14}	2	3	1	4
Média	2,31	2,69	1,92	2,62
Desvio Padrão	1,11	1,03	0,95	1,56
Rank Final	2	4	1	3

Tabela 5.22: *Rank* de cada algoritmo para os treze problemas de teste da competição CEC'2005 ($D = 30$). A antepenúltima linha apresenta a média dos *ranks* de cada algoritmo, a penúltima linha o desvio-padrão dos *ranks* e a última linha o *rank* final, obtido a partir do *rank* médio. Os melhores resultados estão em negrito.

	ABC	OABC	GOABC	OptBees
F_1	2	1	4	3
F_2	3	4	2	1
F_3	3	4	2	1
F_4	3	4	2	1
F_5	4	3	2	1
F_6	2	3	4	1
F_7	2	4	1	3
F_9	3	1	2	4
F_{10}	3	4	2	1
F_{11}	3	1	2	4
F_{12}	2	3	4	1
F_{13}	2	3	1	4
F_{14}	3	2	1	4
Média	2,69	2,85	2,23	2,23
Desvio Padrão	0,63	1,21	1,09	1,42
Rank Final	3	4	1	1

As informações referentes às variações do *rank* final de cada algoritmo quando do aumento de dimensões de 10 para 30 estão apresentados na Tabela 5.23: o OptBees subiu do *rank* 3 para o *rank* 1, o algoritmo ABC caiu do *rank* 2 para o *rank* 3, enquanto os algoritmos OABC e GOABC mantiveram os *ranks* finais iguais a 4 e 1, respectivamente.

A Tabela 5.23 também apresenta os *ranks* gerais finais, obtidos a partir da ordenação, em ordem crescente, das médias entre os *ranks* para 10 e 30 dimensões. O OptBees ficou classificado no *rank* 2, sendo superado pelo algoritmo GOABC, o único algoritmo que obteve um desempenho médio superior do ao OptBees para $D = 10$ e $D = 30$.

Os resultados apresentados para os problemas F_2 , F_5 e F_6 chamam a atenção, pois, para esses problemas, o valor do EAM obtido pelo OptBees foi diversas ordens de grandeza menor do que aqueles obtidos pelos outros três algoritmos. Cabe também destacar que, muito embora o OptBees tenham ficado no *rank* quatro para os problemas F_1 e F_9 , os resultados apresentados para esses problemas podem ser considerados bons (no contexto da competição CEC'2005, por exemplo, os *ranks* equivalentes seriam 1, uma vez que o valor do EAM foi inferior ao limiar de $1 \cdot 10^{-8}$).

Tabela 5.23: *Rank* final geral de cada algoritmo para os treze problemas de teste da competição CEC’2005 para $D = 10$ e $D = 30$. A terceira linha apresenta a diferença entre os *ranks* obtidos para $D = 10$ e $D = 30$: um valor positivo indica melhora, um valor negativo indica piora e um valor nulo indica que o *rank* não foi alterado. A penúltima linha apresenta o *rank* médio e a última linha apresenta o *rank* final geral, obtido a partir do *rank* médio. Os melhores resultados estão em negrito.

Algoritmo	ABC	OABC	GOABC	OptBees
<i>Rank</i> ($D = 10$)	2	4	1	3
<i>Rank</i> ($D = 30$)	3	4	1	1
Diferença	-1	0	0	2
Média	2,50	4,00	1,00	2,00
<i>Rank</i> Final Geral	3	4	1	2

O fato dos resultados reportados por El-Abd (2012) contemplarem apenas treze dos vinte e cinco problemas da competição CEC’2005 merece reflexão, principalmente em função de que nenhum dos problemas multimodais compostos híbridos foi contemplado. A utilização de um subconjunto dos problemas pode favorecer o processo de parametrização, especialmente quando toda uma classe de problemas não é considerada para a construção desse subconjunto. Cabe lembrar que o OptBees foi executado com uma única parametrização, para todos os 25 problemas, para 10 e 30 dimensões. Uma possível maneira de contornar essa questão seria a realização de experimentos buscando uma boa parametrização para o contexto dos treze problemas em questão. Entretanto, como a intenção da análise que está sendo realizada é demonstrar que o OptBees é competitivo, optou-se pela não realização desses experimentos. Porém, para que essa análise seja sustentada, serão apresentados resultados de outros experimentos realizados, para todos os 25 problemas da competição CEC’2005, para 10 e 30 dimensões. Para esses experimentos, a parametrização utilizada para o OptBees foi a seguinte: número inicial de abelhas ativas $n_i = 100$ para $D = 10$ e 200 para $D = 30$, número máximo de abelhas ativas $n_{max} = 1000$ para $D = 10$ e 3000 para $D = 30$, esforço médio de forrageamento $n_{mean} = 10$ para $D = 10$ e 20 para $D = 30$, probabilidade mínima de uma abelha ser recrutadora $p_{min} = 0,01$, percentual de abelhas não-recrutadoras que serão de fato recrutadas $p_{rec} = 0,8$ e raio de inibição social ρ_i variando linearmente com o número de cálculos da função-objetivo entre 0,05 e 0,35 (esse valor corresponde a um percentual da maior distância possível no espaço de busca considerado), sendo que o operador de busca local foi aplicado apenas na melhor abelha, por 20 iterações. Os resultados obtidos para o EAM estão apresentados nas Tabelas 5.24 e 5.25, para $D = 10$ e $D = 30$, respectivamente. As informações referentes aos *ranks* para 10 e 30 dimensões, para cada algoritmo e cada problema, estão apresentadas nas Tabelas 5.26 e 5.27, enquanto as informações referentes aos *ranks* finais gerais estão apresentadas na Tabela

5.28. Não será aqui realizada uma análise detalhada dos resultados, visto que a intenção é apenas mostrar que a parametrização dos algoritmos ABC, OABC e GOABC para um subconjunto dos problemas da competição CEC'2005 pode influenciar nas comparações. Mesmo esses novos resultados tendo sido gerados ainda considerando todos os 25 problemas (apenas os parâmetros referentes à variação do número de abelhas ativas foram diferentes para $D = 10$ e $D = 30$, mas ainda os mesmos para todos os problemas para cada valor de dimensão), o OptBees ficou no *rank* 2 para 10 dimensões e no *rank* 1 para trinta dimensões, ficando empatado com o algoritmo GOABC no contexto do *rank* final geral que, para ambos, assumiu o valor 1. Isso mostra como a consideração de um subconjunto de problemas pode fazer com que os resultados sejam tendenciosos: para os resultados apresentados aqui para o OptBees, no contexto da competição CEC'2005 (incluindo os algoritmos cob-aiNet, dopt-aiNet e opt-aiNet), considerando todos os problemas, os *ranks* finais para $D = 10$ e $D = 30$ seriam 5 e 11, sendo que a classificação no *rank* final geral seria 9.

Tabela 5.24: Média $\pm$ Desvio-padrão dos erros absolutos entre as melhores soluções obtidas por cada algoritmo e o ótimo global de cada problema ($D = 10$). Os melhores resultados estão em negrito.

	ABC	OABC	GOABC	OptBees
F_1	$0,00 \cdot 10^0 \pm 0,00 \cdot 10^0$	$0,00 \cdot 10^0 \pm 0,00 \cdot 10^0$	$0,00 \cdot 10^0 \pm 0,00 \cdot 10^0$	$3,52 \cdot 10^{-13} \pm 6,88 \cdot 10^{-13}$
F_2	$3,73 \cdot 10^0 \pm 2,52 \cdot 10^0$	$1,00 \cdot 10^0 \pm 1,59 \cdot 10^0$	$9,98 \cdot 10^0 \pm 2,16 \cdot 10^1$	$2,81 \cdot 10^{-9} \pm 1,86 \cdot 10^{-9}$
F_3	$6,41 \cdot 10^5 \pm 2,78 \cdot 10^5$	$8,25 \cdot 10^5 \pm 4,10 \cdot 10^5$	$3,26 \cdot 10^5 \pm 1,78 \cdot 10^5$	$1,92 \cdot 10^5 \pm 2,52 \cdot 10^3$
F_4	$2,92 \cdot 10^1 \pm 4,18 \cdot 10^1$	$2,11 \cdot 10^2 \pm 2,79 \cdot 10^2$	$3,27 \cdot 10^1 \pm 6,23 \cdot 10^1$	$1,42 \cdot 10^{-5} \pm 2,05 \cdot 10^{-5}$
F_5	$8,68 \cdot 10^1 \pm 1,01 \cdot 10^2$	$4,44 \cdot 10^1 \pm 6,04 \cdot 10^1$	$5,46 \cdot 10^{-5} \pm 2,93 \cdot 10^{-4}$	$3,71 \cdot 10^{-3} \pm 4,35 \cdot 10^{-3}$
F_6	$1,46 \cdot 10^0 \pm 1,63 \cdot 10^0$	$2,46 \cdot 10^1 \pm 2,54 \cdot 10^1$	$1,26 \cdot 10^1 \pm 6,00 \cdot 10^1$	$9,20 \cdot 10^0 \pm 1,87 \cdot 10^1$
F_7	$2,45 \cdot 10^{-1} \pm 1,27 \cdot 10^{-1}$	$1,53 \cdot 10^{-1} \pm 1,46 \cdot 10^{-1}$	$7,40 \cdot 10^{-2} \pm 2,00 \cdot 10^{-2}$	$1,76 \cdot 10^{-1} \pm 9,08 \cdot 10^{-2}$
F_9	$0,00 \cdot 10^0 \pm 0,00 \cdot 10^0$	$0,00 \cdot 10^0 \pm 0,00 \cdot 10^0$	$0,00 \cdot 10^0 \pm 0,00 \cdot 10^0$	$1,34 \cdot 10^{-13} \pm 5,89 \cdot 10^{-14}$
F_{10}	$2,86 \cdot 10^1 \pm 8,29 \cdot 10^0$	$1,80 \cdot 10^1 \pm 5,25 \cdot 10^0$	$9,95 \cdot 10^0 \pm 3,94 \cdot 10^0$	$2,98 \cdot 10^1 \pm 9,99 \cdot 10^0$
F_{11}	$5,38 \cdot 10^0 \pm 6,04 \cdot 10^{-1}$	$5,20 \cdot 10^0 \pm 9,50 \cdot 10^{-1}$	$5,00 \cdot 10^0 \pm 7,18 \cdot 10^{-1}$	$3,55 \cdot 10^0 \pm 1,38 \cdot 10^0$
F_{12}	$2,99 \cdot 10^2 \pm 1,77 \cdot 10^2$	$3,33 \cdot 10^2 \pm 2,29 \cdot 10^2$	$3,22 \cdot 10^2 \pm 1,13 \cdot 10^2$	$1,44 \cdot 10^2 \pm 3,85 \cdot 10^2$
F_{13}	$2,19 \cdot 10^{-1} \pm 8,95 \cdot 10^{-2}$	$2,72 \cdot 10^{-1} \pm 6,10 \cdot 10^{-2}$	$2,34 \cdot 10^{-1} \pm 5,60 \cdot 10^{-2}$	$3,77 \cdot 10^{-1} \pm 1,42 \cdot 10^{-1}$
F_{14}	$3,34 \cdot 10^0 \pm 2,12 \cdot 10^{-1}$	$3,37 \cdot 10^0 \pm 2,40 \cdot 10^{-1}$	$3,11 \cdot 10^0 \pm 2,20 \cdot 10^{-1}$	$3,27 \cdot 10^0 \pm 3,73 \cdot 10^{-1}$

Tabela 5.25: Média $\pm$ Desvio-padrão dos erros absolutos entre as melhores soluções obtidas por cada algoritmo e o ótimo global de cada problema ($D = 30$). Os melhores resultados estão em negrito.

	ABC	OABC	GOABC	OptBees
F_1	$1,06 \cdot 10^{-13} \pm 1,97 \cdot 10^{14}$	$9,66 \cdot 10^{-14} \pm 2,65 \cdot 10^{-14}$	$9,57 \cdot 10^{-10} \pm 5,24 \cdot 10^{-9}$	$1,25 \cdot 10^{-13} \pm 4,57 \cdot 10^{-14}$
F_2	$2,49 \cdot 10^3 \pm 9,70 \cdot 10^2$	$2,99 \cdot 10^3 \pm 1,38 \cdot 10^3$	$1,81 \cdot 10^3 \pm 7,15 \cdot 10^2$	$2,16 \cdot 10^{-1} \pm 1,65 \cdot 10^{-1}$
F_3	$6,22 \cdot 10^6 \pm 1,67 \cdot 10^6$	$7,23 \cdot 10^6 \pm 2,09 \cdot 10^6$	$5,14 \cdot 10^5 \pm 2,08 \cdot 10^5$	$1,29 \cdot 10^6 \pm 3,74 \cdot 10^5$
F_4	$1,49 \cdot 10^4 \pm 5,15 \cdot 10^3$	$3,78 \cdot 10^4 \pm 6,40 \cdot 10^3$	$1,32 \cdot 10^4 \pm 3,15 \cdot 10^4$	$4,94 \cdot 10^3 \pm 1,99 \cdot 10^3$
F_5	$1,08 \cdot 10^4 \pm 1,47 \cdot 10^3$	$9,76 \cdot 10^3 \pm 1,16 \cdot 10^3$	$6,75 \cdot 10^3 \pm 1,46 \cdot 10^3$	$2,60 \cdot 10^3 \pm 7,10 \cdot 10^2$
F_6	$7,49 \cdot 10^0 \pm 1,10 \cdot 10^1$	$3,61 \cdot 10^6 \pm 1,15 \cdot 10^4$	$1,36 \cdot 10^8 \pm 2,58 \cdot 10^8$	$1,43 \cdot 10^1 \pm 2,38 \cdot 10^1$
F_7	$1,23 \cdot 10^{-2} \pm 5,04 \cdot 10^{-3}$	$1,03 \cdot 10^0 \pm 9,04 \cdot 10^{-1}$	$8,90 \cdot 10^{-3} \pm 5,00 \cdot 10^{-3}$	$1,14 \cdot 10^{-2} \pm 1,10 \cdot 10^{-2}$
F_9	$6,06 \cdot 10^{-14} \pm 1,44 \cdot 10^{-14}$	$5,31 \cdot 10^{-14} \pm 1,44 \cdot 10^{-14}$	$5,68 \cdot 10^{-14} \pm 2,57 \cdot 10^{-29}$	$1,59 \cdot 10^{-13} \pm 2,12 \cdot 10^{-14}$
F_{10}	$3,33 \cdot 10^2 \pm 6,90 \cdot 10^1$	$3,35 \cdot 10^2 \pm 5,06 \cdot 10^1$	$2,49 \cdot 10^2 \pm 4,28 \cdot 10^1$	$9,48 \cdot 10^1 \pm 2,27 \cdot 10^1$
F_{11}	$2,79 \cdot 10^1 \pm 1,62 \cdot 10^0$	$2,74 \cdot 10^1 \pm 2,25 \cdot 10^0$	$2,76 \cdot 10^1 \pm 1,88 \cdot 10^0$	$2,29 \cdot 10^1 \pm 6,72 \cdot 10^0$
F_{12}	$8,55 \cdot 10^3 \pm 3,70 \cdot 10^3$	$9,38 \cdot 10^3 \pm 3,30 \cdot 10^3$	$9,64 \cdot 10^3 \pm 3,81 \cdot 10^3$	$6,47 \cdot 10^3 \pm 1,05 \cdot 10^4$
F_{13}	$9,94 \cdot 10^{-1} \pm 1,19 \cdot 10^{-1}$	$1,13 \cdot 10^0 \pm 1,44 \cdot 10^{-1}$	$9,01 \cdot 10^{-1} \pm 1,77 \cdot 10^{-1}$	$9,00 \cdot 10^{-1} \pm 2,76 \cdot 10^{-1}$
F_{14}	$1,30 \cdot 10^1 \pm 2,16 \cdot 10^{-1}$	$1,29 \cdot 10^1 \pm 2,23 \cdot 10^{-1}$	$1,26 \cdot 10^1 \pm 3,04 \cdot 10^{-1}$	$1,29 \cdot 10^1 \pm 2,83 \cdot 10^{-1}$

Tabela 5.26: Rank de cada algoritmo para os treze problemas de teste da competição CEC'2005 ($D = 10$). A antepenúltima linha apresenta a média dos ranks de cada algoritmo, a penúltima linha o desvio-padrão dos ranks e a última linha o rank final, obtido a partir do rank médio. Os melhores resultados estão em negrito.

	ABC	OABC	GOABC	OptBees
F_1	1	1	1	4
F_2	3	2	4	1
F_3	3	4	2	1
F_4	2	4	3	1
F_5	4	3	1	2
F_6	2	4	3	1
F_7	4	2	1	3
F_9	1	1	1	4
F_{10}	3	2	1	4
F_{11}	4	3	2	1
F_{12}	2	4	3	1
F_{13}	1	3	2	4
F_{14}	3	4	1	2
Média	2,54	2,85	1,92	2,23
Desvio Padrão	1,13	1,14	1,04	1,36
Rank Final	3	4	1	2

Tabela 5.27: *Rank* de cada algoritmo para os treze problemas de teste da competição CEC'2005 ($D = 30$). A antepenúltima linha apresenta a média dos *ranks* de cada algoritmo, a penúltima linha o desvio padrão dos *ranks* e a última linha o *rank* final, obtido a partir do *rank* médio. Os melhores resultados estão em negrito.

	ABC	OABC	GOABC	OptBees
F_1	2	1	4	3
F_2	3	4	2	1
F_3	3	4	1	2
F_4	3	4	2	1
F_5	4	3	2	1
F_6	2	3	4	1
F_7	2	4	1	3
F_9	3	1	2	4
F_{10}	3	4	2	1
F_{11}	4	2	3	1
F_{12}	2	3	4	1
F_{13}	3	4	2	1
F_{14}	4	2	1	2
Média	2,92	3,00	2,31	1,69
Desvio Padrão	0,76	1,15	1,11	1,03
Rank Final	3	4	2	1

Tabela 5.28: *Rank* final geral de cada algoritmo para os treze problemas de teste da competição CEC'2005 para $D = 10$ e $D = 30$. A terceira linha apresenta a diferença entre os *ranks* obtidos para $D = 10$ e $D = 30$: um valor positivo indica melhora, um valor negativo indica piora e um valor nulo indica que o *rank* não foi alterado. A penúltima linha apresenta o *rank* médio e a última linha apresenta o *rank* final geral, obtido a partir do *rank* médio. Os melhores resultados estão em negrito.

Algoritmo	ABC	OABC	GOABC	OptBees
Rank ($D = 10$)	3	4	1	2
Rank ($D = 30$)	3	4	2	1
Diferença	-1	0	-1	1
Média	2,50	4,00	1,50	1,50
Rank Final Geral	3	4	1	1

Por fim, cabe dizer que, independente do posicionamento do OptBees em termos dos *ranks*, os resultados apresentados demonstram que o seu desempenho é competitivo quando comparado ao de outros algoritmos para otimização mono-objetivo em espaços contínuos inspirados em comportamentos de abelhas.

5.5 CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO

Este capítulo apresentou e discutiu os resultados obtidos com uma série de experimentos que foram realizados para avaliar o desempenho do algoritmo OptBees, tanto na geração e manutenção de diversidade de soluções e na localização de diversos ótimos locais quanto na localização do ótimo global de cada problema. Foram também avaliados os impactos de cada um dos principais parâmetros no desempenho do algoritmo e realizadas comparações entre os desempenhos do OptBees e de outros algoritmos no conjunto de problemas de teste proposto para a Competição de Otimização de Parâmetros Reais, da 2005 CEC *Special Session on Real-Parameter Optimization*, que ocorreu no IEEE *Congress on Evolutionary Computation* (CEC) de 2005 (Suganthan, et al., 2005).

Considerando-se a capacidade localização de diversos ótimos locais, os resultados demonstraram que o algoritmo OptBees de fato possui mecanismos eficientes de busca multimodal, visto que ele foi capaz de localizar diversos ótimos locais no contexto dos problemas multimodais, sendo que a variação dinâmica dos números de abelhas recrutadoras e ativas mostrou-se capaz de fazer com que a ferramenta adaptasse o seu esforço às características de cada problema. No contexto dos problemas monomodais, mais uma vez ficou evidente a eficiência desses mecanismos de adaptação, visto que o algoritmo retornou apenas uma abelha recrutadora no conjunto final de abelhas ativas em todos os experimentos. Por meio da utilização de uma métrica clássica, a média da soma das distâncias entre pares de soluções, foram demonstradas as capacidades de geração e manutenção de diversidade do algoritmo OptBees. Quanto à capacidade de busca global, o desempenho do OptBees se mostrou também satisfatório, visto que, para as versões do algoritmo com e sem a aplicação do operador de busca local, foi obtido um erro absoluto médio entre a melhor solução encontrada e o ótimo global inferior ao valor de $1 \cdot 10^{-9}$ que foi definido como a precisão desejada para os testes considerando espaços de busca de duas dimensões. Esse fato deixa claro que o operador de busca local atua apenas no refinamento das soluções, sendo que o OptBees em si é responsável pelo sucesso da busca.

A análise de sensibilidade paramétrica permitiu que o desempenho do algoritmo fosse avaliado para diferentes configurações de seus parâmetros, de modo que os impactos de cada um deles no comportamento do OptBees fosse avaliado, o que permitiu a apresentação de sugestões para os ajustes paramétricos. Durante essa análise, ficou evidente que o raio de inibição social ρ_i e o valor mínimo de uma abelha ser recrutadora p_{min} são os parâmetros de mais difícil ajuste e que impactam mais intensamente no desempenho do algoritmo.

Considerando os problemas de dimensão elevada, o desempenho do OptBees foi competitivo em relação aos dos outros 14 algoritmos considerados no contexto da competição CEC'2005: os seus *ranks* finais para os problemas de 10 e 30 dimensões foram 6 e 5, respectivamente, sendo que o *rank* final foi 3. Esse desempenho torna-se ainda mais expressivo quando se considera o fato de que foi utilizada uma única configuração paramétrica, o que evidencia a robustez do algoritmo quando da variação das características dos problemas e da quantidade de dimensões. Quando em comparação com outros algoritmos inspirados em comportamentos de abelhas, o desempenho do OptBees também mostrou-se competitivo.

6 CONCLUSÃO

Minha luta é tentar botar coisas complexas numa linguagem simples. Geralmente, fracasso.

— João Cabral de Melo Neto

I will tell you the truth as soon as I figure it out.

—Wayne Birmingham

Este capítulo apresenta as conclusões do trabalho, resumindo as suas contribuições e apresentando comentários gerais sobre o algoritmo OptBees e o seu desempenho. Como complemento, algumas propostas de continuidade para a pesquisa são apresentadas.

6.1 INTRODUÇÃO

Um dos objetivos deste trabalho foi o desenvolvimento de uma ferramenta para otimização mono-objetivo em espaços contínuos que tivesse a capacidade inerente de gerar e manter diversidade, encontrando ótimos locais distintos do problema, de modo que pudessem ser retornadas múltiplas soluções de alta qualidade.

A ferramenta proposta nesta tese, o algoritmo OptBees, pertence ao paradigma da Inteligência de Enxame, especificamente à linha de pesquisa inspirada em comportamentos sociais de animais, particularmente os insetos. Os processos de tomada de decisão coletiva por colônias de abelhas, notadamente o comportamento de forrageamento e coleta de alimentos, constituem a inspiração inicial do algoritmo OptBees. Seus operadores foram concebidos tendo como inspiração mais específica os mecanismos (e seus modelos) envolvidos no processo auto-organizado de alocação de tarefas em sociedades de insetos.

Considerando-se a capacidade de localização de diversos ótimos locais, os resultados sugerem que o algoritmo OptBees de fato possui mecanismos eficientes de busca multimodal, visto que ele foi capaz de localizar diversos ótimos locais no contexto dos problemas multimodais. A variação dinâmica dos números de abelhas recrutadoras e ativas mostrou-se capaz de fazer com que a ferramenta adaptasse o seu esforço computacional às características de cada problema. No contexto dos problemas monomodais, mais uma vez ficou evidente a eficiência desses mecanismos de adaptação, uma vez que o algoritmo retornou apenas uma abelha re-

crutadora no conjunto final de abelhas ativas em todos os experimentos. Adicionalmente, por meio da utilização de uma métrica clássica, a média das distâncias entre pares de soluções, foram analisadas as capacidades de geração e manutenção de diversidade do OptBees. Quanto à capacidade de busca global, o desempenho do algoritmo mostrou-se também satisfatório, visto que, para as suas versões com e sem a aplicação do operador de busca local, foi obtido um erro absoluto médio entre a melhor solução encontrada e o ótimo global inferior ao valor de $1 \cdot 10^{-9}$ que foi definido como a precisão desejada para os testes, considerando espaços de busca de duas dimensões. Esse fato deixa claro que o operador de busca local atua apenas no refinamento das soluções, sendo que o OptBees em si é responsável pelo sucesso da busca.

Uma análise de sensibilidade paramétrica permitiu que o desempenho do algoritmo fosse avaliado para diferentes configurações de seus parâmetros, de modo que os impactos de cada um deles no comportamento do OptBees fosse investigado. Isso permitiu a apresentação de sugestões para os ajustes paramétricos. Durante essa análise ficou evidente que o raio de inibição social ρ_i e o valor mínimo de probabilidade de uma abelha ser recrutadora p_{min} são os parâmetros de mais difícil ajuste e que impactam mais intensamente no desempenho do algoritmo.

Considerando os problemas de dimensão elevada, o desempenho do OptBees foi competitivo em relação aos dos outros 14 algoritmos considerados no contexto da competição CEC'2005: os seus *ranks* finais para os problemas de 10 e 30 dimensões foram 6 e 5, respectivamente, sendo que o *rank* final foi 3. Esse desempenho torna-se ainda mais expressivo quando se considera o fato de que foi utilizada uma única configuração paramétrica, o que evidencia a robustez do algoritmo quando da variação das características dos problemas e do aumento do número de dimensões. Quando em comparação com outros algoritmos inspirados em comportamentos de abelhas, o desempenho do OptBees também mostrou-se competitivo.

Os resultados apresentados nesta tese permitem concluir que a utilização do comportamento de forrageamento e coleta de alimento das abelhas, que constitui um processo de tomada de decisão coletiva, como inspiração, associada ao projeto de operadores baseados nos mecanismos (e seus modelos) envolvidos no processo auto-organizado de alocação de tarefas em sociedades de insetos, levou ao desenvolvimento de uma ferramenta com capacidade de localizar e manter soluções diversas durante a sua execução. Muito embora os resultados obtidos tenham sido bons, foram identificados diversos aspectos que podem ser melhorados e que serão comentados na próxima seção.

6.2 COMENTÁRIOS

A principal característica negativa do algoritmo OptBees identificada durante a realização dos experimentos é o fato de que ele demanda um esforço computacional maior em comparação com outras ferramentas. Esse fato ocorre em função de dois aspectos relacionados ao mecanismo de recrutamento: 1) a associação de abelhas recrutadas às recrutadoras exige comparações par a par entre todas as abelhas não-recrutadoras e todas as abelhas recrutadoras e 2) o processo de inibição social exige comparações par a par entre as abelhas recrutadoras. Como o esforço computacional é proporcional ao número de abelhas recrutadoras, ele pode ser reduzido se o algoritmo for parametrizado de forma que esse número seja minimizado. Isso pode ser feito, por exemplo, utilizando-se valores reduzidos para a probabilidade mínima p_{min} de uma abelha ser recrutadora e elevados para o raio de inibição social ρ_i , mas acarretando redução das capacidades de geração e manutenção de diversidade. Assim, o usuário deve refletir sobre a necessidade de geração e manutenção de diversidade e parametrizar o algoritmo de acordo com essa reflexão e com os recursos computacionais disponíveis.

Uma abordagem que pode ser utilizada para atenuar o impacto da elevada demanda de esforço computacional é a utilização de múltiplos enxames que seriam processados de forma independente e trocariam informações com certa frequência. Essa abordagem permite que cada um dos enxames seja tratado em um processador (ou núcleo). Entretanto, a etapa de troca de informações certamente deverá ser centralizada num único processador (ou núcleo). Assim, essa abordagem só será vantajosa quando o custo de transferência de informações entre um processador (ou núcleo) que processa um enxame e o processador (ou núcleo) que centralizará a etapa de troca de informações for inferior ao custo do processamento do enxame.

Com relação à parametrização, ficou evidente que a probabilidade mínima p_{min} de uma abelha ser recrutadora e o raio de inibição social ρ_i são os parâmetros de sintonia mais complexa, visto que ela depende inclusive das características do problema a ser resolvido. Uma alternativa interessante à sintonia manual dos parâmetros é a utilização de alguma técnica para automatizar esse processo (Smit & Eiben, 2009), o que normalmente demanda muito esforço computacional. Outra possibilidade é a utilização de heurísticas que, dinamicamente, ajustem alguns parâmetros. Essa abordagem também implica em um maior esforço computacional e geralmente não é uma tarefa trivial.

O fato de o OptBees ser capaz de gerar e manter diversidade e explorar diversas regiões do espaço de busca pode ser utilizado no mecanismo de exploração. Em lugar de implementar

esse mecanismo por meio da movimentação das abelhas exploradoras para um ponto do espaço de busca escolhido aleatoriamente, pode-se adaptá-lo de forma a ser utilizada a informação contida no conjunto de abelhas ativas, utilizando-se, por exemplo, estratégias análogas às utilizadas nos Algoritmos de Estimação de Densidade (EDA).

Ainda no contexto das possíveis adaptações dos mecanismos e operadores do OptBees, existe a possibilidade de introduzir um operador de recrutamento que seja capaz de identificar e manter *blocos construtivos*¹⁴. Com isso, espera-se que o desempenho da ferramenta quando da resolução de problemas que possuam blocos construtivos melhore. Com relação à determinação das abelhas recrutadoras, o mecanismo de atribuição de probabilidades também pode ser adaptado. Pode-se, por exemplo, utilizar alguma estratégia diferente do escalonamento linear utilizado nesta tese para mapear os valores de qualidade em valores de probabilidade.

6.2 PERSPECTIVAS FUTURAS

Para além do que foi apontado na seção anterior, há diversas frentes de pesquisa que podem ser abertas com a conclusão desta tese:

1. **Adaptação do algoritmo OptBees para tratar problemas de otimização discreta e combinatória.** Para tanto, o operador de recrutamento deverá ser adaptado e deverá também ser definida uma nova maneira de identificação de vizinhança entre soluções, visto que o conceito de distância Euclidiana não será mais aplicável.
2. **Adaptação do algoritmo OptBees para tratar problemas de otimização com restrições.** Nesta tese foram considerados problemas com restrições apenas de canalização para cada variável, mas há uma grande variedade de problemas com outros tipos de restrições, como as de desigualdade e igualdade. A presença de restrições faz com que seja difícil encontrar um conjunto de soluções factíveis, pois isso exige das ferramentas uma boa capacidade de exploração do espaço de busca. Como o OptBees mostrou-se capaz de gerar e manter diversidade, especula-se que ele poderá ter um bom

¹⁴ Diversos problemas de otimização podem ser decompostos em subproblemas passíveis de serem resolvidos individualmente. Após a resolução de cada um desses subproblemas, a solução global do problema original pode ser obtida por meio da combinação das soluções parciais. Nesse contexto, é possível que o vetor de atributos associado a cada solução candidata em um algoritmo populacional possa apresentar trechos que correspondam a essas soluções parciais. Nesse caso, cada um desses trechos corresponde a um *bloco construtivo* (Castro, 2009).

desempenho no âmbito dos problemas restritos.

3. **Aplicação do algoritmo OptBees em problemas de otimização dinâmica.** Como o OptBees consegue manter um conjunto de soluções bem distribuídas pelo espaço de busca, dadas as duas capacidades de geração e manutenção de diversidade, especula-se que ele tem condições de se adaptar mais rapidamente a cada modificação do problema, já que a probabilidade de alguma das soluções presentes no conjunto de abelhas ativas estar em uma região do espaço de busca que se tornou promissora após uma modificação é maior.
4. **Adaptação do algoritmo OptBees para tratar problemas de otimização com múltiplos objetivos.** Novamente em função das capacidades que o algoritmo OptBees possui de gerar e manter diversidade, especula-se que, utilizando-se a estratégia de atribuição de *fitness* originalmente proposta no algoritmo SPEA2 (Zitzler, et al., 2002), a ferramenta terá um bom desempenho no tratamento de problemas com múltiplos objetivos.
5. **Adaptação do algoritmo OptBees para tratar problemas de análise e mineração de dados.** Em problemas de agrupamento, classificação e associação, é comum a existência de diferentes soluções de alta qualidade. Nesses casos, é interessante que essas diferentes soluções sejam encontradas e reportadas, de modo que o usuário possa analisá-las e escolher aquela que julgar mais apropriada. Novamente, em função de o OptBees conseguir gerar e manter diversidade de soluções, especula-se que ele terá um bom desempenho no tratamento desses problemas. Essas adaptações podem, inclusive, ser construídas considerando-se as adaptações para o tratamento de problemas de otimização discreta e combinatória. O problema de agrupamento, por exemplo, pode ser tratado por meio da utilização de um rótulo que indica a classe de cada objeto (codificação inteira), enquanto os problemas de classificação e associação podem ser tratados utilizando-se a codificação binária. Nessa linha, uma primeira adaptação para agrupamento já foi proposta, mas utilizando protótipos em lugar da utilização de rótulos para os objetos (Maia, et al., 2012a).

Por fim, considerando-se tudo o que foi discutido neste capítulo, pode-se concluir que esta tese corresponde apenas ao início do desenvolvimento do algoritmo OptBees, visto que há diversas possibilidades de melhorias e adaptações que podem abrir frentes de pesquisa que, certamente, contribuirão para o aprimoramento da ferramenta, bem como para a proposição de novas variações e adaptações para o tratamento de outras classes de problemas.

APÊNDICE A – PROBLEMAS DE TESTE

A construção do conhecimento constitui uma conjugação de intelecto e emoção, de razão e vontade; a episteme é fruto de inteligência e de amor.

—Platão

The voyage of discovery is not in seeking new landscapes but in having new eyes.

— Marcel Proust

Neste apêndice, serão apresentados detalhes sobre os problemas que foram utilizados para a avaliação do OptBees e que fazem parte do conjunto de problemas de teste proposto para a Competição de Otimização de Parâmetros Reais, da CEC *Special Session on Real-Parameter Optimization*, que ocorreu no IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC) de 2005 (Suganthan, et al., 2005).

A.1 INTRODUÇÃO

O conjunto de problemas de teste utilizado para a avaliação do algoritmo OptBees foi proposto originalmente para a Competição de Otimização de Parâmetros Reais da CEC *Special Session on Real-Parameter Optimization*, que ocorreu no IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC) de 2005 (Suganthan, et al., 2005). Esse conjunto de problemas de teste é composto de 25 problemas mono-objetivo em espaços contínuos que contemplam diversas características distintas, permitindo assim uma avaliação ampla daqueles algoritmos que o utilizem como caso de estudo. Além disso, outra característica relevante desses problemas é o fato deles serem escalonáveis, ou seja, é possível utilizá-los tanto em pequenas quanto em altas dimensões, o que confere uma maior flexibilidade para a elaboração de experimentos.

Muito embora este apêndice discuta os aspectos gerais de cada um dos 25 problemas desse conjunto de testes, sugere-se que o leitor consulte Suganthan et al. (2005) para obter os detalhes específicos de implementação computacional de cada um deles. Todos os arquivos de dados com os vetores de deslocamento, ótimos globais e matrizes de transformação linear podem ser obtidos no seguinte endereço, acessado pela última vez em 02 de outubro de 2012:

Neste apêndice, será utilizada a seguinte notação geral:

1. D é o número de dimensões do problema;
2. $\mathbf{x} = [x_1, x_1, \dots, x_D]$;
3. $\mathbf{o} = \mathbf{x}^*$ é um vetor de dimensão D que representa o ótimo global deslocado do problema;
4. $\mathbf{z} = \mathbf{x} - \mathbf{o}$;
5. $\mathcal{N}(0, 1)$ representa um número aleatório gerado a partir de uma distribuição normal com média zero e variância unitária.

A.2 PROBLEMAS MONOMODAIS

A.2.1 PROBLEMA F_1 : FUNÇÃO ESFERA DESLOCADA

O problema F_1 , apresentado na Equação (A.1), baseado no deslocamento da função esfera clássica, é monomodal, com variáveis separáveis.

$$F_1(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^D z_i^2 + f_1^{bias}$$
$$\mathbf{x} \in [-100, 100]^D \tag{A.1}$$

$$F_1(\mathbf{x}^*) = f_1^{bias} = -450$$

A representação gráfica para esse problema, considerando duas dimensões, está apresentada na Figura A.1 (a).

A.2.2 PROBLEMA F_2 : PROBLEMA 1.2 DE SCHWEFEL DESLOCADO

O problema F_2 , apresentado na Equação (A.2), é monomodal, com variáveis não-separáveis, baseado no deslocamento do problema 1.2 de Schwefel.

$$F_2(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^D \left(\sum_{j=1}^i z_j \right)^2 + f_2^{bias}$$

$$\mathbf{x} \in [-100,100]^D$$
(A.2)

$$F_2(\mathbf{x}^*) = f_2^{bias} = -450$$

A representação gráfica para esse problema, considerando duas dimensões, está apresentada na Figura A.1 (b).

A.2.3 PROBLEMA F_3 : FUNÇÃO ELÍPTICA ALTAMENTE CONDICIONADA, DESLOCADA E ROTACIONADA

O problema F_3 , apresentado na Equação (A.3), é monomodal, com variáveis não-separáveis, baseado em uma função elíptica deslocada e rotacionada.

$$F_3(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^D (10^6)^{\frac{i-1}{D-1}} z_i^2 + f_3^{bias}$$

$$\mathbf{x} \in [-100,100]^D$$
(A.3)

$$F_3(\mathbf{x}^*) = f_3^{bias} = -450$$

Para esse problema, $\mathbf{z} = (\mathbf{x} - \mathbf{o}) \cdot \mathbf{M}$ ($\mathbf{M}$ é uma matriz ortogonal). A representação gráfica para esse problema, considerando duas dimensões, está apresentada na Figura A.1 (c).

A.2.4 PROBLEMA F_4 : PROBLEMA 1.2 DE SCHWEFEL DESLOCADO COM RUÍDO NO VALOR DA FUNÇÃO-OBJETIVO

O problema F_4 , apresentado na Equação (A.4), é monomodal, com variáveis não-separáveis, baseado no deslocamento do problema 1.2 de Schwefel e com presença de ruído no valor da função-objetivo.

$$F_4(\mathbf{x}) = \left[\sum_{i=1}^D \left(\sum_{j=1}^i z_j \right)^2 \right] \cdot (1 + 0,4 \cdot |\mathcal{N}(0,1)|) + f_4^{bias}$$

$$\mathbf{x} \in [-100,100]^D$$
(A.4)

$$F_4(\mathbf{x}^*) = f_4^{bias} = -450$$

A representação gráfica para esse problema, considerando duas dimensões, está apresentada na Figura A.1 (d).

A.2.5 PROBLEMA F_5 : PROBLEMA 1.2 DE SCHWEFEL COM ÓTIMO GLOBAL LOCALIZADO NA FRONTEIRA DO ESPAÇO DE BUSCA

O problema F_5 , apresentado na Equação (A.6), é monomodal, com variáveis não-separáveis e ótimo global localizado na fronteira do espaço de busca, e consiste na extensão da função apresentada na Equação (A.5) para D dimensões.

$$f(\mathbf{x}) = \max\{|x_1 + 2 \cdot x_2 - 7|, |2 \cdot x_1 + x_2 - 57|\}$$
(A.5)

$$\mathbf{x}^* = [1,3] \text{ e } f(\mathbf{x}^*) = 0$$

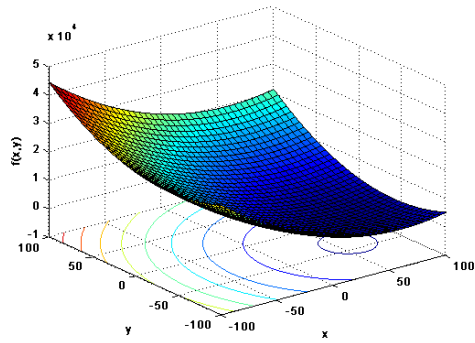
$$F_5(\mathbf{x}) = \max\{|\mathbf{A}_i \cdot \mathbf{x} - \mathbf{B}_i|\} + f_5^{bias}, i = 1, \dots, D$$

$$\mathbf{x} \in [-100,100]^D$$
(A.6)

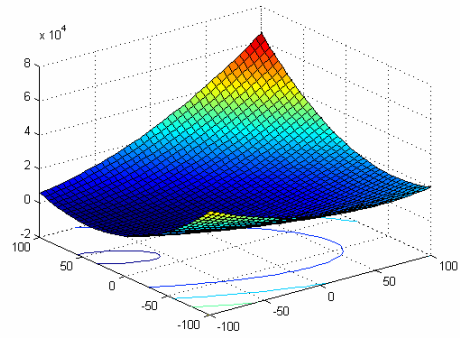
$$F_5(\mathbf{x}^*) = f_5^{bias} = -310$$

$\mathbf{A}$ é uma matriz $D \times D$ não-singular cujos elementos são valores gerados aleatoriamente a partir de uma distribuição uniforme no intervalo $[-500; 500]$. $\mathbf{A}_i$ representa a i -ésima linha da matriz $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}_i = \mathbf{A}_i \cdot \mathbf{o}$ e $\mathbf{o}$ é um vetor de dimensão $D \times 1$ cujos elementos são valores aleatórios gerados a partir de uma distribuição uniforme no intervalo $[-100; 100]$. Após a geração aleatória do vetor $\mathbf{o}$, ele deve ser ajustado da seguinte maneira: $o_i = -100$ para $i = 1, \dots, \lfloor D/4 \rfloor$ e $o_i = 100$ para $i = \lfloor 3D/4 \rfloor + 1, \dots, D$.

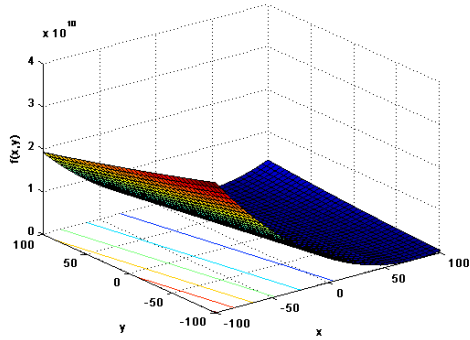
A representação gráfica para esse problema, considerando duas dimensões, está apresentada na Figura A.1 (e).



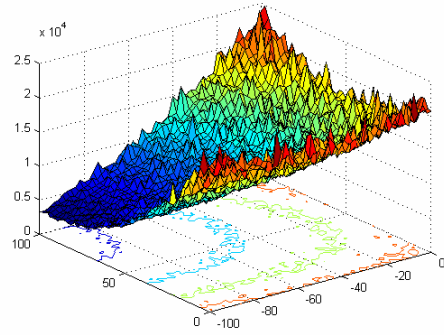
(a) Problema F_1



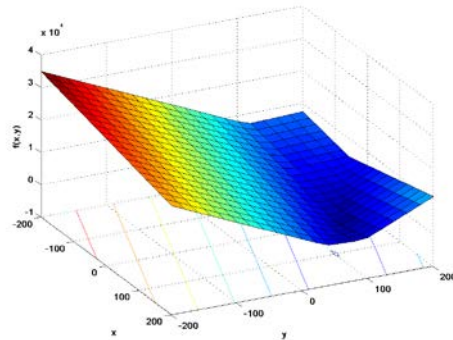
(b) Problema F_2



(c) Problema F_3



(d) Problema F_4



(e) Problema F_5

Figura A.1: Representação gráfica em $\mathbb{R}^2$ das superfícies e das respectivas curvas de nível para os problemas monomodais F_1 (a), F_2 (b), F_3 (c), F_4 (d) e F_5 (e) da Competição de Otimização de Parâmetros Reais do IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC) de 2005.

A.3 PROBLEMAS MULTIMODAIS BÁSICOS

A.3.1 PROBLEMA F_6 : FUNÇÃO DE ROSENBROCK DESLOCADA

O problema F_6 , apresentado na Equação (A.7), é multimodal, com variáveis não-separáveis, formado pela função de Rosenbrock deslocada. A principal característica do problema é a existência de um vale estreito ligando um ótimo local ao ótimo global.

$$F_6(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{D-1} [100 \cdot (z_i^2 - z_{i+1})^2 + (z_i - 1)^2] + f_6^{bias}$$
$$\mathbf{x} \in [-100, 100]^D \quad (\text{A.7})$$

$$F_6(\mathbf{x}^*) = f_6^{bias} = 390$$

A representação gráfica para esse problema, considerando duas dimensões, está apresentada na Figura A.2 (a).

A.3.2 PROBLEMA F_7 : FUNÇÃO DE GRIEWANK ROTACIONADA E DESLOCADA COM ESPAÇO DE BUSCA ILIMITADO

O problema F_7 , apresentado na Equação (A.8), é multimodal, com variáveis não-separáveis e ilimitadas, formado pela função de Griewank deslocada e rotacionada. Apesar de ser uma função ilimitada, as soluções iniciais devem ser geradas em $[0, 600]^D$, sendo que o ótimo global $\mathbf{x}^* = \mathbf{o}$ do problema está localizado fora desse espaço de inicialização.

$$F_7(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^D \frac{z_i^2}{4000} - \prod_{i=1}^D \cos\left(\frac{z_i}{\sqrt{i}}\right) + 1 + f_7^{bias}$$
$$(\text{A.8})$$

$$F_7(\mathbf{x}^*) = f_7^{bias} = -180$$

Para esse problema, $\mathbf{z} = (\mathbf{x} - \mathbf{o}) \cdot \mathbf{M}$ ($\mathbf{M}$ é uma matriz de transformação linear com número de condição igual a 3). A representação gráfica para esse problema, considerando duas dimensões, está apresentada na Figura A.2 (b).

A.3.3 PROBLEMA F_8 : FUNÇÃO DE ACKLEY ROTACIONADA, DESLOCADA E COM ÓTIMO NA FRONTEIRA

O problema F_8 , apresentado na Equação (A.9), é multimodal, com variáveis não-separáveis e ótimo local localizado na fronteira do espaço de busca, formado pela função de Ackley deslocada e rotacionada.

$$F_8(\mathbf{x}) = -20e^{-0,2 \cdot \sqrt{\frac{1}{D} \sum_{i=1}^D z_i^2}} - e^{\frac{1}{D} \sum_{i=1}^D \cos(2 \cdot \pi \cdot z_i)} + 20 + e + f_8^{bias}$$

$$\mathbf{x} \in [-32,32]^D \quad (A.9)$$

$$F_8(\mathbf{x}^*) = f_8^{bias} = -140$$

A representação gráfica para esse problema, considerando duas dimensões, está apresentada na Figura A.2 (c).

A.3.4 PROBLEMA F_9 : FUNÇÃO DE RASTRIGIN DESLOCADA

O problema F_9 , apresentado na Equação (A.10), é multimodal, com variáveis separáveis, formado pela função de Rastrigin deslocada. A principal característica desse problema é a existência de uma grande quantidade de ótimos locais.

$$F_9(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^D [z_i^2 - 10 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot z_i) + 10] + f_9^{bias}$$

$$\mathbf{x} \in [-5,5]^D \quad (A.10)$$

$$F_9(\mathbf{x}^*) = f_9^{bias} = -330$$

A representação gráfica para esse problema, considerando duas dimensões, está apresentada na Figura A.2 (d).

A.3.5 PROBLEMA F_{10} : FUNÇÃO DE RASTRIGIN DESLOCADA E ROTACIONADA

O problema F_{10} , apresentado na Equação (A.11), corresponde ao problema F_9 rotacionado, o que faz com que as suas variáveis deixem de ser separáveis. A principal característica desse problema, assim como do problema F_9 , é a existência de uma grande quantidade de ótimos locais.

$$F_{10}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^D [z_i^2 - 10 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot z_i) + 10] + f_{10}^{bias}$$

$$\mathbf{x} \in [-5, 5]^D \quad (\text{A.11})$$

$$F_{10}(\mathbf{x}^*) = f_{10}^{bias} = -330$$

Para esse problema, $\mathbf{z} = (\mathbf{x} - \mathbf{o}) \cdot \mathbf{M}$ ($\mathbf{M}$ é uma matriz de transformação linear com número de condição igual a 2). A representação gráfica para esse problema, considerando duas dimensões, está apresentada na Figura A.2 (e).

A.3.6 PROBLEMA F_{11} : FUNÇÃO DE WIERSTRASS DESLOCADA E ROTACIONADA

O problema F_{11} , apresentado na Equação (A.12), é multimodal, com variáveis não-separáveis, formado pela função de Weierstrass deslocada e rotacionada. A principal característica desse problema é que, apesar de se tratar de uma função contínua, a diferenciabilidade é restrita a apenas alguns pontos do espaço de busca.

$$F_{11}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^D \left\{ \sum_{k=0}^{k_{max}} [0,5^k \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot 3^k \cdot (z_i + 0,5))] \right\}$$

$$- D \cdot \sum_{k=0}^{k_{max}} [0,5^k \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot 3^k \cdot 0,5)] + f_{11}^{bias} \quad (\text{A.12})$$

$$\mathbf{x} \in [-0,5; 0,5]^D$$

$$F_{11}(\mathbf{x}^*) = f_{11}^{bias} = 90$$

Para esse problema, $k_{max} = 20$ e $\mathbf{z} = (\mathbf{x} - \mathbf{o}) \cdot \mathbf{M}$ ($\mathbf{M}$ é uma matriz de transformação linear com número de condição igual a 5). A representação gráfica para esse problema, considerando duas dimensões, está apresentada na Figura A.2 (f).

A.3.7 PROBLEMA F_{12} : PROBLEMA 2.13 DE SCHWEFEL

O problema F_{12} , apresentado na Equação (A.13), corresponde ao problema 2.13 de Schwefel e é multimodal e de variáveis não-separáveis.

$$F_{12}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^D [\mathbf{A}_i - \mathbf{B}_i(\mathbf{x})]^2 + f_{12}^{bias}$$

$$\mathbf{A}_i = \sum_{j=1}^D [a_{ij} \cdot \text{sen}(\alpha_j) + b_{ij} \cdot \text{cos}(\alpha_j)]$$

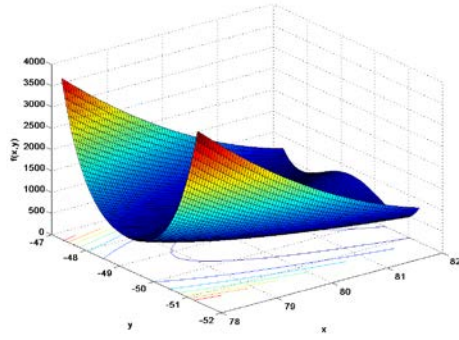
$$\mathbf{B}_i(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^D [a_{ij} \cdot \text{sen}(x_j) + b_{ij} \cdot \text{cos}(x_j)]$$

$$\mathbf{x} \in [-\pi; \pi]^D$$
(A.13)

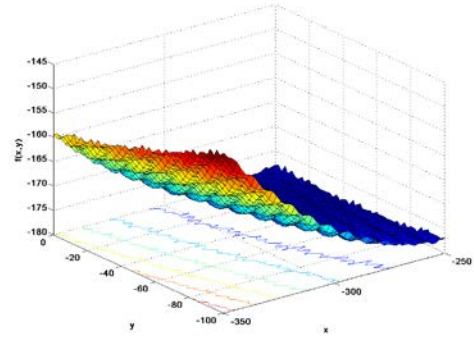
$$F_{12}(\mathbf{x}^*) = f_{12}^{bias} = -460$$

Para esse problema, $\mathbf{A}$ e $\mathbf{B}$ são matrizes de dimensão $D \times D$, a_{ij} e b_{ij} são números inteiros escolhidos aleatoriamente, de acordo com uma distribuição uniforme, no intervalo $[-100; 100]$, $\boldsymbol{\alpha} = [\alpha_1, \dots, \alpha_D]$ e α_j são valores escolhidos aleatoriamente de acordo com uma distribuição uniforme no intervalo $[-\pi; \pi]$.

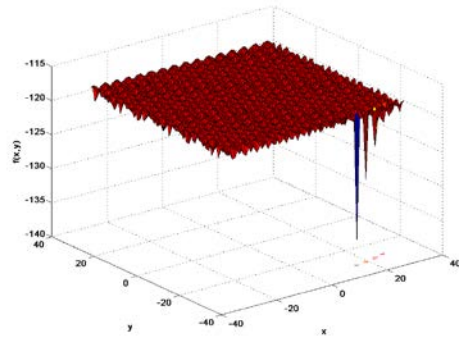
A representação gráfica para esse problema, considerando duas dimensões, está apresentada na Figura A.2 (g).



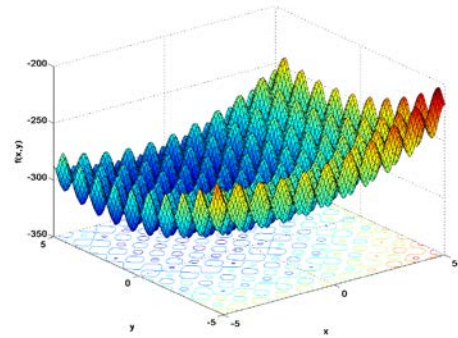
(a) Problema F_6



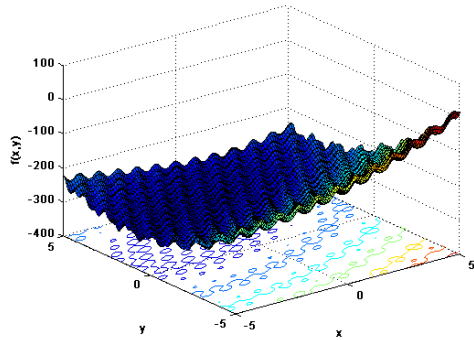
(b) Problema F_7



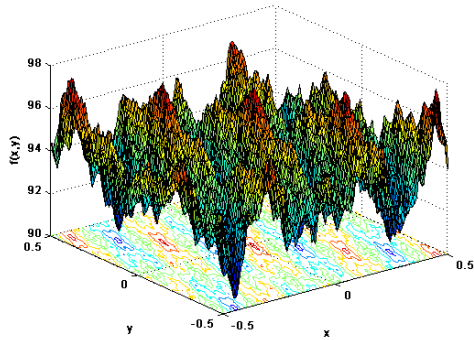
(c) Problema F_8



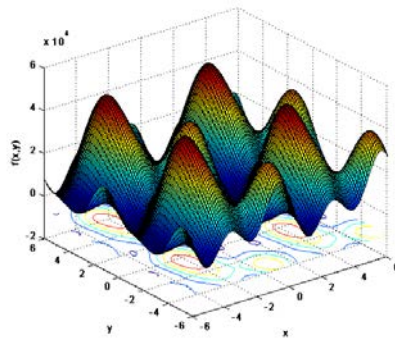
(d) Problema F_9



(e) Problema F_{10}



(f) Problema F_{11}



(g) Problema F_{12}

Figura A.2: Representação gráfica em $\mathcal{R}^2$ das superfícies e das respectivas curvas de nível para os problemas multimodais básicos F_6 (a), F_7 (b), F_8 (c), F_9 (d), F_{10} (e), F_{11} (f) e F_{12} (g) da Competição de Otimização de Parâmetros Reais do IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC) de 2005.

A.4 PROBLEMAS MULTIMODAIS EXPANDIDOS

As funções expandidas são baseadas em outras funções, normalmente de dimensões $D' < D$, que são aplicadas sucessivamente a pares de variáveis do espaço de busca, tal como apresentado na Equação (A.14), na qual se tem uma função expandida $EF(\mathbf{x})$ para um espaço de dimensão D ($\mathbf{x} \in \mathbb{R}^D$), que tem como base a função de duas variáveis $F(x, y)$.

$$EF(x_1, x_2, \dots, x_D) = F(x_1, x_2) + F(x_2, x_3) + \dots + F(x_{D-1}, x_D) + F(x_D, x_1) \quad (\text{A.14})$$

A.4.1 PROBLEMA F_{13} : FUNÇÃO EXPANDIDA DE GRIEWANK SOMADA À DE ROSENBROCK E DESLOCADA

O problema F_{13} , apresentado na Equação (A.17), é multimodal, com variáveis não-separáveis, e se utiliza das funções de Griewank e Rosenbrock, apresentadas nas Equações (A.15) e (A.16).

$$F_G(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^D \frac{x_i^2}{4.000} - \prod_{i=1}^D \cos\left(\frac{x_i}{\sqrt{i}}\right) + 1 \quad (\text{A.15})$$

$$F_R(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{D-1} [100 \cdot (x_i^2 - x_{i+1}) + (x_i - 1)^2] \quad (\text{A.16})$$

$$F_{13}(\mathbf{x}) = F_G(F_R(z_1, z_2)) + F_G(F_R(z_2, z_3)) + \dots + F_G(F_R(z_{D-1}, z_D)) + F_G(F_R(z_D, z_1)) + f_{13}^{bias} \quad (\text{A.17})$$

$$\mathbf{x} \in [-3; 1]^D$$

$$F_{13}(\mathbf{x}^*) = f_{13}^{bias} = -130$$

Para esse problema, $\mathbf{z} = \mathbf{x} - \mathbf{o} + 1$. A representação gráfica para esse problema, considerando duas dimensões, está apresentada na Figura A.3 (a).

A.4.2 PROBLEMA F_{14} : FUNÇÃO F_6 DE SCHAFFER EXPANDIDA, DESLOCADA E ROTACIONADA

O problema F_{14} , apresentado na Equação (A.19), é multimodal, com variáveis não-separáveis, e se utiliza da função F_6 de Schaffer, apresentada na Equação (A.18), expandida, deslocada e rotacionada.

$$F_S(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = 0,5 + \frac{[\text{sen}^2(x)(\sqrt{x^2 + y^2}) - 0,5]}{[1 + 0,001 \cdot (x^2 + y^2)]^2} \quad (\text{A.18})$$

$$F_{14}(\mathbf{x}) = F_S(z_1, z_2) + F_S(z_2, z_3) + \dots + F_S(z_{D-1}, z_D) + F_S(z_D, z_1) + f_{14}^{bias}$$

$$\mathbf{x} \in [-100; 100]^D \quad (\text{A.19})$$

$$F_{14}(\mathbf{x}^*) = f_{14}^{bias} = -300$$

Para esse problema, $\mathbf{z} = (\mathbf{x} - \mathbf{o}) \cdot \mathbf{M}$ ($\mathbf{M}$ é uma matriz de transformação linear com número de condição igual a 3). A representação gráfica para esse problema, considerando duas dimensões, está apresentada na Figura A.3 (b).

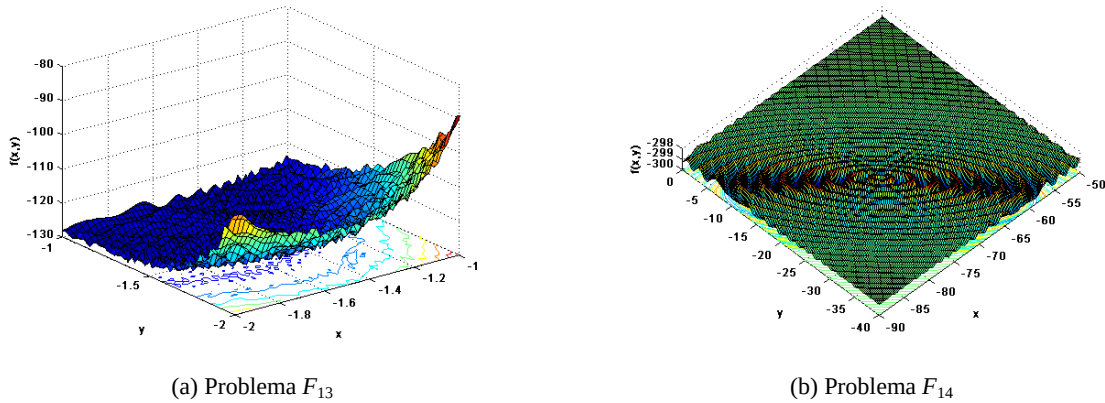


Figura A.3: Representação gráfica em $\mathbb{R}^2$ das superfícies e das respectivas curvas de nível para os problemas multimodais expandidos F_{13} (a) e F_{14} (b) da Competição de Otimização de Parâmetros Reais do IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC) de 2005.

A.5 PROBLEMAS MULTIMODAIS COMPOSTOS HÍBRIDOS

Os problemas multimodais compostos híbridos são construídos a partir da combinação de outros problemas que possuem propriedades distintas. A forma desses problemas está apresen-

tada na Equação (A.20), na qual $f_i(\mathbf{x})$ é a i -ésima função-base utilizada na construção da função composta, n é o número de funções-base, $\mathbf{M}_i$ é a matriz de transformação linear associada a cada função-base $f_i(\mathbf{x})$, w_i é o peso atribuído a cada função-base $f_i(\mathbf{x})$, λ_i é um parâmetro utilizado para expandir ($\lambda_i > 1$) ou comprimir ($\lambda_i < 1$) a função-base $f_i(\mathbf{x})$ e $bias_i$ determina se o ótimo global da função-base $f_i(\mathbf{x})$ será ótimo global ($bias_i = 0$) ou local ($bias_i > 0$) de $F_{Comp.Hib.}(\mathbf{x})$.

$$F_{Comp.Hib.}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n \left\{ w_i \cdot \left[f_i' \left(\frac{(\mathbf{x} - \mathbf{o})}{\lambda_i} \cdot \mathbf{M}_i \right) + bias_i \right] \right\} + f^{bias} \quad (A.20)$$

O peso w_i atribuído a cada função-base $f_i(\mathbf{x})$ é calculado por meio dos três passos apresentados nas Equações (A.21) a (A.23), sendo que o parâmetro σ_i é utilizado para controlar a cobertura de cada função-base $f_i(\mathbf{x})$.

$$w_i = e^{-\left(\frac{\sum_{k=1}^D (x_k - o_{ik})^2}{2 \cdot D \cdot \sigma_i^2} \right)} \quad (A.21)$$

$$w_i = \begin{cases} w_i, & \text{se } w_i = \max(w_i) \\ w_i \cdot (1 - \max(w_i)^{10}), & \text{se } w_i \neq \max(w_i) \end{cases} \quad (A.22)$$

$$w_i = \frac{w_i}{\sum_{i=1}^n w_i} \quad (A.23)$$

Caso as funções-base sejam diferentes, elas possivelmente possuirão amplitudes diferentes, isto é, possuirão valores máximos e mínimos diferentes entre si. Nesse caso, para que seja obtida uma melhor composição $F_{Comp.Hib.}(\mathbf{x})$, sugere-se que o valor máximo $f_i^{max}(\mathbf{x})$ para cada função-base seja estimado e que tais funções sejam normalizadas de acordo com a Equação, na qual C é uma constante pré-definida, $|f_i^{max}(\mathbf{x})|$ é estimado por $|f_i^{max}(\mathbf{x})| = f_i((\mathbf{x}' / \lambda_i) \cdot \mathbf{M}_i)$ e $\mathbf{x}' = [5, 5, \dots, 5]$.

$$f_i'(\mathbf{x}) = C \cdot \frac{f_i(\mathbf{x})}{|f_i^{max}(\mathbf{x})|} \quad (A.24)$$

Para todas as funções que serão apresentadas nesta seção, $n = 10$, $\mathbf{O}$ é uma matriz $n \times D$ que define os ótimos globais de cada função-base $f_i(\mathbf{x})$, $C = 2.000$ e $\mathbf{bias} = [0; 100; 200; 300; 400; 500; 600; 700; 800; 900]$, o que determina que o ótimo global de $F_{Comp.Hib.}(\mathbf{x})$ sempre será o ótimo global de sua primeira função-base $f_1(\mathbf{x})$.

A.5.1 PROBLEMA F_{15} : FUNÇÃO COMPOSTA HÍBRIDA

O problema F_{15} , que segue a Equação (A.20), possui as funções-base apresentadas a seguir:

- $f_{1-2}(\mathbf{x})$ – Função de Rastrigin (Equação (A.25)).
- $f_{3-4}(\mathbf{x})$ – Função de Weierstrass: (Equação (A.26)).
- $f_{5-6}(\mathbf{x})$ – Função de Griewank: (Equação (A.27)).
- $f_{7-8}(\mathbf{x})$ – Função de Ackley (Equação (A.28)).
- $f_{9-10}(\mathbf{x})$ – Função de Esfera (Equação (A.29)).

$$f_{Rastrigin}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^D [x_i^2 - 10 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot x_i) + 10] \quad (\text{A.25})$$

$$f_{Weierstrass}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^D \left\{ \sum_{k=0}^{20} \left[0,5^k \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot 3^k \cdot (x_i + 0,5)) \right] \right\} - D \cdot \sum_{k=0}^{20} [0,5^k \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot 3^k \cdot 0,5)] \quad (\text{A.26})$$

$$f_{Griewank}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^D \frac{x_i^2}{4.000} - \prod_{i=1}^D \cos\left(\frac{x_i}{\sqrt{i}}\right) + 1 \quad (\text{A.27})$$

$$f_{Ackley}(\mathbf{x}) = -20e^{-0,2 \cdot \sqrt{\frac{1}{D} \sum_{i=1}^D x_i^2}} - e^{\frac{1}{D} \sum_{i=1}^D \cos(2 \cdot \pi \cdot x_i)} + 20 + e \quad (\text{A.28})$$

$$f_{Esfera}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^D x_i^2 \quad (\text{A.29})$$

Os parâmetros para esse problema são:

- $\sigma_i = 1$ para $i = 1, 2, \dots, D$;
- $\lambda = [1; 1; 10; 10; 5/60; 5/60; 5/32; 5/32; 5/100; 5/100]$; e
- $\mathbf{M}_i$ são todas matrizes-identidade.

O problema F_{15} é multimodal com variáveis separáveis na região próxima ao ótimo global, onde predomina a função de Rastrigin, e tem como principais características a presença de uma grande quantidade de ótimos locais e duas regiões planas, introduzidas pela função Esfera. Para esse problema, o domínio é $\mathbf{x} \in [-5; 5]^D$ e o valor da função-objetivo para o ótimo global é $F_{15}(\mathbf{x}^*) = f_{15}^{bias} = 120$. A sua representação gráfica, considerando duas dimensões, está apresentada na Figura A.4 (a).

A.5.2 PROBLEMA F_{16} : VERSÃO ROTACIONADA DA FUNÇÃO COMPOSTA HÍBRIDA F_{15}

O problema F_{16} possui exatamente as mesmas características do problema F_{15} , exceto pelas matrizes $\mathbf{M}_i$ que, em lugar de serem matrizes-identidade, são matrizes de transformação linear com número de condição igual a 2. Para esse problema, o domínio é $\mathbf{x} \in [-5; 5]^D$ e o valor da função-objetivo para o ótimo global é $F_{16}(\mathbf{x}^*) = f_{16}^{bias} = 120$. A sua representação gráfica, considerando duas dimensões, está apresentada na Figura A.4 (b).

A.5.3 PROBLEMA F_{17} : FUNÇÃO F_{16} COM RUÍDO NO VALOR DA FUNÇÃO-OBJETIVO

Considerando-se $G(\mathbf{x}) = F_{16}(\mathbf{x}) - f_{16}^{bias}$, o problema F_{17} é dado pela Equação (A.30).

$$F_{17}(\mathbf{x}) = G(\mathbf{x}) \cdot (1 + 0,2 \cdot |\mathcal{N}(0,1)|) + f_{17}^{bias}$$

$$\mathbf{x} \in [-5; 5]^D \tag{A.30}$$

$$F_{17}(\mathbf{x}^*) = f_{17}^{bias} = 120$$

A representação gráfica para esse problema, considerando duas dimensões, está apresentada na Figura A.3 (c).

A.5.4 PROBLEMA F_{18} : FUNÇÃO COMPOSTA HÍBRIDA ROTACIONADA

O problema F_{18} , que segue a Equação (A.20), possui as funções-base apresentadas a seguir:

- $f_{1-2}(\mathbf{x})$ – Função de Ackley (Equação (A.28)).
- $f_{3-4}(\mathbf{x})$ – Função de Rastrigin (Equação (A.25)).
- $f_{5-6}(\mathbf{x})$ – Função de Esfera (Equação (A.29)).
- $f_{7-8}(\mathbf{x})$ – Função de Weierstrass: (Equação (A.26)).
- $f_{9-10}(\mathbf{x})$ – Função de Griewank: (Equação (A.27)).

Os parâmetros para esse problema são:

- $\sigma = [1; 2; 1; 5; 1; 5; 1; 1; 1; 5; 1; 5; 2; 2];$
- $\lambda = [2 \cdot 5/32; 5/32; 2 \cdot 1; 1; 2 \cdot 5/100; 5/100; 2 \cdot 10; 10; 2 \cdot 5/60; 5/60];$ e
- $\mathbf{M}_i$ são todas matrizes de rotação com os números de condição iguais a $[2; 3; 2; 3; 2; 3; 20; 30; 200; 300];$ e
- $\mathbf{o}_{10} = [0; 0; \dots; 0].$

O problema F_{18} é multimodal com variáveis não-separáveis e tem como principais características a presença de uma grande quantidade de ótimos locais, sendo um deles na origem, e duas regiões planas, introduzidas pela função Esfera. Para esse problema, o domínio é $\mathbf{x} \in [-5; 5]^D$ e o valor da função-objetivo para o ótimo global é $F_{18}(\mathbf{x}^*) = f_{18}^{bias} = 10$. A sua representação gráfica, considerando duas dimensões, está apresentada na Figura A.4 (d).

A.5.5 PROBLEMA F_{19} : FUNÇÃO COMPOSTA HÍBRIDA ROTACIONADA COM ÓTIMO GLOBAL EM UM VALE ESTREITO

O problema F_{19} utiliza as mesmas funções-base do problema F_{18} e utiliza os mesmos parâmetros, exceto:

- $\sigma = [0,1; 2; 1; 5; 1; 5; 1; 1; 1; 5; 1; 5; 2; 2];$
- $\lambda = [0,1 \cdot 5/32; 5/32; 2 \cdot 1; 1; 2 \cdot 5/100; 5/100; 2 \cdot 10; 10; 2 \cdot 5/60; 5/60];$ e

As modificações nos parâmetros σ e λ acrescentam às características já descritas para o problema F_{18} a localização de um ótimo local em um vale estreito. Para esse problema, o domínio é $\mathbf{x} \in [-5; 5]^D$ e o valor da função-objetivo para o ótimo global é $F_{19}(\mathbf{x}^*) = f_{19}^{bias} = 10$. A sua representação gráfica, considerando duas dimensões, está apresentada na Figura A.4 (e).

A.5.6 PROBLEMA F_{20} : FUNÇÃO COMPOSTA HÍBRIDA ROTACIONADA COM ÓTIMO GLOBAL NA FRONTEIRA DO ESPAÇO DE BUSCA

O problema F_{20} utiliza as mesmas funções-base do problema F_{18} e utiliza os mesmos parâmetros. A diferença é que o ótimo global deslocado passa a ter $o_{1(2j)} = 5$ para $i = 1, \dots, [D/2]$, o que o posiciona na fronteira do espaço de busca. Para esse problema, o domínio é $\mathbf{x} \in [-5; 5]^D$ e o valor da função-objetivo para o ótimo global é $F_{20}(\mathbf{x}^*) = f_{20}^{bias} = 10$. A sua representação gráfica, considerando duas dimensões, está apresentada na Figura A.4 (f).

A.5.7 PROBLEMA F_{21} : FUNÇÃO COMPOSTA HÍBRIDA ROTACIONADA

O problema F_{21} segue a Equação (A.20), mas utilizando as duas funções-base expandidas apresentadas na Seção A.4. As suas funções-base são as seguintes:

- $f_{1-2}(\mathbf{x})$ – Função F_6 de Schaffer Expandida e Rotacionada (Equações (A.18) e (A.19), mas com z_i substituído por x_i).
- $f_{3-4}(\mathbf{x})$ – Função de Rastrigin (Equação (A.25)).
- $f_{5-6}(\mathbf{x})$ – Função Expandida de Griewank Somada à Rosenbrock (Equações (A.15) a (A.17), mas com z_i substituído por x_i).
- $f_{7-8}(\mathbf{x})$ – Função de Weierstrass: (Equação (A.26)).
- $f_{9-10}(\mathbf{x})$ – Função de Griewank: (Equação (A.27)).

Os parâmetros para esse problema são:

- $\sigma = [1; 1; 1; 1; 1; 2; 2; 2; 2; 2; 2; 1; 5; 2; 2];$
- $\lambda = [5 \cdot 5/100; 5/100; 5 \cdot 1; 1; 5 \cdot 1; 1; 5 \cdot 10; 10; 5 \cdot 5/200; 5/200];$ e
- $\mathbf{M}_i$ são todas matrizes ortogonais.

O problema F_{21} é multimodal com variáveis não-separáveis e tem como principais características a presença de uma grande quantidade de ótimos locais, sendo um deles na origem, e duas regiões planas, introduzidas pela função Esfera. Para esse problema, o domínio é $\mathbf{x} \in [-5; 5]^D$ e o valor da função-objetivo para o ótimo global é $F_{21}(\mathbf{x}^*) = f_{21}^{bias} = 360$. A sua representação gráfica, considerando duas dimensões, está apresentada na Figura A.4 (g).

A.5.8 PROBLEMA F_{22} : COMPOSTA HÍBRIDA ROTACIONADA COM MATRIZES MAL CONDICIONADAS

O problema F_{22} utiliza as mesmas funções-base do problema F_{21} , utilizando os mesmos valo-

res para os parâmetros. A única diferença é que as matrizes $\mathbf{M}_i$ passam a ter números de condição iguais a [10; 20; 50; 100; 200; 1.000; 2.000; ..., 3.000; 4.000; 5.000], o que faz com que o ótimo global fique localizado na fronteira do espaço de busca. Para esse problema, o domínio é $\mathbf{x} \in [-5; 5]^D$ e o valor da função-objetivo para o ótimo global é $F_{22}(\mathbf{x}^*) = f_{22}^{bias} = 360$. A sua representação gráfica, considerando duas dimensões, está apresentada na Figura A.4 (h).

A.5.9 PROBLEMA F_{23} : FUNÇÃO COMPOSTA HÍBRIDA ROTACIONADA DESCONTÍNUA

O problema F_{23} utiliza as mesmas funções-base do problema F_{21} , utilizando os mesmos valores para os parâmetros. A única diferença é que esse problema aplica um tratamento especial a todas as variáveis, de acordo com a Equação (A.31), na qual $j = 1, 2, \dots, D$ e o operador $round(\cdot)$ é determinado pela Equação (A.32), na qual a é a parte inteira e b a parte decimal de x . Esse tratamento faz com que o problema deixe de possuir a característica de continuidade.

$$x_j = \begin{cases} x_j, & \text{se } |x_j - o_{1j}| < \frac{1}{2} \\ \frac{round(2 \cdot x_j)}{2}, & \text{se } |x_j - o_{1j}| \geq \frac{1}{2} \end{cases} \quad (\text{A.31})$$

$$round(x) = \begin{cases} a - 1, & \text{se } x \leq 0 \text{ e } b \geq 0,5 \\ a, & \text{se } b < 0,5 \\ a + 1, & \text{se } x > 0 \text{ e } b \geq 0,5 \end{cases} \quad (\text{A.32})$$

Para esse problema, o domínio é $\mathbf{x} \in [-5; 5]^D$ e o valor da função-objetivo para o ótimo global é $F_{23}(\mathbf{x}^*) \approx f_{23}^{bias} = 360$. A sua representação gráfica, considerando duas dimensões, está apresentada na Figura A.4 (i).

A.5.10 PROBLEMA F_{24} : FUNÇÃO COMPOSTA HÍBRIDA ROTACIONADA

O problema F_{24} , assim como o problema F_{21} , segue a Equação (A.20) e utiliza as duas funções-base expandidas apresentadas na Seção A.4. As suas funções-base são as seguintes:

- $f_1(\mathbf{x})$ – Função de Weierstrass: (Equação (A.26)).
- $f_2(\mathbf{x})$ – Função F_6 de Schaffer Expandida e Rotacionada (Equações (A.18) e (A.19), mas com z_i substituído por x_i).
- $f_3(\mathbf{x})$ – Função Expandida de Griewank Somada à Rosenbrock (Equações (A.15) a (A.17), mas com z_i substituído por x_i).

- $f_4(\mathbf{x})$ – Função de Ackley (Equação (A.28)).
- $f_5(\mathbf{x})$ – Função de Rastrigin (Equação (A.25)).
- $f_6(\mathbf{x})$ – Função de Griewank (Equação (A.27)).
- $f_7(\mathbf{x})$ – Função F_6 de Schaffer Expandida e descontínua (Equações (A.18) e (A.19), mas com z_i substituído por y_i (Equação (A.33), sendo que o operador $\text{round}(\cdot)$ é determinado pela Equação (A.32)).
- $f_8(\mathbf{x})$ – Função de Rastrigin Descontínua (Equação (A.25), mas com x_i substituído por y_i (Equação (A.33), sendo que o operador $\text{round}(\cdot)$ é determinado pela Equação (A.32)).
- $f_9(\mathbf{x})$ – Função Elíptica Altamente Condicionada (Equação (A.3), mas com z_i substituído por x_i e considerando $f_3^{bias} = 0$).
- $f_{10}(\mathbf{x})$ – Função Esfera com Ruído no Valor da Função-objetivo: (Equação (A.1), mas com z_i substituído por x_i , considerando $f_1^{bias} = 0$ e multiplicando a função pelo termo responsável pelo ruído $(1 + 0,1 \cdot |\mathcal{N}(0, 1)|)$).

$$y_j = \begin{cases} x_j, & \text{se } |x_j| < \frac{1}{2} \\ \frac{\text{round}(2 \cdot x_j)}{2}, & \text{se } |x_j| \geq \frac{1}{2} \end{cases} \text{ para } j = 1, 2, \dots, D. \quad (\text{A.33})$$

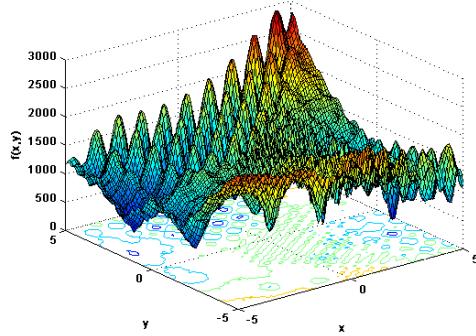
Os parâmetros para esse problema são:

- $\sigma_i = 2$ para $i = 1, 2, \dots, D$;
- $\lambda = [10; 5/20; 1; 5/32; 1; 5/100; 5/50; 1; 5/100; 5/100]$; e
- $\mathbf{M}_i$ são todas matrizes de rotação com números de condição $[100; 50; 30; 10; 5; 5; 4; 3; 2; 2]$.

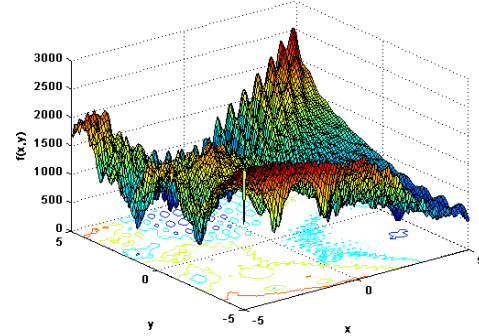
O problema F_{24} é multimodal com variáveis não-separáveis e tem como principais características a combinação da presença de uma grande quantidade de ótimos locais e de regiões planas introduzidas pelas funções-base monomodais Esfera. Para esse problema, o domínio é $\mathbf{x} \in [-5; 5]^D$ e o valor da função-objetivo para o ótimo global é $F_{23}(\mathbf{x}^*) = f_{24}^{bias} = 260$. A sua representação gráfica, considerando duas dimensões, está apresentada na Figura A.4 (h).

A.5.11 PROBLEMA F_{25} : FUNÇÃO COMPOSTA HÍBRIDA ROTACIONADA COM ESPAÇO DE BUSCA ILIMITADO

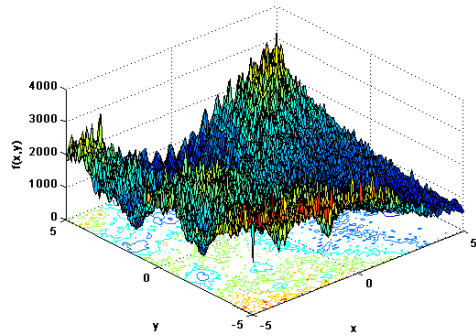
O problema F_{25} é idêntico ao F_{24} , exceto pela ausência de um intervalo de busca pré-definido (o problema F_{25}). Para a inicialização, o domínio a ser considerado é $[2; 5]^D$ e o ótimo global, que está posicionado fora desse domínio, possui o valor correspondente da função-objetivo $F_{25}(\mathbf{x}^*) = f_{25}^{bias} = 260$.



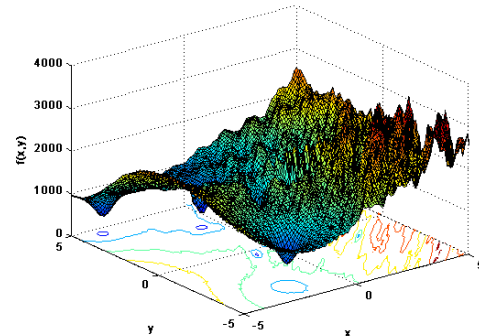
(a) Problema F_{15}



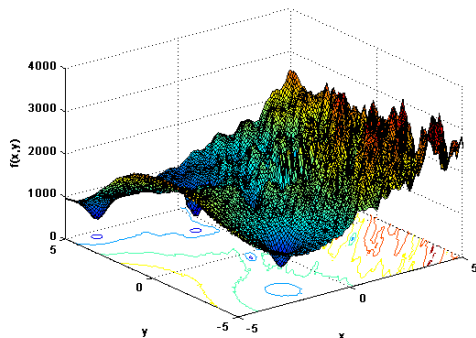
(b) Problema F_{16}



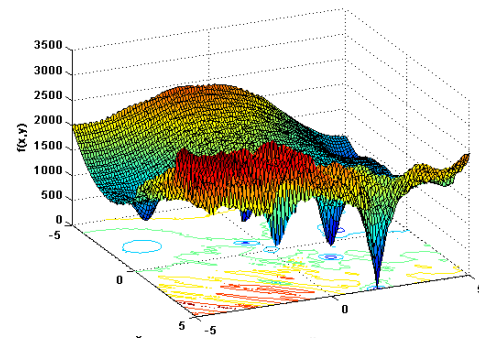
(c) Problema F_{17}



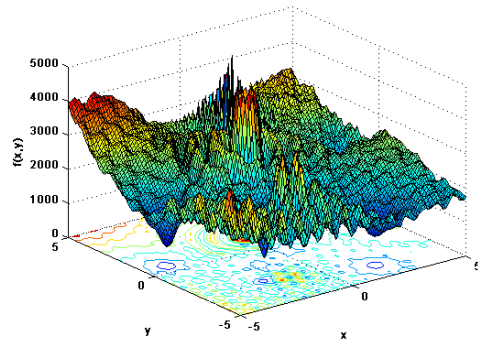
(d) Problema F_{18}



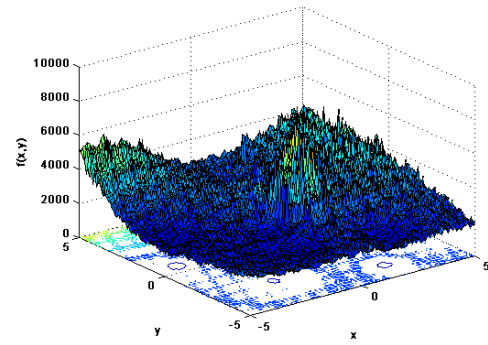
(e) Problema F_{19}



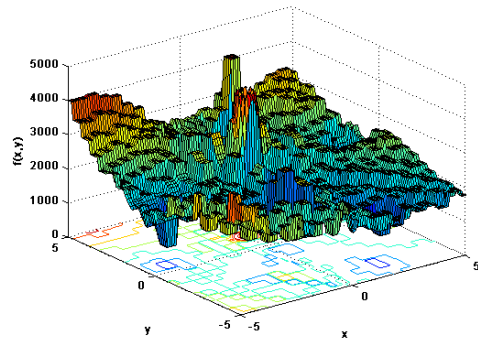
(f) Problema F_{20}



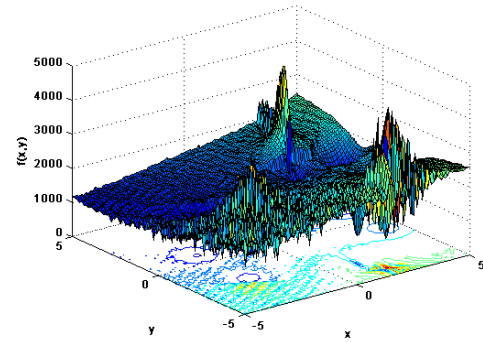
(g) Problema F_{21}



(h) Problema F_{22}



(i) Problema F_{23}



(j) Problema F_{24}

Figura A.4: Representação gráfica em $\mathbb{R}^2$ das superfícies e das respectivas curvas de nível para os problemas multimodais compostos híbridos F15 (a), F16 (b), F17 (c), F18 (d), F19 (e), F20 (f), F21 (g), F22 (h), F23 (i) e F24 (j) da Competição de Otimização de Parâmetros Reais do IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC) de 2005.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abbass, H. A. (2001a). A monogenous MBO approach to satisfiability. *Proceedings of the International Conference on Computational Intelligence for Modelling, Control and Automation*. Las Vegas.
- Abbass, H. A. (2001b). Marriage in honey-bee optimization (MBO): a haplometrosis polygynous swarming approach. *Proceedings of the IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC2001)*, (pp. 207–214). Seoul.
- Alba, E. (2005). *Parallel Metaheuristics: A New Class of Algorithms*. Wiley.
- Alba, E., & Dorronsoro, B. (2005). The exploration/exploitation tradeoff in dynamic cellular genetic algorithms. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 9, pp. 126-142.
- Albert, R., & Barabasi, A. (2002). Statistical mechanics of complex networks. *Reviews of Modern Physics*, 74, pp. 47-97.
- Alee, W. C. (1931). *A study in general sociology*. Chicago: University of Chicago Press.
- Arabas, J. (2012). Approximating the Genetic Diversity of Populations in the Quasi-Equilibrium State. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 16, pp. 632-644.
- Arnold, K. E., Owens, I. P., & Goldizen, A. W. (2004). Division of labour within cooperatively breeding groups. *Behaviour*, 142, pp. 1577-1590.
- Asch, S. (1956). Studies of independence and conformity: I. A minority of one against a unanimous majority. *Psychological Monographs*, 70.
- Attwood, T. K., & Parry-Smith, D. J. (1999). *Introduction to Bioinformatics*. Prentice Hall.
- Auger, A., & Hansen, N. (2005a). Performance evaluation of an advanced local search evolutionary algorithm. *Proceedings of the IEEE Congress on Evolutionary Computation*, 2, pp. 1777-1784.
- Auger, A., & Hansen, N. (2005b). A restart CMA evolution strategy with increasing population size. *Proceedings of the IEEE Congress on Evolutionary Computation*, 2, pp. 1769-1776.

- Auyang, S. Y. (1998). *Foundations of complex-system theories in economics, evolutionary biology, and statistical physics*. New York: Cambridge University Press.
- Avilés, L., Maddison, W. P., & Agnarsson, I. (2006). A new independently derived social spider with explosive colony proliferation and a female size dimorphism. *Biotropica*, 38, pp. 743-753.
- Axelrod, R., & Hamilton, W. D. (1981). The evolution of cooperation. *Science*, 211, pp. 1390-1396.
- Bäck, T., Fogel, D. B., & Michalewicz, Z. (2000a). *Evolutionary Computation I - Basic Algorithms and Operators*. Institute of Physics Publishing (IOP), Bristol and Philadelphia.
- Bäck, T., Fogel, D. B., & Michalewicz, Z. (2000b). *Evolutionary Computation II - Advanced Algorithms and Operators*. Institute of Physics Publishing (IOP), Bristol and Philadelphia.
- Baig, A. R., & Rashid, M. (2007). Honey bee foraging algorithm for multimodal & dynamic optimization problems. *Genetic and Evolutionary Computation Conference. GECCO*, (pp. 169-169).
- Ballester, P. J., & Carter, J. N. (2004). An effective real-parameter genetic algorithm with parent centric normal crossover for multimodal optimisation. *Proc. of the 2004 Genetic and Evolutionary Computation Conference (GECCO)*, vol. 3102 de Lecture Notes in Computer Science (pp. 901–913). Springer.
- Ballester, P. J., Stephenson, J., Carter, J. N., & Gallagher, K. (2005). Real-parameter optimization performance study on the CEC-2005 benchmark with SPC-PNX. *Proceedings of the 2005 IEEE Congress on Evolutionary Computation*, 1, pp. 498–505.
- Bandura, A. (1986). *Social Foundations of Thought and Action: A Social Cognitive Theory*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.
- Bartlett, T. L., Mock, D. W., & Schwagmeyer, P. L. (2005). Division of labor: Incubation and biparental care in house sparrows (*Passer domesticus*). *The Auk*, 122, pp. 835-842.

- Baykasoglu, A., Özbakır, L., & Tapkan, P. (2007). Artificial Bee Colony Algorithm and Its Application to Generalized Assignment Problem. In: F. T. Chan, & M. K. Tiwari, *Swarm Intelligence: Focus on Ant and Particle Swarm Optimization* (pp. 113-144). Vienna: Itech Education and Publishing.
- Bazaraa, M. S., Sherali, H. D., & Shetty, C. M. (2006). *Nonlinear Programming: Theory and Algorithms* (3rd ed.). Wiley-Interscience.
- Bazaraa, M., Sherali, H. D., & Shetty, C. M. (1993). *Nonlinear Programming – Theory and Algorithms*. Wiley & Sons Inc.
- Bechtel, W., & Richardson, R. C. (1993). *Discovering complexity: Decomposition and localization as strategies in scientific research*. Princeton: Princeton University Press.
- Beckers, R., Deneubourg, J. L., & Goss, S. (1992). Trails and U-turns in the selection of a path by the ant *Lasius niger*. *Journal of Theoretical Biology*, 159, pp. 397-415.
- Beckers, R., Deneubourg, J. L., Goss, S., & Pasteels, J. M. (1990). Collective decision making through food recruitment. *Insectes Sociaux*, 37, pp. 258-267.
- Beekman, M., Sumpter, D. J., & Ratnieks, F. L. (2001). Phase transition between disordered and ordered foraging in Pharaoh's ants. *Proceedings of the National Academy of Sciences USA*, 98, pp. 9703-9706.
- Beni, G. (1988). The Concept of Cellular Robotic Systems. *Proceedings of the IEEE International Symposium on Intelligent Control*, (pp. 57-62).
- Beni, G., & Wang, J. (1989). Swarm Intelligence. *Proceedings of the 7th annual Meeting of the Robotics Society of Japan*, (pp. 425-428).
- Beshers, S. N., & Fewell, J. H. (2001). Models of Division of Labor in Social Insects. *Annual Review of Entomology*, 46, pp. 413-440.
- Beshers, S. N., & Traniello, J. F. (1996). Polyethism and the adaptiveness of worker size variation in the attine ant *Trachymyrmex septentrionalis*. *Journal of Insect Behavior*, 9, pp. 61-83.
- Beshers, S. N., Huang, Z. Y., & Oono, Y. R. (2001). Social inhibition and the regulation of temporal. *Journal of Theoretical Biology*, 213, pp. 461-479.

- Bonabeau, E. (1998). Social insect colonies as complex adaptive systems. *Ecosystems*, 1, pp. 437-443.
- Bonabeau, E., Dorigo, M., & Theraulaz, T. (1999). *Swarm Intelligence: From Natural to Artificial Systems*. New York: Oxford University Press.
- Bonabeau, E., Theraulaz, G., Deneubourg, J. L., Aron, S., & Camazine, S. (1997). Self-organization in social insects. *Trends in Ecology and Evolution*, 12, pp. 188-193.
- Bourke, A. F. (1999). Colony size, social complexity and reproductive conflict in social insects. *Journal of evolutionary Biology*, 12, pp. 245-257.
- Bourke, A. F., & Franks, N. R. (1995). *Social*. Princeton: Princeton University Press.
- Britton, N. F., Pratt, C. S., Franks, N. R., & Seely, T. D. (2002). Deciding on a new home: How do honey bees agree? *Proceedings of the Royal Society of London*, 269, pp. 1383-1388.
- Brooks, R. A., & Flynn, A. M. (1989). Fast, cheap and out of control: A robot invasion of the solar system. *Journal of the British Interplanetary Society*, 20, pp. 478-485.
- Buhl, J., Sumpter, D. J., Couzin, I. D., Hale, J. J., Despland, E., Miller, E. R., & Simpson, S. J. (2006). From disorder to order in marching locusts. *Science*, pp. 1402-1406.
- Calabi, P., & Rosengaus, R. (1988). Interindividual differences based on behavior transition probabilities in the ant *Camponotus sericeiventris*. In: R. L. Jeane (Ed.), *Interindividual Behavioral Variability in Social Insects* (pp. 61-90). Boulder: Westview.
- Camazine, S. (1991). Self-organizing pattern formation on the combs of honey bee colonies. *Behavioral Ecology and Sociobiology*, 28, pp. 61-76.
- Camazine, S., & Sneyd, J. (1991). A model of collective nectar source selection by honey bees: Self-organization through simple rules. *Journal of theoretical Biology*, 149, pp. 547-571.
- Camazine, S., Deneubourg, J. L., Franks, N. R., Sneyd, J., Theraulaz, G., & Bonabeau, E. (2001). *Self-organization in Biological Systems*. Princeton University Press.

- Castro, P. A. (2009). Sinergia entre Sistemas Imunológicos Artificiais e Modelos Gráficos Probabilísticos. *Tese de Doutorado*. Universidade Estadual de Campinas.
- Chun-Kit, A., & Ho-Fung, L. (2010). Improving CMA-ES by random evaluation on the minor eigenspace. *Proceedings of the IEEE Congress on Evolutionary Computation*.
- Cialdini, R. B. (1984). *Influence: The Psychology of Persuasion*. Quill Publishing.
- Cicirello, S., & Smith, S. F. (2004). Wasp-like agents for distributed factory coordination. *Journal of Autonomous Agents and Multi-Agent Systems*, 8, pp. 237-266.
- Coelho, G. P. (2011). Redes Imunológicas Artificiais para Otimização em Espaços Contínuos: Uma Proposta Baseada em Concentração de Anticorpos. *Tese de Doutorado*. Universidade Estadual de Campinas.
- Coelho, G. P., & Von Zuben, F. J. (2010). A concentration-based artificial immune network for continuous optimization. *IEEE Congress on Evolutionary Computation*, (pp. 108-115).
- Colutto, S., Fruhauf, F., Fuchs, M., & Scherzer, O. (2010). The CMA-ES on Riemannian manifolds to. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 14, pp. 227-245.
- Conradt, L., & List, C. (2009). Group decisions in humans and animals: a survey. *Philosophical Transactions of the Royal Society B*, 364, pp. 719–742.
- Conradt, L., & Roper, T. J. (2005). Consensus decision making in animals. *Trends in Ecology and Evolution*, 20, pp. 449-456.
- Corriveau, G., Guilbault, R., Tahan, A., & Sabourin, R. (2012). Review and Study of Genotypic Diversity Measures for Real-Coded Representations. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 16, pp. 695-710.
- Costa, J. T. (2006). *The Other Insect Societies*. The Belknap Press of Harvard University Press.
- Couzin, I. D. (2009). Collective cognition in animal groups. *Trends in Cognitive Sciences*, 13, pp. 23-43.
- Couzin, I. D., & Krause, J. (2003). self-organisation and collective behaviour of vertebrates. *Advances in the Study of Behaviour*, 32, pp. 1-67.

- Couzin, I. D., Krause, J., Franks, N. R., & Levin, S. A. (2005). Effective leadership and decision-making in animal groups on the move. *Nature*, 433, pp. 513-516.
- Couzin, I. D., Krause, J., James, R., Ruxton, G. D., & Franks, N. R. (2002). Collective memory and spatial sorting in animal groups. *Journal of Theoretical Biology*, 218, pp. 1-11.
- Crespi, B. J. (2004). Vicious circles: Positive feedback in major evolutionary and ecological transitions. *Trends in Ecology and Evolution*, 12, pp. 627-633.
- Crutchfield, R. S. (1955). Conformity and character. *American Psychologist*, 10, pp. 191-198.
- Czogala, E., Zimmermann, H., & Jünger, H. (Fevereiro de 1986). Decision making in uncertain environments. *European Journal of Operational Research*, pp. 202-212.
- Dasgupta, D. (1999). *Artificial Immune Systems and Their Applications*. Springer-Verlag.
- David, H. (1987). Statecharts: a visual formalism for complex systems. *Science of Computer Programming*, 8, pp. 231-274.
- de Castro, L. N. (2001). Engenharia Imunológica: Desenvolvimento e Aplicação de Ferramentas Computacionais Inspiradas em Sistemas Imunológicos Artificiais. *Tese de Doutorado*. Campinas.
- de Castro, L. N. (2005). Natural Computing. In: M. Khosrow-Pour, *Encyclopedia of Information Science*. Idea Group Inc.
- de Castro, L. N. (2006). *Fundamentals of Natural Computing: Basic Concepts, Algorithms, and Applications*. CRC Press LLC.
- de Castro, L. N. (2007). Fundamentals of natural computing: an overview. *Physics of Life Reviews*, 4, pp. 1-36.
- de Castro, L. N., & Timmis, J. (2002). An Artificial Immune Network for Multimodal Function Optimization. *Proceedings of the IEEE Congress on Evolutionary Computation*, 1, pp. 669-674.
- de Castro, L. N., & Timmis, J. I. (2002). *Artificial Immune Systems: A New Computational Intelligence Approach* (Vol. 1). Springer-Verlag.

- de Castro, L. N., & Von Zuben, F. J. (2004). *Recent Developments In Biologically Inspired Computing*. Idea Group Publishing.
- de França, F. O., Von Zuben, F. J., & de Castro, L. N. (2005). "An artificial immune network for multimodal function optimization on dynamic environments. *Proceedings of the 2005 Conference on Genetic and Evolutionary Computation* (pp. 289–296). ACM.
- DeAngelis, D. L., Post, W. M., & Portis, C. C. (1986). *Positive feedback in natural systems*. New York: Springer-Verlag.
- Deb, A. K. (2001). *Multi-Objective Optimization Using Evolutionary Algorithms*. Wiley.
- Deneubourg, J. L., Goss, L. S., Pasteels, J. M., Fresneau, D., & Lachaud, J. P. (1987). Self-organization mechanisms in ant societies (II): Learning in foraging and division of labor. In: J. M. Pasteels, & J. L. Deneubourg (Eds.), *From individual to collective behavior in social insects*. Birkhäuser Verlag.
- Deneubourg, J. L., Lioni, A., & Detrain, C. (2002). Dynamics of aggregation and emergence of cooperation. *Biological Bulletin*, 202, pp. 262-267.
- Detrain, C., Deneubourg, J. L., Goss, S., & Quinet, Y. (1991). Dynamics of collective exploration in the ant *Pheidole pallidula*. *Psyche*, 98, pp. 21-31.
- Detrain, C., Natan, C., & Deneubourg, J. L. (2001). The influence of the physical environment on the self-organised patterns of ants. *Naturwissenschaften*, 88, pp. 171-174.
- Deutsch, D. (1992). Quantum Computation. *Physics World*, 5, pp. 57-61.
- Deutsch, M., & Gerard, H. B. (1955). A study of normative and informational social influences upon individual judgment. *Journal of Abnormal and Social Psychology*, 51, pp. 629–636.
- DiCaro, G., & Dorigo, M. (1998). AntNe: Distributed stigmergic control for communications networks. *Journal of Artificial Intelligence Research*, 9, pp. 317-365.
- Dorigo, M., & Stützle, T. (2004). *Ant Colony Optimization*. MIT Press.

- Drias, H., Sadeg, S., & Yahi, S. (2005). Cooperative bees swarm for solving the maximum weighted satisfiability problem. *International Work Conference on Artificial and Natural Neural Networks. LNCS 3512* (pp. 318–325). Springer.
- Duarte, A. F., Pen, I., & Keller, L. (2011). An Evolutionary Perspective on Self-Organized Division of Labor in Social Insects. *Annual Review of Ecology, Evolution, and Systematics*, 42, pp. 91-110.
- Duffy, J. E., Morrison, C. L., & Macdonald, K. S. (2002). Colony defense and behavioural differentiation in eusocial shrimp, *Synalpheus regalis*. *Behavioral Ecology and Sociobiology*, 51, pp. 488-495.
- Eckert, C. D., Winston, M. L., & Ydenber, R. C. (1994). The relationship between population-size, amount of brood, and individual foraging behavior in the honeybee, *Apis mellifera* L. *Oecologia*, 97, pp. 248-255.
- El-Abd, M. (2011). Opposition-based artificial bee colony algorithm. *Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference*, (pp. 109-116).
- El-Abd, M. (2012). Generalized Opposition-Based Artificial Bee Colony. *WCCI 2012 IEEE World Congress on Computational Intelligence*, (pp. 3046-3049). Birsbane.
- Falconer, K. (2003). *Fractal Geometry: Mathematical Foundations and Applications*. John Wiley & Sons.
- Festinger, L. (1954/1999). Social communication and cognition: A very preliminary and highly tentative draft. In: E. Harmon-Jones, & J. Mills (Eds.), *Cognitive Dissonance: Progress on a Pivotal Theory in Social Psychology*. Washington D. C.: AP Publishing.
- Festinger, L. (1957). *A Theory of Cognitive Dissonance*. Peterson.
- Fewel, I. J., & Bertram, S. M. (1999). Division of labor in a dynamic environment: response by honeybees (*Apis mellifera*) to graded changes in colony pollen stores. *Behavioral Ecology and Sociobiology*, 46, pp. 171-179.
- Fewell, J. H. (2003). Social Insect Networks. *Science*, 301, pp. 1867-1870.

- Fewell, J. H., & Page, R. E. (1999). The emergence of division of labour in forced associations of normally solitary ant queens. *Evolutionary Ecology Research*, pp. 537-548.
- Fraenkel, G. S., & Gunn, D. L. (1961). *The orientation of animals: Kineses, taxes and compass reactions*. New York: Dover Publications.
- Franklin, S., & Graesser, A. (1997). Is In an Agent, or Just a Program: A Taxonomy for Autonomous Agents. In: J. P. Muller, M. J. Wooldridge, & M. R. Jennings (Eds.), *Intelligent Agents III: Agents Theories, Architectures, and Languages* (pp. 21-35). Springer-Verlag.
- Franks, N. R., & Sendova-Franks, A. B. (1992). Brood sorting by ants: Distributing the workload over the work surface. *Behavioral Ecology and Sociobiology*, 30, pp. 109-123.
- Franks, N. R., & Tofts, C. (1994). Foraging for work: how tasks allocate workers. *Animal Behaviour*, 48, pp. 470-472.
- Franks, N. R., Dornhaus, A., Hitchcock, G., Guillem, R., Hooper, J., & Webb, C. (2007). Avoidance of conspecific colonies during nest choice by ants. *Animal Behavior*, 73, pp. 525-534.
- Gadau, J., & Fewell, J. (Eds.). (2009). *Organization Of Insect Societies - From Genome to Sociocomplexity*. Harvard University Press.
- Galton, F. (1907). Vox populi. *Nature*, 75, pp. 450-451.
- Garcia-Martinez, C., & Lozano, M. (2005a). *Chromosome differentiation for the application of parent-centric real-parameter crossover operators*. Relatório Técnico, University of Granada, Spain.
- Garcia-Martinez, C., & Lozano, M. (2005b). Hybrid real-coded genetic algorithms with female and male differentiation. *Proceedings of the IEEE Congress on Evolutionary Computation*, 1, pp. 896-903.
- Gazda, S. K., Connor, R. C., Edgar, R. K., & Cox, F. (2005). A division of labour with role specialization in group-hunting bottlenose dolphins (*Tursiops truncatus*) off Cedar

- Key, Florida. *Proceedings of the Royal society of London Series B-biological sciences*, 272, pp. 135-140.
- Gibbons, J. D. (1985). *Nonparametric Statistical Inference*. New York: Marcel Dekker, 1985. New York: Marcel Dekker.
- Glansdorff, P., & Prigogine, I. (1971). *Thermodynamic theory os structure, stability and fluctuations*. New York: J. Wiley & Sons.
- Glover, F., & Kochenberger, G. A. (2003). *Handbook of Metaheuristics*. Springer.
- Gordon, D. M. (1989). Dynamics of task switching. *Animal Behaviour*, 38, pp. 194-204.
- Gordon, D. M. (1996). The organization of work in social insect colonies. *Nature*, 380, pp. 121-24.
- Gordon, D. M. (1999). *Ants at Work: How an Insect Society is Organized*. The Free Press.
- Gordon, D. M., Goodwin, B. C., & Trainor, L. E. (1992). A parallel distributed model of the behavior of ant colonies. *Journal of Theoretical Biology*, 156, pp. 293-307.
- Gorelick, R., & Bertram, S. M. (2007). Quantifying division of labor: borrowing tools from sociology, sociobiology, information theory, landscape ecology, and biogeography. *Insectes Sociaux*, 54, pp. 105-112.
- Gorelick, R., Bertram, S. M., Kileen, P., & Fewell, J. H. (2004). Normalized mutual entropy in biology: Quantifying division of labor. *American Naturalist*, 164, pp. 677-682.
- Grasmuck, V., & Desor, D. (2002). Behavioural differentiation of rats conformed to a complex diving-for-food situation. *Behavioural Processes*, 58, pp. 67-77.
- Grassé, P. P. (1959). La Reconstruction du Nid et Les Coordinations Interindividuelles Chez *Bellicositermes Natalensis* et *Cubitermes* sp. La Théorie de la Stigmergie: Essai d'interprétation du Comportement des Termites Constructeurs. *Insecte Sociaux*, 6, pp. 41-80.
- Gregory, M. D., & Werner, D. H. (2010). Design of high performance compact linear ultra-wideband arrays with the CMA evolutionary strategy. *Proceedings of the 2010 IEEE Antennas and Propagation*, (pp. 1-4).

- Hansen, N., & Ostermeier, A. (1996). Adapting arbitrary normal mutation distributions in evolution strategies: The covariance matrix adaptation. *Proceedings of the IEEE International Conference on Evolutionary Computation*, (pp. 312-317).
- Hart, A., & Ratnieks, F. (2000). Leaf catching in *Atta* leafcutting ants: Discrete cache information through positive feedback. *Animal Behaviour*, 59, pp. 587-591.
- Hattori, Y., & Kuroshima, H. (2005). cooperative problema solving bu tufted capuchin monkeys (*Cebus apella*): spontaneous division of labor, communication, and reciprocal altruism. *Journal of Comparative Psychology*, 119, pp. 335-342.
- Haykin, S. (1999). *Neural Networks - A Conprehensive Foundation* (2^a Edição ed.). Prentice Hall.
- Heinrich, B. (1981). Energetics of honeybee swarm thermoregulation. *science*, 212, pp. 565-566.
- Hemelrijk, C. K. (2002). Self-organization and natural selection in the evolution of complex despotic societies. *biological Bulettn*, 12, pp. 283-288.
- Hogeweg, P., & Hesper, B. (1983). The ontogeny of the interaction structure in bulbe bee colonies: A MIRROR model. *Behavioural Ecology and sociobiology*, 12, pp. 271-283.
- Holland, J. H. (1995). *Hidden order: How adaptation builds complexity*. Addison Wesley.
- Hölldobler, B., & Wilson, E. O. (1991). *The ants*. Cambridge: The Belknap Press of Harvard University Press.
- Hölldobler, B., & Wilson, E. O. (2009). *The Superorganism - The Beauty, Elegance, and Strangeness of Insect Societies*. W. W. Norton & Company.
- Holling, C. S. (1973). Resilience and stability of ecological systems. *Annual Review of Ecology and systematics*, 4, pp. 1-23.
- Hong, L., & Page, S. (2004). Groups of diverse problem solvers can outperform groups of high-ability problem solvers. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 101, pp. 16385–16389.
- Hovland, C. (1982). *Communication and Persuasion*. New York: Greenwood.

- Huth, A., & Wissel, C. (1992). The simulation of the movement of fish shoals. *Journal of Theoretical Biology*, 156, pp. 365-385.
- Jackson, S. E., Joshi, A., & Erhardt, N. L. (2003). Recent research on team and organizational diversity: SWOT analysis and implications. *Journal of Management*, 29, pp. 801-830.
- Jang, J. S., Sun, C. T., & Mizutani, E. (1997). *Neuro-Fuzzy and Soft Computing – A computational Approach to Learning and Machine Intelligence*. Prentice Hall.
- Jeanson, R., Ratnieks, F. L., & Deneubourg, J. L. (2003). Pheromone trail decay rates on different substrates in the Pharaoh's ant, *Monomorium pharaonis*. *Physiological entomology*, 28, pp. 192-198.
- Jebalia, M., Auger, A., Schoenauer, M., James, F., & Postel, M. (2007). Identification of the isotherm. *Proceedings of the 2007 IEEE Congress on Evolutionary*, (pp. 4289–4296).
- Jin, Y., & Branke, J. (2005). Evolutionary optimization in uncertain environments - a survey. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 9, pp. 303-317.
- Jin, Y., & Branke, J. (2005). Evolutionary Optimization in Uncertain Environments - A Survey. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 9.
- Jones, J. C., Myerscough, M. R., Gahan, S., & Oldroyd, B. P. (2004). Honey bee nest thermoregulation: Diversity promotes stability. *Science*, 305, pp. 402-404.
- Karaboga, D., & Akay, B. (2009). A survey: algorithms simulating bee swarm intelligence. *Artificial Intelligence Review*, 31, pp. 61-85.
- Karaboga, D., & Basturk, B. (2007). A powerful and efficient algorithm for numerical function optimization: artificial bee colony (ABC) algorithm. *Journal of Global Optimization*, pp. 459-471.
- Karaboga, D., & Basturk, B. (2008). On the performance of artificial bee colony (ABC) algorithm. *Applied Soft Computing*, pp. 687–697.
- Kennedy, J. (2004). Particle swarms: Optimization Based on Sociocognition. In: L. N. de Castro, & F. J. Von Zuben (Eds.), *Recent Developments in Biologically Inspired Computing* (pp. 235-269). Idea Group Publishing.

- Kennedy, J. (2006). Swarm Intelligence. In: A. Y. Zomaya (Ed.), *Handbook of Nature Inspired and Innovative Computing: Integrating Classical Models with Emerging Technologies* (pp. 187-219). Springer.
- Kennedy, J., Eberhart, R., & Shi, Y. (2001). *Swarm Intelligence*. Morgan Kaufmann Publishers.
- Kerr, N., & Tindale, R. (2004). Group performance and decision making. *Annual Review of Psychology*, pp. 623-655.
- Kolmes, S. A. (1985). An information-theory analysis of task specialization among worker honey bees performing hive duties. *Animal Behaviour*, 33, pp. 181-187.
- Kolmes, S. A. (1986). Age polyethism in worker honey bees. *Ethology*, 71, pp. 252-255.
- Komdeur, J. (2006). Variation in individual investment strategies among social animals. *Ethology*, 112, pp. 729-747.
- Krause, J., & Ruxton, G. (2002). *Living in Groups*. Oxford University Press.
- Krause, J., Ruxton, G. D., & Krause, S. (2009). Swarm intelligence in animals and humans. *Trends in Ecology & Evolution*, 25, pp. 28-34.
- Krieger, M. J., Billeter, J. B., & Keller, L. (2000). Ant-like task allocation and recruitment in cooperative robots. *Nature*, 406, pp. 992-995.
- Kruisselbrink, J. W., Emmerich, M. T., Deutz, A. H., & Bäck, T. (2010). A robust optimization. *Proceedings of the IEEE Congress on Evolutionary Computation*.
- Lacevic, B., & Arnaldi, E. (2011). Ectropy of diversity measures for populations in Euclidean space. *Information Sciences*, pp. 2316-2339.
- Laland, K. N., & Janik, V. M. (2006). The animal cultures debate. *Trend in Ecology and Evolution*, 21, pp. 542-547.
- Langton, C. G. (1988). Artificial Life. In: C. G. Langton (Ed.), *Artificial Life* (pp. 1-47). Addison-Wesley.

- Larrañaga, P., & Lozano, J. A. (2002). Estimation of distribution algorithms: A new tool for evolutionary computation. In: *Genetic Algorithms and Evolutionary Computation*. Kluwer Academic Publishers.
- Laughlin, P. R., Zander, M. L., Knievel, E. M., & Tan, T. K. (2003). Groups Perform Better than the Best Individuals on Letters-to-numbers Problems: Informative Equations and Effective Strategies. *Journal of Personality and Social Psychology*, 85, pp. 684-694.
- Lee, P. C. (1994). Social Structure and Evolution. In: P. J. Slater, & T. R. Halliday (Eds.), *Behaviour and Evolution* (pp. 266-303). Cambridge University Press.
- Levin, S. A. (1998). Ecosystems and the biosphere as complex adaptive systems. *Ecosystems*, 1, pp. 31-36.
- Levine, Resnick, L. B., & Higgins, E. T. (1993). Social foundations of cognition. *Annual Review of Psychology*, 44, pp. 585-612.
- Liang, J. J., Qin, A. K., Suganthan, P. N., & Baskar, S. (2006). Comprehensive learning particle swarm optimizer for global optimization of multimodal functions. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 10, pp. 281-295.
- Lin, M., & Michener, C. D. (1972). Evolution of sociality in insects. *The Quarterly Review of biology*, 47, pp. 131-159.
- Loftus, E. F., & Ketcham, K. (1994). *The Myth of Repressed Memory: False Memories and Allegations of Sexual Abuse*. New York: St. Martin's Press.
- Lumer, E. D., & Faieta, B. (1994). Diversity and adaptation in populations of clustering ants. *SAB94: Proceedings of the third international conference on Simulation of adaptive behavior : from animals to animats 3* (pp. 501-508). MIT Press.
- Maia, R. D., Barbosa, W. O., & de Castro, L. N. (2012a). Colônias de Abelhas como Modelo para Agrupamento Ótimo de Dados: Uma Proposta e Análise Paramétrica Qualitativa. *Anais do XIX Congresso Brasileiro de Automática*, (pp. 623-630). Campina Grande.
- Maia, R. D., D'Angelo, M. F., & Inácio, M. J. (2009). Sintonia Ótima de um Controlador PID Para Controle de Velocidade de um Motor C.C. Linear Sem Escovas Utilizando o Algoritmo A-CLUSTMPSO (Another Clustering Multiobjective Particle Swarm

- Optimization). *Anais do XLI Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*. Porto Seguro, BA.
- Maia, R. D., de Castro, L. N., & Caminhas, W. M. (2010a). Colônias de Abelhas como Modelo para Otimização Multimodal Contínua: Uma Proposta e Análise Paramétrica Qualitativa. *Anais do XVIII Congresso Brasileiro de Automática*, (pp. 4481-4488).
- Maia, R. D., de Castro, L. N., & Caminhas, W. M. (2010b). Colônias de Abelhas como Modelo para Otimização Multimodal Contínua. *Segunda Escola Luso-Brasileira de Computação Evolutiva*. Guimarães, Portugal.
- Maia, R. D., de Castro, L. N., & Caminhas, W. M. (2012). Bee colonies as model for multimodal continuous optimization: The OptBees algorithm. *Proceedings of the IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)*, (pp. 3316-3323). Brisbane.
- Maia, R. D., de Castro, L. N., & Caminhas, W. M. (2012). OptBees – A New Bee Inspired Algorithm for Solving Continuous Optimization Problems. *Mathematical Problems in Engineering - Special Issue: Swarm Intelligence in Engineering*.
- Maia, R. D., Pasti, R., & de Castro, L. N. (2009). A Bio-inspired Strategy to Generate Diversity in the Particle Swarm Optimization Algorithm. *Jornadas Chilenas de Computación 2009 / I Workshop on Emergent Computing*. Santiago, Chile.
- Maia, R. D., Pasti, R., de Castro, L. N., & Von Zuben, F. J. (2009). Um Método baseado em Recrutamento de Formigas para Introdução e Manutenção de Diversidade no Algoritmo PSO. *Primeira Escola Luso-Brasileira de Computação Evolutiva*. Belo Horizonte.
- Mallon, E. B., Pratt, S. C., & Franks, N. R. (2001). Individual and collective decision-making during nest site selection by the ant *Leptothorax albipennis*. *Behavioral Ecology and Sociobiology*, 50, pp. 352-359.
- Marinaki, M., Marinakis, Y., & Zopounidis, C. (2010). Honey Bees Mating Optimization algorithm for financial classification problems. *Applied Soft Computing*, pp. 806-812.
- Marshall, J. A., Dornhaus, A., Franks, N. R., & Kovacs, T. (2006). Noise, cost and speed-accuracy trade-offs: Decision-making in a decentralized system. *Journal of the Royal Society*, 3, pp. 243-254.

- Mathieu, J., Maynard, M. T., Rapp, T., & Gilson, L. (2008). Team effectiveness 1997-2007: a review of recent advancements and a glimpse into the future. *Journal of Management*, pp. 410-476.
- Meiyi, L., Qiong, W., & Wei, Y. (2009). The K-CMA algorithm for solving multi-modal function. *Proceedings of the WRI Global Congress on Intelligent Systems*, (pp. 89-93).
- Michener, C. D. (1974). *The social behavior of the bees: A comparative study*. Cambridge: Harvard University Press.
- Millonas, M. M. (1994). Swarm, Phase Transitions, and Collective Intelligence. In: C. Langton (Ed.), *Proceedings of Artificial Life III* (pp. 417-445). Addison-Wesley.
- Molina, D., Herrera, F., & Lozano, M. (2005). Adaptive local search parameters for real-coded memetic algorithms. *Proceedings of the IEEE Congress on Evolutionary Computation*, 1, pp. 888–895.
- Moore, A. J., Brodie, E. D., & Wolf, J. B. (1997). Interacting phenotypes and the evolutionary process: I. Direct and indirect genetic effects of social interactions. *Evolution*, 51, pp. 1352-1362.
- Moscato, P. (1989). *On evolution, search, optimization, genetic algorithms and martial arts – Towards memetic algorithms*. Relatório Técnico, California Institute of Technology, USA.
- Naug, D., & Gadagkar, R. (1999). Flexible division of labor mediated by social interactions in an insect colony - a simulation model. *Journal of Theoretical biology*, 197, pp. 123-133.
- Nee, S. (1987). The evolution of multicompartmental genomes in viruses. *Journal of Molecular Evolution*, 25, pp. 277-281.
- Newell, A., & Simon, H. (1963). GPS: A program that simulates human thought. In: Feigenbaum, & Feldman (Eds.), *Computers and Thought*. New York: McGraw-Hill.
- Newman, M. E. (2002). The structure and function of complex networks. *SIAM Reviews*, 45, pp. 167-256.

- Nisbett, R. E., & Wilson, D. W. (1977). Telling more than we can know: Verbal reports on mental processes. *Psychological Review*, 84, pp. 231–259.
- Novick, A., & Wiener, M. (1957). Enzyme induction as an all-or-none phenomenon. *proceedings of the National Academy of sciences of the USA*, 43, pp. 553-566.
- Nowak, A., Szamrej, J., & Latané, B. (1990). From private attitude to public opinion: A dynamic theory of social impact. *Psychological Review*, 97, pp. 362-376.
- Oldroyd, B. P., & Fewell, J. H. (2007). Genetic diversity promotes homeostasis in social insect colonies. *Trends in Ecology and evolution*, 22, pp. 408-413.
- Ono, M., Igarashi, T., Ohno, E., & Sasaki, M. (1995). Unusual thermal defense by a honeybee against mass attack by hornets. *Nature*, 377, pp. 334-336.
- Oster, G. F., & Wilson, E. O. (1978). *Caste and ecology in the social insects*. Princeton: Princeton University Press.
- Osyczka, A. (1985). Multicriteria optimization for engineering design. In: J. S. Gero (Ed.), *Design Optimization* (pp. 193-227). Academic Press.
- Pacala, S. W., Gordon, D. M., & Godfray, H. C. (1996). Effects of social group size on information transfer and task allocation. *Evolutionary Ecology*, 10, pp. 127-165.
- Pacala, S. W., Gordon, D. M., & Godfray, H. C. (1996). Effects of social group size on information transfer and task allocation. *Evolutionary Ecology*, 10, pp. 127-165.
- Page, R. E., & Mitchell, S. D. (1998). Self-organization and the evolution of division of labor. *Apidologie*, 29, pp. 171-190.
- Page, R. E., & Robinson, G. E. (1991). The genetics of division of labor in honey bee colonies. *Advances in Insect Physiology*, 23, pp. 117-169.
- Page, R. E., Robinson, G. E., Fondrk, M. K., & Nasr, M. E. (1995). Effects of worker genotypic diversity on honey bee colony development and behavior (*Apis mellifera*). *Behavioral Ecology and Sociobiology*, 36, pp. 387-396.
- Paredis, J. (1995). Coevolutionary computation. *Artificial Life*, 2, pp. 355–375.

- Parrish, J. K., & Edelstein-Keshet. (1999). Complexity, pattern, and evolutionary trade-offs in animals aggregation. *Science*, 284, pp. 99-101.
- Parrish, J. K., & Hamner, W. H. (1997). *Animal groups in three dimensions*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Parunak, H. D. (1997). Go to the and: Engineering principles from natural multi-agent systems. *Annals of Operations Research*, 75, pp. 69-101.
- Pasti, R., & de Castro, L. N. (2009). Bio-Inspired and Gradient-Based Algorithms to Train MLPs: The Influence of Diversity. *Information Sciences*, 179, pp. 1441-1453.
- Pasti, R., Maia, R. D., Von Zuben, F. J., & de Castro, L. N. (2011). Heuristics to Avoid Redundant Solutions on Population-Based Multimodal Continuous Optimization. *Proceedings of the IEEE Congress on Evolutionary Computation*. New Orleans.
- Paton, R. (1994). *Computing with Biological Metaphors*. Chapman & Hall.
- Paton, R., Bolouri, H., & Holcombe, M. (2003). *Computation in Cells and Tissues: Perspectives and Tools of Thought*. Springer-Verlag.
- Pham, D. T., Ghanbarzadeh, A., Koc, E., Otri, S., Rahim, S., & Zaidi, M. (2006). The bees algorithm - a novel tool for complex optimization problems. *2nd International Virtual Conference on Intelligent Production Machines and Systems*. Oxford: Elsevier.
- Plowright, R. C., & Plowright, C. M. (1988). Elitism in social insects: a positive feedback. In: R. L. Jeanne (Ed.), *Interindividual Behavioral Variability in Social Insects* (pp. 419-431). Boulder.
- Pošík, P. (2005). Real-parameter optimization using the mutation step co-evolution. *Proceedings of the IEEE Congress on Evolutionary Computation*, (pp. 872-879).
- Pratt, S. C., & Sumpter, D. J. (2006). A tunable algorithm for collective decision-making. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, pp. 15906-15910.
- Pratt, S. C., Mallon, E. B., Sumpter, D. J., & Franks, N. R. (2002). Quorum sensing, recruitment, and collective decision-making during colony emigration by the ant *Leptothorax albigipennis*. *Behavioral Ecology and Sociobiology*, pp. 117-127.

- Pratt, S. C., Sumpter, D. J., Mallon, E. B., & Franks, N. R. (2005). An agent-based model of collective nest choice by the Ant *Temnothorax albipennis*. *Animal Behaviour*, pp. 1023-1036.
- Price, K. V., Storn, R. M., & Lampinen, J. A. (2005). *Differential Evolution: A Practical Approach to Global Optimization*. Natural Computing Series. Springer-Verlag.
- Pulliam, H. R., & Caraco, T. (1984). Living in Groups. In: J. R. Krebs, & N. Davies (Eds.), *Behavioural Ecology: An Evolutionary Approach* (pp. 122-147). Blackwell.
- Qin, A. K., & Suganthan, P. N. (2005). Self-adaptive differential evolution algorithm for numerical optimization. *Proceedings of the IEEE Congress on Evolutionary Computation*, 2, pp. 1785–1791.
- Ravary, F., Lecoutey, E., Kaminski, G., Chaline, N., & Jaisson, P. (2007). Individual experience alone can generate lasting division of labor in ants. *Current Biology*, 17, pp. 1308-1312.
- Reyes-Sierra, M., & Coello Coello, C. (2006). Multi-Objective Particle Swarm Optimizers: A Survey of the State-of-the-Art. *International Journal of Computational Intelligence Research*, 2, pp. 287-308.
- Robinson, G. E. (1992). Regulation of division of labor in insect societies. *Annual Review of Entomology*, 37, pp. 637–665.
- Robinson, G. E., & Page, R. E. (1989). Genetic basis for division of labor in an insect society. In: M. D. Breed, & R. E. Page (Eds.), *The genetics of social evolution* (pp. 61-68). Boulder: Wstview Press.
- Robinson, G. E., Page, R. E., & Huang, Z. Y. (1994). Temporal polyethism in social insects is a developmental process. *Animal Behaviour*, 48, pp. 467-469.
- Robinson, G. E., Page, R. E., Strambi, C., & Strambi, A. (1989). Hormonal and genetic control of behavioral integration in honey bee colonies. *Science*, 246, pp. 109-112.
- Rönkkönen, J., Kukkonen, S., & Price, K. V. (2005). Real-parameter optimization with differential evolution. *Proceedings of the IEEE Congress on Evolutionary Computation*, 1, pp. 506–513.

- Rosen, R. (1991). *Life Itself*. New York: Columbia University Press.
- Ruben, A. J., & Landweber, L. F. (2000). The Past, Present and Future of Molecular Computing. *Nature Reviews, Molecular Cell Biology*, 1, pp. 69-72.
- Russel, S. J., & Norvig, P. (1995). *Artificial Intelligence: A Modern Approach*. Prentice Hall.
- Scheffer, M., & Carpenter, S. R. (2003). Catastrophic regime shifts in ecosystems: Linking theory to observation. *Trends in Ecology and Evolution*, 18, pp. 648-656.
- Schmid-Hempel, P., Kacelnik, A., & Houston, A. I. (1985). Honeybees maximize efficiency by not filling their crop. *Behavioral Ecology and*, 17, pp. 61-66.
- Seeley, T. D. (1982). Adaptive significance of the age polyethism schedule in honeybee. *Behavioral Ecology and Sociobiology*, 11, pp. 287-293.
- Seeley, T. D., Camazine, S., & Sneyd, J. (1991). Collective decision-making in honey bees: how colonies choose among nectar sources. *Behavioral Ecology and Sociobiology*, 28, pp. 277-290.
- Seeley, T. D., Visscher, P. K., & Passino, K. M. (2006). Group decision-making in honey bee swarms. *American Scientist*, 94, pp. 220-229.
- Seeley, T. H. (1995). *The Wisdom of the Hive*. Harvard University Press.
- Seid, M. A., & Traniello, J. F. (2006). . Age-related repertoire expansion and division of labor in *Pheidole dentata* (Hymenoptera: Formicidae): a new perspective on temporal polyethism and behavioral plasticity in ants. *Behavioral Ecology and Sociobiology*, 60, pp. 631-644.
- Serapião, A. B. (julho/setembro de 2009). Fundamentos de otimização por inteligência de enxames: uma visão geral. *Sba Controle & Automação*, pp. 271-304.
- Shannon, C. E. (1948). A mathematical theory of communication. *Bell System Technical Journal*, 27, pp. 379-423, 623-656.
- Shear, W. A. (1970). The evolution of social phenomena in spiders. *Bulletin of the British arachnological Society*, 1, pp. 65-76.

- Shir, O. M., Preuss, M., Naujoks, B., & Emmerich, M. T. (2009). Enhancing decision space diversity in evolutionary multiobjective algorithms. In: M. Ehrgott, C. M. Fonseca, X. Gandibleux, J. Hao, & M. Sevaux (Eds.), *Evolutionary Multi-Criterion Optimization – Proceedings of the 5th. Evolutionary Multi-Criterion Optimization* (Vol. 5467, pp. 95-109). Springer.
- Sih, A., Bell, A., & Johnson, J. C. (2004). Behavioral syndromes: an ecological and evolutionary overview. *Trend in Ecology and Evolution*, 19, pp. 372-378.
- Simon, H. A. (1962). The architecture of complexity. *Proceedings of the American Philosophical Society*, 106, pp. 467-482.
- Simons, A. M. (2004). Many wrongs: the advantage of group navigation. *Trend in Ecology and Evolution*, 19, pp. 453-455.
- Sinha, A., Tiwari, S., & Deb, K. (2005). A population-based, steady-state procedure for realparameter optimization. *Proceedings of the IEEE Congress on Evolutionary Computation*, 1, pp. 514-521.
- Smit, S. K., & Eiben, A. E. (2009). Comparing parameter tuning methods for evolutionary algorithms. *Proceedings of the IEEE Congress on Evolutionary Computation*, (pp. 399-406).
- Spencer, A. J., Couzin, I. D., & Franks, N. R. (1998). The dynamics of specialization and generalization. *Advances in Complex Systems*, 1, pp. 115-127.
- Stander, P. E. (1992). Cooperative hunting in lions: The role of the individual. *Behavioral Ecology and Sociobiology*, 29, pp. 445-454.
- Suganthan, P. N., Hansen, N., Liang, J. J., Deb, K., Chen, Y., Auger, A., & Tiwari, S. (2005). *Problem definitions and evaluation criteria for the CEC 2005 special session on real-parameter*. Relatório Técnico.
- Sumpter, D. J. (2006). The principles of collective animal behaviour. *Philosophical Transactions of the Royal Society B*, 361, pp. 5-22.
- Sumpter, D. J., & Beekman, M. (2003). From nonlinearity to optimality: Pheromone trail foraging by ants. *Animal Behavior*, 66, pp. 273-280.

- Sumpter, D. J., & Pratt, S. C. (2009). Quorum responses and consensus decision making. *Philosophical Transactions of the Royal Society B*, 364, pp. 743-753.
- Sung, H. J. (2003). Queen-Bee Evolution for Genetic Algorithms. *Electronic Letters*, pp. 575-576.
- Swagatam, D., Maity, S., Qu, B., & Suganthan, P. N. (2011). Real-parameter evolutionary multimodal optimization — A survey of the state-of-the-art. *Swarm and Evolutionary Computation*, 1, pp. 71-88.
- Tang, K., Yao, X., Suganthan, P. N., MacNish, C., Chen, Y. P., Chen, C. M., & Yang, Z. (2007). *Benchmark functions for the CEC 2008 special session and competition on large scale global optimization*. Relatório Técnico.
- Tannenbaum, E. (2007). When does division of labor lead to increased system output? *Journal of Theoretical Biology*, 247, pp. 413-425.
- Teodorovic, D., & Dell'Orco, M. (2005). Bee colony optimization – a cooperative learning approach to complex transportation problems. *Advanced OR and AI Methods in Transportation*, (pp. 51-60).
- Theraulaz, G., Bonabeau, E., & Deneubourg, J. L. (1998). Response threshold reinforcement and division of labour in insect societies. *Proceedings of the Royal Society B: Biological Sciences*, pp. 327-332.
- Theraulaz, G., Bonabeau, E., Nicolis, S. C., Solé, R. V., Fourcassié, V., Blanco, S., . . . deneubourg, J. L. (2002). Spatial patterns in ant colonies. *Proceedings of the National Academy of Science USA*, 99, pp. 9645-9649.
- Thomas, R. (1998). Laws for the dynamics of regulatory networks. *International Journal of developmental biology*, 42, pp. 479-485.
- Tofts, C. (1993). Algorithms for task allocation. *Bulletin of Mathematical Biology*, 55, pp. 891-918.
- Tofts, C., & Franks, N. R. (1992). Doing the right thing: Ants, honeybees and naked mole-rats. *Trends in Ecology & Evolution*, 7, pp. 346-349.

- Traniello, J. F., & Rosengaus, R. B. (1997). Ecology, evolution and division of labour in social insects. *Animal Behaviour*, 53, pp. 209-213.
- Trumbo, S. T. (2006). Infanticide, sexual selection and task specialization in a biparental burying beetle. *Animal Behaviour*, 72, pp. 1159-1167.
- Tseng, Y., & Chen, C. (2008). Multiple trajectory search for large scale global optimization. *Proceedings of the 2008 IEEE Congress on Evolutionary Computation*, (pp. 3052–3059.).
- Underwood, D. L., & Shapiro, A. M. (1999). Evidence for division of labor in the social caterpillar *Eucheira socialis* (Pieridae: Lepidoptera). *Behavioral Ecology and sociobiology*, 46, pp. 221-227.
- Visscher, P. K. (2007). Group decision making in nest site selection among social insects. *Annual Review of Entomology*, 52, pp. 255-275.
- Voss, T., Beume, N., Rudolph, G., & Igel, C. (2008). Scalarization versus indicator-based selection in. *Proceedings of the IEEE Congress on Evolutionary Computation*, (pp. 3036–3043).
- Wahl, L. M. (2002). Evolving the division of labour: generalists, specialists and task allocation. *Journal of Theoretical Biology*, 219, pp. 371-388.
- Wakano, J. Y., Nakata, K., & Yamamura, N. (1998). Dynamic model of optimal age polyethism in social insects under stable and fluctuating environments. *Journal of Theoretical Biology*, 193, pp. 153-165.
- Wallraff, H. G. (1978). Social interrelations involved in migratory orientation of birds – possible contribution of field studies. *Oikos*, 30, pp. 401-404.
- Waterman, M. S. (1995). *Introduction to Computational Biology: Maps, Sequences, and genomes*. Chapman & Hall.
- Wegner, D. M. (2002). *The Illusion of Conscious Will*. Cambridge, MA: MIT Press.
- Weiss, G. (1999). *Multiagent systems: A modern approach to distributed artificial intelligence*. MIT Press.

- Widenmüller, A. (2004). The control of nest climate in bumblebee (*bombus terrestris*) colonies: Interindividual variability and self reinforcement in fanning responses. *Behavioral Ecology*, 15, pp. 120-128.
- Wilson, E. O. (1971). *The Insect Societies*. Cambridge, : Harvard Univiversity Press.
- Wilson, E. O. (1975). *Sociobiology: The New Synthesis*. Harward Univesity Press.
- Wilson, E. O. (1985). The sociogenesis of insect colonies. *Science*, 228, pp. 1489-1495.
- Wilson, E. O. (1985a). The principles of. In: B. Hölldobler (Ed.), *Experimental Behavioral* (pp. 307-324). Stuttgart: Gustav Fischer Verlag.
- Wilson, E. O. (1985b). The sociogenesis of insect. *Science*, 228, pp. 1489-1495.
- Wilson, E. O., & Hölldobler, B. (1988). Dense heterarchies and mass communication as the basis of organization in ant colonies. *Trends in Ecology and Evolution*, 3, pp. 65-67.
- Wolfers, J., & Zitzewitz, E. (2004). Prediction markets. *Journal of Economic Perspective*, 18, pp. 107-126.
- Wolfram, S. (1986). Approaches to Complexity Engineering. *Phisycs 22D*, pp. 385-399.
- Wooldridge, M. J., & Jennings, N. R. (1995). Intelligent Agents: Theory and Practice. *Knowledge Engineering Reviews*, 10, pp. 115-152.
- Yang, X. S. (2005). Engineering optimizations via nature-inspired virtual bee algorithms. *IWINAC 2005. LNCS* (pp. 317-323). Berlin/Heidelberg: Springer-Verlag.
- Yokomori, T. (2002). Natural Computation - New Computing Paradigm Learned from Life Phenomena. *IPSJ Magazine*, 41, 08-11.
- Yuan, B., & Gallagher, M. (2005). Experimental results for the special session on real-parameter optimization at CEC 2005: A simple, continuous EDA. *Proceedings of the IEEE Congress on Evolutionary Computation*, 2, pp. 1792-1799.
- Zitzler, E., Laumanns, M., & Thiele, L. (2002). Improving the strength Pareto evolutionary algorithm. *Proceedings of the 2001 EUROGEN Evolutionary Methods for Design, Optimization and Control with Applications to Industrial Problems*, (pp. 95-100).