

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

Faculdade de Educação

Mestrado Profissional Educação e Docência

Andreza Castro Ribeiro

**ESTUDO DE SÓLIDOS GEOMÉTRICOS E SUAS REPRESENTAÇÕES PLANAS E
ESPACIAIS POR MEIO DE MATERIAIS MANIPULATIVOS PARA O 6º ANO**

Belo Horizonte
2019

Andreza Castro Ribeiro

Estudos de sólidos geométricos e suas representações planas e espaciais por meio de materiais manipulativos para o 6º ano

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional Educação e Docência da Faculdade de Educação da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Educação.

Orientadora: Prof^a. Dr^a. Teresinha Fumi Kawasaki

Linha de pesquisa: Educação Matemática

Belo Horizonte
2019

R484e Ribeiro, Andreza Castro, 1985-

T Estudo de sólidos geométricos e suas representações planas e espaciais por meio de materiais manipulativos para o 6º ano [manuscrito] / Andreza Castro Ribeiro. – Belo Horizonte, 2019.

153 f., enc, il.

Dissertação – (Mestrado) – Universidade Federal de Minas Gerais, Faculdade de Educação.

Orientadora: Teresinha Fumi Kawasaki

CDD- 372.7

Catálogo da Fonte: Biblioteca da FaE/UFMG (Setor de referência)




FOLHA DE APROVAÇÃO

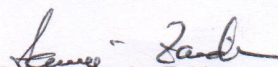
Estudo de sólidos geométricos e suas representações planas e espaciais por meio de materiais manipulativos para o 6º ano.

ANDREZA CASTRO RIBEIRO

Dissertação submetida à Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em EDUCAÇÃO E DOCÊNCIA/MP, como requisito para obtenção do grau de Mestre em EDUCAÇÃO E DOCÊNCIA, área de concentração ENSINO E APRENDIZAGEM.

Aprovada em 28 de fevereiro de 2019, pela banca constituída pelos membros:


Prof(a). Teresinha Fumi Kawasaki - Orientador
Universidade Federal de Minas Gerais


Prof(a). Samira Zaidan
UFMG


Prof(a). Maria Cristina Costa Ferreira
ICEX/UFMG

Belo Horizonte, 1 de março de 2019.

*Dedico este trabalho a Mariah Beatriz,
pela presente alegria em minha vida.*

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus pelas oportunidades de experimentar sua infinita bondade iluminando minha caminhada.

À minha família, pela compreensão e pelo apoio, principalmente à minha mãe, Beatriz, pela paciência e orações constantes.

Aos grupos de oração de que minha mãe participa, em especial à Dona Expedita.

À minha irmã, Maria do Carmo, pelo apoio no trabalho de campo.

Tenho que agradecer imensamente à Rosilene pelo incentivo e pela ajuda em idealizar o projeto inicial para a pesquisa. Esse auxílio foi fundamental para o meu ingresso no mestrado.

À Teresinha, pela orientação e dedicação. Aprendi muito com nosso convívio, agradeço pelas palavras de encorajamento e tranquilidade nos momentos de incertezas e fragilidades.

Aos professores Ana Cristina, Maria Cristina e Wagner, pela leitura e pelas contribuições ao trabalho apresentado no exame de qualificação.

Aos colegas do Promestre Ana Paula, Denise, Felipe e Weslei pelo companheirismo, principalmente à Ana Paula, pelos conselhos e conversas.

À prefeitura de Contagem, pela concessão da licença para cursar o mestrado.

Aos professores do Centro Pedagógico da UFMG: André, Denise, Renata, Rosilene e Warlei pelo incentivo. Especialmente à Denise, pela leitura e pelas contribuições ao meu artigo no XXII EBRAPEM.

Aos professores do Promestre, principalmente Diogo, Keli Cristina, Maria Cristina e Samira, pelo auxílio nos seminários.

Aos alunos participantes da pesquisa, pela colaboração.

À direção e à professora regente da turma por autorizar a realização do trabalho de campo.

Aos *designers* Stella e José Patrocínio. Sem vocês seria impossível haver um jogo tão criativo.

RESUMO

Este estudo trata de experiências com sólidos geométricos para alunos do 6º ano do Ensino Fundamental em uma escola da rede municipal de Contagem. Sendo assim, foram realizadas seis atividades que visavam perceber os conhecimentos que esses alunos possuíam sobre figuras espaciais e colaborar para o reconhecimento das formas planas contidas nas superfícies dos sólidos geométricos. As atividades foram divididas da seguinte maneira: uma sondagem, quatro oficinas e um jogo. Para a elaboração dessas atividades, foram utilizados como base os quatro elementos de Pais, que são: o objeto, o desenho, a imagem mental e o conceito. Também foram empregados recursos didáticos diversos. No decorrer do trabalho de campo, observou-se a importância das interações presentes nas realizações das tarefas, e a análise dos dados foi feita à luz das teorias de Duval, Gutiérrez e Van Hiele. A pesquisa, que é de cunho qualitativo, demonstrou a importância da influência das interações entre aluno e professor ou entre aluno e objeto que podem contribuir para o entendimento de aspectos da Geometria. Como produto final foi elaborada uma sequência didática com as atividades desenvolvidas e um jogo com o intuito de aproximar os conceitos matemáticos dos alunos, favorecendo a comunicação e a reflexão sobre os conhecimentos geométricos.

Palavras-chave: Geometria espacial. Figuras planas. Conhecimento geométrico. Sólidos geométricos. Materiais manipulativos.

ABSTRACT

This study deals with experiments with geometric solids for students of the 6th year of elementary school in the municipality of Contagem. Thus, six activities were performed in order to perceive the knowledge that these students possessed in space figures and collaborate to recognize the flat shapes contained in the surfaces of the geometric solids. The activities were divided as follows: a survey, four workshops and a game. For the elaboration of these activities was used as base the four elements of Pais that are: the object, the drawing, the mental image and the concept. Several didactic resources were also used. In the course of the field job, the importance of the interactions present in the tasks' accomplishments was observed; ergo the data analysis was done based on the theories of Duval, Gutiérrez and Van Hiele. The qualitative research showed the importance of the influence of the interactions between student and teacher or between student and object that can contribute to the understanding of Geometric aspects. As a final product, was elaborated a didactic sequence with the developed activities and a game with the intention of approaching the mathematical concepts of the students, favoring the communication and the reflection about geometric knowledge.

Key words: Spatial Geometry. Flat figures. Geometric knowledge. Geometric solids. Manipulative materials.

LISTA DE FIGURAS

QUADRO 1 – Objeto de conhecimento/habilidades e seus respectivos anos escolares	19
FIGURA 1 – Esquema proposto por Pais (1996) relacionando os aspectos do conhecimento geométrico aos elementos fundamentais que influem nos processos de ensino e aprendizagem de geometria	28
FIGURA 2 – Registros de representação em Geometria Espacial	30
FIGURA 3 – Registros semióticos da esfera	31
FIGURA 4 – Transformações entre representações semióticas na Geometria Espacial	32
QUADRO 2 – Esquema com exemplos sobre os níveis de Van Hiele	36
QUADRO 3 – Visitas e atividades realizadas na escola	40
FIGURA 5 – Quadro com as figuras geométricas	46
FIGURA 6 – Superfícies de sólidos geométricos utilizados na sondagem	46
FIGURA 7 – Folha do aluno com perguntas	47
FIGURA 8 – As inúmeras respostas citadas para a questão 1	49
FIGURA 9 – Registros de alunos sobre a questão	50
FIGURA 10 – <i>Slide</i> com a planificação do cubo	50
FIGURA 11 – Exemplos das respostas de alunos	51
FIGURA 12 – Exemplo de resposta do aluno	51
FIGURA 13 – Exemplo de resposta do aluno	52
FIGURA 14 – Exemplos de respostas dos alunos	52
FIGURA 15 – Exemplo das respostas dos alunos	53
QUADRO 4 – Questões de 8 a 12 e seus objetivos	53
FIGURA 16 – Alunos na sala de multimídia fazendo a sondagem	53
FIGURA 17 – Exemplo de respostas referentes à segunda questão da sondagem	55
FIGURA 18 – Alunos chegando à sala depois do recreio	58
FIGURA 19 – Distribuindo os sólidos geométricos para os alunos	60
FIGURA 20 – Aluno Daniel e o icosaedro	61
FIGURA 21 – Sólidos manipulados durante a oficina	61
FIGURA 22 – Sólidos geométricos construídos pelos alunos	65
FIGURA 23 – Tarefa realizada pelos alunos	65
FIGURA 24 – Registro de aluno	66
FIGURA 25 – Caixa manipuladora	68
FIGURA 26 – Sólidos geométricos de madeira	69

FIGURA 27 – Imagem de uma das placas	69
FIGURA 28 – Ficha com as características dos sólidos	70
QUADRO 5 – Distribuição dos pontos	71
FIGURA 29 – Alunos participando da oficina	75
QUADRO 6 – Divisão dos grupos e respostas	76
QUADRO 7 – Pontuação Grupo Fominha	76
QUADRO 8 – Pontuação Grupo Sara	77
QUADRO 9 – Pontuação Grupo Máfia Azul	77
QUADRO 10 – Pontuação Grupo Kauã	78
FIGURA 30 – Registro de respostas referentes à primeira questão	79
FIGURA 31 – Registro de respostas à primeira questão	81
FIGURA 32 – Registro de respostas à primeira questão	82
FIGURA 33 – Registro de respostas à segunda questão	83
FIGURA 34 – Registro de respostas à segunda questão	84
FIGURA 35 – Exemplo de desenhos realizados pelos alunos	85
FIGURA 36 – Exemplo de desenhos realizados pelos alunos	85
FIGURA 37 – Exemplo da quarta questão	85
FIGURA 38 – Exemplos de características apontadas pelo aluno	86
FIGURA 39 – Esqueletos de figuras espaciais feitos pelo aluno	90
FIGURA 40 – Ficha para os alunos	90
FIGURA 41 – Registro realizados pelos alunos referentes à questão 2	91
FIGURA 42 – Cartas de magia	93
FIGURA 43 – Sólidos geométricos	93
FIGURA 44 – Carta Matemago	94
FIGURA 45 – Cartas com os Matemagos	95
FIGURA 46 – Tabela de pontuação	95

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	12
1.1 A escolha do tema para o desenvolvimento da pesquisa	16
1.2 Figuras planas e figuras espaciais no currículo escolar	18
2 PROBLEMATIZAÇÃO E A PESQUISA	23
2.1 Os elementos de Pais	25
2.2 Representações semióticas	29
2.3 A teoria de Van Hiele segundo Gutiérrez: uma abordagem para a Geometria Espacial ..	33
2.4 Vínculo entre os autores	36
3 METODOLOGIA	39
3.1 Procedimentos metodológicos	39
3.2 A turma 6º A e o percurso até chegar a ela	41
3.3 Início do trabalho de campo	43
4 ATIVIDADES REALIZADAS NO TRABALHO DE CAMPO	45
4.1 Sondagem	45
<i>4.1.1 Relato</i>	<i>48</i>
<i>4.1.2 Análise</i>	<i>53</i>
4.2 Primeira oficina: Conhecendo as faces dos sólidos geométricos	56
<i>4.2.1 Relato</i>	<i>57</i>
<i>4.2.2 Análise</i>	<i>67</i>
4.3 Segunda oficina: Manipulando e reconhecendo às cegas as características dos sólidos geométricos	68
<i>4.3.1 Relato</i>	<i>70</i>
<i>4.3.2 Análise</i>	<i>73</i>
4.4 Terceira oficina: Atividade sobre as faces dos sólidos	78
<i>4.4.1 Relato</i>	<i>78</i>
<i>4.4.2 Análise</i>	<i>87</i>
4.5 Quarta oficina: Esqueletos dos sólidos geométricos	87
<i>4.5.1 Relato</i>	<i>88</i>
<i>4.5.2 Análise</i>	<i>90</i>
4.6 Jogo Matemagos	91
<i>4.6.1 Descrição do jogo</i>	<i>92</i>
<i>4.6.2 Regras</i>	<i>95</i>

<i>4.6.3 Relato sobre a oficina com o jogo Matemagos</i>	97
<i>4.6.4 Análise</i>	106
4.7 O produto educacional	107
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS	108
REFERÊNCIAS	111
APÊNDICE A – Carta de apresentação	113
APÊNDICE B – Termo de consentimento livre e esclarecido	115
APÊNDICE C – Autorização da escola	117
APÊNDICE D – Termo de Assentimento Livre e Esclarecido do Menor (TALE) ...	119
ANEXO A – O produto educacional	121

1 INTRODUÇÃO

Ao refletir sobre a minha vida profissional, constato que eu não poderia ter escolhido outro ofício que não fosse o de lecionar. Acredito que a escola se tornou um local muito agradável para meu desenvolvimento pessoal, no qual tenho experienciado vários momentos desafiadores e com muitas descobertas.

Minha educação escolar se deu totalmente em escolas públicas. Cursei os Ensinos Fundamental e Médio na Escola Estadual Deputado Cláudio Pinheiro, situada no município de Contagem, em Minas Gerais. Julgo-me uma pessoa de sorte, porque sempre fui acompanhada por ótimos professores e, com isso, fiquei encantada com a relação entre o saber, o estudar e “ser” professora.

É incessante a admiração que sinto pelos educadores, mas confesso que não me recordo do exato momento em que decidi ser professora. Tenho encantamento pelo ato de ensinar e, ao mesmo tempo, de ser aprendiz. Vejo a escola como um lugar de transformação contínua e um espaço destinado ao crescimento tanto dos educandos como dos educadores. Enfim, é uma via de mão dupla.

No Ensino Fundamental, apreciava todas as disciplinas, mas gostava, principalmente, de História e Matemática; algo tornava essas disciplinas mais especiais. Comecei a observar nas aulas de Matemática uma beleza que, eu sentia, não era considerada por grande parte dos meus colegas. Presumo que, por esse motivo, optei por ser professora dessa disciplina. No entanto, caso eu não viesse a me tornar uma professora de Matemática, com certeza seria uma professora de História. Concluí o Ensino Médio em 2002 e, em agosto de 2003, iniciei o curso de Licenciatura em Matemática no Centro Universitário Newton Paiva (MG).

Fiz a licenciatura com muito empenho e amor. Na colação de grau, fui agraciada com a láurea acadêmica pelo fato de ter sido destaque como melhor aluna entre os formandos do curso de Matemática do Centro Universitário Newton Paiva do ano de 2007.

Enquanto aluna da graduação, no biênio 2005-2006, tive a oportunidade de participar do projeto, vinculado ao Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica (PIBIC), intitulado “Análise e detecção dos principais poluentes que atuam em *shopping centers* de Belo Horizonte”, coordenado pelo professor Dr. José Francisco Vilela Rosa. O objetivo foi verificar se havia uma preocupação considerável por parte dos administradores dos estabelecimentos em relação ao nível de poluição nos estacionamentos e nas demais dependências de *shopping centers*. Utilizamos um equipamento que mensurava a qualidade do ar nos *shoppings* com base

na quantidade de gás carbônico (CO₂) no ambiente. Verificávamos se o nível era mais alto do que o recomendado por entidades tidas como referência, a exemplo da Organização Mundial de Saúde (OMS). Éramos eu e mais três bolsistas, sendo dois alunos do curso de Matemática e os outros dois, do curso de Geografia. Fizemos medições em intervalos de minutos, em vários locais e andares em três *shoppings*, ao longo de seis meses. Foi observado, na maioria dos *shoppings*, que as condições do ar no estacionamento subterrâneo eram inadequadas para uma permanência por um longo tempo, e, por sua vez, no interior do *shopping* o ar tinha índices recomendáveis. Nesse trabalho, tive contato com uma forma de pesquisa que nunca havia experimentado, pesquisei sobre a questão da poluição do ar, fui a campo para a coleta de dados e fizemos análise dos dados levantados. Participar de um projeto de pesquisa durante o meu curso de graduação foi algo novo para mim, e a vontade de ser pesquisadora começou a fazer parte dos meus horizontes. Não enxerguei isso em um primeiro momento, mas, no decorrer da minha vida e da minha trajetória, essa perspectiva vem se construindo.

Nesse período, ainda na graduação, participei dos diversos cursos complementares ofertados aos alunos de licenciatura e fui monitora da disciplina de Cálculo para os alunos do curso de Economia. As aulas de monitoria ocorriam aos sábados com outro cursista de Matemática. Concluí o curso de Licenciatura em Matemática em 2007.

Comecei a lecionar antes mesmo de me graduar. Em 2005, consegui meu primeiro contrato para dar aulas em escola pública e, desde então, nunca mais parei. Nos primeiros anos atuei em várias escolas municipais de Contagem e em escolas estaduais da região metropolitana de Belo Horizonte na forma de contrato temporário. Vejo esse período como de grande desenvolvimento profissional e pessoal, pois tive a oportunidade de conhecer várias escolas, profissionais da educação e os alunos que frequentavam as diversas instituições em que lecionei.

Ministrei aulas para estudantes do 4º ano do Ensino Fundamental até a 3ª série do Ensino Médio no ensino regular, para alunos da Educação de Jovens e Adultos e em projetos com educandos que apresentavam distorção idade-série.

Já atuei em diferentes tipos de escolas, algumas com boa infraestrutura, outras com recursos que deixavam a desejar. Nas últimas escolas em que lecionei, era comum atender estudantes ditos “em situação de risco social”, ou seja, que convivem com problemas sociais sérios, como a criminalidade, que gera violência, a qual, por sua vez, gera falta de expectativa para transformação, tornando-os, afinal, marginalizados. O fato de eu ter trabalhado em diferentes escolas influenciou de forma marcante a minha trajetória profissional. Esse foi um

tempo – o tempo das “designações” – de experiência com bastante relevância, pois até então havia atuado profissionalmente apenas como professora em aulas particulares e como secretária de uma empresa de transporte. Como os contratos eram temporários, mudava de emprego constantemente e tinha que me adaptar com rapidez às novas escolas, afinal, cada uma possuía a sua particularidade.

Confesso que a falta de estabilidade e as dificuldades encontradas fizeram-me repensar sobre “ser” professora, pois encontrei vários obstáculos ao substituir muitos e diversos professores. Por outro lado, com essa experiência, percebi como a comunicação e a linguagem utilizada por cada professor interferem na compreensão dos conhecimentos, influenciando, assim, o ensino e a aprendizagem dos estudantes. Observo também que os alunos das escolas públicas sofrem com as mudanças de professores constantes, o que acaba afetando a rotina das aulas. Percebendo esse fato, procurei incorporar na minha prática uma comunicação simples e compreensível para o aluno, de acordo com o meu modo de ver, com objetivos claramente expostos.

Nesse período, também tive a oportunidade de lecionar no projeto *Link Matemática* para estudantes de uma escola da Prefeitura de Contagem, que consistia na utilização de um *software* com jogos educativos interativos. Paralelamente havia o *Link Letras*, que, por sua vez, era ministrado por professores de Português.

Finalmente, em 2013, aconteceu a minha nomeação como professora na rede escolar do Estado de Minas Gerais e, em 2014, também na rede escolar do município de Contagem. Olhando para trás, vejo que, nesses 14 anos de profissão, já trabalhei em mais de 20 escolas e conheci muitas realidades diferentes.

Outra experiência que marcou fortemente a minha trajetória como docente, já como professora efetiva do município de Contagem, foi a que vivi no ano de 2014, quando tive a oportunidade de participar do projeto Residência Docente, oferecido pela Prefeitura de Contagem em parceria com o Centro Pedagógico (CP) da UFMG. Nesse projeto, os encontros eram realizados no CP da UFMG, e, além de acompanhar as aulas de professores dessa instituição, estudamos vários textos sobre temas relacionados à educação matemática, como comunicação na sala de aula, atividades investigativas e desenvolvimento do pensamento

geométrico. Também tive a oportunidade de conhecer a metodologia NEPSO (Nossa Escola Pesquisa Sua Opinião)¹ e realizar atividades utilizando diversos recursos didáticos.

No Programa Residência Docente, elaborei, junto com outros professores, uma sequência de atividades que utilizavam o aplicativo *GeoGebra* como recurso didático. Assim, pude observar a importância de que as atividades propostas com o *software* fossem realizadas de modo que os estudantes executassem explorações que permitissem desenvolver uma possível compreensão dos conceitos e verificar de forma investigativa as propriedades relacionadas aos conceitos estudados. Por isso, cada atividade elaborada no programa era aplicada em nossas próprias turmas, e, em seguida, fazíamos alterações com o objetivo de melhorá-las; essas alterações pretendiam alcançar, no que diz respeito ao *GeoGebra*, o aperfeiçoamento dos comandos para a execução das tarefas de construção dos entes geométricos, e, quanto ao enunciado, a apresentação de uma linguagem acessível aos alunos, a fim de proporcionar o entendimento deles sobre o que estava sendo questionado nas atividades e com a intenção de possibilitar uma reflexão sobre os conhecimentos abordados.

A utilização de *software* como ferramenta possibilita a observação de uma Geometria com desenhos em movimento, auxiliando os alunos na construção das ideias sobre os objetos geométricos. Segundo Gravina e Santarosa esses tipos de *softwares*,

São ferramentas, especialmente, para construções em Geometria. Dispõem de “régua e compasso eletrônicos”, sendo a interface de menus de construção em linguagem clássica da Geometria. Os desenhos de objetos geométricos são feitos a partir das propriedades que os definem. Através de deslocamentos aplicados aos elementos que compõem o desenho, este se transforma, mantendo as relações geométricas que caracterizam a situação. Assim, para um dado conceito ou teorema temos associada uma coleção de “desenhos em movimento”, e as características invariantes que aí aparecem correspondem às propriedades em questão. O aluno age sobre os objetos matemáticos num contexto abstrato, mas tem como suporte a representação na tela do computador. A multiplicidade de desenhos enriquece a concretização mental, não existindo mais as situações prototípicas responsáveis pelo entendimento inadequado. (GRAVINA; SANTAROSA, 1998, p. 14).

Em 2015, continuei a desenvolver e aplicar atividades utilizando o *GeoGebra* orientada, de forma voluntária, pela professora Roselene Alves Amâncio, do Centro Pedagógico da UFMG. No ano de 2016, ingressei no Projeto de Extensão “Metodologias e Recursos didáticos

¹O NEPSO é uma metodologia que consiste na utilização da pesquisa de opinião como forma de prática pedagógica. Por meio do NEPSO, os alunos realizam todas as etapas de uma pesquisa de opinião: escolha e estudo do tema; escolha dos sujeitos; elaboração das questões do questionário; realização das entrevistas; organização das informações coletadas em tabelas e gráficos e análise dos resultados. Os temas escolhidos nas escolas em que trabalhei foram música, drogas e namoro. Trabalhei com quatro turmas usando essa metodologia. Participei da formação aos sábados do Curso de Extensão “Pesquisa de Opinião na Educação Básica”, que visa dar formação aos professores que querem utilizar essa metodologia. Desenvolvi o mesmo método com duas turmas do 8º ano na escola estadual em que atuo, em colaboração com a professora de Português Juliana, que lecionava nessas mesmas turmas, e o tema escolhido foi abuso sexual.

no Ensino da Matemática”, desenvolvido também no CP/UFMG. Meu intuito era ampliar os conhecimentos acerca do ensino de Matemática, principalmente em relação à utilização do *GeoGebra* nas aulas de Geometria. Assim, em 2016 apliquei algumas atividades relacionadas ao estudo de triângulos em minha sala de aula.

Passei por múltiplas etapas na minha vida profissional, cada momento vivenciado proporcionou reflexões sobre como contribuir para o ensino-aprendizagem de Matemática com mais qualidade. Considero que a Geometria pode contribuir para o entendimento da vida prática, assim favorecendo uma perspectiva que auxilie o aluno na compreensão do mundo.

As inúmeras experiências profissionais me apresentaram a ideia de que características como a adaptação, a formação continuada e a contextualização são alguns itens inerentes à vida de qualquer professor.

Considero a formação continuada fundamental para profissionais que atuam na área de educação. Observo que existem muitos desafios nesse ramo, e estes servem como estímulo para provocar mudanças. Enxerguei no Mestrado Profissional em Educação da UFMG (PROMESTRE) uma contribuição fundamental para a minha vida profissional.

O PROMESTRE tem como proposta o desenvolvimento de uma pesquisa e, concomitantemente, de um produto educacional relacionado aos resultados da pesquisa. No presente estudo, planejei, desenvolvi e ministrei oficinas sobre a Geometria Espacial, com foco no reconhecimento das representações de figuras geométricas bidimensionais e tridimensionais. Na próxima seção discorrerei sobre o processo de definição do tema dessa pesquisa, realizando uma breve análise de como ocorreu o ensino de conhecimentos geométricos nas escolas a partir da década de 1980.

1.1 A escolha do tema para o desenvolvimento da pesquisa

Apesar do reconhecimento de que a Matemática é importante para o desenvolvimento da sociedade, observo que a maioria da população não usufrui da sua funcionalidade. A Matemática pode ser considerada uma área do conhecimento inacessível, não só no Brasil mas também em outras partes do mundo, como pode ser constatado pela literatura de estudo. De acordo com Gómez-Granell (1997, p. 257),

Alguns estudos, como o realizado por Lapointe, Med e Philips (1989), comparando o rendimento de alunos de treze anos de diferentes países (Coreia, Espanha, EUA, Irlanda, Grã-Bretanha e Canadá) numa prova objetiva de Matemática, mostram que em muitos desses países 40% a 50% dos alunos não alcançaram o mínimo do conhecimento matemático necessário ao finalizar a escolaridade obrigatória. Em

geral, existe uma preocupação crescente nos países ocidentais pelo fato de que a maioria das pessoas não alcança o nível de “alfabetização funcional” mínimo para desenvolver-se numa sociedade moderna. (GÓMEZ-GRANELL, 1997, p. 257).

Consequentemente, o ensino da Geometria sofre conjuntamente, e talvez até mais, com as dificuldades para o seu entendimento. Devido à experiência, que considero marcante, vivida nas atividades de que participei no Centro Pedagógico da UFMG nos anos de 2014 e 2015 – Residência Docente e Metodologias e Recursos Didáticos no Ensino da Matemática – escolhi como tema da presente pesquisa o ensino de Geometria. Assim, em minha proposta de pesquisa, inicialmente, apresentei uma intervenção no ensino da Geometria nos anos finais do Ensino Fundamental, pois, em minha prática, observei que alguns alunos consideram esta área da Matemática complicada.

Essa dificuldade dos alunos pode ter inúmeras causas e uma delas parece ter caráter histórico. Imenes (1987) comenta sobre a ausência da geometria nas escolas:

A geometria está ausente da maioria de nossas salas de aula. Esta ausência é, sem dúvida, seu problema principal. Entretanto, mesmo quando ela é trabalhada pelo professor de Matemática, tenho observado que, salvo exceção, há falhas graves na sua abordagem. (IMENES, 1987, p. 55).

Pavanello (1989) relata no seu estudo que os professores na década de 80 programavam o ensino da geometria para a última etapa do ano. Esse fato, segundo a autora, era “reforçado pelos livros didáticos”, que costumeiramente abordavam a Geometria nas suas últimas páginas, tornando, assim, algo oportuno e usando como justificativa a “falta de tempo” para ensinar Geometria.

A omissão do ensino de Geometria foi chamada por Lorenzato (1995) de “omissão geométrica” como vemos a seguir. Lorenzato (1995) apresenta duas causas para a “omissão geométrica”, quais sejam:

[...] a primeira é que muitos professores não detêm os conhecimentos geométricos necessários para realização de suas práticas pedagógicas. [...] A segunda causa da omissão geométrica deve-se à exagerada importância que, entre nós, desempenha o livro didático, quer devido à má formação de nossos professores, quer devido à estafante jornada de trabalho a que estão submetidos. E como a Geometria neles aparece? Infelizmente em muitos deles a Geometria é apresentada apenas como um conjunto de definições, propriedades, nomes e fórmulas, desligado de quaisquer aplicações ou explicações de natureza histórica ou lógica; noutros a Geometria é reduzida a meia dúzia de formas banais do mundo físico. (LORENZATO, 1995, p. 3).

Lorenzato (1995) ainda aponta o pouco tempo destinado ao ensino de Geometria nos cursos de formação de professores, na década de 90, como um problema, resultando na frágil compreensão dos conhecimentos geométricos por parte dos docentes egressos desses cursos.

Ao longo de minha vivência em sala de aula, observei, no caso da aprendizagem em Geometria, que os alunos têm dificuldades em entender, em particular, as representações bidimensionais de sólidos geométricos, em perceber as diferenças entre figuras geométricas planas e figuras geométricas espaciais e, conseqüentemente, em compreender as propriedades das formas geométricas espaciais.

Com isso, tentei sempre utilizar materiais manipulativos como recurso didático para as minhas aulas e considero que eles podem minimizar as dificuldades dos alunos, e, sendo assim, o ensino da Geometria nos possibilita trabalhar com diversos materiais didáticos.

No fundo, acredito que a Geometria pode contribuir para a compreensão do mundo real, estimulando habilidades de relatar e refletir sobre ele.

1.2 Figuras planas e figuras espaciais no currículo escolar

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), o conteúdo matemático foi dividido em quatro blocos de conteúdo: Números e Operações, Espaço e Forma, Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação. Sendo a Geometria considerada um campo essencial para o ensino da Matemática, ela é contemplada em parte pelos estudos sobre Espaço e Forma.

Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. (BRASIL, 1997, p. 35).

De acordo com o mesmo documento, o tratamento de figuras tridimensionais e bidimensionais está presente nos quatro ciclos², e no segundo ciclo, no que diz respeito às formas, “[...] o professor estimula a observação de características das figuras tridimensionais e bidimensionais, o que lhes permite identificar propriedades e, desse modo, estabelecer algumas classificações”. (BRASIL, 1997, p. 58).

Já no terceiro ciclo, os PCN mencionam novamente a relevância da distinção entre as figuras bidimensionais e tridimensionais, que é objeto da proposta das oficinas da presente pesquisa.

- Distinção, em contextos variados, de figuras bidimensionais e tridimensionais, descrevendo algumas de suas características, estabelecendo relações entre elas e utilizando nomenclatura própria.

² “Os Parâmetros Curriculares Nacionais estão organizados em ciclos de dois anos, mais pela limitação conjuntural em que estão inseridos do que por justificativas pedagógicas. Da forma como estão aqui organizados, os ciclos não trazem incompatibilidade com a atual estrutura do ensino fundamental. Assim, o primeiro ciclo se refere às primeira e segunda séries; o segundo ciclo, à terceira e à quarta séries; e assim subseqüentemente para as outras quatro séries.” (BRASIL, 1997, p. 43)

[...]

- Classificação de figuras tridimensionais e bidimensionais, segundo critérios diversos, como: corpos redondos e poliedros; poliedros regulares e não regulares; prismas, pirâmides e outros poliedros; círculos, polígonos e outras figuras; número de lados dos polígonos; eixos de simetria de um polígono; paralelismo de lados, medidas de ângulos e de lados. (BRASIL, 1997, p. 58)

Existe, porém, um novo documento que normatiza uma proposta curricular unificada para toda a Escola Básica do país. Com a criação e homologação, em 2017, o novo documento, a **Base Nacional Comum Curricular³ (BNCC)**, propõe uma nova forma de organização do currículo, considerando cinco áreas de conhecimento para o Ensino Fundamental – Anos Iniciais (1º ao 5º ano) e Anos Finais (6º ao 9º ano). As áreas são: Linguagens, Matemática, Ciências da Natureza, Ciências Humanas e Ensino Religioso. Nesse documento, a área de Matemática é abordada por meio de suas unidades temáticas: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística.

O documento destaca os objetos de conhecimento e suas habilidades, que estão separadas pelas temáticas. Assim, separamos, no Quadro 1, os objetos de conhecimento e as respectivas habilidades em Geometria Espacial relacionados na BNCC.

Quadro 1 – Objeto de conhecimento/habilidades e seus respectivos anos escolares

(continua)

Ano	Objeto de Conhecimento	Habilidades
1º	Figuras geométricas espaciais: reconhecimento e relações com objetos familiares do mundo físico	(EF01MA13) ⁴ Relacionar figuras geométricas espaciais (cones, cilindros, esferas e blocos retangulares) a objetos familiares do mundo físico.
2º	Figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera): reconhecimento e características	(EF02MA14) Reconhecer, nomear e comparar figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera), relacionando-as com objetos do mundo físico.
3º	Figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera): reconhecimento, análise de características e planificações	(EF03MA13) Associar figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera) a objetos do mundo físico e nomear essas figuras. (EF03MA14) Descrever características de algumas figuras geométricas espaciais (prismas retos, pirâmides, cilindros, cones), relacionando-as com suas planificações.

³“A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de **aprendizagens essenciais** que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica, de modo a que tenham assegurados seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento, em conformidade com o que preceitua o Plano Nacional de Educação (PNE)” (BRASIL, 2017, p. 7).

⁴Código alfanumérico que identifica cada habilidade. Por exemplo, esta habilidade é a correspondente ao Ensino Fundamental (EF), referente a primeiro ano (01) na área de Matemática (MA), sendo a décima terceira habilidade (13).

(conclusão)

4º	Figuras geométricas espaciais (prismas e pirâmides): reconhecimento, representações, planificações e características	(EF04MA17) Associar prismas e pirâmides a suas planificações e analisar, nomear e comparar seus atributos, estabelecendo relações entre as representações planas e espaciais.
5º	Figuras geométricas espaciais: reconhecimento, representações, planificações e características	(EF05MA16) Associar figuras espaciais a suas planificações (prismas, pirâmides, cilindros e cones) e analisar, nomear e comparar seus atributos.
6º	Prismas e pirâmides: planificações e relações entre seus elementos (vértices, faces e arestas)	(EF06MA17) Quantificar e estabelecer relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides, em função do seu polígono da base, para resolver problemas e desenvolver a percepção espacial.
9º	Vistas ortogonais de figuras espaciais	(EF09MA17) Reconhecer vistas ortogonais de figuras espaciais e aplicar esse conhecimento para desenhar objetos em perspectiva.

Fonte: BRASIL, 2017.

O Quadro 1 mostra que o ensino da Geometria Espacial está presente desde o primeiro até o último ano do Ensino Fundamental, expondo a preocupação de que os alunos desenvolvam as habilidades de relacionar, reconhecer e associar figuras espaciais com objetos físicos; descrever as características das figuras espaciais; analisar, nomear e comparar essas figuras; entre outras. Nos 7º, 8º e 9º anos observo que a temática Geometria está mais voltada para a geometria plana, abordando e aprofundando temas como polígonos, plano cartesiano, simetria, ângulos, triângulos e circunferência.

As figuras espaciais são resgatadas em outra temática, Grandezas e Medidas, em que são utilizadas não como objetos de conhecimento, mas para a abordagem do cálculo de volume e de áreas da superfície. Assim, nesse caso, acredito que a ideia principal é trabalhar as características e propriedades de cada figura espacial (em Geometria) para, posteriormente, proporcionar a realização de cálculos (em Grandezas e Medidas).

Em 2017, na prefeitura de Contagem, foi estabelecida uma divisão curricular para as escolas da rede municipal. Essa divisão, colocada em prática no início de 2018, é uma proposta de trabalho a ser realizada na sala de aula, organizando, em trimestres, as habilidades propostas pela BNCC.

Como outra fonte de referência, realizei uma pesquisa nos livros didáticos apresentados no Guia de Livros Didáticos do Programa Nacional do Livro Didático – Programa Nacional do

Livro e do Material Didático (PNLD)⁵ de 2017. Este guia apresenta resenhas e informações resumidas sobre todos os livros aprovados pelo PNLD. Com isso, observei que, das 11 coleções⁶ de livros que constam no guia, apenas uma não começa sua abordagem de Geometria com figuras espaciais. Porém, no decorrer desse livro, há um capítulo que introduz ângulos e, logo em seguida, há uma seção tratando das figuras espaciais.

De modo geral, os assuntos tratados nos livros são: relacionar as figuras espaciais com objetos no mundo físico; associar as figuras planas com as planificações; identificar os elementos dos poliedros (vértice, faces e arestas), reconhecer os objetos por vários ângulos (vistas frontal, lateral e superior), apresentar relação de Euler, identificar características de prismas e pirâmides, classificar figuras em poliedros e não poliedros, entre outros assuntos.

Com isso, observei que o 6º ano é a etapa na qual se ampliam conhecimentos sobre muitos aspectos fundamentais da Geometria Plana e da Geometria Espacial simultaneamente. Portanto, é uma tendência, pelos PCN, pela BNCC e nos livros didáticos, desenvolver os conhecimentos geométricos a partir da abordagem dos sólidos geométricos, possibilitando uma ponte de interação entre a Geometria Espacial e a Plana. Viana (2000) expõe esse caminho de abordagem da geometria plana e espacial de forma concomitante. A autora mostra, no seu estudo, as definições de prismas, pirâmides, cilindro, cone e esfera que encontramos nos livros didáticos. Afinal, possibilitar ao aluno projetar a planificação dos sólidos geométricos exige o conhecimento de propriedades desses objetos matemáticos e da Geometria Plana. As definições das figuras espaciais,

[...] partem de lugares geométricos onde são usados os elementos primitivos da geometria: o ponto, a reta e o plano. Pode-se imaginar, então, que para chegar a esses conceitos, o aluno deveria ter aprendido toda a geometria plana e a geometria espacial de posição, para só então dominar a linguagem necessária para entendimento das definições. No entanto, essa não é a tendência da Proposta Curricular para o Ensino da Matemática do Ensino Fundamental (SÃO PAULO, 1991) ou a dos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997). Nestas, o aluno das séries iniciais já entraria em contato com todos esses conceitos, manipulando material, fazendo comparações, estabelecendo relações, de modo a analisar propriedades geométricas das figuras espaciais e, no decalque das faces, das figuras planas. (VIANA, 2000, p. 90).

Viana (2000) considera importante articular construções no papel com a verificação de propriedades para alcançar um desenvolvimento de habilidades.

⁵“O PNLD, consolidado pelo Decreto nº 7.084 de 27/01/2010, é um programa de Estado que distribui às escolas públicas do Brasil livros didáticos, dicionários e outros materiais de apoio à prática educativa, de forma sistemática, regular e gratuita.” Fonte: <http://www.fnnde.gov.br/pnld-2017/>

⁶ Cada coleção é constituída por quatro livros, e cada livro corresponde a um ano do Ensino Fundamental – Anos Finais (6º ao 9º ano).

A aprendizagem em Geometria apresenta muitas dificuldades que podem ser justificadas pela sua constituição. Segundo Gravina (2001), a Geometria se fundamenta em um modelo teórico e

este modelo organiza-se em *noções e relações primitivas, axiomas, definições e teoremas*. As noções e as relações primitivas são aceitas sem explicação e revestem-se de significados intuitivos; é assim que se fala, inequivocamente, de *pontos, retas, estar entre, ser igual a...* (GRAVINA, 2001).

Assim como os autores e documentos citados, acredito que a compreensão de figuras espaciais pode auxiliar o aluno a perceber a geometria plana, e vice-versa, exigindo abstração para o entendimento de definições. Na BNCC é evidenciada a proposta de associar as figuras planas e as figuras espaciais para possibilitar a realização de relações entre as essas formas bidimensionais e tridimensionais.

A **Geometria** envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento. Assim, nessa unidade temática, estudar posição e deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais pode desenvolver o pensamento geométrico dos alunos. Esse pensamento é necessário para investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes. É importante, também, considerar o aspecto funcional que deve estar presente no estudo da Geometria: as transformações geométricas, sobretudo as simetrias. As ideias matemáticas fundamentais associadas a essa temática são, principalmente, construção, representação e interdependência. (BRASIL, 2017, p. 269, grifo do autor).

2 PROBLEMATIZAÇÃO, PESQUISA E ESTUDOS TEÓRICOS

Tenho observado, nas aulas de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental, que os professores apresentam os conteúdos de modo expositivo e utilizando uma linguagem que exige dos alunos conhecimento *a priori* (talvez) dos significados de termos matemáticos. Isso foi por mim observado nos grupos de formação de que já participei ouvindo e analisando os relatos dos professores que os integravam.

Sobre essa questão, Pais (2000) menciona lacunas presentes na formação dos professores, levando-os a duas posturas inadequadas no ensino da geometria:

[...] uma consiste em conceber as noções geométricas como entidades abstratas puramente racionais, acessíveis somente através do método axiomático, e a outra expressa-se pela visão de que o ensino da geometria resume-se às atividades experimentais através da simples manipulação de objetos materiais e de desenhos. (PAIS, 2000, p. 1).

Nacarato e Passos (2003) basearam-se em estudos realizados individualmente sobre o ensino de Geometria em escolas públicas e privadas. Cada autora desenvolveu sua pesquisa de doutorado, as quais, apesar de serem diferentes, possuíam os mesmos referenciais teóricos. Passos focalizou sua pesquisa na prática pedagógica de cinco professoras de 4ª série (5º ano) do Ensino Fundamental de duas escolas públicas e uma privada no estado de São Paulo, com a intenção de identificar manifestações de noções geométricas por parte dos alunos durante as aulas e investigar as atitudes das professoras frente a essas manifestações.

Já Nacarato analisou em sua pesquisa a formação continuada de cinco professoras de 1ª e 2ª séries do Ensino Fundamental de uma escola privada no estado de São Paulo. A autora reunia-se semanalmente com as professoras para a realização de estudos, elaboração de atividades e, conseqüentemente, reflexões sobre a prática pedagógica.

Considero que esses estudos realizados por Nacarato e Passos (2003) merecem atenção no meu trabalho por trazerem relatos das atividades envolvendo sólidos geométricos e suas representações, tanto na forma de desenho como na forma de material manipulável. Portanto, possuem exemplos de como esse tipo de atividade deve ser bem direcionado para contribuir no entendimento da Geometria plana e espacial.

O ensino de Geometria sofre com lacunas que interferem de maneira significativa no processo de ensino e aprendizagem, como, por exemplo, desenhos que ocupam a ideia das propriedades dos entes geométricos. Pais (2000) explica o que é *configuração geométrica*:

[...] um desenho com as seguintes características: ilustra um conceito ou uma propriedade, possui fortes condicionantes de equilíbrio e trata-se de um

desenho encontrado com relativa frequência no contexto do ensino e da aprendizagem escolar. Há uma espécie de tradição, influenciada tanto pelo senso comum como pelos saberes escolares, de preservação dessa forma particular de representação. (PAIS, 2000, p. 5)

A *configuração geométrica*, segundo o autor, é importante para a construção do conhecimento, mas não pode substituir os conceitos nem dificultar o entendimento dos alunos acerca dos objetos matemáticos trabalhados em sala de aula. Pais ilustra esse fato com a forma que o desenho do retângulo é apresentado em livros didáticos ou pelos professores no quadro; normalmente sempre do mesmo modo, com a medida da base horizontal maior que as medidas das laterais verticais, fazendo o aluno reproduzir esses protótipos sem questionamentos.

Na minha experiência, presenciei já alunos com dificuldade em reconhecer figuras geométricas apresentadas em diferentes configurações. Por exemplo, em algumas ocasiões, triângulos escalenos não foram reconhecidos como triângulos, pois os alunos aceitavam como representação de triângulo apenas os equiláteros e os isósceles. Portanto, os desenhos são representações fundamentais que colaboram na observação de ideias de objetos matemáticos, mas não podem se tornar empecilhos ou substitutos dos conceitos dos objetos geométricos.

Para Pais (2000, p. 15), “devemos sempre estimular um constante vínculo entre a manipulação de materiais e situações significativas para o aluno”. Segundo o mesmo autor, esses recursos didáticos podem assumir muitas finalidades, como apresentar um assunto, facilitar a exploração de algum tema, impulsionar os alunos a aprender ou até a memorizar, e o professor tem que ter esse objetivo claro para saber qual é o recurso adequado para atingir seu objetivo. Apenas a utilização de materiais didáticos não assegura que a aprendizagem irá acontecer, pois o manuseio destes materiais sem uma reflexão não colabora para construção do conhecimento.

Confesso que, ao longo de minha experiência docente, durante muito tempo dei pouca ênfase ao ensino dos conteúdos de Geometria; privilegiei sempre o ensino de Números e Operações. No entanto, ao participar do programa Residência Docente em 2014 – e anteriormente a isso –, tive a oportunidade de estudar vários textos sobre educação matemática e, principalmente, sobre ensino e aprendizagem da geometria. Nessa formação, junto com outros professores participantes, desenvolvi e apliquei, nas duas escolas em que lecionava, várias atividades que utilizaram o *software GeoGebra* como recurso didático de apoio.

Também em aulas de Geometria, devido à mesma experiência, utilizei instrumentos de desenho, como régua, compasso, transferidor, e outros materiais, como barbante, cartolina e caixas de objetos. Assim, constatei alguns benefícios na utilização desses recursos, como o

maior envolvimento dos alunos para concretizar as tarefas e até uma facilidade em compreender o que estava sendo estudado. De minha parte, me beneficiei pelos desafios de utilizar recursos didáticos diversos, tendo como objetivo a melhora da aprendizagem dos alunos. Na presente pesquisa, pretendi realizar atividades de forma mais bem planejada e sistematizada. Essas atividades foram observadas para ver como alunos reagiriam à proposta.

A presente pesquisa tem como objetivo desenvolver atividades escolares práticas, que aqui serão chamadas de oficinas⁷, lançando mão de recursos didáticos diversificados, com foco no reconhecimento e compreensão das representações figurais (NACARATO; PASSOS, 2003) dos sólidos geométricos, possibilitando e procurando favorecer o entendimento das propriedades das figuras geométricas espaciais. Pensamos que, em processos de ensino e aprendizagem da Geometria, a utilização de recursos didáticos diversos em oficinas pode propiciar momentos de interação – entre os próprios alunos e deles com a professora pesquisadora –, favorecendo talvez, a aprendizagem e, por que não dizer, tornando o conteúdo também mais atraente e interessante para os alunos.

As oficinas foram planejadas à medida que eram aplicadas. Ou seja, planejamos uma oficina e aplicamos em sala de aula, e as próximas oficinas serão planejadas de acordo com as observações realizadas na anterior. Voltamos nosso olhar para os momentos de interação entre os alunos e deles com a professora pesquisadora para analisar as manifestações verbais e gestuais durante a execução das atividades propostas sobre sólidos geométricos.

Como os alunos reagem ou se manifestam diante das atividades propostas nas oficinas sobre sólidos geométricos que utilizam materiais variados com o intuito de oportunizar diversas formas de interações? Participam? Não participam? Externalizam? Se sim, de que forma? Se não, de que forma?

2.1 Os elementos de Pais

Os recursos didáticos envolvem uma diversidade de elementos utilizados como suporte experimental na organização do processo de ensino e de aprendizagem. Sua finalidade é servir de interface mediadora para facilitar na relação entre professor, aluno e o conhecimento em um momento preciso da elaboração do saber. (PAIS, 2000, p. 2).

Pais (2000) faz uma análise da utilização de recursos didáticos diversos no Ensino de Geometria. Acredito que manipular e construir objetos, tanto manualmente como por meio de

⁷Serão chamadas de “oficinas” devido ao caráter técnico/prático e intensivo das atividades. Pretende-se trabalhar especificamente habilidades como manipular, reconhecer e externalizar – manifestações verbais, gestuais – termos e propriedades relacionados a sólidos geométricos.

um *software*, pode contribuir no entendimento da geometria, pois vejo a experimentação como parte fundamental na construção e consolidação dos conhecimentos matemáticos.

Pais (1996) procura analisar, didaticamente, a relação de elementos da Geometria com o mundo real e, em particular, a representação plana (desenho) dos objetos geométricos. Nesse sentido, destaca que há quatro elementos fundamentais que, de forma articulada, influem em processos de aprendizagem da geometria euclidiana plana e espacial: o objeto, o conceito, o desenho e a imagem mental. Em seguida, apresentarei de forma breve as descrições feitas por esse autor para cada elemento.

Para Pais (1996), o primeiro elemento refere-se a objetos concretos visivelmente reconhecidos no mundo real, que possuem uma relação com conceitos geométricos estudados na escola (ex.: bola – esfera). A manipulação desses objetos influi na aprendizagem por meio do uso dos sentidos, como o tato e a visão. Os objetos seriam modelos materiais que estimulam os sentidos intuitivos dos alunos.

O segundo elemento seria o desenho – presente nas aulas de geometria, nos livros didáticos, nos enunciados –, o qual requer mais sensibilidade do aluno, exigindo a interpretação e a representação das figuras, principalmente das figuras espaciais (PAIS, 1996).

O terceiro elemento, em Pais (1996), é composto pelas imagens mentais. Estas são subjetivas, pois cada pessoa forma as imagens mentais de entes geométricos a partir de experiências que teve com os objetos e com desenhos, e, assim, estes diferem de pessoa para pessoa. Por serem abstratas, as imagens mentais se aproximam dos conceitos geométricos que constituem o quarto elemento na abordagem de Pais (1996). Estes, por sua vez, são influenciados por objetos, desenhos e imagens mentais.

Pais (1996) aponta a importância de proporcionar de maneira qualitativa e quantitativa as experiências com objetos e desenhos para que ocorra uma progressão na formação da imagem mental dos alunos. Com o objetivo de tornar o raciocínio mais dinâmico, o autor considera a imagem mental o terceiro nível de representação das noções geométricas, por ser mais complexo que os níveis anteriores, o objeto e o desenho, mas destaca que estes dois níveis influenciam fortemente o terceiro.

Sobre o conceito, o autor discorre sobre as suas duas características básicas, a generalidade e a abstração, que devem, segundo ele, ser construídas de forma lenta e por meio de reflexões com base nas articulações realizadas entre o “mundo físico” e o “mundo das ideias”.

Outra observação do autor é que a dificuldade de formalização dos conceitos, que exige uma abstração, inviabiliza a apresentação destes de forma inicial aos alunos, havendo, assim, a necessidade de efetuar uma representação do conceito de maneira preliminar. O desafio é, portanto, promover uma transposição do particular para o geral e entre o concreto e o abstrato. Constata-se que é fundamental haver níveis de conceitualização para viabilizar a aprendizagem. O autor nota que, apesar de a imagem mental e o conceito serem abstratos, esta é um tema muito estudado na psicologia cognitiva para a compreensão do conhecimento humano; já o conceito “refere-se ao aspecto racional e objetivo da ciência” (PAIS, 1996).

Para Pais (1996), os quatro elementos – objeto, desenho, imagem mental e conceito – devem ser explorados simultaneamente de forma articulada na sala de aula.

Do ponto de vista didático não se deve conceber a existência de um desses elementos totalmente desvinculado dos outros, pois, da mesma forma que há uma base intuitiva no método axiomático, o apelo à experiência acaba determinando uma forte influência na gênese das noções teóricas da geometria. (PAIS, 1996, p.73).

De acordo com Pais (1996), existem pontos importantes sobre essa articulação de elementos para o ensino da Geometria, como: para possibilitar demonstrações, antes é indispensável que aconteçam tentativas intuitivas e experimentais; a intuição e as imagens mentais são acessíveis e possuem a subjetividade como característica comum, mas apenas as duas não sustentam a legitimação de conhecimentos; o objeto e o desenho contribuem para ensino e aprendizagem, servindo como recurso para experimentos, porém não substituem os conceitos, apesar de colaborarem para a construção dos conhecimentos teóricos da geometria.

Gonseth (1945 apud PAIS, 1996) concebeu uma teoria que possui três aspectos: o intuitivo; o experimental e o teórico do conhecimento geométrico. Esses aspectos são essenciais para o processo de ensino aprendizagem da geometria. Para o autor é perceptível que a intuição varia de pessoa para pessoa, de acordo com suas vivências.

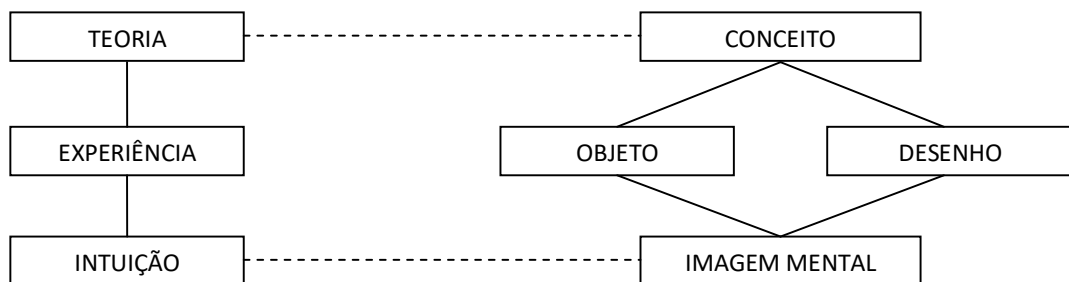
A intuição é uma forma de conhecimento imediato que está sempre disponível no espírito das pessoas e cuja explicitação não requer uma dedução racional guiada por uma sequência lógica de argumentos deduzidos uns dos outros. Um conhecimento baseado somente na intuição caracteriza-se, antes de tudo, por uma funcionalidade quase imediata quando comparada com o desenvolvimento necessário de uma sequência dedutiva do raciocínio lógico. Mas esta disponibilidade é evidentemente relativa ao conjunto de conhecimentos já acumulados pelo sujeito. O que pode ser intuitivo e evidente para uma pessoa pode não o ser para outra. (PAIS, 1996, p. 72).

Pais cita Bkouche (1983), que, em seus estudos, considera os axiomas uma forma de intuição e que os teoremas, por necessitarem de demonstrações, são pautados em deduções matemáticas e ainda que pode-se sustentar uma demonstração por intermédio de experimento na forma de desenhos, caracterizado pelo autor como conhecimento experimental. Também é

possível efetuar uma verificação de propósitos geométricos mediante a abordagem teórica, sem a necessidade da utilização de desenhos ou da intuição para apoiá-la.

De acordo com Pais (1996), os três aspectos do conhecimento geométrico propostos por Gonseth (teoria, experiência, intuição) se correlacionam com os quatro elementos fundamentais, como mostra a Figura 1.

Figura 1 – Esquema proposto por Pais (1996) relacionando os aspectos do conhecimento geométrico aos elementos fundamentais que influem nos processos de ensino e aprendizagem de Geometria



Fonte: PAIS (1996, p. 72).

Enfim, Pais (2000, p. 15) conclui que “devemos sempre estimular um constante vínculo entre a manipulação de materiais e situações significativas para o aluno”.

O caminho para construção do conhecimento geométrico pode ser longo, perpassa por dimensões sensitivas e reflexivas, aliando os recursos didáticos à ideia da articulação entre os elementos fundamentais – objeto, desenho, imagens mentais e conceito – e assim, de acordo com Pais (2000), o conhecimento é adquirido de forma lenta, gradual e processual.

Assim, meu objetivo é observar a interação dos alunos e professora pesquisadora acerca da geometria espacial, principalmente no entendimento sobre as propriedades dos sólidos geométricos e a influência dos recursos didáticos na aprendizagem de alunos dos anos finais do Ensino Fundamental. Pretendo identificar como a visualização de objetos geométricos espaciais colabora para o entendimento das características dos sólidos geométricos, favorecer a compreensão dos elementos e propriedades pertencentes à geometria plana e espacial, auxiliando na interpretação de representações de objetos matemáticos geométricos por meio da utilização dos recursos didáticos. Além disso, intenciono identificar algumas dificuldades vivenciadas pelos alunos ao utilizar os diferentes recursos didáticos.

2.2 Representações semióticas

Entre algumas teorias estudadas, considerei relevante a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval. Afinal, apreender as representações matemáticas – fórmulas, figuras, enunciados – é parte da aprendizagem sobre os objetos matemáticos. Com essa teoria, Raymond Duval busca por modos que possibilitem o funcionamento cognitivo visando à compreensão do aluno.

Para Duval (2012), os objetos matemáticos não são facilmente compreendidos e, por isso, é necessário invocar diferentes representações para a sua apreensão. Em suas palavras, “De fato, os objetos matemáticos não estão diretamente acessíveis à percepção ou à experiência intuitiva imediata, como são os objetos comumente ditos ‘reais’ ou ‘físicos’. É preciso, portanto, dar representantes” (DUVAL, 2012, p. 268).

As representações semióticas servem para a comunicação de ideias e também são indispensáveis para a “atividade cognitiva do pensamento”. Como esse autor pensa as representações semióticas e significações?

As representações **semióticas** são produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representações que tem inconvenientes próprios de significação e de funcionamento. Uma figura geométrica, um enunciado em língua natural, uma fórmula algébrica, um gráfico são representações semióticas que exibem sistemas semióticos diferentes. Consideram-se, geralmente, as representações semióticas como um simples meio de exteriorização de representações mentais para fins de comunicação, quer dizer para torná-las visíveis ou acessíveis a outrem. Ora, este ponto de vista é enganoso. As representações não são somente necessárias para fins de comunicação, elas são igualmente essenciais à atividade cognitiva do pensamento. (DUVAL, 2012, p. 269, grifo do autor).

O autor relata a necessidade de coordenar diversos registros de representações para ajudar no reconhecimento dos objetos matemáticos nas suas mais diferentes manifestações, colaborando para a compreensão dos conceitos. Duval cita o fato de os registros das representações fornecerem condições para a organização das ideias, ocasionando, assim, possibilidades para o entendimento de conceitos matemáticos.

[...] é essencial, na atividade matemática, poder mobilizar muitos registros de representação semiótica (figuras, gráficos, escrituras simbólicas, língua natural, etc.) no decorrer de um mesmo passo, poder escolher um registro no lugar de outro. E, independentemente de toda comodidade de tratamento, **o recurso a muitos registros parece uma condição necessária para que os objetos matemáticos não sejam confundidos com suas representações e que possam também ser reconhecidos em cada uma de suas representações.** (DUVAL, 2012, p. 270, grifo do autor).

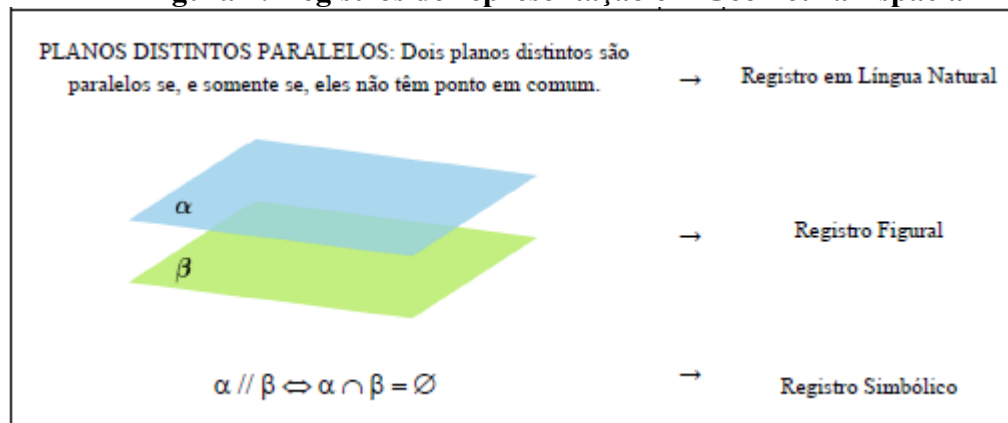
Dessa forma, segundo Duval (1993), uma particularidade na atividade matemática é caracterizada pela necessidade de uma mobilização concomitante de pelo menos dois registros de representação ou a viabilidade de mudança de registro de representação.

No caso da Geometria, consegue-se observar a existência de registros, como cita Borsoi (2016).

Pode-se dizer que a mobilização cognitiva exigida pela Geometria exige a interação de representações. Especialmente na Geometria Espacial, trabalha-se com três registros de representação: o registro na linguagem natural, o registro figural e o registro simbólico (numérico ou algébrico). (BORSOI, 2016, p. 35).

Abaixo apresento um esquema feito por Borsoi (2016) que exemplifica esses diferentes tipos de registros.

Figura 2: Registros de representação em Geometria Espacial

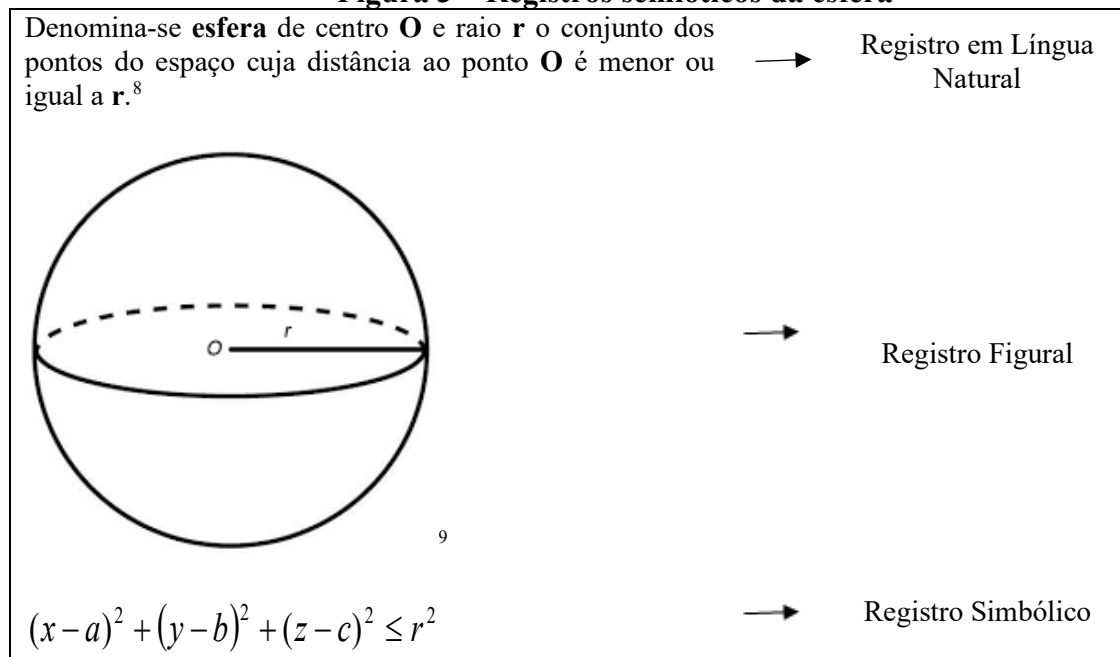


Fonte: BORSOI (2016, p. 36).

No presente estudo com sólidos geométricos, também é crucial proporcionarmos aos alunos essa conexão entre esses três tipos de registros. Assim, fazer com que os estudantes descrevam os objetos geométricos, que consigam reconhecê-los na forma figural e na forma simbólica são ações necessárias para que alcancem a mobilização cognitiva exigida na Geometria.

A partir da Figura 2, é possível pensar tipos de representações para os sólidos geométricos, como pode ser observado na Figura 3.

Figura 3 – Registros semióticos da esfera



Fonte: Elaborado pela autora.

Evidencia-se que o registro figural na Geometria Espacial exige habilidades de desenho que requerem conhecimento de certas convenções, como expõem Nacarato e Passos (2003). As autoras, em sua obra, relatam experiências vivenciadas por elas em suas pesquisas com alunos e professoras do Ensino Fundamental. Elas falam, em especial, sobre a dificuldade de entendimento de representações planas de objetos espaciais.

De fato, a representação plana de um objeto tridimensional é a tradução desse objeto. Sua leitura exige o reconhecimento de representações de alguns elementos essenciais, estruturais e particulares do objeto, ou seja, requer a presença de sua imagem mental, para que o leitor possa interpretar nos desenhos as linhas paralelas e perpendiculares do objeto que revelam a profundidade e orientam corretamente a visão de suas faces. (NACARATO; PASSOS, 2003, p. 49).

Além disso, relatam a importância de tratar as mudanças que os objetos tridimensionais sofrem ao se transformarem em representações bidimensionais (no papel) e como as imagens mentais que cada pessoa possui podem colaborar nessa transformação.

Nacarato e Passos (2003) mencionam a dificuldade de ver o objeto físico e conseguir representá-lo na forma de desenho ou o contrário. De acordo com Gutiérrez (1992b), “ao ler uma representação plana de um sólido, tem que recuperar tanta informação perdida quanto for possível” (apud NACARATO; PASSOS, 2003, p. 49). Nesse momento, talvez o maior

⁸ Definição do livro: IEZZI, G. et al. *Matemática: ciências e aplicações*. 7. ed. São Paulo: Saraiva, 2016. v. 2.

⁹ Disponível em: <https://escolaeducacao.com.br/geometria-espacial/esfera>.

obstáculo esteja no fato de os alunos não conseguirem enxergar as informações apresentadas nos objetos físicos para depois recuperá-las nas representações planas.

Dessa forma, os desenhos de objetos matemáticos tridimensionais são representações semióticas que necessitam de interpretação para o reconhecimento de características do sólido geométrico. Segundo Duval, “a originalidade da atividade matemática está na mobilidade simultânea de ao menos dois registros de representação, ou na possibilidade de troca a todo momento de registro de representação” (DUVAL, 2003, p. 14).

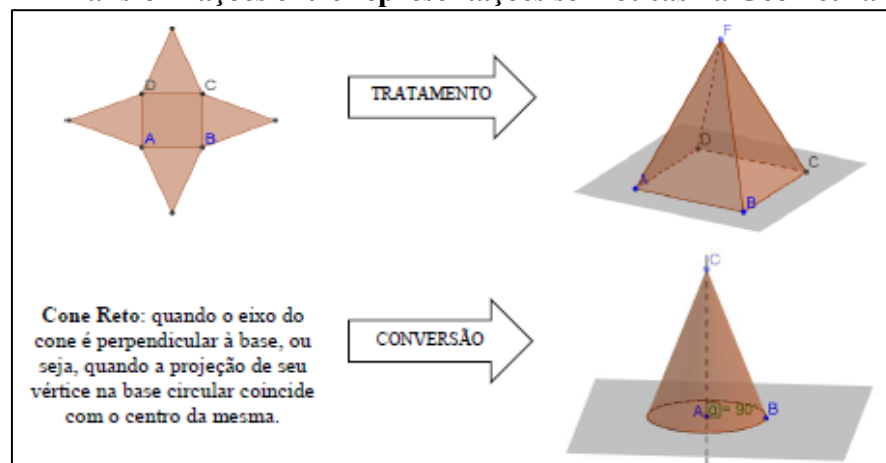
Quando o aluno consegue relacionar objetos físicos com suas representações bidimensionais (no papel), distinguindo as particularidades encontradas nos objetos tridimensionais representados no papel na forma gráfica e sendo capaz de reconhecer as faces, seu formato, seus elementos, entre outros aspectos, considero que há uma interpretação de uma representação física em uma representação que utiliza meios gráficos.

Para Duval (2003) existem dois tipos de transformações de representações semióticas: os tratamentos e as conversões.

- Os tratamentos são transformações de representações dentro de um mesmo registro: por exemplo, efetuar um cálculo ficando estritamente no mesmo sistema de escrita ou de representação dos números; resolver uma equação ou um sistema de equações; completar uma figura segundo critérios de conexidade e de simetria.
- As conversões são transformações de representações que consistem em mudar de registro conservando os mesmos objetos denotados: por exemplo, passar da escrita algébrica de uma equação à sua representação gráfica. (DUVAL, 2003, p. 16).

Segundo o autor, a mudança de registros dos objetos matemáticos fornece outra forma de tratamento e provoca o entendimento de propriedades ou de outras particularidades desses objetos, que não poderiam ser admitidas por meio dos signos utilizados no registro anterior. Borsoi (2016) apresenta um esquema (Figura 4) para ilustrar essas transformações.

Figura 4 – Transformações entre representações semióticas na Geometria Espacial



Fonte: BORSOI (2016, p. 37).

Pode-se concluir que o tratamento e a conversão são transformações fundamentais para o entendimento dos sólidos geométricos, afinal, é importante produzir e reconhecer os signos que obedecem a um sistema de representações. O uso de materiais manipulativos e representações figurais e textuais de forma simultânea possibilita trabalhar essas transformações em sala de aula.

Além da importância das transformações dos registros, é fundamental dispor de vários tipos de registro, afinal, eles se complementam. Como citado, Gutiérrez expôs a perda de informações que o desenho apresenta diante do objeto físico. Para Duval (2012) é pertinente a complementaridade dos registros, uma vez que um dado registro pode acrescentar informações sobre um determinado objeto matemático. Assim,

[...] a natureza do registro semiótico que é escolhido para representar um conteúdo (objeto, conceito ou situação) impõe uma seleção de elementos significativos ou informacionais do conteúdo que representa. Esta escolha é feita em função das possibilidades e dos inconvenientes semióticos do registro escolhido. Uma linguagem não oferece as mesmas possibilidades de representação que uma figura ou um diagrama. Isto quer dizer que **toda representação é cognitivamente parcial em relação ao que ela representa**, e que de um registro a outro não estão os mesmos aspectos do conteúdo de uma situação que estão representados. (DUVAL, 2012, p. 280).

2.3 A teoria de Van Hiele segundo Gutiérrez: uma abordagem para a Geometria Espacial

Gutiérrez (1992), que realizou estudos sobre a geometria espacial, atenta sobre a relevância da visualização e que o elemento central da apreensão são as imagens mentais; elas são fundamentais para a visualização dos objetos matemáticos espaciais. Gutiérrez (1996a, apud NACARATO; PASSOS, 2003, p. 79) a visualização é “um tipo de raciocínio baseado no uso de elementos visuais e espaciais, tanto mentais quanto físicos, desenvolvidos para resolver problemas ou provar propriedades”.

Gutiérrez (1992) trata sobre a relação entre o modelo de Van Hiele e o processo de aprendizagem em Geometria Espacial. Para o autor é necessário desenvolver habilidades de visualização espacial que possibilitem a compreensão de representações de objetos matemáticos geométricos.

Seguirei comentando sobre o modelo Van Hiele, desenvolvido pelo casal Dina Van Hiele-Geldof e Pierre Van Hiele e que serviu como suporte de muitos estudos sobre as habilidades geométricas dos alunos (NASSER, 1993). Apesar de o modelo ter sido criado nos anos 1950, somente em 1984, após as traduções para a língua inglesa, esse trabalho ficou mais difundido, como Crowley (1994) afirma.

Apresentarei os níveis do modelo concebido pelos Van Hiele e descritos por Crowley (1994). Inicialmente descreverei o nível básico, considerado também uma “visualização” ou um “reconhecimento”, que diz respeito à percepção dos objetos geométricos como formas que possuem características físicas, valorizando-se apenas o todo e esquecendo suas partes, portanto, desconsideram-se as propriedades dos entes geométricos.

O próximo nível é denominado “análise”, que pode ser entendida como um ponto inicial de discernimento das características das figuras, por meio de experimentos e observações feitas pelos alunos, mas que ainda não conseguem explicar as relações entre as propriedades dos entes geométricos.

No nível chamado “dedução informal”, é observado que o aluno consegue fazer uma inter-relação das propriedades de uma mesma figura, possibilitando o reconhecimento de classes de figuras e conseguindo dar significado às definições, mas sem assimilar as deduções por completo.

Já no nível designado de “dedução”, o aluno é capaz de compreender totalmente as demonstrações, pelo fato de conseguir fazer inter-relações das propriedades, o que lhe possibilita construir demonstrações por conhecer axiomas, definições, teoremas e demonstrações.

O último nível, “rigor”, exige um grau muito alto de abstração, possibilita o trabalho de vários sistemas axiomáticos, como as geometrias não euclidianas, sendo mais aplicado em áreas como a economia e a química, segundo a autora.

Gutiérrez (1992), por meio de experiências com alunos manipulando sólidos geométricos, analisou os resultados utilizando a teoria de Van Hiele. Fez uma correlação entre as ideias desenvolvidas pelos Van Hiele, transpondo os 4 primeiros níveis de seu modelo para a geometria espacial.

O Nível 1 (visualização ou reconhecimento) é definido pelo autor como a comparação dos sólidos geométricos por meio de uma percepção global das formas encontradas nos sólidos ou nos elementos, como faces, vértices e arestas. Não é levada em consideração nenhuma propriedade. O aluno apenas utiliza o aspecto visual para dar respostas sobre o sólido, não conseguindo utilizar o emprego de características matemáticas. Além disso, o aluno demonstra que ainda não coordena as rotações da maneira desejada, evidenciando a dificuldade de visualização.

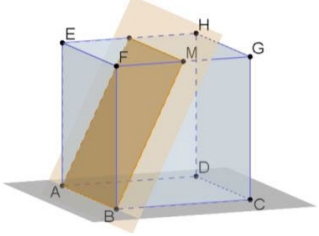
O Nível 2 (análise) também é descrito pelo autor como uma comparação dos sólidos do mesmo modo que no nível anterior, por intermédio da percepção global, mas aqui o aluno já consegue utilizar elementos matemáticos para caracterizar os sólidos, como paralelismo, comprimento das arestas e tamanho dos ângulos. Os alunos são capazes de realizar movimentos simples, e, por meio de observações, os movimentos são realizados, mas sem estratégias.

No Nível 3 (dedução informal), para a comparação de dois sólidos já existe uma análise matemática destes e seus elementos, sem a necessidade de movimentação dos objetos. Nesse nível, o aluno é capaz de explicar de maneira informal propriedades matemáticas apresentadas por meio de representações ou a partir de suas estruturas matemáticas. A movimentação dos objetos é planejada possibilitando posições que antes não eram visíveis. As decisões para a movimentação do sólido são baseadas em observação de propriedades matemáticas ou na relação dos elementos.

No nível 4 (dedução formal), os alunos analisam os sólidos sem manipulação, a argumentação é realizada por meio da observação da estrutura matemática dos sólidos ou propriedades, incluindo propriedades invisíveis. O autor descreve a capacidade da realização de um “pré-plano” na movimentação dos sólidos para que, da maneira mais econômica, ocorram movimentos para posicionar os objetos na forma estabelecida por uma representação plana (desenho).

No Quadro 2, elaborado por Nasser (2017), está apresentado um esquema cuja segunda coluna corresponde a exemplos de cada nível. Já a terceira coluna é referente a exemplos dos níveis feitos por Borsoi (2016), abordando a geometria espacial.

Quadro 2 - Esquema com exemplos sobre os níveis de Van Hiele

Nível de Van Hiele	Exemplo em 2d	Exemplo em 3d
Básico: reconhecimento	Classificação de recortes de quadriláteros em grupos de quadrados, retângulos, paralelogramos, losangos e trapézios.	Identificar elementos globais como vértices, arestas e faces.
Nível 1: análise	Descrição de um quadrado através de propriedades: 4 lados iguais, 4 ângulos retos, lados opostos iguais e paralelos.	Reconhecer as faces quadradas (arestas congruentes e ângulos retos). Identificar diagonais da face e do cubo.
Nível 2: dedução informal	Descrição do quadrado através de suas propriedades: 4 lados iguais e 4 ângulos retos. Reconhecimento de que o quadrado é também um retângulo.	Elaborar argumentos e raciocínios para calcular a medida da diagonal do cubo, dado o valor da aresta; ou seja, são argumentos que dependem de algumas propriedades do objeto.
Nível 3: dedução	Demonstração de propriedades dos triângulos e quadriláteros usando congruência de triângulos.	Demonstrar/provar, por exemplo, por que a secção dada por A, B e o ponto médio de FG é um retângulo, utilizando argumentos com maior rigor matemático. 

Fonte: Elaborado pela autora com base em NASSER (2017, p. 7) e BORSOI (2016, p. 30).

2.4 Vínculo entre os autores

Pais (1996) menciona os estudos da psicologia cognitiva sobre a construção das imagens mentais.

A formação das imagens mentais é um tema de interesse central para a psicologia cognitiva justamente por permitir uma forma bem ampla de representação do conhecimento humano. Mas de uma maneira bem mais particular, o interesse neste trabalho limita-se às imagens mentais que podem ser associadas aos conceitos geométricos. (PAIS, 1996, p. 69).

Segundo o autor, como já foi tratado anteriormente, na seção 2.1, as imagens mentais possuem duas características: a subjetividade e a abstração. Ele também observa a complexidade de definir propriamente esse elemento fundamental que é a imagem mental. De acordo com Pais, “pode-se dizer que o indivíduo tem uma dessas imagens quando ele é capaz

de enunciar, de uma forma descritiva, propriedades de um objeto ou de um desenho na ausência desses elementos”. (PAIS, 1996, p. 70)

Gutiérrez (1996) também observa a interface entre a Psicologia e a Educação Matemática. O autor relata que

a maioria dos artigos que são encontrados relacionados aos termos *visualização*, *habilidade espacial* ou *imagem mental* são publicações de revistas ou de periódicos de Psicologia, sendo apenas alguns publicações de Educação Matemática. Além disso, o autor relata que muitas dessas publicações referem-se a estágios do desenvolvimento dos indivíduos (da tenra infância até o estado adulto), ao relacionamento da visualização com o desenho, escrita ou fala, com construção ou manuseio de objetos tridimensionais e outros pontos relacionados à Psicologia, Matemática ou Educação Matemática; podendo-se, todavia, também encontrar títulos relacionados a outras ciências, como Engenharia, Arte, Medicina, Economia e Química. (GUTIÉRREZ, 1996a apud NACARATO; PASSOS, 2003, p. 77, grifo do autor).

Gutiérrez (1996) se aprofunda sobre o tema visualização matemática, que está presente na seção 2.3. Segundo o autor, a visualização é integrada por quatro principais elementos: imagens mentais, representações externas, processos de visualização e habilidades de visualização.

Pais (1996) e Gutiérrez (1996) reconhecem as *imagens mentais* fundamentais para a compreensão dos conhecimentos geométricos e que os psicólogos perceberam há mais tempo sua importância para o ensino. Gutiérrez (1996) define *imagem mental* “como qualquer tipo de representação cognitiva de um conceito ou propriedade por meio de elementos visuais ou espaciais.” (GUTIÉRREZ, 1996, p. 9).

Neste momento percebo um ponto de convergência entre Pais (1996) e Gutiérrez (1996), sendo possível fazer ligações com as representações semióticas de Duval (2012). É importante trabalhar com vários tipos de representações dos objetos, porque isso influencia na interiorização das percepções de objetos e na compreensão de conceitos, pois implica a capacidade de produção de descrição de objetos, empregando uma linguagem matemática. Duval (2012) fala que “as representações *mentais* recobrem o conjunto de imagens e, mais globalmente, as conceitualizações que um indivíduo pode ter sobre um objeto, sobre uma situação e sobre o que lhe é associado” (DUVAL, 2012, p. 269, grifo do autor). Ele julga que são mais valorizadas as representações mentais do que as semióticas.

Enquanto Duval (2012) acredita que o melhor caminho para o entendimento do aluno seja a mobilização de vários registros de representação semiótica, sem privilegiar a noesis¹⁰ em

¹⁰ Segundo Duval (2012) “é chamada ‘**semiose**’ a apreensão ou a produção de uma representação semiótica, e ‘**noesis**’ a apreensão conceitual de um objeto, é preciso afirmar que a **noesis** é inseparável da **semiose**”.

detrimento da semiose. Pais (1996) considera que, para ocorrer a aprendizagem geométrica, é essencial a coordenação de imagens mentais, conceitos, teoremas e situações geométricas fundamentais, e para isso é necessário aumentar o conjunto de imagens tanto em número como em qualidade, possibilitando o desenvolvimento cognitivo. Gutiérrez (1996), por sua vez, elege como um dos elementos fundamentais a imagem mental para a compreensão de conceitos matemáticos. Os três autores consideram que um sincronismo coordenado de elementos seja a forma mais adequada para o desenvolvimento das habilidades necessárias para o entendimento da Geometria Espacial.

3 METODOLOGIA

A escolha do tema dessa pesquisa, como mencionado, se fundamenta na minha experiência como professora da Educação Básica. Observo a dificuldade dos alunos do Ensino Fundamental em diferenciar e estabelecer relações entre as figuras geométricas planas e as figuras geométricas espaciais. Isso desfavorece a interpretação dos desenhos dos sólidos geométricos e a compreensão das suas características. Conseqüentemente, surge a seguinte questão à qual buscaremos responder:

Como os alunos reagem ou se manifestam diante das atividades propostas nas oficinas sobre sólidos geométricos que utilizam materiais variados com o intuito de oportunizar diversas formas de interações? Participam? Não participam? Externalizam? Se sim, de que forma? Se não, de que forma?

Com base nesse estudo, foi desenvolvido um produto educacional para os alunos do Ensino Fundamental por meio do qual apresentarei a sequência de oficinas com as atividades realizadas com reflexões teóricas e o jogo Matemago. Essas atividades, cinco no total, utilizam diversos recursos didáticos com o intuito de provocar situações que colaborem com a realização de associações sobre as características das formas geométricas.

3.1 Procedimentos metodológicos

A pesquisa é de cunho qualitativo, e a coleta de dados foi realizada por meio de registros das oficinas. Participaram da pesquisa 23 alunos do 6º ano de uma escola municipal de Contagem. Os instrumentos de coleta de dados foram gravações em áudio e vídeos das oficinas, os registros dos estudantes e um diário de campo com as observações da pesquisadora.

A realização da pesquisa foi aprovada pelo Comitê de Ética em Pesquisa da UFMG (COEP/UFMG)¹¹, e em seguida obtive as autorizações da escola e dos demais participantes do estudo. Assim, desenvolvi o trabalho de campo cujas etapas descrevo a seguir.

A primeira etapa consistiu em reuniões com a professora da turma, durante as quais apresentei a proposta de intervenção, as atividades planejadas para as oficinas e os objetivos e materiais pensados para estas.

No trabalho de campo, foram realizadas seis atividades (sondagem e cinco oficinas) durante as aulas de Matemática, que foram cedidas pela professora regente. A maioria das

¹¹ A pesquisa foi aprovada pelo COEP/UFMG via registro CAAE80285217.8.0000.5149.

oficinas foi realizada nas tardes de sextas-feiras; apenas a sondagem e a última oficina, aplicação do jogo Matemagos, foram realizados em terças-feiras.

No Quadro 3, exponho as atividades realizadas na turma 6º A.

Quadro 3 – Visitas e atividades realizadas na escola

Data	Atividade realizada	Número de aulas¹²
27 de março	1ª atividade – Sondagem	1
6 de abril	2ª atividade – Oficina: Conhecendo as faces dos sólidos	2
30 de abril	3ª atividade – Oficina: Manipulando e reconhecendo às cegas as características dos sólidos geométricos	2
11 de maio	4ª atividade – Oficina: Exercícios sobre as faces dos sólidos geométricos	1
8 de junho	5ª atividade – Oficina: Os esqueletos de sólidos geométricos	2
28 de agosto e 4 de setembro	6ª atividade – Oficina: Jogo Matemagos	2

Fonte: Dados da pesquisa.

Ainda na primeira etapa apliquei uma sondagem de conhecimentos geométricos aos alunos.

Na segunda etapa foram ministradas as oficinas, nas quais lancei mão dos elementos fundamentais relatados por Pais (1996) no momento da elaboração das atividades que foram desenvolvidas com os alunos. O autor destaca a importância da articulação entre os quatro elementos fundamentais – o objeto, o desenho, a imagem mental e o conceito –, procurando envolver os alunos em um processo de formação dos conceitos geométricos.

Para a coleta de dados dessa pesquisa, realizamos as oficinas de acordo com o cronograma (ver Quadro 3) junto com os alunos. Nas oficinas, os estudantes desenvolveram, acompanhados desta professora pesquisadora e, por vezes, da professora regente da turma, a sequência de atividades didáticas constituintes de cada oficina. Do ponto de vista pedagógico, as oficinas foram pensadas com os focos nas seguintes ações específicas:

¹² As aulas possuem a duração de uma hora.

- diferenciar figuras planas e figuras espaciais;
- identificar e classificar figuras espaciais: poliedros e não poliedros;
- identificar os elementos dos poliedros: vértices, arestas e faces;
- reconhecer a planificação de figuras tridimensionais;
- construir superfícies de figuras tridimensionais a partir de planificações;

Para a realização das oficinas, foi utilizada uma diversidade de materiais para compor os recursos didáticos: papel, canudos, régua, entre outros. Cada atividade teve a duração média de duas aulas de uma hora cada. Os alunos realizaram as atividades das oficinas ora individualmente, ora em grupos, com o intuito de favorecer variadas formas de interação: professora pesquisadora/alunos, professora regente/alunos/professora pesquisadora e alunos/alunos.

No decorrer das duas etapas, fui refletindo sobre o processo por meio do registro das informações em um diário de campo, em que foram organizadas e reorganizadas as realizações das atividades, assim como foram registradas as impressões da pesquisadora. De acordo com Fiorentini e Lorenzato (2009),

Os diários, portanto, podem conter uma dupla perspectiva: uma descritiva e outra interpretativa. A perspectiva descritiva atém-se à descrição de tarefa e a atividades, de eventos, de diálogos, de gestos e atitudes, de procedimentos didáticos, do ambiente e da dinâmica da prática, do próprio comportamento observado etc. A perspectiva interpretativa, por sua vez, tenta olhar para a escola e a sala de aula como espaços socioculturais produzidos por seres humanos concretos, isto é, por seres que participam da trama social com seus sentimentos, ideias, sonhos, decepções, intuições, experiências, reflexões e relações interpessoais. (FIORENTINI; LORENZATO, 2009, p. 119).

Outras formas de registro de dados foram as filmagens (câmera fixa e, por vezes, uma câmera móvel) e gravações de áudio. Além disso, existem registros nos cadernos e em atividades em folhas avulsas feitos pelos alunos na execução de tarefas propostas com a intenção de auxiliar no entendimento dos assuntos abordados durante as oficinas, provocando reflexões; esses registros foram recolhidos para a análise dos dados obtidos para o estudo.

3.2 A turma 6º A e o percurso até chegar a ela

Antes de descrever a turma, relatarei o percurso que efetuei para chegar até o 6º A de uma escola pública do município de Contagem. Esse caminho foi cheio de imprevistos, pois essa não havia sido a minha escolha inicial. Não tinha a intenção de fazer meu trabalho de campo em uma escola que não conhecia e essa, definitivamente, era uma escola sobre a qual eu não tinha conhecimento algum.

Considero importante explicar como cheguei até a escola em que realizei o trabalho de campo e para isso retorno para alguns anos atrás. Em 2015 e 2016, acompanhei movimentações na prefeitura de Contagem por meio de paralisações e greve dos professores que reivindicavam várias melhorias das condições de trabalho; uma dessas pretensões era o consentimento de licença remunerada aos profissionais da educação para possibilitar qualificação profissional, e, como resultado dessas lutas, conquistamos esse direito. No final do ano de 2016, foi publicada uma resolução no Diário Oficial do município que tornou possível esse tipo de licença.

Quando fui aprovada no PROMESTRE em 2016, vislumbrei a chance de conseguir a licença para cursar o mestrado no ano de 2017, pois trabalhava em dois turnos, manhã e tarde; as disciplinas obrigatórias do mestrado eram todas ofertadas às tardes e às noites.

Para cursar as disciplinas, procurei informações sobre como conseguiria licença da rede estadual, afinal era nela que eu atuava no turno da tarde. Infelizmente o Governo de Minas Gerais estava (e ainda está) passando por uma crise econômica, motivo pelo qual os servidores recebem os salários atrasados e escalonados em parcelas. Por isso, normalmente iniciamos o mês sem saber o dia do nosso pagamento e descobrimos só no decorrer do mês quando o receberemos. Com esse cenário, tampouco as licenças estavam sendo viabilizadas.

Assim, mudei de planos e solicitei licença pela prefeitura de Contagem, que me foi concedida em 2017, e, como consequência, fiz a alteração de turno, da tarde para a manhã, na escola estadual em que atuo, fato que culminou em outras mudanças.

No projeto inicial da minha pesquisa, tinha a intenção de realizar o trabalho de campo com as turmas em que iria atuar como professora do Ensino Fundamental. Porém, a minha troca de turno na rede Estadual, em que eu trabalhava no turno da tarde, impossibilitou esse plano, pois nessa escola no turno da manhã as turmas são de Ensino Médio. Portanto, em 2017, comecei a atuar na 2ª série do Ensino Médio.

A solução encontrada foi realizar o trabalho de campo nessa mesma escola, só que no turno da tarde e com a colaboração da professora regente de Matemática. Portanto, no mês de fevereiro de 2018, comecei a acompanhar as aulas de Matemática do 6º ano da escola estadual em que atuo como professora.

A situação relatada sobre as condições dos professores do Estado de Minas Gerais levou à greve em 8 de março de 2018, à qual minha escola – até então, o meu campo de pesquisa – aderiu, e, portanto, meu trabalho de campo teve que ser interrompido. Com a possibilidade de prolongamento da greve, após um prazo estabelecido em conjunto com a minha orientadora,

tive que, de forma abrupta, procurar soluções para possibilitar a realização da pesquisa. Mudei de instituição de ensino e escolhi, afinal, a escola em que estou lotada na rede municipal de Contagem, mas onde nunca havia atuado. Nessa escola, encontrei algumas dificuldades, justamente pelo fato de nunca ter lecionado nela, pois, no ano de 2017, logo antes do meu afastamento, permutei de escola. Não conhecia, portanto, a rotina e os profissionais que atuavam ali. Na escola, finalmente, escolhi a turma 6º A por conta da conveniente distribuição de suas aulas, como relato a seguir.

3.3 Início do trabalho de campo

Pelo fato de não conhecer a diretora e a professora das turmas de 6º ano, no dia 8 de março de 2018, fui à escola levando uma carta de apresentação e solicitei autorização para a realização da pesquisa. Fui muito bem recebida e prontamente autorizada.

Essa escola municipal está localizada no bairro Jardim Laguna, na periferia do município de Contagem. Situa-se em uma área considerada de vulnerabilidade, e isso acaba se refletindo no desempenho dos alunos. A escola já foi invadida e depredada muitas vezes e há registro de vários casos de violência contra os profissionais que nela atuam.

Antes de começar o trabalho de campo, apresentei para a professora de Matemática do 6º ano o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE)¹³ com a proposta e os objetivos da presente pesquisa com o intuito de formalizar o seu aceite. Da mesma forma, solicitei, por meio de uma carta, a autorização da diretora.

Na semana seguinte, acompanhei as aulas dessa professora para conhecer as turmas de 6º ano do turno da tarde e para definir a turma em que seria realizada a pesquisa.

Escolhi a turma 6º A para a aplicação da atividade por ser a única turma que tinha aulas geminadas de Matemática.

Essa classe é composta por 23 alunos, sendo 13 meninos e 10 meninas. Antes de iniciar as atividades planejadas, acompanhei as aulas de matemática nessa turma durante três dias, só fazendo observações. Observei que a turma era bastante agitada e desconcentrada; os alunos tinham dificuldades de trabalhar em grupo. Alguns eram participativos, mas dispersos ao mesmo tempo.

¹³ Ver Apêndices B e C.

Após a escolha da turma, distribuí o TCLE, para serem encaminhados aos responsáveis dos alunos, e os Termos de Assentimento Livre e Esclarecido (TALE)¹⁴ para os alunos, solicitando sua autorização para a realização da pesquisa. Contudo, tive algumas dificuldades e tive que distribuir muitas vezes a TCLE destinada aos responsáveis, pois os estudantes esqueciam de trazer o documento ou o perdiam.

¹⁴ Ver Apêndice D.

4 ATIVIDADES REALIZADAS NO TRABALHO DE CAMPO

Considerando os quatro elementos de Pais (1996), foram elaboradas atividades que utilizam diversos recursos didáticos para ensinar sobre os sólidos geométricos, principalmente a sua relação com as figuras planas.

Descrevo a seguir as seis atividades realizadas com a turma: uma sondagem e cinco oficinas. Além disso, apresento uma análise de cada atividade e reflexões sobre o processo experimentado como pesquisadora.

4.1 Sondagem

Essa primeira atividade foi muito discutida durante as reuniões de orientação, com a preocupação de como seria a primeira abordagem sobre sólidos geométricos com os sujeitos da pesquisa. Afinal, seria este o primeiro contato dos alunos com conceitos geométricos naquele ano.

De acordo com o currículo escolar, os alunos do 6º ano já haviam sido expostos aos sólidos geométricos, mas eu queria descobrir com essa sondagem o que eles lembravam sobre o tema. A ideia era a de que essa sondagem fosse uma atividade dialogada que me permitisse ter noção de respostas às questões que permeavam naquele momento a minha mente: (i) Quais figuras geométricas tridimensionais eles conheciam pelo nome? (ii) Saberiam dizer quais e quantas figuras planas compunham as superfícies desses sólidos? (iii) Eles reconheciam representações figurais e não figurais diferentes do mesmo objeto geométrico? (iv) Reconheciam características em comum entre as figuras geométricas? Ou seja, eu queria me inteirar um pouco dos conhecimentos geométricos desses alunos.

A sondagem teve também, como um de seus objetivos, a intenção de proporcionar um diálogo inicial entre a pesquisadora e os alunos da turma 6º A e serviu, ao mesmo tempo, como uma revisão sobre o tema, ajudando-os a lembrar alguns conhecimentos geométricos.

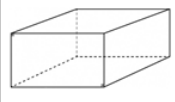
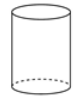


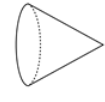
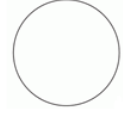



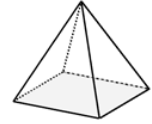




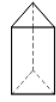
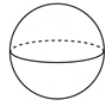
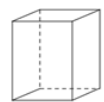

Material disponibilizado:

- 1) Um conjunto de superfícies de sólidos geométricos¹⁵ confeccionados em papel-cartão (Figura 6), os quais foram disponibilizados para serem manipulados e explorados por todos os alunos.

¹⁵ Embora não sejam sólidos geométricos propriamente ditos, pois são superfícies apenas – ou seja, são ocos na realidade –, passarei a chamá-los de sólidos a partir deste momento para simplificar.

- 2) Um quadro com imagens de figuras geométricas (Figura 5) para cada aluno.
- 3) Uma folha com questões a serem respondidas (Figura 7) para cada aluno.

Figura 5 – Quadro com as figuras geométricas

A 	B 	C 	D 	E 	F 
G 	H 	I 	J 	K 	L 
M 	N 	O 	P 	Q 	R 

Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

Figura 6 – Superfícies de sólidos geométricos utilizados na sondagem



Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

Figura 7 – Folha do aluno com perguntas**Atividade: Aprendizado de geometria: uma pequena sondagem**

Para responder utilize a folha com quadro com as figuras geométricas.

- 1) Quais das figuras no quadro podem representar um cubo?
- 2) Das figuras citadas na resposta anterior, para você, qual delas representa melhor o cubo? Você saberia dizer por quê?
- 3) Quantos quadrados de mesmas dimensões formam um cubo?
- 4) Observem os sólidos geométricos J e M representados no quadro. Como vocês chamam esses sólidos?
- 5) As figuras J e M são iguais? Sim? Não? Justifique.
- 6) As figuras geométricas G e J representam o mesmo sólido geométrico? Sim? Não? Por quê?
- 7) As faces laterais das pirâmides são formadas por uma figura plana. Qual é o nome dessa figura?
- 8) Quais das figuras no quadro podem representar uma pirâmide?
- 9) Os sólidos geométricos O e Q possuem em suas faces laterais a mesma figura plana. Qual é o nome dessa figura?
- 10) Quais figuras geométricas têm como face pelo menos um triângulo?
- 11) A figura O é formada por duas figuras planas diferentes. Quais são essas figuras planas? Escreva o nome e a quantidade de cada figura.
- 12) Quais das figuras geométricas apresentadas no quadro podem representar um paralelepípedo?

Local de realização: Sala de Multimídia

Recurso utilizado pela professora: aparelho de *Datashow* para mostrar os *slides* com as questões (Apêndice E).

4.1.1 Relato

A sondagem ocorreu no dia 27 de março, no segundo horário, a partir das 14h. Teve a duração de 60 minutos. A professora regente da turma conversou com os alunos explicando que, naquele dia, eu seria a professora deles e que ela não permaneceria com a classe naquele horário. A atividade seria realizada na sala de multimídia da escola, que tinha sido recentemente pintada, e, pelo fato de a professora regente ser alérgica, esta solicitou não participar daquela aula. Portanto, para a minha surpresa, eu desenvolveria a atividade com os alunos sozinha.

Conversei com eles, explicando que o exercício aconteceria na sala de multimídia da escola e apontei a necessidade do uso de lápis, caneta e borracha para sua realização. Sendo assim, todos deveriam levar o estojo para responder a algumas perguntas.

Encaminhei os alunos para a sala de multimídia. Antes de iniciar a sondagem propriamente dita, entreguei aos alunos os sete sólidos geométricos – cone, cilindro, pirâmide de base quadrada, tetraedro, prisma de base triangular, cubo e pirâmide de base pentagonal – que podem ser observados na Figura 6; solicitei que todos fizessem uma observação rápida desse material. Em seguida, disse aos estudantes que cada sólido geométrico que manipulavam tinha, pelo menos, uma representação gráfica no Quadro de figuras. Para exemplificar, mostrei-lhes a pirâmide de base quadrada e o cilindro. Deixei-os por alguns minutos manipulando os sólidos e aproveitei para fazer a chamada. Estavam presentes 22 alunos. Recolhi todos os sólidos e os coloquei em cima da mesa, para conversar com a turma.

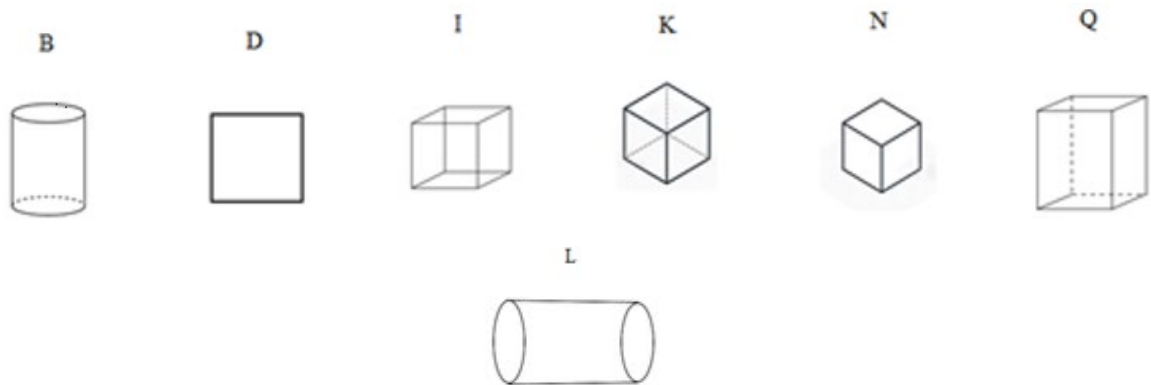
Para iniciar a sondagem utilizei o *Datashow* para a apresentação de *slides* com as perguntas. Os alunos receberam uma prancheta com a folha com as mesmas perguntas (Figura 7) que estavam nos *slides* e a tabela com representações de figuras geométricas (Figura 5). A tabela contém 18 figuras geométricas. Lancei mão do *Datashow* para apresentar as questões ao mesmo tempo para todos os estudantes. Dessa forma, eu lia as perguntas e podia ouvir as respostas dos alunos de forma coordenada.

A sondagem foi constituída por 12 questões. A seguir, as apresento, descrevendo os objetivos de cada uma e as respostas, orais e escritas, dadas pelos alunos.

- 1) Quais das figuras no quadro podem representar um cubo?

Respostas mencionadas oralmente ou assinaladas no papel estão na Figura 8.

Figura 8 – As inúmeras respostas citadas para a questão 1



Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

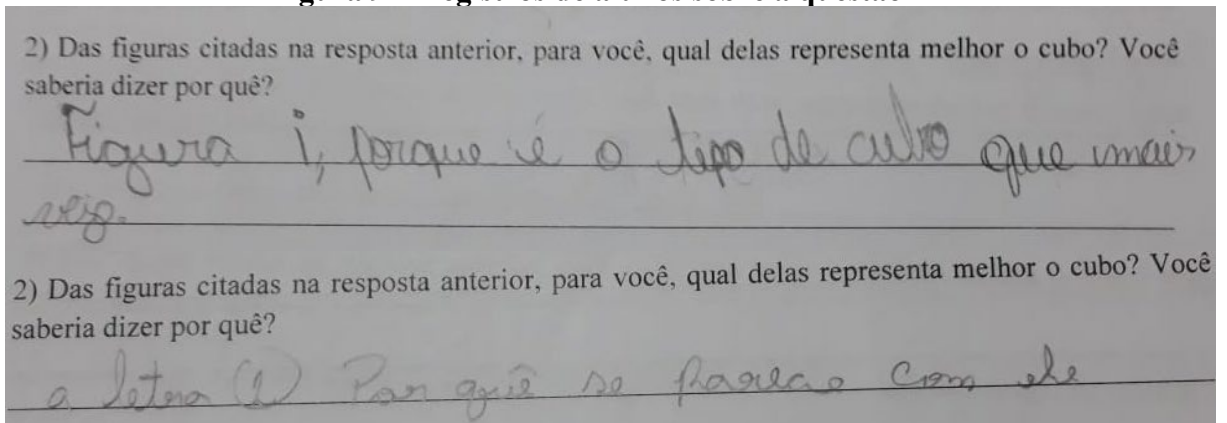
Com essa questão, eu pretendia observar se eles sabiam o significado da palavra “cubo” ou se reconheciam as possíveis representações gráficas de um cubo. Perguntei oralmente (com o *slide* exposto a todos) quais figuras da tabela poderiam representar um cubo. Nem todos consideraram K um cubo, e outros consideraram a figura Q um cubo. Na folha, 21 alunos consideraram a figura I um cubo; 10, a figura Q; 15 escolheram a figura N e a figura K; 4 alunos, a figura D; 2 alunos, a figura B; e um aluno, a figura L¹⁶.

- 2) Das figuras citadas na resposta anterior, para você, qual delas representa melhor o cubo? Você saberia dizer por quê?

Tencionava aqui analisar qual é o desenho de cubo que os alunos consideram mais adequado. Todos os alunos consideraram a figura I como a ideal para representar o cubo, mas apresentaram dificuldades em explicar o porquê. A justificativa de alguns era: “Porque é um cubo”; outros alunos responderam que “a face é quadrada”. Já na folha, a maioria (16 alunos) escolheu a figura I como resposta; um aluno escolheu a letra L, e as respostas dos outros 5 alunos não consegui determinar, porque estavam ilegíveis.

¹⁶ Ver quadro com as respostas dos alunos no Apêndice F.

Figura 9 – Registros de alunos sobre a questão

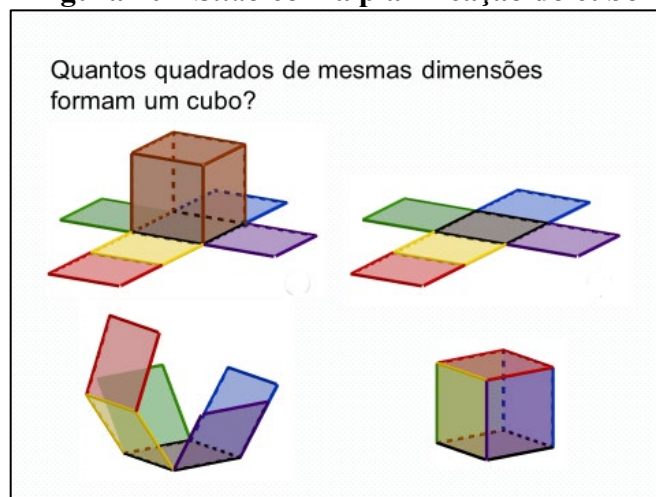


Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

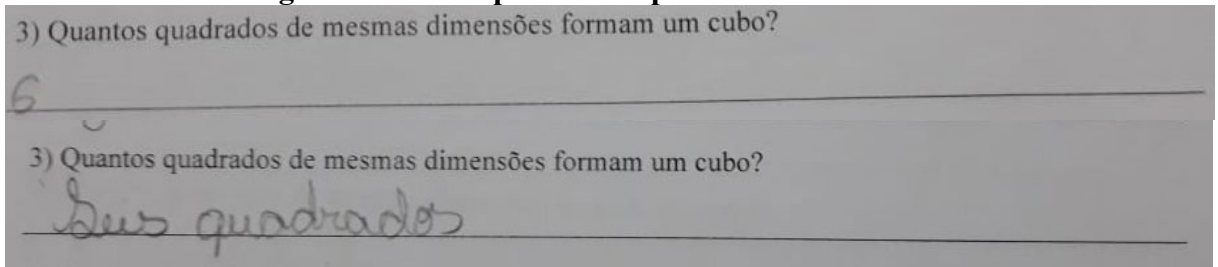
3) Quantos quadrados de mesmas dimensões formam um cubo?

Essa pergunta teve a intenção de observar se é feita uma associação do cubo com as superfícies quadradas que o formam. Tivemos um pequeno diálogo sobre a quantidade de quadrados na superfície do cubo, e a imagem no *slide* (Figura 10) com uma planificação ajudou os alunos a tirar suas dúvidas. As respostas escritas foram: 17 alunos responderam seis, 2 alunos não responderam, 1 aluna escreveu várias letras, e as respostas de 2 alunos não consegui determinar, pois estavam ilegíveis.

Figura 10 – Slide com a planificação do cubo



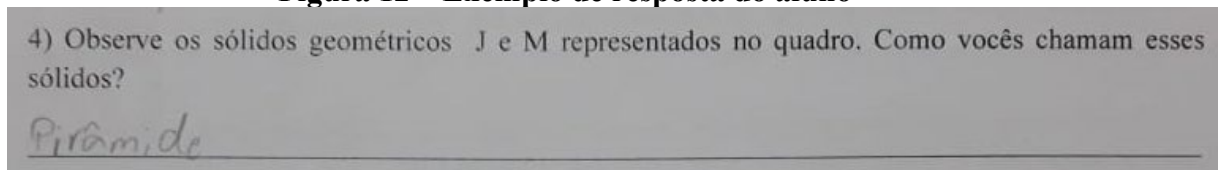
Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

Figura 11 – Exemplos das respostas de alunos

Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

- 4) Observe os sólidos geométricos J e M representados no quadro. Como vocês chamam esses sólidos?

Com esta pergunta eu pretendia verificar se os alunos identificavam os desenhos apresentados como pirâmides. Os alunos responderam oralmente e na folha que as figuras representavam pirâmides. Observando as repostas nas folhas, vi que 19 alunos responderam pirâmide, dos quais muitos escreveram o nome das pirâmides, 1 aluno escreveu sobre as bases, mas não classificou os sólidos como pirâmides, outro, aparentemente, copiou a resposta de outra questão, e um aluno tinha a sua resposta ilegível.

Figura 12 – Exemplo de resposta do aluno

Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

- 5) As figuras J e M são iguais? Sim? Não? Justifique.

Minha intenção era observar se os alunos reconheceriam as diferenças entre as pirâmides apresentadas. Três alunos disseram que sim, mas depois apontaram que as bases eram diferentes. Já os outros alunos responderam de imediato que não e justificaram apontando o número de faces ou fazendo comentários sobre as bases. Nas folhas analisadas, com as repostas escritas, observei que 15 alunos responderam que não e justificaram de várias maneiras, por exemplo, relatando que as figuras possuem bases diferentes, que a base de uma era triangular e a da outra figura, quadrada. Outros alunos optaram por escrever o nome como justificativa – pirâmide de base quadrada para a figura M e pirâmide de base triangular para a figura J. Três alunos responderam que sim, mas, posteriormente, escreveram que são pirâmides, porém com bases diferentes. Um aluno respondeu que sim, mas não justificou.

Figura 13 – Exemplo de resposta do aluno

5) As figuras J e M são iguais? Sim? Não? Justifique

Não, porque a J tem 5 faces e a M tem 4 faces

Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

- 6) As figuras geométricas G e J representam o mesmo sólido geométrico? Sim? Não? Por quê?

Quanto às figuras G e J, respectivamente um cone e uma pirâmide, os alunos foram unânimes em dizer que eram sólidos geométricos diferentes, sendo um com aspecto arredondado e o outro, não; em alguns casos, identificaram os nomes dos sólidos. Portanto, eu tinha a intenção de perceber se os alunos trocam os sólidos, como cone e pirâmide, e se eles distinguem as diferenças entre esses sólidos geométricos. As respostas escritas foram: 19 alunos responderam não, justificando que não são iguais, outros explicaram que, em uma figura, a base era arredondada ou circular e que a base da outra figura era quadrada. Houve quem usasse os nomes, cone e pirâmide, para justificar a questão. Um aluno respondeu não, mas não explicou o porquê, e dois alunos não responderam.

Figura 14 – Exemplos de respostas dos alunos

6) As figuras geométricas G e J representam o mesmo sólido geométrico? Sim? Não? Por quê?

não porque uma é arredondada e a outra quadrada

6) As figuras geométricas G e J representam o mesmo sólido geométrico? Sim? Não? Por quê?

Não, porque a J é uma pirâmide e a G é um cone

Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

- 7) As faces laterais das pirâmides são formadas por uma figura plana. Qual é o nome dessa figura?

Com essa questão pretendíamos verificar se os alunos identificam o que é face lateral e se reconhecem a figura plana que a constitui. Os alunos tinham algumas dúvidas sobre o que é face lateral, então recorri aos sólidos presentes em cima da mesa e mostrei o que é base de uma pirâmide e o que é face lateral. Após essa exposição, eles responderam que as faces laterais de uma pirâmide eram formadas por triângulos.

Figura 15 – Exemplo das respostas dos alunos

7) As faces laterais das pirâmides são formadas por uma figura plana. Qual é o nome dessa figura?

Triângulo

Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

Como faltavam poucos minutos para terminar a aula, recolhi as pranchetas, tentei conversar um pouco sobre a dificuldade de escutá-los e os liberei para o recreio. Parei a atividade na questão 7, os alunos saíram para o intervalo. Já sabia que um horário não seria suficiente para realizar a atividade por completo, mas não achei oportuno continuar depois dessa pausa. No Quadro 4, apresento as perguntas de 8 a 12 com seus objetivos.

Quadro 4 – Questões de 8 a 12 e seus objetivos

Questões	Objetivos
8) Quais das figuras no quadro podem representar uma pirâmide?	Verificar se os alunos reconhecem todas as pirâmides que estão presentes no quadro.
9) Os sólidos geométricos O e Q possuem em suas faces laterais a mesma figura plana. Qual é o nome dessa figura?	Observar se os alunos identificam qual é a figura plana que forma as faces laterais dos prismas.
10) Quais figuras geométricas têm como face pelo menos um triângulo?	Constatar se os alunos reconhecem as figuras geométricas que possuem triângulo na sua face.
11) A figura O é formada por duas figuras planas diferentes. Quais são essas figuras planas? Escreva o nome e a quantidade de cada figura.	Perceber se os alunos reconhecem as figuras planas que formam as superfícies de um prisma de base triangular.
12) Quais das figuras geométricas apresentadas no quadro podem representar um paralelepípedo?	Analisar se os alunos reconhecem representações diferentes de paralelepípedo.

Fonte: Elaborado pela pesquisadora.

Figura 16 – Alunos na sala de multimídia fazendo a sondagem

Fonte: Fotografias da pesquisadora.

4.1.2 Análise

Normalmente, os alunos do 6º ano já tiveram aulas de Geometria nos anos iniciais do Ensino Fundamental, portanto, considero importante o levantamento inicial de dados sobre o

que eles lembram para possibilitar uma análise de como seriam as futuras atividades que construiríamos, principalmente de como abordar temas que eles desconhecem. Sendo assim, acredito que a sondagem seja um ponto de partida interessante.

As perguntas, juntamente com os desenhos e os sólidos, exerceram o papel de estimular a memória dos alunos sobre alguns conhecimentos geométricos.

Todos os alunos realizaram a atividade, talvez não da maneira que eu gostaria ou imaginei, mas todos responderam à maioria das perguntas na folha de trabalho. Alguns responderam de maneira incompleta, não consegui dialogar com todos durante a atividade, e alguns deles participavam, mas sua atenção era dispersa.

Às duas primeiras perguntas, eles responderam com tranquilidade. Constato que eles conseguiram associar o nome à figura correspondente ao cubo, mesmo em perspectiva não muito utilizada nos livros didáticos, como o da figura K (Figura 5). Apenas o aluno Daniel perguntou: “O quê? O cubo?”.

Portanto a maioria aceitou desenhos em perspectiva diferenciada dos livros didáticos para representar o cubo. Contudo, apenas quatro admitiram que a figura D (Figura 6) pudesse ser uma representação de um cubo.

No decorrer das perguntas, o grau de dificuldade foi aumentando para os alunos, e alguns demonstraram a preocupação em escrever somente a “reposta correta”, observando o que os colegas respondiam e, em seguida, transcrevendo na folha de respostas. Essa atitude não é incomum na sala de aula, mas gostaria de ter evitado essa situação.

A partir da terceira pergunta, começaram a surgir mais dúvidas, e as respostas não eram imediatas, mesmo sendo a respeito de um sólido bem conhecido por eles, o cubo. Assim, quando os questionamentos passaram a ser a respeito das características deste sólido, as incertezas ficaram mais frequentes.

Quando perguntei por que a figura I era a melhor representação de um cubo, a fala de um aluno foi: “Porque ele tem a mesma face de um cubo, porque ele é um cubo.”. Criar argumentos para justificar a escolha da melhor figura que representaria o cubo foi algo que alguns estranharam, a maioria não utilizou uma linguagem com termos matemáticos.

Nas folhas dos alunos, obtive algumas respostas que evidenciam isso. A Figura 17 apresenta registros dos alunos referentes à segunda questão.

Figura 17 – Exemplo de respostas referentes à segunda questão da sondagem

2) Das figuras citadas na resposta anterior, para você, qual delas representa melhor o cubo? Você saberia dizer por quê?

I, Porque ela é um quadrado em 3d.

2) Das figuras citadas na resposta anterior, para você, qual delas representa melhor o cubo? Você saberia dizer por quê?

A letra I, porque ele tem vários quadrados que lembra o quadrado

2) Das figuras citadas na resposta anterior, para você, qual delas representa melhor o cubo? Você saberia dizer por quê?

I por causa do formato, do jeito

2) Das figuras citadas na resposta anterior, para você, qual delas representa melhor o cubo? Você saberia dizer por quê?

A letra I, porque é o tipo de cubo que mais vejo

Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

A primeira resposta foi, provavelmente, fundamentada nas experiências que o aluno teve em relação às representações desse sólido no plano – livros didáticos, quadro, notas de cadernos etc. –; as duas subsequentes fazem referência à figura plana que compõe as faces do cubo; já a última resposta refere-se apenas ao formato da figura, com base, talvez, na percepção global.

As habilidades referentes à identificação das propriedades normalmente estão nos livros didáticos dos alunos do 5º ano, como é observado no PCN do terceiro ciclo e no atual BNCC. Sobre a quantidade de faces, alguns alunos responderam que o cubo possuía 4 faces.

Os estudantes reconhecem as representações por percepções globais, conforme Gutiérrez aponta como Nível 1 – reconhecimento, no qual os alunos utilizam apenas o aspecto visual, mas possuem dúvida, por exemplo, sobre o que são as faces laterais das pirâmides. A maioria não conseguiu argumentar utilizando termos matemáticos para explicar as diferenças encontradas entre o cone e a pirâmide. Verifico aqui a falta de reconhecimento das propriedades que possivelmente foram trabalhadas nos anos anteriores.

Neste momento constato a importância de mediar a participação dos alunos na observação das formas que constituem a superfície dos sólidos geométricos, com o objetivo de

ocasionar o reconhecimento de figuras planas nas figuras espaciais, para a realização de relações que contribuam para a compreensão das propriedades.

4.2 Primeira oficina: Conhecendo as faces dos sólidos geométricos

As tarefas desenvolvidas para essa oficina tinham como objetivos: a manipulação de superfície de sólidos geométricos, feitos de papel-cartão; o reconhecimento de algumas características encontradas nas superfícies, como o formato das faces; o reconhecimento dos materiais iguais, apesar do tamanho diferente; e, por fim, a possibilidade da construção de superfícies de sólidos geométricos.

Essa oficina foi dividida em quatro partes. A primeira e a segunda partes consistiam em observações e reconhecimento de características das superfícies de sólidos geométricos expostos. A terceira parte consistia na construção das superfícies dos sólidos geométricos unindo as faces recortadas em papel-cartão. Já a quarta parte seria a realização de atividades em folha sobre o reconhecimento e a quantificação das formas encontradas na superfície dos sólidos geométricos.

Material disponibilizado:

- 1) 24 superfícies de sólidos geométricos: algumas representavam a mesma forma geométrica, porém eram de tamanhos diferentes. As superfícies de sólidos utilizadas correspondiam às seguintes formas espaciais: tetraedro, cubo, paralelepípedo, octaedro, dodecaedro, icosaedro, pirâmide de base quadrada, cuboctaedro, octaedro truncado, prisma de base triangular, prisma de base pentagonal, cone e cilindro.
- 2) Placas com os nomes e desenhos de sólidos.
- 3) Peças das superfícies dos sólidos geométricos, feitas de papel-cartão com abas, que representam as faces desses sólidos geométricos, como: triângulos, quadrados, retângulos, pentágonos e hexágonos.
- 4) Atividade em folha para os alunos.

4.2.1 Relato

A primeira oficina foi realizada no dia 6 de abril de 2018, às 15h50, e teve a duração de duas aulas. Relatarei a seguir como foi essa oficina na turma 6º A, o desafio do trabalho de campo e as dificuldades encontradas.

Apesar de eu e a professora da turma termos acertado que as oficinas seriam realizadas com a presença dela, um dia antes da primeira oficina, fui informada por ela que, por motivos pessoais, não poderia estar presente na escola no dia e momento da atividade. Esse fato me deixou apreensiva, pois contava com sua ajuda, uma vez que não conhecia tão bem a turma. A oficina ocorreu nos dois últimos horários de aulas, com uma hora de duração cada, logo após o recreio.

Antes de iniciá-la, cheguei mais cedo à sala para organizar e dispor materiais que seriam utilizados. Levei as superfícies feitas de papel e as coloquei no meio da sala em cima de algumas mesas, e o restante das mesas e cadeiras distribuí ao redor daquelas usadas para expor as superfícies de papel, formando um meio círculo. Coloquei 24 superfícies de sólidos geométricos sobre a junção de algumas mesas, para que os alunos pudessem observar e manusear esse material.

Consideramos importante levar para essa oficina formas comuns, que são muito utilizadas nos livros didáticos e trabalhadas nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Além disso, quisemos apresentar outras formas que são mais complexas para trazer algo de novidade para os alunos, com a ideia de despertar interesse.

Ao final do recreio, os alunos regressaram para a sala e começaram, no mesmo instante, a brincar com as superfícies: jogaram esses objetos para os colegas, e estes rebateram como uma peteca ou bola, mas com cuidado para não os estragar; alguns alunos também empilharam as superfícies umas sobre as outras. Eu já esperava essa reação deles, então fiquei observando quais seriam suas atitudes, e eles brincaram com os materiais de forma espontânea.

Figura 18 – Alunos chegando à sala depois do recreio



Fonte: Fotografia da pesquisadora.

Kaio, aluno da turma, chegou à sala e começou a perguntar sobre a aula de Educação Física. Nas escolas da rede municipal de Contagem, é comum professores de outras disciplinas substituírem os ausentes, e Kaio acreditava que o professor de Educação Física substituiria a professora de Matemática. Com isso, houve um certo tumulto entre os alunos. Pensei em dispensá-los e voltar outro dia, mas, como já havia combinado com minha orientadora que iria realizar a oficina sem a professora da turma, fiquei constrangida de voltar atrás.

Quando os alunos finalmente constataram que a aula não seria mais de Educação Física, me vi em uma situação inesperadamente difícil: a de tentar convencê-los a participar da oficina. Primeiro, eles tentaram me convencer de que a aula não era de Matemática, depois quiseram negociar comigo, sobre uma troca de horário com o professor de Educação Física. Conversei com os alunos e levantei os pontos complicados dessa negociação, afinal, já havia combinado com a professora que as oficinas ocorreriam nas aulas de Matemática, e, com o cronograma atrasado, não era possível adiar o início do meu trabalho de campo.

Quando fui comunicada da falta da professora, cogitei adiar a primeira oficina, mas, em conversa com minha orientadora, achamos melhor cumprir o combinado. Os alunos reclamaram muito e alegaram que não se lembravam desse combinado, foi complicado administrar a frustração deles, e o professor de Educação Física já lhes havia comunicado a substituição. A supervisora e a direção tinham conhecimento da minha oficina sem a presença da professora da turma, mas não comunicaram aos alunos nem aos professores que eu iria desenvolver uma oficina nas aulas da professora. Como insisti em realizar a atividade, alguns alunos ameaçaram sair da sala sem a minha autorização.

Com essa situação adversa, comecei minha primeira oficina, com muita reclamação e insatisfação por parte dos alunos. No início, eu enxergava no rosto deles a falta de vontade em

escutar e realizar as tarefas solicitadas, porém, no decorrer da atividade, a atitude da turma melhorou um pouco.

Inicialmente solicitei que todos se levantassem das cadeiras e viessem ao meio da sala para observar as superfícies dispostas em cima das mesas. Para a minha surpresa, ninguém se levantou. Comecei então a passar de carteira em carteira, chamando os alunos pelos nomes e pedindo-lhes que participassem da oficina. Assim, cerca de 12 alunos se levantaram para manipular os sólidos (estavam presentes 18 alunos). Ao mesmo tempo, tive que ficar atenta a dois estudantes que estavam se agredindo; segundo eles, era apenas uma brincadeira. Eu estava em uma situação complicada, pois, mesmo não sendo professora da turma, tinha a responsabilidade pela disciplina dos alunos em sala.

Depois da observação inicial dos sólidos, iniciava-se a segunda parte da oficina. Recolhi todas as superfícies de sólidos geométricos que estavam sobre as mesas para colocar as placas com os nomes e desenhos de sólidos. Deixei um espaço entre as placas para possibilitar a redistribuição das superfícies dos sólidos em torno delas. Distribuí uma ou duas superfícies para cada aluno e, posteriormente, propus a cada um que colocasse o seu objeto em frente à placa com nome e desenho correspondentes.

Para distribuir essas superfícies, solicitei que todos os alunos se sentassem em suas cadeiras, para ajudar a organizar a distribuição e colaborar com a visualização das placas que foram colocadas nas mesas no centro da sala.

Alguns alunos deixaram suas superfícies de sólidos geométricos de lado, não querendo permanecer com eles, então solicitei que não abandonassem o material distribuído e que o observassem com mais atenção. Outros alunos permaneceram com o objeto praticando várias ações como: brincando, contando as faces, apenas observando as superfícies.

Figura 19 – Distribuindo os sólidos geométricos para os alunos



Fonte: Fotografia da autora.

Após os meus pedidos, a maioria dos alunos permaneceu com seus materiais e os manipulou. Em seguida, coloquei placas nas mesas com a ajuda de duas alunas. Para cada tipo de material, havia uma placa com sua representação gráfica e nome. Nesse momento de organizar, as placas dois alunos começam a estragar os materiais, enquanto os outros continuaram a manipular com cuidado, e alguns ficaram observando as placas e os desenhos.

Solicitei que os alunos observassem as placas e os sólidos que tinham em suas mãos. Nesse momento, o aluno Daniel levanta de sua cadeira e mostra o material estragado, o qual foi danificado por outro aluno que não queria participar da oficina. Aproveitei a oportunidade e comecei uma nova etapa da oficina, solicitando-lhe que posicionasse o objeto que tinha em suas mãos na frente da placa correspondente. Minha intenção foi ver se os alunos conseguiriam associar o desenho (representação gráfica) com a superfície dos sólidos geométrico (representação concreta). Ele disse que estava difícil e que não sabia. Depois afirmou que o objeto que estava com ele eram os quadrados (ele tinha recebido duas superfícies que representavam cubos com dimensões diferentes), e não aquele cuja placa eu solicitei que encontrasse (o material que estava estragado). Portanto, ele queria encontrar a placa correspondente aos cubos.

Enquanto Daniel solicitava a troca de material, Christian começou a olhar as placas nas mesas e colocou o seu objeto na frente da placa correspondente, que representava um prisma de base triangular.

Figura 20 – Aluno Daniel e o icosaedro

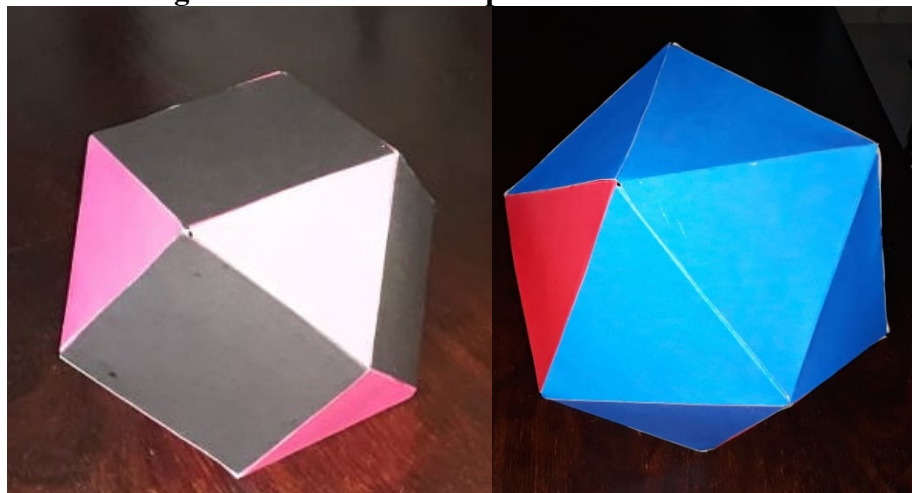


Fonte: Fotografia da autora.

Como o aluno Daniel continuava relutando, solicitei a ajuda dos colegas. Vários alunos apontaram para a placa do cuboctaedro. Duas alunas apontaram para a placa do icosaedro, que era a correta. Os alunos compararam as placas do cuboctaedro e do icosaedro e concluíram que as colegas estavam corretas. Nesse momento os alunos compararam o desenho e observaram as características presentes nas imagens das placas e a superfície do sólido e reconheceram, portanto, a representação do objeto no papel.

Na Figura 21, estão representados os materiais utilizados, as placas e as superfícies dos sólidos cuboctaedro e icosaedro. Como são sólidos que apresentam triângulos em sua superfície, houve a troca momentânea dos alunos. Eles perceberam a importância de estarem atentos às características físicas e ao desenho.

Figura 21 – Sólidos manipulados durante a oficina



Fonte: Fotografia da autora.

Daniel: Agora posso colocar os quadrados.

Eu: Os quadrados não, qual é o nome?

Daniel: Paralelepípedo. (Os colegas começam a rir)

Daniel: Não. É cubo.

Daniel finalmente coloca o icosaedro perto de sua placa. Em seguida, ele posiciona os “quadrados” (como ele os chama) perto da placa dos cubos, mas com a ajuda do Christian.

Pretendia fazer essa dinâmica, a de colocar os sólidos próximos às placas correspondentes, com todos os alunos, um por cada vez, mas percebi que eles estavam dispersos e alguns não aparentavam querer ajudar os colegas e pensei que poderiam até atrapalhar. Nesse momento, tomo uma decisão repentina e deixo todos os alunos colocarem as superfícies ao mesmo tempo. Sara, entretanto, não coloca seu sólido próximo de nenhuma placa. Procuo ajudá-la e solicito que ela observe cada placa para identificar qual é o lugar em que deverá colocar a superfície. Ela dá uma volta na sala olhando as placas e consegue colocar a superfície no lugar correto. Ela estava com um dodecaedro.

A aluna Carla começa a reorganizar os materiais, colocando-os no lugar certo. Solicito a ela que não continue, pois queria ter a oportunidade de analisar como os alunos posicionaram os sólidos. Mas, enquanto converso com a aluna Sara, Carla, sem me ouvir, continua reorganizando. Peço para os alunos se sentarem e verifico se os materiais foram colocados nos lugares corretos, e verifico que apenas dois sólidos estavam em lugares incorretos. Começo a explicar sobre cada um deles, apontando as figuras planas que estão na superfície de cada um. Observo a falta de interesse dos alunos. Christian mostra duas superfícies de sólidos que estavam em lugares errados, ele fala do paralelepípedo que estava fora do lugar (perto da placa da pirâmide de base quadrada) e de uma superfície que representava um octaedro truncado que estava junto das superfícies que representavam dodecaedros. O dodecaedro possui pentágonos em suas faces, e o octaedro truncado tem em sua superfície quadrados e hexágonos. São figuras com 12 e 14 faces respectivamente e, pelo fato de possuírem hexágonos e pentágonos, podem ter favorecido o engano.

Pretendia comentar sobre cada sólido, mas como os alunos não se envolveram com a minha explicação, parei de fazer os comentários, pois, uma vez que muitos estavam dispersos e ainda havia outras etapas para a oficina, fiquei preocupada com o tempo, afinal, gastei alguns minutos no início para tentar convencê-los a participar da atividade.

Quando comentei que o desenho do icosaedro era difícil de entender, alguns alunos concordaram comigo. Um aluno falou que “É difícil de entender o que está lá na frente”.

Início assim a terceira e última parte da oficina. Formando seis grupos com no máximo quatro alunos, distribuí um envelope que continha figuras planas em papel-cartão. Eram peças das superfícies dos sólidos geométricos e representavam suas faces, como triângulos, quadrados, retângulos, pentágonos e hexágonos. Cada envelope teve uma quantidade de figuras diferentes para montar uma superfície do sólido exposto sobre a mesa. Cada grupo construiu uma superfície de um determinado sólido, portanto, tiveram que utilizar todas e apenas as figuras que estavam dentro do envelope. Depois da abertura do envelope, os alunos foram incentivados a identificar qual sólido deveriam construir, relacionando as figuras planas com as faces dos sólidos. Cada grupo construiu duas superfícies.

Os alunos estavam muito agitados, então tentei explicar essa atividade para todos na frente da sala, mas foi impossível. Por isso decidi passar de grupo em grupo distribuindo os envelopes (um para cada grupo) e explicando a tarefa que deveria ser feita.

O grupo constituído pelas alunas Marianne, Geovana, Alexia e Larissa construiu as duas superfícies propostas sem nenhuma ajuda: um prisma de base pentagonal e uma pirâmide de base quadrada.

O grupo constituído pelos alunos Bruno, Leandro e Christian também fez a atividade sem ter dúvidas, eles apenas reclamaram ao terem que construir o segundo objeto; eles construíram um cubo e um prisma de base pentagonal.

O grupo formado pelos alunos Gustavo, Anne e Carla também fez a atividade sem dificuldades, e eles construíram um tetraedro e uma pirâmide de base quadrada.

Enquanto esses três grupos desenvolveram a terceira etapa com autonomia, outros grupos tiveram mais dificuldade. Acredito que isso se deu por vários motivos, como falta de interesse e/ou habilidade. Portanto, enquanto os grupos que citei anteriormente construíram suas superfícies, auxiliiei os outros alunos.

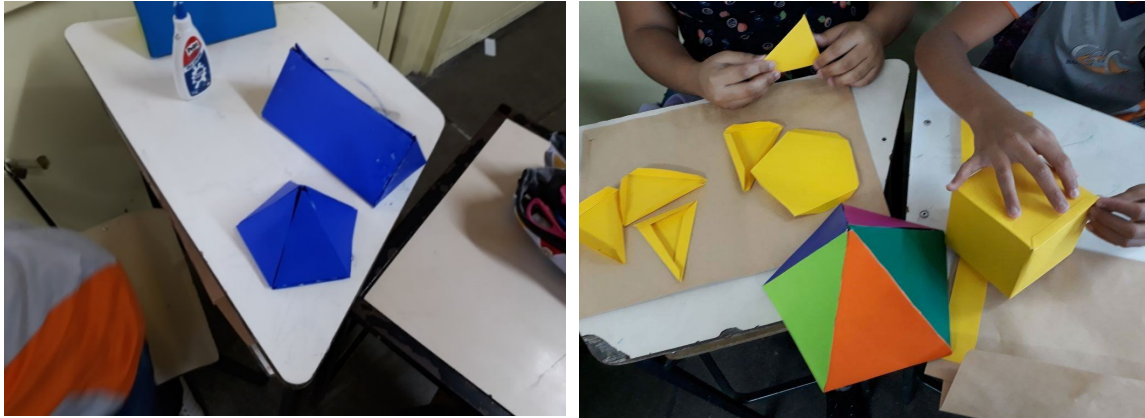
O grupo formado por Maria Eduarda e Kathelen teve dificuldade de encontrar qual era a superfície que deveria ser construída com as peças que tinham; solicitei que Maria Eduarda levantasse para procurar entre os materiais expostos qual seria o correto; ela não o fez, mas uma colega andou pela sala procurando o sólido geométrico adequado, sem, porém, utilizar critério algum. O sólido que elas deveriam construir era o cubo. Percebi a pouca iniciativa das duas, Kathelen pediu para ir no banheiro nesse meio-tempo, então autorizei e fiquei ajudando Maria

Eduarda, mostrando cada material, sempre perguntando se era possível construir o sólido exposto com as peças que elas possuíam. Maria Eduarda permaneceu sentada, respondia apenas que não ou ficava em dúvida e não falava nada. Depois de apresentar todas as superfícies de sólidos geométricos que estavam na sala para Maria Eduarda, separei duas delas, pois foram os que a deixaram mais em dúvida. As superfícies representavam o cubo e o cuboctaedro, então deixo os dois materiais próximos dela e solicito que identifique qual deles ela deveria construir com as peças que recebeu. Ela reconheceu a superfície que representava o cubo como o objeto que era possível construir com as peças do envelope. A aluna Carla, de outro grupo, também ajudou Maria Eduarda, auxiliando na dobra das abas de cada peça e mostrando como a colega poderia montar o sólido, colocando as peças umas próximas das outras, formando a superfície. Quando elas foram fazer a segunda superfície, tive que repetir o processo, ajudando a identificar qual sólido as alunas iriam construir, pois Maria Eduarda se recusava a sair do lugar e procurar qual sólido seria adequado (a segunda superfície era uma pirâmide de base pentagonal). Apesar de identificarem o sólido, elas não quiseram construí-lo.

Nessa atividade também tinha outra dupla, formada por Sara e Yasmin. Esta última pediu para sair de sala, por estar passando mal, e não permaneceu, então Sara fez as superfícies sozinha. A aluna teve dificuldade de reconhecer qual sólido deveria construir, apesar de já ter dobrado as abas das peças, e para ajudá-la pergunto o nome das figuras planas formadas pelas peças – um pentágono e cinco triângulos –, e ela não reconheceu o triângulo. Assim, auxiliei na procura do sólido formado por essas figuras e comecei a mostrar os sólidos expostos. Quando apresentei a representação da pirâmide de base pentagonal, ela não hesitou e respondeu que era aquele sólido.

No grupo formado pelos alunos Thiago, Carlos, Daniel e Kaio, observei que apenas o último construiu a superfície, enquanto os outros integrantes do grupo brincavam de bafo ou andavam pela sala. Tenho que chamar a atenção deles constantemente, e, por fim, a segunda superfície nem Kaio queria mais montar. Começo então a fotografar os grupos que já haviam concluído a atividade. Percebendo isso, os alunos deste último grupo pedem para serem fotografados, e solicito que, portanto, que eles terminem o último sólido, e eles aceitam.

Figura 22 – Sólidos geométricos construídos pelos alunos

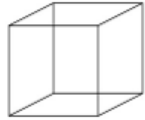
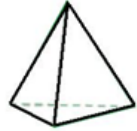


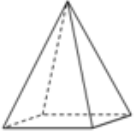
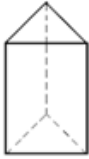
Fonte: Fotografia da autora.

Os alunos foram chamados a responder a algumas questões. As perguntas eram referentes às figuras planas que formam as faces e sua quantificação. Distribuo a atividade em folha (Figura 23) para os alunos responderem, e não são todos os que respondem; eles terminam rapidamente a tarefa, a maioria sem muita preocupação com o conteúdo. Observo que dois alunos começam a destruir os sólidos expostos; com isso, começo a recolher os objetos e a guardá-los. As alunas Carla, Sara e Anne pedem para levar alguns sólidos para casa e autorizo.

Organizei a sala com a ajuda dos alunos e depois tentei conversar com eles, que reclamaram sobre a aula extra de Educação Física que não tiveram, mas disseram que as atividades não foram ruins, apesar de preferirem a outra disciplina.

Figura 23 – Tarefa realizada pelos alunos

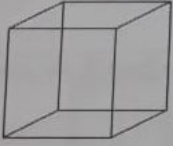

Responda as questões abaixo com orações completas .	
<p>Esta figura geométrica representa um cubo.</p> 	<p>O cubo tem quantas faces?</p> <hr/> <p>Que figuras geométricas planas compõem as faces de um cubo?</p>
<p>Esta figura geométrica representa um tetraedro.</p> 	<p>O tetraedro tem quantas faces?</p> <hr/> <p>Que figura geométrica plana compõem as faces de um tetraedro?</p>

<p>Esta figura representa uma pirâmide de base quadrada.</p> 	<p>A pirâmide de base quadrada tem quantas faces?</p> <p>Quais figuras geométricas planas compõem as faces de uma pirâmide de base quadrada?</p>
<p>Esta figura representa um prisma de base triangular.</p> 	<p>O prisma de base triangular tem quantas faces?</p> <p>Quais figuras geométricas planas compõem as faces de um prisma de base triangular?</p>

O que você aprendeu hoje?

Fonte: Elaborado pela autora.

Figura 24 – Registro de aluno

<p>Esta figura geométrica representa um cubo.</p> 	<p>O cubo tem quantas faces?</p> <p>4</p> <p>Que figuras geométricas planas compõem as faces de um cubo?</p> <p>um cubo</p>
<p>Esta figura geométrica representa um tetraedro.</p> 	<p>O tetraedro tem quantas faces?</p> <p>3</p> <p>Que figura geométrica plana compõem as faces de um cubo?</p> <p>um tetraedro</p>

Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

4.2.2 Análise

Acredito que o aluno Daniel e talvez outros alunos começaram a fazer uma relação entre o quadrado e o cubo, conseguindo possivelmente distingui-los, como professora observo que preferimos as relações existentes na Geometria e esperamos que os alunos internalizem isso como verdade e com facilidade, infelizmente isso não ocorre. “Em geral os alunos são apenas informados a respeito de certas propriedades das figuras. Nem descobrem tais propriedades fazendo experiências, nem chegam a elas fazendo deduções.” (IMENES, 1987, p. 57)

Ao analisar as folhas entregues pelos alunos verificou-se que alguns alunos não estabeleceram essa relação. Na Figura 24 apresento um exemplo de resposta obtida por um aluno, que determina o número de faces de forma errada e, além disso, acredito que não compreendeu a segunda pergunta. O aluno Daniel confundiu a nomenclatura da figura espacial que estava com ele na tarefa com as planas, na qual o mesmo chamava o objeto na sua mão de cubo constantemente. Talvez, esse fato justifica também o aluno na Figura 24 apenas colocar o nome do sólido geométrico na pergunta sobre a figura plana que está representada na face.

Na sondagem, o aluno Daniel perguntou o que era cubo e com a ajuda dos colegas ele identificou a figura, mas na oficina não conseguiu no primeiro momento denominar a superfície que estava na sua mão como cubo, mesmo com a conversa que tivemos na sondagem.

Outro fato que considero relevante é a dúvida causada na comparação de dois sólidos que possuem características semelhantes, o cubo e o icosaedro. Essas incertezas foram causadas pelas semelhanças em conjunto com as dificuldades de observação dos aspectos dessas figuras expostas. Comparar as representações planas (desenho) e físicas (superfícies dos sólidos geométricos feitas de papel cartão) não foi tarefa fácil. Por serem objetos mais complexos por possuírem muitas faces e são figuras espaciais pouco vistas pelos alunos.

Nessa oficina pretendíamos observar como os alunos relacionariam os desenhos (representações planas) com objetos geométricos espaciais físicos. Infelizmente não foi possível realizar uma interação maior com os estudantes, pois surgiram situações inesperadas, como falta da professora da turma e o comunicado de substituição por outra aula, fatores que interferiram no meu ânimo e no dos alunos de forma negativa.

4.3 Segunda oficina: Manipulando e reconhecendo às cegas as características dos sólidos geométricos

Essa oficina tinha como objetivos expor os alunos a percepções táteis de sólidos geométricos sem o auxílio da visão e mostrar à turma as características dos sólidos geométricos, como faces, arestas e vértices, por meio da percepção tátil.

Material disponibilizado:

- 1) A caixa manipuladora (Figura 25);
- 2) Sólidos geométricos de madeira, como cilindro, cone, cubo, prisma de base triangular, tetraedro, pirâmide de base quadrada e paralelepípedo (Figura 26);
- 3) Superfícies de sólidos geométricos feitas de papel-cartão (cilindro, cone, cubo, prisma de base triangular, tetraedro, pirâmide de base quadrada e paralelepípedo) para compor o mostruário;
- 4) Placas com desenhos e nomes (Figura 27) que foram colocadas ao lado dos sólidos do mostruário.
- 5) Fichas com as características dos sólidos (Figura 28), nas quais os “manipuladores” marcam as características percebidas no tato.

Figura 25 – Caixa manipuladora



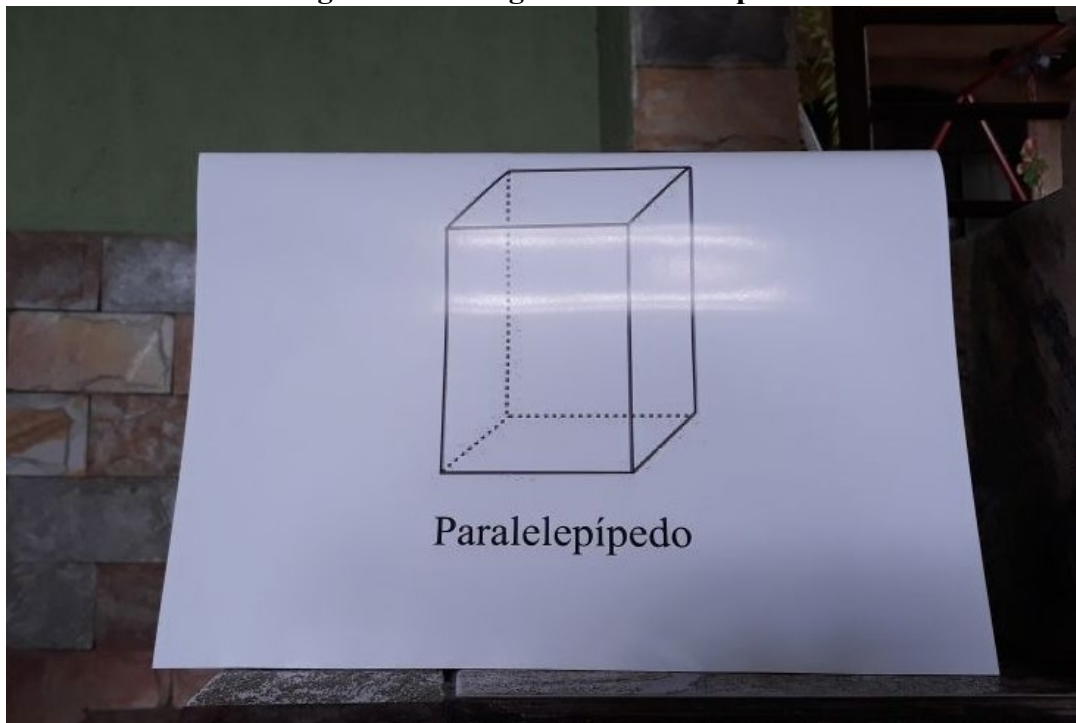
Fonte: Fotografia da autora.

Figura 26 – Sólidos geométricos de madeira



Fonte: Fotografia da autora.

Figura 27 – Imagem de uma das placas



Fonte: Fotografia da autora.

Figura 28 – Ficha com as características dos sólidos

Grupo _____

Primeira parte. Após manipular o sólido na caixa manipuladora, marque as características percebidas ao manipular o sólido geométrico. Este sólido:

- possui uma única base que é circular
- tem faces triangulares
- tem uma (e apenas uma) base quadrada
- tem faces triangulares e retangulares
- tem faces laterais retangulares
- possui duas bases
- tem uma única base circular
- tem faces laterais retangulares
- possui 6 faces
- possui superfícies arredondadas e não arredondadas
- tem todas as faces quadradas
- tem uma (e apenas uma) base triangular
- possui exatamente duas bases quadradas
- possui apenas uma base
- possui duas bases circulares
- possui cinco faces ao todo
- tem todas as faces iguais
- faces laterais triangulares
- tem 4 faces
- possui uma superfície arredondada

Segunda parte. Entregue folha para os seus colegas e peçam para que respondam. Com base nas características marcadas acima, este sólido é provavelmente o _____ (escreva o nome)

Fonte: Elaborado pela autora.

4.3.1 Relato

A segunda oficina foi realizada no dia 30 de abril de 2018, a partir das 15h50. Para essa atividade, a turma foi dividida em grupos de, no máximo, seis alunos. Informei aos alunos que iríamos realizar uma brincadeira, um jogo de adivinhação. Em seguida, distribuí uma folha com as regras e a tabela de pontuação para cada grupo e expliquei o jogo. Na sequência, os grupos escolheram os seguintes nomes: grupo Fominha, formado por Geovana, Leandro, Mariane,

Bruno, Larissa e Charles; grupo Sara, constituído por Sara, Christian, Carla, Anne, Evelyn e Alexia; grupo Máfia Azul, formado por Kaio, Daniel, Thiago e Carlos; e o grupo Kauã, formado por Gustavo, Matheus, Lucas, Kathelen e Kauã. Nessa oficina, a professora estava presente, o que ajudou a manter a disciplina dos alunos.

Coloquei a caixa manipuladora na mesa da professora e deixei expostas na frente da sala as superfícies dos sólidos de papel-cartão com as placas que foram utilizadas na oficina anterior. As placas continham o desenho e o nome do sólido para que servisse de auxílio aos alunos. No quadro, deveriam ser escritos os nomes dos grupos formados.

Entreguei para cada grupo uma folha com a dinâmica do jogo contendo as seguintes instruções:

Passo 1: cada grupo deverá escolher três colegas que manipularão por 20 segundos o sólido colocado dentro da caixa.

Passo 2: o primeiro participante de cada grupo manipulará o sólido dentro da caixa.

Passo 3: após a manipulação, o participante receberá uma folha que contém várias características dos sólidos geométricos. Ele deverá escolher uma característica que descreve o sólido manipulado. O participante não poderá, em hipótese alguma, dizer o nome do sólido que manipulou.

Passo 4: serão feitas mais duas rodadas com os outros dois participantes escolhidos de cada grupo, ou seja, eles repetirão os passos 1, 2 e 3.

Finalizando as três rodadas, será entregue aos outros integrantes do grupo uma folha com as características marcadas, e eles devem ler as características descritas e tentar descobrir qual foi o sólido manipulado pelos outros três colegas. Eles deverão escrever o nome do sólido na folha. A folha será recolhida, e, com a ajuda da turma, será calculada a pontuação dos grupos, usando como base o seguinte quadro:

Quadro 5 – Distribuição dos pontos

Ação	Pontuação
Característica correta	3 pontos
Nome correto	4 pontos
Característica incorreta	-1 ponto
Nome incorreto	-2 pontos

Fonte: Elaborado pela autora.

Com a folha em mãos, expliquei a dinâmica do jogo aos alunos. O primeiro sólido manipulado foi o prisma de base triangular. Para a primeira rodada de manipulações, chamei um participante de cada grupo para manusear e, depois, marcar na folha do seu grupo uma característica correspondente ao sólido. Isso foi feito mais duas vezes com o mesmo sólido geométrico, mas com diferentes participantes de cada grupo para manusear o prisma.

Ao fim, os alunos tinham de escrever o nome do sólido usando como base as informações que os colegas haviam marcado. Solicitei que aqueles que manipularam o sólido não falassem o nome dele para os colegas. Depois das três rodadas, entreguei a folha com as características assinaladas para o grupo discutir e escrever o nome do sólido geométrico que apresentava aquelas características escolhidas.

As características que o grupo Fominha escolheu para o prisma de base triangular foram: tem faces triangulares, faces triangulares e retangulares e faces laterais triangulares. No espaço para colocar o nome do sólido, os alunos desse grupo escreveram três denominações, a saber: tetraedro, prisma de base triangular e pirâmide de base triangular. Acredito que os alunos pensaram que haviam manipulado sólidos diferentes. Solicitei que escolhessem apenas um nome, considerando todas as faces do sólido manipulado. A aluna Mariane determinou prisma de base triangular como a resposta que ela acreditava que estava correta, e os outros integrantes do grupo concordaram.

O grupo da Sara optou pelas seguintes características: tem faces triangulares, faces triangulares e retangulares e faces laterais retangulares. O nome do sólido escolhido foi prisma de base triangular.

O grupo Máfia Azul escolheu as seguintes características: tem faces triangulares, faces triangulares e retangulares, além de faces laterais triangulares. O nome do sólido escrito foi tetraedro. O grupo do Kauã assinalou as características: tem uma (e apenas uma) base quadrada, faces triangulares e uma única base circular, e nomearam o sólido como prisma de base triangular.

Obedecendo ao quadro de pontuação, os grupos obtiveram o seguinte resultado: Grupo Fominha: 9 pontos; Grupo Sara: 13 pontos; Grupo Máfia Azul: 3 pontos; e Grupo Kauã: 5 pontos. Corrigi as folhas de cada grupo com a ajuda dos alunos e coloquei a pontuação dos grupos no quadro.

Alguns alunos perguntaram se poderiam olhar os sólidos expostos antes de marcar a característica na folha, fato que chamou a minha atenção. Houve dificuldade em interpretar

algumas características, como face retangular, e em reconhecer essas características escritas nos sólidos manipulados. Foi feito o mesmo processo com mais dois sólidos geométricos, o cilindro e o paralelepípedo.

4.3.2 *Análise*

Foi interessante observar que, depois de manipular os sólidos, alguns alunos solicitaram ver os objetos que estavam em cima da mesa, uma espécie de mostruário das peças que seriam manipuladas, para depois marcar a característica, como se o sentido do tato com a imagem vista mentalmente necessitasse de um complemento – ver o objeto para concretizar a ideia – ou da comparação com a manipulação.

Quando impossibilitei o uso da visão para a escolha das características, ocorreu esse fato que me levou à seguinte pergunta: por que, mesmo conhecendo os sólidos (a maioria dos alunos já os conhecia), não conseguiam imaginá-los e recorriam aos objetos expostos?

Acredito que o tato faz com que os alunos tenham que observar isoladamente as características para que depois consigam imaginar o todo. Quando não são privados da visão, os alunos se preocupam em visualizar o todo, não atentando aos detalhes que, ao meu ver, levam a pensar sobre as particularidades dos sólidos e, conseqüentemente, nas propriedades destes.

Nesse momento analiso como a manipulação é imprescindível para a observação dos “detalhes” que talvez nossos olhos não são ensinados a perceber. Pais (1997) afirma que o objeto pode favorecer para uma aprendizagem mais significativa, mas

O problema que surge com o uso desses materiais é que sua natureza contrasta frontalmente com a generalidade e a abstração dos conceitos visados, surgindo também daí a necessidade de transpor sua própria materialidade. (PAIS, 1997, p. 67).

Considero a possibilidade de que é possível ultrapassar a materialidade por meio da compreensão das particularidades do objeto estudado. Quando solicitei que os alunos escolhessem uma característica que se relacionasse com o objeto, meu objetivo era que eles transformassem e fossem capazes de analisar um detalhe do sólido que possuísse correspondência com uma sentença escrita.

Visando a possíveis transformações de representações, é importante mostrar aos alunos que é possível descrever os objetos, atitude que não é comum a eles. Duval (2003) fala da necessidade de transitar de um registro para outro, para isso é indispensável que o aluno seja capaz de entender várias formas de registro de representações semióticas e transformá-las. O autor caracteriza dois tipos de transformações, o tratamento e a conversão. O primeiro é a

transformação do registro utilizando o mesmo sistema de representação; já o segundo tipo baseia-se em uma transformação que requer alteração no sistema de representação. Portanto, quando o aluno observa características de um sólido ao manuseá-lo e depois precisa expressar essa característica usando a língua natural, considero que está auxiliando a manifestação dessa conexão que se faz necessária para a compreensão da Geometria. Acredito que seja o primeiro passo para conseguir coordenar representações semióticas, tencionando posteriormente realizar conversões.

Quando comecei a corrigir as folhas depois da manipulação do cilindro, alguns grupos assinalaram a característica “possui uma única base que é circular”. Nesse momento, a professora Simone interveio e perguntou aos alunos o que é base. A aluna Carla respondeu que eram os lugares que deixam a figura em pé.

Tive alguns imprevistos com a manipulação do paralelepípedo, pois o sólido de madeira possuía as bases retangulares, e a superfície do sólido feito de papel-cartão que estava exposto na sala para ajudar os alunos apresentava as bases quadradas. Quando os alunos marcaram as características na folha, talvez a ideia da superfície que representava o paralelepípedo que estava exposto na sala, com as bases quadradas, o mais comum de ser visto em livros e desenhos, possa ter interferido na escolha da característica “possui exatamente duas bases quadradas”. Então alertei os alunos sobre o fato de que não são todos os paralelepípedos que possuem bases quadradas.

Cada grupo teve uma reação diferente com o fim do jogo. O grupo Fominha ganhou e começou a perturbar o grupo da Sara, que tinha feito a melhor pontuação no primeiro sólido. O grupo da Sara ficou um pouco chateado, e o grupo do Kauã se demonstrou aliviado de não ter ficado em último lugar. Já o grupo Máfia Azul levava tudo na brincadeira e os integrantes brincavam entre si.

Figura 29 – Alunos participando da oficina



Fonte: Fotografia da autora.

Quadro 6 – Divisão dos grupos e respostas

Sólido geométrico manipulado / Respostas dos grupos	Grupo Fominha	Grupo Sara	Grupo Máfia Azul	Grupo Kauã
Prisma de base triangular	<ul style="list-style-type: none"> – tem faces triangulares – tem faces triangulares e retangulares – tem faces laterais triangulares Nome: prisma de base triangular	<ul style="list-style-type: none"> – tem faces triangulares – tem faces triangulares e retangulares – tem faces laterais retangulares Nome: prisma de base triangular	<ul style="list-style-type: none"> – tem faces triangulares – tem faces triangulares e retangulares – tem faces laterais triangulares Nome: tetraedro	<ul style="list-style-type: none"> – tem uma (e apenas uma) base quadrada – tem faces triangulares – tem uma única base circular Nome: prisma de base triangular
Cilindro	<ul style="list-style-type: none"> – possui uma única base que é circular – possui superfícies arredondadas e não arredondadas – possui duas bases circulares Nome: cilindro	<ul style="list-style-type: none"> – possui uma única base que é circular – tem uma única base circular – possui uma superfície arredondada Nome: cilindro	<ul style="list-style-type: none"> – possui uma única base que é circular – possui superfícies arredondadas e não arredondadas – tem todas as faces iguais Nome: cilindro	<ul style="list-style-type: none"> – tem faces triangulares – possui superfícies arredondadas e planas – possui duas bases circulares Nome: cilindro
Paralelepípedo	<ul style="list-style-type: none"> – tem faces laterais retangulares – tem faces laterais retangulares – possui seis faces Nome: paralelepípedo	<ul style="list-style-type: none"> – tem faces laterais retangulares – possui exatamente duas bases quadradas – tem quatro faces Nome: paralelepípedo	<ul style="list-style-type: none"> – tem faces laterais retangulares – tem todas as faces quadradas – possui exatamente duas bases quadradas Nome: paralelepípedo	<ul style="list-style-type: none"> – tem faces laterais retangulares – tem faces laterais retangulares – possui seis faces Nome: paralelepípedo

Fonte: Elaborado pela autora.

Quadro 7 – Pontuação Grupo Fominha

(continua)

Grupo Fominha			
Sólido manipulado	Característica	Pontuação	Total de cada sólido
Prisma de base triangular	Tem faces triangulares	3	9
	Tem faces triangulares e retangulares	3	
	Tem faces laterais triangulares	-1	
	Nome: Prisma de base triangular	4	
Cilindro	Possui uma única base que é circular	-1	9
	Possui superfícies arredondadas e não arredondadas	3	
	Possui duas bases circulares	3	
	Nome: cilindro	4	

(conclusão)

Paralelepípedo	Tem faces laterais retangulares	3	13
	Tem faces laterais retangulares	3	
	Possui seis faces	3	
	Nome: paralelepípedo	4	
Total		31	

Fonte: Elaborado pela autora.

Quadro 8 – Pontuação Grupo Sara

Grupo Sara			
Sólido manipulado	Característica	Pontuação	Total de cada sólido
Prisma de base triangular	Tem faces triangulares	3	13
	Tem faces triangulares e retangulares	3	
	Tem faces laterais retangulares	3	
	Nome: Prisma de base triangular	4	
Cilindro	Possui uma única base que é circular	-1	5
	Tem uma única base circular	-1	
	Possui uma superfície arredondada	3	
	Nome: cilindro	4	
Paralelepípedo	Tem faces laterais retangulares	3	9
	Possui exatamente duas bases quadradas	3	
	Possui quatro faces	-1	
	Nome: paralelepípedo	4	
Total		27	

Fonte: Elaborado pela autora.

Quadro 9 – Pontuação Grupo Máfia Azul

Grupo Máfia Azul			
Sólido manipulado	Característica	Pontuação	Total de cada sólido
Prisma de base triangular	Tem faces triangulares	3	3
	Tem faces triangulares e retangulares	3	
	Faces laterais triangulares	-1	
	Nome: tetraedro	-2	
Cilindro	Possui uma única base que é circular	-1	5
	Possui superfícies arredondadas e não arredondadas	3	
	Tem todas as faces iguais	-1	
	Nome: cilindro	4	
Paralelepípedo	Tem faces laterais retangulares	3	9
	Tem todas as faces quadradas	-1	
	Possui exatamente duas bases quadradas	3	
	Nome: paralelepípedo	4	
Total		17	

Fonte: Elaborado pela autora.

Quadro 10 – Pontuação Grupo Kauã
Grupo Kauã

Sólido manipulado	Característica	Pontuação	Total de cada sólido
Prisma de base triangular	Tem uma (e apenas uma) base quadrada	-1	5
	Tem faces triangulares	3	
	Tem uma única base circular	-1	
	Nome: prisma de base triangular	4	
Cilindro	Tem faces triangulares	-1	9
	Possui superfícies arredondadas e planas	3	
	Possui duas bases circulares	3	
	Nome: cilindro	4	
Paralelepípedo	Tem faces laterais retangulares	3	13
	Tem faces laterais retangulares	3	
	Possui seis faces	3	
	Nome: paralelepípedo	4	
Total			27

Fonte: Elaborado pela autora.

4.4 Terceira oficina: Atividade sobre as faces dos sólidos

A atividade proposta era composta por exercícios que tinham o objetivo de oportunizar aos alunos desenhar e escrever sobre os sólidos geométricos vistos nas oficinas anteriores, além de propiciar o contato com as representações dos sólidos na forma de desenhos, buscando a percepção das formas apresentadas na superfície dos sólidos e suas características.

Material disponibilizado:

- 1) Atividades em folha.

4.4.1 Relato

Essa atividade foi realizada no dia 11 de maio de 2018, após o recreio. Nesse dia a professora da turma permaneceu em sala. Os alunos continuaram da mesma forma que estavam inicialmente, organizados em 5 filas. Estavam presente 19 deles.

Distribui as folhas com os exercícios para os alunos e observei-os na execução da atividade. Seis estudantes não tiveram iniciativa em realizar o exercício. Estes alunos pediram constantemente ajuda para executar a atividade.

O primeiro exercício possuía um quadro para ser completado. Nele foram colocados o nome e o desenho de seis sólidos geométricos que foram trabalhados nas oficinas anteriores, e

foi pedido para os alunos que preenchessem o número de faces e que desenhassem as formas encontradas nas faces, além de escreverem o nome. Comecei a atividade comentando sobre o tetraedro, que era a primeira figura do quadro.

Figura 30 – Registro de respostas à primeira questão

1) Preencha o quadro abaixo.

Nome	Desenho do sólido geométrico	Número de faces	Desenho e nome da(s) figura(s) geométrica(s) que compõem as faces dos sólidos representados
Tetraedro		4	triângulo
Cubo		6	retângulo
Pirâmide de base quadrangular		5	triângulo
Paralelepípedo		6	retângulo
Prisma de base triangular		5	retângulo
Prisma de base pentagonal		6	retângulo

Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

Andreza: Vamos fazer a primeira, para preencher o quadro temos que saber quantas faces tem e depois desenhar e colocar o nome das figuras que estão nas faces.

Aluno: Desenhar essa figura aqui? – apontando para o tetraedro no quadro da primeira questão.

Andreza: Não, você vai desenhar o que está na face dela e escrever o nome (nesse momento outro aluno faz o triângulo no ar usando os dedos).

Aluno: Super!

Andreza: A primeira figura aí é o tetraedro, não é? O tetraedro tem triângulo embaixo, na base dele tem o triângulo, nas faces laterais eu tenho o quê?

Alguns alunos: Triângulo?

Andreza: Triângulos também. Agora pergunto para vocês: qual é o número de faces dessa figura?

Alguns alunos: Quatro.

Antes de conversar com os alunos, observei que alguns estavam respondendo que o tetraedro possuía três faces. Por isso expliquei para eles:

Andreza: Vamos pensar: tem um triângulo embaixo, então eu terei uma face ligada à lateral do triângulo (fazendo gestos com a mão para ilustrar onde estariam a base e as faces laterais do tetraedro). Do outro lado terei outra face e na outra parte eu terei outra face. Então terei as três em cima, assim, e a última, que é a base, então temos quatro faces.

Aluno: A base é face também?

Andreza: É face também. A base também é uma face, tá certo?

Alunos concordam.

Andreza: Tem alguma outra figura na face do tetraedro?

Thiago: Tem.

Andreza: Qual é a outra?

Alunos: Não.

Christian e Sara: Tem que fazer a mesma coisa nas outras?

Andreza: Isso.

Como observo que alguns alunos estão desenhando apenas uma forma para todas as figuras geométricas espaciais, peço a eles para prestarem atenção ao fato de haver algumas que possuíam mais de uma figura formada nas faces.

Andreza: Tem mais de uma figura aqui? (aponto para a pirâmide de base quadrada.) Eu tenho o triângulo e outra figura aqui.

Christian: Quadrado.

Como visto na Figura 30, este aluno aponta as faces do cubo como retângulo, foi o único aluno que fez essa relação. que normalmente não é feita nas aulas. E no paralelepípedo o aluno desenhou apenas o retângulo como forma na terceira coluna, referente à face que estava na superfície, e não colocou as faces da base, que foi chamada de quadrado pelos outros alunos.

Também não foi feito o desenho das bases dos outros dois prismas nessa tarefa. Na pirâmide de base quadrada, apenas a face lateral, o triângulo, foi desenhada na terceira coluna. Outros quatro alunos não colocaram mais de uma figura na terceira coluna.

Mesmo sendo discutido nas oficinas anteriores, esses alunos não consideraram as bases faces do sólido ou não conseguiram reconhecer as figuras planas na base dos sólidos.

Figura 31 – Registro de respostas à primeira questão

1) Preencha o quadro abaixo.

Nome	Desenho do sólido geométrico	Número de faces	Desenho e nome da(s) figura(s) geométrica(s) que compõem as faces dos sólidos representados
Tetraedro		4	Triângulos
Cubo		6	Quadrados
Pirâmide de base quadrangular		5	Triângulos Quadrado
Paralelepípedo		6	Quadrados Retângulos
Prisma de base triangular		5	Triângulos Retângulos
Prisma de base pentagonal		7	Hexágono Retângulo

Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

Como mostrado na Figura 31, no último prisma a aluna desenhou um hexágono no lugar do pentágono. Observo que os alunos confundem essas duas figuras, além de esquecerem o nome da figura delas.

Conforme a Figura 32, a aluna respondeu que o paralelepípedo tinha 7 faces e o prisma pentagonal, 9 faces, portanto ainda não conseguia calcular o número de faces com os retângulos observando apenas o desenho.

Figura 32 – Registro de respostas à primeira questão

1) Preencha o quadro abaixo.

Nome	Desenho do sólido geométrico	Número de faces	Desenho e nome da(s) figura(s) geométrica(s) que compõem as faces dos sólidos representados
Tetraedro		4	Triângulo
Cubo		6	Quadrado
Pirâmide de base quadrangular		5	Triângulo
Paralelepípedo		7	Retângulo
Prisma de base triangular		5	Retângulo
Prisma de base pentagonal		7	Pentágono Retângulo

Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

A segunda questão era sobre a quantidade de cada figura na superfície do sólido, a mesma aluna continuou a escrever 7 retângulos para o paralelepípedo e 5 triângulos para a pirâmide de base quadrada. Além disso, demonstrou dificuldade de contar as faces do prisma de base pentagonal. O mesmo ocorreu quando perguntei aos alunos quantos quadrados havia na superfície do cubo.

Andreza: Quantas vezes vai aparecer a figura na face do cubo aqui? O cubo só tem uma figura, qual é a figura?





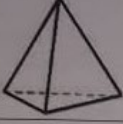
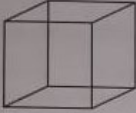
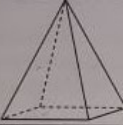
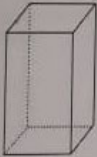
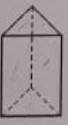
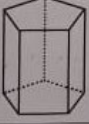
Alunos: Quadrado.

Andreza: Quantas vezes o quadrado aparece no cubo?

Alguns alunos: Quatro.

Outros alunos: Seis.

Figura 33 – Registro de respostas à segunda questão
 cada sólido geométrico.






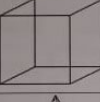
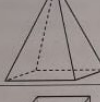
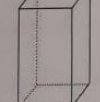
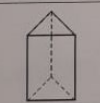
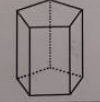
Sólido/ Figuras planas				
	4°	0	0	0
	0	6°	0	0
	5°	0	0	0
	0	0	7°	0
	0	5°	0	0
	0	4°	0	2°

Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

Na Figura 33, a aluna não diferencia a base da pirâmide quadrada e do prisma de base triangular e, como já apontado, indica que o paralelepípedo possui 7 faces. Também respondeu que o prisma de base pentagonal possui 4 faces laterais que seriam quadradas.

Figura 34 – Registro de respostas à segunda questão

cada sólido geométrico.

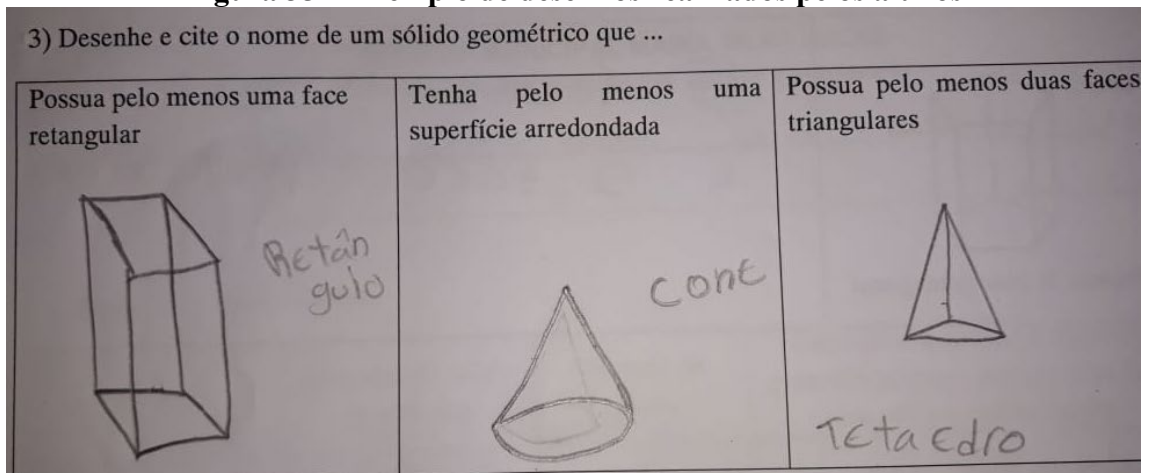
Sólido/ Figuras planas				
	4 ^x	—	—	—
	—	6 ^x	—	—
	4 ^x	1 ^x		
			6 ^x	
	2 ^x	3 ^x		
			5 ^x	2 ^x

Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

Também é possível verificar que muitos alunos conseguiram fazer a atividade sem dificuldade. Na Figura 34 vê-se um exemplo disso.

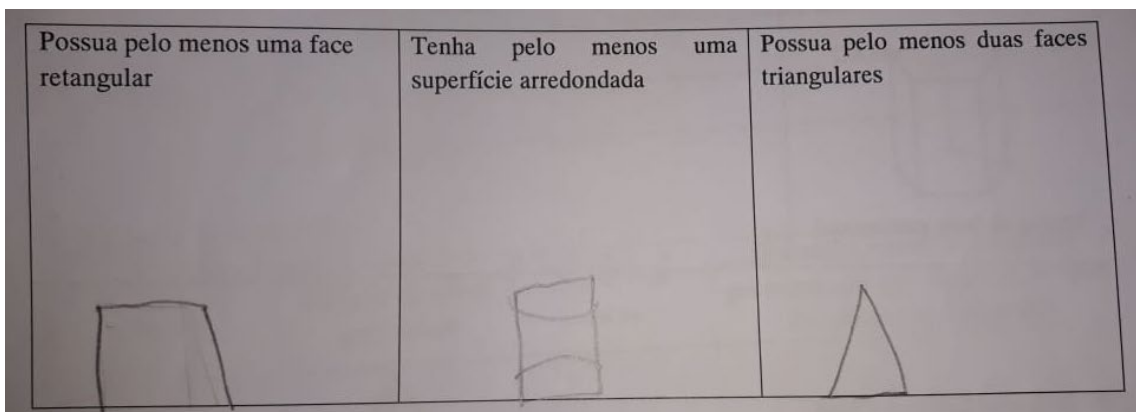
Na terceira questão solicitei que os alunos desenhassem um sólido geométrico correspondente à característica apresentada. Nessa questão o aluno precisava analisar a característica e relacioná-la com algum sólido para, posteriormente, desenhá-lo. As Figuras 35 e 36 demonstram que alguns alunos conseguem desenhar os sólidos usando técnicas de perspectiva e outros alunos não possuíam ainda essa habilidade. Apesar de na Figura 36 o aluno não identificar os desenhos com os nomes, foi possível perceber que ele é capaz de reconhecer as formas e relacioná-las com os sólidos, porém não conseguiu desenhá-los usando perspectiva.

Figura 35 – Exemplo de desenhos realizados pelos alunos



Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

Figura 36 – Exemplo de desenhos realizados pelos alunos

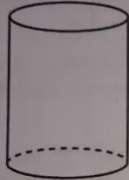
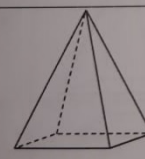


Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

Na quarta questão (Figura 37), continuei a usar características e pedi para aos alunos que respondessem V para as afirmativas verdadeiras ou F para as afirmativas falsas. É mais um momento de observar se os estudantes estão atentos às características dos sólidos, para que estabeleçam relações com a língua natural e com alguns termos matemáticos e o desenho.

Figura 37 – Exemplo da quarta questão

4) Responda verdadeiro (V) ou falso (F) para as seguintes afirmações.



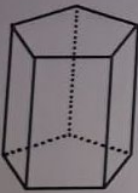
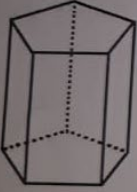
	<input type="checkbox"/> Não possui superfície plana. <input type="checkbox"/> Tem bases planas. <input checked="" type="checkbox"/> Possui superfície arredondada. <input checked="" type="checkbox"/> Possui duas bases.
	<input checked="" type="checkbox"/> Possui 5 faces. <input type="checkbox"/> Não tem faces. <input type="checkbox"/> As faces laterais são triangulares. <input checked="" type="checkbox"/> Possui uma base

Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

Na quinta e última questão, solicito que eles observem o desenho e escrevam duas características dos sólidos geométricos. Como visto na Figura 38, os alunos começam a usar a linguagem que foi utilizada durante as oficinas. Em um registro uma aluna associou a figura tridimensional a um objeto (chapéu de aniversário) para caracterizá-lo. Em outros registros da Figura 38, os alunos abordaram as características das formas encontradas na superfície do prisma pentagonal.

Figura 38 – Exemplos de características apontadas pelo aluno

5) Escreva duas características dos sólidos geométricos representados pelas figuras abaixo:

 <p>Cone</p>	<p>Características</p> <p>base plana e possui uma base</p>
 <p>Cone</p>	<p>Características</p> <p>tem uma base circular e parece um chapéu de festa.</p>
 <p>Prisma de base pentagonal</p>	<p>Características</p> <p>dois Pentágonos e quatro retângulos</p>
 <p>Prisma de base pentagonal</p>	<p>Características</p> <p>ele tem 5 retângulos e 2 pentágonos</p>

Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

4.4.2 Análise

Observei que atividades em folha deixam os alunos mais preocupados em fazer “certo”, e alguns ficam mais inquietos, procurando copiar a resposta do colega. Outro fato percebido foi que todos os alunos participaram ativamente, apenas um participou menos. Acredito que isto se deu pela dificuldade que ele tem em se concentrar por muito tempo, pois é um aluno que possui um histórico de dificuldades de aprendizagem. Outros estudantes que também têm dificuldades conseguiram se concentrar mais que este aluno.

O desenho em perspectiva pode ser um entrave para a aprendizagem dos conceitos geométricos, apesar de ser uma importante forma de representação dos sólidos geométricos.

O uso do desenho em geometria plana, que é normalmente identificado pelo aluno ao próprio conceito, é relativamente bem mais simples do que em geometria espacial, que exige, quase sempre, o recurso da técnica da perspectiva. Este uso da perspectiva, que serve para colocar em evidência a terceira dimensão do objeto representado, é uma das dificuldades maiores encontradas pelos alunos na aprendizagem dos conceitos espaciais. Neste sentido, BONAFE (1988) analisa em detalhes as dificuldades do ensino da geometria espacial, quando o aluno ainda não tem imagens mentais suficientes operacionais para decodificar um desenho em perspectiva. Este autor destaca o fato de que tanto a produção de um desenho em perspectiva pelo aluno como a sua leitura podem constituir-se em obstáculos consideráveis para a aprendizagem. (PAIS, 1996, p. 68).

Nessa oficina evidenciou-se a falta de interpretação dos desenhos de figuras tridimensionais por parte de alguns alunos, mesmo depois da manipulação das oficinas anteriores, em que tiveram contato com representações físicas desses sólidos. Como ponto positivo, percebi que os estudantes começaram a escrever as características sozinhos, para, posteriormente, propiciar o entendimento de definições.

4.5 Quarta oficina: Esqueletos dos sólidos geométricos

A quarta atividade pretendia dar a oportunidade aos alunos de construir esqueletos de sólidos geométricos com o objetivo de identificar os vértices e as arestas desses sólidos.

Material disponibilizado:

- 1) Esqueletos de sólidos geométricos (prisma de base triangular e tetraedro) feitos com canudos;
- 2) Palitos de madeira para pirulito;
- 3) Massinha de modelar;
- 4) Canetinhas azul e vermelha.

4.5.1 Relato

Os alunos formaram grupos de 4 pessoas, e foi solicitado que observassem os esqueletos expostos. Cada grupo recebeu dois esqueletos, um representando o prisma de base triangular e o outro, um tetraedro. Estavam presentes 20 alunos.

Seguro um esqueleto e pergunto para os alunos qual elemento seria representado pelo canudo, e eles respondem que era a aresta. Segurando a superfície do sólido, que representava também o prisma, pergunto o que seria a aresta. Eles sabem identificar, mas, quando peço para explicarem, eles não conseguem. Então sobre falo sobre a junção de duas faces, sobre a interseção das faces. Em seguida pergunto quantas arestas tinha aquele esqueleto de prisma triangular, e, sem contar, os alunos começaram a responder, 3, 5, 6. Como as respostas foram imediatas, solicitei que contassem no grupo, manipulando os esqueletos, a quantidade de arestas que estes possuíam. Deixei por alguns minutos que os alunos manipulassem os esqueletos e depois passei em cada grupo para perguntar a resposta.

Agora pergunto sobre os vértices dos sólidos geométricos. Christian, que já estava em pé, se aproxima de mim e pergunta:

Christian: É isso aqui? (Passando a mão na face da superfície)

Andreza: Não, isso é a face.

Então, em seguida, o aluno coloca a mão no vértice do objeto que estou segurando, e confirmo para ele que é o vértice. Em seguida peço para os alunos contarem a quantidade de vértices de cada esqueleto.

Enquanto eu segurava a superfície do prisma triangular, perguntei quantos vértices ele tinha.

Christian: 2 vértices em cima e 4 embaixo.

Andreza: Como?

Christian se levanta, pega o objeto na minha mão e muda a orientação do prisma, virando-o e colocando a face retangular na horizontal. Assim concordei com o aluno sobre a sua observação.

Em seguida distribuí duas folhas para cada grupo com as imagens que tinha utilizado na sondagem, 12 palitos de madeira e massinhas de modelar. Solicito que eles observem as figuras geométricas na folha e identifiquem qual dos sólidos possui 12 arestas. Peço que,

posteriormente, construam o esqueleto dessa figura usando os palitos e a massinha, que serviria para unir esses palitos.

Já na distribuição do material os alunos gostaram de ver a massinha de modelar, pedindo certas cores, batendo com a mão na mesa. Até os alunos que normalmente não são motivados começam a participar da atividade. A maioria dos grupos não demorou muito para descobrir qual era o sólido. Eles começam a contar as arestas das figuras que estão no papel: um aluno fala que é o cubo, outra aluna me chama e aponta para a figura perguntando se era aquela. Surgem até descobertas por parte de um grupo que pergunta se é para fazer um paralelepípedo ou um cubo.

Leandro conta as arestas das figuras na folha, em uma encontra 8 e, em outra, 10 arestas e fala:

Leandro: Professora, não tem não.

Carla conversa com Leandro e fala: E o paralelepípedo, quantos ele tem?

Leandro conta novamente as arestas no desenho e responde: “Doze, nossa, certinho!”.

Carla: Pior que eu nem sabia. Só que nós temos que cortar o palito, porque é retângulo, e não quadrado. Ô, professora. A gente achou só o paralelepípedo.

Andreza: Só o paralelepípedo que tem 12?

Carla: Eu achei foi só isso.

Andreza: Esse aqui também é um tipo de paralelepípedo.

Leandro: O cubo.

Andreza: Quantas arestas eu tenho aqui? (Aponto para o cubo)

Em seguida chamo a atenção dos alunos para o cubo e o paralelepípedo, alertando que o cubo é uma variedade de paralelepípedo que possui uma característica fundamental: todas as faces são quadradas.

Após o término das construções dos esqueletos dos cubos, começo a distribuir mais oito palitos e peço que façam o mesmo, que descubram o sólido primeiro e depois construam o esqueleto. Os alunos construíram esqueletos de pirâmide de base quadrada com os palitos.

Figura 39 – Esqueletos de figuras espaciais feitos pelos alunos



Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

Em seguida distribuí uma atividade em folha (Figura 40), com os seguintes exercícios:

Figura 40 – Ficha para os alunos

1) Complete com face, aresta e vértice.

2) Nas figuras abaixo, marque de AZUL as arestas que são os segmentos (linhas), e com pontos (bolinhas) de VERMELHO os vértices. Em seguida escreva a quantidade de vértices e arestas.

Arestas: _____	Arestas: _____	Arestas: _____
Vértices: _____	Vértices: _____	Vértices: _____

Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

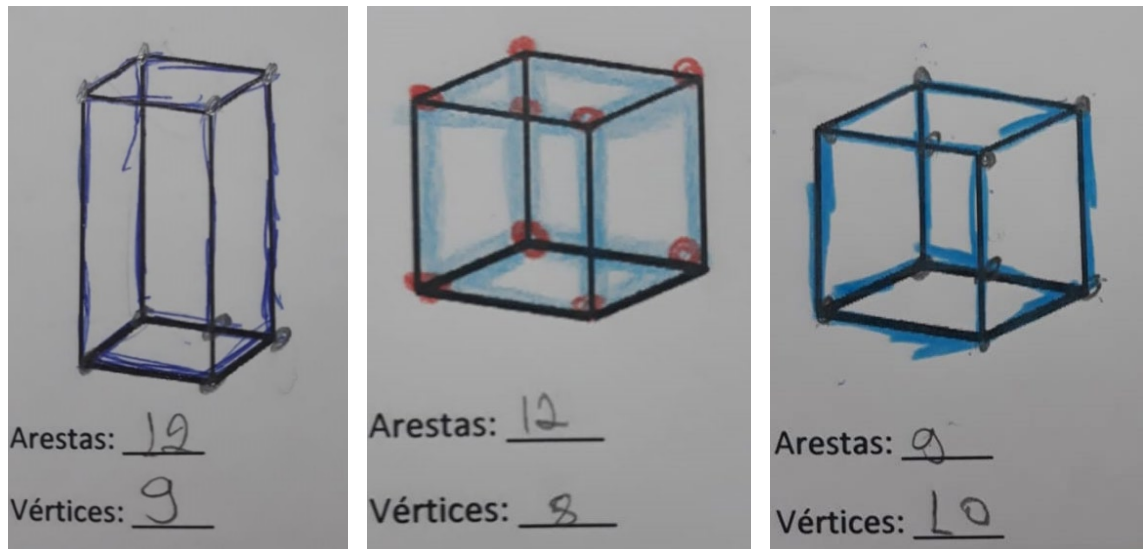
4.5.2 Análise

Esta atividade foi focada totalmente nos elementos dos poliedros, principalmente nas arestas e nos vértices, para que os alunos os reconheçam e os diferenciem. Considerei que foi a atividade em folha mais tranquila para os alunos, pois não houve aquela necessidade de “copiar” do colega mais próximo.

Considero importante analisar os registros na Figura 41: os alunos marcam o vértice das figuras geométricas com bolinhas. Nesse caso eles não conseguiram interpretar o desenho e

visualizaram os encontros dos segmentos no desenho como a representação de um vértice. Dois alunos realizaram a atividade dessa forma.

Figura 41 – Registros realizados pelos alunos referentes à questão 2



Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

O reconhecimento dos elementos é fundamental para garantir a comparação dos sólidos geométricos como sugere Gutiérrez (1992). Isso possibilita a compreensão das representações de figuras tridimensionais na forma de desenhos e a observação das qualidades que os definem.

4.6 Jogo Matemagos

O jogo foi idealizado com vários objetivos, como possibilitar a manipulação dos sólidos geométricos, provocar a reflexão sobre as figuras planas que estão nas superfícies desses sólidos e incentivar a utilização dos termos matemáticos. Outros fatores podem ser favorecidos com os jogos como, por exemplo, a interação com os colegas, o incentivo a respeitar normas e o estímulo à criatividade.

Com essa ideia, no segundo semestre de 2017, comecei a construir um jogo que possibilitasse trabalhar os sólidos geométricos e seus conceitos. Ao mesmo tempo estava cursando uma disciplina no mestrado chamada Design para o Desenvolvimento de Produtos Educacionais e, como trabalho final dessa disciplina, tive que desenvolver um memorial descritivo do produto que pretendia criar. Nesse memorial expus algumas das atividades que considerava apropriadas para serem realizadas no meu trabalho de campo, não coloquei o jogo pois ainda não o tinha finalizado, mas demonstrei a vontade de criar um jogo.

Em 2018 comecei a organizar como seria meu trabalho de campo e tive a felicidade de conhecer dois alunos do curso de Design da UFMG, Stella Maris Silva Gomes e José Patrocínio

da Silva Júnior, que escolheram colaborar no desenvolvimento do meu produto. Por intermédio da disciplina Desenvolvimento Prático de Produtos Educacionais, eles tiveram acesso ao meu memorial descritivo e se interessaram em desenvolver o meu produto.

Os professores Rubens Rangel e Glaucinei Corrêa foram os responsáveis por intermediar esse encontro. Os dois eram os responsáveis as duas disciplinas, tanto a ofertada para os mestrados como a ministrada para os estudantes de Design. Na disciplina para os mestrados tive a oportunidade de conhecer vários tipos de produtos educacionais e a ideia de, posteriormente, selecionar estudantes de Design para colaborar em produtos dos mestrados do PROMESTRE.

Em março de 2018 conheci Stella e José Patrocínio. Começamos a trabalhar, tivemos encontros no quais apresentei minha pesquisa e as oficinas que estavam sendo planejadas. Também enviei o jogo que havia feito, conversamos sobre os alunos participantes e ocorreu uma troca de conhecimentos e experiências em que os ajudei a relembrar conceitos geométricos e eles me ensinaram alguns conceitos de Design. Além disso, conversamos sobre a realidade da sala de aula, como a falta de interesse de alguns alunos e o pouco tempo para se realizar atividades em sala de aula¹⁷, portanto, o jogo deveria ter regras de rápido e fácil entendimento, entre outros fatores. Assim foi concebido o jogo Matemago, através da reflexão das minhas experiências como aluna, professora e pesquisadora e a deles como alunos, designers e jogadores.

4.6.1 Descrição do jogo

O jogo é constituído por:

- Um baralho contendo 100 cartas de magia;
- 12 sólidos geométricos;
- 8 cartas com os matemagos, personagens que garantem bônus;
- 4 tabelas com as pontuações possíveis.

Agora descreverei cada item do jogo. Começarei pelo baralho, que é formado pelas cartas de magia. Como já citei, são 100 cartas, divididas em 5 (Figura 42). Cada carta tem um desenho e o nome correspondente ao desenho. No baralho temos quatro figuras planas: triângulo, quadrado, pentágono e círculo. Por fim, existe um outro tipo de carta que não é uma figura

¹⁷ A duração de uma aula nas escolas em que atuo é de 50 minutos na escola estadual e de 1 hora na escola municipal.

plana, a carta Rotação, que serve para a criação dos sólidos de revolução. As cartas do baralho possuem a seguinte divisão: 36 triângulos, 24 quadrados, 16 pentágonos, 12 círculos e 12 rotações. A quantidade de cartas foi pensada de forma a possibilitar, de maneira balanceada, a formação das superfícies de sólidos geométricos que estão na tabela.

Figura 42 – Cartas de magia



Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

Outros objetos que constituem o jogo são os 12 sólidos geométricos (Figura 43), para auxiliar os alunos na descoberta de características e na visualização dos elementos dos poliedros, por meio dos sentidos tato e visão. Assim cria-se a possibilidade de o aluno manipular os sólidos durante todo o jogo, permitindo que o professor possa provocar a análise dos alunos acerca de vários conhecimentos, como faces paralelas, ângulos retos, nomes de figuras planas, diferenças entre prismas e pirâmides, poliedros, não poliedros, entre outros. Os sólidos geométricos são: cone, cilindro, esfera, tetraedro, prisma triangular, pirâmide de base quadrada, pirâmide de base pentagonal, hexaedro, prisma pentagonal, octaedro, dodecaedro e icosaedro.

Figura 43 – Sólidos geométricos

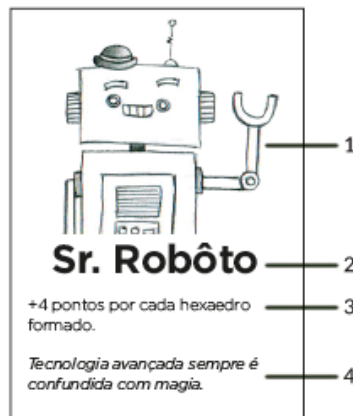


Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

As 8 cartas Matemagos foram criadas para estabelecer uma conexão pessoal com os alunos. Nessas cartas temos personagens que garantem bônus no jogo, e, com isso, pode-se influenciar a criação de estratégias para ganhar a partida. Cada Matemago possui características e habilidades diferentes. São eles: Sr. Robôto, Cléo, Cornélia, Astro, Ani e Tai, Lorde Pentagon, Tritângulo e Ico.

A Figura 44 ilustra uma das cartas Matemago. Nessas cartas é possível observar a imagem do personagem, seu nome, seu bônus e o *flavor text* (termo usado para texto de contextualização/ambientação da carta).

Figura 44 – Carta Matemago



Fonte: Dados da pesquisa.

A imagem é a representação gráfica do personagem, que remete a uma associação do sólido geométrico com que o Matemago garante bônus. O nome aparece em fonte maior e em negrito para facilitar a identificação. Em seguida, o sólido e a quantidade de pontos a mais que garante o Matemago e, finalmente, o *flavor text* que fala um pouco sobre o personagem, proporcionando um pano de fundo para o Matemago.

Figura 45 – Cartas com os Matemagos



Fonte: Dados da pesquisa.

O último material do jogo que descrevo é a tabela de pontuações (Figura 46), na qual estão o nome dos sólidos, as figuras que estão na sua face, com a respectiva quantidade, e a pontuação de cada sólido geométrico.

Figura 46 – Tabela de pontuação

Tipos de Figuras	Como formar	Pontos
Cone	▲ + ♣	2
Cilindro	■ + ♣	2
Esfera	● + ♣	2
Tetraedro	4▲	4
Prisma triangular	2▲ + 3■	5
Pirâmide de base quadrada	1■ + 4▲	5
Pirâmide de base pentagonal	1♠ + 5▲	6
Hexaedro	6■	6
Prisma pentagonal	2♠ + 5■	7
Octaedro	8▲	8
Dodecaedro	12♠	12
Icosaedro	20▲	20

Fonte: Dados da pesquisa.

4.6.2 Regras

O jogo possui fases, que foram denominadas da seguinte maneira: a preparação do concurso, as escolhas das magias e o combate.

Preparação do concurso:

Cada participante do jogo deve escolher uma carta Matemago e guardá-la, essa escolha deve ser aleatória e apenas no final serão revelados os Matemagos escolhidos. As outras cartas dos Matemagos não escolhidos devem ser descartadas.

Embaralhe bem as cartas de magia e distribua de acordo com o número de jogadores. Com 2 jogadores, devem ser distribuídas 10 cartas para cada um, se forem 3 jogadores, devem ser distribuídas 9 cartas para cada, e, se forem 4 jogadores, dê 8 cartas para cada um. O participante deve manter as cartas na sua mão, escondendo-as de seus oponentes, e as cartas que sobraem devem ficar viradas para baixo em uma pilha no centro da mesa.

Como jogar:

O jogo tem a duração de 3 rodadas. Na primeira rodada, todos os jogadores escolhem no mesmo momento uma carta da sua mão que eles gostariam de manter e colocam essa carta na sua frente virada para baixo. Depois disso, cada participante passa as cartas restantes da sua mão para o participante da esquerda. Em seguida, é repetido tudo novamente com uma nova mão e menos cartas. Os participantes iniciam um novo turno, em que devem escolher uma nova carta e posicioná-la na sua frente virada para baixo junto com aquela escolhida no primeiro turno. Deve-se fazer esse processo até acabarem as cartas nas mãos, finalizando a rodada.

Esse processo será reprisado mais duas vezes. Depois de acabar cada rodada, um participante distribui novamente as cartas da pilha do centro da mesa, em quantidade igual à da rodada anterior, para recomeçar uma nova rodada.

Para a escolha das cartas, o participante deve estar atento à formação da planificação dos sólidos geométricos. A ideia é que ele faça o máximo de planificações utilizando as cartas de magia, fazendo conjuntos de cartas com as formas que estão presentes na superfície dos sólidos.

Ao final das três rodadas, todos os participantes terão o mesmo número de cartas para a próxima fase, chamada de “Escolhas das magias”. Assim, ao final das três rodadas, os jogadores terão 30 cartas cada um, se forem 2 jogadores; 27 cartas, se forem 3 jogadores, e 24 cartas no caso de haver 4 jogadores.

Escolhas das magias:

Nessa fase os jogadores começam a analisar as cartas que escolheram, fazendo conjuntos de cartas correspondentes às planificações dos sólidos geométricos. Essas

combinações de cartas formam “magias geométricas” que garantem pontos que podem ser visualizados na tabela de pontuações.

O participante deve separar as cartas, formando os conjuntos que constituem as planificações dos objetos geométricos, mas tendo em consideração o Matemago escolhido para conseguir o máximo de pontos. As cartas utilizadas em uma combinação não poderão ser reutilizadas em outras formações, e devem ser descartadas todas as que não forem utilizadas. Depois disso inicia-se a próxima fase, que é o “combate”.

Combate:

Nessa fase os participantes revelam os Matemagos para os outros participantes e demonstram as “magias geométricas” escolhidas, que seriam os conjuntos de cartas realizados, calculando a pontuações feitas levando em consideração os pontos bônus conseguidos por causa dos Matemagos. O vencedor é o jogador que conseguir o número maior de pontos ao final do combate.

4.6.3 Relato sobre a oficina com o jogo Matemagos

Realizei o jogo com os alunos após do exame de qualificação¹⁸ que realizei no dia 25 de junho de 2018. Para esse exame, elaborei um trabalho impresso em que falei um pouco sobre o jogo Matemago. Assim houve ponderações sobre meu trabalho e principalmente sobre o jogo, e, atendendo a esses aspectos levantados, ficou resolvido que a turma seria dividida em dois grupos para a realização do jogo. Portanto, o jogo foi feito em dois dias distintos, sobre os quais falarem em seguida..

Relato do jogo realizado no dia 28 de agosto:

O jogo ocorreu no dia 28 de agosto em uma sala que estava vazia, a qual não está sendo utilizada nesse turno. Começamos no segundo horário, das 14h até as 15h, e continuamos no terceiro horário, depois do intervalo, das 15h20 até as 16h20.

A professora da turma encaminhou 12 alunos para participarem do jogo. Solicitei a ela que perguntasse quem gostaria de participar, e, como todos queriam ser voluntários, ela escolheu 12 alunos aleatoriamente. Jogamos 3 vezes com esses alunos.

¹⁸ O exame de qualificação ocorre entre o 11º e 16º mês de admissão no PROMESTRE e consiste na análise do andamento do Projeto de Pesquisa e dos resultados preliminares, por meio de um trabalho escrito e uma apresentação oral. Assim, uma Comissão Examinadora (Banca) composta por dois doutores, sendo um do mesmo programa e um externo, e o(a) orientador(a) contribuem com ponderações sobre o trabalho em desenvolvimento.

Os alunos escolhidos foram: Carlos, Kaio, Christian e Kauã, em um grupo; Anne, Kathleen, Sara e Marianne, em outro grupo; e o último grupo foi constituído pelos alunos Alexia, Bruno, Charles e Larissa.

Com todos alunos na sala, comecei a mostrar os sólidos em madeira para lembrá-los sobre figuras planas que estão nas suas superfícies. Em seguida apresentei as cartas do jogo e a tabela de pontuação, expliquei as possibilidades de combinações de cartas para formar a representação da superfície dos sólidos geométricos e, em sequência, distribuí um jogo para cada grupo contendo: 4 cartelas com a pontuação, as 100 cartas com as formas geométricas e as 8 cartas com os Matemagos.

Posteriormente, falei sobre a dinâmica do jogo e solicitei que distribuíssem 9 cartas para cada integrante do grupo. Após a distribuição das cartas todos deveriam escolher uma e passar para o colega da direita as outras 8 cartas restantes, devendo repetir essa ação até terminarem a todas as cartas. Nesse momento preferi não utilizar os Matemagos, achei melhor fazer apenas uma rodada para ver como os alunos iriam se organizar para formar as planificações dos sólidos e calcular a pontuação seguindo a tabela. Observei que eles gostaram muito dos desenhos das cartas dos Matemagos, tirei as cartas da mesa para focar nas regras do jogo e depois utilizá-los.

Observei que alguns alunos ficaram com dúvida sobre a pontuação, por isso achei importante fazer a primeira vez com poucas cartas distribuídas a eles. Também foi bom para que eles observassem que com poucas cartas não seria possível obter muitos pontos.

Embaralhamos as cartas e começamos o jogo novamente, e expliquei que teríamos 3 rodadas com 8 cartas cada uma, para depois calcular os pontos. O grupo com Kaio, Kauã, Carlos e Christian foi o que teve mais dificuldade com as rodadas e fiquei auxiliando esses alunos. Carlos e Kauã tiveram muita dificuldade em formar as planificações e, como consequência, a pontuação.

Na terceira vez em que jogamos, expliquei como usar as cartas dos Matemagos, como conseguir pontos bônus utilizando essas cartas, e os alunos escolheram qual Matemago queriam. Nesta última vez que jogamos, o aluno Bruno pediu para voltar para a sala, e, no decorrer do jogo, solicitei que os alunos Carlos, Kaio e Kauã também voltassem para a turma deles, pois tinham feito brincadeiras inadequadas com colegas de outro grupo.

Relato do jogo realizado no dia 4 de setembro:

Nesse dia aplicamos a atividade no segundo e no terceiro horários, com o recreio entre eles. No segundo horário, solicitei à professora regente a liberação de alguns alunos que já haviam jogado no dia 28 agosto. E no terceiro horário foi permitido que os outros alunos participassem.

Foram formados dois grupos com três estudantes cada: um grupo era constituído por Marianne, Alexia e Anne, e o outro grupo era formado por Larissa, Charles e Christian. Foram os alunos que optaram por essa divisão, a mesma da semana anterior.

Nos primeiros minutos, expliquei como seria o jogo. Nesse tempo o grupo das meninas já estava jogando, elas não esperaram minhas orientações, e não observei que elas já tinham iniciado uma partida. Mencionei os sólidos que estavam na sala, os quais ajudariam a lembrar as combinações de cartas necessárias para formar as superfícies dos sólidos e informei que retiraria as tabelas com pontuações para verificar se eles conseguiriam formar as superfícies sem utilizar a tabela como suporte, apenas os sólidos serviriam como auxiliares. Peço para elas reiniciarem a atividade, para começarem junto com o outro grupo.

Charles tem dúvidas sobre o que era um prisma pentagonal. Na realidade o Matemago escolhido por ele foi o Lorde Pentagon, por isso ele queria saber quais eram os poliedros que possuíam pentágonos para ganhar bônus. Mostro para os alunos a pirâmide de base pentagonal, para Charles fazer uma relação com o prisma pentagonal, e pergunto:

Andreza: Qual é o nome desse sólido?

Christian: pirâmide de base... deixa eu ver (olha para a parte de baixo da pirâmide que está na minha mão).

Andreza: Pentagonal.

Em seguida Christian mostra o Matemago escolhido por ele, Sr. Robôto. Este matemago garante bônus para a formação de hexaedros.

Christian: O que é hexaedro?

Andreza: É o cubo.

Christian: Cubo (meio em interrogação)...

Andreza: São seis quadrados, esse foi você que fez (mostro a superfície construída por ele).

Christian fala dos sólidos que formou com as cartas, como o tetraedro.

Christian: Quatro triângulos.

Andreza: Formam qual figura? (Christian segura o tetraedro) É o tetraedro, agora fala outros sólidos que você formou.

Christian: Esqueci o que é (coloca as cartas com rotação e quadrado sobre a mesa e em cima o cilindro). Cilindro.

Larissa forma as combinações, mas não lembra os nomes, então coloca os sólidos de madeira em cima das cartas que formam as superfícies dos sólidos: a pirâmide de base quadrada, o cone e a esfera. Larissa fala “eu formei este, este e este”.

No outro grupo perguntei quem iria começar a falar sobre as superfícies formadas. Para meu espanto, Alexia, que quase nunca conversava comigo, responde que poderia ser ela e depois riu.

Alexia começou a responder quais sólidos foram formados. Ela disse que tinha um sólido com 8 triângulos, octaedro. Não reconhecia o sólido, mas lembrava o nome e a quantidade de triângulos na face, então, quando solicitei que identificasse qual é o sólido que representava o octaedro, e ela confundiu com o icosaedro. Alexia também fala que formou o tetraedro; peço para apontar qual dos sólidos era o tetraedro, e, depois de certo tempo, ela conseguiu localizar. Círculo com rotação foi outra combinação formada, mas a aluna não soube falar qual sólido representava. Tentando ajudá-la, a aluna Anne responde que a combinação das cartas círculo e rotação formava o cilindro, mas em seguida corrige sua resposta, falando “esfera”. Alexia tentou formar o dodecaedro.

Andreza: Tem alguma coisa que você tentou fazer com o pentágono? Quantas cartas?

Alexia: Acho que tem dezesseis.

Andreza: Então vamos contar. (Contamos e verificamos que havia 10 cartas) Quase.

Alexia: Eram doze, não eram?

Observei que Alexia memorizou algumas informações, depois de uma semana ainda se lembrava das combinações que estavam na tabela.

Passei para a aluna Anne e perguntei quais ela formou. Ela menciona o cilindro, e peço para apontar qual sólido era o cilindro. Apesar de a colega Mariane tentar ajudar apontando para ela, interrompo, solicitando a Mariane que deixe Anne pensar, assim, esta identifica o cone

como cilindro. Além disso, Alexia forma uma esfera e reconhece o sólido. As outras cartas agrupadas por ela foram para formar a superfície do hexaedro regular e o tetraedro. Ela não lembra o nome do último, mas reconhece o sólido.

A aluna Mariane forma pirâmide de base pentagonal, entre outros sólidos. Ela identifica todos e sabe os nomes. Deixei os alunos calcularem os pontos obtidos usando a tabela. Então o aluno Charles pergunta o que são poliedros para calcular o bônus que seu Matemago oferecia.

Andreza: Mostre quais são os poliedros formados por pentágonos.

Charles: Então prisma pentagonal é. E pirâmide de base pentagonal é.

O colega Christian já estava ajudando Charles e começa a calcular os pontos. O horário já estava terminando, e Christian pediu para ficar no próximo, mas a professora da turma não permitiu.

No terceiro horário, ela permitiu que apenas sete alunos participassem do jogo, pois a atividade que estava sendo realizada na turma no horário anterior não foi concluída pelo restante dos alunos. Assim participaram Lucas, Leandro, Bruno, Evelyn, Yara, Carla e Giovana. Eles foram separados em dois grupos: um só com meninas e o outro, com os meninos.

Como esses alunos não participaram no primeiro dia, apenas Bruno estava presente, expliquei a dinâmica do jogo para o grupo das meninas primeiro.

Andreza: O tetraedro possui quatro triângulos em sua superfície (Falei isso mostrando a tabela de pontuação). O que é o tetraedro mesmo? Qual desses sólidos aqui? (Mostro as superfícies dos sólidos que estavam na mesa ao lado delas, as alunas observam e Evelyn mostra o sólido certo.)

Evelyn: É esse aqui. (A aluna segura a superfície certa)

Andreza: Isso mesmo, Evelyn. O tetraedro tem quatro faces, todas elas são o quê?

Alunas: Triângulos.

Andreza: Olhem na tabela (As alunas olham a tabela), quatro triângulos formam o...

Aluna: Tetraedro.

Andreza: O tetraedro também pode ser chamado de pirâmide de base triangular. Então quando eu tiver quatro cartinhas dessa (mostro a carta com triângulo), eu vou conseguir fazer quatro pontos.

Giovana: E o hexaedro são seis quadrados (olhando para a tabela)?

Andreza: É, mas qual é a figura que é formada por seis quadrados?

Alunas: Hexaedro.

Andreza: Mas qual que é ali? (Aponte para as superfícies)

Evelyn aponta para o sólido correto, e Carla fala o cubo.

Mostrei algumas superfícies e comentei sobre sua formação e sobre os pontos bônus que as cartas do Matemagos poderiam garantir. Quando falei em personagem, Carla ficou animadíssima, falando que queria ser a bruxinha. As alunas já tinham observado as cartas antes das minhas orientações.

A pedido das alunas, o personagem foi escolhido de forma aleatória, com os desenhos das cartas viradas para baixo. Cada uma pegou uma carta, e só no final do jogo elas revelaram o Matemago escolhido.

Após a escolha dos personagens, começamos a jogar. Foram distribuídas 8 cartas para cada uma. Em seguida me dirijo ao grupo dos meninos e ensino como funciona o jogo. Em um determinado momento, explico sobre as combinações de cartas.

Andreza: Triângulo e rotação forma o que, gente?

Leandro: Cone.

Andreza: O círculo com a rotação forma...

Leandro: A esfera.

Mostrei o prisma de base triangular e perguntei para os meninos que estavam com a tabela de pontuação na mão qual era o nome do sólido. Leandro segura o sólido e responde que era pirâmide de base quadrada, então chamo a atenção dos alunos a respeito das formas presentes na superfície do prisma, a quantidade de cada figura na superfície. Assim Bruno responde que é um prisma triangular (o aluno responde depois de observar a tabela). Termino de explicar a dinâmica do jogo para eles e ajudo na primeira rodada, distribuindo nove cartas para cada um.

Retornei para o grupo das meninas, que já haviam concluído as três rodadas, e Geovana começa a falar do que ela conseguiu formar.

Andreza: Vamos ver o que vocês formaram?

Geovana: Um, dois, três, quatro, eu formei quatro.

Andreza: Quais você formou?

Geovana: Esse daqui (apontando na tabela a parte de “como formar” o sólido)

Andreza: Qual que é o nome?

Geovana: O cone, o cilindro e a esfera.

Andreza: Mas como você formou o cone? Mostra aí para mim?

Geovana: O cone, ‘pera aí, deixa eu ver, com o triângulo e a rotação (respondeu, separando as cartas). Eu formei o cilindro com o quadrado... ué, cadê o meu quadrado? ‘Tá errado isso aqui. (A aluna estava com dois pares com cartas de rotação e círculo separadas, depois encontra a carta com o quadrado e tira das combinações já feitas com o círculo uma carta de rotação, junto com o quadrado). ‘Tá aqui, pronto. (Juntando as cartas do quadrado e rotação) Eu formei o cilindro com o quadrado e a rotação, e a esfera com o círculo e a rotação. Cadê minha rotação? (Separando as cartas) Mas o que eu formei?

Andreza: Eu que te pergunto.

Geovana ri.

Geovana: Eu formei a pirâmide de base quadrada com um quadrado e quatro triângulos. (A aluna responde separando as cartas sobre a mesa.)

Andreza: Qual é a pirâmide de base quadrada? (Faço essa pergunta pois observo que ela estava muito presa à tabela e não observava as superfícies).

Geovana: Isso aqui? (A aluna segura o tetraedro)

Andreza: Essa aí é a pirâmide de base quadrada?

Geovana: Eu acho que é essa. (Segurando o tetraedro)

Andreza: A base dela é quadrada? (A aluna coloca o tetraedro em cima da mesa)

Geovana: Não. (Ela pega outra superfície, a pirâmide de base pentagonal, olha a base e coloca em cima da mesa novamente.) Essa aqui, ó. (Segurando a pirâmide de base quadrada) É porque eu fui no tamanho e não olhei a base. (As superfícies de papel que levei para a sala possuíam tamanhos diferentes, sendo o tetraedro e a pirâmide de base pentagonal maiores que a pirâmide de base quadrada.)

Andreza: O que mais você formou?

Geovana procurou outras formações possíveis. Ela estava com a carta Matemago Ani e Tai, que fornece bônus de mais 3 pontos para cada prisma formado. Então falo para a aluna que ela esqueceu de aproveitar a oportunidade de formar superfícies de prisma para obter mais pontos. Geovana responde que não pensou nessa condição, as outras cartas escolhidas por ela não favoreceram a construção de mais superfícies.

Carla foi a segunda aluna que mostrou as formações que obteve. Ela estava com a carta da Matemago Cléo, que garante bônus para as pirâmides formadas. Assim a aluna teve a preocupação de formar superfícies de pirâmides.

Andreza: O que você formou aí, Carla?

Carla: Formei um cone. (Pegando as cartas que já estavam separadas debaixo da mesa e colocando em cima) Formei um... esqueci o nome. (Segurando as cartas já separadas e olhando para a tabela procurando o nome)

Andreza: Você ficou com a Cléo, então era com pirâmide?

Carla: É, então eu acho que formei uma pirâmide, sim. (Começa a contar as cartas já separadas) Quatro triângulos, dá um tetraedro.

Andreza: Qual é o tetraedro, Carla?

Carla: É esse. (Segurando o sólido)

Andreza: O que mais? Você fez outra pirâmide?

Carla: Aqui, ó, de base quadrada. (Segurando as cartas como se fossem um leque para mostrar todas) Eu fiz a esfera.

Então volto minha atenção para a aluna Evelyn, para ver como estava separando suas cartas. Ela me pediu para esperar, então fiquei esperando por alguns segundos, e Leandro me chamou para mostrar como ele estava separando as suas cartas. O Matemago que estava com ele era Sr. Robôto, que fornece pontos extras para a formação de hexaedros.

Leandro: Não dá mais, não.

Andreza: Não dá mais o quê? (Chegando perto do aluno)

Leandro: Eu fiz dois cubos, vai dar seis mais seis, doze, mais quatro, dezesseis.

Andreza: Mais quatro de cada um aqui. (Apontando para as cartas separadas)

Leandro: Se eu fizer, vão ser, tipo, 10. E vai somar o outro 4 do outro cubo também?

Andreza: Sim.

Leandro: Então são 20.

Bruno me chama e começa a mostrar suas cartas separadas.

Bruno: Dois, quatro, seis...

Andreza: Qual é a sua carta...

Bruno: Tudo bolinha, tudo bolinha... (Juntando as cartas rotação e círculo)

Andreza: Mas qual é a sua carta? (Procurando a carta matemago do aluno). Ah! Lorde Pentagon.

Ouvindo apenas o áudio, observo o grupo das meninas. No momento em que minha atenção está voltada para o grupo dos meninos, elas começaram a trocar as cartas, para fazer mais combinações, a Geovana ri e fala: “Esse áudio é perigoso. Ô, Andreza, você não acha melhor trocar esse gravador de lugar, não?”, e continua a pedir para alguém arrumar três quadrados.

Geovana: Alguém me arruma três quadrados.

Carla: Eu preciso formar um outro.

Geovana: Você precisa do quê, Carla?

Carla: Eu preciso de algum outro negócio aí.

Geovana: Eu tenho “pengano” (algo parecido)

Carla: Eu tenho círculos.

Geovana: Eu não quero círculo, não. Não dá para formar nada com círculos.

Carla: Só dá para formar a esfera, pode repetir. Você tem rotação?

Geovana: Não, pode? Sério?

Meninas: Pode.

Geovana: Cadê a rotação? (risos)

Volto para o grupo das meninas e pergunto para o aluno Bruno por que ele saiu do seu grupo e foi para perto das meninas.

Andreza: O que você 'tá querendo, menino?

Bruno: Só 'tô perguntando qual foi o máximo. (Ele começa a perguntar qual foi o máximo de pontos feito por cada aluna.)

Lembro aos alunos que Bruno já havia jogado e tinha mais experiência que os outros. Bruno fica se gabando, dizendo que tinha conseguido “só um pouquinho de pontos” (36 pontos), enquanto seus colegas conseguiram a média de 20 pontos.

Carla: Pode desmanchar e fazer outra rodada?

Andreza: E você, o que você formou? (Pergunto para a Evelyn)

Evelyn: Uma pirâmide de base pentagonal, um cilindro e um cubo.

Andreza: Por que você não deixou as cartas separadas? (Falo isso pois a aluna não separou as combinações possíveis e apenas decorou o que tinha formado.)

As alunas Carla e Geovana fizeram 18 pontos, e Yara responde que tinha feito 23 pontos. Já Evelyn fala que fez 17 pontos. Carla insiste em fazer mais uma rodada. Solicito a Evelyn que separe as cartas para facilitar a contagem dos pontos. Ajudei as alunas a contar os pontos. Elas começaram a jogar novamente, e os meninos preferiram voltar para a sala deles. Infelizmente a aula terminou sem concluir as rodadas, e as alunas voltaram para a turma delas para a última aula.

4.6.4 Análise

O jogo colaborou para a participação efetiva dos alunos, possibilitando um diálogo sobre sólidos geométricos em que foi favorecida a comunicação, utilizando a nomenclatura de termos matemáticos e a observação das características e propriedades.

Ocorreu também um interesse em entender essas características para garantir a viabilidade e a criação de modos de jogar (estratégias), como o aluno que constatou que formar “bolinhas” era melhor.

No momento de contabilizar os pontos, foi agradável presenciar alguns alunos auxiliando os outros. As vezes até ajudando na combinação de cartas para conseguir pontos.

Essa atividade proporcionou a utilização de termos que antes não eram empregados pelos alunos, e isso colaborou para que eles procurassem compreender os sólidos e suas particularidades, assim ocasionando a criação de significados referentes para as figuras tridimensionais e as suas particularidades.

Também promoveu uma interação maior entre os alunos e a professora pesquisadora, contribuindo para as intervenções realizadas. Observei que a tabela e os sólidos não são fundamentais para o jogo. Esses itens são importantes, mas é possível avançar as possibilidades do jogo no futuro e talvez até incluir outros tipos de cartas para oportunizar a formação de outros sólidos geométricos.

Além de a linguagem ter sido favorecida no jogo, acredito que as imagens mentais também foram privilegiadas, as ações de separar as cartas, associando-as aos sólidos expostos, a escolha das cartas nas rodadas, atribuir significado aos bônus oferecidos pelos Matemagos: todos esses são exemplos dos muitos procedimentos que foram concretizados pelos alunos de forma leve e descontraída.

4.7 O produto educacional

A coleta de dados e a análise permitiram observar e fazer ajustes nas oficinas. Unimo-las num recuso didático constituído da sequência didática e do jogo. Portanto, o produto educacional é constituído por esses dois materiais, os quais foram elaborados, utilizados e revisados durante a pesquisa.

Assim, no produto educacional (Anexo A), temos a sequência didática com a descrição das oficinas e do jogo realizados durante a pesquisa de campo. Sua apresentação se dá de forma sintetizada, com o objetivo de facilitar seu emprego por outros profissionais da educação sem a necessidade de recorrer a esta dissertação.

O jogo físico, com suas instruções, compõe o recurso didático proposto, e sua ideia é ajudar os professores com um material sensorial e provocativo para os alunos.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nos últimos anos, tenho desenvolvido práticas com a utilização de recursos didáticos, principalmente voltados para o ensino de Geometria. Acredito que esta forma de trabalho pode favorecer uma interação entre o professor e os alunos. Mesmo assim foi desafiador realizar uma pesquisa com essa abordagem.

Araújo e Borba (2013) mencionam que “pesquisas realizadas segundo uma abordagem qualitativa nos fornecem informações mais descritivas, que primam pelo significado dado às ações”. (ARAÚJO; BORBA, 2013, p. 25).

Para responder à questão de pesquisa, “Como os alunos reagem ou se manifestam diante das atividades propostas nas oficinas sobre sólidos geométricos que utilizam materiais variados com o intuito de oportunizar diversas formas de interações? Participam? Não participam? Externalizam? Se sim, de que forma? Se não, de que forma?”, foram realizadas oficinas que propiciaram observar as ações dos alunos nas execuções das tarefas. Essas oficinas contribuíram para a comunicação entre os alunos e a professora pesquisadora, promovendo momentos que colaboravam para um diálogo sobre os conhecimentos geométricos.

As oficinas foram inspiradas nos quatro elementos de Pais (1996) – objeto, desenho, imagem e conceito –, também tendo como base as vivências anteriores da professora pesquisadora em sua atuação no Ensino Fundamental. A intenção com essas oficinas era viabilizar experiências com esses elementos por meio da utilização de diferentes materiais manipulativos, possibilitando a observação de desenhos e o pensar sobre as características dos sólidos geométricos. Da mesma forma, tínhamos o intuito de promover tarefas que colaborassem para a identificação de algumas classificações dos sólidos geométricos, como poliedros e não poliedros, pirâmides e prismas. Todas as atividades foram desenvolvidas no decorrer do trabalho de campo, ao observarmos as interações dos alunos.

No trabalho de campo realizado com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, observei nas oficinas algumas circunstâncias, nas quais foi possível verificar que os alunos ainda não utilizavam termos matemáticos e não conseguiam se expressar sobre as características dos sólidos.

Para analisar as oficinas, busquei referenciais teóricos com a intenção de abordar a aprendizagem relativa aos sólidos geométricos, com a função de acrescentar essas informações na pesquisa e fundamentar as ações dos alunos. Ao observar as atitudes dos estudantes, fiquei instigada a entender como funcionam as transformações necessárias para compreender os

conhecimentos geométricos. Assim, a finalidade era entender a complexidade de mobilizar o raciocínio dos alunos acerca dos elementos citados por Pais (1996) e como esses quatro elementos podem estimular e influenciar a apreensão de conceitos.

Com essas indagações, por meio de pesquisa de vários estudos, encontrei Duval (2003), autor de muitos estudos sobre o funcionamento cognitivo, principalmente voltado para a aprendizagem matemática. Baseando-se nesse autor, procurei desvendar alguns aspectos da análise realizada por intermédio dos registros de representação semiótica concebida por ele, que propõe transformações (tratamento e conversão) e coordenações de diferentes formas de registro para auxiliar no entendimento do processo de aprendizagem dos conceitos geométricos.

Além disso, percebi a necessidade de explorar as particularidades dos sólidos geométricos para a compreensão das características e propriedades, como ressalta Duval (2003). Quando os alunos foram privados da visão e tiveram apenas o tato para descobrir o sólido geométrico, ficou evidente como “enxergar” verdadeiramente o sólido é algo complexo, que exige o reconhecimento de seus elementos globais – vértices, faces, arestas – e a capacidade de caracterizar suas especificidades, como pontua Gutiérrez (1992).

Também, ao longo das oficinas, observou-se que o emprego de vários tipos de representações carrega informações que colaboram na compreensão dos alunos a respeito das figuras espaciais tratadas, favorecendo a articulação entre as imagens mentais e essas representações, o que promove o desenvolvimento dos saberes geométricos.

Durante as atividades, também foi revelada a importância do desenvolvimento da linguagem dos alunos, por meio do emprego de termos matemáticos que, antes, eles não usavam. Isso demonstrou a mudança do entendimento sobre os objetos matemáticos estudados.

O jogo tornou convenientes os conhecimentos geométricos abordados nas oficinas, auxiliando, principalmente, na interação entre os sujeitos da pesquisa. Alunos que não dialogavam sobre os conteúdos apresentados tiveram a oportunidade de se envolver e procuravam entender os termos empregados.

Quando comecei a organizar meu trabalho de campo, pretendia utilizar *softwares* de Geometria Dinâmica nas oficinas, pois possuo experiência no uso dessa tecnologia. Mas isso não aconteceu pela indisponibilidade de computadores na escola onde realizei o trabalho de campo. No primeiro momento, considerei isso um obstáculo na minha pesquisa, mas, atualmente acredito que essa adversidade proporcionou novas perspectivas. Além disso, demonstra a realidade de muitas escolas, que, apesar de disporem de computadores, não os

utilizam por falta de manutenção ou de estrutura para viabilizar o seu funcionamento. Infelizmente, isso ocorre na maioria das escolas públicas em que atuei, falta suporte para permitir a utilização dos laboratórios de informática, que permanecem fechados e com inúmeros computadores desligados.

Assim, pretende-se com essa pesquisa contribuir para o ensino e aprendizagem da Geometria no Ensino Fundamental e possibilitar uma discussão sobre como fornecer elementos necessários para estabelecer relações entre as figuras planas e as figuras espaciais. Durante o processo da pesquisa foram produzidas oficinas, como mencionado anteriormente, o que gerou um produto que contém todas as atividades, constituído por uma sequência didática e um jogo.

REFERÊNCIAS

- ARAÚJO, J. L.; BORBA, M. C. Introdução. In: ARAÚJO, J. L.; BORBA, M. C. (org.) *Pesquisa qualitativa em educação matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2013.
- BKOUICHE, R. Axiomatique, formalisme et théorie. *Boletim Inter-IREM*, Lille, n. 23, p. 3-24, 1983.
- BORSOI, C. *GeoGebra 3D no Ensino Médio: uma possibilidade para a aprendizagem da geometria espacial*. 2016. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Instituto de Matemática e Estatística (IME), Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2016. Disponível em: <http://hdl.handle.net/10183/148179>. Acesso em: 7 dez. 2018.
- BRASIL. Ministério da Educação/Secretaria de Educação Básica. *PNLD 2017: Guia de livros didáticos – Ensino Fundamental anos finais*. Brasília, DF: MEC/SEB, 2017. Disponível em: <http://www.fnnde.gov.br/pnld-2017/>. Acesso em: 9 fev. 2019.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Brasília, DF: MEC/SEF, 1997. 142 p.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: introdução aos parâmetros curriculares nacionais*. Brasília, DF: MEC/SEF, 1997. 126 p.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental – Matemática*. Brasília, DF: MEC/SEF, 1998. 148 p.
- CROWLEY, M. L. O modelo Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico. In: LINDQUIST, M. M.; SHULTE, A. P. *Aprendendo e ensinando geometria*. São Paulo: Atual, 1994.
- DUVAL, R. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática. In: MACHADO, S. D. A. (org.) *Aprendizagem em Matemática: registros de representação semiótica*. São Paulo: Papyrus, 2003. p. 11-33.
- DUVAL, R. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. Tradução de Mércles Thadeu Moretti. *Revemat*, Florianópolis, v. 7, n. 2, p. 266-297, 2012. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.5007/1981-1322.2012v7n2p266>. Acesso em: 7 dez. 2018.
- GOMEZ-GRANELL, C. Aquisição da linguagem matemática: símbolo e significado. In: TEBEROSKY, A.; TOLCHINSKY, L. *Além da alfabetização*. São Paulo: Ática, 1997.
- GONSETH, F. *La Géométrie et le problème de l'espace*. Neuchatel: Griffon, 1945.
- GRAVINA, M. A.; SANTAROSA, L. M. A aprendizagem da Matemática em ambientes informatizados. In: CONGRESSO RIBIE, 4, 1998, Brasília. *Anais [...]*. Brasília: UFRGS, 1998.
- GRAVINA, M. A. *Os ambientes de geometria dinâmica e o pensamento hipotético-dedutivo*. 2001. Tese (Doutorado em Informática da Educação) – Programa de Pós-Graduação em Informática na Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2001. Disponível em: <http://www.biblioteca.ufrgs.br/bibliotecadigital/>. Acesso em: 7 dez. 2018.
- GUTIÉRREZ, A. Exploring the links between Van Hiele levels and 3-dimensional geometry, *Structural Topology*, 18, p. 31-48, 1992b.
- GUTIÉRREZ, A. Procesos y habilidades en visualización espacial. In: SIMPOSIO INTERNACIONAL SOBRE INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA: GEOMETRÍA, 3., 1992, Valencia, p. 44-59. *Memorias [...]*. Valencia: Universidad de Valencia, 1992. Disponível em: <https://www.uv.es/angel.gutierrez/archivos1/textospdf/Gut92b.pdf>. Acesso em: 17 jul. 2015.
- GUTIÉRREZ, A. Visualization in 3-dimensional geometry: In search of a framework. In: 20TH PME CONFERENCE, 1., 1996, Valencia, p. 3-19. *Proceedings [...]*. Valencia: Universidad de Valencia, 1996. Disponível em: <https://www.uv.es/angel.gutierrez/archivos1/textospdf/Gut96c.pdf>. Acesso em: 17 jul. 2015.
- IEZZI, G. *et al. Matemática: ciências e aplicações*. 7. ed. São Paulo: Saraiva, 2016. v. 2.
- IMENES, L. M. A Geometria no Primeiro Grau: experimental ou dedutiva?. *Revista de Ensino de Ciências*, São Paulo, n. 19, p. 55-61, out. 1987. São Paulo: FUNBEC, 1987.
- LORENZATO, S. Por que não ensinar geometria? *A Educação Matemática em Revista, SBEM*, Campinas, n. 4, p. 3-13, jan./jun., 1995. Disponível em: <http://www.sbem.com.br/revista/index.php/emr/article/view/1311/721>.

NACARATO, A. M.; PASSOS, C. L. B. *A geometria nas séries iniciais: uma análise sob a perspectiva da prática pedagógica e da formação de professores*. São Carlos: EdUFSCar, 2003.

NASSER, L. A teoria de Van Hiele para o ensino de geometria: pesquisa e aplicação. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1., 1993, Rio de Janeiro. *Anais [...]*. Rio de Janeiro: UFRJ, 1993. p. 29.

NASSER, L.; SANT'ANNA, N. F. P. (coord.). *Geometria segundo a Teoria de Van Hiele*. 4. ed. Rio de Janeiro: Projeto Fundação/IM-UFRJ, 1997.

PAIS, L. C. Intuição, experiência e teoria geométrica. *Zetetiké*, Campinas, v. 4, n. 2, p. 65-74, jul./dez. 1996.

PAIS, L. C. Uma análise do significado da utilização de recursos didáticos no ensino da geometria. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 23., 2000, Caxambu. *Anais [...]*. Disponível em: <http://23reuniao.anped.org.br/textos/1919t.PDF>. Acesso em: 3 out. 2017.

PAVANELLO, R. M. *O abandono do ensino da geometria: uma visão histórica*. 1989. Dissertação (Mestrado em Educação: Metodologia do Ensino) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1989.

TEIXEIRA, M. S. M. *O pensamento geométrico no 1º ano de escolaridade*. Dissertação (Mestrado em Educação Didática da Matemática) – Universidade de Lisboa, Lisboa, 2008.

VIANA, O. A. *O conhecimento geométrico de alunos do Cefam sobre figuras espaciais: um estudo das habilidades e dos níveis de conceito*. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000.

APÊNDICE A – Carta de apresentação

Contagem, 8 de março de 2018

Cara diretora,

Venho, por meio desta, apresentar a pesquisa intitulada “Desenvolvimento do pensamento geométrico: uma experiência a partir do estudo sobre poliedros” que estou realizando. Sou professora de Matemática e aluna do Mestrado Profissional da Faculdade de Educação da UFMG. **O objetivo do estudo é analisar como os estudantes de 6º ano se engajam em tarefas que envolvam uma diversidade de recursos didáticos para o estudo de poliedros.**

Para a realização da pesquisa, será necessária a autorização de todos os seus participantes, os quais seriam os alunos da turma escolhida, os responsáveis dos alunos, a professora regente da turma e a direção da escola. A intenção é que a pesquisa seja realizada durante as aulas regulares de Matemática, havendo, assim, a colaboração da professora regente da turma. A coleta de dados será feita por meio de observações, anotações e gravações em áudio e vídeo, a fim de ser capaz de avaliar também as interações e falas em sala de aula, contudo preservando sigilo e ética.

A pesquisa será desenvolvida em sete etapas, divididas em: uma conversa inicial, uma sondagem e cinco oficinas. Relatarei na sequência cada etapa do trabalho de campo pretendido.

Na conversa inicial, apresentarei a proposta de trabalho e o objetivo aos alunos, serão entregues os termos de consentimento do aluno e do seu responsável. Já a sondagem será uma atividade dialogada, em que, através da apresentação de *slides*, buscarei interagir com os alunos, com a ideia de conhecer um pouco os conhecimentos geométricos já adquiridos por eles.

A primeira oficina terá como foco a observação de figuras geométricas espaciais, com a intenção de propiciar ao aluno o reconhecimento das representações das figuras planas que constituem suas superfícies. A segunda oficina será um jogo para consolidar os nomes e características de algumas figuras geométricas espaciais.

A terceira oficina terá como objetivo a classificação dos poliedros e não poliedros com o intuito de auxiliar os alunos na compreensão de corpos redondos e a distinguir prismas e pirâmides. A quarta oficina tem como objetivo a identificação do número de faces, arestas e vértices dos poliedros, possibilitando ao aluno conhecer os elementos característicos dos

poliedros, fazendo investigações para reconhecer a Relação de Euler. A quinta oficina será para construção de um quadro com uma síntese sobre todas as oficinas realizadas.

Finalmente, para que seja possível a realização desta pesquisa na Escola Municipal Maria Silva Lucas, peço sua autorização.

Agradeço desde já sua atenção.

Atenciosamente,

Andreza Castro Ribeiro
(Professora de Matemática e aluna do Mestrado)

andrezacastoribeiro@yahoo.com.br

Pesquisadora

APÊNDICE B – Termo de consentimento livre e esclarecido

À professora regente das classes de 6º ano da Escola Municipal Maria Silva Lucas,

Solicitamos a sua autorização para iniciar em suas aulas a pesquisa acadêmica “Desenvolvimento do pensamento geométrico: uma experiência a partir do estudo sobre poliedros”, com a participação da professora de Matemática e aluna do Mestrado da Faculdade de Educação da UFMG Andreza Castro Ribeiro. A pesquisa tem por objetivo analisar como os estudantes de 6º ano se engajam em tarefas que envolvam uma diversidade de recursos didáticos para o estudo de poliedros. Partindo do pressuposto de que é papel da escola inserir as pessoas no mundo do trabalho, nas relações sociais e na cultura, é relevante o desenvolvimento de propostas de ensino que estimulem a construção de estratégias, a criatividade, a iniciativa e a comprovação e justificativa de resultados.

A pesquisa acontecerá durante as aulas regulares de Matemática, com a sua autorização e, se for de seu interesse, com sua colaboração, a partir da aplicação de uma sequência de atividades envolvendo noções geométricas, desenvolvidas em oficinas que serão ministradas no Laboratório de Matemática, com o objetivo de aproximar os estudantes da Geometria e, conseqüentemente, incentivar a valorização dos conhecimentos geométricos, por meio da experimentação de práticas que promovam uma reflexão. Eventualmente, poderemos fazer reuniões fora do horário de aula, mas sempre em comum acordo com você e os estudantes. Esse trabalho contribui para o desenvolvimento das capacidades anteriormente citadas e se mostra como uma alternativa ao ensino de geometria, às vezes sem significado para os estudantes. Durante as aulas, com seu consentimento e observando a sua disponibilidade de data e horário, a pesquisadora realizará observações, anotações e gravações em áudio e vídeo, a fim de ser capaz de avaliar também, posteriormente, relações, interações, registros e falas em sala de aula.

Apenas com a sua autorização, da direção da escola, dos responsáveis e dos estudantes é que acontecerá a pesquisa, ressaltando que:

- Não haverá qualquer atividade proposta que extrapole as tarefas escolares comuns;
- A participação não envolverá gastos de qualquer natureza, pois os custos previstos são de responsabilidade da pesquisadora;
- O material coletado (anotações e gravações) será de uso exclusivo para fins da pesquisa. Não será, portanto, utilizado para avaliação de condutas dos estudantes nem para avaliação da prática do professor.

- Os resultados serão divulgados utilizando-se nomes fictícios, para que seja garantida a privacidade e preservada a sua identidade e a dos estudantes;
- Os registros em vídeo comporão um banco de dados que poderão ser utilizados nesta e em outras pesquisas do grupo do qual a pesquisadora faz parte.

A pesquisa apresenta riscos mínimos à saúde e ao bem-estar de seus participantes. Porém poderá haver desconforto ou constrangimento na participação dos sujeitos na pesquisa, uma vez que esta envolve filmagens. O mesmo poderá acontecer em relação ao tempo dedicado à atividade. Para que isso seja evitado, nos propomos a realizar todos os esforços possíveis para assegurar a naturalidade dos sujeitos e minimizar possíveis riscos e desconfortos. Está garantida a indenização em casos de eventuais danos comprovadamente decorrentes da participação na pesquisa, conforme decisão judicial ou extrajudicial.

Em qualquer momento, poderão solicitar esclarecimentos sobre quaisquer aspectos desta pesquisa por meio do telefone (31) 99793-3005 ou pelo *e-mail* andrezacastroribeiro@yahoo.com.br.

Sentindo-se esclarecida em relação à proposta e concordando em participar voluntariamente desta pesquisa, peço-lhe a gentileza de assinar e devolver a autorização em duas vias, sendo que uma das vias ficará com V. S^a e a outra será arquivada pelos pesquisadores por cinco anos, de acordo com a Resolução 466/2012.

Atenciosamente,

Andreza Castro Ribeiro (Professora de Matemática e aluna do Mestrado)

Teresinha Fumi Kawasaki (Coordenadora da pesquisa)

Agradecemos desde já sua colaboração.

Concordo e autorizo a realização da pesquisa, com gravação das atividades de Matemática nos termos propostos.

Discordo e desautorizo a realização da pesquisa.

Assinatura da professora da turma

Contagem, _____ de _____ de 2018.

APÊNDICE C – Autorização da escola

À direção da Escola Municipal Maria Silva Lucas, na pessoa da prezada diretora Regina Luciana Matias Costa,

Solicitamos a sua autorização para iniciar a pesquisa acadêmica “Desenvolvimento do pensamento geométrico: uma experiência a partir do estudo sobre poliedros”, com a participação da professora de Matemática e aluna do Mestrado da Faculdade de Educação da UFMG Andreza Castro Ribeiro. A pesquisa tem por objetivo analisar como os estudantes de 6º ano se engajam em tarefas que envolvam uma diversidade de recursos didáticos para o estudo de poliedros. Partindo do pressuposto de que é papel da escola inserir as pessoas no mundo do trabalho, nas relações sociais e na cultura, é relevante o desenvolvimento de propostas de ensino que estimulem a construção de estratégias, a criatividade, a iniciativa e a comprovação e justificativa de resultados.

A pesquisa acontecerá durante as aulas regulares de Matemática, com a autorização e colaboração do professor regente, a partir da aplicação de uma sequência de atividades envolvendo noções geométricas, desenvolvidas em oficinas que serão ministradas no Laboratório de Matemática, com o objetivo de aproximar os estudantes da Geometria e, conseqüentemente, incentivar a valorização dos conhecimentos geométricos, por meio da experimentação de práticas que promovam uma reflexão. Eventualmente, poderemos fazer reuniões fora do horário de aula, mas sempre em comum acordo com os estudantes e a professora. Esse trabalho contribui para o desenvolvimento das capacidades anteriormente citadas e se mostra como uma alternativa ao ensino de geometria, às vezes sem significado para os estudantes. Durante as aulas, a pesquisadora realizará observações, anotações e gravações em áudio e vídeo, a fim de ser capaz de avaliar também, posteriormente, relações, interações, registros e falas em sala de aula.

Apenas com a autorização da direção da escola, dos responsáveis e dos estudantes é que acontecerá a pesquisa, ressaltando que:

- Não haverá qualquer atividade proposta que extrapole as tarefas escolares comuns;
- A participação não envolverá gastos de qualquer natureza, pois os custos previstos são de responsabilidade da pesquisadora;
- O material coletado (anotações e gravações) será de uso exclusivo para fins da pesquisa. Não será, portanto, utilizado para avaliação de condutas dos estudantes nem para avaliação da prática do professor.

- Os resultados serão divulgados utilizando-se nomes fictícios, para que seja garantida a privacidade e preservada a sua identidade e a dos estudantes;
- Os registros em vídeo comporão um banco de dados que poderão ser utilizados nesta e em outras pesquisas do grupo do qual a pesquisadora faz parte.

A pesquisa apresenta riscos mínimos à saúde e ao bem-estar de seus participantes. Porém poderá haver desconforto ou constrangimento na participação dos sujeitos na pesquisa, uma vez que esta envolve filmagens. O mesmo poderá acontecer em relação ao tempo dedicado à atividade. Para que isso seja evitado, nos propomos a realizar todos os esforços possíveis para assegurar a naturalidade dos sujeitos e minimizar possíveis riscos e desconfortos. Está garantida a indenização em casos de eventuais danos comprovadamente decorrentes da participação na pesquisa, conforme decisão judicial ou extrajudicial.

Em qualquer momento, a escola poderá solicitar esclarecimentos sobre quaisquer aspectos desta pesquisa por meio do telefone (31) 99793-3005 ou pelo *e-mail* andrezacastroribeiro@yahoo.com.br.

Sentindo-se esclarecida em relação à proposta e concordando em participar voluntariamente desta pesquisa, peço-lhe a gentileza de assinar e devolver a autorização em duas vias, sendo que uma das vias ficará com V. S^a, e a outra será arquivada pelos pesquisadores por cinco anos, de acordo com a Resolução 466/2012.

Atenciosamente,

Andreza Castro Ribeiro (Professora de Matemática e aluna do Mestrado)

Teresinha Fumi Kawasaki (Coordenadora da pesquisa)

Agradecemos desde já sua colaboração.

- Concordo e autorizo a realização da pesquisa, com gravação das atividades de matemática nos termos propostos.
- Discordo e desautorizo a realização da pesquisa.

Assinatura da diretora da escola

Contagem, _____ de _____ de 2018.

APÊNDICE D – Termo de Assentimento Livre e Esclarecido do Menor (TALE)

Prezado estudante do 6º ano da Escola Municipal Maria Silva Lucas,

Convidamos você para participar da pesquisa acadêmica “Desenvolvimento do pensamento geométrico: uma experiência a partir do estudo sobre poliedros”, com a participação da professora de Matemática e aluna do Mestrado da Faculdade de Educação da UFMG, Andreza Castro Ribeiro. A pesquisa tem por objetivo apresentar-lhe uma proposta de ensino de geometria que pretende proporcionar a utilização de uma diversidade de recursos didáticos que pretende estimular a sua compreensão sobre poliedros. Esta pesquisa tem a intenção de desenvolver a capacidade de estabelecer conexões entre os campos da geometria e compreender as capacidades geométricas que vocês possuem. A pesquisa acontecerá durante as aulas regulares de Matemática, com a autorização e colaboração de sua professora, a partir da aplicação de uma sequência de atividades envolvendo noções geométricas. Eventualmente, poderemos fazer reuniões fora do horário de aula, mas sempre em comum acordo com os estudantes e professora. Esse trabalho pode contribuir para o desenvolvimento das capacidades anteriormente citadas e se mostra como uma alternativa ao ensino de geometria. Durante as aulas, a pesquisadora realizará observações, anotações e gravações em áudio e vídeo, a fim de ser capaz de avaliar também, posteriormente, as relações, interações, registros e discursos de sala de aula.

Apenas com seu consentimento e de seu responsável legal é que poderá participar da pesquisa, ressaltando que:

- Não haverá qualquer atividade proposta que extrapole as tarefas escolares comuns;
- A participação não envolverá gastos de qualquer natureza, pois os custos previstos são de responsabilidade da pesquisadora;
- O material coletado (anotações e gravações) será de uso exclusivo para fins da pesquisa. Não serão, portanto, utilizados para avaliação de condutas dos estudantes. Os resultados serão divulgados utilizando-se nomes fictícios para que seja garantida a sua privacidade e preservada a sua identidade;
- Os registros em vídeo comporão um banco de dados que poderão ser utilizados nesta e em outras pesquisas do grupo do qual a pesquisadora faz parte.

A pesquisa apresenta riscos mínimos à saúde e ao bem-estar de seus participantes. Porém poderá haver desconforto ou constrangimento na participação dos sujeitos na pesquisa, uma vez que esta envolve filmagens. O mesmo poderá acontecer em relação ao tempo dedicado

à atividade. Para que isso seja evitado, nos propomos a realizar todos os esforços possíveis para assegurar a naturalidade dos sujeitos e minimizar possíveis riscos e desconfortos. Está garantida a indenização em casos de eventuais danos, comprovadamente decorrentes da participação na pesquisa, conforme decisão judicial ou extrajudicial.

Em qualquer momento, você poderá solicitar esclarecimentos sobre quaisquer aspectos desta pesquisa através do telefone (31) 99793-3005 ou pelo *e-mail*: andrezacastroribeiro@yahoo.com.br.

Caso você deseje recusar a participação ou retirar o seu consentimento em qualquer fase da pesquisa, tem total liberdade para fazê-lo.

Sentindo-se esclarecido(a) em relação à proposta e concordando em participar voluntariamente desta pesquisa, peço-lhe a gentileza de assinar e devolver o Termo de Assentimento Livre e Esclarecido do Menor (TALE), assinado em duas vias, sendo que uma das vias ficará com você, e a outra será arquivada pelos pesquisadores por cinco anos, de acordo com a Resolução 466/2012.

Atenciosamente,

Andreza Castro Ribeiro (Professora de Matemática e aluna do Mestrado)

Teresinha Fumi Kawasaki (Coordenadora da pesquisa)

Agradecemos desde já sua colaboração.

Concordo e autorizo a realização da pesquisa, com gravação das atividades de Matemática, nos termos propostos.

Discordo e desautorizo a realização da pesquisa.

Nome do estudante: _____

Assinatura do estudante: _____

Contagem, _____ de _____ de 2018.

ANEXO A – O produto educacional

Andreza Castro Ribeiro
Teresinha Fumi Kawasaki

**UMA PROPOSTA DIDÁTICA PARA O ENSINO SOBRE OS SÓLIDOS
GEOMÉTRICOS NO ENSINO FUNDAMENTAL**

Belo Horizonte
2019

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO	123
INTRODUÇÃO	124
Os elementos fundamentais na perspectiva de Pais	124
SONDAGEM	126
I OFICINA – Conhecendo as faces dos sólidos geométricos	129
II OFICINA – Manipulando e reconhecendo às cegas as características dos sólidos geométricos	131
III OFICINA – Esqueletos dos sólidos geométricos	134
IV OFICINA – Jogo Matemago	135
REFERÊNCIAS	139
APÊNDICE A – Folha de atividades entregue durante a sondagem	140
APÊNDICE B – Slides apresentados pela professora durante a sondagem	142
APÊNDICE C – Quadro com as respostas dos alunos à primeira questão da sondagem	149
APÊNDICE D – Folha de atividades da I Oficina	150
APÊNDICE E – Folha de atividades da II Oficina	152
APÊNDICE F – Folha de atividades da III Oficina	153

APRESENTAÇÃO

Os sólidos geométricos podem ser trabalhados de diferentes formas na sala de aula. Nesta proposta, que foi desenvolvida e realizada em uma turma do 6º ano do Ensino Fundamental, empregou-se a utilização de diversos materiais como recursos didáticos para o ensino de figuras tridimensionais. Seu objetivo foi incentivar a interação entre o professor e o aluno e propiciar um diálogo sobre os conceitos da Geometria Espacial.

Considero importantíssimo o ensino da Geometria e o estudo das relações dos elementos das figuras planas e das figuras espaciais para a construção dos conhecimentos geométricos. A BNCC evidencia que

A **Geometria** envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento. Assim, nessa unidade temática, estudar posição e deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais pode desenvolver o pensamento geométrico dos alunos. Esse pensamento é necessário para investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes. É importante, também, considerar o aspecto funcional que deve estar presente no estudo da Geometria: as transformações geométricas, sobretudo as simetrias. As ideias matemáticas fundamentais associadas a essa temática são, principalmente, construção, representação e interdependência. (BRASIL, 2017, p. 267).

Para atender às exigências do Mestrado Profissional em Educação da UFMG (Promestre), produzimos este material, que tem a intenção de compartilhar experiências vivenciadas pela pesquisadora e, com isso, talvez, colaborar com a prática dos professores que ensinam sobre os sólidos geométricos. Também é um convite ao professor para elaborar sua própria proposta com base nas reflexões das atividades apresentadas. Todas as tarefas contidas neste caderno foram testadas em uma turma de escola pública e tiveram como base os quatro elementos fundamentais destacados por Pais (1996) – objeto, desenho, imagem mental e conceito –, os quais influem sobre o ensino e a aprendizagem da Geometria.

Nas tarefas expostas nessa proposta de ensino, menciono os objetivos e os materiais necessários para que elas sejam realizadas.

Espero que este material possa auxiliar outros professores na construção de atividades sobre sólidos geométricos e, assim, contribuir de alguma forma para o ensino de Geometria.

INTRODUÇÃO

Esta proposta didática foi construída com base no trabalho de campo realizado pela pesquisadora e é fruto da dissertação intitulada *Estudo de figuras planas e figuras espaciais por meio de sólidos geométricos: materiais manipulativos como recurso didático para alunos do 6º ano*. Portanto, foram realizadas atividades com uma turma de 6º ano do Ensino Fundamental que visava observar a interação entre os alunos e professora pesquisadora frente à utilização de diversos recursos didáticos no ensino dos sólidos geométricos. As atividades têm como proposta estabelecer relações entre os elementos de figuras planas e espaciais.

A presente proposta é constituída por uma sondagem, quatro oficinas e um jogo. Antes das atividades da proposta, apresentarei uma síntese com aportes teóricos que contribuíram para a sua elaboração e para a análise dos resultados.

Os elementos fundamentais na perspectiva de Pais

Buscando uma forma de trabalhar os conhecimentos geométricos por meio de atividades intuitivas e experimentais, mas não desvalorizando a abstração, com a ideia de minimizar as lacunas encontradas no processo de ensino e de aprendizagem de geometria, considero a teoria concebida por Pais (1996) muito próxima das concepções sobre a importância de aliar experimentação e teoria para o entendimento dos alunos.

De acordo com Pais (1996), para que os alunos do Ensino Fundamental possam atingir o entendimento de noções geométricas, é necessário recorrer a quatro elementos: o objeto, o desenho, a imagem mental e o conceito. Segundo ele, esses elementos possibilitam a experiência que, de maneira bem articulada, propicia uma conexão com o conhecimento geométrico. Gonseth (1945, apud PAIS, 1996) concebeu uma teoria que apresenta três aspectos: o intuitivo, o experimental e o teórico do conhecimento geométrico. Tais aspectos são essenciais para uma análise dos problemas relacionados aos processos de ensino-aprendizagem da Geometria. Pais (1996) correlaciona os aspectos de Gonseth (1945) com os elementos desenvolveu.

O objeto, também considerado pelo autor material didático ou modelos físicos, serve de apoio e contribui efetivamente para uma aprendizagem, devendo ser bem projetado para sustentar as teorias de conceitos geométricos. Os materiais didáticos são acessíveis, pois são facilmente manipuláveis. Contudo essa manipulação do objeto necessitará de contornos

fundamentados que criem um vínculo entre a teoria e a experiência, com a intenção de possibilitar sair de um ponto inicial, que é a materialidade, e alcançar a abstração.

Para Pais (1996) o desenho é um recurso didático que possui uma força já consolidada no ensino da Geometria, sendo uma representação indispensável neste processo, tanto no que diz respeito à geometria plana quanto no que concerne à espacial, pois é amplamente utilizado, por exemplo, em livros didáticos, atividades, teoremas. O desenho dispõe das mesmas características do objeto, no que se refere ao tratamento particular e concreto que os dois apresentam em sua abordagem sobre as representações de conceitos geométricos.

O desenho é considerado pelo autor uma segunda forma conceitual de representação de entes geométricos. Essa forma pode ser considerada mais complexa que a representação por objeto, afinal, a imagem de uma figura tridimensional apresentada na forma bidimensional, exige algum entendimento das propriedades e características que constituem as figuras geométricas. Porém, durante as aulas, as informações técnicas para decodificar os desenhos geométricos não são abordadas, e isso acaba comprometendo a aprendizagem dos alunos.

As imagens mentais, segundo o autor, possuem uma conexão com o conceito, por disporem de uma característica em comum, a abstração. Outra característica desse elemento é a subjetividade, que pode possibilitar o alcance da objetividade, algo básico do conceito. Conforme Pais (1996), as imagens mentais são formadas por meio de uso, emprego e experimentos com objetos e desenhos; portanto, a qualidade das experiências com estes dois elementos influi na qualidade do terceiro.

Para Pais (1996) é importante possibilitar aos alunos condições de efetuar uma análise sobre representações geométricas que foram feitas anteriormente, no seu histórico escolar, e que sejam apropriadas naquele contexto, que possam se integrar de modo a abranger os significados das representações, causando uma evolução no entendimento do aluno acerca do conhecimento tratado.

Para concluir, o autor enfatiza novamente a utilização do intuitivo e do experimental com racionalidade e afirma que os materiais didáticos são recursos auxiliares para uma construção do conhecimento didático, mas sem se afastar do conceito, que, segundo ele, é a “essência do conhecimento geométrico”.

SONDAGEM

Objetivos:

- Identificar os conhecimentos que os alunos possuem sobre a nomenclatura das figuras geométricas planas e espaciais;
- Analisar se os estudantes reconhecem as figuras planas presentes nas faces dos sólidos geométricos;
- Identificar se os alunos reconhecem características de figuras geométricas.

Material disponibilizado:

- 4) Quadro com imagens de figuras geométricas (Figura 1): um para cada aluno;
- 5) Um conjunto de superfícies de sólidos geométricos confeccionados em papel-cartão (Figura 2) que foram disponibilizados para serem manipulados e explorados por todos os alunos;
- 6) Folha com questões a serem respondidas (Apêndice A): uma para cada aluno.

Local de realização: Sala de Multimídia

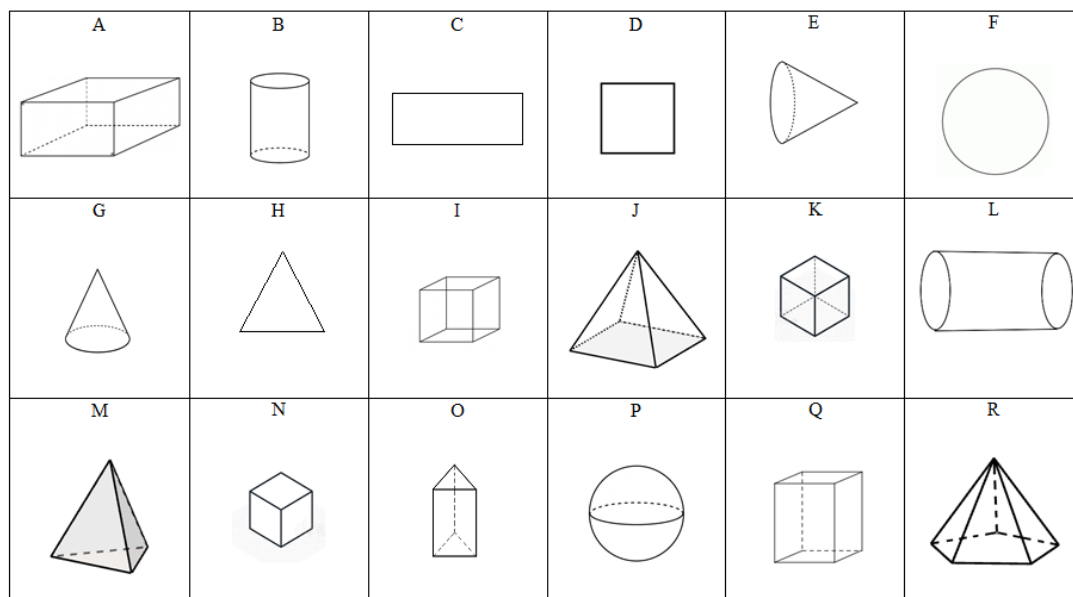
Recurso utilizado pela professora: *Datashow* para mostrar os *slides* com as questões (Apêndice B).

Tempo de duração: Aproximadamente duas aulas de 1 hora cada.

Dinâmica da atividade:

O professor distribui os sólidos geométricos para manipulação dos alunos e, nesse momento, pode observar quais são as ações dos estudantes, aproveitando o momento para conversar com eles e identificar os conhecimentos prévios da turma.

Em seguida, cada aluno recebe um quadro com as imagens e uma folha com as perguntas, que também são apresentadas nos *slides*, para serem respondidas. O professor apresenta os *slides* e interfere na atividade da maneira que considera pertinente.

Figura 1 – Quadro com as figuras geométricas

Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

Figura 2 – Superfícies de sólidos geométricos utilizados na sondagem

Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

Quadro 1 – Questões e seus objetivos

Questões	Objetivos
1) Quais das figuras no quadro podem representar um cubo?	Observar se eles sabem o significado da palavra cubo ou se reconhecem as possíveis representações gráficas de um cubo.
2) Das figuras citadas na resposta anterior, para você, qual delas representa melhor o cubo? Você saberia dizer por quê?	Analisar qual é o desenho de cubo que os alunos consideram mais adequado.
3) Quantos quadrados de mesmas dimensões formam um cubo?	Observar se é feita uma associação do cubo com as superfícies quadradas que o formam.
4) Observe os sólidos geométricos J e M representados no quadro. Como vocês chamam esses sólidos?	Verificar se os alunos identificam os desenhos apresentados como pirâmides.
5) As figuras J e M são iguais? Sim? Não? Justifique.	Observar se os alunos reconhecem as diferenças entre as pirâmides.
6) As figuras geométricas G e J representam o mesmo sólido geométrico? Sim? Não? Por quê?	Analisar se eles distinguem as diferenças dos sólidos geométricos.
7) As faces laterais das pirâmides são formadas por uma figura plana. Qual é o nome dessa figura?	Verificar se os alunos identificam o que é face lateral e se reconhecem a figura plana que constitui a sua face lateral.
8) Quais das figuras no quadro podem representar uma pirâmide?	Verificar se os alunos reconhecem os todas as pirâmides que estão presentes no quadro.
9) Os sólidos geométricos O e Q possuem em suas faces laterais a mesma figura plana. Qual é o nome dessa figura?	Observar se os alunos identificam qual a figura plana que forma as faces laterais dos prismas.
10) Quais figuras geométricas têm como face pelo menos um triângulo?	Constatar se os alunos reconhecem as figuras geométricas que possuem triângulo na sua face.
11) A figura O é formada por duas figuras planas diferentes. Quais são essas figuras planas? Escreva o nome e a quantidade de cada figura.	Perceber se os alunos reconhecem as figuras planas que formam as superfícies de um prisma de base triangular.
12) Quais das figuras geométricas apresentadas no quadro podem representar um paralelepípedo?	Analisar se os alunos reconhecem representações diferentes de paralelepípedo.

Fonte: Elaborado pela pesquisadora.

I OFICINA – Conhecendo as faces dos sólidos geométricos

Objetivos:

- Manipular sólidos;
- Reconhecer os sólidos iguais, mas de tamanhos diferentes;
- Reconhecer algumas características de sólidos, como: faces, diferentes faces e seus formatos;
- Construir sólidos geométricos.

Material disponibilizado:

1. Diversos sólidos geométricos ou superfícies dos sólidos geométricos de tamanhos diferentes. A sugestão é que tenha uma superfície para cada aluno;
2. Placas com nomes e desenho dos sólidos presentes nessa atividade;
3. Envelopes contendo figuras planas recortadas em papel-cartão. Cada figura plana corresponde a uma face de um sólido, a qual serve para montar a superfície de um sólido geométrico;
4. Folha com questões para os alunos.

Local de realização: Sala de Multimídia

Tempo de duração: Aproximadamente duas aulas de 1 hora cada.

Dinâmica da oficina:

Parte 1: Colocar todos os sólidos sobre uma mesa grande e solicitar aos alunos que observem e manuseiem os sólidos. É importante que os sólidos estejam posicionados no meio da sala e que os alunos possam circular ao redor dos objetos que representam os sólidos.

Parte 2: Os alunos escolhem uma superfície de sólido geométrico que terá suas características descritas.

Parte 3: Colocar as placas em mesas e solicitar que o aluno descreva as características e posicione o sólido próximo à placa correspondente.

Parte 4: Dividir a sala em grupos e distribuir as peças das superfícies dos sólidos geométricos. Assim cada grupo deverá identificar qual é a superfície a ser construída com as peças contidas dentro do envelope.

Figura 3 – Alunas com as peças feitas de papel-cartão para confeccionar as superfícies



Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

Parte 5: Questões em folha para os alunos. (Apêndice C)

II OFICINA – Manipulando e reconhecendo às cegas as características dos sólidos geométricos

Objetivo:

- Expor os alunos aos sólidos geométricos e às suas características, como faces, arestas e vértices, sem o auxílio da visão, por meio da percepção tátil.

Material disponibilizado:

1. A caixa manipuladora (Figura 4);
2. Sólidos geométricos de madeira, como: cilindro, cone, cubo, prisma de base triangular, tetraedro, pirâmide de base quadrada e paralelepípedo (Figura 5);
3. Superfícies de sólidos geométricos feitas de papel-cartão (cilindro, cone, cubo, prisma de base triangular, tetraedro, pirâmide de base quadrada e paralelepípedo) para compor o mostruário;
4. Placas com desenhos e nomes (Figura 6), dispostas ao lado dos sólidos do mostruário;
5. Folhas com as características dos sólidos (Apêndice D), nas quais os “manipuladores” marcam as características percebidas no tato.

Tempo de duração: Aproximadamente duas aulas de 1 hora cada.

Dinâmica da oficina:

Parte 1: os alunos jogam Adivinhação. Para isso, eles devem estar dispostos em grupos de, no máximo, seis pessoas.

Parte 2: após o jogo, os alunos escrevem no caderno as características dos sólidos trabalhados no jogo.

Jogo: Manipulação das formas geométricas

Instruções

Número de participantes: seis pessoas por grupo e, no máximo, quatro grupos.

Preparação: No quadro deverão ser escritos os nomes dos integrantes dos grupos formados. No meio da sala, serão colocados todos os sólidos feitos de papel-cartão com suas respectivas placas. Perto da mesa do professor, ficará a caixa manipuladora.

Como jogar:

Passo 1: cada grupo deverá escolher três colegas que manipularão por 20 segundos o sólido colocado dentro da caixa.

Passo 2: o primeiro participante de cada grupo manipulará o sólido dentro da caixa.

Passo 3: após a manipulação, o participante receberá uma folha que contém várias características sobre os sólidos geométricos. Ele deverá escolher uma característica que descreve o sólido manipulado. O participante não poderá, em hipótese alguma, dizer o nome do sólido que manipulou.

Passo 4: serão feitas mais duas rodadas com os outros dois participantes escolhidos de cada grupo, ou seja, eles repetirão os passos 1, 2 e 3.

Após o término das três rodadas, será entregue aos outros integrantes do grupo uma folha com as características marcadas, e eles devem lê-las, tentar descobrir qual foi o sólido manipulado pelos outros três colegas e escrever o nome do sólido no papel. A folha será recolhida e, com a ajuda da turma, será marcada a pontuação dos grupos, usando como base o seguinte quadro:

Quadro 2 – Distribuição dos pontos

Ação	Pontuação
Característica correta	3 pontos
Nome correto	4 pontos
Característica incorreta	-1 ponto
Nome incorreto	-2 pontos

Fonte: Elaborada pela autora.

Vencedor: o grupo que fizer mais pontos.

Figura 4 – Caixa manipuladora



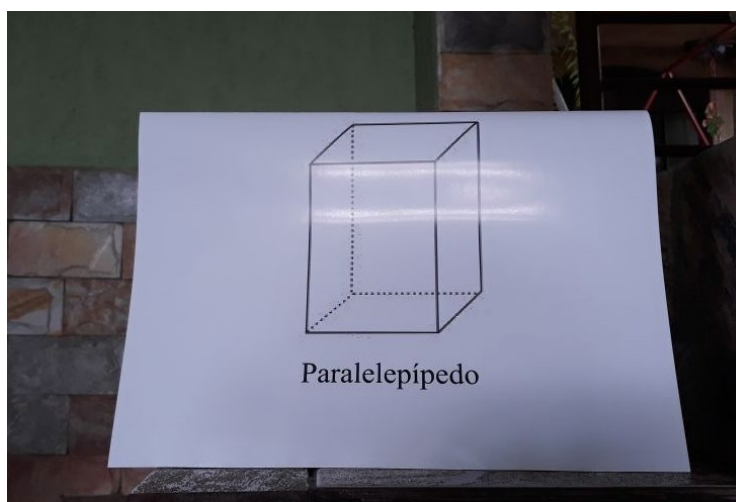
Fonte: Fotografia da autora.

Figura 5 – Sólidos geométricos de madeira



Fonte: Fotografia da autora.

Figura 6 – Imagem de uma das placas



Fonte: Fotografia da autora.

III OFICINA – Esqueletos dos sólidos geométricos

Objetivo:

- Reconhecer e identificar vértices e arestas de sólidos geométricos por meio da visualização dos esqueletos.

Material disponibilizado:

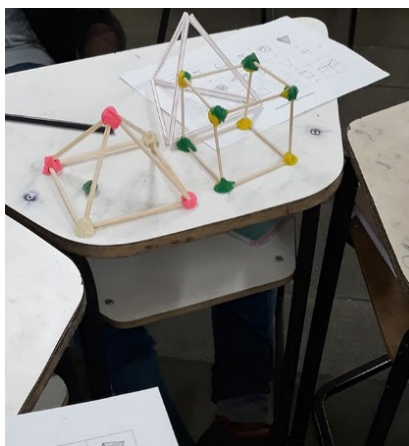
1. Esqueletos de sólidos geométricos (prisma de base triangular e tetraedro) feitos com canudos ou palitos;
2. Palitos de madeira para pirulito;
3. Massinha de modelar;
4. Canetinhas azul e vermelha.

Dinâmica da oficina:

Parte 1: Com grupos de, no máximo, quatro componentes, os alunos recebem um quadro com várias figuras e determinado número de palitos para construir esqueletos de sólidos geométricos. Portanto, eles devem identificar qual esqueleto é possível construir utilizando todos os palitos. Os vértices são as massinhas de modelar.

Parte 2: Folha de atividade para os alunos. (Apêndice E)

Figura 7 – Esqueletos de figuras espaciais feitos pelo aluno



Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

IV OFICINA – Jogo Matemago¹⁹

O jogo é constituído por:

- Um baralho contendo 100 cartas de magia;
- 12 sólidos geométricos;
- 8 cartas com os matemagos, personagens que garantem bônus;
- 4 tabelas com as pontuações possíveis.

Material disponibilizado:

1. As cartas de magia (Figura 7) do baralho possuem a seguinte divisão: 36 triângulos, 24 quadrados, 16 pentágonos, 12 círculos e 12 rotações. A quantidade de cartas foi pensada de forma a possibilitar a formação das superfícies de sólidos geométricos que estão na tabela de maneira balanceada.
2. Os 12 sólidos geométricos (Figura 8) são: cone, cilindro, esfera, tetraedro, prisma triangular, pirâmide de base quadrada, pirâmide de base pentagonal, hexaedro, prisma pentagonal, octaedro, dodecaedro e icosaedro.
3. As 8 cartas matemagos (Figura 9), que garantem bônus na formação de específicos sólidos geométricos, são: Sr. Robôto, Cléo, Cornélia, Astro, Ani e Tai, Lorde Pentagon, Tritângulo e Ico.
4. A tabela de pontuações. (Figura 10)

Figura 8 – Cartas de magia



Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

¹⁹ Este jogo foi elaborado com os *designers* José Patrocínio da Silva Júnior e Stella Maris Silva Gomes.

Figura 9 – Sólidos geométricos



Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

Figura 10 – Cartas com os matemagos



Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 11 – Tabela de pontuação

Tipos de Figuras	Como formar	Pontos
Cone	▲ + ♣	2
Cilindro	■ + ♣	2
Esfera	● + ♣	2
Tetraedro	4▲	4
Prisma triangular	2▲ + 3■	5
Pirâmide de base quadrada	1■ + 4▲	5
Pirâmide de base pentagonal	1♠ + 5▲	6
Hexaedro	6■	6
Prisma pentagonal	2♠ + 5■	7
Octaedro	8▲	8
Dodecaedro	12♠	12
Icosaedro	20▲	20

Fonte: Dados da pesquisa.

Regras

O jogo possui fases, que foram denominadas da seguinte maneira: a preparação do concurso, as escolhas das magias e o combate.

Preparação do concurso:

Cada participante do jogo deve escolher uma carta matemago e guardá-la. Essa escolha deve ser aleatória, e apenas no final serão revelados os matemagos escolhidos. As outras cartas dos matemagos não escolhidos devem ser descartadas.

Embaralhe bem as cartas de magia e distribua de acordo com o número de jogadores. Com 2 jogadores, devem ser distribuídas 10 cartas para cada um; se forem 3 jogadores, devem ser distribuídas 9 cartas para cada; e, se foram 4 jogadores, dê 8 cartas para cada. O participante deve manter as cartas na mão, escondendo-as de seus oponentes, e as cartas que sobrarem devem ficar viradas para baixo em uma pilha no centro da mesa.

Como jogar:

O jogo tem a duração de 3 rodadas. Na primeira rodada, todos os jogadores escolhem no mesmo momento uma carta da sua mão que eles gostariam de manter e colocam essa carta na sua frente virada para baixo. Depois disso, cada participante passa as cartas restantes da sua mão para o participante da esquerda. Em seguida, repetem-se esses passos com uma nova mão e menos cartas. Os participantes iniciam um novo turno, em que devem escolher uma nova carta

e posicioná-la na sua frente virada para baixo, junto com aquela escolhida no primeiro turno. Deve-se fazer esse processo até terminarem as cartas nas mãos, finalizando a rodada.

Esse processo será realizado mais duas vezes. Depois de acabar cada rodada, um participante distribui novamente as cartas da pilha deixada no centro da mesa, igual à quantidade da rodada anterior, para recomeçar uma nova rodada.

Para a escolha das cartas, o participante deve estar atento à formação da planificação dos sólidos geométricos. A ideia é que ele faça o máximo de planificações utilizando as cartas de magia, criando conjuntos de cartas com as formas que estão presentes na superfície dos sólidos.

Ao final das três rodadas, todos os participantes terão o mesmo número de cartas para a próxima fase, chamada de “escolhas das magias”: 30 cartas cada um se forem 2 jogadores; 27 cartas se forem 3 jogadores; e 24 cartas no caso de 4 jogadores.

Escolhas das magias:

Nesta fase os jogadores começam a analisar as cartas que escolheram, fazendo conjuntos de cartas correspondentes às planificações dos sólidos geométricos. Essas combinações de cartas formam “magias geométricas”, as quais garantem pontos que podem ser visualizados na tabela com as pontuações.

O participante deve separar as cartas, formando os conjuntos que constituem as planificações dos objetos geométricos, mas levando em consideração o matemago escolhido para conseguir o máximo de pontos. As cartas utilizadas em uma combinação não poderão ser reutilizadas em outras formações, e todas as que não forem usadas devem ser descartadas. Depois disso inicia-se a próxima fase, o “combate”.

Combate:

Nesta fase os participantes revelam os matemagos para os outros participantes e as “magias geométricas” escolhidas, ou seja, os conjuntos de cartas formados, calculando as pontuações feitas, inclusive com os pontos bônus conseguidos por meio das cartas dos matemagos. O vencedor é o jogador que conseguir o maior número de pontos ao final do combate.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. *Base nacional comum curricular*. Brasília, DF: MEC/SEB, 2017. Disponível em: <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/#/site/inicio>>. Acesso em: fev. 2019.

GONSETH, F. *La Géométrie et le problème de l' espace*. Neuchatel: Editora Griffon, 1945.

PAIS, L.C. Intuição, experiência e teoria geométrica. *Revista Zetetiké*, Campinas, n. 6, p. 65-74, 1996.

APÊNDICE A – Folha de atividades entregue durante a sondagem

Para responder às perguntas, utilize a folha que contém o quadro com as figuras geométricas.

1) Quais das figuras no quadro podem representar um cubo?

2) Das figuras citadas na resposta anterior, para você, qual delas representa melhor o cubo? Você saberia dizer por quê?

3) Quantos quadrados de mesmas dimensões formam um cubo?

4) Observe os sólidos geométricos J e M representados no quadro. Como vocês chamam esses sólidos?

5) As figuras J e M são iguais? Sim? Não? Justifique.

6) As figuras geométricas G e J representam o mesmo sólido geométrico? Sim? Não? Por quê?

7) As faces laterais das pirâmides são formadas por uma figura plana. Qual é o nome dessa figura?

8) Quais das figuras no quadro podem representar uma pirâmide?

9) Os sólidos geométricos O e Q possuem em suas faces laterais a mesma figura plana. Qual é o nome dessa figura?

10) Quais figuras geométricas têm como face pelo menos um triângulo?

11) A figura O é formada por duas figuras planas diferentes. Quais são essas figuras planas? Escreva o nome e a quantidade de cada figura.

12) Quais das figuras geométricas apresentadas no quadro podem representar um paralelepípedo?

APÊNDICE B – *Slides* apresentados pela professora durante a sondagem

Aprendizado de geometria

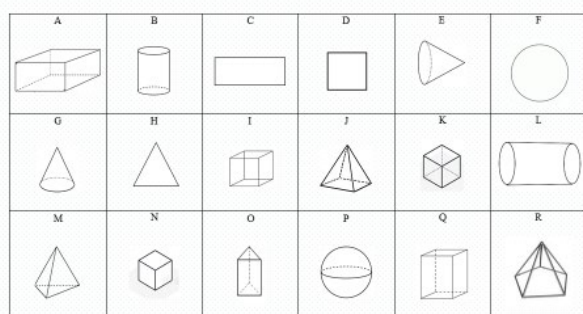
Uma pequena sondagem

1

Apresentaremos algumas representações gráficas de figuras geométricas espaciais e planas.

Cubos, pirâmides, esferas, prismas, quadrados, triângulos, retângulos, etc..

2

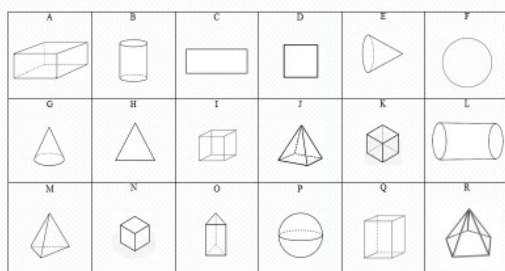


3

Agora vamos responder

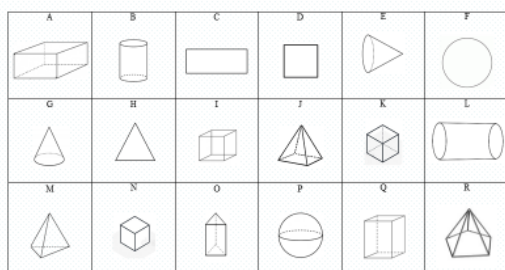
4

1) Quais das figuras no quadro podem representar um cubo?



5

2) Das figuras citadas na resposta anterior, para você, qual delas representa melhor o cubo? Você saberia dizer porquê?

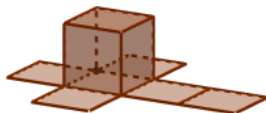


6

3) Vamos ver melhor o cubo.

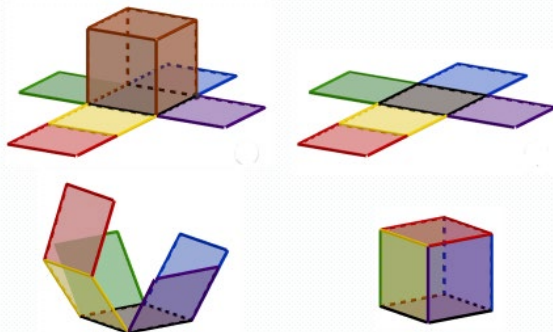


O cubo é formado por algumas figuras planas. É formado por quadrados. todos do mesmo tamanho (ou melhor, me:



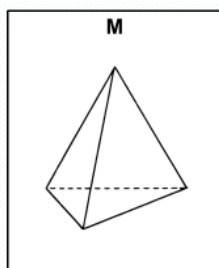
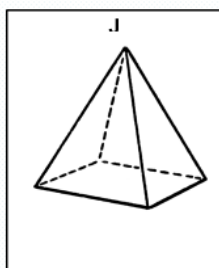
7

Quantos quadrados de mesmas dimensões formam um cubo?



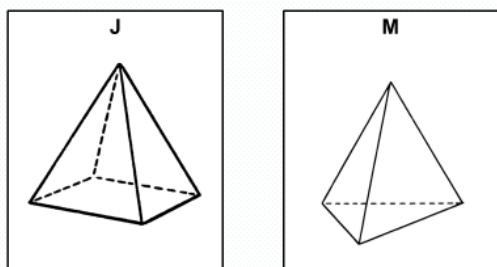
8

4) Vocês sabem como se chama os sólidos geométricos que estão representados nas figuras J e M? Qual é o nome?



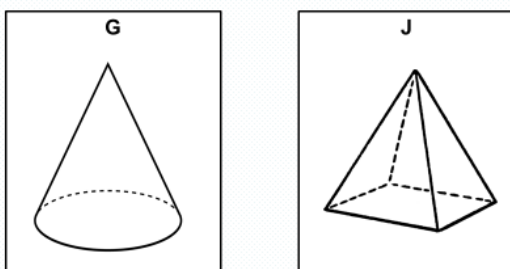
9

5) As figuras J e M são iguais? Sim ou não? Por quê?



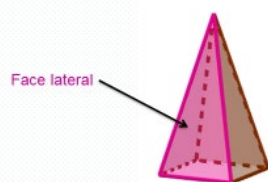
10

6) As figuras geométricas G e J representam o mesmo sólido geométrico? Sim ou não? Por quê?



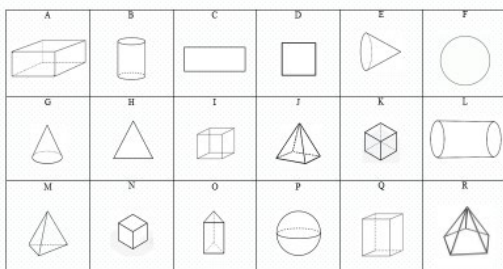
11

7) As faces laterais das pirâmides são formadas por uma figura plana. Qual é o nome dessa figura?



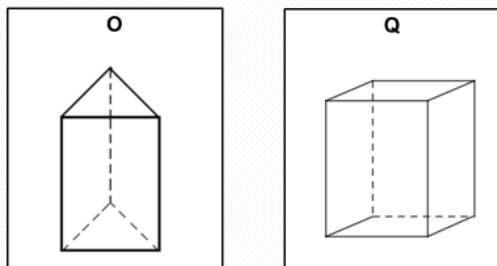
12

8) Quais das figuras no quadro podem representar uma pirâmide?



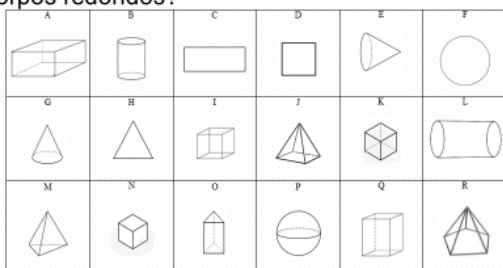
13

9) Os sólidos geométricos O e Q possuem na face lateral a mesma figura plana. Qual é a figura plana?



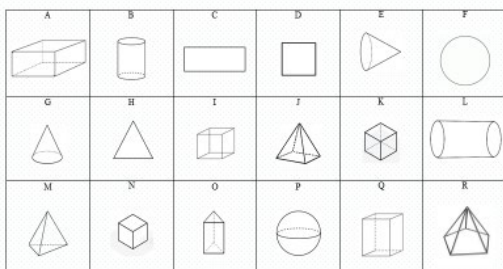
14

10) Os corpos redondos apresentam superfície curva e portanto não possuem faces laterais. Quais das figuras geométricas no quadro são corpos redondos?



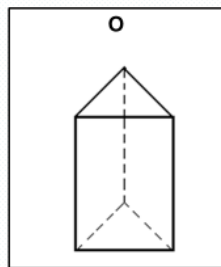
15

11) Quais figuras geométricas apresentam pelo menos um triângulo?



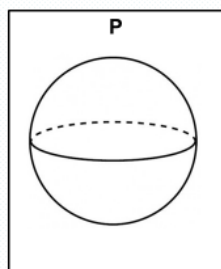
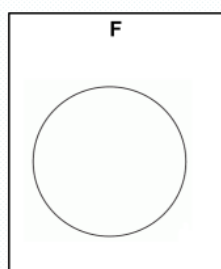
16

12) A figura O é formada por duas figuras planas diferentes. Quais são essas figuras planas? Escreva o nome e a quantidade.



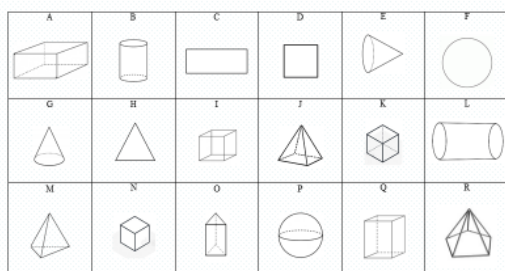
17

13) As figuras F e P são iguais? Sim ou não? Por quê?



18

14) Qual das figuras geométricas apresentadas no quadro representam um paralelepípedo?



19

15) Observe o quadro novamente e escreva qual ou quais representa(m) figuras geométricas listadas abaixo:

Nome da figura geométrica	Letra correspondente a representações no quadro
Pirâmide de base quadrangular	
Pirâmide de base triangular	
Pirâmide de base pentagonal	
Cilindro	
Cone	
Esfera	
Prisma de base triangular	
Prisma de base quadrangular	
Retângulo	
Quadrado	

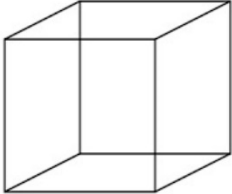
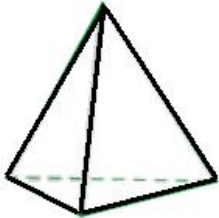
20

APÊNDICE C – Quadro com as respostas dos alunos à primeira questão da sondagem

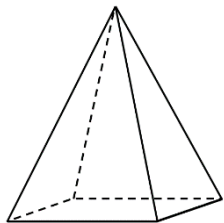
Aluno	Respostas
P1	B e L
P2	N, I e K
P3	K, N, Q e I
P4	D, I, N, Q e K
P5	I, N, K e Q
P6	N, I e K
P7	B, N, Q e I
P8	I, N e Q
P9	I
P10	I
P11	I, K, N e Q
P12	I, K, N e Q
P13	K, D, G, I
P14	I
P15	I
P16	I, K e N
P17	K, N, Q e I
P18	D, I, N, Q e K
P19	K
P20	I, N e K
P21	I, N, K e Q
P22	D, I, K, N

APÊNDICE D – Folha de atividades da I Oficina

Responda às questões abaixo com **orações completas**.

<p>Esta figura geométrica representa um cubo.</p> 	<p>O cubo tem quantas faces?</p> <hr/> <p>Que figuras geométricas planas compõem as faces de um cubo?</p>
<p>Esta figura geométrica representa um tetraedro.</p> 	<p>O tetraedro tem quantas faces?</p> <hr/> <p>Que figuras geométricas planas compõem as faces de um tetraedro?</p>

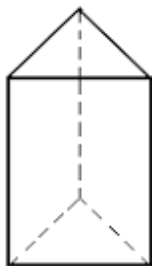
Esta figura representa uma pirâmide de base quadrada.



A pirâmide de base quadrada tem quantas faces?

Quais figuras geométricas planas compõem as faces de uma pirâmide de base quadrada?

Esta figura representa um prisma de base triangular.



O prisma de base triangular tem quantas faces?

Quais figuras geométricas planas compõem as faces de um prisma de base triangular?

O que você aprendeu hoje?

APÊNDICE E – Folha de atividades da II Oficina

Grupo _____

Primeira parte: Após manipular o sólido na caixa manipuladora, marque as características percebidas ao manipular o sólido geométrico. Este sólido:

- possui uma única base, que é circular.
- tem faces triangulares.
- tem uma (e apenas uma) base quadrada.
- tem faces triangulares e retangulares.
- tem faces laterais retangulares.
- possui duas bases.
- tem uma única base circular.
- tem faces laterais retangulares.
- possui 6 faces.
- possui superfícies arredondadas e não arredondadas.
- tem todas as faces quadradas.
- tem uma (e apenas uma) base triangular.
- possui exatamente duas bases quadradas.
- possui apenas uma base.
- possui duas bases circulares.
- possui cinco faces ao todo.
- tem todas as faces iguais.
- faces laterais triangulares.
- tem 4 faces.
- possui uma superfície arredondada.

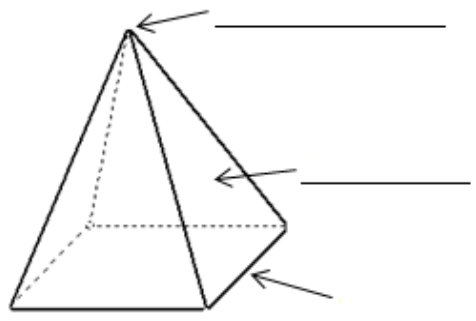
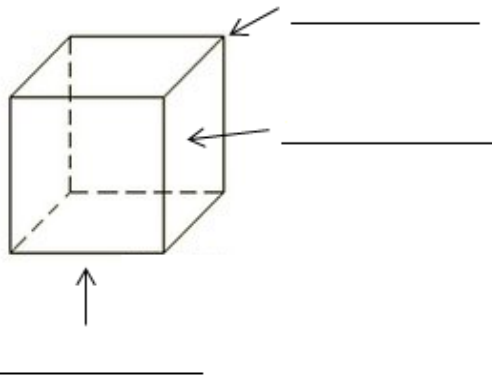
Segunda parte: Entregue folha para os seus colegas e peça a eles que completem a frase abaixo.

Com base nas características marcadas acima, esse sólido é provavelmente o

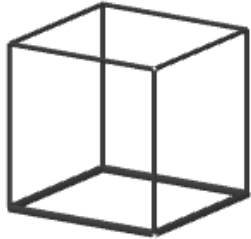

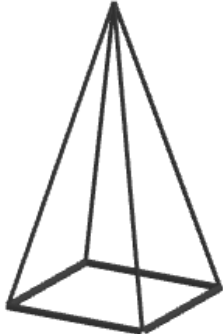
_____ . (escreva o nome)

APÊNDICE F – Folha de atividades da III Oficina

1) Identifique em cada sólido se a seta aponta para uma face, uma aresta ou um vértice.



2) Nas figuras abaixo, pinte as arestas com a cor AZUL e os vértices com a cor VERMELHA.
Em seguida escreva a quantidade de vértices e arestas que cada uma possui.

 <p>Arestas: _____</p> <p>Vértices: _____</p>	 <p>Arestas: _____</p> <p>Vértices: _____</p>	 <p>Arestas: _____</p> <p>Vértices: _____</p>
--	--	--