

Maria Isabel Batista Duque Guttierrez Baptista

**ORÇAMENTO PÚBLICO E RECEITAS
DA PREFEITURA DE BELO
HORIZONTE:
um estudo de métodos para previsão de
receitas correntes**

Belo Horizonte

2019

Maria Isabel Batista Duque Guttierrez Baptista

**ORÇAMENTO PÚBLICO E RECEITAS DA
PREFEITURA DE BELO HORIZONTE:
um estudo de métodos para previsão de receitas
correntes**

Universidade Federal de Minas Gerais – UFMG
Centro de Desenvolvimento e Planejamento Regional – Cedeplar
Programa de Pós-Graduação em Economia

Orientador: Rafael Saulo Marques Ribeiro

Belo Horizonte
2019

Ficha Catalográfica

B222o
2019

Baptista, Maria Isabel Batista Duque Guttierrez.
Orçamento público e receitas da prefeitura de Belo Horizonte
[manuscrito] : um estudo de métodos para previsão de receitas correntes/
Maria Isabel Batista Duque Guttierrez Baptista. – 2019.
78 f.: il., gráfs. e tabs.

Orientador: Rafael Saulo Marques Ribeiro
Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Minas Gerais,
Centro de Desenvolvimento e Planejamento Regional.
Inclui bibliografia (f. 65-69) e apêndices.

1. Orçamento municipal – Belo Horizonte (MG) – Teses. 2.
Responsabilidade fiscal - Teses. 3. Economia – Teses. I. Ribeiro, Rafael
Saulo Marques. II. Universidade Federal de Minas Gerais. Centro de
Desenvolvimento e Planejamento Regional. III. Título.

CDD: 352.12

FOLHA DE APROVAÇÃO

MARIA ISABEL BATISTA DUQUE GUTTIERREZ BAPTISTA

TÍTULO DO TRABALHO:


“ORÇAMENTO PÚBLICO E RECEITAS DA PREFEITURA DE BELO HORIZONTE: UM ESTUDO DE MÉTODOS PARA PREVISÃO DE RECEITAS CORRENTES”

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Economia, da Faculdade de Ciências Econômicas da Universidade Federal de Minas Gerais, para obtenção do título de Mestre em Economia, área de concentração em Economia.

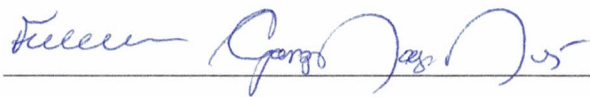
APROVADA EM 29 DE NOVEMBRO DE 2019.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Rafael Saulo Marques Ribeiro
(Orientador) (CEDEPLAR/FACE/UFMG)



Prof. Frederico Gonzaga Jayme Júnior
(CEDEPLAR/FACE/UFMG)



Prof.^a Rosângela Ballini
(IE/UNICAMP)



Prof. Gilberto de Assis Libânio
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Economia

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao Rafael Ribeiro, meu orientador, pelo acompanhamento atento e sensível que, além de muito conhecimento técnico, transmite também confiança e me ensinou a gostar da minha pesquisa. Por tudo isso lhe sou muito grata acadêmica e pessoalmente.

Aos membros da minha banca, professora Rosângela e professor Frederico, pelas contribuições, de uma maneira ou de outra, à feitura desse trabalho e à minha formação. Fred, quem teve a generosidade de aceitar me orientar em minha primeira pesquisa quando eu ainda estava no primeiro período da graduação e me introduziu ao mundo da Macroeconomia, muito obrigada.

Às professoras e aos professores, do colégio e da FACE, meus exemplos profissionais que eu tanto admiro, por tanto contribuírem na minha formação. Em especial, agradeço Adriana Freitas pela generosidade pessoal e profissional. Sou muito grata pela confiança no meu trabalho, que mudou o rumo da minha vida.

Ao CEDEPLAR, por todas as oportunidades oferecidas, por ter me proporcionado tantos encontros. Agradeço Amanda Uceli pela ajuda também na Econometria. Agradeço Jéssica Araújo, minha única colega na nossa turma, pela amizade e pelo companheirismo.

À UFMG e seus funcionários por toda a estrutura fornecida, que viabilizou a realização desse trabalho. Pelas experiências da bolsa Jovens Talentos para a Ciência, do PET e do intercâmbio para a França durante a graduação, que me ajudaram na decisão de fazer o mestrado. À CAPES. Ao CNPq pelo apoio neste projeto.

Ao Bruno Passeli por despertar meu interesse para esse tema e pela oportunidade de aplicar meu conhecimento teórico na Prefeitura de Belo Horizonte. Sou grata por ter a chance de retribuir para a sociedade, também na forma desse trabalho, a ajuda que recebi do ensino público gratuito.

Aos colegas da DCCO: Ana Márcia; Clever; Conceição; Fatinha; Keylla; Mariano; Marina; Rosália; Samuel; Sílvia pela acolhida, pela assistência, pela paciência. Em especial, agradeço Míriam e Amaro que contribuíram diretamente para a realização desse trabalho com seus conhecimentos transmitidos, com muito ânimo e tenacidade.

À Paula Pimenta e à Iara Umezaki pelos ensinamentos, por me ajudarem a desenvolver minhas capacidades, por me tornarem menos ignorante. Obrigada, Fernanda Cordeiro. Agradeço a todas as profissionais que me acompanham rotineiramente. Obrigada, Vera.

À minha mãe, Lívia; ao meu pai, Júlio; à minha irmã, Crise; agradeço por tudo. Obrigada pelo amor de todos os dias, pela paciência, pelo incentivo, pelo aprendizado diário, pelo refúgio sempre que preciso.

A toda a minha família: aos meus tios e tias; avós e avôs; primos e primas. Obrigada Carla e Maria Alice que, mesmo sem parentesco, são como da família. Aos meus amigos, obrigada por todo o carinho e suporte que sempre encontrei em vocês.

Por fim, agradeço ao João Pedro, quem me acompanhou mais de perto durante o último ano. Jô, eu sou muito grata e feliz pelo o que aprendemos juntos também ao longo do nosso mestrado, obrigada por todo o apoio, obrigada pelo amor.

*"O discernimento é o caminho para eliminar a falta de sabedoria,
mas é também causa de todo sofrimento."
(Os Yogasutras de Patañjali, Sutra 28)*

RESUMO

A adequada previsão de receitas orçamentárias foi definida como requisito essencial da responsabilidade na gestão fiscal. O presente trabalho propõe métodos para aumentar a precisão das previsões de receitas do município de Belo Horizonte, e que podem servir de auxílio para melhorar a acurácia das previsões de receita e a gestão orçamentária nas demais esferas do Estado brasileiro nos níveis municipal, estadual e federal. Modelos *Naïve* Sazonal com Deslocamento, Suavização Exponencial, Autorregressivo de Médias Móveis Sazonal (SARIMA), Redes Neurais, Decomposição e Modelo de Livera, Hyndman e Snyder (2010) foram combinados de onze formas diferentes, nomeadamente: (i) Bates e Granger (1969); (ii) Média Aritmética Simples; (iii) Mínimos Desvios Absolutos; (iv) Mediana; (v) Granger e Newbold (1974); (vi) Regressão de Mínimos Quadrados Ordinários; (vii) Hsiao e Wan (2014); (viii) Inverso do Posto; (ix) Regressões Completas de Subconjuntos; (x) Média Aparada, e (xi) Média Winsorizada. Sendo os cinco últimos operadores ainda não explorados por trabalhos prévios sobre orçamento público. A partir dos dados mensais das receitas arrecadadas da Prefeitura de Belo Horizonte (PBH) para o período de 2003 a 2017, foram geradas previsões mensais para o ano de 2018 e comparadas às oficiais apresentadas pela Prefeitura. A escolha das séries foi feita com base na relevância das mesmas na composição da receita orçamentária total da PBH: IPTU; ISS; ITBI; Receita de Transferências, Receita Corrente e Receita Corrente Líquida. Como resultado, os modelos que esse trabalho aplicou de forma inédita sobre receitas públicas apresentam melhor precisão para três das seis séries estudadas. Em todos os casos, as previsões desenvolvidas nesse estudo foram mais acuradas do que as calculadas pela Prefeitura e que têm servido de base para a elaboração de seu orçamento. Houve, por parte da PBH, superestimação da Receita Corrente o que, no caso de estados e municípios, exige interrupção de obras, programas e serviços para a população devido a contingenciamentos causados por frustrações de receita no decorrer do exercício fiscal.

Palavras-chave: Orçamento Público. Previsão de Receitas. Métodos de Combinação de Previsões.

ABSTRACT

The adequate budget revenue forecast was defined as an essential requirement for accountability in fiscal management. This dissertation proposes methods to increase accuracy of revenue forecasts in the municipality of Belo Horizonte, which can serve as a means of improving revenue forecasts and budget management in other spheres of the Brazilian State at the municipal, state and federal levels. Models of methods such as Seasonal Naïve with Drift, Exponential Smoothing, Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average (SARIMA), Neural Networks, Decomposition and Livera, Hyndman e Snyder (2010) method were combined by eleven different methods, namely: (i) Bates e Granger (1969); (ii) Simple Average; (iii) Robust Regression (QR); (iv) Median Approach; (v) Granger e Newbold (1974); (vi) Ordinary Least Squares Regression; (vii) Hsiao e Wan (2014) Approach; (viii) Inverse Ranking Approach; (ix) Complete Subset Regression; (x) Trimmed Mean, and (xi) Winsorized Mean. The last five methods were not yet explored by previous works on public budget. From the monthly data of revenues collected from the Belo Horizonte City Hall (PBH) for the period from 2003 to 2017, monthly forecasts for the year 2018 were generated and compared to the official ones presented by the City Hall. The choice of the series was made based on the relevance of the same in the composition of the total budgetary revenue of PBH: IPTU; ISS; ITBI; Transfer Revenue, Current Revenue and Net Current Revenue. As a result, the models that this work applied in an unprecedented way on public revenues are more accurate for three of the six series of studies. In all cases, the forecasts developed in this study were more accurate than those calculated by the City Hall and which have served as a basis for the elaboration of its budget. There was, on the part of PBH, overestimation of Current Revenue which, in the case of states and municipalities, requires interruption of works, programs and services for the population due to contingencies caused by revenue frustrations during the fiscal year.

Keywords: Public budgeting. Revenue forecast. Combining forecasts.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Séries Temporais das Receitas	29
Figura 2 – Receitas Correntes do Município de Belo Horizonte - participação no total (2003 - 2018)	30
Figura 3 – Receitas de Transferências do Município de Belo Horizonte - participação no total (2003 - 2018)	31
Figura 4 – Receitas Tributárias do Município de Belo Horizonte - participação no total (2003 - 2018)	31
Figura 5 – Estatísticas Descritivas	32
Figura 6 – Arrecadação de IPTU	48
Figura 7 – Arrecadação de ISS	50
Figura 8 – Arrecadação de ITBI	52
Figura 9 – Receita de Transferências	56
Figura 10 – Receita Corrente Líquida	59
Figura 11 – Receita Corrente	62

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Estudos Brasileiros sobre Previsão de Receitas Públicas	26
Tabela 2 – Estudos Internacionais sobre Previsão de Receitas Públicas	27
Tabela 3 – Métodos de Combinação de Previsões Utilizados nos Estudos de Receitas Públicas	27
Tabela 4 – Estatísticas Descritivas	32
Tabela 5 – Lista de Variáveis	33
Tabela 6 – Especificação dos Modelos de Previsão de IPTU	47
Tabela 7 – Valores Previstos 12 passos à frente - IPTU	48
Tabela 8 – Especificação dos Modelos de Previsão de ISS	49
Tabela 9 – Valores Previstos 12 passos à frente - ISS	50
Tabela 10 – Especificação dos Modelos de Previsão de ITBI	51
Tabela 11 – Valores Previstos 12 passos à frente - ITBI	52
Tabela 12 – Especificação dos Modelos de Previsão de Receita de Transferências . .	54
Tabela 13 – Valores Previstos 12 passos à frente - Receita de Transferências	55
Tabela 14 – Especificação dos Modelos de Previsão de Receita Corrente Líquida . .	57
Tabela 15 – Valores Previstos 12 passos à frente - Receita Corrente Líquida	58
Tabela 16 – Especificação dos Modelos de Previsão de Receita Corrente	60
Tabela 17 – Valores Previstos 12 passos à frente - Receita Corrente	61
Tabela 18 – Previsões para 36 períodos à frente para IPTU	71
Tabela 19 – Previsões para 36 períodos à frente para ISS	72
Tabela 20 – Previsões para 36 períodos à frente para ITBI	73
Tabela 21 – Previsões para 36 períodos à frente para Receita de Transferências . . .	74
Tabela 22 – Previsões para 36 períodos à frente para Receita Corrente Líquida . . .	75
Tabela 23 – Previsões para 36 períodos à frente para Receita Corrente	76

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	12
2	PREVISÃO DE RECEITAS MUNICIPAIS E REGRAS DE POLÍTICA FISCAL	15
2.1	Orçamento Público e Política Fiscal	15
2.2	Política Fiscal e Governos Estaduais e Municipais	18
2.3	Contexto Macroeconômico Prévio à Lei de Responsabilidade Fiscal	19
2.4	Regras de Política Fiscal e Previsão de Receitas	22
3	REVISÃO DA LITERATURA EMPÍRICA E DESCRIÇÃO DA BASE DE DADOS	25
3.1	Estudos Nacionais de Previsão de Receitas Públicas	25
3.2	Estudos Internacionais sobre Previsão de Receitas Públicas	26
3.3	Descrição da Base de Dados	27
3.4	Série de Receita da PBH	28
3.5	Série de Receita Prevista pela PBH	32
4	METODOLOGIA	34
4.1	Combinação de Previsões	34
4.2	Modelos de Previsão Univariados	35
4.2.1	Naïve Sazonal com deslocamento (SNAIVE)	35
4.2.2	Modelo de Suavização Exponencial	35
4.2.3	Modelo de Espaço de Estado (TBATS)	37
4.2.4	Modelo Integrado Autorregressivo e Médias Móveis Sazonal (SARIMA)	37
4.2.5	Modelos de Autorregressão de Redes Neurais Artificiais (NNAR)	39
4.2.6	Modelo de Decomposição (STL)	39
4.3	Métodos de Combinação de Previsões	40

4.3.1	Média Aritmética (SA)	40
4.3.2	Mediana (MED)	40
4.3.3	Média Winsorizada (WA)	41
4.3.4	Média Aparada (TA)	41
4.3.5	Método da Variância Mínima (BG)	41
4.3.6	Inverso do Posto (InvW)	42
4.3.7	Método dos Mínimos Quadrados Ordinários (MQO)	42
4.3.8	Regressões Completas de Subconjuntos (CSR)	43
4.3.9	Mínimos Desvios Absolutos (LAD)	43
4.3.10	Abordagem de Autovetores	43
4.3.10.1	Granger e Newbold (1974) (NG)	44
4.3.10.2	Hsiao e Wan (2014) (EIG)	44
4.4	Avaliação de Acurácia	44
5	ANÁLISE DE RESULTADOS	46
5.1	IPTU	46
5.2	ISS	48
5.3	ITBI	50
5.4	Receita de Transferências	53
5.5	Receita Corrente Líquida	55
5.6	Receita Corrente	58
6	CONCLUSÃO	63
	REFERÊNCIAS	65
	APÊNDICES	70
	APÊNDICE A – IPTU	71
	APÊNDICE B – ISS	72

APÊNDICE C – ITBI	73
APÊNDICE D – RECEITA DE TRANSFERÊNCIAS	74
APÊNDICE E – RECEITA CORRENTE LÍQUIDA	75
APÊNDICE F – RECEITA CORRENTE	76
ANEXOS	77
ANEXO A – TRANSFORMAÇÃO DE BOX-COX	78

1 INTRODUÇÃO

A previsão das receitas é um importante momento da elaboração do orçamento público, pela possibilidade de modelar e justificar decisões de política fiscal. Visto que as estimativas de arrecadação condicionam as decisões de investimentos, gastos públicos e mudanças nas regras tributárias, torna-se evidente a necessidade de que tais estimativas sejam feitas de maneira rigorosa.

A partir da previsão da receita, dimensiona-se a capacidade governamental de autorizar despesas. Essa previsão deve ser, portanto, feita de maneira responsável para que esteja factível com os compromissos assumidos com a população.

No ano de 2000, a Lei de Responsabilidade Fiscal (BRASIL, 2000a) (LRF) e a Lei de Crimes Fiscais (BRASIL, 2000b) marcaram o fim da implementação de novo paradigma no setor público, que regulamentou responsabilidade na sua gestão orçamentária e financeira. Entre outros objetivos, essa mudança visaram possibilitar maior controle das finanças públicas. Por isso, parte do presente trabalho se dedica a analisar as regras de política fiscal existentes no Brasil atualmente.

A LRF, ao exigir que os entes apresentem metas anuais de resultados primário e nominal e ao prever regras de contingenciamento de despesas caso haja, ao longo do exercício, perigo de que tais metas não sejam cumpridas, fez com que superestimação de receitas tenham o mesmo impacto sobre o orçamento público que uma crise econômica, ou seja, exige corte de despesas para se cumprir as metas de resultados primário e nominal. Por isso, dadas as regras fiscais em vigor no Brasil, uma maior acurácia na previsão de receitas tem papel muito importante para o planejamento público para se evitar interrupção de programas e serviços prometidos à população.

A responsabilidade fiscal está estreitamente relacionada com transparência e, por isso, houve também criação de normas para divulgação de gastos públicos. Dados da União, estados e municípios passam a ser obrigatoriamente disponibilizados para conhecimento público com a Lei da Transparência (BRASIL, 2009). No caso da Prefeitura de Belo Horizonte (PBH), há dados detalhados de receitas desde 2003 disponíveis para acesso em

seu portal eletrônico.

Esse trabalho se dedica ao estudo das previsões dos principais componentes da receita do município de Belo Horizonte. A partir de dados mensais desde 2003, são elaborados modelos alternativos ao já praticado pela PBH para a previsão de suas receitas, para se melhorar a precisão das estimativas. Para isso foram utilizados pacotes de Hyndman et al. (2019), Shaub e Ellis (2019) e Weiss, Roetzer e Raviv (2018) desenvolvidos para o *software* R(R Core Team, 2019). Os dados de receitas prevista e arrecadada foram extraídos do Sistema Orçamentário, Financeiro e Contábil (SOF/PBH), utilizado internamente pela instituição.

Agregar diferentes previsões para uma mesma série temporal em uma única previsão, ou combinar previsões, é uma prática reconhecida desde o trabalho de Bates e Granger (1969). Há vários agregadores de combinação de previsões, que se diferenciam pela maneira que determinam o peso dado a cada previsão individual. A partir de então, vários trabalhos empíricos mostraram que, muitas vezes, a combinação de previsões se mostra mais precisa que as previsões geradas a partir de modelos individuais.

Trabalhos que aplicam métodos de combinação para estudos de receitas públicas são escassos na literatura. Essa dissertação contribui para a literatura ao utilizar métodos de combinação ainda não explorados por trabalhos prévios sobre o tema, nomeadamente, combinação de previsão por Regressão de Subconjuntos (ELLIOTT; GARGANO; TIMMERMANN, 2013), por Métodos de Autovetores (HSIAO; WAN, 2014), pelo Inverso do Posto (AIOLFI; TIMMERMANN, 2006), por Média Aparada (ARMSTRONG, 2001) e Média Winsorizada (JOSE; WINKLER, 2008). O objetivo dessa pesquisa é apresentar possibilidades de previsão mais eficazes para as receitas orçamentárias a partir de uma aplicação para os dados da PBH.

Essa dissertação está dividida em cinco partes. Após a Introdução, é apresentada a estrutura normativa que orienta o orçamento de Belo Horizonte dentro do contexto brasileiro e o contexto macroeconômico em que foi desenvolvida. Em seguida, é feita revisão da literatura empírica, apresentando estudos que aplicaram métodos de previsão individuais para receitas tributárias ou métodos de combinação. No Capítulo 3, é feita a descrição da base de dados, momento em que se justifica a escolha das séries para

a previsão. Na Metodologia, Capítulo 4, são descritos os métodos de combinação de previsões, bem como os critérios de acurácia para as previsões. O Capítulo 5 apresenta as previsões mensais para 2018 geradas em formato de tabelas e de gráficos, comparadas àquelas feitas pela Prefeitura. Por fim, a Conclusão.

2 PREVISÃO DE RECEITAS MUNICIPAIS E REGRAS DE POLÍTICA FISCAL

2.1 Orçamento Público e Política Fiscal

O crescimento do gasto público como proporção do PIB é um fenômeno observado em diversos países. As principais explicações são o envelhecimento da população e elevação do nível de renda, que aumentam a demanda por serviços públicos; e o aumento da produtividade e do custo da mão-de-obra, que tornam os serviços mais caros. Em períodos de recessão e, principalmente, em países desenvolvidos, também é observado um padrão de aumento dos gastos públicos. Isso pode ser explicado pela existência de sistemas de seguridade social.

Do ponto de vista dos gastos, esses mecanismos criam condições para que haja um aumento automático dos gastos do governo, estabilizando a demanda agregada durante uma contração por parte do setor privado. Esses mecanismos podem ser associados a outros que atuam sobre a receitas, como um imposto de renda progressivo.

Quando essa estrutura não é suficiente para garantir o crescimento estável de uma economia, o governo pode lançar mão de medidas discricionárias, ou política fiscal, para fazer frente às intempéries econômicas. Nessa situação, por meio do aumento dos gastos ou da queda da cobrança de impostos, o poder público busca manter o crescimento da renda por meio de um impulso na demanda.

Ainda, admite-se que o governo apresente *deficit* durante a implementação de política fiscal. Um argumento, de influência keynesiana, é do endividamento do governo para promover grandes projetos de investimento. A dívida seria paga pelo aumento da arrecadação de impostos causado pela aceleração da economia por meio do multiplicador keynesiano da renda. Teorias de suavização da carga tributária, ou *tax smoothing*, por sua vez, afirmam que os *deficit* são preferíveis ao aumento dos impostos porque volatilidade tributária pode gerar incerteza nos investidores.

O *deficit* público pode ser financiado, basicamente, de três formas: emissão de moeda,

empréstimo ou utilizando reservas internacionais. Cada uma dessas opções apresenta desvantagens, quais sejam distorções criadas pelo imposto inflacionário, aumento da dívida ou desequilíbrios na política monetária respectivamente. No caso de estados e município, a maneira de se financiar é por meio de empréstimos junto ao setor privado ou com o governo federal.

Pelo exposto, nota-se que o *deficit* público não é condenável. Todavia, devem existir mecanismos para garantir a sustentabilidade do endividamento, incentivando uma maior proporção de investimentos sobre os gastos totais, que se evite uma dívida explosiva para que seja possível contrair novos empréstimos, e que também haja incentivos para se poupar recursos em momentos de bonança.

Na União Europeia, há o paradigma do orçamento equilibrado, com limite para o *deficit* nominal de 0,5% do PIB, quando expresso de forma a considerar ciclos econômicos e líquido de receitas não recorrentes, ou 3% do PIB em qualquer fase do ciclo econômico. Além disso, o limite para a dívida pública é de 60% do PIB. Uma meta de deficit nominal tem a vantagem justamente de capturar os efeitos de subsídios para fiscais, mas possui a desvantagem de envolver toda a conta de juros, que na sua maior parte não é controlada pela autoridade fiscal e sim pela monetária.

No Reino Unido, além da regra de ouro, existe uma regra de investimento sustentável baseada na dívida líquida do setor público. Esse conceito difere do resultado nominal por excluir do seu cálculo os investimentos. A desvantagem dessa métrica são as incertezas sobre a abrangência do conceito de investimento devido ao risco de manipulação contábil das despesas.

No Brasil, recorrentemente, o governo precisa intervir discricionariamente na economia por meio de política fiscal. Isso pode ser explicada pelas características de seu sistema tributário, com muitos impostos com alíquotas sobre o consumo ou pela composição do gasto público, com poucos investimentos que conseguem gerar muitos efeitos multiplicadores. Existem várias regras fiscais no Brasil atualmente.

A Constituição (BRASIL, 1988), em seu art. 167 inciso III, estabelece a chamada Regra de Ouro que vale para todos os entes da federação e determina que empréstimos só devem ser contraídos para financiar despesas de capital. A Emenda Constitucional

nº 95/2016, em seu art. 107, estabelece limites nominais para as despesas primárias da União.

A Lei de Responsabilidade Fiscal (BRASIL, 2000a) em seu art. 4 dita que o executivo deve apresentar, em sua Lei de Diretrizes Orçamentárias, metas anuais de resultados nominal e primário¹ e montante da dívida pública. Já no art. 9 da mesma lei, está escrito que

se verificado, ao final de um bimestre, que a realização da receita poderá não comportar o cumprimento das metas de resultado primário ou nominal estabelecidas no Anexo de Metas Fiscais, os Poderes e o Ministério Público promoverão, por ato próprio e nos montantes necessários, nos trinta dias subsequentes, limitação de empenho e movimentação financeira

Finalmente, a Resolução nº40/2001 do Senado (BRASIL, 2001a) coloca limites globais para o montante da dívida pública consolidada e da dívida pública mobiliária dos Estados, Distrito Federal e dos Municípios como proporção da Receita Corrente Líquida (RCL). Já a Resolução nº43/2001 (BRASIL, 2001b) coloca limites para operações de crédito interno e externo dos Estados, Distrito Federal e Municípios também como proporção da RCL.

Gobetti (2014) apresenta uma revisão crítica das regras fiscais no Brasil. Entre as limitações das regras fiscais elencadas pelo autor, algumas podem ser destacadas. Primeiramente, a LRF não possui cláusulas de escape em caso de não cumprimento das metas de *deficit* primário. Essa baixa flexibilidade em caso, por exemplo, de um crescimento do PIB abaixo do esperado, torna essa regra pró-cíclica, dificultando que o governo execute política fiscal. Adicionalmente, essa lei impossibilita utilizar política de desoneração tributária como política fiscal². Finalmente, dá muita ênfase aos gastos com pessoal e não favorece gastos com investimento. O argumento do autor é que, essa lei acaba por incentivar práticas de contabilidade criativa por esta acabar sendo o único mecanismo viável de se promover uma política fiscal contra-cíclica.

Como propostas, Gobetti (2014) apresenta regras baseadas em indicadores que expurgam das metas de resultado primário fatores cíclicos relevantes, como volatilidade do preço de *commodities*, concessões e pagamentos de dívidas tributárias em condições especiais e

¹ Estados e municípios não possuem efetivamente um limite para o valor da meta de resultado primário a ser cumprida

² Exceto para impostos regulatórios como o Imposto sobre Produtos Industrializados - IPI

impactos de medidas de contabilidade criativa. Baseado, principalmente, nos parâmetros hiato do produto e elasticidade das receitas fiscais e tributárias, o objetivo da chamada regra de Resultado Estrutural seria discriminar a parcela do *deficit* que de fato se deve à ação discricionária do governo.

Dentro da estrutura orçamentária brasileira, as regras fiscais vigentes fazem com que um cenário econômico adverso ou uma superestimação de receitas tenham consequências parecidas. Ao se comprometer com despesas que o ente não poderá mais arcar, resta ao poder executivo incorrer em descumprimento da meta de resultado primário ou cortar despesas. Como ambas as opções representam consequências prejudiciais ao país, torna-se clara a importância de previsões de receitas no contexto brasileiro atual.

2.2 Política Fiscal e Governos Estaduais e Municipais

No Brasil, o processo de urbanização se acelerou a partir da década de 1960. Na mesma época, houve ajuste do valor da dívida obrigacionista pela inflação, o que atraiu recursos estrangeiros. Estados e municípios foram autorizados a captar recursos externos para financiar projetos de investimento. Tal situação foi condição para que, nos anos 1980, uma grave crise da dívida pública eclodisse.

Durante a década de 1980, o governo federal iniciou ajustes em suas finanças a partir da necessidade de se resolver uma situação alarmante e, então, conduziu estados e municípios para esse movimento. Houve uma crescente preocupação com o *deficit* público, que passou a ser sistematicamente levantado, de acordo com procedimentos internacionalmente aceitos (OLIVEIRA; SILVA, 2000).

Na União, a criação da Secretaria do Tesouro Nacional (STN) em 1986 e a extinção do mecanismo de financiamento do Tesouro Nacional pelo Banco Central mudaram o rumo da política fiscal do país. No que diz respeito diretamente aos municípios, a Lei 7.617 de 1987 autorizou estados e municípios a realizarem operações de crédito "à conta e risco do Tesouro Nacional" (BRASIL, 1987), para atender ao serviço da dívida, refinar suas obrigações e suprir recursos para cobrir o *deficit* relativo a despesas correntes até o exercício de 1987. A partir daí, a União, e não mais o sistema financeiro, passou a financiar

estados e municípios.

A redemocratização iniciada em 1982 com as eleições diretas para governadores e a Constituição Federal de 1988 (CF/88) trouxeram maior poder para estados e municípios dentro da orçamento público. A CF/88 aumentou a proporção de receitas de Transferências da União por meio do aumento da alíquota do Imposto de Renda e do Imposto sobre Produtos Industrializados, que compõem os Fundos de Participação dos Estados e do Distrito Federal (FPE) e o Fundo de Participação dos Municípios (FPM); incorporou fatos geradores dos chamados impostos únicos à base de cálculo do Imposto sobre Circulação de Mercadorias e Serviços (ICMS) e estabeleceu o Imposto Transmissão de Bens Imóveis inter vivos para os municípios.

Quanto à divisão da responsabilidade pela provisão de serviços públicos entre as três esferas de governo, a Constituição não é muito clara. Historicamente, os estados são responsáveis, por exemplo, por ensino médio, segurança pública e rodovias estaduais; e os municípios ficam responsáveis pelo ensino primário, limpeza urbana e transporte urbano.

A CF/88 instituiu o Plano Plurianual (PPA) e a Lei de Diretrizes Orçamentárias (LDO). Com isso, associou orçamento e planejamento da ação estatal como elos de um mesmo sistema. Além disso, houve padronização dos orçamentos da União, Estados e Municípios: o Capítulo II da CF/88³, "Das Finanças Públicas", é dirigido à Federação, de modo que as Constituições Estaduais e as Leis Orgânicas ficam sujeitas às regras colocadas em tal capítulo.

2.3 Contexto Macroeconômico Prévio à Lei de Responsabilidade Fiscal

As motivações para a reforma fiscal desenvolvida no Brasil nas duas últimas décadas, que resultaram na Lei de Responsabilidade Fiscal em 2000, surgiram em um contexto de hiperinflação e crise da dívida externa.

Após décadas de convívio com elevadas taxas de inflação, havia-se chegado, no Brasil,

³ (BRASIL, 1988)

ao quase completo desarranjo das finanças públicas. Uma prática comum de gestores públicos era a subavaliação da previsão de inflação que constava na proposta orçamentária, o que reduzia o valor real de dívidas contraídas pela União. As receitas, por sua vez, eram, em sua maioria, indexadas e não eram corroídas pela inflação. Essa situação criou uma relação inversa entre inflação e *deficit* no Brasil durante o período, em um Efeito Tanzi⁴ às avessas. A inflação subestimada aumentava as receitas do governo em taxas maiores que o crescimento de suas despesas.

Por isso, havia um consenso de que qualquer plano de estabilização, para ter sucesso no Brasil, deveria promover ajuste profundo das finanças públicas. Apenas com elevação e desvinculação das receitas do governo federal é que uma queda abrupta da inflação não criaria uma deterioração fiscal ameaçando o sucesso do plano. Simultaneamente, foram implementados programas de privatizações e quebra de monopólios estatais em setores estratégicos da economia.

A primeira etapa do Plano Real foi implementada seguindo o modelo de metas cambiais. As altas taxas de juros praticadas para manter o câmbio artificialmente sobrevalorizado contribuíram para o aumento dos encargos da dívida pública, além da diminuição das reservas internacionais. O aumento das importações conteve a inflação, mas levou o governo a acumular *deficit* em transações correntes.

Na intenção de sustentar o ajuste fiscal, o Plano de Ação Imediata (PAI) foi elaborado em 1993. Esse plano tinha, como principais medidas, a elevação da receita fiscal por meio da criação do Imposto Provisório sobre Movimentação Financeira (IPMF), a regularização do pagamento das dívidas de estados e municípios com o governo federal, saneamento dos bancos federais e estaduais, ampliação do Plano Nacional de Desestatização e a criação do Fundo Social de Emergência (FSE). O FSE foi um mecanismo de desvinculação de receitas da União, ao qual passaram a ser destinados 20% do produto da arrecadação de todos os impostos e contribuições da União. Seu vigor seria inicialmente nos exercícios de 1994 e 1995, mas foi, posteriormente, estendido para os exercícios de 1996 e 1997, passando a

⁴ O Efeito Tanzi é a perda de arrecadação tributária, em valores reais, decorrente da inflação ocorrida entre o momento da ocorrência do fato gerador e o momento em que o tributo é efetivamente recolhido aos cofres públicos. Assim, uma relação direta entre inflação e *deficit* público se revela na realização do Efeito Tanzi

denominar-se Fundo de Estabilização Fiscal - FEF.

Ainda, houve reforma do Imposto de Renda da Pessoa Jurídica (IRPJ) e o início da adoção de medidas destinadas a disciplinar as finanças dos governos de estados e municípios, considerados, à época, os principais responsáveis pelos desequilíbrios que vinham registrando as contas públicas.

A extinção do imposto inflacionário e o reajuste dos salários criou um *boom* de consumo em 1994, o que fez com que o PAI não fosse suficiente para evitar a deterioração fiscal logo após a implementação do Plano Real. A política restritiva via taxa de juros não só afetou negativamente o produto e o emprego, como também agravou o desequilíbrio fiscal nos três níveis de governo, tendo em vista os impactos da taxa Selic sobre o resultado das contas públicas e sobre o endividamento público.

A chamada Lei Camata I ⁵ limitou a 60% da Receita Corrente Líquida os gastos dos estado e municípios com pessoal e o Programa de Apoio ao Ajuste Fiscal dos Estados procurou modernizar o sistema fiscal e gerar informações. A Emenda Constitucional nº19/1998 estabeleceu novas regras relacionadas à administração pública e divulgou o debate sobre questões como teto salarial para funcionários públicos e sistemas previdenciários. Todavia, o ajuste fiscal só foi de fato alcançado após a implementação do que ficou conhecido como tripé macroeconômico, baseado no *superavit* primário, no regime de metas de inflação e na taxa de câmbio flutuante.

A aprovação da Lei de Responsabilidade em 2000 foi a conclusão de várias reformas fundamentais no orçamento público ocorridas desde a década de 1980. Manoel, Garson e Mora (2013) destacam como os principais fatores entre essas reformas a criação da Secretaria do Tesouro Nacional (STN) em 1986, a Constituição de 1988, as privatizações dos anos 1990, a Emenda Constitucional nº19 de 1998 e o Plano Real. Todas essas reformas devem ser entendidas dentro de um contexto brasileiro de altas taxas de inflação e vulnerabilidade externa.

⁵ (BRASIL, 1995)

2.4 Regras de Política Fiscal e Previsão de Receitas

Apesar das particularidades de cada país e das diferenças entre setores público e privado, pode-se afirmar que o orçamento estima as receitas e fixa as despesas. No Brasil, o orçamento público tem a forma de lei. Em, 1988 a nova Constituição reelaborou o Sistema Orçamentário ao criar duas novas peças: o Plano Plurianual (PPA) e a Lei de Diretrizes Orçamentárias (LDO).

A lei do Plano Plurianual é um instrumento de planejamento estratégico da ação estatal, que define os rumos das políticas públicas, com fixação das prioridades dos investimentos. É uma regra de médio prazo mais abrangente, que contém normas que serão desdobradas e especificadas na LDO e na Lei Orçamentária Anual (LOA), ou o Orçamento propriamente dito. A LDO, por sua vez, compreende as metas e prioridades para o exercício financeiro subsequente (curto prazo) e orienta a elaboração do orçamento, que é reflexo do planejamento estabelecido no PPA.

No ano de 2000, entrou em vigor a Lei de Responsabilidade Fiscal (LRF), que acrescentou algumas regras àquelas já estabelecidas pela Constituição. A Lei vale para os três Poderes (Executivo, Legislativo e Judiciário), nas três esferas de governo (federal, estadual e municipal).

LRF representou endurecimento nas normas de finanças públicas. Especificamente sobre a previsão da receita pública, a Seção I do Capítulo III afirma que a previsão e efetiva arrecadação de todos os tributos da competência constitucional do ente da Federação é requisito essencial da responsabilidade na gestão fiscal.

Além disso, essa lei determinou, no art. 4º, que na LDO haverá um anexo de Metas Fiscais contendo

"demonstrativo das metas anuais, instruído com memória e metodologia de cálculo que justifiquem os resultados pretendidos, comparando-as com as fixadas nos três exercícios anteriores, e evidenciando a consistência delas com as premissas e os objetivos da política econômica nacional"(BRASIL, 2000a).

A respeito da metodologia, o art. 12 da Lei de Responsabilidade Fiscal especifica que

"[...]as previsões de receita observarão as normas técnicas e legais, considerarão os efeitos das [i] alterações na legislação, da [ii] variação do índice de preços, do [iii] crescimento econômico ou de qualquer outro

fator relevante e serão acompanhadas de demonstrativo de sua evolução nos últimos três anos, da projeção para os dois seguintes àquele a que se referirem, e da metodologia de cálculo e premissas utilizadas.”(BRASIL, 2000a, grifo nosso)

O Manual de Demonstrativos Fiscais (STN, 2018) orienta a elaboração desse Anexo e apresenta, inclusive, sugestões de métodos de previsão que devem constar no Demonstrativo de Metas Anuais.

A previsão que leva em consideração o crescimento do PIB e da inflação muitas vezes é feita de forma determinística, com a receita do ano y_t anterior multiplicada pelo crescimento esperado da inflação e do PIB, em um método conhecido como Método dos Indicadores:

$$\hat{y}_{t+1} = y_t \cdot (1 + \Delta\widehat{\text{PIB}}) \cdot (1 + \Delta\widehat{\text{Inflação}}) \quad (2.1)$$

em que $\Delta\widehat{\text{PIB}}$ e $\Delta\widehat{\text{Inflação}}$ são, respectivamente, a previsão de variação do PIB e da inflação.

No Anexo I - Das Metas Fiscais - da Lei de Diretrizes Orçamentárias aprovada em Belo Horizonte para 2018, são explicados os critérios que foram utilizados pela Prefeitura de Belo Horizonte (PBH) para a previsão das principais variáveis que compõem as Receitas Correntes⁶, cumprindo a exigência do artigo supracitado.

Não obstante a exigência legal da apresentação de previsões de receitas, a lei não é suficiente para garantir que as estimativas sejam feitas com o devido rigor que reclamam. A Lei de Crimes Fiscais penaliza apenas o descumprimento de metas e limites fiscais, sem estabelecer punições objetivas para o não cumprimento dos demais pilares da gestão fiscal.

Há incentivos tanto para sub quanto superestimar as receitas. Nessas duas situações, pode-se criar créditos suplementares por, respectivamente, excesso de arrecadação ou anulação de dotações orçamentárias. A criação de créditos suplementares, em ambos os casos, está sujeita a um limite pré-aprovado pelo Legislativo e que é definido em proporção ao orçamento total previsto. Esse dispositivo dá flexibilidade para o gestor público administrar os recursos orçamentários⁷.

Entre as duas possibilidades, a superestimação de receitas dá mais margem de manobra para se alterar o orçamento aprovado pelo Legislativo. Isso porque aumenta o valor absoluto do orçamento e, portanto, também o valor absoluto das despesas que podem ser executadas acima do autorizado na LOA para cada

⁶ Somatório das receitas tributárias, de contribuições, patrimoniais, industriais, agropecuárias, de serviços, transferências correntes e outras receitas também correntes.

⁷ A Lei nº 4.320/64 (BRASIL, 1964) apresenta a definição de Crédito Adicional e prevê condições para abertura de Créditos Suplementares

dotação⁸. A superestimação de receitas é a mais preocupante porque embasa comprometimento com novas despesas de ação continuada, o que pode ser fonte de novos *deficit*. Para Afonso (2018), a falta de sanções colabora para a falta de precisão dos orçamentos no que tange à previsão das receitas.

Além de planejamento adequado das despesas, estimativas acuradas revelam também transparência na gestão de recursos públicos. Modelos baseados em valores divulgados pelo governo federal de estimativas de PIB e inflação carregam viés político e erro da previsão desses valores. Assim, fica evidente a pertinência de um modelo econométrico de previsão em detrimento do método de indicadores.

⁸ A título de exemplo, o art. 4º da Lei Orçamentária Anual de Belo Horizonte de 2018 traz que "para ajustes na programação orçamentária, fica o Executivo autorizado a abrir créditos suplementares até o limite de 13% (treze por cento) do valor total do Orçamento (BELO HORIZONTE, 2017).

3 REVISÃO DA LITERATURA EMPÍRICA E DESCRIÇÃO DA BASE DE DADOS

Nesta seção, são apresentados estudos nacionais e internacionais sobre previsão de receitas públicas, com a descrição dos métodos individuais e de combinação utilizados. Com esta revisão de literatura, constatou-se que os operadores de agregação para combinação de previsões introduzidos no presente trabalho tais como Regressão de Subconjuntos, Métodos de Autovetores, Inverso do Posto, Média Aparada e Média Winsorizada ainda não foram utilizados em trabalhos prévios sobre previsão de receitas orçamentárias.

3.1 Estudos Nacionais de Previsão de Receitas Públicas

A Tabela 1 ilustra de forma concisa os métodos que foram utilizados nos estudos nacionais.

O método ARIMA é o que aparece mais frequentemente nos estudos. Marques e Uchôa (2006), Clemente e Clemente (2011), Mendonça, Sachsida e Medrano (2013) e Pessoa, Coronel e Lima (2013) analisaram o desempenho de modelos ARIMA para a previsão de ICMS. Siqueira (2002) utilizou o mesmo método para fazer previsões de receitas da União.

Melo (2001), Pinheiro (2004), Júnior (2007) e Moço (2017), além de utilizarem ARIMA, fizeram estimativas utilizando também modelos de suavização exponencial.

Os trabalhos de Rocha (2003), Rocha e Bragança (2003) e Liebel e Fogliatto (2005) apresentaram previsões de modelos de decomposição, para além dos modelos ARIMA e de suavização exponencial. Cabe ressaltar que os dois primeiros se dedicaram a séries de receitas municipais da cidade do Rio de Janeiro.

Peceguini (2001) também desenvolveu modelos de decomposição e, assim como Silveira (2000), Cerqueira e Baracho (2005) e Vieira (2003), incorporou métodos de regressão para previsões. Este último analisou receitas municipais, por meio da série de ITBI da cidade do Rio de Janeiro.

Guaragna e Mello (2002), Cordeiro Júnior e Siqueira (2003) e Campos (2009) apresentaram modelos de Espaço de Estados. Este primeiro e Guaragna e Mello (2002) são os dois trabalhos que aplicaram a abordagem de modelos de Redes Neurais Artificiais.

Finalmente, Gomes (2003), Benelli (2013), Kubo (2014), Mendonca e Medrano (2016) e Cerqueira (2016) são os estudos nacionais que aplicaram combinação de previsões à séries de receitas públicas.

Tabela 1 – Estudos Brasileiros sobre Previsão de Receitas Públicas

	SARIMA	Suavização Exponencial	Decomposição	Redes Neurais	Espaço de Estados	Naive	Regressão	Método dos Indicadores	VAR	Combinação de Previsões	Variável de Interesse
Silveira (2000)	X	X					X				ICMS GO
Peceguini (2001)	X		X				X	X			ICMS SP
Melo (2001)	X	X						X			IR União
Guaragna e Mello (2002)	X			X	X			X			ICMS RS
Siqueira (2002)	X										Receitas União
Gomes (2003)	X	X								X	IR União
Rocha e Bragança (2003)	X	X	X								Impostos RJ
Rocha (2003)	X	X	X								ISS RJ
Cordeiro Júnior e Siqueira (2003)					X						IR União
Vieira (2003)	X	X					X				ITBI RJ
Pinheiro (2004)	X	X									FGTS União
Liebel e Fogliatto (2005)	X	X	X								ICMS PR
Cerqueira e Baracho (2005)							X				ICMS MG
Sisnando e Freitas (2006)				X							ICMS CE
Marques e Uchôa (2006)	X										ICMS Bahia
Júnior (2007)	X	X									IR União
Campos (2009)	X				X				X		Receitas SP
Clemente e Clemente (2011)	X										ICMS PR
Benelli (2013)	X			X						X	IR União
Mendonça, Sachsida e Medrano (2013)	X										ICMS Pará
Pessoa, Coronel e Lima (2013)	X										ICMS MG
Kubo (2014)	X						X	X		X	ICMS SP
Mendonca e Medrano (2016)	X	X			X					X	Receitas União
Cerqueira (2016)	X	X				X			X	X	RCL Estados
Moço (2017)	X	X							X		ICMS RJ

3.2 Estudos Internacionais sobre Previsão de Receitas Públicas

Apresenta-se uma breve relação de estudos internacionais feitos para a análise de previsões de receitas públicas na Tabela 2. Duncan, Gorr e Szczypula (1993), Brender e Navon (2010), Botric e Vizek (2012) e FCSH (2013) utilizaram modelos univariados, enquanto Fullerton (1989) e Carabotta (2015) fizeram combinação de previsões.

A Tabela 3 sintetiza os métodos individuais que foram utilizados para combinação nos estudos citados.

Após esta revisão, pode-se afirmar que o presente trabalho acrescenta à literatura de previsão de receitas orçamentárias introduzindo os modelos de combinação de Regressão de Subconjuntos, Métodos de Autovetores, Inverso do Posto, Média Aparada e Média Winsorizada.

Tabela 2 – Estudos Internacionais sobre Previsão de Receitas Públicas

	SARIMA	Suavização Exponencial	Decomposição	Redes Neurais	Espaço de Estados	Naive	Regressão	Método dos Indicadores	VAR	Combinação de Previsões
Fullerton (1989)										X
Duncan, Gorr e Szczypula (1993)					X					
Brender e Navon (2010)	X									
Botric e Vizek (2012)						X	X		X	
FCSH (2013)			X							
Carabotta (2015)								X		X

Tabela 3 – Métodos de Combinação de Previsões Utilizados nos Estudos de Receitas Públicas

	Otimização de Potfólio	Média	Mediana	Newbold e Granger (NG)	Granger e Ramanathan (MQO)	Bates e Granger (BG)	Mínimos Desvios Absolutos (LAD)	Mínimos Quadrados Restritos (CLS)
Fullerton (1989)				X				
Gomes (2003)		X						
Benelli (2013)		X						
Kubo (2014)	X							
Carabotta (2015)		X	X		X			
Mendonca e Medrano (2016)		X	X	X	X	X		
Cerqueira (2016)		X	X		X	X	X	X

3.3 Descrição da Base de Dados

Por determinação legal, os entes da Federação devem disponibilizar a qualquer pessoa o acesso às informações referentes ao lançamento de toda a receita das unidades gestoras. Ainda, a LRF estabelece o orçamento como instrumento de transparência, ao qual deve ser dada ampla divulgação, inclusive em meios eletrônicos de acesso público (BRASIL, 2000a). Dessa forma, os dados necessários para a realização do presente trabalho estão disponíveis no Portal da Transparência da PBH¹ com periodicidade mensal desde 2003.

¹ Disponível em: Prefeitura de Belo Horizonte (2019)

Sobre a organização das informações, a Lei nº4.320 de 1964² criou a classificação da receita orçamentária por natureza. Nessa classificação, o primeiro item de discriminação é a categoria econômica, que possui os componentes: (i) Receitas Tributárias; (ii) Receitas de Contribuições; (iii) Receitas Patrimoniais, (iv) Receita Agropecuária, (v) Receitas Industriais, (vi) Receitas de Serviços, (vii) Receitas de Transferências e (viii) Outras Receitas Correntes³.

O registro contábil de receitas sofreu grandes alterações a partir de janeiro de 2018. Houve mudanças no ementário da classificação por natureza das receitas orçamentárias, e as receitas de dívida ativa, multas e juros deixaram de ser registradas como "Outras Receitas Correntes". Dessa forma, parte do aumento das receitas de IPTU, ISS e ITBI são devidas à inclusão dessas rubricas no cálculo.

O momento da ocorrência dessa mudança estrutural coincide com o período utilizado nesse trabalho para teste da qualidade das previsões. Por isso, à primeira vista, os modelos pareciam subestimar sistematicamente as receitas tributárias.

Para que as previsões fossem geradas de forma adequada à nova contabilização das receitas, a base de dados foi corrigida de forma à incluir nas receitas tributárias de 2003 e 2017 as receitas de dívida ativa, juros e multas de impostos.

3.4 Série de Receita da PBH

A Figura 1 apresenta os gráficos das séries com a base de dados já corrigida. Eles sugerem sazonalidade anual nas Receitas de Transferências e na arrecadação de IPTU. Essa sazonalidade seria refletida nas séries de Receita Corrente e Receita Corrente Líquida, por incluir essas receitas.

² (BRASIL, 1964)

³ De acordo com Meirelles (2017), há três tipos de contribuições: contribuição de melhoria, contribuição social e contribuição para custeio de iluminação pública. A definição jurídica, que coloca contribuições como um tipo de tributo, diverge da definição contábil, que separa Receitas Tributárias e Receitas de Contribuições. O lançamento dos dados de receitas são feitos de acordo com a norma contábil. Por isso, "Receitas Tributárias" incluem contribuições de melhorias, enquanto as outras contribuições são lançadas na categoria "Receitas de Contribuições".

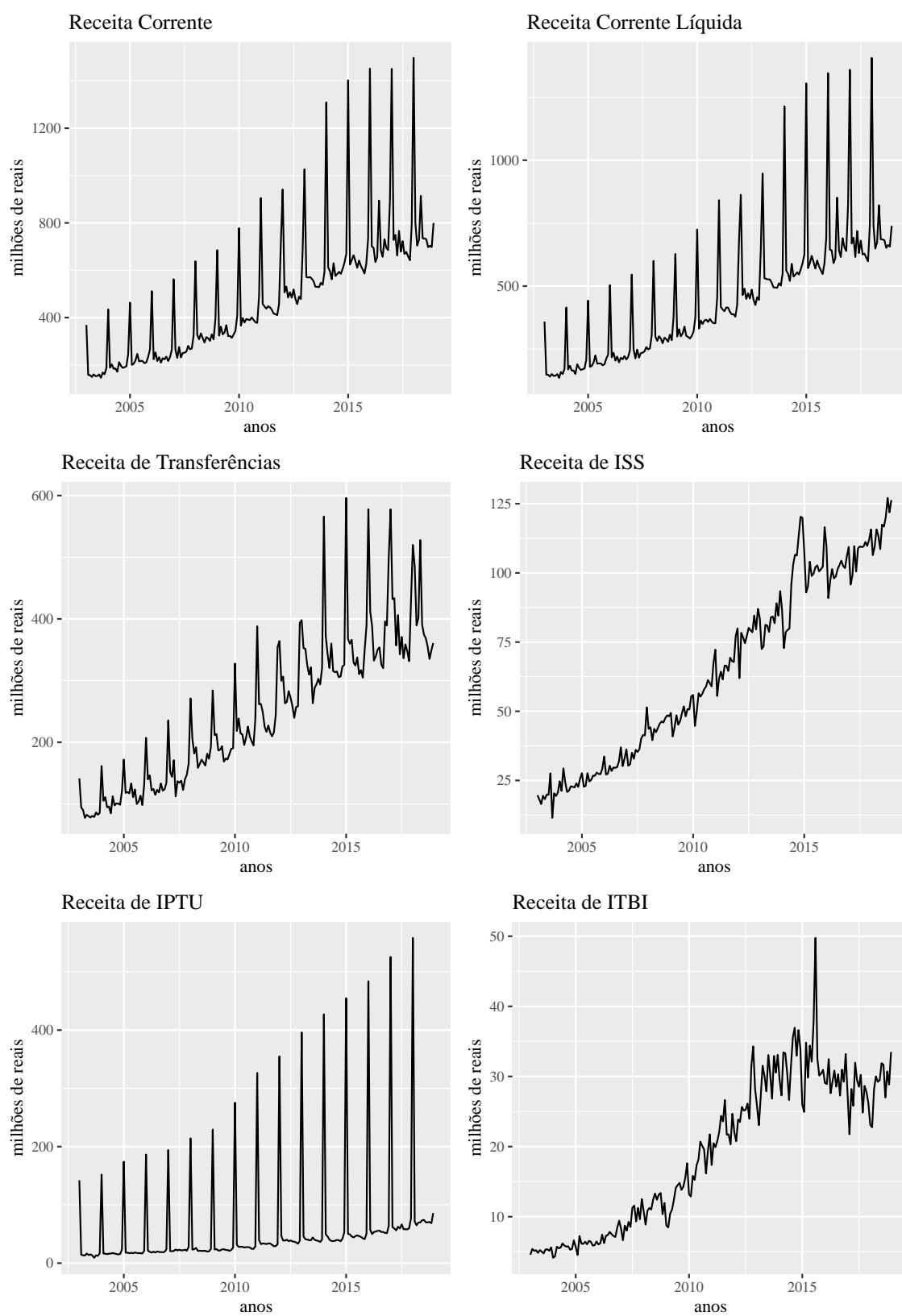


Figura 1 – Séries Temporais das Receitas

A Figura 2 apresenta um gráfico com dados anuais oficiais de receita do município de Belo Horizonte a partir de janeiro de 2003, disponíveis no Portal da Transparência (PREFEITURA DE BELO HORIZONTE, 2019). A Receita Corrente é dividida entre seus principais componentes segundo a natureza, e mostra a evolução desses componentes como participação no total⁴. Os dois principais componentes das Receitas Correntes do município de Belo Horizonte são Transferências Correntes e Receitas Tributárias.

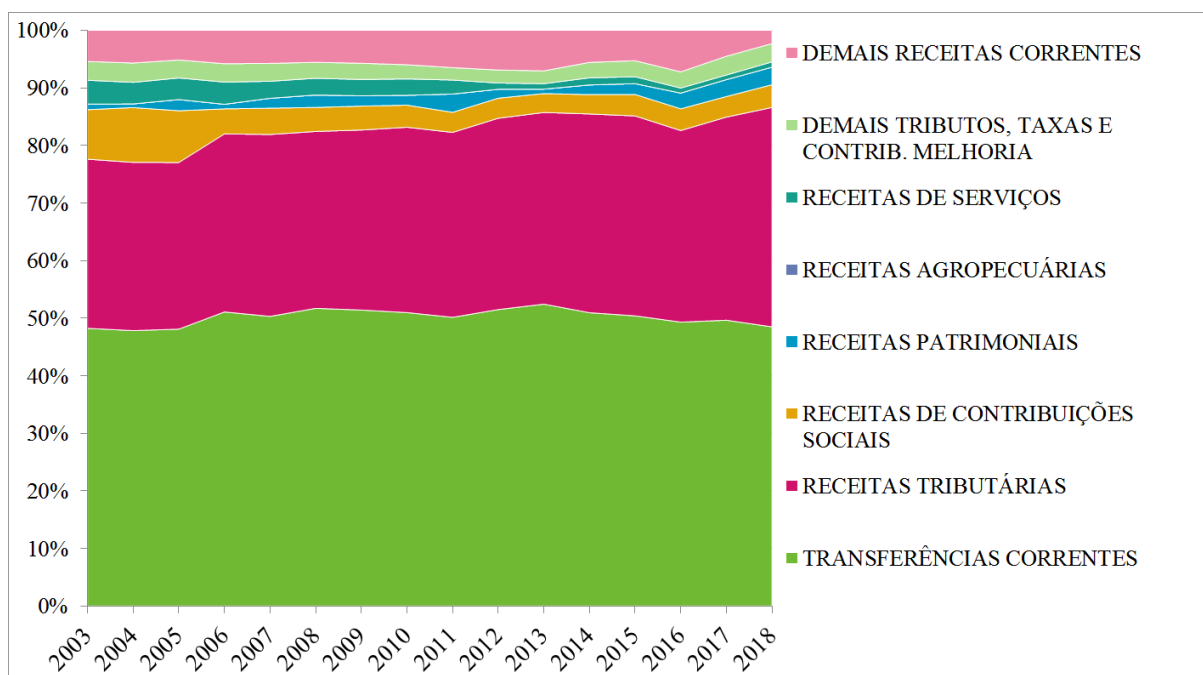


Figura 2 – Receitas Correntes do Município de Belo Horizonte - participação no total (2003 - 2018)

Fonte – Elaboração própria a partir dos dados disponíveis em Prefeitura de Belo Horizonte (2019)

Por sua participação expressiva na composição da Receita Corrente do municípios, as séries Receitas Correntes e Receita de Transferências foram desagregadas e apresentadas em novos gráficos. A Figura 3 mostra que as Transferências do Sistema Único de Saúde (SUS) são, historicamente, a maior parcela das transferências correntes recebidas, seguida por transferências do ICMS, FUNDEB e IPVA.

Já a Figura 4 apresenta o detalhamento da evolução da participação dos componentes no total da Receita Tributária ao longo dos anos. Cerca de 80% do total da Receita Tributária de Belo Horizonte é compreendida pela arrecadação de ISS, IPTU e ITBI.

⁴ Belo Horizonte não possui receitas industriais

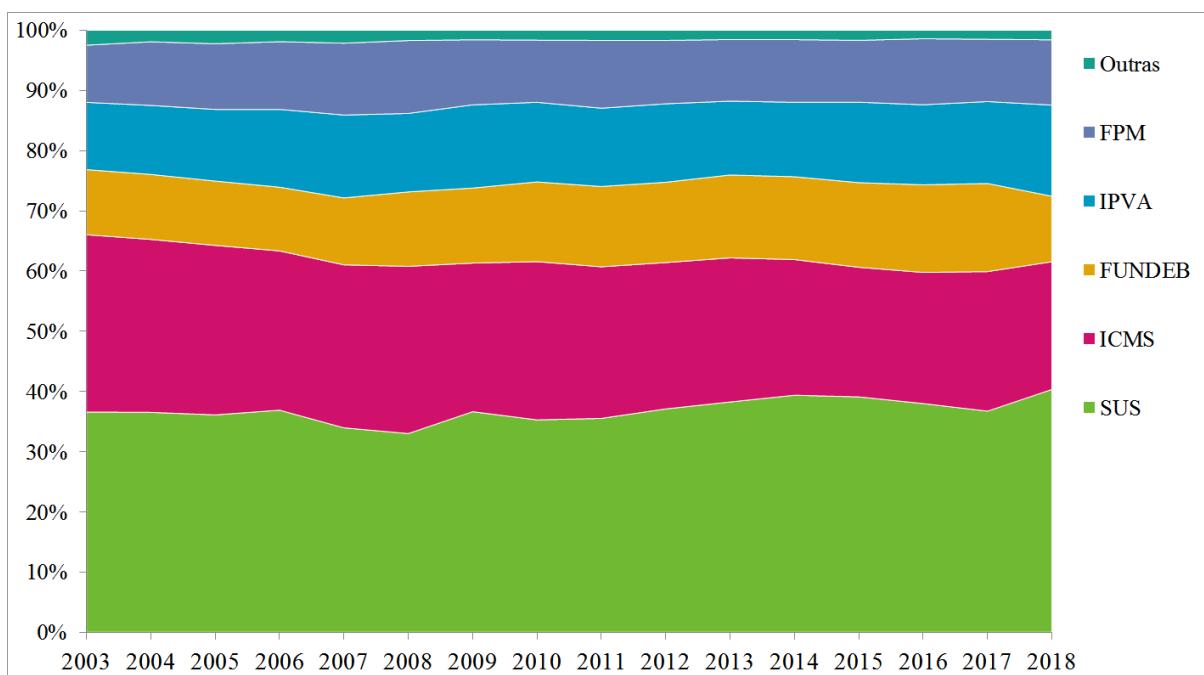


Figura 3 – Receitas de Transferências do Município de Belo Horizonte - participação no total (2003 - 2018)

Fonte – Elaboração própria a partir dos dados disponíveis em Prefeitura de Belo Horizonte (2019)

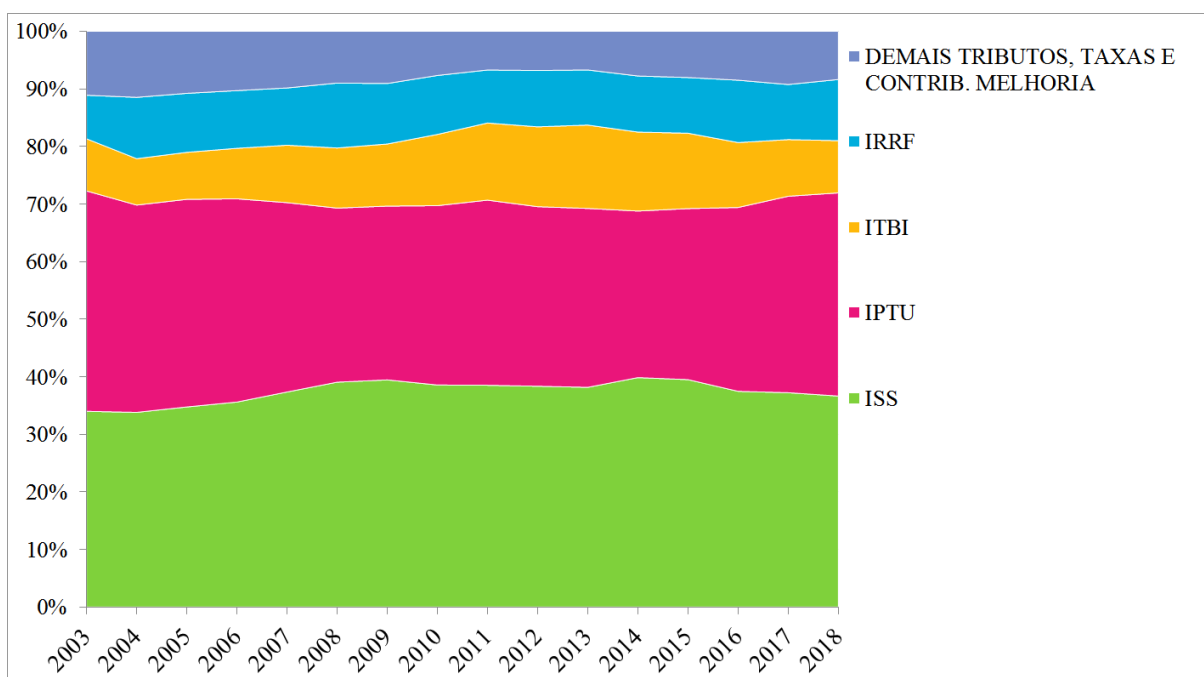


Figura 4 – Receitas Tributárias do Município de Belo Horizonte - participação no total (2003 - 2018)

Fonte – Elaboração própria a partir dos dados disponíveis em Prefeitura de Belo Horizonte (2019)

3.5 Série de Receita Prevista pela PBH

A Tabela 5 lista as séries que serão utilizadas para previsões nesse trabalho. A Tabela ?? apresenta suas estatísticas descritivas.

Há dados para todas as séries de receitas do Município de Belo Horizonte entre 2003 e 2018 na base do Sistema Orçamentário/Financeiro/Contábil (SOF). As séries para o trabalho foram escolhidas por sua relevância e utilização para planejamento e por estarem também disponíveis publicamente no Portal da Transparência, de modo que os resultados podem ser verificados.

Tabela 4 – Estatísticas Descritivas

	Mín.	Máx.	Média	Desvio Padrão
ISS	11.501.943,48	127.105.854,20	64.861.258,22	32.855.404,88
ITBI	4.141.676,61	49.757.737,04	19.027.269,93	10.615.110,51
IPTU	9.121.250,44	558.331.094,00	58.052.488,37	89.605.638,32
Receita de Transferências	77.533.542,21	596.231.478,10	247.861.013,48	118.471.356,28
Receita Corrente	145.808.567,20	1.496.965.840,00	480.465.484,32	257.686.055,13
Receita Corrente Líquida	135.793.452,00	1.406.375.242,00	446.250.945,00	240.972.255,00

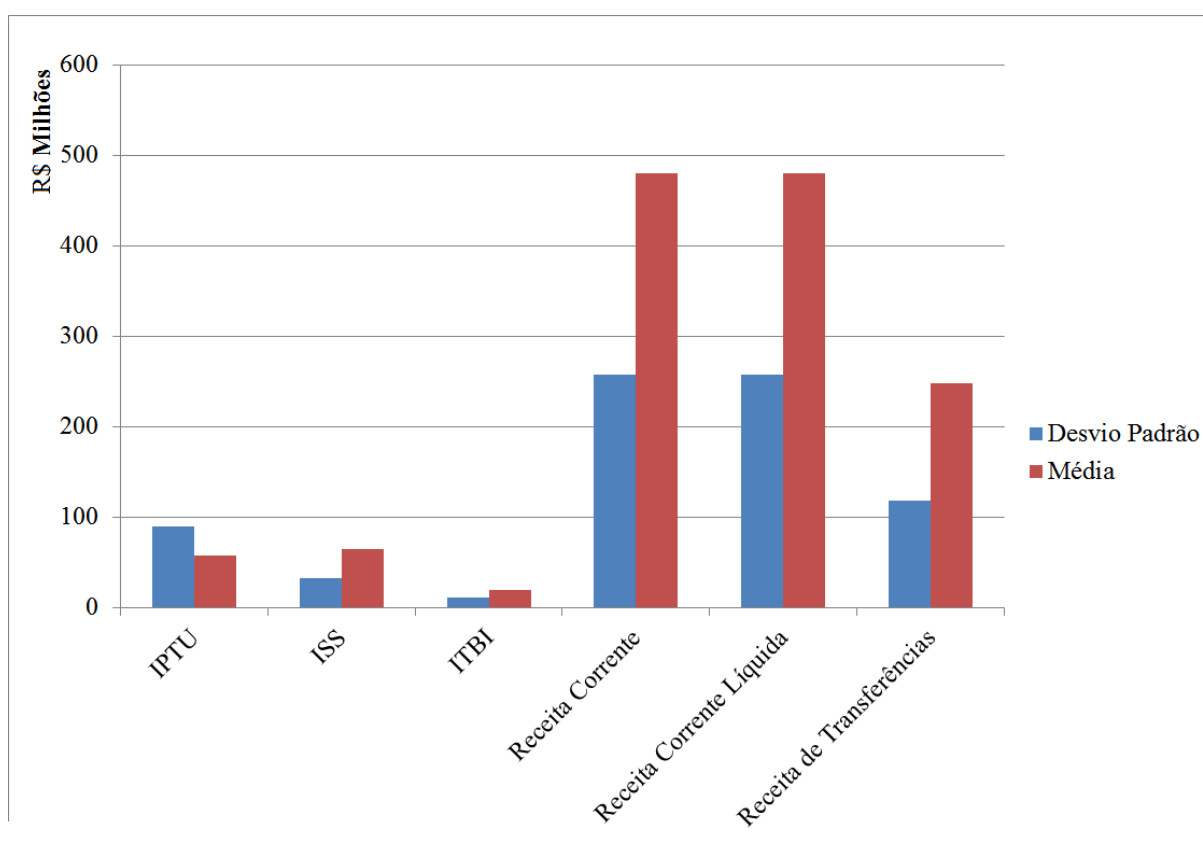


Figura 5 – Estatísticas Descritivas

A Figura 5 apresenta dados de média e desvio padrão das séries estudadas. Os valores altos de desvio padrão evidenciam a dificuldade para a previsão das séries, notadamente para a série IPTU, em que o desvio padrão é maior que a média.

Tabela 5 – Lista de Variáveis

Receita Corrente	Registra as receitas tributária, de contribuições, patrimonial, agropecuária, industrial, de serviços e as provenientes de recursos financeiros recebidos de outras pessoas de direito público ou privado, quando destinadas a atender despesas classificáveis em despesas correntes.
Receita Corrente Líquida	Receita Corrente deduzida contribuição dos servidores para o custeio do seu sistema de previdência e assistência social.
Transferências Correntes	Receitas compostas principalmente por Transferências Intergovernamentais. Da União, o município recebe transferências referentes a FPM, IPI-exportação, FUNDEB, compensação financeira de acordo com a Lei nº 87/1996, ITR, IOF-oro, royalties e salário educação. Do estado, o município recebe cota-parte de ICMS, IPVA e IPI-exportação. Historicamente, o Governo do Estado de Minas Gerais oferece desconto para pagamento de IPVA em janeiro, o que gera picos de transferências nesse mês.
Imposto sobre Serviços de Qualquer Natureza (ISS)	Imposto de competência municipal que tem como fato gerador a prestação de serviços que não integram a base de cálculo, principalmente do ICMS.
Imposto sobre a Propriedade Predial e Territorial Urbana (IPTU)	Imposto de competência municipal que tem como fato gerador a propriedade, o domínio útil ou a posse de bem imóvel localizado na zona urbana do município. A base de cálculo é o valor venal do imóvel, aprovado por meio de planta de valores imobiliários, por meio de lei municipal (Lei nº 5.641, de 1989), assim como a alíquota. O contribuinte é o proprietário do imóvel, o titular do seu domínio útil ou seu possuidor a qualquer título. Historicamente, a PBH oferece desconto para pagamento antecipado de IPTU, o que faz com que haja um pico de arrecadação em Janeiro.
Imposto sobre Transmissão de Bens Imóveis por Ato Oneroso (ITBI)	Imposto de competência municipal que tem como fato gerador a transmissão, a qualquer título ou por ato oneroso (venda), da propriedade ou do domínio útil de bens imóveis e de direitos reais sobre sua aquisição, exceto os direitos de garantia. O imposto é recolhido após a realização da operação e incide sobre o valor declarado pelo contribuinte.

4 METODOLOGIA

4.1 Combinação de Previsões

Durante a última década, um novo paradigma tem se construído na seleção de modelos econométricos de séries temporais. Hansen (2005) defende que os processos de geração de dados podem mudar ao longo do tempo e, por isso, são erros supor que existe um legítimo processo de geração de dados e procurar uma modelagem ótima com parâmetros fixos.

No campo da previsão de séries temporais, a difusão de modelos semi-paramétricos, como o de Redes Neurais, pode ser um exemplo dessa mudança na prática econométrica, que diminui a importância dada ao ajuste do modelo, e coloca a acurácia à frente.

A seleção de um modelo ajustado pode funcionar apenas para um certo período, perdendo sua qualidade quando aplicada a novos dados. Alternativamente à prioridade de se modelar perfeitamente uma série temporal, a combinação de previsões possibilita incluir informações de diferentes métodos, o que também contempla de forma mais satisfatória mudanças no padrão das séries ao longo do tempo.

Reid (1968), Reid (1969), Bates e Granger (1969) foram os primeiros trabalhos a apresentar métodos especificamente para combinar várias previsões de maneira ótima, dando o impulso inicial para o desenvolvimento de uma teoria para a combinação de previsões (CLEMEN, 1989, p. 561). Este último trabalho é considerado, por grande parte da comunidade científica, como um artigo seminal. Desde então, diversos trabalhos empíricos a respeito das vantagens do uso de combinações foram publicados.

Em um trabalho de revisão da literatura, Timmermann (2006, p. 138-139) elenca quatro grandes razões para se usar métodos de combinação de previsões. A primeira, referida simplesmente como diversificação de portfólio, protege o previsor contra problemas gerados por informação assimétrica. Segundo, previsões individuais são afetadas de maneiras diferentes por mudanças estruturais, dependendo de sua amplitude e duração. Ainda, previsões individuais também estão expostas a erros de especificação, já que o processo gerador dos dados não é conhecido. Finalmente, o autor destaca que os métodos individuais podem ser baseados em diferentes funções de perda.

Mesmo que a redução do erro de previsão seja o principal argumento para o uso de previsões combinadas, também deve-se notar que há casos em que as previsões combinadas são mais precisas do que até mesmo seu melhor componente individual. Vários trabalhos apresentaram conclusão favorável ao uso de combinações na previsão de variáveis macroeconômicas como PIB, taxa de inflação e taxa de juros.

O presente trabalho acrescenta à literatura de previsão de receitas públicas quatro métodos de Combinação de Previsões: combinação de previsão por Regressão de Subconjuntos (ELLIOTT; GARGANO; TIMMERMANN, 2013); por Métodos de Autovetores (HSIAO; WAN, 2014); pelo Inverso do

Posto (AIOLFI; TIMMERMANN, 2006); por Média Aparada (ARMSTRONG, 2001) e Média Winsorizada (JOSE; WINKLER, 2008).

4.2 Modelos de Previsão Univariados

4.2.1 Naïve Sazonal com deslocamento (SNAIVE)

Alguns modelos de previsão são extremamente simples. O modelo *naïve* coloca as previsões como o último valor observado na série:

$$\hat{y}_{t+h|t} = y_t \quad (4.1)$$

No modelo "naïve sazonal", a previsão é igual ao último valor observado dessa variável na temporada passada. No caso da sazonalidade anual ($m = 12$), no mesmo mês do ano anterior, ou seja:

$$\hat{y}_{t+h|t} = y_{t+h-m(k+1)} \quad (4.2)$$

em que $\hat{y}_{t+h|t}$ é o valor previsto em $t + h$ baseado nos dados y_1, \dots, y_t
 m o período sazonal
 k o número de anos completos anteriores ao momento estimado $t + h$

Uma variação do modelo *naïve* permite que as previsões aumentem ou diminuam ao longo do tempo, sendo que a magnitude dessa mudança (*drift*) é definida como a média de variação observada na série histórica:

$$\hat{y}_{t+h|t} = y_t + \frac{h}{t-1} \sum_{t=2}^t (y_t - y_{t-1}) = y_t + h \left(\frac{y_t - y_1}{t-1} \right) \quad (4.3)$$

4.2.2 Modelo de Suavização Exponencial

A classe de modelos de suavização exponencial parte da decomposição da série temporal em três componentes: nível (l); tendência (b) e sazonalidade (s). Dentro dessa classe, modelos se distinguem pela forma como tendência e sazonalidade são representadas. Seguindo a revisão feita por Gardner Jr (1985), a sazonalidade pode ser ausente, aditiva ou multiplicativa. Já a tendência, pode ser constante, aditiva, exponencial ou aditiva amortecida. Os modelos com tendência exponencial muitas vezes não são considerados, por produzir más previsões. Aqui, utilizamos a taxonomia proposta por Gardner Jr (1985) em que $ETS(., .)$ para (*Tendência, Sazonalidade*).

As previsões produzidas usando modelos de suavização exponencial são médias ponderadas de observações passadas, com os pesos das observações mais antigas decaindo exponencialmente. As versões que incluem tendência aditiva e sazonalidade são comumente chamadas de Modelos Holt-Winters, e são descritas a seguir.

Dada uma série temporal $\{y_t\}$, e sejam l_t, b_t e s_t o nível, a tendência e o fator sazonal no tempo t respectivamente. Após observar $\{y_t\}$ os termos l_t, b_t e s_t são atualizados via suavização exponencial. Um modelo com tendência aditiva com variação sazonal multiplicativa, $ETS(A, M)$, tem a função de previsão dada por

$$\hat{y}_{t+h|t} = (l_t + h \cdot b_t) \cdot s_{t+h-m(k+1)}, h = 1, 2, \dots \quad (4.4)$$

E as equações de atualização na forma de recorrência são dadas por

$$l_t = \alpha \left(\frac{y_t}{s_{t-m}} \right) + (1 - \alpha)(l_{t-1} + b_{t-1}) \quad 0 < \alpha < 1 \quad (4.5)$$

$$b_t = \beta(l_t - l_{t-1}) + (1 - \beta)b_{t-1} \quad 0 < \beta < 1 \quad (4.6)$$

$$s_t = \gamma \left(\frac{y_t}{l_{t-1} + b_{t-1}} \right) + (1 - \gamma)s_{t-m} \quad 0 < \gamma < 1 \quad (4.7)$$

sendo α, β e γ parâmetros de suavização de cada componente.

No caso de sazonalidade aditiva, $ETS(A, A)$, as equações de atualização para o nível e o índice sazonal são modificadas para

$$l_t = \alpha(y_t - s_{t-m}) + (1 - \alpha)(l_{t-1} + b_{t-1}) \quad 0 < \alpha < 1 \quad (4.8)$$

$$s_t = \gamma(y_t - l_{t-1} - b_{t-1}) + (1 - \gamma)s_{t-m} \quad 0 < \gamma < 1 \quad (4.9)$$

e as previsões h períodos à frente são obtidos por:

$$\hat{y}_{t+h|t} = l_t + h \cdot b_t + s_{t+h-m(k+1)} \quad h = 1, 2, \dots \quad (4.10)$$

sendo α, γ e δ parâmetros de suavização para cada componente da série, definidos no intervalo $(0, 1)$ e podem ser estimados minimizando-se a soma de quadrados dos erros de previsão.

O valor de α deve ser especificado de modo a refletir a influência das observações passadas nas previsões. Valores pequenos produzem previsões que dependem de muitas observações passadas. Por outro lado, valores próximos de 1 levam a previsões que dependem das observações mais recentes e no caso extremo $\alpha = 1$ a previsão é simplesmente a última observação.

Considerando as combinações dos três tipos de componentes de tendência e sazonalidade, nove modelos de suavização exponencial são possíveis. Para uma exposição das equações de todos os modelos de Suavização Exponencial, consultar Hyndman e Athanasopoulos (2018).

4.2.3 Modelo de Espaço de Estado (TBATS)

Modelos de Suavização Exponencial são casos especiais de Modelos de Espaço de Estado. Nestes, cada modelo consiste em uma equação que descreve os dados observados e algumas equações de estado (nível, tendência e sazonalidade) que descrevem como os componentes não observados mudam ao longo do tempo.

Dessa forma, sua inovação são as modelagens dos erros, que podem ser aditiva ou multiplicativa. Aqui, utilizamos a taxonomia $ETS(., ., .)$ para (*Erros, Tendência, Sazonalidade*).

A média da distribuição da previsão produzida pelos modelos é a mesma se forem usados os mesmos parâmetros de suavização. Contudo, os intervalos de confiança produzidos são diferentes. Para esse modelo, Livera, Hyndman e Snyder (2010) é utilizado como referência nesse trabalho.

Um modelo com erros aditivos, tendência aditiva e sem sazonalidade, $ETS(A, A, N)$, tem a função de previsão dada por

$$\hat{y}_{t+h} = l_t + b_t + \varepsilon_t \quad h = 1, 2, \dots \quad (4.11)$$

E as equações de atualização na forma de recorrência são dadas por

$$l_{t+h} = l_t + b_t + \alpha \cdot \varepsilon_{t+h} \quad 0 < \alpha < 1 \quad (4.12)$$

$$b_{t+h} = b_t + \beta \cdot \varepsilon_{t+h} \quad 0 < \beta < 1 \quad (4.13)$$

$$\hat{\varepsilon}_{t+h} = \hat{y}_{t+h} - l_t - b_t \quad (4.14)$$

sendo α e β parâmetros de suavização de cada componente
 $\hat{\varepsilon}_{t+h} \sim \text{NID}(0, \sigma^2)$

4.2.4 Modelo Integrado Autorregressivo e Médias Móveis Sazonal (SARIMA)

A ênfase do modelo integrado (I) autorregressivo (AR) e médias móveis (MA) com sazonalidade (S) - (SARIMA) está na análise probabilística, ou estocástica. O conjunto de modelos de séries temporais

do qual o SARIMA faz parte possibilita que sejam elaboradas previsões acuradas quando as variáveis explicativas são desconhecidas. Nele, a variável y é explicada por seus próprios valores passados, ou defasados, e pelos termos de erro estocástico.

O grande desenvolvimento na área de previsão de séries temporais data de 1970, quando Box e Jenkins apresentaram uma metodologia distinta das existentes, baseada no resultado de Wold (1938). Nessa seção, será apresentado o modelo SARIMA univariado.

No caso da existência de componente sazonal de período s , Box, Jenkins e Reinsel (2008) explicam que o modelo $SARIMA(p, d, q) \times (P, D, Q)_s$ é definido da seguinte forma.

Seja $y_t, t \in \mathbb{Z}$, um processo estocástico satisfazendo a equação:

$$\Phi(B^s)\phi(B)(1-B)^d(1-B^s)^D(y_t - \mu) = \Theta(B^s)\theta(B)\varepsilon_t \quad (4.15)$$

em que

ϕ e θ	são os parâmetros associados, respectivamente, aos polinômios AR e MA ordinais
$\Phi(\cdot)$ e $\Theta(\cdot)$	são os polinômios AR e MA sazonais de grau P_s e Q_s respectivamente
μ	é a média do processo
ε_t	é um processo de ruído branco
s	é a sazonalidade e
B	é o operador de defasagem

O processo y_t é gerado por um modelo SARIMA de ordem $(p, d, q) \times (P, D, Q)_s$, sendo d e D , respectivamente, o grau de diferenciação e o grau de diferenciação sazonal.

4.2.5 Modelos de Autorregressão de Redes Neurais Artificiais (NNAR)

Uma rede neural é organizada em camadas. Os preditores (ou entradas) formam a camada inferior e as previsões (ou saídas) formam a camada superior. Também pode haver camadas intermediárias (ou ocultas). Uma vez que adicionada uma camada intermediária com neurônios ocultos, a rede neural se torna não linear. Isso é conhecido como rede de *feed forward* de multicamadas, onde cada camada de nós recebe entradas das camadas anteriores.

No presente trabalho, o modelo de Redes Neurais Artificiais utilizado foi de *feed forward* com uma camada oculta desenvolvido por Hyndman et al. (2019). Os parâmetros são aprendidos com os dados em um processo supervisionado.

Com dados de séries temporais, os valores defasados das séries temporais podem ser usados como entradas para uma rede neural. Esse modelo é chamado de Autoregressão de Rede Neural, ou modelo NNAR. A notação NNAR(p, k) indica um modelo com p defasagens do preditor e k nós na camada intermediária. Um modelo NNAR($p, 0$) é equivalente a um modelo ARIMA($p, 0, 0$) sem as restrições no parâmetro para impor estacionariedade.

Em modelos sazonais, convém alimentar o modelo com a informação da variável no instante s , em que s representa a sazonalidade. Um modelo NNAR(p, P, k) $_m$ é equivalente a um SARIMA($p, 0, 0$)($P, 0, 0$) $_m$ sem as restrições que impõem estacionariedade.

Para previsão, a rede é aplicada iterativamente. Para a previsão um período à frente, as variáveis explicativas são aquelas da série temporal. Para prever mais períodos à frente, é usada a série temporal mais a previsão dos períodos anteriores como preditores.

4.2.6 Modelo de Decomposição (STL)

O STL é um modelo versátil e robusto para decompor séries temporais. STL é a sigla em inglês para “Decomposição sazonal e de tendência usando Loess”, enquanto Loess é um modelo para estimar relações

não-lineares. O modelo STL foi desenvolvido por Cleveland et al. (1990). O STL tem várias vantagens sobre os modelos clássicos de decomposição de SEATS e X11: (i) ao contrário do SEATS e do X11, o STL comporta qualquer tipo de sazonalidade, não apenas dados mensais e trimestrais; (ii) o componente sazonal pode mudar ao longo do tempo e a taxa de alteração pode ser controlada pelo usuário; (iii) a suavidade do ciclo de tendência também pode ser controlada e (iv) pode ser especificado para ser robusto para *outliers*, de modo que observações ocasionais incomuns não afetarão as estimativas dos componentes de ciclo de tendência e sazonais. Mo entanto, as observações incomuns afetarão o componente residual.

Por outro lado, o STL tem algumas desvantagens. Em particular, esse modelo não manipula automaticamente a variação do dia de negociação ou calendário, e fornece apenas facilidades para decomposições aditivas. É possível obter uma decomposição multiplicativa registrando, primeiro, os dados e depois transformando os componentes de volta. As decomposições entre aditivo e multiplicativo podem ser obtidas usando uma transformação Box-Cox dos dados com $0 < \lambda < 1$. Um valor de $\lambda = 0$ corresponde à decomposição multiplicativa enquanto $\lambda = 1$ é equivalente a uma decomposição aditiva.

Com a série já decomposta, as previsões são feitas a partir do componente ajustado sazonalmente por um modelo de previsão não sazonal. Nesse trabalho, o modelo de decomposição foi usado juntamente com o modelo de Suavização Exponencial, que modelou a série decomposta pela sazonalidade.

4.3 Métodos de Combinação de Previsões

4.3.1 Média Aritmética (SA)

A média aritmética é um operador de agregação popular para combinação de previsões por ser um estimador simples, de fácil utilização e que apresenta bons resultados (STOCK; WATSON, 2004). A combinação é feita por meio da média das previsões pontuais em cada momento no tempo.

Seja \hat{y}_t a variável de interesse e $\mathbf{f}_t = (f_{1t}, \dots, f_{Nt})$ as N previsões individuais não perfeitamente colineares. Na média aritmética, cada valor previsto tem igual peso, ou seja

$$\hat{y}_t = \mathbf{f}_t^{\prime} \mathbf{w}^{SA} \tag{4.16}$$

em que $\mathbf{w}^{SA} = \frac{1}{N}$

4.3.2 Mediana (MED)

Esse operador retorna a mediana de um conjunto de previsões de modelos individuais em cada ponto no tempo: $\hat{y}_t = \text{mediana}(f_{1t}, \dots, f_{Nt})$. Esse operador é mais robusto a *outliers* do que a média aritmética simples (ARMSTRONG, 1989; MCNEES, 1992).

4.3.3 Média Winsorizada (WA)

A combinação por meio desse método de ponderação é feita com a Média Winsorizada das previsões em cada ponto no tempo. Usando um fator de correção λ (ou seja, $\lambda\%$ superior / inferior é cortado), e definindo $K = N\lambda$, sendo N o número de previsões de modelos individuais, a previsão combinada é calculada como

$$\hat{y}_t = \frac{1}{N} \left[K f_{(K+1)t} + \sum_{i=K+1}^{N-K} f_{(i)t} + K f_{(N-K)t} \right] \quad (4.17)$$

A Média Winsorizada é uma estatística menos sensível a valores discrepantes do que a média aritmética simples. Nesse trabalho, o fator de correção λ foi selecionado de modo a otimizar o Erro Quadrático Médio de Previsão (EQMP) estimado. Para detalhes sobre esse método, consultar o trabalho de Jose e Winkler (2008).

4.3.4 Média Aparada (TA)

Esse operador retorna a média aparada de um conjunto de previsões de modelos individuais em cada ponto no tempo. Usando um fator de correção λ (ou seja, $\lambda\%$ superior / inferior são cortados), a previsão combinada é calculada como

$$\hat{y}_t = \frac{1}{N(1-2\lambda)} \sum_{i=\lambda N+1}^{(1-\lambda)N} f_{(i)t} \quad (4.18)$$

Esse operador foi usado por autores como Armstrong (2001), Stock e Watson (2004) e Jose e Winkler (2008). Nesse trabalho, o fator de correção λ foi selecionado de modo a otimizar o Erro Quadrático Médio de Previsão (EQMP) estimado.

4.3.5 Método da Variância Mínima (BG)

Nesse método proposto por Bates e Granger (1969), é feita a combinação linear das previsões:

$$\hat{y}_t = \mathbf{f}'_t \mathbf{w}^{BG} \quad (4.19)$$

em que \hat{y}_t é a previsão combinada para o instante t
 \mathbf{f}_t é o vetor de previsões pontuais individuais para o instante t
 \mathbf{w}^{BG} é a matriz de pesos

Os pesos são calculados de forma a minimizar a variância dos erros de previsão. São utilizados os elementos da diagonal principal da matriz de erros quadráticos médios de previsão estimados para se calcular os pesos da combinação:

$$w_i^{BG} = \frac{\hat{\sigma}^{-2}(i)}{\sum_{j=1}^N \hat{\sigma}^{-2}(j)} \quad (4.20)$$

em que $\hat{\sigma}^{-2}(i)$ é erro quadrático médio de previsão (EQMP) estimado do i -ésimo modelo.

Nesse método, ignora-se a correlação entre os modelos de previsão pela dificuldade de se calcular a matriz de covariância.

4.3.6 Inverso do Posto (InvW)

Nesse método proposto por Aiolfi e Timmermann (2006), os pesos para as combinações são inversamente proporcionais ao posto dos modelos de previsão individuais:

$$w_i^{InvW} = \frac{Posto_i^{-1}}{\sum_{j=1}^N Posto_j^{-1}} \quad (4.21)$$

A previsão combinada é obtida por

$$\hat{y}_t = \mathbf{f}'_t \mathbf{w}^{InvW} \quad (4.22)$$

Essa é uma variação robusta da versão de Bates e Granger (1969), e também ignora a correlação entre os erros de previsão.

4.3.7 Método dos Mínimos Quadrados Ordinários (MQO)

Granger e Ramanathan (1984) mostraram que o Método da Variância Mínima é equivalente a um modelo de regressão ajustado por mínimos quadrados em que a constante é suprimida e os pesos são restritos a somar um. No método de mínimos quadrados ordinários (MQO) proposto por esses pesquisadores, as previsões individuais são utilizadas como regressores e a previsão combinada é obtida a partir dos pesos e o intercepto encontrados na regressão:

$$y_t = b + \sum_{i=1}^N w_i f_{it} \quad (4.23)$$

4.3.8 Regressões Completas de Subconjuntos (CSR)

Nesse método proposto por Elliott, Gargano e Timmermann (2013), são feitas combinações de previsões de todos os possíveis modelos de regressão linear que mantêm o número de preditores fixo. A combinações por regressão são baseadas em

$$y_t = const + \sum_{i=1}^p w_i \widehat{y}_{it} + e_t \quad (4.24)$$

em que y_t são os valores observados no período t
 \widehat{y} as previsões feitas pelos modelos individuais

A função retorna uma matriz de previsões baseada em todos os subconjuntos possíveis de \widehat{y} .

Essas previsões podem ser, posteriormente, padronizadas para criar uma única combinação de previsões usando pesos que são baseados nos critérios de informação das diferentes regressões individuais.

4.3.9 Mínimos Desvios Absolutos (LAD)

Descrita e implementada empiricamente por Nowotarski et al. (2014), a função minimiza os erros absolutos. Esse método é mais robusto a *outliers* porque penaliza os modelos que têm erros grandes para algumas observações.

4.3.10 Abordagem de Autovetores

Seja \mathbf{e}_t o vetor $N \times 1$ de erros de previsão de \mathbf{f}_t com o i -ésimo elemento sendo o erro de previsão do i -ésimo modelo de previsão individual,

$$e_{it} = y_t - f_{it}, \quad i = 1, \dots, N \quad (4.25)$$

O objetivo é encontrar uma combinação linear de e_{it} tal que o erro quadrático médio de previsão (EQMP) seja minimizado sujeito a uma condição de normalização.

$$\begin{aligned} E(\mathbf{w}'\mathbf{e}_t)^2 &= \mathbf{w}'E(\mathbf{e}_t\mathbf{e}_t')\mathbf{w} \\ &= \mathbf{w}'\Sigma\mathbf{w} \end{aligned} \quad (4.26)$$

em que Σ é a matriz de erros quadráticos médios de previsão (EQMP) de \mathbf{f}_t .

4.3.10.1 Granger e Newbold (1974) (NG)

Granger e Newbold (1974) propuseram uma condição de normalização convencional para minimização do EQMP dada por:

$$\mathbf{e}'\mathbf{w} = \sum_{i=1}^N w_i = 1 \quad (4.27)$$

$$w_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, N \quad (4.28)$$

sendo \mathbf{e} um vetor $N \times 1$ $(1, \dots, 1)'$. Minimizando-se (4.27) sujeita a (4.28), temos os pesos para a combinação de previsões:

$$\mathbf{w}^{GN} = (\mathbf{e}'\Sigma^{-1}\mathbf{e})^{-1}(\Sigma^{-1}\mathbf{e}) \quad (4.29)$$

4.3.10.2 Hsiao e Wan (2014) (EIG)

Hsiao e Wan (2014) propuseram a seguinte condição de normalização:

$$\mathbf{w}'\mathbf{w} = \sum_{i=1}^N w_i^2 = 1 \quad (4.30)$$

Os autores explicam que essa condição possibilita a seleção do autovetor que corresponde ao menor autovalor de Σ . Em seu artigo, consideram quatro possibilidades dentro dessa condição: (i) abordagem padrão (aqui será usada a sigla EIG1 para se referir a essa abordagem); (ii) autovetor com viés corrigido (EIG2); (iii) autovetor aparado (EIG3); (iv) autovetor com viés corrigido aparado (EIG4).

4.4 Avaliação de Acurácia

Para se avaliar a qualidade das previsões, as séries foram particionadas em dois subconjuntos: (i) Conjunto de Treino, com dados de janeiro de 2003 a dezembro de 2017 (180 observações) e (ii) Conjunto de Teste, com dados de janeiro a dezembro de 2018. Os dados do Conjunto de Teste foram utilizados apenas para se medir a acurácia das previsões.

Resumidamente, o procedimento seguido para as previsões foi o seguinte. Primeiro, o Conjunto de Treino é usado para modelar cada um dos modelos individuais. Em seguida, é feita diferentes combinações dessas modelagens de acordo com o método de combinação. São definidos, aqui, os pesos para as previsões individuais pelo método de combinação. No terceiro momento, parte-se para a previsão dos valores de

2018. São feitas previsões individuais e os pesos das previsões combinadas são aqueles calculados para o Conjunto de Treino. Finalmente, tendo as previsões individuais e combinadas em mãos, os Conjuntos de Testes é usado para se calcular a qualidade das previsões de acordo com os critérios de acurácia.

Um erro de previsão é a diferença entre um valor observado e sua previsão:

$$\hat{e}_{t+h} = y_{t+h} - \hat{y}_{t+h|t}$$

em que \hat{e}_t é o erro de previsão da variável de interesse para o período t .

A precisão das previsões podem ser mensuradas avaliando-se os erros de previsão de diferentes maneiras.

Medidas dependentes de escala

Os erros de previsão estão na mesma escala dos dados. As medidas de precisão que são baseadas apenas em e_t são, portanto, dependentes de escala e não podem ser usadas para fazer comparações entre séries que envolvem diferentes unidades.

As duas medidas mais dependentes da escala são baseadas nos erros médios absolutos ou raiz do erro quadrático médio:

$$\begin{aligned} \text{Erro Absoluto Médio (EAM)} & \quad \frac{1}{n} \cdot \sum_{t=1}^n |e_t| \\ \text{Raiz do Erro Quadrático Médio (REQM)} & \quad \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum_{t=1}^n |e_t|} \end{aligned}$$

em que n é o número de observações de Conjunto de Teste

Métodos livres de escala

O erro percentual é dado por

$$p_t = 100 \cdot \sum_{t=1}^n \frac{e_t}{y_t}$$

$$\begin{aligned} \text{Erro Percentual Absoluto Médio (EPAM)} & \quad \frac{100}{n} \cdot \sum_{t=1}^n \frac{|e_t|}{y_t} \\ \text{Erro Médio Percentual (EMP)} & \quad \frac{100}{n} \cdot \sum_{t=1}^n \frac{e_t}{y_t} \end{aligned}$$

5 ANÁLISE DE RESULTADOS

Nesta seção, são apresentadas as especificações dos modelos ajustados para cada uma das séries estudadas, o que inclui os pesos dados aos modelos individuais pelos modelos de combinação. Os modelos são apresentados em ordem decrescente de acurácia, de acordo com o critério que minimiza a raiz do erro quadrático médio (REQM).

São apresentadas, também, as previsões para os doze meses do ano de 2018, bem como a soma das previsões. São colocadas as previsões do melhor modelo pelo critério REQM e pelo critério EMP com os valores observados e as previsões feitas pela PBH. Nos casos em que um mesmo modelo apresentou melhor acurácia em ambos os critérios, a tabela de previsões apresentou apenas os resultados de tal modelo. As previsões mensais referentes aos anos de 2019 e 2020 são apresentadas do Apêndice A ao Apêndice F.

Os gráficos apresentam as séries de valores observados, valores previstos pela PBH e valores previstos pelo melhor modelo segundo o critério REQM. Para as séries IPTU, Receita de Transferências, Receita Corrente Líquida e Receitas Correntes, que apresentam picos de arrecadação em janeiro, esse mês foi removido do gráfico para melhor visualização dos resultados.

5.1 IPTU

Para a arrecadação de IPTU, o modelo selecionado foi de combinação de previsões pelo método de Mediana (MED).

Tabela 6 – Especificação dos Modelos de Previsão de IPTU

	Acurácia					Pesos				
	REQM (R\$ 1.000,00)	EAM (R\$ 1.000,00)	EMP (%)	EPAM (%)	SARIMA	Suavização	STL	NNAR	TBATS	SNAIVE
MED	6.451,86	4.312,18	1,67	4,05	-	-	-	-	-	-
EIG4	9.174,18	6.377,75	5,82	6,20	0,00	0,00	0,00	1,00	0,00	0,00
NNAR (I) ⁵	9.210,70	6.423,21	5,89	6,26	0,00	0,00	0,00	1,00	0,00	0,00
EIG3	9.210,70	6.423,21	5,89	6,26	0,00	0,00	0,00	1,00	0,00	0,00
EIG1	13.607,93	5.652,35	-0,90	3,25	0,16	0,23	0,19	0,04	0,22	0,16
SNAIVE (I)	13.776,39	12.023,90	13,49	13,49	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00
SA	13.787,59	5.565,88	0,56	3,02	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17
TA	13.787,59	5.565,88	0,56	3,02	-	-	-	-	-	-
WA	13.787,59	5.565,88	0,56	3,02	-	-	-	-	-	-
EIG2	14.455,14	6.526,95	-2,63	4,28	0,18	0,24	0,21	0,04	0,22	0,12
PBH	14.726,47	14.264,93	19,14	19,30	-	-	-	-	-	-
BG	15.426,60	6.074,52	0,33	3,16	0,15	0,14	0,17	0,32	0,15	0,08
SARIMA(I) ¹	19.383,30	8.542,66	2,22	5,24	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
InvW	24.372,43	8.686,76	0,28	3,66	0,14	0,08	0,20	0,41	0,10	0,07
TBATS (I) ⁴	26.814,60	10.115,91	-1,75	4,85	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00	0,00
Suavização (I) ²	27.005,98	10.356,89	-1,58	5,08	0,00	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00
CSR	80.346,32	28.231,62	-3,18	11,46	-	-	-	-	-	-
LAD	101.866,30	35.893,45	-3,94	14,69	0,19	0,31	0,61	1,38	-0,49	-1,10
STL (I) ³	138.008,28	55.004,66	-14,89	29,05	0,00	0,00	1,00	0,00	0,00	0,00
NG	163.558,74	59.265,89	-8,97	25,82	-0,21	-0,10	1,00	0,68	-0,48	0,10
MQO	227.544,10	82.948,30	-13,20	36,64	-0,10	-0,21	1,36	1,20	-0,67	-0,66

¹ SARIMA(1,0,2)(2,1,0)₁₂ com deslocamento

² ETS(A,A,A)

³ ETS(A,A,N)

⁴ TBATS(0.024, {4,0}, 0.977, {(12,5)})

⁵ NNAR(2,1,2)₁₂

Tabela 7 – Valores Previstos 12 passos à frente - IPTU

	Real	PBH	MED	InvW
jan/18	558.331.094,00	563.551.368,90	577.882.994,46	474.261.366,41
fev/18	71.408.451,00	60.076.597,31	74.633.393,63	73.156.523,15
mar/18	64.983.070,23	53.790.788,14	69.043.876,12	70.861.296,96
abr/18	69.575.891,58	52.987.437,60	67.517.990,15	68.543.268,53
mai/18	69.874.227,98	55.432.317,61	69.875.959,94	72.331.749,39
jun/18	73.528.588,73	56.094.935,02	69.370.685,19	70.896.565,65
jul/18	74.084.539,85	60.043.279,29	72.600.118,33	75.330.594,45
ago/18	70.074.443,95	55.609.215,83	68.609.285,10	70.510.944,77
set/18	69.906.999,84	55.192.987,62	65.823.507,30	69.553.110,57
out/18	70.714.894,68	54.145.371,26	65.545.856,90	69.690.966,82
nov/18	68.449.160,46	53.819.027,25	65.328.763,25	70.486.972,70
dez/18	85.982.938,69	65.432.321,19	82.614.502,93	84.658.160,36
Soma	1.346.914.300,99	1.186.175.647,02	1.348.846.933,28	1.270.281.519,77

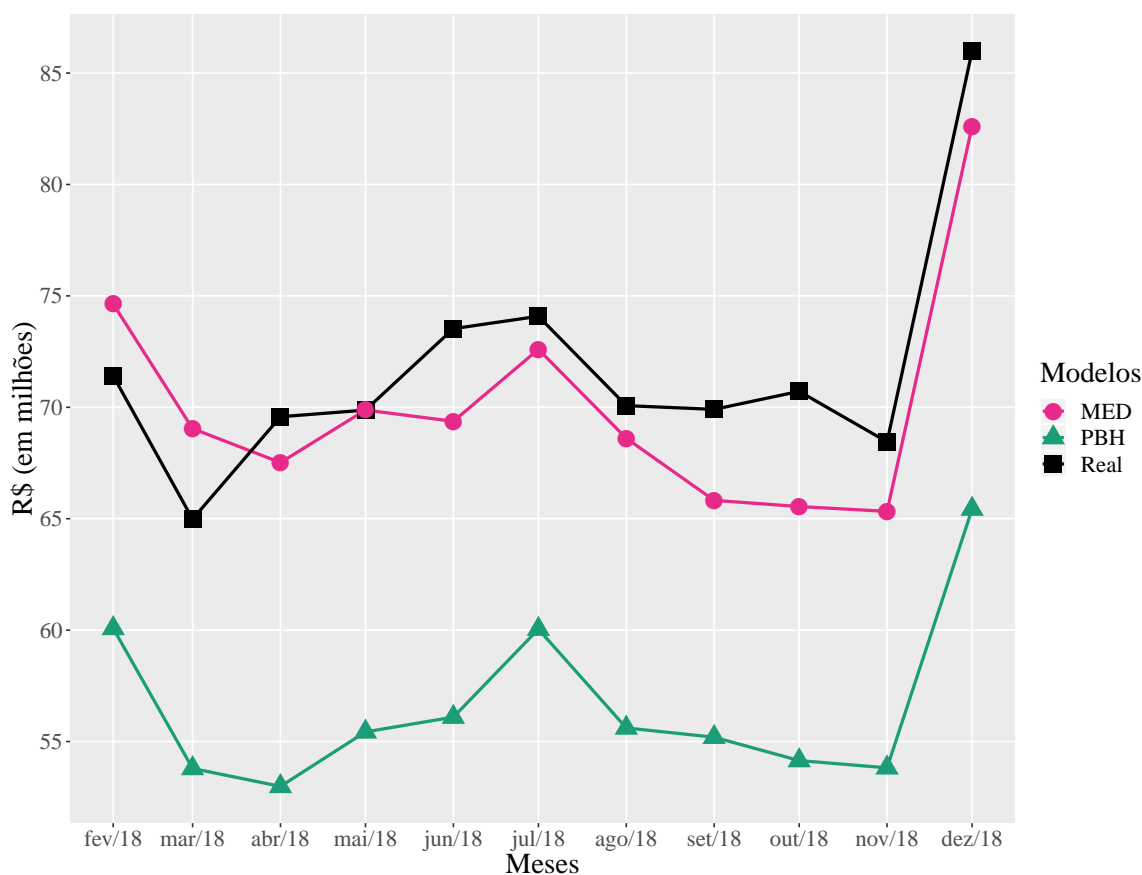


Figura 6 – Arrecadação de IPTU

5.2 ISS

Para a arrecadação de ISS, o modelo selecionado foi de combinação de previsões pela abordagem padrão do método de Autovetores (EIG1).

Tabela 8 – Especificação dos Modelos de Previsão de ISS

	Acurácia				Pesos						
	REQM (R\$ 1.000,00)	EAM (R\$ 1.000,00)	EMP (%)	EPAM (%)	SARIMA	Suavização	STL	NNAR	TBATS	SNAIVE	
EIG1	3.212,66	2.468,50	1,04	2,08	0,31	0,28	0,26	0,00	0,26	-0,11	
Suavização (I) ²	3.297,01	3.018,65	0,81	2,61	0,00	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	
EIG2	3.417,19	2.668,76	1,42	2,24	0,31	0,29	0,26	0,00	0,26	-0,13	
SARIMA (I) ¹	3.518,23	2.437,15	-0,10	2,08	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	
BG	3.971,77	3.358,85	2,14	2,83	0,18	0,25	0,28	0,00	0,26	0,02	
InvW	4.946,90	4.290,47	3,02	3,59	0,10	0,14	0,41	0,07	0,20	0,08	
STL (I) ³	5.024,53	4.290,55	2,29	3,62	0,00	0,00	1,00	0,00	0,00	0,00	
EIG3	5.405,50	4.592,40	3,35	3,83	0,00	0,00	0,49	0,00	0,51	0,00	
MED	5.459,06	4.833,28	3,57	4,06	-	-	-	-	-	-	
TA	5.459,06	4.833,28	3,57	4,06	-	-	-	-	-	-	
WA	5.459,06	4.833,28	3,57	4,06	-	-	-	-	-	-	
EIG4	5.460,55	4.653,23	3,41	3,88	0,00	0,00	0,49	0,00	0,51	0,00	
SA	5.513,76	4.928,43	3,65	4,14	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17	
CSR	5.673,62	4.901,41	3,66	4,10	-	-	-	-	-	-	
TBATS (I) ⁴	6.235,28	5.504,25	4,35	4,62	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00	0,00	
PBH	6.648,89	5.815,85	4,24	4,91	-	-	-	-	-	-	
NG	8.121,39	6.826,55	4,45	5,71	-0,02	-0,64	1,11	0,00	0,55	0,01	
MQO	8.807,72	7.341,22	5,25	6,12	-0,06	-0,61	1,15	0,00	0,51	-0,01	
NNAR (I) ⁵	9.270,10	7.836,33	6,47	6,52	0,00	0,00	0,00	1,00	0,00	0,00	
LAD	9.362,27	7.804,78	5,61	6,52	-0,10	-0,57	1,42	0,00	0,24	-0,01	
SNAIVE (I)	10.419,61	9.582,01	8,09	8,13	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00	

¹ SARIMA(2, 1, 2)(1, 0, 0)₁₂ com deslocamento

² ETS(A, A, A)

³ ETS(A, A, N)

⁴ TBATS(1, {1, 1}, 1, {(12, 5)})

⁵ NNAR(2, 1, 2)₁₂

Tabela 9 – Valores Previstos 12 passos à frente - ISS

	Real	PBH	EIG1	SARIMA
jan/18	115.728.514,20	117.822.579,10	114.276.299,49	115.468.340,06
fev/18	106.400.682,40	100.370.931,10	106.540.024,37	107.900.749,41
mar/18	109.519.674,00	104.763.154,00	109.969.463,03	110.737.634,90
abr/18	115.704.013,70	113.089.680,30	113.584.972,01	116.457.739,89
mai/18	113.395.315,70	106.816.247,30	111.610.542,07	112.443.352,25
jun/18	108.592.397,00	111.016.767,60	114.133.360,70	117.063.964,09
jul/18	117.442.688,00	112.876.677,70	116.261.500,01	118.327.943,19
ago/18	116.760.074,60	113.318.770,90	117.456.002,80	118.356.218,95
set/18	120.200.293,10	113.593.319,70	116.915.153,30	119.284.378,72
out/18	127.105.854,20	113.370.399,40	119.686.811,55	120.395.005,36
nov/18	121.902.197,20	112.290.565,60	119.173.758,44	120.393.128,63
dez/18	126.326.680,50	118.995.928,30	123.500.538,67	121.853.540,24
Soma	1.399.078.384,60	1.338.325.021,00	1.383.108.426,44	1.398.681.995,71

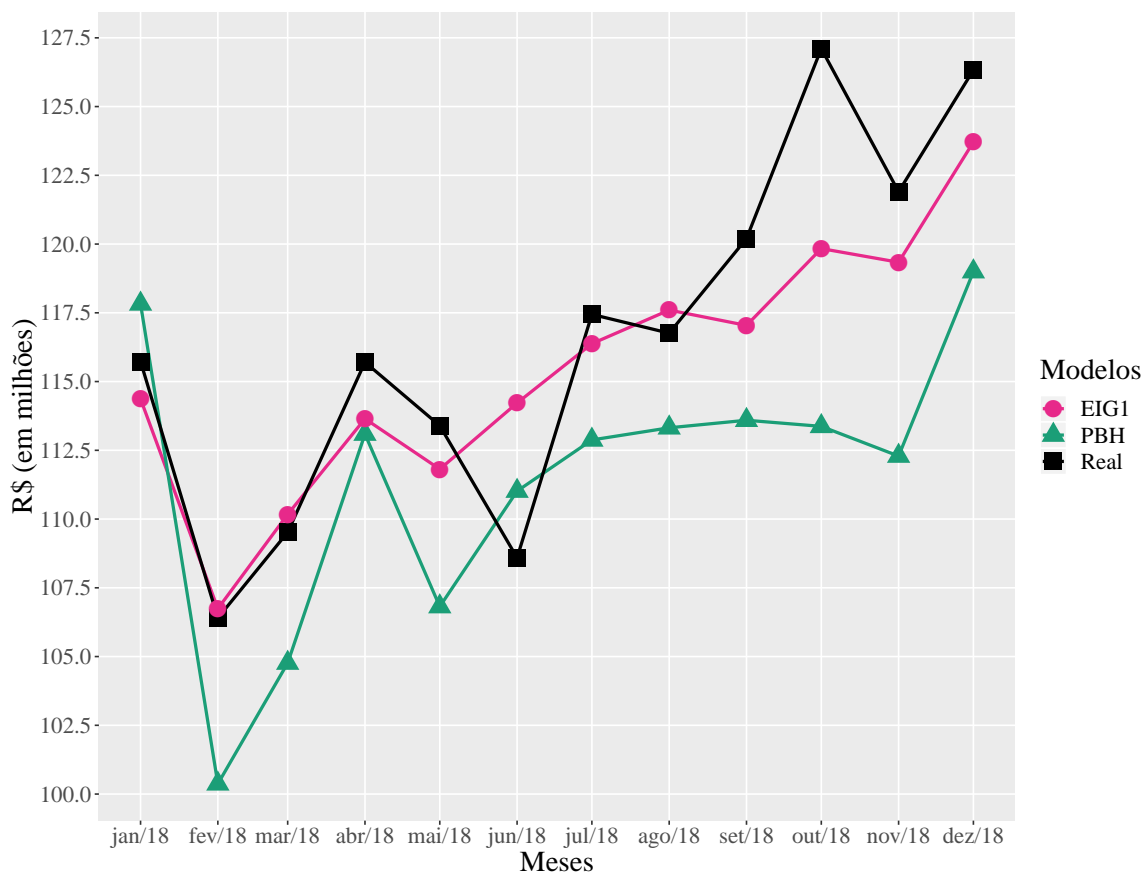


Figura 7 – Arrecadação de ISS

5.3 ITBI

Para a arrecadação de ITBI, o modelo selecionado foi de Redes Neurais (NNAR).

Tabela 10 – Especificação dos Modelos de Previsão de ITBI

	Acurácia					Pesos				
	REQM (R\$ 1.000,00)	EAM (R\$ 1.000,00)	EMP (%)	EPAM (%)	SARIMA	Suavização	STL	NNAR	TBATS	SNAIVE
NNAR (I) ⁵	2.527,79	2.006,92	-2,05	7,37	0,00	0,00	0,00	1,00	0,00	0,00
PBH	2.644,44	2.219,73	-3,40	7,83	-	-	-	-	-	-
EIG2	2.796,74	2.223,78	4,21	7,56	0,13	0,11	0,10	0,26	0,10	0,30
EIG1	2.837,14	2.266,47	4,48	7,69	0,13	0,11	0,10	0,26	0,10	0,30
SARIMA (I) ¹	2.947,38	2.494,32	5,17	8,46	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
SA	3.100,61	2.656,68	6,29	8,93	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17
SNAIVE (I)	3.173,84	2.471,83	3,78	8,48	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00
MED	3.224,13	2.826,43	7,05	9,49	-	-	-	-	-	-
TA	3.224,13	2.826,43	7,05	9,49	-	-	-	-	-	-
WA	3.224,13	2.826,43	7,05	9,49	-	-	-	-	-	-
Suavização (I) ²	3.449,66	3.039,87	9,88	10,08	0,00	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00
BG	3.485,84	3.078,52	8,27	10,27	0,18	0,22	0,24	0,06	0,24	0,05
InvW	3.663,63	3.273,27	8,26	10,98	0,10	0,14	0,41	0,08	0,20	0,07
TBATS (I) ⁴	3.869,43	3.383,47	11,05	11,17	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00	0,00
EIG3	4.184,41	3.757,26	10,48	12,52	0,00	0,00	0,50	0,00	0,50	0,00
EIG4	4.262,52	3.822,88	10,83	12,72	0,00	0,00	0,50	0,00	0,50	0,00
STL (I) ³	4.640,51	4.262,72	9,91	14,45	0,00	0,00	1,00	0,00	0,00	0,00
CSR	4.890,95	4.418,43	12,40	14,73	-	-	-	-	-	-
NG	5.127,29	4.630,20	12,35	15,51	-0,22	-1,21	0,81	0,03	1,58	0,01
MQO	6.734,40	6.135,44	16,08	20,63	-0,21	-2,13	1,28	0,04	2,00	-0,04
LAD	7.117,40	6.507,00	16,89	21,91	-0,14	-2,20	1,40	0,06	1,88	-0,08

¹ SARIMA(0, 1, 2)(2, 0, 0)₁₂ com deslocamento

² ETS(A, Ad, A)

³ ETS(M, A, N)

⁴ TBATS(0, {2, 1}, -, {(12, 5)})

⁵ NNAR(2, 1, 2)₁₂

Para a série de ITBI, o método de Redes Neurais (NNAR) apresentou a melhor acurácia tanto no critério REQM quanto no EMP, por isso a Tabela ?? apresenta as previsões apenas para esse modelo.

Tabela 11 – Valores Previstos 12 passos à frente - ITBI

	Real	PBH	NNAR
jan/18	23.097.319,93	27.171.624,43	28.295.629,03
fev/18	22.753.150,77	24.854.503,75	26.723.176,99
mar/18	28.139.250,11	31.404.505,97	28.748.577,32
abr/18	30.015.995,53	27.403.017,98	28.433.248,59
mai/18	29.235.617,36	31.488.299,20	30.222.834,74
jun/18	29.474.262,01	30.452.522,61	30.088.084,39
jul/18	31.891.963,25	31.178.566,80	29.979.081,31
ago/18	31.680.599,90	36.337.264,04	30.403.319,21
set/18	27.000.925,97	27.853.785,89	28.784.248,20
out/18	30.715.835,42	29.531.258,56	29.683.781,81
nov/18	28.830.535,56	28.765.709,77	29.512.022,56
dez/18	33.476.897,71	29.597.273,00	29.042.356,83
Soma	346.312.353,52	356.038.332,00	349.916.360,96

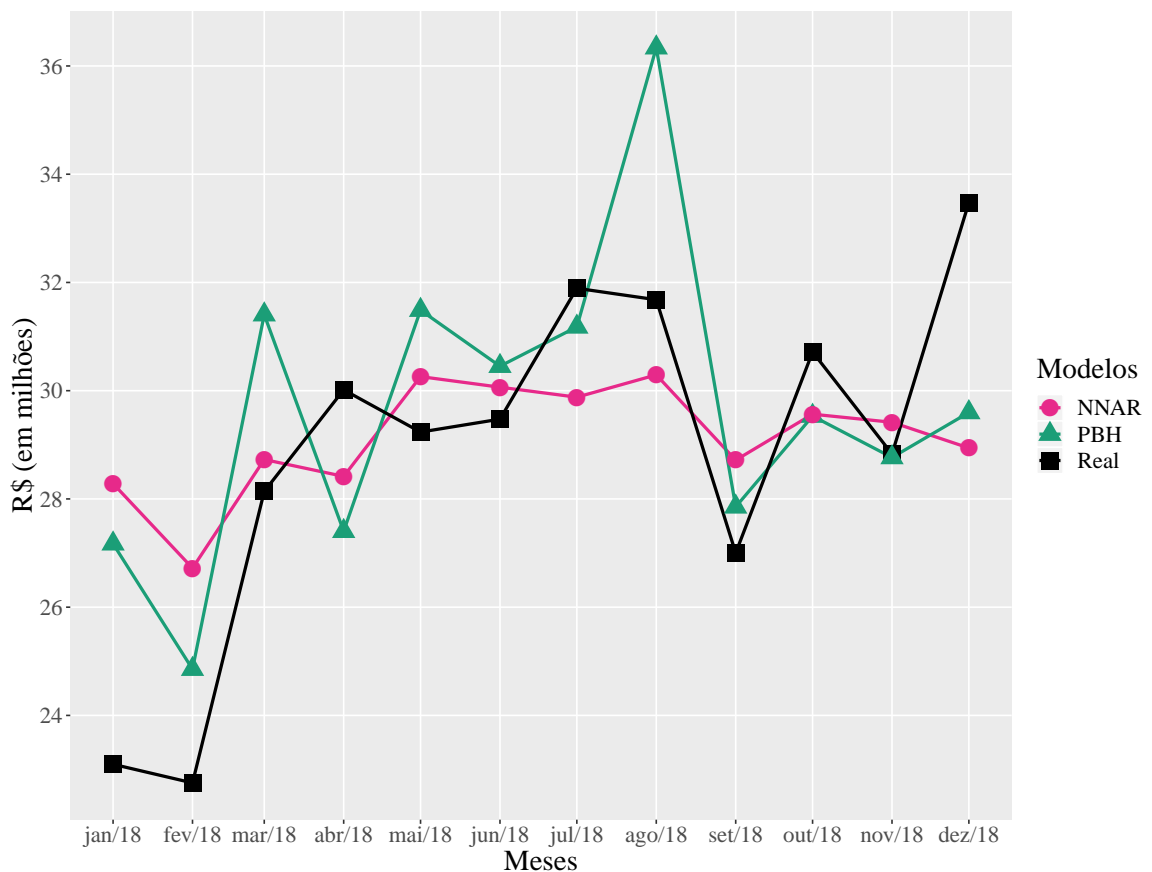


Figura 8 – Arrecadação de ITBI

5.4 Receita de Transferências

Para a previsão da Receita de Transferências, o modelo selecionado foi de Redes Neurais (NNAR).

Tabela 12 – Especificação dos Modelos de Previsão de Receita de Transferências

	Acurácia					Pesos				
	REQM (R\$ 1.000,00)	EAM (R\$ 1.000,00)	EMP (%)	EPAM (%)	SARIMA	Suavização	STL	NNAR	TBATS	SNAIVE
NNAR (I) ⁵	48.350,02	36.581,58	-0,12	8,46	0,00	0,00	0,00	1,00	0,00	0,00
InvW	52.149,56	37.911,07	-3,09	9,24	0,10	0,14	0,41	0,08	0,20	0,07
SA	52.204,38	38.483,90	-2,25	9,04	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17
CSR	52.679,85	35.840,09	-1,73	8,58	-	-	-	-	-	-
SNAIVE (I)	52.813,30	42.389,81	2,18	9,89	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00
MED	53.091,61	38.015,55	-2,74	8,80	-	-	-	-	-	-
TA	53.091,61	38.015,55	-2,74	8,80	-	-	-	-	-	-
WA	53.091,61	38.015,55	-2,74	8,80	-	-	-	-	-	-
BG	53.950,91	39.978,49	-3,39	9,52	0,20	0,23	0,24	0,05	0,24	0,04
LAD	54.045,13	35.221,73	0,26	8,18	0,11	0,35	0,40	0,33	0,12	-0,35
EIG4	54.268,50	39.990,97	-2,96	9,71	0,00	0,00	0,49	0,00	0,51	0,00
EIG3	54.445,38	40.786,12	-3,35	9,96	0,00	0,00	0,50	0,00	0,50	0,00
MQO	57.521,78	44.261,16	-1,45	10,44	-0,39	0,15	0,69	0,11	0,51	-0,08
EIG2	58.516,77	44.674,16	-4,55	10,75	0,35	0,32	0,31	-0,16	0,33	-0,15
NG	59.198,83	47.929,83	-2,32	11,42	-0,48	0,11	0,77	0,01	0,56	0,03
EIG1	59.456,95	47.295,17	-5,52	11,48	0,35	0,32	0,31	-0,12	0,32	-0,18
Suavização (I) ²	61.017,29	42.315,13	-3,43	9,67	0,00	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00
TBATS (I) ⁴	61.054,17	41.163,32	-2,58	9,44	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00	0,00
SARIMA (I) ¹	64.568,70	48.022,50	-5,43	11,35	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
PBH	67.334,02	52.464,49	-7,11	12,77	-	-	-	-	-	-
STL (I) ³	69.201,40	59.525,98	-4,13	14,41	0,00	0,00	1,00	0,00	0,00	0,00

¹ SARIMA(0,1,2)(0,1,1)₁₂ com deslocamento

² ETS(A,A,A)

³ ETS(M,A,N)

⁴ TBATS(0,{2,0},1,{(12,5)})

⁵ NNAR(2,1,2)₁₂

Para a série Receita de Transferências, o método de Redes Neurais (NNAR) apresentou a melhor acurácia tanto no critério REQM quanto no EMP, por isso a Tabela 13 apresenta as previsões apenas para esse modelo.

Tabela 13 – Valores Previstos 12 passos à frente - Receita de Transferências

	Real	PBH	NNAR
jan/18	520.067.950,70	611.794.907,40	569.230.742,40
fev/18	484.975.559,70	440.695.178,60	433.655.441,45
mar/18	389.512.293,20	435.128.965,90	432.022.269,23
abr/18	401.616.089,40	404.193.671,00	378.986.650,50
mai/18	527.945.653,00	405.588.853,80	404.579.184,03
jun/18	391.232.589,40	384.734.483,20	363.635.170,82
jul/18	374.508.506,90	413.472.954,40	379.618.026,50
ago/18	368.692.500,00	372.432.471,50	356.249.506,36
set/18	354.945.130,00	375.622.978,90	369.804.200,14
out/18	335.002.481,30	399.781.574,50	362.895.834,20
nov/18	349.237.002,00	404.454.824,60	352.044.007,20
dez/18	360.962.788,30	494.101.038,30	420.243.598,70
Soma	4.858.698.543,90	5.142.001.902,10	4.822.964.631,52

5.5 Receita Corrente Líquida

Para a previsão da Receita Corrente Líquida, o modelo selecionado foi de Média Winsorizada (WA).

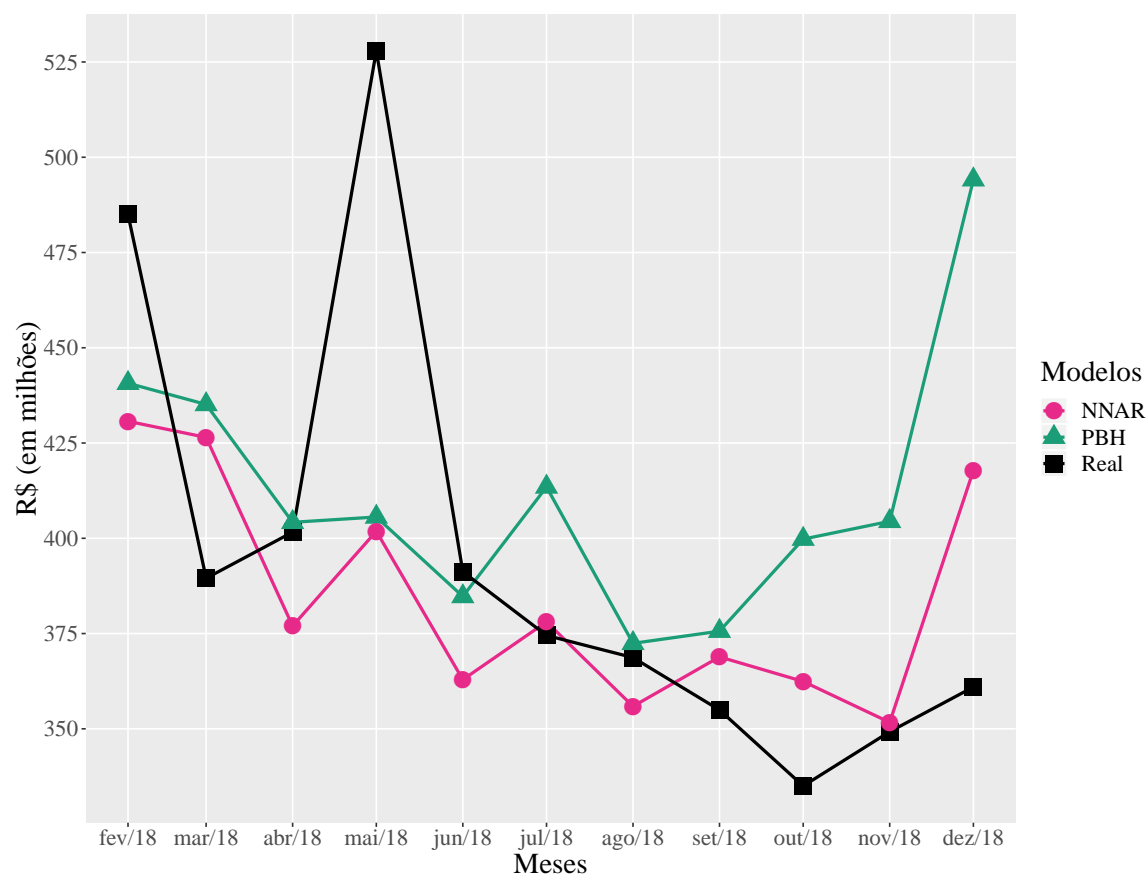


Figura 9 – Receita de Transferências

Nota – A alta arrecadação não prevista pelos modelos no mês de maio se explica pelo atraso de repasses referentes a IPVA que normalmente ocorrem em janeiro

Tabela 14 – Especificação dos Modelos de Previsão de Receita Corrente Líquida

	Acurácia					Pesos				
	REQM (R\$1.000,00)	EAM (R\$1.000,00)	EMP (%)	EPAM (%)	SARIMA	Suavização	STL	NNAR	TBATS	SNAIVE
WA	42.078,24	28.455,71	0,70	3,73	-	-	-	-	-	-
MED	42.099,05	28.472,29	0,67	3,74	-	-	-	-	-	-
TA	42.099,05	28.472,29	0,67	3,74	-	-	-	-	-	-
NNAR (I) ⁵	42.733,47	31.994,83	3,10	4,35	0,00	0,00	0,00	1,00	0,00	0,00
Suavização (I) ²	46.246,59	30.993,21	-0,38	4,14	0,00	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00
TBATS (I) ⁴	47.510,75	30.761,31	0,39	4,07	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00	0,00
SARIMA (I) ¹	50.364,31	34.537,70	0,59	4,51	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
EIG2	51.770,00	36.224,72	0,61	4,34	0,16	0,15	0,15	0,18	0,15	0,21
EIG1	52.525,96	35.764,51	1,64	4,24	0,15	0,14	0,14	0,18	0,14	0,24
SNAIVE (I)	54.513,03	47.765,62	5,32	6,51	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00
SA	55.520,88	37.513,37	1,16	4,41	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17
EIG3	59.573,70	40.690,16	0,34	4,80	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20	0,00
EIG4	59.937,96	39.949,34	0,63	4,67	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20	0,00
BG	61.729,86	41.350,74	0,45	4,82	0,19	0,19	0,21	0,14	0,21	0,06
PBH	93.772,79	81.548,73	-9,95	10,81	-	-	-	-	-	-
InvW	94.760,85	59.056,62	-0,15	6,63	0,10	0,14	0,41	0,08	0,20	0,07
CSR	106.654,99	60.489,35	0,97	6,53	-	-	-	-	-	-
LAD	114.602,92	58.307,71	3,53	5,96	0,15	0,13	0,46	0,64	0,14	-0,56
NG	162.193,57	90.296,63	-0,94	9,80	-0,10	-0,39	0,78	0,22	0,54	-0,05
STL (I) ³	208.144,19	113.917,95	-2,08	12,35	0,00	0,00	1,00	0,00	0,00	0,00
MQO	232.360,26	119.108,84	1,31	12,39	-0,07	-0,60	1,14	0,84	0,38	-0,71

¹ SARIMA(0, 1, 2)(0, 1, 1)₁₂ com deslocamento² ETS((M, A, N)³ ETS(M, A, N)⁴ TBATS(0.159, {2, 1}, 1, {(12, 5)})⁵ NNAR(2, 1, 2)₁₂

Tabela 15 – Valores Previstos 12 passos à frente - Receita Corrente Líquida

	Real	PBH	WA	InvW
jan/18	1.406.375.242,00	1.576.898.839,00	1.380.243.487,49	1.115.795.315,82
fev/18	739.636.746,80	743.147.826,90	685.055.325,04	701.167.423,85
mar/18	649.207.301,20	772.280.743,90	695.267.219,12	708.406.215,90
abr/18	674.687.212,50	747.395.015,60	666.992.679,69	689.874.457,26
mai/18	821.130.669,70	778.603.274,20	703.935.415,59	713.392.164,67
jun/18	686.049.464,80	739.142.709,90	680.957.039,11	699.106.118,62
jul/18	685.204.979,90	778.691.939,00	682.560.199,08	705.369.332,04
ago/18	682.142.840,30	736.467.540,30	665.322.822,36	693.789.941,35
set/18	651.963.158,20	711.257.905,10	661.917.901,88	692.969.593,16
out/18	662.892.967,60	733.174.409,20	665.726.516,09	695.008.464,52
nov/18	656.773.967,00	733.237.781,70	671.050.130,99	697.528.039,39
dez/18	739.316.844,70	898.613.383,70	781.531.990,70	776.654.713,89
Soma	9.055.381.394,70	9.948.911.368,50	8.940.560.727,13	8.889.061.780,48

5.6 Receita Corrente

Para a previsão da Receita Corrente, o modelo selecionado foi de Média Winsorizada (WA).

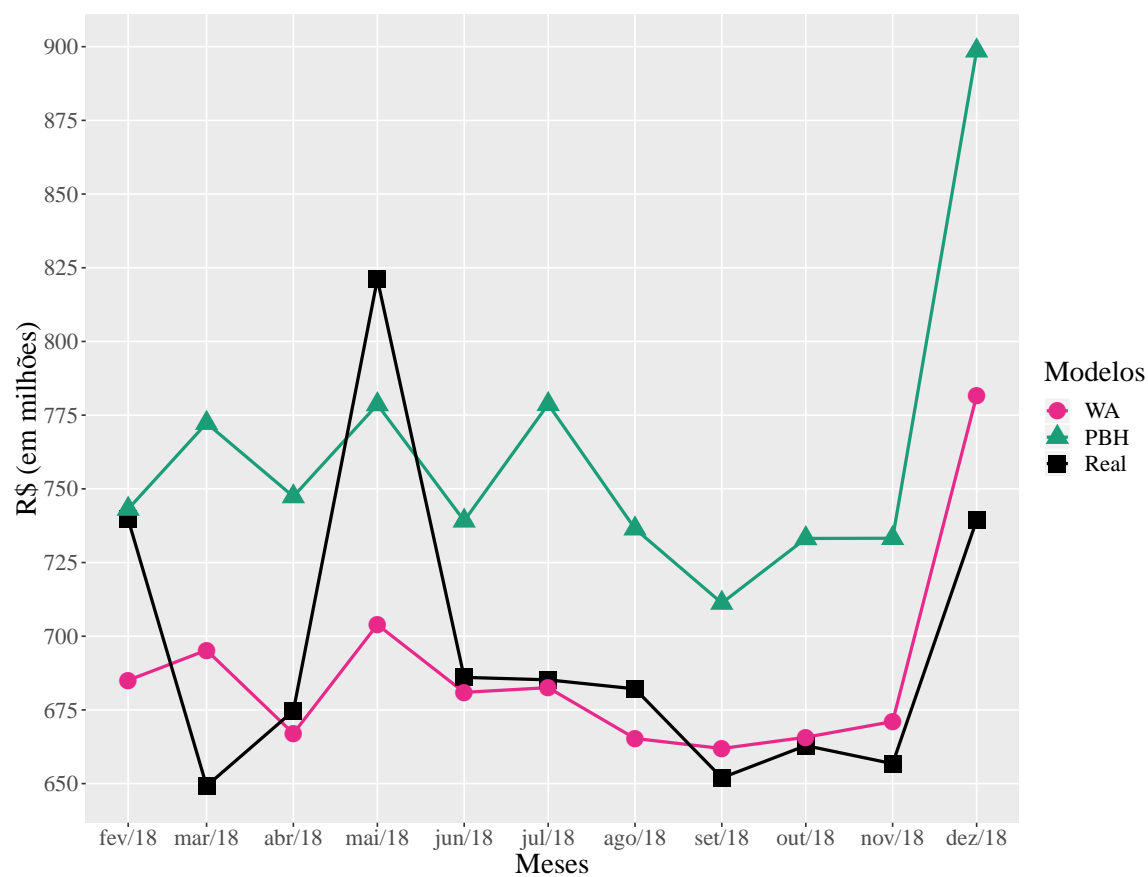


Figura 10 – Receita Corrente Líquida

Nota – A alta arrecadação não prevista pelos modelos no mês de maio se explica pelo atraso de repasses referentes a IPVA que normalmente ocorrem em janeiro

Tabela 16 – Especificação dos Modelos de Previsão de Receita Corrente

	Acurácia				Pesos					
	REQM (R\$ 1.000,00)	EAM (R\$ 1.000,00)	EMP (%)	EPAM (%)	SARIMA	Suavização	STL	NNAR	TBATS	SNAIVE
WA	56.822,20	35.424,94	2,50	4,25	-	-	-	-	-	-
MED	57.186,05	35.914,80	2,56	4,32	-	-	-	-	-	-
TA	57.186,05	35.914,80	2,56	4,32	-	-	-	-	-	-
NNAR (I) ⁵	58.576,81	41.221,41	4,19	5,12	0,00	0,00	0,00	1,00	0,00	0,00
Suavização (I) ²	59.590,71	36.277,14	1,76	4,43	0,00	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00
EIG2	62.619,68	41.420,55	1,51	4,57	0,20	0,15	0,15	0,16	0,14	0,20
SNAIVE (I)	63.579,34	52.698,86	5,54	6,60	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00
EIG1	64.237,03	41.537,03	2,60	4,56	0,19	0,14	0,14	0,16	0,13	0,24
SARIMA (I) ¹	66.057,37	48.795,55	2,30	6,11	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
SA	67.446,43	42.663,12	2,19	4,59	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17
BG	74.405,00	46.890,41	1,61	4,97	0,13	0,21	0,22	0,17	0,20	0,07
TBATS (I) ⁴	75.458,79	50.725,61	0,50	6,14	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00	0,00
EIG3	78.599,83	48.630,31	1,31	5,10	0,00	0,26	0,25	0,24	0,25	0,00
EIG4	78.713,41	48.409,98	1,39	5,07	0,00	0,26	0,25	0,24	0,25	0,00
PBH	84.919,37	72.908,60	-6,60	8,77	-	-	-	-	-	-
InvW	104.618,70	62.949,34	0,96	6,44	0,08	0,20	0,41	0,10	0,14	0,07
CSR	144.191,43	80.590,76	0,90	8,06	-	-	-	-	-	-
LAD	193.091,89	103.674,33	2,39	10,15	-0,48	0,24	0,84	0,62	0,06	-0,30
STL (I) ³	223.867,61	123.252,84	-1,12	12,42	0,00	0,00	1,00	0,00	0,00	0,00
NG	262.434,86	143.233,45	-0,94	14,40	-0,61	-0,31	1,20	0,66	0,15	-0,09
MQO	349.742,56	185.951,78	-0,80	18,52	-0,50	-0,75	1,61	0,90	0,14	-0,40

¹ SARIMA(0, 1, 1)(1, 1, 0)₁₂ com deslocamento

² ETS(A, A, A)

³ ETS(M, A, N)

⁴ TBATS(0.092, {2, 0}, 1, {(12, 5)})

⁵ NNAR(2, 1, 2)₁₂

Tabela 17 – Valores Previstos 12 passos à frente - Receita Corrente

	Real	PBH	WA	TBATS
jan/18	1.496.965.840,00	1.659.194.873,00	1.473.648.578,32	1.462.689.296,39
fev/18	800.047.415,20	786.884.053,50	736.130.578,70	746.431.270,61
mar/18	704.184.080,00	815.256.594,20	745.971.389,04	724.111.508,13
abr/18	729.745.452,60	778.821.244,60	703.525.518,73	745.534.930,52
mai/18	914.353.881,50	810.432.643,50	743.153.360,42	711.640.647,87
jun/18	735.150.936,30	769.969.993,60	738.622.338,60	756.487.181,33
jul/18	733.659.610,60	806.024.481,20	722.249.483,64	697.114.440,56
ago/18	731.378.016,50	764.149.806,70	700.489.725,04	748.691.624,68
set/18	697.339.180,00	738.039.261,50	695.723.621,31	676.661.845,90
out/18	703.476.990,70	759.867.761,30	697.279.649,48	752.534.030,39
nov/18	697.959.775,10	762.091.324,50	685.900.931,71	693.138.742,58
dez/18	799.596.276,10	933.859.455,80	832.612.131,98	932.230.297,43
Soma	9.743.857.454,60	10.384.591.493,40	9.475.307.306,97	9.647.265.816,40

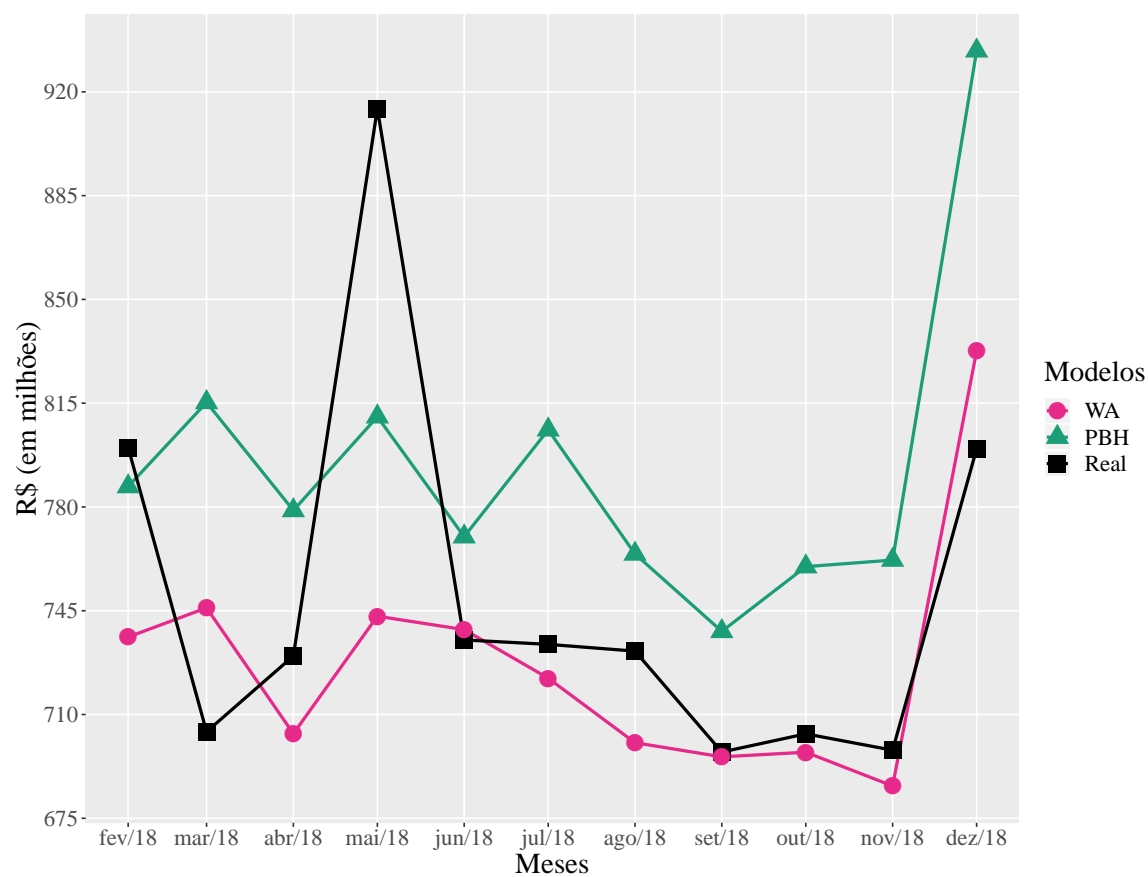


Figura 11 – Receita Corrente

Nota – A alta arrecadação não prevista pelos modelos no mês de maio se explica pelo atraso de repasses referentes a IPVA que normalmente ocorrem em janeiro

6 CONCLUSÃO

Esse trabalho estudou os modelos *Naïve* Sazonal com Deslocamento, Suavização Exponencial, Autotregressivo de Médias Móveis Sazonal (SARIMA), Redes Neurais, Decomposição e Método de Livera, Hyndman e Snyder (2010) e suas combinações por onze formas diferentes, nomeadamente: (i) Bates e Granger (1969); (ii) Média Aritmética Simples; (iii) Mínimos Desvios Absolutos; (iv) Mediana; (v) Granger e Newbold (1974); (vi) Regressão de Mínimos Quadrados Ordinários; (vii) Hsiao e Wan (2014); (viii) Inverso do Posto; (ix) Regressões Completas de Subconjuntos; (x) Média Aparada, e (xi) Média Winsorizada. O objetivo é aumentar a precisão das previsões de receitas correntes públicas, a partir de uma aplicação para os dados da Prefeitura de Belo Horizonte. Essa dissertação contribui para a literatura ao utilizar métodos ainda não explorados por trabalhos prévios sobre o tema, nomeadamente, combinação de previsão por Regressão de Subconjuntos (ELLIOTT; GARGANO; TIMMERMANN, 2013), por Métodos de Autovetores (HSIAO; WAN, 2014), pelo Inverso do Posto (AIOLFI; TIMMERMANN, 2006), por Média Aparada (ARMSTRONG, 2001) e Média Winsorizada (JOSE; WINKLER, 2008). Contribui, também, para a melhora na gestão do orçamento público por apresentar métodos mais eficazes. O trabalho, a partir de métodos de estimação univariados, pode servir de auxílio para melhorar as previsões de receita e a gestão orçamentária nas demais esferas do Estado brasileiro nos níveis municipal, estadual e federal.

A partir dos dados mensais das receitas orçamentárias da prefeitura de Belo Horizonte para o período entre 2003 e 2018, foram geradas previsões mensais para os anos de 2018 a 2020. As estimativas obtidas para 2018 foram comparadas às oficiais apresentadas pela Prefeitura e são apresentadas no Capítulo 5 Análise de Resultados. As previsões mensais referentes aos anos de 2019 e 2020 são aprestadas do Apêndice A ao Apêndice F. A escolha das séries foi feita com base na relevância das mesmas na composição da receita orçamentária total da prefeitura de Belo Horizonte.

Como resultado, modelos de combinação de previsões apresentaram um melhor desempenho para as quatro séries seguintes: IPTU; ISS; Receita Corrente e Receita Corrente Líquida; enquanto o método de redes neurais fez a melhor previsão para ITBI e Receita de Transferências. Em todos os casos, as novas previsões, desenvolvidas nesse estudo, foram mais acuradas do que as calculadas pela Prefeitura e que têm servido de base para a elaboração de seu orçamento. Houve, por parte da Prefeitura de Belo Horizonte, subestimação das receitas de ITBI e ISS, enquanto a Receita Corrente foi superestimada. a superestimação da Receita Corrente pode ser explicada pelo incentivo que existe para se criar créditos adicionais suplementares por anulação de dotações orçamentárias.

A previsão de receitas pode também ser utilizada como uma ferramenta de controle interno. Nesse estudo, ficou evidenciado o atraso de repasses de recursos estaduais para o município, o que exige medidas de ajuste das despesas.

Dada a estrutura normativa brasileira que regulamenta os gastos públicos, a superestimação de receitas tem um mesmo efeito sobre o orçamento do governo que um choque econômico negativo: exige corte de despesas para se cumprir as metas de resultado primário e nominal. Por isso, a correta previsão de receitas é instrumento crucial de planejamento, para que se evite interrupção de obras, projetos e serviços para a população devido a contingenciamentos causados por frustrações de receita no decorrer do exercício fiscal.

REFERÊNCIAS

- AFONSO, C. F. da Cruz e L. E. Gestão fiscal e Pilares da Lei de Responsabilidade Fiscal: evidências em grandes municípios. **Revista de Administração Pública**, v. 52, n. 1, p. 126–148, 9 jan. 2018. Citado na página 24.
- AIOLFI, M.; TIMMERMANN, A. Persistence in Forecasting Performance and Conditional Combination Strategies. **Journal of Econometrics**, v. 135, n. 1, p. 31–53, 2006. Citado 4 vezes nas páginas 13, 35, 42 e 63.
- ARMSTRONG, J. S. Combining Forecasts: the end of the beginning or the beginning of the end? **International Journal of Forecasting**, v. 4, n. 5, p. 585–588, 1989. Citado na página 40.
- ARMSTRONG, J. S. Combining Forecasts. In: JON SCOTT ARMSTRONG. **Principles of Forecasting: a handbook for researchers and practitioners**. Boston: Springer, 2001. (International Series in Operations Research & Management Science, v. 30), cap. 13, p. 417–439. Citado 4 vezes nas páginas 13, 35, 41 e 63.
- BATES, J. M.; GRANGER, C. W. J. The Combination of Forecasts. **International Journal of Forecasting**, North-Holland, v. 20, n. 4, p. 451–468, dez. 1969. Citado 7 vezes nas páginas 5, 6, 13, 34, 41, 42 e 63.
- BELO HORIZONTE. Lei nº 11.097, de 29 de dezembro de 2017: Estima a receita e fixa a despesa do município para o exercício financeiro de 2018. **Diário Oficial do Município de Belo Horizonte**, Belo Horizonte, MG, 29 dez. 2017. Citado na página 24.
- BENELLI, F. C. **Previsão da receita tributária federal por base de incidência**. 126 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Economia do Setor Público) — Universidade de Brasília, Brasília, 2013. Citado 3 vezes nas páginas 25, 26 e 27.
- BOTRIC, V.; VIZEK, M. Forecasting Fiscal Revenues in a Transition Country: the case of croatia. **Zagreb International Review of Economics and Business**, v. 15, n. 1, p. 23–36, maio 2012. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 27.
- BOX, G. E.; JENKINS, G. M.; REINSEL, G. C. **Time Series Analyses: forecasting and control**. 4. ed. Hoboken, New Jersey: John Wiley Sons, Inc., 2008. 757 p. (Wiley Series in Probability and Statistics). Citado na página 38.
- BRASIL. Lei nº 4.320, de 17 de março de 1964: Estatui normas gerais de direito financeiro para elaboração e controle dos orçamentos e balanços da união, dos estados, dos municípios e do distrito federal. **Diário Oficial da União**, Brasília, 17 março 1964. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/LEIS/L4320.htm>. Acesso em: 1 ago. 2018. Citado 2 vezes nas páginas 23 e 28.
- BRASIL. Lei nº 7.614, de 14 de julho de 1987: Autoriza a realização, em caráter extraordinário, de operações de crédito à conta e risco do tesouro nacional, e dá outras providências. **Diário Oficial da República Federativa do Brasil**, Brasília, DF, 14 jul. 1987. Citado na página 18.
- BRASIL. Constituição (1988). **Constituição da República Federativa do Brasil**. Brasília: Senado, 1988. Citado 2 vezes nas páginas 16 e 19.
- BRASIL. Lei nº 82, de 27 de março de 1995: Disciplina os limites das despesas com o funcionalismo público, na forma do art. 169 da constituição federal. (lei camata). **Diário Oficial da República Federativa do Brasil**, Brasília, DF, 27 mar. 1995. Citado na página 21.
- BRASIL. Lei Complementar nº 101, de 4 de maio de 2000: Estabelece normas de finanças públicas voltadas para a responsabilidade na gestão fiscal e dá outras providências. **Diário Oficial da União**, Brasília, DF, 4 maio 2000a. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Leis/LCP/Lcp101.htm>. Acesso em: 1 ago. 2018. Citado 5 vezes nas páginas 12, 17, 22, 23 e 27.
- BRASIL. Lei nº 10.028, de 19 de outubro de 2000: Altera o decreto-lei no 2.848, de 7 de dezembro de 1940 – código penal, a lei no 1.079, de 10 de abril de 1950, e o decreto-lei no 201, de 27 de fevereiro de 1967. **Diário Oficial da República Federativa do Brasil**, Brasília, DF, 19 out. 2000b. Citado na página 12.

BRASIL. Resolução nº 40, de 2001: Dispõe sobre os limites globais para o montante da dívida pública consolidada e da dívida pública mobiliária dos estados, do distrito federal e dos municípios, em atendimento ao disposto no art. 52, vi e ix, da constituição federal. **Diário Oficial da União** — Atos do Senado Federal, Brasília, DF, p. 6, dez. 2001. Citado na página 17.

BRASIL. Resolução nº 43, de 2001: Dispõe sobre as operações de crédito interno e externo dos estados, do distrito federal e dos municípios, inclusive concessão de garantias, seus limites e condições de autorização, e dá outras providências. **Diário Oficial da União** — Atos do Senado Federal, Brasília, DF, p. 1, dez. 2001. Citado na página 17.

BRASIL. Lei Complementar nº 131, de 27 de maio de 2009: Acrescenta dispositivos à lei complementar no 101, de 4 de maio de 2000, que estabelece normas de finanças públicas voltadas para a responsabilidade na gestão fiscal e dá outras providências, a fim de determinar a disponibilização, em tempo real, de informações pormenorizadas sobre a execução orçamentária e financeira da união, dos estados, do distrito federal e dos municípios. **Diário Oficial da União**, Brasília, DF, 27 maio 2009. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/lcp/lcp131.htm>. Acesso em: 1 ago. 2019. Citado na página 12.

BRENDER, A.; NAVON, G. Predicting Government Tax Revenues and Analyzing Forecast Uncertainty. **Israel Economic Review**, v. 7, n. 2, p. 81–111, fev. 2010. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 27.

CAMPOS, C. V. C. **Previsão da Arrecadação de Receitas Federais**: aplicações de modelos de séries temporais para o estado de são paulo. 80 p. Dissertação (Mestrado em Economia) — Universidade de São Paulo, São Paulo, 2009. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 26.

CARABOTTA, L. **Fiscal Forecasting in Italy**. 143 p. Tese (Doutorado em Economia) — Universitat de Barcelona, Barcelona, 2015. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 27.

CERQUEIRA, A. C.; BARACHO, M. A. P. **Projeção da Receita Pública Estadual**. 39 p. Monografia (Prêmio Tesouro Nacional), Brasília, 2005. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 26.

CERQUEIRA, V. dos S. Métodos de Combinação e Previsão para a Receita Corrente Líquida: uma aplicação para o caso dos estados brasileiros. In: ESCOLA DE ADMINISTRAÇÃO FAZENDÁRIA, 2016, Brasília. **Fórum Fiscal dos Estados Brasileiros**. Brasília, 2016. Citado 3 vezes nas páginas 25, 26 e 27.

CLEMEN, R. T. Combining Forecasts. **International Journal of Forecasting**, North-Holland, n. 5, p. 559–583, 1989. Citado na página 34.

CLEMENTE, A.; CLEMENTE, L. T. Aplicação da metodologia Box-Jenkins para previsão do ICMS do estado do Paraná de agosto de 2011 a julho de 2012. **Economia & Tecnologia**, v. 27, p. 47–58, out. 2011. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 26.

CLEVELAND, R. B. et al. STL: a seasonal-trend decomposition procedure based on loess. **Journal of Official Statistics**, v. 6, n. 1, p. 3–73, jun. 1990. Citado na página 40.

CORDEIRO JÚNIOR, H. de H.; SIQUEIRA, M. L. **Um Modelo no Espaço de Estados para a Previsão de Receitas Tributárias e sua Atualização Automática**. 57 p. Monografia (Prêmio Tesouro Nacional), Brasília, 2003. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 26.

DUNCAN, G.; GORR, W.; SZCZYPULA, J. Bayesian Forecasting for Seemingly Unrelated Time Series: application to local government revenue forecasting. **Management Science**, v. 39, n. 3, p. 275–293, mar. 1993. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 27.

ELLIOTT, G.; GARGANO, A.; TIMMERMANN, A. Complete Subset Regressions. **Journal of Econometrics**, v. 177, n. 2, p. 357 – 373, abr. 2013. Citado 4 vezes nas páginas 13, 34, 43 e 63.

FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES Y HUMANÍSTICAS. Análisis de la Recaudación Tributaria del Ecuador por Sectores Económicos: ventajas, estructura y factores determinantes. período 2008-2012. maio 2013. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 27.

FULLERTON, T. M. A. A Composite Approach to Forecasting State Government Revenues: case study of the idaho sales tax. **International Journal of Forecasting**, v. 5, n. 3, p. 372–380, 1989. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 27.

- GARDNER JR, E. S. Exponential smoothing: the state of the art. **Journal of Forecasting** — Theory and Methodology, v. 4, p. 1 – 28, 1985. Citado na página 35.
- GOBETTI, S. W. **Regras Fiscais no Brasil e na Europa: um estudo comparativo e propositivo**. Rio de Janeiro, RJ: IPEA, 2014. 46 p. (Texto para Discussão, n. 2018). Citado na página 17.
- GOMES, A. dos S. **Modelagem e Previsão da Arrecadação do Imposto de Renda no Brasil**. 140 p. Dissertação (Mestrado em Estatística) — Universidade de Pernambuco, Recife, 2003. Citado 3 vezes nas páginas 25, 26 e 27.
- GRANGER, C. W.; NEWBOLD, P. Spurious Regressions in Econometrics. **Journal of Econometrics**, Nottingham, n. 2, p. 111–120, 1974. Citado 5 vezes nas páginas 5, 6, 10, 44 e 63.
- GRANGER, C. W. J.; RAMANATHAN, R. Improved Methods of Combining Forecasts. **Journal of Forecasting**, North-Holland, v. 3, n. 2, p. 197–204, abr. 1984. Citado na página 42.
- GUARAGNA, P. R. S.; MELLO, M. R. **Um Modelo de Previsão para a Arrecadação do ICMS**. 46 p. Monografia (Prêmio Tesouro Nacional), Brasília, 2002. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 26.
- HANSEN, B. E. Challenges for Econometric Model Selection. **Econometric Theory**, Cambridge University Press, v. 21, n. 1, p. 60 – 68, fev. 2005. Citado na página 34.
- HSIAO, C.; WAN, S. K. Is There an Optimal Forecast Combination? **Journal of Econometrics**, v. 178, n. 2, p. 294–309, 2014. Citado 7 vezes nas páginas 5, 6, 10, 13, 34, 44 e 63.
- HYNDMAN, R. et al. **forecast: Forecasting functions for time series and linear models**. [S.l.], 2019. R package version 8.7. Disponível em: <<http://pkg.robjhyndman.com/forecast>>. Citado 2 vezes nas páginas 13 e 39.
- HYNDMAN, R. J.; ATHANASOPOULOS, G. **Forecasting: principles and practice**. 2. ed. Melbourne, Australia: OTexts, 2018. Disponível em: <<https://otexts.com/fpp2/>>. Acesso em: 21 fev. 2019. Citado na página 37.
- JOSE, V. R. R.; WINKLER, R. L. Simple Robust Averages of Forecasts: some empirical results. **International Journal of Forecasting**, v. 24, n. 1, p. 163–169, mar. 2008. Citado 4 vezes nas páginas 13, 35, 41 e 63.
- JÚNIOR, O. A. C. **Utilizando Séries Temporais na Previsão da Arrecadação do Imposto de Renda**. 86 p. Monografia (Especialização em Orçamento Público), Brasília, 2007. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 26.
- KUBO, S. H. **Previsão de Arrecadação Tributária Baseada em um Método de Otimização de Portfólio para a Combinação de Previsões**. 247 p. Tese (Doutorado em Economia) — Universidade de São Paulo, São Paulo, 2014. Citado 3 vezes nas páginas 25, 26 e 27.
- LIEBEL, M. J.; FOGLIATTO, F. S. Método para Previsão de Receita Tributária. In: ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO, 2005, PUCRS. **XXV Encontro Nacional de Engenharia de Produção**. Porto Alegre, 2005. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 26.
- LIVERA, A. M. D.; HYNDMAN, R. J.; SNYDER, R. D. **Forecasting time series with complex seasonal patterns using exponential smoothing**. Australia: MONASH University, 2010. 40 p. (Working Paper, n. 15). Citado 4 vezes nas páginas 5, 6, 37 e 63.
- MANOEL, A.; GARSON, S.; MORA, M. Brazil: The Subnational Debt Restructuring of the 1990s: origins, conditions, and results. In: LILI LIU AND OTAVIANO CANUTO. **Until Debt Do Us Part: subnational debt, insolvency and markets**. Washington: The World Bank, 2013. cap. 1, p. 33–79. Citado na página 21.
- MARQUES, C. A. G.; UCHÔA, C. F. Estimação e Previsão do ICMS na Bahia. **Revista Desenharia**, v. 3, n. 5, p. 195–211, set. 2006. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 26.
- MCNEES, S. K. The Uses and Abuses of "Consensus"Forecasts. **Journal of Forecasting**, v. 8, n. 11, p. 703–701, dez. 1992. Citado na página 40.
- MEIRELLES, H. L. **Direito Municipal Brasileiro**. 18. ed. São Paulo: Malheiros, 2017. 888 p. Citado na página 28.

- MELO, B. S. V. de. **Modelo de Previsão de Arrecadação Tributária**. 100 p. Dissertação (Mestrado em Economia) — Universidade de Brasília, Brasília, 2001. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 26.
- MENDONÇA, M. J.; MEDRANO, L. A. **Um Modelo de Combinação de Previsões para Arrecadação de Receita Tributária no Brasil**. Rio de Janeiro, RJ: IPEA, 2016. 43 p. (Texto para Discussão, n. 2186). Citado 3 vezes nas páginas 25, 26 e 27.
- MENDONÇA, M. J. C. de; SACHSIDA, A.; MEDRANO, L. A. T. Um Modelo Econométrico para Previsão de Impostos no Brasil. **Economia Aplicada**, v. 17, n. 2, p. 295–329, jan. 2013. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 26.
- MOÇO, J. R. C. **Estimação de um Modelo de Previsão do ICMS do Estado do Rio de Janeiro**. 88 p. Dissertação (Mestrado em Economia) — Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2017. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 26.
- NOWOTARSKI, J. et al. An Empirical Comparison of Alternative Schemes for Combining Electricity Spot Price Forecasts. **Energy Economics**, v. 46, p. 395–412, nov. 2014. Citado na página 43.
- OLIVEIRA, J. C. de; SILVA, P. F. e. **Reformas das Instituições Fiscais: reflexões sobre o caso do Brasil**. Santiago de Chile: Nações Unidas, 2000. (Política Fiscal, 110). ISBN 92-1-321590-8. Citado na página 18.
- PECEGUINI, E. E. **Análise Comparativa de Métodos de Previsão Aplicados à Arrecadação do ICMS**. Monografia (Especialização) — Fundação Instituto de Pesquisas Econômicas, São Paulo, 2001. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 26.
- PESSOA, F. de M. C.; CORONEL, D. A.; LIMA, J. E. de. Previsão de Arrecadação de ICMS para o Estado de Minas Gerais: uma comparação entre modelos arima e arfima. **Revista Brasileira de Gestão e Desenvolvimento Regional**, v. 9, n. 2, p. 47 – 64, maio 2013. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 26.
- PINHEIRO, A. F. **Modelos Univariados de Séries Temporais para Previsões de Curto Prazo da Arrecadação Nacional de FGTS**. 88 p. Dissertação (Mestrado em Economia) — Universidade Federal do Rio de Janeiro, Fortaleza, 2004. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 26.
- PREFEITURA DE BELO HORIZONTE. Demonstrativos da Lei Complementar nº 101/2000 - Lei de Responsabilidade Fiscal. In: _____. **Transparência - Contas Públicas**. Belo Horizonte, 2019. Disponível em: <<https://prefeitura.pbh.gov.br/transparencia/contas-publicas/execucao-orcamentaria-e-gestao-fiscal/demonstrativos>>. Acesso em: 4 maio 2019. Citado 3 vezes nas páginas 27, 30 e 31.
- R Core Team. **R: A Language and Environment for Statistical Computing**. Vienna, Austria, 2019. Disponível em: <<https://www.R-project.org/>>. Citado na página 13.
- REID, D. J. Combining Three Estimates of Gross Domestic Product. **Economica**, v. 35, n. 140, p. 431–444, nov. 1968. Citado na página 34.
- REID, D. J. **A Comparative Study of Time Series Prediction Techniques on Economic Data**. Tese (Doutorado) — University of Nottingham, Nottingham, UK, 1969. Citado na página 34.
- ROCHA, F. G.; BRAGANÇA, G. G. F. de. **Especificidades das Previsões de Impostos de Competência Municipal**. 80 p. Monografia (Prêmio Tesouro Nacional), Brasília, 2003. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 26.
- ROCHA, F. G. a. **Contribuição de modelos de series temporais para a previsão da arrecadação de ISS**. 114 p. Dissertação (Mestrado em Economia) — Universidade Estadual de Campinas - Instituto de Economia, Campinas, 2003. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 26.
- SECRETARIA DO TESOURO NACIONAL. **Manual de Demonstrativos Fiscais: aplicado à união e aos estados, distrito federal e municípios**. 9. ed. [S.l.], 2018. 654 p. Citado na página 23.
- SHAUB, D.; ELLIS, P. **forecastHybrid: Convenient Functions for Ensemble Time Series Forecasts**. [S.l.], 2019. R package version 4.2.17. Disponível em: <<https://CRAN.R-project.org/package=forecastHybrid>>. Citado na página 13.
- SILVEIRA, A. L. Q. da. **Um Modelo de Previsão da Arrecadação do ICMS em Goiás**. 87 p. Monografia (Prêmio Tesouro Nacional), Brasília, 2000. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 26.

SIQUEIRA, M. L. **Melhorando a Previsão da Arrecadação Tributária Federal através da Utilização de Modelos de Séries Temporais**. 82 p. Monografia (Prêmio Tesouro Nacional), Brasília, 2002. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 26.

SISNANDO, S. R. A.; FREITAS, M. A. de S. Previsão e Avaliação do Desempenho dos Contribuintes do ICMS do Estado do Ceará Utilizando as Redes Neurais Artificiais. **Revista Econômica do Nordeste**, v. 37, n. 1, p. 131–149, jan. 2006. Citado na página 26.

STOCK, J. H.; WATSON, M. W. Combination Forecasts of Output Growth in a Seven-Country Data Set. **Journal of Forecasting**, n. 23, p. 405–430, 2004. Citado 2 vezes nas páginas 40 e 41.

TIMMERMANN, A. Forecast Combinations. In: GRAHAM ELLIOTT, CLIVE W.J. GRANGER AND ALLAN TIMMERMANN. **Handbook of Economic Forecasting**. 2. ed. Macapá: Elsevier, 2006. v. 1, cap. 4, p. 135–196. Citado na página 34.

VIEIRA, M. dos S. Previsão da Arrecadação do ITBI do Município do Rio de Janeiro: um estudo da capacidade de previsão de alguns modelos estatísticos. In: ASSOCIAÇÃO NACIONAL DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA EM ADMINISTRAÇÃO, 2003, Atibaia. **Anais do XXVII EnANAPD**. Atibaia, 2003. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 26.

WEISS, C. E.; ROETZER, G. R.; RAVIV, E. **ForecastComb: Forecast Combination Methods**. [S.l.], 2018. R package version 1.3.1. Disponível em: <<https://CRAN.R-project.org/package=ForecastComb>>. Citado na página 13.

WOLD, H. **A study in the analysis of stationary time series**. 214 p. Tese (Doutorado) — Stockholm College, Uppsala, 1938. Citado na página 38.

Apêndices

APÊNDICE A – IPTU

Tabela 18 – Previsões para 36 períodos à frente para IPTU

	Real			MED			Real			InvW		
	2017	2018	2019	2020	2017	2018	2019	2020	2017	2018	2019	2020
janeiro	525.665,39	577.882,99	606.790,04	640.754,07	525.665,39	474.261,37	496.808,88	521.060,19	janeiro	474.261,37	496.808,88	521.060,19
fevereiro	61.848,01	74.633,39	82.874,02	92.091,86	61.848,01	73.156,52	80.555,48	88.307,90	fevereiro	73.156,52	80.555,48	88.307,90
março	59.512,98	69.043,88	76.238,88	83.737,06	59.512,98	70.861,30	78.234,24	86.201,61	março	70.861,30	78.234,24	86.201,61
abril	56.235,89	67.517,99	75.126,41	83.457,20	56.235,89	68.543,27	75.639,83	83.092,58	abril	68.543,27	75.639,83	83.092,58
maio	62.426,67	69.875,96	77.387,14	84.799,48	62.426,67	72.331,75	79.244,10	86.542,75	maio	72.331,75	79.244,10	86.542,75
junho	59.432,32	69.370,69	77.286,13	85.915,16	59.432,32	70.896,57	78.121,50	85.675,40	junho	70.896,57	78.121,50	85.675,40
julho	66.429,45	72.600,12	79.948,16	87.583,57	66.429,45	75.330,59	82.372,67	89.866,16	julho	75.330,59	82.372,67	89.866,16
agosto	58.289,84	68.609,29	76.393,85	84.985,30	58.289,84	70.510,94	77.702,79	85.256,41	agosto	70.510,94	77.702,79	85.256,41
setembro	58.192,90	65.823,51	72.726,91	79.311,18	58.192,90	69.553,11	76.328,48	83.446,71	setembro	69.553,11	76.328,48	83.446,71
outubro	57.823,34	65.545,86	73.112,89	81.417,55	57.823,34	69.690,97	76.776,58	84.201,73	outubro	69.690,97	76.776,58	84.201,73
novembro	59.858,91	65.328,76	71.922,55	78.974,80	59.858,91	70.486,97	77.312,73	84.498,24	novembro	70.486,97	77.312,73	84.498,24
dezembro	76.911,81	82.614,50	91.807,91	102.440,16	76.911,81	84.658,16	92.607,43	101.009,74	dezembro	84.658,16	92.607,43	101.009,74
Soma ano	1.202.627,50	1.348.846,93	1.461.614,89	1.585.467,38	1.202.627,50	1.270.281,52	1.371.704,71	1.479.159,42	Soma ano	1.270.281,52	1.371.704,71	1.479.159,42
var. (%) anual	-	12,16%	8,36%	8,47%	-	5,63%	7,98%	7,83%	var. (%) anual	5,63%	7,98%	7,83%

Fonte – Elaboração Própria

APÊNDICE B – ISS

Tabela 19 – Previsões para 36 períodos à frente para ISS

	Real			EIGI			Real			SARIMA		
	2017	2018	2019	2020	2017	2018	2019	2020	2017	2018	2019	2020
janeiro	109.386,12	114.276,30	124.881,30	135.977,20	109.386,12	115.468,34	124.358,30	135.551,96	janeiro	109.386,12	124.358,30	135.551,96
fevereiro	95.782,47	106.540,02	117.816,72	129.179,09	95.782,47	107.900,75	120.567,16	133.980,05	fevereiro	95.782,47	120.567,16	133.980,05
março	99.054,90	109.969,46	121.122,87	132.510,29	99.054,90	110.737,63	122.811,93	135.821,97	março	99.054,90	122.811,93	135.821,97
abril	109.665,37	113.584,97	124.141,32	135.372,13	109.665,37	116.457,74	126.287,99	138.231,00	abril	109.665,37	126.287,99	138.231,00
maio	100.502,45	111.610,54	122.755,19	134.264,31	100.502,45	112.443,35	124.772,35	138.016,30	maio	100.502,45	124.772,35	138.016,30
junho	108.854,87	114.133,36	124.806,59	136.183,03	108.854,87	117.063,96	127.690,17	140.138,10	junho	108.854,87	127.690,17	140.138,10
julho	109.577,53	116.261,50	127.001,22	138.476,32	109.577,53	118.327,94	129.027,74	141.478,49	julho	109.577,53	129.027,74	141.478,49
agosto	109.333,16	117.456,00	128.356,38	140.016,33	109.333,16	118.356,22	129.473,47	142.266,15	agosto	109.333,16	129.473,47	142.266,15
setembro	109.547,13	116.915,15	127.775,13	139.391,26	109.547,13	119.284,38	130.615,25	143.500,98	setembro	109.547,13	130.615,25	143.500,98
outubro	111.188,67	119.686,81	130.665,51	142.482,45	111.188,67	120.395,01	131.673,78	144.635,54	outubro	111.188,67	131.673,78	144.635,54
novembro	109.774,06	119.173,76	130.268,54	142.136,51	109.774,06	120.393,13	132.299,82	145.591,41	novembro	109.774,06	132.299,82	145.591,41
dezembro	111.952,47	123.500,54	134.750,22	146.867,58	111.952,47	121.853,54	133.571,57	146.854,62	dezembro	111.952,47	133.571,57	146.854,62
Soma ano	1.284.619,21	1.383.108,43	1.514.340,99	1.652.856,51	1.284.619,21	1.398.682,00	1.533.149,54	1.686.066,57				
var. (%) ano	-	7,67%	9,49%	9,15%	-	8,88%	9,61%	9,97%				

Fonte – Elaboração Própria

APÊNDICE C – ITBI

Para a série ITBI, o método de Redes Neurais (NNAR) apresentou a melhor acurácia tanto no critério REQM quanto no EMP. A Tabela ?? apresenta as previsões apenas para esse modelo.

Tabela 20 – Previsões para 36 períodos à frente para ITBI

	NNAR				
	Real	2017	2018	2019	2020
janeiro	27.393,20	28.295,63	29.567,40	30.305,51	30.214,67
fevereiro	21.761,55	26.723,18	29.179,83	30.355,47	30.388,02
março	28.207,39	28.748,58	29.739,51	30.305,69	30.553,80
abril	25.808,48	28.433,25	29.759,64	30.415,33	30.627,29
maio	31.970,16	30.222,83	30.305,69	30.470,48	30.676,36
junho	29.481,75	30.088,08	30.415,33	30.605,85	30.730,56
julho	28.543,28	29.979,08	30.470,48	30.201,46	30.643,93
agosto	30.235,03	30.403,32	30.605,85	30.365,14	30.670,28
setembro	24.836,50	28.784,25	30.201,46	30.322,23	30.657,47
outubro	28.650,14	29.683,78	30.365,14	30.195,42	30.623,50
novembro	27.769,68	29.512,02	30.322,23	361.127,99	366.446,86
dezembro	26.205,36	29.042,36	30.195,42	3,20%	1,47%
Soma ano	330.862,52	349.916,36	361.127,99	5,76%	3,20%
var. (% ano	-	-	-	5,76%	3,20%

Fonte – Elaboração Própria

APÊNDICE D – RECEITA DE TRANSFERÊNCIAS

Para a série Receita de Transferências, o método de Redes Neurais (NNAR) apresentou a melhor acurácia tanto no critério REQM quanto no EMP, por isso a Tabela ?? apresenta as previsões apenas para esse modelo.

Tabela 21 – Previsões para 36 períodos à frente para Receita de Transferências

	NNAR				
	Real	2017	2018	2019	2020
janeiro	577.748,13	569.230,74	549.849,05	524.587,61	
fevereiro	432.184,03	433.655,44	433.219,82	431.401,12	
março	433.477,61	432.022,27	430.247,54	427.811,54	
abril	356.869,02	378.986,65	392.356,91	400.164,78	
maio	406.218,58	404.579,18	404.648,48	405.252,15	
junho	342.537,33	363.635,17	378.016,54	387.668,14	
julho	370.839,53	379.618,03	386.545,61	391.851,81	
agosto	336.153,05	356.249,51	370.863,91	381.326,33	
setembro	358.716,97	369.804,20	378.741,36	385.726,22	
outubro	348.052,24	362.895,83	374.238,35	382.763,57	
novembro	331.462,04	352.044,01	367.061,24	377.971,01	
dezembro	429.229,05	420.243,60	413.414,10	408.889,52	
Soma ano	4.723.487,58	4.822.964,63	4.879.202,90	4.905.413,81	
var. (%) ano	-	2,11%	1,17%	0,54%	

Fonte – Elaboração Própria

APÊNDICE E – RECEITA CORRENTE LÍQUIDA

Tabela 22 – Previsões para 36 períodos à frente para Receita Corrente Líquida

	Real			WA			Real			InvW		
	2017	2018	2019	2020	2017	2018	2019	2020	2017	2018	2019	2020
janeiro	1.359.245,58	1.381.759,48	1.440.270,69	1.497.856,25	1.359.245,58	1.115.753,15	1.160.340,34	1.210.020,13	1.359.245,58	1.115.753,15	1.160.340,34	1.210.020,13
fevereiro	668.960,50	685.369,89	728.547,26	765.607,09	668.960,50	701.370,09	734.592,06	769.038,29	668.960,50	701.370,09	734.592,06	769.038,29
março	692.107,23	694.908,56	732.514,37	765.565,78	692.107,23	708.683,65	739.334,66	771.762,03	692.107,23	708.683,65	739.334,66	771.762,03
abril	615.595,17	668.696,80	711.424,89	747.865,51	615.595,17	689.960,04	723.484,74	758.164,51	615.595,17	689.960,04	723.484,74	758.164,51
maio	718.701,07	707.183,59	730.740,90	763.821,65	718.701,07	714.069,92	744.538,09	776.869,69	718.701,07	714.069,92	744.538,09	776.869,69
junho	630.870,74	683.917,22	719.244,13	755.990,79	630.870,74	699.254,79	732.920,52	767.853,84	630.870,74	699.254,79	732.920,52	767.853,84
julho	680.574,06	683.879,80	714.952,33	747.634,37	680.574,06	705.742,36	736.773,30	769.463,97	680.574,06	705.742,36	736.773,30	769.463,97
agosto	625.698,04	666.741,48	704.841,13	740.979,50	625.698,04	693.920,82	727.416,89	762.164,18	625.698,04	693.920,82	727.416,89	762.164,18
setembro	628.927,85	662.964,57	694.131,67	726.229,92	628.927,85	693.103,65	724.842,43	757.932,96	628.927,85	693.103,65	724.842,43	757.932,96
outubro	613.578,62	668.410,93	704.664,54	740.838,24	613.578,62	695.115,79	728.967,70	764.030,55	613.578,62	695.115,79	728.967,70	764.030,55
novembro	598.570,16	675.365,59	707.822,86	740.617,23	598.570,16	697.607,03	730.316,94	764.231,97	598.570,16	697.607,03	730.316,94	764.231,97
dezembro	743.468,96	782.294,16	819.902,58	858.621,06	743.468,96	777.580,52	812.386,16	849.245,15	743.468,96	777.580,52	812.386,16	849.245,15
Soma ano	8.576.297,99	8.961.492,06	9.409.057,34	9.851.627,38	8.576.297,99	8.892.161,82	9.295.913,83	9.720.777,26	8.576.297,99	8.892.161,82	9.295.913,83	9.720.777,26
var.(%) ano	-	4,49%	4,99%	4,70%	-	3,68%	4,54%	4,57%	-	3,68%	4,54%	4,57%

Fonte – Elaboração Própria

APÊNDICE F – RECEITA CORRENTE

Tabela 23 – Previsões para 36 períodos à frente para Receita Corrente

	Real			WA			TBATS		
	2017	2018	2019	2020	2017	2018	2019	2020	
janeiro	1.450.680,25	1.473.648,58	1.511.464,17	1.551.095,33	janeiro	1.450.680,25	1.462.689,30	1.522.984,85	1.639.817,49
fevereiro	728.072,09	736.130,58	760.299,59	782.447,08	fevereiro	728.072,09	746.431,27	836.996,82	907.154,98
março	749.294,06	745.971,39	765.051,82	793.410,97	março	749.294,06	724.111,51	766.533,51	829.869,16
abril	662.400,26	703.525,52	728.518,80	750.149,09	abril	662.400,26	745.534,93	822.914,56	891.614,05
maio	766.543,83	743.153,36	766.120,67	786.775,76	maio	766.543,83	711.640,65	761.076,45	824.278,88
junho	678.587,54	738.622,34	754.351,91	786.219,63	junho	678.587,54	756.487,18	828.119,02	896.989,88
julho	722.736,56	722.249,48	743.881,96	765.891,08	julho	722.736,56	697.114,44	750.060,88	812.588,92
agosto	668.599,65	700.489,73	724.069,32	746.224,73	agosto	668.599,65	748.691,62	815.971,96	883.807,93
setembro	677.253,49	695.723,62	720.841,16	746.366,05	setembro	677.253,49	676.661,85	730.652,19	791.801,13
outubro	658.905,51	697.279,65	718.284,82	741.305,99	outubro	658.905,51	752.534,03	818.064,68	885.989,39
novembro	642.219,77	685.900,93	715.191,01	739.392,12	novembro	642.219,77	693.138,74	749.728,15	812.365,27
dezembro	796.398,07	832.612,13	852.864,18	889.004,09	dezembro	796.398,07	932.230,30	1.010.341,15	1.092.485,31
Soma ano	9.201.691,06	9.475.307,31	9.760.939,42	10.078.281,92	Soma ano	9.201.691,06	9.647.265,82	10.413.444,23	11.268.762,41
var. (%) ano	-	2,97%	3,01%	3,25%	var. (%) ano	-	4,84%	7,94%	8,21%

Fonte – Fonte: Elaboração Própria

Anexos

ANEXO A – TRANSFORMAÇÃO DE BOX-COX

Se os dados mostrarem variações que aumentem ou diminuam com o nível da série, uma transformação matemática poderá ser útil. As transformações da classe Box-Cox dependem do parâmetro λ e são definidas da seguinte maneira:

$$w_t = \begin{cases} \log(y_t) & \text{se } \lambda = 0 \\ (y_t^\lambda - 1)/\lambda & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (\text{A.1})$$

Um bom valor de λ é aquele que torna o tamanho da variação sazonal igual ao longo de toda a série, tornando a sua previsão mais simples. Tendo escolhido uma transformação, a previsão é feita sobre os dados transformados. Em seguida, a transformação é revertida para obter os valores previstos na escala original. A transformação reversa de Box-Cox é dada por

$$y_t = \begin{cases} \exp(w_t) & \text{se } \lambda = 0 \\ (\lambda w_t + 1)^{1/\lambda} & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (\text{A.2})$$

O pacote *forecast* calcula automaticamente o valor de λ para a transformação de Box-Cox.