

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS  
Curso de Pós-Graduação em Engenharia Metalúrgica, Materiais e de Minas

Dissertação de Mestrado Profissional

**Sequenciamento Direto de Blocos em Modelos Estocásticos com Multiminas e  
Multidestinos**

Autor:

**Alex Flávio de Oliveira Miranda**

Orientador: **Dr. Beck Nader**

Coorientador: **Dr. Diniz Ribeiro**

Novembro de 2018

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS  
Curso de Pós-Graduação em Engenharia Metalúrgica, Materiais e de Minas

Alex Flávio de Oliveira Miranda

**Sequenciamento Direto de Blocos em Modelos Estocásticos com Multiminis e  
Multidestinos**

Dissertação de Mestrado Profissional apresentada ao Curso de Pós-Graduação em  
Engenharia Metalúrgica, Materiais e de Minas da Universidade Federal de Minas Gerais  
como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em  
Engenharia Metalúrgica, Materiais e de Minas

Área de concentração: Engenharia Mineral

Orientador: **Dr. Beck Nader**  
Coorientador: **Dr. Diniz Ribeiro**

Belo Horizonte  
Escola de Engenharia da UFMG  
2018

Miranda, Alex.  
M477m Sequenciamento Diretos de Blocos em Modelos Estocásticos com  
Multiminas e Multidestinos  
[manuscrito] Alex Flávio de O. Miranda. – 2018.  
xxii, 162 f., enc.: il.

Orientador: Dr. Beck Nader.  
Coorientador: Dr. Diniz Ribeiro.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Minas Gerais,  
Escola de Engenharia.

Inclui bibliografia.

1. Engenharia metalúrgica - Teses. 2. Engenharia de minas – Teses.  
3. Tecnologia mineral – Teses. I. Nader, Beck. II. Ribeiro, Diniz. III.  
Universidade Federal de Minas Gerais, Escola de Engenharia.  
IV. Título.

CDU: 669(043)

Ao meu Senhor Jesus,  
A meus pais Zaqueu e Ana,  
Ao meu irmão Antônio Miranda,  
Aos meus amores Ingrid (filha), Jaqueline (esposa)  
e Lucas (enteado).

" Importante, em verdade, é o homem que está na arena, com a face coberta de poeira, suor e sangue; que luta com bravura, erra e, seguidamente, tenta atingir o alvo. É aquele que conhece os grandes entusiasmos, as grandes devoções e se consome numa causa justa. É aquele que, no sucesso, melhor conhece o triunfo final dos grandes feitos e que, se fracassa, pelo menos falha ousadamente, de modo que o seu lugar jamais será entre as almas tímidas, que não conhecem nem a vitória, nem a derrota”

Theodore Roosevelt

## **AGRADECIMENTOS**

Ao criador de tudo e de todos, Deus.

A meus amados pais que sempre acreditaram em minha dedicação e esforço.

A minha esposa pela paciência e incentivo.

Aos professores Antônio Carlos (UnB), Beck Nader e Douglas Mazzinghy pelo incentivo e apoio para participar do programa de mestrado profissional.

A todos que direta e indiretamente contribuíram para a consumação das linhas dessa dissertação.

Aos colegas do Departamento de Engenharia de Minas e a Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Metalurgia, Materiais e Minas da UFMG pela oportunidade.

## SUMÁRIO

<b>AGRADECIMENTOS</b> .....	vi
<b>LISTA DE FIGURAS</b> .....	viii
<b>LISTA DE TABELAS</b> .....	xi
<b>LISTA DE APÊNDICES</b> .....	xii
<b>RESUMO</b> .....	xiii
<b>ABSTRACT</b> .....	xiv
<b>1 – INTRODUÇÃO</b> .....	15
<b>1.1 Objetivos</b> .....	17
<b>1.2 Relevância do tema</b> .....	18
<b>1.3 Estrutura da dissertação</b> .....	18
<b>2 – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b> .....	20
<b>2.1 Considerações sobre a função benefício</b> .....	20
<b>2.2 Otimização de cava</b> .....	23
<b>2.3 Definição de <i>pushbacks</i> e sequenciamento da lavra</b> .....	36
<b>2.4 Sequenciamento Direto de Blocos</b> .....	39
<b>3 – MATERIAIS E MÉTODOS</b> .....	54
<b>3.1 Modelo de blocos</b> .....	54
<b>3.2 Função benefício</b> .....	57
<b>3.3 Ferramentas computacionais utilizadas</b> .....	59
<b>3.4 Configuração dos cenários de estudo</b> .....	60
<b>4 – RESULTADOS E DISCUSSÃO</b> .....	63
<b>5 – CONCLUSÕES</b> .....	70
<b>5.1 Sugestão para trabalhos futuros</b> .....	71
<b>REFERÊNCIAS</b> .....	72
<b>APÊNDICES</b> .....	75

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Teor de corte marginal .....	21
Figura 2.2 – Teor de corte econômico .....	22
Figura 2.3 – Cone inicial sendo extraído (HISTRULID e KUCHTA, 2006) .....	25
Figura 2.4 – Extração do bloco de valor +4 (HISTRULID e KUCHTA, 2006).....	25
Figura 2.5 – Retirada do terceiro cone (HISTRULID e KUCHTA, 2006).....	26
Figura 2.6 – Quarto cone incremental não extraído (HISTRULID e KUCHTA, 2006)26	
Figura 2.7 – Desenho final por cones flutuantes (HISTRULID e KUCHTA, 2006)....	26
Figura 2.8 – Matriz de blocos inicial para análise de cones flutuantes .....	27
Figura 2.9 – Primeiro cone cuja extração não se realiza (-1-1-1-1-1-2-2-2+10 = -1) ....	27
Figura 2.10 – Segundo cone cuja extração não se realiza (-1-1-1-1-1-2-2-2+10 = -1) ..	27
Figura 2.11 – Modelo de blocos inicial (DOWD e ONUR, 1993).....	28
Figura 2.12 – Extração dos blocos do primeiro nível (DOWD e ONUR, 1993).....	28
Figura 2.13 – Análise do bloco 13 no nível 2 (DOWD e ONUR, 1993).....	29
Figura 2.14 – Análise do bloco 14 no nível 2 (DOWD e ONUR, 1993).....	29
Figura 2.15 – Extração do bloco 17 no nível 2 (DOWD e ONUR, 1993).....	29
Figura 2.16 – Análise de bloco 23 no nível 3 (DOWD e ONUR, 1993).....	30
Figura 2.17 – Análise do bloco 28 no nível 4 (DOWD e ONUR, 1993).....	30
Figura 2.18 – Análise do bloco 31 no nível 4 (DOWD e ONUR, 1993).....	31
Figura 2.19 – Análise do bloco 32 no nível 4 (DOWD e ONUR, 1993).....	31
Figura 2.20 – Resultado das iterações em todos os níveis do modelo (DOWD e ONUR, 1993).....	31
Figura 2.21 – Extração dos blocos 3,4 e 14 na segunda iteração (DOWD e ONUR, 1993) .....	32
Figura 2.22 – Cava final otimizada pelo algoritmo Korobov (DOWD e ONUR, 1993)	32
Figura 2.23– Modelo de blocos inicial para aplicação de L&G (CARMO, 2001).....	33
Figura 2.24– Cava sendo modificada (CARMO, 2001) .....	34

Figura 2.25– Obtendo-se o máximo valor para $P_{ij}$ até coluna 7 (CARMO, 2001) .....	34
Figura 2.26– Escolha do máximo valor na primeira linha (CARMO, 2001).....	34
Figura 2.27– Cone final após a aplicação do algoritmo (CARMO, 2001) .....	35
Figura 2.28– Limite final aplicado ao modelo de blocos original (CARMO, 2001) .....	35
Figura 2.29– Sequenciamento <i>best case</i> (Fonte: contribuição do autor).....	38
Figura 2.30– Sequenciamento <i>worst case</i> (Fonte: contribuição do autor) .....	38
Figura 2.31– Cenários de lavra (CAMPOS, 2017).....	39
Figura 3.1 – Detalhe do modelo da mina 01 com um corte vertical (teores de Cu). .....	55
Figura 3.2 – Detalhe do modelo da mina 01 com um corte vertical (teores de Cu). .....	55
Figura 3.3 – Detalhe do modelo da mina 02 com um corte vertical (teores de Cu). .....	56
Figura 3.4 – Arquivo com os valores econômicos para ser utilizado no SimSched.....	56
Figura 3.5 – Fluxograma simplificado do cenário 03 .....	58
Figura 3.6 – Resultado da manipulação dos modelos de blocos .....	59
Figura 3.7 – Fluxograma simplificado (cenário 01) .....	60
Figura 3.8 – Configuração de entrada no SimSched para o cenário 01 .....	61
Figura 3.9 – Fluxograma simplificado (cenário 02) .....	61
Figura 3.10 – Pilha pré-existente de estoque (cenário 03).....	62
Figura 4.1 – Resultados do sequenciamento para os cenários estudados .....	63
Figura 4.2 – Variação dos teores de cobre nos fluxos flotação (cenário 01).....	64
Figura 4.3 – Variação dos teores de cobre nos fluxos lixiviação (cenário 01) .....	64
Figura 4.4 – Variação dos teores de cobre nos fluxos flotação (cenário 02).....	65
Figura 4.5 – Variação dos teores de cobre nos fluxos lixiviação (cenário 02).....	66
Figura 4.6 – Variação dos teores de cobre nos fluxos flotação (cenário 03).....	67
Figura 4.7 – Variação dos teores de cobre nos fluxos lixiviação (cenário 03).....	67
Figura 4.8 – Gráfico de variação dos valores de VPL para cada cenário .....	68

Figura 4.9 – Variação dos valores de VPL (cenário 01 e sequenciamento do E-type a LG)  
..... 69

**LISTA DE TABELAS**

Tabela III.1 – Comparativo entre os valores de massas após regularização dos modelos.	55
Tabela III.3 – Valores de recuperação de acordo com os teores de Cu .....	57
Tabela IV.1- Valores de movimentação para o cenário 01.....	63
Tabela IV.2- Valores de movimentação para o cenário 02.....	65
Tabela IV.3 – Tabela com os valores de movimentação para o cenário 03 .....	66
Tabela IV.4 – Tabela com a variação de VPL para cada cenário estudado.....	68

## **LISTA DE APÊNDICES**

APÊNDICE I – Macro para geração da função benefício para as 15 simulações

## RESUMO

Os métodos que hoje são amplamente conhecidos para otimização de um modelo discreto de blocos foram baseados na teoria dos grafos e entre os mais utilizados pela indústria mineira está solução encontrada por Lerchs e Grossmann em 1965, que se consolidou como o processo do planejamento de lavra tradicional. A exploração do bem mineral está condicionada, basicamente, à sua viabilidade técnica econômica. Uma vez escolhido o método de lavra e rota de processo que melhor retorno financeiro venha oferecer ao investidor, é necessário, traçar um “caminho” (ou trajetória) para exploração desse bem de modo maximizar o benefício advindo desta atividade e as etapas para a consumação desse objetivo consistem em: determinação do limite final de lavra ou cava final, definição de *pushbacks* e sequenciamento temporal (geralmente anual) da lavra. O método mais popular para determinação da sequência ótima de extração é o uso de um algoritmo de determinação da cava final aplicada através da mudança sucessiva do preço do metal. Porém, essa técnica não considera o valor do dinheiro no tempo pois pressupõe que todos os blocos serão lavrados no mesmo período de tempo. Portanto, para modelos multiminas e multidestinos, há uma limitação da metodologia atual, pois consiste na otimização de cada mina em separado o que pode não ser uma solução global ótima. Atualmente, com o avanço do poder computacional para resolução de problemas complexos, é possível aplicar a taxa de desconto para a sequência da lavra por meio do sequenciamento direto de blocos (DBS). O DBS é o principal avanço para a aplicação da taxa de desconto quando do sequenciamento tradicional, sem a necessidade da definição da cava final e de *pushbacks*, pois o método é capaz de analisar cada bloco individualmente e aplicar o fator de desconto no exato momento de sua retirada no tempo e, com isso, tem-se uma sequência onde o valor presente líquido (VPL) é mais assertivo comparativamente ao modelo tradicional. Este trabalho propõe a aplicação de um modelo de otimização global estocástica por meio do DBS para um complexo de mineração de cobre com duas minas, uma pilha pré-existente de cobre e dois fluxos de tratamento e compara diversos cenários analisando qual a melhor alternativa para o problema proposto.

**PALAVRAS CHAVE:** Planejamento de lavra, sequenciamento direto de blocos, planejamento mineiro.

## ABSTRACT

The methods that are widely known today for optimization of a discrete block model were based on graph theory and among those most used by the mining industry is a solution found by Lerchs and Grossmann in 1965, which was consolidated as the process of traditional mining planning. The exploitation of the mineral is basically conditioned by its economic viability. Once the mining and process route has been chosen that gives the best financial return to the investor, it is necessary to make a "path" (or trajectory) to exploit this in order to maximize the benefit from this activity and the steps for consummation of this objective consist of: determination of the final pit limit, definition of pushbacks and mining sequencing (usually annual). The most popular method for determining the optimal extraction sequence is the use of a final pit algorithm applied through successive metal price changes. However, this technique does not consider the value of money in time because it assumes that all blocks will be mining in the same time. Therefore, for multi-purpose and multidestine models, there is a limitation of the current methodology, since it consists of the optimization of each mine separately which may not be a global optimization solution. Currently, with the advancement of computational power to solve complex problems, it is possible to apply the discount rate for the mining sequence through direct block sequencing (DBS). DBS is the main advance for the application of the discount rate in traditional sequencing, without the need to define the final pit and pushbacks, since the method is able to analyze each block individually and apply the discount factor at the exact moment of its withdrawal in time and, thus, there is a sequence where the net present value (NPV) is more assertive compared to the traditional model. This work proposes the application of a global stochastic optimization model using the DBS for a copper mining complex with two mines, a pre-existing copper stockpile and two treatment streams, compares several scenarios analyzing the best alternative for the proposed problem.

**Keywords:** Mining planning, direct block sequencing, mining.

## 1 – INTRODUÇÃO

As atividades de exploração do bem mineral estudadas nos últimos anos são geralmente baseados em uma única estimativa geológica de material a ser escavado e processado. No entanto técnicas têm sido desenvolvidas para gerar múltiplos modelos estocástica de estimativas geológicas que descrevem com mais precisão as características geológicas do depósito. Algumas tentativas foram feitas para usar tais estimativas múltiplas na programação de produção, pois um dos aspectos fundamentais do sequenciamento da lavra é o controle de variáveis estocásticas associando à incerteza e risco do material que está sendo processado à planta de beneficiamento. O programa de produção deve ser desenvolvido em um sequenciamento ótimo adequado, a fim de que haja a racionalização dos recursos ao longo do tempo e definição da vida útil da mina pela razão de produção, avanço de lavra operacional e a sequência de extração dos blocos (PERONI, 2002).

A exploração do bem mineral, após a definição do cut off e o método de lavra, está condicionada à sua viabilidade técnica econômica. Uma vez escolhido o método de lavra e rota de processo, é necessário, traçar a sequência que melhor retorno financeiro dará ao empreendimento de modo maximizar o benefício advindo desta atividade. O método mais popular para determinação da sequência ótima de extração é o uso de um algoritmo de determinação da cava final aplicada através da mudança sucessiva do preço do metal (CRAWFORD e DAVEY, 1979; MATHIESON, 1982). A determinação de quão profunda ficará a cava dependerá, para além da potência do corpo mineral, de fatores econômicos e geotécnicos. Naturalmente minas com teores mais ricos, com pequeno investimento de capital e fluxo de despesas operacional mais baixo, tenderão a ser mais profundas. O cálculo matemático para definição da cava final é o primeiro passo no planejamento de produção, pois por meio desta determina-se a quantidade de recurso / reserva disponível do bem mineral. Anteriormente à determinação deste limite (cava final), é necessário calcular o valor de cada bloco tecnológico. A definição do valor econômico de um bloco corresponde à atribuição de um valor de retorno econômico. Cada etapa da cadeia de produção tem os seus próprios custos e limite de capacidade. A receita financeira é calculada a partir da massa de minério, dos teores, das recuperações, do preço do produto e dos custos envolvidos. A definição das fases (ou *pushbacks*) é um passo

seguinte na expansão da mina e deve ser desenvolvido com certas restrições (ângulo de talude, largura de bermas, taxa de alimentação da usina, área de operação, etc.), a fim de assegurar que a sequência de lavra seja realizada adequadamente. O programa de produção da lavra em uma mina em céu aberto faz-se por meio do desenvolvimento de uma sequência definida dentro dos limites das fases e da cava final. Geralmente o programa de produção a longo prazo está relacionado ao quantitativo necessário ao atendimento da demanda de mercado, impostas por restrições de capacidade das plantas, restrições de estoques e utilização de equipamentos para a lavra na mina. O sequenciamento da lavra é, portanto, o processo de definição e programação da produção de lavra com o objetivo de se obter um máximo Valor Presente Líquido (VPL) possível para o projeto.

São utilizados, atualmente, diversos pacotes computacionais que trabalham com o modelo geológico representado por um conjunto regular de blocos comumente com uma realização da função de teor da variável de interesse (geralmente estimado por krigagem ordinária) e um valor de benefício para cada bloco. Com base nesse valor de benefício, os pacotes utilizam algoritmos para determinar quando, onde e que destino cada bloco deverá tomar: planta de beneficiamento, pilha de estéril ou pilha de estoque ou mantê-lo in situ. O algoritmo de Lerchs e Grossmann, por ter sua implementação computacional realizada por Whittle (1993), tem sido utilizado por diversos pacotes de planejamento de lavra desde então.

Muito recentemente o DBS tem sido utilizado pela indústria, porém ainda em projetos comparativos com o método tradicional ou em estudos de P&D. Esse método consiste na direta atribuição dos períodos de extração aos blocos por meio de equações de otimização linear que foram pioneiramente empregadas na programação de produção e blendagem na mineração por Johson (1968). Segundo Morales et al (2015), embora esse método seja matematicamente melhor, apresenta uma complexidade computacional maior envolvida na resolução de problemas.

Diante desse desafio, este trabalho propõe-se a estudar um complexo mineiro de cobre composto por duas minas, uma pilha de estoque pré-existente e dois destinos para o

processamento (planta de moagem e lixiviação em pilhas).

## 1.1 Objetivos

Este trabalho tem como objetivo geral a aplicação de uma metodologia para o sequenciamento de lavra com modelos simulados, utilizando-se ferramentas computacionais para a resolução do problema, avaliando-se a influência de algumas variáveis (tais como a inclusão ou não de pilhas de estoque). Para a análise dos resultados, procurou-se comparar aquele que retornasse o melhor benefício e, para isso, utilizou-se uma taxa de 11% a.a. elegendo-se o que gerasse o melhor VPL e, também, a menor variação dentro do valor esperado (P10 e P90).

Como objetivos específicos, destaco:

- Fazer uma revisão de literatura sobre problemas de sequenciamento de lavra, sendo impostas restrições de taxa de avanço, ângulos de talude, taxa de alimentação das usinas de beneficiamento, etc;
- Identificar os principais algoritmos utilizados para o sequenciamento de lavra e a definição da vida da mina;
- Desenvolver uma metodologia para a solucionar o problema do sequenciamento de lavra considerando multiminas, multidestinos e diversas simulações de teores;
- Estudar diversos cenários sem e com utilização de pilhas de estoque;
- Fazer uma análise dos diversos cenários produzidos e verificar as melhores estratégias para garantia de sua execução;
- Comparar os cenários para verificar qual estratégia conseguiu atingir o melhor ganho financeiro;
- Verificar o risco associado à lavra considerando o comportamento das principais variáveis;
- Contribuir para formação de mão-de-obra na área de sequenciamento de lavra em modelos simulados com diversas alternativas de destino e lavra, fazendo-se análise pós-otimização.

## 1.2 Relevância do tema

Apesar de ser uma importante ferramenta para análise e tomada de decisão, as áreas de planejamento de mina dentro das empresas carecem, hoje, de softwares que utilizem o DBS para o sequenciamento de lavra com modelos com múltiplas realizações de teores (modelos simulados). Por exigir um poder computacional maior para resolução do problema, essa técnica ainda está restrita aos meios acadêmicos e algumas poucas empresas de mineração. Vale, Rio Tinto, BHP são algumas dessas empresas que têm patrocinado grupos de estudos em diferentes centros universitários para o desenvolvimento mais assertivo dessa metodologia (SOUZA, 2016).

Devido aos recentes avanços computacionais em hardware e software, diversos algoritmos têm surgido para resolução do problema de otimização da sequência de lavra em minas a céu aberto. A metodologia amplamente utilizada pela indústria desde a década 1960 até os tempos atuais, fornece resultados satisfatórios, mas não consideram o período que o bloco será lavrado. Portanto, a cava final e os *pushbacks* são atemporais. A metodologia DBS é capaz de valorar cada bloco de maneira independente no tempo e definir seu envio para cada um dos destinos possíveis, entre os quais: planta de processamento, pilha de estéril, pilha de estoque ou mantê-lo in situ (ALMEIDA, 2013).

Desta forma, o desenvolvimento deste trabalho torna-se relevante por comparar as duas técnicas, em especial na resolução do problema composto de multiminas, multi-objetivos, com restrições de qualidade e com valores dos teores em cada bloco com múltiplas realizações (15 realizações). Por meio deste modelo poderemos melhorar a previsibilidade de lavra e antecipação de possíveis riscos associados ao não cumprimento da produção.

## 1.3 Estrutura da dissertação

O trabalho está estruturado em 5 capítulos da seguinte maneira: O capítulo 1 é a introdução do trabalho, com os objetivos e relevância. O capítulo 2 apresenta a revisão bibliográfica sobre a otimização e sequenciamento da lavra, o sequenciamento direto de blocos e todos os assuntos relacionados a este que são necessários ao correto

entendimento do trabalho. O capítulo 3 demonstra como foi feito o trabalho (metodologia), as ferramentas utilizadas e apresenta as informações e parâmetros adotados para isso. O capítulo 4 apresenta os resultados e, finalmente, o capítulo 5 refere-se às conclusões.

## **2 – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

O presente capítulo aborda, primeiramente, aspectos teóricos pesquisados da literatura sobre otimização e sequenciamento de lavra. Em seguida, faz uma breve introdução sobre o sequenciamento direto de blocos e os principais algoritmos que se propõem a resolver a este problema, dando ênfase ao sequenciamento por controle de superfícies, utilizado para ajuste dos ângulos de taludes e, com isso, não necessita que esta variável faça parte da MIP<sup>1</sup>, trazendo um ganho de performance para robustos modelos e complexos modelos de blocos.

### **2.1 Considerações sobre a função benefício**

O planejamento de mina é a área de engenharia de mineração que transforma os modelos geológicos, econômicos, operacionais e parâmetros técnicos em decisões que maximizam o valor para os acionistas ou proprietários. Porém, para uma correta avaliação de um depósito mineral, faz-se necessário um modelo discretizado de blocos 3D com valores constantes de diferentes atributos, tais como: teores, densidades, tipo litológicos, etc. Devido ao padrão retangular da operação de desmonte e do fato de todo o material de um certo banco ser carregado progressivamente em uma unidade de transporte, a utilização de blocos é muito adequada e precisa para representar as operações de uma mineração (JOHNSON, 1968). Dentro desse modelo discreto de blocos, há blocos considerados como minério, por conterem uma concentração elevada de determinado elemento, e os demais blocos que não têm interesse econômico significativo para justificarem o seu processamento. Portanto, a definição do que é minério (ou não) é uma definição técnica e econômica (MORALES, 2016).

#### **2.1.1 Função benefício em modelos determinísticos**

Conforme mencionado, a determinação do que é minério ou estéril é, também, uma definição econômica. O valor econômico de cada bloco (B) pode ser calculado pela seguinte expressão:

---

<sup>1</sup> Refere-se ao termo Mixed-Integer Programming

$$B = \{(P - C_V) \cdot g \cdot R \cdot T\} - (C_P \cdot T) - C_M \cdot T \quad (2.01)$$

Onde:

P: Preço de venda da variável de interesse (\$/ton);

g: Teor do elemento de interesse (%);

R: Recuperação do elemento de interesse (%);

T: Massa do bloco (ton);

C<sub>V</sub>: Custo de venda (\$/ton);

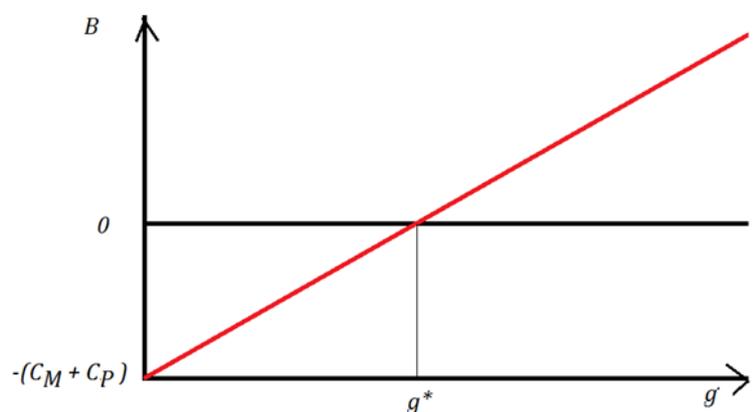
C<sub>P</sub>: Custo de processamento (\$/ton);

C<sub>M</sub>: Custo de lavra (\$/ton).

A escolha de blocos que podem ser enviados para a planta de beneficiamento, ou seja, minério, é feita apenas quando considerados como lavráveis (benefício positivo) e, deste modo, podem ser expostos através de decapeamento (FREITAS, 2009).

Basicamente, o que se quer é a lavra de blocos com benefício positivo, ou seja,  $B \geq 0$ . Porém, para que isso aconteça, é necessário que o teor (g) seja maior que um determinado valor denominado de teor de corte marginal ou *breakeven cut-off* ( $g^*$ ):

$$g^* = \frac{C_P + C_M}{(P - C_V) \cdot R} \quad (2.02)$$



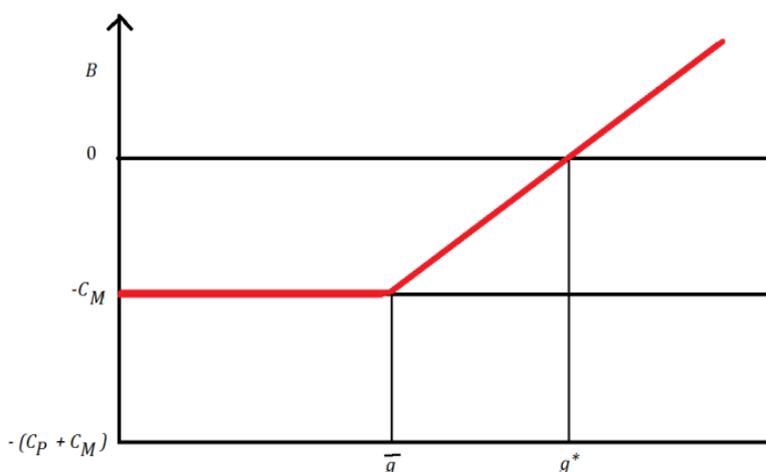
**Figura 2.1 – Teor de corte marginal**

Mas em uma operação de lavra à céu aberto, há a possibilidade de extrair-se blocos que não serão processados. Então o valor de um bloco de estéril ( $B_w$ ) será:

$$B_W = -C_M \cdot T \quad (2.03)$$

E é mais lucrativo que um bloco seja lavrado se  $B_W \geq B$ , o que ocorre quando:

$$\bar{g} = \frac{C_P}{(P - C_V) \cdot R} \quad (2.04)$$



**Figura 2.2 – Teor de corte econômico**

### 2.1.2 Função benefício em modelos estocásticos

Em modelos simulados teremos diversas realizações de teores do elemento de interesse, o que nos leva a ter diversos valores para o benefício de cada bloco e, nesse caso, diversos valores possíveis para esse mesmo bloco (teor de corte dinâmico). Considerando-se apenas a variação dos teores, a função benefício fica assim definida:

$$B = \sum_{i=1}^n \{[(P_i - C_V) \cdot g_i \cdot R_i \cdot T] - C_P \cdot T\} - C_M \cdot T \quad (2.05)$$

A noção de teor de corte crítico pode ser, então, estendida para múltiplos destinos  $d = 1, 2, \dots, D$  para cada realização, então:

$$B = \sum_{d=1}^n \{[(P - C_V) \cdot g \cdot R_d \cdot T] - C_d \cdot T\} - C_M \cdot T \quad (2.06)$$

A melhor decisão ocorre quando se escolhe  $d_{\max}$  que representa o máximo valor do bloco.

A relação  $B(g)$  (benefício em função do teor) é convexa (MORALES, 2016). Sejam  $g_1,$

$g_2, \dots, g_k$  teores do elemento de interesse, com a média dos teores sendo  $\bar{g}$  e considerando que teremos um valor de benefício para cada valor de teor ( $B_i = B(g_i)$ ), o valor do benefício médio  $\bar{B}$  será:  $B(\bar{g}) \leq \bar{B}$ .

## 2.2 Otimização de cava

A cava ótima é aquela cujo o volume de material a ser extraído é economicamente viável e que retorna o máximo valor financeiro. A determinação de quão profunda a cava deverá ficar dependerá, para além da potência do corpo mineral, de fatores econômicos e geotécnicos.. O cálculo matemático para definição da cava final é o primeiro passo no planejamento de produção, pois por meio desta determina-se a quantidade de recurso / reserva disponível do bem mineral.

As técnicas de programação linear foram pioneiramente empregadas na programação de produção e blendagem na mineração por Johnson (1968). Johnson desenvolveu um modelo matemático para resolver o problema da programação de longo prazo por meio do princípio de Dantzig-Wolfe<sup>1</sup> (1960) usando o algoritmo para a decomposição do problema complexo mestre em subproblemas. O tempo computacional para processamento inviabilizou tal método.

Atualmente são amplamente utilizados pela indústria os pacotes que trabalham com o algoritmo de Lerchs e Grossmann, entre os quais destacam-se o *Whittle 4D* (GEOVIA) e o *NPV Scheduler* (Datamine).

### 2.2.1 Principais algoritmos para otimização de cava

O planejamento de mina de um complexo mineiro não é tão simples pois a vida útil do projeto e a produção anual não são conhecidos no início do empreendimento. Torna-se necessário, então, a definição de um teor de corte *a priori* para a definição do corpo mineralizado e, conseqüentemente, os limites da lavra. Esse limite será utilizado para produzir uma sequência de cavas aninhadas e uma taxa de produção e, com base nessa

---

<sup>1</sup> Originalmente desenvolvidos pelos matemáticos norte-americanos George Dantzig and Phil Wolfe.

taxa, estabelece-se a vida útil do empreendimento. Uma vez que taxa de produção e sequência de lavra foram definidos, estes são utilizados para o cálculo das receitas e custos os quais, por sua vez, determinam o teor de corte econômico (SILVA, 2008).

O fato de ter-se uma relação cíclica entre as principais variáveis, assim como o grande detalhamento técnico, aliado à volatilidade do mercado financeiro e às capacidades de produção, fazem da etapa do planejamento um grande desafio, de modo que o seu desenvolvimento deve ser realizado de maneira estratégica. É um problema para otimização multivariável que requer soluções simultâneas e, conforme exposto anteriormente, diversos algoritmos para a solução do problema da cava final já foram propostos. Eles podem ser divididos em verdadeiros otimizadores ou em técnicas heurísticas. Heurísticas são métodos que funcionam na maioria dos casos, mas não garantem resultados ótimos (DAGDELEN, 1985).

#### 2.2.1.1 O método dos cones flutuantes

O método heurístico dos cones flutuantes consiste no estudo econômico dos blocos de minério e estéril que estão dentro de um cone invertido, o qual move-se sistematicamente através de uma matriz de blocos com os vértices do cone ocupando, sucessivamente, os centros dos blocos de minério verificando se um ou mais destes blocos têm um “peso” combinado que é mais alto que o custo de se escavar os blocos de estéril sobrejacentes. Para cada bloco positivo, o cone limita um conjunto de blocos através de seus lados, que representam as restrições de talude. Se o somatório dos valores desse conjunto de blocos for positivo, então esse conjunto faz parte da lavra. O processo termina quando o vértice percorre todos os blocos positivos (DAGDELEN, 1985). A principal ferramenta utilizada nos algoritmos heurísticos é a suposição de que todo cone na cava ótima é lucrativo, considerando que de fato uma cava ótima pode consistir em uma coleção de cones, não necessariamente apenas com valores positivos. Alguns cones compartilham valores de blocos negativos, mas a soma destes cones tem que ser positiva para se obter uma cava final positiva.

O exemplo a seguir foi originalmente apresentado por Barnes (1982) em sua dissertação de mestrado e demonstrado posteriormente por Hustrulid e Kuchta (2006), considerando

o valor econômico de cada bloco e ângulo de talude de 45°.

- a. O primeiro nível apresenta um bloco com valor positivo; posto que não existem blocos superiores, sua extração geraria resultados positivos, sendo o valor do cone do bloco (+1), conforme abaixo (vid. figura 2.3).

-1	-1	-1	-1	-1	+1	-1
	-2	-2	+4	-2	-2	
		+7	+1	-3		

Figura 2.3 – Cone inicial sendo extraído (HISTRULID e KUCHTA, 2006)

- b. O cone seguinte será definido pelo bloco do nível 2 e coluna 4 (+4). O valor do cone será:  $-1-1-1+4 = +1$ .

-1	-1	-1	-1	-1		-1
	-2	-2	+4	-2	-2	
		+7	+1	-3		

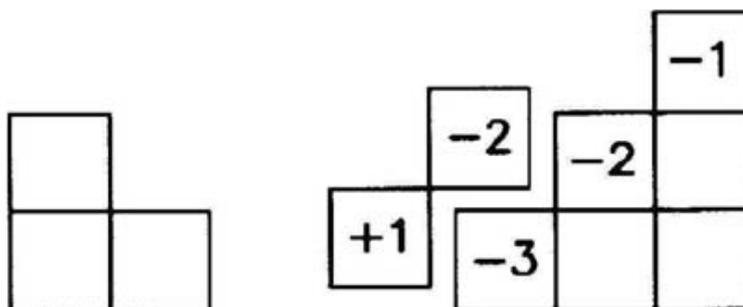
Figura 2.4 – Extração do bloco de valor +4 (HISTRULID e KUCHTA, 2006)

- c. O bloco seguinte a ser analisado será o do nível 3 e coluna 3 (+7). O valor desse cone será +1 ( $-1-1-2-2+7$ ).

	-1	-1				-1
		-2	-2		-2	-2
			+7	+1	-3	

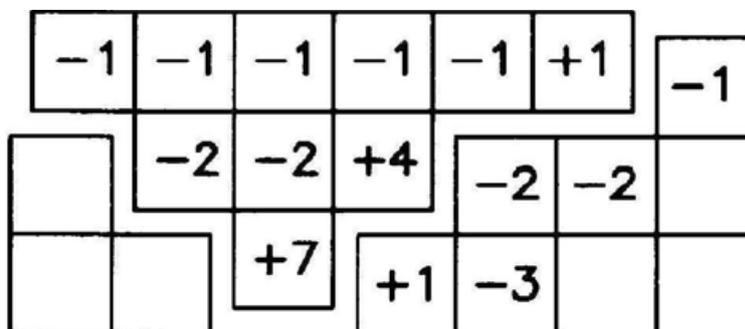
**Figura 2.5 – Retirada do terceiro cone (HISTRULID e KUCHTA, 2006)**

- d. Finalmente, o último cone será definido pelo nível 3 e coluna 4 (+1), cuja extração gerará o valor -1 (-2+1). Neste caso, o valor é negativo por isso não será extraído (figura 2.6 abaixo)



**Figura 2.6 – Quarto cone incremental não extraído (HISTRULID e KUCHTA, 2006)**

Assim atinge-se o limite de extração pelo método dos cones flutuantes e, então, o desenho da cava final fica conforme ilustrado na figura 2.7, sendo o valor da cava de +3.



**Figura 2.7 – Desenho final por cones flutuantes (HISTRULID e KUCHTA, 2006)**

Nesse exemplo simples, o valor encontrado é um ótimo, mas o algoritmo de cones flutuantes, porém, não é um otimizador. Segundo Barnes (BARNES, 1982) *apud* Hustrulid e Kuchta (2006) as principais falhas são:

- a. O primeiro problema se apresenta quando blocos positivos são analisados individualmente. A extração de um único bloco positivo pode não se justificar, mas a combinação deste bloco com outros blocos que se sobrepõem pode-se gerar um cone com valores positivos, conforme ilustrado nas figuras 2.8 a 2.10

-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
	-2	-2	-2	-2	-2	
		+10	-3	+10		

Figura 2.8 – Matriz de blocos inicial para análise de cones flutuantes

-1	-1	-1	-1	-1		-1	-1
	-2	-2	-2		-2	-2	
		+10		-3	+10		

Figura 2.9 – Primeiro cone cuja extração não se realiza  $(-1-1-1-1-1-2-2-2+10 = -1)$

		-1	-1	-1	-1	-1	
-1	-1		-2	-2	-2	-2	
			-3	+10	+10		

Figura 2.10 – Segundo cone cuja extração não se realiza  $(-1-1-1-1-1-2-2-2+10 = -1)$

- b. Possibilidade de estender o limite da cava além dos limites da cava ótima, pois pode incluir na cava final blocos não lucrativos e, com isso, reduzir o valor da cava.
- c. A combinação dos dois fatores citados, pois essa situação pode-se apresentar com grande facilidade em jazidas reais, e a otimização simples pelo método dos cones flutuantes não a considera.

### 2.2.1.2 O algoritmo de Korobov

Peroni (2002) explica que “o algoritmo de Korobov opera colocando um cone em cada bloco positivo no modelo e alocando os valores positivos contra os valores negativos dentro do cone, até que não existam mais blocos positivos ou nulos, de maneira que os blocos positivos compensam os blocos negativos [ ...]”. A diferença encontrada com o método dos cones flutuantes é que ele não precisa de análise combinatória tediosa. A metodologia é simples, mas não introduz critérios de otimalidade estrita, porque o resultado depende da direção em que o método é trabalhado. Na figura 2.11, é exemplificada uma aplicação do algoritmo. Inicia-se percorrendo a primeira linha retirando os valores positivos. Finalizando a primeira linha, o algoritmo passa para a segunda linha, no qual agora considera o somatório dos blocos dentro de um cone delimitado tendo o bloco como vértice e os lados em um ângulo de 45°, sendo esse somatório nulo ou positivo, removem-se os blocos. O exemplo a seguir ilustra a aplicação do algoritmo, será mostrado um modelo com o número sequencial de blocos (da esquerda para direita no canto superior) e o valor de cada bloco:

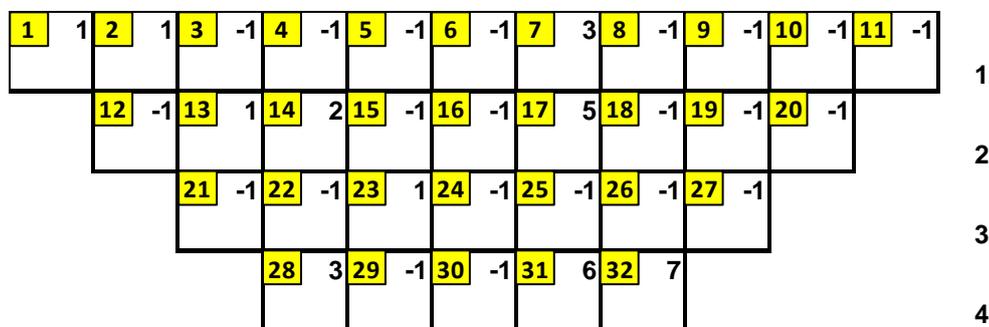


Figura 2.11 – Modelo de blocos inicial (DOWD e ONUR, 1993)

- a. Ao explorar o primeiro nível e extraímos todos os blocos cuja avaliação é positiva. Encontramos os blocos 1, 2 e 7, cujo valor é de:  $V = 1 + 1 + 3 = 5$ .

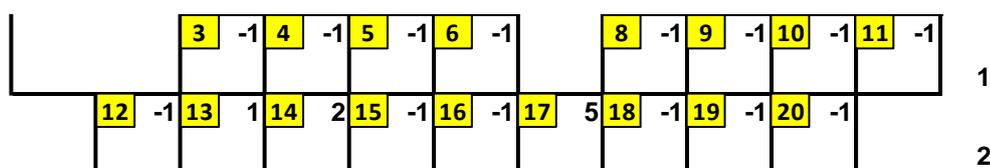


Figura 2.12 – Extração dos blocos do primeiro nível (DOWD e ONUR, 1993)

- b. Passando para segundo nível é analisada a sua influência no primeiro nível, no segundo nível identificamos os blocos com valor positivo 13, 14 e 17. Para cada um desses blocos, identificamos os blocos necessários para extrair, que estão no primeiro nível. Para o bloco 13, é necessário extrair os blocos 3 e 4. A soma dos valores desses blocos é um valor negativo, portanto, o cone formado a partir do bloco 13 não pode ser extraído. Então, é alocado o valor de +1 do bloco 13 para o bloco 3 e o bloco, o que deixa o bloco 3 com valor zero e o bloco 13 com zero também (valores apresentados abaixo do valor original – vid. figura 2.13).

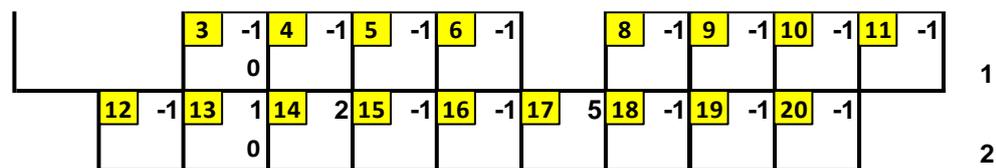


Figura 2.13 – Análise do bloco 13 no nível 2 (DOWD e ONUR, 1993)

- c. Vemos que a avaliação resultante do bloco 14 é zero, portanto não pode ser extraída. No entanto, o bloco 14 paga os blocos 4 e 5, razão pela qual os valores zero são atribuídos como pagos. Portanto, nessa iteração, contamos como blocos pagos (com valor zero) 3, 4, 5, 13 e 14

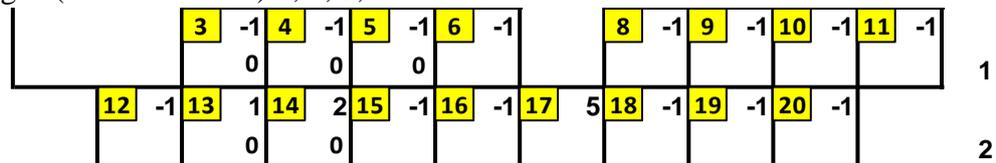


Figura 2.14 – Análise do bloco 14 no nível 2 (DOWD e ONUR, 1993)

- d. No mesmo nível, encontramos o bloco 17. Que só pode ser extraído junto com os blocos 6 e 8. A avaliação resultante do bloco 17 é:  $V = +5 -1 -1 = 3$ . Isso significa que se somarmos os valores dos blocos dos cones extraídos, o valor total até agora aumentaria para:  $V = 5 + 3 = 8$ .

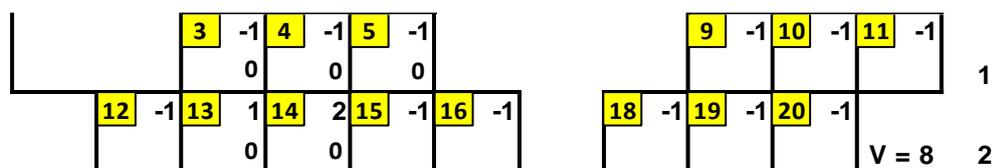


Figura 2.15 – Extração do bloco 17 no nível 2 (DOWD e ONUR, 1993)

- e. No terceiro nível encontramos um único bloco positivo, o 23 que contém em seu cone de extração os blocos superiores 3, 4, 5, 14, 15, 16. O bloco 23 apenas pode pagar a retirada de 15 porque os blocos 3, 4, 5 e 14 já foram pagos. (Os pagamentos são feitos de cima para baixo e da esquerda para a direita nos blocos que não foram pagos anteriormente por outros blocos). Portanto, a avaliação do cone resultante do bloco 23 é zero e não pode ser extraída.

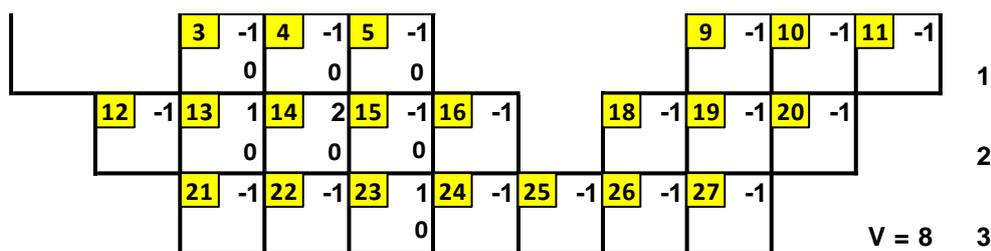


Figura 2.16 – Análise de bloco 23 no nível 3 (DOWD e ONUR, 1993)

- f. Adicionando o quarto nível, analisamos o bloco com valor positivo número 28 que só pode pagar os blocos 12, 16 e 21, dando o valor resultante do cone igual a zero e não pode ser extraído (vid. figura 2.17)

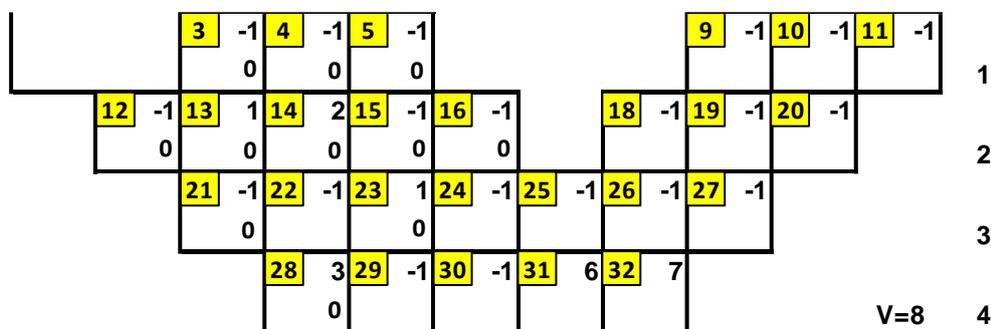


Figura 2.17 – Análise do bloco 28 no nível 4 (DOWD e ONUR, 1993)

- g. O próximo bloco positivo deste nível é o 31 que contém em seus blocos de cone 4, 5, 9, 10, 15, 16, 18, 19, 24, 25 e 26. Destes blocos, considerando-se os blocos pagos, só podem ser pagos os blocos 9, 10, 18, 19, 24 e 25. O bloco 26 não pode ser pago, resultando em um valor zero para o cone que parte do bloco 31 sem que este possa ser extraído

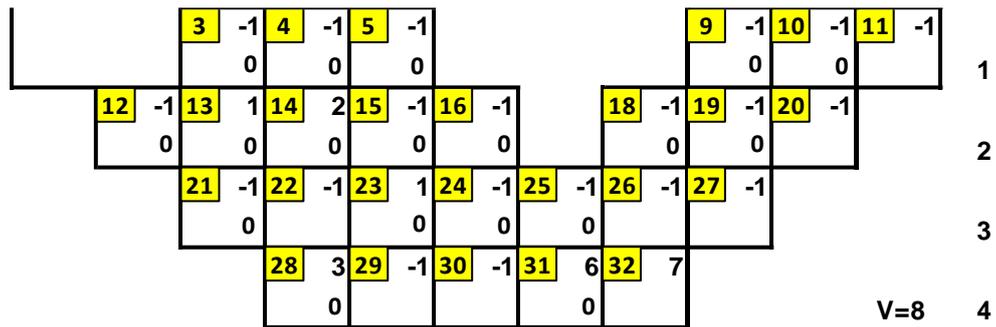


Figura 2.18 – Análise do bloco 31 no nível 4 (DOWD e ONUR, 1993)

- h. Ainda no nível 4 temos o bloco positivo 32 que paga os blocos 11, 20, 26 e 27 dando um valor resultante do cone igual a 3 (valor do bloco 32 = +7 menos os valores recentemente pagos - 4). Portanto, este cone pode ser extraído. Como este cone tem 11 blocos de valor -1, a avaliação total até agora diminuirá para  $V = 8 + 7 - 11 = 4$ .

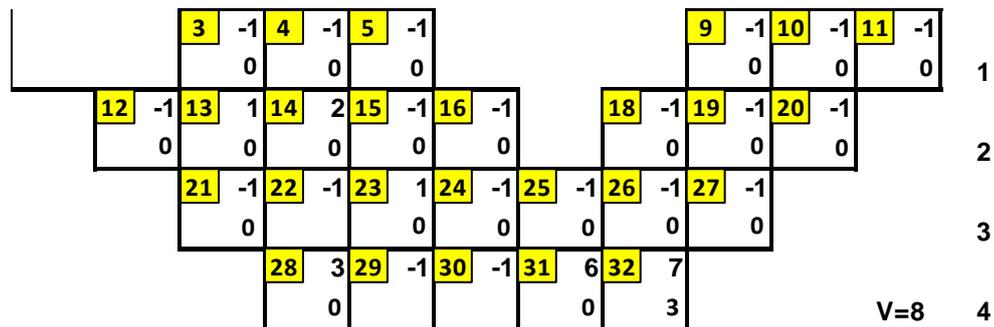


Figura 2.19 – Análise do bloco 32 no nível 4 (DOWD e ONUR, 1993)

Após concluir-se a extração do cone a partir do quarto nível, a figura a seguir é obtida:

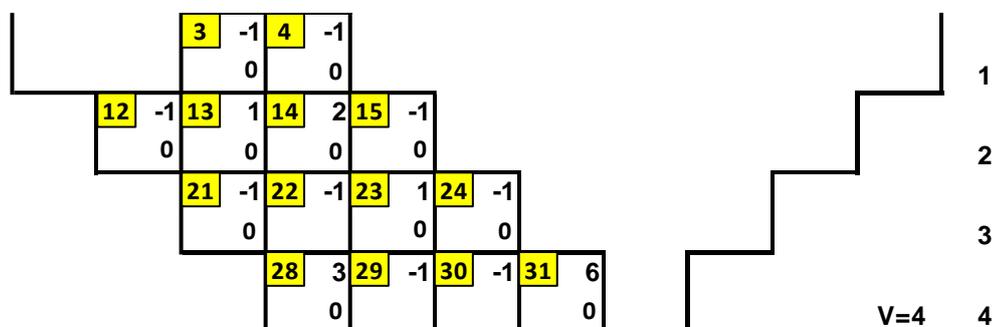


Figura 2.20 – Resultado das iterações em todos os níveis do modelo (DOWD e ONUR, 1993)

O próximo passo é fazer, novamente, a análise a partir do primeiro nível, desta vez excluindo todos os valores resultantes (zeros neste caso). No nível 1 blocos positivos não são obtidos, no segundo nível encontramos o bloco 13 que paga a extração do bloco 3 dando um valor zero resultante sem poder extrair este cone. O bloco 14 paga a extração do bloco 4, dando como resultado o valor 1. Portanto, os blocos 3, 4 e 14 podem ser extraídos. Voltando a analisar o mesmo nível, vemos que podemos extrair o bloco 13 porque não temos mais blocos maiores. Até agora, a avaliação Total será  $V = 4 + (3-2) = 5$ .

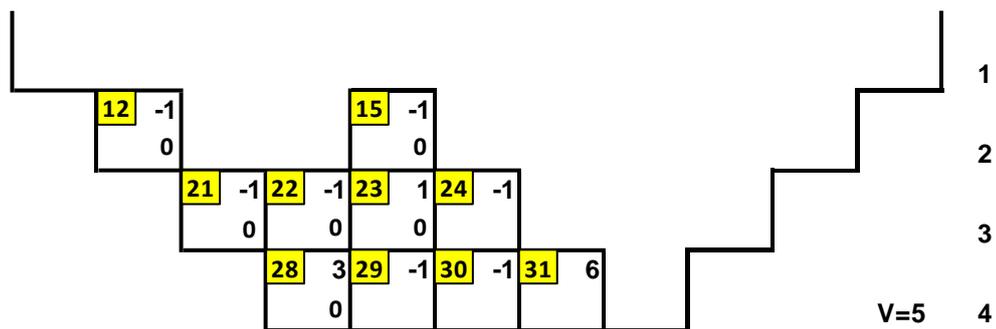


Figura 2.21 – Extração dos blocos 3,4 e 14 na segunda iteração (DOWD e ONUR, 1993)

Continuamos com o nível 3 e vemos que nenhum bloco pode ser extraído, porque a avaliação resultante do bloco 23 é zero.

No nível 4, o bloco 28 paga a extração dos blocos 12, 21, 22, dando o valor resultante do cone igual a zero, portanto, não pode ser extraído. Ainda no nível 4, o bloco 31 paga a extração do bloco 24, dando como resultado o valor igual a 5. Portanto, os blocos 15, 24 e 31 podem ser extraídos. A nova avaliação será  $V = 5 + (6 - 2) = 9$ , conforme indicado na figura a seguir:

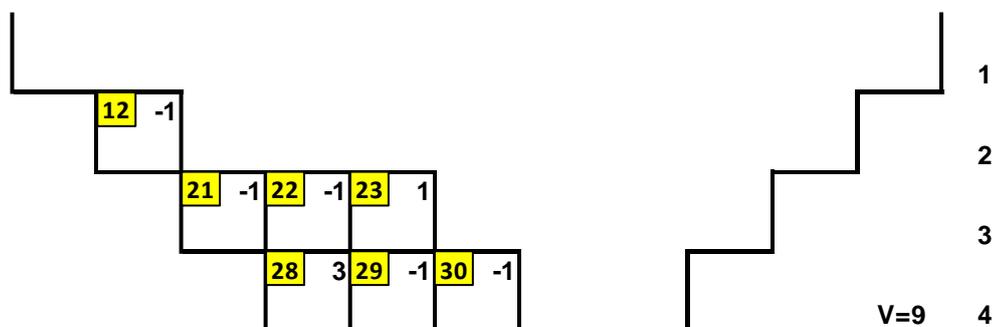


Figura 2.22 – Cava final otimizada pelo algoritmo Korobov (DOWD e ONUR, 1993)

O método de Korobov é iterativo permite aderir outras restrições relacionadas às misturas entre blocos e, também, a sua simplicidade e tempo de computação rápido do fazem dele uma alternativa ao algoritmo de Lerchs-Grossmann.

### 2.2.1.3 O algoritmo de Lerchs e Grossmann

Helmut Lerchs e Ingo F. Grossmann (1965) apresentaram 2 algoritmos, baseados no método da teoria dos grafos para a resolução do problema de determinação da cava ótima final e desde esta data muitos autores o desenvolveram e muitas técnicas de programação lhe foram aplicadas. Foram apresentados a aplicação de teoria dos grafos para otimização em 2D e 3D. As principais características do método são:

- Trabalhar com valor benefício dos blocos;
- Considere a precedência entre os blocos;
- Garante encontrar o contorno com o maior valor global;

As figuras a seguir são a ilustração um exemplo em 2D, originalmente apresentado por Lerchs-Grossmann e demonstrado por Carmo (2001):

-4	-4	-4	-4	-4	8	12	12	0	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4
	-4	-4	-4	-4	0	12	12	8	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	
		-4	-4	-4	-4	8	12	12	0	-4	-4	-4	-4	-4	-4		
			-4	-4	-4	0	12	12	8	-4	-4	-4	-4	-4			
				-4	-4	-4	8	12	12	0	-4	-4	-4				
					-4	-4	0	12	12	8	-4	-4	-4				
						-4	-4	8	12	12	0	-4					
							-4	0	12	12	8	-4					
								-4	8	12	12	0					

**Figura 2.23– Modelo de blocos inicial para aplicação de L&G (CARMO, 2001)**

- O primeiro passo consiste em adicionar uma linha de zeros no topo e calcular os benefícios cumulativos do modelo econômico, para cada coluna de blocos partindo do topo em direção à base, conforme a figura 2.24 (por exemplo, linha 4, coluna 7 = 12 + 12 + 12+ 12 = 48).

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	-4	-4	-4	-4	-4	8	12	12	0	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4
2	-8	-8	-8	-8	-8	8	24	24	8	-8	-8	-8	-8	-8	-8	-8	-8	-8	-8
3	-12		-12	-12	-12	4	32	36	20	-8	-12	-12	-12	-12	-12	-12	-12	-12	
4				-16	-16	0	32	48	32	0	-16	-16	-16	-16	-16	-16	-16		
5					-20	-4	28	56	44	12	-16	-20	-20	-20	-20				
6						-8	24	56	56	24	-8	-24	-24	-24					
7							20	52	64	36	4	-24	-28						
8								16	48	64	48	16	-16	-32					
9										60	56	28	-4	-32					

$$M_{ij} = \sum_{k=1}^i m_{kj}$$

$$P_{0j} = 0$$

Figura 2.24– Cava sendo modificada (CARMO, 2001)

- b. Em seguida partindo do topo esquerdo para a direita, deve-se fazer a soma cumulativa dos blocos de uma coluna com um dos blocos à esquerda (diagonal superior, esquerda ou diagonal inferior) para obter-se  $P_{ij}$  (figuras 2.25 a 2.26)

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1		-4	-4	-4	-4	8	20	44	0	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4
2			-12	-12	-12	4	32	60	8	-8	-8	-8	-8	-8	-8	-8	-8	-8	-8
3				-24	-24	-8	36	72	20	-8	-12	-12	-12	-12	-12	-12	-12	-12	-12
4					-40	-24	24	84	32	0	-16	-16	-16	-16	-16	-16	-16	-16	-16
5						-44	4	80	44	12	-16	-20	-20	-20	-20	-20	-20	-20	-20
6							-20	60	56	24	-8	-24	-24	-24	-24	-24	-24	-24	-24
7								32	64	36	4	-24	-28	-28	-28	-28	-28	-28	-28
8									64	48	16	-16	-32	-32	-32	-32	-32	-32	-32
9										60	56	28	-4	-32	-32	-32	-32	-32	-32

$$P_{ij} = M_{ij} + \max \begin{cases} P_{i-1,j-1} \\ P_{i,j-1} \\ P_{i+1,j-1} \end{cases}$$

Figura 2.25– Obtendo-se o máximo valor para  $P_{ij}$  até coluna 7 (CARMO, 2001)

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1		-4	-4	-4	-4	8	20	44	60	76	92	96	104	108	104	104	100	96	92
2		-8	-12	-12	-12	4	32	60	80	96	100	108	112	108	108	100	96	92	88
3		-12		-24	-24	-24	-8	36	72	104	108	116	120	116	116	104	96	88	84
4				-40	-40	-24	24	84	116	128	132	128	128	116	104	88	84	80	76
5					-60	-44	4	80	128	148	144	144	132	120	100	80	76	72	68
6						-68	-20	60	136	160	164	152	140	120	100	80	76	72	68
7							-48	32	124	172	176	164	144	124	104	84	80	76	72
8									0	96	172	188	172	152	132	112	92	88	84
9											60	152	200	184	164	144	124	104	84

Figura 2.26– Escolha do máximo valor na primeira linha (CARMO, 2001)

- c. Para encontra-se o limite da cava final, move-se ao longo da primeira linha da esquerda para a direita até encontrar o bloco de maior valor e seguindo o caminho indicado pelas setas até atingir-se, novamente, a superfície (figura 2.27 a 2.28)

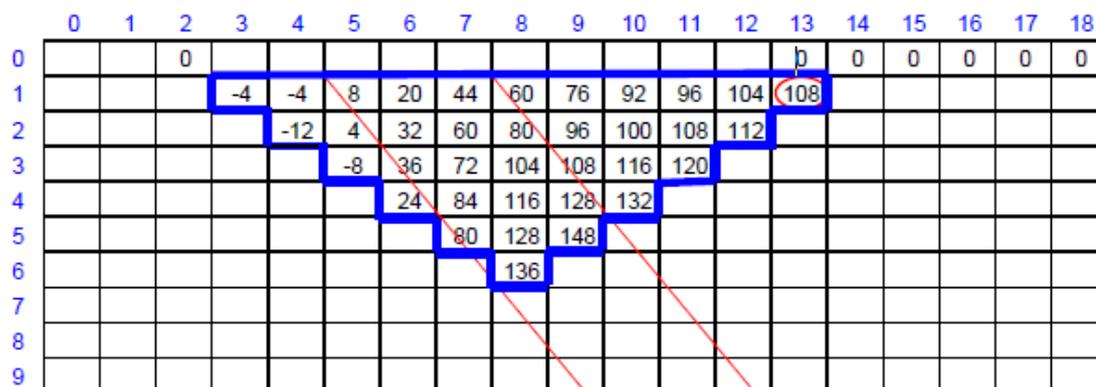


Figura 2.27– Cone final após a aplicação do algoritmo (CARMO, 2001)

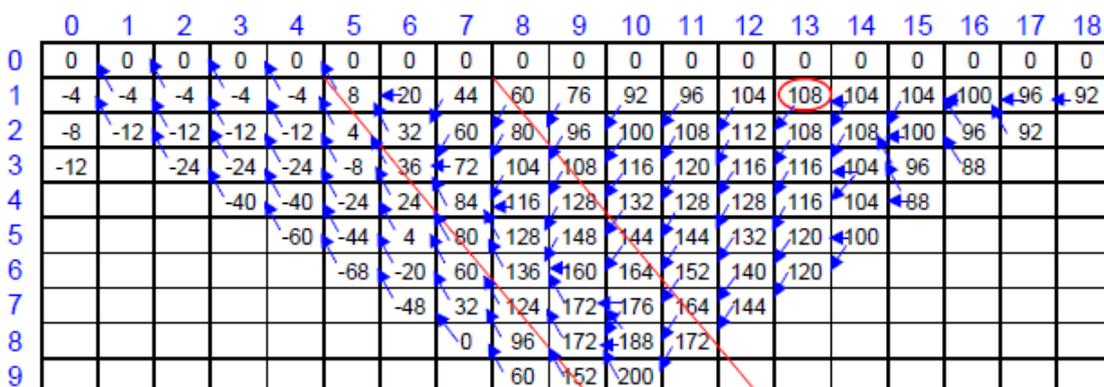


Figura 2.28– Limite final aplicado ao modelo de blocos original (CARMO, 2001)

Porém, em modelos reais, o modelo é tridimensional e deve-se considerar os ângulos de taludes. Mudanças nos ângulos de talude requerem modificações no número de combinações para seleção dos blocos (CARMO, 2001). Outros algoritmos se propuseram a solucionar o problema do contorno tridimensional. Barnes (1982), desenvolveu um algoritmo denominado  $2\frac{1}{2}$ -D que considera um modelo tridimensional de blocos e analisa a seção em 2-D até encontrar o contorno da cava final.

## 2.3 Definição de *pushbacks* e sequenciamento da lavra

Diversas técnicas foram elaboradas para a utilização do algoritmo de Lerchs e Grossmann para a definição da cava final e o sequenciamento da lavra. O tamanho e a forma final da cava irão depender dos fatores econômicos, operacionais, geológicos e das restrições de ordem legal ao limite de concessão da lavra e, também, de limites técnicos como: capacidade de produção, ângulo de taludes, etc.

O método mais popular para determinação da sequência ótima de extração é o uso de um algoritmo de determinação da cava final aplicada através da mudança sucessiva do preço do metal (CRAWFORD e DAVEY, 1979; MATHIESON, 1982) e, assim, ao se aplicar diversos valores para esse parâmetro, se gerariam diversas cavas aninhadas, sendo que as menores representariam as cavas mais rentáveis e as maiores seriam aquelas que trariam menores benefícios.

### 2.3.1 Definição dos *pushbacks*

Com a geração das famílias de cavas, tem-se a noção de espaço geográfico para o início da lavra e porções mais atrativas englobando um conjunto compacto de blocos, denominados estágios, fases, expansões ou *pushbacks* não sendo necessário o fim da lavra de um *pushback* para início do próximo.

O planejador de mina, no entanto, deve estar muito atento ao fato de que um eventual *pushback* pode, em média, satisfazer o critério pré-estabelecido, porém essa satisfação é aparente. Ao se detalhar o desmonte feito em avanços menores, muitas vezes, nota-se que a média almejada não é satisfeita em períodos menores, correspondendo a efetivos descartes de blocos tecnológicos imaginados como minério ou seu provável estoque em pilhas temporárias para uso em uma eventual oportunidade.

Mathieson (1982) propõe um resumo básico para ser utilizado na definição das fases de lavra (*pushbacks*) e que é ainda muito utilizado até hoje.

- Antes da construção do desenho das fases, deve-se observar as seguintes características:

- a. Observar os ângulos de taludes e bermas apropriados;
  - b. A massa de minério e estéril mínima que deverá ser considerada em cada fase;
  - c. Os equipamentos que irão fazer a extração do minério e estéril de modo a determinar-se as larguras mínimas das praças de trabalho;
- Considerando as restrições detalhadas acima, procede-se à elaboração do desenho de cada fase e a construção de acessos e rampas a todos as bancadas em cada fase.
  - Análise das massas e teores por fase e por bancada;
  - Finalmente o planejamento da extração de acordo com as capacidades impostas pela alimentação da planta em taxas anuais.

### 2.3.2 Sequenciamento da lavra

Após a definição dos pushbacks é iniciada a etapa de sequenciamento da lavra que consiste em definir uma ordem de extração dos blocos em uma sequência ao longo da vida da mina (LOM – *life of mine*) para atendimento às especificações de alimentação da planta de beneficiamento e, ao mesmo tempo, se maximizar o VPL (valor presente líquido) do empreendimento.

A sequência de lavra consiste em definir uma ordem de extração dos blocos segundo algumas restrições operacionais, tais como: largura de praça mínima, taxa de avanço vertical, ângulo de face da bancada, entre outros. Na medida que a imposição de restrições forem aumentando, maior será a penalização sobre o lucro do projeto, como por exemplo, a imposição de uma direção específica de lavra.

Basicamente há diversos caminhos a percorrer para a execução desta sequência de lavra, idealmente essa sequência deveria percorrer na ordem a série de pushbacks criada no passo anterior. O caminho no qual se privilegia o VPL (valor presente líquido), percorrendo os pushbacks é o caminho chamado “*best case*” (figura 2.29).

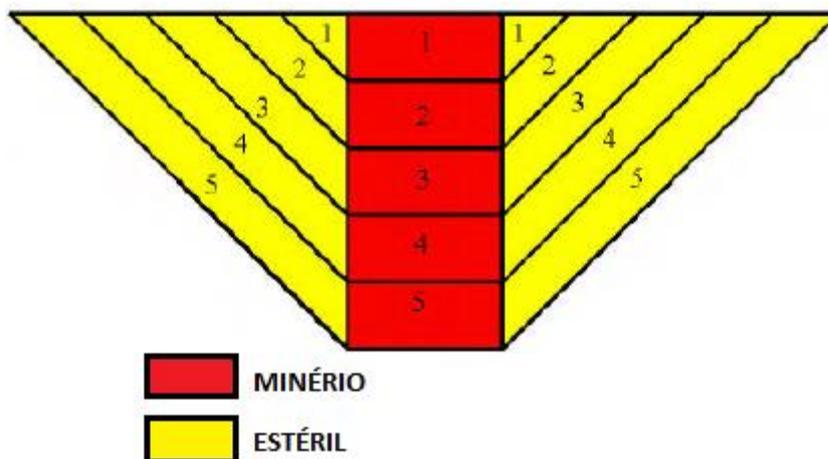


Figura 2.29– Sequenciamento *best case* (Fonte: contribuição do autor)

Em oposição à lavra pelo caminho ótimo tem-se a lavra por bancada, conhecida como “*Worst Case*”, figura 2.30, onde faz-se a extração bancada a bancada, do nível mais alto ao mais baixo. Apesar de ser factível, esse tipo de sequenciamento não favorece a maximização do VPL, pois se extrai muito estéril nos anos iniciais e o minério só é lavrado posteriormente.

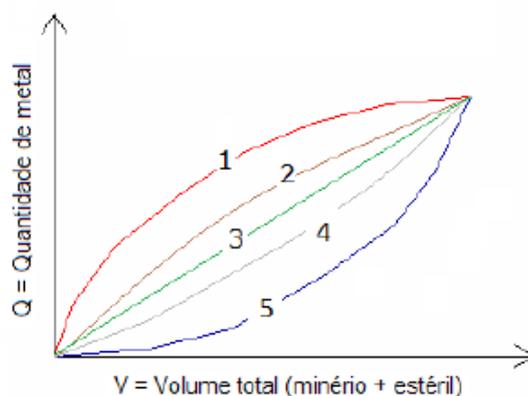


Figura 2.30– Sequenciamento *worst case* (Fonte: contribuição do autor)

As minas não são extraídas nem como melhor caso (é inviável do ponto de vista operacional), nem usando o pior caso (economicamente ruim). Em vez disso, os pushbacks são extraídos simultaneamente, o próximo começa antes do primeiro terminar.

Um sequenciamento factível e que traga retorno financeira está situada entre esses dois extremos (CAMPOS, 2017).

Na figura 2.31 é possível vislumbrar diversos caminhos possíveis o sequenciamento da lavra. A curva indicada por 1 e 5 são o melhor e pior caso, respectivamente. As curvas 2, 3 e 4 são caminhos intermediários com possibilidades de serem escolhidos pelo planejador.



**Figura 2.31– Cenários de lavra (CAMPOS, 2017)**

A técnica utilizada para a sequenciamento de produção por meio de cavas aninhadas e *pushbacks* são as mais empregadas pela indústria mineira para a resolução do problema da extração econômica em uma mina. O caminho “*best case*” refere-se ao fato de que volumes com maior valor contido são extraídos antes, mas não necessariamente maximizam o VPL ao longo do tempo. Esse método é conhecido como paramétrico, mas diversos outros métodos e algoritmos têm surgido ao longo dos anos para consecução correta da extração dos blocos no tempo e as restrições geométricas impostas pelos parâmetros técnicos.

## 2.4 Sequenciamento Direto de Blocos

O sequenciamento direto de blocos consiste em uma técnica de programação de produção baseada na formulação matemática de Thys Johnson (1968), que se propõe a resolução de equações matemáticas, por meio de programação inteira mista. Mas devido à alta

complexidade do problema aplicado a exemplos reais de mineração com restrições de várias naturezas, sua solução não podia ser obtida com os recursos computacionais na época de Johnson.

#### 2.4.1 Formulação matemática para modelos determinísticos

O processo de programação da lavra em uma mina envolve a remoção de pelo menos dois tipos de materiais: minério e estéril. O problema da lavra, então, pode ser modelado em termos de programação inteira (HOCHBAUM e CHEN, 2000) conforme segue abaixo:

- $(b,b') \in B$ : conjunto de precedência entre blocos (precedências pré-determinadas).
- $v_b$ : valor obtido pela extração do bloco  $b$  (parâmetro).
- $x_b$ : 1 se o bloco é extraído, 0 caso o contrário (variável).

$$\begin{aligned} \max \sum_b v_b x_b & \quad (2.07) \\ \text{sujeito a } x_b \leq x_{b'} \quad \forall (b,b') \in B, \\ 0 \leq x_b \leq 1 \end{aligned}$$

Entretanto o problema da sequência não consiste apenas na remoção de blocos, isto é, não apenas blocos dentro do envelope econômico, como também, quando remover esses blocos.

A somatória dos valores econômicos de todos os blocos lavrados em determinado período é o valor econômico de receitas deste período. Para determinar o valor presente líquido de cada bloco, ao benefício deve-se aplicar uma taxa de desconto referente ao período de sua lavra. Considerando  $v$  o valor do bloco,  $d$  como a taxa de desconto e  $n$  como o período podemos calcular da seguinte forma (HARTMAN, 1987):

$$NPV = \frac{v}{(1+d)^n} \quad (2.08)$$

Considerando, então, a taxa de desconto em cada interação para a lavra, é possível escrever a equação 2.07 conforme abaixo:

- $b \in B$ : conjunto de precedência entre blocos (precedências pré-determinadas).
- $t \in T$ : conjunto de períodos em determinado horizonte T.
- $d$ : taxa de desconto.
- $v_b$ : valor econômico do bloco  $b$ .

Maximize:

$$\sum_{b \in B} \sum_{t=1}^T \frac{v_b}{(1+d)^t} x_{bt} \quad (2.09)$$

sujeito a  $x_b \leq x_{b'} \forall (b, b') \in B$ ,

$$0 \leq x_{bt} \leq 1 \forall b, t.$$

A introdução do tempo nesses modelos de sequenciamento permite a inclusão de restrições de recursos, por exemplo, capacidade de produção (lavra) e capacidade de processamento. Além disso, o desconto pode ser usado para refletir com mais precisão o valor de um bloco como função da data de extração. A formulação típica desse modelo é a seguinte:

- $b \in B$ : conjunto de todos os blocos de B.
- $t \in T$ : conjunto de períodos em determinado horizonte T.
- $p_{bt}$ : lucro dado pela extração do bloco  $b$  no período  $t$ .
- $r_b$ : consumo de recurso associado com extração do bloco  $b$  (ton).
- $\underline{C}, \bar{C}$ : mínimo, máximo recurso vinculado a qualquer período (ton).
- $x_{bt}$ : 1 se o bloco  $b$  é extraído no período  $t$ , 0 caso o contrário (variável).

Maximize:

$$\sum_{b \in B} \sum_{t \in T} p_{bt} x_{bt} \quad (2.10)$$

Sujeito a:

$$\sum_{t \in T} x_{bt} \leq 1 \forall b,$$

$$\underline{C} \leq \sum_{b \in B} r_b x_{bt} \leq \bar{C} \forall t,$$

$$x_{bt} \leq \sum_{T=1}^t x_{bt} \forall b, b' \in B, t,$$

$$x_{bt} \in \{0,1\} \forall b, t.$$

Essas equações matemáticas estão relacionadas ao modelo de blocos, sua variável de interesse está geralmente associada ao lucro, e suas soluções passam por responder, ao mesmo tempo, quais e quando os blocos devem ser extraídos limitados à capacidade em cada período. Esse procedimento não é incremental, ou seja, todas as decisões são tomadas observando sua implicação nos outros períodos. Sendo assim, esse método dá ênfase à temporalidade do problema e ao custo de oportunidade, ao contrário da metodologia tradicional por cavas aninhadas (CAMPOS, 2017).

O método ilustrado é um exemplo simples de modelagem, sendo possível incluir pilhas de estoque, blendagem, etc. Ao longo dos anos diversos algoritmos foram desenvolvidos para resolver o problema da sequência de lavra. Gershon (1983) e Barbaro e Ramani (1986) propuseram programação inteira mista (MIP<sup>1</sup>) para otimizar os modelos de programação da produção a longo prazo. Porém, em modelo reais, a aplicação de programação inteira mista é impraticável de obter-se uma resolução em tempo computacional hábil.

Onur e Dowd (1993), Seymour (1994) e Tolwinski (1998) apresentaram abordagens com base em métodos de programação dinâmica para otimização da sequência de produção usando valor presente líquido máximo como critério de otimização. Ravenscroft (1992) sugeriu uma abordagem nova ao propor que a programação de produção deveria ser planejada em modelos alternativo condicionalmente simulados para verificação da sensibilidade do programa de produção com relação à incerteza dos teores. Smith e Dimitrakopoulos (1999) propuseram uma abordagem em que são obtidos diversos sequenciamentos ótimos, um para cada modelo simulado.

Chicoisne et al. (2012) apresentam uma versão moderno do modelo de Jonson, o qual é apresentado a seguir: seja  $\mathbf{b}$  o índice do bloco pertencente ao conjunto de blocos  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{D}$  o conjunto de possíveis destinos de processamento, e  $\mathbf{T}$  o número de períodos de tempo. A variável  $x_{bdt}$  representa a fração do bloco  $\mathbf{b}$  enviado ao destino  $\mathbf{d}$  no tempo  $\mathbf{t}$  ou antes (essa variável representa a porção cumulativa até o período  $\mathbf{t}$ , a diferença de  $x_{bdt}$  e  $x_{b,d,t-1}$  representa, portanto, o material considerado apenas no tempo igual a  $\mathbf{t}$ ),  $p_{bdt}$  representa o

---

<sup>1</sup> Refere-se ao termo do inglês, Mixed-Integer Programming.

lucro obtido por unidade do bloco  $b$  enviado ao destino  $d$  no tempo  $t$ ,  $a_{bdr}$  representa a quantidade de recurso  $r$  consumido no tempo  $t$  por unidade de bloco  $b$  enviado ao destino  $d$ , e  $c_r$  representa a quantidade de recurso  $r$  disponível no tempo  $t$ .

Maximize:

$$\sum_{b \in B} \sum_{d=1}^D \sum_{t=1}^T p_{bdt} (x_{bdt} - x_{b,d,t-1}) \quad (2.11)$$

Sujeito a:

$$\sum_{d=1}^D \sum_{b \in B} a_{bdr} (x_{bdt} - x_{b,d,t-1}) \leq c_{rt} \quad \forall r \in R, \forall t \quad (2.11a)$$

$$\sum_{d=1}^D \sum_{t=1}^T (x_{bdt} - x_{b,d,t-1}) \leq 1 \quad \forall b \in B \quad (2.11b)$$

$$x_{bdt} \leq x_{adt} \quad \forall (a, b) \in A, \forall t, \forall d \quad (2.11c)$$

$$x_{b,d,t-1} \leq x_{bdt} \quad \forall b \in B, \forall t, \forall d \quad (2.11d)$$

$$x_{bd0} = 0 \quad \forall b \in B, \forall d \quad (2.11e)$$

$$0 \leq x_{bdt} \leq 1 \quad b \in B, \forall d \quad (2.11f)$$

Portanto a maximização da equação (2.09) objetiva obter o maior lucro possível proveniente das frações dos blocos, garantindo que as restrições da capacidade de recursos sejam respeitadas (2.09a), garante que as frações sejam extraídas apenas uma vez em cada período (2.09b), com a restrição de precedência, onde o conjunto A é o conjunto de arcos tal que fração do bloco  $b$  só pode ser extraída após a fração do bloco  $a$  (2.09c), garantindo que, por serem variáveis cumulativas,  $x_{bdt}$  seja maior que  $x_{bdt-1}$  (2.09d), em (2.09e) é garantido que não há nenhuma porção extraída no tempo  $t=0$ , e finalmente, (2.09f) representa a possibilidade da porção ser extraída ou não.

## 2.4.2 Formulação matemática para modelos estocásticos

Em complexo mineiros, a definição da cava final e sequenciamento de lavra é um problema de programação estocástica devido à incerteza associada aos valores dos teores como variável de decisão, pois o valor econômico do bloco é definido, também, pelo teor

de metal contido neste. A variável aleatória é substituída pela média de modo a simplificar o problema de otimização, utilizando uma abordagem determinística. No modelo determinístico, podemos calcular uma solução para cada cenário individualmente, ao passo que o modelo estocástico considera o conjunto global de todos os cenários simultaneamente, cada um com a sua probabilidade de ocorrência. Desse modo, uma vez que o cenário futuro é desconhecido, o modelo estocástico pode apresentar uma solução muito mais adequada se comparada ao modelo tradicional determinístico.

Semelhante aos modelos determinísticos existentes no planejamento de produção a longo prazo, o objetivo principal é maximizar o VPL que requer a otimização das sequências de extração de minas a longo prazo e o uso dos materiais que foram extraídos em cada mina. Muitas das tentativas existentes de otimização global ignoram o efeito combinado que a incerteza (ou seja, geológica ou econômica) tem sobre o valor e a viabilidade operacional da cadeia de suprimentos de um projeto mineiro.

Dimitrakopoulos e Ramazan (2004) desenvolveram uma abordagem probabilística do método de programação de produção em longo prazo e introduziram o conceito de desconto de risco geológico (GRD). O método é baseado em programação linear (LP) para resolver eficientemente o problema de sequenciamento. Usando um parâmetro de desconto de risco, o otimizador busca encontrar um equilíbrio entre extrair material de alto valor e baixo risco no início da vida útil de uma mina e adiar material mais arriscado para períodos posteriores, quando mais informações estiverem disponíveis. Posteriormente Leite e Dimitrakopoulos (2007) estudaram a variação do teor de corte probabilístico e sua influência no sequenciamento de lavra por meio de múltiplas realizações dos teores. Boland et al. (2008) propõem um modelo de otimização estocástica multi-estágios que decide os destinos para cada cenário, considerando que cada um tem uma probabilidade de ocorrência derivada da simulação dos teores.

Ramazan e Dimitrakopoulos (2012) propõem uma formulação geral para otimizar o programa de produção em mineração por meio de um modelo de Programação Estocástica Inteira (SIP<sup>1</sup>) de dois estágios com recursos fixos, que otimiza com sucesso o escalonamento de mina a céu aberto sob incerteza geológica. Modelo que será mostrado

---

<sup>1</sup> Refere-se ao termo do inglês, Stochastic-Integer Programming.

a seguir:

*Simbolos e termos:*

$t$  refere-se ao período do sequenciamento;

$g$ ,  $o$  e  $q$  são as variáveis alvo, onde  $g$  é o teor alvo,  $o$  é a produção de minério alvo e  $q$  é a quantidade de metal a ser conseguida.

$s$  é o valor da simulação (ou realização) do corpo mineral.

$l$  é valor mínimo do alvo (*lower bound*).

$u$  é o valor máximo do alvo (*upper bound*).

$i$  é a identificação do bloco.

$a_{sl}^{tg}$ ,  $a_{sl}^{to}$ ,  $a_{sl}^{tq}$ ,  $a_{su}^{tg}$ ,  $a_{su}^{to}$ ,  $a_{su}^{tq}$  são as variáveis utilizadas para equilibrar as restrições de igualdade.

$b_i^t$  representa a fração do bloco  $i$  extraído no período  $t$ ; se for definida com um valor binário (0 ou 1) será 1 se o bloco  $i$  for extraído no período  $t$  ou 0 caso contrário.

$d_{sl}^{tg}$ ,  $d_{sl}^{to}$ ,  $d_{sl}^{tq}$  são os desvios negativos (*lower*) para os parâmetros dados (abaixo do limite mínimo desejado).

$d_{su}^{tg}$ ,  $d_{su}^{to}$ ,  $d_{su}^{tq}$  são os desvios positivos (*upper*) para os parâmetros dados (acima do limite máximo desejado).

$h_s^t$  é a quantidade de material restante na pilha de estoque ao fim do período  $t$  na simulação do modelo  $s$ .

$h_s^t$  é a quantidade de material (minério) processada da pilha de estoque (em toneladas) em relação ao modelo  $s$  no período  $t$ .

$w_i^t$  representa a fração da bloco  $i$  enviado à pilha de estoque no período  $t$ .

$C_l^{tg}$ ,  $C_l^{to}$ ,  $C_l^{tq}$  são os custos unitários de  $d_{sl}^{tg}$ ,  $d_{sl}^{to}$  e  $d_{sl}^{tq}$  respectivamente.

$C_u^{tg}$ ,  $C_u^{to}$ ,  $C_u^{tq}$  são os custos unitários de  $d_{su}^{tg}$ ,  $d_{su}^{to}$  e  $d_{su}^{tq}$  respectivamente.

$E \{(NPV)_i^t\}$  é a esperança matemática (ou média) do NPV a ser gerado no bloco  $i$  extraído no período  $t$ . Se a taxa de desconto é representada por  $r$  e  $E \{(EV)_i^0\}$  é o valor econômico não descontado, podemos expressá-lo como:

$$E \{(NPV)_i^t\} = \frac{E \{(EV)_i^0\}}{(1+r)^t} \quad (2.12)$$

$G_{tar}$  é a meta para o valor de teor.

$G_{si}$  é o teor do bloco  $i$  no modelo  $s$ .

$GST$  é o teor médio do material na pilha de estoque.

$GST_{min}$ ,  $GST_{max}$  é o valor mínimo e máximo de teor para o bloco ser considerado para pilha de estoque.

$h_0$  é a quantidade de material já disponível na pilha de estoque.

$M$  é o número de simulações (ou realizações) do modelo de blocos.

$MC_i^t$  é o custo unitário de lavra do bloco  $i$  no período  $t$  e descontado ao tempo 0.

$MCAP_{max}$  é a capacidade disponível de movimentação na mina.

$MCAP_{min}$  é a quantidade mínima de movimentação (minério ou estéril) de lavra em cada período.

$N$  é a quantidade total de blocos dentro da cava final.

$O_{tar}$  é a meta de extração de minério a ser processada periodicamente.

$O_{si}$  é a massa de minério do bloco  $i$  no modelo  $s$ .

$P$  é o número de períodos ou vida da mina.

$Q_{tar}$  é a meta de metal a ser processada em um período.

$Q_{si}$  é a quantidade de metal do bloco  $i$  no modelo  $s$ .

$(QST)^t$  é de conteúdo metálico na pilha de estoque no período.

$SV^t$  é o lucro a ser gerado pelo processamento de uma tonelada de material da pilha de estoque no período  $t$  e descontado ao tempo 0.

$U$  é o número de blocos considerados para estocagem.

$Y_i$  é o de blocos que recobrem o bloco de minério  $i$  considerados para respeitar as restrições de precedência.

A função é construída para maximizar o lucro, definida como a diferença entre o valor presente líquido total esperado e o custo de desvios das metas planejadas de produção:

$$\text{Max} \sum_{t=1}^P [Parte1 - Parte2 + Parte3 - Parte 4] \quad (2.13)$$

$$Parte1 = \sum_{i=1}^N E \{ (NPV)_i^t \} b_i^t$$

$$Parte2 = \sum_{i=1}^U E \{ (NPV)_j^t + MC_j^t \} w_j^t$$

$$Parte3 = \sum_{s=1}^M (SV^t/M) K_s^t$$

$$Parte4 = \sum_{s=1}^M (C_u^{to} d_{su}^{to} + C_l^{to} d_{sl}^{to} + C_u^{tg} d_{su}^{tg} + C_l^{tg} d_{sl}^{tg} + C_u^{tq} d_{su}^{tq} + C_l^{tq} d_{sl}^{tq})$$

A função objetivo, então, tem quatro partes: a parte 1 é responsável por acumular o VPL a ser gerado se todos os blocos minerados fossem processados. Parte 2 ajusta o valor da Parte 1 para a porcentagem dos blocos que são enviados para o estoque de uma maneira que somente custos de mineração são incorridos nesse período de tempo. A Parte 3 contabiliza o lucro descontado a ser gerado pelo processamento da quantidade de material do estoque  $K_s^t$ . A parte 4 consiste em parâmetros de gerenciamento de risco geológico. As imposições e os parâmetros de desvio na função objetivo são calculados dentro da Programação Estocástica Inteira (SIP) e pelas restrições de mistura de classificação e processamento que consideram cada um dos modelos simulados, conforme segue:

a. *Restrições de mistura de teor para cada período de tempo t*

$$\sum_{i=1}^N (g_{si} - G_{tar}) O_{si} b_i^t - \sum_{j=1}^U (g_{sj} - G_{tar}) O_{sj} w_j^t + (GST - G_{tarn}) k_s^t + d_{sl}^{tg} - d_{su}^{tg} = 0 \quad (2.14)$$

$s = 1, 2, \dots, M; t = 1, 2, \dots, P$

b. *Restrições de capacidade de processo*

$$\sum_{i=1}^N O_{si} b_i^t - \sum_{j=1}^U O_{sj} w_j^t + k_s^t + d_{sl}^{to} - d_{su}^{to} = O_{tar} \quad (2.15)$$

$s = 1, 2, \dots, M; t = 1, 2, \dots, P$

c. *Restrições de produção de metal para cada período de tempo t*

$$\sum_{i=1}^N Q_{si} b_i^t - \sum_{j=1}^U Q_{sj} w_j^t + (QST) k_s^t + d_{sl}^{tq} - d_{su}^{tq} = Q_{tar} \quad (2.16)$$

$s = 1, 2, \dots, M; t = 1, 2, \dots, P$

d. *Restrições para a(s) pilha(s) de estoque:*

Determina a quantidade final de material no estoque ao final do primeiro período

$$\sum_{j=1}^U O_{sj} w_j^1 + h^0 - k_s^1 - h_s^1 = 0 \quad s = 1, 2, \dots, M \quad (2.17a)$$

Determina a quantidade de estoque ao final de cada período  $t$  ( $t > 1$ )

$$\sum_{j=1}^U O_{sj} w_j^t + h^{t-1} - k_s^t - h_s^t = 0 \quad s = 1, 2, \dots, M; t = 1, 2, \dots, P \quad (2.17b)$$

Capacidade da pilha de estoque deve ser limitada a cada período  $t$

$$h_s^t \leq SC \quad s = 1, 2, \dots, M; t = 1, 2, \dots, P \quad (2.17c)$$

A quantidade de material que pode ser retirada do estoque não pode ser maior do que a existente

$$h_s^t - h_s^{t-1} \leq 0 \quad s = 1, 2, \dots, M; t = 1, 2, \dots, P \quad (2.17d)$$

*e. Restrições de ligação*

Os blocos da mina devem ser extraídos antes da pilha

$$w_i^t - b_i^t \leq 0 \quad i = 1, 2, \dots, N; t = 1, 2, \dots, P \quad (2.18)$$

*f. Restrições de precedência (garante que para extrair um bloco mais profundo é necessário minerar todos os blocos que estão acima)*

$$b_i^t - \sum_{k=1}^t b_i^k \leq 0 \quad i = 1, 2, \dots, N; t = 1, 2, \dots, P \quad (2.19)$$

*g. O bloco deve ser totalmente lavrado*

$$\sum_{t=1}^P b_i^t = 1 \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (2.20)$$

*h. Restrições de capacidade de movimentação na mina*

$$MCap_{min} \leq \sum_{i=1}^N T_i b_i^t \leq MCap_{max} \quad t = 1, 2, \dots, P \quad (2.21)$$

Para aumentar a eficiência do modelo, a otimização é feita em duas etapas para problemas com modelos grandes. Primeiramente a otimização é formulada sem considerar as restrições estocásticas (2.14, 2.15 e 2.16) e apenas as restrições de capacidade de produção e metal são aplicadas nessa primeira etapa, conforme a seguir:

*a. Restrições de capacidade da planta na primeira etapa*

$$\sum_{i=1}^N O_{si} b_i^t - \sum_{j=1}^U O_{sj} w_j^t + k_s^t \geq O_{max} F_o \quad s = 1, 2, \dots, M; t = 1, 2, \dots, P \quad (2.22a)$$

*b. Restrições de capacidade de produção de metal na primeira etapa*

$$\sum_{i=1}^N Q_{si} b_i^t - \sum_{j=1}^U Q_{sj} w_j^t + (QST)^t k_s^t \geq Q_{max} F_m \quad s = 1, 2, \dots, M; t = 1, 2, \dots, P \quad (2.22b)$$

Onde  $F_o$  e  $F_m$  são frações das produções de minério e metal para limite dos resultados iniciais;  $\min$  e  $\max$  são valores em torno do objetivo. Presumidamente (2.22a) e (2.22b) são utilizados para todos os modelos  $s$  em todo período  $t$ . Por exemplo, uma programação inicial poder ser gerada de tal forma que  $F_o$ , como 90%. Isso significa que as restrições de capacidade devem ser mantidas por pelo menos 90% dos modelos simulados. Se o resultado for inviável, a probabilidade pode ser diminuída 5 ou 10% de cada vez. O modelo SIP com essas restrições difíceis é resolvido mais rápido que o modelo SIP com as restrições estocásticas. Então, o modelo é formulado novamente sem (2.22a), (2.22b), mas incluindo (2.14), (2.15) e (2.16). A solução gerada a partir do modelo inicial é usada como uma solução inicial para o modelo SIP. Esse procedimento geralmente reduz significativamente o tempo de solução para o modelo SIP grande. Embora a abordagem permita ir além dos limites finais tradicionais, com 17% de produção extra de minério, requer execuções repetitivas do procedimento SIP, com tempo de processamento muito longo em alguns casos.

Diedrich (2012) apresenta um método de incorporação da incerteza dos teores no sequenciamento da lavra em uma lavra de minério de cobre pela introdução de uma escala de risco (ERS).

Benndorf e Dimitrakopoulos (2013) demonstraram a aplicação em um depósito de minério de ferro na Austrália Ocidental onde confirmaram a capacidade da abordagem de controle risco de se desviar das metas de produção ao longo do tempo e os resultados demonstram consistentemente que o NPV do cronograma de produção que considera a incerteza geológica pode ser substancialmente maior do que o de um cronograma convencional. Esse é um resultado direto do gerenciamento do impacto do risco para garantir que as metas de produção sejam atingidas durante a vida útil do negócio.

Marinho (2013) propôs uma abordagem alternativa à formulação tradicional via SIP baseado em superfícies de lavra para controle dos ângulos de talude.

### **2.4.3 Sequenciamento de lavra com base em superfícies**

Um sequenciamento de mina pode ser entendido como um conjunto de superfícies no espaço que divide o corpo em partes a serem extraídas durante diferentes períodos (ALMEIDA, 2013). Essa abordagem baseada em superfícies facilitam o gerenciamento

de taludes, melhorando a eficiência na solução de formulações SIP.

Os centroides dos blocos passam a fazer parte de uma rede de pontos medidos de uma superfície topográfica e, portanto, podem ser representados por uma variável binária  $x_{ct}^z = 1$  se for lavrado no período  $t$  e 0, caso contrário. Um aspecto fundamental dessa abordagem é a necessidade de associar blocos a células superficiais e ir realizando comparações de suas elevações no espaço. A formulação deste modelo é detalhada a seguir:

$$Max \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S \sum_{t=1}^T \sum_{c=1}^M \sum_{z=1}^Z V_{c,t,s}^z (x_{c,t}^z - x_{c,t-1}^z) \quad (2.23)$$

Nesta função, diferentemente da equação (2.09), é inserida o termo  $S$  referente ao número de simulações do corpo mineral,  $s$ : índice de cada simulação,  $s = 1, 2, \dots, S$ .  $T$  é a quantidade de períodos que, também, define o número de superfícies a ser consideradas;  $t$ : índice dos períodos,  $t = 1, 2, \dots, T$ .  $M$  é a quantidade de células em cada superfície, onde  $M = x.y$  representa o total de blocos nas dimensões  $x$  e  $y$ ;  $c$ : índice da localização de cada célula/bloco,  $c = 1, 2, \dots, M$ .  $Z$  é o número de níveis do modelo;  $z$ : índice dos níveis,  $z = 1, 2, \dots, Z$ .  $V_{c,t,s}^z$  é o valor descontado acumulado do bloco  $(c, z)$  e de todos os blocos acima do cenário  $s$  e período  $t$ .  $x_{c,t}^z$  é a variável binária que assume valor 1 se o bloco  $(c, z)$  é o último bloco sendo extraído no período  $t$  sobre  $c$  e 0 (zero) caso contrário.

As seguintes restrições foram consideradas:

*a. Restrições de superfície*

Garante que cada superfície em  $t$  tenha, no máximo, a mesma elevação da superfície  $(e_{c,t})$  anterior de  $t - 1$  que é usado para evitar cruzar superfícies e blocos sendo extraídos mais de uma vez.

$$e_{c,t-1} - e_{c,t} \geq 0 \quad c = 1, \dots, M; \quad t = 2, \dots, T \quad (2.24a)$$

*b. Restrições de ângulo geral*

É feito de modo que cada elevação celular é comparada com a elevação das 8 células adjacentes, o que representa um conjunto de  $8 \times nx \times ny \times T$ . As células adjacentes são comparadas duas vezes, garantindo declives ascendentes e descendentes.

$$e_{c,t} - e_{x,t} \leq H_x \quad c = 1, \dots, M; t = 1, \dots, T; \quad x \in X_c \quad (2.24b)$$

$$e_{c,t} - e_{y,t} \leq H_y \quad c = 1, \dots, M; t = 1, \dots, T; \quad y \in Y_c \quad (2.24c)$$

$$e_{c,t} - e_{d,t} \leq H_d \quad c = 1, \dots, M; t = 1, \dots, T; \quad d \in D_c \quad (2.24d)$$

onde:

$H_x$  é a máxima diferença de elevação para células adjacentes lateralmente na direção  $x$ , calculado por  $H_x = \Delta x \cdot \tan(\theta)$ , sendo  $\Delta x$  o tamanho do bloco em  $x$  e  $\theta$  o ângulo geral máximo.

$H_y$  é a máxima diferença de elevação para células adjacentes lateralmente na direção  $y$ , calculado por  $H_y = \Delta y \cdot \tan(\theta)$ , sendo  $\Delta y$  o tamanho do bloco em  $y$  e  $\theta$  o ângulo geral máximo.

$H_d$  é a máxima diferença de elevação para células adjacentes em direção diagonal, calculado por  $H_d = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2} \times \tan(\theta)$ .

*c. Restrições entre superfícies de lavra e blocos*

Blocos e superfícies de extração estão ligados na formulação comparando a elevação de cada centroide de bloco ( $E_c^z$ ) com a elevação de cada superfície. A variável  $x_{c,t}^z$  irá assumir 1 se o centroide do bloco estiver na mesma elevação ou exatamente acima da superfície correspondente (índice  $t$ ). Abaixo a restrição, sendo  $\Delta z$  a altura do bloco:

$$0 \leq \sum_{z=1}^Z (E_c^z x_{c,t}^z) - e_{c,t} \leq \Delta z \quad c = 1, \dots, M; \quad t = 1, \dots, T \quad (2.25)$$

Garante que haja apenas um bloco definindo o final de cada período  $t$  sobre cada coluna  $c$  dos blocos  $z$ :

$$\sum_{z=1}^Z x_{c,t}^z = 1 \quad c = 1, \dots, M; \quad t = 1, \dots, T \quad (2.26)$$

*d. Restrições de movimentação total na mina*

Garante que a quantidade de minério e estéril sejam respeitadas durante cada período de lavra:

$$\underline{T}_t \leq \sum_{c=1}^M \sum_{z=1}^Z T_c^z (x_{c,t}^z - x_{c,t-1}^z) \leq \overline{T}_t \quad t = 1, \dots, T \quad (2.27)$$

onde:

$\underline{T}_t, \overline{T}_t$  : são os limites mínimo e máximo a serem extraídos no período  $t$ .

*e. Restrições das metas de alimentação do processo*

Garante que as quantidades de minério mínima e máxima para a alimentação do processo sejam respeitadas.

$$\underline{O}_t^A \leq \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S \sum_{c=1}^M \sum_{z=1}^Z O_{c,s}^z (x_{c,t}^z - x_{c,t-1}^z) \leq \overline{O}_t^A \quad t = 1, \dots, T \quad (2.28)$$

onde:

$\underline{O}_t^A, \overline{O}_t^A$  : são os limites mínimo e máximo de minério no período  $t$ .

*f. Restrições de especificações*

Garante que os desvios das metas de produção estejam dentro dos limites das especificações exigidas (são *hard constraints*).

$$\underline{O}_t^R \leq \sum_{c=1}^M \sum_{z=1}^Z O_{c,s}^z (x_{c,t}^z - x_{c,t-1}^z) \leq \overline{O}_t^R \quad s = 1, \dots, S; \quad t = 1, \dots, T \quad (2.29)$$

onde:

$\underline{O}_t^R, \overline{O}_t^R$ : são os limites mínimos e máximos para minério no determinado período,

onde R representa o “risco”;

$O_{c,s}^z$  : á a massa acumulada de minério do  $(c, s)$  e todos blocos acima no cenário  $s$ .

*g. Restrições não negatividade*

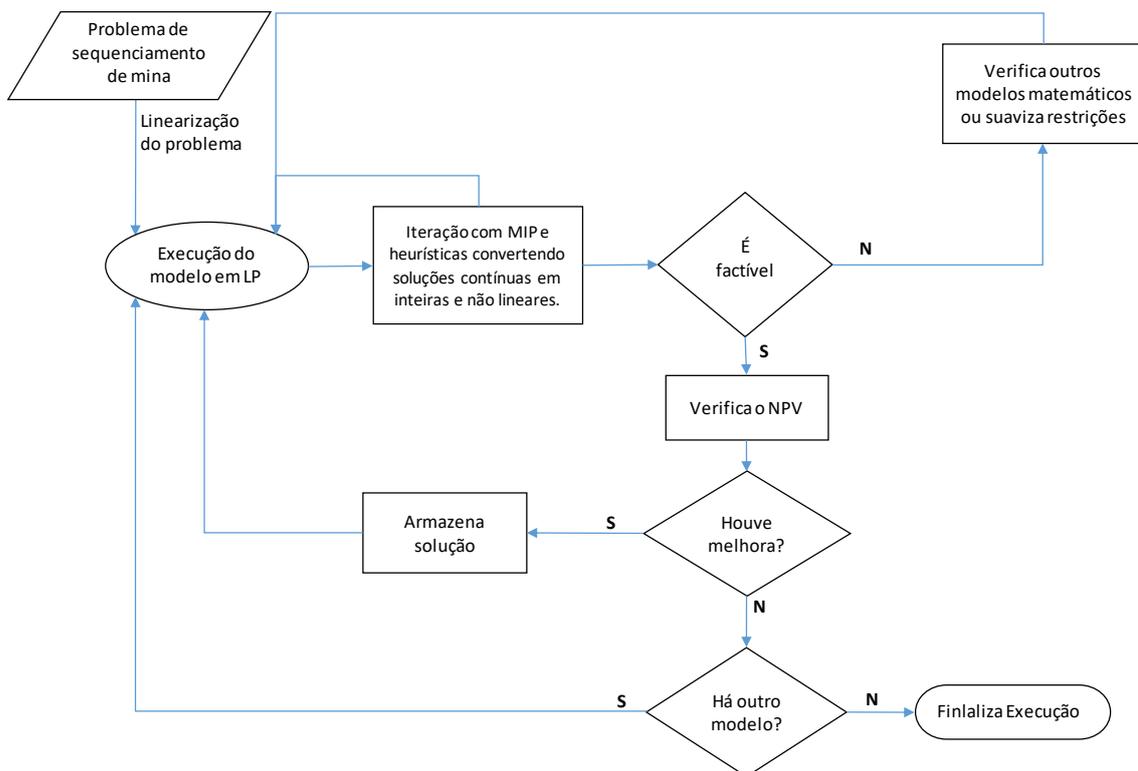
$$e_{c,t} \in R \quad c = 1, \dots, M; \quad t = 1, \dots, T \quad (2.30)$$

$$x_{c,t}^z \in \{0,1\} \quad c = 1, \dots, M; \quad t = 1, \dots, T; \quad z = 1, \dots, Z \quad (2.31)$$

#### 2.4.4 Utilização do SimSched para DBS

O SimSched DBS é um software comercial (plugin do SGeMS), atualmente no estágio Beta, da MiningMath, que é capaz de atribuir períodos de extração e destino aos blocos por meio de um problema de otimização matemática e heurística (OTA e MATINEZ, 2017). Com a utilização de Programação Inteira Mista (MIP), realiza a maximização do NPV enquanto respeita as restrições de capacidade, ângulos geotécnicos e considerando o valor do dinheiro no tempo em uma única etapa de otimização, ou seja, executada diretamente no modelo de blocos. O software, então, realiza as etapas de otimização da cava, pushbacks e sequenciamento da lavra em um único processo com critérios matemáticos. Além disso, a estrutura do algoritmo, baseada em MIP com heurísticas, é flexível para incluir qualquer tipo de restrição aditiva (horas de frota e escavação, produção de metal, distância média de transporte, entre outras) e restrições de mistura de minérios.

É utilizado o conceito de lavra com base em geração de superfícies para confecção dos planos sequenciais, dentro dos parâmetros geométricos (vid. tópico 2.4.3). Pode-se definir valores mínimos para a largura de lavra, um intervalo para a taxa vertical de avanço e, também, é possível importar superfícies para uma restrição geométrica de determinada área (área bloqueada, por exemplo). É possível, também, o uso de pilhas de estoque, múltiplos destinos para o minério, além de poder-se trabalhar com modelos simulados. O algoritmo interno do software processa problemas contínuos e mais simples de serem resolvidos. De acordo com a heurística proprietária que interpreta e transforma os resultados contínuos em resultados inteiros e não lineares. Porém, pode não ser possível alcançar o resultado considerando todas as restrições impostas em todos os casos, então, o sistema verifica se é possível convergir por meio de outros modelos matemáticos ou relaxamento de algum parâmetro do modelo. A figura abaixo ilustra o fluxograma simplificado do sistema.



**Figura 2.32 - Fluxograma simplificado do processo interno de decisão do SimSched (adaptado de OTA e MATINEZ, 2017)**

### **3 – MATERIAIS E MÉTODOS**

Neste capítulo apresenta-se a metodologia proposta para resolver o problema do sequenciamento de um complexo mineiro composto de duas minas de minério de cobre, dois circuitos de tratamento de minério e com a utilização de pilhas de estoque para o balanceamento da produção e, conseqüentemente, da qualidade de alimentação da planta. Conforme descrito no capítulo anterior, utilizou-se o software SimSched como otimizador do sequenciamento e, para a manipulação do modelo e construção da função benefício, foi usado o software gráfico Studio OP da Datamine. Os modelos de blocos foram concedidos pela Datamine com 40 simulações de teores de Cu, mas, para diminuir o tempo de processamento das duas minas, utilizaram-se apenas 15 simulações de teores para a realização deste trabalho.

Na primeira etapa do trabalho foram elaborados a padronização dos modelos em um tamanho único (regularização) e a criação de um modelo global contendo as duas minas (apesar de estarem geograficamente separadas). Após a preparação, esse modelo global foi exportado para o software de otimização e diversos cenários foram criados de acordo com as estratégias de lavra que serão detalhadas ao longo do capítulo.

#### **3.1 Modelo de blocos**

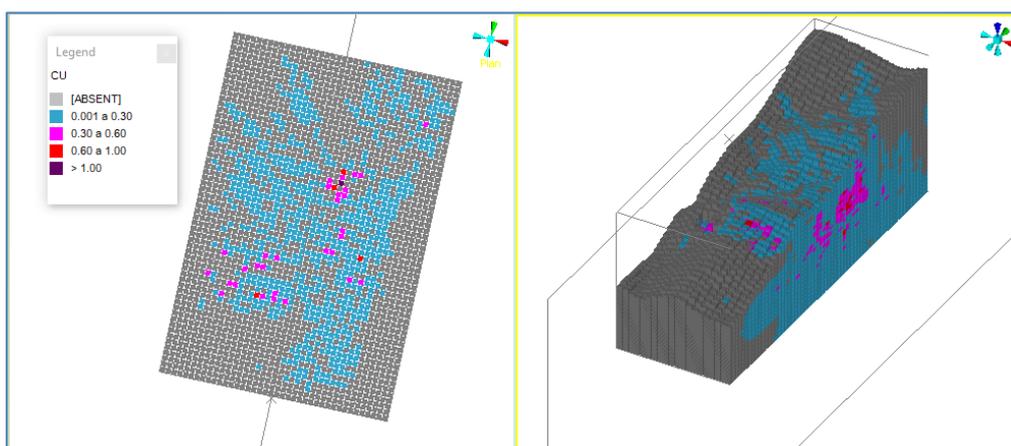
Os modelos de blocos deste trabalho foram gentilmente cedidos pela empresa Datamine e constituem-se de dois modelos de minério de cobre (denominados de mina 01 e mina 02) geograficamente separados.

Os modelos, inicialmente com tamanhos diferentes, foram regularizados para poderem ficar com o mesmo tamanho de blocos. Após essa etapa, os modelos ficaram regularizados mas não apresentaram diferença de massa significativa, conforme observado nas tabelas abaixo.

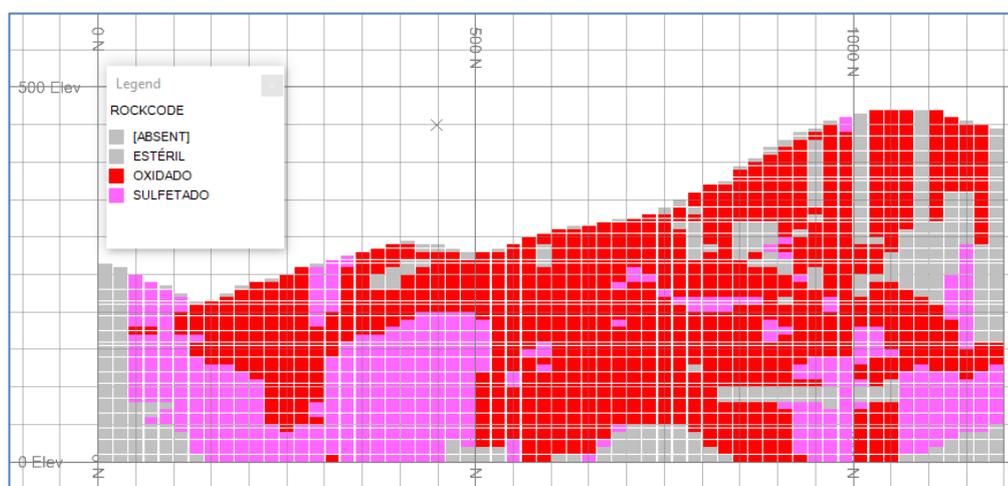
**Tabela III.1 – Comparativo entre os valores de massas após regularização dos modelos**

	Modelo de Blocos		
	Sub-Block (a)	Regular (b)	% $\Delta$ (a - b)
Estéril (kt)	268,530	268,319	-0.1%
Oxidado (kt)	182,972	183,117	0.1%
Sulfetado (Kt)	228,194	229,427	0.5%

Após a regularização de cada modelo, criou-se um campo para distinguir uma mina da outra. A mina com a origem nas coordenadas x, y, z com valores 0,0 e 0, respectivamente, foi denominada de mina 01 contendo dois tipos de minério: o minério mais rico (oxidado) e minério mais pobre (sulfetado). Abaixo a visualização em 2D e 3D do modelo com os tipos de minério e teores de cobre para essa mina (figuras 3.1 e 3.2).

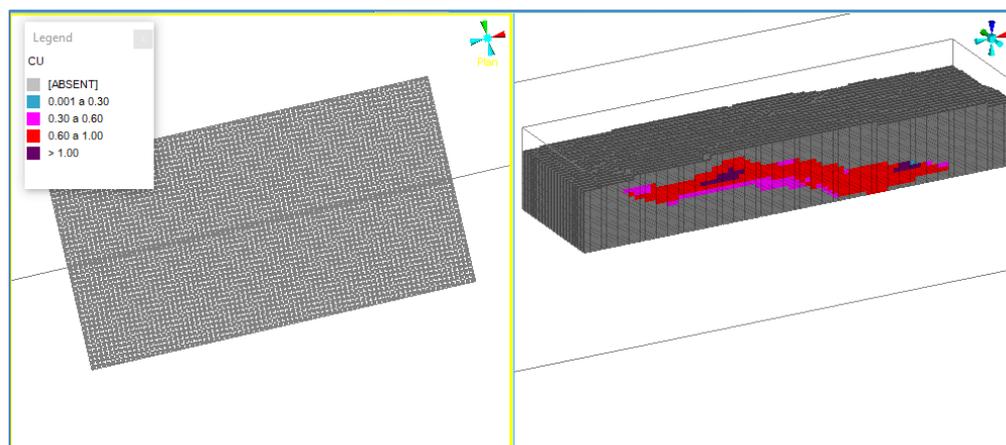


**Figura 3.1 – Detalhe do modelo da mina 01 com um corte vertical (teores de Cu).**



**Figura 3.2 – Detalhe do modelo da mina 01 com um corte vertical (teores de Cu).**

A outra mina, constituída de minério oxidado e sulfetado, porém com estimativas de teores apenas para alguns blocos de minério sulfetado e de todos os blocos do corpo de minério oxidado, com as coordenadas de origem em x, y, z com valor 1000, 0 e 0, respectivamente, foi denominada de mina 02. Abaixo a visualização em 2D e 3D do modelo com teores de cobre para essa mina (figura 3.3).



**Figura 3.3 – Detalhe do modelo da mina 02 com um corte vertical (teores de Cu).**

A geração dos valores econômicos foi calculada por meio de uma macro (detalhes no Apêndice I). Após a geração dos valores econômicos de cada bloco para cada realização de teor e, levando-se em consideração cada possível destino, foi feito um arquivo em formato ASCII para ser exportado para o software de sequenciamento direto de blocos.

O modelo foi exportado para o software de sequenciamento direto de blocos com todos os valores de benefício para cada realização de teor de cobre no minério, com o custo de extração (lavra) e tratamento para os dois circuitos de processamento. A figura abaixo é o arquivo em formato ASCII (.csv) que foi enviado para o sequenciamento:

	DENSITY	SLOPE	@Cu(1)	@Cu(2)	@Cu(3)	@Cu(4)	@Cu(5)	@Cu(6)	@Cu(7)	@Cu(8)	@Cu(9)	@Cu(10)	@Cu(11)									
1	2.33	49	0.0767	0.1801	0.0922	0.0747	0.0467	0.0611	0.0444	0.1848	0.0485	0.3467	0.0844	0.02								
2	2.33	49	0.0767	0.1801	0.0922	0.0747	0.0467	0.0611	0.0444	0.1848	0.0485	0.3467	0.0844	0.02								
3	2.33	49	0.0122	0.4266	0.1466	0.0044	0.0211	0.0278	0.0156	0.0478	0.1044	0.0656	0.16	0.1746	0							
4	2.33	49	0.0122	0.4266	0.1466	0.0044	0.0211	0.0278	0.0156	0.0478	0.1044	0.0656	0.16	0.1746	0							
5	2.33	49	0.0156	0.1637	0.1178	0.1625	0.0611	0.1456	0.0378	0.1378	0.0189	0.2708	0.339	0.12	0							
6	2.33	49	0.0156	0.1637	0.1178	0.1625	0.0611	0.1456	0.0378	0.1378	0.0189	0.2708	0.339	0.12	0							
7	2.33	49	0.0156	0.1637	0.1178	0.1625	0.0611	0.1456	0.0378	0.1378	0.0189	0.2708	0.339	0.12	0							
8	2.33	49	0.1905	0.1411	0.0567	0.2135	0.0056	0.0756	0.0356	0.0467	0.0622	0.6873	0.2174	0.03	0							
9	2.33	49	0.1905	0.1411	0.0567	0.2135	0.0056	0.0756	0.0356	0.0467	0.0622	0.6873	0.2174	0.03	0							
10	1.8	43	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-7020	-19620	-19620	-19620	-19620	-19620	-19620	
11	1.8	43	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-7020	-19620	-19620	-19620	-19620	-19620	-19620
12	1.8	43	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-7020	-19620	-19620	-19620	-19620	-19620	-19620
13	1.8	43	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-7020	-19620	-19620	-19620	-19620	-19620	-19620
14	1.8	43	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-7020	-19620	-19620	-19620	-19620	-19620	-19620
15	1.8	43	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-7020	-19620	-19620	-19620	-19620	-19620	-19620
16	1.8	43	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-7020	-19620	-19620	-19620	-19620	-19620	-19620
17	1.8	43	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-7020	-19620	-19620	-19620	-19620	-19620	-19620
18	1.8	43	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-7020	-19620	-19620	-19620	-19620	-19620	-19620
19	1.8	43	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-7020	-19620	-19620	-19620	-19620	-19620	-19620
20	1.8	43	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-7020	-19620	-19620	-19620	-19620	-19620	-19620
21	1.8	43	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-7020	-19620	-19620	-19620	-19620	-19620	-19620
22	1.8	43	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-7020	-19620	-19620	-19620	-19620	-19620	-19620
23	1.8	43	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-7020	-19620	-19620	-19620	-19620	-19620	-19620

**Figura 3.4 – Arquivo com os valores econômicos para ser utilizado no SimSched**

### 3.2 Função benefício

A função benefício foi elaborada de acordo com parâmetros determinados com base em alguns estudos de viabilidade feitos pelo próprio autor. Abaixo a tabela com os valores utilizados para confecção do valor de cada bloco.

**Tabela III.2 – Parâmetros de preço e custos utilizados para a valoração dos blocos**

Base de preço e custo para a função benefício		
	Valor	Unidade
Preço de venda	3500	US\$/t produto
Custo de Mina	1.95	US\$/t mov.
Custo de retomada *	0.5	US\$/t mov.
Custo Flotação	3.5	US\$/t ROM
Custo Lixiviação	3.4	US\$/t ROM
C. de comercialização	10.0	US\$/t

\* stock pile

Para cada realização de teor de Cu foi considerado um valor de recuperação de acordo com circuito de tratamento em que o bloco assumir ao entrar na planta. A recuperação mássica em cada circuito (ou rota) de tratamento foi considerado conforme a tabela III.3 abaixo:

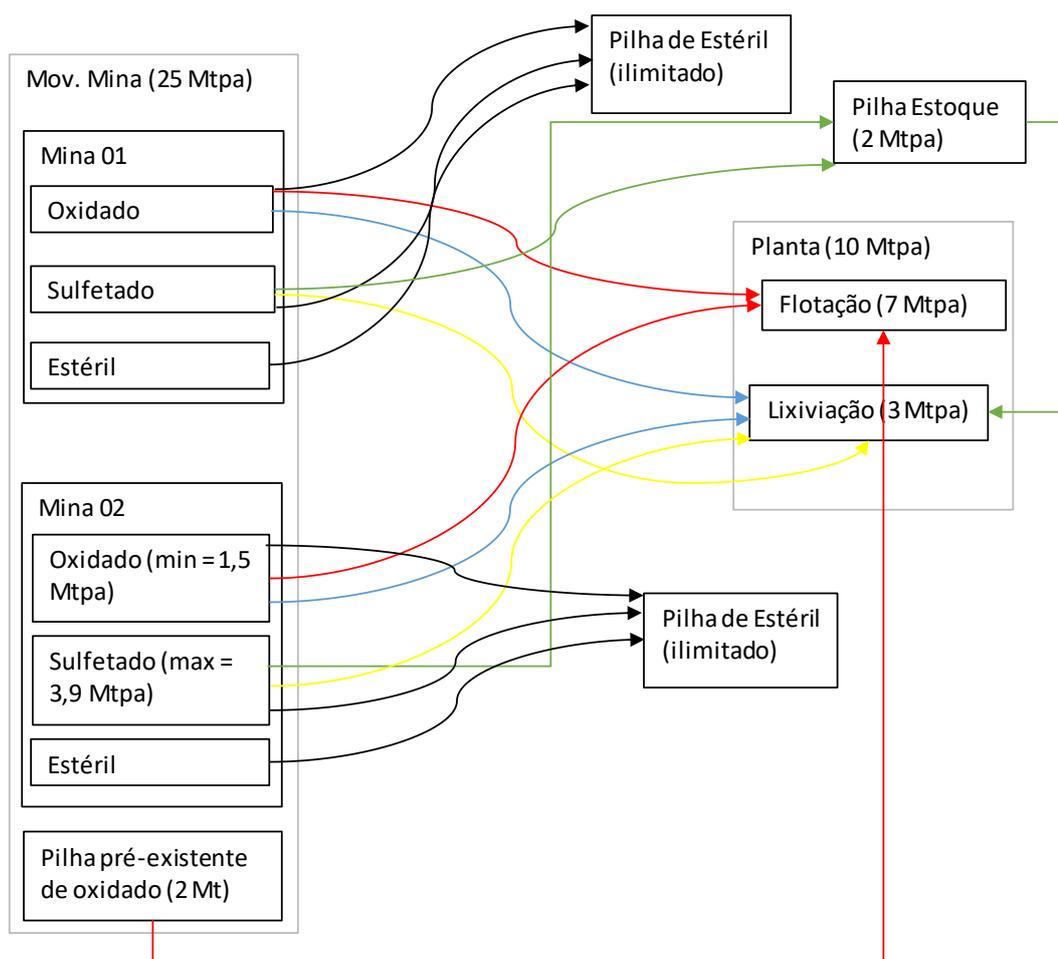
**Tabela III.3 – Valores de recuperação de acordo com os teores de Cu**

Função de Recuperação de acordo com circuito		
Faixa de teor (Cu)	Flotação	Lixiviação
$0 > \%Cu < 0.2999$	$R = 2.33 \times \%Cu$	$R = 2.16 \times \%Cu$
$0.3 > \%Cu < 0.5999$	0.70	0.65
$\%Cu > 0.6$	0.82	0.65

Conforme mencionado anteriormente, para cada bloco e para cada realização de teor foi calculado um possível valor de benefício (conforme detalhado no apêndice I). De acordo com a tabela III.3 supracitada, o processo de tratamento é constituído por dois destinos

que correspondem aos dois processos possíveis para o enriquecimento da massa de R.O.M advinda das minas. Foram considerados 3 (três) cenários para o comparativo dos valores de VPL em cada alternativa. As características de cada alternativa são:

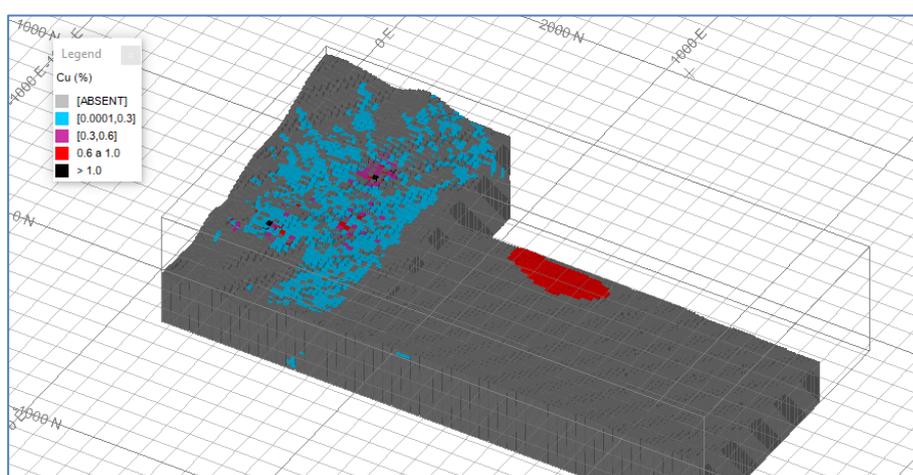
- ✓ Cenário 01: Alimentação direta de minério em cada planta, porém o minério oxidado podendo ir para os circuitos de flotação ou lixiviação e o minério sulfetado indo apenas para o circuito de lixiviação;
- ✓ Cenário 02: Alimentação da planta com os minérios vindos diretamente da mina e obedecendo aos critérios do cenário 01, porém podendo cada tipo ser estocado em uma pilha intermediária para posterior alimentação (figura 36);
- ✓ Cenário 03: Considera uma pilha de minério oxidado pré-existente (com determinada capacidade) que poderá alimentar diretamente a planta ao longo da vida e, também, considera os mesmos critérios para o R.O.M impostos no cenário 02 (figura 3.5).



**Figura 3.5 – Fluxograma simplificado do cenário 03**

### 3.3 Ferramentas computacionais utilizadas

Foram utilizados dois softwares para a elaboração dos cenários supracitados. Um software para manipulação do modelo da empresa Datamine, chamado Studio OP onde foi possível colocar as minas em um grande protótipo e a geração do modelo de blocos com os valores de benefício de acordo com cada uma das 15 simulações de teores em cada mina. A figura 3.6 mostra os dois modelos no mesmo protótipo e o modelo da pilha pré-existente na mina 02 (opção a ser considerada no cenário 03).



**Figura 3.6 – Resultado da manipulação dos modelos de blocos**

Após a geração dos valores para cada simulação e para cada destino, foi gerado um arquivo com os campos necessários à entrada do sequenciador. Para o sequenciamento direto dos blocos foi utilizada a ferramenta disponibilizada pela empresa MiningMath, o software SimSched.

Conforme descrito anteriormente, o software utilizado para o sequenciamento direto de blocos (SimSched), possui a capacidade processar modelos robustos com a utilização de otimização e heurística (OTA e MATINEZ, 2017). Seu manuseio é bem simples e na interface de entrada de dados é possível configurar diversos cenários de acordo com as estratégias de lavra. Por meio dessa interface foi possível restringir regiões de lavra, taxas de avanço vertical e horizontal e praça mínima de lavra, etc.

### 3.4 Configuração dos cenários de estudo

#### 3.4.1 Cenário 01

Este cenário foi configurado para que a planta de beneficiamento fosse alimentada diretamente pelas duas minas e a alimentação de cada circuito limitada a quantidade de 7 e 3 milhões de toneladas para as plantas de flotação e lixiviação respectivamente.

Foi necessário limitar a alimentação de uma das minas para evitar que o software de sequenciamento privilegiasse uma determinada lavra em função de outra o que faria com que a exploração ficasse desbalanceada entre as duas minas. Na mina 2, por apresentar um pouco menos de minério, teve a sua lavra limitada à capacidade mínima de 1,5 Mtpa para minério oxidado e 3,9 Mtpa para minério sulfetado (conforme retratado em figura representando o fluxograma do referido cenário). Os demais cenários também seguiram a mesma premissa para limitação de movimentação em cada tipologia.

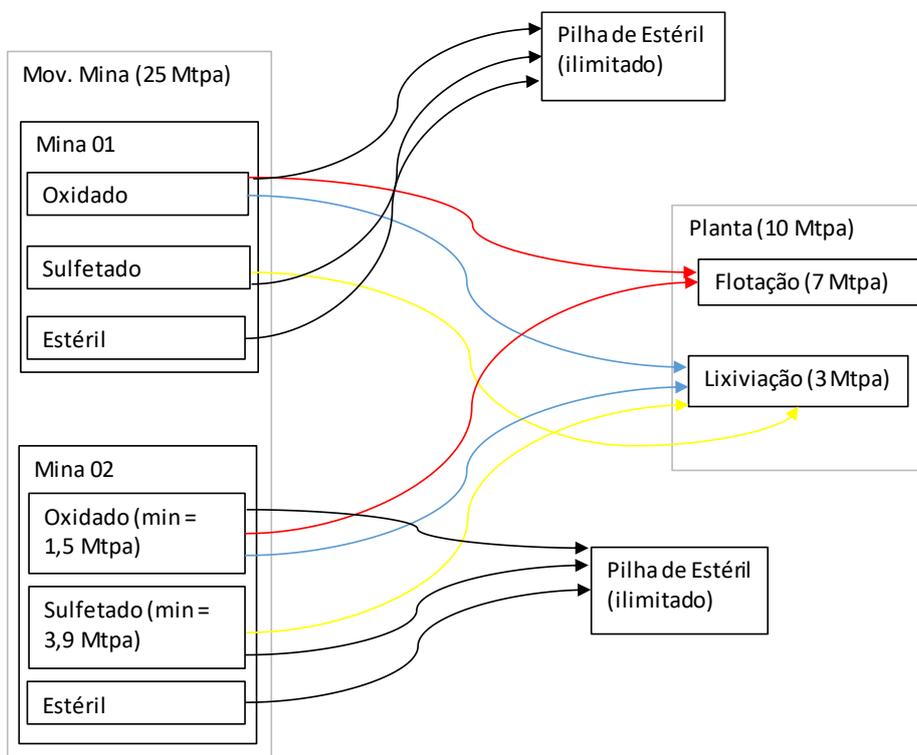
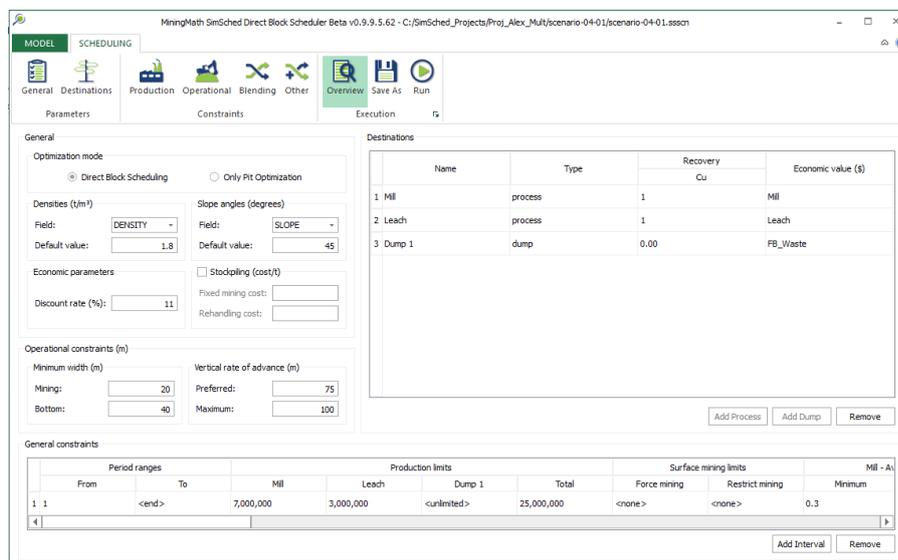


Figura 3.7 – Fluxograma simplificado (cenário 01)

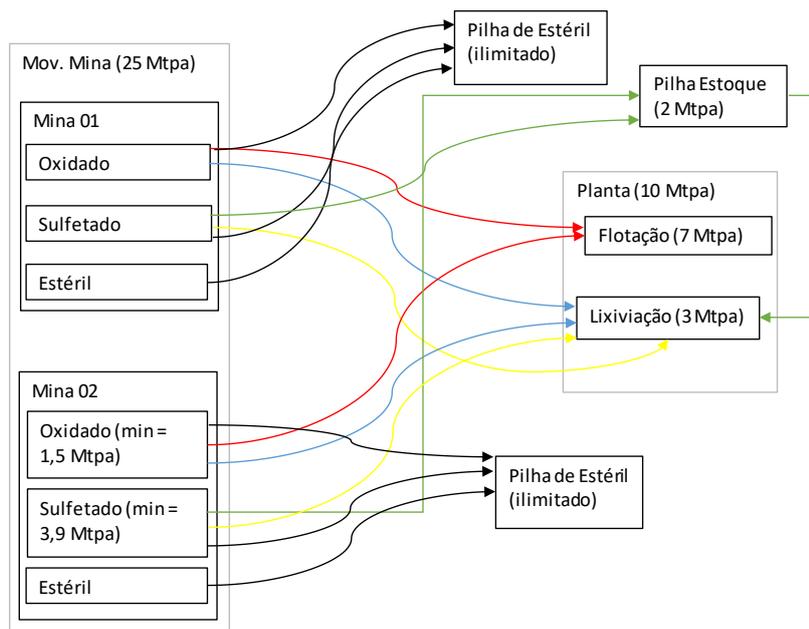
A entrada dos parâmetros no SimSched para um cenário desse tipo mostrou-se extremamente amigável e fácil de ser configurada. Abaixo a tela com as principais entradas para geração do sequenciamento direto de blocos referente ao cenário supracitado:



**Figura 3.8 – Configuração de entrada no SimSched para o cenário 01**

### 3.4.2 Cenário 02

Abaixo o fluxo simplificado desse cenário:



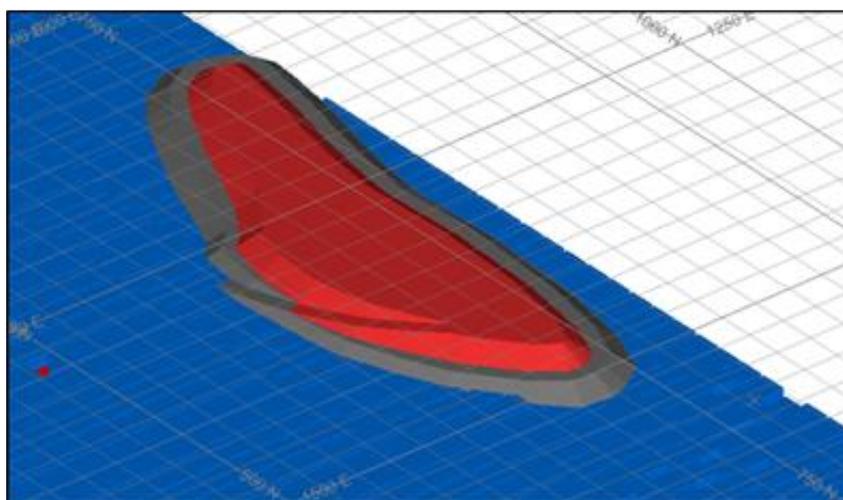
**Figura 3.9 – Fluxograma simplificado (cenário 02)**

Neste cenário foi considerada a utilização de pilhas de estoque intermediária visando a alimentação constante da planta de tratamento e regularização dos teores de R.O.M. A alimentação de cada circuito continua a mesma do cenário 01, ou seja, 7 e 3 milhões de toneladas para as plantas de flotação e lixiviação respectivamente.

Também foi considerado que o limite da pilha de estoque não ultrapassaria 2 Mtpa (dois milhões de toneladas anuais) distribuídas proporcionais à alimentação de R.O.M para a planta, ou seja, 1,6 milhões de toneladas para minério oxidado e 0,4 milhões de toneladas para minério sulfetado.

### 3.4.3 Cenário 03

Neste cenário 03, conforme detalhado na figura 3.10 (inclusão de uma pilha pré-existente), foram utilizadas as ferramentas de desenho do Studio OP para a construção de uma pilha de aproximadamente 2 Mt de massa com um teor único de cobre de 0,6%. A figura abaixo detalha a pilha sem a discretização em blocos.

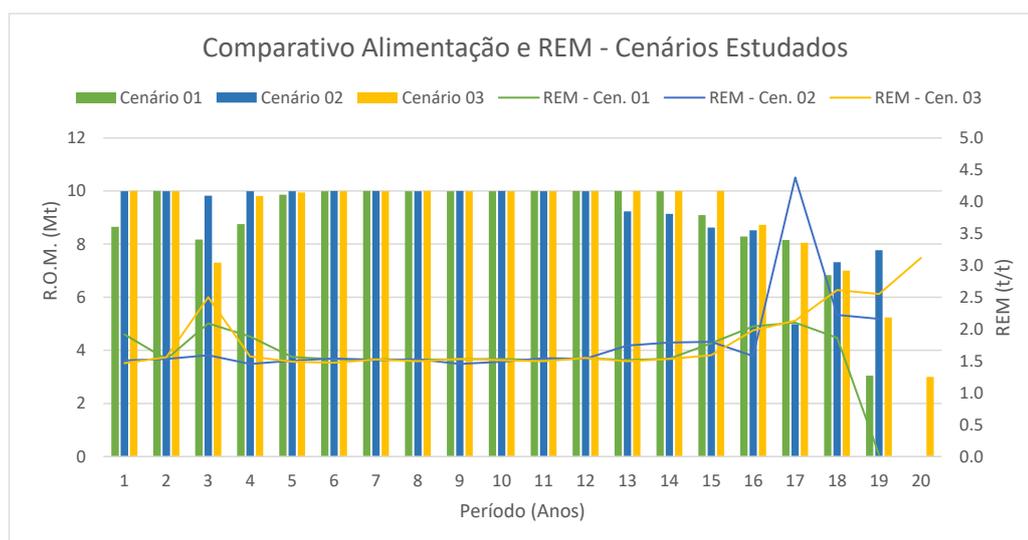


**Figura 3.10 – Pilha pré-existente de estoque (cenário 03)**

Como nos cenários anteriores, considerou-se a alimentação de 3 e 7 milhões de toneladas para minério oxidado e sulfetado respectivamente e, além dessa pilha (que deverá ser consumida nos primeiros períodos), também com a utilização de pilhas intermediárias (conforme estratégia do cenário 02).

## 4 – RESULTADOS E DISCUSSÃO

Com os resultados desses cenários foi possível avaliar o impacto de cada estratégia na geração de resultados. Abaixo um gráfico resumo com o comparativo entre o R.O.M. e a REM praticada em cada cenário:



**Figura 4.1 – Resultados do sequenciamento para os cenários estudados**

A tabela abaixo resume o sequenciamento de lavra obtido para o cenário 01.

**Tabela IV.1- Valores de movimentação para o cenário 01**

Período	Mill	Leach	Estéril	ROM	REM
1	5.9	2.8	16.6	8.7	1.9
2	7.0	3.0	15.3	10.0	1.5
3	6.1	2.1	17.1	8.2	2.1
4	5.8	3.0	16.5	8.8	1.9
5	6.9	3.0	15.4	9.9	1.6
6	7.0	3.0	15.2	10.0	1.5
7	7.0	3.0	15.3	10.0	1.5
8	7.0	3.0	15.2	10.0	1.5
9	7.0	3.0	15.3	10.0	1.5
10	7.0	3.0	15.3	10.0	1.5
11	7.0	3.0	15.1	10.0	1.5
12	7.0	3.0	15.4	10.0	1.5
13	7.0	3.0	15.1	10.0	1.5
14	7.0	3.0	15.4	10.0	1.5
15	6.1	3.0	16.2	9.1	1.8
16	5.3	3.0	16.9	8.3	2.0
17	5.2	3.0	17.1	8.2	2.1
18	3.8	3.0	12.7	6.8	1.9
19	0.0	3.0	0.1	3.0	0.0
<b>TOTAL</b>	<b>114.9</b>	<b>55.9</b>	<b>281.1</b>	<b>170.8</b>	<b>1.65</b>

Pode-se observar que o software de sequenciamento direto de blocos (SimSched) foi bem-sucedido na tentativa de equilibrar a meta de produção com a movimentação máxima exigida para as minas. Pequenas oscilações foram observadas nos primeiros anos de lavra e, também, ao final de vida útil da lavra.

Para este cenário, foram lavrados 170,8 Mt de minério (oxidado e sulfetado) e a REM acumulada foi de 1,65 t/t. Houve no início do período uma sub-oferta de minério devido a este não estar totalmente liberado nos primeiros anos de lavra e a vida útil das minas atingiu 19 anos. Abaixo os gráficos com as variações dos teores de Cu na alimentação de cada planta:

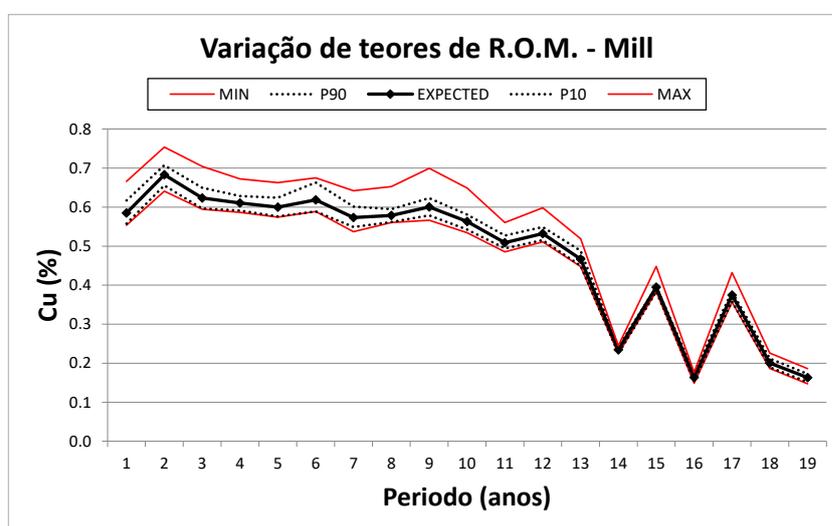


Figura 4.2 – Variação dos teores de cobre nos fluxos flotação (cenário 01)

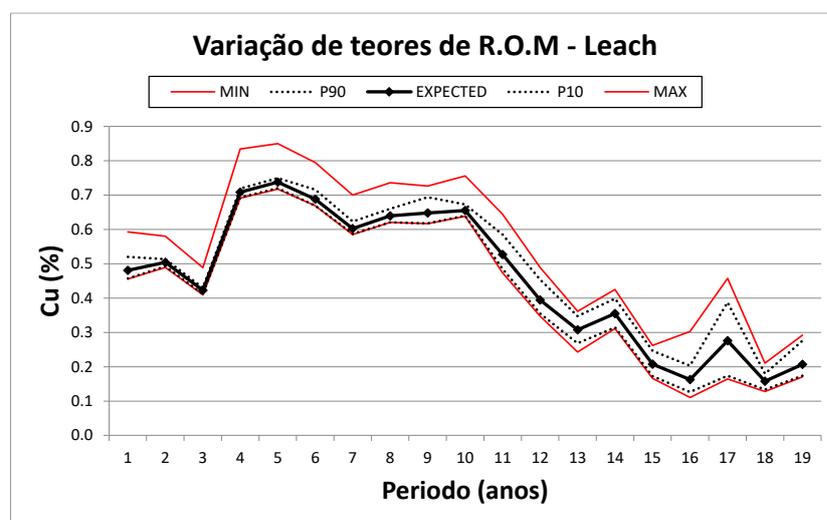


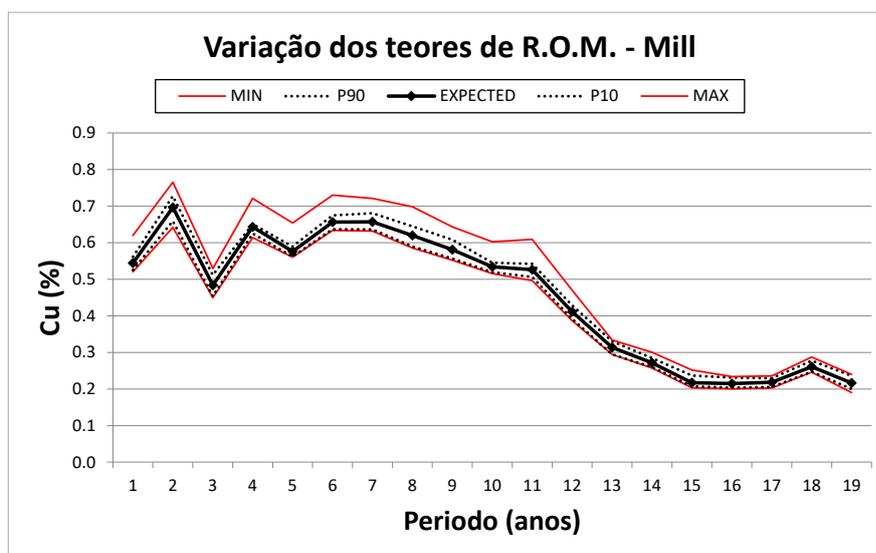
Figura 4.3 – Variação dos teores de cobre nos fluxos lixiviação (cenário 01)

Para o cenário 02, foram lavrados cerca de 175,4 Mt de minério e a REM acumulada foi de 1,70 t/t e, também, a vida útil da lavra foi de 19 anos.

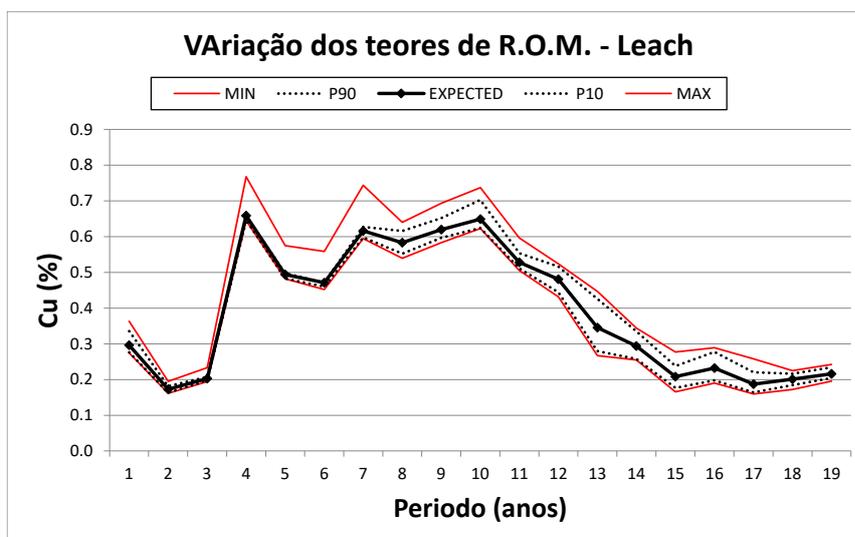
**Tabela IV.2- Valores de movimentação para o cenário 02**

Periodo	Mill	Leach	Estéril	ROM	REM
1	7.0	3.0	15.1	10.0	1.5
2	7.0	3.0	15.3	10.0	1.5
3	6.8	3.0	15.6	9.8	1.6
4	7.0	3.0	14.5	10.0	1.5
5	7.0	3.0	15.0	10.0	1.5
6	7.0	3.0	15.4	10.0	1.5
7	7.0	3.0	15.1	10.0	1.5
8	7.0	3.0	15.2	10.0	1.5
9	7.0	3.0	14.5	10.0	1.5
10	7.0	3.0	14.9	10.0	1.5
11	7.0	3.0	15.4	10.0	1.5
12	7.0	3.0	15.3	10.0	1.5
13	7.0	2.2	16.1	9.2	1.7
14	7.0	2.1	16.3	9.1	1.8
15	7.0	1.6	15.5	8.6	1.8
16	7.0	1.5	13.4	8.5	1.6
17	4.1	0.9	21.8	5.0	4.4
18	7.0	0.3	16.3	7.3	2.2
19	7.0	0.8	16.8	7.8	2.2
<b>TOTAL</b>	<b>129.9</b>	<b>45.5</b>	<b>297.6</b>	<b>175.4</b>	<b>1.70</b>

A seguir, são mostrados os gráficos com a variação dos teores de alimentação de Cu em cada planta:



**Figura 4.4 – Variação dos teores de cobre nos fluxos flotação (cenário 02)**



**Figura 4.5 – Variação dos teores de cobre nos fluxos lixiviação (cenário 02)**

No cenário 03, lavrou-se 179 Mt de minério com uma REM acumulada de 1,71. Com a estratégia de ter-se uma pilha de estoque inicial, a vida útil da lavra foi de 20 anos. Porém, já haviam 2 Mt de minério disponível, portanto, lavrou-se apenas 177 Mt na mina. Abaixo a tabela com as massas lavradas em cada ano e os gráficos com a variação dos teores em cada planta

**Tabela IV.3 – Tabela com os valores de movimentação para o cenário 03**

Periodo	Mill	Leach	Estéril	ROM	REM
1	7.0	3.0	14.6	10.0	1.5
2	7.0	3.0	15.6	10.0	1.6
3	5.2	2.1	18.2	7.3	2.5
4	7.0	2.8	15.4	9.8	1.6
5	6.9	3.0	14.8	9.9	1.5
6	7.0	3.0	14.7	10.0	1.5
7	7.0	3.0	15.2	10.0	1.5
8	7.0	3.0	15.0	10.0	1.5
9	7.0	3.0	15.3	10.0	1.5
10	7.0	3.0	15.1	10.0	1.5
11	7.0	3.0	15.0	10.0	1.5
12	7.0	3.0	15.5	10.0	1.5
13	7.0	3.0	15.0	10.0	1.5
14	7.0	3.0	15.3	10.0	1.5
15	7.0	3.0	15.9	10.0	1.6
16	5.7	3.0	17.3	8.7	2.0
17	5.1	3.0	17.2	8.1	2.1
18	4.0	3.0	18.3	7.0	2.6
19	2.2	3.0	13.3	5.2	2.5
20	0.0	3.0	9.3	3.0	3.1
<b>TOTAL</b>	<b>120.1</b>	<b>58.9</b>	<b>306.0</b>	<b>179.0</b>	<b>1.71</b>

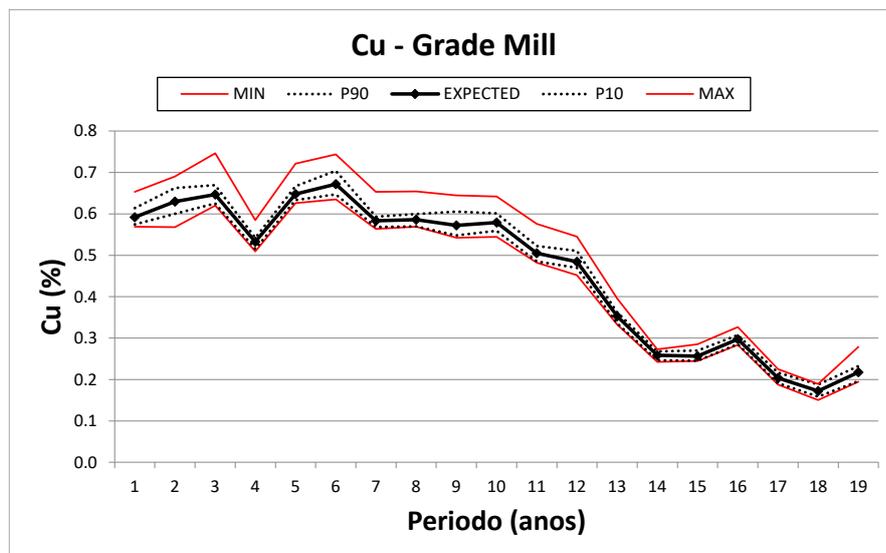


Figura 4.6 – Variação dos teores de cobre nos fluxos flotação (cenário 03)

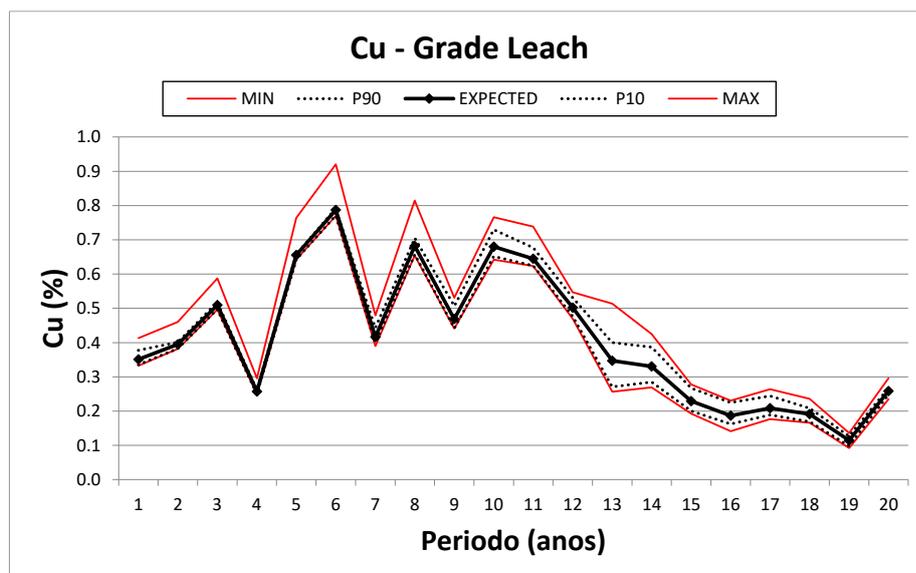


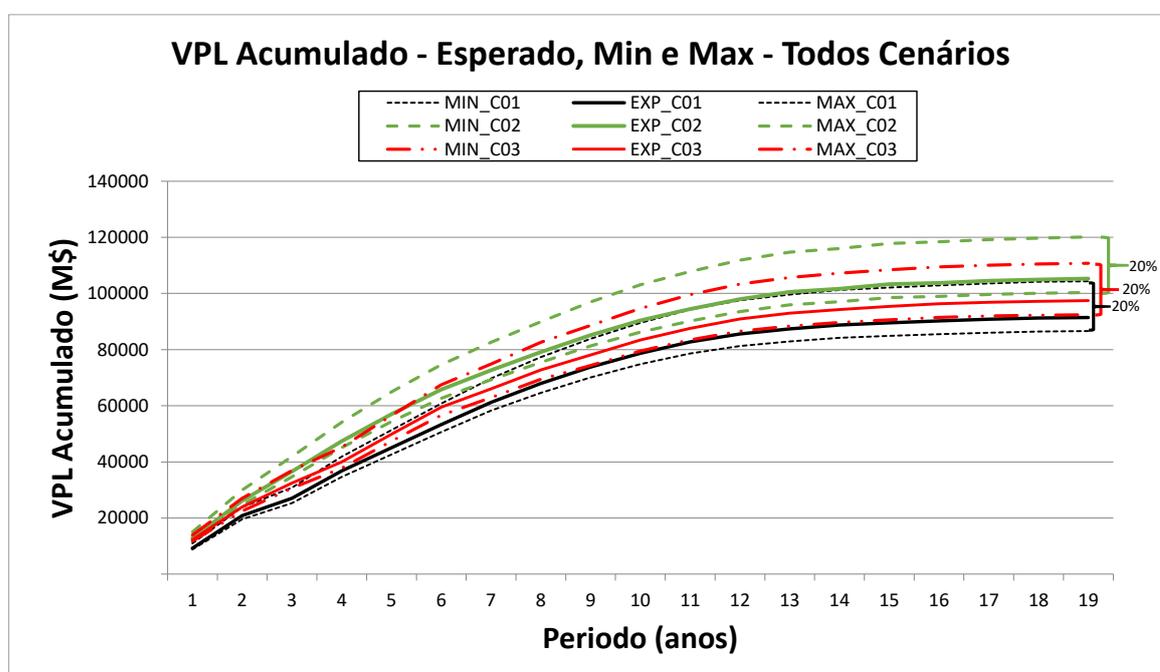
Figura 4.7 – Variação dos teores de cobre nos fluxos lixiviação (cenário 03)

Cada cenário tentou suprir a necessidade do cenário subsequente. No cenário 01, como não foi possível obter a massa inicial necessária para a usina de beneficiamento, utilizou-se a estratégia de estocagem em pilhas intermediárias (cenário 02), porém foi necessário aumentar um pouco a REM no primeiro ano para poder fazer o estoque inicial. No cenário 03, procurou-se manter a REM estacionária com a utilização de uma pilha pré-existente. Após a avaliação de cada estratégia adotada, comparou-se a variação do NPV de cada cenário e, concluiu-se que o cenário mais favorável do ponto de vista de retorno financeiro

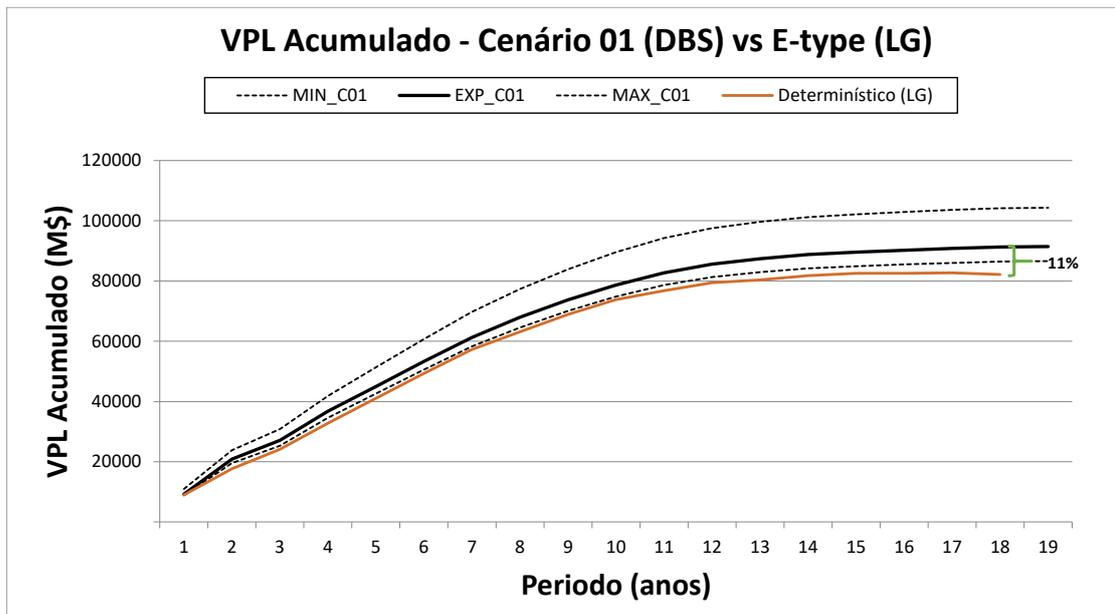
seria o cenário 02 (com a utilização de pilha de estoque) e que o cenário que apresenta uma pilha pré-existente não contribuiu muito para o ganho de valor ao longo do tempo. Abaixo o comparativo de resultados entre as três estratégias adotadas:

**Tabela IV.4 – Tabela com a variação de VPL para cada cenário estudado**

Cenário	VPL Acumulado (US\$ x 10 <sup>6</sup> )			% Δ (min - max)
	Min	Max	Esperado	
01	86,615.3	104,354.0	91,466.0	20%
02	100,374.0	120,123.0	105,292.0	20%
03	92,630.4	110,955.0	97,626.0	20%



Apenas para o cenário 01, foi feito o sequenciamento tradicional considerando-se a média das 15 simulações (E-type) e a utilização do algoritmo de Lerchs e Grossmann (LG). O gráfico abaixo demonstra que há uma diferença de 11% entre os valores de VPL acumulados ao final do 18º período de lavra (último ano de sequenciamento via método tradicional).



**Figura 4.9 – Variação dos valores de VPL (cenário 01 vs E-type via LG)**

## 5 – CONCLUSÕES

Observou-se que o DBS é uma excelente ferramenta para a resolver o problema do sequenciamento de mina com múltiplas simulações de teores e que, além de poder trabalhar com essas simulações, mostrou-se ter a capacidade de processar diferentes cenários com menores e maiores graus de complexidade, confirmando ser uma importante ferramenta para a tomada de decisão em cenários alternativos de um projeto de lavra em mineração. Como resultado, o método também aborda a forma de política de destino e toma a decisão sobre qual a melhor fluxo para determinado bloco no momento da lavra, podendo destiná-lo a pilha de estoque para ser utilizado em uma ocasião futura.

Entre as principais vantagens da abordagem com múltiplos modelos e múltiplos destinos que, atualmente, impõem-se em projetos de mineração, podemos destacar:

- A obtenção dos resultados em uma única etapa de trabalho, sem a necessidade de, primeiramente, encontrar a melhor envoltória econômica e a setorização da cava em porções para, em seguida, realizar o sequenciamento da lavra;
- Com as ferramentas computacionais hoje existentes para o trabalho com o DBS, é possível analisar diferentes cenários e o software utilizado mostrou-se robusto o suficiente para a geração desses cenários;
- Análogo ao que se aplica com os pacotes que trabalham com modelos determinísticos, também é possível trabalhar-se com pilhas de estoque e maximizar o valor do projeto;
- Na metodologia adotada foi possível, também, incluir algumas restrições operacionais como a taxa de avanço vertical e praça mínima para avanço e fundo de mina, o que torna a solução mais próxima da realidade operacional da lavra;
- Conforme os detalhes operacionais e de restrições de blendagem são incorporados ao sequenciamento, mais intensamente é a demora para encontrar a solução.

Apesar das imensas vantagens mencionadas acima, ainda há o inconveniente com o tempo de processamento para processos mais exigentes em termos de complexidade e a necessidade que os modelos tenham o mesmo tamanho de blocos para, assim, poderem

ser processados conjuntamente. Dado que os cenários estudados conseguiram atingir seus objetivos (sem ultrapassar o limite de capacidade da mina e alimentar os fluxos de alimentação das plantas), observou-se que o cenário 02 (estratégia de uso de pilhas de estoque) conseguiu obter um maior retorno econômico esperado dentre os três cenários estudados. Porém as faixas de variação em cada cenário nos permitem afirmar que, com pequenas adaptações nas políticas da oferta (modelo geológico) e da demanda (preço do metal) nos levará a uma variedade de cenários alternativos e oportunidades de ganhos maiores e que podem ser explorados em implementações futuras por meio da análise de sensibilidade.

### **5.1 Sugestão para trabalhos futuros**

Como sugestão para trabalhos futuros, destaco a importância para a simulação de valores não apenas dos teores, mas também, variáveis não aditivas e que influenciam direta ou indiretamente no quantitativo a ser produzido. Como sugestão, poder-se-á analisar a correlação entre as variáveis que podem ser facilmente estimadas por simulação (como teores e granulometria) e a porosidade ou densidade das rochas e, por meio de cokrigagem colocada ou outro método, fazer a estimativa dessas variáveis para, por exemplo, verificar a flutuação de determinada variável não aditiva no comportamento da planta ou do próprio VPL do projeto.

## REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, A. **Surface constrained stochastic life-of-mine production scheduling**. McGill University. Montreal, p. 191. 2013.
- BARBARO, R. W.; RAMANI, R. V. Generalized multiperiod MIP model for production scheduling and processing facilities selection and location. **Mining Engineering**, p. 107-114, February 1986.
- BARNES, R. J. **Optimizing the ultimate pit**. Colorado School of Mine. [S.l.]. 1982. Dissertação de Mestrado.
- BENNDORF, J.; DIMITRAKOPOULOS, R. **Stochastic Long-Term Production Scheduling of Iron Ore Deposits: Integrating Joint Multi-Element Geological**. Journal of Mining Science. [S.l.], p. 68-81. 2013.
- CAMPOS, P. H. A. **Um Comparativo de Metodologias no Planejamento de Lavra: Sequenciamento Direto de Blocos vs. Sequenciamento Tradicional**. UFOP. Ouro Preto. 2017.
- CARMO, F. A. R. D. **Metodologias para o Planejamento de Cavas Finais de Minas a Céu Aberto Otimizadas**. UFOP. Ouro Preto. 2001.
- CHICOISNE, R. et al. A New Algorithm for the Open-Pit Mine Production Scheduling Problem. In: \_\_\_\_\_ **Operations Research**. [S.l.]: [s.n.], v. III, 2012. p. 517-528.
- CRAWFORD, J. T.; DAVEY, R. K. Case study in open pit limit analysis. **Computer Methods for the 80's in the Mineral Industry, SME-AIME**, 1979. 310-318.
- DAGDELEN, K. **Optimum Multi Period Open Pit Mine Production Scheduling**. Colorado School of Mines. Golden, p. 325. 1985. (Tese de Doutorado).
- DANTZIG, G. B.; WOLFE, P. **Decomposition Principle for Linear Programs**. Operations Research 8. [S.l.], p. 101-111. 1960.
- DIEDRICH, C. **Incorporação da variabilidade dos teores para análise de risco de recursos minerais e sequenciamento de lavra**. Porto Alegre. 2012.
- DIMITRAKOPOULOS, R.; RAMAZAN, S. Uncertainty based production scheduling in open pit mining. **SME Transactions**, vol. 316, p. 106-112, 2004.
- DOWD, P. A.; ONUR, A. H. Open pit optimization, part 1: optimal open pit design. **Transaction institution of Mining and Metallurgy**, Estados Unidos, 1993. A95-A100.
- FREITAS, S. B. M. D. **APLICAÇÃO DO WHITTLE MULTI-MINE EM MODELOS SIMULADOS NA MINA DO SOSSEGO**. UFPA. Marabá, p. 125. 2009.
- GERSHON, M. E. Mine scheduling optimization with mixed integer programming. **Mining Engineering**, p. 351-354, April 1983.

- HARTMAN, H. L. **Introductory Mining Engineering**. [S.l.]: New York, 1987.
- HOCHBAUM, D. S.; CHEN, A. **Performance analysis and best implementations of old and new algorithms for the open-pit mining problem**, 2000. 894-914.
- HUSTRULID, W.; KUCHTA, M. **Open Pit Mine Planning & Design**. 2<sup>a</sup>. ed. Rotterdam: A.A.Balkema, 2006. 991 p.
- JOHNSON, T. B. **Optimum Open Pit Mine Production Scheduling**. Berkeley: University of California, 1968. 120 p.
- LEITE, A.; DIMITRAKOPOULOS, R. A stochastic optimization model for open pit mine planning: Application and risk analysis at a copper deposit. **IMM Transactions, Mining Technology**, **116**, p. 109-118, 2007.
- LERCHS, H.; GROSSMANN, G. I. F. Optimum design of open-pit mine. **CIM Transactions, Volume LXVIII.**, Montreal, 1965. 17-24.
- MATHIESON, G. A. **Open pit sequencing and scheduling**. SMEAIME. Honolulu, p. 1-15. 1982.
- MORALES, N. **Background, Power point slides**. Belo Horizonte. 2016.
- MORALES, N. et al. A Comparison of Conventional and Direct Block Scheduling Methods for Open Pit Mine Production Scheduling. **Application of Computers and Operations Research in the Mineral Industry**, 2015. 1040-1051.
- N. BOLAND, I. D. G. F. [http://www.optimization-online.org/DB\\_FILE/2008/10/2123.pdf](http://www.optimization-online.org/DB_FILE/2008/10/2123.pdf). **Optimization Online**, 2008. Acesso em: 06 Jun 2018.
- OTA, R. R. M.; MATINEZ, L. A. **SimSched Direct Block Scheduler: A new practical algorithm for the open pit mine production scheduling problem**. Application of Computers and Operational Research in the Mineral Industry. Golden. 2017.
- PERONI, R. L. **Análise de Sensibilidade do Sequenciamento de Lavra em Função da Incerteza do Modelo Geológico**. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. [S.l.], p. 126. 2002.
- RAMAZAN, S. D.; DIMITRAKOPOULOS, R. Production scheduling with uncertain supply: a new solution to the open pit mining problem. **Optimization and Engineering**, 2012.
- RAVENSROFT, P. J. **Risk analysis for mine scheduling by conditional simulation**, 1992. A104-A108.
- SEYMOUR, F. **Finding the mining sequence and cutoff-grade schedule that maximizes net present value**, 1994. 1880-1884.

**SILVA, N. C. S. Metodologia de planejamento de planejamento estratégico de lavra incorporando riscos e incertezas para a obtenção de resultados operacionais.** São Paulo: Escola Politécnica, USP, 2008.

**SMITH, M.; DIMITRAKOPOULOS, R. Influence of deposit modelling on mine production scheduling,** 1999. 173-178.

**SOUZA, F. R. Sequenciamento direto de blocos: impactos, limitações e benefícios para aderência ao planejamento de lavra.** Universidade Federal de Minas Gerais, UFMG. Belo Horizonte. 2016.

**TOLWINSKI, B. Scheduling production for open pit mines,** London, 1998. 651-662.

**WHITTLE, J. Four-D Whittle Open Pit Optimisation Software - User Manual.** Melbourne: Whittle Programming Pty Ltd, 1993.

## APÊNDICES

APÊNDICE I – Macro para geração da função benefício para as 15 simulações

-----  
 START FB\_SIM

!PROMPT

2

0=====

====

0

1 NOME DO ARQUIVO DE ENTRADA [xxx] > '\$mod#',A,20

0-----

1 NOME DO ARQUIVO DE SAIDA [xxxmd] > '\$MO#',A,20

!EXTRA &IN(\$mod#),&OUT(\$MO#),@APPROX=0.0

FBW = -9999999

MI\_1 = FBW

LE\_1 = MI\_1

MI\_2 = LE\_1

LE\_2 = MI\_2

MI\_3 = LE\_2

LE\_3 = MI\_3

MI\_4 = LE\_3

LE\_4 = MI\_4

MI\_5 = LE\_4

LE\_5 = MI\_5

MI\_6 = LE\_5

LE\_6 = MI\_6

MI\_7 = LE\_6

LE\_7 = MI\_7

MI\_8 = LE\_7

LE\_8 = MI\_8

MI\_9 = LE\_8

LE\_9 = MI\_9

MI\_10 = LE\_9

LE\_10 = MI\_10

MI\_11 = LE\_10

LE\_11 = MI\_11

MI\_12 = LE\_11

LE\_12 = MI\_12

MI\_13 = LE\_12

LE\_13 = MI\_13

MI\_14 = LE\_13

LE\_14 = MI\_14

MI\_15 = LE\_14

LE\_15 = MI\_15

SLOPE = 43

IF (ROCKCODE > 0)

    SLOPE = 49

END

TONNES = (XINC \* YINC \* ZINC \* DENSITY)

M\_MINA1 = 0

M\_MINA2 = 0

M\_DUMP = 0

IF (DUMP > 0)

    M\_DUMP = TONNES

ELSE

    M\_DUMP = 0

    IF (MINA > 1)

        M\_MINA2 = TONNES

```

ELSE
    M_MINA1 = TONNES
END
END

IF (ZONE > 0)
    FBW=-(TONNES*1.95)
    MI_1 = -(TONNES*3.5)-(TONNES*1.95)
    LE_1 = -(TONNES*3.4)-(TONNES*1.95)
    R_MI_1 = 0
    R_LE_1 = 0
    IF (ROCKCODE > 1)
        IF (SIM1 > 0 AND SIM1 < 0.3)
            R_LE_1 = 2.16 * SIM1
            LE_1=TONNES * R_LE_1 * SIM1 * 3490 -(TONNES*3.4)-
(TONNES*1.95)
        ELSE
            R_LE_1 = 0.65
            LE_1=TONNES * R_LE_1 * SIM1 * 3490 -(TONNES*3.4)-
(TONNES*1.95)
        END
    ELSE
        IF (SIM1 > 0 AND SIM1 < 0.3)
            R_MI_1 = 2.33 * SIM1
            MI_1=TONNES * R_MI_1 * SIM1 * 3490 -(TONNES*3.5)-
(TONNES*1.95)
        END
        IF (SIM1 >= 0.3 AND SIM1 < 0.6)
            R_MI_1 = 0.7
            MI_1=TONNES * R_MI_1 * SIM1 * 3490 -(TONNES*3.5)-
(TONNES*1.95)
        END
    END
END

```

```

IF (SIM1 >= 0.6)
    R_MI_1 = 0.82
    MI_1=TONNES * R_MI_1 * SIM1 * 3490 -(TONNES*3.5)-
(TONNES*1.95)
END
IF (SIM1 > 0 AND SIM1 < 0.3)
    R_LE_1 = 2.16 * SIM1
    LE_1=TONNES * R_LE_1 * SIM1 * 3490 -(TONNES*3.4)-
(TONNES*1.95)
ELSE
    R_LE_1 = 0.65
    LE_1=TONNES * R_LE_1 * SIM1 * 3490 -(TONNES*3.4)-
(TONNES*1.95)
END
END
ERASE (R_MI_1)
ERASE (R_LE_1)

MI_2 = -(TONNES*3.5)-(TONNES*1.95)
LE_2 = -(TONNES*3.4)-(TONNES*1.95)
R_MI_2 = 0
R_LE_2 = 0
IF (ROCKCODE > 1)
    IF (SIM2 > 0 AND SIM2 < 0.3)
        R_LE_2 = 2.16 * SIM2
        LE_2=TONNES * R_LE_2 * SIM2 * 3490 -(TONNES*3.4)-
(TONNES*1.95)
    ELSE
        R_LE_2 = 0.65
        LE_2=TONNES * R_LE_2 * SIM2 * 3490 -(TONNES*3.4)-
(TONNES*1.95)
    END
END

```

```

ELSE
  IF (SIM2 > 0 AND SIM2 < 0.3)
    R_MI_2 = 2.33 * SIM2
    MI_2=TONNES * R_MI_2 * SIM2 * 3490 -(TONNES*3.5)-
(TONNES*1.95)
  END
  IF (SIM2 >= 0.3 AND SIM2 < 0.6)
    R_MI_2 = 0.7
    MI_2=TONNES * R_MI_2 * SIM2 * 3490 -(TONNES*3.5)-
(TONNES*1.95)
  END
  IF (SIM2 >= 0.6)
    R_MI_2 = 0.82
    MI_2=TONNES * R_MI_2 * SIM2 * 3490 -(TONNES*3.5)-
(TONNES*1.95)
  END
  IF (SIM2 > 0 AND SIM2 < 0.3)
    R_LE_2 = 2.16 * SIM2
    LE_2=TONNES * R_LE_2 * SIM2 * 3490 -(TONNES*3.4)-
(TONNES*1.95)
  ELSE
    R_LE_2 = 0.65
    LE_2=TONNES * R_LE_2 * SIM2 * 3490 -(TONNES*3.4)-
(TONNES*1.95)
  END
END
ERASE (R_MI_2)
ERASE (R_LE_2)

MI_3 = -(TONNES*3.5)-(TONNES*1.95)
LE_3 = -(TONNES*3.4)-(TONNES*1.95)
R_MI_3 = 0

```

```

R_LE_3 = 0
IF (ROCKCODE > 1)
  IF (SIM3 > 0 AND SIM3 < 0.3)
    R_LE_3 = 2.16 * SIM3
    LE_3=TONNES * R_LE_3 * SIM3 * 3490 -(TONNES*3.4)-
(TONNES*1.95)
  ELSE
    R_LE_3 = 0.65
    LE_3=TONNES * R_LE_3 * SIM3 * 3490 -(TONNES*3.4)-
(TONNES*1.95)
  END
ELSE
  IF (SIM3 > 0 AND SIM3 < 0.3)
    R_MI_3 = 2.33 * SIM3
    MI_3=TONNES * R_MI_3 * SIM3 * 3490 -(TONNES*3.5)-
(TONNES*1.95)
  END
  IF (SIM3 >= 0.3 AND SIM3 < 0.6)
    R_MI_3 = 0.7
    MI_3=TONNES * R_MI_3 * SIM3 * 3490 -(TONNES*3.5)-
(TONNES*1.95)
  END
  IF (SIM3 >= 0.6)
    R_MI_3 = 0.82
    MI_3=TONNES * R_MI_3 * SIM3 * 3490 -(TONNES*3.5)-
(TONNES*1.95)
  END
  IF (SIM3 > 0 AND SIM3 < 0.3)
    R_LE_3 = 2.16 * SIM3
    LE_3=TONNES * R_LE_3 * SIM3 * 3490 -(TONNES*3.4)-
(TONNES*1.95)
  ELSE

```

```

R_LE_3 = 0.65
LE_3=TONNES * R_LE_3 * SIM3 * 3490 -(TONNES*3.4)-
(TONNES*1.95)
    END
END
ERASE (R_MI_3)
ERASE (R_LE_3)

MI_4 = -(TONNES*3.5)-(TONNES*1.95)
LE_4 = -(TONNES*3.4)-(TONNES*1.95)
R_MI_4 = 0
R_LE_4 = 0
IF (ROCKCODE > 1)
    IF (SIM4 > 0 AND SIM4 < 0.3)
        R_LE_4 = 2.16 * SIM4
        LE_4=TONNES * R_LE_4 * SIM4 * 3490 -(TONNES*3.4)-
(TONNES*1.95)
    ELSE
        R_LE_4 = 0.65
        LE_4=TONNES * R_LE_4 * SIM4 * 3490 -(TONNES*3.4)-
(TONNES*1.95)
    END
ELSE
    IF (SIM4 > 0 AND SIM4 < 0.3)
        R_MI_4 = 2.33 * SIM4
        MI_4=TONNES * R_MI_4 * SIM4 * 3490 -(TONNES*3.5)-
(TONNES*1.95)
    END
    IF (SIM4 >= 0.3 AND SIM4 < 0.6)
        R_MI_4 = 0.7
        MI_4=TONNES * R_MI_4 * SIM4 * 3490 -(TONNES*3.5)-
(TONNES*1.95)

```

```

END
IF (SIM4 >= 0.6)
    R_MI_4 = 0.82
    MI_4=TONNES * R_MI_4 * SIM4 * 3490 -(TONNES*3.5)-
(TONNES*1.95)
END
IF (SIM4 > 0 AND SIM4 < 0.3)
    R_LE_4 = 2.16 * SIM4
    LE_4=TONNES * R_LE_4 * SIM4 * 3490 -(TONNES*3.4)-
(TONNES*1.95)
ELSE
    R_LE_4 = 0.65
    LE_4=TONNES * R_LE_4 * SIM4 * 3490 -(TONNES*3.4)-
(TONNES*1.95)
END
END
ERASE (R_MI_4)
ERASE (R_LE_4)

MI_5 = -(TONNES*3.5)-(TONNES*1.95)
LE_5 = -(TONNES*3.4)-(TONNES*1.95)
R_MI_5 = 0
R_LE_5 = 0
IF (ROCKCODE > 1)
    IF (SIM5 > 0 AND SIM5 < 0.3)
        R_LE_5 = 2.16 * SIM5
        LE_5=TONNES * R_LE_5 * SIM5 * 3490 -(TONNES*3.4)-
(TONNES*1.95)
    ELSE
        R_LE_5 = 0.65
        LE_5=TONNES * R_LE_5 * SIM5 * 3490 -(TONNES*3.4)-
(TONNES*1.95)

```

```

END
ELSE
  IF (SIM5 > 0 AND SIM5 < 0.3)
    R_MI_5 = 2.33 * SIM5
    MI_5=TONNES * R_MI_5 * SIM5 * 3490 -(TONNES*3.5)-
(TONNES*1.95)
  END
  IF (SIM5 >= 0.3 AND SIM5 < 0.6)
    R_MI_5 = 0.7
    MI_5=TONNES * R_MI_5 * SIM5 * 3490 -(TONNES*3.5)-
(TONNES*1.95)
  END
  IF (SIM5 >= 0.6)
    R_MI_5 = 0.82
    MI_5=TONNES * R_MI_5 * SIM5 * 3490 -(TONNES*3.5)-
(TONNES*1.95)
  END
  IF (SIM5 > 0 AND SIM5 < 0.3)
    R_LE_5 = 2.16 * SIM5
    LE_5=TONNES * R_LE_5 * SIM5 * 3490 -(TONNES*3.4)-
(TONNES*1.95)
  ELSE
    R_LE_5 = 0.65
    LE_5=TONNES * R_LE_5 * SIM5 * 3490 -(TONNES*3.4)-
(TONNES*1.95)
  END
END
ERASE (R_MI_5)
ERASE (R_LE_5)

MI_6 = -(TONNES*3.5)-(TONNES*1.95)
LE_6 = -(TONNES*3.4)-(TONNES*1.95)

```

```

R_MI_6 = 0
R_LE_6 = 0
IF (ROCKCODE > 1)
    IF (SIM6 > 0 AND SIM6 < 0.3)
        R_LE_6 = 2.16 * SIM6
        LE_6=TONNES * R_LE_6 * SIM6 * 3490 -(TONNES*3.4)-
(TONNES*1.95)
    ELSE
        R_LE_6 = 0.65
        LE_6=TONNES * R_LE_6 * SIM6 * 3490 -(TONNES*3.4)-
(TONNES*1.95)
    END
ELSE
    IF (SIM6 > 0 AND SIM6 < 0.3)
        R_MI_6 = 2.33 * SIM6
        MI_6=TONNES * R_MI_6 * SIM6 * 3490 -(TONNES*3.5)-
(TONNES*1.95)
    END
    IF (SIM6 >= 0.3 AND SIM6 < 0.6)
        R_MI_6 = 0.7
        MI_6=TONNES * R_MI_6 * SIM6 * 3490 -(TONNES*3.5)-
(TONNES*1.95)
    END
    IF (SIM6 >= 0.6)
        R_MI_6 = 0.82
        MI_6=TONNES * R_MI_6 * SIM6 * 3490 -(TONNES*3.5)-
(TONNES*1.95)
    END
    IF (SIM6 > 0 AND SIM6 < 0.3)
        R_LE_6 = 2.16 * SIM6
        LE_6=TONNES * R_LE_6 * SIM6 * 3490 -(TONNES*3.4)-
(TONNES*1.95)

```

```

ELSE
    R_LE_6 = 0.65
    LE_6=TONNES * R_LE_6 * SIM6 * 3490 -(TONNES*3.4)-
(TONNES*1.95)
    END
END
ERASE (R_MI_6)
ERASE (R_LE_6)

MI_7 = -(TONNES*3.5)-(TONNES*1.95)
LE_7 = -(TONNES*3.4)-(TONNES*1.95)
R_MI_7 = 0
R_LE_7 = 0
IF (ROCKCODE > 1)
    IF (SIM7 > 0 AND SIM7 < 0.3)
        R_LE_7 = 2.16 * SIM7
        LE_7=TONNES * R_LE_7 * SIM7 * 3490 -(TONNES*3.4)-
(TONNES*1.95)
    ELSE
        R_LE_7 = 0.65
        LE_7=TONNES * R_LE_7 * SIM7 * 3490 -(TONNES*3.4)-
(TONNES*1.95)
    END
ELSE
    IF (SIM7 > 0 AND SIM7 < 0.3)
        R_MI_7 = 2.33 * SIM7
        MI_7=TONNES * R_MI_7 * SIM7 * 3490 -(TONNES*3.5)-
(TONNES*1.95)
    END
    IF (SIM7 >= 0.3 AND SIM7 < 0.6)
        R_MI_7 = 0.7
        MI_7=TONNES * R_MI_7 * SIM7 * 3490 -(TONNES*3.5)-

```

```

(TONNES*1.95)
    END
    IF (SIM7 >= 0.6)
        R_MI_7 = 0.82
        MI_7=TONNES * R_MI_7 * SIM7 * 3490 -(TONNES*3.5)-
(TONNES*1.95)
    END
    IF (SIM7 > 0 AND SIM7 < 0.3)
        R_LE_7 = 2.16 * SIM7
        LE_7=TONNES * R_LE_7 * SIM7 * 3490 -(TONNES*3.4)-
(TONNES*1.95)
    ELSE
        R_LE_7 = 0.65
        LE_7=TONNES * R_LE_7 * SIM7 * 3490 -(TONNES*3.4)-
(TONNES*1.95)
    END
    END
    ERASE (R_MI_7)
    ERASE (R_LE_7)

    MI_8 = -(TONNES*3.5)-(TONNES*1.95)
    LE_8 = -(TONNES*3.4)-(TONNES*1.95)
    R_MI_8 = 0
    R_LE_8 = 0
    IF (ROCKCODE > 1)
        IF (SIM8 > 0 AND SIM8 < 0.3)
            R_LE_8 = 2.16 * SIM8
            LE_8=TONNES * R_LE_8 * SIM8 * 3490 -(TONNES*3.4)-
(TONNES*1.95)
        ELSE
            R_LE_8 = 0.65
            LE_8=TONNES * R_LE_8 * SIM8 * 3490 -(TONNES*3.4)-

```

```

(TONNES*1.95)
    END
ELSE
    IF (SIM8 > 0 AND SIM8 < 0.3)
        R_MI_8 = 2.33 * SIM8
        MI_8=TONNES * R_MI_8 * SIM8 * 3490 -(TONNES*3.5)-
(TONNES*1.95)
    END
    IF (SIM8 >= 0.3 AND SIM8 < 0.6)
        R_MI_8 = 0.7
        MI_8=TONNES * R_MI_8 * SIM8 * 3490 -(TONNES*3.5)-
(TONNES*1.95)
    END
    IF (SIM8 >= 0.6)
        R_MI_8 = 0.82
        MI_8=TONNES * R_MI_8 * SIM8 * 3490 -(TONNES*3.5)-
(TONNES*1.95)
    END
    IF (SIM8 > 0 AND SIM8 < 0.3)
        R_LE_8 = 2.16 * SIM8
        LE_8=TONNES * R_LE_8 * SIM8 * 3490 -(TONNES*3.4)-
(TONNES*1.95)
    ELSE
        R_LE_8 = 0.65
        LE_8=TONNES * R_LE_8 * SIM8 * 3490 -(TONNES*3.4)-
(TONNES*1.95)
    END
    END
    ERASE (R_MI_8)
    ERASE (R_LE_8)

MI_9 = -(TONNES*3.5)-(TONNES*1.95)

```

```

LE_9 = -(TONNES*3.4)-(TONNES*1.95)
R_MI_9 = 0
R_LE_9 = 0
IF (ROCKCODE > 1)
    IF (SIM9 > 0 AND SIM9 < 0.3)
        R_LE_9 = 2.16 * SIM9
        LE_9=TONNES * R_LE_9 * SIM9 * 3490 -(TONNES*3.4)-
(TONNES*1.95)
    ELSE
        R_LE_9 = 0.65
        LE_9=TONNES * R_LE_9 * SIM9 * 3490 -(TONNES*3.4)-
(TONNES*1.95)
    END
ELSE
    IF (SIM9 > 0 AND SIM9 < 0.3)
        R_MI_9 = 2.33 * SIM9
        MI_9=TONNES * R_MI_9 * SIM9 * 3490 -(TONNES*3.5)-
(TONNES*1.95)
    END
    IF (SIM9 >= 0.3 AND SIM9 < 0.6)
        R_MI_9 = 0.7
        MI_9=TONNES * R_MI_9 * SIM9 * 3490 -(TONNES*3.5)-
(TONNES*1.95)
    END
    IF (SIM9 >= 0.6)
        R_MI_9 = 0.82
        MI_9=TONNES * R_MI_9 * SIM9 * 3490 -(TONNES*3.5)-
(TONNES*1.95)
    END
    IF (SIM9 > 0 AND SIM9 < 0.3)
        R_LE_9 = 2.16 * SIM9
        LE_9=TONNES * R_LE_9 * SIM9 * 3490 -(TONNES*3.4)-

```

```

(TONNES*1.95)
    ELSE
        R_LE_9 = 0.65
        LE_9=TONNES * R_LE_9 * SIM9 * 3490 -(TONNES*3.4)-
(TONNES*1.95)
    END
END
ERASE (R_MI_9)
ERASE (R_LE_9)

MI_10 = -(TONNES*3.5)-(TONNES*1.95)
LE_10 = -(TONNES*3.4)-(TONNES*1.95)
R_MI_10 = 0
R_LE_10 = 0
IF (ROCKCODE > 1)
    IF (SIM10 > 0 AND SIM10 < 0.3)
        R_LE_10 = 2.16 * SIM10
        LE_10=TONNES * R_LE_10 * SIM10 * 3490 -(TONNES*3.4)-
(TONNES*1.95)
    ELSE
        R_LE_10 = 0.65
        LE_10=TONNES * R_LE_10 * SIM10 * 3490 -(TONNES*3.4)-
(TONNES*1.95)
    END
ELSE
    IF (SIM10 > 0 AND SIM10 < 0.3)
        R_MI_10 = 2.33 * SIM10
        MI_10=TONNES * R_MI_10 * SIM10 * 3490 -(TONNES*3.5)-
(TONNES*1.95)
    END
    IF (SIM10 >= 0.3 AND SIM10 < 0.6)
        R_MI_10 = 0.7

```

```

MI_10=TONNES * R_MI_10 * SIM10 * 3490 -(TONNES*3.5)-
(TONNES*1.95)
END
IF (SIM10 >= 0.6)
R_MI_10 = 0.82
MI_10=TONNES * R_MI_10 * SIM10 * 3490 -(TONNES*3.5)-
(TONNES*1.95)
END
IF (SIM10 > 0 AND SIM10 < 0.3)
R_LE_10 = 2.16 * SIM10
LE_10=TONNES * R_LE_10 * SIM10 * 3490 -(TONNES*3.4)-
(TONNES*1.95)
ELSE
R_LE_10 = 0.65
LE_10=TONNES * R_LE_10 * SIM10 * 3490 -(TONNES*3.4)-
(TONNES*1.95)
END
END
ERASE (R_MI_10)
ERASE (R_LE_10)

MI_11 = -(TONNES*3.5)-(TONNES*1.95)
LE_11 = -(TONNES*3.4)-(TONNES*1.95)
R_MI_11 = 0
R_LE_11 = 0
IF (ROCKCODE > 1)
IF (SIM11 > 0 AND SIM11 < 0.3)
R_LE_11 = 2.16 * SIM11
LE_11=TONNES * R_LE_11 * SIM11 * 3490 -(TONNES*3.4)-
(TONNES*1.95)
ELSE
R_LE_11 = 0.65

```

```

LE_11=TONNES * R_LE_11 * SIM11 * 3490 -(TONNES*3.4)-
(TONNES*1.95)
    END
ELSE
    IF (SIM11 > 0 AND SIM11 < 0.3)
        R_MI_11 = 2.33 * SIM11
        MI_11=TONNES * R_MI_11 * SIM11 * 3490 -(TONNES*3.5)-
(TONNES*1.95)
        END
    IF (SIM11 >= 0.3 AND SIM11 < 0.6)
        R_MI_11 = 0.7
        MI_11=TONNES * R_MI_11 * SIM11 * 3490 -(TONNES*3.5)-
(TONNES*1.95)
        END
    IF (SIM11 >= 0.6)
        R_MI_11 = 0.82
        MI_11=TONNES * R_MI_11 * SIM11 * 3490 -(TONNES*3.5)-
(TONNES*1.95)
        END
    IF (SIM11 > 0 AND SIM11 < 0.3)
        R_LE_11 = 2.16 * SIM11
        LE_11=TONNES * R_LE_11 * SIM11 * 3490 -(TONNES*3.4)-
(TONNES*1.95)
    ELSE
        R_LE_11 = 0.65
        LE_11=TONNES * R_LE_11 * SIM11 * 3490 -(TONNES*3.4)-
(TONNES*1.95)
    END
END
ERASE (R_MI_11)
ERASE (R_LE_11)

```

```

MI_12 = -(TONNES*3.5)-(TONNES*1.95)
LE_12 = -(TONNES*3.4)-(TONNES*1.95)
R_MI_12 = 0
R_LE_12 = 0
IF (ROCKCODE > 1)
    IF (SIM12 > 0 AND SIM12 < 0.3)
        R_LE_12 = 2.16 * SIM12
        LE_12=TONNES * R_LE_12 * SIM12 * 3490 -(TONNES*3.4)-
(TONNES*1.95)
    ELSE
        R_LE_12 = 0.65
        LE_12=TONNES * R_LE_12 * SIM12 * 3490 -(TONNES*3.4)-
(TONNES*1.95)
    END
ELSE
    IF (SIM12 > 0 AND SIM12 < 0.3)
        R_MI_12 = 2.33 * SIM12
        MI_12=TONNES * R_MI_12 * SIM12 * 3490 -(TONNES*3.5)-
(TONNES*1.95)
    END
    IF (SIM12 >= 0.3 AND SIM12 < 0.6)
        R_MI_12 = 0.7
        MI_12=TONNES * R_MI_12 * SIM12 * 3490 -(TONNES*3.5)-
(TONNES*1.95)
    END
    IF (SIM12 >= 0.6)
        R_MI_12 = 0.82
        MI_12=TONNES * R_MI_12 * SIM12 * 3490 -(TONNES*3.5)-
(TONNES*1.95)
    END
    IF (SIM12 > 0 AND SIM12 < 0.3)
        R_LE_12 = 2.16 * SIM12

```

```

LE_12=TONNES * R_LE_12 * SIM12 * 3490 -(TONNES*3.4)-
(TONNES*1.95)
ELSE
R_LE_12 = 0.65
LE_12=TONNES * R_LE_12 * SIM12 * 3490 -(TONNES*3.4)-
(TONNES*1.95)
END
END
ERASE (R_MI_12)
ERASE (R_LE_12)

MI_13 = -(TONNES*3.5)-(TONNES*1.95)
LE_13 = -(TONNES*3.4)-(TONNES*1.95)
R_MI_13 = 0
R_LE_13 = 0
IF (ROCKCODE > 1)
IF (SIM13 > 0 AND SIM13 < 0.3)
R_LE_13 = 2.16 * SIM13
LE_13=TONNES * R_LE_13 * SIM13 * 3490 -(TONNES*3.4)-
(TONNES*1.95)
ELSE
R_LE_13 = 0.65
LE_13=TONNES * R_LE_13 * SIM13 * 3490 -(TONNES*3.4)-
(TONNES*1.95)
END
ELSE
IF (SIM13 > 0 AND SIM13 < 0.3)
R_MI_13 = 2.33 * SIM13
MI_13=TONNES * R_MI_13 * SIM13 * 3490 -(TONNES*3.5)-
(TONNES*1.95)
END
IF (SIM13 >= 0.3 AND SIM13 < 0.6)

```

```

R_MI_13 = 0.7
MI_13=TONNES * R_MI_13 * SIM13 * 3490 -(TONNES*3.5)-
(TONNES*1.95)
END
IF (SIM13 >= 0.6)
R_MI_13 = 0.82
MI_13=TONNES * R_MI_13 * SIM13 * 3490 -(TONNES*3.5)-
(TONNES*1.95)
END
IF (SIM13 > 0 AND SIM13 < 0.3)
R_LE_13 = 2.16 * SIM13
LE_13=TONNES * R_LE_13 * SIM13 * 3490 -(TONNES*3.4)-
(TONNES*1.95)
ELSE
R_LE_13 = 0.65
LE_13=TONNES * R_LE_13 * SIM13 * 3490 -(TONNES*3.4)-
(TONNES*1.95)
END
END
ERASE (R_MI_13)
ERASE (R_LE_13)

MI_14 = -(TONNES*3.5)-(TONNES*1.95)
LE_14 = -(TONNES*3.4)-(TONNES*1.95)
R_MI_14 = 0
R_LE_14 = 0
IF (ROCKCODE > 1)
IF (SIM14 > 0 AND SIM14 < 0.3)
R_LE_14 = 2.16 * SIM14
LE_14=TONNES * R_LE_14 * SIM14 * 3490 -(TONNES*3.4)-
(TONNES*1.95)
ELSE

```

```

        R_LE_14 = 0.65
        LE_14=TONNES * R_LE_14 * SIM14 * 3490 -(TONNES*3.4)-
(TONNES*1.95)
        END
    ELSE
        IF (SIM14 > 0 AND SIM14 < 0.3)
            R_MI_14 = 2.33 * SIM14
            MI_14=TONNES * R_MI_14 * SIM14 * 3490 -(TONNES*3.5)-
(TONNES*1.95)
            END
        IF (SIM14 >= 0.3 AND SIM14 < 0.6)
            R_MI_14 = 0.7
            MI_14=TONNES * R_MI_14 * SIM14 * 3490 -(TONNES*3.5)-
(TONNES*1.95)
            END
        IF (SIM14 >= 0.6)
            R_MI_14 = 0.82
            MI_14=TONNES * R_MI_14 * SIM14 * 3490 -(TONNES*3.5)-
(TONNES*1.95)
            END
        IF (SIM14 > 0 AND SIM14 < 0.3)
            R_LE_14 = 2.16 * SIM14
            LE_14=TONNES * R_LE_14 * SIM14 * 3490 -(TONNES*3.4)-
(TONNES*1.95)
        ELSE
            R_LE_14 = 0.65
            LE_14=TONNES * R_LE_14 * SIM14 * 3490 -(TONNES*3.4)-
(TONNES*1.95)
            END
        END
    END
    ERASE (R_MI_14)
    ERASE (R_LE_14)

```

```

MI_15 = -(TONNES*3.5)-(TONNES*1.95)
LE_15 = -(TONNES*3.4)-(TONNES*1.95)
R_MI_15 = 0
R_LE_15 = 0
IF (ROCKCODE > 1)
    IF (SIM15 > 0 AND SIM15 < 0.3)
        R_LE_15 = 2.16 * SIM15
        LE_15=TONNES * R_LE_15 * SIM15 * 3490 -(TONNES*3.4)-
(TONNES*1.95)
    ELSE
        R_LE_15 = 0.65
        LE_15=TONNES * R_LE_15 * SIM15 * 3490 -(TONNES*3.4)-
(TONNES*1.95)
    END
ELSE
    IF (SIM15 > 0 AND SIM15 < 0.3)
        R_MI_15 = 2.33 * SIM15
        MI_15=TONNES * R_MI_15 * SIM15 * 3490 -(TONNES*3.5)-
(TONNES*1.95)
    END
    IF (SIM15 >= 0.3 AND SIM15 < 0.6)
        R_MI_15 = 0.7
        MI_15=TONNES * R_MI_15 * SIM15 * 3490 -(TONNES*3.5)-
(TONNES*1.95)
    END
    IF (SIM15 >= 0.6)
        R_MI_15 = 0.82
        MI_15=TONNES * R_MI_15 * SIM15 * 3490 -(TONNES*3.5)-
(TONNES*1.95)
    END
    IF (SIM15 > 0 AND SIM15 < 0.3)

```

```

R_LE_15 = 2.16 * SIM15
LE_15=TONNES * R_LE_15 * SIM15 * 3490 -(TONNES*3.4)-
(TONNES*1.95)
    ELSE
R_LE_15 = 0.65
LE_15=TONNES * R_LE_15 * SIM15 * 3490 -(TONNES*3.4)-
(TONNES*1.95)
    END
END
ERASE (R_MI_15)
ERASE (R_LE_15)
END

I = INT((IJK/(NY*NZ)))+1
N = IJK-(I-1)*NY*NZ
J = INT((N/NZ))+1
K = N-(J-1)*NZ+1
ERASE (N)

GO
!END
```