

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS**  
**ESCOLA DE ENGENHARIA**

**CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM**  
**ANÁLISE E DIMENSIONAMENTO DE ESTRUTURAS DE**  
**CONCRETO ARMADO E AÇO**

**ESTUDO DO COMPORTAMENTO DE LIGAÇÕES VIGA-PILAR**  
**SEMIRRÍGIDAS EM ESTRUTURAS DE AÇO VIA MÉTODO DOS**  
**COMPONENTES**

**CLODUALDO FERREIRA LEISSMANN**

2017

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM ANÁLISE E DIMENSIONAMENTO DE  
ESTRUTURAS DE CONCRETO ARMADO E AÇO

**“ESTUDO DO COMPORTAMENTO DE LIGAÇÕES VIGA-PILAR SEMIRRÍGIDAS  
EM ESTRUTURAS DE AÇO VIA MÉTODO DOS COMPONENTES”**

Clodualdo Ferreira Leissmann

Trabalho Final apresentado ao Departamento de Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de "Especialista em Análise e Dimensionamento de Estruturas de Concreto Armado e Aço".

Comissão Examinadora:

---

Prof. Dr. Armando Cesar Campos Lavall  
DEES - UFMG (Orientador)

---

Prof. Dr. Hermes Carvalho  
DEES – UFMG

Belo Horizonte, 28 de Junho de 2017

## AGRADECIMENTOS

*“Entrega o teu caminho ao Senhor; confia nele, e ele tudo fará.”  
Salmo 37: 5*

Com eterna gratidão, aos meus pais Antônio e Jussara, exemplos de simplicidade e dedicação, sem eles nada seria possível.

A minha amada esposa Leodenice, pelo seu apoio sempre sincero, por se dispor a largar toda a sua vida para me acompanhar até aqui e por nunca permitir que eu desistisse, amo você.

A minha filha Ester pelos momentos de muito carinho e diversão, me desculpe pela ausência em alguns momentos, isso tudo é por você!

Ao professor Armando Cesar Campos Lavall, pelos ensinamentos, excelente orientação e principalmente por ter confiado e acreditado em mim.

Aos professores do Departamento de Engenharia de Estruturas da UFMG: Ney Amorim, Ronaldo Azevedo, Fernando Amorim, Ricardo Hallal Fakury, Gilson Queiroz, Francisco Carlos Rodrigues e Pedro Vianna Pessoa de Mendonça.

A instituição UFMG pela formação profissional e acadêmica, pelos recursos e condições oferecidas.

*“Construímos muros demais e pontes de menos.”*  
*(Isaac Newton)*

## RESUMO

O comportamento das ligações pode ser devidamente descrito pelo diagrama momento-rotação, que considera a relação entre o momento fletor solicitante e a rotação relativa entre os elementos conectados e que pode ser desenvolvido através de três propriedades fundamentais: a rigidez rotacional, o momento resistente e a capacidade de rotação da ligação. Geralmente a rigidez não é considerada durante o dimensionamento das ligações e as mesmas são projetadas considerando dois tipos idealizados de comportamento: rígido e flexível. Devido à impossibilidade prática de se projetar e executar ligações ideais, o comportamento real de uma ligação é semirrígido. Portanto, esse trabalho tem como objetivo o estudo do comportamento de uma ligação viga-pilar com chapa de extremidade, através do método dos componentes. Para isso, conceitos fundamentais acerca do comportamento, da classificação e dos vários tipos modelagens do comportamento das ligações, são apresentados. Em seguida, apresentam-se alguns conceitos, etapas e procedimentos necessários para a aplicação do método dos componentes. Finalmente, são apresentados alguns exemplos numéricos de uma ligação viga-pilar com chapa de extremidade, com o intuito de avaliar a influência da espessura da chapa de extremidade no comportamento da ligação.

**Palavras-chave:** Estruturas de aço, Ligação semirrígida, Método dos componentes.

## ABSTRACT

The behavior of the connections can be described mainly by the moment-rotation diagram, which considers the relationship between the applied bending moment and the relative rotation between the connected elements and which can be developed through three fundamental properties: rotational stiffness, the ability to rotate the connection. Usually the stiffness is not considered during the dimensioning of the connections and the same are projected considering two idealized types of behavior: rigid and flexible. Due to the practical impossibility of designing and executing optimal connections, the actual behavior of a connection is semi-rigid. Therefore, this work has as objective the study of the behavior of a beam-pillar connection with end plate, through the method of the components. For this, fundamental concepts about the behavior, the classification and the various types of behavior of the connections are presented. Next, some concepts, steps and procedures are presented that are necessary for the application of the method of the components. Finally, some numerical examples of a beam-pillar end plate connection are presented, in order to evaluate the influence of the end plate thickness on the bonding behavior.

**Keywords:** Steel structures, Semi-rigid connections, Component method.

## LISTA DE SÍMBOLOS

### Letras romanas minúsculas

$b_f$	largura da mesa do perfil
$d$	altura livre da alma do perfil
$d_b$	diâmetro nominal do parafuso
$f_{ub}$	resistência à ruptura do material do parafuso
$f_y$	resistência ao escoamento do aço
$h$	altura do perfil I ou H tomada entre as faces externas da mesa
$k$	parâmetro de rigidez
$m_p$	momento de plastificação
$t$	espessura, parâmetro geral
$t_w$	espessura da alma do perfil
$t_f$	espessura da mesa do perfil
$z$	braço de alavanca de um binário de força

## Letras romanas maiúsculas

$A$	área bruta da seção transversal
$F, T$	força atuante
$I$	momento de inércia de uma seção transversal
$K, S$	parâmetro que define a rigidez rotacional de uma ligação
$L$	vão ou comprimento
$M$	momento fletor
$M_p, M_{pl}$	momento de plastificação
$M_{pl,Rd}$	momento plástico resistente
$Q$	força desenvolvida devido ao efeito alavanca

## Letras gregas

$\Delta$	deslocamento
$\phi, \theta$	rotação relativa
$\gamma$	coeficiente de ponderação da resistência
$\mu$	taxa de rigidez

**LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

ABNT            *Associação Brasileira de Normas Técnicas*

AISC            *American Institute of Steel Construction*

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>OBJETIVO</b>	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>COMPORTAMENTO E MODELAGEM DAS LIGAÇÕES</b>	<b>4</b>
3.1	Comportamento das Ligações .....	4
3.2	Modelagem das Ligações Semirrígidas .....	7
3.2.1	Modelagem Analítica.....	8
3.2.2	Modelagem Experimental.....	8
3.2.3	Modelagem Numérica .....	9
3.2.4	Modelagem Mecânica.....	10
<b>4</b>	<b>CLASSIFICAÇÕES DAS LIGAÇÕES</b>	<b>11</b>
4.1	Classificação de BJORHOVDE <i>et al.</i> (1990).....	11
4.2	Classificação segundo o ANSI/AISC 360 - (2010) .....	13
4.3	Classificação segundo a EN - 1993 - 1 - 8: (2005).....	15
4.4	Classificação segundo a ABNT NBR 8800: (2008) .....	19
<b>5</b>	<b>MÉTODO DOS COMPONENTES</b>	<b>21</b>
5.1	Considerações Iniciais .....	21
5.2	Etapas do Método dos Componentes.....	21
5.3	Identificação dos Componentes Básicos .....	22
5.3.1	Distribuição e transmissão de esforços na região nodal .....	23
5.3.2	Componentes básicos segundo a EN 1993 - 1 - 8: (2005).....	20
5.4	Caracterização do Comportamento dos Componentes Básicos.....	26
5.4.1	Componentes de alta ductilidade .....	26

5.4.2	Componentes de ductilidade limitada.....	27
5.4.3	Componentes frágeis .....	28
5.5	Associação dos Componentes Básicos e Análise do Comportamento .....	28
5.5.1	Resistência a momento fletor.....	29
5.5.2	Rigidez.....	33
5.6	Capacidade de Rotação.....	36
5.7	Curva Momento-Rotação.....	37
<b>6</b>	<b>SEÇÃO “T” EQUIVALENTE E EFEITO DE ALAVANCA</b>	<b>39</b>
6.1	Considerações Iniciais .....	39
6.2	Perfil de Seção T em uma Ligação .....	39
6.3	Efeito Alavanca .....	40
<b>7</b>	<b>EXEMPLOS E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS</b>	<b>43</b>
7.1	Considerações Iniciais .....	43
7.2	Exemplo: Ligação viga-pilar com chapa de extremidade sem enrijecedores.....	43
7.2.1	Modelo mecânico das ligações viga-pilar.....	44
7.3	Exemplo: Ligação viga-pilar com chapa de extremidade e enrijecedores .....	50
7.3.1	Modelo mecânico das ligações viga-pilar com enrijecedor.....	51
<b>8</b>	<b>CONCLUSÃO</b>	<b>58</b>
<b>9</b>	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRAFICAS</b>	<b>60</b>
	<b>ANEXO A</b>	<b>61</b>
	<b>ANEXO B</b>	<b>64</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Devido a sua grande versatilidade, as estruturas metálicas são empregadas em vários tipos de construções, sejam elas, civis, industriais ou viárias. As novas tendências arquitetônicas exigem um maior desempenho estrutural para vencer grandes vãos e acompanhar suas imposições, demandando maiores avanços nos processos de fabricação, montagem e análise do comportamento estrutural.

As ligações entre os elementos estruturais (vigas e pilares) têm grande influencia na estabilidade global das estruturas metálicas, nos deslocamentos e na distribuição dos esforços solicitantes. O comportamento das ligações depende das interações entre os elementos de ligações (chapas e cantoneiras), meios de ligações (soldas e parafusos) e das características dos perfis conectados. Na FIGURA 1.1 são apresentadas algumas ligações típicas utilizadas em pórticos planos.

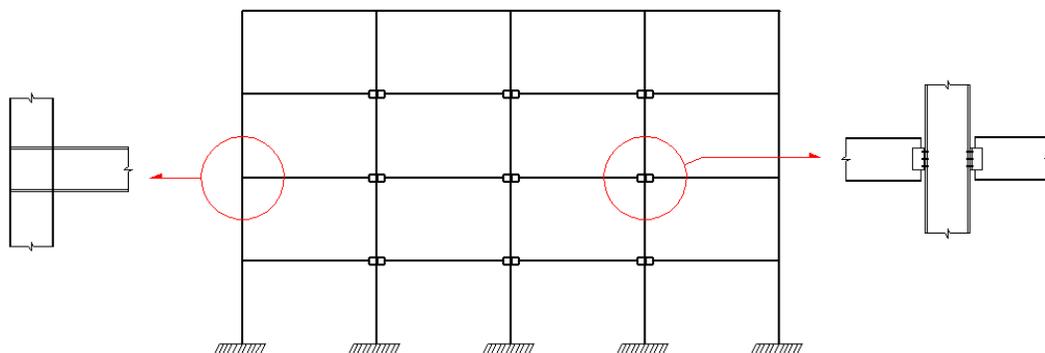


FIGURA 1.1 – Ligações típicas em um pórtico plano de múltiplos andares

Na elaboração de projetos de estruturas metálicas, normalmente idealiza-se o comportamento das ligações entre dois casos extremos: ligações rígidas ou ligações flexíveis (rotuladas). No entanto, na prática são utilizadas ligações do tipo semirrígidas, com comportamento situado entre esses dois casos extremos, devido à impossibilidade prática de se projetarem ligações ideais. Ao dimensionar ligações rígidas o projetista superestima os momentos fletores transmitidos e subestima os deslocamentos da estrutura. De outra forma, ao dimensionar uma ligação flexível o projetista desconsidera a transmissão de momentos fletores entre os elementos estruturais,

levando a esforços solicitantes que diferem do modelo de cálculo adotado na análise estrutural. A FIGURA 1.2 mostra os diferentes tipos de ligações viga-pilar.

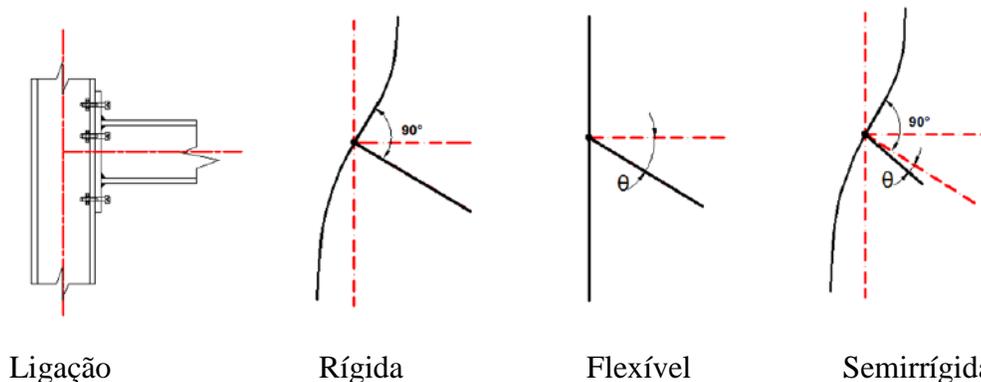


FIGURA 1.2 – Rotação de uma ligação viga-pilar adapt. JASPART apud OLIVEIRA (2015)

Uma maneira de-se representar o comportamento de uma ligação é relacionar o momento fletor que esta é capaz de transmitir entre os elementos conectados e a rotação relativa da linha medida a partir das linhas elásticas desses elementos, conforme mostrado na FIGURA 1.3, onde  $M$  é o momento fletor e  $\theta$  é a rotação relativa.

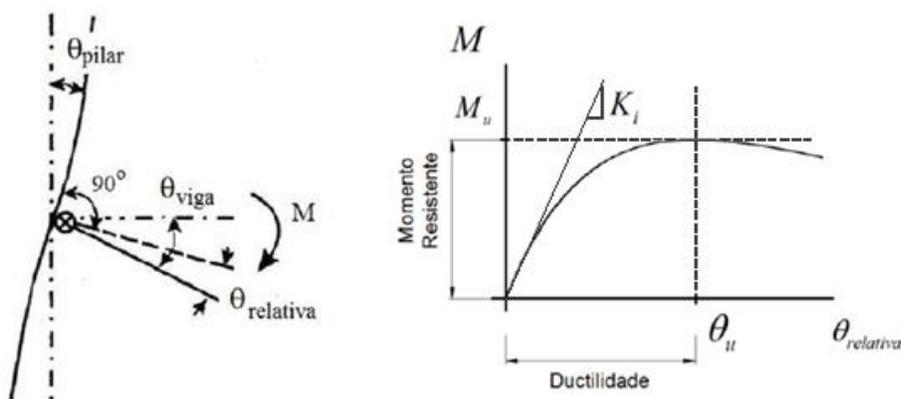


FIGURA 1.3 – Curva  $M \times \theta_{relativa}$  adapt. de OLIVEIRA (2015)

A curva  $M \times \theta_{relativa}$  define as principais propriedades para a compreensão do comportamento de uma ligação: a rigidez inicial  $K_i$ , o momento resistente  $M_u$  e a capacidade de rotação  $\theta_u$ . Uma ligação pode apresentar vários comportamentos rotacionais, ao se modificar as características dos seus elementos constituintes. A compreensão do comportamento das ligações possibilita estudar a influência das ligações no comportamento global da estrutura.

## **2 OBJETIVO**

Este trabalho tem como objetivo o estudo do comportamento da ligação viga-pilar com chapa de extremidade estendida, a partir da modelagem mecânica e formulações teóricas via método dos componentes. É objetivo também criar uma planilha em formato Excel que auxilie na análise e classificação da ligação, segundo as prescrições da norma europeia EN 1993 - 1 - 8: (2005).

### 3 COMPORTAMENTO E MODELAGEM DAS LIGAÇÕES

#### 3.1 Comportamento das Ligações

O estudo do comportamento das ligações entre elementos estruturais de aço é fundamental para a elaboração de projetos em estruturas metálicas, principalmente durante a fase de análise dos deslocamentos e, posteriormente, no dimensionamento dos elementos. Em ligações típicas viga-pilar, geralmente, ocorre à transmissão de forças normais, forças cortantes, momentos fletores e de torção. Entretanto, em vários casos de ligações em pórticos planos as deformações causadas pelas forças normais, cortantes e pelos momentos de torção são desconsideradas durante a fase de análise, devido a sua baixa contribuição em relação à deformação rotacional. Desta forma, o comportamento das ligações pode ser descrito principalmente pela relação momento-rotação relativa, que considera o momento fletor solicitante  $M$  e a rotação relativa entre os elementos estruturais  $\theta_r$ , onde  $\theta_r = \theta_{viga} - \theta_{pilar}$ , representando a mudança de ângulo entre a viga e o pilar em suas posições originais depois da ação do momento fletor, conforme mostrado na FIGURA 3.1.

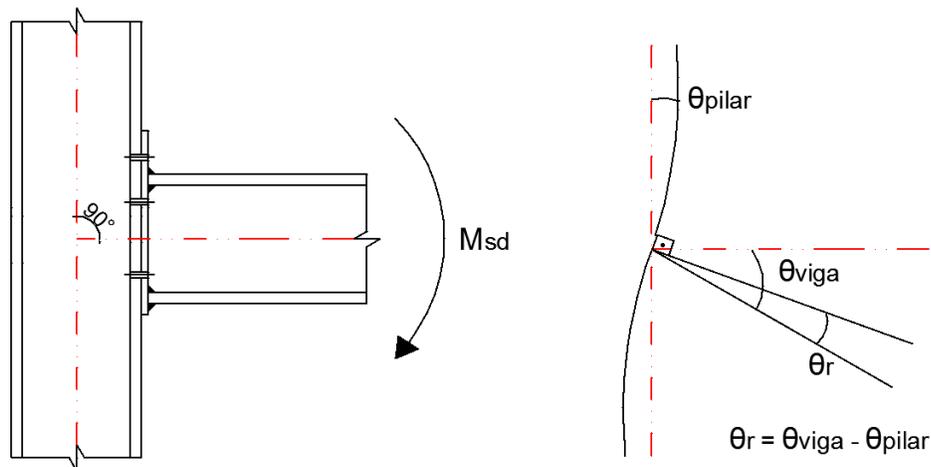


FIGURA 3.1 – Rotação relativa sob ação de momento fletor

Os diagramas momento-rotação relativa são óbitos por métodos experimentais, por modelos teóricos semi-empíricos ou empíricos. Na FIGURA 3.2 são esboçadas curvas momento-rotação

para vários tipos de ligações obtidas experimentalmente através de ensaios realizados por CHEN e TOMAS apud SILVA (2010).

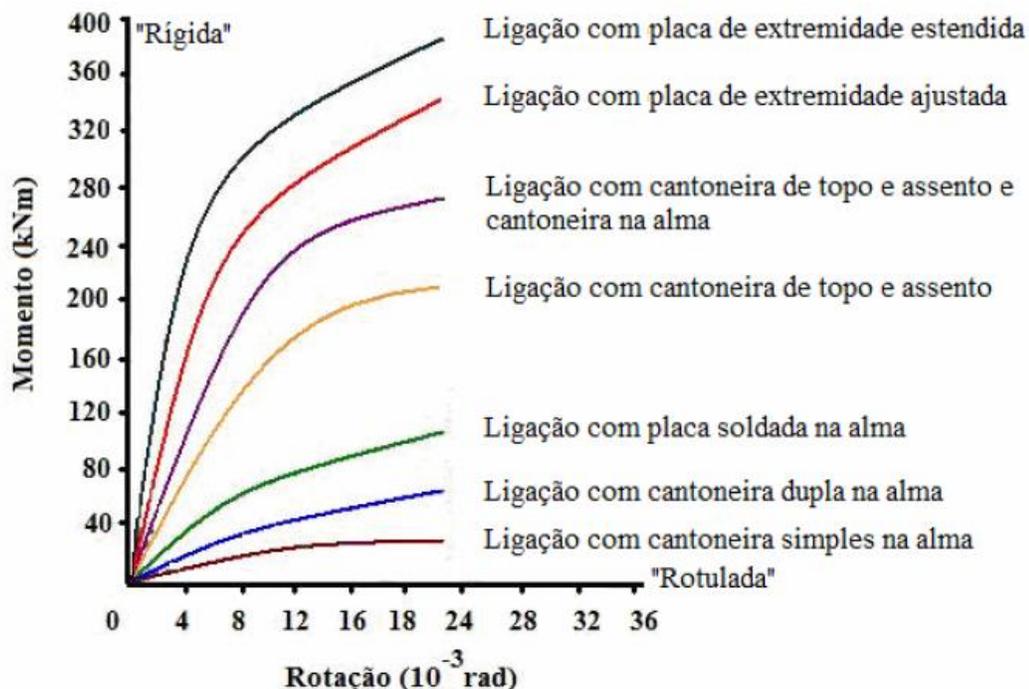
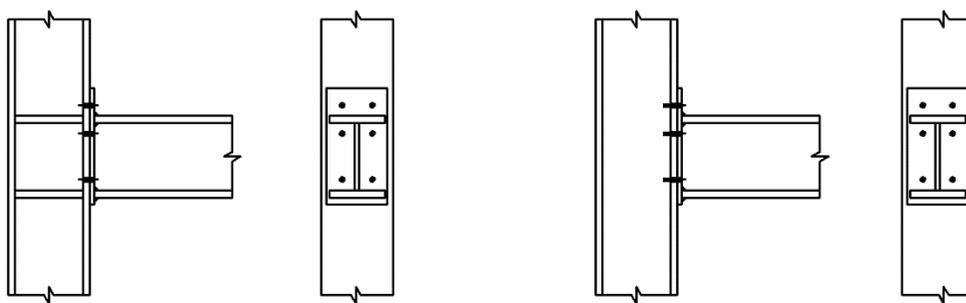


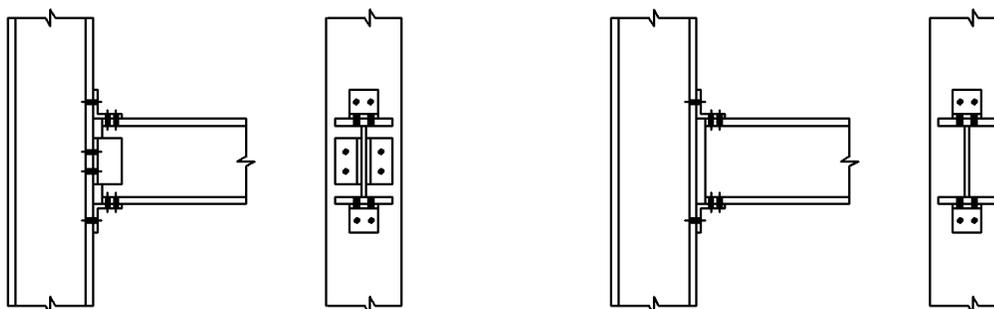
FIGURA 3.2 – Curvas momento-rotação para diversas ligações  
adapt. CHEN e TOMAS apud SILVA (2010)

Observa-se que as curvas possuem comportamentos situados entre dois extremos: perfeitamente rígido e perfeitamente rotulado. Uma ligação perfeitamente rígida corresponde a uma reta que coincide com o eixo vertical; uma ligação perfeitamente rotulada é dada por uma reta correspondente ao eixo horizontal; as ligações semirrígidas são representadas por curvas entre os comportamentos rígidos e rotulados.

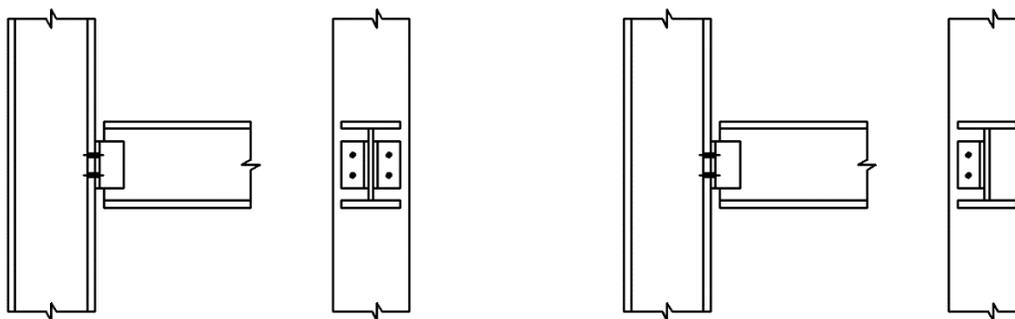
A FIGURA 3.3 (a) mostra algumas ligações que podem ser classificadas como rígidas, por exemplo: ligação com chapa de extremidade com ou sem enrijecedores na alma do pilar, já na FIGURA 3.3 (b) semirrígidas: ligação com cantoneira de topo e assento com ou sem cantoneira dupla na alma e na FIGURA 3.3 (c) flexíveis: ligações com cantoneira dupla ou simples soldadas na alma da viga. As ligações com cantoneira de topo e assento são pouco empregadas no Brasil.



(a) Ligação rígida com chapa de extremidade com e sem enrijecedor



(b) Ligações semirrígidas com cantoneira de topo e assento,  
com e sem cantoneira dupla na alma da viga



(c) Ligações Flexíveis com cantoneira dupla ou simples na alma da viga

FIGURA 3.3 – Exemplos típicos de ligações viga-pilar

A não linearidade das curvas apresentadas pelas ligações semirrígidas é atribuída a diversos fatores como, por exemplo:

- *escoamento local de partes da ligação;*
- *flambagem local da mesa ou da alma da viga ou do pilar conectados a ligação;*

- concentração de tensões e deformações causadas por furos, chapas de contato e porcas utilizadas na montagem da ligação;
- tensões residuais oriundas de operações de soldagem e/ou recorte.

Segundo SILVA (2010) a rigidez de uma ligação afeta os deslocamentos totais de uma estrutura, a distribuição dos esforços internos e a transmissão de momentos fletores entre os elementos estruturais e entre esses elementos e a fundação. A FIGURA 3.4 mostra como os momentos fletores e a flecha no meio dos vãos das vigas variam em cada tipo de ligação (flexível, semirrígida e rígida), para o mesmo carregamento aplicado.

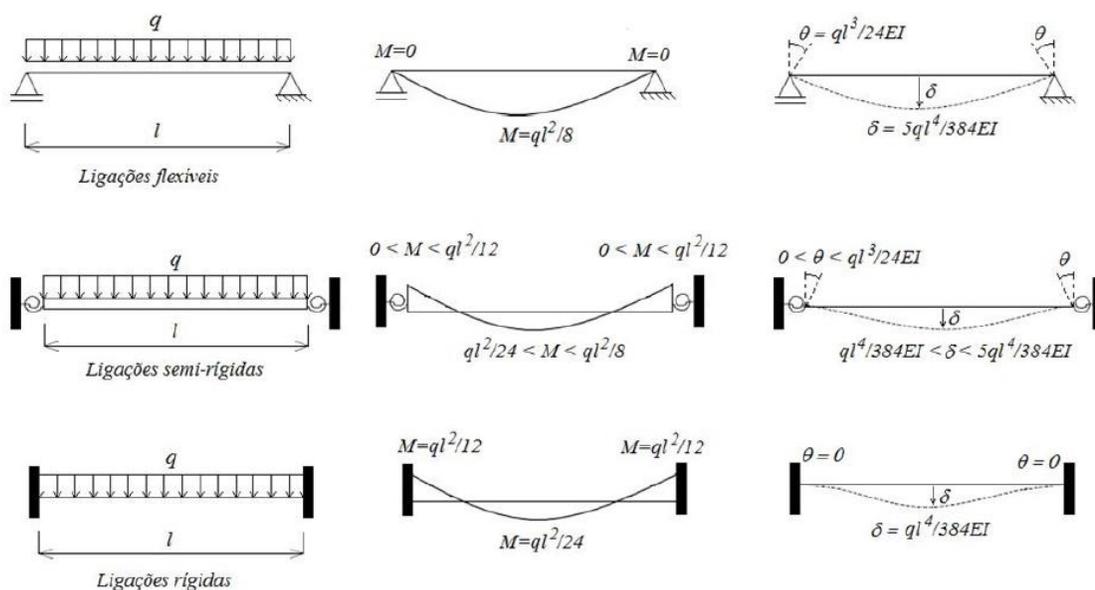


FIGURA 3.4 – Influência da rigidez das ligações no comportamento das vigas  
adap. de SILVA (2010)

Percebe-se que a viga com ligação semirrígida tem esforços e deslocamento situados entre os apresentados pelas vigas com ligações rígidas e flexíveis.

### 3.2 Modelagem das Ligações Semirrígidas

Como já mencionado em OLIVEIRA (2015) a modelagem de uma ligação consiste na descrição do seu comportamento mediante a ação de esforços solicitantes, principalmente, a transmissão de

momentos fletores. A consideração do comportamento das ligações na análise estrutural demanda uma representação matemática através de curvas momento-rotação relativa, que podem ser construídas através dos seguintes modelos: analíticos, experimentais, numéricos e mecânicos.

### 3.2.1 Modelagem Analítica

A modelagem analítica é utilizada e validada através de comparação com resultados obtidos na modelagem experimental e/ou modelagem numérica. Existem diversos modelos matemáticos e a sua escolha depende diretamente do nível de refinamento desejado para os resultados. A FIGURA 3.5 mostra alguns tipos de modelos matemáticos para a curva momento-rotação.

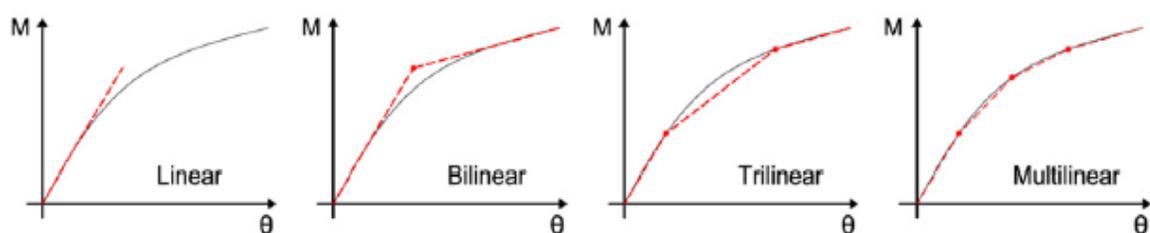


FIGURA 3.5 – Modelos matemáticos do diagrama momento-rotação OLIVEIRA. (2015)

Ainda segundo OLIVEIRA (2015), os modelos lineares são os mais simples e tem como vantagem a facilidade de aplicação, pois utilizam apenas a rigidez inicial para representar todo o comportamento da ligação. Já os modelos bilinear, trilinear ou multilinear possibilitam considerar a variação da rigidez na curva, o que os tornam mais adequados que o modelo linear para análises em regime elastoplástico.

### 3.2.2 Modelagem Experimental

A modelagem experimental é realizada através de ensaios em laboratórios com modelos em escala real, conforme mostra a FIGURA 3.6. Através da realização de ensaios experimentais se obtêm de forma confiável o comportamento real das ligações, embora exista bastante dificuldade para realizar a medição dos resultados. O elevado custo da fabricação dos modelos em escala real

faz com que o método não seja utilizado com tanta frequência na prática, ficando restrito a estudos e pesquisas.



FIGURA 3.6 – Ensaio experimental de ligação parafusada CHAMBERLAIN *et al.* (2013)

### 3.2.3 Modelagem Numérica

A modelagem numérica é baseada em métodos numéricos, principalmente no método dos elementos finitos, sendo bastante utilizada no meio acadêmico com objetivo de minimizar custos com modelos reais e aumentar a precisão das análises. Porém tem sido pouco utilizado na rotina de projetos devido ao tempo gasto na sua correta e precisa modelagem. Existem diversos softwares comerciais que utilizam o método, dentre eles, os mais difundidos no Brasil são o ANSYS e o ABAQUS. A FIGURA 3.7 mostra a modelagem de uma ligação soldada entre viga e pilar através do método dos elementos finitos.

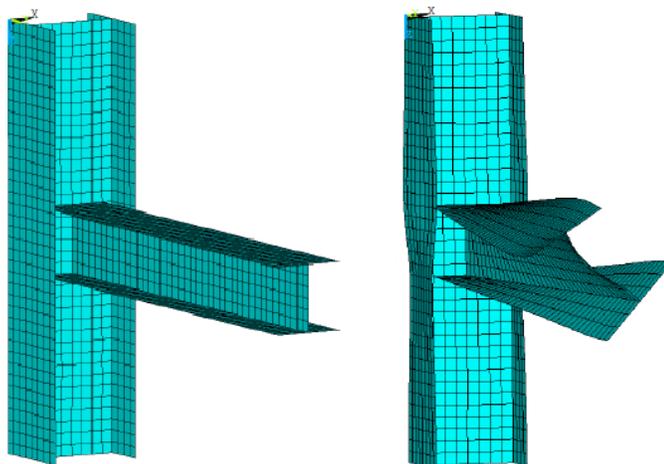


FIGURA 3.7 – Modelagem numérica de ligações adapt. de QUEIROZ *et al.* (2013)

### 3.2.4 Modelagem Mecânica

O modelo mecânico é utilizado pela norma europeia EN 1993 - 1 - 8: (2005) para o dimensionamento de ligações em estruturas de aço é denominado de método dos componentes.

Esse modelo mecânico resume-se em identificar os componentes que trabalham na ligação, caracterizar o comportamento desses componentes e associá-los para obter a curva momento-rotação da ligação.

Na etapa de associação, os componentes serão representados por molas translacionais através das suas respectivas rigidezes e serão associadas em serie e/ou em paralelo, gerando um sistema que simula o comportamento de uma mola rotacional, possibilitando a obtenção da rigidez e da resistência da ligação. A FIGURA 3.8 mostra uma ligação soldada viga-pilar e o seu modelo mecânico, onde a mola número 1 representa a alma do pilar sob tração, a mola número 2 a alma do pilar a cisalhamento, já a mola número 3 representa a alma do pilar sob compressão.

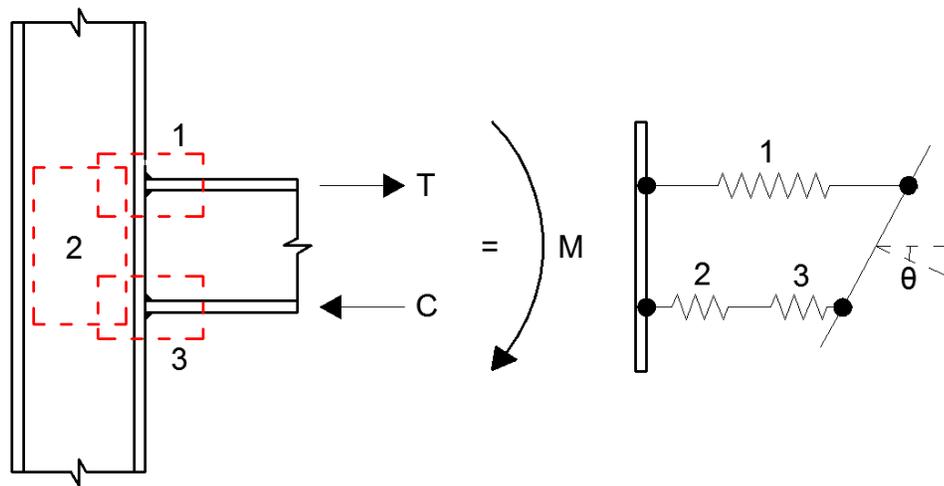


FIGURA 3.8 – Ligação viga-pilar e seu modelo mecânico

## 4 CLASSIFICAÇÕES DAS LIGAÇÕES

A seguir serão apresentados os critérios para classificação de ligações propostos por BJORHOVDE *et al.* (1990) e pelas normas técnicas ANSI/AISC 360 - (2010), EN 1993 - 1 - 8: (2005) e ABNT NBR 8800: (2008). Embora esses critérios sejam diferentes eles são bastante difundidos no meio técnico e estabelecem limites para a rigidez, resistência e capacidade rotacional das ligações.

### 4.1 Classificação de BJORHOVDE *et al.* (1990)

BJORHOVDE *et al.* (1990) propuseram, através de resultados obtidos em ensaios experimentais, um sistema adimensional de classificação de ligações baseado em um diagrama de momento-rotação do tipo bilinear, estabelecendo critérios de classificação quanto a rigidez, resistência, e a capacidade de rotação da ligação.

O método de BJORHOVDE *et al.* (1990) classifica as ligações entre as categorias: rígida, semirrígida e flexível (rotulada), definindo através de zonas de classificação no diagrama momento-rotação, que reúnem de forma adequada as principais características de cada uma das categorias. A FIGURA 4.1 apresenta a classificação de ligações proposta através das curvas momento-rotação bilineares.

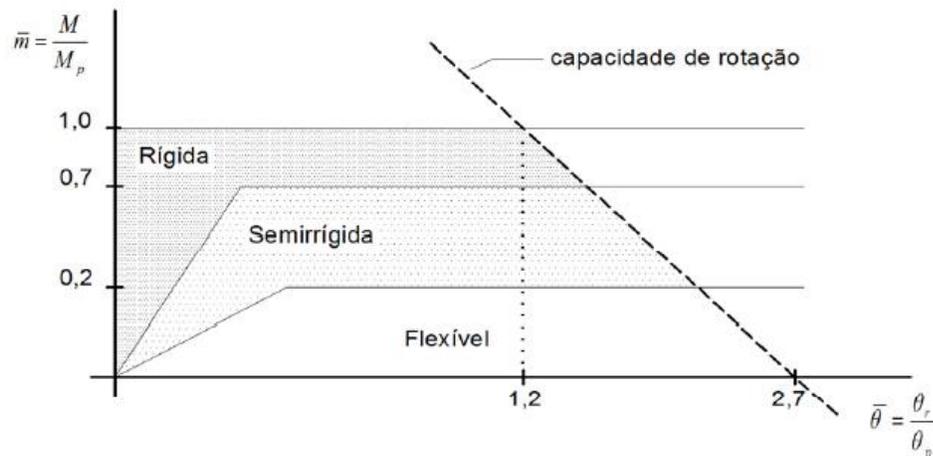


FIGURA 4.1 – Classificação das ligações proposta por BJORHOVDE *et al.* (1990)

Os parâmetros adimensionais  $\bar{m}$  e  $\bar{\theta}$  apresentados na FIGURA 4.1 são definidos por:

$$\bar{m} = \frac{M}{M_p} \quad e \quad \bar{\theta} = \frac{\theta_r}{\theta_p} \quad (4.1 \text{ e } 4.2)$$

sendo,  $\theta_r$ , a rotação relativa da ligação para o momento aplicado  $M$ ,  $M_p$  o momento de plastificação da viga, e  $\theta_p$  e dado por:

$$\theta_p = \frac{5d M_p}{E I_b} \quad (4.3)$$

onde  $5d$  é o comprimento de referência da viga,  $I_b$  é o momento de inércia da seção transversal da viga e  $E$  é o módulo de elasticidade do aço.

Segundo BJORHOVDE *et al.* (1990), a ligação é considerada rígida se atender em termos de resistência  $\bar{m} \geq 0,7$  e em termos de rigidez  $\bar{m} \geq 2,5\bar{\theta}$ . Será considerada semirrígida se atender em termos de resistência  $0,2 < \bar{m} < 0,7$  e em termos de rigidez  $0,5\bar{\theta} < \bar{m} < 2,5\bar{\theta}$ . Finalmente, será considerada flexível (rotulada) se atender em termos de resistência e rigidez respectivamente,  $\bar{m} \leq 0,2$  e  $\bar{m} \leq 0,5\bar{\theta}$ . A TABELA 4.1 mostra, os limites de classificação propostas por BJORHOVDE *et al.* (1990).

TABELA 4.1 – Classificação das ligações segundo BJORHOVDE *et al.* (1990)

Tipo de Ligação	Classificação conforme os critérios de:	
	Resistência	Rigidez
Rígida	$\bar{m} \geq 0,7$	$\bar{m} \geq 2,5\bar{\theta}$
Semirrígida	$0,2 < \bar{m} < 0,7$	$0,5\bar{\theta} < \bar{m} < 2,5\bar{\theta}$
Flexível	$\bar{m} \leq 0,2$	$\bar{m} \leq 0,5\bar{\theta}$

BJORHOVDE *et al.* (1990) também desenvolveram uma expressão que limita a capacidade de rotação das ligações. Essa expressão é representada pela linha tracejada na FIGURA 4.1 e dada pela equação (4.4):

$$\bar{m} = \frac{5,4 - 2\bar{\theta}}{3} \quad (4.4)$$

#### 4.2 Classificação segundo o ANSI/AISC 360 - (2010)

A norma americana apresenta uma classificação qualitativa das ligações, apresentando as seguintes definições:

**Totalmente Restringidas (*fully restrained*):** As ligações FR são aquelas que transmitem momento e apresentam uma rotação insignificante entre os elementos conectados, portanto as ligações FR devem ter resistência e rigidez suficientes para manter o ângulo entre os elementos conectados praticamente inalterado. Segundo o ANSI/AISC 360 - (2010) a ligação é considerada como ligação totalmente restringida se atender a inequação (4.5):

$$K_s \geq \frac{20EI_v}{L_v} \quad (4.5)$$

onde  $K_s$  é a rigidez secante para o carregamento de serviço,  $I_v$  é o momento de inércia da seção transversal da viga no plano da estrutura e  $L_v$  é o comprimento da viga conectada à ligação.

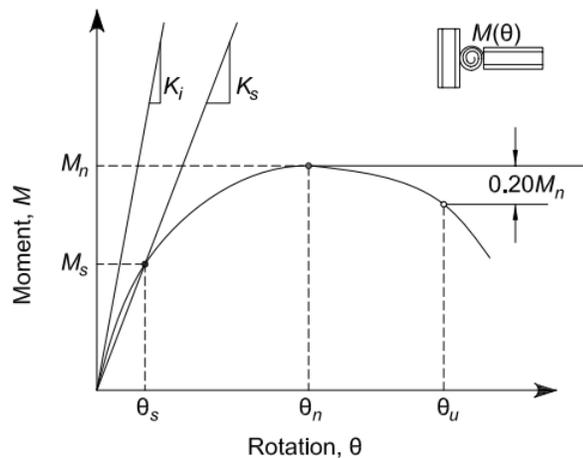


FIGURA 4.2 – Definição das características da rigidez, resistência e capacidade de rotação de uma ligação ANSI/AISC - 360 (2010)

Na FIGURA 4.2  $K_i$  é a rigidez tangente inicial,  $M_s$  é o momento correspondente ao carregamento de serviço,  $M_n$  é o momento máximo que a ligação pode resistir,  $\theta_u$  indica a rotação máxima que a ligação pode desenvolver,  $\theta_n$  e  $\theta_s$  são as rotações associadas, respectivamente, aos momentos  $M_n$  e  $M_s$ .

**Simples (simple):** As ligações simples são aquelas que não transmitem momento e apresentam uma rotação bastante significativa entre os elementos conectados. Segundo o ANSI/AISC 360 - (2010) pode-se desconsiderar, para fins de projeto, o momento resistente da ligação, quando ela transmite menos que 20% do momento de plastificação da seção da viga para rotação superior a 0,02 rad e será aceitável como ligação simples se atender a inequação (4.6):

$$K_s \leq \frac{2EI_v}{L_v} \quad (4.6)$$

**Parcialmente Restringida (partial restrained):** As ligações PR são aquelas que transmitem momento e apresentam uma rotação significativa entre os elementos conectados. As ligações PR devem apresentar resistência, rigidez e capacidade de rotação no estado limite último. As ligações serão consideradas parcialmente restringidas se atenderem a inequação abaixo:

$$\frac{2EI_v}{L_v} < K_s < \frac{20EI_v}{L_v} \quad (4.7)$$

A FIGURA 4.3 apresenta, graficamente, o modelo de classificação adotado pela norma americana, onde  $M_{p,beam}$  é o momento plástico resistente da viga. O ANSI/AISC - 360 (2010) ainda recomenda na ausência de uma análise mais detalhada, uma capacidade de rotação igual a 0,03 rad, essa rotação é a capacidade mínima para ligação viga-pilar, levando em conta os efeitos causados por sismos.

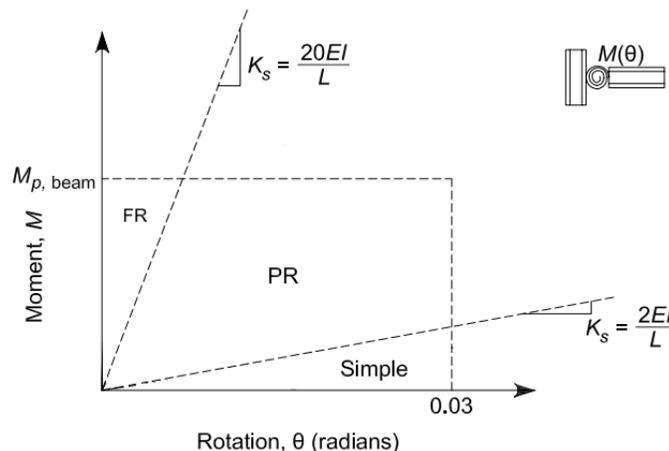


FIGURA 4.3 – Classificação das ligações segundo o ANSI/AISC - 360 (2010)

### 4.3 Classificação Segundo a EN - 1993 - 1 - 8: (2005)

A EN - 1 - 8: (2005), assim como BJORHOVDE *et al*, também estabelece uma classificação para ligações levando em conta a rigidez e a resistência.

- Classificação quanto à rigidez.

A classificação proposta depende do modelo estrutural adotado, se a estrutura é contraventada ou não, pois os efeitos de rigidez da ligação diferem em ambos os casos, e utiliza o comprimento real da viga para o cálculo da rigidez. Através do diagrama momento-rotação são definidos 3 regiões de classificação, conforme apresentado na FIGURA 4.4.

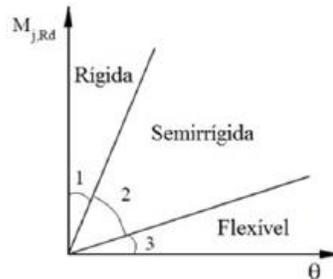


FIGURA 4.4 – Classificação quanto à rigidez segundo a EN 1993- 1- 8: (2005)

**Ligações Rígidas – região 1:** São as ligações que possuem rigidez rotacional suficientes para serem analisadas através da continuidade total.

Para estruturas contraventadas:

$$K_i \geq \frac{8EI_v}{L_v} \quad (4.8)$$

onde,  $K_i$  é a rigidez da ligação,  $I_v$  o momento de inércia da seção transversal da viga no plano da estrutura, e  $L_v$  o comprimento da viga conectada à ligação.

Para estruturas não contraventadas:

$$K_i \geq \frac{25EI_v}{L_v} \quad (4.9)$$

As inequações apresentadas em (4.8) e (4.9) somente terão validade se, em cada andar,  $K_v/K_p \geq 0,1$ , onde  $K_v$  é o valor médio de  $I_v/L_v$  para todas as vigas do pavimento e  $K_p$  é o valor médio de  $I_p/L_p$  para todos os pilares do pavimento. Se  $K_v/K_p < 0,1$  a ligação deve ser considerada semirrígida.

**Ligações Semirrígidas – região 2:** São as ligações que não se enquadram nem nos critérios das ligações rígidas e nem nos critérios das ligações flexíveis.

**Ligações Flexíveis – região 3:** São as ligações que são capazes de transmitir esforços internos, sem transmitir momentos significativos, que possam afetar as barras ou a estrutura como um todo. A ligação será classificada como flexível se atender a inequação (4.10):

$$K_i \leq \frac{0,5EI_v}{L_v} \quad (4.10)$$

A TABELA 4.2 mostra, resumidamente, os limites e critérios para classificação das ligações de acordo com a rigidez, segundo a norma europeia.

TABELA 4.2 – Classificação das ligações considerando a rigidez, segundo a EN 1993 - 1 - 8: (2005)

Classificação	Crítérios de classificação segundo a rigidez
Rígida	<p>- Para ligações de estruturas contraventadas:</p> $K_i \geq \frac{8EI_v}{L_v} \text{ desde que } \frac{K_v}{K_p} \geq 0,1 \text{ em todos os andares.}$ <p>- Para ligações de estruturas não contraventadas:</p> $K_i \geq \frac{25EI_v}{L_v} \text{ desde que } \frac{K_v}{K_p} \geq 0,1 \text{ em todos os andares.}$
Flexível	<p>- Para ligações de qualquer tipo de estrutura:</p> $K_i \leq \frac{0,5EI_v}{L_v}$
Semirrígida	<p>- Para ligações de qualquer estrutura, em que algum andar:</p> $\frac{K_v}{K_p} < 0,1$ <p>- Ligações que não se enquadram nos critérios das ligações rígidas ou flexíveis;</p> <p>- Ligações que se enquadrem nos critérios de ligações rígidas ou flexíveis, que se faça a opção de se tratar como semirrígida.</p>

- Classificação quanto à resistência.

Segundo a EN 1993 - 1 - 8: (2005) as ligações podem ser classificadas também quanto à resistência, ao comparar o momento resistente da ligação com o momento resistente das barras conectadas, dessa forma classificando-as como: totalmente resistente, parcialmente resistente ou flexível.

**Totalmente resistentes (*full strength*):** São as ligações que apresentam sua resistência de cálculo igual ou superior a resistências dos elementos conectados, dessa maneira a formação da rótula plástica ocorre na barra e não na ligação. As ligações deveram ser classificadas como totalmente resistente se atender às inequações (4.11) e (4.12).

Para ligações localizadas no topo do pilar:

$$M_{j,Rd} \geq (M_{v,pl,Rd}; M_{p,pl,Rd}) \quad (4.11)$$

Para ligações localizadas em um nível intermediário do pilar:

$$M_{j,Rd} \geq (M_{v,pl,Rd}; 2M_{p,pl,Rd}) \quad (4.12)$$

onde  $M_{j,Rd}$  é o momento resistente de cálculo da ligação,  $M_{v,pl,Rd}$  é o momento plástico resistente da viga e  $M_{p,pl,Rd}$  é o momento plástico resistente do pilar.

**Flexíveis (*nominally pinned*):** São as ligações que transmitem os esforços internos, sem transmitir momentos significativos que possam afetar as barras ou a estrutura como um todo. Devem ainda apresentar capacidade de rotação para permitir as rotações resultantes dos esforços solicitantes. As ligações deveram ser classificadas como flexíveis se atender às inequações (4.13) e (4.14).

Para ligações localizadas no topo do pilar:

$$M_{j,Rd} \leq 0,25 \times \text{menor}(M_{v,pl,Rd}; M_{p,pl,Rd}) \quad (4.13)$$

Para ligações localizadas em um nível intermediário do pilar:

$$M_{j,Rd} \leq 0,25 \times \text{menor}(M_{v,pl,Rd}; 2M_{p,pl,Rd}) \quad (4.14)$$

**Parcialmente resistentes (*partial strength*):** São as ligações que não se enquadram nem nos critérios das ligações totalmente resistentes e nem nos critérios das ligações flexíveis.

A TABELA 4.3 mostra, resumidamente, os limites e critérios para classificação das ligações de acordo com a resistência, segundo a norma europeia.

TABELA 4.3 – Classificação das ligações considerando a resistência, segundo a EN 1993 - 1 - 8: (2005)

Classificação	CrITÉrios de classificaçŁo segundo a resistŁncia
Totalmente resistente	<p>- Para ligaçŁes localizadas no topo do pilar:  <math>M_{j,Rd} \geq (M_{v,pl,Rd}; M_{p,pl,Rd});</math></p> <p>- Para ligaçŁes localizadas em um nÍvel intermediÁrio do pilar:  <math>M_{j,Rd} \geq (M_{v,pl,Rd}; 2M_{p,pl,Rd}).</math></p>
FlexÍvel*	<p>- Para ligaçŁes localizadas no topo do pilar:  <math>M_{j,Rd} \leq 0,25 \times \text{menor}(M_{v,pl,Rd}; M_{p,pl,Rd});</math></p> <p>- Para ligaçŁes localizadas em um nÍvel intermediÁrio do pilar:  <math>M_{j,Rd} \leq 0,25 \times \text{menor}(M_{v,pl,Rd}; 2M_{p,pl,Rd}).</math></p>
Parcialmente resistente	- LigaçŁes que nŁo se enquadram nos critÓrios das ligaçŁes rÍgidas ou flexÍveis.

\* Indepe de da localizaçŁo da ligaçŁo na estrutura, uma ligaçŁo flexÍvel deve possuir capacidade de rotaçŁo suficiente, para permitir as rotaçŁes resultantes dos esforços solicitantes.

#### 4.4 ClassificaçŁo segundo a ABNT NBR 8800: (2008)

A ABNT NBR 8800: (2008) classifica as ligaçŁes em relaçŁo à rigidez rotacional, porÓm nŁo apresenta nenhuma prescriçŁo para a classificaçŁo quanto à resistŁncia. Diferentemente da norma europeia EN 1993 - 1 - 8: (2005), as ligaçŁes sŁo classificadas independentemente do tipo da estrutura (contraventada ou nŁo), a ligaçŁo Ó considerada rÍgida quando a sua rigidez atender a EquaçŁo (4.9) e rotulada quando atender a EquaçŁo (4.10). AlÓm disso, deve-se atender tambÓm às mesmas prescriçŁes especificadas pela EN 1993 - 1 - 8: (2005). Quando a ligaçŁo nŁo atender aos critÓrios de ligaçŁo rÍgida ou rotulada, ela deverÁ ser classificada como semirrÍgida, conforme mostrado na FIGURA 4.5.

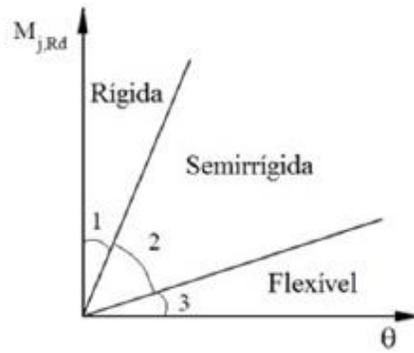


FIGURA 4.5 – Classificação das ligações quanto à rigidez segundo a ABNT NBR 8800: (2008)

## 5 MÉTODO DOS COMPONENTES

### 5.1 Considerações Iniciais

As ligações têm grande influência na estabilidade global, nos deslocamentos e na distribuição dos esforços solicitantes nas estruturas de aço, e apesar dos diversos avanços nos estudos das ligações, ainda existem muitas incertezas quanto à previsão do seu comportamento. Grande parte dessas incertezas pode ser atribuída à complexidade geométrica das ligações, a imprevisibilidade dos deslocamentos dos elementos conectados e as descontinuidades físicas dos meios de ligação (parafusos e soldas) e dos elementos de ligação (chapas e cantoneiras).

Através de vários estudos e pesquisas experimentais foi desenvolvido um modelo que permite que as propriedades mecânicas de uma ligação: resistência, rigidez e capacidade de rotação, possam ser descritas a partir da identificação e caracterização das partes que compõem essa ligação. Esse modelo é conhecido, genericamente, no meio técnico como *Método dos Componentes*. Nesse capítulo serão apresentados alguns conceitos, etapas e procedimentos para aplicação do método dos componentes na análise de ligações.

### 5.2 Etapas do Método dos Componentes

O método dos componentes é adotado pelas normas europeias e possui grande aceitação no meio técnico e científico. O método analisa o comportamento de ligações através de modelagem mecânica simples, formada de molas translacionais e barras rígidas, conforme mostrado na FIGURA 5.1.

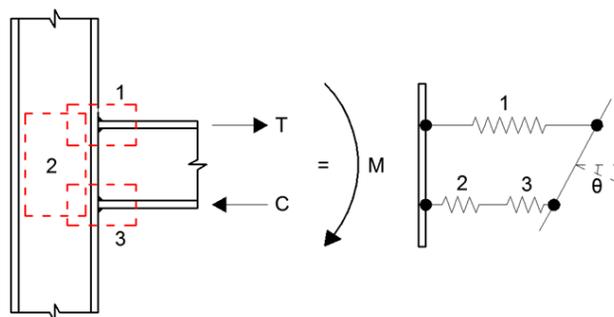


FIGURA 5.1 – Modelo mecânico de ligação viga-pilar

Cada mola translacional representa um componente da ligação e está relacionada a uma curva força-deslocamento. Um componente será definido desde que tenha influência significativa na rigidez rotacional, na resistência ao momento fletor e/ou na capacidade de rotação, e são representadas respectivamente por  $S_j$ ,  $M_{j,Rd}$  e  $\theta_{Cd}$ .

De forma simplificada, a aplicação do método dos componentes consiste na construção de um modelo mecânico formado pela associação de molas translacionais, e essa associação simula o comportamento de uma mola rotacional. O processo da modelagem mecânica pode ser descrito nas três etapas apresentadas abaixo:

- 1ª Etapa – *identificação dos componentes básicos relevantes para a análise da ligação;*
- 2ª Etapa – *caracterização do comportamento dos componentes, analisando a resistência, rigidez e ductilidade de cada componente;*
- 3ª Etapa – *associação dos componentes para avaliação do comportamento da ligação, através do seu modelo mecânico.*

O modelo mecânico, desenvolvido através das etapas do método dos componentes, deve ser atribuído às condições de contorno das barras conectadas pela ligação, dessa forma, o comportamento da ligação modelada pode ser representada durante a fase de análise estrutural, tendo em vista que o tipo da ligação influencia na determinação dos esforços e dos deslocamentos.

### **5.3 Identificação dos Componentes Básicos**

A identificação dos componentes básicos é realizada a partir de um estudo prévio da distribuição dos esforços internos e dos modos de colapso causados por cada um destes esforços. Esse estudo é, geralmente, fundamentado através de estudos numéricos e/ou ensaios experimentais. A grande praticidade do método dos componentes está na possibilidade de avaliar, isoladamente, cada componente básico da ligação que possui geometria e relações força-deslocamento mais simples, evitando assim a dificuldade de se analisar a ligação como um todo, tendo em vista a sua geometria complicada e a complexa interação entre os componentes.

### 5.3.1 Distribuição e transmissão de esforços na região nodal

QUEIROZ e VILELA (2012) definem a região nodal como o conjunto de todas as ligações de barras que se interceptam, mais as regiões dessas barras afetadas pelas ligações, mais os eventuais reforços (enrijecedores), mais a região de eventual elemento de concreto afetada pelas ligações.

Para fins práticos, o comportamento estrutural de uma ligação depende basicamente do momento fletor solicitante. Nas ligações viga-pilar, assume-se que o momento fletor solicitante é transmitido ao pilar através das mesas da viga, por meio de um par de forças binárias, cujo braço de alavanca  $z$  é definido entre o plano de ação dessas forças, que passam na espessura média das mesas. Esse par de forças subdivide a região da ligação em três regiões distintas, conforme apresentado na FIGURA 5.2.

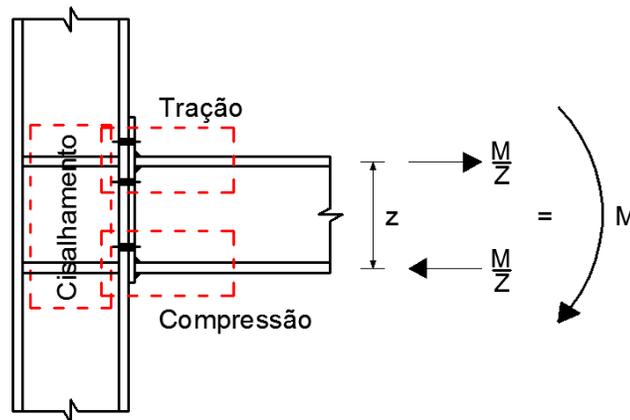


FIGURA 5.2 – Regiões distintas de uma ligação viga-pilar.

As três regiões podem ser definidas como: região tracionada, região comprimida e região de cisalhamento, sendo que cada uma dessas regiões é composta por um grupo de componentes básicos.

- **Região Tencionada**

As forças de tração são transmitidas entre as partes conectadas somente através das soldas e parafusos. A resistência da região tracionada deve ser analisada e limitada em função da interação entre os esforços de tração e os esforços transversais de cisalhamento.

- **Região Comprimida**

A força de compressão é transmitida pelo contato direto da mesa viga com a mesa do pilar ou, de maneira indireta, por meio de chapas ou cantoneiras de ligação. A região comprimida é definida pelo centro de compressão localizado na altura média da mesa comprimida pela ação da força de compressão do binário. A resistência da região comprimida deve ser analisada considerando os efeitos de flambagem local durante a verificação dos componentes básicos, também se deve analisar a interação entre os esforços de compressão com os esforços transversais de cisalhamento e esforços normais.

- **Região de Cisalhamento**

Para analisar a resistência da região de cisalhamento de uma ligação viga-pilar, deve-se levar em conta, além das forças do binário que definem o momento solicitante, alguma eventual força cortante que atue no pilar. Deve-se também levar em conta possíveis interações com outras ligações próximas, como por exemplo, o caso de ligação dupla, onde duas vigas são conectadas uma em cada mesa do pilar, conforme ilustrado na FIGURA 5.3.

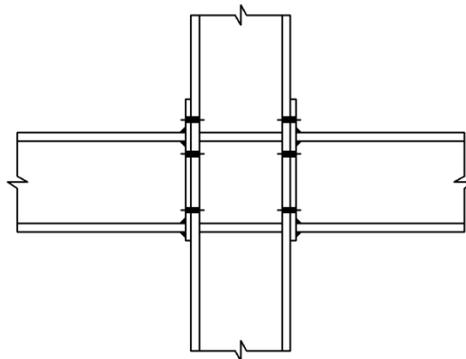


FIGURA 5.3 – Exemplo de ligação viga-pilar dupla.

### 5.3.2 Componentes básicos segundo a EN 1993 - 1 - 8: (2005)

A EN 1993 - 1 - 8: (2005) apresenta uma lista geral de 20 componentes básicos aplicáveis às ligações mais usuais, conforme mostrado na TABELA 5.1. É importante enfatizar que a norma europeia ainda permite utilizar outros componentes que não estão listados na TABELA 5.1 desde que suas propriedades sejam obtidas através de métodos analíticos e/ou numéricos e calibradas por ensaios experimentais.

Os métodos de cálculo apresentados na norma europeia também podem ser utilizados em ligações com características incomuns, entretanto, é importante ter uma compreensão da distribuição dos esforços na região nodal para identificar os componentes básicos dessas ligações.

TABELA 5.1– Componentes básicos, segundo a EN 1993 - 1 - 8: (2005)

1 – Alma do pilar solicitada ao cisalhamento
2 – Alma do pilar solicitada à compressão
3 – Alma do pilar solicitada à tração
4 – Mesa do pilar solicitada à flexão
5 – Chapa de extremidade solicitada à flexão
6 – Cantoneira de mesa solicitada à flexão
7 – Mesa e alma da viga solicitada à compressão
8 – Alma da viga solicitada à tração
9 – Chapa tracionada ou comprimida
10 – Parafusos tracionados
11 – Parafusos ao corte
12 – Pressão de contato nos furos
13 – Concreto comprimido
14 – Placa de base do pilar fletida por ação de compressão no concreto
15 – Placa de base do pilar fletida por ação de tração nos chumbadores
16 – Chumbadores tracionados
17 – Chumbadores ao corte
18 – Pressão de contato dos chumbadores
19 – Soldas
20 – Reforços

## 5.4 Caracterização do Comportamento dos Componentes Básicos

Depois da etapa de identificação dos componentes básicos da ligação, a próxima etapa é a caracterização do comportamento desses componentes por meio da curva força deslocamento que representa cada um dos componentes.

SIMÕES DA SILVA apud OLIVIERA (2015), com base em ensaios experimentais complementados por análises numéricas baseadas no método dos elementos finitos, visando calibrar modelos analíticos simplificados, propôs que os diferentes componentes básicos podem ser classificados em três classes: componentes de alta ductilidade, componentes de ductilidade limitada e componentes frágeis.

### 5.4.1 Componentes de alta ductilidade

Os componentes de alta ductilidade podem ser representados por uma curva força-deslocamento definida pelo coeficiente de rigidez inicial do componente ( $k$ ), pelo limite de força resistente ( $F_r$ ) e o limite de deslocamento ( $\Delta_e$ ), conforme apresentado na FIGURA 5.4.

Segundo OLIVEIRA (2015) a resposta inicial elástica é sucedida por um trecho elastoplástico onde ocorre uma redução da inclinação da curva, que é dado pelo coeficiente de rigidez ( $k_{ep}$ ), essa redução na inclinação ocorre devido ao início de zonas de plastificação e/ou devido aos efeitos de instabilidade do componente.

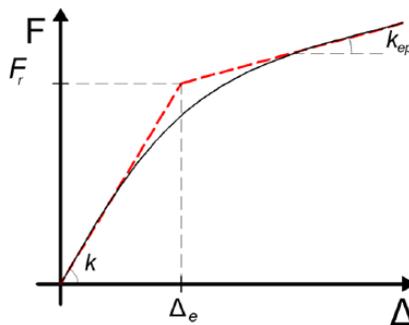


FIGURA 5.4 – Curva força-deslocamento dos componentes de alta ductilidade  
adap. de OLIVEIRA (2015)

O comportamento de alta ductilidade é típico dos seguintes componentes: alma do pilar sob ação do cisalhamento, mesa do pilar sob a ação de flexão, alma da viga sob a ação da força de tração, entre outro. De forma simplificada a capacidade de deformação desses componentes pode ser considerada ilimitada.

#### 5.4.2 Componentes de ductilidade limitada

Os componentes de ductilidade limitada são também definidos por uma curva força-deslocamento e suas grandezas ( $k$ ,  $F_r$ ,  $\Delta_e$  e  $k_{ep}$ ) possuem as mesmas definições já apresentadas anteriormente.

Ainda segundo OLIVEIRA (2015), nos componentes de ductilidade limitada pode-se observar que após o trecho elástico, a curva é sucedida por um trecho de inclinação negativa. Outra característica importante é a necessidade da definição de um deslocamento limite representado por ( $\Delta_{cd}$ ), conforme apresentado na FIGURA 5.5.

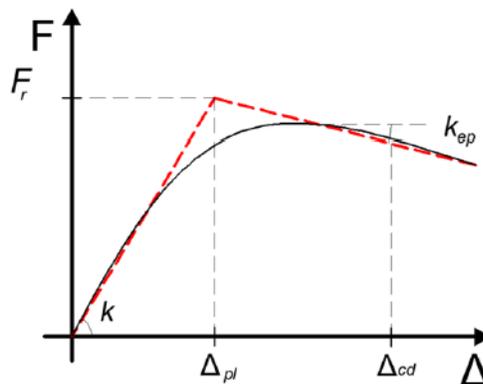


FIGURA 5.5 – Curva força-deslocamento dos componentes de ductilidade limitada  
adap. de OLIVEIRA (2015)

Como exemplo desse comportamento pode-se citar o componente da alma do pilar sob a ação de força de compressão.

### 5.4.3 Componentes frágeis

Os componentes frágeis possuem um diagrama força-deslocamento com comportamento quase linear até a sua ruptura e suas grandezas ( $k$ ,  $F_r$ , e  $\Delta_e$ ) possuem as mesmas definições já apresentadas anteriormente.

Como já mencionado em OLIVEIRA (2015), observa-se que nos componentes frágeis a ruptura do material ocorre quase que imediatamente após o trecho inicial elástico, conforme mostra na FIGURA 5.6.

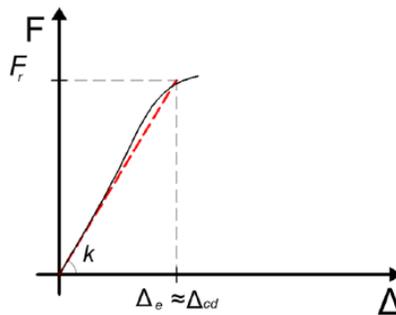


FIGURA 5.6 – Curva força-deslocamento dos componentes frágeis  
adap. de OLIVEIRA (2015)

Como exemplo típico do comportamento frágil pode-se citar os seguintes componentes básicos: parafusos solicitados à tração, parafusos solicitados à corte e cordões de soldas submetidos à tração. Para fins práticos, a capacidade de deformação após o trecho elástico é desprezada.

## 5.5 Associação dos Componentes Básicos e Análise do Comportamento

Depois de identificar e caracterizar os componentes básicos de uma ligação é possível desenvolver a última etapa do método, a associação dos componentes básicos para definir o comportamento da ligação. Nessa etapa cada componente básico é representado por uma mola translacional e associada em série e/ou em paralelo com as demais, para simular uma mola rotacional que representará o comportamento da ligação como um todo.

A partir desse modelo mecânico é possível definir a resistência, a rigidez e a capacidade de rotação de uma ligação. O processo é genérico e válido a todos os tipos de ligações incluindo ligações de bases de pilares, neste trabalho, durante a exemplificação, será utilizada uma ligação viga-pilar com chapa de extremidade.

### 5.5.1 Resistência a momento fletor

O modelo adotado para determinação do momento resistente da ligação necessita da consideração das seguintes premissas:

- *existe o equilíbrio entre os esforços internos e externos;*
- *a resistência de cada componente não é excedida;*
- *a capacidade de deformação de cada componente não é excedida;*
- *a compatibilidade das deformações é desconsiderada.*

Para a determinação do momento fletor resistente é necessária à determinação da resistência das três regiões da ligação: região de tração, região de compressão e região de cisalhamento, deve-se também ajustar a distribuição das forças para garantir o equilíbrio dos esforços. A FIGURA 5.7 mostra as três distintas regiões.

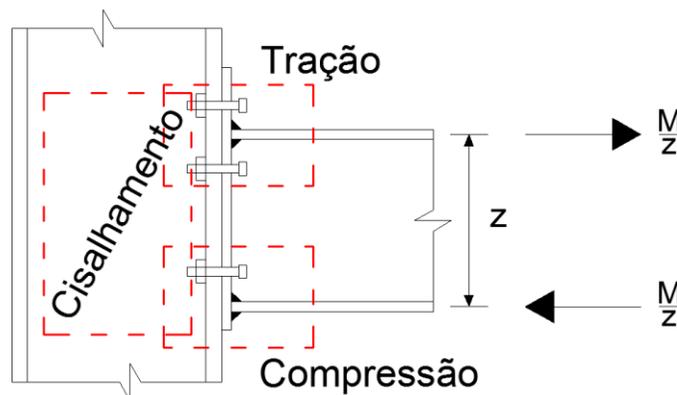


FIGURA 5.7 – Regiões de tração, compressão e cisalhamento de uma ligação viga-pilar com chapa de extremidade estendida

O procedimento para determinar a resistência da região tracionada pode ser aplicado em casos de ligação viga-pilar com varias linhas de parafusos, levando-se em conta a resistência dessas linhas, conforme mostrado na FIGURA 5.8. A resistência de uma linha de parafusos não deve ser analisada somente como linha isolada, mas também atuando como integrante de um grupo de linhas de parafusos. Dessa forma devem ser ponderadas todas as possíveis combinações com outras linhas de parafusos.

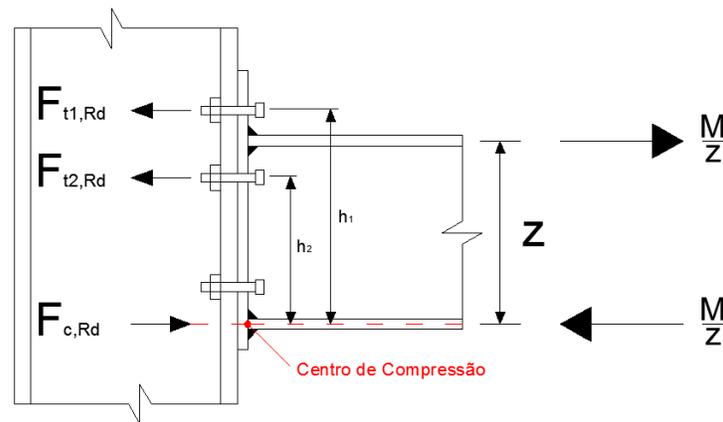


FIGURA 5.8 – Distribuição das forças de tração e compressão em uma ligação com chapa de extremidade

Na FIGURA 5.8 é apresentada uma ligação viga-pilar com chapa de extremidade com duas linhas de parafusos na região tracionada, onde cada uma das linhas possuem dois parafusos, um em cada lado da alma do pilar. Apresenta também a distribuição de forças de tração nas linhas de parafusos, onde  $F_{tr,Rd}$  representa a força resistente de tração em uma linha de parafusos qualquer, sendo que o índice  $r$  indica a posição da linha em relação ao centro de compressão.

O comprimento  $h_r$  define a distancia de uma linha qualquer de parafusos ao centro de compressão, que está localizado na metade da espessura da mesa comprimida da viga. A força resistente de compressão é indicada por  $F_{c,Rd}$ .

Inicialmente, devem-se considerar as possíveis combinações das linhas de parafusos tracionados conforme indicado na FIGURA 5.9.

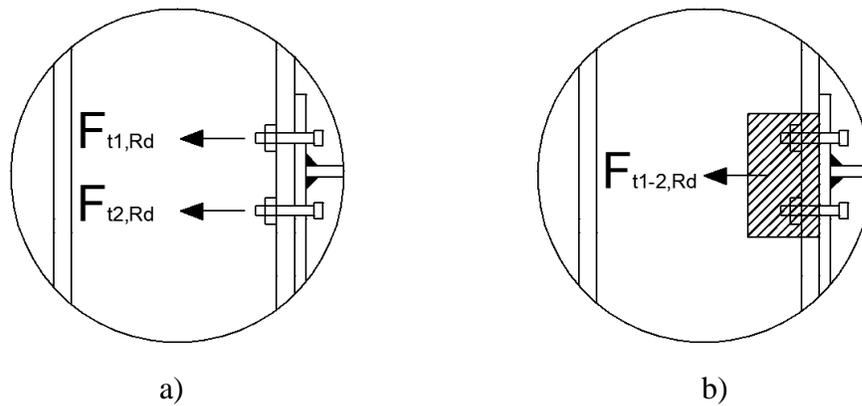


FIGURA 5.9 – Combinações das linhas de parafusos

Dessa forma, são possíveis duas diferentes combinações. Na primeira, FIGURA 5.9 a), as linhas de parafusos 1 e 2 atuam de forma isolada. Na segunda, FIGURA 5.9 b), as linhas de parafusos 1 e 2 são consideradas integrantes do grupo 1-2.

Vale ressaltar que os parafusos localizados próximos ao centro de compressão são desconsiderados para o cálculo da força de tração efetiva, porém esses parafusos serão considerados para a resistência ao cisalhamento.

A resistência efetiva de uma linha qualquer de parafusos  $F_{tr,Rd}$  pode estar vinculada a mais de um componente básico. No caso apresentado pela FIGURA 5.8 a força em cada linha tracionada é definida a partir da resistência de quatro componentes básicos: a alma do pilar solicitada à tração, a mesa do pilar sujeita à flexão, a chapa de extremidade sujeita à flexão e a alma tracionada da viga. A resistência de uma linha de parafusos  $F_{tr,Rd}$  é dada, inicialmente, pela resistência isolada dessa linha, embora possa ter a sua resistência reduzida para atender às seguintes condições:

- A resistência da região tracionada, dada pelo somatório de  $F_{tr,Rd}$ , deverá ser reduzida, se necessário, a fim de que sejam atingidas as hipóteses de equilíbrio, de modo que a resistência da região de tração seja compatível com as resistências das regiões de

compressão e de cisalhamento. Dessa forma, limitando a resistência da região tracionada ao menor valor dentre as resistências de compressão e de cisalhamento.

- Se necessário, a resistência efetiva  $F_{tr,Rd}$  de uma linha qualquer de parafusos deverá ser reduzida a um valor inferior ao da resistência da linha isolada, de modo a assegurar que o somatório das forças resistentes das linhas não ultrapasse a resistência de um grupo dentre o qual a linha de parafuso faz parte, conforme apresentado na inequação (5.1):

$$F_{t1,Rd} + F_{t2,Rd} \leq F_{t1-2,Rd} \quad (5.1)$$

Para a ligação da FIGURA 5.8, caso necessite de redução das resistências das linhas, implicaria na seguinte verificação:

$$F_{t2,Rd} \leq F_{t1-2,Rd} - F_{t1,Rd} \quad (5.2)$$

- Para garantir que a região de tração tenha ductilidade suficiente para atingir os limites de resistência previstos e controlar a distribuição plástica dos esforços na ligação, o valor da resistência à tração efetiva  $F_{tr,Rd}$ , para a linha de parafusos  $r$  deverá ser reduzido quando o valor da resistência efetiva  $F_{tx,Rd}$  da linha de parafusos precedente, na posição  $x$  é superior a 1,9 vezes a resistência a tração da linha de parafusos isolada  $r$ , assegurando que:

$$F_{tr,Rd} \leq F_{tx,Rd} h_r / h_x \quad (5.3)$$

onde:  $h_x$  é a distância entre a linha de parafusos  $x$  e o centro de compressão, sendo  $x$  a posição da linha de parafusos mais afastada do centro de compressão, cujo valor de cálculo da resistência à tração é superior a 1,9 vezes a resistência à tração da linha isolada de parafusos.

Depois de verificada a interação entre as regiões de tração, compressão e cisalhamento e, se necessário, realizadas as devidas deduções na resistência das linhas de parafusos, pode-se obter o momento resistente  $M_{j,Rd}$  da ligação através da equação (5.4).

$$M_{j,Rd} = \sum h_r \cdot F_{tr,Rd} \quad (5.4)$$

### 5.5.2 Rigidez

A rigidez rotacional de uma ligação,  $S_j$ , é obtida através da combinação dos parâmetros de rigidez,  $k_i$ , associados às rigidezes translacionais dos diversos componentes básicos que contribuem nos deslocamentos da ligação. A relação força-deslocamento de cada componente é dada, de forma genérica, pela equação (5.5).

$$F_i = K_i \cdot \Delta_i = Ek_i \cdot \Delta_i \quad (5.5)$$

onde,  $\Delta_i$  é o deslocamento correspondente a força  $F_i$  e  $E$  é o módulo de elasticidade do material que constitui o componente. A FIGURA 5.10 apresenta um exemplo de modelo mecânico e os seus parâmetros de rigidez para uma ligação viga-pilar soldada, levando-se em conta os componentes básicos listados na TABELA 5.1.

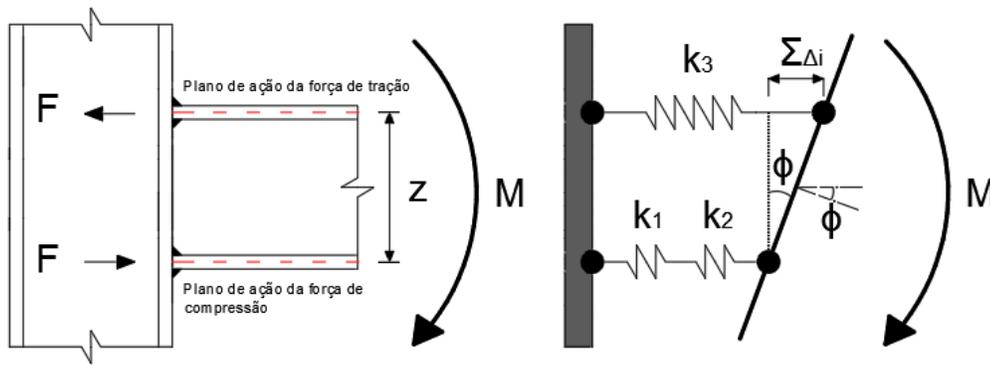


FIGURA 5.10 – Modelo mecânico de uma ligação viga-pilar soldada

Esta ligação é solicitada pelo binário de braço  $z$ , e tem apenas um componente básico na região tracionada que possui rigidez rotacional relevante para o deslocamento da ligação. No caso específico desta ligação, em que as mesas da viga estão soldadas diretamente a mesa do pilar, os planos de ação das forças de tração e compressão passam pela espessura média das mesas da viga. Considerando que centro de rotação da ligação coincide com o centro de compressão, pode-se representar a rigidez rotacional, com o auxílio da equação (5.5), da seguinte maneira:

$$S_j = \frac{M}{\phi} = \frac{Fz}{\sum \frac{\Delta_i}{z}} = \frac{Fz^2}{\sum \Delta_i} = \frac{Ez^2}{\sum \frac{1}{k_i}} \quad (5.6)$$

Dessa forma, para a ligação soldada da FIGURA 5.10:

$$S_j = \frac{Ez^2}{\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3}} \quad (5.7)$$

Para casos gerais de uma ligação viga-pilar com várias linhas de parafusos na região tracionada, como a da ligação apresentada na FIGURA 5.8, em que cada linha de parafuso recebe a contribuição de vários componentes básicos, o procedimento para obtenção da rigidez rotacional consiste nos seguintes passos:

- Associação em série dos parâmetros de rigidez de todos os componentes situados na região de tração, que estão vinculados à resistência da linha de parafusos, para obtenção de um único parâmetro de rigidez efetivo  $k_{eff,r}$ . O parâmetro de rigidez efetivo de uma linha de parafusos é representado pela equação (5.8):

$$k_{eff,r} = \frac{1}{\sum \frac{1}{k_{i,r}}} \quad (5.8)$$

- Associação em paralelo dos parâmetros de rigidez efetivos de cada linha de parafusos  $r$  para a obtenção de um parâmetro de rigidez equivalente  $k_{eq}$ , através da hipótese que o centro de rotação ocorre de forma rígida em torno do centro de compressão. O parâmetro de rigidez equivalente é dado pela equação (5.9):

$$k_{eq} = \frac{\sum k_{eff,r} \cdot h_r}{z_{eq}} \quad (5.9)$$

onde  $h_r$  é a distância de cada linha de parafuso ao centro de compressão e define o braço alavanca da força e  $z_{eq}$  é o braço de alavanca equivalente associado ao coeficiente de rigidez equivalente  $k_{eq}$  dado pela equação (5.10):

$$z_{eq} = \frac{\sum k_{eff,r} \cdot h_r^2}{\sum k_{eff,r} \cdot h_r} \quad (5.10)$$

- Determinação da rigidez rotacional da ligação, a partir da combinação do parâmetro de rigidez equivalente da região tracionada, com os parâmetros de rigidez das regiões de compressão e cisalhamento, no caso,  $k_1$  e  $k_2$ . A rigidez rotacional da ligação pode ser mais uma vez representada pela equação (5.6):

$$S_j = \frac{EZ^2}{\sum \frac{1}{k_i}}$$

Para o caso específico da ligação apresentada na FIGURA 5.8, onde a ligação apresenta várias linhas de parafusos na região tracionada tem-se:

$$S_j = \frac{EZ^2}{\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_{eq}}} \quad (5.11)$$

Segundo a EN 1993 - 1 - 8: (2005), a rigidez rotacional dada pela equação (5.6) somente é válida em regime elástico, ou seja, em casos onde o momento solicitante  $M_{j,Ed}$  é menor ou igual ao momento que define o final do regime elástico, adotado como  $M_{j,Ed} \leq 2/3 M_{j,Rd}$ . Essa rigidez é designada como rigidez inicial  $S_{j,ini}$  e representa o comportamento da ligação em regime elástico:

$$S_{j,ini} = \frac{EZ^2}{\sum \frac{1}{k_i}} \quad (5.12)$$

Em casos que  $M_{j,Ed} > 2/3 M_{j,Rd}$ , a rigidez da ligação é afetada pelos efeitos de plastificação. A EN 1993 -1 -8: (2005), com o objetivo de considerar as variações do valor da rigidez rotacional, propõe a utilização de uma taxa de rigidez  $\mu$ , que é um fator de correção da rigidez inicial em função do momento fletor solicitante na ligação.

Para casos onde  $M_{j,Ed} \leq 2/3 M_{j,Rd}$ , adota-se a taxa de rigidez  $\mu = 1$ , conforme apresentado na equação (5.12).

Para casos onde,  $M_{j,Ed} > 2/3 M_{j,Rd}$ , a taxa de rigidez é dada pela equação (5.13):

$$\mu = \left( \frac{1,5M_{j,Ed}}{M_{j,Rd}} \right)^\Psi \quad (5.13)$$

Onde,  $\Psi$  é igual a 2,7 para ligações soldada, com chapa de extremidade parafusada e ligações de base de pilares, e igual a 3,1 para ligações que utilizam cantoneiras de topo e assento.

Dessa forma, a rigidez rotacional inicial  $S_{j,ini}$ , para ligações viga-pilar pode ser apresentada pela equação (5.14):

$$S_{j,ini} = \frac{Ez^2}{\mu \sum \frac{1}{k_i}} \quad (5.14)$$

## 5.6 Capacidade de Rotação

A capacidade de rotação das ligações é de grande importância durante a fase de análise do comportamento estrutural, principalmente em casos onde se tem a influência de efeitos sísmicos. A previsão de rotações mínimas que as ligações devem atingir é de suma importância para que não haja sobrecargas imprevistas que possam resultar em um colapso parcial ou completo da estrutura, de modo que possa garantir uma adequada distribuição dos esforços nas barras conectadas.

A capacidade de rotação está diretamente ligada à ductilidade dos componentes da ligação, portanto para uma resposta estrutural adequada necessita-se que a ductilidade dos componentes também seja adequada. A EN 1993 -1 -8: (2005) apresenta algumas prescrições básicas para a verificação da capacidade de rotação necessária de uma ligação. Essas prescrições consideram, principalmente, a influência dos componentes de alta ductilidade. Caso a resistência da ligação seja definida pela resistência de um componente de alta ductilidade, pode-se considerar que a mesma possui capacidade de rotação suficiente, exceto se a resistência do componente estiver afetada por efeitos de instabilidade.

A EN 1933 -1 -8: (2005) estabelece restrições para ligações parafusadas, como a redução da força resistente das linhas de parafusos, conforme apresentado em 5.5.1. Além disso, as ligações parafusadas ainda devem atender a inequação (5.15):

$$t \leq 0,36d_b \sqrt{\frac{f_{ub}}{f_y}} \quad (5.15)$$

onde  $t$  e  $f_y$  são, respectivamente, a espessura e a resistência ao escoamento do componente considerado,  $d_b$  é o diâmetro nominal do parafuso e  $f_{ub}$  é a resistência a ruptura do parafuso.

Ainda segundo a norma europeia a verificação da capacidade de rotação da ligação pode ser dispensada quando for atendida a inequação (5.16):

$$M_{j,Rd} \geq 1,2 M_{pl,Rd} \quad (5.16)$$

onde  $M_{j,Rd}$  é o valor de cálculo do momento resistente da ligação e  $M_{pl,Rd}$  é o valor de cálculo do momento plástico resistente da seção transversal do elemento conectado.

## 5.7 Curva Momento-Rotação

A EN 1993 -1 -8: (2005), apresenta um procedimento prático para definir a curva momento-rotação a partir da rigidez rotacional, do momento resistente e da capacidade de rotação da ligação, obtidos através da modelagem mecânica da ligação, conforme apresentado a seguir na FIGURA 5.11.

O trecho inicial do diagrama momento-rotação é dado por uma reta, com inclinação determinada pela rigidez inicial  $S_{j,ini}$ . Essa reta representa o comportamento da ligação até que o valor do momento fletor solicitante  $M_{j,Ed}$  atinja o limite elástico da ligação, conforme apresentado pela equação (5.17):

$$M_{j,Ed} = \frac{2}{3} M_{j,Rd} \quad (5.17)$$

Quando  $M_{j,Ed}$  ultrapassar o limite elástico, a rigidez da ligação começa a variar de forma não linear com o momento fletor solicitante até atingir o valor do momento resistente onde a curva assume um patamar horizontal, limitado pela capacidade de rotação da ligação.

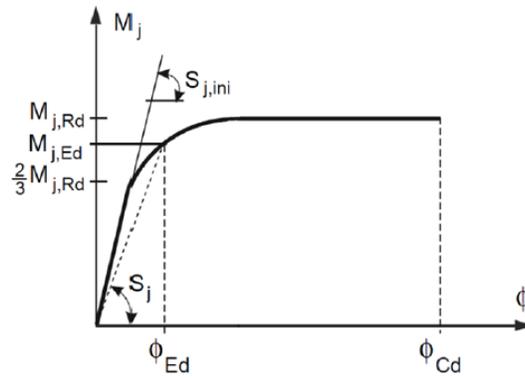


FIGURA 5.11 – Curva momento-rotação obtida através do modelo mecânico

## 6 SEÇÃO “T” EQUIVALENTE E EFEITO DE ALAVANCA

### 6.1 Considerações Iniciais

A análise de ligações nem sempre é um processo simples, pois, geralmente apresentam geometria e comportamento complexos. Muitas vezes para estudar algum fenômeno relacionado a uma ligação, é necessário dividi-la em partes mais simples que permitam estabelecer analogias com outros elementos geométricos de menor complexidade ou de comportamento já conhecido.

Seguindo esse princípio, a norma europeia EN 1993 -1 -8: (2005) apresenta um modelo de um “*T-stub*” para estudar as partes de uma ligação solicitada a tração. O *T-stub* é constituído por um perfil metálico definido por uma seção transversal com formato de “T”, e pode ser empregado para analisar alguns modelos de falhas de uma ligação.

### 6.2 Perfil de Seção T em uma Ligação

Alguns tipos de ligações em estruturas de aço frequentemente apresentam solicitações de tração nos parafusos, devido à ação de forças externas. NA FIGURA 6.1 são mostrados dois tipos de ligações com parafusos tracionados que utilizam como elemento peças com seção em forma de “T”.

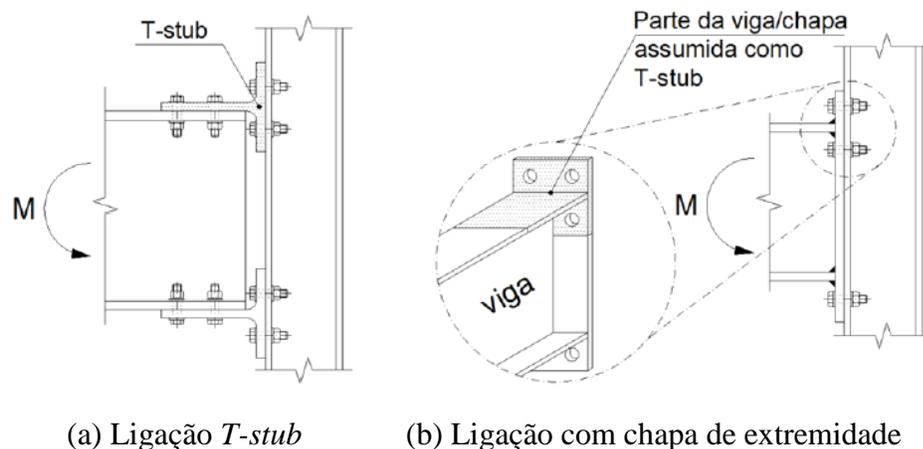


FIGURA 6.1 – Ligações viga-pilar com seção T.

A FIGURA 6.1 (a) mostra uma ligação conhecida como ligação *T-stub*, que utiliza dois perfis de seção T para unir as mesas do pilar e da viga, esse tipo de ligação é bastante utilizada por projetistas americanos. Já os projetistas brasileiros utilizam frequentemente ligações com chapa de extremidade, conforme a FIGURA 6.1 (b), que, embora não utilizem peças *T-stub* reais, podem ser assumidas, para fins de análise, como uma peça de seção T “imaginária”. Esse “T” é formado por um trecho da mesa da viga e por um trecho da chapa de extremidade, que apresenta um comportamento bem parecido a um *T-stub* real, o que permite que a mesma seja modelada e analisada como um *T-stub*.

Segundo OLIVEIRA (2015) o modelo *T-stub* trata o caso de dois perfis de seção T presos entre si pelas mesas através de duas fiadas de parafusos dispostos de cada lado das almas dos perfis, sendo aplicados a cada alma esforços iguais e opostos, tracionando a ligação conforme mostrado na FIGURA 6.2.

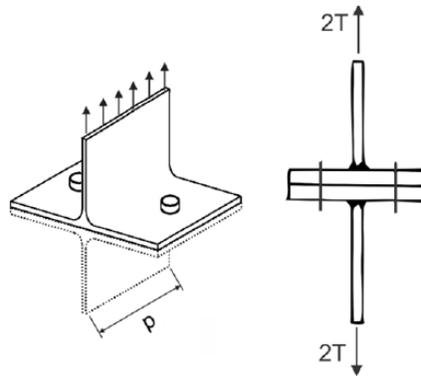


FIGURA 6.2 – Modelo *T-stub* e forças de tração aplicadas

### 6.3 Efeito Alavanca

QUEIROZ e VILELA (2012), mostram que o efeito de alavanca resulta da flexão das chapas parafusadas quando os parafusos são tracionados e afeta a distribuição de momentos nessas chapas, bem como as forças de tração nos parafusos.

Em casos de T-stub, quando o efeito de alavanca  $Q$  é considerado na determinação dos momentos fletores da chapa, a situação limite é mostrado na FIGURA 6.3.

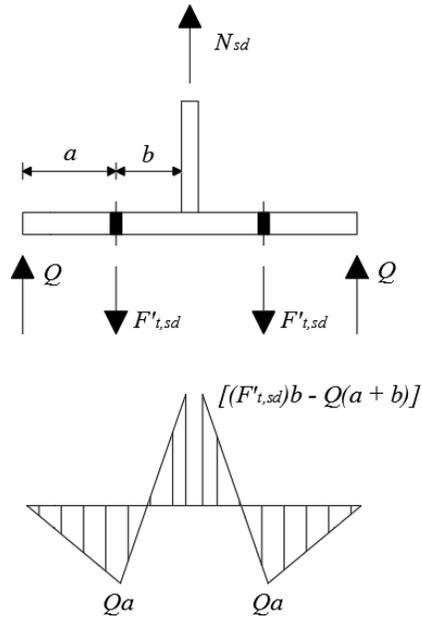


FIGURA 6.3 – Equilíbrio de forças e diagrama de momento fletor – situação limite

No caso da FIGURA 6.3, a força solicitante de cálculo no parafuso  $F'_{t,sd}$  é dada pela equação 6.1:

$$F'_{t,sd} = \frac{N_{sd}}{2n} + Q = F_{t,sd} + Q \quad (6.1)$$

onde  $F_{t,sd}$  é a força solicitante de cálculo no parafuso sem o efeito de alavanca e  $2n$  é o número total de parafusos. Considerando iguais os momentos positivo e negativo na FIGURA 6.3 (situação limite):

$$Qa = F'_{t,sd} b - Q(a + b) \quad (6.2)$$

Levando a equação (6.1) na equação (6.2) resulta:

$$Q = \left(\frac{b}{a}\right) \frac{F_{t,sd}}{2} \quad (6.3)$$

Finalmente, quando  $a$  for igual ou superior a  $b$ :

$$Q_{max} = \frac{F_{t,sd}}{2} \quad (6.4)$$

Pode-se dizer que, nas condições impostas, o efeito de alavanca varia de 0 a 50% do valor  $F_{t,sd}$ . Para avaliar situações intermediárias, o momento fletor  $Qa$  deve ser igual ou inferior a  $\delta M_{Rd}$ , onde  $\delta$  é a relação entre a resistência de cálculo na seção do furo e  $M_{Rd}$ :

$$\delta \leq \begin{cases} 1,0 \\ 0,815 \frac{(p - d') f_u}{P f_y} \end{cases} \quad (6.5)$$

Fazendo o momento junto a alma do T igual à  $M_{Rd}$ , tem-se:

$$M_{Rd} = F_{t,sd} b - Qa \quad (6.6)$$

Logo a força de tração de cálculo no parafuso é  $F_{t,sd} + Q$ , sendo:

$$Q = \frac{(F_{t,sd} - M_{Rd})}{a} \quad (6.7)$$

E importante ressaltar que, caso se considere a interação do momento fletor com a força cortante na chapa, o valor de  $Q$  se altera.

Nas verificações práticas deve-se ter:

$$\alpha = \frac{M_{Rd}}{\delta M_{Rd}} = \frac{F_{t,sd} b - Qa}{\delta M_{Rd}} \leq 1,0 \quad (6.8)$$

Dessa forma, se  $\alpha > 1$ , a espessura da chapa é insuficiente; se  $\alpha = 1$ , tem-se a espessura mínima da chapa e se  $\alpha < 1$ , a espessura da chapa é suficiente e o projeto é adequado.

## **7 EXEMPLOS E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS**

### **7.1 Considerações Iniciais**

Neste capítulo são apresentados alguns exemplos numéricos com o objetivo de se estudar a influência da espessura da chapa de extremidade na resistência, na rigidez, na capacidade de rotação e na classificação das ligações. Para realização do estudo foi desenvolvida uma planilha em Excel que auxiliou na modelagem mecânica, via método dos componentes (ver Anexo A e B).

A seguir é apresentado um exemplo de uma ligação viga-pilar com chapa de extremidade, baseado no exemplo 4.2.4 apresentado no livro “Ligações, regiões nodais e fadiga de estruturas de aço”, dos autores QUEIROZ e VILELA (2012), que foi estudado através do método dos componentes.

### **7.2 Exemplo: Ligação viga-pilar com chapa de extremidade sem enrijecedores**

A FIGURA 7.1 mostra uma ligação intermediária de um pilar onde a viga e o pilar são constituídos, respectivamente, pelos perfis PS 350x150x9,5x6,3 e PS 314x307x22,2x11,9, ambos em aço ASTM A572 grau 50 e com módulo de elasticidade ( $E$ ) igual a 200000 Mpa. A chapa de extremidade foi considerada em aço ASTM A36, e o vão da viga foi adotado igual a 6 metros.

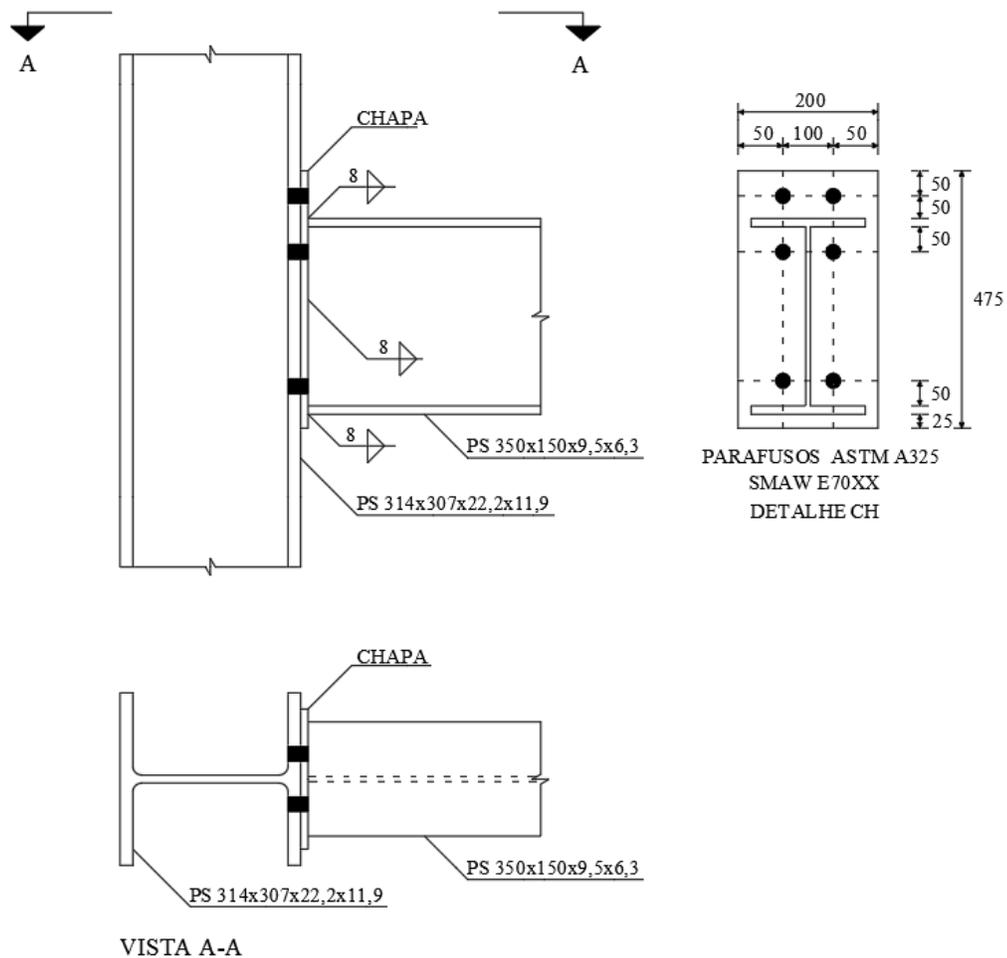


FIGURA 7.1 – Ligação com chapa de extremidade sem enrijecedores.

Nesta ligação, a chapa de extremidade é ligada à viga através de soldas filete, com eletrodo E70-XX. A junção da chapa de extremidade com a mesa do pilar é feita por meio 06 de parafusos ASTM A325, com diâmetro ( $d_b$ ) de 25,4 mm e resistência à ruptura ( $f_{ub}$ ) de 825 Mpa, dispostos na região superior, 04 parafusos, e outros 02 parafusos, dispostos na parte inferior da viga. Neste exemplo são estudadas ligações com chapas de extremidade com espessuras variáveis (6,35 mm; 9,53 mm; 12,70 mm; 15,88 mm; 19,05 mm; 22,2 mm e 25,4 mm).

### 7.2.1 Modelo mecânico das ligações viga-pilar

As ligações viga-pilar foram verificadas e as suas rigidezes, resistência e capacidades de rotação foram determinadas através do modelo mecânico estabelecido, baseado do método dos componentes, conforme apresentado na TABELA 7.1.

TABELA 7.1: Resistência, rigidez, capacidade de rotação e classificação das ligações.

Ligação	Momento fletor resistente	Rigidez rotacional inicial	Capacidade de rotação	Classificação
# 6,35	$M_{Rd} = 11,84$ kNm	$S_{,ini} = 9,95E+05$ kNcm/rad	$\phi_{Cd} = 0,03$ rad	Semirrigida, Nominalmente rotulada
# 9,53	$M_{Rd} = 26,17$ kNm	$S_{,ini} = 2,17E+06$ kNcm/rad	$\phi_{Cd} = 0,03$ rad	Semirrigida, Nominalmente rotulada
# 12,70	$M_{Rd} = 45,35$ kNm	$S_{,ini} = 3,04E+06$ kNcm/rad	$\phi_{Cd} = 0,03$ rad	Semirrigida, Nominalmente rotulada
# 15,88	$M_{Rd} = 68,85$ kNm	$S_{,ini} = 3,54E+06$ kNcm/rad	$\phi_{Cd} = 0,03$ rad	Semirrigida, Parcialmente resistente
# 19,05	$M_{Rd} = 95,89$ kNm	$S_{,ini} = 3,80E+06$ kNcm/rad	$\phi_{Cd} = 0,03$ rad	Semirrigida, Parcialmente resistente
# 22,20	$M_{Rd} = 125,76$ kNm	$S_{,ini} = 3,94E+06$ kNcm/rad	$\phi_{Cd} = 0,03$ rad	Semirrigida, Parcialmente resistente
# 25,40	$M_{Rd} = 158,64$ kNm	$S_{,ini} = 4,02E+06$ kNcm/rad	$\phi_{Cd} = 0,03$ rad	Semirrigida, Parcialmente resistente

A EN 1993 -1 -8: (2005) e a NBR 8800: (2008) apresentam os seguintes limites de rigidez:

Para ligações rígidas:

$$k_i \geq \frac{25EI_v}{L_v} = \frac{25 \times 20000 \times 10167}{600} = 9,47 \times 10^6 \text{ kNcm/rad}$$

e para ligações flexíveis:

$$k_i \geq \frac{0,5EI_v}{L_v} = \frac{0,5 \times 20000 \times 10167}{600} = 1,65 \times 10^5 \text{ kNcm/rad}$$

Conforme apresentado na TABELA 7.1, as rigidezes rotacionais se situaram entre os limites de rigidez, dessa forma, todas as ligações podem ser classificadas como semirrígidas. Também pode ser observado que, independentemente da rigidez, o momento resistente da ligação aumenta de forma significativa com o aumento da espessura da chapa de extremidade. Neste exemplo, segundo a EN 1993 -1 -8: (2005), as ligações são consideradas totalmente resistentes se  $M_{Rd} \geq M_{v,pl,Rd} = 206,20$  kNm e nominalmente rotuladas se  $M_{Rd} \leq 0,25M_{v,pl,Rd} = 51,58$  kNm. Portanto, a TABELA 7.1 mostra que as ligações com chapa de extremidade com espessuras entre 6,35 mm e 12,70 mm podem ser classificadas como nominalmente rotulada enquanto, as demais espessuras podem ser classificadas como parcialmente resistente.

A partir dos resultados expressos pela TABELA 7.1, e considerando o estudo apresentado no item 5.7, onde foi apresentado o procedimento prático para definir a curva momento-rotação, o comportamento das ligações pode ser aproximado pelas curvas momento-rotação conforme mostrado na FIGURA 7.2. As linhas tracejadas apresentadas na FIGURA 7.2 indicam os limites de classificação quanto à rigidez e a resistência, segundo a EN 1993 -1 -8: (2005).

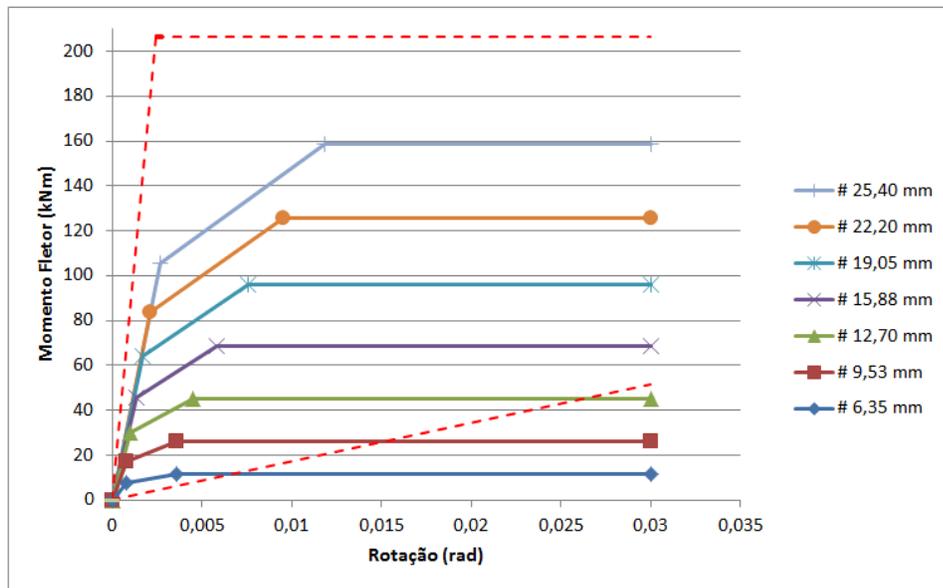


FIGURA 7.2 – Diagrama momento- rotação para as ligações.

As ligações apresentaram uma capacidade de rotação adequada e foram adotadas, para a representação numérica, curvas momento-rotação trilineares e uma capacidade de rotação  $\phi_{cd} = 0,03$  radianos. Na TABELA 7.2 são apresentados os resultados das verificações das ligações, conforme os anexos A e B.

TABELA 7.2: Resultados da verificação das ligações.

<b>Chapa de extremidade: # 6,35 mm</b>				
Alma do pilar solicitada ao cisalhamento:	$V_{Rd} =$	703,20 kN	$1/k_1$	$2,398 \text{ cm}^{-1}$
Alma do pilar comprimida	-		$1/k_2$	$1,690 \text{ cm}^{-1}$
Alma do pilar tracionada	$F_{Rd} =$	915,50 kN	$1/k_3$	$1,448 \text{ cm}^{-1}$
Mesa do pilar sujeita à flexão	$F_{t,Rd} =$	576,81 kN	$1/k_4$	$0,160 \text{ cm}^{-1}$
Chapa de extremidade sujeita à flexão	$F_{t,Rd} =$	34,77 kN	$1/k_5$	$35,996 \text{ cm}^{-1}$
Mesa e alma da viga comprimidas	$N_{c,Rd} =$	475,00 kN	$1/k_7$	$0,000 \text{ cm}^{-1}$
Alma tracionada da viga	-		$1/k_8$	$0,000 \text{ cm}^{-1}$
Parafusos tracionados	$F_{t,Rd} =$	928,49 kN	$1/k_{10}$	$0,872 \text{ cm}^{-1}$
Rigidez Rotacional	$S =$	9,95E+05 kNcm/rad		
Momento Resistente	$M_{rd} =$	11,84 kNm		
Capacidade de Rotação	$\phi_{cd} =$	0,03 rad		
Componente que limita a ligação: Chapa de extremidade sujeita à flexão				
<b>Chapa de extremidade: # 9,53 mm</b>				
Alma do pilar solicitada ao cisalhamento:	$V_{Rd} =$	703,20 kN	$1/k_1$	$2,398 \text{ cm}^{-1}$
Alma do pilar comprimida	-		$1/k_2$	$1,690 \text{ cm}^{-1}$
Alma do pilar tracionada	$F_{Rd} =$	915,50 kN	$1/k_3$	$1,448 \text{ cm}^{-1}$
Mesa do pilar sujeita à flexão	$F_{t,Rd} =$	576,81 kN	$1/k_4$	$0,160 \text{ cm}^{-1}$
Chapa de extremidade sujeita à flexão	$F_{t,Rd} =$	76,86 kN	$1/k_5$	$10,640 \text{ cm}^{-1}$
Mesa e alma da viga comprimidas	$N_{c,Rd} =$	475,00 kN	$1/k_7$	$0,000 \text{ cm}^{-1}$
Alma tracionada da viga	-		$1/k_8$	$0,000 \text{ cm}^{-1}$
Parafusos tracionados	$F_{t,Rd} =$	928,49 kN	$1/k_{10}$	$0,924 \text{ cm}^{-1}$
Rigidez Rotacional	$S =$	2,17E+06 kNcm/rad		
Momento Resistente	$M_{rd} =$	26,17 kNm		
Capacidade de Rotação	$\phi_{cd} =$	0,03 rad		
Componente que limita a ligação: Chapa de extremidade sujeita à flexão				

TABELA 7.2: Resultados da verificação das ligações.

<b>Chapa de extremidade: # 12,70 mm</b>				
Alma do pilar solicitada ao cisalhamento:	$V_{Rd} =$	703,20 kN	$1/k_1$	$2,398 \text{ cm}^{-1}$
Alma do pilar comprimida	-		$1/k_2$	$1,690 \text{ cm}^{-1}$
Alma do pilar tracionada	$F_{Rd} =$	915,50 kN	$1/k_3$	$1,448 \text{ cm}^{-1}$
Mesa do pilar sujeita à flexão	$F_{t,Rd} =$	576,81 kN	$1/k_4$	$0,160 \text{ cm}^{-1}$
Chapa de extremidade sujeita à flexão	$F_{t,Rd} =$	133,18 kN	$1/k_5$	$4,496 \text{ cm}^{-1}$
Mesa e alma da viga comprimidas	$N_{c,Rd} =$	475,00 kN	$1/k_7$	$0,000 \text{ cm}^{-1}$
Alma tracionada da viga	-		$1/k_8$	$0,000 \text{ cm}^{-1}$
Parafusos tracionados	$F_{t,Rd} =$	928,49 kN	$1/k_{10}$	$0,977 \text{ cm}^{-1}$
Rigidez Rotacional	$S =$	$3,04\text{E}+06 \text{ kNcm/rad}$		
Momento Resistente	$M_{rd} =$	45,35 kNm		
Capacidade de Rotação	$\phi_{cd} =$	0,03 rad		
Componente que limita a ligação: Chapa de extremidade sujeita à flexão				
<b>Chapa de extremidade: # 15,88 mm</b>				
Alma do pilar solicitada ao cisalhamento:	$V_{Rd} =$	703,20 kN	$1/k_1$	$2,398 \text{ cm}^{-1}$
Alma do pilar comprimida	-		$1/k_2$	$1,690 \text{ cm}^{-1}$
Alma do pilar tracionada	$F_{Rd} =$	915,50 kN	$1/k_3$	$1,448 \text{ cm}^{-1}$
Mesa do pilar sujeita à flexão	$F_{t,Rd} =$	576,81 kN	$1/k_4$	$0,160 \text{ cm}^{-1}$
Chapa de extremidade sujeita à flexão	$F_{t,Rd} =$	202,20 kN	$1/k_5$	$2,300 \text{ cm}^{-1}$
Mesa e alma da viga comprimidas	$N_{c,Rd} =$	475,00 kN	$1/k_7$	$0,000 \text{ cm}^{-1}$
Alma tracionada da viga	-		$1/k_8$	$0,000 \text{ cm}^{-1}$
Parafusos tracionados	$F_{t,Rd} =$	928,49 kN	$1/k_{10}$	$1,029 \text{ cm}^{-1}$
Rigidez Rotacional	$S =$	$3,54\text{E}+06 \text{ kNcm/rad}$		
Momento Resistente	$M_{rd} =$	68,85 kNm		
Capacidade de Rotação	$\phi_{cd} =$	0,03 rad		
Componente que limita a ligação: Chapa de extremidade sujeita à flexão				

TABELA 7.2: Resultados da verificação das ligações.

<b>Chapa de extremidade: # 19,05 mm</b>				
Alma do pilar solicitada ao cisalhamento:	$V_{Rd} =$	703,20 kN	$1/k_1$	$2,398 \text{ cm}^{-1}$
Alma do pilar comprimida	-		$1/k_2$	$1,690 \text{ cm}^{-1}$
Alma do pilar tracionada	$F_{Rd} =$	915,50 kN	$1/k_3$	$1,448 \text{ cm}^{-1}$
Mesa do pilar sujeita à flexão	$F_{t,Rd} =$	576,81 kN	$1/k_4$	$0,160 \text{ cm}^{-1}$
Chapa de extremidade sujeita à flexão	$F_{t,Rd} =$	281,62 kN	$1/k_5$	$1,332 \text{ cm}^{-1}$
Mesa e alma da viga comprimidas	$N_{c,Rd} =$	475,00 kN	$1/k_7$	$0,000 \text{ cm}^{-1}$
Alma tracionada da viga	-		$1/k_8$	$0,000 \text{ cm}^{-1}$
Parafusos tracionados	$F_{t,Rd} =$	928,49 kN	$1/k_{10}$	$1,081 \text{ cm}^{-1}$
Rigidez Rotacional	$S =$	3,80E+06 kNcm/rad		
Momento Resistente	$M_{rd} =$	95,89 kNm		
Capacidade de Rotação	$\phi_{cd} =$	0,03 rad		
Componente que limita a ligação: Chapa de extremidade sujeita à flexão				
<b>Chapa de extremidade: # 22,20 mm</b>				
Alma do pilar solicitada ao cisalhamento:	$V_{Rd} =$	703,20 kN	$1/k_1$	$2,398 \text{ cm}^{-1}$
Alma do pilar comprimida	-		$1/k_2$	$1,690 \text{ cm}^{-1}$
Alma do pilar tracionada	$F_{Rd} =$	915,50 kN	$1/k_3$	$1,448 \text{ cm}^{-1}$
Mesa do pilar sujeita à flexão	$F_{t,Rd} =$	576,81 kN	$1/k_4$	$0,160 \text{ cm}^{-1}$
Chapa de extremidade sujeita à flexão	$F_{t,Rd} =$	369,34 kN	$1/k_5$	$0,842 \text{ cm}^{-1}$
Mesa e alma da viga comprimidas	$N_{c,Rd} =$	475,00 kN	$1/k_7$	$0,000 \text{ cm}^{-1}$
Alma tracionada da viga	-		$1/k_8$	$0,000 \text{ cm}^{-1}$
Parafusos tracionados	$F_{t,Rd} =$	928,49 kN	$1/k_{10}$	$1,133 \text{ cm}^{-1}$
Rigidez Rotacional	$S =$	3,94E+06 kNcm/rad		
Momento Resistente	$M_{rd} =$	125,76 kNm		
Capacidade de Rotação	$\phi_{cd} =$	0,03 rad		
Componente que limita a ligação: Chapa de extremidade sujeita à flexão				

TABELA 7.2: Resultados da verificação das ligações.

<b>Chapa de extremidade: # 25,40 mm</b>				
Alma do pilar solicitada ao cisalhamento:	$V_{Rd} =$	703,20 kN	$1/k_1$	$2,398 \text{ cm}^{-1}$
Alma do pilar comprimida	-		$1/k_2$	$1,690 \text{ cm}^{-1}$
Alma do pilar tracionada	$F_{Rd} =$	915,50 kN	$1/k_3$	$1,448 \text{ cm}^{-1}$
Mesa do pilar sujeita à flexão	$F_{t,Rd} =$	576,81 kN	$1/k_4$	$0,160 \text{ cm}^{-1}$
Chapa de extremidade sujeita à flexão	$F_{t,Rd} =$	465,89 kN	$1/k_5$	$0,562 \text{ cm}^{-1}$
Mesa e alma da viga comprimidas	$N_{c,Rd} =$	475,00 kN	$1/k_7$	$0,000 \text{ cm}^{-1}$
Alma tracionada da viga	-		$1/k_8$	$0,000 \text{ cm}^{-1}$
Parafusos tracionados	$F_{t,Rd} =$	928,49 kN	$1/k_{10}$	$1,186 \text{ cm}^{-1}$
Rigidez Rotacional	$S =$	4,02E+06 kNcm/rad		
Momento Resistente	$M_{rd} =$	158,64 kNm		
Capacidade de Rotação	$\phi_{cd} =$	0,03 rad		
Componente que limita a ligação: Chapa de extremidade sujeita à flexão				

Pode-se observar na TABELA 7.2 que em todos os casos a flexão da chapa de extremidade é o componente que limita a resistência da ligação ao momento fletor, permitindo, de forma adequada, a observação da influência da espessura da chapa no comportamento da ligação, sem eventuais limitações de outros componentes.

### 7.3 Exemplo: Ligação viga-pilar com chapa de extremidade e enrijecedores

Neste exemplo será estudada a mesma ligação anterior com o acréscimo de enrijecedores nos pilares na região dos esforços localizados de tração e de compressão. De maneira conservadora será desprezada a contribuição do enrijecedor no cálculo da resistência dos componentes, dessa forma, analisaremos somente sua influência na rigidez, na capacidade de rotação e na classificação das ligações.

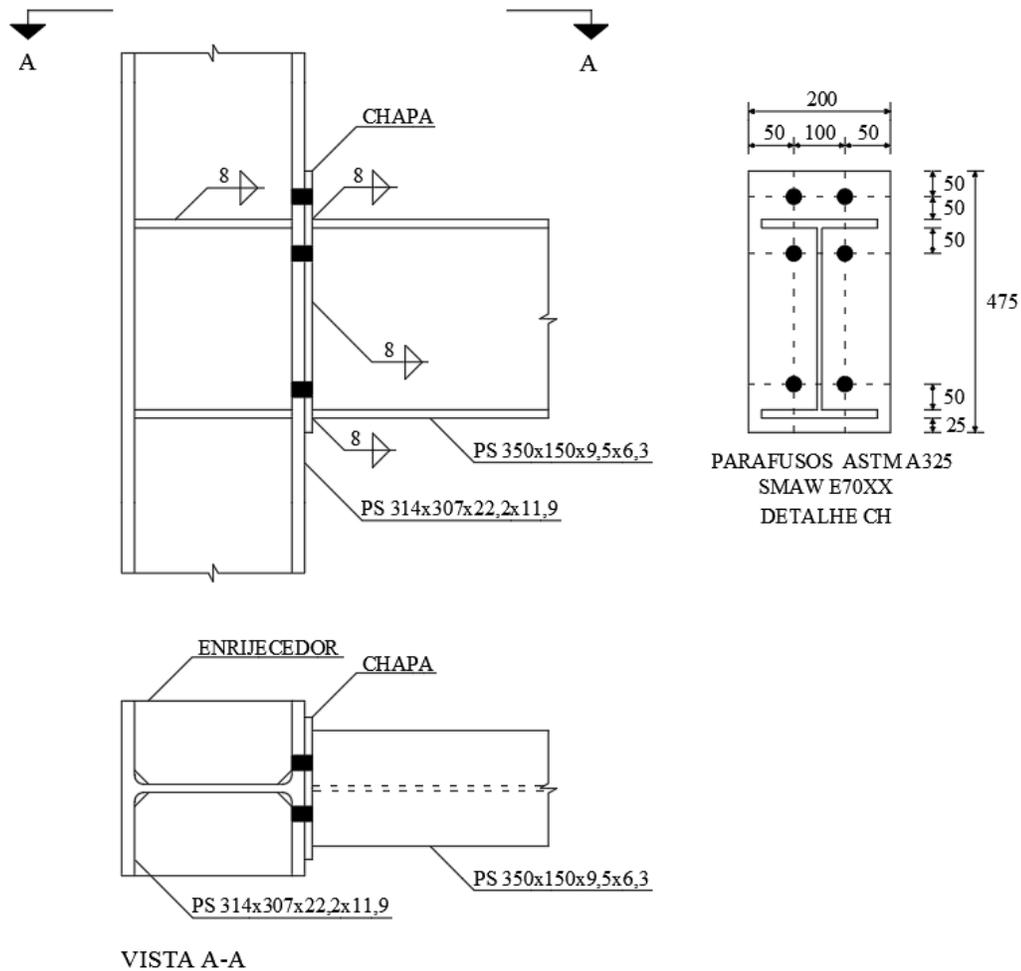


FIGURA 7.3 – Ligação com chapa de extremidade com enrijecedores.

A ligação apresentada na FIGURA 7.3 possui as mesmas características e propriedades já apresentadas anteriormente. Ambos os enrijecedores são em aço ASTM A572 grau 50 com espessura de 9,5 mm e são ligados no pilar através de soldas filete, com eletrodo E70-XX.

### 7.3.1 Modelo mecânico das ligações viga-pilar com enrijecedor

As ligações viga-pilar foram verificadas e as suas rigidezes, resistências e capacidades de rotação foram determinadas através do modelo mecânico estabelecido, baseado do método dos componentes, conforme apresentado na TABELA 7.3.

TABELA 7.3: Resistência, rigidez, capacidade de rotação e classificação das ligações.

Ligação	Momento fletor resistente	Rigidez rotacional inicial	Capacidade de rotação	Classificação
# 6,35	$M_{Rd} = 11,84$ kNm	$S_{,ini} = 1,21E+05$ kNcm/rad	$\phi_{Cd} = 0,03$ rad	Semirrigida, Nominalmente rotulada
# 9,53	$M_{Rd} = 26,17$ kNm	$S_{,ini} = 3,52E+06$ kNcm/rad	$\phi_{Cd} = 0,03$ rad	Semirrigida, Nominalmente rotulada
# 12,70	$M_{Rd} = 45,35$ kNm	$S_{,ini} = 6,55E+06$ kNcm/rad	$\phi_{Cd} = 0,03$ rad	Semirrigida, Nominalmente rotulada
# 15,88	$M_{Rd} = 68,85$ kNm	$S_{,ini} = 9,39E+06$ kNcm/rad	$\phi_{Cd} = 0,03$ rad	Rígida, Parcialmente resistente
# 19,05	$M_{Rd} = 95,89$ kNm	$S_{,ini} = 1,15E+07$ kNcm/rad	$\phi_{Cd} = 0,03$ rad	Rígida, Parcialmente resistente
# 22,20	$M_{Rd} = 125,76$ kNm	$S_{,ini} = 1,29E+07$ kNcm/rad	$\phi_{Cd} = 0,03$ rad	Rígida, Parcialmente resistente
# 25,40	$M_{Rd} = 158,64$ kNm	$S_{,ini} = 1,38E+07$ kNcm/rad	$\phi_{Cd} = 0,03$ rad	Rígida, Parcialmente resistente

Conforme apresentado pela TABELA 7.3, a introdução dos enrijecedores nos pilares altera significativamente as rigidezes rotacionais das ligações, dessa forma, segundo as prescrições da EN 1993 -1 -8: (2005) e da NBR 8800: (2008), as ligações com chapa de extremidade com espessuras entre 15,88 mm a 25,40 mm podem ser classificadas como rígidas, já as demais são classificadas como semirrígidas.

As ligações com chapa de extremidade com espessuras entre 6,35 mm e 12,70 mm podem, segundo as prescrições da EN 1993 -1 -8: (2005), ser classificadas como nominalmente rotulada, enquanto as demais são classificadas como parcialmente resistente.

A partir dos resultados expressos pela TABELA 7.3, o comportamento das ligações pode ser aproximado pelas curvas momento-rotação conforme mostrado na FIGURA 7.4. As linhas tracejadas apresentadas na FIGURA 7.4 indicam os limites de classificação quanto à rigidez e a resistência, segundo a EN 1993 -1 -8: (2005).

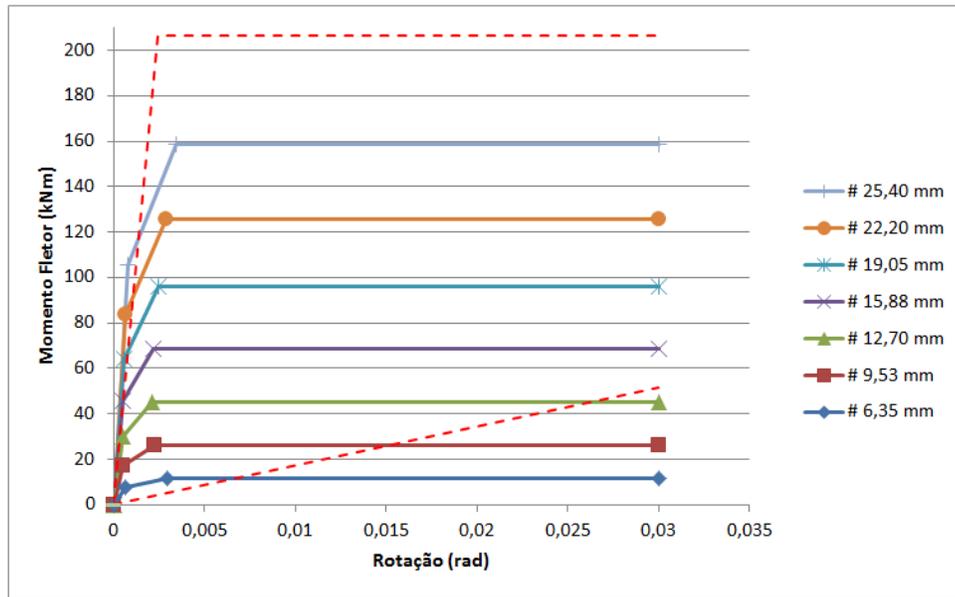


FIGURA 7.4 – Curva momento- rotação para as ligações.

As ligações apresentaram uma capacidade de rotação adequada e foram adotadas, para a representação numérica, curvas momento-rotação trilineares e uma capacidade de rotação  $\phi_{cd} = 0,03$  radianos. Na TABELA 7.4 são apresentados os resultados das verificações das ligações, conforme os anexos A e B.

TABELA 7.4: Resultados da verificação das ligações.

<b>Chapa de extremidade: # 6,35 mm</b>				
Alma do pilar solicitada ao cisalhamento:	$V_{Rd} =$	703,20 kN	$1/k_1$	$0,000 \text{ cm}^{-1}$
Alma do pilar comprimida	-		$1/k_2$	$0,000 \text{ cm}^{-1}$
Alma do pilar tracionada	$F_{Rd} =$	915,50 kN	$1/k_3$	$1,448 \text{ cm}^{-1}$
Mesa do pilar sujeita à flexão	$F_{t,Rd} =$	576,81 kN	$1/k_4$	$0,160 \text{ cm}^{-1}$
Chapa de extremidade sujeita à flexão	$F_{t,Rd} =$	34,77 kN	$1/k_5$	$35,996 \text{ cm}^{-1}$
Mesa e alma da viga comprimidas	$N_{c,Rd} =$	475,00 kN	$1/k_7$	$0,000 \text{ cm}^{-1}$
Alma tracionada da viga	-		$1/k_8$	$0,000 \text{ cm}^{-1}$
Parafusos tracionados	$F_{t,Rd} =$	928,49 kN	$1/k_{10}$	$0,872 \text{ cm}^{-1}$
Rigidez Rotacional	$S =$	1,21E+05 kNcm/rad		
Momento Resistente	$M_{rd} =$	11,84 kNm		
Capacidade de Rotação	$\phi_{cd} =$	0,03 rad		
Componente que limita a ligação: Chapa de extremidade sujeita à flexão				
<b>Chapa de extremidade: # 9,53 mm</b>				
Alma do pilar solicitada ao cisalhamento:	$V_{Rd} =$	703,20 kN	$1/k_1$	$0,000 \text{ cm}^{-1}$
Alma do pilar comprimida	-		$1/k_2$	$0,000 \text{ cm}^{-1}$
Alma do pilar tracionada	$F_{Rd} =$	915,50 kN	$1/k_3$	$1,448 \text{ cm}^{-1}$
Mesa do pilar sujeita à flexão	$F_{t,Rd} =$	576,81 kN	$1/k_4$	$0,160 \text{ cm}^{-1}$
Chapa de extremidade sujeita à flexão	$F_{t,Rd} =$	76,86 kN	$1/k_5$	$10,640 \text{ cm}^{-1}$
Mesa e alma da viga comprimidas	$N_{c,Rd} =$	475,00 kN	$1/k_7$	$0,000 \text{ cm}^{-1}$
Alma tracionada da viga	-		$1/k_8$	$0,000 \text{ cm}^{-1}$
Parafusos tracionados	$F_{t,Rd} =$	928,49 kN	$1/k_{10}$	$0,924 \text{ cm}^{-1}$
Rigidez Rotacional	$S =$	3,52E+06 kNcm/rad		
Momento Resistente	$M_{rd} =$	26,17 kNm		
Capacidade de Rotação	$\phi_{cd} =$	0,03 rad		
Componente que limita a ligação: Chapa de extremidade sujeita à flexão				

TABELA 7.4: Resultados da verificação das ligações.

<b>Chapa de extremidade: # 12,70 mm</b>				
Alma do pilar solicitada ao cisalhamento:	$V_{Rd} =$	703,20 kN	$1/k_1$	$0,000 \text{ cm}^{-1}$
Alma do pilar comprimida	-		$1/k_2$	$0,000 \text{ cm}^{-1}$
Alma do pilar tracionada	$F_{Rd} =$	915,50 kN	$1/k_3$	$1,448 \text{ cm}^{-1}$
Mesa do pilar sujeita à flexão	$F_{t,Rd} =$	576,81 kN	$1/k_4$	$0,160 \text{ cm}^{-1}$
Chapa de extremidade sujeita à flexão	$F_{t,Rd} =$	133,18 kN	$1/k_5$	$4,496 \text{ cm}^{-1}$
Mesa e alma da viga comprimidas	$N_{e,Rd} =$	475,00 kN	$1/k_7$	$0,000 \text{ cm}^{-1}$
Alma tracionada da viga	-		$1/k_8$	$0,000 \text{ cm}^{-1}$
Parafusos tracionados	$F_{t,Rd} =$	928,49 kN	$1/k_{10}$	$0,977 \text{ cm}^{-1}$
Rigidez Rotacional	$S =$	6,55E+06 kNcm/rad		
Momento Resistente	$M_{rd} =$	45,35 kNm		
Capacidade de Rotação	$\phi_{cd} =$	0,03 rad		
Componente que limita a ligação: Chapa de extremidade sujeita à flexão				
<b>Chapa de extremidade: # 15,88 mm</b>				
Alma do pilar solicitada ao cisalhamento:	$V_{Rd} =$	703,20 kN	$1/k_1$	$0,000 \text{ cm}^{-1}$
Alma do pilar comprimida	-		$1/k_2$	$0,000 \text{ cm}^{-1}$
Alma do pilar tracionada	$F_{Rd} =$	915,50 kN	$1/k_3$	$1,448 \text{ cm}^{-1}$
Mesa do pilar sujeita à flexão	$F_{t,Rd} =$	576,81 kN	$1/k_4$	$0,160 \text{ cm}^{-1}$
Chapa de extremidade sujeita à flexão	$F_{t,Rd} =$	202,20 kN	$1/k_5$	$2,300 \text{ cm}^{-1}$
Mesa e alma da viga comprimidas	$N_{e,Rd} =$	475,00 kN	$1/k_7$	$0,000 \text{ cm}^{-1}$
Alma tracionada da viga	-		$1/k_8$	$0,000 \text{ cm}^{-1}$
Parafusos tracionados	$F_{t,Rd} =$	928,49 kN	$1/k_{10}$	$1,029 \text{ cm}^{-1}$
Rigidez Rotacional	$S =$	9,39E+06 kNcm/rad		
Momento Resistente	$M_{rd} =$	68,85 kNm		
Capacidade de Rotação	$\phi_{cd} =$	0,03 rad		
Componente que limita a ligação: Chapa de extremidade sujeita à flexão				

TABELA 7.4: Resultados da verificação das ligações.

<b>Chapa de extremidade: # 19,05 mm</b>				
Alma do pilar solicitada ao cisalhamento:	$V_{Rd} =$	703,20 kN	$1/k_1$	$0,000 \text{ cm}^{-1}$
Alma do pilar comprimida	-		$1/k_2$	$0,000 \text{ cm}^{-1}$
Alma do pilar tracionada	$F_{Rd} =$	915,50 kN	$1/k_3$	$1,448 \text{ cm}^{-1}$
Mesa do pilar sujeita à flexão	$F_{t,Rd} =$	576,81 kN	$1/k_4$	$0,160 \text{ cm}^{-1}$
Chapa de extremidade sujeita à flexão	$F_{t,Rd} =$	281,62 kN	$1/k_5$	$1,332 \text{ cm}^{-1}$
Mesa e alma da viga comprimidas	$N_{c,Rd} =$	475,00 kN	$1/k_7$	$0,000 \text{ cm}^{-1}$
Alma tracionada da viga	-		$1/k_8$	$0,000 \text{ cm}^{-1}$
Parafusos tracionados	$F_{t,Rd} =$	928,49 kN	$1/k_{10}$	$1,081 \text{ cm}^{-1}$
Rigidez Rotacional	$S =$	1,15E+07 kNcm/rad		
Momento Resistente	$M_{rd} =$	95,89 kNm		
Capacidade de Rotação	$\phi_{cd} =$	0,03 rad		
Componente que limita a ligação: Chapa de extremidade sujeita à flexão				
<b>Chapa de extremidade: # 22,20 mm</b>				
Alma do pilar solicitada ao cisalhamento:	$V_{Rd} =$	703,20 kN	$1/k_1$	$0,000 \text{ cm}^{-1}$
Alma do pilar comprimida	-		$1/k_2$	$0,000 \text{ cm}^{-1}$
Alma do pilar tracionada	$F_{Rd} =$	915,50 kN	$1/k_3$	$1,448 \text{ cm}^{-1}$
Mesa do pilar sujeita à flexão	$F_{t,Rd} =$	576,81 kN	$1/k_4$	$0,160 \text{ cm}^{-1}$
Chapa de extremidade sujeita à flexão	$F_{t,Rd} =$	369,34 kN	$1/k_5$	$0,842 \text{ cm}^{-1}$
Mesa e alma da viga comprimidas	$N_{c,Rd} =$	475,00 kN	$1/k_7$	$0,000 \text{ cm}^{-1}$
Alma tracionada da viga	-		$1/k_8$	$0,000 \text{ cm}^{-1}$
Parafusos tracionados	$F_{t,Rd} =$	928,49 kN	$1/k_{10}$	$1,133 \text{ cm}^{-1}$
Rigidez Rotacional	$S =$	1,29E+07 kNcm/rad		
Momento Resistente	$M_{rd} =$	125,76 kNm		
Capacidade de Rotação	$\phi_{cd} =$	0,03 rad		
Componente que limita a ligação: Chapa de extremidade sujeita à flexão				

TABELA 7.4: Resultados da verificação das ligações.

<b>Chapa de extremidade: # 25,40 mm</b>				
Alma do pilar solicitada ao cisalhamento:	$V_{Rd} =$	703,20 kN	$1/k_1$	$0,000 \text{ cm}^{-1}$
Alma do pilar comprimida	-		$1/k_2$	$0,000 \text{ cm}^{-1}$
Alma do pilar tracionada	$F_{Rd} =$	915,50 kN	$1/k_3$	$1,448 \text{ cm}^{-1}$
Mesa do pilar sujeita à flexão	$F_{t,Rd} =$	576,81 kN	$1/k_4$	$0,160 \text{ cm}^{-1}$
Chapa de extremidade sujeita à flexão	$F_{t,Rd} =$	465,89 kN	$1/k_5$	$0,562 \text{ cm}^{-1}$
Mesa e alma da viga comprimidas	$N_{c,Rd} =$	475,00 kN	$1/k_7$	$0,000 \text{ cm}^{-1}$
Alma tracionada da viga	-		$1/k_8$	$0,000 \text{ cm}^{-1}$
Parafusos tracionados	$F_{t,Rd} =$	928,49 kN	$1/k_{10}$	$1,186 \text{ cm}^{-1}$
Rigidez Rotacional	$S =$	$1,38\text{E}+07 \text{ kNcm/rad}$		
Momento Resistente	$M_{rd} =$	158,64 kNm		
Capacidade de Rotação	$\phi_{cd} =$	0,03 rad		
Componente que limita a ligação: Chapa de extremidade sujeita à flexão				

Pode-se observar na TABELA 7.4 que os parâmetros de rigidez ( $1/k$ ), relativos aos componentes da alma do pilar solicitada ao cisalhamento e da alma do pilar comprimida são desprezáveis em relação à rigidez do conjunto da ligação, o que influi em um aumento significativo da rigidez rotacional da ligação. Entretanto, a instalação dos enrijecedores não afetou a resistência da chapa de extremidade sujeita à flexão e, dessa forma, o momento resistente da ligação se manteve inalterado.

## 8 CONCLUSÃO

Conforme demonstrado ao longo desse trabalho, na elaboração de projetos de estruturas metálicas, normalmente idealiza-se o comportamento das ligações entre dois casos extremos: ligações rígidas ou ligações flexíveis (rotuladas). No entanto, na prática são utilizadas ligações do tipo semirrígidas, com comportamento situado entre esses dois casos extremos, devido à impossibilidade prática de se projetarem ligações ideais.

Dessa forma, realizou-se um estudo acerca do comportamento das ligações e dos tipos de modelagem para sua representação e consideração deste comportamento durante o processo de análise estrutural. Esse estudo foi fundamental para o conhecimento das diversas possibilidades de modelagem da curva momento-rotação da ligação. Posteriormente, foi conduzido um estudo detalhado do método dos componentes onde foram apresentados os conceitos de resistência, rigidez e capacidade de rotação de uma ligação, as etapas e procedimentos práticos que são necessários para a aplicação do método.

Finalmente, foram apresentados exemplos numéricos relativos a uma ligação viga-pilar com chapa de extremidade, com o objetivo de se estudar a influência da espessura da chapa na resistência, na rigidez e na capacidade de rotação, visando à classificação das ligações segundo a rigidez, conforme prescrições da EN 1993 -1 -8: (2005) e da NBR 8800: (2008) e segundo a resistência, conforme prescrições da EN 1993 -1 -8: (2005).

No primeiro exemplo estudou-se uma ligação viga-pilar com chapa de extremidade sem a utilização de enrijecedores no pilar, sendo possível observar que, para toda a gama de variação da espessura das chapas de extremidade, a ligação foi classificada como semirrígida, porém, no estudo da classificação quanto à resistência, as ligações com chapa de extremidade com espessuras entre 6,35 mm e 12,70 mm se comportaram como ligações nominalmente rotuladas devido à baixa resistência a momento fletor, enquanto as demais ligações, com espessuras de chapa variando entre 15,88mm e 25,40 mm, foram classificadas como parcialmente resistentes.

No segundo exemplo estudou-se a mesma ligação anterior, com a mesma variação de espessuras da chapa de extremidade, acrescentando-se somente os enrijecedores no pilar. Nesse caso houve alteração tanto na classificação quanto à rigidez quanto na classificação quanto à resistência. As ligações com chapa de extremidade com espessura entre 15,88 mm e 25,40 mm foram classificadas como rígidas e parcialmente resistentes, enquanto às ligações com chapa de extremidade com espessuras entre 6,35 mm a 12,70 mm foram classificadas como semirrígidas e nominalmente rotuladas.

Em ambos os exemplos estudados as ligações que foram idealizadas apresentavam tipologias correspondentes a ligações, geralmente, consideradas como de comportamento rígido. Porém, observou-se que conforme se variou a espessura da chapa de extremidade, o comportamento variou entre rígido e semirrígido e a resistência da ligação variou entre parcialmente resistente e nominalmente rotulada, deixando evidente a importância da aplicação do método dos componentes para se conhecer o comportamento e a classificação das ligações.

## 9 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABNT NBR 8800: (2008), 2008. *Projeto de Estruturas de Aço e de Estruturas Mistas de Aço e Concreto de Edifícios*. ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas. Rio de Janeiro (RJ): s.n.

ANSI/AISC 360-10., 2010. *Specification for Structural Steel Buildings*. AISC American Institute of Steel Construction, Chicago, Illinois: s.n.

BJORHOVDE, R., COLSON, A. & BROZZETTI, J., 1990. Classification system for beam-to-column connections. *Journal of Structural Engineering*, Vol. 115 (nº 11), pp. 3059-3077.

CHAMBERLAIN, M. Z. et al., 2013. *Estudo Numérico Para Avaliação de Uma Ligação Parafusada Viga-Coluna Com Chapa de Topo*. Artigo. Passo Fundo (RS): Revista Teoria e Prática na Engenharia Civil.

EN 1993-1-8: (2005), 2005. *Eurocode 3 Part 1.8: Design of Joints*. European Committee for Standardization.: s.n.

FAKURY, H. R. et al., 2016. *Dimensionamento de Elementos Estruturais de Aço e Mistos de Aço e Concreto*. Belo Horizonte (MG): Editora Pearson.

OLIVEIRA, L. A. R., 2015. *Análise de Pórticos Planos de Aço Ligações Viga-Pilar e de Base de Pilar Semirrígidas a Partir do Método dos Componentes*. Dissertação de Mestrado. Belo Horizonte: Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, p. 224.

QUEIROZ, G. et al., 2013. *Sobre Regiões Nodais das Estruturas de Aço Formadas por Barras*. Artigo. Belo Horizonte (MG): Revista da Estrutura de Aço do CBCA, p. 206-217.

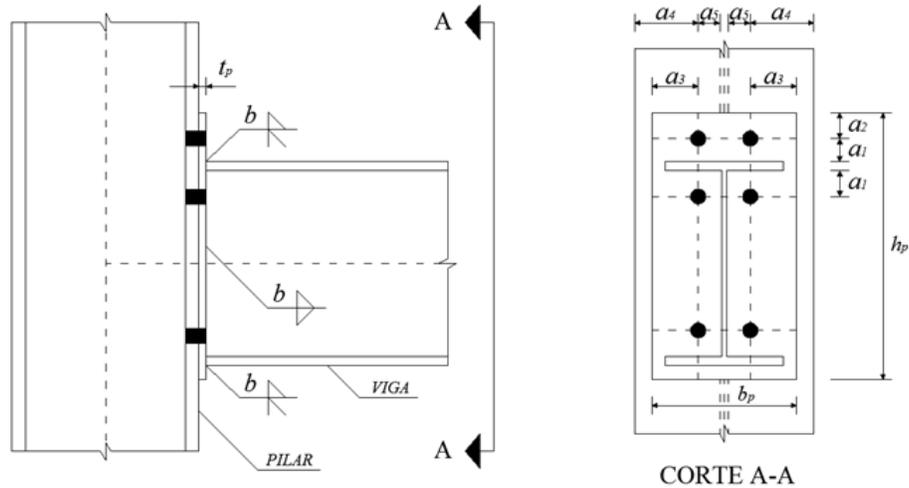
QUEIROZ, G. & VILELA, P. M. L., 2012. *Ligações, regiões nodais e fadiga de estruturas de aço*. Belo Horizonte (MG): Código Editora.

SILVA, R. G. L., 2010. *Estudo do Comportamento Inelástico de Pórticos Semirrígidos de Aço Utilizando a Análise Avançada*. Tese de Doutorado. Belo Horizonte (MG): Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, p. 302.

## ANEXO A

## VERIFICAÇÃO E CLASSIFICAÇÃO DE LIGAÇÃO DE ESTRUTURAS DE AÇO

## LIGAÇÃO VIGA-PILAR COM CHAPA DE EXTREMIDADE SEM ENRIJECEDORES



## ENTRADA DE DADOS

## DIMENSÕES EM MILÍMETRO, TENSÕES EM MPA

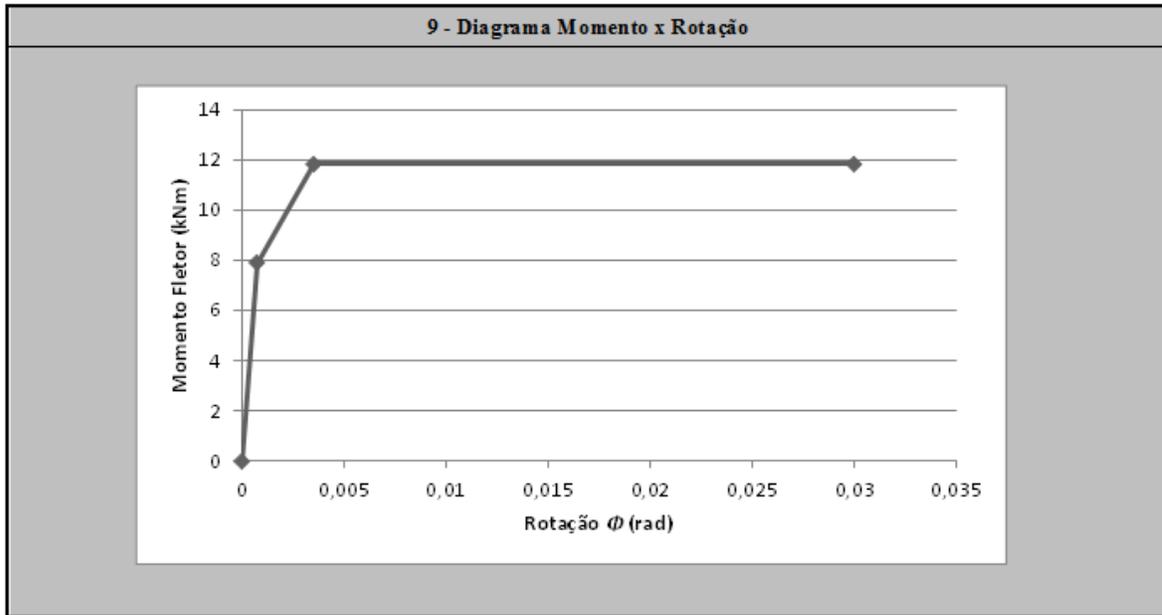
VIGA	Perfil	PS 350x150		Dimensões	$d = 350$	PARA PERFIL SOLDADO (Solda de composição)		
	Aço	$f_y = 345$	$f_u = 450$		$b_f = 150$	$t_f = 9,5$	Eletrodo AWS 1.1 E (*) = E70XX	
					$t_w = 6,3$	$f_w = 485$		
					$r = 0$	Dois filetes (*) $b = 8$		
					$I_x = 101667825,3$	(*) Verificar compatibilidade com metal base		
	Comprimento Da Viga				$L = 6000$	(maior comprimento destravado da viga)		

PILAR	Perfil	PS 314x307		Dimensões	$d = 314$	PARA PERFIL SOLDADO (Solda de composição)			
	Aço	$f_y = 345$	$f_u = 450$		$b_f = 307$	$t_f = 22,2$	Eletrodo AWS 1.1 E (*) = E70XX		
					$t_w = 11,9$	$f_w = 485$			
					$r = 0$	Dois filetes (*) $b = 8$			
						(*) Verificar compatibilidade com metal base			

CHAPA DE EXTREMIDADE	Aço	$f_y = 250$	$f_u = 400$	Dimensões	$h_p = 475$	$a_2 = 50$	Parafusos	
					$b_p = 200$	$a_3 = 50$		
		$t_p = 6,35$	$a_4 = 103,5$		$d_b = 25,4$			
		$a_1 = 50$	$a_5 = 44,05$		$f_{ub} = 825$			

TIPO DA ESTRUTURA	Não Contraventada
POSIÇÃO DA LIGAÇÃO	Intermediário

VERIFICAÇÕES				Comparações das solicitações de cálculo com resistência de cálculo		
<b>1 - Problemas locais na alma do pilar</b>						
1.1 - Cisalhamento	$V_{Sd}$	475,0	≤	$V_{Rd}$	703,2	OK
1.2 - Tração	$F_{Sd}$	475,0	≤	$F_{Rd}$	915,5	OK
<b>2 - Flexão da mesa do pilar (com efeito alavanca)</b>						
2.1 - Junto a alma do pilar	Equação de Interação	1,00	≤	Limitação	1,00	OK
2.2 - Na seção dos furos	Equação de Interação	1,00	≤	Limitação	1,00	OK
$F_{t,Rd,Max}$	576,81 kN					
<b>3 - Flexão da chapa de extremidade (com efeito alavanca)</b>						
3.1 - Junto a mesa da viga	Equação de Interação	1,00	≤	Limitação	1,00	OK
3.2 - Na seção dos furos	Equação de Interação	1,00	≤	Limitação	1,00	OK
$F_{t,Rd,Max}$	34,77 kN					
<b>4 - Problemas locais na mesa da viga</b>						
4.1 - Tração	$N_{t,Sd}$	475,0	≤	$N_{t,Rd}$	475,0	OK
4.2 - Compressão	$N_{c,Sd}$	475,0	≤	$N_{c,Rd}$	540,8	OK
<b>5 - Parafusos</b>						
5.1 - Tração	$F_{t,Sd}$	197,0	≤	$F_{t,Rd}$	232,1	OK
$F_{t,Rd,Max}$	928,49 kN					
<b>6 - Capacidade de rotação</b>						
6.1 - Mesa do pilar	$t_f$	22,2	≤	Limitação	14,1	NÃO OK
Observação	Análise deverá ser elástica					
6.2 - Chapa de extremidade	$t_p$	6,4	≤	Limitação	16,6	OK
Observação	Análise poderá ser elasto-plástica					
<b>7 - Resistência da Ligação</b>						
7.1 - Momento	11,84 kN.m					
<b>8 - Classificação</b>						
8.1 - Quanto a rigidez	Ligação Semirrigida					
8.2 - Quanto a resistência	Nominalmente Rotulada					



## ANEXO B

### Momento Resistente de Plastificação da Viga

$$Z_x = b_f t_f (h + t_f) + h^2 \frac{t_w}{4}$$

$$Z_x = 657,8 \text{ cm}^3$$

$$M_{v,pl} = \frac{Z_x f_y}{\gamma_{a1}}$$

$$M_{v,pl} = 20630,09 \text{ kN.cm}$$

Verificação da força correspondente na mesa tracionada

$$T_{sd1} \leq \frac{M_{v,pl}}{h}$$

$$T_{sd1} = 605,88 \text{ kN}$$

$$T_{sd2} \leq \begin{cases} 1,1 b_f t_f f_y = & 540,79 \text{ kN} \\ b_f t_f \frac{f_u}{1,35} = & 475,00 \text{ kN} \end{cases}$$

$$T_{sd2} = 475,00 \text{ kN}$$

$$T_{sd} = 475,00 \text{ kN}$$

### Estudo da Flexão da Mesa do Pilar

$$a = a_1 = 50 \text{ mm}$$

$$b = a_5 = 44,05 \text{ mm}$$

$$a \geq b \quad \text{OK}$$

$$d' = 28,90 \text{ mm}$$

$$P_1 \leq \begin{cases} \frac{a_1 + a_2 + b_f}{2} = & 54,75 \text{ mm} \\ a_5 + \frac{d_b}{2} = & 56,75 \text{ mm} \end{cases}$$

$$P_1 = 54,75 \text{ mm}$$

$$P_2 = a_5 + \frac{d_b}{2}$$

$$P_2 = 56,75 \text{ mm}$$

$$P = P_1 + P_2$$

$$P = 111,50 \text{ mm}$$

$$\delta \leq \begin{cases} 1,0 = & 1,0 \\ 0,815 \frac{(P - d') f_u}{P f_y} = & 0,788 \end{cases}$$

$$\delta = 0,788$$

Calculo do momento e da cortante resistente de calculo

$$M_{Rd} = \frac{(P t^2) f_y}{4 \cdot 1,1}$$

$$M_{Rd} = 430,87 \text{ kN.cm}$$

$$V_{Rd} = (P t) \left( \frac{1}{2} \frac{f_y}{1,1} \right)$$

$$V_{Rd} = 388,17 \text{ kN}$$

**Calculo das incognitas  $T_{sd}$  e  $Q$**

Equação de interação junto a alma do pilar

$$\frac{0,25 T_{sd} b - Q a}{M_{Rd}} + \left( \frac{0,25 T_{sd}}{V_{Rd}} \right)^2 \leq 1,0$$

Equação de interação na seção dos furos

$$\frac{Q_a}{\delta M_{Rd}} + \left( \frac{0,25 T_{sd}}{\delta V_{Rd}} \right)^2 \leq 1,0$$

Multiplicando a equação por  $\delta$

$$\frac{Q_a}{M_{Rd}} + \frac{0,25^2 T_{sd}^2}{\delta V_{Rd}^2} \leq \delta$$

Somando as duas equações de interação

$$\frac{0,25 T_{sd} b}{M_{Rd}} - \frac{Q_a}{M_{Rd}} + \frac{Q_a}{M_{Rd}} + \frac{0,25^2 T_{sd}^2}{V_{Rd}^2} + \frac{0,25^2 T_{sd}^2}{\delta V_{Rd}^2} \leq 1 + \delta$$

$$\frac{0,25 T_{sd} b}{M_{Rd}} + \frac{T_{sd}^2 0,25^2 \delta + 1}{V_{Rd}^2 \delta} \leq 1 + \delta$$

$$\frac{0,25^2 \left( \frac{\delta + 1}{\delta} \right) T_{sd}^2 + \frac{0,25 b}{M_{Rd}} T_{sd} - (1 + \delta) \leq 0$$

Resolvendo a equação do segundo grau

$$A T_{sd}^2 + B T_{sd} - C = 0 \quad \text{onde:}$$

$$A = \frac{0,25^2 \left( \frac{\delta + 1}{\delta} \right)}{V_{Rd}^2}$$

$$A = 0,0000009$$

$$B = \frac{0,25 b}{M_{Rd}}$$

$$B = 0,002556$$

$$C = -(1 + \delta)$$

$$C = -1,788$$

$$\Delta = B^2 - 4AC$$

$$\Delta = 0,000013$$

$$T_{sd} = \frac{-B \pm \sqrt{\Delta}}{2A}$$

$$T_{sd1} = 576,81 \text{ kN}$$

$$T_{sd2} = -3291,47 \text{ kN}$$

$$T_{sd} = 576,81 \text{ kN}$$

Voltando a equação de interação na seção dos furos

$$Q = \frac{\delta M_{Rd} - M_{Rd} \left( \frac{0,25^2 T_{sd}^2}{\delta V_{Rd}^2} \right)}{a}$$

$$Q = 52,76 \text{ kN}$$

Equação de interação junto a alma do pilar

$$M_{Sd} = \frac{T_{sd}}{4} b - a Q$$

$$M_{sd} = 371,41 \text{ kN.cm}$$

$$V_{Sd} = 0,25 T_{sd}$$

$$V_{sd} = 144,20 \text{ kN}$$

Levando na equação de Interação

$$\frac{M_{Sd}}{M_{Rd}} + \left( \frac{V_{Sd}}{V_{Rd}} \right)^2 \leq 1,0$$

$$1,00 \leq 1,00 \quad \text{OK}$$

Equação de interação na seção dos furos

$$M_{Rd*} = \delta M_{Rd}$$

$$M_{Rd*} = 339,32 \text{ kN.cm}$$

$$V_{Rd*} = \delta V_{Rd}$$

$$V_{Rd*} = 305,69 \text{ kN}$$

$$M_{Sd*} = Qa$$

$$M_{Sd*} = 263,81 \text{ kN.cm}$$

$$V_{Sd*} = 0,25 T_{sd}$$

$$V_{Sd*} = 144,20 \text{ kN}$$

Levando na Equação de Interação

$$\frac{M_{Sd*}}{M_{Rd*}} + \left( \frac{V_{Sd*}}{V_{Rd*}} \right)^2 \leq 1,0$$


---

$$1,00 \leq 1,00 \quad \text{OK}$$

### Estudo da Flexão da Chapa de Extremidade

$$a = a_2 = 50 \text{ mm}$$

$$b = a_1 = 50 \text{ mm}$$

$$a \geq b \quad \text{OK}$$

$$d' = 28,90 \text{ mm}$$

$$P_1 \leq \begin{cases} a_1 = & 50 \text{ mm} \\ a_1 + \frac{d_b}{2} = & 62,70 \text{ mm} \end{cases}$$

$$P_1 = 50 \text{ mm}$$

$$P_2 \leq \begin{cases} \frac{(2 a_5) + t_w}{2} = & 50 \text{ mm} \\ a_1 + \frac{d_b}{2} = & 62,70 \text{ mm} \end{cases}$$

$$P_2 = 50 \text{ mm}$$

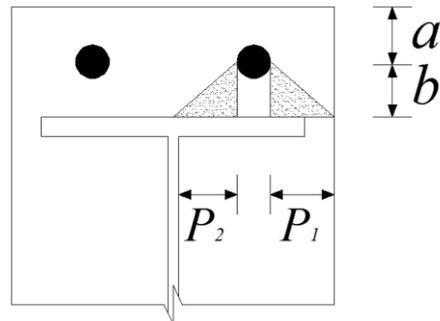
$$P = P_1 + P_2$$

$$P = 100 \text{ mm}$$

$$P - d' = 71,10 \text{ mm}$$

$$\delta \leq \begin{cases} 1,0 = & 1,0 \\ 0,815 \frac{(P - d') f_u}{P f_y} = & 0,927 \end{cases}$$

$$\delta = 0,927$$



Calculo do momento e da cortante resistente de calculo

$$M_{Rd} = \frac{(P t^2) f_y}{4 \cdot 1,1}$$

$$M_{Rd} = 22,91 \text{ kN.cm}$$

$$V_{Rd} = (P t) \left( \frac{1}{2} \frac{f_y}{1,1} \right)$$

$$V_{Rd} = 72,16 \text{ kN}$$

### Calculo das incognitas $T_{sd}$ e $Q$

Equação de interação junto a mesa da viga

$$\frac{0,25 T_{sd} b - Q a}{M_{Rd}} + \left( \frac{0,25 T_{sd}}{V_{Rd}} \right)^2 \leq 1,0$$

Equação de interação na seção dos furos

---

$$\frac{Q_a}{\delta M_{Rd}} + \left( \frac{0,25 T_{sd}}{\delta V_{Rd}} \right)^2 \leq 1,0 \quad \text{Multiplicando a equação por } \delta$$

$$\frac{Q_a}{M_{Rd}} + \frac{0,25^2 T_{sd}^2}{\delta V_{Rd}^2} \leq \delta$$

Somando as duas equações de interação

$$\frac{0,25 T_{sd} b}{M_{Rd}} - \frac{Q_a}{M_{Rd}} + \frac{Q_a}{M_{Rd}} + \frac{0,25^2 T_{sd}^2}{V_{Rd}^2} + \frac{0,25^2 T_{sd}^2}{\delta V_{Rd}^2} \leq 1 + \delta$$

$$\frac{0,25 T_{sd} b}{M_{Rd}} + \frac{T_{sd}^2 0,25^2 \delta + 1}{V_{Rd}^2} \leq 1 + \delta$$

$$\frac{0,25^2 (\delta + 1)}{V_{Rd}^2} T_{sd}^2 + \frac{0,25 b}{M_{Rd}} T_{sd} - (1 + \delta) \leq 0$$

Resolvendo a equação do segundo grau

$$A T_{sd}^2 + B T_{sd} - C = 0 \quad \text{onde:}$$

$$A = \frac{0,25^2 (\delta + 1)}{V_{Rd}^2}$$

$$A = 0,0000249$$

$$B = \frac{0,25 b}{M_{Rd}}$$

$$B = 0,054560$$

$$C = -(1 + \delta)$$

$$C = -1,927$$

$$\Delta = B^2 - 4AC$$

$$\Delta = 0,003169$$

$$T_{sd} = \frac{-B \pm \sqrt{\Delta}}{2A}$$

$$T_{sd1} = 34,77 \text{ kN}$$

$$T_{sd2} = -2221,58 \text{ kN}$$

$$T_{sd} = 34,77 \text{ kN}$$

Voltando a equação de interação na seção dos furos

$$Q = \frac{\delta M_{Rd} - M_{Rd} \left( \frac{0,25^2 T_{sd}^2}{\delta V_{Rd}^2} \right)}{a}$$

$$Q = 4,18 \text{ kN}$$

Equação de interação junto a mesa da viga

$$M_{Sd} = \frac{T_{Sd}}{4} b - a Q$$

$$M_{Sd} = 22,58 \text{ kN.cm}$$

$$V_{Sd} = 0,25 T_{Sd}$$

$$V_{Sd} = 8,69 \text{ kN}$$

Levando na Equação de Interação

$$1,00 \leq 1,00 \quad \text{OK}$$

Equação de interação na seção dos furos

$$M_{Rd*} = \delta M_{Rd}$$

$$M_{Rd*} = 21,24 \text{ kN.cm}$$

$$V_{Rd*} = \delta V_{Rd}$$

$$V_{Rd*} = 66,90 \text{ kN}$$

$$M_{Sd*} = Qa$$

$$M_{Sd*} = 20,88 \text{ kN.cm}$$

$$V_{Sd*} = 0,25 T_{Sd}$$

$$V_{Sd*} = 8,69 \text{ kN}$$

Levando na Equação de Interação

$$\frac{M_{Sd*}}{M_{Rd*}} + \left( \frac{V_{Sd*}}{V_{Rd*}} \right)^2 \leq 1,0$$

$$1,00 \leq 1,00 \quad \text{OK}$$

### Verificação da Alma do Pilar à Tração Isolada

$$l_n = 2P$$

$$l_n = 223 \text{ mm}$$

$$F_{Rd} = l_n t_w f_y$$

$$F_{Rd} = 915,53 \text{ kN}$$

$$T_{Sd} \leq F_{Rd} \quad \text{OK}$$

### Verificação da Mesa da Viga à Tração

$$F_{t,Rd1} = 1,1 b_f t_f f_y$$


---

$$F_{t,Rd1} = 540,79 \text{ kN}$$

$$F_{t,Rd2} = b_f t_f \frac{f_u}{1,35}$$

$$F_{t,Rd2} = 475,00 \text{ kN}$$

$$F_{t,Rd} \leq \begin{cases} F_{t,Rd1} \\ F_{t,Rd2} \end{cases}$$

$$F_{t,Rd} = 475,00 \text{ kN}$$

$$F_{t,Sd} = T_{Sd}$$

$$F_{t,Sd} = 475,00 \text{ kN}$$

$$F_{t,Sd} \leq F_{t,Rd} \quad \text{OK}$$

### Verificação da Mesa da Viga à Compressão

$$N_{c,Rd} = 1,1 \chi Q A_g f_y$$

#### Flambagem Global

$\chi = 1,0$  (A alma restringe a flambagem global da mesa)

#### Flambagem Local

$$Q = Q_s$$

$$\left(\frac{b}{t}\right) = \frac{b_f}{2t_f}$$

$$b/t = 7,89$$

- Para vigas soldadas

$$0,35 \leq k_c = \frac{4}{\sqrt{h/t_w}} \leq 0,76$$

$$0,35 \leq 0,54 \leq 0,76$$

$$k_c = 0,54$$

$$\left(\frac{b}{t}\right)_{lim} = 0,64 \sqrt{\frac{E k_c}{f_y}}$$

$$b/t_{lim} = 11,29$$

$$b/t \leq b/t_{lim} \quad \text{OK}$$


---

$$1,17 \sqrt{\frac{E k_c}{f_y}} \quad 20,64$$

$$\text{Para } b/t \leq 1,17 \sqrt{\frac{E k_c}{f_y}}$$

$$7,89 \leq 20,64 \quad \text{OK}$$

$$Q_s = 1,415 - 0,65 \frac{b}{t} \sqrt{\frac{f_y}{k_c E}}$$

$$Q_s = 1,12$$

$$\text{Para } b/t \geq 1,17 \sqrt{\frac{E k_c}{f_y}}$$

$$7,89 \geq 20,64 \quad \text{NÃO OK}$$

$$Q_s = \frac{0,90 E k_c}{f_y \left(\frac{b}{t}\right)^2}$$

$$Q_s = 4,49$$

$$Q_{s, \text{VOL}} = 1,00$$

- Para vigas laminadas

$$\left(\frac{b}{t}\right)_{\text{lim}} = 0,56 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$$

$$b/t_{\text{lim}} = 13,48$$

$$b/t \leq b/t_{\text{lim}} \quad \text{OK}$$

$$1,03 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$$

$$24,80$$

$$\text{Para } b/t \leq 1,03 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$$

$$7,89 \leq 24,80 \quad \text{OK}$$

$$Q_s = 1,415 - 0,74 \frac{b}{t} \sqrt{\frac{f_y}{E}}$$

$$Q_s = 1,17$$

$$\text{Para } b/t \geq 1,03 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$$

$$7,89 \geq 24,80 \quad \text{NÃO OK}$$

$$Q_s = \frac{0,69 E}{f_y \left(\frac{b}{t}\right)^2}$$

$$Q_s = 6,42$$

$$Q_{s,vLAM} = 1,00$$

**Valor adotado para  $Q_s$**

$$Q_s = 1,00$$

$$N_{c,Rd} = 1,1 \chi Q A_g f_y$$

$$N_{c,Rd} = 540,79 \text{ kN}$$

$$N_{c,Sd} = 475,00 \text{ kN}$$

$$N_{c,Sd} \leq N_{c,Rd} \quad \text{OK}$$

### Verificação dos Parafusos a Tração

Verificação para um parafuso

$$F_{t,Rd} = \frac{0,75 A_{db} f_u}{\gamma_{a2}}$$

$$F_{t,Rd} = 232,12 \text{ kN}$$

$$F_{t,Sd1} = \frac{T_{sd}}{4} + Q$$

$$F_{t,Sd1} = 196,96 \text{ kN}$$

$$F_{t,Sd2} = \frac{T_{sd}}{4} + Q$$

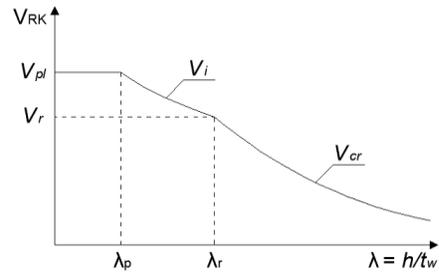
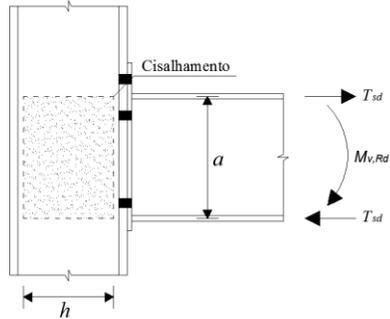
$$F_{t,Sd2} = 12,87 \text{ kN}$$

$$F_{t,Sd} \geq \begin{cases} F_{t,Sd1} \\ F_{t,Sd2} \end{cases}$$

$$F_{t,Sd} = 196,96 \text{ kN}$$

$$F_{t,Sd} \leq F_{t,Rd} \quad \text{OK}$$

### Verificação do Cisalhamento da Alma do Pilar



$$T_{sd} = 475,00 \text{ kN}$$

$$h = 238 \text{ mm}$$

$$\lambda = \frac{h}{t_w}$$

$$\lambda = 20,00$$

$$k_v = 5 + \frac{5}{\left(\frac{a}{h}\right)^2}$$

$$k_v = 7,44$$

$$\lambda_p = 1,10 \sqrt{\frac{k_v E}{f_y}}$$

$$\lambda_p = 72,25$$

$$\lambda_r = 1,37 \sqrt{\frac{k_v E}{f_y}}$$

$$\lambda_r = 89,99$$

$$V_{pl} = 0,60 A_w f_y$$

$$V_{pl} = 703,16 \text{ kN}$$

$$V_i = \frac{\lambda_p}{\lambda} V_{pl}$$

$$V_i = 2540,33 \text{ kN}$$

$$V_{cr} = 1,24 \left(\frac{\lambda_p}{\lambda}\right)^2 V_{pl}$$

$$V_{cr} = 11380,18 \text{ kN}$$

$$V_{Rd} \leq \begin{cases} V_{pl} \\ V_i \\ V \end{cases}$$

$$V_{Rd} = 703,16 \text{ kN}$$

$$T_{sd} \leq V_{Rd} \quad \text{OK}$$

### Resistencia da Ligação a Momento Fletor

1 - Força de tração devido ao cisalhamento da alma do pilar

$$F_{t1,Rd} = 703,16 \text{ kN}$$

2 - Força de tração na alma do pilar

$$F_{t2,Rd} = 915,53 \text{ kN}$$

3 - Força de tração devido a flexão da mesa do pilar

$$F_{t3,Rd} = 576,81 \text{ kN}$$

4 - Força de tração devido a flexão da chapa de extremidade

$$F_{t4,Rd} = 34,77 \text{ kN}$$

5 - Força de tração na mesa da viga

$$F_{t5,Rd} = 475,00 \text{ kN}$$

6 - Força de tração nos parafusos tracionados

$$F_{t6,Rd} = 928,49 \text{ kN}$$

Adotando O menor valor da força de tração

$$F_{tr,Rd} = 34,77 \text{ kN}$$

$$M_{Rd} = h_r \cdot F_{tr,Rd}$$

$$M_{Rd} = 1183,87 \text{ kN.cm}$$

### Rigidez, Capacidade de Rotação e Classificação Segundo a EN 1993 -1 -8: (2005)

#### Calculo da Rigidez

$$\text{Para } M_{Sd} \leq \frac{2}{3} M_{Rd}$$

$$S = \frac{E z^2}{\sum \left( \frac{1}{k_i} \right)}$$

### Identificação dos Componentes Básicos

Parâmetros de rigidez	Componentes básicos
$k_1$	Alma do pilar solicitada ao cisalhamento
$k_2$	Alma do pilar comprimida
$k_3$	Alma do pilar tracionada
$k_4$	Mesa do pilar sujeita à flexão
$k_5$	Chapa de extremidade sujeita à flexão
$k_7$	Mesa e alma da viga comprimidas
$k_8$	Alma tracionada da viga
$k_{10}$	Parafusos tracionados

### Calculo dos Parâmetros de Rigidez

#### Alma do Pilar Solicitada ao Cisalhamento - k1

$$A_{vc1} = A_g - 2b_f t_f + (t_w + 2r_c)t_f$$

$$A_{vc1} = 47,02 \text{ cm}^2$$

$$A_{vc2} = \eta h t_w \quad \text{Onde, } \eta = 1$$

$$A_{vc2} = 37,37 \text{ cm}^2$$

$$A_{vc} \leq \begin{cases} A_{vc1} \\ A_{vc2} \end{cases}$$

$$A_{vc} = 37,37 \text{ cm}^2$$

$$\beta = 1,0$$

$$k_1 = \frac{0,38 A_{vc}}{\beta z}$$

$$k_1 = 0,417$$

$$1/k_1 = 2,398 \text{ cm}^{-1}$$

#### Alma do Pilar Comprimida - k2

$$b_{eff,c,wc} = 2 P$$

$$b_{eff,c,wc} = 223 \text{ mm}$$

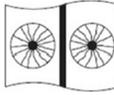
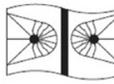
$$k_2 = \frac{0,7 b_{eff,c,wc} t_{wc}}{d_c}$$

$$k_2 = 0,592$$

$$1/k_2 = 1,690 \text{ cm}^{-1}$$

### Mesa do Pilar Sujeita à Flexão - k4

Comprimentos efetivos para a chapa de extremidade:  
Linha de parafusos internos

	
Formas	Comprimento efetivo
	$l_{eff,cp} = 2\pi m$
	$l_{eff,nc} = 4m + 1,25e \leq 8m$

$$m = \frac{\left(\frac{b_p}{2} - t_w\right)}{2} - 0,8 r_c$$

$$m = 31,41 \text{ mm}$$

$$e = \frac{\left(b_f - \frac{b_p}{2}\right)}{2}$$

$$e = 103,5 \text{ mm}$$

Comprimento efetivo

$$l_{eff,cp} = 2\pi m$$

$$l_{eff,cp} = 197,25 \text{ mm}$$

$$l_{eff,nc} = 4m + 1,25e \leq 8m$$

$$l_{eff,nc} = 255,02 \leq 251,28$$

$$l_{eff,nc} = 251,28 \text{ mm}$$

$$b_{eff,t,wc} \leq \begin{cases} l_{eff,cp} \\ l_{eff,nc} \end{cases}$$

$$l_{eff} = 197,25 \text{ mm}$$

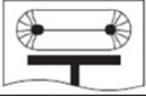
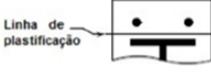
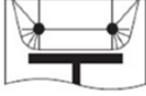
$$k_4 = \frac{0,9 l_{eff} t_{fc}^3}{m^3}$$

$$k_4 = 6,268$$

$$1/k_4 = 0,160 \text{ cm}^{-1}$$

### Chapa de Extremidade Sujeita à Flexão - k5

Comprimentos efetivos para uma chapa de extremidade:  
linha de parafusos na saliência da chapa, adjacente à mesa tracionada da viga.

Formas	Comprimento efetivo
	$l_{eff,cp} = 2\pi m_x$
	$l_{eff,cp} = \pi m_x + w$
	$l_{eff,cp} = \pi m_x + 2e_x$
	$l_{eff,nc} = 4m_x + 1,25e_x$
	$l_{eff,nc} = 2m_x + 0,625e_x + e$
 Linha de plastificação	$l_{eff,nc} = \frac{2e + w}{2}$
	$l_{eff,nc} = 2m_x + 0,625e_x + \frac{w}{2}$

$$m_x = (a_3 - 0,8 b)$$

$$m_x = 43,6 \text{ mm}$$

$$w = 100 \text{ mm}$$

$$e = 50 \text{ mm}$$

$$e_x = 50 \text{ mm}$$

Comprimentos efetivos circular

$$l_{eff,cp} \leq \begin{cases} l_{eff,cp1} \\ l_{eff,cp2} \\ l_{eff,cp3} \end{cases}$$

$$l_{eff,cp1} = 2\pi m_x$$

$$l_{eff,cp1} = 273,81 \text{ mm}$$

$$l_{eff,cp2} = \pi m_x + w$$

$$l_{eff,cp2} = 236,90 \text{ mm}$$

$$l_{eff,cp3} = \pi m_x + 2e_x$$

$$l_{eff,cp3} = 236,90 \text{ mm} \quad \text{Logo:}$$

$$l_{eff,cp} = 236,90 \text{ mm}$$

Comprimentos efetivos não circular

$$l_{eff,nc} \leq \begin{matrix} l_{eff,nc1} \\ l_{eff,nc2} \\ l_{eff,nc3} \\ l_{eff,nc4} \end{matrix}$$

$$l_{eff,nc1} = 4m_x + 1,25e_x$$

$$l_{eff,nc1} = 236,90 \text{ mm}$$

$$l_{eff,nc2} = 2m_x + 0,625e_x + e$$

$$l_{eff,nc2} = 168,45 \text{ mm}$$

$$l_{eff,nc3} = \frac{2e + w}{2}$$

$$l_{eff,nc3} = 100 \text{ mm}$$

$$l_{eff,nc4} = 2m_x + 0,625e_x + \frac{w}{2}$$

$$l_{eff,nc4} = 168,45 \text{ mm} \quad \text{Logo:}$$

$$l_{eff,nc} = 100 \text{ mm}$$

$$l_{eff} = 100 \text{ mm}$$

$$k_5 = \frac{0,9 l_{eff} t_p^3}{m_x^3}$$

$$k_5 = 0,028$$

$$1/k_5 = 35,966 \text{ cm}^{-1}$$

#### Mesa e Alma da Viga Comprimidas - k7

Segundo a EN 1993 -1 -8: (2005) a parcela correspondente ao parâmetro de rigidez desse componente é desprezável em relação a rigidez equivalente do conjunto.

**Alma Tracionada da Viga - k8**

Segundo a EN 1993 -1 -8: (2005) a parcela correspondente ao parâmetro de rigidez desse componente é desprezável em relação a rigidez equivalente do conjunto.

**Parafusos Tracionados - K10**

$$A_s = \frac{0,75 \pi d_b^2}{4}$$

$$A_s = 3,80 \text{ cm}^2$$

$$L_b = t_f + t_p + \text{esp. arruela} + 0,5(\text{Cabeça do parafuso} + \text{Porca})$$

$$A_s = 5,30 \text{ cm}$$

$$k_{10} = 1,6 \frac{A_s}{L_b}$$

$$k_{10} = 1,147$$

$$1/k_{10} = 0,872 \text{ cm}^{-1}$$

**Calculo da Rigidez**

$$S = \frac{E z^2}{\sum \left( \frac{1}{k_i} \right)} = \frac{E z^2}{\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{k_3} + \frac{1}{k_4} + \frac{1}{k_5} + \frac{1}{k_{10}} \right)}$$

$$S = 9,95\text{E}+05 \text{ kNcm/rad}$$

$$S = 1,21\text{E}+06 \text{ kNcm/rad (P/ ligação com enrijecedor)}$$

**Capacidade de Rotação**

Mesa do pilar

$$t_f \leq 0,36 d_b \sqrt{\frac{f_{ub}}{f_y}}$$

$$22,2 \text{ mm} \leq 14,1 \text{ mm} \quad \text{NÃO OK} \quad \text{Análise deverá ser elástica}$$

Chapa de extremidade

$$t_p \leq 0,36 d_b \sqrt{\frac{f_{ub}}{f_y}}$$

$$6,4 \text{ mm} \leq 16,6 \text{ mm} \quad \text{OK} \quad \text{Análise poderá ser elastoplástica}$$

**Classificação Segundo a Rigidez**

Supondo que:

$\frac{K_v}{K_p} \geq 0,1$  em todos os andares.

Classificação	Critérios de classificação segundo a rigidez
Rígida	- Para ligações de estruturas contraventada: $K_i \geq \frac{8EI_v}{L_v}$ desde que $\frac{K_v}{K_p} \geq 0,1$ em todos os andares. - Para ligações de estruturas não contraventada: $K_i \geq \frac{25EI_v}{L_v}$ desde que $\frac{K_v}{K_p} \geq 0,1$ em todos os andares.
Flexível	- Para ligações de qualquer tipo de estrutura: $K_i \leq \frac{0,5EI_v}{L_v}$
Semirrígida	- Para ligações de qualquer estrutura, em que algum andar: $\frac{K_v}{K_p} < 0,1$ - Ligações que não se enquadram nos critérios das ligações rígidas ou flexíveis; - Ligações que se enquadrem nos critérios de ligações rígidas ou flexíveis, que se faça a opção de se tratar como semirrígida.

### Limites de Rigidez

#### Rígida Contraventada

$$k_{iC} = \frac{8 E I_v}{L_v}$$

$$k_{iC} = 2,71E+06 \text{ kNcm/rad}$$

#### Rígida Não Contraventada

$$k_{iNC} = \frac{25 E I_v}{L_v}$$

$$k_{iNC} = 8,47E+06 \text{ kNcm/rad}$$

$$k_i = 8,47E+06 \text{ kNcm/rad}$$

#### Flexível

$$k_i = \frac{0,5 E I_v}{L_v}$$

$$k_i = 1,69E+05 \text{ kNcm/rad}$$

#### Logo:

$$S = 9,95E+05 \text{ kNcm/rad} \quad \text{Ligação Semirrígida}$$

### Classificação Segundo a Resistencia

Classificação	Crítérios de classificação segundo a resistencia
Totalmente resistente	Para ligações localizadas no topo do pilar: $M_{j,Rd} \geq (M_{v,pl,Rd} ; M_{p,pl,Rd})$ Para ligações localizadas em um nível intermediário do pilar: $M_{j,Rd} \geq (M_{v,pl,Rd} ; 2M_{p,pl,Rd})$
Nominalmente Rotulada*	Para ligações localizadas no topo do pilar: $M_{j,Rd} \leq 0,25 \times \text{menor}(M_{v,pl,Rd} ; M_{p,pl,Rd})$ Para ligações localizadas em um nível intermediário do pilar: $M_{j,Rd} \leq 0,25 \times \text{menor}(M_{v,pl,Rd} ; 2M_{p,pl,Rd})$
Parcialmente resistente	Ligações que não se enquadram nos critérios das ligações rígidas ou flexíveis

\* Independe da localização da ligação na estrutura, uma ligação flexível deve possuir capacidade de rotação suficiente, para permitir as rotações resultantes dos esforços solicitantes

Momento de plastificação do pilar

$$Z_x = b_f t_f (h + t_f) + h^2 \frac{t_w}{4}$$

$$Z_x = 2205,0 \text{ cm}^3$$

$$M_{p,pl,Rd} = \frac{Z_x f_y}{\gamma_{a1}}$$

$$M_{v,pl,Rd} = 69155,85 \text{ kN.cm}$$

#### Limites

Totalmente resistentes de topo

Maior entre:

$$M_{v,pl,Rd} = 20630,09 \text{ kN.cm}$$

$$M_{p,pl,Rd} = 69155,85 \text{ kN.cm}$$

$$M_{pl,max} = 69155,85 \text{ kN.cm}$$

Totalmente resistente intermediária

Maior entre:

$$M_{v,pl,Rd} = 20630,09 \text{ kN.cm}$$

$$2M_{p,pl,Rd} = 138311,70 \text{ kN.cm}$$

---


$$M_{pl,max} = 138311,70 \text{ kN.cm}$$

**Adotando:**

$$M_{pl,max} = 138311,7 \text{ kN.cm}$$

Nominalmente rotulada de topo

Menor entre:

$$M_{v,pl,Rd} = 20630,09 \text{ kN.cm}$$

$$M_{p,pl,Rd} = 69155,85 \text{ kN.cm}$$

$$M_{pl,minT} = 5157,52 \text{ kN.cm}$$

Nominalmente rotulada Intermediária

Menor entre:

$$M_{v,pl,Rd} = 20630,09 \text{ kN.cm}$$

$$2M_{p,pl,Rd} = 138311,70 \text{ kN.cm}$$

$$M_{pl,minI} = 5157,52 \text{ kN.cm}$$

**Adotando:**

$$M_{pl,min} = 5157,5232 \text{ kN.cm}$$

**Logo:**

$$M_{Rd} = 1183,87 \text{ kNcm} \quad \text{Nominalmente Rotulada}$$

### Diagrama Momento x Rotação Relativa

Momento resistente da ligação

$$M_{Rd} = 1183,87 \text{ kNcm}$$

$$2/3M_{Rd} = 789,25 \text{ kNcm}$$

Rigidez inicial

$$S_{,ini} = 9,95E+05 \text{ kNcm/rad}$$

**Calculo da capacidade de rotação inicial**

$$S_{,ini} = \frac{2/3 M_{Rd}}{\theta_i}$$

$$\theta_i = \frac{2/3 M_{Rd}}{S_{,ini}}$$

$$\theta_i = 0,00079 \text{ rad}$$

**Calculo da capacidade de rotação final da fase plástica**

$$S^* = \frac{E z^2}{\mu \sum \left( \frac{1}{k_i} \right)}$$

Onde:

$$\mu = 1,5^\psi \quad ; \text{onde } \psi = 2,7 \text{ para ligações com chapa de extremidade}$$

$$\mu = 2,988$$

$$S^* = 332848 \text{ kNm/rad}$$

$$\theta_f = \frac{M_{Rd}}{S^*}$$

$$\theta_f = 0,00356 \text{ rad}$$

Capacidade de rotação

$$\theta_{cd} = 0,03 \text{ rad}$$

Diagrama momento rotação

Momento	Rotação
0 kNm	0 rad
7,89 kNm	0,00079 rad
11,84 kNm	0,00356 rad
11,84 kNm	0,03 rad