

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Metalúrgica, Materiais e de Minas

Dissertação de Mestrado

Dimensionamento da perna barométrica de uma coluna de flotação aplicado à
melhoria na estabilidade do processo

Autor: Alexandre Camilo Leles de Figueiredo
Orientador: Prof. Antônio Eduardo Clark Peres
Coorientador: Prof. Gilberto Rodrigues da Silva

Dezembro/2019

Alexandre Camilo Leles de Figueiredo

Dimensionamento da perna barométrica de uma coluna de flotação aplicado à
melhoria na estabilidade do processo

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Metalúrgica, Materiais e de Minas da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito parcial para obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Metalúrgica, Materiais e de Minas.

Área de concentração: Tecnologia Mineral

Orientador: Prof. Antônio Eduardo Clark Peres

Coorientador: Prof. Gilberto Rodrigues da Silva

Belo Horizonte
Universidade Federal de Minas Gerais
Escola de Engenharia
2019

F475d

Figueiredo, Alexandre Camilo Leles de.

Dimensionamento da perna barométrica de uma coluna de flotação aplicado à melhoria na estabilidade do processo [recurso eletrônico] / Alexandre Camilo Leles de Figueiredo. - 2019.

1 recurso online (xx, 119 f.: il., color.): pdf.

Orientador: Antônio Eduardo Clark Peres.

Coorientador: Gilberto Rodrigues da Silva.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Minas Gerais, Escola de Engenharia.

Anexos: f. 118-119.

Bibliografia: f. 103-117.

Exigências do sistema: Adobe Acrobat Reader.

1. Engenharia de minas - Teses. 2. Tecnologia mineral - Teses. 3. Flotação - Teses. 4. Controle de processo - Teses. I. Peres, Antônio Eduardo Clark. II. Silva, Gilberto Rodrigues da. III. Universidade Federal de Minas Gerais. Escola de Engenharia. IV. Título.

CDU: 622(043)



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
ESCOLA DE ENGENHARIA
Programa de Pós-Graduação em Engenharia
Metalúrgica, Materiais e de Minas



Dissertação intitulada "**Dimensionamento da Perna Barométrica de uma Coluna de Flotação Aplicado à Melhoria na Estabilidade do Processo**", área de concentração: Tecnologia Mineral, apresentada pelo candidato **Alexandre Camilo Leles de Figueiredo**, para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Metalúrgica, Materiais e de Minas, aprovada pela comissão examinadora constituída pelos seguintes membros:

Prof. Antônio Eduardo Clark Peres
Orientador - PhD (UFMG)

Eng.º Gilberto Rodrigues da Silva
Coorientador - Dr. (Pós-Doc/UFMG)

Prof. Afonso Henriques Martins
D.Sc. (UFMG)

Marcos Gomes Vieira
Dr. (SAMARCO)

Prof. Rodrigo Lambert Oréfica
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia
Metalúrgica, Materiais e de Minas/UFMG

Belo Horizonte, 09 de dezembro de 2019

DEDICATÓRIA

A meu pai, Geraldo, minha mãe, Leila, minha irmã, Pâmela, minha amada esposa, Simere, e minha avó, Aparecida (*in memoriam*), que acreditaram em mim e, com muito carinho e apoio, não mediram esforços para que eu chegasse até esta etapa da minha vida. Dedico também ao meu filho, Victor, desculpando-me pelos momentos de ausência para que este trabalho fosse concluído, e minha filha Clarice.

AGRADECIMENTOS

Inicialmente, agradeço a Deus por conferir-me força, perseverança e lucidez para execução e conclusão do presente trabalho. Agradeço a ele também por colocar muitas pessoas especiais em meu caminho, sem as quais certamente não teria dado conta.

Aos meus pais, Geraldo e Leila, que, mesmo com todas as adversidades e dificuldades que vivemos, não mediram esforços para que eu pudesse estudar.

À minha querida esposa, Simere, por ser tão importante na minha vida e sempre estar a meu lado. Devido a seu companheirismo, amizade, paciência, compreensão, apoio, alegria e amor, este trabalho pôde ser concretizado. Obrigado por ter feito do meu sonho o nosso sonho.

À minha irmã, Pâmela, por sempre ser grande parceira de toda vida, compartilhar conquistas e estar ao meu lado nas dificuldades.

A todos familiares, em especial a minha avó, Aparecida (*in memoriam*), e aos tios Cesar, Doralice, Geraldo (*in memoriam*), Hitochi, Stael e Raquel que me ajudaram ao longo de uma vida inteira com livros, materiais escolares, uniformes e muitos incentivos. Vocês podem não saber, mas me fizeram acreditar que posso mais do que imaginava.

À Samarco Mineração S/A pelo apoio, subsídio e constante incentivo ao estudo e desenvolvimento pessoal e profissional de seus funcionários.

Aos gestores que tive ao longo deste processo, Álvaro Resende, Carlos Antonio de Amorim, Edmilson de Freitas, Ivan dos Santos, Marcos Gomes, Rodrigo Abreu e Sandro Miranda por me permitirem assistir as aulas em dias de trabalho e constante estímulo. Ao Marcos Gomes, agradeço também pela ajuda na escolha e correções do trabalho.

A Geraldo Batisteli e Sérgio Vasconcelos pela paciência, ensinamentos e apoio desde o meu início de carreira como estagiário na Samarco até os dias de hoje. Vocês são minhas maiores referências profissionais.

A Ataíde Dias e Rogério Cirilo por terem sido meus professores nas operações Samarco de beneficiamento de minério de ferro.

A Paulo Sérgio Oliveira pela referência técnica e por sempre estar disposto a compartilhar conhecimentos.

A João Paulo Melo e Luiz Flávio, pois acreditaram neste trabalho e me ajudaram com sua implementação e mensuração dos ganhos.

A todos colegas de trabalho das Gerências de Beneficiamento, Mineração e Engenharia de Processos pela torcida.

Aos companheiros de jornada Airton Silva, Alexandro Uliana, Carlos Richardson, Jackson Teixeira, Leonardo Baptista, Rodrigo Cruz, Vanderson Eney e Vinícius Seerig pela solidariedade, companheirismo, estímulo e conhecimentos compartilhados.

Ao meu amigo, Walliston Fernandes, pois a caminhada até aqui começou há 16 anos quando juntos vencemos o desafio de passar no vestibular.

À Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG) pela oportunidade de engrandecimento científico.

Ao meu orientador, Prof. Ph.D. Antônio Eduardo Clark Peres, pelo apoio e brilhante orientação ao longo da pesquisa, bem como por me aceitar uma segunda vez no mestrado, já que tive que abdicar dele em 2012 por motivos profissionais.

Ao Prof. Ph.D. Gilberto Rodrigues da Silva pela coorientação.

A todos professores do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Metalúrgica, Materiais e de Minas da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas

Gerais que, com ensinamentos e orientações, me ajudaram ativa ou passivamente neste projeto.

E a todos aqueles que direta ou indiretamente colaboraram para a execução deste trabalho.

Ninguém vence sozinho. Obrigado a todos!

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	1
2 OBJETIVOS	3
3 PROCESSO PRODUTIVO DO CONCENTRADOR 01 DA SAMARCO	4
3.1 A Samarco.....	4
3.2 Instalações da Britagem 01	7
3.3 O Concentrador 01	8
3.3.1 Pré-moagem.....	9
3.3.2 Moagem primária.....	10
3.3.3 Deslamagem	11
3.4.4 Flotação convencional	12
3.4.5 Moagem secundária	13
3.4.6 Circuito de flotação em células mecânicas de grande volume	14
3.4.7 Circuito de flotação em colunas para a concentração do <i>underflow</i> dos ciclones deslamadores (primeiro estágio de flotação em colunas).....	15
3.4.8 Circuito de flotação em colunas para obtenção do concentrado final (segundo estágio de flotação em colunas).....	17
3.4.9 Espessamento da lama	17
3.4.10 Espessamento do concentrado.....	18
4 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	19
4.1 Concentração mineral.....	19
4.1.1 Concentração mineral por flotação	20
4.1.2 Flotação em coluna	24
4.1.2.1 Variáveis do processo de flotação em coluna	26
4.1.2.2 Controle de uma coluna de flotação.....	30
4.1.2.3 Métodos convencionais para a medição do nível de interface polpa/espuma.....	33
4.2 A mecânica dos fluidos.....	35

4.2.1 Fluidos em movimento.....	36
4.2.1.1 A equação de Bernoulli para movimento constante de um fluido ideal ao longo de uma linha de fluxo	37
4.2.1.2 Equação para movimento constante de um fluido real ao longo de uma linha de fluxo	40
4.3 Transporte de polpa	42
4.3.1 Polpas minerais	43
4.3.2 Agitação	45
4.3.3 Número de Reynolds	46
4.3.4 Rugosidade das tubulações.....	47
4.3.5 Reologia	48
4.3.5.1 Modelos reológicos.....	49
4.3.5.2 Variáveis que afetam a reologia de suspensões	55
4.3.5.3 Viscosimetria e reometria	56
4.3.6 Fluxo em tubulações.....	57
4.3.7 Coeficiente de perda de carga	58
4.3.8 Perda de carga	61
4.3.8.1 Método de Hazen-Williams	62
4.3.8.2 Método de Darcy-Weisbach (fórmula universal).....	64
4.3.8.3 Método do coeficiente de perda em função da carga cinética.....	65
4.3.8.4 Método do comprimento equivalente	67
4.3.9 Velocidade crítica de deposição e velocidade de escoamento.....	69
5 METODOLOGIA.....	72
5.1 Materiais e métodos	72
5.1.1 Instalações da coluna <i>scavenger</i> subsequente ao estágio de flotação em células mecânicas de grande volume	72
5.1.2 Obtenção dos dados do processo e elaboração do balanço de massas.....	74
5.1.3 Especificação do diâmetro dos tubos e da válvula de controle	78
5.1.4 Dimensionamento da perna barométrica	79

5.1.5	Sumário das principais etapas para o dimensionamento da perna barométrica da coluna de flotação.....	83
5.1.6	Verificação do desempenho da etapa de flotação.....	84
6	RESULTADOS E DISCUSSÕES	85
6.1	Dados de processo e balanço de massas	85
6.2	Especificação do diâmetro dos tubos e da válvula de controle	88
6.3	Dimensionamento da perna barométrica	92
6.4	Desempenho da etapa de flotação	96
7	CONCLUSÕES	100
8	RELEVÂNCIA DOS RESULTADOS	101
9	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	102
10	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	103
11	ANEXOS	118
	Anexo I - Testes de hipóteses para as médias do teor de ferro no rejeito, recuperação de ferro e teor de sílica no concentrado do circuito de flotação antes e depois da adequação da perna barométrica.....	118

LISTA DE FIGURAS

Figura 3.1. Principais resultados da Samarco Mineração S/A nos anos de 2013 e 2014 (SAMARCO, 2015).....	4
Figura 3.2. Processo produtivo da Samarco Mineração S/A (SAMARCO, 2015).....	5
Figura 3.3. Localização da Samarco Mineração S/A no Brasil (SAMARCO, 2015).....	6
Figura 3.4. Fluxograma das instalações da Britagem 01.	8
Figura 3.5. Fluxograma do Concentrador 01.	9
Figura 4.1. Resultados de medidas de potencial zeta do quartzo e da hematita em função do pH (VIEIRA, 1995).	24
Figura 4.2. Representação esquemática de uma coluna de flotação (AQUINO <i>et al.</i> , 2010).....	26
Figura 4.3. Partícula movendo-se ao longo de uma linha de corrente (POTTER e WIGGERT, 2004).	38
Figura 4.4. (a) Suspensão parcial: algumas partículas estão suspensas e parte delas permanece no fundo do tanque, usado mais comumente em dissolução de sólidos com alto grau de solubilidade; (b) Suspensão completa: Todas as partículas sólidas estão em suspensão, condição mínima para a maior parte dos processos; (c) Suspensão uniforme: sólidos suspensos uniformemente por todo o volume do tanque: condição requerida para processos de cristalização ou reação em meio líquido com catalisador sólido (PAUL, ATIEMO-OBENG e KRESTA, 2004).....	46
Figura 4.5. Modelo de placas paralelas utilizadas por Newton para explicar a viscosidade de um líquido (TONEGUTTI, 2017).....	50
Figura 4.6. Modelos reológicos: (1) Herschel-Bulkley; (2) Plástico de Bingham; (3) Pseudoplástico; (4) Newtoniano; (5) Dilatante (STEFFE, 1996).	52
Figura 4.7. Viscosidade aparente em função da taxa de cisalhamento para os modelos reológicos (1) Herschel-Bulkley ($0 < n < 1$), (2) Plástico de Bingham, (3) Dilatante, (4) Pseudoplástico e (5) Newtoniano (STEFFE, 1996).	54
Figura 4.8. Distribuição dos perfis de velocidade e cisalhamento (KOTZÉ, 2007).	58
Figura 4.9. Diagrama de Moody para obtenção do coeficiente de perda de carga (BARRAL, 2018).	61
Figura 4.10. Gráficos do fator FL para materiais uniformes, à esquerda, e não uniformes, à direita (CHAVES, NAKAE e SALGADO, 2002).	70
Figura 5.1. Sistema utilizado pela Samarco para medição de nível da interface polpa/espuma em colunas de flotação.	72

Figura 5.2. Válvula de controle da coluna <i>scavenger</i> subsequente ao estágio de flotação em células mecânicas de grande volume (<i>tank cells</i>).....	73
Figura 5.3. Condições de instalação da perna barométrica da coluna de flotação.	74
Figura 5.4. Equipamentos para análise granulométrica: peneiras da série Tyler e agitador eletromagnético.	75
Figura 5.5. Granulômetro a laser <i>Mastersizer</i>	76
Figura 5.6. Principais pontos de amostragem para a elaboração do balanço de massas do circuito de flotação.	77
Figura 5.7. Dimensões da coluna circular e critérios de dimensionamento para a perna barométrica.	79
Figura 5.8. Etapas de dimensionamento da perna barométrica da coluna de flotação.	83
Figura 6.1. Distribuição granulométrica do material de alimentação da coluna de flotação.	85
Figura 6.2. Balanço de massas do circuito de flotação.....	87
Figura 6.3. Novas dimensões de instalação da perna barométrica da coluna <i>scavenger</i> subsequente às células mecânicas de grande volume.....	95
Figura 6.4. Nível da interface polpa/espuma da coluna de flotação antes e depois da adequação da perna barométrica.....	96
Figura 6.5. Teor de ferro no rejeito do circuito de flotação antes e depois da adequação da perna barométrica.	97
Figura 6.6. Recuperação de ferro do circuito de flotação antes e depois da adequação da perna barométrica.	98
Figura 6.7. Teor de sílica no concentrado do circuito de flotação antes e depois da adequação da perna barométrica.....	99
Figura 11.1. Teste de hipóteses para as médias do teor de ferro no rejeito antes e depois da adequação da perna barométrica.....	118
Figura 11.2. Teste de hipóteses para as médias da recuperação de ferro antes e depois da adequação da perna barométrica.....	118
Figura 11.3. Teste de hipóteses para as médias do teor de sílica no concentrado do circuito de flotação antes e depois da adequação da perna barométrica.....	119

LISTA DE TABELAS

Tabela III.1. Especificações dos concentrados da Samarco Mineração S/A.....	6
Tabela IV.1. Número de Reynolds e regime de escoamento (WHITE, 2009)	47
Tabela IV.2. Rugosidade absoluta de tubos para diferentes tipos de material, em metros (BARRAL, 2018).....	48
Tabela IV.3. Fluidos de comportamento newtoniano, pseudoplástico, dilatante e plástico de Bingham como casos especiais do modelo de Herschel-Bulkley (BRAGANÇA, 2008).....	52
Tabela IV.4. Coeficiente C para os diferentes tipos de tubo (adaptado de BAPTISTA e LARA, 2014).....	63
Tabela IV.5. Valores de coeficiente de perda localizada (k) para algumas conexões e acessórios (adaptado de NETTO e ALVAREZ, 1991, e RODRIGUES, 2006)	67
Tabela IV.6. Razão entre os comprimentos equivalentes e o diâmetro interno da tubulação para diferentes acessórios (ECM, 2009)	68
Tabela VI.1. Teores médios de ferro por ponto de amostragem do circuito de flotação	86
Tabela VI.2. Características dos tubos avaliados para a perna barométrica da coluna de flotação	89
Tabela VI.3. Velocidades de escoamento e críticas de deposição para diferentes diâmetros de tubos.....	91
Tabela VI.4. Altura de polpa Z_0 corrigida devido à concentração volumétrica de ar.....	93

LISTA DE NOTAÇÕES

A	área (m ²)
$a_s = \frac{\partial v}{\partial t}$	aceleração de uma partícula cilíndrica infinitesimal do fluido movimentando-se na direção s em uma linha de corrente (m/s ²)
BHP	<i>Broken Hill Proprietary</i>
C	coeficiente do método de Hazen-Williams para determinação da perda de carga (adimensional)
C_f	coeficiente de perda de carga do método de Darcy-Weisbach expressa em função da vazão (adimensional)
CLS	<i>concentrate low silica</i>
CNS	<i>concentrate normal silica</i>
C_u	coeficiente de uniformidade (adimensional)
$c_{m/v}$	concentração massa/volume (kg/m ³)
c_m	concentração mássica de sólidos da polpa (%)
cv	concentração volumétrica de sólidos na polpa (%)
D_i	diâmetro interno da tubulação (m)
d_{10}	abertura em malha quadrada que deixa passar 10% das partículas (μm)
d_{50}	abertura em malha quadrada que deixa passar 50% das partículas (μm)
d_{60}	abertura em malha quadrada que deixa passar 60% das partículas (μm)
d_{95}	abertura em malha quadrada que deixa passar 95% das partículas (μm)
dA	área de uma partícula cilíndrica infinitesimal do fluido (m ²)
dh	altura ou distância vertical infinitesimal entre dois pontos no deslocamento de uma partícula cilíndrica infinitesimal do fluido em uma linha de corrente (m)
ds	comprimento de uma partícula cilíndrica infinitesimal do fluido (m)
d_v	diâmetro da válvula de controle (m)
$\frac{\partial h}{\partial s}$	variação da altura na direção s (m)
$\frac{\partial p}{\partial s}$	variação da pressão exercida sobre uma partícula cilíndrica infinitesimal do fluido com o comprimento s em uma linha de corrente (N/m)
$\frac{\partial v}{\partial s}$	variação da velocidade de uma partícula cilíndrica infinitesimal do fluido com o comprimento s em uma linha de corrente (kg/m ³ /m)
$\frac{\partial \rho}{\partial s}$	variação da densidade de uma partícula cilíndrica infinitesimal do fluido com o comprimento s em uma linha de corrente (kg/m ³ /m)

EBITDA	<i>Earnings Before Interest, Taxes, Depreciation and Amortization</i>
ETEI	estação de tratamento de efluentes industriais
ES	Espírito Santo (estado brasileiro)
e	constante de Euler (2,7183)
F	força aplicada a um objeto ($N = \text{kg.m/s}^2$)
$\%Fe$	teor de ferro (%)
$\%Fe_a$	teor de ferro na alimentação (%)
$\%Fe_c$	teor de ferro no concentrado (%)
$\%Fe_r$	teor de ferro no rejeito (%)
FL	fator função da granulometria, da diluição de polpa e do coeficiente de uniformidade (adimensional)
f	coeficiente de perda de carga (adimensional)
g	valor padrão da aceleração gravitacional ($g = 9,81\text{m/s}^2$)
h	altura ou distância vertical entre um ponto e outro (m)
h_1	altura no ponto 1 em relação a uma cota inicial (m)
h_2	altura no ponto 2 em relação a uma cota inicial (m)
k	coeficiente de perda de carga localizada (adimensional)
k'	coeficiente de consistência ($\text{Pa}^n \cdot \text{s}^n$)
L	distâncias entre dois pontos em uma linha de fluxo (m)
L_{eq}	comprimento equivalente para cada peça (m)
L_{et}	comprimento equivalente total (m)
L_t	comprimento total da tubulação (m)
L_v	comprimento da válvula de controle (m)
MG	Minas Gerais (estado brasileiro)
MT	milhões de toneladas
m	massa de um objeto (kg)
m_s	massa de sólido (kg)
m_p	massa de polpa (kg)
N	direção normal ao movimento de uma partícula cilíndrica infinitesimal do fluido em uma linha de corrente
n	índice de comportamento do escoamento (adimensional)
P	perímetro de uma área A (m)
P_A	probabilidade de adesão entre partículas hidrofóbicas e bolhas de ar (%)
P_C	probabilidade de colisão bolha-partícula (%)

P_D	probabilidade do rompimento bolha-partícula (%)
P_F	probabilidade de flotação (%)
PID	proporcional integral derivativo
PVC	policloreto de vinila
p	pressão exercida por uma força F em uma área A (N/m ²)
p_1	pressão no ponto 1 (N/m ²)
p_2	pressão no ponto 2 (N/m ²)
p_T	pressão total ou pressão de estagnação (Pa)
p/v	relação peso por volume (%)
Q	vazão de escoamento (m ³ /s)
Q_p	volume total de polpa (m ³)
Q_s	volume de sólido (m ³)
®	marca registrada
Re	número de Reynolds (adimensional)
ROM	<i>Run of Mine</i>
RP	recuperação em peso (%)
S	densidade relativa sólido/líquido (adimensional)
S/A	Sociedade Anônima
SiO ₂	sílica, expressa em teor (%)
s	direção de movimento de uma partícula cilíndrica infinitesimal em uma linha de corrente
T	temperatura (°C)
USD	<i>United State Dollar</i>
U_x	velocidade das placas movendo-se ao longo do eixo “x” do modelo de Newton para explicar a viscosidade de um líquido (m/s)
V	velocidade do deslocamento de uma partícula cilíndrica infinitesimal na direção s em uma linha de corrente (m/s)
Valor-P	nível descritivo ou probabilidade de significância
v	velocidade de escoamento do fluido (m/s)
v_1	velocidade de escoamento do fluido no ponto 1 (m/s)
v_2	velocidade de escoamento do fluido no ponto 2 (m/s)
v_d	velocidade crítica de deposição (m/s)
x, y	coordenadas de eixos
Z_o	altura de polpa no interior da coluna de flotação (m)
Z_1	altura na base da coluna de flotação (m)

Z_2	altura máxima da perna barométrica na descarga da coluna de flotação (m)
∞	infinito

Letras Gregas

γ	peso específico do fluido ($\text{kg/m}^2 \cdot \text{s}^2$)
γ_{cis}	taxa de cisalhamento (s^{-1})
Δh	perda de carga no escoamento (m)
Δh_{dist}	perda de carga distribuída pelo método de Moody-Rouse (m)
Δh_{loc}	perda de carga localizada (m)
ε	rugosidade absoluta de uma superfície ou parede (m)
$\varepsilon = \varepsilon/D_i$	rugosidade relativa de uma tubulação (adimensional)
θ	menor ângulo formado entre a direção da força peso e a direção s de uma partícula cilíndrica infinitesimal movimentando-se em uma linha de corrente ($^\circ$)
λ	parâmetro estrutural de modificação do modelo Herschel-Bulkley
μ	viscosidade absoluta ou dinâmica (Pa.s)
μ_{ap}	viscosidade aparente (Pa.s)
μ_l	viscosidade dinâmica do líquido (Pa.s)
μ_p	viscosidade dinâmica da polpa (Pa.s)
μ_{PL}	viscosidade plástica (Pa.s)
π	número pi ($\pi \cong 3,1416$)
ρ	densidade do fluido (kg/m^3)
ρ_l	massa específica do líquido (kg/m^3)
ρ_p	densidade de polpa (kg/m^3)
ρ_s	massa específica dos sólidos (kg/m^3)
τ	tensão de cisalhamento (Pa)
τ_0	tensão limite de escoamento (Pa)
τ_p	tensão de cisalhamento na parede ou perda de carga por atrito com a parede (Pa)
τ_{yx}	fluxo de tensão do modelo de Newton para explicar a viscosidade de um líquido (Pa)

RESUMO

A ineficiência no controle de nível da interface polpa/espuma da coluna do estágio *scavenger* pode impactar vertiginosamente o desempenho de um circuito de flotação, como aquele operado na Samarco Mineração S/A, no qual o teor de ferro no rejeito estava atingindo patamares superiores a 20% e, conseqüentemente, não eram atendidas as metas de recuperação de ferro e de produção de *pellet feed* da empresa. Diante disso, o presente trabalho objetivou-se a apresentar um novo dimensionamento do sistema de controle de nível da interface polpa/espuma para a coluna de flotação. Esse controle é realizado pela abertura e fechamento automatizado de uma válvula instalada na perna barométrica da descarga da coluna, manipulando-se a vazão do não flotado. Duas expressões para o dimensionamento foram desenvolvidas baseadas em critérios predefinidos de instalação dos equipamentos e em modelos clássicos da Mecânica dos Fluidos (as equações para o movimento constante de um fluido real e a estimativa das perdas de carga em tubulações). A partir de amostragens e da elaboração de um balanço de massas, foram obtidos os principais parâmetros do processo necessários ao dimensionamento: distribuição granulométrica do material de alimentação da coluna de flotação ($d_{10}=3,3\mu\text{m}$, $d_{50}=20,0\mu\text{m}$, $d_{60}=26,0\mu\text{m}$ e $d_{95}=75,0\mu\text{m}$), massa específica dos sólidos (3800kg/m^3), densidade da polpa (1390kg/m^3), concentração volumétrica de sólidos na polpa (13,8%), viscosidade dinâmica da polpa ($1,7\times 10^{-3}\text{kg/m.s}$) e vazão volumétrica da polpa a ser transferida como concentrado até o estágio subsequente ($219,5\text{m}^3/\text{h}$). Cálculos hidráulicos foram realizados e mostraram que o diâmetro instalado de 6" (15,24cm) dos tubos e da válvula do sistema de controle estava apropriado. Entretanto, fizeram-se necessárias as reduções do comprimento no trecho horizontal de 14,6m para 1,9m e da altura da perna barométrica de 4,6m para 2,6m. A adequação da perna barométrica, realizada em uma parada programada do circuito de flotação, diminuiu consideravelmente a variabilidade do nível real da interface polpa/espuma da coluna de flotação, reduziu o teor médio de ferro no rejeito de 24,9% para 18,9% e, conseqüentemente, elevou a recuperação média de ferro da etapa de flotação de 97,9% para 98,7%, sem impactar negativamente o principal indicador de qualidade do circuito que é o teor de sílica no concentrado.

Palavras-chave: controle de variabilidade, interface polpa/espuma, perna barométrica, coluna de flotação

ABSTRACT

The inefficiency in controlling the slurry/froth interface level of the scavenger column stage can severely impair the process performance of a flotation circuit, such as that operated at Samarco, which had the iron content in the tailings reaching levels above 20% and, consequently, not meeting the company's iron recovery and pellet feed production targets. Therefore, the present work aimed to present a new dimensional design of the flotation column slurry/froth interface level control system. This control is achieved by the automated opening and closing of the valve installed in the barometric leg of the flotation column discharge, manipulating the non-floated flow rate. Two expressions for the dimensional design were developed based on predefined equipment installation criteria and classic Fluid Mechanics models (equations for the steady motion of a real fluid and the estimation of head losses in pipes). From the sampling and the elaboration of a mass balance, the main process parameters necessary for the dimensional design were obtained: particle size distribution of the flotation column feed material ($d_{10}=3.3\mu\text{m}$, $d_{50}=20.0\mu\text{m}$, $d_{60}=26.0\mu\text{m}$ e $d_{95}=75.0\mu\text{m}$), solids specific gravity (3800kg/m^3), slurry density (1390kg/m^3), volumetric solids concentration (13.8%), dynamic viscosity of the slurry ($1.7\times 10^{-3}\text{kg/m.s}$) and slurry flow rate to be transferred as concentrate to the subsequent stage ($219.5\text{m}^3/\text{h}$). Hydraulic calculations were performed and showed that the installed 6" (15.24cm) diameter tubes and control system valve were appropriate. However, it was necessary to reduce the barometric leg horizontal stretch length from 14.6m to 1.9m and the barometric leg height from 4.6m to 2.6m. The barometric leg adequacy, performed at a scheduled stoppage of the flotation circuit, considerably decreased the variability in controlling the slurry/froth interface level, reduced the iron content in the tailings from 24.9% to 18.9% and, consequently, increased the iron recovery in the flotation stage from 97.9% to 98.7%, without negatively impairing the main circuit quality indicator which is the silica content in the concentrate.

Keywords: variability control, slurry/froth interface, barometric leg, column flotation

1 INTRODUÇÃO

A exaustão de jazidas minerais com teores dos elementos de interesse mais elevados tem colocado a indústria mineral frente ao desafio de beneficiar minérios mais complexos.

O processo de flotação foi desenvolvido no início do século passado, para a concentração de minérios complexos de baixos teores. Para o tratamento de minério de ferro, a flotação catiônica reversa tem se mostrado o principal método utilizado mundialmente. Nesse método, coleta-se a ganga silicata e precipitam-se os minerais de ferro. No Brasil, a Samarco Mineração S/A é pioneira no uso desse método de concentração, tendo iniciada sua operação em 1977.

As máquinas utilizadas nos processos de flotação podem ser classificadas em: células mecânicas, células pneumáticas e colunas de flotação. A flotação em colunas tem se mostrado adequada para o tratamento de minérios mais complexos, com teores mais baixos do material de interesse e granulometria de liberação mais fina.

Na Samarco Mineração S/A, a flotação em colunas representa um processo fundamental para o beneficiamento de minério de ferro. De modo geral, as colunas são utilizadas em duas etapas distintas: 1) para o tratamento de finos provenientes do circuito da deslamagem; 2) e para a obtenção das especificações químicas finais no *pellet feed*. No Concentrador 01 da unidade de Germano, em particular, uma coluna é utilizada como estágio *scavenger* de uma etapa de flotação em células mecânicas de grande volume (*tank cells*). Essa etapa, por sua vez, tem por objetivo promover a segunda separação entre os minerais de ferro e a ganga, sendo posterior, dentre as etapas de concentração, à flotação convencional e anterior à flotação *releaner* realizada em colunas.

A motivação deste estudo surgiu a partir de problemas de ineficiência evidenciados no controle do nível da interface polpa/espuma da coluna do estágio *scavenger* subsequente ao estágio de flotação em células mecânicas de grande volume (*tank cells*). A altura da camada de espuma é uma variável bastante eficaz na busca de maior seletividade no processo de flotação. Camadas maiores são usadas quando o processo requer alta seletividade entre as espécies hidrofóbicas e aquelas hidrofílicas.

Além disso, a interface polpa/espuma deve ser bem definida e o mais constante possível, caso contrário, a variabilidade de altura dessa interface pode comprometer significativamente o processo de flotação em termos de recuperação e seletividade.

Na prática operacional, foram observados os seguintes comportamentos: algumas vezes a coluna vertia polpa, ou seja, não formava uma camada de espuma, e em outras ocasiões, a coluna não descarregava o seu *overflow*. Diversas estratégias de controle automático foram desenvolvidas pela equipe de engenharia de processos e automação, mas sem sucesso, portanto, fez-se necessária uma avaliação das condições dimensionais do sistema de controle do nível da interface polpa/espuma da coluna de flotação.

A variabilidade apresentada mostrou-se significativamente prejudicial ao processo, elevando o teor de ferro no rejeito do circuito para patamares superiores a 20% (máximo estipulado para atender o orçamento de recuperação de ferro global da planta e a produção de concentrado).

Diante do exposto, o presente trabalho apresenta a metodologia de um novo dimensionamento para o sistema de controle de nível da interface polpa/espuma da coluna, bem como os principais resultados obtidos a partir da implementação das mudanças propostas pelo dimensionamento.

2 OBJETIVOS

O presente trabalho teve como objetivos apresentar:

- a metodologia e o desenvolvimento de expressões para dimensionamento do sistema de controle de nível da interface polpa/espuma de uma coluna de flotação baseadas em critérios predefinidos de instalação e em modelos clássicos da Mecânica dos Fluidos;
- o novo dimensionamento do sistema de controle de nível da interface polpa/espuma de uma coluna de flotação, abrangendo-se a escolha do diâmetro ideal da tubulação e válvula de controle, além da altura máxima da perna barométrica na descarga do equipamento;
- os principais resultados obtidos a partir da implementação das mudanças propostas pelo novo dimensionamento e a validação da metodologia aplicada.

3 PROCESSO PRODUTIVO DO CONCENTRADOR 01 DA SAMARCO

A empresa Samarco Mineração S/A e o processo produtivo do Concentrador 01 da unidade de Germano são descritos neste capítulo.

3.1 A Samarco

A Samarco é uma *joint venture*, em operação desde 1977, cujos acionistas são BHP Billiton Brasil Ltda. e Vale S/A., cada uma detendo 50,0% do capital acionário. Trata-se de uma empresa de mineração pioneira na concentração de itabirito por flotação no Brasil, um minério que no passado não era explotado devido ao baixo teor de ferro e à granulometria fina. Seu principal produto é representado por pelotas de minério de ferro comercializadas para a indústria siderúrgica mundial em países das Américas, África, Oriente Médio, Ásia e Europa.

Até 2014, a Samarco se colocava como a segunda maior fornecedora de pelotas de minério de ferro no mercado transoceânico. Além disso, posicionava-se como décima maior exportadora do país (SAMARCO, 2014). A figura 3.1 mostra os principais resultados decorrentes das operações da Samarco.



Figura 3.1. Principais resultados da Samarco Mineração S/A nos anos de 2013 e 2014 (SAMARCO, 2015).

A Samarco é composta por um processo integrado com operações em dois estados brasileiros, conforme mostrado na figura 3.2.



Figura 3.2. Processo produtivo da Samarco Mineração S/A (SAMARCO, 2015).

Na unidade de Germano, localizada no município de Mariana (MG), eram realizadas as operações de lavra e de beneficiamento em três Concentradores. As operações de beneficiamento se fazem necessárias para o aumento do teor de ferro e adequação da granulometria do minério para os processos subsequentes e clientes externos. Na unidade de Ponta de Ubu, localizada no município de Anchieta (ES), são realizadas as operações de pelotização em quatro usinas, estocagem e embarque. As duas unidades industriais são interligadas por três minerodutos, com quase 400 quilômetros de extensão cada, que transportam a polpa de minério de ferro entre os dois estados, sendo a empresa pioneira nesse tipo de transporte de minério no Brasil. A empresa também possui uma usina hidrelétrica em Muniz Freire (ES) e participa do consórcio da usina hidrelétrica de Guilman-Amorim, em Antônio Dias e Nova Era (MG). Juntas, as duas usinas respondem por 14,5% do consumo anual de energia elétrica da Samarco.

A figura 3.3 apresenta as localizações da Samarco no Brasil.



Figura 3.3. Localização da Samarco Mineração S/A no Brasil (SAMARCO, 2015).

O Concentrador 01 da Samarco Mineração S/A apresenta capacidade para tratar um minério itabirítico com teor de aproximadamente 44,0% de ferro, resultando na produção de até 12,0 milhões de toneladas de pellet feed por ano. Até novembro de 2015 eram produzidos na unidade de Germano dois tipos de concentrado: CNS (*concentrate normal silica*) e CLS (*concentrate low silica*) para fabricar pelotas destinadas aos processos de alto-forno e redução direta, respectivamente.

As especificações desses concentrados são apontadas na tabela III.1.

Tabela III.1. Especificações dos concentrados da Samarco Mineração S/A

Campanha	SiO ₂ (%)		+74,0µm (%)		-44,0µm (%)		Área Superficial Específica (cm ² /g)	
	Limite Superior	Média	Limite Superior	Média	Limite Inferior	Média	Limite Superior	Média
CLS	1,22	1,14	3,5	3,0	87,2	88,2	1950	1859
CNS	1,67	1,55	3,5	3,0	87,2	88,2	1950	1859

3.2 Instalações da Britagem 01

O minério proveniente das minas de Alegria 1/2/6, Alegria 3/4/5, Alegria 9 e Fazendão (*ROM: Run of Mine*) é conduzido, através de dois sistemas de correias transportadoras de 5,4 km e 1,9 km cada, até as instalações da Britagem 01.

As instalações da Britagem 01 têm como objetivo reduzir a granulometria do minério *ROM* menor que 150,0mm para tamanhos menores que 12,5mm.

Inicialmente o minério *ROM* passa por um peneiramento a seco, denominado peneiramento primário, composto de quatro linhas, utilizando-se duas peneiras vibratórias por linha, marca Metso, sendo a primeira do modelo CBS 8ft x 20ft DD (2,4m x 6,0m) e a segunda modelo SHDD 8ft x 20ft (2,4m x 6,1m). Essas peneiras possuem dois *decks*, sendo o primeiro constituído por telas de borracha para corte em 30,0mm e o segundo por telas de aço para corte em 12,5mm. Nesse peneiramento, a fração menor que 12,5mm (*undersize*) segue para a pilha de alimentação do Concentrador, denominada pilha do *Tripper-car*, com capacidade útil de estocagem de 20.000t. A fração maior que 12,5mm (*oversize*) é direcionada para uma pilha, denominada pilha de regularização, de onde segue para o peneiramento da britagem primária.

O peneiramento da britagem primária é realizado a seco por peneiras marca Omni, modelo OSMDD 8ft x 20ft (2,4m x 6,1m). Essas peneiras possuem dois *decks*, sendo o primeiro constituído por telas de borracha para corte em 30,0mm e o segundo por telas de aço para corte em 12,5mm. A fração maior que 30,0mm alimenta a britagem primária, constituída de britadores cônicos, Omnicone, modelo 1560, com capacidade de até 350,0t/h, fabricados pela Nordberg, hoje Metso. O produto desses britadores retorna ao peneiramento da britagem primária, caracterizando uma operação em circuito fechado. O produto intermediário, constituído da fração -30,0 +12,5mm, alimenta a britagem secundária. A fração menor que 12,5mm é produto final, sendo transportada para a pilha do *Tripper-car*.

A britagem secundária é realizada em britadores Barmac, modelo B9000XHD, fabricados pela Metso e com taxa de alimentação de até 500,0t/h por unidade, que

operam em circuito fechado com um peneiramento, denominado peneiramento da britagem secundária.

O peneiramento da britagem secundária é realizado a seco, sendo constituído por três linhas de peneiramento. Cada uma dessas linhas é composta por uma peneira Omni, modelo OSMD 6ft x 16ft (1,8m x 4,9m). Essas peneiras possuem dois *decks*, sendo o primeiro constituído por telas de aço para corte em 16,0mm e o segundo por telas também de aço para corte em 12,5mm. A fração de granulometria maior que 12,5mm retorna à britagem secundária, fechando o circuito, enquanto a fração menor que 12,5mm constitui o produto final dessa etapa, sendo também transportada para a pilha do *Tripper-car*.

O fluxograma da Britagem 1 é mostrado na figura 3.4.

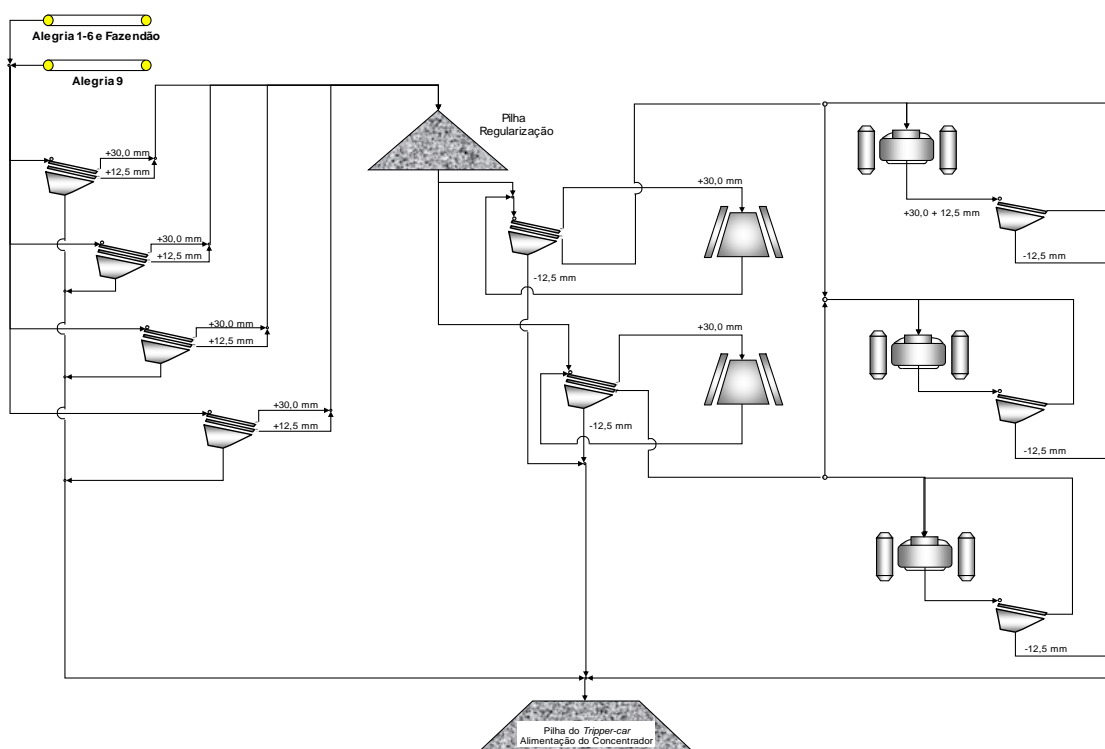


Figura 3.4. Fluxograma das instalações da Britagem 01.

3.3 O Concentrador 01

O Concentrador 01 é composto pelas seguintes etapas unitárias: pré-moagem, moagem primária, deslamagem, flotação convencional, moagem secundária, flotação

em células mecânicas de grande volume (*tank cells*), flotação em colunas e espessamento de concentrado e lama. O fluxograma desse Concentrador 01 pode ser visualizado na figura 3.5.

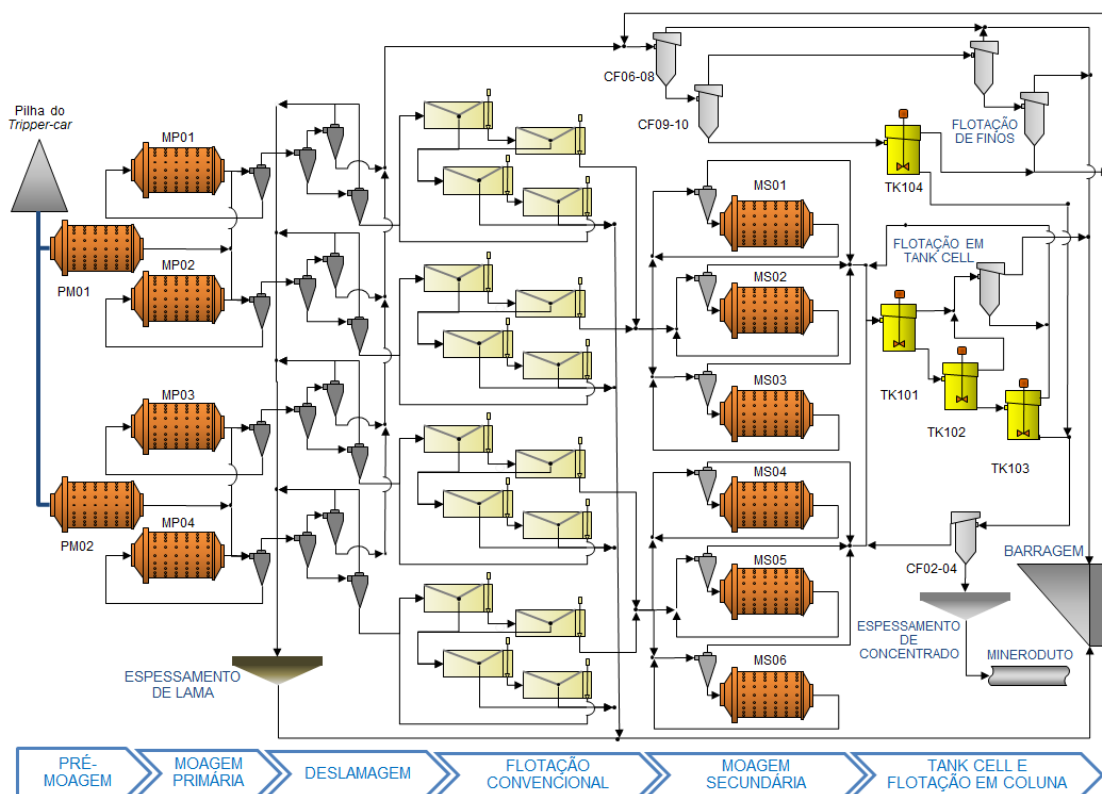


Figura 3.5. Fluxograma do Concentrador 01.

3.3.1 Pré-moagem

O objetivo da pré-moagem é reduzir a granulometria do minério proveniente da britagem menor que 12,5mm para frações, em maior quantidade, menores do que que 100# (149,0µm). Normalmente, o produto dessa etapa apresenta 70,0% da massa passante em 100#.

O minério proveniente da britagem 01 é retirado da pilha do *Tripper-car* por alimentadores rotativos e conduzido para a pré-moagem através de transportadores de correia.

A moagem pré-primária é realizada a úmido, em duas linhas, sendo cada linha constituída por um moinho de bolas (PM01 e PM02) fabricados pela Fuller, com

descarga por *overflow*, de dimensões 17ft x 28ft (5,2m x 8,5m) e potência instalada de 3800kW. O revestimento utilizado é metálico. Os moinhos operam em circuito aberto, a uma taxa de alimentação de 1550,0t/h (base seca), 78,0% de sólidos em massa na polpa, a 13,9rpm (73,7% da velocidade crítica), em regime de catarata, carga de bolas entre 35,0 e 37,0% do seu volume interno e diâmetro dos corpos moedores de 3" (75,0mm).

Após a moagem, o *undersize* dos *trommels* da descarga dos pré-moinhos é bombeado para as caixas que alimentam a etapa de moagem primária e o *oversize* retorna aos pré-moinhos em correias transportadoras.

3.3.2 Moagem primária

O objetivo da moagem primária é adequar a granulometria do minério proveniente da pré-moagem para se atingir o grau de liberação de quartzo necessário ao processo de flotação. Normalmente, o produto dessa etapa apresenta 84,0% da massa passante em 100# (149,0Mm) e grau de liberação da sílica de 90,0%.

A moagem primária é constituída por quatro linhas paralelas. Cada linha contém um moinho de bolas (MP01, MP02, MP03 e MP04) da marca Koppers, com descarga por *overflow*, dimensões 14ft x 17ft (4,3m x 5,2m), revestimento de borracha e potência instalada de 1430kW. Os moinhos operam a 14,9rpm (71,5% da velocidade crítica), em regime de catarata, carga de bolas entre 35,0 e 40,0% dos seus volumes internos, diâmetro dos corpos moedores de 2,5" (50,0mm), a uma taxa de alimentação de 775,0t/h por moinho (base seca) e com 80,0% de sólidos em massa na polpa. Cada moinho opera em circuito fechado com uma bateria contendo seis hidrociclones da marca Krebs, de 26" (660,4mm) de diâmetro, denominados ciclones primários.

O *underflow* dos ciclones primários alimenta os moinhos e o *overflow* é o produto final da moagem primária, sendo bombeado para o circuito de deslamagem. O *undersize* dos *trommels* da descarga dos moinhos primários retorna aos ciclones primários e o *oversize* retorna à pré-moagem por correias transportadoras.

Com a finalidade de se atingir o pH ótimo de dispersão da polpa, adiciona-se na bacia de *overflow* dos ciclones primários uma solução de hidróxido de sódio, com

concentração de 25,0% (p/v). A adição dessa solução favorece a dispersão das partículas, propiciando uma deslamagem eficaz. A dosagem da solução é controlada pelo pH da polpa e o grau ótimo de dispersão ocorre em uma faixa de pH entre 9,0 e 9,5, conforme é indicado por testes em laboratório.

3.3.3 Deslamagem

O objetivo da etapa de deslamagem é remover as partículas menores que 10,0 μ m presentes no produto da moagem primária, que interferem na seletividade do processo subsequente de flotação.

A etapa de deslamagem é realizada em três estágios de ciclonagem. O primeiro estágio possui uma bateria contendo oito hidrociclones por linha, marca Krebs, de 15" (381,0mm) de diâmetro, denominados ciclones raspadores. O segundo estágio de deslamagem possui uma bateria contendo treze hidrociclones por linha, marca Krebs, de 10" (254,0mm) de diâmetro, denominados ciclones limpadores. O último estágio de deslamagem é constituído por quatro baterias por linha, contendo 18 ciclones cada uma, marca AKW, com 4" (101,6mm) de diâmetro, denominados ciclones deslamadores.

O produto da moagem primária, com 84,0% menor que 100# (149,0 μ m), segue para os ciclones raspadores. O *underflow* alimenta os ciclones limpadores e o *overflow* alimenta o estágio de ciclones deslamadores.

O *underflow* dos ciclones limpadores alimenta por gravidade os tanques de condicionamento da flotação convencional e o *overflow* é direcionado para a planta de recuperação de finos.

Nos ciclones deslamadores, o *underflow* segue para o circuito de flotação em colunas, enquanto o *overflow* alimenta os espessadores de lama.

As recuperações mássica e metalúrgica nessa etapa do processo correspondem a, aproximadamente, 91,0% e 90,0%, respectivamente.

3.4.4 Flotação convencional

O objetivo da etapa de flotação mecânica, denominada flotação convencional, é promover a primeira separação entre os minerais de ferro e a ganga.

Primeiramente é realizado o condicionamento da polpa, cujo objetivo é propiciar condições favoráveis para a adsorção do amido na superfície dos minerais de ferro. O amido é utilizado como depressor desses minerais na flotação catiônica reversa. O condicionamento é realizado em dois tanques, por linha, denominados condicionadores primário e secundário. Cada tanque possui um volume de 15,0m³. No tanque de condicionamento primário ocorre a adição de uma solução de amido, com concentração de 4,0 a 5,0% (p/v), previamente gelatinizada com uma solução de hidróxido de sódio, com concentração de 1,0% (p/v). A dosagem praticada varia entre 400,0g/t e 550,0g/t. O tempo de residência da polpa nos tanques é de aproximadamente 3,0 minutos.

Na saída do tanque de condicionamento secundário, adiciona-se uma solução de amina, com uma dosagem entre 50,0 e 70,0g/t e concentração de 3,0% (p/v), utilizada como coletor de quartzo. Visando promover a adsorção da amina na superfície do quartzo mantém-se o pH no processo de flotação em torno de 10,5.

Após o condicionamento, o minério alimenta as células de flotação convencional que correspondem à primeira etapa de concentração.

A etapa de flotação convencional é realizada em quatro linhas paralelas e idênticas. Cada linha é constituída por 14 células, marca Wemco, de 14,2m³ (500,0ft³) e divididas em etapas *rougher*, *cleaner*, *scavenger da rougher* e *scavenger da cleaner*.

A flotação convencional se inicia no estágio *rougher*. O *underflow* desse estágio alimenta o estágio *cleaner*, enquanto o *overflow* alimenta o estágio *scavenger da rougher*.

No estágio *cleaner*, o *underflow* é o concentrado final da flotação convencional e o *overflow* alimenta o estágio *scavenger da cleaner*.

O *overflow* do estágio *scavenger da rougher* é rejeito final da flotação convencional, sendo descartado para a barragem de rejeito, e o *underflow* alimenta o estágio *scavenger da cleaner*.

O *overflow* do estágio *scavenger da cleaner* é rejeito final da flotação convencional, assim como o *overflow* do estágio *scavenger da rougher*, sendo também descartado para a barragem de rejeito, e o *underflow* retorna à alimentação do estágio *rougher* (médio).

O concentrado dessa etapa, com um teor de sílica médio de, aproximadamente, 4,9% em campanha CLS e 5,5% em campanha CNS, alimenta a etapa da moagem secundária.

As recuperações mássica e metalúrgica, bem como o teor de ferro médio no rejeito da flotação convencional, são de aproximadamente 62,0%, 89,0% e 12,5%, respectivamente.

3.4.5 Moagem secundária

A etapa da moagem secundária, constituída por seis moinhos (MS01 a MS06), tem como objetivo adequar a granulometria às especificações necessárias aos processos subsequentes de flotação em células mecânicas de grande volume (*tank cells*) e colunas, bem como ao bombeamento por mineroduto e processos de pelotização.

Os moinhos que constituem essa etapa de moagem são moinhos de bolas, marca Fuller, com descarga por *overflow*, operando com 80,0% a 82,0% de sólidos em massa na polpa na alimentação, dimensões 17ft x 34ft (5,2m x 10,4m), com potência instalada de 4430kW e revestimento metálico. Cada moinho opera a 13,4rpm (71,0% da velocidade crítica), em circuito fechado com 10 hidrociclones, marca Krebs, de 10" (254,0mm) de diâmetro, denominados ciclones secundários, em regime de cascata, carga de bolas entre 35,0 e 42,0% dos seus volumes internos, diâmetro dos corpos moedores de 1,0" (25,0mm).

O concentrado obtido nas linhas 01 e 02 da etapa de flotação convencional alimenta um divisor de polpa (DP102) e, posteriormente, segue para as caixas de alimentação

dos ciclones secundários dos moinhos MS01, MS02 e MS03. Já o concentrado obtido nas linhas 03 e 04 da etapa de flotação convencional é direcionado a outro divisor de polpa (DP10) que, em seguida, alimenta as caixas de alimentação dos ciclones secundários dos moinhos MS04, MS05 e MS06.

O *underflow* dos ciclones secundários é direcionado aos moinhos cujas descargas retornam para alimentar os ciclones secundários, caracterizando um circuito fechado. O *overflow* desses ciclones é produto final e segue para um terceiro divisor de polpa dessa etapa (DP12) para alimentar peneiras de proteção (principalmente do mineroduto), seguindo, posteriormente, para o circuito de flotação em células mecânicas de grande volume (*tank cells*).

As peneiras de proteção têm a função de remover partículas maiores que 2,0mm contidas na polpa e que tenham sido direcionadas ao concentrado indevidamente.

As especificações do produto final da moagem secundária (+74,0 μ m, -44,0 μ m e área superficial específica) podem ser visualizadas na tabela III.1, apresentada anteriormente neste capítulo.

3.4.6 Circuito de flotação em células mecânicas de grande volume

A etapa de flotação em células mecânicas de grande volume tem por objetivo promover, dentro do circuito de concentração, a segunda separação entre os minerais de ferro e a ganga.

Esse circuito é constituído por três tanques (TK101, TK102 e TK103), com volume de 160,0m³ cada um, fabricados pela Outokumpu (atual Outotec), e uma coluna circular de 13,6m de altura e 3,7m de diâmetro, fabricada pela Cominco (atual Eriez). Os tanques exercem as funções *rougher*, *cleaner* e *re-cleaner*. A coluna de flotação, por sua vez, exerce a função *scavenger* dessa etapa.

Na alimentação dessa etapa de flotação adiciona-se à polpa uma solução de amido, com concentração de 4,0 a 5,0% (p/v), previamente gelatinizada com uma solução de hidróxido de sódio, com concentração de 1,0% (p/v). O amido adicionado tem por

objetivo manter a polpa em pH aproximado de 10,5 e a dosagem praticada é de 500 a 700,0g/t.

A polpa de minério proveniente da etapa da moagem secundária alimenta o estágio *rougher* da flotação em células mecânicas de grande volume. O *underflow* alimenta o estágio *cleaner*, enquanto o *overflow* alimenta o estágio *scavenger*.

O *underflow* do estágio *cleaner* alimenta aquele *re-cleaner*, enquanto o *overflow* alimenta o estágio *scavenger*, assim como o *overflow* do estágio *rougher*.

O *underflow* do estágio *re-cleaner* é o concentrado final dessa etapa de flotação, apresentando um teor de sílica aproximado de 2,0% em campanhas CLS e de 2,6% em campanhas CNS. Esse concentrado, por sua vez, alimenta o segundo estágio da flotação em colunas. O *overflow* do estágio *re-cleaner* retorna àquele *rougher* (médio).

No estágio *scavenger*, o *underflow* retorna àquele *rougher*, assim como o *overflow* do estágio *re-cleaner*. O *overflow* do estágio *scavenger* é rejeito final, com um teor de ferro médio aproximado de 24,9%.

As recuperações mássica e metalúrgica da flotação em células mecânicas de grande volume são de aproximadamente 94,2%, 97,9%, respectivamente.

3.4.7 Circuito de flotação em colunas para a concentração do *underflow* dos ciclones deslamadores (primeiro estágio de flotação em colunas)

Essa etapa tem por objetivo concentrar os minerais de ferro do *underflow* dos ciclones deslamadores.

O circuito de flotação em colunas para a concentração do *underflow* da deslamagem é constituído por três colunas *rougher* (colunas 06, 07 e 08), retangulares, de 13,6m de altura e seção de 6,0m x 3,0m, fabricadas pela Cominco (atual Eriez), duas colunas *cleaner* (colunas 09 e 10), também retangulares, de 13,6m de altura e seção de 4,5m x 3,0m, também fornecidas pela Cominco (atual Eriez), uma célula mecânica de flotação de grande volume (TK104) com volume de 160,0m³, fabricada pela Outokumpu (atual Outotec) e duas colunas de flotação que compõem um estágio de recuperação, com

seção retangular de 3,0m x 4,0m e 12,0m de altura, também fornecidas pela Cominco (atual Eriez).

Primeiramente é realizado o condicionamento da polpa em um tanque condicionador com um volume de 25,0m³. No tanque de condicionamento ocorre a adição de uma solução de amido, com concentração de 4,0 a 5,0% (p/v), previamente gelatinizada com uma solução de hidróxido de sódio, com concentração de 1,0% (p/v). A dosagem praticada varia entre 750,0g/t e 850,0g/t. O tempo de residência da polpa nos tanques é de aproximadamente 2,5 minutos.

Na saída do tanque de condicionamento secundário adiciona-se uma solução de amina, com dosagem entre 30,0 e 80,0g/t e concentração de 3,0% (p/v), utilizada como coletor da sílica. Visando promover a adsorção da amina na superfície do quartzo mantém-se o pH no processo de flotação entre 10,5 e 10,7.

O estágio da flotação em colunas *rougher* é alimentado pelo *underflow* dos ciclones deslamadores. O *underflow* dessas colunas alimenta o estágio *cleaner* e o *overflow* é rejeito final dessa etapa com teor de ferro médio aproximado de 21,0%.

Na alimentação do estágio *cleaner* adiciona-se uma solução de amina, com dosagem entre 70,0 e 150,0g/t e concentração de 3,0% (p/v). O *underflow* desse estágio alimenta a célula mecânica de flotação de grande volume (TK104), enquanto o *overflow* alimenta as colunas de flotação do estágio de recuperação.

O *overflow* da célula mecânica de flotação de grande volume retorna à alimentação das colunas *rougher*, enquanto o *underflow* dessa célula, com um teor de sílica aproximado de 2,2%, alimenta o segundo estágio da flotação em colunas.

O *overflow* das colunas *cleaner* é direcionado para um estágio de recuperação e alimenta, inicialmente, um tanque de condicionamento de 40,0m³. Nesse tanque de condicionamento adiciona-se à polpa uma solução de amido, com concentração de 4,0 a 5,0% (p/v), com dosagem entre 500,0 e 600,0g/t, previamente gelatinizada com solução de hidróxido de sódio, com concentração de 1,0% (p/v). Do condicionamento, a polpa é bombeada para alimentar uma primeira coluna, sendo adicionada na

alimentação solução de amina, com dosagem entre 40 e 80g/t e concentração de 3,0% (p/v).

O *overflow* da primeira coluna, com teor de ferro de aproximadamente 18,0%, é considerado rejeito final e é encaminhado para a barragem de rejeitos. Já o *underflow* é bombeado para uma segunda coluna. O *underflow* dessa última coluna retorna por bombeamento para a alimentação do estágio *rougher* de colunas, junto com o *overflow* da célula mecânica de grande volume (TK104) e o *underflow* dos ciclones deslamadores, enquanto o *overflow* retorna ao tanque de condicionamento de alimentação da primeira coluna do estágio de recuperação.

As recuperações mássica e metalúrgica obtidas nesse circuito são de aproximadamente 53,5% e 78,5%, respectivamente.

3.4.8 Circuito de flotação em colunas para obtenção do concentrado final (segundo estágio de flotação em colunas)

Para obtenção do concentrado final são utilizadas três colunas *re-cleaner* (colunas 02, 03 e 04) de 13,6m de altura e seção circular de 3,7m de diâmetro, fabricadas pela Cominco (atual Eriez).

Nessa etapa de flotação em colunas não é realizada adição de reagentes. O *underflow* das colunas, com teores de sílica atendendo às especificações de qualidade apresentadas na tabela III.1, é concentrado final e segue para alimentar os espessadores de concentrado. O *overflow* das colunas retorna à alimentação do estágio *rougher* do circuito de flotação em células mecânicas de flotação em grande volume (*tank cells*).

As recuperações mássica e metalúrgica obtidas nesse circuito são de aproximadamente 97,9% e 98,7%, respectivamente.

3.4.9 Espessamento da lama

Essa etapa do processo tem como objetivo recuperar a água que está sendo descartada na lama.

O espessamento da lama é realizado em dois espessadores, um de 72,0m e o outro de 59,0m de diâmetro, fabricados pela Eimco.

Os *overflows* dos ciclones limpadores e deslamadores são direcionados para os espessadores de lama. Adicionam-se na alimentação dos espessadores *flonex* 934 VHM, como floculante, fabricado pela SNF, e cal como coagulante, fornecida pelas empresas Belocal, Cal Ferreira, Cooprococal e Ical. A água recuperada no *overflow* é direcionada para a caixa de extravasamento que abastece o tanque de água de processo. O *underflow* é destinado para a barragem de rejeito, com percentual entre 30,0 e 40,0% de sólidos em massa.

3.4.10 Espessamento do concentrado

Essa etapa do processo tem como objetivo adequar o percentual de sólidos na polpa para o transporte por mineroduto e permitir, também, a reutilização de parte da água.

O espessamento do concentrado é realizado por dois espessadores, ambos de 41,0m de diâmetro e fabricados pela Eimco. A taxa de alimentação média e a capacidade nominal desses equipamentos são de 1370,0t/h e 1800,0t/h, respectivamente.

O concentrado final alimenta os espessadores de concentrado com um percentual médio de 35,0% de sólidos em peso. Adicionam-se na alimentação dos espessadores *flonex* 920 SHR, como floculante, fabricado pela SNF, e *flonex* 4540, como coagulante, também fabricado pela SNF.

Após o espessamento, a polpa é transferida aos tanques do mineroduto com cerca de 68,0 de sólidos em massa. O *overflow* dos espessadores de concentrado constitui a água de recirculação do processo. Essa água é direcionada para a caixa de extravasamento que abastece o tanque de água de processo.

Todo o concentrado produzido é transportado, em forma de polpa, por mineroduto de 396,0km que interliga as unidades de Germano e de Ponta de Ubu. O concentrado é bombeado por período total de três dias até a unidade de Ponta Ubu, onde é submetido às etapas de filtragem, pelotização e embarque.

4 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo é apresentada uma revisão da literatura relativa aos tópicos pertinentes ao presente estudo, contemplando alguns aspectos gerais sobre a flotação, principalmente em colunas, polpas, reologia e conceitos relacionados à mecânica e movimento dos fluidos.

4.1 Concentração mineral

O minério, tal como lavrado, normalmente não pode ser comercializado como produto final da mineração para uso nas indústrias e comércio. Há a necessidade, portanto, de que o mesmo seja tratado de tal forma que se torne um material útil, podendo ser um mineral específico, ou mais usualmente um metal, uma liga ou um composto (HODOUIN *et al.*, 2001). Denomina-se beneficiamento de minérios, ou processamento mineral, o conjunto de técnicas a que são submetidos os bens minerais com o intuito de adequar a granulometria e/ou concentrar minerais de interesse, sem que haja nesse processo uma modificação da identidade química ou física dos minerais (LUZ e LINS, 2002). Dentre as técnicas de beneficiamento destacam-se: a cominuição, separação por tamanho, concentração gravítica, separação magnética, separação eletrostática, flotação, separação sólido/líquido e secagem (LIMA, 2008).

Segundo VALADÃO (2017), entende-se por concentração quaisquer operações que têm como objetivo separar as espécies presentes em um dado minério, a espécie útil da(s) espécie(s) não útil(eis). Essa separação se processa através da exploração de propriedades diferenciadoras, físicas ou físico-químicas específicas dos minerais. As propriedades mais comumente utilizadas, uma vez que os minerais estejam fisicamente liberados, podem ser resumidas como sendo: a cor, o peso específico, a forma, o tamanho, a susceptibilidade magnética e as características de superfície (VIEIRA, 1995).

Para PERES (2016), a concentração de minerais requer três condições básicas:

- liberabilidade: a liberação dos grãos dos diferentes minerais é obtida através de operações de fragmentação (britagem e moagem) intercaladas com etapas de separação por tamanho;
- diferenciabilidade: é a base da seletividade do método;

- separabilidade dinâmica: está diretamente ligada aos equipamentos empregados.

Os métodos de concentração podem ser divididos em: métodos densitários ou gravíticos, métodos magnéticos, métodos elétricos, flotação e outros métodos (BATISTELI, 2007).

Ao se submeter as espécies minerais a um processo de separação, obtêm-se, nos procedimentos mais simples, um concentrado e um rejeito (LUZ e LINS, 2002).

Destacar-se-á neste trabalho a concentração por flotação, com maior ênfase em colunas.

4.1.1 Concentração mineral por flotação

Segundo PERES *et al.* (1980), a flotação é um processo de separação aplicado a partículas sólidas e que se baseia nas diferentes características de superfície entre as espécies presentes, tratando misturas heterogêneas de partículas suspensas em fase aquosa, nas quais se introduz uma fase gasosa.

FUERSTENAU (1980) descreve a flotação como um dos processos de concentração mais utilizados na indústria mineral, possibilitando o aproveitamento de minérios complexos e/ou de baixo teor de forma econômica e com rendimentos satisfatórios. Para AQUINO *et al.* (2010), a importância desse processo tem motivado o desenvolvimento de novos equipamentos, dentre os quais se destaca a coluna de flotação.

O conceito inicial de flotação surgiu em 1877 com os irmãos Bessel para a recuperação da grafita com óleo, sendo patenteada em 1906 (WILLS, 2006). No Brasil, o método surgiu nos anos cinquenta, sendo utilizado primeiramente no tratamento de minério de chumbo, na cidade de Panelas, próxima a divisa do Paraná com São Paulo (ARAUJO e PERES, 1995). Nos anos sessenta, após o *start up* do concentrador de minério fosfático da Serrana, o número de concentradores cresceu rapidamente. Nas décadas seguintes, a flotação passou a ser utilizada para o tratamento de minerais de ferro, fosfato, nióbio, ouro, cobre, zinco oxidado, chumbo-

zinco, grafita, carvão, potássio, níquel, fluorita, magnesita, feldspato, barita, talco, tungstênio e resíduo hidrometalúrgico contendo prata (ARAUJO, PERES e VIANA, 2004).

A seletividade do processo de flotação se baseia no fato de que a superfície (interface sólido/líquido) de diferentes espécies minerais pode apresentar diferentes graus de hidrofobicidade que, por sua vez, está associada à “molhabilidade” da partícula pela água, ou seja, partículas mais hidrofóbicas são menos ávidas por água. Uma substância hidrofóbica pode ser caracterizada como aquela cuja superfície é essencialmente não polar, tendo maior afinidade com o ar que com a água. Uma substância hidrofílica é aquela cuja superfície é polar, tendo maior afinidade com a água que com o ar. A separação entre partículas naturalmente hidrofílicas e partículas naturalmente hidrofóbicas é teoricamente possível, passando-se um fluxo de ar através da solução aquosa contendo as duas espécies. As partículas hidrofóbicas seriam carregadas pelo ar e aquelas hidrofílicas permaneceriam em suspensão. Entretanto, somente a passagem de um fluxo de ar não é suficiente para carrear as partículas hidrofóbicas e faz-se necessária a formação de uma espuma estável, que é obtida através da ação de reagentes conhecidos como espumantes, os quais abaixam a tensão superficial na interface líquido/ar e têm ainda a importante função de atuar na cinética da interação partícula/bolha, fazendo com que o afinamento e a ruptura do filme líquido ocorram dentro do tempo de colisão (PERES *et al.*, 1980).

ARAUJO e PERES (1995) destacam que a probabilidade de ocorrer a flotação de uma dada partícula mineral é descrita como sendo um produto de três probabilidades individuais, conforme mostrado na equação a seguir 4.1.

$$P_F = P_A \times P_C \times (1 - P_D) \quad (4.1)$$

Onde:

- P_F é a probabilidade de flotação (%);
- P_A é a probabilidade de adesão entre partículas hidrofóbicas e bolhas de ar (%);
- P_C é a probabilidade de colisão bolha-partícula (%);
- P_D é a probabilidade do rompimento bolha-partícula (%).

A probabilidade de adesão (P_A) está diretamente relacionada ao ambiente químico predominante em um dado sistema de flotação, isto é, essa probabilidade poderá ser influenciada pela mineralogia, reagentes e condições da polpa, sendo controlada predominantemente pelas forças superficiais.

A probabilidade de colisão (P_C) é especialmente influenciada pelo tamanho da partícula, da bolha e pela turbulência do sistema.

As outras duas probabilidades (P_D e P_F) são governadas pela hidrodinâmica do sistema de flotação.

Na maioria dos sistemas de flotação, a seletividade do processo requer a participação de substâncias orgânicas ou inorgânicas, designadas como modificadores ou reguladores. As ações dos modificadores são diversas, destacando-se: ajustar o pH do sistema, ajustar o potencial eletroquímico da polpa (importante na flotação de sulfetos), controlar o estado de dispersão da polpa, facilitar e tornar mais seletiva a ação do coletor (função designada como ativação) e tornar ou reforçar a hidrofiliabilidade de um ou mais minerais, deixando-o imune à ação do coletor, função essa conhecida como depressão (PERES *et al.*, 1980).

De acordo com REIS (2004), a primeira operação de concentração de minério de ferro por flotação direta ocorreu na mina de Humboldt, Michigan, EUA, pertencente à Cleveland Cliffs Iron Company. Essa mina está desativada.

Segundo HOUOT (1983), a flotação reversa de minérios de ferro de baixos teores (itabiritos), usando amina como coletor de ganga silicada, começou a ser utilizada nos anos de 1960, sendo hoje uma técnica mundialmente consolidada para partículas minerais na faixa de 10,0 a 250,0 μ m. Anteriormente, nos anos de 1950, a concentração desses mesmos minérios era feita por meio de flotação direta dos minerais de ferro, usando sulfonato de petróleo em conjunto com óleo combustível, ácidos graxos e hidroxamatos como coletores. Esse método é pouco utilizado atualmente, tendo sido substituído, com sucesso, pela flotação catiônica.

No Brasil, a flotação de minério de ferro surgiu na Samarco em 1977. As células mecânicas originais Wemco estão sendo utilizadas desde o início das operações.

Após a exaustão do minério itabirítico da mina de Germano, em 1991, foram acrescentadas ao processo as colunas de flotação Cominco (atual Eriez). Na expansão, ocorrida em 1997, quando a produção da Samarco passou de 9,4 para 13,3 milhões de toneladas de concentrado por ano, foram acrescentados novos estágios de colunas de flotação. Em 2005, a Samarco expandiu ainda mais o seu volume de flotação com a incorporação no seu processo de quatro células mecânicas de grande volume. Essas células foram fornecidas pela empresa Outokumpu (hoje Outotec) com 160,0m³ cada uma. O início de operação ocorreu no mês de junho de 2005 com o objetivo de se elevar a produção de 15,5 milhões para 16,5 milhões de toneladas de concentrado de minério de ferro por ano (BATISTELI, 2007). Essa tecnologia também foi incorporada aos projetos subsequentes de expansão da produção da Samarco. Em 2008 e 2014 entraram em operação o Concentrador 02 e o Concentrador 03, respectivamente, previstos nos Projetos Terceira e Quarta Pelotização (P3P e P4P). Nessas duas plantas, as células mecânicas de grande volume foram utilizadas para a flotação de grossos (ou flotação convencional) e como estágio *scavenger* da flotação em colunas.

Segundo LASKOWSKI (1974), embora o princípio da flotação seja simples, os fenômenos que a governam são muito complexos, pois envolvem a fixação seletiva de partículas específicas à bolha de ar e o subsequente transporte do agregado partícula-bolha da polpa para a espuma. No caso dos oxi-minerais, a compreensão dos aspectos mais fundamentais dos mecanismos operantes durante o processo da flotação se encontra em um estágio menos avançado do que no caso dos sulfominerais e seus similares (BRANDÃO, 2003). LI, HOBBERG e CHNEIDER (1993) ponderaram que os princípios básicos de flotação podem ser divididos em duas áreas principais: química de superfície e hidrodinâmica. A química de superfície englobaria os fatores pertinentes a interações, energia, adsorção em interfaces, molhabilidade natural de minerais e uso de reagentes destinados a tornar hidrofóbicas as superfícies minerais. Por sua vez, a hidrodinâmica incluiria os fatores pertinentes a dispersão das bolhas de ar, suspensão de sólidos, colisão e adesão entre partículas minerais e bolhas de ar e estabilidade do agregado partícula-bolha. Foi também ressaltada pelos autores a considerável importância do tamanho das partículas em um sistema de flotação, embora não seja considerado na avaliação do desempenho do processo.

O pH ótimo para o processo de uma flotação reversa de minério de ferro está na faixa de 9,5 a 10,5, em que a superfície do quartzo é altamente negativa e incide a maior diferença das cargas superficiais entre a hematita e o quartzo (NUMELA e IWASAKI, 1986). Na figura 4.1 pode-se visualizar resultados de medidas de potencial zeta da hematita e do quartzo em diferentes valores de pH.

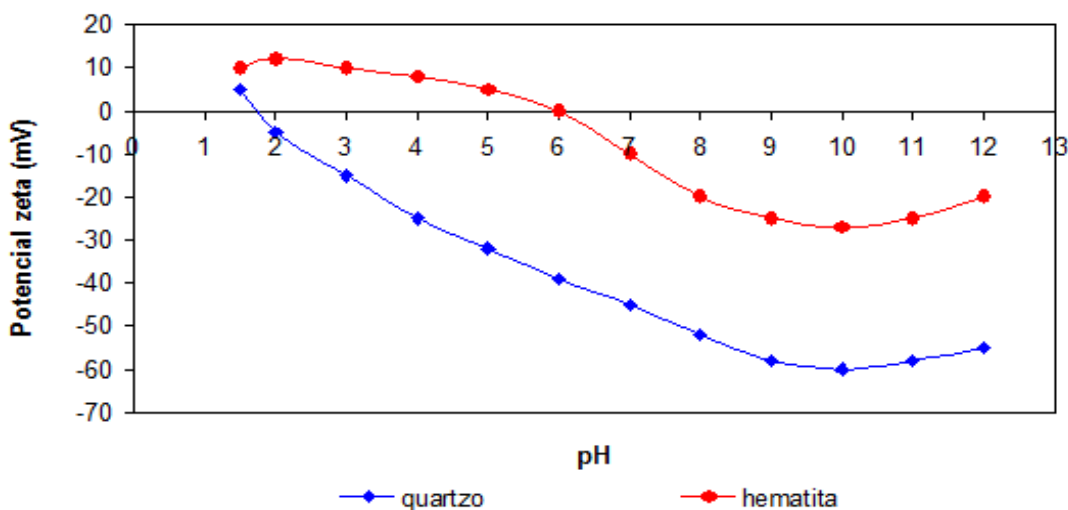


Figura 4.1. Resultados de medidas de potencial zeta do quartzo e da hematita em função do pH (VIEIRA, 1995).

Entretanto, a maior diferença entre as cargas superficiais da hematita e do quartzo na faixa de pH de 9,5 a 10,5 não é suficiente para uma flotação seletiva, tornando-se necessária a adição de reagentes. No caso da flotação catiônica reversa de minério de ferro, utiliza-se como depressor o amido de milho ou mandioca gelatinizado, como coletor a amina (etermonoamina ou eterdiamina) e como modulador de pH o hidróxido de sódio.

4.1.2 Flotação em coluna

A coluna de flotação refere-se ao dispositivo e processo descrito nas patentes americana US3339730 (BOUTIN e TREMBLAY, 1963) e canadense 694547 (BOUTIN e TREMBLAY, 1964). A partir de então, foram realizados diversos esforços no sentido de viabilizar a implantação dessa tecnologia em escala industrial, dentre os quais se destacam as aplicações realizadas por WHEELER (1966), considerado o pai da coluna canadense. COFFINN e MISZCZAK (1982) e AGAR *et al.* (1991) relataram que as primeiras colunas de flotação industrial de sucesso foram instaladas em uma planta

de concentração de molibdenita em Les Mines Gaspé no Canadá em 1980. Essas colunas foram utilizadas nos estudos hidrodinâmicos das seções de coleta e de limpeza conduzidos pelos pesquisadores Glenn Dobby e Juan Yianatos sob orientação do professor James Finch na Universidade McGill no Canadá (FINCH e DOBBY, 1990).

No Brasil, a primeira aplicação industrial de colunas de flotação ocorreu na Mineração Manati, na concentração de sulfetos de cobre contendo ouro (REIS Jr. e PERES, 1991). Concomitantemente, a Samarco testou colunas pilotos como opção para um circuito *re-cleaner* de flotação catiônica reversa de minério de ferro, precedido por um circuito de células mecânicas (VIANA *et al.*, 1991).

Segundo AQUINO *et al.* (2010), em uma coluna de flotação, tem-se:

- a alimentação da polpa a, aproximadamente, dois terços da altura total da coluna na seção de recuperação ou coleta;
- a interação das partículas minerais com as bolhas de ar ascendente, introduzido na base da coluna, resultando no processo de coleta das partículas hidrofóbicas;
- o transporte do agregado partícula-bolha até a seção de limpeza, onde é contactado em contracorrente com a água de lavagem introduzida no topo da coluna com o objetivo de promover a estabilidade e limpeza da espuma, mitigando o arraste mecânico de partículas;
- a separação entre a fração flotada constituída pelas partículas minerais hidrofóbicas coletadas e a fração não flotada constituída pelas partículas hidrofílicas que saem pela base da coluna.

Na coluna, o material é observado em três fases: polpa, interface polpa/espuma e espuma estabilizada. A região acima da interface é denominada zona de limpeza, enquanto a região entre o ponto de introdução do ar até a interface é denominada zona de coleta ou recuperação (CUSTÓDIO, 2008).

Na figura 4.2 é apresentado esquema geral de uma coluna de flotação.

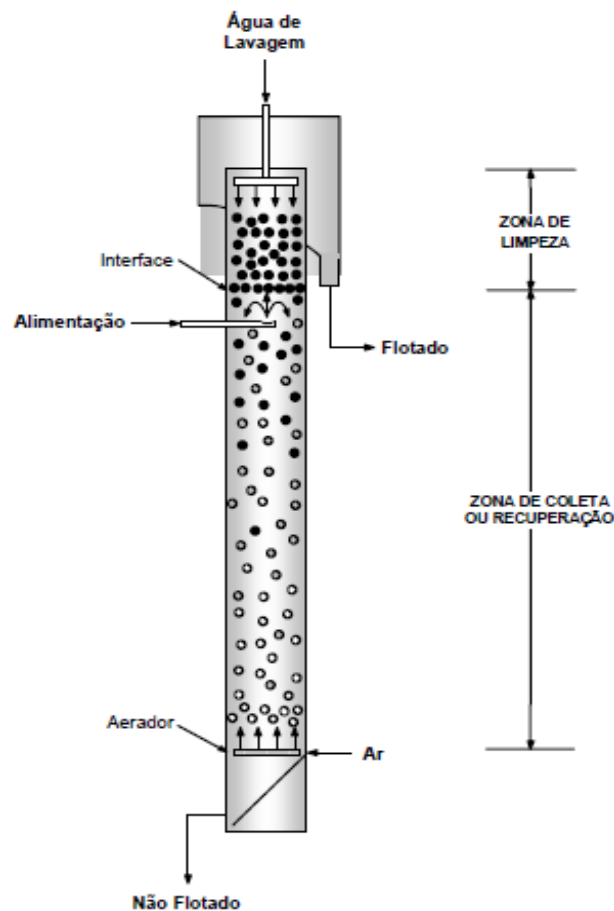


Figura 4.2. Representação esquemática de uma coluna de flotação (AQUINO *et al.*, 2010).

As colunas industriais têm diâmetros efetivos da seção transversal variando de 0,3 a 4,5 metros e seções retangulares ou circulares. Colunas com diâmetros efetivos maiores que 1,5 metros são comumente divididas em compartimentos por *baffles* verticais para minimizar os efeitos de “turbulência” interna. A altura total das colunas pode variar em função das características operacionais requeridas, a principal sendo os tempos de residência exigidos (AQUINO *et al.*, 2010).

4.1.2.1 Variáveis do processo de flotação em coluna

As principais variáveis no processo de flotação em coluna podem ser subdivididas em: manipuladas, controladas (primárias e secundárias) e perturbações, sendo essas últimas, no momento, apenas citadas (PERSECHINI *et al.*, 2001).

- a) As variáveis manipuladas estão relacionadas com o processo como descrito a seguir.
- Vazão de água de lavagem: A água de lavagem é colocada no topo da coluna de flotação e tem como objetivo a substituição da polpa hidrofílica na fração flotada. A utilização dessa água permite a retirada das partículas hidrofílicas que foram arrastadas, permitindo à coluna a possibilidade de aumentar a seletividade do processo sem perda de recuperação.
 - Vazão de ar na alimentação: As colunas de flotação têm que operar com uma vazão de ar ótima, cujo valor depende do tipo de mineral, da recuperação em massa do flotado, da granulometria e tamanho das bolhas (GUIMARÃES e PERES, 1995). O excesso de ar pode provocar perdas de recuperação devido ao aumento do coeficiente de mistura e a escassez de ar pode provocar baixa recuperação devido à deficiência de contato entre as partículas e as bolhas.
 - Vazão do afundado: A remoção do afundado deve ser feita de modo a garantir a estabilidade da interface polpa/espuma frente às oscilações da vazão de água de lavagem e, principalmente, de alimentação, uma vez que a vazão de alimentação depende da eficácia da etapa anterior do processo e nem sempre está sob controle da área de flotação (GUIMARÃES e PERES, 1995).
 - Dosagem de reagentes: São valores pré-calculados de dosagem tanto de coletores quanto de depressores. Na flotação em coluna, o material que alimenta é condicionado com reagentes específicos em uma etapa anterior, utilizando tanques agitados.
- b) As variáveis controladas podem ser primárias ou secundárias. O teor de minério útil e a recuperação, que são os principais objetivos de controle, não são medidos direto e dinamicamente, sendo obtidos por análise química de laboratório (o que demanda tempo). Essas variáveis são estimadas, em geral, por modelos estatísticos para se ter uma referência. Considerando a questão das variáveis envolvidas, o que é mais usado e lógico é estabilizar a coluna de flotação em valores pré-determinados de altura da camada de espuma, do *bias* e do *hold up*, esses passando a ser o objetivo de controle, para obter a recuperação e o teor de concentrado desejados.
- Nível e altura da camada de espuma: A posição da interface polpa/espuma é que determina a separação entre as zonas de limpeza e de coleta. O nível de polpa determina a altura da zona de coleta e conseqüentemente influencia a

recuperação do mineral útil, enquanto a altura da camada de espuma determina a área de limpeza e influencia a seletividade do processo. Se a interface é muito baixa, a zona de coleta fica reduzida e a recuperação pode diminuir, caso contrário, a zona de limpeza fica menor, reduzindo o tempo de drenagem e o teor do concentrado pode deteriorar (DEL VILLAR *et al.*, 1994). As colunas piloto trabalham geralmente com camadas de espuma que variam de 0,5 a 1,0m, e a interface, situada acima do ponto de alimentação, deve ser bem definida, ou seja, a separação entre as zonas de coleta e limpeza deve corresponder a uma mudança significativa no *hold up* de ar (GUIMARÃES e PERES, 1995). Para determinar a posição da interface polpa/espuma, e conseqüentemente a altura da camada de espuma, é usado, de forma geral, o princípio da diferença de densidade entre as camadas de polpa e espuma. Nesse caso, os transdutores usados podem ser flutuadores, medidores ultrassônicos ou medidores de pressão distribuídos ao longo da coluna (FINCH e DOBBY, 1990). No caso do nível, a diferença de densidade entre as zonas de coleta e limpeza não é muito grande, especialmente quando a vazão de alimentação de ar é grande. Outra dificuldade para se medir a posição da interface é o fato de a razão entre a área da seção da coluna piloto e seu volume ser pequena, o que provoca uma resposta muito rápida no nível quando ocorrem alterações na alimentação da polpa ou do ar. O método mais simples, para a medição do nível, consiste na utilização de um medidor de pressão em algum ponto da coluna abaixo da interface. Como a seletividade entre as espécies hidrofóbicas e hidrofílicas e as altas taxas de fluxo de ar exigem camadas espessas de espuma, sua altura afeta significativamente o desempenho da flotação (AQUINO *et al.*, 2018).

- ***Bias***: Segundo FINCH e DOBBY (1990), corresponde à vazão residual de água descendente através da camada de espuma. Sob o ponto de vista de controle, a definição mais usada é a aproximação do *bias* pela diferença entre a vazão do afundado e a vazão da polpa de alimentação. O valor estimado é sempre menor que o valor real, o que cria uma demanda desnecessária de água no processo, podendo provocar perda de capacidade de carregamento na zona de coleta (FINCH e DOBBY, 1990). Independentemente do método utilizado para medição, no caso de flotação direta, o *bias* precisa ser positivo para garantir melhor eficiência na lavagem do flotado, prevenindo assim o arraste hidráulico de partículas hidrofílicas para o concentrado, mas não pode ser muito grande,

sob o risco de causar uma diluição desnecessária no concentrado, prejudicando o teor (MOYS e FINCH, 1988). Valores típicos de velocidade superficial de *bias* estão entre 0,02 e 0,1cm/s (FINCH e DOBBY, 1990).

- *Hold up*: É uma fração volumétrica de ar contida em uma determinada zona da coluna. Esse parâmetro pode ser determinado na seção de recuperação e depende da vazão de ar, tamanho das bolhas, densidade da polpa, carregamento de sólidos nas bolhas e velocidade descendente de polpa. Por meio da sua medida e com auxílio de modelos matemáticos, é possível estimar o diâmetro de bolha. O *hold up* do ar pode ser medido utilizando manômetros de água, transdutores ou transmissores de pressão.
- Tamanho de bolhas: Um dos avanços mais significativos na utilização da coluna de flotação é a possibilidade de controlar o tamanho das bolhas por meio do ajuste das condições operacionais do sistema de aeração e da adição de agentes tensoativos. O sistema de aeração é um componente fundamental para a operação. Um gerador de bolhas eficiente é capaz de gerar bolhas de 0,5 a 2,0mm de diâmetro, com velocidade superficial entre 1,0 a 3,0cm/s e *hold up* de 15,0 a 20,0%. O tamanho médio das bolhas e sua distribuição são importantes na flotação devido a seu efeito na eficiência de coleta e de transporte das partículas. A utilização de bolhas pequenas, com elevada área superficial, permite a obtenção de índices mais elevados de cinética de coleta e transporte dos sólidos por volume de ar. Entretanto, as bolhas de tamanho muito reduzido apresentam uma velocidade de ascensão baixa podendo ser inferior à velocidade descendente da polpa, acarretando, por consequência, perdas de partículas hidrofóbicas coletadas no fluxo do material não flotado. Portanto, existe um tamanho médio ideal de bolhas em função do tamanho médio das partículas, que poderá ser ajustado por meio das variáveis operacionais do sistema de aeração e da adição de agentes tensoativos (AQUINO *et al.*, 2010).

c) Por fim, as perturbações referem-se a, principalmente:

- variações em relação ao tamanho médio das partículas;
- variações da percentagem de sólidos na polpa da alimentação;
- variações de características mineralógicas na polpa da alimentação;
- variações na vazão de alimentação da polpa de minério.

4.1.2.2 Controle de uma coluna de flotação

MCKEE (1991), abordando o processo de flotação, argumenta que o objetivo do controle é otimizar o desempenho metalúrgico, mas como esse é um objetivo muito genérico, existem três objetivos básicos que necessitam ser atingidos:

- estabilizar o processo minimizando a frequência e a severidade de operações erráticas;
- alcançar os valores nominais de referência para a recuperação e o teor do mineral de interesse no concentrado;
- maximizar o desempenho econômico do processo.

Apesar de objetivos econômicos serem tratados como meta primordial em instalações industriais, existe uma ordem em que esses objetivos devem ser alcançados. Primeiro, é preciso estabilizar o processo, para em seguida atingir os valores de referência da recuperação e do teor, e, finalmente, atingir os critérios econômicos. Essa ordem se justifica de uma forma muito clara, dado que é difícil otimizar um processo que sofre problemas de instabilidade, além de possuir restrições operacionais (MCKEE, 1991).

As duas primeiras estratégias de controle aplicadas na coluna de flotação têm por objetivo apenas estabilizar o processo (FINCH e DOBBY, 1990). No primeiro caso, apenas a altura da camada de espuma, ou nível da interface polpa/espuma, é controlada pela manipulação da vazão do não flotado, mantendo as vazões de água de lavagem e de ar em valores pré-determinados (BERGH e YIANATOS, 1993). Essa estratégia é a mais simples e a de menor custo, entretanto apresenta a desvantagem de permitir a operação em condições de *bias* negativo. Na outra estratégia apresentada, a altura da camada de espuma é controlada pela vazão de água de lavagem, ao passo que a diferença entre as vazões de alimentação e não flotado é controlada por meio da manipulação da vazão de não flotado, na tentativa de manter o valor do *bias* positivo. Essa alternativa apresenta custo mais elevado e resposta mais lenta (AQUINO *et al.*, 2010).

Alguns trabalhos experimentais, utilizando colunas piloto, relataram os resultados da implementação dessas duas estratégias com controladores do tipo PID (Proporcional Integral Derivativo) e comparam o desempenho sem, no entanto, serem conclusivos (PAL e MASLIYAH, 1991; HYMA e SALAMA, 1993).

BERGH, YIANATOS e ACUÑA (1995) descrevem que a utilização do controle da altura da camada de espuma, manipulando a vazão de não flotado, é a estratégia mais comumente encontrada na indústria e que, por exemplo, 86% das instalações industriais no Chile usam esse tipo de controle. Segundo MACHADO (1990), no Brasil, os controladores do tipo PID têm sido comumente utilizados, no entanto, o autor não descreve detalhes como, por exemplo, quais variáveis são controladas e quais são manipuladas, apenas ressalta a necessidade da utilização de sistemas de supervisão para coordenar os controladores primários.

Buscando-se obter melhores valores de recuperação e do teor do concentrado, o *hold up* do ar na zona de coleta é controlado pela manipulação da vazão de ar, sempre utilizando algoritmos PID (FINCH e DOBBY, 1990). Visando também o objetivo de obter melhores valores de recuperação e de teor, BERGH, YIANATOS e LEIVA (1998) propõem a utilização de lógica difusa para determinar os valores de referência da altura da camada de espuma e das vazões de água de lavagem e de ar.

Com objetivos mais amplos, BERGH, YIANATOS e CARTES (1996), usando um circuito de flotação de cobre, implementaram um controle hierárquico. No primeiro nível são implementadas, usando algoritmos PID, três malhas de controle: controle da altura da camada de espuma, manipulando a vazão de não flotado; controle do *hold up* de ar na zona de coleta, manipulando a vazão de alimentação de ar; e controle do *bias*, manipulando a alimentação da água de lavagem. No segundo nível, um sistema supervisor, com os objetivos de validar os dados do processo, controlar o desempenho metalúrgico e detectar problemas operacionais, coordena as ações de controle e determina o valor de referência para as malhas de controle.

Outros trabalhos descrevem a utilização de sistemas especialistas e de supervisão como ferramentas para definir o valor de referência dos controladores e melhorar o desempenho geral do processo, não apenas no que se refere aos requisitos metalúrgicos, mas também em termos econômicos (MCKAY e YNCHAUSTI, 1996; BERGH, YIANATOS e ACUÑA, 1995; BERGH *et al.*, 1999).

Poucos exemplos são encontrados de alternativas de controle que não utilizam controladores PID. PU, GUPTA e ALTAWHEEL (1991) descrevem a implementação de um controle preditivo, aplicado a uma coluna de flotação de carvão, no qual o modelo

utilizado relaciona a altura da camada de espuma e o *hold up* de ar na zona de coleta com as vazões de não flotado e de ar. Com o objetivo de melhorar o teor do concentrado em um circuito de flotação de zinco, HIRASHIMA *et al.* (1991) aplicaram técnicas de lógica difusa. Em ambos os casos, as ferramentas utilizadas e os resultados obtidos não podem ser generalizados a outros processos.

DIAZ (1994) apresenta um estudo de controle adaptativo para o *hold up* de ar na zona de coleta, utilizando a vazão de ar como variável manipulada. Nesse caso, foi utilizada uma coluna piloto operando em sistema bifásico, em que a altura da camada de espuma é controlada pela vazão de não flotado e o *bias* controlado pela vazão de água de lavagem, ambos utilizando controladores PID. No entanto, o autor não conseguiu bons resultados para o controle do *hold up* de ar.

PU, GUPTA e ALTAWHEEL (1991), para implementar o controle preditivo, desenvolveram um modelo em que as variáveis de saída são a altura da camada de espuma e o *hold up* de ar, e as variáveis de entrada são as vazões de não flotado e de ar. BERGH e YIANATOS (1995) descrevem um modelo discreto para uma coluna piloto operando em sistema bifásico. Nesse modelo, as variáveis de saída são a altura da camada de espuma, o *hold up* de ar e o *bias* (definido como a diferença entre as vazões de não flotado e alimentação) e as variáveis de entrada são a vazão de água de lavagem e os percentuais de abertura das válvulas de controle da vazão de não flotado e da vazão de ar. No entanto, a relação entre a altura da camada de espuma e o percentual de abertura da válvula de controle da vazão de ar não foi determinada. CARVALHO, DURÃO e FERNANDES (1999) realizaram um estudo para também obter um modelo discreto para uma coluna piloto operando em sistema bifásico. A partir da análise da resposta ao degrau, aplicado nas variáveis manipuladas (vazões de ar, água de lavagem e não flotado), são feitos diversos comentários sobre o comportamento dinâmico da coluna e obtidos modelos polinomiais, cujos parâmetros são determinados com a utilização de técnicas de estimação. Nesse caso, são apresentados um modelo que relaciona o *hold up* de ar na zona de coleta com a vazão de ar e dois outros que relacionam o *bias* (definido como a diferença entre as vazões de água de lavagem e de flotado) com as vazões de água de lavagem e de ar; as outras relações entre as variáveis manipuladas e controladas não foram obtidas. Além disso, os autores apresentam alguns dados mostrando a variação de parâmetros

como ganhos, atrasos e constantes de tempo relacionados com a mudança do ponto operacional.

Um exemplo da utilização de modelos para projeto de controladores é o trabalho apresentado por DEL VILLAR, GRÉGOIRE e POMERLEAU (1999) em que foram identificados seis modelos lineares no domínio de Laplace que relacionam as vazões de ar, água de lavagem e não flotado, com o *bias* e a altura da camada de espuma. Esses modelos, por sua vez, são utilizados para o projeto de controladores PID, de forma a controlar a altura da camada de espuma pela manipulação da vazão de não flotado e controlar o *bias* pela manipulação da vazão de água de lavagem. Também nesse caso, foi utilizada uma coluna piloto operando em sistema bifásico.

AQUINO *et al.* (2010) descrevem que a principal desvantagem da coluna de flotação com relação às células mecânicas convencionais é a variação dos resultados obtidos, principalmente no que se refere à recuperação e que essa variação pode ser atribuída à menor flexibilidade da coluna em relação à absorção de variações inerentes ao processo. Além das variações normais na composição de alimentação e dos fluxos e da necessidade de manutenção periódica dos aeradores, as colunas industriais são também afetadas pelas seguintes fontes de problemas:

- calibração e manutenção inadequada da instrumentação;
- distribuição inadequada das bolhas de ar e da água de lavagem;
- diferença entre a profundidade da espuma nos diversos compartimentos;
- falta de robustez da estratégia de controle.

AQUINO *et al.* (2010) ressaltam também que, independente da estratégia de controle adotada, o mau funcionamento da instrumentação de diversas colunas industriais, por falta de calibração ou de manutenção, causa perdas significativas de rendimento metalúrgico.

4.1.2.3 Métodos convencionais para a medição do nível de interface polpa/espuma

Alguns métodos convencionais para a medição de nível são citados a seguir.

- a) Sensores de pressão: Utiliza medidores de pressão, podendo ser utilizados um, dois ou três medidores, sendo a medição com três instrumentos a mais precisa. “Um instrumento é posicionado na seção de limpeza em contato com a espuma e os outros dois na seção de concentração em contato com a polpa” (FINCH e DOBBY, 1990). Os sensores de pressão são instalados na parede da coluna podendo ser utilizadas até três unidades. Uma das limitações do controle de nível utilizando apenas um sensor de pressão é a dependência das densidades de polpa e da espuma que variam com as condições operacionais de modo imprevisível. Com a instalação de dois sensores na zona de concentração da coluna, a estimativa da altura da camada de espuma torna-se independente da densidade da polpa. Considerando que a densidade da espuma é praticamente constante, a instalação de dois sensores de pressão acarreta uma redução nos erros da estimativa do nível da interface polpa/espuma de até 80,0%. Essa alternativa de controle é a mais utilizada industrialmente (AQUINO *et al.*, 2010). Agora, por fim, com a instalação com três sensores, sendo dois na zona de recuperação e o outro na camada de espuma, a estimativa do nível da interface polpa/espuma torna-se independente dos valores das densidades da polpa e da espuma.
- b) Sensores de condutividade: Baseia-se no princípio que existe uma diferença de condutividade entre as fases polpa/espuma. Pares de eletrodos verticais e paralelos distribuídos ao longo da coluna localizam a posição da interface próxima às regiões ou locais onde são observadas mudanças bruscas nos valores de condutividade elétrica (BANISI, FINCH e LAPLANTE, 1994). A variação na condutividade elétrica entre as zonas de recuperação e de espuma ocorre devido à diferença no *hold up* do ar, conteúdo de sal (água de lavagem provavelmente tem um menor conteúdo de sal que a água de polpa) e temperatura. Dessa forma, a posição da interface polpa/espuma pode ser determinada por meio de variação da condutividade elétrica detectada pelos sensores instalados, longitudinalmente, na região da interface (AQUINO *et al.*, 2010).
- c) Temperatura: O nível pode ser estimado por meio da diferença entre a temperatura da polpa e da água de lavagem (MOYS e FINCH, 1988). Polpas muito frias podem exigir um consumo maior de reagentes e, portanto, aumentar os custos de

produção. Contudo, em algumas situações, temperaturas elevadas podem produzir a degradação dos reagentes.

- d) Radiação: Consiste na emissão de raios gamas por meio de uma fonte de radiação colocada na lateral vertical da coluna. Do outro lado da coluna, uma câmara de ionização transforma a radiação gama recebida em sinal elétrico (SILVINO *et al.*, 2000).
- e) Ultrassom: Baseia-se no princípio de uma onda sonora de frequência ultrassônica gerada quando uma força externa excita as moléculas do meio. Essa excitação é transferida de molécula a molécula do meio com velocidade que depende da elasticidade e inércia das moléculas (SILVINO *et al.*, 2000).
- f) Radar: Esse método possui uma antena cônica que emite impulsos eletromagnéticos de alta frequência à superfície a ser detectada. A distância entre a antena e a superfície a ser medida será então calculada em função do tempo de atraso entre a emissão e a recepção do sinal (SILVINO *et al.*, 2000).

4.2 A mecânica dos fluidos

BRUNETTI (2008) define a mecânica dos fluidos como a ciência que estuda o comportamento físico dos fluidos, assim como as leis que regem esse comportamento.

De acordo com FINNEMORE e FRANZINI (2002), a mecânica dos fluidos é baseada nos mesmos princípios fundamentais que são empregados na mecânica dos sólidos. No entanto, a mecânica de fluidos é mais complicada porque, enquanto com sólidos lida-se com elementos tangíveis, com fluidos não há elementos a serem distinguidos.

A compreensão correta das bases da mecânica dos fluidos é extremamente importante em muitas áreas da engenharia (POTTER e WIGGERT, 2004; BRUNETTI, 2008). Na biomecânica, os escoamentos de sangue e do fluido cerebral são de particular interesse; na meteorologia e na engenharia oceanográfica, a compreensão do deslocamento dos movimentos do ar e das correntes marítimas requer um conhecimento da mecânica dos fluidos; os engenheiros químicos devem entender a mecânica dos fluidos para projetar muitos tipos diferentes de equipamentos de

processamento químico; engenheiros aeronáuticos usam seus conhecimentos de fluidos para aumentar a sustentação aerodinâmica e diminuir a resistência em aeronaves e para projetar motores a jato; engenheiros mecânicos projetam bombas, turbinas, motores de combustão interna, compressores a ar, equipamentos de ar-condicionado, equipamentos de controle de poluição e usinas de energia baseados no correto entendimento da mecânica dos fluidos; engenheiros civis também devem usar os resultados obtidos do estudo da mecânica dos fluidos para compreender o transporte de sedimentos nos rios e erosão, a poluição do ar e água e para projetar sistemas de tubulações, usinas de tratamento de esgotos, canais de irrigação, sistemas de controle de alagamentos, represas e estádios atléticos cobertos (POTTER e WIGGERT, 2004).

Segundo FINNEMORE e FRANZINI (2002), a mecânica dos fluidos pode ser dividida em três principais ramos: estática dos fluidos é o estudo das mecânicas dos fluidos em repouso; cinemática dos fluidos lida com velocidades e linhas de fluxo sem considerar forças e energia; e a dinâmica dos fluidos preocupa-se com as relações entre velocidades e acelerações e as forças exercidas por ou sobre fluidos em movimento.

4.2.1 Fluidos em movimento

Os movimentos dos fluidos se manifestam de maneiras diferentes. Alguns podem ser descritos muito facilmente, enquanto outros requerem amplo entendimento das leis físicas. Nas aplicações da engenharia é importante descrever os movimentos dos fluidos do modo mais simples que se possa justificar. Algumas hipóteses comuns usadas para simplificar uma dada situação do escoamento são relacionadas às propriedades do fluido. Por exemplo, sob certas condições, a viscosidade pode afetar significativamente o escoamento e, em outras, os efeitos viscosos podem ser desprezados, simplificando muito as equações sem alterar significativamente as previsões (POTTER e WIGGERT, 2004).

Sendo BRUNETTI (2008), existem energias mecânicas associadas a um fluido em movimento: potencial, cinética, de pressão e mecânica total do fluido. A energia potencial é o estado de energia do sistema devido à sua posição no campo da gravidade em relação a um plano horizontal de referência e é medida pelo potencial de realização de trabalho. A energia cinética corresponde ao estado de energia

determinado pelo movimento do fluido. A energia de pressão corresponde ao trabalho potencial das forças de pressão que atuam no escoamento do fluido. Por fim, a energia mecânica total do fluido, excluindo-se energias térmicas e considerando somente efeitos mecânicos, é a soma daquelas potencial, cinética e de pressão.

Nas seções seguintes deste capítulo, será realizada uma breve introdução à equação de Bernoulli, que estabelece como pressões e velocidades variam em um campo de escoamento. O uso dessa equação requer muitas hipóteses simplificadoras, como, por exemplo, o fato de considerar o movimento de um fluido ideal, o que limita sua aplicação. Além dela, será também apresentada a equação, deduzida de forma similar, que considera o movimento de fluido real.

4.2.1.1 A equação de Bernoulli para movimento constante de um fluido ideal ao longo de uma linha de fluxo

A equação de Bernoulli descreve o comportamento do escoamento de fluidos incompressíveis ideais, com propriedades uniformes e em regimes permanentes. Essa equação é utilizada para, entre outras aplicações em hidráulica, quantificar velocidades de escoamento de descarga de reservatórios, estimar a velocidade de um escoamento através de uma restrição à sua passagem e medir velocidades de escoamentos e os correspondentes caudais (MOREIRA, 2007).

Segundo POTTER e WIGGERT (2004), a obtenção da velocidade de escoamento começa com a aplicação da segunda lei de Newton para uma partícula do fluido. Considere uma partícula cilíndrica infinitesimal, posicionada como mostra a figura 4.3, com um comprimento ds e área dA .

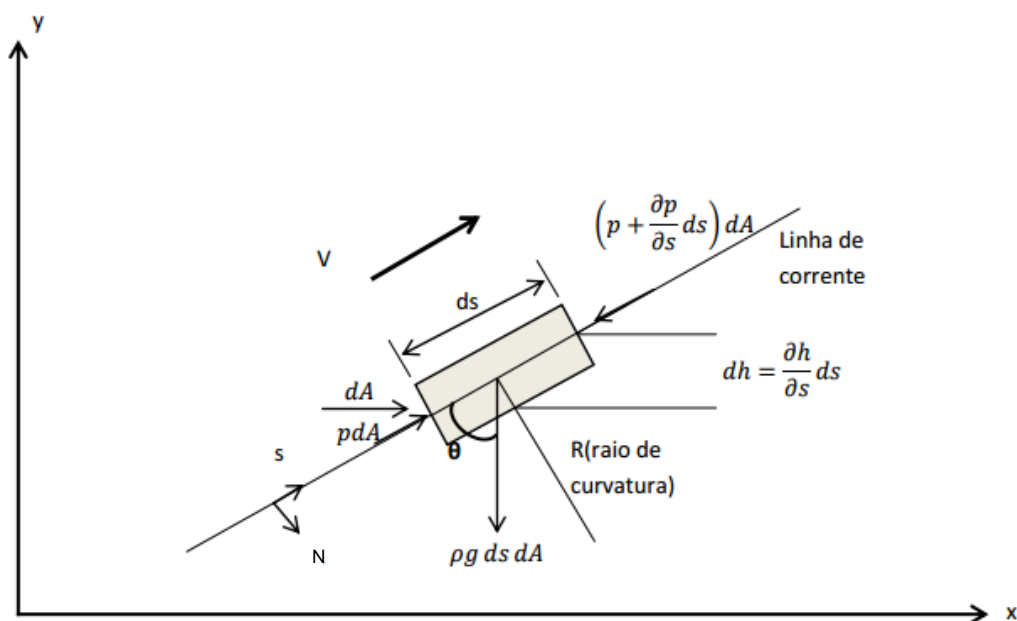


Figura 4.3. Partícula movendo-se ao longo de uma linha de corrente (POTTER e WIGGERT, 2004).

As forças agindo na partícula são as forças devidas à pressão e ao peso, como mostrado. Somando as forças na direção do movimento, a direção s , obtém-se:

$$p \times dA - \left(p + \frac{\partial p}{\partial s} \times ds \right) \times dA - \rho \times g \times ds \times dA \times \cos\theta = \rho \times ds \times dA \times a_s \quad (4.2)$$

em que a_s é a aceleração da partícula na direção s e é dada por:

$$a_s = v \times \frac{\partial v}{\partial s} + \frac{\partial v}{\partial t} \quad (4.3)$$

em que $\partial v / \partial t = 0$, já que se assume que o escoamento é permanente.

Vê-se também que:

$$dh = ds \times \cos\theta = \frac{\partial h}{\partial s} \times ds \quad (4.4)$$

tal que:

$$\cos\theta = \frac{\partial h}{\partial s} \quad (4.5)$$

Então, após dividir por $ds \times dA$ e utilizar as equações acima para a_s e $\cos\theta$, a equação 4.2 se transforma em:

$$-\frac{\partial p}{\partial s} - \rho \times g \times \frac{\partial h}{\partial s} = \rho \times v \times \frac{\partial v}{\partial s} \quad (4.6)$$

Agora, assume-se uma massa específica constante e nota-se que $v \times \partial v / \partial s = \partial(v^2/2) / \partial s$, então pode-se escrever a equação 4.6 como:

$$\frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{v^2}{2} + \frac{p}{\rho} + g \times h \right) = 0 \quad (4.7)$$

Isso é satisfeito se, ao longo da corrente, $v^2/2 + p/\rho + g \times h = \text{constante}$, em que a constante pode ter um valor diferente em uma linha de corrente diferente.

Entre dois pontos na mesma linha de corrente, tem-se:

$$\frac{v_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} + g \times h_1 = \frac{v_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho} + g \times h_2 \quad (4.8)$$

Essa é equação de Bernoulli, em homenagem a Daniel Bernoulli (1700-1782).

Se a equação 4.8 é dividida por g , ela se torna:

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2 \times g} + h_1 = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2 \times g} + h_2 \quad (4.9)$$

Onde:

- p_1 e p_2 são as pressões nos pontos 1 e 2, respectivamente (N/m^2);
- $\gamma = \rho \times g$ é o peso específico do fluido ($\text{kg/m}^2 \cdot \text{s}^2$);
- ρ é a densidade do fluido (kg/m^3);
- v_1 e v_2 são as velocidades de escoamento do fluido nos pontos 1 e 2, respectivamente (m/s);
- g é o valor padrão da aceleração gravitacional ($g = 9,81 \text{m/s}^2$);

- h_1 e h_2 são as alturas dos pontos 1 e 2, respectivamente, em relação à cota inicial (m).

A soma dos dois termos $(p/\gamma + h)$ é chamada de carga piezométrica e a soma dos três termos é a carga mecânica total. A pressão p é muitas vezes chamada de pressão estática e a soma dos dois $p + \rho \times v^2/2 = p_T$ é chamada pressão total ou pressão de estagnação.

FINNEMORE e FRANZINI (2002), POTTER e WIGGERT (2004) e BRUNETTI (2008) destacam que há muitas suposições básicas envolvidas na derivação da equação de Bernoulli, sendo importante levar em conta todas ao aplicá-la:

- assume que os efeitos viscosos (de atrito) são insignificantes (não há tensões de cisalhamento);
- assume que o escoamento é permanente ($\partial v/\partial t = 0$);
- a equação aplica-se ao longo de uma linha de fluxo ($a_s = v \times \partial v/\partial s$);
- assume que o fluido é incompressível ($\partial \rho/\partial s = 0$);
- assume que nenhuma energia é adicionada ou removida do fluido ao longo da linha de fluxo (sem trocas de calor e máquinas no trecho de escoamento).

FINNEMORE e FRANZINI (2002) ressaltam que, se não forem cumpridas essas restrições, erros graves poderão ocorrer. No entanto, às vezes aplica-se a equação de Bernoulli a fluidos reais com bons resultados em situações em que os efeitos de fricção são muito pequenos. A linha de fluxo também pode ser tridimensional. Se é conhecido o suficiente sobre o fluxo em algum ponto da linha, pode-se encontrar a constante de Bernoulli. Essa constante é conhecida como a perda de carga total, que será discutida no tópico 4.2.3 deste capítulo.

4.2.1.2 Equação para movimento constante de um fluido real ao longo de uma linha de fluxo

FINNEMORE e FRANZINI (2002) apresentam o mesmo procedimento mostrado na seção anterior, só que considerando um fluido real. O elemento fluido real em um tubo de fluxo é também representado pela figura 4.3, exceto que agora com o fluido real há uma força adicional agindo por causa da fricção do fluido, nomeada $\tau(P + 1/2dP)ds$, onde τ é a tensão de cisalhamento e $(P + 1/2dP)ds$ é a área sobre a qual a tensão de

cisalhamento atua, sendo P o perímetro da área final A , que pode ter qualquer forma. Escrevendo $\sum F = ma$ ao longo da linha de fluxo e negligenciando termos de segunda ordem, para um fluxo constante, obtém-se:

$$-dp \times A - \rho \times g \times A \times dh - \tau \times P \times ds = (\rho \times ds \times A) \times v \times \frac{dv}{ds} \quad (4.10)$$

Dividindo a equação anterior por $\rho \times A$ e rearranjando-a, tem-se:

$$\frac{dp}{\rho} + g \times dh + v \times dv = -\frac{\tau \times P}{\rho \times A} \times ds \quad (4.11)$$

A equação 4.11 pode também ser expressa como:

$$\frac{dp}{\gamma} + dh + d \times \frac{v^2}{2 \times g} = -\frac{\tau \times P}{\gamma \times A} \times ds \quad (4.12)$$

Essa equação aplica-se a fluxo constante de fluidos reais compressíveis e incompressíveis. Quando se está lidando com um fluido compressível, faz-se necessário introduzir uma equação de estado relativa a γ ou ρ em função de p e T antes da integração. Para um fluido incompressível ($\gamma = \text{constante}$), pode-se integrar a equação 4.12 diretamente. Integrando-a a partir de ponto 1 até outro 2 numa mesma linha de fluxo, onde a distância entre eles é L , obtém-se para um fluido real incompressível:

$$\left(\frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2 \times g} + h_1 \right) = \left(\frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2 \times g} + h_2 \right) + \frac{\tau \times P \times L}{\gamma \times A} \quad (4.13)$$

Ao comparar a equação 4.13 com aquela de Bernoulli 4.9 para um fluido ideal, pode-se perceber que a única diferença é um termo adicional, $(\tau \times P \times L)/(\gamma \times A)$, que representa a perda de energia por unidade de peso devido a fricção do fluido entre os pontos 1 e 2. As dimensões dessa perda de energia são apenas de comprimento (FINNEMORE e FRANZINI, 2002).

A fricção que causa a perda de energia ocorre sobre o limite ou na superfície do elemento, de área $P \times L$. Quando, como ocorre frequentemente, considera-se o tubo

de fluxo para encher o revestimento, tubo ou duto transportando o fluido, $P \times L$ se torna a área de superfície interna da parede do conduto e τ_0 se transforma na tensão de cisalhamento na parede, τ_p (FINNEMORE e FRANZINI, 2002). Então pode-se chamar esse termo de perda de energia de "perda de carga por atrito com a parede":

$$\Delta h = \frac{\tau_p \times P \times L}{\gamma \times A} \quad (4.14)$$

Inserindo a equação 4.14 naquela 4.13, vem:

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2 \times g} + h_1 = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2 \times g} + h_2 + \Delta h \quad (4.15)$$

Onde:

- p_1 e p_2 são as pressões nos pontos 1 e 2, respectivamente (N/m^2);
- $\gamma = \rho \times g$ é o peso específico do fluido ($\text{kg/m}^2 \cdot \text{s}^2$);
- ρ é a densidade do fluido (kg/m^3);
- v_1 e v_2 são as velocidades de escoamento do fluido nos pontos 1 e 2, respectivamente (m/s);
- g é o valor padrão da aceleração gravitacional ($g = 9,81 \text{m/s}^2$);
- h_1 e h_2 são as alturas dos pontos 1 e 2, respectivamente, em relação à cota inicial (m);
- Δh é a perda de carga no escoamento (m).

Se, como é muito comum, o conduto é um tubo de seção circular de diâmetro interno D_i , então $P/A = \pi \times D_i / (\pi \times D_i^2 / 4) = 4/D_i$. Logo, a equação 4.14 se torna:

$$\Delta h = \frac{4 \times \tau_p \times L}{\gamma \times D_i} \quad (4.16)$$

4.3 Transporte de polpa

Neste tópico, os conceitos relacionados a polpas minerais, agitação, número de Reynolds e regimes de escoamento, rugosidade, reologia e viscosimetria, fluxos em tubulações, perda de carga e velocidades de escoamento e deposição são descritos.

4.3.1 Polpas minerais

Para VALADÃO (2010), as polpas minerais são constituídas por partículas de sólido e líquido (água usualmente). O mesmo autor descreve que a quantidade relativa entre sólidos e líquido pode ser expressa das seguintes formas: em massa, em volume e em massa por volume.

A percentagem de sólidos em massa ou concentração mássica de sólidos da polpa, de acordo com a equação 4.17, representa a razão entre a massa de sólido e a massa total da polpa.

$$cm = \frac{m_s}{m_p} = \frac{\rho_s \times (\rho_p - \rho_l)}{\rho_p \times (\rho_s - \rho_l)} \quad (4.17)$$

Onde:

- c_m é a concentração mássica de sólidos da polpa (%);
- m_s é a massa de sólido (kg);
- m_p é a massa de polpa (kg);
- ρ_s e ρ_l são as massas específicas dos sólidos e do líquido, respectivamente (kg/m^3);
- ρ_p é a densidade de polpa (kg/m^3).

A percentagem de sólidos em volume ou concentração volumétrica de sólidos da polpa representa a razão entre o volume de sólido e o volume total da polpa (equação 4.18).

$$cv = \frac{Q_s}{Q_p} = cm \times \left(\frac{\rho_p}{\rho_s}\right) \quad (4.18)$$

Onde:

- cv é a concentração volumétrica de sólidos na polpa (%);
- Q_s é o volume de sólido (m^3);
- Q_p é o volume total de polpa (m^3);
- c_m é a concentração mássica de sólidos da polpa (%);
- ρ_p é a densidade de polpa (kg/m^3);

- ρ_s é a massa específica dos sólidos (kg/m^3).

Existe também uma forma bastante utilizada que é a concentração massa/volume, apresentada na equação 4.19.

$$c_{m/v} = \frac{m_s}{Q_p} \quad (4.19)$$

Onde:

- $c_{m/v}$ é a concentração massa/volume (%);
- m_s é a massa de sólido (kg);
- Q_p é o volume total de polpa (m^3).

Por fim, a relação entre o volume de polpa e a massa de sólidos é dada pela equação 4.20.

$$Q_p = \frac{m_s}{\rho_p \times c_m} \quad (4.20)$$

Onde:

- Q_p é o volume total de polpa (m^3);
- m_s é a massa de sólido (kg);
- ρ_p é a densidade de polpa (kg/m^3);
- c_m é a concentração mássica de sólidos da polpa (%).

De maneira generalizada, há dois tipos de polpa, as chamadas polpas homogêneas, também referidas como veículo, e as polpas heterogêneas, ou correntes de Durand (WASP, 1993).

Uma polpa pode ser classificada como homogênea quando, mesmo sob efeitos inerciais menores, o transporte é possível, pois as partículas não decantam, o que não causa restrição da tubulação. Após sair da fase laminar, o fluido tem sua perda de carga elevada linearmente conforme a velocidade de escoamento aumenta. Quando o fluxo de polpas heterogêneas é laminar, ou seja, quando os efeitos inerciais das partículas são mais evidentes, existe a possibilidade de haver deposição de material,

pois as partículas não estão misturadas, e sim suspensas. Após atingir fase de turbulência, as partículas conseguem manter-se em suspensão parcial até que o leito fixo se torne móvel. A formação de leito móvel ou fixo é uma situação indesejável, pois, conforme o processo varia (como oscilação na rede elétrica e variação do tamanho da partícula), existe a possibilidade de um leito móvel evoluir para fixo e causar entupimentos e paradas (CHAVES, NAKAE e SALGADO, 2002).

4.3.2 Agitação

A agitação e a mistura de sólidos e líquidos são operações amplamente utilizadas em indústrias químicas e petroquímicas em processos como suspensão de catalisadores, mistura de polpas heterogêneas, agitação de biorreatores. Polpas heterogêneas são caracterizadas por conterem partículas imiscíveis e que, sem a agitação necessária podem decantar para o fundo do tanque. Portanto é de fundamental importância que a taxa de agitação em tanques contendo sólidos e líquidos seja suficiente para manter as partículas e suspensão (MONTANTE, MAGELLI e PAGLIANTI, 2012; PAUL, ATIEMO-OBENG e KRESTA, 2004).

Conforme a quantidade e/ou granulometria de sólidos aumenta, a velocidade de rotação do agitador também deve ser aumentada o que implica em maior consumo energético, portanto torna-se necessário conhecer a velocidade mínima do agitador para que haja suspensão plena sem gastos energéticos exagerados (WANG, 2010).

O método de suspensão chamado *off-bottom* ou suspensão completa, representado na figura 4.4 (b), é caracterizado pela completa movimentação das partículas, em que nenhuma partícula permanece no fundo do tanque por um período maior que 1,0 ou 2,0 segundos. Seguindo este método, a área máxima da superfície das partículas fica em contato com o líquido no qual elas estão suspensas (PAUL, ATIEMO-OBENG e KRESTA, 2004).

A figura 4.4 mostra a representação dos diversos graus de suspensão de partículas em polpas heterogêneas.

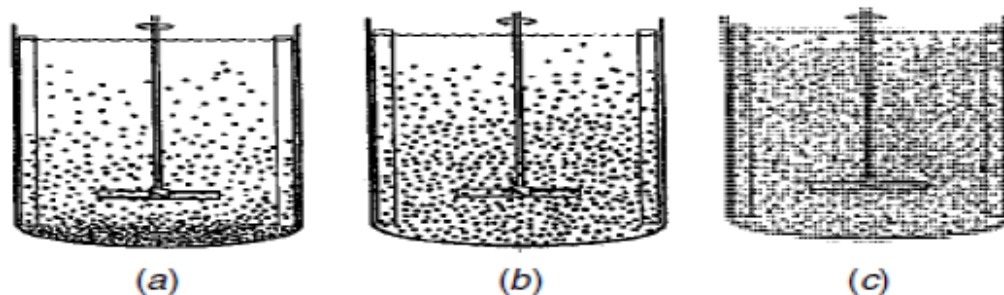


Figura 4.4. (a) Suspensão parcial: algumas partículas estão suspensas e parte delas permanece no fundo do tanque, usado mais comumente em dissolução de sólidos com alto grau de solubilidade; (b) Suspensão completa: Todas as partículas sólidas estão em suspensão, condição mínima para a maior parte dos processos; (c) Suspensão uniforme: sólidos suspensos uniformemente por todo o volume do tanque: condição requerida para processos de cristalização ou reação em meio líquido com catalisador sólido (PAUL, ATIEMO-OBENG e KRESTA, 2004).

4.3.3 Número de Reynolds

De acordo com NETTO e ALVAREZ (1991), o fluxo de um líquido em uma tubulação pode ser classificado em turbulento, laminar ou crítico (transitório). Essa característica é determinada através do cálculo de um parâmetro adimensional denominado Número de Reynolds (REYNOLDS, 1883) a partir da equação 4.21.

$$Re = \frac{\rho \times v \times D_i}{\mu} \quad (4.21)$$

Onde:

- Re é o número de Reynolds (adimensional);
- ρ é a densidade do fluido (kg/m^3);
- v é a velocidade de escoamento do fluido (m/s);
- D_i é o diâmetro interno da tubulação (m);
- μ é a viscosidade dinâmica do fluido (kg/m.s).

A partir da equação 4.21, verifica-se que o regime de escoamento depende especificamente da relação entre as forças inerciais e as forças viscosas do fluido.

O escoamento do fluido é aerodinâmico a baixas velocidades e é caótico a medida que a velocidade aumenta para um valor acima de um valor crítico. O regime de escoamento é considerado laminar quando as linhas de corrente são suaves e com movimento ordenado. No segundo caso, o regime de escoamento é dito turbulento quando há oscilações de velocidade e movimento excessivamente desordenado. O escoamento de transição ocorre em alguma região na qual o escoamento alterna entre o laminar e o turbulento (ÇENÇEL e CIMBALA, 2007).

Obtido o número de Reynolds, o regime de escoamento poderá ser determinado conforme tabela IV.1.

Tabela IV.1. Número de Reynolds e regime de escoamento (WHITE, 2009)

Número de Reynolds (Re)	Regime
$Re < 2000$	Laminar
$2000 < Re < 4000$	Transitório
$Re > 4000$	Turbulento

De acordo com MCLAUGHLIN, MCLEAN e BONTHRON (1981) e RESENDE (2007), na maioria das aplicações práticas envolvendo escoamento forçado de água em tubulações, o regime de escoamento será turbulento.

4.3.4 Rugosidade das tubulações

Segundo BRKIĆ (2011) e MACDONALD *et al.* (2016), geralmente todas as paredes de tubo têm, fisicamente, superfícies ásperas. O grau de rugosidade varia de acordo com o processo de fabricação, acabamento de superfície, tipo de material do tubo, idade, condições de exploração, entre outros (HAMMAD, 1999).

As superfícies ásperas são encontradas em muitas formas nos sistemas de engenharia (BONS, 2010) e no ambiente (FINNIGAN, 2000; BRITTER e HANNA, 2003). Sabe-se que a presença de rugosidade afeta muitas propriedades do fluxo turbulento próximo da parede dos tubos (JIMÉNES, 2004).

Para BUSSE, LÜTZNER e SANDHAM (2015), a rugosidade pode ser um efeito colateral da produção de uma superfície, onde um nível mais alto de acabamento seria antieconômico, ou pode se desenvolver ao longo do tempo devido à erosão ou à acumulação de depósitos.

Na tabela IV.2 podem ser visualizados os valores para a rugosidade absoluta (em metros) de tubos para diferentes tipos de material.

Tabela IV.2. Rugosidade absoluta de tubos para diferentes tipos de material, em metros (BARRAL, 2018)

Material	Tubos Novos	Tubos Velhos
Aço galvanizado	0,00015 a 0,00020	0,0046
Aço rebitado	0,0010 a 0,0030	0,0060
Aço revestido	0,00040	0,00050 a 0,0012
Aço soldado	0,000040 a 0,000060	0,0024
Chumbo	Lisos	Lisos
Cimento-Amianto	0,000025	-
Cobre ou latão	Lisos	Lisos
Concreto bem-acabado	0,00030 a 0,0010	-
Concreto ordinário	0,0010 a 0,0020	-
Ferro forjado	0,000040 a 0,000060	0,0024
Ferro fundido	0,00025 a 0,00050	0,0030 a 0,0050
Ferro fundido com revestimento asfáltico	0,00012	0,0021
Madeira em aduelas	0,00020 a 0,0010	-
Manilhas cerâmicas	0,00060	0,0030
Vidro	Lisos	Lisos
Plásticos	Lisos	Lisos

4.3.5 Reologia

O termo reologia vem do grego *rheo* (fluxo) e *logos* (ciência) e foi sugerido por Bingham e Crawford para descrever as deformações de sólidos e a fluidez de líquidos (LABA, 1993). A reologia pode ser definida como a ciência de deformação de um fluido

em escoamento (KLEIN, 2002). É a ciência que estuda a maneira como os fluidos respondem às tensões aplicadas (STEFFE, 1996).

A operação fundamental em um teste reológico é aplicar uma força no material a ser investigado e medir a sua deformação, ou, igualmente, aplicar uma deformação e medir a resistência (VANDRESEN, 2007).

A propriedade reológica mais importante para o estudo de transporte de suspensões é a viscosidade, definida por SHAW (1992) como a resistência interna oferecida ao movimento relativo das diferentes partes do fluido. O autor também cita duas maneiras gerais de abordar os aspectos reológicos: a primeira envolve o desenvolvimento de expressões matemáticas que descrevem os fenômenos reológicos sem fazer maiores referências às causas e a segunda correlaciona o comportamento mecânico observado com a estrutura do material.

TONEGUTTI (2017) relata a importância da reologia para: i) o dimensionamento de bombas e tubulações, agitadores, trocadores de calor, homogeneizadores, etc.; ii) o controle de qualidade do produto (intermediário e final) e na verificação do prazo de validade (ex.: alimentos e cosméticos).

4.3.5.1 Modelos reológicos

Os conceitos de tensão de cisalhamento (força aplicada) e taxa de deformação (gradiente de velocidade) são usados para descrever a deformação e o escoamento do fluido (TONEGUTTI, 2017).

Fenômenos tais como elasticidade, plasticidade e viscosidade estão relacionados com a reologia. Para polpas, o estudo do comportamento de fluxo abrange a determinação da viscosidade aparente e da tensão de cisalhamento (VALADÃO, 2010).

A viscosidade de um fluido foi definida por Isaac Newton como a resistência ao deslizamento de suas moléculas devido à fricção interna. Quanto maior o grau de fricção interna de um fluido, maior é a sua viscosidade (FERREIRA *et al.*, 2005). Newton utilizou o modelo de duas placas, separadas por uma distância, h , movimentadas através da aplicação de uma força, como mostra a figura 4.5.

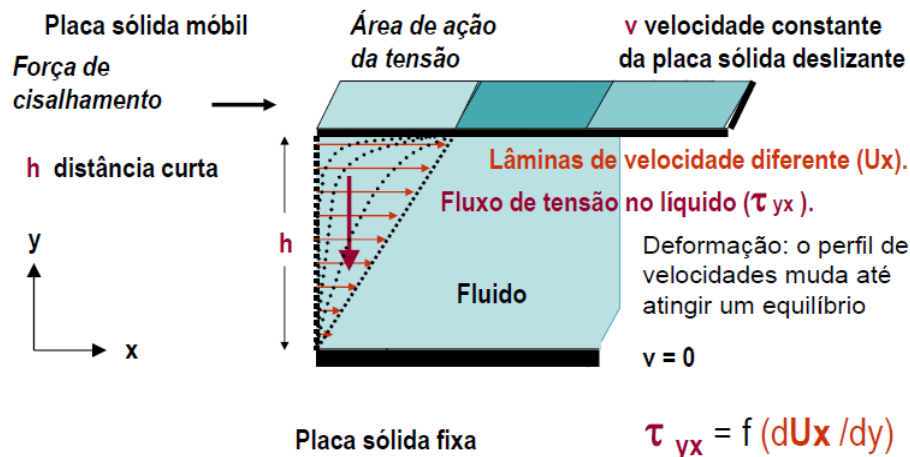


Figura 4.5. Modelo de placas paralelas utilizadas por Newton para explicar a viscosidade de um líquido (TONEGUTTI, 2017).

A força requerida por unidade de área para manter uma diferença de velocidade entre as placas é diretamente proporcional ao gradiente de velocidade através do líquido. Assim, o coeficiente de proporcionalidade é igual à viscosidade. A força por unidade de área é conhecida como tensão de cisalhamento e o gradiente de velocidade é conhecido como taxa de cisalhamento (BARNES, HUTTON e WALTERS, 1989, *apud* FERREIRA, 2002). Em outras palavras, pode-se também dizer que o gradiente de velocidade entre as camadas laminares gera um fluxo de força mecânica (tensão de cisalhamento).

BRAGANÇA (2008) descreve que o comportamento reológico é visualizado em um gráfico de tensão versus taxa de cisalhamento e a curva resultante (curva de escoamento ou reograma) é modelada matematicamente utilizando-se várias relações funcionais. O tipo mais simples de fluido é o newtoniano, em que a tensão (τ) é diretamente proporcional à taxa de cisalhamento (γ_{cis}) e a relação entre elas é denominada viscosidade absoluta ou dinâmica (μ) de acordo com a equação 4.22. Em outras palavras, a viscosidade absoluta mede a resistência de um fluido newtoniano ao escoamento. Ela é constante e independente da taxa de cisalhamento.

$$\mu = \frac{\tau}{\gamma_{cis}} \quad (4.22)$$

Onde:

- μ é a viscosidade absoluta ou dinâmica (Pa.s);
- τ é a tensão de cisalhamento (Pa);
- γ_{cis} é a taxa de cisalhamento (s⁻¹).

A unidade de viscosidade mais utilizada é o Pa.s (1mPa.s = 1cP = 0,001kg/m.s).

Todos os fluidos que não apresentam o comportamento supracitado são denominados não-newtonianos. Uma relação geral que descreve o comportamento de fluidos não-newtonianos é o modelo de Herschel-Bulkley, representado na equação 4.23.

$$\tau = k'(\gamma_{cis})^n + \tau_0 \quad (4.23)$$

Onde:

- τ é a tensão de cisalhamento (Pa);
- k' é o coeficiente de consistência (Paⁿ.sⁿ);
- γ_{cis} é a taxa de cisalhamento (s⁻¹);
- n é o índice de comportamento do escoamento (adimensional);
- τ_0 é a tensão limite de escoamento (Pa).

Esse modelo é apropriado para vários fluidos, pois descreve diferentes comportamentos: newtoniano, pseudoplástico, dilatante e plástico de Bingham. Segundo FERREIRA (2002), o coeficiente k , que está relacionado à consistência da suspensão, é denominado índice de consistência do fluido. Já o coeficiente n , índice de comportamento do fluido, relaciona-se ao comportamento newtoniano ou não-newtoniano de uma suspensão.

Quando $n < 1$, o fluido é pseudoplástico. Quando $n = 1$, a equação se torna o modelo newtoniano, onde $k = \mu$. Quando $n > 1$, o fluido é dilatante. Para valores de $n < 1$, um aumento nos valores de k significa um aumento na viscosidade aparente e um aumento nos valores de tensão de cisalhamento. Conseqüentemente, mais agregada estará a suspensão. Ao contrário, uma diminuição de k implica numa diminuição da agregação; a suspensão torna-se mais dispersa e os valores de viscosidade aparente e tensão de cisalhamento se reduzem. Quando $n = 1$, um aumento ou diminuição nos

valores de k não significa uma agregação ou dispersão da suspensão, mas sim o efeito de algum parâmetro hidrodinâmico do sistema (FERREIRA, 2002).

A tabela IV.2 mostra como esses comportamentos podem ser considerados casos especiais descritos pelo modelo de Herschel-Bulkley.

Tabela IV.3. Fluidos de comportamento newtoniano, pseudoplástico, dilatante e plástico de Bingham como casos especiais do modelo de Herschel-Bulkley (BRAGANÇA, 2008)

Modelo	k'	n	τ_0
Herschel-Bulkley	> 0	$0 < n < \infty$	> 0
Newtoniano	> 0	1	0
Pseudoplástico	> 0	$0 < n < 1$	0
Dilatante	> 0	$1 < n < \infty$	0
Plástico de Bingham	> 0	1	> 0

A figura 4.6 apresenta os modelos reológicos apresentados na tabela IV.2 de forma gráfica.

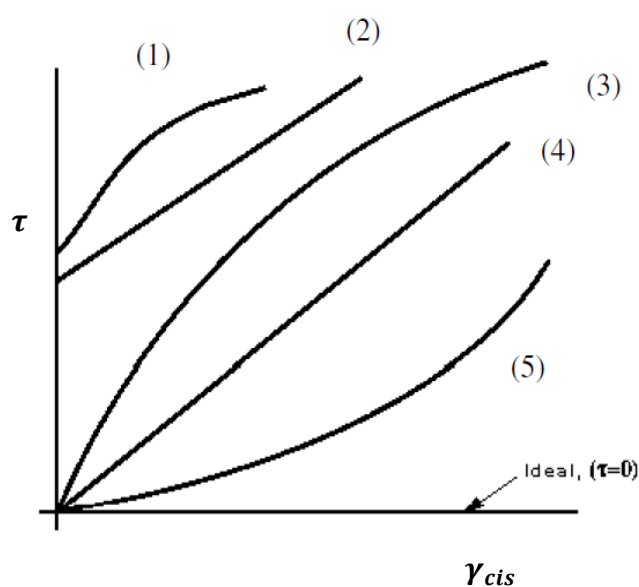


Figura 4.6. Modelos reológicos: (1) Herschel-Bulkley; (2) Plástico de Bingham; (3) Pseudoplástico; (4) Newtoniano; (5) Dilatante (STEFFE, 1996).

Para os modelos newtoniano e plástico de Bingham, o coeficiente k' é normalmente denominado viscosidade (μ) e viscosidade plástica (μ_{PL}), respectivamente. Uma característica importante dos fluidos que apresentam comportamento de acordo com os modelos de Herschel-Bulkley e plástico de Bingham é a presença da tensão limite de escoamento (τ_0), que representa uma tensão finita requerida para que haja escoamento. A existência de tal característica foi questionada com o argumento de que tudo escoava contanto que o tempo seja suficiente ou que o instrumento de medição seja suficientemente sensível (BARNES e WALTERS, 1985). Na prática, a tensão limite de escoamento é uma realidade e exerce forte influência nos cálculos de engenharia.

A viscosidade aparente mede a resistência ao escoamento para os fluidos não-newtonianos. Seu valor é calculado pelo coeficiente angular da reta que passa pela origem e pelo ponto de interesse na curva de escoamento, ou seja, o quociente da tensão de cisalhamento pela taxa de cisalhamento, de acordo com a equação 4.24-a. Substituindo-se as equações dos modelos Herschel-Bulkley, pseudoplástico ou dilatante e plástico de Bingham encontram-se as equações 4.24-b, 4.24-c e 4.24-d, respectivamente.

$$\mu_{ap} = \frac{\tau}{\gamma_{cis}} \quad (4.24 - a)$$

$$\mu_{ap} = \frac{k'(\gamma_{cis})^n + \tau_0}{\gamma_{cis}} \quad (4.24 - b)$$

$$\mu_{ap} = \frac{k'(\lambda)^n}{\gamma_{cis}} = k'(\gamma_{cis})^{n-1} \quad (4.24 - c)$$

$$\mu_{ap} = \frac{k'(\gamma_{cis}) + \tau_0}{\gamma_{cis}} = k' + \frac{\tau_0}{\gamma_{cis}} \quad (4.24 - d)$$

Onde:

- μ_{ap} é a viscosidade aparente (Pa.s);
- τ é a tensão de cisalhamento (Pa);
- γ_{cis} é a taxa de cisalhamento (s^{-1});
- k' é o coeficiente de consistência ($Pa^n.s^n$);
- n é o índice de comportamento do escoamento (adimensional);

- τ_0 é a tensão limite de escoamento (Pa);
- λ é o parâmetro estrutural de modificação do modelo Herschel-Bulkley.

A figura 4.7 mostra as curvas de viscosidade aparente em função da taxa de cisalhamento para os diferentes modelos de escoamento.

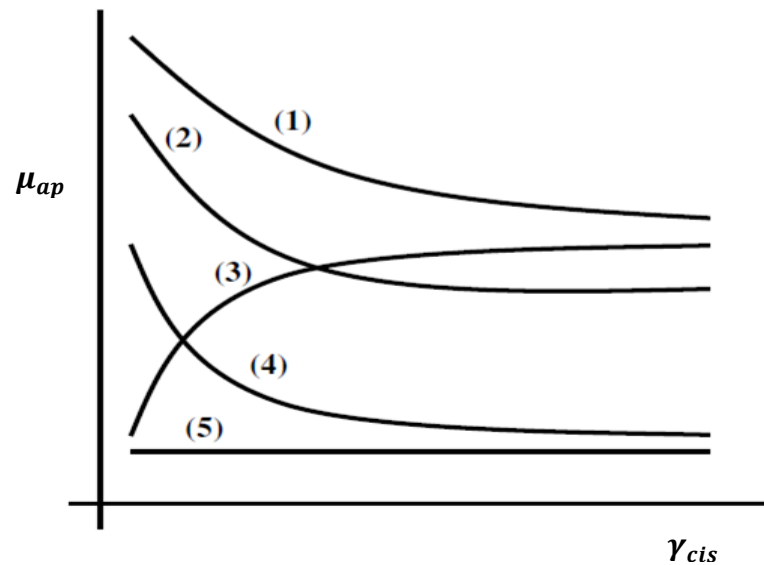


Figura 4.7. Viscosidade aparente em função da taxa de cisalhamento para os modelos reológicos (1) Herschel-Bulkley ($0 < n < 1$), (2) Plástico de Bingham, (3) Dilatante, (4) Pseudoplástico e (5) Newtoniano (STEFFE, 1996).

A viscosidade aparente decresce com a taxa de cisalhamento para fluidos com comportamentos representados pelos modelos pseudoplástico e plástico de Bingham. Para fluidos descritos pelo modelo Herschel-Bulkley, μ decresce com taxas de cisalhamento mais altas quando $0 < n < 1$, mas comporta-se de maneira oposta quando $n > 1$. A viscosidade aparente é constante para fluidos newtonianos e aumenta com a taxa de cisalhamento para fluidos descritos pelo modelo dilatante (STEFFE, 1996).

Há fluidos cujo escoamento é dependente do tempo de aplicação de uma taxa de cisalhamento. Estes são classificados como tixotrópico ou reopético. Os fluidos tixotrópicos apresentam uma diminuição da viscosidade aparente com o tempo até alcançar um equilíbrio. Já os reopéticos apresentam comportamento oposto: aumento da viscosidade aparente com o tempo. A equação 4.25 mostra que a equação do

modelo Herschel-Bulkley pode ser modificada para esses casos, adicionando-se um parâmetro estrutural que é função do tempo, λ .

$$\mu = \lambda[k'(\dot{\gamma}_{cis})^n + \tau_0] \quad (4.25)$$

Onde:

- μ é a viscosidade absoluta ou dinâmica (Pa.s);
- λ é o parâmetro estrutural de modificação do modelo Herschel-Bulkley;
- k' é o coeficiente de consistência (Paⁿ.sⁿ);
- $\dot{\gamma}_{cis}$ é a taxa de cisalhamento (s⁻¹);
- n é o índice de comportamento do escoamento (adimensional);
- τ_0 é a tensão limite de escoamento (Pa).

É importante citar também que muitos fluidos mostram comportamento de sólido (elasticidade) e de líquido (plasticidade), sendo denominados viscoelásticos. A determinação do comportamento viscoelástico exige equipamentos normalmente caros que se usam nos laboratórios de desenvolvimento de produtos (TONEGUTTI, 2017). Os problemas que podem se apresentar são: i) inchamento do fluido, sendo um grande problema em extrusão e em enchedeiras; ii) e o escoamento de Weissenberg, que ocorre na agitação de fluidos altamente viscoelásticos como massa de pão e de biscoito (a altas taxas de deformação, as tensões normais superam as tangenciais, invertendo o fluxo).

4.3.5.2 Variáveis que afetam a reologia de suspensões

KLEIN (2002) descreve que as propriedades físicas e químicas das suspensões minerais (porcentagem de sólidos em peso, densidade, forma e distribuição de tamanho da partícula, pH, espécies dissolvidas e aditivos químicos) determinam como as partículas interagem entre si e com a fase aquosa. Os dois principais tipos de interação que contribuem para as propriedades reológicas são classificados como efeitos hidrodinâmicos e efeitos de agregação, sendo a magnitude desses efeitos determinada pelas propriedades físicas e químicas da suspensão.

Segundo KLEIN (1992), *apud* FERREIRA (2002), as propriedades reológicas de uma suspensão podem ser analisadas do ponto de vista de microrreologia, onde atuam os seguintes efeitos:

- hidrodinâmicos, os quais descrevem a dissipação de energia devido ao movimento das partículas no fluido;
- eletroviscosos, que estão relacionados com a dissipação de energia devido a interação entre as cargas de superfície das partículas;
- de agregação, que estão relacionados à formação e quebra de agregados em suspensão;
- granuloviscosos, os quais estão relacionados ao empacotamento das partículas em suspensão; esses efeitos são mais pronunciados para alta concentração de partículas, acima de 35,0% em massa.

Para suspensões com baixa porcentagem de sólidos contendo partículas grossas, os efeitos hidrodinâmicos determinam as propriedades reológicas. Acima de 30,0% de sólidos em volume, as interações físicas das partículas podem contribuir para as propriedades viscosas, e se tornam dominantes para porcentagens de sólido superiores a 50,0%. Para altas porcentagens de sólido, as suspensões desenvolvem comportamento pseudoplástico. Um aumento adicional na porcentagem de sólidos ocasiona um aumento exponencial na viscosidade aparente, tornando-se infinita próxima à máxima fração de empacotamento de sólidos. O valor da fração de sólidos máxima depende da distribuição de tamanho de partículas e tipicamente varia de 61,0% a 70,0% de sólidos em volume. Para partículas finas ($< 20,0\mu\text{m}$), as interações químicas da superfície tornam-se significativas, facilitando a agregação. Para maiores porcentagens de sólido, essas partículas se interconectam, formando uma estrutura de rede, com uma tensão limite de escoamento associada. Se o cisalhamento quebra essa estrutura, o comportamento será pseudoplástico com tensão limite de escoamento e tixotrópico. De forma contrária, se o cisalhamento induz à agregação, o comportamento será dilatante e reopético (KLEIN, 2002).

4.3.5.3 Viscosimetria e reometria

Segundo TONEGUTTI (2017), existem diversas técnicas experimentais de viscosimetria e reometria que variam de acordo com o material ensaiado, podendo

fornecer um ou dois parâmetros reológicos: viscosidade e/ou tensão de escoamento, determinados de forma direta ou indireta.

Os viscosímetros se baseiam na medida da resistência ao escoamento em um tubo capilar ou pelo torque produzido pelo movimento de um elemento através do fluido. Existem três tipos principais: capilar, rotacional, escoamento de esfera, sendo os dois primeiros tipos os principais. Os reômetros podem medir um grande intervalo de taxas de deformação e construir reogramas completos que incluem comportamento tixotrópico e ensaios dinâmicos para a determinação das propriedades viscoelásticas do material, além de poder programar varreduras de temperatura (SLATTER, 2008; TONEGUTTI, 2017).

Segundo THOMAS (1964), *apud* MADER (1987), a viscosidade dinâmica da polpa (μ_p) pode ser estimada pela equação 4.26.

$$\mu_p = 1,1 \times \mu_l \times (1 + 2,5cv + 10,05cv^2 + 0,00273e^{16,6cv}) \quad (4.26)$$

Onde:

- μ_p é a viscosidade dinâmica da polpa (Pa.s);
- μ_l é a viscosidade dinâmica do líquido (1,0030cP para a água);
- cv é a concentração volumétrica de sólidos na polpa (%);
- e é a constante de Euler (2,7183).

4.3.6 Fluxo em tubulações

O transporte hidráulico dentro do universo mineral pode se dar por gravidade ou sob pressão, isso é, por bombeamento (PINTO, 2012). Segundo KOTZÉ (2007), o transporte de polpas que apresentam comportamento não-Newtoniano tem papel importante na indústria mineral. Essas polpas têm se tornado cada vez mais concentradas, seja devido à preocupação com o uso racional de água ou por limites de produção, tornando a caracterização reológica um difícil desafio.

SLATTER (2008) afirma que, para o levantamento de dados acerca do comportamento reológico da polpa mineral se faz necessário estabelecer a relação da tensão (τ) e da

taxa de cisalhamento (γ_{cis}) para uma dada amostra. A figura 4.8 apresenta um perfil de velocidade e de taxa de cisalhamento no interior de um tubo.

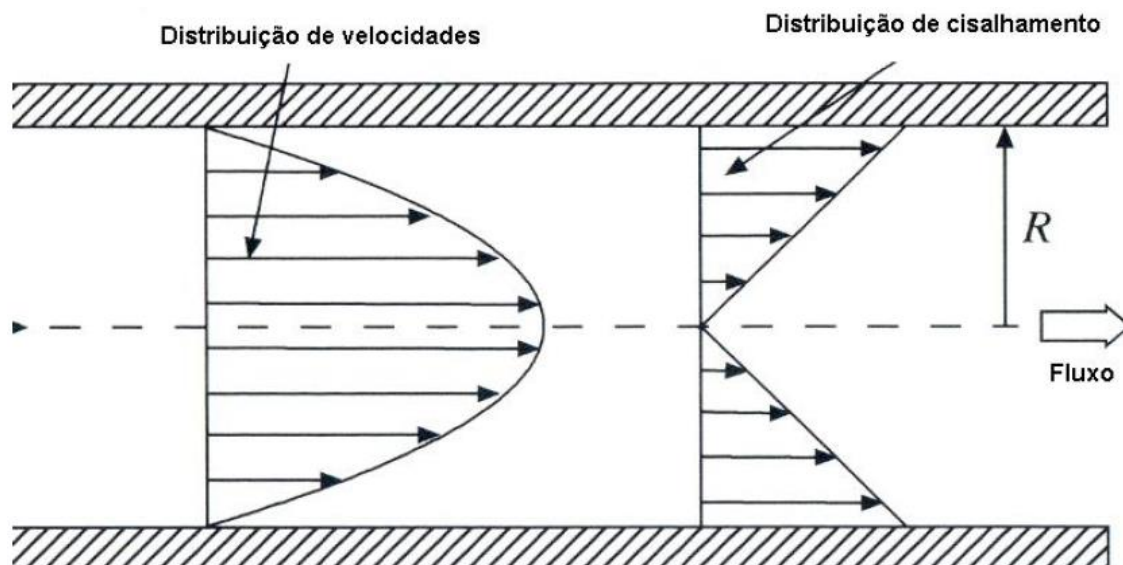


Figura 4.8. Distribuição dos perfis de velocidade e cisalhamento (KOTZÉ, 2007).

4.3.7 Coeficiente de perda de carga

O coeficiente de perda de carga é uma grandeza adimensional utilizada em equações da perda de carga que relaciona o regime do fluido (número de Reynolds) com a rugosidade relativa no tubo (PEREIRA e SEGUIM, 2012).

Segundo BAPTISTA e LARA (2014), no escoamento laminar ($Re < 2000$), o coeficiente de perda de carga pode ser obtido através da equação 4.27 de Hagen-Poiseuille.

$$f = \frac{64}{Re} \quad (4.27)$$

Onde:

- f é o coeficiente de perda de carga (adimensional);
- Re é o número de Reynolds (adimensional).

Como pode-se notar, no escoamento laminar, o coeficiente de perda de carga f depende somente do número de Reynolds (Re).

ROCHA (2010) descreve que, para o cálculo do coeficiente de perda de carga em regimes de escoamento de transição ($2000 < Re < 4000$) e turbulentos ($Re > 4000$), além da determinação do número de Reynolds (Re), é necessário conhecer a rugosidade relativa da tubulação. Essa rugosidade relativa de uma tubulação (ε) é o quociente entre aquela absoluta e o diâmetro interno da tubulação (ε/D_i). O mesmo autor descreve também que, normalmente, são apresentadas na literatura equações utilizadas para regimes turbulentos.

Algumas equações e suas respectivas condições (Re e ε/D_i) são apresentadas a seguir.

COLEBROOK e WHITE (1937), com base em considerações teóricas e empíricas, desenvolveram uma expressão para a faixa de transição apresentada na equação 4.28.

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left(\frac{\varepsilon/D_i}{3,7} + \frac{2,51}{Re \times \sqrt{f}} \right) \quad (4.28)$$

Embora estabelecida inicialmente para o regime de transição a equação 4.28 apresenta bons resultados em outros regimes de escoamento, pois foi composta a partir de outras expressões para tubos lisos e rugosos (BAPTISTA e LARA, 2014).

MOODY (1947) propôs a equação 4.29, obtida empiricamente, utilizada quando $4000 \leq Re \leq 10^8$ e $0 \leq \frac{\varepsilon}{D_i} \leq 0,01$.

$$f = 0,0055 \times \left(1 + \left(2 \times 10^4 \times \frac{\varepsilon}{D_i} + \frac{10^6}{Re} \right)^{1/3} \right) \quad (4.29)$$

Segundo CHURCHILL (1973), *apud* GRZINA, ROUDNEY e BURGESS (2002), a equação 4.30 abrange todos os regimes, não apresentando restrições quanto à rugosidade, e, por isso, é muito utilizada em programas de computadores.

$$f = 8 \times \left(\left(\frac{8}{Re} \right)^{12} + \left(\left(\frac{37530}{Re} \right)^{16} + \left(-2,457 \times \ln \left(\left(\frac{7}{Re} \right)^{0,9} + 0,27 \times \frac{\varepsilon}{D_i} \right) \right)^{16} \right)^{-1,5} \right)^{\frac{1}{12}} \quad (4.30)$$

CHAVES, NAKAE e SALGADO (2002) propõem a equação 4.31, desenvolvida por SWAMEE e JAIN (1976), para determinação do coeficiente de perda de carga, utilizada quando $5000 \leq Re \leq 10^8$ e $0,000001 \leq \frac{\varepsilon}{D_i} \leq 0,01$.

$$f = \left(\left(\frac{64}{Re} \right)^8 + 9,5 \times \left(\ln \left(\frac{\varepsilon/D_i}{3,7} + \frac{5,74}{Re^{0,9}} \right) - \left(\frac{2500}{Re} \right)^6 \right)^{-16} \right)^{0,125} \quad (4.31)$$

Onde:

- f é o coeficiente de perda de carga (adimensional);
- Re é o número de Reynolds (adimensional);
- ε/D_i é a rugosidade relativa de uma tubulação (adimensional).

Existem diversas outras equações para o cálculo do coeficiente de perda de carga, variando a precisão e a complexidade, como as de: BLASIUS (1913); NIKURADSE (1933); WOOD (1966); ECK (1973); JAIN (1976); CHEN (1979); ROUND (1980); SCHORLE, CHURCHILL e SHACHAM (1980); BARR (1981); ZIGRANG e SYLVESTER (1982); HAALAND (1983); TSAL (1989); ROBAINA (1992); MANADILLI (1997); SOUZA, CUNHA e MARQUES (1999); ROMEO, ROYO e MONZÓN (2002); SONNAD e GOUDAR (2006); RAO e KUMAR (2007); BUZZELLI (2008); VATANKHAH e KOUCHAKZADEH (2008); AVCI e KARAGOZ (2009); PAPADEVANGELOU, EVANGELIDES e TZIMOPOULOS (2010); BRKIĆ (2011); FANG, XU e ZHOU (2011); GHANBARI, FARSHAD e RIEKE (2011); SHAIKH, MASSAN e WAGAN (2015); BRKIĆ (2016); e OFFOR e ALABI (2016).

Devido à dificuldade de cálculo do coeficiente de perda de carga f , MOODY (1944) criou um diagrama fundamentado nas equações 4.27 e 4.28 que é uma representação gráfica em escala duplamente logarítmica do fator de atrito em função do número de Reynolds e da rugosidade relativa de uma tubulação. Esse diagrama foi de grande utilidade durante muitos anos, entretanto, atualmente o uso de calculadoras e ferramentas computacionais tornou mais fácil o uso das expressões matemáticas (BAPTISTA e LARA, 2014).

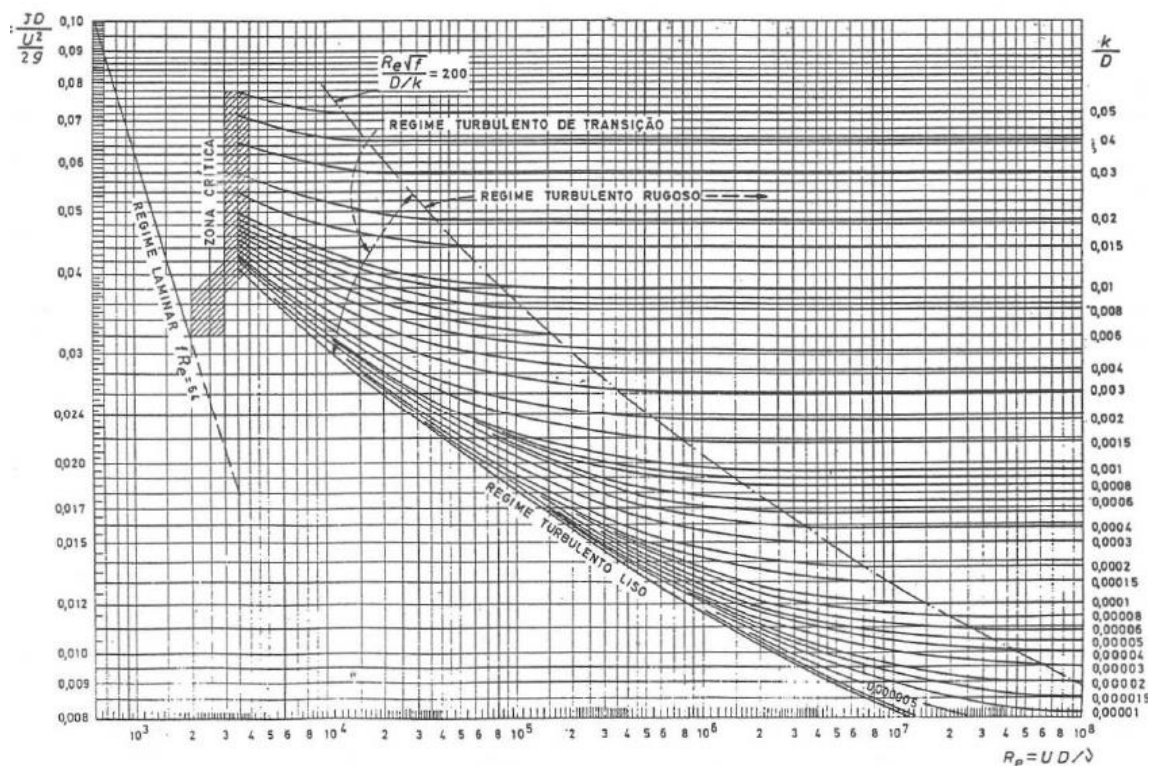


Figura 4.9. Diagrama de Moody para obtenção do coeficiente de perda de carga (BARRAL, 2018).

4.3.8 Perda de carga

Segundo PORTO (2006), a perda de carga é decorrente da resistência ao escoamento oferecida pela viscosidade do fluido e inércia das partículas, sendo variável com a rugosidade da parede do tubo, diâmetro da tubulação e com a velocidade de escoamento.

BARRAL (2018) afirma que o escoamento interno em tubulações sofre forte influência das paredes, dissipando energia devido ao atrito. Tal dissipação de energia provoca um abaixamento da pressão total do fluido ao longo do escoamento que é denominado de perda de carga.

De acordo com TELLES (1994), o escoamento de um fluido em uma tubulação sempre tem como consequência certa perda de energia do fluido, que é gasta para vencer as resistências que se opõem ao escoamento e é dissipada na forma de calor.

A maioria dos condutos utilizados para transportar fluidos apresenta seção transversal circular e são projetados para suportar uma diferença de pressão (MUNSON, YOUNG e OKIISHI, 2004).

Há diferentes métodos para se determinar a perda de carga em escoamentos e alguns deles serão apresentadas a seguir.

4.3.8.1 Método de Hazen-Williams

Um dos métodos frequentemente utilizados para estimar as perdas de carga distribuídas é através da equação 4.32, desenvolvida por Hazen-Williams, comumente empregada no transporte de água e esgoto em canalizações diversas com diâmetro acima de 50mm (BAPTISTA e LARA, 2014).

$$\Delta h = L_t \times \frac{10,641}{C^{1,85}} \times \frac{Q^{1,85}}{D_i^{4,87}} \quad (4.32)$$

Onde:

- Δh é a perda de carga no escoamento (m);
- L_t é o comprimento total da tubulação (m);
- C é o coeficiente do método de Hazen-Williams dependente da natureza do material da fabricação do tubo e das condições de sua parede interna (adimensional);
- Q é a vazão de escoamento (m³/s);
- D_i é o diâmetro interno da tubulação (m).

A tabela IV.4 apresenta valores do coeficiente C para alguns diferentes tipos de tubo.

Tabela IV.4. Coeficiente C para os diferentes tipos de tubo (adaptado de BAPTISTA e LARA, 2014)

Tipo de Tubo	Ceficiente C
Aço corrugado (chapa ondulada)	60
Aço rebitado novo	110
Aço rebitado em uso	85
Aço soldado novo	130
Aço soldado em uso	90
Aço soldado com revestimento especial	130
Ferro fundido novo	130
Ferro fundido usado	90
Ferro fundido com 15 anos de uso	100
Aço galvanizado usado	100
Aço galvanizado com costura	125
Aço galvanizado sem costura e novo	130
Cimento amianto	140
Concreto com acabamento comum	120
Chumbo	130
Cobre e latão	130
Plástico PVC até 75mm	125
Plástico PVC até 100mm	135
Plástico PVC maior que 100mm	140

Uma das principais vantagens do método de Hazen-Williams é a sua simplicidade, quando comparado a outros métodos presentes na literatura. No entanto, essa fórmula é restrita apenas para algumas condições, como observado por CHRISTENSEN, LOCHER e SWAMEE (2000), pois é válida apenas para escoamentos com alto Número de Reynolds (Re) e tubos consideravelmente rugosos. Dessa forma, pode-se

dizer que a equação de Hazen-Williams é mais adequada para tubos com grandes diâmetros.

BOMBARDELLI e GARCÍA (2003) avaliaram o uso da equação de Hazen-Williams para casos de tubulações com grandes diâmetros. Essas análises foram motivadas com referência a um sistema de suprimento de água para uma grande área metropolitana, originalmente projetado com o uso da equação de Hazen-Williams. Depois de 5 anos em serviço, foi descoberto que o sistema era inadequado em prover a quantidade de água planejada. As análises consistiram de:

- revisar a literatura se preocupando com a faixa de validade e precisão da equação da Hazen-Williams;
- rever a base de dados empregada por Hazen-Williams para desenvolver a equação;
- usar a altura manométrica e velocidade medidas por duas empresas de consultoria em engenharia independentes para estimar o coeficiente de fricção para o sistema de tubos em questão.

Ao rever os dados usados por Hazen-Williams, BOMBARDELLI e GARCÍA (2003) verificaram que a maioria dos tubos usados na obtenção da equação apresentavam diâmetros abaixo de 1,78 metros (70") e análises realizadas por DISKIN (1960) demonstram que a equação de Hazen-Williams é adequada apenas para $C > 100$. Isso pode ter representado um grande problema para o projeto do caso de estudo, uma vez que o diâmetro do tubo era de 2,29 metros e $85 < C < 95$.

4.3.8.2 Método de Darcy-Weisbach (fórmula universal)

A perda de carga pode ser obtida utilizando o método de Darcy-Weisbach (ROUSE, 1943), utilizado para fluidos Newtonianos. Esse método é um dos mais utilizados para determinação de perda de carga, pois relaciona características do fluido e do material do conduto, sendo de elevada importância para projetar sistemas que movem líquidos ou gases, podendo ser, ainda, utilizado para qualquer tipo de material e qualquer diâmetro de tubulação (VON BERNUTH, 1990; BAGARELLO *et al.*, 1995).

BARRAL (2018) cita que é mais prático aplicar a equação 4.33 de Darcy-Weisbach quando é conhecida a vazão e não a velocidade. Para isso basta substituir a velocidade pela expressão da vazão dividida pela área.

$$\Delta h = 0,0826 \times C_f \times \frac{L_t \times Q^2}{D_i^5} \quad (4.33)$$

Onde:

- Δh é a perda de carga no escoamento (m);
- C_f é o coeficiente de perda de carga do método de Darcy-Weisbach expresso em função da vazão (adimensional);
- L_t é o comprimento total da tubulação (m);
- Q é a vazão de escoamento (m³/s);
- D_i é o diâmetro interno da tubulação (m).

O cálculo de C_f é realizado utilizando-se a equação 4.34 proposta por SWAMEE e JAIN (1976), que alia simplicidade à ótima aproximação nos regimes de escoamento normalmente encontrados nas instalações de máquinas hidráulicas.

$$C_f = \frac{1,325}{\left[\ln \left(\frac{\varepsilon/D_i}{3,7 \times D_i} + \frac{5,74}{Re^{0,9}} \right) \right]^2} \quad (4.34)$$

Onde:

- C_f é o coeficiente de perda de carga do método de Darcy-Weisbach expresso em função da vazão (adimensional);
- ε/D_i é a rugosidade relativa de uma tubulação (adimensional);
- D_i é o diâmetro interno da tubulação (m);
- Re é o número de Reynolds (adimensional).

4.3.8.3 Método do coeficiente de perda em função da carga cinética

Além das perdas de carga contínuas que ocorrem ao longo das tubulações, têm-se perturbações localizadas, denominadas perdas de carga localizadas, causadas por

singularidades do tipo curva, junção, válvula, medidor, etc. que também provocam dissipação de energia (BAPTISTA e LARA, 2014).

RODRIGUES (2006) afirma que a perda de carga total do sistema pode ser determinada pelo somatório das perdas de carga localizadas (dos acessórios) mais a perda distribuída do tubo, resultando na equação 4.35.

$$\Delta h = \Delta h_{loc} + \Delta h_{dist} = \left[\sum k + \left(f \times \frac{L_t}{D_i} \right) \right] \times \frac{v^2}{2 \times g} \quad (4.35)$$

Onde:

- Δh é a perda de carga no escoamento (m);
- Δh_{loc} é a perda de carga localizada (m);
- Δh_{dist} é a perda de carga distribuída pelo método de Moody-Rouse (m);
- k é o coeficiente de perda de carga localizada (adimensional);
- f é o coeficiente de perda de carga (adimensional);
- L_t é o comprimento total da tubulação (m);
- D_i é o diâmetro interno da tubulação (m);
- v é a velocidade de escoamento do fluido;
- g é o valor padrão da aceleração gravitacional ($g = 9,81m/s^2$).

Alguns valores do coeficiente de perda localizada (k) para conexões e acessórios são apresentados na tabela IV.5.

Tabela IV.5. Valores de coeficiente de perda localizada (k) para algumas conexões e acessórios (adaptado de NETTO e ALVAREZ, 1991, e RODRIGUES, 2006)

Peça	k	Peça	k
Ampliação gradual	0,3	Redução gradual	0,1
Comporta aberta	1,0	Saída de canalização	1,0
Controlador de vazão	2,5	Tê de passagem direta	0,6
Cotovelo ou joelho 45°	0,4	Tê de saída bilateral	1,8
Cotovelo ou joelho 90°	0,9	Tê de saída de lado	1,3
Crivo	0,75	Válvula borboleta aberta	0,3
Curva 22,5°	0,1	Válvula de ângulo aberta	5,0
Curva 45°	0,2	Válvula de pé	1,75
Curva 90°	0,4	Válvula de retenção	2,5
Entrada de borda	1,0	Válvula globo aberta	10,0
Entrada normal	0,5	Válvula gaveta aberta	0,2
Junção	0,4	Válvula gaveta ¼ fechada	0,26
Medidor Venturi	2,5	Válvula gaveta ½ fechada	1,5 - 2,1
Pequena derivação	0,03	Válvula gaveta ¾ fechada	17,0

4.3.8.4 Método do comprimento equivalente

O comprimento equivalente é definido como um comprimento de tubulação, L_{eq} , que causa a mesma perda de carga que o acessório. Os comprimentos equivalentes dos acessórios presentes na tubulação são “adicionados” ao comprimento físico da tubulação fornecendo um comprimento equivalente total, L_{et} . O comprimento equivalente permite tratar o sistema de transporte do líquido como se fosse um único conduto retilíneo (BAPTISTA e LARA, 2014; e BARRAL, 2018). Matematicamente, o comprimento equivalente total pode ser calculado pela expressão 4.36.

$$L_{et} = L_t + \sum L_{eq} \quad (4.36)$$

Onde:

- L_{et} é o comprimento equivalente total (m);
- L_t é o comprimento da tubulação (m);
- L_{eq} é o comprimento equivalente para cada peça (m).

A perda de carga total do sistema pode ser avaliada pela equação 4.37.

$$\Delta h = f \times \frac{L_{et}}{D_i} \times \frac{v^2}{2 \times g} \quad (4.37)$$

Onde:

- Δh é a perda de carga no escoamento (m);
- f é o coeficiente de perda de carga (adimensional);
- L_{et} é o comprimento equivalente total (m);
- D_i é o diâmetro interno da tubulação (m);
- v é a velocidade de escoamento do fluido;
- g é o valor padrão da aceleração gravitacional ($g = 9,81m/s^2$).

Os valores de razão entre os comprimentos equivalentes, L_{et} , e o diâmetro interno da tubulação, D_i , para alguns acessórios podem ser visualizados na tabela IV.6.

Tabela IV.6. Razão entre os comprimentos equivalentes e o diâmetro interno da tubulação para diferentes acessórios (ECM, 2009)

Acessório	L_{eq}/D_i
Curva de 90°	30
Curva de 45°	16
“Y” 30°	50
Válvula mangote	20
Válvula guilhotina	15
Distribuidor	30
“T” ramal	60
“T” direto	20
Redução/Ampliação	15

4.3.9 Velocidade crítica de deposição e velocidade de escoamento

Segundo CHAVES, NAKAE e SALGADO (2002), a velocidade de transporte de uma polpa deve atender a duas exigências:

- precisa ser suficientemente grande para produzir a turbulência necessária para manter os sólidos em suspensão;
- deve ser a menor possível para reduzir o atrito com as paredes do tubo e, conseqüentemente, reduzir a perda de carga. O autor também descreve que existem fórmulas que permitem estimar com razoável aproximação os valores das velocidades críticas de deposição, sendo aquela estabelecida por DURAND (1952) a mais consagrada.

MADER (1987) apresenta a equação 4.38 desenvolvida por Durand.

$$v_d = FL \times \sqrt{\left[2 \times g \times D_i \times \left(\frac{\rho_s - \rho_l}{\rho_l}\right)\right]} \times \left(\frac{c_m}{0,45}\right)^{1/3} \quad (4.38)$$

Onde:

- v_d é a velocidade crítica de deposição (m/s);
- FL é o fator função da granulometria, da diluição de polpa e do coeficiente de uniformidade (adimensional);
- g é o valor padrão da aceleração gravitacional ($g = 9,81m/s^2$);
- D_i é o diâmetro interno da tubulação (m);
- ρ_s e ρ_l são as massas específicas dos sólidos e do líquido, respectivamente (kg/m^3);
- c_m é a concentração mássica de sólidos da polpa (%).

Na figura 4.10 são apresentados os gráficos do fator FL para materiais uniformes e não uniformes.

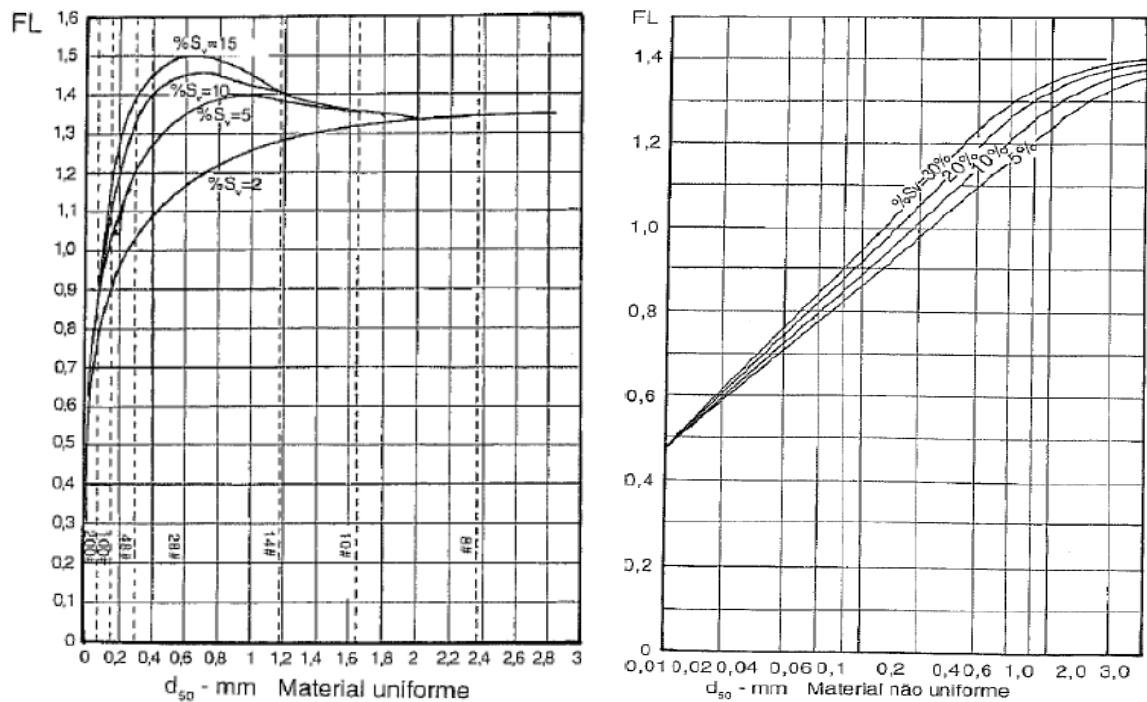


Figura 4.10. Gráficos do fator FL para materiais uniformes, à esquerda, e não uniformes, à direita (CHAVES, NAKAE e SALGADO, 2002).

De acordo com CHAVES, NAKAE e SALGADO (2002), utiliza-se o coeficiente de uniformidade (C_u) para definir se uma polpa é uniforme ou não uniforme, sendo calculado pela equação 4.39:

$$C_u = \frac{d_{60}}{d_{10}} \quad (4.39)$$

Onde:

- C_u é o coeficiente de uniformidade (adimensional);
- d_{60} é a abertura em malha quadrada que deixa passar 60,0% das partículas (μm);
- d_{10} é a abertura em malha quadrada que deixa passar 10,0% das partículas (μm).

Se: $C_u < 5$ a amostra é muito uniforme; $5 < C_u < 15$ a amostra é uniforme; e $C_u > 15$ a amostra é não uniforme.

WASP e SLATTER (2004) apresentam a equação 4.40 para estimar a velocidade crítica de deposição.

$$v_d = 0,18 \times (S - 1)^{0,5} \times \left[\frac{d_{95} \times \rho_s \times \sqrt{g \times D_i}}{\mu_p} \right]^{0,22} \times e^{4,34 \times C_v} \quad (4.40)$$

Onde:

- v_d é a velocidade crítica de deposição (m/s);
- S é a densidade relativa sólido/líquido (adimensional);
- d_{95} é a abertura em malha quadrada que deixa passar 95,0% das partículas (μm);
- ρ_s é a massa específica dos sólidos (kg/m^3);
- g é o valor padrão da aceleração gravitacional ($g = 9,81\text{m}/\text{s}^2$);
- D_i é o diâmetro interno da tubulação (m);
- μ_p é a viscosidade dinâmica da polpa (Pa.s);
- cv é a concentração volumétrica de sólidos na polpa (%).

Outros modelos para estimar a velocidade crítica de deposição podem ser encontrados na literatura, tais como aqueles desenvolvidos por: THOMAS (1965); WASP, KENNY e GANDHI (1977); THOMAS (1979); TURIAN, HSU e MA (1987); SCHILLER e HERBICH (1991); e WILSON *et al.* (2006). PINTO (2012) destaca que esses modelos apresentam limitações e discrepâncias devido, principalmente, às características dos sistemas de transporte a partir das quais foram desenvolvidos.

A velocidade no escoamento deverá ser maior que a velocidade crítica ($v \gg v_d$). Segundo CRANE (1978), a velocidade média através da seção transversal de um tubo é determinada pela equação 4.41.

$$Q = v_1 \times A_1 = v_2 \times A_2 = \text{constante} \quad (4.41)$$

Onde:

- Q é a vazão volumétrica de polpa (m^3/s);
- v_1 e v_2 são as velocidades de escoamento nos pontos 1 e 2, respectivamente (m/s);
- A_1 e A_2 são as áreas na seção transversal nos pontos 1 e 2, respectivamente (m^2).

5 METODOLOGIA

Neste capítulo são apresentados os materiais e métodos utilizados no trabalho.

5.1 Materiais e métodos

5.1.1 Instalações da coluna *scavenger* subsequente ao estágio de flotação em células mecânicas de grande volume

A medição de nível na coluna *scavenger* subsequente ao estágio de flotação em células mecânicas de grande volume (*tank cells*) é realizada utilizando-se um sistema composto por um sensor ultrassônico e uma boia que corre dentro de uma guia, ambos de PVC (policloreto de vinila), similar àquele apresentado na figura 5.1. A parte inferior da boia fica localizada na interface polpa/espuma e seu curso varia de 0 a 2,0m, representando uma indicação de 0 a 100,0% no sistema de controle e supervisão utilizado no Concentrador 01.



Figura 5.1. Sistema utilizado pela Samarco para medição de nível da interface polpa/espuma em colunas de flotação.

Por sua vez, o controle da espessura da camada de espuma ou da altura de polpa é realizado pela abertura e fechamento automatizado da válvula instalada na descarga da coluna de flotação, manipulando-se a vazão do não flotado. Com isso, busca-se manter o nível da interface polpa/espuma próximo a um valor estabelecido para o processo.



Figura 5.2. Válvula de controle da coluna *scavenger* subsequente ao estágio de flotação em células mecânicas de grande volume (*tank cells*).

O fluxo de descarga da coluna de flotação ocorre ao longo de uma perna barométrica. Essa instalação é utilizada devido a diferença de altura entre a parte inferior da coluna de flotação e a parte superior da caixa do sistema de bombeamento responsável por transportar a polpa para o próximo estágio de flotação. Na sua parte superior, existe uma abertura (suspiro) para permitir a entrada de ar na tubulação à medida que a polpa escoar por gravidade a partir desse ponto.

As condições de instalação da coluna de flotação obtidas em medição de campo são apresentadas na figura 5.3.

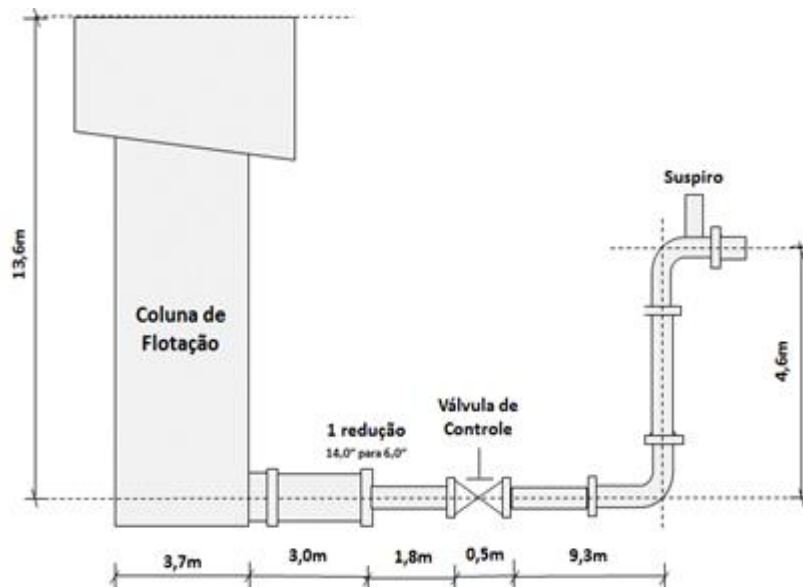


Figura 5.3. Condições de instalação da perna barométrica da coluna de flotação.

Buscando solucionar a grande variabilidade de abertura da válvula de descarga e do nível real da interface polpa/espuma da coluna de flotação, sucessivas tentativas, sem êxito, de mudanças na estratégia de controle e de calibração do sensor de medição de nível e da válvula de controle foram realizadas. Diante disso, decidiu-se realizar uma avaliação dimensional de todo o sistema de descarga da coluna, conforme metodologia a ser descrita na sequência deste capítulo.

5.1.2 Obtenção dos dados do processo e elaboração do balanço de massas

Para o dimensionamento do sistema de controle de nível da interface polpa/espuma da coluna de flotação é imprescindível conhecer a etapa do processo a qual está inserida. Os principais parâmetros do processo necessários aos cálculos hidráulicos da perna barométrica são: distribuição granulométrica do material de alimentação da coluna de flotação, densidade ou massa específica dos sólidos, densidade da polpa, concentração volumétrica de sólidos na polpa, viscosidade dinâmica da polpa e vazão volumétrica da polpa a ser transferida como concentrado até o estágio subsequente.

A análise granulométrica foi realizada no Laboratório de Controle de Processo da unidade de Germano da Samarco, utilizando material proveniente de uma amostragem manual da alimentação da coluna em estudo. O material do *underflow* da coluna não foi escolhido por ser, conhecidamente, mais fino do que aquele da alimentação, portanto, optou-se pela coleta em um ponto mais conservador para o dimensionamento. A amostra de polpa coletada foi filtrada, secada, homogeneizada e quarteada antes da realização da análise granulométrica.

A distribuição granulométrica das amostras foi obtida utilizando peneiras da série Tyler, com as seguintes aberturas: 1000,0 μm , 840,0 μm , 595,0 μm , 420,0 μm , 297,0 μm , 210,0 μm , 149,0 μm , 105,0 μm , 74,0 μm , 53,0 μm , 44,0 μm e 37,0 μm . As peneiras usadas são da marca *Bronzinox*, com 20,0cm de diâmetro e 7,0cm de altura. Nesse procedimento a amostra foi classificada a seco utilizando um agitador eletromagnético da marca *Bertel*, durante 20,0 minutos (figura 5.4). A distribuição granulométrica da fração da amostra passante em 38,0 μm foi determinada em um granulômetro a laser *Mastersizer Micro*, da *Malvern Instruments* (figura 5.5). Para a análise utilizou-se uma solução de hexametáfosfato de sódio (0,05% p/v) para dispersar as partículas. Os diâmetros relatados foram: 35,0 μm , 30,0 μm , 25,0 μm , 15,0 μm , 10,0 μm , 5,0 μm e 1,0 μm .



Figura 5.4. Equipamentos para análise granulométrica: peneiras da série Tyler e agitador eletromagnético.



Figura 5.5. Granulômetro a laser *Mastersizer*.

Um balanço de massas do circuito de flotação se fez necessário para a obtenção dos demais parâmetros de processo.

Para a elaboração do balanço de massas foram utilizados:

- os teores de ferro médios do período entre 01/05/2014 e 27/06/2014 da alimentação do estágio *rougher*, do concentrado do estágio *re cleaner* e do rejeito da coluna *scavenger* das análises dos compostos diários para as amostras geradas automaticamente a partir do processo (dados armazenados nos *softwares* MES e BILMAT utilizados pela Samarco);
- o teor de ferro médio no concentrado da coluna *scavenger* definido a partir dos dados bi-horários também contidos nos *softwares* supracitados e referentes ao mesmo período de 01/05/2014 e 27/06/2014;
- os teores de ferro do rejeito do estágio *re cleaner* e da alimentação da coluna *scavenger* obtidos a partir de uma campanha de amostragem manual realizada de 2,0 em 2,0 horas pela operação, gerando um composto diário (obedecendo aos procedimentos internos da empresa), durante o mesmo período já citado;
- o percentual médio de sólidos em massa (convertidos a densidade média da polpa) para os dados bi-horários, registrados também no *software* MES, da alimentação do circuito obtidos para o período entre 01/05/2014 e 27/06/2014.

A figura 5.6 apresenta os principais pontos de amostragem para obtenção das informações do processo necessárias à elaboração do balanço de massas.

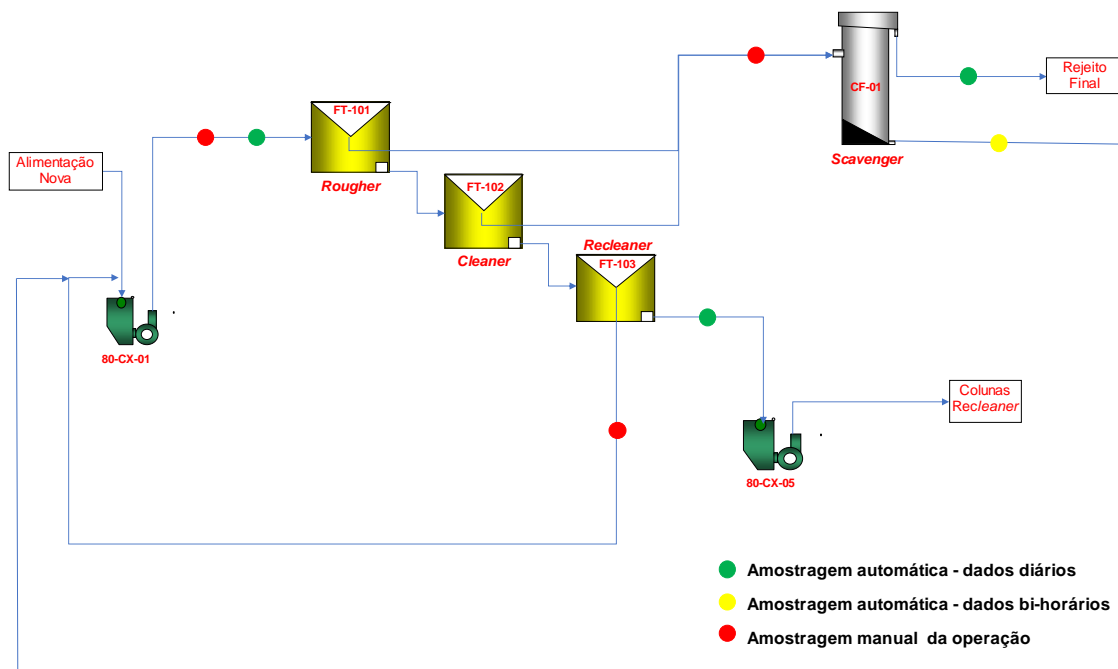


Figura 5.6. Principais pontos de amostragem para a elaboração do balanço de massas do circuito de flotação.

As principais variáveis de controle de processo são obtidas pelas análises das amostras incrementais obtidas dos fluxos de concentrado e rejeito das etapas de flotação utilizando sistemas automáticos de coleta. Amostragens manuais foram necessárias à elaboração do balanço de massas, pois não há um sistema automático (fluxos identificados com pontos em tom de vermelho na figura 5.6). Nesse caso, compostos diários foram formados a partir dos incrementos bi-horários das amostragens realizadas localmente.

Os teores de ferro foram determinados por dicromatometria (método $TiCl_3$), sendo as análises realizadas no Laboratório Químico da unidade de Germano da Samarco.

As recuperações em peso de cada estágio do circuito apresentado na figura 5.6 foram calculadas pelos teores de ferro, utilizando-se a equação 5.1.

$$RP = \frac{(\%Fe_a - \%Fe_r)}{(\%Fe_c - \%Fe_r)} \quad (5.1)$$

Onde:

- RP é a recuperação em peso (%);
- $\%Fe_a$ é o teor de ferro na alimentação (%);
- $\%Fe_r$ é o teor de ferro no rejeito (%);
- $\%Fe_c$ é o teor de ferro no concentrado (%).

As densidades ou massas específicas de sólidos foram estimadas pela equação 5.2, considerando que, basicamente, o minério é composto por hematita e quartzo.

$$\rho_s = \frac{1}{\left[\frac{1,4297 \times \%Fe}{5,26} \right] + \left[\frac{1 - (1,4297 \times \%Fe)}{2,65} \right]} \quad (5.2)$$

Onde:

- ρ_s é a massa específica dos sólidos (kg/m^3);
- $\%Fe$ é o teor de ferro (%).

A densidade de polpa, a concentração volumétrica de sólidos da polpa e a vazão de polpa no balanço de massas foram calculadas utilizando-se as equações 4.17, 4.18 e 4.20, respectivamente, apresentadas no capítulo Revisão Bibliográfica.

Outra variável importante para o dimensionamento da perna barométrica da coluna de flotação é a viscosidade dinâmica da polpa, estimada usando-se a concentração volumétrica de sólidos na polpa e empregando-se a equação 4.26, desenvolvida por David G. Thomas, também citada no capítulo Revisão Bibliográfica.

A taxa de alimentação para o balanço de massas do circuito de flotação foi considerada aquela máxima possível, ou seja, para operação do Concentrador 01 em condições nominais e sem restrições.

5.1.3 Especificação do diâmetro dos tubos e da válvula de controle

A seleção do diâmetro ideal dos tubos e da válvula de controle ocorreu por tentativa e erro, calculando-se e analisando-se as velocidades de escoamento e crítica de deposição. Como descrito no capítulo Revisão Bibliográfica, a velocidade de escoamento ou de transporte da polpa deve ser suficiente para gerar uma turbulência

necessária para manter os sólidos em suspensão e a menor possível para reduzir o atrito com as paredes da tubulação.

As velocidades de escoamento foram determinadas pela equação 4.41 (lei da continuidade). Os cálculos das velocidades críticas de deposição foram realizados utilizando-se as equações 4.38 (método de Durand) e 4.40 (método de Wasp e Slatter).

5.1.4 Dimensionamento da perna barométrica

Expressões para o dimensionamento da perna barométrica da coluna *scavenger* subsequente ao estágio de flotação em células mecânicas de grande volume (*tank cells*) foram desenvolvidas a partir da equação 4.15 de movimento constante de um fluido real, apresentada no capítulo Revisão Bibliográfica. Para tal, foram consideradas as premissas de instalação da coluna apresentadas na figura 5.7.

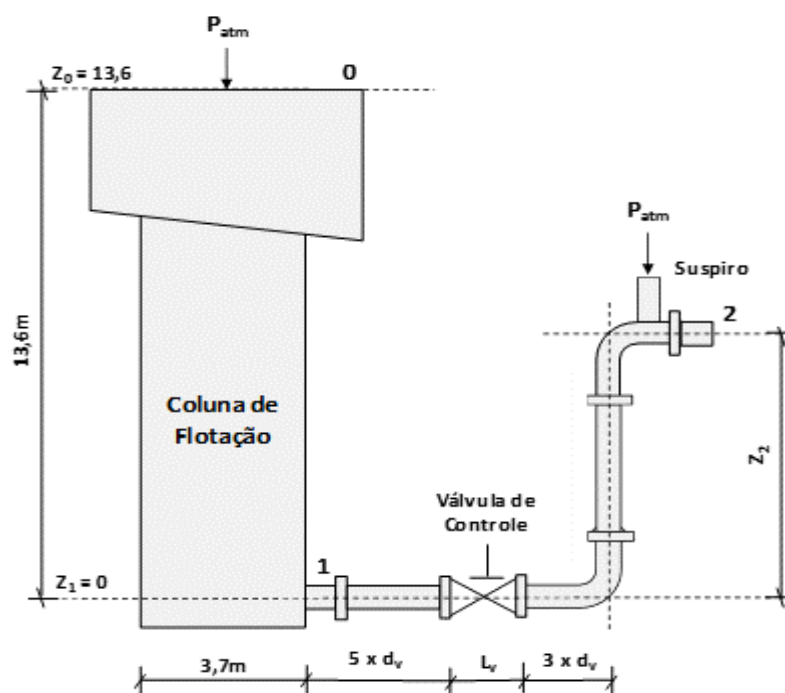


Figura 5.7. Dimensões da coluna circular e critérios de dimensionamento para a perna barométrica.

Baseado no critério utilizado pela equipe de Instrumentação da Samarco, um comprimento mínimo de tubulação entre a coluna de flotação e a válvula de controle

equivalente a 5 vezes o diâmetro dessa válvula é recomendado ($5 \times d_v$). O comprimento mínimo depois desse instrumento no trecho horizontal deve ser três vezes maior do que seu diâmetro ($3 \times d_v$). Portanto, o comprimento da perna barométrica é expresso pela equação 5.3.

$$L = (8 \times d_v) + L_v + Z_2 \quad (5.3)$$

Onde:

- L é o comprimento da perna barométrica (m);
- d_v é o diâmetro da válvula de controle (m);
- L_v é o comprimento da válvula de controle (m);
- Z_2 é a altura máxima da perna barométrica na descarga da coluna de flotação (m).

Como premissa para o dimensionamento, utilizou-se um diâmetro único para toda a extensão da perna barométrica da coluna de flotação, incluindo também aquele para a válvula de controle.

Aplicando-se a equação 4.15 de movimento constante de um fluido real entre os pontos 0 e 1 mostrados na figura 5.7, tem-se a equação 5.4.

$$\frac{p_0}{\gamma} + \frac{v_0^2}{2 \times g} + Z_0 = \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2 \times g} + Z_1 + \Delta h \quad (5.4)$$

Considerando-se $p_0 = 0$, por se tratar da pressão atmosférica, $Z_1 = 0$, já que é a cota mínima (base da coluna de flotação) e $\Delta h \rightarrow 0$, uma vez que, devido ao grande diâmetro da coluna, a velocidade de escoamento v_0 tenderá a ser quase nula, obteve-se a equação 5.5.

$$p_1 = \rho \times g \times \left(Z_0 - \frac{v_1^2}{2 \times g} \right) \quad (5.5)$$

Utilizando-se, desta vez, a equação de movimento constante de um fluido real entre os pontos 1 e 2 apresentados na figura 5.7, tem-se a equação 5.6.

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2 \times g} + Z_1 = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2 \times g} + Z_2 + \Delta h \quad (5.6)$$

Como $p_2 = 0$, pois a coluna de flotação descarrega na pressão atmosférica (devido a admissão de ar pelo suspiro), $v_1 = v_2$, uma vez que considera-se um diâmetro único para toda a extensão da perna barométrica, e $Z_1 = 0$, já que é a cota mínima (base da coluna de flotação), obteve-se a equação 5.7.

$$\frac{p_1}{\rho \times g} = Z_2 + \Delta h \quad (5.7)$$

Em seguida, substituindo-se a equação 5.4 naquela 5.6, foi obtida a equação 5.8.

$$Z_2 = Z_0 - \frac{v_1^2}{2 \times g} - \Delta h \quad (5.8)$$

A variável perda de carga (Δh) da equação 5.8 pode ser determinada aplicando-se os quatro métodos apresentados no capítulo Revisão Bibliográfica: Hazen-Williams (equação 4.32), Darcy-Weisbach (equação 4.33), coeficiente de perda em função da carga cinética (equação 4.35) e comprimento equivalente (equação 4.37). O primeiro método citado, de Hazen-Williams, não foi considerado neste estudo, pois sua melhor aplicação é restrita a condições específicas do coeficiente C dependente da natureza do material da fabricação do tubo e das condições de sua parede interna. O segundo método, de Darcy-Weisbach, também não foi utilizado, pois estima a perda de carga distribuída, não avaliando as perdas de carga localizadas causadas por conexões e acessórios. Portanto, para determinar as expressões de dimensionamento da perna barométrica da coluna de flotação, foram aplicados os métodos do coeficiente de perda em função da carga cinética e de comprimento equivalente.

Finalmente, substituindo-se as equações 4.35 e 4.37 naquela 5.8, considerando que $L = (8 \times d_v) + L_v + Z_2$ (equação 5.2), foram obtidas as equações 5.9 e 5.10 para dimensionamento da altura máxima da perna barométrica da coluna de flotação.

$$Z_2 = \frac{\{D_i \times [(2 \times g \times Z_0) - (v_1^2 \times \sum k) - v_1^2]\} - \{f \times v_1^2 \times [L_v + (8 \times d_v)]\}}{[(2 \times g \times D_i) + (f \times v_1^2)]} \quad (5.9)$$

$$Z_2 = \frac{\{D_i \times [(2 \times g \times Z_0) - v_1^2]\} - \{f \times v_1^2 \times [L_v + (8 \times d_v) + \sum L_{eq}]\}}{[(2 \times g \times D_i) + (f \times v_1^2)]} \quad (5.10)$$

Onde:

- Z_2 é a altura máxima da perna barométrica (m);
- D_i é o diâmetro interno da tubulação da perna barométrica (m);
- g é o valor padrão da aceleração gravitacional ($g = 9,81m/s^2$);
- Z_0 é a altura de polpa no interior da coluna de flotação;
- v_1 é a velocidade de escoamento no ponto 1, sendo $v_1 = v_2$ (mesmo diâmetro ao longo de toda perna barométrica);
- k é o coeficiente de perda de carga localizada (adimensional);
- f é o coeficiente de perda (adimensional);
- L_v é o comprimento da válvula de controle (m);
- d_v é o diâmetro da válvula de controle (m);
- L_{eq} é o comprimento equivalente para cada peça (m).

Neste ponto da metodologia do trabalho, faz-se necessário relembrar que a equação de movimento constante de um fluido real deve ser, impreterivelmente, utilizada segundo algumas condicionantes para não se cometer erros nos dimensionamentos e nas interpretações dos resultados. Para o processo em estudo, a condição de escoamento permanente é satisfeita simplesmente por se tratar de uma planta de operação com fluxos contínuos. A condição de escoamento incompressível é atendida dado que o líquido, água, e os minerais constituintes da polpa são incompressíveis nas condições de pressão e temperatura do processo, ou seja, não apresentam redução em seu volume ao serem submetidos a esforços de compressão. Para a condicionante referente às propriedades uniformes, têm-se constantes as densidades da água e dos minerais. Já as propriedades físicas e químicas (densidade de polpa, concentração mássica e volumétrica de sólidos, granulometria e teores dos elementos químicos e minerais) são monitoradas e controladas para se manterem muito próximas às especificações da etapa de flotação, portanto, as variações dessas propriedades são consideradas mínimas para caracterizar uma polpa não uniforme.

É importante reiterar que as equações 5.9 e 5.10, desenvolvidas neste trabalho, são válidas para as condições apresentadas na figura 5.7 e na equação 5.3.

5.1.5 Sumário das principais etapas para o dimensionamento da perna barométrica da coluna de flotação

A figura 5.8 apresenta um fluxograma que sumaria as principais etapas descritas anteriormente neste capítulo para o dimensionamento da perna barométrica da coluna de flotação.

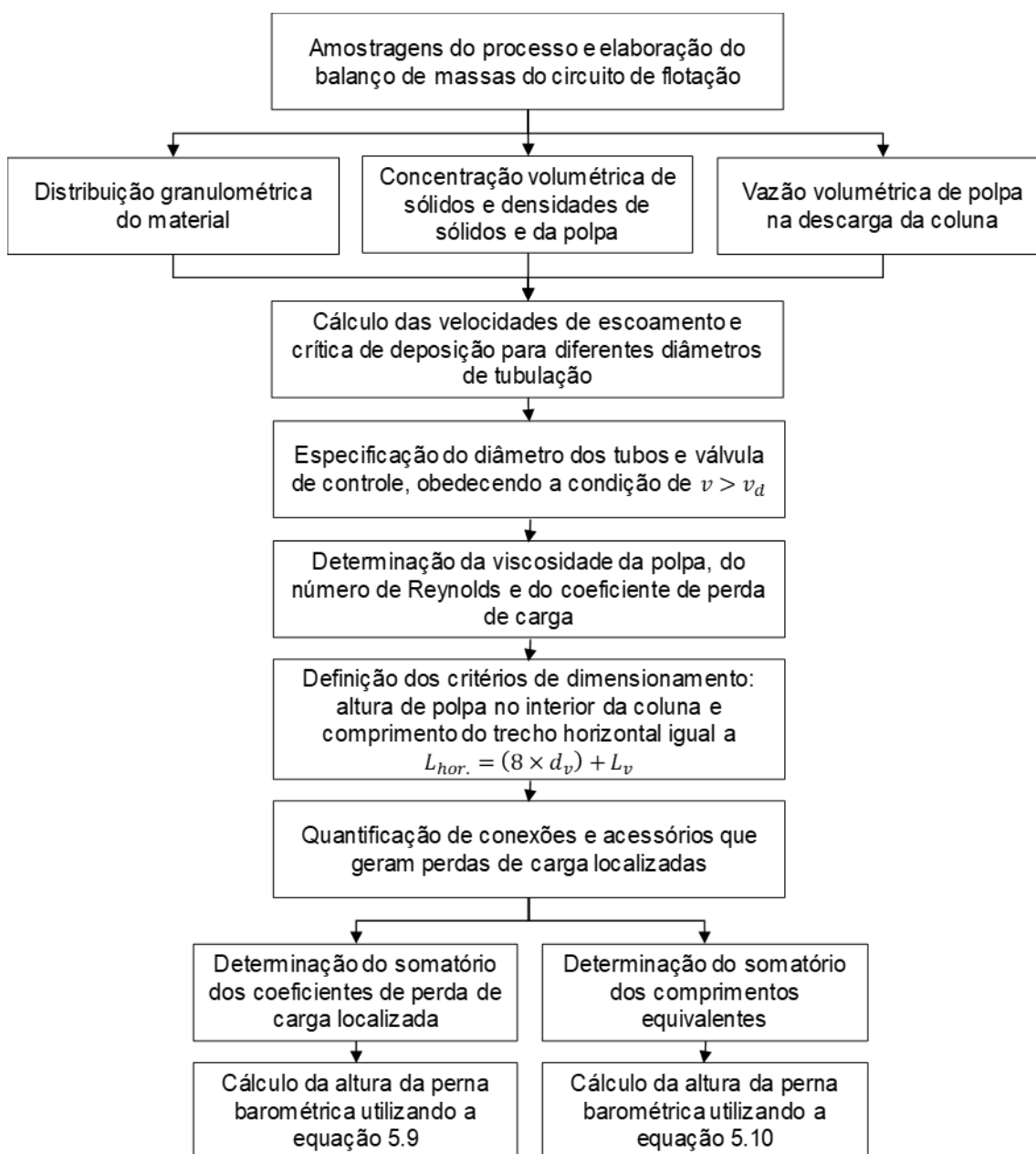


Figura 5.8. Etapas de dimensionamento da perna barométrica da coluna de flotação.

5.1.6 Verificação do desempenho da etapa de flotação

Para a avaliação do desempenho do circuito de flotação após a adequação da perna barométrica da coluna *scavenger* foram verificados os resultados dos seguintes parâmetros e saídas de processo: controle do nível da interface polpa/espuma da coluna citada, teor de ferro no rejeito, recuperação de ferro e teor de sílica no concentrado do circuito de flotação (principal parâmetro de qualidade dessa etapa). O *software* Minitab® 17 foi usado para a geração de gráficos e para aferir a redução da variabilidade.

Cartas de controle foram elaboradas para a averiguação do processo antes e depois das adequações a serem executadas. Esse tipo de gráfico apresenta estatisticamente uma faixa denominada limites de controle que é limitada pela linha superior (limite superior de controle) e uma linha inferior (limite inferior de controle), além de uma linha média, sendo, portanto, possível verificar as mudanças de desempenho caso ocorram.

Testes de hipóteses para as médias antes e depois das adequações também foram realizados. Esse é um procedimento estatístico que permite tomar uma decisão (aceitar ou rejeitar a hipótese nula) entre duas ou mais hipóteses (hipótese nula ou hipótese alternativa), utilizando os dados observados de um determinado experimento. Os testes de hipóteses foram feitos para validar ou não as possíveis mudanças de desempenho do processo.

6 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo são apresentados e discutidos os principais resultados de processo obtidos e, principalmente, o dimensionamento feito para a perna barométrica da coluna *scavenger* subsequente às células mecânicas de grande volume (*tank cells*).

6.1 Dados de processo e balanço de massas

Como descrito no capítulo Metodologia, foi realizada uma amostragem da alimentação da coluna de flotação para obtenção da distribuição granulométrica do material.

A figura 6.1 apresenta a distribuição granulométrica obtida a partir da amostragem.

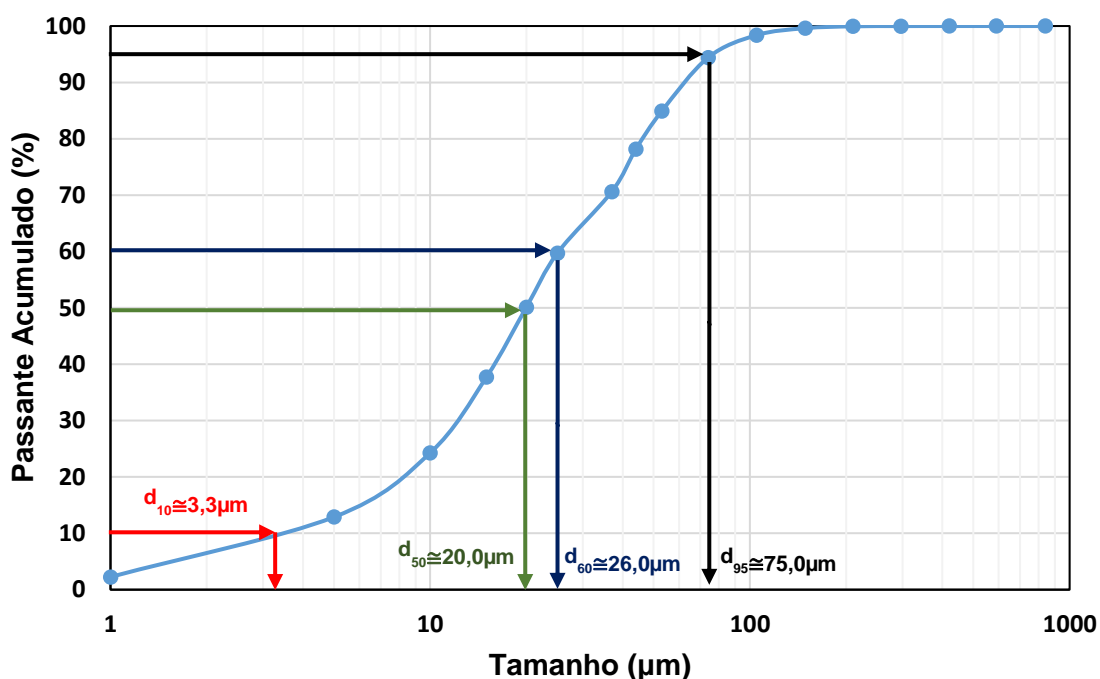


Figura 6.1. Distribuição granulométrica do material de alimentação da coluna de flotação.

De acordo com a figura 6.1, para material referente à alimentação da coluna de flotação, o tamanho de partícula para 10,0% passante (d_{10}) é 3,3μm, o tamanho de partícula para 50,0% passante (d_{50}) é de 20,0μm, o tamanho de partícula para 60,0% passante (d_{60}) é de 26,0μm e o tamanho de partícula para 95,0% passante (d_{95}) é 75,0μm. Esses são parâmetros importantes para escolha do diâmetro ideal de tubulação a ser apresentado adiante.

Para os cálculos da perna barométrica, é necessário conhecer vazão volumétrica, concentração volumétrica de sólidos e densidade da polpa a ser transferida como concentrado desse estágio até aquele subsequente e, para tal, um balanço de massas do circuito de flotação foi elaborado. O percentual médio de sólidos em massa obtidos a partir de amostragens da alimentação do circuito foi 37,8%.

Primeiramente foram definidos os teores médios de ferro os quais podem ser visualizados na tabela VI.1.

Tabela VI.1. Teores médios de ferro por ponto de amostragem do circuito de flotação

Ponto de Amostragem	Teor de Ferro (%)
Alimentação do estágio <i>rougher</i>	64,2
Concentrado do estágio <i>re cleaner</i>	66,5
Rejeito do estágio <i>re cleaner</i>	53,9
Alimentação coluna <i>scavenger</i>	36,6
Concentrado coluna <i>scavenger</i>	42,7
Rejeito coluna <i>scavenger</i>	24,9

Com os dados de teor de ferro apresentados na tabela VI.1, do percentual médio de sólidos em massa da alimentação e utilizando as equações descritas no tópico 5.1.2 do capítulo Metodologia, foi elaborado o balanço de massas do circuito de flotação. Esse balanço pode ser visualizado na figura 6.2 e a partir dele serão extraídos os demais dados do processo necessários ao dimensionamento do sistema de descarga da coluna *scavenger*.

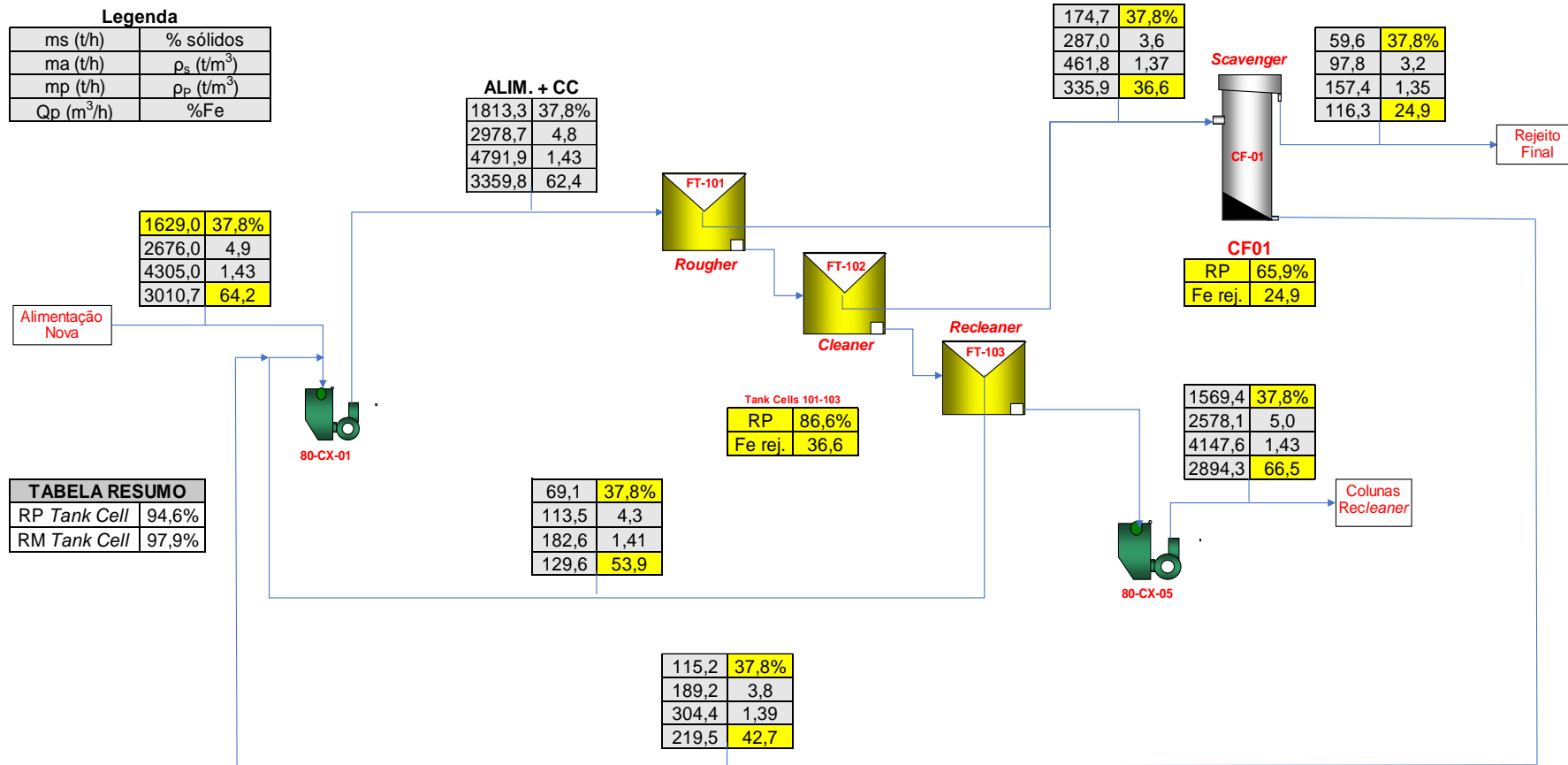


Figura 6.2. Balanço de massas do circuito de flotação.

Como pode ser observado pelo balanço de massas, a perna barométrica deve ser dimensionada para uma vazão volumétrica de 219,5m³/h (0,061m³/s), pois é aquela demandada para transferência na descarga da coluna *scavenger*.

A concentração volumétrica de sólidos na polpa da descarga da coluna foi determinada pela equação 4.18, apresentada no capítulo Revisão Bibliográfica.

$$cv = cm \times \left(\frac{\rho_p}{\rho_s} \right) = 0,378 \times \left(\frac{1390}{3800} \right) \cong 13,8\%$$

Por fim, a viscosidade dinâmica da polpa foi estimada utilizando-se a equação 4.26 também citada no capítulo Revisão Bibliográfica.

$$\mu_p = 1,1 \times \mu_l \times (1 + 2,5cv + 10,05cv^2 + 0,00273e^{16,6cv}) \therefore$$

$$\therefore \mu_p = 1,1 \times 1,003 \times 10^{-3} \times (1 + 2,5 \times 0,138 + 10,05 \times 0,138^2 + 0,00273e^{16,6 \times 0,138}) \therefore$$

$$\therefore \mu_p \cong 1,7 \times 10^{-3} kg/m.s$$

Utilizado $\mu_l = 1,003 \times 10^{-3} kg/m.s$, pois o líquido da polpa é a água.

6.2 Especificação do diâmetro dos tubos e da válvula de controle

Como descrito no capítulo Metodologia, a seleção do diâmetro ideal dos tubos e válvula de controle se deu a partir de cálculos e análises das velocidades de escoamento e críticas de deposição.

A tabela VI.2 apresenta as principais características dos tubos a serem avaliados para a perna barométrica da coluna de flotação, lembrando que aquele instalado possui um diâmetro externo de 6,0". Dois outros diâmetros foram avaliados, sendo um menor e o outro maior do que aquele instalado.

Tabela VI.2. Características dos tubos avaliados para a perna barométrica da coluna de flotação

Diâmetro externo da Tubulação (pol)	Espessura da Tubulação (mm)	Espessura do Revestimento da Tubulação (mm)	Diâmetro Interno da Tubulação (m)
4,0	4,5	10,0	0,0726
6,0	4,5	10,0	0,1234
8,0	4,5	10,0	0,1742

Antes de realizar os cálculos das velocidades de escoamento e crítica de deposição para cada condição estabelecida e apresentada na tabela VI.2, fez-se necessário determinar o fator FL da fórmula de Durand.

O fator FL foi obtido a partir do ábaco da figura 4.10 mostrado no capítulo Revisão Bibliográfica e seu valor é 0,6. De acordo com a distribuição granulométrica apresentada na figura 6.1, $C_u = 26,0/3,3 \cong 7,9$ (coeficiente de uniformidade), portanto, como $5 < C_u < 15$, a amostra é considerada uniforme. Com esse fator definido, tem-se todas as variáveis necessárias para realizar os cálculos e escolha do diâmetro dos tubos e da válvula de controle.

Para tubo com diâmetro externo de 4,0", tem-se:

Velocidade de escoamento

$$v_1 = v_2 = \frac{Q}{A} = \frac{4 \times Q}{\pi \times D_i^2} = \frac{4 \times 0,061}{\pi \times 0,0726^2} \cong 14,7 \text{ m/s}$$

Velocidade crítica de deposição pelo método de Durand

$$v_d = FL \times \sqrt{\left[2 \times g \times D_i \times \left(\frac{\rho_s - \rho_l}{\rho_l} \right) \right]} \times \left(\frac{c_m}{0,45} \right)^{1/3} \therefore$$

$$\therefore v_d = 0,6 \times \sqrt{\left[2 \times 9,81 \times 0,0726 \times \left(\frac{3800 - 10000}{1000}\right)\right] \times \left(\frac{0,3784}{0,45}\right)^{1/3}} \cong 1,1 \text{ m/s}$$

Velocidade crítica de deposição pelo método de Wasp e Slatter

$$v_d = 0,18 \times (S - 1)^{0,5} \times \left[\frac{d_{95} \times \rho_s \times \sqrt{g \times D_i}}{\mu_p}\right]^{0,22} \times e^{4,34 \times C_v} \therefore$$

$$\therefore v_d = 0,18 \times (3,8 - 1)^{0,5} \times \left[\frac{7,5 \times 10^{-5} \times 3800 \times \sqrt{9,81 \times 0,0726}}{1,7 \times 10^{-3}}\right]^{0,22} \times e^{4,34 \times 0,138} \therefore$$

$$\therefore v_d \cong 1,6 \text{ m/s}$$

Já para tubo com diâmetro externo de 6,0", tem-se:

Velocidade de escoamento

$$v_1 = v_2 = \frac{4 \times 0,061}{\pi \times 0,1234^2} \cong 5,1 \text{ m/s}$$

Velocidade crítica de deposição pelo método de Durand

$$v_d = 0,6 \times \sqrt{\left[2 \times 9,81 \times 0,1234 \times \left(\frac{3800 - 1000}{1000}\right)\right] \times \left(\frac{0,378}{0,45}\right)^{1/3}} \cong 1,5 \text{ m/s}$$

Velocidade crítica de deposição pelo método de Wasp e Slatter

$$v_d = 0,18 \times (3,8 - 1)^{0,5} \times \left[\frac{7,5 \times 10^{-5} \times 3800 \times \sqrt{9,81 \times 0,1234}}{1,7 \times 10^{-3}}\right]^{0,22} \times e^{4,34 \times 0,138} \therefore$$

$$\therefore v_d \cong 1,7 \text{ m/s}$$

Finalmente, para tubo com diâmetro externo de 8,0", obtém-se:

Velocidade de escoamento

$$v_1 = v_2 = \frac{4 \times 0,061}{\pi \times 0,1742^2} \cong 2,6 \text{ m/s}$$

Velocidade crítica de deposição pelo método de Durand

$$v_d = 0,6 \times \sqrt{\left[2 \times 9,81 \times 0,1742 \times \left(\frac{3800 - 1000}{1000} \right) \right]} \times \left(\frac{0,378}{0,45} \right)^{1/3} \cong 1,8 \text{ m/s}$$

Velocidade crítica de deposição pelo método de Wasp e Slatter

$$v_d = 0,18 \times (3,8 - 1)^{0,5} \times \left[\frac{7,5 \times 10^{-5} \times 3800 \times \sqrt{9,81 \times 0,1742}}{1,7 \times 10^{-3}} \right]^{0,22} \times e^{4,34 \times 0,138} \therefore$$

$$\therefore v_d \cong 1,8 \text{ m/s}$$

A tabela VI.3 sumaria as velocidades calculadas de escoamento e críticas de deposição para os diferentes diâmetros de tubos.

Tabela VI.3. Velocidades de escoamento e críticas de deposição para diferentes diâmetros de tubos

Diâmetro externo da Tubulação (pol)	Velocidade de Escoamento (m/s)	Velocidades Críticas de Deposição (m/s)	
		Durand	Wasp e Slatter
4,0	14,7	1,1	1,6
6,0	5,1	1,5	1,7
8,0	2,6	1,8	1,8

Os resultados obtidos para as velocidades críticas de deposição foram muito próximos para os dois métodos utilizados, principalmente para os diâmetros de tubos de 6,0" e 8,0".

Em conclusão aos cálculos, definiu-se por manter os tubos de diâmetro externo de 6,0" (0,1234m de diâmetro interno), uma vez que a condição $v > v_d$ é satisfeita e, com base no conhecimento de processo e, principalmente, por se tratar de um material de granulometria fina, a velocidade de escoamento foi considerada aceitável. Para o diâmetro externo de 4,0" (0,0726m de diâmetro interno), a condição $v > v_d$ será atendida, mas, no entanto, verifica-se um aumento significativo da velocidade de escoamento, condição que elevaria o atrito do material com as paredes dos tubos, gerando maiores desgastes. O uso de tubo de 8,0" de diâmetro externo" (0,1742m de diâmetro interno) também apresenta a condição $v > v_d$ atendida e com uma menor velocidade de escoamento do que aquela prevista para o tubo de diâmetro externo de 6,0", fator que tende a gerar menos desgaste interno. No entanto, decidiu-se por realizar a troca de toda a tubulação em um momento posterior como uma melhoria focada em redução de custos com materiais.

É importante salientar que a válvula de controle instalada também possui diâmetro de 6,0", não requerendo alteração. Para o cálculo da máxima altura da perna barométrica será considerado o diâmetro interno da válvula de controle como sendo igual àquele dos tubos.

6.3 Dimensionamento da perna barométrica

Como apresentado no capítulo Metodologia, o dimensionamento da perna barométrica da coluna de flotação foi realizado utilizando-se as equações 5.9 e 5.10 desenvolvidas neste trabalho para determinar a máxima altura (Z_2) nas condições apresentadas na figura 5.7 e na equação 5.3.

Previamente, fez-se necessário determinar alguns parâmetros requeridos pelos métodos de cálculo da perda de carga que serão usados no dimensionamento da perna barométrica, sendo: o número de Reynolds, a rugosidade relativa para o material dos tubos, o coeficiente de perda de carga e a altura corrigida de polpa no interior da coluna de flotação devido à adição de ar no processo.

O número de Reynolds foi obtido a partir da equação 4.21 citada o capítulo Revisão Bibliográfica.

$$Re = \frac{\rho_p \times v \times D_i}{\mu_p} = \frac{1390 \times 5,1 \times 0,1234}{1,7 \times 10^{-3}} \cong 5,2 \times 10^5 \text{ (regime turbulento)}$$

Para determinação da rugosidade relativa foi utilizada uma rugosidade absoluta de 0,0005m obtida na tabela IV.2 do capítulo Revisão Bibliográfica, considerando-se um tubo velho de aço revestido (condição instalada). Portanto, tem-se:

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon}{D_i} = \frac{0,0005}{0,1234} \cong 4,1 \times 10^{-3}$$

O coeficiente de perda de carga foi calculado empregando-se o método de Swamee e Jain (equação 4.31), uma vez que tem-se as condições de aplicação atendidas, ou seja, $4000 \leq 5,1 \times 10^5 \leq 10^8$ e $0 \leq 4,1 \times 10^{-3} \leq 0,01$.

$$f = \left(\left(\frac{64}{Re} \right)^8 + 9,5 \times \left(\ln \left(\frac{\varepsilon/D_i}{3,7} + \frac{5,74}{Re^{0,9}} \right) - \left(\frac{2500}{Re} \right)^6 \right)^{-16} \right)^{0,125} \therefore$$

$$\therefore f = \left(\left(\frac{64}{5,2 \times 10^5} \right)^8 + 9,5 \times \left(\ln \left(\frac{4,1 \times 10^{-3}}{3,7} + \frac{5,74}{(5,2 \times 10^5)^{0,9}} \right) - \left(\frac{2500}{5,2 \times 10^5} \right)^6 \right)^{-16} \right)^{0,125} \therefore$$

$$\therefore f \cong 0,03$$

A altura Z_0 a ser utilizada no cálculo é aquela corrigida, uma vez que aproximadamente 42% do volume da coluna de flotação é preenchido por ar. A tabela VI.4 mostra esse valor corrigido.

Tabela VI.4. Altura de polpa Z_0 corrigida devido à concentração volumétrica de ar

Altura Polpa (m)	Concentração Volumétrica de Ar na Coluna (%)	Altura Corrigida de Polpa (m)
13,6	42,0	7,9

O comprimento da válvula de controle foi obtido a partir de medição física de campo, sendo $L_v = 0,5m$.

De acordo com a figura 5.7, verificam-se duas curvas de 90° e uma válvula de controle na descarga da coluna de flotação. Para a utilização da equação 5.9, os valores dos coeficientes de perda de carga localizada (k) adotados foram, de acordo com a tabela IV.5, 0,4 e 1,5, respectivamente. Considerou-se para a válvula de controle o mesmo coeficiente de uma válvula gaveta ½ fechada. Dessa forma, o somatório dos valores dos coeficientes de perda de carga localizada é dado por:

$$\sum k = (2 \times 0,4) + 1,5 = 2,3$$

Assim, a altura máxima da perna barométrica da coluna de flotação calculada equação 5.9 é de:

$$Z_2 = \frac{\{D_i \times [(2 \times g \times Z_0) - (v_1^2 \times \sum k) - v_1^2]\} - \{f \times v_1^2 \times [L_v + (8 \times d_v)]\}}{[(2 \times g \times D_i) + (f \times v_1^2)]} \therefore$$

$$\therefore Z_2 = \frac{\{0,1234 \times [(2 \times 9,81 \times 7,9) - (5,1^2 \times 2,3) - 5,1^2]\} - \{0,03 \times 5,1^2 \times [0,5 + (8 \times 0,1234)]\}}{[(2 \times 9,81 \times 0,1234) + (0,03 \times 5,1^2)]} \therefore$$

$$\therefore Z_2 \cong 2,3m$$

Para a utilização da equação 5.10, os valores adotados para as razões entre os comprimentos equivalentes e o diâmetro interno da tubulação dos acessórios da perna barométrica foram, de acordo com a tabela IV.6, 20 e 30 para a válvula de controle e curva de 90°, respectivamente. Com isso, o somatório dos valores das razões entre os comprimentos equivalentes e o diâmetro interno da tubulação é dado por:

$$\sum L_{eq} = (2 \times 30 \times 0,1234m) + (20 \times 0,1234m) \cong 9,9m$$

Portanto, a altura máxima da perna barométrica da coluna de flotação calculada equação 5.10 é de:

$$Z_2 = \frac{\{D_i \times [(2 \times g \times Z_0) - v_1^2]\} - \{f \times v_1^2 \times [L_v + (8 \times d_v) + \sum L_{eq}]\}}{[(2 \times g \times D_i) + (f \times v_1^2)]} \therefore$$

$$\therefore Z_2 = \frac{\{0,1234 \times [(2 \times 9,81 \times 7,9) - 5,1^2]\} - \{0,03 \times 5,1^2 \times [0,5 + (8 \times 0,1234) + 9,9]\}}{[(2 \times 9,81 \times 0,1234) + (0,03 \times 5,1^2)]} \therefore$$

$$\therefore Z_2 \cong 2,2m$$

Os resultados obtidos para a altura máxima da perna barométrica da coluna de flotação foram 2,2 e 2,3m. Em visita ao local de instalação, verificou-se que, fisicamente, a altura da perna barométrica de 4,6m (condição instalada e mostrada na figura 5.3 do capítulo Metodologia) poderia ser reduzida para 2,6m, diminuição limitada à altura da caixa de descarga. Portanto, uma adequação das instalações muito próxima àquelas calculadas se mostrou possível.

Diante desses cálculos e das condições avaliadas em campo, foi programada e realizada uma parada do circuito de flotação e realizadas as adequações da perna barométrica da coluna obedecendo as dimensões apresentadas na figura 6.3.

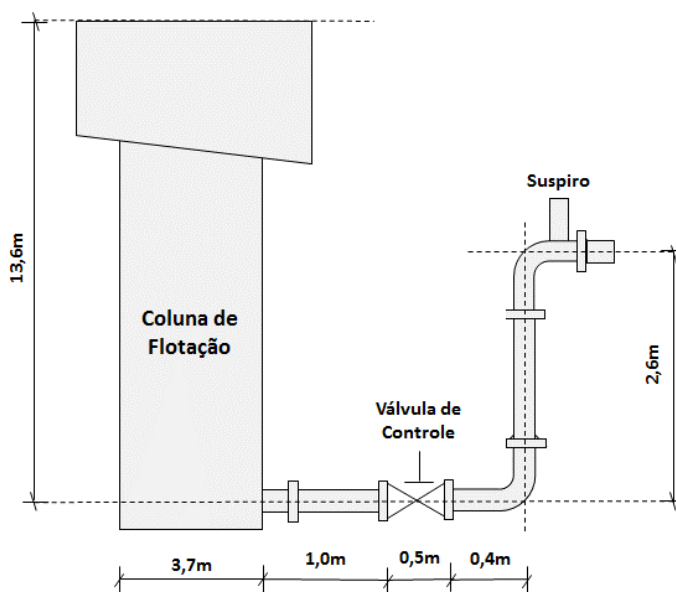


Figura 6.3. Novas dimensões de instalação da perna barométrica da coluna *scavenger* subsequente às células mecânicas de grande volume.

Os resultados referentes ao desempenho da etapa de flotação em células de grande volume após as adequações realizadas são apresentados na continuidade deste capítulo.

6.4 Desempenho da etapa de flotação

Para a verificação do desempenho da etapa de flotação após a adequação da perna barométrica da coluna *scavenger* foram verificados os resultados dos seguintes parâmetros ou indicadores do processo: controle do nível da interface polpa/espuma da coluna, teor de ferro no rejeito, recuperação de ferro e teor de sílica no concentrado.

No gráfico da figura 6.4, obtida a partir do *software* Minitab® 17, pode-se visualizar, pela amplitude dos limites inferior e superior de controle antes e depois da adequação da perna barométrica da coluna de flotação, a redução na variabilidade do nível real da interface polpa/espuma em um intervalo entre 0 e 100,0% (equivalente a uma altura de 0 a 2,0m).

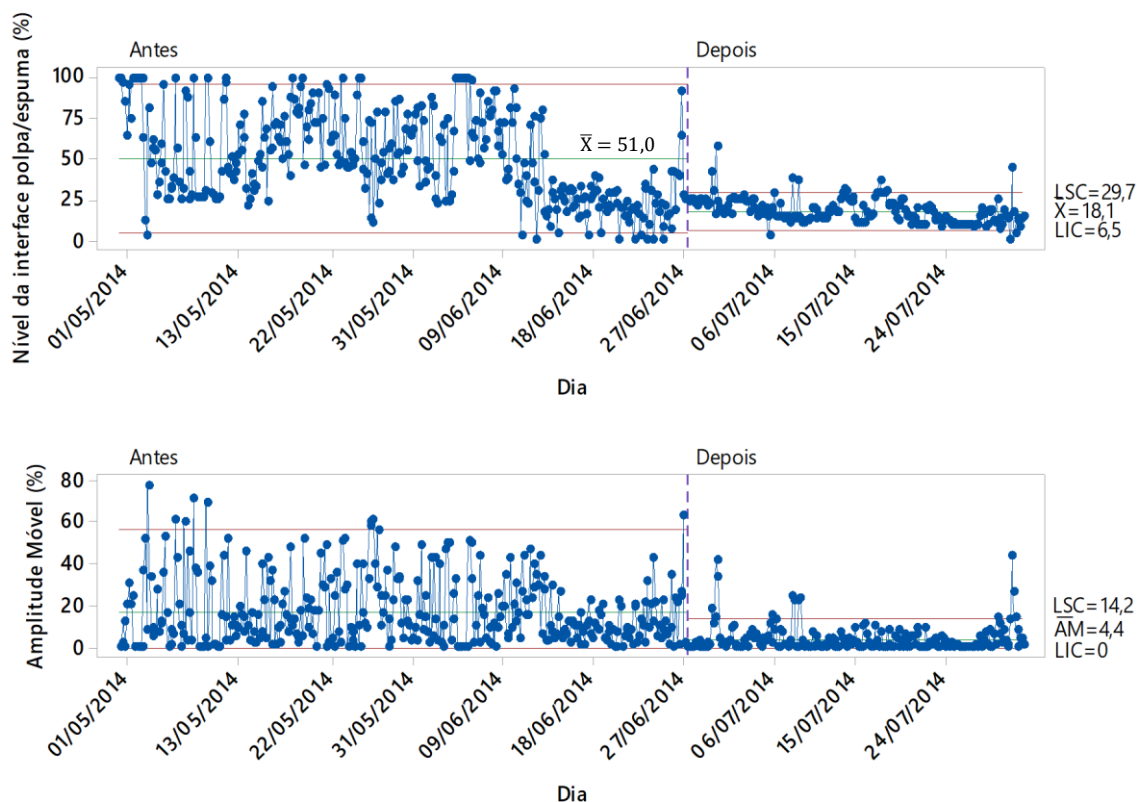


Figura 6.4. Nível da interface polpa/espuma da coluna de flotação antes e depois da adequação da perna barométrica.

Como consequência da maior eficiência no controle do nível da interface polpa/espuma da coluna *scavenger*, ocorreu uma queda no teor médio de ferro do

rejeito do circuito de flotação de 24,9% para 18,9%, inferior ao máximo de 20,0% especificado para atendimento ao orçamento de recuperação de ferro global da planta e à produção de concentrado, como pode ser visualizado no gráfico da figura 6.5.

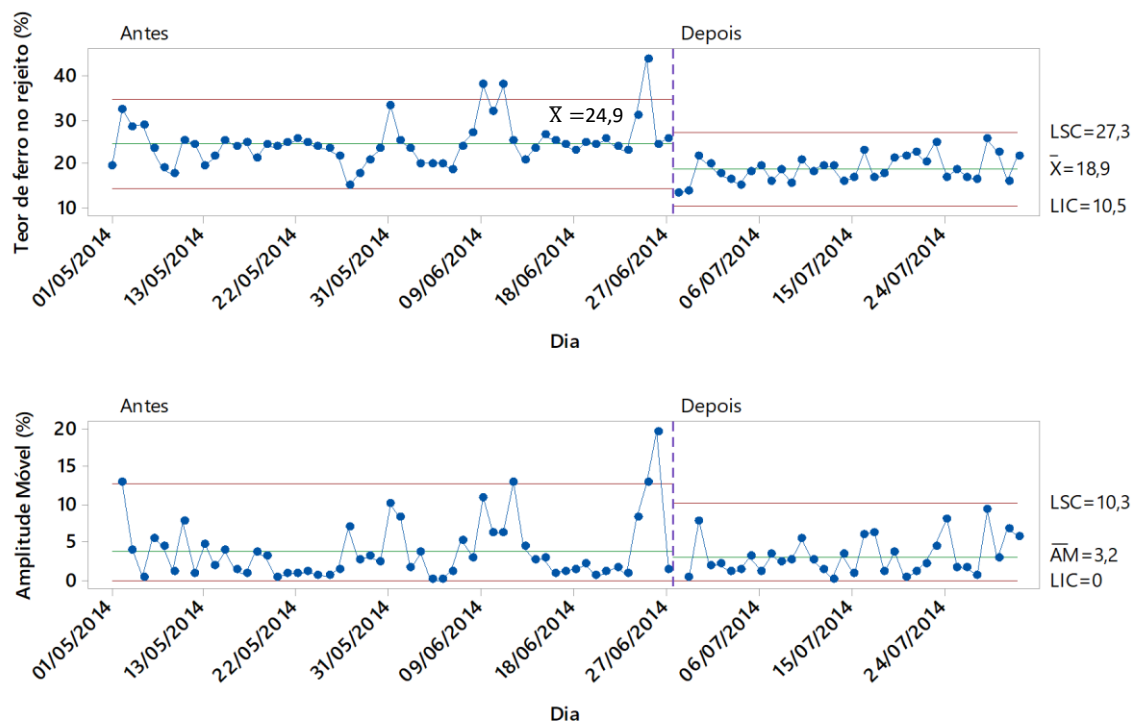


Figura 6.5. Teor de ferro no rejeito do circuito de flotação antes e depois da adequação da perna barométrica.

Um teste de hipóteses para as médias do teor de ferro no rejeito antes e depois da adequação da perna barométrica foi realizado utilizando o *software* Minitab® 17 (ANEXO I). O teste apresentou um Valor-P < 0,05, descartando-se a hipótese nula, concluindo-se que as médias para o teor de ferro no circuito de flotação, antes e depois da adequação da perna barométrica, não são iguais.

A redução no teor médio de ferro do rejeito após a adequação da perna barométrica da coluna de flotação elevou a recuperação média de ferro de 97,9% para 98,7%, conforme é apresentado no gráfico da figura 6.6.

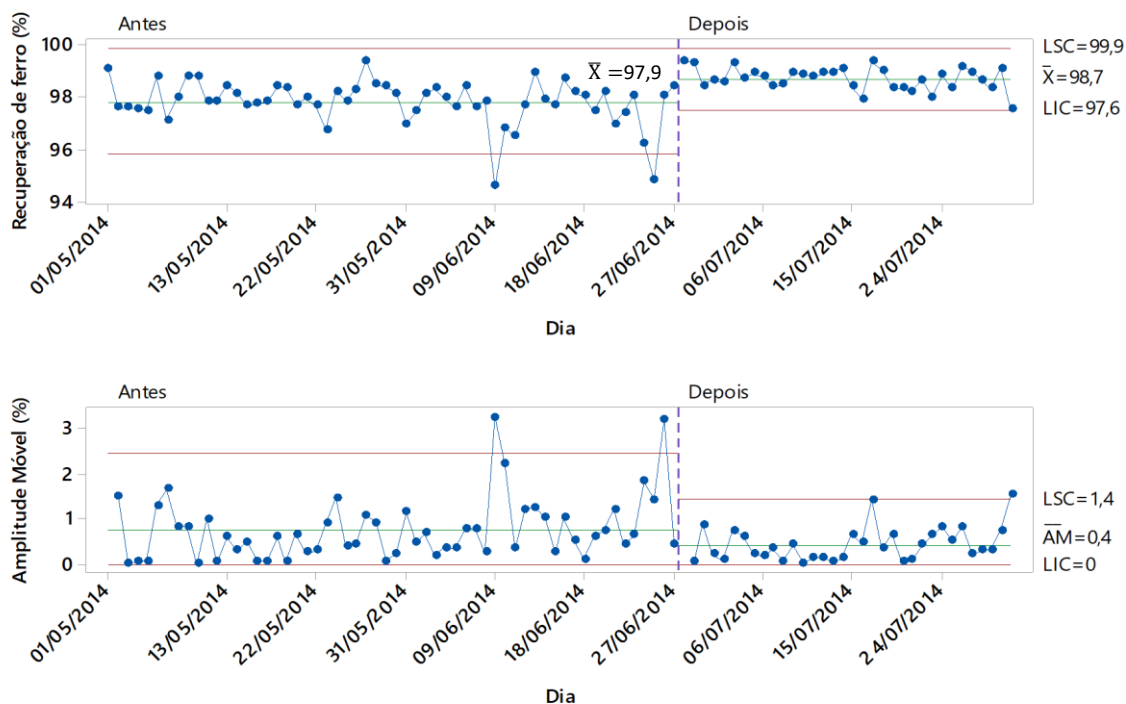


Figura 6.6. Recuperação de ferro do circuito de flotação antes e depois da adequação da perna barométrica.

De maneira análoga à análise do teor de ferro no rejeito, foi realizado um teste de hipóteses para as médias da recuperação de ferro antes e depois da adequação da perna barométrica para validar a mudança de desempenho do circuito de flotação (ANEXO I). O teste apresentou um Valor-P < 0,05, descartando-se a hipótese nula, concluindo-se que as médias para recuperação de ferro do circuito de flotação, antes e depois da adequação da perna barométrica, não são iguais.

No gráfico da figura 6.7 pode-se verificar que os teores médios de sílica no concentrado do circuito de flotação antes e depois da adequação da perna barométrica foram 1,88% e 1,93%, respectivamente.

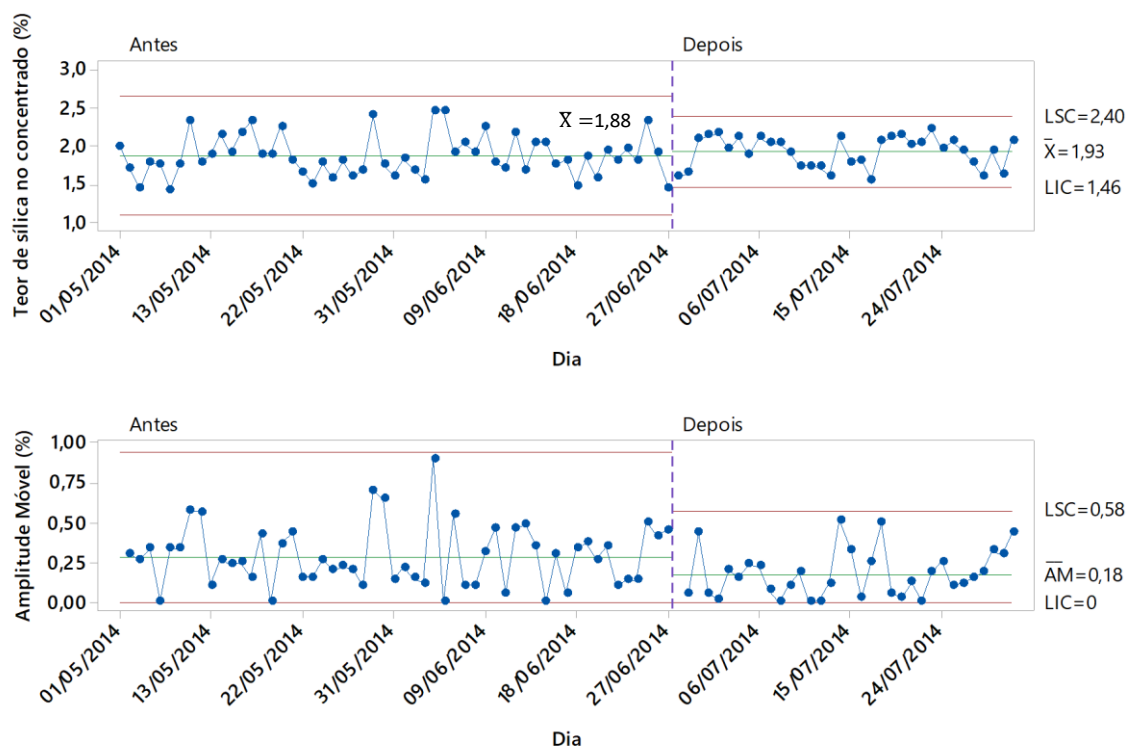


Figura 6.7. Teor de sílica no concentrado do circuito de flotação antes e depois da adequação da perna barométrica.

O teste de hipóteses para as médias dos teores de sílica no concentrado do circuito de flotação antes e depois da adequação da perna barométrica (ANEXO I) apresentou um Valor-P $> 0,05$. Sendo assim, aceita-se a hipótese nula, ou seja, pode-se afirmar que as médias não são diferentes nos dois períodos. Portanto, a diferença entre os teores médios de 1,88% e 1,93% não é significativa para afirmar que ocorreu uma piora no atendimento do indicador de qualidade para propiciar ganhos em recuperação de ferro e, conseqüentemente, produção.

Em suma, a melhoria de desempenho do circuito de flotação é notória, seja pela redução na variabilidade ou pelo aumento na recuperação de ferro sem comprometer o atendimento do teor de sílica no concentrado (indicador de qualidade). Esse resultado era, de certa maneira, esperado, uma vez que as zonas de limpeza e de coleta no interior da coluna de flotação tornaram-se melhor definidas com a interface polpa/espuma mais estável. Portanto, os problemas que não permitiam a coluna operar apropriadamente (algumas vezes a coluna vertia polpa, ou seja, não formava uma camada de espuma, e em outras ocasiões, a coluna não descarregava o seu *overflow*) foram eliminados devido ao melhor controle.

7 CONCLUSÕES

Duas expressões para o dimensionamento do sistema de controle de nível da interface polpa/espuma de uma coluna de flotação foram desenvolvidas baseadas em critérios predefinidos de instalação dos equipamentos e em modelos clássicos da Mecânica dos Fluidos.

A partir de amostragens e da elaboração de um balanço de massas, foram obtidos os principais parâmetros do processo necessários ao dimensionamento, sendo eles: a distribuição granulométrica do material de alimentação da coluna de flotação ($d_{10}=3,3\mu\text{m}$, $d_{50}=20,0\mu\text{m}$, $d_{60}=26,0\mu\text{m}$ e $d_{95}=75,0\mu\text{m}$), a massa específica dos sólidos (3800kg/m^3), a densidade da polpa (1390kg/m^3), a concentração volumétrica de sólidos na polpa (13,8%), a viscosidade dinâmica da polpa ($1,7\times 10^{-3}\text{kg/m.s}$) e a vazão volumétrica da polpa a ser transferida como concentrado até o estágio subsequente ($219,5\text{m}^3/\text{h}$).

Os cálculos hidráulicos foram realizados e mostraram que o diâmetro instalado de 6" (15,24cm) dos tubos e da válvula do sistema de controle estava apropriado. Entretanto, fizeram-se necessárias as reduções do comprimento no trecho horizontal de 14,6m para 1,9m e da altura da perna barométrica de 4,6m para 2,6m.

A adequação da perna barométrica diminuiu consideravelmente a variabilidade do nível real da interface polpa/espuma da coluna de flotação, reduziu o teor médio de ferro no rejeito de 24,9% para 18,9% e, conseqüentemente, elevou a recuperação média de ferro da etapa de flotação de 97,9% para 98,7%, sem impactar negativamente o principal indicador de qualidade do circuito que é o teor de sílica no concentrado. A mudança de patamar de desempenho foi validada por análises estatísticas (testes de hipóteses).

Esses resultados foram obtidos porque as zonas de limpeza e de coleta no interior da coluna de flotação tornaram-se melhor definidas com a interface polpa/espuma mais estável. Portanto, os problemas que não permitiam a coluna operar apropriadamente (algumas vezes a coluna vertia polpa, ou seja, não formava uma camada de espuma, e em outras ocasiões, a coluna não descarregava o seu *overflow*) foram eliminados devido ao melhor controle.

8 RELEVÂNCIA DOS RESULTADOS

Os resultados deste trabalho mostraram que o adequado dimensionamento do sistema de controle do nível da interface polpa/espuma é bastante eficaz na busca de maior seletividade no processo de flotação em colunas.

A adequação da perna barométrica do sistema de controle da coluna *scavenger* subsequente à flotação em células mecânicas de grande volume (*tank cells*) diminuiu consideravelmente a variabilidade do nível real da interface polpa/espuma da coluna de flotação, reduziu o teor médio de ferro no rejeito e, conseqüentemente, elevou a recuperação média de ferro do circuito, sem impactar negativamente o principal indicador de qualidade que é o teor de sílica no concentrado.

A elevação da recuperação de ferro causou um impacto financeiro positivo devido ao aumento da produção de *pellet feed*. Outro benefício obtido foi a redução na geração de rejeito de flotação, fator que atenua a necessidade de área de disposição.

Por fim, é importante também citar que a abordagem técnica desenvolvida neste trabalho não é frequentemente encontrada na literatura técnica de processamento de minério de ferro.

9 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Recomenda-se como trabalhos futuros:

1. estudar novas estratégias de controle para as colunas de flotação (a estratégia atualmente adotada é pela manipulação da vazão do não flotado);
2. determinar experimentalmente as viscosidades dinâmicas para diferentes tipos de polpas representativas do processamento mineral na Samarco;
3. determinar, para o processo de beneficiamento mineral da Samarco, as principais propriedades físicas e químicas que influenciam a viscosidade dinâmica e desenvolver um modelo de predição;
4. desenvolver aparato experimental e modelos para estimar a velocidade de deposição para diferentes tipos de polpas representativas do processamento mineral na Samarco;
5. verificar a viabilidade de utilização da equação de movimento constante de um fluido real para determinar a densidade de polpa em sistemas contínuos de transporte cujas vazões e pressões sejam conhecidas;
6. avaliar se a equação de movimento constante de um fluido real pode ser utilizada para o dimensionamento de outros equipamentos e/ou instalações, tais como distribuidores de polpa.

10 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AGAR, G. E.; HULS, B. J.; HYMA, D. B. **Foreword**. Column '91, Proceedings of an International Conference on Column Flotation, Sudbury, Canada, v. 1, 1991.

AQUINO, J. A.; OLIVEIRA, M. L. M. Flotação em coluna. In: LUZ, A. B.; SAMPAIO, J. A.; FRANÇA, S. M. A. **Tratamento de Minérios**. 5. ed. Rio de Janeiro: CETEM, 2010. p. 515-556.

AQUINO, J. A.; OLIVEIRA, M. L. M.; FERNANDES, M. D. Flotação em Coluna. In: LUZ, A. B.; FRANÇA, S. M. A.; BRAGA, P. F. A. **Tratamento de Minérios**. 6. ed. Rio de Janeiro: CETEM, 2018. p. 463-510.

ARAUJO, A. C.; PERES, A. E. C. **Froth flotation: relevant facts and the Brazilian case**. Rio de Janeiro: CETEM/CNPq, 1995.

ARAUJO, A. C.; PERES, A. E. C.; VIANA, P. R. M. **Reagentes na flotação de minérios de ferro**. 59º Congresso Anual da ABM Internacional, São Paulo, ABM, 2004. p. 4815-4823.

AVCI, A.; KARAGOZ, I. A novel explicit equation for friction factor in smooth and rough pipes. **Journal of Fluids Engineering**, v. 131, n. 6, 2009.

BAGARELLO, V.; FERRO, V.; PROVENZANO, G.; PUMO, D. Experimental study on flow-resistance law for small-diameter plastic pipes. **Journal of Irrigation and Drainage Engineering**, v. 121, n. 5, p. 313-316, 1995.

BANISI, S.; FINCH, J. A.; LAPLANTE, A. R. On-line gas and solids holdup estimation in solid-liquid-gas systems. **Minerals Engineering**, v. 7, n. 9, p. 1099-1113, 1994.

BAPTISTA, M.; LARA M. Escoamento em condutos forçados simples. In: **Fundamentos de Engenharia Hidráulica**. 3. ed. Belo Horizonte: Editora UFMG, 2014. p. 67-98.

BARNES, H. A.; WALTERS, K. The yield stress myth? **Rheologica Acta**, v. 24, n. 4, p. 323-326, 1985.

BARNES, H. A.; HUTTON, J.; WALTERS, K. **An introduction to rheology**. New York: Elsevier, 1989.

BARR, D. I. H. **Solutions of the Colebrook-White function for resistance to uniform turbulent flow**. Proceedings of the Institution of Civil Engineers, v. 71, n. 2, 1981. p. 529-535.

BARRAL, M. F. **Perda de Carga: Notas de Aula**. Disponível em: <http://www.esalq.usp.br/departamentos/leb/disciplinas/Fernando/leb472/Aula_7/Perda_de_carga_Manuel%20Barral.pdf>. Acesso em: 28 abr. 2018.

BATISTELI, G. M. B. Amina residual na flotação catiônica reversa de minério de ferro. **Universidade Federal de Minas Gerais**, 2007. 93p. (Dissertação, Mestrado em Engenharia Metalúrgica e de Minas).

BERGH, L. G.; YIANATOS, J. B. Control alternatives for flotation columns. **Minerals Engineering**, v. 6, n. 6, p. 631-642, 1993.

BERGH, L. G.; YIANATOS, J. B. Dynamic simulation of operating variables in flotation columns. **Minerals Engineering**, v. 8, n. 6, p. 603-613, 1995.

BERGH, L. G.; YIANATOS, J. B.; ACUÑA, C. P. Hierarchical control strategy for flotation columns. **Minerals Engineering**, v. 8, n. 12, p. 1583-1591, 1995.

BERGH, L. G.; YIANATOS, J. B.; CARTES, F. **Hierarchical control strategy in columns at El Teniente**. Proceedings of the International Symposium on Column Flotation, 1996. p. 369-380.

BERGH, L. G.; YIANATOS, J. B.; LEIVA, C. A. Fuzzy supervisory control of flotation columns. **Minerals Engineering**, v. 11, n. 8, p. 739-748, 1998.

BERGH, L. G.; YIANATOS, J. B.; ACUÑA, C. P.; PÉREZ, H.; LÓPEZ, F. Supervisory control at Salvador flotation columns. **Minerals Engineering**, v. 12, n. 7, p. 733-744, 1999.

BLASIUS, P. R. H. Das Aehnlichkeitsgesetz bei Reibungsvorgängen in Flüssigkeiten. **Forschungsheft**, v. 131, p. 1-41, 1913.

BOMBARDELLI, F. A.; GARCÍA, M. H. Hydraulic design of large-diameter pipes. **Journal of Hydraulic Engineering**, v. 129, n. 11, p. 839-846, 2003.

BONS, J. P. A review of surface roughness effects in gas turbines. **Journal of turbomachinery**, v. 132, n. 2, 2010.

BOUTIN, P.; TREMBLAY, R. J. **Froth flotation method with counter-current separation**. US Patent 3339730. Filing Date: 1963-06-19. Publication Date: 1967-09-05.

BOUTIN, P.; TREMBLAY, R. J. **Apparatus for the separation and recovery of ores**. Canadian Patent 694547. Publication Date: 1964-09-15.

BRAGANÇA, A. C. C. R. Avaliação de reagentes alternativos para substituição da cal em sistema de bombeamento de longa distância de polpa de minério de ferro. **Universidade Federal de Minas Gerais**, 2008. 102p. (Dissertação, Mestrado em Tecnologia Mineral).

BRANDÃO, P. R. G. Flotação de oxi-minerais. In: BRANDÃO, P. R. G. **Apostila de Flotação**. Belo Horizonte: Departamento de Engenharia de Minas, Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, 2003. p. 61-89.

BRITTER, R. E.; HANNA, S. R. Flow and dispersion in urban areas. **Annual Review of Fluid Mechanics**, v. 35, n. 1, p. 469-496, 2003.

BRKIĆ, D. New explicit correlations for turbulent flow friction factor. **Nuclear Engineering and Design**, v. 241, n. 9, p. 4055-4059, 2011.

BRKIĆ, D. A note on explicit approximations to Colebrook's friction factor in rough pipes under highly turbulent cases. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 93, p. 513-515, 2016.

BRUNETTI, F. Equação da energia para regime permanente. In: **Mecânica dos Fluidos**. 2. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2008. p. 85-107.

BUSSE, A.; LÜTZNER, M.; SANDHAM, N. D. Direct numerical simulation of turbulent flow over a rough surface based on a surface scan. **Computers & Fluids**, v. 116, p. 129-147, 2015.

BUZZELLI, D. Calculating friction in one step. **Machine Design**, v. 80, n. 12, p. 54-55, 2008.

CARVALHO, T.; DURÃO, F.; FERNANDES, C. Dynamic characterization of column flotation process laboratory case study. **Minerals engineering**, v. 12, n. 11, p. 1339-1346, 1999.

ÇENCEL, Y. A.; CIMBALA, J. M. **Mecânica dos Fluidos - Fundamentos e Aplicações**. 1. ed. São Paulo: McGraw-Hill, 2007.

CHAVES, A. P.; NAKAE, T.; SALGADO, O. R. Bombeamento de Polpas. In: CHAVES, A. P. **Teoria e Prática do Tratamento de Minérios**. 2. ed. São Paulo: Signus Editora, 2002. p. 84-140.

CHEN, N. H. An explicit equation for friction factor in pipe. **Industrial & Engineering Chemistry Fundamentals**, v. 18, n. 3, p. 296-297, 1979.

CHRISTENSEN, B. A.; LOCHER, F. A.; SWAMEE, P. K. Limitations and proper use of the Hazen-Williams equation. **Journal of Hydraulic Engineering**, v. 126, n. 2, p. 167-170, 2000.

CHURCHILL, S. W. Empirical expressions for the shear stress in turbulent flow in commercial pipe. **AIChE Journal**, v. 19, n. 2, p. 375-376, 1973.

COFFINN, V. L.; MISZCZAK, J. **Column flotation at Mines Gaspé**. 14th International Mineral Processing Congress, Toronto, Canada, 1982.

COLEBROOK, C. F.; WHITE, C. M. **Experiments with fluid friction in roughened pipes**. Proceedings of the Royal Society of London. Series A-Mathematical and Physical Sciences, v. 161, n. 906, 1937. p. 367-381.

CRANE, C. **Flow of Fluids through Valves, Fittings, and Pipe**. New York: Crane CO, 1978.

CUSTÓDIO, E. A. C. Controle da altura da camada de espuma em uma coluna de flotação. **Universidade Federal de Ouro Preto**, 2008. 46p. (Monografia apresentada ao Curso de Engenharia de Controle e Automação).

DIAZ, I. R. O. Estudio de control adaptivo de una columna de flotación. **Universidad Tecnica Federico de Santa Maria**, 1994. (Tese de Mestrado).

DISKIN, M. H. The limits of applicability of the Hazen-Williams formula. **La Houille Blanche**, n. 6, p. 720-726, 1960.

DURAND, R. **The hydraulic transportation of coal and other materials in pipes**. London: College of National Coal Board, 1952.

ECK P. B. **Technische Stromungslehre**. Springer, New York, 1973.

ECM. **Bombas 8,5Mt: Projeto de Aumento de Capacidade do Concentrador II em 1Mtpa**. Relatório Interno da Samarco, 2009.

FANG, X.; XU, Y.; ZHOU, Z. New correlations of single-phase friction factor for turbulent pipe flow and evaluation of existing single-phase friction factor correlations. **Nuclear Engineering and Design**, v. 241, n. 3, p. 897-902, 2011.

FERREIRA, E. E. Lamas de minérios de ferro: agregação/dispersão e reologia. **Universidade Federal de Minas Gerais**, 2002. 190p. (Tese, Doutorado em Engenharia Metalúrgica e de Minas).

FERREIRA, E. E.; BRANDÃO, P. R. G.; KLEIN, B.; PERES, A. E. C. Reologia de suspensões minerais: uma revisão. **REM: Revista Escola de Minas**, v. 58, n. 1, p. 83-87, 2005.

FINCH, J. A.; DOBBY, G. S. **Column flotation**. 1. ed. Pergamon Press, 1990.

FINNEMORE, E. J.; FRANZINI, J. B. Energy in steady flow. In: **Fluid Mechanics with Engineering Applications**. 10. ed. Boston: McGraw-Hill, 2002. p. 127-184.

FINNIGAN, J. Turbulence in plant canopies. **Annual Review of Fluid Mechanics**, v. 32, n. 1, p. 519-571, 2000.

FUERSTENAU, D. W. Fine particle flotation. **Fine Particles Processing**, v. 1, p. 669-705, 1980.

GHANBARI, A.; FARSHAD, F. F.; RIEKE, H. H. Newly developed friction factor correlation for pipe flow and flow assurance. **Journal of Chemical Engineering and Materials Science**, v. 2, n. 6, p. 83-86, 2011.

GRZINA, A.; ROUDNEY, A.; BURGESS, K. E. **Slurry pumping manual**. 1. ed. Warman International LTDA, 2002.

GUIMARÃES, R. C.; PERES, A. E. C. **Máquinas de flotação**. Relatório técnico BT/PMI/046. Escola Politécnica DEM-USP, 1995.

HAALAND, S. E. Simple and explicit formulas for the friction factor in turbulent pipe flow. **Journal of Fluids Engineering**, v. 105, n. 1, p. 89-90, 1983.

HAMMAD, M. Product performance: energy performance of plastic pipes. **Polymer Testing**, v. 18, n. 2, p. 111-122, 1999.

HIRASHIMA, T.; TAKAMORI, T.; MATSUBARA, M. T. T.; OSHIMA, K.; IMAI, T.; SAWAKI, K.; KUBO, S. **The application of fuzzy logic to control concentrate grade in column flotation at Toyoha Mines**. Column '91, Proceeding of an International Column Flotation, v. 2, 1991. p. 375-389.

HYMA, D. B.; SALAMA, A. I. A. Design and implementation of a process control system for column flotation. **CIM bulletin**, v. 86, n. 973, p. 50-54, 1993.

HODOUIN, D.; JÄMSÄ-JOUNELA, S. L.; CARVALHO, T.; BERGH, L.G. Estado da arte e desafios no controle do processamento mineral. **Prática de Engenharia de Controle**, v. 9, n. 9, p. 995-1005, 2001.

HOUOT, R. Beneficiation of iron ore by flotation: review of industrial and potential applications. **International Journal of Mineral Processing**, v.10, p.183-204, 1983.

JAIN, A. K. Accurate explicit equation for friction factor. **Journal of the Hydraulics Division**, v. 102, n. 5, p. 674-677, 1976.

JIMÉNES, J. Turbulent flows over rough walls. **Annual Review of Fluid Mechanics**, v. 36, p. 173-196, 2004.

KLEIN, B. Rheology and stability of magnetite dense media. **Vancouver: The University of British Columbia**, 1992. 442p. (Thesis of Doctor of Philosophy, Department of Mining and Mineral Process Engineering).

KLEIN, B. **Rheology of mineral suspensions**. Curso Interno da Samarco Mineração S/A., 2002.

KOTZÉ, R. Rheological characterization of mineral suspensions using an ultrasonic velocity profiler. **Cape Peninsula University of Technology**, 2007. (CPUT Thesis & Dissertations).

LABA, D. **Rheological properties of cosmetics and toiletries**. New York: Marcel Dekker, 1993. p. 9-33.

LASKOWSKI, J. Particle-bubble attachment in flotation. **Minerals Science Engineering**, v. 6, p. 223-235, 1974.

LI, R.; HOBERG, H.; CHNEIDER, F. **Investigations on the influence of particle size in flotation.** Proceedings of the 18th International Mineral Processing Congress, Parkville: Australasian Institute of Mining and Metallurgy, v. 3, 1993. p. 689-697.

LIMA, L. B.; Controle ótimo H₂ para coluna de flotação. **Universidade Federal de Ouro Preto**, 2008. 88p. (Dissertação, Mestrado em Engenharia Mineral, área de Tratamento de Minério).

LUZ, A. B.; LINS, F. F. Introdução ao tratamento de minérios. In: LUZ, A. B.; SAMPAIO, J. A.; FRANÇA, S. M. A. **Tratamento de minérios**. 3. ed. Rio de Janeiro: CETEM/MCT, 2002, cap. 9, p. 3-14.

MACDONALD, M.; CHAN, L.; CHUNG, D.; HUTCHINS, N.; OOI, A. Turbulent flow over transitionally rough surfaces with varying roughness densities. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 804, p. 130-161, 2016.

MACHADO, A. F. **Tendências modernas de automação de colunas de flotação.** Primeiro Simpósio de Instrumentação do GRINST-MG. 1990. p. 1-17.

MADER, W. R. **Bombeamento de Polpa: Apostila.** Belo Horizonte: EPC, 1987.

MANADILLI, G. Replace implicit equations with signomial functions. **Chemical Engineering**, v. 104, n. 8, p. 129-129, 1997.

MCKAY, J. D.; YNCHAUSTI, R. A. **Expert supervisory control of flotation columns.** Column '96, 1996. p. 353-367.

MCKEE, D. J. Automatic flotation control - a review of 20 years of effort. **Minerals Engineering**, v. 4, n. 7-11, p. 653-666, 1991.

MCLAUGHLIN, R. K.; MCLEAN, R. C.; BONTHRON, W. J. **Heating services design.** 1. ed. Butterworth & Co, London, Boston, Toronto, 1981.

MONTANTE, G.; MAGELLI, F.; PAGLIANTI, L. A. **Particle settling velocity in slurry stirred vessels**. 16th International Symposium on Applications of Laser Techniques to Fluid Mechanics, Portugal, 2012.

MOODY, L. F. Friction factors for pipe flow. **Trans. ASME**, v. 66, p. 671-684, 1944.

MOODY, L. F. An approximate formula for pipe friction factors. **Trans. ASME**, v. 69, n. 12, p. 1005-1011, 1947.

MOREIRA, M. A. **A Equação de Bernoulli da Hidráulica**. Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2007.

MOYS, M. H.; FINCH, J. A. Developments in the control of flotation columns. **International Journal of Mineral Processing**, v. 23, n. 3-4, p. 265-278, 1988.

MUNSON, B. R.; YOUNG, D. F.; OKIISHI, T. H. **Fundamentos da mecânica dos fluidos**. 4. ed. São Paulo: Editora Blucher, 2004.

NETTO, J. M. A.; ALVAREZ, G. A. **Manual de hidráulica**. 7. ed. São Paulo: Blücher, 1991.

NIKURADSE, J. Strömungsgesetze in rauhen Röhren. **VDI-Verlag**, 1933.

NUMELA, W.; IWASAKI, I. Iron ore flotation. In: **Advances in Mineral Processing**. Colorado: Ed. Littleton, SME, 1986.

OFFOR, U. H.; ALABI, S. B. An accurate and computationally efficient explicit friction factor model. **Advances in Chemical Engineering and Science**, v. 6, n. 03, p. 237, 2016.

PAL, R.; MASLIYAH, J. Process dynamics and control of a pilot flotation column. **Canadian Metallurgical Quarterly**, v. 30, n. 2, p. 87-94, 1991.

PAPAEVANGELOU, G.; EVANGELIDES, C.; TZIMOPOULOS, C. **A new explicit relation for friction coefficient in the Darcy-Weisbach equation.** Proceedings of the Tenth Conference on Protection and Restoration of the Environment, 2010. p. 6-9.

PAUL, L. E.; ATIEMO-OBENG, V. A.; KRESTA, S. M. **Handbook of industrial mixing - science and practice.** Wiley-Interscience, 2004.

PEREIRA, F. N.; SEGUIM, M. C. **Projetos químicos e petroquímicos.** Santos: Editora Comunicar, 2012.

PERES, A. E. C.; COELHO, E. M.; ARAÚJO, A. C. Flotação, espessamento, deslamagem e floculação seletiva. In: COELHO, E. M. **Tratamento de Minérios e Hidrometalurgia.** Recife: ITEPCNPq, 1980. p. 205-286.

PERES, A. E. C. **Flotação: Notas de Aula.** Universidade Federal de Minas Gerais, 2016. 303p.

PERSECHINI, M. A.; JOTA, F. G., OLIVEIRA, M. L. M.; PERES, A. E. C. **Instrumentação de uma coluna de flotação piloto para desenvolvimento de técnicas de controle avançado.** Rio de Janeiro: CETEM-MCT, 2001.

PINTO, T. C. S. Modelagem da velocidade crítica de transporte de polpas minerais contendo partículas grossas. **Universidade de São Paulo**, 2012. 189p. (Tese, Doutorado em Engenharia).

PORTO, R. M. **Hidráulica básica.** 4. ed. São Carlos: EESC-USP, 2006.

POTTER, M. C.; WIGGERT, D. C. Introdução aos fluidos em movimento. In: **Mecânica dos Fluidos.** São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2004. p.71-102.

PU, M.; GUPTA, Y. P.; ALTAWHEEL, A. M. **Model predictive control of flotation columns.** Column '91, Proceedings of an International Conference on Column Flotation, Sudbury, Canada, 1991. p. 467-479.

RAO, A. R.; KUMAR, B. Friction factor for turbulent pipe flow. Division of Mechanical Sciences. **Civil Engineering Indian Institute of Science Bangalore**, India, v. 9587, 2007.

REIS Jr., J. B.; PERES, A. E. C. **Industrial application of flotation columns in the concentration of a sulfide ore at Mineração Manati LTDA - Brazil**. Column '91, Proceedings of an International Conference on Column Flotation, Sudbury, Canada, v. 2, 1991. p. 525-537.

REIS, O. B. Estudos preliminares sobre reciclagem das aminas utilizadas em flotação de minério de ferro. **Universidade Federal de Ouro Preto**, 2004. 63p. (Dissertação, Mestrado em Engenharia Ambiental).

REYNOLDS, O. An experimental investigation of the circumstances which determine whether the motion of water shall be direct or sinuous and of the law of resistance in parallel channels. **Philosophical Transactions of the Royal society of London**, n. 174, p. 935-982, 1883.

RESENDE, M. R. Variação das características hidráulicas em condutos forçados devido à infestação pelo *Limnoperna Fortunei*. **Universidade Federal de Minas Gerais**, 2007. 101p. (Dissertação, Mestrado em Saneamento, Meio Ambiente e Recursos Hídricos).

ROBAINA, D. A. Análise de equações explícitas para o cálculo do coeficiente "f" da fórmula universal de perda de carga. **Ciência Rural**, Santa Maria, v. 22, n. 2, p. 157-159, 1992.

ROCHA, F. A. T. Bombeamento de polpa e fator de atrito. **Universidade Federal de Ouro Preto**, 2010. 40p. (Monografia, Programa de Pós-graduação em Engenharia de Minas).

RODRIGUES, E. F. **Sistemas Fluidodinâmicos: Notas de Aula**. Universidade Federal de Ouro Preto, 2006.

ROMEO, E.; ROYO, C.; MONZÓN, A. Improved explicit equations for estimation of the friction factor in rough and smooth pipes. **Chemical engineering journal**, v. 86, n. 3, p. 369-374, 2002.

ROUND, G. F. An explicit approximation for the friction factor-Reynolds number relation for rough and smooth pipes. **The Canadian Journal of Chemical Engineering**, v. 58, n. 1, p. 122-123, 1980.

ROUSE, H. **Evaluation of boundary roughness**. Proceedings Second Hydraulics Conference. University of Iowa, 1943.

SAMARCO. **Apresentações corporativas: Materiais internos**. Samarco, 2015.

SAMARCO. **Relatório Anual de Sustentabilidade 2014**. Samarco, 2014.

SCHILLER, R. E.; HERBICH, J. B. Sediment transport in pipes. In: **Handbook of Dredging Engineering**. New York: McGraw-Hill, 1991. Chapter 6.

SCHORLE, B. J.; CHURCHILL, S. W.; SHACHAM, M. Comments on:" an explicit equation for friction factor in pipe". **Industrial & Engineering Chemistry Fundamentals**, v. 19, n. 2, p. 228-228, 1980.

SHAIKH, M. M.; MASSAN, S. R.; WAGAN, A. I. A new explicit approximation to Colebrook's friction factor in rough pipes under highly turbulent cases. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 88, p. 538-543, 2015.

SHAW, D. J. **Introduction to colloid and surface chemistry (colloid and surface engineering)**. 4. ed. Oxford: Butterworth-Heinemann, 1992.

SILVINO, L. J.; KELLEES, M. H. V.; GALÉRY, R.; ROCHA, R. **Um novo método para a medição de nível em colunas de flotação**. Congresso da ABM, 2000.

SLATTER, P. Pipe flow of highly concentrated sludge. **Journal of Environmental Science and Health Part A**, v. 43, n. 13, p. 1516-1520, 2008.

SONNAD, J. R.; GOUDAR, C. T. Turbulent flow friction factor calculation using a mathematically exact alternative to the Colebrook–White equation. **Journal of Hydraulic Engineering**, v. 132, n. 8, p. 863-867, 2006.

SOUSA, J.; CUNHA, M. C.; MARQUES, A. S. An explicit solution to the Colebrook-White equation through simulated annealing. **Water Industry Systems: Modelling and Optimization Applications**, v. 2, p. 347-355, 1999.

STEFFE, J. F. **Rheological methods in food process engineering**. 2. ed. East Lansing: Freeman Press, 1996. 418p.

SWAMEE, P. K.; JAIN, A. K. Explicit equations for pipe-flow problems. **Journal of the Hydraulics Division**, New York: American Society of Civil Engineers, v. 102, p. 657-664, 1976.

TELLES, P. C. S. **Tubulações industriais - Cálculo**. 8. ed. Editora LTC, 1994.

THOMAS, D. G. Turbulent disruption of flocs in small particle size suspensions. **AIChE Journal**, v. 10, p. 517-523, 1964.

THOMAS, D. G. Transport characteristics of suspension: A note on the viscosity of Newtonian suspensions of uniform spherical particles. **Journal of Colloid Science**, v. 20, n. 3, p. 267-277, 1965.

THOMAS, D. G. Predicting the deposit velocity for horizontal turbulent pipe flow of slurries. **International Journal of Multiphase Flow**, v. 5, n. 2, p. 113-129, 1979.

TONEGUTTI, C. A. **Reologia. Material Didático**. Departamento de Química da Universidade Federal do Paraná. Disponível em: <http://www.quimica.ufpr.br/tonегutti/CQ170/Aula_Reologia.pdf>. Acesso em 25/09/2017.

TSAL, R. J. Altshul-Tsal friction factor equation. **Heating, Piping and Air Conditioning**, v. 8, p. 30-45, 1989.

TURIAN, R. M.; HSU, F. L.; MA, T. W. Estimation of the critical velocity in pipeline flow of slurries. **Powder Technology**, v. 51, n. 1, p. 35-47, 1987.

VALADÃO, G. E. S. **Separação Sólido Líquido: Material Didático**. Universidade Federal de Minas Gerais, 2010. p. 15-24.

VALADÃO, G. E. S. **Concentração: Notas de Aula**. Universidade Federal de Minas Gerais, 2017. 39p.

VANDRESEN, S. Caracterização físico-química e comportamento reológico de sucos de cenoura e laranja e suas misturas. **Universidade Federal de Santa Catarina**, 2007. 133p. (Dissertação, Mestrado em Desenvolvimento de Processos da Indústria de Alimentos).

VATANKHAH, A. R.; KOUCHAKZADEH, S. Discussion of "Turbulent flow friction factor calculation using a mathematically exact alternative to the Colebrook–White equation" by Jagadeesh R. Sonnad and Chetan T. Goudar. **Journal of Hydraulic Engineering**, v. 134, n. 8, p. 1187-1187, 2008.

VIANA, P. R. M.; SILVA, J. P.; RABELO, P. J. B.; COELHO, A. G.; SILVA, V. C. **Column flotation for the expansion of the flotation circuit at Samarco Mineração, Brazil**. Column '91, Proceedings of an International Conference on Column Flotation, Sudbury, Canada, v. 1, 1991. p. 89-97.

VIEIRA, A. M. **Flotação: Alguns Tópicos**. Apostila de curso ministrado na Samarco Mineração S/A. Mariana: Mina do Germano, 1995. 49p.

DEL VILLAR, R.; GRÉGOIRE, M.; POMERLEAU, A. Automatic control of a laboratory flotation column. **Minerals Engineering**, v. 12, n. 3, p. 291-308, 1999.

DEL VILLAR, R.; PÉREZ, R.; GOMEZ, C.O.; FINCH J. A. **Use of a neural network algorithm for level sensing in flotation columns**. Proceedings of III Latin American Congress on Froth Flotation, v. 2, 1994. p. 85-89.

VON BERNUTH, R. D. Simple and accurate friction loss equation for plastic pipe. **Journal of Irrigation and Drainage Engineering**, v. 116, n. 2, p. 294-298, 1990.

WANG, J. **Suspension of high concentration slurry in agitated vessels**. Melbourne: RMIT University, 2010.

WASP, E. J.; KENNY, J. P.; GANDHI, R. L. Series on Bulk Materials Handling. **Trans Tech Publications**, v.1, n. 4, 1977.

WASP, E. J.; KENNY, J. P.; GANDHI, R. L. **Solid-liquid flow slurry pipeline flow**. Proceedings of Hydrotransport 4, BHRA, 1993.

WASP, E. J.; SLATTER, P. **Deposition velocities for small particles in large pipes**. 12th International Conference on Transport & Sedimentation of Solids Particles. Prague, Czech Republic, 2004. p. 20-24.

WHEELER, D. A. Big flotation column mill tested. **Engineering & Mining Journal**, v. 167, n. 11, p. 98-100, 1966.

WHITE, F. M. **Mecânica dos fluidos**. 7. ed. Editora Macgraw Hill, 2009.

WILLS, B. A.; NAPIER-MUNN, T. **Wills' mineral processing technology: an introduction to the practical aspects of ore treatment and mineral recovery**. 7. ed. Butterworth-Heinemann, 2006. 444p.

WILSON, K. C.; ADDIE, G. R.; SELLGREN, A. CLIFT, R. **Slurry transport using centrifugal pumps**. Springer Science & Business Media, 2006.

WOOD, D. J. An explicit friction factor relationship. **Civil Engineering**, v. 36, n. 12, p. 60-61, 1966.

ZIGRANG, D. J.; SYLVESTER, N. D. Explicit approximations to the solution of Colebrook's friction factor equation. **AIChE Journal**, v. 28, n. 3, p. 514-515, 1982.

11 ANEXOS

Anexo I - Testes de hipóteses para as médias do teor de ferro no rejeito, recuperação de ferro e teor de sílica no concentrado do circuito de flotação antes e depois da adequação da perna barométrica

ANOVA para 1 fator: %ferro rejeito versus subgrupo

Informações dos Fatores
 Fator Níveis Valores
 Subgrupo 2 Antes; Depois

Análise de Variância

Fonte	GL	SQ (Aj.)	QM (Aj.)	Valor F	Valor-P
Subgrupo	1	740,2	740,17	35,97	0,000
Erro	87	1790,1	20,58		
Total	88	2530,3			

Médias

Subgrupo	N	Média	DesvPad	IC de 95%
Antes	55	24,857	5,236	(23,641; 26,072)
Depois	34	18,921	3,062	(17,375; 20,468)

Nível de significância $\alpha = 0,05$

Teste de Hipóteses:

Ho: Não existe diferenças entre as médias.

Ha: Existe diferenças entre as médias.

Figura 11.1. Teste de hipóteses para as médias do teor de ferro no rejeito antes e depois da adequação da perna barométrica.

ANOVA para 1 fator: recuperação de ferro versus subgrupo

Informações dos Fatores
 Fator Níveis Valores
 Subgrupo 2 Antes; Depois

Análise de Variância

Fonte	GL	SQ (Aj.)	QM (Aj.)	Valor F	Valor-P
Subgrupo	1	17,01	17,0056	31,80	0,000
Erro	90	48,12	0,5347		
Total	91	65,13			

Médias

Subgrupo	N	Média	DesvPad	IC de 95%
Antes	58	97,850	0,858	(97,659; 98,041)
Depois	34	98,7409	0,4325	(98,4917; 98,9900)

Nível de significância $\alpha = 0,05$

Teste de Hipóteses:

Ho: Não existe diferenças entre as médias.

Ha: Existe diferenças entre as médias.

Figura 11.2. Teste de hipóteses para as médias da recuperação de ferro antes e depois da adequação da perna barométrica.

ANOVA para 1 fator: %sílica concentrado versus subgrupo

Informações dos Fatores

Fator	Níveis	Valores
Subgrupo	2	Antes; Depois

Análise de Variância

Fonte	GL	SQ (Aj.)	QM (Aj.)	Valor F	Valor-P
Subgrupo	1	0,05685	0,05685	0,95	0,333
Erro	87	5,21111	0,05990		
Total	88	5,26796			

Teste de Hipóteses:

Ho: Não existe diferenças entre as médias.

Ha: Existe diferenças entre as médias.

Médias

Subgrupo	N	Média	DesvPad	IC de 95%
Antes	55	1,8795	0,2690	(1,8139; 1,9450)
Depois	34	1,9315	0,1987	(1,8480; 2,0149)

Nível de significância $\alpha = 0,05$

Figura 11.3. Teste de hipóteses para as médias do teor de sílica no concentrado do circuito de flotação antes e depois da adequação da perna barométrica.