

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
ESCOLA DE ENGENHARIA**

**CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM
ANÁLISE E DIMENSIONAMENTO DE ESTRUTURAS DE
CONCRETO ARMADO E AÇO**

**COMPARAÇÃO DE MÉTODOS DE CÁLCULO DE BASES DE PILAR
METÁLICO.**

JONATHAS LEÃO SOARES

2017

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
ESCOLA DE ENGENHARIA
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM ANÁLISE E DIMENSIONAMENTO DE
ESTRUTURAS DE CONCRETO ARMADO E AÇO

**“COMPARAÇÃO DE MÉTODOS DE CÁLCULO DE BASES DE PILAR
METÁLICO.”**

JONATHAS LEÃO SOARES

Trabalho Final apresentado ao Departamento de Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de "Especialista em Análise e Dimensionamento de Estruturas de Concreto Armado e Aço".

Comissão Examinadora:

Prof. Dr. Rodrigo Barreto Caldas, D.Sc.
DEES – UFMG (Orientador)

Prof. Dra Ana Lydia R. Castro e Silva, D.Sc.
DEES – UFMG

Belo Horizonte, 14 de Agosto de 2017

AGRADECIMENTOS

À **Deus**, hoje te agradeço por mais essa vitória, pois tudo provêm das Suas mãos.

Ao meu orientador **Prof. Dr. Rodrigo Barreto Caldas**, exemplo de professor, primeiramente pela inestimável oportunidade que me concedeu ao me acolher como seu orientado. Muito obrigado pela confiança em meu trabalho.

À minha esposa **Priscila Nogueira Gomes Soares**, pelo carinho e acima de tudo pelo amor e companheirismo.

À minha filha **Júlia Gomes Soares**, por trazer alegria ao ambiente familiar, dando força e motivação para mais uma conquista profissional.

Ao meus **Pais, Irmãos e Sogros** por serem meus amigos e incentivadores nessa caminhada.

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo o estudo das bases carregadas axialmente com atuação simultânea ou não de um momento fletor. Foram estudados e comparados dois métodos de cálculo mais frequentemente utilizados para dimensionamento das bases de pilar. O objetivo da comparação é obter uma resposta relacionada à economia quando se utiliza um método ou outro. Os procedimentos dos métodos se diferenciam principalmente nas considerações relativas à forma de distribuição das tensões do concreto sob a placa de base. No primeiro método, Método Retangular (Método-R), considera-se que a forma de distribuição das tensões é representada por um diagrama de tensões retangular, já o segundo método, Método Triangular (Método-T), baseia-se em uma consideração de distribuição triangular das tensões do concreto sob a placa de base. Foi proposto também um terceiro parâmetro de comparação, acrescentando o Método-TM, (método triangular modificado), nesse método foram substituídas as equações de momento fletor provocados pela compressão no concreto do Método-T pelas equações correspondentes do Método-R. Após a realização da análise comparativa dos resultados produzidos pelos métodos estudados, conclui-se que as bases calculadas utilizando as formulações do Método-R, são mais econômicas, pois proporcionam placas mais esbeltas que as bases calculadas utilizando no Método-T. Verificou-se que as diferenças expressivas dos resultados são provenientes principalmente das formulações de momento solicitante na placa de base provocado pela compressão no concreto. Isto se comprova ao observar os resultados do método-TM, no qual as espessuras das placas de base são semelhantes ao do método-R.

Palavras chave: Bases de pilar; Diagrama de Tensões; Placa de base.

SUMÁRIO

| | | |
|-----------|--|-----------|
| 1 | INTRODUÇÃO | 7 |
| 1.1 | Considerações Gerais..... | 7 |
| 1.2 | Tipos de Bases | 7 |
| 1.3 | Bases Carregadas Axialmente | 9 |
| 1.4 | Bases Sujeitas à Carga Axial com Momento Fletor | 9 |
| 2 | OBJETIVO | 10 |
| 3 | REVISÃO DA LITERATURA | 11 |
| 3.1 | Comportamento das Bases de Pilar sob Força Axial e Momento Fletor..... | 11 |
| 3.2 | Procedimento Conforme Fisher e Kloiber (2006); Fakury et al. (2016) | 12 |
| 3.2.1 | Bases submetidas à força axial de compressão | 12 |
| 3.2.1.1 | Tensão de compressão resistente do concreto | 12 |
| 3.2.2 | Bases submetidas a esforço axial de compressão e momento Fletor | 16 |
| 3.2.2.1 | Cálculo de placas de base de pilar com pequenos momentos (pequenas excentricidades)..... | 16 |
| 3.2.2.2 | Cálculo de placas de base de pilar com grandes momentos (grandes excentricidades)..... | 18 |
| 3.2.2.2.1 | Forças de reação provenientes do concreto e dos chumbadores de ancoragem .. | 18 |
| 3.2.3 | Placas de base submetidas a esforço axial tração..... | 19 |
| 3.2.4 | Bases submetidas força axial de tração e momento fletor..... | 20 |
| 3.2.4.1 | Esforços solicitantes nos componentes das bases | 21 |
| 3.2.4.2 | Verificação da placa de base | 22 |

| | |
|---|-----------|
| 3.2.4.2.1 - Momento fletor provocado pela compressão no concreto | 23 |
| 3.2.4.2.2-Momento fletor provocado pela tração nos chumbadores | 24 |
| 3.3 Procedimento de Blodgett (1966); Fakury (2008)..... | 26 |
| 3.3.1 Bases submetidas à força axial de compressão | 26 |
| 3.3.2 Bases submetidas a esforço axial de compressão e momento Fletor | 28 |
| 3.3.3 Placas de base submetidas a esforço axial tração..... | 34 |
| 3.3.4 Bases submetidas à esforço axial de tração e momento fletor | 34 |
| 3.3.4.1 Verificação da placa de base | 35 |
| 3.3.4.1.1-Momentos fletores provocado pela compressão no concreto | 36 |
| 3.3.4.1.2-Momento fletor provocado pela tração nos chumbadores | 37 |
| 4 DISCUSSÃO | 39 |
| 4.1 Comparação entre os Métodos de Cálculo | 39 |
| 4.2 - Método-R - Diagrama Retangular de Tensões..... | 41 |
| 4.3 Método-T- Diagrama Triangular de Tensões | 42 |
| 4.4 Cálculos dos Esforços Solicitantes nos Componentes das Bases..... | 43 |
| 5 CONCLUSÃO | 50 |
| 6 REFERÊNCIAS | 51 |

1 INTRODUÇÃO

1.1 Considerações Gerais

O dimensionamento das bases de pilar é realizado para transmitir, dependendo do seu tipo, forças axiais, momentos fletores e forças cortantes do pilar para a fundação.

As bases de pilar, geralmente, são constituídas por uma chapa de base soldada de topo na extremidade inferior do pilar, por chumbadores e podem possuir elementos específicos para a transmissão de cisalhamento.

Os chumbadores e as barras de cisalhamento penetram nos elementos de concreto das fundações, garantindo a fixação adequada da extremidade do pilar à fundação.

As bases de pilar além de transmitir os esforços solicitantes de cálculo da estrutura para a fundação, também tem a função de diminuir a tensão de compressão sobre o bloco, uma vez que a área da placa de base é maior que a área da seção do perfil do pilar. (Fakury et al, 2016).

1.2 Tipos de Bases

As bases de pilar podem ser rotuladas ou engastadas.

As bases rotuladas assemelham-se a uma rótula perfeita (Figura 1a), pois transmitem somente esforços axiais e cortantes.

A fabricação de uma rótula ideal é complexa e dispendiosa e muito pouco realizada, por isso nos projetos é usual a utilização de uma placa soldada na extremidade do pilar e fixada no concreto por chumbadores posicionados bem próximos do centro geométrico da base do pilar (Figura 1c).

A ligação engastada deve ser utilizada nas bases de pórticos onde a capacidade de transmitir um momento fletor é necessária.

As bases engastadas são representadas na análise estrutural por engastes perfeitos, pois transmitem à fundação, além dos esforços axiais e cortantes, os momentos fletores.

As bases engastadas, mais utilizadas, são constituídas por placa de base soldada na extremidade do pilar e fixada ao bloco de concreto por chumbadores afastados do eixo de flexão (Figura 1b).

O posicionamento dos chumbadores afastados tem a finalidade de fornecer ao sistema um braço de alavanca eficiente para a transmissão do momento fletor à fundação.

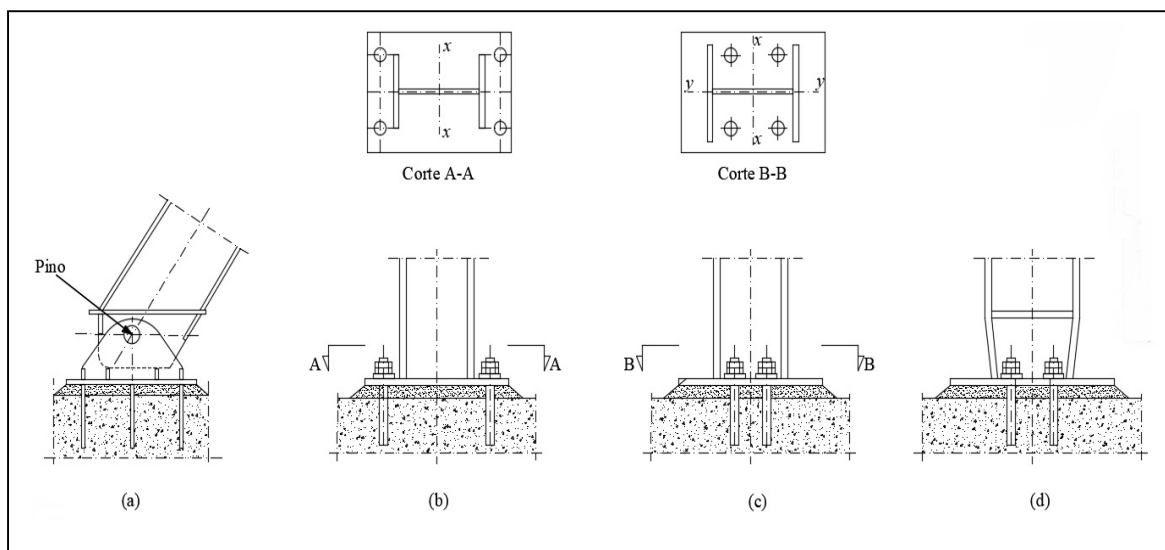


Figura 1 - Base de pilar

Se o momento fletor é relativamente pequeno, a ligação da base do pilar pode ser calculada desconsiderando-se a presença dos chumbadores, embora, estes sejam necessários na fase de montagem.

A força cortante pode atuar nas bases rotuladas e engastadas, podendo ser resistida pelo atrito entre a placa de base e bloco de concreto ou por barras de cisalhamento fixadas na parte inferior da placa de base, ou ainda, pelos próprios chumbadores.

1.3 Bases Carregadas Axialmente

As placas de base carregadas axialmente são aquelas em que a força solicitante de cálculo é perpendicular à sua superfície, passando pelo centro geométrico do pilar.

Fisher e Kloiber (2006) e Blodgett (1966) apresentam métodos semelhantes para o dimensionamento dessas placas. Ambos os estudos, consideram que a placa de base flete em torno de uma seção crítica, como uma viga em balanço, onde uma tensão de contato é uniformemente distribuída sob esta placa.

1.4 Bases Sujeitas à Carga Axial com Momento Fletor

As bases de pilares podem estar submetidas à força axial de compressão, simultaneamente com momento fletor, ou submetidas à carga axial de tração, juntamente com momento fletor.

Fisher e Kloiber (2006) e Blodgett (1966) tratam deste assunto de formas diferentes. Em ambos os estudos, as hipóteses são feitas sobre a forma de distribuição da tensão de contato entre o bloco de concreto e a placa de base, e também em relação à obtenção das forças nos chumbadores.

Segundo Fishere e Kloiber (2006), as tensões sob a placa de base são consideradas, simplificadaamente, como uniformemente distribuída (diagrama retangular de tensões).

Segundo Blodgett (1966), as seções planas do contato entre a placa de base e o bloco de concreto permanecem planas, supondo, portanto, que a placa de base seja perfeitamente rígida e que o diagrama de tensões de contato sob a placa de base seja triangular.

2 OBJETIVO

O objetivo desse trabalho é estudar e comparar os métodos mais frequentemente utilizadas para obtenção dos esforços solicitantes nas bases de pilar.

Dois métodos foram estudados, os procedimentos se diferenciam um do outro principalmente nas considerações relativas à forma de distribuição das tensões do concreto sob a placa de base. O primeiro método baseia-se em uma simplificação, considerando uma distribuição uniforme de tensões do concreto sob a chapa de base. Desta forma, considera-se que a forma de distribuição das tensões é representada por um diagrama de tensões retangular, conforme Fisher e Kloiber (2006), descrito no manual "Steel Design Guide, Base Plate and Anchor Rod Design, Second Edition 2006.

O segundo método baseia-se em uma consideração de distribuição triangular das tensões do concreto sob a placa de base, conforme Blodgett (1966).

3 REVISÃO DA LITERATURA

3.1 Comportamento das Bases de Pilar sob Força Axial e Momento Fletor

As placas de base, geralmente, possuem suas dimensões externas maiores que as dimensões dos pilares, sendo assim a flexão ocorre em função de uma tensão de contato no concreto, que é menor nas extremidades das placas e maior na região das mesas e alma do pilar.

O comportamento flexível da chapa de base, bem como o comportamento não linear do concreto e o efeito produzido pelo confinamento do concreto (decorrente da relação entre a área de contato do apoio de concreto e a placa de base) produzem uma distribuição não linear de tensões bem complexas. Por esse motivo, Blodgett (1966) e Fisher e Kloiber (2006), realizaram simplificações no cálculo das bases, que resultam em formulação de hipóteses para a distribuição dos esforços nos componentes da ligação, com o intuito de se estabelecer as variáveis de cálculo.

Fisher e Kloiber (2006) utilizam para o cálculo de placas de base sujeitas à carga axial e momento fletor uma aproximação baseada no comportamento elástico. Assumido uma distribuição de tensão elástica linear. Blodgett (1966) considera que as seções planas da junção entre a placa de base e o bloco de concreto permanecem planas, e que a placa é perfeitamente rígida. Desta forma, existe uma relação de proporcionalidade entre a deformação dos chumbadores e a deformação do concreto sob a extremidade da placa de base.

Nas conexões da base do pilar o cálculo para cisalhamento e o cálculo para momento geralmente são realizados de forma independente, pressupõe-se que não há interação significativa entre eles, portanto não será objeto de estudo nesse trabalho.

Quatro situações diferentes de cargas nas ligações de chapa de base serão expostas:

- Bases submetidas à esforço axial de compressão
- Bases submetidas à esforço axial de compressão e momento fletor:

- Bases submetidas à esforços axiais de tração
- Bases submetidas à esforço axial de tração e momento fletor.

3.2 Procedimento Conforme Fisher e Kloiber (2006); Fakury et al. (2016)

3.2.1 Bases submetidas à força axial de compressão

Quando em uma base de pilar atuam apenas as cargas axiais de compressão, a placa de base deve resistir às tensões provocadas pelas tensões solicitantes no concreto, sem que essa tensão supere a tensão de compressão resistente do concreto.

3.2.1.1 Tensão de compressão resistente do concreto

Segundo Fisher e Kloiber (2006), a força produzida pela tensão de compressão do concreto é definida como $\phi(0,85 f'c' A1)$, quando a área da superfície sob a chapa de base é igual à área da placa de base.

Quando a superfície de apoio é maior em todos os lados que a área carregada, a força resistente acima pode ser multiplicada por $\sqrt{A2/A1} \leq 2$.

A Especificação AISC de 2005 fornece a força de cálculo solicitante na chapa de base, da seguinte equação 1:

$$P_u \leq \phi P_p = (\phi 0,85 f'c' A1) \left(\sqrt{\frac{A2}{A1}} \right) \quad (1)$$

A força solicitante de cálculo pode ser convertida em tensão resistente dividindo a equação pelo termo de área (A1) de tal forma que:

Equação 2:

$$f_{pu(max)} = \phi(0,85f'_c) \sqrt{\frac{A2}{A1}} \quad (2)$$
$$\sqrt{\frac{A2}{A1}} \leq 2$$

Onde:

$f_{pu(max)}$ = Tensão de compressão resistente do concreto

ϕ = Fator de redução de força de reação, 0,60.

f'_c = Resistência característica à compressão do concreto

$A1$ = Área da placa de base.

$A2$ = Área máxima da superfície sob a chapa de base que é o contorno homotético em relação a $A1$.

O aumento da capacidade resistente do concreto, associada com o termo ($\sqrt{(A2/A1)}$), expõe os efeitos benéficos quando se tem uma superfície maior de apoio para a chapa de base.

A área $A2$ é a maior área, que é geometricamente semelhante à área da chapa de base. A área $A2$ deve ser inscrita no topo horizontal da superfície da base de concreto, sem ir além das bordas do concreto. Os efeitos benéficos, decorrentes do confinamento, são definidos pelo limite de quatro vezes $A1$. Assim, para uma base de pilar a uma distância das arestas do bloco temos: $\sqrt{(A2/A1)} = 2$.

A tensão solicitante no concreto não deve ser maior do que $f_{p(max)}$:

Portanto:

$$A_{1(req)} = \frac{P_u}{f_{pu(max)}} \quad (3)$$

Quando $A2=A1$, a área mínima requerida para chapa de base é determinada como:

$$A_{1(req)} = \frac{P_u}{\phi 0,85 f'_c} \quad (4)$$

Quando $A_2=4A_1$, a área mínima requerida para a chapa de base é determinada como:

$$A_{1(req)} = \frac{1}{2} \left(\frac{P_u}{\phi 0,85 f'_c} \right) \quad (5)$$

Para placas de base carregadas axialmente apenas, a tensão solicitante sob a placa base é assumida como uniformemente distribuída (Figura 2) e pode ser expressa como:

$$f_{pu} = \frac{P_u}{BN} \quad (LRFD) \quad (6)$$

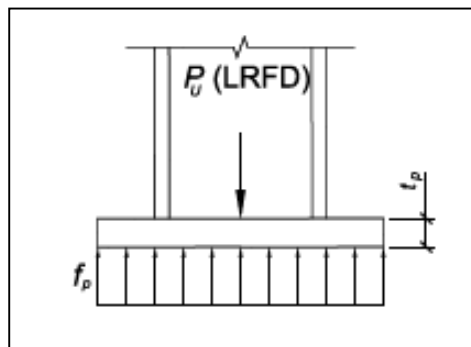


Figura 2 - Tensão Solicitante

Esta tensão solicitante causa flexão na chapa de base nas secções críticas mostradas na Figura 3.

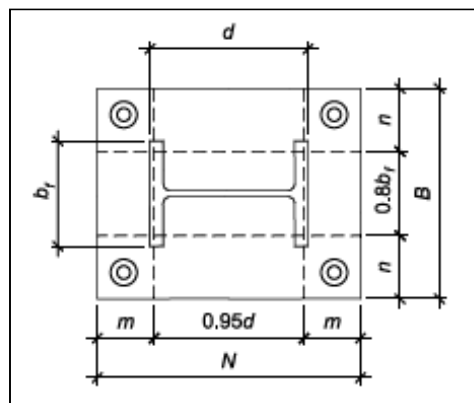


Figura 3 - Linhas de Flexão assumidas

A tensão solicitante também provoca flexão na placa de base que flete em torno de uma seção crítica como uma viga em balanço carregada com uma tensão de contato uniformemente distribuída (Figura 4).

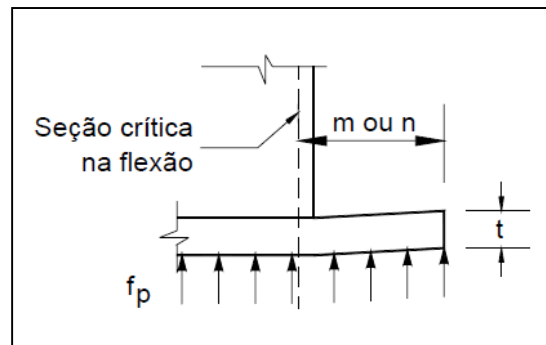


Figura 4 - Balanço para determinação do momento Fletor na chapa.

O momento plástico é empregado para se determinar a capacidade da placa e é igual a $Z f_y$, onde, Z , é o módulo plástico da seção, igual a, $t^2/4$, para uma faixa de largura unitária.

Segundo Fakury et al (2016), a tensão de compressão resistente de cálculo do concreto pode ser assumida como:

$$\sigma_{c,Rd} = \frac{f_{ck,bl}}{\gamma_c \gamma_n} \quad (7)$$

Onde:

$f_{ck,bl}$ = resistência característica à compressão do concreto

γ_c = coeficiente de ponderação da resistência do concreto igual a 1,4.

γ_n = coeficiente de ajuste relacionado ao comportamento do concreto igual a 1,4.

Observa-se que as tensões de compressão resistentes de cálculo propostas por Fisher e Kloiber (2006), e por Fakury et al. (2016) proporcionam valores equivalentes quando se tem $A2=A1$.

3.2.2 Bases submetidas a esforço axial de compressão e momento Fletor

3.2.2.1 Cálculo de placas de base de pilar com pequenos momentos (pequenas excentricidades)

As expressões para o cálculo dos esforços solicitantes são obtidas diretamente através de equações de equilíbrio estático.

O método de cálculo consiste na consideração de uma tensão de compressão uniformemente distribuída do concreto.

O método proposto está relacionado a uma excentricidade equivalente, e , igual ao momento, M_r , dividido pelo pilar força axial, P_r .

$$e = \left| \frac{M_r}{P_r} \right| \quad (8)$$

Para pequenas excentricidades, o equilíbrio é obtido sem a introdução de forças de tração proveniente dos chumbadores.

A definição de pequenas e grandes excentricidades, com base no pressuposto de uma tensão uniformemente distribuída, será demonstrada considerando o sistema de esforços mostrado na Figura 5.

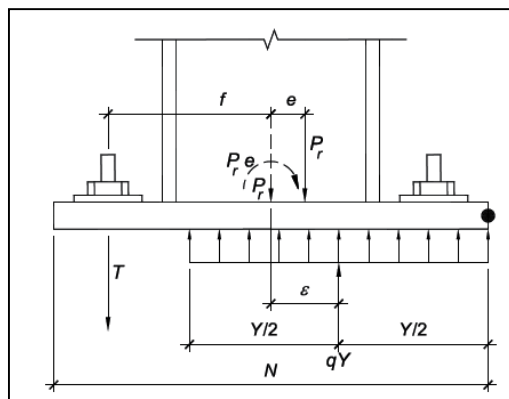


Figura 5 - Pilar com chapa de base com pequena excentricidade.

A resultante da força solicitante distribuída é definida pelo produto $f_p \times B$, em que,

$$q = f_p B \quad (9)$$

Onde:

f_p = tensão entre a placa e o concreto

B = largura da chapa de base

A força, qY , atua no ponto médio da área de contato, ou a $(Y/2)$ para a esquerda do ponto A, e a distância da resultante à direita da linha central da placa, ε , é obtida por:

$$\varepsilon = \frac{N}{2} - \frac{Y}{2} \quad (10)$$

À medida que (Y) diminui, (ε) aumenta, (Y) atingirá seu menor valor quando (q) atingir seu máximo valor:

$$Y_{min} = \frac{P_r}{q_{max}} \quad (11)$$

Quando:

$$q_{max} = f_{p(max)} B \quad (12)$$

Temos que:

$$\varepsilon_{max} = \frac{N}{2} - \frac{Y_{min}}{2} = \frac{N}{2} - \frac{P_r}{2q_{max}} \quad (13)$$

Para o equilíbrio de momento, a linha de ação da carga aplicada, P_r , e a força de reação, qY deve coincidir; sendo assim, $e = \varepsilon$.

$$e_{crit} = \varepsilon_{max} = \frac{N}{2} - \frac{Y_{min}}{2} = \frac{N}{2} - \frac{P_r}{2q_{max}} \quad (14)$$

Caso $e \leq e_{crit}$, o equilíbrio é possível sem que haja necessidade de introdução de forças de tração nos chumbadores e são consideradas como bases de pilares com pequenos momentos.

Caso $e > e_{crit}$, o equilíbrio não pode ser obtido apenas pela força proveniente da compressão no concreto, havendo necessidade da introdução da força de tração nos chumbadores e são consideradas como bases de pilares com grandes momentos.

3.2.2.2 Cálculo de placas de base de pilar com grandes momentos (grandes excentricidades)

Conforme discutido na seção anterior, condições de grande momento existem quando $e > e_{crit}$, nesta situação os chumbadores de um dos lados da chapa ficam tracionados para que o equilíbrio se estabeleça.

3.2.2.2.1 Forças de reação provenientes do concreto e dos chumbadores de ancoragem

A carga, q , é igual ao valor máximo, q_{max} , para excentricidades maiores do que $e > e_{crit}$. Para se calcular as forças provenientes da compressão do concreto e forças de tração dos chumbadores é considerado o diagrama de forças mostrado abaixo (Figura 6).

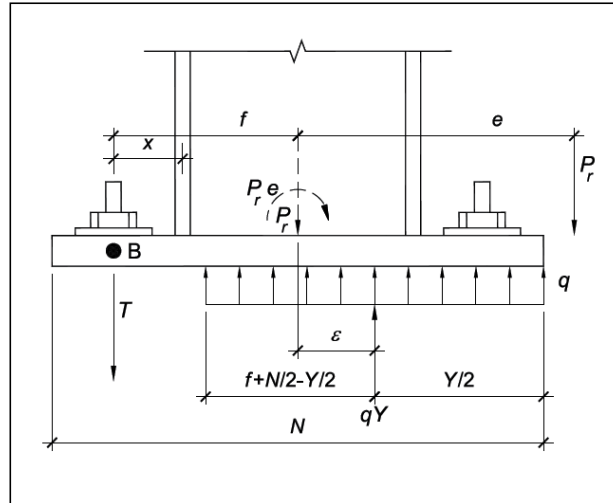


Figura 6 - Pilar com chapa de base com grande excentricidade.

O equilíbrio das forças verticais exige que;

$$\sum F_{vertical} = 0 \quad (15)$$

$$T = q_{max} Y - P_r$$

Onde T é igual à força de tração nos chumbadores.

Além disso, a soma dos momentos tomados sobre o ponto B deve ser igual a zero, consequentemente:

$$q_{max}Y \left[\frac{N}{2} - \frac{Y}{2} + f \right] - P_r(e + f) = 0$$

Após rearranjar as incógnitas uma equação quadrática é obtida

$$Y^2 - 2 \left(\frac{N}{2} + f \right) Y + \frac{2P_r(e + f)}{q_{max}} = 0$$

E a solução para Y é

$$Y = \left(f + \frac{N}{2} \right) - \sqrt{\left(f + \frac{N}{2} \right)^2 - \frac{2P_r(e + f)}{q_{max}}} \quad (16)$$

Com a seguinte condição

$$\left(f + \frac{N}{2} \right)^2 \geq \frac{2P_r(e + f)}{q_{max}}$$

Caso essa condição não seja satisfeita, devem-se aumentar as dimensões da chapa de base ou a tensão de compressão resistente de cálculo do concreto.

3.2.3 Placas de base submetidas a esforço axial tração

Quando não houver atuação de momento fletor, o pilar estará submetido apenas à tração axial, o que significa que não há excentricidade ($e = 0$) e que todos os chumbadores trabalham igualmente à tração, e ainda, que não há compressão no concreto.

3.2.4 Bases submetidas força axial de tração e momento fletor

Fisher e Kloiber (2006), não fornece as equações para o dimensionamento de bases submetidas à atuação simultânea de força axial de tração e momento fletor.

Segundo Fakury et al. (2016), as ações para cálculo dos esforços solicitantes nos componentes das bases são demonstradas adiante.

O método proposto está relacionado a uma excentricidade equivalente (e), igual ao momento (M_{Sd}), dividido pela força axial de tração ($P_{t,Sd}$).

$$e = \left| \frac{M_{Sd}}{P_{t,Sd}} \right| \quad (17)$$

Se a base possuir excentricidade igual ou inferior a excentricidade crítica, e_{crit} , o equilíbrio de forças é obtido sem que ocorra a compressão no concreto, com os chumbadores dos dois lados da chapa de base tensionados com forças de tração diferentes.

Se a excentricidade for maior que excentricidade crítica, e_{crit} , ocorrerá à compressão no concreto, e os chumbadores de um dos lados da chapa de base ficarão tracionados, estabelecendo-se o sistema de equilíbrio de forças.

O valor da excentricidade crítica, e_{crit} , ocorre quando a excentricidade, e , é igual à distância do centro geométrico do pilar ao chumbador, (h_t), obtido através das equações de equilíbrio estático.

$$e_{crit,t} = h_t$$

3.2.4.1 Esforços solicitantes nos componentes das bases

Para $e \leq e_{crit}$, a tensão de compressão solicitante no concreto é nula, e haverá tração nos chumbadores, sendo que os chumbadores tracionados pelo momento fletor serão mais solicitados que os outros chumbadores do lado oposto.

$$\sum F_{vertical} = 0$$

$$\sum F_{t,Sd} = \frac{N_{t,Sd}}{2} + \frac{M_{Sd}}{2h_t} \quad (18)$$

Logo para os chumbadores mais solicitados temos que:

$$\sum F_{t,Sd} = \frac{N_{t,Sd}}{2} \left(1 + \frac{e}{h_t}\right) \quad (19)$$

Para $e > e_{crit}$, os chumbadores de um dos lados ficam tracionados e há compressão no concreto.

Considerando uma distribuição uniforme das tensões no concreto e igualando essa tensão solicitante à tensão de compressão resistente de cálculo, $\delta_{c,Sd} = \delta_{c,Rd}$, chega-se à força de tração solicitante no conjunto de chumbadores de um dos lados da placa, igual a:

$$\sum F_{t,Sd} = \delta_{c,Rd} Y B_{pb} + N_{t,Sd} \quad (20)$$

O valor do comprimento, Y , é dado pela equação;

$$Y = \left(h_t + \frac{H_{pb}}{2}\right) - \sqrt{\left(h_t + \frac{H_{pb}}{2}\right)^2 - \frac{2N_{t,Sd}(e - h_t)}{B_{pb}\sigma_{c,Rd}}} \quad (21)$$

Com a seguinte condição;

$$\left(h_t + \frac{H_{pb}}{2}\right)^2 \geq \frac{2N_{t,Sd}(e - h_t)}{B_{pb}\sigma_{c,Rd}}$$

Onde:

h_t = Distância dos chumbadores tracionados ao centro do pilar

H_{pb} = Comprimento da chapa de base

B_{pb} = Largura da chapa de base

$N_{t,sd}$ = Força de tração solicitante de cálculo

$\sum F_{t,sd}$ = Força de tração solicitante de cálculo do conjunto de chumbadores

$\sigma_{c,Rd}$ = Tensão de compressão resistente de cálculo

Caso essa condição não seja satisfeita, devem-se aumentar as dimensões da chapa de base ou a tensão de compressão resistente de cálculo do concreto.

3.2.4.2 Verificação da placa de base

Segundo Fakury et al. (2016), na verificação da placa de base deve-se ter:

$$M_{pb,Sd} \leq M_{pb,Rd}$$

Onde:

$M_{pb,Sd}$ = Momento fletor solicitante de cálculo

$M_{pb,Rd}$ = Momento fletor resistente de cálculo

O momento fletor resistente de cálculo para se determinar a capacidade da placa de base é o momento plástico, que é igual a $Z f_y$, onde Z é o módulo plástico da seção e igual a $t^2/4$, para uma faixa de largura unitária.

Logo:

$$M_{pb,Rd} = \frac{t^2}{4} \frac{f_y}{\gamma_{a1}} \quad (22)$$

Onde:

γ_{a1} = coeficiente de ponderação da resistência do aço para escoamento igual a 1,10.

O momento fletor solicitante de cálculo é dado pelo maior valor entre o momento provocado pela compressão no concreto e o momento provocado pela tração nos chumbadores.

3.2.4.2.1 - Momento fletor provocado pela compressão no concreto

O momento fletor solicitante de cálculo é:

$$M_{pb,c,sd} = \sigma_{c,sd} \frac{m^2}{2} \quad (23)$$

As extremidades da placas de base externas ao perfil trabalham em balanço, com os comprimentos, $m1$ e $m2$ mostrados na Figura 7

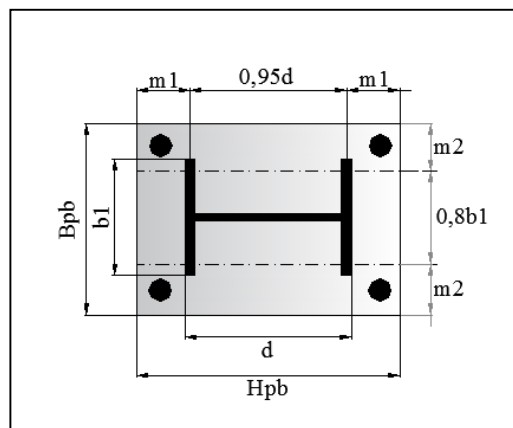


Figura 7 - Linhas de flexão

Entre as mesas do perfil, é suposto um comprimento de balanço $m3$.

$$m \geq \left\{ \begin{array}{l} m1 = \frac{H_{pb} - 0,95d}{2} \\ m2 = \frac{B_{pb} - 0,8b_f}{2} \\ m3 = \frac{\sqrt{db_f}}{4} \end{array} \right\} \quad (24)$$

Se, Y , for menor que $m1$, o valor de m , deve ser:

$$m = \sqrt{2Ym1 - Y^2} \quad (25)$$

3.2.4.2.2-Momento fletor provocado pela tração nos chumbadores

O momento fletor solicitante de cálculo em uma faixa de largura unitária é dado por:

$$M_{pb,t,sd} = \frac{\sum F_{t,sd} a_1}{\sum p_i} \quad (26)$$

A Figura 8 demonstra os elementos das bases que auxiliam no entendimento da equação 26.

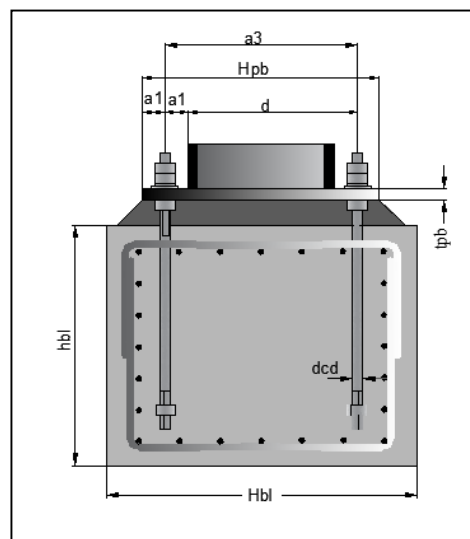


Figura 8 - Componentes das bases

$\sum F_{t,sd}$ = força de tração no conjunto de chumbadores

$\sum p_i$ = largura tributária para os chumbadores

n_t = número de chumbadores tracionados

d_{ca} = diâmetro dos chumabadores

$$\sum p_i \leq \left\{ \begin{array}{l} n_t(2a_1 + d_{ca}) \\ B_{pb} \end{array} \right\} \quad (27)$$

A largura efetiva corresponde a um espalhamento com ângulo de 45° a partir de um diâmetro d_{ca} .

Segundo Fisher e Kloiber (2006), o momento solicitante provocado pela tração nos chumbadores é expresso por (Figura 9):

$$M_{pl} = \frac{T_u x}{B} \quad (28)$$

T_u = força de tração solicitante de cálculo no conjunto de chumbadores

B = largura da placa de base

x = distância do centro dos chumbados ao centro da mesa do pilar. (Figura 6)

Observa-se que a formulação fornecida por Fisher e Kloiber (2006) diferencia-se da equação apresentada por Fakury et al. (2016) principalmente na consideração da largura de atuação da força de tração dos chumbadores. Fisher e Kloiber (2006) assume que essa largura é igual à largura da placa de base, já Fakury et al. (2016), apresenta uma equação contemplando uma largura efetiva proveniente de um espalhamento com ângulo de 45° a partir de um diâmetro d_{ca} , podendo atingir o limite máximo ($\sum p = B_{pl}$).

3.3 Procedimento de Blodgett (1966); Fakury (2008)

3.3.1 Bases submetidas à força axial de compressão

Placas de base carregadas axialmente são aquelas em que a força passa pelo centro geométrico do pilar e atua perpendicularmente à superfície da placa.

Blodgett (1966) apresenta um método semelhante ao de Fisher e Kloiber (2006) para o dimensionamento dessas placas. Ambos os estudos, para essa situação de carregamento, consideram que a placa de base flete em torno de uma seção crítica como uma viga em balanço, com uma tensão de contato uniformemente distribuída sob esta placa (Figura 9).

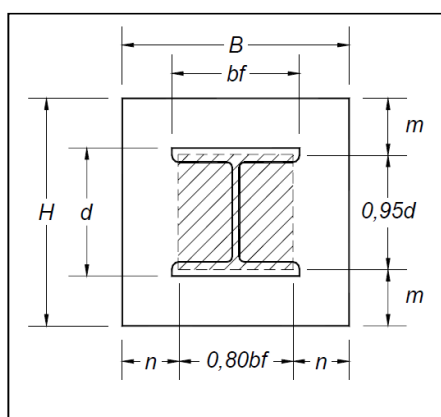


Figura 9 - Seção Crítica

Logo:

$$\sigma_c = \frac{P_c}{A_p} \quad (29)$$

Onde: P_c = carga de compressão que atua no pilar;

A_p = área da placa de base.

A carga decorrente da flexão neste balanço é considerada uniformemente distribuída e igual à tensão de contato, σ_c , que atua no bloco de concreto. Blodgett (1966) utiliza o método das tensões admissíveis (ASD).

A Tabela 1 fornece as tensões de contato admissíveis no bloco de concreto conforme Blodgett (1966).

Tabela 1 – Tensões de contato admissíveis para o bloco de concreto.

| | |
|---|----------|
| Toda área do bloco ocupada pela placa de base | 0,250fck |
| 1/3 da área do bloco ocupada pela placa de base | 0,375fck |

A placa de base deve ter uma espessura suficiente para suportar o momento fletor (M_{placa}) gerado pelo balanço da placa de base (*m ou n*).

O momento, M_{placa} , para uma faixa de largura unitária, é dado pelo maior valor;

$$M_{placa} \geq \left\{ \begin{array}{l} \frac{\sigma_c m^2}{2} \\ \frac{\sigma_c n^2}{2} \end{array} \right\} \quad (30)$$

A tensão da placa de base, σ , por unidade de comprimento devido ao momento é.

Dada por:

$$\sigma = \frac{M_{placa}}{W} \quad (31)$$

Com:

$$W = \frac{t^2}{6} \quad (32)$$

Logo:

$$t^2 = 6 \frac{M_{placa}}{\sigma} \quad (33)$$

A espessura, t , necessária da placa de base é obtida com a equação abaixo que fornecer o maior valor entre:

$$t \geq \left\{ \begin{array}{l} m \sqrt{\frac{3\sigma_c}{0,75f_y}} \\ n \sqrt{\frac{3\sigma_c}{0,75f_y}} \end{array} \right\} \quad (34)$$

3.3.2 Bases submetidas a esforço axial de compressão e momento Fletor

Blodgett (1966) considera que a placa de base seja perfeitamente rígida, considerando que as seções planas da junção entre a placa de base e o bloco de concreto permanecem planas. Adicionalmente, assume que distribuição de tensão é triangular e linear e há uma correlação de dependência das deformações dos chumbadores e do concreto (Figura 10).

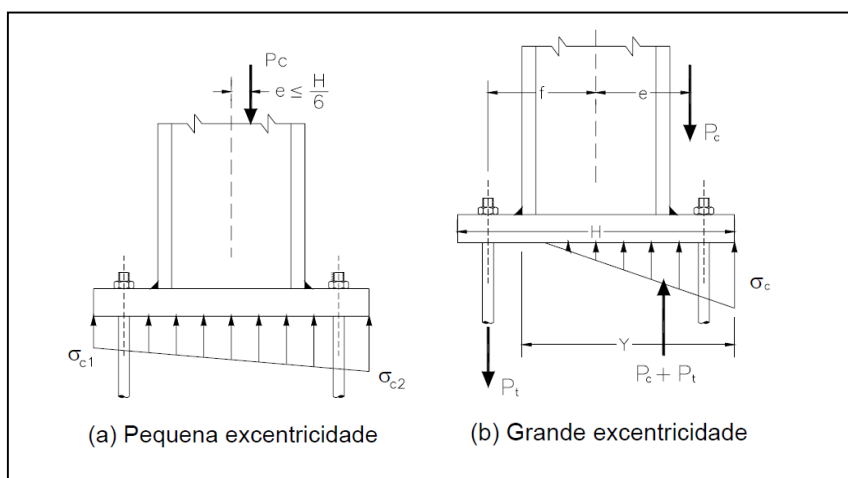


Figura 10 - Excentricidades das bases (Martins, 2002)

Se a excentricidade “e” é menor que H/6 (pequena excentricidade), a tensão resultante será de compressão (Figura 10a).

A tensão de compressão solicitante de cálculo, σ_{c1} e σ_{c2} , nas extremidades da placa, em regime elástico, é dada por:

$$\sigma_{c(1,2)} = \frac{P_c}{A_p} \pm \frac{P_c e}{W} \quad (35)$$

Onde W é o módulo resistente da placa, igual a:

$$W = \frac{BH^2}{6} \quad (36)$$

Logo:

$$\sigma_{c(1,2)} = \frac{P_c}{BH} \left(1 \pm \frac{6e}{H} \right) \quad (37)$$

Se a excentricidade “e” excede H/6 (grande excentricidade), haverá uma tentativa de levantamento da placa de base, que deverá ser contida pelos chumbadores. A tensão de contato no concreto é máxima na extremidade da placa que está oposta aos chumbadores tracionados. Considera-se que esta tensão decresce linearmente na direção da extremidade oposta da placa até igualar-se a zero a uma distância Y (Figura 10b).

Existem três equações e três incógnitas; P_t , Y e, σ_c onde P_t é o somatório da força de tração nos chumbadores:

1ª Equação: somatório das forças verticais iguais a zero: $\sum F_{Verticais} = 0$:

$$\frac{1}{2}Y \sigma_c B - P_t - P_c = 0 \quad (38)$$

Ou;

$$P_c + P_t = \frac{\sigma_c Y B}{2} \quad (39)$$

Então:

$$\sigma_c = \frac{2(P_c + P_t)}{Y B} \quad (40)$$

2ª Equação: somatório de momentos em relação ao eixo do pilar: $\sum M = 0$:

$$P_t f + (P_c + P_t) \left(\frac{H}{2} + \frac{Y}{3} \right) - P_c e = 0 \quad (41)$$

Então:

$$P_c = -P_t \left[\frac{\frac{H}{2} - \frac{Y}{3} + f}{\frac{H}{2} - \frac{Y}{3} - e} \right] \quad (42)$$

Ou:

$$P_t = -P_c \left[\frac{\frac{H}{2} - \frac{Y}{3} - e}{\frac{H}{2} - \frac{Y}{3} + f} \right] \quad (43)$$

3ª Equação: representando o comportamento elástico do bloco de concreto e dos chumbadores (Figura 11):

$$\frac{a}{b} = \frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_c} = \frac{\frac{\sigma_s}{E_s}}{\frac{\sigma_c}{E_c}} \quad (44)$$

Então,

$$\frac{a}{b} = \frac{\sigma_s E_c}{\sigma_c E_s} \quad (45)$$

E sendo:

$$\sigma_s = \frac{P_t}{A_s} \quad e \quad n = \frac{E_s}{E_c}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{\frac{P_t}{A_s}}{\sigma_c n} = \frac{P_t}{A_s \sigma_c n} \quad (46)$$

A_s = Área das seções dos chumbadores tracionados;

σ_s = Tensão de tração nos chumbadores;

ε_s = Deformação do chumbador tracionado;

σ_c = Tensão de compressão no concreto;

E_s = Módulo de elasticidade do aço dos chumbadores;

ε_c = Deformação do bloco de concreto;

E_c = Módulo de elasticidade do concreto da fundação;

n = Relação entre os módulos elásticos do aço e do concreto.

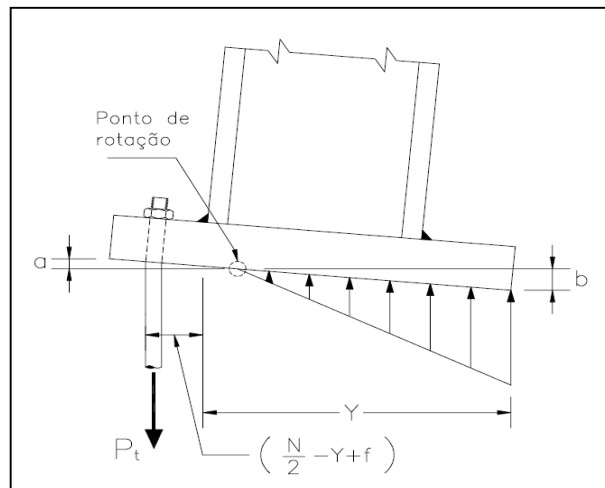


Figura 11 - Comportamento elástico do bloco de concreto e chumbadores (Martins, 2002)

Por semelhança de triângulo:

$$\frac{a}{b} = \frac{\frac{H}{2} - Y + f}{Y} \quad (47)$$

Então:

$$\frac{P_t}{A_s \sigma_c n} = \frac{\frac{H}{2} - Y + f}{Y} \quad (48)$$

Ou:

$$\sigma_c = \frac{P_t Y}{A_s n \left(\frac{H}{2} - Y + f \right)} \quad (49)$$

Substituindo essa equação (49) em (39):

$$P_c + P_t = \frac{P_t Y^2 B}{2A_s n \left(\frac{H}{2} - Y + f \right)} \quad (50)$$

Substituindo-se a equação (42) na equação (50):

$$-P_t \left[\frac{\frac{H}{2} - \frac{Y}{3} + f}{\frac{H}{2} - \frac{Y}{3} - e} \right] + P_t = \frac{P_t Y^2 B}{2A_s n \left(\frac{H}{2} - Y + f \right)} \quad (51)$$

Resolvendo a equação (51) para a variável Y , obtém-se:

$$-2nA_s \left(\frac{H}{2} - Y + f \right) \left(\frac{H}{2} - \frac{Y}{3} + f \right) + \left(\frac{H}{2} - \frac{Y}{3} - e \right) (2nA_s) \left(\frac{H}{2} - Y + f \right) = Y^2 B \left(\frac{H}{2} - \frac{Y}{3} - e \right)$$

Que se reduz a:

$$Y^3 + 3\left(e - \frac{H}{2}\right)Y^2 + \frac{6nA_s}{B}(f + e)Y - \frac{6nA_s}{B}\left(\frac{H}{2} + f\right)(f + e) = 0 \quad (52)$$

Para expressar a equação (52) de uma maneira a facilitar o seu uso, obtém-se:

$$K_1 = 3\left(e - \frac{H}{2}\right); \quad (53)$$

$$K_2 = \frac{6nA_s}{B}(f + e); \quad (54)$$

$$K_3 = -K_2\left(\frac{H}{2} + f\right); \quad (55)$$

Então:

$$Y^3 + K_1Y^2 + K_2Y + K_3 = 0 \quad (56)$$

Após calcular o valor do comprimento Y , é possível obter os esforços nos chumbadores, P_t , bem como a tensão de contato máxima, σ_c , no bloco de concreto.

Segundo Fakury (2008), se a excentricidade, $e > \frac{H}{2}$, é possível utilizar uma solução aproximada que supõe uma tensão de compressão uniforme no concreto atuando em um comprimento igual a $H/4$.

Por equilíbrio estático obtêm-se os esforços solicitantes de cálculo, a saber, tração nos chumbadores e compressão no concreto.

$$P_{t,sd} = \frac{N_{c,sd}(e - h_c)}{h_t + h_c} \quad (57)$$

$$\sigma_{c,sd} = \frac{P_{t,sd} + N_{c,sd}}{\frac{BH}{4}} \quad (58)$$

Onde:

h_c = Distância de $(H/8)$ ao centro do pilar

h_t = Distância do chumbador tracionado ao centro do pilar

H = Comprimento da chapa de base

B = Largura da chapa de base

$N_{c,sd}$ = Força de compressão solicitante de cálculo

$P_{t,sd}$ = é a força de tração solicitante de cálculo do conjunto de chumbadores

$\delta_{c,sd}$ = é a tensão de compressão solicitante de cálculo

3.3.3 Placas de base submetidas a esforço axial tração

O pilar estará submetido apenas à tração axial, o que significa que a excentricidade é nula, ($e = 0$) e que todos os chumbadores trabalham igualmente à tração.

3.3.4 Bases submetidas à esforço axial de tração e momento fletor

Blodgett (1966) não fornece as equações para o dimensionamento de bases submetidas à atuação simultânea de força axial de tração e momento fletor.

Fakury (2008), fornece as formulações para cálculo dos esforços solicitantes nos componentes das bases demonstradas a seguir.

Para $e \leq e_{crit} = h_t$, a tensão de compressão solicitante no concreto é nula, e haverá tração nos chumbadores.

Logo, para os chumbadores mais solicitados temos que:

$$P_{t,sd} = \frac{N_{t,sd}}{2} \left(1 + \frac{e}{h_t} \right) \quad (59)$$

Para $e > e_{crit} = h_t$, haverá tração nos chumbadores em um dos lados da placa de base e compressão no concreto, suposta constante no comprimento $H/4$.

$$P_{t,sd} = \frac{N_{c,sd}(e + h_c)}{h_t + h_c} \quad (60)$$

$$\sigma_{c,sd} = \frac{P_{t,sd} - N_{t,sd}}{\frac{BH}{4}} \quad (61)$$

3.3.4.1 Verificação da placa de base

Segundo Fakury (2008), na verificação da placa de base deve-se ter:

$$M_{sd} \leq M_{Rd}$$

Onde:

M_{sd} = Momento fletor solicitante de cálculo

M_{Rd} = Momento fletor resistente de cálculo

O momento fletor resistente de cálculo para se determinar a capacidade da placa de base é o momento elástico e é igual a $W f_y$, onde, W é o módulo plástico da seção que é igual a $t^2/6$, para uma faixa de largura unitária.

Logo:

$$M_{Rd} = \frac{1,25 \frac{t^2}{6} fy}{\gamma_{a1}} \quad (62)$$

Onde:

γ_{a1} = coeficiente de ponderação da resistência do aço para escoamento igual a 1,10.

O momento fletor solicitante de cálculo é dado pelo maior valor entre os momentos provocado pela compressão no concreto e o momento provocado pela tração nos chumbadores.

3.3.4.1.1-Momentos fletores provocado pela compressão no concreto

As tensões são assumidas uniformemente distribuídas com seu valor máximo. Duas regiões distintas de flexão são consideradas: Região 1 (entre as mesas do pilar) e Região 2 (parte externa da mesa).

A Região 1 é considerada engastada sob o apoio da alma e simplesmente apoiada sob as mesas.

$$M_{c1,sd} = \frac{\beta}{6} \sigma_{c,sd} b^2 \quad (63)$$

Sendo β um coeficiente cujo valor pode ser obtido na Tabela 2.

Tabela 2 - Coeficiente β

| a/b | 1 | 1,5 | 2 | 3 | ∞ |
|---------|-------|-------|-------|-------|----------|
| β | 0,714 | 1,362 | 1,914 | 2,568 | 3,000 |

A Região 2 da placa é considerada engastada na mesa do pilar como uma laje em balanço.

$$M_{c2,sd} = \sigma_{c,sd} \frac{c^2}{2} \quad (64)$$

As extremidades da placa de base externas ao perfil trabalham em balanço, com o comprimento c conforme mostrado na Figura 12.

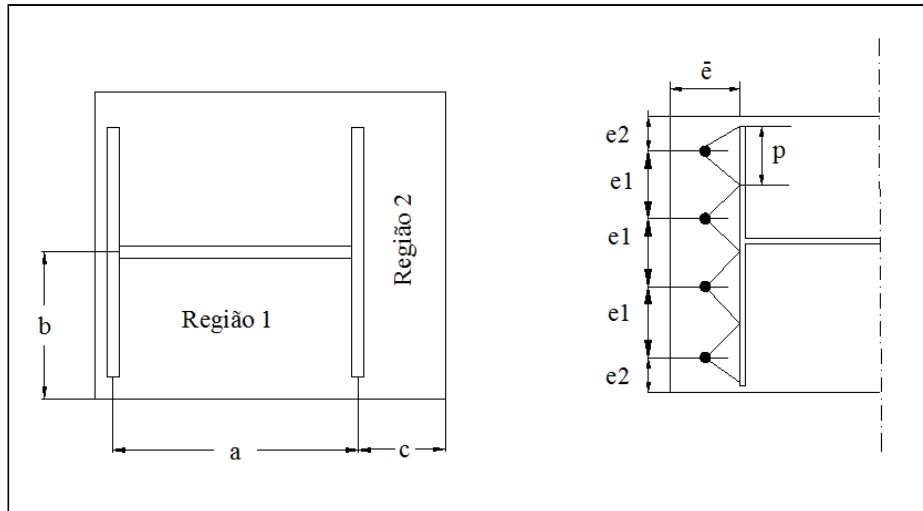


Figura 12 - Regiões 1 e 2 e Largura tributária p.

3.3.4.1.2-Momento fletor provocado pela tração nos chumbadores

O momento fletor solicitante de cálculo em uma faixa de largura unitária é dado por:

$$M_{ar,Sd} = \frac{F_{t,Sd} e}{p} \quad (65)$$

$F_{t,Sd}$ = força de tração em um chumbador

p = largura tributária para um chumbador

Largura tributária entre dois chumbadores:

$$p \leq \left\{ \begin{array}{l} e1/2 \\ e + d/2 \end{array} \right\} \quad (66)$$

Largura tributária entre chumbador externo e borda lateral da placa de base:

$$p \leq \left\{ \begin{array}{l} e2 \\ e + d/2 \end{array} \right\} \quad (67)$$

Sendo:

$e1$ = distância do eixo do chumbador considerado ao eixo do chumbador adjacente.

$e2$ = distância até a borda lateral da placa

e = distância do chumbador a mesa do pilar

4 DISCUSSÃO

4.1 Comparação entre os Métodos de Cálculo

Nesse trabalho foram estudados dois métodos de obtenção dos esforços solicitantes nas bases de pilar, baseando-se em considerações distintas de distribuição das tensões no concreto sob a placa de base. O primeiro método baseia-se em uma distribuição uniforme de tensões do concreto sob a chapa de base. Desta forma, considera-se que a forma de distribuição das tensões é representada por um diagrama de tensões retangular, conforme Fisher e Kloiber (2006). O segundo método baseia-se em uma consideração de distribuição triangular das tensões do concreto sobre a placa de base, conforme Blodgett (1966).

Foram calculadas apenas as solicitações nas bases, sem entrar no mérito do dimensionamento das placas de base e chumbadores.

Utilizando o software Excel foi elaborada uma tabela contendo diferentes pares de esforços (Esforço Axial e Momento Fletor), para calcular as forças de tração nos chumbadores e as tensões de compressão do concreto, pelos dois métodos citados acima.

Os valores obtidos foram comparados com a finalidade de estabelecer uma relação de economia em função do método de dimensionamento utilizado.

Para exemplo de cálculo dos esforços solicitantes, utilizou-se dimensões arbitrárias de uma base de pilar com perfil I soldado, conforme Figura 13.

A base de pilar, utilizada como exemplo, está engastada na fundação e está submetida a uma força axial de compressão e momento fletor:

Dados da base:

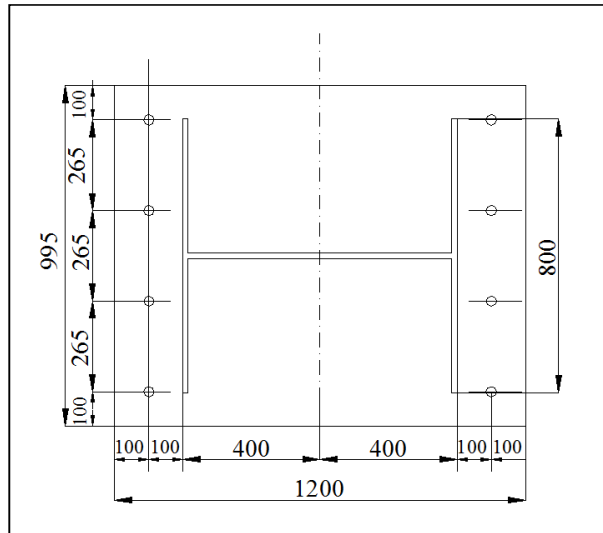


Figura 13 - Dimensões da chapa de base

Materiais:

Chumbadores: Aço ASTM A36: $f_y = 25KN/cm^2$; $f_u = 40KN/cm^2$

Placa de base: Aço USI CIVIL 350: $f_y = 35KN/cm^2$; $f_u = 50KN/cm^2$

Concreto da fundação $\rightarrow f_{ck,bl} = 20MPa$

Diâmetro dos chumbadores: $d_{ch} = 37,5mm$

$$N_{c,sd} = 250KN ; M_{sd} = 149KNm$$

Serão mostrados os cálculos das solicitações na base pelos dois métodos apresentados.

As formulações apresentadas nesta seção possuem simbologia diferente da simbologia apresentada por Fisher e Kloiber (2006). Optou-se por utilizar a simbologia conforme Fakury et al. (2016) apresentaram.

4.2 - Método-R - Diagrama Retangular de Tensões

1) Cálculo da excentricidade equivalente:

$$e = \frac{M_{Sd}}{N_{c,Sd}} = \frac{14900}{250} = 59,6cm$$

2) Cálculo da excentricidade crítica:

A tensão de compressão resistente do concreto é calculada como:

(obs: foi visto que essa tensão resistente poderia sofrer uma acréscimo ao levar em conta o confinamento do concreto)

$$\sigma_{c,Rd} = \frac{f_{ck}}{1,4 * 1,4} = \frac{2}{1,4 * 1,4} = 1,02KN/cm^2$$

$$e_{crit} = \frac{1}{2} \left(H_{pb} - \frac{N_{c,Sd}}{B_{pb} \sigma_{c,Rd}} \right) = \frac{1}{2} \left(120 - \frac{250}{99,5 - 1,02} \right) = 58,73cm \geq 0 \rightarrow \text{Atende}$$

Então:

$$e = 59,6cm > e_{crit} = 58,73cm$$

3) Cálculo do comprimento Y:

$$Y = h_t + \frac{H_{pb}}{2} - \sqrt{\Delta}$$

$$\Delta = \left(h_t + \frac{H_{pb}}{2} \right)^2 - \left(\frac{2N_{c,Sd}(e + h_t)}{B_{pb} \sigma_{c,Rd}} \right) = \left(50 + \frac{120}{2} \right)^2 - \left(\frac{2 \times 250(59,6 + 50)}{99,5 \times 1,02} \right) = 11560$$

$$\Delta \geq 0 \rightarrow \text{Atende}$$

Então:

$$Y = h_t + \frac{H_{pb}}{2} - \sqrt{\Delta} = 50 + \frac{120}{2} - \sqrt{11560} = 2,483cm$$

4) Cálculo dos esforços solicitantes (tração nos chumbadores e tensões no concreto).

$$\sum F_{t,Sd} = \sigma_{c,Rd}(YB_{pb}) - N_{c,Sd} = 1,02(2,483 \times 99,50) - 250 = 2 KN$$

$$\sigma_{c,sd} = \frac{(N_{c,Sd} + \sum F_{t,Sd})}{YB_{pb}} = \frac{(250 + 2)}{2,483 \times 99,5} = 1,02KN/cm^2$$

4.3 Método-T- Diagrama Triangular de Tensões

1) Cálculo da excentricidade equivalente:

$$e = \frac{M_{Sd}}{N_{c,Sd}} = \frac{14900}{250} = 59,6cm$$

$$\frac{H_{pb}}{6} = 20cm < e = 59,6cm < \frac{H_{pb}}{2} = 60cm$$

2) Cálculo do comprimento Y :

$$Y^3 + K_1 Y^2 + K_2 Y + K_3 = 0$$

$$N = \frac{E_s}{E_c} = \frac{205000}{5600\sqrt{20}} = 8,19$$

$$A_s = 4x \left(\frac{\pi x 3,75^2}{4} \right) = 44,18cm^2$$

$$K_1 = 3 \left(e - \frac{H_{pb}}{2} \right) = 3 \left(59,6 - \frac{120}{2} \right) = -1,2$$

$$K_2 = \frac{6NA_s}{B_{pb}} (h_t + e) = \frac{6 \times 8,19 \times 44,18}{99,5} (50 + 59,6) = 2390$$

$$K_3 = -K_2 \left(\frac{H_{pb}}{2} + h_t \right) = -2390 \times \left(\frac{120}{2} + 50 \right) = -262902,4$$

Logo:

$$Y^3 - 1,2_1 Y^2 + 2390 Y - 262902,4 = 0$$

Então: $Y = 52,12 \text{ cm}$

5) Cálculo dos esforços solicitantes (tração nos chumbadores e tensões no concreto).

$$\sum F_{t,sd} = -N_{c,sd} \left[\frac{\frac{H_{pb}}{2} - \frac{Y}{3} - e}{\frac{H_{pb}}{2} - \frac{Y}{3} + h_t} \right] = -250 \times \left[\frac{\frac{120}{2} - \frac{52,12}{3} - 59,6}{\frac{120}{2} - \frac{52,12}{3} + 50} \right] = 45,81 \text{ KN}$$

$$\sigma_{c,sd} = \frac{\sum F_{t,sd} Y}{A_s N \left(\frac{H_{pb}}{2} - Y + h_t \right)} = \frac{45,81 \times 52,12}{44,18 \times 8,19 \left(\frac{120}{2} - 52,12 + 50 \right)} = 0,114 \text{ KN/cm}^2$$

4.4 Cálculos dos Esforços Solicitantes nos Componentes das Bases

A seguir serão mostrados (Tabela 3) os resultados do cálculo dos esforços solicitantes da base de pilar do exemplo anterior.

Foi realizado o cálculo para solicitações diferentes na base de pilar, alterando o par de ações, (Carga Axial de Compressão e Momento Fletor), considerando os dois métodos já mencionados (Tabela 3).

Os valores dos esforços solicitantes de cálculo, ($N_{c,sd}$ e $\sigma_{c,sd}$), foram escolhidos de forma que o cálculo contemplasse todas as situações de excentricidades para os dois métodos apresentados.

Tabela 3 - Esforços solicitantes de cálculo na base.

| Esforços solicitantes de Cálculo | | | | Método-R | | Método-T | |
|----------------------------------|-----------|----------------|-----------------|--------------------------------|--------------------|--------------------------------|--------------------|
| | | | | Diagrama de tensões Retangular | | Diagrama de tensões Triangular | |
| $N_{c,sd}$ | $M_{s,d}$ | Método R | Método T | $\Sigma F_{t,sd}$ | $\sigma_{c,sd}$ | $\Sigma F_{t,sd}$ | $\sigma_{c,sd}$ |
| KN | KN.m | | | KN | KN/cm ² | KN | KN/cm ² |
| 12000 | 0 | $e < e_{crit}$ | $e < H/6$ | 0 | 1,005 | 0 | 1,005 |
| 10000 | 0 | $e < e_{crit}$ | $e < H/6$ | 0 | 0,838 | 0 | 0,838 |
| 8000 | 0 | $e < e_{crit}$ | $e < H/6$ | 0 | 0,67 | 0 | 0,67 |
| 6000 | 0 | $e < e_{crit}$ | $e < H/6$ | 0 | 0,503 | 0 | 0,503 |
| 4000 | 0 | $e < e_{crit}$ | $e < H/6$ | 0 | 0,335 | 0 | 0,335 |
| 1500 | 50 | $e < e_{crit}$ | $e < H/6$ | 0 | 0,13 | 0 | 0,127 |
| 1500 | 70 | $e < e_{crit}$ | $e < H/6$ | 0 | 0,136 | 0 | 0,128 |
| 1500 | 90 | $e < e_{crit}$ | $e < H/6$ | 0 | 0,14 | 0 | 0,129 |
| 1500 | 110 | $e < e_{crit}$ | $e < H/6$ | 0 | 0,143 | 0 | 0,13 |
| 1500 | 130 | $e < e_{crit}$ | $e < H/6$ | 0 | 0,147 | 0 | 0,131 |
| 1500 | 150 | $e < e_{crit}$ | $e < H/6$ | 0 | 0,151 | 0 | 0,132 |
| 1500 | 170 | $e < e_{crit}$ | $e < H/6$ | 0 | 0,155 | 0 | 0,133 |
| 1500 | 190 | $e < e_{crit}$ | $e < H/6$ | 0 | 0,159 | 0 | 0,134 |
| 1500 | 210 | $e < e_{crit}$ | $e < H/6$ | 0 | 0,164 | 0 | 0,134 |
| 1500 | 250 | $e < e_{crit}$ | $e < H/6$ | 0 | 0,174 | 0 | 0,135 |
| 1000 | 280 | $e < e_{crit}$ | $H/6 < e < H/2$ | 0 | 0,157 | 9,07 | 0,209 |
| 1000 | 310 | $e < e_{crit}$ | $H/6 < e < H/2$ | 0 | 0,173 | 16,91 | 0,229 |
| 1000 | 340 | $e < e_{crit}$ | $H/6 < e < H/2$ | 0 | 0,193 | 26,6 | 0,253 |
| 1000 | 370 | $e < e_{crit}$ | $H/6 < e < H/2$ | 0 | 0,218 | 38,3 | 0,281 |
| 1000 | 400 | $e < e_{crit}$ | $H/6 < e < H/2$ | 0 | 0,251 | 52,06 | 0,314 |
| 1000 | 430 | $e < e_{crit}$ | $H/6 < e < H/2$ | 0 | 0,296 | 67,84 | 0,352 |
| 1000 | 460 | $e < e_{crit}$ | $H/6 < e < H/2$ | 0 | 0,359 | 85,48 | 0,395 |
| 1000 | 490 | $e < e_{crit}$ | $H/6 < e < H/2$ | 0 | 0,457 | 104,79 | 0,442 |

Tabela 3 - Esforços solicitantes de cálculo na base.

| | | | | | | | |
|------|------|----------------|-----------------|--------|-------|--------|-------|
| 1000 | 520 | $e < e_{crit}$ | $H/6 < e < H/2$ | 0 | 0,628 | 125,56 | 0,491 |
| 500 | 560 | $e > e_{crit}$ | $e > H/2$ | 262 | 1,02 | 352,63 | 0,286 |
| 500 | 600 | $e > e_{crit}$ | $e > H/2$ | 301,49 | 1,02 | 394,73 | 0,3 |
| 500 | 640 | $e > e_{crit}$ | $e > H/2$ | 340,74 | 1,02 | 436,84 | 0,314 |
| 500 | 680 | $e > e_{crit}$ | $e > H/2$ | 380,13 | 1,02 | 478,94 | 0,328 |
| 500 | 720 | $e > e_{crit}$ | $e > H/2$ | 419,68 | 1,02 | 521,05 | 0,342 |
| 500 | 760 | $e > e_{crit}$ | $e > H/2$ | 459,39 | 1,02 | 563,16 | 0,356 |
| 500 | 800 | $e > e_{crit}$ | $e > H/2$ | 499,25 | 1,02 | 605,26 | 0,37 |
| 500 | 840 | $e > e_{crit}$ | $e > H/2$ | 539,26 | 1,02 | 647,36 | 0,384 |
| 500 | 880 | $e > e_{crit}$ | $e > H/2$ | 579,44 | 1,02 | 689,47 | 0,399 |
| 500 | 920 | $e > e_{crit}$ | $e > H/2$ | 619,77 | 1,02 | 731,58 | 0,413 |
| 500 | 960 | $e > e_{crit}$ | $e > H/2$ | 660,27 | 1,02 | 776,7 | 0,427 |
| 500 | 1000 | $e > e_{crit}$ | $e > H/2$ | 700,93 | 1,02 | 815,8 | 0,441 |
| 500 | 1040 | $e > e_{crit}$ | $e > H/2$ | 741,76 | 1,02 | 857,9 | 0,455 |
| 500 | 1080 | $e > e_{crit}$ | $e > H/2$ | 782,76 | 1,02 | 900 | 0,469 |
| 500 | 1120 | $e > e_{crit}$ | $e > H/2$ | 823,93 | 1,02 | 942,1 | 0,483 |

Ao analisar os resultados da tabela 3, percebe-se que as tensões do concreto na região de excentricidade, $e < H/6$, possuem valores aproximados comparando os dois métodos, logo, constata-se, que para pequenas excentricidades os dois métodos produzem resultados semelhantes. Verifica-se que para pequenas excentricidades, $e < H/6$, não há economia significativa utilizando um método de cálculo ou o outro, pois não há tração nos chumbadores, e as tensões no concreto utilizadas no cálculo da chapa de base não apresentam grandes diferenças.

Para excentricidades grandes, $H/6 < e < H/2$, os resultados dos dois métodos se diferem nos valores referentes à tração dos chumbadores, uma vez que no (Método-R) a força de tração é nula, em contrapartida no (Método-T), existe força de tração nos chumbadores. Quanto à tensão no concreto, os dois métodos não apresentam resultados com diferenças expressivas.

Para excentricidades superiores à excentricidade crítica, $e > e_{crit}$, e para, $e > H/2$, os resultados obtidos se diferem nas solicitações de tensões no concreto. A tensão de compressão no concreto para essa situação, no Método-R permanece fixa e é igual à tensão resistente de

cálculo do concreto, ($\sigma_{c,Rd}$), e possuem valores superiores às tensões do método-T. No Método-T a tensão no concreto varia de forma crescente à medida que os esforços solicitantes de cálculo na base aumentam. Os valores das forças de tração nos chumbadores nos dois métodos não se diferem de maneira expressiva.

Comparando os valores das tensões no concreto e os esforços de tração nos chumbadores para os dois métodos, verifica-se que as diferenças entre esses valores não são tão significativas ao ponto de poder-se afirmar que um método produz resultados mais econômicos que o outro de maneira expressiva.

Ampliando o objetivo inicial desse trabalho de comparar as tensões no concreto e as forças de tração nos chumbadores, realizou-se o dimensionamento dos valores mínimos das espessuras das placas de base e dos diâmetros mínimos dos chumbadores. Ao comparar os valores das espessuras de placa de base e o diâmetro dos chumbadores verifica-se que o Método-R produz resultados bem mais econômicos. (Tabela-4).

Analisando as equações dos Métodos-R e Método-T, observou-se que a diferença expressiva dos resultados é proveniente da formulação do momento solicitante na placa de base provocado pela compressão no concreto. Sendo assim, foi proposto também um terceiro parâmetro de comparação, o Método-TM, (método triangular modificado). Nesse método foram substituídas as equações de momento fletor provocados pela compressão no concreto do Método-T pelas equações correspondentes do Método-R.

Esse dimensionamento foi realizado com o intuito de melhorar a percepção relacionada à economia produzida ao se utilizar as formulações de um dos dois métodos estudados (Método-R e Método-T)

As placas de base são dimensionadas em função dos esforços, que são: tração nos chumbadores, quando este esforço existir, e tensão no concreto. Ambos produzem esforços que são traduzidos como momentos fletores solicitantes na placa de base. Para que as placas resistam a esses

momentos solicitantes, as mesmas devem possuir rigidez suficiente á flexão para combater esses momentos solicitantes (Tabela 4).

Tabela 4 - Dimensionamento das placas de base e chumbadores.

| Esforços solicitantes de Cálculo | | Método-R | | | | Método-T | | | | Método-TM | | | |
|----------------------------------|----------|--------------------------------|--------------------|----------|----------|--------------------------------|--------------------|----------|----------|----------------------|--------------------|----------|----------|
| | | Diagrama de tensões Retangular | | | | Diagrama de tensões Triangular | | | | Método-T Modificado. | | | |
| $N_{c,Sd}$ | M_{Sd} | $\Sigma F_{t,Sd}$ | $\sigma_{c,Sd}$ | t_{pl} | d_{ch} | $\Sigma F_{t,Sd}$ | $\sigma_{c,Sd}$ | t_{pl} | d_{ch} | $\Sigma F_{t,Sd}$ | $\sigma_{c,Sd}$ | t_{pl} | d_{ch} |
| KN | KN.m | KN | KN/cm ² | mm | mm | KN | KN/cm ² | mm | mm | KN | KN/cm ² | mm | mm |
| 12000 | 0 | 0 | 1,005 | 57 | 19 | 0 | 1,005 | 102 | 19 | 0 | 1,005 | 63 | 19 |
| 10000 | 0 | 0 | 0,838 | 57 | 19 | 0 | 0,838 | 89 | 19 | 0 | 0,838 | 57 | 19 |
| 8000 | 0 | 0 | 0,67 | 50 | 19 | 0 | 0,67 | 89 | 19 | 0 | 0,67 | 50 | 19 |
| 6000 | 0 | 0 | 0,503 | 45 | 19 | 0 | 0,503 | 76 | 19 | 0 | 0,503 | 45 | 19 |
| 4000 | 0 | 0 | 0,335 | 37,5 | 19 | 0 | 0,335 | 57 | 19 | 0 | 0,335 | 37,5 | 19 |
| 1500 | 50 | 0 | 0,13 | 22,4 | 19 | 0 | 0,127 | 37,5 | 19 | 0 | 0,127 | 22,4 | 19 |
| 1500 | 70 | 0 | 0,136 | 22,4 | 19 | 0 | 0,128 | 37,5 | 19 | 0 | 0,128 | 22,4 | 19 |
| 1500 | 90 | 0 | 0,14 | 22,4 | 19 | 0 | 0,129 | 37,5 | 19 | 0 | 0,129 | 22,4 | 19 |
| 1500 | 110 | 0 | 0,143 | 22,4 | 19 | 0 | 0,13 | 37,5 | 19 | 0 | 0,13 | 22,4 | 19 |
| 1500 | 130 | 0 | 0,147 | 22,4 | 19 | 0 | 0,131 | 37,5 | 19 | 0 | 0,131 | 22,4 | 19 |
| 1500 | 150 | 0 | 0,151 | 22,4 | 19 | 0 | 0,132 | 37,5 | 19 | 0 | 0,132 | 22,4 | 19 |
| 1500 | 170 | 0 | 0,155 | 22,4 | 19 | 0 | 0,133 | 37,5 | 19 | 0 | 0,133 | 22,4 | 19 |
| 1500 | 190 | 0 | 0,159 | 22,4 | 19 | 0 | 0,134 | 37,5 | 19 | 0 | 0,134 | 22,4 | 19 |
| 1500 | 210 | 0 | 0,164 | 22,4 | 19 | 0 | 0,134 | 37,5 | 19 | 0 | 0,134 | 22,4 | 19 |
| 1500 | 250 | 0 | 0,174 | 22,4 | 19 | 0 | 0,136 | 37,5 | 19 | 0 | 0,136 | 22,4 | 19 |
| 1000 | 280 | 0 | 0,157 | 25 | 19 | 9,07 | 0,209 | 45 | 19 | 9,07 | 0,209 | 31,5 | 19 |
| 1000 | 310 | 0 | 0,173 | 25 | 19 | 16,91 | 0,229 | 50 | 19 | 16,91 | 0,229 | 31,5 | 19 |
| 1000 | 340 | 0 | 0,193 | 25 | 19 | 26,6 | 0,253 | 50 | 19 | 26,6 | 0,253 | 31,5 | 19 |
| 1000 | 370 | 0 | 0,218 | 31,5 | 19 | 38,3 | 0,281 | 57 | 19 | 38,3 | 0,281 | 37,5 | 19 |
| 1000 | 400 | 0 | 0,251 | 31,5 | 19 | 52,06 | 0,314 | 57 | 19 | 52,06 | 0,314 | 37,5 | 19 |
| 1000 | 430 | 0 | 0,296 | 31,5 | 19 | 67,84 | 0,352 | 63 | 19 | 67,84 | 0,352 | 37,5 | 19 |
| 1000 | 460 | 0 | 0,359 | 37,5 | 19 | 85,48 | 0,395 | 63 | 19 | 85,48 | 0,395 | 45 | 19 |
| 1000 | 490 | 0 | 0,457 | 37,5 | 19 | 104,8 | 0,442 | 76 | 19 | 104,8 | 0,442 | 45 | 19 |
| 1000 | 520 | 0 | 0,628 | 45 | 19 | 125,6 | 0,492 | 89 | 19 | 125,6 | 0,492 | 45 | 19 |
| 500 | 560 | 262 | 1,02 | 45 | 22 | 352,6 | 0,286 | 57 | 25 | 352,6 | 0,286 | 37,5 | 25 |
| 500 | 600 | 301,49 | 1,02 | 45 | 22 | 394,7 | 0,3 | 57 | 25 | 394,7 | 0,3 | 45 | 25 |

Tabela 4 - Dimensionamento das placas de base e chumbadores.

| | | | | | | | | | | | | | |
|-----|------|--------|------|----|------|-------|-------|----|------|-------|-------|----|------|
| 500 | 640 | 340,74 | 1,02 | 45 | 25 | 436,8 | 0,314 | 57 | 25 | 436,8 | 0,314 | 45 | 25 |
| 500 | 680 | 380,13 | 1,02 | 45 | 25 | 478,9 | 0,328 | 57 | 31,8 | 478,9 | 0,328 | 45 | 31,8 |
| 500 | 720 | 419,7 | 1,02 | 50 | 25 | 521,1 | 0,342 | 63 | 31,8 | 521,1 | 0,342 | 45 | 31,8 |
| 500 | 760 | 459,39 | 1,02 | 50 | 31,8 | 563,2 | 0,356 | 63 | 31,8 | 563,2 | 0,356 | 50 | 31,8 |
| 500 | 800 | 499,25 | 1,02 | 50 | 31,8 | 605,3 | 0,37 | 63 | 31,8 | 605,3 | 0,37 | 50 | 31,8 |
| 500 | 840 | 539,26 | 1,02 | 50 | 31,8 | 647,4 | 0,384 | 63 | 31,8 | 647,4 | 0,384 | 50 | 31,8 |
| 500 | 880 | 579,44 | 1,02 | 50 | 31,8 | 689,5 | 0,399 | 63 | 31,8 | 689,5 | 0,399 | 50 | 31,8 |
| 500 | 920 | 619,77 | 1,02 | 50 | 31,8 | 731,6 | 0,413 | 63 | 38,1 | 731,6 | 0,413 | 50 | 38,1 |
| 500 | 960 | 660,27 | 1,02 | 50 | 31,8 | 776,7 | 0,427 | 76 | 38,1 | 776,7 | 0,427 | 50 | 38,1 |
| 500 | 1000 | 700,93 | 1,02 | 50 | 38,1 | 815,8 | 0,441 | 76 | 38,1 | 815,8 | 0,441 | 63 | 38,1 |
| 500 | 1040 | 741,76 | 1,02 | 50 | 38,1 | 857,9 | 0,455 | 76 | 38,1 | 857,9 | 0,455 | 63 | 38,1 |
| 500 | 1080 | 782,76 | 1,02 | 57 | 38,1 | 900 | 0,469 | 76 | 38,1 | 900 | 0,469 | 63 | 38,1 |
| 500 | 1120 | 823,93 | 1,02 | 57 | 38,1 | 942,1 | 0,483 | 76 | 38,1 | 942,1 | 0,483 | 63 | 38,1 |

Verifica-se que as placas de base são bem mais espessas no Método-T e essa diferença é um pouco menos expressiva, observando na tabela a situação onde as excentricidades são superiores a excentricidade crítica.

Os valores do cálculo dos diâmetros dos chumbadores são semelhantes nos dois métodos (Método-R e Método-T), por esse motivo os métodos não apresentam vantagens de um em relação ao outro no critério de economia.

O que proporciona a diferença expressiva nos valores das espessuras das placas de base (comparando o Método-R com o Método-T), é a formulação do momento solicitante na placa de base provocado pela compressão no concreto. Adicionalmente, observou-se que esse momento solicitante ocorre na (região-1) do método-T. (entre mesas e alma).

Isto se comprova ao observar os resultados do método-TM, no qual as espessuras das placas de base são semelhantes ao do método-R. Logo, esse resultado é condizente com as formulações do Método-TM, uma vez que este possui as equações do Método-R, no que diz respeito ao momento solicitante de cálculo provocado pela compressão no concreto.

Os momentos resistentes de cálculo dos dois métodos embora possuam formulações diferentes, (no Método-R considera-se o momento plástico; no Método-T considera-se o momento elástico), produzem resultados relativamente semelhantes, com uma diferença de 20%, sendo o momento resistente de cálculo do método-T mais conservador. Portanto, o momento resistente pouco contribui para que o resultado do cálculo das espessuras das placas sejam tão diferentes.

5 CONCLUSÃO

A comparação dos dois métodos baseando-se apenas nas solicitações nas bases, (tensões no concreto e forças de tração nos chumbadores), não proporcionam a percepção satisfatória de qual método produz resultados mais econômicos, uma vez que a principal diferença está no cálculo do momento solicitante das placas provocados pela compressão no concreto.

Se as bases fossem dimensionadas utilizando as mesmas formulações para momento fletor provocado pela compressão no concreto nos dois métodos (Método-R e Método-T), os resultados dos métodos seriam parecidos. Isto se comprova ao analisar os resultados do Método-TM, este possui as equações do Método-R no que diz respeito ao momento solicitante provocado pela compressão no concreto.

Os valores do cálculo dos diâmetros dos chumbadores são semelhantes nos dois métodos, por esse motivo os métodos não apresentam vantagens de um em relação ao outro no critério de economia.

Conclui-se que as bases calculadas utilizando as formulações do Método-R, são mais econômicas, pois proporcionam placas mais esbeltas que o cálculo utilizando no Método-T. Essa economia provém principalmente, pelo fato do momento fletor provocado pela compressão no concreto do Método-R, proporcionar valores inferiores ao momento correspondente do Método-T.

6 REFERÊNCIAS

FAKURY, RH; CASTRO E SILVA, ALR; CALDAS, RB. *Dimensionamento de Elementos Estruturais de Aço e Mistos de Aço e Concreto*. 1ª ed. São Paulo, 2016

ABNT NBR 8800. *Projeto de Estruturas de Aço e de Estruturas Mistas de Aço e Concreto de Edifícios*, 2008

FAKURY, RH. *Dimensionamento Básico de Elementos Estruturais de Aço e Mistos de Aço e Concreto*, 2008

FISHER, JM; KLOIBER, LA. *Steel Design Guide 1 -Base Plate end Anchor Rod Design - 2nd Ed*, 2006

BLODGETT, OW. *Design of Welded Structures*. Cleveland, Ohio, v.3, n.3, p1-32, 1966.

MARTINS, MM. *Estudo de Bases de Pilares Metálicos pelo Método dos Elementos Finitos*. 154p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Engenharia de Estruturas, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2002.