

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Metalúrgica, Materiais e de Minas

Tese de Doutorado

“Aprimoramento das Técnicas de Simulação dos Fenômenos Associados ao Escoamento do Aço em Distribuidores para Lingotamento Contínuo”

Autor: Bernardo Martins Braga

Orientador: Prof. Roberto Parreiras Tavares

Março/2019

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Metalúrgica, Materiais e de Minas

Bernardo Martins Braga

APRIMORAMENTO DAS TÉCNICAS DE SIMULAÇÃO DOS FENÔMENOS
ASSOCIADOS AO ESCOAMENTO DO AÇO EM DISTRIBUIDORES PARA
LINGOTAMENTO CONTÍNUO

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia
Metalúrgica, Materiais e de Minas da Universidade Federal de Minas Gerais

Área de concentração: Metalurgia Extrativa

Orientador: Prof. Roberto Parreiras Tavares

Belo Horizonte

Escola de Engenharia da UFMG

2019

B813a

Braga, Bernardo Martins.

Aprimoramento das técnicas de simulação dos fenômenos associados ao escoamento do aço em distribuidores para lingotamento contínuo [manuscrito] / Bernardo Martins Braga. - 2019. xxiii, 154 f., enc.: il.

Orientador: Roberto Parreiras Tavares.

Tese (doutorado) - Universidade Federal de Minas Gerais, Escola de Engenharia.

Bibliografia: f.139-154.

1. Engenharia metalúrgica - Teses. 2. Metalurgia extrativa - Teses. 3. Fundição contínua- Teses. 4. Aço - Metalurgia - Teses. I. Tavares, Roberto Parreiras. II. Universidade Federal de Minas Gerais. Escola de Engenharia. III. Título.

CDU: 669(043)

AGRADECIMENTOS

À Deus, por Sua misericórdia.

Aos meus pais, por todo o apoio e assistência;

À minha namorada, por entender o tempo demandado pelo trabalho.

Ao meu irmão e meus amigos, pelos bons momentos durante o período de execução desse projeto.

Aos colegas da pós-graduação, pelo companheirismo, discussões e apoio.

Ao professor Roberto Parreiras Tavares, pela excelente e enriquecedora orientação.

Aos professores Leonardo Neves e Carlos Antônio da Silva, pelas críticas feitas ao trabalho durante seu desenvolvimento que, de alguma forma, alteraram seu rumo.

Ao professor Felipe Campelo, pela ajuda na escolha da metodologia de otimização que foi estudada.

A todos ao redor do mundo que acreditam que o conhecimento deva ser livre, por disponibilizarem seus trabalhos na internet.

À CAPES/PROEX, pelo apoio ao programa de pós-graduação PPGEM/UFMG.

À CAPES, pela concessão da bolsa de doutorado, nº 1487157, ao autor.

À ATS4i, pelo fornecimento de uma licença do *software* iChrome Nexus para a realização do trabalho e pelo suporte técnico prestado.

SUMÁRIO

AGRADECIMENTOS	ii
LISTA DE FIGURAS	vi
LISTA DE TABELAS	ix
LISTA DE NOTAÇÕES	xi
RESUMO	xx
ABSTRACT	xxii
1 INTRODUÇÃO	1
2 OBJETIVOS	4
3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	5
3.1 Técnicas para Modelamento do Escoamento em Distribuidores de Lingotamento Contínuo	5
3.1.1 Modelagem física	5
3.1.2 Modelagem matemática	8
3.2 Técnicas de Simulação do Comportamento de Inclusões Não Metálicas em Distribuidores de Lingotamento Contínuo	13
3.2.1 Modelagem física	13
3.2.2 Modelagem matemática	15
3.3 Curvas de Distribuição de Tempos de Residência	18
3.3.1 Obtenção de curvas DTR	19
3.3.2 Parâmetros para comparação de curvas DTR	22
3.3.3 Relação com flotação de inclusões	24
3.3.4 Relação com formação de placa de mistura no distribuidor	25
3.4 Otimização de Modelos Matemáticos Computacionalmente Custosos	27
3.5 Áreas Ativas de Pesquisa acerca da Simulação de Distribuidores	32

4	METODOLOGIA	39
4.1	Crítérios de Similaridade para Modelos Físicos Destinados à Previsão do Comportamento de inclusões Não Metálicas no Distribuidor	39
4.2	Modelo Matemático para Previsão da Média e Desvio Padrão da Fração Mássica de Inclusões Não Metálicas no Distribuidor	40
4.3	Novos Modelos de Compartimentos e sua Finalidade.....	44
4.4	Método para Estimativa da Fração Média de Inclusões Não Metálicas Removidas no Distribuidor com Base na Curva DTR	44
4.5	Previsão do Comprimento da Placa de Mistura Formada no Distribuidor a partir de Dados da DTR.....	46
4.6	Recomendação de Procedimentos Convenientes para Avaliar o Desempenho Fluidodinâmico de Distribuidores a partir de Curvas DTR.....	48
4.7	Otimização de Distribuidores Baseada em Metamodelos.....	48
5	RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	52
5.1	Abordagem para Alcançar Similaridade em Modelos Físicos de Distribuidores .	52
5.1.1	Equacionamento para condição isotérmica	52
5.1.2	Análise simplificada para condição isotérmica	59
5.1.3	Equacionamento para condição não isotérmica	65
5.1.4	Análise simplificada para condição não isotérmica.....	70
5.1.5	Considerações práticas acerca do projeto de modelos físicos de distribuidor: escolha de critérios de similaridade, fluido de trabalho e fator de escala.....	71
5.1.6	Modelamento do comportamento de inclusões não metálicas sem agregação	75
5.1.7	Modelamento do comportamento de inclusões não metálicas com agregação	82
5.2	Previsão da Média e Desvio Padrão da Fração Mássica de Inclusões Não Metálicas no Distribuidor.....	87
5.3	Novos Modelos de Compartimentos.....	93

5.3.1	Modelo 1	93
5.3.2	Modelo 2	96
5.3.3	Modelo 3	100
5.4	Estimativa da Fração Média de Inclusões Removidas no Distribuidor com Base na Curva DTR.....	102
5.5	Previsão do Comprimento da Placa de Mistura Formada no Distribuidor a partir de Dados da DTR.....	105
5.6	Procedimentos para Avaliação do Desempenho Fluidodinâmico de Distribuidores a partir de Curvas DTR.....	108
5.7	Otimização de Distribuidores Baseada em Metamodelo	114
5.7.1	Problema 1: distribuidor apenas com barragem	114
5.7.2	Problema 2: distribuidor apenas com dique.....	119
5.7.3	Problema 3: distribuidor com barragem e dique	126
5.7.4	Considerações práticas sobre otimização de distribuidores	131
6	CONCLUSÕES	133
7	CONTRIBUIÇÕES ORIGINAIS AO CONHECIMENTO	137
8	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	138
9	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	139

LISTA DE FIGURAS

- Figura 3.1: Representação esquemática de um problema de otimização genérico no qual se deseja minimizar as funções positivas 1 e 2. Cada losango representa uma possível solução para o problema, sendo que as soluções não dominadas por outras (“soluções ótimas”) formam a fronteira de Pareto (linha contínua).28
- Figura 3.2: Representação esquemática do planejamento composto central usado por ALAM e SIDDIQUI (2016). Na figura, A, B e C denotam as três variáveis do problema que foram padronizadas entre -1 a 1..... 33
- Figura 4.1: Desenho técnico (dimensões em mm) do modelo físico usado por MENDONÇA (2016).43
- Figura 5.1: Variação do coeficiente da equação (5.46) com a temperatura da água para modelo físico de distribuidor de lingotamento contínuo operado a água (1atm). Dados de ASSAEL *et al.* (2006) e GREEN e PERRY (2007), sendo considerado aço a 1560°C. 69
- Figura 5.2: Fator de escala a ser usado em modelo físico de distribuidor de lingotamento contínuo operado usando água (1atm) para obter as igualdades dos números de Reynolds e de Froude. Dados de ASSAEL *et al.* (2006) e GREEN e PERRY (2007), sendo considerado aço a 1560°C.73
- Figura 5.3: Fator de escala e pressão mínima a serem usados em modelo físico de distribuidor de lingotamento contínuo operado a dióxido de carbono líquido para obter as igualdades dos números de Reynolds e de Froude. Dados de ASSAEL *et al.* (2006) e GREEN e PERRY (2007), sendo considerado aço a 1560°C. .75
- Figura 5.4: Diâmetro das partículas simuladoras de inclusão que devem usadas em modelos físicos operados a água de acordo com a equação (5.57). Nos cálculos, foram considerados os dados do ferro líquido a 1560°C (ASSAEL *et al.*, 2006) e da água a 20°C (BIRD, STEWART e LIGHTFOOT, 2001)..... 78
- Figura 5.5: Densidade das partículas simuladoras de inclusão que devem usadas em modelos físicos operados a água de acordo com a equação (5.58). Nos cálculos, foram considerados os dados do ferro líquido a 1560°C (ASSAEL *et al.*, 2006) e da água a 20°C (BIRD, STEWART e LIGHTFOOT, 2001)..... 78

- Figura 5.6: Contorno da razão entre efeitos devido à aceleração do fluido e efeitos devido ao empuxo, R_{ae} , plotado nos planos de simetria do modelo físico estudado por MENDONÇA (2016). Para facilitar a visualização, a legenda da figura foi limitada no valor máximo de 1..... 80
- Figura 5.7: Razão entre a concentração numérica de partículas na entrada do modelo físico e a concentração numérica de inclusões na entrada do distribuidor em função do fator de escala do modelo físico, que é operado usando água. Nos cálculos, foram considerados os dados do ferro líquido a 1560°C (ASSAEL *et al.*, 2006) e da água a 20°C (BIRD, STEWART e LIGHTFOOT, 2001). 87
- Figura 5.8: Contornos da fração média de inclusões não metálicas previstos pelo modelo matemático sobre o plano de simetria do modelo físico. Tamanhos de partícula considerados: a) 27,5µm; b) 32,5µm; c) 37,5µm; d) 45µm; e) 55µm; f) 65µm; g) 75µm; h) 90µm; i) 110µm; j) 130µm. 88
- Figura 5.9: Contornos do desvio padrão da fração de inclusões não metálicas previstos pelo modelo matemático sobre o plano de simetria do modelo físico. Tamanhos de partícula considerados: a) 27,5µm; b) 32,5µm; c) 37,5µm; d) 45µm; e) 55µm; f) 65µm; g) 75µm; h) 90µm; i) 110µm; j) 130µm. 89
- Figura 5.10: Fração média e desvio padrão da fração de inclusões preditos pelo modelo matemático (CFD) sobre a saída do veio. 91
- Figura 5.11: Coeficiente de variação da fração de inclusões predito pelo modelo matemático (CFD) sobre a saída do veio. 92
- Figura 5.12: Curvas $E\theta$ preditas pelo primeiro modelo com diferentes parâmetros. Caso 1A: $v_p = 0,2$; $v_m = 0,8$; $v_d = 0$; $n_p = 4$. Caso 1B: $v_p = 0,6$; $v_m = 0,4$; $v_d = 0$; $n_p = 4$. Caso 1C: $v_p = 0,15$; $v_m = 0,60$; $v_d = 0,25$; $n_p = 4$. Caso 1D: $v_p = 0,2$; $v_m = 0,8$; $v_d = 0$; $n_p = 12$ 95
- Figura 5.13: Curvas $E\theta$ preditas pelo segundo modelo com diferentes parâmetros. Caso 2A: $v_p = 0,2$; $v_m = 0,79$; $v_d = 0$; $v_{cc} = 0,01$; $q_a = 0,95$; $q_{cc} = 0,05$; $n_p = 4$; $n_{cc} = 20$. Caso 2B: $v_p = 0,2$; $v_m = 0,79$; $v_d = 0$; $v_{cc} = 0,01$; $q_a = 0,90$; $q_{cc} = 0,10$; $n_p = 4$; $n_{cc} = 20$. Caso 2C: $v_p = 0,2$; $v_m = 0,795$; $v_d = 0$; $v_{cc} = 0,005$; $q_a = 0,95$; $q_{cc} = 0,05$; $n_p = 4$; $n_{cc} = 20$. Caso 2D: $v_p = 0,2$; $v_m = 0,79$; $v_d = 0$; $v_{cc} = 0,01$; $q_a = 0,95$; $q_{cc} = 0,05$; $n_p = 4$; $n_{cc} = 60$ 98

Figura 5.14: Curvas F preditas pelo terceiro modelo para diferentes valores de seu parâmetro f	101
Figura 5.15: Variação da fração passante de inclusões (FP) com o parâmetro adimensional X para diferentes abordagens de cálculo.	103
Figura 5.16: Qualidade do ajuste realizado pelo polinômio da equação (5.98) em relação aos dados de X_{aj} e X presentes na tabela V.2.	105
Figura 5.17: Validação do modelo CFD com dados experimentais de MENDONÇA (2016) para condições de vazão e nível constantes.	106
Figura 5.18: Verificação do método de Niemi-Zenger com previsões de modelo CFD em condição de vazão variável (senoidal) e nível constante.	107
Figura 5.19: Verificação do método de Niemi-Zenger com previsões de modelo CFD multifásico em condição de vazão e nível variáveis.	108
Figura 5.20: Relação entre <i>hold-back</i> (H) e o parâmetro f do modelo descrito na seção 5.3.3.	112
Figura 5.21: Comparação entre as frações passantes de inclusões (FP) preditas por intermédio do modelo descrito na seção 5.3.3 e diretamente a partir da curva DTR.	113
Figura 5.22: Esquema de distribuidor apenas com barragem. Na figura, h_B é a altura da barragem e x_B é a distância da barragem ao centro do distribuidor.	115
Figura 5.23: Superfície de resposta predita pelo metamodelo Krg ajustado a partir do planejamento aumentado FD+LHD. Distribuidor apenas com barragem.	120
Figura 5.24: Esquema de distribuidor apenas com dique. Na figura, h_D é a altura do dique e x_D é a distância do dique ao centro do distribuidor.	121
Figura 5.25: Superfície de resposta predita pelo metamodelo Kriging ajustado a partir do planejamento LHD16+LHD32. Distribuidor apenas com dique.	125

LISTA DE TABELAS

Tabela V.1: Fatores de escala a serem usados em modelos físicos de distribuidor de lingotamento contínuo de aço para obter as igualdades dos números de Reynolds e de Froude. Com exceção do ar atmosférico, todos os fluidos estão no estado líquido. A fonte citada se refere aos dados de viscosidade cinemática dos fluidos, ν , avaliada a pressão p e temperatura T	72
Tabela V.2: Fração passante de inclusões preditas pelo método baseado na curva DTR e pelo modelo CFD em função do diâmetro de partícula (dp) ou de sua medida adimensional (X). Também são fornecidos a velocidade relativa entre a partícula e o meio, Δv_{∞} , calculada pela Lei de Stokes e o parâmetro ajustado χ_{aj}	103
Tabela V.3: Planejamentos de experimentos computacionais DOD, FD e LHD executados pelo modelo CFD para a construção de metamodelos. Distribuidor apenas com barragem.	116
Tabela V.4: Planejamento de experimentos computacionais RD executado pelo modelo CFD para a verificação de metamodelos. Distribuidor apenas com barragem.	117
Tabela V.5: Verificação de metamodelos (FBR, KN, Krg e Poli) ajustados com diferentes planejamentos de experimentos computacionais (DOD, FD, LHD, FD+LHD). Distribuidor apenas com barragem. Dados correspondem ao coeficiente de correlação entre previsões dos metamodelos e os resultados do modelo CFD apresentados na tabela V.4.	117
Tabela V.6: Mínimo global de metamodelos e comparação com modelo CFD. Distribuidor apenas com barragem.	118
Tabela V.7: Planejamentos de experimentos computacionais FD16 e LHD16 executados pelo modelo CFD para a construção de metamodelos. Distribuidor apenas com dique.	122
Tabela V.8: Planejamento de experimentos computacionais LHD32 executado pelo modelo CFD para a construção de metamodelos. Distribuidor apenas com dique....	123
Tabela V.9: Planejamento de experimentos computacionais RD4 executado pelo modelo CFD para a verificação de metamodelos. Distribuidor apenas com dique....	123

Tabela V.10: Verificação de metamodelos Kriging ajustados com diferentes planejamentos de experimentos computacionais. Distribuidor apenas com dique. Dados correspondem ao coeficiente de correlação entre previsões dos metamodelos e os resultados do modelo CFD apresentados na tabela V.9.....	124
Tabela V.11: Mínimo global de metamodelos e comparação com modelo CFD. Distribuidor apenas com dique.....	124
Tabela V.12: Planejamento de experimentos computacionais FD16f executado pelo modelo CFD para a construção de metamodelos. Distribuidor com barragem e dique.	127
Tabela V.13: Planejamento de experimentos computacionais LHD80f executado pelo modelo CFD para a construção de metamodelos. Distribuidor com barragem e dique.....	127
Tabela V.14: Planejamento de experimentos computacionais RD8f executado pelo modelo CFD para a verificação de metamodelos. Distribuidor com barragem e dique.	129
Tabela V.15: Mínimo global do metamodelo Kriging ajustado a partir do planejamento FD16+LHD80f e comparação com modelo CFD. Distribuidor com barragem e dique.....	130
Tabela V.16: Comparação de parâmetros de distribuidor sem modificadores de fluxo e melhor configuração de distribuidor com barragem e dique identificada.	131

LISTA DE NOTAÇÕES

Alfabeto latino

A_{int} : área da interface do aço com a escória (m^2);

A_p : área da projeção da partícula ou inclusão (m^2);

A_{tr} : área da seção transversal de fluido no distribuidor (m^2);

C_μ , C_1 e C_2 : constantes do modelo k- ϵ padrão;

C_D : coeficiente de arrasto;

C_p : calor específico do fluido à pressão constante ($J\ kg^{-1}\ K^{-1}$);

c_A : concentração local do traçador A (kg/m^3);

c_{entra} : concentração de soluto ou traçador na entrada do distribuidor (kg/m^3);

$c_{inicial}$: concentração de soluto ou traçador inicial no distribuidor (kg/m^3);

$c_{média}$: concentração média de soluto ou traçador no distribuidor (kg/m^3);

$c_{saída}$: concentração de soluto ou traçador na saída do distribuidor (kg/m^3);

D_A : difusividade de A no meio (m^2/s);

D_h : diâmetro hidráulico equivalente da seção transversal do distribuidor (m);

D_{ef} : coeficiente de dispersão efetivo (m^2/s);

D_p : difusividade aparente das inclusões no aço (m^2/s);

D_{turb} : difusividade turbulenta (m^2/s);

$D_{turb,1}$: difusividade turbulenta para a média da fração mássica de inclusões (m^2/s);

$D_{turb,2}$: difusividade turbulenta para a variância da fração mássica de inclusões (m^2/s);

d_p : diâmetro da partícula ou inclusão (m);

E : DTR de um distribuidor na forma de densidade de probabilidade e em unidades físicas (s^{-1});

E_θ : DTR de um distribuidor na forma de densidade de probabilidade e em unidades adimensionais;

e : número de Euler;

F : DTR de um distribuidor na forma de distribuição acumulada;

\bar{F} : média aritmética entre as curvas F_j de cada veio;

F_j : DTR do veio j na forma de distribuição acumulada;

$F_\Gamma(x, \alpha, \beta)$: função de distribuição acumulada da distribuição gama avaliada em x com parâmetro de forma α e parâmetro de escala β ;

f : parâmetro do modelo de Cho e Kim (2006);

$f_\Gamma(x, \alpha, \beta)$: função densidade de probabilidade da distribuição gama avaliada em x com parâmetro de forma α e parâmetro de escala β ;

FP : fração de inclusões passantes para o veio;

Fr : número de Froude;

G_k : taxa de geração de turbulência por forças viscosas (W/m^3);

g : aceleração da gravidade (m/s^2);

\mathbf{g} : vetor aceleração da gravidade (m/s^2);

H : *Hold-back*;

h_B : altura da barragem (mm);

h_b : nível do banho de aço, ou fluido de trabalho, no distribuidor (m);

h: vetor elevação no campo gravitacional (m);

J_A : vetor fluxo de massa ($\text{kg m}^{-2} \text{s}^{-1}$);

k : energia cinética turbulenta por unidade de massa (J/kg);

k_p : constante cinética aparente para flotação de inclusões não metálicas no distribuidor (1/s);

L : comprimento do distribuidor (m);

l_c : comprimento característico do sistema (m);

M : massa de traçador injetado no experimento de pulso (kg);

N : número de veios do distribuidor;

m_p : massa da partícula ou inclusão (kg);

n_{cc} : parâmetro do modelo de tanques em série estendido que aproxima o comportamento da região de escoamento rápido;

n_k : concentração numérica das inclusões do grupo de tamanho k (# inclusões/ m^3);

$n_{k,0}$: concentração numérica das inclusões do grupo de tamanho k na entrada do distribuidor (# inclusões/ m^3);

n_p : parâmetro do modelo de tanques em série estendido que aproxima o comportamento da região de escoamento pistonado com dispersão axial;

n_0 : soma das concentrações numéricas das inclusões de todos os grupos de tamanho na entrada do distribuidor (# inclusões/ m^3);

\mathbf{n} : vetor unitário normal às superfícies apontando para fora do aço ou do fluido de trabalho do modelo físico;

\mathbf{n}_t : vetor unitário normal às superfícies apontando para fora da fase de topo;

P : pressão modificada do fluido (Pa);

Pr : número de Prandtl;

P_M : perímetro da seção transversal do distribuidor molhado por fluido e em contato com as paredes do distribuidor (m);

P_t : pressão modificada da fase de topo (Pa);

p : pressão local do fluido (Pa);

p_{amb} : pressão ambiente uniforme (Pa);

p_t : pressão local da fase de topo (Pa);

Q : vazão volumétrica que atravessa o sistema (m^3/s);

Q_{entra} : vazão volumétrica de alimentação do sistema (m^3/s);

q_a : fração da vazão de aço que atravessa a região ativa do distribuidor;

q_{cc} : fração da vazão de aço que atravessa a região de escoamento rápido, ou curto-circuito, do distribuidor;

R_{ae} : razão entre efeitos devido à aceleração do fluido e efeitos devido ao empuxo;

R_f : razão entre a escala de tempo de dissipação da variância e a escala de tempo de dissipação da energia cinética turbulenta;

Re : número de Reynolds;

Re_{D_h} : número de Reynolds baseado no diâmetro hidráulico equivalente, equação (5.30);

Ri : número de Richardson;

r : coeficiente de correlação de Pearson;

r_i : raio representativo das inclusões do grupo de tamanho i (m);

\mathbf{r} : vetor posição (m);

\mathbf{r}_{ref} : vetor posição de um ponto de referência (m);

S_g : função usada na definição da superfície da interface entre a fase de topo e sua fase gasosa superior;

S_t : função usada na definição da superfície da interface entre o fluido e sua fase de topo;

Sc_{turb} : número de Schmidt turbulento;

$sign(x)$: função sinal avaliada em x ;

T : temperatura local do fluido (K);

T_c : temperatura característica do sistema (K);

t : tempo (s);

t_0 : instante de tempo inicial considerado (s);

t_c : tempo característico do sistema (s);

V : volume de fluido no sistema (m³);

V_p : volume da partícula ou inclusão (m³);

v_c : velocidade característica do sistema (m/s);

v_{cc} : fração de volume da região de escoamento rápido;

v_d : fração de volume da zona morta completamente estagnada;

$|v_i - v_j|$: valor absoluto da velocidade relativa entre as inclusões dos grupos de tamanho i e j (m/s);

v_m : fração de volume da região com mistura perfeita;

v_p : fração de volume da região de escoamento pistonado com dispersão axial;

\bar{v}_x : velocidade média do fluido no pistão (m/s);

\mathbf{v} : vetor velocidade do fluido (m/s);

\mathbf{v}_{int} : vetor velocidade da interface (m/s);

\mathbf{v}_p : vetor velocidade da partícula ou inclusão (m/s);

$\mathbf{v}_{p,k}$: vetor velocidade das inclusões do grupo de tamanho k (m/s);

\mathbf{v}_t : vetor velocidade da fase de topo (m/s);

W_{int} : largura interna do distribuidor na interface com a escória (m);

X : parâmetro adimensional que caracteriza o tamanho da inclusão não metálica, equação (4.16);

X_{aj} : parâmetro adimensional ajustado;

x : coordenada cartesiana na direção axial do pistão (m);

x_B : distância da barragem ao centro do distribuidor (mm);

x_D : distância do dique ao centro do distribuidor (mm);

x_1, x_2 e x_3 : eixos cartesianos (m);

z : novo tempo adimensional usado pelo método de Niemi-Zenger.

Alfabeto grego

α : fator de correção adimensional;

β : coeficiente de expansão térmica do fluido (1/K);

β_c : coeficiente de expansão térmica do fluido aferida na temperatura característica do sistema (1/K);

β_{ij} : função de colisão entre as inclusões dos grupos de tamanho i e j (m³/s);

$\beta_{ij,Difv}$: função de colisão entre inclusões dos grupos de tamanho i e j devido à diferença de velocidade entre as inclusões (m³/s);

$\beta_{ij,turb}$: função de colisão entre inclusões dos grupos de tamanho i e j devido à turbulência (m^3/s);

$\dot{\gamma}$: tensor taxa de deformação do fluido (1/s);

$\dot{\gamma}_t$: tensor taxa de deformação da fase de topo (1/s);

ΔT_c : diferença de temperatura característica do sistema (K);

Δt : intervalo de *suavização* (s);

Δv_∞ : velocidade relativa de ascensão das partículas (ou inclusões não metálicas) em relação ao fluido do distribuidor (m/s);

δ_{area} : métrica de área (s);

δ : tensor unitário;

δ_1, δ_2 e δ_3 : vetores unitários nas direções dos eixos cartesianos;

ε : taxa de dissipação de turbulência (W/kg);

ζ : viscosidade dilatacional do fluido (Pa s);

θ : tempo adimensional;

$\bar{\theta}$: tempo adimensional médio de residência;

κ : soma das curvaturas principais da superfície (1/m);

Λ : condutividade térmica do fluido ($W m^{-1} K^{-1}$);

λ : fator de escala;

μ : viscosidade dinâmica do fluido (Pa s);

μ_t : viscosidade dinâmica da fase de topo (Pa s);

μ_{turb} : viscosidade turbulenta (Pa s);

ν : viscosidade cinemática do fluido (m^2/s);

ρ : densidade do fluido (kg/m^3);

ρ_c : densidade do fluido aferida na temperatura característica do sistema (kg/m^3);

ρ_p : densidade da partícula ou inclusão (kg/m^3);

ρ_t : densidade da fase de topo (kg/m^3);

σ : tensão interfacial entre o fluido e a fase de topo (N/m);

σ_k e σ_ε : constantes do modelo k- ε padrão;

σ_θ^2 : variância adimensional da curva DTR;

τ : tempo nominal médio de residência do fluido no distribuidor (s);

$\boldsymbol{\tau}$: tensor de tensão viscosa do fluido (Pa);

ω_A : fração mássica local de A;

ω_p : fração mássica de partículas ou inclusões.

Outros

$(-h_D)$: negativo da penetração do dique desde a superfície livre do distribuidor (mm);

$\%e_H$: erro percentual absoluto do *hold-back*;

∇ : operador “nabla” ou “del” ($1/\text{m}$);

∇^2 : operador laplaciano ($1/\text{m}^2$);

D/Dt : derivada no tempo seguindo um elemento de volume do fluido ($1/\text{s}$);

$D_k/D_k t$: derivada no tempo seguindo as inclusões do grupo de tamanho k ($1/\text{s}$);

$\bar{\varphi}$: traço superior indica valor médio da variável genérica φ ;

φ' : apóstrofo indica a flutuação da variável genérica φ em relação à sua média;

φ^* : o asterisco denota a variável de integração quando a variável genérica φ é o limite superior de integração;

$\check{\varphi}$: a braquia expressa a forma adimensional da variável genérica φ .

Subscritos

CFD: modelo CFD;

Fr: assumida igualdade do número Froude entre o modelo físico e o distribuidor real;

i: índice de grupo de tamanho;

j: índice de grupo de tamanho;

k: índice de grupo de tamanho;

m: modelo físico;

mtm: metamodelo;

r: distribuidor real;

Re: assumida igualdade do número Reynolds entre o modelo físico e o distribuidor real.

Sobrescritos

T: denota o transposto de um tensor.

RESUMO

No processo de lingotamento contínuo, o desempenho do distribuidor é crucial na produção de aços de alta qualidade. Por conta disso, técnicas de modelagem física e matemática são amplamente usadas em projetos de melhoria de distribuidores. No entanto, as técnicas de modelagem atualmente utilizadas apresentam limitações e incertezas significativas.

As relações de similaridade entre modelos físicos e distribuidores industriais não são deduzidas de forma rigorosa. Os modelos matemáticos, que predizem a flotação de inclusões não metálicas, falham no tratamento da variabilidade introduzida pela turbulência. Parâmetros calculados a partir de curvas de distribuição de tempos de residência (DTR) são frequentemente usados na avaliação do desempenho fluidodinâmico de distribuidores. Contudo, tais parâmetros não fornecem qualquer estimativa da fração de inclusões removidas no distribuidor ou do comprimento da placa de mistura formada durante trocas de panela, nas quais a vazão e o nível de aço no distribuidor são variáveis. Além disso, não é claro qual parâmetro da curva DTR deve ser considerado primariamente durante a comparação de diferentes configurações de distribuidores. Poucos esforços também foram feitos no emprego de técnicas de otimização aproximadas capazes de estimar o ponto ótimo do sistema com um tempo de cálculo factível.

O presente trabalho enfrentou essas deficiências através de sete tarefas: 1) dedução rigorosa das relações de similaridade entre modelos físicos e distribuidores industriais; 2) desenvolvimento de um modelo matemático capaz de prever a média e o desvio-padrão da fração mássica de inclusões não metálicas dentro do distribuidor; 3) elaboração de novos modelos de compartimentos para descrever resultados de curvas DTR; 4) dedução de um modelo analítico para estimar a fração de inclusões não metálicas removidas no distribuidor com base na curva DTR; 5) aplicação de um modelo analítico para prever, a partir de dados da DTR, a extensão da placa de mistura formada no distribuidor; 6) recomendação de procedimentos para avaliação do desempenho fluidodinâmico de distribuidores a partir de curvas DTR; 7) avaliação de uma abordagem baseada em metamodelos para otimização de distribuidores com uso de modelo CFD. Os programas ANSYS CFX e iChrome Nexus

foram empregados nos cálculos. Os resultados obtidos foram comparados com dados de modelagem física disponíveis na literatura.

Em relação a cada uma dessas sete tarefas, foi concluído que: 1) fatores como se o escoamento no distribuidor está em estado estacionário ou transiente, a temperatura do fluido de trabalho e a importância relativa entre efeitos devido ao empuxo e efeitos devido à aceleração do fluido sobre partículas afetam significativamente os critérios de similaridade que devem ser usados em modelos físicos; 2) devido à turbulência, há no distribuidor regiões de alta variabilidade da fração mássica de inclusões, que devem ser evitadas durante a coleta de amostras; 3) os modelos de compartimentos propostos permitem tanto uma análise detalhada de curvas DTR com um ou dois picos quanto uma análise simplificada do desempenho global do distribuidor; 4) nas condições testadas, o método baseado na curva DTR para estimativa da fração média de inclusões não metálicas removidas no distribuidor apresentou excelente concordância com o modelo CFD enquanto $X \leq 1$, em que X é uma medida adimensional do tamanho de partícula; 5) na condição testada com vazão e nível de distribuidor variáveis, o método de Niemi-Zenger forneceu uma aproximação de acurácia similar a modelos CFD multifásicos para trocas de panela; 6) quando muitas configurações de distribuidores de um veio (ou de dois veios simétricos) são estudadas de modo global, recomenda-se o uso do parâmetro *hold-back*; 7) devido à forma altamente complexa da superfície de resposta do modelo CFD de distribuidor, metamodelos frequentemente falham em reproduzi-la acuradamente.

ABSTRACT

In the continuous casting process, the tundish performance is key for the production of high-quality steels. For this reason, techniques of physical and mathematical modeling are widely used in improvement projects of tundishes. However, the modeling techniques currently employed present significant limitations and uncertainties.

The similarity relations between physical models and industrial tundishes are not rigorously deduced. The mathematical models, which predicts the removal of non-metallic inclusions, fail to treat the variability introduced by turbulence. Parameters calculated from Residence Time Distribution (RTD) curves are often used to evaluate the fluid-dynamic performance of tundishes. Nevertheless, these parameters do not provide an estimate of the fraction of inclusions removed in the tundish or of the length of intermix slab generated during ladle changes in which the steel flow rate and the bath level in the tundish are variable. In addition, it is not clear what parameter of the RTD curve should be primarily considered during a comparison of different tundish configurations. A few efforts were also performed in the use of approximated optimization techniques capable of estimating the optimum point of the system with a feasible calculation time.

The present work faced these shortcomings through the development of seven tasks: 1) rigorous deduction of the similarity relations between physical models and industrial tundishes; 2) development of a mathematical model capable of predicting the mean and the standard deviation of the mass fraction of non-metallic inclusions within the tundish; 3) elaboration of new compartment models to describe results of RTD curves; 4) deduction of an analytical model for estimating the fraction of non-metallic inclusions removed in the tundish that is based in the RTD curve; 5) application of an analytical model, which relies on RTD data, for predicting the amount of intermix slab generated in the tundish; 6) recommendation of procedures for evaluating the fluid-dynamic performance of tundishes by means of RTD curves; 7) assessment of a tundish optimization approach based on metamodels of a CFD model. The software programs ANSYS CFX and IChrome Nexus were employed in the calculations. The results obtained were compared with physical modeling data available in the literature.

For each of these seven tasks, it was concluded that: 1) factors, such as whether the fluid flow in the tundish is steady or unsteady, the temperature of the working fluid, and the relative importance between buoyancy effects and fluid acceleration effects on particles, affect significantly the similarity criteria that should be used in physical models; 2) turbulence generates regions with high variability of inclusion mass fraction in the tundish, which should be avoided during a sample collection; 3) the proposed compartment models enable both a detailed analysis of RTD curves with one or two peaks and a simplified analysis of the global performance of the tundish; 4) in the tested conditions, the RTD-based method for estimating mean fraction of inclusions removed in the tundish presented an excellent agreement with the CFD model while $X \leq 1$, where X is a dimensionless measure of the particle size; 5) for the tested condition, wherein the flow rate and the bath level were variable, the accuracy of the Niemi-Zenger method was similar to that of multiphase CFD models for ladle changes; 6) when several configurations of one-strand tundishes (or of symmetrical two-strand tundishes) are studied in a general manner, it is recommended the use of the hold-back parameter; 7) due to the highly complex shape of the response surface of the tundish CFD model, metamodelling often fails to predict accurately it.

1 INTRODUÇÃO

O processo de lingotamento contínuo é a principal rota de solidificação de aço líquido da atualidade. O distribuidor é chave nesse processo. Este equipamento consiste em um reservatório refratário, que tem seu nível alterado durante trocas de panela, o que permite conciliar o processo em batelada de refino do aço com uma técnica de solidificação contínua.

A operação adequada do distribuidor é crucial na produção de aços de alta qualidade. Por um lado, essa é a última oportunidade de se promover eficientemente tratamentos metalúrgicos no aço líquido, como a flotação de inclusões não metálicas (o molde é ineficaz para isso). Por outro, a contaminação do aço deve ser evitada a todo custo nessa etapa, pois não há oportunidade para correção do produto antes da solidificação.

Técnicas de simulação são amplamente usadas em projetos de melhoria de distribuidores de lingotamento contínuo. Para esse fim, são empregados modelos físicos e matemáticos. Modelos físicos são réplicas do equipamento industrial, muitas vezes, em escala reduzida que utilizam algum fluido de trabalho alternativo ao aço líquido, comumente água. Já modelos matemáticos resolvem equações que procuram descrever os fenômenos que ocorrem no interior do distribuidor de lingotamento contínuo. Para tal, utilizam técnicas de CFD (*Computational Fluid Dynamics*) – uma metodologia popular na solução de problemas de engenharia.

Exemplos de objetivos de simulações de distribuidores são o aumento da remoção de inclusões não metálicas no distribuidor e a redução da quantidade da placa de mistura formada no equipamento. Inclusões não metálicas são partículas (estado sólido) ou gotículas (estado líquido) de óxidos, sulfetos e nitretos que contaminam o aço líquido e afetam suas propriedades finais. Já placas de mistura são materiais desqualificados, frutos da mistura de aços de qualidades diferentes que eventualmente ocorre na máquina de lingotamento a fim de atender a variedade de produtos de determinada usina siderúrgica.

Apesar de úteis e populares, as técnicas de simulação atualmente usadas apresentam limitações e incertezas significativas.

As relações de similaridade entre modelos físicos e distribuidores industriais, sobretudo no tocante à modelagem de inclusões não metálicas por partículas simuladoras, não são deduzidas de forma rigorosa. Tal prática põe em dúvida a validade quantitativa dos resultados obtidos na literatura. A flotação de inclusões não metálicas também não é abordada satisfatoriamente pelos modelos matemáticos existentes. Em especial, esses modelos falham no tratamento da variabilidade introduzida pela turbulência, o que leva a previsões em desacordo com a observação experimental.

Em ambos modelos físicos e matemáticos, parâmetros calculados a partir de curvas de distribuição de tempos de residência (DTR), obtidas a partir de ensaios com traçadores, são frequentemente usados na avaliação do desempenho fluidodinâmico de distribuidores. Contudo, tais parâmetros não fornecem qualquer estimativa de informações de interesse prático, como a fração de inclusões removidas no distribuidor ou o comprimento da placa de mistura formada em condições reais de processo (vazão e nível de aço no distribuidor variáveis). De fato, não é claro qual o parâmetro mais importante a ser considerado para um determinado fim ou mesmo qual o procedimento mais apropriado para o cálculo de cada parâmetro.

Também para os dois tipos de modelos, a configuração de distribuidor recomendada é normalmente escolhida como a melhor dentre um número de opções previamente definidas e avaliadas. O uso de técnicas de otimização capazes de estimar o ponto ótimo do sistema é raro. Duas razões prováveis para isso é a falta de familiaridade da área com essas técnicas e a crença das mesmas serem proibitivas em termos de custo e tempo. Na realidade, o tempo computacional envolvido pode ser substancialmente reduzido pelo uso de técnicas aproximadas. Por exemplo, algoritmos de otimização podem ser aplicados sobre uma função de cálculo rápido (metamodelo), que aproxima a resposta do modelo matemático original.

O presente trabalho buscou avançar nos itens anteriores por meio dos procedimentos a seguir:

- 1) Dedução rigorosa das relações de similaridade entre modelos físicos e distribuidores industriais;

- 2) Desenvolvimento de um modelo matemático capaz de prever a média e o desvio-padrão da fração mássica de inclusões não metálicas dentro do distribuidor;
- 3) Elaboração de novos modelos de compartimentos para descrever resultados de curvas DTR;
- 4) Dedução de um modelo analítico baseado em uma pseudo-reação homogênea de primeira ordem para estimar a fração de inclusões não metálicas removidas no distribuidor com base na curva DTR;
- 5) Aplicação de um modelo analítico para prever, a partir de dados da DTR, a extensão da placa de mistura formada no distribuidor, mesmo em condições de vazão e nível de aço no distribuidor variáveis;
- 6) Recomendação de procedimentos para avaliação do desempenho fluidodinâmico de distribuidores a partir de curvas DTR;
- 7) Avaliação de uma abordagem baseada em metamodelos para otimização de distribuidores com uso de modelo CFD, que possua um custo computacional baixo (da ordem de 10 simulações por variável considerada no problema).

Toda a metodologia proposta foi aplicada a um modelo matemático CFD desenvolvido utilizando o *software* comercial ANSYS CFX. Os resultados obtidos foram comparados com dados de modelos físicos obtidos previamente por outros autores.

2 OBJETIVOS

O objetivo geral desse trabalho é discutir e aprimorar as técnicas atuais de simulação de distribuidores para lingotamento contínuo de aço. Os objetivos secundários são:

- 1) Avaliar a validade dos critérios de similaridade usados no dimensionamento de modelos físicos destinados à previsão da separação de inclusões não metálicas no distribuidor;
- 2) Desenvolver um modelo matemático capaz de avaliar o efeito do escoamento sobre a fração mássica de inclusões não metálicas no distribuidor, que contemple tanto seu valor médio quanto a variabilidade introduzida pela turbulência;
- 3) Elaborar novos modelos de compartimentos para descrever resultados de curvas DTR e discutir sua finalidade;
- 4) Propor um método capaz de estimar a fração média de inclusões não metálicas removidas no distribuidor com base na curva DTR;
- 5) Estimar a extensão da placa de mistura formada no distribuidor, mesmo em condições de vazão e nível de aço no distribuidor variáveis, a partir de dados da curva DTR;
- 6) Definir abordagens mais convenientes para avaliar o desempenho fluidodinâmico de distribuidores a partir de curvas DTR;
- 7) Avaliar o potencial do emprego de uma abordagem baseada em metamodelos de um modelo CFD para otimizar distribuidores com tempo de cálculo viável.

3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

As técnicas de simulação de distribuidores para lingotamento contínuo de aço são bem estabelecidas e amplamente documentadas na literatura (SZEKELY e ILEGBUSI, 1989; DA SILVA *et al.*, 1998; MAZUMDAR e GUTHRIE, 1999; MIKI e THOMAS, 1999; PEREIRA, 2004; CRAVO, 2006; SAHAI e EMI, 2007; MAZUMDAR e EVANS, 2009; KRUGER, 2010; SESHADRI *et al.*, 2012; RICHAUD, 2014).

Em um primeiro momento, serão revisadas as técnicas tradicionais de modelamento físico e matemático do escoamento de aço em distribuidores de lingotamento contínuo (seção 3.1). Em seguida, serão descritas as técnicas de simulação de inclusões não metálicas em modelos físicos e matemáticos (seção 3.2). Posteriormente, será analisada a teoria das curvas de distribuição de tempos de residência (DTR) e sua relação com a formação de placas de mistura e remoção de inclusões não metálicas no distribuidor (seção 3.3). Depois serão discutidas as técnicas de otimização aplicáveis a modelos matemáticos computacionalmente custosos (seção 3.4). Por fim, serão apresentadas brevemente as áreas ativas de pesquisa acerca de simulação de distribuidores (seção 3.5).

3.1 Técnicas para Modelamento do Escoamento em Distribuidores de Lingotamento Contínuo

As condições do processamento do aço líquido (alta temperatura e opacidade) tornam difícil a análise direta do escoamento em distribuidores de lingotamento. Adicionalmente, testes industriais apresentam riscos e alto custo. Dessa forma, é desejável o emprego de abordagens alternativas para o estudo do escoamento em distribuidores. Para tanto, são usados modelos físicos e matemáticos. Esses serão descritos a seguir.

3.1.1 Modelagem física

Modelos físicos de distribuidor são réplicas do equipamento industrial construídas, muitas vezes em escala reduzida, e que utilizam um fluido de trabalho alternativo ao aço líquido – comumente a água.

O dimensionamento de modelos físicos e tratamento de seus resultados se baseiam em critérios de similaridade. Em modelos isotérmicos, três critérios de similaridade são observados: similaridade geométrica, similaridade cinemática e similaridade dinâmica.

A similaridade geométrica exige que a razão entre as dimensões do modelo físico e as dimensões correspondentes do equipamento industrial seja fixa. A essa razão é dado o nome de fator de escala (λ).

Já a similaridade cinemática estabelece que a razão entre as velocidades do fluido de trabalho no modelo físico e as velocidades correspondentes do aço líquido no equipamento industrial deve ser fixa. Essa igualdade não é imposta diretamente, mas é garantida pelo atendimento dos critérios de similaridade geométrica e dinâmica.

Por fim, a similaridade dinâmica determina que a razão entre as forças que atuam no fluido de trabalho do modelo físico e as forças correspondentes que atuam no aço líquido existente no equipamento industrial seja fixa. Essa igualdade pode ser assegurada pela igualdade dos números de Froude (Fr) e Reynolds (Re) entre o modelo físico e o equipamento industrial (MAZUMDAR e EVANS, 2009):

$$Fr = \frac{\text{Força de inércia}}{\text{Força peso}} = \frac{v_c^2}{g l_c} \quad (3.1)$$

$$Re = \frac{\text{Força de inércia}}{\text{Força viscosa}} = \frac{\rho v_c l_c}{\mu} = \frac{v_c l_c}{\nu} \quad (3.2)$$

Em que v_c é uma velocidade característica (arbitrária) do sistema (m/s), g é a aceleração da gravidade (m/s^2), l_c é um comprimento característico (arbitrário) do sistema (m), ρ é a densidade de fluido (kg/m^3), μ é a viscosidade dinâmica do fluido (Pa s) e $\nu (= \mu/\rho)$ é a viscosidade cinemática do fluido (m^2/s).

Os critérios de similaridade definidos a partir dos números de Froude e Reynolds podem ser atendidos simultaneamente escolhendo-se um fluido de trabalho de forma a atender relação a seguir (BIRD, STEWART e LIGHTFOOT, 2001):

$$\frac{v_m}{v_r} = \lambda^{3/2} \quad (3.3)$$

Em que os subscritos m e r indicam, respectivamente, o modelo físico e distribuidor real.

A equação (3.3) é aproximadamente satisfeita em modelos físicos em escala real ($\lambda = 1$) que adotam água como fluido de trabalho, pois a água apresenta viscosidade cinemática próxima à do aço líquido.

Tanto do ponto de vista operacional quanto econômico, modelos físicos em escala reduzida ($\lambda < 1$) são mais interessantes do que modelos em escala real. No entanto, nesse caso, a equação (3.3) é violada significativamente caso a água seja usada como fluido de trabalho. Dessa maneira, se faz necessário o emprego de uma abordagem aproximada em que se opta por atender ao critério de similaridade imposto por apenas um dos números adimensionais, Fr ou Re .

Como para distribuidores de lingotamento contínuo $Fr \ll Re$, considera-se que as forças de inércia e de peso predominam sobre as forças viscosas – ver equações (3.1) e (3.2). Assim, o dimensionamento de modelos físicos de distribuidores em escala reduzida é comumente feito adotando a igualdade do número de Fr como critério de similaridade.

A partir do critério de Froude, são deduzidas as seguintes relações entre velocidades, tempos e vazões no modelo físico e no equipamento industrial (MAZUMDAR e GUTHRIE, 1999; MAZUMDAR e EVANS, 2009):

$$\frac{(v_c)_m}{(v_c)_r} = \lambda^{1/2} \quad (3.4)$$

$$\frac{(t_c)_m}{(t_c)_r} = \lambda^{1/2} \quad (3.5)$$

$$\frac{Q_m}{Q_r} = \lambda^{5/2} \quad (3.6)$$

Em que t_c é um tempo característico (arbitrário) do sistema (s) e Q é a vazão volumétrica de alimentação do sistema (m^3/s).

A equação (3.6) é o critério prático usado no dimensionamento de modelos físicos de distribuidores em escala reduzida. Note que nenhuma propriedade do fluido de trabalho aparece nessa equação, de forma que qualquer fluido pode ser utilizado, desde que se mantenha a relação $Fr \ll Re$. Nesse sentido, a escolha pela água se torna imediata em vista de sua ampla disponibilidade, baixo custo, atoxidade e transparência.

Ainda que indiretamente, as características do escoamento no interior do distribuidor podem ser avaliadas facilmente por ensaios com corantes ou pela análise da curva DTR do distribuidor obtida em um ensaio com traçador (COSTA NETO, 1997; MACHADO, 2014; MENDONÇA, 2016). A análise direta do perfil de velocidades é possível também, por exemplo, pela técnica PIV (*Particle Image Velocimetry*) utilizada por KIM (2003), CHATTOPADHYAY (2011) e MORALES-HIGA *et al.* (2013). HUANG *et al.* (2016) propuseram uma montagem experimental alternativa, de menor custo que o PIV comercial.

Por fim, vale salientar que não foi identificada na literatura nenhuma dedução rigorosa dos critérios de similaridade para distribuidores a partir das equações que governam o escoamento de fluidos e de suas condições de contorno para o problema em questão. Essa falta de rigor pode levar a conclusões errôneas em determinados casos, pois as condições de contorno variam de problema para problema, o que altera os critérios de similaridade a serem usados (BIRD, STEWART e LIGHTFOOT, 2001). Por exemplo, diferentes condições de contorno são aplicadas nos casos em que a superfície livre do aço no distribuidor permanece plana ou se deforma.

3.1.2 Modelagem matemática

Em condições isotérmicas, o escoamento de fluidos é governado pelas equações da continuidade (conservação de massa) e de Navier-Stokes (conservação de quantidade de movimento) (BIRD, STEWART e LIGHTFOOT, 2001):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -(\nabla \cdot \rho \mathbf{v}) \quad (3.7)$$

$$\frac{\partial \rho \mathbf{v}}{\partial t} = -(\nabla \cdot \rho \mathbf{v} \mathbf{v}) - \nabla p - (\nabla \cdot \boldsymbol{\tau}) + \rho \mathbf{g} \quad (3.8)$$

Em que ρ é a densidade do fluido (kg/m^3), t é o tempo (s), $\nabla (= \boldsymbol{\delta}_1 \partial/\partial x_1 + \boldsymbol{\delta}_2 \partial/\partial x_2 + \boldsymbol{\delta}_3 \partial/\partial x_3)$ é o operador “nabla” ou “del” ($1/\text{m}$), $\boldsymbol{\delta}_1$, $\boldsymbol{\delta}_2$ e $\boldsymbol{\delta}_3$ são vetores unitários nas direções dos eixos cartesianos x_1 (m), x_2 (m) e x_3 (m), respectivamente, \mathbf{v} é o vetor velocidade do fluido (m/s), p é a pressão local do fluido (Pa), $\boldsymbol{\tau}$ é o tensor de tensão viscosa do fluido (Pa) e \mathbf{g} é o vetor aceleração da gravidade (m/s^2).

Para fluidos newtonianos, como a água ou o aço líquido, o tensor de tensão viscosa é dado por (BIRD, STEWART e LIGHTFOOT, 2001):

$$\boldsymbol{\tau} = -\mu[\boldsymbol{\nabla}\mathbf{v} + (\boldsymbol{\nabla}\mathbf{v})^T] + \left(\frac{2}{3}\mu - \zeta\right)(\boldsymbol{\nabla} \cdot \mathbf{v})\boldsymbol{\delta} \quad (3.9)$$

Em que μ é a viscosidade dinâmica do fluido (Pa s), T denota o transposto de um tensor, ζ é a viscosidade dilatacional do fluido (Pa s) e $\boldsymbol{\delta} (= \boldsymbol{\delta}_1\boldsymbol{\delta}_1 + \boldsymbol{\delta}_2\boldsymbol{\delta}_2 + \boldsymbol{\delta}_3\boldsymbol{\delta}_3)$ é o tensor unitário. Para líquidos, que são praticamente incompressíveis, o segundo termo da equação (3.9) é desprezível, pois $(\boldsymbol{\nabla} \cdot \mathbf{v}) \rightarrow 0$ nesse caso. Consequentemente, o conhecimento de ζ é irrelevante para líquidos.

A dispersão de corantes ou traçadores diluídos em fluidos pode ser descrita matematicamente pela equação de conservação de um escalar passivo, isto é, de um componente que é carregado pelo fluido, mas que não afeta seu perfil de escoamento (BIRD, STEWART e LIGHTFOOT, 2001):

$$\frac{\partial \rho \omega_A}{\partial t} = -(\boldsymbol{\nabla} \cdot \rho \omega_A \mathbf{v}) - (\boldsymbol{\nabla} \cdot \mathbf{J}_A) \quad (3.10)$$

Em que ω_A é a fração mássica local do corante ou traçador A e \mathbf{J}_A é o vetor fluxo de massa ($\text{kg m}^{-2} \text{s}^{-1}$) dado pela lei de Fick (BIRD, STEWART e LIGHTFOOT, 2001):

$$\mathbf{J}_A = -\rho D_A \boldsymbol{\nabla} \omega_A \quad (3.11)$$

Em que D_A é a difusividade de A no fluido do distribuidor (m^2/s).

O escoamento em distribuidor é turbulento ou se encontra no regime de transição entre laminar e turbulento (SZEKELY e ILEGBUSI, 1989). Consequentemente, as variáveis (\mathbf{v} , p e ω_A) presentes nas equações (3.7) a (3.11) variam em escalas muito curtas de posição e tempo, o que torna a solução direta desse sistema de equações computacionalmente inviável atualmente. Por conta disso, é necessária a adoção de uma abordagem aproximada.

Na abordagem de equações RANS, *Reynolds Averaged Navier-Stokes* (MOHAMMADI e PIRONNEAU, 1994; BIRD, STEWART e LIGHTFOOT, 2001; FOX, 2003; VERSTEEG e

MALALASEKERA, 2007), os valores instantâneos de \mathbf{v} , p e ω_A são decompostos em duas componentes, uma média e outra de flutuação:

$$\mathbf{v} = \bar{\mathbf{v}} + \mathbf{v}' \quad (3.12)$$

$$p = \bar{p} + p' \quad (3.13)$$

$$\omega_A = \bar{\omega}_A + \omega_A' \quad (3.14)$$

Em que o traço superior indica valor médio e o apóstrofo a flutuação. O presente autor recomenda a interpretação das médias no sentido estatístico do termo em conformidade com MOHAMMADI e PIRONNEAU (1994) e FOX (2003). A média estatística pode ser entendida da seguinte forma. Suponha que um experimento em um sistema fluido seja repetido um grande número de vezes. Em cada experimento, os campos instantâneos \mathbf{v} , p e ω_A são medidos continuamente. Com base nos dados obtidos, os campos médios $\bar{\mathbf{v}}$, \bar{p} e $\bar{\omega}_A$ são calculados pela média dos campos instantâneos (\mathbf{v} , p e ω_A , respectivamente) entre todos os experimentos realizados. Por sua vez, os campos \mathbf{v}' , p' e ω_A' expressam o desvio de cada campo particular em relação ao seu valor médio.

Outros autores (SLATTERY, 1999; BIRD, STEWART e LIGHTFOOT, 2001; VERSTEEG e MALALASEKERA, 2007) interpretam as médias existentes nas equações (3.12) a (3.14) em termos matemáticos como médias no tempo:

$$\bar{\mathbf{v}} = \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} \mathbf{v} dt \quad (3.15)$$

$$\bar{p} = \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} p dt \quad (3.16)$$

$$\bar{\omega}_A = \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} \omega_A dt \quad (3.17)$$

Em que Δt é o intervalo de *suavização* (s).

Contudo, a definição anterior apresenta desvantagens. Em primeiro lugar, a média temporal apresenta propriedades matemáticas indesejáveis como média da flutuação não nula (MOHAMMADI e PIRONNEAU, 1994) – por exemplo, $\bar{\mathbf{v}}' \neq \mathbf{0}$. Não obstante, a média da

flutuação é ainda aproximadamente nula (SLATTERY, 1999). Em segundo lugar, a média temporal é intrinsecamente dependente de um parâmetro arbitrário definido pelo usuário (intervalo de *suavização*), o que torna sua avaliação experimental subjetiva.

Para fins de engenharia, o interesse primário reside nos valores médios das variáveis. Equações de conservação para essas médias (RANS) podem ser obtidas pela substituição das equações (3.12) a (3.14) nas equações (3.7) a (3.11) e subsequente aplicação de uma operação de média. Para fluidos com propriedades físicas (ρ , μ e D_A) constantes, o resultado é:

$$(\nabla \cdot \bar{\mathbf{v}}) = 0 \quad (3.18)$$

$$\frac{\partial \rho \bar{\mathbf{v}}}{\partial t} = -(\nabla \cdot \rho \bar{\mathbf{v}} \bar{\mathbf{v}}) - (\nabla \cdot \overline{\rho \mathbf{v}' \mathbf{v}'}) - \nabla \bar{p} - (\nabla \cdot \bar{\boldsymbol{\tau}}) + \rho \mathbf{g} \quad (3.19)$$

$$\bar{\boldsymbol{\tau}} = -\mu[\nabla \bar{\mathbf{v}} + (\nabla \bar{\mathbf{v}})^T] \quad (3.20)$$

$$\frac{\partial \rho \bar{\omega}_A}{\partial t} = -(\nabla \cdot \rho \bar{\omega}_A \bar{\mathbf{v}}) - (\nabla \cdot \overline{\rho \omega_A' \mathbf{v}'}) - (\nabla \cdot \bar{\mathbf{J}}_A) \quad (3.21)$$

$$\bar{\mathbf{J}}_A = -\rho D_A \nabla \bar{\omega}_A \quad (3.22)$$

O sistema de equações (3.18) a (3.22) é análogo ao sistema formado pelas equações (3.7) a (3.11), exceto pelo aparecimento dos termos $\overline{\rho \mathbf{v}' \mathbf{v}'}$ (Pa) e $\overline{\rho \omega_A' \mathbf{v}'}$ ($\text{kg m}^{-2} \text{s}^{-1}$) que representam a contribuição da turbulência sobre o escoamento médio do fluido. Esses termos precisam ser modelados. A forma mais comum de fazê-lo na literatura de distribuidores é através de modelos baseados na hipótese de Boussinesq:

$$\overline{\rho \mathbf{v}' \mathbf{v}'} = \left(\frac{2}{3} \rho k\right) \boldsymbol{\delta} - \mu_{turb}[\nabla \bar{\mathbf{v}} + (\nabla \bar{\mathbf{v}})^T] \quad (3.23)$$

$$\overline{\rho \omega_A' \mathbf{v}'} = -\rho D_{turb} \nabla \bar{\omega}_A \quad (3.24)$$

Em que k é a energia cinética turbulenta por unidade de massa (J/kg), μ_{turb} é a viscosidade turbulenta (Pa s) e D_{turb} é a difusividade turbulenta (m^2/s). As três são propriedades locais do escoamento que necessitam ser modeladas por um modelo de turbulência. Há diversos modelos para esse fim (WILCOX, 1993; MOHAMMADI e PIRONNEAU, 1994; VERSTEEG

e MALALASEKERA, 2007). Um modelo popular para o cálculo de μ_t em distribuidores é o modelo k- ε padrão proposto por LAUNDER e SPALDING (1974), no qual:

$$\mu_{turb} = C_\mu \rho \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (3.25)$$

Em que C_μ é uma constante do modelo (=0,09) e ε é taxa de dissipação de k (W/kg). As variáveis k e ε são calculadas pelas equações de conservação a seguir:

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} = -(\nabla \cdot \rho k \bar{\mathbf{v}}) + \left(\nabla \cdot \frac{\mu_{turb}}{\sigma_k} \nabla k \right) + G_k - \rho \varepsilon \quad (3.26)$$

$$\frac{\partial \rho \varepsilon}{\partial t} = -(\nabla \cdot \rho \varepsilon \bar{\mathbf{v}}) + \left(\nabla \cdot \frac{\mu_{turb}}{\sigma_\varepsilon} \nabla \varepsilon \right) + \frac{\varepsilon}{k} (C_1 G_k - C_2 \rho \varepsilon) \quad (3.27)$$

Em que σ_k (=1,0), σ_ε (=1,3), C_1 (=1,44) e C_2 (=1,92) são constantes do modelo e G_k é a taxa de geração de turbulência por forças viscosas (W/m³) dada por:

$$G_k = \mu_{turb} [\nabla \bar{\mathbf{v}} + (\nabla \bar{\mathbf{v}})^T] : \nabla \bar{\mathbf{v}} \quad (3.28)$$

O modelo k- ε padrão é um modelo de alto número de Reynolds. Isso significa que o modelo não é válido nas regiões próximas às paredes, locais de baixas velocidades e consequentemente de baixo número de Reynolds. Por causa disso, a condição de contorno de velocidade nula (sem escorregamento) não é aplicada diretamente às paredes do domínio. Em seu lugar, é usada uma função empírica para calcular a tensão de cisalhamento nas paredes (*wall function*) e a velocidade do fluido em um ponto próximo à parede, mas fora da subcamada laminar.

A difusividade turbulenta D_{turb} pode ser calculada a partir da viscosidade turbulenta μ_{turb} por:

$$D_{turb} = \frac{\mu_{turb}}{\rho S c_{turb}} \quad (3.29)$$

Em que $S c_{turb}$ é o número de Schmidt turbulento, uma constante empírica de valor próximo à unidade (VERSTEEG e MALALASEKERA, 2007). De acordo com a revisão de literatura feita por TOMINAGA e STATHOPOULOSB (2007), os valores ótimos de $S c_{turb}$ para

diversos problemas estão na faixa de 0.2 a 1.3, sendo que valores entre 0.7 e 0.9 são comumente empregados.

O sistema de equações descrito anteriormente pode ser resolvido por métodos numéricos amplamente documentados na literatura de CFD – *Computational Fluid Dynamics* (PATANKAR, 1980; MALISKA, 1995; VERSTEEG e MALALASEKERA, 2007; MOUKALLED, MANGANI E DARWISH, 2015). Em termos práticos, no entanto, não é normalmente necessária a implementação desses métodos pelo usuário. Há diversos *softwares* de CFD, comerciais ou mesmo *open-source*, disponíveis.

Vale mencionar que, recentemente, abordagens mais complexas para resolver o escoamento no distribuidor foram propostas na literatura. Essas abordagens serão comentadas na seção 3.5.

3.2 Técnicas de Simulação do Comportamento de Inclusões Não Metálicas em Distribuidores de Lingotamento Contínuo

Inclusões não metálicas são partículas (estado sólido) ou gotículas (estado líquido) de óxidos, sulfetos e nitretos que contaminam o aço líquido e afetam suas propriedades finais. O distribuidor de lingotamento contínuo apresenta como uma de suas funções a remoção das inclusões não metálicas existentes no aço líquido. A fim de identificar formas de aprimorar essa função, são usadas as técnicas de modelagem física e matemática.

3.2.1 Modelagem física

Partículas podem ser injetadas em modelos físicos de distribuidores para simular o comportamento das inclusões não metálicas existentes no equipamento real. Quatro abordagens foram identificadas na literatura:

- Injeção de um pulso concentrado de partículas e quantificação da fração não flotada (passante para o veio) por peneiramento (ROGLER, HEASLIP e MEHRVAR, 2005; YUE, ZOU e HOU, 2010; SESHADRI *et al.*, 2012; MACHADO, 2014);
- Injeção contínua de partículas por determinado período de tempo (alguns minutos) e medição da fração não flotada (passante para o veio) por peneiramento (CHO e LEE, 2001; NASCIMENTO, 2008; KRUGER, 2010);

- Injeção contínua de partículas diluídas e medição da fração não flotada por sonda de contagem de partículas baseada no conceito de zona de sensibilidade elétrica, *off-line* (KIM, 2003) ou *on-line* (CHAKRABORTY, 2010; MENDONÇA, 2016);
- Injeção contínua de partículas e medição da fração não flotada por sistema laser baseado no princípio da barreira fotoelétrica (RÜCKERT *et al.*, 2009).

O material e a dimensão das partículas utilizadas no modelo físico são escolhidos a partir do critério de similaridade cinemática (seção 3.1.1), o qual exige que:

$$\frac{(\Delta v_{\infty})_m}{(\Delta v_{\infty})_r} = \frac{(v_c)_m}{(v_c)_r} \quad (3.30)$$

Em que Δv_{∞} é a velocidade relativa de ascensão das partículas (ou inclusões não metálicas) em relação ao fluido do distribuidor (m/s), os subscritos m e r denotam, respectivamente, o modelo físico e distribuidor real, e v_c representa uma velocidade característica (arbitrária) do fluido (m/s).

Assumindo a validade da lei de Stokes (BIRD, STEWART e LIGHTFOOT, 2001) para partículas e inclusões, tem-se:

$$\Delta v_{\infty} = \frac{1}{18} g \frac{(\rho - \rho_p)}{\mu} d_p^2 = \frac{1}{18} g \frac{(1 - \rho_p/\rho)}{\nu} d_p^2 \quad (3.31)$$

Em que g é o módulo da aceleração da gravidade (m/s²), ρ é a densidade do fluido (kg/m³), ρ_p é a densidade da partícula (ou inclusão) (kg/m³), μ é a viscosidade dinâmica do fluido (Pa s), d_p é o diâmetro da partícula (ou inclusão) (m) e $\nu (= \mu/\rho)$ é a viscosidade cinemática do fluido (m²/s).

Supondo uso da similaridade de Froude (seção 3.1.1), a seguinte relação é obtida para o cálculo do diâmetro das partículas no modelo físico a partir do diâmetro das inclusões não metálicas no aço líquido:

$$(d_p)_m = \lambda^{1/4} \sqrt{\frac{[(\rho - \rho_p)/\mu]_r}{[(\rho - \rho_p)/\mu]_m}} (d_p)_r = \lambda^{1/4} \sqrt{\frac{(1 - \rho_p/\rho)_r v_m}{(1 - \rho_p/\rho)_m v_r}} (d_p)_r \quad (3.32)$$

A equação (3.32) é a forma não simplificada do critério comumente usado na literatura para escolha das partículas simuladoras de inclusão, no qual se assume que as viscosidades cinemáticas da água e do aço líquido são iguais ($\nu_m/\nu_r = 1$).

Caso se deseje simular *clusters* (agregados de pequenas inclusões) existentes no aço líquido, a velocidade terminal desses pode ser calculada pelo método proposto por TOZAWA *et al.* (1999).

A quantidade (ou concentração) de partículas injetadas no modelo físico é escolhida de diferentes formas. KIM (2003) injetou continuamente a mesma concentração numérica de partículas no modelo físico que é esperada no distribuidor industrial. CHAKRABORTY (2010) definiu a concentração de partículas de maneira a não interferir no funcionamento da sonda de medição usada na contagem das partículas. Em ensaios com injeção de partículas em forma de pulso, ROGLER, HEASLIP e MEHRVAR (2005) e MACHADO (2014) escolheram a massa de partículas adicionada de forma a garantir o mesmo teor em ppm de partículas no modelo físico (calculado supondo mistura instantânea e perfeita das partículas) e no distribuidor real. Para o presente autor, esses critérios são arbitrários e questionáveis, pois não foram deduzidos rigorosamente e são conflitantes entre si.

SAHAI e EMI (1996a) sugeriram um método para determinação da concentração de partículas a serem usadas no modelo físico baseado na taxa de colisões entre partículas devido à turbulência. Contudo, sua validade é incerta. Por um lado, resultados de TANIGUCHI e KIKUCHI (1992), citados por SAHAI e EMI (2007), mostram que o mecanismo de colisão de Stokes pode predominar sobre o mecanismo de colisão por turbulência, sobretudo para inclusões maiores que 10 μ m. Por outro, o mecanismo de aglomeração de inclusões no aço líquido é ainda pouco conhecido (ZHANG e TANIGUCHI, 2000; KANG *et al.*, 2011).

3.2.2 Modelagem matemática

Há duas abordagens para a simulação do comportamento de inclusões não metálicas em modelos matemáticos: abordagem lagrangiana (MIKI e THOMAS, 1999; KRUGER, 2010; CHATTOPADHYAY, 2011; CHEN *et al.*, 2014) e abordagem euleriana (SZEKELY e ILEGBUSI, 1989; PEREIRA, 2004; SAHAI e EMI, 2007; CHEN *et al.*, 2016). Em ambos os

casos, despreza-se o efeito da presença das inclusões sobre o escoamento do aço líquido. No decorrer dessa seção, o fenômeno de aglomeração de inclusões será desprezado.

Na abordagem lagrangiana, as trajetórias de determinado número de inclusões não metálicas são calculadas diretamente a partir da segunda lei de Newton:

$$m_p \frac{d\mathbf{v}_p}{dt} = \underbrace{m_p \mathbf{g}}_I - \underbrace{\rho V_p \mathbf{g}}_{II} + \underbrace{\frac{1}{2} \rho C_D A_p |\mathbf{v} - \mathbf{v}_p| (\mathbf{v} - \mathbf{v}_p)}_{III} + \underbrace{\dots}_{IV} \quad (3.33)$$

Em que m_p é a massa da inclusão (kg), \mathbf{v}_p é a velocidade da inclusão (m/s), t é o tempo (s), \mathbf{g} é o vetor aceleração da gravidade (m/s²), ρ é a densidade do aço (kg/m³), V_p é o volume da inclusão (m³), C_D é o coeficiente de arrasto, A_p é a área da projeção da inclusão (m²) e \mathbf{v} é a velocidade instantânea do aço líquido (m/s). Na equação (3.33), foram consideradas explicitamente as forças peso (I), empuxo (II) e de arrasto (III). Dentre outras forças (IV) que também podem ser modeladas estão a força de massa virtual, a força de sustentação, a força de gradiente de pressão e a força de Basset (CROWE *et al.*, 2011; LEI, ZHAO e GENG, 2014).

Em escoamentos turbulentos, quando apenas o perfil de velocidades médio do fluido $\bar{\mathbf{v}}$ é previsto através das equações RANS (seção 3.1.2), a aplicação direta da equação (3.33) não é possível, pois a velocidade instantânea do aço líquido, \mathbf{v} , não é conhecida. Para contornar esse problema, métodos aproximados precisam ser adotados. Dois desses métodos são populares na simulação de inclusões não metálicas.

No primeiro método, o efeito de dispersão de inclusões devido à turbulência é desprezado e assume-se $\mathbf{v} = \bar{\mathbf{v}}$. Já no segundo método, denominado modelo de caminhada-aleatória (*random-walk*), a equação (3.33) é resolvida com base em um falso perfil de velocidades instantâneo \mathbf{v} . Tal perfil é gerado a partir da velocidade média do fluido $\bar{\mathbf{v}}$ calculada pelas equações RANS e de uma estimativa da flutuação de velocidade \mathbf{v}' – equação (3.12) – obtida através das propriedades locais de turbulência do fluido (k e ε) e da geração de números aleatórios. O campo de \mathbf{v}' é frequentemente atualizado de forma que seu valor é alterado durante a trajetória de uma mesma inclusão e entre trajetórias de diferentes inclusões.

Na abordagem euleriana, a fração mássica de inclusões não metálicas no aço líquido é calculada em cada ponto do distribuidor a partir de um balanço de massa de inclusões:

$$\frac{\partial \rho \omega_p}{\partial t} = -(\nabla \cdot \rho \omega_p \mathbf{v}_p) \quad (3.34)$$

Em que ρ é a densidade do aço (kg/m^3) e ω_p é fração mássica de inclusões.

Normalmente, assume-se equilíbrio local de forças nas inclusões não metálicas de modo que a velocidade da inclusão, \mathbf{v}_p , pode ser obtida diretamente a partir da velocidade do aço líquido, \mathbf{v} :

$$\mathbf{v}_p = \mathbf{v} - \Delta v_\infty \frac{\mathbf{g}}{g} \quad (3.35)$$

Em que Δv_∞ é a velocidade relativa de ascensão das inclusões não metálicas em relação ao aço líquido (m/s) e \mathbf{g}/g é o vetor unitário na direção e sentido da aceleração da gravidade. Assumindo a validade da lei de Stokes, Δv_∞ é dado pela equação (3.31).

O escoamento turbulento de inclusões não metálicas é modelado na abordagem euleriana de forma similar a corantes ou traçadores (escalares passivos) – seção 3.1.2. Primeiramente, a fração mássica instantânea de inclusões, ω_p , é decomposta em um valor médio, $\bar{\omega}_p$, e uma flutuação em relação à média, ω_p' :

$$\omega_p = \bar{\omega}_p + \omega_p' \quad (3.36)$$

Posteriormente, as equações (3.12), (3.35) e (3.36) são substituídas na equação (3.34) e a operação de média é aplicada. O resultado é:

$$\frac{\partial \rho \bar{\omega}_p}{\partial t} = -(\nabla \cdot \rho \bar{\omega}_p \bar{\mathbf{v}}_p) - (\nabla \cdot \overline{\rho \omega_p' \mathbf{v}'}) \quad (3.37)$$

$$\bar{\mathbf{v}}_p = \bar{\mathbf{v}} - \Delta v_\infty \frac{\mathbf{g}}{g} \quad (3.38)$$

O vetor de fluxo turbulento $\overline{\rho \omega_p' \mathbf{v}'}$ ($\text{kg m}^{-2} \text{s}^{-1}$) é modelado de forma análoga às equações (3.24) e (3.29).

Para o presente autor, as abordagens descritas anteriormente apresentam limitações importantes.

A abordagem lagrangiana sem modelo de dispersão turbulenta ignora completamente uma característica física potencialmente importante do sistema.

A abordagem lagrangiana combinada com o modelo *random-walk* incorpora o efeito da turbulência. No entanto, esse método é extremamente questionável. Em primeiro lugar, as inclusões não metálicas são guiadas por um campo de velocidade, v , que não obedece às equações da continuidade e de Navier-Stokes. Em segundo, as condições de fluxo nulo de fluido nos refratários e na superfície do distribuidor são ignoradas na construção de v , o que leva a taxas irrealistas de colisões de inclusões em tais locais. Como consequência prática do último, o modelo prediz taxas de flotação altas para inclusões muito pequenas (MIKI e THOMAS, 1999), o que é irrealista em vista de resultados de modelos físicos (RÜCKERT *et al.*, 2009; CHAKRABORTY, 2010). Possivelmente, o maior mérito dessa abordagem é sua capacidade de gerar imagens didáticas acerca da flotação de inclusões no distribuidor e da influência da turbulência sobre a mesma.

A abordagem euleriana fornece apenas valores médios da fração de inclusões não metálicas no distribuidor. Embora, de fato, essa informação seja de interesse primário, ela é pouco útil no tocante a macroinclusões. Em média, praticamente todas as macroinclusões são flotadas devido ao seu grande tamanho. Contudo, a turbulência faz com que parte dessas inclusões seja carregada para o molde ocasionando perdas metálicas. Assim, é de interesse prático também a previsão da variabilidade da fração mássica de macroinclusões em relação a seu valor médio.

3.3 Curvas de Distribuição de Tempos de Residência

A teoria das curvas de distribuição de tempos de residência tem sua origem na engenharia química (DANCKWERTS, 1953; CHOLETTE e CLOUTIER, 1959; LEVENSPIEL, 1998; FOGLER, 2005; LEVENSPIEL, 2012) e é amplamente utilizada na literatura de distribuidores (SZEKELY e ILEGBUSI, 1989; COSTA NETO, 1997; DA SILVA *et al.*, 1998; MAZUMDAR e GUTHRIE, 1999; SAHAI e EMI, 2007; MAZUMDAR e EVANS, 2009; KRUGER, 2010; NEVES, 2012; CHEN *et al.*, 2014; RICHAUD, 2014; CLOETE *et al.*, 2015;

HUANG *et al.*, 2016; ZHENG e ZHU, 2016; CHATTERJEE *et al.*, 2017; SILVA, 2017; WANG *et al.*, 2017; MAZUMDAR, 2018).

Considere um distribuidor operando em regime estacionário. Diferentes porções de aço que adentram o distribuidor em um dado instante de tempo, $t = 0s$, demandam tempos diferentes para deixar o equipamento. A essa distribuição de tempos é dado o nome de distribuição de tempos de residência (DTR).

A DTR de um distribuidor pode ser expressa de forma gráfica de diferentes maneiras, dentre elas pode-se citar uma curva de densidade de probabilidade ou uma curva de distribuição acumulada, em unidades físicas ou adimensionais. A seguir, serão descritos os procedimentos de obtenção dessas curvas para distribuidores de um veio. Os mesmos procedimentos são válidos para distribuidores de dois veios simétricos, pois cada metade do distribuidor simétrico se comporta como um distribuidor de um veio.

3.3.1 Obtenção de curvas DTR

Há dois procedimentos experimentais para a obtenção direta da DTR de um distribuidor: experimento de pulso e experimento de degrau (SZEKELY e ILEGBUSI, 1989; LEVENSPIEL, 1998; FOGLER, 2005; SAHAI e EMI, 2007).

No experimento de pulso, injeta-se rapidamente um pulso de traçador na entrada do distribuidor (instante $t = 0s$) e monitora-se a concentração do traçador na saída do equipamento em função do tempo. É obtida assim uma curva de concentração de saída, $c_{saída}$ (kg/m³), versus tempo, t (s). A partir desses dados, calcula-se a variação no tempo da variável E (s⁻¹):

$$E = \frac{c_{saída}}{M/Q} \quad (3.39)$$

Em que M é a massa de traçador injetado (kg) e Q é a vazão volumétrica de fluido no distribuidor (m³/s). A curva $E(t)$ representa a DTR de um distribuidor na forma de densidade de probabilidade e em unidades físicas. Fisicamente, $E(t)dt$ expressa a fração de material que entrou no distribuidor no tempo $t = 0s$ e o deixa entre os tempos t e $t + dt$.

Outra forma de representar a mesma informação é através das variáveis adimensionais E_θ e θ :

$$E_{\theta} = \frac{C_{saída}}{M/V} \quad (3.40)$$

$$\theta = \frac{t}{\tau} \quad (3.41)$$

$$\tau = \frac{V}{Q} \quad (3.42)$$

Em que τ é o tempo nominal médio de residência do fluido no distribuidor (s), V é o volume de fluido no distribuidor (m^3), Q é a vazão volumétrica que alimenta o distribuidor (m^3/s) e θ é o tempo adimensional. A curva $E_{\theta}(\theta)$ representa a DTR de um distribuidor na forma de densidade de probabilidade e em unidades adimensionais. Fisicamente, $E_{\theta}(\theta)d\theta$ expressa a fração de material que entrou no distribuidor no tempo adimensional $\theta = 0$ e o deixa entre os tempos adimensionais θ e $\theta + d\theta$.

As curvas $E(t)$ e $E_{\theta}(\theta)$ apresentam como propriedade área total sob curva e média constantes (DANCKWERTS, 1953; LEVENSPIEL, 1998; FOGLER, 2005):

$$\int_0^{\infty} E(t)dt = 1 \quad (3.43)$$

$$\int_0^{\infty} E(t)t dt = \tau \quad (3.44)$$

$$\int_0^{\infty} E_{\theta}(\theta)d\theta = 1 \quad (3.45)$$

$$\int_0^{\infty} E_{\theta}(\theta)\theta d\theta = 1 \quad (3.46)$$

As equações (3.43) e (3.45) decorrem de um balanço de massa do traçador injetado e são sempre válidas, a menos de erros experimentais e numéricos. Já as equações (3.44) e (3.46) assumem que todo o volume calculado do distribuidor, V , esteja disponível para o escoamento do fluido. Essa hipótese é violada caso haja zonas mortas completamente estagnadas no distribuidor devido, por exemplo, a existência de detritos sólidos no interior do equipamento (seção 3.3.2).

No experimento de degrau, a partir do instante $t = 0s$, injeta-se continuamente um traçador a uma concentração fixa c_{entra} (kg/m³) e monitora-se a concentração do traçador na saída do equipamento em função do tempo. É obtida assim uma curva de concentração de saída, $c_{saída}$ (kg/m³), versus tempo, t (s). No ensaio, a concentração inicial do traçador é uniforme e igual a $c_{inicial}$ (kg/m³). A partir desses dados, calcula-se a variação no tempo da variável F :

$$F = \frac{c_{saída} - c_{inicial}}{c_{entra} - c_{inicial}} \quad (3.47)$$

A curva $F(t)$ representa a DTR de um distribuidor na forma de distribuição acumulada e em unidades físicas. Fisicamente, $F(t)$ expressa a fração de material que entrou no distribuidor no tempo $t = 0s$ e o deixa até o instante t . A mesma informação pode ser representada na forma adimensional pela curva $F(\theta)$. Em termos físicos, $F(\theta)$ expressa a fração de material que entrou no distribuidor no tempo adimensional $\theta = 0$ e o deixa até o instante θ .

A partir das interpretações físicas descritas anteriormente, ficam claras as relações entre $E(t)$ e $F(t)$ e entre $E_{\theta}(\theta)$ e $F(\theta)$ (LEVENSPIEL, 1998; FOGLER, 2005):

$$E(t) = \frac{d}{dt}F(t) \quad (3.48)$$

$$F(t) = \int_0^t E(t^*)dt^* \quad (3.49)$$

$$E_{\theta}(\theta) = \frac{d}{d\theta}F(\theta) \quad (3.50)$$

$$F(\theta) = \int_0^{\theta} E_{\theta}(\theta^*)d\theta^* \quad (3.51)$$

Em que t^* (s) e θ^* são variáveis de integração.

Portanto, as mesmas informações são obtidas pelos dois ensaios descritos anteriormente.

A DTR de um distribuidor também pode ser obtida através de modelos matemáticos. Para tanto, basta a especificação de condições inicial e de contorno apropriadas para a equação de conservação do traçador (escalar passivo) descrita na seção 3.1.2. Para o cálculo da

curva DTR, é necessário o conhecimento da concentração de traçador no distribuidor. Essa concentração se relaciona com a fração mássica de traçador por (BERGMAN *et al.*, 2011; ANSYS, 2012):

$$c_A = \rho \omega_A \quad (3.52)$$

Em que c_A é a concentração do traçador A (kg/m^3), ρ é a densidade do fluido (kg/m^3) e ω_A é a fração mássica do traçador A .

3.3.2 Parâmetros para comparação de curvas DTR

As curvas DTR são usadas para analisar o comportamento fluidodinâmico de distribuidores. Também são utilizadas para comparar o desempenho de diferentes geometrias de distribuidores e configurações de modificadores de fluxo de um mesmo distribuidor. Para fins práticos, no entanto, a comparação direta de curvas não é conveniente. Uma prática mais interessante é realizar o cálculo de parâmetros a partir das curvas DTR e comparar seus valores.

Dentre os parâmetros usados, os mais óbvios provêm da estatística descritiva e são o tempo de residência mínimo, tempo de residência médio, tempo de residência de máxima ocorrência (moda) e variância dos tempos de residência (SINGH e KORIA, 1993). Outra abordagem, no entanto, é mais difundida na literatura de distribuidores. As curvas DTR são modeladas através de modelos de compartimentos e os parâmetros desses modelos são usados como métrica de comparação (MAZUMDAR e GUTHRIE, 1999).

Modelos de compartimentos são combinações de modos idealizados de escoamento de fluidos, cujos comportamentos são descritos por fórmulas analíticas (CHOLETTE e CLOUTIER, 1959; LEVENSPIEL, 1998; FOGLER, 2005; LEVENSPIEL, 2012). Existem na literatura diversos modelos de compartimentos para distribuidores que se diferenciam, principalmente, pelas fórmulas de cálculo de seus parâmetros (KEMENY *et al.*, 1981; SAHAI e AHUJA, 1986; SAHAI e EMI, 1996b; FERRO, PRINCIPE e GOLDSCHMIT, 2001; SÁNCHEZ-RAMÍREZ, DÍAZ-CRUZ e MACÍAS-SALINAS, 2013; LI *et al.*, 2016).

Os principais componentes dos modelos de compartimentos são:

- Região de escoamento pistonado sem dispersão axial: fluido apresenta escoamento unidirecional, como em um duto retilíneo, com perfil de velocidades uniforme e sem dispersão na direção de escoamento (axial). Todas as porções de fluido percorrem essa região com o mesmo tempo de residência;
- Região de escoamento pistonado com dispersão axial: similar ao caso anterior, mas é considerada a dispersão do fluido na direção axial. As diferentes porções de fluido percorrem essa região com tempos de residência próximos, mas não todos iguais;
- Região de mistura perfeita: o fluido se encontra completamente homogeneizado nessa região. Diferentes porções de fluido percorrem essa região com tempos de residência que se distribuem exponencialmente entre $0s$ e ∞ ;
- Zona morta completamente estagnada: essa região não é acessível ao fluido que adentra o distribuidor. Pode estar associada a material solidificado, detritos ou modificadores de fluxo não contabilizados no cálculo do volume V de fluido no distribuidor;
- Zona morta com escoamento lento de fluido: essa região é acessível ao fluido que adentra ao distribuidor, mas os tempos de residência nela são excessivamente longos;
- Curto-circuito: o fluido percorre o distribuidor através do curto-circuito com tempos de residência próximos de zero. Para fins de modelamento, considera-se esse tempo como nulo.

Para o presente autor, há graves problemas com o uso dos parâmetros descritos anteriormente para a comparação de distribuidores.

Por um lado, parâmetros estatísticos, como a média ou a variância, envolvem integrais, nas quais o limite superior de integração é o infinito. Assim, os seus cálculos estão sujeitos a erros numéricos significativos, sobretudo quando a curva DTR é obtida experimentalmente devido à precisão limitada dos medidores usados. Não obstante, a literatura de engenharia química fornece soluções para os cálculos desses parâmetros. Modelos de compartimentos que descrevem adequadamente a curva DTR podem ser usados (LEVENSPIEL, 1998; FOGLER, 2005). Alternativamente, a longa cauda da curva DTR pode ser aproximada por uma equação exponencial empírica (FOGLER e GÜRMEEN, 2008). Outra opção, disponível

apenas para usuários de modelos matemáticos, é a solução de uma equação de transporte para os momentos da DTR (BIRD, STEWART e LIGHTFOOT, 2001).

Por outro, modelos de compartimentos são normalmente empregados sem qualquer avaliação de sua adequação às curvas DTR dos distribuidores. Modelos populares, como os de SAHAI e AHUJA (1986) e SAHAI e EMI (1996b), nem sequer permitem gerar uma curva DTR a partir dos parâmetros ajustados, o que torna impossível suas validações. Alguns autores (FERRO, PRINCIPE e GOLDSCHMIT, 2001; SÁNCHEZ-RAMÍREZ, DÍAZ-CRUZ e MACÍAS-SALINAS, 2013) adotaram uma abordagem mais adequada. Eles ajustaram os parâmetros de seus modelos pela minimização do desvio entre a curva DTR predita pelo modelo e a curva DTR do distribuidor. Todavia, os modelos propostos são excessivamente complexos em termos conceituais ou de implementação e não se popularizam. Portanto, é clara a necessidade do desenvolvimento de novos modelos de compartimentos para distribuidores.

3.3.3 Relação com flotação de inclusões

Em princípio, as inclusões não metálicas que contaminam o aço líquido que alimenta o distribuidor poderiam ser eliminadas dentro do equipamento. Para isso, bastaria que o tempo de residência do aço dentro do distribuidor fosse suficiente para que as inclusões flotassem. Contudo, o aço que percorre o distribuidor apresenta uma distribuição de tempos de residência de média fixa para uma determinada produtividade da máquina de lingotamento – equações (3.44) e (3.46). Portanto, a capacidade de refino do aço no distribuidor apresenta um limitador teórico.

A forma da DTR mais adequada para a flotação de inclusões é dada pelo escoamento pistonado sem dispersão axial (seção 3.3.2). Dessa forma, todo o aço percorreria o distribuidor em um tempo igual ao tempo nominal médio de residência do equipamento τ e nenhuma porção de aço atravessaria o equipamento sem ser tratada suficientemente.

De fato, busca-se na literatura (MAZUMDAR e GUTHRIE, 1999; MAZUMDAR e EVANS, 2009; ZHENG e ZHU, 2016) aumentar o caráter pistonado de distribuidores de lingotamento contínuo com o objetivo de favorecer a remoção de inclusões. Esse caráter é normalmente aferido por parâmetros de modelos de compartimentos (por exemplo, fração de volume pistonado). No entanto, esses métodos são heurísticos e as conclusões tiradas a partir

deles podem ser conflitantes com resultados de modelos matemáticos de flotação de inclusões (seção 3.2.2) como ilustrado por PEREIRA (2004).

Há na literatura a carência de um método para prever a capacidade de flotação de inclusões não metálicas do distribuidor a partir da curva DTR.

3.3.4 Relação com formação de placa de mistura no distribuidor

Placas de mistura são materiais oriundos da mistura de aços de qualidades diferentes na máquina de lingotamento (distribuidor e molde). Tal mistura eventualmente ocorre para atender a variedade de produtos de determinada usina siderúrgica sem a necessidade de interromper o processo de lingotamento. Placas de mistura são sucateadas ou vendidas a um preço menor. Assim, é interessante a redução de seu comprimento.

Caso a troca de panela seja feita rapidamente, de modo que a vazão e o nível de aço no distribuidor não sejam afetados significativamente, o comprimento da placa de mistura formada no distribuidor pode ser obtido diretamente a partir da curva DTR do equipamento (PEREIRA, 2004; JHA *et al.*, 2012). Nesse caso, a forma ideal da DTR seria aquela do escoamento pistonado sem dispersão axial (seção 3.3.2), pois esse modo de escoamento apresentaria mistura de aço nula no distribuidor.

Entretanto, a troca de panela também pode ser feita com variação significativa da vazão e nível de aço no distribuidor. De fato, esse procedimento reduz o comprimento de placa de mistura formada (RICHAUD, 2014). Essa característica faz com que autores (HUANG e THOMAS, 1996; CRAVO, 2006; BI *et al.*, 2012; BUL'KO *et al.*, 2018) executem experimentos físicos específicos para a estimativa do comprimento da placa de mistura.

Para o presente autor, seria interessante o uso de dados da curva DTR para estimar a extensão da mistura de aço no distribuidor mesmo em condições de vazão e nível de aço no distribuidor variáveis. O mesmo procedimento poderia ser usado para tratar a mistura que ocorre na poça líquida presente no molde em condições de velocidade de lingotamento variável. Há nas literaturas de traçadores radioativos e de controle de processos uma proposta nesse sentido.

De acordo com o método de Niemi-Zenger (NIEMI, 1977; NIEMI, 1988; NIEMI, 1990; ZENGER, 2003; ZENGER e NIEMI, 2009), a transição de qualidades de aço em condições

transientes de vazão e volume pode ser estudada pela substituição da variável adimensional θ , equação (3.41), por z na equação (3.51):

$$z = \int_{t_0}^t \frac{Q_{entra}(t^*)}{V(t^*)} dt^* \quad (3.53)$$

Em que z é um novo tempo adimensional, que é igual a θ em sistemas com vazão e volume constantes, t é o tempo (s), t_0 é o instante inicial considerado (s), Q_{entra} é a vazão de alimentação do sistema (m^3/s), t^* é a variável de integração (s) e V é o volume de fluido no sistema (m^3).

Em sistemas com vazão variável e volume constante, o método de Niemi-Zenger é presumidamente válido para qualquer sistema que não exiba transições em sua forma de escoamento (NIEMI, 1977; NIEMI, 1988; NIEMI, 1990). Já para sistemas com vazão e volume variáveis, o método é rigorosamente válido apenas para sistemas específicos como tanques com mistura perfeita (NIEMI, 1988; NIEMI, 1990; ZENGER, 2003) e determinadas condições de operação de tanques em série (ZENGER, 2003).

O método de Niemi-Zenger foi comprovado experimentalmente em diversas condições de vazão variável e volume fixo por CLAUDEL *et al.* (2000), ZENGER (2003) e SASSAKI (2005). ZENGER (2003) também ilustrou a validade empírica do método em condições de vazão e volume variáveis de tanques agitados.

Outra possibilidade reside no modelo proposto por CHO e KIM (2006), segundo o qual:

$$c_{saída} = f \cdot c_{média} + (1 - f) \cdot c_{entra} \quad (3.54)$$

Em que $c_{saída}$ é a concentração de soluto na saída do distribuidor (kg/m^3), f é um parâmetro empírico que depende da geometria do distribuidor, $c_{média}$ é a concentração média de soluto no distribuidor (kg/m^3) e c_{entra} é a concentração de soluto na entrada do distribuidor (kg/m^3).

Em princípio, o parâmetro f poderia ser ajustado com base na DTR do distribuidor. Então, a equação (3.54) seria usada em condições de vazão e volume variáveis. Para esse

propósito, é conveniente o emprego da solução analítica obtida por BRAGA e TAVARES (2018a)¹ para o modelo de CHO e KIM (2006).

3.4 Otimização de Modelos Matemáticos Computacionalmente Custosos

O problema de otimização mono-objetivo visa identificar o valor ótimo (máximo ou mínimo global) de uma função de interesse sujeita a restrições nos valores de suas variáveis e de outras funções importantes para o processo.

Por exemplo, suponha que se esteja interessado em maximizar o percentual de inclusões flotadas em um distribuidor previsto por um modelo CFD (função de interesse). Para alcançar esse objetivo, pode-se variar a posição e a forma dos modificadores de fluxo do distribuidor (variáveis do problema). As configurações de modificadores de fluxo a serem usadas são limitadas por questões geométricas (restrição nos valores das variáveis do problema) e de natureza prática. Configurações que promovam arraste de escória para o banho ou heterogeneidade termoquímica significativa entre veios são inaceitáveis (restrições de outras funções importantes para o processo).

Na prática, muitas vezes, há mais de uma função de interesse. Por exemplo, pode-se estar interessado em otimizar o distribuidor de forma a maximizar o percentual de inclusões flotadas e, ao mesmo tempo, minimizar o comprimento da placa de mistura formada no distribuidor. Nesse caso, provavelmente não é possível obter uma única solução ótima, pois as configurações que otimizam os dois objetivos separadamente podem ser diferentes. Assim, em problemas de otimização multiobjetivo como o descrito, busca-se identificar todas as soluções não dominadas por outras, que formam a denominada fronteira de Pareto (figura 3.1).

Existem na literatura diversas técnicas numéricas para a solução de problemas de otimização (HILLIER e LIEBERMAN, 2000; RYBERG, BÄCKRYD e NILSSON, 2012; JENOVENCIO, 2015): métodos simplex para solução de problemas de programação linear ou quadrática, técnicas baseadas em gradiente, como o SQP (*sequential quadratic*

¹ A integral de BRAGA e TAVARES (2018a) pode ser acessada gratuitamente em: <https://doi.org/10.2355/isijinternational.ISIJINT-2018-046>.

programming) ou o LFOPC (*leap-frog optimizer for constrained problems*), métodos heurísticos, como o de Nelder-Mead (simplex), algoritmos genéticos, dentre outros.

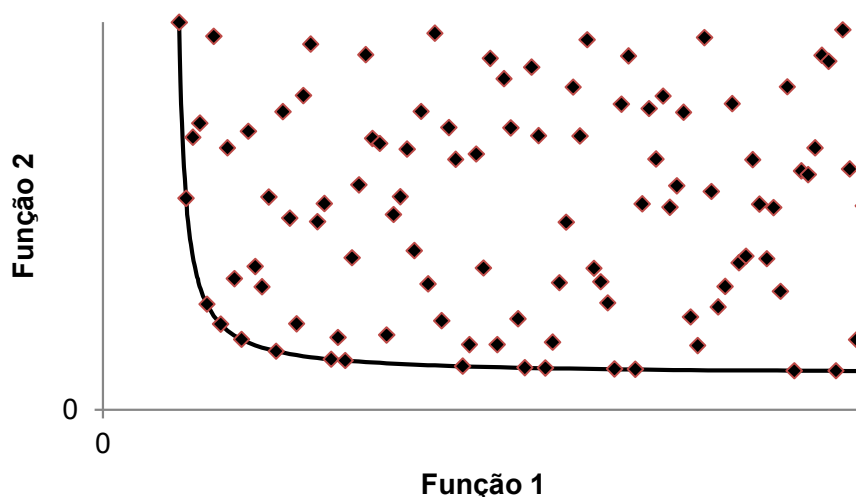


Figura 3.1: Representação esquemática de um problema de otimização genérico no qual se deseja minimizar as funções positivas 1 e 2. Cada losango representa uma possível solução para o problema, sendo que as soluções não dominadas por outras (“soluções ótimas”) formam a fronteira de Pareto (linha contínua).

Técnicas destinadas à solução de problemas não lineares complexos usualmente requerem a exploração do domínio das variáveis do problema, sobretudo devido ao risco de interromper o processo em um ponto de máximo, ou mínimo, local. Para tanto, a função de interesse necessita ser avaliada muitas vezes (comumente, mais de mil vezes). Essa característica torna a aplicação direta dessas técnicas, frequentemente, proibitiva para a otimização de modelos matemáticos computacionalmente custosos, para os quais uma única avaliação da função de interesse pode levar horas ou dias. Desse modo, abordagens simplificadas normalmente precisam ser adotadas. Uma alternativa, que exige maior investimento financeiro, é a divisão do problema de otimização em múltiplos computadores como feito por POLES *et al.* (2007).

A literatura apresenta alternativas para a otimização de distribuidores. A mais simples e popular consiste na simulação de um número fixo de configurações particulares (JHA, DASH e KUMAR, 2001; PEREIRA, 2004; DAOUD, 2006; KUMAR, MAZUMDAR e KORJA,

2008; CHATTOPADHYAY, 2011; MERDER e WARZECHA, 2012; ALVES, 2014; CLOETE *et al.*, 2015; WANG *et al.*, 2017). A ideia dessa técnica é similar à da ANOVA (MONTGOMERY, 2012) usada na análise experimental de processos. Como exemplificado por JHA e DASH (2002), todas as combinações dos níveis das variáveis investigadas devem ser avaliadas a fim de se identificar um máximo, ou mínimo, global dentre as combinações de níveis das variáveis estudadas. Contudo, essa técnica não examina todos os níveis de variáveis possíveis e, portanto, não identifica o ponto de máximo, ou mínimo, global do problema.

Um primeiro passo no tocante ao uso de técnicas numéricas de otimização para o aprimoramento de distribuidores em conjunto com CFD consiste na identificação de um ponto de máximo, ou mínimo, local tomando como ponto inicial da busca uma condição de referência. No aprimoramento experimental de processos, essa ideia é adotada pelo método de máxima inclinação ascendente que é usado em conjunto com a metodologia de superfície de resposta (MONTGOMERY, 2012). Essa ideia também é utilizada por variantes do método simplex de Nelder-Mead (BARROS NETO, SCARMÍNIO e BRUNS, 1995).

Na literatura de distribuidores, o princípio acima foi utilizado por CRAIG *et al.* (2001) na otimização da DTR (seção 3.3) de um distribuidor de um veio. No trabalho, foi adotado o algoritmo de otimização DYNAMIC-Q (SNYMAN, STANDER e ROUX, 1994; SNYMAN e HAY, 2002) que, iterativamente, realiza aproximações quadráticas do problema e as resolve pelo método de trajetória dinâmica (LFOPC).

DE KOCK, CRAIG e PRETORIUS (2003) comparam os algoritmos DYNAMIC-Q e SRSM (STANDER e CRAIG, 2002; STANDER *et al.*, 2003) na otimização da DTR de um distribuidor de dois veios. Os autores obtiveram melhor resultado com o segundo algoritmo (SRSM). Esse realiza aproximações sucessivas da função de interesse por superfícies de resposta lineares. No decorrer das iterações, o domínio da superfície de resposta linear é deslocado e reduzido progressivamente.

Em modelos matemáticos não lineares complexos, como o CFD, é esperado que a função de interesse apresente múltiplos pontos de máximo, ou mínimo, local. Desse modo, para se encontrar o máximo, ou mínimo, global do problema, é necessário o uso de métodos de otimização que levem em conta essa característica.

Uma alternativa simples seria a aplicação repetida dos métodos anteriores para múltiplos pontos de inicialização e escolha do melhor valor dentre os máximos, ou mínimos, locais encontrados (HILLIER e LIEBERMAN, 2000). Contudo, existem outras alternativas disponíveis que, na maioria das vezes, possuem maior chance de encontrar uma solução ótima ou próximo da ótima (RYBERG, BÄCKRYD e NILSSON, 2012): GAs (*genetic algorithms*), ES (*evolution strategies*), PSO (*particle swarm optimization*) e SA (*simulated annealing*). O uso dessas técnicas na otimização de modelos matemáticos computacionalmente custosos requer simplificações para reduzir o tempo total de cálculo.

Na literatura de distribuidores, dois tipos de aproximações foram identificados. O primeiro emprega o conceito de metamodelo (BORGES *et al.*, 2006) e o segundo o conceito de análise multifidelidade (DA SILVA, 2007). Ambos os trabalhos realizaram otimização multiobjetivo.

Metamodelo é uma função de cálculo rápido (por exemplo, polinômio de 2º grau ou rede neural artificial) que aproxima o comportamento do modelo matemático original. Na otimização baseada em metamodelo (RYBERG, BÄCKRYD e NILSSON, 2012), o algoritmo de otimização não é aplicado diretamente sobre o modelo matemático computacionalmente custoso, mas sobre seu metamodelo. Para a construção do metamodelo, uma matriz de experimentos computacionais é construída, as simulações correspondentes são executadas e o ajuste do metamodelo aos dados obtidos é realizado.

Em seu trabalho, BORGES *et al.* (2006) otimizou a DTR de um distribuidor de dois veios alterando o posicionamento e a altura de uma barragem com furos (*baffle*). O planejamento fatorial completo (MONTGOMERY, 2012) 5^2 foi usado para a construção do metamodelo Kriging (SACKS *et al.*, 1989; MITCHELL e MORRIS, 1992), que interpola os dados. O problema de otimização foi resolvido pelo algoritmo genético MOGA-II (RIGONI e POLES, 2005; POLES *et al.*, 2007).

Na análise multifidelidade, simulações matemáticas são executadas tanto no modelo matemático original (modelo de alta fidelidade) quanto em uma versão simplificada do mesmo (modelo de baixa fidelidade). O modelo de baixa fidelidade pode ser obtido por simplificações físicas, pelo uso de malhas menos refinadas ou pela adoção de soluções com menor rigor de convergência. Na otimização baseada em análise multifidelidade

(ELDRED, GIUNTA e COLLIS, 2004), o algoritmo de otimização é empregado sobre previsões corrigidas do modelo de baixa fidelidade. A correção é feita por funções construídas a partir de simulações de ambos os modelos de alta e baixa fidelidade.

Embora a execução do modelo de baixa fidelidade seja consideravelmente mais rápida do que a execução do modelo de alta fidelidade, seu tempo de execução ainda é muito maior do que o tempo de cálculo de metamodelos. Por conta disso, DA SILVA (2007) combinou a análise multifidelidade com a otimização baseada em metamodelos no aprimoramento do inibidor de turbulência do mesmo distribuidor estudado por BORGES *et al.* (2006). Funções de base radial (HARDY, 1971; HARDY, 1990), que interpolam os dados, foram usadas como metamodelo e função de correção. Para a solução do problema de otimização, o algoritmo genético de otimização NSGA-II (DEB *et al.*, 2000; DEB *et al.*, 2002) foi empregado.

De acordo com POLES (2003), citado por POLES *et al.* (2007), não há diferença qualitativa entre os algoritmos MOGA-II, NSGA-II e outros métodos estado da arte de otimização multiobjetivo.

No estudo de DA SILVA (2007), foram considerados cinco parâmetros geométricos do inibidor de turbulência e duas funções de interesse: quantidade de inclusões de 50 μ m flotadas e variância da curva DTR. A velocidade do aço na interface metal-escória também foi usada como critério de escolha para as configurações da fronteira de Pareto. Em uma primeira etapa, o planejamento fatorial completo (MONTGOMERY, 2012) foi usado para a construção da matriz de experimentos computacionais para o modelo de baixa fidelidade (70 simulações). Na mesma etapa, para o modelo de alta fidelidade, duas abordagens foram testadas. A primeira considera 15 simulações seguindo o planejamento D-Optimal (MONTGOMERY, 2012) e a segunda nenhuma simulação. Na etapa seguinte, novas simulações foram executadas para os modelos de baixa fidelidade (10 simulações por iteração do algoritmo de otimização) e de alta fidelidade (1 simulação por iteração do algoritmo de otimização) até a convergência do método. As duas abordagens obtiveram resultados similares.

Conforme DA SILVA (2007), o método de otimização utilizado pelo autor é capaz de identificar a região próxima do ponto ótimo, mas é ineficiente em encontrar exatamente

esse ponto. Assim, os autores sugerem que, em trabalhos futuros, o resultado final de seu método seja combinado com algum algoritmo de otimização acurado capaz de superar essa limitação.

KUMAR, CHAKRABORTY e CHAKRABORTI (2007) usaram um algoritmo genético diretamente sobre um *solver* CFD desenvolvido pelos autores para a otimização de um distribuidor de um veio. No trabalho, buscou-se minimizar a tensão média nas paredes do distribuidor por meio da modificação de duas variáveis: velocidade de injeção de fluido e profundidade com que o fluido é injetado. No entanto, os autores realizaram simplificações severas em seu modelo, inclusive geométricas. Portanto, na prática, foi utilizado um modelo de baixa fidelidade. Além disso, o problema resolvido pelos autores possui solução simples que é obtida por considerações físicas (minimizando os valores das duas variáveis consideradas, a tensão média nas paredes do distribuidor é minimizada).

ALAM e SIDDIQUI (2016) aplicaram a metodologia de superfície de resposta (metamodelo) para a otimização dos parâmetros da DTR (seção 3.3.2) de um distribuidor de dois veios. Três variáveis foram consideradas: penetração da válvula longa, ângulo das paredes do inibidor de turbulência e altura da barragem. Para o ajuste dos coeficientes das superfícies de resposta (equações quadráticas), uma matriz de experimentos computacionais com 20 simulações foi executada. Essa matriz foi construída por meio de um planejamento composto central (MONTGOMERY, 2012) com seis replicatas do ponto central. A figura 3.2 apresenta esquematicamente o planejamento usado por ALAM e SIDDIQUI (2016).

É interessante mencionar que o acoplamento entre algoritmos de otimização e ferramentas computacionais de engenharia pode ser feito por diversos *softwares* comerciais existentes no mercado (RYBERG, BÄCKRYD e NILSSON, 2012).

3.5 Áreas Ativas de Pesquisa acerca da Simulação de Distribuidores

As técnicas de simulação de distribuidores são consolidadas e não se alteraram significativamente nas últimas duas décadas, sendo as técnicas descritas por MAZUMDAR e GUTHRIE (1999) e MIKI e THOMAS (1999) ainda usadas atualmente. A seguir, serão apresentadas brevemente as áreas ativas de pesquisa no tema.

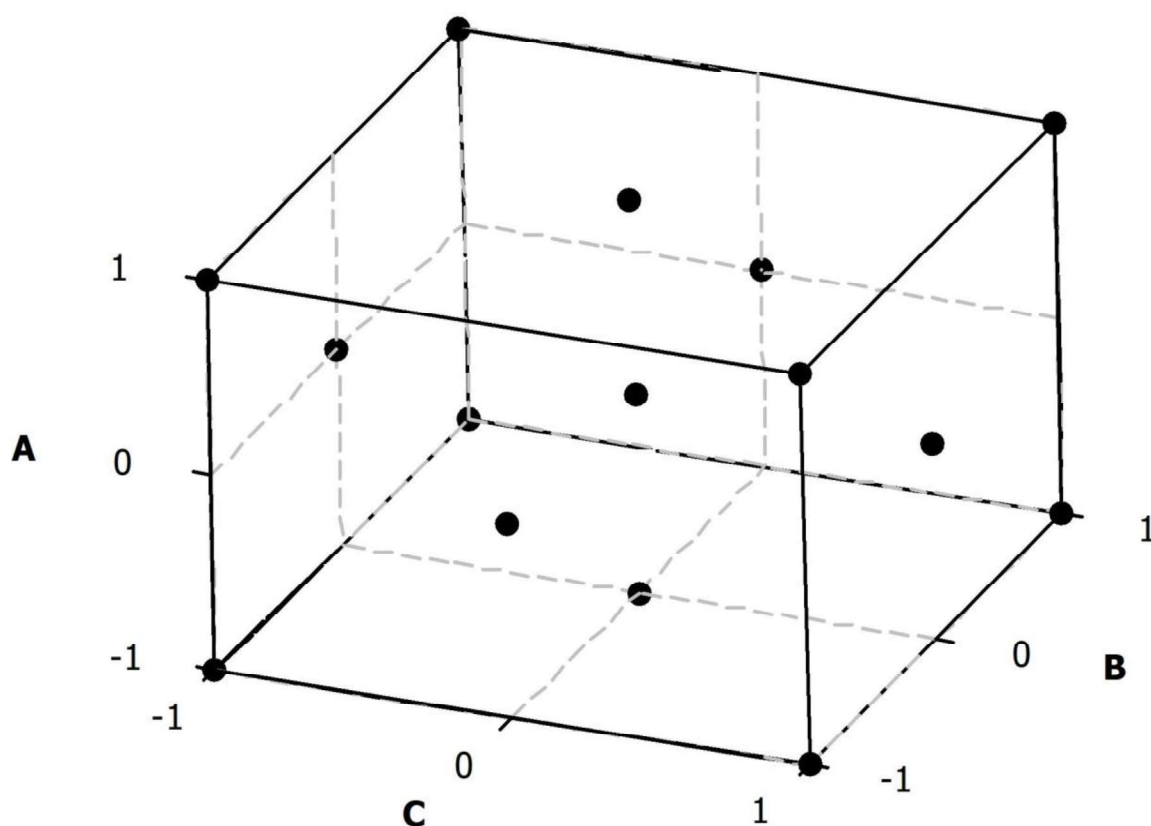


Figura 3.2: Representação esquemática do planejamento composto central usado por ALAM e SIDDIQUI (2016). Na figura, A, B e C denotam as três variáveis do problema que foram padronizadas entre -1 a 1.

A definição do modelo de turbulência mais adequado a ser usado nos modelos matemáticos de distribuidores é foco de controvérsia e investigação.

KIM (2003), JHA *et al.* (2003) e CHATTOPADHYAY (2011) compararam o modelo k- ϵ padrão de LAUNDER e SPALDING (1974) com outros modelos de turbulência RANS que adotam a hipótese de Boussinesq (seção 3.1.2) e obtiveram resultados similares com todos os modelos. KUMAR, KORIA e MAZUMDAR (2004) também não identificaram diferença significativa entre as previsões do modelo k- ϵ padrão e de um modelo RSM (*Reynolds Stress Model*), que resolve equações de conservação para cada componente do tensor de Reynolds, $\rho \overline{v'v'}$ (seção 3.1.2).

Se observa na literatura o emprego crescente de modelos de turbulência LES (*Large Eddy Simulation*) na simulação de distribuidores (ALKISHRIWI, MEINKE e SCHRÖDER, 2007;

WANG, LI e TSUKIHASHI, 2007; WARZECHA *et al.*, 2013; ZHANG *et al.*, 2015). Esses modelos realizam uma média espacial, no lugar da média de estatística (ou temporal) usada pelos modelos RANS e têm como vantagem a capacidade de prever os maiores redemoinhos do escoamento diretamente.

JHA *et al.* (2003) e MERDER, WARZECHA e WARZECHA (2015) compararam modelos LES com modelos RANS em termos de DTR (seção 3.3) e não observaram ganhos significativos de acurácia com modelos LES que justifique seu elevado custo computacional. Todavia, ZHANG *et al.* (2015) argumentam que os detalhes transitórios adicionais do escoamento captados pelo método LES são importantes para o aprimoramento geométrico da válvula longa.

Problemas multifásicos têm recebido grande atenção na literatura.

CANCAREVIC *et al.* (2015) realizaram o aprimoramento de um distribuidor considerando a presença das fases contínuas aço, escória e ar, além das inclusões não metálicas que foram simuladas pela abordagem lagrangiana (seção 3.2.2). Através de modelos físico e matemáticos, MABENTSELA, AKDOGAN e BRADSHAW (2017) investigaram o entranhamento de escória no aço líquido do distribuidor durante o estado estacionário do processo de lingotamento.

NASCIMENTO (2008), KRUGER (2010), NEVES (2012), CHEN *et al.* (2014), RICHAUD (2014), CHANG, ZHONG e ZOU (2015), CHATTERJEE *et al.* (2017) e SILVA (2017) estudaram por modelos físicos e matemáticos a prática de injeção de gás inerte no distribuidor, que é feita para favorecer a flotação de inclusões não metálicas. ROGLER (2005), SESHADRI *et al.* (2012), MACHADO (2014) e MENDONÇA (2016) estudaram o mesmo apenas por modelo físico.

SIDDIQUI e JHA, (2014) e KRASHNAVATAR e MAZUMDAR (2018) propuseram modelos matemáticos multifásicos destinados a prever a curva de transição de qualidades de aço em distribuidores durante a troca de panela. Em ambos os trabalhos, os autores compararam os resultados de seus modelos com dados de modelos físicos. ZHANG *et al.* (2018) estudaram por modelos físico e matemático a formação de olho de escória, sua emulsificação e ondas superficiais que ocorrem em distribuidores durante trocas de panela.

Dentre os tópicos abordados em sua tese, CHATTOPADHYAY (2011) estudou a formação de olho na escória do distribuidor ao redor da válvula longa por modelos físicos e matemáticos. Duas causas foram investigadas: injeção de gás através da válvula longa e mau alinhamento da válvula longa. O autor também investigou por modelo físico os parâmetros que afetam o entranhamento de escória para os veios durante trocas de panela. CHATTERJEE, LI e CHATTOPADHYAY (2018) também estudaram a formação de olho na escória do distribuidor devido à injeção de gás na válvula longa. Os autores compararam previsões de seu modelo matemático com dados industriais.

Os modelos de CHATTOPADHYAY (2011) e CHATTERJEE, LI e CHATTOPADHYAY (2018) assumem que o gás está em regime de bolhas (*bubbly flow*) na válvula longa e, portanto, pode ser modelado por uma abordagem lagrangiana. Contudo, dados experimentais recentes (MAZUMDAR, SINGH e TIWARI, 2018; SINGH e MAZUMDAR, 2018) mostram que essa hipótese só é válida para vazões volumétricas de gás muito baixas (abaixo de 2% da vazão volumétrica de aço). Para vazões de gás maiores, as fases tendem a se estratificar sendo que o gás escoar próximo a parede da válvula longa. A simulação matemática desse fenômeno requer o emprego de um modelo euleriano como aquele descrito por BRAGA, NEVES e TAVARES (2016)² para o desgaseificador RH.

MAZUMDAR (2018) apresentou resultados preliminares de um modelo matemático de distribuidor que considera a injeção de gás na válvula longa (abordagem euleriana). Os resultados obtidos pelo autor indicam que a injeção de gás na válvula longa afeta significativamente o perfil de escoamento no distribuidor e sua DTR (seção 3.3).

Esforços foram feitos para aprimorar a abordagem lagrangiana usada para descrever inclusões não metálicas. RÜCKERT *et al.* (2009) e WARZECHA *et al.* (2013) propuseram novas condições de contorno, que contornam o problema da taxa de colisão de inclusões artificialmente alta com a interface metal-escória (seção 3.2.2). Para tanto, esses autores introduziram critérios para a ocorrência da captação de inclusões pela escória. LEI, ZHAO e GENG (2014) incorporaram a correlação entre as flutuações do campo de velocidade

² A íntegra de BRAGA, NEVES e TAVARES (2016) pode ser acessada gratuitamente em: <http://doi.org/10.5151/1982-9345-27705>.

gerados em sequência pelo modelo de turbulência *random-walk*. Os autores também modelaram a agregação de inclusões formando *clusters*.

Com relação aos modelos eulerianos de inclusões, um novo tratamento para a superfície livre de distribuidores também foi proposto recentemente. CHEN *et al.* (2016) resolveram um modelo de deposição de turboforese na camada limite turbulenta da interface metal-escória de um distribuidor industrial. A partir disso, estimaram a velocidade de deposição de inclusões pequenas (raio entre 1 μ m e 9 μ m). No entanto, os autores não apresentaram dados para validar seu modelo, muito embora este dependa de vários parâmetros estimados e submodelos empíricos.

Modelos eulerianos para tratar a agregação de inclusões não metálicas já estão disponíveis a mais de duas décadas (SINHA e SAHAI, 1993; MIKI e THOMAS, 1999; TOZAWA *et al.*, 1999). Nesses modelos, equações de conservação são resolvidas para cada faixa de tamanho de inclusão. Desenvolvimento relativamente recente foi feito por LEI, GENG e HE (2009) que propuseram um modelo euleriano contínuo para tratar a agregação de inclusões não metálicas. No modelo dos autores, é assumido que o tamanho das inclusões segue uma distribuição exponencial e são resolvidas apenas duas equações de conservação para descrever inclusões de todos os tamanhos.

O desenvolvimento de parâmetros usados para comparação de curvas DTR (seção 3.3.2) são outro foco de estudos.

SÁNCHEZ-RAMÍREZ, DÍAZ-CRUZ e MACÍAS-SALINAS (2013) e LI *et al.* (2016) propuseram novas fórmulas para o cálculo dos parâmetros de modelos de compartimentos. TAKAHASHI, ANDO e ISHII (2014) estenderam o modelo de compartimentos de SAHAI e EMI (1996b) para condições de troca de panela, em que há mudança do nível do aço no distribuidor. KUMAR, KORIA e MAZUMDAR (2007), LEI (2015) e CHANG, ZHONG e ZOU (2015) discutiram o emprego de modelos de compartimentos em distribuidores com vários veios. CUI, LIU e LI (2015) propuseram uma nova metodologia para a caracterização do escoamento de distribuidores assimétricos através da DTR que não se baseia em modelos de compartimentos.

A interpretação física, consequências práticas e formula de cálculo do curto-circuito (seção 3.3.2) foram discutidas por BRAGA *et al.* (2015)³. Outras abordagens de cálculo para o curto-circuito foram propostas por FRANÇOIS *et al.* (2005), citados por MACHADO (2014), e WANG *et al.* (2015). GARCIA HERNÁNDEZ *et al.* (2010) identificaram o curto-circuito e vórtices visualmente a partir do campo de velocidade predito por modelo CFD e discutiram seus efeitos sobre a flotação de inclusões no distribuidor.

Conforme descrito na seção 3.3.1, ensaios com traçadores são usados para a obtenção das curvas DTR em modelos físicos e a equação de conservação do traçador (seção 3.1.2) é resolvida quando modelos matemáticos são empregados.

CHEN *et al.* (2015a) estudaram o efeito da quantidade e tipo de traçador sobre os resultados de curvas DTR experimentais e investigaram quais propriedades físicas, alteradas pelo traçador (densidade e viscosidade) ou do par fluido de trabalho-traçador (difusividade), precisam ser levadas em conta a fim de validar modelos matemáticos com dados experimentais.

Após a correção fornecida por CHEN *et al.* (2015b), se constatou que o único fator que pode afetar os resultados significativamente é a variação da densidade da mistura fluido de trabalho-traçador devido à presença do traçador, quando esse é empregado em quantidades acima de um valor crítico. A previsão do tempo mínimo para o traçador deixar o distribuidor pode ser especialmente afetada, sendo esse parâmetro reduzido com o aumento da quantidade de traçador adicionado.

A transferência de calor no distribuidor também tem recebido atenção na literatura. Foram estudados o efeito da convecção natural sobre o escoamento do aço em trocas de panela (CHATTOPADHYAY, 2011; RICHAUD, 2014), a heterogeneidade térmica entre veios (CHANG, ZHONG e ZOU, 2015), o aquecimento indutivo no distribuidor (WANG, LI e TSUKIHASHI, 2014) e a perda térmica na válvula longa (MAZUMDAR, 2018).

Outros tópicos de estudo são a agitação eletromagnética do aço no distribuidor (WANG, LI e TSUKIHASHI, 2007), o emprego de câmara de redemoinho (WANG, LI e TSUKIHASHI,

³ A integra de BRAGA *et al.* (2015) pode ser acessada gratuitamente em: <http://doi.org/10.5151/1982-9345-26636>.

2007; YUE, ZOU e HOU, 2010), filtro de tipo túnel (WANG *et al.*, 2017) ou inibidor de vórtice (ROGLER, 2005) e o *design* de válvula longa (WANG, LI e TSUKIHASHI, 2007; ZHANG *et al.* 2015).

4 METODOLOGIA

A seguir, serão descritos os métodos utilizados no presente trabalho a fim de cumprir os sete objetivos descritos na seção 2.

A seção 4.1 cobre a dedução de critérios de similaridade para modelos físicos de distribuidores. A seção 4.2 apresenta um modelo matemático capaz de prever a média e o desvio padrão da fração mássica de inclusões não metálicas no distribuidor. A seção 4.3 é dedicada a novos modelos de compartimentos. A seção 4.4 apresenta um método para estimar a fração de inclusões removidas no distribuidor com base na curva DTR. A seção 4.5 se destina à previsão do comprimento da placa de mistura formada no distribuidor a partir de dados da DTR. A seção 4.6 se direciona à avaliação do desempenho fluidodinâmico de distribuidores a partir de curvas DTR. Finalmente, a seção 4.7 descreve a metodologia de otimização de distribuidores estudada.

4.1 Critérios de Similaridade para Modelos Físicos Destinados à Previsão do Comportamento de inclusões Não Metálicas no Distribuidor

Os critérios de similaridade a serem usados em modelos físicos destinados à previsão do comportamento de inclusões não metálicas foram deduzidos rigorosamente.

Para assegurar a similaridade do escoamento, foram extraídos critérios da forma adimensional das equações de conservação de massa, de quantidade de movimento e de energia e de suas condições de contorno (BIRD, STEWART e LIGHTFOOT, 2001). Mais especificadamente, os critérios de similaridade foram obtidos estipulando que os coeficientes adimensionais das equações devem ser os mesmos para o modelo físico e para o distribuidor industrial. Foram estudados os casos gerais isotérmico e não isotérmico, foram investigadas as aproximações possíveis para cada caso e foram feitas considerações práticas acerca do projeto de modelos físicos.

Os critérios de similaridade a serem usados pelas partículas simuladoras de inclusões foram obtidos tanto por critérios de engenharia utilizados na descrição de sistemas multifásicos (CROWE *et al.*, 2011) quanto pela análise das equações diferenciais que descrevem a física do problema (MAXEY e RILEY, 1983; MICHAELIDES, 2006; SAHAI e EMI, 2007). Foram considerados separadamente o caso em que a agregação de inclusões

não é modelada e o caso em que esse fenômeno é simulado no modelo físico. Em ambos os casos, a análise se limitou a inclusões esféricas.

4.2 Modelo Matemático para Previsão da Média e Desvio Padrão da Fração Mássica de Inclusões Não Metálicas no Distribuidor

A fração mássica média de inclusões não metálicas no distribuidor $\bar{\omega}_p$ foi obtida pela abordagem euleriana descrita na seção 3.2.2. O valor do desvio padrão da fração mássica $\sqrt{\overline{\omega_p'^2}}$ foi previsto a partir de uma equação de conservação para a variância da fração mássica $\overline{\omega_p'^2}$. O tratamento descrito por FOX (2003) para previsão da variância de escalar passivo em escoamentos turbulentos foi empregado, o qual apresenta grande semelhança com o equacionamento da energia cinética turbulenta, k , feito pelo modelo do k- ϵ padrão (seção 3.1.2).

As equações exatas para o valor médio e a variância da fração mássica de inclusões não metálicas são:

$$\frac{\partial \rho \bar{\omega}_p}{\partial t} = -(\nabla \cdot \rho \bar{\omega}_p \bar{\mathbf{v}}_p) - (\nabla \cdot \rho \overline{\omega_p \mathbf{v}'}) + (\rho D_p \nabla^2 \bar{\omega}_p) \quad (4.1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho \overline{\omega_p'^2}}{\partial t} = & -(\nabla \cdot \rho \overline{\omega_p'^2 \bar{\mathbf{v}}_p}) - (\nabla \cdot \rho \overline{\omega_p'^2 \mathbf{v}'}) + (\rho D_p \nabla^2 \overline{\omega_p'^2}) - (2 \rho \overline{\omega_p \mathbf{v}'} \cdot \nabla \bar{\omega}_p) \\ & - (2 \rho D_p \overline{|\nabla \omega_p'|^2}) \end{aligned} \quad (4.2)$$

$$\bar{\mathbf{v}}_p = \bar{\mathbf{v}} - \Delta v_\infty \frac{\mathbf{g}}{g} \quad (4.3)$$

Em que ρ é a densidade do aço (kg/m^3), ω_p é a fração mássica de inclusões, \mathbf{v}_p é o vetor velocidade das inclusões (m/s), o traço superior indica valor médio, o apóstrofo denota variação em relação à media, \mathbf{v} é o vetor velocidade do aço (m/s), D_p é a difusividade aparente das inclusões no aço (m^2/s), que se origina do movimento browniano e é uma função do tamanho da inclusão, Δv_∞ é a velocidade relativa de ascensão das inclusões em relação ao aço (m/s) e \mathbf{g}/g é o vetor unitário na direção e sentido da aceleração da gravidade.

Foi assumida a validade da lei de Stokes, de modo que Δv_∞ é dado pela equação (3.31). Outras equações mais complexas para Δv_∞ , que contemplam o efeito da alteração do perfil de escoamento local com o aumento do tamanho de partícula (BIRD, STEWART e LIGHTFOOT, 2001), poderiam ser empregadas. No entanto, o uso dessas equações é apenas justificável se a equação (4.3) se mantiver válida, isto é, se houver equilíbrio local de forças entre a inclusão e o aço líquido, o que tende a não ocorrer com o aumento do tamanho de partícula. As validades da lei de Stokes e da hipótese de equilíbrio local de forças entre a inclusão e o aço líquido são discutidas detalhadamente por BRAGA e TAVARES (2018b).

As equações (4.1) e (4.2) possuem termos desconhecidos que foram modelados como:

$$\overline{\rho \omega_p \mathbf{v}'} = -\rho D_{turb,1} \nabla \overline{\omega_p} \quad (4.4)$$

$$\overline{\rho \omega_p'^2 \mathbf{v}'} = -\rho D_{turb,2} \nabla \overline{\omega_p'^2} \quad (4.5)$$

$$2\rho D_p \overline{|\nabla \omega_p'|^2} = \frac{\rho}{R_f} \frac{\varepsilon}{k} \overline{\omega_p'^2} \quad (4.6)$$

Em que $D_{turb,1}$ é a difusividade turbulenta para a média da fração mássica de inclusões (m^2/s), $D_{turb,2}$ é a difusividade turbulenta para a variância da fração mássica de inclusões (m^2/s), R_f é uma constante igual à razão entre a escala de tempo de dissipação da variância e a escala de tempo de dissipação da energia cinética turbulenta, ε é a taxa de dissipação de energia cinética turbulenta (m^2/s^3) e k é a energia cinética turbulenta. As equações (4.4) e (4.5) assumem que a dispersão turbulenta de inclusões é similar àquela de um traçador no meio fluido. Essa hipótese é válida para inclusões em equilíbrio local de forças com o aço líquido, para as quais $\mathbf{v}_p - \bar{\mathbf{v}}_p = \mathbf{v} - \bar{\mathbf{v}} = \mathbf{v}'$. De fato, essa relação foi empregada na dedução das equações (4.1) e (4.2).

As difusividades turbulentas $D_{turb,1}$ e $D_{turb,2}$ foram calculadas analogamente à difusividade turbulenta do traçador, D_{turb} , descrita na seção 3.1.2. Em todos os cálculos dessa tese (tanto traçador quanto média e variância da fração mássica de inclusões de todos os tamanhos), o número de Schmidt turbulento foi considerado com valor típico de 0,9. O valor do número de Schmidt turbulento tem pouca influência sobre as previsões da concentração de traçadores no distribuidor e da média da fração mássica de inclusões. Todavia, seu

impacto sobre a variância da fração mássica de inclusões é presumidamente significativo devido à sua presença no termo de geração de variância.

O parâmetro R_f foi considerado igual a 0,8 – valor recomendado por MILLIEZ e CARISSIMO (2008) para modelagens fluidodinâmicas com aplicações gerais. As grandezas turbulentas, como k e ε , foram estimadas pelo modelo k- ε padrão proposto por LAUNDER e SPALDING (1974),

Como a difusividade das partículas pode ser desprezada frente à difusividade turbulenta, $D_{turb,1} \gg D_p$ e $D_{turb,2} \gg D_p$, as seguintes formas das equações de conservação foram empregadas:

$$\frac{\partial \rho \bar{\omega}_p}{\partial t} + (\nabla \cdot \rho \bar{\omega}_p \bar{\mathbf{v}}_p) = (\nabla \cdot \rho D_{turb,1} \nabla \bar{\omega}_p) \quad (4.7)$$

$$\frac{\partial \rho \overline{\omega_p'^2}}{\partial t} + (\nabla \cdot \rho \overline{\omega_p'^2} \bar{\mathbf{v}}_p) = (\nabla \cdot \rho D_{turb,2} \nabla \overline{\omega_p'^2}) + (2\rho D_{turb,1} |\nabla \bar{\omega}_p|^2) - \left(\frac{\rho}{R_f} \frac{\varepsilon}{k} \overline{\omega_p'^2} \right) \quad (4.8)$$

As equações (4.7) e (4.8) foram resolvidas em regime estacionário, $\partial \rho \bar{\omega}_p / \partial t = 0$ e $\partial \rho \overline{\omega_p'^2} / \partial t = 0$, com as condições de contorno a seguir:

- Entrada: especificação de valor constante para a fração média, $\bar{\omega}_p$, e variância nula, $\overline{\omega_p'^2} = 0$;
- Saída: gradiente normal nulo de $\bar{\omega}_p$ e $\overline{\omega_p'^2}$;
- Paredes: fluxo nulo de $\bar{\omega}_p$ e $\overline{\omega_p'^2}$;
- Superfície livre: fluxos especificados pelas equações (4.9) e (4.10).

$$\text{Fluxo para equação (4.7): } \Delta v_\infty \bar{\omega}_p \left(-\frac{\mathbf{g}}{g} \right) \quad (4.9)$$

$$\text{Fluxo para equação (4.8): } 2\Delta v_\infty \overline{\omega_p'^2} \left(-\frac{\mathbf{g}}{g} \right) \quad (4.10)$$

As condições de contorno da superfície livre, equações (4.9) e (4.10), foram obtidas a partir da hipótese de equilíbrio local de forças entre a inclusão e o aço líquido, equação (4.3), em conjunto com a condição de fluxo nulo de aço na interface, $\rho(\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) = 0$. Na equação

anterior, \mathbf{n} é o vetor normal à interface apontando para fora. O uso de tratamentos interfaciais mais complexos, como aquele proposto por CHEN *et al.* (2016) que contempla a dispersão turbulenta de inclusões na camada limite da interface, não é justificável na ausência de dados empíricos que comprovem sua superioridade preditiva.

O modelo proposto foi aplicado a uma das condições experimentais estudadas por MENDONÇA (2016): modelo físico a água (figura 4.1) sem modificadores de fluxo nem injeção de gás. Esse autor estudou a flotação de inclusões não metálicas em distribuidor por meio de microesferas ocas de borossilicato de densidade 340kg/m^3 . As partículas foram monitoradas por uma sonda posicionada sobre a saída de um dos veios. A sonda utilizada é capaz de detectar partículas na faixa de tamanho entre $25\mu\text{m}$ e $140\mu\text{m}$, o que corresponde a inclusões não metálicas de tamanho entre $35,3\mu\text{m}$ e $198\mu\text{m}$ segundo MENDONÇA (2016).

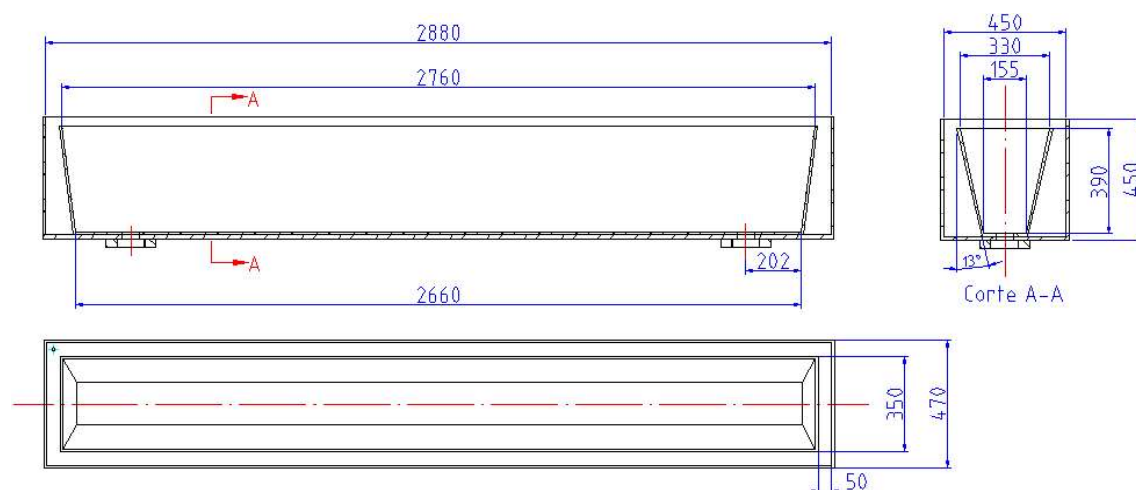


Figura 4.1: Desenho técnico (dimensões em mm) do modelo físico usado por MENDONÇA (2016).

Devido à dupla simetria do sistema, apenas 1/4 de sua geometria foi simulada. No cálculo, que foi executado no *software* comercial ANSYS CFX, foram adotados precisão dupla, esquema de advecção de 2ª ordem *High-Resolution* e o modelo de turbulência $k-\epsilon$ padrão de LAUNDER e SPALDING (1974). Como critério de convergência, foi definido valor RMS (*Root Mean Square*) dos resíduos adimensionais das equações de conservação

discretizadas menor que 10^{-7} . Esse valor foi escolhido de modo que sua redução não altera os resultados.

Também foi realizado um estudo de independência de malha baseado na curva DTR do distribuidor. A malha final empregada é majoritariamente tetraédrica e possui 154931 nós e 523832 elementos. Na simulação transiente para obtenção da curva DTR, foi usado passo de tempo de 1s – valor definido a partir de um estudo de independência de passo de tempo.

Os resultados obtidos de fração mássica média e desvio padrão de inclusões são apresentados nesse trabalho na forma normalizada. A normalização foi feita dividindo-se os valores locais de $\bar{\omega}_p$ e $\sqrt{\omega_p'^2}$ pelo valor de $\bar{\omega}_p$ na entrada do distribuidor.

4.3 Novos Modelos de Compartimentos e sua Finalidade

Três novos modelos de compartimentos foram propostos para tratar os dados das curvas DTR de distribuidores. Esses modelos consideram que o aço no distribuidor se comporta como uma combinação de regiões com modos idealizados de escoamento (seção 3.3.2). Equações para as curvas DTR previstas pelos modelos foram deduzidos a partir de balanços dinâmicos de massa (FOGLER, 2005). As validades dos novos modelos podem ser avaliadas, na prática, pelas suas capacidades de reproduzir curvas DTR reais, obtidas por modelos físicos ou matemáticos.

A utilidade prática dos modelos de compartimentos propostos foi discutida tendo em vista tanto a análise do valor de seus parâmetros (seção 3.3.2) quanto o uso desses modelos na solução de integrais com limite superior de integração mais infinito ($+\infty$) que envolvem dados da DTR. Uma situação relevante em que tal integral aparece é coberta na seção 4.4.

4.4 Método para Estimativa da Fração Média de Inclusões Não Metálicas Removidas no Distribuidor com Base na Curva DTR

Assumindo que o distribuidor se comporta aproximadamente como um pistão com dispersão axial, a fração mássica média de inclusões não metálicas no equipamento satisfaz a relação:

$$\frac{\partial \rho \bar{\omega}_p}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho \bar{\omega}_p \bar{v}_x) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho D_{ef} \frac{\partial \bar{\omega}_p}{\partial x} \right) - \left(\frac{W_{int}}{A_{tr}} \Delta v_{\infty} \right) \rho \bar{\omega}_p \quad (4.11)$$

Em que ρ é a densidade do fluido (kg/m^3), $\bar{\omega}_p$ é a fração mássica de inclusões, t é o tempo (s), x é coordenada cartesiana na direção axial do pistão (m), \bar{v}_x é a velocidade média do fluido no pistão (m/s), D_{ef} é o coeficiente de dispersão efetivo (m^2/s), W_{int} é largura interna do distribuidor na interface com a escória (m), A_{tr} é a área da seção transversal de fluido no distribuidor (m^2) e Δv_{∞} é a velocidade relativa de ascensão das inclusões não metálicas em relação ao aço líquido (m/s).

A equação (4.11) sugere que o fenômeno de flotação de inclusões no distribuidor pode ser aproximado por uma pseudo-reação homogênea de primeira ordem, cuja constante cinética é dada por:

$$k_p = \frac{W_{int}}{A_{tr}} \Delta v_{\infty} \quad (4.12)$$

Sendo k_p a constante cinética aparente para flotação de inclusões não metálicas no distribuidor (1/s). Ainda para o pistão com dispersão axial, a seguinte relação é válida:

$$\frac{W_{int}}{A_{tr}} = \frac{W_{int} \cdot L}{A_{tr} \cdot L} = \frac{A_{int}}{V} \quad (4.13)$$

Em que L é o comprimento do distribuidor (m), A_{int} é a área da interface do aço com a escória (m^2) e V é o volume de aço no distribuidor (m^3).

A conversão de reações de primeira ordem em reatores contínuos pode ser calculada diretamente a partir da curva DTR (LIGHTFOOT, 1964; LEVENSPIEL, 1998). Por analogia, a fração de inclusões não metálicas passantes para o veio é:

$$FP = \int_0^{\infty} e^{-k_p t} E(t) dt \quad (4.14)$$

Em que FP é a fração passante de inclusões não metálicas para o veio e $E(t)$ é a função de distribuição de tempos de residência expressa em termos de densidade de probabilidade e em unidades físicas (1/s) – seção 3.3.1.

O método proposto assume que as inclusões não metálicas seguem o mesmo perfil de escoamento do aço. Portanto, espera-se que a acurácia do método seja maior para inclusões pequenas do que para grandes. Contudo, as últimas possuem alta tendência à flotação de qualquer forma.

Em termos das grandezas adimensionais definidas na seção 3.3.1, a equação (4.14) pode ser reescrita como:

$$FP = \int_0^{\infty} e^{-X\theta} E_{\theta}(\theta) d\theta \quad (4.15)$$

$$X = k_p \tau = \Delta v_{\infty} \frac{A_{int}}{Q} \quad (4.16)$$

Em que X é um parâmetro adimensional definido por TACKE e LUDWIG (1987), que caracteriza o tamanho da inclusão não metálica, θ é o tempo adimensional, $\theta = t/\tau$, a curva $E_{\theta}(\theta)$ representa a DTR de um distribuidor na forma de densidade de probabilidade e em unidades adimensionais, $E_{\theta} = \tau E$, τ é o tempo nominal médio de residência do fluido no distribuidor (s), $\tau = V/Q$, e Q é a vazão volumétrica que alimenta o distribuidor (m³/s).

As equações (4.15) e (4.16) foram aplicadas a uma das condições experimentais estudadas por MENDONÇA (2016): modelo físico sem modificadores de fluxo nem injeção de gás. Os resultados obtidos foram comparados com aqueles preditos pelo modelo CFD descrito na seção 4.2.

4.5 Previsão do Comprimento da Placa de Mistura Formada no Distribuidor a partir de Dados da DTR

Foi averiguada a utilidade do método de Niemi-Zenger (seção 3.3.4) na previsão do comprimento de placa de mistura formada em distribuidor a partir de sua curva DTR. A análise feita foi composta de três etapas.

A primeira etapa considerou condições de vazão e nível constantes. Por meio de um modelo matemático (CFD) que simula o experimento de degrau (seção 3.3.1), foi obtida uma curva da variável adimensional F em função do tempo. Essa curva é necessária para o emprego do método Niemi-Zenger nas etapas seguintes. A primeira etapa também investigou a acurácia da curva F calculada em relação a dados experimentais (validação). Foram

utilizados os dados experimentais de MENDONÇA (2016) para a caso de modelo físico sem modificadores de fluxo nem injeção de gás. No trabalho citado, a vazão e o volume de água no modelo físico foram, respectivamente, 50L/min e 163L (nível de 27,65cm)⁴. Portanto, o tempo nominal médio de residência (τ) do sistema foi 196s.

Na segunda etapa, os resultados preditos pelo método de Niemi-Zenger foram comparados com previsões do modelo CFD para uma condição de vazão variável e nível constante. Nessa condição, a vazão de entrada é igual à vazão de saída. Foram considerados os mesmos parâmetros de simulação da primeira etapa, com exceção da vazão, Q (m³/s), que foi expressa por:

$$Q = \left[1 + \text{sen} \left(\pi \frac{t}{\tau} \right) \right] 50 \frac{L}{\text{min}} \frac{1m^3}{10^3L} \frac{1\text{min}}{60s} \quad (4.17)$$

Em que t é o tempo (s) e τ é o tempo nominal médio de residência na primeira etapa (s).

Finalmente, na terceira etapa, a condição mais complexa, em que há variação simultânea de vazão e nível, foi investigada. Nessa etapa, foi considerado um dos casos estudados experimentalmente por CARDOSO FILHO (2007). CARDOSO FILHO (2007) utilizou o mesmo modelo físico empregado por MENDONÇA (2016) sem modificadores de fluxo ou injeção de gás.

No ensaio de troca de panela executado por CARDOSO FILHO (2007), o modelo físico foi inicialmente operado em regime estacionário com vazão de 50L/min e volume interno de água de 200L (nível de 32,5cm). Em seguida, mantendo-se a vazão de saída de 50L/min, a vazão de entrada foi cortada até que o volume de água no modelo físico se reduzisse para 121L (nível de 22cm). Então, mantendo-se ainda a vazão de saída de 50L/min, água misturada com sal (KCl) foi alimentada no modelo físico a uma vazão de 80L/min até que o nível inicial de água (32,5cm) fosse reestabelecido. Por fim, a vazão de entrada de água com sal foi reduzida para 50L/min e o modelo físico passou a operar com nível constante. A concentração de sal na saída dos veios foi medida por meio de condutivímetro e curva de calibração construída em ensaios de bancada.

⁴ Em seu trabalho, MENDONÇA (2016) informou que o nível de 27,6cm corresponde a um volume interno de 167L. A diferença surge de uma pequena imprecisão geométrica na planilha de cálculo usada pelo autor.

Na terceira etapa da análise, os resultados obtidos pelo método de Niemi-Zenger foram comparados com dados oriundos de um modelo matemático (CFD) multifásico “homogêneo”, que resolve apenas um campo de velocidade para as fases água e ar (BRAGA, 2011). A integridade da interface água-ar foi garantida pelo uso do esquema de compressão de interface do *software* ANSYS CFX. A comparação realizada também contemplou o resultado experimental de CARDOSO FILHO (2007).

A fim de tornar a análise mais geral, não foi calculado o comprimento (em metros) da placa de mistura, pois seu valor depende das dimensões da placa lingotada. Em seu lugar, foram apresentados apenas o intervalo de tempo envolvido na mistura. Note que o comprimento da placa de mistura formada no distribuidor é diretamente proporcional a esse valor. Foi assumido como placa de mistura o material de composição adimensional (variável F) entre 0,2 e 0,8.

Deve-se enfatizar que apenas a mistura de aço que ocorre no distribuidor foi analisada, pois a mistura de aço que ocorre no molde também é importante. Isso é especialmente verdade quando se reduz o volume de aço no distribuidor durante a troca de panela e se lingota com moldes de grandes dimensões (HUANG e THOMAS, 1996; CARDOSO FILHO, 2007).

4.6 Recomendação de Procedimentos convenientes para Avaliar o Desempenho Fluidodinâmico de Distribuidores a partir de Curvas DTR

Através de uma análise crítica da literatura e de novos desenvolvimentos teóricos do presente autor, foram feitas recomendações de procedimentos a serem usados para avaliar o desempenho hidrodinâmico de distribuidores a partir de suas curvas DTR. Ambos os casos de distribuidores simétricos e assimétricos são cobertos.

4.7 Otimização de Distribuidores Baseada em Metamodelos

A viabilidade do uso de técnicas de otimização baseada em metamodelos em conjunto com simulações CFD de distribuidores foi aferida. As simulações CFD foram executadas

utilizando o *software* comercial ANSYS CFX. A execução dos algoritmos de otimização e seu acoplamento com o simulador CFD foram feitos pelo *software* comercial iChrome Nexus.

A análise realizada se ateve ao objetivo geral desse trabalho (seção 2), isto é, o aprimoramento das técnicas de simulação de distribuidores. Portanto, os esforços não foram concentrados no aprimoramento de um distribuidor de lingotamento contínuo específico de modo a resolver um problema industrial particular. Ao contrário, se buscou identificar as técnicas de otimização (por exemplo, planejamento de experimentos computacionais e metamodelo) mais úteis para a otimização de distribuidores dentre aquelas testadas.

No estudo, foi simulado o modelo físico existente no Laboratório de Simulação de Processos (LaSiP) da Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG). Esse modelo físico possui dois veios simétricos, foi construído em escala reduzida (1:3) em relação a um distribuidor industrial de 31,7t e usa água como fluido de trabalho. Se trata do mesmo modelo físico mostrado na figura 4.1 e que foi utilizado por CARDOSO FILHO (2007), NEVES (2012) e MENDONÇA (2016). Foram consideradas as mesmas condições operacionais de MENDONÇA (2016): vazão de 50L/min e nível de 27,65cm.

O problema de otimização foi formulado com base na minimização de uma única função de interesse: o parâmetro *hold-back*, H , do distribuidor. Esse parâmetro foi proposto por DANCKWERTS (1953) para mensurar o caráter pistonado do escoamento em reatores contínuos a partir de sua curva DTR. A justificativa para a escolha do *hold-back*, sua interpretação física e o modo de cálculo empregado, equação (5.101), são apresentados na seção 5.6.

Para os fins dessa seção, é suficiente o conhecimento da faixa de variação dos valores de H . O *hold-back* é mínimo para escoamento pistonado sem dispersão axial ($H = 0$) e máximo para um curto-circuito completo ($H = 1$). Para escoamento com mistura perfeita, o *hold-back* apresenta um valor intermediário: $H = e^{-1}$ ($\approx 0,37$). Portanto, o *hold-back* de distribuidores comumente se encontra no intervalo $0 \leq H \leq e^{-1}$, muito embora valores de *hold-back* no intervalo $H > e^{-1}$ também possam ser observados em configurações inadequadas de distribuidores.

Como variáveis do problema de otimização, foram tomadas as dimensões e posições de modificadores de fluxo (dique e barragem). Naturalmente, essas variáveis estão sujeitas a restrições geométricas que foram formuladas tendo em vista dois fatores. Primeiro, os valores máximo e mínimo que as variáveis podem assumir, quando consideradas individualmente, de modo a não perturbar o funcionamento do distribuidor. Segundo, as combinações proibitivas de variáveis que poderiam levar a superposição dos modificadores de fluxo e até mesmo interromper o escoamento no distribuidor.

Interessante mencionar que, embora não tenham sido adotadas, seria possível impor outras restrições geométricas relacionadas ao processo. Por exemplo, se poderia restringir as combinações de posição e altura da barragem de modo a limitar o volume de aço que fica no distribuidor quando ele é trocado. Ou ainda, se poderia desconsiderar as configurações do distribuidor em que o dique está mais próximo do veio que a barragem, pois tais configurações não promovem um escoamento ascendente no distribuidor.

A seguinte metodologia foi seguida para a otimização baseada em metamodelos.

Inicialmente, uma matriz de experimentos computacionais foi executada para o ajuste de coeficientes do metamodelo que prevê a função de interesse (*hold-back*) em função das variáveis consideradas. A capacidade preditiva do metamodelo foi averiguada através do confronto de suas previsões com os resultados de uma segunda matriz de experimentos computacionais. A primeira matriz é maior e construída de modo a preencher o espaço amostral (*space-filling design*). Já a segunda matriz é menor e é obtida assumindo uma distribuição uniforme para as variáveis do problema (*random design*).

Como métrica de verificação do metamodelo, foi usado o coeficiente de correlação de Pearson, r , sendo que $-1 \leq r \leq 1$. Quanto maior o valor de r , melhor a capacidade preditiva do metamodelo. Para um metamodelo perfeito, $r = 1$.

Posteriormente, o problema de otimização foi resolvido em duas etapas consecutivas utilizando o metamodelo ajustado. Na primeira etapa, o algoritmo genético SOGA (*Single Objective Genetic Algorithm*) foi aplicado com o intuito de localizar a região do mínimo global. Na segunda etapa, que é inicializada a partir do resultado final da primeira etapa, o algoritmo baseado em gradiente (quase-Newton) BFGS (Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno) foi usado para a identificação precisa do mínimo global. Essa estratégia de solução

demanda um grande número de avaliações da função de interesse. Consequentemente, seu uso é factível com metamodelos, mas não com o modelo CFD original.

Por fim, foi verificada a precisão do metamodelo no mínimo global encontrado. Para tanto, o modelo CFD foi simulado utilizando os valores das variáveis correspondentes ao mínimo global do metamodelo. Em seguida, os valores do parâmetro *hold-back* do modelo CFD e de seu metamodelo foram comparados. Como métrica de comparação, foi usado o erro percentual absoluto do *hold-back*, $\%e_H$:

$$\%e_H = 100\% \frac{|H_{mtm} - H_{CFD}|}{H_{CFD}} \quad (4.18)$$

Em que os subscritos *mtm* e *CFD* designam o metamodelo e o modelo CFD, respectivamente.

Algoritmos de otimização, como o genético, requerem a discretização dos intervalos de valores das variáveis. Nesse trabalho, foram empregados os espaçamentos de discretização de 1mm ou de 0,5mm.

Como a otimização baseada em metamodelo é uma técnica aproximada, foi também investigada a acurácia e, portanto, a utilidade da mesma. Nesse sentido, seus resultados foram comparados com aqueles obtidos aplicando diretamente o algoritmo baseado em gradiente BFGS no modelo CFD.

Um último fator merece ser comentado. Muito embora o modelo CFD empregado seja conceitualmente determinístico, sua implementação não é totalmente determinística. De fato, o gerador de malha tetraédrica utilizado gera malhas levemente diferentes a cada execução com os mesmos parâmetros. Em decorrência disso, não é possível determinar as coordenadas do ponto de mínimo global com uma precisão indefinidamente alta.

5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Nessa seção, são apresentados os resultados obtidos nesse trabalho, bem como uma discussão crítica dos mesmos. Os itens 5.1 a 5.7 correspondem, respectivamente, aos itens 4.1 a 4.7 da Metodologia.

5.1 Abordagem para Alcançar Similaridade em Modelos Físicos de Distribuidores

Para a análise do escoamento no interior do distribuidor, foram considerados os casos de escoamentos isotérmico e não isotérmico. Posteriormente foram discutidos os aspectos práticos do projeto do modelo físico e o modelamento do comportamento de inclusões não metálicas.

Embora o uso de modelos físicos para estudar o escoamento em distribuidores de lingotamento contínuo seja uma técnica bem estabelecida e o dimensionamento desses modelos seja discutido por diversos autores (seção 3), o tema foi abordado com maiores detalhes no presente trabalho. Essa abordagem se justifica tendo em vista a falta de rigor das deduções feitas e a identificação de alguns enganos na literatura a respeito do tema.

Por exemplo, é comum autores que utilizam modelos físicos em escala reduzida argumentarem que a água é um fluido apropriado para simular o aço líquido, pois os dois fluidos apresentam viscosidades cinemáticas semelhantes. Também é sugerido por autores que estudam distribuidor operando em regime estacionário que o escoamento em seu interior é governado pelo número de Froude. Como será visto adiante, essas argumentações estão incorretas no contexto usado.

A seguir, será discutida a similaridade do distribuidor em regime isotérmico. A abordagem empregada se baseia no livro de BIRD, STEWART e LIGHTFOOT (2001) e é aprimorada com base nos trabalhos de DREW (1983) e ENWALD, PEIRANO e ALMSTEDT (1996) sobre a descrição matemática de escoamentos multifásicos.

5.1.1 Equacionamento para condição isotérmica

O escoamento isotérmico do aço em um distribuidor de lingotamento contínuo, assim como do fluido de trabalho no modelo físico, é governado pelas equações de conservação de

massa (continuidade) e de quantidade de movimento (Navier-Stokes). Para fluidos newtonianos com propriedades constantes, essas equações adquirem a forma:

$$(\nabla \cdot \mathbf{v}) = 0 \quad (5.1)$$

$$\frac{\partial \rho \mathbf{v}}{\partial t} + (\nabla \cdot \rho \mathbf{v} \mathbf{v}) = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{v} + \rho \mathbf{g} \quad (5.2)$$

Em que $\nabla (= \delta_1 \partial/\partial x_1 + \delta_2 \partial/\partial x_2 + \delta_3 \partial/\partial x_3)$ é o operador “nabla” ou “del” (1/m), δ_1 , δ_2 e δ_3 são vetores unitários nas direções dos eixos cartesianos x_1 (m), x_2 (m) e x_3 (m), respectivamente, \mathbf{v} é o vetor velocidade do fluido (m/s), ρ é a densidade do fluido (kg/m³), t é o tempo (s), p é a pressão local do fluido (Pa), μ é a viscosidade dinâmica do fluido (Pa s), $\nabla^2 (= \nabla \cdot \nabla)$ é o operador laplaciano (1/m²) e \mathbf{g} é o vetor aceleração da gravidade (m/s²).

A partir da definição da pressão modificada do fluido, P (Pa):

$$P = p - \rho \mathbf{g} \cdot \mathbf{h} \quad (5.3)$$

Em que $\mathbf{h} (= \mathbf{r} - \mathbf{r}_{\text{ref}})$ é o vetor elevação no campo gravitacional (m), $\mathbf{r} (= x_1 \delta_1 + x_2 \delta_2 + x_3 \delta_3)$ é o vetor posição (m) e \mathbf{r}_{ref} é o vetor posição de um ponto de referência (m).

A equação de Navier-Stokes pode ser reescrita convenientemente como:

$$\frac{\partial \rho \mathbf{v}}{\partial t} + (\nabla \cdot \rho \mathbf{v} \mathbf{v}) = -\nabla P + \mu \nabla^2 \mathbf{v} \quad (5.4)$$

Um sistema de equações completamente análogo pode ser escrito para a fase que se encontra sobre o aço líquido no distribuidor (escória ou gás inerte) ou sobre o fluido de trabalho no modelo físico (ar atmosférico ou substância usada para simular a escória). Obviamente, a existência dessa fase no modelo físico requer o uso de um fluido de trabalho no estado líquido. Daqui em diante essa fase será denominada como “fase de topo” e o subscrito t será usado para sua identificação. Tem-se para a fase de topo:

$$(\nabla \cdot \mathbf{v}_t) = 0 \quad (5.5)$$

$$\frac{\partial \rho_t \mathbf{v}_t}{\partial t} + (\nabla \cdot \rho_t \mathbf{v}_t \mathbf{v}_t) = -\nabla P_t + \mu_t \nabla^2 \mathbf{v}_t \quad (5.6)$$

Em que \mathbf{v}_t é o vetor velocidade da fase de topo (m/s), ρ_t é a densidade da fase de topo (kg/m³), P_t é a pressão modificada da fase de topo (Pa), $P_t = p_t - \rho_t \mathbf{g} \cdot \mathbf{h}$, p_t é a pressão local da fase de topo (Pa) e μ_t é a viscosidade dinâmica da fase de topo (Pa s).

As equações da continuidade e de Navier-Stokes para o aço, ou fluido de trabalho do modelo físico, podem, em princípio, ser resolvidas com as seguintes condições de contorno (\mathbf{n} é o vetor unitário normal às superfícies apontando para fora do aço ou do fluido de trabalho do modelo físico):

- Entradas: campo de velocidade prescrito em função da posição e do tempo, \mathbf{v} ;
- Interfaces com paredes: condição de não escorregamento, $\mathbf{v} = \mathbf{0}$;
- Interfaces com fase de topo: equilíbrio de tensões em uma “membrana” impermeável com forma $S_t(\mathbf{r}, t) = 0$ (condição de salto sem transferência de massa), $\rho(\mathbf{v} - \mathbf{v}_{int}) \cdot \mathbf{n} = 0$ e $p\mathbf{n} - \mu\dot{\boldsymbol{\gamma}} \cdot \mathbf{n} = p_t\mathbf{n} - \mu_t\dot{\boldsymbol{\gamma}}_t \cdot \mathbf{n} + \sigma\kappa\mathbf{n}$, sendo \mathbf{v}_{int} a velocidade com que cada ponto da interface se move num determinado instante de tempo (m/s), $\dot{\boldsymbol{\gamma}}$ o tensor taxa de deformação do fluido (1/s), $\dot{\boldsymbol{\gamma}} = \nabla\mathbf{v} + \nabla\mathbf{v}^T$, $\dot{\boldsymbol{\gamma}}_t$ o tensor taxa de deformação da fase de topo (1/s), $\dot{\boldsymbol{\gamma}}_t = \nabla\mathbf{v}_t + \nabla\mathbf{v}_t^T$, σ a tensão interfacial entre o fluido e a fase de topo (N/m) e κ a soma das curvaturas principais da superfície em um ponto (1/m), $\kappa = -(\nabla \cdot \mathbf{n})$;
- Saídas: campo de velocidade prescrito em função da posição e do tempo, \mathbf{v} .

Para as equações de conservação da fase de topo, as seguintes condições de contorno podem ser usadas (\mathbf{n}_t é o vetor unitário normal às superfícies apontando para fora da fase de topo):

- Interfaces com aço ou fluido de trabalho do modelo físico: equilíbrio de tensões em uma “membrana” impermeável com forma $S_t(\mathbf{r}, t) = 0$ (condição de salto sem transferência de massa), $\rho(\mathbf{v}_t - \mathbf{v}_{int}) \cdot \mathbf{n}_t = 0$ e $p\mathbf{n}_t - \mu\dot{\boldsymbol{\gamma}} \cdot \mathbf{n}_t = p_t\mathbf{n}_t - \mu_t\dot{\boldsymbol{\gamma}}_t \cdot \mathbf{n}_t + \sigma\kappa\mathbf{n}_t$, sendo $\kappa = (\nabla \cdot \mathbf{n}_t)$;
- Interfaces com paredes: condição de não escorregamento, $\mathbf{v}_t = \mathbf{0}$;
- Interfaces com fase gasosa superior (fase de topo líquida): equilíbrio de tensões em uma “membrana” impermeável, com escorregamento tangencial livre, efeitos desprezíveis de tensão superficial, pressão ambiente uniforme p_{amb} (Pa) e forma

$S_g(\mathbf{r}, t) = 0$ (condição de salto sem transferência de massa), $\rho(\mathbf{v}_t - \mathbf{v}_{int}) \cdot \mathbf{n}_t = 0$ e $p_t \mathbf{n}_t - \mu_t \dot{\mathbf{Y}}_t \cdot \mathbf{n}_t = p_{atm} \mathbf{n}_t$;

- Aberturas para a atmosfera (fase de topo gasosa): campos de velocidade e pressão prescritos em função da posição e do tempo, \mathbf{v}_t e p_t ;
- Interfaces com fase sólida superior (fase de topo líquida ou gasosa): condição de não escorregamento, $\mathbf{v}_t = \mathbf{0}$, e especificação da pressão, p_t , em algum ponto, se os outros tipos de interfaces com fases superiores não estiverem presentes.

A fase sólida superior citada corresponde à tampa do distribuidor, ou modelo físico, no caso de fases de topo gasosas. Para fases de topo líquidas, a fase sólida superior representa materiais isolantes sólidos adicionados sobre a escória do distribuidor ou uma camada de material escorificante não fundida. Os últimos podem ser simulados em modelos físicos pela adição de material sólido menos denso que a substância usada para simular a escória. Essa substância pode ser, por exemplo, algum líquido orgânico como o querosene (ROGLER, HEASLIP e MEHRVAR, 2005).

A validade das simplificações realizadas para a condição de contorno das interfaces da fase de topo líquida com a fase gasosa superior será discutida posteriormente. De toda forma, essa região não possui interesse direto no modelamento e imprecisões locais não são importantes.

A fim de determinar os grupos adimensionais importantes para o problema, as equações que governam o escoamento das fases envolvidas precisam ser colocadas na forma adimensional. Para tanto, são definidos os termos adimensionais:

$$\check{\mathbf{v}} = l_c \nabla \quad (5.7)$$

$$\check{\mathbf{v}} = \frac{1}{v_c} \mathbf{v} \quad (5.8)$$

$$\check{t} = \frac{v_c}{l_c} t \quad (5.9)$$

$$\check{P} = \frac{P - p_{amb}}{\rho v_c^2} \quad (5.10)$$

$$Re = \frac{\rho v_c l_c}{\mu} \quad (5.11)$$

$$\check{\nabla}^2 = l_c^2 \nabla^2 \quad (5.12)$$

$$\check{\mathbf{v}}_t = \frac{1}{v_c} \mathbf{v}_t \quad (5.13)$$

$$\check{P}_t = \frac{P_t - p_{amb}}{\rho_t v_c^2} \quad (5.14)$$

Em que $\check{\nabla}$ é o operador nabla (ou del) adimensional, l_c é um comprimento característico do sistema (m), $\check{\mathbf{v}}$ é a velocidade adimensional do fluido, v_c é uma velocidade característica do sistema (m/s), \check{t} é o tempo adimensional, \check{P} é a pressão modificada adimensional do fluido, Re é o número de Reynolds do fluido, $\check{\nabla}^2$ é o operador laplaciano adimensional, $\check{\mathbf{v}}_t$ é a velocidade adimensional da fase de topo e \check{P}_t é a pressão modificada adimensional da fase de topo.

Utilizando esses termos, as equações da continuidade e de Navier-Stokes para as duas fases podem ser reescritas como:

$$(\check{\nabla} \cdot \check{\mathbf{v}}) = 0 \quad (5.15)$$

$$\frac{\partial \check{\mathbf{v}}}{\partial \check{t}} + (\check{\nabla} \cdot \check{\mathbf{v}} \check{\mathbf{v}}) = -\check{\nabla} \check{P} + \frac{1}{Re} \check{\nabla}^2 \check{\mathbf{v}} \quad (5.16)$$

$$(\check{\nabla} \cdot \check{\mathbf{v}}_t) = 0 \quad (5.17)$$

$$\frac{\partial \check{\mathbf{v}}_t}{\partial \check{t}} + (\check{\nabla} \cdot \check{\mathbf{v}}_t \check{\mathbf{v}}_t) = -\check{\nabla} \check{P}_t + \frac{1}{Re} \frac{\mu_t / \mu}{\rho_t / \rho} \check{\nabla}^2 \check{\mathbf{v}}_t \quad (5.18)$$

As condições de contorno para o aço, ou fluido de trabalho do modelo físico, se tornam:

- Entradas: campo de velocidade adimensional prescrito em função da posição adimensional e do tempo adimensional, $\check{\mathbf{v}}$;
- Interfaces com paredes: condição de não escorregamento, $\check{\mathbf{v}} = \mathbf{0}$;
- Interfaces com fase de topo: equilíbrio de tensões adimensionais em uma “membrana” impermeável com forma $\check{S}_t(\check{\mathbf{r}}, \check{t}) = 0$ (condição de salto sem

transferência de massa), $(\check{\mathbf{v}} - \check{\mathbf{v}}_{int}) \cdot \mathbf{n} = 0$ e $(\check{\mathcal{P}} - \frac{\rho_t}{\rho} \check{\mathcal{P}}_t) \mathbf{n} + \frac{1}{Fr} (1 - \frac{\rho_t}{\rho}) (\check{\mathbf{g}} \cdot \check{\mathbf{h}}) \mathbf{n} - \frac{1}{Re} (\check{\mathbf{Y}} - \frac{\mu_t}{\mu} \check{\mathbf{Y}}_t) \cdot \mathbf{n} = \frac{1}{We} \check{\kappa} \mathbf{n}$, sendo $\check{\mathbf{r}} = \frac{1}{l_c} \mathbf{r}$, $\check{\mathbf{v}}_{int} = \frac{1}{v_c} \mathbf{v}_{int}$, $Fr = \frac{v_c^2}{g l_c}$, $g = |\mathbf{g}|$, $\check{\mathbf{g}} = \frac{1}{g} \mathbf{g}$, $\check{\mathbf{h}} = \frac{1}{l_c} \mathbf{h}$, $\check{\mathbf{Y}} = \frac{l_c}{v_c} \mathbf{Y}$, $\check{\mathbf{Y}}_t = \frac{l_c}{v_c} \mathbf{Y}_t$, $We = \frac{\rho v_c^2 l_c}{\sigma}$ e $\check{\kappa} = l_c \kappa$;

- Saídas: campo de velocidade adimensional prescrito em função da posição adimensional e do tempo adimensional, $\check{\mathbf{v}}$.

Já para a fase de topo, as condições de contorno se tornam:

- Interfaces com aço ou fluido de trabalho do modelo físico: equilíbrio de tensões adimensionais em uma “membrana” impermeável com forma $\check{S}_t(\check{\mathbf{r}}, \check{t}) = 0$ (condição de salto sem transferência de massa), $(\check{\mathbf{v}}_t - \check{\mathbf{v}}_{int}) \cdot \mathbf{n}_t = 0$ e $(\check{\mathcal{P}} - \frac{\rho_t}{\rho} \check{\mathcal{P}}_t) \mathbf{n}_t + \frac{1}{Fr} (1 - \frac{\rho_t}{\rho}) (\check{\mathbf{g}} \cdot \check{\mathbf{h}}) \mathbf{n}_t - \frac{1}{Re} (\check{\mathbf{Y}} - \frac{\mu_t}{\mu} \check{\mathbf{Y}}_t) \cdot \mathbf{n}_t = \frac{1}{We} \check{\kappa} \mathbf{n}_t$;
- Interfaces com paredes: condição de não escorregamento, $\check{\mathbf{v}}_t = \mathbf{0}$;
- Interfaces com fase gasosa superior (fase de topo líquida): equilíbrio de tensões em uma “membrana” impermeável, com escorregamento tangencial livre, efeitos desprezíveis de tensão superficial e forma $\check{S}_g(\check{\mathbf{r}}, \check{t}) = 0$ (condição de salto sem transferência de massa), $(\check{\mathbf{v}}_t - \check{\mathbf{v}}_{int}) \cdot \mathbf{n}_t = 0$ e $\check{\mathcal{P}}_t \mathbf{n}_t + \frac{1}{Fr} (\check{\mathbf{g}} \cdot \check{\mathbf{h}}) \mathbf{n}_t - \frac{1}{Re} \frac{\mu_t/\mu}{\rho_t/\rho} \check{\mathbf{Y}}_t \cdot \mathbf{n}_t = \mathbf{0}$;
- Aberturas para a atmosfera (fase de topo gasosa): campos de velocidade adimensional e pressão modificada adimensional prescritos em função da posição adimensional e do tempo adimensional, $\check{\mathbf{v}}_t$ e $\check{\mathcal{P}}_t$;
- Interfaces com fase sólida superior (fase de topo líquida ou gasosa): condição de não escorregamento, $\check{\mathbf{v}}_t = \mathbf{0}$, e especificação da pressão modificada adimensional, $\check{\mathcal{P}}_t$, em algum ponto, se os outros tipos de interfaces com fases superiores não estiverem presentes.

Note que o número de Reynolds (Re) é o único grupo adimensional que aparece diretamente nas equações de conservação do aço ou do fluido de trabalho do modelo físico. No entanto, o número de Froude (Fr), a razão de densidades (ρ_t/ρ), a razão de viscosidades (μ_t/μ) e o número de Weber (We) potencialmente influenciam o escoamento no distribuidor devido às suas presenças na condição de contorno das Interfaces com a

fase de topo. O escoamento da fase de topo também pode interferir no escoamento do aço, ou do fluido de trabalho, pelos termos \check{P}_t e \check{Y}_t .

Razões de dimensões do distribuidor, ou do modelo físico, e dos níveis das fases presentes pelo comprimento característico surgem no equacionamento quando as posições das condições inicial e de contorno são delimitadas. Portanto, esses termos também controlam o perfil de escoamento do aço, ou do fluido de trabalho do modelo físico. Por exemplo, surge o termo h_b/l_c , sendo h_b o nível do banho de aço, ou fluido de trabalho, no distribuidor (m). A similaridade em relação a esses termos, denominada similaridade geométrica, é alcançada pela manutenção de mesmas razões geométricas no modelo físico e no distribuidor real. No exemplo:

$$\left(\frac{h_b}{l_c}\right)_m = \left(\frac{h_b}{l_c}\right)_r \quad (5.19)$$

Os subscritos m e r denotam valores do modelo físico e do distribuidor real, respectivamente.

Por meio do fator de escala, λ , entre o modelo físico e o distribuidor real, definido como:

$$\lambda = \frac{(l_c)_m}{(l_c)_r} \quad (5.20)$$

Chega-se a:

$$\frac{(h_b)_m}{(h_b)_r} = \frac{(l_c)_m}{(l_c)_r} = \lambda \quad (5.21)$$

Constata-se que a similaridade geométrica é garantida pelo uso de uma razão constante (fator de escala) entre todas as medidas internas do modelo físico e do distribuidor real.

O equacionamento descrito acima é válido tanto para regime laminar quanto turbulento (inerentemente transiente). Portanto, não é necessária a utilização das equações RANS (seção 3.1.2) para estudar a similaridade de escoamentos turbulentos, como proposto por SAHAI e EMI (1996a). Na prática, o uso das equações RANS exige a adoção de um modelo de turbulência para, por exemplo, o cálculo da viscosidade turbulenta, μ_{turb} (Pa s), quando modelos de turbulência baseados na hipótese de Boussinesq são empregados. De fato,

SAHAI e EMI (1996a) basearam sua análise de similaridade na igualdade do número de Reynolds turbulento, que foi definido usando a viscosidade efetiva do fluido ($\mu + \mu_{turb}$) no lugar de sua viscosidade dinâmica (μ). Tendo em vista que modelos de turbulência são empíricos e possuem validade limitada, a utilização das equações RANS introduz desnecessariamente incertezas na análise de similaridade realizada.

Ao se analisar sistemas turbulentos, uma premissa foi adotada: é possível obter perfis de velocidade nas condições de contorno do modelo físico completamente similares às do distribuidor real, incluindo flutuações turbulentas. Essa similaridade requer a igualdade de parâmetros que afetam a turbulência do fluido que adentra o distribuidor como o número de Reynolds, rugosidade do duto de entrada e nível de flutuações turbulentas a montante desse duto (WHITE, 2015). Tais condições dificilmente são alcançadas na prática e, portanto, se considera que as condições de turbulência na entrada do distribuidor não afetam significativamente as características de escoamento dentro do distribuidor. O emprego de modelos de turbulência na análise dimensional não remove esse entrave, pois, nesse caso, grandezas turbulentas (como tensores de Reynolds, energia cinética turbulenta e sua taxa de dissipação) necessitariam ser similares na entrada do sistema.

5.1.2 Análise simplificada para condição isotérmica

Para fases de topo gasosas, o problema de similaridade pode ser substancialmente simplificado.

Em primeiro lugar, a razão de densidades (ρ_t/ρ) e a razão de viscosidades (μ_t/μ) são usualmente pequenas, pois as densidades e viscosidades dinâmicas de líquidos são normalmente muito maiores que de gases (SESHADRI *et al* 2010). Portanto, na condição de contorno das interfaces com a fase de topo, o termo de pressão se reduz a $\check{P}\mathbf{n}$, o termo gravitacional simplifica para $(1/Fr)(\check{\mathbf{g}} \cdot \check{\mathbf{h}})\mathbf{n}$ e o termo relativo à tensão viscosa da fase de topo, $(\mu_t/\mu)\check{\gamma}_t \cdot \mathbf{n}$, é desprezível. Note que o termo $(\mu_t/\mu)\check{\gamma}_t \cdot \mathbf{n}$ não é desprezível em outros processos siderúrgicos, como o convertedor BOF (*Basic Oxygen Furnace*), nos quais um jato de gás é forçado violentamente contra a superfície do aço líquido, já que o tensor taxa de deformação adimensional da fase de topo, $\check{\gamma}_t$, é muito elevado nesse caso.

Em segundo lugar, exceto para escalas de tamanho muito pequenas, o número de Weber é geralmente muito maior que o número de Froude. Com base nas propriedades físicas

adotadas por NEVES (2012) e arbitrando-se $l_c = 0.02m$, a razão $We/Fr (= \rho l_c^2 g / \sigma)$ é $We/Fr \approx 17$ para o sistema aço-argônio e $We/Fr \approx 49$ para o sistema água-ar. Logo, o termo relativo à tensão interfacial, $(1/We)\check{\mathbf{n}}$, é negligenciável frente ao termo gravitacional, $(1/Fr)(\check{\mathbf{g}} \cdot \check{\mathbf{h}})\mathbf{n}$.

Desse modo, os grupos adimensionais ρ_t/ρ , μ_t/μ e We podem usualmente ser desprezados na análise dimensional de distribuidores com fase de topo gasosa. O escoamento da fase de topo gasosa também não influencia o escoamento do aço, ou do fluido de trabalho do modelo físico, através da condição de contorno na interface entre as fases. Portanto, as equações de conservação da fase de topo podem ser abandonadas durante a análise de similaridade. Essas simplificações são equivalentes às aplicadas para a condição de contorno nas interfaces de fase de topo líquida com sua fase gasosa superior.

Segundo SZEKELY e ILEGBUSI (1989), a desconsideração de efeitos de tensão interfacial na análise dimensional (ou seja, We) não compromete as modelagens de grandes ondas gravitacionais na interface com a fase de topo do distribuidor e da formação de vórtices. Essa observação concorda com análise acima, pois os fenômenos citados possuem escalas de tamanho relativamente grandes.

Em contrapartida, para fases de topo líquidas, a razão de densidades (ρ_t/ρ), a razão de viscosidades (μ_t/μ) e o número de Weber (We) precisariam ser considerados na análise de similaridade, pois interferem no fenômeno de emulsificação de escória (MAZUMDAR e EVANS, 2009; IRONS, SENGUTTUVAN e KRISHNAPISHARODY, 2015). Assim, idealmente, os materiais selecionados para o modelo físico devem possibilitar a obtenção dos mesmos valores de ρ_t/ρ , μ_t/μ e We que os associados ao distribuidor industrial, isto é:

$$\left(\frac{\rho_t}{\rho}\right)_m = \left(\frac{\rho_t}{\rho}\right)_r \quad (5.22)$$

$$\left(\frac{\mu_t}{\mu}\right)_m = \left(\frac{\mu_t}{\mu}\right)_r \quad (5.23)$$

$$We_m = We_r \quad (5.24)$$

Contudo, não é possível identificar materiais que satisfaçam essas igualdades simultaneamente. Mesmo considerando as igualdades individualmente, a tarefa de seleção não é simples. Dessa forma, os estudos analisando a presença da escória, realizados em modelos físicos, geralmente não atendem os critérios de similaridade e são apenas qualitativos.

Daqui em diante, será desconsiderada a presença de uma camada de escória sobrenadante no distribuidor e será assumido contato direto do aço (ou do fluido de trabalho do modelo físico) com algum gás inerte (ou com o ar atmosférico). Essa consideração é comumente usada na literatura para simplificar o problema, embora, muitas vezes, não represente a realidade. Como a hipótese feita é arbitrária, mesmo que as razões ρ_t/ρ e μ_t/μ sejam significativas para algum fluido de trabalho, as suas desconsiderações na análise dimensional não introduzem erros adicionais no modelamento.

Para fases de topo gasosas, o perfil de velocidades do fluido em um distribuidor de determinada geometria operando em condição isotérmica é controlado pelos números de Reynolds e de Froude. Portanto, o modelo físico do distribuidor deve idealmente operar com os mesmos números de Reynolds e de Froude que o distribuidor industrial, ou seja:

$$Re_m = Re_r \quad (5.25)$$

$$Fr_m = Fr_r \quad (5.26)$$

Com base nas igualdades anteriores, as seguintes relações entre as vazões volumétricas do modelo físico e do distribuidor real são obtidas:

$$\left(\frac{Q_m}{Q_r}\right)_{Re} = \frac{(v_c l_c^2)_m}{(v_c l_c^2)_r} = \frac{v_m}{v_r} \lambda \quad (5.27)$$

$$\left(\frac{Q_m}{Q_r}\right)_{Fr} = \frac{(v_c l_c^2)_m}{(v_c l_c^2)_r} = \lambda^{5/2} \quad (5.28)$$

Em que os subscritos Re e Fr denotam as considerações de igualdade dos números de Reynolds e de Froude, respectivamente, Q é a vazão volumétrica do fluido (m^3/s) e v é a viscosidade cinemática do fluido (m^2/s), $v = \mu/\rho$.

As igualdades dos números de Reynolds e Froude podem ser atendidas simultaneamente por meio da escolha do fluido de trabalho e do fator de escala do modelo físico de modo que:

$$\frac{v_m}{v_r} = \lambda^{3/2} \quad (5.29)$$

Para fins práticos, a relação anterior é um tanto quanto restritiva. No entanto, em condições específicas, é possível realizar duas simplificações na análise de similaridade:

- Para altos números de Reynolds ($1/Re \rightarrow 0$), o número de Reynolds desaparece das equações de conservação ($\frac{1}{Re} \nabla^2 \check{v} \rightarrow \mathbf{0}$) e de suas condições de contorno ($\frac{1}{Re} \check{\mathbf{y}} \cdot \mathbf{n} \rightarrow \mathbf{0}$);
- Caso a interface com a fase de topo seja completamente plana, o número de Froude desaparece da condição de contorno da interface, $\frac{1}{Fr} (\check{\mathbf{g}} \cdot \check{\mathbf{h}}) \mathbf{n} = \mathbf{0}$. Note que, nesse caso, pode-se escolher o vetor posição de referência, \mathbf{r}_{ref} , sob a interface de modo que os vetores $\check{\mathbf{g}}$ e $\check{\mathbf{h}}$ sejam perpendiculares em toda a interface. Matematicamente, $(\check{\mathbf{g}} \cdot \check{\mathbf{h}}) = \frac{1}{g} \mathbf{g} \cdot \frac{1}{l_c} \mathbf{h} = \frac{1}{l_c g} \mathbf{g} \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}_{ref}) = 0$.

Assim, caso se possa assumir que o número de Reynolds é muito alto, o dimensionamento de um modelo físico isotérmico capaz de simular os regimes transientes do lingotamento contínuo deve ser feito obrigatoriamente pela igualdade do número de Froude. Particularmente, a satisfação dessa igualdade garante que a forma da interface fluido de trabalho-fase de topo seja prevista corretamente pelo modelo físico. Exemplos de aplicação são o estudo de trocas de panela em que mudanças da vazão de aço podem provocar ondas superficiais e o abaixamento significativo do nível de aço pode levar à formação de vórtices.

Todavia, é necessária atenção com a validade da hipótese feita. De acordo com SZEKELY e ILEGBUSI (1989), em determinados casos, variações pequenas no número de Reynolds (da ordem de 10%) podem afetar fortemente o escoamento no distribuidor. Por meio de uma análise das curvas DTR obtidas por SAHAI e EMI (1996a) em modelos físicos de um distribuidor de um veio, o presente trabalho propôs um critério para avaliar se o número de Reynolds do modelo físico pode ser considerado suficientemente alto. Essa hipótese é

razoável para $Re_{D_h} \geq 6,3 \times 10^2$, mas é péssima quando $Re_{D_h} = 3,9 \times 10^2$. Nessas expressões, Re_{D_h} é o número de Reynolds baseado no diâmetro hidráulico equivalente, D_h (m), da seção transversal do distribuidor (SESHADRI *et al.*, 2010):

$$Re_{D_h} = \frac{D_h Q}{A_{tr} \nu} = \frac{4Q}{P_M \nu} \quad (5.30)$$

$$D_h = 4 \frac{A_{tr}}{P_M} \quad (5.31)$$

Em que Q é a vazão volumétrica de fluido (m^3/s), A_{tr} é a área da seção transversal de fluido no distribuidor (m^2), ν viscosidade cinemática do fluido (m^2/s) e P_M é o perímetro da seção transversal do distribuidor molhado por fluido e em contato com as paredes do distribuidor (m). Nos cálculos, foi assumido que os modelos físicos de SAHAI e EMI (196a) foram operados com água a $20^\circ C$ e 1atm de modo que $\nu = 1,00 \times 10^{-6} m^2/s$ (BIRD, STEWART e LIGHTFOOT, 2001).

Por outro lado, se a interface com a fase de topo for essencialmente plana, como no regime estacionário do lingotamento contínuo, o modelo físico deve operar idealmente com base na igualdade do número de Reynolds. Um caso particular de interface plana é a prática sugerida por SZEKELY e ILEGBUSI (1989) de tampar a superfície livre do modelo físico (fase de topo sólida) como uma forma de simular o efeito do pó de cobertura do distribuidor. Nesse caso, a condição de não escorregamento seria adotada na tampa do modelo físico de forma similar às paredes do distribuidor. Essa prática não altera o critério de similaridade a ser usado (igualdade do número de Reynolds) e possibilita o uso de fluidos de trabalho no estado gasoso, o que é impossível em modelos físicos sem tampa.

Por fim, se ambas as condições forem atendidas, nenhum número adimensional precisa ser considerado no dimensionamento do modelo físico. Portanto, este pode operar com qualquer vazão ou fluido de trabalho e apenas a similaridade geométrica precisa ser considerada a fim de se alcançar a similaridade entre os sistemas. Conclusão similar foi obtida por SAHAI e EMI (1996a) e contraria a ideia comum na literatura de que o escoamento no distribuidor é controlado pelo número de Froude.

Quando nenhum número adimensional precisa ser usado no dimensionamento do modelo físico, a velocidade característica, v_c (m/s), e o tempo característico, t_c (s), do modelo físico são relacionados com aqueles do distribuidor industrial por:

$$(v_c)_m = \frac{Q_m}{Q_r} \lambda^{-2} (v_c)_r \quad (5.32)$$

$$(t_c)_m = \frac{Q_r}{Q_m} \lambda^3 (t_c)_r \quad (5.33)$$

MAZUMDAR e GUTHRIE (1999) criticaram a ideia de que um modelo físico de distribuidor poderia operar com qualquer vazão, pois observaram que a igualdade entre as vazões de entrada e de saída é mantida pelo nível de fluido no distribuidor. Essa afirmação é apoiada pelo princípio de Bernoulli (SESHADRI *et al.*, 2010), segundo o qual $v_c \propto \sqrt{L_c}$. Isso sugere que um modelo físico geometricamente similar, deve operar sob a igualdade do número de Froude, para o qual também $v_c \propto \sqrt{L_c}$.

No entanto, a argumentação anterior desconsidera a potencial flexibilidade advinda do uso de bombas, medidores de nível e válvulas controladoras de fluxo automatizadas e não deve ser encarada de forma muito restritiva. Em vez disso, deve-se considerar que há uma janela de operação para o modelo físico que contém a igualdade do número de Froude como uma de suas condições plausíveis.

Na realidade, o uso da igualdade do número de Froude é conveniente sobre a igualdade do número de Reynolds, pois permite trabalhar com vazões menores e, conseqüentemente, com instalações menores e mais baratas. No entanto, no caso de distribuidor operando em regime estacionário, é possível trabalhar com vazões ainda menores que a prevista pela igualdade do número de Froude, desde que o número de Reynolds se mantenha suficientemente alto ($Re_{D_h} \geq 6,3 \times 10^2$).

Vale ressaltar que a diferenciação feita entre as diferentes simplificações possíveis em função das condições operacionais do modelo físico não foi identificada na literatura. De fato, esse tipo de informação apenas pode ser obtido através de deduções rigorosas, como a adotada no presente trabalho.

Um ponto de ressalva é que o perfil de escoamento só será similar na região próxima às paredes se a igualdade do número de Reynolds for atendida. Isso porque nas paredes a velocidade é nula ($\vec{v} = \mathbf{0}$). Assim, devido à continuidade do campo de velocidade, próximo às paredes as velocidades são significativamente mais baixas do que a velocidade característica do sistema v_c ($\vec{v} \ll 1$). Consequentemente, nas regiões próximas às paredes, as tensões viscosas ($-\frac{1}{Re}\check{\gamma}$, sendo $\check{\gamma} = \check{\nabla}\vec{v} + \check{\nabla}\vec{v}^t$) são comparáveis às tensões de inércia ($\vec{v}\vec{v}$) mesmo para altos números de Reynolds ($Re \gg 1$). Portanto, o número de Reynolds precisa ser considerado na similaridade das regiões próximas às paredes, pois esse parâmetro permanece nas equações de Navier-Stokes. Essa ressalva é especialmente importante para o estudo das perdas de carga através dos controladores de fluxo do distribuidor (válvulas ou tampões). Nesse caso, também é necessário considerar a rugosidade das paredes na similaridade geométrica.

A seguir, será discutida a similaridade do distribuidor em regime não isotérmico. A abordagem empregada se baseia nos livros de BIRD, STEWART e LIGHTFOOT (2001), SAHAI e EMI (2007) e MAZUMDAR e EVANS (2009). Apenas o caso simplificado de fase de topo gasosa será considerado.

5.1.3 Equacionamento para condição não isotérmica

Para a identificação dos grupos adimensionais que controlam o escoamento do distribuidor em regime não isotérmico, é conveniente adotar a aproximação de Boussinesq. Nessa abordagem, a densidade do fluido é tratada como constante e igual a ρ_c (kg/m³) em todas as equações de conservação, com uma exceção. No termo gravitacional (ρg) da equação de quantidade de movimento, a densidade é aproximada por:

$$\rho \approx \rho_c - \rho_c \beta_c (T - T_c) \quad (5.34)$$

Em que ρ_c é a densidade do fluido (kg/m³) avaliada em uma temperatura T_c (K) característica do sistema, β é o coeficiente de expansão térmica do fluido (1/K) definida por:

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \quad (5.35)$$

β_c é o coeficiente de expansão térmica do fluido (1/K) estimado em T_c e T é a temperatura local do fluido (K).

É assumido também comportamento newtoniano dos fluidos, propriedades físicas constantes, a menos da densidade que é tratada pela aproximação de Boussinesq, e que os efeitos de dissipação viscosa na equação de conservação de energia são desprezíveis. Com essas considerações, as equações de conservação de massa (continuidade), de quantidade de movimento (Navier-Stokes) e de energia do aço, ou do fluido de trabalho do modelo físico, se tornam:

$$(\nabla \cdot \mathbf{v}) = 0 \quad (5.36)$$

$$\frac{\partial \rho_c \mathbf{v}}{\partial t} + (\nabla \cdot \rho_c \mathbf{v} \mathbf{v}) = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{v} + \rho_c \mathbf{g} - \rho_c \beta_c (T - T_c) \mathbf{g} \quad (5.37)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\nabla \cdot \mathbf{v} T) = \frac{\Lambda}{\rho_c C_p} \nabla^2 T \quad (5.38)$$

Em que Λ é a condutividade térmica do fluido ($\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$) e C_p é o calor específico do fluido à pressão constante ($\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$), que são considerados constantes nesta equação.

O sistema de equações anterior pode, em princípio, ser resolvido com as mesmas condições de contorno para p e \mathbf{v} descritas na seção 5.1.1. Já para a equação de conservação de energia (T), as condições de contorno indicadas a seguir podem ser usadas (novamente, \mathbf{n} é o vetor unitário normal às superfícies apontando para fora do aço ou do fluido de trabalho do modelo físico):

- Entradas: campo de temperatura prescrito em função da posição e do tempo, T ;
- Interfaces com paredes: prescrição do fluxo local de calor que deixa o distribuidor, $\mathbf{q} \cdot \mathbf{n}$, sendo \mathbf{q} o vetor fluxo de calor (W/m^2), $\mathbf{q} = -\Lambda \nabla T$;
- Interface com fase de topo: prescrição do fluxo local de calor que deixa o distribuidor, $\mathbf{q} \cdot \mathbf{n}$;
- Saídas: gradiente de temperatura normal às saídas nulo, $\nabla T \cdot \mathbf{n} = 0$.

O sistema de equações para escoamento não isotérmico pode ser colocado na forma adimensional através de procedimento similar ao empregado anteriormente para escoamento isotérmico (seção 5.1.1). A única modificação necessária é a redefinição das grandezas adimensionais em termos de ρ_c em vez de ρ . O resultado é:

$$(\vec{\nabla} \cdot \vec{v}) = 0 \quad (5.39)$$

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial \tilde{t}} + (\vec{\nabla} \cdot \vec{v}\vec{v}) = -\vec{\nabla}\tilde{p} + \frac{1}{Re} \vec{\nabla}^2 \vec{v} - Ri \tilde{T} \check{\mathbf{g}} \quad (5.40)$$

$$\frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{t}} + (\vec{\nabla} \cdot \vec{v}\tilde{T}) = \frac{1}{Re Pr} \vec{\nabla}^2 \tilde{T} \quad (5.41)$$

Em que Ri é o número de Richardson, \tilde{T} é a temperatura adimensional e Pr é o número de Prandtl, que são definidos por:

$$Ri = \frac{gl_c}{v_c^2} \beta_c \Delta T_c = \frac{1}{Fr} \beta_c \Delta T_c \quad (5.42)$$

$$\tilde{T} = \frac{T - T_c}{\Delta T_c} \quad (5.43)$$

$$Pr = \frac{C_p \mu}{\lambda} \quad (5.44)$$

O termo ΔT_c indica uma diferença de temperatura característica do sistema (K). Exemplos de ΔT_c são a diferença média da temperatura do material que entra no distribuidor e o deixa durante o regime estacionário do lingotamento e, em uma troca de panela, a diferença entre a temperatura do fluido presente nas panelas nova e antiga. O sinal de ΔT_c é indiferente, embora possa ser conveniente trabalhar com seu valor absoluto de forma a Ri ser positivo.

A aplicação do mesmo procedimento às condições de contorno as leva à sua forma adimensional:

- Entradas: campo de temperatura adimensional prescrito em função da posição adimensional e do tempo adimensional, \tilde{T} ;
- Interfaces com paredes: prescrição do fluxo local de calor adimensional que deixa o distribuidor, $\check{\mathbf{q}} \cdot \mathbf{n}$, sendo $\check{\mathbf{q}} \cdot \mathbf{n} = (\mathbf{q} \cdot \mathbf{n}) / (\rho_c v_c C_p \Delta T_c)$;
- Interface com fase de topo: prescrição do fluxo local de calor adimensional que deixa o distribuidor, $\check{\mathbf{q}} \cdot \mathbf{n}$;
- Saídas: gradiente de temperatura adimensional normal às saídas nulo, $\vec{\nabla}\tilde{T} \cdot \mathbf{n} = 0$.

Em sistemas não isotérmicos, a similaridade entre o distribuidor real e o modelo físico exige, idealmente, a igualdade dos grupos adimensionais Re , Fr , Ri e Pr . Essas condições são atendidas se as relações abaixo forem satisfeitas simultaneamente:

$$v_m = \lambda^{3/2} v_r \quad (5.45)$$

$$(\beta_c \Delta T_c)_m = (\beta_c \Delta T_c)_r \quad (5.46)$$

$$\left(\frac{\Lambda}{\rho_c C_p} \right)_m = \lambda^{3/2} \left(\frac{\Lambda}{\rho_c C_p} \right)_r \quad (5.47)$$

No entanto, as equações (5.45) e (5.47) tornam a seleção do fluido de trabalho extremamente restritiva, se não impossível, e fixa as dimensões do modelo físico. Já a equação (5.46) é plausível, se as expansividades térmicas do aço e do fluido de trabalho não forem muito discrepantes.

Idealmente, também é necessário operar o modelo físico com a mesma condição adimensional de extração de calor $(\mathbf{q} \cdot \mathbf{n})$ que o distribuidor real, o que requer a satisfação da seguinte igualdade:

$$(\mathbf{q} \cdot \mathbf{n})_m = \frac{(\rho_c v_c C_p \Delta T_c)_m}{(\rho_c v_c C_p \Delta T_c)_r} (\mathbf{q} \cdot \mathbf{n})_r \quad (5.48)$$

Caso as igualdades dos grupos adimensionais Fr e Ri sejam satisfeitas, a relação anterior pode ser reescrita convenientemente em função somente de propriedades físicas e do fator de escala:

$$(\mathbf{q} \cdot \mathbf{n})_m = \lambda^{1/2} \frac{(\rho_c C_p / \beta_c)_m}{(\rho_c C_p / \beta_c)_r} (\mathbf{q} \cdot \mathbf{n})_r \quad (5.49)$$

Considerando as propriedades físicas usadas por MAZUMDAR e EVANS (2009) para o aço (1853K) e a água (333K), as equações (5.46) e (5.49) se tornam:

$$(\Delta T_c)_m \approx 0,30 \cdot (\Delta T_c)_r \quad (5.50)$$

$$(\mathbf{q} \cdot \mathbf{n})_m \approx 0,23 \cdot \lambda^{1/2} \cdot (\mathbf{q} \cdot \mathbf{n})_r \quad (5.51)$$

É interessante comparar as equações acima com aquelas obtidas na literatura para a similaridade térmica de modelos físicos de distribuidores que usam água como fluido de trabalho.

WOLLMANN (1999) e MACHADO (2014) utilizaram a equação $(\Delta T_c)_m \approx 1,3 \cdot (\Delta T_c)_r$ que, segundo os autores, foi deduzida por LOWRY e SAHAI (1993). Por meio da equação (5.46), WANG, DAI e ZHOU LI (1997) determinaram que $(\Delta T_c)_m \approx 0,32 \cdot (\Delta T_c)_r$ enquanto CHATTOPADHYAY (2011) encontrou $(\Delta T_c)_m \approx 0,43 \cdot (\Delta T_c)_r$. A partir de uma metodologia similar à adotada nessa seção, MAZUMDAR e EVANS (2009) obtiveram que $(\mathbf{q} \cdot \mathbf{n})_m \approx 2,5 \cdot \lambda^{-1/2} \cdot (\mathbf{q} \cdot \mathbf{n})_r$. De fato, MAZUMDAR e EVANS (2009) cometeram um erro de manipulação em sua dedução.

A comparação feita indica que os resultados advindos da equação (5.46) são sensíveis aos valores empregados das propriedades físicas. Portanto, é necessário se atentar à confiabilidade dos dados usados, bem como à temperatura a que se referem. A figura 5.1 apresenta o valor do coeficiente da equação (5.46), $(\Delta T_c)_m / (\Delta T_c)_r$, em função da temperatura da água para modelo físico que usa água (1atm) como fluido de trabalho.

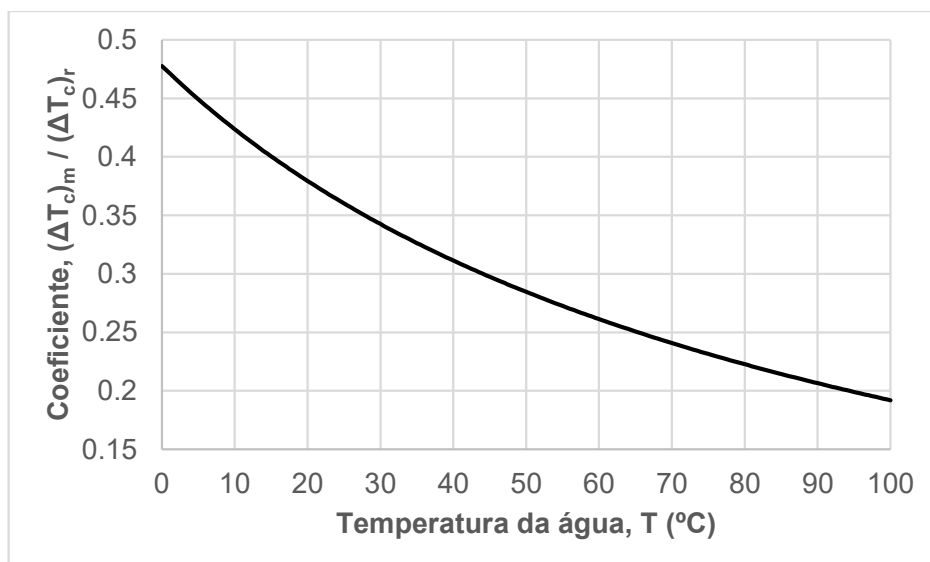


Figura 5.1: Variação do coeficiente da equação (5.46) com a temperatura da água para modelo físico de distribuidor de lingotamento contínuo operado a água (1atm). Dados de ASSAEL *et al.* (2006) e GREEN e PERRY (2007), sendo considerado aço a 1560°C.

Por outro lado, o coeficiente $(\Delta T_c)_m/(\Delta T_c)_r$ é muito pouco sensível a variações de temperatura do aço. Quando a temperatura do aço é perturbada em $\pm 20^\circ\text{C}$ (em relação a 1560°C), o coeficiente $(\Delta T_c)_m/(\Delta T_c)_r$ é modificado em menos de 0,3%.

Além disso, a comparação mostra que as equações (5.50) e (5.51) são consideravelmente menos exigentes do ponto de vista experimental do que aquelas usadas por WOLLMANN (1999), MAZUMDAR e EVANS (2009) e MACHADO (2014). Essa constatação sugere que erros teóricos podem ter desencorajado autores de simular a transferência de calor em seus modelos físicos.

Em princípio, é possível conceber uma montagem experimental que atenda à similaridade dos fluxos de calor nas paredes e na superfície do modelo físico – equação (5.49). Para tanto, é necessário escolher materiais com propriedades físicas apropriadas para as paredes do modelo físico e para uma tampa que cubra a superfície do fluido de trabalho. Também é requerido o uso de algum meio externo que favoreça a extração de calor, isto é, de trocadores de calor ou aletas. Todavia, esse tipo de montagem aumenta o custo do modelo físico e elimina sua transparência, o que impede a fácil visualização do escoamento em seu interior.

Com base no exposto nessa seção, fica clara a enorme dificuldade da obtenção de similaridade completa entre o modelo físico e o distribuidor industrial em condições não isotérmicas. Entretanto, é possível o emprego de abordagens aproximadas. A seguir, serão descritas duas dessas abordagens.

5.1.4 Análise simplificada para condição não isotérmica

A primeira, e talvez mais óbvia, aproximação ocorre para números de Richardson (Ri) pequenos, em valor absoluto. Nesse caso ($Ri \rightarrow 0$), o termo relativo à convecção natural ($-Ri \vec{T} \vec{g}$) desaparece das equações de Navier-Stokes e o problema pode ser tratado como isotérmico. De fato, essa aproximação foi adotada implicitamente nas seções 5.1.1 e 5.1.2, pois o distribuidor de lingotamento contínuo opera sempre em condições não isotérmicas devido às perdas térmicas para o ambiente.

A segunda aproximação despreza as características do escoamento próximo à parede, considera escoamento adiabático ($\vec{q} \cdot \mathbf{n} = 0$) e números de Reynolds suficientemente altos

($Re \rightarrow \infty$). A última premissa faz com que as equações de conservação se tornem independentes dos números de Reynolds e Prandtl, que aparecem nos termos $\frac{1}{Re} \nabla^2 \tilde{v}$ e $\frac{1}{Re Pr} \nabla^2 \tilde{T}$. Nesse caso, apenas os números de Froude e de Richardson precisam ser considerados na análise, o que requer a satisfação das igualdades: $Q_m = \lambda^{5/2} Q_r$ e $(\beta_c \Delta T_c)_m = (\beta_c \Delta T_c)_r$ – equações (5.28) e (5.46). As simplificações feitas possivelmente são muito severas, o que torna a modelagem apenas qualitativa. No entanto, os resultados obtidos ainda são valiosos tanto para a validação de modelos matemáticos quanto para o melhor entendimento das etapas transientes do lingotamento contínuo.

5.1.5 Considerações práticas acerca do projeto de modelos físicos de distribuidor: escolha de critérios de similaridade, fluido de trabalho e fator de escala

Um modelo físico multipropósito capaz de executar diferentes tipos de ensaio deve ser construído de forma a satisfazer, no mínimo, a igualdade do número de Froude. Na prática, isso implica em usar as equações (5.28): $Q_m = \lambda^{5/2} Q_r$. Dessa forma, ensaios em regimes estacionário e transientes podem ser executados, bem como em condições isotérmicas ou não isotérmicas. No último caso, é necessário também o atendimento da igualdade do número de Richardson por meio da equação (5.46): $(\beta_c \Delta T_c)_m = (\beta_c \Delta T_c)_r$.

A satisfação adicional da igualdade do número de Reynolds é interessante para assegurar a similaridade do perfil de escoamento isotérmico entre o modelo físico e o distribuidor real. Essa similaridade pode ser alcançada através da seleção do fator de escala e do fluido de trabalho de forma a atender a equação (5.45): $\lambda = (v_m/v_r)^{2/3}$. A tabela V.1 apresenta fatores de escala a serem usados para diferentes fluidos de trabalho de modo a garantir o atendimento da equação (5.45).

Importante mencionar que as propriedades físicas do aço líquido são dependentes de sua composição química, temperatura e pressão. Na tabela V.1, o aço líquido existente no distribuidor foi considerado como ferro líquido puro a 1560°C e 1atm. Por um lado, o efeito da composição química do aço sobre sua viscosidade dinâmica ainda não foi determinado com precisão (MILLS *et al.*, 2016). Por outro, existem dados de referência confiáveis para a densidade e a viscosidade dinâmica do ferro puro (ASSAEL *et al.*, 2006). Espera-se que o valor de viscosidade cinemática adotado seja uma boa aproximação para aços com baixos teores de elementos de liga e contaminantes. No entanto, a aproximação é ruim, por

exemplo, para aços com alto teor carbono, sobretudo devido à menor temperatura *liquidus* desse tipo de aço (SESHADRI *et al.*, 2010).

Tabela V.1: Fatores de escala a serem usados em modelos físicos de distribuidor de lingotamento contínuo de aço para obter as igualdades dos números de Reynolds e de Froude. Com exceção do ar atmosférico, todos os fluidos estão no estado líquido. A fonte citada se refere aos dados de viscosidade cinemática dos fluidos, ν , avaliada a pressão p e temperatura T .

Nome	T (°C)	p (atm)	ν (m ² /s)	λ	Fonte
Ferro	1560	1	$8,00 \times 10^{-7}$	1,00	a
Acetona	20	1	$4,07 \times 10^{-7}$	0,64	b
Água	20	1	$1,00 \times 10^{-6}$	1,16	c
Alumínio	680	1	$5,44 \times 10^{-7}$	0,77	a
Ar atmosférico	20	1	$1,51 \times 10^{-5}$	7,07	d
Benzeno	20	1	$7,39 \times 10^{-7}$	0,95	c
Bismuto	316	1	$1,62 \times 10^{-7}$	0,34	e
Chumbo	371	1	$2,28 \times 10^{-7}$	0,43	e
Dióxido de carbono	20	56,7	$9,29 \times 10^{-8}$	0,24	b
Etano	20	37,2	$1,22 \times 10^{-7}$	0,28	b
Etanol	20	1	$1,50 \times 10^{-6}$	1,52	b
Gasolina	20	1	$4,29 \times 10^{-7}$	0,66	c
Glicerina	20	1	$1,18 \times 10^{-3}$	129,71	c
Metal de Wood	100	0,037	$2,90 \times 10^{-5}$	10,95	f
Mercúrio	27	1	$1,13 \times 10^{-7}$	0,27	e
Pentano	20	1	$3,71 \times 10^{-7}$	0,60	b
Querosene	20	1	$2,39 \times 10^{-6}$	2,07	c
Tetracloro de carbono	20	1	$6,08 \times 10^{-7}$	0,83	c

^a ASSAEL *et al.* (2006); ^b GREEN e PERRY (2007); ^c WHITE (2015); ^d BIRD, STEWART e LIGHTFOOT (2001); ^e BERGMAN *et al.* (2011); ^f KUHN, HUGHES e GAYLORD (1962).

Por questões de custo, o fator de escala escolhido deve ser próximo ou menor que um. Essa exigência impossibilita o emprego de fluidos com viscosidade cinemática significativamente maior que a do aço. Considerações de segurança desencorajam o uso de materiais tóxicos ou inflamáveis, sobretudo se forem voláteis. Restrições ambientais dificultam o descarte de fluidos como metais pesados e agentes destruidores da camada de ozônio. A necessidade do emprego de altas temperaturas e a opacidade são empecilhos adicionais ao emprego de metais líquidos.

Tendo em vista o exposto, dois candidatos a fluido de trabalho despontam: a água e o dióxido de carbono líquido. Embora o CO_2 seja um gás associado ao efeito estufa, ele é produzido como coproduto de outros processos industriais (PRAXAIR, 2006). Portanto, seu descarte não acarreta danos ambientais adicionais àqueles que seriam gerados se o CO_2 não tivesse sido processado como coproduto. Não obstante, o elevado nível de pressão requerido para se manter o CO_2 líquido representa um fator de risco à segurança dos operadores do modelo físico.

A água (20°C e 1atm) apresenta como vantagens o baixo custo, ampla disponibilidade e a possibilidade do emprego de materiais comuns, como o acrílico, na construção do modelo físico (MAZUMDAR e EVANS, 2009). No entanto, a necessidade do uso de um fator de escala relativamente alto, $\lambda \approx 1,16$, leva à utilização de grandes instalações e elevados consumos de água.

Cabe mencionar que o fator de escala do modelo físico (λ) calculado pela equação (5.45) é fortemente dependente da temperatura da água a pressão ambiente (figura 5.2). Por exemplo, $\lambda \approx 0,80$ para a água a 50°C e 1atm. Como consequência, a utilização da água como fluido de trabalho pode ser pouco justificada caso a sua temperatura sofra variações significativas entre os diferentes ensaios realizados.

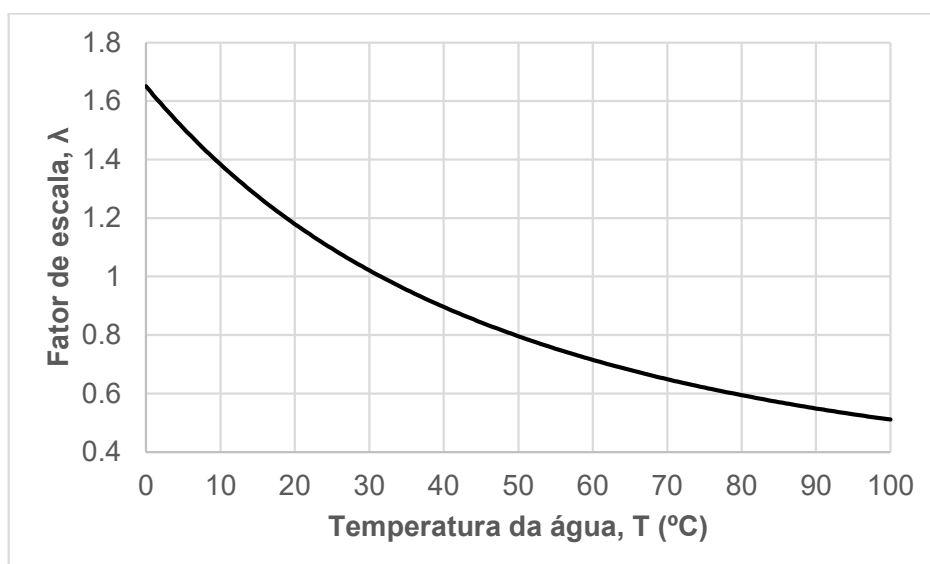


Figura 5.2: Fator de escala a ser usado em modelo físico de distribuidor de lingotamento contínuo operado usando água (1atm) para obter as igualdades dos números de Reynolds

e de Froude. Dados de ASSAEL *et al.* (2006) e GREEN e PERRY (2007), sendo considerado aço a 1560°C.

O dióxido de carbono líquido (20°C e 56,7atm), por sua vez, permite trabalhar com instalações e vazões menores, pois nesse caso $\lambda \approx 0,24$. Contudo, o dióxido de carbono líquido é mais caro, requer a disponibilidade de fornecedores e obriga o modelo físico a trabalhar em condições de alta pressão e temperatura controlada, o que eleva consideravelmente o custo de construção do modelo físico.

No caso de ensaios não isotérmicos, o uso da água é preferível sobre o dióxido de carbono líquido. Dados de ASSAEL *et al.* (2006) e GREEN e PERRY (2007) mostram que a similaridade de Richardson para a água (20°C e 1atm) requer $(\Delta T_c)_m \approx 0,38(\Delta T_c)_r$ enquanto que para o dióxido de carbono líquido (20°C e 56,7atm) exige $(\Delta T_c)_m \approx 0,0098(\Delta T_c)_r$. Em ambos os casos, o aço foi considerado como ferro líquido a 1560°C.

Vale mencionar que a pressão mínima necessária para manter o estado líquido do dióxido de carbono pode ser reduzida com o abaixamento da temperatura, muito embora esse procedimento aumente o fator de escala calculado para o modelo físico (figura 5.3). Por exemplo, reduzindo a temperatura para 0°C, a pressão cai para 34,4atm e o fator de escala passa a $\lambda \approx 0,27$.

A água também é a melhor opção a ser usada em modelos em escala reduzida, se os números de Reynolds do distribuidor real e do modelo físico forem suficientemente altos (seção 5.1.2). Entretanto, o fator de escala escolhido não pode ser muito pequeno, pois modelos físicos diminutos estão sujeitos a erros experimentais significativos relacionados aos controles geométrico, de parâmetros operacionais e de sondas de medição. Além disso, modelos muito pequenos normalmente possuem números de Reynolds muito menores que o equipamento real. Considerando modelos físicos dimensionados segundo a igualdade do número de Froude, tem-se:

$$\frac{Re_m}{Re_r} = \frac{v_r}{v_m} \lambda^{3/2} \quad (5.52)$$

Para modelos físicos em escala real ($\lambda = 1$) usando água como fluido de trabalho (20°C e 1atm), a concordância dos números de Reynolds é relativamente boa, $Re_m \approx 0,8 Re_r$, daí vem a proposta de que a água é um fluido apropriado para simular o aço líquido. Já para

um fator de escala $\lambda = 1/20$, a utilização da água como fluido de trabalho se torna injustificada, pois $Re_m \approx 0,009 Re_r$ nesse caso.

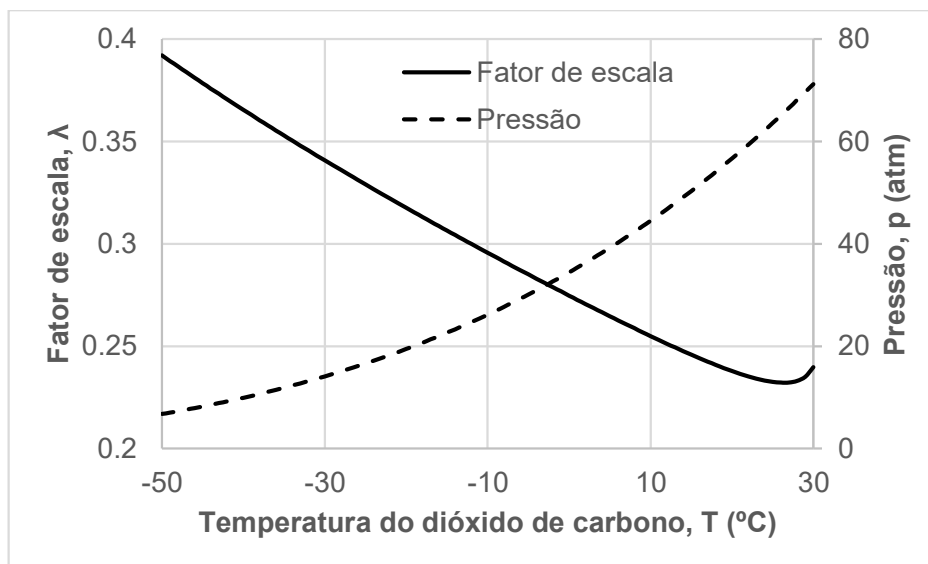


Figura 5.3: Fator de escala e pressão mínima a serem usados em modelo físico de distribuidor de lingotamento contínuo operado a dióxido de carbono líquido para obter as igualdades dos números de Reynolds e de Froude. Dados de ASSAEL *et al.* (2006) e GREEN e PERRY (2007), sendo considerado aço a 1560°C.

A seguir, serão discutidos aspectos teóricos do modelamento da flotação de Inclusões não metálicas em modelos físicos de distribuidores. Primeiramente, será tratado o caso em que o fenômeno de agregação de inclusões não é simulado.

5.1.6 Modelamento do comportamento de inclusões não metálicas sem agregação

O procedimento de obtenção dos critérios de similaridade para a simulação de inclusões não metálicas esféricas em modelos físicos de distribuidor foi descrita em detalhes por BRAGA e TAVARES (2018b)⁵. No trabalho, que desconsidera o fenômeno de agregação de inclusões, foram discutidos a validade dos critérios, simplificações possíveis e aspectos práticos. Nele também são fornecidos exemplos numéricos.

⁵ A integra de BRAGA e TAVARES (2018b) pode ser acessada gratuitamente em: <https://rdcu.be/2QCL>.

Nessa seção, será apresentado um resumo de BRAGA e TAVARES (2018b) e serão discutidos seus principais resultados. No entanto, os resultados aqui mostrados foram recalculados para condições ligeiramente diferentes daquelas de BRAGA e TAVARES (2018b). Essa alteração foi feita para se ter maior consistência com a seção 5.1.5.

De uma forma geral, a fração volumétrica de inclusões no banho metálico é muito baixa (da ordem de 10^{-3} a 10^{-4}) de modo que suas presenças ou movimentos não afetam significativamente o escoamento da mistura aço líquido-inclusões. Conseqüentemente, a mistura aço líquido-inclusões se comporta macroscopicamente com se não houvesse inclusões.

A baixa fração volumétrica de inclusões no distribuidor também faz com que o movimento de uma inclusão não interfira significativamente no movimento das outras, já que a distância média entre as inclusões é grande.

Adicionalmente, as inclusões não metálicas, por serem muito pequenas, frequentemente apresentam tempos de resposta curtos em relação às variações locais do perfil de velocidades do aço líquido. Assim, para fins práticos, a inclusão pode ser considerada em equilíbrio local de forças com o meio. Maneiras de aferir essa hipótese são descritas por BRAGA e TAVARES (2018b).

Assumindo o equilíbrio local de forças entre a inclusão e o meio e a validade do regime de Stokes, a velocidade relativa entre a inclusão e o aço líquido é dada por:

$$\mathbf{v}_p - \mathbf{v} = \frac{1}{18\nu} d_p^2 \left[-\mathbf{g} \left(1 - \frac{\rho_p}{\rho} \right) + \frac{3}{2} \frac{D\mathbf{v}}{Dt} \right] \quad (5.53)$$

Em que \mathbf{v}_p é o vetor velocidade da inclusão (m/s), \mathbf{v} é o vetor velocidade do aço (m/s), ν é a viscosidade cinemática do aço (m^2/s), d_p é o diâmetro da inclusão (m), \mathbf{g} é o vetor aceleração da gravidade (m/s^2), ρ_p é a densidade da inclusão (kg/m^3), ρ é a densidade do aço (kg/m^3) e D/Dt é a derivada no tempo seguindo um elemento de volume do aço (1/s). Matematicamente, $D/Dt = \partial/\partial t + (\mathbf{v} \cdot \nabla)$. Uma discussão crítica da validade do regime de Stokes é apresentada em BRAGA e TAVARES (2018b).

Em sua forma adimensional, equação (5.53) se torna:

$$\check{v}_p - \check{v} = \frac{1}{v_c} \frac{1}{18v} d_p^2 \left[-\mathbf{g} \left(1 - \frac{\rho_p}{\rho} \right) + \frac{3}{2} \frac{D\check{v}}{D\check{t}} \frac{v_c}{l_c/v_c} \right] \quad (5.54)$$

Em que \check{v}_p é o vetor velocidade adimensional da inclusão, $\check{v}_p = (1/v_c)\mathbf{v}_p$, v_c é uma velocidade característica do sistema (m/s), \check{v} é o vetor velocidade adimensional do aço, $\check{v} = (1/v_c)\mathbf{v}$, $D/D\check{t}$ é a derivada no tempo adimensional seguindo um elemento de volume do aço e l_c é um comprimento característico do sistema (m).

Com base no requisito de que:

$$(\check{v}_p)_m = (\check{v}_p)_r \quad (5.55)$$

Em que m designa o modelo físico e r diz respeito ao distribuidor industrial.

Assumindo a igualdade do número de Froude entre o modelo físico e o distribuidor real (seções 3.1.1 e 5.1.1 a 5.1.5), os seguintes critérios de similaridade são deduzidos:

$$(\check{v})_m = (\check{v})_r \quad (5.56)$$

$$(d_p)_m = \lambda^{1/4} \sqrt{\frac{v_m}{v_r}} (d_p)_r \quad (5.57)$$

$$\left(\frac{\rho_p}{\rho} \right)_m = \left(\frac{\rho_p}{\rho} \right)_r \quad (5.58)$$

A equação (5.56) estipula que é necessário se alcançar a similaridade do escoamento entre o modelo físico e o distribuidor industrial (seções 5.1.1 a 5.1.5). Já a equação (5.57) define o tamanho das partículas simuladoras de inclusão usadas no modelo físico (figura 5.4) enquanto a equação (5.58) determina sua densidade (figura 5.5). Do ponto de vista prático, as últimas duas equações são um tanto quanto restritivas. Todavia, é possível seu atendimento simultâneo, por exemplo, trabalhando com microesferas ocas de vidro no modelo físico.

As equações (5.57) e (5.58) necessitam ser satisfeitas simultaneamente quando tanto efeitos devido ao empuxo, $-\mathbf{g}(1 - \rho_p/\rho)$, quanto efeitos devido à aceleração do fluido, $1,5 D\mathbf{v}/Dt$, forem significativos na equação (5.53).

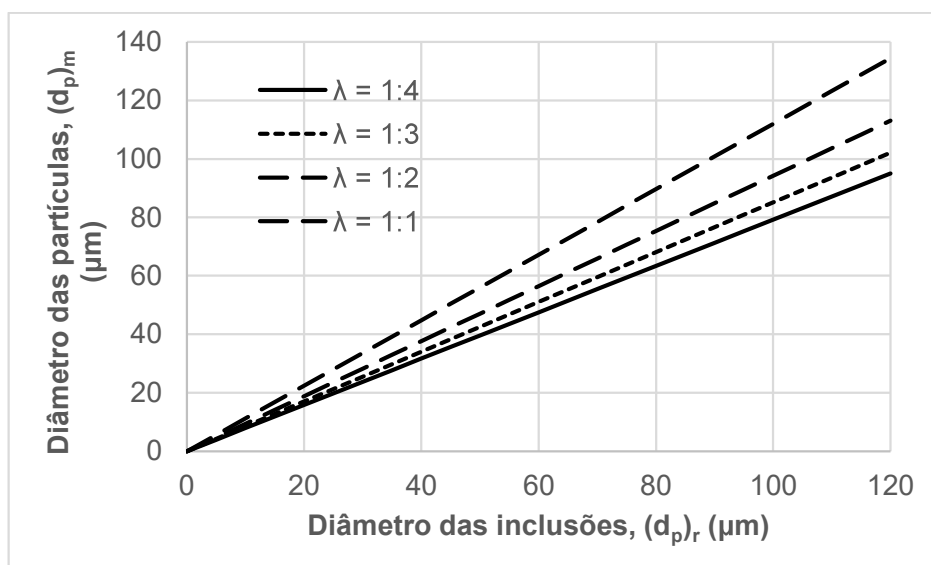


Figura 5.4: Diâmetro das partículas simuladoras de inclusão que devem usadas em modelos físicos operados a água de acordo com a equação (5.57). Nos cálculos, foram considerados os dados do ferro líquido a 1560°C (ASSAEL *et al.*, 2006) e da água a 20°C (BIRD, STEWART e LIGHTFOOT, 2001).

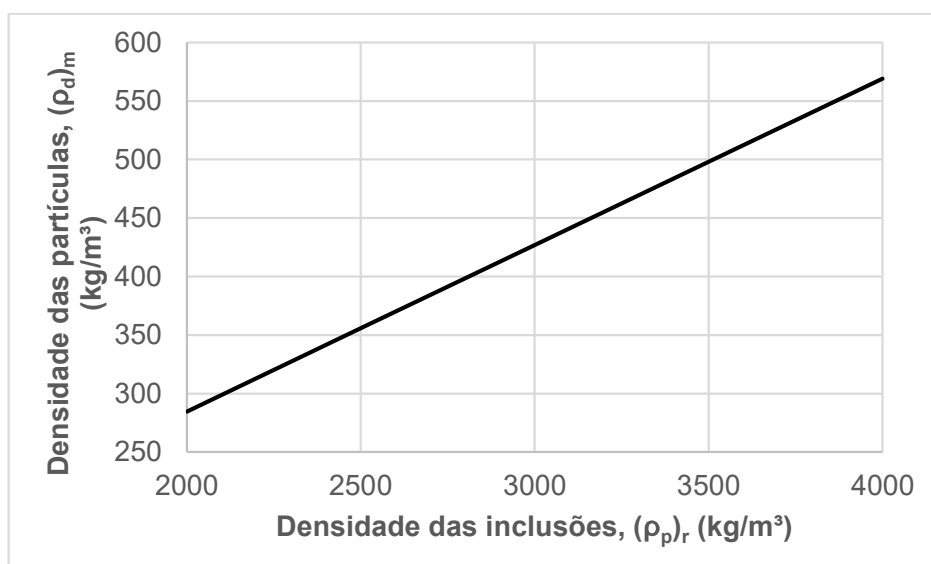


Figura 5.5: Densidade das partículas simuladoras de inclusão que devem usadas em modelos físicos operados a água de acordo com a equação (5.58). Nos cálculos, foram considerados os dados do ferro líquido a 1560°C (ASSAEL *et al.*, 2006) e da água a 20°C (BIRD, STEWART e LIGHTFOOT, 2001).

No entanto, se um desses termos for desprezível em relação ao outro, o problema de similaridade pode ser simplificado. Nesse caso, apenas um critério de similaridade precisa ser atendido. Quando os efeitos devido ao empuxo predominam, $|g(1 - \rho_p/\rho)| \gg |1,5 Dv/Dt|$, o critério de similaridade comumente utilizado na literatura (seção 3.2.1) deve ser empregado:

$$(d_p)_m = \lambda^{1/4} \sqrt{\frac{(1 - \rho_p/\rho)_r v_m}{(1 - \rho_p/\rho)_m v_r}} (d_p)_r \quad (5.59)$$

Por outro lado, quando efeitos devido à aceleração do fluido predominam $|g(1 - \rho_p/\rho)| \ll |1,5 Dv/Dt|$, a equação (5.57) deve ser usada sozinha.

O julgamento da importância relativa desses efeitos pode ser feito através de simulações CFD preliminares. Caso modelos de turbulência baseados na hipótese de Boussinesq sejam empregados para o fechamento das equações RANS (3.1.2), a razão entre efeitos devido à aceleração do fluido e efeitos devido ao empuxo, R_{ae} , pode ser estimada por:

$$R_{ae} = \frac{(3/2)|\nabla\bar{P}|}{(\rho - \rho_p)g} \quad (5.60)$$

Em que \bar{P} é a pressão modificada (Pa) definida pela equação (5.3), o traço superior indica valor médio predito pelas equações RANS e g é a aceleração da gravidade (m/s^2). Vale ressaltar que \bar{P} é variável de pressão relativa calculada por modelos CFD em escoamentos monofásicos incompressíveis (força da gravidade desativada). Portanto, a equação (5.60) é de fácil avaliação.

A figura 5.6 apresenta um exemplo de aplicação da equação (5.60). Foi simulada uma das condições experimentais investigadas por MENDONÇA (2016): modelo físico de distribuidor de dois veios sem modificador de fluxo ou injeção de gás. O modelo físico estudado é construído em escala 1:3 e usa água como fluido de trabalho. Nos cálculos, a densidade da água, a densidade das partículas e a aceleração da gravidade foram considerados iguais a $997kg/m^3$, $340kg/m^3$ e $9,81m/s^2$, respectivamente. Além disso, foi empregado o modelo k- ϵ padrão proposto por LAUNDER e SPALDING (1974). Devido à dupla simetria geométrica do modelo físico, apenas 1/4 de seu interior foi simulado.

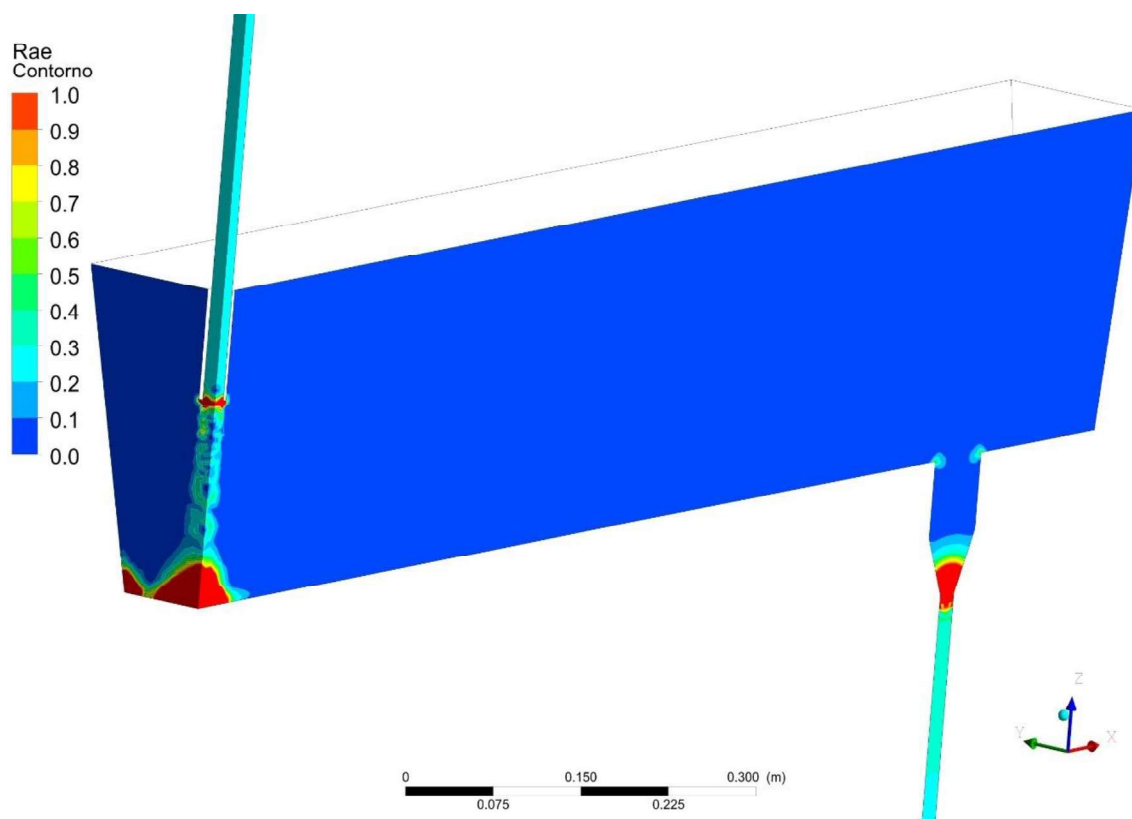


Figura 5.6: Contorno da razão entre efeitos devido à aceleração do fluido e efeitos devido ao empuxo, R_{ae} , plotado nos planos de simetria do modelo físico estudado por MENDONÇA (2016). Para facilitar a visualização, a legenda da figura foi limitada no valor máximo de 1.

Os resultados obtidos mostram que efeitos devido à aceleração do fluido são pequenos na maior parte do modelo físico ($R_{ae} \leq 0,1$). Esses efeitos apenas são significativos ($R_{ae} > 0,1$) em regiões específicas, tais como o duto de entrada, o jato de fluido de entrada e na contração do duto de saída. Esse comportamento é esperado, já que os elementos do fluido sofrem forte aceleração nessas regiões devido a turbulência ou a não uniformidades no perfil médio de escoamento do fluido.

De forma geral, efeitos devido à aceleração do fluido são insignificantes dentro do seio do banho no distribuidor. No entanto, esses efeitos podem ser importantes em regiões de escoamento altamente turbulento ou locais onde os elementos de fluido passam por mudanças abruptas de seção transversal ou rápida mudança de direção: dentro de dutos, próximo a válvula gaveta, tampão e *baffle* (barragem furada) ou no jato de fluido de entrada.

Portanto, a equação (5.59) apenas deve ser usada quando não se tem interesse específico no comportamento das inclusões nessas regiões.

As taxas de deposição de inclusões nas paredes do distribuidor, bem como a taxa de flotação de inclusões para a fase de topo, são incertas. Por simplicidade, é assumido que as expressões dessas taxas não introduzem nenhum grupo adimensional que afeta significativamente o problema.

O equacionamento descrito permite estudar o comportamento de inclusões não metálicas em modelos físicos de forma direta. O mesmo modelo físico usado para estudo do escoamento do aço líquido pode ser usado. Nos ensaios físicos destinados ao estudo de inclusões, partículas menos densas que o fluido de trabalho devem ser injetadas no duto de alimentação do modelo físico junto com o fluido de trabalho. A injeção pode ser contínua durante todo o ensaio, contínua por alguns minutos ou na forma de pulso (seção 3.2.1).

O valor exato da taxa de alimentação de partículas simuladoras de inclusão no modelo físico não é importante. A fração volumétrica de partículas na alimentação apenas deve ser baixa o suficiente (menor que 10^{-3}) para que as mesmas características do sistema aço-inclusão estejam presentes no modelo físico. Obviamente, o método de análise de partículas do modelo físico deve ser capaz de detectá-las na concentração de trabalho escolhida.

A restrição acima é especialmente importante quando se injeta partículas no modelo físico por um pulso. Essa técnica só é justificada se a fração volumétrica de partículas utilizada no pulso for menor que 10^{-3} , condição que pode inviabilizar seu uso dependendo da sensibilidade do instrumento usado para estimar a fração de partículas passantes. Uma alta concentração local de partículas, promovida por um pulso concentrado, pode modificar o perfil de escoamento no modelo físico e promover interações significativas entre partículas, o que geraria resultados errôneos.

Quando a equação (5.59) é adotada para planejar o experimento físico, um cuidado se faz necessário. Ao se escolher o material da partícula simuladora de inclusão, é aconselhável não se trabalhar com partículas de densidades muito próximas à densidade do fluido de trabalho para os quais $(1 - \rho_p/\rho)/(1 - \rho_p/\rho)_m \gg 1$. Essa prática permitiria trabalhar com partículas grandes no modelo físico, $(d_p)_m \gg (d_p)_r$, o que é conveniente quando se deseja

estimar a fração de partículas passantes para o veio por peneiramento. Entretanto, essa prática pode levar a erros de similaridade significativos dependendo do nível de incerteza dos dados de densidade empregados no cálculo do termo $(1 - \rho_p/\rho)_m$.

A seguir, os critérios de similaridade relacionados ao fenômeno de agregação de inclusões serão obtidos.

5.1.7 Modelamento do comportamento de inclusões não metálicas com agregação

O mecanismo de agregação de inclusões no aço líquido não foi completamente elucidado ainda (seção 3.2.1). Portanto, não é possível assegurar indubitavelmente a similaridade entre um distribuidor industrial e seu modelo físico com relação a esse fenômeno. No entanto, modelos matemáticos destinados a prever a agregação de inclusões foram propostos na literatura (MIKI e THOMAS, 1999; SAHAI e EMI, 2007; SILVA, 2017). Isso possibilita a proposição de critérios de similaridade aproximados para modelos físicos.

Nestes modelos, é assumido que as inclusões não metálicas são esféricas, mesmo após sua agregação. Rigorosamente, essa condição é somente atendida por inclusões no estado líquido (gotículas). Em princípio, inclusões líquidas podem ser simuladas em modelos físicos por gotículas de fases orgânicas.

Contudo, é esperado que as conclusões obtidas nessa seção também sejam aplicáveis para a agregação de inclusões no estado sólido (partículas). De fato, modelos matemáticos que simulam a agregação de inclusões formando *clusters* normalmente se baseiam em resultados analíticos válidos para inclusões esféricas. Em modelos físicos, a formação de *clusters* pode ser simulada por partículas que tendem a agregar no fluido de trabalho.

Em modelos matemáticos, a distribuição local de tamanhos de inclusões é usualmente descrita na forma de histograma por um conjunto de “grupos de tamanho”, que contêm inclusões de determinadas faixas de tamanho. Para fins de análise de similaridade, o número de grupos de tamanho pode ser tomado como indefinidamente grande. Assim, não há introdução de erros por essa consideração.

A quantidade de inclusões em cada grupo de tamanho é governada por equações de balanço populacional. Quando apenas são consideradas as colisões de duas inclusões por vez, as equações de balanço populacional se tornam:

$$\frac{D_k n_k}{D_k t} = \frac{1}{2} \sum_{i+j=k} \beta_{ij} n_i n_j - \sum_{i=1}^{\infty} \beta_{ik} n_i n_k \quad (5.61)$$

Em que $D_k/D_k t$ é a derivada no tempo seguindo a trajetória das inclusões do grupo de tamanho k (1/s), $D_k/D_k t = \partial/\partial t + (\mathbf{v}_{p,k} \cdot \nabla)$, t é o tempo (s), $\mathbf{v}_{p,k}$ é o vetor velocidade das inclusões do grupo de tamanho k (m/s), n_k é a concentração numérica das inclusões do grupo de tamanho k (# inclusões/m³) e β_{ij} é a função de colisão entre as inclusões dos grupos de tamanho i e j (m³/s).

A equação (5.61) expressa que a taxa de variação do número de inclusões do grupo de tamanho k (por unidade de volume) aferida através da trajetória das inclusões (lado esquerdo) é igual à taxa local de geração (por unidade de volume) de novas inclusões do grupo de tamanho k devido à colisão entre inclusões dos grupos de tamanho i e j (primeiro termo do lado direito) menos a taxa local de desaparecimento (por unidade de volume) das inclusões existentes do grupo de tamanho k devido à sua colisão com inclusões de qualquer grupo de tamanho (segundo termo do lado direito). O fator 1/2 corrige a soma repetida do mesmo par de grupos de tamanho feita pelo somatório do primeiro termo do lado direito. As inclusões são consideradas estáveis a despeito das tensões cisalhantes impostas pelo escoamento de modo que o fenômeno de quebra de inclusões pode ser negligenciado.

Em processos de fabricação de aço, o fenômeno de colisão entre inclusões é dominado pelos mecanismos de colisão turbulenta e colisão por diferença de velocidade (SAHAI e EMI, 2007). Consequentemente, se pode escrever que:

$$\beta_{ij} = \beta_{ij,turb} + \beta_{ij,DifV} \quad (5.62)$$

$$\beta_{ij,turb} = 1.3\alpha(r_i + r_j)^3 \left(\frac{\varepsilon}{\nu}\right)^{1/2} \quad (5.63)$$

$$\beta_{ij,DifV} = \pi(r_i + r_j)^2 |v_i - v_j| \quad (5.64)$$

Em que $\beta_{ij,turb}$ é a função de colisão devido à turbulência (m³/s), $\beta_{ij,DifV}$ é a função de colisão devido à diferença de velocidade entre as inclusões (m³/s), α é um fator de correção adimensional tratado como constante no presente trabalho, r_i é o raio representativo das

inclusões do grupo de tamanho i (m), ε é a taxa de dissipação da energia cinética turbulenta do fluido (m^2/s^3), ν é a viscosidade cinemática do fluido (m^2/s) e $|v_i - v_j|$ é o valor absoluto da velocidade relativa entre as inclusões dos grupos de tamanho i e j (m/s).

A concentração numérica adimensional das inclusões do grupo de tamanho k , \check{n}_k , e a derivada no tempo adimensional seguindo a trajetória das inclusões do grupo de tamanho k , $D_k/D_k\check{t}$, são definidas como:

$$\check{n}_k = \frac{n_k}{n_0} \quad (5.65)$$

$$\frac{D_k}{D_k\check{t}} = \frac{l_c}{v_c} \frac{D_k}{D_k t} \quad (5.66)$$

Em que n_0 é a soma das concentrações numéricas das inclusões de todos os grupos de tamanho na entrada do distribuidor (# inclusões/ m^3), l_c é um comprimento característico do sistema (m) e v_c é uma velocidade característica do sistema (m/s).

Com base nas equações (5.65) e (5.66), a equação de balanço populacional pode ser reescrita na seguinte forma adimensional:

$$\frac{D_k \check{n}_k}{D_k \check{t}} = \frac{1}{2} \sum_{i+j=k} \left(\frac{l_c n_0 \beta_{ij}}{v_c} \right) \check{n}_i \check{n}_j - \sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{l_c n_0 \beta_{ij}}{v_c} \right) \check{n}_i \check{n}_k \quad (5.67)$$

O termo $l_c n_0 \beta_{ij}/v_c$ é a função de colisão adimensional entre as inclusões dos grupos de tamanho i e j .

A equação (5.67) indica que o modelo físico será similar ao distribuidor industrial se:

$$\left(\frac{l_c n_0 \beta_{ij}}{v_c} \right)_m = \left(\frac{l_c n_0 \beta_{ij}}{v_c} \right)_r \quad (5.68)$$

Além disso, a distribuição da fase dispersa na entrada, $\check{n}_{k,0}$ ($= n_{k,0}/n_0$), deve ser igual tanto no modelo físico (m) quanto no distribuidor real (r).

É assumido que o modelo físico foi projetado impondo a igualdade do número de Froude (seções 3.1.1 e 5.1.1 a 5.1.5) e que a fase dispersa do modelo físico segue a lei de Stokes (seção 3.2.1).

Combinando as equações (3.4), (5.21), (5.62) a (5.64) e (5.68), se obtém:

$$\frac{(n_0)_m}{(n_0)_r} = \frac{(l_c/v_c)_r}{(l_c/v_c)_m} \frac{(\beta_{ij})_r}{(\beta_{ij})_m} = \lambda^{-1/2} \frac{\left[1.3\alpha(r_i + r_j)^3 \left(\frac{\varepsilon}{v}\right)^{1/2} + \pi(r_i + r_j)^2 |v_i - v_j| \right]_r}{\left[1.3\alpha(r_i + r_j)^3 \left(\frac{\varepsilon}{v}\right)^{1/2} + \pi(r_i + r_j)^2 |v_i - v_j| \right]_m} \quad (5.69)$$

É necessário adotar considerações adicionais a fim de obter critérios de similaridade a partir da equação (5.69). Primeiramente, é assumida a validade da equação (5.59) de forma que:

$$(r_i)_m = \lambda^{1/4} \left[\frac{(1 - \rho_p/\rho)_r v_m}{(1 - \rho_p/\rho)_m v_r} \right]^{1/2} (r_i)_r \quad (5.70)$$

O princípio de similaridade cinemática (seções 3.1.1 e 3.2.1) requer que:

$$|v_i - v_j|_m = \lambda^{1/2} |v_i - v_j|_r \quad (5.71)$$

Adicionalmente, para modelos físicos projetados a partir da igualdade do número de Froude, resultados de simulação matemática sugerem que (SAHAI e EMI, 1996a):

$$\varepsilon_m = \lambda^{1/2} \varepsilon_r \quad (5.72)$$

Utilizando as equações (5.70) a (5.72), o termo $(\beta_{ij})_m$ pode ser reescrito como:

$$\begin{aligned} (\beta_{ij})_m = \lambda \left[\frac{(1 - \rho_p/\rho)_r v_m}{(1 - \rho_p/\rho)_m v_r} \right]^{3/2} \left(\frac{v_r}{v_m}\right)^{1/2} 1.3\alpha \left[(r_i)_r + (r_j)_r \right]^3 \left[\left(\frac{\varepsilon}{v}\right)_r \right]^{1/2} \\ + \lambda \left[\frac{(1 - \rho_p/\rho)_r v_m}{(1 - \rho_p/\rho)_m v_r} \right] \pi \left[(r_i)_r + (r_j)_r \right]^2 |v_i - v_j|_r \end{aligned} \quad (5.73)$$

Analisando as equações (5.69) e (5.73), constata-se que só é possível alcançar a similaridade simultânea dos dois mecanismos de colisão se:

$$\left[\frac{(1 - \rho_p/\rho)_r v_m}{(1 - \rho_p/\rho)_m v_r} \right]^{3/2} \left(\frac{v_r}{v_m} \right)^{1/2} = \left[\frac{(1 - \rho_p/\rho)_r v_m}{(1 - \rho_p/\rho)_m v_r} \right] \quad (5.74)$$

A equação (5.74) pode ser simplificada para:

$$\left(\frac{\rho_p}{\rho} \right)_m = \left(\frac{\rho_p}{\rho} \right)_r \quad (5.75)$$

Interessante notar que a equação (5.75) é idêntica à equação (5.58). Portanto, o cumprimento dessa relação é importante para garantir a similaridade tanto do movimento das inclusões, quando consideradas individualmente, quanto da colisão mútua entre as inclusões. A obtenção da equação (5.75) mostra que, apesar do uso da equação (5.59) na dedução feita, as partículas simuladoras de inclusão precisam ser selecionadas com base nas equações (5.57) e (5.58) se o fenômeno de agregação de inclusão for simulado no modelo físico.

Combinando as equações (5.69), (5.73) e (5.75), o seguinte critério de similaridade é obtido para a concentração numérica de partículas na entrada do modelo físico:

$$\frac{(n_0)_m}{(n_0)_r} = \lambda^{-3/2} \frac{v_m}{v_r} \quad (5.76)$$

A equação (5.76) é uma generalização do resultado obtido por SAHAI e EMI (1996a). Esses autores consideraram apenas o mecanismo de colisão devido à turbulência e adotaram inicialmente as seguintes simplificações: $v_m = v_r$ e $(\rho_p/\rho)_m = (\rho_p/\rho)_r$. Eles encontraram que $(n_0)_m = \lambda^{-3/2}(n_0)_r$.

A figura 5.7 apresenta o critério de similaridade previsto pela equação (5.76) para modelos físicos que usam água a 20°C como fluido de trabalho com diferentes fatores de escala. À medida que o fator de escala do modelo físico é reduzido, é aumentada a concentração numérica de partículas que deve ser usada na entrada do modelo físico. Por exemplo, para modelos físicos em escala real ($\lambda = 1$), se tem $(n_0)_m \approx 1,25(n_0)_r$. Já para um modelo físico em escala reduzida 1:4 ($\lambda = 0,25$), $(n_0)_m \approx 10,0(n_0)_r$.

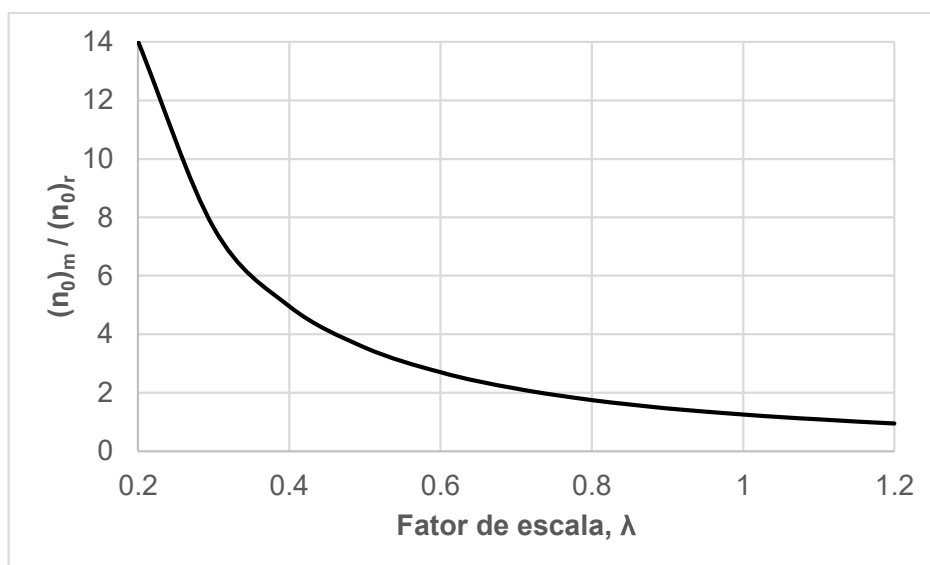


Figura 5.7: Razão entre a concentração numérica de partículas na entrada do modelo físico e a concentração numérica de inclusões na entrada do distribuidor em função do fator de escala do modelo físico, que é operado usando água. Nos cálculos, foram considerados os dados do ferro líquido a 1560°C (ASSAEL *et al.*, 2006) e da água a 20°C (BIRD, STEWART e LIGHTFOOT, 2001).

Vale mencionar que a condição $(n_0)_m = (n_0)_r$ ocorre quando a equação (5.45) é atendida (igualdade simultânea dos números de Reynolds e Froude entre modelo físico e distribuidor industrial).

5.2 Previsão da Média e Desvio Padrão da Fração Mássica de Inclusões Não Metálicas no Distribuidor

A figura 5.8 apresenta contornos da fração média de inclusões não metálicas previstos pelo modelo matemático sobre o plano de simetria do modelo físico para diferentes tamanhos de partículas. A figura 5.9 apresenta resultados análogos para o desvio padrão da fração de inclusões.

Os resultados obtidos para a fração média de inclusões (figura 5.8) estão de acordo com o esperado. Com o aumento do tamanho de partícula, a remoção de partículas é aumentada devido à maior velocidade de ascensão de partículas maiores. Além disso, para um

determinado tamanho de partícula, a fração média de inclusões é reduzida à medida que o fluido percorre o modelo físico, entre sua entrada (superior) e sua saída (inferior).

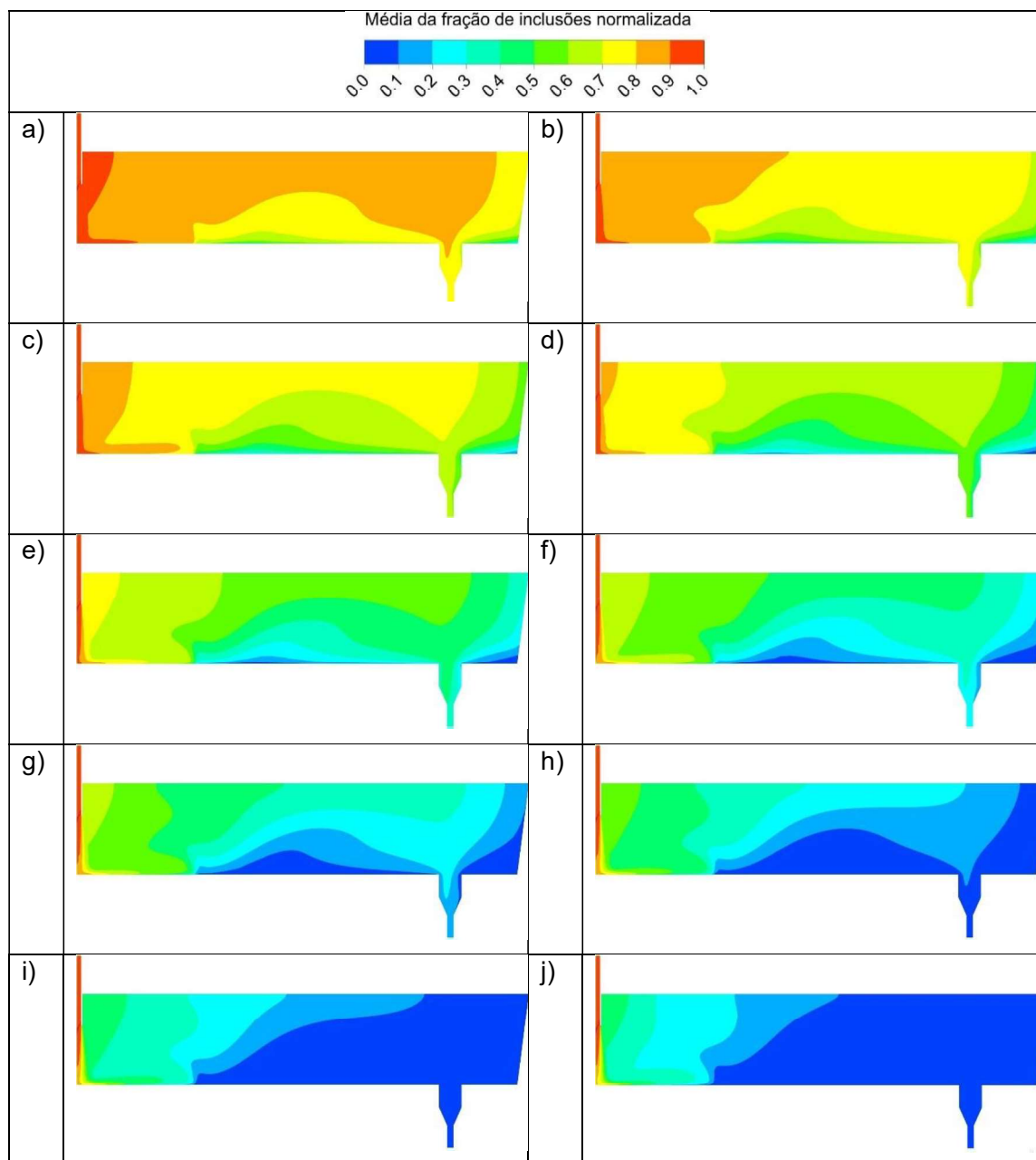


Figura 5.8: Contornos da fração média de inclusões não metálicas previstos pelo modelo matemático sobre o plano de simetria do modelo físico. Tamanhos de partícula considerados: a) 27,5 μm ; b) 32,5 μm ; c) 37,5 μm ; d) 45 μm ; e) 55 μm ; f) 65 μm ; g) 75 μm ; h) 90 μm ; i) 110 μm ; j) 130 μm .

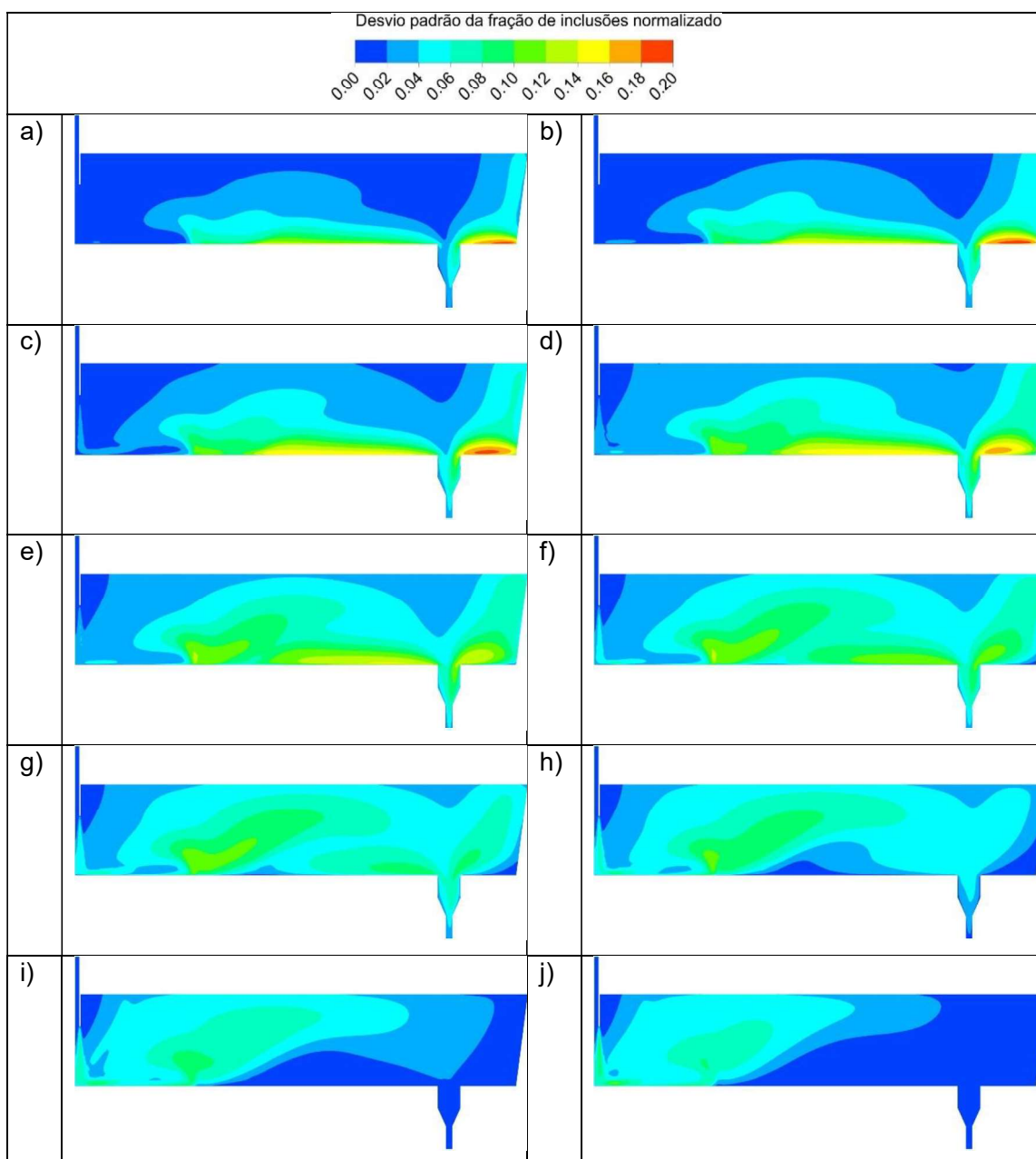


Figura 5.9: Contornos do desvio padrão da fração de inclusões não metálicas previstos pelo modelo matemático sobre o plano de simetria do modelo físico. Tamanhos de partícula considerados: a) $27,5\mu\text{m}$; b) $32,5\mu\text{m}$; c) $37,5\mu\text{m}$; d) $45\mu\text{m}$; e) $55\mu\text{m}$; f) $65\mu\text{m}$; g) $75\mu\text{m}$; h) $90\mu\text{m}$; i) $110\mu\text{m}$; j) $130\mu\text{m}$.

Na figura 5.8, se observam também duas regiões isoladas de baixa fração média de inclusões. A primeira região se localiza próximo ao piso do distribuidor a meio caminho do

veio enquanto que a segunda região se encontra no canto inferior direito do distribuidor, após o veio. A existência dessas regiões decorre do perfil de escoamento tridimensional complexo existente no equipamento, o qual contém zonas de recirculação e de baixa velocidade.

Vale salientar que a previsão de maior limpidez nessas duas regiões é feita considerando o modelo físico em regime estacionário, isto é, após um tempo indefinidamente longo de operação com as mesmas condições de contorno. No entanto, o comportamento dessas regiões pode ser diferente enquanto o perfil de fração média de inclusões se encontra em regime transiente. Exemplos de fontes de transitoriedade no processo industrial são modificação na vazão de aço, mudança na fração de inclusões na entrada do distribuidor e alteração na capacidade de absorção de inclusões pela escória.

O desvio padrão da fração de inclusões apresenta o comportamento visto na figura 5.9. Inicialmente, o desvio padrão é nulo como imposto pela condição de contorno. Posteriormente, na região próxima à entrada do distribuidor, o desvio padrão se eleva consideravelmente. Então, o desvio padrão é reduzido progressivamente em direção à saída do modelo físico. Além disso, para partículas menores, o desvio padrão aumenta nas duas regiões isoladas de baixa fração média de inclusões discutidas anteriormente. Já para partículas maiores, o desvio padrão reduz nas mesmas regiões.

Esses resultados possuem relevância prática. Por um lado, a coleta de amostras no distribuidor industrial (ou no modelo físico) destinadas à medição de inclusões (ou partículas) deve ser feita em regiões de baixa variabilidade para se ter boa reprodutibilidade nas análises. Por outro, a coleta de amostras não deve ser realizada nas duas regiões isoladas de baixa fração média de inclusões, pois essas regiões não são representativas do restante do distribuidor. Deve-se considerar também a finalidade da medição, isto é, se busca-se aferir a limpidez do aço que entra no distribuidor, a limpidez média do aço no equipamento ou a limpidez do aço que o deixa.

Os resultados obtidos para o desvio padrão podem ser compreendidos com base nas expressões dos termos fontes da equação de conservação da variância e de suas condições de contorno – equações (4.8) e (4.10). Por um lado, a variância é gerada em regiões onde há significativo gradiente da fração média de inclusões não metálicas. Por

outro, a variância é destruída no seio do distribuidor, por ação da turbulência, e na superfície livre do distribuidor, devido à flotação das inclusões não metálicas.

A figura 5.10 apresenta os valores da fração média de inclusões e do desvio padrão de inclusões no local em que MENDONÇA (2016) posicionou a sonda de medição de partículas – no seio do distribuidor, sobre o centro da saída do veio. Já a figura 5.11 apresenta os valores correspondentes do coeficiente de variação da fração de inclusões, isto é, da razão entre o desvio padrão e a média da fração de inclusões.

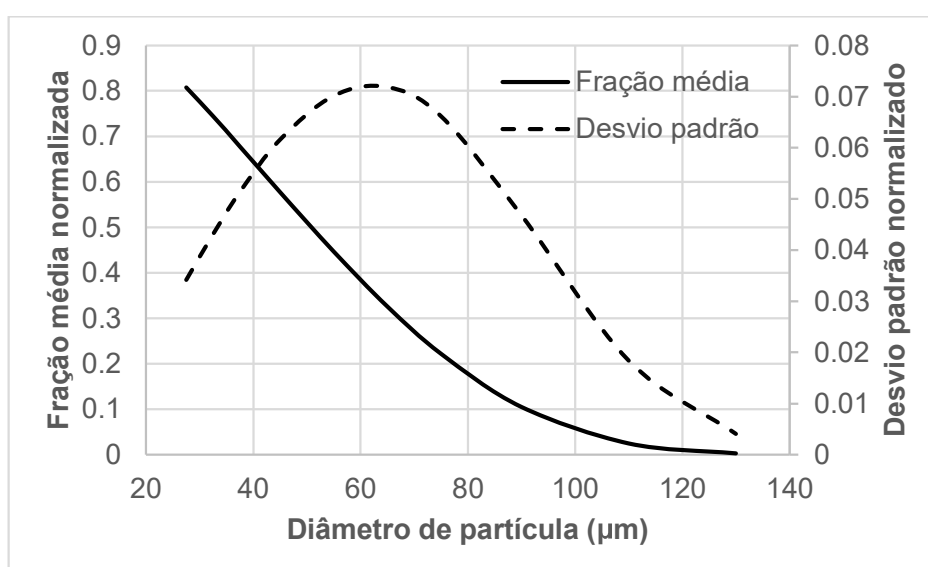


Figura 5.10: Fração média e desvio padrão da fração de inclusões preditos pelo modelo matemático (CFD) sobre a saída do veio.

No local avaliado, a fração média de inclusões decai com o aumento do tamanho de partícula. O desvio padrão de inclusões, por sua vez, primeiro se eleva com o aumento do tamanho de partícula e depois passa a diminuir de modo que há um ponto de máximo do desvio padrão para partículas com 65µm de diâmetro. Esses resultados decorrem das variações espaciais dos perfis de fração média e desvio padrão apresentados anteriormente nas figuras 5.8 e 5.9.

A variabilidade da distribuição de fração de inclusões pode ser melhor averiguada pela relação entre seu desvio padrão e sua média, isto é, pelo seu coeficiente de variação. Os resultados apresentados na figura 5.11 indicam que o coeficiente de variação aumenta

fortemente com o aumento do tamanho de partícula. Para partículas com diâmetro de $27,5\mu\text{m}$, o coeficiente de variação é apenas 0,042, o que implica em uma baixa dispersão em relação à média. Entretanto, para partículas de $130\mu\text{m}$ de diâmetro, o coeficiente de variação é 1,3, o que aponta para uma alta variabilidade em relação à média. Isso significa que, se amostras forem retiradas da região estudada e a fração de partículas de cada tamanho for analisada, haverá baixa dispersão dos resultados para o diâmetro de $27,5\mu\text{m}$, mas muito alta para o diâmetro de $130\mu\text{m}$.

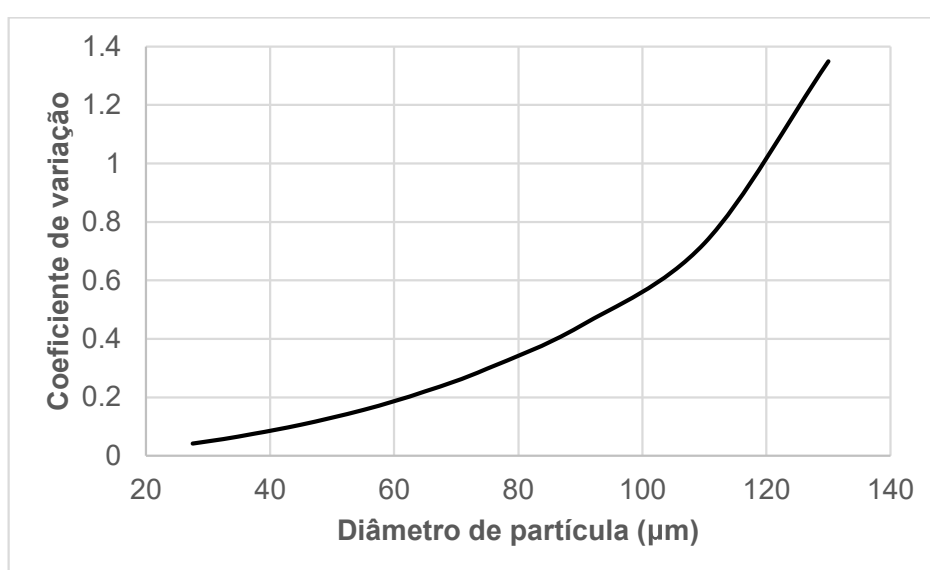


Figura 5.11: Coeficiente de variação da fração de inclusões predito pelo modelo matemático (CFD) sobre a saída do veio.

Os resultados obtidos pelo modelo proposto ilustram que, em geral, não é possível realizar medições indefinidamente acuradas das frações de inclusões no interior do distribuidor através de amostragem. A razão é a variabilidade intrínseca ao escoamento turbulento existente no distribuidor que modifica continuamente o sistema. No entanto, espera-se que a variabilidade observada na prática seja maior que a predita pelo modelo, pois os resultados de medições experimentais estão sujeitos a erros oriundos da metodologia adotada.

5.3 Novos Modelos de Compartimentos

Nessa seção, são descritos três modelos de compartimentos. O primeiro modelo se destina à descrição detalhada da DTR de distribuidor que apresenta um único pico. O segundo modelo é uma generalização do primeiro e possibilita a descrição de curvas DTR mais complexas com dois picos. O terceiro modelo, por sua vez, fornece uma descrição menos detalhada da DTR e se destina a situações em que uma quantidade grande curvas DTR precisa ser comparada.

A complexidade relativa desses modelos pode ser aferida pelo seu número de parâmetros. O primeiro modelo apresenta quatro parâmetros, sendo três deles independentes. Já o segundo modelo possui 8 parâmetros, sendo seis deles independentes. Por fim, o terceiro modelo possui apenas um único parâmetro. Nos três casos, os parâmetros dos modelos devem ser ajustados preferencialmente através de técnicas de regressão não linear. Todavia, a seção 5.6 apresenta uma abordagem alternativa para o ajuste do parâmetro do terceiro modelo, que é consideravelmente mais simples, mas um pouco menos acurada.

5.3.1 Modelo 1

O primeiro modelo consiste em uma solução analítica aproximada para o modelo de compartimentos de SAHAI e AHUJA (1986). O modelo desses autores é composto de uma região de escoamento pistonado com dispersão axial em série com uma região de mistura perfeita, além de uma zona morta completamente estagnada.

Para se obter a solução analítica, o modo de escoamento pistonado com dispersão axial foi aproximado pelo escoamento de tanques em série estendido por MARTIN (2000) para parâmetro real positivo. As descrições da dedução do primeiro modelo e do modo de ajuste de seus parâmetros com exemplo prático são fornecidas por BRAGA e TAVARES (2018c)⁶.

Para o primeiro modelo, a curva E_θ (definida na seção 3.3.1) é dada por:

$$E_\theta = \frac{1}{v_m} e^{\frac{-\theta}{v_m}} \left[1 - \frac{1}{n_p} \frac{v_p}{v_m} \right]^{-n_p} F_\Gamma \left(\frac{n_p \theta}{v_p} - \frac{\theta}{v_m}, n_p, 1 \right) \quad (5.77)$$

⁶ A integral de BRAGA e TAVARES (2018c) pode ser acessada gratuitamente em: <https://rdcu.be/V1Nr>.

Em que v_m é a fração de volume da região com mistura perfeita, θ é o tempo adimensional (definido na seção 3.3.1), n_p é o parâmetro do modelo de tanques em série estendido que aproxima o comportamento da região de escoamento pistonado com dispersão axial, sendo $1/n_p$ uma medida de seu grau de dispersão, v_p é a fração de volume da região de escoamento pistonado com dispersão axial e $F_\Gamma(x, \alpha, \beta)$ é a função de distribuição acumulada da distribuição gama avaliada em x com parâmetro de forma α e parâmetro de escala β . Na prática, a função $F_\Gamma(x, \alpha, \beta)$ pode ser calculada facilmente por funções pré-definidas de planilhas eletrônicas. Na dedução da equação (5.77), foi assumido que $n_p v_m / v_p > 1$.

A fração de volume da zona morta completamente estagnada, v_d , não aparece explicitamente na equação (5.77). Contudo, seu valor influencia indiretamente nas previsões do primeiro modelo ao limitar os valores dos parâmetros v_p e v_m , pois:

$$v_p + v_m + v_d = 1 \quad (5.78)$$

A figura 5.12 ilustra o comportamento predito pelo primeiro modelo com diferentes parâmetros. Na figura, o caso 1A representa um caso de referência com o qual os demais casos são comparados.

No caso 1B, a fração de volume da região de escoamento pistonado com dispersão axial (v_p) é aumentada às custas da diminuição da fração de volume da região com mistura perfeita (v_m). Como consequência, o pico da curva E_θ do caso 1B é deslocado para a direita em relação ao caso 1A e a dispersão da curva é visualmente reduzida. No final dessa seção, será fornecida uma equação para a variância da curva DTR do primeiro modelo que permite mensurar a dispersão de sua curva DTR quantitativamente.

No caso 1C, a fração de volume da zona morta completamente estagnada (v_d) é aumentada em relação ao caso 1A enquanto a relação v_p/v_m é mantida constante. Como resultado, o pico da curva E_θ é deslocado para cima e para a esquerda. Além disso, o centro de massa da curva é movido para a esquerda. O centro de massa da curva E_θ corresponde à sua média, cuja expressão é dada no fim dessa seção.

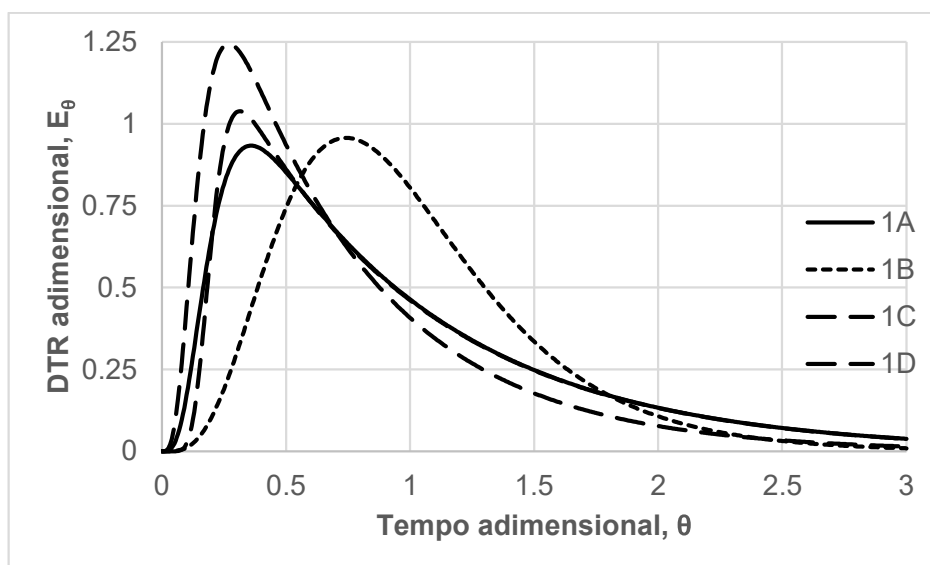


Figura 5.12: Curvas E_θ previstas pelo primeiro modelo com diferentes parâmetros. Caso 1A: $v_p = 0,2$; $v_m = 0,8$; $v_d = 0$; $n_p = 4$. Caso 1B: $v_p = 0,6$; $v_m = 0,4$; $v_d = 0$; $n_p = 4$. Caso 1C: $v_p = 0,15$; $v_m = 0,60$; $v_d = 0,25$; $n_p = 4$. Caso 1D: $v_p = 0,2$; $v_m = 0,8$; $v_d = 0$; $n_p = 12$.

Por fim, no caso 1D, apenas o parâmetro n_p é aumentado em relação ao caso 1A e os demais parâmetros são mantidos inalterados. Com isso, se observa que o pico da curva E_θ é deslocado para cima e para a esquerda. Adicionalmente, a dispersão da curva é levemente reduzida. Note que, para $\theta > 0,5$, as curvas dos casos 1A e 1D se sobrepõem na figura 5.12.

A curva F (definida na seção 3.3.1) prevista pelo primeiro modelo é:

$$F = F_\Gamma \left(\frac{n_p \theta}{v_p}, n_p, 1 \right) - v_m E_\theta \quad (5.79)$$

O primeiro termo do lado direito da equação (5.79) corresponde à curva F da região de escoamento pistonado com dispersão axial enquanto que o segundo termo representa o atraso causado na curva F do distribuidor pela existência da região com mistura perfeita. Esse atraso é similar ao que seria gerado por uma zona morta com escoamento lento.

Para a otimização do distribuidor, de modo a aumentar seu caráter pistonado sem dispersão axial, deve ser buscar aumentar os parâmetros v_p e n_p e reduzir as frações de volume v_m

e v_d . Todavia, pode ser difícil definir qual a melhor configuração de distribuidor dentre duas estudadas, pois algum parâmetro pode ser melhorado em relação à condição ideal e outro é piorado. Devido a isso, é aconselhável o uso de algum parâmetro global. Por exemplo, o tempo adimensional médio de residência, $\bar{\theta}$, pode ser maximizado:

$$\bar{\theta} = \int_0^{\infty} \theta E_{\theta} d\theta = 1 - v_d \quad (5.80)$$

Ou, preferencialmente, a variância adimensional, σ_{θ}^2 , pode ser minimizada:

$$\sigma_{\theta}^2 = \int_0^{\infty} (\theta - \bar{\theta})^2 E_{\theta} d\theta = \frac{1}{n_p} (v_p)^2 + (v_m)^2 \quad (5.81)$$

Ou ainda a fração passante de inclusões (FP) de determinado tamanho adimensional X (seção 4.4) pode ser minimizada:

$$FP = \int_0^{\infty} e^{-X\theta} E_{\theta} d\theta = \left(1 + \frac{v_p}{n_p} X\right)^{-n_p} (1 + v_m X)^{-1} \quad (5.82)$$

5.3.2 Modelo 2

O segundo modelo generaliza o primeiro ao considerar que apenas uma fração q_a da vazão de aço atravessa a região ativa do distribuidor. Essa é composta por uma região de escoamento pistonado com dispersão axial em série com uma região de mistura perfeita. A fração restante da vazão de aço, q_{cc} , atravessa uma região de escoamento rápido, ou curto-circuito, que foi modelada pelo modo de escoamento de tanques em série estendido. Além disso, o segundo modelo considera a possível existência de uma zona morta completamente estagnada.

A curva E_{θ} para o segundo modelo é:

$$E_{\theta} = q_a \left\{ \frac{q_a}{v_m} e^{-\frac{q_a \theta}{v_m}} \left[1 - \frac{1}{n_p} \frac{v_p}{v_m} \right]^{-n_p} F_{\Gamma} \left(\frac{q_a n_p \theta}{v_p} - \frac{q_a \theta}{v_m}, n_p, 1 \right) \right\} \\ + q_{cc} \left\{ \frac{q_{cc} n_{cc}}{v_{cc}} f_{\Gamma} \left(\frac{q_{cc} n_{cc} \theta}{v_{cc}}, n_{cc}, 1 \right) \right\} \quad (5.83)$$

Em que n_{cc} é o parâmetro do modelo de tanques em série estendido que aproxima o comportamento da região de escoamento rápido, sendo $1/n_{cc}$ uma medida de seu grau de

dispersão, v_{cc} é a fração de volume da região de escoamento rápido e $f_{\Gamma}(x, \alpha, \beta)$ é a função densidade de probabilidade da distribuição gama avaliada em x com parâmetro de forma α e parâmetro de escala β . A função $f_{\Gamma}(x, \alpha, \beta)$ também pode ser calculada facilmente por funções pré-definidas de planilhas eletrônicas.

No lado direito da equação (5.83), o primeiro par de chaves representa a DTR da região ativa do distribuidor enquanto que o segundo par de chaves representa a DTR da região de escoamento rápido. Para a obtenção da DTR global do distribuidor, aqui expressa em termos da curva E_{θ} , as DTR dessas duas regiões foram ponderadas pela fração da vazão de aço que a atravessam.

Os parâmetros do segundo modelo estão sujeitos às restrições:

$$v_p + v_m + v_a + v_{cc} = 1 \quad (5.84)$$

$$q_a + q_{cc} = 1 \quad (5.85)$$

$$\frac{n_p v_m}{v_p} > 1 \quad (5.86)$$

Adicionalmente, as frações de volume e de vazão pertencerem ao intervalo $[0, 1]$ e n_p e n_{cc} são positivos.

A figura 5.13 ilustra o comportamento predito pelo segundo modelo com diferentes parâmetros. Na figura, o caso 2A representa um caso de referência com o qual os demais casos são comparados.

No caso 2B, a fração de vazão da região de escoamento rápido (q_{cc}) é dobrada às custas da diminuição da fração de vazão da região ativa (q_a). Como consequência, o primeiro pico da curva E_{θ} do caso 2B é deslocado para a esquerda e para cima em relação ao caso 2A. No caso 2B pode-se observar claramente a presença de um curto-circuito.

No caso 2C, a fração de volume da região de escoamento rápido (v_{cc}) é diminuída à metade com um aumento marginal da fração de volume da região com mistura perfeita (v_m). Como resultado, o primeiro pico da curva E_{θ} do caso 2C é deslocado apenas para a esquerda em relação ao caso 2A e um pequeno curto-circuito se torna evidente. Interessante notar que o primeiro pico dos casos 2B e 2C ocorrem no mesmo tempo adimensional ($\theta = 0,10$), pois

$v_{cc}/q_{cc} = 0,10$ nos dois casos. Contudo, a área sobre o primeiro pico do caso 2B é significativamente maior que no caso 2C, já que essa área depende do valor de q_{cc} (BRAGA *et al.*, 2015).

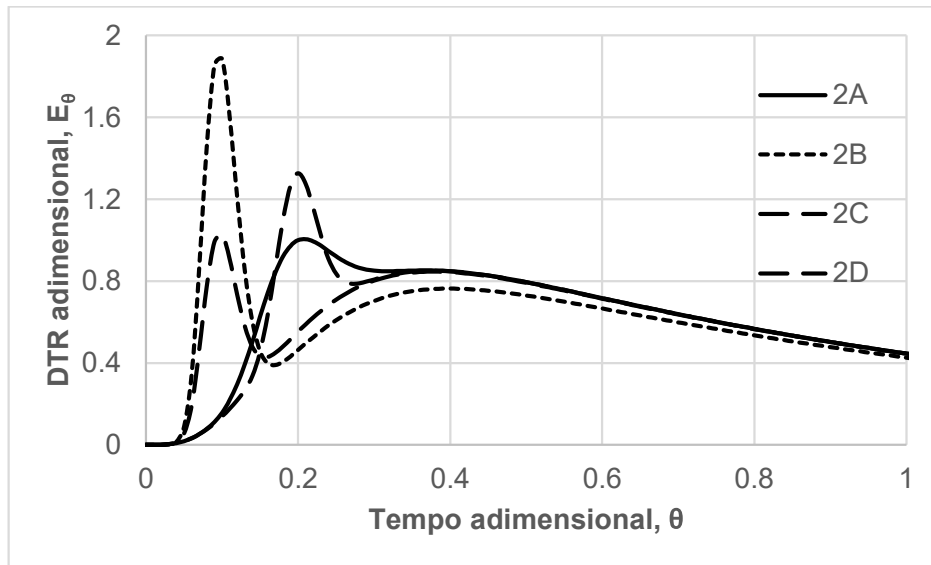


Figura 5.13: Curvas E_θ previstas pelo segundo modelo com diferentes parâmetros. Caso 2A: $v_p = 0,2$; $v_m = 0,79$; $v_d = 0$; $v_{cc} = 0,01$; $q_a = 0,95$; $q_{cc} = 0,05$; $n_p = 4$; $n_{cc} = 20$. Caso 2B: $v_p = 0,2$; $v_m = 0,79$; $v_d = 0$; $v_{cc} = 0,01$; $q_a = 0,90$; $q_{cc} = 0,10$; $n_p = 4$; $n_{cc} = 20$. Caso 2C: $v_p = 0,2$; $v_m = 0,795$; $v_d = 0$; $v_{cc} = 0,005$; $q_a = 0,95$; $q_{cc} = 0,05$; $n_p = 4$; $n_{cc} = 20$. Caso 2D: $v_p = 0,2$; $v_m = 0,79$; $v_d = 0$; $v_{cc} = 0,01$; $q_a = 0,95$; $q_{cc} = 0,05$; $n_p = 4$; $n_{cc} = 60$.

Por último, no caso 2D, o parâmetro n_{cc} é triplicado em relação ao caso 2A e os demais parâmetros são mantidos constantes. Com essa alteração, o primeiro pico da curva E_θ é deslocado para cima e a dispersão em torno do pico é diminuída. Assim, o parâmetro n_{cc} realiza o ajuste fino do primeiro pico da curva E_θ .

A curva F prevista pelo segundo modelo é:

$$F = q_a \left\{ F_\Gamma \left(\frac{q_a n_p \theta}{v_p}, n_p, 1 \right) - e^{-\frac{q_a \theta}{v_m}} \left[1 - \frac{1}{n_p} \frac{v_p}{v_m} \right]^{-n_p} F_\Gamma \left(\frac{q_a n_p \theta}{v_p} - \frac{q_a \theta}{v_m}, n_p, 1 \right) \right\} + q_{cc} \left\{ F_\Gamma \left(\frac{q_{cc} n_{cc} \theta}{v_{cc}}, n_{cc}, 1 \right) \right\} \quad (5.87)$$

Os dois pares de chaves existentes no lado direito da equação (5.87) são análogos àqueles presentes na equação (5.83) e representam componentes das regiões ativa e de escoamento rápido.

Dado o grande número de parâmetros do segundo modelo, é muito complicado seu uso direto na comparação de diferentes configurações de distribuidores. Em seu lugar, deve-se utilizar algum parâmetro global. Essa prática também permite comparar simultaneamente curvas DTR ajustadas pelo primeiro e pelo segundo modelo.

Para o segundo modelo, o tempo adimensional médio de residência ($\bar{\theta}$), a variância adimensional ($\sigma_{\bar{\theta}}^2$) e a fração passante de inclusões (FP) do tamanho adimensional X são dados por:

$$\bar{\theta} = \int_0^{\infty} \theta E_{\theta} d\theta = q_a \left\{ \frac{v_p + v_m}{q_a} \right\} + q_{cc} \left\{ \frac{v_{cc}}{q_{cc}} \right\} = 1 - v_d \quad (5.88)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\bar{\theta}}^2 &= \int_0^{\infty} (\theta - \bar{\theta})^2 E_{\theta} d\theta = \int_0^{\infty} \theta^2 E_{\theta} d\theta - \bar{\theta}^2 \\ &= q_a \left\{ \frac{1}{n_p} \left(\frac{v_p}{q_a} \right)^2 + \left(\frac{v_m}{q_a} \right)^2 + \left(\frac{v_p + v_m}{q_a} \right)^2 \right\} + q_{cc} \left\{ \frac{1}{n_{cc}} \left(\frac{v_{cc}}{q_{cc}} \right)^2 + \left(\frac{v_{cc}}{q_{cc}} \right)^2 \right\} \\ &\quad - (1 - v_d)^2 \end{aligned} \quad (5.89)$$

$$\begin{aligned} FP &= \int_0^{\infty} e^{-X \cdot \theta} E_{\theta} d\theta \\ &= q_a \left\{ \left(1 + \frac{v_p}{n_p q_a} X \right)^{-n_p} \left(1 + \frac{v_m}{q_a} X \right)^{-1} \right\} + q_{cc} \left\{ \left(1 + \frac{v_{cc}}{n_{cc} q_{cc}} X \right)^{-n_{cc}} \right\} \end{aligned} \quad (5.90)$$

As equações (5.88) a (5.90) foram escritas de modo a tornar evidente as contribuições das regiões ativa e de escoamento rápido para os parâmetros globais calculados. Por exemplo, na equação (5.88), $\{(v_p + v_m)/q_a\}$ e $\{v_{cc}/q_{cc}\}$ são os tempos adimensionais médios de residência das regiões ativa e de escoamento rápido, respectivamente. Dessa forma, é possível analisar essas duas regiões separadamente e quantificar o real impacto de um curto-circuito para o distribuidor.

5.3.3 Modelo 3

O terceiro modelo se baseia na solução analítica e na interpretação física do modelo de CHO e KIM (2006) desenvolvidas por BRAGA e TAVARES (2018a). Os princípios básicos do modelo de CHO e KIM (2006) foram descritos no final da seção 3.3.4. Para os propósitos do presente trabalho, basta saber que esse modelo possui um único parâmetro (f), que é positivo.

Quando $0 < f \leq 1$, o modelo de CHO e KIM (2006) é equivalente a um modelo de compartimentos composto por uma região com mistura perfeita e um curto-circuito com tempo de residência nulo. Nesse caso:

$$f = q_a = 1 - q_{cc}, \quad 0 < f \leq 1 \quad (5.91)$$

Por outro lado, se $f > 1$, o modelo de CHO e KIM (2006) é equivalente a outro modelo de compartimentos composto por uma região de escoamento pistonado sem dispersão axial em série com uma região com mistura perfeita. Nessa condição:

$$f = \frac{1}{v_m} = \frac{1}{1 - v_p}, \quad f > 1 \quad (5.92)$$

O modelo de CHO e KIM (2006), subsidiado pelas interpretações físicas apresentadas acima, fornece um modo conveniente de descrever uma grande variedade de curvas DTR por meio de um único parâmetro (f). Devido à sua simplicidade, o modelo é incapaz de reproduzir satisfatoriamente a forma de curvas E_θ reais (BRAGA e TAVARES, 2018c). No entanto, sua capacidade preditiva da forma da curva F é substancialmente maior, sendo o modelo impreciso apenas nos instantes iniciais da curva (BRAGA e TAVARES, 2018d)⁷. De fato, segundo LEVENSPIEL (1998), as curvas E_θ podem apresentar detalhes que não são facilmente perceptíveis na curva F .

A curva F predita pelo terceiro modelo é:

⁷ A integral de BRAGA e TAVARES (2018d) pode ser acessada gratuitamente em: <https://rdcu.be/3Zlx>.

$$F = \begin{cases} 1 - f \cdot e^{-f \cdot \theta}, & 0 < f \leq 1 \\ 0, & f > 1 \text{ e } \theta \leq 1 - 1/f \\ 1 - e^{-f \cdot [\theta - (1 - 1/f)]}, & f \geq 1 \text{ e } \theta > 1 - 1/f \end{cases} \quad (5.93)$$

A figura 5.14 ilustra o comportamento previsto pelo terceiro modelo para diferentes valores do parâmetro f . De maneira geral, à medida que o parâmetro f é aumentado, a inclinação da curva F (isto é, $dF/d\theta$) se eleva e a curva F se aproxima da unidade mais rapidamente.

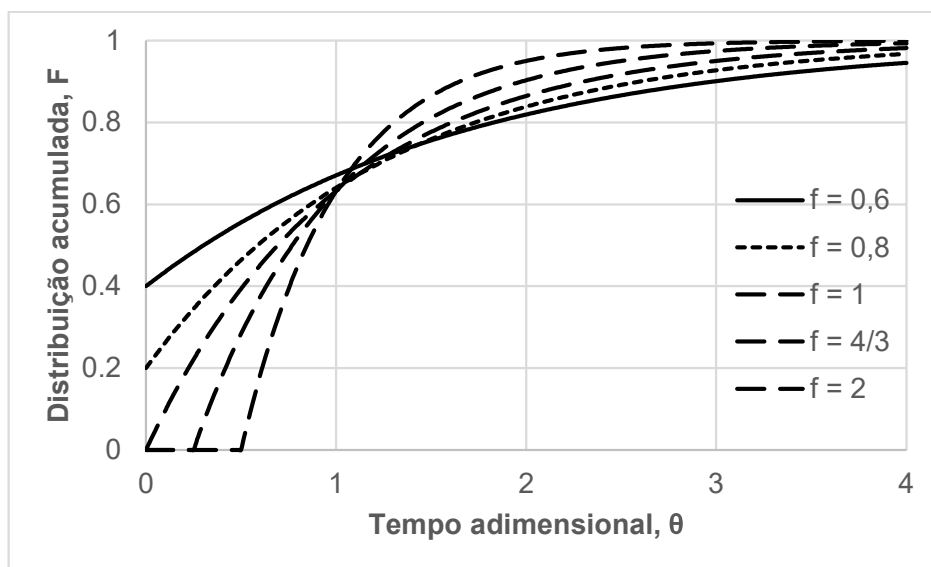


Figura 5.14: Curvas F previstas pelo terceiro modelo para diferentes valores de seu parâmetro f .

Como o terceiro modelo possui um único parâmetro (f), a comparação de diferentes configurações de distribuidor pode ser feita analisando diretamente seu valor. Nesse sentido, em geral, deve-se escolher a configuração de distribuidor com maior valor de f (BRAGA e TAVARES, 2018a).

Não obstante, também é possível avaliar os parâmetros globais definidos anteriormente. Para o terceiro modelo, o tempo adimensional médio de residência ($\bar{\theta}$), a variância adimensional (σ_{θ}^2) e a fração passante de inclusões (FP) do tamanho adimensional X podem ser calculados por:

$$\bar{\theta} = 1 \quad (5.94)$$

$$\sigma_{\bar{\theta}}^2 = \begin{cases} 2/f - 1, & 0 < f \leq 1 \\ 1/f^2, & f > 1 \end{cases} \quad (5.95)$$

$$FP = \begin{cases} 1 - f[1 - (1 + X/f)^{-1}], & 0 < f \leq 1 \\ \exp(-X + X/f)(1 + X/f)^{-1}, & f > 1 \end{cases} \quad (5.96)$$

Obviamente, a equação (5.94) não fornece qualquer informação útil de forma que o tempo adimensional médio de residência ($\bar{\theta}$) não pode ser utilizado na comparação de distribuidores utilizando o terceiro modelo. Entretanto, tanto a variância adimensional ($\sigma_{\bar{\theta}}^2$) quanto a fração passante de inclusões (FP) podem ser empregados. Note que se f está no intervalo $(0, \infty)$, $\sigma_{\bar{\theta}}^2$ e FP estão nos intervalos $(0, \infty)$ e $(e^{-X}, 1)$, respectivamente.

Exemplos de cálculo usando o terceiro modelo serão apresentados nas seções 5.6 e 5.7.3.

5.4 Estimativa da Fração Média de Inclusões Removidas no Distribuidor com Base na Curva DTR

A tabela V.2 apresenta os resultados de fração de inclusões passantes para o veio (FP) previstos pelo método baseado na curva DTR (seção 4.4) em função do diâmetro de partícula (d_p) ou de seu correspondente adimensional, parâmetro X – equação (4.16). Para fins de comparação, também são apresentados resultados análogos preditos pelo modelo CFD descrito na seção 4.2, que resolve uma equação de conservação para a fração média de inclusões. Para melhor compreensão, essas informações foram plotadas na figura 5.15.

Conforme pode ser visto na figura 5.15, as previsões da fração passante feitas pelas duas abordagens estão em excelente concordância enquanto $X \leq 1$. Em particular, os resultados das duas abordagens tendem a convergir quando $X \rightarrow 0$, isto é, à medida que partículas menores são consideradas. No entanto, para $X > 1$, a diferença entre as previsões das duas abordagens cresce progressivamente à medida que X aumenta até chegar a um máximo de aproximadamente 0,07 em $X \approx 2,9$. Após esse valor crítico, a diferença das previsões das abordagens diminui com o aumento do valor do parâmetro X .

Os resultados obtidos podem ser entendidos com base em uma premissa assumida pelo método de cálculo baseado na curva DTR e que não é feita pelo modelo CFD. A saber, que as partículas seguem aproximadamente a mesma trajetória no distribuidor que os elementos do fluido.

Tabela V.2: Fração passante de inclusões previstas pelo método baseado na curva DTR e pelo modelo CFD em função do diâmetro de partícula (d_p) ou de sua medida adimensional (X). Também são fornecidos a velocidade relativa entre a partícula e o meio, Δv_∞ , calculada pela Lei de Stokes e o parâmetro ajustado X_{aj} .

$d_p \times 10^6$ (m)	$\Delta v_\infty \times 10^4$ (m/s)	X	Fração passante de inclusões		X_{aj}
			A partir de DTR	Modelo CFD	
27,5	3,01	0,275	0,769	0,767	0,278
32,5	4,20	0,384	0,699	0,693	0,393
37,5	5,59	0,511	0,628	0,618	0,530
45	8,06	0,736	0,525	0,506	0,783
55	12,0	1,10	0,401	0,369	1,22
65	16,8	1,54	0,300	0,252	1,81
75	22,4	2,04	0,220	0,160	2,61
90	32,2	2,94	0,134	0,068	4,36
110	48,1	4,40	0,067	0,014	8,31
130	67,2	6,14	0,032	0,001	15,3

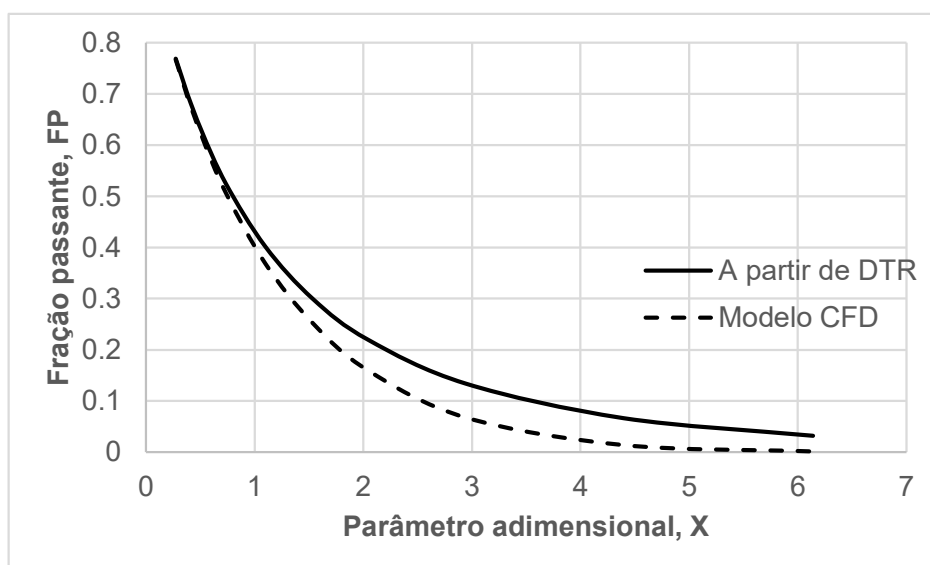


Figura 5.15: Variação da fração passante de inclusões (FP) com o parâmetro adimensional X para diferentes abordagens de cálculo.

Em outras palavras, o método baseado na curva DTR desconsidera o movimento ascendente da partícula em relação ao meio, que facilita sua remoção, enquanto o modelo CFD incorpora esse movimento. De fato, as previsões de fração passante feitas pelo

método baseado na curva DTR superestimaram aquelas do modelo CFD para todos os valores de X estudados (tabela V.2).

Como a velocidade relativa entre a partícula e o meio, Δv_∞ , é diretamente proporcional a X , equação (4.16), espera-se que a diferença entre as previsões feitas pelas duas abordagens aumente com o aumento de X . Isso é observado até $X \approx 2,9$ nos resultados de fração passante. Após esse valor de X , a diferença passa a se reduzir devido à tendência assintótica das curvas: $FP \rightarrow 0$ quando $X \rightarrow \infty$. Fisicamente, esse resultado exprime que partículas muito grandes são removidas muito facilmente.

Tendo em vista a comparação acima, verifica-se que o método baseado na curva DTR possui acurácia similar ao modelo CFD para $X \leq 1$. Após processamento em reatores modernos de refino secundário, o tamanho médio de inclusões no distribuidor é entorno de $10\mu\text{m}$ a $13\mu\text{m}$, sendo que a maioria das inclusões possuem diâmetro menor que $20\mu\text{m}$ (FACO, 2005). Por sua vez, o menor tamanho de partícula estudado ($X = 0,275$) corresponde a inclusões de $38,8\mu\text{m}$ (MENDONÇA, 2016). Portanto, o método baseado na curva DTR possui melhor desempenho para os tamanhos de inclusões de maior interesse prático atualmente.

Além disso, quando $X > 1$, o método fornece previsões razoáveis e pode ser usado como uma primeira aproximação para se realizar cálculos semi-quantitativos. Para diversas aplicações, esse nível de acurácia é suficiente. Portanto, o método se mostra valioso, sobretudo para estudos em modelo físico.

Apesar disso, foi proposta uma correção para o método baseado na curva DTR com o intuito de aumentar sua acurácia. Nesse caso, a fração passante de inclusões é calculada por:

$$FP = \int_0^\infty e^{-X_{aj}\theta} E_\theta(\theta) d\theta \quad (5.97)$$

Em que X_{aj} é o parâmetro adimensional ajustado, que corrige o método para o efeito do movimento relativo entre a inclusão e o meio.

Foram determinados os valores de X_{aj} para os quais a equação (5.97) prevê os mesmos valores de FP que o modelo CFD (tabela V.2). Os valores de X_{aj} obtidos se ajustam bem a seguinte equação polinomial (figura 5.16):

$$X_{aj} = X(1 + 9,216 \times 10^{-2}X + 2,463 \times 10^{-2}X^2) \quad (5.98)$$

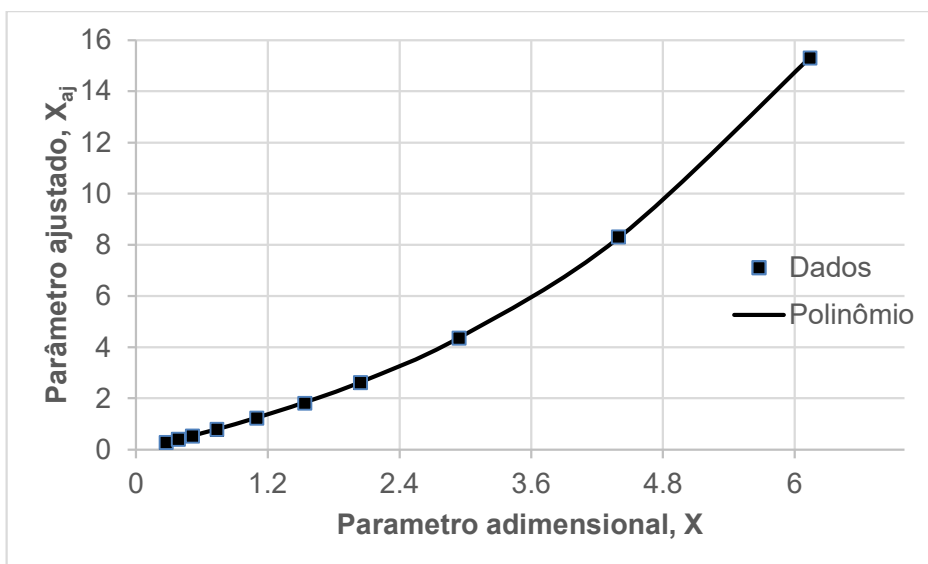


Figura 5.16: Qualidade do ajuste realizado pelo polinômio da equação (5.98) em relação aos dados de X_{aj} e X presentes na tabela V.2.

O termo entre parênteses no lado direito da equação (5.98) atua como um fator de correção para X devido ao movimento relativo entre a inclusão e o meio. Interessante notar que esse fator sempre se eleva com o aumento de X . Isso é esperado, pois Δv_{∞} é diretamente proporcional a X – equação (4.16). A equação (5.98) foi construída de modo que $X_{aj} \rightarrow X$ quando $X \rightarrow 0$.

5.5 Previsão do Comprimento da Placa de Mistura Formada no Distribuidor a partir de Dados da DTR

A análise feita foi composta de três etapas (seção 4.5). Na primeira etapa, foram consideradas condições de vazão e nível constantes. A figura 5.17 compara a curva F predita pelo modelo matemático (CFD) com dados experimentais de MENDONÇA (2016). A curva F calculada pelo modelo CFD é a base para os cálculos do método Niemi-Zenger nas etapas seguintes.

A figura 5.17 mostra que o modelo CFD é capaz de reproduzir razoavelmente os dados experimentais. O tempo de transição (variável F entre 0,2 e 0,8) é 162s nos dados

experimentais e 190s para o modelo CFD, o que representa um erro de 17% na previsão do modelo.

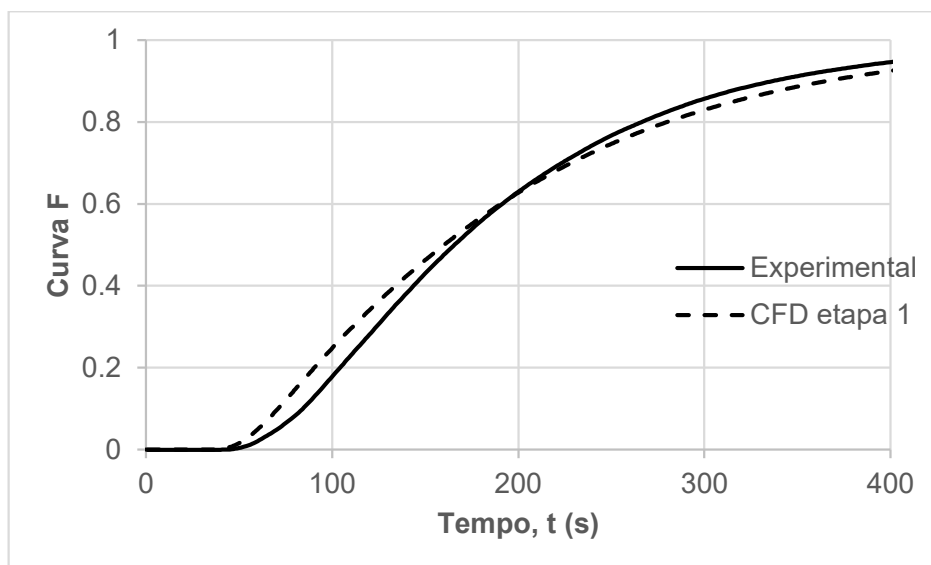


Figura 5.17: Validação do modelo CFD com dados experimentais de MENDONÇA (2016) para condições de vazão e nível constantes.

Muito provavelmente, o desvio observado se deve ao modelo de turbulência utilizado – modelo $k-\epsilon$ padrão. Durante o desenvolvimento deste trabalho, foram testados outros modelos de turbulência disponíveis no *software* ANSYS CFX ($k-\epsilon$ RNG, $k-\omega$, BSL, SST e LRR Reynolds Stress), assim como foi averiguada a influência do valor do número de Schmidt turbulento. No entanto, não foram alcançadas melhorias significativas na capacidade preditiva do modelo CFD.

Na segunda etapa, os resultados preditos pelo método de Niemi-Zenger foram comparados com previsões do modelo CFD para uma condição de vazão variável, equação (4.17), e nível constante. A figura 5.18 apresenta os resultados obtidos.

Na figura 5.18, as curvas do método de Niemi-Zenger e do modelo CFD se sobrepõem, o que demonstra a validade do método de Niemi-Zenger em condições de vazão variável e nível constante. O tempo de transição (variável F entre 0,2 e 0,8) é 148s para o método de Niemi-Zenger e 147s para o modelo CFD. A diferença observada de 1s (ou 0,6%) não

apresenta significância visto que o passo de tempo usado na etapa 1 para obtenção da curva F empregada no método de Niemi-Zenger é 1s.

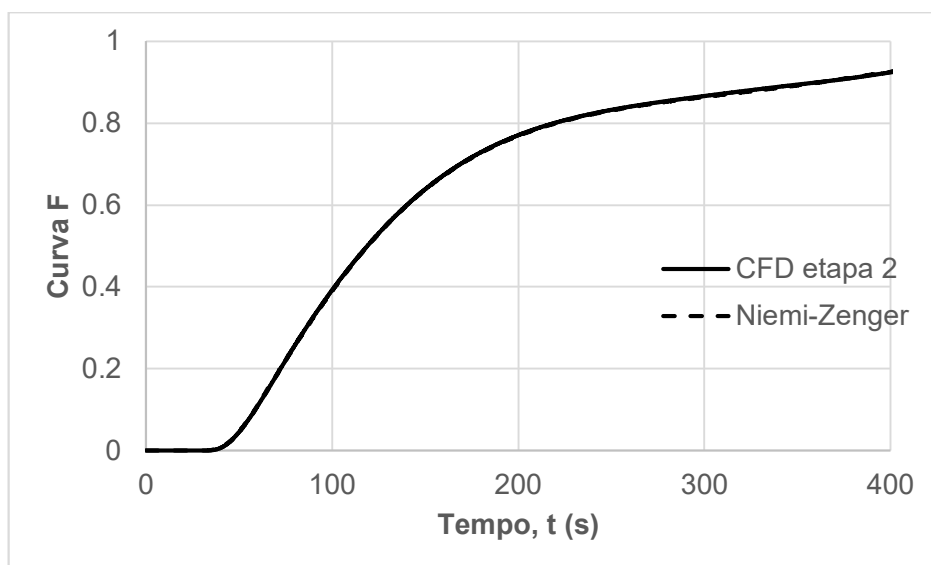


Figura 5.18: Verificação do método de Niemi-Zenger com previsões de modelo CFD em condição de vazão variável (senoidal) e nível constante.

Por fim, na terceira etapa, as previsões do método de Niemi-Zenger foram comparadas com aquelas de um modelo CFD multifásico para uma condição em que há variação simultânea de vazão e nível. Os resultados obtidos são mostrados na figura 5.19.

A curva predita pelo método de Niemi-Zenger é suave ao passo que a curva calculada pelo modelo CFD multifásico apresenta variações irregulares. Tais variações também são observadas nos resultados de trabalhos recentes de modelagem matemática multifásica de troca de panela (SIDDIQUI e JHA, 2014; KRASHNAVATAR e MAZUMDAR, 2018). Para o presente autor, não é claro se essa irregularidade tem origem física ou se trata de erro numérico ou de modelagem.

A despeito da diferença discutida acima, as previsões do método de Niemi-Zenger e do modelo CFD multifásico concordam razoavelmente. O tempo de transição (variável F entre 0,2 e 0,8) é 134s para o método de Niemi-Zenger e 138s para o modelo CFD, um desvio (um pouco fortuito dada a irregularidade da curva do modelo CFD) de apenas 3%. Esses

resultados mostram que o método de Niemi-Zenger é uma aproximação razoável em condição de vazão e nível variáveis.

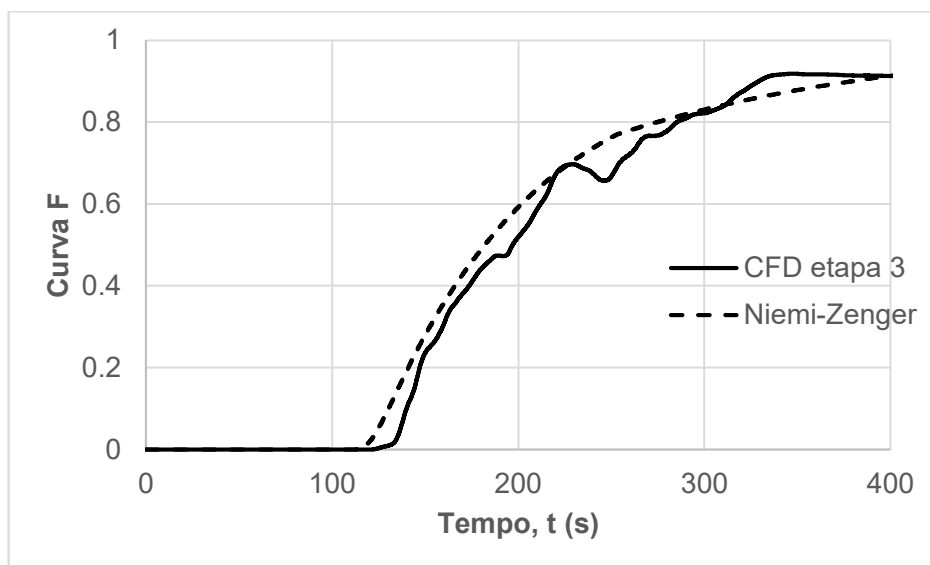


Figura 5.19: Verificação do método de Niemi-Zenger com previsões de modelo CFD multifásico em condição de vazão e nível variáveis.

Todavia, o tempo de transição medido experimentalmente por CARDOSO FILHO (2007) para a condição estudada na terceira etapa é de 90s. Desvios significativos como esse entre resultados de modelos multifásicos para troca de panela e dados experimentais são observados na literatura (KRASHNAVATAR e MAZUMDAR, 2018) e decorre do modelo de turbulência usado (SIDDIQUI e JHA, 2014).

Interessante mencionar que ao refazer o cálculo do método de Niemi-Zenger para a terceira etapa com base nos dados experimentais de MENDONÇA (2016) apresentados na figura 5.17 (primeira etapa), o tempo de transição obtido é 109s – mais próximo do valor de CARDOSO FILHO (2007).

5.6 Procedimentos para Avaliação do Desempenho Fluidodinâmico de Distribuidores a partir de Curvas DTR

Com base na revisão de literatura realizada, foram identificados diversos parâmetros para avaliar o desempenho fluidodinâmico de distribuidores a partir de curvas DTR. Nessa seção, são listados aqueles recomendados pelo presente autor.

Modelos de compartimentos mais complexos, como os descritos nas seções 5.3.1 e 5.3.2, podem ser utilizados em análises detalhadas de distribuidores de um ou vários veios (BRAGA e TAVARES, 2018c). Por ser mais informativo, esse procedimento é especialmente útil em trabalhos com modelos físicos, que fornecem menos informações que modelos matemáticos. Dado o maior esforço envolvido no tratamento e interpretação dos resultados, o uso desse procedimento é mais conveniente quando poucas configurações de distribuidores são estudadas.

No entanto, há situações em que grande número de configurações de distribuidores são investigadas. Nesse caso, é recomendável a adoção de algum parâmetro de cálculo rápido e de interpretação física simples. Preferencialmente, o parâmetro escolhido não deve se basear em nenhum modelo de compartimento. Dessa forma, a adequação de seu uso não estará condicionada à validade do modelo de compartimento.

Além disso, o parâmetro não deve ser determinado a partir de apenas um ou dois pontos da curva DTR, como é comum na avaliação da fração de volume das regiões de escoamento pistonado na literatura. Por um lado, os resultados dessa prática são sensíveis a ruídos de medição ou a formas atípicas de curvas DTR. Por outro, muito pouca informação da curva DTR é aproveitada.

As equações disponíveis na literatura para calcular a fração de volume de zonas mortas utilizam uma parcela considerável dos dados da curva DTR e, portanto, são mais interessantes. Dentre essas equações, destaca-se aquela proposta independentemente por DA SILVA *et al.* (1998) e CUI, LIU e LI (2015) que calcula a fração volumétrica de material presente no distribuidor que permanece em seu interior por mais de um determinado tempo. Nos dois trabalhos, esse tempo é tomado como 2τ , sendo τ o tempo nominal médio de residência do aço no distribuidor (s). A equação referida pode ser deduzida a partir de um balanço global de massa e é válida para qualquer reator contínuo (DANCKWERTS, 1953; FOGLER, 2005).

De acordo com a discussão apresentada em BRAGA e TAVARES (2018e)⁸, o tempo envolvido na definição da fração de volume de zona morta deve ser τ (e não 2τ) para que

⁸ A integral de BRAGA e TAVARES (2018e) pode ser acessada gratuitamente em: <https://doi.org/10.2355/isijinternational.ISIJINT-2018-368>.

a equação seja capaz de diferenciar melhor diferentes modos de escoamento. Essa escolha corresponde a adotar o *hold-back*, H , definido por DANCKWERTS (1953), como parâmetro de análise:

$$H = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} F dt = \int_0^1 F d\theta \quad (5.99)$$

Em que F é a DTR do distribuidor na forma de distribuição acumulada, t é o tempo (s) e θ é o tempo adimensional, $\theta = t/\tau$. Matematicamente, o *hold-back* representa a média da variável F quando θ varia entre 0 e 1. Como o valor de F está no intervalo $[0, 1]$, H também pertence ao intervalo $[0, 1]$.

O conceito físico de *hold-back* é mais facilmente compreendido em uma condição idealizada de troca de panela em que não há variação da vazão ou nível de aço. Nessa condição, o *hold-back* é a fração volumétrica de aço da panela anterior ainda presente no distribuidor após a entrada de um volume de aço novo igual ao volume do distribuidor. O *hold-back* é mínimo ($H = 0$) para o escoamento pistonado sem dispersão axial e máximo ($H = 1$) para um curto-circuito total. Portanto, durante o aprimoramento de distribuidores, deve-se buscar a minimização de H de modo a maximizar o caráter pistonado do distribuidor.

Tendo em vista sua interpretação física, o parâmetro *hold-back* se destina primariamente ao estudo de distribuidores de um veio ou de dois veios simétricos. Entretanto, o *hold-back* também pode ser aplicado na descrição do comportamento global de distribuidores com veios assimétricos (dois ou mais). Nesse caso, a DTR global do distribuidor deve ser usada no cálculo (BRAGA e TAVARES, 2018e).

Alternativamente, o *hold-back* pode ser calculado por (BRAGA e TAVARES, 2018e):

$$H = \int_0^{\tau} \left(1 - \frac{t}{\tau}\right) E dt = \int_0^1 (1 - \theta) E_{\theta} d\theta \quad (5.100)$$

Em que E é a DTR do distribuidor na forma de densidade de probabilidade e em unidades físicas (s^{-1}) e E_{θ} é a DTR do distribuidor na forma de densidade de probabilidade e em unidades adimensionais, $E_{\theta} = \tau \cdot E$.

Se modelos CFD, que simulam o experimento de degrau, forem usados no estudo, o *hold-back* também pode ser calculado a partir de sua interpretação física (BRAGA e TAVARES, 2018e):

$$H = 1 - \frac{1}{c_{entra}} \iiint_{Fluido} c_A(\mathbf{r}, t = \tau) dV \quad (5.101)$$

Em que c_{entra} é a concentração do traçador A na entrada do sistema (kg/m^3) e $c_A(\mathbf{r}, t = \tau)$ é a concentração do traçador A (kg/m^3) na posição \mathbf{r} (m) e no instante de tempo $t = \tau$ (s). A equação (5.101) assume que a concentração inicial de traçador no domínio é nula.

A equação (5.101) pode ser avaliada diretamente pela ferramenta de pós-processamento do *software* CFD empregado. O uso dessa equação é particularmente conveniente quando algum algoritmo de otimização for utilizado no aprimoramento do distribuidor, já que elimina a necessidade de tratamento dos dados da curva DTR.

Interessante notar que o *hold-back* (H) pode ser relacionado com o parâmetro f do modelo descrito na seção 5.3.3:

$$f = \begin{cases} -\ln H, & H \geq e^{-1} \\ e^{-1}/H, & H < e^{-1} \end{cases} \quad (5.102)$$

Em que e é o número de Euler ($e = 2,718\dots$). Quando $H = e^{-1}$, $f = 1$ e o modelo da seção 5.3.3 se comporta como um tanque com mistura perfeita. A equação (5.102) é plotada na figura 5.20.

A transição de comportamento que ocorre em $H = e^{-1} \approx 0,37$ não é perceptível na figura 5.20, pois, nesse ponto, os limites de f e df/dH convergem e são iguais a 1 e $-e$, respectivamente.

A equação (5.102) permite estimar parâmetros globais, tais como a variância adimensional (σ_θ^2) e a fração passante de inclusões (FP) do tamanho adimensional X (seção 5.3) a partir do valor do *hold-back*, H . Para tanto, o parâmetro f estimado pela equação (5.102) deve ser substituído nas equações (5.95) e (5.96), respectivamente.

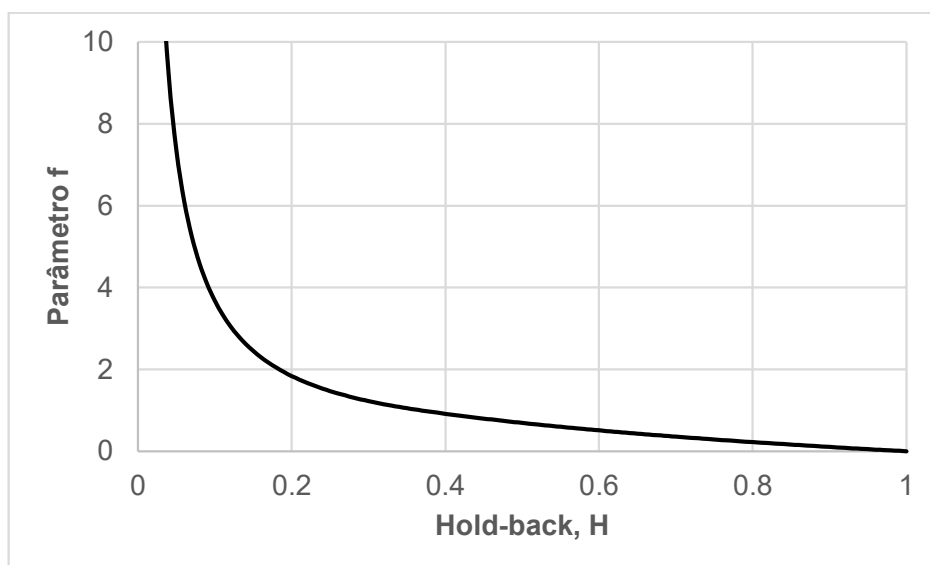


Figura 5.20: Relação entre *hold-back* (H) e o parâmetro f do modelo descrito na seção 5.3.3.

Nesse momento, é oportuno apresentar alguns exemplos numéricos. Para a curva F experimental da primeira etapa da seção 5.5, o *hold-back* é $H \approx 0,222$ e, conseqüentemente, o parâmetro f estimado pela equação (5.102) é $f \approx 1,656$. Como $f > 1$, o modelo da seção 5.3.3 é equivalente a um modelo de compartimentos composto por uma região de escoamento pistonado sem dispersão axial ($v_p \approx 0,396$) em série com uma região com mistura perfeita ($v_m \approx 0,604$). Utilizando a técnica de regressão não linear, BRAGA e TAVARES (2018d) encontraram resultados muito próximos ($v_p \approx 0,401$ e $v_m \approx 0,599$) para os mesmos dados experimentais.

Por outro lado, para a curva F obtida pelo modelo CFD na primeira etapa da seção 5.5, o *hold-back* é $H \approx 0,248$ de modo que o parâmetro f estimado pela equação (5.102) é $f \approx 1,482$ ($v_p \approx 0,325$ e $v_m \approx 0,675$). Tomando $X \approx 2,04$, a equação (5.96) prediz que $FP \approx 0,216$. Esse valor é muito próximo daquele obtido na seção 5.4 a partir da curva DTR, $FP \approx 0,220$ (tabela V.2). A figura 5.21 mostra que a concordância entre as duas abordagens também é boa para os demais valores do parâmetro X estudados.

Os exemplos acima ilustram a capacidade do parâmetro *hold-back* em avaliar o desempenho fluidodinâmico de distribuidores. No entanto, esse parâmetro não pode ser

usado para a comparação de desempenho dos diferentes veios de um distribuidor assimétrico. De fato, o volume de aço no distribuidor, que é analisado pelo *hold-back*, é compartilhado por todos os veios. Desse modo, é necessário adotar outro procedimento para a comparação de veios.

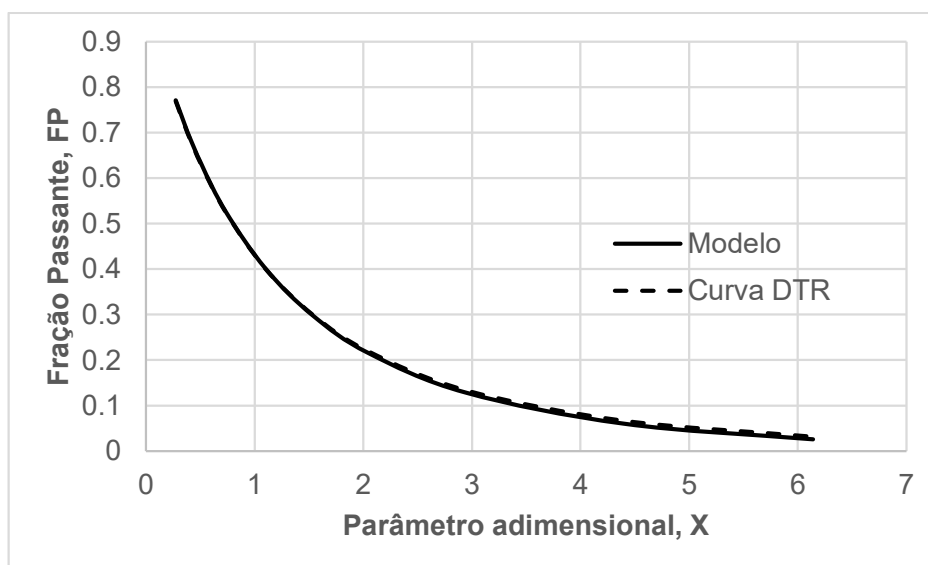


Figura 5.21: Comparação entre as frações passantes de inclusões (FP) previstas por intermédio do modelo descrito na seção 5.3.3 e diretamente a partir da curva DTR.

BRAGA e TAVARES (2018e) compararam diferentes parâmetros para a aferição da heterogeneidade entre dois veios, que não são baseados em modelos de compartimentos. Foi determinado que aquele com melhores propriedades é a métrica de área de OBERKAMPF e ROY (2010), δ_{area} (s):

$$\delta_{\text{area}} = \int_0^{\infty} |F_1 - F_2| dt \quad (5.103)$$

Em que F_j é a DTR do veio j na forma de distribuição acumulada. Em seu trabalho, CUI, LIU e LI (2015) calcularam as curvas F_j de forma incorreta. O procedimento correto de cálculo é descrito por BRAGA e TAVARES (2018e).

Geometricamente, o parâmetro δ_{area} representa a área entre as curvas F_j dos dois veios. Fisicamente, a métrica de área é uma medida, em segundos, da diferença de tempos de residência do aço que deixa o distribuidor através dos dois veios. A função valor absoluto

presente na equação (5.103), $|F_1 - F_2|$, garante que todo o desvio das curvas seja contabilizado. Se a diferença $(F_1 - F_2)$ fosse integrada em seu lugar, apenas a diferença dos tempos médios de residência seria considerada (BRAGA e TAVARES, 2018e).

A equação (5.103) pode ser generalizada para distribuidores com mais de dois veios por meio de uma analogia com o conceito estatístico de desvio padrão (BRAGA e TAVARES, 2018e):

$$\sigma_{\text{area}} = \frac{2}{\sqrt{N}} \int_0^{\infty} \sqrt{(F_1 - \bar{F})^2 + (F_2 - \bar{F})^2 + \dots + (F_N - \bar{F})^2} dt \quad (5.104)$$

Em que N é o número de veios do distribuidor e \bar{F} é a média aritmética entre as curvas F_j :

$$\bar{F} = \frac{F_1 + F_2 + \dots + F_N}{N} \quad (5.105)$$

O fator 2 existente na equação (5.104) garante que σ_{area} se torne igual a δ_{area} em distribuidores de dois veios

Em geral, busca-se reduzir a heterogeneidade entre os veios de modo a produzir aços de qualidades similares em todos veios. Portanto, deve-se minimizar σ_{area} (ou δ_{area}) durante o aprimoramento de distribuidores.

5.7 Otimização de Distribuidores Baseada em Metamodelo

Foram resolvidos três problemas de otimização. No primeiro, se considerou o modelo físico apenas com barragem. No segundo, se analisou o modelo físico apenas com dique. No terceiro, se estudou o modelo físico com barragem e dique. Posteriormente, foram fornecidas considerações práticas. A abordagem sequencial adotada permite identificar as técnicas mais promissoras para o aprimoramento de distribuidores.

5.7.1 Problema 1: distribuidor apenas com barragem

No primeiro problema, se buscou determinar a altura e a posição de uma barragem, que é usada como único modificador de fluxo do modelo físico, de modo a minimizar o *hold-back*, H , do distribuidor. A barragem, que está assentada no piso do distribuidor, possui 28mm de espessura e tem largura suficiente para varrer toda a seção transversal do distribuidor.

Esse problema pode ser parametrizado por duas variáveis que estão nos intervalos:

$$50\text{mm} \leq h_B \leq 226,5\text{mm} \quad (5.106)$$

$$150\text{mm} \leq x_B \leq 950\text{mm} \quad (5.107)$$

Em que h_B é a altura da barragem (mm) e x_B é a distância da barragem ao centro do distribuidor (mm). A definição dessas variáveis é ilustrada na figura 5.22. A equação (5.106) estipula uma altura mínima de 50mm para a barragem e garante que haja um espaço livre mínimo de 50mm entre o topo da barragem e a superfície livre do distribuidor. A equação (5.107), por sua vez, posiciona a barragem com uma distância mínima de 150mm tanto da válvula longa quanto do veio. Na análise, os intervalos acima foram discretizados com espaçamento de 1mm.

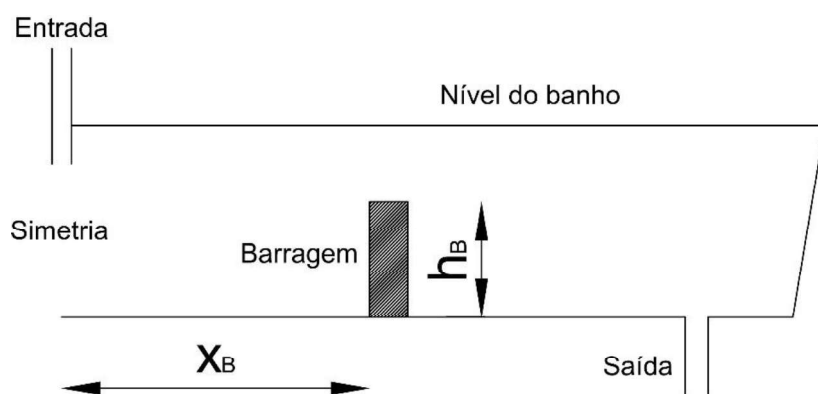


Figura 5.22: Esquema de distribuidor apenas com barragem. Na figura, h_B é a altura da barragem e x_B é a distância da barragem ao centro do distribuidor.

Três diferentes planejamentos de experimentos computacionais com 16 simulações foram comparados: *D-Optimal Design* (DOD), que se destina primariamente à regressão de polinômios quadráticos, *Factorial Design* (FD), 4^2 , e *Latin Hypercube Design* (LHD), que utiliza a base geradora aleatória para cada variável e combina as coordenadas de variáveis geradas de modo a espalhar os pontos do planejamento pelo domínio. Para tanto, se resolve um problema associado. Considera-se que cada ponto do planejamento representa uma carga elétrica idêntica e determina-se as posições das cargas que minimizam a energia potencial elétrica total do sistema. Maiores detalhes sobre esses três tipos de planejamentos podem ser encontrados em MONTGOMERY (2012) e RYBERG, BÄCKRYD

e NILSSON (2012). Para a verificação dos metamodelos, foi executado um planejamento de experimentos computacionais *Random Design* (RD) composto por 4 simulações. As tabelas V.3 e V.4 apresentam os resultados obtidos.

Durante a realização do trabalho, os diversos metamodelos disponíveis no iChrome Nexus foram testados, bem como seus parâmetros. Nessa seção, quatro deles são comparados utilizando seus parâmetros padrões: Função de Base Radial (FBR), que adota função de base gaussiana, K-Nearest (KN), que considera apenas os 5 pontos da matriz mais próximos do ponto calculado e expoente de ponderação 2, Kriging (Krg), que usa função de correção gaussiana e uma constante como função de regressão, e polinômio quadrático de duas variáveis (Poli). A tabela V.5 apresenta os resultados da verificação feita dos metamodelos com base nos dados da tabela V.4.

Tabela V.3: Planejamentos de experimentos computacionais DOD, FD e LHD executados pelo modelo CFD para a construção de metamodelos. Distribuidor apenas com barragem.

DOD			FD			LHD		
h_B (mm)	x_B (mm)	H_{CFD}	h_B (mm)	x_B (mm)	H_{CFD}	h_B (mm)	x_B (mm)	H_{CFD}
50	150	0,2735	50	150	0,2735	82	520	0,2495
52	150	0,2732	50	417	0,2633	72	660	0,2303
148	150	0,2422	50	683	0,2279	88	809	0,2178
225	150	0,2556	50	950	0,2380	191	206	0,2513
226	150	0,2565	109	150	0,2569	120	298	0,2605
50	158	0,2745	109	417	0,2536	135	737	0,2245
132	506	0,2455	109	683	0,2271	170	642	0,2360
50	546	0,2607	109	950	0,2359	94	903	0,2278
226	546	0,2462	168	150	0,2752	214	770	0,2405
136	554	0,2419	168	417	0,2752	60	394	0,2630
226	562	0,2449	168	683	0,2347	179	887	0,2283
50	942	0,2363	168	950	0,2313	225	452	0,2489
50	950	0,2380	226	150	0,2565	150	562	0,2413
139	950	0,2343	226	417	0,2517	142	411	0,2540
225	950	0,2429	226	683	0,2433	116	183	0,2541
226	950	0,2433	226	950	0,2433	200	324	0,2600

Tabela V.4: Planejamento de experimentos computacionais RD executado pelo modelo CFD para a verificação de metamodelos. Distribuidor apenas com barragem.

RD		
h_B (mm)	x_B (mm)	H_{CFD}
135	910	0,2310
87	848	0,2199
70	673	0,2271
120	183	0,2539

Tabela V.5: Verificação de metamodelos (FBR, KN, Krg e Poli) ajustados com diferentes planejamentos de experimentos computacionais (DOD, FD, LHD, FD+LHD). Distribuidor apenas com barragem. Dados correspondem ao coeficiente de correlação entre previsões dos metamodelos e os resultados do modelo CFD apresentados na tabela V.4.

Planejamento	Coeficiente de correlação, r			
	FBR	KN	Krg	Poli
DOD	0,7908	-0,5664	-0,9175	-0,0147
FD	0,7868	0,7318	0,8053	0,1712
LHD	0,9822	0,8628	0,9757	0,5738
FD+LHD	-0,3886	0,6348	0,9926	0,5276

Os resultados mostram que o planejamento de experimentos computacionais DOD é extremamente ineficiente nas condições testadas para os metamodelos KN, Krg e Poli ($r < 0$). E mesmo para o metamodelo FBR, o planejamento DOD não é suficientemente acurado ($r < 0,8$).

A causa da ineficiência do planejamento é a presença de pontos muito próximos (tabela V.3), quase replicatas, o que deteriora a capacidade preditiva de metamodelos. O planejamento DOD foi concebido para reduzir a incerteza das previsões do modelo polinomial quadrático (Poli) quando aplicado a dados experimentais. De fato, nesse caso, a existência de replicatas não é só possível, mas vantajoso.

O planejamento FD apresenta resultados substancialmente melhores que o planejamento DOD para os metamodelos KN, Krg e Poli. Já para om metamodelo FBR, o planejamento FD é ligeiramente inferior ao planejamento DOD. No entanto, mesmo para o melhor caso (Krg), o metamodelo obtido não é suficientemente acurado ($r \approx 0,81$).

O planejamento LHD supera os planejamentos DOD e FD em todos os metamodelos. Portanto, é o planejamento de experimentos computacionais recomendado. Em particular, previsões acuradas são obtidas para os metamodelo FBR e Krg ($r > 0,97$). Por outro lado, a baixa acurácia do modelo polinomial quadrático (Poli), $r < 0,6$, sugere que a forma da função de interesse (*hold-back*) é complexa.

O último planejamento de experimentos computacionais indicado na tabela V.5, FD+LHD, foi formado pela união dos pontos dos planejamentos FD e LHD. Esse planejamento foi criado para averiguar a robustez dos metamodelos em um planejamento aumentado de modo não cuidadoso. O metamodelo Krg foi o único que melhorou sua capacidade preditiva em relação ao planejamento LHD e alcançou $r > 0,99$. Isso aponta para uma vantagem do uso do metamodelo Krg.

Como o planejamento LHD apresentou os melhores resultados entre os três planejamentos iniciais, optou-se por identificar o mínimo global de todos os metamodelos construídos a partir dele. Além disso, calculou-se o mínimo global do metamodelo Krg construído a partir do planejamento aumentado FD+LHD, pois esse metamodelo apresentou o maior valor do coeficiente de correlação (r) entre todos os metamodelos. A tabela V.6 apresenta os resultados obtidos. Na tabela, também são apresentados o *hold-back* avaliado pelo modelo CFD para os mesmos valores das variáveis e o erro percentual absoluto ($\%e_H$) associado.

Tabela V.6: Mínimo global de metamodelos e comparação com modelo CFD. Distribuidor apenas com barragem.

Metamodelo	Planejamento	h_B (mm)	x_B (mm)	Parâmetro <i>hold-back</i> , H		
				H_{mtm}	H_{CFD}	$\%e_H$
FBR	LHD	85	799	0,2176	0,2165	0,50%
KN	LHD	179	880	0,2283	0,2291	0,34%
Krg	LHD	78	788	0,2173	0,2186	0,57%
Poli	LHD	77	950	0,2134	0,2352	9,25%
Krg	FD+LHD	95	790	0,2172	0,2159	0,58%

De acordo com a tabela V.6, a melhor solução verificada no modelo CFD, isto é, o menor valor de H_{CFD} foi obtido pelo metamodelo Krg ajustado a partir do planejamento aumentado FD+LHD. Não obstante, desempenhos de distribuidor similares foram obtidos pelos metamodelos FBR e Krg ajustados a partir do planejamento LHD (diferença de H_{CFD} na

terceira casa decimal). De fato, os valores das variáveis h_B e x_B calculados a partir desses três metamodelos são bastante próximos.

A tabela V.6 também mostra que o erro percentual absoluto ($\%e_H$) associado ao metamodelo precisa ser baixo, mas isso apenas não garante que se está próximo do mínimo global do modelo CFD. Por um lado, o metamodelo Poli apresenta um alto valor de $\%e_H$, o que indica sua inequação para o estudo de distribuidores. Por outro, apesar de o metamodelo KN apresentar o menor valor de $\%e_H$ entre os metamodelos analisados na tabela V.6, a estimativa fornecida por esse metamodelo está distante do mínimo global do modelo CFD. Essa distância pode ser aferida pelos valores de h_B , x_B e H_{CFD} na tabela V.6.

Interessante notar que quanto maior o coeficiente de correlação do metamodelo (tabela V.5), menor o *hold-back* mínimo encontrado (tabela V.6) e, portanto, mais próximo se está do mínimo global do modelo CFD .

A figura 5.23 apresenta a superfície de resposta predita pelo metamodelo Krg ajustado a partir do planejamento aumentado FD+LHD.

A superfície de resposta é complexa apresentando múltiplos pontos de máximo e de mínimo. Em consequência, é ineficiente o uso direto de um algoritmo baseado em gradiente no modelo CFD se executado a partir de um único ponto inicial arbitrário. A fim de reduzir esse problema, decidiu-se executar o algoritmo BFGS a partir do ponto mais promissor do planejamento LHD (menor *hold-back*). O ponto mínimo encontrado possui como variáveis $h_B = 87mm$ e $x_B = 813mm$, o que leva a um *hold-back* de $H_{CFD} = 0,2161$. Esse resultado é similar aos obtidos na tabela V.6.

5.7.2 Problema 2: distribuidor apenas com dique

O segundo problema é similar ao primeiro. Nele, se buscou determinar a altura e a posição de um dique, que é usado como único modificador de fluxo do modelo físico, de modo a minimizar o *hold-back*, H , do distribuidor. O dique, que é posicionado a partir da superfície livre do distribuidor, possui 28mm de espessura e tem largura suficiente para varrer toda a seção transversal do distribuidor.

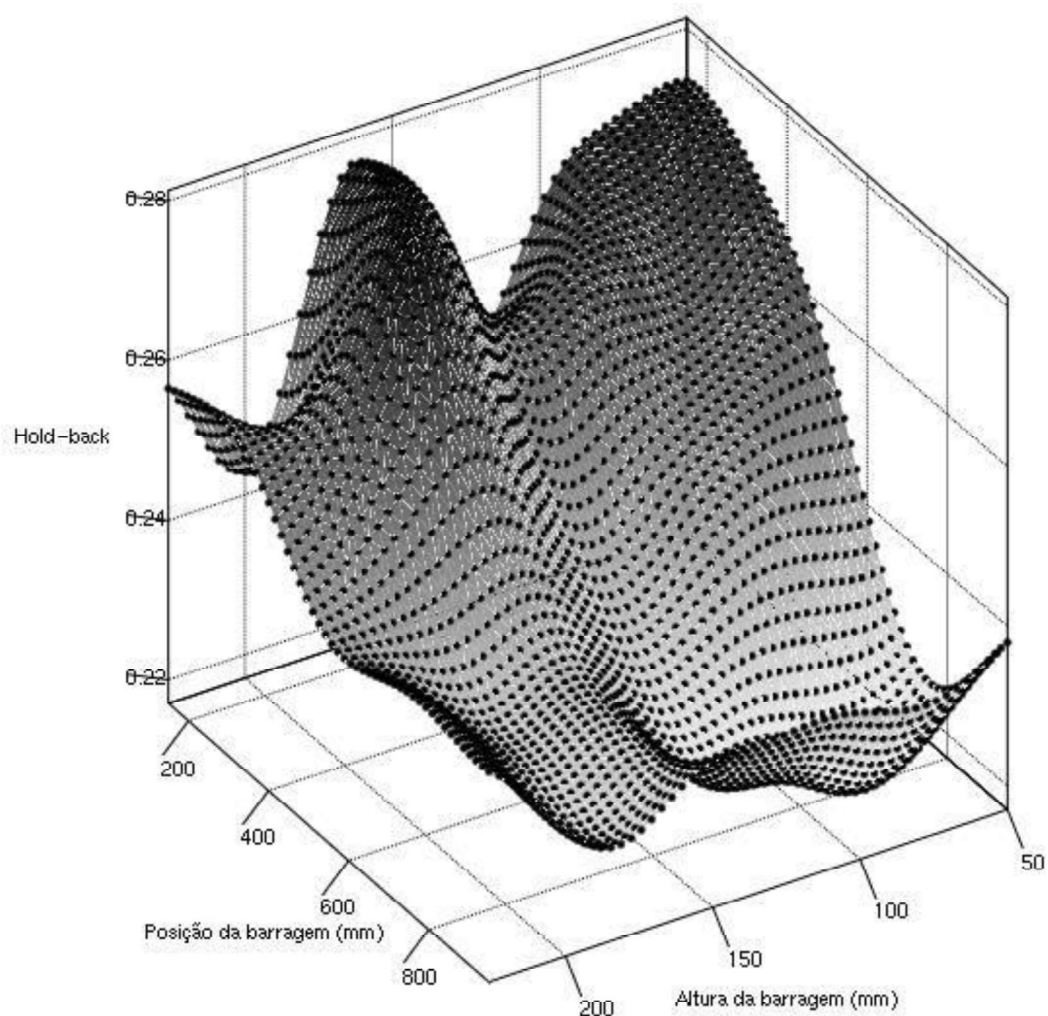


Figura 5.23: Superfície de resposta predita pelo metamodelo Krg ajustado a partir do planejamento aumentado FD+LHD. Distribuidor apenas com barragem.

Esse problema pode ser parametrizado por duas variáveis que estão nos intervalos:

$$-226,5mm \leq (-h_D) \leq -50mm \quad (5.108)$$

$$150mm \leq x_D \leq 950mm \quad (5.109)$$

Em que $(-h_D)$ é o negativo da penetração do dique desde a superfície livre do distribuidor (mm) e x_D é a distância do dique ao centro do distribuidor (mm). A definição dessas variáveis é ilustrada na figura 5.24. A equação (5.108) estipula uma penetração mínima de 50mm para o dique e garante que haja um espaço livre mínimo de 50mm entre a base do

dique e o fundo do distribuidor. A equação (5.109), por sua vez, posiciona o dique com uma distância mínima de 150mm tanto da válvula longa quanto do veio. Na análise, os intervalos acima foram discretizados com espaçamento de 1mm.

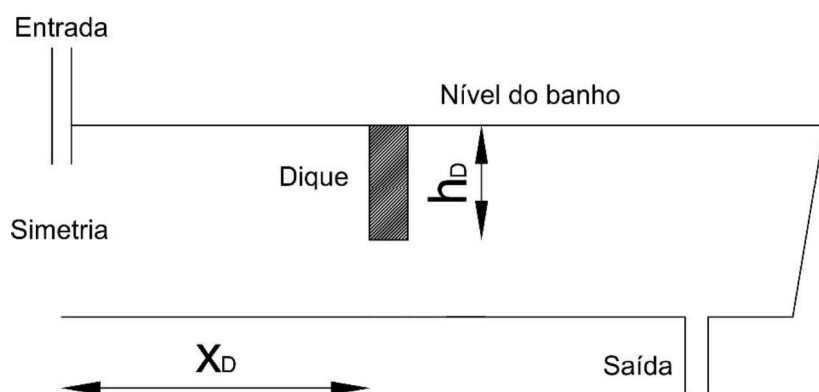


Figura 5.24: Esquema de distribuidor apenas com dique. Na figura, h_D é a altura do dique e x_D é a distância do dique ao centro do distribuidor.

Três diferentes planejamentos de experimentos computacionais foram executados para o ajuste de coeficientes de metamodelos: *Factorial Design* com 16 pontos (FD16), 4^2 , *Latin Hypercube Design* com 16 pontos (LHD16) e *Latin Hypercube Design* com 32 pontos (LHD32). Em relação à seção 5.7.1, se abandonou o *D-Optimal Design* devido ao seu baixo desempenho e se procurou investigar o efeito do tamanho do *Latin Hypercube Design* (16 ou 32 pontos). Para a verificação dos metamodelos, foi executado um planejamento de experimentos computacionais *Random Design* (RD4) composto por 4 simulações. As tabelas V.7, V.8 e V.9 apresentam os resultados obtidos.

Nessa seção, apenas o metamodelo Kriging foi empregado. Essa escolha se deve às suas boas propriedades exibidas na seção 5.7.1. Metamodelos Kriging foram ajustados para os dados dos planejamentos FD16, LHD16 e LHD32 e suas combinações FD16+LHD16, FD16+LHD32, LHD16+LHD32 e FD16+LHD16+LHD32. A tabela V.10 apresenta os resultados da verificação feita dos sete metamodelos com base nos dados da tabela V.9.

Dentre os planejamentos de experimentos computacionais testados, aquele com pior desempenho foi o FD16 ($r \approx 0,77$). Esse resultado está em boa concordância com aqueles obtidos na seção 5.7.1 com mesmos tipos de metamodelo e planejamento ($r \approx 0,81$).

Tabela V.7: Planejamentos de experimentos computacionais FD16 e LHD16 executados pelo modelo CFD para a construção de metamodelos. Distribuidor apenas com dique.

FD16			LHD16		
$(-h_D)$ (mm)	x_D (mm)	H_{CFD}	$(-h_D)$ (mm)	x_D (mm)	H_{CFD}
-226	150	0,2702	-125	160	0,2353
-168	150	0,2575	-165	840	0,3247
-109	150	0,2344	-91	743	0,3007
-50	150	0,2446	-143	913	0,3116
-226	417	0,3686	-209	579	0,3699
-168	417	0,2312	-190	758	0,3350
-109	417	0,2455	-178	343	0,2418
-50	417	0,2412	-199	206	0,2632
-226	683	0,3432	-104	527	0,2484
-168	683	0,3606	-115	276	0,2541
-109	683	0,3073	-160	654	0,3560
-50	683	0,2365	-220	471	0,3725
-226	950	0,2846	-136	425	0,2434
-168	950	0,3055	-68	864	0,3043
-109	950	0,3064	-75	620	0,2467
-50	950	0,2967	-51	363	0,2452

Por outro lado, o planejamento com melhor desempenho foi o LHD16 ($r \approx 0,94$). Esse resultado é surpreendente, pois se espera que planejamentos com mais pontos forneçam metamodelos mais acurados. Muito provavelmente, esse alto desempenho é meramente fortuito, isto é, o planejamento de verificação RD4, devido ao acaso, forneceu pontos que podem ser mais facilmente previstos pelo planejamento LHD16.

Dentre os demais planejamentos, os desempenhos mais promissores são alcançados pelos planejamentos FD16+LHD16 ($r \approx 0,87$) e FD16+LHD16+LHD32 ($r \approx 0,90$). É notável que, na seção 5.7.1, se atingiu $r \approx 0,99$ utilizando o metamodelo Kriging e um planejamento com 32 pontos. Nessa seção, mesmo com um planejamento composto por 64 pontos (FD16+LHD16+LHD32), se atingiu somente $r \approx 0,90$.

Tendo em vista os resultados pouco conclusivos da verificação feita (tabela V.10), optou-se por identificar o mínimo global de todos os metamodelos construídos. A tabela V.11 apresenta os resultados obtidos. Na tabela, também são apresentados o *hold-back*

avaliado pelo modelo CFD para os mesmos valores das variáveis e o erro percentual absoluto ($\%e_H$) associado.

Tabela V.8: Planejamento de experimentos computacionais LHD32 executado pelo modelo CFD para a construção de metamodelos. Distribuidor apenas com dique.

LHD32					
$(-h_D)$ (mm)	x_D (mm)	H_{CFD}	$(-h_D)$ (mm)	x_D (mm)	H_{CFD}
-143	206	0,2591	-119	453	0,2433
-207	713	0,3421	-51	778	0,2390
-122	939	0,3133	-172	322	0,2495
-63	523	0,2399	-92	615	0,2550
-186	497	0,3555	-181	913	0,3069
-105	805	0,3211	-127	361	0,2518
-200	828	0,3144	-170	417	0,2306
-68	330	0,2472	-210	633	0,3610
-198	267	0,2491	-162	761	0,3453
-74	228	0,2381	-78	881	0,3089
-193	177	0,2693	-158	586	0,3470
-96	150	0,2392	-154	667	0,3508
-220	551	0,3673	-145	858	0,3214
-88	680	0,2551	-116	285	0,2550
-103	739	0,3136	-133	527	0,2491
-223	375	0,3606	-56	437	0,2397

Tabela V.9: Planejamento de experimentos computacionais RD4 executado pelo modelo CFD para a verificação de metamodelos. Distribuidor apenas com dique.

RD4		
$(-h_D)$ (mm)	x_D (mm)	H_{CFD}
-126	602	0,3153
-140	419	0,2431
-160	576	0,3465
-214	618	0,3593

De maneira geral, os resultados da tabela V.11 são desanimadores. Nenhum dos sete metamodelos construídos foi capaz de reduzir o *hold-back* previsto pelo modelo CFD em relação ao melhor caso do planejamento LHD32 (tabela V.8), $H_{CFD} = 0,2306$.

Tabela V.10: Verificação de metamodelos Kriging ajustados com diferentes planejamentos de experimentos computacionais. Distribuidor apenas com dique. Dados correspondem ao coeficiente de correlação entre previsões dos metamodelos e os resultados do modelo CFD apresentados na tabela V.9.

Planejamento	Coeficiente de correlação, r
	Kriging
FD16	0,7677
LHD16	0,9427
FD16+LHD16	0,8695
LHD32	0,8036
FD16+LHD32	0,8029
LHD16+LHD32	0,7729
FD16+LHD16+LHD32	0,9026

Tabela V.11: Mínimo global de metamodelos e comparação com modelo CFD. Distribuidor apenas com dique.

Metamodelo	Planejamento	$(-h_D)$ (mm)	x_D (mm)	Parâmetro <i>hold-back</i> , H		
				H_{mtm}	H_{CFD}	$\%e_H$
Kriging	FD16	-151	343	0,2111	0,2542	17,0%
Kriging	LHD16	-158	242	0,2129	0,2617	18,6%
Kriging	FD16+LHD16	-73	494	0,2290	0,2405	4,78%
Kriging	LHD32	-154	421	0,2133	0,2380	10,4%
Kriging	FD16+LHD32	-67	674	0,2247	0,2388	5,92%
Kriging	LHD16+LHD32	-50	724	0,2252	0,2308	2,43%
Kriging	FD16+LHD16+LHD32	-55	498	0,2354	0,2409	2,27%

Na tabela V.11, a melhor solução, isto é, o menor valor de *hold-back* foi obtido pelo metamodelo Kriging ajustado a partir do planejamento aumentado LHD16+LHD32 ($H_{CFD} = 0,2308$). Por outro lado, a pior solução foi obtida pelo metamodelo Kriging ajustado a partir do planejamento LHD16 ($H_{CFD} = 0,2617$).

Esses resultados contrastam com o que foi observado durante a verificação anterior. O metamodelo construído a partir do planejamento LHD16 obteve o maior coeficiente de correlação ($r \approx 0,94$) enquanto que o metamodelo construído a partir do planejamento LHD16+LHD32 obteve o segundo pior ($r \approx 0,77$). Isso confirma a suspeita de que o alto coeficiente de correlação do metamodelo construído a partir do planejamento LHD16 foi meramente fortuito.

A tabela V.11 também mostra que o erro percentual absoluto ($\%e_H$) associado ao metamodelo tende a cair à medida que o número de pontos do planejamento aumenta. Esse resultado é esperado, já que planejamentos maiores presumidamente levam a metamodelos mais acurados.

A figura 5.25 apresenta a superfície de resposta predita pelo metamodelo Kriging ajustado a partir do planejamento aumentado LHD16+LHD32. A superfície de resposta plotada é fortemente não linear apresentando múltiplos pontos críticos. Isso sugere que a superfície de resposta real do modelo CFD é altamente complexa, o que explica a dificuldade dos metamodelos em aproximá-la adequadamente.

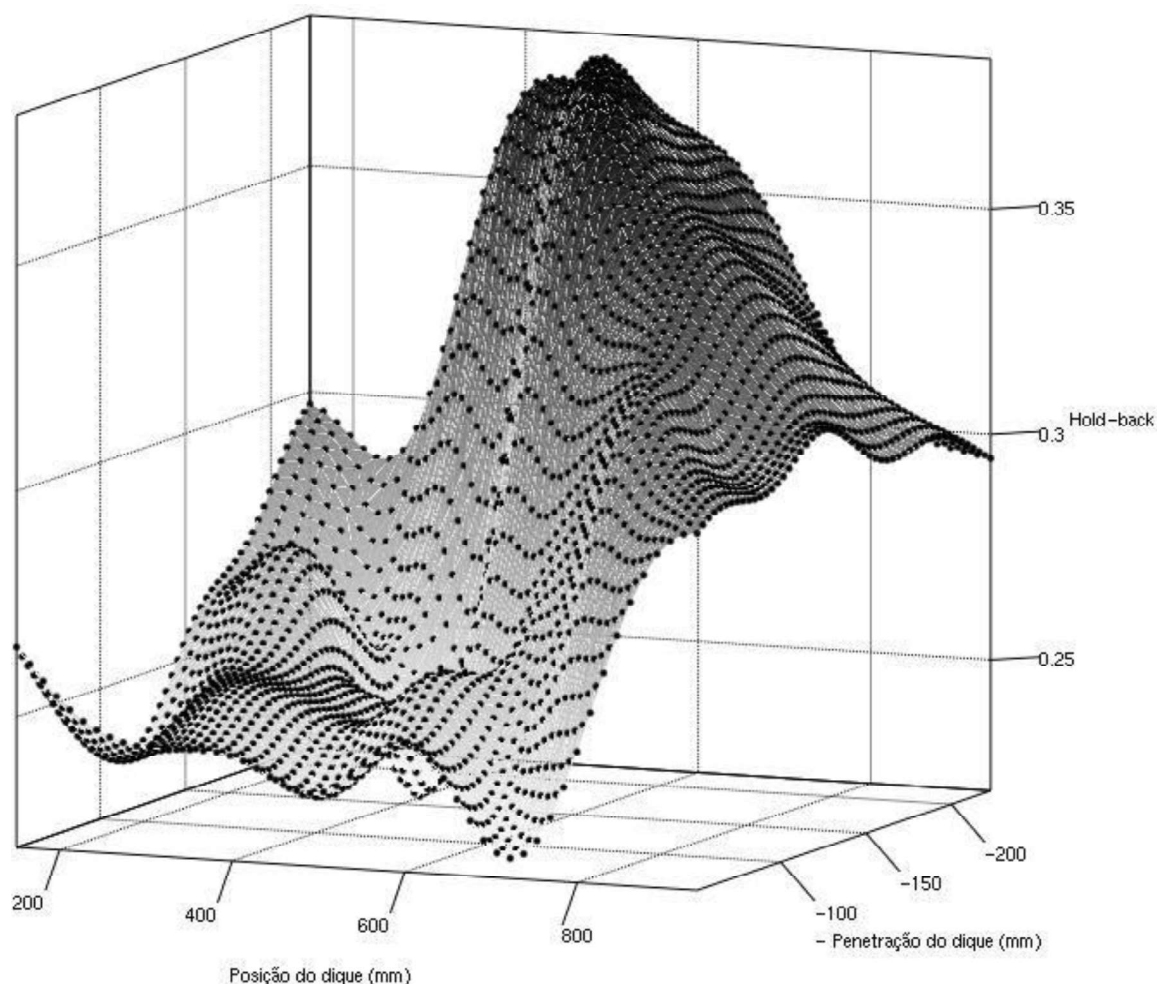


Figura 5.25: Superfície de resposta predita pelo metamodelo Kriging ajustado a partir do planejamento LHD16+LHD32. Distribuidor apenas com dique.

Usando diretamente o modelo CFD, o algoritmo BFGS foi executado a partir do ponto mais promissor do planejamento LHD32 (menor *hold-back*). O ponto mínimo encontrado possui como variáveis $(-h_D) = -173\text{mm}$ e $x_D = 414\text{mm}$, o que leva a um *hold-back* de $H_{CFD} = 0,2288$. Esse resultado representa uma pequena melhora em relação ao ponto de partida para o qual $H_{CFD} = 0,2306$.

5.7.3 Problema 3: distribuidor com barragem e dique

O terceiro problema une os dois primeiros. Nele, se buscou determinar as alturas e posições dos modificadores de fluxo do modelo físico (dique e barragem) de modo a minimizar o *hold-back*, H , do distribuidor. A barragem e o dique empregados possuem as mesmas propriedades daqueles considerados nas seções 5.7.1 e 5.7.2.

Esse problema pode ser parametrizado através das mesmas quatro variáveis usadas nos problemas anteriores. São elas a altura da barragem, h_B (mm), a distância da barragem ao centro do distribuidor, x_B (mm), o negativo da penetração do dique desde a superfície livre do distribuidor, $(-h_D)$ (mm), e a distância do dique ao centro do distribuidor, x_D (mm).

As quatro variáveis do problema estão sujeitas às restrições geométricas impostas pelas equações (5.106), (5.107), (5.108) e (5.109). Na análise, os intervalos das variáveis h_B , x_B , $(-h_D)$ e x_D foram discretizados, respectivamente, com espaçamento de 0,5mm, 1mm, 0,5mm e 1mm. Além disso, a fim de evitar a proximidade excessiva entre os modificadores de fluxo, a seguinte restrição foi imposta:

$$\text{sign}\left(\frac{|x_D - x_B|}{1\text{mm}} - 100\right) - \text{sign}\left(\frac{|(-h_D)| + h_B}{1\text{mm}} - 176,5\right) \geq 0 \quad (5.110)$$

Em que $\text{sign}(x)$ é a função sinal definida por:

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} -1, & x < 0 \\ 0, & x = 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases} \quad (5.111)$$

A equação (5.110) estipula que, quando a distância entre a barragem e o dique é menor que 100mm, a soma das alturas da barragem e do dique não deve ultrapassar 176,5mm, o que garante um espaço vertical livre de 100mm entre a barragem e o dique.

Dois diferentes planejamentos de experimentos computacionais foram gerados para o ajuste de coeficientes de metamodelos: *Factorial Design* 4^2 com 16 pontos e *Latin Hypercube Design* com 80 pontos. Ambos os planejamentos foram filtrados de acordo com a equação (5.110) e as simulações foram executadas nos planejamentos filtrados (FD16f e LHD80f, respectivamente). Para a verificação dos metamodelos, foi gerado um planejamento de experimentos computacionais *Random Design* composto por 8 simulações, o qual foi filtrado usando a equação (5.110). Em seguida, o planejamento resultante (RD8f) foi executado. As tabelas V.12, V.13 e V.14 apresentam os resultados obtidos.

Tabela V.12: Planejamento de experimentos computacionais FD16f executado pelo modelo CFD para a construção de metamodelos. Distribuidor com barragem e dique.

FD16f				
h_B (mm)	x_B (mm)	$(-h_D)$ (mm)	x_D (mm)	H_{CFD}
50	950	-226,5	150	0,2600
50	150	-226,5	950	0,3292
226,5	950	-226,5	150	0,2554
226,5	150	-226,5	950	0,3085
50	150	-50	150	0,2744
50	950	-50	150	0,2361
50	150	-50	950	0,3269
50	950	-50	950	0,2980
226,5	950	-50	150	0,2417
226,5	150	-50	950	0,3221

Tabela V.13: Planejamento de experimentos computacionais LHD80f executado pelo modelo CFD para a construção de metamodelos. Distribuidor com barragem e dique.

LHD80f				
h_B (mm)	x_B (mm)	$(-h_D)$ (mm)	x_D (mm)	H_{CFD}
150,5	718	-224	458	0,2231
177,5	483	-219	863	0,3175
145,5	880	-216	570	0,2364
141,5	513	-215	690	0,3371
113,5	621	-213	833	0,3037
160	573	-210	235	0,2376

103	315	-208,5	559	0,3553
173,5	737	-204	294	0,2536
184,5	326	-199	710	0,3377
133,5	207	-197,5	679	0,3458
153,5	161	-194	490	0,3675
63,5	252	-189	373	0,3763
117,5	913	-187	280	0,2232
86,5	881	-184,5	740	0,2161
192	238	-183,5	341	0,3575
188	540	-182,5	398	0,2466
79,5	774	-178	626	0,2232
59,5	591	-177	338	0,2258
83	750	-174	201	0,2520
78	836	-171,5	411	0,3288
68	240	-167,5	800	0,3636
210	347	-165,5	870	0,3211
58,5	469	-163	589	0,3718
129,5	353	-158,5	160	0,2464
54,5	372	-156	730	0,3401
224,5	854	-156	658	0,2213
178,5	194	-153,5	855	0,3337
217	814	-151	421	0,2285
109	298	-149	937	0,3194
190	697	-145,5	904	0,3113
56	499	-137,5	845	0,3289
168,5	847	-136	179	0,2262
200,5	277	-132,5	513	0,3666
119,5	500	-130,5	151	0,2300
222	476	-129	229	0,2428
98,5	803	-125,5	921	0,3091
75	930	-123	540	0,2442
181,5	931	-122,5	466	0,2230
51	645	-120,5	660	0,3168
194	556	-115	915	0,3084
198	671	-113,5	194	0,2295
154,5	944	-110,5	766	0,1991
143	429	-109	942	0,3127
219	420	-106	682	0,3380
170,5	151	-104	728	0,3414
71	401	-102	256	0,2495
215	665	-100,5	434	0,2353

197,5	898	-98	321	0,2334
135	172	-96	573	0,3551
74	635	-93,5	211	0,2230
203	730	-91,5	610	0,2387
66,5	764	-88,5	772	0,3029
88,5	650	-84,5	888	0,3055
127	187	-82,5	402	0,3799
104,5	703	-79,5	351	0,2196
94,5	754	-77	494	0,2085
84,5	340	-74,5	383	0,2582
110	302	-74	638	0,3455
91	566	-71,5	473	0,2337
98,5	827	-69	275	0,2170
165	607	-66	751	0,3227
148	458	-62,5	784	0,3219
128	867	-60	647	0,2252
140	538	-57	311	0,2389
115,5	365	-55,5	509	0,3507
137,5	283	-52,5	812	0,3244
121,5	524	-52	599	0,2358

Tabela V.14: Planejamento de experimentos computacionais RD8f executado pelo modelo CFD para a verificação de metamodelos. Distribuidor com barragem e dique.

RD8f				
h_B (mm)	x_B (mm)	$(-h_D)$ (mm)	x_D (mm)	H_{CFD}
223,5	715	-221,5	422	0,2255
198,5	744	-185,5	316	0,2246
56	676	-162,5	834	0,3226
82	206	-157,5	745	0,3403
70,5	536	-111	910	0,3145
87,5	468	-72,5	183	0,2478
218	482	-70	895	0,3074

Novamente, apenas o metamodelo Kriging foi empregado. Metamodelos Kriging foram ajustados para os dados do planejamento LHD80f e do planejamento aumentado FD16f+LHD80f. Os dois metamodelos obtidos foram verificados com base nos dados da tabela V.14. Os coeficientes de correlação (r) encontrados foram 0,6346 (LHD80f) e 0,7627 (FD16f+LHD80f).

Devido à superioridade do metamodelo Kriging ajustado a partir do planejamento FD16f+LHD80f, optou-se por identificar apenas seu mínimo global. A tabela V.15 apresenta o resultado obtido. Na tabela, também é apresentado o *hold-back* avaliado pelo modelo CFD para os mesmos valores das variáveis e o erro percentual absoluto ($\%e_H$) associado.

Tabela V.15: Mínimo global do metamodelo Kriging ajustado a partir do planejamento FD16+LHD80f e comparação com modelo CFD. Distribuidor com barragem e dique.

h_B (mm)	x_B (mm)	$(-h_D)$ (mm)	x_D (mm)	Parâmetro <i>hold-back</i> , H		
				H_{mtm}	H_{CFD}	$\%e_H$
186	944	-113,5	711	0,1887	0,2111	10,6%

Os resultados da tabela V.15 representam um fracasso da metodologia proposta de otimização baseada em metamodelos para o aprimoramento de distribuidores. Por um lado, o metamodelo construído é pouco acurado em seu ponto global mínimo ($\%e_H = 10,6\%$). Por outro, o metamodelo não foi capaz de reduzir o *hold-back* previsto pelo modelo CFD em relação ao melhor caso do planejamento LHD80f (tabela V.13), $H_{CFD} = 0,1991$.

Utilizando diretamente o modelo CFD, o algoritmo BFGS foi executado a partir do ponto mais promissor do planejamento LHD80f (menor *hold-back*). Todavia, nenhuma redução adicional do *hold-back* foi obtida. Isso indica que o ponto de partida é um mínimo local.

Como o emprego do conceito de *hold-back* é novo na literatura de distribuidores, é interessante avaliar, nesse momento, o grau de aprimoramento do modelo físico alcançado com as simulações realizadas. Para isso, será usado o modelo da seção 5.3.3. A tabela V.16 apresenta uma comparação entre a configuração inicial (distribuidor sem modificadores de fluxo) e a melhor configuração identificada (distribuidor com barragem e dique). Os valores dos parâmetros adimensionais X e X_{aj} adotados na tabela V.16 correspondem a partículas de $75\mu\text{m}$ de diâmetro (tabela V.2).

É notável que, tanto considerando o valor de X ou o de X_{aj} nos cálculos, a fração passante de inclusões (FP) foi reduzida em aproximadamente 0,03. O modelo CFD descrito na seção 4.2 prevê que FP se reduz de 0.160 para 0.132 entre as duas configurações de distribuidor, isto é, uma redução também de aproximadamente 0,03.

Tabela V.16: Comparação de parâmetros de distribuidor sem modificadores de fluxo e melhor configuração de distribuidor com barragem e dique identificada.

Parâmetro	Sem modificadores de fluxo	Com barragem e dique
H	0,2482	0,1991
f	1,482	1,847
v_m	0,6746	0,5413
v_p	0,3254	0,4587
σ_θ^2	0,4550	0,2930
X	2,04	2,04
$FP(X)$	0,216	0,186
X_{aj}	2,64	2,64
$FP(X_{aj})$	0,152	0,123

5.7.4 Considerações práticas sobre otimização de distribuidores

Os três problemas resolvidos anteriormente mostraram que a superfície de resposta predita pelo modelo CFD é extremamente complexa. Como consequência, é frequentemente ruim a performance de metamodelos construídos a partir de uma quantidade limitada de simulações do modelo CFD (de 8 a 19 por variável). Esse fato precisa ser levado em consideração em trabalhos de aprimoramento de distribuidores.

Recomenda-se o emprego do *Latin Hypercube Design* para o cálculo de uma matriz de experimentos computacionais inicial, de caráter exploratório. Se deve dedicar uma parcela significativa do tempo computacional disponível à execução dessa matriz. Em seguida, diferentes procedimentos podem ser adotados:

- Simples aceitação do melhor ponto da matriz inicial se esse já atende aos requisitos do processo;
- Usando o modelo CFD, execução de um algoritmo baseado em gradiente partindo do melhor ponto da matriz inicial;
- Elaboração de uma nova matriz de experimentos computacionais ao redor do melhor ponto da matriz inicial, construção de um metamodelo local e emprego da técnica de otimização baseada em metamodelo.

Nenhum desses procedimentos, no entanto, é capaz de identificar com segurança o ponto ótimo global do problema. Em seu lugar, se localiza (ou se estima) um ponto crítico que corresponde a um alto desempenho do distribuidor. Para fins práticos, isso é usualmente suficiente.

6 CONCLUSÕES

O presente trabalho realizou um abrangente estudo com o intuito de aprimorar as técnicas de simulação dos fenômenos relacionados ao escoamento em distribuidores de lingotamento contínuo de aço. Foram contemplados tanto o uso de modelos físicos quanto de modelos matemáticos. Em relação a cada objetivo do trabalho (seção 2), as seguintes conclusões foram obtidas:

- ❖ Critérios de similaridade para modelo físico (objetivo 1):
 - Modelos físicos em escala reduzida capazes de realizar experimentos transientes, em que a superfície livre não se mantém plana, devem necessariamente ser dimensionados segundo a igualdade do número de Froude;
 - Caso se tenha interesse apenas em experimentos isotérmicos em estado estacionário, o modelo físico pode ser dimensionado para operar com qualquer vazão desde que o número de Reynolds se mantenha alto o bastante (para modelos físicos com um veio, $Re_{D_h} \geq 6,3 \times 10^2$). Essa condição pode ser violada, por exemplo, se fatores de escala muito pequenos forem utilizados em modelos físicos dimensionados segundo a igualdade do número de Froude;
 - A temperatura de operação de modelos físicos operados a água tem forte influência nos critérios de similaridade a serem usados em decorrência de seu impacto na viscosidade cinemática e na expansividade térmica da água;
 - Embora a água seja o fluido de trabalho mais conveniente para modelos físicos de distribuidores, sua utilização pode ser pouco justificada caso a temperatura da água sofra variações significativas entre os diferentes ensaios realizados;
 - Do ponto de vista teórico, o uso do dióxido de carbono líquido como fluido de trabalho permite assegurar as igualdades dos números de Reynolds e de Froude em modelos em escala reduzida;
 - Do ponto de vista prático, o uso do dióxido de carbono líquido como fluido de trabalho apresenta desvantagens significativas em relação à água como maior custo e necessidade de se operar o modelo físico em condições de alta pressão e temperatura controlada;
 - O fluxo de calor que necessita ser extraído de modelos físicos não isotérmicos é menor do que estimado na literatura;

- A importância relativa entre efeitos devido ao empuxo e efeitos devido à aceleração do fluido deve ser considerada na escolha do critério similaridade para inclusões não metálicas em modelos físicos;
- Tanto no caso em que efeitos devido a aceleração de fluido são comparáveis a efeitos devido ao empuxo quanto quando se deseja simular a agregação de inclusões em modelos físicos, é necessário garantir a igualdade da razão de densidades entre o modelo físico e o distribuidor real.
- ❖ Modelo matemático para previsão da média e desvio padrão da fração mássica de inclusões não metálicas em distribuidores ou modelos físicos (objetivo 2):
 - A média da fração mássica de inclusões tende a diminuir à medida que o fluido avança no distribuidor;
 - No trajeto entre a entrada e a saída do distribuidor, o desvio padrão da fração mássica de inclusões inicialmente aumenta e depois tende diminuir;
 - O escoamento tridimensional complexo existente no distribuidor gera regiões de alto desvio padrão da fração mássica de inclusões para partículas menores e de baixo desvio padrão para partículas maiores;
 - No ponto de medição de MENDONÇA (2016), que se localiza sobre a saída do veio, a média da fração mássica de inclusões é reduzida com o aumento do tamanho de partícula;
 - No mesmo ponto, o desvio padrão da fração mássica de inclusões apresenta valor máximo para partículas com 65 μ m de diâmetro;
 - Ainda no mesmo ponto, o coeficiente de variação da fração mássica de inclusões (razão entre desvio padrão e média) aumenta com o aumento do tamanho de partícula, o que sugere uma maior imprecisão na medida de partículas grandes no local.
- ❖ Novos modelos de compartimentos (objetivo 3):
 - Dentre as métricas de desempenho que podem ser calculadas a partir de modelos de compartimentos, recomenda-se o uso da variância ou da fração passante de inclusões para o veio;
 - O primeiro modelo proposto permite a análise detalhada de curvas DTR com um pico;
 - O segundo modelo proposto possibilita a análise detalhada de curvas DTR com dois picos ou com curto-circuito;

- O segundo modelo permite avaliar as consequências da presença de um curto-circuito, seja no tempo médio de residência, seja na fração passante de inclusões para o veio;
- O terceiro modelo, que possui apenas um parâmetro, fornece uma ferramenta de análise simplificada do desempenho global do distribuidor.
- ❖ Estimativa da fração média de inclusões não metálicas removidas no distribuidor com base na curva DTR (objetivo 4):
 - Nas condições testadas, o método baseado na curva DTR apresentou excelente concordância com o modelo CFD enquanto $X \leq 1$, em que X é uma medida adimensional do tamanho de partícula. Essa faixa de tamanho é a de maior interesse prático atualmente;
 - Para $X > 1$, o desvio entre as duas abordagens aumenta devido ao efeito crescente da velocidade ascendente das partículas que desvia suas trajetórias em relação ao meio e favorece suas remoções. Esse efeito é levado em conta pelo modelo CFD, mas não pelo método baseado na curva DTR;
 - Nas condições testadas, as previsões do método baseado na curva DTR podem ser corrigidas satisfatoriamente pelo uso do parâmetro adimensional ajustado, X_{aj} .
- ❖ Previsão do comprimento da placa de mistura a partir de dados da DTR (objetivo 5):
 - Na condição testada com vazão e nível de distribuidor constantes (etapa 1), o modelo CFD que utiliza o modelo de turbulência k- ϵ foi capaz de reproduzir razoavelmente os dados experimentais de MENDONÇA (2016);
 - Na condição testada com vazão variável e nível de distribuidor constante (etapa 2), o método de Niemi-Zenger se mostrou altamente acurado;
 - Na condição testada com vazão e nível de distribuidor variáveis (etapa 3), o método de Niemi-Zenger forneceu uma aproximação de acurácia similar a modelos CFD multifásicos para trocas de panela.
- ❖ Procedimentos para avaliação do desempenho fluidodinâmico de distribuidores a partir de curvas DTR (objetivo 6):
 - Em geral, quando poucas configurações de distribuidores são estudadas de modo detalhado, recomenda-se o uso dos modelos de compartimentos 1 e 2 propostos;

- Quando muitas configurações de distribuidores de um veio (ou de dois veios simétricos) são estudadas de modo global, recomenda-se o uso do parâmetro *hold-back*, possivelmente em conjunto com o modelo de compartimento 3 proposto;
 - Para a avaliação da heterogeneidade química entre dois veios de um mesmo distribuidor, recomenda-se o uso da métrica de área de OBERKAMPF e ROY (2010);
 - Para a avaliação da heterogeneidade química em distribuidores com vários veios, recomenda-se o emprego da forma generalizada da métrica de área de OBERKAMPF e ROY (2010).
- ❖ Otimização de distribuidores baseada em metamodelo (objetivo 7):
- Dentre os planejamentos de experimentos computacionais testados para a construção de metamodelos, o *Latin Hypercube Design* forneceu os melhores resultados nas condições de estudo;
 - Dentre os metamodelos testados, o metamodelo Kriging é o mais acurado nas condições de estudo;
 - Devido à forma altamente complexa da superfície de resposta do modelo CFD de distribuidor, metamodelos frequentemente falham em reproduzi-la acuradamente;
 - Quando o algoritmo baseado em gradiente BFGS foi usado diretamente sobre o modelo CFD para melhorar o ponto mais promissor da matriz de experimentos computacionais inicial, melhorias marginais foram obtidas.

De um modo geral, o trabalho realizado contribuiu para que as técnicas de modelagem física e matemática de distribuidores se tornem menos arbitrárias e subjetivas e mais informativas e eficazes. Devido à sua popularidade, especial atenção foi dada ao emprego de curvas DTR. Espera-se que o presente trabalho coopere para um maior aperfeiçoamento futuro de distribuidores de lingotamento contínuo.

7 CONTRIBUIÇÕES ORIGINAIS AO CONHECIMENTO

O presente trabalho contribuiu para o avanço do conhecimento na área de modelagem física e matemática de distribuidores das seguintes maneiras, que estão relacionadas com os sete objetivos dessa tese (seção 2):

- Foram eliminados equívocos e incertezas e foram aprimorados os critérios de similaridade usados em modelos físicos destinados à previsão da flotação de inclusões (objetivo 1);
- Foi desenvolvido um novo modelo capaz de estimar a variabilidade da fração mássica de inclusões não metálicas presente no distribuidor causada pela turbulência (objetivo 2);
- Foram deduzidos três novos modelos de compartimentos, que podem ser usados para a análise fluidodinâmica detalhada ou global do escoamento em distribuidores (objetivo 3). A validade dos modelos propostos pode ser averiguada graficamente, diferente do que ocorre com os modelos de compartimentos populares na literatura de distribuidores;
- Foram propostas técnicas semi-quantitativas para a previsão da flotação de inclusões (objetivo 4) e formação de placa de mistura (objetivo 5) em distribuidores a partir da curva DTR. Essas técnicas contrastam com aquelas comumente usadas atualmente que são apenas qualitativas ou indicativas;
- A partir de uma análise crítica, foram feitas recomendações de procedimentos para a avaliação do desempenho fluidodinâmico de distribuidores por meio da curva DTR (objetivo 6). Essas recomendações reduzem a subjetividade comumente presente no processo de escolha da configuração de distribuidor mais adequada, que normalmente envolve a análise simultânea de vários parâmetros indicativos;
- Foi investigada a adequação da técnica de otimização baseada em metamodelo para o aprimoramento de distribuidores (objetivo 7). Dessa forma, se contribuiu com os esforços já realizados na literatura para tornar o processo de otimização de distribuidores automatizado e mais acurado na procura da condição ótima.

Vale salientar que as contribuições acima são de interesse tanto no aprimoramento de distribuidores quanto no controle de processo. Portanto, os desenvolvimentos feitos têm forte potencial de uso futuro.

8 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Como temas para trabalhos futuros, são sugeridos:

- Verificar os critérios de similaridade para escoamento obtidos nesse trabalho através da comparação das curvas DTR preditas por modelo CFD com diferentes parâmetros (fluido de trabalho, fator de escala e fluxo de calor);
- Aplicar o modelo proposto para média e desvio padrão da fração mássica de inclusões em condições transientes;
- Por meio de um estudo em diferentes distribuidores, averiguar a validade da equação proposta no presente trabalho para o parâmetro adimensional ajustado, X_{aj} , e determinar se algum outro grupo adimensional afeta seu valor além de X ;
- Estender o método de estimativa da fração média de inclusões não metálicas removidas no distribuidor baseado na curva DTR para distribuidores com injeção de gás. Para tanto, pode-se empregar, por exemplo, o modelo combinado proposto por ROGLER, HEASLIP e MEHRVAR (2005);
- Testar o método de Niemi-Zenger no estudo de trocas de panela em distribuidores com diferentes geometrias;
- Investigar a causa das oscilações irregulares observadas nas previsões de modelo CFD multifásico para placa de mistura;
- Avançar o conhecimento existente na aplicação de algoritmos de otimização para o aprimoramento de distribuidores usando modelos CFD. Por exemplo, estimar a quantidade de pontos por variável necessária para realizar a otimização baseada em metamodelos. Ou determinar o algoritmo baseado em gradiente mais adequado para estudos de distribuidores. Ou ainda pesquisar o melhor método para aumentar a quantidade de pontos do planejamento de experimentos computacionais inicialmente executado em alguma estratégia de otimização.

9 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALAM, M., SIDDIQUI, M. I. H. Optimization Study of RTD Parameters of a Slab Caster Steelmaking Tundish. In: NATIONAL CONFERENCE ON STATISTICAL AND ANALYTICAL METHODS IN PRODUCTION AND INDUSTRIAL ENGINEERING, 2016, Chandigarh.

ALKISHRIWI, N., MEINKE, M., SCHRÖDER, W. Large-Eddy Simulation of Tundish Flow. In: HIGH PERFORMANCE COMPUTING IN SCIENCE AND ENGINEERING, 2006, Stuttgart. *Transactions of the High Performance Computing Center Stuttgart...* Berlin: Springer, 2007. p. 307-319.

ALVES, J. G. *Melhoria no Padrão de Escoamento do Aço Líquido no Distribuidor do Lingotamento Contínuo 01 da Aperam Inox América do Sul*. Belo Horizonte: Escola de Engenharia da UFMG, 2014. 79p. (Dissertação, Mestrado em Engenharia Metalúrgica).

ANSYS. *ANSYS CFX-Solver Theory Guide*. R. 14.5. Canonsburg: ANSYS, Inc., 2012. 372p.

ASSAEL, M. J. *et al.* Reference Data for the Density and Viscosity of Liquid Aluminum and Liquid Iron, *Journal of Physical and Chemical Reference Data*, v. 35, n. 1, p. 285-300, 2006.

BARROS NETO, B., SCARMÍNIO, I. S., BRUNS, R. E. *Planejamento e Otimização de Experimentos*. 1.ed. Campinas: Editora da Unicamp, 1995. 299p.

BERGMAN, T. L. *et al.* *Fundamentals of Heat and Mass Transfer*. 7.ed. Hoboken: John Wiley & Sons, Inc., 2011. 1080p.

BI, J.-h. *et al.* Prediction Model of Intermixing Slab Length and Location in Continuous Grade Transition Casting Process, *The Chinese Journal of Process Engineering*, v.12, n.2, p. 271-276, 2012.

BIRD, R. B., STEWART, W. E., LIGHTFOOT, E. N. *Transport Phenomena*. 2.ed. New York: John Wiley & Sons, 2001. 905p.

BORGES, R. *et al.* Tundish Optimization. In: 2006 INTERNATIONAL ANSYS CONFERENCE, 2006, Canonsburg.

BRAGA, B. M. Projeto de Iniciação Científica, UFMG, 2011.

BRAGA, B. M. *et al.* Discussão Sobre o Conceito de Curto-circuito Aplicado à Análise do Escoamento de Distribuidores para Lingotamento Contínuo. In: SEMINÁRIO DE ACIARIA – INTERNACIONAL, 46, 2015, Rio de Janeiro. *Anais...* São Paulo: Associação Brasileira de Metalurgia, Materiais e Mineração, 2015. p. 354-364.

BRAGA, B. M., NEVES, L., TAVARES, R. P. Simulação Física e Matemática da Penetração de de Gás na Perna de Subida de um Modelo Físico de Desgaseificador RH. In: SEMINÁRIO DE ACIARIA – INTERNACIONAL, 47, 2016, Rio de Janeiro. *Anais...* São Paulo: Associação Brasileira de Metalurgia, Materiais e Mineração, 2016. p. 354-363.

BRAGA, B. M., TAVARES, R. P. Additional Information on “Simple Tundish Mixing Model of Continuous Casting during a Grade Transition” by Cho and Kim, *ISIJ International*, v.58, n.6, p. 1178-1180, 2018.

BRAGA, B. M., TAVARES, R. P. Similarity Criteria for the Study of Removal of Spherical Non-metallic Inclusions in Physical Models of Continuous Casting Tundishes: A More Fundamental Approach, *Metallurgical and Materials Transactions B*, v.49, n.5, p. 2343-2356, 2018.

BRAGA, B. M., TAVARES, R. P. Description of a New Tundish Model for Treating RTD Data and Discussion of the Communication “New Insight into Combined Model and Revised Model for RTD Curves in a Multi-strand Tundish” by Lei, *Metallurgical and Materials Transactions B*, v.49, n.4, p. 2128-2132, 2018.

BRAGA, B. M., TAVARES, R. P. Discussion of the Paper “A New Method Based on the *F*-Curve for Characterizing Fluid Flow in Continuous Casting Tundishes” by Li *et al.*, *Metallurgical and Materials Transactions B*, v.49, n.5, p. 2945-2946, 2018.

BRAGA, B. M., TAVARES, R. P. Additional Information on “Fluid Flow Characterization in Asymmetric Tundish” by Cui, Liu and Li, *ISIJ International*, v.58, n. 10, p. 1953-1955, 2018.

BUL’KO, B. *et al.* Study of the Influence of Intermix Conditions on Steel Cleanliness, *Metals*, v.8, n.10, 852, p. 1-9, 2018.

CANCAREVIC, Z. *et al.* CFD Optimization of a Six-Strand Continuous Casting Tundish at Georgsmarienhütte GmbH. In: The METEC and ESTAD, 2, 2015, Düsseldorf. *Proceedings...* Aachen: Technologie Marketing AG, 2015. p. 1-5.

CARDOSO FILHO, A. C. P. *Estudo da Formação da Placa de Mistura no Lingotamento Contínuo de Placas*. Belo Horizonte: Escola de Engenharia da UFMG, 2007. 41p. (Relatório, Iniciação Científica).

CHAKRABORTY, A. *Development of an On-line Aqueous Particle Sensor to Study the Performance of Inclusions in a 12 Tonne, Delta Shaped Full Scale Water Model Tundish*. Montreal: Department of Mining and Material Engineering da McGill University, 2010, 118p. (Tese, Mestrado em Engenharia).

CHANG, S. ZHONG, L. ZOU, Z. Simulation of Flow and Heat Fields in a Seven-strand Tundish with Gas Curtain for Molten Steel Continuous-Casting, *ISIJ International*, v.55, n.4, p. 837-844, 2015.

CHATTERJEE, S. *et al.* Mixing and Residence Time Distribution in an Inert Gas-Shrouded Tundish, *Metallurgical and Materials Transactions B*, v.48, n.1, p. 17-21, 2017.

CHATTERJEE, S., LI, D., CHATTOPADHYAY, K. Modeling of Liquid Steel/Slag/Argon Gas Multiphase Flow During Tundish Open Eye Formation in a Two-Strand Tundish, *Metallurgical and Materials Transactions B*, v.49, n.2, p. 756-766, 2018.

CHATTOPADHYAY, K. *Modelling of Transport Phenomena for Improved Steel Quality in a Delta Shaped Four Strand Tundish*, Montreal: Department of Mining and Material Engineering da McGill University, 2011, 347p. (Tese, Doutorado em Filosofia).

CHEN, C. *et al.* A Mathematical Modeling Study of Tracer Mixing in a Continuous Casting Tundish, *Metallurgical and Materials Transactions B*, v.46, n.1, p. 169-190, 2015.

CHEN, C. *et al.* Erratum to: A Mathematical Modeling Study of Tracer Mixing in a Continuous Casting Tundish, *Metallurgical and Materials Transactions B*, v.46, n.6, p. 2721-2721, 2015.

CHEN, C. *et al.* A Model Study of Inclusions Deposition, Macroscopic Transport, and Dynamic Removal at Steel–Slag Interface for Different Tundish Designs, *Metallurgical and Materials Transactions B*, v.47, n.3, p. 1916-1932, 2016.

- CHEN, D. *et al.* Hydraulics and Mathematics Simulation on the Weir and Gas Curtain in Tundish of Ultrathick Slab Continuous Casting, *Metallurgical and Materials Transactions B*, v.45, n.2, p. 392-398, 2014.
- CHO, J.-S., LEE, H.-G. Cold Model Study on Inclusion Removal from Liquid Steel Using Fine Gas Bubbles, *ISIJ International*, v.41, n.2, p. 151-157, 2001.
- CHO, M. J., KIM, I. C. Simple Tundish Mixing Model of Continuous Casting during a Grade Transition, *ISIJ International*, v.46, n.10, p. 1416-1420, 2006.
- CHOLETTE, A., CLOUTIER, L. Mixing Efficiency Determinations for Continuous Flow Systems, *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, v.37, n.3, p. 105-112, 1959.
- CLAUDEL, S. Recent Extensions of the Residence Time Distribution Concept: Unsteady State Conditions and Hydrodynamic Model Developments, *Brazilian Journal of Chemical Engineering*, v.17, n.4-7, p. 947-954, 2000.
- CLOETE, J. H. *et al.* Physical and Numerical Modelling of a Four-strand Steelmaking Tundish Using Flow Analysis of Different Configurations, *The Journal of The Southern African Institute of Mining and Metallurgy*, v.115, n.5, p. 355-362, 2015.
- COSTA NETO, J. G. C. *Otimização do Fluxo de Aço no Distribuidor do Lingotamento Contínuo*. Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica da Unicamp, 1997. 147p. (Tese, Doutorado em Engenharia Mecânica).
- CRAIG, K. J. *et al.* Design Optimization of a Single-strand Continuous Caster Tundish Using Residence Time Distribution Data, *ISIJ International*, v.41, n.10, p. 1194-1200, 2001.
- CRAVO, V. O. *Modelamento Matemático da Zona de Mistura de Aços em Lingotamento Contínuo*. Ouro Preto: Escola de Minas da UFOP/REDEMAT, 2006. 139p. (Dissertação, Mestrado em Engenharia de Materiais e Metalúrgica).
- CROWE, C. T. *et al.* *Multiphase Flows with Droplets and Particles*. 2.ed. Boca Raton: CRC Press, 2011. 509p.
- CUI, H., LIU, Y., LI, D. Fluid Flow Characterization in Asymmetric Tundish, *ISIJ International*, v.55, n.12, p. 2604-2608, 2015.

DA SILVA, C. A. *et al.* Modelamento Físico do Fluxo de Aço no Distribuidor do Lingotamento Contínuo da Companhia Siderúrgica de Tubarão. In: SEMINÁRIO SOBRE FUSÃO, REFINO E SOLIDIFICAÇÃO, 29, 1998, São Paulo. *Anais...* São Paulo: Associação Brasileira de Metalurgia, Materiais e Mineração, 1998. p. 255-273.

DA SILVA, R. F. A. F. *Uma Metodologia de Otimização Aplicada a Problemas Modelados pelas Equações de Navier Stokes*. Florianópolis: UFSC, 2007, 140p. (Dissertação, Mestrado em Engenharia Mecânica).

DANCKWERTS, P. V. Continuous Flow Systems. Distribution of Residence Times, *Chemical Engineering Science*, v.2, n.1, p. 1-13, 1953.

DAOUD, I. L. A. *Estudo Numérico do Escoamento e do Comportamento de Inclusões Não-metálicas em Distribuidores de Lingotamento Contínuo de Aço*. Porto Alegre: UFRGS, 2006, 117p. (Dissertação, Mestrado em Engenharia).

DEB, K. *et al.* A Fast and Elitist Multiobjective Genetic Algorithm: NSGA-II, *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, v.6, n.2, p. 182-197, 2002.

DEB, K. *et al.* A Fast Elitist Non-dominated Sorting Genetic Algorithm for Multi-objective Optimization: NSGA-II. In: Parallel Problem Solving from Nature, 6, 2000, Paris. *Proceedings...* Berlin: Springer, 2000. p. 849-858.

DREW, D. A. Mathematical Modeling of Two-phase Flow, *Annual Review of Fluid Mechanics*, v.15, p. 261-291, 1983.

ELDRED, M. S., GIUNTA, A. A., COLLIS, S. S. Second-Order Corrections for Surrogate-Based Optimization with Model Hierarchies. In: AIAA/ISSMO MULTIDISCIPLINARY ANALYSIS AND OPTIMIZATION CONFERENCE, 10, 2004, Albany. *Proceedings...* Reston: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2004. p. 1-15.

ENWALD, H., PEIRANO, E., ALMSTEDT, A.-E. Eulerian Two-phase Flow Theory Applied to Fluidization, *International Journal of Multiphase Flow*, v.22, Supplement, p. 21-66, 1996.

FACO, R. J. *Levantamento das Inclusões nos Principais Grupos de Aços Produzidos em Aciaria do Tipo LD*. São Paulo: Escola Politécnica da USP, 2005. 108p. (Dissertação, Mestrado em Engenharia).

FERRO, S. P., PRINCIPE, R. J., GOLDSCHMIT, M. B. A New Approach to the Analysis of Vessel Residence Time Distribution Curves, *Metallurgical Materials Transactions B*, vol.32, n.6, p. 1185-1193, 2001.

FOGLER, H. S. *Elements of Chemical Reaction Engineering*. 4.ed. Upper Saddle River: Prentice Hall, 2005. 1080p.

FOGLER H. S., GÜRMEEN, M. N. *R13.1 Fitting the Tail of C(t)/E(t)*. Ann Arbor: University of Michigan, 2008. Disponível em: <http://umich.edu/~elements/13chap/html/CD-Ch13-FittingTheTail.pdf>. Acessado em 08 nov. 2018.

FOX, R. O. *Computational Models for Turbulent Reacting Flows*. 1.ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2003, 438p.

FRANÇOIS, M. B. G. *et al.* Contribuição ao Entendimento das Curvas de Determinação de Tempos Característicos(DTR) e dos Volumes Característicos em Modelos Físicos de Distribuidor de Lingotamento Contínuo. In: CONFERENCIA DE ACERIA, 15, 2005, San Nicolás. *Anais...* Buenos Aires: Instituto Argentino de Siderurgia.

GARCIA HERNÁNDEZ, S. *et al.* Modeling Study of the Vortex and Short Circuit Flow Effect on Inclusion Removal in a Slab Tundish, *Steel Research International*, v.81, n.6, p. 453-460, 2010.

GREEN, D. W., PERRY, R. H. *Perry's Chemical Engineers' Handbook*. 8.ed. New York: McGraw-Hill Education, 2007, 2400p.

HARDY, R. L. Multiquadric Equations of Topography and Other Irregular Surfaces, *Journal of Geophysical Research*, v.76, n.8, p. 1905-1915, 1971.

HARDY, R. L. Theory and Applications of the Multiquadric-biharmonic Method, 20 Years of Discovery 1968–1988, *Computers & Mathematics with Applications*, v.19, n.8/9, p. 163-208, 1990.

HILLIER, F. S., LIEBERMAN, G. J. *Introduction to Operations Research*. 7.ed. New York: McGraw Hill Higher Education, 2000, 1220p.

HUANG, J. *et al.* Study of Flow Characteristics of Tundish Based on Digital Image Velocimetry Technique, *Metallurgical and Materials Transactions B*, v.47B, n.5, p. 3144-3157, 2016.

HUANG, X., THOMAS, B. G. Intermixing Model of Continuous Casting During a Grade Transition, *Metallurgical and Materials Transactions B*, v.27, n.4, p. 617-632, 1996.

IRONS, G., SENGUTTUVAN, A., KRISHNAPISHARODY, K. Recent Advances in the Fluid Dynamics of Ladle Metallurgy, *ISIJ International*, v. 55, n.1, p. 1-6, 2015.

JENOVENCIO, G. *Short Course: Introduction to Optimization Techniques*. Florianópolis: ESSS, 2015. Disponível em: http://library.esss.com.br/otimizacao_curso. Acessado em 08 nov. 2018.

JHA, P. K. *et al.* Mixing in a Tundish and a Choice of Turbulence Model for its Prediction, *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, v.13, n.8, p. 964-996, 2003.

JHA, P. K. *et al.* Time Zone Analysis of F-curve for Intermixing During Ladle Change-over. In: CFD MODELING AND SIMULATION IN MATERIALS PROCESSING, 1, 2012, Orlando. *Proceedings...* Hoboken: Wiley-TMS, 2012. p. 335-342.

JHA, P. K., DASH, S. K. Global Optimization of Fluid Flow and Mixing in a Six Strand Billet Caster Tundish, *ISIJ International*, v.42, n.6, p. 670-672, 2002.

JHA, P. K., DASH, S. K., KUMAR, S. Fluid Flow and Mixing in a Six Strand Billet Caster Tundish: A Parametric Study, *ISIJ International*, v.41, n.12, p. 1437-1446, 2001.

KANG, Y. *et al.* Observation on Physical Growth of Nonmetallic Inclusion in Liquid Steel During Ladle Treatment, *Metallurgical and Materials Transactions B*, v.42, n.3, p. 522-534, 2011.

KEMENY, F. *et al.* Fluid Flow Studies in the Tundish of a Slab Caster. In: PROCESS TECHNOLOGY CONFERENCE, 2, 1981, Chicago. *Proceedings...* Warrendale: ISS-AIME, 1981. p. 232-245.

KIM, H. *Modelling of Transport Phenomena in a Delta-shaped, Four-strand Tundish*. Montreal: Department of Mining, Mineral, and Material Engineering da McGill University, 2003, 239p. (Tese, PhD).

KRASHNAVATAR, MAZUMDAR, D. Transient, Multiphase Simulation of Grade Intermixing in a Tundish Under Constant Casting Rate and Validation Against Physical Modeling, *JOM*, v.70, n.10, p 2139-2147, 2018.

KRUGER, M. *Desenvolvimento de um Procedimento Computacional para o Estudo do Escoamento no Interior de Distribuidores de Lingotamento Contínuo*. Florianópolis: UFSC, 2010, 105p. (Dissertação, Mestrado em Engenharia Mecânica).

KUHN, H. A., HUGHES, W. F. GAYLORD, E. W. Measurements of the Viscosity of Liquid Wood's Metal, *British Journal of Applied Physics*, v.13, n.10, p. 527-7, 1962.

KUMAR, A., CHAKRABORTY, S., CHAKRABORTI, N. Fluid Flow in a Tundish Optimized through Genetic Algorithms, *Steel Research International*, v.78, n.7, p. 517-521, 2007.

KUMAR, A., KORIA, S. C., MAZUMDAR, D. An Assessment of Fluid Flow Modelling and Residence Time Distribution Phenomena in Steelmaking Tundish Systems, *ISIJ International*, v.44, n.8, p. 1334-1341, 2004.

KUMAR, A., KORIA, S. C., MAZUMDAR, D. Basis for Systematic Hydrodynamic Analysis of a Multi-strand Tundish, *ISIJ International*, v.47, n.11, p. 1618-1624, 2007.

KUMAR, A., MAZUMDAR, D., KORIA, S. C. Modeling of Fluid Flow and Residence Time Distribution in a Four-strand Tundish for Enhancing Inclusion Removal, *ISIJ International*, v.48, n.1, p. 38-47, 2008.

LAUNDER, B. E., SPALDING, D. B. The Numerical Computation of Turbulent Flows, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v.3, n.2, p. 269-289, 1974.

LEI, H. New Insight into Combined Model and Revised Model for RTD Curves in a Multi-strand Tundish, *Metallurgical and Materials Transactions B*, v.46, n.6, p. 2408-2413, 2015.

LEI, H., GENG, D.-Q., HE, J.-C. A Continuum Model of Solidification and Inclusion Collision-growth in the Slab Continuous Casting Caster, *ISIJ International*, v.49, n.10, p. 1575-1582, 2009.

LEI, H., ZHAO, Y., GENG, D.-Q. Mathematical Model for Cluster-Inclusion's Collision-Growth in Inclusion Cloud at Continuous Casting Mold, *ISIJ International*, v.54, n.7, p. 1629-1637, 2014.

LI, D. *et al.* A New Method Based on the F-Curve for Characterizing Fluid Flow in Continuous Casting Tundishes, *Metallurgical and Materials Transactions B*, v.47, n.2, p. 1237-1242, 2016.

LEVENSPIEL, O. *Chemical Reaction Engineering*. 3.ed. New York: John Wiley & Sons, 1998. 688p.

LEVENSPIEL, O. *Tracer Technology: Modeling the Flow of Fluids*. 1.ed. New York: Springer, 2011. 148p.

LIGHTFOOT, E. N. Unsteady Diffusion with First-order Reaction, *AIChE Journal*, v.10, n.2, p. 278-284, 1964.

LIGHTFOOT, E. N., LENHOFF, A. M., RODRIGUEZ, R. L. Use of Moments to Characterize Mass Transport in Steady Flows of Arbitrary Complexity, *Chemical Engineering Science*, v.37, n.6, p. 954-956, 1982.

LOWRY, M.L., SAHAI, Y. Thermal Effects on the Flow of Liquid Steel in Continuous Casting Tundishes, *ISS Transactions*, v.14, p. 17-22, 1993.

MACHADO, F. D. *Modelagem Física de Remoção de Inclusões em Distribuidor de Lingotamento Contínuo de Tarugos*. Porto Alegre: Escola de Engenharia da UFRGS, 2014. 115p. (Dissertação, Mestrado em Engenharia).

MABENTSELA, A., AKDOGAN, G., BRADSHAW, S. Numerical and Physical Modelling of Tundish Slag Entrainment in the Steelmaking Process, *Journal of the Southern African Institute of Mining and Metallurgy*, v.117, n.5, p. 469-483, 2017.

MALISKA, C. R. *Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional*. 1.ed. Rio de Janeiro: LTC, 1995. 442p.

MARTIN, A. D. Interpretation of Residence Time Distribution Data, *Chemical Engineering Science*, v.55, n.23, p. 5907-5917, 2000.

MAXEY, M. R., RILEY, J. J. Equation of Motion for a Small Rigid Sphere in a Nonuniform Flow, *Physics of Fluids*, v.26, n.4, p. 883-889, 1983.

MAZUMDAR, D. Review, Analysis, and Modeling of Continuous Casting Tundish Systems, *Steel Research International*, Early View, DOI: 10.1002/srin.201800279, 2018.

MAZUMDAR, D., EVANS, J. W. *Modeling of Steelmaking Processes*. 1.ed. Boca Raton: CRC Press, 2009. 463p.

MAZUMDAR, D., GUTHRIE, R. I. L. The Physical and Mathematical Modelling of Continuous Casting Tundish Systems, *ISIJ International*, v.39, n.6, p. 524-547, 1999.

MAZUMDAR, D., SINGH, P. K., TIWARI, R. K. Shrouded Transfer of Molten Steel from Ladle to Tundish: Current Understanding, Mathematical Modelling and New Insight, *ISIJ International*, v.58, n.8, p. 1545-1547, 2018.

MENDONÇA, A. F. G. *Avaliação do Efeito da Injeção de Gás sobre a Flotação de Inclusões em um Distribuidor de Lingotamento Contínuo*. Belo Horizonte: Escola de Engenharia da UFMG, 2016. 188p. (Dissertação, Mestrado em Engenharia Metalúrgica).

MERDER, T., WARZECHA, M. Optimization of a Six-Strand Continuous Casting Tundish: Industrial Measurements and Numerical Investigation of the Tundish Modifications, *Metallurgical and Materials Transactions B*, v.43, n.4, p. 856-868, 2012.

MERDER, T., WARZECHA, M., WARZECHA, P. Large-eddy Simulations of a Flow Characteristics in a Multi-strand Continuous Casting Tundish, *Archives of Metallurgy and Materials*, v.60, n.4, p. 2923-2926, 2015.

MICHAELIDES, E. E. *Particles, Bubbles & Drops: Their Motion, Heat and Mass Transfer*. 1.ed. Hackensack: World Scientific Publication Co. Pte. Ltd., 2006. 424p.

MIKI, Y., THOMAS, B. G. Modeling of Inclusion Removal in a Tundish, *Metallurgical and Materials Transactions B*, v.30B, n.4, p. 639-654, 1999.

MILLIEZ, M., CARISSIMO, B. Computational Fluid Dynamical Modelling of Concentration Fluctuations in an Idealized Urban Area, *Boundary-Layer Meteorology*, v.127, n.2, p. 241-259, 2008.

MILLS, K. C. *et al.* Calculation of Physical Properties for Use in Models of Continuous Casting Process-Part 2: Steels, *ISIJ International*, v.56, n.2, p. 274-281, 2016.

MITCHELL, T. J., MORRIS, M. D. The Spatial Correlation Function Approach to Response Surface Estimation. In: CONFERENCE ON WINTER SIMULATION, 24, 1992, Arlington. *Proceedings...* New York: Association for Computing Machinery, 1992. p. 565-571.

MOHAMMADI, B., PIRONNEAU, O. *Analysis of the K-Epsilon Turbulence Model*. 1.ed. Chichester: John Wiley & Sons, 1994. 212p.

MONTGOMERY, D. C. *Design and Analysis of Experiments*. 8.ed. Hoboken: Wiley, 2012. 752p.

MORALES-HIGA, K. *et al.* Ladle Shroud as a Flow Control Device for Tundish Operations, *Metallurgical and Materials Transactions B*, v.44B, n.1, p. 63-79, 2013.

MOUKALLED, F., MANGANI, L., DARWISH, M. *The Finite Volume Method in Computational Fluid Dynamics: An Advanced Introduction with OpenFOAM® and Matlab®*. 1.ed. Heidelberg: Springer, 2015. 791p.

NASCIMENTO, R. P. *Remoção de Inclusões Não-metálicas do Aço Líquido Através do Borbulhamento de Argônio pelo Fundo Distribuidor de Lingotamento Contínuo da ArcelorMittal Tubarão*. Ouro Preto: Escola de Minas da UFOP/REDEMAT, 2008. 94p. (Dissertação, Mestrado em Engenharia de Materiais).

NEVES, L. *Modelagem do Escoamento Multifásico no Desgaseificador RH e no Distribuidor de Lingotamento Contínuo*. Belo Horizonte: Escola de Engenharia da UFMG, 2012. 293p. (Tese, Doutorado em Engenharia Metalúrgica).

NIEMI, A. J. Residence Time Distributions of Variable Flow Processes, *International Journal of Applied Radiation and Isotopes*, v.28, n.10-11, p. 855-860, 1977.

NIEMI, A. J. Tracer Responses and Control of Vessels with Variable Flow and Volume, *Isotopenpraxis*, v.26, n.9, p. 435-438, 1990.

NIEMI, A. J. Variable Parameter Model of the Continuous Flow Vessel, *Mathematical and Computer Modelling*, v.11, p. 32-37, 1988.

OBERKAMPF, W. L., ROY, C. J. *Verification and Validation in Scientific Computing*. 1.ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2010. 767p.

PATANKAR, S. V. *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*. 1.ed. Washington: Hemisphere Publishing Corporation, 1980. 214p.

PEREIRA, R. O. S. *Modelamento Matemático do Escoamento Turbulento, da Transferência de Calor e da Solidificação no Distribuidor e na Máquina de Lingotamento Contínuo*. Belo Horizonte: Escola de Engenharia da UFMG, 2004. 342p. (Tese, Doutorado em Engenharia Metalúrgica).

POLES, S. *Bench-marking MOGA-II*. Technical report 2004-001. Trieste: Esteco, 2003.

POLES, S. *et al.* MOGA-II for an Automotive Cooling Duct Optimization on Distributed Resources. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON EVOLUTIONARY MULTI-CRITERION OPTIMIZATION, 4, 2007, Matsushima. *Proceedings...* Berlin: Springer, 2007. p. 633-644.

PRAXAIR. *Carbon Dioxide Fact Sheet*. Danbury: Praxair, Inc., 2006. 2p.

RICHAUD, J. *Steel Flow Understanding for Higher Quality Steel Casting*. Curso Ministrado no 45º Seminário de Aciaria – Internacional, Porto Alegre, ABM, 2014. 330p.

RIGONI, E., POLES, S. NBI and MOGA-II, Two Complementary Algorithms for Multi-Objective Optimizations. In: PRACTICAL APPROACHES TO MULTI-OBJECTIVE OPTIMIZATION, 2005, Dagstuhl. *Proceedings...* Dagstuhl: Internationales Begegnungs- und Forschungszentrum für Informatik, 2005. p. 1-22.

ROGLER, J. P., HEASLIP, L. J., MEHRVAR, M. Physical Modelling of Inclusion Removal in a Tundish by Gas Bubbling, *Canadian Metallurgical Quarterly*, v.44, n.3, p. 357-368, 2005.

RÜCKERT, A. *et al.* Particle Distribution and Separation in Continuous Casting Tundish, *Steel Research International*, v.80, n.8, p. 568-574, 2009.

RYBERG, A.-B., BÄCKRYD, R. D., NILSSON, L. *Metamodel-Based Multidisciplinary Design Optimization for Automotive Applications*. Technical Report LIU-IEI-R-12/003. Linköping: LiU-Tryck, 2012. 132p.

SACKS, J. *et al.* Design and Analysis of Computer Experiments, *Statistical Science*, v.4, n.4, p. 409-423, 1989.

SAHAI, Y., AHUJA, R. Fluid flow and Mixing of Melt in Steelmaking Tundishes, *Ironmaking & Steelmaking*, v.13, n.5, p. 241-247, 1986.

SAHAI, Y., EMI, T. Criteria for Water Modeling of Melt Flow and Inclusion Removal in Continuous Casting Tundishes, *ISIJ International*, v.36, n.9, p. 1166-1173, 1996.

SAHAI, Y., EMI, T. Met Flow Characterization in Continuous Casting Tundishes, *ISIJ International*, v.36, n.6, p. 667-672, 1996.

SAHAI, Y., EMI, T. *Tundish Technology for Clean Steel Production*. 1.ed. Singapore: World Scientific Publishing Company, 2007. 328p.

SÁNCHEZ-RAMÍREZ, R., DÍAZ-CRUZ, M., MACÍAS-SALINAS, R. Characterisation of Non-ideal Flow Behavior in Continuous Casting Tundish, *Canadian Metallurgical Quarterly*, v.52, n.2, p. 166-175, 2013.

SASSAKI, R. A. *Distribuição de Tempos de Residência em Sistemas Alimentados com Vazão Variável*. Rio de Janeiro: COPPE da UFRJ, 2005. 100p. (Tese, Mestrado em Engenharia Civil).

SESHADRI, V. *et al.* *Fenômenos de Transporte: Fundamentos e Aplicações nas Engenharias Metalúrgica e de Materiais*. 1.ed. São Paulo: ABM, 2010. 798p.

SESHADRI, V. *et al.* A Physical Modelling Study of Inclusion Removal in Tundish Using Inert Gas Curtain, *Tecnologia em Metalurgia, Materiais e Mineração*, v.9, n.1, p. 22-29, 2012.

SIDDIQUI, M. I. H., JHA, P. K. Assessment of Turbulence Models for Prediction of Intermixed Amount with Free Surface Variation Using Coupled Level-Set Volume of Fluid Method, *ISIJ International*, v.54, n.11, p. 2578-2587, 2014.

SILVA, H. H. S. *Remoção de Inclusões em um Distribuidor Assistida por Injeção de Gás Inerte*. Ouro Preto: Escola de Minas da UFOP/REDEMAT, 2017. 66p. (Dissertação, Mestrado em Engenharia de Materiais).

SINGH, S., KORJA, S. C. Model Study of the Dynamics of Flow of Steel Melt in the Tundish, *ISIJ International*, v.33, n.12, p. 1228-1237, 1993.

SINGH, P. K., MAZUMDAR, D. A Physical Model Study of Two-Phase Gas-Liquid Flows in a Ladle Shroud, *Metallurgical and Materials Transactions B*, v.49, n.4, p 1945-1962, 2018.

SINHA, A. K., SAHAI, Y. Mathematical Modeling of Inclusion Transport and Removal in Continuous Casting Tundishes, *ISIJ International*, v.33, n.5, p. 556-566, 1993.

SLATTERY, J. C. *Advanced Transport Phenomena*. 1.ed. New York: Cambridge University Press, 1999. 734p.

SNYMAN, J. A., HAY, A. M. The Dynamic-Q Optimization Method: An Alternative to SQP?, *Computers and Mathematics with Applications*, v.44, n.12, p. 1589-1598, 2002.

SNYMAN, J. A., STANDER, N., ROUX, W. J. A Dynamic Penalty Function Method for the Solution of Structural Optimization Problems, *Applied Mathematical Modelling*, v.18, n.8, p. 453-460, 1994.

STANDER, N. *et al. LS-OPT User's Manual*. Version 2. Livermore: Livermore Software Technology Corporation, 2003. 372p.

STANDER, N., CRAIG, K. J. On the Robustness of a Simple Domain Reduction Scheme for Simulation-based Optimization, *Engineering Computations*, v.19, n.4, p. 431-450, 2002.

SZEKELY, J., ILEGBUSI, O.J. *The Physical and Mathematical Modeling of Tundish Operations*. 1.ed. New York: Springer-Verlag, 1989. 111p.

TACKE, K.-H. LUDWIG, J. C. Steel Flow and Inclusion Separation in Continuous Casting Tundishes, *Steel Research*, v.58, n.6, p. 262-270, 1987.

TAKAHASHI, K., ANDO, M., ISHII, T. Numerical Investigation of Unsteady Molten Steel Flow and Inclusion Behavior in the Tundish in the Ladle Change Period, *ISIJ International*, v.54, n.2, p. 304-310, 2014.

TANIGUCHI, S., KIKUCHI, A. Mechanisms of Collision and Coagulation between Fine Particles in Fluid, *Tetsu-to-Hagané*, v.78, n.4, p. 527-535, 1992.

TOMINAGA, Y., STATHOPOULOS, T. Turbulent Schmidt Numbers for CFD Analysis with Various Types of Flowfield, *Atmospheric Environment*, v.41, n.37, p. 8091-8099, 2007.

TOZAWA, H. *et al.* Agglomeration and Flotation of Alumina Clusters in Molten Steel, *ISIJ International*, v.39, n.5, p.426-434, 1999.

VERSTEEG, H. K., MALALASEKERA, W. *An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method*. 2.ed. Harlow: Pearson, 2007. 520p.

WANG, F., LI, B., TSUKIHASHI, F. Large Eddy Simulation on Flow Structure in Centrifugal Flow Tundish, *ISIJ International*, v.47, n.4, p. 568-573, 2007.

WANG, G. *et al.* Flow Mechanism of Molten Steel in a Single-Strand Slab Caster Tundish Based on the Residence Time Distribution Curve and Data, *ISIJ International*, v.55, n.5, p. 984-992, 2015.

WANG, J.-j., DAI C.-s., ZHOU LI. Flowing Simulation of Molten Steel in Slab Tundish by Hot Water Model, *Acta Metallurgica Sinica*, v.33, n. 5, p. 509-513, 1997.

WANG, Q., LI, B., TSUKIHASHI, F. Modeling of a Thermo-Electromagneto-Hydrodynamic Problem in Continuous Casting Tundish with Channel Type Induction Heating, *ISIJ International*, v.54, n.2, p. 311-320, 2014.

WANG, X. *et al.* Effect of Tunnel Filters on Flow Characteristics in an Eight-strand Tundish, *ISIJ International*, v.57, n.11, p. 1990-1999, 2017.

WARZECHA, M. *et al.* Experimental and Numerical Investigations on Non-metallic Inclusions Distribution in Billets Casted at a Multi-strand Continuous Casting Tundish, *ISIJ International*, v.53, n.11, p. 1983-1992, 2013.

WHITE, F. M. *Fluid Mechanics*. 8.ed. New York: McGraw-Hill Education, 2015. 864p.

WILCOX, D. C. *Turbulence Modeling for CFD*. 1.ed. La Cañada: DCW Industries, Inc., 1993. 477p.

WOLLMANN, A. M. *Estudos de Fluxo em um Distribuidor de Lingotamento Contínuo*. Porto Alegre: UFRGS, 1999, 107p. (Dissertação, Mestrado em Engenharia).

YUE, Q., ZOU, Z.-S., HOU, Q.-F. Aggregation Kinetics of Inclusions in Swirling Flow Tundish for Continuous Casting, *Journal of Iron and Steel Research, International*, v.17, n.5, p. 6-10, 2010.

ZENGER, K. *Modelling, Analysis and Controller Design of Time-Variable Flow Processes*. Espoo: Department of Automation and Systems Technology da Helsinki University of Technology, 2003. 132p. (Dissertação, Doutorado em Tecnologia).

ZENGER, K., NIEMI, A. J. Modelling and Control of a Class of Time-varying Continuous Flow Processes, *Journal of Process Control*, v.19, n.9, p. 1511-1518, 2009.

ZHANG, H. *et al.* Numerical Simulation of Transient Multiphase Flow in a Five-Strand Bloom Tundish during Ladle Change, *Metals*, v.8, n.2, 146, p. 1-13, 2018.

ZHANG, J. *et al.* Large Eddy Simulation on Flow Structure in a Dissipative Ladle Shroud and a Tundish, *ISIJ International*, v.55, n.8, p. 1684-1692, 2015.

ZHANG, L., TANIGUCHI, S. Fundamentals of Inclusion Removal from Liquid Steel by Bubble Flotation, *International Materials Reviews*, v.45, n.2, p. 59-82, 2000.

ZHENG, S.-g., ZHU, M.-y. Optimization of Flow Control Devices in a Ten-strand Billet Caster Tundish, *China Foundry*, v.13, n.6, p. 414-421, 2016.