

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS**  
**ESCOLA DE ENGENHARIA**

**CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM**  
**ANÁLISE E DIMENSIONAMENTO DE ESTRUTURAS DE**  
**CONCRETO ARMADO E AÇO**

**ANÁLISE COMPARATIVA ENTRE O COEFICIENTE GAMA-Z E O**  
**PROCESSO P-DELTA EM**  
**ESTRUTURAS DE CONCRETO ARMADO**

**ALEXANDRE DE MELO CUNHA**

**2017**

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM ANÁLISE E DIMENSIONAMENTO DE  
ESTRUTURAS DE CONCRETO ARMADO E AÇO

**ANÁLISE COMPARATIVA ENTRE O COEFICIENTE GAMA-Z E O  
PROCESSO P-DELTA EM  
ESTRUTURAS DE CONCRETO ARMADO**

ALEXANDRE DE MELO CUNHA

Trabalho Final apresentado ao Departamento de Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de "Especialista em Análise e Dimensionamento de Estruturas de Concreto Armado e Aço".

Comissão Examinadora:

---

Prof. Ney Amorim, D.Sc.  
DEES – UFMG (Orientador)

---

Prof. Gabriel de Oliveira Ribeiro, D.Sc.  
DEES – UFMG

Belo Horizonte, 14 de dezembro de 2017

## **AGRADECIMENTOS**

Aos meus pais, Êda e João e a minha família por serem exemplos de vida a serem seguidos.

Ao Prof. Ney Amorim pelo trabalho de orientação, apoio, atenção e ideias para o desenvolvimento deste trabalho.

Aos professores, colegas e funcionários do Departamento de Estruturas da UFMG-MG, que de alguma forma contribuíram para a realização deste trabalho.

Enfim, a todas as pessoas que direta ou indiretamente possibilitaram a realização deste trabalho.

## Resumo

A análise global de segunda ordem em estruturas de concreto armado é indispensável devido às características atuais das edificações. Existem sistemas computacionais que auxiliam os engenheiros a realizarem análises da estabilidade das estruturas, entretanto, os princípios de cálculo em que os sistemas se baseiam devem ser de pleno conhecimento do engenheiro projetista, a fim de possibilitar a utilização das ferramentas com responsabilidade e segurança. Neste trabalho são estudados os efeitos de segunda ordem em estruturas de concreto armado através do coeficiente Gama-z e do processo P-Delta, elucidando os fundamentos teóricos, as metodologias de cálculo e análise da estabilidade das estruturas e ainda como o sistema computacional Eberickos considera. Também será estudada a metodologia de cálculo de estimativa dos esforços de segunda ordem a partir dos resultados da análise de primeira ordem, através do coeficiente Gama-z e sua comparação com o processo P-Delta. Os estudos são apresentados através de exemplos práticos de cálculo, propiciando aos novos engenheiros o entendimento sobre o coeficiente Gama-z e processo P-Delta, como utilizá-los na análise da estabilidade das estruturas, com segurança e confiabilidade. Quer-se com isso, principalmente, analisar o processo simplificado como suficiente para se obter os esforços finais de segunda ordem.

Palavras chaves: Alpha ( $\alpha$ ); Gama-z ( $\gamma_z$ ); P-Delta ( $P\Delta$ ); instabilidade das estruturas; efeitos de segunda ordem; edifícios; análise estrutural; concreto armado.

## SUMÁRIO

<b>1.</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>10</b>
<b>2.</b>	<b>OBJETIVO</b>	<b>12</b>
<b>3.</b>	<b>REVISÃO DA LITERATURA</b>	<b>13</b>
3.1	Introdução .....	13
3.2	Não linearidade física .....	13
3.3	Não linearidade geométrica .....	15
3.4	Parâmetro de instabilidade alpha ( $\alpha$ ) .....	16
3.4.1	Exemplo numérico.....	17
3.5	Coefficiente Gama-z ( $\gamma z$ ) .....	20
3.5.1	Exemplos numéricos:.....	21
3.6	Processo P-delta ( $P\Delta$ ) .....	27
3.6.1	Exemplo numérico:.....	29
3.7	Comparativo entre Processo P-delta e Coeficiente Gama-z: .....	43
<b>4.</b>	<b>ANÁLISE DE EDIFÍCIO</b>	<b>46</b>
4.1	Critérios de projeto .....	48
4.1.1	Pavimentos da estrutura:.....	48
4.1.2	Ações de carregamento.....	48
4.1.3	Imperfeições globais.....	51
4.1.4	Não linearidade física .....	51
4.1.5	Modelo de análise .....	52

4.2	Análise da Estrutura.....	52
4.2.1	Verificação de estabilidade global.....	52
4.2.2	Análise de 2ª ordem global Processo PΔ.....	53
4.2.3	Análise dos resultados .....	54
<b>5.</b>	<b>CONCLUSÃO</b>	<b>58</b>
<b>6.</b>	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>60</b>

## LISTA DE FIGURAS

Figura 01 – Pórtico Plano - Ações em Ton.f. ....	17
Figura 02 – Pórtico Plano - Deslocamentos .....	18
Figura 03 – Pórtico Plano .....	21
Figura 04 – Ações aplicadas ao pórtico, em tonelada força .....	22
Figura 05 – Deslocamentos do pórtico .....	22
Figura 06 – Ações aplicadas no pórtico em tonelada força. ....	24
Figura 07 – Deslocamentos do pórtico. ....	25
Figura 08 – Pórtico Plano .....	29
Figura 09 – Ações aplicadas ao pórtico em tonelada força. ....	30
Figura 10 – Deslocamentos do pórtico .....	30
Figura 11 – 2ª Iteração Incremento de carga lateral equivalente e pórtico deformado .....	32
Figura 12 - 3ª Iteração Incremento de carga lateral equivalente e pórtico deformado .....	35
Figura 13 - 4ª Iteração Incremento de carga lateral equivalente e pórtico deformado .....	37
Figura 14 - 5ª Iteração Incremento de carga lateral equivalente e pórtico deformado .....	40
Figura 15 - Deslocamentos Horizontais: .....	42
Figura 17 – Planta de forma do pavimento tipo (dimensões em cm). ....	47
Figura 18 – Vista em perspectiva da estrutura analisada.....	47

## LISTA DE TABELAS

Tabela 01 – Deslocamentos do pórtico nos eixos X e Z. ....	18
Tabela 02 – Deslocamentos do pórtico nos eixos X e Z – Exemplo 1 .....	23
Tabela 03 - Cálculo do $\gamma z$ – Exemplo 1 .....	23
Tabela 04 – Deslocamentos do pórtico nos eixos X e Z – Exemplo 2 .....	25
Tabela 06 – 1ª Iteração - Deslocamentos do pórtico nos eixos X e Z. ....	31
Tabela 07 – 1ª Iteração - Cálculo dos carregamentos adicionais .....	32
Tabela 08 – 2ª Iteração - Deslocamentos do pórtico nos eixos X e Z. ....	33
Tabela 09 – 2ª Iteração - Deslocamentos 1ª ordem e deslocamentos 1ª ordem + 2ª ordem .....	33
Tabela 10 – 2ª Iteração - Cálculo dos carregamentos adicionais .....	34
Tabela 11 – 3ª Iteração - Deslocamentos do pórtico nos eixos X e Z. ....	35
Tabela 12 – 3ª Iteração - Deslocamentos 1ª ordem e deslocamentos 1ª ordem + 2ª ordem .....	36
Tabela 13 – 3ª Iteração - Cálculo dos carregamentos adicionais .....	37
Tabela 14 – 4ª Iteração - Deslocamentos do pórtico nos eixos X e Z. ....	38
Tabela 15 – 4ª Iteração - Deslocamentos 1ª ordem e deslocamentos 1ª ordem + 2ª ordem .....	38
Tabela 16 – 4ª Iteração - Cálculo dos carregamentos adicionais .....	39
Tabela 17 – 5ª Iteração - Deslocamentos do pórtico nos eixos X e Z. ....	40
Tabela 18 – 5ª Iteração - Deslocamentos 1ª ordem e deslocamentos 1ª ordem + 2ª ordem .....	41
Tabela 19 - Cálculo do momento na base do pórtico no estado não deformado, 1ª ordem: .....	42
Tabela 20 - Cálculo do momento na base do pórtico no estado deformado, 2ª ordem: .....	42
Tabela 21 - Cálculo do $\gamma z$ .....	43
Tabela 22 - Cálculo dos esforços de 1ª ordem e 2ª ordem a partir do $\gamma z$ .....	44
Tabela 23 – Pavimentos da Estrutura .....	48
Tabela 24 – Coeficientes de ponderação das ações.....	48
Tabela 25 – Combinações Últimas de Cálculo: .....	49
Tabela 26 - Cargas nas Lajes.....	49
Tabela 27 - Propriedades das paredes: .....	50
Tabela 28 - Parâmetros adotados para consideração do vento: .....	50
Tabela 29 - Forças estáticas aplicadas nos pavimentos da estrutura devido ao vento: .....	51



Tabela 30 - Parâmetros adotados para consideração das imperfeições globais: .....	51
Tabela 31 – Combinação ELU eixo X .....	52
Tabela 32 - Combinação ELU eixo Y .....	52
Tabela 33- Cálculo do $\gamma_z$ .....	53
Tabela 34 - Combinações ELU e cálculo do $\gamma_z$ .....	53
Tabela 35 - Forças estáticas aplicadas nos pavimentos da estrutura devido ao vento: .....	53
Tabela 36 – Cálculo dos esforços de 1ª ordem.....	55
Tabela 37 - Cálculo dos esforços de 1ª ordem e 2ª ordem pelo processo $P\Delta$ .....	55
Tabela 38 - Cálculo dos esforços de 1ª ordem e 2ª ordem a partir do $0,95\gamma_z$ .....	56
Tabela 39 - Cálculo dos esforços de 1ª ordem e 2ª ordem a partir do $\gamma_z$ .....	56

## 1. INTRODUÇÃO

Nas últimas décadas, seguindo o exemplo de outras áreas, a engenharia sofreu grandes avanços, particularmente na área de projetos e da construção civil. As técnicas de otimização no que diz respeito ao peso e à forma, o desenvolvimento de equipamentos de ensaios e de softwares de modelagens numéricas, possibilitaram construções mais econômicas e esbeltas, e desta forma, projetos mais altos e arrojados.

Parte desta mudança se deve ao próprio material concreto, que teve suas propriedades físicas alteradas, especialmente em relação à moagem e à adição de outros componentes ao cimento, contribuindo para que fossem alcançadas resistências muito superiores àquelas que se utilizava em projetos até a década de 90. Com isso, o padrão de projeto dos edifícios mudou, permitindo que se projetem edifícios mais altos, com vãos maiores e com elementos estruturais mais esbeltos. É justamente essa realidade que impõem condições diferentes de análise da estrutura, especialmente em relação às verificações de estabilidade global. Neste aspecto, são citados os principais critérios relacionados à análise global de estruturas de concreto, com ênfase na análise de segunda ordem, bem como as considerações que devem ser seguidas para verificação da condição de estabilidade da estrutura.

Na análise da estabilidade da estrutura, quando considerada a posição deformada, ocorrem interações entre os carregamentos verticais e os deslocamentos horizontais, gerando acréscimos de esforços aos elementos estruturais. A NBR 6118:2014 apresenta dois métodos que possibilitam verificar a relevância destes esforços e a obrigatoriedade de consideração no dimensionamento dos elementos: o parâmetro de instabilidade Alpha ( $\alpha$ ) e o coeficiente Gama-Z ( $\gamma_z$ ), e como classificar as estruturas como de nós fixos ou de nós móveis.

Nas estruturas de nós fixos, os acréscimos de esforços na condição deformada são considerados dispensáveis e os efeitos de 2ª ordem desprezíveis. Nas estruturas de nós móveis,

os acréscimos de esforços são relevantes e a consideração dos efeitos de segunda ordem é obrigatória. Para esta consideração a NBR6118:2014 sugere, como solução aproximada, a utilização do coeficiente  $\gamma_z$  como fator de majoração dos esforços horizontais. Cabe ressaltar que a norma não sugere método para cálculo dos efeitos de segunda ordem. O processo P-Delta é um método de cálculo iterativo dos efeitos de segunda ordem, com aplicação simples e de resultados satisfatórios, e será estudado neste trabalho.

## 2. OBJETIVO

Na elaboração de projetos de edifícios de concreto armado é necessário que o engenheiro esteja atento à estabilidade global da estrutura e aos efeitos de segunda ordem. A avaliação da estabilidade global visa garantir a segurança da estrutura ante a perda da sua capacidade resistente, causada pelo aumento de deformações em decorrência das ações e deformações. Como a estrutura é submetida a ações verticais e horizontais concomitantemente, a consideração das cargas verticais na posição da estrutura deformada apresentam acréscimos de esforços solicitantes, denominados efeitos de segunda ordem. A análise que considera este fenômeno é denominada análise do efeito global de segunda ordem e é o objetivo principal de estudo deste trabalho.

Assim sendo, será analisada a estabilidade de uma estrutura em concreto armado e dos efeitos de segunda ordem, através do coeficiente  $\gamma_z$  e comparado aos obtidos através do processo P-Delta. Será elucidado como é a metodologia de cálculo do processo P-Delta e como o sistema da AltoQi - Eberick o considera.

### **3. REVISÃO DA LITERATURA**

#### **3.1 Introdução**

Na análise estrutural, é de grande importância a avaliação da estabilidade das estruturas, dos efeitos de segunda ordem global e dos acréscimos de esforços por eles gerados.

O parâmetro Alpha ( $\alpha$ ) e o coeficiente Gama-z ( $\gamma_z$ ) são meios para avaliação da estabilidade das estruturas e identificação se os efeitos de segunda ordem global são dispensáveis ou significativos.

Com relação aos acréscimos de esforços, existem processos de cálculo das solicitações adicionais na estrutura na posição deformada. OP-delta ( $P\Delta$ ) é um processo de cálculo para obter estes esforços de segunda ordem global.

Para fundamentar o tema, será elucidado o comportamento não linear das estruturas de concreto armado, a não linearidade física (NLF) e a não linearidade geométrica (NLG).

#### **3.2 Não linearidade física**

O objetivo da análise estrutural é determinar os esforços e deslocamentos atuantes na estrutura submetida a carregamentos, de modo a permitir o dimensionamento dos elementos estruturais para que possam resistir com segurança aos esforços solicitantes.

Como a rigidez da estrutura depende das características físicas dos materiais, concreto e aço, e geométricas dos elementos estruturais e estas características não são uma constante, a determinação dos esforços e deslocamentos não é proporcional aos carregamentos. Desta forma, as estruturas de concreto armado apresentam um comportamento não linear em relação às tensões e deformações. Sendo assim, os resultados obtidos no cálculo de esforços, tensões e deformações são desproporcionais aos esforços solicitantes.

Sobre a não linearidade física (NLF), esta é devida ao comportamento do material concreto armado. Os efeitos de fissuração e da fluência do concreto e do escoamento do aço conferem ao concreto armado um comportamento não linear, gerando algumas situações, tais como:

- O concreto começa a plastificar a partir de uma deformação de 2‰;
- As tensões não são proporcionais ao longo da seção transversal de uma peça;
- A deformação não é proporcional ao longo de toda história de carregamento.

Desta forma, a não linearidade física presente nas estruturas de concreto deve ser obrigatoriamente considerada. A NBR 6118: 2014, em seu item 15.7.3, permite para consideração simplificada da não linearidade física (NLF) do concreto armado na análise dos esforços globais de 2ª ordem, a adoção de coeficientes redutores de rigidez para os elementos lajes, vigas e pilares, para estruturas reticuladas com no mínimo quatro andares, conforme a seguir:

- Para lajes:  $(EI)_{sec} = 0,3 E_{ci} I_c$  ;
- Para vigas:  $(EI)_{sec} = 0,4 E_{ci} I_c$  para  $A_s' \neq A_s$  e

$$(EI)_{sec} = 0,5 E_{ci} I_c \text{ para } A_s' = A_s \text{ e}$$

- Para pilares:  $(EI)_{sec} = 0,8 E_{ci} I_c$

Onde :

$E_{ci}$  é o módulo de elasticidade inicial do concreto ( $5.600\sqrt{f_{ck}}$  Mpa)

$I_c$  é o momento de inércia da seção bruta de concreto, incluindo, quando for o caso, as mesas colaborantes (seção T).

$A_s'$  é a armadura de compressão em vigas, no caso de armadura dupla

$A_s$  é armadura simples.

E quando a estrutura de contraventamento for composta somente por vigas e pilares e com  $\gamma_z$  menor que 1,3, permite calcular a rigidez equivalente conforme abaixo:

- Para vigas e pilares:  $(EI)_{sec} = 0,7 E_{ci} I_c$

No desenvolvimento deste trabalho, é adotada a consideração simplificada para consideração da não linearidade física do concreto armado.

### **3.3 Não linearidade geométrica**

Os efeitos devidos à não linearidade geométrica (NLG) são aqueles provenientes da mudança de posição dos nós da estrutura no espaço, ou dos deslocamentos da estrutura. Esses efeitos são determinados através de uma análise na qual se considera a estrutura na sua configuração final de equilíbrio. No projeto de estruturas de concreto armado deve-se estar atento à NLG quando a estrutura é solicitada simultaneamente pelos carregamentos verticais e pelas ações horizontais. Isso porque, os carregamentos verticais agindo na estrutura deslocada pode provocar o aparecimento de acréscimos de esforços capazes de conduzi-la ao colapso. Nas estruturas rígidas esses efeitos são pequenos e podem ser desprezados, entretanto, nas estruturas flexíveis, tais efeitos passam a ser significativos devendo ser obrigatoriamente considerados. Assim sendo, as estruturas são classificadas em estruturas de nós fixos ou estruturas de nós móveis, conforme a importância dos efeitos de segunda ordem na análise.

Conforme o item 15.4.2 da NBR 6118:2014, as estruturas são consideradas de nós fixos se os efeitos de segunda ordem, devidos ao deslocamento horizontal da estrutura, resultarem em acréscimos de esforços inferiores a 10% dos obtidos em uma análise de primeira ordem. Nesta condição estes acréscimos podem ser considerados como desprezíveis e dispensados da análise da estabilidade global da estrutura. Para a situação onde os acréscimos de esforços são superiores a 10% dos obtidos na análise de primeira ordem a estrutura é classificada como de nós móveis, com efeitos globais importantes e que devem ser considerados no dimensionamento dos elementos estruturais.

### 3.4 Parâmetro de instabilidade alpha ( $\alpha$ )

O parâmetro  $\alpha$  é um método de avaliar a estabilidade global de estruturas de concreto armado, entretanto, não é capaz de estimar os efeitos de segunda ordem. A estrutura é considerada um meio elástico, portanto, não se leva em conta a fissuração dos elementos. Conforme a NBR 6118:2014, item 15.5.2, o valor de  $\alpha$  é calculado pela fórmula abaixo:

$$\alpha = H_{tot} \cdot \sqrt{\frac{N_k}{E_{cs}I_c}}$$

Onde:

$H_{tot}$  é a altura da estrutura, medida a partir do topo da fundação ou de um nível pouco deslocável do subsolo;

$N_k$  é o somatório de todas as cargas verticais atuantes na estrutura (a partir do nível considerado para o cálculo de  $H_{tot}$ ), com seu valor característico;

$E_{cs}I_c$  representa o somatório dos valores de rigidez de todos os pilares na direção X ou Y avaliada.

No caso de estruturas de pórticos, de treliças ou mistas, ou com pilares de rigidez variável ao longo da altura, pode ser considerado o valor da expressão  $E_{cs}I_c$  de um pilar equivalente de seção constante.

O valor de  $\alpha$  é comparado a um valor  $\alpha_1$ , de modo que, se  $\alpha < \alpha_1$ , a estrutura é considerada de nós fixos, e se  $\alpha \geq \alpha_1$  é de nós móveis.

Sendo:

$$\alpha_1 = 0,2 + 0,1 \cdot n \quad \text{se: } n \leq 3$$

$$\alpha_1 = 0,6 \quad \text{se: } n \geq 4$$



Onde:

$n$  é o número de níveis de barras horizontais (andares) acima da fundação ou de um nível pouco deslocável a partir do subsolo.

Cabe ressaltar que o valor limite  $\alpha_1 = 0,6$  prescrito para  $n \geq 4$  é, em geral, aplicável às estruturas usuais de edifícios e pode ser adotado para associações de pilares-parede e para pórticos associados a pilares-parede. No caso de contraventamento constituído exclusivamente por pilares-parede a norma recomenda adotar  $\alpha_1 = 0,7$ , e quando só houver pórticos deve ser reduzido para  $\alpha_1 = 0,5$ .

### 3.4.1 Exemplo numérico

O pórtico abaixo está sujeito a cargas verticais e horizontais em toneladas força, conforme indicadas na figura 01, para o qual será calculado o parâmetro  $\alpha$ . Para a concepção do pórtico em concreto armado foram adotados pilares com seção de 0,2 x 0,2 metros e vigas com 0,20 x 0,40 metros. E adotadas as distâncias de 4 metros entre os eixos dos pilares e de 2,8 metros entre os eixos das vigas (níveis).

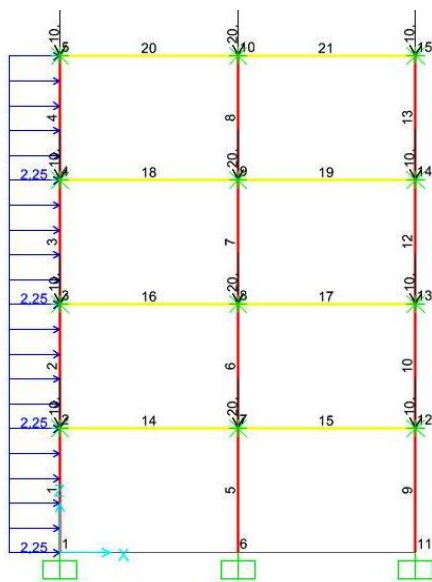
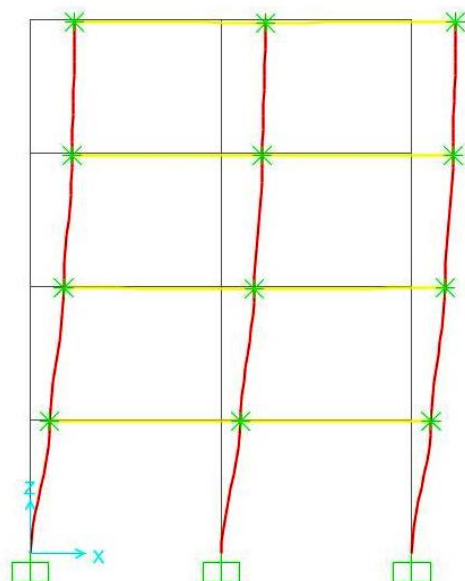


Figura 01 – Pórtico Plano - Ações em Ton.f.



**Figura 02** – Pórtico Plano - Deslocamentos

Tabela 01 – Deslocamentos do pórtico nos eixos X e Z.

Deslocamentos nos nós		
Numeração dos nós	Eixo X - metro	Eixo Z - metro
1	0	0
2	0,04044	-0,001261
3	0,069277	-0,002216
4	0,086579	-0,002856
5	0,092312	-0,003175
6	0	0
7	0,040358	-0,002145
8	0,069194	-0,003733
9	0,086496	-0,004781
10	0,09227	-0,0053
11	0	0
12	0,040316	-0,001261
13	0,069153	-0,002216
14	0,086455	-0,002856
15	0,09225	-0,003175

Cálculo do parâmetro  $\alpha$ :

$$\alpha = H_{tot} \cdot \sqrt{\frac{N_k}{E_{cs}I_c}}$$

$$H_{tot} = 1.120 \text{ cm}$$

$$N_k = 4 \times (10 + 20 + 10) = 160 \text{ tf}$$

O deslocamento máximo obtido da análise de 1ª ordem foi de 9,23 cm. A rigidez equivalente  $E_{cs}I_c$  deve ser calculada para um pilar engastado na base e livre no topo, que esteja sujeito ao mesmo deslocamento no topo.

Sendo assim:

$$E_{cs}I_c = \frac{q \times H^4}{8 \times a} E_{cs}I_c = \frac{2,25 \times 11,20^4}{8 \times 0,0915}$$

$$E_{cs}I_c = 47.947,16 \text{ tf} \cdot \text{m}^2$$

$$\alpha = 11,20 \cdot \sqrt{\frac{160}{(47.947,16)}}$$

$$\alpha = 0,65$$

Para pórtico a norma recomenda adotar o valor  $\alpha_1$  reduzido, logo  $\alpha_1 = 0,5$ .

$$\alpha = 0,65 > \alpha_1 = 0,5$$

Como o valor de  $\alpha$  encontrado é maior que  $\alpha_1$ , o pórtico é classificado como de nós móveis e deve ser submetido à análise de segunda ordem.

### 3.5 Coeficiente Gama-z ( $\gamma_z$ )

O coeficiente  $\gamma_z$  é um parâmetro que possibilita a avaliação da estabilidade global da estrutura de concreto armado e a classificação da estrutura, como sendo de nós fixos ou nós móveis, onde se considera que a estrutura é de nós fixos se for atendida a condição de  $\gamma_z \leq 1,1$  e de nós móveis se for atendida a condição  $1,1 < \gamma_z \leq 1,3$  e a não linearidade física considerada de forma simplificada conforme exposto anteriormente.

Segundo a NBR 6118:2014, o  $\gamma_z$  é calculado para cada combinação de carregamento conforme fórmula a seguir:

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{\Delta M_{tot,d}}{M_{1,tot,d}}}$$

Onde:

$M_{1,tot,d}$  é o momento de tombamento, ou seja, a soma dos momentos de todas as forças horizontais da combinação considerada, com seus valores de cálculo, em relação à base da estrutura;

$\Delta M_{tot,d}$  é a soma dos produtos de todas as forças verticais atuantes na estrutura, na combinação considerada, com seus valores de cálculo, pelos deslocamentos horizontais de seus respectivos pontos de aplicação, obtidos da análise de 1ª ordem.

De acordo com a NBR 6118:2014, o limite do coeficiente  $\gamma_z$  é 1,3 e valores acima atribuem a estrutura à classificação de instabilidade elevada, da mesma forma, valores negativos ou inferiores a 1,0 são considerados incoerentes e indicam que a estrutura é totalmente instável.

Uma solução simplificada para a determinação dos esforços globais de 2ª ordem consiste na apuração dos esforços finais (1ª ordem e 2ª ordem) a partir da majoração adicional dos esforços horizontais da combinação de carregamento considerada por  $\gamma_z$ . Esse processo só é válido para  $\gamma_z \leq 1,3$ . Cabe ressaltar que o processo simplificado consiste em uma análise

linear, onde os efeitos da não linearidade geométrica são considerados de forma aproximada através do coeficiente  $\gamma_z$ .

Neste item são tratados os problemas relacionados com a classificação das estruturas quanto ao grau de mobilidade. De modo particular, pretende-se avaliar o coeficiente  $\gamma_z$  que, além de classificar a estrutura quanto ao grau de flexibilidade, permite estimar os acréscimos de esforços devidos ao seu deslocamento horizontal.

### 3.5.1 Exemplos numéricos:

#### 3.5.1.1 Exemplo 01:

O pórtico abaixo está sujeito a cargas verticais e horizontais em tonelada força, conforme indicado nos nós da figura 02, para o qual foi calculado o coeficiente  $\gamma_z$ . Para a concepção do pórtico em concreto armado foram adotados pilares com seção de 0,2 x 0,2 metros e vigas com 0,20 x 0,40 metros. E adotadas as distâncias de 4 metros entre os eixos dos pilares e de 2,8 metros entre os eixos das vigas (níveis).

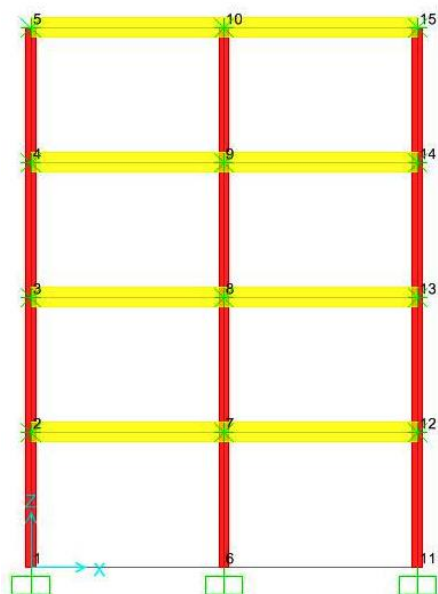


Figura 03 – Pórtico Plano

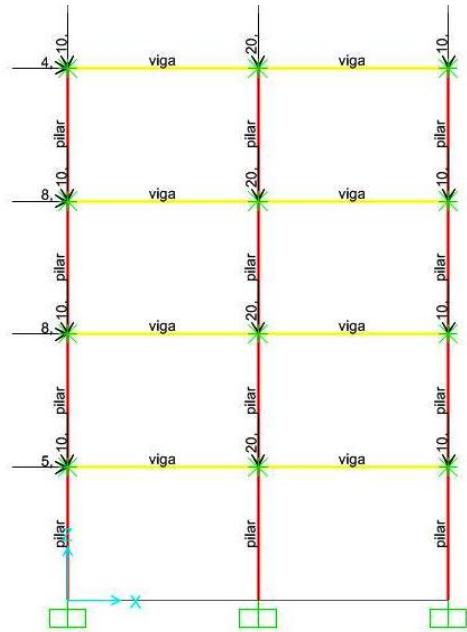


Figura 04 – Ações aplicadas ao pórtico, em toneladas força

Após processar a estrutura, foram identificados os deslocamentos representados na figura abaixo, cujos valores seguem na tabela 02.

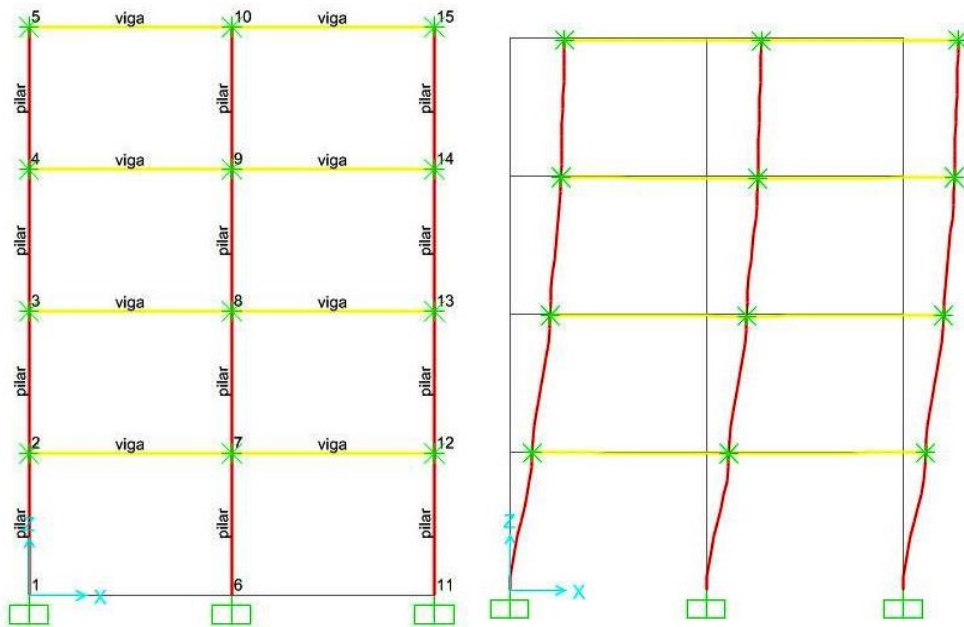


Figura 05 – Deslocamentos do pórtico

Tabela 02 – Deslocamentos do pórtico nos eixos X e Z – Exemplo 1

Deslocamentos nos nós		
Numeração dos nós	Eixo X - metro	Eixo Z – metro
1	0	0
2	0,045827	-0,001261
3	0,082478	-0,002216
4	0,104449	-0,002856
5	0,111729	-0,003175
6	0	0
7	0,045762	-0,002145
8	0,082373	-0,003733
9	0,104344	-0,004781
10	0,111676	-0,0053
11	0	0
12	0,045729	-0,001261
13	0,08232	-0,002216
14	0,104291	-0,002856
15	0,11165	-0,003175

A partir dos deslocamentos apurados na análise de primeira ordem calculou-se o coeficiente  $\gamma_z$  conforme abaixo:

Tabela 03 - Cálculo do  $\gamma_z$  – Exemplo 1

Cálculo Gama-z						
Nível	Altura Relativa (cm)	Carga Vertical (tf)	Carga Horizontal (tf)	Desloc. Horizontal (cm)	Altura x Carga horizontal (tf.cm)	Desloc. x Carga Vertical (tf.cm)
4	1120	10 + 20 + 10 = 40	4	11,1729	4480	446,92
3	840	10 + 20 + 10 = 40	8	10,4449	6720	417,80
2	560	10 + 20 + 10 = 40	8	8,2478	4480	329,91
1	280	10 + 20 + 10 = 40	5	4,5827	1400	183,31

$$\Delta M_{tot,d} = 446,92 + 417,80 + 329,91 + 183,31 = 1.377,93 \text{ tf.cm}$$

$$M1_{,tot,d} = 4.480 + 6.720 + 4.480 + 1.400 = 17.080 \text{ tf.cm}$$

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{\Delta M_{tot,d}}{M_{1,tot,d}}}$$

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{1.377,93}{17.080}} \gamma_z = 1,09$$

Como o valor de  $\gamma_z$  encontrado é menor que 1,10, o pórtico é classificado como de nós fixos e a análise de segunda ordem fica dispensada.

### 3.5.1.2 Exemplo 02:

Para este exemplo foram mantidas as seções dos elementos estruturais, as dimensões do pórtico e os carregamentos horizontais. As ações verticais foram aumentadas conforme figura abaixo. Os carregamentos estão expressos em tonelada força.

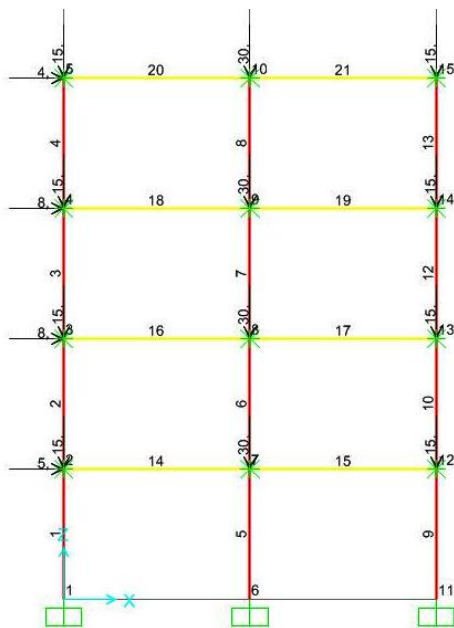
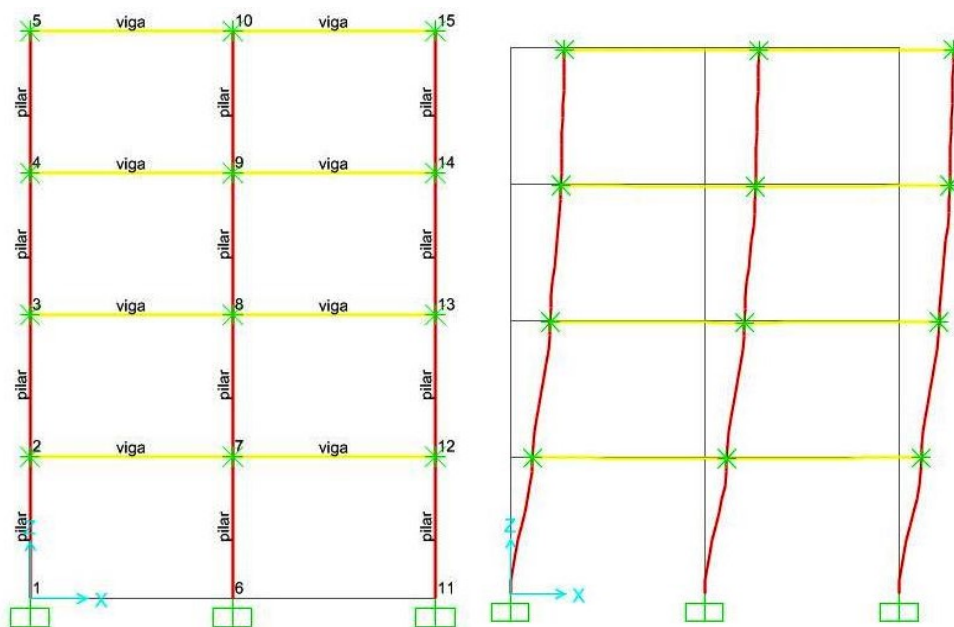


Figura 06 – Ações aplicadas no pórtico em tonelada força.



Após processar a estrutura foram identificados os deslocamentos representados na figura abaixo, cujos valores seguem na tabela 04.



**Figura 07** –Deslocamentos do pórtico.

Tabela 04 – Deslocamentos do pórtico nos eixos X e Z – Exemplo 2

Deslocamentos nos nós		
Numeração dos nós	Eixo X - metro	Eixo Z – metro
1	0	0
2	0,045827	-0,001261
3	0,082478	-0,002216
4	0,104449	-0,002856
5	0,111729	-0,003175
6	0	0
7	0,045762	-0,002145
8	0,082373	-0,003733
9	0,104344	-0,004781
10	0,111676	-0,0053
11	0	0
12	0,045729	-0,001261
13	0,08232	-0,002216
14	0,104291	-0,002856

Deslocamentos nos nós		
Numeração dos nós	Eixo X - metro	Eixo Z – metro
15	0,11165	-0,003175

Analisando os deslocamentos observa-se que os resultados são os mesmos apresentados no exemplo 1 do coeficiente  $\gamma_z$ .

A partir dos deslocamentos apurados na análise de primeira ordem, é calculado o coeficiente  $\gamma_z$ , conforme segue abaixo.

Tabela 05 - Cálculo do  $\gamma_z$ – Exemplo 2

Nível	Altura Relativa (cm)	Carga Vertical (tf)	Carga Horizontal (tf)	Desloc. Horizontal (cm)	Altura x Carga horizontal	Desloc. x Carga Vertical
4	1120	15 + 30 + 15 = 60	4	11,1729	4480	670,37
3	840	15 + 30 + 15 = 60	8	10,4449	6720	626,69
2	560	15 + 30 + 15 = 60	8	8,2478	4480	494,87
1	280	15 + 30 + 15 = 60	5	4,5827	1400	274,96

$$\Delta M_{tot,d} = 670,37 + 626,69 + 494,87 + 274,96 = 2.066,90 \text{ tf} \cdot \text{cm}$$

$$M1_{,tot,d} = 4.480 + 6.720 + 4.480 + 1.400 = 17.080 \text{ tf} \cdot \text{cm}$$

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{\Delta M_{tot,d}}{M1_{,tot,d}}}$$

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{2.066,90}{17.080}} \gamma_z = 1,14$$

Como o valor de  $\gamma_z$  encontrado é maior que 1,10 e menor que 1,30, o pórtico é classificado como de nós móveis e deve ser realizada a análise de segunda ordem.

Comparando os resultados obtidos nos exemplos 1 e 2 observa-se o quanto ações verticais influenciam no comportamento do pórtico analisado. No exemplo 2 foram aplicadas ações verticais com acréscimos de 50 % em relação ao exemplo 1 e mantidas as ações horizontais. O valor de  $\gamma_z$  apurado passou de 1,09 para 1,14, conseqüentemente, os efeitos de segunda ordem se tornaram relevantes e a classificação do pórtico de nós fixos para nós móveis e os esforços causados pelos deslocamentos obrigatórios no dimensionamento dos elementos.

### 3.6 Processo P-delta ( $P\Delta$ )

A NBR 6118:2014 indica a utilização do coeficiente Gama-z como parâmetro de avaliação da estabilidade global da estrutura e como coeficiente de majoração dos esforços de primeira ordem, a fim de computar os esforços de segunda ordem global, de maneira simplificada. A efetividade do método simplificado possibilita a apuração de resultados distorcidos, principalmente em estruturas com maior grau de flexibilidade lateral ou submetida a carregamentos laterais de maior intensidade.

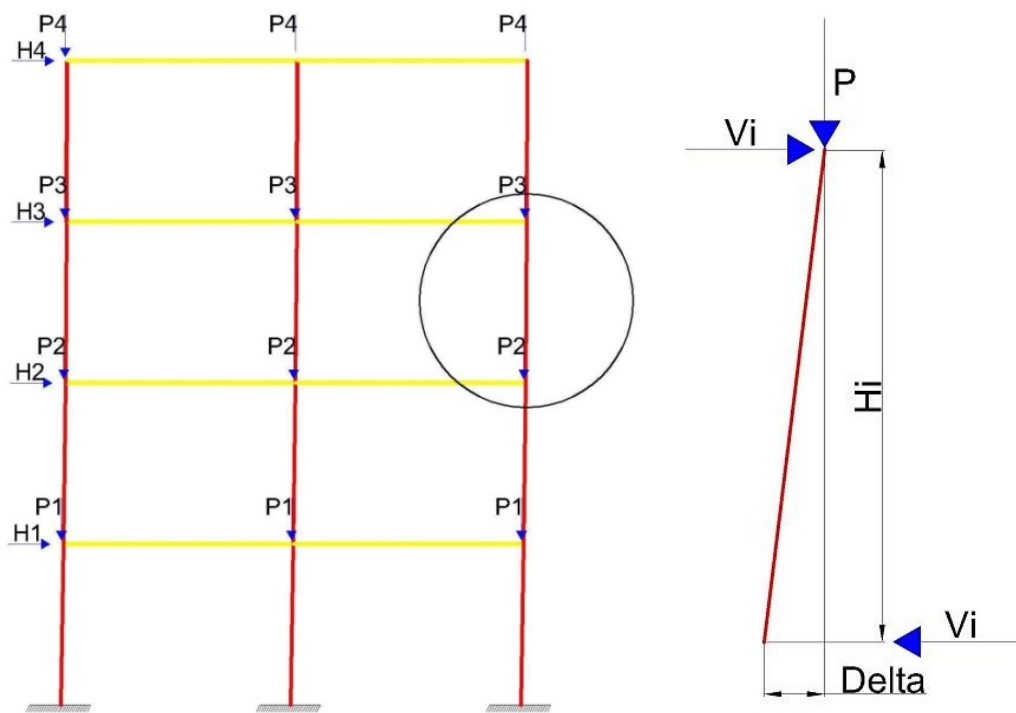
Uma alternativa para o cálculo dos efeitos de segunda ordem é o uso de métodos iterativos como o processo  $P\Delta$ .

Os edifícios se deslocam lateralmente ao serem submetidos a cargas horizontais. Em função destes deslocamentos horizontais, as estruturas passam a ser submetidas a momentos adicionais iguais ao produto dos deslocamentos horizontais pelos carregamentos verticais. Este efeito é denominado  $P\Delta$ , onde P são os carregamentos verticais e delta os deslocamentos horizontais e é considerado como análise de segunda ordem por apurar os esforços aplicados à estrutura na sua posição deformada.

O método iterativo de cálculo pelo processo  $P\Delta$  segue as seguintes etapas:

1. Análise de primeira ordem;
2. Cálculo dos deslocamentos laterais nos níveis da estrutura;

3. Cálculo dos esforços adicionais através do produto dos deslocamentos laterais pelos carregamentos verticais;
4. Conversão dos esforços adicionais por cargas horizontais equivalentes ( $V_i$ ), conforme a seguir:



$$V_i = \frac{P \times \Delta}{H_i}$$

Onde:

$V_i$  é a carga horizontal equivalente;

$P$  é a ação vertical;

$\Delta$  é a diferença entre deslocamentos entre os pavimentos;

$H_i$  é a altura do pavimento.

5. Adição das cargas horizontais equivalentes com as cargas horizontais iniciais;
6. Análise da estrutura;
7. Este ciclo se repete sucessivamente até que não haja diferença significativa entre as duas iterações.

### 3.6.1 Exemplo numérico:

Para o exemplo numérico foi adotado o mesmo pórtico utilizado no exemplo de cálculo do  $\gamma_z$ . Pilares com seção de 0,2 x 0,2 metros, vigas com 0,20 x 0,40 metros, distâncias entre os eixos dos pilares de 4 metros e entre os eixos das vigas de 2,8 metros, e estabelecido como parâmetro de precisão entre as iterações o valor de 0,5%.

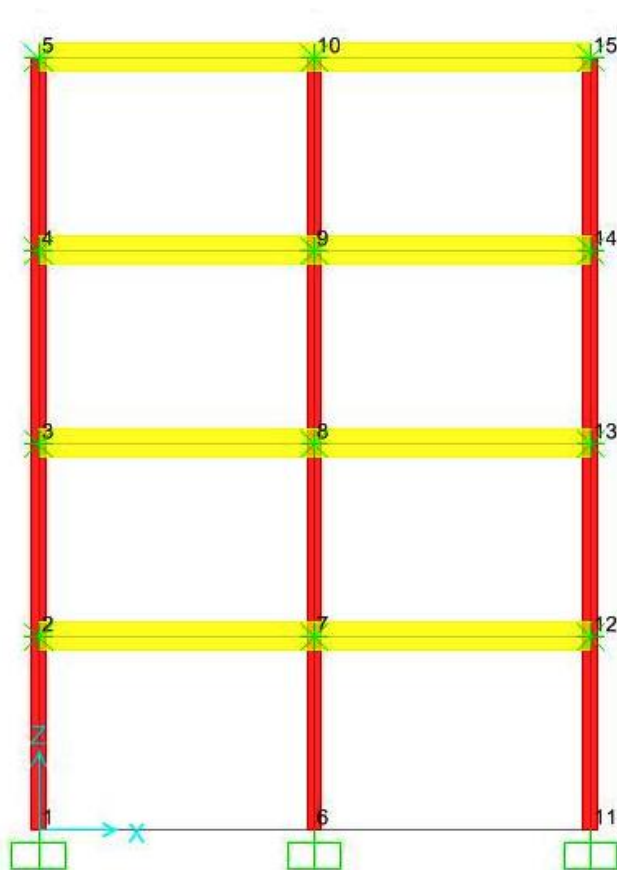


Figura 08 – Pórtico Plano

### Primeira Iteração:

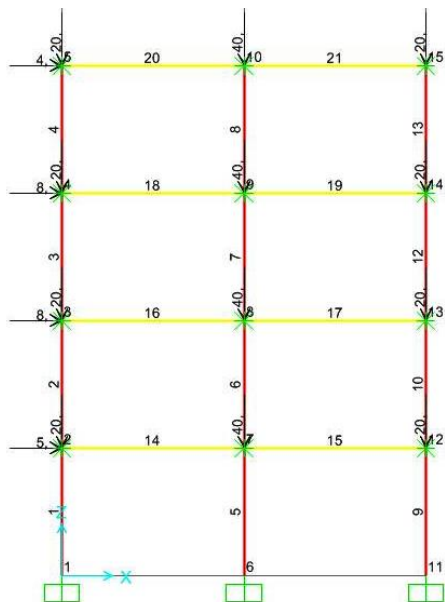


Figura 09 – Ações aplicadas ao pórtico em toneladas força.

Após processar a estrutura foram identificados os deslocamentos representados na figura abaixo, cujos valores seguem na tabela 06.

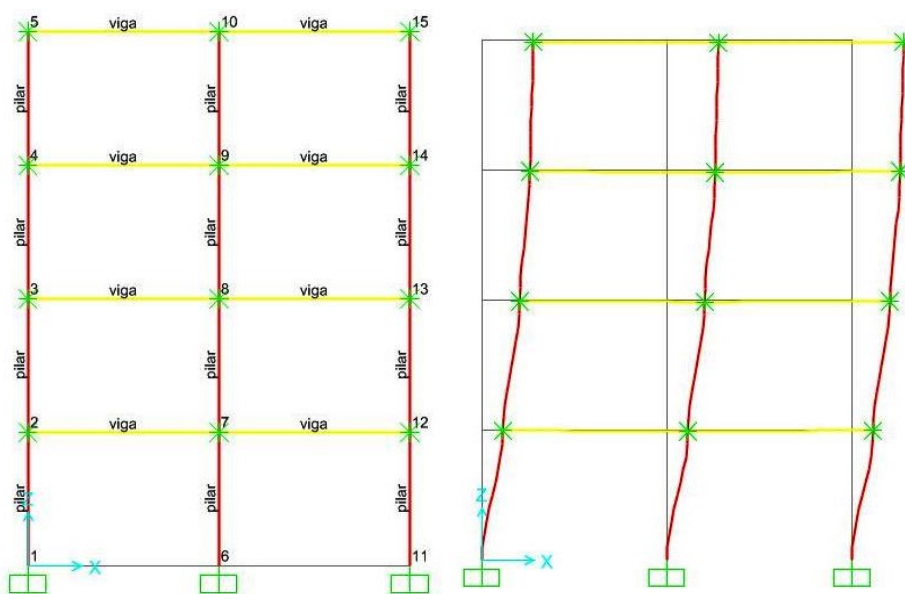


Figura 10 – Deslocamentos do pórtico

Tabela 06 – 1ª Iteração - Deslocamentos do pórtico nos eixos X e Z.

Deslocamentos nos nós - 1ª iteração		
Numeração dos nós	Eixo X –metro	Eixo Z - metro
1	0	0
2	0,045827	-0,001261
3	0,082478	-0,002216
4	0,104449	-0,002856
5	0,111729	-0,003175
6	0	0
7	0,045762	-0,002145
8	0,082373	-0,003733
9	0,104344	-0,004781
10	0,111676	-0,0053
11	0	0
12	0,045729	-0,001261
13	0,08232	-0,002216
14	0,104291	-0,002856
15	0,11165	-0,003175

Cálculo dos esforços adicionais através do produto dos deslocamentos laterais pelos carregamentos verticais e conversão dos esforços adicionais por cargas horizontais equivalentes ( $V_i$ ).

$$V_{i4} = P_4 \times \Delta_4 \div H_{i4}$$

$$V_{i4} = 80 \times 0,73 \div 280$$

$$V_{i4} = 0,21$$

$$V_{i2} = P_2 \times \Delta_2 \div H_{i2}$$

$$V_{i2} = 240 \times 3,67 \div 280$$

$$V_{i2} = 3,14$$

$$V_{i3} = P_3 \times \Delta_3 \div H_{i3}$$

$$V_{i3} = 160 \times 2,20 \div 280$$

$$V_{i3} = 1,26$$

$$V_{i1} = P_1 \times \Delta_1 \div H_{i1}$$

$$V_{i1} = 320 \times 4,58 \div 280$$

$$V_{i1} = 5,24$$

Esforços adicionais:

$$H_4 = 0,21 - 0 = 0,21$$

$$H_3 = 1,26 - 0,21 = 1,05$$

$$H2 = 3,14 - 1,26 = 1,89$$

$$H1 = 5,24 - 3,14 = 2,10$$

Tabela 07 – 1ª Iteração- Cálculo dos carregamentos adicionais

Primeira iteração do processo PA											
Nível	Altura (cm)	Hi (cm)	Carga Vertical (tf)	P (tf)	Desloc. Horizontal (cm)	Delta (cm)	Vi (tf)	H (tf)	Carga Horizontal (tf)	Carga horizontal + H (tf)	
4	1120	280	20 + 30 + 20 = 80	80	11,17	0,73	0,21	0,21	4	4,21	
3	840	280	20 + 30 + 20 = 80	160	10,44	2,20	1,26	1,05	8	9,05	
2	560	280	20 + 30 + 20 = 80	240	8,25	3,67	3,14	1,89	8	9,89	
1	280	280	20 + 30 + 20 = 80	320	4,58	4,58	5,24	2,10	5	7,10	

### Segunda Iteração:

Após a primeira iteração, os carregamento adicionais são aplicados ao pórtico, conforme figura abaixo, e a estrutura é reprocessada. Os valores calculados na segunda iteração são apresentados na tabela a 09.

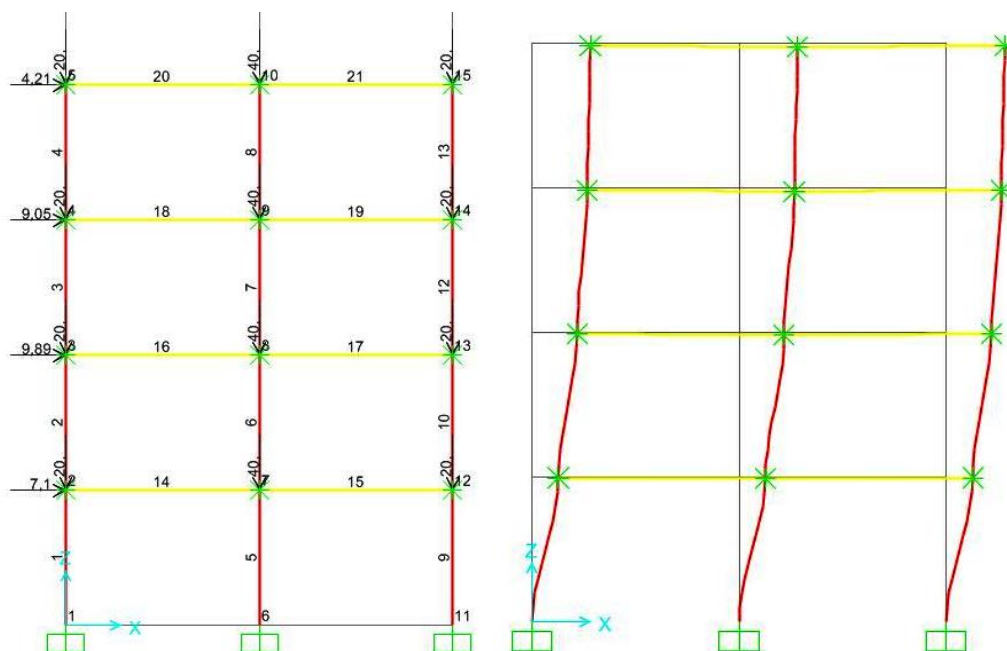


Figura 11 – 2ª Iteração Incremento de carga lateral equivalente e pórtico deformado



Tabela 08 – 2ª Iteração - Deslocamentos do pórtico nos eixos X e Z.

<b>Deslocamentos nos nós - 2ª iteração</b>		
<b>Numeração dos nós</b>	<b>Eixo X - metro</b>	<b>Eixo Z - metro</b>
1	0	0
2	0,055462	-0,00245
3	0,097878	-0,004307
4	0,122147	-0,005552
5	0,129802	-0,006175
6	0	0
7	0,055369	-0,004185
8	0,097748	-0,007284
9	0,122028	-0,009331
10	0,129747	-0,010347
11	0	0
12	0,055323	-0,00245
13	0,097683	-0,004307
14	0,121969	-0,005552
15	0,129719	-0,006175

Tabela 09 – 2ª Iteração - Deslocamentos 1ª ordem e deslocamentos 1ª ordem + 2ª ordem

<b>PA- Segunda iteração</b>		
<b>Deslocamentos Horizontais (cm)</b>		<b>Diferença %</b>
<b>1ª ordem</b>	<b>1ª + 2ª ordem</b>	
11,17	12,98	16,18%
10,44	12,21	16,94%
8,25	9,79	18,67%
4,58	5,55	21,02%

Observa-se que após a 2ª iteração houve variação no deslocamento no topo da estrutura de 16,18% em relação à 1ª iteração.

Cálculo dos esforços adicionais através do produto dos deslocamentos laterais pelos carregamentos verticais e conversão dos esforços adicionais por cargas horizontais equivalentes ( $V_i$ ).

$$Vi4 = P4 \times \Delta4 \div Hi4$$

$$Vi4 = 80 \times 0,77 \div 280$$

$$Vi4 = 0,22$$

$$Vi2 = P2 \times \Delta2 \div Hi2$$

$$Vi2 = 240 \times 4,24 \div 280$$

$$Vi2 = 3,64$$

$$Vi3 = P3 \times \Delta3 \div Hi3$$

$$Vi3 = 160 \times 2,43 \div 280$$

$$Vi3 = 1,39$$

$$Vi1 = P1 \times \Delta1 \div Hi1$$

$$Vi1 = 320 \times 5,55 \div 280$$

$$Vi1 = 6,34$$

Esforços adicionais:

$$H4 = 0,22 - 0 = 0,22$$

$$H3 = 1,39 - 0,22 = 1,17$$

$$H2 = 3,64 - 1,39 = 2,25$$

$$H1 = 6,34 - 3,64 = 2,70$$

Tabela 10 – 2ª Iteração - Cálculo dos carregamentos adicionais

PA- Segunda iteração											
Nível	Altura (cm)	Hi (cm)	Carga Vertical (tf)	P (tf)	Desloc. Horizontal (cm)	Delta (cm)	Vi (tf)	H (tf)	Carga Horizontal (tf)	Carga horizontal + H (tf)	
4	1120	280	20 + 30 + 20 = 80	80	12,98	0,77	0,22	0,22	4	4,22	
3	840	280	20 + 30 + 20 = 80	160	12,21	2,43	1,39	1,17	8	9,17	
2	560	280	20 + 30 + 20 = 80	240	9,79	4,24	3,64	2,25	8	10,25	
1	280	280	20 + 30 + 20 = 80	320	5,55	5,55	6,34	2,70	5	7,70	

### Terceira Iteração

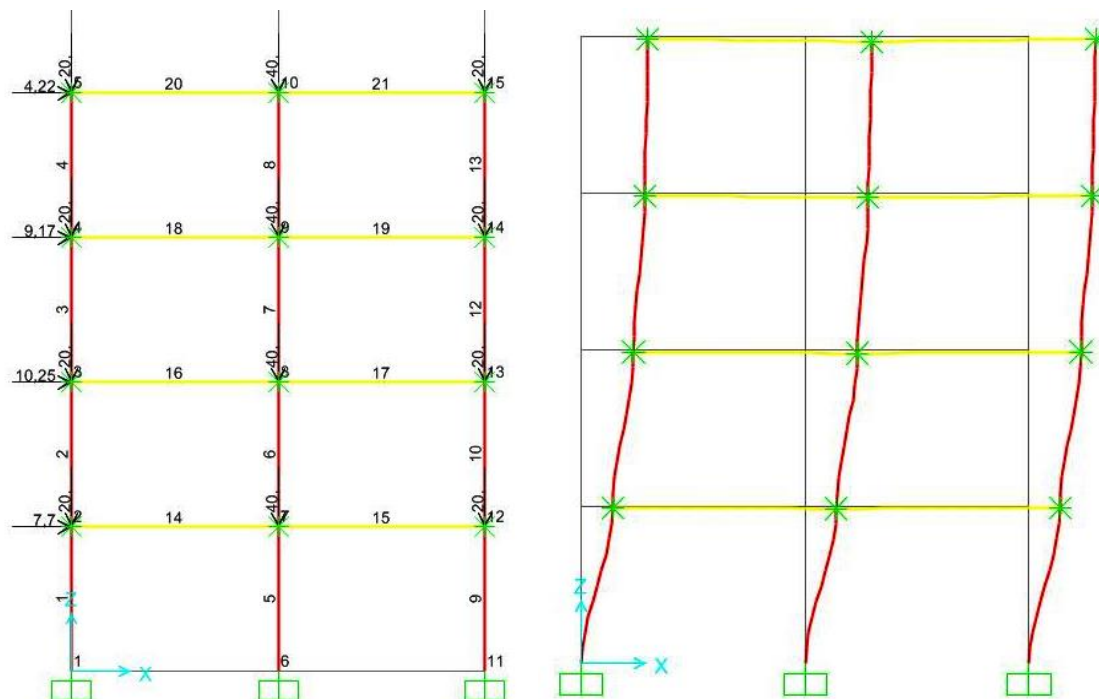


Figura 12 - 3ª Iteração Incremento de carga lateral equivalente e pórtico deformado

Tabela 11 – 3ª Iteração - Deslocamentos do pórtico nos eixos X e Z.

Deslocamentos nos nós - 3ª iteração		
Numeração dos nós	Eixo X - metro	Eixo Z - metro
1	0	0
2	0,057465	-0,00245
3	0,100775	-0,004307
4	0,125279	-0,005552
5	0,132951	-0,006175
6	0	0
7	0,057364	-0,004185
8	0,10064	-0,007284
9	0,125159	-0,009331
10	0,132896	-0,010347
11	0	0
12	0,057313	-0,00245

Deslocamentos nos nós - 3ª iteração		
Numeração dos nós	Eixo X - metro	Eixo Z - metro
13	0,100573	-0,004307
14	0,125098	-0,005552
15	0,132868	-0,006175

Tabela 12 – 3ª Iteração - Deslocamentos 1ª ordem e deslocamentos 1ª ordem + 2ª ordem

PA- Terceira iteração		
Deslocamentos Horizontais (cm)		Diferença %
1ª ordem	1ª + 2ª ordem	
11,17	13,30	18,99%
10,44	12,53	19,94%
8,25	10,08	22,18%
4,58	5,75	25,40%

Observa-se que após a 3ª iteração houve variação no deslocamento no topo da estrutura de 18,99% em relação à 1ª iteração e 2,81% em relação à 2ª iteração. Desta forma, é necessário manter o processo de iteração.

Cálculo dos esforços adicionais através do produto dos deslocamentos laterais pelos carregamentos verticais e conversão dos esforços adicionais por cargas horizontais equivalentes ( $V_i$ ).

$$V_{i4} = P_4 \times \Delta_4 \div H_{i4}$$

$$V_{i4} = 80 \times 0,77 \div 280$$

$$V_{i4} = 0,22$$

$$V_{i2} = P_2 \times \Delta_2 \div H_{i2}$$

$$V_{i2} = 240 \times 4,33 \div 280$$

$$V_{i2} = 3,71$$

$$V_{i3} = P_3 \times \Delta_3 \div H_{i3}$$

$$V_{i3} = 160 \times 2,45 \div 280$$

$$V_{i3} = 1,40$$

$$V_{i1} = P_1 \times \Delta_1 \div H_{i1}$$

$$V_{i1} = 320 \times 5,75 \div 280$$

$$V_{i1} = 6,57$$

Esforços adicionais:

$$H4 = 0,22 - 0 = 0,22$$

$$H2 = 3,71 - 1,40 = 2,31$$

$$H3 = 1,40 - 0,22 = 1,18$$

$$H1 = 6,57 - 3,71 = 2,86$$

Tabela 13 – 3ª Iteração- Cálculo dos carregamentos adicionais

PA- Terceira iteração											
Nível	Altura (cm)	Hi (cm)	Carga Vertical (tf)	P (tf)	Desloc. Horizontal (cm)	Delta (cm)	Vi (tf)	H (tf)	Carga Horizontal (tf)	Carga horizontal + H (tf)	
4	1120	280	20 + 30 + 20 = 80	80	13,30	0,77	0,22	0,22	4	4,22	
3	840	280	20 + 30 + 20 = 80	160	12,53	2,45	1,40	1,18	8	9,18	
2	560	280	20 + 30 + 20 = 80	240	10,08	4,33	3,71	2,31	8	10,31	
1	280	280	20 + 30 + 20 = 80	320	5,75	5,75	6,57	2,86	5	7,86	

### Quarta Iteração

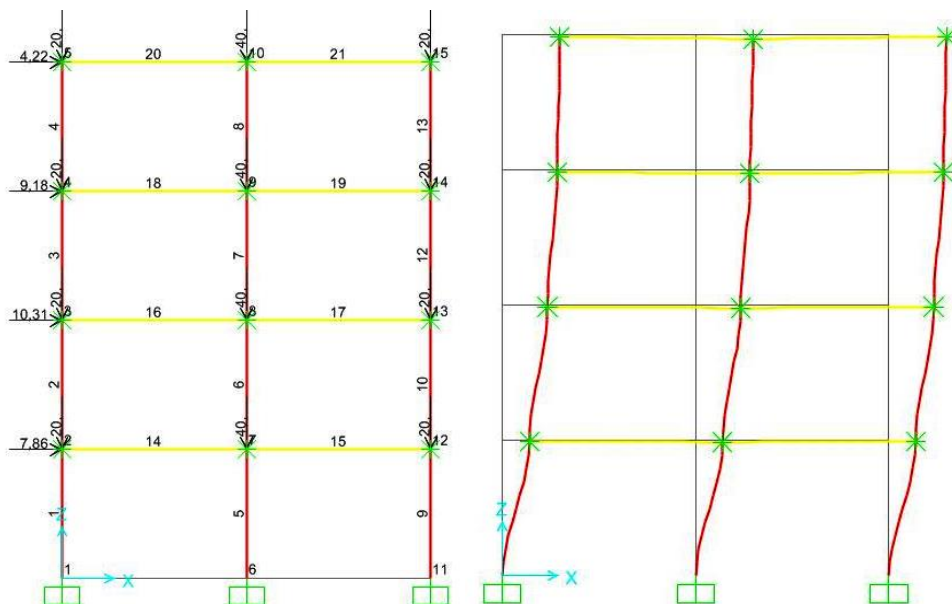


Figura 13 - 4ª Iteração Incremento de carga lateral equivalente e pórtico deformado

Tabela 14– 4ª Iteração - Deslocamentos do pórtico nos eixos X e Z.

<b>Deslocamentos nos nós - 4ª iteração</b>		
<b>Numeração dos nós</b>	<b>Eixo X - metro</b>	<b>Eixo Z - metro</b>
1	0	0
2	0,057887	-0,00245
3	0,101325	-0,004307
4	0,125847	-0,005552
5	0,133519	-0,006175
6	0	0
7	0,057784	-0,004185
8	0,10119	-0,007284
9	0,125726	-0,009331
10	0,133463	-0,010347
11	0	0
12	0,057733	-0,00245
13	0,101122	-0,004307
14	0,125666	-0,005552
15	0,133435	-0,006175

Tabela 15 – 4ª Iteração - Deslocamentos 1ª ordem e deslocamentos 1ª ordem + 2ª ordem

<b>PΔ- Quartaiteração</b>		
<b>Deslocamentos Horizontais (cm)</b>		<b>Diferença %</b>
<b>1ª ordem</b>	<b>1ª + 2ª ordem</b>	
11,17	13,35	19,50%
10,44	12,58	20,49%
8,25	10,13	22,85%
4,58	5,79	26,32%

Observa-se que após a 4ª iteração houve variação no deslocamento no topo da estrutura de 19,50% em relação à 1ª iteração e 0,51% em relação à 3ª iteração. Desta forma, é necessário manter o processo de iteração.

Cálculo dos esforços adicionais através do produto dos deslocamentos laterais pelos carregamentos verticais e conversão dos esforços adicionais por cargas horizontais equivalentes ( $V_i$ ).

$$Vi4 = P4 \times \Delta4 \div Hi4$$

$$Vi4 = 80 \times 0,77 \div 280$$

$$Vi4 = 0,22$$

$$Vi2 = P2 \times \Delta2 \div Hi2$$

$$Vi2 = 240 \times 4,33 \div 280$$

$$Vi2 = 3,72$$

$$Vi3 = P3 \times \Delta3 \div Hi3$$

$$Vi3 = 160 \times 2,45 \div 280$$

$$Vi3 = 1,40$$

$$Vi1 = P1 \times \Delta1 \div Hi1$$

$$Vi1 = 320 \times 5,79 \div 280$$

$$Vi1 = 6,62$$

Esforços adicionais:

$$H4 = 0,22 - 0 = 0,22$$

$$H3 = 1,40 - 0,22 = 1,18$$

$$H2 = 3,72 - 1,40 = 2,32$$

$$H1 = 6,62 - 3,72 = 2,89$$

Tabela 16 – 4ª Iteração - Cálculo dos carregamentos adicionais

PA- Quarta iteração											
Nível	Altura (cm)	Hi (cm)	Carga Vertical (tf)	P (tf)	Desloc. Horizontal (cm)	Delta (cm)	Vi (tf)	H (tf)	Carga Horizontal (tf)	Carga horizontal + H (tf)	
4	1120	280	20 + 30 + 20 = 80	80	13,35	0,77	0,22	0,22	4	4,22	
3	840	280	20 + 30 + 20 = 80	160	12,58	2,45	1,40	1,18	8	9,18	
2	560	280	20 + 30 + 20 = 80	240	10,13	4,34	3,72	2,32	8	10,32	
1	280	280	20 + 30 + 20 = 80	320	5,79	5,79	6,62	2,89	5	7,89	

## Quinta Iteração

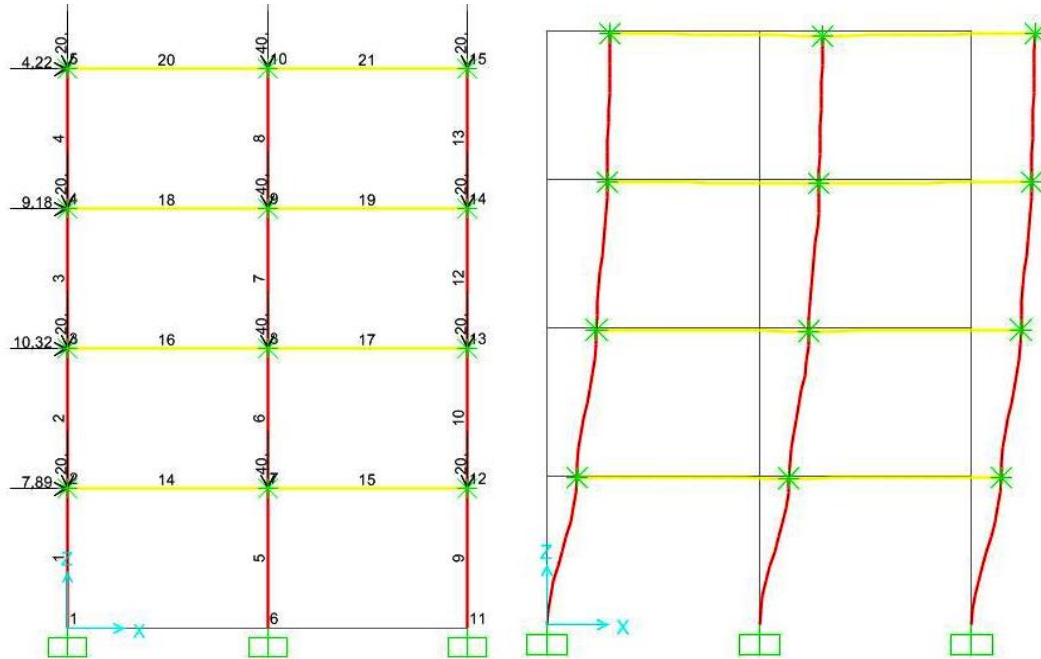


Figura 14 - 5ª Iteração Incremento de carga lateral equivalente e pórtico deformado

Tabela 17 – 5ª Iteração - Deslocamentos do pórtico nos eixos X e Z.

Deslocamentos nos nós - 5ª iteração		
Numeração dos nós	Eixo X - metro	Eixo Z - metro
1	0	0
2	0,057961	-0,00245
3	0,101417	-0,004307
4	0,125938	-0,005552
5	0,133611	-0,006175
6	0	0
7	0,057857	-0,004185
8	0,101281	-0,007284
9	0,125818	-0,009331
10	0,133555	-0,010347
11	0	0
12	0,057806	-0,00245
13	0,101213	-0,004307

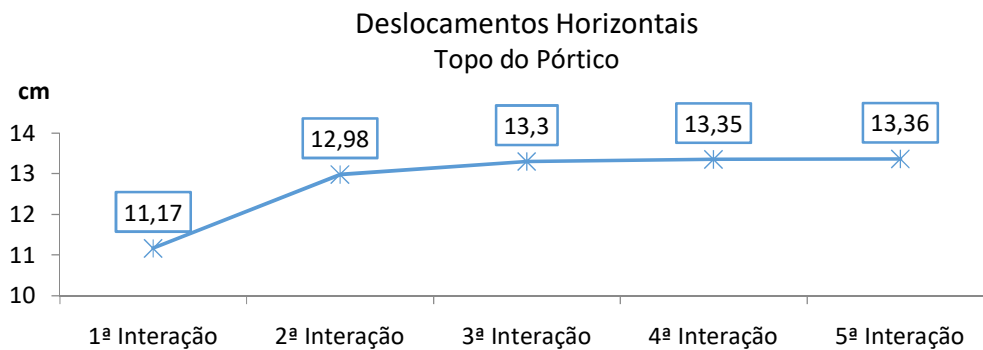


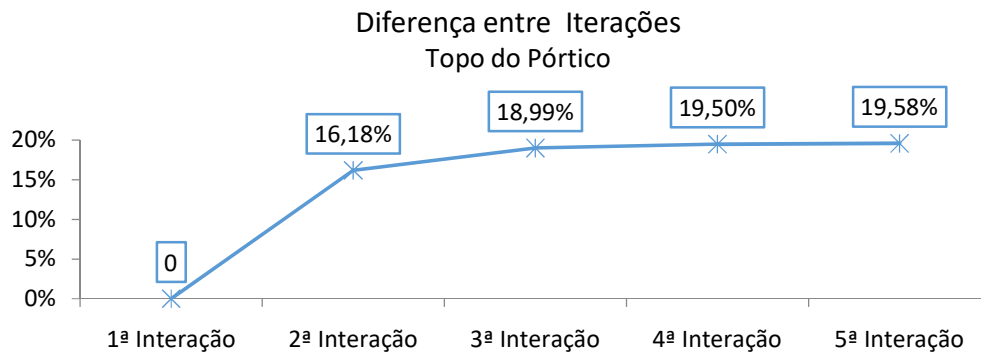
Deslocamentos nos nós - 5ª iteração		
Numeração dos nós	Eixo X - metro	Eixo Z - metro
14	0,125757	-0,005552
15	0,133527	-0,006175

Tabela 18– 5ª Iteração - Deslocamentos 1ª ordem e deslocamentos 1ª ordem + 2ª ordem

PA - Quinta iteração		
Deslocamentos Horizontais (cm)		Diferença %
1ª ordem	1ª + 2ª ordem	
11,17	13,36	19,58%
10,44	12,59	20,57%
8,25	10,14	22,96%
4,58	5,80	26,48%

Conforme figura 15, observa-se que na 5ª iteração a variação no deslocamento no topo da estrutura em relação à 1ª iteração é de 19,58% e em relação à 4ª iteração de 0,08%. Desta forma, conclui-se que a estrutura convergiu, pois apresentou diferença inferior a 0,5%, e o processo de iteração é encerrado.





**Figura 15** -Deslocamentos Horizontais:

Tabela 19 - Cálculo do momento na base do pórtico no estado não deformado, 1ª ordem:

Carga Horizontal (tf)	Altura (cm)	Carga Horizontal x altura (tf.cm)
4	1120	4480
8	840	6720
8	560	4480
5	280	1400
<b>Momento estrutura não deformada (tf.cm)</b>		<b>17.080,00</b>

Tabela 20 - Cálculo do momento na base do pórtico no estado deformado, 2ª ordem:

Carga Vertical – P (tf)	$\Delta$ (cm)	$P \times \Delta$ (tf.cm)
80	13,36	1069
80	12,59	1008
80	10,14	811
80	5,80	464
<b>Acréscimo de momento (tf.cm)</b>		<b>3.351,00</b>
<b>Momento de 1ª ordem (tf.cm)</b>		<b>17.080,00</b>
<b>Momento de 2ª ordem (tf.cm)</b>		<b>20.431,00</b>

Observa-se que o momento fletor na estrutura deformada representa acréscimos de 19,6% em relação à estrutura no estado não deformado, indicando o quanto o efeito P-delta é importante e que não devemos desconsiderá-lo nos cálculos dos esforços.

### 3.7 Comparativo entre Processo P-delta e Coeficiente Gama-z:

Esta análise comparativa visa avaliar a precisão da solução simplificada proposta pela NBR6118:2014, determinação dos esforços globais de 2ª ordem através da majoração adicional dos esforços horizontais, na combinação de carregamento considerada, por  $0,95\gamma_z$ .

Os esforços de primeira e segunda ordem do pórtico utilizado no exemplo numérico do processo do PΔ serão calculados a partir desta solução simplificada. Os esforços horizontais serão majorados por  $0,95\gamma_z$  e  $\gamma_z$ .

Os esforços na base do pórtico, obtidos pelo método simplificado, são comparados com os valores apurados pelo método iterativo, calculado a partir do processo PΔ. A análise comparativa entre os procedimentos utilizados para cálculo dos esforços de primeira ordem e segunda ordem é composto pelas seguintes etapas:

1. Cálculo de  $\gamma_z$ ;
2. Cálculo simplificado dos efeitos globais de segunda ordem através da majoração dos esforços solicitantes de primeira ordem por  $0,95\gamma_z$  e  $\gamma_z$ ;
3. Comparação entre os esforços obtidos pela consideração dos efeitos globais de segunda ordem através do método simplificado  $\gamma_z$  e com o método de iterações sucessivas P-Δ.

Tabela 21 - Cálculo do  $\gamma_z$

Nível	Altura Relativa (cm)	Carga Vertical (tf)		Carga Horizontal (tf)	Desloc. Horizontal (cm)	Altura x Carga horizontal (tf.cm)	Desloc. x Carga Vertical (tf.cm)
4	1120	20 + 40 + 20 =	80	4	11,1729	4480	893,83

Nível	Altura Relativa (cm)	Carga Vertical (tf)		Carga Horizontal (tf)	Desloc. Horizontal (cm)	Altura x Carga horizontal (tf.cm)	Desloc. x Carga Vertical (tf.cm)
3	840	20 + 40 + 20 =	80	8	10,4449	6720	835,59
2	560	20 + 40 + 20 =	80	8	8,2478	4480	659,82
1	280	20 + 40 + 20 =	80	5	4,5827	1400	366,62

$$\Delta M_{tot,d} = 893,83 + 835,59 + 659,82 + 366,62 = 2.755,86 \text{ tf.cm}$$

$$M1_{tot,d} = 4.480 + 6.720 + 4.480 + 1.400 = 17.080 \text{ tf.cm}$$

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{\Delta M_{tot,d}}{M1_{tot,d}}}$$

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{2.755,86}{17.080}} \gamma_z = 1,19$$

Tabela 22 - Cálculo dos esforços de 1ª ordem e 2ª ordem a partir do  $\gamma_z$

Nível	Altura Relativa (cm)	Carga Horizontal (tf)	Carga Horizontal majorada $0,95\gamma_z$ (tf)	Carga Horizontal majorada $\gamma_z$ (tf)	Altura x Carga Horizontal majorada $0,95\gamma_z$ (tf.cm)	Altura x Carga Horizontal majorada $\gamma_z$ (tf.cm)
4	1120	4	4,52	4,76	5.062,40	5.331,20
3	840	8	9,04	9,52	7.593,60	7.996,80
2	560	8	9,04	9,52	5.331,20	5.331,20
1	280	5	5,65	5,95	1.582,00	1.666,00

Momento na base do pórtico relativo à majoração por  $0,95\gamma_z$ :

$$Mx_{0,95\gamma_z} = 5.062,40 + 7.593,6 + 5.331,20 + 1.582,00 = 19.569,20 \text{ tf.cm}$$

$$Mx_{0,95\gamma_z} = 195,69 \text{ tf.m}$$

Momento na base do pórtico relativo à majoração por  $\gamma_z$ :

$$Mx \gamma_z = 5.331,20 + 7.996,80 + 5.331,20 + 1.666,00 = 20.325,20 \text{ tf.cm}$$

$$Mx \gamma_z = 203,25 \text{ tf.m}$$

Momento na base do pórtico calculado a partir do processo iterativo PΔ.

$$Mx P\Delta = 204,31 \text{ tf.m}$$

Comparação entre os resultados:

- $Mx P\Delta$  e  $Mx 0,95\gamma_z$ :

$$1 - \frac{Mx 0,95 \gamma_z}{Mx P\Delta} = 1 - \frac{195,69 \text{ tf.m}}{204,31 \text{ tf.m}} = 4,4\%$$

- $Mx P\Delta$  e  $Mx \gamma_z$ :

$$1 - \frac{Mx \gamma_z}{Mx P\Delta} = 1 - \frac{203,25 \text{ tf.m}}{204,31 \text{ tf.m}} = 0,5\%$$

Avaliando os resultados, observa-se que o momento obtido na base do pórtico, utilizando o modelo simplificado sugerido pela NBR 6118:2014, majoração dos esforços por  $0,95\gamma_z$ , foi aproximadamente 4,4% inferior ao obtido pelo processo iterativo PΔ. Observa-se também que na majoração dos esforços pelo valor integral de  $\gamma_z$ , o resultado apurado ficou praticamente igual ao obtido no processo PΔ, 0,5% inferior.

Assim sendo, com este exemplo, conclui-se que o modelo simplificado com a majoração dos esforços horizontais por  $\gamma_z$  apura com maior precisão os efeitos globais de segunda ordem, refinando os esforços solicitantes. E considerando o fator segurança, este é o mais indicado entre as opções simplificadas.

## 4. ANÁLISE DE EDIFÍCIO

Neste trabalho é analisada uma estrutura simétrica com 8 pavimentos tipo apresentado na figura 16, utilizando como ferramenta de cálculo o Software Eberick. O objetivo é apresentar o efeito dos esforços de segunda ordem globais na estrutura e comparar os resultados obtidos pelo processo  $P\Delta$  com os obtidos através dos modelos simplificados,  $0,95\gamma_z$  sugerido pela NBR 6118:2014 e  $\gamma_z$ .

O Software Eberick para o computo dos esforços de segunda ordem, adota o processo  $P\Delta$  iterativo com a aplicação de carga lateral fictícia, que é fundamentado pelo estudo do equilíbrio da estrutura deformada após a análise de primeira ordem. Os momentos adicionais, iguais aos deslocamentos horizontais multiplicados pelos carregamentos verticais, são convertidos em cargas horizontais adicionais para cada pilar do pórtico, nomeadas como cargas fictícias. As cargas fictícias são somadas às cargas horizontais existentes. Uma nova análise leva a novos deslocamentos horizontais. Com os novos valores, o processo é repetido até que a diferença entre duas iterações sucessivas seja inferior ao valor parametrizado no sistema pelo Engenheiro analista, que neste trabalho foi adotado 0,5%. Após atingir o número máximo de iterações estabelecido pelo Engenheiro, que neste trabalho foi adotado 10, caso haja convergência, obtém-se os deslocamentos finais. Com base nestes deslocamentos serão calculados os esforços internos para o dimensionamento dos elementos estruturais. Nas situações onde o processo  $P\Delta$  não convergir, indica que a estrutura é instável e imputa que o modelo da estrutura deve ser revisado e a necessidade incrementar a rigidez estrutural.

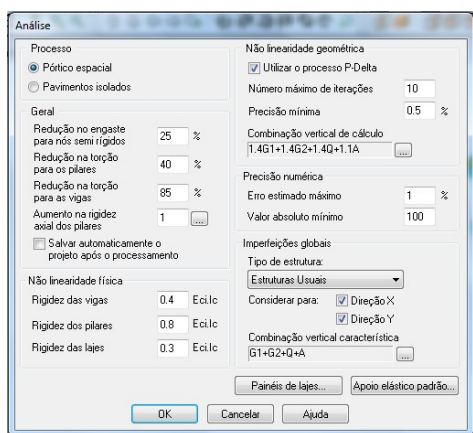
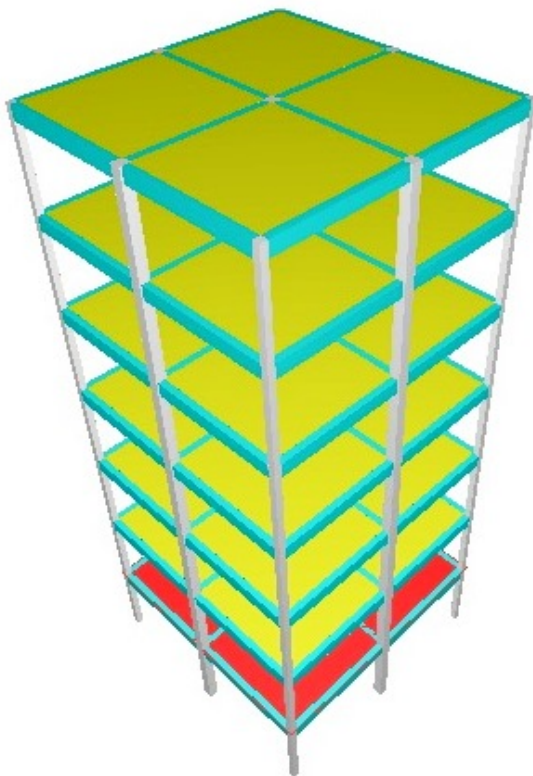


Figura 16 – Eberick – Parâmetros de Análise.



**Figura 17** – Planta de forma do pavimento tipo (dimensões em cm).



**Figura 18** – Vista em perspectiva da estrutura analisada.

## 4.1 Critérios de projeto

### 4.1.1 Pavimentos da estrutura:

Tabela 23 – Pavimentos da Estrutura

Pavimento	Altura (cm)	Nível (cm)
tipo 7	280	1680
tipo 6	280	1400
tipo 5	280	1120
tipo 4	280	840
tipo 3	280	560
tipo 2	280	280
tipo 1	280	0

### 4.1.2 Ações de carregamento

Para obtenção dos valores de cálculo das ações, foram definidos coeficientes de ponderação, conforme apresentado na tabela a seguir.

#### 4.1.2.1 Coeficientes de ponderação das ações:

Tabela 24 – Coeficientes de ponderação das ações

Ação	Coeficientes de ponderação			Fatores de combinação		
	Desfavorável	Favorável	Fundações	Psi0	Psi1	Psi2
Peso próprio (G1)	1.30	1.00	1.00	-	-	-
Adicional (G2)	1.40	1.00	1.00	-	-	-
Solo (S)	1.40	1.00	1.00	-	-	-
Acidental (Q)	1.40	-	1.00	0.70	0.60	0.40
Água (A)	1.10	-	1.00	1.00	1.00	1.00
Vento X+ (V1)	1.40	-	1.00	0.60	0.30	0.00
Vento X- (V2)	1.40	-	1.00	0.60	0.30	0.00
Vento Y+ (V3)	1.40	-	1.00	0.60	0.30	0.00
Vento Y- (V4)	1.40	-	1.00	0.60	0.30	0.00
Desaprumo X+ (D1)	1.20	1.00	1.00	-	-	-
Desaprumo X- (D2)	1.20	1.00	1.00	-	-	-
Desaprumo Y+ (D3)	1.20	1.00	1.00	-	-	-
Desaprumo Y- (D4)	1.20	1.00	1.00	-	-	-



#### 4.1.2.2 Combinações de ações

A partir das ações de carregamento definidas, obteve-se as seguintes combinações para análise da estrutura no estado limite (ELU).

Tabela 25 – Combinações Últimas de Cálculo:

Tipo	Combinações
ELU	1.3G1+1.4G2+1.4S+1.4Q+1.1A+0.84V1+0.57D1
	1.3G1+1.4G2+1.4S+1.4Q+1.1A+0.84V2+0.57D2
	1.3G1+1.4G2+1.4S+1.4Q+1.1A+0.84V3+0.57D3
	1.3G1+1.4G2+1.4S+1.4Q+1.1A+0.84V4+0.57D4

Onde:

*G1* é Carga Permanente - Peso Próprio;

*G2* é Carga Permanente – Adicional;

*S* é Carga Permanente – Solo;

*Q* é Carga Acidental – Variável;

*A* é Carga Acidental – Água;

*V* é Vento;

*D* é Desaprumo.

#### 4.1.2.3 Carregamentos das lajes

##### 4.1.2.3.1 Pavimento tipo

Tabela 26 - Cargas nas Lajes

Lajes						
Dados					Sobrecarga (kgf/m <sup>2</sup> )	
Nome	Tipo	Altura (cm)	Elevação (cm)	Peso próprio (kgf/m <sup>2</sup> )	Total	Localizada
L1	Maciça	12	0	300	400	-
L2	Maciça	12	0	300	400	-
L3	Maciça	12	0	300	400	-
L4	Maciça	12	0	300	400	-

#### 4.1.2.3.2 Cargas de parede

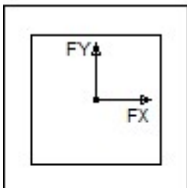
Tabela 27 - Propriedades das paredes:

Pavimentos	Paredes	
	Espessura (cm)	Peso específico (kgf/m <sup>3</sup> )
tipo 1	13.00	1300.00
tipo 2	13.00	1300.00
tipo 3	13.00	1300.00
tipo 4	13.00	1300.00
tipo 5	13.00	1300.00
tipo 6	13.00	1300.00
tipo 7	13.00	1300.00

#### 4.1.2.4 Ação do vento

O efeito do vento sobre a edificação é avaliado a partir de diversos parâmetros que permitem definir as forças aplicadas sobre a estrutura.

Tabela 28 - Parâmetros adotados para consideração do vento:

Parâmetros	Valor adotado	Observações
Velocidade	40.00m/s	-
Nível do solo (S2)	0.00cm	-
Maior dimensão horizontal ou vertical (S2)	Menor que 20 m	-
Rugosidade do terreno (S2)	Categoria II	Terrenos abertos em nível ou aproximadamente em nível, com poucos obstáculos isolados, tais como árvores e edificações baixas.
Fator topográfico (S1)	1.0	Demais casos.
Fator estatístico (S3)	1.00	Edificações para hotéis e residências. Edificações para comércio e indústria com alto fator de ocupação.
Ângulo do vento em relação à horizontal	0°	
Direções de aplicação do vento	Vento X+ (V1)	Ver combinações de ações.

Parâmetros	Valor adotado	Observações
	Vento X- (V2) Vento Y+ (V3) Vento Y- (V4)	

As forças estáticas devido ao vento foram calculadas para cada direção a partir dos parâmetros definidos, conforme apresentado na tabela a seguir.

Tabela 29 - Forças estáticas aplicadas nos pavimentos da estrutura devido ao vento:

Pavimento	Fachada X (cm)	Fachada Y (cm)	Nível (cm)	S2	Coef. Arrasto X	Coef. Arrasto Y	Força X (tf)	Força Y (tf)
tipo 7	800.00	800.00	1680.00	1.04	1.26	1.26	1.53	1.53
tipo 6	800.00	800.00	1400.00	1.03	1.26	1.26	2.98	2.98
tipo 5	800.00	800.00	1120.00	1.01	1.26	1.26	2.87	2.87
tipo 4	800.00	800.00	840.00	0.98	1.26	1.26	2.73	2.73
tipo 3	800.00	800.00	560.00	0.95	1.26	1.26	2.54	2.54
tipo 2	800.00	800.00	280.00	0.89	1.26	1.26	2.22	2.22
tipo 1	800.00	800.00	0.00	0.42	1.26	1.26	0.25	0.25

#### 4.1.3 Imperfeições globais

Imperfeições geométricas globais devido ao desaprumo dos elementos verticais para verificação do estado limite último da estrutura.

Tabela 30 - Parâmetros adotados para consideração das imperfeições globais:

Parâmetros	Valor adotado	Observações
Direções de aplicação	Direção X Direção Y	Ver combinações de ações.

#### 4.1.4 Não linearidade física

Para consideração aproximada da não linearidade física considerou-se a rigidez dos elementos estruturais conforme apresentado a seguir:

Para vigas e pilares:  $(EI)_{sec} = 0,7 E_{ci} I_c$

#### 4.1.5 Modelo de análise

A análise da estrutura foi realizada a partir da criação de um modelo de pórtico, sendo a estrutura formada por pilares e vigas admitidos como elementos lineares representados por seus eixos longitudinais. A modelagem das lajes de concreto do pavimento foi realizada pelo processo da analogia de grelha, onde as lajes são discretizadas em faixas substituídas por elementos estruturais de barras, obtendo-se assim uma grelha de barras plana interconectadas.

## 4.2 Análise da Estrutura

### 4.2.1 Verificação de estabilidade global

A análise global da estrutura é um importante instrumento de avaliação da estrutura, permitindo também avaliar a importância dos esforços de segunda ordem globais. O software Eberick utiliza o coeficiente  $\gamma_z$  como parâmetro para avaliação de estabilidade global. Seguem os resultados apurados pelo Sistema Eberick:

Tabela 31–Combinação ELU eixo X

Eixo X (1.3G1+1.4G2+1.4S+1.4Q+1.1A+0.84V2+0.57D2)						
Pavimento	Altura Relativa (cm)	Carga Vertical (tf)	Carga Horizontal (tf)		Desloc. Horizontal (cm)	
			Eixo X	Eixo Y	Eixo X	Eixo Y
tipo 7	1960	105.69	1.28	1.28	4.74	0.00
tipo 6	1680	105.69	2.50	2.50	4.61	0.00
tipo 5	1400	105.69	2.41	2.41	4.35	0.00
tipo 4	1120	105.69	2.29	2.29	3.95	0.00
tipo 3	840	105.69	2.13	2.13	3.41	0.00
tipo 2	560	105.69	1.86	1.86	2.72	0.00
tipo 1	280	44.89	0.21	0.21	1.84	0.00

Tabela 32 - Combinação ELU eixo Y

Eixo Y (1.3G1+1.4G2+1.4S+1.4Q+1.1A+0.84V3+0.57D3)						
Pavimento	Altura Relativa (cm)	Carga Vertical (tf)	Carga Horizontal (tf)		Desloc. Horizontal (cm)	
			Eixo X	Eixo Y	Eixo X	Eixo Y
tipo 7	1960	105.69	1.28	1.28	0.00	4.74
tipo 6	1680	105.69	2.50	2.50	0.00	4.61
tipo 5	1400	105.69	2.41	2.41	0.00	4.35
tipo 4	1120	105.69	2.29	2.29	0.00	3.95
tipo 3	840	105.69	2.13	2.13	0.00	3.41
tipo 2	560	105.69	1.86	1.86	0.00	2.72
tipo 1	280	44.89	0.21	0.21	0.00	1.84

Tabela 33- Cálculo do  $\gamma_z$ 

Coeficiente $\gamma_z$		
	Eixo X	Eixo Y
Momento de tombamento de cálculo (tf.m)	155.63	155.63
Momento de 2a. ordem de cálculo (tf.m)	25.97	25.97
Gama-Z	1.20	1.20

Valor limite: 1.10

Tabela 34 - Combinações ELU e cálculo do  $\gamma_z$ 

$\gamma_z$ por Combinação						
Combinação	Momento de tombamento de cálculo (tf.m)		Momento de 2a. ordem de cálculo (tf.m)		Gama-Z	
	Eixo X	Eixo Y	Eixo X	Eixo Y	Eixo X	Eixo Y
1.3G1+1.4G2+1.4S+1.4Q+1.1A+0.84V1+0.57D1	155.63	155.63	25.97	0.00	<b>1.20</b>	1.00
1.3G1+1.4G2+1.4S+1.4Q+1.1A+0.84V2+0.57D2	155.63	155.63	25.97	0.00	<b>1.20</b>	1.00
1.3G1+1.4G2+1.4S+1.4Q+1.1A+0.84V3+0.57D3	155.63	155.63	0.00	25.97	1.00	<b>1.20</b>
1.3G1+1.4G2+1.4S+1.4Q+1.1A+0.84V4+0.57D4	155.63	155.63	0.00	25.97	1.00	<b>1.20</b>

#### 4.2.2 Análise de 2ª ordem global Processo PA

As tabelas a seguir apresentam os deslocamentos e esforços de primeira ordem, obtidos através da aplicação dos esforços horizontais e os deslocamentos e esforços de segunda ordem computados pelo processo PA. Como a estrutura é simétrica, observa-se que os resultados apurados são os mesmos nas quatro direções de cálculo, Eixo X, Eixo -X, Eixo Y, Eixo -Y.

Tabela 35 - Forças estáticas aplicadas nos pavimentos da estrutura devido ao vento:

Caso 6 Vento X+								
Pavimento	Deslocamentos Horizontais Médios (cm)				Esforço Aplicado (tf)			
	1a. ordem		1a. + 2a. ordem		1a. ordem		1a. + 2a. ordem	
	Eixo X	Eixo Y	Eixo X	Eixo Y	Eixo X	Eixo Y	Eixo X	Eixo Y
tipo 7	5.64	0.00	7.30	0.00	1.53	0.00	1.59	0.00
tipo 6	5.49	0.00	7.14	0.00	2.98	0.00	3.18	0.00
tipo 5	5.18	0.00	6.80	0.00	2.87	0.00	3.23	0.00
tipo 4	4.70	0.00	6.28	0.00	2.73	0.00	3.25	0.00
tipo 3	4.05	0.00	5.55	0.00	2.54	0.00	3.26	0.00
tipo 2	3.24	0.00	4.60	0.00	2.22	0.00	3.59	0.00
tipo 1	2.19	0.00	3.24	0.00	0.25	0.00	5.01	0.00

Varição no deslocamento do topo da edificação: 29.32%

Caso 7 Vento X-								
Pavimento	Deslocamentos Horizontais Médios (cm)				Esforço Aplicado (tf)			
	1a. ordem		1a. + 2a. ordem		1a. ordem		1a. + 2a. ordem	
	Eixo X	Eixo Y	Eixo X	Eixo Y	Eixo X	Eixo Y	Eixo X	Eixo Y
tipo 7	-5.64	0.00	-7.30	0.00	-1.53	0.00	-1.59	0.00
tipo 6	-5.49	0.00	-7.14	0.00	-2.98	0.00	-3.18	0.00
tipo 5	-5.18	0.00	-6.80	0.00	-2.87	0.00	-3.23	0.00
tipo 4	-4.70	0.00	-6.28	0.00	-2.73	0.00	-3.25	0.00
tipo 3	-4.05	0.00	-5.55	0.00	-2.54	0.00	-3.26	0.00
tipo 2	-3.24	0.00	-4.60	0.00	-2.22	0.00	-3.59	0.00
tipo 1	-2.19	0.00	-3.24	0.00	-0.25	0.00	-5.01	0.00

Varição no deslocamento do topo da edificação: 29.32%

Caso 8 Vento Y+								
Pavimento	Deslocamentos Horizontais Médios (cm)				Esforço Aplicado (tf)			
	1a. ordem		1a. + 2a. ordem		1a. ordem		1a. + 2a. ordem	
	Eixo X	Eixo Y	Eixo X	Eixo Y	Eixo X	Eixo Y	Eixo X	Eixo Y
tipo 7	0.00	5.64	0.00	7.30	0.00	1.53	0.00	1.59
tipo 6	0.00	5.49	0.00	7.14	0.00	2.98	0.00	3.18
tipo 5	0.00	5.18	0.00	6.80	0.00	2.87	0.00	3.23
tipo 4	0.00	4.70	0.00	6.28	0.00	2.73	0.00	3.25
tipo 3	0.00	4.05	0.00	5.55	0.00	2.54	0.00	3.26
tipo 2	0.00	3.24	0.00	4.60	0.00	2.22	0.00	3.59
tipo 1	0.00	2.19	0.00	3.24	0.00	0.25	0.00	5.01

Varição no deslocamento do topo da edificação: 29.32%

Caso 9 Vento Y-								
Pavimento	Deslocamentos Horizontais Médios (cm)				Esforço Aplicado (tf)			
	1a. ordem		1a. + 2a. ordem		1a. ordem		1a. + 2a. ordem	
	Eixo X	Eixo Y	Eixo X	Eixo Y	Eixo X	Eixo Y	Eixo X	Eixo Y
tipo 7	0.00	-5.64	0.00	-7.30	0.00	-1.53	0.00	-1.59
tipo 6	0.00	-5.49	0.00	-7.14	0.00	-2.98	0.00	-3.18
tipo 5	0.00	-5.18	0.00	-6.80	0.00	-2.87	0.00	-3.23
tipo 4	0.00	-4.70	0.00	-6.28	0.00	-2.73	0.00	-3.25
tipo 3	0.00	-4.05	0.00	-5.55	0.00	-2.54	0.00	-3.26
tipo 2	0.00	-3.24	0.00	-4.60	0.00	-2.22	0.00	-3.59
tipo 1	0.00	-2.19	0.00	-3.24	0.00	-0.25	0.00	-5.01

Varição no deslocamento do topo da edificação: 29.32%

#### 4.2.3 Análise dos resultados

A tabela 36 apresenta os esforços horizontais obtidos através das combinações de cálculo indicadas no item 4.1.2.2, em cada eixo dos pavimentos e alturas relativas à base da estrutura, e o computo do momento na base da estrutura, de 1ª ordem.

A tabela 37 apresenta os esforços verticais obtidos através das combinações de cálculo destacadas no item 4.1.2.2, em cada eixo dos pavimentos, os deslocamentos obtidos através do processo PΔ, o computo do momento adicional na base da estrutura devido à deformação e cálculo do momento de 2ª ordem.

As tabelas 38 e 39 apresentam os cálculos dos esforços de segunda ordem através dos métodos simplificados com a majoração dos esforços horizontais pelo coeficiente  $\gamma_z$ , cujo valor apurado está indicado na tabela 34,  $\gamma_z = 1,20$ .

Tabela 36–Cálculo dos esforços de 1ª ordem

Pavimento	Altura Relativa (cm)	Carga Horizontal (tf)		Carga Horizontal x altura (tf,cm)	
		Eixo X	Eixo Y	Eixo X	Eixo Y
tipo 7	1.960,00	1,28	1,28	2.508,80	2.508,80
tipo 6	1.680,00	2,50	2,50	4.200,00	4.200,00
tipo 5	1.400,00	2,41	2,41	3.374,00	3.374,00
tipo 4	1.120,00	2,29	2,29	2.564,80	2.564,80
tipo 3	840,00	2,13	2,13	1.789,20	1.789,20
tipo 2	560,00	1,86	1,86	1.041,60	1.041,60
tipo 1	280,00	0,21	0,21	58,80	58,80
<b>Momento estrutura não deformada (tf,cm)</b>				<b>15.537,20</b>	<b>15.537,20</b>

Tabela 37- Cálculo dos esforços de 1ª ordem e 2ª ordem pelo processo PΔ

Pavimento	Carga Vertical (tf)	Deslocamentos Horizontais Médios (cm)		PΔ (tf,cm)	
		1a, + 2a, ordem		Eixo X	Eixo Y
		Eixo X	Eixo Y	Eixo X	Eixo Y
tipo 7	105,69	7,30	7,30	771,54	771,54
tipo 6	105,69	7,14	7,14	754,63	754,63
tipo 5	105,69	6,80	6,80	718,69	718,69
tipo 4	105,69	6,28	6,28	663,73	663,73
tipo 3	105,69	5,55	5,55	586,58	586,58
tipo 2	105,69	4,60	4,60	486,17	486,17
tipo 1	44,89	3,24	3,24	145,44	145,44
<b>Acréscimo de momento (tf,cm)</b>				<b>4.126,79</b>	<b>4.126,79</b>
<b>Momento de 1ª ordem (tf,cm)</b>				<b>15.537,20</b>	<b>15.537,20</b>
<b>Momento de 2ª ordem (tf,cm)</b>				<b>19.663,99</b>	<b>19.663,99</b>

Tabela 38 - Cálculo dos esforços de 1ª ordem e 2ª ordem a partir do  $0,95\gamma_z$

Pavimento	Altura Relativa (cm)	Carga Horizontal (tf)		Altura x Carga Horizontal majorada $0,95 \gamma_z$		Altura x Carga Horizontal majorada $0,95 \gamma_z$	
		Eixo X	Eixo Y	Eixo X	Eixo Y	Eixo X	Eixo Y
tipo 7	1.960,00	1,28	1,28	1,46	1,46	2.860,03	2.860,03
tipo 6	1.680,00	2,50	2,50	2,85	2,85	4.788,00	4.788,00
tipo 5	1.400,00	2,41	2,41	2,75	2,75	3.846,36	3.846,36
tipo 4	1.120,00	2,29	2,29	2,61	2,61	2.923,87	2.923,87
tipo 3	840,00	2,13	2,13	2,43	2,43	2.039,69	2.039,69
tipo 2	560,00	1,86	1,86	2,12	2,12	1.187,42	1.187,42
tipo 1	280,00	0,21	0,21	0,24	0,24	67,03	67,03
<b>Momento de 2ª ordem (tf,cm)</b>						<b>17.712,41</b>	<b>17.712,41</b>

Tabela 39 - Cálculo dos esforços de 1ª ordem e 2ª ordem a partir do  $\gamma_z$

Pavimento	Altura Relativa (cm)	Carga Horizontal (tf)		Carga Horizontal majorada $\gamma_z$		Altura x Carga Horizontal majorada por $\gamma_z$	
		Eixo X	Eixo Y	Eixo X	Eixo Y	Eixo X	Eixo Y
tipo 7	1.960,00	1,28	1,28	1,54	1,54	3.010,56	3.010,56
tipo 6	1.680,00	2,50	2,50	3,00	3,00	5.040,00	5.040,00
tipo 5	1.400,00	2,41	2,41	2,89	2,89	4.048,80	4.048,80
tipo 4	1.120,00	2,29	2,29	2,75	2,75	3.077,76	3.077,76
tipo 3	840,00	2,13	2,13	2,56	2,56	2.147,04	2.147,04
tipo 2	560,00	1,86	1,86	2,23	2,23	1.249,92	1.249,92
tipo 1	280,00	0,21	0,21	0,25	0,25	70,56	70,56
<b>Momento de 2ª ordem (tf,cm)</b>						<b>18.644,64</b>	<b>18.644,64</b>

Comparação entre os resultados:

a.  $M_{1ª\ ordem} / M_{P\Delta}$ :

$$1 - \frac{M_{1ª\ ordem}}{M_{P\Delta}} = 1 - \frac{15.537,20\ tf.cm}{19.663,99\ tf.cm} = 20,99\%$$

b.  $M_{P\Delta} / M_{0,95\ \gamma_z}$ :

$$1 - \frac{M_{0,95\ \gamma_z}}{M_{P\Delta}} = 1 - \frac{17.712,41\ tf.cm}{19.663,99\ tf.cm} = 9,92\%$$



c.  $M_{P\Delta} e M_{\gamma_z}$ :

$$1 - \frac{M_{\gamma_z}}{M_{P\Delta}} = 1 - \frac{18.644,64 \text{ tf.cm}}{19.663,99 \text{ tf.cm}} = 5,18\%$$

Avaliando os resultados, observa-se que o momento fletor apurado pelo processo  $P\Delta$ , o qual considera a estrutura deformada, representa acréscimo de 20,99% em relação à estrutura no estado não deformado, evidenciando o quanto a análise de segunda ordem é relevante no dimensionamento das estruturas.

Observa-se também que o momento fletor obtido na base da estrutura, utilizando os modelos simplificados,  $0,95\gamma_z$  sugerido pela NBR 6118:2014 e valor integral de  $\gamma_z$ , foram de 9,92% e 5,18% inferiores ao obtido pelo processo iterativo  $P\Delta$ , respectivamente.

Desta forma, conclui-se que no modelo de estrutura utilizado para este estudo, o processo  $P\Delta$  apresenta resultados mais refinados e a favor da segurança, entretanto, as diferenças apuradas não são representativas para o dimensionamento da estrutura.

## 5. CONCLUSÃO

Neste trabalho foi estudado que o concreto não é um material de comportamento linear, aspecto importante para a correta análise das estruturas de concreto armado. Este comportamento não linear (não linearidade física e geométrica) deve ser considerado no dimensionamento das estruturas de concreto armado, a fim de determinar elementos estruturais capazes de absorver os esforços a eles submetidos. Também foi citado que para a análise dos esforços globais de 2ª ordem o comportamento não linear das estruturas de concreto armado deve ser obrigatoriamente considerada.

Para a análise da estabilidade global, foram estudados o parâmetro  $\alpha$ , o coeficiente  $\gamma_z$  e o processo  $P\Delta$ . O parâmetro  $\alpha$  permite avaliar a estabilidade das estruturas, classificando-as como de nós fixos ou nós móveis. O coeficiente  $\gamma_z$ , além de permitir a classificação indicada pelo parâmetro  $\alpha$ , permite estimar os esforços de segunda ordem através da metodologia simplificada. O processo  $P\Delta$  permite avaliar a estabilidade global de segunda ordem e apurar os esforços de segunda ordem através da metodologia de iteração.

Também foi observado nos modelos estudados no trabalho que as ações verticais influenciaram diretamente na estabilidade das estruturas. Nos exemplos do item 3.5 observou-se que as ações verticais influenciaram no comportamento da estrutura. No exemplo 2 do coeficiente  $\gamma_z$  foram aplicadas ações verticais com acréscimos de 50% em relação ao exemplo 1 de coeficiente  $\gamma_z$  e mantidas as ações horizontais. O valor de  $\gamma_z$  apurado passou de 1,09 para 1,14, conseqüentemente, os efeitos de segunda ordem tornaram-se relevantes e a classificação do pórtico passou de nós fixos para nós móveis. À vista disso, os acréscimos dos esforços de momento tornaram-se relevantes e obrigatórios no dimensionamento dos elementos.

Outro ponto observado nos exemplos apresentados no trabalho, em relação aos métodos simplificados com a utilização do coeficiente multiplicador  $\gamma_z$ , é que a utilização de  $\gamma_z$  como majorador dos esforços horizontais para a consideração dos esforços de segunda ordem apurou com maior precisão os efeitos globais de segunda ordem, em relação ao  $0,95\gamma_z$ . Sendo

assim, nos exemplos estudados no trabalho e considerando o fator segurança, a adoção do coeficiente multiplicador  $\gamma_z$  é o método simplificado mais indicado.

Em relação às análises comparativas entre a metodologia simplificada com coeficiente multiplicador  $\gamma_z$  e a iterativa com método  $P\Delta$ , observou-se no tópico 3.7 e no tópico 4.0 Análise do edifício que ambas as metodologias apuraram resultados com diferenças desprezíveis entre si. Assim, nos modelos estudados neste trabalho as duas metodologias são aceitas para a consideração dos efeitos globais de segunda ordem. Cabe destacar que os recursos computacionais atuais possibilitam a utilização do processo iterativo  $P\Delta$  para análise de global de segunda ordem sem complexidade.

## 6. REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118/2014: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. Rio de Janeiro, 2014, 223p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS NBR 6120/1980: Cargas para o cálculo de estruturas de edificações. Rio de Janeiro, 1980, 6p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6123/1988: Forças devidas ao vento em edificações. Rio de Janeiro, 1988, 66p.

BANKI, André Luiz; Documentação Técnica Eberick v9 – Conceitos Iniciais de CAD, Florianópolis – SC – Ed. AltoQI,2014; 72p.

BANKI, André Luiz; Documentação Técnica Eberick v9 – Critérios de Projeto, Florianópolis – SC – Ed. AltoQI,2014; 103p.

CARVALHO, Roberto Chust; FILHO, Jasson Rodrigues de Figueiredo; Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de Concreto Armado Segundo a NBR 6118:2014 , 4ª ed.; São Carlos – SP – Ed. Edufdcar ,2014;415p.

KIMURA, Alio; Informática Aplicada em Estruturas de Concreto Armado – Cálculo de edifícios com o uso de sistemas computacionais – São Paulo – SP – Ed. Pini,2007;624p.

KOERICH, Micheli M. Mohr; PARISENTI, Ronaldo; Documentação Técnica Eberick v9 – Tutorial Eberick V9, Florianópolis – SC – Ed. AltoQI, 2014; 357p.

MONCAYO, Winston Junior Zumaeta. Análise de segunda ordem global em edifícios com estrutura de concreto armado. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos. 2011. 221p.

OLIVEIRA, Danielle Meireles. Parâmetros de instabilidade global das estruturas de concreto armado segundo a nova NBR-6118. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2002. 153p.

PINTO, Rivelli da Silva. Não linearidade física e geométrica no projeto de edifícios usuais de concreto armado. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos. 1997. 128p.