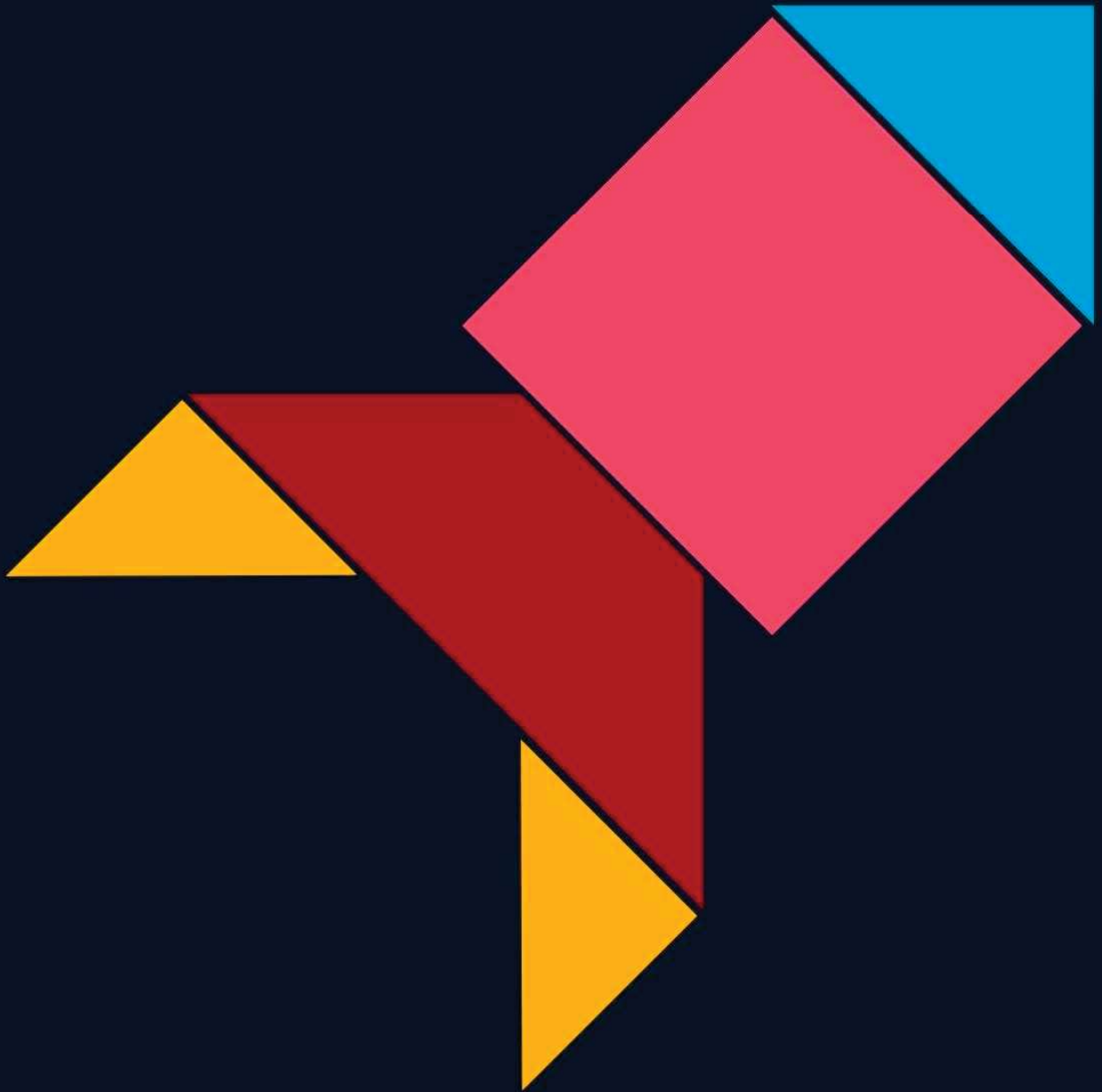


Seme Gebara Neto
Seme Gebara Neto
Tânia Aretuza Ambrizi Gebara
Rebecca Procópio Fonseca
(orgs.)

DESCOBRIDORES DA MATEMÁTICA
EXPERIÊNCIAS COM RESOLUÇÃO DE
PROBLEMAS NO ENSINO FUNDAMENTAL

Belo Horizonte
Departamento de Matemática/ ICEx/ UFMG
2022



*Um pentágono e vários triângulos entram em cena:
estudantes do 5º ano criam diferentes registros para
resolver um problema*

UM PENTÁGONO E VÁRIOS TRIÂNGULOS ENTRAM EM CENA: ESTUDANTES DO 5º ANO CRIAM DIFERENTES REGISTROS PARA RESOLVER UM PROBLEMA¹

Roselene Alves Amâncio

André Augusto Deodato

Juliana Batista Faria

1. Abrem-se as cortinas

Em geral, embora as peças de teatro se iniciem muito antes do dia do espetáculo, é quando se abrem as cortinas que a produção coletiva, se gestada por teatro de grupo, é compartilhada com o público. Neste capítulo, valendo-nos de metáforas cênicas, comunicaremos uma vivência de ensino e pesquisa que experimentamos como docentes participantes do projeto *Descobridores da Matemática*.

Abrimos, pois, as cortinas para começar o espetáculo: estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental se deparam com a figura de um pentágono com suas diagonais traçadas. Uma pergunta é lançada ao grupo: quantos triângulos há nessa figura? Movidos pelo desejo de respondê-la e instigados pela atuação de uma professora, uma monitora e dois monitores é que os estudantes elaboram registros diversos para identificar o total de triângulos contidos na figura.

Como produtores e expectadores dessa peça, voltaremos nosso olhar analítico sobre os caminhos trilhados individual e coletivamente na resolução do problema proposto. Norteados pelo objetivo de analisar como ocorreu a produção dos registros dos estudantes, muito mais do que focar no resultado que foi apresentado, refletiremos sobre a importância da criação coletiva e da comunicação de ideias matemáticas no contexto da sala de aula. Partiremos da compreensão de que aulas organizadas como ambiente no qual os alunos se sentem à vontade para elaborar suas próprias estratégias, bem como comunicar suas ideias com os pares e com os professores, colaboram para o desenvolvendo dos processos de aprendizagem matemática (SMOLE; DINIZ, 2001).

Autores da tradição histórico-cultural (ENGESTRÖM; SANNINO, 2010) serão coadjuvantes da análise que será empreendida, auxiliando-nos a delimitar a *atividade*

1 Este capítulo é uma versão adaptada do artigo intitulado “Triângulos no pentágono: diferentes registros para resolver um problema” que foi publicado no periódico Revemop (AMÂNCIO; DEODATO, 2021).

(LEONTIEV, 1978) do grupo de estudantes que protagonizam a resolução do problema, em aulas de Matemática, como unidade de análise².

A inserção deste capítulo na presente obra se justifica pelo fato de as aulas de Matemática investigadas terem ocorrido em uma experiência desenvolvida no Projeto “Descobridores da Matemática”. Cabe elucidar que, ao optarmos pela resolução de problemas como metodologia para ensinar Matemática, assumimos o diálogo com uma tendência da Educação Matemática que vem sendo fortalecida nas últimas décadas e que se encontra em diversas pesquisas sobre essa temática (DALTO; SANTOS; BURIASCO, 2017; LOPES, 2013). Mais especificamente, no âmbito do Projeto “Descobridores da Matemática”, assumimos uma concepção de resolução de problemas que se aproxima daquela desenvolvida por Alevatto (2005, p. 41), segundo a qual *“uma questão é um problema se o aluno ainda não conhece os meios necessários à resolução, mas está interessado em resolvê-la”*. Desse modo, procuramos propor questões que despertam o interesse dos estudantes para resolvê-las e que, por não terem uma resposta imediata, demandem a elaboração de estratégias para solucioná-las.

O relato compartilhado neste texto dialoga com produções da pesquisa qualitativa, com o percurso metodológico trilhado em três etapas. Inicialmente nos debruçamos sobre o acervo de relatórios produzidos coletivamente, por monitores da licenciatura em Matemática e por professores da Universidade Federal de Minas Gerais, em encontros de planejamento e avaliação do trabalho pedagógico desenvolvido com os estudantes do ensino fundamental do Centro Pedagógico da Escola de Educação Básica e Profissional dessa universidade. Após a leitura dos relatórios, selecionamos um deles para nossa análise, elaborado por ocasião da resolução do problema intitulado “Triângulos no pentágono”. A opção por analisar esse relatório se ancora no fato de que o mesmo apresentava uma descrição cuidadosa e aprofundada dos detalhes das aulas, se comparado aos demais. Tal relatório se caracteriza como um relato comentado, com uma forma de escrita mais próxima de uma narrativa que poderia auxiliar-nos a reconstruir uma sequência de 3 (três) aulas do GTD³ *Descobridores de Matemática*, na qual um grupo de estudantes do quinto ano se organizou de diferentes maneiras para resolver o problema antes referido. Na terceira e última etapa da pesquisa, procedemos a um recorte e a uma

2 Considerando o propósito da presente publicação, optamos por não nos aprofundarmos na apresentação do referencial teórico utilizado. Maiores detalhes podem ser encontrados em Amâncio e Deodato (2021).

3 Na seção seguinte explicitaremos de que se trata o GTD.

reinterpretação do relato comentado, sob o holofote da Teoria Histórico-Cultural da Atividade (THCA), que iluminou aspectos que não haviam sido abordados no interior do próprio relato. Com essa análise, discorreremos, sobretudo, sobre o papel do registro na construção da solução coletiva realizada pelos discentes.

Convidamos o leitor e a leitora a conhecerem o cenário deste texto e a perceberem cada ato apresentado na seção a seguir como o prelúdio de uma análise que está por vir.

2. Conhecendo o cenário e a peça em três atos

Com as cortinas abertas, a plateia tem a possibilidade de vislumbrar os atores, as atrizes e o cenário no qual protagonizarão o espetáculo. Conhecer o cenário, explorá-lo com os olhos curiosos de quem pretende se abrir para a experiência dos diferentes personagens, é fundamental para compreender o texto e o subtexto da dramaturgia. Por isso, dedicamos algumas palavras à compreensão do lugar onde se desenrolam os três atos de nossa peça: o Centro Pedagógico da Escola de Educação Básica e Profissional da UFMG.

O Centro Pedagógico – CP-UFMG é uma escola da rede pública federal de ensino, que atende a crianças e adolescentes do Ensino Fundamental (1º a 9º anos) e ao público da Educação de Jovens e Adultos. Por estar situado na UFMG, além de atender às demandas das disciplinas de estágio curricular advindas das outras unidades acadêmicas e de outras universidades, o CP atende a um público bastante diverso de graduandos das licenciaturas e de outros cursos da UFMG que participam de distintos projetos de ensino, pesquisa e extensão desenvolvidos pela escola e/ou em parceria com outras unidades da universidade. Entre esses projetos, situa-se o projeto *Descobridores da Matemática*, uma parceria entre o CP e o Instituto de Ciências Exatas, cujas ações junto aos estudantes da educação básica contemplam simultaneamente a formação inicial de licenciandos do curso de Matemática e Pedagogia e a formação continuada de professores da educação básica.

Na matriz curricular do Ensino Fundamental ofertado pelo CP, as disciplinas são organizadas em dois blocos: bloco comum e bloco diversificado. O bloco comum é composto por disciplinas frequentadas por todos os estudantes, como é o caso da Matemática. O bloco diversificado é composto por disciplinas que são ofertadas semestralmente, com um encontro semanal de aproximadamente 80 minutos e que abrangem grande diversidade de temas e metodologias, além de serem um tempo-espço de aprendizagem da docência para estudantes que cursam as licenciaturas da

universidade. Algumas disciplinas desse segundo bloco são conhecidas como Grupos de Trabalho Diferenciado (GTD)⁴ e muitas delas abordam assuntos que são de interesse dos educandos em formação, passando por um processo de votação que culmina na constituição de grupos de até 15 estudantes.

Desde 2017, em alguns desses GTDs, desenvolvem-se propostas vinculadas ao Projeto “Descobridores da Matemática”, com o foco na resolução de problemas por crianças dos terceiros, quartos e quintos anos do Ensino Fundamental.

1º ato: apresentando o problema e acolhendo os primeiros intentos de resposta

Em uma das aulas do GTD *Descobridores da Matemática*, a professora, uma das autoras deste capítulo, apresentou o seguinte problema para um grupo de estudantes do quinto ano.

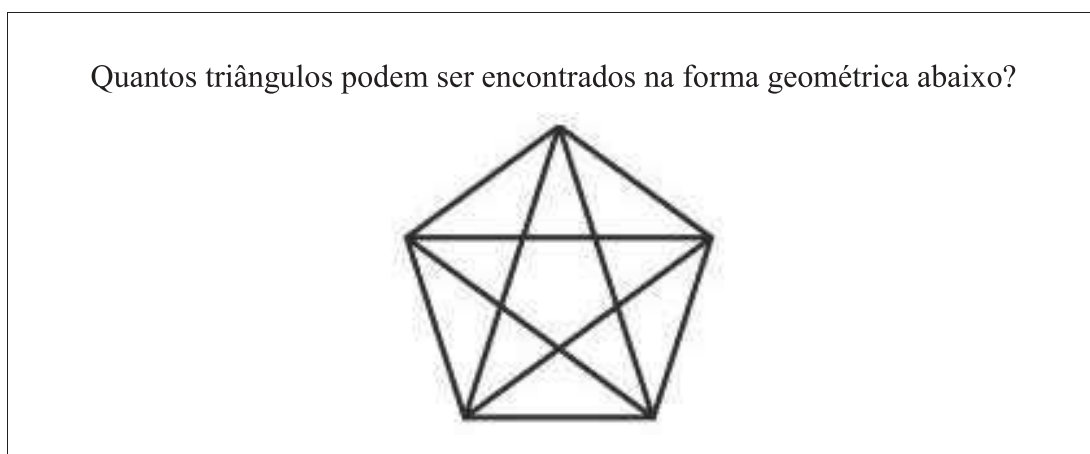


Figura 1: Enunciado do problema

Fonte: Autoria desconhecida

Depois de a professora realizar a leitura do enunciado, a maioria dos discentes respondeu que, no pentágono, havia 10 triângulos (Figura 2). A professora, diante dessa resposta, ‘provocou’ os alunos a raciocinarem matematicamente, de um lado, informando que existiam mais que 10 triângulos na figura, de outro, incentivando-os a identificarem os outros triângulos, à primeira vista, não percebidos.

⁴ Para mais informações sobre os GTD, confira Deodato (2017) e Campos, Souza e Silva (2020).

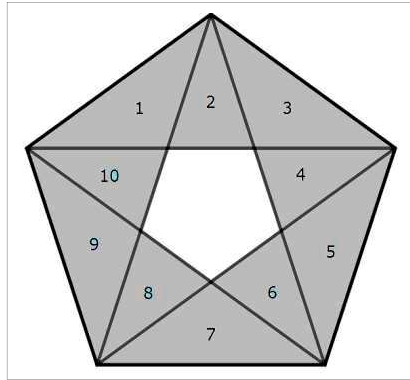


Figura 2: Os dez triângulos
Fonte: Elaborado pelos autores

Ainda nesse momento inicial, alguns estudantes perceberam que era possível identificar triângulos por meio da composição dos dez triângulos indicados na Figura 3. Uma vez realizada a conversa inicial, a professora passou o problema como ‘dever de casa’⁵.

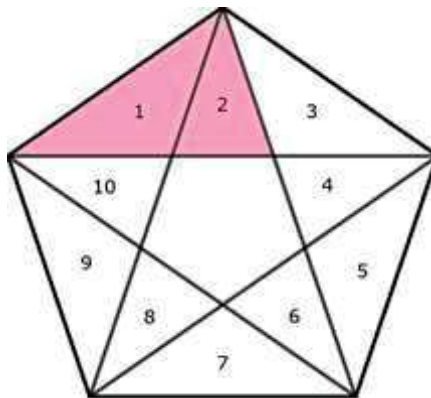


Figura 3: Um dos triângulos que poderiam ser identificados por composição
Fonte: Elaborado pelos autores

2º ato: um convite à comunicação entre pares

Na aula da semana seguinte, os estudantes foram convidados a apresentar as soluções encontradas para seus pares. Nessa ocasião, aqueles que se manifestaram apresentaram quantidades diferentes de triângulos e, no momento da apresentação, foi possível notar que muitos se confundiram e contaram o mesmo triângulo mais de uma vez. Uma primeira tentativa de contornar essa duplicidade na contagem foi percebida em

⁵ Segundo Resende (2012, p.160) os deveres de casa são “*atividades escolares a serem realizadas fora do período de aulas e a utilização do espaço doméstico para esse fim*”.

um registro que eles produziram, no qual o movimento de contornar os triângulos identificados foi evidenciado (Figura 4).

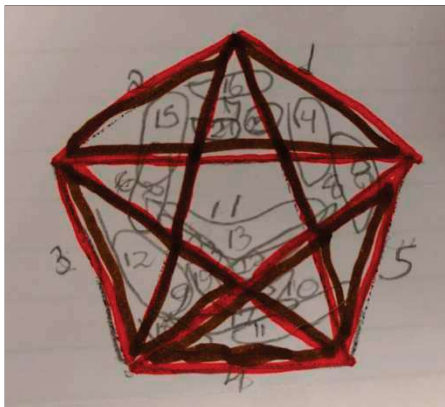


Figura 4: Estratégia de registro realizada pelo estudante Adair⁶

Fonte: Acervo do projeto *Descobridores da Matemática*

A professora, ao perceber as contagens duplicadas e o registro produzido, valorizou a estratégia dos discentes – destacando a importância desse artifício como ajuda para resolver um problema – e recomendou que tentassem produzir registros mais organizados. Segundo ela, tal recomendação, facilitaria a identificação não repetida dos triângulos. Destaca-se, contudo, que a professora optou por não indicar uma estratégia como sendo “*a mais adequada*”.

Sua opção pelo debate trouxe à tona mudanças nos posicionamentos dos estudantes: inicialmente, havia aqueles que continuavam a lançar mão da estratégia de contornar os triângulos, mantendo-se irredutíveis na defesa de que já haviam encontrado a resposta correta. Ao mesmo tempo, a percepção coletiva de que esse movimento de contornar os triângulos acabava por gerar que alguns triângulos fossem contados mais de uma vez ou que alguns triângulos fossem esquecidos pelos alunos, colaborou para, com o tempo, sensibilizá-los para a necessidade de elaborar uma forma de contagem organizada, que evitasse duplicidade ou ausência de triângulos. Essa forma dialógica de construir a resolução do problema possibilitou o compartilhamento coletivo de estratégias individuais, dentre as quais cinco se destacaram na comunicação entre os pares.

A primeira delas sugere que a estudante Hadassa percebeu a necessidade de fazer um tipo de registro que a auxiliasse a não se perder no processo de contagem - figura 5. A discente, de início, desenhou e assinalou os dez triângulos não compostos.

6 Os nomes de todos os estudantes são fictícios.

Posteriormente, sem desenhar todas as diagonais do pentágono, destacou cada triângulo que localizou em determinada posição observada por ela.

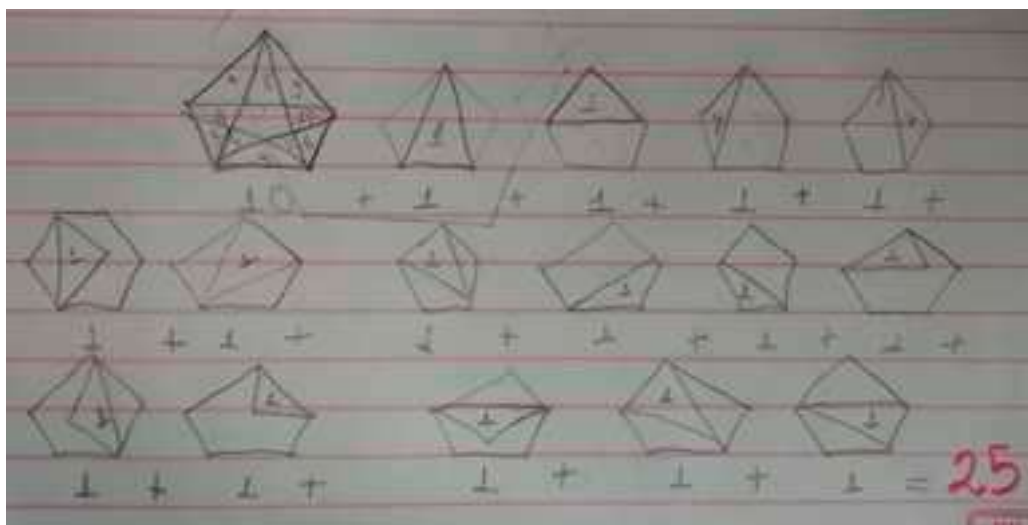


Figura 5: Estratégia de registro realizada pela estudante Hadassa

Fonte: Acervo do projeto *Descobridores da Matemática*

Outra estratégia comunicada foi utilizada pelo estudante Marcos (Figura 6) para auxiliá-lo na identificação dos triângulos. Ele criou quatro grupos de triângulos intitulados: “triângulos pequenos”, “triângulos médios”, “triângulos grandes” e “triângulos gigantes”. Nesse caso, o registro do estudante não mostrou de forma clara qual o critério utilizado para considerar um triângulo “pequeno”, “médio”, “grande” ou “gigante”. Porém, quando questionado, Marcos explicou que os triângulos “pequenos” não eram formados por outras figuras, os “médios” eram formados por duas figuras, os “grandes” por três figuras e os “gigantes” por quatro figuras.

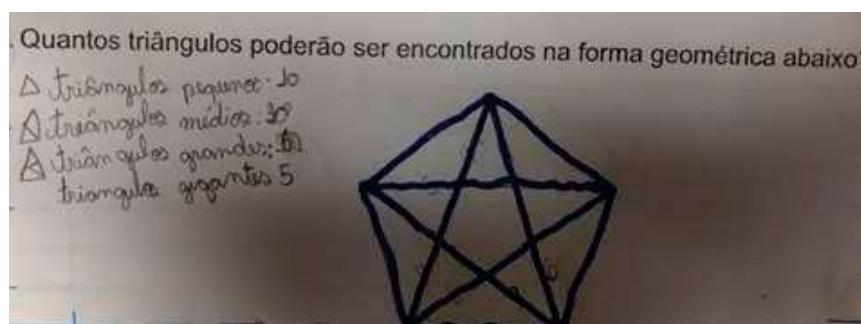


Figura 6: Estratégia de registro realizada pelo estudante Marcos

Fonte: Acervo do projeto *Descobridores da Matemática*

A terceira forma de registro, comunicada por Davi, assemelha-se, a nosso ver, com a anterior, diferenciando-se pelo uso mais enfático da escrita com palavras (Figura 7). Davi não apenas mostrou os agrupamentos realizados, também relatou a necessidade

de rotacionar a folha para visualizar os triângulos e comentou que “foi juntando um triângulo com o outro” nesse movimento de rotação. Como podemos verificar na Figura 7, o estudante organizou os triângulos em três grupos, encontrando o total de trinta e dois.

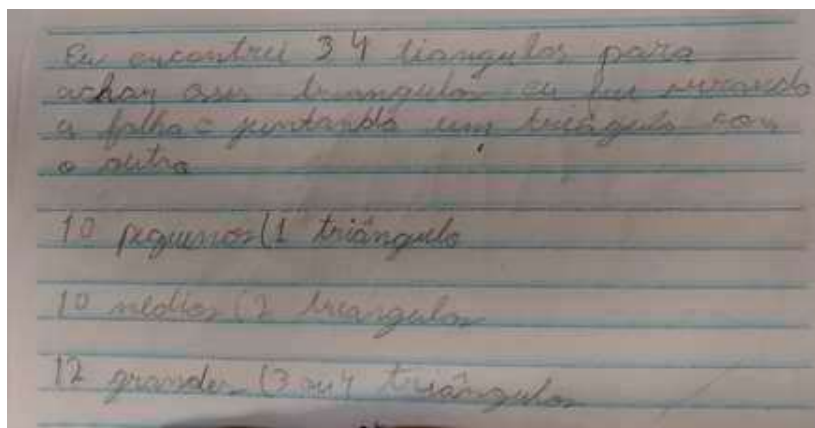


Figura 7: Estratégia de registro realizada pelo estudante Davi⁷

Fonte: Acervo do projeto *Descobridores da Matemática*

A quarta forma de registro, apresentada na Figura 8, mostra que a estudante Helena desenhou treze vezes a figura do enunciado e, no primeiro desenho, considerou os dez triângulos que não eram compostos. No segundo e terceiro desenhos, considerou apenas um triângulo. Já nos demais, Helena pensou em termos de categorias: destacou um dos triângulos e indicou, abaixo de cada desenho, o total de triângulos que pertenciam à categoria considerada.

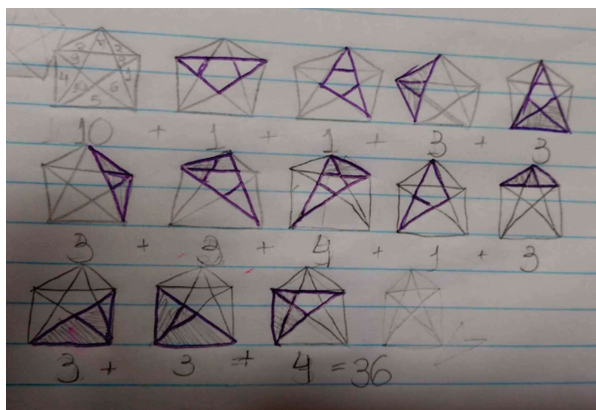


Figura 8: Estratégia de registro realizada pela estudante Helena

Fonte: Acervo do projeto *Descobridores da Matemática*

O quinto e último registro em destaque neste texto (Figura 9) permitiu aos estudantes da turma perceber a estratégia de um discente que localizou sete categorias de

⁷ Cabe destacar que ele escreveu 34, embora tenha registrado 32. Parece-nos que o 34 representa um equívoco ao realizar as somas parciais.

triângulos que, juntas, indicaram um total de trinta triângulos. Matias utilizou texto escrito e fez desenhos para mostrar os triângulos identificados.

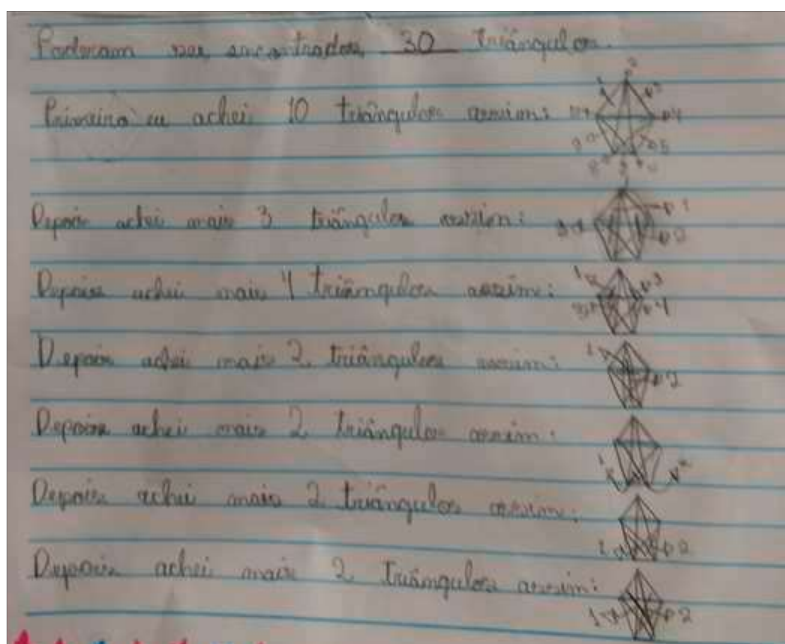


Figura 9: Estratégia de registro realizada pelo estudante Matias

Fonte: Acervo do projeto *Descobridores da Matemática*

Cabe realçar que, durante o compartilhamento das estratégias individuais, percebeu-se que os estudantes ponderaram sobre suas próprias estratégias de resolução e que durante a apreciação da solução apresentada pelos pares, elaboraram explicações sobre o que lhes parecia colaborar ou não para a solução do problema, apoiando-se tanto nos critérios utilizados para fazer os agrupamentos, como nos desenhos que auxiliavam a visualização dos triângulos em questão.

3º ato: quando um coletivo canta junto a solução do problema

Na terceira e última aula destinada à resolução do problema, uma pergunta soava no ar: diante de tantas soluções apresentadas, afinal, quantos triângulos há? Alguns estudantes ainda apresentavam dúvidas sobre a quantidade total de triângulos. No entanto, percebeu-se um aumento no número de estudantes que conseguiram se organizar de forma a encontrar a quantidade esperada.

Nos bastidores dessa aula que encerraria a questão, já era prevista a possibilidade de permanecerem algumas dúvidas. Uma estudante da licenciatura em Matemática, que atuava como monitora nesse GTD, produziu figuras em cartolina, utilizando cores diferentes para representar cada um dos tipos de triângulos. Esse material manipulável

(Figura 10) foi elaborado com o intuito de auxiliar a turma a contar coletivamente o número total de triângulos.



Figura 10: Material manipulável para auxiliar a contagem dos triângulos

Fonte: Acervo do projeto *Descobridores da Matemática*

Assim, após a produção e o compartilhamento de soluções individuais, o uso desse material manipulável possibilitou que o canto em uníssono da contagem dos triângulos ecoasse na sala de aula. Finalmente, com o auxílio dos estudantes, a monitora registrou na lousa o número de 35 triângulos, obtidos a partir de um modo de contar que foi considerado correto por todos os participantes (Figura 11).



Figura 11: Registro final na lousa

Fonte: Acervo do projeto *Descobridores da Matemática*

3. A escolha da luz e os ajustes na iluminação

O espectador atento aos efeitos de sentido e às sensações produzidos por um espetáculo, sabe da importância da iluminação no teatro. A questão é que não só uma boa escolha da luz tem o potencial de fazer crescer a dramaturgia do espetáculo. Temos também que a afinação entre as luzes escolhidas revela contornos muito particulares e característicos dos iluminadores. Assumindo, portanto, esse entendimento, escolhemos,

para iluminar a peça compartilhada, os holofotes da Teoria Histórico-Cultural da Atividade (THCA), que estão afinados com as contribuições daquela que é conhecida como sua terceira geração (ENGSTRÖM E SANNINO, 2010).

As cenas iluminadas por nossa análise compõem, como já mencionado, um grupo de três aulas do GTD Descobridores da Matemática, cuja duração total foi de 120 minutos. Nessas aulas, identificamos uma atividade (AMÂNCIO; DEODATO, 2021) e ao nos debruçarmos sobre o material produzido, flagramos momentos que sugerem que os estudantes começaram a desenvolver ações, como por exemplo, a elaboração de estratégias de registro na direção de satisfazerem uma necessidade comum, qual seja, resolver o problema “Triângulos no Pentágono”.

Mais especificamente, interpretando a proposta sob a ótica do Modelo Triangular de Engeström (2001), consideramos que os estudantes se mostraram sujeitos da atividade que intitulamos de “Resolução do Problema Triângulos no Pentágono”. Nessa atividade, como foi possível notar nos três atos apresentados na seção anterior, a comunidade era composta pela professora e por três monitores do projeto *Descobridores da Matemática*.

Em relação às aulas nas quais caracterizamos essa atividade, ressalta-se que quando a professora fez a pergunta norteadora do problema: “*Quantos triângulos podem ser encontrados na forma geométrica abaixo?*”, os discentes responderam rapidamente - “Dez!”, considerando que já tinham obtido a resposta correta. Contudo, a professora, investida pela autoridade que aquela comunidade nela reconhecia, agiu provocando os estudantes a raciocinarem matematicamente, ao informar que estavam enganados, afirmando: “ - *Existem mais triângulos*”. Essa ação da docente pareceu ter sido um dos fatores que colaborou para a emergência de uma necessidade coletiva naquele grupo de estudantes.

Quando direcionamos o holofote da THCA para essa relação da docente com os estudantes e também quando fazemos o ajuste da iluminação, auxiliados por Engeström e Sannino (2010), percebemos, ao nos debruçarmos sobre a divisão de trabalho, que competiu à professora e aos monitores que participavam do GTD, o papel de organizar as propostas pedagógicas, conduzindo as aulas de forma que os estudantes fossem chamados a compartilhar e refletir sobre as estratégias utilizadas para resolver o problema proposto.

A impressão de que os estudantes começaram a se mobilizar no sentido de satisfazer uma necessidade coletiva se evidenciou quando, na segunda aula, ao recompor a discussão do problema, a professora os encontrou interessados em compartilhar com os pares, com ela e, também, com os monitores do projeto, as ‘novas soluções’ encontradas.

Importa-nos ponderar que reconhecemos que a busca dos discentes por soluções para o problema dos triângulos, nesse momento inicial, explicava-se, em parte, pelo fato de a situação ter ficado como ‘dever de casa’, ou seja, parece plausível supor que se esforçaram para cumprir uma das regras estruturantes daquela comunidade. Cabe acrescentar que consideramos igualmente plausível supor que ‘só’ essa regra não explica os diferentes retornos apresentados pelos estudantes. Consideramos que buscaram soluções porque se sentiram desafiados e compromissados com seus pares *em* – encontrar os ‘triângulos a mais’. Ou ainda, nos termos de Allevato (2005), porque a questão proposta foi, de fato, interpretada pelos discentes como um problema, tanto porque não conheciam os meios necessários para resolvê-la, quanto porque se mostraram interessados.

Tais afirmações sobre a relação dos estudantes com esse problema se sustentam na constatação empírica de que não se intimidaram pelos diferentes números de triângulos que encontraram quando levaram, para sala de aula, soluções parciais desenvolvidas em suas casas, mas ao contrário, começaram a trabalhar juntos para analisar se as diferentes soluções produzidas pelos pares pareciam coerentes.

Ainda sobre essas aulas, cabe ressaltar que quando os estudantes passaram a ponderar coletivamente sobre suas estratégias, os registros elaborados individualmente começaram a ganhar visibilidade. Quando socializaram suas soluções com a turma, perceberam que haviam contado triângulos repetidos, além de não considerar todos os triângulos presentes na figura. Ainda na socialização das soluções, mais especificamente, foi possível notar que identificaram a duplicidade de marcações que fizeram em um dos registros apresentados - figura 04.

Torna-se imperativo destacar que, em detrimento de criticar, ou definir como corretos ou errados, os registros produzidos pelos discentes, pela professora e pelos monitores atuaram de forma que os estudantes percebessem que o uso do registro poderia ser útil, mas que, sobretudo, precisavam pensar em formas de deixá-los suficientemente organizados para não se confundirem no processo de identificação dos triângulos. Destaca-se ainda que não foi definido ‘um’ registro como ‘o’ melhor, mas as aulas foram conduzidas de forma que os estudantes desenvolvessem formas de registro que lhes parecessem mais organizadas e que contribuíssem para a solução coletiva.

Consideramos, pois, que essa troca entre os participantes (alunos, monitores e professora) colaborou para que os alunos se apropriassem dos registros elaborados, transformando-os em “*artefatos de mediação*” (AMÂNCIO; DEODATO, 2021) na

resolução do problema. Torna-se necessário ressaltar que esse processo de apropriação revelou não só uma espécie de ‘apego’ de muitos estudantes ao artefato por eles produzido, mas também que tais discentes resistiram em adequá-lo quando o coletivo apontou nele fragilidades. Todavia, com a insistência dos pares e com pequenas interferências da professora, os discentes foram resistindo cada vez menos a repensarem suas formas de registro e percebendo que outros artefatos possibilitavam melhor identificação das duplicidades e do número maior de triângulos. Além disso, mostraram potencial para ajudá-los a elencar os triângulos identificados. Em outros termos, os discentes foram percebendo, coletivamente, que o aprimoramento dos registros colaborava para que se aproximassem de seu objeto de desejo, ou seja, a solução do problema.

3.1 Foco no registro

Em relação a esse aprimoramento dos registros, alguns destaques parecem-nos importantes. Um primeiro destaque ganhou visibilidade quando comparamos as figuras quatro e cinco. Se, na quarta figura, foi possível perceber que a estratégia de contornar o desenho não possibilitou uma visualização clara de cada triângulo identificado, na quinta figura, a estratégia de desenhar cada um dos triângulos que foi localizado passou a possibilitar a visualização e a identificação de quase todos.

Destacamos ainda, ao compararmos os registros evidenciados nas figuras 4, 6 e 7, que a estratégia de apenas contornar os triângulos que constavam no enunciado do problema figura 4 foi abandonada por alguns estudantes, a partir das trocas de informação coletivas, uma vez que perceberam que, com ela, se perdiam no processo de contagem. Outros estudantes - figuras 6 e 7 - continuaram a fazer os contornos, porém, para diminuir o risco de duplicidade ou esquecimento, criaram categorias. Destaca-se ainda que no registro da figura 7, além das categorias foi explicitado o critério utilizado no agrupamento. Nesse sentido, percebemos um aprimoramento do registro mostrado nas figuras 6 e 7, quando comparado com a figura 4.

Além disso, ao observar os registros desvelados nas figuras 8 e 9, notamos que os estudantes criaram categorias de triângulos e usaram representações visuais dos triângulos de cada categoria. Assim, percebemos que o uso de representações visuais auxiliou na organização da informação em estruturas que favoreceram a busca de uma solução analítica do problema.

Esse aprimoramento dos registros, transformando-os em artefatos mais complexos

(IMPEDOVO; ANDREUCCI; GINESTIÉ, 2017) pareceu evidenciar que os estudantes foram percebendo que a contagem era facilitada quando o registro possibilitava: i) visualizar os triângulos e ii) categorizar os triângulos em grupos, evidenciando o critério utilizado na classificação. Embora aparentemente tal fato tenha sido percebido pelos discentes, explicitamos que não houve um momento em que identificamos o desenvolvimento de um ‘registro ótimo’, ou seja, um registro que os conduzisse ao total dos 35 triângulos, portanto, à solução do problema. Todavia, nos pareceu que, quanto mais o registro se aproximou dessas duas características, mais perto os estudantes chegaram da solução - figura 11.

A solução só foi alcançada na última aula, quando um dos monitores produziu um artefato auxiliar - um material manipulável constituído de um pentágono e de diferentes categorias de triângulos - que, a nosso ver, se somou ao artefato registro, e colaborou para os estudantes, como coletivo, alcançarem o objeto dessa atividade.

4. Fecham-se as cortinas, descortinam-se possibilidades educativas

Quando um espetáculo termina, naquele instante entre o fechamento das cortinas e a reabertura para os aplausos, um misto de pensamentos e emoções toma conta dos espectadores, em um movimento que transita entre a síntese do vivido e a explosão dos sentidos que a obra de arte mobiliza em seus corpos.

Em movimento de síntese do vivido, retomamos o que nos motivou a escrever este capítulo e como o fizemos: tivemos o objetivo de discorrer analiticamente sobre como diferentes formas de registro, utilizadas por estudantes do quinto ano do Ensino Fundamental, poderiam contribuir para a construção da solução de um problema. Para tanto, debruçamo-nos sobre um relatório produzido por monitores do *Descobridores da Matemática*, orientados por uma das autoras deste artigo, no qual havia a solução comentada do problema intitulado ‘Triângulos no Pentágono’ e pequenos movimentos narrativos das aulas dadas. Em seguida, empreendemos uma análise que revelou que os estudantes, por diferentes razões – desafio do problema proposto, intervenções assertivas da professora e dos monitores, ambiente de sala de aula favorável à comunicação de ideias matemáticas – se uniram, dando um sentido coletivo para a busca da solução do problema que envolveu a identificação de triângulos.

Em movimento de explosão de sentidos, compartilhamos algumas reflexões que eclodem de nosso compromisso com a Educação Matemática e com os potenciais leitores deste trabalho: futuros professores. Ao direcionarmos nossa atenção para essa ‘busca’ dos

estudantes por resolverem coletivamente o problema, notamos que os criaram e aperfeiçoaram diferentes tipos de registro. Nesse percurso, fizeram com que os registros avançassem de uma simples estratégia de síntese para um artefato capaz de auxiliá-los a lidar com os percalços que apareceram no processo de resolução – sobretudo, duplicidade ou esquecimento de triângulos, na contagem.

Se, de um lado, foi possível perceber essa ressignificação dos registros, de outro, percebemos que ela não excluiu a demanda por utilizar outros tipos de artefatos, na mediação da relação dos estudantes com a solução do problema. Por exemplo, em certo momento da aula, houve a necessidade de fazer uso de material manipulável como os recortes de cartolinas coloridas, para visualização dos triângulos, na organização final da solução encontrada pelo coletivo de estudantes.

Destacamos, a partir dessa análise, que o registro não foi apenas uma ‘tarefa arbitrária’ imposta pela professora – como temos percebido, muitas vezes, em nossa trajetória como docentes e pesquisadores. A questão é que a resolução do problema demandou o uso do registro e foi facilitada por ele. Portanto, esse passou a ter sentido para os estudantes. Tal fato, a nosso ver, permite afirmar que, caso seja intenção dos professores levar os estudantes a construir um repertório de registros durante a resolução de problemas, é fundamental que sejam planejadas situações que, assim como a apresentada, despertem nos estudantes a necessidade de registrar.

Destacamos, por fim, que um planejamento de situações dessa natureza é uma importante função que o professor pode assumir. Ressaltamos, contudo que não se trata somente de selecionar problemas considerados adequados, mas, sim, de prever a criação de um ambiente em sala de aula que incentive a socialização, a argumentação e a discussão de ideias matemáticas, privilegiando, sempre que possível, as diferentes formas de registros produzidas pelos discentes.

5. Agradecimentos

Agradecemos às contribuições dos licenciandos Luiz Fernando Gomes Silva, Janaína Rodrigues Milhorato Silva e Lamando Pereira Silva Amorim, que participaram do projeto como monitores voluntários durante o ano de 2017. Eles participaram do planejamento e condução das aulas junto aos estudantes do Ensino Fundamental, elaboraram os relatórios sobre o desenvolvimento das aulas, além de produzir os registros fotográficos. Todos os dados que utilizamos neste texto fazem parte do acervo do Projeto *Descobridores da Matemática*.

6. Referências

AMÂNCIO, Roselene Alves; DEODATO, André Augusto. Triângulos no pentágono: diferentes registros para resolver um problema. *Revemop*, v. 3, p.1-19, 2021.

ALLEVATO, Norma Suelly Gomes. *Associando o computador à resolução de problemas fechados: análise de uma experiência*. 2005. 378p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista. Rio Claro.

CAMPOS, Ilaine Silva. *A Divisão do Trabalho no ambiente de aprendizagem de Modelagem Matemática segundo a Educação Matemática Crítica*. 2018. 255p. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte.

CAMPOS, Camila Amorim; SOUZA, Marília Rodrigues Alves de; SILVA, Daniel Jacinto da. Dicionário Científico Ilustrado. *Interfaces-Revista de Extensão da UFMG*, v. 8, p. 133-143, 2020.

COLE, Michael. *Cultural psychology: A once and future discipline*. Cambridge: Harvard University Press, 1996.

COSTA, Jorge Luis. *Atividades docentes de uma professora de Matemática: artefatos mediadores na EaD*. 2016. 214p. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte.

DALTO, Jader Otavio; SANTOS, João Ricardo Viola dos; BURIASCO, Regina Luzia Corio de. Multiplicidades de resoluções de alunos do ensino médio em problemas abertos de matemática. *Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos*, v. 98, n. 248, p. 110-129, 2017.

DAVID, Maria Manuela; TOMAZ, Vanessa Sena; FERREIRA, Maria Cristina Costa. How visual representations participate in algebra classes mathematical activity. *ZDM*, v. 46, n.1, p. 95-107, 2014.

DAVID, Maria Manuela; TOMAZ, Vanessa Sena. The role of visual representations for structuring classroom mathematical activity. *Educational Studies in Mathematics*, v. 80, n.3, p. 413-431, 2012.

DEODATO, A. A. *Articulação entre disciplinas de uma escola de tempo integral: reverberações de um “Grupo de Trabalho Diferenciado (GTD)” nas aulas de Matemática*. 2017. 209p. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte.

DEODATO, A. Experiências no Planejamento da Disciplina Prática do Ensino Médio I. *Revista Brasileira de Ensino de Ciências e Matemática*, v. 3, n. 2, 28 jul. 2020.

ENGESTRÖM, Yrjö.; SANNINO, Annalisa. Studies of expansive learning: Foundations, findings and future challenges. *Educational Research Review*, v. 5, n. 1, p. 1-24, 2010.

ENGESTRÖM, Yrjö. Expansive learning at work: toward an activity theoretical reconceptualization. *Journal of Education and Work*, v.14, n.1, p. 133-156, 2001.

IMPEDOVO, Maria Antonietta; ANDREUCCI, Colette; GINESTIÉ, Jacques. Mediation of Artefacts, Tools and Technical Objects: an international and French perspective. *International Journal of Technology Design Education*, v.27, p.19-30, 2017.

LEONTIEV, Alexei Nikolaevich. *O desenvolvimento do psiquismo. Tradução de Newton Duarte*. Lisboa: Livros Horizonte, 1978.

LOPES, Celi Espasandin. Educação estatística no curso de licenciatura em matemática. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, v. 27, n. 47, p. 901-915, 2013.

LOPES, Anemari Roesler Luersen Vieira; MARCO, Fabiana Fiorezi de. Pesquisa em Educação Matemática e Psicologia Histórico-Cultural: alguns apontamentos. *Educação Matemática Pesquisa*, v. 17, n. 3, p. 456-471, 2015.

RESENDE, Tânia Freitas. Dever de casa, espelho de desigualdades educacionais e sociais. *Educação em Revista*, v. 28, p. 159-184, 2012.

SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, M. I. *Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática*. Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.

SOUSA, Luciana Pereira de. *Contradições na atividade de trabalho das professoras dos anos iniciais em uma escola do estado do Tocantins*. 2020. 210p. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte.

SOUTO, Daise Lago Pereira. *Transformações Expansivas em um curso de Educação Matemática a Distância Online*. 2013. 281p. Tese (Doutorado em Educação) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho. Rio Claro.