

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
ESCOLA DE ENGENHARIA**

**CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM
ANÁLISE E DIMENSIONAMENTO DE ESTRUTURAS DE
CONCRETO ARMADO E AÇO**

**ESTUDO DA PUNÇÃO EM LAJES LISA – MODELO TEÓRICO E
ANÁLISE EM CÓDIGOS COMPUTACIONAIS**

PAULO AUGUSTO FERREIRA DO VALE

2018

AGRADECIMENTOS

A Deus, por ter sempre me guiado e aberto as portas em meus caminhos, dando-me saúde e força para superar as dificuldades e alcançar minhas aspirações.

Aos meus pais, Joana e Paulo, por todo amor, incentivo e apoio, além de tudo o que sempre fizeram por mim, satisfazendo-se em apenas presenciar minhas realizações. Agradeço a toda minha família que se mostrou solidária em todos os momentos, em especial as minhas irmãs Lays e Larissa.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Gabriel de Oliveira Ribeiro, por toda a atenção e suporte, além da paciência na orientação, tornando possível a conclusão desta monografia.

Agradeço a todos os professores do curso de Especialização em Análise e Dimensionamento de Estruturas de Concreto Armado e AÇO da UFMG que tanto contribuíram para a formação deste profissional.

A todos os meus amigos, que sempre torceram pelo meu sucesso, especialmente Gregório, Silvia e Nathalia por compartilharem comigo maior parte dos momentos de graduação.

E a todos que fizeram parte da minha formação, o meu muito obrigado.

Resumo

Lajes lisas são definidas como um sistema estrutural em que as lajes apoiam diretamente nos pilares, sem a utilização de vigas para transferência dos esforços. Esse sistema é bastante difundido e aceito no meio técnico devido as diversas vantagens em relação ao sistema convencional de lajes sobre vigas, principalmente no que se refere aos projetos arquitetônicos diferenciados. O objetivo deste trabalho foi avaliar as diferenças obtidas com a utilização do Processo de Pórticos Múltiplos e do programa TQS, em relação a análise estrutural, dimensionamento e detalhamento de lajes lisas em concreto armado, além de avaliar os esforços obtidos pelo SAP2000 em comparação com os outros dois sistemas de análise, a fim de verificar e explicitar as causas de possíveis diferenças nos resultados. Para obtenção dos dados necessários, foram realizadas uma análise mais precisa em dois programas computacionais. Os resultados mostraram uma grande variação nos valores obtidos entre o processo utilizado e o os softwares, para o mesmo modelo.

SUMÁRIO

	LISTA DAS TABELAS	7
	LISTA DAS FIGURAS	8
	LISTA DOS GRÁFICOS	10
	LISTA DE SÍMBOLOS	11
	LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS	14
1	INTRODUÇÃO	15
2	OBJETIVO	16
3	REVISÃO DA LITERATURA	17
3.1	Lajes Lisas e Lajes Cogumelo	17
3.1.1	Tipos de ruína	17
3.1.2	Capitéis	18
3.1.3	Vantagens das lajes lisas e lajes cogumelo	19
3.1.4	Desvantagens das lajes lisas e lajes cogumelo	20
3.2	Punção	20
3.2.1	Superfície de ruína	22
3.2.2	Parâmetros envolvidos	23
3.2.3	Armaduras para o combate à punção	23
3.3	Análise Estrutural	25
3.3.1	Processo dos pórticos múltiplos	26
3.3.2	Processo dos pórticos equivalentes	27
3.4	Dimensões Mínimas	29
3.5	Recomendações da ABNT NBR 6118:2014	30
3.5.1	Definição da tensão solicitante nas superfícies críticas C e C'	31
3.5.2	Definição da tensão resistente nas superfícies críticas C, C' e C''	37
3.5.3	Colapso progressivo	41
3.5.4	Disposições construtivas	42
4	MODELAGEM	44
4.1	Apresentação	44

4.2	Dados Gerais.....	44
4.3	Carregamento.....	45
5	VALIDAÇÃO DOS MODELOS COMPUTACIONAIS	46
6	PROCESSO DOS PÓRTICOS MÚLTIPLOS	51
6.1	Verificações	51
6.1.1	Generalidades	51
6.1.2	Validade e condições do processo	51
6.1.3	Dimensões dos elementos.....	52
6.2	Esforços nos pórticos.....	52
6.3	Dimensionamento das armaduras	60
6.3.1	Flexão	60
6.3.2	Punção	63
7	MODELAGEM COM O SAP2000	83
7.1	Definição da malha e das condições de contorno	83
7.2	Carregamentos	84
7.3	Definição das combinações de análise.....	85
7.4	Processamento	85
7.5	Avaliação dos resultados	85
7.5.1	Avaliação do deslocamento máximo	86
7.5.2	Momentos fletores	87
7.5.3	Tensões	90
8	MODELAGEM COM O TQS	92
8.1	O <i>software</i>	92
8.2	Critério de cálculo.....	93
8.2.1	Modelo de apoio padrão	93
8.2.2	REDMOL – Redutor do coeficiente de molas.....	94
8.2.3	REDMOZ – Redutor do coeficiente de mola Z para apoios elásticos.....	94
8.2.4	Divisor da inércia á torção das barras da grelha	94
8.2.5	Discretização da malha	94
8.3	Resultados.....	94
8.4	Detalhamento.....	94

9	PRESCRIÇÕES NORMATIVAS INTERNACIONAIS	95
9.1	ACI 318M-2011	95
9.2	EUROCODE 2-2010	97
9.3	Comparação qualitativa entre as normas	100
10	DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	102
10.1	Considerações adotadas	102
10.2	Deslocamentos transversais	102
10.3	Momentos fletores	102
10.4	Esforços nos apoios	104
10.5	Consumo de aço.....	106
11	CONCLUSÃO	109
12	REFERÊNCIAS	110
ANEXO 1	112	
ANEXO 2	113	
ANEXO 3	114	
ANEXO 4	115	
ANEXO 5	116	
ANEXO 6	117	
ANEXO 7	118	
ANEXO 8	119	
ANEXO 9	120	
ANEXO 10	121	
ANEXO 11	122	

LISTA DAS TABELAS

Tabela 1: Porcentagem de repartição dos momentos entre as faixas distintas	29
Tabela 2: Porcentagem de repartição dos momentos entre as faixas distintas	29
Tabela 3: Valores de K (Tabela 19.2 da ABNT NBR 6118:2014)	32
Tabela 4: Valores de τ_{Rd2}	37
Tabela 5: Comparação dos resultados	48
Tabela 6: Armadura de flexão – Eixo A	60
Tabela 7: Armadura de flexão – Eixo A	61
Tabela 8: Armadura de flexão – Eixo C	61
Tabela 9: Armadura de flexão – Eixo 1 e 5	62
Tabela 10: Armadura de flexão – Eixo 2 e 4	62
Tabela 11: Armadura de flexão – Eixo 3	62
Tabela 12: Cálculo das reações de apoio	63
Tabela 13: Valores de K para pilares retangulares (Eurocode 2)	99
Tabela 14: Deslocamentos máximos	102
Tabela 15: Momentos fletores	103
Tabela 16: Reações de apoio	105
Tabela 17: Momentos fletores em torno do eixo X	105
Tabela 18: Momentos fletores em torno do eixo Y	106
Tabela 19: Resumo de aço laje lisa	106

LISTA DAS FIGURAS

Figura 1: Superfície de ruína para casos simétricos	17
Figura 2: (a) Laje cogumelo com capitel, (b) laje cogumelo com ábaco, (c) laje cogumelo com a combinação entre capitel e ábaco e (d) laje lisa.....	18
Figura 3: Para carga de utilização.....	21
Figura 4: Para carga de ruína.....	21
Figura 5: Superfícies prováveis de ruína	22
Figura 6: Placa metálica	24
Figura 7: Tipos de estribos	24
Figura 8: Inclinação dos estribos	24
Figura 9: Barras dobradas.....	24
Figura 10: <i>Shearheads</i>	25
Figura 11: Detalhe dos conectores.....	25
Figura 12: Segmentos de perfis metálicos “I”	25
Figura 13: Faixas de laje para distribuição dos esforços nos pórticos múltiplos (adaptado da figura 14.9 da ABNT NBR 6118:2014)	26
Figura 14: Faixas de laje para distribuição dos esforços nos pórticos equivalentes.....	28
Figura 15: Perímetros críticos em pilares internos (Figura 19.2 da ABNT NBR 6118:2014).....	32
Figura 16: Associação dos momentos aplicados com os lados C_1 e C_2 da seção transversal ...	33
Figura 17: Perímetro crítico em pilares de borda (Figura 19.3 da ABNT NBR 6118:2014)	34
Figura 18: Perímetro crítico em pilares de canto (Figura 19.4 da ABNT NBR 6118:2014).....	35
Figura 19: Definição da altura útil no caso de capitel (Figura 19.5 da ABNT NBR 6118:2014)	35
Figura 20: Perímetro crítico: (a) caso de o contorno C apresentar reentrância, (b) junto à abertura da laje (Figura 19.6 e 19.7 da ABNT NBR 6118:2014).....	36
Figura 21: Disposição da armadura de punção em planta e contorno da superfície crítica C’’ (Figura 19.8 da ABNT NBR 6118:2014)	40
Figura 22: Disposição da armadura de punção em corte (Figura 19.9 da ABNT NBR 6118:2014).....	40
Figura 23: Armadura contra colapso progressivo (Figura 19.10 da ABNT NBR 6118:2014) .	41
Figura 24: Disposições construtivas das armaduras para lajes sem vigas (Figura 20.2 da ABNT NBR 6118:2014)	42
Figura 25: Armaduras de punção (Figura 20.3 da ABNT NBR 6118:2014)	43
Figura 26: Geometria da placa.....	46
Figura 27: Deslocamentos verticais (cm) - TQS	48
Figura 28: Deslocamentos verticais (m) - SAP	49
Figura 29: Momento fletores (tf.m/20cm) - TQS	49
Figura 30: Momento fletores (kg.m) – SAP	50
Figura 31: Pórticos múltiplos	53
Figura 32: Pórtico múltiplo do eixo A.....	54
Figura 33: Pórtico múltiplo do eixo B	55
Figura 34: Pórtico múltiplo do eixo C.....	56
Figura 35: Pórtico múltiplo do eixo 1 e 5.....	57
Figura 36: Pórtico múltiplo do eixo 2 e 4.....	58

Figura 37: Pórtico múltiplo do eixo 3.....	59
Figura 38: Cálculo de punção para os pilares P1, P6, P25 e P30 – parte 1	64
Figura 39: Cálculo de punção para os pilares P1, P6, P25 e P30 – parte 2	65
Figura 40: Cálculo de punção para os pilares P2, P5, P26 e P29 – parte 1	66
Figura 41: Cálculo de punção para os pilares P2, P5, P26 e P29 – parte 2	67
Figura 42: Cálculo de punção para os pilares P3, P4, P27 e P28 – parte 1	68
Figura 43: Cálculo de punção para os pilares P3, P4, P27 e P28 – parte 2	69
Figura 44: Cálculo de punção para os pilares P7, P12, P19 e P24 – parte 1	70
Figura 45: Cálculo de punção para os pilares P7, P12, P19 e P24 – parte 2	71
Figura 46: Cálculo de punção para os pilares P8, P11, P20 e P23 – parte 1	72
Figura 47: Cálculo de punção para os pilares P8, P11, P20 e P23 – parte 2	73
Figura 48: Cálculo de punção para os pilares P9, P10, P21 e P22 – parte 1	74
Figura 49: Cálculo de punção para os pilares P9, P10, P21 e P22 – parte 2	75
Figura 50: Cálculo de punção para os pilares P13 e P18 – parte 1.....	76
Figura 51: Cálculo de punção para os pilares P13 e P18 – parte 2.....	77
Figura 52: Cálculo de punção para os pilares P14 e P17 – parte 1.....	78
Figura 53: Cálculo de punção para os pilares P14 e P17 – parte 2.....	79
Figura 54: Cálculo de punção para os pilares P15 e P16 – parte 1.....	80
Figura 55: Cálculo de punção para os pilares P15 e P16 – parte 2.....	81
Figura 56: Aplicação das condições de contorno	83
Figura 57: Perspectiva da laje e das restrições do contorno	84
Figura 58: Visualização dos carregamentos atuantes em um elemento finito.....	85
Figura 59: Configuração da malha deformada para a combinação 2	86
Figura 60: Processo gráfico para obtenção do deslocamento máximo na malha	86
Figura 61: Região de deformações máximas na malha	87
Figura 62: Momentos Fletores direção X (kNm)	88
Figura 63: Momentos Fletores direção Y (kNm)	89
Figura 64: Tensões S11 – direção X (kN/m ²).....	90
Figura 65: Tensões S22 – direção Y (kN/m ²).....	91
Figura 66: Divisão dos sub-perímetros.....	92
Figura 67: Perímetros críticos formados pelo TQS	93
Figura 68: Perímetros de controle de acordo com o ACI.	96
Figura 69: Distribuição de tensões tangenciais devidas a um momento não equilibrado na ligação entre uma laje e um pilar interior.	99
Figura 70: Perímetro reduzido da primeira seção de controle.....	99
Figura 71: Valores recomendados para β	100

LISTA DOS GRÁFICOS

Gráfico 1: Momento fletores para Processo de Pórticos Múltiplos, TQS e SAP2000	104
Gráfico 2: Consumo de aço das lajes lisas para Processo de Pórticos Múltiplos x TQS	108
Gráfico 3: Índices representativos para o aço das lajes lisas Processo de Pórticos Múltiplos x TQS.....	108

LISTA DE SÍMBOLOS

h_H - Espessura do capitel.

l_H - Comprimento do capitel circular a partir da face do pilar.

l_x - Comprimento do vão na direção x.

l_y - Comprimento do vão na direção y.

a - Vão teórico na direção x.

b - Vão teórico na direção y.

C - Contorno da área de aplicação de carga.

C' - Contorno crítico, externo e distante $2d$ do contorno C, no plano da laje.

d - Altura útil média da laje.

C'' - Contorno afastado $2d$ do último contorno de armadura.

τ_{sd} - Tensão de cisalhamento solicitante de cálculo.

τ_{Rd2} - Tensão de cisalhamento resistente de cálculo-limite para a verificação da compressão diagonal do concreto na ligação laje-pilar.

τ_{Rd1} - Tensão de cisalhamento resistente de cálculo-limite, para que uma laje possa prescindir de armadura transversal para resistir à força cortante.

τ_{Rd3} - Tensão de cisalhamento resistente de cálculo.

F_{sd} - Força ou reação de punção de cálculo.

u_0 - Perímetro do contorno crítico C.

d - Altura útil da laje ao longo do contorno crítico C ou C'.

d_x - Altura útil na direção x.

d_y - Altura útil na direção y.

u - Perímetro do contorno crítico C'.

K - Coeficiente que fornece a parcela de M_{sd} transmitida ao pilar na punção.

M_{sd} - Momento de cálculo no plano perpendicular à borda livre.

W_p - Módulo de resistência plástica do perímetro crítico u.

C_1 - Dimensão do pilar paralela à excentricidade da força.

C_2 - Dimensão do pilar perpendicular à excentricidade da força.

dl - Comprimento infinitesimal no perímetro crítico u.

e - Distância de dl ao eixo que passa pelo centro do pilar e sobre o qual atua o momento fletor M_{sd} .

u^* - Perímetro crítico reduzido para pilares de borda e canto.

K_1 - Coeficiente que fornece a parcela de M_{sd} transmitida ao pilar por cisalhamento, que depende da relação (C_1/C_2).

M_{sd1} - Momento de cálculo transmitido pela laje ao pilar de borda, no plano perpendicular à borda livre.

W_{p1} - Módulo de resistência plástica perpendicular à borda livre, calculado para o perímetro u.

M_{sd}^* - Momento de cálculo resultante da excentricidade do perímetro crítico reduzido u^* em relação ao centro do pilar - punção.

K_2 - Coeficiente que fornece a parcela de M_{sd} transmitida ao pilar por cisalhamento, que depende da relação ($C_2/2C_1$).

M_{sd2} - Momento de cálculo transmitido pela laje ao pilar de borda, no plano paralelo à borda livre.

W_{p2} - Módulo de resistência plástica na direção paralela à borda livre, calculado para o perímetro u .
 C_1' - Contorno crítico.
 C_2' - Contorno crítico.
 d - Altura útil da laje no contorno C_2' .
 d_C - Altura útil da laje na face do pilar.
 d_a - Altura útil da laje no contorno C_1' .
 l_C - Distância entre a borda do capitel e a face do pilar.
 f_{cd} - Resistência de cálculo do concreto.
 τ_{wd2} - Tensão máxima convencional de cisalhamento.
 f_{ck} - Resistência característica do concreto à compressão.
 ρ - Taxa geométrica de armadura de flexão aderente.
 ρ_x - Taxa de armadura na direção x .
 ρ_y - Taxa de armadura na direção y .
 d - Altura útil da laje ao longo do contorno crítico C' da área de aplicação da força.
 s_r - Espaçamento radial entre linhas de armadura de punção.
 A_{sw} - Área da armadura de punção em um contorno completo paralelo a C' .
 f_{ywd} - Resistência de cálculo da armadura de punção.
 α - Ângulo de inclinação entre o eixo da armadura de punção e o plano da laje.
 u - Perímetro crítico ou perímetro crítico reduzido no caso de pilares de borda ou canto.
 h - Altura da laje.
 $A_{s,cep}$ - Somatório de todas as áreas das barras inferiores que cruzam cada uma das faces do pilar.
 f_{yd} - Tensão de cálculo correspondente ao escoamento da armadura inferior.
 l_b - Comprimento de ancoragem básico.
 s_0 - Distância da face do pilar e a primeira fila de conectores ou estribos.
 s_e - Distância máxima medida na última linha, entre dois conectores ou estribos.
 γ - Peso específico do concreto.
 E - Módulo de elasticidade.
 ν - Coeficiente de Poisson.
 G - Módulo de elasticidade transversal.
 $W_{máx}$ - Deslocamento vertical máximo.
 q - Carga distribuída.
 L - Maior vão.
 K - Parâmetro adimensional que mede a intensidade do momento fletor externo solicitante de cálculo.
 M_d - Momento externo solicitante de cálculo.
 f_c - Tensão do concreto.
 b - Largura da seção retangular.
 d - Altura útil da seção transversal.
 A_s - Armadura de flexão.
 K' - Parâmetro adimensional que mede a intensidade do momento fletor interno resistente de cálculo, devido ao concreto comprimido.
 d' - Profundidade da armadura A'_s .
 $A_{s,mín}$ - Armadura mínima de flexão.
 I - Momento de inércia.

L - Pé-direito.
REDMOL - Redutor do coeficiente de molas.
REDMOZ - Redutor do coeficiente de mola Z.
 f'_c - Resistência específica cilíndrica do concreto.
 b_0 - Perímetro de controle.
 V_n - Tensão resistente da seção de controle.
 V_u - Tensão solicitante da seção de controle.
 ϕ - Coeficiente de ajuste das resistências, baseado nas deformações específicas do concreto e do aço na seção considerada.
 β - Razão entre o maior lado e o menor lado do pilar.
 α_s - Coeficiente que depende da posição do pilar na laje, devendo ser tomado como 40 para pilares internos, 30 para pilares de borda e 20 para pilares de canto.
 λ - Fator de redução da resistência para o caso de uso de concretos leves, de forma que no caso de concretos convencionais, deve ser tomado igual a 1.
 γ_v - Parcela do momento fletor que potencializará as tensões tangenciais, que normalmente resulta em valores próximos aos 40%.
 M_u - Momento de cálculo atuante na seção.
c - Braço de alavanca do momento atuante em relação ao centroide da seção de controle, sua expressão varia em função da posição do pilar e da direção dos momentos.
 J_c - Propriedade da seção crítica adotada, análoga ao momento de inércia.
 σ_{cp} - Tensão inicial no concreto ao nível do baricentro da armadura de protensão.
k - Função da razão entre os lados do pilar.
 W_1 - Distribuição de tensões tangenciais, sendo função de perímetro de controle.
 u_1 - Primeiro perímetro de controle.
 M_{Ed} - Momento do pilar de cálculo.
 V_{Ed} - Reação do pilar de cálculo.
 u_1^* - Perímetro de controle reduzido.

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT Associação Brasileira de Normas Técnicas

NBR Norma Brasileira Regulamentadora

ACI American Concrete Institute

EUROCODE European Committee for Standardization

1 INTRODUÇÃO

Existem diversos sistemas estruturais que podem ser adotados na indústria da construção civil para a execução de uma edificação em concreto armado. Entre os sistemas mais conhecidos, que envolvem lajes, temos as lajes que apoiam em vigas (convencionais) que ainda é o mais adotado usualmente, as lajes lisas e as lajes nervuradas.

Lajes lisas se distinguem das lajes convencionais por se apoiam diretamente sobre pilares, tornando-se mais eficientes em termos de execução e eventualmente mais econômicas.

As principais vantagens deste tipo de estrutura em relação às estruturas convencionais (lajes apoiadas em vigas), são: simplificação na execução das formas, armaduras e concretagem, maior facilidade no lançamento, adensamento e desforma do concreto, redução da altura total do edifício, adaptação a diversas formas ambientais e armaduras simples.

No entanto as lajes lisas possuem algumas desvantagens que devem ser destacadas: a estrutura apresenta maiores deslocamentos verticais (flechas) em relação às estruturas convencionais, redução na rigidez global do edifício devido à ausência de vigas e a possibilidade de uma ruptura por puncionamento.

Alguns das causas que podem resultar numa ruptura por puncionamento e eventualmente levar a um colapso generalizado da estrutura são: cargas excessivas durante ou logo após a concretagem, retina precipitada do escoramento, mal posicionamento da armadura negativa ou da localização de aberturas na laje, utilização de materiais de baixa qualidade ou erro de projeto.

A ocorrência (ou não) de um colapso generalizado é devido à resistência pós-puncionamento das ligações laje-pilar, já o puncionamento é a causa inicial mais provável de ruptura.

Alguns estudos recentes mostram que a resistência à punção pode também ser aumentada pelo uso de concreto de alta resistência e de concreto com fibras curtas de aço. O uso de concreto de alto desempenho é uma alternativa de grande interesse, particularmente no que diz respeito ao atributo de alta resistência.

Apesar das vantagens possíveis do sistema, a sua utilização é bastante restrita em nosso país, pois além de empecilhos culturais, existe o fato desta solução ser pouco abordada e estudada, tanto nos cursos de engenharia civil, quanto nas normas brasileiras referentes às estruturas de concreto armado, dificultando o conhecimento consciente e seguro desta alternativa estrutural.

2 OBJETIVO

Esta pesquisa tem como objetivo avaliar o sistema estrutural de laje lisa para edifícios, englobando aspectos de concepção, análise estrutural, dimensionamento e detalhamento. Para que isso seja possível, serão utilizadas ferramentas computacionais, como os programas SAP2000 e TQS, visando efetuar uma análise mais realista. Foram elaborados modelos bidimensionais baseados no método dos elementos finitos com elementos de placas para representar a estrutura do pavimento. Foram também avaliados todos os aspectos relativos ao dimensionamento e detalhamento de acordo com a norma brasileira ABNT NBR 6118 (2014).

O trabalho possui uma ampla pesquisa bibliográfica sobre o assunto, dando uma atenção especial na região dos apoios, devido ao fenômeno de punção. Apresenta-se a análise, dimensionamento e detalhamento do pavimento tipo de um edifício real, através do Processo de Pórticos Múltiplos e pelo programa TQS. E por fim, comparar os resultados em relação aos esforços solicitantes e ao consumo de aço.

3 REVISÃO DA LITERATURA

3.1 Lajes Lisas e Lajes Cogumelo

A norma brasileira ABNT NBR 6118 (2014), define lajes cogumelo como as lajes apoiadas diretamente em pilares com capitéis e as lajes lisas como as apoiadas nos pilares sem capitéis.

3.1.1 Tipos de ruína

Azevedo (1999) apresenta os três tipos de ruína das lajes, que são descritas a seguir:

- Ruína por flexão: acontece por causa do esmagamento do concreto comprimido ou da deformação plástica excessiva da armadura de tração. Os elementos submetidos a esse tipo de ruína são projetados de modo que ocorra ruína com o escoamento do aço, caracterizando uma ruína tipo dúctil, aparecendo fissuras e deformações excessivas.
- Ruína por punção: nesse tipo de ruína, em que a força cortante é predominante, antes que a capacidade resistente à flexão seja atingida a laje rompe, sem nenhum aviso prévio, gerando uma ruína abrupta.
- Ruína por flexão associada à punção: a ruptura é influenciada pela ação significativa do momento fletor e da força cortante, mostrando certa ductilidade, ou seja, capacidade para grandes deformações.

Na ligação laje-pilar pode ocorrer a ruína por punção, devido ser uma região próxima a forças concentradas ou a pequenas áreas carregadas. A principal característica desse tipo de ruína é o deslocamento vertical da laje ao longo de uma superfície tronco-cônica ou tronco piramidal, em que as geratrizes possuem inclinação entre 30° a 35° em relação ao plano médio da laje (figura 1). E, quando a armadura de flexão não atinge o seu limite de escoamento, provoca uma ruína do tipo frágil, como descrito em Melges (1995).

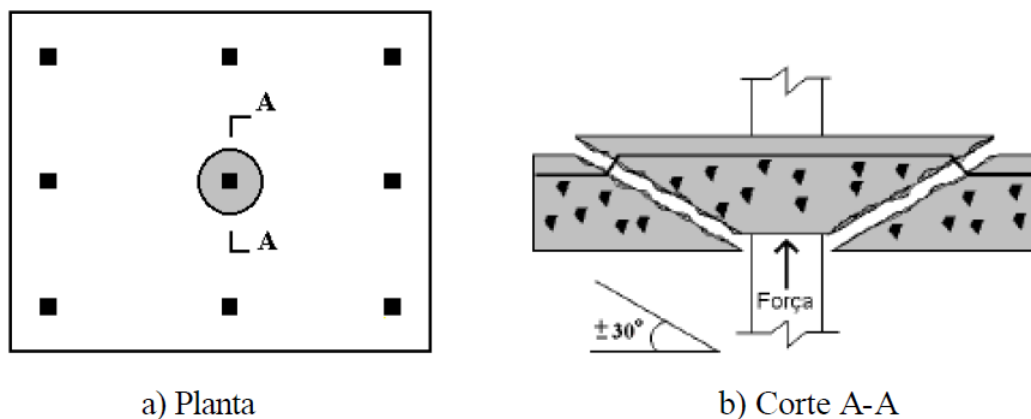


Figura 1: Superfície de ruína para casos simétricos

3.1.2 Capitéis

No início da utilização das lajes cogumelo, o uso de capitel era comum pois garantia a segurança e diminuía as tensões de cisalhamento nas ligações. De acordo com Melges (1995), capitel é um engrossamento da seção transversal do pilar, próximo à sua ligação com a laje (figura 2a).

Lima Neto (2012) afirma que o capitel é um elemento estrutural utilizado para facilitar a transferência de carga, em pavimentos sem vigas, das lajes para os pilares.

Alguns autores, como Takeya (1981) definem que a inclinação das geratrizes do capitel em relação à horizontal devem estar entre 1:6 (9,46°) e 1:8 (7,12°).

Existe outro tipo de engrossamento, ou seja, aumento da espessura da laje na região da ligação, que é chamado de ábaco ou pastilha, ou ainda a nomenclatura internacional, “drop panel” (figura 2b). A espessura do “drop panel” é normalmente utilizada a mesma espessura da laje, como descrito em Melges (1995). Lima Neto (2012), afirma que em alguns casos, é utilizado a combinação entre o capitel e o ábaco (figura 2c).

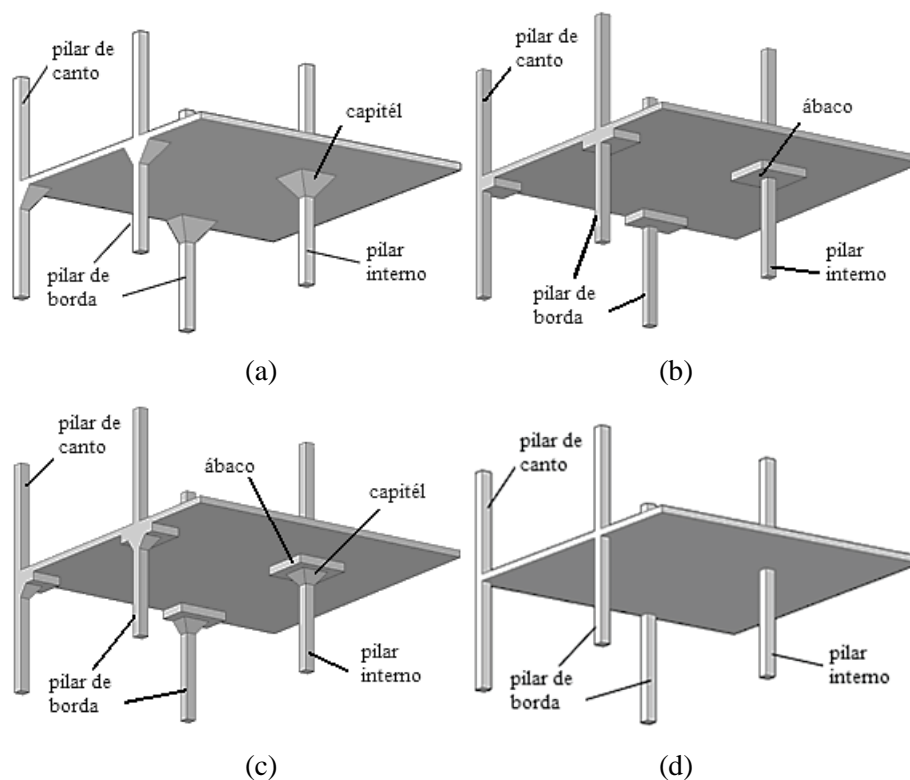


Figura 2: (a) Laje cogumelo com capitel, (b) laje cogumelo com ábaco, (c) laje cogumelo com a combinação entre capitel e ábaco e (d) laje lisa

A evolução do sistema estrutural e dos métodos de cálculo, capitéis e “drop panels” estão sendo pouco utilizados devido as grandes vantagens de se obter tetos lisos. Para aumentar a resistência da ligação laje-

pilar, estão sendo utilizadas armaduras específicas para combater a punção, que proporciona maior ductilidade, como descrito em Lima Neto (2012).

Em sua tese de doutorado, Lima Neto (2012) observa que lajes com capitel apresenta deformações menores que as lajes sem capitel, utilizando o mesmo nível de carregamento, principalmente em relação às deformações tangenciais. Lajes com capitel circular apresentam deformações maiores que as lajes com capitel quadrado, utilizando o mesmo nível de carga (tangencial e radial). O melhor comportamento, em relação à capacidade de carga, em lajes com capitel foram as lajes com relação h_H/l_H de 1:3.

Ainda segundo Lima Neto (2012), lajes sem capitel apresentaram uma ruptura por punção, ou seja, mais frágil, brusca e com deformação da armadura de flexão pequena. Já as lajes com capitel apresentaram uma ruptura por flexo-punção, ou seja, mais dúctil, com deformações maiores na armadura de flexão e carga de ruptura maior do que a calculada usando as recomendações normativas.

3.1.3 Vantagens das lajes lisas e lajes cogumelo

As principais vantagens das lajes lisas e lajes cogumelo mencionadas por Figueiredo F^o apud Melges (1995), Trautwein (2006) e Lima Neto (2012) são:

- Simplicidade na execução das formas, pois os recortes existem apenas na ligação com os pilares e na montagem das armaduras;
- Facilidade maior no lançamento, adensamento e desforma do concreto, reduzindo a possível ocorrência de falhas;
- Tempo reduzido na execução de formas, de armadura e de concretagem;
- Arranjo das armaduras de flexão mais simples, com isso é mais fácil de executar, permitindo o uso de telas soldadas;
- O teto plano, com altura constante, pode-se obter uma racionalização e uma padronização de cimbramentos, além de facilitar a ventilação e a insolação dos ambientes. Para o teto liso, pode ser dispensado o uso de revestimentos, aliviando as ações atuantes nos elementos estruturais e a economia do custo do revestimento;
- Altura total do edifício reduzida, o que possibilita aumentar o número de pavimentos;
- Estrutura mais leve, quando comparada com uma mesma edificação convencional, tendo assim fundações menores e menos profundas;
- Facilidade maior de limpeza do teto;
- Como não existem vigas, a obra pode ser adaptada a diferentes finalidades durante a sua vida útil e reduz os revestimentos.

O sistema estrutural mais simplificado, econômico e rápido segundo Fling apud Melges (1995), é o das lajes cogumelo, com vãos até 7,5 metros. Souza; Cunha apud Melges (1995), também afirmam que as lajes cogumelo podem ser economicamente competitivas, desde que seja utilizado capitéis ou “drop panels”, para vãos com cerca de 7 a 8 metros.

3.1.4 Desvantagens das lajes lisas e lajes cogumelo

As principais desvantagens das lajes lisas e lajes cogumelo mencionadas Melges (1995), Trautwein (2006) e Lima Neto (2012) são:

- Baixa rigidez das estruturas às ações horizontais, devido à ausência de vigas, quando comparadas com estruturas convencionais com lajes e vigas;
- Puncionamento das lajes pelos pilares;
- Grandes deslocamentos transversais que ocorrem principalmente nas bordas livres e que podem atingir o estado limite de utilização;
- Consumo de aço e de concreto desse sistema estrutural é um pouco superior, quando comparado com uma estrutura convencional.

A baixa rigidez do sistema estrutural pode ser resolvida, na maioria dos casos, com a vinculação da laje em paredes estruturais ou em núcleos rígidos. O problema da punção ocorre quando cargas ou reações excessivas aparecem nas ligações laje-pilar, podendo ser solucionado com capitéis, reforçado com armadura de cisalhamento, como placas metálicas ou protensão da laje, como apresentado por Lima Neto (2012).

3.2 Punção

Punção de uma placa é caracterizada pela perfuração devido às tensões de cisalhamento elevadas, que são provocadas por forças concentradas ou distribuídas em pequenas áreas na região da ligação laje-pilar. Em edifícios com esse tipo de laje, a ruína por punção pode acontecer na ligação da laje com os pilares, em que a reação do pilar pode provocar a perfuração da laje, como detalhado em Melges (1995).

As duas formas de aliviar as tensões que atuam na região da ligação, de acordo com Trautwein (2006) são:

- Aumentar a espessura da laje inteira ou na região onde ocorre o esforço da punção, usando capitel ou,
- Aumentar a capacidade resistente da laje, usando concreto de alta resistência e armadura de cisalhamento.

A punção é uma ruptura por cisalhamento que acontece de forma frágil, sem aviso prévio, podendo causar danos à estrutura e em toda a edificação, em virtude de um colapso progressivo causado por rompimento de apenas uma ligação (Lima Neto, 2012).

Trautwein (2006) e Azevedo (1999) afirmam que um dos fatores importantes no dimensionamento dessas lajes é a resistência ao cisalhamento, sendo a resistência à compressão do concreto um parâmetro condicionante na escolha da espessura da laje, dimensões e forma da seção transversal dos pilares, relação momento fletor/força cortante na ligação laje-pilar, taxa de armadura de flexão da laje, uso de capitel ou pela escolha do uso de armadura de cisalhamento.

Nos casos em que há transferência de momentos da laje para o pilar, casos assimétricos, o problema de punção aumenta a complexidade. Nesse caso, podemos citar os casos de pilares internos com painéis de laje diferentes ou carregamento variados, carregamento assimétrico devido ações horizontais, recalques diferenciais, entre outros. E os casos de pilares de bordas e de cantos, esse problema pode se agravar mais devido à redução da seção da ligação laje-pilar pela presença de bordas livres, como descrito em Takeya (1981).

Melges (2001) apresenta o comportamento típico de ruína por punção na ligação laje-pilar em ensaios, a saber:

- Fissuras radiais em lajes ensaiadas à ruptura, que começaram quase que no centro das lajes e estenderam na direção do perímetro das mesmas, dividindo as lajes em segmentos radiais (figura 3);
- Fissuras tangenciais na região da punção momentos antes da ruptura, que indica a formação de uma fissuração inclinada interna que é causada pela tração diagonal (figura 4).

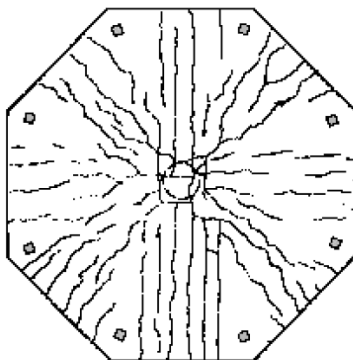


Figura 3: Para carga de utilização

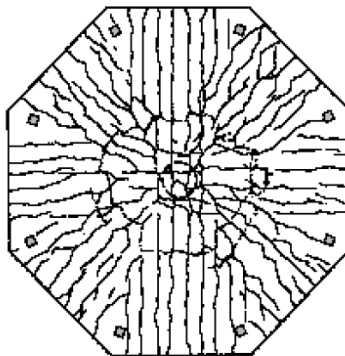


Figura 4: Para carga de ruína

As ruínas por punção de lajes podem apresentar configurações variadas nos padrões de fissuração, dependendo do carregamento e dos apoios (Melges, 1995).

A norma brasileira ABNT NBR 6118 (2014), prevê a carga de ruptura nessas lajes sem armadura de punção, pelo cálculo da tensão nominal de cisalhamento que atua em uma dada superfície de controle, e compara-se esta tensão com a resistência do concreto ao cisalhamento. Essa resistência é calculada em função da resistência característica do concreto a compressão, da geometria do pilar, da taxa de armadura de flexão e da espessura da laje. Já para as lajes com presença de armadura de punção, a norma prevê a carga de ruptura nessas lajes como a soma da parcela resistente do aço e do concreto, com descrito em Trautwein (2006).

3.2.1 Superfície de ruína

Os pilares internos, com lajes e carregamentos simétricos, exibem superfície de ruína tronco-cônica ou tronco-piramidal, que começa no contorno da área carregada e se estende até a outra face, com inclinação entre 30° a 35° em relação ao plano médio da laje (figura 1). Entretanto, esse tipo de superfície pode variar em função da posição do pilar e da presença de armaduras de combate à punção, como descrito em Melges (2001).

Em relação à posição do pilar, os pilares de borda e de canto, tem a superfície de ruína alterada junto às bordas livres, no entanto, o canto interno dos pilares de canto e à face interna dos pilares de borda permanecem com a mesma forma dos casos simétricos. Essa diferença em relação a superfície de ruína se deve à presença na ligação de momentos fletores e torçores (Melges, 1995).

Conforme desenvolvido por Figueiredo F^o (1989), a presença na ligação de momentos fletores não balanceados se deve, principalmente, pelas seguintes condições: pilares colocados nas bordas e nos cantos das lajes; esforços laterais causados pela ação do vento e de terremotos; diferentes ações variáveis ou permanentes em painéis adjacentes da laje; pilares com espaçamentos desiguais, gerando painéis consecutivos de diferentes dimensões; e esforços produzidos por variações de temperatura, recalques diferenciais, retração e fluência.

Com relação à presença de armadura transversal, Gomes apud Azevedo (1999) detalha as prováveis superfícies de ruína em uma laje com armadura de cisalhamento, apresentadas na figura 5 e descritas a seguir:

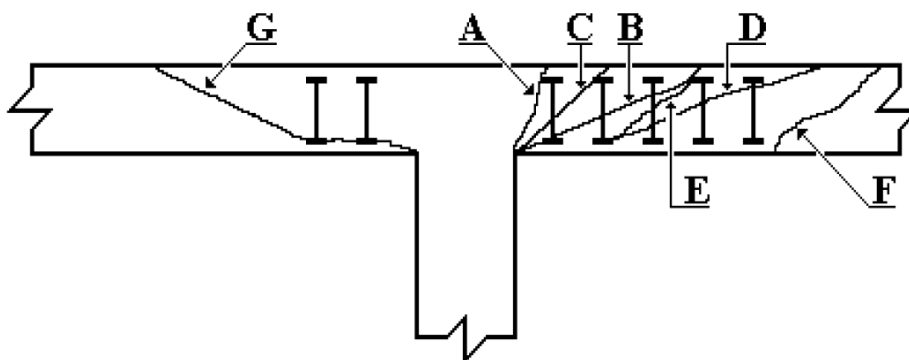


Figura 5: Superfícies prováveis de ruína

- Superfície A: entre o pilar e a linha mais interna da armadura de cisalhamento;
- Superfície B: atravessando a região da armadura de cisalhamento com a mesma inclinação que se obteria em uma laje sem armadura de cisalhamento, partindo do pilar;
- Superfície C: a mesma que em B, porém mais inclinada;
- Superfície D: atravessando a região armada a cisalhamento com a mesma inclinação que ocorreria em uma laje sem armadura de cisalhamento e partindo de um ponto afastado do pilar;
- Superfície E: a mesma que em D, porém mais inclinada;
- Superfície F: além da região armada a cisalhamento;
- Superfície G: correndo abaixo dos elementos da armadura de cisalhamento.

3.2.2 Parâmetros envolvidos

Como descrito em Melges (1995), os principais parâmetros envolvidos no fenômeno da punção são: resistência do concreto, espessura da laje, taxa de armadura de flexão da laje, relação momento fletor/força cortante na ligação laje-pilar, dimensões e forma da seção transversal dos pilares, e presença ou não da armadura transversal de combate à punção. O critério de cálculo a ser adotado que poderá variar esses parâmetros.

Melges (1995) afirma que existem três formas para aumentar a resistência das ligações laje-pilar à punção, sendo elas: aumentar a resistência do concreto, utilizar capitéis e/ou “drop panels”, ou utilizar armadura de cisalhamento. O aumento da resistência do concreto nem sempre é suficiente para elevar a resistência da ligação aos valores desejados. Já o uso de capitéis ou “drop panels” não fornece ductilidade e é indesejável do ponto de vista econômico e arquitetônico. O mais indicado é o uso de armadura de cisalhamento, pois aumenta o valor da resistência da ligação, fornecendo ductilidade, ou seja, capacidade de deformação à ligação.

3.2.3 Armaduras para o combate à punção

Takeya apud Melges (1995) apresenta os diversos tipos de armaduras e reforços que são utilizados para combater a punção, como descrito a seguir:

- Placa metálica: tem a mesma finalidade que um “drop panel” (figura 6).

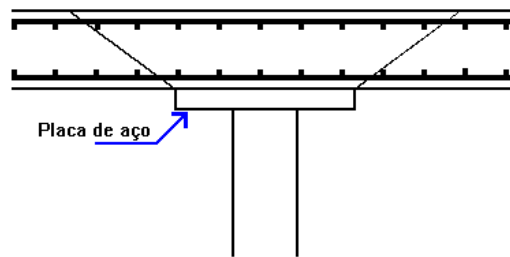


Figura 6: Placa metálica

- Estribos: podem ser fechados (forma de retângulos) ou abertos (forma de ganchos). Os estribos podem ou não estar inclinados. Uma das vantagens desse tipo de armadura é a fácil execução e montagem, pois elas não interferem nas armaduras de flexão da laje e nem na dos pilares (figura 7 e 8).

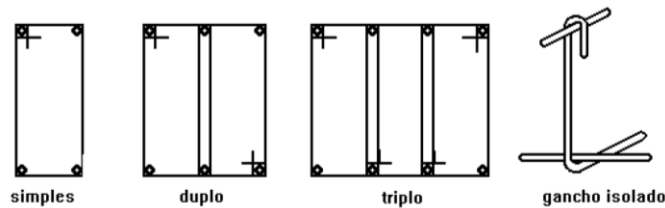


Figura 7: Tipos de estribos

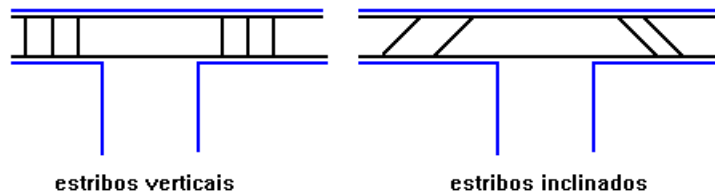


Figura 8: Inclinação dos estribos

- Barras dobradas: caracterizadas pelo prolongamento da armadura negativa de flexão, sendo ancoradas na face inferior da laje. Uma das desvantagens desse tipo de laje é a ancoragem das barras para o caso de lajes com pouca espessura (figura 9).

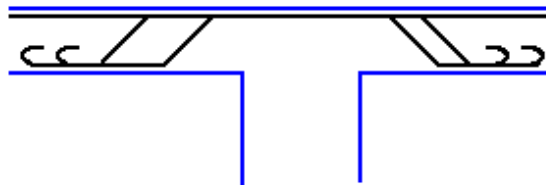


Figura 9: Barras dobradas

- *Shearheads*: são definidos como perfis metálicos embutidos na laje e posicionados na cabeça do pilar. Esse tipo de reforço além de aumentar a resistência da ligação laje-pilar, também aumenta a sua ductilidade (figura 10).

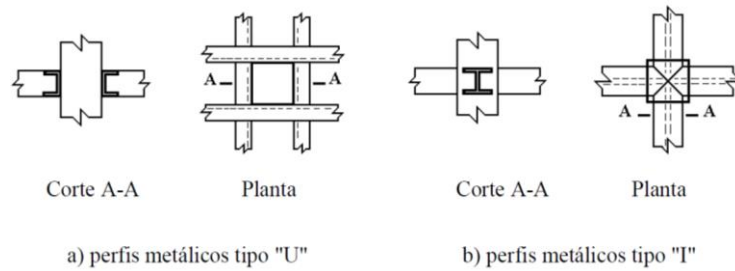


Figura 10: Shearheads

- Conectores tipo pino: esse tipo de armadura tem vantagens como: facilidade de instalação, aumento da resistência e da ductilidade da ligação, não interferem na colocação e posicionamento das armaduras dos pilares e de flexão das lajes, e ancoragem satisfatória nas duas extremidades (figura 11).

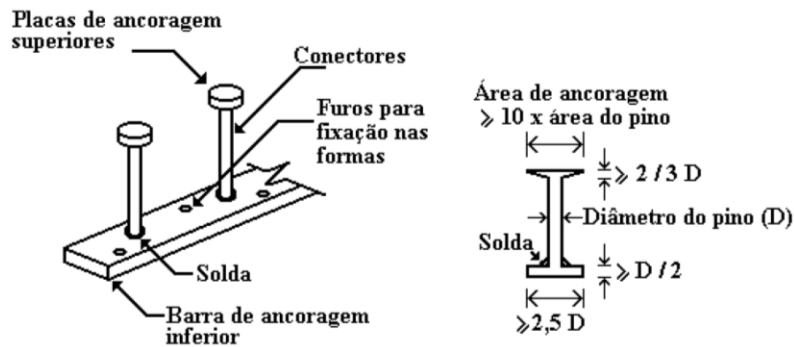


Figura 11: Detalhe dos conectores

- Segmento de perfis metálicos: esse tipo de armadura é adequado para a ancoragem do elemento na laje, porém não é recomendado tendo em vista a produção e a economia (figura 12).



Figura 12: Segmentos de perfis metálicos "I"

3.3 Análise Estrutural

A análise estrutural de lajes lisas e cogumelos, segundo a norma brasileira ABNT NBR 6118 (2014), deve ser realizada a partir do emprego de um procedimento numérico adequado, como diferenças finitas, elementos finitos ou elementos de contorno.

A seguir serão apresentados, de maneira sucinta, alguns dos métodos de cálculo de lajes cogumelos, em regime elástico.

3.3.1 Processo dos pórticos múltiplos

Esse referido processo é baseado em estudo realizado por Marcus em 1924, pela Teoria da Elasticidade, como descrito por Guarda (1995).

Em projetos de lajes em concreto armado, com pilares dispostos em filas ortogonais, de maneira regular e vão pouco diferentes, pode ser utilizado o processo elástico aproximado para o cálculo dos esforços, com redistribuição, ou seja, em cada direção são adotados pórticos múltiplos para obtenção dos esforços solicitantes, como descrito na ABNT NBR 6118 (2014).

De acordo com a ABNT NBR 6118 (2014), a carga total deve ser considerada em cada pórtico. Segundo as faixas indicadas na figura 13, a distribuição dos momentos, que é obtida em cada direção, deve ser feita assim:

- 45% dos momentos positivos para as duas faixas internas;
- 27% dos momentos positivos para cada uma das faixas externas;
- 25% dos momentos negativos para as duas faixas internas;
- 37,5% dos momentos negativos para cada uma das faixas externas.

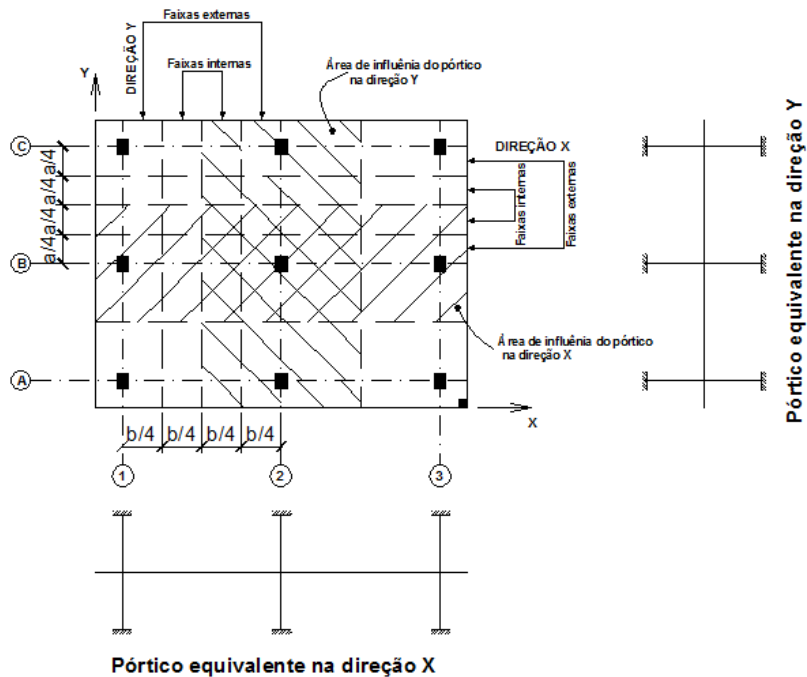


Figura 13: Faixas de laje para distribuição dos esforços nos pórticos múltiplos (adaptado da figura 14.9 da ABNT NBR 6118:2014)

A norma ABNT NBR 6118 (2014), reforça que deve ser estudada com cuidado as ligações laje-pilar, principalmente nos casos em que não tem simetria de forma e carregamento da laje em relação ao apoio. E os momentos da ligação entre a laje e pilares externos devem ser considerados.

De acordo com Silva (2015), esse procedimento de cálculo é considerado válido quando a relação dos vãos (l_x/l_y) estiver entre 0,75 e 1,33 e o eixo do pilar em relação à fila não ultrapassar 10% do vão entre apoios, em cada direção.

3.3.2 Processo dos pórticos equivalentes

Esse processo é um modelo estrutural alternativo para o Processo de Pórticos Múltiplos, proposto por Montoya, Messeguer e Cabre em 1976, como descrito em Guarda (1995).

Nesse método, os pórticos das duas direções ortogonais recebem a carga total das lajes, e assim são calculadas para as ações verticais aplicadas em suas áreas de influência, que agem no seu plano. Esses pórticos são centrados nas linhas que unem os centros dos pilares e as larguras delimitadas pelas linhas centrais dos painéis adjacentes (Hennrichs, 2003).

A figura 14 mostra uma laje lisa onde destaca a faixa de influência de um pórtico, formando o pórtico equivalente.

É admitido na análise das cargas verticais, cada pórtico com apenas um piso, em que são engastadas as extremidades dos pilares no pavimento superior e inferior. As três partes de cada pórtico equivalente, conforme descrito em Hennrichs (2003), são:

- Faixa da laje horizontal, incluindo vigas, caso exista, na direção onde os momentos estão sendo calculados;
- Pilares ou outros apoios verticais, abaixo e acima da laje;
- Elementos da estrutura que possa ocorrer a transferência de momentos entre as partes vertical e horizontal.

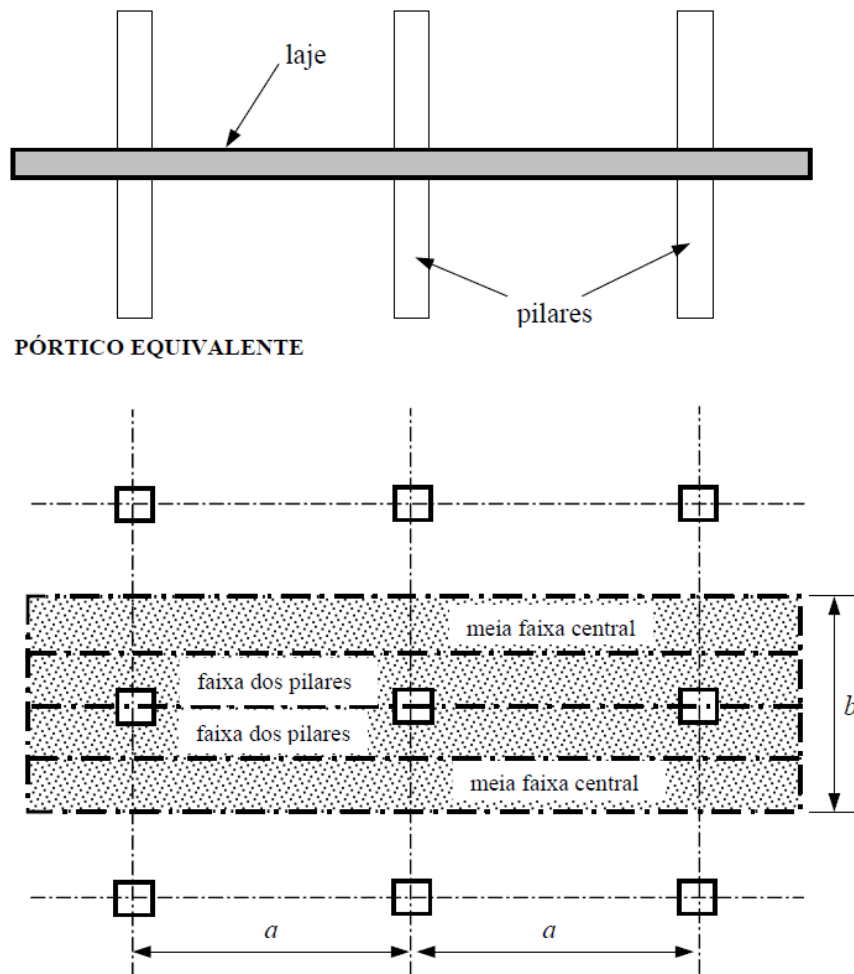


Figura 14: Faixas de laje para distribuição dos esforços nos pórticos equivalentes

No cálculo dos momentos fletores pode ser considerada, como hipótese de carregamento, a carga total em todos os vãos, não sendo necessário a pior situação, caso a soma das cargas acidentais não ultrapassem 75% da carga permanente. Se não for atendida essa condição, outras duas hipóteses devem ser estudadas, conforme Guarda (1995): carga permanente em todos os vãos e 75% da sobrecarga em vãos alternados, para a determinação dos momentos positivos; e carga permanente em todos os vãos e 75% da sobrecarga nos vãos adjacentes, para a determinação dos momentos negativos.

Se a relação entre o vão teórico a na direção onde são calculados os momentos, e ao vão teórico b normal a mesma, for menor ou igual a $4/3$ no plano considerado, os momentos se distribuem como indicado na tabela 1. Por outro lado, se a relação for superior a $4/3$, devem ser analisados os seguintes casos, como mencionado por Henrichs (2003):

- Se for calculado na direção do maior lado, os momentos se distribuirão entre as faixas distintas do vão, como a tabela 1;
- Se for calculado na direção do menor lado, com $a/b > 4/3$, os momentos se distribuem entre as faixas distintas, como indica a tabela 2.

Tabela 1: Porcentagem de repartição dos momentos entre as faixas distintas

Para $a/b \leq 4/3$ e se calcula na direção de a	Faixas internas		Faixas externas (Momento negativo sobre o último apoio)	
	Momento negativo	Momento positivo	Caso A	Caso B
Faixa dos pilares	76	60	80	60
Faixa central	24	40	20	40
Faixa exterior (A)	38	30	40	30
Faixa exterior (B)	30	15	20	15

Caso A: placa sem viga de bordo.

Caso B: placa com parede no bordo, ou sobre apoios com vigas com altura maior ou igual a três vezes a espessura da placa.

Tabela 2: Porcentagem de repartição dos momentos entre as faixas distintas

Para $a/b > 4/3$ e se calcula na direção de a	Faixas internas		Faixas externas (Momento negativo sobre o último apoio)	
	Momento negativo	Momento positivo	Caso A	Caso B
Faixa dos pilares	66	50	73	50
Faixa central	34	50	27	50
Faixa exterior (A)	33	25	36	25
Faixa exterior (B)	16	12	18	12

Caso A: placa sem viga de bordo.

Caso B: placa com parede no bordo, ou sobre apoios com vigas com altura maior ou igual a três vezes a espessura da placa.

3.4 Dimensões Mínimas

Em seu item 13.2.4.1, a norma ABNT NBR 6118 (2014), apresenta a espessura mínima de 16 cm para lajes lisas e 14 cm para lajes cogumelo, fora do capitel.

Silva (2015) afirma que na versão da norma ABNT NBR 6118 de 1980 existiam recomendações para as dimensões mínimas dos pilares que suportam lajes cogumelos, sendo: 30 cm, $(1/20)$ da distância entre eixos dos pilares em cada direção e $(1/15)$ da altura livre do pilar, embora na versão atual não persistam essas recomendações, elas continuam sendo praticadas de maneira comum.

3.5 Recomendações da ABNT NBR 6118:2014

O modelo de cálculo sugerido pela ABNT NBR 6118 (2014) para o dimensionamento de lajes à punção está descrito no item 19.5.1, contemplando a verificação da resistência e, quando necessário, dimensionamento da armadura de punção nas superfícies críticas ou seções de controle, dependendo do tipo de ruína (Silva, 2015).

Segundo a norma ABNT NBR 6118 (2014), nesse modelo é feito à verificação do cisalhamento em duas ou mais superfícies críticas que são definidas no entorno de forças concentradas. Essas superfícies críticas são definidas como:

- Superfície crítica dada pelo perímetro C do pilar ou da carga concentrada, verificando indiretamente a tensão de compressão diagonal do concreto, por meio da tensão de cisalhamento;
- Superfície crítica dada pelo perímetro C' que está afastada $2d$ (d é a altura útil média da laje) do pilar ou da carga concentrada, verificando a capacidade da ligação à punção, que está relacionada com a resistência à tração diagonal;
- Superfície crítica dada pelo perímetro C'' , que está afastado $2d$ da última camada da armadura de cisalhamento, devendo ser verificado apenas quando for necessário colocar armadura transversal.

A força cortante solicitante, obtida a partir do modelo utilizado na análise estrutural, pode ser adotada nessa verificação nos diferentes contornos, como mencionado pela ABNT NBR 6118 (2014).

Silva (2015), explica que deve ser verificado primeiro a tensão diagonal à compressão do concreto, indiretamente pelo cálculo da tensão de cisalhamento na superfície crítica C . Essa tensão de cálculo encontrada τ_{sd} (tensão de cisalhamento solicitante de cálculo) deve ser menor ou igual à τ_{Rd2} (tensão de cisalhamento resistente de cálculo-limite para a verificação da compressão diagonal do concreto na ligação laje-pilar).

Se não ocorrer a ruptura do concreto a compressão ($\tau_{sd} \leq \tau_{Rd2}$), é verificado em seguida a capacidade da ligação à punção, relacionada à resistência à tração diagonal, no novo contorno C' , afastado $2d$ do contorno do pilar C . A verificação é feita comparando a tensão de cisalhamento em C' , τ_{sd} , com a tensão τ_{Rd1} (tensão de cisalhamento resistente de cálculo-limite, para que uma laje possa prescindir de armadura transversal para resistir à força cortante) (Silva, 2015).

Ainda conforme Silva (2015), somente será necessidade de reforçar e garantir segurança na ligação laje-pilar com armadura de cisalhamento, caso $\tau_{sd} > \tau_{Rd1}$. A armadura de cisalhamento é distribuída em pelo menos três contornos paralelos a C' . A superfície crítica C'' deve ser verificada e, a nova tensão τ_{sd} deverá ser menor que τ_{Rd3} (tensão de cisalhamento resistente de cálculo). A verificação da superfície crítica C'' só é realizada quando for necessária armadura transversal para combater o cisalhamento.

3.5.1 Definição da tensão solicitante nas superfícies críticas C e C'

No item 19.5.2 da ABNT NBR 6118 (2014) é definido as tensões solicitantes de cisalhamento que ocorrem nas superfícies críticas ou de controle, que depende da localização do pilar e o tipo de carregamento atuante.

- Pilar interno, com carregamento simétrico:

A tensão de cisalhamento solicitante de cálculo (τ_{Sd}), para o caso de carregamento simétrico pode ser expressa por:

$$\tau_{Sd} = \frac{F_{Sd}}{u_0 d} \quad \text{Contorno C} \quad (3.1)$$

$$\tau_{Sd} = \frac{F_{Sd}}{u d} \quad \text{Contorno C}' \quad (3.2)$$

$$d = \frac{d_x + d_y}{2} \quad (3.3)$$

Em que:

d é a altura útil da laje ao longo do contorno crítico C ou C' (externo ao contorno C da área de aplicação da força e deste distante $2d$ no plano da laje);

d_x e d_y são as alturas úteis nas duas direções ortogonais;

u_0 e u são os perímetros dos contornos críticos C e C', respectivamente;

$(u_0 d)$ e $(u d)$ são as áreas das superfícies críticas C e C', respectivamente;

F_{Sd} é a força ou reação concentrada de cálculo.

Segundo a ABNT NBR 6118 (2014), “a força de punção F_{Sd} pode ser reduzida da força distribuída aplicada na face oposta da laje, dentro do contorno considerado na verificação, C ou C' ”.

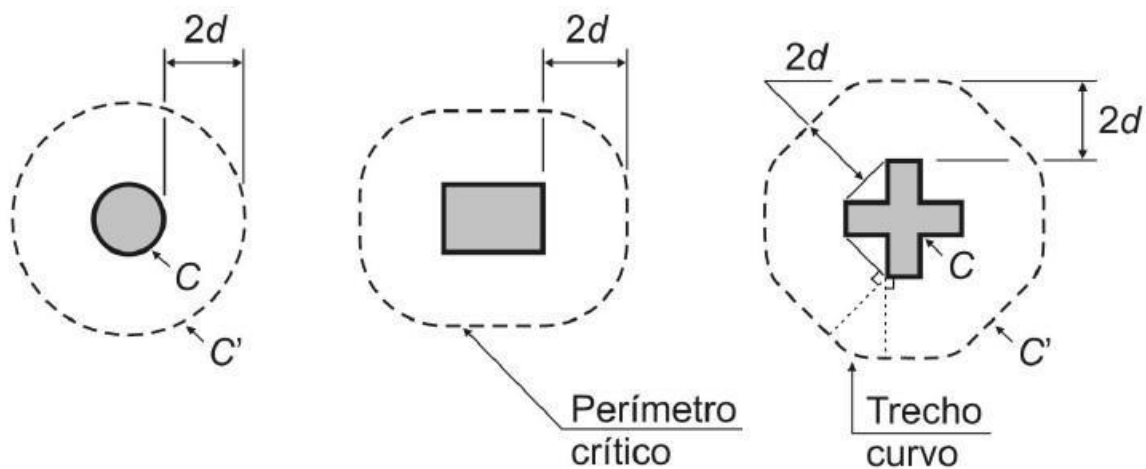


Figura 15: Perímetros críticos em pilares internos (Figura 19.2 da ABNT NBR 6118:2014)

- Pilar interno, com efeito de momento:

A tensão de cisalhamento solicitante de cálculo (τ_{Sd}), nos casos em que, além da força vertical, temos um momento transferido da laje para o pilar, o efeito da assimetria deve ser considerado, pela expressão:

$$\tau_{Sd} = \frac{F_{Sd}}{u d} + \frac{K M_{Sd}}{W_p d} \quad (3.4)$$

Em que:

K é o coeficiente que fornece a parcela de M_{Sd} transmitida ao pilar por cisalhamento, que depende da relação (C_1/C_2);

C_1 é a dimensão do pilar paralela à excentricidade da força;

C_2 é a dimensão do pilar perpendicular à excentricidade da força;

W_p é o módulo de resistência plástica do perímetro crítico u.

A tabela abaixo apresenta os valores do coeficiente K para pilares retangulares internos. Pilares circulares internos, deve ser adotado o valor de $K = 0,6$.

Tabela 3: Valores de K (Tabela 19.2 da ABNT NBR 6118:2014)

(C_1/C_2)	0,5	1,0	2,0	3,0
K	0,45	0,60	0,70	0,80

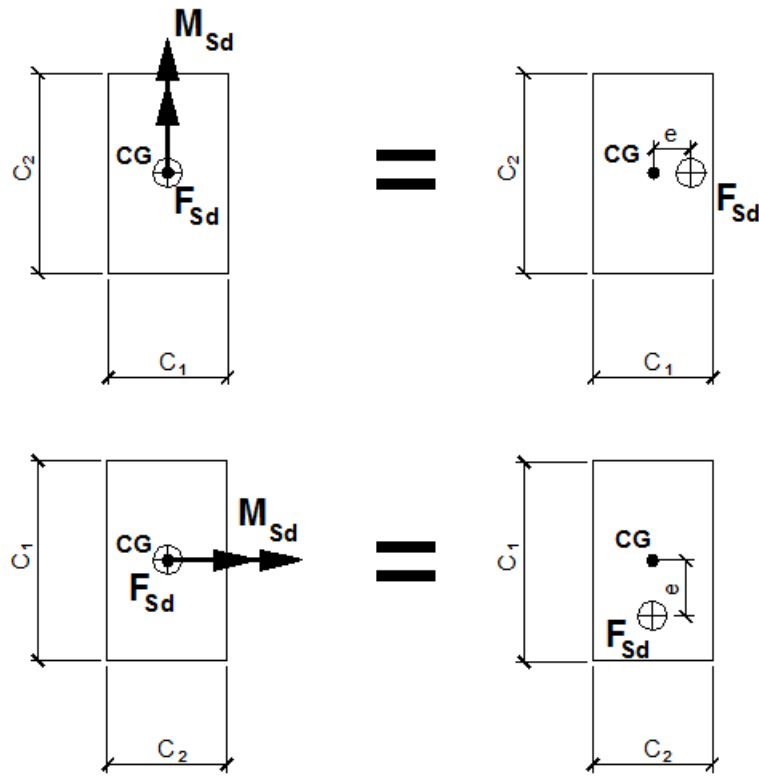


Figura 16: Associação dos momentos aplicados com os lados C_1 e C_2 da seção transversal

A ABNT NBR 6118 (2014) preconiza que o módulo de resistência plástica do perímetro crítico u (W_p) pode ser calculado desprezando a curvatura dos cantos do perímetro crítico, com a expressão:

$$W_p = \int_0^u |e| dl \quad (3.5)$$

Em que:

dl é o comprimento infinitesimal no perímetro crítico u ;

e é a distância de dl ao eixo que passa pelo centro do pilar e sobre o qual atua o momento fletor M_{Sd} .

- Pilares de borda:

A tensão de cisalhamento solicitante de cálculo (τ_{Sd}), quando não agir momento no plano paralelo à borda livre, é definida pela expressão:

$$\tau_{Sd} = \frac{F_{Sd}}{u^* d} + \frac{K_1 M_{Sd1}}{W_{p1} d} \quad (3.6)$$

Sendo:

$$M_{Sd1} = (M_{Sd} - M_{Sd}^*) \geq 0 \quad (3.7)$$

Em que:

F_{Sd} é a reação de apoio;

u^* é o perímetro crítico reduzido;

M_{Sd} é o momento de cálculo no plano perpendicular à borda livre;

M_{Sd}^* é o momento de cálculo resultante da excentricidade do perímetro crítico reduzido u^* em relação ao centro do pilar;

W_{p1} é o módulo de resistência plástica perpendicular à borda livre, calculado para o perímetro u .

O coeficiente K_1 assume os valores estabelecidos para K da tabela 3, com C_1 e C_2 conforme as figuras 16 e 17.

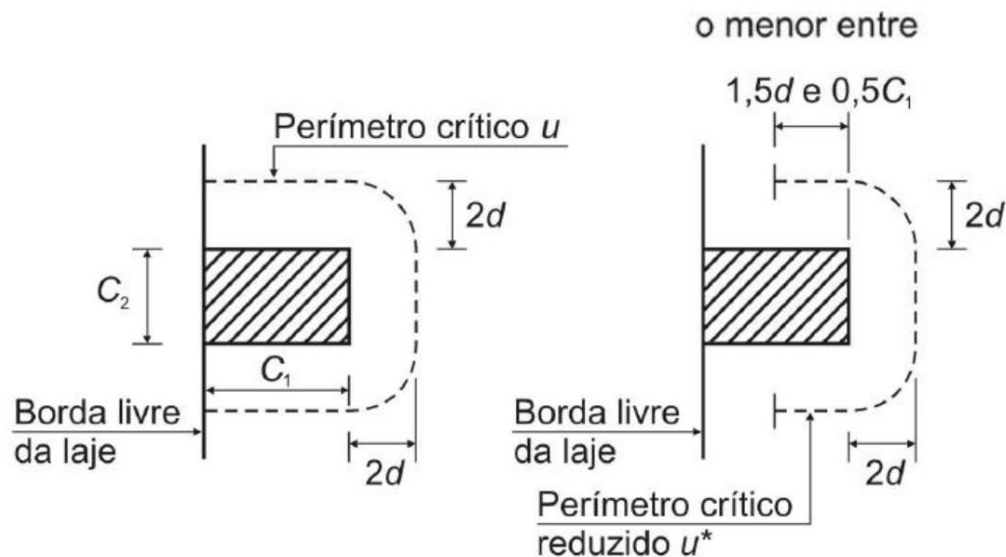


Figura 17: Perímetro crítico em pilares de borda (Figura 19.3 da ABNT NBR 6118:2014)

A tensão de cisalhamento solicitante de cálculo (τ_{Sd}), quando agir momento no plano paralelo à borda livre, é definida pela expressão:

$$\tau_{Sd} = \frac{F_{Sd}}{u^* d} + \frac{K_1 M_{Sd1}}{W_{p1} d} + \frac{K_2 M_{Sd2}}{W_{p2} d} \quad (3.8)$$

Em que:

M_{Sd2} é o momento de cálculo no plano paralelo à borda livre;

W_{p2} é o módulo de resistência plástica na direção paralela à borda livre, calculado para o perímetro u .

O coeficiente K_2 assume os valores estabelecidos para K da tabela 3, substituindo-se (C_1/C_2) por $(C_2/2C_1)$, (com C_1 e C_2 conforme a figura 17).

- Pilares de canto:

A ABNT NBR 6118 (2014), afirma que em pilares de canto, aplica-se as recomendações de pilar de borda quando não age momento no plano paralelo à borda. Por apresentarem duas bordas livres, deve ser feita a verificação separada para cada uma delas, considerando o momento fletor, com plano perpendicular à borda livre adotada. O coeficiente K deve ser calculado em função da proporção (C_1/C_2) , em que C_1 e C_2 são, respectivamente, os lados do pilar perpendicular e paralelo à borda livre adotada, conforme tabela 3.

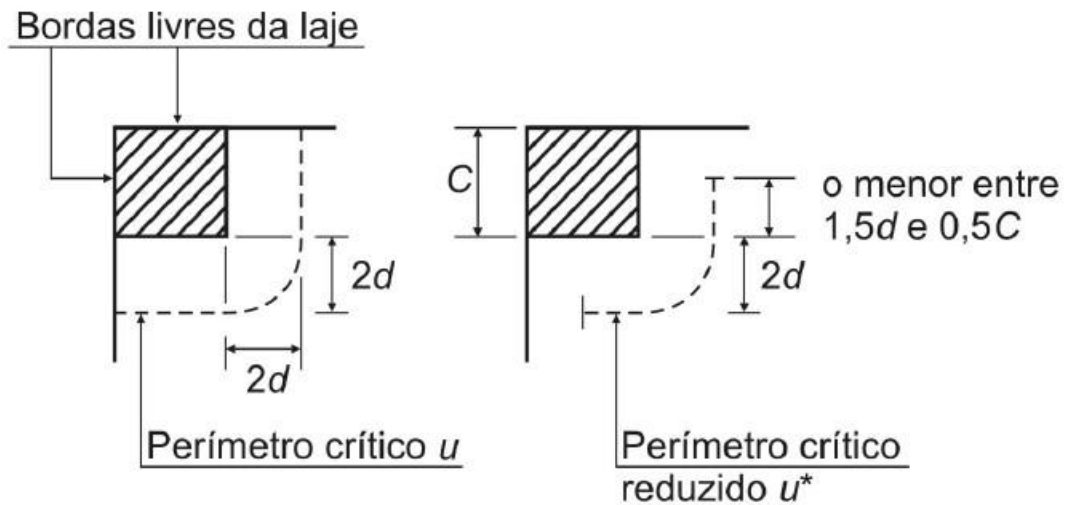


Figura 18: Perímetro crítico em pilares de canto (Figura 19.4 da ABNT NBR 6118:2014)

- Capitel:

De acordo com a ABNT NBR 6118 (2014), “quando existir capitel, devem ser feitas duas verificações nos contornos críticos C_1' e C_2' ”, como mostra a figura abaixo.

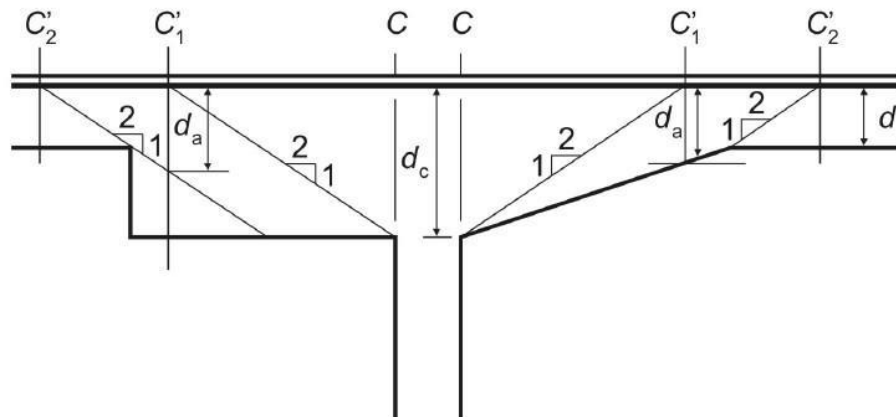


Figura 19: Definição da altura útil no caso de capitel (Figura 19.5 da ABNT NBR 6118:2014)

Em que:

d é a altura útil da laje no contorno C_2' ;

d_c é a altura útil da laje na face do pilar;

d_a é a altura útil da laje no contorno C_1' ;

l_c é a distância entre a borda do capitel e a face do pilar. Quando:

$$l_c \leq 2(d_c - d), \text{ basta verificar o contorno } C_2';$$

$$2(d_c - d) < l_c \leq 2d_c, \text{ basta verificar o contorno } C_1';$$

$$l_c > 2d_c, \text{ é necessário verificar os contornos } C_1' \text{ e } C_2'.$$

- Casos especiais de definição do contorno crítico:

Segundo a norma ABNT NBR 6118 (2014), “se o contorno C apresentar reentrâncias, o contorno crítico C' deve ser paralelo ao polígono circunscrito ao contorno C ”, como mostra a figura 20a. Caso existir uma abertura na laje situada a menos de $8d$ do contorno C , não pode ser considerado, entre as duas retas que passam pelo centro de gravidade da área de aplicação da força e que tangenciam o contorno da abertura, como trecho do contorno crítico C' , como visto na figura 20b.

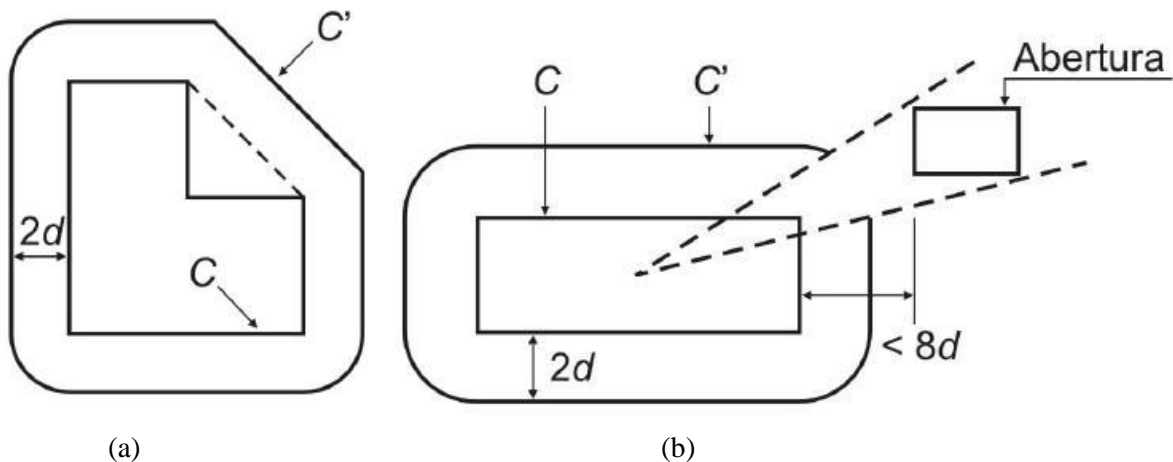


Figura 20: Perímetro crítico: (a) caso de o contorno C apresentar reentrância, (b) junto à abertura da laje (Figura 19.6 e 19.7 da ABNT NBR 6118:2014)

3.5.2 Definição da tensão resistente nas superfícies críticas C, C' e C''

No item 19.5.3.1 da ABNT NBR 6118 (2014) é apresentado a verificação da tensão resistente de compressão diagonal do concreto na superfície crítica C, que deve ser feita em lajes submetidas a punção, com ou sem armadura, como mostra a equação abaixo:

$$\tau_{Sd} = \frac{F_{Sd}}{u_0 d} \leq \tau_{Rd2} = 0,27\alpha_v f_{cd} \quad (3.9)$$

De acordo com Silva (2015), a tensão de cisalhamento resistente de cálculo-limite para verificação da compressão diagonal do concreto na ligação laje-pilar (τ_{Rd2}) é a mesma tensão máxima convencional de cisalhamento (τ_{wd2}) que é definida para o cisalhamento de vigas. A tabela 4 foi criada pelo professor Ney Amorim Silva para facilitar no cálculo, apresentando o valor da tensão τ_{Rd2} para os dois grupos de concreto.

O valor do coeficiente α_v que está na equação 3.9, é igual a:

$$\alpha_v = 1 - \frac{f_{ck}}{250} \quad (3.10)$$

Conforme a ABNT NBR 6118 (2014), o valor de τ_{Rd2} pode ser ampliado em 20%, devido ao efeito de estado múltiplo de tensões junto a um pilar interno, quando não existir aberturas junto ao pilar e os vãos que chegam ao pilar não diferem mais de 50%, como mostra a equação abaixo:

$$\tau_{Rd2} = 1,2 \cdot 0,27\alpha_v f_{cd} = 0,324\alpha_v f_{cd} \quad (3.11)$$

Tabela 4: Valores de τ_{Rd2}

Grupo I – $f_{ck} \leq 50$ MPa		Grupo II – $f_{ck} > 50$ MPa	
f_{ck} (Mpa)	τ_{Rd2} (kN/cm ²)	f_{ck} (Mpa)	τ_{Rd2} (kN/cm ²)
20	0,355 (0,426)	55	0,827 (0,993)
25	0,434 (0,521)	60	0,879 (1,055)
30	0,509 (0,611)	65	0,928 (1,113)
35	0,581 (0,697)	70	0,972 (1,166)
40	0,648 (0,778)	75	1,013 (1,215)
45	0,712 (0,854)	80	1,049 (1,259)
50	0,771 (0,926)	85	1,082 (1,298)
-	-	90	1,111 (1,333)

Os valores entre parênteses representam a equação (3.11)

No item 19.5.3.2 da ABNT NBR 6118 (2014) é apresentado a verificação da tensão resistente na superfície crítica C' em elementos estruturais ou trechos sem armadura de punção, como mostra a equação abaixo:

$$\tau_{Sd} = \frac{F_{Sd}}{u d} \leq \tau_{Rd1} = 0,13 \left(1 + \sqrt{20/d}\right) (100\rho f_{ck})^{1/3} + 0,10\sigma_{cp} \quad (3.12)$$

Sendo

$$\rho = \sqrt{\rho_x \rho_y} \quad (3.13)$$

$$d = (d_x + d_y)/2 \quad (3.14)$$

Em que:

d é a altura útil da laje ao longo do contorno crítico C' da área de aplicação da força, em centímetros;

ρ é a taxa geométrica de armadura de flexão aderente (armadura não aderente deve ser desprezada);

ρ_x e ρ_y são as taxas de armadura nas duas direções ortogonais assim calculadas: na largura igual à dimensão ou área carregada do pilar acrescida de 3d para cada um dos lados, ou no caso de proximidade da borda, prevalece a distância até a borda, quando menor que 3d.

A norma ainda preconiza que essa verificação deve ser feita no contorno crítico C' ou em C₁' e C₂', no caso em que existir capitel.

No item 19.5.3.3 da ABNT NBR 6118 (2014) é apresentado a verificação da tensão resistente na superfície crítica C' em elementos estruturais ou trechos com armadura de punção, como mostra a equação abaixo:

$$\tau_{Sd} = \frac{F_{Sd}}{u d} \leq \tau_{Rd3} = 0,10 \left(1 + \sqrt{20/d}\right) (100\rho f_{ck})^{1/3} + 0,10\sigma_{cp} + 1,5 \frac{d}{s_r} \frac{A_{sw} f_{ywd} \sin \alpha}{u d} \quad (3.15)$$

Em que:

s_r é o espaçamento radial entre linhas de armadura de punção, não maior do que 0,75d;

A_{sw} é a área da armadura de punção em um contorno completo paralelo a C';

α é o ângulo de inclinação entre o eixo da armadura de punção e o plano da laje;

u é o perímetro crítico ou perímetro crítico reduzido no caso de pilares de borda ou canto;

f_{ywd} é a resistência de cálculo da armadura de punção, não maior do que 300 MPa para conectores ou 250 MPa para estribos (de aço CA-50 ou CA-60). Para lajes com espessura maior que 15 cm, esses valores podem ser aumentados conforme estabelece o item 19.4.2 da ABNT NBR 6118 (2014):

$$f_{ywd} = 250 \text{ MPa} \quad \text{para } h \leq 15 \text{ cm} \quad (3.16)$$

$$f_{ywd} = 435 \text{ MPa} \quad \text{para } h > 35 \text{ cm} \quad (3.17)$$

$$f_{ywd} = 250 + 185 \frac{h-15}{20} \text{ MPa} \quad \text{para } 15 < h \leq 35 \text{ cm} \quad (3.18)$$

Silva (2015) afirma que o primeiro termo de τ_{Rd3} na equação 3.15 pode ser calculado em função do valor de τ_{Rd1} , expresso na equação 3.12, ficando a equação reescrita como;

$$\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd3} = \frac{0,10}{0,13} \tau_{Rd1} + 1,5 \frac{d}{s_r} \frac{A_{sw} f_{ywd} \sin \alpha}{u d} \quad (3.19)$$

Com isso a armadura A_{sw} pode ser dada por:

$$A_{sw} = \frac{\tau_{Sd} - \frac{0,10}{0,13} \tau_{Rd1}}{1,5 \frac{d}{s_r} f_{ywd} \sin \alpha} u d \quad (3.20)$$

Silva (2015) preconiza que no cálculo da armadura A_{sw} , equação 3.20, embora o produto $(1,5d/s_r) \geq 2$, utilize o valor mínimo de 2, a favor da segurança.

A ABNT NBR 6118 (2014) afirma que “essa armadura deve ser preferencialmente constituída por três ou mais linhas de conectores tipo pino com extremidades alargadas, dispostas radialmente a partir do perímetro do pilar. Cada uma dessas extremidades deve estar ancorada fora do plano da armadura de flexão correspondente”.

No item 19.5.3.4 da ABNT NBR 6118 (2014) sobre a definição da superfície crítica C'' , a norma afirma que quando houver a necessidade de utilizar armadura transversal, ou seja, $\tau_{Sd} > \tau_{Rd1}$ no contorno C' , essa armadura transversal deve ser estendida em contornos paralelos a C' até que, em um contorno C'' afastado de $2d$ do último contorno de armadura, não seja mais necessária armadura ($\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd1}$, no contorno C'').

A figura 21 apresenta a disposição em planta da armadura transversal, bem como o contorno u^* da superfície crítica C'' .

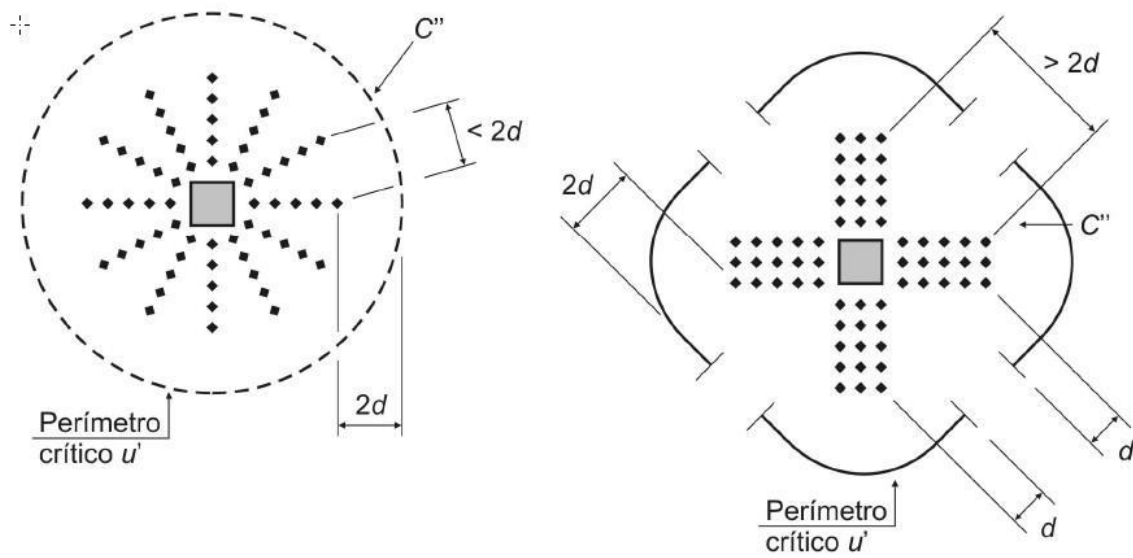


Figura 21: Disposição da armadura de punção em planta e contorno da superfície crítica C'' (Figura 19.8 da ABNT NBR 6118:2014)

A figura 22 apresenta a disposição da armadura transversal em corte.

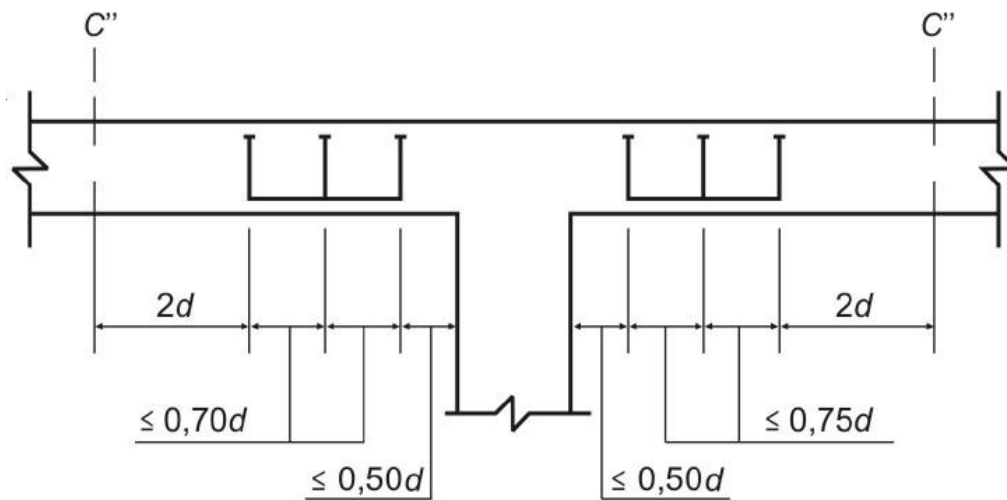


Figura 22: Disposição da armadura de punção em corte (Figura 19.9 da ABNT NBR 6118:2014)

Segundo a ABNT NBR 6118 (2014), deve ser feito três verificações, caso seja necessária armadura de punção:

- Tensão resistente de compressão do concreto no contorno C, conforme o item 19.5.3.1 da mesma;
- Tensão resistente à punção no contorno C' , considerando a armadura de punção, conforme o item 19.5.3.3 da mesma;

- Tensão resistente à punção no contorno C'' sem armadura de punção, conforme o item 19.5.3.2 da mesma.

No item 19.5.3.5 da ABNT NBR 6118 (2014) sobre armadura de punção obrigatória, essa norma afirma que em casos de estabilidade global da estrutura depender da resistência da laje à punção, a armadura de punção deve ser prevista, mesmo que a tensão τ_{sd} seja menor que a tensão τ_{Rd1} . Essa armadura deve equilibrar no mínimo 50% de F_{sd} .

3.5.3 Colapso progressivo

Conforme o item 19.5.3.5 da ABNT NBR 6118 (2014), “para garantir a ductilidade local e a conseqüente proteção contra o colapso progressivo, a armadura de flexão inferior que atravessa o contorno C deve estar suficientemente ancorada além do contorno C' ou C''”, como mostra a figura 23 e deve ser tal que:

$$A_{s,ccp} \geq 1,5 \frac{F_{sd}}{f_{yd}} \quad (3.21)$$

Em que:

$A_{s,ccp}$ é o somatório de todas as áreas das barras inferiores que cruzam cada uma das faces do pilar;

F_{sd} pode ser calculado com γ_f igual a 1,2;

f_{yd} é a tensão de cálculo correspondente ao escoamento da armadura inferior.

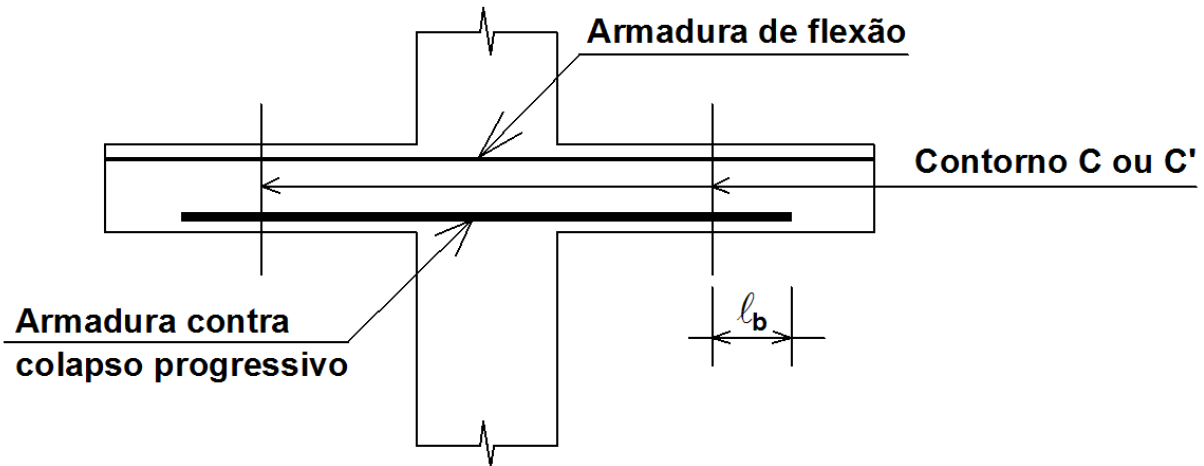


Figura 23: Armadura contra colapso progressivo (Figura 19.10 da ABNT NBR 6118:2014)

3.5.4 Disposições construtivas

Silva (2015) afirma que nas armaduras de combate à punção devem ser observadas algumas distâncias máximas entre as fileiras de conectores ou estribos verticais, que estão estabelecidas na ABNT NBR 6118 (2014), que visam a melhor eficácia na ligação laje-pilar:

- $s_0 = 0,5d$: distância da face do pilar e a primeira fila de conectores ou estribos;
- $s_r \leq 0,75d$: espaçamento radial entre duas linhas de conectores ou estribos;
- $s_e \leq 2d$: distância máxima medida na última linha, entre dois conectores ou estribos.

O limite s_e talvez não seja atendido dependendo da disposição da armadura na última linha. Então, nesse caso, parte do contorno C'' deve ser desprezado na verificação da tensão de cisalhamento, como mostra a figura 21, à direita (Silva, 2015).

Conforme o item 20.3 da ABNT NBR 6118 (2014), em lajes sem vigas, maciças ou nervuradas, que são calculadas pelo processo aproximado (pórticos múltiplos), devem respeitar as disposições construtivas contidas na figura 24.

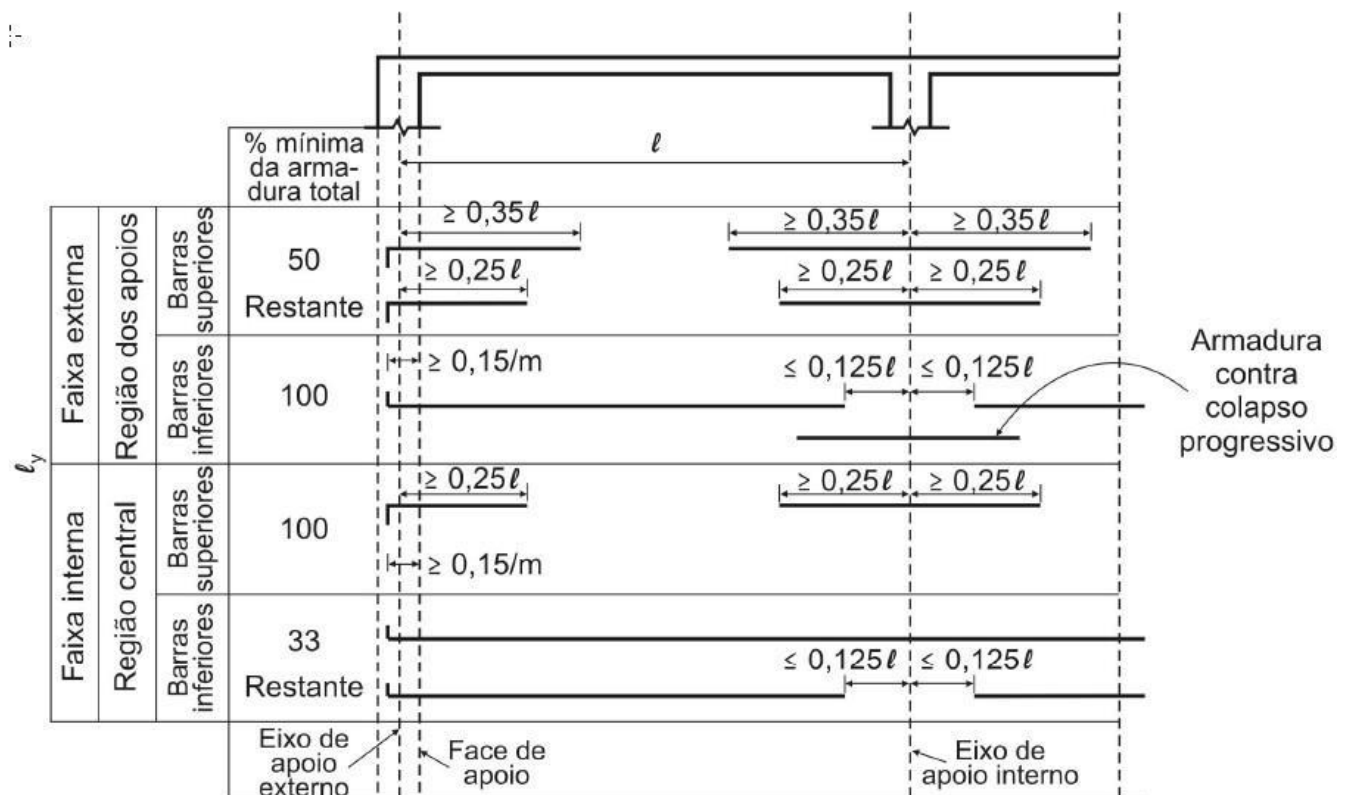


Figura 24: Disposições construtivas das armaduras para lajes sem vigas (Figura 20.2 da ABNT NBR 6118:2014)

No item 20.4 da ABNT NBR 6118 (2014), sobre armadura de punção, a norma preconiza que quando houver a necessidade de armadura para combater à punção, esta deve ser constituída por estribos verticais ou conectores (studs), dando preferência de utilização estes últimos. “O diâmetro da armadura de estribos não pode superar $h/20$ da laje e deve haver contato mecânico das barras longitudinais com os cantos dos estribos”. A figura 25 apresenta as regiões mínimas que devem ser dispostas as armaduras de punção e as distâncias regulamentares a serem obedecidas.

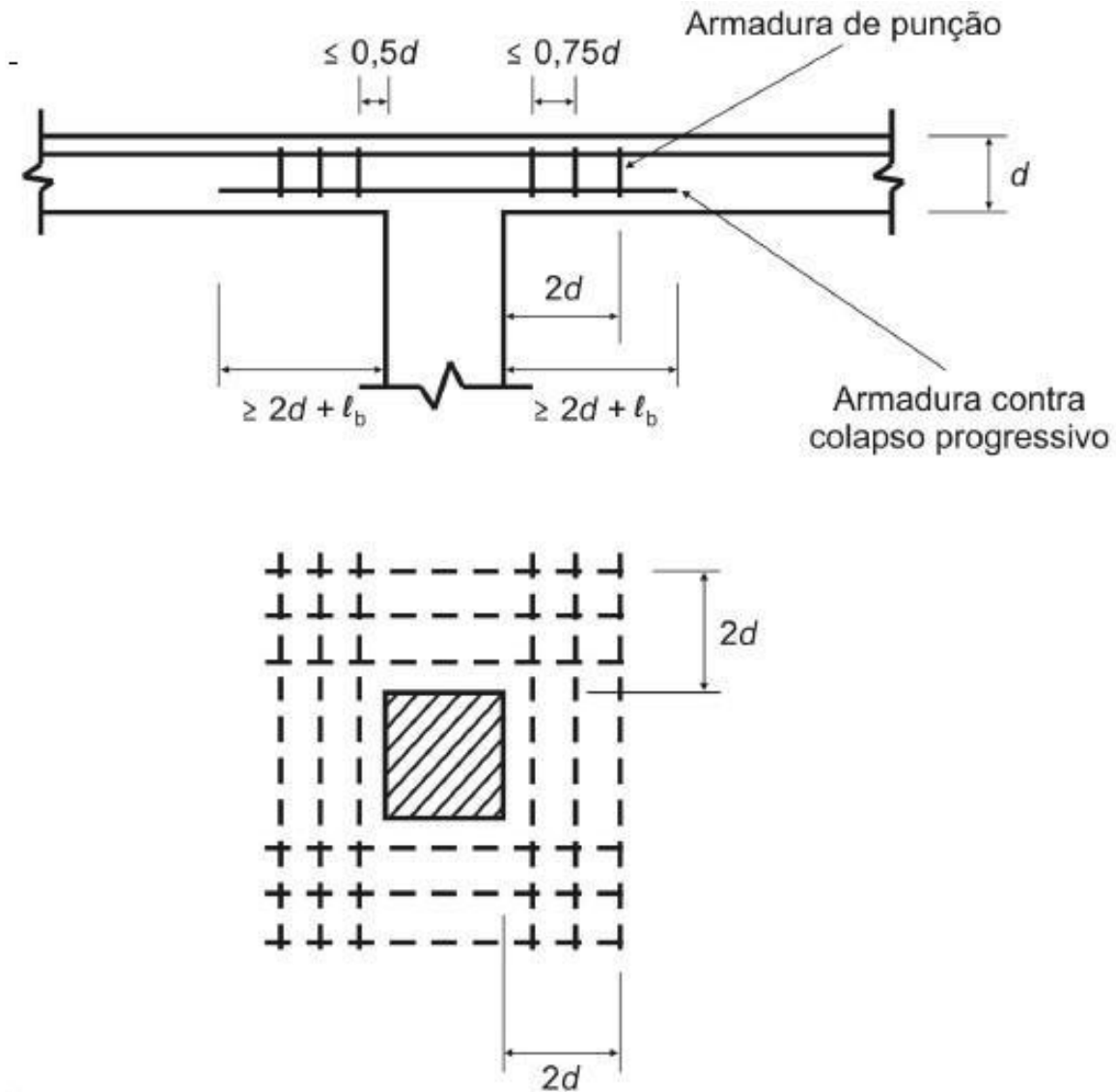


Figura 25: Armaduras de punção (Figura 20.3 da ABNT NBR 6118:2014)

4 MODELAGEM

4.1 Apresentação

A estrutura escolhida para a análise da eficiência e aplicabilidade da laje lisa trata-se de um edifício comercial de 2 andares com área de 715m² por andar e pé-direito de 4 metros. Esta edificação possui duas alas amplas a serem divididas em salas menores de acordo com a ocupação desejada. As alas são interligadas por um corredor onde estão localizados os banheiros e as caixas de escada e de elevador (Anexo 1: Arquitetura).

Para a utilização de lajes lisas, a estrutura foi lançada sem nenhum vigamento e os pilares foram dispostos de maneira a formarem filas ortogonais entre si, de modo a facilitar os cálculos. Para absorção dos esforços horizontais foi projetado um núcleo rígido, que será responsável pela estabilidade lateral do edifício. O lançamento da estrutura para o pavimento tipo encontra-se no Anexo 2: Projeto Estrutural.

A utilização de lajes lisas neste tipo de edifício é vantajosa, pois a ausência de vigas possibilita a utilização de um desnível menor e uma grande liberdade para a divisão do ambiente.

O pré-dimensionamento foi realizado baseado nas prescrições da ABNT NBR 6118 (2014). Para o cálculo da estrutura foram utilizados os métodos de análise, como: processo dos pórticos múltiplos, analogia de grelhas e elementos finitos. Para isso, foram utilizados os seguintes *softwares*:

- FTOOL versão educacional 3.01;
- SAP2000 versão 15;
- TQS versão 19.9.

4.2 Dados Gerais

Os seguintes parâmetros foram utilizados para o cálculo através dos três métodos citados anteriormente:

- $\gamma = 25 \text{ kN/m}^3$ (concreto);
- $\gamma = 13 \text{ kN/m}^3$ (alvenaria de vedação);
- $f_{ck} = 50 \text{ MPa}$;
- $E = \alpha_E 5600\sqrt{f_{ck}} = 1,0 \times 5600 \times \sqrt{50} = 39.597,979746 \text{ MPa} = 39.597.979,746 \text{ kN/m}^2$;
- $\nu = 0,2$;
- $G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)} = 16.499 \text{ MPa}$;
- $h = 25 \text{ cm}$.

4.3 Carregamento

A laje foi calculada com o seguinte carregamento:

Peso próprio	$pp = 0,25 \times 25 = 6,25 \text{ kN/m}^2$
Revestimento	$Rev. = 1,0 \text{ kN/m}^2$
Alvenaria distribuída na laje	$Alv. = 1,0 \text{ kN/m}^2$
Sobrecarga	$SC = 3,0 \text{ kN/m}^2$
<hr/>	
Total	$Q = 11,25 \text{ kN/m}^2$
Alvenaria nas bordas	$Alv. = (4 - 0,25) \times 0,25 \times 13 = 12,20 \text{ kN}$

5 VALIDAÇÃO DOS MODELOS COMPUTACIONAIS

Para se obter maior confiabilidade da modelagem, utilizou-se um modelo simples de laje isolada, simplesmente apoiada, para entendimento e avaliação do funcionamento de cada *software*, quanto à entrada de dados e saída de resultados, isto é, pré e pós-processamento. Realizou-se a modelagem da placa por meio dos dois programas computacionais anteriormente mencionados neste trabalho e as soluções foram comparadas à solução analítica exata.

A placa possui geometria conforme figura 26, com espessura de 25 cm. A placa foi submetida a um carregamento vertical uniformemente distribuído, equivalente a seu peso próprio (6250 N/m^2), sendo apoiada continuamente em suas quatro bordas, com restrição aos deslocamentos verticais.

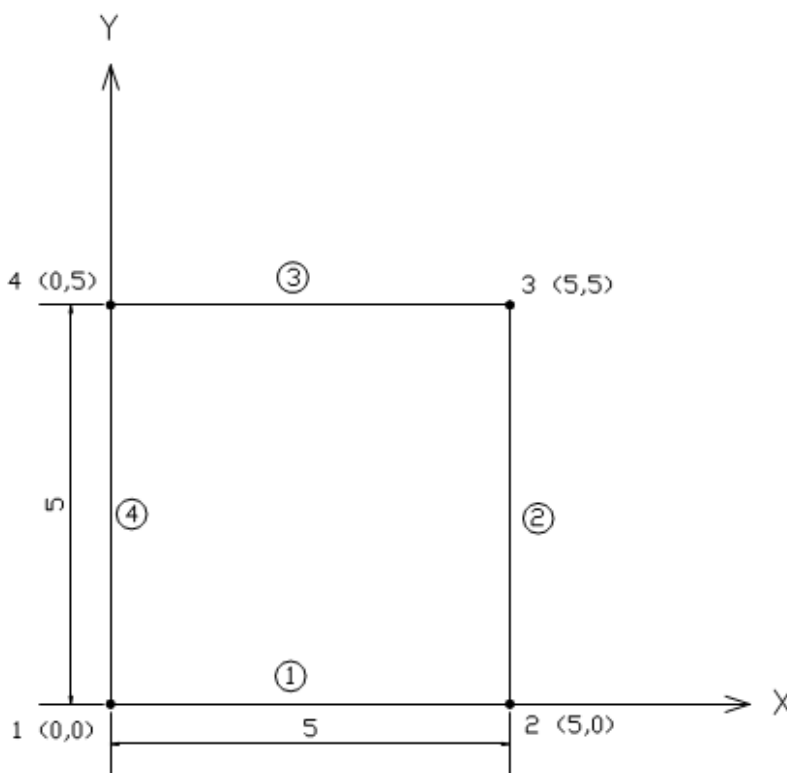


Figura 26: Geometria da placa

Os seguintes parâmetros foram utilizados para o cálculo através dos dois métodos citados anteriormente:

- $\gamma = 25 \text{ kN/m}^3$ (concreto);
- $\gamma = 13 \text{ kN/m}^3$ (alvenaria de vedação);
- $f_{ck} = 35 \text{ MPa}$;
- $E = 0,85 \times 5600 \sqrt{f_{ck}} = 0,85 \times 5600 \times \sqrt{50} = 28160 \text{ MPa}$;

- $\nu = 0,2;$
- $G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)} = 11.733 \text{MPa};$
- $h = 25 \text{cm}.$

Conforme TIMOSHENKO & WOINOWSKY-KRIEGER (1959), o deslocamento vertical máximo no centro da placa e o valor do momento fletor máximo nas direções x e y são expressos por:

$$w_{m\acute{a}x} = 0,00406 \frac{q a^4}{D} \quad e \quad M_{x,m\acute{a}x} = M_{y,m\acute{a}x} = 0,0469 q a^2 \quad , \text{ onde } D = \frac{E h^3}{12 (1 - \nu^2)}$$

Sendo:

q = carga distribuída;

a = vão;

E = módulo de elasticidade do material constituinte;

h = espessura da placa;

ν = coeficiente de Poisson;

No programa TQS, foi necessária a criação de vigas para apoio da placa, enquanto os outros permitem a restrição de deslocamento em uma linha da geometria.

As soluções numéricas são comparadas às exatas na tabela 5. As figuras 27 e 28 ilustram a variação dos deslocamentos, e as figuras 29 e 30 a distribuição dos momentos fletores. É possível perceber que o resultado do SAP2000 foi exato para deslocamentos, enquanto o resultado obtido com base na grelha equivalente foi totalmente impreciso.

A solução numérica para o momento fletor obtida pelo SAP2000 apresentou precisão adequada, com erro máximo de 6%, enquanto o erro do TQS foi de 19,5%.

Dessa forma, ao simular um sistema mais complicado, podemos esperar resultados que diferenciem entre si em maior escala, levando em consideração a complexidade da nova abordagem.

Tabela 5: Comparação dos resultados

Resultados	Solução exata	Método das grelhas	Método dos Elementos Finitos
		TQS	SAP
Deslocamento máximo (mm)	0,415	0,750	0,415
Erro no deslocamento (%)	-	80,7	0
Momento fletor máximo (N.m/m)	7328	8760	6908
Erro no momento (%)	-	19,5	6,1

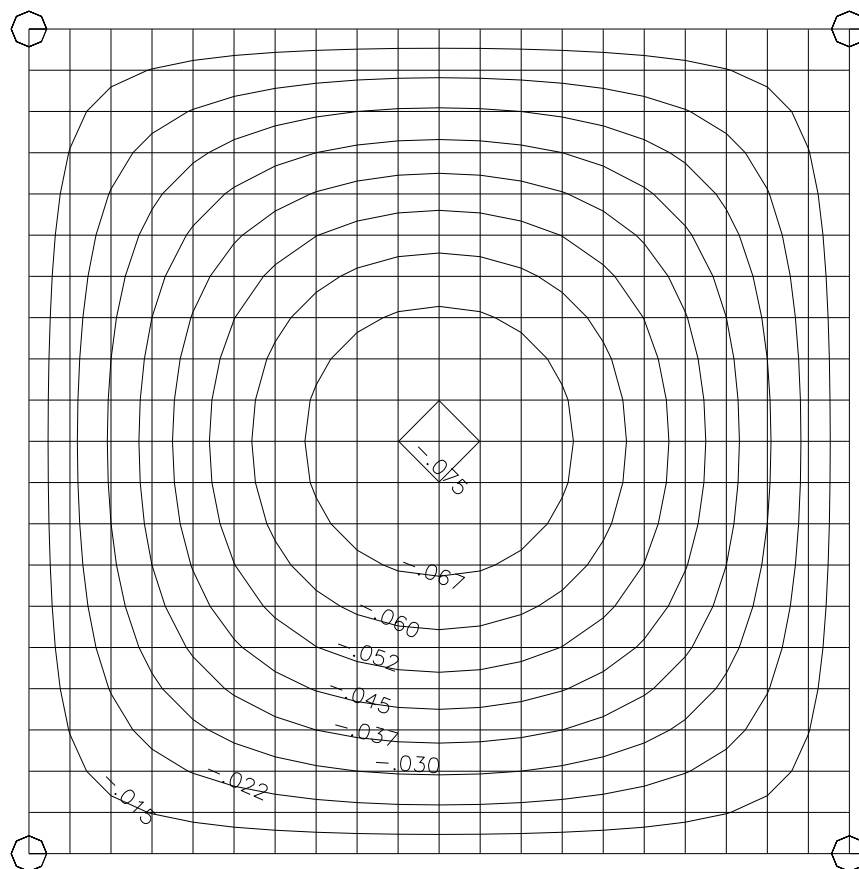


Figura 27: Deslocamentos verticais (cm) - TQS

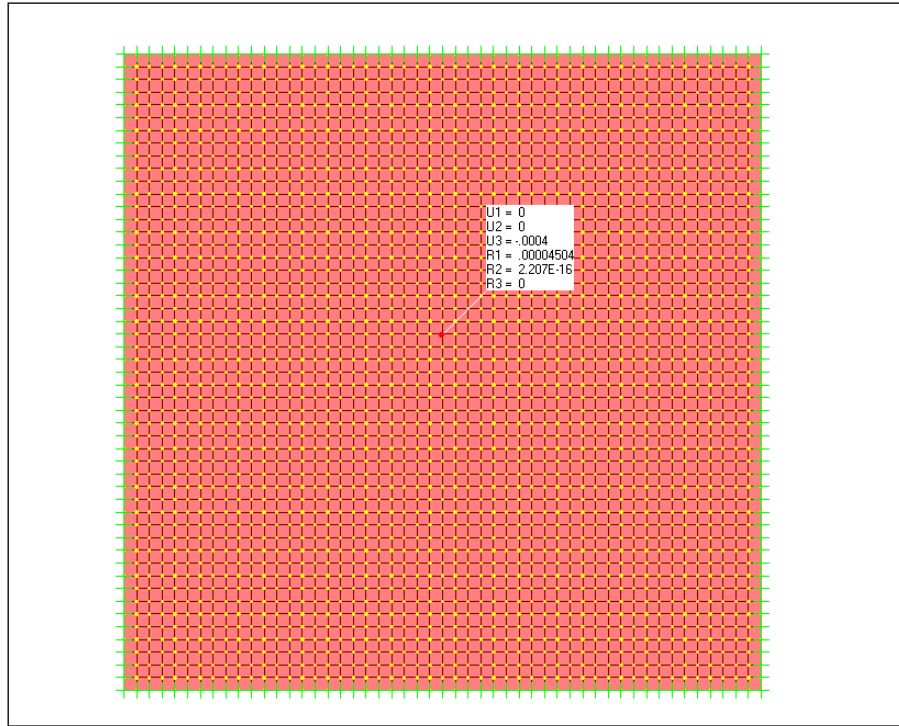


Figura 28: Deslocamentos verticais (m) - SAP

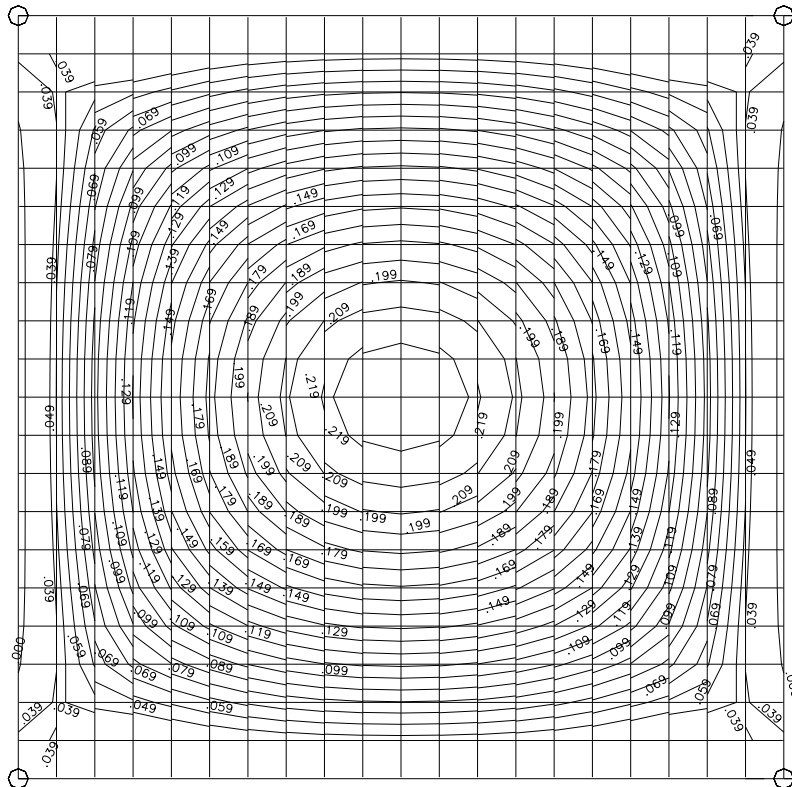


Figura 29: Momento fletores (tf.m/20cm) - TQS

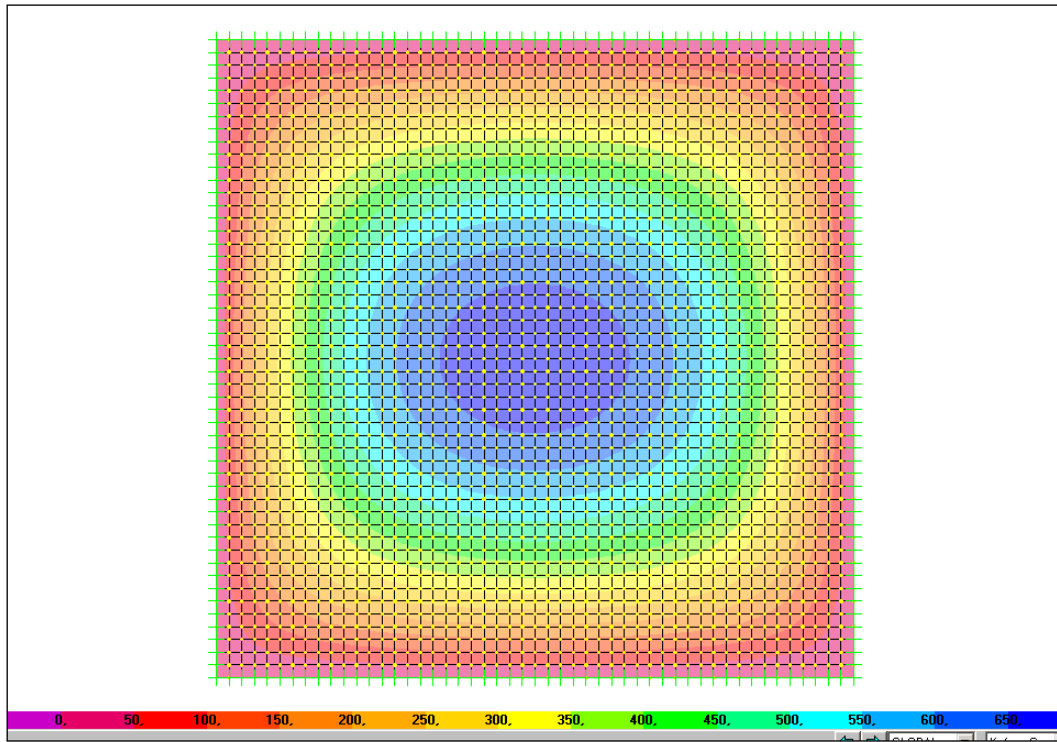


Figura 30: Momento fletores (kg.m) – SAP

6 PROCESSO DOS PÓRTICOS MÚLTIPLOS

6.1 Verificações

6.1.1 Generalidades

Este processo apresenta bons resultados quando a relação entre os vãos ortogonais atende à seguinte expressão:

$$0,75 < \frac{L_x}{L_y} < 1,33 \quad (6.1)$$

Nem sempre se consegue que os pilares estejam alinhados, porém para conseguir resultados bons com esse método permite-se um desalinhamento máximo entre os pilares de:

$$\frac{L_x}{10} \text{ ou } \frac{L_y}{10} \quad (6.2)$$

A recomendação da espessura da laje lisa de concreto armado, tomando L como o maior vão é:

$$h = \frac{L}{36} \text{ a } \frac{L}{40} \quad (6.3)$$

Para os pilares que suportam as lajes, são recomendadas as dimensões mínimas da seção transversal, as quais não poderão ser reduzidas em nenhuma hipótese. Essas dimensões mínimas são:

- 30cm;
- 1/20 da distância entre eixos dos pilares em cada direção;
- 1/15 da altura livre do pilar (1 / 10 para os pilares cintados).

6.1.2 Validade e condições do processo

- Alinhamento dos pilares

Os pilares do projeto estão perfeitamente alinhados e, portanto, o cálculo aproximado poderá ser utilizado.

- Relação entre vãos ortogonais

$$0,75 < \frac{L_x}{L_y} = \frac{580}{632,5} = 0,92 < 1,33$$

6.1.3 Dimensões dos elementos

- Espessura da laje

$$h = \frac{L}{36} = \frac{632,5}{36} = 17,6 \text{ cm} < h = 25 \text{ cm}$$

- Dimensões dos pilares

Considerando a como a dimensão dos pilares na direção X e b como a dimensão na direção Y, tem-se:

$$a \geq \begin{cases} 30 \text{ cm} \\ \frac{580}{20} = 29 \text{ cm} \\ \frac{(400 - 20)}{15} = 25 \text{ cm} \end{cases} \quad a \geq 30 \text{ cm}$$

$$a \geq \begin{cases} 30 \text{ cm} \\ \frac{632,5}{20} = 31,6 \text{ cm} \\ \frac{(400 - 20)}{15} = 25 \text{ cm} \end{cases} \quad a \geq 32 \text{ cm}$$

Todos os pilares possuem dimensões maiores do que as calculadas acima.

6.2 Esforços nos pórticos

Para o cálculo dos esforços atuantes, considera-se que o conjunto laje-pilares forme pórticos perpendiculares entre si. Neste procedimento considera-se o carregamento total atuando, em cada direção, isoladamente. Naturalmente que, para o cálculo das reações nos pilares, isto não deve ser considerado.

Os pórticos equivalentes da estrutura em questão serão considerados dividindo-se a laje conforme a figura 31. O carregamento e o diagrama de momentos fletores correspondentes a cada pórtico podem ser vistos nas figuras 32 a 36.

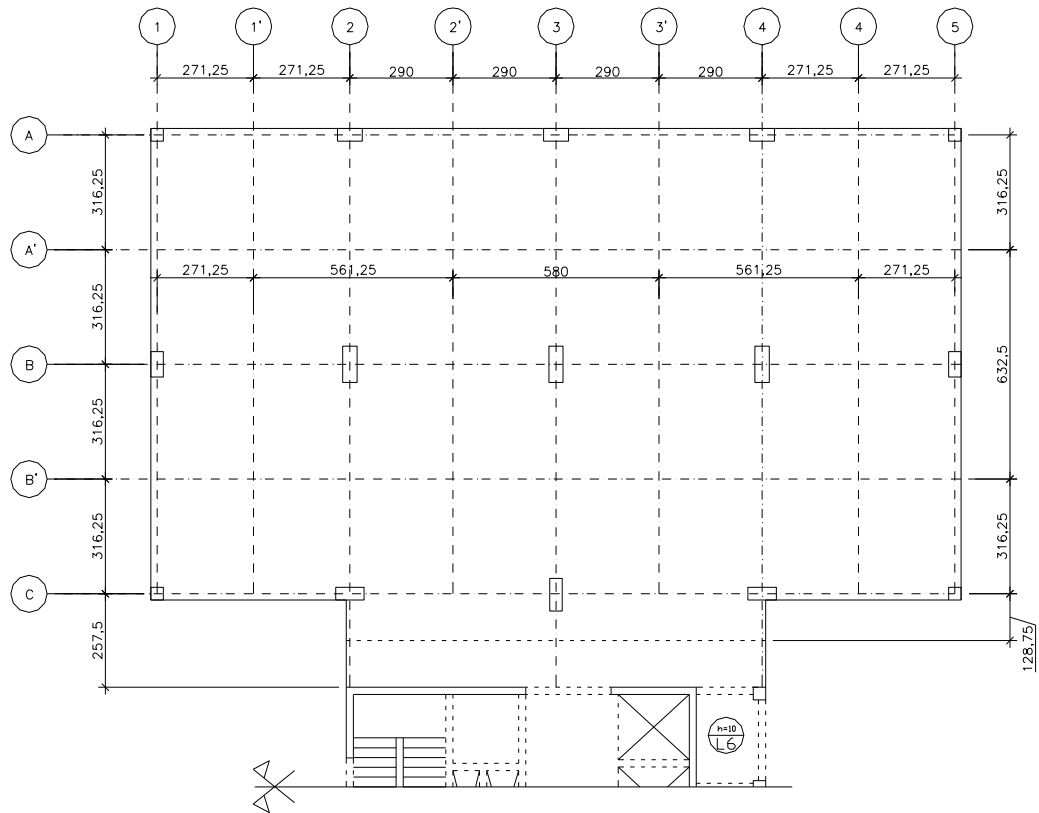


Figura 31: Pórticos múltiplos

Os esforços foram calculados através do software Ftool (Two Dimensional Frame Analysis Tool) Versão Educacional 3.01, desenvolvido pela PUC-RJ.

- Eixo A

$$I_{v1} = \frac{3,162 \times 0,25^3}{12} = 4,12 \times 10^{-3} m^4$$

$$I_{p1} = \frac{0,35 \times 0,35^3}{12} = 1,25 \times 10^{-3} m^4$$

$$I_{p2} = \frac{0,35 \times 0,70^3}{12} = 1,00 \times 10^{-2} m^4$$

$$q = 14,35 \times 3,1625 = 45,38 kN/m^2$$

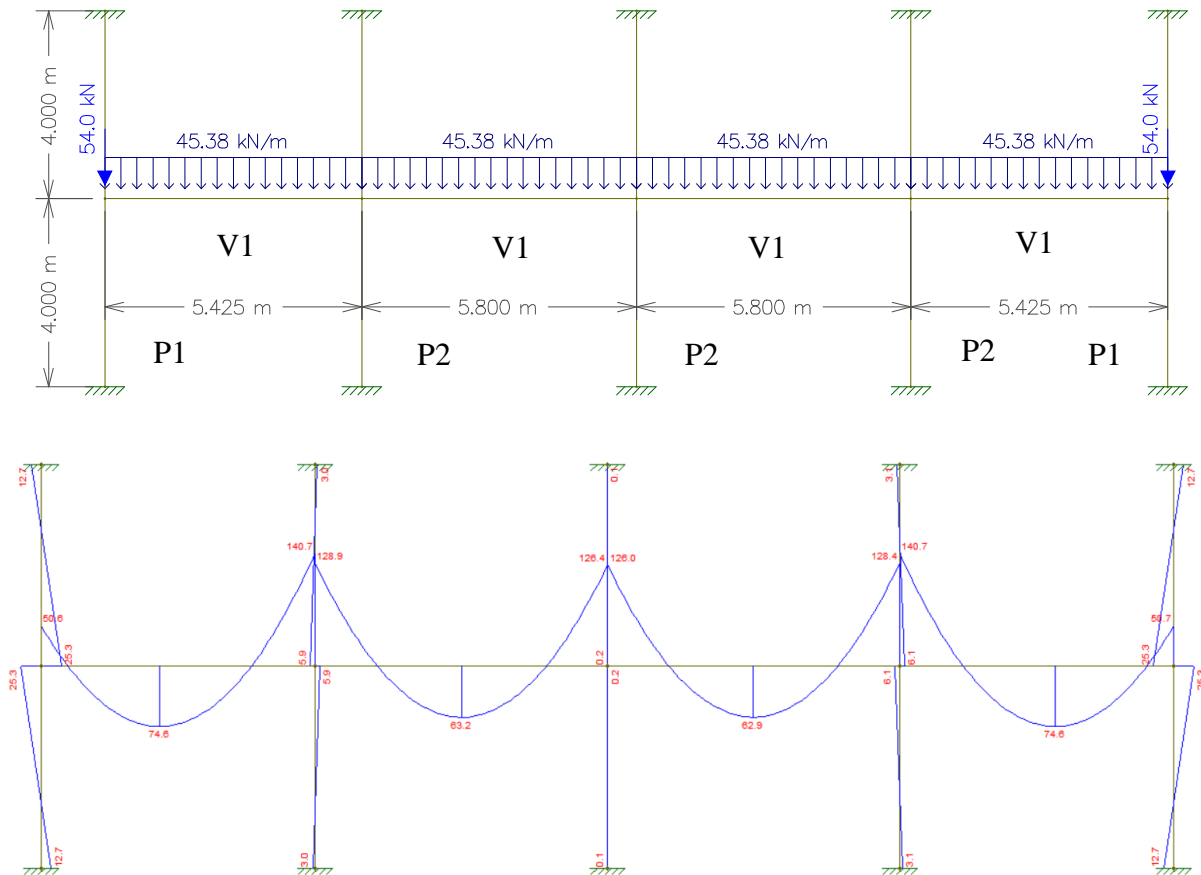


Figura 32: Pórtico múltiplo do eixo A

- Eixo B

$$I_{V1} = \frac{6,325 \times 0,25^3}{12} = 8,24 \times 10^{-3} m^4$$

$$I_{P1} = \frac{0,70 \times 0,35^3}{12} = 2,50 \times 10^{-3} m^4$$

$$I_{P2} = \frac{1,00 \times 0,40^3}{12} = 5,33 \times 10^{-3} m^4$$

$$q = 14,35 \times 6,325 = 90,76 kN/m^2$$

$$alvenaria = 17,07 \times 6,325 = 107,97 kN/m^2$$

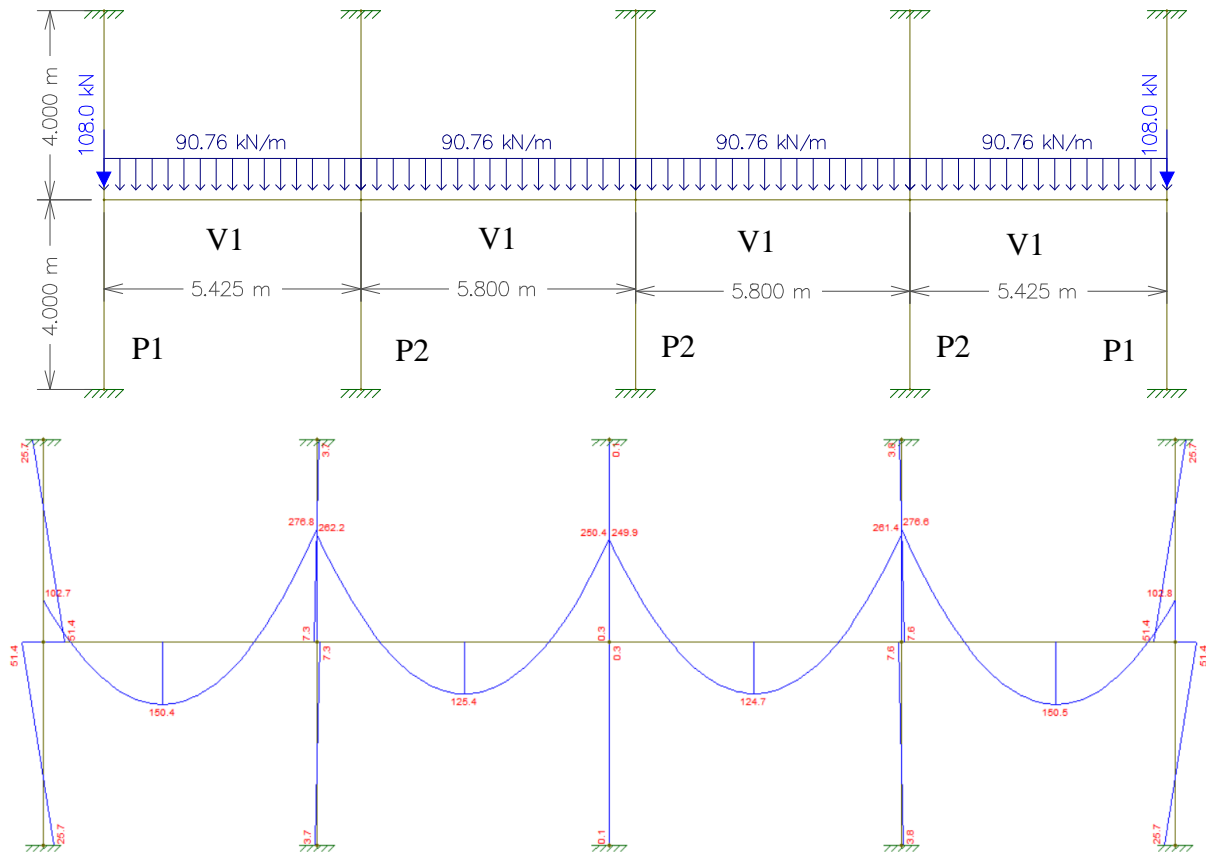


Figura 33: Pórtico múltiplo do eixo B

- Eixo C

$$I_{V1} = \frac{3,162 \times 0,25^3}{12} = 4,12 \times 10^{-3} m^4$$

$$I_{V2} = \frac{5,7375 \times 0,25^3}{12} = 7,47 \times 10^{-3} m^4$$

$$I_{P1} = \frac{0,35 \times 0,35^3}{12} = 1,25 \times 10^{-3} m^4$$

$$I_{P2} = \frac{0,35 \times 0,80^3}{12} = 1,493 \times 10^{-2} m^4$$

$$I_{P3} = \frac{0,90 \times 0,35^3}{12} = 3,22 \times 10^{-3} m^4$$

$$q_1 = 14,35 \times 3,1625 = 45,38 kN/m^2$$

$$q_2 = 14,35 \times 5,7375 = 82,33 kN/m^2$$

$$alvenaria = 17,07 \times 3,1625 = 53,98 kN/m^2$$

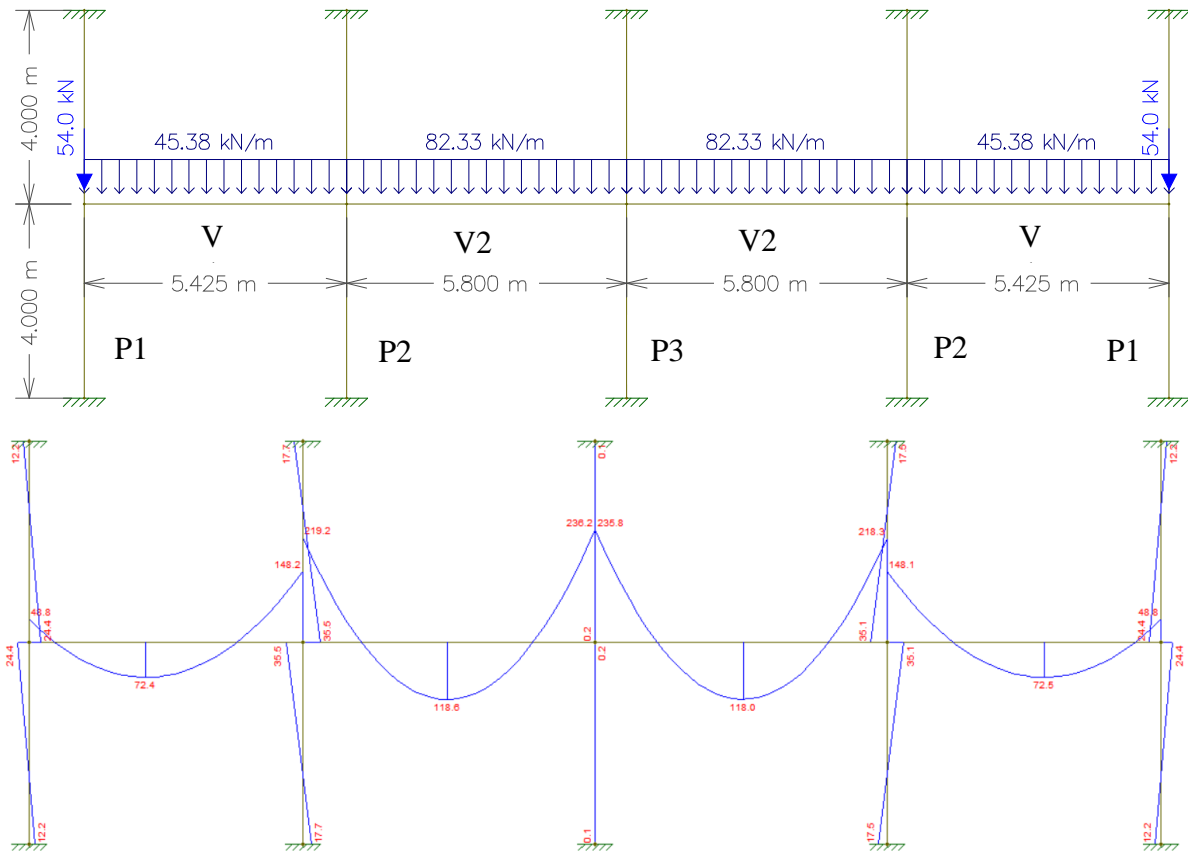


Figura 34: Pórtico múltiplo do eixo C

- Eixo 1 e 5

$$I_{V1} = \frac{2,7125 \times 0,25^3}{12} = 3,53 \times 10^{-3} m^4$$

$$I_{P1} = \frac{0,35 \times 0,35^3}{12} = 1,25 \times 10^{-3} m^4$$

$$I_{P2} = \frac{0,35 \times 0,70^3}{12} = 1,00 \times 10^{-2} m^4$$

$$q = 14,35 \times 2,7125 = 38,92 kN/m^2$$

$$alvenaria = 17,07 \times 2,7125 = 46,30 kN/m^2$$

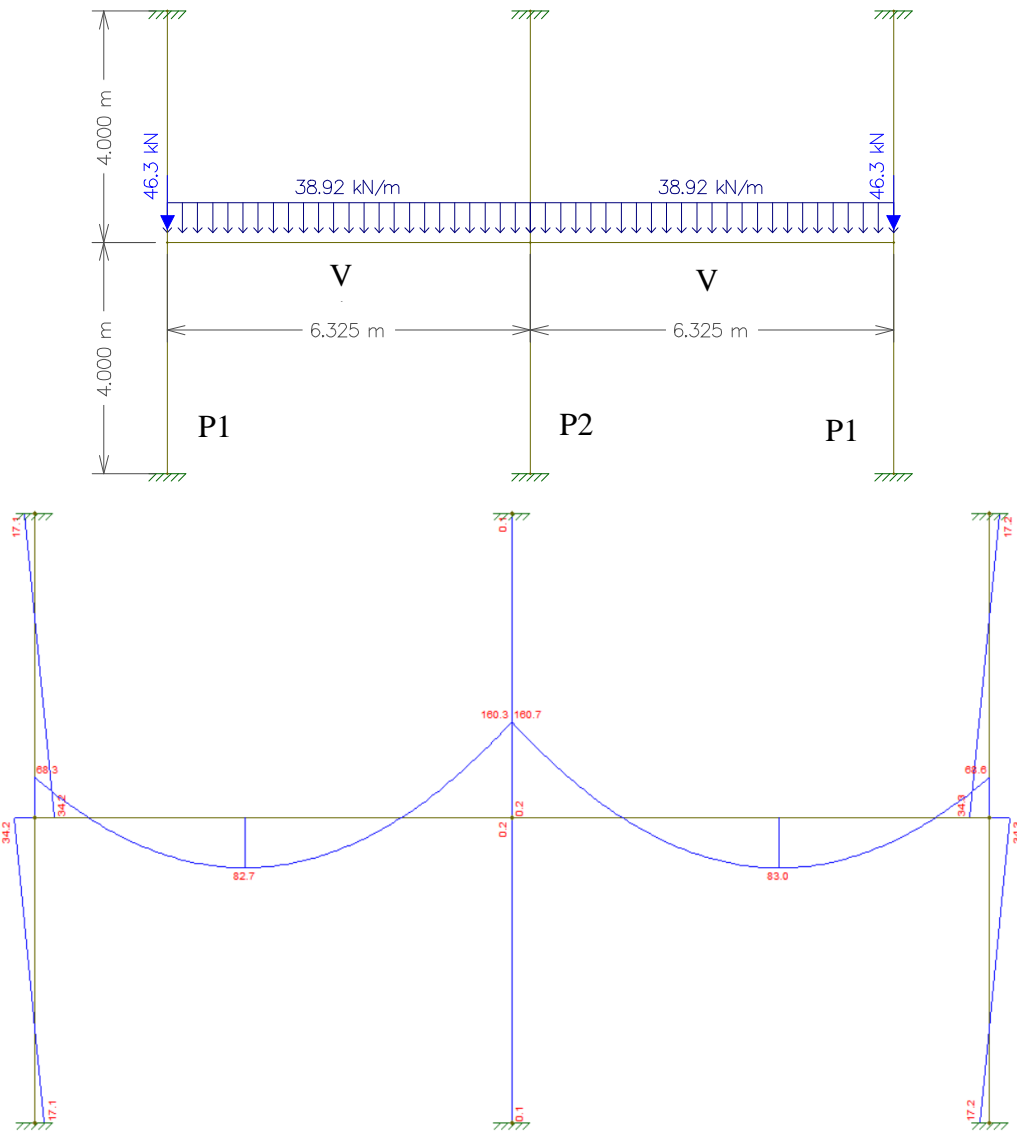


Figura 35: Pórtico múltiplo do eixo 1 e 5

- Eixo 2 e 4

$$I_{V1} = \frac{5,6125 \times 0,25^3}{12} = 7,31 \times 10^{-3} m^4$$

$$I_{V2} = \frac{2,90 \times 0,25^3}{12} = 3,78 \times 10^{-3} m^4$$

$$I_{P1} = \frac{0,70 \times 0,35^3}{12} = 2,50 \times 10^{-3} m^4$$

$$I_{P2} = \frac{0,40 \times 1,00^3}{12} = 3,33 \times 10^{-2} m^4$$

$$I_{P3} = \frac{0,80 \times 0,35^3}{12} = 2,85 \times 10^{-3} m^4$$

$$q = 14,35 \times 5,6125 = 80,54 kN/m^2$$

$$alvenaria = 17,07 \times 5,6125 = 95,81 kN/m^2$$

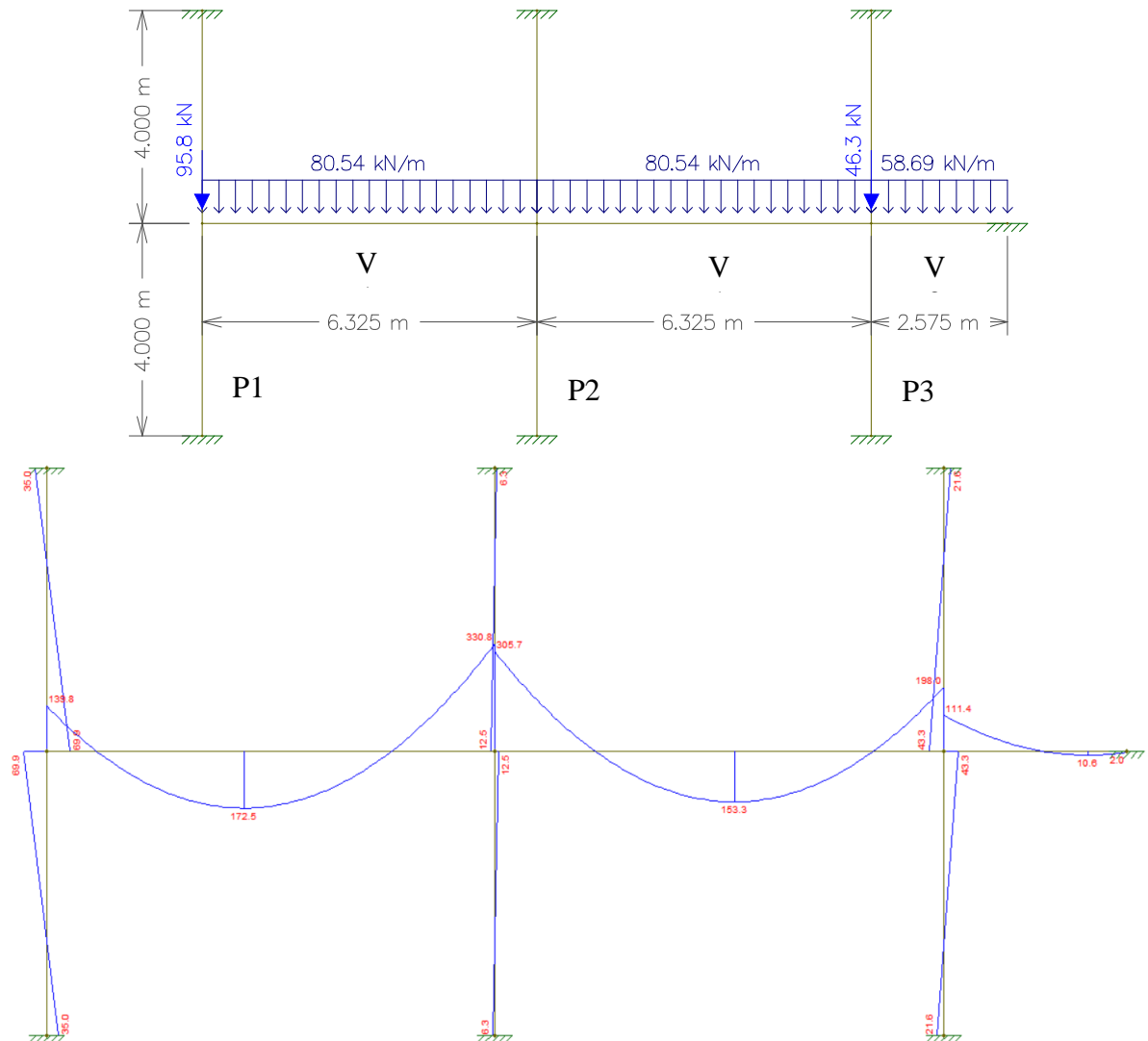


Figura 36: Pórtico múltiplo do eixo 2 e 4

- Eixo 3

$$I_{V1} = \frac{5,80 \times 0,25^3}{12} = 7,55 \times 10^{-3} m^4$$

$$I_{P1} = \frac{0,70 \times 0,35^3}{12} = 2,50 \times 10^{-3} m^4$$

$$I_{P2} = \frac{0,40 \times 1,00^3}{12} = 3,33 \times 10^{-2} m^4$$

$$I_{P3} = \frac{0,35 \times 0,80^3}{12} = 1,49 \times 10^{-2} m^4$$

$$q = 14,35 \times 5,80 = 83,23 kN/m^2$$

$$alvenaria = 17,07 \times 5,80 = 99,01 kN/m^2$$

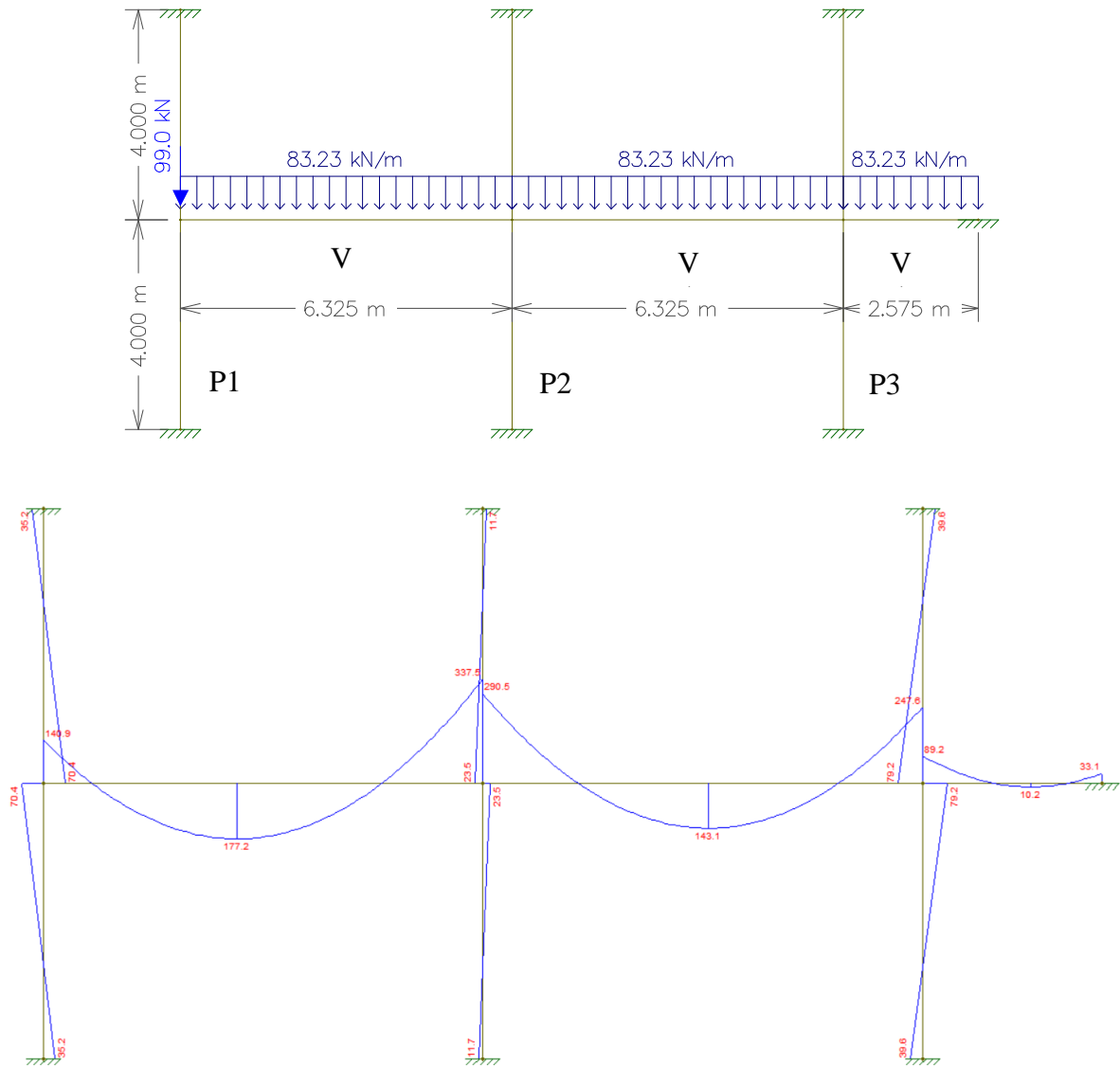


Figura 37: Pórtico múltiplo do eixo 3

6.3 Dimensionamento das armaduras

6.3.1 Flexão

O dimensionamento da armação foi feito de acordo com os momentos obtidos nos pórticos múltiplos (tabelas 6 a 11). Cada momento foi distribuído em quatro faixas de larguras iguais em porcentagens estabelecidas pela norma ABNT NBR 6118 (2014).

O cálculo das armaduras também obedece às prescrições da ABNT NBR 6118 (2014), e estas serão estabelecidas de acordo com as seguintes equações:

$$K = \frac{M_d}{f_c \cdot b \cdot d^2}; A_s = A_{s1} + A_{s2}; A_{s1} = \frac{f_c \cdot b \cdot d}{f_{yd}} (1 - \sqrt{1 - 2K'}) ; A_{s2} = \frac{f_c \cdot b \cdot d}{f_{yd}} \cdot \frac{K - K'}{1 - d'/d} \quad (6.4)$$

A armadura mínima para as lajes armadas em duas direções é estabelecida conforme descrito abaixo:

$$A_{S_{mín}} = 0,15\% \cdot b \cdot h = 0,15\% \cdot 100 \cdot 25 = 3,75 \text{ cm}^2 / \text{m}, \text{ para momentos negativos;}$$

$$A_{S_{mín}} = 0,10\% \cdot b \cdot h = 0,10\% \cdot 100 \cdot 25 = 2,5 \text{ cm}^2 / \text{m}, \text{ para momentos positivos.}$$

As armaduras de flexão estão detalhadas no Anexo 3.

- Eixo A

Tabela 6: Armadura de flexão – Eixo A

ARMADURA DE FLEXÃO EIXO A							
Faixas	Momento no painel (kN.m)	% por faixa	Momento no painel (kN.m)	d (cm)	As (cm ²) total	As (cm ² /m)	φ
Externas	-50,60	37,50	-18,98	21	2,93	2,16	8,0 c/ 10
	-140,70	37,50	-52,76	21	8,26	6,07	12,5 c/ 20
	-126,40	37,50	-47,40	21	7,40	5,10	10,0 c/ 15
	74,60	27,50	20,52	21	3,17	2,33	8,0 c/ 20
	63,20	27,50	17,38	21	2,68	1,85	8,0 c/ 20
Internas	-50,60	12,50	-6,33	21	0,97	0,71	8,0 c/ 10
	-140,70	12,50	-17,59	21	2,72	2,00	8,0 c/ 10
	-126,40	12,50	-15,80	21	2,44	1,68	8,0 c/ 10
	74,60	22,50	16,79	21	2,59	1,90	8,0 c/ 20
	63,20	22,50	14,22	21	2,19	1,51	8,0 c/ 20

- Eixo B

Tabela 7: Armadura de flexão – Eixo A

ARMADURA DE FLEXÃO							
EIXO B							
Faixas	Momento no painel (kN.m)	% por faixa	Momento no painel (kN.m)	d (cm)	As (cm²) total	As (cm²/m)	φ
Externas	-102,70	37,50	-38,51	21	6,00	4,41	8,0 c/ 10
	-276,80	37,50	-103,80	21	16,61	12,21	12,5 c/ 10
	-250,40	37,50	-93,90	21	14,92	10,29	12,5 c/ 10
	150,40	27,50	41,36	21	6,45	4,74	8,0 c/ 10
	125,40	27,50	34,49	21	5,35	3,69	10,0 c/ 20
Internas	-102,70	12,50	-12,84	21	1,98	1,45	8,0 c/ 10
	-276,80	12,50	-34,60	21	5,38	3,95	8,0 c/ 10
	-250,40	12,50	-31,30	21	4,85	3,35	8,0 c/ 10
	150,40	22,50	33,84	21	5,26	3,87	8,0 c/ 10
	125,40	22,50	28,22	21	4,37	3,01	8,0 c/ 15

- Eixo C

Tabela 8: Armadura de flexão – Eixo C

ARMADURA DE FLEXÃO							
EIXO C							
Faixas	Momento no painel (kN.m)	% por faixa	Momento no painel (kN.m)	d (cm)	As (cm²) total	As (cm²/m)	φ
Externas	-48,80	37,50	-18,30	21	2,83	2,08	8,0 c/ 10
	-219,20	37,50	-82,20	21	13,03	9,58	12,5 c/ 10
	-236,20	37,50	-88,58	21	14,04	9,69	12,5 c/ 10
	72,40	27,50	19,91	21	3,08	2,26	8,0 c/ 20
	118,60	27,50	32,62	21	5,06	3,49	8,0 c/ 10
Internas	-48,80	12,50	-6,10	21	0,94	0,69	8,0 c/ 10
	-219,20	12,50	-27,40	21	4,25	3,12	8,0 c/ 10
	-236,20	12,50	-29,53	21	4,58	3,16	8,0 c/ 10
	72,40	22,50	16,29	21	2,51	1,85	8,0 c/ 20
	118,60	22,50	26,69	21	4,13	2,85	8,0 c/ 15

- Eixo 1 e 5

Tabela 9: Armadura de flexão – Eixo 1 e 5

ARMADURA DE FLEXÃO EIXO 1 E 5							
Faixas	Momento no painel (kN.m)	% por faixa	Momento no painel (kN.m)	d (cm)	As (cm²) total	As (cm²/m)	φ
Externas	-68,30	37,50	-25,61	21	3,96	2,51	8,0 c/ 10
	-160,70	37,50	-60,26	21	9,43	5,97	12,5 c/ 20
	83,00	27,50	22,83	21	3,53	2,23	8,0 c/ 20
Internas	-68,30	12,50	-8,54	21	1,31	0,83	8,0 c/ 10
	-160,70	12,50	-20,09	21	3,10	1,96	8,0 c/ 10
	83,00	22,50	18,68	21	2,88	1,82	8,0 c/ 20

- Eixo 2 e 4

Tabela 10: Armadura de flexão – Eixo 2 e 4

ARMADURA DE FLEXÃO EIXO 2 E 4							
Faixas	Momento no painel (kN.m)	% por faixa	Momento no painel (kN.m)	d (cm)	As (cm²) total	As (cm²/m)	φ
Externas	-139,80	37,50	-52,43	21	8,18	5,18	10,0 c/ 10
	-330,80	37,50	-124,05	21	19,87	12,58	16,0 c/ 15
	-198,00	37,50	-74,25	21	11,68	7,39	10,0 c/ 10
	172,50	27,50	47,44	21	7,39	4,68	8,0 c/ 10
	153,30	27,50	42,16	21	6,56	4,15	8,0 c/ 10
Internas	-139,80	12,50	-17,48	21	2,70	1,71	8,0 c/ 10
	-330,80	12,50	-41,35	21	6,43	4,07	8,0 c/ 10
	-198,00	12,50	-24,75	21	3,83	2,42	8,0 c/ 10
	172,50	22,50	38,81	21	6,03	3,82	8,0 c/ 10
	153,30	22,50	34,49	21	5,35	3,39	8,0 c/ 10

- Eixo 3

Tabela 11: Armadura de flexão – Eixo 3

ARMADURA DE FLEXÃO EIXO 3							
Faixas	Momento no painel (kN.m)	% por faixa	Momento no painel (kN.m)	d (cm)	As (cm²) total	As (cm²/m)	φ
Externas	-140,90	37,50	-52,84	21	8,25	5,22	10,0 c/ 10
	-337,50	37,50	-126,56	21	20,29	12,84	16,0 c/ 15

	-247,60	37,50	-92,85	21	14,70	9,31	12,5 c/ 10
	-33,10	37,50	-12,41	21	1,92	3,00	8,0 c/ 10
	177,20	27,50	48,73	21	7,60	4,81	8,0 c/ 10
	143,10	27,50	39,35	21	6,24	9,75	12,5 c/ 10
	10,20	27,50	2,81	21	0,43	0,67	8,0 c/ 20
	-140,90	12,50	-17,61	21	2,72	1,72	8,0 c/ 10
	-337,50	12,50	-42,19	21	6,56	4,15	8,0 c/ 10
	-247,60	12,50	-30,95	21	4,80	3,03	8,0 c/ 10
Internas	-33,10	12,50	-4,14	21	0,64	0,99	8,0 c/ 10
	177,20	22,50	39,87	21	6,20	3,92	8,0 c/ 10
	143,10	22,50	32,20	21	4,99	3,16	8,0 c/ 15
	10,20	22,50	2,30	21	0,35	0,55	8,0 c/ 20

6.3.2 Punção

Para cálculo das reações de apoio, relativas a um pavimento somente, foi considerada a carga distribuída na área de influência de cada pilar. Este carregamento inclui a carga permanente, a sobrecarga e a alvenaria externa, conforme tabela 12.

Tabela 12: Cálculo das reações de apoio

PILARES	PESO PRÓPRIO E SOBRECARGA					ALVENARIA EXTERNA			TOTAL (kN)
	x (cm)	y (cm)	ÁREA (m ²)	CARGA (kN/m ²)	1º SUBTOTAL (kN)	COMP. (cm)	CARGA (kN/m)	1º SUBTOTAL (kN)	
P1=P6=P25=P30	316,25	271,25	8,58	11,25	96,51	587,50	12,20	71,68	235,45
P2=P5=P26=P29	632,50	271,25	17,16	11,25	193,01	632,50	12,20	77,17	378,25
P3=P4=P27=P28	316,25	271,25	8,58	11,25	96,51	587,50	12,20	71,68	235,45
P7=P12=P19=P24	316,25	561,25	17,75	11,25	199,68	561,25	12,20	68,47	375,42
P8=P11=P20=P23	632,50	561,25	35,50	11,25	399,36	0,00	12,20	0,00	559,11
P9=P10=P21=P22	445,00	561,25	24,98	11,25	280,98	400,00	12,20	48,80	461,69
P13=P18	316,25	580,00	18,34	11,25	206,35	580,00	12,20	70,76	387,96
P14=P17	632,50	580,00	36,69	11,25	412,71	0,00	12,20	0,00	577,79
P15=P16	445,00	580,00	25,81	11,25	290,36	0,00	12,20	0,00	406,51

O detalhamento das armaduras de combate à punção foi obtido através de planilhas baseadas nos critérios de cálculo da ABNT NBR 6118 (2014) (figuras 38 a 55). O detalhamento das armaduras de punção está representado no Anexo 4.

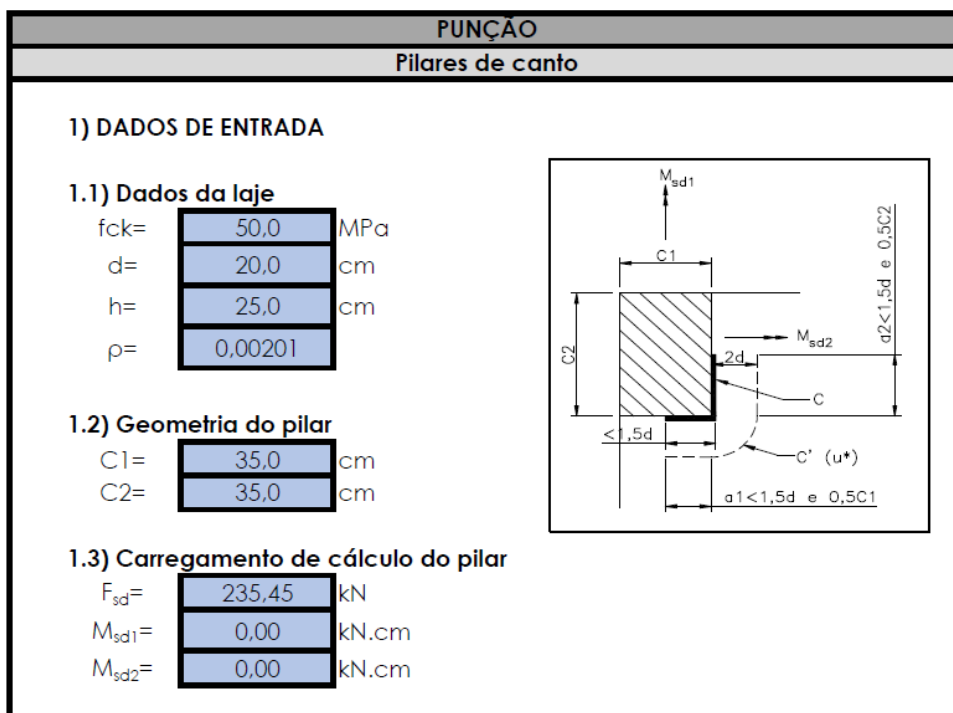


Figura 38: Cálculo de punção para os pilares P1, P6, P25 e P30 – parte 1

2) CÁLCULOS

2.1) Perímetro da área carregada - C

Tensão Atuante

$a_1 =$	17,50	cm	$a_2 =$	17,50	cm
$u =$	35,00	cm			
$W_{p1} =$	918,75	cm ²	$W_{p2} =$	918,75	cm ²
$e_1 =$	13,125	cm	$e_2 =$	13,125	cm
$K_1 =$	0,6		$K_2 =$	0,45	
$M_{sd1} =$	0,00	kN.cm	$M_{sd2} =$	0,00	kN.cm
$T_{sd1} =$	0,336	kN/cm ²	$T_{sd2} =$	0,336	kN/cm ²

Tensão Resistente

$T_{rd2} =$	0,771	kN/cm ²	OK!
-------------	-------	--------------------	-----

2.2) Perímetro onde está a armadura de punção - C'

Tensão Atuante

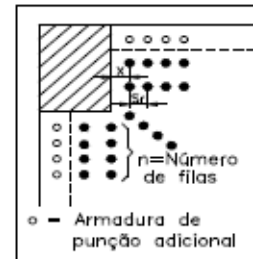
$u =$	97,83	cm	$W_{p2} =$	5018,31	cm ²
$W_{p1} =$	5018,31	cm ²	$e_2 =$	39,44	cm
$e_1 =$	39,44	cm	$M_{sd2} =$	0,00	kN.cm
$M_{sd1} =$	0,00	kN.cm	$T_{sd2} =$	0,1203	kN/cm ²
$T_{sd1} =$	0,1203	kN/cm ²			

Tensão Resistente

$T_{rd1} =$	0,056	kN/cm ²	NECESSITA DE ARMADURA DE PUNÇÃO!
-------------	-------	--------------------	----------------------------------

Armadura de punção

$S_r =$	15,00	cm			
$f_{ywd} =$	342,5	MPa			
$n =$	3				
$A_{sw} =$	2,20				
Sugestão =	7				
$A_{sw, \text{mín.}} =$	3,44				
			ϕ de	6,3	mm
				cm ² / por fila	
				cm ² / por fila	



2.2) Perímetro externo à armadura de punção - C''

Tensão Atuante

$p =$	40	cm	$u =$	160,66	cm
$W_{p1} =$	12317,86	cm ²	$W_{p2} =$	12317,86	cm ²
$e_1 =$	65,10	cm	$e_2 =$	65,10	cm
$M_{sd1} =$	0,00	kN.cm	$M_{sd2} =$	0,00	kN.cm
$T_{sd1} =$	0,0733	kN/cm ²	$T_{sd2} =$	0,0733	kN/cm ²

Tensão Resistente

$T_{rd1} =$	0,056	kN/cm ²	AUMENTAR O NÚMERO DE LINHAS DE ARMADURA DE PUNÇÃO!
-------------	-------	--------------------	--

Figura 39: Cálculo de punção para os pilares P1, P6, P25 e P30 – parte 2

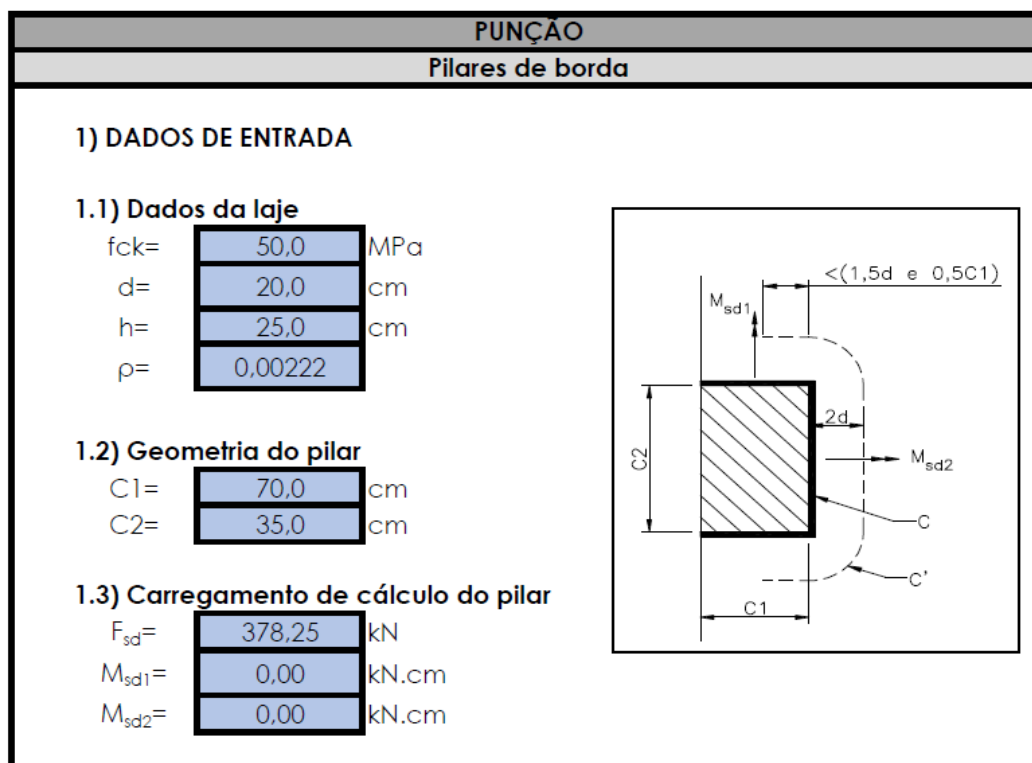


Figura 40: Cálculo de punção para os pilares P2, P5, P26 e P29 – parte 1

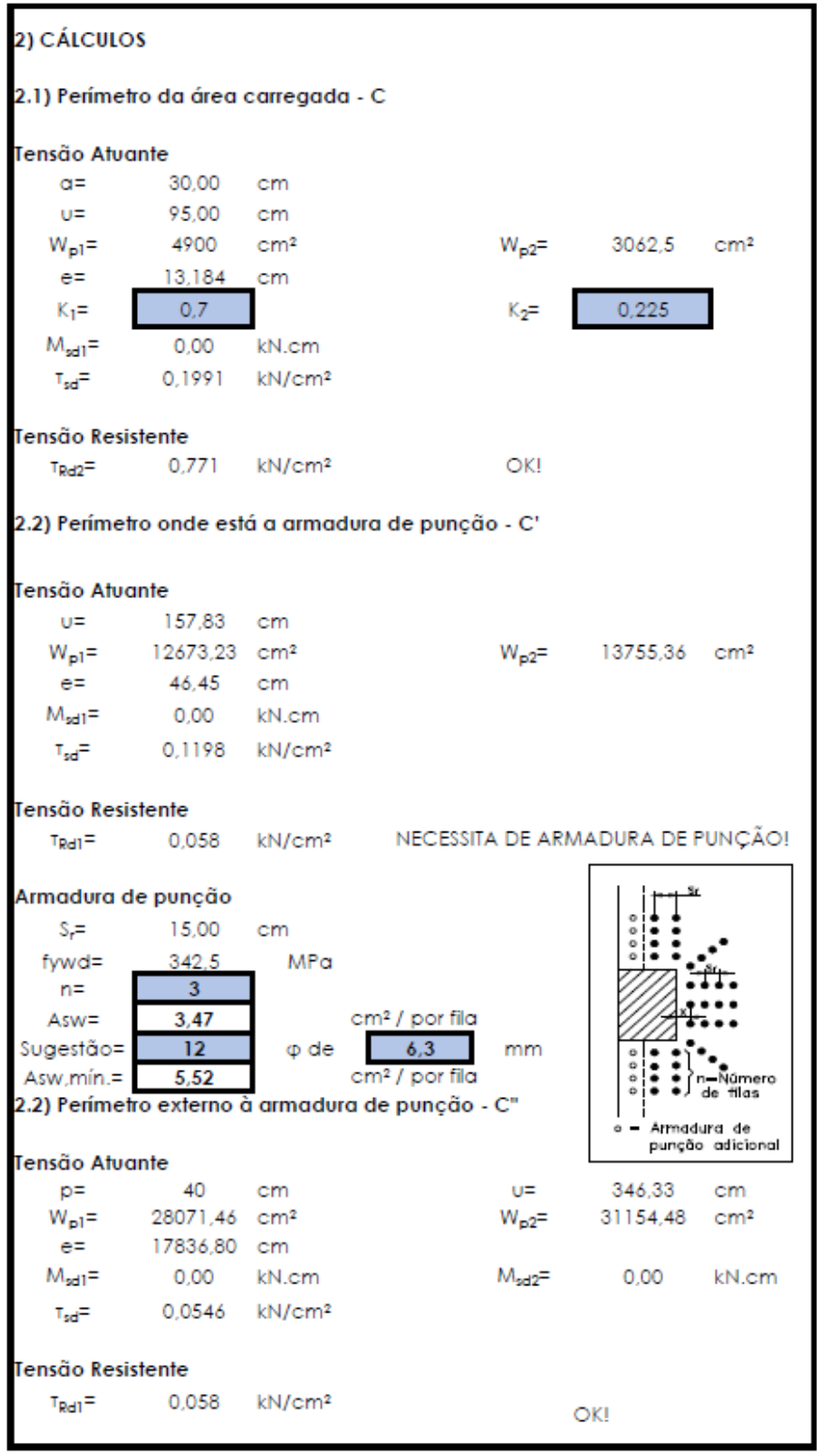


Figura 41: Cálculo de punção para os pilares P2, P5, P26 e P29 – parte 2

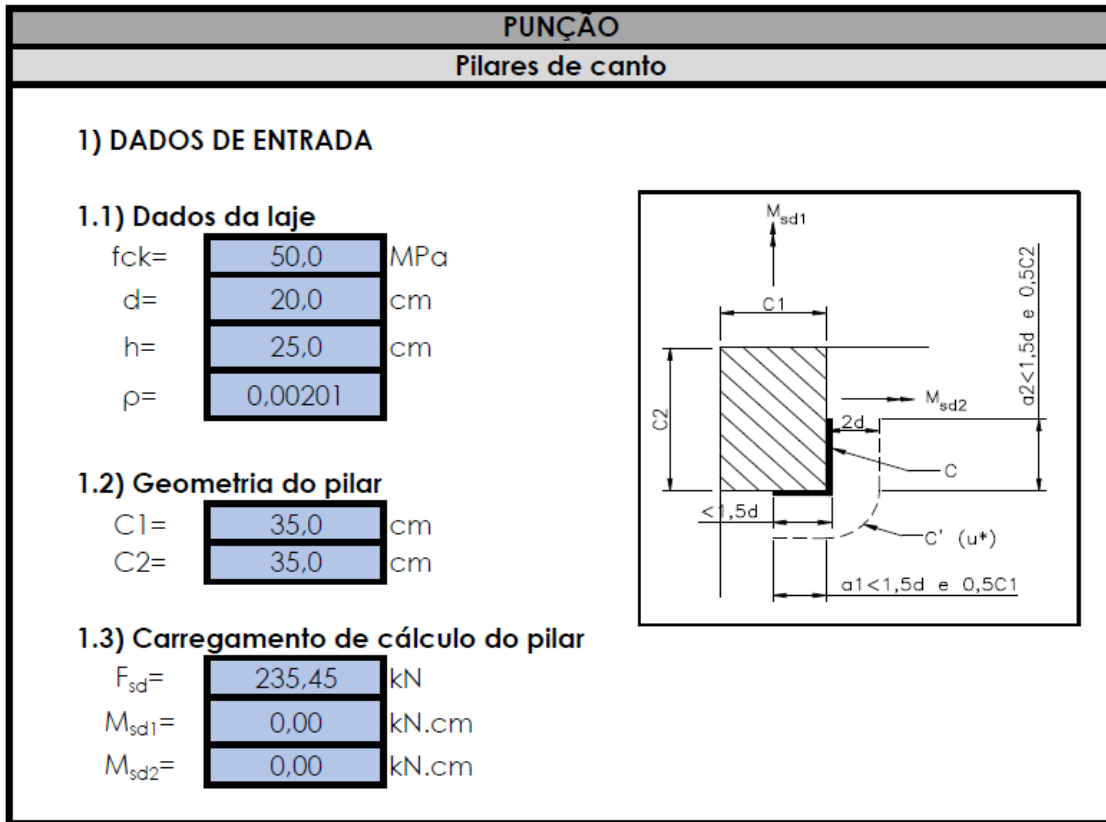


Figura 42: Cálculo de punção para os pilares P3, P4, P27 e P28 – parte 1

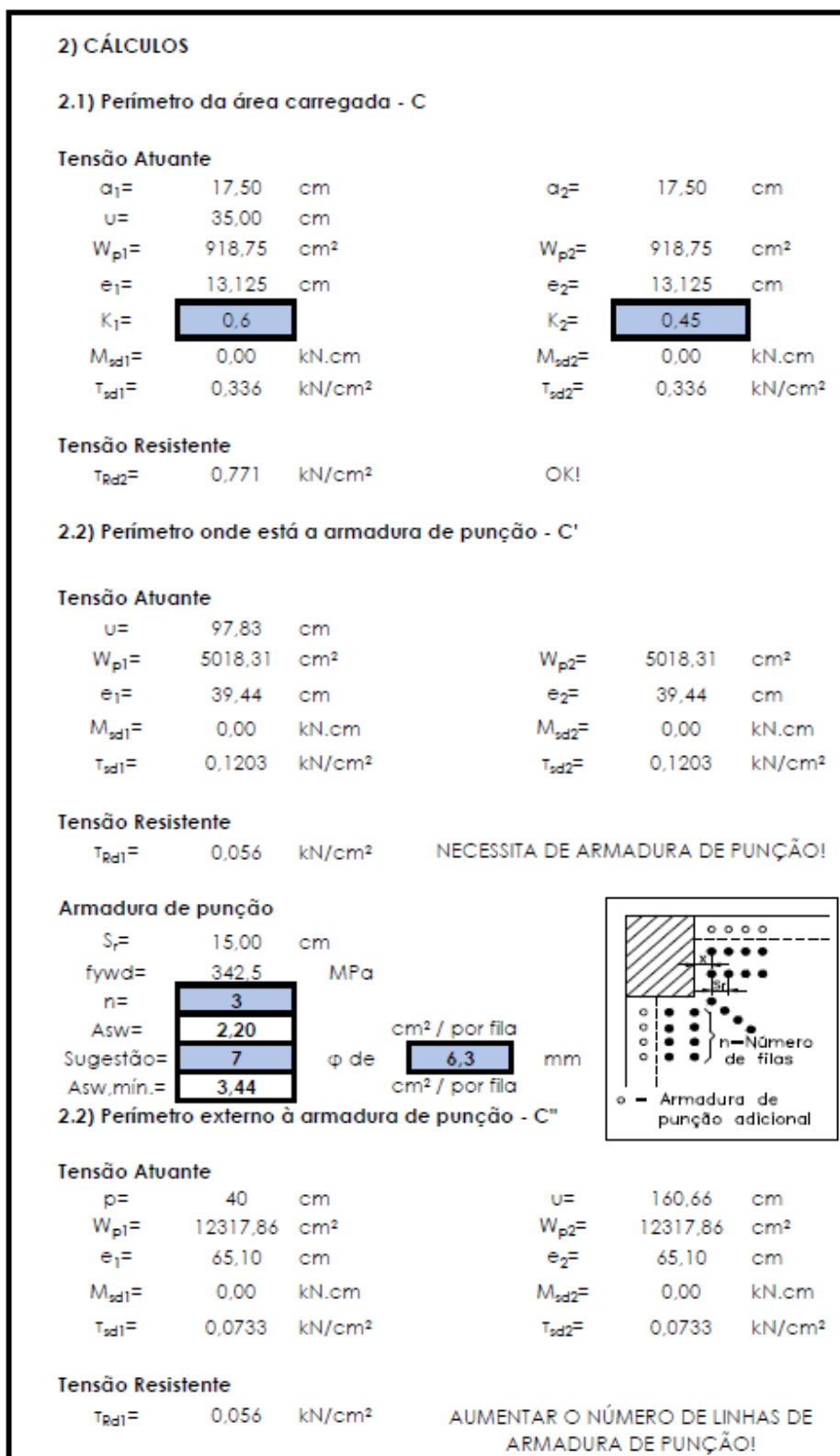


Figura 43: Cálculo de punção para os pilares P3, P4, P27 e P28 – parte 2

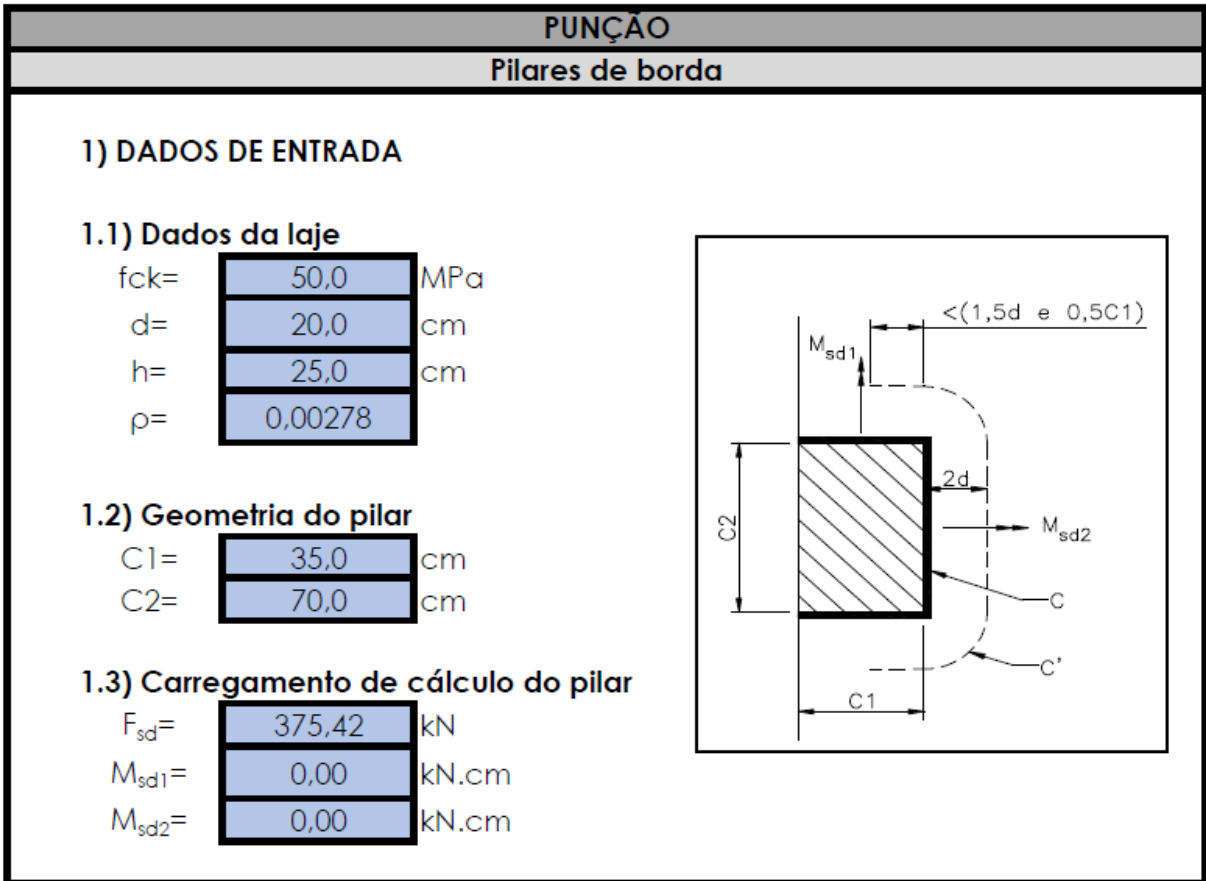


Figura 44: Cálculo de punção para os pilares P7, P12, P19 e P24 – parte 1

2) CÁLCULOS

2.1) Perímetro da área carregada - C

Tensão Atuante

$a =$	17,50	cm			
$u =$	105,00	cm			
$W_{p1} =$	3062,5	cm ²	$W_{p2} =$	4900	cm ²
$e =$	3,417	cm			
$K_1 =$	0,45		$K_2 =$	0,6	
$M_{sd1} =$	0,00	kN.cm			
$T_{sd} =$	0,1788	kN/cm ²			

Tensão Resistente

$T_{Rd2} =$	0,771	kN/cm ²	OK!
-------------	-------	--------------------	-----

2.2) Perímetro onde está a armadura de punção - C'

Tensão Atuante

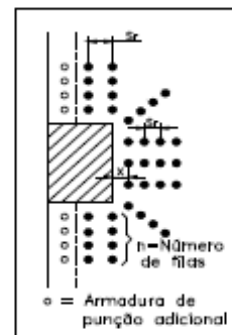
$u =$	167,83	cm			
$W_{p1} =$	10036,61	cm ²	$W_{p2} =$	14073,23	cm ²
$e =$	37,10	cm			
$M_{sd1} =$	0,00	kN.cm			
$T_{sd} =$	0,1118	kN/cm ²			

Tensão Resistente

$T_{Rd1} =$	0,063	kN/cm ²	NECESSITA DE ARMADURA DE PUNÇÃO!
-------------	-------	--------------------	----------------------------------

Armadura de punção

$S_r =$	15,00	cm		
$f_{ywd} =$	342,5	MPa		
$n =$	3			
$Asw =$	3,12	cm ² / por fila		
Sugestão =	10	φ de	6,3	mm
$Asw_{min} =$	5,48	cm ² / por fila		



2.2) Perímetro externo à armadura de punção - C''

Tensão Atuante

$p =$	40	cm	$u =$	356,33	cm
$W_{p1} =$	24635,73	cm ²	$W_{p2} =$	30871,46	cm ²
$e =$	17331,47	cm			
$M_{sd1} =$	0,00	kN.cm	$M_{sd2} =$	0,00	kN.cm
$T_{sd} =$	0,0527	kN/cm ²			

Tensão Resistente

$T_{Rd1} =$	0,063	kN/cm ²	OK!
-------------	-------	--------------------	-----

Figura 45: Cálculo de punção para os pilares P7, P12, P19 e P24 – parte 2

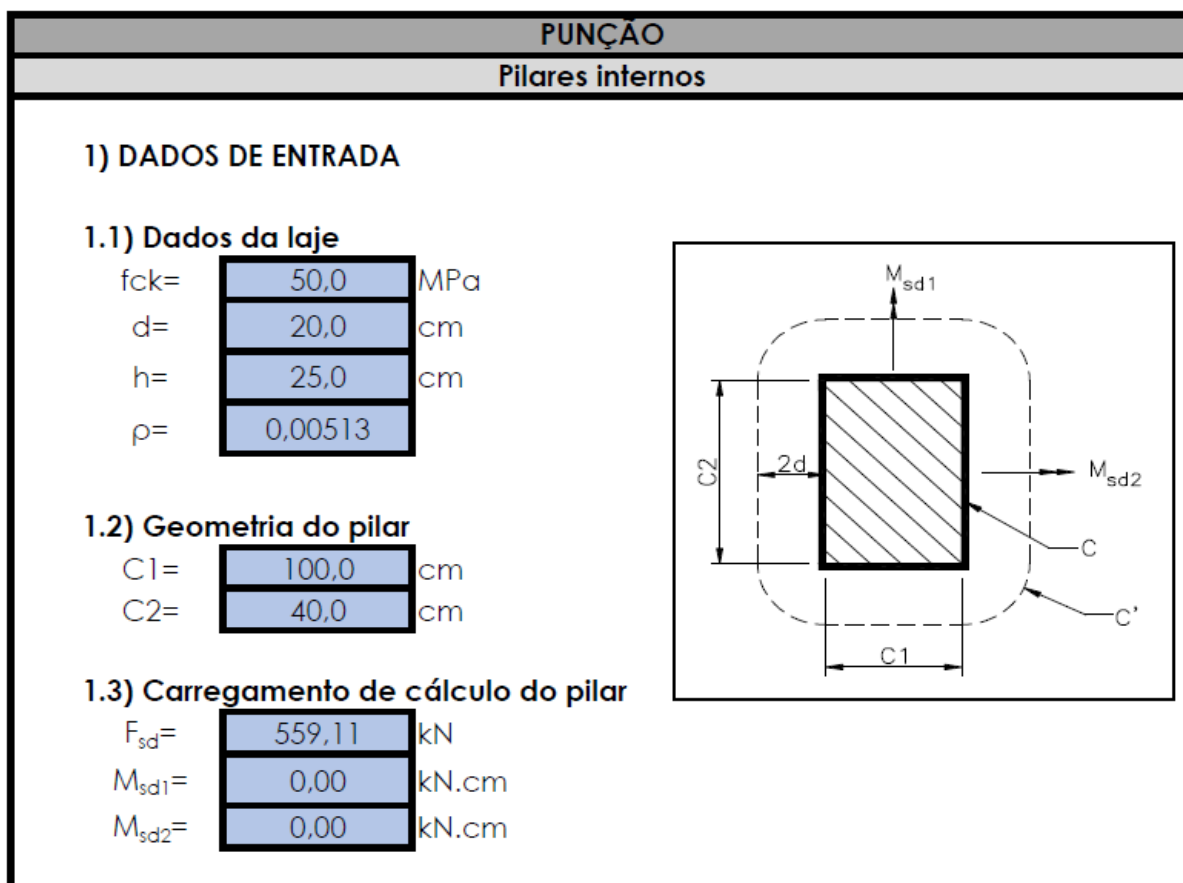


Figura 46: Cálculo de punção para os pilares P8, P11, P20 e P23 – parte 1

2) CÁLCULOS

2.1) Perímetro da área carregada - C

Tensão Atuante

U=	280,00	cm
W_{p1} =	9000	cm ²
W_{p2} =	4800	cm ²
K_1 =	0,75	
K_2 =	0,374	
T_{sd} =	0,0998	kN/cm ²

Tensão Resistente

T_{Rd2} =	0,771	kN/cm ²	OK!
-------------	-------	--------------------	-----

2.2) Perímetro onde está a armadura de punção - C'

Tensão Atuante

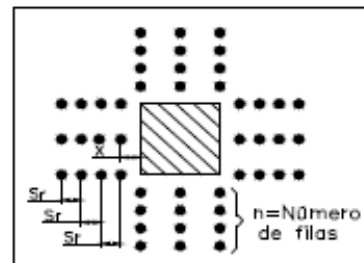
U=	531,33	cm
W_{p1} =	31166,37	cm ²
W_{p2} =	24226,55	cm ²
T_{sd} =	0,0526	kN/cm ²

Tensão Resistente

T_{Rd1} =	0,077	kN/cm ²	NÃO NECESSITA DE ARMADURA DE PUNÇÃO!
-------------	-------	--------------------	--------------------------------------

Armadura de punção

S_r =	15,00	cm
f_{ywd} =	342,5	MPa
n=	3	
A_{sw} =	-0,99	cm ² / por fila
Sugestão=	0	φ de
$A_{sw, mín.}$ =	8,16	cm ² / por fila



2.2) Perímetro externo à armadura de punção - C''

Tensão Atuante

p=	40	cm	u=	782,65	cm
W_{p1} =	66132,74	cm ²	W_{p2} =	56453,10	cm ²
T_{sd} =	0,0357	kN/cm ²			

Tensão Resistente

T_{Rd1} =	0,077	kN/cm ²	OK!
-------------	-------	--------------------	-----

Figura 47: Cálculo de punção para os pilares P8, P11, P20 e P23 – parte 2

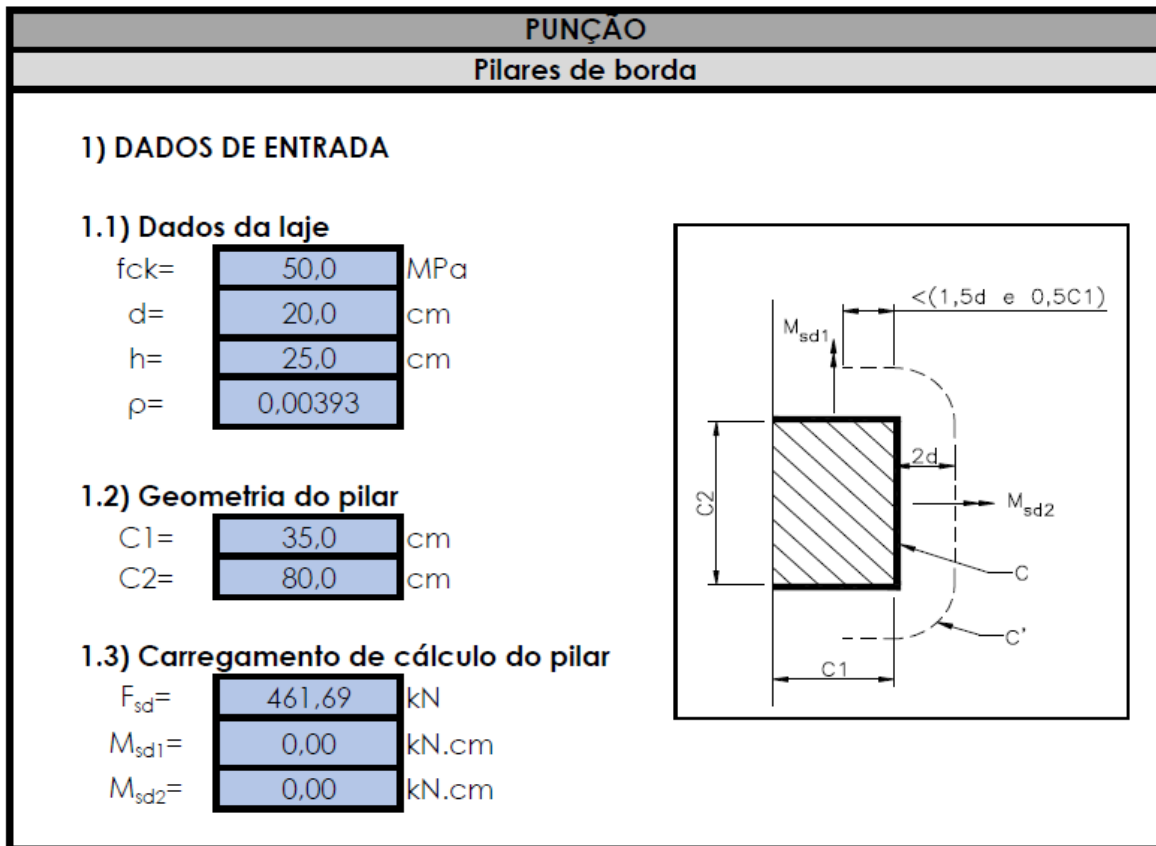


Figura 48: Cálculo de punção para os pilares P9, P10, P21 e P22 – parte 1

2) CÁLCULOS

2.1) Perímetro da área carregada - C

Tensão Atuante

$\alpha =$	17,50	cm			
$u =$	115,00	cm			
$W_{p1} =$	3412,5	cm ²	$W_{p2} =$	6000	cm ²
$e =$	3,163	cm			
$K_1 =$	0,491		$K_2 =$	0,614	
$M_{sd1} =$	0,00	kN.cm			
$T_{sd} =$	0,2007	kN/cm ²			

Tensão Resistente

$T_{Rd2} =$	0,771	kN/cm ²	OK!
-------------	-------	--------------------	-----

2.2) Perímetro onde está a armadura de punção - C'

Tensão Atuante

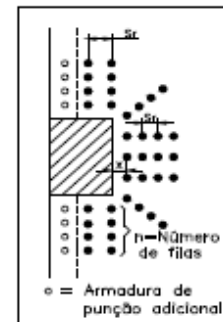
$u =$	177,83	cm			
$W_{p1} =$	10611,61	cm ²	$W_{p2} =$	15426,55	cm ²
$e =$	37,24	cm			
$M_{sd1} =$	0,00	kN.cm			
$T_{sd} =$	0,1298	kN/cm ²			

Tensão Resistente

$T_{Rd1} =$	0,070	kN/cm ²	NECESSITA DE ARMADURA DE PUNÇÃO!
-------------	-------	--------------------	----------------------------------

Armadura de punção

$S_r =$	15,00	cm		
$f_{ywd} =$	342,5	MPa		
$n =$	3			
$A_{sw} =$	3,94	cm ² / por fila		
Sugestão =	13	ϕ de	6,3	mm
$A_{sw, \text{mín.}} =$	6,74	cm ² / por fila		



2.2) Perímetro externo à armadura de punção - C''

Tensão Atuante

$p =$	40	cm	$u =$	366,33	cm
$W_{p1} =$	25610,73	cm ²	$W_{p2} =$	32853,10	cm ²
$e =$	19260,72	cm			
$M_{sd1} =$	0,00	kN.cm	$M_{sd2} =$	0,00	kN.cm
$T_{sd} =$	0,0630	kN/cm ²			

Tensão Resistente

$T_{Rd1} =$	0,070	kN/cm ²	OK!
-------------	-------	--------------------	-----

Figura 49: Cálculo de punção para os pilares P9, P10, P21 e P22 – parte 2

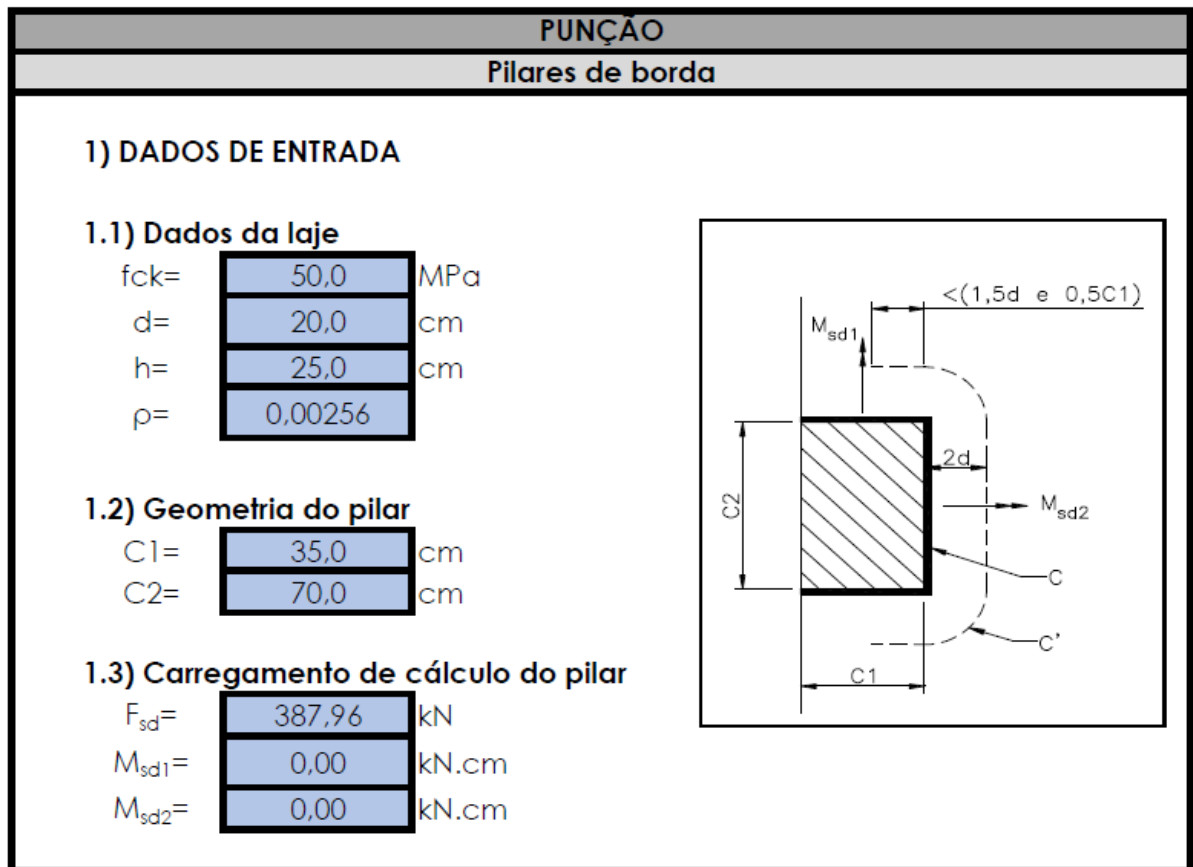


Figura 50: Cálculo de punção para os pilares P13 e P18 – parte 1

2) CÁLCULOS

2.1) Perímetro da área carregada - C

Tensão Atuante

$\alpha =$	17,50	cm			
$u =$	105,00	cm			
$W_{p1} =$	3062,5	cm ²	$W_{p2} =$	4900	cm ²
$e =$	3,417	cm			
$K_1 =$	0,45		$K_2 =$	0,6	
$M_{sd1} =$	0,00	kN.cm			
$T_{sd} =$	0,1847	kN/cm ²			

Tensão Resistente

$T_{Rd2} =$	0,771	kN/cm ²	OK!
-------------	-------	--------------------	-----

2.2) Perímetro onde está a armadura de punção - C'

Tensão Atuante

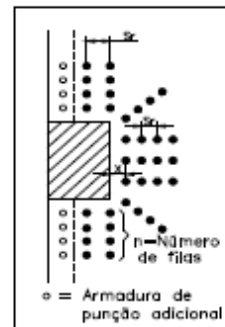
$u =$	167,83	cm			
$W_{p1} =$	10036,61	cm ²	$W_{p2} =$	14073,23	cm ²
$e =$	37,10	cm			
$M_{sd1} =$	0,00	kN.cm			
$T_{sd} =$	0,1156	kN/cm ²			

Tensão Resistente

$T_{Rd1} =$	0,061	kN/cm ²	NECESSITA DE ARMADURA DE PUNÇÃO!
-------------	-------	--------------------	----------------------------------

Armadura de punção

$s_r =$	15,00	cm		
$f_{ywd} =$	342,5	MPa		
$n =$	3			
$A_{sw} =$	3,37	cm ² / por fila		
Sugestão =	11	ϕ de	6,3	mm
$A_{sw, \min.} =$	5,66	cm ² / por fila		



2.2) Perímetro externo à armadura de punção - C''

Tensão Atuante

$p =$	40	cm	$u =$	356,33	cm
$W_{p1} =$	24635,73	cm ²	$W_{p2} =$	30871,46	cm ²
$e =$	17331,47	cm			
$M_{sd1} =$	0,00	kN.cm	$M_{sd2} =$	0,00	kN.cm
$T_{sd} =$	0,0544	kN/cm ²			

Tensão Resistente

$T_{Rd1} =$	0,061	kN/cm ²	OK!
-------------	-------	--------------------	-----

Figura 51: Cálculo de punção para os pilares P13 e P18 – parte 2

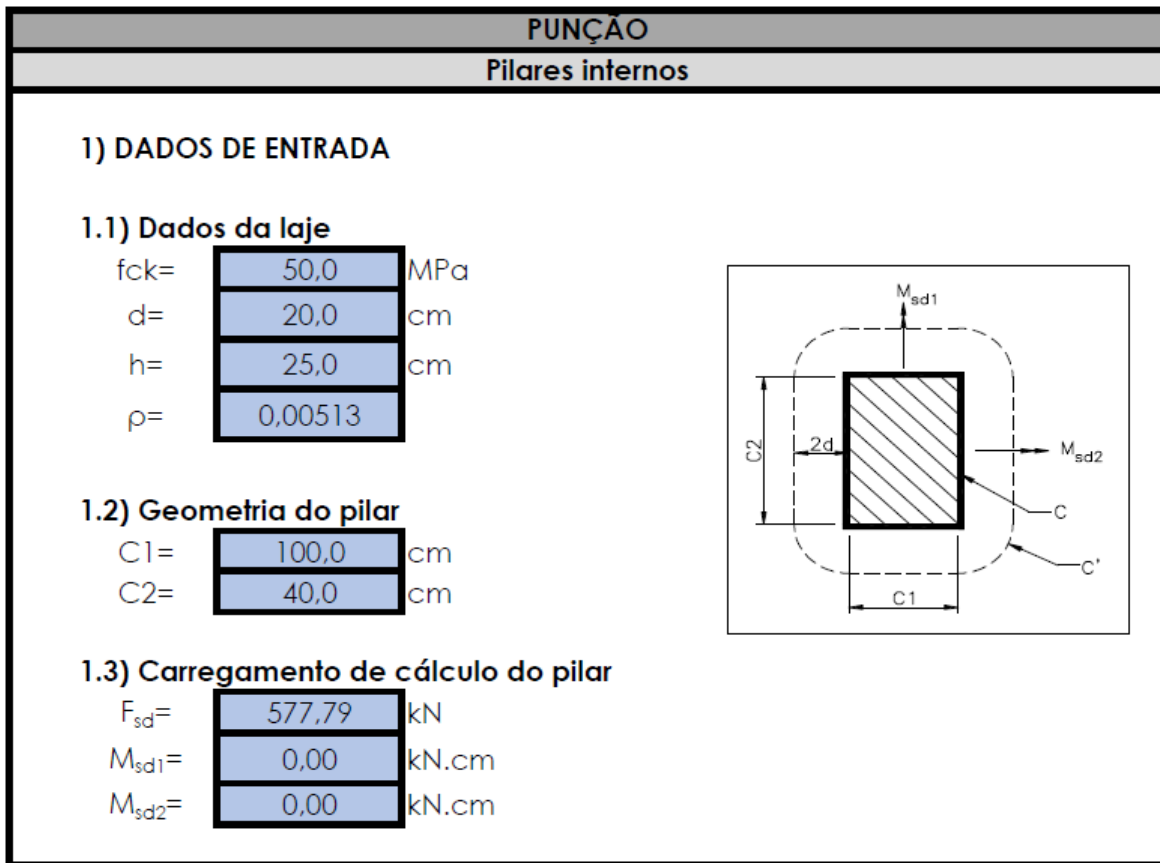


Figura 52: Cálculo de punção para os pilares P14 e P17 – parte 1

2) CÁLCULOS

2.1) Perímetro da área carregada - C

Tensão Atuante

u=	280,00	cm
W _{p1} =	9000	cm ²
W _{p2} =	4800	cm ²
K ₁ =	0,75	
K ₂ =	0,374	
T _{sd} =	0,1032	kN/cm ²

Tensão Resistente

T _{rd2} =	0,771	kN/cm ²	OK!
--------------------	-------	--------------------	-----

2.2) Perímetro onde está a armadura de punção - C'

Tensão Atuante

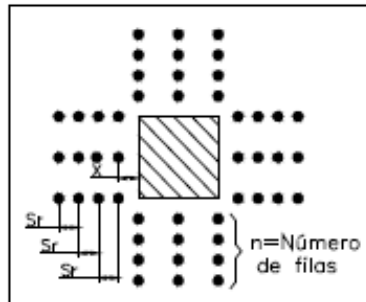
u=	531,33	cm
W _{p1} =	31166,37	cm ²
W _{p2} =	24226,55	cm ²
T _{sd} =	0,0544	kN/cm ²

Tensão Resistente

T _{rd1} =	0,077	kN/cm ²	NÃO NECESSITA DE ARMADURA DE PUNÇÃO!
--------------------	-------	--------------------	--------------------------------------

Armadura de punção

S _r =	15,00	cm
f _{ywd} =	342,5	MPa
n=	3	
Asw=	-0,72	cm ² / por fila
Sugestão=	0	φ de 0 mm
Asw,mín.=	8,43	cm ² / por fila



2.2) Perímetro externo à armadura de punção - C''

Tensão Atuante

p=	40	cm	u=	782,65	cm
W _{p1} =	66132,74	cm ²	W _{p2} =	56453,10	cm ²
T _{sd} =	0,0369	kN/cm ²			

Tensão Resistente

T _{rd1} =	0,077	kN/cm ²	OK!
--------------------	-------	--------------------	-----

Figura 53: Cálculo de punção para os pilares P14 e P17 – parte 2

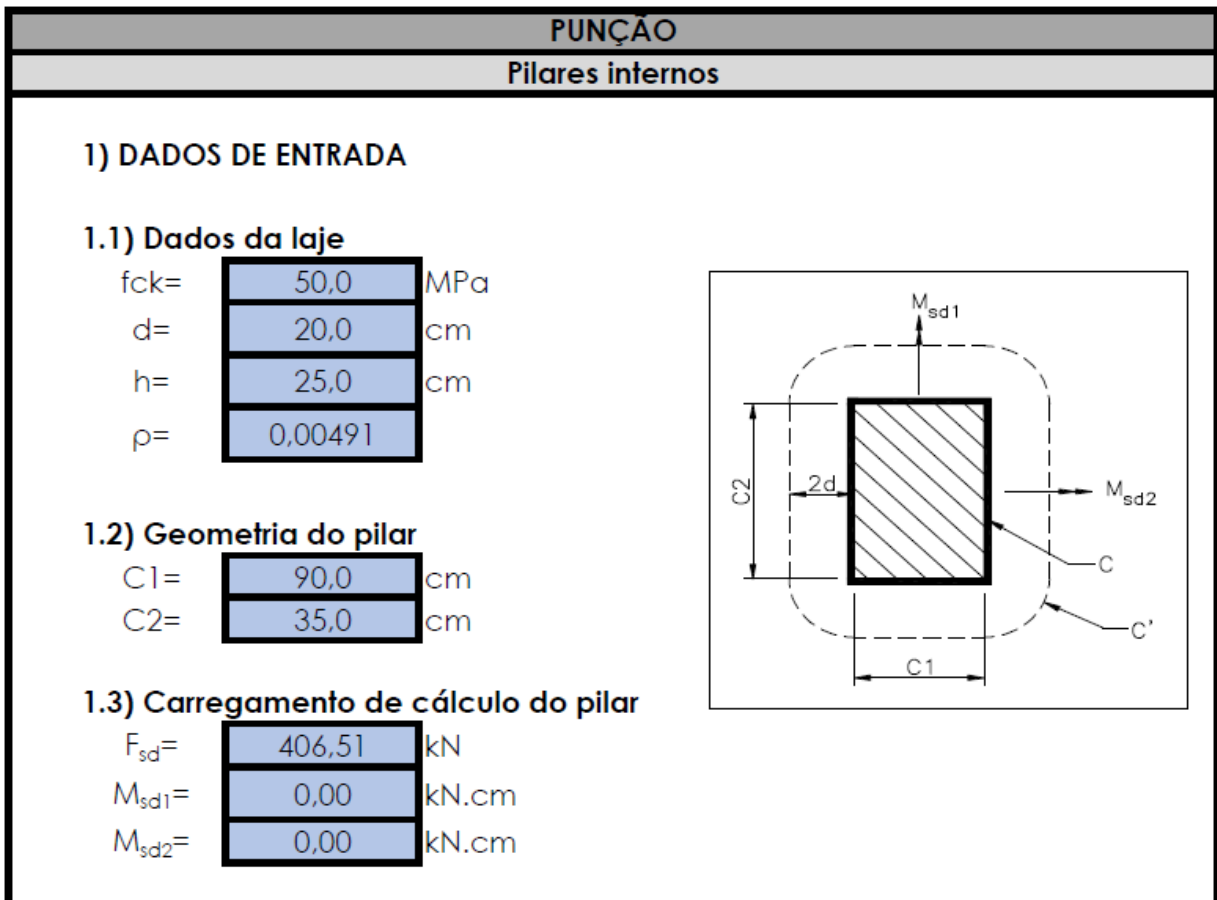


Figura 54: Cálculo de punção para os pilares P15 e P16 – parte 1

2) CÁLCULOS

2.1) Perímetro da área carregada - C

Tensão Atuante

$u =$	250,00	cm
$W_{p1} =$	7200	cm ²
$W_{p2} =$	3762,5	cm ²
$K_1 =$	0,757	
$K_2 =$	0,171	
$T_{sd} =$	0,0813	kN/cm ²

Tensão Resistente

$T_{Rd2} =$	0,771	kN/cm ²	OK!
-------------	-------	--------------------	-----

2.2) Perímetro onde está a armadura de punção - C'

Tensão Atuante

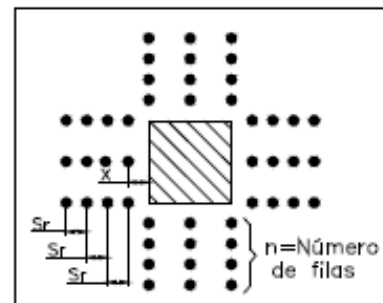
$u =$	501,33	cm
$W_{p1} =$	27709,73	cm ²
$W_{p2} =$	21760,73	cm ²
$T_{sd} =$	0,0405	kN/cm ²

Tensão Resistente

$T_{Rd1} =$	0,076	kN/cm ²	NÃO NECESSITA DE ARMADURA DE PUNÇÃO!
-------------	-------	--------------------	--------------------------------------

Armadura de punção

$S_r =$	15,00	cm
$f_{ywd} =$	342,5	MPa
$n =$	3	
$As_w =$	-2,57	cm ² / por fila
Sugestão =	0	φ de
$As_{w, \min.} =$	5,93	cm ² / por fila



2.2) Perímetro externo à armadura de punção - C''

Tensão Atuante

$p =$	40	cm	$u =$	752,65	cm
$W_{p1} =$	61019,47	cm ²	$W_{p2} =$	52558,96	cm ²
$T_{sd} =$	0,0270	kN/cm ²			

Tensão Resistente

$T_{Rd1} =$	0,076	kN/cm ²	OK!
-------------	-------	--------------------	-----

Figura 55: Cálculo de punção para os pilares P15 e P16 – parte 2

Os pilares P8, P11, P14, P15, P16, P17, P20 e P23 não necessitam de armadura de combate à punção.

A ABNT NBR6118 (2014) exige uma armadura de punção obrigatória quando a estabilidade global da estrutura depender da resistência da laje à punção (como é o caso usual das lajes lisas).

7 MODELAGEM COM O SAP2000

7.1 Definição da malha e das condições de contorno

A modelagem através do programa SAP2000 procurou ser a mais próxima possível do comportamento esperado da estrutura e também das outras modelagens utilizando o Método dos Elementos Finitos. Dessa forma, foram adotadas as mesmas características dos materiais (aço e concreto) conforme descrito na seção 4.2. A modelagem simplificada será bidimensional e devido à simetria do problema, apenas uma parte da laje será modelada, no entanto a condição de continuidade da estrutura será levada em consideração no momento de definição das condições de contorno da mesma.

O primeiro passo foi o lançamento dos eixos globais no programa SAP2000. Com os eixos lançados, foi possível criar a laje, e logo em seguida definido a malha. Dessa forma, optou-se por trabalhar com uma malha mais refinada, criada a partir do número de divisões em cada direção, afim de representar melhor o comportamento do modelo.

Após a definição da malha, a próxima etapa consiste na definição das condições de contorno do problema. No caso em estudo, tais condições representam os vínculos da laje, seja no apoio com os pilares e na própria questão de continuidade física da estrutura. A laje é apoiada diretamente no pilar representando assim um apoio de natureza simples, que restringe o deslocamento da estrutura apenas no sentido vertical, ou seja, um apoio no eixo Z. Assim os pilares serão representados apenas por um conjunto de restrições aos nós referentes à área de cada pilar. Tal simplificação pode parecer grosseira e ineficiente ou até mesmo induzir o usuário a imaginar que os resultados não representem de maneira fiel o comportamento da estrutura. Contudo para cargas aplicadas perpendicularmente a um eixo de uma estrutura de casca ou placa tal vínculo se assemelha de maneira satisfatória ao comportamento desejado. A figura 56 apresenta essas restrições.

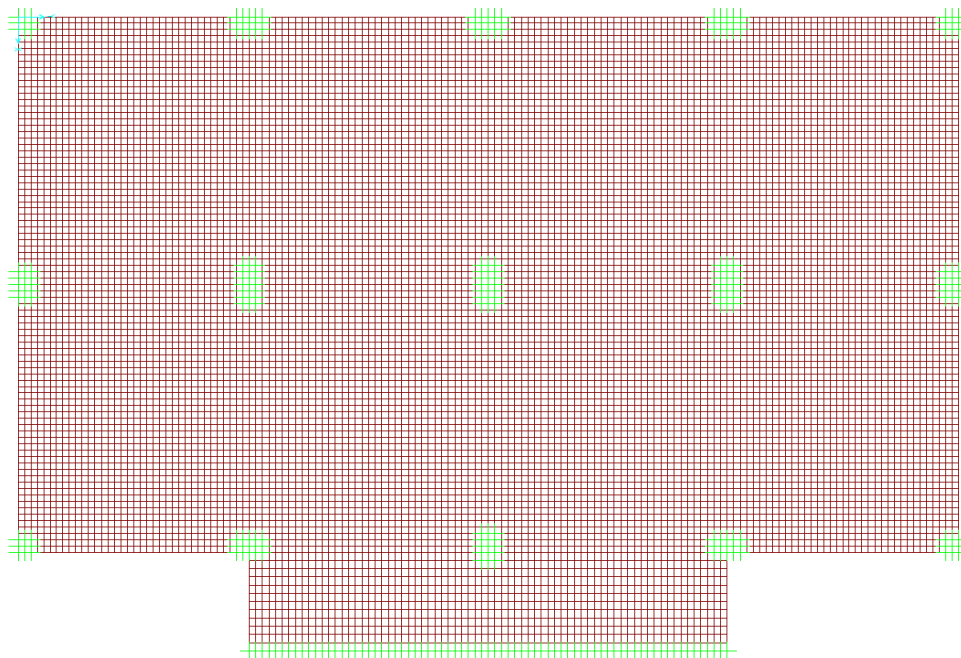


Figura 56: Aplicação das condições de contorno

A figura 57, mostra em perspectiva a seguinte configuração:

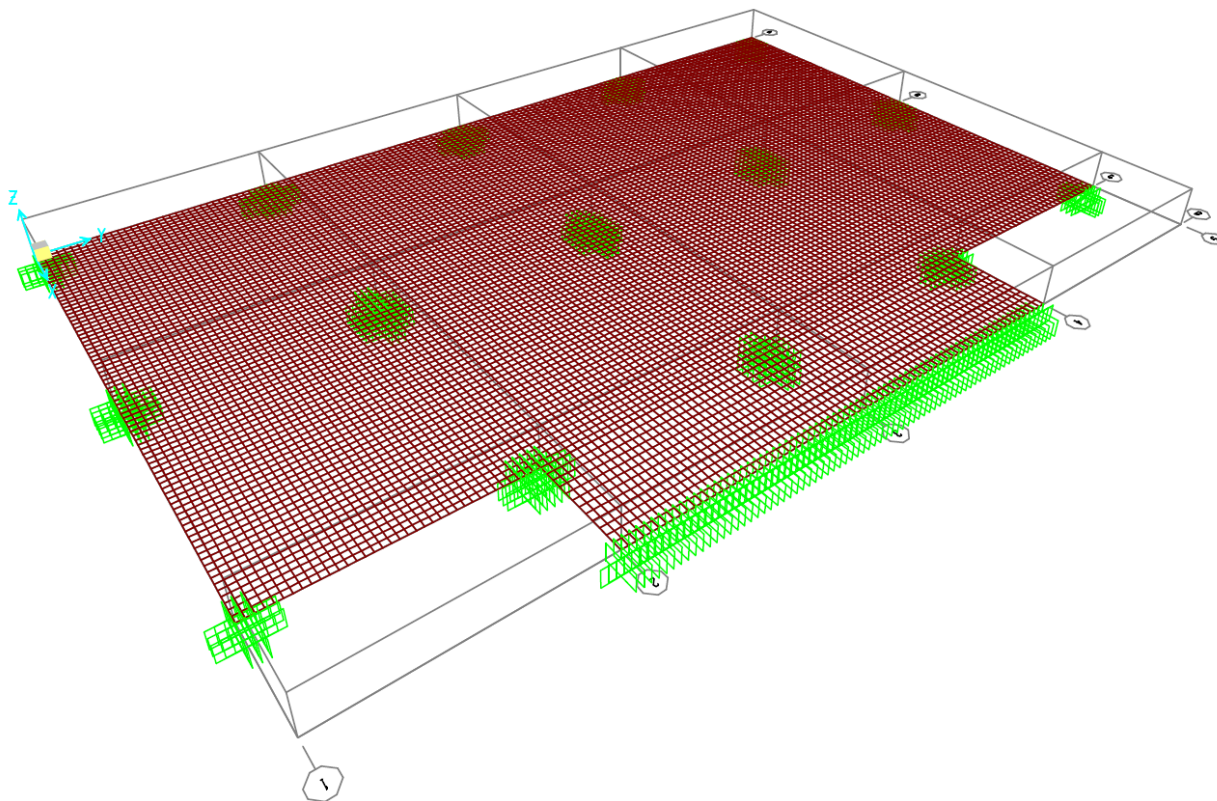


Figura 57: Perspectiva da laje e das restrições do contorno

Vale ressaltar que na parte referente ao núcleo rígido da estrutura, os apoios foram considerados engastados devido à continuidade física da estrutura.

7.2 Carregamentos

Os carregamentos adotados são aqueles definidos pelas Normas Técnicas atualmente vigentes a saber:

Sobrecarga (SC)3,00 kN/m²

Revestimento (REV)1,00kN/m²

Alvenaria distribuída na laje (ALV)1,00kN/m²

A visualização dos carregamentos pode ser vista na seleção de um elemento finito da discretização onde a janela lateral mostra as cargas atuantes nesse elemento e o valor numérico do carregamento (figura 58).

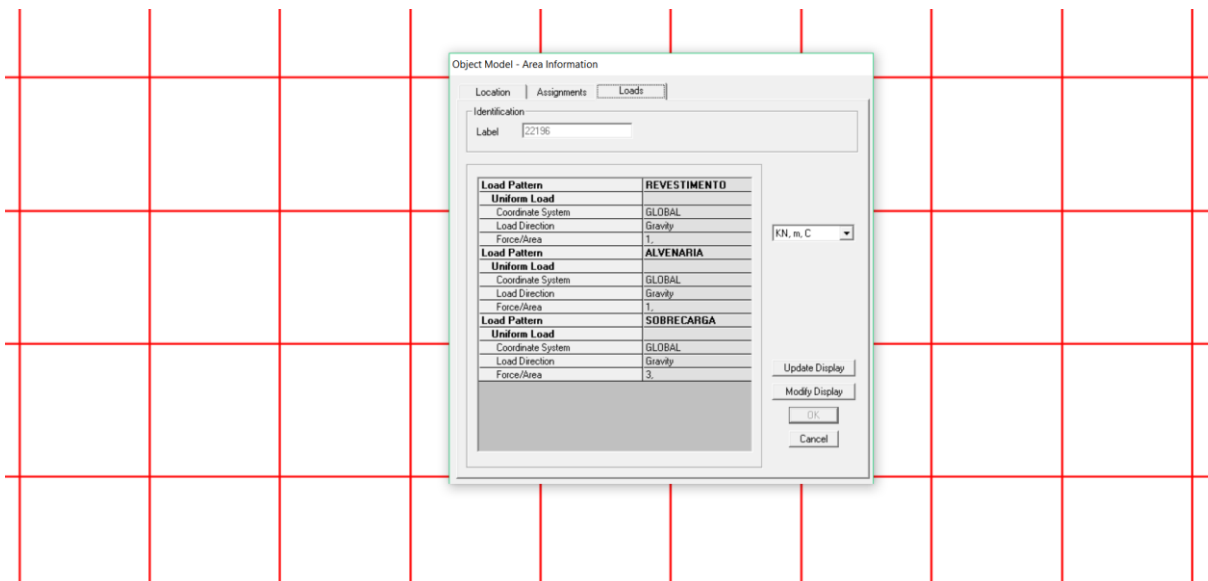


Figura 58: Visualização dos carregamentos atuantes em um elemento finito

7.3 Definição das combinações de análise

As combinações de análise permitem avaliar diversas combinações simultaneamente ficando a cargo do usuário apenas definir os coeficientes de majoração. As combinações retratam os esforços atuando em conjunto na estrutura, sejam com coeficientes de majoração ou minoração buscando evidenciar as combinações mais desfavoráveis para a estrutura. Para a presente modelagem duas combinações são de grande interesse:

- Combinação 1 (COMB1): Combinação para a determinação dos esforços no estado limite último;
- Combinação 2 (COMB2): Combinação para a determinação da flecha (estado limite de utilização);

7.4 Processamento

A etapa de processamento foi acompanhada através de uma janela gráfica do programa. Nessa etapa qualquer irregularidade com a matriz de rigidez da estrutura ou problemas de instabilidade global são apresentados e pode-se proceder com ações corretivas antes da finalização de execução do processamento. Para a laje em questão não ocorreu nenhum tipo de problema dessa natureza.

7.5 Avaliação dos resultados

Após o processamento a estrutura deformada apresentou a configuração da figura 59 (ampliada 1000 vezes):

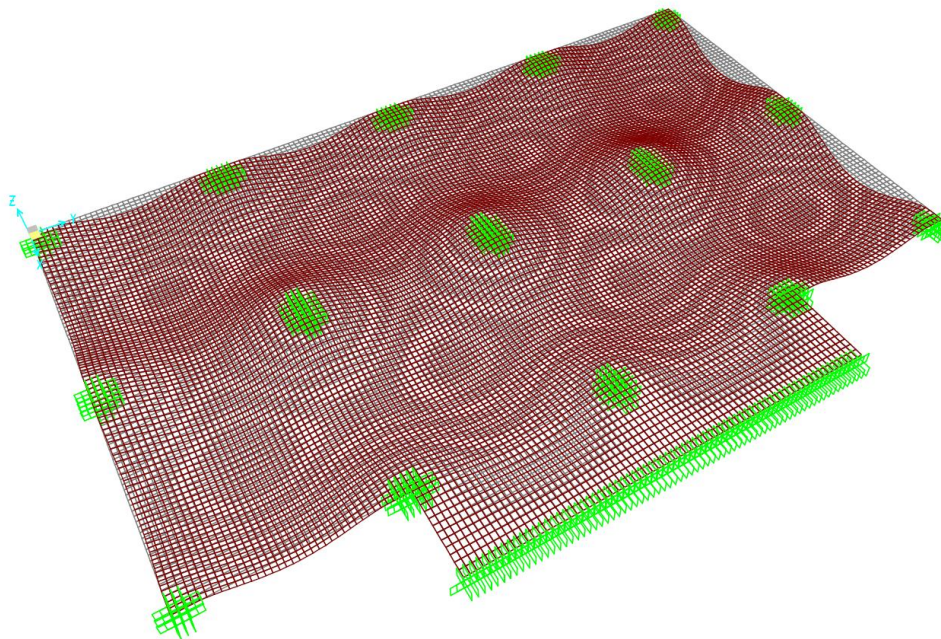


Figura 59: Configuração da malha deformada para a combinação 2

7.5.1 Avaliação do deslocamento máximo

O deslocamento máximo ou flecha máxima pode ser obtido por um processo visual, onde na estrutura deformada o mouse funciona como um ponteiro em que se indica o nó cujo valor do deslocamento deseja-se saber conforme retrata a figura 60.

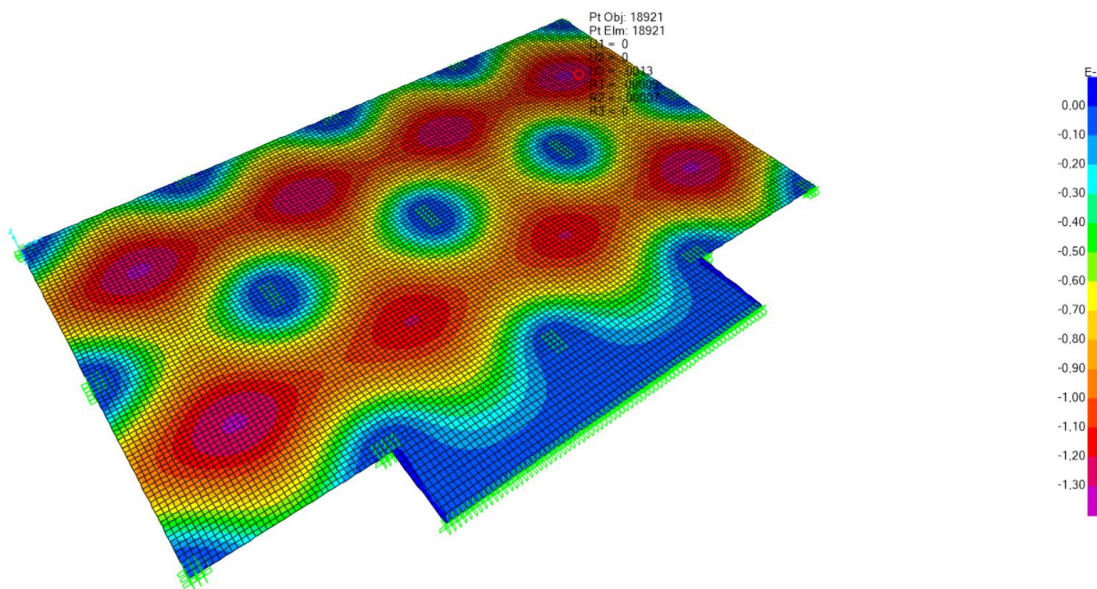


Figura 60: Processo gráfico para obtenção do deslocamento máximo na malha

Contudo o processo gráfico pode ficar sujeito a erros humanos. Outra maneira usual é a exportação dos dados analisados para uma tabela em formato EXCEL, onde os valores podem ser agrupados em ordem decrescente para a grandeza em estudo. Como ilustração selecionaremos a área cujo malha está mais deformada (figura 61).

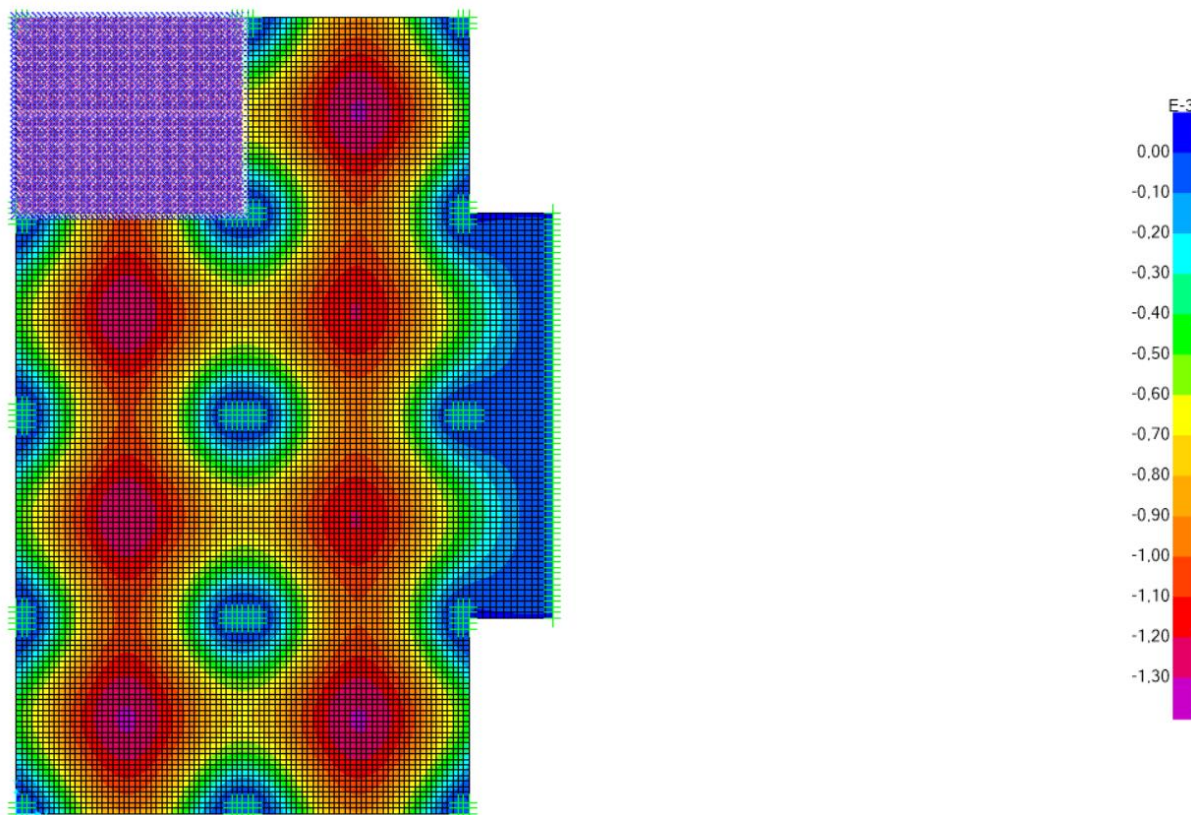


Figura 61: Região de deformações máximas na malha

7.5.2 Momentos fletores

Os momentos fletores, assim como os deslocamentos máximos, também podem ser obtidos através da mesma metodologia. No entanto para efeitos ilustrativos, apresenta-se a configuração geral dos momentos para as duas direções nas figuras 62 e 63.

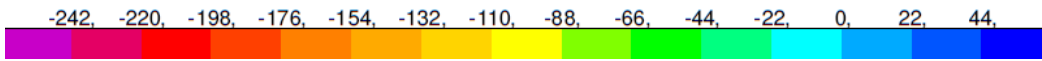
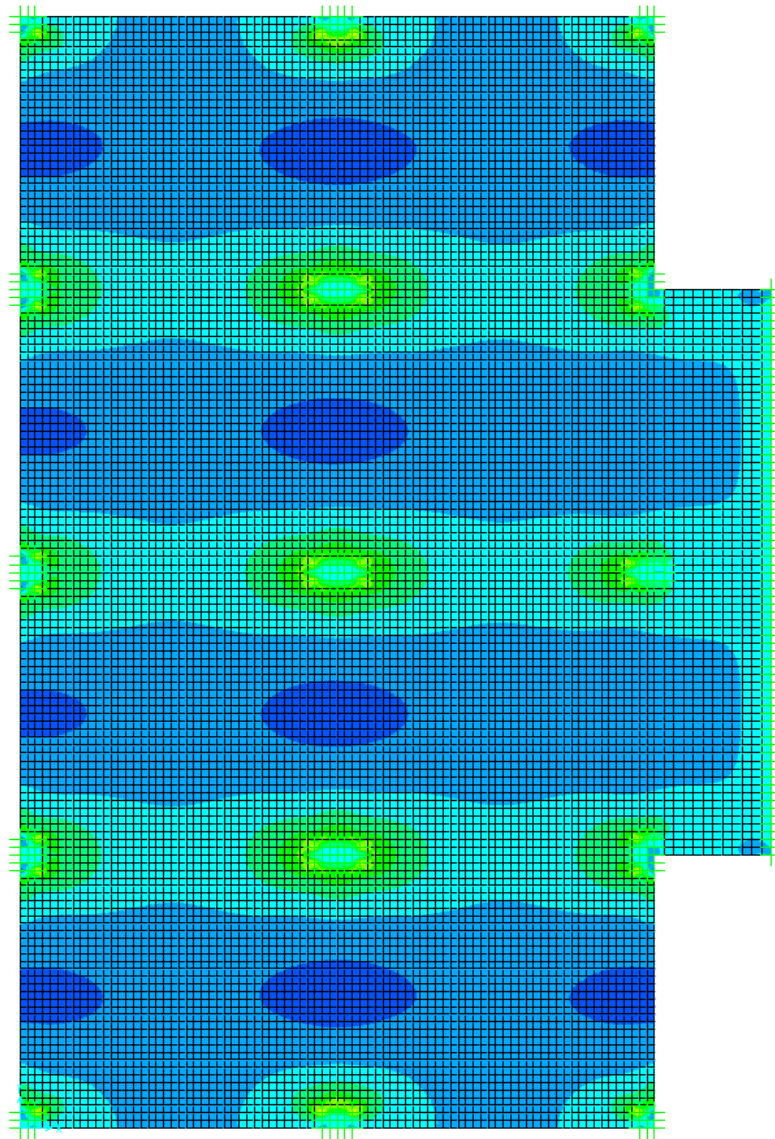


Figura 62: Momentos Fletores direção X (kNm)

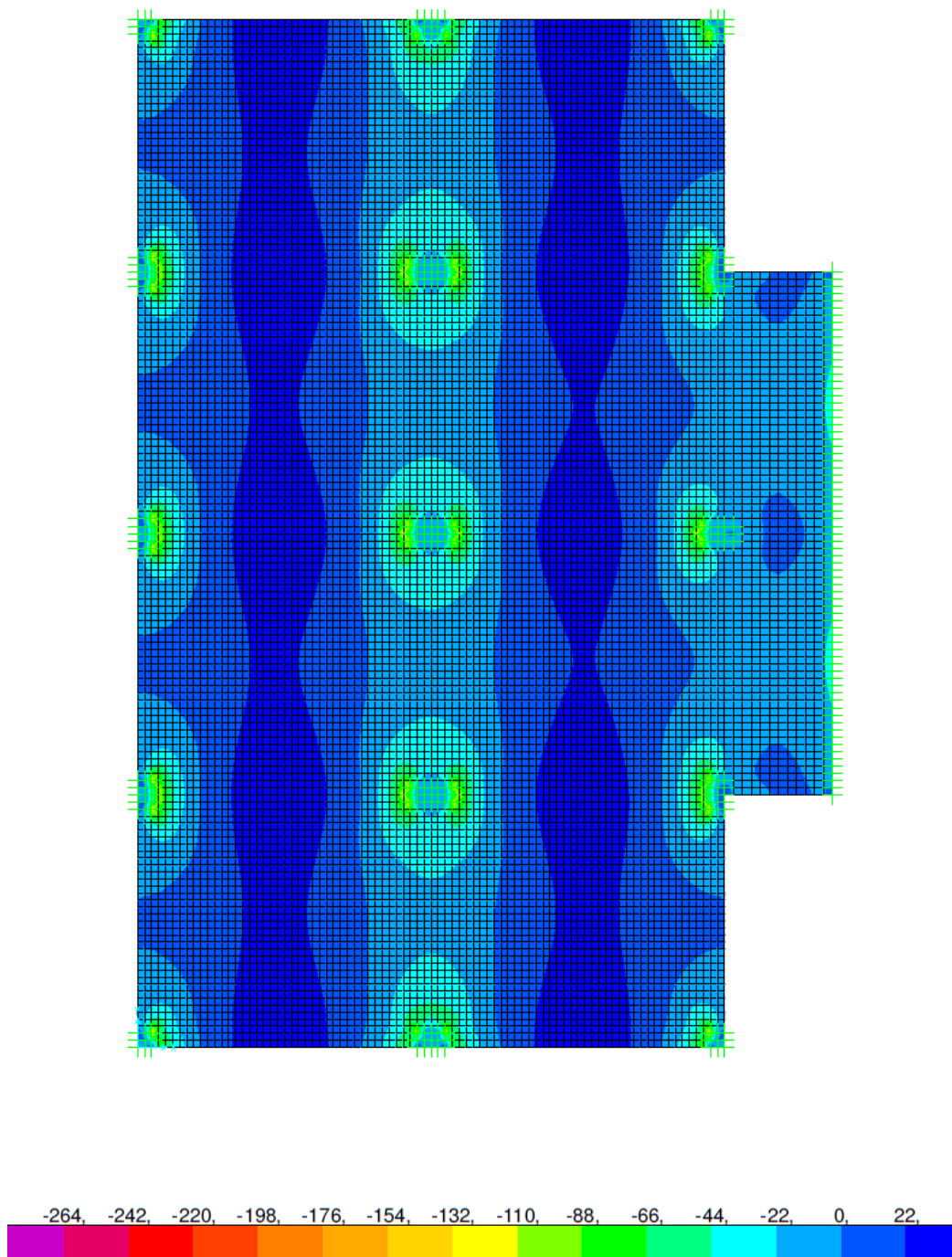


Figura 63: Momentos Fletores direção Y (kNm)

Todos os esforços foram avaliados para a combinação 1 (COMB1) já que a majoração dos mesmos será realizada na etapa de dimensionamento. Conforme era esperado, os pontos de momento negativo ocorreram na região dos apoios.

7.5.3 Tensões

As tensões serão avaliadas de maneira análoga aos momentos fletores (figura 64 e 65).

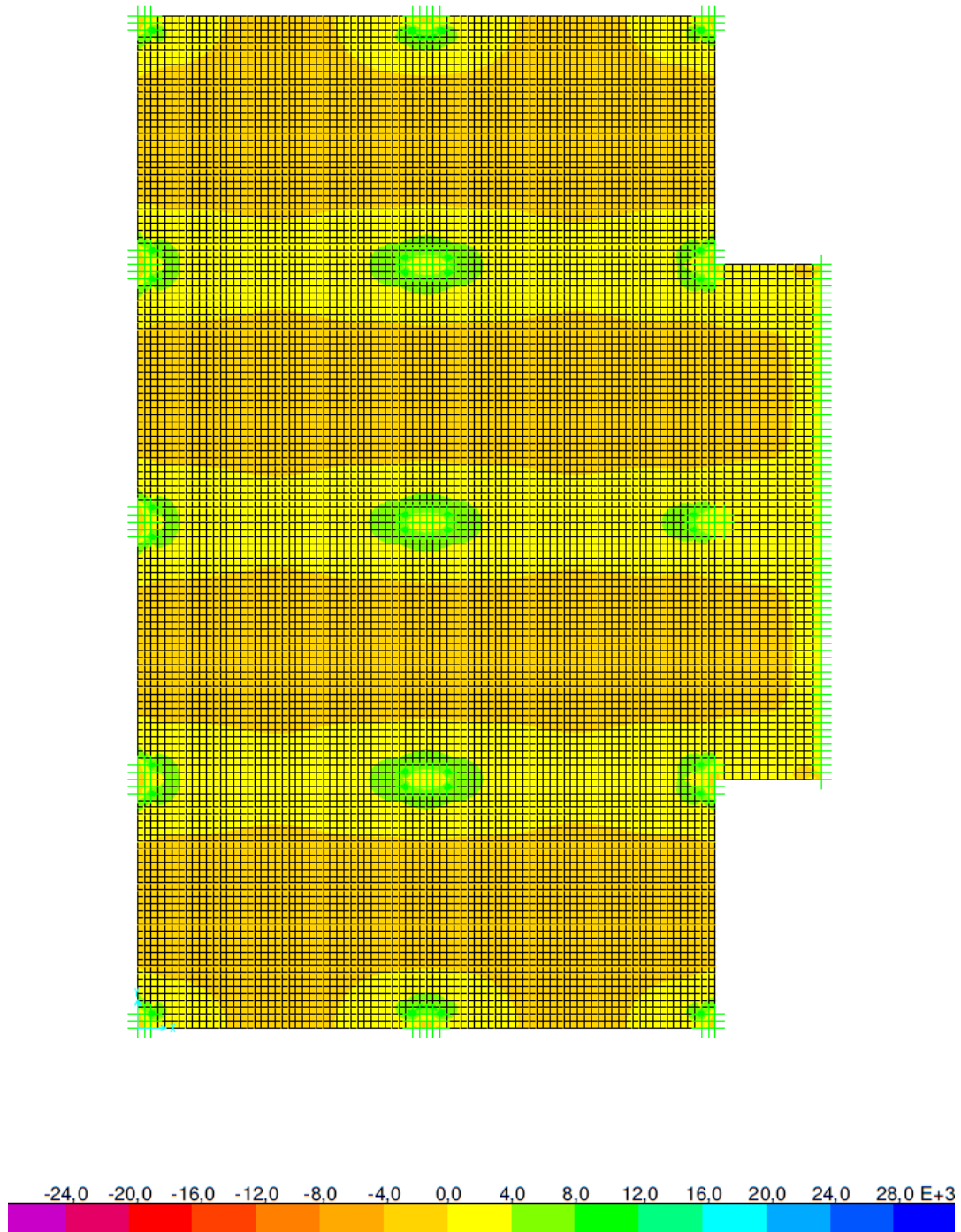


Figura 64: Tensões S11 – direção X (kN/m²)

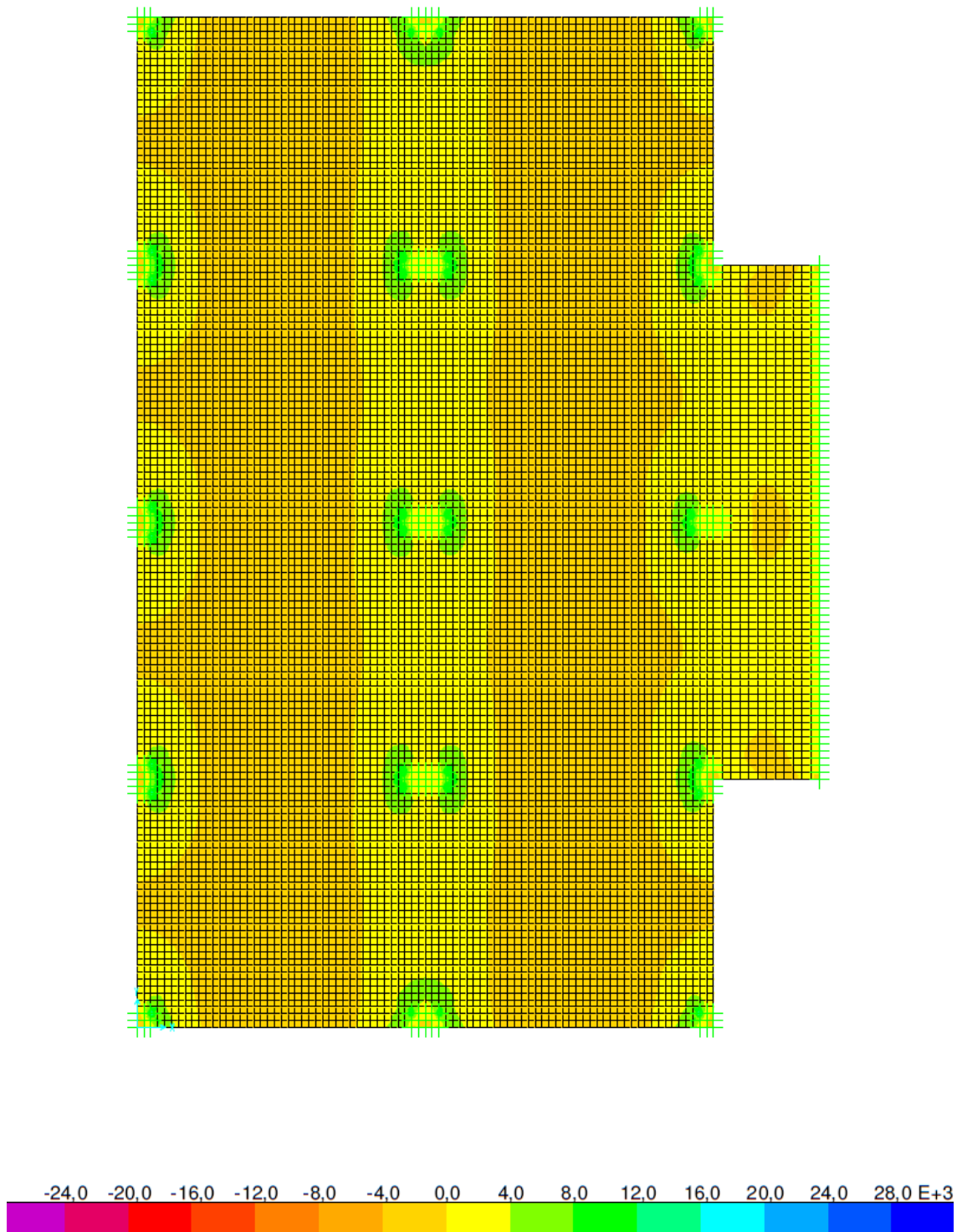


Figura 65: Tensões S22 – direção Y (kN/m²)

As figuras 64 e 65 revelam pontos de concentração de tensões na região dos pilares, necessitando de um estudo mais específico sobre os esforços atuantes.

8 MODELAGEM COM O TQS

8.1 O software

O TQS é um *software* para cálculo e detalhamento de estruturas em concreto armado. Ele vem sendo muito utilizado devido à grande facilidade de entrada de dados, que consiste em desenhar a forma e aplicar as devidas cargas em ambiente gráfico (Modelador Estrutural). Depois de desenhada, a forma é então processada e a análise é feita por um conjunto de sistemas integrados que calculam a estrutura e geram desenhos de armações.

No caso do projeto analisado, utilizaram-se dois destes sistemas:

- Grelha: sistema que discretiza lajes em barras e resolve a estrutura através da análise matricial baseada na analogia de grelhas;
- Laje: sistema que cria os desenhos de armação de acordo com a ABNT NBR6118 (2014), utilizando os esforços provenientes do sistema Grelha.

Silva (2009) afirma que as expressões apresentadas pela ABNT NBR 6118 (2014) para a cálculo das tensões solicitantes apresentam muitas variações e aproximações, uma vez que depende do formato do pilar, sua posição relativa na planta de formas, se tem presença de momentos combinados, entre outros fatores. Com isso, o TQS faz a medição da força cortante diretamente a partir das barras da grelha equivalente, ao invés de utilizar as formulações. Este procedimento tem a vantagem de ser genérico, já que as forças são resultantes do equilíbrio da grelha, em que considera todas as condições de contorno.

Para que seja levado em consideração a variação das tensões tangenciais ao longo do perímetro crítico, o *software* divide o perímetro em sub-perímetros em função dos comprimentos das arestas do pilar, em que cada sub-perímetro terá um dimensionamento e detalhamento à punção independente, como mostra a figura 66.

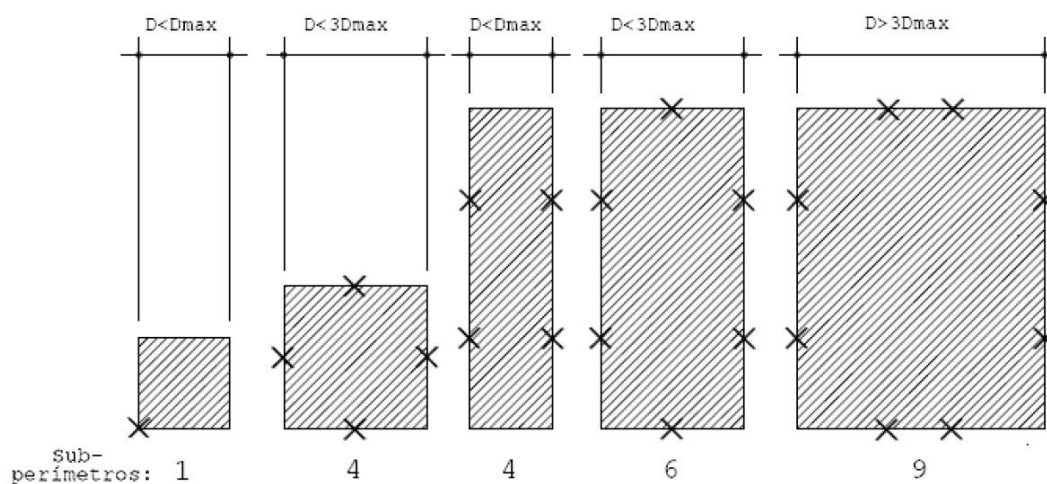


Figura 66: Divisão dos sub-perímetros

Os próximos perímetros críticos são formados paralelos ao primeiro, a uma distância de $2d$, como a figura abaixo:

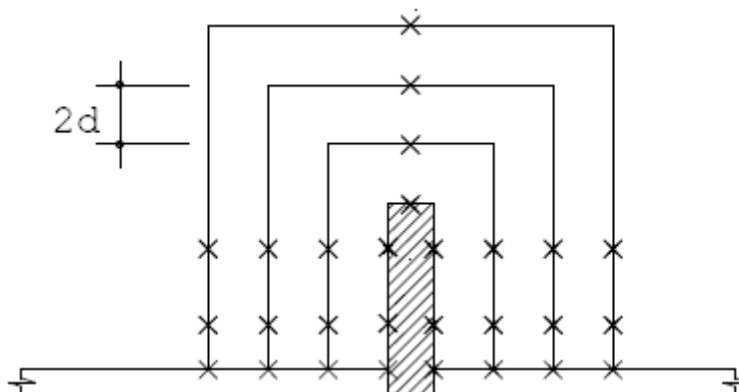


Figura 67: Perímetros críticos formados pelo TQS

8.2 Critério de cálculo

Como citado no item anterior, o TQS resolve a laje lisa de maneira aproximada através do método da analogia de grelha. A solução de uma grelha utilizando este sistema passa pelas seguintes etapas:

- Entrada gráfica da forma de concreto através do modelador estrutural, definindo as lajes que serão discretizadas como grelha;
- Definição dos critérios de cálculo e casos de carregamento;
- Geração do modelo, onde são criados os desenhos de dados da grelha;
- Extração gráfica do desenho de entrada gráfica de grelha;
- Processamento do modelo;
- Análise do modelo.

O carregamento lançado na grelha é calculado pelo sistema multiplicando-se a carga lançada no modelador estrutural pela área da laje e dividindo-se o resultado pelo comprimento total das barras por laje, resultando em uma carga por metro de barra.

A seguir, são listados os critérios mais importantes utilizados para a resolução da grelha pelo sistema, bem como uma breve descrição de acordo com o manual do programa.

8.2.1 Modelo de apoio padrão

Utilizou-se o modelo de apoio de barras de vigas em pilares elástico independente, onde cada barra de viga tem um apoio independente no pilar, definido com um coeficiente de mola.

8.2.2 REDMOL – Redutor do coeficiente de molas

Os coeficientes de molas rotacionais nos planos xz e yz são calculados através da expressão:

$$\frac{4. E. I}{L. REDMOL}$$

Onde E é o módulo de elasticidade do concreto, I é o momento de inércia no plano considerado, L é o pé-direito do piso e REDMOL o redutor do coeficiente de mola. Se o piso continuar, o valor da mola será multiplicado por 2. Neste caso adotou-se para REDMOL o valor *default*, que é igual a 4.

8.2.3 REDMOZ – Redutor do coeficiente de mola Z para apoios elásticos

Além das molas rotacionais em torno de X e Y, uma mola relativa à translação na direção Z é calculada por meio da expressão:

$$\frac{E. A}{L. REDMOZ}$$

Onde E é o módulo de elasticidade do concreto, A é a área da seção transversal do pilar, L é o pé-direito do piso e REDMOZ o redutor do coeficiente de mola Z. Também neste caso adotou-se o valor *default* do parâmetro, que é igual a 1.

8.2.4 Divisor da inércia á torção das barras da grelha

Por *default*, a inércia à torção teórica das barras da laje é dividida por 100. A não consideração dos esforços de torção nas barras da grelha provoca uma redistribuição de esforços que resulta no aumento dos momentos fletores. Segundo o manual do programa, pode-se conseguir resultados mais próximos do modelo de elementos finitos calibrando este divisor com valores entre 2 e 4.

8.2.5 Discretização da malha

No método de analogia de grelha para a solução aproximada da laje, o sistema converte lajes planas em barras de grelha, sendo necessário definir os espaçamentos entre estas barras em duas direções. Este critério define o espaçamento entre as barras da grelha em duas direções ortogonais entre si. Assim, adotou-se o espaçamento definido por *default* entre as barras da grelha para as duas direções, horizontal e vertical.

8.3 Resultados

Após o processamento da grelha, tendo em vista os critérios adotados, obtêm-se os gráficos dos esforços e deslocamentos, que podem ser visualizados através de isopletras. Os anexos 5 e 6 mostram as isopletras de momentos fletores e o anexo 7 isopletras de deslocamentos.

8.4 Detalhamento

Após a análise dos resultados gerados pelo sistema grelha, pode-se então partir para o detalhamento da armadura. Este é feito pelo sistema laje, que obtém os esforços do sistema de grelha e gera desenhos de

armação de combate à flexão, tanto positiva quanto negativa, e à punção, se necessário. Estes detalhamentos encontram-se nos anexos 8 a 11.

9 PRESCRIÇÕES NORMATIVAS INTERNACIONAIS

9.1 ACI 318M-2011

A norma norte americana, bem como a NBR e o Eurocode, utilizam copos de provas cilíndricos para a estimativa da resistência a compressão do concreto, porém o ACI utiliza uma distribuição estatística diferente dessas normas. A NBR e o Eurocode consideram o parâmetro f_{ck} como o valor de resistência a compressão característica do concreto, associado à probabilidade de ocorrência somente 5% de valores abaixo. Já a norma americana, utiliza um parâmetro f'_c , em que a probabilidade estipulada para que a resistência medida em três testes consecutivos resulte ao f'_c seja inferior a 1%.

A equação abaixo, apresenta o valor da resistência citado anteriormente:

$$f'_c = f_{ck} - 2,04 \quad (9.1)$$

Em que:

f'_c é a resistência específica cilíndrica do concreto, em MPa;

f_{ck} é a resistência característica cilíndrica do concreto, em MPa.

De acordo com o ACI 318M (2011), a resistência ao puncionamento em lajes lisas de concreto armado, deve ser analisada com a verificação das tensões cisalhantes em um perímetro de controle (b_0) afastado de metade da altura útil da laje, a partir da face do pilar, sendo a seção de controle o produto entre o perímetro encontrado e a altura útil, como figura 68.

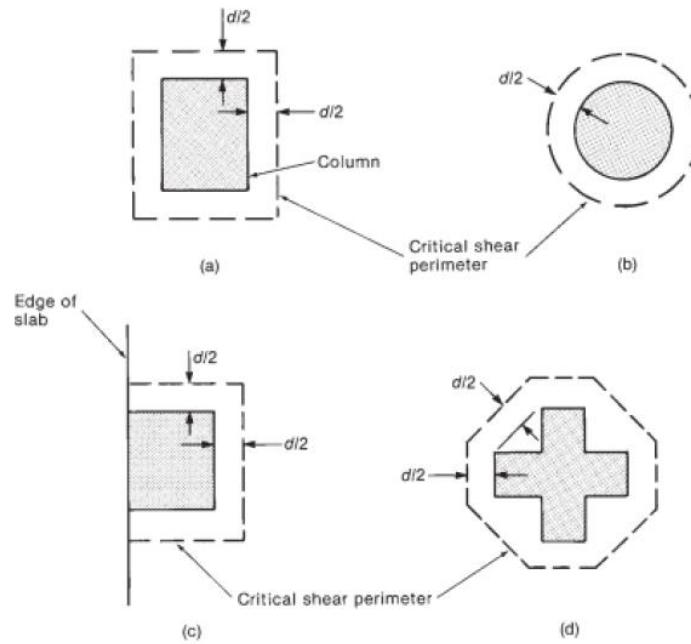


Figura 68: Perímetros de controle de acordo com o ACI.

A verificação da ligação laje-pilar é baseada na seguinte equação:

$$\phi V_n = V_u \quad (9.2)$$

Em que:

V_n é a tensão resistente da seção de controle;

V_u é a tensão solicitante na mesma da seção de controle.

ϕ é um coeficiente de ajuste das resistências, baseado nas deformações específicas do concreto e do aço na seção considerada. Podem ser adotados, resumidamente, os valores de 0,90 caso o dimensionamento da laje esteja no domínio 2 e início do domínio 3 de deformação, ou 0,85 caso esteja no final do domínio 3 de deformação.

A tensão resistente é dada como o menor valor dentre os resultados das três equações abaixo:

$$V_c = 0,17 \left(1 + \frac{2}{\beta} \right) \lambda \sqrt{f'} \quad (9.3)$$

$$V_c = 0,083 \left(\frac{\alpha_s d}{b_0} + 2 \right) \lambda \sqrt{f'} \quad (9.4)$$

$$V_c = 0,33 \lambda \sqrt{f'} \quad (9.5)$$

Em que:

$V_c = V_n$, para o caso em que não há armadura de punção;

β a razão entre o maior lado e o menor lado do pilar;

α_s um coeficiente que depende da posição do pilar na laje, devendo ser tomado como 40 para pilares internos, 30 para pilares de borda e 20 para pilares de canto;

λ um fator de redução da resistência para o caso de uso de concretos leves, de forma que no caso de concretos convencionais, deve ser tomado igual a 1.

De acordo com a equação 9.2, a tensão resistente precisa ser maior que a tensão solicitante, que depende da carga de reação do pilar à laje (V_u) e, dos momentos desbalanceados atuantes na ligação, quando houver.

Em pilares internos sem momentos desbalanceados, a tensão solicitante é dada por:

$$V = \frac{V_u}{b_0 d} \quad (9.6)$$

Já em pilares internos em que há momentos desbalanceados, é acrescentado uma parcela referente ao acréscimo de tensão devido aos efeitos dos momentos atuantes, como equação abaixo:

$$V_u = \frac{V_u}{b_0 d} + \frac{\gamma_v M_u c}{J_c} \quad (9.7)$$

Em que:

γ_v é a parcela do momento fletor que potencializará as tensões tangenciais, que normalmente resulta em valores próximos aos 40%;

M_u é o momento de cálculo atuante na seção;

c é o braço de alavanca do momento atuante em relação ao centroide da seção de controle, sua expressão varia em função da posição do pilar e da direção dos momentos;

J_c é uma propriedade da seção crítica adotada, análoga ao momento de inércia.

9.2 EUROCODE 2-2010

A norma ABNT NBR 6118 (2014) é baseada no Eurocode 2, no que diz respeito à punção, por isso a grande maioria de suas formulações são idênticas, comparando as tensões solicitantes e as resistentes nos perímetros de controle, alterando-se apenas algumas restrições impostas ao uso de determinadas expressões e algumas considerações adotadas.

No Eurocode 2, o engenheiro poderá escolher qual metodologia de cálculo irá usar para as tensões solicitantes, entre as três descritas pela norma.

No cálculo das tensões solicitantes em pilares de borda e de canto, diferentemente da norma brasileira, o Eurocode 2 recomenda que seja considerado o acréscimo de tensões devido aos momentos fletores, ou considerar um perímetro crítico reduzido para amplificar as tensões (Loureiro,2005).

Esse código não exige a verificação do contorno localizado na face do pilar, apenas a uma distância $2d$ do mesmo, como no ACI. O cálculo da tensão resistente no primeiro perímetro de controle é dado pela equação abaixo:

$$V_{Rd,c} = 0,13 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100\rho f_{ck})^{\frac{1}{3}} + 0,10\sigma_{cp} \quad (9.8)$$

Em que:

$$\rho \leq 0,02;$$

$$\left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) \leq 2,0;$$

σ_{cp} é a tensão inicial no concreto ao nível do baricentro da armadura de protensão.

O cálculo da tensão solicitante, para o caso de pilares internos, quando não há momentos desbalanceados, é:

$$V_{Ed} = \frac{V_{Ed}}{ud} \quad (9.9)$$

Já para os pilares com momentos atuantes na ligação, o código europeu traz três metodologias, que usam como base a seguinte expressão, em que o parâmetro β varia de acordo com a metodologia utilizada:

$$V_{Ed} = \beta \frac{V_{Ed}}{ud} \quad (9.10)$$

A primeira metodologia, considera a variação na distribuição das tensões tangenciais causada pela atuação de um momento fletor desbalanceado. A expressão de β é dada por:

$$\beta = 1 + k \frac{M_{Ed}}{V_{Ed}} \frac{u_1}{W_1} \quad (9.11)$$

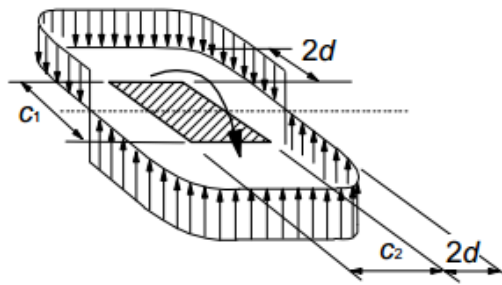


Figura 69: Distribuição de tensões tangenciais devidas a um momento não equilibrado na ligação entre uma laje e um pilar interior.

Em que:

k é função da razão entre os lados do pilar, como é mostrado na tabela 9.1;

W_1 corresponde a uma distribuição de tensões tangenciais, sendo função de perímetro de controle;

u_1 é o primeiro perímetro de controle;

M_{Ed} e V_{Ed} são o momento e a reação do pilar de cálculo, respectivamente.

Tabela 13: Valores de K para pilares retangulares (Eurocode 2)

(C_1/C_2)	$\leq 0,5$	1,0	2,0	$\geq 3,0$
K	0,45	0,60	0,70	0,80

A segunda metodologia, consiste em desprezar o momento atuante na ligação, considerando as tensões tangenciais uniformemente distribuídas ao longo de um perímetro de controle reduzido. Pode ser usada apenas nos casos de pilares de borda ou de canto.

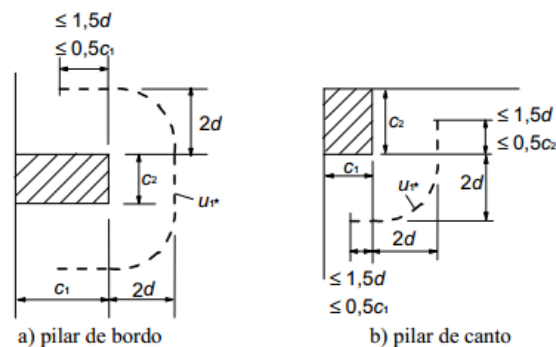


Figura 70: Perímetro reduzido da primeira seção de controle.

Depois de aplicado a redução do perímetro crítico, o parâmetro β é dado por:

$$\beta = \frac{u_1}{u_1^*} \quad (9.12)$$

Em que:

u_1^* é o perímetro de controle reduzido.

A terceira metodologia, é empregada normalmente como forma de pré-dimensionamento das lajes lisas, em que é adotado valores aproximados para β , desprezando os momentos atuantes e considerando o perímetro crítico original.

O Eurocode 2 preconiza, nos casos em que os vãos dos tramos adjacentes não difiram em mais de 25% e a estabilidade global da estrutura não dependa dos pórticos formados por pilares e lajes, que os valores podem ser utilizados para o dimensionamento da estrutura.

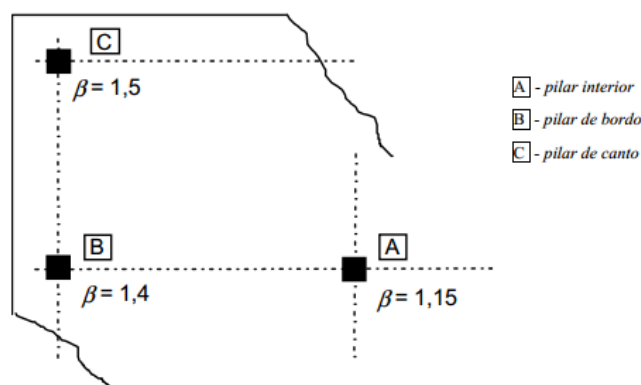


Figura 71: Valores recomendados para β .

9.3 Comparação qualitativa entre as normas

Fazendo uma comparação qualitativa, das condições e critérios adotados pelas três normas apresentadas no trabalho, podemos perceber que a norma americana é a mais difere das demais, pois não leva em consideração a taxa de armadura de flexão na verificação à punção e não relaciona todos os parâmetros em uma única expressão de cálculo.

Essa não consideração da taxa de armadura de flexão pela norma americana, se deve ao fato do dimensionamento da laje à flexão e a punção serem feitos de maneira integrada, e não de forma isolada como no caso das normas brasileira e europeia (Guandalini et al., 2009).

Nas normas NBR e Eurocode 2, ao se realizar o dimensionamento da laje, se define uma parcela do momento fletor que será contabilizado na verificação à punção (usualmente 40%), assim a laje é dimensionada a flexão apenas para a parcela restante. Sendo considerado no dimensionamento a flexão apenas uma parcela do momento (usualmente 60%), a taxa de armadura é reduzida, fazendo com que a norma americana não considerar a sua influência, o que resulta em valores conservadores (Guandalini et al., 2009).

As grandes diferenças entre as normas brasileira e europeia são no cálculo das tensões resistentes, na limitação do fator correspondente à consideração do efeito escala e da taxa de armadura. Sacramento et al. (2012) afirma que o Eurocode 2 limita esses valores para que seja reduzida algumas tendências de resultados contra a segurança, e afirma ainda que a norma brasileira deveria fazer uma revisão nas suas recomendações, para reduzir essa tendência.

Quando se analisa o cálculo da tensão solicitante, a expressão da norma brasileira, para elevadas cargas, caso de ligações com momentos balanceados, é mais conservadora que o Eurocode.

10 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

10.1 Considerações adotadas

Como citado no tópico 2, foram feitos o dimensionamento e o detalhamento da laje lisa, como mostrado nos anexos 3, 4, 8, 9, 10 e 11.

O dimensionamento à flexão e à punção para a comparação da norma foi feito utilizando o *software* TQS, devido ao fato deste fazer as mesmas considerações da ABNT NBR 6116 (2014) para o cálculo das tensões solicitantes, fornecendo valores de reação nos pilares e taxas de armaduras em uma mesma tabela, facilitando o dimensionamento à punção.

A análise foi feita utilizando o Processo de Pórticos Múltiplos, e as verificações da punção foram feitas, como citado anteriormente, como o auxílio de planilhas criadas no *software* Microsoft Excel.

Com isso, foi possível comparar as análises feitas pelo o *software* TQS e o Processo de Pórticos Múltiplos. E o dimensionamento pelo *software* TQS e as planilhas criadas no *software* Microsoft Excel.

A resistência característica do concreto à compressão adotada foi de 50 MPa, enquanto que o aço adotado foi o CA-50.

O TQS utiliza formulações diferentes no cálculo das tensões tangenciais solicitantes na ligação laje-pilar, no caso de momentos balanceados, de forma que é necessário um procedimento de validação desse código computacional a fim de encontrar possíveis discrepâncias nos resultados.

10.2 Deslocamentos transversais

Os deslocamentos transversais (flechas) máximos encontrados apresentaram pouca diferença significativa considerando-se o método e o programa, como mostrado na tabela 14. O programa TQS proporcionou deslocamentos menores em comparação com as respostas via método dos elementos finitos.

Tabela 14: Deslocamentos máximos

Deslocamento vertical máximo (cm)	Analogia de grelhas	Método dos Elementos Finitos
	TQS	SAP2000
	0,8	1,30

10.3 Momentos fletores

Os momentos fletores positivos e negativos foram analisados, para efeito comparativo, adotando apenas o maior valor para cada eixo (figura 31). A tabela 15 apresenta os resultados encontrados através do método dos pórticos equivalentes, da grelha equivalente (TQS) e do método dos elementos finitos (SAP2000).

É notável a discrepância significativa entre alguns resultados obtidos. Tendo em vista esta discrepância, cabem as seguintes considerações:

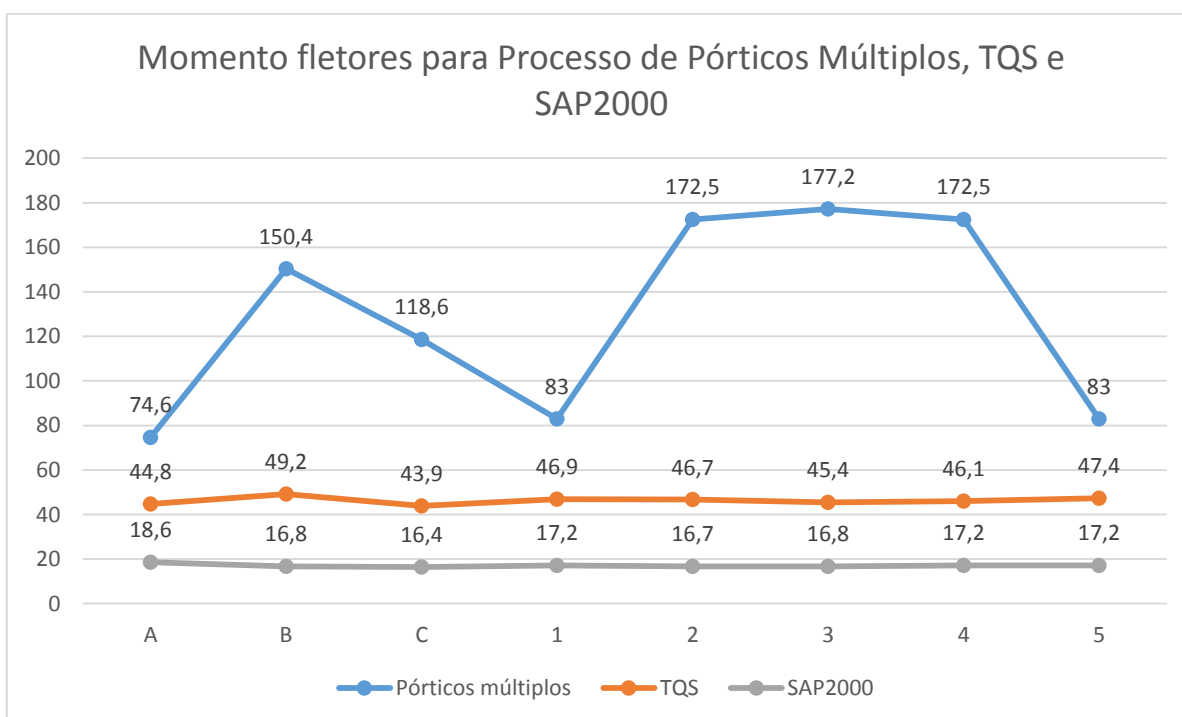
- O programa TQS oferece liberdade na definição de alguns dados de entrada, porém há a adoção internamente de parâmetros não comunicados ao usuário;
- No método de grelha equivalente procura-se aproximar o comportamento da placa por meio de uma grelha. Com isso, a interação de torção da placa é feita de forma aproximada;
- Na análise efetuada por meio do programa SAP2000, os apoios nos pilares e no núcleo foram modelados como vínculos rígidos, enquanto que no programa TQS estes mesmos apoios foram modelados como vínculos elásticos;
- Na analogia de grelha, o apoio sobre o pilar é pontual com ligação entre grelha e pilar por meio de molas equivalentes, enquanto que nos modelos de elementos finitos, o apoio foi considerado como uma área (área da seção do pilar). Todos os pontos nodais situados nas áreas de apoio foram restringidos na direção perpendicular ao plano da laje, com isto há transmissão de momento da laje para o pilar;
- A modelagem do SAP2000 foi baseada em elementos de placa.

Tabela 15: Momentos fletores

Eixo	Pórticos Múltiplos	Analogia de grelhas	Método dos Elementos Finitos	
		TQS	SAP2000	
Momentos fletores máximos positivos (kN.m)	A	74,60	44,80	18,60
	B	150,40	49,20	16,80
	C	118,60	43,90	16,40
	1	83,00	46,90	17,20
	2	172,50	46,70	16,70
	3	177,20	45,40	16,80
	4	172,50	46,10	17,20
	5	83,00	47,40	17,20
A	140,70	42,70	86,60	

Momentos fletores máximos negativos (kN.m)	B	276,80	46,40	80,90
	C	236,20	49,40	90,60
	1	160,70	64,60	82,70
	2	330,80	74,30	72,60
	3	337,50	49,10	70,70
	4	330,80	65,60	72,60
	5	160,70	71,30	82,70

Gráfico 1: Momento fletores para Processo de Pórticos Múltiplos, TQS e SAP2000



10.4 Esforços nos apoios

Para o dimensionamento à punção, é necessário o conhecimento dos esforços que solicitam os pilares. As tabelas 9.3 a 9.5 expõem os resultados obtidos para as reações de apoio e momentos fletores nas duas direções.

Tabela 16: Reações de apoio

Pilar	Reações de apoio (kN)		
	Área de influência (m ²)	Analogia de grelhas	Método dos Elementos Finitos
		TQS	SAP2000
P1=P6=P25=P30	8,58	181,00	0
P2=P5=P26=P29	17,16	303,50	0
P3=P4=P27=P28	8,58	139,00	0
P7=P12=P19=P24	17,75	287,50	0
P8=P11=P20=P23	35,50	624,00	0
P9=P10=P21=P22	24,98	374,50	0
P13=P18	18,34	280,50	0
P14=P17	36,69	589,00	0
P15=P16	25,81	408,50	0

Tabela 17: Momentos fletores em torno do eixo X

Pilar	Momentos em torno do eixo X (kN.m)		
	Pórticos múltiplos	Analogia de grelhas	Método dos Elementos Finitos
		TQS	SAP2000
P1=P6=P25=P30	25,3	1,0	0
P2=P5=P26=P29	51,4	1,0	0
P3=P4=P27=P28	24,4	1,0	0
P7=P12=P19=P24	5,9	1,0	0
P8=P11=P20=P23	7,3	2,0	0
P9=P10=P21=P22	35,5	2,0	0
P13=P18	0	2,0	0

P14=P17	0	0	0
P15=P16	0	0	0

Tabela 18: Momentos fletores em torno do eixo Y

Pilar	Momentos em torno do eixo Y (kN.m)		
	Pórticos múltiplos	Analogia de grelhas	Método dos Elementos Finitos
		TQS	SAP2000
P1=P6=P25=P30	34,2	4,0	0
P2=P5=P26=P29	0	13,0	0
P3=P4=P27=P28	34,3	0	0
P7=P12=P19=P24	69,9	3,0	0
P8=P11=P20=P23	12,5	44,0	0
P9=P10=P21=P22	43,3	1,0	0
P13=P18	70,4	3,0	0
P14=P17	23,5	42,0	0
P15=P16	79,2	3,0	0

10.5 Consumo de aço

Analisando o anexo 3 (armadura positiva e negativa – Processo de Pórticos Múltiplos) e os anexos 8 (armadura positiva – TQS), 9 (armadura negativa horizontal – TQS) e 10 (armadura negativa vertical – TQS), podemos perceber um consumo de aço a mais na armadura positiva e negativa pelo TQS, como está mostrado na tabela 19.

O consumo de armadura de combate à punção também apresentou uma diferença bem significativa, devido ao *software* TQS não calcular a armadura mínima de punção. Os pilares P8, P11, P14, P17, P20, P21, P22 e P23 necessitam de armadura de combate à punção, mesmo que seja a mínima estabelecida por norma.

A tabela 9.6 apresenta o resumo de aço das armaduras positivas, das armaduras negativas e das armaduras de punção, para o Processo de Pórticos Múltiplos e para o TQS.

Tabela 19: Resumo de aço laje lisa

Armaduras	Aço	Pórticos Múltiplos	TQS
		Peso + 10% (kg)	Peso + 10% (kg)
Positiva - Laje	CA50	2632	3471
Negativa - Laje	CA50	1896	2729
Punção	CA50	28	14
PESO TOTAL	CA50 (kg)	4556	6214

Com os resumos de aço, referentes ao cálculo pelo Processo de Pórticos Múltiplos e pelo TQS, podem ser feitas as comparações em relação ao consumo de aço em cada uma das hipóteses propostas.

A tabela 19 sintetiza os valores totais de peso de aço utilizados em cada um dos casos, já contabilizando os fatores de majoração de 10% para as armaduras.

O TQS apresenta um consumo de aço de 6214 kg de aço, já o Processo de Pórticos Múltiplos apresenta um consumo de aço de 4556 kg. Nota-se que o TQS supera o Processo de Pórticos Múltiplos em consumo de aço, sendo que o primeiro necessita de aproximadamente 1658 kg de aço a mais, cerca de 36%.

O gráfico 2 ilustra o consumo de aço das lajes lisas para o Processo de Pórticos Múltiplos e o TQS. No gráfico 3 está expressos índices representativos dados pela razão entre o consumo de aço nas lajes do projeto estrutural em cada pavimento tipo, ou seja, dado pelos Processo de Pórticos Múltiplos e o TQS, e a área do pavimento (324,72m²).

Gráfico 2: Consumo de aço das lajes lisas para Processo de Pórticos Múltiplos x TQS

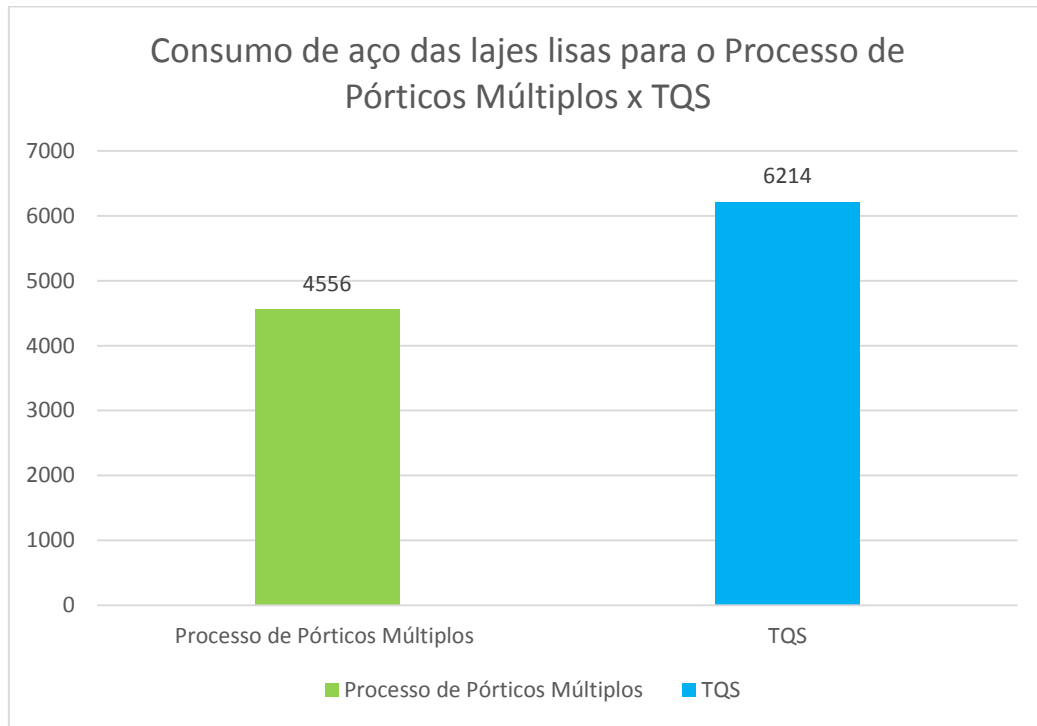
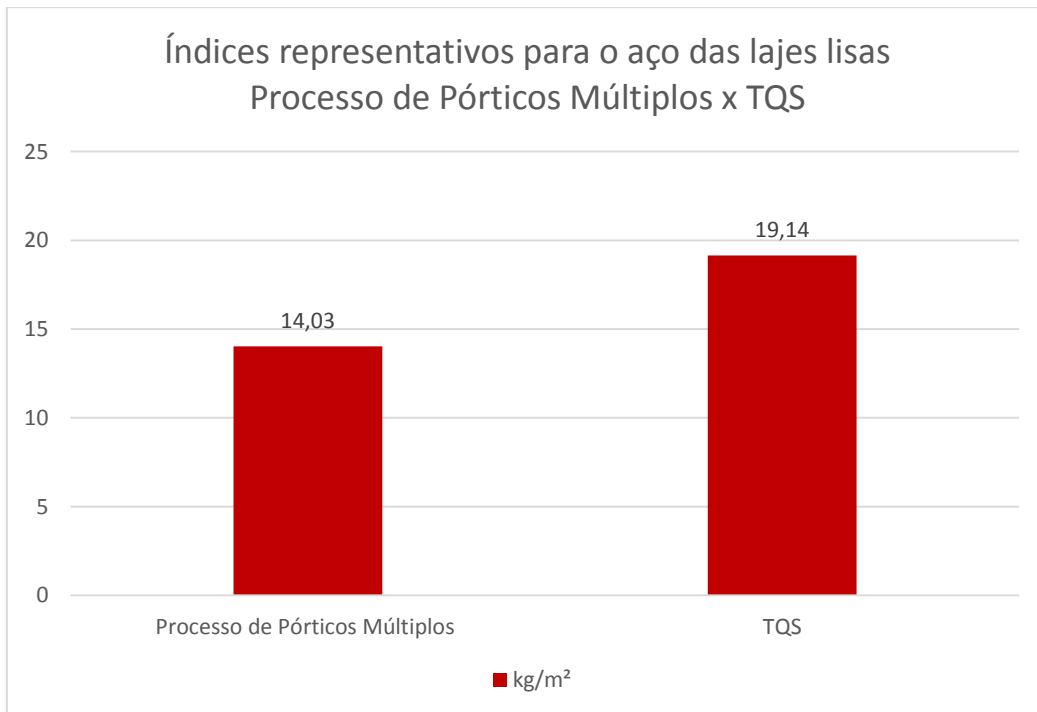


Gráfico 3: Índices representativos para o aço das lajes lisas Processo de Pórticos Múltiplos x TQS



11 CONCLUSÃO

A utilização de *softwares* traz resultados com uma rapidez e quando a modelagem é elaborada adequadamente para representar a estrutura que se pretende no projeto, os resultados são confiáveis. Porém é importante enfatizar que o engenheiro deve saber analisar os resultados gerados pelos programas computacionais, a fim de distinguir se os mesmos são confiáveis ou não. Frequentemente os engenheiros estruturais não estão preparados e não têm interesse em aprofundar-se em conceitos mais específicos na área de engenharia de estruturas, especialmente na análise de segunda ordem a partir da avaliação da estabilidade global.

Uma das etapas mais importante no projeto de uma estrutura de concreto armado é a análise estrutural. A modelagem da estrutura através de um *software* computacional requer bastante cuidado, devido principalmente na escolha das hipóteses simplificadoras referentes ao modelo matemático adotado, que congrega características geométricas e materiais, bem como as condições de contorno. Observa-se que o processo da analogia de grelha, ou grelha equivalente, usualmente adotado para representar os painéis de laje (placas) utilizado pelo *software* TQS apresenta valores dos esforços e deslocamentos bem diferentes dos valores obtidos pelo *software* SAP2000, que tem como base a Teoria de Placas e o Método dos Elementos Finitos. Algumas especulações podem ser levantadas sobre essa diferença significativa, a região dos pilares a serem representadas ou por nós relativos à área do pilar. No *software* TQS alguns parâmetros são adotados, e o acesso e a alteração não são permitidos ao usuário.

Depois de observar as três análises feitas, através do Processo de Pórticos Múltiplos, TQS e SAP2000, conclui-se que a metodologia de cálculo para as lajes lisas requer algumas considerações. Modelos baseados na teoria de placas e no método dos elementos finitos são hierarquicamente superiores aos métodos simplificados baseados na analogia de grelha e análise matricial de estrutura reticulada (grelha).

O detalhamento apresentado se restringiu aos resultados da análise feita através do Processo de Pórticos Múltiplos e do *software* TQS. A comparação entre os mesmos, mostrou um consumo bastante superior de aço para o *software* TQS.

Como sugestão para trabalhos futuros, recomenda-se estudo semelhante a este, porém, utilizando outros *softwares*, como o EBERICK e ANSYS, fazer um comparativo global dos quantitativos de materiais e custos, analisando também a influência nos elementos de fundação e interação solo-estrutura. Outra sugestão seria uma análise comparativa entre os sistemas estruturais de lajes lisas, lajes convencionais e lajes nervuradas.

12 REFERÊNCIAS

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE (ACI). Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318M-2011) and Commentary, Detroit, 2011.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (2014). NBR 6118 – Projeto de estruturas de concreto - Procedimentos. Rio de Janeiro.

AZEVEDO, A. P., (1999). Resistência e ductilidade das ligações laje-pilar em lajes cogumelo de concreto de alta resistência armado com fibras de aço e armadura transversal de pinos. Dissertação de Mestrado, Universidade de São Paulo, São Carlos.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. Eurocode 2: Design of concrete structures. Bruxelas, 2010.

FIGUEIREDO Fº, J. R., (1989). Sistemas estruturais de lajes sem vigas: subsídios para o projeto e execução. Tese de doutorado, Universidade de São Paulo, São Carlos.

GUANDALINI, Stefano; BURDET, Olivier L.; MUTTONI, Aurelio. Punching tests of slabs with low reinforcement ratios. ACI Structural Journal N° 106, 2009.

GUARDA, M. C. C., (1995). Cálculo de lajes-cogumelo pela teoria das charneiras plásticas. Dissertação de mestrado, Universidade de São Paulo, São Carlos.

HENNRICH, C. A., (2003). Estudos sobre a modelagem de lajes planas de concreto armado. Dissertação de mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.

LOUREIRO, Giordano José. Contribuição ao cálculo da punção – NBR 6118:2003. Anais do 47º Congresso Brasileiro de Concreto, Recife, 2005.

MELGES, J. L. P., (1995). Punção em lajes: exemplos de cálculo e análise teórico-experimental. Dissertação de mestrado, Universidade de São Paulo, São Carlos.

MELGES, J. L. P., (2001). Análise experimental da punção em lajes de concreto armado e protendido. Tese de doutorado, Universidade de São Paulo, São Carlos.

LIMA NETO, A. F., (2012). Punção em lajes cogumelo de concreto armado com capitéis. Tese de doutorado, Universidade de Brasília, Brasília.

SACRAMENTO, P. V. P.; FERREIRA, M. P.; OLIVEIRA, D. R. C.; MELO, G. S. S. A. Punção em lajes lisas de concreto armado sem armadura de cisalhamento, Revista IBRACON de estruturas e materiais: Vol.05 N° 5, São Paulo, 2012.

SILVA, Luiz Aurélio Fortes da. Dimensionamento de lajes à punção e cisalhamento no CAD/TQS, Biblioteca digital TQS, 2009.

SILVA, N. A., (2015). Concreto armado II. Apostila do curso de Especialização em Análise e Dimensionamento de Estruturas de Concreto Armado e Aço, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

TAKEYA, T., (1981). Estudo experimental da ruína de ligações laje-pilar em bordas de lajes-cogumelo. Dissertação de mestrado, Universidade de São Paulo, São Carlos.

TRAUTWEIN, L. M., (2006). Punção em lajes cogumelo de concreto armado: análise experimental e numérica. Tese de doutorado, Universidade de São Paulo, São Paulo.

ANEXO 1

ANEXO 2

ANEXO 3

ANEXO 4

ANEXO 5

ANEXO 6

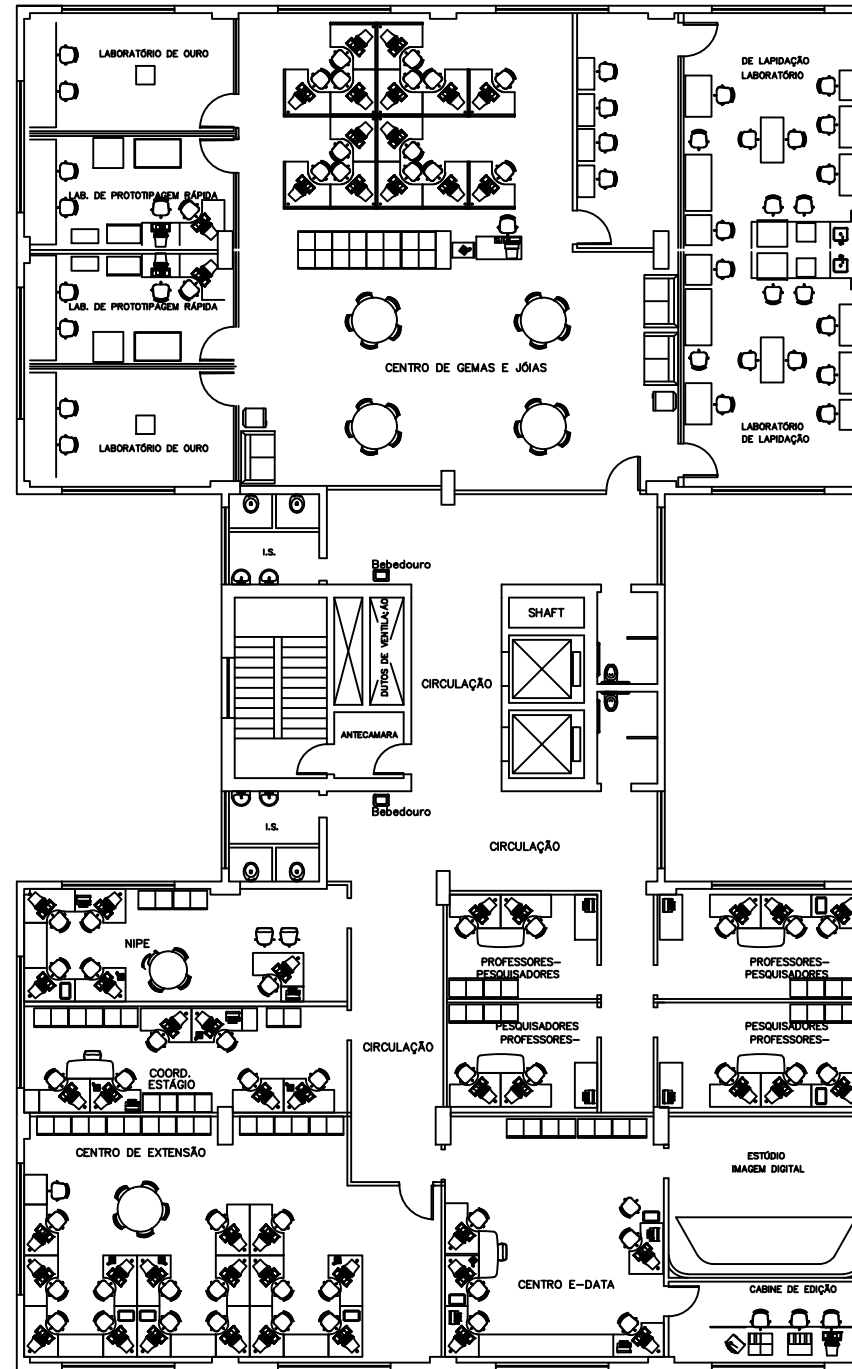
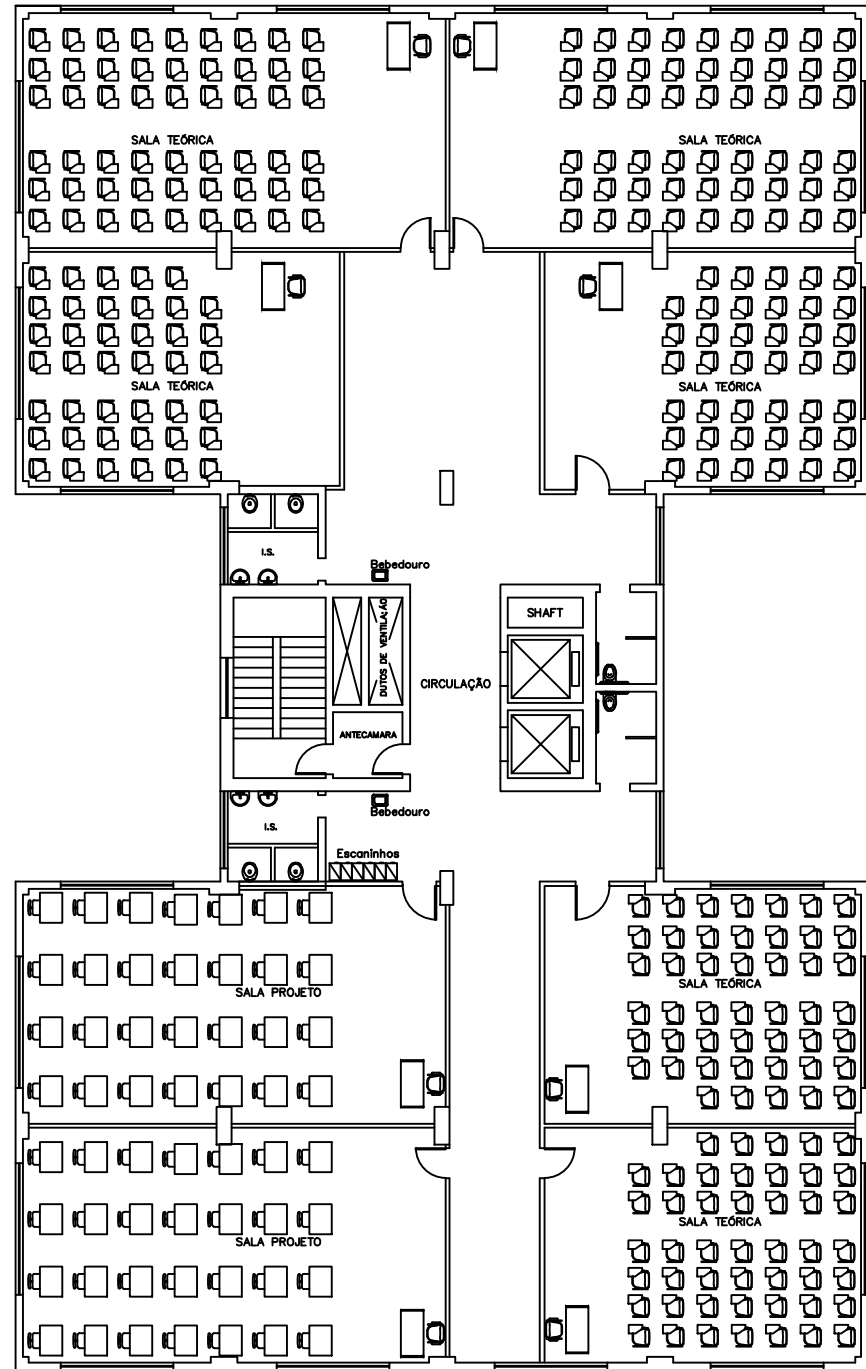
ANEXO 7

ANEXO 8

ANEXO 9

ANEXO 10

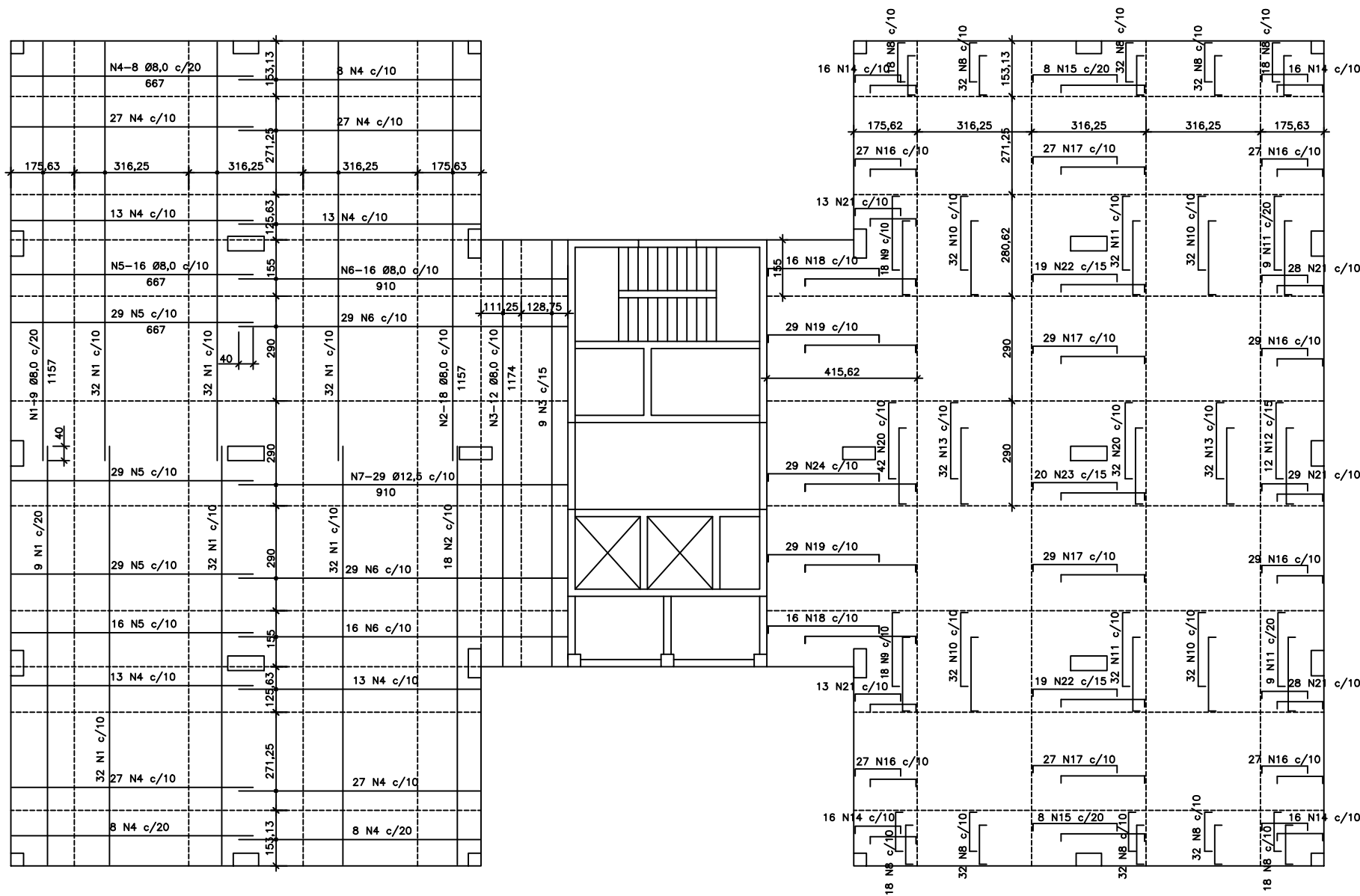
ANEXO 11



NOTAS:

- 1 - MEDIDAS EM CENTÍMETROS
- 2 - CONCRETO: $f_{ck}=50MPa$
- 3 - SOBRECARGA: 300 kgf/m²
- 4 - O NÚCLEO DA FORMA CONTENDO CAIXA DE ESCADA NÃO FORAM CALCULADOS.

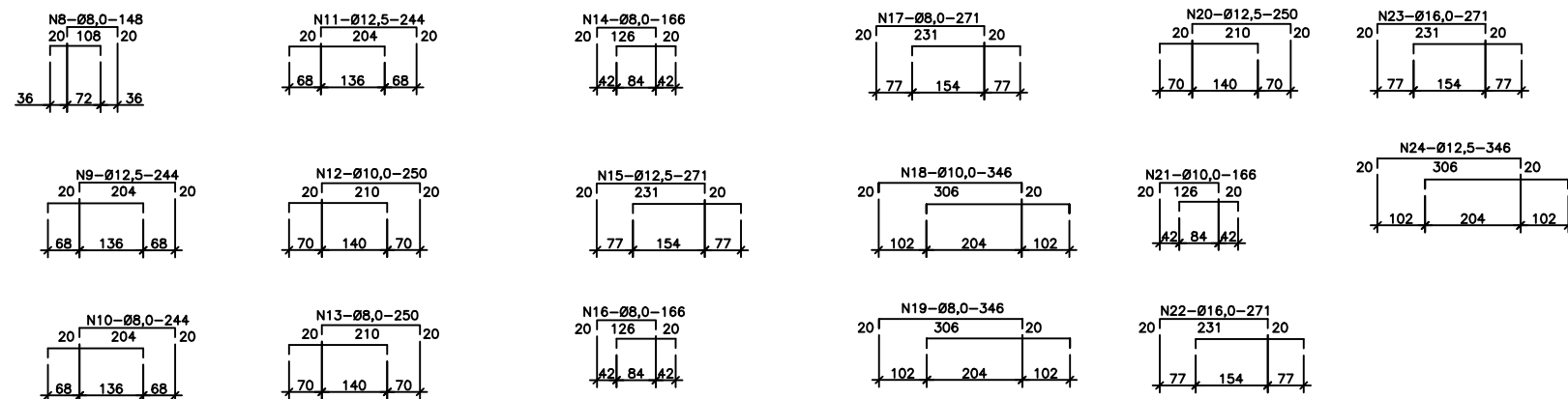
PROJETO ESTRUTURAL	UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS – UFMG ESCOLA DE ENGENHARIA		
DISCIPLINA: TRABALHO FINAL			
ANEXO 1: ARQUITETURA – PAVIMENTO TIPO			
ALUNO: PAULO AUGUSTO FERREIRA DO VALE			
ESCALA: 1:200	DATA: 01/2018	REVISÃO: 0	DES. Nº 01



N°	Ø	QT.	C. UNIT.	C. TOTAL
	mm	unid.	cm	m
1	8,0	210	1157	2430
2	8,0	36	1157	417
3	8,0	27	1174	317
4	8,0	192	667	1281
5	8,0	119	667	127
6	8,0	90	910	819
7	12,5	29	910	264
8	8,0	264	148	391
9	12,5	36	244	88
10	8,0	128	244	312
11	12,5	82	244	201
12	10,0	12	250	30
13	8,0	64	250	160
14	8,0	64	166	106
15	12,5	16	271	43
16	8,0	166	166	276
17	8,0	112	271	304
18	10,0	32	346	111
19	8,0	58	346	201
20	12,5	74	250	185
21	10,0	111	166	184
22	16,0	38	271	103
23	16,0	20	271	54
24	12,5	29	346	100

AÇO		C. UNIT.	P. TOTAL
mm	classe	m	Kg
8,0	CA50	7141	2821
10,0	CA50	325	200
12,5	CA50	881	848
16,0	CA50	157	248
TOTAL		4117	

ARMAÇÃO POSITIVA E NEGATIVA – PAVIMENTO TIPO
ESC.: 1:75



DETALHAMENTO DOS NEGATIVOS
ESC.: 1:75

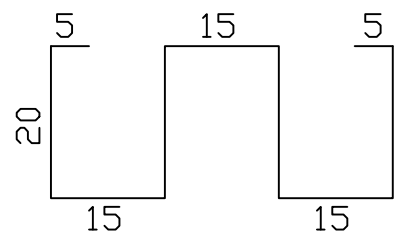
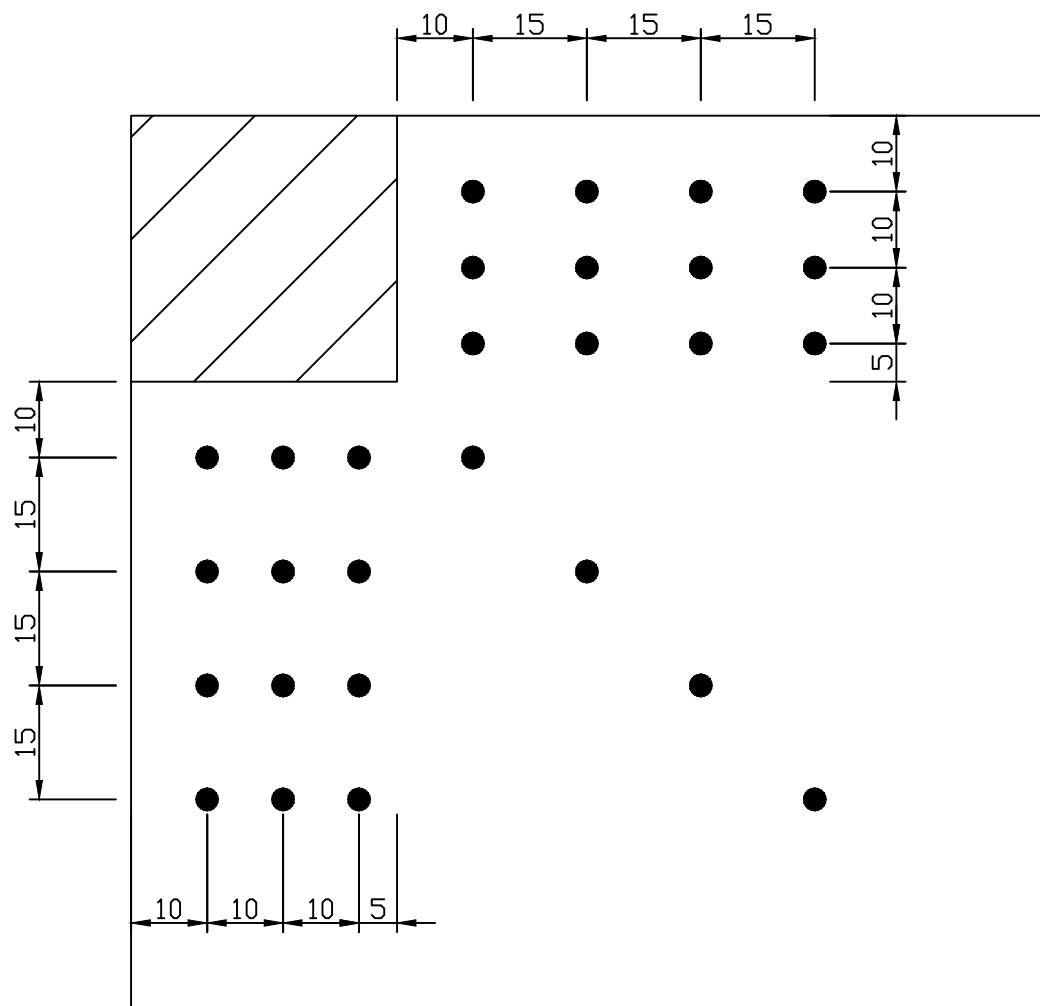
NOTAS:

- 1 – MEDIDAS EM CENTÍMETROS
- 2 – O NÚCLEO DA FORMA CONTENDO CAIXA DE ESCADA E ELEVADORES NÃO FORAM CALCULADOS.

PROJETO ESTRUTURAL	UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS – UFMG ESCOLA DE ENGENHARIA
DISCIPLINA:	TRABALHO FINAL
ANEXO 3:	ARMAÇÃO – PAVIMENTO TIPO
ALUNO:	PAULO AUGUSTO FERREIRA DO VALE
ESCALA: 1:75	DATA: 01/2018
REVISÃO: 0	DES. N° 03

DETALHAMENTO À PUNÇÃO

P1=P3=P4=P6=P25=P27=P28=P30 35x35

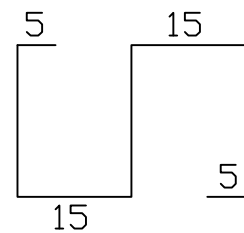
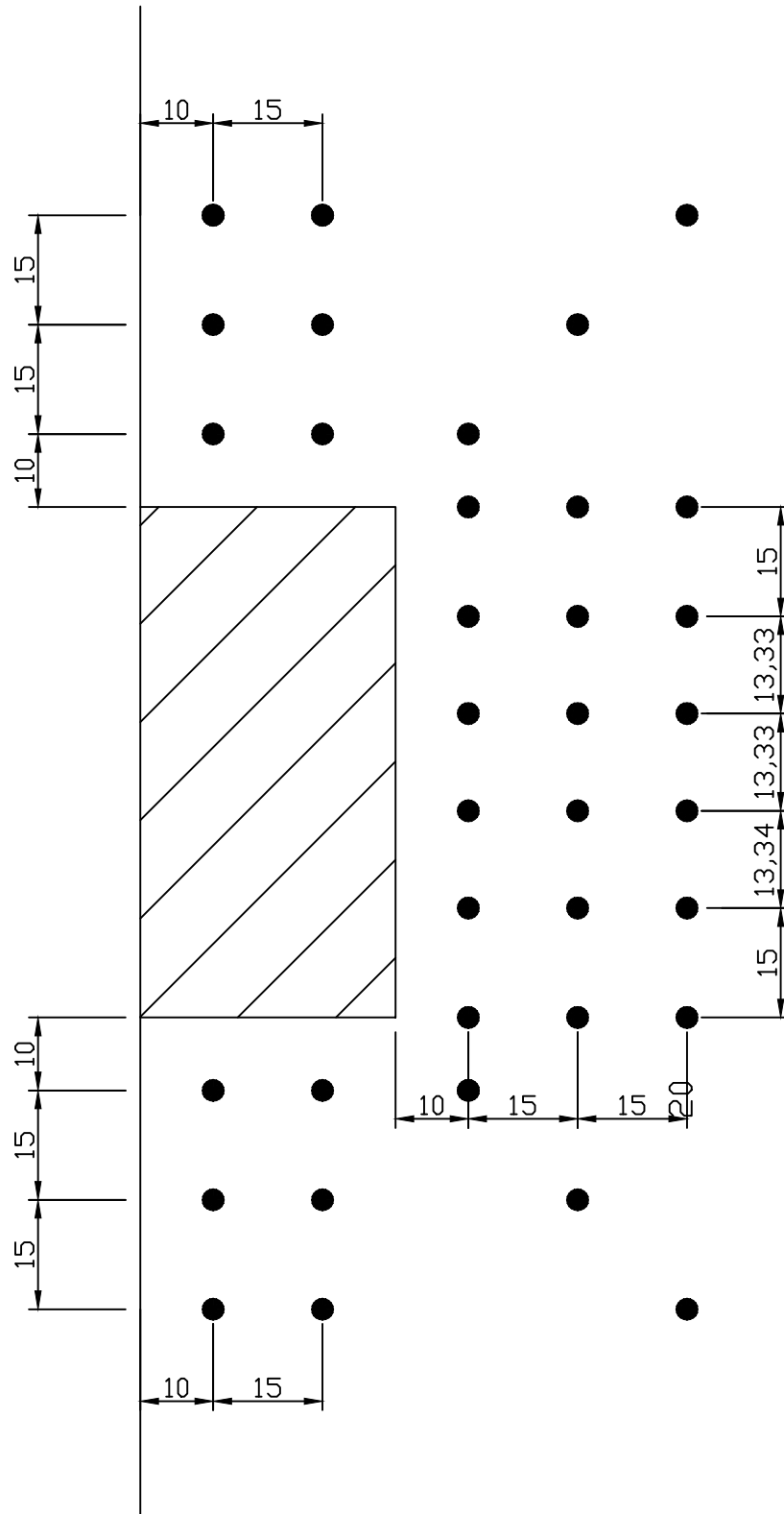


N1 7 ϕ 6.3 C=135

DETALHE TÍPICO

DETALHAMENTO À PUNÇÃO

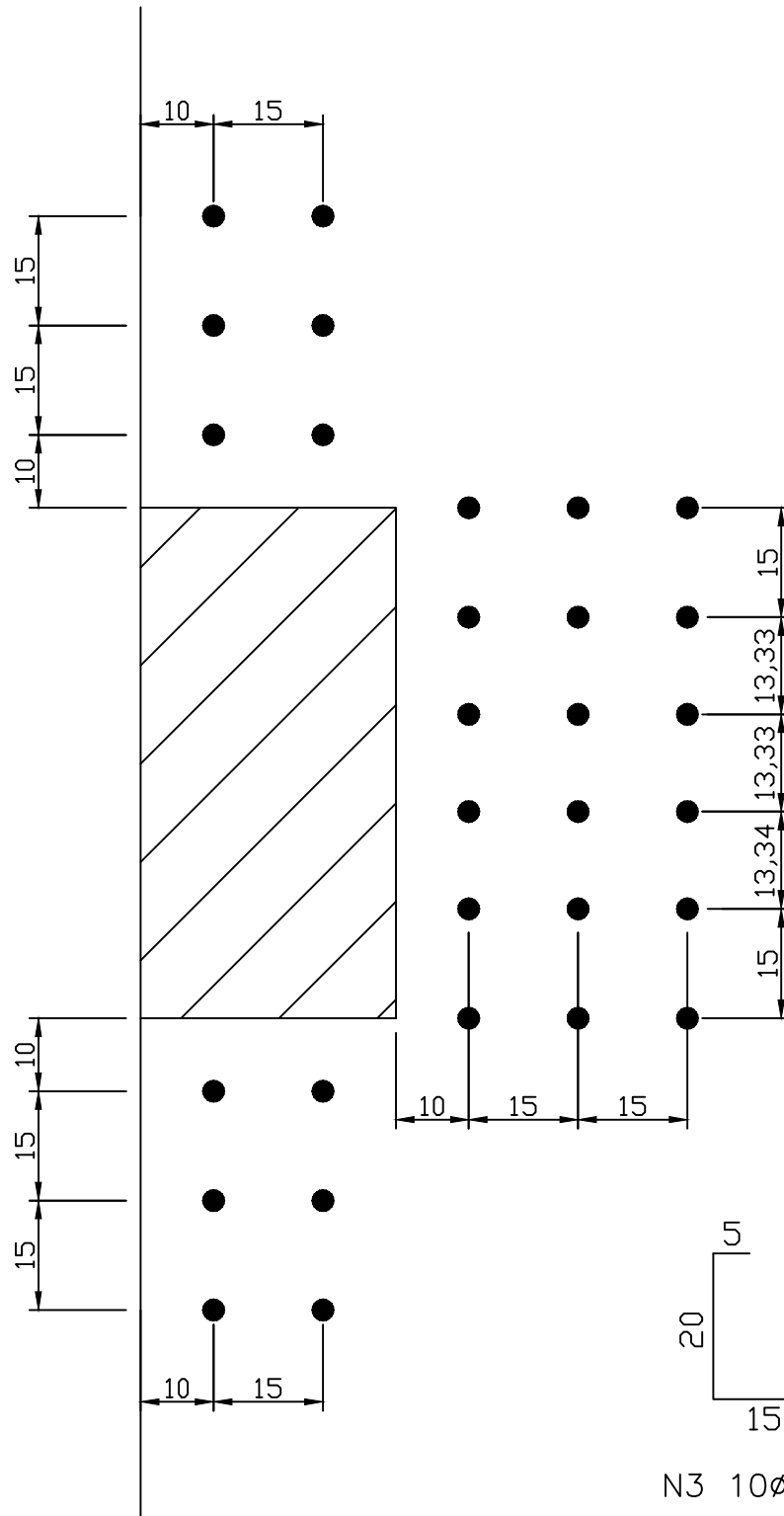
P2=P5=P26=P29 70x35



N2 12Ø6.3 C=100
DETALHE TÍPICO

DETALHAMENTO À PUNÇÃO

P7=P12=P19=P24 35x70

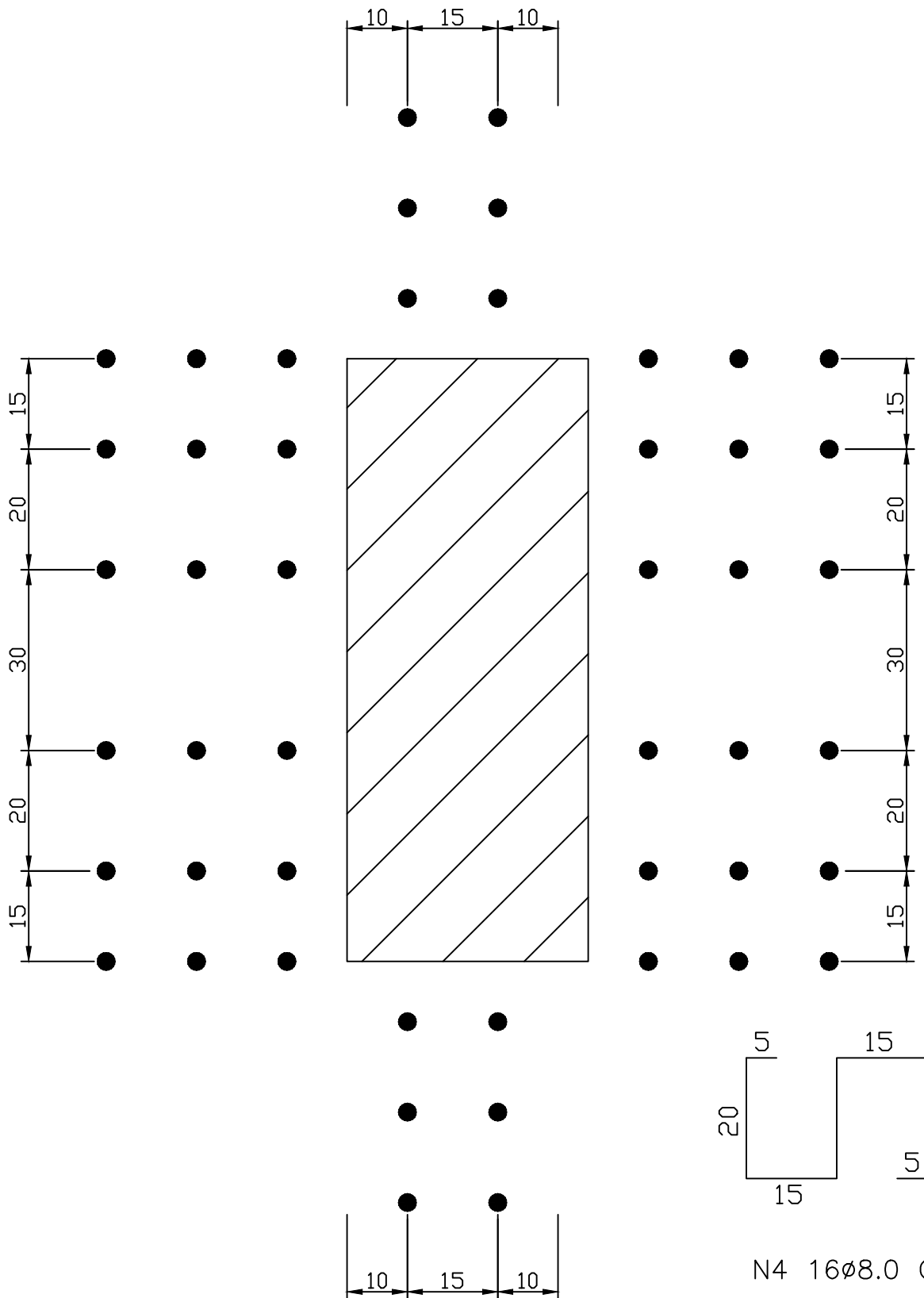


N3 10Ø6.3 C=100

DETALHE TÍPICO

DETALHAMENTO À PUNÇÃO

P8=P11=P14=P17=P20=P23 100x40

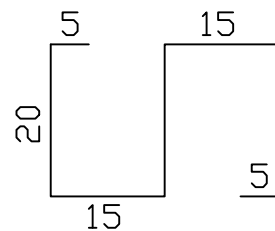
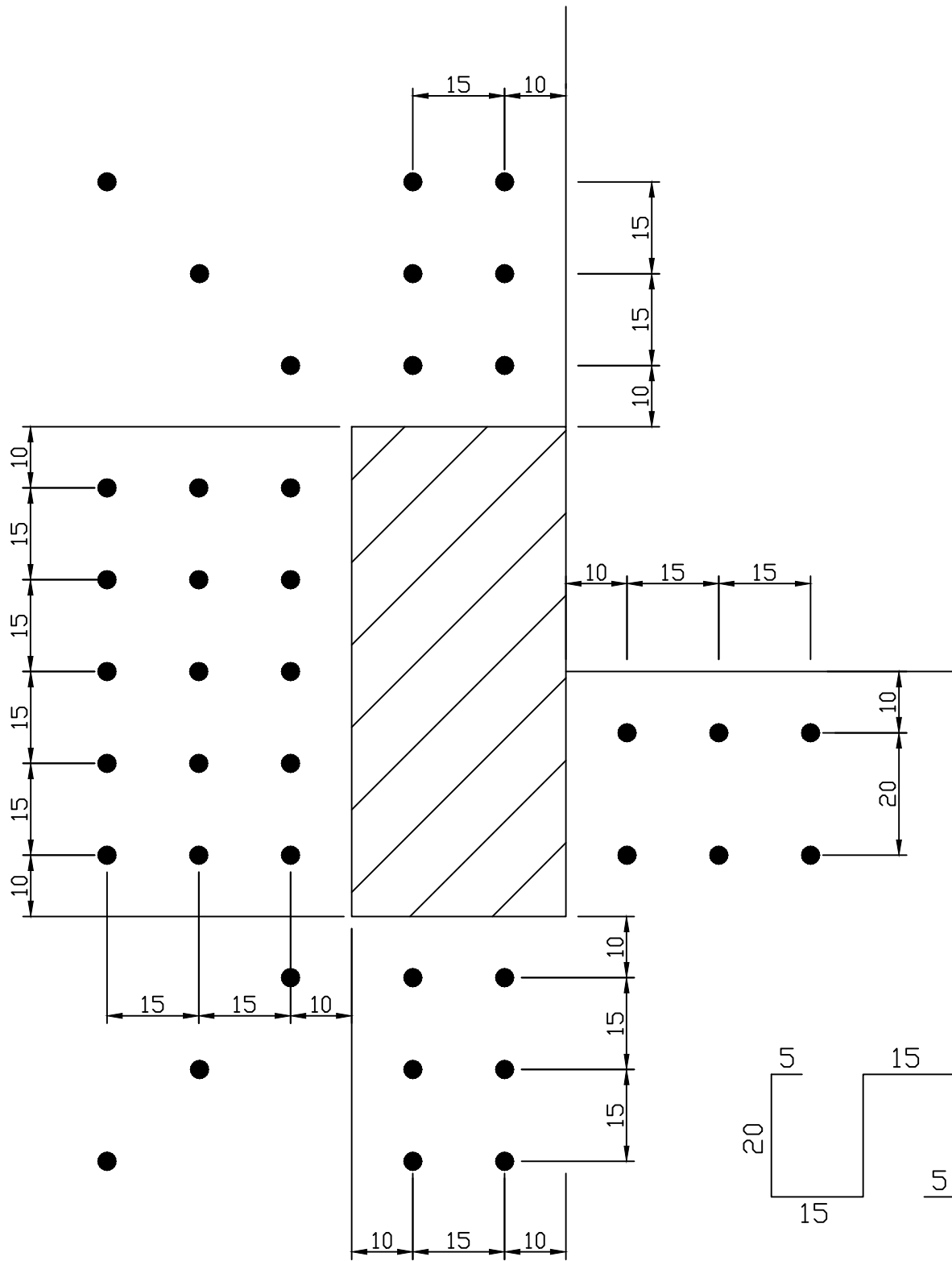


N4 16 ϕ 8.0 C=100

DETALHE TÍPICO

DETALHAMENTO À PUNÇÃO

P9=P10=P21=P22 35x80

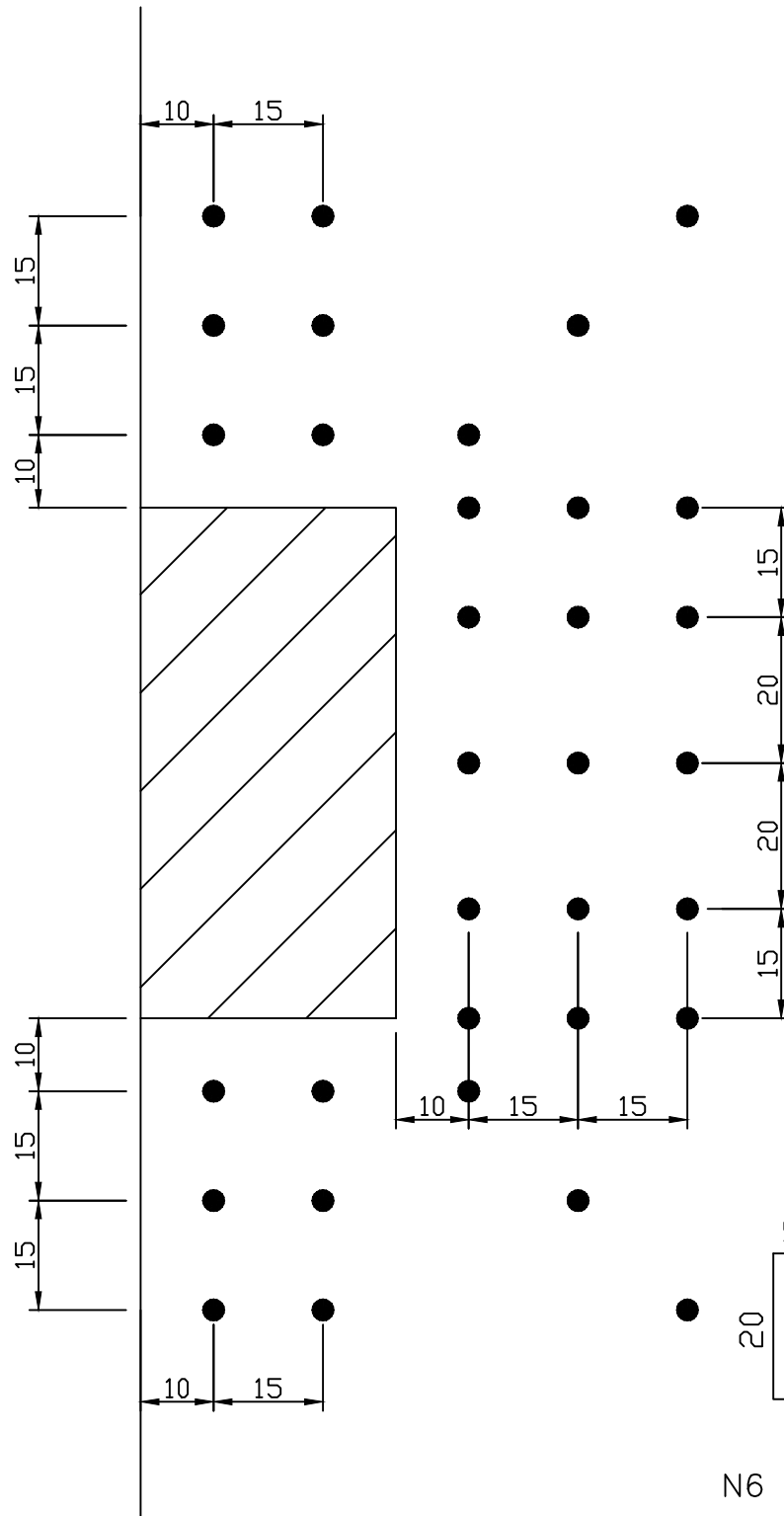


N5 13 ϕ 6.3 C=100

DETALHE TÍPICO

DETALHAMENTO À PUNÇÃO

P13=P18 35x70

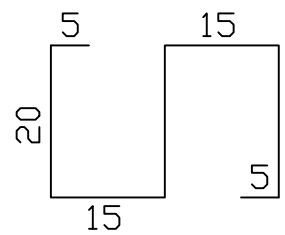
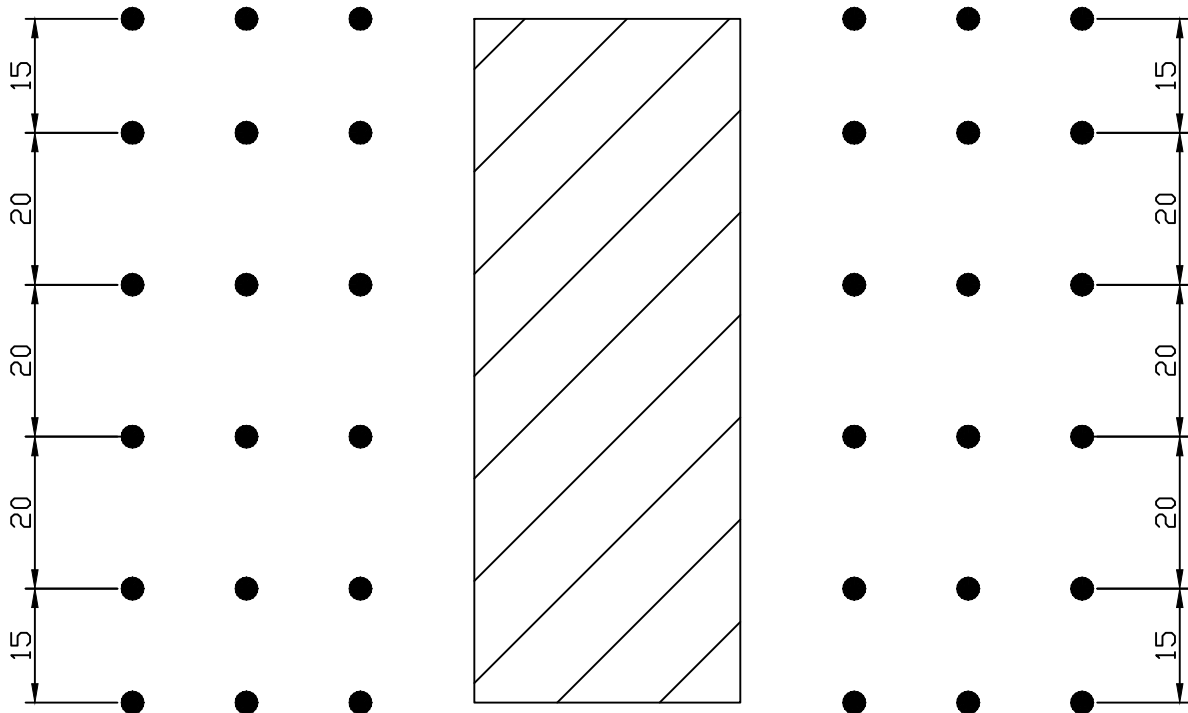


N6 11 ϕ 6.3 C=100

DETALHE TÍPICO

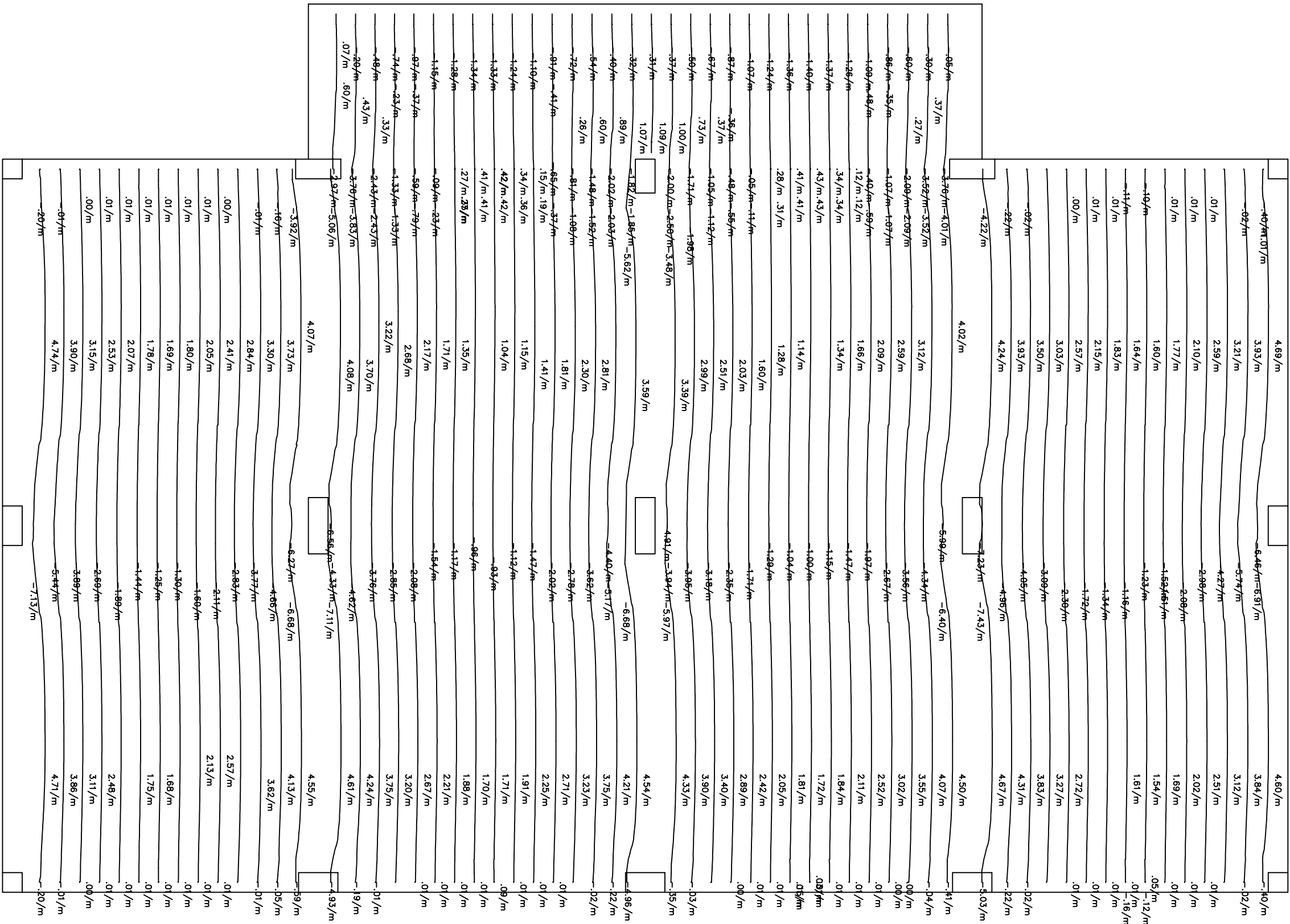
DETALHAMENTO À PUNÇÃO

P15=P16 90x35



N7 12 ϕ 8.0 C=100

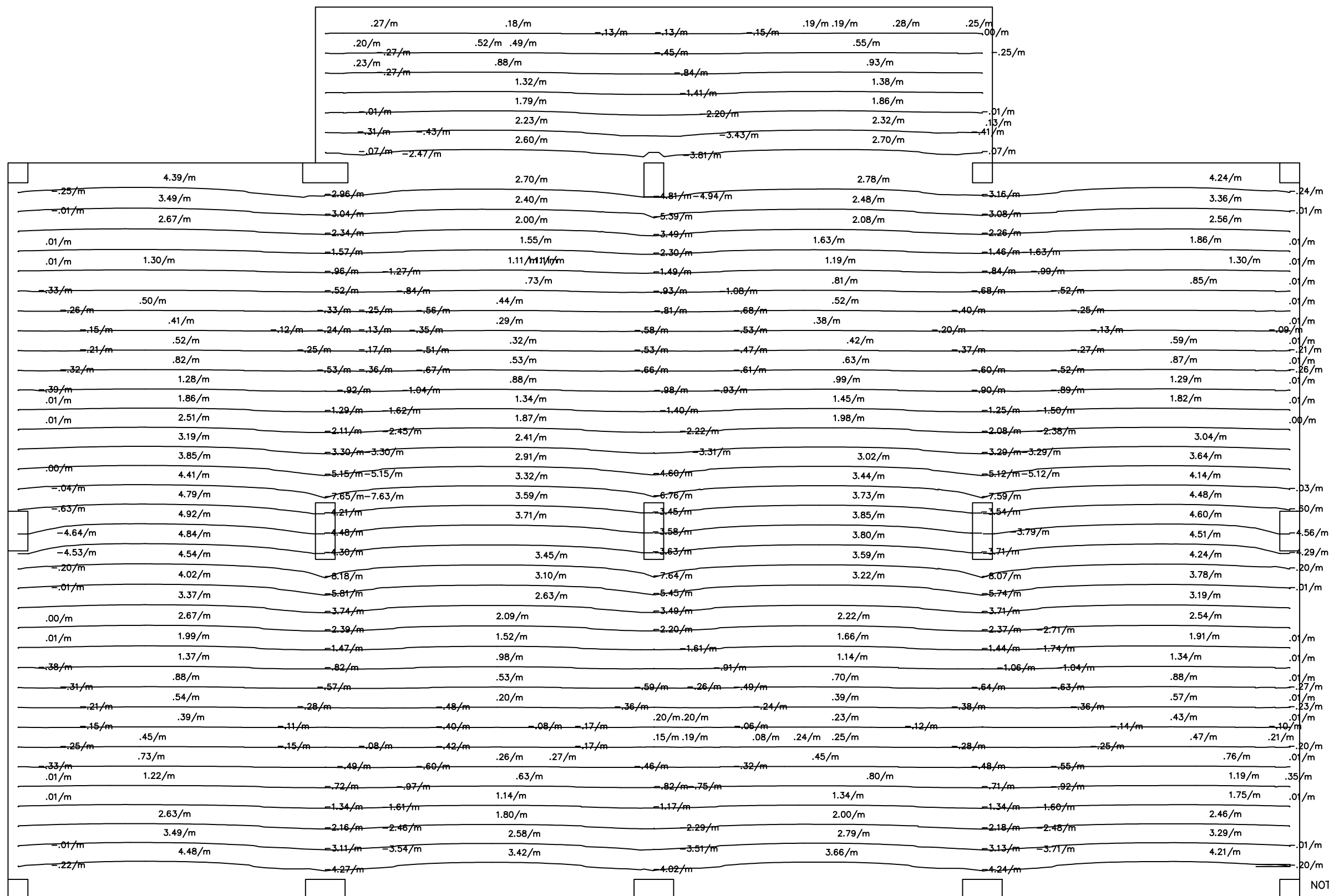
DETALHE TÍPICO



NOTAS:

1 - MOMENTOS EM tfm/BARRA (tfm/m)

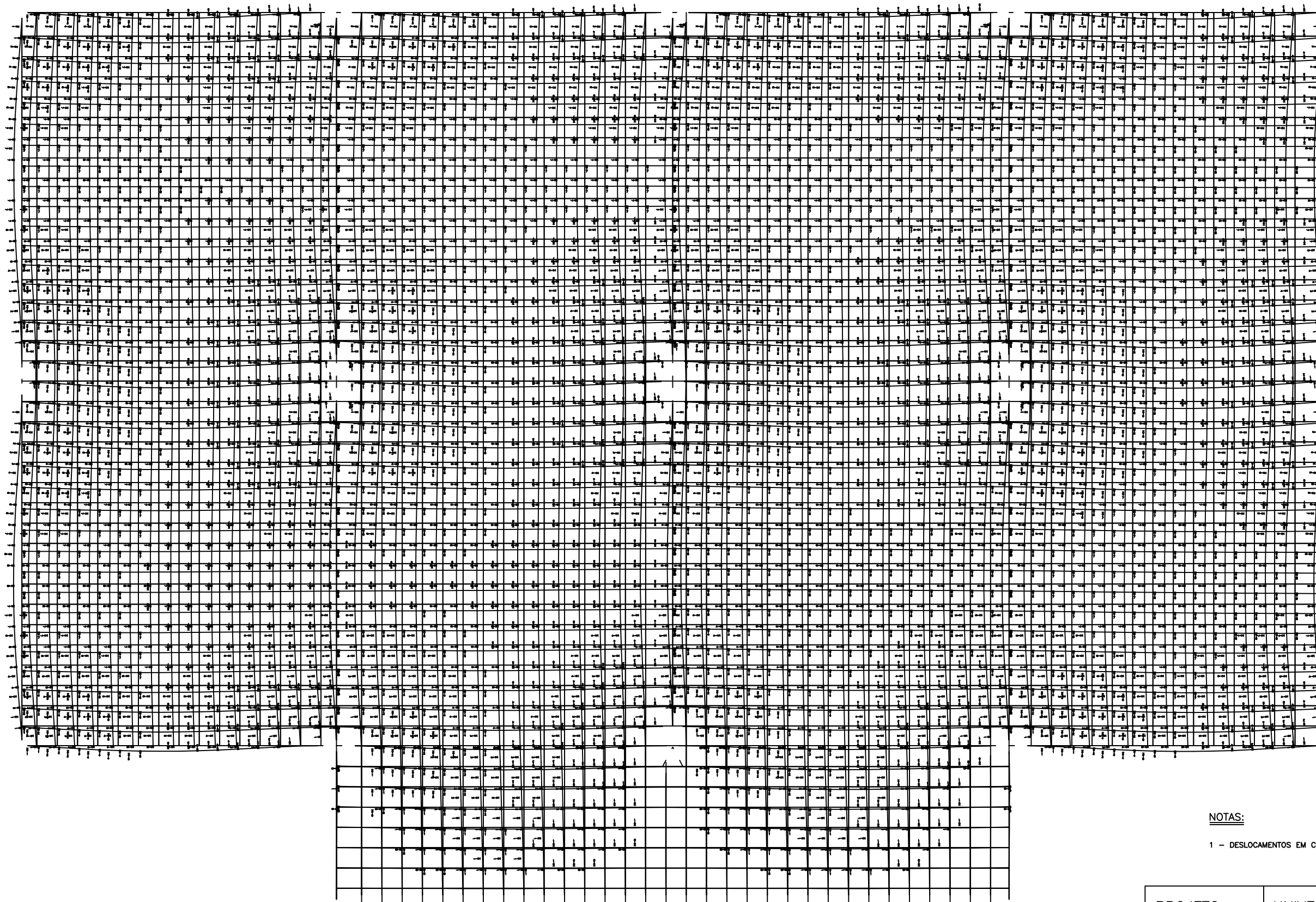
PROJETO ESTRUTURAL	UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS - UFMG ESCOLA DE ENGENHARIA		
DISCIPLINA: TRABALHO FINAL			
ANEXO 5: ISOVALORES DE MOMENTOS EM TORNO DO EIXO X			
ALUNO: PAULO AUGUSTO FERREIRA DO VALE			
SEM ESCALA	DATA: 01/2018	REVISÃO: 0	DES. N° 05



NOTAS:

1 - MOMENTOS EM tfm/BARRA (tfm/m)

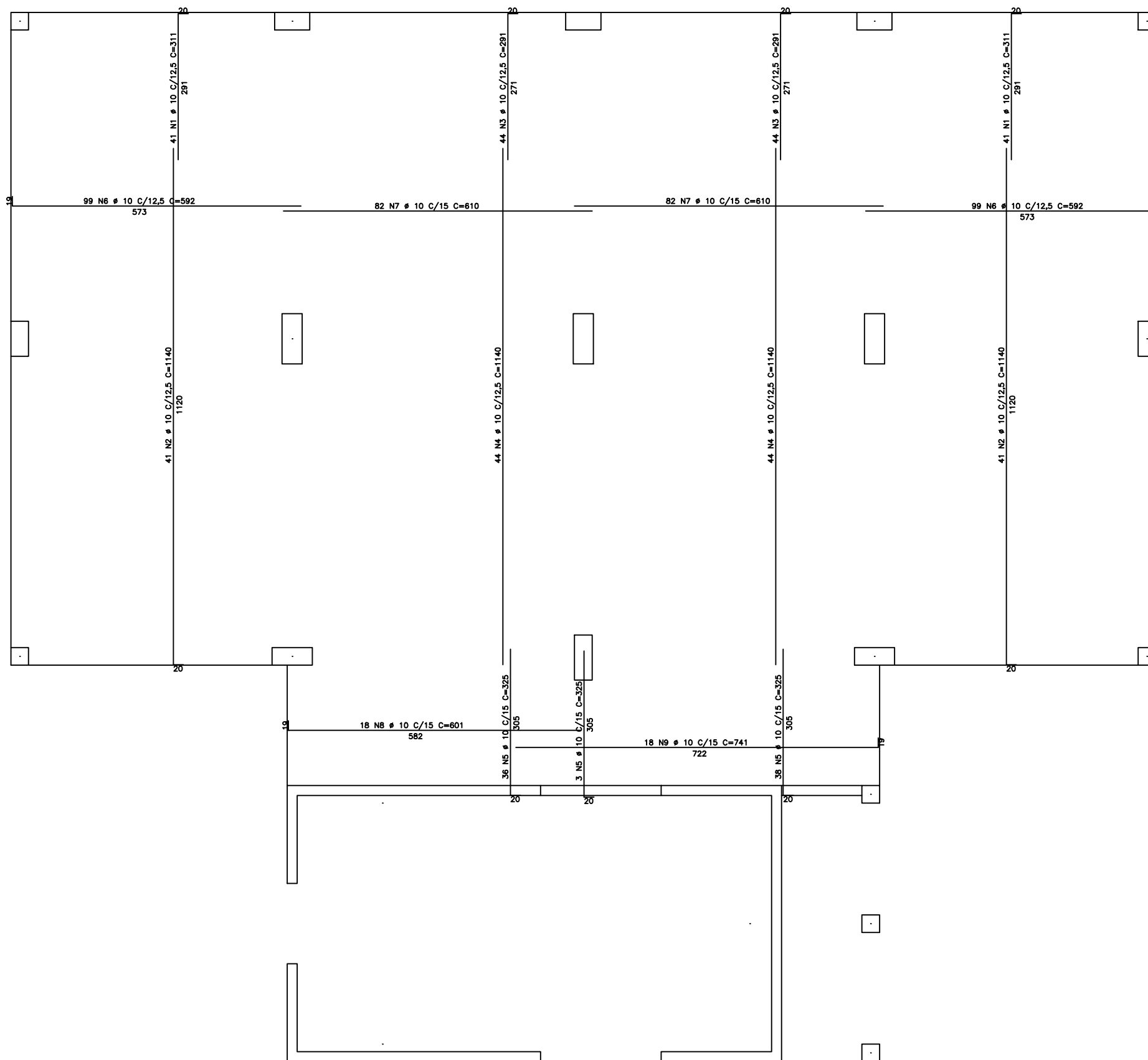
PROJETO ESTRUTURAL	UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS - UFMG ESCOLA DE ENGENHARIA		
DISCIPLINA: TRABALHO FINAL			
ANEXO 6: ISOVALORES DE MOMENTOS EM TORNO DO EIXO Y			
ALUNO: PAULO AUGUSTO FERREIRA DO VALE			
SEM ESCALA	DATA: 01/2018	REVISÃO: 0	DES. N° 06



NOTAS:

1 - DESLOCAMENTOS EM CENTIMETROS

PROJETO ESTRUTURAL	UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS - UFMG ESCOLA DE ENGENHARIA		
DISCIPLINA: TRABALHO FINAL			
ANEXO 7: ISOVALORES DE DESLOCAMENTOS TRANSVERSAIS			
ALUNO: PAULO AUGUSTO FERREIRA DO VALE			
SEM ESCALA	DATA: 01/2018	REVISÃO: 0	DES. N° 07



AÇO	POS	BIT (mm)	QUANT	COMPRIMENTO	
				UNIT (cm)	TOTAL (cm)
50	1	10	82	311	25502
50	2	10	80	1140	93480
50	3	10	88	291	25608
50	4	10	88	1140	100320
50	5	10	77	325	25025
50	6	10	198	592	117216
50	7	10	164	610	100040
50	8	10	18	601	10818
50	9	10	18	741	13338

RESUMO AÇO CA 50-60				
AÇO	BIT (mm)	COMPR (m)	PESO (kg)	
50	10	5113	3155	
Peso Total			50	= 3155 kg

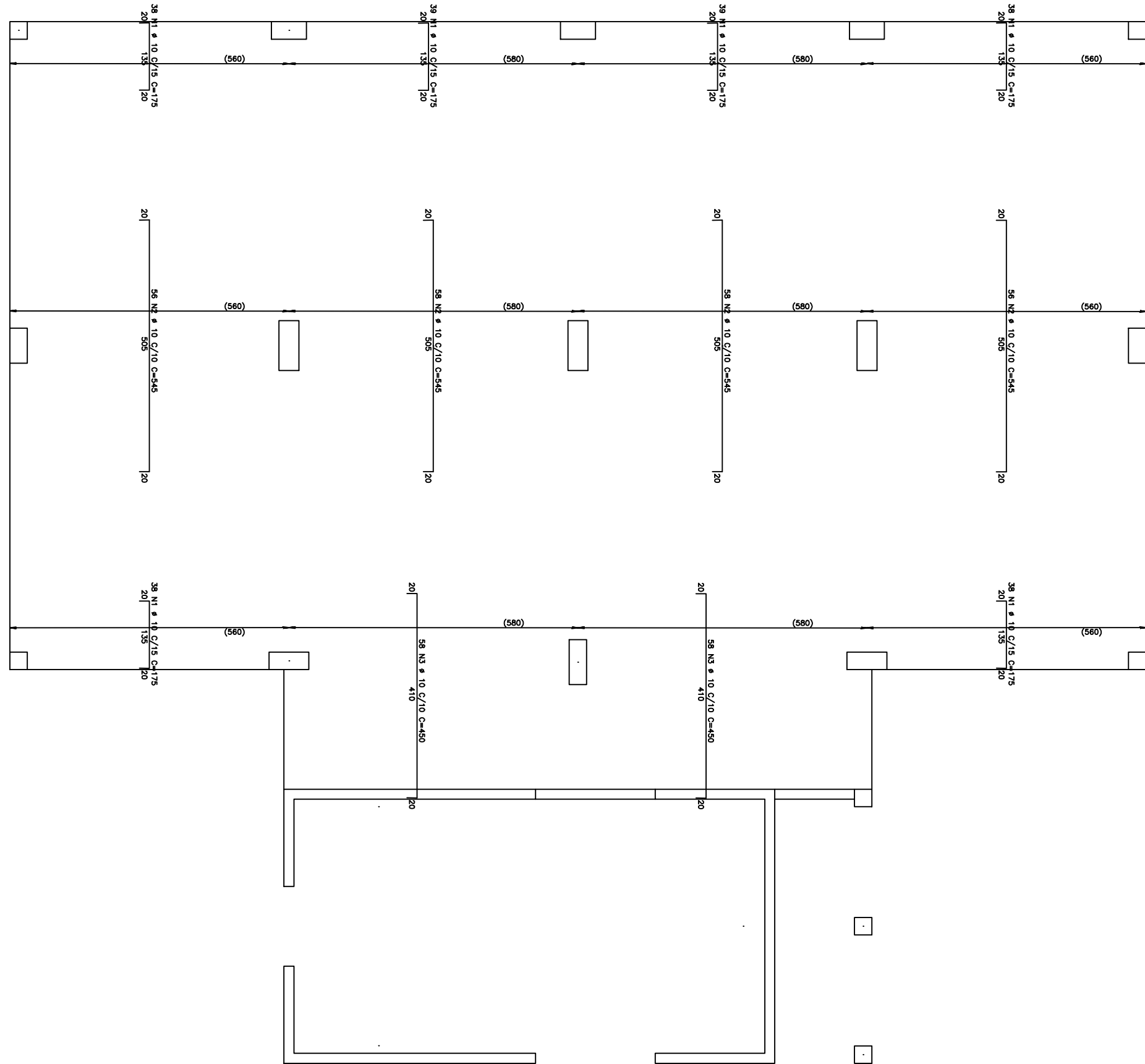
NOTAS:

- 1 - MEDIDAS EM CENTÍMETROS
- 2 - CONCRETO: fck=50MPa

PROJETO ESTRUTURAL	UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS - UFMG ESCOLA DE ENGENHARIA
DISCIPLINA: TRABALHO FINAL	
ANEXO B: ARMAÇÃO POSITIVA	
ALUNO: PAULO AUGUSTO FERREIRA DO VALE	
SEM ESCALA	DATA: 01/2018
REVISÃO: 0	DES. N° 08

AÇO	POS	BIT (mm)	QUANT	COMPRIMENTO	
				UNIT (cm)	TOTAL (cm)
50	1	10	230	175	40250
50	2	10	228	545	124260
50	3	10	116	450	52200

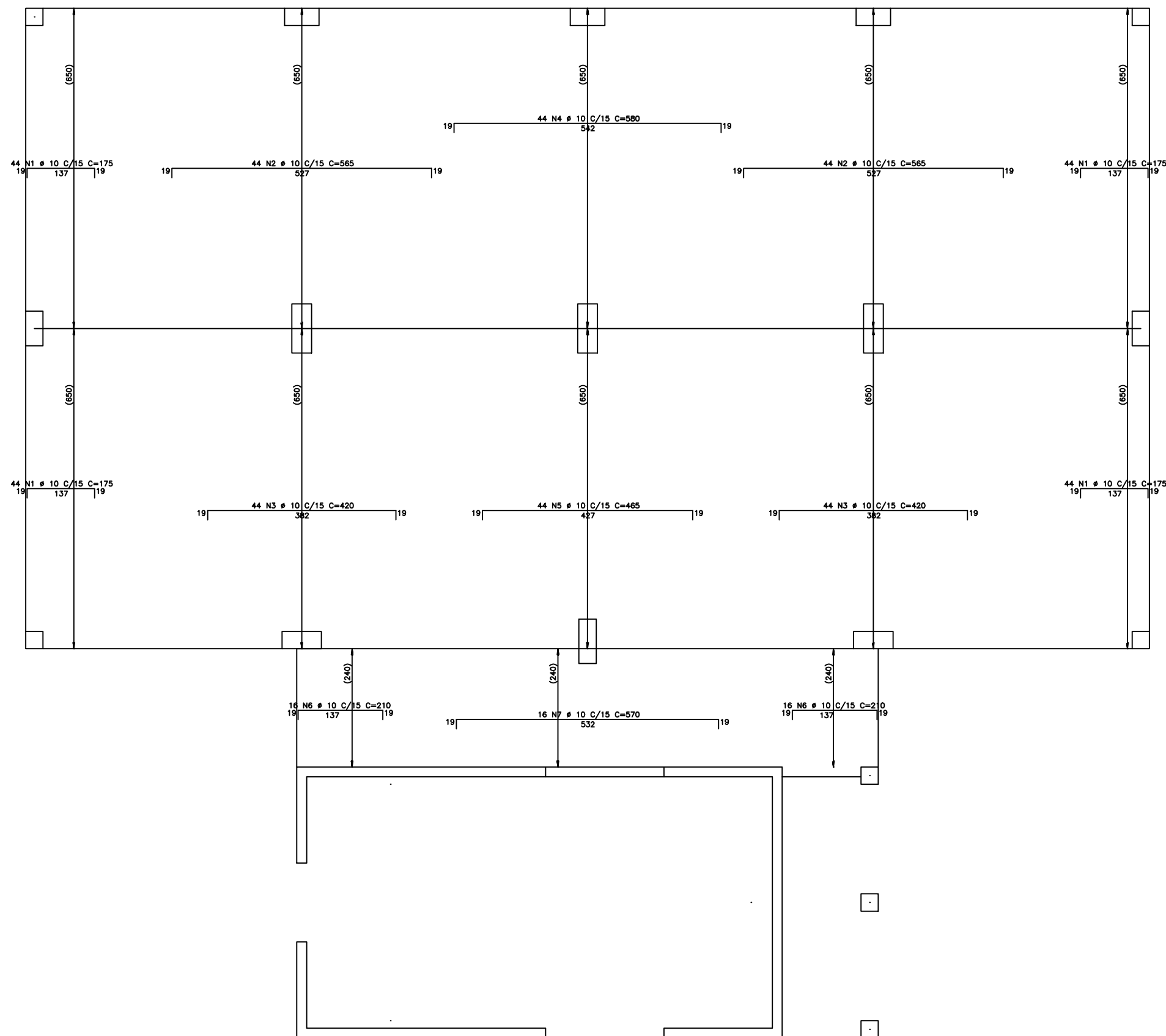
RESUMO AÇO CA 50			
AÇO	BIT (mm)	COMPR (m)	PESO (kg)
50	10	2167	1337
Peso Total		50 =	1337 kg



NOTAS:

- 1 - MEDIDAS EM CENTÍMETROS
- 2 - CONCRETO: fck=50MPa

PROJETO ESTRUTURAL	UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS - UFMG ESCOLA DE ENGENHARIA
DISCIPLINA: TRABALHO FINAL	
ANEXO 9: ARMAÇÃO NEGATIVA HORIZONTAL	
ALUNO: PAULO AUGUSTO FERREIRA DO VALE	
SEM ESCALA	DATA: 01/2018
REVISÃO: 0	DES. N° 09



AÇO	POS	BIT (mm)	QUANT	COMPRIMENTO	
				UNIT (cm)	TOTAL (cm)
50	1	10	176	175	30800
50	2	10	88	565	49720
50	3	10	88	420	36960
50	4	10	44	580	25520
50	5	10	44	565	24860
50	6	10	32	210	6720
50	7	10	19	570	10830

RESUMO AÇO CA 50			
AÇO	BIT (mm)	COMPR (m)	PESO (kg)
50	10	1854	1144
Peso Total 50 =			1144 kg

NOTAS:

- 1 - MEDIDAS EM CENTÍMETROS
- 2 - CONCRETO: fck=50MPa

PROJETO ESTRUTURAL	UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS - UFMG ESCOLA DE ENGENHARIA
DISCIPLINA: TRABALHO FINAL	
ANEXO 10: ARMAÇÃO NEGATIVA VERTICAL	
ALUNO: PAULO AUGUSTO FERREIRA DO VALE	
SEM ESCALA	DATA: 01/2018
REVISÃO: 0	DES. N° 10