

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
Instituto de Ciências Exatas
Programa de Pós-graduação em Física

Lucas Galvão de Jesus

**EVOLUÇÃO DO MOMENTO ANGULAR DE ESTRELAS
DE BAIXA MASSA**

Belo Horizonte
2025

Lucas Galvão de Jesus

EVOLUÇÃO DO MOMENTO ANGULAR DE ESTRELAS DE BAIXA MASSA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física do Instituto de Ciências Exatas da Universidade Federal de Minas Gerais como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ciências.

Orientadora: Silvia Helena Paixão Alencar

Coorientadora: Natália Rezende Landin

Belo Horizonte

2025

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

J58e Jesus, Lucas Galvão de.

Evolução do momento angular de estrelas de baixa massa / Lucas Galvão de Jesus. – 2025.

105 f. : il.

Orientadora: Sílvia Helena Paixão Alencar.

Coorientadora: Natália Rezende Landin.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de Minas Gerais,
Departamento de Física.

Bibliografia: f. 81-89.

1. Estrelas. 2. Estrelas - evolução. 3. Momentos angulares. I. Título. II. Alencar, Sílvia Helena Paixão. III. Landin, Natália Rezende. IV. Universidade Federal de Minas Gerais, Departamento de Física.

CDU – 52 (043)



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

FOLHA DE APROVAÇÃO

A presente dissertação, intitulada "**Evolução do momento angular de estrelas de baixa massa**" de autoria de **LUCAS GALVÃO DE JESUS** submetida à Comissão Examinadora, abaixo-assinada, foi aprovada para obtenção do grau de **MESTRE EM FÍSICA, área de concentração Astrofísica**, em 25 de fevereiro de 2025.

Belo Horizonte, 25 de fevereiro de 2025.

Profa. Sílvia Helena Paixão Alencar
Orientadora do estudante
Departamento de Física/UFMG

Profa. Natália Rezende Landin
Coorientadora do estudante
UFV/Campus Florestal

Prof. Luiz Paulo Ribeiro Vaz
Departamento de Física/UFMG

Profa. Maria Jaqueline Vasconcelos
Departamento de Ciência Exatas/UESC



Documento assinado eletronicamente por **Maria Jaqueline Vasconcelos, Usuário Externo**, em 26/02/2025, às 15:20, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Silvia Helena Paixão Alencar, Professora do Magistério Superior**, em 26/02/2025, às 18:58, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Natália Rezende Landin, Usuário Externo**, em 26/02/2025, às 20:00, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufmg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **4001089** e o código CRC **63C243C9**.

*Dedico esta dissertação a todas as pessoas
que sonharam em alcançar as estrelas do
vasto universo do conhecimento e foram
impossibilitadas por não viverem em
uma sociedade justa e igualitária.*

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus pais, Elaine e Jorge, e ao meu irmão, Davi, pelo incentivo e apoio para continuar até mesmo nos momentos mais difíceis. Agradeço à Bruna pelo amor, companheirismo, apoio e carinho, e por todos os nossos momentos vividos juntos. Às minhas orientadoras, Silvia e Natália, pela excelente orientação que tive desde a graduação, pela atenção e pelo direcionamento dado aos trabalhos desenvolvidos na iniciação científica e no mestrado e pelos conselhos e exemplos que levarei comigo pelo resto da vida.

Sou grato aos amigos que fiz na UFMG durante toda a minha trajetória acadêmica, pelos momentos de descontração e pelas partidas de futebol no CEU. Agradeço também pelas amizades que fiz em minha cidade natal, as quais são muito importantes para mim até hoje. Agradeço a todos os colegas e amigos do Laboratório de Astrofísica da UFMG, com quem compartilhei conversas, momentos de descontração e experiências ao longo dos dias no laboratório, nas viagens para eventos acadêmicos e nas observações do céu.

Sou grato a todos os professores com quem tive contato ao longo da vida e que me incentivaram a seguir estudando. Agradeço, de forma especial, aos docentes do Laboratório de Astrofísica, que contribuíram para minha formação por meio das disciplinas ministradas e dos treinamentos na área.

Agradeço às agências de fomento à pesquisa, CAPES, CNPq e FAPEMIG, que tornaram possível minha dedicação à pesquisa durante a minha trajetória acadêmica.

*“O cruzeiro, que a linda Sofia não quis fitar,
como lhe pedia Rubião, está assaz alto para
não discernir os risos e as lágrimas dos homens.”*

— MACHADO DE ASSIS, *Quincas Borba*.

RESUMO

O estudo da evolução da velocidade angular de estrelas de baixa massa é importante para entender o processo de dínamo estelar, uma vez que a rotação estelar está correlacionada à atividade magnética. Trabalhos recentes indicam que a perda de momento angular das estrelas está conectada ao número de Rossby, Ro , a razão entre o período de rotação e tempo convectivo local. A partir dessa hipótese, investigamos a relação entre o tempo de vida do disco de estrelas de baixa massa, τ_{disk} , e o número de Rossby. De acordo com o mecanismo tradicional de disk-locking, estrelas com idades menores do que τ_{disk} , transferem momento angular para o disco através de torques do campo magnético estelar que conecta a estrela ao disco. Esse fenômeno ocorre durante a fase de contração da estrela, e, aparentemente, um processo compensa o outro, pois a velocidade angular da estrela, Ω , permanece quase constante, $\Omega = \Omega_0$. Quando a idade da estrela supera τ_{disk} , a estrela desacopla-se do disco e sua velocidade angular varia com o tempo. Inicialmente, a diminuição do momento de inércia devido à contração estelar supera a perda de momento angular por ventos e a velocidade angular da estrela aumenta. Mais tarde, quando a estrela se encontra na sequência principal, a sua velocidade angular atinge um valor de saturação, a perda de momento angular através de ventos magnetizados passa então a dominar e a velocidade angular da estrela diminui. Para investigar a relação de Ro e o acoplamento inicial entre a estrela e o disco, consideramos que a estrela encontra-se ligada ao seu disco até que um número de Rossby seja atingido, definido como número de Rossby crítico para o desacoplamento disco-estrela, $Ro_{\text{crit,D}}$. Modelamos a evolução da velocidade angular, partindo de diferentes valores iniciais de velocidade angular e usando distintos valores de τ_{disk} (equivalente a $Ro_{\text{crit,D}}$). Comparamos nossos modelos no plano Ω vs. *idade* da estrela com dados observacionais disponíveis na literatura para estrelas de várias massas de aglomerados de diferentes idades, com o objetivo de determinar uma possível relação entre $Ro_{\text{crit,D}}$ e o tempo que a estrela permanece acoplada ao disco. Os nossos resultados sugerem que o número de Rossby crítico decai com a idade no intervalo de massa analisado (de 0,1 a 1,5 M_{\odot}). Além disso, os resultados indicam que estrelas de menor massa possuem maiores valores de $Ro_{\text{crit,D}}$ e menores valores de tempo de vida do disco do que as estrelas de maior massa da nossa amostra. Essa relação foi observada para estrelas definidas como rotadores lentos, medianos e rápidos. A tendência de aumento do tempo de disco com a massa da estrela está em concordância com os resultados descritos na literatura para rotadores lentos e medianos.

Palavras-chave: Rotação, Evolução estelar, Estrelas de baixa massa, Momento angular.

ABSTRACT

The study of the evolution of the angular velocity of low-mass stars is important to understand the stellar dynamo process, since it is correlated with magnetic activity. Recent works indicate that the angular momentum loss of low-mass stars is connected to the Rossby number, Ro , the ratio between the rotation period and the local convective turnover time. Based on this, we investigated the relation between the disk lifetime of young stars, τ_{disk} , and the Rossby number. According to the traditional disk-locking mechanism, stars with ages smaller than τ_{disk} , transfer angular momentum to the disk by torquing the stellar magnetic field that connects the star to the disk. This phenomenon occurs during the contraction phase of the star, and apparently one process compensates for the other, since the angular velocity of the star, Ω , remains almost constant, $\Omega = \Omega_0$. When the stellar age becomes larger than τ_{disk} , the star decouples from the disk and its angular velocity varies with time. Initially, the decrease in the moment of inertia due to stellar contraction outweighs the loss of angular momentum through winds and the angular velocity of the star increases. Later, when the star is on the main sequence, its angular velocity reaches a saturation value, the loss of angular momentum through magnetized winds then dominates and the angular velocity of the star's decreases. To investigate the relationship between Ro and the initial coupling between the star and the disk, we consider that the star is connected to its disk until a Rossby number is reached, defined as the critical Rossby number for disk-star decoupling, $Ro_{\text{crit,D}}$. We modeled the evolution of the angular velocity, starting from different initial values of the stellar angular velocity and using different values of τ_{disk} (equivalent to $Ro_{\text{crit,D}}$). We compared our models in the Ω vs. *age* plane of the star with observational data available in the literature for stars of various cluster masses of different ages, with the aim of determining a possible relationship between $Ro_{\text{crit,D}}$ and the time the star remains coupled to the disk. Our results suggest that the critical Rossby number decreases with age in the mass range analyzed (from 0.1 to 1.5 M_{\odot}). In addition, the results indicate that lower mass stars have higher $Ro_{\text{crit,D}}$ values and lower disk lifetime values than the higher mass stars in our sample. This relationship was observed for stars defined as slow, medium and fast rotators. The tendency for the disk lifetime to increase with the mass of the star is in line with the results described in the literature for slow and medium rotators.

Keywords: Rotation, Estellar evolution, Low-mass stars, Angular momentum.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

| | |
|--|----|
| Figura 1 – Uma Feira de Gelo no Tâmisia em Temple Stairs (1684 - tradução livre), por Abraham Hondius (1625-1695) | 15 |
| Figura 2 – Relato em mandarim escrito em 1618 pelo historiador Qian Tan. | 16 |
| Figura 3 – Relato em mandarim e esboço de manchas solares evidenciando a classificação de dois diferentes tipos de configurações observadas. | 17 |
| Figura 4 – Relatos de avistamento de manchas solares de Johannes Kepler. | 18 |
| Figura 5 – Granulações na superfície do Sol. | 19 |
| Figura 6 – Representação do campo magnético e mancha solar. | 20 |
| Figura 7 – Regiões características das manchas solares. | 21 |
| Figura 8 – Diagrama de borboleta para o Sol. | 22 |
| Figura 9 – Taxa de rotação em função da direção radial interna do Sol. | 24 |
| Figura 10 – Curvas de luz de estrelas jovens do aglomerado NGC 2264. | 25 |
| Figura 11 – Emissão em CaII, abundância de lítio e velocidade de rotação em função da idade. | 26 |
| Figura 12 – Registro de 2 de dezembro de 2002 de uma grande ejeção de massa coronal. | 28 |
| Figura 13 – Aurora avistada perto de Frankfurt, Alemanha, em maio de 2024. | 29 |
| Figura 14 – Região de formação estelar denominada Henize 206, localizada na Grande Nuvem de Magalhães. | 31 |
| Figura 15 – Classes de objetos estelares e fluxos emitidos em função do comprimento de onda. | 32 |
| Figura 16 – Imagem da Nebulosa da Serpente. | 33 |
| Figura 17 – Representação da interação entre uma protoestrela e o seu disco de gás e poeira. | 34 |
| Figura 18 – Velocidade angular em função da idade para estrelas de massa solar. | 36 |
| Figura 19 – Diagrama HR. | 37 |
| Figura 20 – Representação da estrutura estelar na sequência principal. | 40 |
| Figura 21 – Efeito da rotação estelar na massa do envelope convectivo da estrela, em função da idade. | 44 |
| Figura 22 – Efeito da rotação estelar no momento de inércia da estrela em função da idade. | 45 |
| Figura 23 – Representação dos efeitos Ω e α | 47 |
| Figura 24 – Luminosidade em raios-X em função do número de Rossby. | 50 |
| Figura 25 – Evolução do raio e momento de inércia de uma estrela de $1 M_{\odot}$ em função do logaritmo da idade determinados pelo código ATON. | 60 |

| | |
|---|-----|
| Figura 26 – Derivadas temporais do momento de inércia, momento angular e velocidade angular de uma estrela de $1 M_{\odot}$ em função do logaritmo da idade, para diferentes períodos de rotação iniciais. | 61 |
| Figura 27 – Evolução da velocidade angular de uma estrela de $1M_{\odot}$, em função do logaritmo da idade, calculada através do método de Runge-Kutta, utilizando parâmetros estelares fornecidos pelo código ATON. | 62 |
| Figura 28 – Evolução temporal da velocidade angular, evidenciando as partes da equação da perda de momento angular, considerando uma estrela de $1 M_{\odot}$ | 63 |
| Figura 29 – Representação de como a evolução da velocidade angular de uma estrela de $1 M_{\odot}$ é influenciada pelos parâmetros Ω_{sat} , K_{sk} e K_{mm} | 65 |
| Figura 30 – Velocidade angular de estrelas em diferentes aglomerados em função da idade. | 67 |
| Figura 31 – Histograma da distribuição de idade dos aglomerados listados na Fig. 30. | 68 |
| Figura 32 – Velocidade angular de estrelas em diversos aglomerados em função da idade média do aglomerado. | 70 |
| Figura 33 – Velocidade angular da estrela, em função da idade, para diferentes faixas de massa. | 72 |
| Figura 34 – Evolução de momento angular para rotadores lentos em função da idade. | 73 |
| Figura 35 – Número de Rossby crítico em função do período de rotação inicial. . . | 74 |
| Figura 36 – Número de Rossby crítico em função da massa estelar considerada no modelo. | 75 |
| Figura 37 – Número de Rossby crítico em função da idade. | 76 |
| Figura 38 – Número de Rossby crítico em função da idade separado por regime de rotação. | 76 |
| Figura 39 – Número de Rossby crítico e tempo convectivo em função da idade, mapeados em relação às massas das estrelas | 77 |
| Figura 40 – Espaço de parâmetros de τ_{disk} e P_0 analisados pelo método de Monte Carlo via Cadeias de Markov. | 100 |
| Figura 41 – Efeitos na curva de evolução do período de rotação variando P_0 e τ_{disk} . | 101 |

LISTA DE TABELAS

| | |
|---|----|
| Tabela 1 – Tempo de contração durante a fase de pré-sequência principal para diferentes massas estelares. | 38 |
| Tabela 2 – Períodos de rotação inicial e tempo de disco calculados por Gallet e Bouvier (2015) para rotadores lentos, medianos e rápidos. | 55 |
| Tabela 3 – Dados dos aglomerados analisados neste trabalho. | 69 |
| Tabela 4 – Valores mais prováveis do período inicial (P_0) e do tempo de disco (τ_{disk}) obtidos através do método MCMC para rotadores lentos, medianos e rápidos. | 71 |

SUMÁRIO

| | | |
|------------|---|-----------|
| 1 | INTRODUÇÃO | 15 |
| 1.1 | Reconstrução do histórico de atividade magnética solar | 15 |
| 1.2 | Manchas solares | 19 |
| 1.2.1 | Manchas solares e o período de rotação do Sol | 22 |
| 1.3 | Determinação do período de rotação das estrelas e evolução da velocidade angular | 24 |
| 1.4 | Outras manifestações de atividade magnética | 26 |
| 2 | ROTAÇÃO NO CONTEXTO DA FORMAÇÃO E EVOLUÇÃO ESTELAR | 30 |
| 2.1 | Etapas da formação estelar | 30 |
| 2.2 | Diagrama de Hertzsprung-Russell | 36 |
| 2.3 | Estrutura interna das estrelas | 39 |
| 2.4 | Ventos estelares | 40 |
| 3 | ROTAÇÃO ESTELAR | 43 |
| 3.1 | Efeitos da rotação nas estrelas | 44 |
| 3.2 | Conexão entre a rotação estelar e a atividade magnética | 45 |
| 3.2.1 | Atividade magnética e número de Rossby - uma evidência observacional da relação rotação-atividade magnética | 48 |
| 4 | EVOLUÇÃO DO MOMENTO ANGULAR | 51 |
| 5 | CÓDIGO DE ESTRUTURA E EVOLUÇÃO ESTELAR | 58 |
| 5.1 | Solução numérica da equação do momento angular, utilizando parâmetros fornecidos pelo código ATON | 59 |
| 6 | ANÁLISE DA RELAÇÃO ENTRE O PROCESSO DE <i>DISK-LOCKING</i> E O NÚMERO DE ROSSBY | 66 |
| 6.1 | Dados observacionais de aglomerados | 66 |
| 6.2 | Investigando a relação entre o tempo de disco e o número de Rossby | 69 |
| 7 | DISCUSSÕES E CONCLUSÕES | 78 |
| | Referências | 81 |

| | | |
|-------|---|-----------|
| | APÊNDICES | 90 |
| | APÊNDICE A – RELAÇÃO DE BENNETT | 91 |
| | APÊNDICE B – EQUAÇÃO DE INDUÇÃO DE UM FLUIDO CAR- REGADO | 93 |
| | APÊNDICE C – CÓDIGOS | 95 |
| C.0.1 | Solução da equação do momento angular | 95 |
| C.0.2 | Monte Carlo via Cadeias de Markov - MCMC | 97 |

1 INTRODUÇÃO

O fluxo de campos magnéticos na região externa do Sol inibe a convecção, meio pelo qual o calor é transportado do interior do Sol até as camadas mais externas da nossa estrela. Isso resulta no aparecimento de manchas, que correspondem a regiões frias e escuras na superfície solar. Entretanto, manchas escuras não são a única manifestação de atividade magnética no Sol. Há também fenômenos como ventos solares (isto é, ejeção de matéria), explosões solares e emissões em raios-X, $H\alpha$ e $CaII$. A atividade magnética varia através dos anos e busca-se determinar ciclos de atividade solar. Um dos ciclos conhecidos, no qual ocorre a variação da aparição de manchas solares, possui uma periodicidade de 11 anos. Atualmente desenvolvem-se estudos, tanto teóricos, que simulam o Sol, como de campo, que estudam eras glaciais na Terra, para determinar períodos maiores de atividade magnética da nossa estrela.

1.1 Reconstrução do histórico de atividade magnética solar



Figura 1 – Uma Feira de Gelo no Tâmbisa em Temple Stairs (1684 - tradução livre), por Abraham Hondius (1625-1695). Nessa pintura do pintor holandês A. Hondius, pessoas, comércio e animais são retratados em cima do rio Tâmbisa congelado, devido ao inverno intenso.

Um dos períodos de mínima atividade solar é o chamado mínimo de Maunder, que compreende os anos 1645 a 1715. Durante esse período de aproximadamente 70 anos, o

número de manchas solares foi reduzido e a Terra registrou valores mínimos de temperatura. Muitas pinturas dessa época ilustram a sociedade convivendo com o frio extremo que perdurava durante esse período, como na Fig. 1, onde o pintor Abraham Hondius (1625-1695) retrata o rio Tâmisia congelado. Com o objetivo de entender melhor a atividade magnética solar, o histórico do número de manchas solares é reconstruído buscando-se relatos antigos de diversas culturas. Algumas dessas observações foram realizadas diretamente, mediante condições climáticas favoráveis a essa prática, ou utilizando projeções do Sol (Wang e Li, 2022). Um exemplo de relato de observação de manchas solares é apresentado na Fig. 2. Na imagem, a região sombreada em cinza do escrito em mandarim antigo diz: “em 22 de maio objetos escuros lutavam no Sol”.

罪其可勝誅乎
 談遷曰冒頊之報東胡阿骨打之報契丹脩慈釋憾今於
 建州見之然方其少孤非李成梁收養安有今日漢金日
 磬本休屠王太子輸漢廷收馬復墮不追痛先人乎亦感
 收養之舊德効忠朝廷也心揣焉稱兵翹祖父以為兵端
 猶連金之攻智耶
 丁巳日中黑闕
 前寧夏總兵官右都督李如栢為征「前將軍總兵官鎮守
 遼東諸文武大臣薦之也

Figura 2 – Relato em mandarim escrito em 1618 pelo historiador Qian Tan. Deduz-se que o relato foi escrito pelo próprio historiador em Haining. A parte sombreada relata o avistamento de manchas solares no Sol, descritas como “objetos escuros”. Essas manchas solares encontravam-se visíveis em 22 de maio de 1618. Fonte: Wang e Li (2022).

Alguns desses trabalhos ajudaram, por exemplo, a definir o ano em que o Sol começou a apresentar uma redução da sua atividade magnética, precedendo o mínimo de Maunder (Wang e Li, 2022). Em contrapartida, a tradução desses textos apresenta uma dificuldade considerável, uma vez que foram escritos em línguas antigas. Certos manuscritos antigos mencionam também a diferença do formato e aparência das manchas observadas no Sol. A Fig. 3 apresenta dois relatos que distinguem o formato das manchas solares vistas a olho nu. Na Fig. 3a elas são classificadas como “vapores escuros” e na Fig. 3b como “manchas escuras” (Wang e Li, 2022).

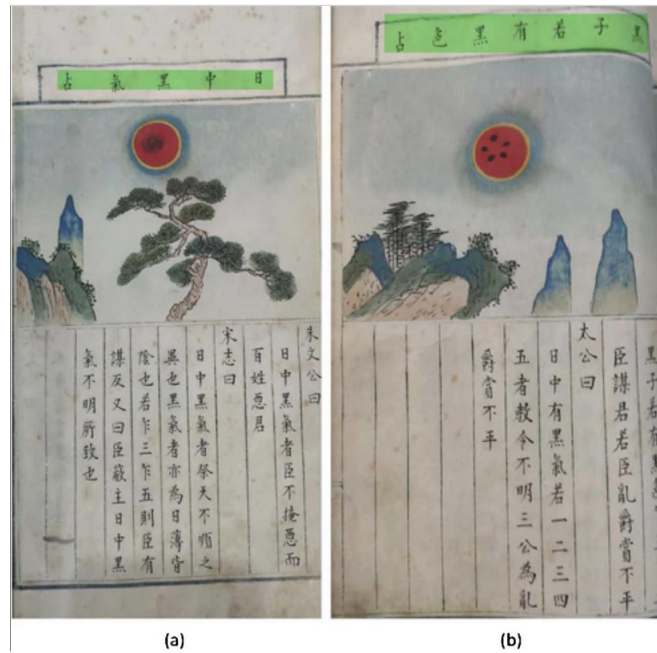


Figura 3 – Relato em mandarim e esboço de manchas solares evidenciando a classificação de dois diferentes tipos de configurações observadas, “vapores” escuros (a) e manchas escuras (b). Wang e Li (2022) apontam que esses dois tipos de classificações eram comuns na China no século 17, difundidas entre os astrônomos chineses através de um livro de grande circulação entre a comunidade astronômica chinesa. Fonte: Wang e Li (2022).

Com o surgimento e aprimoramento dos telescópios nos séculos XVI e XVII, registraram-se cada vez mais observações de manchas solares, sendo o compilado de cartas de Galileu Galilei (1564-1642), “Cartas sobre as manchas solares”, um dos mais famosos desse período. Nesse trabalho publicado em 1613, Galileu defendia que as manchas solares encontravam-se na superfície do Sol, portanto não eram sombras projetadas por objetos que se encontravam entre nós e a nossa estrela, argumento defendido pelo astrônomo jesuíta Christoph Scheiner (1575-1650). Além disso, em “Cartas sobre as manchas solares”, Galileu defende que a variação longitudinal das manchas solares deve-se ao fato do Sol possuir uma velocidade de rotação (Mitchell, 1916).

Johannes Kepler (1571 - 1630) observou manchas escuras na superfície solar, mas acreditou que estava presenciando a passagem de Mercúrio na frente do Sol. Conforme analisado por Hayakawa et al. (2024), os registros apresentados na Fig. 4 teriam sido escritos no ano de 1607. Como o desenho retrata as manchas em latitudes mais altas quando comparados aos relatos feitos alguns anos depois por outros observadores, Hayakawa et al. (2024) sugerem que Kepler se deparou com manchas solares do ciclo de atividade solar imediatamente anterior ao que se deduz ter começado por volta de 1610. Como mostrado na Fig. 8, ao fim do ciclo de atividade magnética, as manchas são encontradas majoritariamente em baixas latitudes. Kepler realizou essas observações através de uma

câmara escura, como a esquematizada em seus trabalhos e apresentada na Fig. 4.

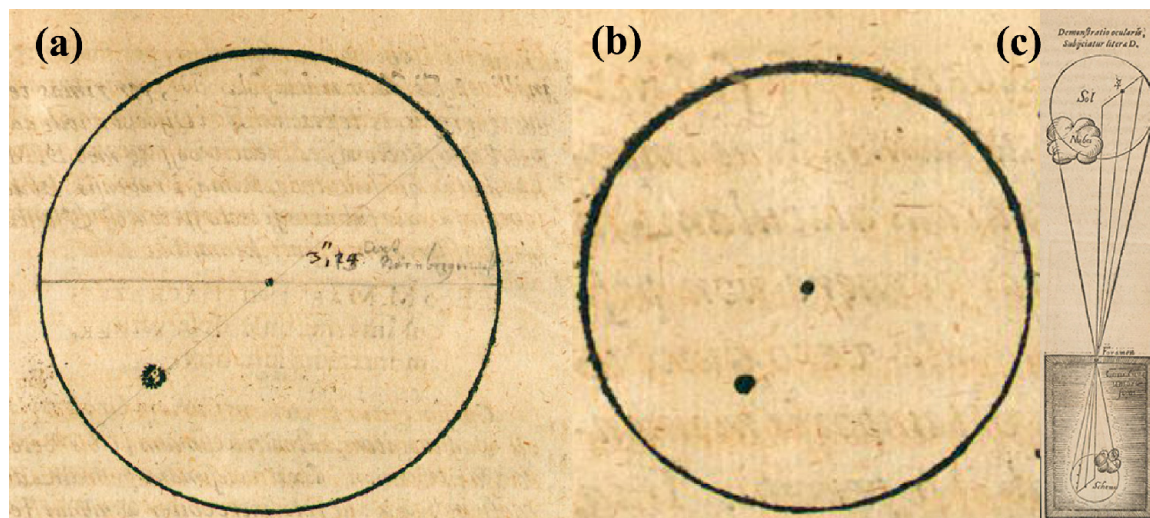


Figura 4 – Relatos de avistamento de manchas solares de Johannes Kepler. Fonte: Hayakawa et al. (2024).

Com o atual nível de tecnologia de telescópios é possível identificar, por exemplo, estruturas na superfície do Sol, como as granulações apresentadas na Fig. 5. Essas granulações¹ estão localizadas na fotosfera solar e são resultado do movimento convectivo do material localizado em sua camada superficial. Esse movimento convectivo confere à superfície solar uma imagem semelhante à da água em ebulição. As linhas escuras na Fig. 5, que dão formas às células, representam o fluido movendo-se para baixo, em direção ao interior solar, enquanto as regiões claras, em amarelo, estão associadas aos movimentos ascendentes de matéria (Schrijver e Zwaan, 2000).

Quando determinamos a velocidade de rotação do Sol a partir de manchas pequenas e de vida curta, obtemos valores consideravelmente maiores do que quando consideramos manchas grandes e de maior tempo de vida. Schrijver e Zwaan (2000) defendem que o primeiro tipo de mancha é mais suscetível aos movimentos convectivos observados na superfície solar. Em contrapartida, o período de rotação obtido através de manchas maiores e de longa duração descreveria melhor a velocidade da superfície solar como um todo, dado que regiões ativas maiores estariam atreladas a regiões mais profundas da camada convectiva.

¹ Uma célula típica que compõe essas estruturas possui raio da ordem de 10^3 km. Existem também outras estruturas maiores, chamadas de supergranulações, importantes para o estudo de campos magnéticos de larga escala no Sol. As supergranulações possuem células de diâmetros que variam de 10^4 a 4×10^4 km (Schrijver e Zwaan, 2000).

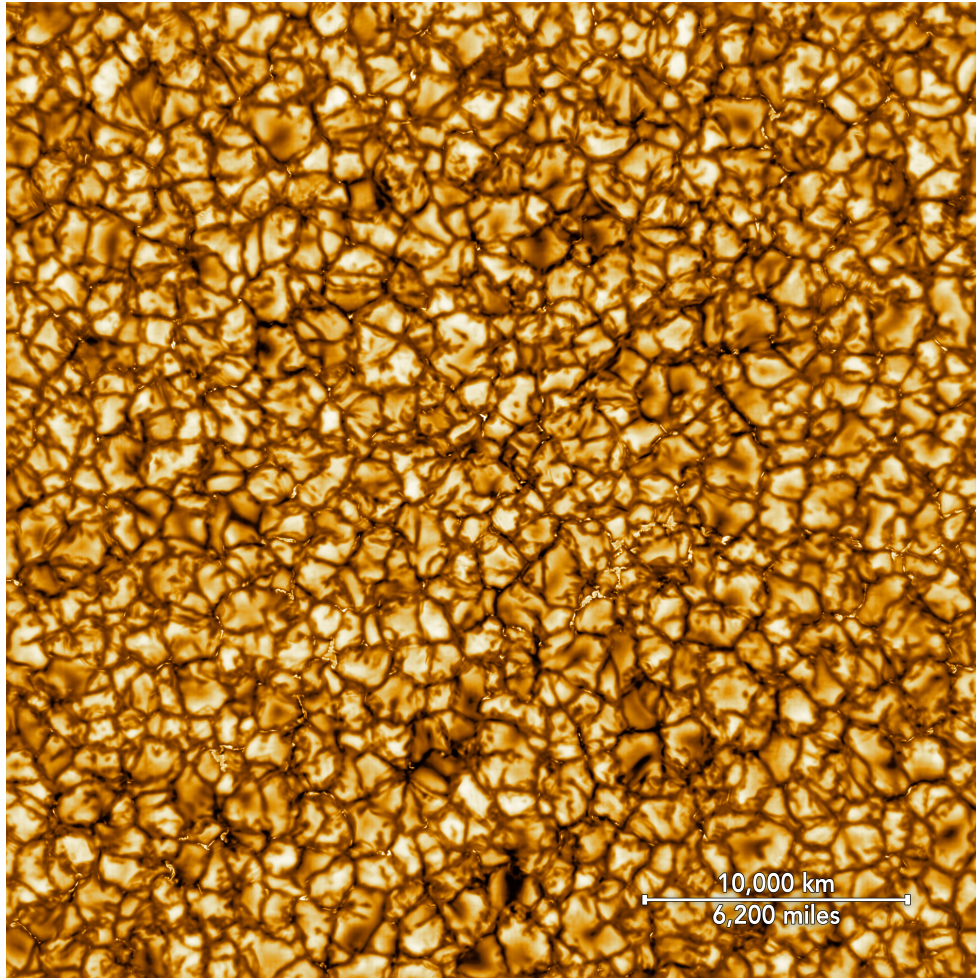


Figura 5 – Granulações na superfície do Sol. A estrutura observada deve-se aos movimentos convectivos da superfície solar. Créditos: NSO/NSF/AURA.

1.2 Manchas solares

As manchas solares são observadas há muito tempo pela humanidade, mas a compreensão sobre a sua natureza é recente. Hale (1908) é considerado um dos trabalhos pioneiros ao investigar a relação entre manchas solares e campos magnéticos. Para sugerir a conexão entre esses dois fenômenos, George Hale analisou espectros das manchas solares e notou a presença do desdobramento de linhas espectrais gerado por campos magnéticos importantes nas manchas (também chamado de desdobramento Zeeman). Os campos magnéticos nas manchas solares são capazes de ultrapassar 3×10^3 G (Nelson e Medeiros, 2013). A título de comparação, os campos magnéticos terrestres e de estrelas pulsares podem chegar a 0,6 G e 10^{12} G, respectivamente.

A descrição quantitativa desse fenômeno demanda a utilização da magnetohidrodinâmica. Podemos considerar um fluxo magnético tubular e vertical em relação à fotosfera (Viana, 2023). Fora do tubo, o campo magnético é igual a 0, como apresentado na Fig.

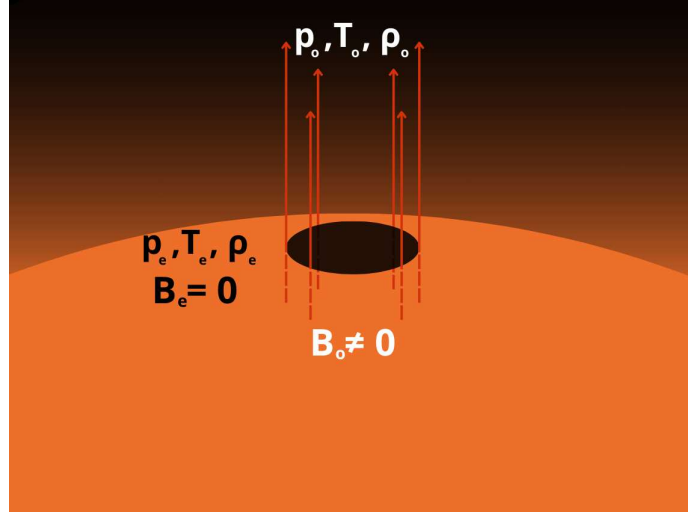


Figura 6 – Representação do campo magnético e mancha solar. As setas vermelhas indicam o sentido e direção do campo magnético na superfície solar. Dentro do cilindro delimitado pela mancha solar, o campo magnético não é nulo e a pressão, temperatura e densidade são representadas por p_0 , T_0 e ρ_0 , respectivamente. Fora dessa região, o campo magnético é nulo e a pressão, temperatura e densidade são representadas por p_e , T_e e ρ_e , respectivamente.

6, na qual p_e , T_e e ρ_e e p_0 , T_0 e ρ_0 representam a pressão, a temperatura e a densidade do plasma solar fora e dentro do tubo de linhas de campo magnético, respectivamente. Como as manchas solares são estáveis por dias, podemos considerar esse um problema de equilíbrio em magnetohidrodinâmica. Portanto, a equação para o campo magnético com simetria cilíndrica nessa situação de equilíbrio será dada pela relação de Bennett (equação A.14, discutida e demonstrada no Apêndice A):

$$\frac{d}{dr} \left(\frac{B_z^2}{2\mu_0} + p \right) = 0, \quad (1.1)$$

onde r é a coordenada radial no sistema cilíndrico, μ_0 é a permissividade do meio, B_z o campo magnético (dada a simetria do problema, consideramos que a componente não nula é apenas a do eixo z , perpendicular à superfície do Sol) e p é a pressão do gás. Fazendo a integração de dentro (onde $B_z = B_0$ e $p = p_0$) para fora do tubo ($B = 0$ e $p = p_e$), temos:

$$\frac{B_0^2}{2\mu_0} + p_0 - p_e = 0. \quad (1.2)$$

Uma vez que a pressão é função da densidade ($p = k_B \rho T / m$, de acordo com a aproximação de gás ideal, sendo k_B a constante de Boltzman, ρ a densidade do meio, T a temperatura e m a massa do gás), temos:

$$\frac{\rho_0 T_0}{\rho_e T_e} = 1 - \frac{B_0^2}{2\mu_0 p_e}. \quad (1.3)$$

Para uma simplificação da atmosfera solar, onde a densidade é constante na região próxima à fotosfera, podemos considerar $\rho_0 \approx \rho_e$, então teremos

$$\frac{T_0}{T_e} = 1 - \frac{B_0^2}{2\mu_0 p_e}. \quad (1.4)$$

Como o segundo termo do lado direito da equação 1.4 será sempre positivo, então a temperatura dentro da região onde há campo magnético (T_0) será sempre menor do que a temperatura externa T_e . Embora a aproximação e simplificação do formato das manchas solares proporcionem esse estudo quantitativo, essas regiões podem assumir diversos formatos. Além disso, as manchas exibem uma estrutura dividida em duas regiões distintas, a umbra e a penumbra, como mostrado na Fig. 7.

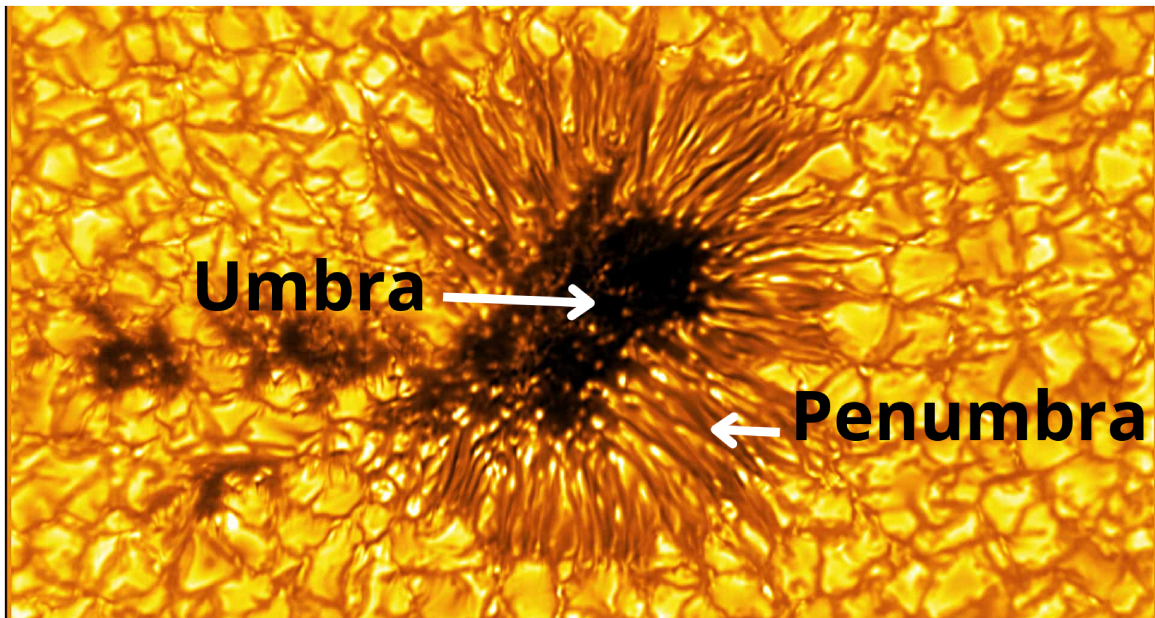


Figura 7 – Regiões características das manchas solares. A imagem foi capturada com o Inouye Solar Telescope. Créditos: NSO/AURA/NSF.

As manchas solares variam não só em função do tempo, mas também em função da latitude do Sol onde são observadas. Quando analisamos o local do aparecimento de manchas (latitude) em função do tempo, percebemos um padrão em formato de borboleta, como apresentado na Fig. 8. Devido a essa semelhança, o gráfico que evidencia esse padrão, descoberto inicialmente por Maunder (1904), recebe o nome de diagrama de borboleta. Além de revelar o padrão cíclico da atividade magnética, uma vez que as “borboletas” aparecem após um período de aproximadamente 11 anos, percebe-se também que há uma tendência de formação de manchas solares em latitudes menores do que 40° , norte ou sul. Vale ressaltar que, nesse período de 11 anos, o sentido do campo magnético é alterado (ver Subsec. 3.2). Portanto, um ciclo completo de atividade magnética solar possui aproximadamente 22 anos. Além disso, verifica-se através do gráfico que, no início do

ciclo de aparecimento das manchas solares, as manchas aparecem predominantemente em maiores latitudes e, posteriormente, as regiões de surgimento movem-se em direção ao equador. Os dados que compõem o gráfico da Fig. 8 começaram a ser coletados em maio de 1874 pelo Observatório Real de Greenwich (RGO) e posteriormente pela Força Aérea dos Estados Unidos (USAF) e pela Administração Nacional Oceânica e Atmosférica dos Estados Unidos (NOAA).

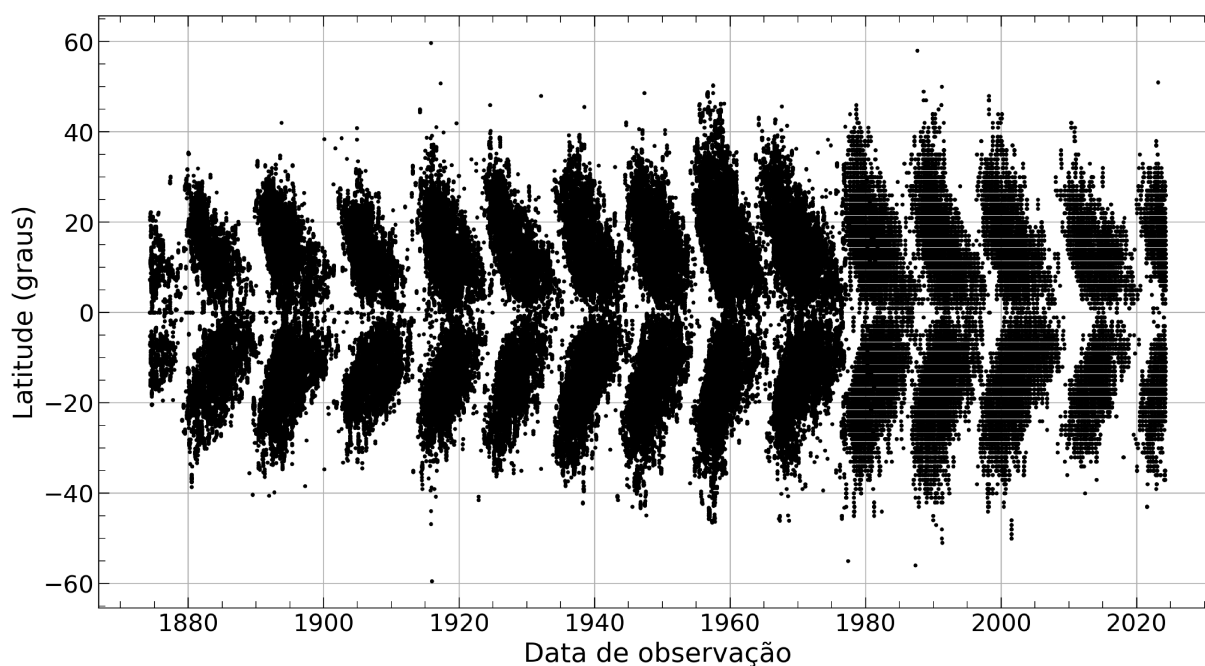


Figura 8 – Diagrama de borboleta para o Sol, onde temos a latitude (positiva para o hemisfério norte e negativa para o hemisfério sul) em função da data em que foi registrada a mancha solar. No gráfico, é possível ver que a formação de manchas em função do tempo é um fenômeno cíclico. Vemos também que, no início de cada ciclo de atividade solar, as manchas aparecem em maiores valores do módulo da latitude e, através dos anos, tendem a se formar em regiões mais próximas do equador. O gráfico foi feito utilizando os dados do Observatório Real de Greenwich (RGO), da Força Aérea dos Estados Unidos (USAF) e da Administração Nacional Oceânica e Atmosférica dos Estados Unidos (NOAA), disponibilizados pelo site Solar Cycle Science e que contempla o período de maio de 1874 a abril de 2024.

1.2.1 Manchas solares e o período de rotação do Sol

Uma vez admitido que as manchas encontravam-se na superfície solar, buscou-se então determinar o período de rotação do Sol. Analisando manchas solares de novembro de 1853 a março de 1861, Carrington (1863) estimou um valor de aproximadamente 27 dias para a rotação solar, o que equivale a aproximadamente 14° por dia. Além do estudo desse fenômeno, é possível determinar a velocidade de rotação do Sol através de duas outras

formas (Schrijver e Zwaan, 2000): uma delas consiste em considerar o desvio Doppler causado pelo movimento de rotação (dado que um lado do Sol encontra-se “vindo em nossa direção”, enquanto o outro lado está “se afastando”), e a outra maneira é através da heliosismologia, isto é, o estudo da propagação de ondas sonoras no interior solar. Essas ondas observadas na superfície carregam informações sobre regiões internas do Sol e tornam possível determinar o gradiente de velocidade do interior solar, como mostrado na Fig. 9. Essa técnica pode ser complementada com medições de interferometria, que ajudam a estudar a rotação em camadas superiores como a baixa fotosfera (Faurobert et al., 2023).

A velocidade angular do Sol, Ω , varia conforme a latitude θ e a distância r do seu centro. Dizemos então que a rotação solar é diferencial. Para a superfície do Sol ($r = R_{\odot}$, onde R_{\odot} é o raio solar), a rotação diferencial pode ser descrita apenas em termos de θ . Conforme apresentado por Schrijver e Zwaan (2000), uma expressão usualmente utilizada para descrever essa dependência é:

$$\Omega(\theta) = A + B \sin^2 \theta + C \sin^4 \theta, \quad (1.5)$$

onde as constantes A , B , e C são determinadas a partir de dados observacionais. Valores típicos são $A \sim 14$, $B \sim -3$ até $-1,5$, $C \sim -2,6$ até $-1,3$ (Schrijver e Zwaan, 2000). Dado o comportamento de $\Omega(\theta)$ superficial descrito pela relação 1.5, conclui-se que a velocidade angular é máxima no equador, ou seja, quando a latitude é igual a 0° . Para regiões no interior solar, o comportamento da velocidade angular pode ser desvendado lançando mão da heliosismologia. Esse tipo de análise expressa as ondas acústicas através de harmônicos esféricos, Y_{lm} , onde l e m são o grau e ordem da função harmônica, respectivamente. Baixos modos de l fornecem informações sobre camadas abaixo do envelope convectivo, ao passo que altos modos de l revelam características de camadas superiores. Dados obtidos através do estudo de ondas acústicas sugerem que o interior radiativo gira como um corpo rígido, enquanto o comportamento diferencial de Ω mantém-se em toda a camada convectiva (Schrijver e Zwaan, 2000).

A Fig. 9 apresenta o comportamento da taxa de rotação, isto é, do inverso do período ($1/P(\theta)$, onde θ é a latitude) da superfície solar até $r/R = 0,4$, para três valores diferentes de latitude, 0° , 30° e 60° , obtido por Kosovichev et al. (1997). Através da Fig. 9, percebemos que a variação da taxa de rotação é mais significativa para a latitude de 60° do que para menores valores de latitude, quando analisamos a taxa de rotação ao longo da zona convectiva. Em contrapartida, na zona radiativa, a taxa de rotação não se altera significativamente quando comparamos diferentes latitudes.

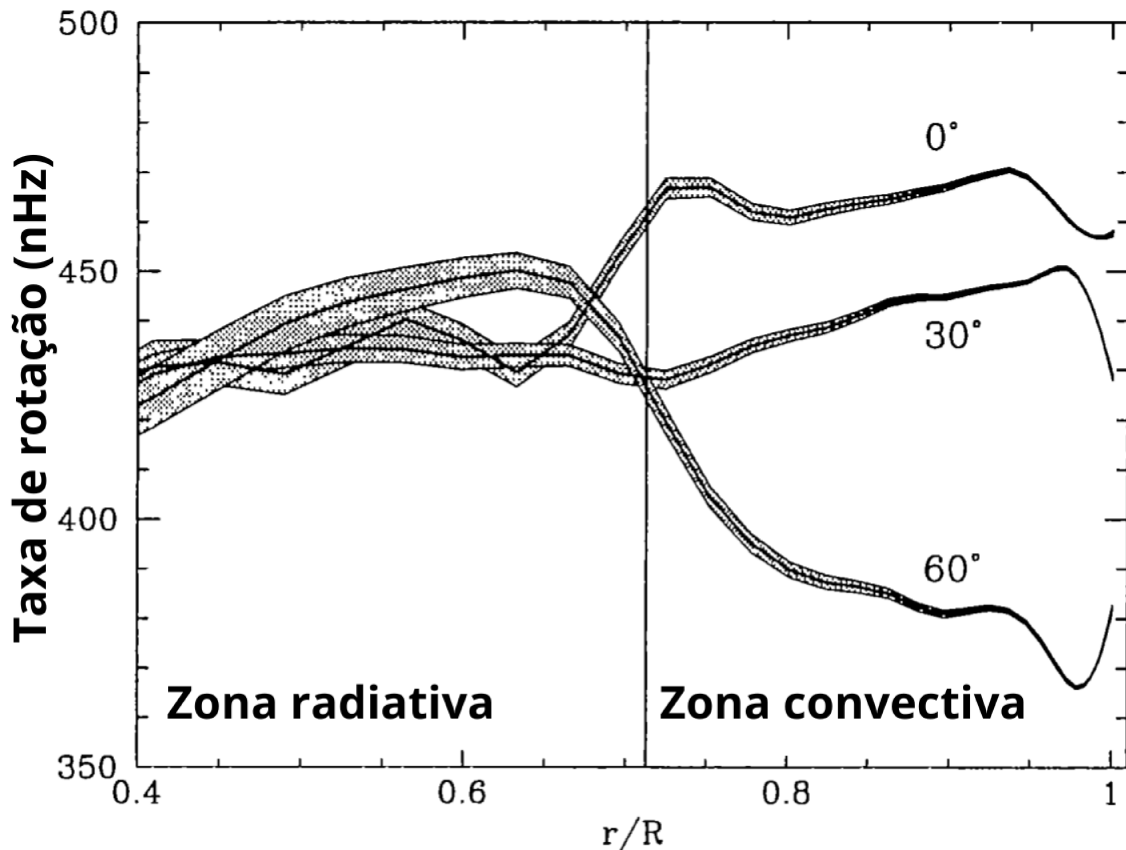


Figura 9 – Taxa de rotação, ou seja, o inverso do período ($1/P(\theta)$, onde θ é a latitude), em função da direção radial interna do Sol. As curvas foram obtidas através da heliosismologia para as latitudes de 0° , 30° e 60° . Adaptado de Kosovichev et al. (1997).

1.3 Determinação do período de rotação das estrelas e evolução da velocidade angular

A presença de manchas escuras na fotosfera estelar tem como consequência a redução do brilho observado das estrelas. Como esses corpos celestes possuem rotação, o brilho varia periodicamente. O gráfico da Fig. 10a apresenta o brilho de uma estrela jovem de baixa massa (isto é, uma estrela com massa menor ou igual a $2 M_\odot$) em função do tempo, em um período de aproximadamente um mês. Dado o caráter periódico da curva de luz do painel superior da Fig. 10, torna-se possível determinar o período de rotação desse objeto. Para algumas estrelas, pode não ser possível determinar o período de rotação devido a fenômenos não periódicos que acontecem em seu ambiente circum-estelar, como o processo de acreção de matéria. A Fig. 10b apresenta uma curva de luz de uma estrela jovem onde não é identificada uma periodicidade.

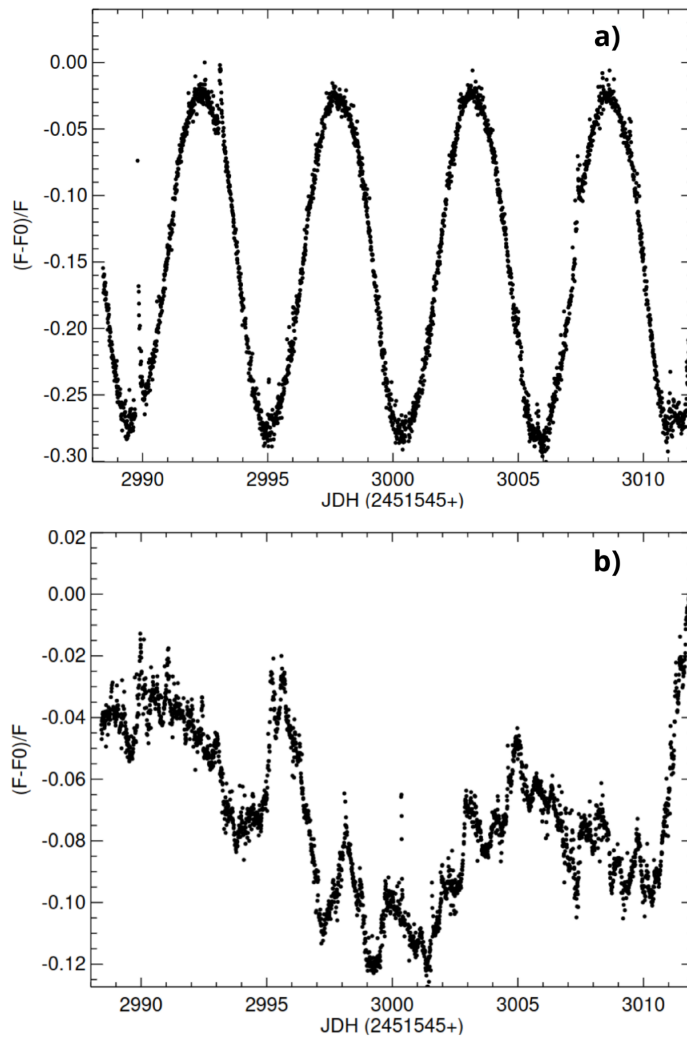


Figura 10 – Curvas de luz de estrelas jovens do aglomerado NGC 2264, obtidas com o telescópio espacial CoRoT, mostram o brilho em função dos dias julianos. Diferentemente de a), em b) não foi possível aferir o período de rotação da estrela. Fonte: Alencar et al. (2010).

Skumanich (1972) desenvolveu um trabalho pioneiro ao apresentar um estudo da evolução da velocidade de rotação no equador das estrelas e ao relacionar a rotação estelar e a atividade magnética. Nesse trabalho, emissões em CaII e velocidades de rotação para estrelas da constelação Ursa Maior e estrelas dos aglomerados das Plêiades e Híades foram analisadas e concluiu-se que essas duas propriedades decaem com o inverso da raiz quadrada da idade da estrela. Como os dados observacionais de Frazier (1970) indicavam que a emissão de CaII depende linearmente do campo magnético em larga escala na superfície estelar, Skumanich (1972) concluiu também que o campo magnético em larga escala é proporcional à velocidade de rotação da estrela e portanto decai com a raiz quadrada da idade.

O gráfico da Fig. 11 mostra a emissão de CaII, velocidade de rotação (em km/s) e abundância de lítio para estrelas da amostra analisada. No ajuste realizado por Skumanich

(1972), a rotação e a emissão em CaII decaem com o tempo a um expoente $-0,51$ e $-0,54$, respectivamente, enquanto a abundância em Li decai com o inverso da raiz quadrada da idade até uma certa idade e a partir desse ponto decai exponencialmente. Esses resultados evidenciam que a emissão em CaII e a velocidade de rotação são grandezas proporcionais e reforçam a correlação entre rotação e atividade magnética. Em relação à abundância de Li, essa grandeza não depende apenas da rotação, sendo influenciada também pela eficiência convectiva e tamanho da região convectiva da estrela, da metalicidade e da atividade magnética (Cuenda-Muñoz et al., 2024).

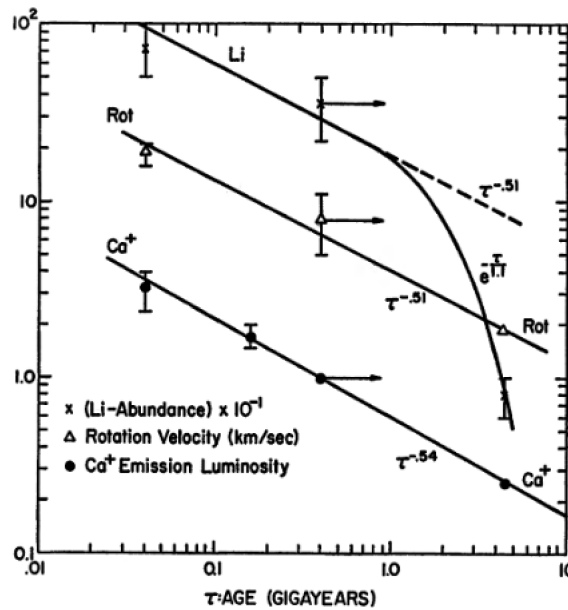


Figura 11 – Emissão em CaII, abundância de lítio e velocidade da rotação em função da idade (em Giga anos, representada por τ) para estrelas do aglomerado das Plêiades e do aglomerado das Híades, da constelação Ursa Maior e para o Sol. Skumanich (1972) encontrou que a abundância de lítio decai exponencialmente após aproximadamente 1 bilhão de anos, seguindo $e^{-\frac{\tau}{10^9}}$, enquanto a velocidade de rotação e a emissão de CaII decaem de acordo com $\tau^{-0,51}$ e $\tau^{-0,54}$, respectivamente. Fonte da figura: Skumanich (1972).

1.4 Outras manifestações de atividade magnética

A atividade magnética estelar manifesta-se de diferentes formas. Explosões (ou *flares*, no inglês) são caracterizadas por emissões intensas de radiação lançadas ao espaço pela estrela. Essa emissão deve-se ao movimento das linhas de campo magnético e pode ser caracterizada de acordo com a intensidade. A ordem crescente de intensidade desse fenômeno é definida como A, B, C, M e X, sendo X considerada a mais intensa. Além disso, números são associados às letras para também identificar a força da explosão. Explosões de Classe A1.0, ou seja, as menos energéticas, podem apresentar máximos de emissões em raios-X da ordem de 10^{-8} Wm^{-2} . Em comparação, os *flares* mais enérgicos, isto é, de

classe X10.0, podem atingir máximos de emissão em raios-X maiores do que 10^{-3} Wm^{-2} (Kowalski, 2024). *Flares* solares de classe X podem impactar significadamente a transmissão de rádio na Terra. A ejeção de matéria, que pode acompanhar as explosões solares, é uma outra manifestação de atividade magnética e é denominada ejeção de massa coronal (CME, *coronal mass ejection*, no inglês). A Fig. 12 apresenta um registro de ejeção de massa coronal, feito pelo Observatório Solar e Heliosférico (SOHO). Dependendo da intensidade dessa ejeção de matéria, partículas carregadas expelidas pelo Sol podem tanto prejudicar equipamentos eletrônicos na Terra, como também afetar astronautas em missões espaciais.

Em maio de 2024, foi registrado o maior pico de atividade magnética solar no atual ciclo de atividade solar, tendo como resultado uma grande ejeção de massa coronal. As partículas carregadas e em alta velocidade ejetadas pelo Sol atingiram a atmosfera terrestre, levando ao aparecimento de auroras boreais em latitudes onde elas normalmente não são observadas. A Fig. 13 apresenta um desses registros. O campo magnético terrestre direciona para longe as partículas carregadas expelidas pelo Sol, amenizando os efeitos da atividade magnética solar. Portanto, ao estudar a origem da vida, tanto no nosso planeta quanto nos outros mundos do universo, a atividade das estrelas hospedeiras precisa ser levada em consideração.

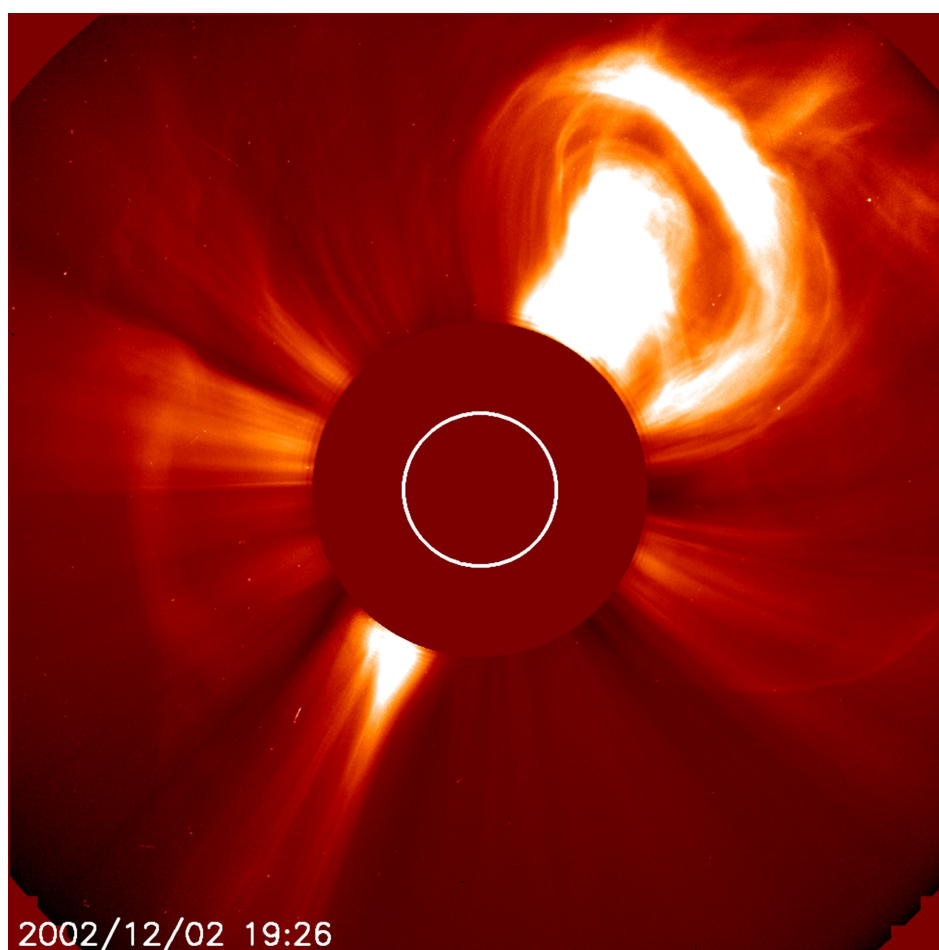


Figura 12 – Registro de 2 de dezembro de 2002 de uma grande ejeção de massa coronal. Para obstruir a luz do Sol, foi utilizado um coronógrafo (círculo vermelho central). Essa imagem foi obtida através do SOHO (Observatório Solar e Heliosférico, em tradução livre) e permite ver a parte interna na coroa solar, localizada em até 8,4 milhões de quilômetros do Sol, observada no espectro de luz visível. Créditos: SOHO.



Figura 13 – Aurora avistada perto de Frankfurt, Alemanha, em maio de 2024. As auroras observadas em várias regiões do planeta nessa época ocorreram por causa de uma intensa tempestade solar, a maior registrada nos últimos 20 anos. Créditos: J. Schmidt.

2 ROTAÇÃO NO CONTEXTO DA FORMAÇÃO E EVOLUÇÃO ESTELAR

2.1 Etapas da formação estelar

Entre os diversos mecanismos que podem levar ao início da formação estelar, está a explosão de supernovas. Quando uma estrela morre como supernova, expulsa o material que a constituía para o espaço circundante. A onda de choque da explosão pode perturbar nuvens de gás e poeira nas redondezas e, caso algumas condições locais sejam satisfeitas, regiões densas dessas nuvens contraem-se e podem dar origem a novas estrelas. A Fig. 14 apresenta uma região de formação estelar, na qual o colapso gravitacional foi iniciado pela perturbação causada por uma supernova. Os critérios para o colapso de nuvens moleculares são denominados critérios de Jeans e definem, por exemplo, as dimensões e as massas necessárias para que uma parte da nuvem molecular torne-se instável após uma perturbação, o que inicia o processo de contração¹.

Quando uma região densa da nuvem, com determinada massa mínima, é perturbada, o equilíbrio hidrostático é quebrado e a nuvem começa a colapsar (Pols, 2011). Essa instabilidade ocorre quando a pressão interna não consegue mais conter o colapso e é denominada instabilidade de Jeans. A massa de Jeans, representada por M_J , pode ser escrita como:

$$M_J = 1,1 \left(\frac{T}{10 \text{ K}} \right)^{3/2} \left(\frac{\rho}{10^{-19} \text{ g cm}^{-3}} \right)^{-1/2} \left(\frac{\mu}{2,3} \right)^{-3/2} M_{\odot}, \quad (2.1)$$

onde $\mu = 2,3$ é o peso molecular médio para um gás constituído de hidrogênio e hélio neutros e os valores de temperatura e densidade que aparecem nos denominadores são valores característicos de nuvens moleculares onde ocorre o processo de formação estelar (Kippenhahn et al., 2012).

Após satisfeito o critério da massa de Jeans, as regiões densas da nuvem colapsam e, à medida que a densidade aumenta, o critério de Jeans passa a ser satisfeito em várias outras regiões, o que gera o colapso em diversos fragmentos. Com o aumento da densidade, cada um desses fragmentos fica opaco, retendo a radiação, o que gera um aumento da temperatura e da pressão.

¹ Esses critérios que definem a instabilidade de uma nuvem de gás e poeira podem ser obtidos partindo-se do Teorema do Virial. Esse teorema descreve o balanço de energia que ocorre durante o processo de contração do gás que dará origem às estrelas. Ver Carroll e Ostlie (2017); Kippenhahn et al. (2012); Pols (2011).



Figura 14 – Região de formação estelar denominada Henize 206, localizada na Grande Nuvem de Magalhães. Nesta imagem, observada em comprimentos de onda do infravermelho pelo telescópio espacial Spitzer, é possível ver a estrutura de uma nuvem de hidrogênio que foi perturbada por uma supernova. A formação de estrelas na região é o resultado das ondas de choque causadas pela explosão. Créditos: NASA/JPL-Caltech/V. Gorjian(JPL).

As regiões centrais dos fragmentos começam a se contrair em equilíbrio quasi-estático e, a partir deste ponto, chamamos o núcleo do fragmento de protoestrela (Pols, 2011). Objetos que se encontram nessa fase da formação estelar são classificados como objetos de classe 0. Esses objetos emitem principalmente no comprimento de onda infravermelho distante e submilimétrico. A Fig. 15 apresenta o fluxo de um objeto de classe 0 em função do comprimento de onda λ , ao lado, uma representação do objeto. O material da nuvem de gás, mostrado em cor marrom, é acretaado na região central mais densa que dará origem à estrela.

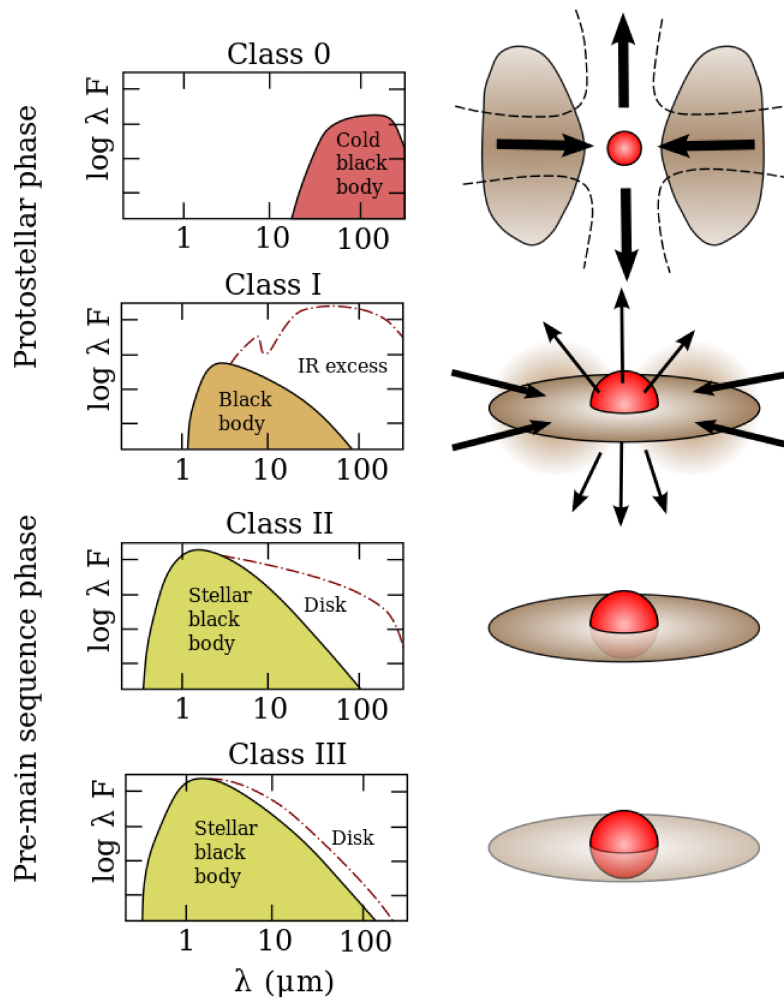


Figura 15 – Classes de objetos estelares e fluxos emitidos em função do comprimento de onda. Objetos de classe 0 encontram-se embebidos na nuvem de gás e poeira. Nessa fase, a emissão ocorre em comprimentos de onda maiores do que $10 \mu\text{m}$. Em contrapartida, para objetos classe I, temos emissão em menores comprimentos de onda, sendo possível distinguir a emissão de corpo negro da estrela envolta em gás e poeira e o excesso de emissão devido ao disco de gás e poeira que envolve a protoestrela, emitido em infravermelho. Nessa fase, a estrela acreta material e também vemos ejeção de matéria através de jatos e ventos. Objetos classe II, também denominados estrelas T Tauri Clássicas, ainda acretam gás e podemos distinguir a emissão da protoestrela daquela do disco de gás e poeira. Para objetos classe III, o fluxo é majoritariamente devido à protoestrela, apresentando pouca contribuição do disco. Esses objetos já não apresentam sinais de acreção e são denominados estrelas T Tauri de linha fraca. Créditos: Wikimedia/Vallastro.



Figura 16 – Imagem da Nebulosa da Serpente, onde é possível ver no canto superior esquerdo jatos de matéria expelidos por estrelas jovens. Créditos: NASA, ESA, CSA, K. Pontoppidan (NASA’s Jet Propulsion Laboratory) e J. Green (Space Telescope Science Institute).

O núcleo do fragmento de gás em rotação contrai-se e, por conservação de momento angular, dá origem a um disco circum-estelar, configurando então um objeto de classe I, também representado na Fig. 15. Durante esta etapa, há ejeção de matéria através de jatos e ventos. A Fig. 16, capturada pelo Telescópio Espacial James Webb, apresenta estrelas da Nebulosa da Serpente que exibem ejeções no formato de jatos de matéria.

Quando a protoestrela torna-se opticamente visível, é classificada como classe II. Esses objetos, também chamados de estrelas T Tauri Clássicas, encontram-se na pré-sequência principal. O fluxo em função do comprimento de onda e uma representação desse tipo de objeto são mostrados na Fig. 15. Em contrapartida, objetos de classe III, também chamados de estrelas T Tauri de linha fraca, não possuem um disco interno de poeira (Pols, 2011) e a contribuição da radiação emitida pelo disco não é mais significativa, conforme ilustrado na Fig. 15.

Uma representação da interação entre uma estrela de baixa massa e o seu disco de gás e poeira é apresentada na Fig. 17. Durante a fase inicial da vida da estrela, a protoestrela encontra-se acoplada ao seu disco de gás e poeira através do seu campo magnético. Esse processo de acoplamento disco-estrela recebe o nome de *disk-locking*. Enquanto a estrela

contraí-se na pré-sequência principal, diminuindo seu momento de inércia e aumentando seu momento angular, transfere momento angular para o disco. Em certas fases, a contração é parcialmente compensada pela perda de momento angular associada aos ventos estelares e à interação magnética com o disco, de modo que a velocidade de rotação pode permanecer aproximadamente constante (Monsch et al., 2023).

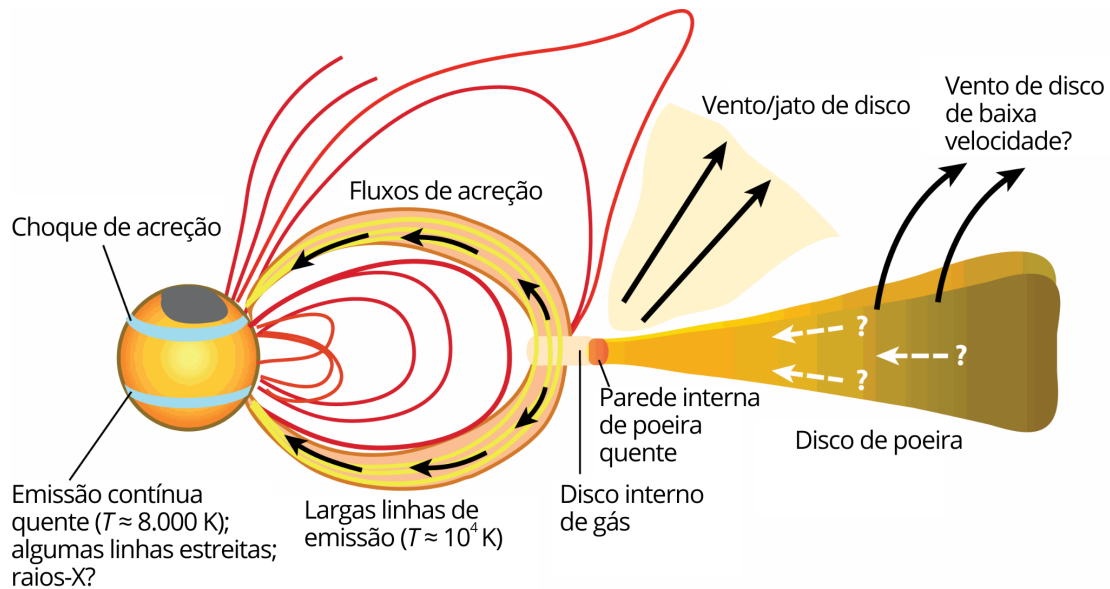


Figura 17 – Representação da interação entre uma protoestrela e o seu disco de gás e poeira. O material do disco é acretado na estrela através das linhas de campo magnético da magnetosfera, causando um truncamento do disco no ponto em que a pressão magnética supera a pressão dinâmica da acreção. Esse material, que segue o fluxo de acreção, é aquecido, resultando em linhas de emissão largas. Quando o material do disco colide com a superfície da estrela, ocorre a emissão em raios-X e ultravioleta. Devido à rotação diferencial entre a estrela e o disco, algumas linhas de campo magnético são torcidas, ocasionando a ejeção de matéria. Além da região de truncamento, o disco ejeta material em ventos e jatos magnéticos de gás e poeira, o que pode ocorrer também em regiões mais afastadas. A radiação emitida pela estrela aquece a região interna do disco, que reemite radiação no infravermelho. Essa parede de poeira quente é uma das regiões responsáveis pelo excesso de infravermelho observado nesses objetos. Adaptado de Hartmann et al. (2016).

Os processos de acreção, ejeção e fotoevaporação levam à dispersão do material do disco circum-estelar, resultando na quebra do acoplamento disco-estrela. Após a estrela desprender-se do seu disco de matéria, dando continuidade ao processo de contração, a sua velocidade angular cresce, resultando também no aumento da taxa de ejeção de matéria em ventos estelares.

Estrelas de $1 M_{\odot}$, após aproximadamente 30 milhões de anos, atingem o máximo da sua velocidade de rotação. A alta taxa de rotação resulta em ventos estelares intensos,

o que implica em uma perda de momento angular mais significativa e, conseqüentemente, ocasiona uma redução da velocidade angular da estrela (Gallet e Bouvier, 2013). Na Fig. 18, é possível identificar essas fases da evolução da velocidade de rotação, Ω . Os pontos vermelhos, verdes e azuis do gráfico representam os percentis de 25%, 50% e 90% das distribuições de Ω para estrelas de vários aglomerados com diferentes idades e as curvas contínuas, caracterizadas pelas diferentes fases evolutivas da velocidade angular, descrevem o comportamento dos pontos definidos pelos percentis. As curvas foram construídas considerando-se que a zona radiativa gira com velocidade diferente do envelope convectivo, mas ambas são tratadas como corpos rígidos. Nesse modelo, foi considerado que a variação de momento angular ocorre devido à variação do tamanho da região interior radiativa, à transferência de momento angular do caroço radiativo para o envelope convectivo e à perda de momento angular através de ventos estelares.

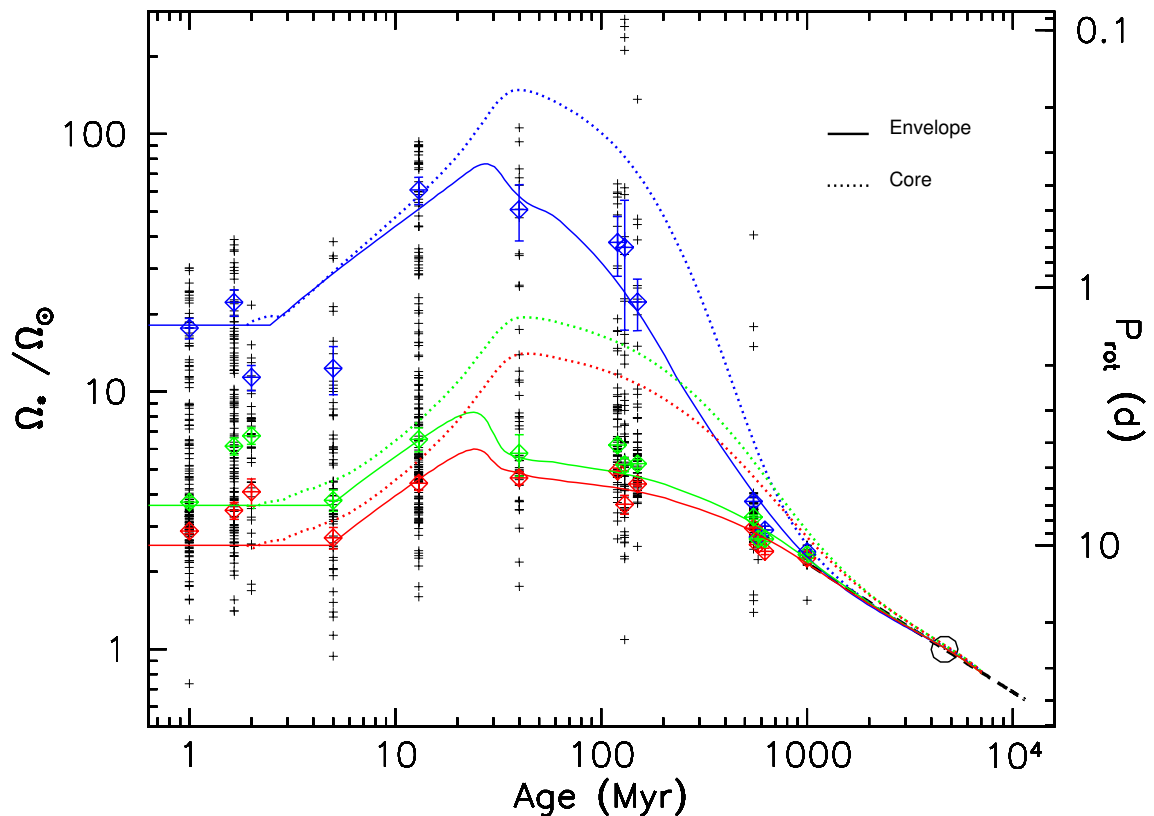


Figura 18 – Velocidade angular em função da idade para estrelas de massa solar. Cada coluna de pontos no gráfico corresponde a estrelas de um mesmo aglomerado, pois foi suposto possuírem a mesma idade. As estrelas presentes no gráfico possuem de 0,9 a 1,1 massas solares. O círculo aberto representa o Sol. Os pontos azuis, verdes e vermelhos representam os percentis de 90%, 50% e 25% da distribuição da velocidade angular de rotação, Ω , para cada aglomerado. As curvas contínuas buscam reproduzir os percentis de suas respectivas cores e descrevem a evolução da velocidade de rotação superficial da estrela. Em contrapartida, as curvas pontilhadas descrevem a evolução da rotação do caroço radiativo. O período em que a velocidade angular é considerada constante corresponde ao período em que a estrela encontra-se atrelada ao disco circumestelar. Além disso, no gráfico podemos perceber o momento em que a estrela atinge o máximo da velocidade de rotação (aproximadamente 30 milhões de anos) e o decréscimo subsequente causado pela perda de momento angular por ventos estelares. Fonte: Gallet e Bouvier (2013).

2.2 Diagrama de Hertzsprung-Russell

O diagrama de Hertzsprung-Russell (HR) é um gráfico que relaciona a luminosidade e a temperatura efetiva das estrelas, ou grandezas equivalentes, e constitui uma ferramenta para entender a evolução estelar. Foi desenvolvido inicialmente pelos astrofísicos Ejnar Hertzsprung (1873-1967) e Henry Norris Russell (1877-1957) de forma independente. No diagrama HR teórico, temos a luminosidade no eixo vertical e a temperatura no eixo horizontal (crescente da direita para a esquerda). Por outro lado, no diagrama

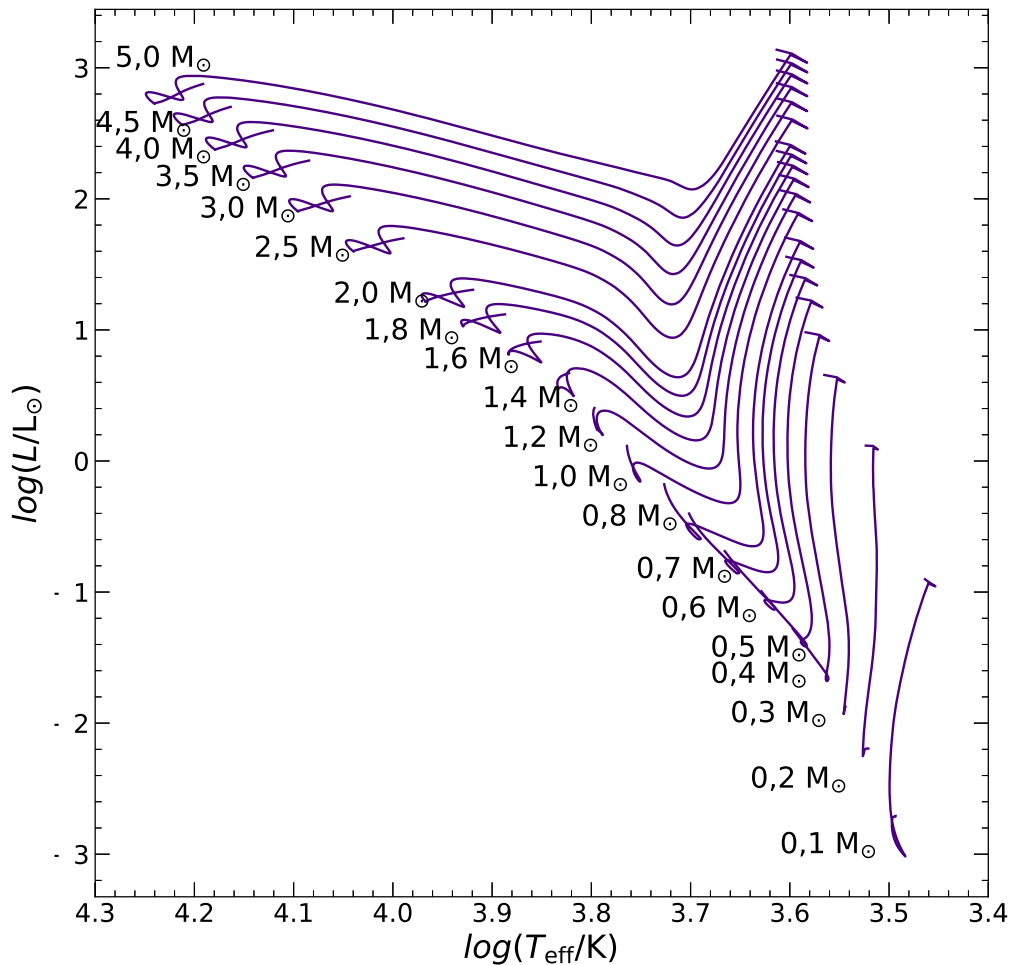


Figura 19 – Diagrama HR, ou seja, um gráfico de $\log(L/L_{\odot})$ x $\log(T_{\text{eff}})$, com trilhas evolutivas da pré-sequência e sequência principal obtidas através do código de evolução estelar ATON (Landin et al., 2023).

HR observacional temos a magnitude absoluta ou aparente no eixo vertical, em escala decrescente, e a diferença entre magnitudes (denominada índice de cor) no eixo horizontal (por exemplo, $B - V$).

Nesse diagrama, as estrelas ocupam predominantemente uma região diagonal, denominada sequência principal, que corresponde à fase em que as estrelas realizam fusão de hidrogênio no núcleo. Estrelas que se encontram no diagrama HR à direita da sequência principal (região denominada pré-sequência principal) estão nas fases iniciais de suas vidas e ainda não realizam fusão de hidrogênio. Um exemplo desse gráfico, com trilhas evolutivas de estrelas de diferentes massas geradas pelo código de estrutura e evolução estelar ATON (Landin et al., 2023), é mostrado na Fig. 19. Embora não estejam representadas na Fig. 19, estrelas na pós-sequência principal também são encontradas à direita da sequência principal.

O estudo das fases iniciais da evolução estelar teve início no século XX. A curta

duração dos processos de formação estelar (quando comparados ao tempo de vida das estrelas) é um dos dificultadores do estudo desse momento inicial da vida. Na seção a seguir, discorreremos sobre as etapas da formação estelar.

Uma vez acontecido o colapso de regiões densas da nuvem de gás e poeira, as estrelas jovens continuam a contrair até chegarem na sequência principal. A contração ocorre porque a protoestrela emite radiação, ocasionando em perda de energia interna. Devido ao fato do interior da protoestrela não ter a temperatura necessária para iniciar a queima de hidrogênio, a conversão de energia potencial gravitacional em energia térmica é unicamente responsável pela luminosidade desses objetos (Hartmann, 2000).

Para estrelas de baixa massa, por exemplo, o processo de contração é mais longo do que o tempo necessário para ocorrer o colapso em queda livre do núcleo da nuvem que dará origem à estrela². O tempo de contração pode ser aproximado pelo tempo de Kelvin-Helmholtz³. Durante a contração quasi-estática, a temperatura efetiva da protoestrela permanece inicialmente quase constante e a luminosidade decai. Como consequência, vemos essa fase representada como uma linha vertical no diagrama HR, como mostrado na Fig. 19. A esse período de contração da protoestrela é dado o nome de trilha de Hayashi (Carroll e Ostlie, 2017). Nessa fase, a energia no interior de estrelas de baixa massa é transportada para a superfície predominantemente através da convecção (Hartmann, 2000). O tempo de contração para algumas massas estelares é apresentado na Tab. 1.

Tabela 1 – Tempo de contração durante a fase de pré-sequência principal para diferentes massas estelares.

| Massa inicial (M_{\odot}) | Tempo de contração (Myr) |
|-------------------------------|--------------------------|
| 60 | 0,0282 |
| 25 | 0,0708 |
| 15 | 0,117 |
| 9 | 0,288 |
| 5 | 1,15 |
| 3 | 7,24 |
| 2 | 23,4 |
| 1,5 | 35,4 |
| 1 | 38,9 |
| 0,8 | 68,4 |

Fonte: Bernasconi e Maeder (1996).

² O tempo de colapso de uma nuvem de gás e poeira pode ser aproximado pelo tempo de queda livre em uma contração homóloga, t_{ff} . Esse tempo pode variar de 10^5 a 10^7 anos, a depender da massa, dimensão e densidade da nuvem de gás, como mostra Kippenhahn et al. (2012).

³ A escala de tempo de Kelvin-Helmholtz pode ser aproximada por $\tau_{\text{KH}} \approx GM^2/2RL$, onde M , R e L são a massa, o raio e a luminosidade da estrela, respectivamente (Chandrasekhar, 1939; Hartmann, 2000; Kippenhahn et al., 2012).

2.3 Estrutura interna das estrelas

Nos primeiros estágios evolutivos, as protoestrelas são completamente convectivas. Antes mesmo de entrar na sequência principal, estrelas com massas maiores do que $0,5 M_{\odot}$ desenvolvem um núcleo radiativo. O mecanismo pelo qual a energia é transportada no interior estelar, convecção ou radiação, depende da temperatura, densidade e opacidade do plasma. Em regiões onde a opacidade é alta, o transporte através de radiação é dificultado e a transferência de calor ocorre através da convecção. Quando o fluxo de energia é intenso, a transferência de energia também ocorre através da convecção (Pols, 2011).

Estrelas com massas menores do que $0,35 M_{\odot}$, nas fases evolutivas iniciais e durante a sequência principal, não desenvolvem um caroço radiativo, permanecendo completamente convectivas. Para estrelas com massas entre $0,35$ e $1,5 M_{\odot}$, a partir da pré-sequência principal, a energia é transportada através de radiação nas regiões mais internas, enquanto nas partes mais externas o transporte se dá por convecção. A região convectiva solar, por exemplo, representa apenas 1,5% da massa total do Sol e possui uma profundidade de aproximadamente 0,3 raios solares (Schrijver e Zwaan, 2000). Para estrelas mais massivas, a configuração se inverte: o interior é convectivo, devido ao fluxo intenso de energia, enquanto o exterior é radiativo. A estrutura interna típica das estrelas completamente e parcialmente convectivas durante a sequência principal está ilustrada na Fig. 20.

Entre o interior radiativo e o envelope convectivo das estrelas de baixa massa, existe uma fina camada de cisalhamento denominada *tacoclina*. Espera-se que o interior radiativo dessas estrelas gire como um corpo rígido, enquanto o exterior convectivo possua rotação diferencial (ver Subsec. 1.2.1), uma vez que estudos de dados helioseismológicos indicam essa configuração para o Sol. Alguns estudos defendem que essa diferenciação do comportamento da velocidade que ocorre na *tacoclina* estaria ligada à atividade magnética manifestada na superfície da estrela, sendo responsável pela manutenção e amplificação do campo magnético estelar (Charbonneau, 2014; Spiegel e Zahn, 1992).

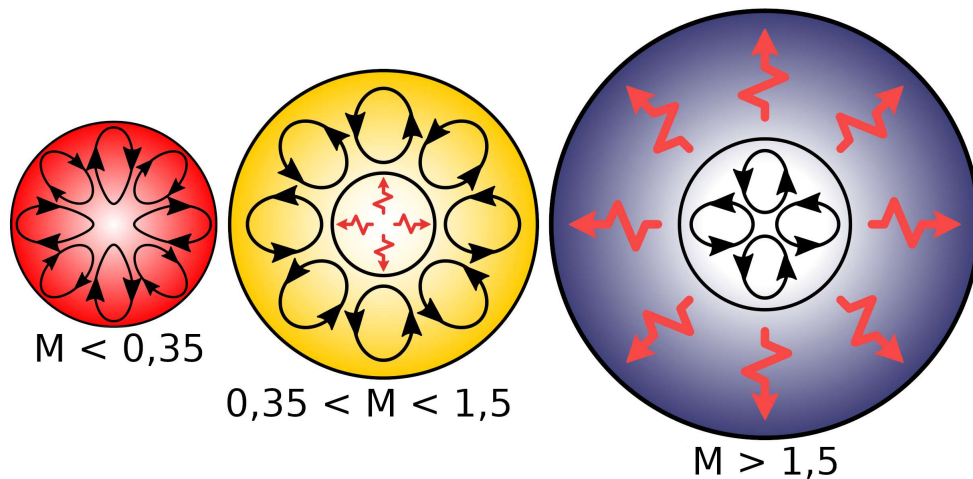


Figura 20 – Representação da estrutura estelar na sequência principal. As regiões convectivas são representadas por setas pretas em *loops*, enquanto o transporte por radiação é representado por setas vermelhas. Estrelas com massas menores do que $0,35 M_{\odot}$ são completamente convectivas. Estrelas com massas dentro do intervalo de $0,35 - 1,5 M_{\odot}$ possuem um interior radiativo e um envelope convectivo. Estrelas de massas maiores do que $1,5 M_{\odot}$ possuem um interior convectivo e um envelope radiativo. Adaptado de Wikimédia.

2.4 Ventos estelares

A reconexão de campos magnéticos é responsável por aumentar a temperatura e, conseqüentemente, a pressão na cromosfera e coroa de estrelas como o Sol. Essa pressão é então responsável por expelir partículas dessa região, dando origem aos ventos estelares (Maciel, 2005). Em adição, ondas sonoras produzidas pelo movimento convectivo em regiões abaixo da fotosfera podem ser transmitidas na atmosfera estelar e impulsionar as partículas dessa região, resultando também em ventos estelares (Maciel, 2005). Além desses mecanismos, um outro fenômeno responsável pela geração de ventos estelares são as ondas de Alfvén, isto é, ondas que ocorrem em fluidos carregados permeados por campo magnético e responsáveis por transportar energia e momento, seguindo a direção das linhas do campo magnético (Costa Jr. et al., 2011).

Partículas podem ser ejetadas também pela emissão de radiação em certos comprimentos de onda, como no ultravioleta. O momento dos fótons absorvidos nas atmosferas dessas estrelas são responsáveis pela ejeção de camadas de gás. Como mostrado por Maciel (2005), ventos estelares podem ser descritos quantitativamente e de forma aproximada, partindo da equação de conservação de massa (ou equação de continuidade) da hidrodinâmica:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) = 0, \quad (2.2)$$

onde ρ e \vec{v} são a densidade e velocidade de um elemento de fluido. Sendo v_r , v_θ e v_ϕ as componentes radial, polar e azimutal da velocidade, em coordenadas esféricas, temos:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \rho v_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\rho v_\theta \sin \theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial (\rho v_\phi)}{\partial \phi} = 0. \quad (2.3)$$

Podemos simplificar a expressão 2.3 considerando um estado estacionário ($\partial \rho / \partial t = 0$) e simetria esférica, $v_\theta = v_\phi = 0$. Nesse caso, teremos:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \rho v_r) = 0, \quad (2.4)$$

$$r^2 \rho v_r = c, \quad (2.5)$$

onde c é uma constante. Considerando o caso de uma estrela perfeitamente esférica, cujo vento estelar é esféricamente simétrico, a constante da equação 2.5 é definida como a taxa de perda de massa através de vento estelar. Considerando dM a massa do fluxo de partículas que atravessa a casca esférica de espessura dr situada no raio r , onde a densidade do gás é ρ , temos:

$$dM = 4\pi r^2 \rho dr. \quad (2.6)$$

Portanto, dividindo dM e dr por dt :

$$\frac{dM}{dt} = 4\pi r^2 \rho \frac{dr}{dt}. \quad (2.7)$$

Uma vez que $dr/dt = v_r$, então vemos que o resultado da hidrodinâmica, definido pela Eq. 2.5, descreve a perda de massa por estrelas. Dado que $1 M_\odot / 1 \text{ ano} = 6,30 \times 10^{25} \text{ g/s}$, então podemos escrever uma equação para dM/dt em massas solares por ano:

$$\frac{dM}{dt} (M_\odot \text{ ano}^{-1}) \approx 1,99 \times 10^{-25} \rho r^2 v_r. \quad (2.8)$$

Além de v_r depender do local que estamos considerando, ou seja, de r , Chebly et al. (2022) mostraram que, quanto mais complexa for a geometria do campo magnético, menor a velocidade das partículas do vento estelar. Isso justifica-se pelo fato de que geometrias simples de campo magnético oferecem menos resistência ao fluxo de fluidos. Na órbita da Terra (onde $r = 1,5 \times 10^{13} \text{ cm}$), o número partículas provenientes do Sol é da ordem de

10 cm^{-3} (Maciel, 2005), portanto a densidade do vento solar que atinge a Terra (ρ_T) pode ser obtida utilizando a massa do átomo de hidrogênio:

$$\rho_T \sim m_H \times 10 \text{ cm}^{-3} \approx 1,67 \times 10^{-23} \text{ g cm}^{-3}. \quad (2.9)$$

Considerando que essas partículas possuem uma velocidade de aproximadamente $4 \times 10^7 \text{ cm s}^{-1}$ (Maciel, 2005), então dM/dt para o Sol será aproximadamente:

$$\frac{dM}{dt} = 2,99 \times 10^{-14} M_\odot \text{ ano}^{-1}. \quad (2.10)$$

Para estrelas frias na sequência principal, com $4000 \lesssim T_{\text{eff}} \text{ (K)} \lesssim 6000$, observações indicam que o valor de dM/dt pode variar entre aproximadamente $10^{-9} M_\odot \text{ ano}^{-1}$ e $10^{-14} M_\odot \text{ ano}^{-1}$ (Cranmer e Saar, 2011). De acordo com Calvet (1997), estrelas T Tauri apresentam ventos estelares de ordem menor do que $10^{-9} M_\odot \text{ ano}^{-1}$. Para ventos de discos circum-estelares, a taxa de perda de massa pode ser estimada em aproximadamente $10^{-9} M_\odot \text{ ano}^{-1}$ (Hartmann et al., 2016), da mesma ordem de grandeza da perda de massa através de jatos (Bacciotti et al., 1999).

Os ventos estelares possuem um papel importante na definição de zona habitável, região em torno de uma estrela na qual um planeta pode desenvolver vida, pois os ventos de partículas carregadas podem levar ao desaparecimento da atmosfera planetária, evento denominado erosão atmosférica (Chebly et al., 2022).

Os ventos estelares são também um importante mecanismo responsável por remover momento angular da estrela. Assim como o efeito do fluxo de partículas dos ventos estelares, a perda de momento angular também deve ser considerada ao se estudar a habitabilidade de sistemas planetários. Isso se deve ao fato da perda de momento angular ocasionar uma redução da velocidade angular da estrela e consequentemente reduzir a emissão de radiação (Chebly et al., 2022), uma vez que a rotação cumpre um papel importante na manutenção do campo magnético estelar devido ao efeito dínamo, como mostrado na seção 3.2.

3 ROTAÇÃO ESTELAR

A rotação, movimento giratório em torno de um eixo, ocasiona a deformação de corpos esféricos, como o achatamento dos polos deixando-os oblatos. Em uma estrela, a rotação pode influenciar características estruturais do interior estelar, como a massa do envelope convectivo e, conseqüentemente, o momento de inércia dessa região. Esses efeitos são discutidos na Sec. 3.1. Como a rotação estelar constitui movimento de fluidos carregados, ela influencia a atividade magnética observada nas estrelas. Esse fenômeno pode ser entendido através do efeito dínamo, discutido na Sec. 3.2. Um dos efeitos estruturais mais conhecidos da rotação é o efeito de redução de massa, ou, do inglês, *mass-lowering effect*, descrito por Sackmann (1970), que diz que uma estrela de massa M com rotação uniforme tem as mesmas propriedades observacionais de uma estrela equivalente sem rotação com massa $M - \Delta M$. Do ponto de vista dos impactos evolutivos da rotação, destaca-se a mistura de elementos químicos no interior estelar induzida pela rotação (também conhecida como *rotational mixing*, Palacios et al., 2003). Além disso, a rotação pode ser utilizada para determinar a idade de estrelas de baixa massa na sequência principal. Esse método é conhecido como girocronologia e foi inicialmente proposto por Barnes (2003).

3.1 Efeitos da rotação nas estrelas

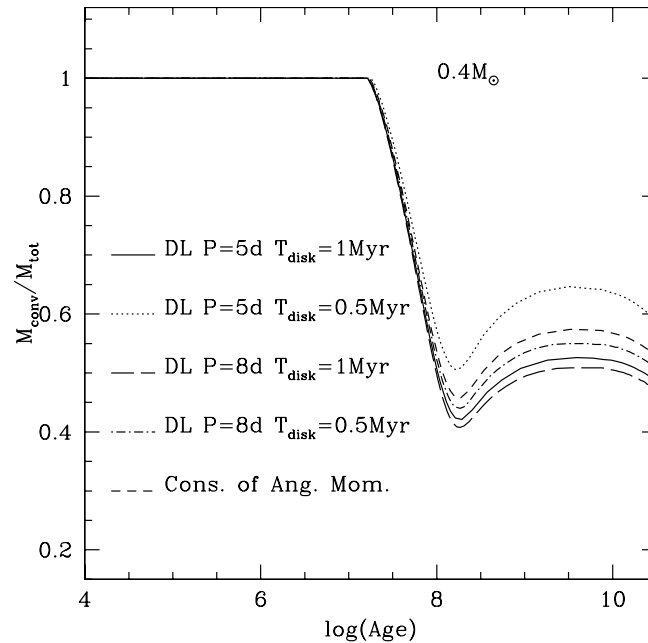


Figura 21 – Efeito da rotação estelar na massa do envelope convectivo da estrela, em função da idade. Cada curva representa a evolução da massa da região convectiva em relação à massa total ao longo da vida de uma estrela de $0,4 M_{\odot}$, utilizando diferentes valores de período de rotação inicial e tempo de disco. Créditos: Landin et al. (2016).

Landin et al. (2016) compararam o comportamento de alguns parâmetros estelares obtidos em dois contextos diferentes durante a evolução estelar de estrelas de baixa massa: um onde o momento angular se conserva e outro onde a variação do momento angular é considerada. Alguns dos resultados para modelos de $0,4 M_{\odot}$ são mostrados nas Figs. 21 e 22. Um dos efeitos da rotação na estrutura estelar consiste na alteração da massa do envelope convectivo, M_{conv} . Através da Fig. 21, percebe-se que quanto menor o período de rotação inicial, para um mesmo tempo de disco (isto é, o tempo em que a velocidade rotacional permanece constante - ver Sec. 4), obtêm-se maiores valores de M_{conv} . Landin et al. (2016) também verificaram que, quanto menor o tempo em que a velocidade angular mantém-se constante, maior é a massa da região convectiva.

Para o momento de inércia da região convectiva, I_{conv} , um comportamento semelhante ao encontrado para a M_{conv} é obtido. Como mostrado na Fig. 22, quanto menor o período de rotação inicial, maior o valor de I_{conv} . Para um mesmo período de rotação inicial, o momento de inércia cresce com a redução do tempo de disco.

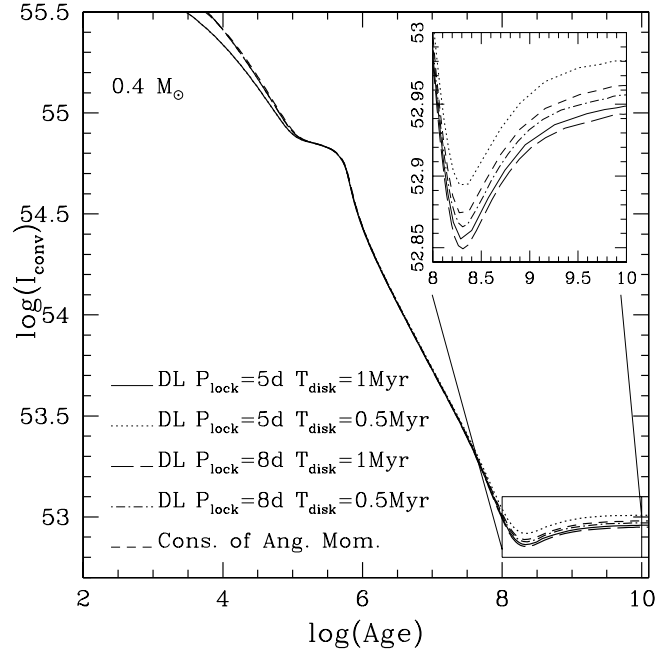


Figura 22 – Efeito da rotação estelar no momento de inércia da estrela em função da idade. As diferentes curvas descrevem a evolução do momento de inércia da região convectiva em função da idade para uma estrela de $0,4 M_{\odot}$. Para cada curva foram utilizados diferentes valores de período de rotação inicial e tempo de disco. Créditos: Landin et al. (2016).

Os comportamentos de M_{conv} e I_{conv} em função da idade podem ser entendidos à luz de uma extensão do efeito de redução de massa, pois estrelas que giram com maiores velocidades possuem mais massa em seus envelopes convectivos e maiores momentos de inércia nesta região, assim como seria esperado para uma estrela de massa menor. Embora as Figs. 21 e 22 apresentem a massa e o momento de inércia da região convectiva em função da idade para estrelas de $0,4 M_{\odot}$, os efeitos da rotação na estrutura estelar apresentam comportamento semelhante para estrelas de outras massas (Landin et al., 2016).

3.2 Conexão entre a rotação estelar e a atividade magnética

A teoria do dínamo é atualmente utilizada para explicar a origem e manutenção dos campos magnéticos estelares (Nelson e Medeiros, 2013). Essa teoria propõe relacionar a geração e manutenção do campo magnético das estrelas ao movimento do plasma que constitui esses objetos, podendo-se usar as equações do eletromagnetismo e hidrodinâmica para descrever o fenômeno físico (ver Apêndice B). A equação da indução:

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{\nabla} \times (\vec{v} \times \vec{B}) + \eta \nabla^2 \vec{B}, \quad (3.1)$$

relaciona a variação do campo magnético, \vec{B} , e a velocidade do fluido \vec{v} . O coeficiente de

difusão resistiva, η , é definido a partir da velocidade da luz c e da densidade de corrente σ ($\eta = \frac{c^2}{4\pi\sigma}$). Na fotosfera do Sol, por exemplo, temos $\eta \approx 10^8 \text{ cm}^2/\text{s}$ (Schrijver e Zwaan, 2000). O segundo termo do lado direito da Eq. 3.1 é denominado termo difusivo e está relacionado à resistência ôhmica do plasma, sendo responsável portanto por reduzir a corrente e, como consequência, diminuir o valor de \vec{B} (Nelson e Medeiros, 2013). O primeiro termo do lado direito da equação, conhecido como termo convectivo, é resultado do movimento do fluido carregado e, portanto, atua como amplificador da corrente e do campo magnético (Nelson e Medeiros, 2013). O número de Reynolds magnético, definido como

$$R_m = \left| \frac{\vec{\nabla} \times (\vec{v} \times \vec{B})}{\eta \vec{\nabla}^2 \vec{B}} \right|, \quad (3.2)$$

é responsável por comparar a intensidade entre os termos convectivo e difusivo. Para $R_m > 1$, temos a regeneração do campo magnético ou o seu crescimento (no contexto astrofísico é comum situações em que $R_m \gg 1$, como discutido por Schrijver e Zwaan (2000)), enquanto para $R_m < 1$ temos o esgotamento de \vec{B} e para $R_m \approx 1$ o campo magnético é preservado (pois, de acordo com a Eq. 3.2, nessa situação teremos $\partial \vec{B} / \partial t = 0$). O contexto onde $R_m \gg 1$ nos permite evocar o teorema de Alfvén do congelamento de fluxo (Alfvén, 1942; Nelson, 2008), que implica que o fluxo do fluido mantém-se atrelado às linhas de campo magnético. Como resultado, temos o efeito de esticamento das linhas de campo magnético poloidal devido à rotação diferencial do Sol como observado em I) e II) na Fig. 23.

Podemos descrever o campo magnético \vec{B} como sendo composto pelas componentes toroidal, B_t , e poloidal, B_p , configurando componentes ortogonais. Assim, $\vec{B} = \vec{B}_t + \vec{B}_p$. É comum, ainda, escrever a componente poloidal como o rotacional de $\Psi \hat{\phi}$, onde Ψ é uma função a ser definida e $\hat{\phi}$ é o vetor unitário na direção azimutal. Podemos proceder da mesma forma com a velocidade do plasma, de modo que $\vec{v} = \vec{v}_t + \vec{v}_p$. O módulo da componente toroidal da velocidade pode ser escrito em função da velocidade angular, de tal forma que $v_t = \Omega r \sin \theta$, onde θ é o ângulo em relação ao eixo de rotação. Substituindo essas novas expressões de \vec{B} e \vec{v} na Eq. 3.1 que descreve a variação de \vec{B} , chegamos a duas equações, cada uma relacionada a uma componente do campo magnético (Nelson e Medeiros, 2013):

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{B_t}{r \sin \theta} \right) + \vec{\nabla} \cdot \left(\frac{B_t}{r \sin \theta} \vec{v}_p \right) = \vec{B}_p \cdot \vec{\nabla} (\Omega) + \frac{\eta}{r \sin \theta} \left(\nabla^2 - \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \right) B_t, \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} + \frac{1}{r \sin \theta} \vec{v}_p \cdot \vec{\nabla} \left(\frac{\Psi}{r \sin \theta} \right) = \alpha B_t + \eta \left(\nabla^2 - \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \right) \Psi, \quad (3.4)$$

onde a Eq. 3.3 descreve o comportamento do campo toroidal e a Eq. 3.4 descreve a variação do campo poloidal. Vemos na Eq. 3.3 que há uma contribuição do campo poloidal B_p

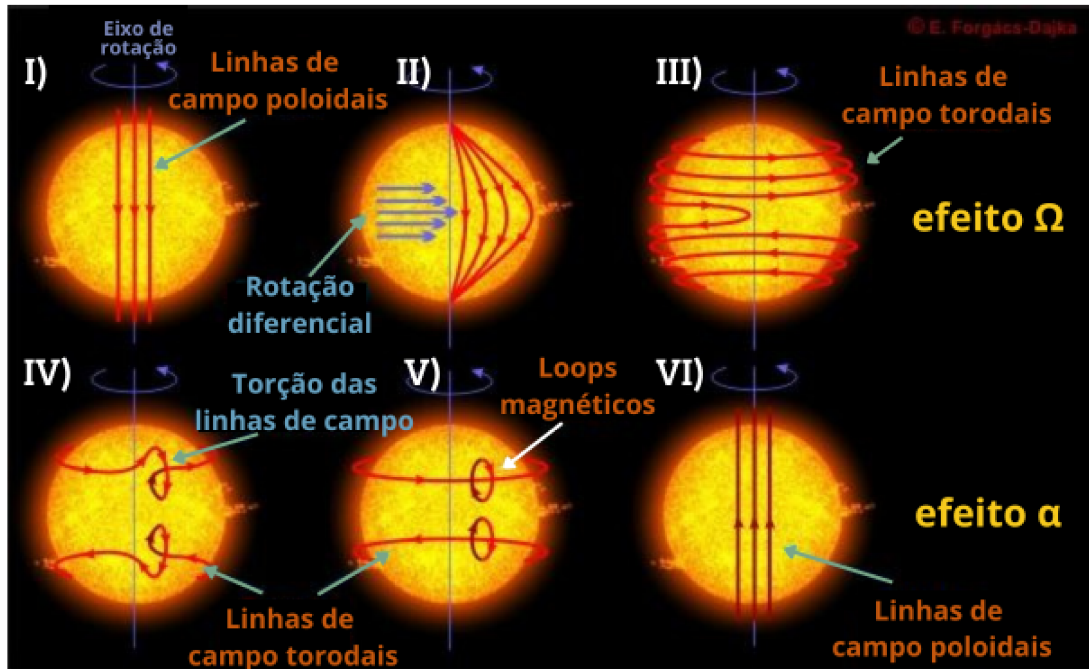


Figura 23 – Representação dos efeitos Ω e α . Inicialmente, temos linhas de campo poloidais, como em I. Devido à rotação diferencial do fluido, as linhas de campo poloidais são arrastadas, como ilustrado em II. Com as reconexões das linhas de campo, elas passam a ser toroidais, como mostrado em III. Esse processo, que leva as linhas de campo magnético da configuração poloidal para a toroidal, é chamado de efeito Ω . Devido aos movimentos ciclônicos e ao efeito de Coriolis, ocorre a torção das linhas de campo toroidais, dando origem a loops magnéticos, como apresentado em IV e V. Após as reconexões das linhas de campo magnético, temos como resultado linhas de campo poloidais (representadas em VI), fechando o processo denominado efeito α . Créditos da figura original: Emese Forgács-Dajka.

para a geração do campo magnético toroidal. Como o termo B_p acompanha o gradiente da velocidade angular Ω , damos o nome de efeito Ω para essa contribuição. A contribuição do campo toroidal para a geração do campo magnético poloidal, explicitado pelo termo αB_t na Eq. 3.4, foi proposta inicialmente por Parker (1955) e chamada de efeito α .

A dinâmica das linhas de campo influenciadas pelo efeito $\alpha - \Omega$ pode ser vista na Fig. 23. As linhas de campo poloidais, representadas em I), são inicialmente distorcidas devido à rotação diferencial, como representado em II) e discutido na Sec. 1.2.1. Como resultado, as linhas se reconectam assumindo uma configuração toroidal, assim como ilustrado em III). Esse processo apresentado na Fig. 23 resume o efeito Ω . As linhas de campo toroidais são então torcidas devido aos movimentos ciclônicos e ao efeito de Coriolis, dando origem a loops magnéticos, como ilustrado em IV) e V). Esses loops magnéticos reconectam-se dando origem às linhas de campo poloidais, representados em (VI), e fechando o processo denominado efeito α .

3.2.1 Atividade magnética e número de Rossby - uma evidência observacional da relação rotação-atividade magnética

A atividade magnética estelar está conectada com a velocidade de rotação da estrela. Inicialmente procurou-se relacioná-la diretamente ao período de rotação, P_{rot} , mas os indicadores de atividade magnética, como a luminosidade em raios-X, emissão em $\text{H}\alpha$ e emissão em CaII , são melhor correlacionados com o número de Rossby. Noyes et al. (1984) foram pioneiros ao explorar essa relação e observaram que a atividade magnética aumenta com o decréscimo do número de Rossby.

Com o objetivo de obter uma expressão para o número de Rossby, podemos partir da equação de Navier-Stokes, como apresentada por Nelson (2008), uma vez que essa equação descreve o movimento de um fluido em um meio viscoso. A equação de Navier-Stokes é definida como:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla})\vec{v} = -\frac{1}{\rho}\vec{\nabla}P + \vec{F}_g + \nu\vec{\nabla}^2\vec{v}, \quad (3.5)$$

onde $\partial\vec{v}/\partial t$ representa a aceleração do fluido em um ponto fixo, $(\vec{v} \cdot \vec{\nabla})\vec{v}$ expressa a variação da velocidade do fluido entre dois pontos do sistema de coordenadas espaciais, que descreve as posições no espaço físico onde o fluido encontra-se, em um mesmo instante de tempo, ρ é a densidade do fluido, P a pressão, \vec{F}_g a força gravitacional (que pode ser escrita também como $\vec{F} = -\vec{\nabla}\phi$) e ν é definido como a viscosidade do fluido. No caso em que temos rotação, a expressão da aceleração ($\partial\vec{v}/\partial t$) deve ser modificada a fim de considerar o efeito de Coriolis e a aceleração centrífuga. Portanto, a equação de Navier-Stokes será dada por:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + 2\vec{\Omega} \times \vec{v} + \vec{\Omega} \times (\vec{\Omega} \times \vec{r}) + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla})\vec{v} = -\frac{1}{\rho}\vec{\nabla}P + \vec{F}_g + \nu\vec{\nabla}^2\vec{v}, \quad (3.6)$$

onde $2\vec{\Omega} \times \vec{v}$ é a aceleração de Coriolis e $\vec{\Omega} \times (\vec{\Omega} \times \vec{r})$, a aceleração centrífuga. De forma análoga ao termo $(\vec{v} \cdot \vec{\nabla})\vec{v}$, o termo devido ao efeito de Coriolis avalia o movimento do fluido em relação ao sistema de coordenadas espaciais utilizado para descrever o sistema físico onde o fluido está situado. O número de Rossby, Ro , é uma quantidade adimensional que compara o efeito provocado por esses dois termos:

$$Ro \propto \frac{|(\vec{v} \cdot \vec{\nabla})\vec{v}|}{|\vec{\Omega} \times \vec{v}|}. \quad (3.7)$$

O número de Rossby é comumente definido também como a razão entre as ordens de grandeza de $(\vec{v} \cdot \vec{\nabla})\vec{v}$ (ou seja, v^2/ℓ , onde ℓ é o comprimento característico da célula de convecção) e de $\vec{\Omega} \times \vec{v}$ (isto é, Ωv). Portanto:

$$Ro \propto \frac{v}{\Omega \ell}. \quad (3.8)$$

Na prática, o número de Rossby para uma estrela é calculado a partir do seu período de rotação e de um parâmetro característico fornecido pela teoria do comprimento de mistura, que é uma descrição paramétrica da convecção, proposta por Ludwig Prandtl, em 1925. Essa abordagem considera que bolhas de matéria transportam calor nas regiões convectivas de estrelas como o Sol. O aumento da temperatura de uma bolha leva à diminuição da sua densidade. Esse material então desloca-se para camadas superiores e, após ter percorrido uma certa distância, desfaz-se no meio circundante (Kippenhahn et al., 2012). A essa distância percorrida dá-se o nome de comprimento de mistura, representado por ℓ_m (equivalente ao comprimento característico ℓ da Eq. 3.8). Ademais, o tempo que o elemento de massa leva para atravessar a distância ℓ_m é denominado tempo convectivo, τ_c , enquanto a velocidade do elemento de massa é simplesmente $v_c = \ell_m/\tau_c$.

Como $\Omega \propto 1/P_{\text{rot}}$, onde P_{rot} é o período de rotação da estrela, e $v = \ell/\tau_c$, então o número de Rossby pode ser escrito como:

$$Ro = \frac{P_{\text{rot}}}{\tau_c}. \quad (3.9)$$

Apesar de sabermos que essa não é uma descrição completa do processo de convecção, a implementação da teoria do comprimento de mistura permite tratar esse fenômeno de forma rápida computacionalmente e reproduzir dados observacionais.

Para valores de Ro menores que ou iguais a um valor limiar definido como número de Rossby de saturação, Ro_{sat} , a atividade magnética encontra-se em um regime saturado, enquanto para $Ro > Ro_{\text{sat}}$, o regime é o mesmo que o encontrado por Noyes et al. (1984), denominado insaturado. Portanto, a Eq. 3.10 define a relação entre o indicador de atividade magnética (L_X/L_{bol} , onde L_X é a luminosidade em raios-X e L_{bol} é a luminosidade bolométrica) e o número de Rossby:

$$L_X/L_{\text{bol}} = \begin{cases} C Ro^\beta, & \text{se } Ro > Ro_{\text{sat}}, \\ (L_X/L_{\text{bol}})_{\text{sat}}, & \text{se } Ro \leq Ro_{\text{sat}}, \end{cases} \quad (3.10)$$

onde $(L_X/L_{\text{bol}})_{\text{sat}}$ é a média do valor de L_X/L_{bol} na região saturada, C é uma constante, tal que $C = (L_X/L_{\text{bol}})_{\text{sat}}/Ro_{\text{sat}}^\beta$ e β é o expoente que ajusta a distribuição dos dados no regime não-saturado. A Fig. 24 mostra um gráfico de luminosidade em raios-X (L_X/L_{bol}) em função de Ro , utilizando as amostras de Wright et al. (2018) e Vidotto et al. (2014). No gráfico são apresentados os ajustes para cada amostra. A variável $(L_X/L_{\text{bol}})_{\text{sat}}$, presente no gráfico, define o valor de saturação da luminosidade em raios-X.

Como discutido brevemente em Galvão et al. (2024), estrelas jovens são encontradas majoritariamente no regime saturado ($Ro < Ro_{\text{sat}}$), enquanto estrelas mais velhas obedecem a lei de potência que rege o regime insaturado.

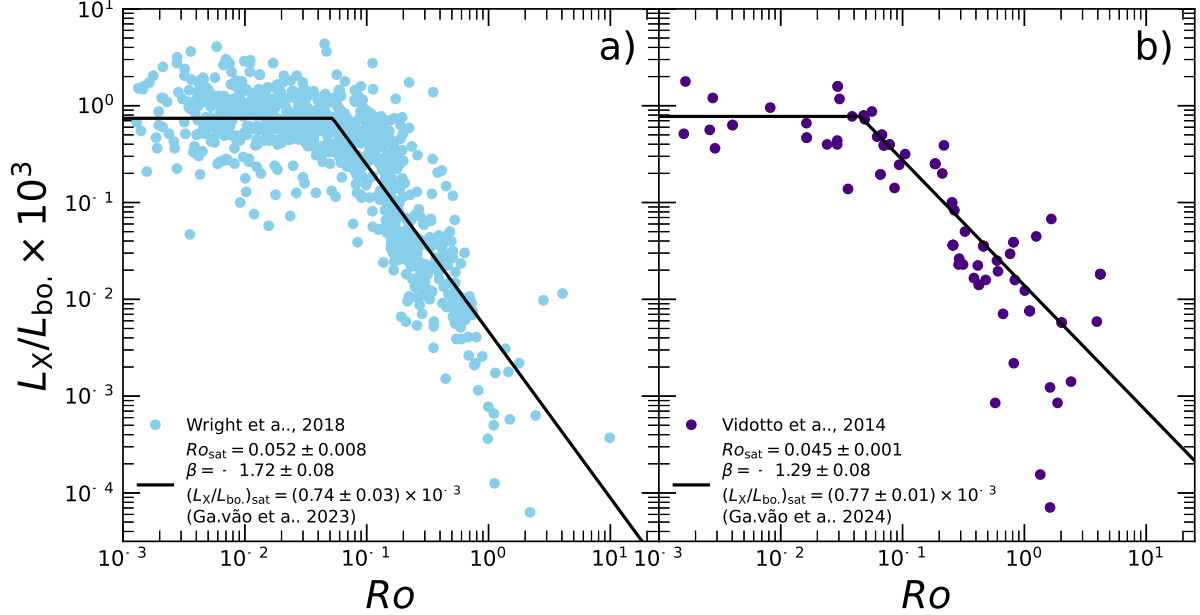


Figura 24 – Luminosidade em raios-X em função do número de Rossby. As retas mostram ajustes que descrevem a atividade magnética, que apresenta um valor aproximadamente constante (denominado $(L_X/L_{\text{bol}})_{\text{sat}}$) até um determinado valor de Ro (Ro_{sat}). A partir desse valor, L_X/L_{bol} decai em função do número de Rossby segundo uma lei de potência, $L_X/L_{\text{bol}} \propto Ro^\beta$. Em a), temos os dados de Wright et al. (2018) e os ajustes realizados por Galvão et al. (2023). Em b), temos os dados de Vidotto et al. (2014) e ajustes de Galvão et al. (2024), feitos através do Método Monte Carlo via Cadeias de Markov (MCMC).

Wright et al. (2018) encontraram estrelas completamente convectivas em um regime insaturado de atividade magnética, onde esperava-se encontrar apenas estrelas parcialmente convectivas. Uma vez que acreditava-se que as estrelas estavam nesse regime de atividade magnética devido à presença da tacoclina, outras explicações são buscadas para explicar a atividade magnética observada em estrelas de baixa massa. Através de simulações, Guerrero et al. (2017) investigaram o papel da tacoclina no dínamo solar, mecanismo responsável pelos fenômenos magnéticos observados no Sol (ver Sec. 3.2). Nesse trabalho, concluíram que a tacoclina é fundamental para reproduzir fenômenos relacionados à atividade magnética, como o ciclo de atividade solar, oscilação torcional (variação da velocidade angular na superfície do Sol) e a relação entre atividade magnética e número de Rossby (ver Subsec. 3.2.1).

4 EVOLUÇÃO DO MOMENTO ANGULAR

O principal modelo proposto para explicar a evolução do momento angular de uma estrela considera que a sua velocidade angular é constante ($\Omega = \Omega_0$, onde Ω_0 é a velocidade angular inicial) durante um certo tempo característico, τ_{disk} , devido ao acoplamento da estrela com o seu disco circum-estelar. Para idades maiores que τ_{disk} , a estrela torna-se livre para acelerar, aproximadamente conservando o seu momento angular, enquanto evolui em direção à sequência principal. Uma vez que o momento angular J é escrito em função do momento de inércia I e da velocidade angular Ω , de acordo com a relação:

$$J = I\Omega, \quad (4.1)$$

podemos encontrar uma expressão para $d\Omega/dt$ derivando a equação de J . Portanto, para $t > \tau_{\text{disk}}$, a velocidade angular varia e a sua taxa de variação no tempo pode ser escrita como:

$$\frac{d\Omega}{dt} = \frac{dJ}{dt} \frac{1}{I} - \frac{dI}{dt} \frac{\Omega}{I}. \quad (4.2)$$

Com o objetivo de investigar a perda e redistribuição de momento angular, Kawaler (1988) analisou estrelas de tipo espectral tardio em aglomerados jovens. Utilizando modelos teóricos e ajustes baseados em dados observacionais, Kawaler (1988) mostrou que a perda de uma quantidade de momento angular dJ em um tempo dt pode ser expressa como:

$$\frac{dJ}{dt} = -K_W \Omega^{1+(4an/3)} \left(\frac{R}{R_\odot} \right)^{2-n} \left(\frac{\dot{M}}{-10^{-14} M_\odot/\text{yr}^{-1}} \right)^{1-2n/3} \left(\frac{M}{M_\odot} \right)^{n/3}, \quad (4.3)$$

onde Ω é a velocidade angular, R o raio, \dot{M} a taxa de perda de massa e M a massa da estrela. A variável n depende da geometria do campo magnético, para $n = 2$, o campo magnético responsável pelo vento estelar tem uma geometria radial, enquanto para $n = 3/7$, temos um campo dipolar. O expoente a dita a relação de proporcionalidade entre o campo magnético superficial e a velocidade angular da estrela. Para estrelas jovens do tipo tardio, é comum adotar $a = 1$, o que equivale à relação $R^2 B_s \propto \Omega$, onde B_s é o campo magnético superficial (Kawaler, 1988). A constante K_W inclui a constante de proporcionalidade K_B que descreve a relação entre B_s e Ω , e a constante K_V , que relaciona a velocidade do vento estelar e a velocidade de escape. K_W pode ser escrita como:

$$K_W = 2,035 \times 10^{33} (24,93 K_V^{-1/2})^n K_B^{4n/3}. \quad (4.4)$$

K_V e K_B são parâmetros que precisam ser ajustados, e, portanto, são considerados por Kawaler (1988) como parâmetros livres, assim como n e a . Em seu trabalho, Kawaler (1988) supõe $a = 1$, o que reproduz o comportamento do campo magnético de estrelas jovens de tipo tardio. Além disso, ele considera que $K_B^2 = 4,4 \times 10^{11} \text{ g cm}^{-1}$ (o que equivale a um campo magnético global solar de aproximadamente 2 G) e $K_V = 1$, o que significa que a velocidade do vento é igual à velocidade de escape.

Kawaler (1988) variou o valor de n utilizando duas considerações diferentes no modelo estelar. No primeiro caso, considerou rotação de corpo rígido em todas as regiões da estrela, o que pressupõe uma completa redistribuição do momento angular em todo o interior estelar. No segundo caso, considerou conservação local de momento angular no caroço radiativo (o que equivale a rotação diferencial nessa região) e rotação de corpo rígido na região convectiva. Essa configuração é diferente do que foi constatado posteriormente através de dados observacionais, isto é, um caroço radiativo com rotação próxima a de um corpo rígido e o envelope convectivo com rotação diferencial, como discutido da Sec. 1.2.1. Kawaler (1988) justifica essa escolha ao defender a ideia de que a convecção é uma forma efetiva de transferência de momento angular, possibilitando considerar o envelope convectivo um corpo rígido. Como resultado, obteve que $n = 1,5$ é o valor que melhor reproduz a lei de Skumanich entre aqueles valores de n analisados.

Muitos trabalhos na literatura consideram a perda de momento angular (dJ/dt) apenas devido aos ventos estelares baseando-se no trabalho de Kawaler (1988). Esses trabalhos propõem modificações da Eq. 4.3, chamada também de equação de frenagem magnética, uma vez que esse termo é responsável por reduzir a velocidade angular da estrela. Para tratar a perda de momento angular, Bouvier et al. (1997) propõem a seguinte equação:

$$\frac{dJ}{dt} = \begin{cases} -K\Omega^3 \left(\frac{R}{R_\odot}\right)^{1/2} \left(\frac{M}{M_\odot}\right)^{-1/2} & \text{se } \Omega < \Omega_{\text{sat}}, \\ -K\Omega\Omega_{\text{sat}}^2 \left(\frac{R}{R_\odot}\right)^{1/2} \left(\frac{M}{M_\odot}\right)^{-1/2} & \text{se } \Omega \geq \Omega_{\text{sat}}, \end{cases} \quad (4.5)$$

onde a constante K é um parâmetro a ser ajustado, R é o raio da estrela, M a massa da estrela e Ω_{sat} é a velocidade na qual ocorre a saturação da taxa da perda de momento angular em altas velocidades. Na Eq. 4.5, Bouvier et al. (1997) supõem, em acordo com Barnes e Sofia (1996), que para altos valores da velocidade angular ($\Omega > \Omega_{\text{sat}}$), a perda de momento angular não cresce da mesma forma como para baixos valores de Ω ($\Omega < \Omega_{\text{sat}}$). No regime de altos valores de Ω , a perda de momento angular é governada pela segunda parte da Eq. 4.5.

Outra equação proposta na literatura acrescenta uma terceira parte à expressão de $\frac{dJ}{dt}$ para reproduzir diferentes fases evolutivas da velocidade de rotação (Allain, 1998). Nesse contexto, a expressão de $\frac{dJ}{dt}$ é descrita pela Eq. 4.6:

$$\frac{dJ}{dt} = \begin{cases} -K_{\text{sk}}\Omega^3 \left(\frac{R}{R_{\odot}}\right)^{1/2} \left(\frac{M}{M_{\odot}}\right)^{-1/2} & \text{se } \Omega < \Omega_{\text{crit}}, \\ -K_{\text{sk}}\Omega_{\text{crit}}\Omega^2 \left(\frac{R}{R_{\odot}}\right)^{1/2} \left(\frac{M}{M_{\odot}}\right)^{-1/2} & \text{se } \Omega_{\text{sat}} > \Omega \geq \Omega_{\text{crit}}, \\ -K_{\text{mm}}\Omega\Omega_{\text{sat}} \left(\frac{R}{R_{\odot}}\right)^{1/2} \left(\frac{M}{M_{\odot}}\right)^{-1/2} & \text{se } \Omega \geq \Omega_{\text{sat}}, \end{cases} \quad (4.6)$$

onde K_{sk} e K_{mm} são constantes a serem ajustadas, Ω_{sat} é a velocidade do regime de saturação de atividade magnética e Ω_{crit} é a velocidade angular crítica, que determina o regime de rápidas velocidades de rotação, onde a variação da velocidade depende da velocidade ao quadrado (esse regime foi determinado primeiramente por Mayor e Mermilliod, 1991). A primeira parte da equação reproduz a lei de Skumanich, a segunda parte reproduz o regime de rotação rápida, também chamado de regime de Mayor-Mermilliod, e a terceira modela o regime de saturação da lei de frenagem para altas velocidades.

Alguns modelos, como o proposto por Bouvier et al. (1997), consideram a variação de J devido apenas à perda de momento angular através de ventos estelares, enquanto outros trabalhos (por exemplo Allain, 1998; Gallet e Bouvier, 2013, 2015) consideram a interação entre o interior radiativo e o envelope convectivo. Nesta modelagem teórica, as regiões convectiva e radiativa são tratadas separadamente como corpos que giram rigidamente com diferentes velocidades de rotação, sendo, portanto, desacopladas. Como resultado, temos duas equações de $d\Omega/dt$, uma para o interior radiativo ($d\Omega_{\text{rad}}/dt$) e outra para o envelope convectivo ($d\Omega_{\text{conv}}/dt$). Nesse contexto, $\frac{dJ_{\text{conv}}}{dt}$ e $\frac{dJ_{\text{rad}}}{dt}$ apresentam outros termos, além da perda de momento angular devido a ventos, relacionados a diferentes processos físicos. A perda de momento angular passa a ser descrita então como:

$$\frac{dJ_{\text{conv}}}{dt} = \Gamma_{\text{wind}} + \Gamma_{\text{ce}} - \Gamma_{\text{rad}}, \quad (4.7)$$

$$\frac{dJ_{\text{rad}}}{dt} = -\Gamma_{\text{ce}} + \Gamma_{\text{rad}}, \quad (4.8)$$

sendo Γ_{wind} a contribuição para a variação do momento angular devido aos ventos estelares, Γ_{ce} a variação de J devido à troca de momento angular entre as regiões convectivas e radiativas da estrela e Γ_{rad} a variação de J devido à variação em tamanho e massa do interior radiativo. Γ_{rad} e Γ_{ce} são descritos pelas Eqs. 4.9 e 4.10, respectivamente:

$$\Gamma_{\text{rad}} = \frac{2}{3}R_{\text{rad}}^2\Omega_{\text{conv}}\frac{dM_{\text{rad}}}{dt}, \quad (4.9)$$

$$\Gamma_{\text{ce}} = \frac{\Delta J}{\tau_{\text{c-e}}}, \quad (4.10)$$

onde dM_{rad} é a quantidade de massa presente em uma casca fina de raio R_{rad} logo abaixo da base da zona convectiva. Além disso, $\tau_{\text{c-e}}$ é a escala de tempo em que a quantidade de

momento angular ΔJ leva para ser transportada do interior para o envelope convectivo. Como apontado por Schrijver e Zwaan (2000), processos como a circulação meridional, difusão turbulenta devido à rotação, ondas de gravidade, circulação induzida pelo vento e torque devido ao campo magnético são sugeridos para descrever o transporte do momento angular entre a zona radiativa e a zona convectiva. Substituindo as Eqs. 4.9 e 4.10 nas expressões da variação do momento angular para cada região, descritas pelas Eqs. 4.7 e 4.8, para então substituir na Eq. 4.2 que fornece a variação de $d\Omega/dt$, teremos, para cada região:

$$\frac{d\Omega_{\text{conv}}}{dt} = \frac{\Gamma_{\text{wind}}}{I_{\text{conv}}} + \frac{\Delta J}{\tau_{\text{c-e}}} \frac{1}{I_{\text{conv}}} - \frac{2 R_{\text{rad}}^2}{3 I_{\text{conv}}} \Omega_{\text{conv}} \frac{dM_{\text{rad}}}{dt} - \frac{dI_{\text{conv}}}{dt} \frac{\Omega_{\text{conv}}}{I_{\text{conv}}}, \quad (4.11)$$

$$\frac{d\Omega_{\text{rad}}}{dt} = -\frac{1}{I_{\text{rad}}} \frac{\Delta J}{\tau_{\text{c-e}}} + \frac{2 R_{\text{rad}}^2}{3 I_{\text{rad}}} \Omega_{\text{conv}} \frac{dM_{\text{rad}}}{dt} - \frac{dI_{\text{rad}}}{dt} \frac{\Omega_{\text{rad}}}{I_{\text{rad}}}. \quad (4.12)$$

Em alguns trabalhos (por exemplo Gallet e Bouvier, 2013, 2015), a perda de momento angular através de ventos estelares é descrita pela Eq. 4.13:

$$\frac{dJ}{dt} \propto \Omega \dot{M}_{\text{wind}} r_{\text{A}}^2, \quad (4.13)$$

onde Ω é a velocidade angular da superfície na estrela (ou seja, Ω_{conv}), \dot{M}_{wind} é a taxa de perda de massa e r_{A} é o valor médio do raio de Alfvén, isto é, o local onde as densidades de energia magnética e cinética possuem o mesmo valor (Belenkaya et al., 2015). A expressão de r_{A} , descrita pela Eq. 4.14, é determinada através de simulações (Matt, 2008):

$$r_{\text{A}} = K_1 \left[\frac{B_{\text{p}}^2 R^2}{\dot{M}_{\text{wind}} \sqrt{K_2^2 v_{\text{esc}}^2 + \Omega^2 R^2}} \right]^z R, \quad (4.14)$$

onde R é o raio da estrela, B_{p} é o campo de dipolo superficial no equador e v_{esc} é a velocidade de escape da superfície estelar ($v_{\text{esc}} = \sqrt{2GM/R}$). Na Eq. 4.14, K_1 , K_2 e z são constantes obtidas através de simulações numéricas e têm os valores 1,30, 0,0506 e 0,2177, respectivamente.

Considerando que o campo magnético é criado devido ao efeito dínamo, podemos supor que a intensidade do campo magnético médio, B_{p} , depende da velocidade angular. Gallet e Bouvier (2013, 2015) obtiveram o valor do campo magnético médio e a taxa de perda de massa através do código BOREAS de Cranmer e Saar (2011).

Gallet e Bouvier (2015) calcularam os percentis de 25%, 50% e 90% da distribuição da velocidade angular de estrelas de diferentes aglomerados com idades diferentes. Além disso, os percentis de 25%, 50% e 90% foram definidos como rotadores rápidos, medianos e lentos, respectivamente. Para reproduzir os percentis, os autores utilizaram modelos que

descrevem a evolução da velocidade angular. Esses modelos foram construídos utilizando as Eqs. 4.11 e 4.12, que descrevem a variação das velocidades angulares do envelope convectivo e do caroço radiativo, respectivamente, e a Eq. 4.13, que descreve a perda do momento angular. Eles calcularam os valores de período de rotação inicial (P_0) e de tempo de disco (τ_{disk}) que melhor descrevem os percentis e os resultados são mostrados na Tab. 2. Como mostrado na Tab. 2, Gallet e Bouvier (2015) encontraram que o tempo de disco aumenta em função da massa para os rotadores lentos e medianos. Essa tendência não foi encontrada para os rotadores rápidos.

Tabela 2 – Períodos de rotação inicial e tempo de disco calculados por Gallet e Bouvier (2015) para rotadores lentos, medianos e rápidos.

| Parâmetro | Rotadores lentos | Rotadores medianos | Rotadores rápidos | Massa (M_{\odot}) |
|----------------------------|------------------|--------------------|-------------------|-----------------------|
| P_0 (dias) | 8 | 5 | 1,4 | 1,0 |
| τ_{disk} (Myr) | 9 | 6 | 2 | 1,0 |
| P_0 (dias) | 9 | 6 | 1,4 | 0,8 |
| τ_{disk} (Myr) | 7 | 5 | 3 | 0,8 |
| P_0 (dias) | 8 | 4,5 | 1,2 | 0,5 |
| τ_{disk} (Myr) | 6 | 3,5 | 2,5 | 0,5 |

Fonte: Gallet e Bouvier (2015).

Vasconcelos e Bouvier (2015) simularam aglomerados sintéticos para tentar reproduzir a distribuição de períodos dos aglomerados jovens ONC, NGC 2264 e h Per, com idades de 1 Myr a 13 Myr. Para obter os dados sintéticos, Vasconcelos e Bouvier (2015) utilizaram simulações de Monte Carlo considerando o mecanismo de *disk-locking*, no qual foi definido um valor limite de taxa de acreção de massa como responsável por definir o desacoplamento entre estrela e disco, para estrelas que possuem disco. Para estrelas sem disco, foi considerada a conservação de momento angular. A evolução do período de rotação de aglomerados jovens como ONC, NGC 2264 e h Per pôde ser reproduzida através das simulações propostas por Vasconcelos e Bouvier (2015).

Vasconcelos et al. (2022) ampliaram a idade dos aglomerados estudados, testando o modelo para idades de até 550 milhões de anos. Além disso, os autores testaram a hipótese de desacoplamento entre o interior e o envelope e a influência do parâmetro τ_{c-e} na distribuição do período de rotação. Os resultados mostraram que, para estrelas na pré-sequência principal e na ZAMS (no inglês *zero-age main sequence*, que denomina a fase evolutiva na qual a estrela está no início da sequência principal), uma variação de τ_{c-e} não resulta em um efeito significativo na distribuição do período de rotação.

Uma vez que a transferência de momento angular entre o caroço radiativo e o envelope convectivo ocorre em um tempo τ_{c-e} , essa variável é um indicador da intensidade do acoplamento entre essas duas regiões. Altos valores de τ_{c-e} (por volta de 300 Myr, por exemplo) indicam um acoplamento fraco, enquanto baixos valores de τ_{c-e} (1 Myr a 30 Myr,

por exemplo) configuram um forte acoplamento entre as duas regiões. Vasconcelos et al. (2022) sugerem que, para estrelas com velocidades de rotação baixas e medianas (usando a mesma definição de regime de rotação de Gallet e Bouvier (2015)), o acoplamento é fraco, isto é, os valores de τ_{c-e} são altos.

Considerando rotação de corpo rígido, van Saders et al. (2016) modificaram a equação do momento angular para que, a partir de um número de Rossby crítico, o momento angular se conserve. Portanto, nesse contexto, a equação de dJ/dt pode ser escrita como:

$$\frac{dJ}{dt} = \begin{cases} f_K K_M \Omega \left(\frac{\Omega_{\text{crit}}}{\Omega_{\odot}} \right)^2 & \text{se } \Omega_{\text{crit}} \leq \Omega \frac{\tau_c}{\tau_{\odot}}, Ro \leq Ro_{\text{crit}} \\ f_K K_M \Omega \left(\frac{\Omega \tau_c}{\Omega_{\odot} \tau_{c,\odot}} \right)^2 & \text{se } \Omega_{\text{crit}} > \Omega \frac{\tau_c}{\tau_{\odot}}, Ro \leq Ro_{\text{crit}} \\ 0 & \text{se } Ro > Ro_{\text{crit}}, \end{cases} \quad (4.15)$$

onde Ω é a velocidade angular e Ω_{crit} o seu valor crítico, τ_c é o tempo convectivo, f_K um fator de escala e a constante K_M é definida como:

$$\frac{K_M}{K_{M,\odot}} = c(\Omega) \left(\frac{R}{R_{\odot}} \right)^{3.1} \left(\frac{M}{M_{\odot}} \right)^{-0.22} \left(\frac{L}{L_{\odot}} \right)^{0.56} \left(\frac{P_{\text{phot}}}{P_{\text{phot},\odot}} \right)^{0.44}, \quad (4.16)$$

sendo $c(\Omega)$ uma correção centrífuga, inicialmente proposta por Matt et al. (2012), que visa reproduzir a variação de momento angular para estrelas com baixa velocidade de rotação (objetos com período de rotação maior do que 40 dias) e P_{phot} a pressão na fotosfera.

Esses trabalhos utilizam modelos de estrutura e evolução estelar para obter parâmetros estelares que possibilitem resolver as equações diferenciais que descrevem a evolução da velocidade angular. Uma outra abordagem consiste em utilizar modelos de estrutura e evolução estelar com a rotação implementada. Uma vez que a rotação estelar afeta a estrutura da estrela, investigar a evolução da velocidade angular através desse método torna-se vantajoso devido ao fato desses efeitos serem considerados ao longo da vida da estrela.

Landin et al. (2016), utilizando uma versão do código de estrutura e evolução estelar ATON, que leva em consideração a rotação estelar, investigaram a rotação de estrelas pertencentes aos aglomerados da Nebulosa de Orion (ONC) e NGC 2264, com idades médias de 1 e 3 milhões de anos, respectivamente. Nesse trabalho, Landin et al. (2016) calcularam a idade para as estrelas individualmente, não supondo que objetos de um mesmo aglomerado possuem exatamente a mesma idade, mas sim que apresentam uma dispersão em idades. As amostras foram divididas em diferentes categorias. Estrelas com idades menores do que 10^5 anos e períodos de rotação menores do que um certo valor limiar P_{thresh} ($P_{\text{thresh}} = 8$ dias para o aglomerado ONC e $P_{\text{thresh}} = 5$ dias para NGC 2264)

foram definidas como rotadores rápidos precoces. Estrelas com períodos maiores ou iguais a P_{thresh} foram denominadas rotadores lentos e objetos com períodos menores que P_{thresh} e idades maiores que 10^5 anos foram classificadas como rotadores moderados.

Landin et al. (2016) consideraram o mecanismo de *disk-locking* para rotadores moderados e a conservação do momento angular para rotadores rápidos precoces. Foi utilizada rotação de corpo rígido para descrever a evolução da velocidade angular das estrelas dos aglomerados ONC e NGC 2264. Além disso, na abordagem de *disk-locking*, assumiram o período inicial igual a 8 dias para estrelas de ONC e 5 dias para estrelas de NGC 2264, baseados na distribuição de períodos atual de cada aglomerado. Utilizando seus modelos de *disk-locking*, Landin et al. (2016) encontraram que $0,2 \leq \tau_{\text{disk}} \text{ (Myr)} \leq 3$ e $0,2 \leq \tau_{\text{disk}} \text{ (Myr)} \leq 10$ conseguem descrever as posições das estrelas com velocidades moderadas dos aglomerados ONC e NGC 2264 no plano *período vs. idade*.

5 CÓDIGO DE ESTRUTURA E EVOLUÇÃO ESTELAR

Os códigos de evolução estelar resolvem equações constitutivas, formuladas para descrever a variação de grandezas físicas do interior estelar, associadas a algumas suposições adicionais e condições de contorno. Esse conjunto de equações diferenciais considera simetria esférica, o que resulta em expressões escritas em termos de apenas uma dimensão. As equações que descrevem a física do interior estelar podem ser formuladas em função da coordenada radial r (notação euleriana) ou da variável massa m (notação lagrangiana). As equações 5.1, 5.2, 5.3 e 5.4 são as chamadas equações constitutivas, na configuração lagrangiana:

$$\frac{dP}{dm} = -\frac{Gm}{4\pi r^4} \quad (5.1)$$

$$\frac{dr}{dm} = \frac{1}{4\pi r^2 \rho} \quad (5.2)$$

$$\frac{dL}{dm} = \epsilon_n - \epsilon_\nu - T \frac{\partial s}{\partial t} \quad (5.3)$$

$$\frac{dT}{dm} = -\frac{T}{P} \frac{Gm}{4\pi r^4} \nabla, \quad (5.4)$$

onde m é a massa contida por uma esfera de raio r , ρ é a densidade na região r , ϵ_n é a energia produzida através de reações nucleares, ϵ_ν é a energia perdida através de neutrinos e s é a entropia do gás. As demais grandezas, P , L , T e G , possuem os significados usuais, pressão, luminosidade, temperatura e constante gravitacional, respectivamente. A Eq. 5.1 é a equação de equilíbrio hidrostático, a Eq. 5.2 descreve a conservação de massa, a Eq. 5.3 é a equação de conservação de energia e a Eq. 5.4 é a equação de transporte de energia. Na Eq. 5.4, o gradiente representado por ∇ pode ser convectivo (que é praticamente adiabático na maior parte do interior estelar), quando o transporte de energia for feito por convecção, e pode ser também radiativo, quando o transporte de energia ocorrer por radiação. Nas regiões convectivas, o gradiente é definido pela teoria do comprimento de mistura (Kippenhahn et al., 2012).

5.1 Solução numérica da equação do momento angular, utilizando parâmetros fornecidos pelo código ATON

Construímos modelos que descrevem a evolução da velocidade e do momento angulares de estrelas de baixa massa, utilizando trilhas evolutivas de $0,1 M_{\odot}$ a $1,4 M_{\odot}$. Resolvemos a Eq. 4.2, que descreve a variação da velocidade angular em função do tempo, $d\Omega/dt$, considerando a perda de momento angular devido apenas aos ventos estelares (Eq. 4.5). Detalhes do modelo, construído na linguagem *python*, são discutidos no Apêndice C.0.1.

Utilizamos parâmetros estelares fornecidos pelo código de estrutura e evolução estelar ATON (Landin et al., 2023). Neste trabalho, consideramos o parâmetro $\alpha = 2$ da teoria do comprimento de mistura (Böhm-Vitense, 1958). Através de modelos de atmosfera não cinza de Allard et al. (2000) foram obtidas as condições de contorno na superfície. O ajuste entre o interior estelar e a atmosfera foi feito considerando-se a profundidade óptica igual a 3. A Fig. 25 mostra que o raio e o momento de inércia de uma estrela de $1 M_{\odot}$ decrescem em função da idade e atingem valores constantes após aproximadamente dez milhões de anos. O comportamento do raio, em função da idade, obtido através do código ATON é semelhante ao comportamento obtido por Gallet e Bouvier (2015), que utilizaram os modelos de Baraffe et al. (1998). Em ambos, o raio da estrela passa a ser $1 R_{\odot}$ quando ela atinge 10 milhões de anos. O comportamento da evolução do momento de inércia é também semelhante. I decresce com a idade, até assumir um valor constante por volta de 32 milhões de anos, tanto para o código ATON como para os modelos de Baraffe et al. (1998).

Para obter a velocidade angular da estrela em função da idade, resolvemos a Eq. 4.2 de $d\Omega/dt$ numericamente através de um programa computacional escrito na linguagem Python. Neste trabalho, utilizamos o método de Runge-Kutta, de forma que

$$\Omega_{i+1} = \Omega_i + \frac{h}{2}(K_1 + K_2) \quad (5.5)$$

sendo $K_1 = d\Omega(t_i, \Omega_i)/dt$ e $K_2 = d\Omega(t_i + h, \Omega_i + hK_1)/dt$ com $d\Omega_i/dt$ dado pela Eq. 4.2 e $h = t_{i+1} - t_i$ sendo o passo temporal obtido com o código ATON (Landin et al., 2023). Calculamos a variação do momento de inércia da seguinte forma:

$$\frac{dI_i}{dt} = \frac{I_{i+1} - I_i}{t_{i+1} - t_i}, \quad (5.6)$$

onde I_{i+1} e I_i também são fornecidos pelo código ATON (Landin et al., 2023). Utilizamos a Eq. 4.6 de Allain (1998) que descreve a variação do momento angular, com as constantes $K_{sk} = 2,7 \times 10^{47}$, $K_{mm} = 4,2 \times 10^{42}$, $\Omega_{crit} = K_{mm}/K_{sk}$ e $\Omega_{sat} = 30 \Omega_{\odot}$, que definem as constantes que multiplicam a primeira e a segunda partes da 4.6, a velocidade crítica,

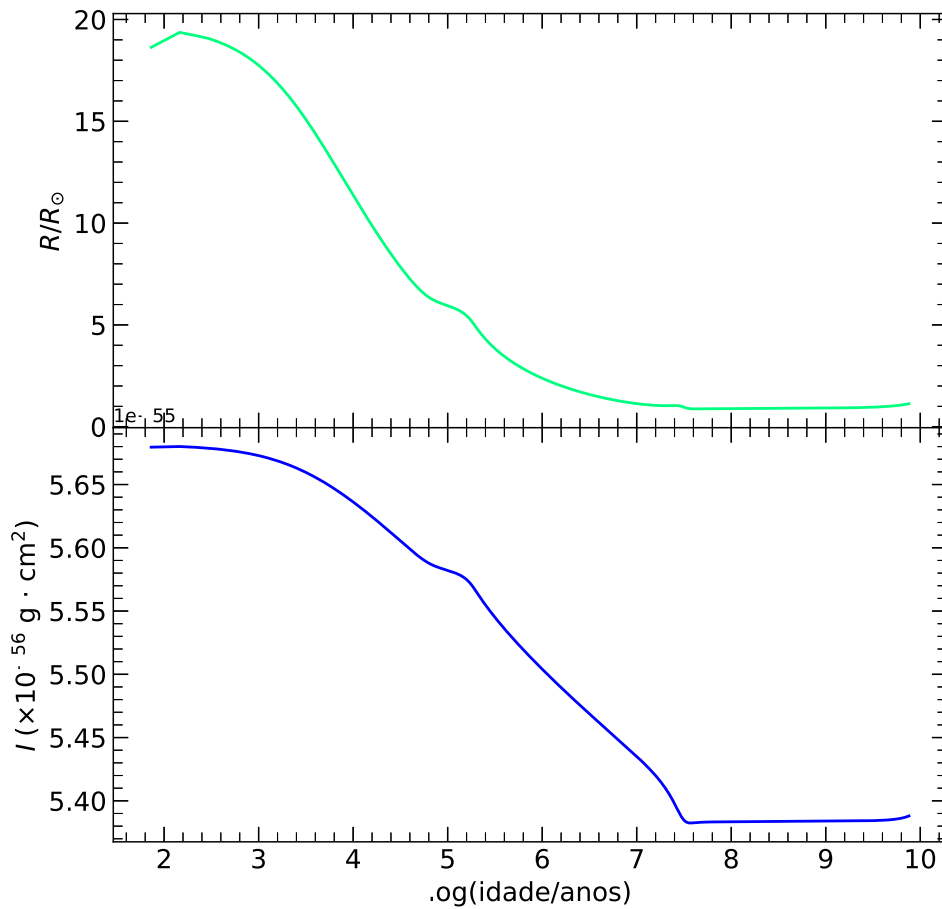


Figura 25 – Evolução do raio e momento de inércia de uma estrela de $1 M_{\odot}$ em função do logaritmo da idade determinados pelo código ATON (Landin et al., 2023).

que determina o regime de rápidas velocidades de rotação, e a velocidade de saturação, respectivamente. Esses valores são os mesmos utilizados por Allain (1998) e foram ajustados para reproduzir o valor atual da velocidade angular do Sol. A implementação em linguagem *python* das soluções das Eqs. 5.5 e 5.6 é mostrada no Apêndice C.0.1. A Fig. 26 apresenta as derivadas temporais do momento de inércia, do momento angular e da velocidade angular em função do logaritmo da idade para diferentes valores de período de rotação inicial. A variação do momento de inércia é significativa até aproximadamente 32 milhões de anos e, após isso, é praticamente nula (painel superior da Fig. 26). Isso acontece devido ao fato da estrela encontrar-se na sequência principal e não mais estar em processo de contração, mantendo portanto o seu raio constante.

O painel do meio da Fig. 26 mostra que a variação do momento angular atinge um mínimo local por volta de 32 milhões de anos e depois chega a um valor próximo de 0, por volta de 251 milhões de anos. Esse comportamento é verificado uma vez que dJ/dt é uma função da velocidade angular Ω (por exemplo a Eq. 4.6, descrita por Allain, 1998), que apresenta um máximo por volta de 32 milhões de anos. Enquanto isso, o painel inferior da Fig. 26 mostra que, em 32 milhões de anos, temos um ponto de inflexão da derivada

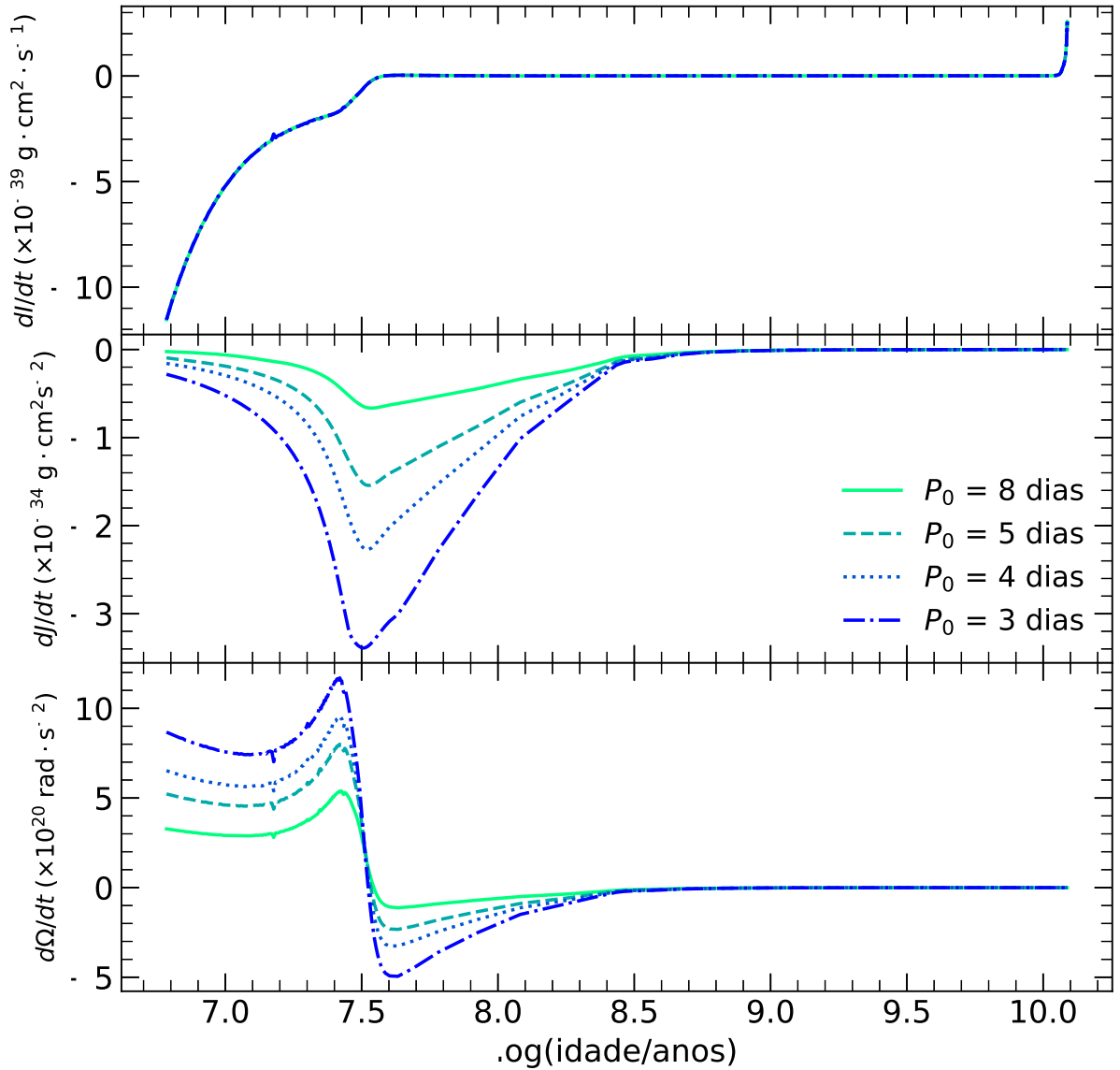


Figura 26 – Derivadas temporais do momento de inércia, momento angular e velocidade angular de uma estrela de $1 M_{\odot}$ em função do logaritmo da idade, para diferentes períodos de rotação iniciais. As derivadas foram calculadas utilizando parâmetros estelares, como momento de inércia e raio estelar, obtidos através do código ATON (Landin et al., 2023). Em todos os modelos acima utilizamos $\tau_{\text{disk}} = 6$ Myr.

temporal da velocidade angular, que passa a ser aproximadamente 0 após 251 milhões de anos.

De um modo geral, a Fig. 26 mostra que as amplitudes das variações de dJ/dt e $d\Omega/dt$ aumentam com a diminuição do período de rotação inicial, enquanto dI/dt não é afetada. Isso decorre do fato de que, quanto menor o período inicial considerado em um modelo, maior é a velocidade máxima atingida por esse modelo para reproduzir a velocidade angular no final da pré-sequência principal, como mostrado na Fig. 27. Podemos

verificar também, de acordo com a Eq. 4.2, que descreve a variação temporal da velocidade angular, que $d\Omega/dt$ depende de Ω . Uma vez que a perda de momento angular também depende de Ω , esse efeito é também verificado em dJ/dt .

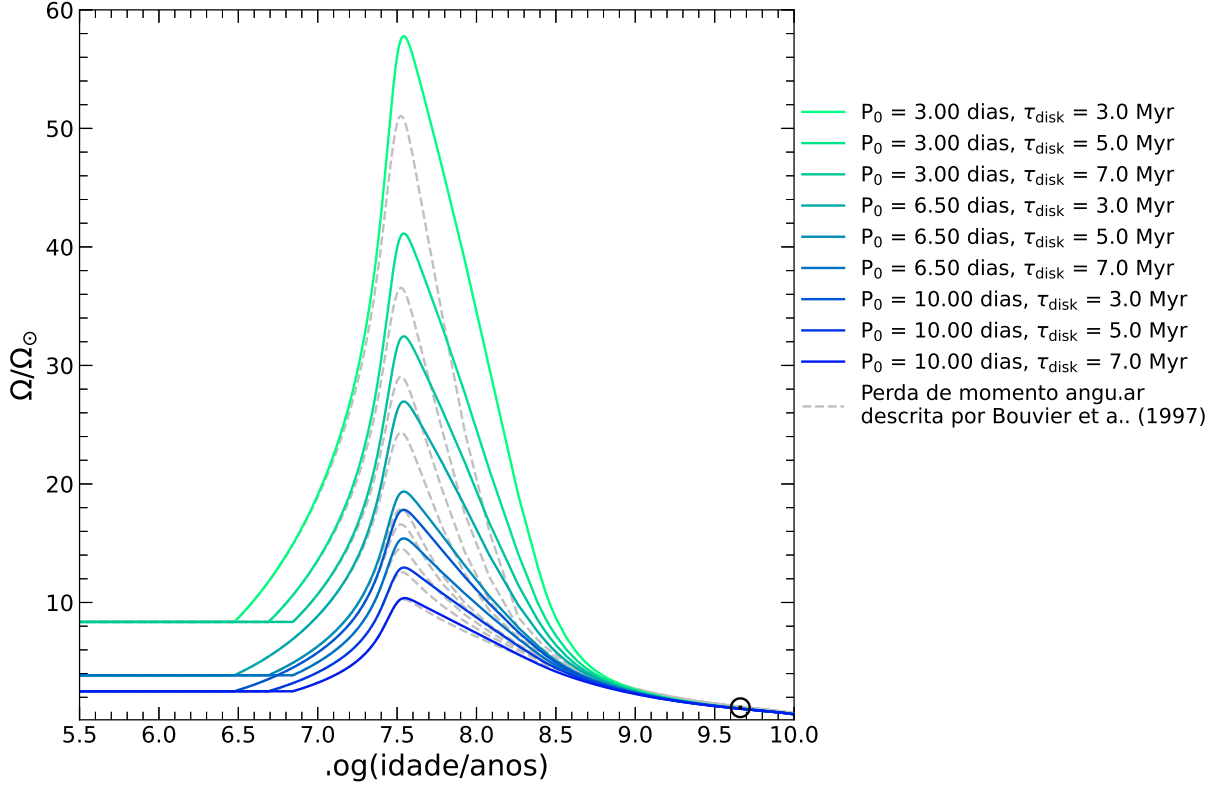


Figura 27 – Evolução da velocidade angular de uma estrela de $1M_{\odot}$, em função do logaritmo da idade, calculada através do método de Runge-Kutta, utilizando parâmetros estelares fornecidos pelo código ATON (Landin et al., 2023). As curvas contínuas correspondem aos nossos cálculos e utilizam a perda de momento angular descrita por Allain (1998), enquanto as curvas tracejadas utilizam os mesmos valores de período de rotação inicial e tempo de disco das curvas coloridas, mas a perda de momento angular descrita por Bouvier et al. (1997). O ponto \odot representa o Sol.

A Fig. 27 ilustra o resultado da integração da equação da velocidade angular em função do tempo utilizando diferentes períodos de rotação iniciais e diferentes períodos de tempo em que a velocidade manteve-se constante (τ_{disk}), isto é, enquanto a estrela encontrava-se acoplada ao disco circum-estelar. As curvas coloridas da Fig. 27 foram obtidas neste trabalho, utilizando a Eq. 4.6 e a descrição da perda de momento angular através de ventos estelares de Allain (1998). As curvas em cinza foram construídas utilizando a perda de momento angular de acordo com Bouvier et al. (1997) (Eq. 4.5), onde foram utilizados $K = 2,7 \times 10^{47}$ e $\Omega_{\text{sat}} = 14 \Omega_{\odot}$. Através do gráfico, percebe-se que, apesar de ambos modelos atingirem o máximo de Ω em uma idade de aproximadamente 32 milhões de anos, a perda de momento angular de Bouvier et al. (1997) é mais significativa em

relação à equação utilizada por Allain (1998).

O gráfico da Fig. 27 revela que, quanto menor o período de rotação inicial, maior a velocidade máxima alcançada pela estrela durante a sua vida. Para um mesmo período inicial, quanto maior o tempo em que a estrela encontra-se ligada ao disco, menores são as velocidades atingidas. Além disso, verifica-se a tendência do modelo, independentemente dos parâmetros iniciais, de reproduzir a atual velocidade de rotação do Sol.

A Fig. 28 apresenta a velocidade angular em função da idade para uma estrela de $1 M_{\odot}$, evidenciando quando as diferentes partes da Eq. 4.6, que descreve a perda do momento angular, são utilizadas. Denominamos Lei 1, 2 e 3 a primeira, segunda e terceira partes da Eq. 4.6, respectivamente. Através da Fig. 28, vemos que, para rotadores lentos (curva vermelha) e medianos (curva verde), apenas a primeira e a segunda partes da Eq. 4.6, representadas pelas curvas contínua e pontilhada, são significativas. Isso mostra que esses regimes mais baixos de rotação não alcançam a velocidade de saturação Ω_{sat} .

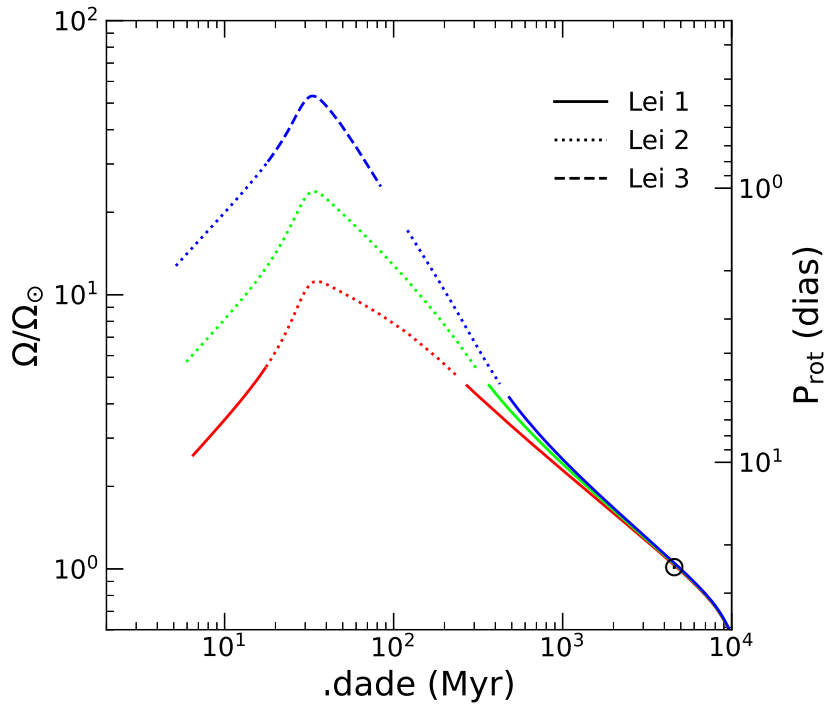


Figura 28 – Evolução temporal da velocidade angular, evidenciando as partes da equação da perda de momento angular, considerando uma estrela de $1 M_{\odot}$. Para as curvas azul, verde e vermelha utilizamos $P_0 = 2,00$ dias e $\tau_{\text{disk}} = 5,07$ Myr, $P_0 = 4,48$ dias e $\tau_{\text{disk}} = 6$ Myr e $P_0 = 9,8$ dias e $\tau_{\text{disk}} = 6,5$ Myr, respectivamente. Lei 1, 2 e 3 se referem à primeira, segunda e terceira partes da Eq. 4.6, que descreve a evolução do momento angular, respectivamente.

Na Fig. 29, é apresentada como a evolução da velocidade angular é afetada pelos valores dos parâmetros Ω_{sat} , K_{sk} e K_{mm} da Eq. 4.6, que definem a velocidade de saturação e as constantes que multiplicam a primeira e a segunda partes da equação de variação do momento angular. O primeiro painel da Fig. 29 mostra que, quanto menor o valor de

Ω_{sat} , mais devagar é o decréscimo da velocidade angular. Isso pode ser explicado pelo fato da perda de momento angular e Ω_{sat} serem diretamente proporcionais quando a condição $\Omega \geq \Omega_{\text{sat}}$ é satisfeita, como mostrado na Eq. 4.6. Os valores de $\Omega_{\text{sat}} = 5 \Omega_{\odot}$, $\Omega_{\text{sat}} = 10 \Omega_{\odot}$ e $\Omega_{\text{sat}} = 30 \Omega_{\odot}$ fazem com que a curva de Ω descreva a velocidade angular do Sol, enquanto para $\Omega_{\text{sat}} = 1 \Omega_{\odot}$ isso não ocorre. De forma análoga, no segundo e no terceiro painéis da Fig. 29 vemos que, quanto menores os valores de K_{sk} e K_{mm} , mais devagar ocorre o decréscimo de Ω . Um menor valor dessas constantes está relacionado a uma menor perda de momento angular através de ventos estelares, ocasionando em uma diminuição menos acentuada da velocidade de rotação. Através da Fig. 29, vemos que apenas $\Omega_{\text{sat}} > 1 \Omega_{\odot}$, $K_{\text{sk}} = 3 \times 10^{47}$ e $K_{\text{mm}} > 3 \times 10^{42}$ reproduzem a velocidade de rotação do Sol.

Através da Fig. 29 vemos que os parâmetros Ω_{sat} , K_{sk} e K_{mm} influenciam estágios avançados da evolução de Ω (idade $\gtrsim 30$ Myr). Apesar de variarmos os valores desses parâmetros, o comportamento da velocidade angular, logo após o desacoplamento entre a estrela e o disco, varia igualmente, independentemente dos valores de Ω_{sat} , K_{sk} e K_{mm} , até atingir o máximo de Ω .

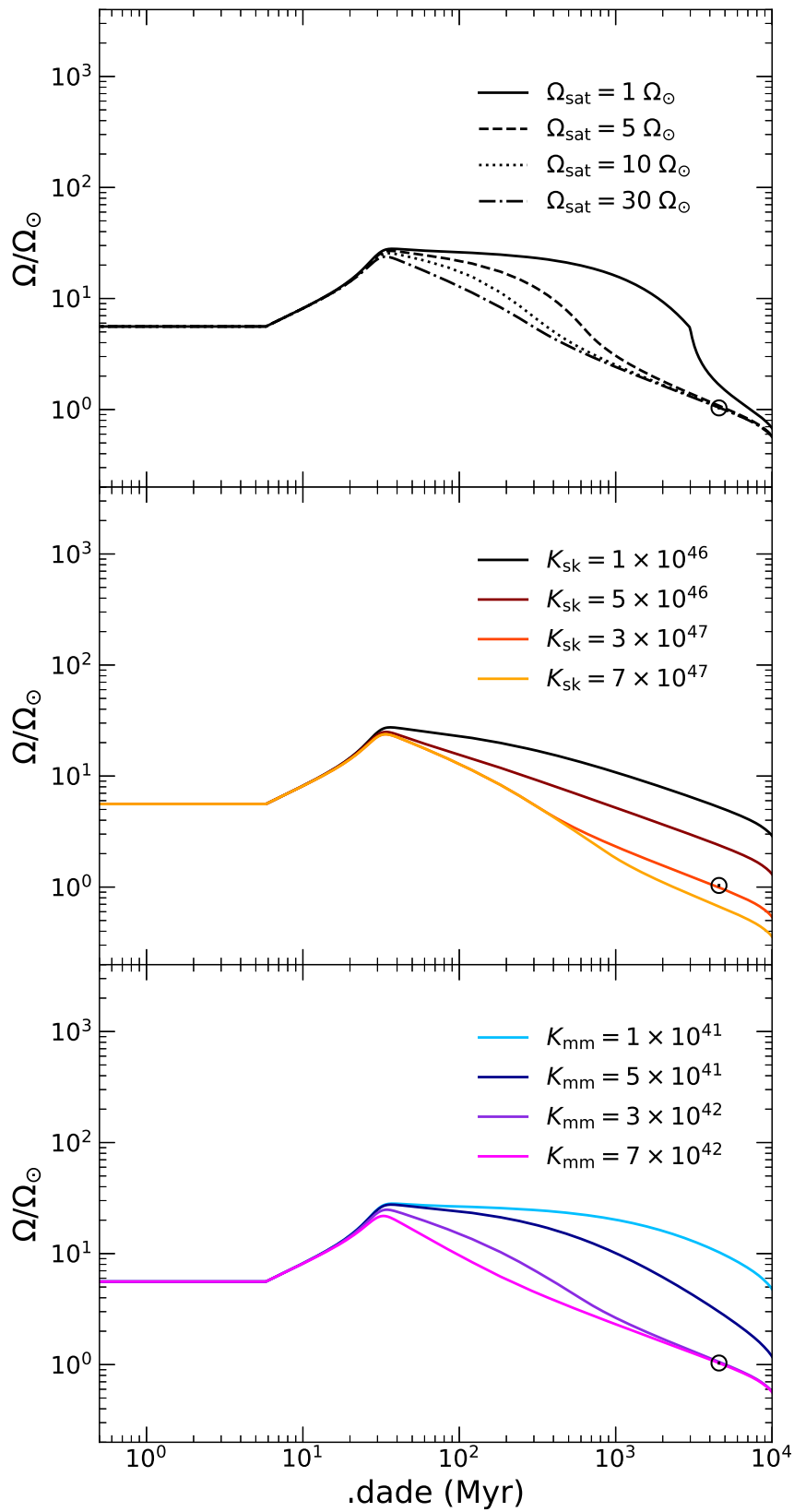


Figura 29 – Representação de como a evolução da velocidade angular de uma estrela de $1 M_{\odot}$ é influenciada pelos parâmetros Ω_{sat} , K_{sk} e K_{mm} da Eq. 4.6, que definem a velocidade de saturação e as constantes que multiplicam a primeira e a segunda partes da equação de perda de momento angular, respectivamente.

6 ANÁLISE DA RELAÇÃO ENTRE O PROCESSO DE *DISK-LOCKING* E O NÚMERO DE ROSSBY

Neste trabalho, o nosso objetivo final é investigar uma possível relação entre a duração da fase de acoplamento disco-estrela e o número de Rossby. Ao invés de supor que a estrela interage com seu disco circum-estelar durante um certo tempo de disco (τ_{disk}), consideramos a possibilidade da estrela liberar-se de seu disco quando atingir um certo número de Rossby, que denominamos número de Rossby crítico para o desacoplamento disco-estrela, $Ro_{\text{crit,D}}$. A nossa proposta consiste, então, em considerar o número de Rossby um parâmetro equivalente ao tempo de disco, τ_{disk} . Para testar essa hipótese, analisamos a evolução da velocidade de rotação de estrelas de baixa massa. Procuramos descrever o comportamento de percentis de distribuição de velocidade de rotação de diferentes aglomerados em diferentes faixas de massa, considerando que as estrelas de um mesmo aglomerado têm exatamente a mesma idade, que é a média das idades das estrelas deste aglomerado.

6.1 Dados observacionais de aglomerados

Para avaliar os nossos resultados teóricos, buscamos dados de aglomerados estelares na literatura. As diferentes cores utilizadas na Fig. 30 representam fontes diferentes de dados. Símbolos distintos para uma mesma fonte diferenciam os aglomerados. Coletamos dados que compreendem o intervalo de idade de 1 milhão de anos até 10 bilhões de anos. As especificações de cada aglomerado são apresentadas na Tab. 3.

Para alguns aglomerados, as massas das estrelas não estavam disponíveis na literatura. Uma vez que precisávamos dividir os dados em intervalos de massa, os aglomerados que não dispunham desses dados não foram considerados. Para estrelas da associação jovem de estrelas denominada Cepheus OB3b (CepOB3b), as massas foram obtidas de Getman et al. (2009), através do processo de *crossmatch*. Esse processo consiste em comparar a posição no céu de estrelas de dois ou mais catálogos diferentes, a fim de determinar os objetos presentes em ambos os catálogos. Para isso, utilizamos o *software* TOPCAT (Taylor, 2005). Na Fig. 31, apresentamos a distribuição dos aglomerados no gráfico de velocidade de rotação em função do tempo, que compreende o período de 1 milhão a 10 bilhões de anos.

Apesar de povoada, na região por volta de 10 Myr no plano Ω vs. *idade*, como mostra

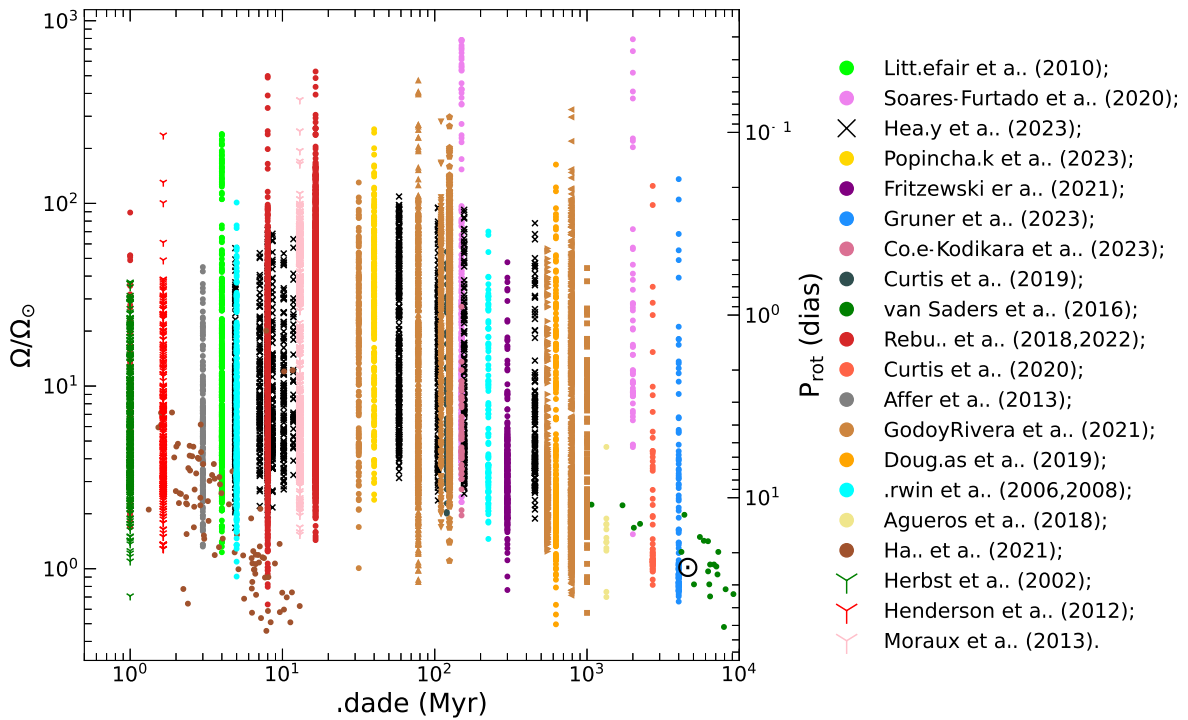


Figura 30 – Velocidade angular de estrelas em diferentes aglomerados em função da idade.

o histograma da Fig. 31, a massa das estrelas foi calculada apenas para 5 aglomerados. Essa região do gráfico é de intenso interesse, uma vez que o processo de destravamento entre estrela e disco ocorre entre 5 e 10 Myr (Gallet e Bouvier, 2015). Além disso, para alguns intervalos de massa, como por exemplo $M < 0,2 M_{\odot}$ e $M \geq 1,3 M_{\odot}$, a quantidade de estrelas com massa determinada em alguns aglomerados com idade entre 5 e 10 Myr é baixa e pode influenciar os nossos resultados. Por exemplo, para o caso em que $M < 0,2 M_{\odot}$, temos apenas dois pontos para cada regime de rotação (rápido, médio e lento).

Como a variação do período de rotação estelar depende da massa da estrela (Gallet e Bouvier, 2015), fizemos um recorte em massa, abrangendo o intervalo $0,9 - 1,1 M_{\odot}$ como exemplo. O resultado é apresentado na Fig. 32. Os pontos vermelho, verde e azul correspondem aos percentis de 90%, 50% e 25%, respectivamente, da distribuição de períodos de rotação de cada aglomerado. As curvas representam soluções da Eq. 4.2, utilizando diferentes valores de período inicial e tempo de disco para descrever os percentis.

Embora as curvas teóricas consigam ajustar os percentis médios dos aglomerados para idades de até aproximadamente 20 Myr e para idades maiores que 400 Myr, para o intervalo $70 \text{ Myr} < \text{Idade} < 200 \text{ Myr}$, os valores de Ω são superestimados pelos nossos modelos. Outros mecanismos de desaceleração, como a transferência de momento angular entre o núcleo radiativo e o envelope convectivo, podem ser usados para tentar descrever melhor a velocidade de rotação durante esse período evolutivo. Além disso, a variação dos parâmetros Ω_{sat} , K_{sk} e K_{mm} — que representam a velocidade de saturação e as constantes

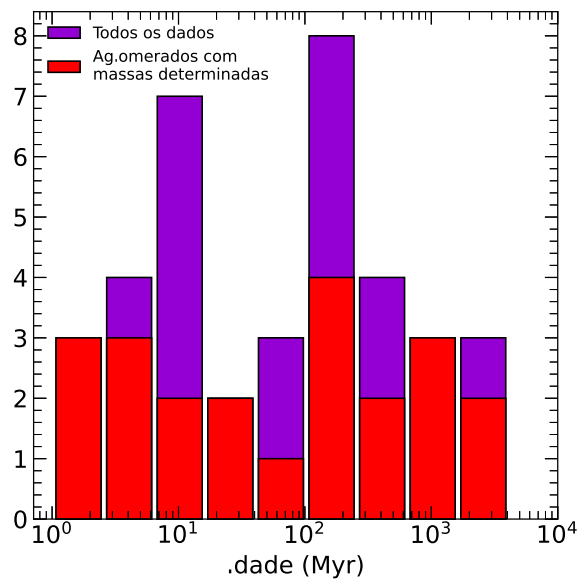


Figura 31 – Histograma da distribuição de idade dos aglomerados listados na Fig. 30.

que multiplicam a Eq. 4.6, a qual descreve dJ/dt — pode proporcionar uma descrição mais precisa dos dados observacionais.

Através da Fig. 32 vemos ainda que, apesar dos modelos utilizarem diferentes condições iniciais, a descrição da evolução da rotação tende para um mesmo comportamento, principalmente após aproximadamente 200 Myr. Esse resultado teórico mostra-se concordante com os percentis da distribuição do período de rotação.

Para uma análise mais profunda sobre a velocidade máxima atingida durante a evolução de Ω são necessários dados de aglomerados com idades entre 20 Myr e 70 Myr, pois essa região do plano Ω vs. *idade* encontra-se despovoada.

Tabela 3 – Dados dos aglomerados analisados neste trabalho.

| Aglomerado | Idade (em Myr) | Faixa de massa (em M_{\odot}) | Faixa de período (em dias) | Fonte |
|--------------------|---|-------------------------------------|-------------------------------|------------------------------|
| Collinder 69 | 4,9 | - | 0,43 - 14,60 | Healy et al. (2023) |
| ASCC 16 | 7,1 | - | 0,458 - 11,100 | Healy et al. (2023) |
| ASCC 19 | 8,0 | - | 0,3421 - 12,4000 | Healy et al. (2023) |
| Gulliver 6 | 8,6 | - | 0,3589 - 11,3000 | Healy et al. (2023) |
| Pozzo 1 | 10,2 | - | 0,4601 - 9,0000 | Healy et al. (2023) |
| BH 56 | 11,8 | - | 0,384 - 7,510 | Healy et al. (2023) |
| NGC 2547 | 31,7 | - | 0,240 - 6,650 | Healy et al. (2023) |
| α Persei | 58,3 | - | 0,224 - 7,800 | Healy et al. (2023) |
| Blanco 1 | 105 | - | 0,258 - 10,344 | Healy et al. (2023) |
| NGC 2516 | 110 ¹ | - | 0,221 - 7,300 | Healy et al. (2023) |
| NGC 2422 | 155,9 | - | 0,266 - 9,500 | Healy et al. (2023) |
| NGC 2548 | 455 | - | 0,314 - 13,000 | Healy et al. (2023) |
| Tucana-Horologium | 40 | - | 0,096091 - 10,264818 | Popinchalk et al. (2023) |
| NGC 3532 | 300 | - | 0,5139 - 32,0000 | Fritzewski et al. (2021) |
| M67 | 4000 | - | 0,1802 - 37,1000 | Gruner et al. (2023) |
| Cep OB3b | 4 | 0,07 - 2,1 ² | 0,102 - 19,879 | Littlefair et al. (2010) |
| NGC 6709 | 150 | - | 0,9 - 12,5 | Cole-Kodikara et al. (2023) |
| Psc-Eri stream | 120 | - | 0,45 - 12,22 | Curtis et al. (2019) |
| Estrelas de campo | $1,07 \times 10^3$ - $9,15 \times 10^3$ | 0,84 - 1,27 | 10,91 - 51,00 | van Saders et al. (2016) |
| UCL/LCC | 16,5 | 0,20 - 1,3 | 0,4640 - 17,0604 | Rebull et al. (2022) |
| NGC 2264 | 3 | 0,2 - 3 | 0,546 - 18,500 | Affer et al. (2013) |
| Up Scorpion | 8 | 0,091 - 3,367 | 0,0491 - 38,3933 | Rebull et al. (2018) |
| ρ Ophiuco | 1 | 0,317 - 2,317 | 0,2746 - 14,5062 | Rebull et al. (2018) |
| M35 | 150 | 0,2 - 3 | 0,0312 - 10,5632 | Soares-Furtado et al. (2020) |
| NGC 2158 | 2×10^3 | 0,2 - 3 | 0,0309 - 15,8448 | Soares-Furtado et al. (2020) |
| Ruprecht 147 | 2700 | 0,149 - 1,538 | 0,1963 - 30,0000 | Curtis et al. (2020) |
| NGC2547 | 31,7 | 0,132 - 0,931 | 0,188 - 24,291 | Godoy-Rivera et al. (2021) |
| Pleiades | 125 | 0,094 - 2,754 | 0,0824 - 22,1411 | Godoy-Rivera et al. (2021) |
| M50 | 78 | 0,293 - 1,021 | 0,052 - 28,953 | Godoy-Rivera et al. (2021) |
| NGC 2516 | 110 | 0,161 - 0,697 | 0,087 - 14,453 | Godoy-Rivera et al. (2021) |
| M37 | 550 | 0,456 - 1,144 | 0,4323 - 19,6756 | Godoy-Rivera et al. (2021) |
| Presépio | 790 | 0,148 - 1,735 | 0,0750 - 34,2175 | Godoy-Rivera et al. (2021) |
| NGC 6811 | 1000 | 0,552 - 1,375 | 0,553 - 42,700 | Godoy-Rivera et al. (2021) |
| Hyades | 625 | 0,130 - 1,330 | 0,150 - 49,320 | Douglas et al. (2019) |
| M34 | 225 | 0,26 - 0,96 | 0,349 - 16,812 | Irwin et al. (2006) |
| NGC 752 | 1340 | 0,49 - 0,72 | 5,27 - 34,97 | Agüeros et al. (2018) |
| Estrelas de campos | 1,3236 - 12,9817 | 0,73 - 1,57 | 1,22 - 53,56 | Hall et al. (2021) |
| ONC | 1 | 0,07 - 6,41 | 0,66 - 34,50 | Herbst et al. (2002) |
| NGC 6530 | 1,65 | 0,23 - 2,09 | 0,10 - 19,04 | Henderson e Stassun (2012) |
| NGC 2362 | 5,0 | 0,12 - 1,47 | 0,242 - 27,011 | Irwin et al. (2008) |
| hPersei | 13,0 | 0,32 - 1,60 | 0,0663 - 15,9000 | Moraux et al. (2013) |

6.2 Investigando a relação entre o tempo de disco e o número de Rossby

Com o objetivo de investigar uma possível relação entre τ_{disk} e Ro , dividimos as amostras de dados de cada aglomerado em faixas de massas e determinamos os percentis de 25%, 50% e 90% da distribuição de períodos de rotação. Dividimos os dados em intervalos de massa, em massa solar, como se segue: 0 a 0,2, 0,1 a 0,3, 0,2 a 0,4, 0,3 a 0,5, 0,4 a 0,6, 0,5 a 0,7, 0,6 a 0,8, 0,7 a 0,9, 0,8 a 1,0, 0,9 a 1,1, 1,0 a 1,2, 1,1 a 1,3, 1,2 a 1,4 e 1,3 a 1,5. A

¹ Healy e McCullough (2020)

² Getman et al. (2009)

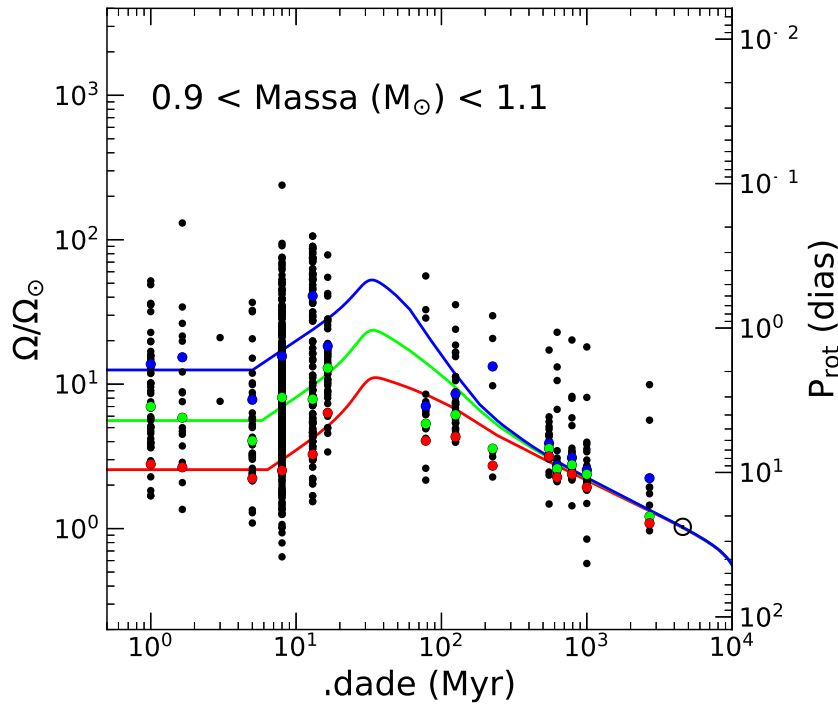


Figura 32 – Velocidade angular de estrelas em diversos aglomerados em função da idade média do aglomerado. Os pontos pretos no gráfico são dados observacionais de aglomerados com estrelas com massas entre $0,9 M_{\odot}$ e $1,1 M_{\odot}$. Os pontos vermelhos, verdes e azuis representam os percentis de 90%, 50% e 25% da distribuição de períodos de rotação dos aglomerados. As curvas são soluções numéricas da equação de evolução da velocidade angular, obtidas utilizando-se parâmetros estelares fornecidos pelo código de estrutura e evolução estelar ATON (Landin et al., 2023). De cima para baixo, os valores de período de rotação inicial e tempo de disco são $P_0 = 3$ dias e $\tau_{\text{disk}} = 4$ Myr, $P_0 = 5$ dias e $\tau_{\text{disk}} = 5$ Myr, e $P_0 = 10$ dias e $\tau_{\text{disk}} = 7$ Myr.

adoção desses intervalos de massa garante uma quantidade suficiente de objetos para cada aglomerado, permitindo o cálculo dos percentis. Os gráficos com as estrelas agrupadas em diferentes faixas de massa e os percentis são apresentados na Fig. 33. Para intervalos de maiores massas não foi possível encontrar uma distribuição significativa de períodos de rotação e, portanto, estrelas distribuídas nesses intervalos de massas foram excluídas de nossa análise.

Utilizando o método de Monte Carlo via Cadeias de Markov (ver Apêndice C.0.2), encontramos os modelos mais prováveis que descrevem os pontos definidos pelos percentis, considerando pontos de até 32 milhões de anos. Essa idade limítrofe considerada na análise é representada pela linha pontilhada nos gráficos da Fig. 33.

Escolhemos ajustar apenas a fase inicial da evolução da velocidade angular, uma vez que o nosso objetivo é traçar uma possível relação entre o fenômeno de *disk-locking* e o número de Rossby. Os parâmetros que mais influenciam as fases iniciais da evolução

angular e, portanto, o processo de *disk-locking*, são o período de rotação inicial P_0 e o tempo de disco τ_{disk} . Por isso, para simplificar a nossa análise, consideramos como parâmetros livres apenas P_0 e τ_{disk} na nossa investigação, restringida até 32 Myr. Como discutido na Sec. 5.1, os parâmetros Ω_{sat} (velocidade de rotação de saturação), K_{sk} e K_{mm} (constantes que multiplicam a primeira e segunda partes da Eq. 4.6, respectivamente, que descreve a perda de momento angular), influenciam apenas estágios mais avançados da evolução da velocidade angular.

As soluções da equação da evolução da velocidade angular (Eq. 4.2) são apresentadas na Fig. 33. As curvas azuis, verdes e vermelhas foram construídas utilizando-se os valores mais prováveis dos parâmetros P_0 e τ_{disk} , calculados através do método de MCMC, que descrevem o comportamento dos dados de até 32 milhões de anos. Através dos gráficos da Fig. 33, vemos que, para os intervalos de massa 0,6 a 0,8 M_{\odot} , 0,7 a 0,9 M_{\odot} , 0,8 a 1,0 M_{\odot} , 0,9 a 1,1 M_{\odot} e 1,0 a 1,2 M_{\odot} , os modelos reproduzem o comportamento de percentis da distribuição de períodos de rotação de estrelas mais velhas, com idades superiores a 100 milhões de anos. Para outros intervalos de massa, os modelos não descrevem bem o comportamento apresentado pelos percentis de aglomerados mais velhos.

Tabela 4 – Valores mais prováveis do período inicial (P_0) e do tempo de disco (τ_{disk}) obtidos através do método MCMC para rotadores lentos, medianos e rápidos.

| Massa (M_{\odot}) | P_0 | τ_{disk} | P_0 | τ_{disk} | P_0 | τ_{disk} |
|--------------------------|-------------------------------|------------------------------|---------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|-------------------------------|
| | rotadores lentos (dias) | rotadores lentos (Myr) | rotadores medianos (dias) | rotadores medianos (Myr) | rotadores rápidos (dias) | rotadores rápidos (Myr) |
| 0,1 | $6,5006^{+0,007}_{-0,0005}$ | $1,514^{+0,009}_{-0,009}$ | $2,21^{+0,06}_{-0,02}$ | $1,1^{+3,7}_{-0,2}$ | $2,0000^{+0,0007}_{-0,0007}$ | $0,53^{+0,02}_{-0,02}$ |
| 0,2 | $10,64^{+0,06}_{-0,06}$ | $1,69^{+0,01}_{-0,01}$ | $3,772^{+0,06}_{-0,004}$ | $1,55^{+0,01}_{-0,02}$ | $2,147^{+0,03}_{-0,004}$ | $1,77^{+0,02}_{-0,03}$ |
| 0,3 | $11,3^{+0,1}_{-0,2}$ | $1,70^{+0,04}_{-0,02}$ | $4,646^{+1,6}_{-0,005}$ | $1,01^{+0,01}_{-0,3}$ | $2,7^{+0,7}_{-0,4}$ | $0,8^{+0,2}_{-0,2}$ |
| 0,4 | $10,1^{+0,1}_{-0,1}$ | $3,52^{+0,07}_{-0,08}$ | $6,622^{+0,3}_{-0,007}$ | $1,01^{+0,01}_{-0,06}$ | $2,883^{+0,6}_{-0,003}$ | $1,00^{+0,01}_{-0,2}$ |
| 0,5 | $10,0^{+0,1}_{-0,1}$ | $6,7^{+0,1}_{-0,2}$ | $5,421^{+0,006}_{-0,07}$ | $2,66^{+0,04}_{-0,03}$ | $3,75^{+0,06}_{-0,06}$ | $1,02^{+0,03}_{-0,02}$ |
| 0,6 | $9,73^{+0,08}_{-0,08}$ | $9,6^{+0,2}_{-0,2}$ | $5,522^{+0,009}_{-0,07}$ | $2,65^{+0,05}_{-0,03}$ | $2,56^{+0,9}_{-0,03}$ | $2,24^{+0,04}_{-0,8}$ |
| 0,7 | $11,1^{+0,1}_{-0,1}$ | $8,8^{+0,2}_{-0,2}$ | $6,24^{+0,08}_{-0,01}$ | $3,09^{+0,03}_{-0,05}$ | $2,389^{+0,003}_{-0,03}$ | $2,85^{+0,05}_{-0,04}$ |
| 0,8 | $9,97^{+0,09}_{-0,09}$ | $7,6^{+0,2}_{-0,2}$ | $5,973^{+0,01}_{-0,009}$ | $5,98^{+0,05}_{-0,06}$ | $2,827^{+0,003}_{-0,003}$ | $4,08^{+0,03}_{-0,04}$ |
| 0,9 | $10,2^{+0,1}_{-0,1}$ | $7,3^{+0,1}_{-0,2}$ | $4,769^{+0,007}_{-0,006}$ | $7,14^{+0,06}_{-0,06}$ | $2,120^{+0,002}_{-0,002}$ | $5,28^{+0,05}_{-0,05}$ |
| 1,0 | $9,8^{+0,1}_{-0,1}$ | $6,5^{+0,1}_{-0,1}$ | $4,48^{+0,01}_{-0,05}$ | $5,94^{+0,1}_{-0,09}$ | $2,0000^{+0,0001}_{-0,0001}$ | $5,08^{+0,05}_{-0,04}$ |
| 1,1 | $10,5^{+0,1}_{-0,1}$ | $5,71^{+0,1}_{-0,09}$ | $4,475^{+0,005}_{-0,004}$ | $5,07^{+0,04}_{-0,04}$ | $2,598^{+0,002}_{-0,03}$ | $4,13^{+0,08}_{-0,05}$ |
| 1,2 | $11,0^{+0,2}_{-0,13}$ | $7,0^{+2,3}_{-0,2}$ | $4,422^{+0,005}_{-0,01}$ | $4,91^{+0,2}_{-0,04}$ | $2,640^{+0,004}_{-0,03}$ | $3,88^{+0,07}_{-0,06}$ |
| 1,3 | $6,64^{+0,03}_{-0,04}$ | $13,5^{+0,4}_{-0,3}$ | $3,872^{+0,004}_{-0,004}$ | $5,06^{+0,03}_{-0,04}$ | $2,437^{+0,002}_{-0,002}$ | $2,19^{+0,02}_{-0,02}$ |
| 1,4 | $6,505^{+0,008}_{-0,004}$ | $13,5^{+0,4}_{-0,3}$ | $3,792^{+0,007}_{-0,04}$ | $3,46^{+0,05}_{-0,05}$ | $2,558^{+0,002}_{-0,04}$ | $2,38^{+0,04}_{-0,03}$ |

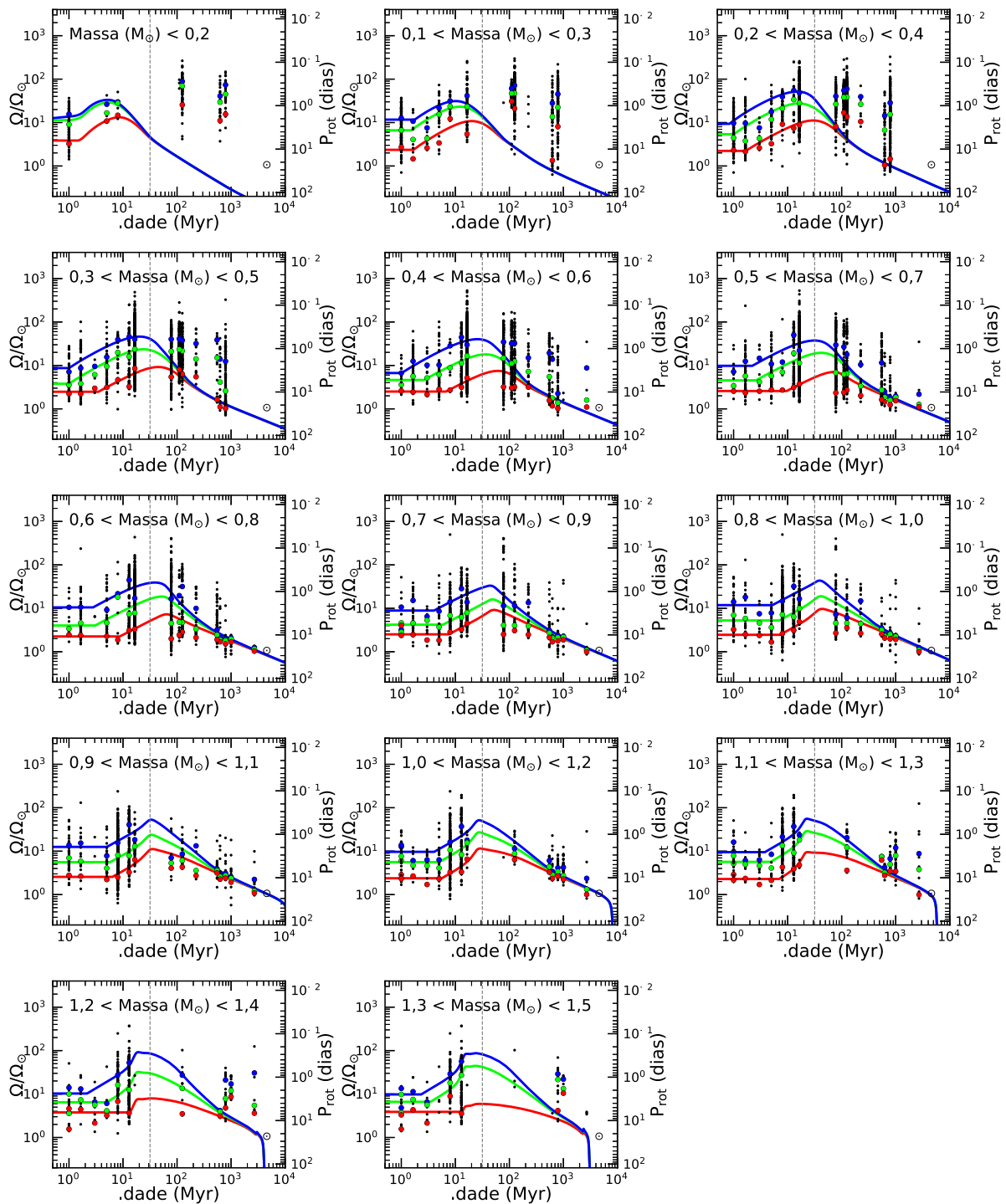


Figura 33 – Velocidade angular da estrela, em função da idade, para diferentes faixas de massa. Os pontos pretos representam estrelas de diferentes aglomerados, enquanto os pontos azuis, verdes e vermelhos representam os percentis de 25%, 50% e 90% da distribuição de períodos de rotação de cada aglomerado. As curvas descrevem a evolução da velocidade angular, objetivando ajustar os percentis de mesma cor até a idade de 32 Myr, identificada pela linha tracejada em cada figura. Os valores mais prováveis dos parâmetros período de rotação inicial e tempo de disco foram obtidos através do método de Monte Carlo via Cadeias de Markov.

Na Fig. 34, temos o resultado da integração da Eq. 4.6, que descreve a derivada temporal do momento angular, para rotadores lentos. Para rotadores medianos e rápidos o comportamento é similar. Vemos através dos gráficos que a trilha evolutiva de J parte de valores maiores para estrelas com maior massa, dentro do intervalo de massas analisado neste trabalho. Isso pode ser explicado pelo fato de que o momento angular pode ser escrito como $J = I\Omega$ e que estrelas com maior massa possuem um raio maior e, conseqüentemente, maior momento de inércia.

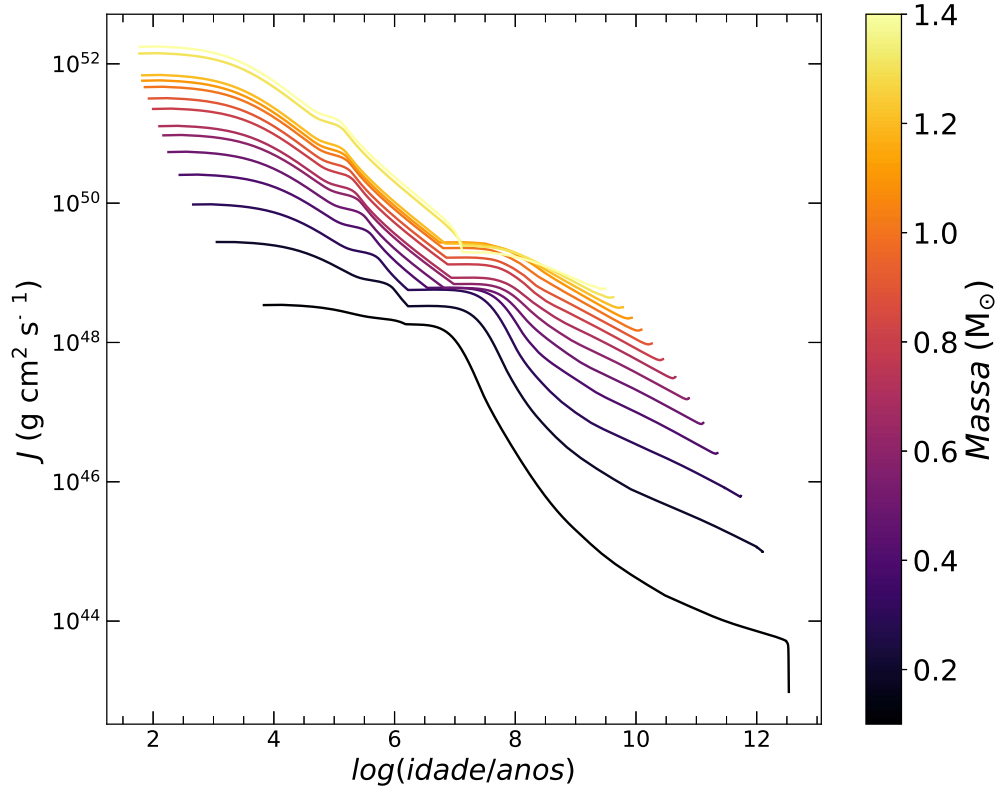


Figura 34 – Evolução de momento angular para rotadores lentos em função da idade.

Uma vez obtidos os valores de τ_{disk} que descrevem os percentis, calculamos o número de Rossby da estrela no momento em que ela se desprende do disco, utilizando o tempo convectivo, τ_c , fornecido pelo código ATON (Landin et al., 2023) e o período de rotação inicial, P_0 . Calculados esses números de Rossby, buscamos relacioná-los com os períodos iniciais, P_0 , idades e massas das estrelas. A esse número de Rossby demos o nome de número de Rossby crítico para o destravamento disco-estrela, $Ro_{\text{crit,D}}$. Por simplicidade, a partir deste ponto, usaremos o termo número de Rossby crítico. Na Fig. 35, temos $Ro_{\text{crit,D}}$ em função do período de rotação inicial considerado nos modelos. Através do gráfico, percebemos que a distribuição dos pontos é bem separada, de acordo com os modelos que descrevem os rotadores rápidos, medianos e lentos, representados pelas cores azul, verde e vermelha, respectivamente. Os modelos que descrevem os percentis de 25% do período de rotação apresentam menores valores de P_0 , como esperado, e menores números

de Rossby críticos. Em contrapartida, os modelos que descrevem estrelas que possuem menores velocidades de rotação correspondem a maiores valores de período de rotação, como esperado, e maiores números de Rossby críticos. O comportamento do período de rotação inicial, em relação ao regime de rotação (rápido, mediano e lento), varia de acordo com o encontrado por Gallet e Bouvier (2015).

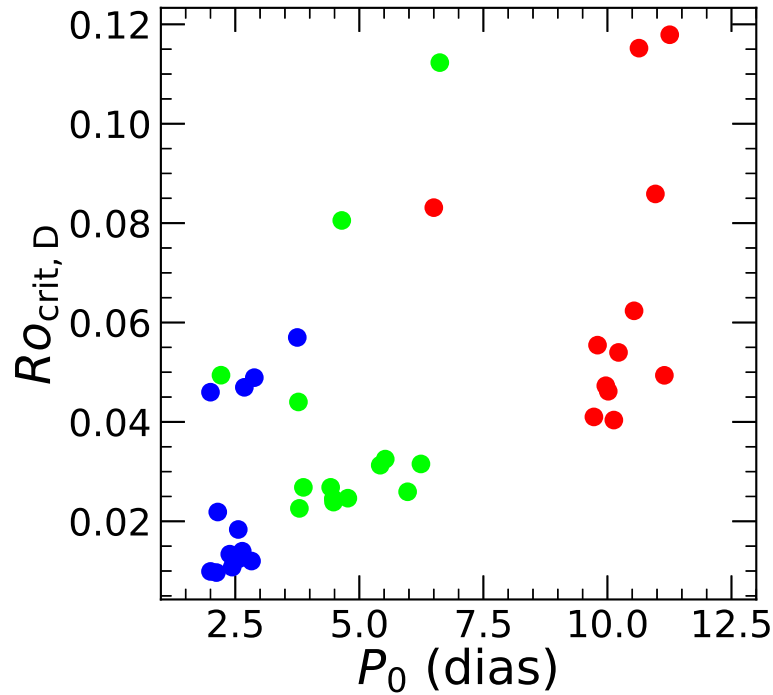


Figura 35 – Número de Rossby crítico em função do período de rotação inicial. As cores azul, verde e vermelha representam o número de Rossby e idade fornecidos pelos modelos mais prováveis que descrevem os rotadores rápidos, medianos e lentos, respectivamente, de diferentes intervalos de massa.

Na Fig. 36 temos o número de Rossby crítico em função da massa utilizada em cada modelo. Vemos que para $M \leq 0,5 M_{\odot}$ há uma dispersão dos dados, não apresentando uma correlação entre os dois parâmetros investigados. Para massas maiores que $0,5 M_{\odot}$, o comportamento de $Ro_{\text{crit},D}$ apresenta uma dependência com a massa estelar, diferenciando-se para cada regime. Para os regimes de rotadores medianos e rápidos, o número de Rossby crítico apresenta uma ligeira tendência de queda. Para rotadores rápidos, $Ro_{\text{crit},D}$ parte de valores maiores em $0,5 M_{\odot}$ em relação aos rotadores medianos. A partir desse valor de massa, os rotadores rápidos assumem valores menores de número de Rossby crítico quando comparado aos rotadores medianos. Diferentemente, para rotadores lentos, os resultados sugerem que $Ro_{\text{crit},D}$ cresce abruptamente com a massa a partir de $0,5 M_{\odot}$, apresentando valores maiores do que aqueles obtidos para os outros regimes de rotação.

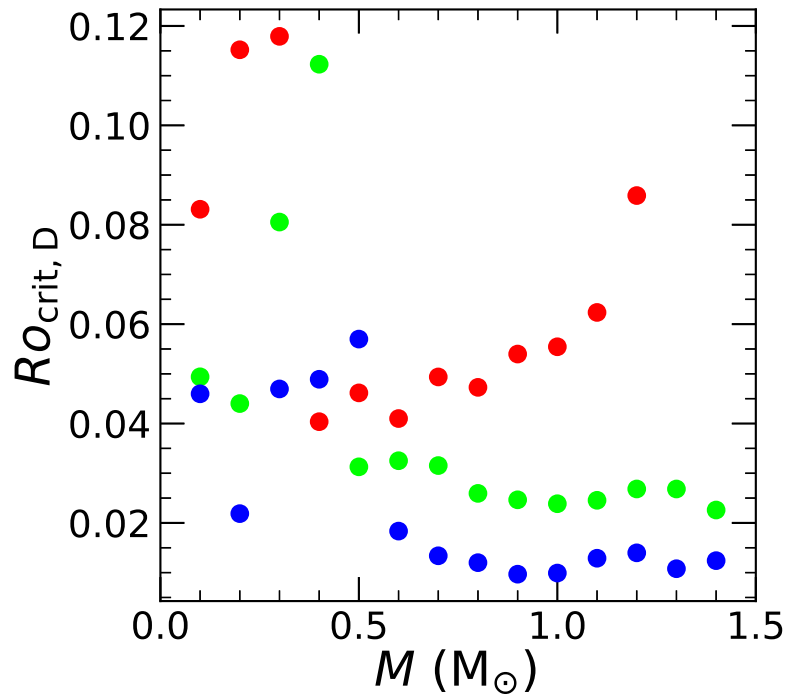


Figura 36 – Número de Rossby crítico em função da massa estelar considerada no modelo. As cores seguem o mesmo padrão que as da Fig. 35.

O número de Rossby crítico em função da idade (equivalente ao tempo de disco) é apresentado na Fig. 37. Nela, vemos que, para os modelos que reproduzem as velocidades angulares rápidas, medianas e lentas, $Ro_{crit,D}$ decai com a idade. Na Fig. 38, separamos os pontos de acordo com o modelo de origem. O decaimento de $Ro_{crit,D}$ é abrupto para os três regimes de velocidade até aproximadamente 2 milhões de anos. Através das Figs. 37 e 38, percebemos mais uma vez que, quanto mais rápido o regime de rotação, menor o número de Rossby crítico para uma mesma idade. Como mostrado em ambas as figuras, o comportamento de $Ro_{crit,D}$ vs. *idade* para os pontos em vermelho apresenta uma maior dispersão, quando comparados aos pontos obtidos através dos modelos que ajustam os percentis de 50% e 25% (representados pelas cores verde e azul) da distribuição de períodos de rotação.

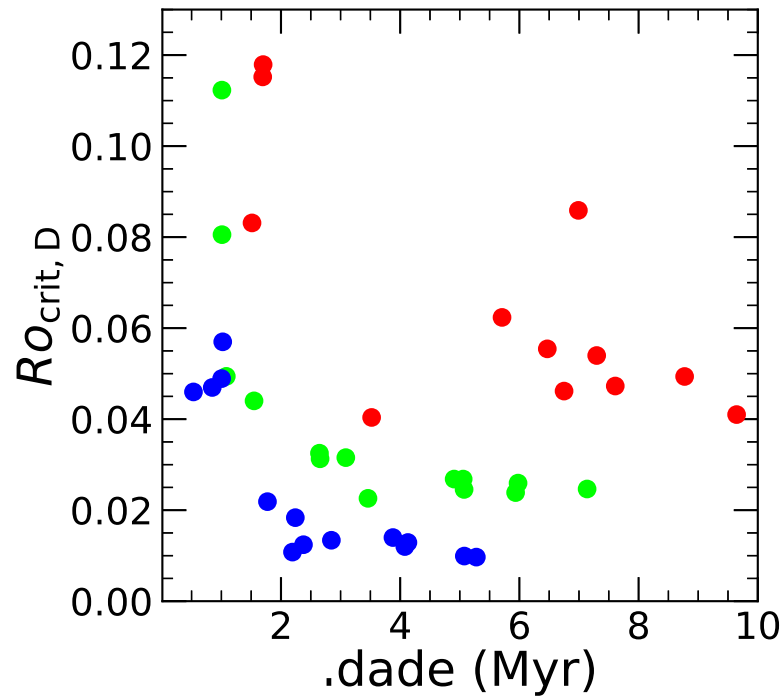


Figura 37 – Número de Rossby crítico em função da idade. As cores seguem o mesmo padrão definido na Fig. 35.

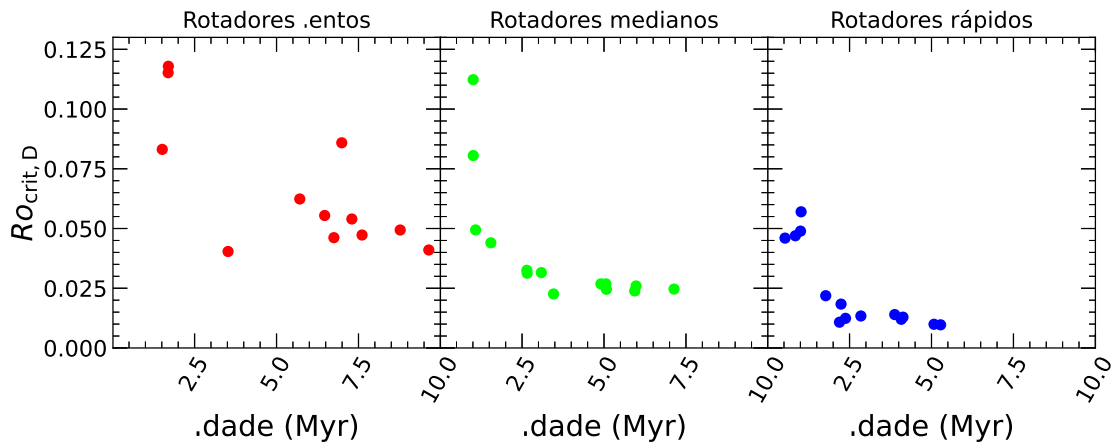


Figura 38 – Número de Rossby crítico em função da idade separado por regime de rotação. As cores possuem o mesmo significado apresentado na Fig. 35.

Na Fig. 39, temos o número de Rossby crítico e o tempo convectivo crítico, isto é, o tempo convectivo relativo a $Ro_{crit,D}$, em função da idade, com um mapa de cor definido pela massa estelar utilizada nos modelos. Através dos gráficos inferiores da Fig. 39, percebemos que $\tau_{c,crit}$ varia linearmente em função da idade, apresentando uma maior dispersão dos pontos para modelos de rotadores mais lentos, assim como $Ro_{crit,D}$ vs. *idade*.

À luz dos resultados mostrados na Fig. 39, podemos concluir que há uma tendência de que estrelas de maior massa, dentro do intervalo de 0,1 a 1,4 M_{\odot} , passem mais tempo

ligadas ao disco. Em outras palavras, estrelas de maior massa atingem o número de Rossby crítico com idades mais elevadas. Esse resultado concorda, no geral, com aqueles obtidos por Gallet e Bouvier (2015) e apresentados na Tab. 2, que encontraram o tempo de disco igual a 9, 7 e 6 milhões de anos para rotadores lentos de massas iguais a 1, 0,8 e 0,5 M_{\odot} , respectivamente. Para os rotadores medianos, o comportamento de decréscimo do tempo de disco em função da idade também foi encontrado: 6, 5 e 3,5 milhões de anos para estrelas com massas iguais a 1, 0,8 e 0,5 M_{\odot} . Diferentemente dos nossos resultados, Gallet e Bouvier (2015) não encontraram esse mesmo comportamento para rotadores rápidos.

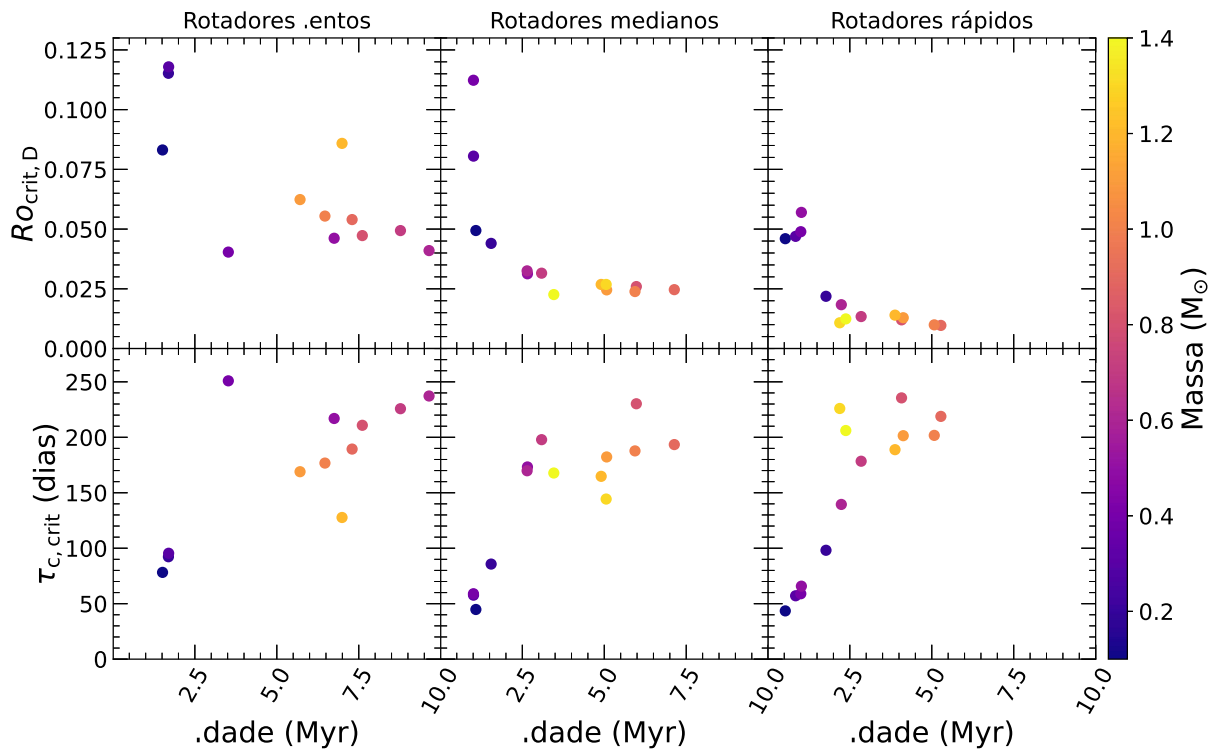


Figura 39 – Número de Rossby crítico e tempo convectivo em função da idade, mapeados em relação às massas das estrelas. Os quadrantes superiores e inferiores, da esquerda para a direita, foram construídos com os resultados fornecidos pelos modelos que descrevem os rotadores com velocidades de rotação lentas, medianas e rápidas.

7 DISCUSSÕES E CONCLUSÕES

Neste trabalho, investigamos se o desacoplamento entre a estrela jovem e o seu disco de gás e poeira estaria relacionado ao número de Rossby. Buscamos por dados de período de rotação em função da idade de diferentes aglomerados disponíveis na literatura e dividimos essa amostra em intervalos de massa. Para cada aglomerado, considerando diferentes intervalos de massa, entre $0,1 M_{\odot}$ e $1,4 M_{\odot}$, calculamos os percentis de 90%, 50% e 25% do período de rotação para definir os regimes de rotação lento, mediano e rápido, respectivamente.

Resolvemos computacionalmente a variação da velocidade angular estelar, definida pela Eq. 3.3. Consideramos que a perda de momento angular da estrela, dJ/dt , é descrita por uma equação em três partes (Eq. 4.7), que busca reproduzir diferentes fases da evolução da velocidade angular. Para resolver a equação diferencial da velocidade angular, os valores mais prováveis do tempo de disco e do período de rotação inicial foram obtidos através do método de Monte Carlo via Cadeias de Markov aplicado aos valores de velocidade de rotação e idade, definidos pelos percentis da distribuição de períodos de rotação de cada aglomerado, dentro de uma determinada faixa de massa. Definidos os tempos de disco, calculamos $Ro_{\text{crit,D}}$, o número de Rossby da estrela no momento em que ocorre o desacoplamento entre a estrela e o seu disco circum-estelar. Os nossos resultados sugerem que os valores de número de Rossby crítico são sistematicamente menores quanto maior for o regime de rotação, como visto nas Figs. 35, 38 e 39. Além disso, os nossos resultados não apresentam uma correlação bem definida entre $Ro_{\text{crit,D}}$ e a massa estelar para massas menores que $0,5 M_{\odot}$. Para $M > 0,5 M_{\odot}$, $Ro_{\text{crit,D}}$ aumenta com a massa para rotadores lentos, enquanto para os rotadores medianos e rápidos $Ro_{\text{crit,D}}$ não varia significativamente com a massa.

Os resultados indicam que o número de Rossby crítico decai abruptamente com a idade, como mostrado nas Figs. 37, 38 e 39. Encontramos uma tendência de que, quanto maior a massa da estrela, maior o tempo em que ela passa acoplada ao disco e, portanto, maior o tempo em que a velocidade angular permanece constante. Gallet e Bouvier (2015) encontraram essa mesma tendência para rotadores lentos e medianos. Encontramos também que o tempo convectivo crítico ($\tau_{\text{crit,D}}$), o tempo convectivo da estrela quando ocorre o desacoplamento entre a estrela e o disco, aparenta crescer linearmente em função da idade estelar, embora apresente uma dispersão a partir de 2,5 milhões de anos para todos os regimes de rotação, como visto no gráfico da Fig. 39. Como o número de Rossby é definido como a razão entre o período de rotação e o tempo convectivo, o fato de $\tau_{\text{crit,D}}$ crescer com a idade implica no decaimento de $Ro_{\text{crit,D}}$. Por fim, verificamos o decréscimo do

momento angular em função da idade, como apresentado na Fig. 34. Esses gráficos de J em função da idade evidenciam que estrelas de maior massa, no intervalo de $0,1 M_{\odot}$ a $1,4 M_{\odot}$, apresentam maiores valores de momento angular ao longo da sua vida.

Embora tenhamos reunido uma grande quantidade de dados de período de rotação em função da idade, para alguns intervalos de massa os dados são escassos. Por exemplo, temos apenas três aglomerados com idades menores do que 30 Myr com períodos para $M < 0,2 M_{\odot}$. Como consequência, temos um número menor de percentis para ajustar o modelo e os nossos erros podem ser sistematicamente maiores. Além disso, os percentis da distribuição de períodos de rotação para intervalos de massas menores do que $0,5 M_{\odot}$ sugerem que estrelas de massa muito baixa apresentam velocidades maiores em idades avançadas, quando comparadas a estrelas de massas próximas à massa solar, como mostra a Fig. 33. Para estrelas com massas menores do que $0,5 M_{\odot}$, os resultados indicam que a evolução da velocidade angular não pode ser descrita pelos mesmos parâmetros adotados para estrelas com $M > 0,5 M_{\odot}$. Isso inclui a velocidade do regime de saturação da atividade magnética, Ω_{sat} , e as constantes K_{sk} e K_{mm} , que multiplicam os dois termos da Eq. 4.6 proposta por Allain (1998), responsável por descrever a perda de momento angular devida aos ventos estelares. Os valores utilizados por Allain (1998) e também neste trabalho são ajustados para reproduzir a velocidade angular do Sol na idade atual. Além disso, a geometria do campo pode ser outra da considerada, e isso afeta a de perda de momento angular da estrela (Garraffo et al., 2015, 2016).

Portanto, obter massa e idade para aglomerados jovens cujas estrelas tiveram o período de rotação determinado poderia ajudar a popular o plano Ω vs. *idade* para as diferentes faixas de massa. Além disso, preencher lacunas para idades mais avançadas possibilitaria comparar os percentis da distribuição do período de rotação com a descrição do modelo de estágios mais avançados da evolução da velocidade de rotação. Como mostrado na Fig. 33, quanto maior a massa, menos dados são encontrados para idades maiores do que 30 milhões de anos. Ao preencher esses espaços, torna-se possível ajustar as constantes K_{sk} e K_{mm} de modo a obter valores mais fidedignos que descrevam a rotação para diferentes massas.

Com mais dados de períodos de rotação, massa e idade disponíveis, pode ser possível estender a nossa análise para até $2 M_{\odot}$ e verificar se a relação encontrada entre massa e número de Rossby crítico, mostrada na Fig. 39, se mantém. Um intervalo de massa menor possibilitaria preencher a ausência de pontos por volta de 2,5 milhões de anos nos gráficos de $Ro_{\text{crit,D}}$ vs. *idade* e $\tau_{\text{c,crit}}$ vs. *idade* apresentados na Fig. 39 para rotadores lentos, uma vez que teríamos uma quantidade maior de intervalos de massa entre $M = 0,1 M_{\odot}$ e $M = 1,4 M_{\odot}$. Isso poderá ser feito desde que se obtenha uma quantidade significativa de estrelas para calcular os percentis da distribuição de períodos de rotação.

Os nossos resultados podem ter sido influenciados também pela limitação da física

adotada em nossa abordagem teórica. Uma alternativa para melhorar a nossa descrição do processo de evolução do momento angular seria considerar as variações internas de J no interior estelar que influenciam a velocidade de rotação estelar. Em nosso trabalho, consideramos que dJ/dt é descrito apenas pela remoção de momento angular da estrela devido aos ventos estelares. Em trabalhos futuros, implementar a troca de momento angular entre as regiões radiativa e convectiva e a variação de J devido ao crescimento do caroço radiativo, como realizado por Gallet e Bouvier (2013, 2015) e Vasconcelos et al. (2022), permitiria uma comparação mais direta entre os nossos resultados de Ω vs. *idade* com aqueles usados em outros modelos de estrutura e evolução estelar.

O estudo da relação entre o número de Rossby e o processo de *disk-locking* poderia ser enriquecido fazendo-se uma análise análoga à realizada por Landin et al. (2016). Nesse contexto, intervalos de $Ro_{\text{crit,D}}$ poderiam ser explorados e relacionados a intervalos de massa e regimes de rotação. Uma vez que estrelas de uma distribuição de períodos de rotação em função da idade se mantiveram ligadas ao disco por tempos diferentes, uma análise através do método de Monte Carlo via Cadeias de Markov para determinar o valor mais provável de τ_{disk} ou $Ro_{\text{crit,D}}$ pode não ser a mais adequada.

REFERÊNCIAS

- Affer, L., Micela, G., Favata, F., Flaccomio, E., e Bouvier, J. (2013). Rotation in NGC 2264: a study based on CoRoT photometric observations. *Monthly Notices of the RAS*, 430(2):1433–1446. Citado na página 69.
- Agüeros, M. A., Bowsher, E. C., Bochanski, J. J., Cargile, P. A., Covey, K. R., Douglas, S. T., Kraus, A., Kundert, A., Law, N. M., Ahmadi, A., e Arce, H. G. (2018). A New Look at an Old Cluster: The Membership, Rotation, and Magnetic Activity of Low-mass Stars in the 1.3 Gyr Old Open Cluster NGC 752. *Astrophysical Journal*, 862(1):33. Citado na página 69.
- Alencar, S. H. P., Teixeira, P. S., Guimarães, M. M., McGinnis, P. T., Gameiro, J. F., Bouvier, J., Aigrain, S., e Flaccomio, E. e Favata, F. (2010). Accretion dynamics and disk evolution in NGC 2264: a study based on CoRoT photometric observations. *Astronomy and Astrophysics*, 519:A88. Citado na página 25.
- Alfvén, H. (1942). Existence of Electromagnetic-Hydrodynamic Waves. *Nature*, 150:405–406. Citado na página 46.
- Allain, S. (1998). Modelling the angular momentum evolution of low-mass stars with core-envelope decoupling. *Astronomy and Astrophysics*, 333:629–643. Citado 9 vezes nas páginas 52, 53, 59, 60, 62, 63, 79, 95 e 96.
- Allard, F., Hauschildt, P. H., e Schweitzer, A. (2000). Spherically Symmetric Model Atmospheres for Low-Mass Pre-Main-Sequence Stars with Effective Temperatures between 2000 and 6800 K. *Astrophysical Journal*, 539(1):366–371. Citado na página 59.
- Bacciotti, F., Eisloffel, J., e Ray, T. P. (1999). The physical properties of the HH 30 jet from HST and ground-based data. *Astronomy and Astrophysics*, 350:917–927. Citado na página 42.
- Baraffe, I., Chabrier, G., Allard, F., e Hauschildt, P. H. (1998). Evolutionary models for solar metallicity low-mass stars: mass-magnitude relationships and color-magnitude diagrams. *Astronomy and Astrophysics*, 337:403–412. Citado na página 59.
- Barnes, S. e Sofia, S. (1996). On the Origin of the Ultrafast Rotators in Young Star Clusters. *Astrophysical Journal*, 462:746. Citado na página 52.
- Barnes, S. A. (2003). On the Rotational Evolution of Solar- and Late-Type Stars, Its Magnetic Origins, and the Possibility of Stellar Gyrochronology. *Astrophysical Journal*, 586(1):464–479. Citado na página 43.

- Belenkaya, E. S., Khodachenko, M. L., e Alexeev, I. I. (2015). *Alfvén Radius: A Key Parameter for Astrophysical Magnetospheres*, pages 239–249. Springer International Publishing, Cham. Citado na página 54.
- Bernasconi, P. A. e Maeder, A. (1996). About the absence of a proper zero age main sequence for massive stars. *Astronomy and Astrophysics*, 307:829–839. Citado na página 38.
- Böhm-Vitense, E. (1958). Über die Wasserstoffkonvektionszone in Sternen verschiedener Effektivtemperaturen und Leuchtkräfte. Mit 5 Textabbildungen. *Zeitschrift fuer Astrophysik*, 46:108. Citado na página 59.
- Bouvier, J., Forestini, M., e Allain, S. (1997). The angular momentum evolution of low-mass stars. *Astronomy and Astrophysics*, 326:1023–1043. Citado 3 vezes nas páginas 52, 53 e 62.
- Calvet, N. (1997). Properties of the Winds of T Tauri Stars. In Reipurth, B. e Bertout, C., editors, *Herbig-Haro Flows and the Birth of Stars*, volume 182 of *IAU Symposium*, pages 417–432. Citado na página 42.
- Carrington, R. C. (1863). *Observations of the spots on the sun*. London [etc.] Williams e Norgate. Citado na página 22.
- Carroll, B. W. e Ostlie, D. A. (2017). *An Introduction to Modern Astrophysics*. Cambridge University Press, 2 edition. Citado 2 vezes nas páginas 30 e 38.
- Chandrasekhar, S. (1939). *An introduction to the study of stellar structure*. Dover Publications, [S.I.]. Citado na página 38.
- Charbonneau, P. (2014). Solar Dynamo Theory. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 52:251–290. Citado na página 39.
- Chebly, J. J., Alvarado-Gómez, J. D., e Poppenhaeger, K. (2022). Destination exoplanet: Habitability conditions influenced by stellar winds properties. *Astronomische Nachrichten*, 343(4):e10093. Citado 2 vezes nas páginas 41 e 42.
- Cole-Kodikara, E. M., Barnes, S. A., Weingrill, J., e Granzer, T. (2023). The rotation period distribution in the young open cluster NGC 6709. *Astronomy and Astrophysics*, 673:A119. Citado na página 69.
- Costa Jr., E., Cardoso, F., Simões Jr, F., e Alves, M. (2011). Ondas de Alfvén no meio interplanetário. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 33:1–8. Citado na página 40.
- Cranmer, S. R. e Saar, S. H. (2011). Testing a Predictive Theoretical Model for the Mass Loss Rates of Cool Stars. *Astrophysical Journal*, 741(1):54. Citado 2 vezes nas páginas 42 e 54.

- Cuenda-Muñoz, D., Barrado, D., Agüeros, M. A., Curtis, J. L., e Bouy, H. (2024). Lithium, rotation and metallicity in the open cluster M35. *Astronomy and Astrophysics*, 687:A234. Citado na página 26.
- Curtis, J. L., Agüeros, M. A., Mamajek, E. E., Wright, J. T., and Cummings, J. D. (2019). TESS Reveals that the Nearby Pisces-Eridanus Stellar Stream is only 120 Myr Old. *Astronomical Journal*, 158(2):77. Citado na página 69.
- Curtis, J. L., Agüeros, M. A., Matt, S. P., Covey, K. R., Douglas, S. T., Angus, R., Saar, S. H., Cody, A. M., Vanderburg, A., Law, N. M., Kraus, A. L., Latham, D. W., Baranec, C., Riddle, R., Ziegler, C., Lund, M. N., Torres, G., Meibom, S., Aguirre, V. S., e Wright, J. T. (2020). When Do Stalled Stars Resume Spinning Down? Advancing Gyrochronology with Ruprecht 147. *Astrophysical Journal*, 904(2):140. Citado na página 69.
- Douglas, S. T., Curtis, J. L., Agüeros, M. A., Cargile, P. A., Brewer, J. M., Meibom, S., e Jansen, T. (2019). K2 Rotation Periods for Low-mass Hyads and a Quantitative Comparison of the Distribution of Slow Rotators in the Hyades and Praesepe. *Astrophysical Journal*, 879(2):100. Citado na página 69.
- Faurobert, M., Corbard, T., Gelly, B., Douet, R., e Laforgue, D. (2023). Rotational radial shear in the low solar photosphere. *Astronomy and Astrophysics*, 676:L4. Citado na página 23.
- Foreman-Mackey, D., Hogg, D. W., Lang, D., e Goodman, J. (2013). emcee: The MCMC Hammer. *Publications of the ASP*, 125(925):306. Citado na página 97.
- Frazier, E. N. (1970). Multi-Channel Magnetograph Observations. II. Supergranulation. *Solar Physics*, 14(1):89–111. Citado na página 25.
- Fritzewski, D. J., Barnes, S. A., James, D. J., e Strassmeier, K. G. (2021). Rotation periods for cool stars in the open cluster NGC 3532. The transition from fast to slow rotation. *Astronomy and Astrophysics*, 652:A60. Citado na página 69.
- Gallet, F. e Bouvier, J. (2013). Improved angular momentum evolution model for solar-like stars. *Astronomy and Astrophysics*, 556:A36. Citado 5 vezes nas páginas 35, 36, 53, 54 e 80.
- Gallet, F. e Bouvier, J. (2015). Improved angular momentum evolution model for solar-like stars. II. Exploring the mass dependence. *Astronomy and Astrophysics*, 577:A98. Citado 11 vezes nas páginas 12, 53, 54, 55, 56, 59, 67, 74, 77, 78 e 80.
- Galvão, L. J., Landin, N. R., e Alencar, S. H. P. (2023). Rotation–magnetic activity relation in low-mass stars. *Boletim da Sociedade Astronômica Brasileira*, 34:157–158. Citado na página 50.

- Galvão, L. J., Landin, N. R., e Alencar, S. H. P. (2024). Rotation–magnetic activity relation in low-mass stars. *Boletim da Sociedade Astronômica Brasileira*, 35:157–158. Citado na página 50.
- Garraffo, C., Drake, J. J., e Cohen, O. (2015). The Dependence of Stellar Mass and Angular Momentum Losses on Latitude and the Interaction of Active Region and Dipolar Magnetic Fields. *Astrophysical Journal*, 813(1):40. Citado na página 79.
- Garraffo, C., Drake, J. J., e Cohen, O. (2016). The missing magnetic morphology term in stellar rotation evolution. *Astronomy and Astrophysics*, 595:A110. Citado na página 79.
- Getman, K. V., Feigelson, E. D., Luhman, K. L., Sicilia-Aguilar, A., Wang, J., e Garmire, G. P. (2009). Protoplanetary Disk Evolution Around the Triggered Star-Forming Region Cepheus B. *Astrophysical Journal*, 699(2):1454–1472. Citado 2 vezes nas páginas 66 e 69.
- Godoy-Rivera, D., Pinsonneault, M. H., e Rebull, L. M. (2021). Stellar Rotation in the Gaia Era: Revised Open Clusters’ Sequences. *Astrophysical Journal, Supplement*, 257(2):46. Citado na página 69.
- Goodman, J. e Weare, J. (2010). Ensemble samplers with affine invariance. *Communications in Applied Mathematics and Computational Science*, 5(1):65–80. Citado na página 103.
- Gruner, D., Barnes, S. A., e Weingrill, J. (2023). New insights into the rotational evolution of near-solar age stars from the open cluster M 67. *Astronomy and Astrophysics*, 672:A159. Citado na página 69.
- Guerrero, G., Smolarkiewicz, P. K., de Gouveia Dal Pino, E. M., Kosovichev, A. G., Zaire, B., e Mansour, N. N. (2017). Are tachoclines important for solar and stellar dynamos? What can we learn from global simulations. In Nandy, D., Valio, A., e Petit, P., editors, *Living Around Active Stars*, volume 328 of *IAU Symposium*, pages 61–68. Citado na página 50.
- Hale, G. E. (1908). On the Probable Existence of a Magnetic Field in Sun-Spots. *Astrophysical Journal*, 28:315. Citado na página 19.
- Hall, O. J., Davies, G. R., van Saders, J., Nielsen, M. B., Lund, M. N., Chaplin, W. J., García, R. A., Amard, L., Breimann, A. A., Khan, S., See, V., e Tayar, J. (2021). Weakened magnetic braking supported by asteroseismic rotation rates of Kepler dwarfs. *Nature Astronomy*, 5:707–714. Citado na página 69.
- Hartmann, L. (2000). *Accretion Processes in Star Formation*. Cambridge Astrophysics. Cambridge University Press, Cambridge, 2 edition. Citado na página 38.

- Hartmann, L., Herczeg, G., e Calvet, N. (2016). Accretion onto pre-main-sequence stars. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 54(Volume 54, 2016):135–180. Citado 2 vezes nas páginas 34 e 42.
- Hayakawa, H., Murata, K., Teague, E. T. H., Bechet, S., e Sôma, M. (2024). Analyses of Johannes Kepler’s Sunspot Drawings in 1607: A Revised Scenario for the Solar Cycles in the Early 17th Century. *Astrophysical Journal, Letters*, 970(2):L31. Citado 2 vezes nas páginas 17 e 18.
- Healy, B. F. e McCullough, P. R. (2020). Stellar Spins in the Open Cluster NGC 2516. *Astrophysical Journal*, 903(2):99. Citado na página 69.
- Healy, B. F., McCullough, P. R., Schlaufman, K. C., e Kovacs, G. (2023). A Study of Stellar Spins in 15 Open Clusters. *Astrophysical Journal*, 944(1):39. Citado na página 69.
- Henderson, C. B. e Stassun, K. G. (2012). Time-series Photometry of Stars in and around the Lagoon Nebula. I. Rotation Periods of 290 Low-mass Pre-main-sequence Stars in NGC 6530. *Astrophysical Journal*, 747(1):51. Citado na página 69.
- Herbst, W., Bailer-Jones, C. A. L., Mundt, R., Meisenheimer, K., and Wackermann, R. (2002). Stellar rotation and variability in the Orion Nebula Cluster. *Astronomy and Astrophysics*, 396:513–532. Citado na página 69.
- Irwin, J., Aigrain, S., Hodgkin, S., Irwin, M., Bouvier, J., Clarke, C., Hebb, L., e Moraux, E. (2006). The Monitor project: rotation of low-mass stars in the open cluster M34. *Monthly Notices of the RAS*, 370(2):954–974. Citado na página 69.
- Irwin, J., Hodgkin, S., Aigrain, S., Bouvier, J., Hebb, L., Irwin, M., e Moraux, E. (2008). The Monitor project: rotation of low-mass stars in NGC 2362 - testing the disc regulation paradigm at 5 Myr. *Monthly Notices of the RAS*, 384(2):675–686. Citado na página 69.
- Kawaler, S. D. (1988). Angular Momentum Loss in Low-Mass Stars. *Astrophysical Journal*, 333:236. Citado 2 vezes nas páginas 51 e 52.
- Kippenhahn, R., Weigert, A., e Weiss, A. (2012). *Stellar Structure and Evolution*. Springer Berlin, Heidelberg, Berlin, 2 edition. Citado 4 vezes nas páginas 30, 38, 49 e 58.
- Kosovichev, A. G., Schou, J., Scherrer, P. H., Bogart, R. S., Bush, R. I., Hoeksema, J. T., Aloise, J., Bacon, L., Burnette, A., De Forest, C., Giles, P. M., Leibbrand, K., Nigam, R., Rubin, M., Scott, K., Williams, S. D., Basu, S., Christensen-Dalsgaard, J., Däppen, W., Rhodes, E. J., J., Duvall, T. L., J., Howe, R., Thompson, M. J., Gough, D. O., Sekii, T., Toomre, J., Tarbell, T. D., Title, A. M., Mathur, D., Morrison, M., Saba, J. L. R., Wolfson, C. J., Zayer, I., e Milford, P. N. (1997). Internal structure and rotation of the

- Sun: First results from MDI data. In Provost, J. e Schmider, F.-X., editors, *Sounding Solar e Stellar Interiors*, volume 181, page ISBN0792348389. Citado 2 vezes nas páginas 23 e 24.
- Kowalski, A. F. (2024). Stellar flares. *Living Reviews in Solar Physics*, 21(1):157. Citado na página 27.
- Landin, N. R., Mendes, L. T. S., Vaz, L. P. R., e Alencar, S. H. P. (2016). Stellar models simulating the disk-locking mechanism and the evolutionary history of the Orion Nebula cluster and NGC 2264. *Astronomy and Astrophysics*, 586:A96. Citado 5 vezes nas páginas 44, 45, 56, 57 e 80.
- Landin, N. R., Mendes, L. T. S., Vaz, L. P. R., e Alencar, S. H. P. (2023). Rossby numbers of fully and partially convective stars. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 519(4):5304–5314. Citado 7 vezes nas páginas 37, 59, 60, 61, 62, 70 e 73.
- Littlefair, S. P., Naylor, T., Mayne, N. J., Saunders, E. S., and Jeffries, R. D. (2010). Rotation of young stars in Cepheus OB3b. *Monthly Notices of the RAS*, 403(2):545–557. Citado na página 69.
- Maciel, W. J. (2005). *Hidrodinâmica e Ventos Estelares: Uma Introdução*. edUSP, São Paulo, 1 edition. Citado 2 vezes nas páginas 40 e 42.
- Matt, Sean e Pudritz, R. E. (2008). Accretion-powered stellar winds. ii. numerical solutions for stellar wind torques. *The Astrophysical Journal*, 678(2):1109. Citado na página 54.
- Matt, S. P., MacGregor, K. B., Pinsonneault, M. H., e Greene, T. P. (2012). Magnetic Braking Formulation for Sun-like Stars: Dependence on Dipole Field Strength and Rotation Rate. *Astrophysical Journal, Letters*, 754(2):L26. Citado na página 56.
- Maunder, E. W. (1904). Note on the Distribution of Sun-spots in Heliographic Latitude, 1874-1902. *Monthly Notices of the RAS*, 64:747–761. Citado na página 21.
- Mayor, M. e Mermilliod, J. C. (1991). Angular momentum evolution of young stars. eds *S. Catalano e J.R. Stauffer*, page 117. Citado na página 53.
- Mitchell, W. M. (1916). The history of the discovery of the solar spots. *Popular Astronomy*, 24:206. Citado na página 17.
- Monsch, K., Drake, J. J., Garraffo, C., Picogna, G., e Ercolano, B. (2023). Linking circumstellar disk lifetimes to the rotational evolution of low-mass stars. *The Astrophysical Journal*, 959(2):140. Citado na página 34.
- Moraux, E., Artemenko, S., Bouvier, J., Irwin, J., Ibrahimov, M., Magakian, T., Grankin, K., Nikogossian, E., Cardoso, C., Hodgkin, S., Aigrain, S., e Movsessian, T. A. (2013).

- The Monitor Project: stellar rotation at 13 Myr. I. A photometric monitoring survey of the young open cluster h Persei. *Astronomy and Astrophysics*, 560:A13. Citado na página 69.
- Nelson, O. R. (2008). *Sobre a natureza dos processos físicos de aquecimento da atmosfera de estrelas do tipo solar*. PhD thesis, Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Citado 2 vezes nas páginas 46 e 48.
- Nelson, O. R. e Medeiros, J. R. (2013). Assim na Terra como no céu: a teoria do dínamo como uma ponte entre o geomagnetismo e o magnetismo estelar. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 34:1–9. Citado 3 vezes nas páginas 19, 45 e 46.
- Noyes, R. W., Hartmann, L. W., Baliunas, S. L., Duncan, D. K., and Vaughan, A. H. (1984). Rotation, convection, and magnetic activity in lower main-sequence stars. *Astrophysical Journal*, 279:763–777. Citado 2 vezes nas páginas 48 e 49.
- Palacios, A., Talon, S., Charbonnel, C., e Forestini, M. (2003). Rotational mixing in low-mass stars. I Effect of the mu-gradients in main sequence and subgiant Pop I stars. *Astronomy and Astrophysics*, 399:603–616. Citado na página 43.
- Parker, E. N. (1955). Hydromagnetic Dynamo Models. *Astrophysical Journal*, 122:293. Citado na página 47.
- Pols (2011). *Stellar structure and evolution*, page 123. Astronomical Institute Utrecht, Vienna, 1 edition. Citado 4 vezes nas páginas 30, 31, 33 e 39.
- Popinchalk, M., Faherty, J. K., Curtis, J. L., Gagné, J., Bardalez Gagliuffi, D. C., Vos, J. M., Ayala, A., Gonzales, L., e Kiman, R. (2023). Examining the Rotation Period Distribution of the 40 Myr Tucana-Horologium Association with TESS. *Astrophysical Journal*, 945(2):114. Citado na página 69.
- Rebull, L. M., Stauffer, J. R., Cody, A. M., Hillenbrand, L. A., David, T. J., e Pinsonneault, M. (2018). Rotation of Low-mass Stars in Upper Scorpius and ρ Ophiuchus with K2. *Astronomical Journal*, 155(5):196. Citado na página 69.
- Rebull, L. M., Stauffer, J. R., Hillenbrand, L. A., Cody, A. M., Kruse, E., e Powell, B. P. (2022). Rotation of Low-mass Stars in Upper Centaurus-Lupus and Lower Centaurus-Crux with TESS. *Astronomical Journal*, 164(3):80. Citado na página 69.
- Sackmann, I. J. (1970). Rapid Uniform Rotation Along the Main Sequence II. *Astronomy and Astrophysics*, 8:76. Citado na página 43.
- Schrijver, C. J. e Zwaan, C. (2000). *Solar and Stellar Magnetic Activity*, volume 34. Cambridge University Press, 1 edition. Citado 5 vezes nas páginas 18, 23, 39, 46 e 54.

- Skumanich, A. (1972). Time Scales for Ca II Emission Decay, Rotational Braking, and Lithium Depletion. *The Astronomical Journal*, 171:565. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 26.
- Soares-Furtado, M., Hartman, J. D., Bhatti, W., Bouma, L. G., Barna, T., e Bakos, G. Á. (2020). A Catalog of Periodic Variables in Open Clusters M35 and NGC 2158. *Astrophysical Journal, Supplement*, 246(1):15. Citado na página 69.
- Spiegel, E. A. e Zahn, J. P. (1992). The solar tachocline. *Astronomy and Astrophysics*, 265:106–114. Citado na página 39.
- Taylor, M. B. (2005). TOPCAT & STIL: Starlink Table/VOTable Processing Software. In Shopbell, P., Britton, M., e Ebert, R., editors, *Astronomical Data Analysis Software and Systems XIV*, volume 347 of *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, page 29. Citado na página 66.
- van Saders, J. L., Ceillier, T., Metcalfe, T. S., Silva Aguirre, V., Pinsonneault, M. H., García, R. A., Mathur, S., e Davies, G. R. (2016). Weakened magnetic braking as the origin of anomalously rapid rotation in old field stars. *Nature*, 529(7585):181–184. Citado 2 vezes nas páginas 56 e 69.
- Vasconcelos, M. J. e Bouvier, J. (2015). Investigating the rotational evolution of young, low-mass stars using Monte Carlo simulations. *Astronomy and Astrophysics*, 578:A89. Citado na página 55.
- Vasconcelos, M. J., Bouvier, J., Gallet, F., e Luz Filho, E. A. (2022). Monte Carlo simulations of evolving rotational distributions of low-mass stars in young open clusters. Testing the influence of initial conditions. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 510(1):1528–1540. Citado 3 vezes nas páginas 55, 56 e 80.
- Viana, R. L. (2023). *Magnetohidrodinâmica*. [S.I.: s.n.], 1 edition. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 91.
- Vidotto, A. A., Gregory, S. G., Jardine, M., Donati, J. F., Petit, P., Morin, J., Folsom, C. P., Bouvier, J., Cameron, A. C., Hussain, G., Marsden, S., Waite, I. A., Fares, R., Jeffers, S., e do Nascimento, J. D. (2014). Stellar magnetism: empirical trends with age and rotation. *Monthly Notices of the RAS*, 441(3):2361–2374. Citado 2 vezes nas páginas 49 e 50.
- Wang, H. e Li, H. (2022). Rediscovery of 23 Historical Records of Naked-Eye Sunspot Observations in AD 1618. *Solar Physics*, 297(9):127. Citado 2 vezes nas páginas 16 e 17.

-
- Wright, N. J., Newton, E. R., Williams, P. K. G., Drake, J. J., and Yadav, R. K. (2018). The stellar rotation-activity relationship in fully convective M dwarfs. *Monthly Notices of the RAS*, 479(2):2351–2360. Citado 2 vezes nas páginas 49 e 50.

Apêndices

APÊNDICE A – RELAÇÃO DE BENNETT

Para chegar à relação de Bennett podemos partir da Lei de Ampère, como em Viana (2023). A Lei de Ampère em sua forma diferencial pode ser escrita como:

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}, \quad (\text{A.1})$$

onde \vec{B} é o campo magnético, μ_0 é a permeabilidade magnética do vácuo e \vec{J} é a densidade de corrente elétrica. O campo magnético pode ser escrito em função das suas coordenadas cilíndricas. Considerando simetria cilíndrica onde $B_\rho = 0$, e reescrevendo o rotacional em coordenadas cilíndricas, temos:

$$\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial B_z}{\partial \phi} - \frac{\partial B_\phi}{\partial z} \right) \hat{\rho} - \frac{\partial B_z}{\partial \rho} \hat{\phi} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial(\rho B_\phi)}{\partial \rho} \hat{z} = \mu_0 \vec{J}. \quad (\text{A.2})$$

A igualdade é cumprida para cada uma das coordenadas, portando temos:

$$J_\rho = \frac{1}{\mu_0 \rho} \left(\frac{\partial B_z}{\partial \phi} - \frac{\partial B_\phi}{\partial z} \right), \quad (\text{A.3})$$

$$J_\phi = -\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial B_z}{\partial \rho}, \quad (\text{A.4})$$

$$J_z = \frac{1}{\mu_0 \rho} \frac{\partial(\rho B_\phi)}{\partial \rho}. \quad (\text{A.5})$$

A equação de movimento da magnetohidrodinâmica para um estado de equilíbrio, considerando que não há dependência explícita em relação ao tempo, pode ser escrita como:

$$\gamma(\vec{v} \cdot \vec{\nabla})\vec{v} = -\vec{\nabla}p + \vec{J} \times \vec{B} - \gamma \vec{\nabla}\Phi, \quad (\text{A.6})$$

onde γ é a densidade do meio, \vec{v} é a velocidade do fluido, p é a pressão e Φ é o potencial ao qual o fluido está submetido (por exemplo, o gravitacional). No caso em que há equilíbrio estático ($\vec{v} = 0$) e na ausência de potencial, temos:

$$\vec{\nabla}p = \vec{J} \times \vec{B}. \quad (\text{A.7})$$

Em coordenadas cilíndricas a equação será:

$$\frac{\partial p}{\partial \rho} \hat{\rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \phi} \hat{\phi} + \frac{\partial p}{\partial z} \hat{z} = (J_\phi B_z - J_z B_\phi) \hat{\rho} + (J_z B_\rho - J_\rho B_z) \hat{\phi} + (J_\rho B_\phi - J_\phi B_\rho) \hat{z}. \quad (\text{A.8})$$

Considerando apenas a coordenada radial, temos:

$$\frac{\partial p}{\partial \rho} = J_\phi B_z - J_z B_\phi. \quad (\text{A.9})$$

Usando as equações A.4 e A.5, chegamos a:

$$\frac{\partial p}{\partial \rho} = -\frac{B_z}{\mu_0} \frac{\partial B_z}{\partial \rho} - \frac{B_\phi}{\mu_0 \rho} \frac{\partial(\rho B_\phi)}{\partial \rho}, \quad (\text{A.10})$$

$$\frac{\partial p}{\partial \rho} = -\frac{\partial B_z^2}{\partial \rho} \frac{1}{2\mu_0} - \frac{B_\phi^2}{\mu_0 \rho} - \frac{\partial B_\phi}{\partial \rho} \frac{B_\phi}{\mu_0}, \quad (\text{A.11})$$

$$\left(-\frac{\partial B_z^2}{\partial \rho} - \frac{\partial B_\phi^2}{\partial \rho} \right) \frac{1}{2\mu_0} + \frac{\partial p}{\partial \rho} = \frac{B_\phi^2}{\mu_0 \rho}, \quad (\text{A.12})$$

$$\frac{\partial}{\partial \rho} \left(\frac{B_z^2 - B_\phi^2}{2\mu_0} + p \right) = -\frac{B_\phi^2}{\mu_0 \rho}, \quad (\text{A.13})$$

que é denominada relação de Bennett. No caso especial em que há simetria azimutal, temos:

$$\frac{\partial}{\partial \rho} \left(\frac{B_z^2}{2\mu_0} + p \right) = 0. \quad (\text{A.14})$$

APÊNDICE B – EQUAÇÃO DE INDUÇÃO DE UM FLUIDO CARREGADO

Para chegar à equação da indução que descreve a variação do campo magnético, podemos partir da Lei de Ohm, a Lei de Faraday e a Lei de Ampère do eletromagnetismo:

$$\vec{J} = \sigma(\vec{E} + \frac{\vec{v} \times \vec{B}}{c}), \quad (\text{B.1})$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (\text{B.2})$$

$$\vec{J} = \frac{c}{4\pi} \vec{\nabla} \times \vec{B}. \quad (\text{B.3})$$

Isolando o campo elétrico \vec{E} na Lei de Ohm, Eq. B.1 temos:

$$\vec{E} = \frac{\vec{J}}{\sigma} - \frac{\vec{v} \times \vec{B}}{c}. \quad (\text{B.4})$$

Substituindo \vec{J} na Eq. B.4 pela expressão de \vec{J} descrita pela Lei de Ampère, B.3, temos:

$$\vec{E} = \frac{c(\vec{\nabla} \times \vec{B})}{4\pi\sigma} - \frac{\vec{v} \times \vec{B}}{c}. \quad (\text{B.5})$$

Reescrevendo então o campo elétrico pela expressão B.5 na Lei de Faraday, B.2, chegamos a:

$$\frac{c}{4\pi\sigma} \vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) - \vec{\nabla} \times \left(\frac{\vec{v} \times \vec{B}}{c} \right) = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}. \quad (\text{B.6})$$

Evidenciando $\partial \vec{B} / \partial t$ na B.6, teremos:

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\frac{c^2}{4\pi\sigma} \vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) + c \vec{\nabla} \times \left(\frac{\vec{v} \times \vec{B}}{c} \right). \quad (\text{B.7})$$

O termo $c^2/4\pi\sigma$ é definido como o coeficiente de difusão resistiva, comumente representado por η . Usando a identidade vetorial $\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) - \nabla^2 \vec{B}$ e

considerando que, de acordo com a equação de Maxwell, $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$, podemos reescrever a Eq. B.7 como:

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{\nabla} \times (\vec{v} \times \vec{B}) + \eta \nabla^2 \vec{B}, \quad (\text{B.8})$$

definida como a equação da indução da magnetohidrodinâmica.

APÊNDICE C – CÓDIGOS

C.0.1 Solução da equação do momento angular

Neste trabalho, utilizamos a expressão para a perda do momento angular através de ventos estelares descrita por Allain (1998):

$$\frac{dJ}{dt} = \begin{cases} -K_{\text{sk}}\Omega^3 \left(\frac{R}{R_{\odot}}\right)^{1/2} \left(\frac{M}{M_{\odot}}\right)^{-1/2} & \text{se } \Omega < \Omega_{\text{crit}}, \\ -K_{\text{sk}}\Omega_{\text{crit}}\Omega^2 \left(\frac{R}{R_{\odot}}\right)^{1/2} \left(\frac{M}{M_{\odot}}\right)^{-1/2} & \text{se } \Omega_{\text{sat}} > \Omega \geq \Omega_{\text{crit}}, \\ -K_{\text{mm}}\Omega\Omega_{\text{sat}} \left(\frac{R}{R_{\odot}}\right)^{1/2} \left(\frac{M}{M_{\odot}}\right)^{-1/2} & \text{se } \Omega \geq \Omega_{\text{sat}}, \end{cases} \quad (\text{C.1})$$

A função abaixo reproduz em python a Eq. C.1:

```
def Gamawind(omega,Rc):

    wsat = wsatinput*2.9e-6

    Rsun = 6.9634e10
    M = MassaEstrela
    Ksk = 2.7e47
    Kmm = 4.2e42
    wcrit = Kmm/Ksk

    if omega < wcrit:
        return -Ksk*(omega**3)*((Rc/Rsun)**0.5)*((M)**(-0.5))

    elif omega >= wcrit and omega<wsat:
        return -Kmm*(omega**2)*((Rc/Rsun)**0.5)*((M)**(-0.5))

    else:
        return -Kmm*omega*(wsat)*((Rc/Rsun)**0.5)*((M)**(-0.5))
```

Essa função é utilizada a cada passo da integração de $d\Omega/dt$. As variáveis `wsatinput` e `MassaEstrela` são variáveis globais. Essas variáveis recebem os valores da velocidade de saturação e da massa da estrela. A variável `Rc` contém o valor da raio estelar, fornecido pelo ATON. `Rsun` é o raio solar e as constantes `Ksk`, `Kmm` e `wcrit` são as constantes K_{sk} ,

K_{mm} e Ω_{crit} , que receberam os mesmos valores utilizados por Allain (1998). Se a velocidade angular, ω , for menor que a velocidade crítica, ω_{crit} , então a primeira condicional é satisfeita, isto é, dJ/dt será descrito pela primeira parte da Eq. C.1. Se o valor da velocidade angular estiver entre ω_{crit} e ω_{sat} , a segunda condição definida pelo `elif` será satisfeita, e dJ/dt será calculado através da segunda parte da Eq. C.1. Caso contrário, isto é, se $\Omega \geq \Omega_{\text{sat}}$, a última condicional será acessada, equivalendo à terceira parte da Eq. C.1.

Após definido `Gamawind`, podemos escrever uma função que reproduza a Eq. 4.2, que descreve a derivada temporal da velocidade angular, $d\Omega/dt$:

```
def domegadt(In,omega,Rc,dIdt):
    return (1/In)*Gamawind(omega,Rc) - (omega/In)*(dIdt)
```

onde as entradas da função são o momento de inércia fornecido pelo código ATON, `In`, a velocidade angular (`omega`), o raio da estrela fornecido pelo código ATON (`Rc`) e a variação do momento de inércia, `dIdt`. O valor retornado pela função é definido pela Eq. 4.2.

Para integrar $d\Omega/dt$ através do método de Runge-Kutta, descrito pelas Eq. 5.5 e 5.6, utilizamos a estrutura de repetição `for`, que percorrerá as matrizes dos parâmetros estruturais da estrela obtidos através do código ATON. A estrutura de repetição é escrita como:

```
for i in range(n,900):

    h = (T[i+1]-T[i])

    dIdt = (I[i+1]-I[i])/(T[i+1]-T[i])

    K1 = domegadt(I[i],omega[i],R[i],dIdt)
    K2 = domegadt(I[i]+h,omega[i] + h*K1,R[i],dIdt)
    omega.append(omega[i] + (h/2)*(K1+K2))
```

onde em `dIdt` armazenamos o valor da derivada temporal do momento de inércia, definida como na Eq. 5.6, isto é, onde o numerador é a subtração entre os elementos `i` e `i+1` da lista de momento de inércia e o denominador é definido pela subtração entre os elementos `i` e `i+1` da lista que contém os valores de idade, `T`. Na lista `omega` é armazenado o resultado da integração, feita através do método de Runge-Kutta, descrito pela Eq. 5.5, que descreve Ω_{i+1} em função de Ω_i e os parâmetros de Runge-Kutta K_1 e K_2 , representados pelas variáveis `K1` e `K2`, respectivamente. Para calcular `K1` e `K2` utilizamos a função `domegadt`

definida anteriormente. O valor de `n` utilizado no `for` depende do tempo de disco, τ_{disk} , uma vez que a velocidade angular deixará de ser constante apenas após se desprender do seu disco circum-estelar. O final do laço de repetição depende do tamanho das listas fornecidas pelo código ATON.

C.0.2 Monte Carlo via Cadeias de Markov - MCMC

Para utilizar o método de Monte Carlo via Cadeias de Markov neste trabalho, usamos a biblioteca `emcee` desenvolvida em python por Foreman-Mackey et al. (2013). Inicialmente, definimos uma função que tem como entrada os valores de idade dos percentis e dois parâmetros livres, o período de rotação inicial e o tempo de disco. O código abaixo apresenta essa função:

```
def AngularVFunction(x,parametros):

    Periodo, td = parametros

    MoTeo = DL.Modelo(P0 = Periodo,timedisk = td,
plotflag=1,MassaEstrela=StellarMass,
TauFile=NomeRossby,TrackFile=NomeTrack)

    VelocAngular = MoTeo['Omega']/2.9e-6
    Idade = MoTeo['Age']

    ny = []
    for i in range(len(x)):
        ny.append(calcvn(x[i],Idade,VelocAngular))

    return np.array(ny)
```

onde no argumento da função `AngularVFunction`, `x` é o vetor que contém os valores de idade e `parametros` é o vetor que contém os parâmetros de entrada, `Periodo` e `td`. Na variável `MoTeo` é armazenada uma matriz com os resultados do modelo teórico da evolução da velocidade angular, obtida através da função `Modelo` da biblioteca `DL`. Essa função tem como argumentos `P0`, o período inicial, `timedisk`, o tempo de disco, a massa da estrela, o nome do arquivo que contém uma tabela com os dados de idade e respectivos tempos convectivos, obtida através do código de estrutura e evolução estelar ATON. `TrackFile`, outro argumento da função `Modelo`, recebe o nome do arquivo com dados estruturais da estrela ao longo da idade, também obtido através do código ATON. Portanto, em `VelocAngular` e `Idade` armazenamos uma lista de valores de velocidade angular e uma

lista de respectivos valores de idade obtidos após a solução da equação da evolução da velocidade angular utilizando os parâmetros estelares fornecidos pelo código ATON. Como os valores de idade dos percentis contidos no vetor `x` não necessariamente estão contidos no vetor `Idade` obtido através do modelo teórico, faz-se necessário uma interpolação para determinar as velocidades angulares equivalentes a cada elemento de `x`. Isso é feito através da função `calcvm`:

```
def calcvm(valor, Idade, VelAng):  
  
    for i in range(425):  
        if Idade[i]<valor:  
            vx = Idade[i]  
            vxp = Idade[i+1]  
  
            vy = VelAng[i]  
            vyp = VelAng[i+1]  
  
            a = (vyp-vy)/(vxp - vx)  
            b = vyp - a*vxp  
  
            vym = a*valor + b  
  
    return vym
```

A entrada da função `calcvm` é composta por um valor de idade, um vetor com os valores de idade e um vetor com os valores de velocidade angular obtidos através do modelo teórico. O condicional `if` confere se a variável `valor` é maior que o elemento do vetor `Idade` obtido através do laço de repetição `for`. Uma interpolação linear simples é feita e a velocidade angular referente à idade armazenada em `valor` é armazenada na variável `vym`. Na última vez em que o condicional `if` é acionado, as idades do vetor `Idade` utilizadas na interpolação linear são a idade anterior e a posterior ao armazenado na variável `valor`. O resultado da interpolação é então retornado no final da função.

A interpolação linear é feita para todos os elementos do vetor `x`, argumento da função `AngularVFunction`. Como resultado, a função `AngularVFunction` retornará um vetor com todos os valores de velocidade angular referentes às idades contidas no vetor `x`. O próximo passo é definir uma matriz de erros para os valores dos percentis. Isso é feito através da função `full` da biblioteca `numpy`:

```
y_sigm = np.full(len(x), 0.05, dtype=np.float32)
```

onde na variável `y_sigm` é armazenado um vetor do tamanho do vetor contendo as idades dos percentis, sendo todos os elementos iguais a 0,05, de formato `float32`. Após isso, definimos os parâmetros iniciais do espaço de parâmetros a ser explorado pelo método de MCMC:

```
npar, nwalk, nstep = 2, 100, 400

minw = np.array([6.5, 1.5])

maxw = np.array([12, 14])

wlk0 = minw + (maxw-minw)*np.random.rand(nwalk,npar)

wlk0.clip(min=minw, max=maxw, out=wlk0)
```

O número de parâmetros, a quantidade de pares de parâmetros e o número de passos da cadeias, informações necessárias para a biblioteca de MCMC, são armazenados nas variáveis `npar`, `nwalk` e `nstep`. Em `minw` e `maxw` são armazenados os valores mínimos e máximos, respectivamente, para o período de rotação inicial e tempo de disco. Na variável `wlk0` são armazenados os valores dos parâmetros iniciais. Os parâmetros iniciais podem ser visualizados na Fig. 40.

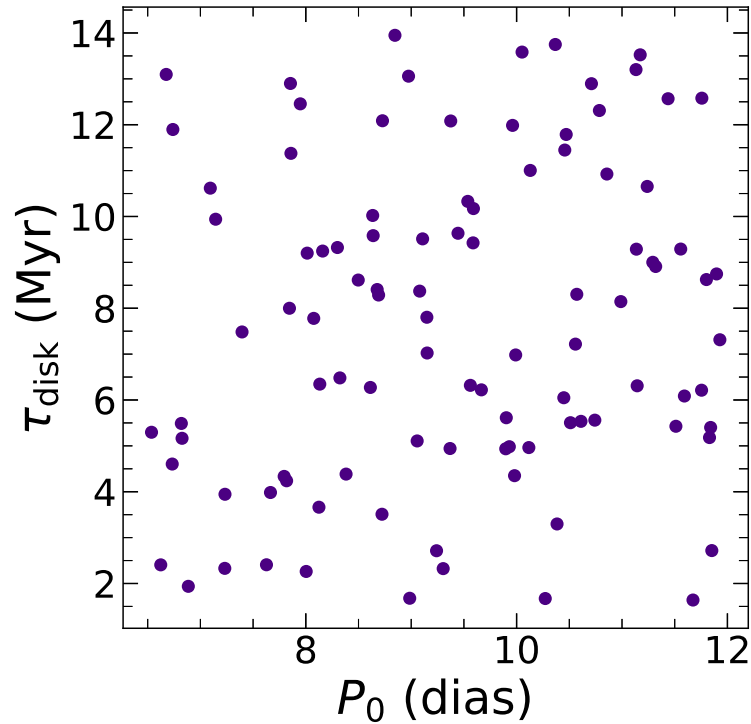


Figura 40 – Espaço de parâmetros de τ_{disk} e P_0 analisados pelo método de Monte Carlo via Cadeias de Markov. Cada ponto do gráfico corresponde a um par dos 200 parâmetros iniciais a serem utilizados no código MCMC.

A Fig. 41 mostra como a curva da evolução de rotação para uma estrela de $1 M_{\odot}$ é afetada variando-se os parâmetros P_0 e τ_{disk} . As curvas são comparadas com os percentis de 50% da distribuição dos períodos de rotação de estrelas com massas entre $0,9$ e $1,1 M_{\odot}$. Além disso, os percentis foram calculados para estrelas com idades de até 32 milhões de anos. Na Fig. 41a), P_0 é mantido constante e apenas τ_{disk} varia, enquanto na Fig. 41b) τ_{disk} é fixado e P_0 varia. No código de MCMC, uma função de probabilidade é utilizada para determinar os valores mais prováveis de P_0 e τ_{disk} que descrevem os pontos definidos pelos percentis, como mostrado na Fig. 41c).

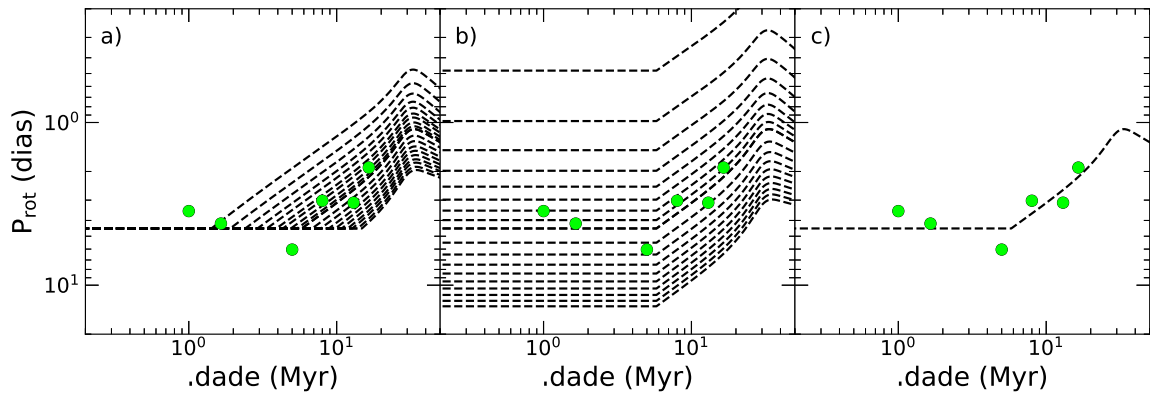


Figura 41 – Efeitos na curva de evolução do período de rotação de uma estrela de $1 M_{\odot}$, mantendo P_0 constante, mas variando τ_{disk} (a) e mantendo τ_{disk} constante, mas variando P_0 (b). O objetivo do código MCMC é encontrar os valores mais prováveis de P_0 e τ_{disk} que descrevem os pontos definidos pelos percentis, como a curva mostrada em c). Os pontos em verde são os percentis de 50% da distribuição dos períodos de rotação de estrelas com massas entre 0,9 e 1,1 M_{\odot} e com idades de até 32 milhões de anos.

A função de probabilidade utilizada na análise de Monte Carlo via Cadeia de Markov pode ser escrita como:

$$L = \prod_{i=1}^N \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_i} \exp\left(-\frac{(y_{d,i} - y_m)^2}{2\sigma_i^2}\right) \quad (\text{C.2})$$

onde σ_i representa o erro associado ao dado observacional $y_{d,i}$ e $y_{m,i}$ é o resultado do modelo para o i -ésimo termo. Em resumo, a Eq. C.2 compara o dado observacional ao dado fornecido pelo modelo. Para facilitar o cálculo computacional, é comum trabalhar com o logaritmo da função de probabilidade. Portanto, $\log(L)$ será descrito por um somatório e o i -ésimo termo, $\log(L_i)$ será escrito como:

$$\log(L_i) = \left(-\frac{(y_{d,i} - y_m)^2}{2\sigma_i^2}\right). \quad (\text{C.3})$$

A Eq. C.3 é necessária para utilizar a biblioteca que fornece a análise MCMC. Ela pode ser definida como:

```

def logLi(walker):

    AV_model = AngularVFunction(x, walker)

    return - ((y-AV_model)**2/(y_sigm)**2)/2
    
```

Para utilizar a biblioteca de MCMC no python, é necessário especificar se o walker adquiere um valor fora do intervalo especificado anteriormente. Isso pode ser feito através da função `logprior` definida abaixo:

```
def logprior( walker ):  
  
    if minw[0] < walker[0] < maxw[1] and  
       minw[1] < walker[1] < maxw[1]:  
        return 0.0  
    else:  
        return -np.inf
```

Essa função retornará o valor 0.0 se ambos os valores dos parâmetros contidos no vetor `walker` estarão dentro do intervalo definido. Caso contrário, o valor retornado será $-\infty$. A biblioteca `emcee` exige que a função `likehood`, definida pela Eq. C.3, seja executada somente se os parâmetros estão dentro do intervalo. Isso pode ser feito através da função `logpost`, definida a seguir:

```
def logpost( walker ):  
  
    if np.isfinite(logprior(walker)):  
        return logprior(walker) + loglike(walker)  
    else:  
        return -np.inf
```

onde se o resultado retornado pela função `logprior` for um número finito (ou seja, igual a 0 neste caso), então retornará o valor de `loglike(walker)`. Caso contrário, será retornado $-\infty$, como exige a biblioteca `emcee`.

Por fim, para executar a biblioteca `emcee`, basta definir um *sampler* com base no número de pares de parâmetros (`nwalk`), o número de parâmetros (`npar`) e a função `logpost`. Para executar e dar início ao método de Monte Carlo Via Cadeias de Markov, basta usar o método `.run_mcmc()` fornecendo os parâmetros iniciais e o número de passos. Esses dois passos são apresentados abaixo:

```
sampler = emcee.EnsembleSampler( nwalk, npar, logpost)
sampler.run_mcmc(wlk0, nstep, progress=True)
```

O tempo de correlação é definido como o número de passos necessários para que uma amostra gerada durante a cadeia de Markov não esteja mais correlacionada à amostra anterior (Goodman e Weare, 2010). Através do método `get_autocorr_time()`, como especificado abaixo:

```
tau = sampler.get_autocorr_time(tol=0)
```

Outro resultado que podemos acessar é a taxa de aceitação. Durante os passos do MCMC, os parâmetros exploram o espaço de parâmetros e tendem para aquele valor mais provável que maximiza a função de probabilidade. Se uma nova posição aleatória sugerida em algum passo do MCMC se aproximar mais do valor mais provável (isso é analisado através da função de probabilidade), o walker se moverá para ela. Se essa posição não for favorável, continuará com os valores anteriores. A taxa de aceitação fornece a taxa de quantas vezes o walker assumiu uma nova posição no espaço de parâmetros dado o número total de sugestões para mudar de posição no espaço de parâmetros. A taxa de aceitação pode ser obtida da seguinte forma:

```
acc = sampler.acceptance_fraction
```

Podemos usar a taxa de aceitação para definir aqueles walkers que devem ser utilizados quando formos calcular os valores mais prováveis dos parâmetros. Uma das formas de fazer essa seleção, é considerar o desvio padrão. Neste trabalho, descartamos aqueles walkers em que a taxa de aceitação é maior do que três vezes o desvio padrão da mediana. Isso foi feito da seguinte forma:

```
TFw = (abs(acc-np.median(acc)) < 3*np.std(acc))
```

onde TFw é um vetor com valores **True** nas linhas onde a taxa de aceitação satisfaz o critério estabelecido (ou seja, onde temos os “bons” walkers). No caso contrário, temos o valor booleano **False**.

É recomendável que façamos a queima de dados para evitar, por exemplo, a influência dos chutes iniciais. Podemos definir, portanto, que “queimaremos” todos os dados iniciais até duas vezes o tempo de correlação. Dessa forma garantiremos que a influência dos parâmetros iniciais foi descartada. A quantidade de amostras iniciais descartadas é armazenada na variável `burnin`.

Podemos ainda reduzir a correlação entre as amostras, uma vez que os valores dos parâmetros em um passo da cadeia do método MCMC não difere muito dos valores que os parâmetros assumem no passo consecutivo. Portanto, é comum definir um parâmetro, normalmente denominado `thin`, que determina de quantos em quantos passos iremos considerar os parâmetros. Por exemplo, se escolhermos os `burnin::thin` termos, onde `burnin= 10` e `thin= 2`, consideraremos apenas os termos após o décimo primeiro, selecionando de 2 em 2 termos. No código MCMC utilizado neste trabalho, escrevemos:

```
burnin = int(2 * np.max(tau))
thin = int(0.5 * np.min(tau))

states = sampler.chain[TFw,burnin::thin,:].copy()
```

onde armazenamos o valor de duas vezes do maior tempo de correlação na variável `burnin` e na variável `thin` foi armazenado metade do menor número de correlação. Na variável `states` foi armazenada a matriz `sampler`, descartando as amostras que não obedecem ao critério baseado no tempo de correlação (essa informação está contida no vetor `TFw`, como discutido anteriormente). Além disso, as amostras até o passo `burnin` foram descartadas e são consideradas apenas as amostras de `thin` a `thin` passos.

`states` é uma matriz tridimensional, onde o valor de cada dimensão é definido pelo número de parâmetros, o número de walkers e pelo número de passos. Podemos redimensionar a matriz `states`, de forma que ela seja uma matriz de duas colunas (uma vez que nesse trabalho buscamos pelo valor mais provável de dois parâmetros, o período de rotação inicial e o tempo de disco) e que cada linha contenha os valores dos parâmetros não descartados que foram analisados durante a cadeia de Markov. Isso pode ser feito da seguinte forma:

```
i, j, _ = np.shape(states)
states = np.reshape(states, [i*j, npar])
```

Por fim, para calcular o valor mais provável dos parâmetros período de rotação inicial e tempo de disco, calculamos o quantil de 50% da amostra de valores explorados no espaço de parâmetro no método MCMC. Os erros inferior e superior podem ser obtidos calculando-se os quantis de 16% e 80%, respectivamente. Neste trabalho, utilizamos a biblioteca `numpy`:

```
quantiles = np.quantile(states,[0.16,0.50,0.84],axis=0)
```

Portanto, os valores mais prováveis do período inicial e do tempo de disco, assim como os seus erros, estão contidos no vetor `quantiles`.