

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
ESCOLA DE ENGENHARIA

CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM
ANÁLISE E DIMENSIONAMENTO DE ESTRUTURAS DE
CONCRETO ARMADO E AÇO

“EFEITOS DA PLASTICIDADE EM ENSAIOS MONOTÔNICOS
REALIZADOS SOBRE CHAPAS FINAS”

DOUGLAS DOS ANJOS

2017

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
ESCOLA DE ENGENHARIA
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM ANÁLISE E DIMENSIONAMENTO DE
ESTRUTURAS DE CONCRETO ARMADO E AÇO

**"EFEITOS DA PLASTICIDADE EM ENSAIOS MONOTÔNICOS
REALIZADOS SOBRE CHAPAS FINAS"**

DOUGLAS DOS ANJOS

Trabalho Final apresentado ao Departamento de Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de "Especialista em Análise e Dimensionamento de Estruturas de Concreto Armado e Aço".

Comissão Examinadora:

Prof. Roque Luiz da Silva Pitangueira, D.Sc.
DEES – UFMG (Orientador)

Belo Horizonte, 22 de Junho de 2017.

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais, Simara A. B. dos Anjos e Leopoldo dos Anjos Jr, pela minha vida, pelo exemplo de dedicação e perseverança, pela compreensão, amizade, carinho e amor incondicional.

Aos meus familiares por sempre acreditarem em mim e por vibrarem com as minhas vitórias como se fossem suas.

Aos meus amigos, pelas alegrias, tristezas e vitórias compartilhadas.

Ao Professor Doutor Roque Pitangueira, pela paciência e eficiência ao ensinar.

E agradeço a Deus por me reservar saúde e proteção e por me cercar de tantas pessoas maravilhosas.

Muito obrigado!

Resumo

Ao se realizar diferentes análises numéricas, com o auxílio do Método dos Elementos Finitos, será possível entender as principais divergências entre os critérios de escoamento propostos por Von Mises e por Rankine. Para tal, um mesmo ensaio monotônico será considerado e os resultados comparados para os dois critérios acima citados.

Palavras-chave: Elementos Finitos, Plasticidade, Von Mises, Rankine, Teste Monotônico, Não Linearidade Física.

Abstract

When performing two different numerical analyses, with the aid of the Finite Element Method, it will be possible to understand the main divergences between the yield criterias proposed by Von Mises and Rankine. For this purpose, a simple uniaxial and monotonic test will be considered and the results will make it possible to compare the two criterias mentioned above.

Keywords: Finite Element Method, Plasticity, Von Mises, Rankine, Monotonic Test, Material Non Linearity.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	9
2	OBJETIVO	11
3	REVISÃO DA LITERATURA	12
3.1	Elasticidade Bidimensional	12
3.1.1	Elemento finito triangular de três nós.....	14
3.2	Métodos de Controle para Análises Não Lineares	16
3.2.1	Controle de carga.....	17
3.2.2	Controle direto de deslocamento	18
3.3	Teoria da Plasticidade.....	21
3.3.1	Critérios de Escoamento	21
3.3.2	Leis de encruamento	24
4	SIMULAÇÕES NUMÉRICAS	25
4.1	Geometria	25
4.2	Ensaio	26
4.3	Pré Processamento	27
4.3.1	Discretização da geometria.....	27
4.3.2	Características do material.....	29
4.4	Processamento	31
4.5	Pós Processamento.....	32
5	CONCLUSÃO	38

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1: Exemplos de estruturas analisadas a partir do MEF (Oñate, Eugenio, 2009).	9
Figura 3.1: Exemplo prático de Estado Plano de Tensão (Oñate Eugenio, 2009).	12
Figura 3.2: Exemplo prático de Estado Plano de Deformação (Oñate Eugenio, 2009).	13
Figura 3.3: Elemento Finito Triangular de Três Nós (Oñate Eugenio, 2009).	14
Figura 3.4: Trajetória de equilíbrio – Controle de carga (Fuina, 2004).	18
Figura 3.5: Trajetória de equilíbrio – Controle de deslocamento (Fuina, 2004).	19
Figura 3.6: Algoritmo genérico para métodos de controle (adaptado de Fuina, 2004).	20
Figura 3.7: Elipse da energia de distorção (Norton, 2013).	22
Figura 3.8: Comparativo entre a elipse da energia de distorção e a envoltória de tensão normal máxima (Norton, 2013).	23
Figura 3.9: Leis de encruamento (Malavolta, 2008).	24
Figura 4.1: Geometria de estudo.	25
Figura 4.2: Ensaio proposto.	26
Figura 4.3: Condições de simetria (Software INSANE).	27
Figura 4.4: Discretização do modelo numérico (Software INSANE).	28
Figura 4.5: Curva tensão x deformação – Material.	29
Figura 4.6: Módulo de endurecimento – Material.	30
Figura 4.7: Material – Software INSANE.	30
Figura 4.8: Incrementos de deslocamentos – Software INSANE.	31
Figura 4.9: Processamento – Software INSANE.	32
Figura 4.10: Resultados – Tensão principal σ_1 – Software INSANE – Step 100 ($\Delta y = 0,16\text{mm}$).	33
Figura 4.11: Resultados – Tensão principal σ_2 – Software INSANE – Step 100 ($\Delta y = 0,16\text{mm}$).	33
Figura 4.12: Resultados – Tensão cisalhante XY – Software INSANE – Step 100 ($\Delta y = 0,16\text{mm}$).	34
Figura 4.13: Resultados – Deslocamentos na direção X – Software INSANE – Step 100 ($\Delta y = 0,16\text{mm}$).	35
Figura 4.14: Resultados – Deslocamentos na direção Y – Software INSANE – Step 100 ($\Delta y = 0,16\text{mm}$).	36
Figura 4.15: Resultados – Fator de carga x Deslocamentos na direção Y – Software INSANE.	37

1 INTRODUÇÃO

Ao se mencionar análises numéricas, com o auxílio do Método dos Elementos Finitos, as possibilidades são muitas, desde análises simples, como uma análise linear estática estrutural de um componente simples, até análises muito complexas, como as que consideram fatores não lineares, tais como as não linearidades física ou geométrica, a influência da temperatura e a dinâmica do sistema, por exemplo.



Figura 1.1: Exemplos de estruturas analisadas a partir do MEF (Oñate, Eugenio, 2009).

Assim, para que um profissional de engenharia estrutural possa fornecer um parecer técnico correto e bem embasado, torna-se indispensável que o mesmo tenha domínio sobre as teorias necessárias e utilizadas em cada análise virtual. Dentre esses conhecimentos, podem-se mencionar os estudos sobre a plasticidade dos materiais, conteúdo principal deste trabalho.

Com o intuito de se aprender e de se difundir o conhecimento, foram estudados e comparados os critérios de escoamento propostos por Von Mises e por Rankine, em um ensaio monotônico de tração de uma chapa fina de aço carbono. Ao fim do estudo mencionado acima, espera-se entender as diferenças existentes entre os dois critérios e determinar qual dos dois é mais adequado ao ensaio descrito.

2 OBJETIVO

Este trabalho tem como objetivo realizar um estudo sobre a não linearidade física dos materiais elastoplásticos. Para que isto aconteça de forma clara, uma breve revisão bibliográfica será apresentada, em que serão abordados os tópicos necessários para o entendimento dos resultados.

Após essa introdução da teoria, serão executadas simulações numéricas com o *software* INSANE (“INteractive Structural ANalysis Environment”), onde uma chapa de aço carbono será submetida à tração e os resultados obtidos com a modelagem serão avaliados por dois critérios de escoamento distintos, Von Mises e Rankine.

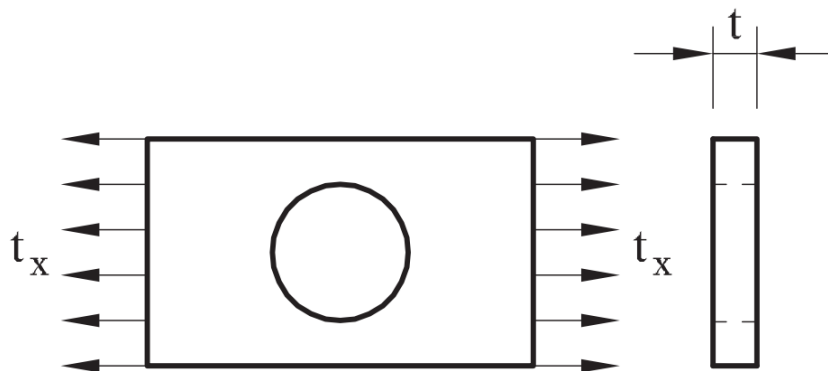
3 REVISÃO DA LITERATURA

Para um melhor entendimento dos resultados a serem obtidos com os experimentos numéricos, será apresentada uma revisão bibliográfica neste capítulo. O intuito da mesma é proporcionar ao leitor uma ideia geral das bases teóricas necessárias para o trabalho.

3.1 Elasticidade Bidimensional

Devido à elevada diversidade existente de estruturas de engenharia, é interessante que se classifique o objeto a ser analisado numericamente dentre dois tipos distintos de problemas bidimensionais, com o intuito de simplificar a solução do problema e, conseqüentemente, se utilizar a formulação matemática mais adequada.

1. Estado Plano de Tensão: Se uma das dimensões (espessura) de uma geometria é muito menor do que as demais, e se sobre esta geometria atuam-se somente cargas em seu plano médio, diz-se que o problema é de Estado Plano de Tensão. Para este caso, assume-se que a tensão normal ao plano é 0 ($\sigma_z = 0$).



Plate

Figura 3.1: Exemplo prático de Estado Plano de Tensão (Oñate Eugenio, 2009).

2. Estado Plano de Deformação: Se uma das dimensões (comprimento) de uma geometria é muito maior do que as demais, e se os carregamentos estão distribuídos sobre esse comprimento de forma ortogonal e uniforme, diz-se que o problema é de Estado Plano de Deformação. Para este caso, assume-se que a deformação longitudinal é 0 ($\epsilon_z = 0$).

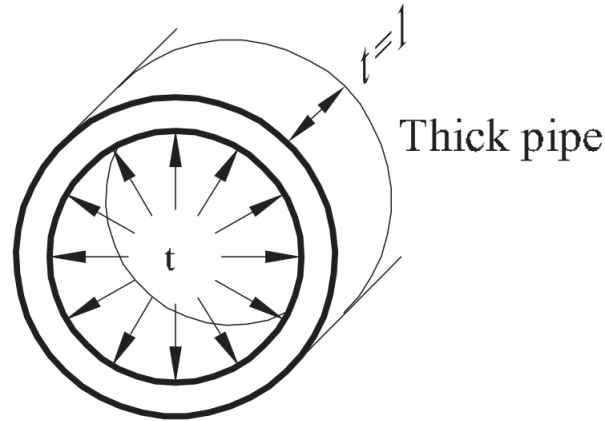


Figura 3.2: Exemplo prático de Estado Plano de Deformação (Oñate Eugenio, 2009).

Definido e caracterizado o tipo de problema a ser abordado, é possível relacionar os campos de tensão (σ) e deformação (ϵ) a partir da equação abaixo.

$$\sigma = \mathbf{D} \epsilon \quad (\text{Equação 3.1})$$

Onde a matriz constitutiva, \mathbf{D} , é dada por:

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & 0 \\ d_{21} & d_{22} & 0 \\ 0 & 0 & d_{33} \end{bmatrix} \quad (\text{Equação 3.2})$$

Sendo:

$$\begin{aligned} d_{11} &= d_{22} = \frac{E}{1-\nu^2} \\ d_{12} &= d_{21} = \nu d_{11} \\ d_{33} &= \frac{E}{2(1+\nu)} = G \end{aligned} \quad \rightarrow \quad \begin{array}{l} \text{Estado Plano de Tensões} \\ (\text{Equação 3.3}) \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 d_{11} = d_{22} &= \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \\
 d_{12} = d_{21} &= d_{11} \frac{\nu}{(1-\nu)} \quad \rightarrow \quad \text{Estado Plano de Deformações} \\
 d_{33} &= \frac{E}{2(1+\nu)} \quad \text{(Equação 3.4)}
 \end{aligned}$$

3.1.1 Elemento finito triangular de três nós

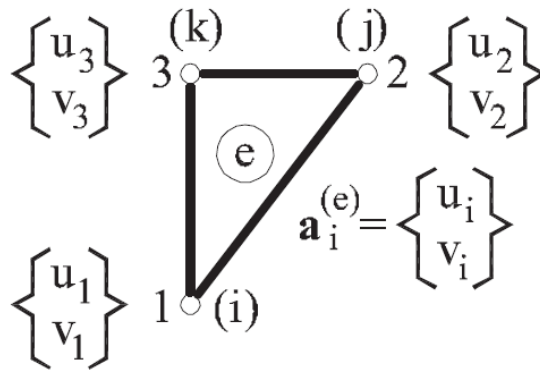


Figura 3.3: Elemento Finito Triangular de Três Nós (Oñate Eugenio, 2009).

Para um elemento finito triangular de três nós qualquer, com coordenadas (x_1, y_1) , (x_2, y_2) e (x_3, y_3) , como o demonstrado na figura acima, pode-se escrever o vetor de deslocamentos dos nós (\mathbf{u}), em função dos seus respectivos eixos locais, como:

$$\mathbf{u} = \mathbf{a}^e = \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_3 \end{Bmatrix} \quad \text{(Equação 3.5)}$$

Sendo as funções de forma de cada nó (N_i), dependentes da área do elemento finito (A), obtidas através da seguinte relação:

$$N_i = \frac{1}{2A} (a_i + b_i x + c_i y) \quad \rightarrow \quad i = 1, 2, 3 \quad \text{(Equação 3.6)}$$

Com

$$\begin{aligned}
 a_i &= x_j y_k - x_k y_j \\
 b_i &= y_j - y_k \\
 c_i &= x_k - x_j
 \end{aligned}
 \quad \rightarrow \quad
 \begin{aligned}
 & i, j, k = 1, 2, 3 \\
 & \text{(Equação 3.7)}
 \end{aligned}$$

As funções de forma descritas, anteriormente, nos permitem determinar os deslocamentos nodais do elemento finito. De posse desses deslocamentos, as deformações ($\boldsymbol{\epsilon}$) podem ser calculadas:

$$\boldsymbol{\epsilon} = \mathbf{B} \mathbf{a}^e = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_3}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_1}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_3}{\partial y} \\ \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_1}{\partial x} & \frac{\partial N_2}{\partial y} & \frac{\partial N_2}{\partial x} & \frac{\partial N_3}{\partial y} & \frac{\partial N_3}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_3 \end{Bmatrix} \quad \text{(Equação 3.8)}$$

De forma alternativa, a matriz de deformação do elemento (\mathbf{B}) pode ser escrita como:

$$\mathbf{B} = \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} b_1 & 0 & b_2 & 0 & b_3 & 0 \\ 0 & c_1 & 0 & c_2 & 0 & c_3 \\ c_1 & b_1 & c_2 & b_2 & c_3 & b_3 \end{bmatrix} \quad \text{(Equação 3.9)}$$

Ao se empregar a equação 3.8 na equação 3.1, consegue-se definir o campo de tensões para um elemento finito triangular de três nós.

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D} \mathbf{B} \mathbf{a}^e \quad \text{(Equação 3.10)}$$

Com os campos mostrados acima já definidos e com a utilização do Princípio do Trabalho Virtual, a matriz de rigidez de um elemento triangular pode ser encontrada a partir da equação abaixo:

$$\mathbf{k}^{(e)} = \iint_{A^{(e)}} \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} t \, dA \quad \text{(Equação 3.11)}$$

3.2 Métodos de Controle para Análises Não Lineares

Em uma estrutura real, sabe-se que a rigidez do sistema não varia de forma completamente linear, à medida que o fator de carga é aumentado ou diminuído. A mesma é dependente da maneira como a geometria se deforma (geometricamente não linear), pois em cada incremento de deflexão da estrutura há um novo balanço de carregamentos internos e externos para serem equilibrados.

Há, também, a não linearidade proveniente da porção inelástica da curva que caracteriza um dado material (fisicamente não linear). Ou seja, nesse trecho da curva “tensão versus deformação” de um material com características inelásticas quaisquer, não é possível se dizer que o aumento, ou a diminuição, na deformação acompanhará o crescimento, ou a redução, da tensão atuante na estrutura.

Assim, sabendo que existem essas variáveis que fazem com que um problema real se comporte de maneira não linear, é viável que se utilize alguns métodos de controle específicos para se atingir a convergência numérica e, conseqüente, solução do exercício matemático.

“Vários procedimentos têm sido propostos para obtenção da solução que atenda aos requisitos impostos pelas relações cinemáticas, às condições de equilíbrio e ao modelo do material. Estes procedimentos são normalmente denominados métodos de obtenção de trajetórias de equilíbrio. A fim de obter as referidas trajetórias, normalmente, executa-se um processo incremental-iterativo, de tal maneira que uma variável ou um conjunto de variáveis do problema seja controlado (Fuina 2004)”.

A equação abaixo rege o processo incremental-iterativo que determina o equilíbrio do sistema. A mesma permite determinar o equilíbrio incremental que corresponde à iteração j do passo i . As iterações podem ser entendidas como as tentativas numeradas para que o equilíbrio ocorra dentro do erro mínimo determinado pelo usuário. Já o passo pode ser referenciado como o incremento de carga, ou deslocamento, realizado sobre o modelo matemático.

$$[K]_{j-1}^i \cdot \{\delta U\}_j^i = \delta \lambda_j^i \cdot \{P\} + \{Q\}_{j-1}^i \quad (\text{Equação 3.12})$$

Onde,

$[K]_{j-1}^i \rightarrow$ É a matriz de rigidez tangente na iteração $j-1$ do passo i , função do campo de deslocamentos $\{\delta U\}_j^i$;

$\{\delta U\}_j^i \rightarrow$ É o vetor de deslocamentos incrementais da iteração j do passo i ;

$\delta \lambda_j^i \rightarrow$ É o incremento do fator de cargas na iteração j do passo i ;

$\{P\} \rightarrow$ É o vetor de cargas de referência;

$\{Q\}_{j-1}^i \rightarrow$ É o vetor de forças residuais da iteração $j-1$ do passo i .

(Fuina, 2004)

Dentre os métodos de controle utilizados em uma análise não linear, destacam-se o modelo por Controle de Carga e o modelo por Controle Direto de Deslocamentos.

3.2.1 Controle de carga

Neste método clássico de controle, a carga externa aplicada no modelo virtual recebe incrementos constantes no seu fator de carga na interação inicial de cada passo. Esses incrementos correspondem a variável $\delta \lambda_j^i$ da equação 3.11.

À medida que o fator de carga é alterado, a partir dos incrementos em $\delta \lambda_j^i$, o método recalcula os demais parâmetros da equação. Caso as forças residuais do modelo, $\{Q\}_{j-1}^i$, se encontrem dentro de um valor de tolerância aceitável, e definido pelo usuário, haverá a convergência da solução e um novo incremento de carga poderá ser realizado, permitindo que um novo passo seja calculado. Caso o erro esteja acima do valor aceitável, novas iterações, com valores menores da carga, ocorrerão dentro do mesmo passo, a fim de se buscar um menor erro e, conseqüente, convergência.

A figura 3.4 ilustra este processo. Nela fica evidente que não haverá convergência numérica se o valor da carga externa for superior ao ponto limite, ponto B. Isso acontece

porque a linha horizontal que rege a trajetória de iteração não conseguirá cruzar a curva de trajetória de equilíbrio do sistema.

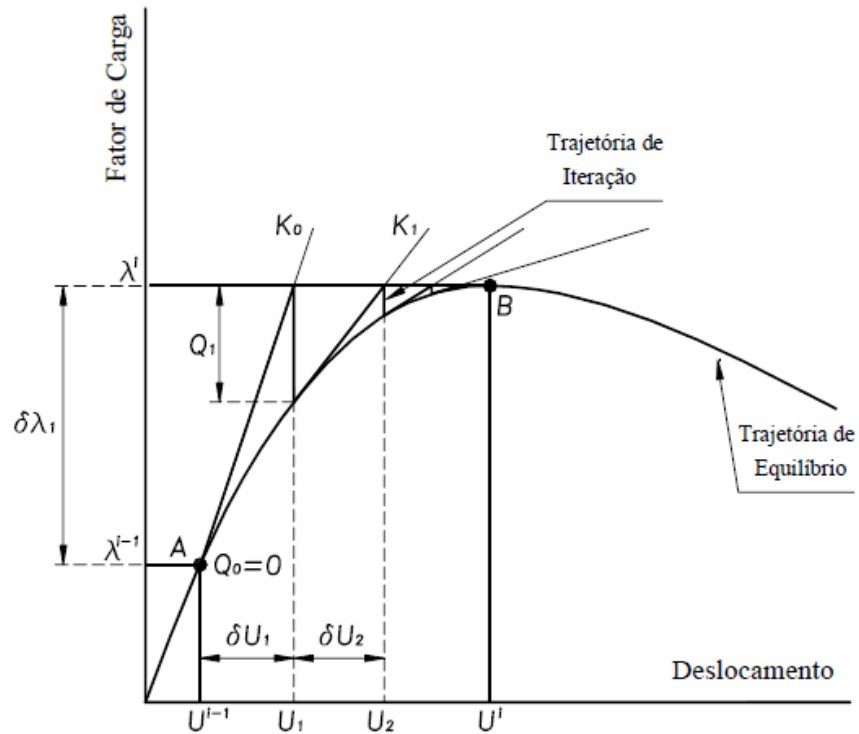


Figura 3.4: Trajetória de equilíbrio – Controle de carga (Fuina, 2004).

3.2.2 Controle direto de deslocamento

O método de controle direto de deslocamento é análogo ao método de controle direto de carga. A principal diferença consiste em se incrementar deslocamentos no início de cada passo, ao invés de se incrementar o valor da carga externa. Assim, escolhe-se um determinado grau de liberdade do modelo computacional e, nesta direção, se aumenta o valor do deslocamento prescrito de um nó, por exemplo.

Pelo esquema da figura 3.5, pode ser observado que não ocorrerá a convergência numérica para a obtenção da solução do problema se o sistema experimentar uma diminuição no deslocamento de controle de um nível de carga para o outro.

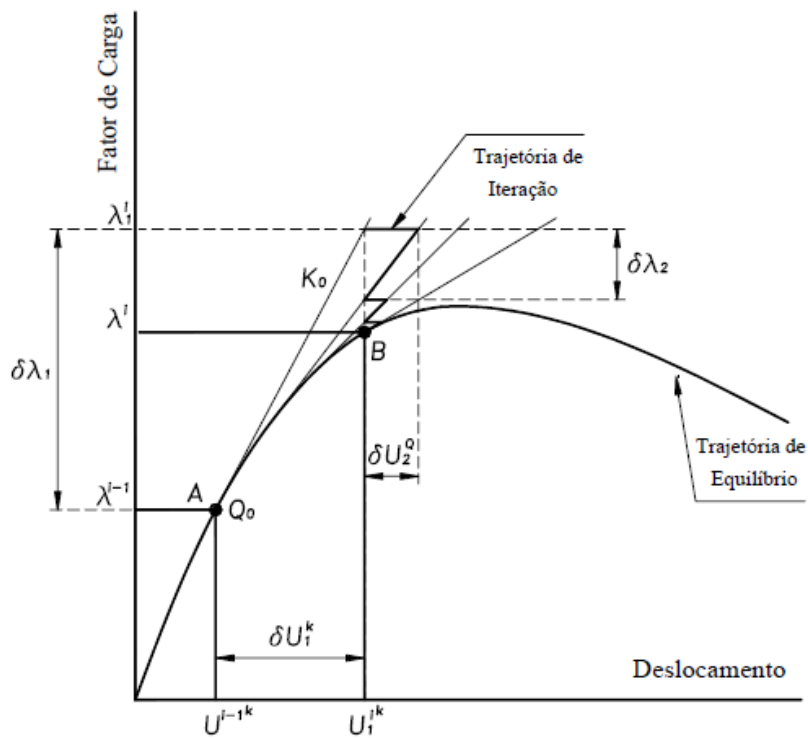


Figura 3.5: Trajetória de equilíbrio – Controle de deslocamento (Fuina, 2004).

De maneira didática e simplificada, Fuina (2004) apresenta um diagrama que resume todo o processo iterativo para obtenção da convergência de um problema não linear. O mesmo pode ser visto na imagem seguinte.

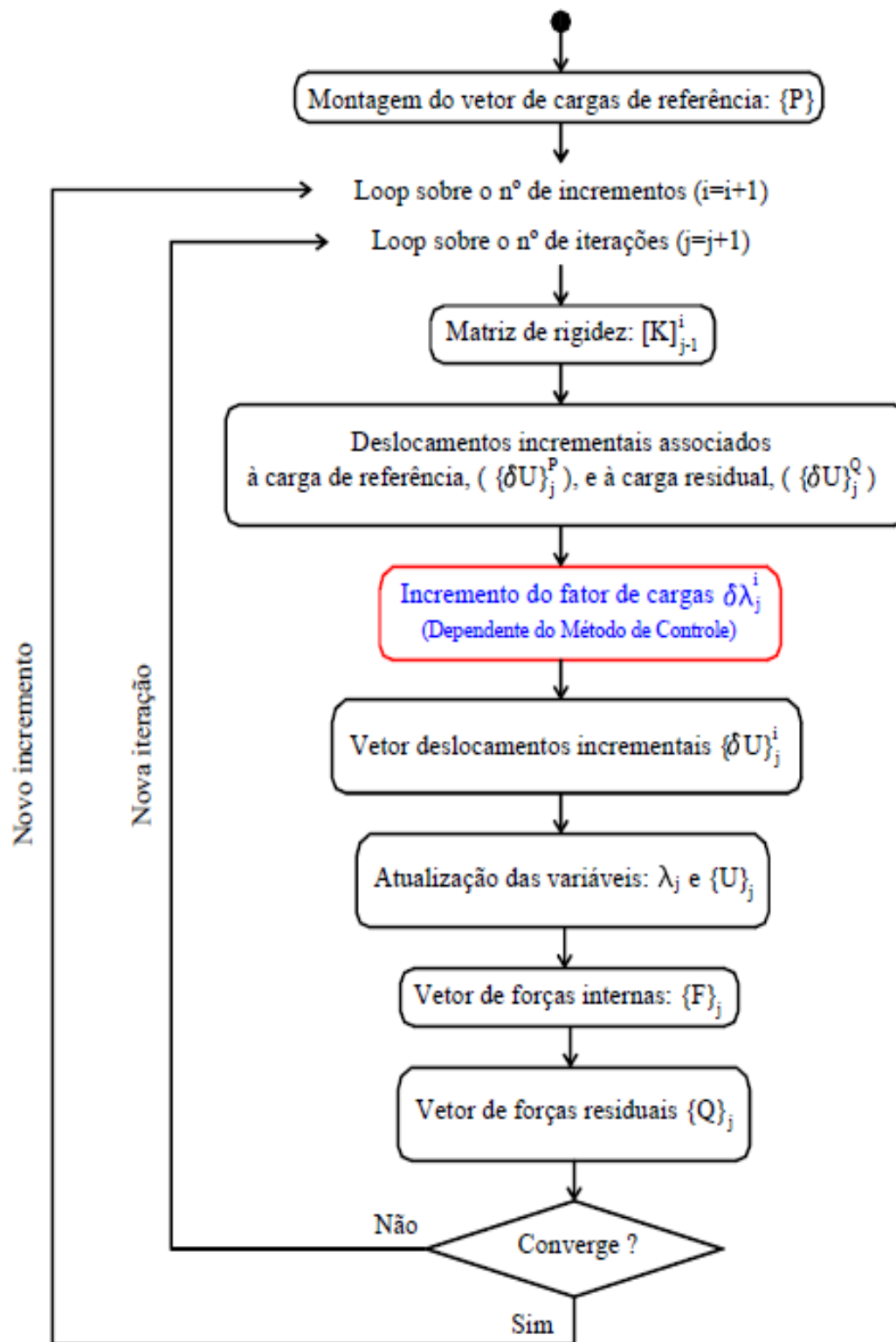


Figura 3.6: Algoritmo genérico para métodos de controle (adaptado de Fuina, 2004).

3.3 Teoria da Plasticidade

Qualquer corpo real se deforma, quando submetido a carregamentos externos. Essa deformação pode ser de caráter elástico, quando o corpo retorna à sua condição de deformada inicial ao se remover o carregamento externo atuante, ou de caráter plástico, quando há alguma deformação irreversível nesse corpo. Assim, quando o carregamento é alto o suficiente para que o material deixe de trabalhar em um regime linear elástico e passe a ser regido por uma condição de não linearidade física, diz-se que a tensão de escoamento foi ultrapassada.

Como destacado por Oliveira (2016), para que ocorra uma boa descrição do comportamento elastoplástico de um material para o estado multiaxial de tensões, é necessário seguir as seguintes hipóteses:

1. Existência de um domínio elástico para o material, onde há reversibilidade nas deformações atingidas pelo componente testado. A delimitação deste domínio é uma função da tensão de escoamento.
2. Existência de deformações inelásticas, originadas a partir de tensões superiores à tensão de escoamento.
3. Ocorrência do fenômeno de encruamento, ou amolecimento, do material à medida que ocorrem deformações inelásticas.

3.3.1 Critérios de Escoamento

Com a evolução da teoria de plasticidade, vários critérios foram propostos para se determinar os limites de escoamento dos materiais. Serão abordados neste trabalho os critérios de Von Mises e de Rankine.

3.3.1.1 Critério de falha de Von Mises

Ao se observar que os materiais dúcteis tensionados hidrostáticamente exibiam resistência superior aos valores obtidos em ensaios de tração simples, Von Mises buscou uma nova forma de caracterizar a falha de um componente. Para tal, ele determinou, através da teoria da energia de distorção, que uma falha ocorrerá sempre que a energia de deformação por distorção em uma unidade de volume for superior à energia de deformação por distorção por unidade de volume correspondente ao escoamento sob tração ou compressão do mesmo material (Shigley, 2005).

Assim, em um elemento que esteja submetido a um estado de tensões em um plano, a tensão limite de escoamento é delimitada por uma elipse, com a seguinte função:

$$\sigma_e = \sqrt{(\sigma_x^2 - \sigma_x\sigma_y + \sigma_y^2 + 3\tau_{xy}^2)} \quad (\text{Equação 3.13})$$

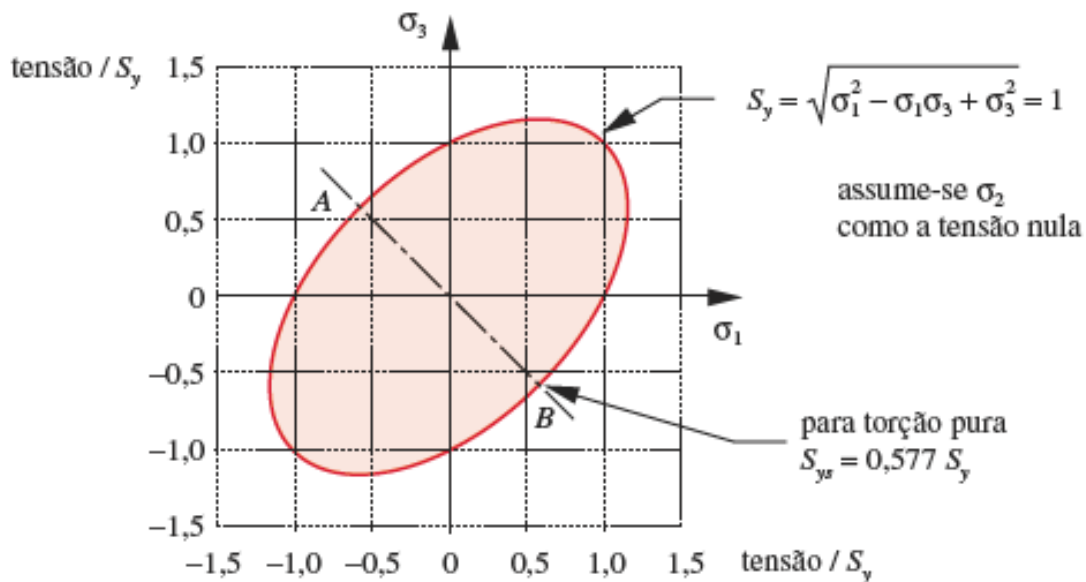


Figura 3.7: Elipse da energia de distorção (Norton, 2013).

A teoria desenvolvida por Von Mises é menos conservadora do que as demais teorias de falha para materiais dúcteis. No entanto, em testes físicos experimentais, a mesma se aproxima

com maior frequência do valor determinado pelos equipamentos. Por isso é uma das hipóteses mais utilizadas em meios de engenharia.

3.3.1.2 Critério de falha de Rankine

A teoria proposta por Rankine é, geralmente, mais adequada a materiais que apresentem uma característica frágil. A mesma estipula que um componente sofrerá falha se a sua tensão normal máxima atuante for superior a tensão normal máxima resistente do mesmo, em uma ensaio uniaxial de tração.

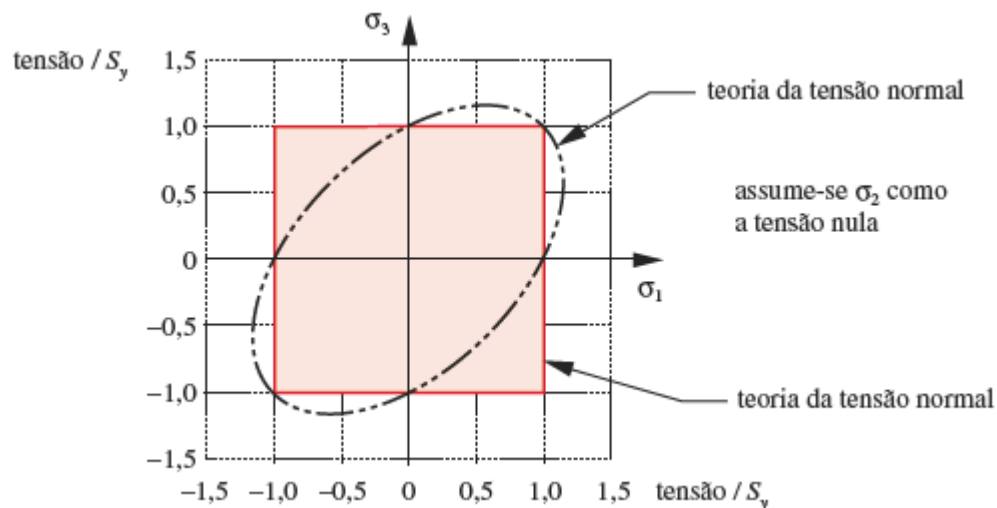


Figura 3.8: Comparativo entre a elipse da energia de distorção e a envoltória de tensão normal máxima (Norton, 2013).

Assim, as equações que regem essa metodologia são:

$$\sigma_1 \geq S_t \quad (\text{Equação 3.14})$$

$$\sigma_2 \geq S_c \quad (\text{Equação 3.15})$$

Onde σ_1 e σ_2 são as tensões normais atuantes no plano e S_t e S_c são as tensões resistentes à tração e compressão, respectivamente.

3.3.2 Leis de encruamento

Para a maioria dos materiais reais, a curva característica de “tensão versus deformação” tem uma continuidade não linear, depois de atingida a tensão de escoamento. Em alguns casos, ocorre um aumento nas tensões, o que caracteriza um encruamento do material, ou endurecimento por trabalho a frio. Em outras situações, a tensão começa a diminuir, indicando que o material sofre amolecimento após o limite de proporcionalidade.

Ao se analisar uma estrutura, é conveniente que o engenheiro seja capaz de idealizar e entender em qual modelo elastoplástico o material em questão se adequa melhor.

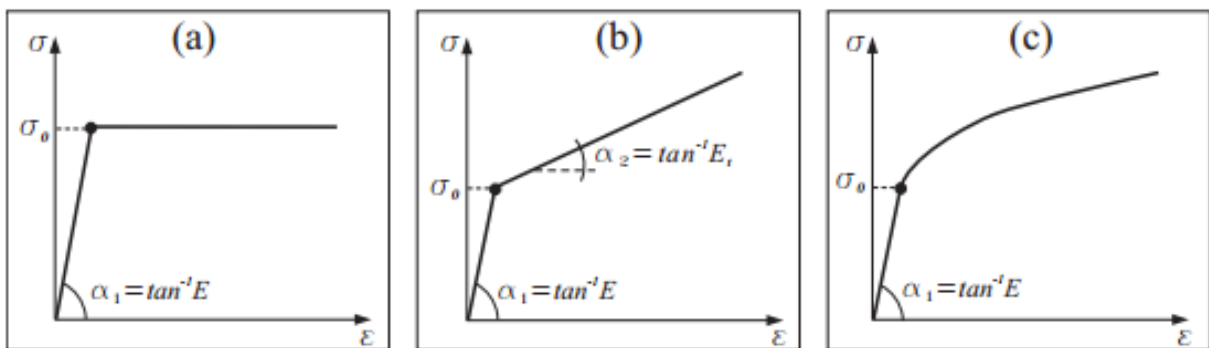


Figura 3.9: Leis de encruamento (Malavolta, 2008).

- Plasticidade Perfeita \rightarrow Depois de atingida a tensão de escoamento, o material mantém a tensão constante, sem aumento ou diminuição da mesma.
- Elastoplástico bilinear \rightarrow Depois de atingida a tensão de escoamento, o material sofre amolecimento ou endurecimento de forma linear.
- Elastoplástico não linear \rightarrow Depois de atingida a tensão de escoamento, o material sofre amolecimento ou endurecimento de forma não linear.

4 SIMULAÇÕES NUMÉRICAS

Com o intuito de se verificar as diferenças entre os dois critérios de plasticidade mencionados até aqui, algumas simulações numéricas foram realizadas. Para tal, foi escolhida uma geometria simples e didática.

4.1 Geometria

Trata-se de uma chapa fina com área retangular. Além disso, a mesma possui um furo como concentrador de tensões no seu centro. Esta é uma geometria muito conhecida e utilizada em muitos livros e artigos científicos, o que explica a sua escolha pra este trabalho. As dimensões da chapa de espessura igual a 2 mm podem ser visualizadas na figura abaixo.

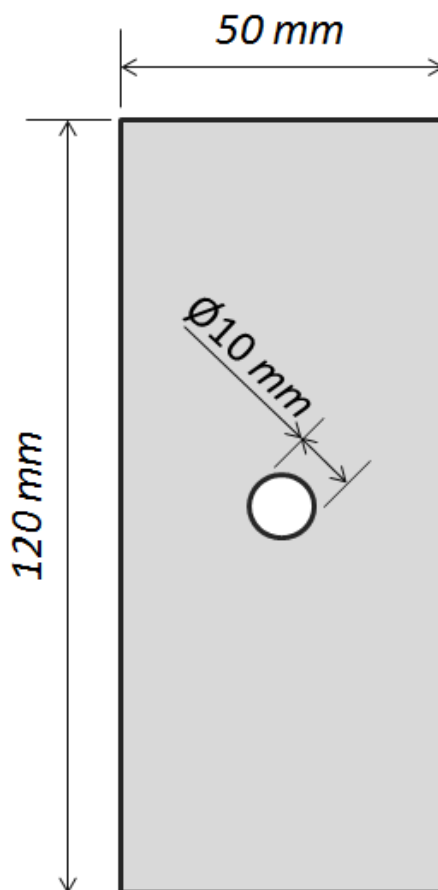


Figura 4.1: Geometria de estudo.

4.2 Ensaio

O ensaio consiste em tracionar a chapa mostrada com carregamentos altos o suficiente para que ocorram deformações plásticas. Assim, os critérios de escoamento atuarão e as suas diferenças poderão ser notadas. Na análise numérica serão aplicados deslocamentos prescritos e, a partir dos resultados, será possível entender a carga na qual ocorre a plasticidade.

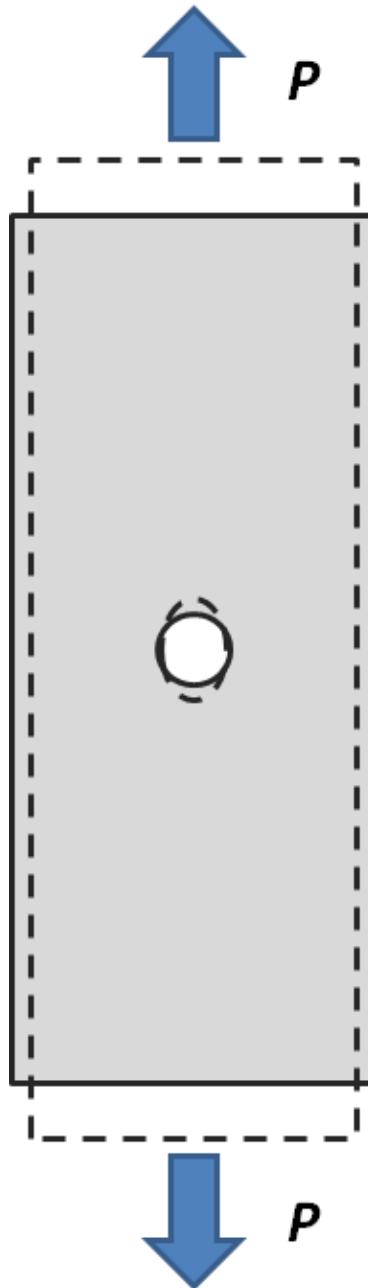


Figura 4.2: Ensaio proposto.

4.3 Pré Processamento

4.3.1 Discretização da geometria

Como a estrutura a ser analisada é simétrica em torno de ambos os eixos, optou-se por utilizar um modelo numérico que empregue os conceitos de simetria. Assim, a análise se torna mais elegante e reduz o tempo de processamento computacional consideravelmente. Para isso, somente $\frac{1}{4}$ da chapa é modelada em elementos finitos. Ainda, torna-se necessário realizar a correta restrição dos graus de liberdade do modelo.

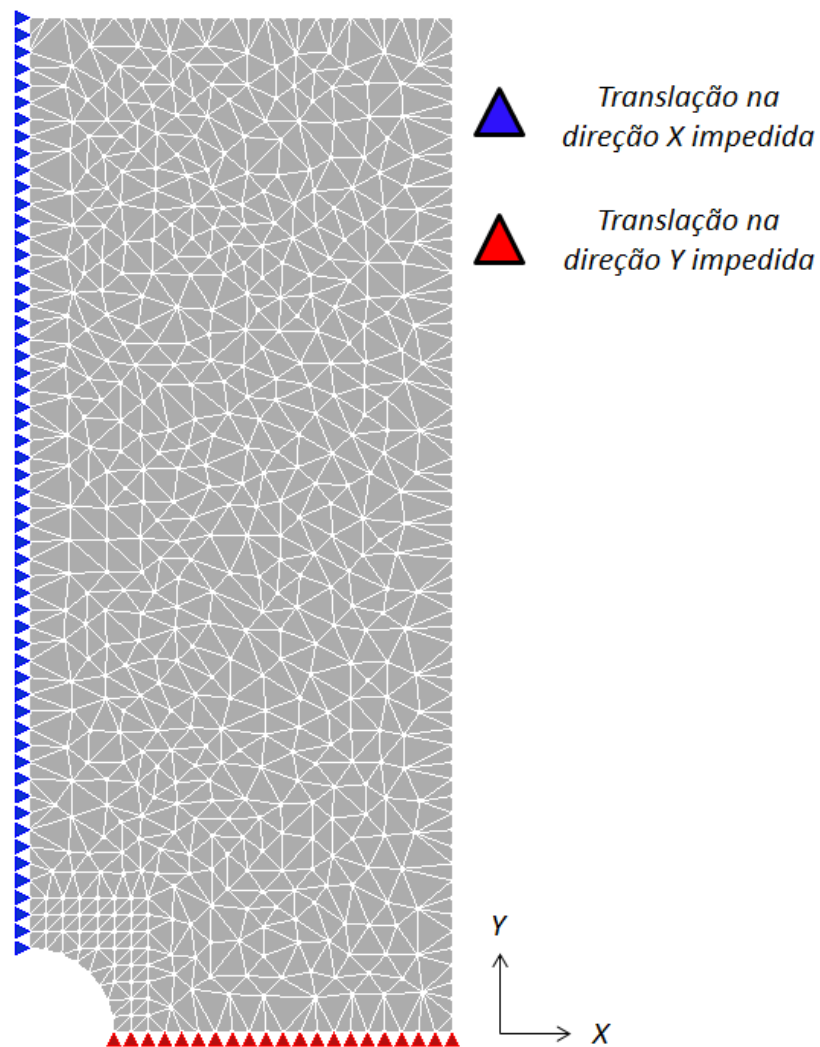


Figura 4.3: Condições de simetria (Software INSANE).

Para a discretização do modelo computacional, foram utilizados elementos finitos triangulares de três nós. Os mesmos são caracterizados por possuir somente um ponto de integração numérica, em seu centro geométrico. Assim, com o objetivo de se obter bons resultados, mesmo com elementos que são regidos por uma função linear, tomou-se o devido cuidado de se refinar a malha em pontos de maior interesse, como pode ser visto na figura abaixo.

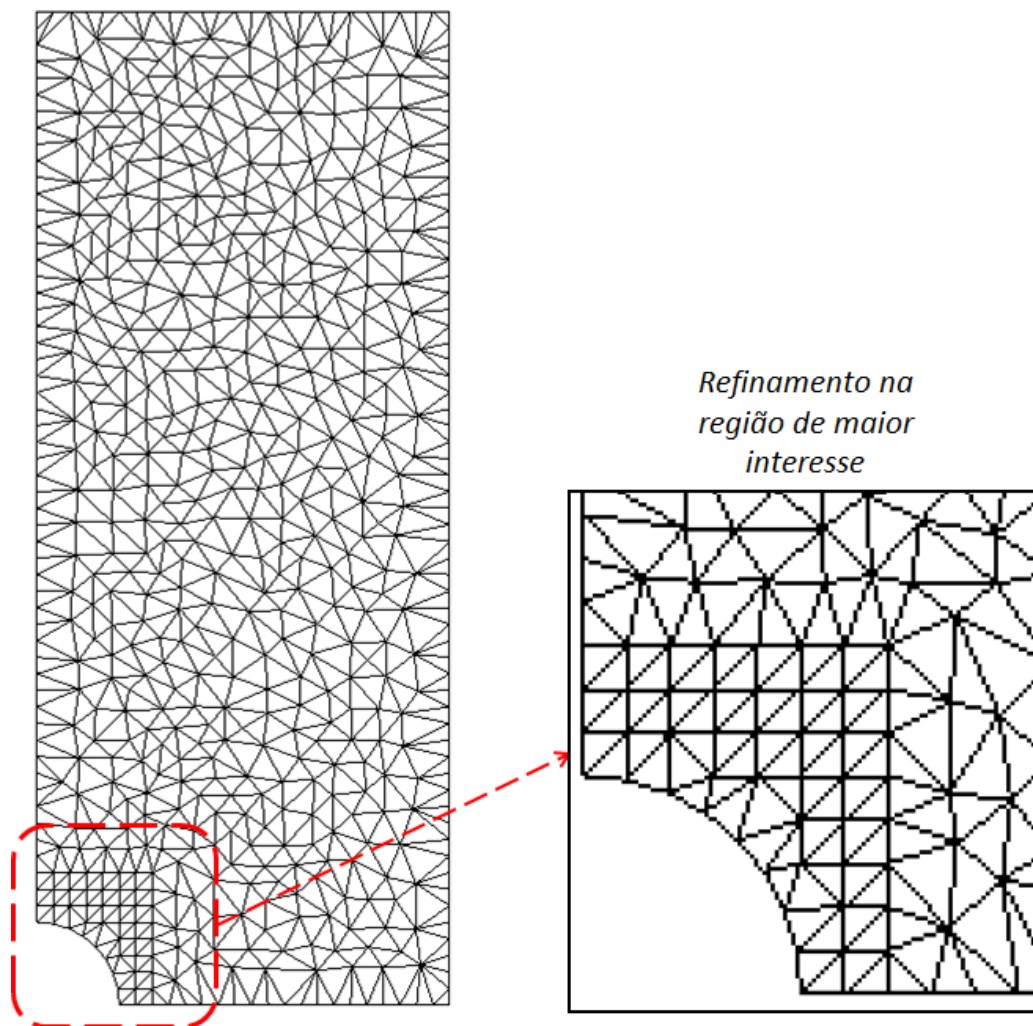


Figura 4.4: Discretização do modelo numérico (Software INSANE).

Os elementos finitos refinados possuem tamanho médio de 1mm e os demais elementos finitos possuem tamanho médio de 3mm.

4.3.2 Características do material

O material considerado nas análises virtuais é um aço carbono comum e muito utilizado em indústrias. O mesmo possui boa ductilidade, com tensão de escoamento na ordem de 357,0MPa. A sua tensão de ruptura é de 549,5MPa. Esses dados foram retirados de ensaios de tração realizados previamente, e devidamente tratados por meios estatísticos.

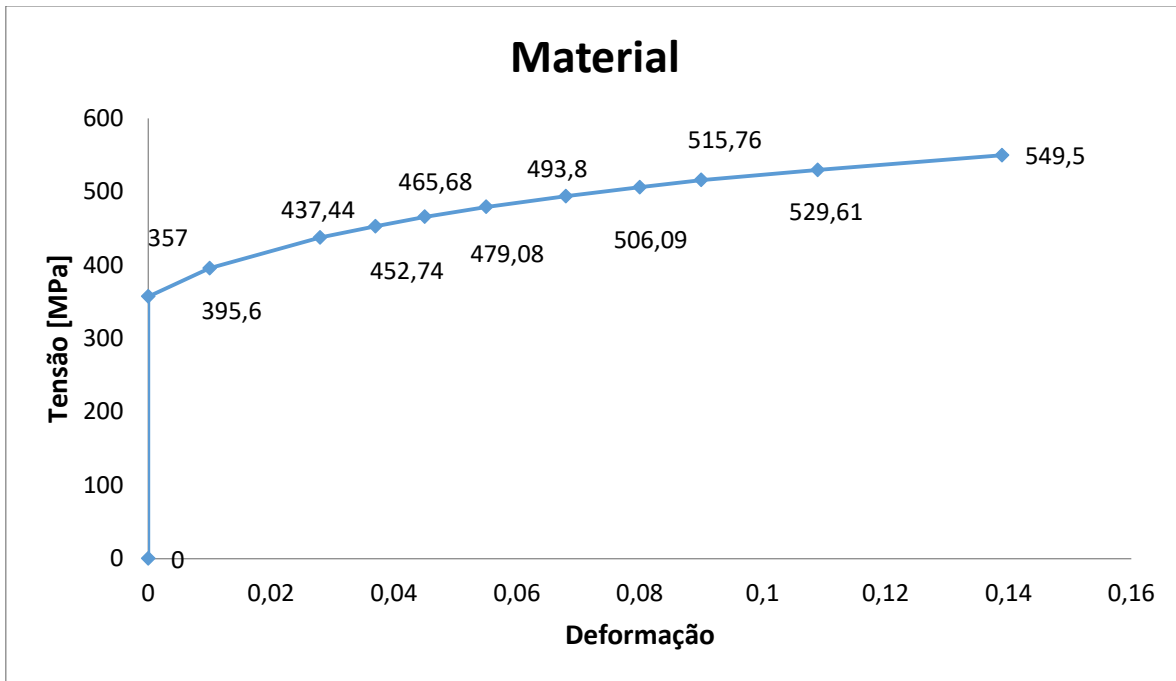


Figura 4.5: Curva tensão x deformação – Material.

$\sigma_{escoamento} = 357,0MPa$	→	Tensão de escoamento
$\sigma_{ruptura} = 549,5MPa$	→	Tensão de ruptura
$\gamma = 0,3$	→	Coefficiente de Poisson
$E = 205GPa$	→	Módulo de elasticidade

Como já mencionado neste trabalho, é necessário se definir uma condição de endurecimento para o material a ser estudado. A figura 4.5 sugere que, apesar de se tratar de um sistema elastoplástico não linear, é possível e razoável que a curva seja tratada como elastoplástica bilinear.

Assim, o módulo de endurecimento pode ser calculado pela tangente da reta relativa à segunda parte linear da curva do material, como mostrado na figura 4.6, resultando em 1375 MPa para o caso estudado nesse trabalho.

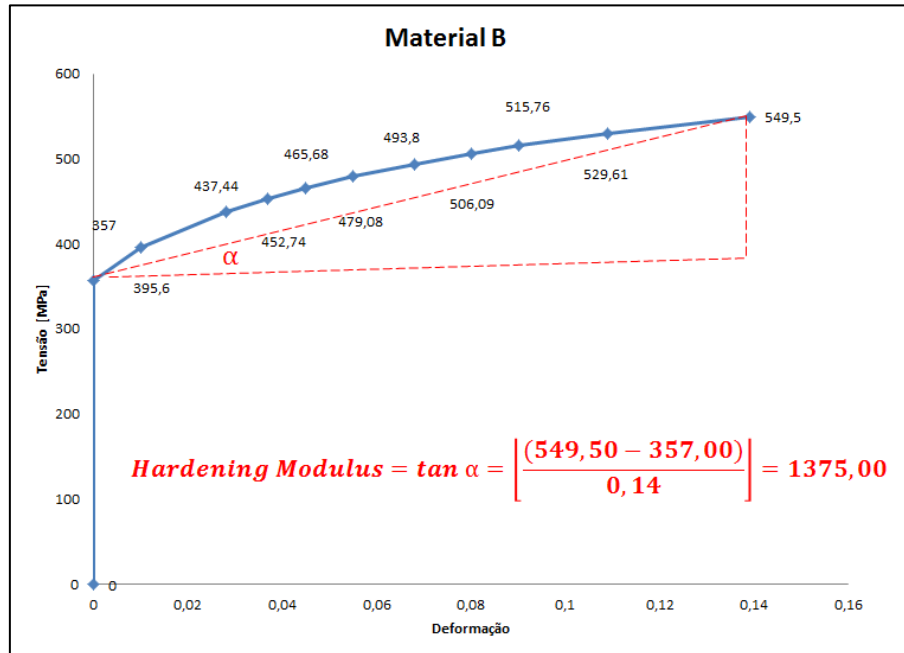


Figura 4.6: Módulo de endurecimento – Material.

Com todos os parâmetros definidos, a entrada de dados no software INSANE fica:

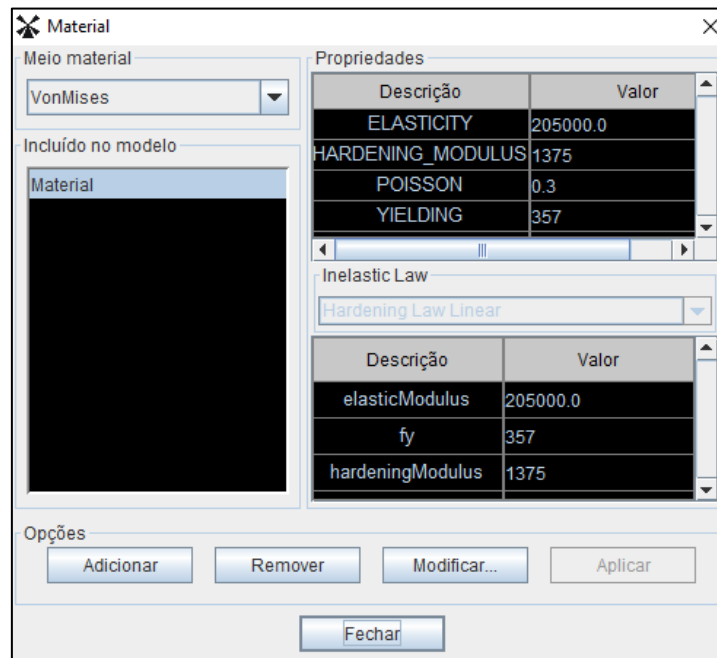


Figura 4.7: Material – Software INSANE.

4.4 Processamento

Foram realizados incrementos de deslocamento, na direção Y, em uma das faces da chapa, de forma que essa face se deslocasse de 0,0016mm em cada passo, ou “STEP” como é denominado no *software* INSANE. No total, foram feitos 100 passos, gerando um deslocamento total de 0,1600mm. Esse deslocamento prescrito impõe um carregamento total de 25.000N à chapa.

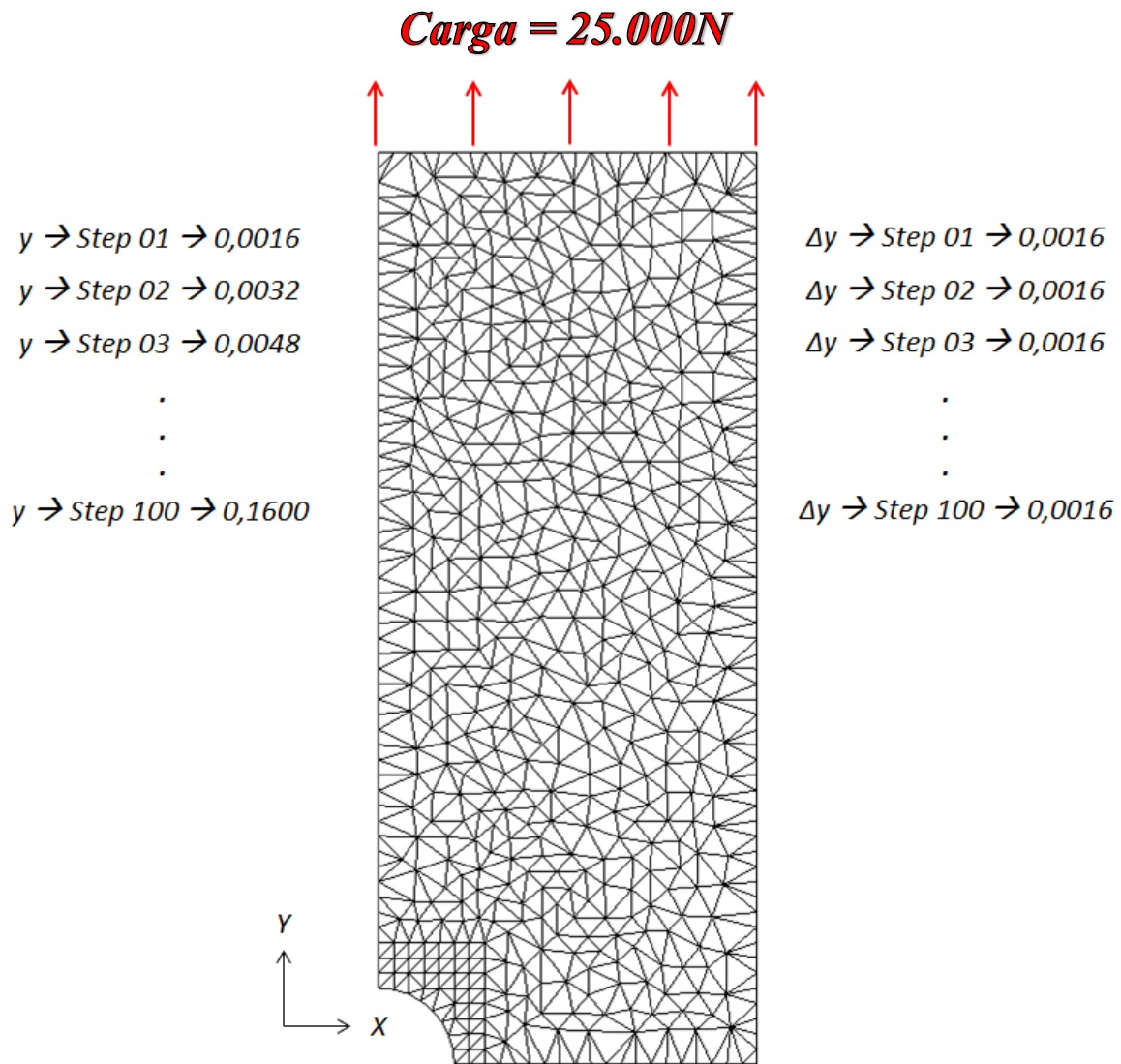


Figura 4.8: Incrementos de deslocamentos – Software INSANE.

À medida que a chapa se deslocava, as forças internas e externas do corpo precisavam atingir o equilíbrio. Esse equilíbrio foi verificado pelo controle direto de deslocamentos, como

apresentado no item 3.2.2 deste texto. A tolerância máxima admitida durante a obtenção do equilíbrio foi de 0,001. Foram realizados até 10 iterações em busca desse erro máximo, antes que se definisse que a convergência não foi obtida.

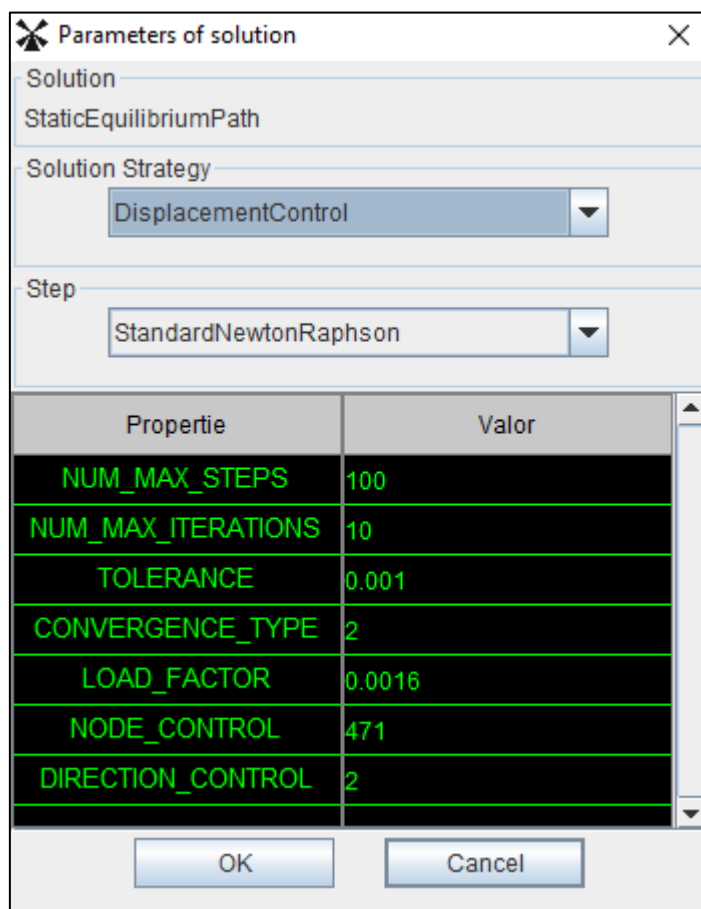


Figura 4.9: Processamento – Software INSANE.

4.5 Pós Processamento

Após a aplicação de todo o deslocamento na chapa (0,1600mm), as variáveis de interesse foram coletadas. Essas são as tensões principais, a tensão cisalhante e os deslocamentos nodais nas direções X e Y. Além disso, foi possível se monitorar o fator de carga imposto à estrutura na medida em que os passos foram acontecendo.

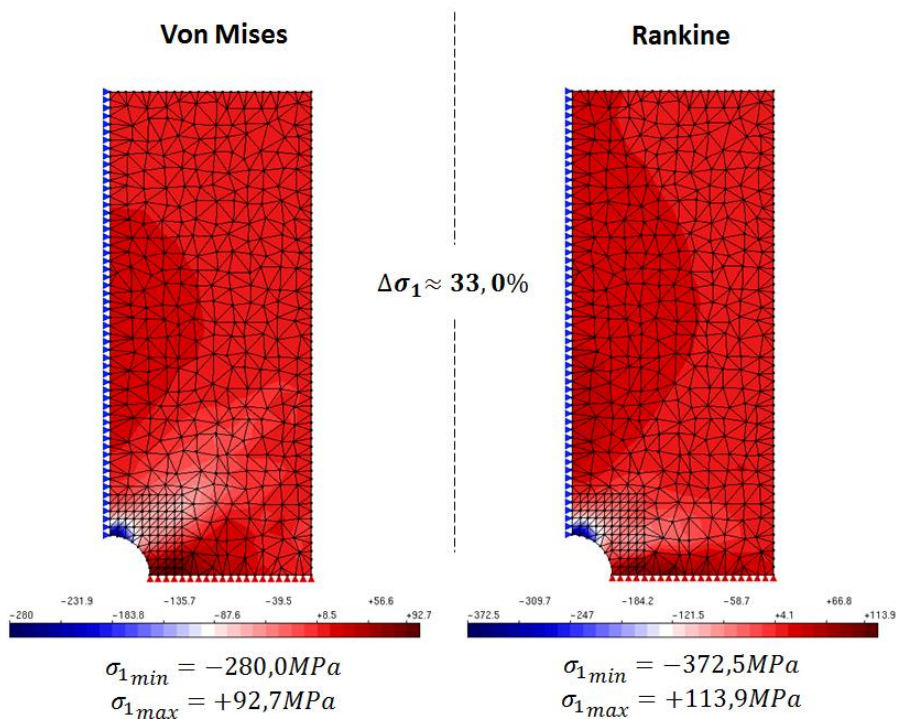


Figura 4.10: Resultados – Tensão principal σ_1 – Software INSANE – Step 100 ($\Delta y = 0,16\text{mm}$).

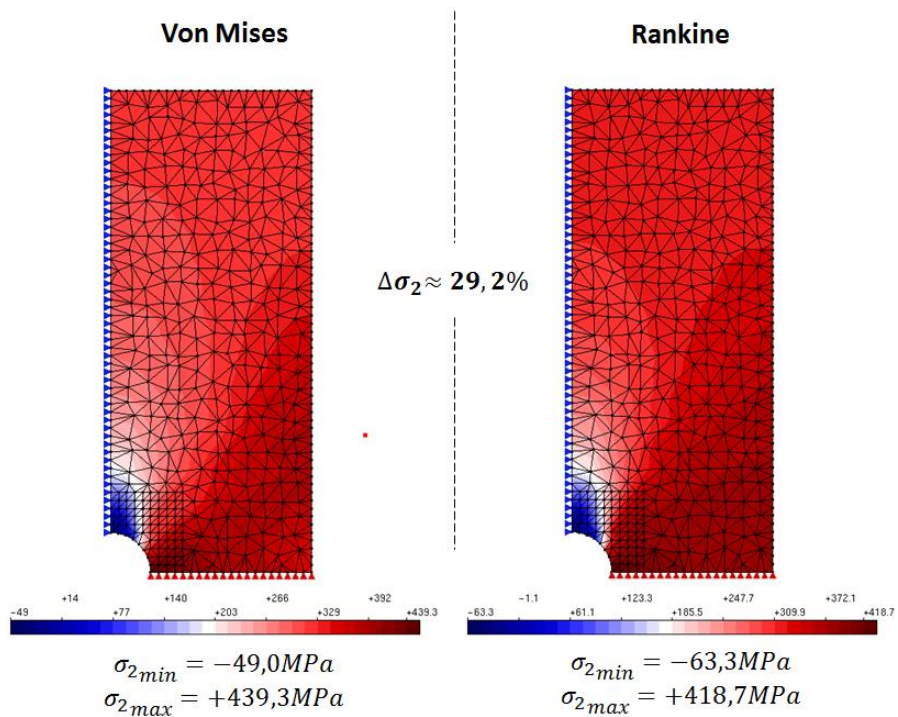


Figura 4.11: Resultados – Tensão principal σ_2 – Software INSANE – Step 100 ($\Delta y = 0,16\text{mm}$).

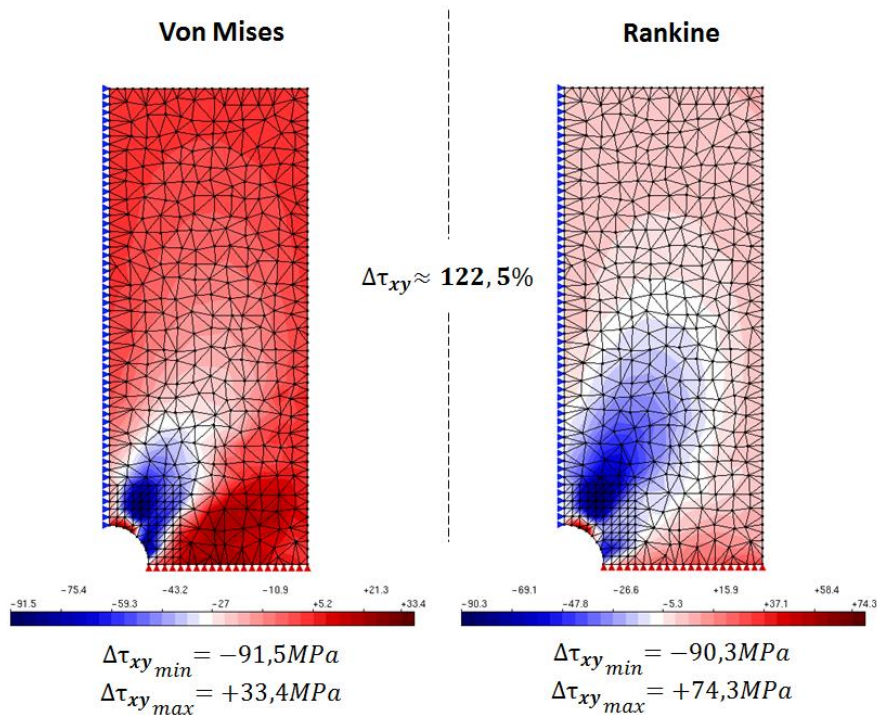


Figura 4.12: Resultados – Tensão cisalhante XY – Software INSANE – Step 100 ($\Delta y = 0,16\text{mm}$).

Os resultados apresentados mostram que os mapas de tensões são muito semelhantes para as tensões principais, quando se compara os critérios de escoamento propostos por Von Mises e por Rankine. Há uma diferença significativa nos valores em módulo dessas tensões, podendo chegar a diferenças percentuais de até 33,0%, para tensão principal σ_1 .

A maior variação encontrada, tanto no valor em módulo das tensões quanto nos mapas de distribuição das tensões, foi ao se comparar as tensões cisalhantes para os dois critérios de escoamento. A diferença percentual nos valores de tensão chegou a 122,5%. O motivo principal para tamanha discrepância está no fato de que o critério proposto por Von Mises aborda a energia de distorção, enquanto que o critério de Rankine é baseado, somente, em tensões normais, sem considerar tensões cisalhantes no critério de falha.

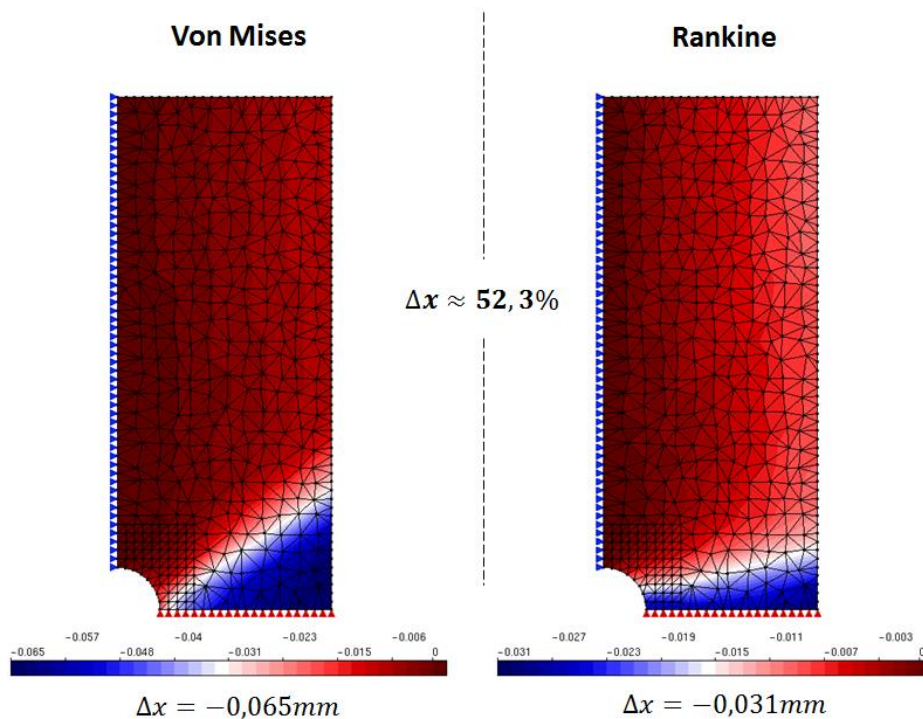


Figura 4.13: Resultados – Deslocamentos na direção X – Software INSANE – Step 100
($\Delta y = 0,16mm$).

Quanto ao mapa de deslocamentos, observa-se que o critério de Von Mises causa maior estricção na seção transversal da chapa, quando comparado com a critério de Rankine.

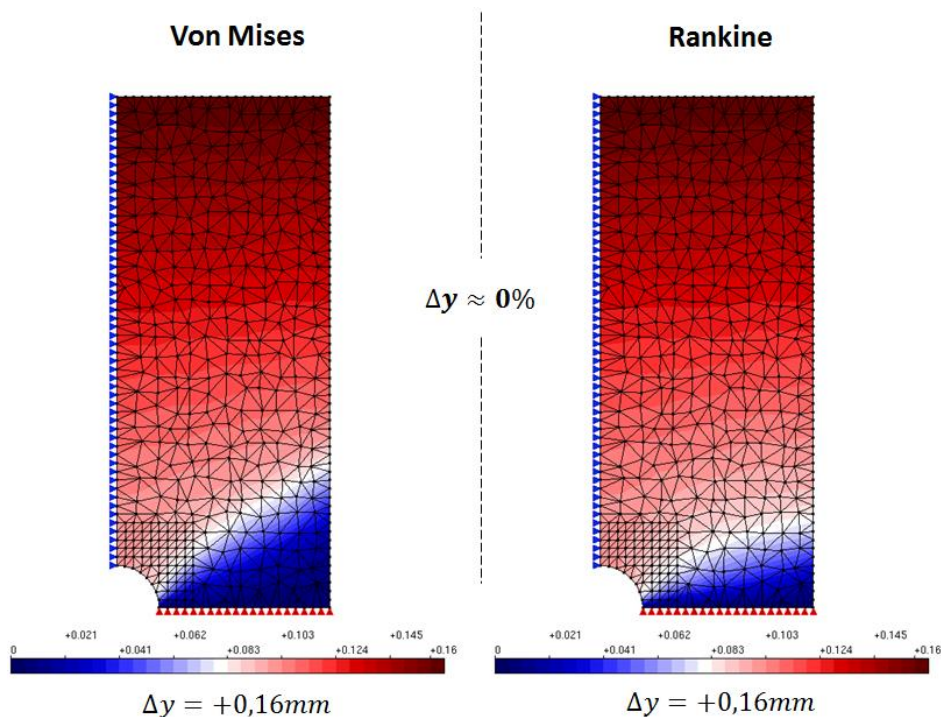


Figura 4.14: Resultados – Deslocamentos na direção Y – Software INSANE – Step 100 ($\Delta y = 0,16\text{mm}$).

Como último resultado, pode-se plotar o gráfico “Fator de Carga x Deslocamento Y” do nó incrementado. Percebe-se que ambas as teorias se comportam de forma muito parecida durante a aplicação do carregamento em regime elástico. As diferenças começam a ficar um pouco mais evidentes quando o material inicia a sua transição de deformação elástica para deformação plástica, que acontece em deslocamentos próximos de 0,07mm.

No entanto, fica claro que essas diferenças são poucas. O comportamento da curva é muito similar para ambos os critérios. Além disso, o fator de carga final para o critério de Von Mises é 1,2049, enquanto que o critério de Rankine apresenta fator de carga final de 1,2082. A diferença percentual é de apenas 0,3%. Esse resultado mostra que, assim como já mencionado em diversas literaturas, o critério de escoamento de Von Mises é um pouco menos conservador do que o critério proposto por Rankine.

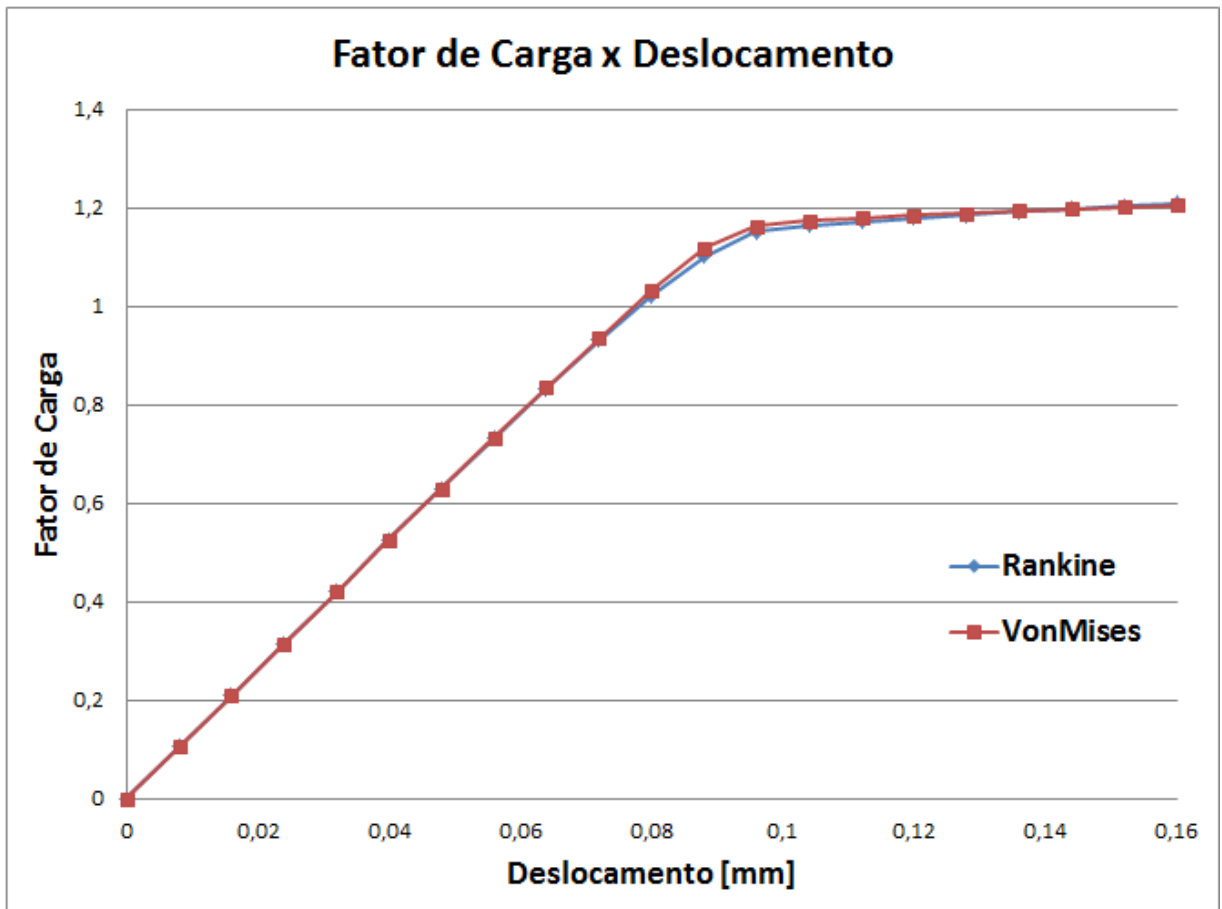


Figura 4.15: Resultados – Fator de carga x Deslocamentos na direção Y – Software INSANE.

Como pode ser visto na figura 4.15, os resultados de ambos os critérios mostram uma tendência bilinear para as curvas dos materiais. Além disso, como o módulo de endurecimento não é tão alto, as curvas apresentam uma inclinação pequena.

5 CONCLUSÃO

Finalizados os testes numéricos, percebeu-se que, para a chapa apresentada neste trabalho, as diferenças dos resultados entre os dois critérios de escoamento não foi tão grande. Quando comparando as tensões principais atuantes na chapa, pode se concluir que os valores em módulo das mesmas não apresentaram discrepâncias. Ainda, ambos os critérios apresentaram mapas de tensões principais muito semelhantes entre si.

Porém, ao se comparar os valores em módulo das tensões de cisalhamento houve diferença percentual muito significativa, chegando a 122,5%. Essa divergência acontece porque o critério de escoamento de Rankine considera, somente, tensões normais para caracterizar o escoamento do material, enquanto que o critério de Von Mises é baseado na energia de distorção.

Ainda, os fatores de carga calculados pelo software foram muito próximos um do outro, quando comparando as duas teorias. Houve diferença percentual de pouco mais que 0,3%. Esse fato nos leva a entender que a resposta da estrutura à aplicação externa de cargas foi muito similar. Outro indício da afirmativa anterior é que os mapas de tensões mostram que, apesar de não possuírem valores em módulo iguais, as tensões se distribuem de forma semelhante em ambos os critérios.

Por fim, observando-se os dados deste trabalho, pode-se concluir que, em casos onde a tensão cisalhante atuante é significativa, é de melhor senso se utilizar o critério de escoamento de Von Mises, visto que o critério de Rankine não leva em consideração esse tipo de tensão atuante.

6 REFERÊNCIAS

CURY, A. *Resistência dos Materiais 2*, apostila de aula.

FUINA, J. S. *Métodos de controle de deformações para análise não-linear de Estruturas*, Dissertação de Mestrado, UFMG, 2004.

MALAVOLTA, A. T. *Metodologia para Determinação dos Parâmetros Utilizados em uma Nova Superfície de Escoamento Anisotrópica para Processos de Conformação de Chapas Metálicas*, Tese de Doutorado, USP, 2008.

NORTON, R. L. *Projeto de Máquinas – Uma Abordagem Integrada*, 4ª edição, Bookmen, 2013.

OLIVEIRA, D. B. *Implementação Computacional de Modelos Elastoplásticos para Análise Não Linear*, Dissertação de Mestrado, UFMG, 2016.

OÑATE, E. *Structural Analysis with the Finite Element Method – Linear Statics. Volume 01 – Basis and Solids*, 1ª edição, Springer, 2009.

SHIGLEY, J. E. *Projeto de Engenharia Mecânica*, 7ª edição, Bookman, 2005.