

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

Faculdade de Educação

Mestrado Profissional em Educação e Docência

Nayara Katherine Duarte Pinto

**O USO DO LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA NA FORMAÇÃO DE
LICENCIANDOS EM MATEMÁTICA**

Belo Horizonte

2020

Nayara Katherine Duarte Pinto

**O USO DO LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA NA FORMAÇÃO DE
LICENCIANDOS EM MATEMÁTICA**

Versão Final

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional Ensino e Docência do Departamento de Educação da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Educação.

Linha de pesquisa: Educação Matemática

Orientadora: Keli Cristina Conti

Belo Horizonte

2020

P659u
T

Pinto, Nayara Katherine Duarte, 1990-

O uso do laboratório de ensino de matemática na formação de licenciandos em matemática [manuscrito] / Nayara Katherine Duarte Pinto. - Belo Horizonte, 2020. 272 f. : enc, il.

Dissertação -- (Mestrado) - Universidade Federal de Minas Gerais, Faculdade de Educação.

Orientadora: Keli Cristina Conti.

Bibliografia: f. 133-136.

Apêndices: f. 137-272.

[Inclui apêndice com o livro (Recurso Educativo) com o título: "Potencializando os alcances do LEM FaE : sugestões de materiais e atividades". 100 p. il. ISBN: 978-65-00-03995-5].

1. Educação -- Teses. 2. Professores de matemática -- Formação -- Teses. 3. Matemática -- Laboratórios -- Teses. 4. Estágios supervisionados -- Teses. 5. Professores -- Formação -- Estágios supervisionados -- Teses. 6. Educação matemática -- Teses. 7. Matemática -- Estudo e ensino -- Teses. 8. Matemática -- Métodos de ensino -- Teses.

I. Título. II. Conti, Keli Cristina, 1976-. III. Universidade Federal de Minas Gerais, Faculdade de Educação.

CDD- 370.71

Catálogo da fonte: Biblioteca da FaE/UFMG (Setor de referência)

Bibliotecário: Ivanir Fernandes Leandro CRB: MG-002576/O



FOLHA DE APROVAÇÃO

O USO DO LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA NA FORMAÇÃO DE LICENCIANDOS EM MATEMÁTICA

NAYARA KATHERINE DUARTE PINTO

Dissertação submetida à Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em EDUCAÇÃO E DOCÊNCIA/MP, como requisito para obtenção do grau de Mestre em EDUCAÇÃO E DOCÊNCIA, área de concentração ENSINO E APRENDIZAGEM.

Aprovada em 06 de fevereiro de 2020, pela banca constituída pelos membros:

Prof(a). Keli Cristina Conti - Orientador

UFMG

Prof(a). Douglas da Silva Tinti
Universidade Federal de Ouro Preto

Prof(a). Diogo Alves de Faria Reis
Universidade Federal de Minas Gerais

Belo Horizonte, 06 de fevereiro de 2020.

Dedico este trabalho às minhas avós,
Dorvalina (em memória) e Olga.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a toda minha família e amigos pelo apoio, em especial aos meus pais, Sônia e Jairo, e ao meu namorado, Jaderson.

À minha orientadora Keli Cristina Conti, que sempre me orientou com muita sabedoria e dedicação.

Aos Professores que compuseram a Banca de Qualificação e Defesa, Douglas da Silva Tinti e Diogo Alves de Faria Reis.

Aos Professores do PROMESTRE da Linha da Educação Matemática, em especial à Professora Samira Zaidan, por toda sua disponibilidade com esta pesquisa.

Aos Licenciandos Carolina, Eric, Fabiana, Gustavo e Leandro, que participaram da pesquisa com muita dedicação e possibilitaram momentos valiosos.

À Mariana Lima Vilela, que, além de ser amiga, se tornou parceira de pesquisa.

Ao Frederico Luiz Moreira, que, além de ser amigo, me auxiliou na criação e arte da capa do Recurso Educativo.

A cada Professor e Professora que contribuiu para o meu desenvolvimento pessoal e intelectual, em especial, minhas primeiras Professoras Marta e Clemência.

A cada estudante para quem lecionei. Vocês foram a motivação para eu chegar até aqui.

Às políticas públicas que possibilitaram a permanência de uma estudante oriunda de escola pública e sem muitos recursos financeiros a se graduar e pós-graduar em uma Universidade pública e gratuita de qualidade.

Ninguém começa a ser educador numa certa terça-feira, às quatro horas da tarde. Ninguém nasce educador ou marcado para ser educador. A gente se faz educador, a gente se forma como educador, permanentemente, na prática e na reflexão sobre a prática. Paulo Freire (1991, p. 58).

RESUMO

O presente estudo de Mestrado Profissional em Educação e Docência fez parte da pesquisa em desenvolvimento “Docência e Formação de Professores que Ensinam Matemática” da linha de Educação Matemática, sendo fruto de algumas reflexões e inquietações da pesquisadora ao frequentar o Laboratório de Ensino de Matemática da Faculdade de Educação (LEM FaE). Tivemos como questão norteadora de investigação: quais os alcances e limitações do LEM FaE como suporte no planejamento de aulas a serem desenvolvidas no âmbito do estágio supervisionado dos licenciandos em Matemática? Dessa questão norteadora originou o objetivo geral deste trabalho, que foi analisar os alcances e limitações do uso do LEM FaE como suporte no planejamento de aulas a serem desenvolvidas no âmbito do estágio supervisionado dos licenciandos em Matemática. Do ponto de vista formativo, também tivemos como objetivos: contribuir com a formação de licenciandos do curso de Matemática que cursavam a disciplina de Análise da Prática Pedagógica e Estágio II (APPE II); aproximar os licenciandos de uma prática colaborativa, envolvendo o LEM, e de vivências que permitissem o contato dos licenciandos com a Educação Matemática; avaliar, junto aos participantes, as práticas desenvolvidas; produzir um Recurso Educativo que auxiliasse na construção e potencialização de um LEM. Esta pesquisa foi desenvolvida segundo uma abordagem qualitativa. O plano de trabalho compreendeu fases que abrangeram o planejamento (licenciandos, pesquisadora e professor supervisor), desenvolvimento (pelos licenciandos) e avaliação dos planos de aulas (licenciandos, pesquisadora e professor supervisor) após a realização das aulas junto aos estudantes da escola. Os instrumentos de registros de informações visando à descrição foram: questionário de Identificação do participante; registro de áudios das atividades desenvolvidas nos encontros; diário de campo; entrevista semiestruturada realizada separadamente com cada um dos participantes após a conclusão da elaboração e do desenvolvimento do plano de aulas; registro das trocas de e-mails e mensagens pelo aplicativo *WhatsApp* com os participantes da pesquisa. Os dados foram analisados a partir da descrição de cada licenciando, e dos encontros, da evolução do roteiro do plano de aula e da avaliação de cada participante, destacando os alcances e as limitações no uso do LEM, do estágio e da colaboração entre pesquisadora e participante. Encerramos com uma compreensão de que o LEM FaE pode ser um espaço que possibilita trocas de conhecimento, novas aprendizagens, experimentações, planejamentos, desenvolvimentos e avaliações de atividades, distanciando-se, assim, do ensino do modo mais tradicional, que utiliza apenas giz e lousa e não considera o protagonismo do estudante. O Recurso desenvolvido foi um e-book contendo um pequeno referencial teórico sobre algumas concepções de LEM, o LEM na Formação de Professores e sugestões de atividades e materiais que potencializem os alcances do LEM. No e-book estão alguns dos planos de aulas elaborados em conjunto com os licenciandos. Consideramos que a disponibilização desse material digitalmente no campo da Educação Matemática, pode ampliar as percepções das potencialidades de uso de um Laboratório de Ensino de Matemática na formação de licenciandos.

Palavras-chave: Laboratório de Ensino de Matemática. Formação de Professores de Matemática. Educação Matemática. Estágio Supervisionado. Planos de Aula.

ABSTRACT

This study of Professional Master in Education and Teaching was part of the research under development “Teaching and Training of Teachers Teaching Mathematics” of the Mathematics Education line, being the result of some reflections and concerns of the researcher when attending the Mathematics Teaching Laboratory of Faculty of Education (LEM FaE). We had as a guiding question of research: What are the reaches and limitations of LEM FaE as support in the planning of classes to be developed under the supervised internship of mathematics in graduation? From this guiding question originated the general objective of this work, which was to analyze the reaches and limitations of the use of LEM FaE as support in the planning of classes to be developed within the supervised internship of Mathematics in graduation. From the formative point of view, we also had as objectives: to contribute to the formation of graduating of the Mathematics course that studied the Pedagogical Practice Analysis and Stage II (APPE II) discipline; bring undergraduates closer to a collaborative practice, involving LEM, and experiences that allowed the contact of undergraduates with Mathematical Education; evaluate, with the participants, the practices developed; produce an Educational Resource that would assist in the construction and enhancement of an LEM. This research was developed according to a qualitative approach. The work plan comprised phases that covered the planning (undergraduates, researcher and supervising teacher), development (by the undergraduates) and evaluation of the lesson plans (undergraduates, researcher and supervising teacher) after the classes with the students of the school. Information recording instruments aiming at the description were: Participant Identification questionnaire; audio recording of activities developed in the meetings; field journal; semi-structured interview conducted separately with each participant after completion of the elaboration and development of the lesson plan; registration of email and message exchanges by the *WhatsApp* application with survey participants. The data were analyzed from the description of each undergraduates and from the meetings, the evolution of the script of the lesson plan and the evaluation of each participant, highlighting the reaches and limitations in the use of the LEM, the internship and the collaboration between researcher and participants. We ended with an understanding that LEM FaE can be a space that enables knowledge exchange, new learning, experimentation, planning, development and evaluation of activities, thus distancing itself from teaching in the most traditional way, which uses only chalk and blackboard, and does not consider student protagonism. The resource developed was an e-book containing a small theoretical reference about some conceptions of LEM, the LEM in Teacher Training and suggestions of activities and materials that enhance the scope of LEM. In the e-book are some of the lesson plans developed in conjunction with the undergraduates. We consider that the availability of this digital material in the field of Mathematical Education, may broaden the perceptions of the potential use of a Mathematics Teaching Laboratory in the formation of undergraduates.

Keywords: Mathematics Teaching Laboratory. Mathematics Teacher Training. Mathematics education. Supervised Internship. Lesson Plans.

LISTAS DE ILUSTRAÇÕES

Quadro 1 - Dados gerais das buscas no site da Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações	17
Quadro 2 - Dados gerais das dissertações selecionadas	18
Figura 1 - Fluxograma o ciclo das etapas do trabalho de campo	52
Figura 2 - Visão geral LEM FaE	54
Figura 3 - Armários do LEM FaE	55
Figura 4 - Alguns materiais do LEM FaE	57
Quadro 3 - Ocupação do LEM FaE no segundo semestre de 2018	58
Quadro 4 - Dados gerais dos licenciandos participantes da pesquisa	59
Figura 5 - Capa do Recurso educativo	63
Quadro 5 - Dados gerais dos encontros com o Licenciando Eric	67
Quadro 6 - Informações gerais do Plano de aula do Licenciando Eric	69
Quadro 7 - Versão final dos objetivos do plano de aula	70
Quadro 8 - Ideia inicial da questão três	71
Quadro 9 - Questão três do roteiro prévio	72
Quadro 10 - Questão três na versão final do roteiro	73
Quadro 11 - Questão quatro da versão final do roteiro	73
Quadro 12 - Questão cinco da versão final do roteiro	77
Quadro 13 - Informações do manual do Jogando com a Álgebra	78
Figura 6 - Representação de $(x - 1) \cdot (x - 2) = 0$ com o material Jogando com a Álgebra	79
Figura 7 - Representação da operação $-2 \cdot (x^2 - 2x + 1)$ com o material Jogando com a Álgebra	80
Figura 8 - Barras de Cuisineire em E.V.A.	81
Figura 9 - Representação com auxílio das Barras de Cuisenaire do início da sequência $3 \cdot n$	82
Figura 10 - representação da sequência $3 \cdot n$ até o termo $6 \cdot 3$	82
Quadro 14 - Dados gerais dos encontros com o Licenciando Gustavo	84
Figura 11 - Ciclo Trigonométrico com triângulos em E.V.A.	85
Figura 12 - Ciclo Trigonométrico em metal com triângulos imantados	86
Figura 13 - Jogo Mandala Trigonométrica	86
Figura 14 - Ciclo trigonométrico com o triângulo A	88
Figura 15 - Ciclo trigonométrico com o triângulo B	89
Quadro 15 - Questão um do Roteiro da aula	90

Figura 16 - Primeira possibilidade do posicionamento dos triângulos A e B	91
Figura 17 - Primeira ilustração do posicionamento dos triângulos A e B	91
Figura 18 - Segunda possibilidade do posicionamento dos triângulos A e B	92
Figura 19 - Segunda ilustração do posicionamento dos triângulos A e B	92
Quadro 16 - Questão dois do roteiro em 16 de outubro de 2018	93
Quadro 17 - Questão dois do Roteiro em 22 de outubro de 2018	94
Quadro 18 - Dados gerais dos encontros com o licenciando Leandro	100
Figura 20 - Tabuleiro do Jogo A.S.M.D.	101
Figura 21 - Dados para o Jogo A.S.M.D.	101
Quadro 19 - Regras para o Jogo A.S.M.D.	102
Figura 22 - Tabuleiro adaptado para o Jogo A.S.M.D.	102
Figura 23 - Dados para o Jogo A.S.M.D.	103
Quadro 20 - Roteiro de aula do Licenciando Leandro	104
Figura 24 - Adaptação do tabuleiro o Jogo A.S.M.D para folha A4	104
Quadro 21 - Dados gerais dos momentos com a licencianda Fabiana	108
Quadro 22 - Questões adaptadas para a prova	109
Quadro 23 - Questão cinco da prova	113
Figura 25 - Possibilidades para selecionar a primeira carta do item a	114
Figura 26 - Possibilidades para selecionar a segunda carta do item a	114
Figura 27 - Possibilidades para selecionar a primeira carta do item a	115
Figura 28 - Possibilidades para selecionar a segunda carta do item a	116
Figura 29 - Tabuleiro do Jogo Probabilidade	117
Figura 30 - os dados e fichas do Jogo Probabilidade	117
Figura 31 – Folha para preenchimento das informações do Jogo Probabilidade	118
Quadro 24 - Regras da Adaptação do Jogo Probabilidade	118
Quadro 25 - dados da partida da Dupla 1 – Fichas de cor azul	119
Quadro 26 - dados da partida da Dupla 2– Fichas de cor roxa	119
Figura 32 - Imagem da rodada 1 do Jogo Probabilidade	120
Quadro 27 - Dados gerais dos encontros com a licencianda Carolina	121
Quadro 28 - Roteiro do plano de aula da Licencianda Carolina	123
Figura 33 - Gráfico de barras da pergunta: Para qual time você torce?	126
Figura 34 - Disco da cor rosa após o corte	127
Figura 35 - Primeira possibilidade para Gráfico de setores	127
Figura 36 - Segunda possibilidade para Gráfico de setores	128

LISTAS DE ABREVIATURAS E SIGLAS

APPE I e II	Análise da Prática Pedagógica e Estágio I e II
A.S.M.D.	Adição, Subtração, Multiplicação e Divisão
Coltec	Colégio Técnico da UFMG
CP	Centro Pedagógico da UFMG
DMTE	Departamento de Métodos e Técnicas de Ensino
EJA	Educação de Jovens e Adultos
FaE	Faculdade de Educação
FIEI	Formação Intercultural para Educadores Indígenas
ICEx	Instituto de Ciências Exatas
LECampo	Licenciatura em Educação do Campo
LEM	Laboratório de Ensino de Matemática
LEM FaE	Laboratório de Ensino de Matemática na Faculdade de Educação
LEM ICEx	Laboratório de Ensino de Matemática no Instituto de Ciências Exatas
MG	Minas Gerais
OBMEP	Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas
Nepso	Nossa Escola Pesquisa Sua Opinião
PROGRAD	Pró-Reitoria de Graduação
PROMESTRE	Mestrado Profissional Educação e Docência
UFMG	Universidade Federal de Minas Gerais

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	15
1.1 Apresentação da estrutura da pesquisa	19
2. A PESQUISA E EU	21
3. REFERENCIAL TEÓRICO	28
3.1 Alguns registros históricos	28
3.2 Algumas concepções do LEM	31
3.3 Ensino de Matemática e uso do LEM	33
3.4 O LEM na formação de professores	40
3.5 Estágio supervisionado	42
3.6 Colaboração	45
3.7 Algumas considerações	47
4. CONTEXTO DA PESQUISA	49
4.1 A questão investigativa e os objetivos da pesquisa	49
4.2 A metodologia	49
4.3 O Laboratório de Ensino de Matemática da Faculdade de Educação	53
4.5 Os participantes da pesquisa	59
4.6 Análises da pesquisa	60
4.7 Recurso Educativo	61
5. DESCRIÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS	65
5.1 O Licenciando Eric	66
5.1.1 Encontros com o Licenciando Eric	67
5.1.2 Evolução do roteiro do plano de aula	71
5.1.3 Avaliação do Licenciando Eric sobre sua participação no trabalho de campo	74
5.1.4 Alcances e limitações da participação no trabalho de campo do Licenciando Eric	75

5.1.5	Potencialidades para o uso do LEM FaE para o ensino e a aprendizagem de Álgebra e padrões e sequências	76
5.2	O Licenciando Gustavo	83
5.2.1	Encontros com o Licenciando Gustavo	84
5.2.2	Evolução do roteiro do plano de aula	89
5.2.3	Avaliações do Licenciando Gustavo e Professora Mariana sobre suas participações no trabalho de campo	95
5.2.4	Alcances e limitações da participação no trabalho de campo do Licenciando Gustavo e Professora Mariana	98
5.3	O Licenciando Leandro	100
5.3.1	Encontros com o Licenciando Leandro e o Roteiro da aula	100
5.3.2	Avaliação do Licenciando Leandro sobre sua participação no trabalho de campo	105
5.3.3	Alcances e limitações da participação no trabalho de campo do Licenciando Leandro	106
5.4	A Licencianda Fabiana	107
5.4.1	Encontros com a Licencianda Fabiana	107
5.4.2	Evolução dos roteiros dos planos de aulas	109
5.4.3	Avaliação da Licencianda Fabiana sobre sua participação no trabalho de campo	110
5.4.4	Alcances e limitações da participação no trabalho de campo da Licencianda Fabiana	112
5.4.5	Potencialidades para o uso do LEM FaE sobre o ensino e aprendizagem de Análise Combinatória e probabilidade	113
5.5	A Licencianda Carolina	121
5.5.1	Encontros com a Licencianda Carolina	121
5.5.2	Evolução do roteiro do plano de aula	122
5.5.3	Avaliação da Licencianda Carolina sobre sua participação no trabalho de campo	123
5.5.4	Alcances e limitações da participação no trabalho de campo da Licencianda Carolina	124

5.5.5 Potencialidades para o uso do LEM FaE sobre o ensino e aprendizagem de noções de Estatística	125
6. CONSIDERAÇÕES FINAIS	129
7. REFERÊNCIAS	133
APÊNDICE A	137
APÊNDICE B	139
APÊNDICE C	141
APÊNDICE D	142
APÊNDICE E	143
APÊNDICE F	149
APÊNDICE G	154
APÊNDICE H	156
APÊNDICE I	167
APÊNDICE J	172

1. INTRODUÇÃO

Apresentamos nesta dissertação um trabalho que é fruto de reflexões e inquietações da pesquisadora que, ao frequentar o Laboratório de Ensino de Matemática da Faculdade de Educação (LEM FaE) na Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG) e, ao ler a obra de “O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores”¹ organizada por Sergio Lorenzato, foi instigada a pensar quais alcances e limitações o LEM FaE pode ter na formação de licenciandos desta instituição.

O primeiro ponto que impulsionou a escolha do tema foi o fato de o curso de Licenciatura em Matemática da UFMG, do Instituto de Ciências Exatas (ICEx), não possuir nenhuma disciplina sobre a temática do Laboratório de Ensino de Matemática (LEM), o que se comprova pela análise das grades curriculares, do ano de 2013, sendo uma para o diurno (D-20131)² e outra para o noturno (N-20131)³. Em ambos os documentos está previsto que os estudantes cumpram 2850 horas em disciplinas classificadas como formação livre, optativas para a formação livre, optativas obrigatória, optativas complementares, obrigatórias da Matemática e obrigatórias da Matemática licenciatura. Independentemente do tipo de classificação das disciplinas, nenhuma delas é especificamente sobre o LEM.

Mesmo não tendo disciplinas que abordassem o LEM em sua graduação, a pesquisadora pode frequentar o Laboratório de Ensino de Matemática do Instituto de Ciências Exatas (LEM ICEx) como monitora do espaço e em algumas aulas, geralmente para trabalhos envolvendo pesquisa e análise de livros didáticos. Além disso, as vivências no LEM FaE começaram no ano de 2016 nas atividades durante o tempo que ela foi monitora das disciplinas de Análise da Prática Pedagógica e Estágio I e II (APPE I e II), mas não chegou a frequentar o LEM FaE nas disciplinas cursadas na graduação. No próximo capítulo detalharemos melhor essas experiências.

Outro fato importante para o surgimento do interesse pela temática foi que, a partir da leitura da obra de Lorenzato (2009), iniciou-se um processo de reflexões e inquietações da pesquisadora relativo ao uso do LEM FaE no curso de graduação de

¹ Lorenzato (2009)

² Disponível em: <<http://www.mat.ufmg.br/estruturas-curriculares-graduacao/licenciatura-diurno-d20131/>>.

³ Disponível em: <<http://www.mat.ufmg.br/estruturas-curriculares-graduacao/licenciatura-noturno-d20131/>>.

Matemática da UFMG. As experiências narradas no livro do Sergio Lorenzato eram motivadoras e reafirmavam a ideia da pesquisadora de que o LEM FaE poderia contribuir mais para os professores em formação. Dessa forma, surgiram alguns questionamentos, dentre eles: o que falta para o LEM FaE ser mais usado pelos licenciandos em Matemática? Quais novas contribuições ele poderia trazer para a formação de professores? Como o uso do LEM FaE pode ser potencializado no curso de Licenciatura em Matemática da UFMG?

Partindo dessas vivências e reflexões no ano de 2017, após a conclusão da graduação em 2016, a pesquisadora teve a iniciativa de continuar estudando e, por isso, viu que havia a possibilidade de desenvolver uma pesquisa de mestrado sobre o uso o LEM FaE na formação de professores de Matemática da UFMG. Na sequência, ocorreu o processo seletivo para o Mestrado Profissional em Educação e Docência (PROMESTRE) e, com a aprovação, o estudo foi orientado pela Professora Keli Cristina Conti. Dessa maneira, o presente trabalho fez parte de uma pesquisa maior em desenvolvimento, “Docência e Formação de Professores que Ensinam Matemática”, da linha de Educação Matemática, e pode ser ampliado e aprofundado.

Com o intuito de encontrar outros estudos de mestrado profissional com foco nos LEM, realizamos uma pesquisa prévia no site da Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações, inicialmente com os termos “Laboratório de Ensino de Matemática” e “Mestrado Profissional”. Na sequência, ampliamos as possibilidades para o primeiro termo da busca, com base em Rizzi; Conti; Santos (2019), com outras expressões que podem ser relacionadas ao espaço LEM, tais como “Laboratório Matemática”, “Laboratório de Ensino de Matemática”, “Laboratório de estudos”, “Laboratório de Educação Matemática”, “Sala de Matemática”, “Oficina de Matemática”, “LEM”, “Sala Ambiente” e “Laboratório de Pesquisa em Educação Matemática na Universidade”, abreviado como ‘LEMU’.

Com um intuito de organizar os resultados encontrados na plataforma, apresentamos a seguir o quadro 1 com as informações gerais das buscas.

Quadro 1 - Dados gerais das buscas no site da Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações

1º Termo de busca	2º Termo de busca	Filtro adicional ⁴	Total de Resultados
Laboratório de Ensino de Matemática	Mestrado Profissional	Não houve	52 trabalhos
Laboratório Matemática	Mestrado Profissional	Não houve	59 trabalhos
Laboratório de estudos	Mestrado Profissional	Não houve	44 trabalhos
Laboratório de Educação Matemática	Mestrado Profissional	Não houve	29 trabalhos
Sala de Matemática	Mestrado Profissional	Área de conhecimento: Educação	21 trabalhos
Oficina de Matemática	Mestrado Profissional	Área de conhecimento: Educação	48 trabalhos
Laboratório de Pesquisa em Educação Matemática	Mestrado Profissional	Não houve	29 trabalhos
LEM	Mestrado Profissional	Área de conhecimento: Educação	31 trabalhos

Fonte: Elaborado pelas pesquisadoras (2020)

Ao final das buscas, obtivemos um total de 313 resultados. A partir desse momento, fizemos a leitura do título e do resumo em português de cada um desses trabalhos, para filtramos quais eram sobre a temática do LEM, mas percebemos que não eram todos distintos, pois ocorreu de algumas dissertações aparecerem em mais de uma busca. Dessa forma, os primeiros descartados foram de trabalhos que estavam em duplicidade nas buscas. Foram descartadas também as dissertações que tinham alguma palavra da busca, mas não eram sobre o tema, por exemplo, quando a palavra ensino estava associada, muitas vezes, à modalidade de ensino como fundamental ou médio ou a outras disciplinas, como química e física. Por outro lado, a palavra “laboratório” também era relacionada a outras áreas, tais como informática, ciências ou física. Além disso, ocorreu um caso de o termo LEM ser a sigla para Laboratório de Educação Musical e havia uma dissertação sobre o tema, mas não era de programa de Mestrado Profissional. Ao final, selecionamos 6 trabalhos que ainda estavam de acordo com a nossa temática de estudo.

No quadro a seguir, exibimos alguns dados dessas 6 dissertações organizadas pela ordem cronológica de suas defesas.

⁴ Salientamos que a opção de usar um filtro extra aconteceu quando os dois termos de busca localizaram mais de 300 trabalhos, por isso fizemos a leitura apenas daqueles que estavam na área de conhecimento da Educação.

Quadro 2 - Dados gerais das dissertações selecionadas

Titulo	Autor(a) e Orientador(a)	Programa	Palavras chaves	Ano
O Princípio de Cavalieri e Aplicações com o uso de Material Manipulável	Andréa Maria Mano Amazonas e Rita de Cássia de Jesus Silva	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional do Instituto de Matemática da Universidade Federal da Bahia	Não possui	2013
O Laboratório de Ensino de Matemática temático centrado nos instrumentos de navegação: uma proposta para o IFRN de Mossoró/RN	Sidney Farias Teixeira e Bernadete Barbosa Morey	Pós-Graduação em Ensino de ciências naturais e Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Norte	Laboratório de Ensino de Matemática, Formação de Professores de Matemática, Atividades de Ensino de Matemática	2014
Formação lúdica do futuro professor de matemática por meio do Laboratório De Ensino	Américo Junior Nunes Da Silva e Antônio Villar Marques de Sá	Pós-Graduação em Educação da Faculdade de Educação da Universidade de Brasília	Formação lúdica. Laboratório de Educação Matemática. Formação de professores.	2014
Laboratório de ensino de matemática: aplicação de recursos pedagógicos para o ensino de função e trigonometria	Diana Vieira de Carvalho e Giacomini Schneider	Mestrado Profissional em Projetos Educacionais de Ciências da Escola de Engenharia de Lorena da Universidade de São Paulo	Ansiedade em relação à Matemática, Laboratório de Ensino de Matemática, Recursos pedagógicos.	2016
O jogo senha e o princípio fundamental da contagem: uma aplicação no ensino médio	Eriky César Alves Da Silva e Gabriela Luchoze de Oliveira Lopes	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade Federal do Rio Grande do Norte	Jogo Senha; Princípio Fundamental da Contagem; Laboratório de Matemática; Escola de Tempo Integral.	2018
Números: algumas atividades lúdicas	Denis Gomes Lima e Rosana Retsos Signorelli Vargas	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional do Instituto de Ciências Matemática e de Computação da Universidade de São Paulo.	Divisão, multiplicação, fração, laboratórios	2018

Fonte: Elaborado pelas pesquisadoras (2020)

O primeiro trabalho, de Amazonas (2013), foi desenvolvido no Laboratório de Ensino da Matemática e Estatística da Universidade Federal da Bahia, com uso de material manipulativo. A dissertação de Teixeira (2014) teve seu trabalho de campo focado na construção, organização e implementação de Laboratórios de Ensino de Matemática para a formação de professores de matemática. Da mesma maneira, Silva (2014) investigou questões que permeavam um curso de licenciatura em Matemática,

mas com os licenciandos que cursavam a disciplina Laboratório de Ensino de Matemática I na Universidade do Estado da Bahia.

Carvalho (2016) teve seu trabalho fomentado pelas dificuldades apresentadas por estudantes do 9º ano nas aulas de matemática e buscou descrever a implementação de um LEM em uma escola particular. No mesmo sentido, o trabalho de campo de Silva (2018) foi desenvolvido em uma turma do 2º ano do Ensino Médio no Laboratório de Matemática da Escola Estadual de Tempo Integral Winston Churchill, da cidade de Natal no Rio Grande do Norte. O mais recente, Lima (2018), teve seu foco em estudar a evolução dos números ao longo dos tempos e ao final apresentou atividades lúdicas que podem ser utilizadas em projetos ou Laboratórios de Matemática.

Mesmo sendo um número pequeno de dissertações encontradas, podemos notar que houve uma diversidade nos usos de LEM nas pesquisas e também nas nomenclaturas utilizadas. Pensamos que esse número reduzido se deva ao fato de os cursos de Mestrado Profissional serem relativamente recentes, uma vez que, segundo estudos de Pires e Iglioni (2013), começaram a surgir cursos nessa modalidade a partir de 1995. Além do mais, podem haver trabalhos envolvendo o tema de LEM que não estejam cadastrados na base de dados que pesquisamos.

Visando avançar nas pesquisas e possibilitar vivências no LEM que permitam aproximar os licenciandos da Educação Matemática, surge esta pesquisa, que teve como objetivo geral analisar os alcances e limitações do uso do LEM FaE como suporte no planejamento de aulas a serem desenvolvidas no âmbito do estágio supervisionado dos licenciandos em Matemática. Aspirando a esse objetivo, apresentamos como questão investigativa: quais os alcances e limitações do LEM FaE como suporte no planejamento de aulas a serem desenvolvidas no âmbito do estágio supervisionado dos licenciandos em Matemática?

1.1 Apresentação da estrutura da pesquisa

Traremos agora a apresentação da estrutura da pesquisa ao leitor a partir do segundo capítulo, intitulado de “A pesquisa e eu”, que traz recordações da autora de sua época de estudante da educação básica e mostra os caminhos percorridos até essa fase de sua vida, perpassando por momentos importantes como o da escolha de ser professora de Matemática, as vivências do tempo de estudante do curso de

Licenciatura em Matemática na UFMG, suas primeiras escritas de trabalhos acadêmicos, a iniciação científica referente ao LEM FaE, suas primeiras experiências como Professora da Rede Estadual de Ensino de Minas Gerais até a chegada no tema de investigação.

O “Referencial Teórico”, apresentado no terceiro capítulo, foi construído com o auxílio de alguns autores sobre as principais temáticas que permearam esta pesquisa, tais como: Tahan (1961 e 1962), Lorenzato (2009), Fiorentini (1995 e 2013) e Pimenta e Lima (2012). Referente ao LEM, trazemos alguns fatos históricos, algumas de suas concepções, sua relação com o Ensino de Matemática e como se dá uso do LEM na Formação de Professores. Além disso, guiaremos o estudo teórico sobre o estágio supervisionado e colaboração no âmbito da Educação Matemática.

O quarto capítulo detalha o “Contexto da Pesquisa”, sua metodologia, questão norteadora, objetivos da pesquisa e objetivos formativos. Ademais, apresentamos o LEM FaE, os participantes do trabalho de campo, análises da pesquisa e, ao final, discorreremos sobre a idealização do Recurso Educativo⁵ que é parte desta pesquisa.

Na “Descrição e Análise dos dados”, quinto capítulo, relatamos o trabalho de campo a partir dos encontros de cada participante. Procuramos descrever com o máximo de detalhes possível as fontes das informações (áudios gravados nos encontros e nas entrevistas semiestruturadas de avaliação, caderno de campo da pesquisadora, registros de e-mails e mensagens pelo aplicativo *WhatsApp*). Além disso, exibimos a avaliação e a análise dos alcances e limitações de cada participante no trabalho de campo. Em alguns casos, quando o uso dos recursos do LEM FaE foi limitado, houve sugestões de atividades ou recursos com o intuito de trazer potencialidades para o uso do LEM FaE. Por fim, o sexto capítulo traz algumas considerações finais sobre a pesquisa.

⁵ O PROMESTRE adotou essa nomenclatura, mas encontramos na literatura outros termos, como produto educacional, recurso educacional e produto didático.

2. A PESQUISA E EU

Para iniciar este capítulo, narrarei um pouco dos fatos de minha trajetória de quando era estudante da educação básica em Sabará (MG) que contribuíram direta ou indiretamente para a escolha da minha profissão. Sou nascida em Belo Horizonte (MG), mas, até meus 17 anos, morei em um distrito da área rural de Sabará chamado Ravena. Lá estudei a partir do primeiro ano do Ensino Fundamental, antiga primeira série, em 1998, até o segundo ano do Ensino Médio, em 2007, na Escola Estadual José Luiz Gonzaga Ferreira. Tenho poucas lembranças da época do Ensino Fundamental, mas me recordo que minhas professoras eram muito inteligentes e rigorosas e que eu sempre fui tida como boa estudante por elas.

Por outro lado, tenho mais recordações dos anos finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio. Além disso, recordo-me que, após meus 12 anos, comecei a frequentar alguns projetos sociais na minha comunidade, tais como Guarda Mirim, Programa Agente Jovem, Coletivo Jovem de Meio Ambiente e Conselho Municipal da Juventude de Sabará. Julgo que esses projetos contribuíram bastante para meu amadurecimento e mudança de visão de vida. Referente ao meu amadurecimento, as situações da minha vida fizeram com que eu tivesse muitas responsabilidades desde nova em casa, já que meus pais trabalhavam fora, e nos projetos, pois mesmo eu sendo mais nova que alguns participantes, sempre tive liderança nas decisões e realizações de tarefas. Refletindo sobre a ampliação da minha visão de mundo, noto que, como eu morava em um distrito pequeno, não havia muitas oportunidades ou expectativas de crescimento pessoal e profissional em minha comunidade, mas, ao participar de diversos cursos, viagens e eventos, percebi quantas oportunidades existiam fora de lá.

Estes momentos contribuíram para minha escolha de ser professora, pois, antes de ter minha opção de curso superior, eu já havia escolhido ser formadora. Para exemplificar, quando eu tinha 16 anos, era monitora do Programa Agente Jovem em Ravena, do qual a maioria dos educandos eram meus colegas de escola ou estavam na minha faixa etária. Nesse projeto, eu ministrava aulas de protagonismo juvenil, educação ambiental, política pública, entre outros temas. Em outras oportunidades, passei por situações similares em que minhas atuações eram diretamente com jovens da minha idade.

Sob outra perspectiva, a escolha de ser professora de Matemática foi complicada. Recordo que, enquanto estudante da educação básica, eu gostava de disciplinas como História, Geografia, Língua Portuguesa, Física e Matemática. Então, se eu fosse considerar apenas a minha simpatia pelas disciplinas como base para a escolha, não iria ser fácil. Mas pondero que, durante minhas reflexões, observei o perfil de meus professores e da minha evolução ao longo dos anos. Além disso, algo que contribuiu para a minha escolha foi o fato de ter ganhado uma medalha na Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Pública (OBMEP) no Ensino Médio no ano de 2007. Sendo assim, acabei escolhendo cursar Matemática na UFMG. Meu vestibular foi no ano de 2010 e eu comecei o curso no segundo semestre de 2011.

Durante o tempo de estudante do curso de Licenciatura em Matemática na UFMG, passei por aprendizagens e lutas constantes, pois eram diversos os desafios a serem vencidos.

Para a continuação deste capítulo, procurarei descrever experiências que motivaram, ainda na graduação, a escolha do tema que almejei pesquisar e de seguir estudando na área da Educação Matemática. A primeira delas foi quando ocorreu a oportunidade de ser monitora no LEM ICEX em um projeto da Pró-reitoria de Graduação (PROGRAD) da UFMG, no qual tive como orientadora a Professora Carmen Rosa Giraldo Vergara e como co-orientadora a Professora Maria Cristina Costa Ferreira, do Departamento de Matemática do ICEX. Estive no projeto por dois anos, iniciando nele no segundo período do meu curso.

O LEM ICEX tem seu espaço disponibilizado para que estudantes e professores da área da Matemática possam estudar e ter acesso aos livros e materiais do laboratório. Ao longo do tempo em que estive como monitora, desenvolvi várias atividades, dentre elas: catalogar livros; atender estudantes, professores e comunidade acadêmica; fazer cadastro dos estudantes da especialização, pós-graduação, mestrado e graduação em Matemática; e realizar empréstimos de livros, CDs e DVDs para esses estudantes cadastrados.

Recordo que encontrei algumas dificuldades no início da monitoria para catalogar os livros, pois eu não conhecia o programa utilizado no laboratório, mas com o tempo eu aprendi a executar as funções que eram necessárias para a catalogação das obras. Minhas tarefas no laboratório eram desenvolvidas em 12 horas semanais, proporcionando mais tempo para me dedicar aos estudos extraclasse e atividades

acadêmicas. Avalio que, durante esse trabalho, amadureci muito enquanto estudante e a permanência no LEM ICEx contribuiu para meu crescimento acadêmico.

Além disso, fazer o atendimento da comunidade acadêmica era uma maneira de conhecer melhor os livros e materiais existentes no laboratório. Outro fato que preciso destacar era a troca de conhecimento entre os monitores, pois o treinamento dos monitores novos era realizado pelos monitores antigos em conjunto com as orientadoras, desta forma, no início, eu fui instruída pelos meus pares e, posteriormente, pude auxiliar os novos monitores.

Posteriormente, fiz estágio na secretaria do curso de Licenciatura em Matemática na modalidade a distância da UFMG, trabalho que consistiu em exercer atividades voltadas para a parte administrativa, como atendimento ao público (docentes, discentes, tutores e vestibulandos); auxílio no gerenciamento de estudantes no sistema da matrícula; preparo de materiais para enviar aos polos, como provas, documentos e livros; e outras atividades necessárias em uma secretária de colegiado de curso. Durante o período desse estágio, pude conhecer melhor essa modalidade de curso e, por mais que eu exercesse funções similares de um auxiliar administrativo, esta ocupação provocou um crescimento profissional e inter-relacional por conviver diretamente com alguns docentes da UFMG.

No ano de 2015, cursei as disciplinas APPE I e II, sendo que, no primeiro semestre, a Professora Orientadora foi a Samira Zaidan e a Professora Supervisora no campo de Estágio foi a Renata Alves Costa do Centro Pedagógico da UFMG (CP), onde eu acompanhava suas aulas em duas turmas do 9º ano. No segundo semestre, a Professora Orientadora foi a Teresinha Fumi Kawasaki e a Professora Supervisora foi a Nora Olinda Cabrera Zúñiga, do Colégio Técnico da UFMG (Coltec), em duas turmas do 3º ano do Ensino Médio.

Relembro que foram muito significativas as experiências enquanto estudante das disciplinas de estágio. Por mais que eu já possuísse experiência em formações ligadas a juventude, política pública e meio ambiente, eu não tinha experiência em lecionar aulas de matemática para uma turma de estudantes. Tenho a percepção que são poucas as disciplinas do curso de Licenciatura em Matemática da UFMG que efetivamente aproximam os licenciandos da docência, mas as vivências na APPE I e II conseguiram suprir algumas deficiências do curso.

Na sequência, ao longo do ano de 2016, passei a ser monitora de graduação pelo PROGRAD das disciplinas APPE I e II, com dedicação de 12 horas semanais. Durante o período de vigência do contrato, participei de diversas atividades, dentre elas a organização geral do LEM FaE, que consistiu na arrumação dos materiais didáticos, livros e pertences do laboratório, com o intuito de melhorar visual e funcionalmente o ambiente do LEM.

No decorrer do acompanhamento das disciplinas de APPE I e II, estive presente nas aulas do turno matutino, auxiliando a Professora Samira Zaidan e os estudantes quando solicitada. Fora do período das aulas, realizei atividades diversas como pesquisas de planos de aula para os conteúdos matemáticos da Educação Básica, construções de materiais e jogos didáticos que seriam utilizados em atividades no LEM FaE e leitura de bibliografias indicadas. Nas atividades ligadas ao LEM FaE, tive a supervisão, além da Professora Samira, do Professor Filipe Santos Fernandes e da Professora Keli Cristina Conti.

Penso que as atividades desenvolvidas de maneira geral foram valiosas e proporcionaram um crescimento acadêmico imensurável. Assim também promoveram um ânimo novo que serviu de estímulo para a conclusão do meu curso e para guiar meus futuros passos nessa profissão. Dentre essas atividades, gostaria de destacar a minha participação no Encontro Nacional de Educação Matemática em 2016, realizado em São Paulo, com apresentação de um Relato de Experiência⁶ sobre uma aula desenvolvida durante o período em que eu e minhas colegas de curso, Mariana Lima Vilela⁷ e Fernanda Godoy Santos, fazíamos estágio supervisionado em turmas da Professora Nora Olinda do Coltec.

Além disso, tive a oportunidade de acompanhar algumas atividades realizadas no LEM FaE com estudantes do curso de Formação Intercultural de Educadores Indígenas (FIEI), da habilitação Matemática, durante o período em que eles estavam na Universidade⁸. Posteriormente, em 2017, pude participar da escrita de três artigos relacionados a essas atividades, sendo um apresentado na modalidade de relato de experiência no Encontro Paulista de Educação Matemática (CONTI; PINTO; MARTINS, 2017), o segundo publicado na Revista Polyphonia (CONTI; MARTINS;

6 Pinto, Vilela, Santos e Zúñiga (2016).

7 Mais adiante, retornarei a falar desta colega de curso e amiga que passou a ser parceira de pesquisa.

8 Este curso utiliza a metodologia da pedagogia da alternância e é organizado em 8 etapas chamadas de intensivas, desenvolvidas na universidade, e 8 etapas chamadas de intermediárias, quando o período de formação ocorre em meio sociocultural, território indígena, dos estudantes.

PINTO, 2017), e o terceiro na Revista de Educação Matemática (CONTI; PINTO; MARTINS, 2018). Além disso, ocorreu a publicação de um capítulo⁹ no livro “Ciência em dia: Jornadas de divulgação científica A Matemática está em tudo”, que foi uma ampliação dos três artigos publicados anteriormente. Dentre as leituras que fiz para a escrita desses artigos, destaco a de Lorenzato (2009), que, posteriormente, me ajudou a pensar essa pesquisa.

No final do segundo semestre de 2016, foi a minha formatura. Mesmo assim, optei por continuar estudando e, durante o ano de 2017, estive vinculada ao curso de bacharelado em Matemática da UFMG. Durante este ano, fiz uma iniciação científica intitulada “Contribuições do Laboratório de Ensino de Matemática para a formação inicial do professor que ensina Matemática”, orientada pela Professora Keli Cristina Conti, que também orienta esta pesquisa de mestrado, do Departamento de Métodos e Técnicas de Ensino (DMTE) da FaE. Esse projeto propunha ampliar, com recursos e usos novos, o LEM FaE e buscou, também, analisar e interpretar práticas de formação e de atuação de futuros professores de forma a compreender e ressaltar a importância de um LEM para a formação inicial do professor que ensina Matemática e seu reflexo no processo de ensino e aprendizagem dos estudantes.

Além do desenvolvimento da pesquisa, também tive a oportunidade de contribuir para a escrita de outros dois artigos¹⁰ relacionados ao uso de calculadora na sala de aula. Um deles foi publicado na Revista Caderno de Pesquisa e outro apresentado no III Congresso de Inovação e Metodologias no Ensino da UFMG. O trabalho da pesquisa final¹¹ da iniciação científica foi publicado na edição de número 3 do ano de 2018 na Revista Tangran – Revista de Educação Matemática. No ano de 2017, paralelo a esses trabalhos citados anteriormente, com algumas parceiras, tive a oportunidade de desenvolver uma oficina¹² que foi realizada no mês de maio de 2017 na II *International Conference on Mathematics Textbooks* na cidade de Rio de Janeiro. Essa oficina foi um desdobramento do meu primeiro relato de experiência apresentado no ano anterior.

No que diz respeito às atividades profissionais, no ano de 2017, trabalhei como Professora Designada em duas Escolas Públicas da Rede Estadual de Ensino de

9 Conti, Martins, Pinto (2018).

10 Conti, Vilela e Pinto (2017a e 2017b).

11 Pinto e Conti (2018)

12 Zúñiga, Vilela e Pinto (2017 e 2018)

Minas Gerais em Sabará, onde atuei como professora de Matemática em quatro turmas do Ensino Médio da Educação de Jovens e Adultos (EJA) no turno da noite e duas turmas do segundo ano do Ensino Médio no turno da manhã. Como optei por não lecionar durante a minha graduação, essas foram as minhas primeiras experiências como professora de Matemática e, neste caso, na Educação Pública Estadual, e o aprendizado foi contínuo e intenso. Mantive diálogo contínuo com meus pares e coordenação das escolas para que eu pudesse desenvolver bem as aulas que foram lecionadas em minhas turmas.

Em minhas práticas pedagógicas, pude adaptar algumas atividades e metodologias que vivenciei nas disciplinas direcionadas à docência e nas disciplinas de estágio do meu curso de graduação e da área de pesquisa na Educação Matemática. Referente às atividades que conheci no LEM FaE, eu adequei o jogo A.S.M.D¹³, que usa as quatro operações básicas, inseri o uso de calculadoras de maneira inteligente e a resolução de problemas tornou-se presente em minhas aulas. Além disso, senti que eu ainda precisava estudar um pouco mais e comecei a refletir como o LEM FaE e as disciplinas APPE I e II tiveram um papel importante na minha graduação e no início de minha carreira.

Diante disso, percebi que participar do Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Educação e Docência (PROMESTRE) da FaE permitiria que eu estudasse mais sobre ser professor e pesquisador no âmbito da Educação Matemática e, no ano de 2018, iniciei meus estudos nesse programa. Optei por escrever um projeto que me permitisse estudar sobre a utilização do LEM FaE nas disciplinas APPE I e II do curso de Licenciatura em Matemática, por acreditar que há vivências engrandecedoras nessa junção.

Concomitantemente aos desafios do PROMESTRE, em 2018 e 2019, atuei como bolsista do curso de Licenciatura em Educação do Campo (LECampo), habilitação em Matemática, da FaE. Tive gratas experiências com os estudantes e professores do LECampo, que, além de todas as vivências significativas, que também envolveram o LEM FaE, me fizeram recordar de quando eu era moradora da região rural de minha cidade e perceber quantas mudanças aconteceram até eu chegar neste momento de minha vida. O trabalho de Nunes *et al.* (2019), publicado na Revista Educação (Guarulhos), escrito em parceria com outras pesquisadoras envolvidas no

¹³ Este jogo será detalhado adiante, na descrição da participação do Licenciando Leandro na pesquisa.

LECampo, disponibiliza detalhes das oficinas de cálculo mental e calculadora desenvolvidas no LEM FaE com os estudantes desse curso. Além disso, no ano de 2019, voltei a trabalhar em umas das escolas que lecionei em 2017, com turmas de Ensino Médio da EJA. E a partir do mês de setembro de 2019 me tornei Professora efetiva da rede estadual de ensino de Minas Gerais atuando com turmas do 8° e 9° ano do Ensino Fundamental na Escola Estadual Christiano Guimarães em Sabará.

Nesse contexto, meu estudo no PROMESTRE teve como objetivo geral analisar os alcances e limitações do uso do LEM FaE como suporte no planejamento de aulas a serem desenvolvidas no âmbito do estágio supervisionado dos licenciandos em Matemática.

Encerro este capítulo com o desejo de ter conseguido relatar as experiências, principalmente as relacionadas aos LEM, que foram importantes para a construção, ainda inacabada, da minha identidade docente e para a minha escolha de seguir estudando sobre ser educador matemático. Na sequência, buscarei sustentar, por meio da visão de alguns autores, os temas desta pesquisa.

3. REFERENCIAL TEÓRICO

Considerando que existem várias possibilidades de nomenclaturas, como Laboratório de Ensino de Matemática, Laboratório de estudos, Laboratório Matemática, Laboratório de Educação Matemática, Sala de Matemática, entre outras, esta pesquisa não terá o intuito de detalhar cada umas delas, pois entendemos que a escolha do nome pode ser algo ligado às ideologias dos profissionais envolvidos ou inspirada em outros projetos que dão certo em cada instituição. Além disso, pensamos que os modos de usar esses espaços têm um protagonismo maior que suas denominações. Por isso, elencamos para este estudo o termo Laboratório de Ensino de Matemática (LEM).

A partir deste momento do texto, procuramos nos apoiar em alguns autores para descrever alguns aspectos que envolvem o LEM, tal como registro histórico, algumas concepções, ensino de Matemática e uso do LEM. Também abordamos sobre o LEM na formação de professores e finalizamos o capítulo discorrendo um pouco sobre as perspectivas que envolvem as disciplinas de estágio supervisionado e colaboração. Acreditamos que a escolha dos temas a serem abordados adiante perpassam pelas principais temáticas que permearam este estudo.

3.1 Alguns registros históricos

Nesta parte do capítulo, trazemos, com o suporte dos autores Tahan (1961 e 1962) e Lorenzato (2009), alguns registros históricos referentes ao uso do LEM. O primeiro autor aborda o tema como método de ensinar matemática, e o segundo traz grandes pensadores e professores que lecionavam segundo a perspectiva de que os apoios visuais e táteis são importantes para auxiliar a aprendizagem. Vale destacar que, provavelmente, Lorenzato foi influenciado pelas ideias de Tahan, pois foi seu aluno. Consideramos que conhecer alguns registros históricos sobre o LEM nos ajuda a compreender sua justificativa para o ensino de Matemática.

As obras de Malba Tahan (1961 e 1962), Didática da Matemática, volume 1 e 2, abordam diferentes temas sobre o ensino de Matemática, como a sua importância, suas finalidades, características de um bom professor, métodos de ensino de matemática, entre outros assuntos. Referente aos métodos para se ensinar Matemática, ele aponta suas vantagens e desvantagens e contextualiza que a escolha

do método pode ser influenciada por diversos fatores, como recursos disponíveis nas instituições, perfil dos estudantes e professores.

O autor pré-classificou os “procedimentos didáticos”¹⁴ (TAHAN, 1961, p. 190) como clássicos, que seriam os métodos expositivos; obsoletos, que envolvem leitura, ditado e lição marcada; e progressistas. Os procedimentos progressistas foram divididos em 6 denominações, sendo elas:

- a) método heurístico;
- b) método do estudo dirigido;
- c) método do laboratório;
- d) método da preleção mista;
- e) método eclético (com apontamentos livres);
- f) método eclético (com caderno dirigido) (TAHAN, 1961, p. 191).

Dessa maneira, no trabalho de Tahan (1961) é apresentado o termo método do laboratório como um modo de ensinar Matemática. A partir de agora, discorreremos com mais detalhes sobre o método de laboratório presente na obra de Tahan (1962) com o intuito de apresentar alguns registros históricos segundo este autor, sem a pretensão de esgotar o assunto ou fazer uma “linha do tempo”. Focaremos nesse método pelo fato de ele estar relacionado ao tema desta pesquisa, mas indicamos a leitura dessas obras completas de Malba Tahan (1961 e 1962).

O capítulo XVIII, intitulado por Tahan de “O método do Laboratório em Matemática” (TAHAN, 1962, p.61), perpassa por alguns acontecimentos do século XIX, como o fato de que, na França, em 1877, houve as primeiras tentativas de se usar o método de laboratório para o ensino de Geometria (TAHAN, 1962). Referente ao século XX, o autor aponta mais informações como: “em 1929 o Prof. Euclides Roxo¹⁵ já chamava a atenção dos colegas para o Método de Laboratório.” (TAHAN, 1962, p. 77).

Além disso, ele indica leituras de artigos das décadas de 40 e 50 do século XX sobre o tema e cita um trabalho de Cerqueira, Tinaut e Pereira (1955), que aborda o método de laboratório como uma tendência moderna de ensinar Matemática. Diante disso, destacamos um trecho de Cerqueira, Tinaut e Pereira (1955, *apud* TAHAN, 1962):

Aconselha-se, também, nas grandes escolas, como sendo de resultado vantajoso para o ensino, a organização de uma sala separada para

¹⁴ O autor usou esse termo como sinônimo para a palavra “método”.

¹⁵O Professor Euclides Roxo nasceu no ano de 1890 e faleceu em 1950.

laboratório. O professor de Matemática não se contenta com 4 paredes e um quadro-negro. Este ponto de vista pedagógico é, de algum modo, uma manifestação da tendência, mais geral, que pretende afastar da sala de aula a aridez, formando um ambiente agradável. Por meio dos sentidos a concepção chega melhor à inteligência. (CERQUEIRA; TINAUT; PEREIRA, 1955, p. 137-138 *apud* TAHAN, 1962, p.78).

Portanto, de acordo com as informações contidas em Tahan (1962), desde o século XIX, poderiam existir professores que utilizavam como metodologia de ensino o método de laboratório, e o autor pontua que, por meio desse método, “o ensino da matemática é apresentado ao vivo, com auxílio de material adequado à maior eficiência da aprendizagem” (TAHAN, 1962, p. 61).

Corroborando essa perspectiva, Lorenzato (2009) apresenta alguns desses professores, mas antes ele aponta fatos que começam no século XVII, como o de Comenius (1592 – 1670), considerado o fundador da didática moderna, que, em 1650, “escreveu que o ensino deveria dar-se do concreto ao abstrato, justificando que o conhecimento começa pelos sentidos e que só se aprende fazendo” (p. 3). Com relação ao mesmo século, é citado que, em 1680, Locke (1632 – 1704) “dizia da necessidade da experiência sensível para alcançar o conhecimento” (LORENZATO, 2009, p. 3). Já sobre o século XVIII, é mencionado que Rousseau (1712 – 1778) “recomendou a experiência direta sobre os objetos, visando à aprendizagem” (LORENZATO, 2009, p. 3). Referente ao século XIX, o autor destaca que Pestalozzi (1746 – 1827) e Froebel (1782 – 1852) admitiram que o ensino teria que iniciar pelo concreto, e que Hebert (1875 – 1957) “defendeu que a aprendizagem começa pelo campo sensorial” (LORENZATO, 2009, p. 3).

O trecho a seguir destaca algumas concepções de construção de conhecimento a partir de 1900, de acordo com Lorenzato (2009):

Pelos idos de 1900, Dewey confirmava o pensamento de Comenius, ressaltando a importância da experiência direta como fator básico para a construção do conhecimento, e Poincaré recomendava o uso de imagens vivas para clarear verdades matemáticas. Mais recentemente, Montessori legou-nos inúmeros exemplos de materiais didáticos e atividades de ensino que valorizavam a aprendizagem através dos sentidos, especialmente do tátil, enquanto Piaget deixou claro que o conhecimento se dá pela ação refletida sobre o objeto; Vygotsky, na Rússia, e Bruner, nos Estados Unidos, concordavam que as experiências no mundo real constituem o caminho para a criança construir seu raciocínio. (LORENZATO, 2009, p. 3 - 4).¹⁶

¹⁶ Dewey (1859 – 1952); Poincaré (1854 – 1912); Montessori (1870 – 1952); Piaget (1896 – 1980); Vygotsky (1896 – 1934) e Bruner (1915 – 2016).

Sobre esses apontamentos apresentados, Lorenzato (2009) salienta que servem para evidenciar o importante papel dos materiais didáticos para a aprendizagem dos envolvidos e destaca alguns nomes que acreditavam nesse entendimento, como Claparède (1873 – 1940), Freinet (1896 – 1966), Willy Servais (1913 – 1979), Caleb Gattegno (1911 – 1988), Emma Castelnuovo (1913 – 2014) dentre outros. Ressalta ainda que os brasileiros Júlio César de Mello e Souza (1895 – 1974) - Malba Tahan - e Manoel Jairo de Bezerra (1920 – 2010), dentre outros, desempenharam um papel importante “para a divulgação do uso de material didático como apoio às aulas de matemática” (LORENZATO, 2009, p. 4).

Perante o exposto, Lorenzato (2009) pondera que existem muitos argumentos positivos para a defesa do uso de materiais didáticos para auxiliar na construção da aprendizagem e “justamente por isso, decorre uma inescapável necessidade de as escolas possuírem laboratórios de ensino dotados de materiais didáticos de diferentes tipos” (LORENZATO, 2009, p. 5).

Refletimos que, a partir desses argumentos de Lorenzato (2009) e Tahan (1962), podemos entender a valorização desse método de laboratório há bastante tempo, mas não podemos afirmar quando o LEM passou a ter um espaço reservado exclusivamente dele. Porém, o trabalho de Tahan (1962) trazia que o primeiro critério para se ter um bom Laboratório de Matemática era a existência de uma sala específica para ele. Entendemos que os pressupostos exibidos neste momento do texto estão diretamente relacionados aos objetivos para o uso de um LEM e servem para introdução do próximo tópico.

3.2 Algumas concepções do LEM

Seguiremos o texto exibindo, como base inicial, as diferentes concepções de uso do LEM presentes em Lorenzato (2009), reforçando-as com vivências e estudos de outros autores e complementando com outras visões de LEM, com o intuito de mostrar algumas evoluções desses usos. A primeira delas seria a ideia de que o LEM “poderia ser um local para guardar materiais essenciais, tornando-os acessíveis para as aulas” (LORENZATO, 2009, p. 6). Nesse caso, podemos citar, como materiais essenciais, publicações na área (livros, livros paradidáticos, revistas, manuais), materiais visuais e auditivos como CD's e DVD's, jogos, instrumentos de medida, calculadoras, modelos estáticos e dinâmicos, materiais didáticos industrializados,

matéria prima para confecção de materiais didáticos como tesoura, papéis, cola, barbante, botões, arame, entre outros.

Essa concepção de laboratório não implica necessariamente a existência de uma sala separada. Poderia ser, por exemplo, um armário ou caixa. Dessa maneira, Rodrigues (2012) destaca que:

Fica implícita a ideia de que as aulas de Matemática não ocorrerão no espaço físico deste laboratório, estando o mesmo apenas restrito ao apoio e suporte, por meio de seus materiais manipuláveis, para as atividades experimentais que serão desenvolvidas pelo professor fora desse ambiente. (p. 60).

Além disso, o autor salienta que o uso do LEM dessa forma é semelhante ao de uma biblioteca, que possibilita o acesso de estudantes e professores a esses materiais para auxiliar na construção do conhecimento. Portanto, Rodrigues (2012) considera que “isso acontece à medida que ele disponibiliza aos seus usuários um acervo de livros, materiais didáticos diversificados que irão contribuir para o desenvolvimento das atividades práticas” (p. 60).

Sob outra perspectiva, Lorenzato (2009) evidencia que, ao ampliar essa primeira concepção de LEM, ele se torna

Um local da escola reservado preferencialmente não só para aulas regulares de matemática, mas também para tirar dúvidas de alunos; para os professores de matemática planejarem suas atividades, sejam elas aulas, exposições, olimpíadas, entre outras, discutirem seus projetos, tendências e inovações; um local para a criação e desenvolvimento de atividades experimentais, inclusive de produção de materiais instrucionais que possam facilitar o aprimoramento da prática pedagógica. (LORENZATO, 2009, p.6).

Conseguimos perceber, nessa visão sobre o LEM, que ele tem um papel muito importante, enquanto espaço tanto para as aulas de matemática quanto para as atividades de planejamento. Em conformidade com essa ideia, o estudo de Justo (2015) enfatiza que:

Provavelmente, a existência deste espaço organizado na escola, pode contribuir com uma aprendizagem significativa, uma vez que é impossível definir atividades de ensino padronizadas que atendam às necessidades de todos os alunos, tornando-se, então, necessário diversificar as estratégias e o uso de materiais, além do livro didático. (JUSTO, 2015, p. 22-23).

A terceira concepção, a qual ponderamos que seja o nível mais amplo de LEM, presente em Lorenzato (2009), é a possibilidade de o LEM ser:

(...) uma sala-ambiente para estruturar, organizar, planejar e fazer acontecer o pensar matemático, é um espaço para facilitar, tanto ao aluno como ao professor, questionar, conjecturar, procurar, experimentar, analisar e concluir, enfim, aprender e principalmente aprender a aprender. (LORENZATO, 2009, p.7).

Se refletirmos sobre essa definição, é como se existissem novos alcances para o LEM, que vai além de seus materiais ou espaço físico, relacionados com a estruturação do conhecimento dos envolvidos. Dessa maneira, Oliveira (2017, p. 45) expressa que “nessa abordagem, o LEM tem como finalidade, no ambiente escolar, auxiliar o processo de ensino aprendizagem, no que diz respeito a desmistificar e facilitar o ensino de Matemática”.

Durante o levantamento bibliográfico, conhecemos algumas vivências dos usos e possibilidades do LEM, alguns na Educação Básica, outros no Ensino Superior. Com o intuito de relacioná-las com as experiências e estudos dessa pesquisa, compactuamos com o conceito apresentado pela autora Oliveira (2017), de que “o Laboratório de Ensino de Matemática é um espaço do fazer e que favorece a reflexão contínua do discente e docente, do que se faz, para quê e como se faz, a fim de oportunizar um ensino com compreensão” (p. 37). Esse conceito, de espaço de fazer e de reflexão, pode se opor a alguns métodos de ensinar, que passaremos a discutir a seguir.

3.3 Ensino de Matemática e uso do LEM

No tópico anterior, apresentamos um pouco sobre algumas concepções do LEM e agora discorreremos sobre o ensino de Matemática, relacionando-o ao uso do LEM. Partiremos do entendimento proposto por Fiorentini (1995) de que não é uma tarefa fácil e suficiente descrever os modos de ensinar Matemática, devido ao fato de que:

(...) por trás de cada modo de ensinar, esconde-se uma particular concepção de aprendizagem, de ensino, de Matemática e de Educação. O modo de ensinar sobre influência também dos valores e das finalidades que o professor atribui ao ensino de matemática, da forma como concebe a relação professor-aluno e, além disso, da visão que tem de mundo, de sociedade e de homem. (FIORENTINI, 1995, p.4)

O autor destaca que, para o seu estudo, optou por listar as categorias descritivas, que compreendemos que influenciam o modo de ensinar do professor de Matemática, sendo elas:

(...) a concepção de Matemática; a crença de como se dá o processo de obtenção/produção/descoberta do conhecimento matemático; as finalidades e os valores atribuídos ao ensino de Matemática; a concepção de ensino; a concepção de aprendizagem; a cosmovisão subjacente; a relação professor-aluno e, sobretudo, a perspectiva de estudo/pesquisa com vistas à melhoria do ensino de Matemática. (FIORENTINI, 1995, p.5)

Dessa maneira, Fiorentini (1995) parte dessas categorias para identificar seis tendências em Educação Matemática: “a formalista clássica; a empírico-ativista; a formalista moderna; a tecnicista e suas variações; a construtivista e a socioetnoculturalista” (p.5). Seguiremos o texto apontando algumas características relacionadas ao ensino e aprendizagem dessas seis tendências de maneira breve, pois não temos o objetivo ou a pretensão de analisá-las ou descrevê-las com exaustão.

Segundo Fiorentini (1995), até o final da década de 1950, no Brasil, a tendência formalista clássica caracterizava quase que predominantemente o ensino de Matemática. Havia uma “concepção platônica de Matemática, por sua vez, caracterizava-se por uma visão estática, a-histórica e dogmática das ideias da matemática, como se elas existissem independente dos homens” (FIORENTINI, 1995, p.6).

Desse modo, essa concepção tinha o ensino centrado no professor, que era responsável por transmitir e expor os conteúdos aos estudantes, vistos, nessa tendência, como passivos. Fiorentini (1995) complementa: “a aprendizagem do aluno era considerada passiva e consistia na memorização e na reprodução (imitação/repetição) precisa dos raciocínios e procedimentos ditados pelo professor ou pelos livros” (p.7). Aparentemente, nessa tendência, não havia espaço para um ambiente como o proposto para o LEM.

Segundo Fiorentini (1995), a tendência empírico-ativista surge timidamente no Brasil a partir de 1920, em oposição ou negação à primeira tendência, pois o professor deixa de ser o centro do ensino de matemática e passa a ser um orientador para a aprendizagem. O professor Júlio Cesar de Melo e Souza, já mencionado em algumas referências deste trabalho, segundo Fiorentini (1995), era um seguidor dessa corrente.

As características didáticas dessa tendência também são apresentadas:

- 1ª) Tem como pressuposto básico que o aluno “aprende fazendo”. Por isso, didaticamente, irá valorizar, no processo de ensino, a pesquisa, a descoberta, os estudos do meio, a resolução de problemas e as atividades experimentais.
- 2ª) Entende que, a partir da manipulação e visualização de objetos ou de atividades práticas envolvendo medições, contagens levantamento e comparações de dados etc, a aprendizagem da Matemática pode ser obtida mediante generalizações ou abstrações de forma indutiva e intuitiva (veja, como exemplo, a proposta montessoriana)
- 3ª) Não enfatiza tanto as estruturas internas da matemática, mas sua relação com as ciências empíricas (Física, Química, ...) ou com situações-problema do cotidiano dos alunos. Ou seja, o modelo de matemática privilegiado é a Matemática Aplicada, tendo como método de ensino a Modelagem Matemática ou a Resolução de Problemas.
- 4ª) Recomenda que o ensino de Ciências e Matemática seja desenvolvido num ambiente de experimentação, observação e resolução de problemas, oportunizando a vivência do método científico, atestando a presença da didática experimental positivista. (SILVA, 1989, p.8 *apud* FIORENTINI, 1995, p.11-12)

Nessa tendência empírico-ativista, segundo Fiorentini (1995), busca-se envolver os estudantes nas atividades e valorizar os procedimentos de aprendizagem, e os professores não tendem a organizar e desenvolver os processos sempre iguais. Embora os estudos de Fiorentini (1995) não mencionem o uso de laboratórios, essa tendência parece valorizar ações que nos fazem pensar no uso desse espaço para as descobertas, experiências, ludicidade e além da menção do nome do professor Júlio Cesar de Melo e Souza.

Por outro lado, a tendência formalista-moderna, a partir de 1950, terceira tendência descrita pelo autor, “promoveria um retorno ao formalismo matemático, só que sob um novo fundamento: as estruturas algébricas e a linguagem formal contemporânea” (FIORENTINI, 1995, p.14). Assim, o ensino era pautado em um formalismo algébrico e em propriedades que se preocupam mais com a formação de um especialista em matemática do que de um cidadão.

Fiorentini (1995) destaca que não houve grandes alterações relativas à formalista clássica, tanto nas concepções da relação professor-aluno quanto no processo de ensino-aprendizagem, pois os alunos seguiram de maneira passiva nessa tendência de ensino. Porém, de maneira a diferenciar as duas tendências formalistas, apoiar-nos-emos na seguinte fundamentação de Fiorentini:

Em termos pedagógicos, enquanto a tendência clássica procurava enfatizar e valorizar o encadeamento lógico do raciocínio matemático e as formas perfeitas e absolutas das ideias matemáticas, a tendência moderna procurava os desdobramentos lógico-estruturais das ideias matemáticas, tomando como base não a construção histórica e cultural desse conteúdo, mas sua unidade e estruturação algébrica mais atuais. (FIORENTINI, 1995, p.15).

Na formalista-clássica, novamente, parece não haver espaço para um LEM, pois, de acordo com Fiorentini (1995), essa tendência “pecou pelo reducionismo à forma de organização/sistematização dos conteúdos matemáticos” (p. 15), complementando que ficariam em segundo plano “a significação histórico-cultural e a essência ou a concretude das ideias e conceitos” (p. 15).

A tendência tecnicista e suas variações, que esteve acentuada no Brasil após o regime militar de 1964, teve foco “no desenvolvimento de habilidades e na fixação de conceitos ou princípios” (FIORENTINI, 1995, p.15). Além disso, o autor pondera que essa tendência também tem pontos em comum com a formalista moderna, pois a quarta tendência

(...) se preocupa exageradamente com a linguagem, com o uso correto dos símbolos, com a precisão, com rigor, sem dar atenção aos processos que os produzem; porque enfatiza o lógico sobre o psicológico, o formal sobre o social, o sistemático-estruturado sobre o histórico; porque trata a Matemática como se ela fosse “neutra” e não tivesse relação com interesses sociais e políticos. (FIORENTINI, 1995, p.16).

Dessa maneira, o ensino de Matemática fica limitado à aprendizagem de técnicas, normas e algoritmos, mas sem ênfase em sua fundamentação ou justificativas. Assim, os estudantes seriam capacitados para resolver certos padrões de exercícios ou problemas, e nem eles nem os professores estão no centro dessa tendência, mas, sim, os objetivos das aprendizagens. Nessa tendência, o ensino explora: “1.º) a memorização de princípios e fórmulas; 2.º) habilidades de manipulação de algoritmos ou de expressões algébricas; 3.º) habilidades na resolução de problemas-tipo” (FIORENTINI, 1995, p.17). E, com isso, concluímos que raramente teríamos a valorização de um LEM.

Já a tendência construtivista, segundo o autor, busca uma compreensão melhor dos conceitos matemáticos e, no Brasil, foi notada a partir de 1960. Segundo Fiorentini (1995, p. 19-20), “para o construtivismo, o conhecimento matemático não resulta nem diretamente do mundo físico nem de mentes humanas isoladas do mundo, mas sim da ação interativa/reflexiva do homem com o meio e/ou com atividades”.

Ademais, nessa tendência, o ensino preocupava-se mais com a natureza formativa do que com os conteúdos, conforme evidenciado no seguinte trecho: “o importante não é aprender isso ou aquilo, mais sim *aprender a aprender* e desenvolver

o pensamento lógico-formal” (FIORENTINI, 1995, p.21, grifo do autor). Destacaremos a seguir um fragmento da obra de Fiorentini (1995) que aborda a visão da Matemática por essa tendência:

O construtivismo vê a *Matemática* como uma construção humana constituída por estruturas e relações abstratas entre formas e grandezas reais e possíveis. Por isso, essa corrente prioriza mais o processo que o produto do conhecimento. Ou seja, a Matemática é vista como um constructo que resulta da interação dinâmica do homem com o meio que o circunda. A apreensão destas estruturas pela criança se dá também de forma interacionista, especialmente a partir de abstrações reflexivas, realizadas mediante a construção de relações entre objetos, ações ou mesmo entre ideias já construídas. (FIORENTINI, 1995, p.20, grifo do autor).

De acordo com Fiorentini (1995), essa tendência foi influenciada pela “epistemologia genética piagetiana” (p. 18), que possibilitou um maior embasamento teórico no sentido de “uma prática pedagógica que visa, com o auxílio de materiais concretos, a construção das estruturas do pensamento lógico-matemático e/ou à construção do conceito de número e dos conceitos relativos às quatro operações” (FIORENTINI, 1995, p. 19). As menções à materiais estruturados como os Blocos Lógicos, às relações professor-aluno e à produção de significados nos fazem pensar no LEM e na possibilidade de valorização de sua utilização no processo de ensino-aprendizagem.

Por fim, a sexta tendência, a socioetnocultural, que se manifesta no Brasil a partir de 1970, não concebe o conhecimento matemático de modo pronto como outras tendências. Na verdade, “passa a ser visto como um saber prático, relativo, não-universal e dinâmico, produzido histórico-culturalmente nas diferentes práticas sociais, podendo aparecer sistematizado ou não” (FIORENTINI, 1995, p.26). Além disso, é enfatizada, por essa tendência, a precaução de o ensino almejar compreender e se envolver com a realidade dos estudantes, como fica nítido no seguinte trecho:

Por isso, o ponto de partida do *processo ensino/aprendizagem* seriam os problemas da realidade. Estes seriam identificados e estudados conjuntamente pelo professor e pelos alunos. A relação *aluno-professor* é dialógica: troca de conhecimento entre ambos, atendendo sempre à iniciativa dos primeiros. O *método de ensino* preferido por essa tendência será, portanto, a problematização (tanto no saber popular como naquele produzido por matemáticos) e a Modelagem Matemática, que contempla uma abordagem externalista para a Matemática. Em outras palavras, trata-se de um método de ensino que contempla a pesquisa e o estudo/discussão de problemas que dizem respeito à realidade dos alunos. (FIORENTINI, 1995, p.22, grifo do autor).

Com a menção à problematização, à modelagem Matemática como “método de ensino” e à visão de um conhecimento matemático como “saber prático, relativo, não universal e dinâmico, produzido histórico-culturalmente nas diferentes práticas sociais”, Fiorentini (1995, p. 26) nos remete à importância de um espaço para a “reflexão contínua do discente e docente, do que se faz, para quê e como se faz, a fim de oportunizar um ensino com compreensão”, conforme apontado por Oliveira (2017, p. 37), já mencionado neste trabalho.

Encerramos a descrição de algumas características dessas tendências concordando que não é interessante que o professor tenha que se enquadrar em uma tendência ou outra, mas que o recomendável “seria o professor tomar conhecimento da diversidade de concepções, paradigmas e/ou ideologias para, então, criticamente, construir e assumir aquela perspectiva que melhor atenda às suas expectativas enquanto educador e pesquisador” (FIORENTINI, 1995, p.30).

Tendo em vista todos os argumentos apresentados, temos como entendimento que o LEM pode ser um espaço que possibilite trocas de conhecimentos, experimentações, planejamentos, desenvolvimentos, avaliações de atividades e, assim, se distancie do ensino do modo abstrato. Ressaltamos, também, que seu uso está totalmente ligado ao professor, ao uso que faz do espaço e dos materiais e de suas concepções do processo de ensino-aprendizagem.

À vista disso, advém o entendimento de que “o laboratório de ensino é uma grata alternativa metodológica porque, mais que nunca, o ensino da Matemática se aprende com as necessidades especiais e o LEM pode e deve prover a escola para atender essas necessidades” (LORENZATO, 2009, p. 6). Dessa forma, o LEM é capaz de ser uma metodologia que contribui para distanciar as aulas de matemáticas do abstrato, possibilitando o que propuseram as tendências construtivista e socioetnoculturalista.

Ademais, Lorenzato (2009) destaca que “o LEM, mesmo em condições desfavoráveis, pode tornar o trabalho altamente gratificante para o professor e a aprendizagem compreensiva e agradável para o aluno, se o professor possuir conhecimento, crença e engenhosidade” (p.7). Seguindo seu argumento, o autor justifica que é preciso ter conhecimento, pois é importante o professor ter uma boa formação matemática e pedagógica, já que não é possível alguém ensinar o que não sabe.

Referente ao professor possuir crença, Lorenzato (2009) pontua que é “porque, como tudo na vida, é preciso acreditar naquilo que se deseja fazer, transformar ou construir” (p.7). A respeito da engenhosidade, o autor aborda sobre a necessidade de o professor ser criativo, “não só para conceber, planejar, montar e implementar o seu LEM, como também para orientar seus alunos e transformá-los em estudantes e, de preferência, em aprendizes também” (LORENZATO, 2009, p.7-8).

A partir dessas considerações do autor, é preciso estarem claros os alcances do uso de um LEM, seja ele em qualquer âmbito educacional. Em harmonia com esses pensamentos, Tahan (1962) destaca “que um professor de Matemática, que dispõe de um bom *Laboratório* poderá, com a maior facilidade, motivar seus alunos por meio de experiências e orienta-los, mais tarde, com maior segurança, pelo caminho das pesquisas mais abstratas” (p. 62, grifo do autor).

Complementar a esses argumentos, no livro organizado por Lorenzato (2009) há um capítulo escrito por Passos (2009) que tem como título “Materiais manipuláveis como recurso didáticos na formação de professores de matemática” (p.77). Passos (2009) aponta para a necessidade de o professor refletir sobre questões teórico-pedagógicas do uso de materiais na sala de aula para ensinar matemática e complementa:

E será na formação inicial do professor de matemática que essas questões deverão ser discutidas, refletidas, e dimensionadas, para que possam ocorrer, na futura prática docente, novas reflexões, considerando então o contexto em que o professor atua. (PASSOS, 2009, p. 91).

Concordamos com a autora sobre a importância de trazer para a formação de professores momentos que possibilitam debates sobre essa temática e que:

Discorrer sobre questões dessa natureza é um exercício sempre arriscado, em vista das divergências que existem em torno dos caminhos metodológicos alternativos que se oferecem tanto na formação inicial quanto na formação continuada de professores (PASSOS, 2009, p. 77).

Nesse sentido, acreditamos ser relevante proporcionar esses debates na formação inicial e continuada de professores que ensinam Matemática. E, por enquanto, gostaríamos, com o suporte de Passos (2009), retomar quais características o uso do LEM pode desenvolver nos estudantes

O LEM pode ser entendido como um ambiente onde ocorre um *processo*; constitui-se em cenário que permite que projetos individuais possam ser

investigados por diferentes atores. Desse modo, a definição adequada para o LEM não pode ficar restrita a *lugar* ou *processo*, devendo incluir *atitude*. Certamente, uma de suas propostas é levar os estudantes a pensar por eles mesmos, a questionar, observar padrões – resumindo, desenvolver uma atitude de investigação matemática. (PASSOS, 2009, p. 90, grifo da autora).

Isso posto, seguiremos no próximo tópico discorrendo com mais elementos sobre o papel do LEM na formação de professores, pois cremos na importância do acesso a esse espaço nas universidades.

3.4 O LEM na formação de professores

Para os cursos de formação de professores que ensinarão Matemática, no caso desta pesquisa, os licenciandos do curso de Matemática da UFMG, Lorenzato (2009, p. 10) considera o LEM, “mais que necessário”. Ele complementa expressando que:

É inconcebível que, em suas aulas, os professores desses cursos realcem a necessidade da autoconstrução do saber, a importância dos métodos ativos de aprendizagem, o significado dos sentidos para a aprendizagem, o respeito às diferenças individuais, mas, na prática de ensino e no estágio supervisionado, os seus alunos não disponham de instrumentos para a realização da prática pedagógica. (LORENZATO, 2009, p.10).

Nesse sentido, acrescentamos também que o LEM deve levar em conta a contextualização dos cursos envolvidos, como o vínculo com projetos sociais das comunidades, o acolhimento, o tratamento da diversidade e o diálogo intercultural. Lorenzato (2009) também destaca que mais do que ter acesso a materiais, é preciso saber usá-los corretamente e orientar seu uso de forma a mediar a construção do conhecimento pelos estudantes.

A autora Varizo (2007) destaca que, mesmo com a presença de inúmeros LEM nos cursos de Licenciatura em Matemática no Brasil, eles podem ter atribuições e vínculos diferentes, pois alguns “LEM se vinculam à Faculdade de Educação ou aos institutos da área das ciências exatas” (p. 1). Referente aos usos, ela evidencia:

A maioria está voltada para questões pedagógicas da Matemática no Ensino Básico (EB), alguns se dedicam ao ensino da matemática na universidade, outros priorizam uma única disciplina e poucos se destinam só à pesquisa. Quanto ao foco da formação docente, uns visam à formação inicial e continuada de professores de Matemática, outros enfatizam apenas uma delas. (VARIZO, 2007, p. 1-2).

Referente à formação inicial, a autora enfatiza que “a importância dos LEM na formação do educador matemático aumentou, após a LNDPE de 20.12.1996 e da Resolução CNE/CP nº2 de 19.02.2002 que determina 400 horas de estágio curricular supervisionado” (VARIZO, 2007, p. 1-2). Dessa maneira, o uso do LEM ganhou mais força e utilidade nos cursos de graduação e também ampliou a quantidade de LEM no Brasil.

Além disso, o trabalho de Silva (2014) ressalta que:

É preciso repensar os cursos de formação inicial de professores de Matemática, no intuito de oferecer, verdadeiramente, uma formação plena. É necessário que os espaços de formação, como os laboratórios de ensino, por exemplo, espaços com potencial lúdico dentro dos cursos de Licenciatura em Matemática, sejam pensados nessa lógica para que efetivamente contribuam para a constituição da identidade docente. (SILVA, 2014, p. 43).

O autor pondera que os saberes advindos de atividades lúdicas no LEM podem proporcionar acontecimentos reais de aprendizagens. À vista disso, Silva (2014) enfatiza a importância de se conhecer e entender melhor a funcionalidade do LEM no processo de formação de professores, complementando que:

É indispensável, porém, destacar a necessidade de revestir de significado as ações e os instrumentos utilizados nesse processo de construção dos conceitos matemáticos. Para tanto, é preciso levar o aluno, ente principal do espaço do laboratório, a refletir sobre as experiências vividas, por exemplo, no jogo e em todas as demais ferramentas pedagógicas a que ele tem acesso, entendendo-as como importante fonte de conhecimento. (SILVA, 2014, p.68).

O autor também discorre sobre o papel dos professores no uso do LEM

Os professores precisam estar preparados para estabelecerem uma ligação entre as teorias estudadas e as vivências do laboratório de ensino. Acreditamos na necessidade de se garantir aos estudantes da Licenciatura em Matemática a vivência de situações lúdicas durante o curso, para que a eles se permita a construção desses saberes, contribuindo, posteriormente, para sua prática pedagógica. (SILVA, 2014, p. 77).

Ademais, o trabalho de Rêgo e Rêgo (2009) também enfatiza o papel que o LEM pode ter nas instituições de ensino superior, tais como impulsionar as melhorias tanto na formação inicial quanto na continuada de educadores de matemática. Os autores complementam que é possível desenvolver projetos de ensino, pesquisa e extensão e indicam que o uso do LEM pode possibilitar as seguintes ações:

- I. Estreitar as relações entre as instituições e a comunidade, atuando como parceria na solução dos problemas educacionais que esta

- apresenta, buscando a melhoria do ensino e construindo um espaço de divulgação e de implantação de uma cultura de base científica;
- II. Estimular a prática da pesquisa em sala de aula, baseada em uma sólida formação teórica e prática; e
 - III. Firmar projetos de parceria com os sistemas locais de ensino, visando à instalação de clubes e laboratórios de matemática, além de oficinas e cursos de formação continuada para seus professores. (RÊGO; RÊGO, 2009, p.41)

Adicionalmente, o trabalho de Oliveira (2017), que buscou pesquisar as possibilidades para o ensino de Matemática e formação continuada de professores com a implementação de um LEM em uma escola pública, apontou que os docentes que participaram da pesquisa “afirmam da importância do LEM para ampliar as aprendizagens dos estudantes” (p. 93). Segundo esses docentes, foi possível que o ambiente do LEM se tornasse um lugar de diálogo e investigação, onde coexistiam os significados dos conteúdos matemáticos e as interações dos estudantes, que se sentiam instigados durante as atividades.

3.5 Estágio supervisionado

A utilização do espaço do LEM FaE está muito ligada às aulas de estágio, disciplinas APPE I e II, e, em relação aos objetivos da pesquisa, passamos a dialogar um pouco sobre algumas concepções, presentes na obra de Pimenta e Lima (2012), relacionadas a essas aulas, comuns em cursos de licenciaturas.

Inicialmente, as autoras destacam que, muitas vezes, as disciplinas de estágios são vistas como a parte prática dos cursos de licenciatura, sendo opostas às disciplinas teóricas. Contudo, nas argumentações das autoras, pelas organizações das grades curriculares, as disciplinas, muitas vezes, são isoladas entre si, e elas optam por trocar a denominação de teoria para “saberes disciplinares em cursos de formação” (PIMENTA; LIMA, 2012, p.33). Além disso, é preocupante quando Pimenta e Lima (2012) discursam sobre o fato de as disciplinas desses currículos assumirem “quase total autonomia em relação ao campo de atuação dos profissionais e, especialmente, ao significado social, cultural, humano da atuação profissional” (p.33-34).

Esses argumentos preliminares servem como introdução para a apresentação das quatro concepções de estágio, sendo elas: a prática como imitação de modelos; a prática como instrumentalização técnica; estágio como aproximação da realidade e

atividade teórica; estágio como pesquisa. Trazemos, a partir deste momento, uma síntese de cada uma dessas concepções, a fim de compreendê-las melhor.

A primeira concepção, a prática como imitação de modelos, surge da ideia de que se aprende imitando o que foi observado, ou seja, bastaria reproduzir o que se aprendeu anteriormente na hora de ensinar. Para Pimenta e Lima (2012):

O pressuposto dessa concepção é que a realidade do ensino é imutável e os alunos que frequentam a escola também o são. Idealmente concebidos, competiria à escola ensiná-los, segundo a tradição. Não cabe, pois, considerar as transformações históricas e sociais decorrentes dos processos de democratização do acesso, a qual trouxe para a escola novas demandas e realidades sociais, com a inclusão de alunos até então marginalizados do processo de escolarização e dos processos de transformação da sociedade, de seus valores e das características que crianças e jovens vão adquirindo. (p.35-36).

De acordo com essa perspectiva, segundo Pimenta e Lima (2012), o estágio se resumiria na observação e imitação dos modelos que os professores usam em aula. Desse modo, ficaria reduzido a observar a sala de aula sem fazer qualquer observação ou reflexão da realidade social dos envolvidos.

Por sua vez, a segunda concepção, a prática como instrumentação técnica, está relacionada, de acordo com Pimenta e Lima (2012), a aprender as técnicas da profissão de professor, como ocorre em qualquer outra carreira como dentista e médico, por exemplo. Se fizéssemos uma análise rasa teríamos um olhar positivo sobre essa concepção, mas ela esconde e reforça, como ressaltado pelas autoras, alguns discursos e ações culturais que são negativos, tais como “a prática pela prática” e “quem sabe faz; quem não sabe ensina”. Isso ocorre, de acordo com as autoras, pois existe uma compreensão de estágio, perante essa visão, que vê “posturas dicotômicas em que teoria e prática são tratadas isoladamente, o que gera equívocos graves nos processos de formação profissional”. (PIMENTA; LIMA, 2012, p.37).

Isso posto, as atividades de estágio, nesse conceito, têm seu foco nos momentos de prática visando aprender o “como fazer” e desenvolver as habilidades necessárias para desempenhar a profissão. Ademais, Pimenta e Lima (2012) salientam que os cursos que adotam essa concepção provocam o “distanciamento da vida e do trabalho concreto que ocorre nas escolas, uma vez que as disciplinas que compõem os cursos de formação não estabelecem os nexos e entre os conteúdos que desenvolvem e a realidade nas quais o ensino ocorre” (p.39).

A terceira concepção, estágio como aproximação da realidade e atividade teórica, parte de uma visão, que as autoras apresentam em detalhes minuciosos, de que o “estágio é teoria e prática (e não teoria *ou* prática)” (PIMENTA; LIMA, 2012, p.41, grifo das autoras), sendo assim um modo de encerrar com o entendimento de existência dicotômica entre a atividade teoria e a atividade prática, tendo em vista que, compreender bem a relação da teoria com a prática possibilita novas e melhores experiências nas disciplinas de estágio.

Em resumo, nessa terceira concepção, as atividades de estágio estariam comprometidas com o contexto escolar, com foco no meio social em que elas ocorrem, para que a prática seja efetivamente relevante aos envolvidos e que as teorias auxiliem na construção e reflexões das intervenções. Além do mais, as autoras discorrem um pouco sobre o papel dos professores orientadores que tangem essa concepção:

É preciso que os professores orientadores de estágios procedam, no coletivo, junto a seus pares e alunos, a essa aproximação da realidade, para analisá-la e questioná-la criticamente, à luz de teorias. Essa caminhada conceitual certamente será uma trilha para a proposição de novas experiências. (PIMENTA; LIMA, 2012, p.45).

Por fim, na quarta concepção, as autoras discorrem sobre o estágio como pesquisa ser uma alternativa para a formação de professores. Essa concepção consiste em duas caracterizações:

De um lado, na mobilização de pesquisas que permitam a ampliação e análise dos contextos onde os estágios se realizem; por outro, e em especial, se traduz na possibilidade de os estagiários desenvolverem postura e habilidades de pesquisador a partir das situações de estágio, elaborando projetos que lhes permitam ao mesmo tempo compreender e problematizar as situações que observam. (PIMENTA; LIMA, 2012, p.46).

Portanto, a quarta concepção seria a maneira mais ampla dentre as apresentadas em Pimenta e Lima (2012), pois ela indica contribuições mais iluminadas¹⁷ para a mudança na formação de professores. À vista disso, é salientado, referente às mudanças que se deseja alcançar, “que se busque novo conhecimento

¹⁷ Segundo as autoras, quando os cursos seguem alguma concepção que desassocia a teoria da prática, as vivências das disciplinas de estágio ficam empobrecidas. Por outro lado, quando adotam uma concepção em que teoria e prática estão juntas, ganham mais abrangência e clareza, por isso usam o termo mais iluminada.

na relação entre as explicações existentes e os dados novos que a realidade impõe e que são percebidos na postura investigativa” (PIMENTA; LIMA, 2012, p.46).

Perante o apresentado, consideramos que o LEM nas disciplinas de estágio pode ser usado nas quatro concepções de Pimenta e Lima (2012). Por exemplo, na prática sobre a prática, teríamos o uso do LEM como suporte para a observação e reaplicação do que foi realizado pelo professor numa prática de reprodução. Na prática como instrumentalização técnica, os recursos disponíveis do LEM poderiam auxiliar na instrumentação técnica dos licenciandos, tratando prática e teoria isoladamente. Já na terceira concepção, estágio como aproximação da realidade e atividade teórica, teríamos o LEM como suporte nas atividades que auxiliem na melhor compreensão entre teoria e prática. Por fim, na quarta concepção, estágio como pesquisa, o LEM teria o papel de potencializar os estudos e intervenções de modo a apoiar a compreensão e reflexão das observações e, assim, possibilitar uma postura investigativa dos envolvidos.

Em virtude do que foi exposto, desejamos, desde a sua elaboração, que essa pesquisa possibilitasse que o espaço o LEM FaE fosse um suporte tanto para os momentos de estudos teóricos quanto para as atividades práticas, de modo a se aproximar da terceira e quarta concepções propostas por Pimenta e Lima (2012), abrangidas nas disciplinas de APPE I e II do curso de licenciatura em Matemática da UFMG. À vista disso, tivemos como objetivo analisar os alcances e limitações do uso do LEM FaE como suporte no planejamento de aulas a serem desenvolvidas no âmbito do estágio supervisionado dos licenciandos em Matemática.

Continuaremos na próxima sessão tratando de outra intenção da pesquisa, que foi propiciar no LEM FaE um ambiente de colaboração.

3.6 Colaboração

A colaboração foi um tema que permeou este estudo por almejarmos ter como contexto, durante o trabalho de campo, um ambiente colaborativo entre a pesquisadora e os participantes. Sendo assim, neste tópico iremos, com o auxílio de Fiorentini (2013), trazer algumas argumentações sobre as singularidades de se realizar uma pesquisa em um ambiente de colaboração¹⁸.

¹⁸ O autor também discute sobre o que é pesquisar colaborativamente. Para mais informações, ver Fiorentini (2013).

Segundo Fiorentini (2013), os “aspectos característicos e constitutivos do trabalho colaborativo” (p.58), que ele presencia em seus estudos e experiências em grupos colaborativos, são: voluntariedade, identidade e espontaneidade; liderança compartilhada e corresponsabilidade; apoio, respeito mútuo e reciprocidade de aprendizagem.

O primeiro se caracteriza pela maneira voluntária como se dá a procura das pessoas para participar de um grupo colaborativo e surge a partir de sua própria vontade e identificação com os ideais do grupo. Em razão disso, Fiorentini (2013) lista alguns dos motivos da busca dos professores aos grupos, sendo eles:

Buscar apoio e parceiros para compreender e enfrentar os problemas complexos da prática profissional; enfrentar conjuntamente os desafios da inovação curricular na escola; desenvolver projetos de inovação tecnológica, como incorporar as tecnologias de informação e comunicação (computador, internet, vídeos, etc.) na prática escolar; buscar o próprio desenvolvimento profissional; desenvolver pesquisa sobre a própria prática, entre outros (FIORENTINI, 2013, p. 60).

Relativo à liderança compartilhada e corresponsabilidade, Fiorentini (2013, p.62-63) enfatiza que, para um grupo chegar em um estágio de sintonia nas tomadas de decisões e divisão de tarefas, pode levar um tempo, mas quando os participantes do grupo compreenderam bem isso, esses momentos acontecerão com cada um escolhendo suas tarefas de maneira voluntária e espontânea. Outro ponto que é importante destacar é o fato de que poderá haver alguns conflitos e variação das lideranças em certos momentos, o que é algo natural. Em resumo, todas as atividades a serem realizadas pelo grupo serão da responsabilidade de todos e distribuídas a partir da vontade de cada um.

Dessa forma, alguns fatores que contribuem para a existência de respeito e apoio mútuo nas relações estabelecidas nesses grupos, segundo a obra de Fiorentini (2013), são:

O grupo, nesses casos, tem, de um lado, manifestado profundo respeito aos saberes conceituais e experiências que cada professor traz para os encontros, bem como em relação às suas dificuldades e possíveis falhas, e, de outro, dado apoio emocional e tentado encontrar colaborativamente soluções para os problemas. (FIORENTINI, 2013, p.64).

Diante desses cenários, existem muitas pesquisas que acontecem em ambiente de colaboração ou de maneira colaborativa. Isso posto, Fiorentini (2013) salienta que o surgimento das pesquisas com contexto colaborativo e dos trabalhos

colaborativos vem como resposta “às mudanças sociais, políticas, culturais e tecnológicas que estão acontecendo em escala mundial” (p.80).

Em conclusão, almejamos criar um contexto que possibilitasse, entre licenciandos e pesquisadora (e professores caso fosse possível), um ambiente que primasse pelos elementos apontados por Fiorentini (2013): voluntariedade, identidade e espontaneidade; liderança compartilhada e corresponsabilidade; apoio, respeito mútuo e reciprocidade de aprendizagem, acreditando que isso contribuiria com a formação dos licenciandos e com a pesquisa, e estaria em sintonia com o LEM e seus usos.

3.7 Algumas considerações

Este capítulo serviu para conhecermos, por meio do estudo teórico, um pouco melhor das diversas temáticas envolvidas nesta pesquisa. Identificamos alguns registros históricos e professores pioneiros na utilização ou do método de laboratório ou de um LEM em suas aulas no Brasil. Perpassamos pelas concepções de LEM que vão desde um espaço para se guardar materiais a uma sala-ambiente que possibilita, desde o planejamento à avaliação, que estudantes e professores reflitam sobre a estruturação dos conhecimentos matemáticos.

Tivemos também momentos de conhecer algumas tendências de ensino de matemática e como o LEM poderia ser valorizado ou não nessas correntes. Além disso, discutimos o papel importante que tem o professor e sua formação, acadêmica e de mundo, para o modo de ensinar que ele concebe. Complementarmente, conhecemos algumas pesquisas sobre o uso do LEM e nos apoiamos em alguns autores na defesa do LEM na formação de professores. Mais ao final, discorremos sobre as concepções de estágio supervisionado e sobre colaboração.

Ao final do capítulo, gostaríamos de fazer uma defesa pessoal sobre o uso do LEM na formação de professores, que, em nosso caso, foi como suporte na disciplina de APPE II, de maneira que as vivências realizadas nesse espaço possam se aproximar da terceira concepção de estágio, ou seja, como aproximação entre realidade e atividade teórica, e da quarta concepção, estágio como pesquisa. Assim como Lorezato (2009), acreditamos que o uso LEM pode ser gratificante mesmo se ele não dispuser de muitos recursos, e que é importante que o LEM seja apresentado

já na formação inicial de professores. Dessa maneira, pode ser possível ampliar os conhecimentos tanto de materiais como de maneiras de ensinar práticas e teorias para os licenciandos. Concebemos que o uso do LEM pode ajudar a termos cursos de graduação em que a teoria e a prática andem juntas, sendo possível que esses estudos estejam relacionados com a realidade das escolas brasileiras.

Além do incentivo ao uso do LEM, temos a consciência da importância de apresentar alternativas para o ensino de matemática para que, assim, quando os licenciandos forem ensinar, existam mais possibilidades na construção do conhecimento. Também defendemos um uso significativo do LEM, ou seja, não o uso pelo uso, mas que seja realizado o planejamento das atividades, pensando nos momentos em que uso do LEM é adequado e visando alcançar o protagonismo dos estudantes.

Prosseguiremos, no capítulo 4, descrevendo com mais detalhes as fases da pesquisa bem como sua metodologia, seus objetivos, análises e recurso educativo com o intuito de entender o contexto em que ela esteve inserida.

4. CONTEXTO DA PESQUISA

Ao longo deste capítulo abordaremos sobre o contexto geral da pesquisa de Mestrado Profissional Educação e Docência (PROMESTRE) que fez parte da pesquisa maior em desenvolvimento “Docência e Formação de Professores que Ensinam Matemática” da linha de Educação Matemática. Descrevemos a questão de pesquisa e seus objetivos gerais e formativos, apresentamos o percurso metodológico que foi utilizado para a coleta e análise dos dados, bem como, apresentaremos o LEM FaE, os participantes da pesquisa, as análises e o recurso educativo produzido.

4.1 A questão investigativa e os objetivos da pesquisa

Tendo em vista a importância do LEM, descrita no referencial teórico, indicamos a seguinte questão de investigação: Quais os alcances e limitações do LEM FaE como suporte no planejamento de aulas a serem desenvolvidas no âmbito do estágio supervisionado dos licenciandos em Matemática?

Apresentamos como objetivo analisar os alcances e limitações do uso do LEM FaE como suporte no planejamento de aulas a serem desenvolvidas no âmbito do estágio supervisionado dos licenciandos em Matemática.

Do ponto de vista formativo, também tivemos como objetivos:

- 1º) Contribuir com a formação de licenciandos do curso de Matemática que cursavam a disciplina de APPE II;
- 2º) Aproximar os licenciandos de uma prática colaborativa envolvendo o LEM e de vivências que permitam o contato dos licenciandos com a Educação Matemática;
- 3º) Avaliar junto com aos participantes as práticas desenvolvidas;
- 4º) Produzir o Recurso Educativo que auxilie na construção e potencialização de um LEM.

4.2 A metodologia

Esta pesquisa foi desenvolvida por meio de uma abordagem qualitativa, na concepção de Bogdan e Biklen (1994). Isso porque julgamos que, em abordagens dessa natureza, é possível descrever e analisar melhor a pesquisa e suas ações,

tendo em vista as cinco características desse método que detalharemos ao longo deste subitem.

A primeira característica é que “na investigação qualitativa a fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal” (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p.47). Consideramos que o ambiente de nossa pesquisa foi natural, pois os licenciandos e a pesquisadora já frequentavam o LEM FaE.

A segunda característica, presente na obra de Bogdan e Biklen (1994), refere-se à natureza descritiva das pesquisas qualitativas. Inspiradas nesses autores, os instrumentos de registros de informações visando à descrição foram:

- Questionário de Identificação do Participante (Disponíveis nos Apêndice 1 e 2), de modo a conhecer um pouco melhor cada participante e saber suas experiências anteriores à pesquisa;

- Registro de áudios das atividades desenvolvidas nos encontros, o que serviu para obtermos, com mais precisão e fidelidade, os diálogos que aconteceram nesses encontros. Além disso, julgamos que o uso de gravação de vídeo poderia inibir os participantes da pesquisa e a gravação de áudio atenderia nossa demanda;

- Diário de campo, elaborado pela pesquisadora a partir de suas percepções dos encontros, para relatar e registrar temporalmente a experiência vivida, o que serviu de complemento das gravações de áudio;

- Entrevista semiestruturada (questões disponíveis no Apêndice 3 e 4), realizada separadamente com cada um dos participantes após a conclusão da elaboração e do desenvolvimento do plano de aulas. Teve o objetivo de possibilitar a avaliação do planejamento, do desenvolvimento do plano de aula e da pesquisa de maneira geral;

- Registro das trocas de e-mails e mensagens pelo aplicativo *WhatsApp* com os participantes da pesquisa, o que auxiliou na construção cronológica dos acontecimentos e no registro dos planos de aula.

Retomando as características descritas na obra de Bogdan e Biklen (1994), a terceira delas é que “os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos” (1994, p.49). Com isso, os convites foram para os licenciandos em formação que estiveram cursando a disciplina Análise da Prática Pedagógica e Estágio II (APPE II), no segundo semestre de 2018,

para elaborarmos colaborativamente no LEM FaE os planos de aulas a serem desenvolvidas no âmbito do estágio pelos licenciandos.

A quarta característica é que “os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva” (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p.50). Para os autores, essa postura investigativa dos pesquisadores tende a se distanciar da concepção de pesquisa que já tem um fim pré-determinado, complementando que:

O processo de análise dos dados é como um funil: as coisas estão abertas de início (ou no topo) e vão-se tornando mais fechadas e específicas no extremo. O investigador qualitativo planeia utilizar parte do estudo para perceber quais são as questões mais importantes. Não presume que se sabe o suficiente para reconhecer as questões importantes antes de efectuar a investigação. (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p.50)

Dessa maneira, nossas análises, que serão apresentados mais adiante, não foram definidos a priori. Ao final, os autores enfatizam que a quinta característica é que “o significado é de importância vital na abordagem qualitativa” (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p.50). Alicerçada nesses ideais, o intuito desta pesquisa não foi realizar uma simples análise dos acontecimentos, mas perceber e ressaltar os significados e as interações que aconteceram ao longo dos encontros, contribuindo de alguma maneira para a formação docente dos licenciandos.

Simultaneamente a essas idealizações e retomando a parte institucional, esta pesquisa foi direcionada para aprovação do Comitê de Pesquisa em Seres Humanos do Ministério da Saúde, pelo Sistema Nacional de Informações sobre Ética em Pesquisa envolvendo Seres Humanos (SISNEP) e respeitou sua aprovação¹⁹ para iniciar a pesquisa de campo com os licenciandos que aceitaram participar.

Logo após esse processo, formalizamos a parceria com a professora Samira Zaidan²⁰, responsável pelas disciplinas APPE I e II da FaE em 2018, para que ela intermediasse nosso convite aos licenciandos para participarem desta investigação. Durante uma reunião prévia, em comum acordo, resolvemos que a pesquisadora participaria das aulas da disciplina para que os licenciandos adquirissem confiança e se identificassem com a pesquisadora, já com intuito de começar a desenvolver os

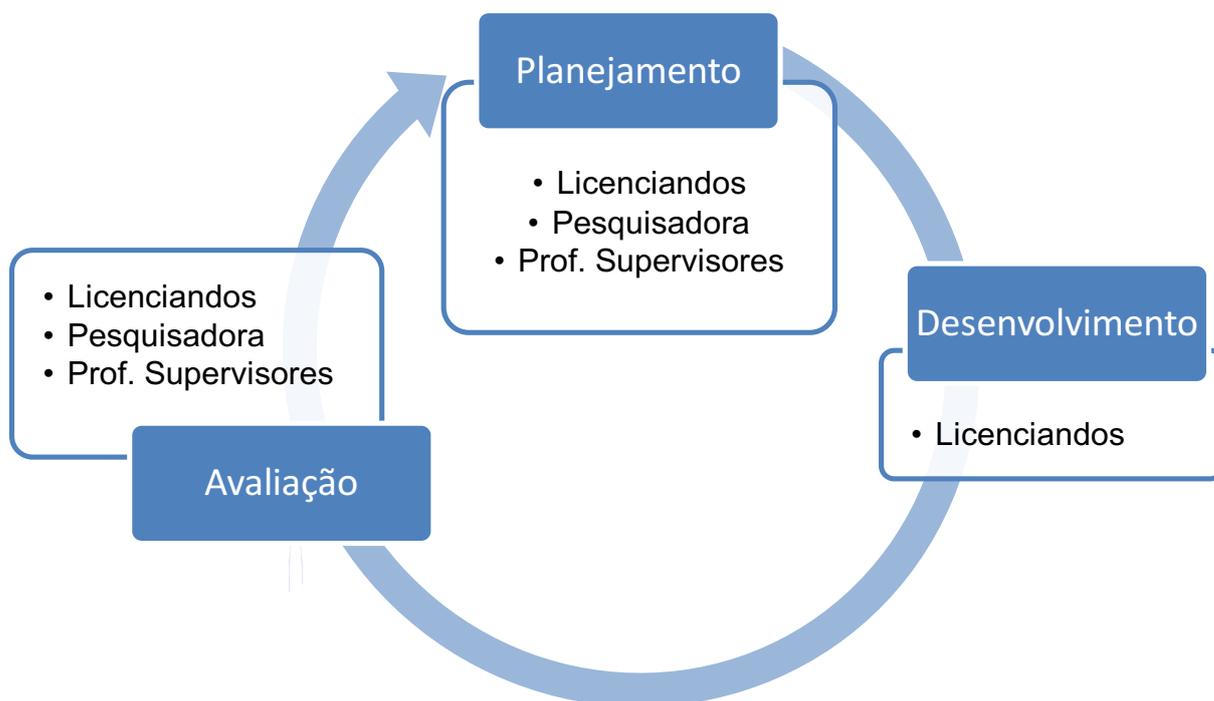
¹⁹ Pesquisa aprovada pelo COEP, com Certificado de Apresentação para Apreciação Ética (CAAE): 97429518.7.0000.5149.

²⁰ Que também faz parte da pesquisa em desenvolvimento “Docência e Formação de Professores que Ensinam Matemática”.

princípios de colaboração contidos em Fiorentini (2015), apresentados no capítulo anterior: voluntariedade, identidade e espontaneidade; liderança compartilhada e corresponsabilidade; apoio, respeito mútuo e reciprocidade de aprendizagem. Gostaríamos de destacar que, tendo em vista o objetivo da pesquisa e as limitações de tempo, o que acontecia durante as aulas de APPE II não foi considerado na pesquisa e também não foram investigadas mais a fundo as instituições²¹ receptoras e seus estudantes.

O plano de trabalho compreendeu três fases que abrangeram o planejamento (pesquisadora, licenciandos e professor supervisor - opcional), o desenvolvimento (pelos licenciandos) e a avaliação dos planos de aulas (pesquisadora, licenciandos e professor supervisor - opcional) após a realização das aulas junto aos estudantes da escola. De modo a auxiliar na compreensão do leitor, fizemos um fluxograma contendo as fases do trabalho de campo.

Figura 1 - Fluxograma do ciclo das etapas do trabalho de campo



Fonte: Elaborado pelas pesquisadoras (2020)

²¹ Que eram do Ensino Fundamental, turmas da EJA, e Ensino Médio.

O fluxograma indica a maneira como se desenvolveram as fases que se inicia com o Planejamento das aulas, em seguida vem o seu desenvolvimento, finalizando com a avaliação. Concebemos que as fases funcionam como um ciclo que poderia reiniciar de acordo com as demandas dos participantes da pesquisa no planejamento de novas aulas.

A primeira atividade de campo foi a confirmação dos licenciandos que participaram da pesquisa e somente depois saberíamos quais os conteúdos dos planos de aula e o tempo (quantidade de aulas) disponibilizado para seu desenvolvimento a partir da definição junto aos professores supervisores do estágio supervisionado.

As ações seguintes do trabalho de campo, que serão detalhadas no próximo capítulo, foram os encontros periódicos, de acordo com a disponibilidade dos licenciandos, pesquisadora e do LEM FaE, para pesquisa, discussão, planejamento, estudo e testes, objetivando elaborar os planos de aulas dos licenciandos. Posteriormente a esses primeiros encontros, com um prévio plano de aula elaborado, fizemos um convite aos Professores Supervisores do estágio supervisionado dos licenciandos para que eles, caso quisessem, contribuíssem no processo de elaboração final e avaliação dos planos de aulas no LEM FaE.

A participação dos Professores Supervisores da disciplina de APPE II era livre e uma Professora aceitou participar da pesquisa. Entendemos que a participação dela engrandeceu a elaboração e avaliação dos planos de aulas. O desenvolvimento do plano de aula nas turmas da Educação Básica foi realizado pelos licenciandos, pois julgamos que a presença da pesquisadora neste momento poderia causar estranhamento dos estudantes e pelo fato de o foco da pesquisa estar no LEM FaE. Ademais, as informações dessas turmas eram trazidas pelos licenciandos e, embora pudesse ser uma investigação interessante, não foi possível visitar as escolas e interagir com os estudantes.

4.3 O Laboratório de Ensino de Matemática da Faculdade de Educação

Neste tópico, descrevemos, não traremos fatos históricos do surgimento do laboratório, brevemente os usos e características do LEM FaE com o intuito de apresentar ao leitor este espaço da Faculdade de Educação da UFMG, onde foi desenvolvida esta pesquisa, o que também pode auxiliar professores e futuros

professores na implementação de um LEM em suas instituições de ensino. A imagem a seguir traz uma fotografia feita ao entrar no LEM FaE, que fica no corredor da biblioteca da FaE.

Figura 2 - Visão geral LEM FaE



Fonte: Arquivo pessoal das pesquisadoras (2020)

Pela imagem é possível notar que existem nesse espaço carteiras e mesas que acomodam 40 pessoas, armários que contêm os materiais e que foram enfeitados com mandalas, fotografias e caixas com figuras feitas com Tangran com o objetivo de tornar o espaço mais agradável visualmente. Além disso, mais ao fundo, é possível ver alguns sólidos geométricos de papel. O espaço também dispõe de projetor multimídia e tela de projeção e duas lousas. Na figura 3, vemos detalhes do que existe dentro dos armários do LEM FaE:

Figura 3 - Armários do LEM FaE



Fonte: Arquivo pessoal das pesquisadoras (2020)

No lado esquerdo da figura 3, vemos uma parte dos 650 exemplares, aproximadamente, disponíveis no LEM FaE, de Livros Didáticos dos anos iniciais aos finais do Ensino Fundamental, além do Ensino Médio, paradidáticos, obras relacionadas à Formação de Professores, ao uso de jogos e alguns exemplares de periódicos da área da Educação e Educação Matemática. No lado direito da figura, vemos dois armários que contêm alguns materiais pedagógicos do LEM FaE. Na tabela 1 exibimos a lista completa desses materiais.

Tabela 1 - Listas dos materiais didáticos disponíveis no LEM FaE

Material	Quantidade
"tábua de escala" (peixe)	1
Ábacos	9
Ábacos abertos	6
Balança	1
Barras de Cuisenaire Individual madeira	2
Barras de Cuisenaire madeira	3
Barras de Cuisenaire Individual EVA	8
Base 2	2
Base 3	2
Base 4	2
Base 5	2
Blocos lógicos EVA	3
Blocos Lógicos madeira	1

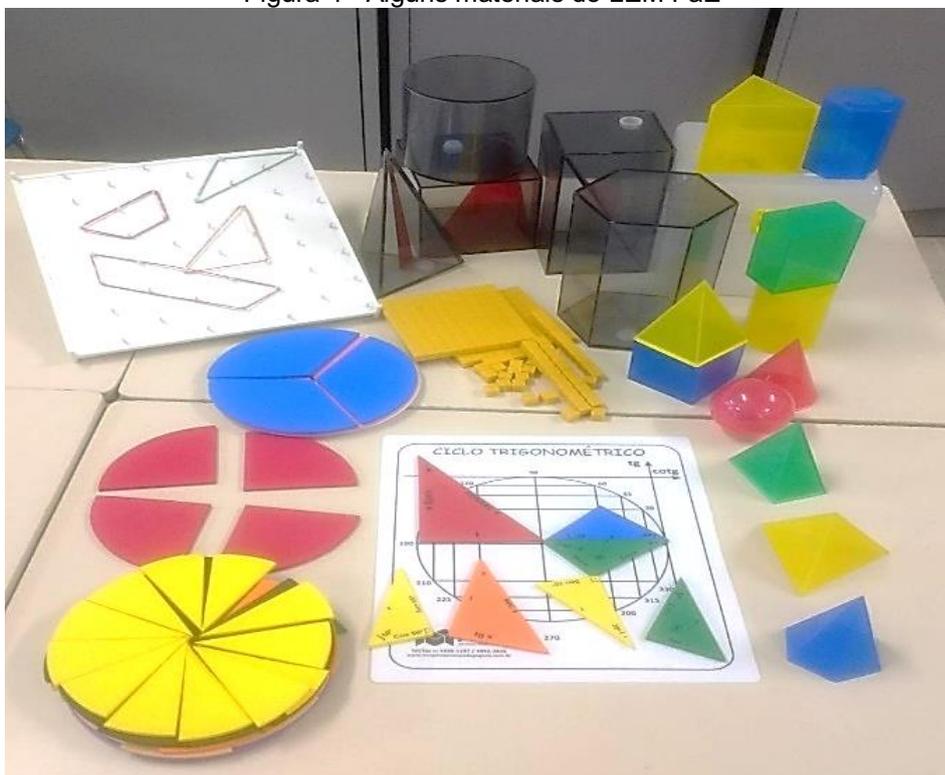
Caixa com cubos de centésimos	1
Caixa de frações de "madeira" retangular	1
Ciclo Trigonométrico com triângulos	1
Ciclo Trigonométrico com triângulos imantados	1
Conjunto Sólidos Acrílico 10 pçs	1
Cubo da Soma	2
Cubo Soma - Quebra Cabeça	1
Dinheiro Chinês	5
Flanelógrafo	1
Frações Circulares EVA	4
Frações em Barras EVA	4
Frações no Hexágono EVA	4
Frações no Quadriculado EVA	4
Geoplano Quadrado + Triangular + Áreas	12
Jogando com a Álgebra	1
Jogo Caracol	1
Jogo Cinco em linha	1
Jogo de Fechar a Caixa	1
Jogo Mandala Trigonométrica	1
Jogo Matix	1
Jogo Probabilidade	1
Jogo: Avançando com o Resto	1
Jogo: Roleta Matemática	1
Jogos Romanos XV	1
Kit Álgebra	5
Kit Álgebra Imantado	1
Kit Áreas e Volumes	1
Kit Geometria Plana	3
Kit Multiplicação com Varetas	6
Material Dourado	6
Material Dourado Individual	5
Material Dourado Individual - Plástico	2
Material Multiplano - para deficiente visual	1
Pentaminós	1
Poliminós com Prancha	5
Quadro Valor lugar	2
Quebra cabeça: Quadrado de 4 cores	1
Relações Métricas nos Triângulos Retângulos em	
EVA Grande	1
Sistema decimal	1

Sólidos Geométricos - Madeira	5
Sólidos Geométricos - Plástico	3
Tábua de Frações de EVA circular	4
Tábua de Frações de EVA retangular	4
Tábua de Frações de Madeira Circular	4
Tábua de Frações de Madeira quadrangular	1
Tábua de Frações de Madeira triangular	4
Tangran de EVA	3
Tangran de Madeira	4
Tangran de Papel em envelopes	11
Tangran na caixa	11
Teorema de Pitágoras	1
Tetraminós	1
Torre de Hanoi	3
Total	194

Fonte: Elaborado pelas pesquisadoras (2020)

Na figura seguinte, vemos alguns desses materiais e no Recurso Educativo (disponível no Apêndice J) traremos mais detalhes desses materiais do LEM FaE.

Figura 4 - Alguns materiais do LEM FaE



Fonte: Arquivo pessoal das pesquisadoras (2020)

Na figura 4, temos imagens do Kit de Fração Circular em E.V.A., Geoplano, Kit de Material Dourado individual de plástico, um Kit de Ciclo Trigonométrico em E.V.A. e parte de dois Kits de Sólidos Geométricos, ambos em acrílico, sendo um com cores diversas e outro em tons de cinza.

De maneira geral, há livros e materiais pedagógicos em quantidade satisfatória para atender as demandas do LEM FaE. Alguns dos jogos e materiais disponíveis foram elaborados por estudantes que frequentaram o espaço em algumas disciplinas. Esses materiais foram adquiridos com verba de alguns projetos ao longo do tempo ou com a doação de alguns professores e de editoras que enviaram material de divulgação. Referente aos usos, o LEM FaE, coordenado pela Professora Keli Cristina Conti, desde o ano de 2016, tem favorecido, principalmente, a realização das atividades dos docentes da área da Educação Matemática da FaE. Para saber mais detalhes de alguns desses usos e dos sujeitos do LEM FaE, trazemos como sugestão a leitura do trabalho de Rizzi e Conti (2018).

Dentre os usos do LEM FaE, descritos no estudo de Rizzi e Conti (2018), está o de sediar as disciplinas de APPE I e II do curso de Licenciatura em Matemática. Dos cursos oriundos da FaE tem acolhido algumas disciplinas da Pedagogia, do LECampo e do FIEI, considerando as suas especificidades. Além disso, existem disciplinas do Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Educação e Docência da Faculdade de Educação e do Programa de Pós-Graduação em Educação: Conhecimento e Inclusão Social realizadas no LEM FaE, geralmente os Seminários de Pesquisa das linhas da Educação Matemática de ambos os programas.

O quadro 3 apresenta a ocupação do LEM FaE no segundo semestre de 2018, que foi disponibilizado aos participantes para agendamento dos encontros do trabalho de campo, ou seja, os agendamentos dos encontros da pesquisa aconteciam mediante esta disponibilidade do LEM FaE:

Quadro 3 - Ocupação do LEM FaE no segundo semestre de 2018

Turno	Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta
Manhã		Disciplina do curso de Pedagogia	Disciplina do Mestrado ou Doutorado	APPE II	Disciplina do curso de Pedagogia
Tarde			Disciplina do Mestrado Profissional	Disciplina do Mestrado Profissional	
Noite	APPE II		Disciplina do curso de Pedagogia	Disciplina do curso de Pedagogia	

Fonte: Elaborado pelas pesquisadoras (2020)

De maneira geral, o LEM FaE funciona como um espaço que possibilita a convivência de seus envolvidos, docentes e discentes (licenciandos, mestrandos e doutorandos), para planejar, construir, desenvolver e refletir sobre suas práticas, pesquisas e intervenções pedagógicas.

4.5 Os participantes da pesquisa

Após iniciado o contato com os licenciandos, tivemos a adesão de cinco deles, ou seja, participaram do trabalho de campo os licenciandos²² Carolina, Eric, Fabiana, Gustavo e Leandro, e a Professora Mariana, que supervisionava o licenciando Gustavo. Alguns licenciandos manifestaram interesse, mas não tiveram disponibilidade de tempo. No quadro 4, mostraremos as informações gerais que constavam como resposta no Questionário de Identificação do Participante (Apêndice 1) de cada um dos licenciandos na época da pesquisa de campo, segundo semestre de 2018:

Quadro 4 - Dados gerais dos licenciandos participantes da pesquisa

Nome	Idade	Atividade remunerada	Experiências anteriores em docência de Matemática	Nível de ensino das turmas em que atuava
Carolina	24 anos	Atuava como assistente administrativo	Não havia	Turmas iniciais da EJA do Ensino Fundamental
Eric	24 anos	Não exercia	Como monitor de pré-vestibular e professor de aulas particulares	1º ano do Ensino Médio
Fabiana	32 anos	Não exercia	Não havia	2º e 3º anos do Ensino Médio
Gustavo	23 anos	Atuava como monitor em pré-vestibulares e aulas particulares	Não havia	1º e 2º anos do Ensino Médio
Leandro	22 anos	Atuava como estagiário em um colégio de Ensino Fundamental e em outro de pré-vestibular, professor em um instituto educacional e bolsista de um projeto de extensão.	Estava em sua primeira experiência em turmas do 6º, 7º, 8º e 9º ano do Ensino Fundamental.	Turmas da EJA do Ensino Fundamental

Fonte: Elaborado pelas pesquisadoras (2020)

De maneira geral, os licenciandos eram jovens com pouca ou nenhuma experiência em docência em Matemática. Havia três licenciandos, Carolina, Gustavo e Leandro, que trabalhavam na época da pesquisa, o que dificultou um pouco os

²² Uma das participantes optou pelo uso de um pseudônimo.

agendamentos dos encontros. Em relação ao nível de ensino em que eles faziam o estágio, tínhamos da EJA das séries iniciais às finais no Ensino Fundamental e Ensino Médio.

Além dos licenciandos, os Professores Supervisores foram convidados para participarem do LEM FaE, propiciando um ambiente de trocas ainda maior, e, devido a isso, tivemos a participação da Professora Supervisora Mariana. Segundo as informações do questionário da participante, a Professora tinha 25 anos, era graduada em Licenciatura em Matemática pela UFMG, sendo colega de curso da pesquisadora. Além disso, era estudante do Programa de Pós-Graduação: Conhecimento e Inclusão Social em Educação, da linha da Educação Matemática. Estava em sua primeira experiência profissional em docência como Professora Substituta, desde maio de 2017, em um colégio técnico público de âmbito federal e lecionou para o 1º, 2º e 3º anos do Ensino Médio.

O detalhamento melhor de cada participante será apresentado mais adiante, no próximo capítulo.

4.6 Análises da pesquisa

A partir deste momento do texto, traremos elementos que contribuíram para a escolha do foco de análises que foram definidos após uma revisão dos instrumentos de registro da pesquisa e também da reflexão do objetivo da pesquisa de analisar os alcances e limitações do uso do LEM FaE como suporte no planejamento de aulas a serem desenvolvidas no âmbito do estágio supervisionado dos licenciandos em Matemática.

Apoiadas em Fiorentini e Lorenzato (2012), compreendemos que “esse é um processo trabalhoso e meticuloso que implica múltiplas leituras do material disponível, tentando nele buscar unidades de significados ou, então, padrões e regularidades para, depois, agrupa-las em categorias” (p.133). Dessa forma, ao refletir sobre os alcances, surgiram alguns questionamentos do tipo: Quais usos foram feitos do LEM FaE? E quais usos foram feitos no âmbito do estágio?

Dessa maneira, para narrar a trajetória da pesquisa resolvemos apresentá-las em momentos tais como apresentação de cada licenciando, a descrição dos encontros e evolução do roteiro do plano de aula, a avaliação de cada participante.

Visamos perceber e ressaltar os significados e as interações que aconteceram ao longo dos encontros do trabalho de campo. Logo após, traremos um compilado dos momentos que ficaram mais em evidência nos encontros ou na avaliação e sempre que possível os relacionando-os com o referencial teórico apresentado no capítulo anterior.

Percebemos também que o uso do LEM FaE na pesquisa teve momentos positivos, os alcances, e outros negativos, as limitações. Pensamos que esses usos aproximam a pesquisa da realidade de quando um professor planeja uma atividade, pois não é possível prever como será o seu fim ou o seu uso, mas nem por isso ela perde o seu valor.

À vista disso, traremos como alcances os momentos que os usos do LEM remetem à segunda e à terceira concepção apresentada por Lorenzato (2009). Desse modo, a segunda concepção de LEM é compreendida como

Um local da escola reservado preferencialmente não só para aulas regulares de matemática, mas também para tirar dúvidas de alunos; para os professores de matemática planejarem suas atividades, sejam elas aulas, exposições, olimpíadas, entre outras, discutirem seus projetos, tendências e inovações; um local para a criação e desenvolvimento de atividades experimentais, inclusive de produção de materiais instrucionais que possam facilitar o aprimoramento da prática pedagógica. (LORENZATO, 2009, p.6).

E a terceira concepção contida em Lorenzato (2009) é de o LEM ser

(...) uma sala-ambiente para estruturar, organizar, planejar e fazer acontecer o pensar matemático, é um espaço para facilitar, tanto ao aluno como ao professor, questionar, conjecturar, procurar, experimentar, analisar e concluir, enfim, aprender e principalmente aprender a aprender. (LORENZATO, 2009, p.7)

Mas os alcances não se restringiram apenas ao uso do LEM, também foi desenvolvido no LEM FaE observado em relação ao estágio e à colaboração. Usaremos duas das quatro concepções de estágio contidas em Pimenta e Lima (2012) para guiar as análises no âmbito do estágio, sendo elas: estágio como aproximação da realidade e atividade teórica; estágio como pesquisa. Já referente aos alcances da colaboração, os elementos apontados por Fiorentini (2013) serviram de referência para a análise: voluntariedade, identidade e espontaneidade; liderança compartilhada e corresponsabilidade; apoio, respeito mútuo e reciprocidade de aprendizagem.

Além disso, também ressaltaremos as limitações, só que agora refletindo sobre os acontecimentos em que o uso do LEM e do estágio foram limitantes. Relativo às

concepções de Lorenzato (2009), a primeira delas, de que o LEM “poderia ser um local para guardar materiais essenciais, tornando-os acessíveis para as aulas” (LORENZATO, 2009, p. 6), serviu de suporte para refletirmos quando o uso do LEM se deu de maneira limitante. Por outro lado, as experiências que se aproximaram mais das duas primeiras concepções, a prática como imitação de modelos e a prática como instrumentalização técnica, de Pimenta e Lima (2012), serão tratadas como limitativas para este estudo.

Dessa forma, o último momento que foi descrito é os dos alcances e limitações da participação no trabalho de campo de cada licenciando que também englobou as informações oriundas da avaliação de cada participante.

4.7 Recurso Educativo

De acordo com essa proposta de analisar quais são os alcances e limitações do LEM FaE como suporte no planejamento de aulas a serem desenvolvidas no âmbito do trabalho de campo de estágio dos licenciandos em Matemática, o Recurso que buscamos desenvolver foi a um e-book, disponível no Apêndice J, contendo um pequeno referencial teórico sobre algumas concepções de LEM, o LEM na Formação de Professores, sugestões de atividades, leituras e materiais que potencializem os alcances do LEM, além de alguns dos planos de aulas elaborados em conjunto com os licenciandos.

Na figura 5 encontra-se a capa do e-book.

Figura 5 - Capa do Recurso Educativo

POTENCIALIZANDO
OS ALCANCES DO LEM FaE:
SUGESTÕES DE MATERIAIS E ATIVIDADES

NAYARA KATHERINE DUARTE PINTO
KELI CRISTINA CONTI (ORG)

Prefácio: Prof. Sergio Lorenato

UFMG FaE PROMESTRE

Fonte: Arquivo pessoal das pesquisadoras (2020)

Ao longo do e-book, guiamos ao leitor um pequeno referencial teórico sobre algumas concepções de LEM e sobre o uso do LEM na Formação de Professores. Na sequência, trazemos sugestões que vão desde materiais que podem fazer parte de um LEM, atividades, leituras, dissertações e sites para professores. Dentre as atividades, estão algumas elaboradas ao longo do trabalho de campo da pesquisa, mencionada anteriormente, em parceria da pesquisadora com os licenciandos, que na época cursavam a disciplina APPE II, e uma professora supervisora.

Para essa elaboração, estimamos que o Recurso Educativo final deva concordar com a proposta de Zabala (1998, p. 18, grifo do autor) e ser "um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que tem um princípio e um fim conhecidos, tanto pelos professores como pelos alunos", ou seja, deverá ser coerente com os objetivos de estudo.

Consideramos que a disponibilização desse material digitalmente no campo da Educação Matemática, ampliará as percepções dos alcances de uso de um LEM na formação de licenciandos.

Finalizamos este capítulo após apresentar os principais elementos do contexto da pesquisa e prosseguiremos com a descrição e análise dos dados.

5. DESCRIÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

Neste capítulo, relatamos o trabalho de campo a partir de cada participante da pesquisa. A escolha da ordem de apresentação dos participantes foi de acordo com a adesão deles à pesquisa; a ordem da descrição dos encontros será cronológica, mas os avanços que ocorreram na elaboração dos roteiros de cada plano de aula, quando exibidos, não seguem esse padrão. Procuramos descrever com o máximo de exatidão e detalhes possível, por ser uma pesquisa qualitativa. Para isso as fontes das informações foram os áudios gravados nos encontros e nas entrevistas semiestruturadas de avaliação, o caderno de campo da pesquisadora, os registros de e-mails e de mensagens pelo aplicativo *WhatsApp* e as versões dos planos de aula de cada licenciando.

Ao longo do primeiro semestre de 2018, a pesquisa se moldou, como foi retratado anteriormente, e, na sequência, após as formalizações éticas previstas, iniciou-se o desenvolvimento do trabalho de campo. Dessa maneira, no segundo semestre do mesmo ano, a pesquisadora começou a acompanhar as aulas da disciplina APPE II no LEM FaE: uma turma às segundas-feiras à noite e outra às quintas-feiras de manhã, com a Professora Samira Zaidan.

A apresentação da pesquisadora para as turmas ocorreu nos dias 30 de agosto de 2018 na turma matutina e 03 de setembro na turma do noturno no ano de 2018, sendo mediada pela Professora Samira. De maneira geral, os licenciandos foram bem receptivos. Alguns licenciandos que cursaram APPE I no primeiro semestre de 2018 já conheciam a pesquisadora, a qual havia realizado uma Oficina com eles sobre os materiais do LEM FaE. Refletimos que essa presença nas turmas foi muito benéfica para a pesquisa e, embora não seja o foco da investigação, contribuiu para criação de um laço afetivo da pesquisadora com os licenciandos, permitindo que não houvesse um distanciamento entre apresentação e a procura deles em participar do trabalho de campo. Ou seja, colaborou para que os licenciandos construíssem uma relação de confiança com a pesquisadora.

A partir deste momento do texto, perpassaremos sobre cada um dos licenciandos que participaram do trabalho de campo com o objetivo de descrever a trajetória da pesquisa em momentos. Inicialmente descreveremos um pouco de cada um deles, posteriormente serão apresentados os encontros com cada um dos

Licenciandos e Professora Supervisora, quando houve, e, em seguida, apresentaremos a evolução do roteiro do plano de aula²³. Também exibiremos a avaliação de cada participante e os alcances e limitações sobre a participação no trabalho de campo. Por fim, em alguns casos, quando o uso dos recursos do LEM FaE foi limitado, haverá sugestões de atividades ou recursos, advindo da reflexão e experiências das pesquisadoras, com o intuito de trazer potencialidades para o uso do LEM FaE.

Referente aos encontros, houve gravação de áudio como forma de registrar os encontros com mais riqueza de detalhes, no contexto da pesquisa qualitativa. Ademais, as marcações desses encontros foram realizadas de acordo com a disponibilidade do LEM FaE, apresentada no quadro 3, do Licenciando e da pesquisadora.

5.1 O Licenciando Eric

Um dos primeiros licenciandos a procurar a pesquisadora foi Eric, de maneira autônoma, tanto em relação ao tema do plano de aula quanto à participação na pesquisa. Eric tinha 24 anos na época e estava em sua primeira graduação, tendo ingressado em 2012. Durante nossos encontros, ele relatou que havia alterado a opção de Bacharelado por Licenciatura em Matemática no início do segundo semestre de 2018 e que iniciava suas primeiras aproximações com a docência por meio das disciplinas relacionada à sua nova opção de graduação. A pesquisadora recordava de ter cursado uma ou duas disciplinas com o Eric no tempo em que era estudante da graduação. Sendo uma grata surpresa para ela reencontrá-lo na sala da aula e saber de sua vontade de participar da pesquisa. Foi desafiador para a pesquisadora o fato de que, alguns semestres anteriores, eles eram colegas de classe e, agora, passaram a ser parceiros em uma pesquisa.

O estágio supervisionado do Eric era realizado em três turmas do 1º ano do Ensino Médio, onde havia em média 25 estudantes frequentes em cada turma, em uma Escola Estadual no município de Belo Horizonte, instituição que, para o licenciando, possuía estrutura de porte médio. Eric relatou que tinha experiência como monitor de pré-vestibular e professor de aula particular, mas ainda não havia

²³ Para o Licenciando Leandro optamos por apresentar os encontros e o roteiro de aula simultaneamente.

planejado e desenvolvido aulas para uma turma regular, sendo um grande interesse dele em aprender como desenvolver uma aula que não fosse apenas expositiva e em que pudesse dialogar com os estudantes.

Estávamos na turma de APPE II quando o licenciando Eric manifestou seu interesse em participar da pesquisa e foi marcado um encontro no LEM FaE em uma tarde que não havia atividades coletivas no local. No próximo, item detalharemos esse e os outros encontros do trabalho de campo.

5.1.1 Encontros com o Licenciando Eric

Com o objetivo de organizar melhor a ordem cronológica dos encontros com o Licenciando Eric para o leitor, elaboramos o quadro 5.

Quadro 5 - Dados gerais dos encontros com o Licenciando Eric

Data	Motivo do encontro	Local do encontro	Presentes
20 de setembro de 2018	Planejamento do Plano de Aula	LEM FaE	Eric e Nayara.
25 de setembro de 2018	Planejamento do Plano de Aula	LEM FaE	Eric e Nayara.
02 de outubro de 2018	Planejamento do Plano de Aula	LEM FaE	Eric e Nayara.
08 de outubro de 2018	Planejamento do Plano de Aula	LEM FaE	Eric e Nayara.
25 de outubro de 2018	Avaliação do Plano de Aula pelo Licenciando	LEM FaE	Eric e Nayara

Fonte: Elaborado pelas pesquisadoras (2020)

O nosso primeiro encontro, realizado no dia 20 de setembro de 2018, foi breve, mas conseguimos conversar um pouco sobre o roteiro prévio elaborado pelo Licenciando Eric anteriormente à pesquisa e partindo de observações do licenciando, e dar encaminhamentos para o próximo encontro. Neste momento, a função do LEM FaE foi de ser um espaço para a conversa da pesquisadora com o licenciando. A ideia inicial da proposta dessa pesquisa era elaborar um plano de aula a partir de um conteúdo pré-estabelecido pelo Professor Supervisor de estágio, mas, no caso do Licenciando Eric, ele mesmo propôs o tema da aula para a Professora Supervisora, ou seja, aconteceu o inverso do idealizado. Mas, consideramos esse acontecimento positivo, pois a Professora Supervisora deu autonomia para o Licenciando.

Além disso, durante o primeiro encontro, o licenciando revelou que a motivação para o tema da aula surgiu ao perceber, durante os momentos de observação das aulas, erros recorrentes dos estudantes, como, por exemplo, ao multiplicarem por 0

ou por 1. Foi enfatizado pelo Licenciando Eric que ele desejava que suas aulas permitissem que os estudantes aprendessem algumas propriedades das operações e compreendessem melhor esses conteúdos. O que nos fez perceber nele o desejo de ser um facilitador da aprendizagem e a preocupação de que os estudantes aprendessem, como se evidencia no trecho a seguir:

*Licenciando Eric: A gente não quer responder para o aluno, a gente quer ajudar os alunos a pensar.
(Arquivo de áudio da pesquisadora, 2018)*

Como comentando anteriormente, o licenciando havia elaborado um roteiro inicial e apresentado para a Professora Supervisora da escola, a qual, segundo o licenciando, esboçou ter gostado e disponibilizou duas aulas, de 50 minutos cada uma, para o seu desenvolvimento. Por outro lado, havia uma expectativa dele sobre como seria o processo de diálogo com os estudantes nessa aula. Acreditamos que este caminho já estava iniciado pelo fato de os dois, Professora Supervisora e Licenciando, esboçarem que seria interessante, para essas aulas, que os estudantes ficassem organizados em duplas ou trios, para haver maior possibilidade de discussões entre os pares.

Uma preocupação e discussão que permeou esse e outros encontros foi: qual seria a abordagem adequada a ser adotada para as aulas? Em vista disso, no primeiro encontro, a pesquisadora separou alguns livros paradidáticos do LEM FaE, dentre eles Imenes (1987, 1990 e 1998), para avaliarem possíveis contribuições para contextualizações ou linguagem alternativa para o roteiro. Inicialmente, separamos livros cujas temáticas pudessem estar relacionadas aos conteúdos do roteiro inicial e os dividimos para levarmos, licenciando e pesquisadora, para casa para lermos com atenção. A função do LEM FaE nesse momento foi a de possibilitar o acesso aos livros e um espaço de planejamento.

Iniciamos o segundo encontro, ocorrido no dia 25 de setembro de 2018, que durou quase uma hora e meia, conversando sobre as leituras que fizemos em casa dos paradidáticos. Das realizadas pelo Licenciando Eric, chamou a atenção o seguinte trecho de Imenes (1990) “Se não tem um porquê, então não é Matemática” (p. 37). Posteriormente, esse trecho foi incluído no roteiro do plano de aula como uma maneira de incentivar os estudantes a indicar os porquês de suas respostas.

Em seguida, optamos por utilizar o computador do LEM FaE para sistematizar, pois já havíamos discutido o plano de aula. Conseguimos pensar e escrever os dados gerais, os objetivos, a metodologia e o roteiro (atividades que seriam desenvolvidas pelos estudantes durante a aula). Utilizamos como referência principal a obra de Gandin e Cruz (2014), em que os autores caracterizam que: “O plano de sala de aula, aquele que o professor precisa elaborar para desincumbir-se de seu trabalho cotidiano, faz parte de um conjunto – o processo de planejamento de uma escola” (p.23). O LEM FaE, nesse momento do encontro, permitiu a utilização de um recurso tecnológico, o computador.

O quadro 6 contém as informações que escrevemos no segundo encontro. Omitimos os dados que identificavam a instituição e as turmas por questão de ética:

Quadro 6 - Informações gerais do Plano de aula do Licenciando Eric

Nome: Eric
Nayara Katherine

Disciplina: Matemática
Tema: Operações básicas e conjuntos

Ano: 1º do Ensino Médio
Duração 90~100 minutos

Objetivos:

- Consolidar e refletir propriedades das operações básicas
 - Um produto que se iguala a zero tem um de seus termos também igual a zero.
- Reconhecer padrões e sequências
 - Generalizar a regra algebricamente
- Formalizar o conhecimento algébrico
- Compreender os “diferentes infinitos”
- Comparar soluções em diferentes domínios de validade

Metodologia: em duplas, para os alunos discutirem e compararem respostas, com os professores auxiliando o raciocínio através de perguntas que os alunos poderiam ter feito a si mesmos, os encaminhando para a resolução.

Roteiro: Entrega-se uma lista com seis exercícios, interrompendo para discussão em pontos chave: depois dos dois primeiros, depois do terceiro, depois do quarto e depois do sexto.

Fonte: Plano de aula do Licenciando Eric (2018)

Essa escrita foi mantida no plano final, que consta no Apêndice 5, tendo sido acrescentada a seguinte frase ao final do roteiro: as atividades são simples, mas requerem uma discussão em torno de domínios de validade e exceções a regras normalmente induzidas pelos estudantes em sala. Por outro lado, a diferença é um pouco maior nos objetivos, os quais apresentamos no quadro seguinte em sua versão final:

Quadro 7 - Versão final dos objetivos do plano de aula

Objetivos:

- Consolidar e refletir propriedades das operações básicas
- Conhecer a Lei do Anulamento do Produto
- Reconhecer padrões e sequências
- Generalizar a regra algebricamente
- Formalizar o conhecimento algébrico
- Compreender os “diferentes infinitos”
- Comparar soluções em diferentes domínios de validade
- Utilizar a Lei do Anulamento do Produto para resolução de equações
- Apresentar ideais que levam ao Teorema Fundamental da Álgebra

Fonte: Plano de aula do Licenciando Eric (2018)

No terceiro encontro, realizado no dia 02 de outubro de 2018, o último no LEM FaE antes do desenvolvimento da aula, aproveitamos para revisar todo o roteiro da aula e conversar sobre qual seria o processo de diálogo com os estudantes pelo Licenciando Eric. O roteiro da aula, disponibilizado na íntegra no Apêndice 5 e terá alguns detalhes apresentados no próximo subitem, foi organizado em 4 folhas, de maneira que permitisse a entrega das páginas separadas para os estudantes. Assim, mantivemos a ideia inicial de entregar uma folha por vez e haveria um tempo médio estimado por folha de 15 minutos para as duplas discutirem e escreverem a resposta. Em seguida, haveria uma conversa coletiva, guiada pelo licenciando, para saber das resoluções dos estudantes.

Tivemos a percepção de que o Licenciando Eric se sentiu seguro após reafirmamos essa organização do roteiro, pois, como ele havia relatado nos encontros, era a primeira aula que ele elaborou e desenvolveu em uma classe regular. Possivelmente essa segurança se deve à colaboração que foi ocorrendo durante os encontros, indicando que o LEM FaE pode ser um espaço que favorece a colaboração e troca de experiências. Refletindo sobre as concepções das autoras Pimenta e Lima (2012), é possível notar indícios de que a função do estágio para o licenciando a da prática como instrumentalização técnica, ou seja, aprender técnicas da profissão de professor.

Nosso quarto encontro, que aconteceu no dia 08 de outubro de 2018, foi antes de uma aula de APPE II e consistiu na impressão dos roteiros. Sob outra perspectiva, o quinto encontro, realizado no dia 25 do mesmo mês, foi para a avaliação do desenvolvimento da aula e a realização da entrevista semiestruturada, que auxiliou

nas reflexões e escrita da análise da participação do Licenciando na pesquisa. Nesses momentos, ponderamos que o LEM FaE possibilitou o uso tecnológico e foi um espaço de reflexão sobre/na/com a prática.

5.1.2 Evolução do roteiro do plano de aula

Com a finalidade de organizar a descrição da evolução do roteiro que tivemos, pesquisadora e Licenciando Eric, ao longo dos encontros, a partir deste momento apresentaremos as discussões e alterações de uma questão do roteiro da aula, mas o plano de aula com o roteiro na íntegra está disponível no Apêndice 5.

O LEM FaE serviu de suporte para as conversas e debates para a melhoria do roteiro proposto pelo licenciando Eric. Dentre essas alterações, destacamos a evolução da questão três do roteiro e apresentamos, no quadro 8, a sua versão inicial.

Quadro 8 - Ideia inicial da questão três

<p>Aprendemos desde cedo que $5 \cdot 3 = 3 + 3 + 3 + 3 + 3$ (5 vezes o 3 é igual a 3 somado a si mesmo 5 vezes).</p> <p>a) Como você interpretaria a conta $-2 \cdot 3$?</p> <p>b) E a conta $\frac{3}{2} \cdot 3$?</p> <p>c) Utilize suas respostas anteriores para explicar as contas</p> <p style="text-align: center;">$(-2) \cdot (-7)$ e $-\frac{1}{2} \cdot 5$</p> <p>O resultado foi igual ou diferente do esperado? Se foi diferente, explique o porquê.</p>

Fonte: Primeiro roteiro elaborado pelo Licenciando Eric (2018)

Esse roteiro inicial foi apresentado pelo Licenciando Eric no primeiro encontro do trabalho de campo e descrito por ele como o primeiro roteiro. Além disso, foi apresentado também um segundo roteiro que seria esse inicial alterado após uma reunião do Licenciando Eric com sua Professora Supervisora do estágio. Gostaríamos de esclarecer que intitulamos esse segundo roteiro como prévio, pois foi a partir dele que começamos as atividades da pesquisa. Nesse sentido, o LEM FaE serviu de suporte para nossas conversas e debates para a melhoria dessa e de outras questões do roteiro proposto pelo licenciando Eric.

Dessa maneira, a questão três, contida no roteiro prévio, está apresentada no quadro 9.

Quadro 9 - Questão três do roteiro prévio

Aprendemos desde cedo que $5 \cdot 3 = 3 + 3 + 3 + 3 + 3$
 (5 vezes o 3 é igual a 3 somado a si mesmo 5 vezes).
 Sabendo disso, observe a seguinte sequência:

1º termo: $3 \cdot 2 = 2 + 2 + 2$
 2º termo: $2 \cdot 2 = 2 + 2$
 3º termo: $1 \cdot 2 = 2$
 ...

a) Qual a diferença entre o segundo e o primeiro termo?
 b) E entre o terceiro e segundo termo?
 c) Descreva os próximos três termos da sequência num formato similar.

Fonte: Roteiro prévio elaborado pelo Licenciando Eric (2018)

No terceiro encontro dedicamos um tempo considerável para conversar sobre essa questão e sobre linguagem utilizada para formular as perguntas, o que ficou registrado no áudio. Também utilizamos o quadro de giz do LEM FaE para pensar essas alterações. Dessa maneira, o espaço do LEM FaE possibilitou a colaboração entre os participantes, servindo para sediar esses debates, e a utilização do quadro de giz auxiliou nas modificações. Consideramos que a partir de algumas características, percebidas durante os encontros, que o trabalho de campo foi colaborativo, destas destacamos a liderança compartilhada nas tarefas desenvolvidas pelo licenciando e pesquisadora. Além disso, acreditamos que o apoio e respeito mútuo possibilitaram essas discussões nos encontros.

Após algumas discussões, chegamos ao consenso de alterar a organização da estrutura da pergunta e de utilizarmos uma nova escrita para o item, e, a partir dele, prosseguimos com os outros itens. No quadro 10, apresentamos a versão final da questão três para o roteiro.

Quadro 10 - Questão três na versão final do roteiro

Aprendemos desde cedo que $4 \cdot 3 = 3 + 3 + 3 + 3$

(4 vezes o 3 é igual a 3 somado a si mesmo 4 vezes).

Com base nisso, definimos a multiplicação $n \cdot a$ como

$$n \cdot a = \underbrace{a + a + \dots + a}_{n \text{ vezes}}$$

n vezes

(lê-se: n vezes a)

Utilize o fato acima para responder as seguintes questões:

- O que fazemos para passar de $5 \cdot 3$ até $6 \cdot 3$?
- E para passar de $6 \cdot 3$ até $5 \cdot 3$, o que fazemos?
- Como passaríamos de $1 \cdot 3$ para $0 \cdot 3$? Por quê?
- Utilize suas respostas anteriores para explicar $(-1) \cdot 3$ e $(-2) \cdot 3$?
- Como você interpretaria a conta $\frac{3}{2} \cdot 3$?

Fonte: Roteiro final do plano de aula do Licenciando Eric (2018)

A questão quatro foi criada após a reformulação da questão três. Aproveitamos a estrutura da questão 3 para adaptá-la sobre o tema de potência. A seguir, exibimos a questão quatro no quadro 11, pois julgamos que ela complementa a anterior.

Quadro 11 - questão quatro da versão final do roteiro

Aprendemos depois que $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2$

(2 elevado a 3 é igual a 2 multiplicado a si mesmo 3 vezes).

Com base nisso, definimos a potenciação a^n como

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ vezes}}$$

n vezes

(lê-se: a elevado a n)

Utilize o fato acima para responder as seguintes questões:

- O que fazemos para passar de 2^6 até 2^7 ?
- E para passar de 2^7 até 2^6 , o que fazemos?
- Como passaríamos de 2^1 para 2^0 ? Por quê?
- Utilize suas respostas anteriores para explicar 2^{-1} e 2^{-2} .
- Como você interpretaria a conta $2^{1/2}$?

Fonte: Roteiro final do plano de aula do Licenciando Eric (2018)

Essas foram as questões que desejamos apresentar neste momento do texto. Agora apresentaremos a avaliação do Licenciando Eric sobre sua participação no trabalho de campo.

5.1.3 Avaliação do Licenciando Eric sobre sua participação no trabalho de campo

Traremos a partir de agora elementos provenientes da entrevista semiestruturada, contendo a avaliação do Licenciando Eric perante o planejamento e desenvolvimento do plano de aula e da pesquisa de maneira geral. As questões estão disponíveis no Apêndice 3.

O Licenciando Eric avaliou positivamente o planejamento do plano de aula, mas enfatizou que ele dependeu muito da professora supervisora, pois ele seguiu o método que ela já abordava na sala de aula. Como ela conhecia há mais tempo as turmas, procurou imitá-la. Com relação ao uso do LEM FaE, ele avalia que foi bom, mas considera que não foram utilizados muitos materiais do LEM, já que ele utilizou uma abordagem em que não era necessário o uso desses materiais. Nesse sentido, temos consciência de que o LEM não é só “materiais”, no sentido de materiais manipulativos, mas também um espaço de planejamento. Na conversa, ele enfatiza que prefere mais formalidade no ensino de matemática e pondera que, às vezes, o ensino fica focado na utilidade e não na formalidade.

Ele afirma que as experiências foram bastante colaborativas, mas ele achou que houve mais retornos positivos e que gostaria de ter recebido mais retornos negativos para poder melhorar o plano de aula. Quando perguntado ao Licenciando Eric se ele participaria novamente da pesquisa, naquele momento, ele respondeu que:

Licenciando Eric: Não acho que eu vou precisar do LEM, eu não precisei dos materiais do LEM, sabe, mas do feedback do pessoal com certeza eu irei precisar. Agora é claro, que, se eu for tentar mudar para algo completamente diferente, algo que use coisas mais sólidas, com certeza vou precisar do LEM. Isso eu não tenho dúvida. Eu já sei que se eu precisar do LEM eu tenho aqui à disposição.
(Arquivo de áudio da pesquisadora, 2018)

Referente às experiências desenvolvidas na pesquisa que tiveram significado para o licenciando como professor, ele dialogou sobre as reflexões que fez relativo à postura que ele deseja ter como professor de matemática. Salientando que ele gostou

de ter criado o plano aula e não simplesmente de ter copiado de algo pronto da internet.

Quando o licenciando foi perguntado se as experiências desenvolvidas na pesquisa tiveram significado para sua formação, ele pensou um pouco e disse:

Licenciando Eric: Talvez eu não tenha percebido o significado, mas com certeza teve. Mas eu ainda não consigo externalizar em palavras. Talvez... Não consigo achar uma palavra certa, mas com certeza colaborou.
(Arquivo de áudio da pesquisadora, 2018)

Relativo à análise das experiências tendo como base suas expectativas iniciais, o licenciando focou mais no desenvolvimento do plano de aula, comentando sobre a frustração de a atividade ter gasto mais tempo do que o planejado e que muitos estudantes não participaram efetivamente. Ele acredita que os estudantes não participaram por medo de errar as respostas.

Ao final da entrevista, o licenciando avaliou positivamente o trabalho colaborativo entre pesquisadora e licenciando no âmbito da pesquisa, mas fez a sugestão de que, talvez, uma pessoa, sem tanto envolvimento com o processo do planejamento, poderia trazer outro olhar sobre o que ele havia planejado e essa pessoa poderia testar o roteiro também. Ou seja, ele enfatizou que gostaria que outra pessoa participasse do processo de finalização e teste do plano de aula. Além disso, ele ponderou em sua fala que o tempo para o planejamento e o desenvolvimento da aula foi corrido, pois ele relatou que a Professora Supervisora sairia de férias prêmio e ele preferiu usar a disponibilidade dela e não do futuro substituto da professora.

5.1.4 Alcances e limitações da participação no trabalho de campo do Licenciando Eric

Partindo dos momentos elencados anteriormente em relação ao licenciando Eric traremos a partir de agora os alcances e limitações da participação no trabalho de campo.

Com relação aos alcances do uso do LEM FaE, foi possível notar, na descrição da trajetória do Licenciando Eric, que, para a pesquisa, o espaço possibilitou momentos de conversas e debates da pesquisadora com o licenciando para o planejamento e melhoria do plano de aula proposto. Sendo assim, o LEM FaE pode ser um espaço que favoreceu a colaboração entre os envolvidos e possibilitando a reflexão sobre/na/com a prática. Além disso, o uso do LEM FaE teve a função de

possibilitar o acesso aos livros, ao recurso tecnológico do computador e ao quadro de giz para esse processo de evolução do plano de aula, por meio de discussões e reflexões.

Referente aos alcances LEM FaE no estágio supervisionado, notamos que foi dada autonomia pela Professora Supervisora ao Licenciando Eric desde a idealização ao desenvolvimento do plano de aula. Dessa forma, a criação do plano de aula foi avaliada pelo participante de maneira positiva. Existiu também um interesse do Licenciando por planejar a aula de maneira a incentivar os estudantes a pensarem nos porquês de suas respostas, o que nos fez perceber o seu desejo de ser um facilitador da aprendizagem e de se preocupar que os estudantes aprendessem. Relativo aos alcances da colaboração, o licenciando destacou, em alguns momentos da avaliação, que as experiências entre ele e a pesquisadora foram colaborativas e positivas.

Relacionado as limitações do uso do LEM FaE, foi notada a pouca utilização de materiais do LEM e o próprio licenciando mencionou na análise que isso foi devido ao fato de ele optar por seguir a abordagem utilizada pela Professora Supervisora. Em conformidade com essa escolha, relativo às limitações do estágio, notamos indícios de que a função do estágio para o licenciando se manifestou mais como a prática como instrumentalização técnica.

Por fim, relacionado às limitações da colaboração, mesmo o licenciado afirmando que a pesquisa ocorreu de modo colaborativo, entre ele e pesquisadora, ele indicou a sugestão que seria interessante um outro participante para auxiliar no processo de teste do plano de aula. Diante disso, pensamos que, se a Professora Supervisora tivesse participado dos encontros no LEM FaE, para auxiliar na finalização do plano de aula, talvez suas contribuições satisfizessem a recomendação do Licenciando Eric.

5.1.5 Potencialidades para o uso do LEM FaE para o ensino e a aprendizagem de Álgebra e padrões e sequências

Neste tópico partiremos do plano de aula, criado pelo Licenciando Eric, para trazer algumas potencialidades elaboradas pelas autoras para a proposta do Licenciando para o uso do LEM FaE diante de temas propostos no plano de aula.

Levando em consideração os objetivos do plano de aula, apresentados anteriormente no quadro 5, trazemos sugestões de atividades visando a uma ampliação do uso do LEM FaE para o plano de aula elaborado pelo Licenciando Eric com o auxílio da pesquisadora a partir dos materiais que o LEM FaE possuía na época da pesquisa, embora sabendo que um LEM não é formado apenas por materiais. O propósito é possibilitar que os estudantes tenham uma participação mais ativa na construção do conhecimento nas atividades propostas, buscando uma compreensão melhor dos conceitos matemáticos envolvidos.

Referente à parte dos objetivos “Utilizar a Lei do Anulamento do Produto para resolução de equações e apresentar ideais que levam ao Teorema Fundamental da Álgebra” consideremos a questão 5 do roteiro:

Quadro 12 - questão cinco da versão final do roteiro

V) Sabendo que a é um número real maior que zero, observe a equação:

$$(x - 1) \cdot a = 0$$

- a) Para quais valores reais de x se satisfaz a equação?
- b) Resolva a equação $(x - 1) \cdot (x - 2) = 0$
- c) Compare as soluções dos dois itens anteriores com as respectivas equações dadas pela questão. O que podemos notar entre elas?
- d) Quantas e quais soluções você acha que a equação abaixo tem? Por quê?

$$(x - 1) \cdot (x - 2) \cdot (x - 3) = 0$$

Fonte: Roteiro final do plano de aula do Licenciando Eric (2018)

Indicamos que o uso do material do “Jogando com a Álgebra” disponível no LEM FaE, pode ser adaptado para resolver o item b da questão 5 do roteiro ou outras equações de segundo grau, utilizando o método de completar quadrados. Sabemos que esse conteúdo é proposto para o 9º ano do Ensino Fundamental, mas pode ser revisto ou apresentado para os estudantes do 1º ano do Ensino Médio que não conhecem esse método ou que ainda possuem alguma dificuldade. Outra possibilidade para esse material, que não estava compreendida no roteiro do licenciando Eric, é a de auxiliar na multiplicação de polinômios.

No quadro 13 estão as informações do manual do “Jogando com Álgebra” para planejar a sugestão de atividade.

Quadro 13: Informações do manual do Jogando com a Álgebra

Chamamos de x a medida do lado do quadrado maior.



Sua área será:

a) x^2 , se estiver do lado azul

b) $-x^2$, se estiver do lado vermelho

Chamamos de 1 a medida do lado do quadrado menor.



Assim, sua área será:

a) 1 , se estiver do lado azul

b) -1 , se estiver do lado vermelho

O retângulo possui as dimensões: x e 1



Assim, sua área será:

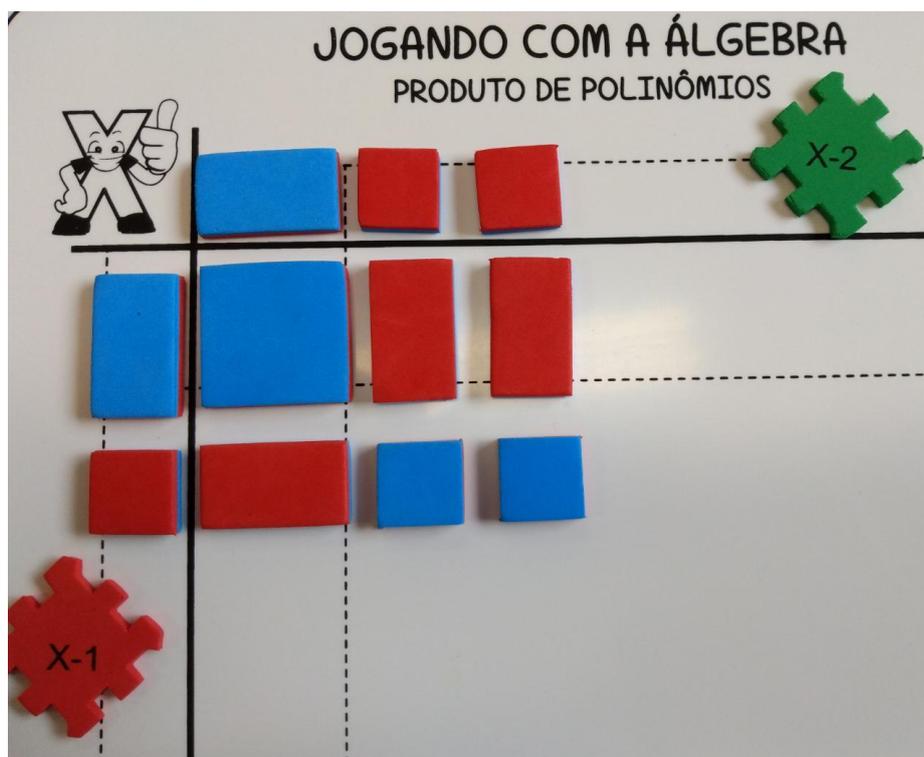
a) x , se estiver do lado azul

$-x$, se estiver do lado vermelho

Fonte: Guimarães (s.d. a, p.2-3)

Retomando a questão 5 do roteiro, a figura a seguir apresenta a maneira de utilizar o material do Jogando com a Álgebra para representar a equação $x^2 - 3x + 2 = 0$, que foi apresentada na forma do Teorema Fundamental da Álgebra $(x - 1) \cdot (x - 2) = 0$ no item b da questão. Assim, na próxima figura, exemplificamos a multiplicação $(x - 1) \cdot (x - 2)$ com o recurso do material, descrito no quadro anterior, que tem suas peças, de um lado, na cor vermelha, que indicará sinal negativo; e, do outro lado, azul, que indica sinal positivo, assim a cor indica o sinal da representação.

Figura 6 - Representação de $(x - 1) \cdot (x - 2) = 0$ com o material Jogando com a Álgebra



Fonte: Guimarães (s.d. a)

No topo da figura, na horizontal, está a representação de $x - 2$ e na parte à esquerda, na vertical, está representado $x - 1$. Os retângulos em azul representam a medida x e cada um dos quadrados menores em vermelho representam os valores²⁴ -1 . Assim, os resultados das multiplicações estão no centro da figura, que possui um quadrado maior, que tem base e altura de medida x , na cor azul, tendo área de valor $x \cdot x = x^2$, três retângulos em vermelho, de bases -1 e alturas x , de forma que cada um deles tem área $-1 \cdot x = -1x$, totalizando para esses três triângulos uma área de $-3x$. Por fim, há dois quadrados menores em azul que tem base e altura de medida -1 , com isso possuindo área $-1 \cdot -1 = 1$. Como são dois quadrados vermelhos, totalizam $2 \cdot 1 = 2$ de área total. Assim, o conjunto representado é $x^2 - 3x + 2$ e tentamos compreendê-lo como a soma de áreas de quadrados e retângulos.

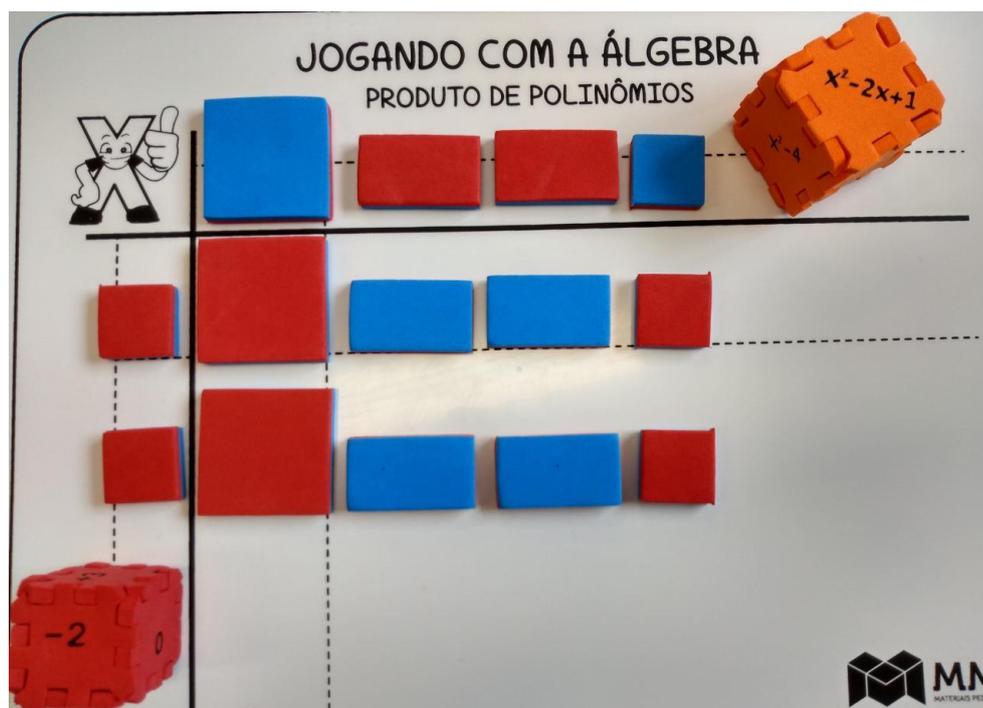
Agora, pensando no retângulo total, formado pela soma das áreas detalhadas anteriormente, que possui base $x - 2$ e altura $x - 1$, ou seja, sua área é dada por $(x - 1) \cdot (x - 2)$ que é igual a 0 como apresentado na questão original. Dessa forma, temos que $(x - 1) \cdot (x - 2) = 0$ e para isso ser verdade ou $(x - 1)$ é igual a

²⁴ Nos conceitos que envolvem áreas ou medidas de lados, neste exemplo, para resolver equações do segundo grau, não são utilizados valores negativos em suas representações, mas, no caso desse material, os valores negativos são representados pela cor vermelha.

zero ou $(x - 2)$ é igual a zero ou ambos são zero. Ao fim, poderia seguir a aula utilizando a lousa para prosseguir com os cálculos a partir de $x - 1 = 0$ ou $x - 2 = 0$ para resolver a equação proposta.

Outro uso para o material seria efetuar alguns produtos de polinômios, conforme imagem a seguir, que apresenta uma dessas possibilidades com a operação $-2 \cdot (x^2 - 2x + 1)$:

Figura 7 - Representação da operação $-2 \cdot (x^2 - 2x + 1)$ com o material Jogando com a Álgebra



Fonte: Guimarães (s.d. a)

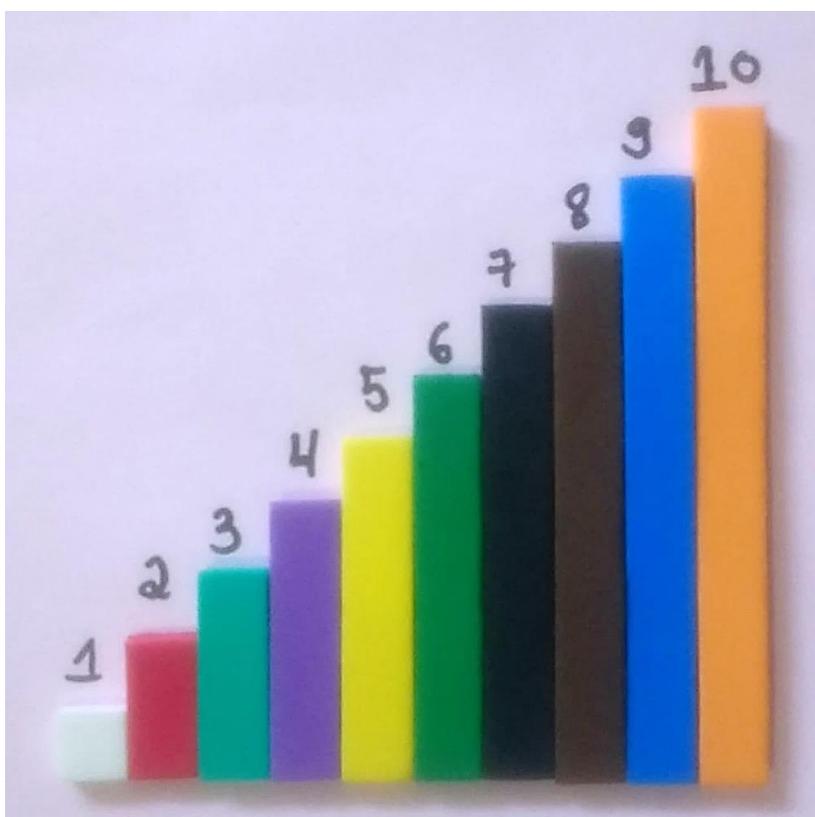
Dessa maneira, na horizontal, temos a representação de $x^2 - 2x + 1$; e, na vertical, de -2 . Assim, a indicação final do produto está no centro da figura, que seria a soma de dois quadrados maiores em vermelho representando em cada um a quantidade $-x^2$, totalizando $-2x^2$, somados a quatro retângulos azul, cada um com área x , somando $4x$, e, por último, dois quadrados vermelhos menores cada um deles de áreas -1 . Logo, temos representado como produto final $-2x^2 + 4x - 2$. Pensamos que esse material, por utilizar cada cor para representar o sinal positivo ou negativo, auxilia melhor na compreensão do produto de polinômios, mas sabemos que se deve ter cuidado ao mencionar áreas negativas.

Outra sugestão, relativa à parte dos objetivos “Reconhecer padrões e sequências e generalizar a regra algebricamente” e à questão 3 do roteiro, disponível no quadro 8, trazemos como alternativa para o ensino de padrões e sequências utilizar

o material Barras de Cuisenaire, tendo 12 kits disponíveis no LEM FaE, para representar o início da sequência $n \cdot a$ sendo fixado $a = 3$, ou seja, a sequência $n \cdot 3$.

As Barras de Cuisenaire foram criadas por Emile-Georges Cuisenaire (1891-1980) para representar os números de 1 a 10. Assim, existe uma escala correta de tamanhos e de cores nesse material. Na figura 8, temos uma fotografia do material em E.V.A., que pensamos ser de fácil acesso e baixo custo. Para auxiliar o leitor, as barrinhas foram organizadas de maneira crescente, indicando-se no topo de cada uma o valor que representa.

Figura 8 - Barras de Cuisenaire em E.V.A.



Fonte: Arquivo pessoal das pesquisadoras (2020)

Esse material costuma ser utilizado, com maior frequência, nos anos iniciais do Ensino Fundamental, em diversos tipos de atividades que podem envolver propriedades da soma, subtração e multiplicação. As autoras Nacarato e Custódio (2018) acrescentam que “a exploração do material permite envolver os alunos no processo de generalizações numéricas e operatórias, o que engloba a composição de números e a busca por regularidades” (p.176).

Em nosso caso, usamos o entendimento da multiplicação para refletir sobre a sequência $n \cdot 3$, representada na figura 9 da seguinte maneira:

Figura 9 - Representação com auxílio das Barras de Cuisenaire do início da sequência $n \cdot 3$



Fonte: Arquivo pessoal das pesquisadoras (2020)

Na figura 9, foi utilizada a barrinha de valor 3, verde claro, para representar o início da sequência $n \cdot 3$. Por exemplo, na primeira linha existe uma peça verde claro que representa o termo $1 \cdot 3$; na segunda linha existem duas peças verde claro com o termo $2 \cdot 3$; na terceira linha, a representação para $3 \cdot 3$; e, na quarta linha, para $4 \cdot 3$.

A partir da compreensão da sequência, o material poderia ser utilizado para auxiliar a responder a questão 3. A figura 10 contém as representações até o termo $6 \cdot 3$, que poderia auxiliar os estudantes a responderem o item a e b da questão 3.

Figura 10 - representação da sequência $3 \cdot n$ até o termo $6 \cdot 3$



Fonte: Arquivo pessoal das pesquisadoras (2020)

Desejamos, com essas sugestões, potencializar o uso do LEM FaE para alguns dos temas do plano desenvolvido, mas sabemos que, pelos atores envolvidos e pela disponibilidade de tempo para o desenvolvimento do plano de aula, essas possibilidades não aconteceram durante o trabalho de campo. Além disso, pensamos que talvez essas propostas apresentadas pudessem auxiliar os estudantes a terem uma participação mais ativa na construção do conhecimento e, talvez, trazer mais reflexões para a sala de aula. Dessa forma, os encontros se aproximariam mais da ideia inicial do Licenciando Eric de auxiliar os estudantes a pensar, como ressaltado na descrição dos encontros com o licenciando, sem distanciar a aula da formalização, mas possibilitando mais participação dos estudantes na estruturação de ideias e conceitos.

Por fim, talvez essas propostas pudessem ter aproximado o planejamento e o desenvolvimento da aula da concepção mais ampliada para um LEM contida na obra de Lorenzato (2009), e ter uma melhor junção da teoria e prática no estágio, aproximando-se, então, das duas últimas concepções de Pimenta e Lima (2012): estágio como aproximação da realidade e atividade teórica; estágio como pesquisa.

5.2 O Licenciando Gustavo

O segundo licenciando a manifestar interesse em participar do trabalho de campo foi o Gustavo, que é natural de Belo Horizonte e, na época da pesquisa, tinha 23 anos de idade. Oriundo do Ensino Público, estava em sua primeira graduação, tendo ingressado em 2014. Ele trabalhava como monitor em cursinhos pré-vestibulares e como professor de aula particular. Pelas informações contidas em seu questionário de identificação, ele não considerava essas experiências remuneradas como docência em Matemática.

Referente ao estágio supervisionado, ele atuava em turmas do 1º e 2º ano do Ensino Médio, as quais tinham aproximadamente 35 estudantes cada uma, em um colégio técnico público de âmbito federal. O Licenciando Gustavo considerava a instituição de porte médio e tinha como supervisora a Professora Mariana Lima, que também aceitou o convite de participar do trabalho de campo.

Optamos por desenvolver um questionário específico (disponível no Apêndice 2) para a Professora Supervisora Mariana. E, segundo as informações desse questionário, a Professora tinha 25 anos, na época da pesquisa, e é natural de

Divinópolis, cidade do interior de Minas Gerais. Ela é oriunda de escola pública e graduada em Licenciatura em Matemática pela UFMG. Além disso, era estudante do Programa de Pós-Graduação em Educação: Conhecimento e Inclusão Social, na linha da Educação Matemática. Estava em sua primeira experiência profissional em docência em Matemática como Professora Substituta, desde maio de 2017, em um colégio técnico público de âmbito federal em Belo Horizonte, lecionando para o 1º, 2º e 3º anos do Ensino Médio. Considerava essa instituição com estrutura de grande porte. Além disso, ela recebia estagiários com certa frequência e informou que o Licenciando Gustavo era o oitavo estagiário que ela supervisionava.

A Professora Mariana considerava que as disciplinas de estágio supervisionado foram fundamentais para a permanência dela na Universidade por ser um espaço que permitiu a ela discutir sobre o ensino de Matemática na educação básica. Ela informou que seu primeiro contato com o LEM FaE, no segundo semestre de 2018, aconteceu quando realizava Estágio Docência, por ser mestranda, e a disciplina que ela acompanhava acontecia no LEM FaE. Ela complementou que, com essa oportunidade, pôde conhecer e manipular alguns recursos pedagógicos de diferentes níveis de ensino existentes no laboratório.

5.2.1 Encontros com o Licenciando Gustavo

Neste tópico descrevemos um pouco como foi cada encontro para planejamento da aula com o Licenciando Gustavo e a Professora Mariana. A fim de organizar melhor a ordem cronológica dos encontros para o leitor, fizemos o quadro 14 para detalhar a ordem dos encontros.

Quadro 14 - Dados gerais dos encontros com o Licenciando Gustavo

Data	Motivo do encontro	Local do encontro	Presentes
24 de agosto de 2018	Planejamento do Plano de Aula	LEM FaE	Gustavo e Nayara.
08 de outubro de 2018	Planejamento do Plano de Aula	LEM FaE	Gustavo, Mariana e Nayara.
19 de outubro de 2018	Planejamento do Plano de Aula	Outra sala da FaE	Gustavo e Nayara.
26 de novembro de 2018	Avaliação do Plano de Aula pelo Licenciando	Outra sala da FaE	Gustavo e Nayara.
11 de dezembro de 2018	Avaliação do Plano de Aula pela Professora Supervisora	Outra sala da FaE	Mariana e Nayara.

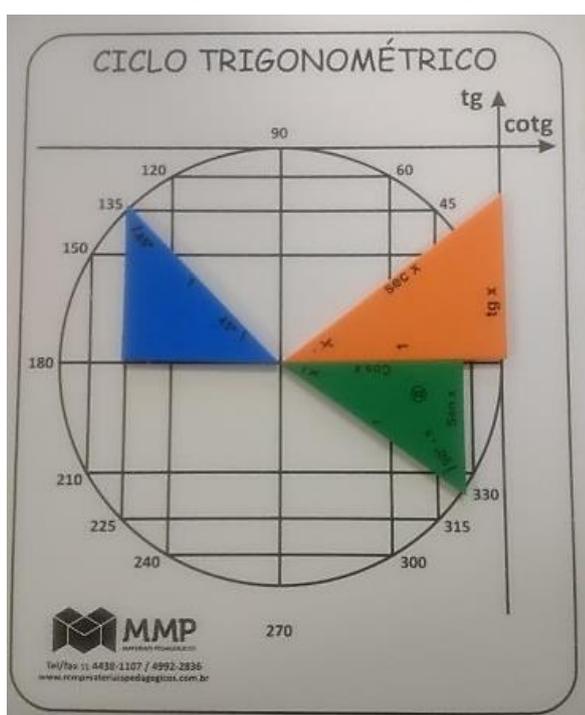
Fonte: Elaborado pelas pesquisadoras (2020)

Como o Licenciando Gustavo estava trabalhando em 5 locais diferentes no segundo semestre de 2018, ele dispunha de meia hora antes da aula de APPE II para os encontros, mas, como o intuito da pesquisa era atuar conforme a disponibilidade dos envolvidos, seguimos trabalhando com essa limitação de encontros. Logo, para o planejamento, tivemos apenas três encontros, tendo em vista a disponibilidade dos envolvidos, mas outras ferramentas fizeram com que o planejamento fluísse melhor, como troca de e-mails e mensagens do aplicativo *WhatsApp*.

Como consta no quadro 14, nosso primeiro encontro foi no dia 24 de setembro de 2018. Previamente ao encontro, o Licenciando Gustavo havia comentando que o público-alvo da aula a ser planejada era formado por estudantes do 2º ano do Ensino Médio, e a Professora Supervisora Mariana recomendava que a temática da aula fosse introduzir o conteúdo das funções seno e cosseno, ou seja, possibilitar a passagem do ciclo trigonométrico para as funções seno e cosseno. O encontro consistiu em conhecer melhor os materiais que o LEM FaE dispunha sobre a temática sugerida pela professora.

Nas próximas figuras constam os materiais disponíveis na época da pesquisa sobre o tema previsto no LEM FaE. A figura 11 é da imagem do Ciclo Trigonométrico com triângulos em E.V.A.

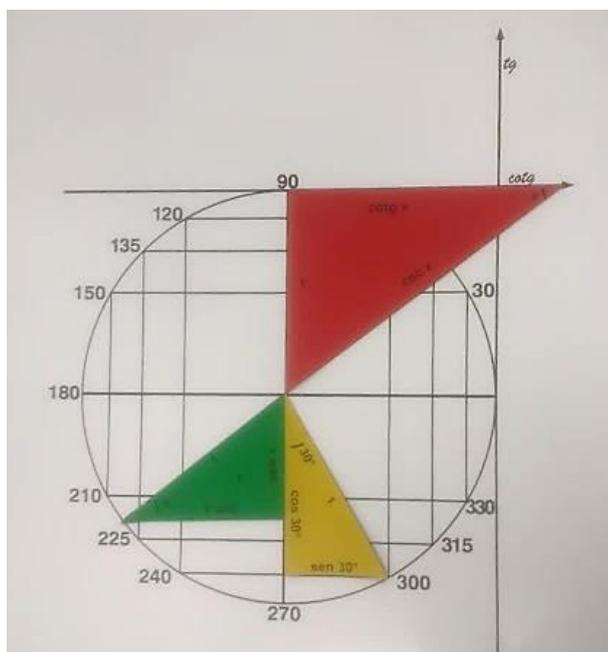
Figura 11 - Ciclo Trigonométrico com triângulos em E.V.A.



Fonte: Arquivo pessoal das pesquisadoras (2020)

Na figura 12, consta o kit de Ciclo Trigonométrico em metal com triângulos imantados que serve de auxílio ao professor. Ele tem um tamanho que permite melhor visualização pelos estudantes e por ser imantado permite mais praticidade e agilidade do que desenhar o mesmo ciclo no quadro.

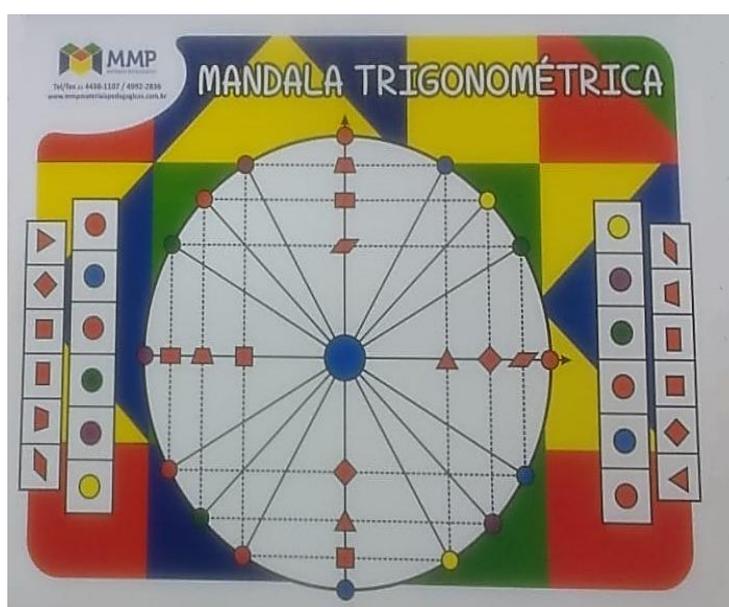
Figura 12 - Ciclo Trigonométrico em metal com triângulos imantados



Fonte: Arquivo pessoal das pesquisadoras (2020)

Por último, na figura 13, apresentamos a imagem do Jogo Mandala Trigonométrica, disponível no LEM FaE.

Figura 13 - Jogo Mandala Trigonométrica



Fonte: Arquivo pessoal das pesquisadoras (2020)

Desse modo, analisamos cada um dos materiais para conhecê-los melhor, e o Licenciando Gustavo tirou fotos deles para mostrar à Professora Mariana. Além disso, também assistimos dois vídeos, que o Licenciando Gustavo encontrou em uma busca, sobre a construção das funções seno e cosseno no recurso GeoGebra. Ao final do primeiro encontro, concluímos que os materiais do LEM FaE não seriam úteis para o tema proposto pela Professora Mariana. Mesmo assim, o Licenciando Gustavo conversaria com ela sobre outras possibilidades que os materiais ofereciam e sobre a opção de usar o GeoGebra.

Devido a compromissos de trabalho do Licenciando Gustavo, o segundo encontro aconteceu apenas no dia 8 de outubro de 2018, mas, nesse intervalo, ocorreram trocas de mensagens pelo *WhatsApp*. Em uma dessas conversas, o Licenciando comentou que a Professora Mariana optou por trocar o tema da aula e ela deixou como novo tema a introdução do conteúdo de Ciclo Trigonométrico, assim poderiam ser utilizados os materiais existentes no LEM FaE.

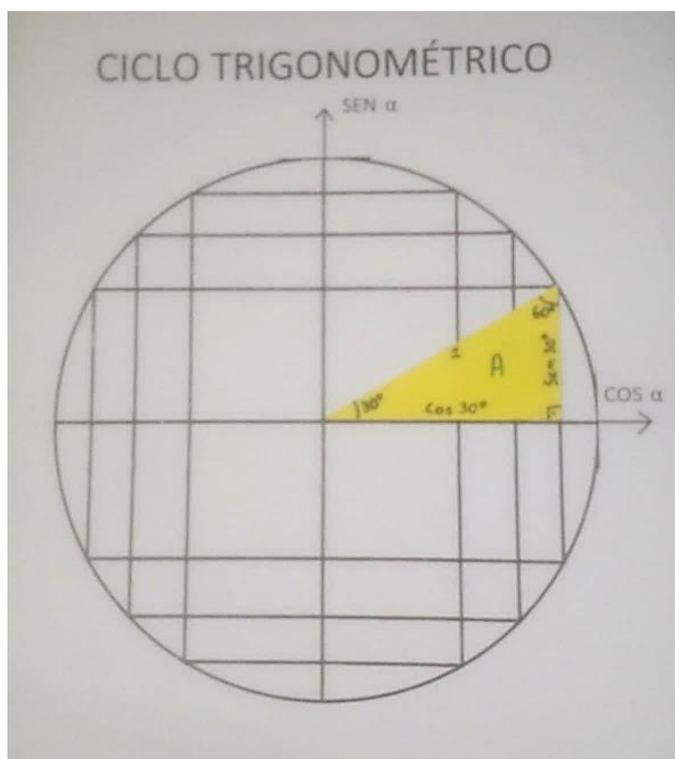
Retomando ao segundo encontro, estiveram presentes o Licenciando Gustavo, a Professora Mariana e a pesquisadora Nayara, e o encontro durou cerca de 15 minutos. A Professora pode conhecer melhor os materiais sobre o tema, pois ela havia conhecido apenas por imagens. Durante a conversa, chegamos ao consenso de que seria importante utilizar o Kit Ciclo Trigonométrico em metal com triângulos imantados para a introdução do tema e que, baseado no kit de Ciclo Trigonométrico com triângulos em E.V.A., faríamos um roteiro que possibilitasse que aos estudantes manipulassem o material. Desse modo, a partir do Kit de Ciclo Trigonométrico com triângulos em E.V.A., foi confeccionado o material necessário para a utilização do roteiro por todos os estudantes das turmas. Descartamos o uso do Jogo Mandala Trigonométrica, por achar que os estudantes deveriam ter mais conhecimentos prévios para saber jogá-lo.

Por mais que o encontro tenha sido breve, ele foi positivo, principalmente pela presença da Professora Mariana. E, devido à pouca disponibilidade do Licenciando o Gustavo, a Professora concordou que faria parte das atividades do estagiário a confecção dos materiais no LEM FaE que seriam utilizados no desenvolvimento do Plano de Aula, disponível na íntegra no Apêndice 6. Além disso, o Licenciando ficou responsável por escrever o roteiro da aula, nesse intervalo, de acordo com o que foi conversado nesse encontro.

O terceiro encontro para o planejamento, no dia 19 de outubro de 2018, precisou ser realizado em outra sala da FaE, já que o LEM estava reservado para outra disciplina no dia. Em vista disso, levamos os materiais do LEM FaE que poderiam ser usados para a sala, dentre eles: tesouras, transferidor, compasso, alguns tipos de papéis em cores diversas, E.V.A. em cores diversas, régua, kit de Ciclo Trigonométrico com triângulos em E.V.A., kit de Ciclo Trigonométrico em metal com triângulos imantados. Nesse encontro, os recursos do LEM FaE serviram de suporte para a produção de materiais que seriam utilizados na aula.

Conversamos sobre a unidade de medida e sobre o padrão dos triângulos. Além disso, escolhemos para molde o que estava mais perfeito. Os roteiros e seu detalhamento, que serão apresentados na próxima seção, foram impressos pela instituição receptora, e o Licenciando, em conjunto com a pesquisadora, cuidaram da confecção e impressão necessária do material. As figuras a seguir apresentam as fotos do material que foi confeccionado neste encontro.

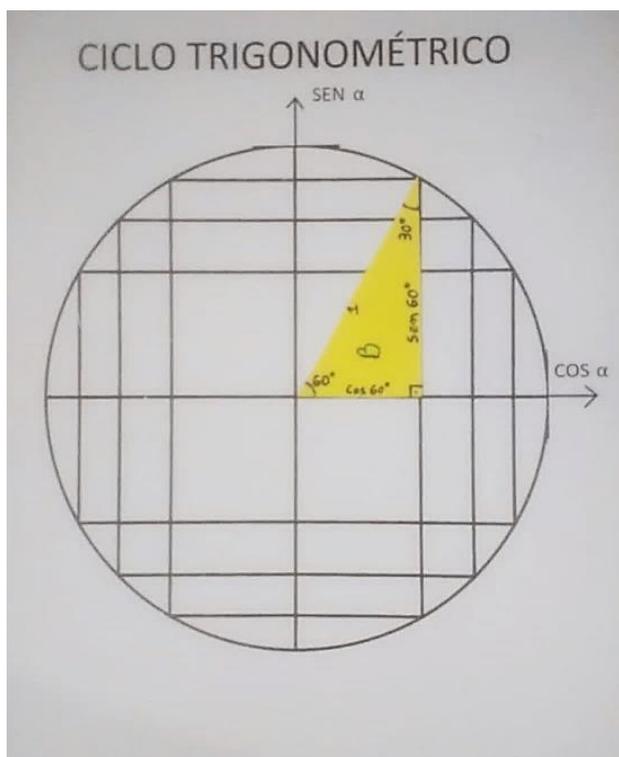
Figura 14 - Ciclo trigonométrico com o triângulo A



Fonte: Arquivo pessoal das pesquisadoras (2020)

Na figura 14, encontra-se a folha impressa com ciclo trigonométrico e o triângulo retângulo A de catetos $\sin 30^\circ$ e $\cos 30^\circ$ e hipotenusa 1.

Figura 15 - Ciclo trigonométrico com o triângulo B



Fonte: Arquivo pessoal das pesquisadoras (2020)

Na figura 15, está o mesmo ciclo trigonométrico, apresentado anteriormente, e o triângulo retângulo B de catetos $\text{sen } 60^\circ$ e $\text{cos } 60^\circ$ e hipotenusa 1. Nota-se que o material é simples e é facilmente reproduzido sem utilização de muitos recursos financeiros. Em vista disso, julgamos ser vantajoso tendo em vista seu custo-benefício. Escolhemos fazer os triângulos na cor amarela, usamos cartolina e os numeramos de triângulo A e B para facilitar a distinção e auxiliar na utilização do roteiro.

Por mais que o encontro tenha sido extenso, ele não foi cansativo, pois foi dividido entre as tarefas da confecção dos materiais. Acreditamos que isso ocorreu por existir, entre os participantes, uma liderança compartilhada, apoio e corresponsabilidades nas ações desenvolvidas.

5.2.2 Evolução do roteiro do plano de aula

A partir dessa parte do texto, descreveremos a evolução do roteiro que foi utilizado pelo Licenciando Gustavo e pela Professora Mariana na aula. O roteiro foi discutido no encontro do dia 19 de outubro de 2018, mas sua evolução se deu por meio de trocas de e-mails entre os envolvidos (pesquisadora, licenciando e professora

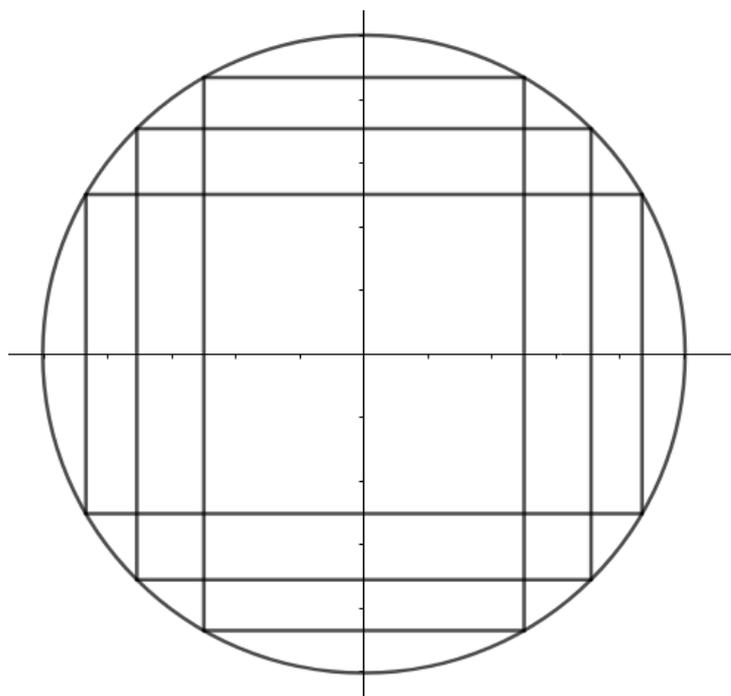
supervisora). Essa opção foi adotada tendo em vista a pouca disponibilidade do Licenciando Gustavo para comparecer ao LEM FaE, contudo julgamos que foi efetivo o modo como concebemos o roteiro.

O primeiro roteiro foi escrito pelo Licenciando Gustavo, seguindo orientações da Professora Mariana, e depois ocorreram pequenas alterações entre os dias 16 de outubro e 24 de outubro de 2018. Uma delas foi a substituição do termo “material concreto” por “material manipulável” na parte da introdução no roteiro.

A primeira questão não foi alterada na evolução dos roteiros, mas a apresentamos a seguir, no quadro 15, para que o leitor tenha conhecimento.

Quadro 15 - Questão um do Roteiro da aula

Questão 1) Utilize cada um dos triângulos para posicioná-los sobre o ciclo trigonométrico, de forma que consiga encaixá-los das mais variadas formas, e as ilustre no ciclo abaixo a fim de se familiarizar com o material e localizar os ângulos indicados, para melhor executar as próximas atividades.

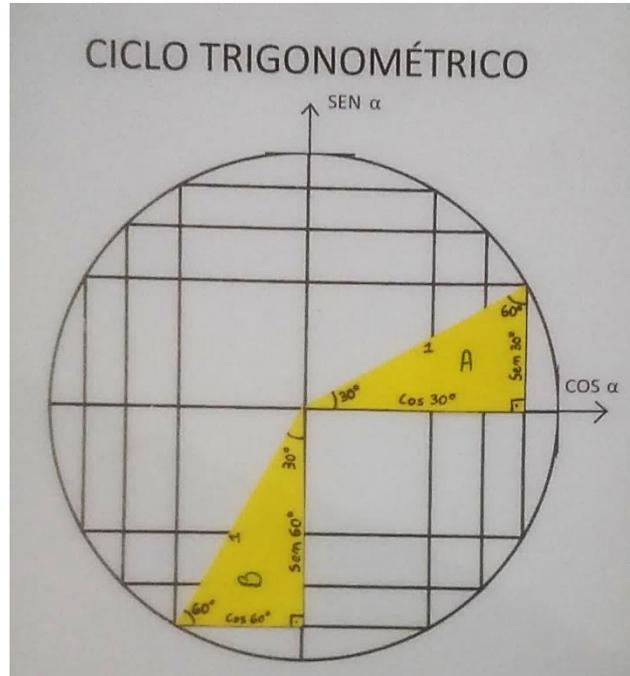


Fonte: Arquivo pessoal das pesquisadoras (2020)

Como foi solicitado que os triângulos fossem encaixados das mais variadas formas, exemplificamos a seguir algumas dessas possibilidades. Na figura 16, o triângulo A está posicionado no primeiro quadrante do Ciclo Trigonométrico, e o

triângulo B no terceiro quadrante. Na figura 16, consta a ilustração desse posicionamento dos triângulos no ciclo disponível na questão 1 do roteiro.

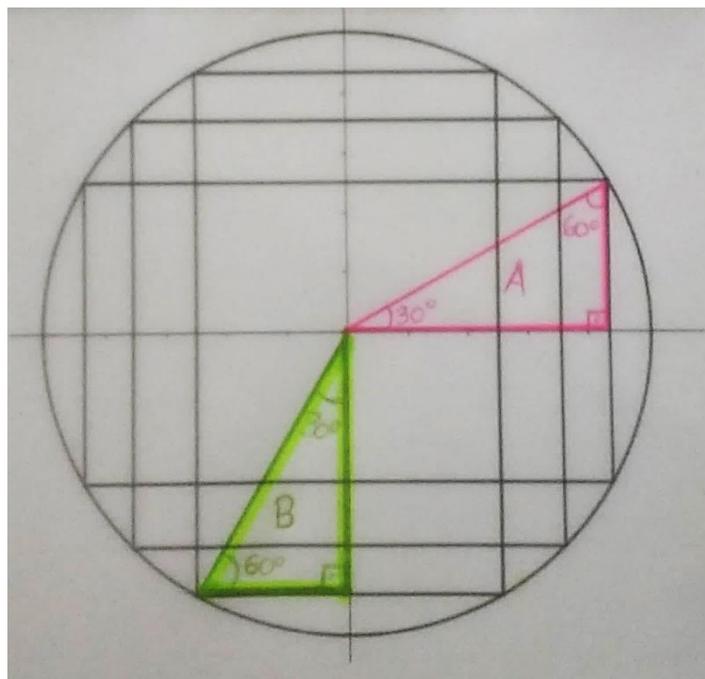
Figura 16 - Primeira possibilidade do posicionamento dos triângulos A e B



Fonte: Arquivo pessoal das pesquisadoras (2020)

Na figura 17 consta a ilustração desse posicionamento dos triângulos A (em rosa) e B (em verde) no ciclo disponível na questão 1 do roteiro.

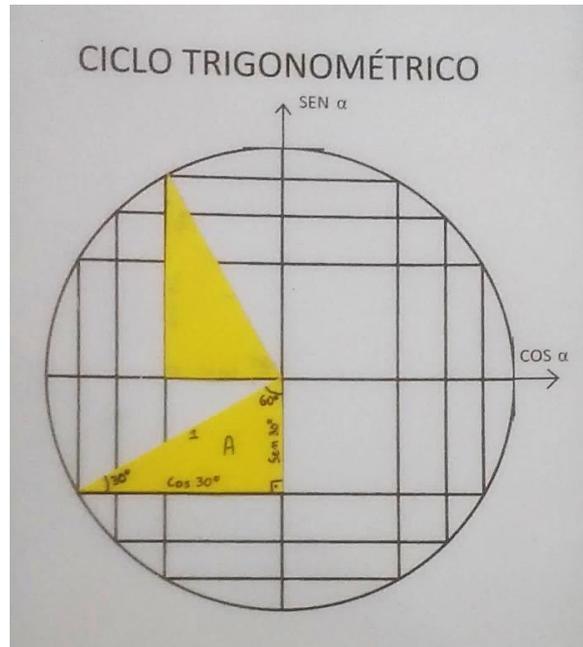
Figura 17 - Primeira ilustração do posicionamento dos triângulos A e B



Fonte: Arquivo pessoal das pesquisadoras (2020)

Na figura 18, temos uma segunda opção para o posicionamento dos triângulos A e B. O triângulo A está posicionado no terceiro quadrante do Ciclo Trigonométrico, e o triângulo B, que foi utilizado com suas informações viradas para o ciclo, no segundo quadrante.

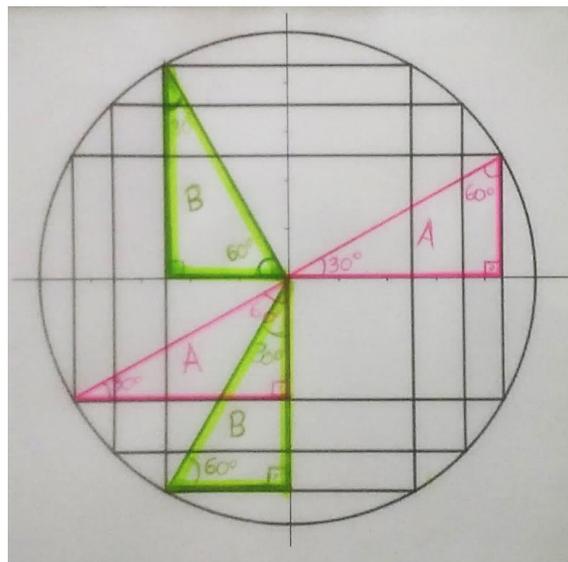
Figura 18 - Segunda possibilidade do posicionamento dos triângulos A e B



Fonte: Arquivo pessoal das pesquisadoras (2020)

Na figura 19, consta a ilustração das possibilidades de posicionamento dos triângulos A (em rosa) e B (em verde) no ciclo trigonométrico.

Figura 19 - Segunda ilustração do posicionamento dos triângulos A e B



Fonte: Arquivo pessoal das pesquisadoras (2020)

Ao observar a figura 19, é possível perceber que, no terceiro quadrante, está ilustrado o triângulo A (em rosa) e o triângulo B (em verde). Dessa forma, o objetivo da questão foi que os estudantes pudessem posicionar de várias maneiras diferentes os triângulos, mas, neste momento, nos limitamos a exibir esses dois posicionamentos para os triângulos A e B.

Comentaremos agora sobre a evolução da questão dois do Roteiro da aula. No quadro 16, consta a questão dois com data de 16 de outubro de 2018.

Quadro 16 - Questão dois do roteiro em 16 de outubro de 2018

Questão 2) Utilizando o triângulo A, com ângulos de $\pi/6$, $\pi/3$ e $\pi/2$ rad. Encaixe-o nos quatro quadrantes do ciclo trigonométrico. Após posicioná-lo, anote os ângulos encontrados e para cada uma das posições, indique também os valores de sen e cos associados a cada um dos quadrantes.

$\pi/6$	1° Quadrante	2° Quadrante	3° Quadrante	4° Quadrante
α				
sen α				
cos α				

$\pi/3$	1° Quadrante	2° Quadrante	3° Quadrante	4° Quadrante
α				
sen α				
cos α				

Existe alguma relação aos valores de sen e cos para tais quadrantes?

Fonte: Arquivo pessoal das pesquisadoras (2020)

Destacamos que essa questão do roteiro foi alterada no dia 22 de outubro de 2018, via e-mail, pela Professora Mariana, pois, anteriormente, ocorreram discussões sobre qual seria a unidade de medida para ângulo que usaríamos no material e, por fim, chegamos ao consenso de utilizar a medida em graus. Essa escolha teve como principal motivação a primeira aula sobre o Ciclo Trigonométrico para as turmas, assim seria mais adequado começar com a medida em graus e, nas aulas seguintes, poderia haver a explicação da relação de graus e radianos.

Evidenciamos, também, que outra alteração realizada pela Professora Mariana foi a reorganização da questão dois, optando por dividi-la nos subitens A, B e C. No

quadro 17, consta a versão da questão dois do Roteiro com data 22 de outubro de 2018 após as alterações mencionadas anteriormente.

Quadro 17 - Questão dois do Roteiro em 22 de outubro de 2018

Questão 2) Seja os triângulos A e B, com ângulos de 30° , 60° e 90° .

A) Encaixe o triângulo A nos quatro quadrantes do ciclo trigonométrico e preencha a tabela abaixo, indicando os ângulos encontrados e os valores de $\text{sen } \alpha$ e $\text{cos } \alpha$ associados a cada um dos quadrantes.

TABELA 1 - TRIÂNGULO A

A	1° Quadrante	2° Quadrante	3° Quadrante	4° Quadrante
α				
$\text{sen } \alpha$				
$\text{cos } \alpha$				

B) Encaixe o triângulo B nos quatro quadrantes do ciclo trigonométrico e preencha a tabela abaixo, indicando os ângulos encontrados e os valores de $\text{sen } \alpha$ e $\text{cos } \alpha$ associados a cada um dos quadrantes.

TABELA 2 - TRIÂNGULO B

B	1° Quadrante	2° Quadrante	3° Quadrante	4° Quadrante
α				
$\text{sen } \alpha$				
$\text{cos } \alpha$				

C) Existe alguma relação entre valores de $\text{sen } \alpha$ e $\text{cos } \alpha$ para tais quadrantes? Discuta abaixo:

Fonte: Arquivo pessoal das pesquisadoras (2020)

Ademais, na versão do roteiro do dia 24 de outubro de 2018, a questão dois permaneceu inalterada.

Diante do que foi exposto neste tópico, foi finalizado o roteiro da aula e, no dia do seu desenvolvimento, as turmas foram divididas em grupos com até 5 estudantes. Assim, cada grupo recebeu uma cópia do roteiro da atividade, que foi intitulado de

Teste 2, que valia 2 pontos, e um kit com o material confeccionado. Pensamos que a opção de a Professora Mariana atribuir uma nota para a atividade pode ter servido como um estímulo extra para os estudantes participarem, mas sabemos que, para o perfil participativo e indagador dos estudantes desse colégio técnico, eles participariam efetivamente, mesmo se não houvesse pontos.

5.2.3 Avaliações do Licenciando Gustavo e da Professora Mariana sobre suas participações no trabalho de campo

Neste momento exibiremos primeiro as informações advindas da entrevista realizada com o Licenciando Gustavo e, posteriormente, da entrevista da Professora Mariana.

Ao perguntar ao Licenciando Gustavo como ele avalia as experiências desenvolvidas na pesquisa no LEM FaE, ele expressou:

Licenciando Gustavo: Sobre o LEM, assim, eu acho que foi fundamental para o plano que a gente fez. O material em si, ele trouxe a ideia para que a gente fizesse o plano de aula. A gente meio que se baseou no que tinha no material, na oportunidade que a gente conseguia ter e através dele que a gente bolou o plano de aula e conseguiu chegar nos objetivos. Então acho que o LEM foi fundamental. O material em si é muito bom e estava em ótimo estado. Então, foi bom.
(Arquivo de áudio da pesquisadora, 2018)

O Licenciando Gustavo avaliou positivamente as experiências da elaboração do plano de aula, destacando também que parceria entre os envolvidos (licenciando, professora supervisora e pesquisadora) contribuiu para a elaboração. Ele afirmou que as experiências do desenvolvimento do plano de aula foram positivas para ele e para os estudantes, que tiveram um bom envolvimento com as atividades.

Ele também considerou que as experiências foram colaborativas de acordo com sua análise e destacou que tanto a Professora Supervisora quanto a pesquisadora o deixaram ter autonomia e deram suporte ao longo do processo. Ele não destacou nenhum ponto negativo. Ao ser perguntado se participaria novamente e o porquê, o Licenciando Gustavo respondeu:

Licenciando Gustavo: Participaria. Porque, assim, foi um processo de experiência muito bom pra mim. Eu tive contato tanto com você e quanto com a Mariana. Pude aprender muita coisa sobre de como ser professor. O que eu tenho que fazer e o que eu não tenho que fazer. Os materiais que eu tive em contado são materiais que agregam muito. Eu acho que, é uma coisa que até mais a frente se eu pudesse dar

uma aula parecida eu daria uma aula parecida de novo. E também a oportunidade de estar em um espaço, para poder dar aula, em que as pessoas ali estavam interessadas no que eu poderia falar e que eu podia passar. Eu participaria de novo.
(Arquivo de áudio da pesquisadora, 2018)

Com relação às experiências desenvolvidas no trabalho de campo, o Licenciando Gustavo afirmou que tiveram significado positivo tanto para a sua formação quanto para a sua prática. Complementou que, como ele ainda não tinha experiência como professor, aprendeu muitas coisas relacionadas à postura desejável e por ter tido a oportunidade de lecionar de uma maneira diferente. Também destacou a importância de ter tido acesso a novos materiais e aprendizagens relacionados à didática.

Diante da análise do Licenciando Gustavo, referente às experiências tendo como base em suas expectativas, ele afirmou que teve um desejo inicial de conhecer os materiais e saber se eles poderiam auxiliar no processo de elaboração do plano de aula. Segundo ele, as experiências conseguiram suprir essa vontade inicial.

Ao final da entrevista, o Licenciando Gustavo não fez sugestões para o aprimoramento do trabalho colaborativo entre pesquisadora e licenciando no âmbito da pesquisa. Apenas fez elogios sobre os momentos de que apoio e esboçou o desejo de que mais pessoas tenham essa oportunidade que ele teve ou que fosse divulgado o que aconteceu nos encontros.

Na entrevista da Professora Mariana, ela avaliou que foi muito produtivo participar do trabalho de campo, pois, tendo em vista o tema da aula, ciclo trigonométrico, o material manipulativo contribuiu para uma melhor participação dos estudantes. Referente ao LEM FaE, ela que tanto para o seu estagiário quanto para a sala de aula e para ela, como professora supervisora, a experiência foi muito importante, especialmente por ela não ter tido contato com o laboratório na sua graduação. Referente ao LEM FaE, a Professora acrescentou que:

Professora Mariana: O laboratório é um local com muitos recursos e explorá-los, para o ensino médio, foi muito gratificante. Porque geralmente a gente trabalha mais com o laboratório nos anos iniciais do ensino fundamental. Então, ter essa experiência no ensino médio foi muito produtivo.
(Arquivo de áudio da pesquisadora, 2018)

A Professora Mariana expressou que as experiências foram diferentes de suas experiências anteriores envolvendo o recebimento de estagiários na sua sala de aula.

Segundo ela, por mais que outros estagiários tivessem levado novidades para as aulas, dessa vez foi mais satisfatório, ressaltando que houve uma dedicação maior ao planejamento e ao desenvolvimento da aula, além da participação extra da pesquisadora, e que esses detalhes contribuíram para uma maior participação dos estudantes.

A Professora Mariana afirmou que participaria novamente do trabalho de campo, tendo em vista que as experiências, tanto entre os envolvidos como com o uso do LEM FaE, levaram a contribuições para a sua sala de aula.

Quando perguntada qual significado as experiências desenvolvidas na pesquisa, no LEM e na sua sala de aula, tiveram para ela, a Professora afirmou que o uso do LEM FaE trouxe um novo olhar para ela sobre as possibilidades para o ensino médio com o uso de material manipulativo. À vista disso, ela enfatizou que teve significado tanto para a sua formação continuada quanto como pesquisadora na área da Educação Matemática.

Ao solicitar que a Professora Mariana analisasse a experiência tendo como base em suas expectativas iniciais ela discorreu:

Professora Mariana: Até o estagiário ficou assim: Ah Mariana, você está com muita expectativa. Calma. Não sei se minha aula vai ser isso tudo, não. Até porque eu gostei muito do material. Achei que explorou muito mais até do que o planejamos. Os alunos realmente discutiram. Eles tiveram muitas dúvidas ao longo da atividade, mas eram dúvidas esperadas que a gente queria realmente que o material produzisse. Tudo para eles irem questionando nos grupos e perguntando. A gente foi intervindo, tipo: O que você acha disso? E se a gente girar o triângulo dessa forma? O que você tem? Eles perceberam isso foi muito legal. Até mesmo eles perderam o medo do ciclo trigonométrico e da trigonometria. Eles também relataram que a experiência foi muito positiva. Levar tanto o material que foi produzido quanto o ciclo maior isso para eles foi sensacional. E o cuidado que eles tiveram tanto com o material e com o clique maior. Assim, eles perceberam a importância de preservar para que outras pessoas pudessem usar. Concluindo, superou a minhas expectativas e foi além do que eu estava esperando. Tanto eu quanto o estagiário também, ele ficou muito feliz, suponho pelo o que ele me disse. Ele ficou bem feliz com a ação.
(Arquivo de áudio da pesquisadora, 2018)

Quase no final da entrevista, ela fez a sugestão, visando a projetos futuros e à pesquisa em andamento, de que a pesquisadora estivesse presente durante o desenvolvimento da aula, mesmo a Professora Mariana explanando que não era o objetivo da pesquisa, pois foi muito interessante o que surgiu na sala de aula. Ela ponderou que poderia ter superado ainda mais as expectativas da pesquisadora a sua participação nas aulas. Ainda sugeriu a escrita, no futuro, de algum artigo contando

sobre o papel do material manipulativo na sala de aula para que mais professores tenham acesso a essas experiências.

A Professora Mariana afirmou que notou influências do LEM FaE no planejamento e desenvolvimento das propostas em sala de aula, acrescentando que o laboratório foi importante para ela, o licenciando Gustavo e os estudantes. Por fim, ela complementou:

Professora Mariana: O laboratório não é só importante nessa questão do desenvolvimento, mas acredito também na formação do estagiário. Por que é uma experiência que a gente não tem. Se desde a experiência do estágio ele ter essa vivência no laboratório pode contribuir, e muito, para a prática dele. Especialmente porque ele (referindo-se ao Licenciando Gustavo) chegou na escola falando que queria ser professor de cursinho. Então a cabeça dele era direcionada para o cursinho. Ele tinha muita experiência em cursinho, mas não em sala de aula. Então, para ele foi muito enriquecedor. Apesar dele ter experiência na frente do quadro, mas conduzir uma sala com 38 alunos, bem agitados e movimentados, foi diferente. Então eu acho, que essa experiência de abrir para a pesquisa no laboratório é muito importante. Eu acho que, mesmo não acontecendo a pesquisa nos próximos semestres, levar essa ideia, para o professor orientador, de eles explorarem o Laboratório de Ensino de Matemática para planejarem suas aulas. Até mesmo por que, eu também estou com esse sentimento de explorar mais o laboratório para o planejamento de minhas aulas. A gente vê os materiais, vê planos e ir adaptando com o contexto da sala de aula. (Arquivo de áudio da pesquisadora, 2018)

Assim, enceramos a descrição das entrevistas realizadas com o Licenciando Gustavo e a Professora Mariana. Prosseguiremos destacando os alcances e limitações da participação no trabalho de campo desses participantes

5.2.4 Alcances e limitações da participação no trabalho de campo do Licenciando Gustavo e da Professora Mariana

Considerando os momentos apresentados anteriormente, apresentamos os alcances e limitações da participação no trabalho de campo do Licenciando Gustavo e da Professora Mariana.

No âmbito dos alcances do uso do LEM FaE percebemos, na descrição dos encontros e na avaliação dos participantes, que o uso do laboratório atingiu a segunda e terceira concepção exibida na obra de Lorenzato (2009). Foi possível perceber que o uso do LEM FaE serviu para o suporte dos envolvidos para planejar, organizar, testar e analisar a elaboração da aula, sendo possível, também, confeccionar materiais necessários para a aula. Além disso, na avaliação do Licenciando Gustavo e da

Professora Mariana, foi dado destaque ao papel que o LEM FaE teve na elaboração do plano de aula.

Em relação aos alcances do uso do LEM FaE no âmbito do estágio supervisionado, foi possível perceber elementos que remetem às duas concepções de Pimenta e Lima (2012): estágio como aproximação da realidade e atividade teórica; estágio como pesquisa. Assim, foi possível notar que, ao longo da participação do Licenciando Gustavo e da Professora Mariana, as atividades desenvolvidas tiveram uma preocupação com o contexto escolar de modo que as práticas envolvessem os estudantes. Advindo de percepções oriundas das entrevistas semiestruturadas nota-se que além da aula desenvolvida proporcionar o protagonismo dos estudantes também ocorreu uma outra relação com a matemática para o Licenciando Gustavo. Ademais, foi notado, pelas situações propostas pela Professora Mariana, que o Licenciando Gustavo pode ter uma postura e desenvolver habilidades de um pesquisador, aproximando do que propuseram Pimenta e Lima (2012) na quarta concepção de estágio.

Por fim, pensamos que houve alcance referente à colaboração entre os participantes da pesquisa, pois foram identificados elementos, na descrição dos encontros e na análise dos participantes, propostos por Fiorentini (2013), tais como liderança compartilhada, apoio, respeito mútuo e corresponsabilidades nas ações desenvolvidas.

Relativo as limitações, houve momentos em que o LEM FaE não estava disponível para sediar os encontros, mas pensamos que isso não chegou a atrapalhar o andamento do trabalho de campo.

Ao final da descrição da participação do Licenciando Gustavo, gostaríamos de destacar que foi engrandecedor para a pesquisa a Professora Mariana ter aceitado o convite de participar do trabalho de campo. Acreditamos que o olhar dela trouxe novas possibilidades e contribuições para o trabalho de campo, ampliando assim os usos do LEM FaE, do estágio e da colaboração. Desse modo, não julgamos necessário exibir um tópico com potencialidades para o uso do LEM FaE. Em relação ao material confeccionado nota-se que ele é simples de ser produzido e não envolve muitos custos, assim pensamos que outros professores podem adaptá-lo mesmo sem haver recursos financeiros.

5.3 O Licenciando Leandro

O Licenciando Leandro é natural de Belo Horizonte e tinha 22 anos na época da pesquisa. Havia estudado em instituição de ensino privado enquanto estudante da educação básica e ingressou na UFMG em 2015. Ele informou que, durante o Ensino Médio, fez um curso de técnico de informática e havia iniciado outro curso técnico em computação gráfica. No segundo semestre de 2018, ele estava em sua segunda disciplina de estágio e atuava em uma escola pública de âmbito municipal em Belo Horizonte, a qual o licenciando considerava ter estrutura de porte médio. As turmas eram da EJA do Ensino Fundamental que eram classificadas como básico, intermediário e avançado, havendo uma média 20 estudantes por turma.

Referente a atividades remuneradas, ele informou que exercia três diferentes atividades: monitor em cursinho pré-vestibular, professor em um Instituto Educacional particular e bolsista em um projeto de extensão. Ele destacou que estava em sua primeira experiência como Professor de Matemática, desde agosto de 2018, em uma turma em cada série (6º, 7º, 8º e 9º ano) do Ensino Fundamental.

5.3.1 Encontros com o Licenciando Leandro e o Roteiro da aula

No quadro 18, encontra-se a organização dos encontros do Licenciando Leandro:

Quadro 18 - Dados gerais dos encontros com o licenciando Leandro

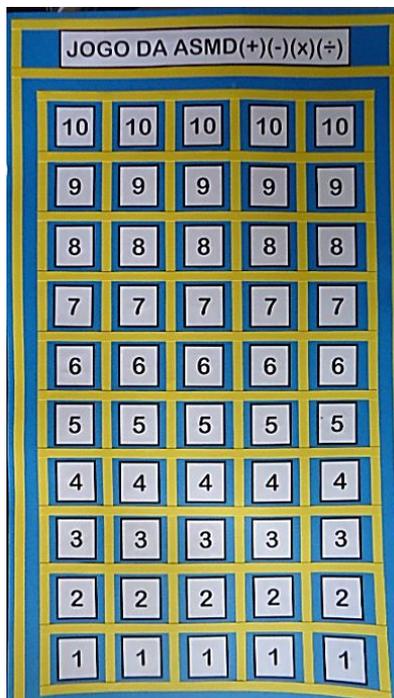
Data	Motivo do encontro	Local do encontro	Presentes
24 de setembro de 2018	Apresentação do Jogo ASMD	LEM FaE	Leandro e Nayara.
1º de outubro de 2018	Planejamento do Plano de Aula	LEM FaE	Leandro e Nayara.
22 de outubro de 2018	Avaliação do Plano de Aula pelo Licenciando	Outra sala da FaE	Leandro e Nayara.

Fonte: Elaborado pelas pesquisadoras (2020)

O primeiro encontro com o Licenciando Leandro aconteceu no dia 24 de setembro de 2018, no intervalo da aula de APPE II. Ele apresentou demandas das turmas de EJA em que ele fazia estágio e a pesquisadora apresentou para ele o Jogo A.S.M.D. (Adição, Subtração, Multiplicação e Divisão), envolvendo as quatro operações básicas, disponível no LEM FaE. Nesse momento, o uso do LEM FaE permitiu o acesso ao jogo A.S.M.D. O Licenciando ficou de apresentar o jogo para sua Professora Supervisora de Estágio e, caso ela concordasse, ele planejará uma aula

com a utilização dele. Na figura 20, encontra-se a imagem do tabuleiro do Jogo A.S.M.D para conhecimento do leitor.

Figura 20 - Tabuleiro do Jogo A.S.M.D.



Fonte: Arquivo pessoal das pesquisadoras (2020)

Na imagem 21, estão os dados que são usados para jogar. Os dados se encontram dentro de uma garrafinha pet e isso ajuda que os dados não caiam no chão.

Figura 21 - Dados para o Jogo A.S.M.D.



Fonte: Arquivo pessoal das pesquisadoras (2020)

As regras do Jogo A.S.M.D estão disponíveis no quadro 19:

Quadro 19 - Regras para o Jogo A.S.M.D

- Conteúdo: Quatro operações matemáticas;
- Faixa etária: a partir do 5.º ano do Ensino Fundamental
- Objetivos: Desenvolver o raciocínio lógico matemático, estimular o cálculo mental e exercitar as quatro operações.
- Material: Tabuleiro (figura 20), três dados (figura 21) e cinco tampinhas coloridas.
- Como jogar:

Os jogadores se organizam em grupos de cinco jogadores, cada um escolhe uma cor de tampinha. Inicia a partida, sorteando os três dados;

Com os três números sorteados o jogador deve realizar as operações que desejar sendo que o resultado seja "1" (a primeira casa do tabuleiro). Caso tenha o resultado "1", ele fica no lugar do número "1". Caso não consiga chegar ao resultado "1", fica no mesmo lugar (no caso ainda fora do tabuleiro) e passa a jogada para o próximo jogador;

Os demais jogadores realizam a mesma tarefa;

Ao chegar novamente a vez do primeiro jogador. Caso ele esteja no local do valor "1", lança os três dados e realiza as operações necessárias, com o objetivo de encontrar como resultado o valor "2".

Seguem-se os demais jogadores, realizando as operações necessárias para alcançarem os valores que estiverem à sua frente, seguindo a ordem, até que um jogador chegue na casa "10" e assim vença o jogo.

Cada vez que o jogador não consegue encontrar o resultado esperado, passa a vez.

Fonte: https://www.youtube.com/watch?v=W_ZkMGoGvRk

As informações contidas nas figuras 22 e 23 e no quadro 20 foram apresentadas para o Licenciando Leandro no primeiro encontro. Na semana seguinte, novamente no intervalo da aula, no dia 1º de outubro de 2019, conversamos sobre o Jogo A.S.M.D e ele informou que a Professora Supervisora concordou com a utilização do Jogo. Ele levou um tabuleiro adaptado, disponível a figura 22.

Figura 22 - Tabuleiro adaptado para o Jogo A.S.M.D



Fonte: Arquivo pessoal das pesquisadoras (2020)

Antes, o jogo terminava quando um jogador chegasse na casa de 10 e, agora, o Licenciando construiu um tabuleiro com dois finais possíveis, nas casas 6 ou 10, como é possível notar na figura 22. A opção dos dois finais se dá pela duração de cada aula nas turmas da EJA, que são de 45 minutos. Outra opção que ele fez foi de usar barbantes, assim pode-se usar o tabuleiro na vertical na frente do quadro de modo que o jogo funcionasse com todos os estudantes juntos em um único tabuleiro.

Na figura 23, há outra adaptação que o Licenciando Leandro fez de utilizar uma vasilha plástica no lugar das garrafas pets para se colocarem os dados.

Figura 23 - Dados para o Jogo A.S.M.D



Fonte: Arquivo pessoal das pesquisadoras (2020)

Essas adaptações não ofereceram nenhum prejuízo para o jogo e, na verdade, serviram para atender as particularidades das turmas, o que nos remete ao que Lorenzato (2009) chamou de engenhosidade. A elaboração do roteiro e do plano de aula do Licenciando Leandro, disponíveis no Apêndice 7, aconteceu de maneira muito intuitiva, pois, após nossos encontros no LEM FaE, ele os elaborou sozinho, o que mostra sua autonomia frente ao planejamento. Desse modo, como não foi solicitado pelo Licenciando, não ocorreram contribuições da pesquisadora.

Quadro 20 - Roteiro de aula do Licenciando Leandro

Roteiro de aula:

Apresentar o material que será utilizado na aula.

- O tabuleiro contém cinco fileiras com números de 1 a 10;
- O recipiente transparente possui três dados, sendo cada dado numerado de 1 a 6.

Explicar como será a dinâmica do jogo. Os dados irão passar entre os alunos e, na vez de cada um deles, ele deverá balançar o recipiente com os dados e falar quais são os três números que ficaram virados para cima. Após isso, o professor irá anotar os números no quadro na ordem que eles forem ditos e o aluno deverá utilizar as operações de adição, subtração, multiplicação ou divisão, envolvendo os três números obtidos nos dados, que resulte em um dos números disponíveis no tabuleiro. O resultado será marcado no tabuleiro com uma fita crepe e não poderá ser utilizado por outros alunos depois.

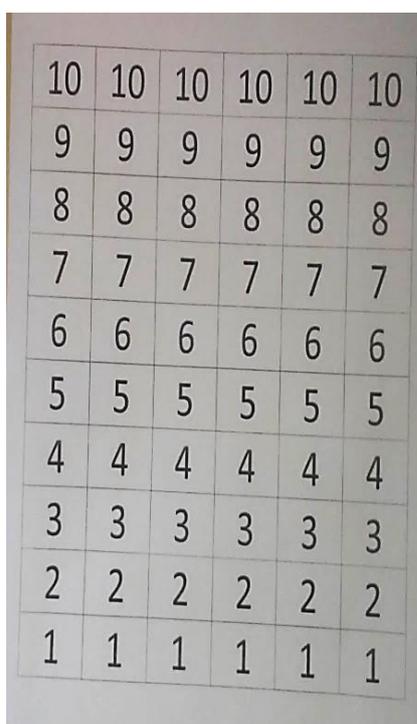
Por exemplo: se algum aluno fez as operações com os dados e resultou em sete, 1 dos 5 setes disponíveis será marcado. Em algum momento, todos os setes já terão sido utilizados e os próximos jogadores não poderão mais fazer uma operação que resulte em sete. O jogo poderá ser encerrado quando o tempo esgotar ou quando não houver mais números disponíveis no tabuleiro. Neste jogo, não há um jogador vencedor.

Caso o aluno não consiga encontrar um resultado que esteja disponível no tabuleiro, ele pode alterar a ordem dos números que foram ditos ou pular a sua vez.

Fonte: Arquivo pessoal das pesquisadoras (2020)

O Licenciando Leandro, após a aula, relatou que os estudantes gostaram bastante do Jogo A.S.M.D e foi ressaltado que alguns deles queriam levar para casa para jogar com os filhos. Diante disso, a professora supervisora tirou cópia de uma adaptação do tabuleiro, disponível na figura 24, para folha A4.

Figura 24 - Adaptação do tabuleiro o Jogo A.S.M.D para folha A4



10	10	10	10	10	10
9	9	9	9	9	9
8	8	8	8	8	8
7	7	7	7	7	7
6	6	6	6	6	6
5	5	5	5	5	5
4	4	4	4	4	4
3	3	3	3	3	3
2	2	2	2	2	2
1	1	1	1	1	1

Fonte: Arquivo pessoal das pesquisadoras (2020)

Esse tabuleiro é mais simples e barato de ser confeccionado e os jogadores podem marcar suas jogadas com canetas, por exemplo. Além disso, o Licenciando comentou que os estudantes que costumavam não participar das atividades da sala quiseram participar do jogo, por achá-lo divertido. Isso nos faz lembrar do que disse Lorenzato (2009) ao mencionar que o uso do LEM, mesmo não sendo em condições ideais, pode permitir uma aprendizagem mais compreensível e agradável. O Licenciando Leandro informou também que a professora supervisora ficou com o tabuleiro utilizado por ele para usar nas outras turmas em que ela leciona nessa escola e em uma escola particular.

No dia 22 de outubro de 2018, foi realizado o encontro para avaliação, o qual aconteceu em outra sala da FaE, pois o LEM FaE estava em uso no dia.

5.3.2 Avaliação do Licenciando Leandro sobre sua participação no trabalho de campo

O Licenciando Leandro avaliou positivamente as experiências desenvolvidas no trabalho de campo e ressaltou que conhecer o Jogo A.S.M.D. ampliou as possibilidades de uso de jogos na educação básica. Destacou que, mesmo já conhecendo bastantes jogos, pela experiência como bolsista em um projeto de extensão da universidade, o uso do LEM FaE contribuiu para que ele conhecesse novas estratégias de elaboração e desenvolvimento do plano de aula.

O Licenciando Leandro enfatizou que foram positivas suas novas aprendizagens. Também gostou de conhecer o Jogo A.S.M.D. e contou das experiências da pesquisadora na EJA. Ele pôde apresentar o jogo para a sua Professora Supervisora e, com isso, guiar o planejamento da aula. Um aspecto negativo, que o Licenciando Leandro destacou, foi ele ter pouca disponibilidade para ir ao LEM FaE para o planejamento da aula.

Ele afirmou que participaria novamente da pesquisa se tivesse uma outra oportunidade, pois ele gosta e tem interesse em continuar estudando, após se graduar, e que pensa ser importante participar e realizar pesquisas.

Segundo o Licenciando Leandro, as experiências desenvolvidas no planejamento e desenvolvimento do plano de aula contribuíram para a sua prática docente. Referente à sua formação ele ponderou:

Licenciando Leandro: E para a formação eu acho que é essa experiência mesmo da aplicação, porque isso ajuda muito. Eu acho que o curso de Matemática peca em alguns pontos por causa da experiência. Eu acho que tinha que ter mais experiência mesmo. Eu trabalho na área da educação desde o primeiro período, mas não é todo mundo. Então tem gente, até hoje, que está quase formando e tem pouquíssimo contato com a sala de aula mesmo. Isso eu acho que é (pausa na fala), não sei, mas, um pouco negativo para a formação. Quanto mais experiência você tiver melhor. Então, eu acho que agregou muito na minha formação. Recomendo.
(Arquivo de áudio da pesquisadora, 2018)

Relativo à análise da experiência tendo como base suas expectativas iniciais, o Licenciando Leandro afirmou que não chegou a criar expectativas iniciais, mas que ficou pensativo de como seria a aplicação do jogo, que ele achou que seria mais fácil. Segundo ele, houve turmas que apresentaram algumas dificuldades. Ao final, o Licenciando não fez sugestões para o aprimoramento do trabalho colaborativo entre pesquisadora e licenciando no âmbito da pesquisa, mas esboçou o desejo de que as pesquisas realizadas pela FaE fossem mais divulgadas para os licenciandos e que outras pessoas participassem da minha pesquisa.

5.3.3 Alcances e limitações da participação no trabalho de campo do Licenciando Leandro

Neste tópico, exibiremos os alcances e limitações da participação no trabalho de campo do Licenciando Leandro, tendo como base os momentos narrados anteriormente. Relativo ao âmbito aos alcances do uso do LEM FaE, identificamos, na descrição dos encontros e na avaliação do participante, elementos que remetem à segunda e terceira concepção apresentadas por Lorenzato (2009). O Licenciando Leandro enfatizou, em sua avaliação, que o uso do LEM FaE contribuiu para que ele desenvolvesse novas estratégias para elaboração e desenvolvimento do plano de aula.

No âmbito do alcance do uso do LEM FaE no âmbito do estágio supervisionado, foi possível perceber elementos que remetem à terceira concepção de Pimenta e Lima (2012), estágio como aproximação da realidade e atividade teórica, em virtude de a aula ser pensada e planejada levando em consideração o contexto das turmas da EJA e de, na avaliação o Licenciando Leandro esboçou que as atividades do trabalho de campo contribuíram para sua formação docente.

Ponderamos que houve alcance referente à colaboração entre o Licenciando Leandro e a pesquisadora, tendo em vista que, na avaliação, foram identificados

elementos que remetem aos propostos por Fiorentini (2013), tais como: a voluntariedade; a identidade entres os participantes, a espontaneidade na realização das tarefas e reciprocidade de aprendizagem.

Pertinente as limitações, ocorreu que, para o encontro de avaliação, o LEM FaE não estava disponível, mas ponderamos que isso não chegou a atrapalhar o andamento do trabalho de campo. Um aspecto limitante, que o Licenciando Leandro evidenciou, foi a pouca disponibilidade dele para ir ao LEM FaE para o planejamento da aula, porém foi possível notar que ele teve autonomia para cuidar do planejamento da aula nos tempos livres que tinha em outros lugares.

Por fim, não notamos elementos limitantes relacionados à colaboração e ao estágio. Dessa maneira, não consideramos necessário exibir um tópico com potencialidades para o uso do LEM FaE como suporte no planejamento da aula.

5.4 A Licencianda Fabiana

Passaremos a descrever as informações sobre a Licencianda Fabiana, que fez seu primeiro contato para participar da pesquisa pelo aplicativo de mensagens *WhatsApp*. Ela é natural de Belo Horizonte e tinha 32 anos. Havia estudado apenas em escolas públicas na educação básica e ingressou na UFMG no ano de 2013. A licencianda realizava monitoria em um programa do ICEx e não tinha experiência em docência em Matemática.

Relativo ao estágio supervisionado, ela estava cursando a segunda disciplina e atuava em três turmas de 3º ano e uma turma de 2º ano do Ensino Médio que tinham em média 40 estudantes por turma, em um Instituto de Educação mineiro, no município de Belo Horizonte, que, para a licencianda, era considerado de grande porte. A licencianda relatou que, no segundo semestre de 2018, período da realização do trabalho de campo, ela estava matriculada em diversas disciplinas, o que interferia na sua disponibilidade de ir ao LEM FaE, mas mesmo assim quis participar.

5.4.1 Encontros com a Licencianda Fabiana

Nesta seção descrevemos como foram os momentos com a Licencianda Fabiana no trabalho de campo e, a fim de organizá-los, elaboramos o quadro 21:

Quadro 21 - Dados gerais dos momentos com a licencianda Fabiana

Data	Momento	Presentes
28 de setembro de 2018	Planejamento do Plano de Aula no LEM FaE	Fabiana e Nayara.
02 de outubro de 2018	Tentativa de saber o conteúdo das aulas pelo aplicativo <i>WhatsApp</i>	-
15 de outubro de 2018	Tentativa de saber o conteúdo das aulas pelo aplicativo <i>WhatsApp</i>	-
12 de novembro de 2018	Surgiu uma demanda para a preparação de uma aula relâmpago	-
26 de novembro de 2018	Avaliação do Plano de Aula pelo Licenciando na sala 4221 do ICEX	Fabiana e Nayara.

Fonte: Elaborado pelas pesquisadoras (2020)

Pelas informações contidas do quadro 21, é possível notar que ocorreu um encontro no LEM FaE para o planejamento do Plano de Aula com a Licencianda Fabiana. Infelizmente não conseguimos realizar mais encontros, por vários motivos, dentre eles a incompatibilidade de horários das envolvidas e do LEM FaE e o fato de o Professor Supervisor de Estágio da Licencianda Fabiana não disponibilizar com antecedência os temas das aulas a serem desenvolvidas por ela. A pesquisadora encontrava a Licencianda toda semana nas aulas de APPE II, mas, pelos motivos citados acima, não ocorreram muitos encontros separadamente para o trabalho de campo.

Referente ao encontro do dia 28 de setembro de 2018, que durou cerca de 40 minutos, ele foi realizado com o intuito de elaborar uma prova com o tema de Análise Combinatória para uma turma do 2º ano. A licencianda havia levado algumas questões e pediu a opinião da pesquisadora, acrescentando que a prova duraria 50 minutos e, desse modo, era preciso saber a quantidade de questões adequadas. Nesse dia, a Licencianda Fabiana tinha uma prova de uma das disciplinas que ela cursava e, por isso, não foi extenso o encontro, mas foi feita a leitura de questão por questão com o intuito de testá-las. Nesse momento, a função do LEM FaE foi a de sediar a conversa da pesquisadora com a licencianda e o planejamento da prova.

Ao final do encontro, combinamos de, futuramente, preparar uma lista investigativa, mas isso dependeria de o Professor Supervisor disponibilizar a aula e o conteúdo. Em relação à realização de outros encontros, a pesquisadora adotou a postura de deixar que os participantes da pesquisa a procurassem. No caso da Licencianda Fabiana, ocorreram duas tentativas de marcar encontros para a elaboração dessa lista investigativa, nos dias 02 e 15 de outubro de 2018, mas o Professor Supervisor não tinha informado ainda o tema.

Dessa forma, a pesquisadora passou a aguardar a demanda da Licencianda Fabiana, que veio a ocorrer no dia 12 de novembro de 2018, via aplicativo de mensagens *WhatsApp*, de maneira urgente, pois o Professor Supervisor pediu para o mesmo dia que ela preparasse uma aula, que seria realizada na manhã do dia 13 de novembro, sobre Introdução à Estatística. Reagimos com surpresa a essa demanda e pensamos que foi inadequado da parte do Professor Supervisor esse pedido para a Licencianda, mas optamos por trocar alguns e-mails para tentar planejar algo e era o que conseguiríamos fazer no dia, tendo em vista que a Licencianda tinha prova no dia 12 de novembro.

O encontro para avaliação da participação no trabalho de campo aconteceu no dia 26 de novembro e, pela disponibilidade da Licencianda Fabiana, esse encontro aconteceu no ICEX, onde os funcionários da secretaria do curso da Matemática disponibilizaram gentilmente uma sala para a realização da entrevista semiestruturada.

5.4.2 Evolução dos roteiros dos planos de aulas

Relativo ao encontro do dia 28 de setembro de 2018, ele aconteceu de maneira prática, tendo em vista que a Licencianda Fabiana faria uma prova após o encontro. Dessa forma, optamos por comentar cada uma das questões que a Licencianda levou e, ao final, ficaram selecionadas as questões presentes no quadro 22.

Quadro 22: Questões adaptadas para a prova

- | |
|---|
| <ol style="list-style-type: none"> 1. Maryanny irá fazer aniversário e decidiu decorar o salão em que ocorrerá sua festa com anagramas do seu nome. Quantos anagramas distintos Maryanny poderá colar na parede do salão? 2. Para montar uma cesta de café da manhã estão disponíveis os seguintes itens: oito tipos de pães, três tipos de queijo, seis tipos de frutas, cinco sabores de geleia e quatro sabores de tortas doces. De quantos modos distintos a cesta poderá ser montada, se um cliente pedir dois tipos de pães, um tipo de queijo, duas frutas, dois sabores de geleia e uma torta doce? 3. Um grande prêmio de Fórmula 1 vai ser disputado por 24 pilotos, dos quais apenas três são brasileiros. Em quantos resultados possíveis dessa prova poderemos ter ao menos um piloto brasileiro figurando em uma das três primeiras colocações? 4. Para ir ao trabalho, uma secretária procura sempre combinar blusa, saia e sapatos. Como ela não gosta de repetir as combinações fez um levantamento nos armários e verificou que são possíveis 520 combinações diferentes. Se ela possui dez blusas, quantas saias e quantos pares de sapatos ela pode ter, sabendo que cada item, há mais de uma peça? 5. De quantas maneiras podemos selecionar duas cartas, sem reposição, de um baralho de 52 cartas, de modo que: <ol style="list-style-type: none"> a) a primeira carta seja um valete e a segunda não seja uma dama? b) a primeira carta seja de copas e a segunda não seja um rei? |
|---|

Fonte: Arquivo pessoal das pesquisadoras (2020)

Para a primeira questão, foi sugerido pela pesquisadora que a Licencianda Fabiana usasse algum nome conhecido pelos estudantes, com o intuito de mostrar cuidado na elaboração da questão. Dessa maneira, ela escolheu o nome de uma estudante da turma e, no geral, não houve muitas observações.

Passado esse encontro, ocorreu um certo distanciamento da participação no trabalho de campo pela Licencianda, pois esperávamos o Professor Supervisor disponibilizasse o tema da aula para dar início ao ciclo de planejamento, a ser realizado pela Licencianda Fabiana, o que veio a acontecer apenas no dia 12 de novembro de 2018. Nessa data, aconteceram trocas de e-mails com o intuito de preparar uma aula sobre Introdução à Estatística: população, amostra, frequência absoluta e relativa. Tendo em vista o pouco tempo para a elaboração, pois a aula aconteceria no dia 13 de novembro, a pesquisadora revisou o que foi proposto pela licencianda e a informou que estava adequado para a introdução do conteúdo. Dessa forma, não ocorreram considerações sobre a elaboração para serem relatadas neste momento do texto. No Apêndice 8, constam os materiais elaborados pela Licencianda Fabiana nesses momentos descritos anteriormente.

5.4.3 Avaliação da Licencianda Fabiana sobre sua participação no trabalho de campo

Neste tópico, apresentamos elementos resultantes da entrevista semiestruturada, questões disponíveis no Apêndice 3, contendo a avaliação da Licencianda Fabiana perante o planejamento e o desenvolvimento dos planos de aulas e da pesquisa de maneira geral.

A Licencianda Fabiana afirmou ter gostado de participar da pesquisa e principalmente por ter mais uma pessoa para auxiliá-la, mas ela ponderou que foi ruim a falta de disponibilidade, de maneira geral, para ir ao LEM FaE. Complementou, ainda, que achou difícil elaborar o plano de aula, mas que sua elaboração é muito importante. Sobre isso, ela também relatou que o tempo foi curto para planejar e pensar como seria na sala de aula e que, por isso, não conseguiria avaliar essas experiências.

Quando perguntada sobre como avalia as experiências desenvolvidas na pesquisa no LEM FaE, a Licencianda Fabiana, em sua resposta, falou sobre o uso do LEM FaE nas disciplinas de APPE I e II, o que fica enfatizado no seguinte trecho da entrevista:

Licencianda Fabiana: eu acho que o laboratório deveria ser um pouco mais aberto para os alunos. Eu acho que é muito restrito e eu acho também que a gente usou poucas coisas que tem lá. E acho que a gente já viu em uma aula, até no semestre passado. Pesquisadora: Comigo?

Licencianda Fabiana: Foi. E esse semestre a gente não abriu os armários. Algumas pessoas até abriram para pegar uma caixa e esse semestre a gente não usou nada do LEM. A gente não viu nada do LEM. Então tem coisas poderia até ter me auxiliado em minhas aulas. Eu sei que lá tem livros.
(Arquivo de áudio da pesquisadora, 2018)

Mais adiante, a Licencianda Fabiana expressou a importância de os alunos, na graduação, terem mais acesso aos recursos do LEM FaE, e que ela, mesmo estando há quase um ano tendo aulas no LEM FaE, não conhecia quase nada dele. Mesmo assim, ela esboça um desejo de o LEM FaE ficar mais tempo aberto e ela pensa ser relevante para a formação de professores possibilitar a utilização desses recursos, destacando, na opinião dela, que seus usos podem despertar o interesse nos futuros professores de preparar aulas diferenciadas.

A Licencianda Fabiana avalia positivamente as experiências colaborativas da pesquisa e negativamente a pouca disponibilidade de tempo dela, mas ponderando que o *WhatsApp* ajudou bastante a suprir essa falta de encontros. Além disso, ela esboçou muita gratidão pelos auxílios, tendo em vista que os planejamentos foram de última hora e que ela se sentiu acolhida nos momentos de insegurança e medo. Desse modo, ela ponderou:

Licencianda Fabiana: Aí você me auxiliou. Eu achei isso muito bom. Porque no primeiro momento que ele (referindo-se ao Professor Supervisor) falou: faz a lista de exercícios (creio que ela se referia a prova elaborada). E eu sabia que ele não ia me auxiliar. E te mandei mensagem e você falou: claro, pode vir que eu vou te ajudar. E eu falei: graças a Deus. Tanto que eu peguei e fui para FaE para me ajudar a fazer. Porque eu realmente não sabia por onde começar.
(Arquivo de áudio da pesquisadora, 2018)

Quando perguntada se participaria novamente da pesquisa e porque, ela respondeu:

Licencianda Fabiana: Participaria. Porque eu acho que aprendi pouco. Não que eu não tenha aprendido nada. Eu acho que esse semestre, o estágio, ficou faltando fechar algumas lacunas. Nas minhas dúvidas em relação ao plano de aula. Em relação a como encontrar os conteúdos para elaborar o plano de aula.
(Arquivo de áudio da pesquisadora, 2018)

Ao ser perguntada se as experiências desenvolvidas na pesquisa tiveram significado para ela como professora e para a formação dela, a Fabiana citou que o

que havia acontecido no segundo estágio fazia com que ela não se visse ainda como professora e que essas experiências não contribuíram para a sua formação. Foi realizada uma pergunta complementar com o intuito de saber se ela avaliava desse mesmo modo as experiências do estágio e da participação no trabalho de campo, então a licencianda informou que os momentos de participação na pesquisa, ainda que poucos, eram um ponto de fuga para as angústias envolvidas no estágio.

Ao fim da entrevista, ao analisar as experiências tendo como base as expectativas iniciais, a Licencianda Fabiana ponderou que pensava que iria mexer mais nos armários do LEM FaE, pois ela queria conhecer melhor os materiais e os livros.

5.4.4 Alcances e limitações da participação no trabalho de campo da Licencianda Fabiana

Baseando-se nos momentos elencados anteriormente, apresentamos, agora, os alcances e limitações da participação no trabalho de campo da Licencianda Fabiana.

Com relação aos alcances da colaboração, ficou esboçado, na entrevista, que, para a Licencianda Fabiana, a colaboração entre ela e a pesquisadora foi importante para enfrentar os momentos de angústias e medo ocorridos durante o segundo semestre de 2018. Desse modo, ela demonstrou gratidão e afirmou que o apoio da pesquisadora fez com que ela se sentisse mais segurança na aula que ela desenvolveu.

As limitações no âmbito do estágio supervisionado, o modo com que o Professor Supervisor guiou as demandas com a Licencianda Fabiana foi o próprio fator limitante, o que nos remete à concepção de Pimenta e Lima (2012) da prática como imitação de modelos. Ainda sobre as limitações, ocorreu pouco uso do LEM FaE, assim se distanciando das concepções propostas por Lorenzato (2009), embora um LEM não seja formado apenas por materiais.

Além disso, refletimos que, na avaliação da Licencianda Fabiana, houve limitações que extrapolaram as propostas da pesquisa, que seriam o LEM FaE não ficar aberto em horários em que não há aula agendada nele, pois ainda carece de bolsista específico para essa finalidade, algo que envolve financiamento, e a disciplina de estágio, mesmo sendo sediada no LEM FaE, não utilizar satisfatoriamente seus

recursos, limitando, assim, o uso do LEM FaE pelos licenciandos a uma sala de aula tradicional, com o uso de carteiras, lousa ou projetor. Outro fator que é importante destacar, que ocasionou limitações, foi a indisponibilidade de tempo da Licencianda Fabiana para participar do trabalho de campo. Assim, pensamos que não justifica a instituição possuir um LEM bem equipado se os licenciandos não tiverem acesso a ele ou não tiverem tempo suficiente para aproveitar esses recursos.

5.4.5 Potencialidades para o uso do LEM FaE sobre o ensino e aprendizagem de Análise Combinatória e probabilidade

Traremos, neste tópico, sugestões de atividades visando potencializar o uso do LEM FaE que foi fruto das reflexões das autoras sobre uma prova elaborada pela Licencianda Fabiana em relação as temáticas de Análise Combinatória e Probabilidade. Assim, refletindo sobre a prova elaborada em conjunto com a Licencianda Fabiana, em relação à temática Análise combinatória²⁵, recomendamos como potencialização do LEM FaE uma atividade relacionada à questão 5 para ser aplicada nas aulas anteriores à avaliação. Então, fazemos a sugestão de levar baralhos. O LEM FaE possui 3 tipos diferentes de jogos de cartas, totalizando 24 kits. Os estudantes poderiam manusear as cartas de acordo com o que se pede em cada item da questão. No quadro 23 há as informações da questão 5.

Quadro 23 - Questão cinco da prova

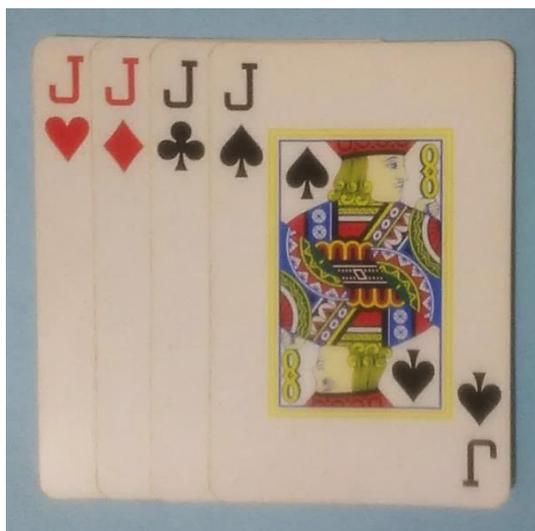
<p>De quantas maneiras podemos selecionar duas cartas, sem reposição, de um baralho de 52 cartas, de modo que:</p> <p>a) a primeira carta seja um valete e a segunda não seja uma dama?</p> <p>b) a primeira carta seja de copas e a segunda não seja um rei?</p>

Fonte: Arquivo pessoal das pesquisadoras (2020)

Diante da questão, poderia ser utilizado o Princípio Fundamental da Contagem para calcular o solicitado na questão 5 com o auxílio do baralho. Dessa forma, o item a figura 25 contém a quantidade de possibilidades para selecionar a primeira carta:

²⁵ Para as questões envolvendo Estatística, a temática será um pouco abordada novamente em relação as suas potencialidades, quando descreveremos a participação da Licencianda Carolina.

Figura 25 - Possibilidades para selecionar a primeira carta do item a



Fonte: Arquivo pessoal das pesquisadoras (2020)

Notamos na imagem a existência de quatro valetes, um de cada naipe (copas, ouros, paus e espada), ou seja, quatro possibilidades de escolha. Para prosseguir com os cálculos, é preciso supor que uma das cartas foi selecionada, e supomos que saiu a carta do valete de copas; assim, na figura 26, exibimos as cartas disponíveis ainda para serem selecionada como segunda carta:

Figura 26 - Possibilidades para selecionar a segunda carta do item a



Fonte: Arquivo pessoal das pesquisadoras (2020)

Logo, não há como selecionar o valete de copas, que foi suposto como selecionado, e nem as damas, por ser critério da questão, mas ainda é possível notar, na figura 2, existem quarenta e sete possibilidades para selecionar a segunda carta do item a. Agora, bastaria utilizar o Princípio Fundamental da Contagem para calcular a quantidade de maneiras possível, sendo então: $4 \times 47 = 188$ maneiras de selecionar duas cartas, sem reposição, de um baralho de 52 cartas, de modo que a primeira carta seja um valete e a segunda não seja uma dama.

De maneira similar, pode ser resolvido o item b da questão 5 (de quantas maneiras podemos selecionar duas cartas, sem reposição, de um baralho de 52 cartas, de modo que a primeira carta seja de copas e a segunda não seja um rei?). A figura 27 contém as possibilidades de seleção da primeira carta do item b.

Figura 27 - Possibilidades para selecionar a primeira carta do item b



Fonte: Arquivo pessoal das pesquisadoras (2020)

Logo, há 13 maneiras diferentes de selecionar a primeira carta do item b. Novamente, para prosseguir, é preciso supor que uma carta foi escolhida e, dessa vez, supomos que o Ás de copas foi escolhido. Na figura 28, há o total de possibilidades para a seleção da segunda carta.

Figura 28 - Possibilidades para selecionar a segunda carta do item b



Fonte: Arquivo pessoal das pesquisadoras (2020)

Dessa maneira, não há como selecionar o Ás de copas, que foi suposto como selecionado, e nem os reis, por ser critério da questão, mas ainda é possível notar, por meio da figura 4, que existem quarenta e sete possibilidades para selecionar a segunda carta do item a. Agora, bastaria utilizar o Princípio Fundamental da Contagem para calcular a quantidade de maneiras possível, sendo então: $13 \times 47 = 611$ maneiras de selecionar duas cartas, sem reposição, de um baralho de 52 cartas, de modo que a primeira carta seja de copas e a segunda não seja um rei.

Relativo ao contexto de probabilidade, o LEM FaE possui o do Jogo Probabilidade²⁶ uma adaptação desse jogo seria possível para a sala de aula. Na figura 29 está disponível a imagem do tabuleiro do Jogo.

²⁶ Direitos reservados aos autores Maria Helena Soares e Walter Spinelli.

Figura 29 - Tabuleiro do Jogo Probabilidade



The image shows a game board titled "PROBABILIDADE" with two sections: "ANEXO" and "BÁSICO". The "ANEXO" section contains a table of probability conditions. The "BÁSICO" section is a 6x6 grid with columns numbered 1-6 and rows labeled Q1-Q4. The grid cells are colored in a checkerboard pattern of red, green, blue, and yellow. Large white letters Q1, Q2, Q3, and Q4 are placed on the grid. The right side of the grid is labeled with colors: VERMELHO, VERDE, and AZUL.

ANEXO		BÁSICO							
Número par e outro ímpar	Números iguais nos 2 dados		1	2	3	4	5	6	Q ₁
Números pares nos 2 dados	Número primo nos 2 dados	1							Q ₂
Números cujo produto é par	Número cuja soma é 6	2		Q ₂		Q ₁			Q ₃
Número cuja soma é 5	Números que estão em Q ₁	3							Q ₄
Número par em um dado	Números cuja soma > 8	4							VERMELHO
Número 6 em um dos dados	Números cujo produto é ímpar	5		Q ₃		Q ₄			VERDE
Um número é o dobro do outro	Números primos entre si	6							AZUL

Direitos reservados aos autores: Maria Helena Soares de Souza / Walter Spinelli

Fonte: Direitos reservados aos autores Maria Helena Soares de Souza e Walter Spinelli

Na figura 30 encontra-se, no lado esquerdo, os dados; e, no lado direito, as fichas do Jogo Probabilidade.

Figura 30 - Os dados e fichas do Jogo Probabilidade



Fonte: Direitos reservados aos autores Maria Helena Soares de Souza e Walter Spinelli

Na figura 31 está a imagem da folha para preenchimento das informações de cada rodada do Jogo Probabilidade.

Figura 31 - Folha para preenchimento das informações do Jogo Probabilidade

Rodada	Apostas	Probabilidade	Resultado	Débito/ Crédito
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
TOTAL				

Direitos Reservados aos Autores
Maria Helena Soares e Walter Spinelli

Fonte: Direitos reservados aos autores Maria Helena Soares de Souza e Walter Spinelli

O quadro 24 contém as instruções para o jogo, que foram adaptadas a partir das informações contidas no Manual do Jogo Probabilidade (GUIMARÃES, s.d. b).

Quadro 24 - Regras da Adaptação do Jogo Probabilidade

- Conteúdo: Probabilidade simples
- Faixa etária: a partir do 2º ano do Ensino Médio
- Objetivos: Estimular o cálculo de probabilidades
- Material: parte básica do tabuleiro (figura x); dois dados (figura x1) numerados de 1 a 6 sendo um com as faces ímpares em azul e faces pares em vermelho e outro com as faces ímpares em vermelho e faces pares em azul; blocos com folhas de papel para fazer as anotações das rodadas e cálculos das probabilidades; fichas em E.V.A. para fazer as apostas
- Como jogar:

Os jogadores se organizam de maneira que cada tabuleiro será utilizado por duas duplas, cada dupla escolhe uma cor de ficha para as apostas. Antes de iniciar a partida é necessário que as duplas combinem a quantidade de rodadas que serão jogadas na partida.

Regras

Inicia a partida, com cada dupla fazendo suas apostas que pode ser das seguintes maneiras:

- I. No par ordenado (Por exemplo: 4 azul e 5 azul);
- II. No quadrante (Por exemplo: quadrante 1, 2, 3 ou 4);
- III. Na cor dos quadrinhos (Por exemplo: cor vermelha, azul ou verde)

Após fazer as apostas cada dupla deve preencher a folha de anotações. Contendo as seguintes informações por rodada: apostas, probabilidade, resultado e débito/crédito. O resultado será encontrado após sortear os dois dados e para saber o valor do débito ou do crédito cada aposta correta vale 4 pontos e cada incorreta vale -1 ponto. Desse modo, são realizadas a quantidade de rodadas combinadas anteriormente e vencerá o jogo a dupla que tiver mais pontos acumulados em todas as rodadas. Em caso de empate, as duplas devem realizar mais rodadas até desempatar.

Fonte: Adaptado de Guimarães, (s.d. b)

A seguir temos os dados de uma partida de simulação no qual as duplas escolheram realizar 6 rodadas. Nos quadros 25 e 26 estão as rodadas de cada dupla.

Quadro 25 - dados da partida da Dupla 1 – Fichas de cor azul

Rodada	Apostas	Probabilidade	Resultado	Débito/crédito
1	Quadrante 2 (2x)	$\frac{1}{4}$ ou 0,25	4 azul e 4 vermelho	-1 -1 = -2
2	Na cor azul (2x)	$\frac{16}{36}$	5 azul e 2 azul	-1 -1 = -2
3	Quadrante 3 e 4 e na cor vermelha	$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{6}{18} = \frac{5}{6}$	1 azul e 3 vermelho	-1 -1 -1 = -3
4	Quadrante 4 (2x)	$\frac{1}{4}$ ou 0,25	5 vermelho e 6 vermelho	4 +4 = 8
5	Quadrante 1 (2x)	$\frac{1}{4}$ ou 0,25	6 azul e 4 vermelho	-1 -1 = -2
6	Quadrante 1 (2x)	$\frac{1}{4}$ ou 0,25	3 vermelho 4 vermelho	4 +4 = 8
Total				7

Fonte: Elaborado pelas pesquisadoras (2020)

Quadro 26 - dados da partida da Dupla 2– Fichas de cor roxa

Rodada	Apostas	Probabilidade	Resultado	Débito/crédito
1	Quadrante 1 e 4	$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4}$	4 azul e 4 vermelho	4 -1 = 3
2	Quadrante 1 e 4	$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4}$	5 azul e 2 azul	4 -1 = 3
3	Vermelho e azul	$\frac{15}{36} + \frac{16}{36} = \frac{31}{36}$	1 azul e 3 vermelho	-1 -1 = -2
4	Na cor verde	$\frac{8}{36}$	5 vermelho e 6 vermelho	-1
5	Quadrante 3 (2x)	$\frac{1}{4}$ ou 0,25	6 azul e 4 vermelho	-1 -1 = -2
6	Quadrante 2 (2x)	$\frac{1}{4}$ ou 0,25	3 vermelho 4 vermelho	-1 -1 = -2
Total				-1

Fonte: Elaborado pelas pesquisadoras (2020)

Para exemplificar uma dessas rodadas, a figura a seguir traz as informações da primeira rodada do jogo:

Figura 32 - Imagem da rodada 1 do Jogo Probabilidade



Fonte: Direitos reservados aos autores Maria Helena Soares e Walter Spinelli

Essa foi apenas uma das maneiras de utilizar o material Jogo Probabilidade, mas desejamos, com essa sugestão, trazer mais possibilidades para o ensino de probabilidade, de forma a possibilitar maior envolvimento dos estudantes.

Ao final, gostaríamos de enfatizar que essas sugestões visaram suprir a expectativa inicial da Licencianda Fabiana de conhecer melhor os materiais do LEM FaE, mas, infelizmente, não tivemos oportunidade, durante o trabalho de campo, de apresentá-las para a Licencianda. Além disso, pensamos que, tendo em vista o tempo disponível para os planejamentos e pela proposta do Professor Supervisor, seus usos não foram possíveis principalmente por julgarmos que seria preciso mais tempo para o planejamento e para o desenvolvimento na sala de aula.

Porém, acreditamos que essas atividades podem possibilitar uma maior interação entre os estudantes e auxiliá-los na construção do conhecimento. Dessa maneira, talvez essas atividades possam possibilitar o uso do LEM FaE na concepção mais ampliada para um LEM, conforme Lorenzato (2009). Relativo ao estágio, ponderamos que, com um maior tempo para o planejamento, poderíamos ter uma melhor junção entre teoria e prática, o que aproximaria esses momentos das duas

últimas concepções de Pimenta e Lima (2012): estágio como aproximação da realidade e atividade teórica; estágio como pesquisa.

5.5 A Licencianda Carolina

A última licencianda a manifestar interesse em participar do trabalho de campo foi a Carolina. Ela tinha 24 anos na época da pesquisa e era natural de Barbacena, cidade do interior de Minas Gerais. Havia estudado em instituição de ensino privado e público enquanto estudante do Ensino Fundamental, o Ensino Médio exclusivamente em instituição privada e ingressou na UFMG em 2013. Realizava atividade remunerada como Assistente Administrativo e não possuía experiência em docência em Matemática.

Referente ao estágio supervisionado, ela estava cursando a segunda disciplina e atuava em uma escola pública de âmbito municipal em Belo Horizonte com turmas da EJA do Ensino Fundamental. Ela considerava a escola com estrutura de porte médio.

5.5.1 Encontros com a Licencianda Carolina

A licencianda Carolina procurou a pesquisadora por meio do aplicativo de mensagens *WhatsApp* com o intuito de planejar uma aula para as turmas da EJA em que ela fazia estágio, sobre a temática de porcentagem, juros e inflação. Dessa forma, ela começou a participar do trabalho de campo e, no quadro 27, está disponibilizado os dados gerais dos nossos encontros.

Quadro 27 - Dados gerais dos encontros com a licencianda Carolina

Data	Motivo do encontro	Local do encontro	Presentes
17 de outubro de 2018	Conversa sobre os materiais do LEM FaE	LEM FaE	Carolina e Nayara
5 de novembro de 2018	Planejamento do Plano de Aula	LEM FaE e Gabinete da Professora Keli	Carolina e Nayara
26 de novembro de 2018	Avaliação do Plano de Aula pelo Licenciando	Gabinete da Professora Keli	Carolina e Nayara

Fonte: Elaborado pelas pesquisadoras (2020)

No primeiro encontro, no dia 17 de outubro de 2018, conversamos sobre a demanda apresentada pela Professora Supervisora da Licencianda Carolina e a pesquisadora apresentou alguns materiais do LEM para ela. Conversamos sobre as possibilidades que teríamos frente ao tema proposto: porcentagem, juros e inflação.

Não havia materiais do LEM exclusivamente sobre o tema, porém existiam materiais para ensino de frações e encartes de venda de cosméticos que poderiam ser usados para a confecção de cartazes, papéis coloridos para a confecção das barras e canetas coloridas. Durante o encontro, surgiram ideias de preparar uma aula sobre porcentagem, envolvendo Tratamento de Informação, e juros, utilizando encartes de lojas de eletrodomésticos. Nesse momento, o LEM FaE atuou como suporte no planejamento inicial da aula e permitiu o acesso aos materiais do espaço.

Diante disso, a Licencianda Carolina ficou de conversar com sua Professora Supervisora de Estágio sobre o primeiro encontro e apresentar as duas opções mencionadas anteriormente. Com isso, no dia 04 de novembro de 2018, conversamos pelo *WhatsApp* e a Licencianda manifestou o interesse de planejar uma aula sobre Tratamento da informação, assim marcamos um encontro para o dia posterior.

O encontro do dia 05 de novembro de 2018 durou quase 1 hora e meia. Inicialmente começamos a conversar no LEM FaE e, depois, finalizamos o encontro no Gabinete da Professora Keli, com o intuito de imprimir o material necessário para a atividade.

No dia 26 de novembro, aconteceu a entrevista semiestruturada com a Licencianda para avaliação de sua participação no trabalho de campo.

5.5.2 Evolução do roteiro do plano de aula

O roteiro foi todo discutido durante o segundo encontro com a Licencianda Carolina. Pontuamos cada momento da aula e imprimimos as perguntas em folhas separadas para o primeiro momento da atividade. No quadro 28, encontra-se o detalhamento do roteiro planejado a partir das discussões.

Quadro 28 - Roteiro do plano de aula da Licencianda Carolina

Devido não ser possível prever a duração exata das atividades elaboradas, opto por dividir em momentos. A seguir detalharei cada um desses momentos.

1ª momento

A aula será iniciada com uma conversa com os estudantes sobre a importância de saber ler e interpretar gráficos, fazer levantamentos dos tipos de gráficos que os alunos já tiveram contato, perguntar como se constrói gráfico.

Posteriormente, atividade 1, entregarei algumas perguntas, em folhas separadas, para que cada estudante presente as responda. Sendo estas as perguntas:

- Qual sua idade?
- Tem o hábito de ler?
- Qual matéria mais gosta?
- Qual time você torce?
- Qual tipo de música que mais gosta?

Após os dados serem coletados a turma será dividida em 4 grupos, estes grupos ficarão responsáveis por fazer um gráfico com as respostas e escrever uma síntese do gráfico. A primeira pergunta servirá de exemplo para explicar a Atividade 1. A finalização deste momento será a apresentação do gráfico e da síntese pelos estudantes.

2º Momento

Colocar os alunos em grupos de 3 a 4 pessoas para resolver as atividades propostas.

Fonte: Elaborado pelas pesquisadoras (2020)

O primeiro momento do roteiro foi uma adaptação mais reduzida dos passos previstos na obra de Lima (2010) de como fazer uma pesquisa de opinião. Foi preciso adequá-lo ao tempo disponibilizado pela Professora Supervisora e à duração das aulas na EJA, que são de 45 minutos. Referente à atividade, disponível integralmente no apêndice 9, prevista no 2º momento, foi realizada a leitura das questões e concluímos que elas estavam adequadas para o objetivo da aula. Não ocorreram considerações importantes para serem relatadas neste momento do texto.

5.5.3 Avaliação da Licencianda Carolina sobre sua participação no trabalho de campo

Neste tópico, exibiremos as informações registradas das respostas da Licencianda Carolina na entrevista semiestruturada para avaliar o planejamento e desenvolvimento do plano de aula e da pesquisa de maneira geral.

A Licencianda Carolina avaliou positivamente as experiências desenvolvidas no trabalho de campo no LEM FaE, na elaboração e no desenvolvimento do plano de aula. Ela complementou que foram muito válidos os encontros no LEM FaE, auxiliando-a a ter ideias para a aula. Ela também mencionou o fato de que a pesquisadora ter experiência com turmas da EJA também contribuiu para a elaboração da aula.

As experiências foram colaborativas de acordo com a análise da Licencianda Carolina. Ela destacou, ainda, que um fato positivo foi poder conhecer melhor o LEM FaE e que, mesmo não usando os recursos dele para a aula elaborada, foi muito interessante conhecê-los.

Quando perguntada se participaria novamente da pesquisa, a Licencianda Carolina respondeu que sim e justificou com a seguinte frase.

Licencianda Carolina: Porque eu acho que é uma troca de experiências que a gente tem, tanto você, como a pesquisadora do trabalho, quanto meu. Que eu aprendo muito com você e você aprende muito comigo. Acho que é isso. É muito válida a experiência. (Arquivo de áudio da pesquisadora, 2018)

Como professora, a Licencianda afirma que foi um desafio para ela o desenvolvimento da aula, por esperar a presença de 15 estudantes e, no dia da aula, haver 30 presentes. Mas, pelo planejamento que havíamos realizado, ocorreu tudo certo.

No âmbito da sua formação, a Licencianda novamente destaca a importância que teve para ela a troca de experiências entre ela e a pesquisadora.

Relativo à análise da experiência, tendo como base suas expectativas iniciais, a Licencianda Carolina afirmou que as expectativas dela foram supridas. Por fim, a Licencianda não fez sugestões para o aprimoramento do trabalho colaborativo entre pesquisadora e licencianda no âmbito da pesquisa.

5.5.4 Alcances e limitações da participação no trabalho de campo da Licencianda Carolina

Apresentaremos os alcances e limitações da participação no trabalho de campo da Licencianda Carolina tendo como base os momentos apresentados anteriormente.

No âmbito dos alcances, ponderamos que as atividades do trabalho de campo foram colaborativas, como destacado na avaliação da Licencianda Carolina, apontando elementos como voluntariedade, corresponsabilidade, reciprocidade na aprendizagem, respeito mútuo previstos na obra de Fiorentini (2015). Consideramos que o espaço do LEM foi um ambiente em que esteve presente o fazer e o pensar matemático, remetendo a elementos da segunda e terceira concepção apresentada por Lorenzato (2009) tais como: planejamento, análise, experimentações de atividades.

Além disso, foi notado que o uso feito da disciplina de estágio se aproximou da concepção estágio como aproximação da realidade e atividade teórica apresentada em Pimenta e Lima (2012), tendo em vista que a aula foi pensada e planejada levando em consideração o contexto das turmas da EJA, sendo possível notar características que nos remetem à tendência socioetnocultural, apresentadas por Fiorentini (1995), como as atividades envolverem a realidade dos estudantes e o cuidado de o processo de aprendizagem almejar acontecer a partir da compreensão e estruturação da maneira como pensam e sabem os estudantes.

Ao final, ponderamos não haver elementos que se remetem à limitação do uso do LEM FaE, do estágio e nem da colaboração. Assim, para a Licencianda Carolina, foi possível um bom uso do LEM no que diz respeito aos materiais e ao espaço para o suporte no planejamento da aula.

5.5.5 Potencialidades para o uso do LEM FaE sobre o ensino e aprendizagem de noções de Estatística

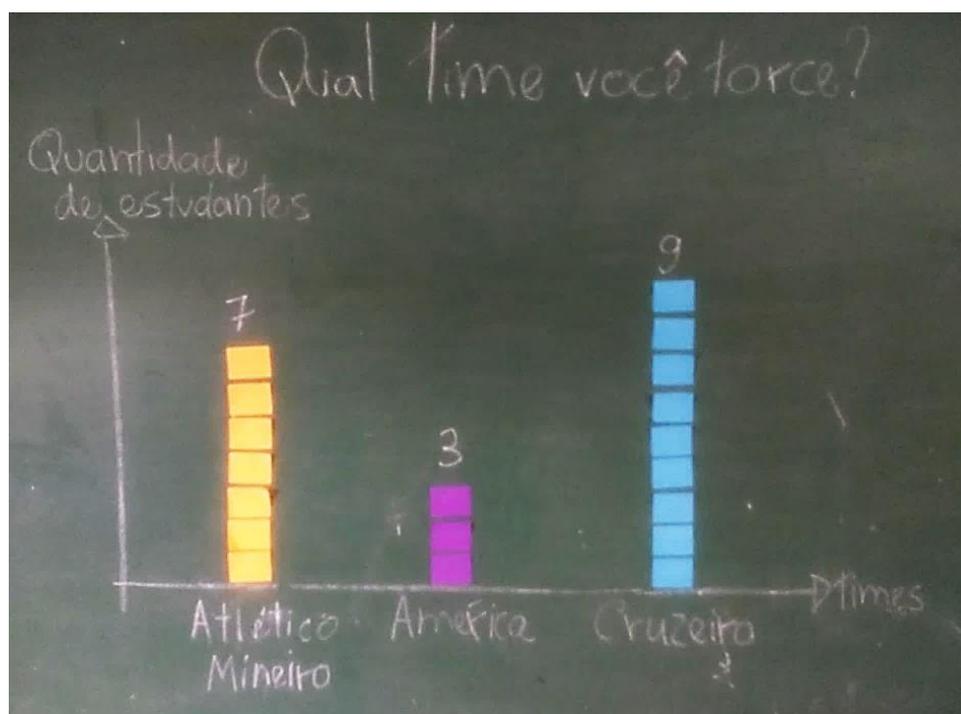
Refletindo sobre o roteiro da aula, que estava adequado ao contexto da EJA, desejamos, neste tópico, buscar outros alcances possíveis para a realização de pesquisa de opinião. Um material disponível na internet é o Manual para o professor, Lima (2010), do programa Nossa Escola Pesquisa Sua Opinião (Nepso). Esse manual, além de trazer argumentos sobre a importância de realizar pesquisas de opinião na Educação Básica, também descreve as oito etapas para a realização de uma pesquisa quantitativa, sendo elas:

1. Definição do tema;
2. Qualificação do tema;
3. Definição da população e da amostra;
4. Elaboração dos questionários;
5. Trabalho de campo;
6. Tabulação e processamento das informações;
7. Análise e interpretação dos resultados;
8. Sistematização, apresentação e divulgação dos resultados. (LIMA, 2010, p.52).

Neste momento, iremos indicar potencialidades para a sexta etapa, tabulação e processamento das informações, com recursos disponíveis no LEM FaE, que estavam previstos no primeiro momento da aula elaborada pela Licencianda Carolina.

Para as sugestões, foram utilizados papéis coloridos. Na primeira dela, simulamos as possíveis respostas para a pergunta “Para time você torce?”. A proposta seria realizá-las coletivamente, de modo que todos os estudantes, ao respondê-la, escolheriam o papel da cor que representa o seu time e, assim, colariam no quadro na sua respectiva coluna. Ao final desse processo, foi construído um gráfico de barras ou colunas, disponível na figura 33, com as informações tabuladas das respostas.

Figura 33 - Gráfico de barras da pergunta: Para qual time você torce?

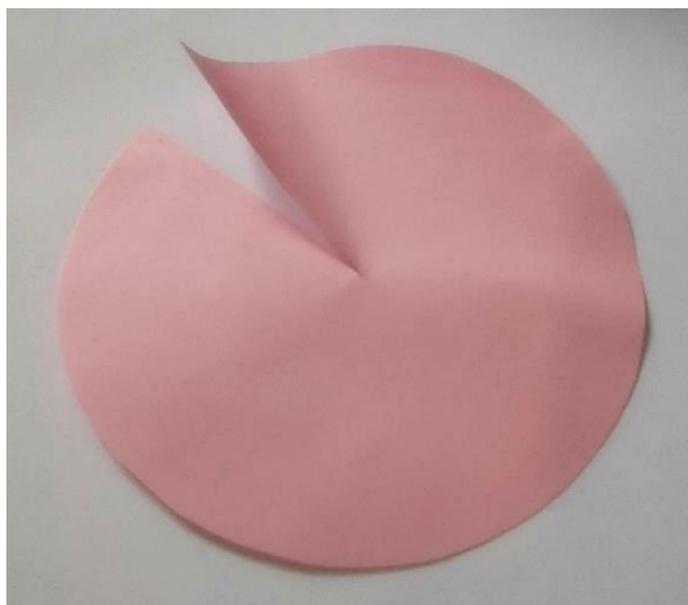


Fonte: Arquivo pessoal das pesquisadoras (2020)

A partir desses dados iniciais, é possível propor um aprofundamento ou estudo dessas informações e encaminhar para possíveis análises e interpretações dos dados.

Outro tipo de gráfico que poderia ser ensinado, visando à parte do roteiro que diz que “os grupos ficarão responsáveis por fazer um gráfico com as respostas”, é o gráfico de setores, utilizando discos em cores variadas. Para a construção, recortamos quatro discos de mesmo diâmetro, mas de cores distintas (azul, amarelo, verde e rosa) e realizamos um corte em cada um deles, do centro até a borda. Na figura 34 apresentamos como ficou o disco da cor rosa após o corte.

Figura 34 - Disco da cor rosa após o corte



Fonte: Arquivo pessoal das pesquisadoras (2020)

Para a construção do gráfico, os discos são encaixados e movidos de acordo com as porcentagens desejadas. Na figura 35, temos um exemplo de gráfico em que cada cor representa a porcentagem de 25%.

Figura 35 - Primeira possibilidade para Gráfico de setores



Fonte: Arquivo pessoal das pesquisadoras (2020)

Na imagem 36, encontra-se o gráfico ao girar os discos e obter a seguinte distribuição: cor rosa 37,5 %; azul 37,5 %; amarelo 12,5% e verde 12,5%.

Figura 36 - Segunda possibilidade para Gráfico de setores



Fonte: Arquivo pessoal das pesquisadoras (2020)

É possível perceber que os recursos utilizados são simples e de baixo custo. Mesmo assim, com eles, é possível ampliar os alcances da atividade proposta. Com isso, encerramos a descrição da participação da Licencianda Carolina com um desejo de indicar para o leitor sugestões simples de “produção de materiais instrucionais que possam facilitar o aprimoramento da prática pedagógica” (LORENZATO, 2009, p.6).

Finalizamos a descrição e análise dos dados dos participantes da pesquisa. A seguir, trazemos algumas considerações finais.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Diante do que foi exposto ao longo do texto, tecemos, agora, algumas considerações finais sobre esta pesquisa.

Acreditamos que a questão norteadora da pesquisa (Quais os alcances e limitações do LEM FaE como suporte no planejamento de aulas a serem desenvolvidas no âmbito do estágio supervisionado dos licenciandos em Matemática?) conseguiu direcionar os acontecimentos e estudos.

Em relação aos alcances do LEM FaE, foi possível notar, ao longo do trabalho de campo, que o espaço pode possibilitar o acesso a diversos recursos do laboratório, tais como: livros, materiais, jogos, computador, quadro de giz, tesouras, régua, dentre outros. Houve também momentos de conversas e debates entre os envolvidos, para auxiliar no processo de elaboração do plano de aula tais como planejamento, organização, testes e análises, sendo possível, também, confeccionar materiais necessários para as aulas. Consideramos, de modo geral, que o espaço LEM foi um ambiente em que esteve presente o fazer e o pensar matemático, remetendo a elementos da segunda e terceira concepção apresentada por Lorenzato (2009).

Pensamos que a troca de e-mails e mensagens do aplicativo *WhatsApp* contribuíram para novos usos do LEM FaE por facilitar a comunicação e o registro dos avanços entre os participantes no trabalho de campo. Num cenário ideal, poderia haver mais equipamentos que permitissem a comunicação em tempo real (computadores, câmera, microfone). Outro fato que é importante destacar é a utilização de materiais simples, que são facilmente reproduzidos, sem o gasto de muitos recursos financeiros. Dessa forma, julgamos ser vantajoso o uso desses materiais, tendo em vista seu custo benefício e a facilidade de adaptação por outros professores.

No âmbito dos alcances do LEM FaE na disciplina de estágio, foi possível perceber elementos que remetem às duas concepções de Pimenta e Lima (2012) que orientaram as análises: estágio como aproximação da realidade e atividade teórica; estágio como pesquisa. Isso porque observamos que algumas aulas foram idealizadas e planejadas levando em consideração o contexto das turmas e com um cuidado de envolver os estudantes nas atividades. Além disso, foi notado, pelas situações propostas pela Professora Mariana, que o Licenciando Gustavo pode ter

uma postura e desenvolver habilidades de um pesquisador, aproximando do que propuseram Pimenta e Lima (2012) na quarta concepção de estágio. Ademais, foi notado, nas avaliações dos licenciandos, que as atividades do trabalho de campo contribuíram para a formação docente deles.

Retomando os alcances da colaboração na avaliação da participação de todos os licenciandos, as atividades desenvolvidas no trabalho de campo deram indícios de colaboração. Foi ressaltado pelos licenciandos que, em muitos momentos (presenciais, via e-mail e *WhatsApp*) as trocas de conhecimento e experiência entre eles e a pesquisadora foram importantes para o planejamento e para enfrentar momentos de angústias e medos ocorridos, principalmente porque alguns deles estavam na primeira experiência como professores de matemática. Foram também identificados elementos, na descrição dos encontros e na análise dos participantes, propostos por Fiorentini (2013), tais como liderança compartilhada, apoio e respeito mútuo, corresponsabilidades e espontaneidade na realização das ações desenvolvidas, voluntariedade; identidade entre os participantes e reciprocidade de aprendizagem.

No âmbito das limitações do uso do LEM FaE, em alguns momentos, foi notada uma pouca utilização de materiais ou do próprio LEM FaE, o que se deve à escolha da abordagem para aula ou à falta de disponibilidade de ir ao LEM FaE de alguns participantes. Também ocorreram momentos em que o LEM FaE não estava disponível para sediar os encontros, mas pensamos que isso não chegou a atrapalhar o andamento do trabalho de campo.

Com relação às limitações do estágio, embora não seja nosso foco de discussão, notamos indícios de que a função do estágio, para um dos licenciandos, se manifestou mais como a “prática como instrumentalização técnica”. Nesse sentido, também ocorreu de o modo com que o Professor Supervisor guiou as demandas com uma licencianda ser o próprio fator limitante, nos remetendo à concepção de Pimenta e Lima (2012) da prática como imitação de modelos.

Sobre as limitações da colaboração, cabe ressaltar que, mesmo um licenciado afirmando que a pesquisa ocorreu de modo colaborativo, entre ele e a pesquisadora, ele indicou a sugestão de que seria interessante um outro participante para auxiliar no processo de teste do plano de aula. Diante disso, pensamos que se a Professora Supervisora tivesse participado dos encontros no LEM FaE, para auxiliar na

finalização do plano de aula, talvez suas contribuições satisfizessem a recomendação do licenciando.

Como a pesquisa primou por respeitar as decisões dos participantes e ter a pesquisadora como apoio e não protagonista, tivemos o respeito às decisões metodológicas dos participantes e, por isso, pensamos que algumas dessas limitações do uso estão relacionadas às características dos participantes e suas concepções de ensino. De todo modo, temos a consciência de que os acontecimentos que não ocorreram de maneira positiva nesta pesquisa puderam auxiliar na melhoria do nosso Recurso Educativo e podem auxiliar futuras pesquisas da área.

Além disso, refletimos que, em algumas avaliações, tiveram limitações que extrapolaram as propostas da pesquisa, que seriam: 1) O LEM FaE não ficar aberto em horários em que não há aula acontecendo nele, mesmo reconhecendo que isso seria o ideal para um LEM. Mas sabemos que para isto depende da existência de bolsistas específicos para essa finalidade, algo que envolve financiamento, que nem sempre é possível. 2) A disciplina de estágio, mesmo sendo sediada no LEM FaE, não usar satisfatoriamente seus recursos, limitando, assim, o uso de seus recursos pelos licenciandos e funcionando como uma sala de aula tradicional, com o uso de carteiras, lousa ou projetor. 3) Outro fator que é importante destacar, que ocasionou limitações, foi a indisponibilidade de tempo de alguns licenciandos para participar do trabalho de campo. Assim, pensamos que não justifica a instituição possuir um LEM bem equipado se os licenciandos não tiverem acesso a ele ou não tiverem tempo suficiente para aproveitar esses recursos.

Ao buscarmos reflexões sobre o papel da universidade perante algumas limitações citadas, ponderamos que, talvez, algumas ações poderiam diminuir essas lacunas como, por exemplo, a contratação de monitores específicos para o LEM FaE, de modo a permitir o acesso ao laboratório em horários não ocupados por disciplinas. Talvez, também, a criação de algum minicurso ou disciplina sobre a temática do LEM, para que mais licenciandos ou professores em formação continuada conheçam as concepções e recursos do LEM FaE.

Diante desse cenário de alcances e limitações, pensamos que a pesquisa conseguiu atingir o objetivo de analisar os alcances e limitações do uso do LEM FaE como suporte no planejamento de aulas a serem desenvolvidas no âmbito do estágio supervisionado dos licenciandos em Matemática.

E, também, do ponto de vista formativo, consideramos que foram atingidos os objetivos de: 1) Contribuir com a formação de licenciandos do curso de Matemática que cursavam a disciplina de APPE II; 2) Aproximar os licenciandos de uma prática colaborativa envolvendo o LEM e de vivências que permitam o contato dos licenciandos com a Educação Matemática; 3) Avaliar junto com aos participantes as práticas desenvolvidas; 4) Produzir o Recurso Educativo que auxilie na construção e potencialização de um LEM.

Encerramos com a compreensão de que o LEM FaE pode ser um espaço de trocas de conhecimento, novas aprendizagens, experimentações, planejamentos, desenvolvimentos, avaliações de atividades e, assim, distancie-se o ensino do modo mais tradicional, que utiliza apenas uso de giz e lousa e não considera o protagonismo do estudante.

Sob a perspectiva de pesquisadora e educadora matemática, pondero que as vivências na pesquisa contribuíram para o meu modo de ser e me ver como professora, ampliando minha visão sobre as temáticas envolvidas. Observo que o contato com os licenciandos e professora supervisora reafirmou meu pensamento inicial de que há vivências engrandecedoras decorrentes do uso do LEM FaE nas disciplinas APPE I e II. Compartilhar os momentos de angústias, medos, aprendizagens e alívios dos participantes me fez lembrar o que havia acontecido comigo em semestres anteriores e me fez pensar como poderia ter sido diferente se eu tivesse o suporte do LEM FaE na preparação de minhas aulas.

Assim, esperamos que esta pesquisa possa inspirar novos estudos e práticas pedagógicas, e que possamos contribuir para que outros professores, de diferentes níveis de ensino, conheçam as concepções envolvidas no uso do LEM na formação de professores. Desejamos que o Recurso Educativo possa potencializar os alcances de LEM já existentes e também auxiliar na implementação de novos LEM.

Ainda no âmbito de estudos futuros, acreditamos que seria interessante que novas pesquisas possibilitassem mais o contato dos licenciandos com o LEM ou, talvez, potencializassem os usos já existentes do LEM nas instituições de ensino superior. Por fim, sabemos que, muitas vezes, o uso do LEM envolve um trabalho árduo, mas ele pode ser gratificante para os envolvidos.

7. REFERÊNCIAS

AMAZONAS, Andréa Maria Mano. **O Princípio de Cavalieri e Aplicações com o uso de Material Manipulável**. 1989. 33f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional do Instituto de Matemática) – Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2013.

BOGDAN, Robert; BIKLEN, Suri. **A Investigação Qualitativa em Educação**. Porto: Porto Editora, 1994.

CARVALHO, Diana Vieira de. **Laboratório de ensino de matemática: aplicação de recursos pedagógicos para o ensino de função e trigonometria**. 2016. 92f. Dissertação (Mestrado Profissional em Projetos Educacionais de Ciências) – Universidade de São Paulo. Lorena, 2016.

CERQUEIRA, Ameriza Lanat Pedreira de; TINAUT, Zulmira Madalena Jorge; PEREIRA, Elisa Fernandes. Tendências Modernas do Ensino. In: I Congresso Nacional de Ensino da Matemática no Curso Secundário. Universidade da Bahia – Faculdade de Filosofia. Salvador. **Anais...** 1955. p. 137-138.

CONTI, Keli Cristina; MARTINS, Danielle Alves; PINTO, Nayara Katherine Duarte; SANTOS, Kevin Robert Dias. Criação de jogos no contexto indígena: o cabo de guerra numérico. Polyphonia: **Revista de Educação Básica do Cepae** (UFG). v.28, p.277 - 287, 2017.

CONTI, Keli Cristina; PINTO, Nayara Katherine Duarte; MARTINS, Danielle Alves. Uso de jogos e do computador nas aulas de Matemática: Jogando com o Trinca-Espinhas In: XIII Encontro Paulista de Educação Matemática, São Paulo, **Anais...** 2017.

CONTI, Keli Cristina; VILELA, Mariana Lima; PINTO, Nayara Katherine Duarte. Concepções de futuros professores sobre o uso da calculadora nos anos iniciais do ensino fundamental. In: III Congresso de Inovação e Metodologias no Ensino Superior, 2017, Belo Horizonte. **Anais...** 2017a.

CONTI, Keli Cristina; VILELA, Mariana Lima; PINTO, Nayara Katherine Duarte. Uso da calculadora nos anos iniciais do Ensino Fundamental: concepções dos futuros professores. **Cadernos de Pesquisa**, v.24, p.53 - 67, 2017b.

CONTI, Keli Cristina; PINTO, Nayara Katherine Duarte; MARTINS, Danielle Alves. A Formação de Professores Indígenas: o uso de jogos e computadores nas aulas de matemática. **Revista de Educação Matemática**. v.15, p.136 - 149, 2018.

CONTI, Keli Cristina; MARTINS, Danielle Alves; PINTO, Nayara Katherine Duarte.. Formação intercultural de professores indígenas para ensinar Matemática: os jogos como proposta pedagógica. In: Eloi Teixeira César; Thales Costa Soares; Reginaldo Fernando Carneiro; Marco Antônio Escher; Bárbara Bastos de Lima Duque. (Org.). **Ciência em dia: Jornadas de divulgação científica. A Matemática está em tudo**. 1ªed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2018, p. 115-130.

FIORENTINI, Dario. Alguns modos de ver e conceber o ensino de Matemática no Brasil. **Revista Zetetikê**. Campinas: UNICAMP, ano 3, n. 4, 1-36 p., 1995.

FIORENTINI, Dario. Pesquisar práticas colaborativas ou pesquisar colaborativamente? In: BORBA, Marcelo de Carvalho; ARAUJO, Jussara de Loiola (Org.) **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. 5ª edição. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2013, p.53-85.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sergio. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. 3ª edição revisada. Campinas: Autores Associados, 2012.

FREIRE, Paulo. **A educação na cidade**. São Paulo: Cortez, 1991.

GANDIN, Danilo; CRUZ, Carlos Henrique Carrilho. **Planejamento na sala de aula**. 14ª edição. Petrópolis: Vozes, 2014.

GUIMARÃES, Marli Esteves. **Manual do Jogo Jogando com Álgebra: produto de polinômios**. MMP Materiais Pedagógicos, s.d. a.

GUIMARÃES, Marli Esteves. **Manual do Jogo Probabilidade**. MMP Materiais Pedagógicos, s.d. b.

IMENES, Luiz Márcio. **Vivendo a Matemática: Geometria dos mosaicos**. 11ª edição. São Paulo: Editora Scipione, 1987.

IMENES, Luiz Márcio. **Vivendo a Matemática: brincando com os números**. 5ª edição. São Paulo: Editora Scipione, 1990.

IMENES, Luiz Márcio. **Vivendo a Matemática: os números na história da civilização**. 11ª edição. São Paulo: Editora Scipione, 1998.

JUSTO, Eduardo Balliana. **Construção de atividades para o trabalho no laboratório de matemática**. 2015. 233f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2015.

LIMA, Ana Lucia D'Império. (org.). **Nossa Escola Pesquisa Sua Opinião: manual do professor**. 3ª ed. São Paulo: Global, 2010.

LIMA, Denis Gomes. **Números: algumas atividades lúdicas**. 2018. 89f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional do Instituto de Ciências Matemática e de Computação) – Universidade de São Paulo, São Carlos, 2018.

LORENZATO, Sergio (org.). **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores** / Sergio Lorenzato (org.). 2 ed. Rev. Campinas: Autores Associados, 2009.

NACARATO, Adair Mendes; CUSTÓDIO, Iris Aparecida (org.). **O desenvolvimento do pensamento algébrico na educação básica: compartilhando propostas de sala de aula com o professor que ensina (ensinará) matemática**. Brasília: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2018.

NUNES, Laís Macedo De Almeida; PINTO, Nayara Katherine Duarte; GROSSI, Flávia Cristina Duarte Pôssas; CONTI, Keli Cristina. Oficinas de cálculo mental e calculadora: pesquisa e prática na formação de professores de Matemática no curso de licenciatura em educação do campo da UFMG. **Revista Educação**, Guarulhos, v. 14, p. 54-66, 2019.

PASSOS, Cármen Lúcia Brancaglioni. Materiais manipuláveis como recursos didáticos na formação de professores de matemática. In LORENZATO, Sergio (org). **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores** / Sergio Lorenzato (org.). 2 ed. Rev. Campinas: Autores Associados, 2009. p.77-92.

PIMENTA, Selma Garrido e LIMA, Maria Socorro Lucena. **Estágio e Docência**. São Paulo: Cortez, 2012.

PINTO, Nayara Katherine Duarte; VILELA, Mariana Lima; SANTOS, Fernanda Godoy; ZÚÑIGA, Nora Olinda Cabrera. Reflexões sobre a abordagem do conceito de hipérbole no ensino médio. In: XII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2016, SÃO PAULO. **Anais...**, 2016.

PINTO, Nayara Katherine Duarte;; CONTI, Keli Cristina. Uso de calculadora: levantamento de trabalhos publicados nos Encontros Mineiros de Educação Matemática. **Tangram - Revista de Educação Matemática**, v. 1, p. 64-80, 2018.

PIRES, Célia Maria Carolino; IGLIORI, Sonia Barbosa Camargo. Mestrado Profissional e o desenvolvimento Profissional Do Professor De Matemática. **Sumário Ciênc. educ.** vol.19 no.4. Bauru. 2013. p.1045 – 1068.

OLIVEIRA, Renata Rodrigues de Matos. **Laboratório na escola: possibilidades para o ensino de matemática e formação docente**. 2017. 168f. Dissertação. (Mestrado Profissional Educação E Docência) – Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2017.

RÊGO, Rômulo Marinho do; RÊGO, Rogéria Gaudencio do. Desenvolvimento e uso de materiais didáticos no ensino de matemática. In: LORENZATO, Sergio (org). **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores** / Sergio Lorenzato (org.). 2 ed. Rev. Campinas: Autores Associados, 2009. p.39-56.

RIZZI, Marcelo Pereira; CONTI, Keli Cristina. O laboratório de Ensino de Matemática na formação do professor que ensina Matemática: seu uso por diferentes sujeitos. **Momentum (Atibaia)**, v. 1, p. 1-13, 2018.

RIZZI, Marcelo Pereira; CONTI, Keli Cristina; SANTOS, Vanília Soares. A importância do laboratório de ensino da matemática na formação dos professores: divulgação e análise documental. In: IV Congresso de Inovação e Metodologias no Ensino Superior, 2019, Belo Horizonte. **Anais...** 2019.

RODRIGUES, Fredy Coelho. **Laboratório de educação matemática: descobrindo as potencialidades do seu uso em um curso de formação de professores**. 2012. 195f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2012.

SILVA, Américo Junior Nunes da. **Formação lúdica do futuro professor de matemática por meio do Laboratório De Ensino**. 2014. 196f. Dissertação. (Mestrado em Educação) – Universidade de Brasília, Brasília, 2014.

SILVA, Eriky César Alves da. **O jogo senha e o princípio fundamental da contagem: uma aplicação no ensino médio**. 2018. 73f. Dissertação. (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2018.

TAHAN, Malba. **Didática da Matemática**. São Paulo: Ed. Saraiva. v.1, 1961.

TAHAN, Malba. **Didática da Matemática**. São Paulo: Ed. Saraiva. v.2, 1962.

TEIXEIRA, Sidney Farias. **O Laboratório de Ensino de Matemática temático centrado nos instrumentos de navegação: uma proposta para o IFRN de Mossoró/RN**. 2014. 122f. Dissertação. (Programa de Pós-Graduação em Ensino de ciências naturais e Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2014.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS. Instituto de Ciências Exatas. Departamento de Matemática. **Versão curricular: D-20131** (Licenciatura - Diurno-Formação Livre). Belo Horizonte, 2013a. Disponível em: <<http://www.mat.ufmg.br/site/estruturas-curriculares-graduacao/licenciatura-diurno-d20131/>>. Acesso em: 04 ago. 2017.

_____. **Versão curricular: N-20131** (Licenciatura - Noturno - Formação Livre). Belo Horizonte. 2013b. Disponível em: <<http://www.mat.ufmg.br/site/estruturas-curriculares-graduacao/licenciatura-noturno-d20131/>>. Acesso em: 04 ago. 2017.

VARIZO, Zaíra da Cunha Melo. O Laboratório de Educação Matemática do IME/UFG: Do sonho a realidade. In: ENEM, 10, 2007, Belo Horizonte. **Anais...** Belo Horizonte, 2007. p.1-12.

ZABALA, Antônio. **A prática educativa: como ensinar**. Porto Alegre: Artmed, 1998.

ZÚÑIGA, Nora Olinda Cabrera; VILELA, Mariana Lima; PINTO, Nayara Katherine Duarte. Uma abordagem do conceito de hipérbole com base na análise de livros didáticos do ensino médio. In: II International Conference On Mathematics Textbooks, 2017, Rio De Janeiro. **Timetable & Abstracts**. Rio de Janeiro: UFRJ, 2017.

ZÚÑIGA, Nora Olinda Cabrera; VILELA, Mariana Lima; PINTO, Nayara Katherine Duarte. An Approach to the Hyperbole Concept Based on the Analysis of High School Textbooks. In: Second International Conference on Mathematics Textbook Research and Development (ICMT-2), 2018, Rio de Janeiro. **Proceedings of the Second International Conference on Mathematics Textbook Research and Development (ICMT-2)**. Rio de Janeiro: Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2018, p. 393-394.

APÊNDICE A - Questionário de Identificação do Participante (Licenciando)

Este questionário tem o objetivo de conhecer o perfil dos participantes desta pesquisa. Agradecemos antecipadamente por responder este questionário.

- 1) Nome: _____
- 2) Ano de nascimento: _____
- 3) Cidade onde nasceu: _____
- 4) Em qual tipo de instituição foi sua formação básica
 - a) Ensino Fundamental: () Público () Privado () Privado e público
 - b) Ensino Médio: () Público () Privado () Privado e público
- 5) Qual foi seu ano de ingresso na UFMG? _____
- 6) Você já fez algum outro curso de graduação?

() Um curso de Graduação () Mais de um curso de graduação
- 7) Para cada tipo de graduação que você realizou responda

Nome do curso: _____

Instituição onde cursou: _____

Ano de conclusão: _____
- 8) Você já participou ou participa de algum curso extracurricular?

() Sim () Não

Se sim, especifique o curso, conteúdo abordado e ano de realização _____

- 9) Você realiza algum tipo de atividade remunerada?

() Sim () Não

Se sim, qual (is): _____

- 10) Você possui alguma experiência de docência em Matemática?

() Sim () Não

Se sim, relate alguns detalhes como escola, séries lecionadas, ano de trabalho: _____

APÊNDICE B - Questionário de Identificação do Participante (Professora Supervisora)

Este questionário tem o objetivo de conhecer o perfil dos participantes desta pesquisa. Agradecemos antecipadamente por responder este questionário.

- 1) Nome: _____
- 2) Ano de nascimento: _____
- 3) Cidade onde nasceu: _____
- 4) Em qual tipo de instituição foi sua formação básica
 - c) Ensino Fundamental: () Público () Privado () Privado e público
 - d) Ensino Médio: () Público () Privado () Privado e público
- 5) Detalhe sua formação acadêmica

Nome do curso: _____

Instituição onde cursou: _____

Ano de conclusão: _____

Nome do curso: _____

Instituição onde cursou: _____

Ano de conclusão: _____
- 6) Quais foram suas experiências no estágio supervisionado do seu curso de graduação? _____

- 7) Você possui alguma(s) experiência(s) anterior com Laboratório de Ensino de Matemática?
() Sim () Não
Se sim, especifique detalhes dessa(s) experiência(s) _____

APÊNDICE C - Questões para entrevista semiestruturada (Licenciandos)

1) Como você avalia as experiências desenvolvidas na pesquisa?

Palavras chaves: LEM, Plano de Aula: Elaboração e Desenvolvimento

2) As experiências foram colaborativas de acordo com a sua análise? Você gostaria de citar algum(uns) fato(s) positivo(s) e/ou negativo(s) do processo? Se possível detalhe esses momentos.

3) Você participaria novamente? Por quê?

4) As experiências desenvolvidas na pesquisa tiveram que significado para você?

a) como professor(a);

b) para sua formação;

5) Análise a experiência tendo como base em suas expectativas iniciais.

6) Que sugestões você faria para o aprimoramento do trabalho colaborativo entre pesquisadora e licenciando no âmbito da pesquisa?

Agradecemos a sua participação.

APÊNDICE D - Questões para entrevista semiestruturada (Professora Supervisora)

- 1) Como você avalia as experiências desenvolvidas na sua sala de aula e no LEM no âmbito da pesquisa?
- 2) As experiências foram diferentes de suas experiências anteriores envolvendo o recebimento de estagiários na sua sala de aula? Você gostaria de citar algum(uns) fato(s) positivo(s) e/ou negativo(s) do processo? Se possível detalhe esses momentos.
- 3) Você participaria novamente? Por quê?
- 4) Qual significado as experiências desenvolvidas na pesquisa, no LEM e na sua sala de aula, tiveram para você?
- 5) Análise a experiência tendo como base em suas expectativas iniciais.
- 6) Que sugestões você faria para o aprimoramento do trabalho colaborativo entre pesquisadora e Professora Supervisora no âmbito da pesquisa?
- 7) Você notou alguma influência do Laboratório de Ensino de Matemática no planejamento e desenvolvimento das propostas em sala de aula? De que forma?

Agradecemos a sua participação.

APÊNDICE E – Plano de aula do Licenciando Eric

Nome: Eric Calazans Marçal

Nayara Katherine Duarte Pinto

Disciplina: Matemática

Tema: Operações básicas e Conjuntos

Ano: 1º do Ensino Médio

Duração esperada: 90~100 minutos (2 aulas consecutivas)

Objetivos:

- Consolidar e refletir propriedades das operações básicas
- Lei do Anulamento do Produto
- Reconhecer padrões e sequências
- Generalizar a regra algebricamente
- Formalizar o conhecimento algébrico
- Compreender os “diferentes infinitos”
- Comparar soluções em diferentes domínios de validade
- Utilizar a Lei do Anulamento do Produto para resolução de equações
- Apresentar ideais que levam ao Teorema Fundamental da Álgebra

Metodologia: em duplas, para os alunos discutirem e compararem respostas, com os professores auxiliando o raciocínio através de perguntas que os alunos poderiam ter feito a si mesmos, os encaminhando para a resolução.

Roteiro: Entrega-se uma lista com seis exercícios, interrompendo para discussão em pontos chave: depois dos dois primeiros, depois do terceiro, depois do quarto e depois do sexto. As atividades são simples, mas requerem uma discussão em torno de domínios de validade e exceções a regras normalmente induzidas pelos alunos em sala.

Desenvolvimento:

- 1ª Folha (*Verdadeiro ou Falso*)

Nesta parte foram apresentadas identidades genéricas e afirmações simples sobre operações básicas, que os alunos em geral julgam ser “óbvias”. Várias afirmativas foram escolhidas utilizando erros recorrentes dos alunos em sala. Apesar de falsas, algumas afirmativas apresentam casos numéricos específicos que os alunos naturalmente se deparam onde a afirmativa “se mostra verdadeira”. Cada dupla deverá discutir e decidir se as afirmativas apresentadas são verdadeiras com apenas o exemplo escolhido ou se precisam verificar mais casos. Não foi explicitado também o domínio de validade, deixando em aberto se os alunos queriam considerar os números generalizados como Inteiros ou Reais por exemplo. Ao acabarem, cada resposta será apresentada e discutida no quadro por alguns alunos, e depois será discutido sobre a natureza de tais afirmações e quantos exemplos devem ser apresentados para de fato mostrar que cada afirmação é verdadeira ou falsa.

- 2ª Folha (*Construindo ideias: Multiplicação e Potência*)

Nesta parte foram apresentadas as definições formais (para naturais) de multiplicação e potência. As perguntas foram feitas para induzir o aluno a construir uma sequência e utilizar essa sequência para estender a definição de naturais para inteiros em ambas as operações. A utilização de uma notação formal foi escolhida para tirar os alunos da “zona de conforto” numérica deles e formalizar o conhecimento algébrico. Após terminarem e compartilhar as respostas os alunos deverão então (tentar) responder qual seria a ideia por trás de uma multiplicação por racionais e potência com expoente racional.

- 3ª Folha (*Equações Polinomiais e Lei do Anulamento do Produto*)

Nesta parte foram dadas uma equação linear, uma quadrática e outra de terceiro grau, com os polinômios já fatorados pelas raízes. As raízes foram escolhidas de maneira tal que formassem uma sequência visível, que após resolverem a equação quadrática pudessem ser capazes de pelo menos dar um palpite de quais seriam as raízes do terceiro polinômio, induzindo ao Teorema Fundamental da Álgebra. O resultado é mais fácil de ser obtido se o aluno utilizar da Lei do Anulamento do Produto, que foi

apresentado e discutido numa afirmativa da 1ª Folha. No final são discutidas as várias respostas e métodos de resolução realizados pelos alunos.

- 4ª Folha (Quantos números, Quais números) *Opcional*

A última parte consiste apenas em verificar se os alunos estão atentos ao conceito de domínio de validade e se eles entendem bem a natureza dos números envolvidos em cada um deles. As primeiras perguntas são feitas sem explicitar o domínio de validade levando a discussões entre as duplas sobre qual conjunto deve ser considerado. As perguntas finais pedem já números de conjuntos específicos. Toda a atividade pede que o aluno apresente exemplos numéricos pertencentes aos conjuntos soluções, o que faz com que no caso de infinitos números pertencerem a estes conjuntos o aluno tenha que escrever alguma sequência. É importante que seja discutido no final do exercício a natureza dessas sequências para que os alunos percebam que nem todas elas indicam uma infinidade de elementos.

*Se não tiver o porquê,
então não é Matemática!
Luiz Márcio Imenes*

Matemática - 1º Ano

Nome: _____ Turma: _____
Nome: _____

Roteiro da Atividade

I) Marque Verdadeiro (V) ou Falso (F) nas afirmações e apresente pelo menos um exemplo numérico que suporte sua resposta. (DICA: teste seu exemplo numérico antes de responder)

$a + b = b + a$

$a \div a = a$

$a - b = b - a$

$a + a = 2 \cdot a$

$a \cdot b - a \cdot c = a \cdot (b - c)$

$a \cdot a \cdot a = 3 \cdot a$

se $a + b = a$ então $b = 0$

se $a \cdot b = 0$ então $a = 0$

não existe número b tal que $a + b = 0$

se $a \cdot b = 0$ então $b = 0$

II) Ainda sobre o item anterior, responda:

a) Apenas um exemplo é suficiente para confirmar que uma afirmação é falsa?

b) E para confirmar que é verdade, quantos exemplos são necessários?

III) Aprendemos desde cedo que $4 \cdot 3 = 3 + 3 + 3 + 3$ (4 vezes o 3 é igual a 3 somado a si mesmo 4 vezes). Com base nisso, definimos a multiplicação $n \cdot a$ como

$$n \cdot a = \underbrace{a + a + \dots + a}_{n \text{ vezes}}$$

(lê-se: n vezes a)

Utilize o fato acima para responder as seguintes questões:

- O que fazemos para passar de $5 \cdot 3$ até $6 \cdot 3$?
- E para passar de $6 \cdot 3$ até $5 \cdot 3$, o que fazemos?
- Como passaríamos de $1 \cdot 3$ para $0 \cdot 3$? Por quê?
- Utilize suas respostas anteriores para explicar $(-1) \cdot 3$ e $(-2) \cdot 3$.
- Como você interpretaria a conta $\frac{3}{2} \cdot 3$?

IV) Aprendemos depois que $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2$ (2 elevado a 3 é igual a 2 multiplicado a si mesmo 3 vezes). Com base nisso, definimos a potenciação a^n como

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ vezes}}$$

(lê-se: a elevado a n)

Utilize o fato acima para responder as seguintes questões:

- O que fazemos para passar de 2^6 até 2^7 ?
- E para passar de 2^7 até 2^6 , o que fazemos?
- Como passaríamos de 2^1 para 2^0 ? Por quê?
- Utilize suas respostas anteriores para explicar 2^{-1} e 2^{-2} .
- Como você interpretaria a conta $2^{1/2}$?

V) Sabendo que a é um número real maior que zero, observe a equação:

$$(x - 1) \cdot a = 0$$

a) Para quais valores reais de x se satisfaz a equação?

b) Resolva a equação $(x - 1) \cdot (x - 2) = 0$

c) Compare as soluções dos dois itens anteriores com as respectivas equações dadas pela questão. O que podemos notar entre elas?

d) Quantas e quais soluções você acha que a equação abaixo tem? Por quê?

$$(x - 1) \cdot (x - 2) \cdot (x - 3) = 0$$

VI) Responda mostrando exemplos, se possível todos:

- a) Quantos números são maiores do que 100?
- b) Quantos números são menores do que 2?
- c) Quantos números estão entre 4 e 5?
- d) Você acha que as perguntas anteriores podem ter mais de uma resposta?

VII) Depois de discutir com seus colegas o item anterior, responda mostrando exemplos, se possível todos:

- a) Quantos números naturais são menores do que 2?
- b) Quantos números inteiros são menores do que 2?
- c) Quantos números inteiros estão entre 4 e 5?
- d) Quantos números racionais estão entre 4 e 5?

APÊNDICE F - Plano de Aula do Licenciando Gustavo

Tema: O ciclo trigonométrico e as relações trigonométricas sen e cos

Turma, Nível de ensino e escola:

Primeiro ano do EM, em escolas particulares ou públicas.

Tempo Previsto:

Uma aula de 100 min

Objetivo:

- Apresentar o ciclo trigonométrico
- Explorar as características das funções sen e cos através do ciclo

Introdução:

Para iniciar a atividade é necessário que os alunos tenham recentemente estudado as definições das funções sen e cos em um triângulo retângulo.

Recursos didáticos:

- Lousa e pincel.
- Lápis coloridos (se houver).
- Caneta.
- Kit de Ciclo Trigonométrico em metal com triângulos imantados
- Kits de Ciclos Trigonométricos com triângulos em papel.

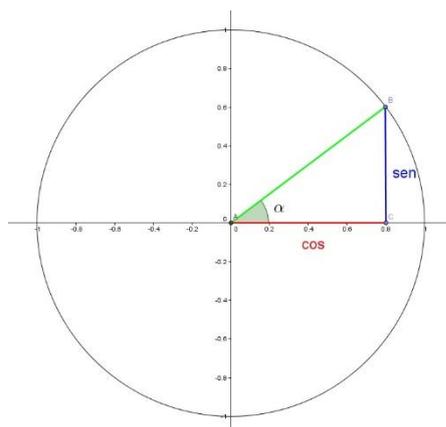
Metodologia:

O plano proposto se baseia em uma aula teórica (30min), com exposição sucinta definindo o que é o ciclo trigonométrico e qual sua relação com as funções sen e cos, visando levar para os alunos uma melhor compreensão de como se utiliza o ciclo trigonométrico e como se comportam as funções sen e cos em ângulos definidos de 0 a 360°.

Após a exposição teórica, os estudantes deveram se reunir em grupos, de no máximo 5 pessoas, para realizarem o roteiro de atividade explorando as características do ciclo trigonométrico.

Desenvolvimento:

Aula: Após ter sido apresentado em aulas anteriores, as definições das funções sen e cos e sua aplicabilidade em um triângulo retângulo. O início da aula se dará com a apresentação de um círculo de raio unitário posicionado em um sistema de coordenadas cartesianas centrado na origem, e a partir disso, mostrar para os alunos como os pontos do círculo estão relacionados ao sen e cos. Como na figura:



Passando esta etapa, será realizado pelos alunos as atividades propostas no roteiro em anexo, a fim de que se familiarizem e compreendam o comportamento das funções sen e cos ao variarmos o ângulo presente na figura acima.

Para finalizar a aula, será feita uma discussão com os alunos sobre os resultados que apresentaram nas atividades do roteiro. Mostrando a eles quais seriam relações trigonométricas importantes que poderiam ser obtidas através a realização da atividade proposta.

Uma sugestão de continuidade dessa atividade pode ser uma oficina utilizando o o soft Geogebra de modo a finalizar a transição entre o ciclo trigonométrico e as funções sen, cos e tg.

Avaliação:

A avaliação será baseada na correção, participação e empenho dos alunos na realização do roteiro.

Conclusão:

Sabendo da dificuldade dos alunos em associar o círculo trigonométrico às funções seno e cos, visto diminuir a dificuldade dos alunos neste conteúdo.

Roteiro de atividade em grupo

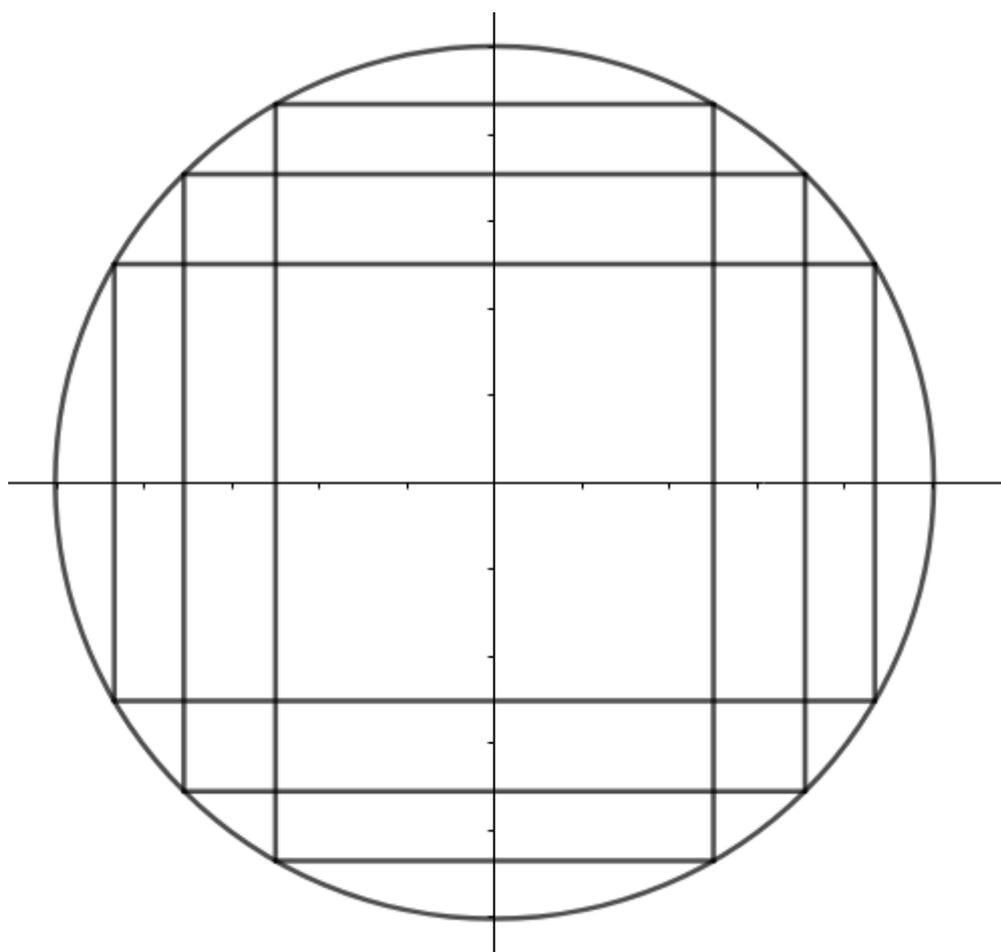
Introdução:

A atividade consiste em uma prática utilizando material manipulável, sobre ciclo trigonométrico, para que se familiarizem com as propriedades e aplicações desta ferramenta matemática.

Materiais utilizados:

- Ciclo trigonométrico impresso em papel.
- Triângulos retângulos feito em papel.

Questão 1) Utilize cada um dos triângulos para posicioná-los sobre o ciclo trigonométrico, de forma que consiga encaixá-los das mais variadas formas, e as ilustre no ciclo abaixo a fim de se familiarizar com o material e localizar os ângulos indicados, para melhor executar as próximas atividades.



Questão 2) Sejam os triângulos A e B, com ângulos de 30° , 60° e 90° .

C) Encaixe o triângulo A nos quatro quadrantes do ciclo trigonométrico e preencha a tabela abaixo, indicando os ângulos encontrados e os valores de $\text{sen } \alpha$ e $\text{cos } \alpha$ associados a cada um dos quadrantes.

TABELA 1 - TRIÂNGULO A

	1°	2°	3°	4°
A	Quadrante	Quadrante	Quadrante	Quadrante
α				
$\text{sen } \alpha$				
$\text{cos } \alpha$				

D) Encaixe o triângulo B nos quatro quadrantes do ciclo trigonométrico e preencha a tabela abaixo, indicando os ângulos encontrados e os valores de $\text{sen } \alpha$ e $\text{cos } \alpha$ associados a cada um dos quadrantes.

TABELA 2 - TRIÂNGULO B

	1°	2°	3°	4°
B	Quadrante	Quadrante	Quadrante	Quadrante
α				
$\text{sen } \alpha$				
$\text{cos } \alpha$				

C) Existe alguma relação entre valores de $\text{sen } \alpha$ e $\text{cos } \alpha$ para tais quadrantes? Discuta abaixo:

APÊNDICE G - Plano de Aula elaborado pelo Licenciando Leandro sobre o Jogo A.S.M.D.

1) Identificação

Autor: Leandro Augusto Rodrigues Araújo em colaboração com a mestrandia Nayara Katherine Duarte Pinto

Disciplina: Matemática.

Conteúdo: Adição, subtração, multiplicação e divisão de números naturais.

Ano: Ensino fundamental da Educação de Jovens e Adultos.

Carga horária: 45 minutos.

2) Objetivo:

Aprimorar o cálculo mental dos alunos, desenvolver o raciocínio e treinar as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão.

3) Objetivo específico:

Ao final dessa aula o aluno deve, principalmente:

- Resolver com mais facilidade e agilidade operações com números naturais;
- Compreender a importância da ordem nas operações.

4) Metodologia:

Aula dialogada.

5) Roteiro de aula:

Apresentar o material que será utilizado na aula:

- O tabuleiro contém cinco fileiras com números de 1 a 10;
- O recipiente transparente possui três dados, sendo cada dado numerado de 1 a 6.

Explicar como será a dinâmica do jogo. Os dados irão passar entre os alunos e, na vez de cada um deles, ele deverá balançar o recipiente com os dados e falar quais são os três números que ficaram virados para cima. Após isso, o professor irá anotar os números no quadro na ordem que eles forem ditos e o aluno deverá utilizar as operações de adição, subtração, multiplicação ou divisão, envolvendo os três números obtidos nos dados, que resulte em um dos números disponíveis no tabuleiro. O resultado será marcado no tabuleiro com uma fita crepe e não poderá ser utilizado por outros alunos depois.

Por exemplo: se algum aluno fez as operações com os dados e resultou em sete, 1 dos 5 setes disponíveis será marcado. Em algum momento, todos os setes já

terão sido utilizados e os próximos jogadores não poderão mais fazer uma operação que resulte em sete. O jogo poderá ser encerrado quando o tempo esgotar ou quando não houver mais números disponíveis no tabuleiro. Neste jogo, não há um jogador vencedor.

Caso o aluno não consiga encontrar um resultado que esteja disponível no tabuleiro, ele pode alterar a ordem dos números que foram ditos ou pular a sua vez.

6) Avaliação

A avaliação será por meio da participação dos alunos durante a atividade.

APÊNDICE H – Planos de aulas da Licencianda Fabiana

Questões da Avaliação de Matemática

7. Maryanny irá fazer aniversário e decidiu decorar o salão em que ocorrerá sua festa com anagramas do seu nome. Quantos anagramas distintos Maryanny poderá colar na parede do salão?
8. Para montar uma cesta de café da manhã estão disponíveis os seguintes itens: oito tipos de pães, três tipos de queijo, seis tipos de frutas, cinco sabores de geleia e quatro sabores de tortas doces. De quantos modos distintos a cesta poderá ser montada, se um cliente pedir dois tipos de pães, um tipo de queijo, duas frutas, dois sabores de geleia e uma torta doce?
9. Um grande prêmio de Fórmula 1 vai ser disputado por 24 pilotos, dos quais apenas três são brasileiros. Em quantos resultados possíveis dessa prova poderemos ter ao menos um piloto brasileiro figurando em uma das três primeiras colocações?
10. Para ir ao trabalho, uma secretária procura sempre combinar blusa, saia e sapatos. Como ela não gosta de repetir as combinações fez um levantamento nos armários e verificou que são possíveis 520 combinações diferentes. Se ela possui dez blusas, quantas saias e quantos pares de sapatos ela pode ter, sabendo que cada item, há mais de uma peça?
11. De quantas maneiras podemos selecionar duas cartas, sem reposição, de um baralho de 52 cartas, de modo que:
 - c) a primeira carta seja um valete e a segunda não seja uma dama?
 - d) a primeira carta seja de copas e a segunda não seja um rei?

Introdução à Estatística

Definição De Estatística: Conjunto de métodos que tem como objetivo a coleta, o tratamento e a interpretação de dados.

- **População:** Conjunto de todos os elementos que podem oferecer informações relativas ao estudo efetuado ou uma pesquisa.

Ex: Quantos alunos têm na sala?

A população de um país.

- **Amostra:** É um subconjunto da população cujos elementos fornecerão as informações que estão sendo investigadas.

Ex: As meninas e os meninos de uma sala de aula. Cada um representa um subconjunto e uma população.

- **Variável:** É o objeto de estudo (ou item investigado) de uma pesquisa. As variáveis podem ser:

Quantitativos: são aqueles que só podem ser expressos na forma de números ou numerais.

Ex: Quantidade de pessoas que fazem parte da pesquisa, altura, renda.

Qualitativos: são aqueles que não precisam ser expressos na forma de números, podem ser descritos como substantivos e adjetivos.

Ex: Cores, nome de alguém que está sendo entrevistado.

- **Frequência:** É o ato de frequentar ou repetir. Se divide em:

Frequência absoluta: Corresponde ao número de vezes que cada dado da variável aparece.

Ex: Idade (variável)

Idade das Pessoas numa festa	Nº de Pessoas
18	3
19	7
20	12
21	8
22	7
23	5

Frequência relativa: É a razão entre a frequência absoluta e o número total de dados disponíveis. Para obter a porcentagem da frequência relativa é só multiplicar por 100.

Ex: Vamos usar o exemplo anterior.

Frequência absoluta: $3+7+12+8+7+5=42$

Então a frequência relativa para as pessoas da festa que tem 18 anos é $\frac{3}{42}$.

Para saber a porcentagem multiplique por 100.

$$\frac{3}{42} * 100 = 7.14\%$$

- **Tabelas de Frequência:** São tabelas que organizam e resumem o conjunto de dados coletados em uma pesquisa. São as variáveis, frequência absoluta e frequência relativa.

Atividade 1

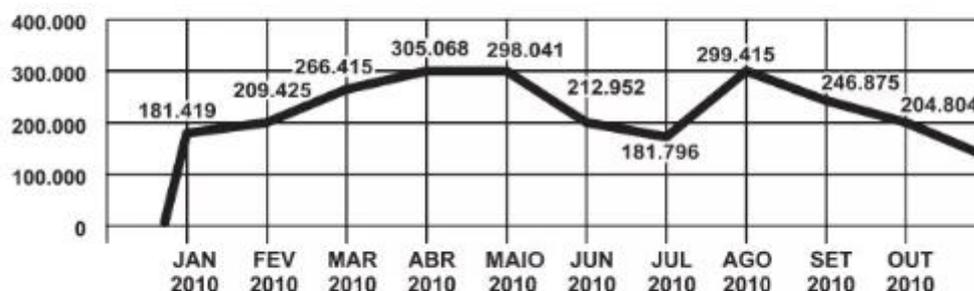
Pedir para os alunos montarem uma tabela de frequência com a variável altura. Eles deverão levar para a sala de aula a medida de sua altura.

Dividir a sala em grupos e pedir para que os alunos colham as alturas e, assim façam a tabela contendo: altura, frequência absoluta, frequência relativa e a porcentagem.

LISTA DE ESTATÍSTICA PARA O ENEM/ MODA, MEDIA E MEDIANA

1) ENEM 2012 – O gráfico apresenta o comportamento de emprego formal surgido, segundo o Caged, no período de janeiro de 2010 a outubro de 2010.

BRASIL - Comportamento do Emprego Formal no período de janeiro a outubro de 2010 - CAGED



Disponível em: www.mte.gov.br. Acesso em: 28 fev. 2012 (adaptado).

Com base no gráfico, o valor da parte inteira da mediana dos empregos formais surgidos no período é:

- 212 952.
- 229 913.
- 240 621.
- 255 496.
- 298 041.

2) ENEM 2012 – A tabela a seguir mostra a evolução da receita bruta anual nos três últimos anos de cinco microempresas (ME) que se encontram à venda.

ME	2009 (em milhares de reais)	2010 (em milhares de reais)	2011 (em milhares de reais)
Alfinetes V	200	220	240
Balas W	200	230	200
Chocolates X	250	210	215
Pizzaria Y	230	230	230
Tecelagem Z	160	210	245

Um investidor deseja comprar duas das empresas listadas na tabela. Para tal, ele calcula a média da receita bruta anual dos últimos três anos (de 2009 até 2011) e escolhe as duas empresas de maior média anual. As empresas que este investidor escolhe comprar são:

- Balas W e Pizzaria Y.
- Chocolates X e Tecelagem Z.
- Pizzaria Y e Alfinetes V.
- Pizzaria Y e Chocolates X.
- Tecelagem Z e Alfinetes V.

3) ENEM 2014 – Os candidatos K, L, M, N e P estão disputando uma única vaga de emprego em uma empresa e fizeram provas de português, matemática, direito e informática. A tabela apresenta as notas obtidas pelos cinco candidatos.

Candidatos	Português	Matemática	Direito	Informática
K	33	33	33	34
L	32	39	33	34
M	35	35	36	34
N	24	37	40	35
P	36	16	26	41

Segundo o edital de seleção, o candidato aprovado será aquele para o qual a mediana das notas obtidas por ele nas quatro disciplinas for a maior. O candidato aprovado será:

- a) K
- b) L
- c) M
- d) N
- e) P

4) ENEM 2014 – Ao final de uma competição de ciências em uma escola, restaram apenas três candidatos. De acordo com as regras, o vencedor será o candidato que obtiver a maior média ponderada entre as notas das provas finais de química e física, considerando, respectivamente, os pesos 4 e 6 para elas. As notas são sempre números inteiros. Por questões médicas, o candidato II ainda não fez a prova final de química. No dia em que sua avaliação for aplicada, as notas dos outros dois candidatos, em ambas as disciplinas, já terão sido divulgadas.

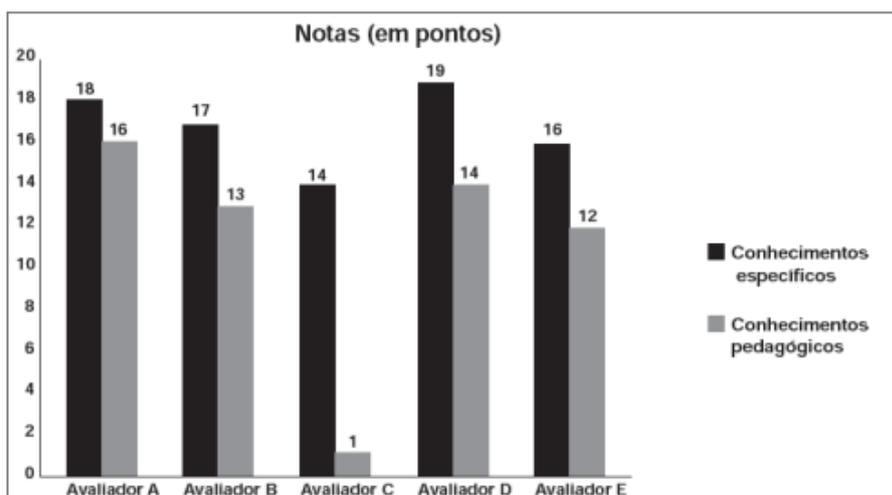
O quadro apresenta as notas obtidas pelos finalistas nas provas finais.

Candidato	Química	Física
I	20	23
II	X	25
III	21	18

A menor nota que o candidato II deverá obter na prova final de química para vencer a competição é:

- a) 18
- b) 19
- c) 22
- d) 25
- e) 26

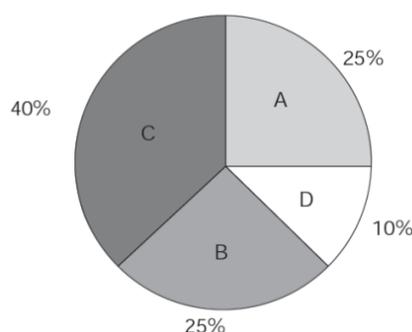
5) **ENEM 2013** – As notas de um professor que participou de um processo seletivo, em que a banca avaliadora era composta por cinco membros, são apresentadas no gráfico. Sabe-se que cada membro da banca atribuiu duas notas ao professor, uma relativa aos conhecimentos específicos da área de atuação e outra, aos conhecimentos pedagógicos, e que a média final do professor foi dada pela média aritmética de todas as notas atribuídas pela banca avaliadora.



Utilizando um novo critério, essa banca avaliadora resolveu descartar a maior e a menor notas atribuídas ao professor. A nova média, em relação à média anterior, é

A) 0,25 ponto maior.
 B) 1,00 ponto maior.
 C) 1,00 ponto menor.
 D) 1,25 ponto maior.
 E) 2,00 pontos menor.

6) **ENEM 2013** – Foi realizado um levantamento nos 200 hotéis de uma cidade, no qual foram anotados os valores, em reais, das diárias para um quarto padrão de casal e a quantidade de hotéis para cada valor da diária. Os valores das diárias foram: A = R\$ 200,00; B = R\$ 300,00; C = R\$ 400,00 e D = R\$ 600,00. No gráfico, as áreas representam as quantidades de hotéis pesquisados, em porcentagem, para cada valor da diária.



7) **ENEM 2017** - A avaliação de rendimento de alunos de um curso universitário baseia-se na média ponderada das notas obtidas nas disciplinas pelos respectivos números de créditos, como mostra o quadro:

Avaliação	Média de notas (M)
Excelente	$9 < M \leq 10$
Bom	$7 \leq M \leq 9$
Regular	$5 \leq M < 7$
Ruim	$3 \leq M < 5$
Péssimo	$M < 3$

Quanto melhor a avaliação de um aluno em determinado período letivo, maior sua prioridade na escolha de disciplinas para o período seguinte.

Determinado aluno sabe que se obtiver avaliação “Bom” ou “Excelente” conseguirá matrícula nas disciplinas que deseja. Ele já realizou as provas de 4 das 5 disciplinas em que está matriculado, mas ainda não realizou a prova da disciplina I, conforme o quadro.

Disciplinas	Notas	Número de créditos
I		12
II	8,00	4
III	6,00	8
IV	5,00	8
V	7,50	10

Para que atinja seu objetivo, a nota mínima que ele deve conseguir na disciplina I é:

- a) 7,00.
- b) 7,38.
- c) 7,50.
- d) 8,25.
- e) 9,00.

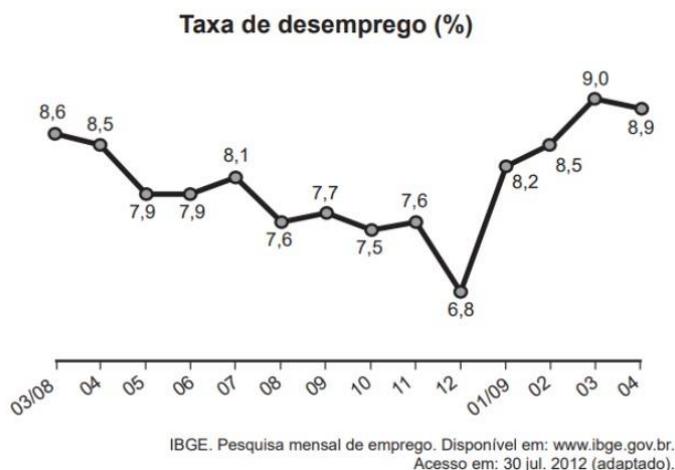
8) ENEM 2017 - Três alunos, X, Y e Z, estão matriculados em um curso de inglês. Para avaliar esses alunos, o professor optou por fazer cinco provas. Para que seja aprovado nesse curso, o aluno deverá ter a média aritmética das notas das cinco provas maior ou igual a 6. Na tabela, estão dispostas as notas que cada aluno tirou em cada prova.

Aluno	1ª Prova	2ª Prova	3ª Prova	4ª Prova	5ª Prova
X	5	5	5	10	6
Y	4	9	3	9	5
Z	5	5	8	5	6

Com base nos dados da tabela e nas informações dadas, ficará(ão) reprovado(s)

- a) apenas o aluno Y.
- b) apenas o aluno Z.
- c) apenas os alunos X e Y.
- d) apenas os alunos X e Z.
- e) os alunos X, Y e Z.

9) ENEM 2017 - O gráfico apresenta a taxa de desemprego (em %) para o período de março de 2008 a abril de 2009, obtida com base nos dados observados nas regiões metropolitanas de Recife, Salvador, Belo Horizonte, Rio de Janeiro, São Paulo e Porto Alegre.



A mediana dessa taxa de desemprego, no período de março de 2008 a abril de 2009, foi de

- a) 8,1%
- b) 8,0%
- c) 7,9%
- d) 7,7%
- e) 7,6%

10) FUVEST 2016 - Um veículo viaja entre dois povoados da Serra da Mantiqueira, percorrendo a primeira terça parte do trajeto à velocidade média de 60 km/h, a terça parte seguinte a 40 km/h e o restante do percurso a 20 km/h. O valor que melhor aproxima a velocidade média do veículo nessa viagem, em km/h, é

- a) 32,5
- b) 35
- c) 37,5
- d) 40
- e) 42,5

11) ENEM 2015 - Em uma seletiva para a final dos 100 metros livres de natação, numa olimpíada, os atletas, em suas respectivas raias, obtiveram os seguintes tempos:

Raia	1	2	3	4	5	6	7	8
Tempo (segundo)	20,90	20,90	20,50	20,80	20,60	20,60	20,90	20,96

A mediana dos tempos apresentados no quadro é

- a) 20,70.
- b) 20,77.
- c) 20,80.
- d) 20,85.
- e) 20,90.

12) ENEM 2014 - Os candidatos K, L, M, N e P estão disputando uma única vaga de emprego em uma empresa e fizeram provas de português, matemática, direito e informática. A tabela apresenta as notas obtidas pelos cinco candidatos.

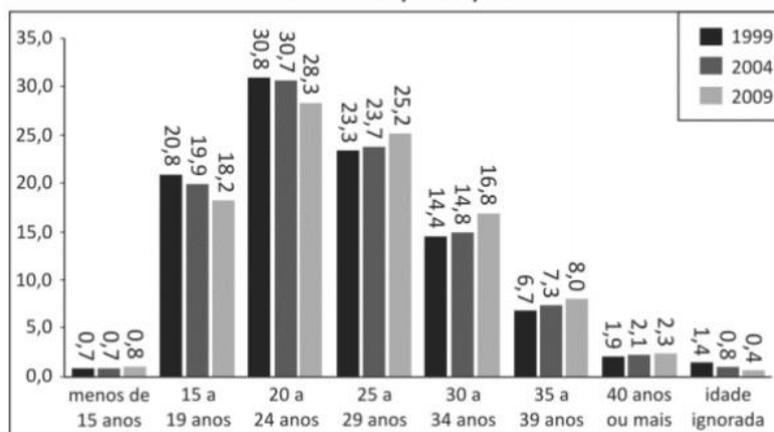
Candidatos	Português	Matemática	Direito	Informática
K	33	33	33	34
L	32	39	33	34
M	35	35	36	34
N	24	37	40	35
P	36	16	26	41

Segundo o edital de seleção, o candidato aprovado será aquele para o qual a mediana das notas obtidas por ele nas quatro disciplinas for a maior. O candidato aprovado será

- K.
- L.
- M.
- N.
- P

13) FUVEST 2015 - Examine o gráfico.

PORCENTAGEM DE REGISTROS DE NASCIMENTOS DO ANO,
POR GRUPOS DE IDADES DA MÃE
BRASIL - 1999 / 2004 / 2009



IBGE. Diretoria de Pesquisa, Coordenação de População e Indicadores Sociais, Estatísticas do Registro Civil, 1999/2004/2009. Adaptado.

- Com base nos dados do gráfico, pode se afirmar corretamente que a idade
- mediana das mães das crianças nascidas em 2009 foi maior que 27 anos.
 - mediana das mães das crianças nascidas em 2009 foi menor que 23 anos.
 - mediana das mães das crianças nascidas em 1999 foi maior que 25 anos.
 - média das mães das crianças nascidas em 2004 foi maior que 22 anos.
 - média das mães das crianças nascidas em 1999 foi menor que 21 anos.

14) UPE 2014 - Numa competição esportiva, cinco atletas estão disputando as três primeiras colocações da prova de salto em distância. A classificação será pela ordem decrescente da média aritmética de pontos obtidos por eles, após três saltos consecutivos na prova. Em caso de empate, o critério adotado será a ordem crescente do valor da variância. A pontuação de cada atleta está apresentada na tabela a seguir:

Atleta	Pontuação - 1º salto	Pontuação - 2º salto	Pontuação - 3º salto
A	6	6	6
B	7	3	8
C	5	7	6
D	4	6	8
E	5	8	5

Com base nas informações apresentadas, o primeiro, o segundo e o terceiro lugares dessa prova foram ocupados, respectivamente, pelos atletas

- a) A; C; E
- b) B; D; E
- c) E; D; B
- d) B; D; C
- e) A; B; D

15) (TJ SP 2014 – VUNESP) - Certa competição tem 6 etapas eliminatórias. Sabe-se que a média aritmética do número de pessoas que participaram da primeira e da segunda etapa é igual ao quádruplo da média aritmética do número de pessoas que participaram de cada uma das quatro etapas seguintes.

Desse modo, a razão entre o número de pessoas que participaram da primeira e da segunda etapa e o número total de pessoas que participaram dessa competição é de

- a) $1/2$
- b) $1/3$
- c) $1/4$
- d) $2/3$
- e) $3/4$

16) (BB 2013 – FUNDAÇÃO CARLOS CHAGAS) - Nos quatro primeiros dias úteis de uma semana o gerente de uma agência bancária atendeu 19, 15, 17 e 21 clientes. No quinto dia útil dessa semana esse gerente atendeu n clientes. Se a média do número diário de clientes atendidos por esse gerente nos cinco dias úteis dessa semana foi 19, a mediana foi

- (A) 21.
- (B) 19.
- (C) 18.
- (D) 20.
- (E) 23.

17) (BB 2013 – FUNDAÇÃO CARLOS CHAGAS) - Nos quatro primeiros dias úteis de uma semana o gerente de uma agência bancária atendeu 19, 15, 17 e 21 clientes. No quinto dia útil dessa semana esse gerente atendeu n clientes. Se a média do número diário de clientes atendidos por esse gerente nos cinco dias úteis dessa semana foi 19, a mediana foi

- (A) 21.
- (B) 19.
- (C) 18.

- (D) 20.
(E) 23.

18) (PM ES 2013 – EXATUS) - A tabela que segue é demonstrativa do levantamento realizado por determinado batalhão de Polícia Militar, no que se refere às idades dos policiais integrantes do grupo especial desse batalhão:

Idade	Nr. de Policiais
25	12
28	15
30	25
33	15
35	10
40	8

A moda, média e mediana dessa distribuição são, respectivamente, iguais a:

- a) 30, 31, 30
b) 30, 31, 31
c) 30, 30, 31
d) 31, 30, 31
e) 31, 31, 30

19) (PM ES 2013 – FUNCAB) - A tabela abaixo representa os dados dos balanços das operações do Batalhão de Polícia de Trânsito (BPTran) da Polícia Militar – ES em três grandes feriados nacionais do ano de 2012.

Dia do trabalho: 220 acidentes, 2 mortos, 78 feridos

Dia de feriados: 186 acidentes, 2 mortos, 54 feridos

Dia do trabalho: 219 acidentes, 1 morto, 51 feridos

O valor que melhor representa a média do número de feridos, de acordo com a tabela acima, é:

- A) 57
B) 59
C) 61
D) 63
E) 65

20) (SEJUS ES 2013 – VUNESP) - A média aritmética dos salários de 4 funcionários de uma empresa é R\$ 2.500,00. A média aritmética dos salários dos dois primeiros é R\$ 3.000,00, o quarto ganha R\$ 500,00 a mais que o terceiro. Nesse caso, o salário do quarto empregado é igual a

- (A) R\$ 2.350,00.
(B) R\$ 2.750,00.
(C) R\$ 2.520,00.
(D) R\$ 2.250,00.
(E) R\$ 3.250,00.

APÊNDICE I - Plano de Aula da Licencianda Carolina

1) Dados de Identificação:

Professora estagiária: Carolina Silveira

Disciplina: Matemática

Ano escolar: 1º ano Ensino Médio - EJA

Turmas: 1,2,3 e 4

Número de aulas programadas: 3 aulas de 50 minutos

2) Tema

Tema a ser desenvolvido nas aulas: Tratamento da Informação

Assuntos e tópicos a serem abordados:

- Ler e interpretar dados apresentados em gráficos e tabelas;
- Revisar conteúdo de porcentagem;
- Construção de gráficos a partir de dados coletados na sala de aula.

3) Objetivos

Objetivo geral:

- Estudar a importância de ler e interpretar gráficos.

Objetivos específicos:

- Representar dados em um gráfico.
- Resolver questões envolvendo gráficos e tabelas.

4) Recursos didáticos

Folha A4 com as perguntas

Lista de atividades

5) Metodologia

As aulas dialogadas com os alunos para saber quais os tipos de gráficos que conhecem e a importância de saber interpretar tabelas e gráficos;

Construção de gráficos a partir dos dados coletados;

6) Desenvolvimento do tema (justificativa)

A justificativa para o desenvolvimento dessa maneira é para mostrar as características principais e a importância de saber ler e interpretar gráficos e tabelas, depois eles mesmos vão construir um gráfico com os dados coletados pela turma e por fim vão praticar pelos exercícios.

7) Roteiro

Devido não ser possível prever a duração exata das atividades elaboradas, opto por dividir em momentos. A seguir detalharei cada um desses momentos.

1º Momento

A aula será iniciada com uma conversa com os estudantes sobre a importância de saber ler e interpretar gráficos, fazer levantamentos dos tipos de gráficos que os alunos já tiveram contato, perguntar como se constrói gráfico.

Na sequência entregarei algumas perguntas, atividade 1, em folhas separadas, para que cada estudante presente as responda. Sendo estas as perguntas:

- Qual sua idade?
- Tem o hábito de ler?
- Qual matéria mais gosta?
- Qual time você torce?
- Qual tipo de música que mais gosta?

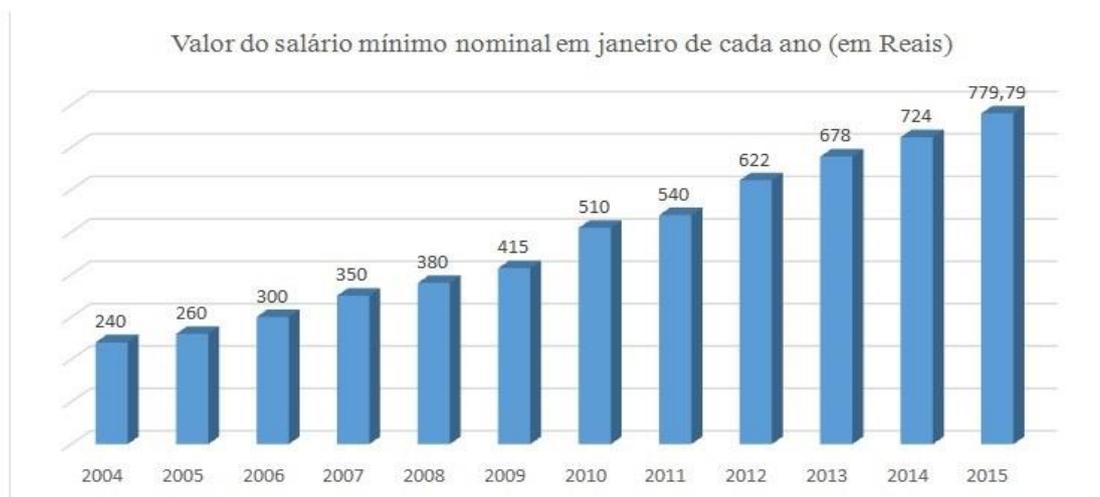
Após os dados serem coletados a turma será dividida em 4 grupos, estes grupos ficarão responsáveis por fazer um gráfico com as respostas e escrever uma síntese do gráfico. A primeira pergunta servirá de exemplo para explicar a Atividade 1. A finalização deste momento será a apresentação do gráfico e da síntese pelos estudantes.

2º Momento

Organizar os alunos em grupos de 3 a 4 pessoas para resolver as atividades propostas.

Detalhamento da Atividade 2

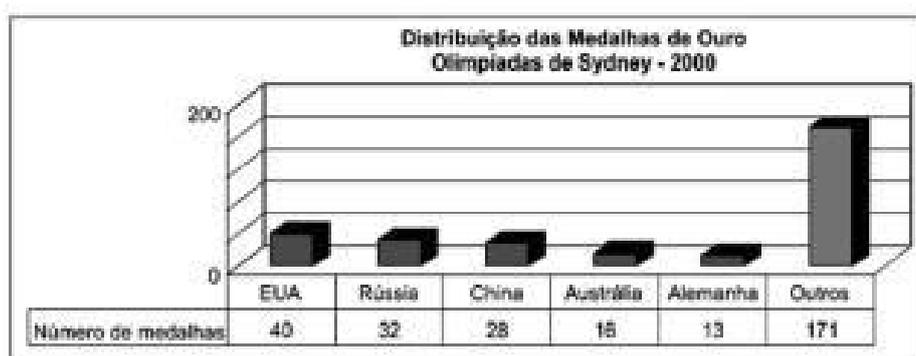
1) O gráfico abaixo apresenta o valor do salário mínimo brasileiro entre de 2004 a 2015. Observe o gráfico e responda as perguntas:



Fonte: Ipeadata

- Qual era o valor em reais do salário mínimo em 2014?
- Quantos reais de aumento teve o salário mínimo de 2015 em relação a 2014?
- Qual a soma do salário mínimo nos últimos três anos?
- Em quais anos o salário mínimo era inferior a 500 reais?

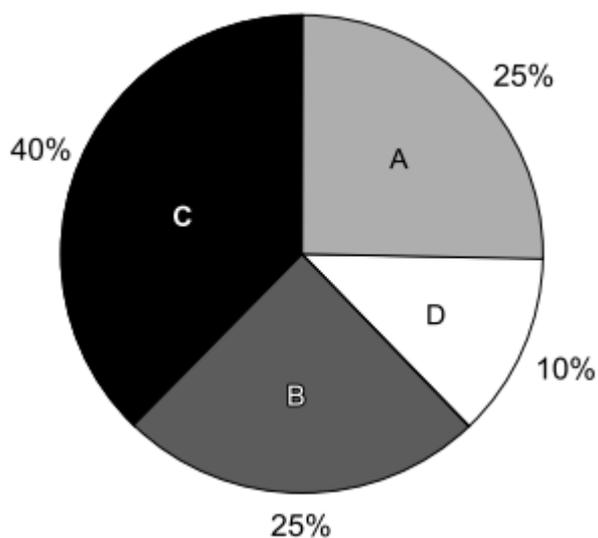
2) (Enem 2004 - Adaptada) As Olimpíadas são uma oportunidade para o conagraçamento de um grande número de países, sem discriminação política ou racial, ainda que seus resultados possam refletir características culturais, socioeconômicas e étnicas. Em 2000, nos Jogos Olímpicos de Sydney, o total de 300 medalhas de ouro conquistadas apresentou a seguinte distribuição entre os 196 países participantes como mostra o gráfico.



De acordo com o gráfico responda:

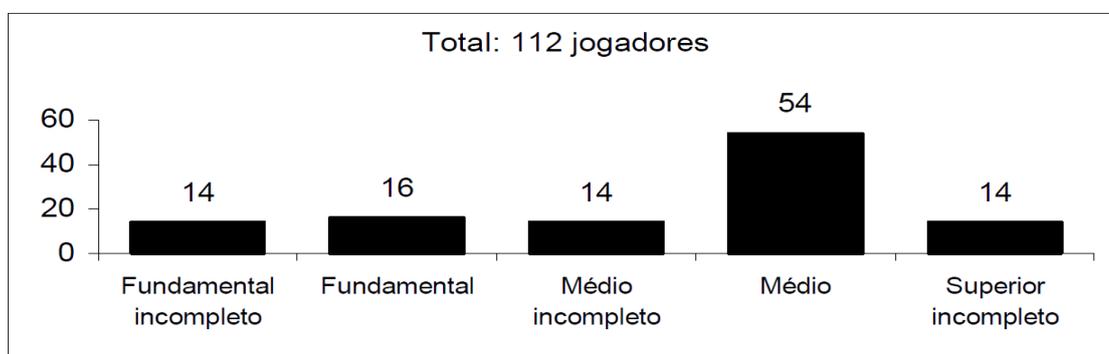
- Qual o total de medalhas de ouro conquistadas pelos 196 países?
- Qual a diferença entre o número de medalhas conquistadas pelos EUA e pela Alemanha?
- Rússia e China juntas conquistaram que porcentagem do total de medalhas?

3) (ENEM – 2013 Adaptada) Foi realizado um levantamento nos 200 hotéis de uma cidade, no qual foram anotados os valores, em reais, das diárias para um quarto padrão de casal e a quantidade de hotéis para cada valor da diária. Os valores das diárias foram: A = R\$ 200,00; B = R\$ 300,00; C = R\$ 400,00 e D = R\$ 600,00. No gráfico, as áreas representam as quantidades de hotéis pesquisados, em porcentagem, para cada valor da diária.



(Foto: Reprodução)

- Qual a quantidade de hotéis pesquisados com o valor de 300 reais?
 - Qual valor de diária que mais aparece no gráfico?
 - Determine quantos hotéis foram pesquisados com valor de diária B e D?
- 4) (ENEM – 2005 Adaptado) A escolaridade dos jogadores de futebol nos grandes centros é maior do que se imagina, como mostra a pesquisa abaixo, realizada com os jogadores profissionais dos quatro principais clubes de futebol do Rio de Janeiro.



(O Globo, 24/7/2005.)

De acordo com esses dados, responda?

- Quantos jogadores não completaram o ensino fundamental?

- b) Quantos jogadores ainda não ingressaram no ensino superior?
- c) Qual o percentual de jogadores que já concluíram o Ensino Médio?

7) Avaliação

Construção do gráfico e resolução das atividades propostas.

8) Bibliografia

Site:<http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/97/97138/tde-06022017-111609/pt-br.php>

APÊNDICE J – Recurso Educativo

POTENCIALIZANDO OS ALCANCES DO LEM **FaE**: SUGESTÕES DE MATERIAIS E ATIVIDADES

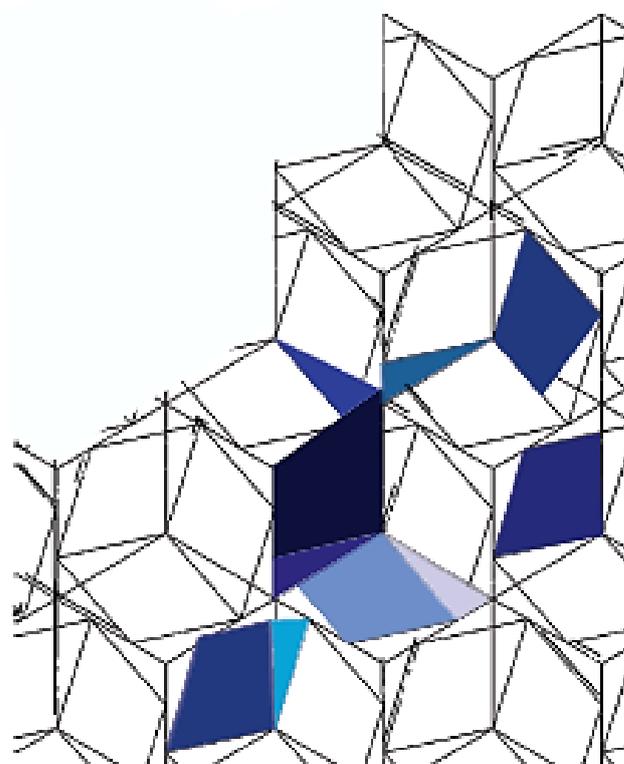
NAYARA KATHERINE DUARTE PINTO
KELI CRISTINA CONTI (ORG)

Prefácio: Prof. Sergio Lorenzato

UFMG
UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

FaE
Faculdade de Educação

PROMESTRE
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
EDUCAÇÃO E SOCIEDADE



POTENCIALIZANDO
OS ALCANCES DO LEM F^aE:
SUGESTÕES DE MATERIAIS E ATIVIDADES

NAYARA KATHERINE DUARTE PINTO
KELI CRISTINA CONTI (ORG)

BELO HORIZONTE
2020

FICHA TÉCNICA

Reitora da UFMG
Sandra Goulart Almeida
Vice-reitor
Alessandro Fernandes Moreira

Diretora da FaE
Daisy Moreira Cunha
Vice-diretor
Wagner Ahmad Auarek

Coordenadora do Promestre – FaE
Maria Amália de Almeida Cunha
Vice-coordenadora
Teresinha Fumi Kawasaki

Linha de Pesquisa
Educação Matemática

Organizadoras
Nayara Katherine Duarte Pinto
Keli Cristina Conti

Prefácio por
Sergio Lorenzato

Arte e Capa
Frederico Luiz Moreira

Ficha catalográfica

P861 Potencializando os alcances do LEM FaE : sugestões de materiais e atividades / Nayara Katherine Duarte Pinto, Keli Cristina Conti (orgs.). - Belo Horizonte : UFMG/FaE, 2020. 100 p. : enc, il.

ISBN: 978-65-00-03995-5

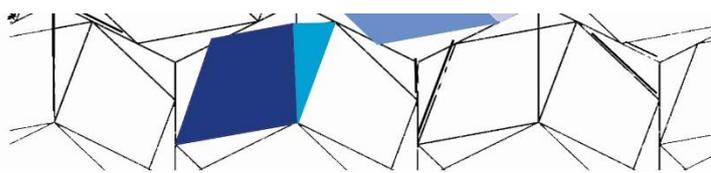
[Obra produzida em conjunto com a dissertação de mestrado da primeira organizadora].

1. Educação matemática. 2. Matemática -- Estudo e ensino. 3. Matemática -- Laboratórios. 4. Professores de matemática -- Formação. 5. Matemática -- Métodos de ensino.
I. Título. II. Pinto, Nayara Katherine Duarte, 1990-.
III. Conti, Keli Cristina, 1976-.

CDD- 510.07

Catálogo da Fonte : Biblioteca da FaE/UFMG (Setor de referência)

Bibliotecário: Ivanir Fernandes Leandro CRB: MG-002576/O



AGRADECIMENTOS

Agradecemos aos Professores que compuseram a Banca de Qualificação e Defesa, Douglas da Silva Tinti e Diogo Alves de Faria Reis.

Aos Professores do PROMESTRE da Linha da Educação Matemática, em especial à Professora Samira Zaidan, por toda sua disponibilidade com esta pesquisa.

Aos Licenciandos Carolina, Eric, Fabiana, Gustavo e Leandro, que participaram da pesquisa com muita dedicação e possibilitaram momentos valiosos.

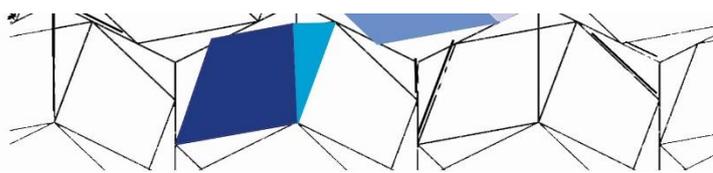
À Mariana Lima Vilela, que, além de ser amiga, se tornou parceira de pesquisa.

Ao Frederico Luiz Moreira, que, além de ser amigo, nos auxiliou na criação e arte da capa desse Recurso Educativo.

Ao Professor Sergio Lorenzato, que, além de ser uma referência para este trabalho, se dispôs a escrever o prefácio desse e-book. Nosso sincero agradecimento e admiração.

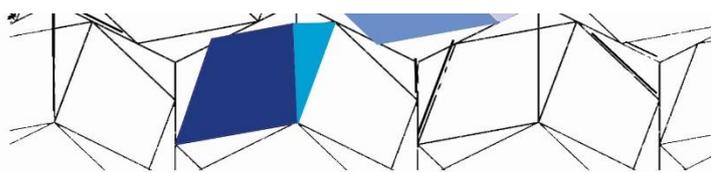
A cada Professor e Professora que contribuiu para o nosso desenvolvimento pessoal e intelectual.

A cada estudante para quem lecionamos.

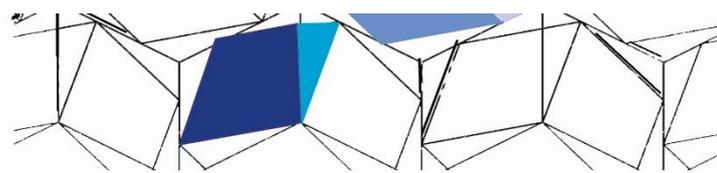


SUMÁRIO

PREFÁCIO	6
INTRODUÇÃO	8
1. PARA SABER MAIS	10
1.1. <i>Algumas concepções de LEM.....</i>	10
1.2. <i>O LEM na Formação de Professores.....</i>	11
2. SUGESTÃO DE MATERIAIS QUE PODEM FAZER PARTE DE UM LEM	14
2.1 <i>O LEM FaE</i>	14
2.2. <i>Alguns materiais do LEM FaE.....</i>	16
2.2.1. <i>Materiais que contribuem para o ensino e a aprendizagem de diferentes bases numéricas.....</i>	16
2.2.2. <i>Material que contribui para o ensino e a aprendizagem de números.....</i>	24
2.2.3. <i>Materiais que contribuem para o ensino e aprendizagem de relações de correspondência.....</i>	25
2.2.4. <i>Materiais que contribuem para o ensino e aprendizagem de frações</i>	27
2.2.5. <i>Materiais que contribuem para o ensino e a aprendizagem de Álgebra.....</i>	29
2.2.6. <i>Materiais que contribuem para o ensino e a aprendizagem de Geometria ...</i>	31
2.2.7. <i>Materiais do LEM FaE com usos diversos</i>	41
2.3. <i>Jogos do LEM FaE.....</i>	43
2.3.1. <i>Jogos diversos</i>	43
2.3.2. <i>Coleção Enciclopédia de Jogos</i>	48
2.3.3. <i>Jogos produzidos por estudantes no LEM FaE.....</i>	61
2.4. <i>Embalagens</i>	70
3. SUGESTÃO DE ATIVIDADES PARA POTENCIALIZAR O USO DO LEM	73
3.1. <i>Potencialidades para o uso do LEM FaE para o ensino e a aprendizagem de Álgebra</i>	75
3.2. <i>Potencialidades para o uso do LEM FaE para o ensino e a aprendizagem de padrões e seqüências</i>	78
3.3. <i>Potencialidades para o uso do LEM FaE para o ensino e a aprendizagem de Trigonometria</i>	80



3.4. <i>Potencialidades para o uso do LEM FaE para o ensino e aprendizagem das quatro operações básicas</i>	83
3.5. <i>Potencialidades para o uso do LEM FaE sobre o ensino e aprendizagem de Análise Combinatória e Probabilidade</i>	85
3.6. <i>Potencialidades para o uso do LEM FaE sobre o ensino e aprendizagem de noções de Estatística</i>	91
4. SUGESTÃO DE LEITURAS, DISSERTAÇÕES E SITES PARA O PROFESSOR ..	95
4.1. <i>Sugestão de Leituras sobre formação de Professores</i>	95
4.2. <i>Livros paradidáticos</i>	97
4.3. <i>Sugestão de leituras sobre o tema LEM</i>	98
4.4. <i>Sugestão de dissertações</i>	98
4.5. <i>Sugestão de Sites</i>	99
5. REFERENCIAS	100



PREFÁCIO

Em 1958, em São Carlos, durante um curso do CADES/MEC, Malba Tahan me surpreendeu e me deslumbrou, ao apresentar um modo divertido e eficaz para ensinar e aprender Matemática.

A experiência profissional que adquiri nos anos seguintes me fez reconhecer que é correta e valiosa a proposta daquele que foi um arauto da Educação Matemática brasileira: o LEM e, em especial, o jogo, realmente podem favorecer a aprendizagem da Matemática, independentemente da idade de quem se dispõe a aprender.

Dentro desse contexto procedi à leitura deste trabalho, a qual me causou alegria por permitir, de certo modo, reviver crenças e horizontes, além do prazer de escrever este prefácio.

Nas páginas seguintes, o leitor encontrará respostas para algumas das questões que são frequentes entre os que ensinam Matemática, tais como: Por que ensinar com o apoio de material didático? Como posso montar um LEM em minha escola? Como tornar o LEM um espaço essencial à pesquisa, ao ensino e à aprendizagem? O que é um LEM? Os propósitos da formação universitária e os do ensino na Escola Básica são os mesmos, mas será que as linguagens para atingir os objetivos de ambas devem ser diferentes?

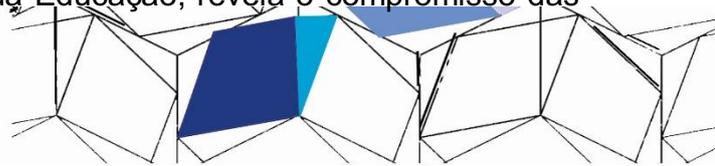
Além de inúmeros exemplos de jogos e de outros tipos de materiais didáticos, as autoras apresentam sugestões sobre a utilização deles em sala de aula.

Outra contribuição deste *e-book* está na lista de sugestões para leitores interessados em aprofundar seus estudos sobre as questões acima mencionadas.

Em outras palavras, convém ressaltar que esta coletânea realça a importância do LEM no processo de formação de professores de Matemática. Com efeito, ele deve existir nas instituições que pretendem oferecer uma formação matemática e didática de qualidade, pois o LEM é concebido como sendo um espaço que possibilita troca de conhecimentos; novas aprendizagens; experimentações; planejamento, desenvolvimento e avaliação de atividades. Enfim, é um espaço que considera o protagonismo do estudante e pode despertar e ou resgatar o interesse e o prazer em aprender Matemática.

Devo também destacar mais uma qualidade deste *e-book*: as autoras adaptaram a linguagem ao público-alvo e, assim, tornaram acessíveis alguns conceitos tidos como difíceis.

Por último, ressalto que a opção pelo formato de *e-book*, isto é, a disponibilização de mais um recurso educacional à nossa necessidade Educação, revela o compromisso das

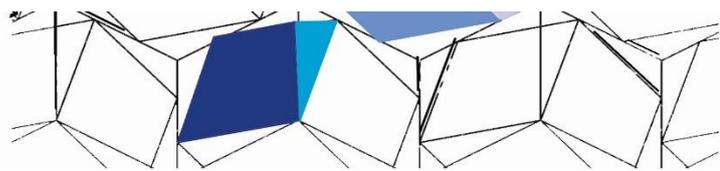


jovens autoras e da competente orientadora com a Educação Matemática e, em especial, com a formação de professores.

Estou certo de que este e-book incentivará muitos professores, licenciandos e pesquisadores a buscarem ações semelhantes.

Campinas, maio de 2020.

Prof. Sergio Lorenzato



INTRODUÇÃO

Esse Recurso Educacional é fruto de uma pesquisa intitulada O uso do Laboratório de Ensino de Matemática na formação de licenciandos em Matemática¹ do Programa de Mestrado Profissional Educação e Docência (PROMESTRE) da linha de Educação Matemática. Que fez parte da pesquisa “Docência e Formação de Professores que Ensinam Matemática”².

Essa pesquisa surgiu após reflexões e inquietações da pesquisadora que, ao frequentar o Laboratório de Ensino de Matemática da Faculdade de Educação (LEM FaE) na Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG) e, ao ler a obra de “O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores”³ organizada por Sergio Lorenzato, foi instigada a pensar quais alcances e limitações o LEM FaE pode ter na formação de licenciandos desta instituição. Foi desenvolvida por meio de uma abordagem qualitativa, na concepção de Bogdan e Biklen (1994). Isso porque julgamos que, em abordagens dessa natureza, é possível descrever e analisar melhor a pesquisa e suas ações. Desse modo, foi formalizada a parceria com a professora Samira Zaidan, responsável pelas disciplinas Análise da Prática Pedagógica e Estágio I e II (APPE I e II) da FaE em 2018, para que ela intermediasse nosso convite aos licenciandos para participarem desta investigação.

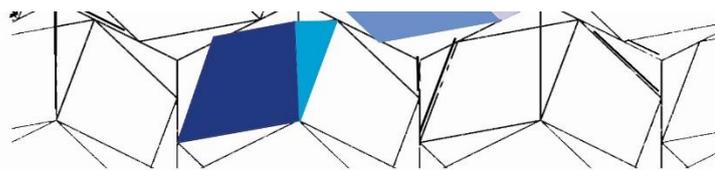
O plano de trabalho compreendeu três fases que abrangeram o planejamento (pesquisadora, licenciandos e professor supervisor -opcional), o desenvolvimento (pelos licenciandos) e a avaliação dos planos de aulas (pesquisadora, licenciandos e professor supervisor -opcional) após a realização das aulas junto aos estudantes da escola. A participação dos Professores Supervisores, das instituições preceptoras, da disciplina de APPE II era livre e uma Professora aceitou participar da pesquisa. Entendemos que a participação dela engrandeceu a elaboração e avaliação dos planos de aulas. O desenvolvimento do plano de aula nas turmas da Educação Básica foi realizado pelos licenciandos, pois julgamos que a presença da pesquisadora neste momento poderia causar estranhamento dos estudantes e pelo fato de o foco da pesquisa estar no LEM FaE.

Destacamos que este Recurso Educacional surge, após a finalização do trabalho de campo da pesquisa, com o intuito de auxiliar na implementação de um LEM ou na potencialização de um LEM existente e é uma organização da pesquisadora Nayara Katherine Duarte Pinto sobre a orientação da Prof.^a Dra. Keli Cristina Conti. Guiamos ao

¹ Mais informações e detalhes da pesquisa verificar em Pinto (2020).

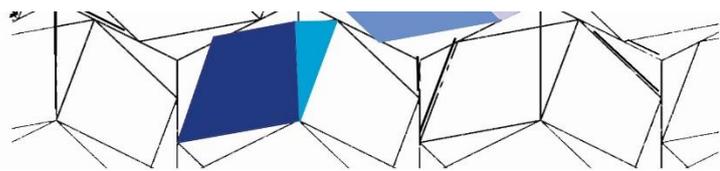
² Pesquisa aprovada pelo COEP, com Certificado de Apresentação para Apreciação Ética (CAAE): 97429518.7.0000.5149.

³ Lorenzato (2009)



leitor um pequeno referencial teórico sobre algumas concepções de LEM e sobre o uso do LEM na Formação de Professores. Na sequência, trazemos sugestões que vão desde materiais que podem fazer parte de um LEM, atividades, leituras, dissertações e sites para professores. Dentre as atividades, estão algumas elaboradas ao longo do trabalho de campo da pesquisa, mencionada anteriormente, em parceria da pesquisadora com os licenciandos, que na época cursavam a disciplina APPE II, e uma professora supervisora.

Consideramos que a disponibilização desse e-book, no campo da Educação Matemática, amplie as percepções das possibilidades de uso de um Laboratório de Ensino de Matemática na formação de licenciandos.



1. PARA SABER MAIS

Neste capítulo traremos um pouco de informações, oriundas do texto da dissertação Pinto (2020), sobre duas temáticas que permeou este trabalho que são as concepções que envolve o uso de um LEM e como o LEM é utilizado na formação inicial e continuada de professores. Não teremos o intuito de esgotar esses assuntos, mas ponderemos que conhecer um pouco mais desses temas ajudará a entender o contexto e os usos de um LEM.

1.1. Algumas concepções de LEM

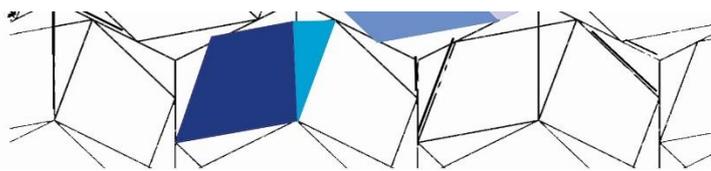
Apontaremos, como base inicial, as diferentes concepções de uso do LEM presentes em Lorenzato (2009), reforçando-as com vivências e estudos de outros autores e complementando com outras visões de LEM, com o intuito de mostrar algumas evoluções desses usos. A primeira delas seria a ideia de que o LEM “poderia ser um local para guardar materiais essenciais, tornando-os acessíveis para as aulas” (LORENZATO, 2009, p. 6). Nesse caso, podemos citar, como materiais essenciais, publicações na área (livros, livros paradidáticos, revistas, manuais), materiais visuais e auditivos como CD’s e DVD’s, jogos, instrumentos de medida, calculadoras, modelos estáticos e dinâmicos, materiais didáticos industrializados, matéria prima para confecção de materiais didáticos como tesoura, papéis, cola, barbante, botões, arame, entre outros.

Essa concepção de laboratório não implica necessariamente a existência de uma sala separada. Poderia ser, por exemplo, um armário ou caixa. Dessa maneira, Rodrigues (2012) destaca que:

Fica implícita a ideia de que as aulas de Matemática não ocorrerão no espaço físico deste laboratório, estando o mesmo apenas restrito ao apoio e suporte, por meio de seus materiais manipuláveis, para as atividades experimentais que serão desenvolvidas pelo professor fora desse ambiente. (p. 60).

Além disso, o autor salienta que o uso do LEM dessa forma é semelhante ao de uma biblioteca, que possibilita o acesso de estudantes e professores a esses materiais para auxiliar na construção do conhecimento. Portanto, Rodrigues (2012) considera que “isso acontece à medida que ele disponibiliza aos seus usuários um acervo de livros, materiais didáticos diversificados que irão contribuir para o desenvolvimento das atividades práticas” (p. 60).

Sob outra perspectiva, Lorenzato (2009) evidencia que, ao ampliar essa primeira concepção de LEM, ele se torna



Um local da escola reservado preferencialmente não só para aulas regulares de matemática, mas também para tirar dúvidas de alunos; para os professores de matemática planejarem suas atividades, sejam elas aulas, exposições, olimpíadas, entre outras, discutirem seus projetos, tendências e inovações; um local para a criação e desenvolvimento de atividades experimentais, inclusive de produção de materiais instrucionais que possam facilitar o aprimoramento da prática pedagógica. (LORENZATO, 2009, p.6).

Conseguimos perceber, nessa visão sobre o LEM, que ele tem um papel muito importante, enquanto espaço tanto para as aulas de matemática quanto para as atividades de planejamento. Em conformidade com essa ideia, o estudo de Justo (2015) enfatiza que:

Provavelmente, a existência deste espaço organizado na escola, pode contribuir com uma aprendizagem significativa, uma vez que é impossível definir atividades de ensino padronizadas que atendam às necessidades de todos os alunos, tornando-se, então, necessário diversificar as estratégias e o uso de materiais, além do livro didático. (JUSTO, 2015, p. 22-23).

A terceira concepção, a qual ponderamos que seja o nível mais amplo de LEM, presente em Lorenzato (2009), é a possibilidade de o LEM ser:

(...) uma sala-ambiente para estruturar, organizar, planejar e fazer acontecer o pensar matemático, é um espaço para facilitar, tanto ao aluno como ao professor, questionar, conjecturar, procurar, experimentar, analisar e concluir, enfim, aprender e principalmente aprender a aprender. (LORENZATO, 2009, p.7).

Se refletirmos sobre essa definição, é como se existissem novos alcances para o LEM, que vai além de seus materiais ou espaço físico, relacionados com a estruturação do conhecimento dos envolvidos. Dessa maneira, Oliveira (2017, p. 45) expressa que “nessa abordagem, o LEM tem como finalidade, no ambiente escolar, auxiliar o processo de ensino aprendizagem, no que diz respeito a desmistificar e facilitar o ensino de Matemática”.

Durante o levantamento bibliográfico, conhecemos algumas experiências dos usos e possibilidades do LEM, alguns na Educação Básica, outros no Ensino Superior. Com o intuito de relacioná-las com as experiências e estudos dessa pesquisa, compactuamos com o conceito apresentado pela autora Oliveira (2017), para quem “o Laboratório de Ensino de Matemática é um espaço do fazer e que favorece a reflexão contínua do discente e docente, do que se faz, para quê e como se faz, a fim de oportunizar um ensino com compreensão” (p. 37). Passaremos a discutir a seguir sobre o LEM na formação de Professores.

1.2. O LEM na Formação de Professores

Para os cursos de formação de professores que ensinarão Matemática, no caso desta pesquisa, os licenciandos do curso de Matemática da UFMG, Lorenzato (2009, p. 10) considera o LEM, “mais que necessário”. Ele complementa expressando que:



É inconcebível que, em suas aulas, os professores desses cursos realcem a necessidade da autoconstrução do saber, a importância dos métodos ativos de aprendizagem, o significado dos sentidos para a aprendizagem, o respeito às diferenças individuais, mas, na prática de ensino e no estágio supervisionado, os seus alunos não disponham de instrumentos para a realização da prática pedagógica. (LORENZATO, 2009, p.10).

Nesse sentido, acrescentamos também que o LEM deve levar em conta a contextualização dos cursos envolvidos, como o vínculo com projetos sociais das comunidades, o acolhimento, o tratamento da diversidade e o diálogo intercultural. Lorenzato (2009) também destaca que mais do que ter acesso a materiais, é preciso saber usá-los corretamente e orientar seu uso de forma a mediar a construção do conhecimento pelos estudantes.

A autora Varizo (2007) destaca que, mesmo com a presença de inúmeros LEM nos cursos de Licenciatura em Matemática no Brasil, eles podem ter atribuições e vínculos diferentes, pois alguns “LEM se vinculam à Faculdade de Educação ou aos institutos da área das ciências exatas” (p. 1). Referente aos usos, ela evidencia:

A maioria está voltada para questões pedagógicas da Matemática no Ensino Básico (EB), alguns se dedicam ao ensino da matemática na universidade, outros priorizam uma única disciplina e poucos se destinam só à pesquisa. Quanto ao foco da formação docente, uns visam à formação inicial e continuada de professores de Matemática, outros enfatizam apenas uma delas. (VARIZO, 2007, p. 1-2).

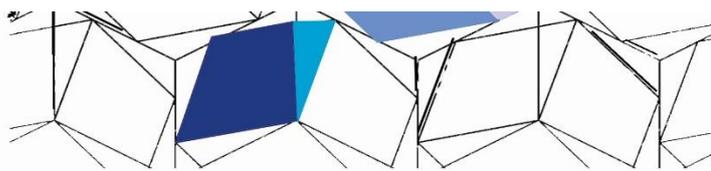
Referente à formação inicial, a autora enfatiza que “a importância dos LEM na formação do educador matemático aumentou, após a LND BE de 20.12.1996 e da Resolução CNE/CP nº2 de 19.02.2002 que determina 400 horas de estágio curricular supervisionado” (VARIZO, 2007, p. 1-2). Dessa maneira, o uso do LEM ganhou mais força e utilidade nos cursos de graduação e também ampliou a quantidade de LEM no Brasil.

Além disso, o trabalho de Silva (2014) ressalta que:

É preciso repensar os cursos de formação inicial de professores de Matemática, no intuito de oferecer, verdadeiramente, uma formação plena. É necessário que os espaços de formação, como os laboratórios de ensino, por exemplo, espaços com potencial lúdico dentro dos cursos de Licenciatura em Matemática, sejam pensados nessa lógica para que efetivamente contribuam para a constituição da identidade docente. (SILVA, 2014, p. 43).

O autor pondera que os saberes advindos de atividades lúdicas no LEM podem proporcionar acontecimentos reais de aprendizagens. À vista disso, Silva (2014) enfatiza a importância de se conhecer e entender melhor a funcionalidade do LEM no processo de formação de professores, complementando que:

É indispensável, porém, destacar a necessidade de revestir de significado as ações e os instrumentos utilizados nesse processo de construção dos conceitos



matemáticos. Para tanto, é preciso levar o aluno, ente principal do espaço do laboratório, a refletir sobre as experiências vividas, por exemplo, no jogo e em todas as demais ferramentas pedagógicas a que ele tem acesso, entendendo-as como importante fonte de conhecimento. (SILVA, 2014, p.68).

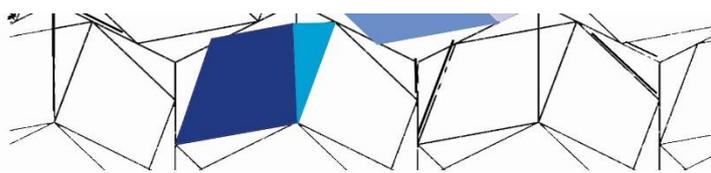
O autor também discorre sobre o papel dos professores no uso do LEM

Os professores precisam estar preparados para estabelecerem uma ligação entre as teorias estudadas e as vivências do laboratório de ensino. Acreditamos na necessidade de se garantir aos estudantes da Licenciatura em Matemática a vivência de situações lúdicas durante o curso, para que a eles se permita a construção desses saberes, contribuindo, posteriormente, para sua prática pedagógica. (SILVA, 2014, p. 77).

Ademais, o trabalho de Rêgo e Rêgo (2009) também enfatiza o papel que o LEM pode ter nas instituições de ensino superior, tais como impulsionar as melhorias tanto na formação inicial quanto na continuada de educadores de matemática. Os autores complementam que é possível desenvolver projetos de ensino, pesquisa e extensão e indicam que o uso do LEM pode possibilitar as seguintes ações:

- I. Estreitar as relações entre as instituições e a comunidade, atuando como parceria na solução dos problemas educacionais que esta apresenta, buscando a melhoria do ensino e construindo um espaço de divulgação e de implantação de uma cultura de base científica;
- II. Estimular a prática da pesquisa em sala de aula, baseada em uma sólida formação teórica e prática; e
- III. Firmar projetos de parceria com os sistemas locais de ensino, visando à instalação de clubes e laboratórios de matemática, além de oficinas e cursos de formação continuada para seus professores. (RÊGO; RÊGO, 2009, p.41).

Adicionalmente, o trabalho de Oliveira (2017), que buscou pesquisar as possibilidades para o ensino de Matemática e formação continuada de professores com a implementação de um LEM em uma escola pública, apontou que os docentes que participaram da pesquisa “afirmam da importância do LEM para ampliar as aprendizagens dos estudantes” (p. 93). Segundo esses docentes, foi possível que o ambiente do LEM se tornasse um lugar de diálogo e investigação, onde coexistiam os significados dos conteúdos matemáticos e as interações dos estudantes, que se sentiam instigados durante as atividades.



2. SUGESTÃO DE MATERIAIS QUE PODEM FAZER PARTE DE UM LEM

Neste momento, a partir dos diversos recursos existentes no LEM FaE traremos sugestões dos tipos de materiais que podem fazer parte de um LEM que também pode auxiliar professores e futuros professores na implementação de um LEM em suas instituições de ensino. Vale destacar para o leitor, que muitos desses materiais podem ser comprados ou podem ser confeccionados e muitos deles é possível encontrar o passo a passo da para a confecção na internet.

Com o intuito de organizar melhor esse capítulo o dividimos em tópicos e exibiremos inicialmente a apresentação geral do LEM FaE, logo após passaremos pelos materiais sobre diferentes temáticas, depois pelos jogos e, por fim, as embalagens e sempre que possível apresentaremos fotos e observações sobre os recursos do LEM FaE.

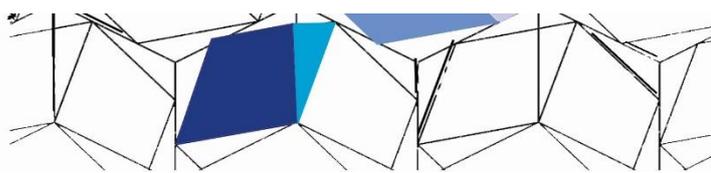
2.1 O LEM FaE

Neste tópico, apresentaremos brevemente O LEM FaE, alguns de seus usos e características com o intuito de apresentar ao leitor este espaço da Faculdade de Educação da UFMG, onde foi desenvolvida esta pesquisa. A imagem a seguir traz uma fotografia feita ao entrar no LEM FaE:

Visão geral do LEM FaE



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)



Pela imagem é possível notar que existem nesse espaço carteiras e mesas que acomodam 40 pessoas, armários que contêm os materiais e que foram enfeitados com mandalas, fotografias e caixas com figuras feitas com Tangran com o objetivo de tornar o espaço mais agradável visualmente. Além disso, mais ao fundo, é possível ver alguns sólidos geométricos de papel. O espaço também dispõe de projetor multimídia, tela de projeção e duas lousas. Na próxima imagem temos detalhes do que existe dentro dos armários do LEM FaE:

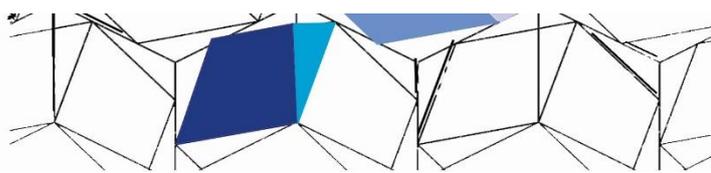
Detalhes dos armários do LEM FaE



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

No lado esquerdo da imagem, vemos uma parte dos 650 exemplares, aproximadamente, disponíveis no LEM FaE, de Livros Didáticos dos anos iniciais aos finais do Ensino Fundamental, além do Ensino Médio, paradidáticos, obras relacionadas à Formação de Professores, ao uso de jogos e alguns exemplares de periódicos da área da Educação e Educação Matemática. No lado direito da figura, vemos dois armários que contêm alguns materiais pedagógicos do LEM FaE.

De maneira geral, há livros e materiais pedagógicos em quantidade satisfatória para atender as demandas do LEM FaE. Alguns dos jogos e materiais disponíveis foram elaborados por estudantes que frequentaram o espaço em algumas disciplinas. Esses materiais foram adquiridos com verba de alguns projetos ao longo do tempo ou com a doação de alguns professores e de editoras que enviaram material de divulgação. Referente aos usos, o LEM FaE, coordenado pela Professora Keli Cristina Conti, desde o ano de 2016, tem favorecido, principalmente, a realização das atividades dos docentes da área da Educação Matemática da FaE. Para saber mais detalhes de alguns desses usos e



dos sujeitos do LEM FaE, trazemos como sugestão a leitura do trabalho de Rizzi e Conti (2018).

Dentre os usos do LEM FaE, descritos no estudo de Rizzi e Conti (2018), está o de sediar as disciplinas de APPE I e II do curso de Licenciatura em Matemática. Dos cursos oriundos da FaE tem acolhido algumas disciplinas dos cursos da Pedagogia, da Licenciatura da Educação do Campo (LECampo) e da Formação Intercultural para Educadores Indígenas (FIEI), considerando as suas especificidades. Além disso, existem disciplinas do Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Educação e Docência da Faculdade de Educação e do Programa de Pós-Graduação em Educação: Conhecimento e Inclusão Social realizadas no LEM FaE, geralmente os Seminários de Pesquisa das linhas da Educação Matemática de ambos os programas.

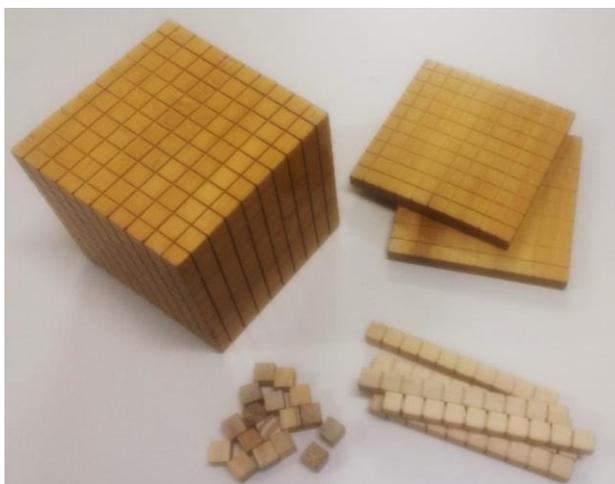
2.2. Alguns materiais do LEM FaE

Neste tópico exibiremos materiais que contribuem para o ensino e aprendizagem de várias temáticas, que foram organizados em subitens, sendo elas: diferentes bases numéricas; números; relações de correspondência; frações; Álgebra; Geometria e de usos diversos.

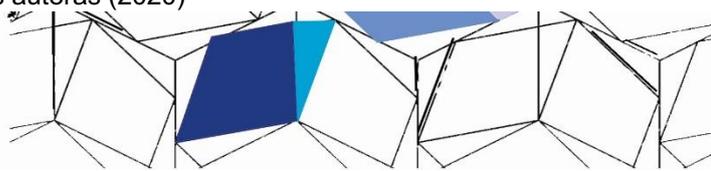
2.2.1. Materiais que contribuem para o ensino e a aprendizagem de diferentes bases numéricas

No LEM FaE existem materiais diversos sobre bases numéricas, o que temos em maior quantidade é o Material Dourado sobre a base 10 ou decimal:

Kit do Material Dourado em madeira



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)



Este recurso além de ter seu uso para ensinar a base decimal que geralmente pode envolver algumas das propriedades da adição, subtração, multiplicação e divisão. Na figura anterior está a fotografia de um dos 6 kits completos disponível no LEM FaE do Material Dourado e é possível notar cubos menores que representam uma unidade, as barras para representar 10 unidades ou 1 dezena, as placas representam 100 unidades ou 1 centena e um cubo maior que representa 1000 unidades.

Além destes, também existem kits individuais em madeira e em plástico que não possui o cubo maior. Na próxima figura contém um exemplar dos 5 kits individuais de Material Dourado em madeira.

Kit individual de Material Dourado em madeira



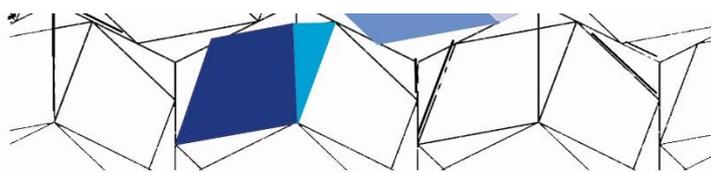
Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

Na figura a seguir está um exemplar dos 5 kits individuais de Material dourado em plástico.

Kit individual de Material Dourado de plástico



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)



Existem também um material, disponível na figura a seguir, no LEM FaE sobre a de base 2 que usam formas geométricas planas de quadrados e retângulos para representar os fatores dessa base. Na imagem a seguir é possível notar figuras de cores e tamanhos diferentes, sendo o quadrado de cor branca para representar 1 unidade, o retângulo vermelho representa 2 unidades, o quadrado amarelo representa 4 unidades, o retângulo laranja representa 8 unidades, o quadrado verde 16 unidades, o retângulo azul 32 unidades e o quadrado preto 64 unidades.

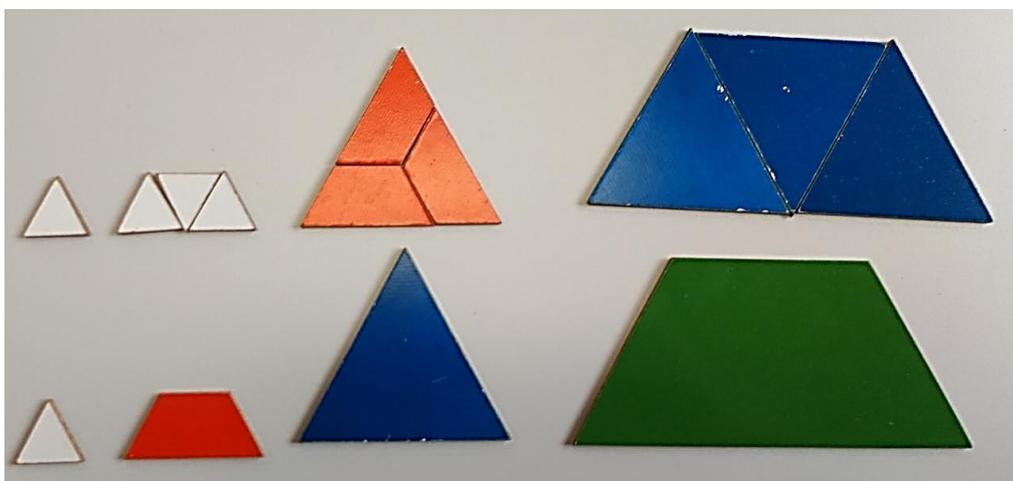
Material sobre base 2 plana



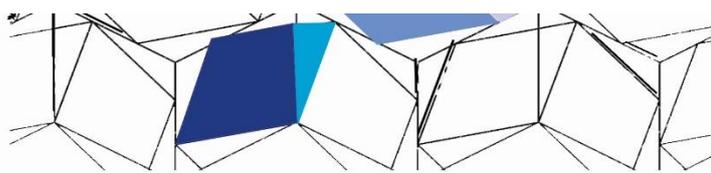
Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

O material da base 3 também utiliza triângulos de cores e tamanhos diferentes para representar essa base. Na figura a seguir é possível ver o triângulo branco que representa 1 unidade, o trapézio laranja representa 3 unidades, o triângulo azul 9 unidades e trapézio verde 27 unidades.

Material sobre base 3 plana



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)



Na próxima imagem tem um outro material que representa a base 3 de maneira tridimensional, pois é uma adaptação do Material Dourado para base 3.

Material Dourado para base 3

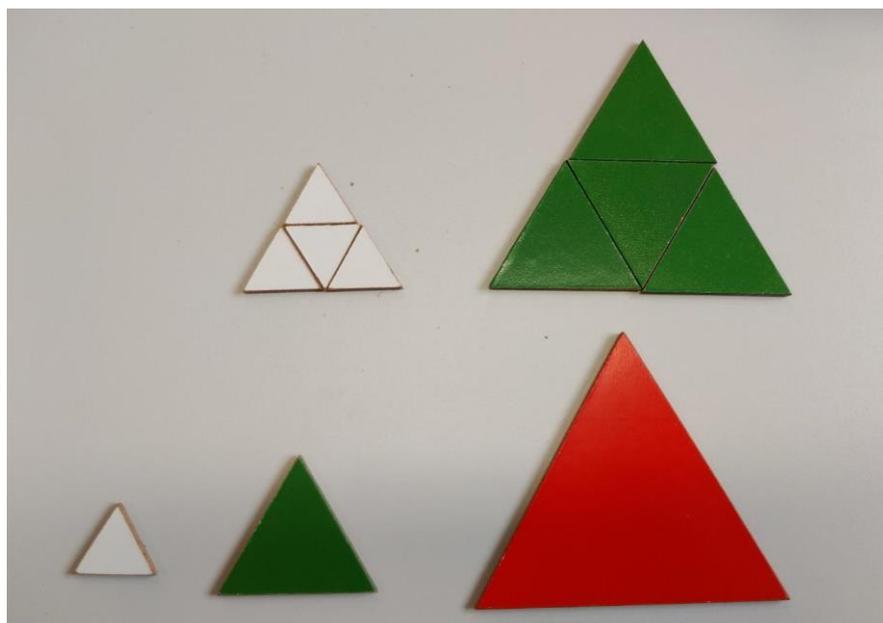


Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

Na figura anterior os cubos menores que representam uma unidade, as barras para representar 3 unidades, as placas representam 9 unidades e um cubo maior que representa 27 unidades.

Os materiais para representar a base 4 plana são utilizando triângulos e trapézios de cores e tamanhos diferentes e o Material Dourado adaptado para base 4.

Material sobre base 4 plana



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

Na figura anterior triângulo branco representa 1 unidade, o triângulo verde 4 unidades, o triângulo vermelho 16 unidades. Já na figura a seguir os cubos menores



representam uma unidade, as barras 4 unidades, as placas representam 16 unidades e um cubo maior que representa 64 unidades.

Material Dourado para base 4



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

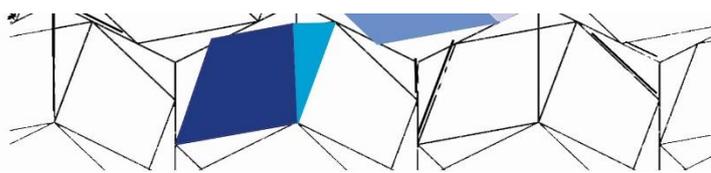
Outra adaptação do Material Dourado disponível no LEM FaE é da base 5. Na próxima imagem os cubos menores representam uma unidade, as barras para representar 5 unidades, as placas representam 25 unidades e um cubo maior que representa 125 unidades.

Material Dourado para base 5



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

Retomando aos materiais sobre a base decimal também existem no LEM FaE alguns ábacos e soroban que tem maior uso na aprendizagem das operações de soma e subtração. Na figura a seguir tem um soroban na cor preta.



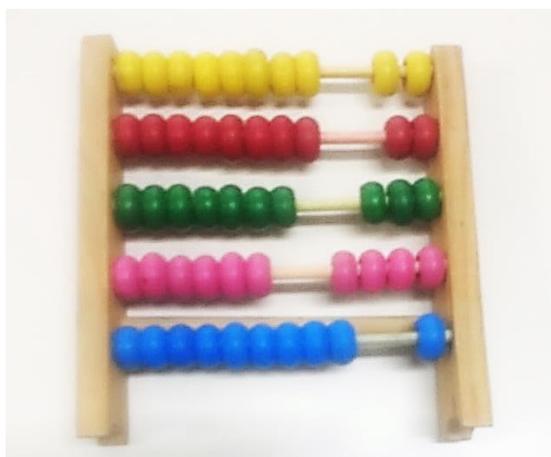
Soroban na cor preta



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

Na próxima figura possui imagem de um ábaco existente no LEM FaE, mas esse tem suas peças coloridas.

Ábaco fechado com peças coloridas



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

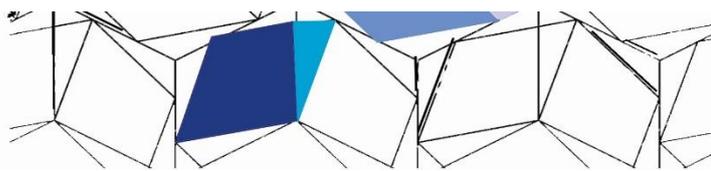
Na figura a seguir contém outro ábaco fechado nas cores marrom e branco.

Ábaco fechado nas cores marrom e branco



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

Outro modelo de ábaco fechado do LEM FaE está na figura a seguir que tem as marcações na lateral das classes das unidades, dezena, centena e milhar.



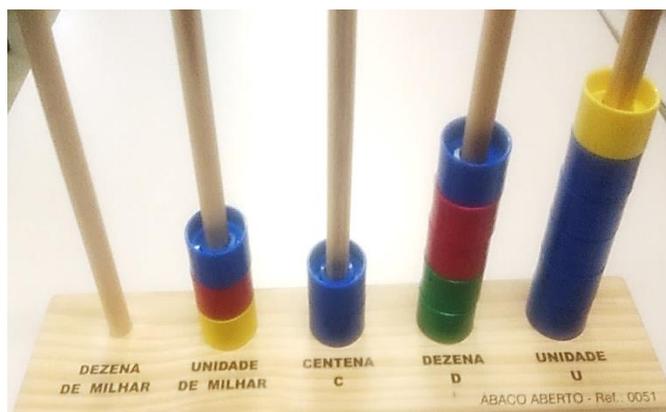
Ábaco fechado com marcações das classes



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

Dos ábacos abertos na figura a seguir contém um exemplar dos 6 disponíveis no LEM FaE que vem escrito nas bases de cada pilastra as classes das unidades, dezenas, centenas, unidade de milhar e dezena de milhar.

Ábaco aberto com marcações das classes



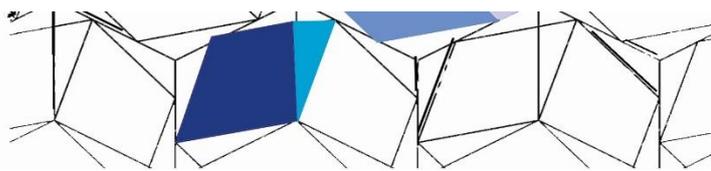
Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

Existem também dois exemplares do ábaco aberto confeccionados por estudantes. Na próxima figura temos um modelo em que as argolas estão enfeitadas com fita de cetim.

Ábaco aberto com argolas com fita cetim

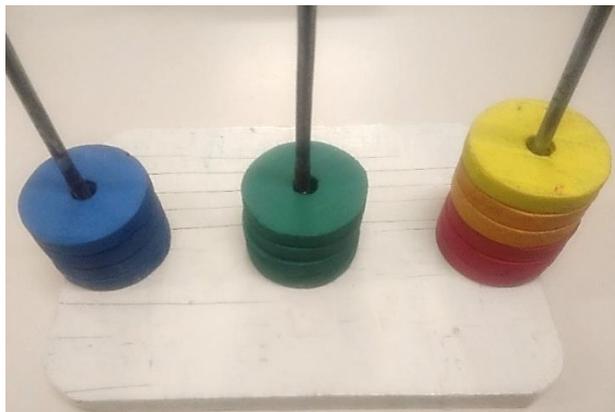


Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)



Na sequencia o material é todo de madeira e foi realizada a pintura dos pinos.

Ábaco aberto em madeira com pinos coloridos



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

Há também dois quadros valor lugar (QVL) para auxiliar nas operações do sistema decimal. Na próxima figura o material é na cor verde e tem marcada das classes das unidades, dezenas e centena para as casas das unidades e milhares.

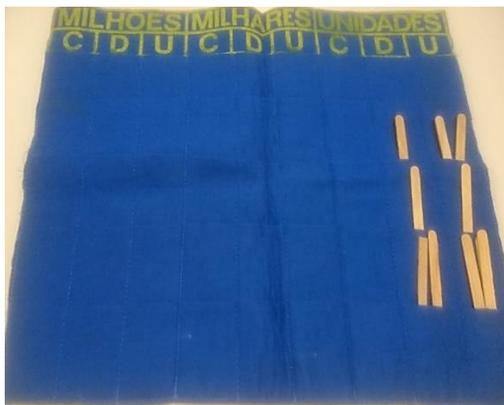
Quadro Valor Lugar na cor verde



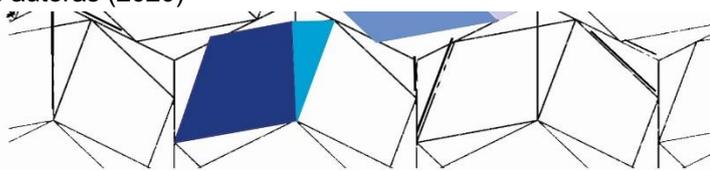
Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

Na figura a seguir o material é na cor azul e tem marcada das classes das unidades, dezenas e centena para as casas das unidades, milhares e milhões.

Quadro Valor Lugar na cor azul



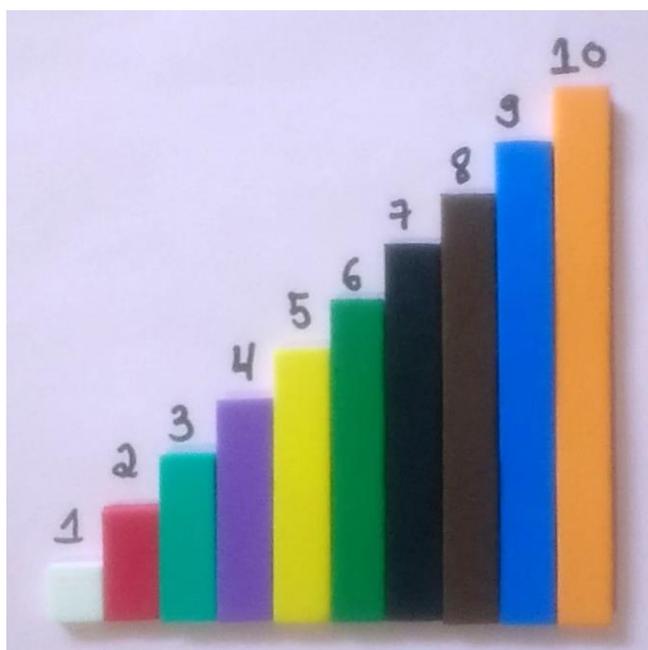
Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)



2.2.2. Material que contribui para o ensino e a aprendizagem de números

As Barras de Cusineire que foram criadas por Emile-Georges Cuisenaire (1891-1980) para representar os números de 1 a 10. Assim, existe uma escala correta de tamanhos e de cores nesse material. Na próxima imagem, temos uma fotografia do material de um dos kits individuais em E.V.A., que tem 8 exemplares no LEM FaE, que pensamos ser de fácil acesso e baixo custo.

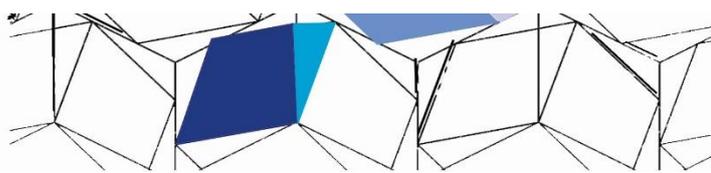
Kits individuais das Barras de Cusineire em E.V.A.



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

Para auxiliar o leitor, as barrinhas foram organizadas de maneira crescente, indicando-se no topo de cada uma o valor que representa.

No LEM FaE também possui 3 Kits completos das Barras de Cusineire e na imagem a seguir temos algumas peças do kit em MDF. Ao topo da figura temos a comparação de duas barrinhas de valor 3 com uma barra de valor 6. Na parte de baixo da imagem ao lado esquerdo temos a comparação de duas barrinhas de valor 2 com uma barra de valor 4 e a direita duas de valor 1 e a barra de valor 2.



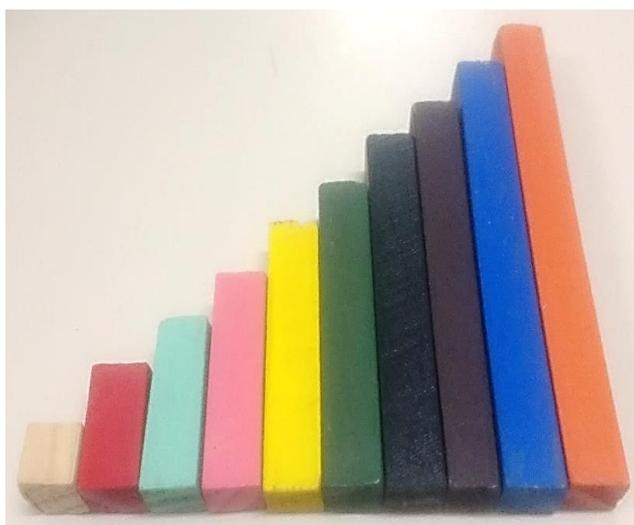
Algumas peças do kit em MDF



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

Na próxima figura temos peças de um dos kits em madeira, as tem espessura maior do que as em MDF.

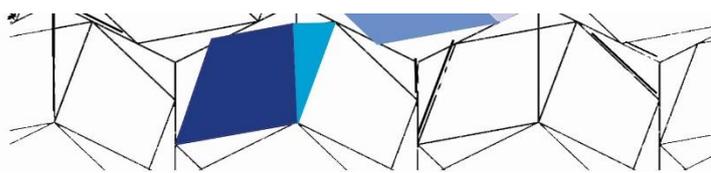
Algumas peças do kit em madeira



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

2.2.3. Materiais que contribuem para o ensino e aprendizagem de relações de correspondência

Os Blocos Lógicos, tem seu maior uso no âmbito da Educação Infantil, temos que são formados por peças de figuras, cores e espessuras diferentes. No LEM FaE possui três kits do material em E.V.A., disponível na próxima figura.



Blocos Lógicos em E.V.A.



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

E a imagem a seguir é do Kit de Blocos Lógicos em madeira:

Blocos Lógicos em madeira



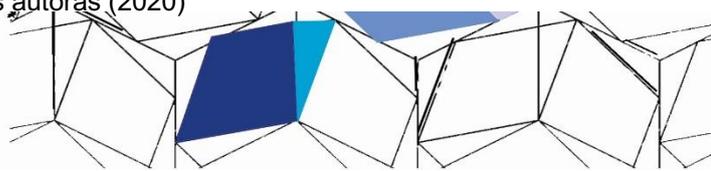
Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

No LEM FaE também possui, disponível na próxima imagem uma tábua de escala com figuras de peixe.

Material tábua de escala com figuras de peixe



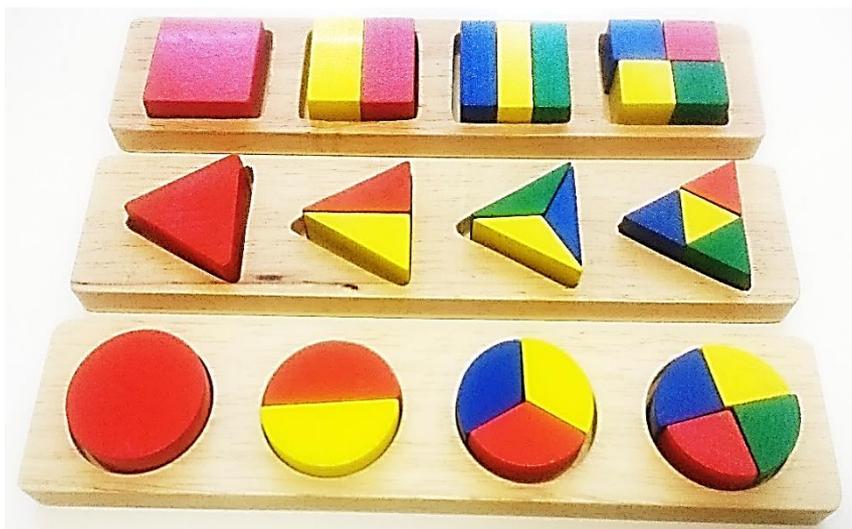
Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)



2.2.4. Materiais que contribuem para o ensino e aprendizagem de frações

Relacionado ao ensino de frações há no LEM FaE uma diversidade de materiais os primeiros que apresentaremos são as tábuas de frações em madeira nas formas de quadrado, triângulo e círculo. Na imagem a seguir é possível perceber que cada tábua contém uma peça que representa o inteiro, um conjunto com dois meios, outro com três terços e por fim um com quatro quartos.

Tábuas de frações em madeira



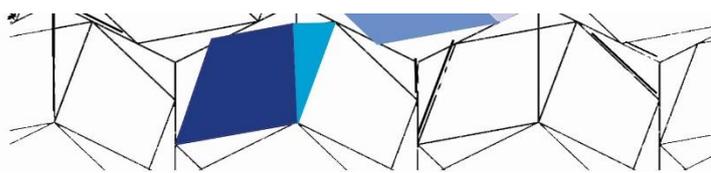
Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

Kits na forma retangular confeccionados em E.V.A. na próxima imagem em cada fileira foi formado um inteiro.

Kit de Frações retangulares em E.V.A.



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)



Também tem os kits confeccionados com um material emborrachado de espessura maior que E.V.A.

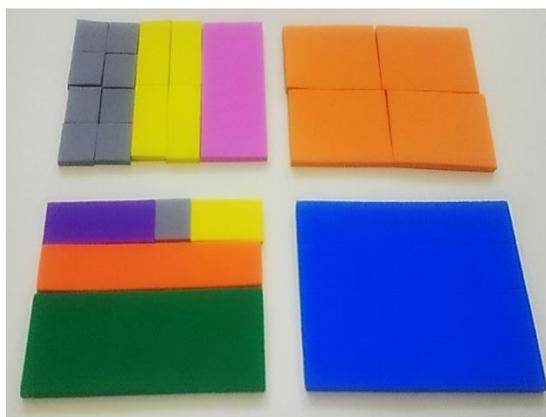
Kit de Frações retangulares de material emborrachado



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

Retomando aos materiais em E.V.A. existem os quatro kits de frações no quadrado. Na figura a seguir cada um dos quatro quadrados formam um inteiro.

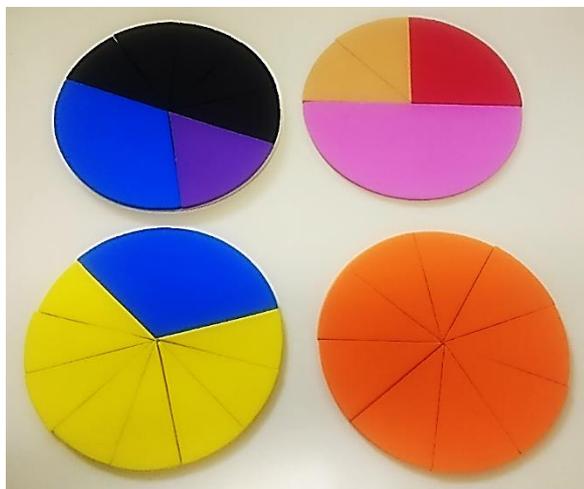
Kit de Frações no quadrado em E.V.A.



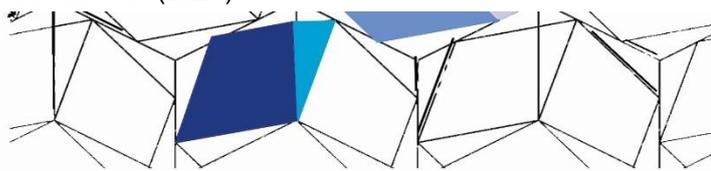
Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

Quatro Kits de Frações no círculo:

Kit de Frações no círculo em E.V.A.

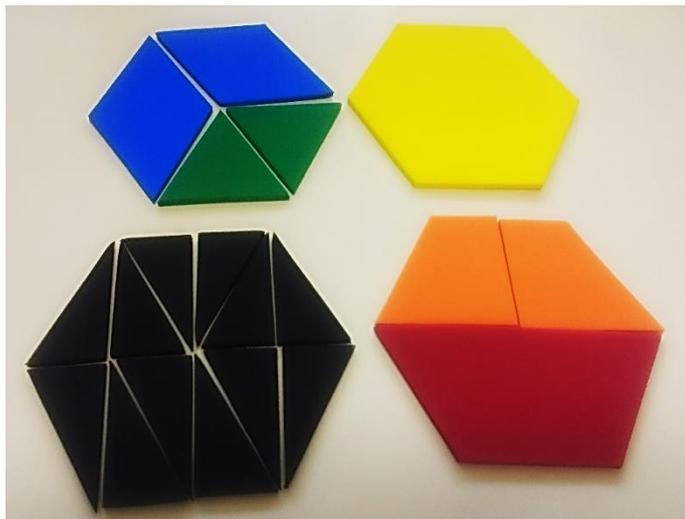


Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)



E por fim, o 4 Kits de Frações no Hexágono:

Kits de Frações no Hexágono

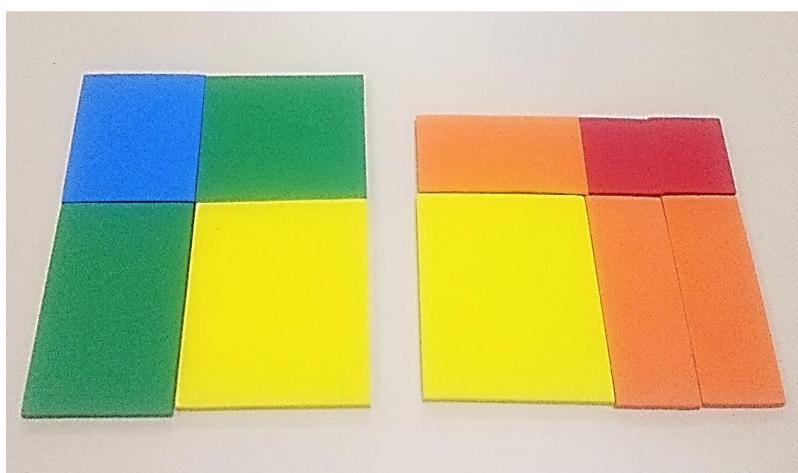


Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

2.2.5. Materiais que contribuem para o ensino e a aprendizagem de Álgebra

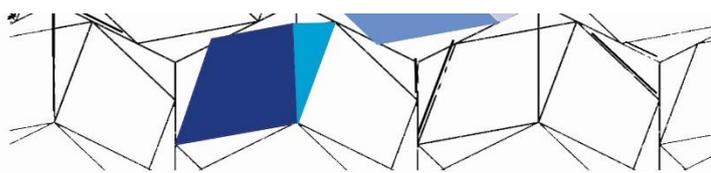
Relacionado com o conteúdo de Álgebra no LEM FaE possui 5 Kits de Álgebra. Na imagem a seguir a figura do lado esquerdo representa pelo método da área a expressão x^2 (quadrado amarelo) + $4x$ (dois retângulos verdes) + 4 (quadrado em azul) e a do lado direito representa x^2 (quadrado amarelo) + $3x$ (três retângulos laranjas) + 2 (dois quadrados em vermelho).

Kit de Álgebra



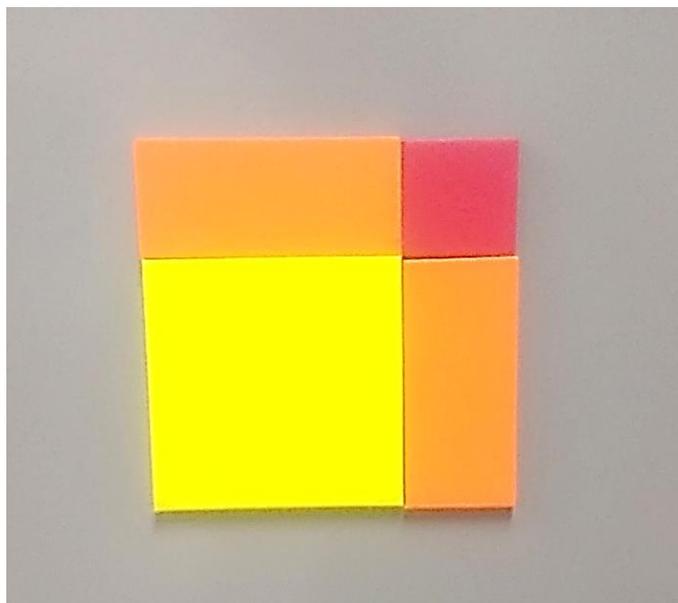
Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

Existe também um material onde Kit de Álgebra vem com as peças imantadas de modo a usar em quadros ou materiais de metal. Este material, disponível na próxima



imagem, tem seu uso recomendado para professores, pois facilita a visualização pelos estudantes na hora da aula.

Kit de Álgebra Imantado

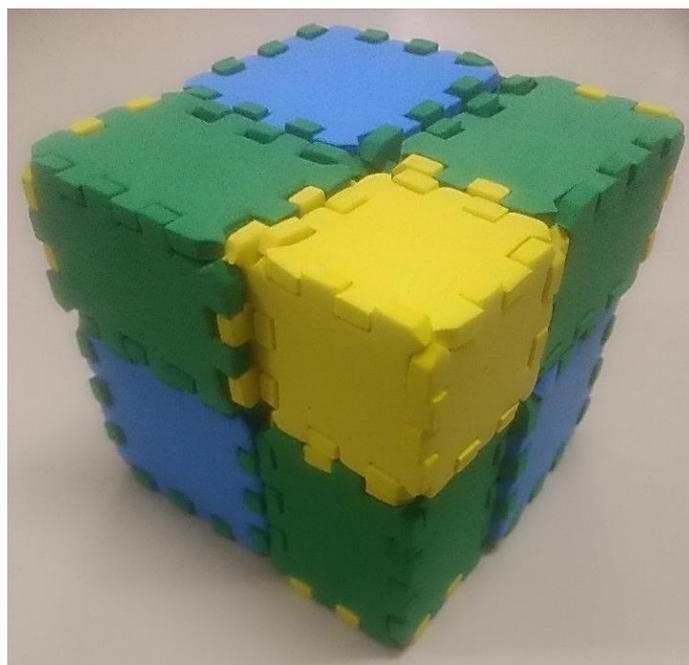


Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

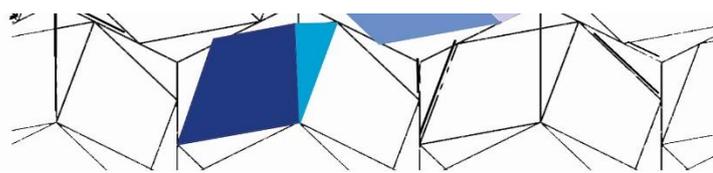
Para realizar a fotografia colocamos as peças na porta de um dos armários do LEM FaE. Essas peças representam x^2 (quadrado amarelo) + $2x$ (dois retângulos laranjas) + 1 (quadrado em vermelho).

Relacionado a álgebra que envolve geometria temos os cubos da soma. Na figura a seguir temos o cubo confeccionado em E.V.A.

Cubo da soma em E.V.A

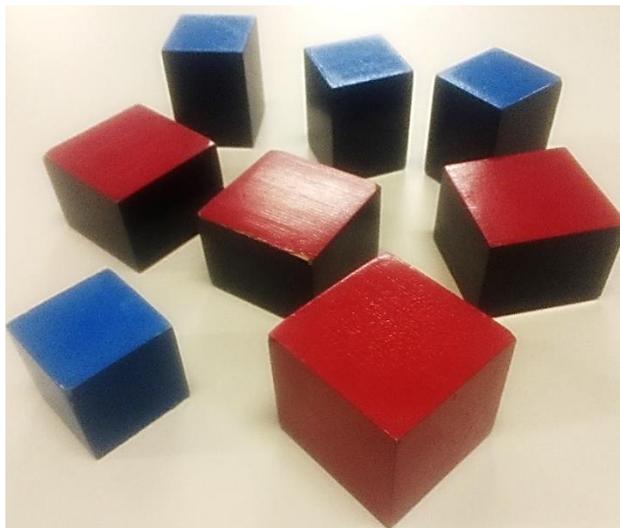


Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)



A seguir temos o cubo da soma em madeira com as faces coloridas.

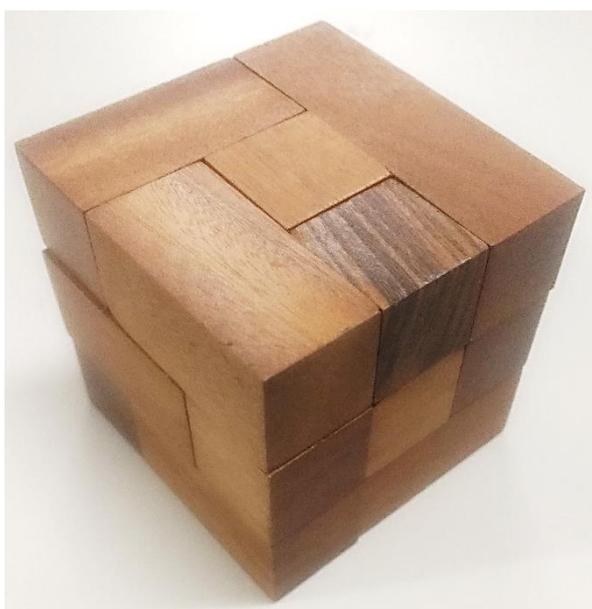
Cubo da soma em madeira



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

E por fim, temos o cubo da soma em madeira em forma de quebra cabeça.

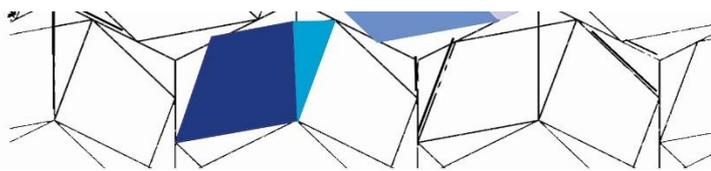
Cubo da Soma – Quebra Cabeça



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

2.2.6. Materiais que contribuem para o ensino e a aprendizagem de Geometria

No âmbito do conteúdo Geometria no LEM FaE possui alguns kits com sólidos geométricos. Na imagem a seguir está o conjunto de sólidos em acrílico que contém 10 peças, sendo elas: paralelepípedo, cubo, prisma de base triangular, prisma de base hexagonal, esfera, cilindro, pirâmide de base quadrangular, cone, pirâmide de base hexagonal e pirâmide de base triangular.



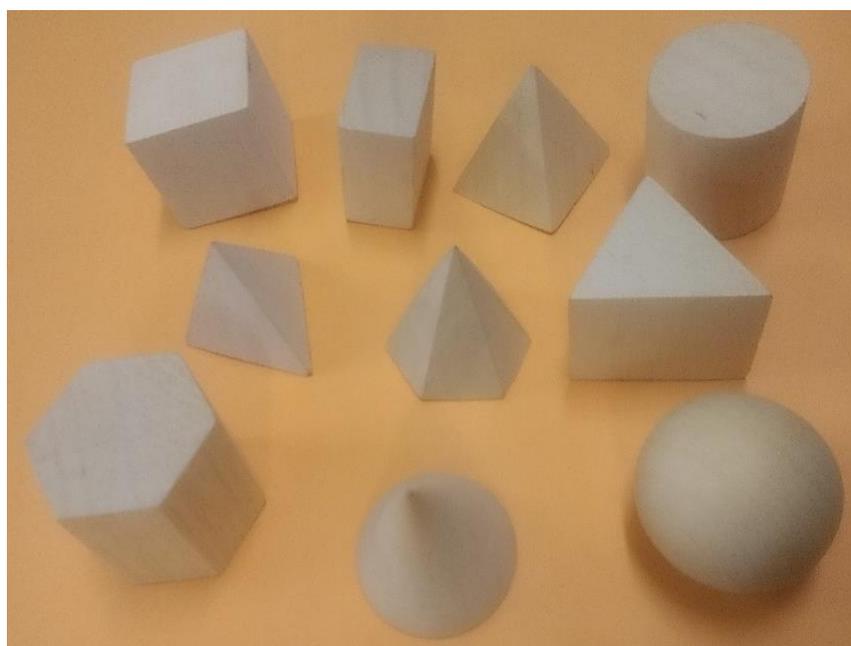
Conjunto de Sólidos em acrílico



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

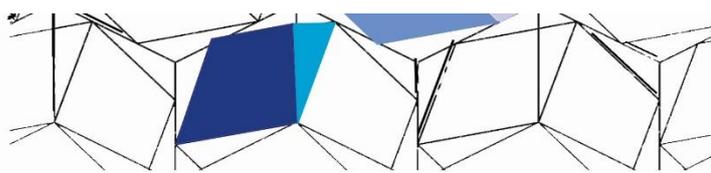
Existem também 5 kits com os mesmos sólidos listado anteriormente só que em tamanho menor e de madeira.

Conjunto de Sólidos em madeira

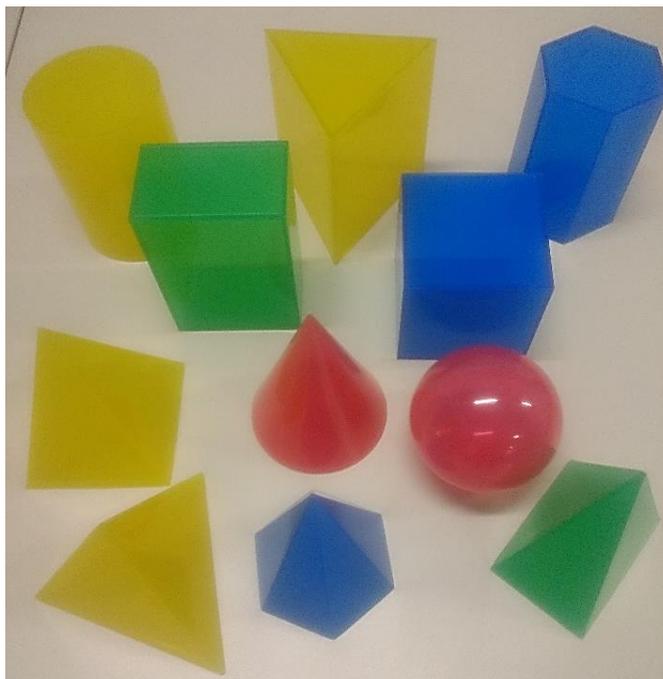


Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

Há também 3 kits de sólidos geométricos em plástico que além dos sólidos anteriores também vem uma pirâmide de base retangular.



Conjunto de Sólidos em plástico



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

Outro kit que tem um exemplar no LEM FaE é o de sólidos em madeira na cor azul. O Kit vem com os seguintes sólidos: cilindro, ovoide, paralelepípedo, cubo, pirâmide de base quadrangular, pirâmide de base triangular, cone, elipsoide, esfera e prisma de base triangular.

Kit sólidos em madeira na cor azul



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

Ainda relativo a sólidos geométricos existe um kit sobre o prisma de base triangular, disponível na imagem a seguir, onde contém uma peça é o prisma de base triangular e outras três peças que também formam juntas outro prisma de base triangular.



Kit sobre o prisma de base triangular



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

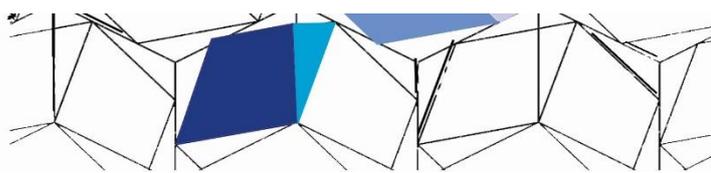
Um material que atende a demandas da geometria plana e espacial é o Kit de áreas e volumes composto por pequenos cubos de madeira e peças de E.V.A. para representar a áreas das faces desses cubos:

Kit de áreas e volumes

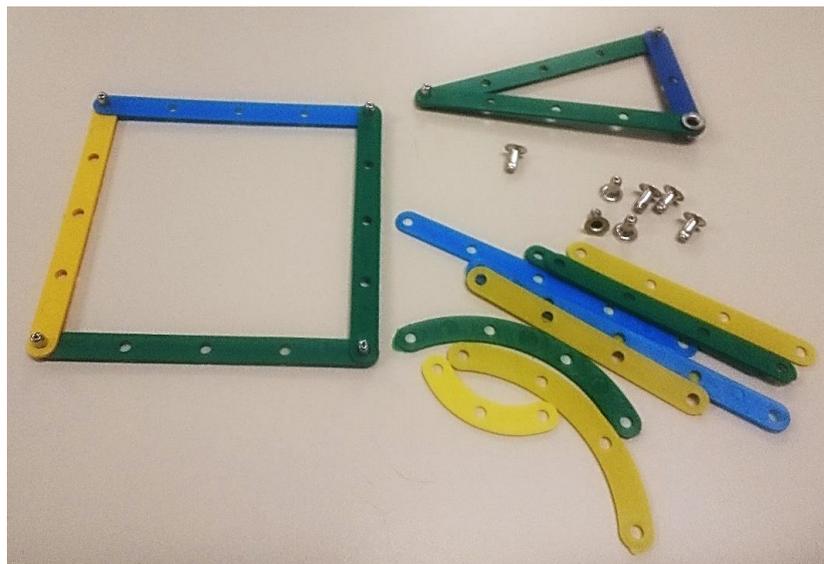


Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

Existe 3 kits de geometria plana que possibilita explorar algumas propriedades de figuras geométricas planas. Na imagem a seguir é possível ver mais detalhes desse material como algumas de suas peças e também observar que foram formados a figura de um quadrado e de um triângulo com um dos kits.



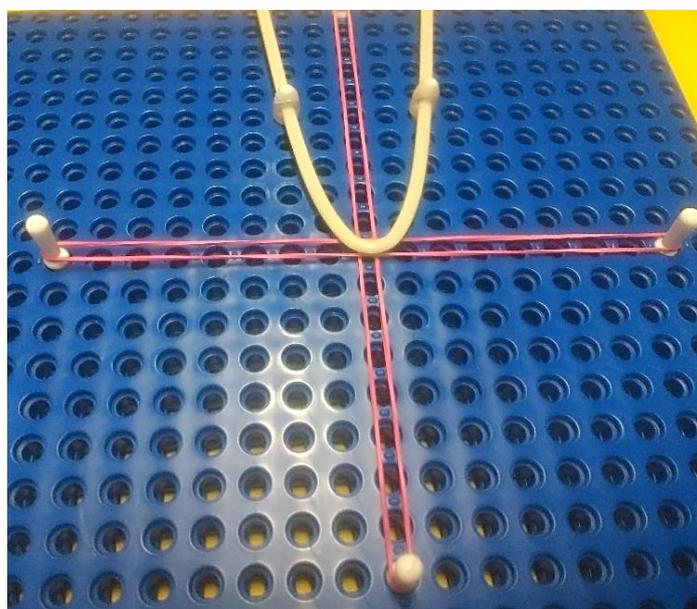
Kit de geometria plana



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

Outro recurso que além de atender a demandas da geometria plana é o Material Multiplano⁴ que também pode auxiliar na construção de gráficos de estatística. Este material foi idealizado para atender estudantes com deficiência visual. Fizemos duas imagens para exemplificar algumas das possibilidades de uso desse material, a primeira delas é a construção de um gráfico de uma função qualquer.

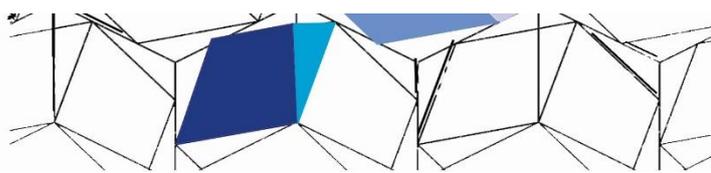
Gráfico de uma função qualquer com o uso do Material Multiplano



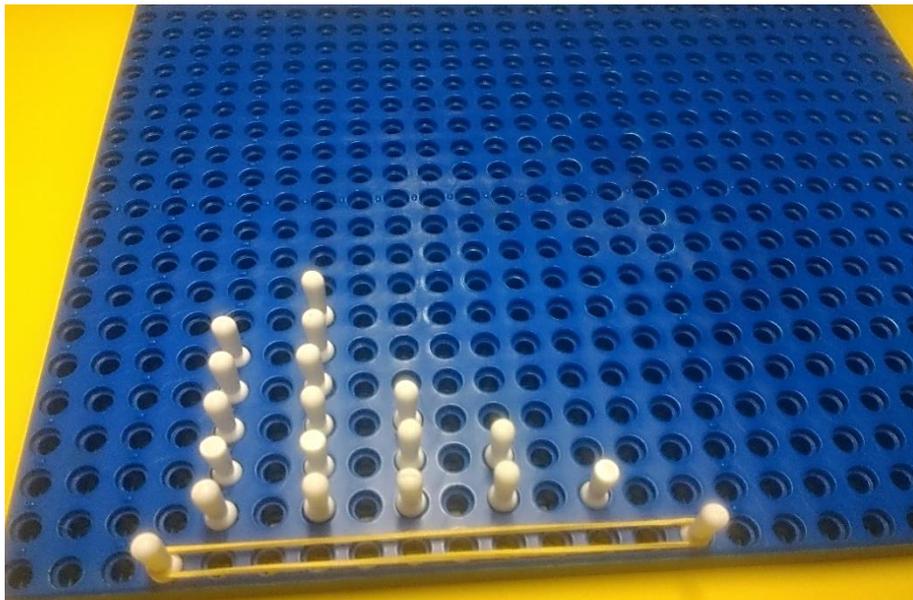
Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

A outra imagem é de uma construção de uma simulação de um gráfico de barras

⁴ Direitos reservados ao autor Rubens Ferronato



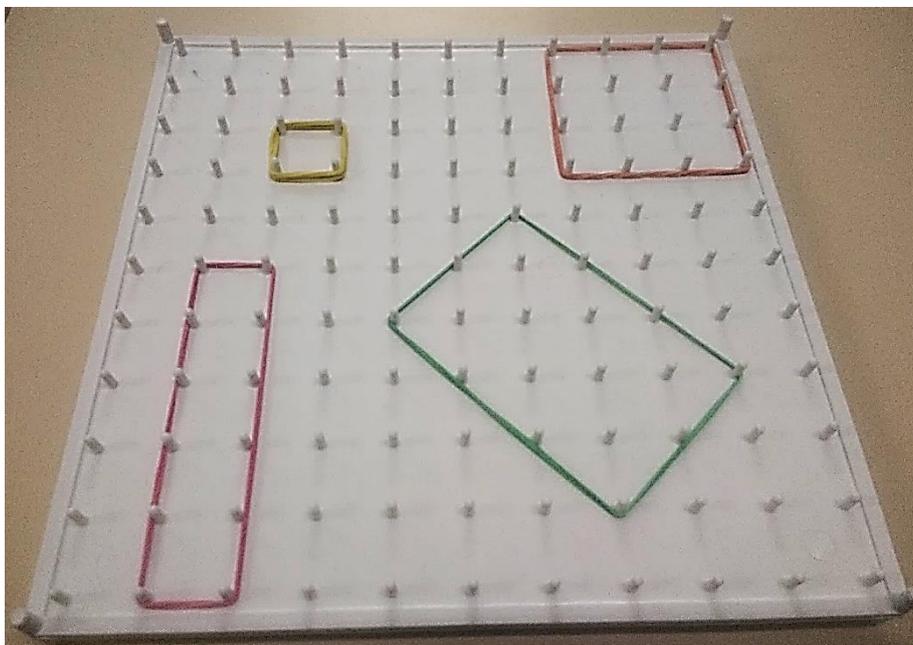
Construção de um gráfico de estatística com o uso do Material Multiplano



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

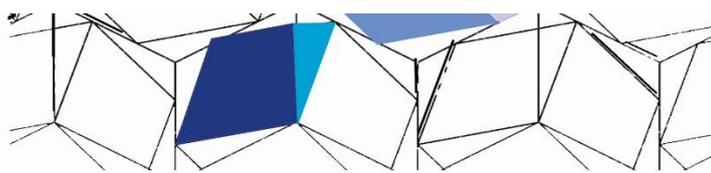
Outro recurso que também consegue atender estudantes com deficiência visual é o Geoplano. Com este material é possível abordar temas como áreas e perímetros. No LEM FaE possuímos 12 Geoplanos que de um lado tem os pinos organizados como quadrados, disponível na próxima imagem.

Geoplano face dos quadrados

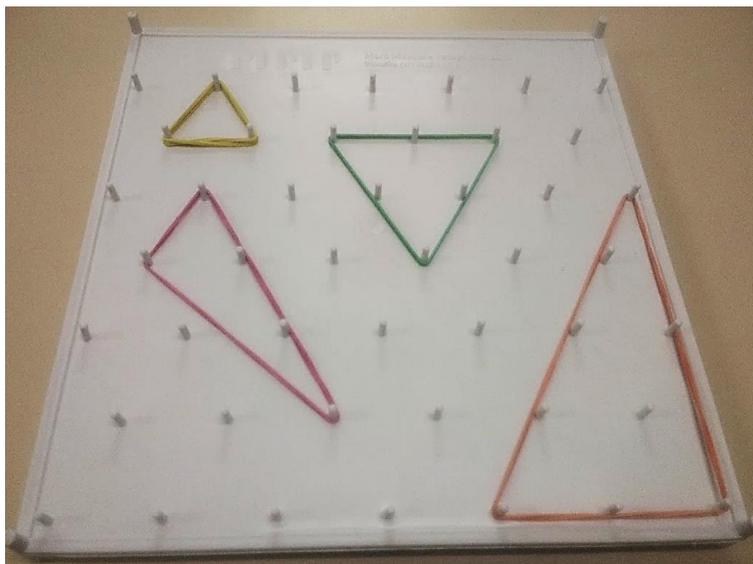


Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

A outra face do Geoplano tem seus pinos organizados como triângulos:



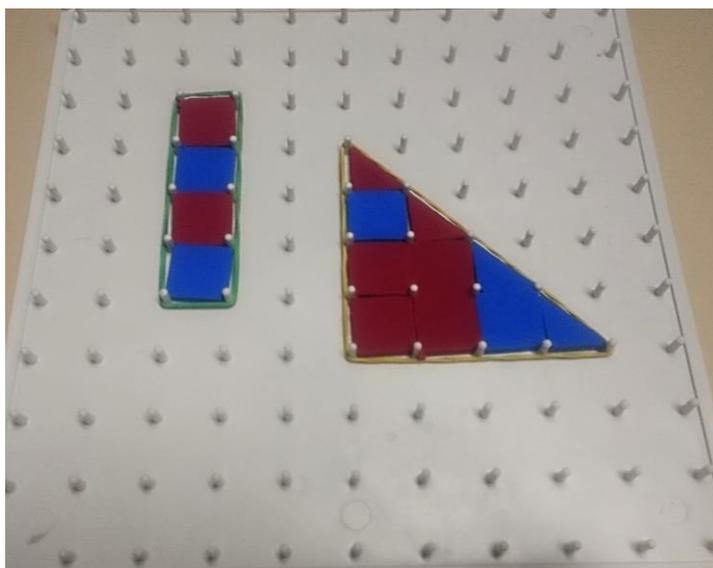
Geoplano face dos triângulos



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

Um recurso extra que auxilia o uso deste material é o Kit de Áreas para o Geoplano:

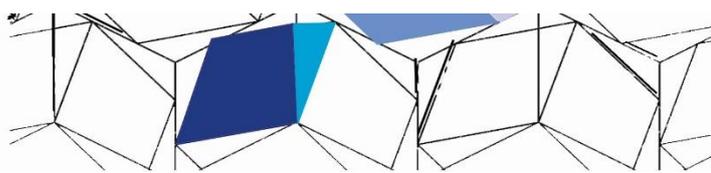
Kit de Áreas para o Geoplano



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

Na imagem anterior foi possível visualizar o uso deste recurso extra que possibilita preencher as figuras formadas por elásticos com peças em E.V.A. que simulam a área dessas figuras.

Outro recurso relativo ao conteúdo de geometria plana são os Poliminós, que são figuras formadas por quadrados de mesma área. Na primeira imagem desse material temos o uso da prancha para Poliminós e as peças são de diferentes padrões (a peça amarela é um tetraminó, a azul, um pentaminó, a verde, um triminó, e a vermelha, dominó).



Prancha para Poliminós com peças de diferentes padrões.



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

A seguir temos a prancha para Poliminós com as peças do padrão de tetraminó:

Prancha para Poliminós com peças de tetraminó



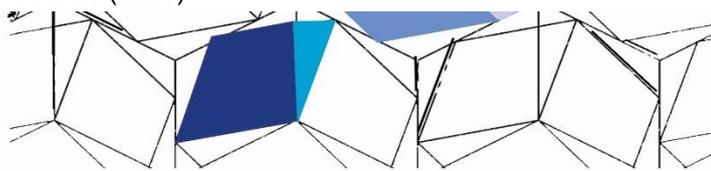
Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

Agora sem o uso da prancha temos uma imagem das peças dos pentaminó:

Peças dos pentaminó

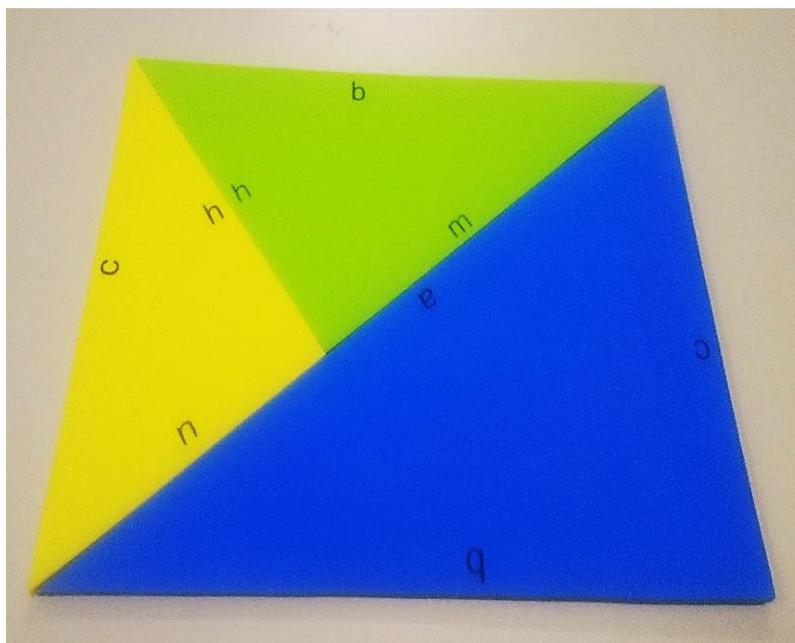


Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)



Existe também um kit sobre as Relações métricas nos triângulos retângulos:

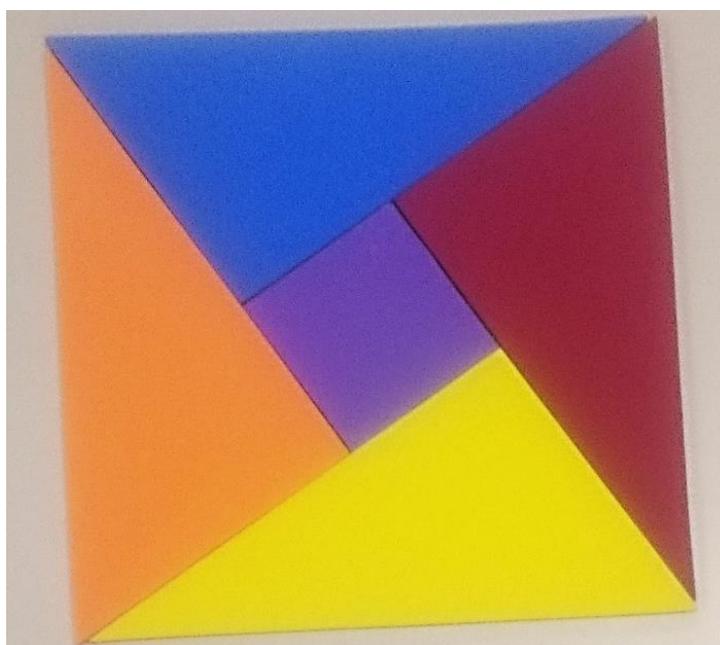
Relações métricas nos triângulos retângulos



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

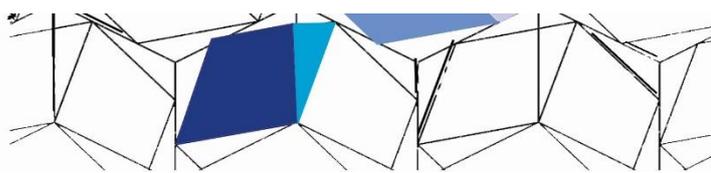
E um kit sobre o Teorema de Pitágoras:

Teorema de Pitágoras

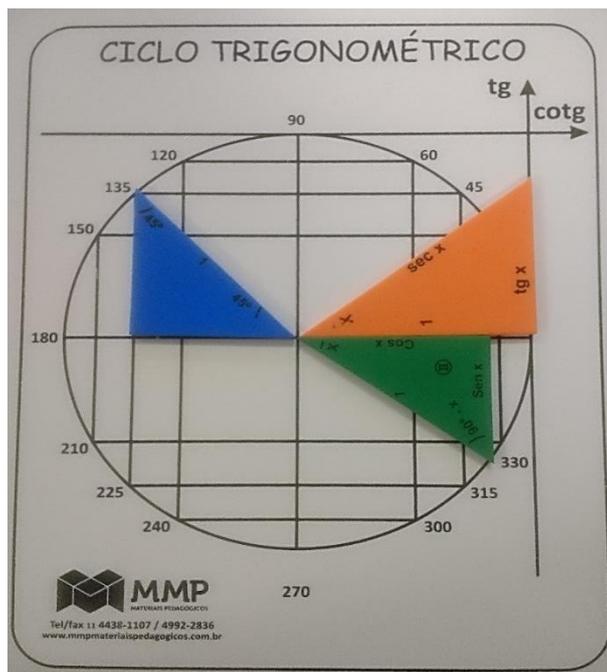


Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

Direcionada ao ensino de trigonometria temos o Kit do ciclo trigonométrico com triângulos em E.V.A.:



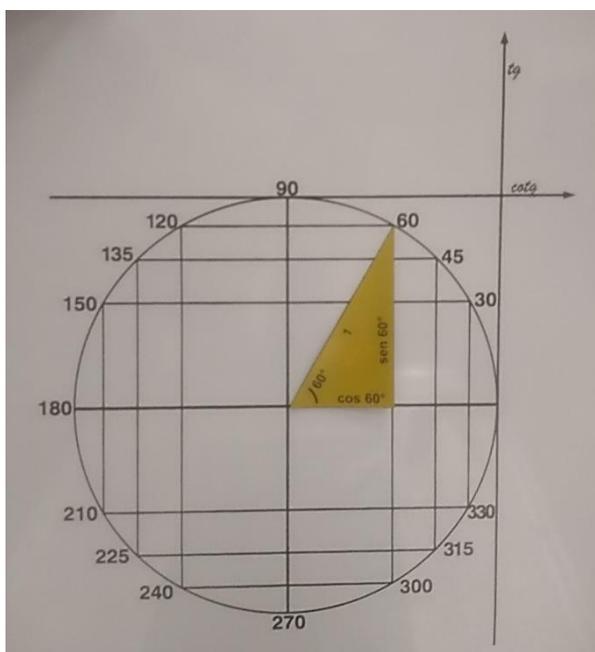
Kit do ciclo trigonométrico com triângulos em E.V.A.



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

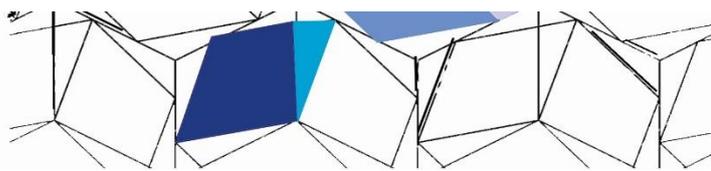
E o Ciclo Trigonométrico em metal com triângulos imantados que serve de auxílio ao professor:

Ciclo Trigonométrico em metal com triângulos imantados



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

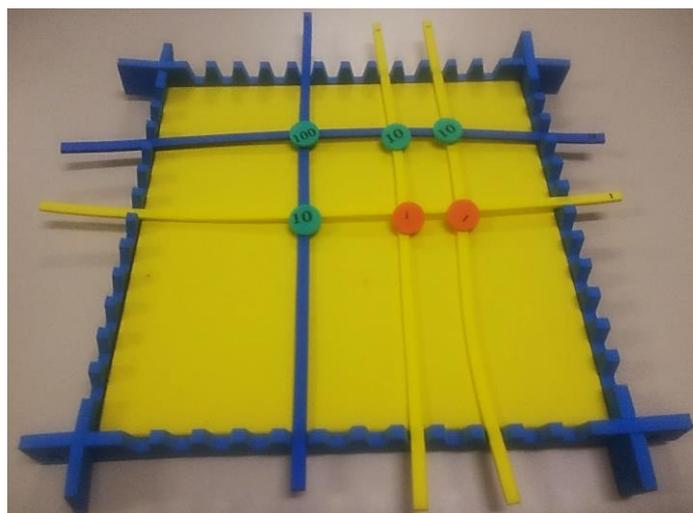
O material tem um tamanho que permite uma melhor visualização pelos estudantes e por ser imantado permite mais praticidade e agilidade do que desenhar o mesmo ciclo no quadro.



2.2.7. Materiais do LEM FaE com usos diversos

Além dos materiais que separamos anteriormente por área ainda no LEM FaE possui outros recursos de temáticas diversas. A seguir temos a imagem do Kit Multiplicação com Varetas no qual foi realizado a multiplicação de 12 (representado uma vareta azul e duas varetas amarelas que estão na vertical) por 11 (representado uma vareta azul e uma vareta amarela que estão na horizontal).

Kit Multiplicação com Varetas



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

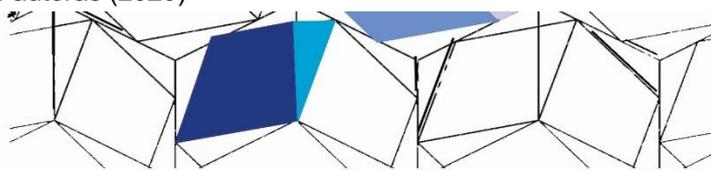
A cada encontro de duas varetas são colocadas fichas com os resultados da multiplicação do valor dessas varetas. Assim, o resultado da operação: 12×11 é obtido com a soma das parcelas $100 + 10 + 10 + 10 + 1 + 1$ totalizando 132.

Existe também a três Torres de Hanói:

Torre de Hanói



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)



No LEM FaE também possui 4 kits do Tangran confeccionado em madeira:

Tangran confeccionado em madeira



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

Também tem 11 caixas de Tangran confeccionado em E.V.A.:

Tangran confeccionado em E.V.A.



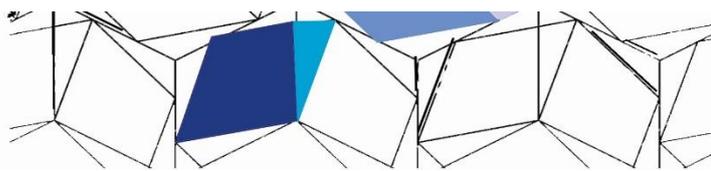
Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

Há também diferentes dados que pode auxiliar em atividades no LEM FaE:

Dados diversos



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)



Por fim, existe 5 kits com Dinheiro Chinês:

Dinheiro Chinês



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

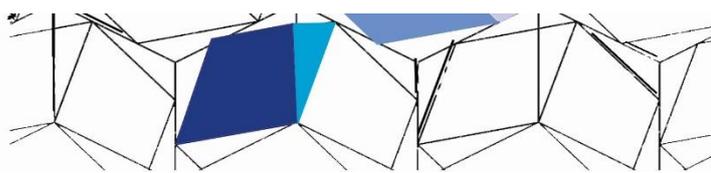
Além desses materiais que exibimos por foto há também materiais que auxiliam nas aulas no LEM FaE como compasso, régua, canetas, lápis, calculadora, tesouras, cola, réguas, papéis brancos e coloridos dentre outros. Deste modo, terminamos de listar os materiais e a partir do próximo subitem passaremos a descrever os jogos que tem no LEM FaE.

2.3. Jogos do LEM FaE

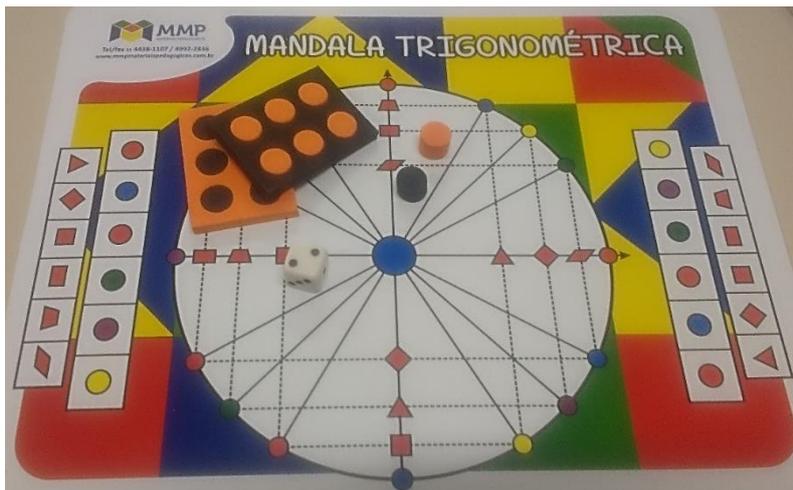
No âmbito dos jogos separaremos eles em três subseções: jogos diversos (adquiridos ou doados para o LEM FaE); Coleção Enciclopédia de Jogos; jogos produzidos por estudantes no LEM FaE.

2.3.1. Jogos diversos

O primeiro jogo dessa seção é o Mandala Trigonométrica:



Jogo Mandala Trigonométrica



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

Relacionado ao tema de probabilidade existe o jogo Roleta Matemática:

Jogo Roleta Matemática



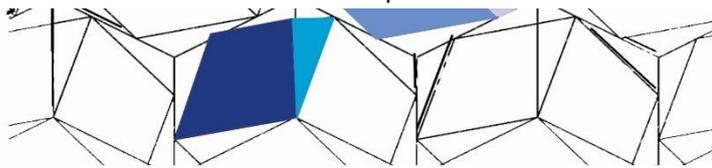
Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

E o Jogo Probabilidade:

Tabuleiro do Jogo Probabilidade

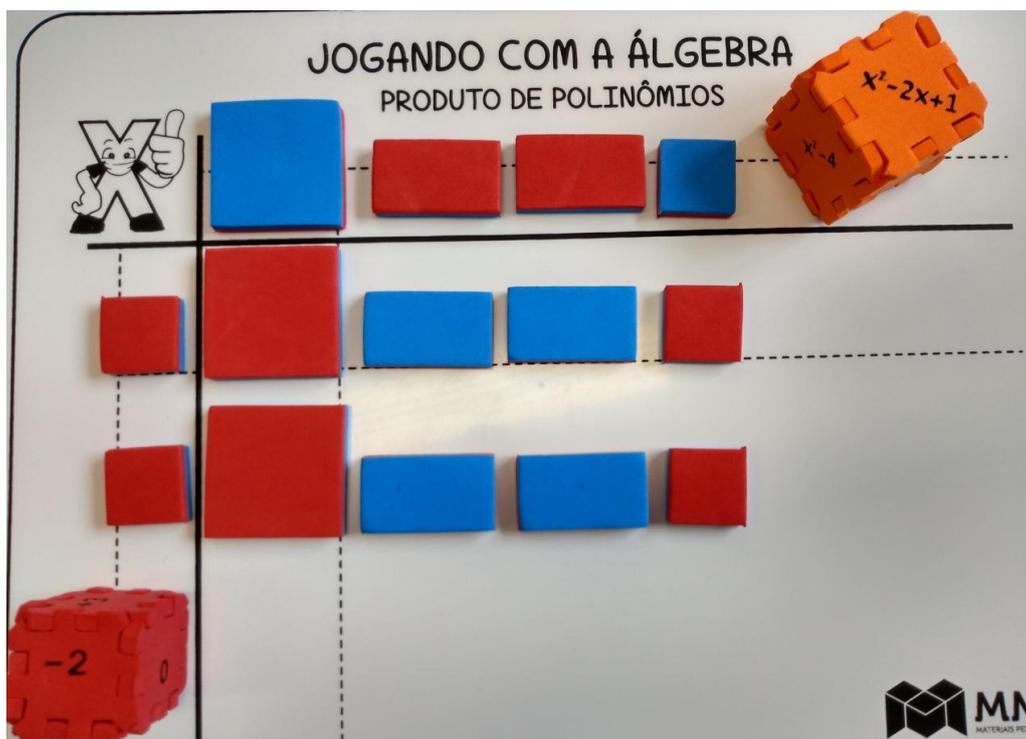


Fonte: Direitos reservados aos autores Maria Helena Soares de Souza e Walter Spinelli



Sobre o ensino de Álgebra existe o Jogando com a Álgebra:

Jogando com a Álgebra



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

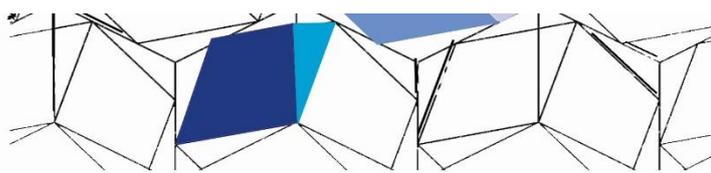
Um jogo que envolve adição é o Jogo do Caracol:

Jogo do Caracol



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

O jogo Matix envolve operações com números inteiros, cálculo mental e circunstâncias de antecipação de situações:



Jogo Matix



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

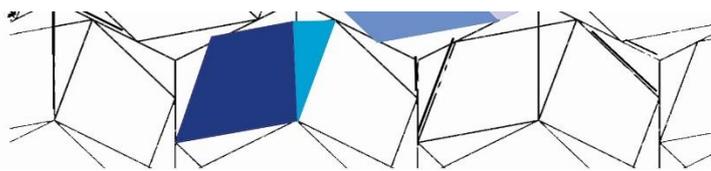
Envolvendo subtração e o resto da subtração tem o Jogo Avançando com o Resto

Jogo: Avançando com o Resto



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

Relacionado a calculo mental e propriedades da adição tem o Jogo Cinco em linha:



Há também dominós:

Dominós



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

Envolvendo raciocínio lógico em o jogo Fecha a Caixa

Jogo Fecha a Caixa



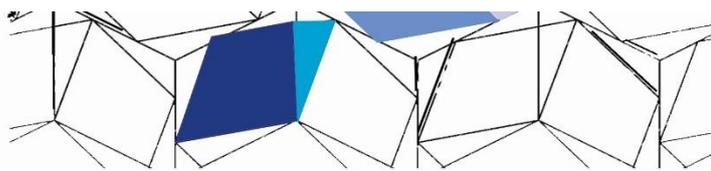
Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

2.3.2. Coleção *Enciclopédia de Jogos*

A Coleção *Enciclopédia de Jogos*⁵ é composta por 36 jogos de diferentes origens e tem o objetivo de resgatar jogos mais antigos. Agora, passaremos a exibir imagens cada um desses jogos e fazer uma breve apresentação contando alguma particularidade contida em seus manuais.

O primeiro deles é o Agon que tem seu tabuleiro em forma hexagonal e envolve um contexto de batalha e corrida:

⁵ Coleção adquirida da empresa Mitra Jogos em 2018



Jogo Agon



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

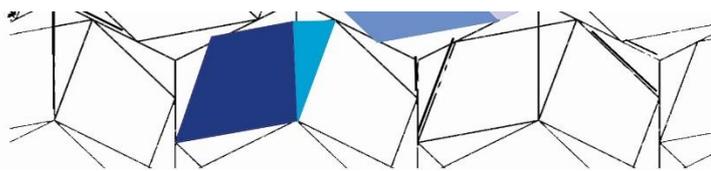
O jogo Bagha Chall tem sua origem no Nepal e é um jogo de estratégias que simula uma batalha entre tigres e cabras:

Jogo Bagha Chall

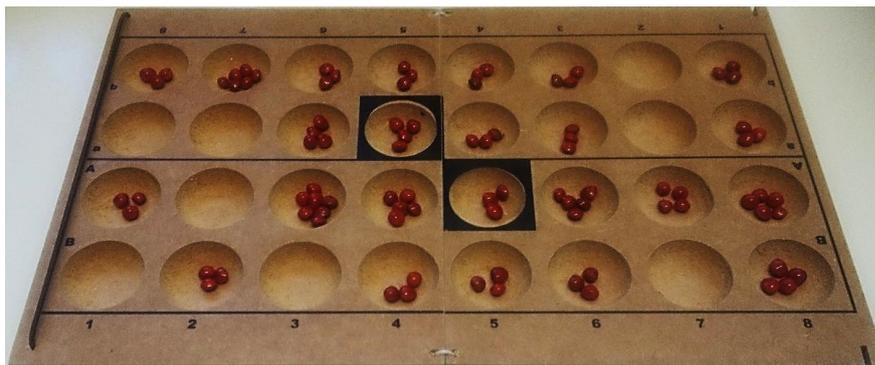


Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

O tabuleiro do Bao e Onweso, que na verdade são dois jogos diferentes, que são da família das Mancalas que simulam o ato de semear e colher, mas também envolve estratégias para ganhar o jogo.



Jogo Bao e Onweso



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

O Barricade é um jogo no contexto de caça ao tesouro que envolverá estratégias para vencer a partida:

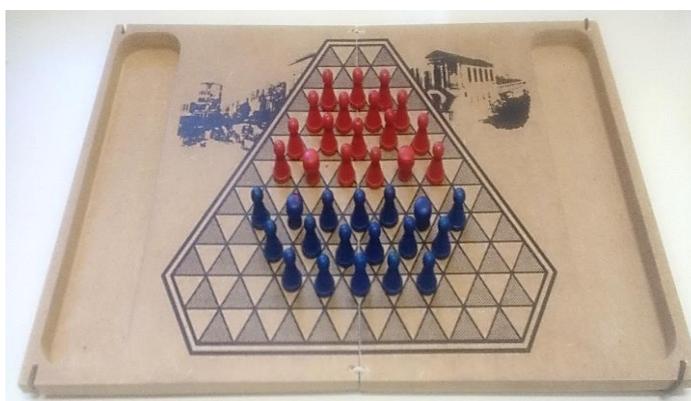
Jogo Barricade



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

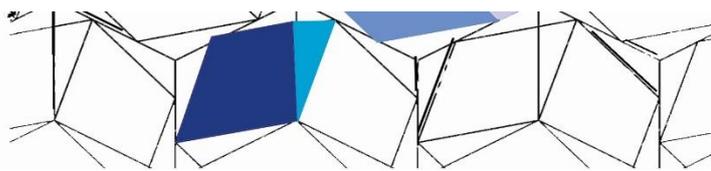
O Bizingo é um jogo de origem dos Estados Unidos e tem suas casas em forma de triângulos e um adversário anda pelas casas escuras e outro pelas casas claras:

Jogo Bizingo



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

O jogo Chroma 4 está num contexto de quebra-cabeças e pode ser jogado de diversas maneiras:



Jogo Chroma 4



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

Jogo Dablot que envolve estratégias e possui hierarquias entre as peças:

Jogo Dablot



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

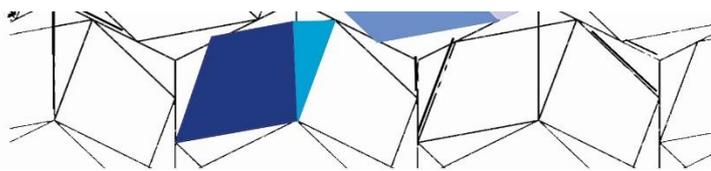
As Damas é provavelmente o mais conhecido desta coleção:

Jogo de Damas



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

Dou Shou Qi jogo de origem Chinesa num cenário de combate entre animais:



Jogo Dou Shou Qi



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

O jogo Excalibur possui três jogadores: cavaleiros do norte, cavaleiros do sul e as feiticeiras. No qual as feiticeiras precisam defender o Excalibur dos cavaleiros.

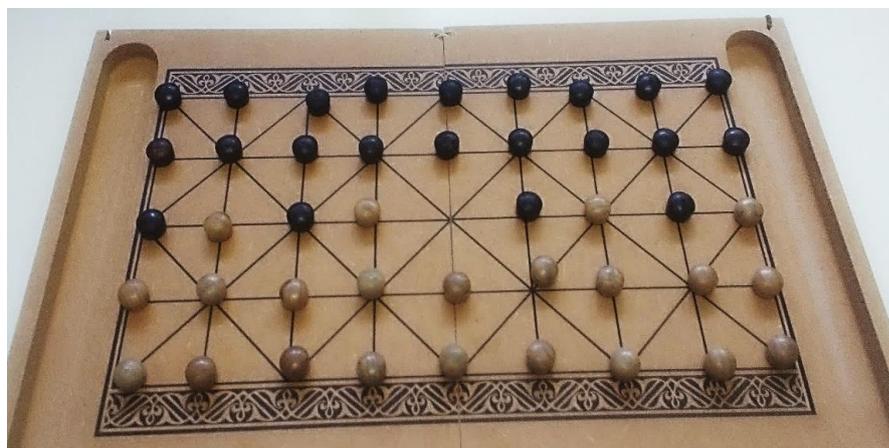
Jogo Excalibur



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

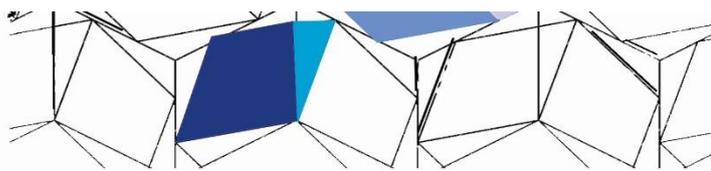
Fanorona de origem em Madagascar é um jogo que envolve táticas e estratégias:

Jogo Fanorona

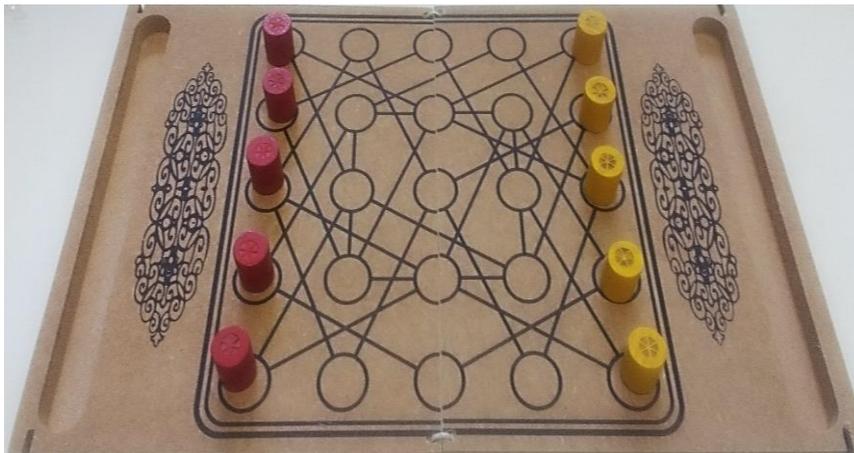


Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

O Jarmo é um jogo que envolve estratégias mais abstratas entre os jogadores:



Jogo Jarmo



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

O Futebox que utiliza o contexto de futebol, mas também envolve sorte pelo fato da movimentação das peças serem determinadas com o sorteio do dado.

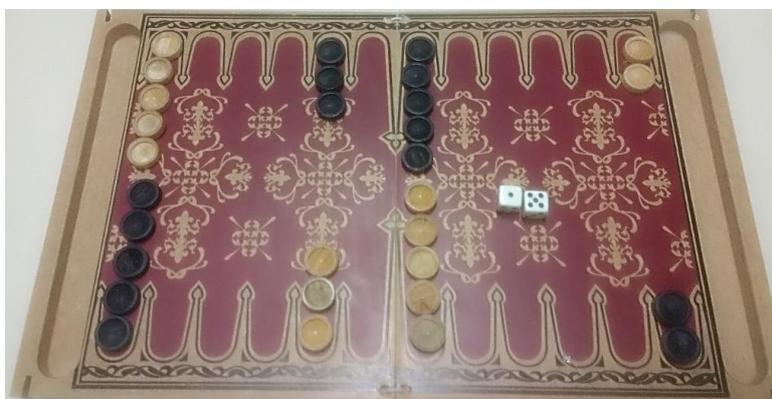
Jogo Futebox



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

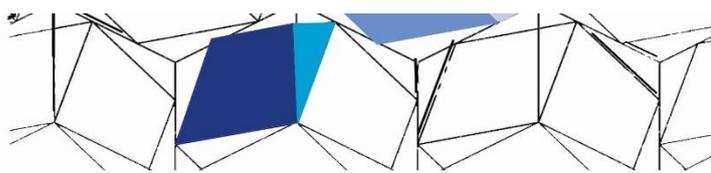
O Gammon é um jogo de percurso que as estratégias são importantes para vencer o jogo:

Jogo Gammon



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

O jogo Go consiste em uma disputa de território com regras simples e vai se tornando complexo ao longo das jogadas:



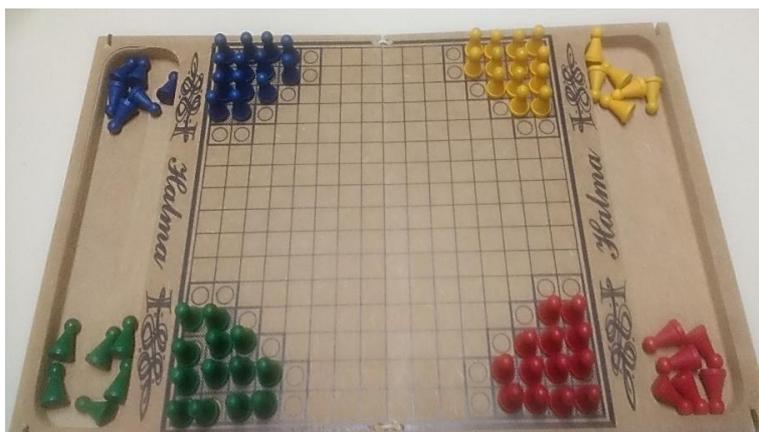
Jogo Go



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

O Jogo Halma tem origem no século XIX nos Estados Unidos e tem como objetivo conquistar o território do oponente. Ele pode ser jogado com 2 ou 4 pessoas. Na imagem a seguir temos o tabuleiro preparado para 4 pessoas jogarem cada uma com 13 peças:

Jogo Halma



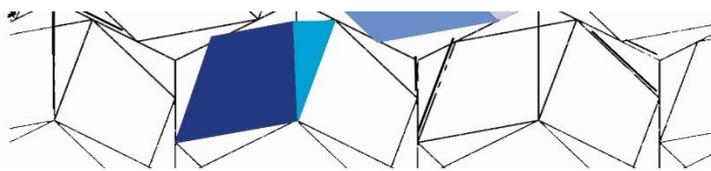
Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

O jogo Hex foi planejado para duas pessoas jogarem e seu tabuleiro tem casas em formato hexagonal. Este também é um jogo de estratégias.

Jogo Hex



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)



O Hnefatafl é um jogo Viking que envolve os mercenários (peças vermelhas), os Defensores do Rei (peças em verde) e Rei (peça marrom):

Hnefatafl



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

O Jogo Real de UR tem esse nome por ter sido encontrado na cidade de Ur na Suméria na região de um cemitério real. O kit do jogo vem com um tabuleiro, 7 peças claras, 7 peças escuras e três dados em forma de pirâmides:

Jogo Real de Ur



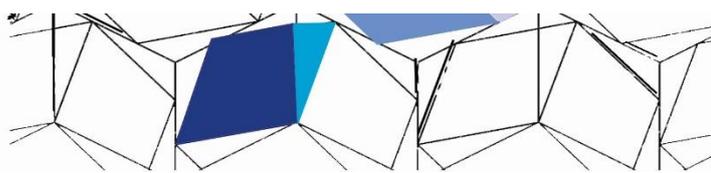
Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

O Kharbaga é um jogo parecido com as Damas, tem o objetivo de capturar as peças do adversário, mas que possui mais movimentações possíveis por conta de suas diagonais:

Jogo Kharbaga



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)



O jogo Konane é de origem havaiana as peças podem ser capturadas na horizontal ou na vertical e vencerá a partida aquele que fizer a última jogada:

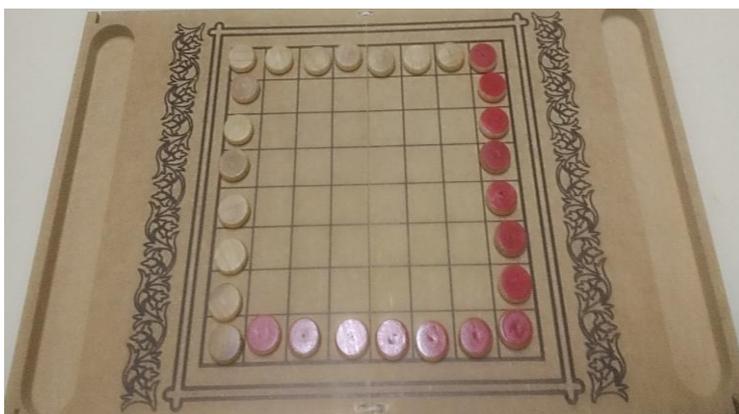
Jogo Konane



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

O Ming Mang é de origem do Tibet que envolve capturas e dominação de território:

Jogo Ming Mang



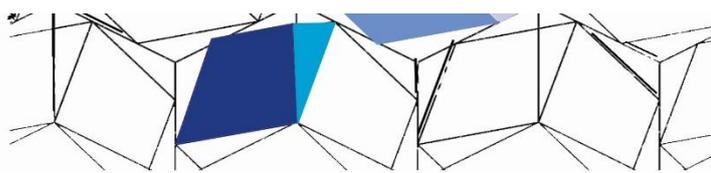
Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

O Jogo Oware é de origem Africana e também pertence à família das Mancalas como o Bao e Onweso, apresentados mais no início dessa sessão:

Jogo Oware



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)



O jogo Polaris se assemelha com uma luta de sumo, pois vencerá a partida aquele que empurrar seis peças do oponente para fora do tabuleiro:

Jogo Polaris



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

Vencerá o Jogo Pulue aquele que capturar todas as peças do adversário:

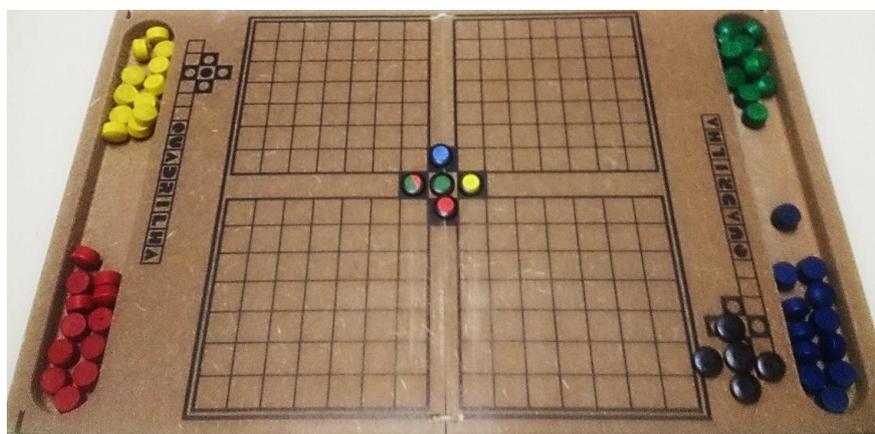
Jogo Pulue



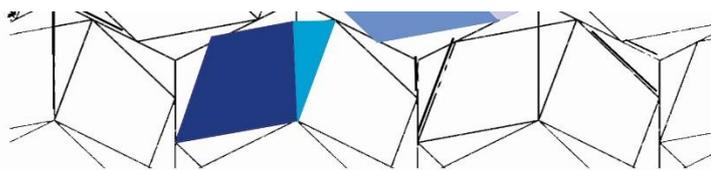
Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

O jogo Quadrilha tem o objetivo de conquistar territórios:

Jogo Quadrilha

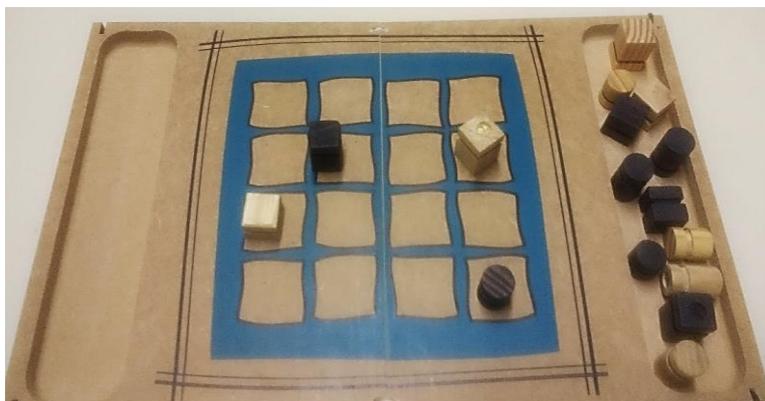


Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)



Para vencer o Jogo Quatro é necessário alinhar quatro peças na diagonal ou vertical ou horizontal sendo que essas quatro peças têm que ter uma característica em comum:

Jogo Quatro



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

O Jogo Queops tem o objetivo de formar uma pirâmide e ganhará a partida quem colocar a última esfera no topo da pirâmide:

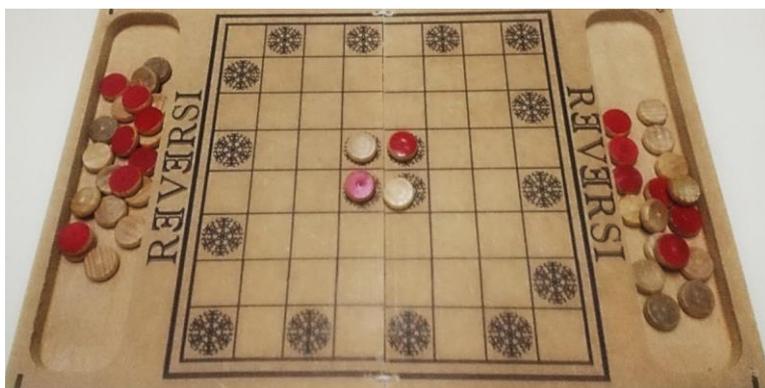
Jogo Queops



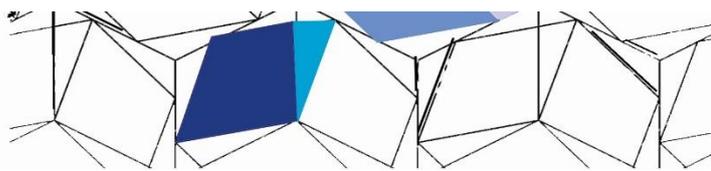
Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

Para vencer o Jogo Reversi é preciso ter a maior quantidade de peças da sua cor (vermelho ou branco) ao final da partida.

Jogo Reversi

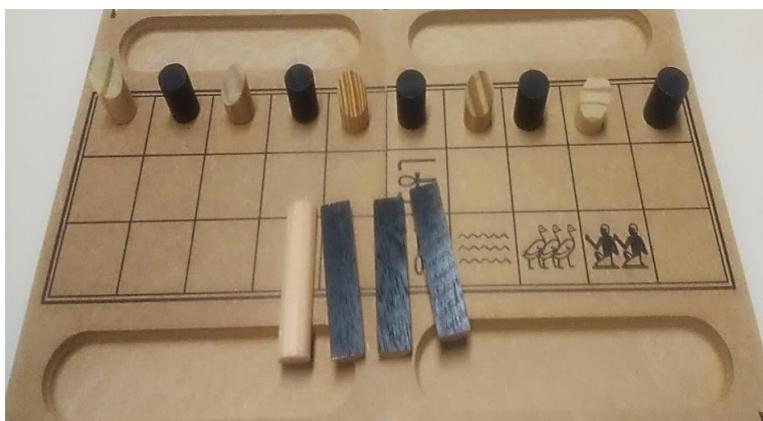


Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)



O Jogo Senet era muito comum do antigo Egito. Uma curiosidade dele são seus dados em forma de varetas divididas ao meio que tem sua face plana na cor preta.

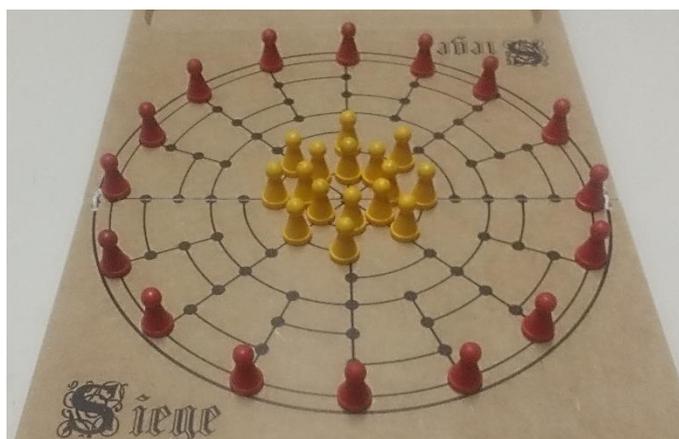
Jogo Senet



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

O Siege é do Brasil e precisa de concentração e estratégias para vencê-lo:

Jogo Siege



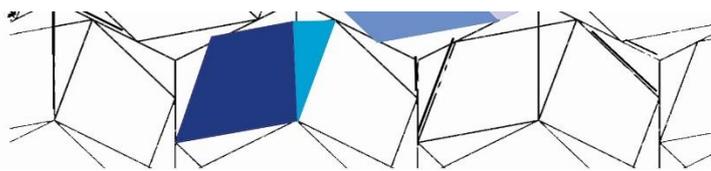
Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

Para vencer o Jogo Traverse é preciso atravessar com todas suas peças do tabuleiro para o lado oposto, sendo que o movimento das peças é determinado por suas formas:

Jogo Traverse



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)



Jogo da Trilha tem origem fenícia com registros de ser de meados do ano 1000 a.C.

Jogo da Trilha



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

Assim como as Damas o Xadrez é bem conhecido mundialmente e tem o objetivo de capturar a peça que representa o Rei do adversário.

Jogo de Xadrez



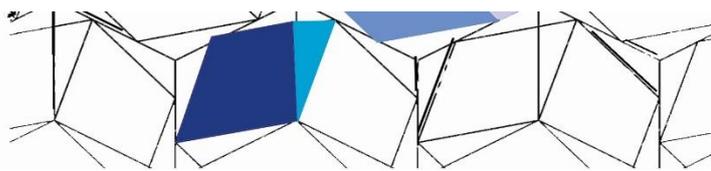
Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

Jogo de Xiang Qi tem o objetivo similar ao anterior e há relatos que ele que originou o jogo Xadrez:

Jogo de Xiang Qi



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)



Por fim, o jogo Yote tem objetivo de capturar as peças do oponente que envolve raciocínio lógico, rapidez e saber as estratégias do jogo.

Jogo Yote



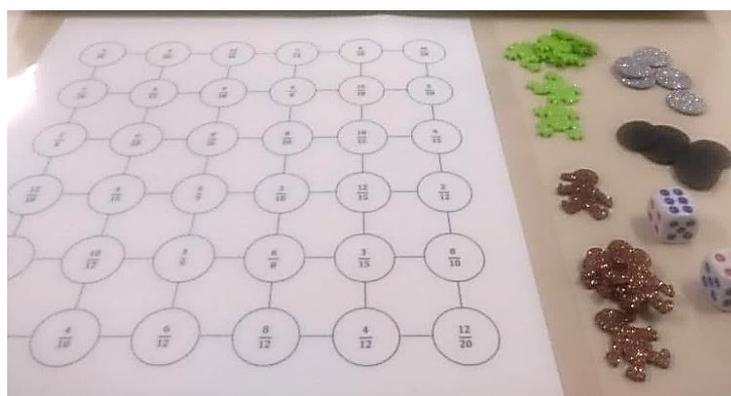
Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

2.3.3. Jogos produzidos por estudantes no LEM FaE

Neste tópico apresentaremos brevemente alguns jogos que foram produzidos e doados por estudantes do curso da Pedagogia da UFMG que frequentavam o LEM FaE na Disciplina Fundamentos e Metodologia do Ensino de Matemática II com carga horária de 60 horas ministrada pela Profa. Keli Cristina Conti. Na proposta apresentada os jogos foram confeccionados para atender uma turma com 40 estudantes da educação básica.

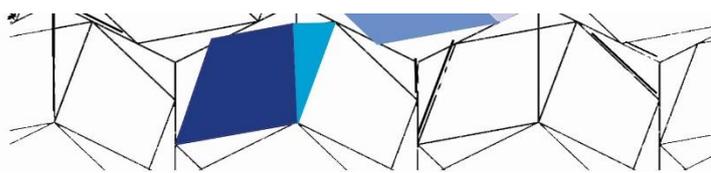
No contexto do ensino de frações foram produzidos 3 jogos diferentes. O primeiro desses, disponível na próxima imagem, é o Jogo das Frações:

Jogo das Frações



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

O segundo deles é um jogo de cartas Uno das frações. Na imagem a seguir organizamos todas as cartas da cor verde, assim as cartas das cores rosa, azul e amarelo são compostas pelas cartas de mesmos valores.



Jogo Uno das Frações



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

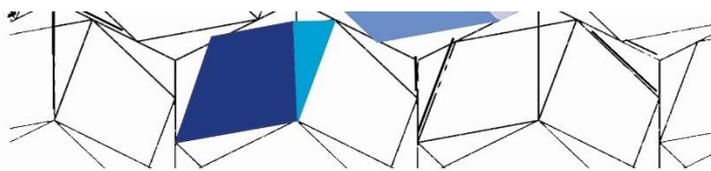
E o terceiro é o jogo Dominó das frações que tem suas peças de papel:

Dominó das Frações



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

O jogo Subtração com Tagran é para ser jogado entre equipes, cada uma escolhe uma das peças maiores: triângulo rosa, trapézio vermelho e quadrado verde. E precisará de um pouco de sorte na hora de jogar os dados para conseguir as peças necessária para efetuar a subtração completa da peça maior da equipe.



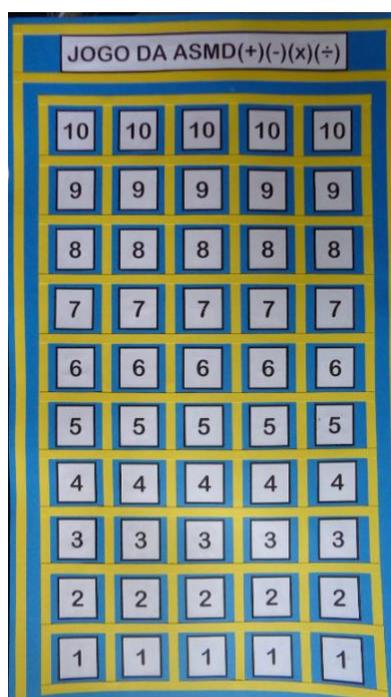
Subtração com tagran



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

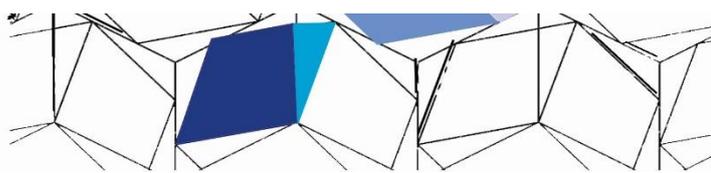
Um jogo que envolve as quatro operações básicas (adição, subtração, multiplicação e divisão) é o A.S.M.D. por enquanto apresentaremos o tabuleiro e os dados do jogo, posteriormente, no próximo capítulo, detalharemos suas regras no próximo capítulo.

Tabuleiro do Jogo A.S.M.D



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

Na próxima imagem estão os dados utilizado para realizar as jogadas que estão dentro de garrafinha pets para facilitar na hora do sorteio.



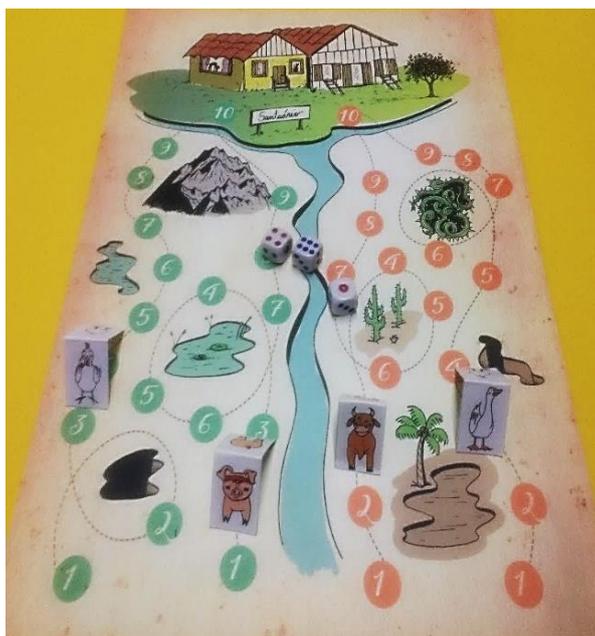
Dados para o Jogo A.S.M.D



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

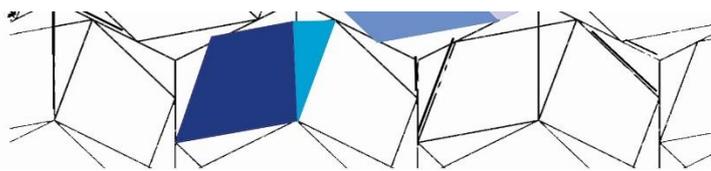
O jogo Corrida Animal tem o objetivo de fazer o percurso entre o ponto de partida e a fazenda.

Corrida Animal



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

O jogo Supere a Soma envolverá cálculos de adição e sorte na hora de sortear os dados vencerá o jogo a pessoa que conseguiu finalizar o trajeto primeiro.



O Jogo das Varetas envolve habilidade motora para pegar as varetas sem mover nenhuma outra e ao final é realizado a adição dos valores das cores das varetas que cada participante conseguiu recolher.

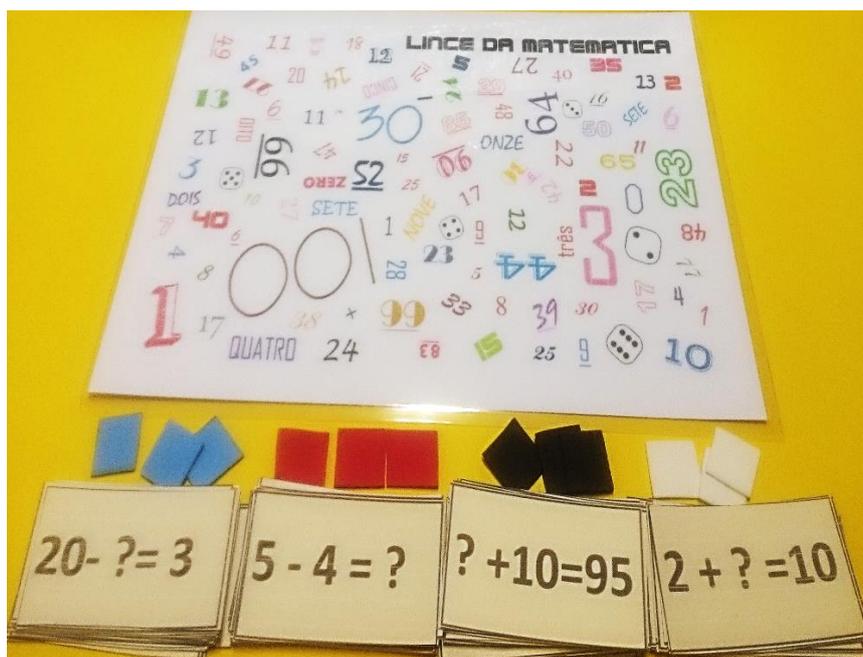
Jogo das Varetas



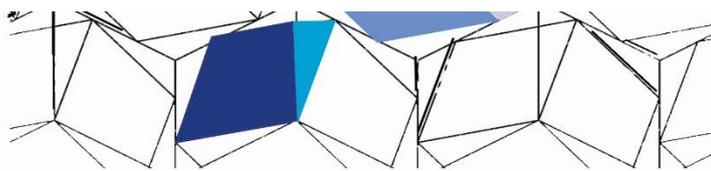
Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

Para vencer o Jogo Lince da Matemática os participantes precisam ter agilidade na hora de efetuar as contas, pois quem responde primeiro que preenche a casa com o número correspondente.

Jogo Lince da Matemática



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)



Outro jogo que precisa ter agilidade é o Caça Números o professor falará o resultado de uma conta e os estudantes, em equipes, precisam procurar no tabuleiro os fatores para chegar nesse resultado informado. Vencerá a partida a equipe que acabar preencher primeiro todos os números do tabuleiro.

Jogo Caça Números



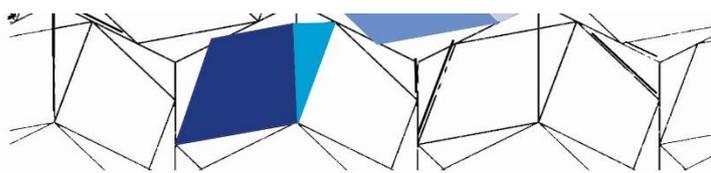
Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

O Jogo do Tira utiliza dados para realizar as jogadas e tem como objetivo retirar todas as peças azuis (representam a fração $\frac{1}{8}$) e verdes (representam $\frac{1}{4}$) e achar o círculo.

O Jogo do Tira



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)



Foi confeccionado o material para o Jogo Trilha da adição e subtração:

Jogo Trilha da adição e subtração



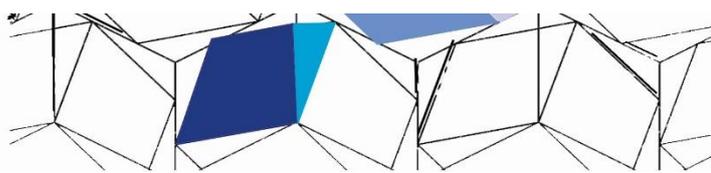
Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

Ao utilizar o jogo Stop é possível desenvolver habilidades de comparação, ordenação, adição, subtração, comparação e decomposição de números de até três ordens.

Jogo Stop



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)



Para o estudo das propriedades da tabuada existe o jogo Tabuada interativa:

Tabuada interativa



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

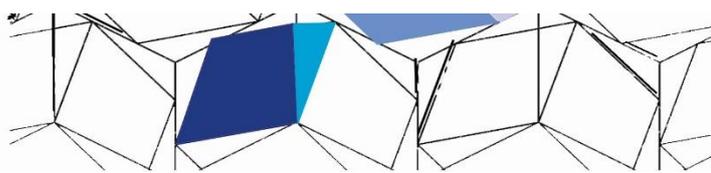
Outro jogo de baralho é o Salute que envolve calculo mental:

Jogo Salute



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

Jogo das Sete Cobras, os estudantes precisam jogar dois dados e marcar em seu tabuleiro, que possui casas de 2 ao 12, o resultado da soma dos mesmos. Cada vez que a soma resultar em 7, o jogador acrescenta um marcador com a imagem de uma cobra. Será eliminado do jogo aquele que completar 7 cobras e ganhará a partida aquele que preencher todas as suas casas primeiro. Este jogo, disponível na próxima imagem, possibilita uma boa discussão de probabilidades.



Jogo das Sete Cobras



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

O Jogo das continhas é um jogo de trilha que ganha quem chegar primeiro ao final do percurso. Na imagem a seguir é possível ver o tabuleiro do jogo, os marcadores e parte das cartas com as contas que possui três níveis: fácil (cor verde); intermediário (cor amarela) e difícil (cor vermelha).

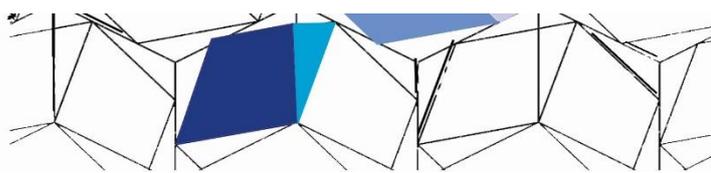
Jogo das continhas



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

2.4. Embalagens

Para finalizar a apresentação dos materiais do LEM FaE separamos esta sessão com as embalagens disponíveis no laboratório para atividades que podem envolver geometria espacial ou plana. Muitas dessas embalagens são doações de professores e



estudantes que geralmente ao ver alguma diferente levam para o LEM FaE. Na primeira imagem temos um apanhado geral das embalagens.

Imagem geral das embalagens



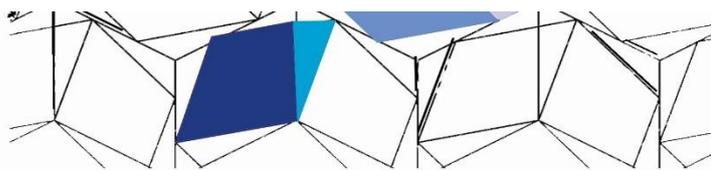
Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

Na segunda imagem temos algumas embalagens que se assemelham com as formas de paralelepípedos ou cubo.

Embalagens de paralelepípedos ou cubos.



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)



A seguir temos detalhes de embalagens de prismas de base triangular ou pirâmides.

Embalagens de prismas de base triangular ou pirâmides



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

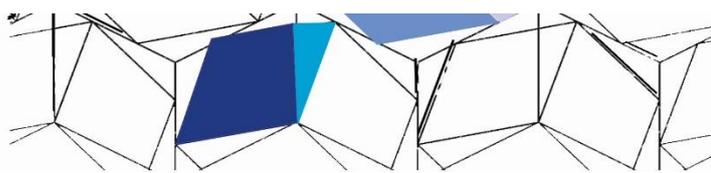
Por último, temos as embalagens de prismas com base com mais de cinco lados:

Embalagens de prismas com base com mais de cinco lados



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

Concluimos a apresentação dos diversos recursos do LEM FaE e no próximo capítulo traremos as sugestões de atividades.



3. SUGESTÃO DE ATIVIDADES PARA POTENCIALIZAR O USO DO LEM

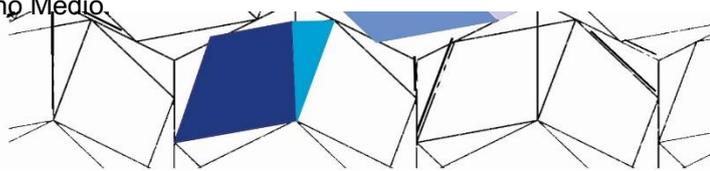
Neste capítulo traremos alguns recortes das atividades da dissertação que podem potencializar o uso de um LEM. Mais antes, retomaremos algumas informações relevantes da pesquisa, principalmente do trabalho de campo da mesma, para que o leitor entenda o contexto que as atividades foram elaboradas.

A pesquisa teve como objetivo analisar os alcances e limitações do uso do LEM FaE como suporte no planejamento de aulas a serem desenvolvidas no âmbito do estágio supervisionado dos licenciandos em Matemática. A partir desse objetivo, os convites foram para os licenciandos em formação que estiveram cursando a disciplina APPE II, no segundo semestre de 2018, para elaborarmos colaborativamente no LEM FaE os planos de aulas a serem desenvolvidas no âmbito do estágio pelos licenciandos.

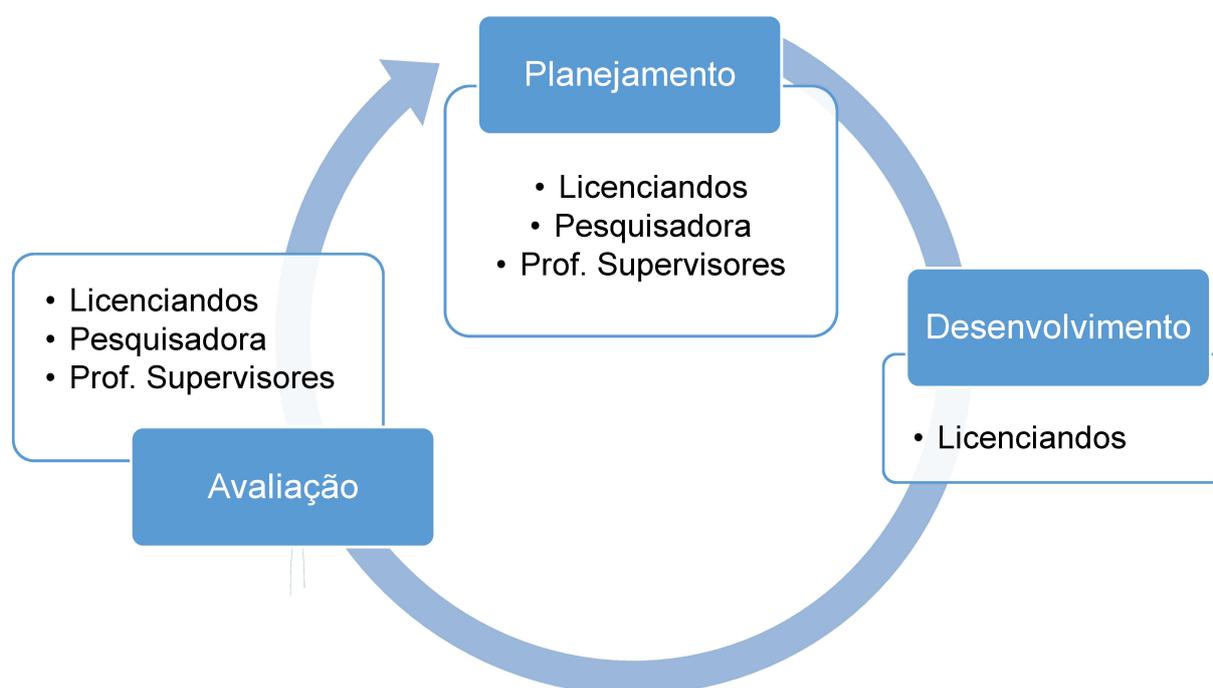
Desta forma, foi formalizado uma parceria com a professora Samira Zaidan, responsável pelas disciplinas APPE I e II da FaE em 2018, para que ela intermediasse nosso convite aos licenciandos para participarem desta investigação. Durante uma reunião prévia, em comum acordo, resolvemos que a pesquisadora participaria das aulas da disciplina APPE II para que os licenciandos adquirissem confiança e se identificassem com a pesquisadora. Gostaríamos de destacar que, tendo em vista o objetivo da pesquisa e as limitações de tempo, o que acontecia durante as aulas de APPE II não foi considerado na pesquisa e também não foram investigadas mais a fundo as instituições⁶ receptoras e seus estudantes.

O plano de trabalho da pesquisa compreendeu três fases que abrangeram o planejamento (pesquisadora, licenciandos e professor supervisor - opcional), o desenvolvimento (pelos licenciandos) e a avaliação dos planos de aulas (pesquisadora, licenciandos e professor supervisor - opcional) após a realização das aulas junto aos estudantes da escola. De modo a auxiliar na compreensão do leitor, fizemos um fluxograma contendo as fases do trabalho de campo.

⁶ Que eram do Ensino Fundamental, turmas da EJA, e Ensino Médio.



Fluxograma do ciclo das etapas do trabalho de campo



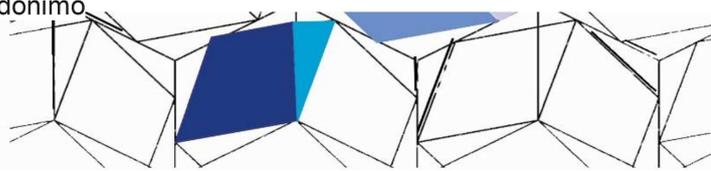
Fonte: Elaborado pelas pesquisadoras

Após iniciado o contato com os licenciandos, tivemos a adesão de cinco deles, ou seja, participaram da trabalho de campo os licenciandos⁷ Carolina, Eric, Fabiana, Gustavo e Leandro, e a Professora Mariana, que supervisionava o licenciando Gustavo. Alguns licenciandos manifestaram interesse, mas não tiveram disponibilidade de tempo.

De maneira geral, os licenciandos eram jovens com pouca ou nenhuma experiência em docência em Matemática. Havia três licenciandos, Carolina, Gustavo e Leandro, que trabalhavam na época da pesquisa, o que dificultou um pouco os agendamentos dos encontros. Em relação ao nível de ensino em que eles faziam o estágio, tínhamos da EJA das séries iniciais às finais no Ensino Fundamental e Ensino Médio.

Além dos licenciandos, os Professores Supervisores foram convidados para participarem do LEM FaE, propiciando um ambiente de trocas ainda maior, e, devido a isso, tivemos a participação da Professora Supervisora Mariana que era graduada em Licenciatura em Matemática pela UFMG, sendo colega de curso da pesquisadora. Além disso, era estudante do Programa de Pós-Graduação: Conhecimento e Inclusão Social em Educação, da linha da Educação Matemática. Estava em sua primeira experiência

⁷ Uma das participantes optou pelo uso de um pseudônimo



profissional em docência como Professora Substituta, desde maio de 2017, em um colégio técnico público de âmbito federal e lecionou para o 1º, 2º e 3º anos do Ensino Médio.

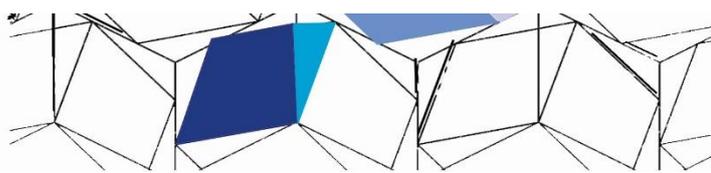
O detalhamento melhor de cada participante e dos acontecimentos do trabalho de campo, incluindo a descrição completa dos encontros e análise, estão disponíveis no capítulo 5 da pesquisa de Pinto (2020). E agora, passaremos a discorrer sobre as algumas atividades que surgiram das diversas discussões e encontros no LEM FaE.

Do modo que, as potencialidades para o ensino de Álgebra e de padrões e sequências são advindas da participação do Licenciando Eric que atuava em turmas do 1º ano do Ensino Médio. As potencialidades para o ensino de Trigonometria são oriundas participação do Licenciando Gustavo e da Professora Mariana também em turmas do 1º ano. O Licenciando Leandro que atua em turmas do Ensino Fundamental da EJA resultou as potencialidades para o ensino das quatro operações básicas. No âmbito de Análise Combinatória e Probabilidade foi a partir da participação da Licencianda Fabiana em turmas do 2º ano do Ensino Médio. E ainda no âmbito da EJA a Licencianda Carolina sobre noções de Estatística.

3.1. Potencialidades para o uso do LEM FaE para o ensino e a aprendizagem de Álgebra

Neste tópico partiremos do plano de aula, criado pelo Licenciando Eric, para trazer algumas potencialidades elaboradas pelas autoras para a proposta do Licenciando. Indicamos que o uso do material do “Jogando com a Álgebra” disponível no LEM FaE para utilizar o método de completar quadrados para resolver equações do segundo grau. Sabemos que esse conteúdo é proposto para o 9º ano do Ensino Fundamental, mas pode ser revisto ou apresentado para os estudantes do 1º ano do Ensino Médio que não conhecem esse método.

No quadro a seguir estão as informações do manual do “Jogando com Álgebra” para planejar a sugestão de atividade.



Informações do manual do Jogando com a Álgebra

Chamamos de x a medida do lado do quadrado maior.



Sua área será:

- x^2 , se estiver do lado azul
- $-x^2$, se estiver do lado vermelho

Chamamos de 1 a medida do lado do quadrado menor.



Assim, sua área será:

- 1 , se estiver do lado azul
- -1 , se estiver do lado vermelho

O retângulo possui as dimensões: x e 1



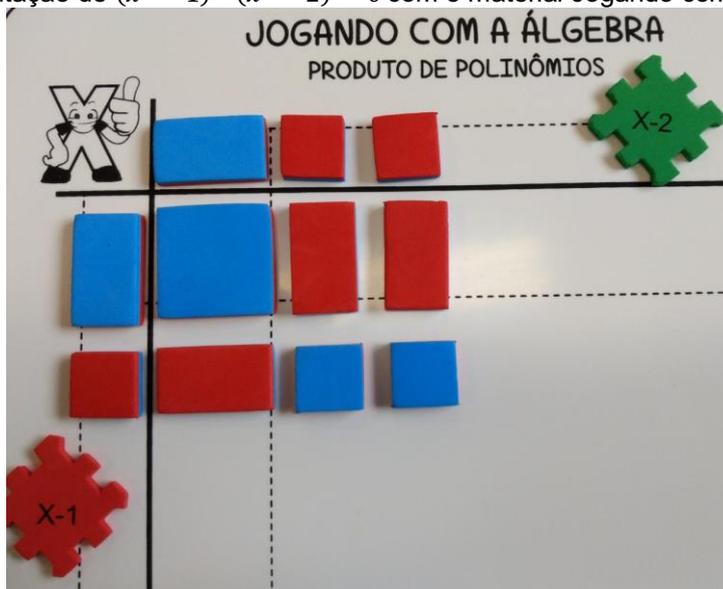
Assim, sua área será:

- x , se estiver do lado azul
- $-x$, se estiver do lado vermelho

Fonte: Guimarães (s.d. a, p.2-3)

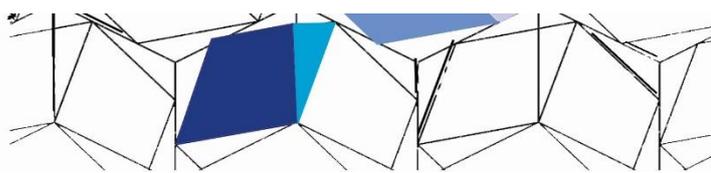
A figura a seguir apresenta a maneira de utilizar o material do Jogando com a Álgebra para representar a equação $x^2 - 3x + 2 = 0$, que foi apresentada na forma do Teorema Fundamental da Álgebra $(x - 1) \cdot (x - 2) = 0$. Assim, na próxima figura, exemplificamos a multiplicação $(x - 1) \cdot (x - 2)$ com o recurso do material, descrito no quadro anterior, que tem suas peças, de um lado, na cor vermelha, que indicará sinal negativo; e, do outro lado, azul, que indica sinal positivo, assim a cor indica o sinal da representação.

Representação de $(x - 1) \cdot (x - 2) = 0$ com o material Jogando com a Álgebra



Fonte: Guimarães (s.d. a)

No topo da figura, na horizontal, está a representação de $x - 2$ e na parte à esquerda, na vertical, está representado $x - 1$. Os retângulos em azul representam a medida x e cada

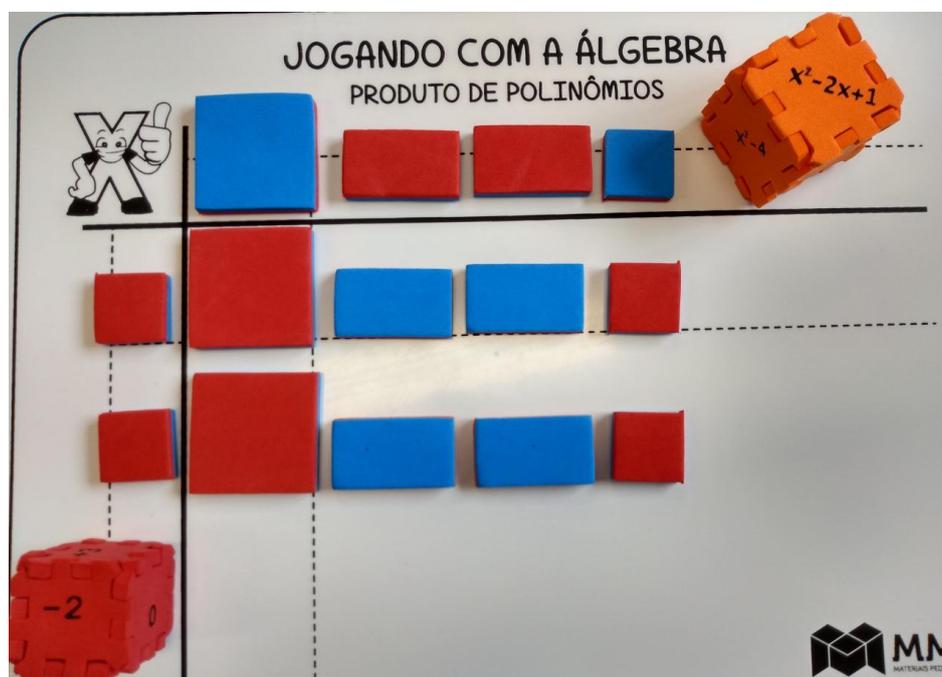


um dos quadrados menores em vermelho representam os valores⁸ -1 . Assim, os resultados das multiplicações estão no centro da figura, que possui um quadrado maior, que tem base e altura de medida x , na cor azul, tendo área de valor $x \cdot x = x^2$, três retângulos em vermelho, de bases -1 e alturas x , de forma que cada um deles tem área $-1 \cdot x = -1x$, totalizando para esses três triângulos uma área de $-3x$. Por fim, há dois quadrados menores em azul que tem base e altura de medida -1 , com isso possuindo área $-1 \cdot -1 = 1$. Como são dois quadrados vermelhos, totalizam $2 \cdot 1 = 2$ de área total. Assim, o conjunto representado é $x^2 - 3x + 2$ e tentamos compreendê-lo como a soma de áreas de quadrados e retângulos.

Agora, pensando no retângulo total, formado pela soma das áreas detalhadas anteriormente, que possui base $x - 2$ e altura $x - 1$, ou seja, sua área é dada por $(x - 1) \cdot (x - 2)$ que é igual a 0 como apresentado na questão original. Dessa forma, temos que $(x - 1) \cdot (x - 2) = 0$ e para isso ser verdade ou $(x - 1)$ é igual a zero ou $(x - 2)$ é igual a zero ou ambos são zero. Ao fim, poderia seguir a aula utilizando a lousa para prosseguir com os cálculos a partir de $x - 1 = 0$ ou $x - 2 = 0$ para resolver a equação proposta.

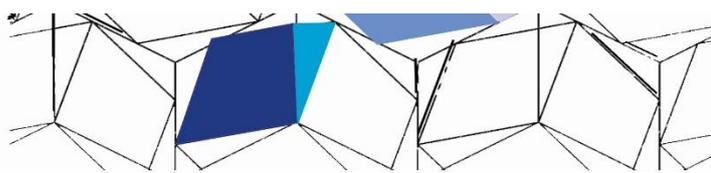
Outro uso para o material seria efetuar alguns produtos de polinômios, conforme imagem a seguir, que apresenta uma dessas possibilidades com a operação $-2 \cdot (x^2 - 2x + 1)$:

Representação da operação $-2 \cdot (x^2 - 2x + 1)$ com o material Jogando com a Álgebra



Fonte: Guimarães (s.d. a)

⁸ Nos conceitos que envolvem áreas ou medidas de lados, neste exemplo, para resolver equações do segundo grau, não são utilizados valores negativos em suas representações, mas, no caso desse material, os valores negativos são representados pela cor vermelha.



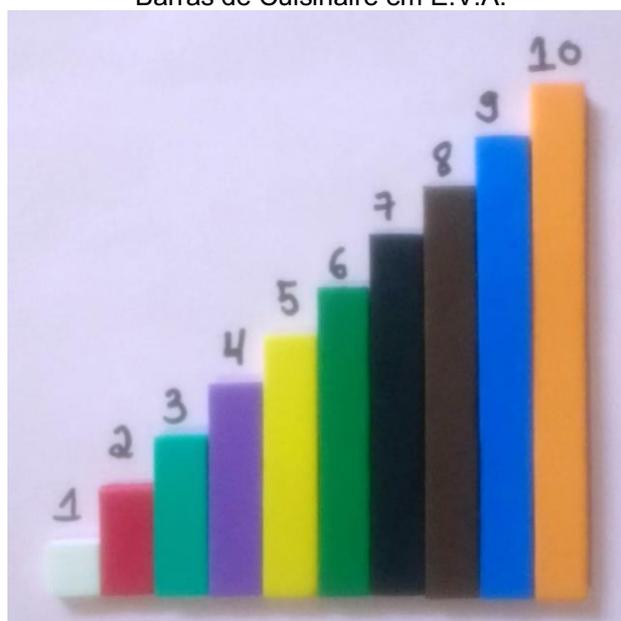
Dessa maneira, na horizontal, temos a representação de $x^2 - 2x + 1$; e, na vertical, de -2 . Assim, a indicação final do produto está no centro da figura, que seria a soma de dois quadrados maiores em vermelho representando em cada um a quantidade $-x^2$, totalizando $-2x^2$, somados a quatro retângulos azul, cada um com área x , somando $4x$, e, por último, dois quadrados vermelhos menores cada um deles de áreas -1 . Logo, temos representado como produto final $-2x^2 + 4x - 2$. Pensamos que esse material, por utilizar cada cor para representar o sinal positivo ou negativo, auxilia melhor na compreensão do produto de polinômios, mas sabemos que se deve ter cuidado ao mencionar áreas negativas.

3.2. Potencialidades para o uso do LEM FaE para o ensino e a aprendizagem de padrões e sequências

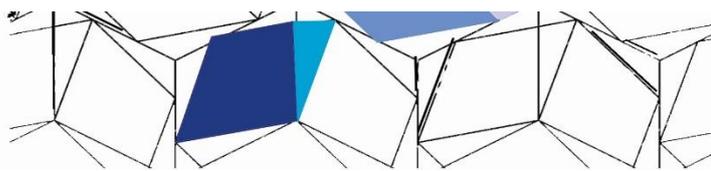
Trazemos como alternativa para o ensino de padrões e sequencias utilizar o material Barras de Cuisenaire, tendo 12 kits disponíveis no LEM FaE, para representar o início da sequência $n \cdot a$ sendo fixado $a = 3$, ou seja, a sequência $n \cdot 3$.

As Barras de Cuisenaire foram criadas por Emile-Georges Cuisenaire (1891-1980) para representar os números de 1 a 10. Assim, existe uma escala correta de tamanhos e de cores nesse material. Na figura a seguir, temos uma fotografia do material em E.V.A., que pensamos ser de fácil acesso e baixo custo. Para auxiliar o leitor, as barrinhas foram organizadas de maneira crescente, indicando-se no topo de cada uma o valor que representa.

Barras de Cuisenaire em E.V.A.



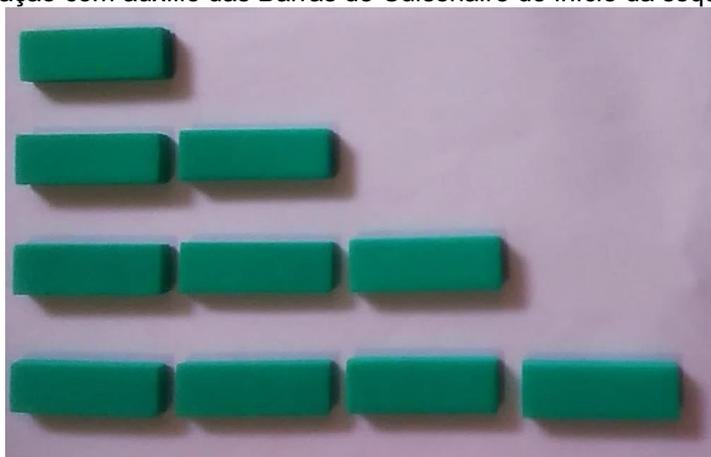
Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)



Esse material costuma ser utilizado, com maior frequência, nos anos iniciais do Ensino Fundamental, em diversos tipos de atividades que podem envolver propriedades da soma, subtração e multiplicação. As autoras Nacarato e Custódio (2018) acrescentam que “a exploração do material permite envolver os alunos no processo de generalizações numéricas e operatórias, o que engloba a composição de números e a busca por regularidades” (p.176).

Em nosso caso, usamos o entendimento da multiplicação para refletir sobre a sequência $n \cdot 3$, representada na figura da seguinte maneira:

Representação com auxílio das Barras de Cuisenaire do início da sequência $n \cdot 3$

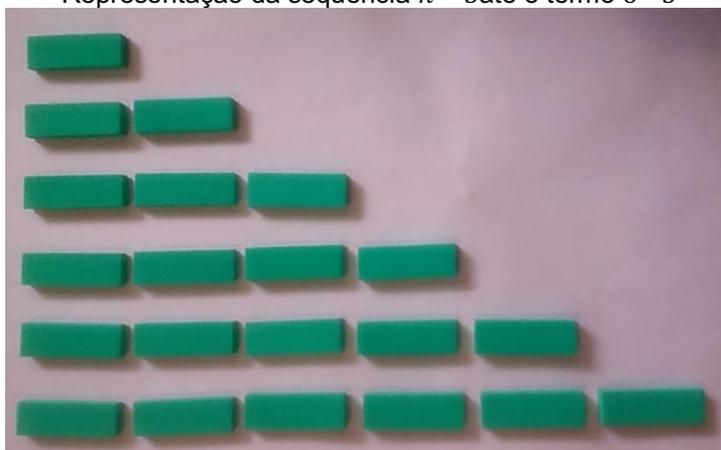


Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

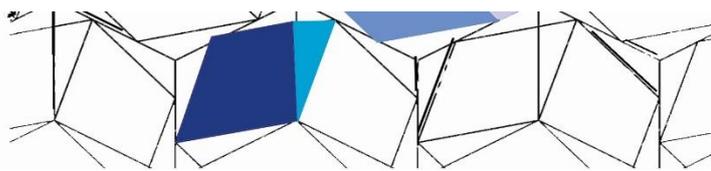
Na figura anterior, foi utilizada a barrinha de valor 3, verde claro, para representar o início da sequência $n \cdot 3$. Por exemplo, na primeira linha existe uma peça verde claro que representa o termo $1 \cdot 3$; na segunda linha existem duas peças verde claro com o termo $2 \cdot 3$; na terceira linha, a representação para $3 \cdot 3$; e, na quarta linha, para $4 \cdot 3$.

A partir da compreensão da sequência, o material poderia ser utilizado para auxiliar na compreensão da continuidade da sequência. A próxima figura contém as representações até o termo $6 \cdot 3$.

Representação da sequência $n \cdot 3$ até o termo $6 \cdot 3$



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)



Pensamos que a partir dessas representações é possível caminhar para o entendimento algébrico desta sequência.

3.3. Potencialidades para o uso do LEM FaE para o ensino e a aprendizagem de Trigonometria

Neste tópico exibiremos o Plano de aula elaborado pelo Licenciando Gustavo, que participou do trabalho de campo com a Professora Supervisora Mariana, sobre trigonometria:

Plano de Aula do Licenciando Gustavo

Tema: O ciclo trigonométrico e as relações trigonométricas seno e cosseno.

Turma, Nível de ensino e escola: Primeiro ano do EM, em escolas particulares ou públicas.

Tempo Previsto: Uma aula de 100 min

Objetivo: Apresentar o ciclo trigonométrico; Explorar as características das funções seno e cosseno através do ciclo

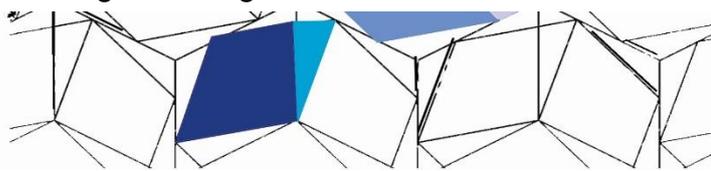
Introdução: Para iniciar a atividade é necessário que os alunos tenham recentemente estudado as definições das funções seno e cosseno em um triângulo retângulo.

Recursos didáticos: Lousa e pincel, Lápis coloridos (se houver); Caneta; Kit de Ciclo Trigonométrico em metal com triângulos imantados; Kits de Ciclos Trigonométricos com triângulos em papel.

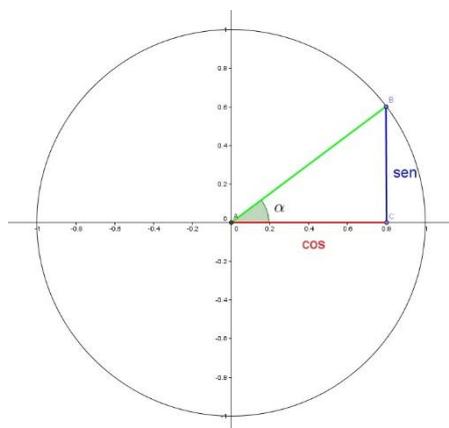
Metodologia: O plano proposto se baseia em uma aula teórica (30min), com exposição sucinta definindo o que é o ciclo trigonométrico e qual sua relação com as funções seno e cosseno, visando levar para os alunos uma melhor compreensão de como se utiliza o ciclo trigonométrico e como se comportam as funções seno e cosseno em ângulos definidos de 0 a 360°.

Após a exposição teórica, os estudantes deveram se reunir em grupos, de no máximo 5 pessoas, para realizarem o roteiro de atividade explorando as características do ciclo trigonométrico.

Desenvolvimento: Aula: Após ter sido apresentado em aulas anteriores, as definições das funções seno e cosseno e sua aplicabilidade em um triângulo retângulo. O início da aula se



dará com a apresentação de um círculo de raio unitário posicionado em um sistema de coordenadas cartesianas centrado na origem, e a partir disso, mostrar para os alunos como os pontos do círculo estão relacionados ao seno e cosseno. Como na figura:



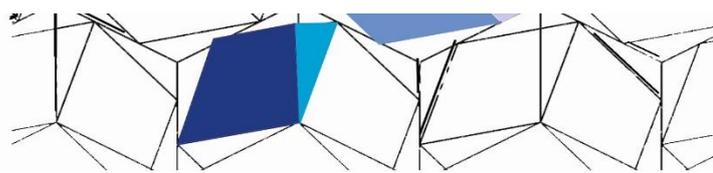
Passando esta etapa, será realizado pelos alunos as atividades propostas no roteiro em anexo, a fim de que se familiarizem e compreendam o comportamento das funções seno e cosseno ao variarmos o ângulo presente na figura acima.

Para finalizar a aula, será feita uma discussão com os alunos sobre os resultados que apresentaram nas atividades do roteiro. Mostrando a eles quais seriam relações trigonométricas importantes que poderiam ser obtidas através a realização da atividade proposta.

Uma sugestão de continuidade dessa atividade pode ser uma oficina utilizando o software Geogebra de modo a finalizar a transição entre o ciclo trigonométrico e as funções seno, cosseno e tangente.

Avaliação: A avaliação será baseada na correção, participação e empenho dos alunos na realização do roteiro.

Conclusão: Sabendo da dificuldade dos alunos em associar o círculo trigonométrico às funções seno e cosseno, visando diminuir a dificuldade dos alunos neste conteúdo.



Roteiro de atividade em grupo

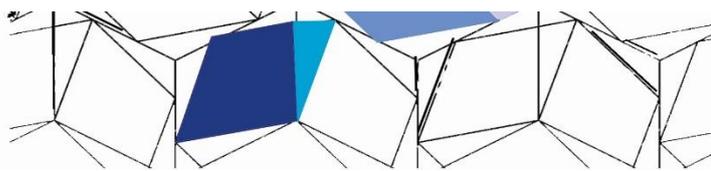
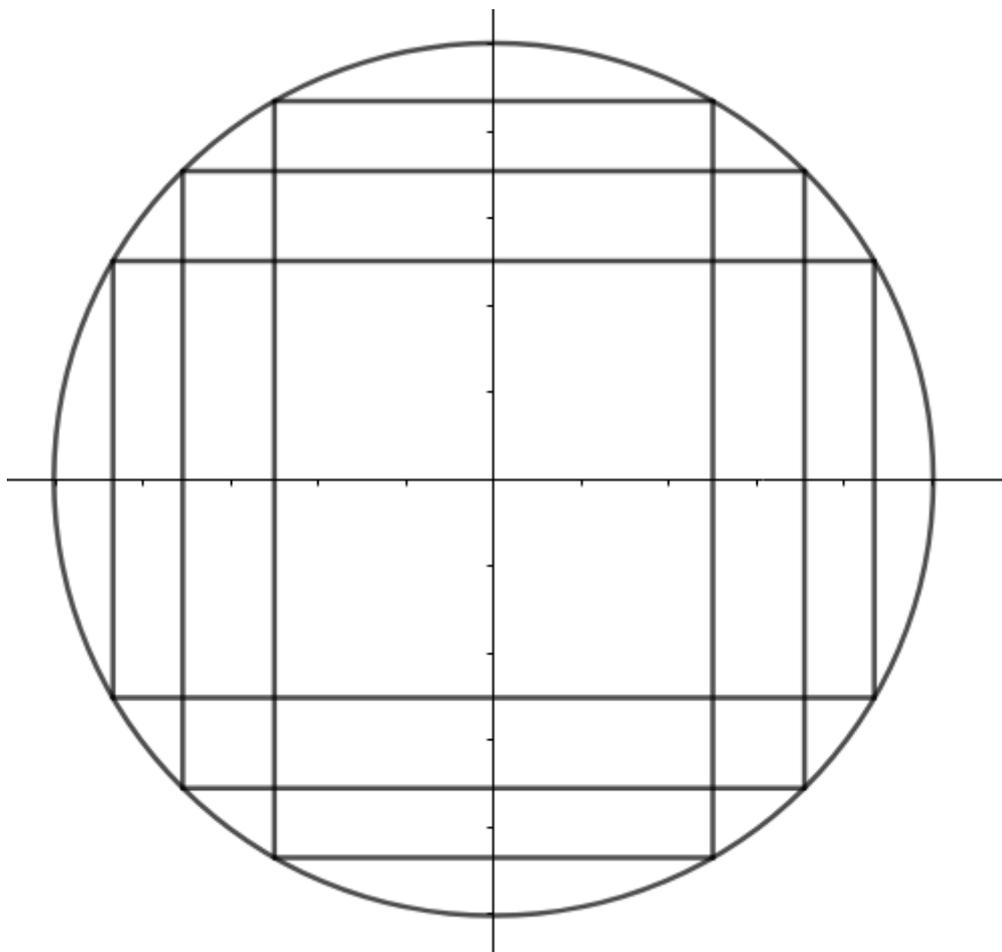
Introdução:

A atividade consiste em uma prática utilizando material manipulável, sobre ciclo trigonométrico, para que se familiarizem com as propriedades e aplicações desta ferramenta matemática.

Materiais utilizados:

- Ciclo trigonométrico impresso em papel.
- Triângulos retângulos feito em papel.

Questão 1) Utilize cada um dos triângulos para posicioná-los sobre o ciclo trigonométrico, de forma que consiga encaixá-los das mais variadas formas, e as ilustre no ciclo abaixo a fim de se familiarizar com o material e localizar os ângulos indicados, para melhor executar as próximas atividades.



Questão 2) Sejam os triângulos A e B, com ângulos de 30°, 60° e 90°.

A) Encaixe o triângulo A nos quatro quadrantes do ciclo trigonométrico e preencha a tabela abaixo, indicando os ângulos encontrados e os valores de $\text{sen } \alpha$ e $\text{cos } \alpha$ associados a cada um dos quadrantes.

TABELA 1 - TRIÂNGULO A

	1°	2°	3°	4°
A	Quadrante	Quadrante	Quadrante	Quadrante
α				
$\text{sen } \alpha$				
$\text{cos } \alpha$				

B) Encaixe o triângulo B nos quatro quadrantes do ciclo trigonométrico e preencha a tabela abaixo, indicando os ângulos encontrados e os valores de $\text{sen } \alpha$ e $\text{cos } \alpha$ associados a cada um dos quadrantes.

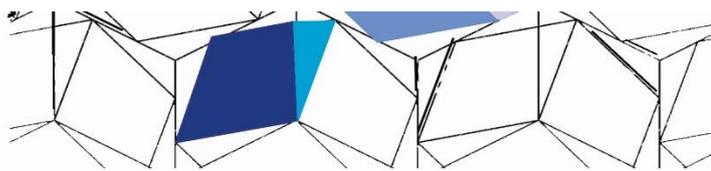
TABELA 2 - TRIÂNGULO B

	1°	2°	3°	4°
B	Quadrante	Quadrante	Quadrante	Quadrante
α				
$\text{sen } \alpha$				
$\text{cos } \alpha$				

C) Existe alguma relação entre valores de $\text{sen } \alpha$ e $\text{cos } \alpha$ para tais quadrantes? Discuta abaixo:

3.4. Potencialidades para o uso do LEM FaE para o ensino e aprendizagem das quatro operações básicas

Neste tópico exibiremos o Plano de aula elaborado pelo Licenciando Leandro, que participou do trabalho de campo, sobre o conteúdo da adição, subtração, multiplicação e divisão de números naturais



Plano de Aula elaborado pelo Licenciando Leandro sobre o Jogo A.S.M.D.

1) Identificação

Autor: Leandro Augusto Rodrigues Araújo em colaboração com a mestrandas Nayara Katherine Duarte Pinto.

Disciplina: Matemática.

Conteúdo: Adição, subtração, multiplicação e divisão de números naturais.

Ano: Ensino fundamental da Educação de Jovens e Adultos.

Carga horária: 45 minutos.

2) Objetivo:

Aprimorar o cálculo mental dos alunos, desenvolver o raciocínio e praticar as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão.

3) Objetivo específico:

Ao final dessa aula o aluno deve, principalmente:

- Resolver com mais facilidade e agilidade operações com números naturais;
- Compreender a importância da ordem nas operações.

4) Metodologia:

Aula dialogada.

5) Roteiro de aula:

Apresentar o material que será utilizado na aula:

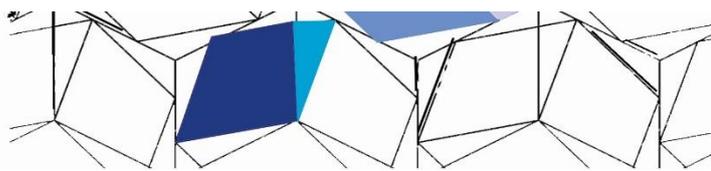
- O tabuleiro, disponível na próxima figura, contém cinco fileiras com números de 1 a 10;

Tabuleiro do Jogo A.S.M.D



Fonte: Arquivo pessoal das pesquisadoras (2020)

- O recipiente transparente possui três dados, sendo cada dado numerado de 1 a 6.



Dados para o Jogo A.S.M.D



Fonte: Arquivo pessoal das pesquisadoras (2020)

Explicar como será a dinâmica do jogo. Os dados irão passar entre os alunos e, na vez de cada um deles, ele deverá balançar o recipiente com os dados e falar quais são os três números que ficaram virados para cima. Após isso, o professor irá anotar os números no quadro na ordem que eles forem ditos e o aluno deverá utilizar as operações de adição, subtração, multiplicação ou divisão, envolvendo os três números obtidos nos dados, que resulte em um dos números disponíveis no tabuleiro. O resultado será marcado no tabuleiro com uma fita crepe e não poderá ser utilizado por outros alunos depois.

Por exemplo: se algum aluno fez as operações com os dados e resultou em sete, 1 dos 5 setes disponíveis será marcado. Em algum momento, todos os setes já terão sido utilizados e os próximos jogadores não poderão mais fazer uma operação que resulte em sete. O jogo poderá ser encerrado quando o tempo esgotar ou quando não houver mais números disponíveis no tabuleiro. Neste jogo, não há um jogador vencedor.

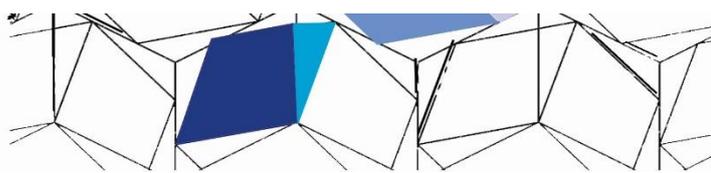
Caso o aluno não consiga encontrar um resultado que esteja disponível no tabuleiro, ele pode alterar a ordem dos números que foram ditos ou pular a sua vez.

6) Avaliação:

A avaliação será por meio da participação dos alunos durante a atividade

3.5. Potencialidades para o uso do LEM FaE sobre o ensino e aprendizagem de Análise Combinatória e Probabilidade

Traremos, neste tópico, sugestões de atividades visando potencializar o uso do LEM FaE que foi fruto das reflexões das autoras sobre uma prova elaborada pela Licencianda



Fabiana em relação as temáticas de Análise Combinatória e Probabilidade. No quadro a seguir há as informações da questão motivadora desta atividade.

Questão motivadora desta atividade

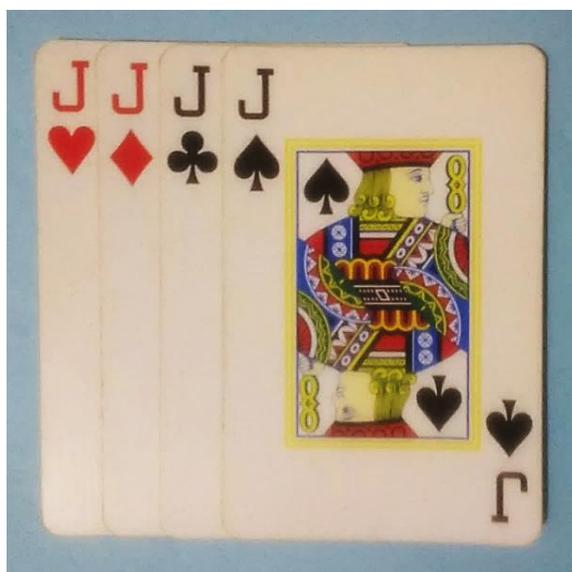
De quantas maneiras podemos selecionar duas cartas, sem reposição, de um baralho de 52 cartas, de modo que:

- a) a primeira carta seja um valete e a segunda não seja uma dama?
- b) a primeira carta seja de copas e a segunda não seja um rei?

Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

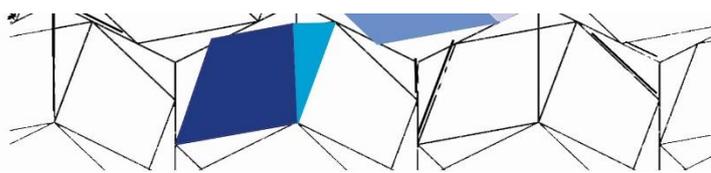
Diante da questão, poderia ser utilizado o Princípio Fundamental da Contagem para calcular o solicitado nos itens com o auxílio do baralho nas primeiras aulas sobre a temática de Análise Combinatória. Dessa forma, a figura a seguir contém a quantidade de possibilidades para selecionar a primeira carta:

Possibilidades para selecionar a primeira carta do item a



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

Notamos na imagem a existência de quatro valetes, um de cada naipe (copas, ouros, paus e espada), ou seja, quatro possibilidades de escolha. Para prosseguir com os cálculos, é preciso supor que uma das cartas foi selecionada, e supomos que saiu a carta do valete de copas; assim, exibimos as cartas disponíveis ainda para serem selecionada como segunda carta:



Possibilidades para selecionar a segunda carta do item a



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

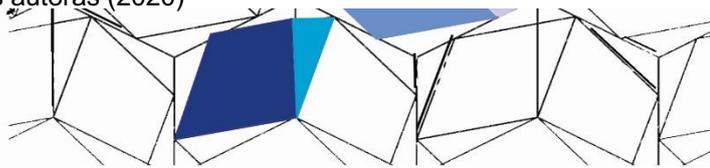
Logo, não há como selecionar o valete de copas, que foi suposto como selecionado, e nem as damas, por ser critério da questão, mas ainda é possível notar que existem quarenta e sete possibilidades para selecionar a segunda carta do item a. Agora, bastaria utilizar o Princípio Fundamental da Contagem para calcular a quantidade de maneiras possível, sendo então: $4 \times 47 = 188$ maneiras de selecionar duas cartas, sem reposição, de um baralho de 52 cartas, de modo que a primeira carta seja um valete e a segunda não seja uma dama.

De maneira similar, pode ser resolvido o item b da questão (de quantas maneiras podemos selecionar duas cartas, sem reposição, de um baralho de 52 cartas, de modo que a primeira carta seja de copas e a segunda não seja um rei?). A figura a seguir contém as possibilidades de seleção da primeira carta do item b.

Possibilidades para selecionar a primeira carta do item b



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)



Logo, há 13 maneiras diferentes de selecionar a primeira carta do item b. Novamente, para prosseguir, é preciso supor que uma carta foi escolhida e, dessa vez, supomos que o Ás de copas foi escolhido. Na próxima figura, há o total de possibilidades para a seleção da segunda carta.

Possibilidades para selecionar a segunda carta do item b

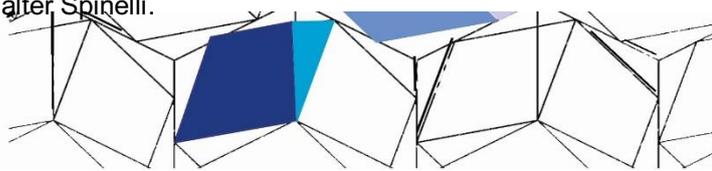


Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

Dessa maneira, não há como selecionar o Ás de copas, que foi suposto como selecionado, e nem os reis, por ser critério da questão, mas ainda é possível notar, que existem quarenta e sete possibilidades para selecionar a segunda carta do item a. Agora, bastaria utilizar o Princípio Fundamental da Contagem para calcular a quantidade de maneiras possível, sendo então: $13 \times 47 = 611$ maneiras de selecionar duas cartas, sem reposição, de um baralho de 52 cartas, de modo que a primeira carta seja de copas e a segunda não seja um rei.

Relativo ao contexto de probabilidade, o LEM FaE possui o do Jogo Probabilidade⁹ uma adaptação desse jogo seria possível para a sala de aula. Na figura a seguir está disponível a imagem do tabuleiro do Jogo.

⁹ Direitos reservados aos autores Maria Helena Soares e Walter Spinelli.



Tabuleiro do Jogo Probabilidade



Fonte: Direitos reservados aos autores Maria Helena Soares de Souza e Walter Spinelli

Na figura encontra-se, no lado esquerdo, os dados; e, no lado direito, as fichas do Jogo Probabilidade:

Os dados e fichas do Jogo Probabilidade



Fonte: Direitos reservados aos autores Maria Helena Soares de Souza e Walter Spinelli

Na figura a seguir está a imagem da folha para preenchimento das informações de cada rodada do Jogo Probabilidade.

Folha para registro do Jogo Probabilidade

Rodada	Apostas	Probabilidade	Resultado	Débito/ Crédito
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
TOTAL				

Fonte: Direitos reservados aos autores Maria Helena Soares de Souza e Walter Spinelli



O quadro a seguir contém as instruções para o jogo, que foram adaptadas a partir das informações contidas no Manual do Jogo Probabilidade (GUIMARÃES, s.d. b).

Regras da Adaptação do Jogo Probabilidade

<p>Conteúdo: Probabilidade simples Faixa etária: a partir do 2º ano do Ensino Médio Objetivos: Estimular o cálculo de probabilidades Material: parte básica do tabuleiro (figura x); dois dados (figura x1) numerados de 1 a 6 sendo um com as faces ímpares em azul e faces pares em vermelho e outro com as faces ímpares em vermelho e faces pares em azul; blocos com folhas de papel para fazer as anotações das rodadas e cálculos das probabilidades; fichas em E.V.A. para fazer as apostas Como jogar: Os jogadores se organizam de maneira que cada tabuleiro será utilizado por duas duplas, cada dupla escolhe uma cor de ficha para as apostas. Antes de iniciar a partida é necessário que as duplas combinem a quantidade de rodadas que serão jogadas na partida. Regras Inicia a partida, com cada dupla fazendo suas apostas que pode ser das seguintes maneiras: I. No par ordenado (Por exemplo: 4 azul e 5 azul); II. No quadrante (Por exemplo: quadrante 1, 2, 3 ou 4); III. Na cor dos quadrinhos (Por exemplo: cor vermelha, azul ou verde) Após fazer as apostas cada dupla deve preencher a folha de anotações. Contendo as seguintes informações por rodada: apostas, probabilidade, resultado e débito/crédito. O resultado será encontrado após sortear os dois dados e para saber o valor do débito ou do crédito cada aposta correta vale 4 pontos e cada incorreta vale -1 ponto. Desse modo, são realizadas a quantidade de rodadas combinadas anteriormente e vencerá o jogo a dupla que tiver mais pontos acumulados em todas as rodadas. Em caso de empate, as duplas devem realizar mais rodadas até desempatar.</p>

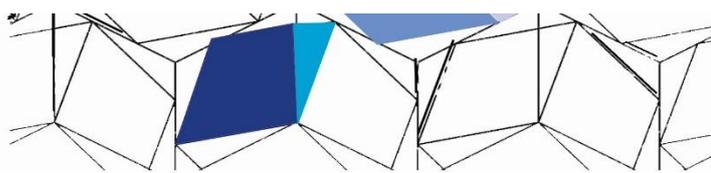
Fonte: Adaptado de Guimarães, (s.d. b)

A seguir temos os dados de uma partida de simulação no qual as duplas escolheram realizar 6 rodadas.

Dados da partida da Dupla 1 – Fichas de cor azul

Rodada	Apostas	Probabilidade	Resultado	Débito/crédito
1	Quadrante 2 (2x)	¼ ou 0,25	4 azul e 4 vermelho	-1 -1 = -2
2	Na cor azul (2x)	$\frac{16}{36}$	5 azul e 2 azul	-1 -1 = -2
3	Quadrante 3 e 4 e na cor vermelha	$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{6}{18} = \frac{5}{6}$	1 azul e 3 vermelho	-1 -1 -1 = -3
4	Quadrante 4 (2x)	¼ ou 0,25	5 vermelho e 6 vermelho	4 +4 = 8
5	Quadrante 1 (2x)	¼ ou 0,25	6 azul e 4 vermelho	-1 -1 = -2
6	Quadrante 1 (2x)	¼ ou 0,25	3 vermelho 4 vermelho	4 +4 = 8
Total				7

Fonte: Elaborado pelas pesquisadoras



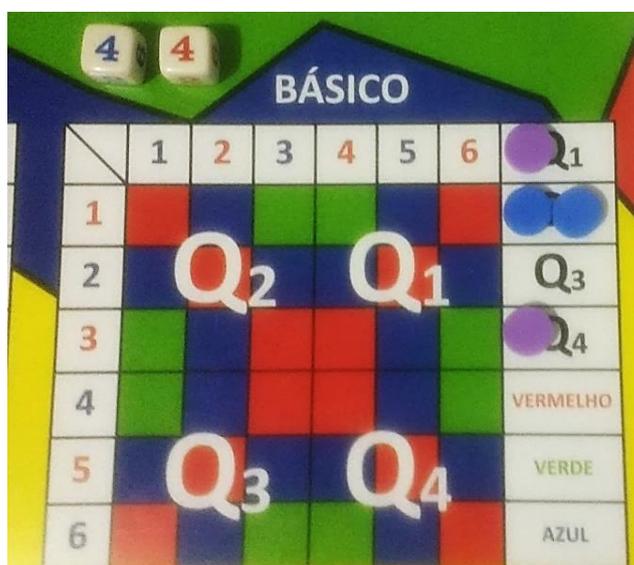
Dados da partida da Dupla 2– Fichas de cor roxa

Rodada	Apostas	Probabilidade	Resultado	Débito/crédito
1	Quadrante 1 e 4	$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4}$	4 azul e 4 vermelho	4 -1 = 3
2	Quadrante 1 e 4	$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4}$	5 azul e 2 azul	4 -1 = 3
3	Vermelho e azul	$\frac{15}{36} + \frac{16}{36} = \frac{31}{36}$	1 azul e 3 vermelho	-1 -1 = -2
4	Na cor verde	$\frac{8}{36}$	5 vermelho e 6 vermelho	-1
5	Quadrante 3 (2x)	$\frac{1}{4}$ ou 0,25	6 azul e 4 vermelho	-1 -1 = -2
6	Quadrante 2 (2x)	$\frac{1}{4}$ ou 0,25	3 vermelho 4 vermelho	-1 -1 = -2
Total				-1

Fonte: Elaborado pelas pesquisadoras

Para exemplificar uma das rodadas, a figura a seguir que traz as informações da primeira rodada do jogo:

Imagem da rodada 1 do Jogo Probabilidade

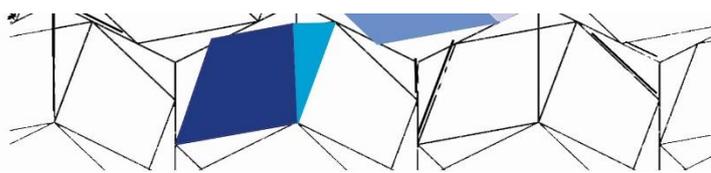


Fonte: Direitos reservados aos autores Maria Helena Soares e Walter Spinelli

Essa foi apenas uma das maneiras de utilizar o material Jogo Probabilidade, mas desejamos, com essa sugestão, trazer mais possibilidades para o ensino de probabilidade, de forma a possibilitar maior envolvimento dos estudantes.

3.6. Potencialidades para o uso do LEM FaE sobre o ensino e aprendizagem de noções de Estatística

Neste tópico partiremos do roteiro de aula criado pela Licencianda Carolina, disponível no próximo quadro, para trazer algumas potencialidades elaboradas pelas autoras para a proposta da Licencianda.



Roteiro do plano de aula da Licencianda Carolina

Devido não ser possível prever a duração exata das atividades elaboradas, opto por dividir em momentos. A seguir detalharei cada um desses momentos.

1ª momento

A aula será iniciada com uma conversa com os estudantes sobre a importância de saber ler e interpretar gráficos, fazer levantamentos dos tipos de gráficos que os alunos já tiveram contato, perguntar como se constrói gráfico.

Posteriormente, atividade 1, entregarei algumas perguntas, em folhas separadas, para que cada estudante presente as responda. Sendo estas as perguntas:

- Qual sua idade?
- Tem o hábito de ler?
- Qual matéria mais gosta?
- Qual time você torce?
- Qual tipo de música que mais gosta?

Após os dados serem coletados a turma será dividida em 4 grupos, estes grupos ficarão responsáveis por fazer um gráfico com as respostas e escrever uma síntese do gráfico. A primeira pergunta servirá de exemplo para explicar a Atividade 1. A finalização deste momento será a apresentação do gráfico e da síntese pelos estudantes.

2º Momento

Colocar os alunos em grupos de 3 a 4 pessoas para resolver as atividades propostas.

Fonte: Elaborado pelas pesquisadoras

Refletindo sobre o roteiro da aula desejamos buscar outros alcances possíveis para a realização de pesquisa de opinião. Um material disponível na internet é o Manual para o professor, Lima (2010), do programa Nossa Escola Pesquisa Sua Opinião (Nepso). Esse manual, além de trazer argumentos sobre a importância de realizar pesquisas de opinião na Educação Básica, também descreve as oito etapas para a realização de uma pesquisa quantitativa, sendo elas:

1. Definição do tema;
2. Qualificação do tema;
3. Definição da população e da amostra;
4. Elaboração dos questionários;
5. Trabalho de campo;
6. Tabulação e processamento das informações;
7. Análise e interpretação dos resultados;
8. Sistematização, apresentação e divulgação dos resultados. (LIMA, 2010, p.52).

Neste momento, iremos indicar potencialidades para a sexta etapa, tabulação e processamento das informações, com recursos disponíveis no LEM FaE, que estavam previstos no primeiro momento da aula elaborada pela Licencianda Carolina.

Para as sugestões, foram utilizados papéis coloridos. Na primeira dela, simulamos as possíveis respostas para a pergunta “Para time você torce?”. A proposta seria realizá-las coletivamente, de modo que todos os estudantes, ao respondê-la, escolheriam o papel da cor que representa o seu time e, assim, colariam no quadro na sua respectiva coluna. Ao final desse processo, foi construído um gráfico de barras ou colunas, disponível na figura a seguir, com as informações tabuladas das respostas.

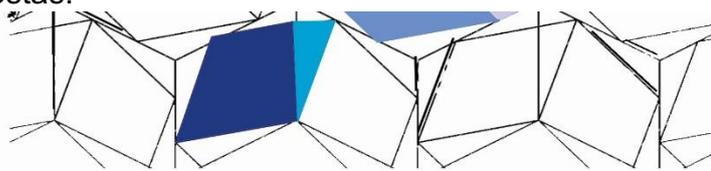
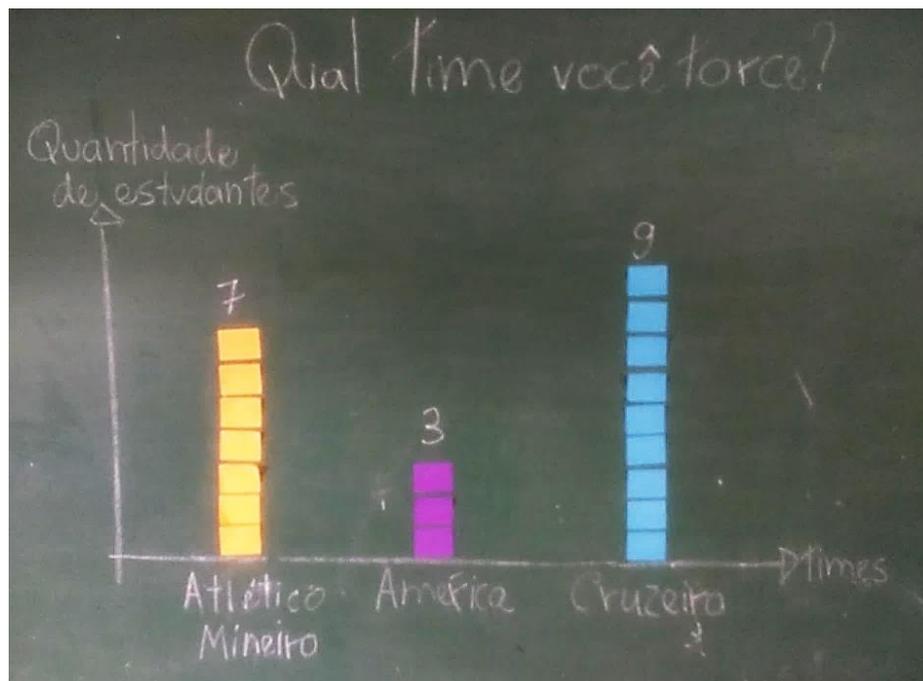


Gráfico de barras da pergunta: Para qual time você torce?

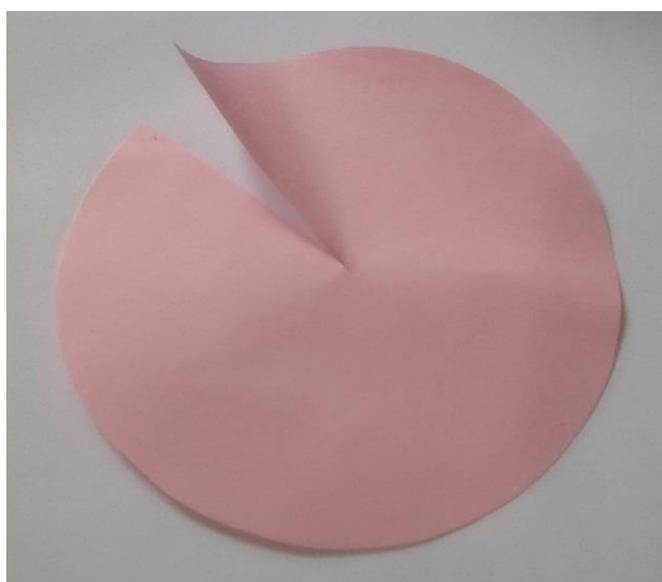


Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

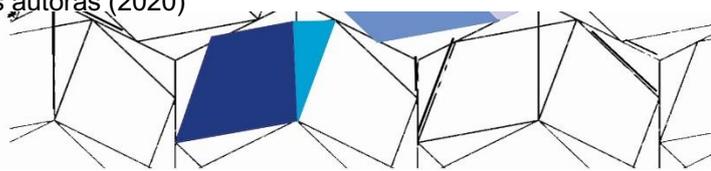
A partir desses dados iniciais, é possível propor um aprofundamento ou estudo dessas informações e encaminhar para possíveis análises e interpretações dos dados.

Outro tipo de gráfico que poderia ser ensinado, visando à parte do roteiro que diz que “os grupos ficarão responsáveis por fazer um gráfico com as respostas”, é o gráfico de setores, utilizando discos em cores variadas. Para a construção, recortamos quatro discos de mesmo diâmetro, mas de cores distintas (azul, amarelo, verde e rosa) e realizamos um corte em cada um deles, do centro até a borda. Na próxima figura apresentamos como ficou o disco da cor rosa após o corte.

Disco da cor rosa após o corte



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)



Para a construção do gráfico, os discos são encaixados e movidos de acordo com as porcentagens desejadas. Na figura a seguir temos um exemplo de gráfico em que cada cor representa a porcentagem de 25%.

Primeira possibilidade para Gráfico de setores



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

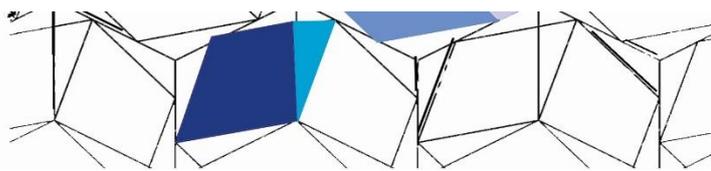
Na próxima imagem encontra-se o gráfico ao girar os discos e obter a seguinte distribuição: cor rosa 37,5 %; azul 37,5 %; amarelo 12,5% e verde 12,5% registrados de forma aproximada.

Segunda possibilidade para Gráfico de setores



Fonte: Arquivo pessoal das autoras (2020)

É possível perceber que os recursos utilizados são simples e de baixo custo. Mesmo assim, com eles, é possível ampliar os alcances da atividade proposta.



4. SUGESTÃO DE LEITURAS, DISSERTAÇÕES E SITES PARA O PROFESSOR

Neste capítulo iremos apresentar algumas sugestões de leituras e sites visando atender a professores que tem interesse na área de LEM e formação de professores.

4.1. Sugestão de Leituras sobre formação de Professores

Separamos alguns trabalhos das organizadoras do e-book referente a formação de professores que vão desde o uso de calculadora na Educação Básica a experiências na Educação Indígena e do Campo:

CONTI, Keli Cristina; MARTINS, Danielle Alves; PINTO, Nayara Katherine Duarte; SANTOS, Kevin Robert Dias. Criação de jogos no contexto indígena: o cabo de guerra numérico. Polyphonia: **Revista de Educação Básica do Cepae** (UFG). v.28, p.277 - 287, 2017.

CONTI, Keli Cristina; PINTO, Nayara Katherine Duarte; MARTINS, Danielle Alves. Uso de jogos e do computador nas aulas de Matemática: Jogando com o Trinca-Espinhas In: XIII Encontro Paulista de Educação Matemática, São Paulo, **Anais...** 2017.

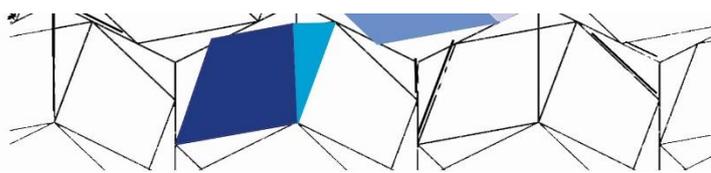
CONTI, Keli Cristina; VILELA, Mariana Lima; PINTO, Nayara Katherine Duarte. Concepções de futuros professores sobre o uso da calculadora nos anos iniciais do ensino fundamental. In: III Congresso de Inovação e Metodologias no Ensino Superior, 2017, Belo Horizonte. **Anais...** 2017a.

CONTI, Keli Cristina; VILELA, Mariana Lima; PINTO, Nayara Katherine Duarte. Uso da calculadora nos anos iniciais do Ensino Fundamental: concepções dos futuros professores. **Cadernos de Pesquisa**, v.24, p.53 - 67, 2017b.

CONTI, Keli Cristina; PINTO, Nayara Katherine Duarte; MARTINS, Danielle Alves. A Formação de Professores Indígenas: o uso de jogos e computadores nas aulas de matemática. **Revista de Educação Matemática**. v.15, p.136 - 149, 2018.

CONTI, Keli Cristina; MARTINS, Danielle Alves; PINTO, Nayara Katherine Duarte.. Formação intercultural de professores indígenas para ensinar Matemática: os jogos como proposta pedagógica. In: Eloi Teixeira César; Thales Costa Soares; Reginaldo Fernando Carneiro; Marco Antônio Escher; Bárbara Bastos de Lima Duque. (Org.). **Ciência em dia: Jornadas de divulgação científica. A Matemática está em tudo**. 1ºed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2018, p. 115-130.

CONTI, Keli Cristina; MARTINS, Danielle Alves; PINTO, Nayara Katherine Duarte; SANTOS, Kevin Robert Dias. Criação de jogos no contexto indígena: o cabo de guerra numérico. Polyphonia: **Revista de Educação Básica do Cepae** (UFG). v.28, p.277 - 287, 2017.



CONTI, Keli Cristina; PINTO, Nayara Katherine Duarte; MARTINS, Danielle Alves. Uso de jogos e do computador nas aulas de Matemática: Jogando com o Trinca-Espinhas In: XIII Encontro Paulista de Educação Matemática, São Paulo, **Anais...** 2017.

CONTI, Keli Cristina; VILELA, Mariana Lima; PINTO, Nayara Katherine Duarte. Concepções de futuros professores sobre o uso da calculadora nos anos iniciais do ensino fundamental. In: III Congresso de Inovação e Metodologias no Ensino Superior, 2017, Belo Horizonte. **Anais...** 2017a.

CONTI, Keli Cristina; VILELA, Mariana Lima; PINTO, Nayara Katherine Duarte. Uso da calculadora nos anos iniciais do Ensino Fundamental: concepções dos futuros professores. **Cadernos de Pesquisa**, v.24, p.53 - 67, 2017b.

CONTI, Keli Cristina; PINTO, Nayara Katherine Duarte; MARTINS, Danielle Alves. A Formação de Professores Indígenas: o uso de jogos e computadores nas aulas de matemática. **Revista de Educação Matemática**. v.15, p.136 - 149, 2018.

CONTI, Keli Cristina; MARTINS, Danielle Alves; PINTO, Nayara Katherine Duarte.. Formação intercultural de professores indígenas para ensinar Matemática: os jogos como proposta pedagógica. In: Eloi Teixeira César; Thales Costa Soares; Reginaldo Fernando Carneiro; Marco Antônio Escher; Bárbara Bastos de Lima Duque. (Org.). **Ciência em dia: Jornadas de divulgação científica. A Matemática está em tudo**. 1ªed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2018, p. 115-130.

NUNES, Laís Macedo De Almeida; PINTO, Nayara Katherine Duarte; GROSSI, Flávia Cristina Duarte Pôssas; CONTI, Keli Cristina. Oficinas de cálculo mental e calculadora: pesquisa e prática na formação de professores de Matemática no curso de licenciatura em educação do campo da UFMG. **Revista Educação**, Guarulhos, v. 14, p. 54-66, 2019.

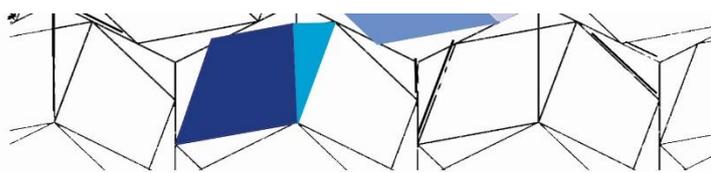
PINTO, Nayara Katherine Duarte; VILELA, Mariana Lima; SANTOS, Fernanda Godoy; ZÚÑIGA, Nora Olinda Cabrera. Reflexões sobre a abordagem do conceito de hipérbole no ensino médio. In: XII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2016, SÃO PAULO. **Anais...**, 2016.

PINTO, Nayara Katherine Duarte;; CONTI, Keli Cristina. Uso de calculadora: levantamento de trabalhos publicados nos Encontros Mineiros de Educação Matemática. **Tangram - Revista de Educação Matemática**, v. 1, p. 64-80, 2018.

RIZZI, Marcelo Pereira; CONTI, Keli Cristina. O laboratório de Ensino de Matemática na formação do professor que ensina Matemática: seu uso por diferentes sujeitos. **Momentum (Atibaia)**, v. 1, p. 1-13, 2018.

RIZZI, Marcelo Pereira; CONTI, Keli Cristina; SANTOS, Vanília Soares. A importância do laboratório de ensino da matemática na formação dos professores: divulgação e análise documental. In: IV Congresso de Inovação e Metodologias no Ensino Superior, 2019, Belo Horizonte. **Anais...** 2019.

ZÚÑIGA, Nora Olinda Cabrera; VILELA, Mariana Lima; PINTO, Nayara Katherine Duarte. Uma abordagem do conceito de hipérbole com base na análise de livros didáticos do ensino médio. In: II International Conference On Mathematics Textbooks, 2017, Rio De Janeiro. **Timetable & Abstracts**. Rio de Janeiro: UFRJ, 2017.



ZÚÑIGA, Nora Olinda Cabrera; VILELA, Mariana Lima; PINTO, Nayara Katherine Duarte. An Approach to the Hyperbole Concept Based on the Analysis of High School Textbooks. In: Second International Conference on Mathematics Textbook Research and Development (ICMT-2), 2018, Rio de Janeiro. **Proceedings of the Second International Conference on Mathematics Textbook Research and Development (ICMT-2)**. Rio de Janeiro: Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2018, p. 393-394.

4.2. Livros paradidáticos

BIANCHINI, Edwaldo; PACCOLA, Herval. **Sistemas de numeração a longo da História**. Moderna, 1997.

GUELLI, Oscar. **Contando a História da Matemática: Números com sinais: uma grande invenção!** Ática, 1995.

GUELLI, Oscar, **Contando a História da Matemática: Dando Corda na trigonometria**. Ática, 1996.

GUELLI, Oscar. **Contando a História da Matemática: Jogando com a matemática**. Ática. 1992

GUELLI, Oscar. **Contando a História da Matemática: História de potências e raízes**. Ática. 1992

GUELLI, Oscar. **Contando a História da Matemática: A invenção dos números**. Ática. 1992

GUELLI, Oscar. **Contando a História da Matemática: Equação- O idioma da Álgebra**. Ática. 1992

IMENES, Luiz Márcio. **Vivendo a Matemática: Geometria dos mosaicos**. 11ª edição. São Paulo: Editora Scipione, 1987.

IMENES, Luiz Márcio. **Vivendo a Matemática: brincando com os números**. 5ª edição. São Paulo: Editora Scipione, 1990.

IMENES, Luiz Márcio. **Vivendo a Matemática: os números na história da civilização**. 11ª edição. São Paulo: Editora Scipione, 1998.

MACHADO, Nilson José. **Semelhança não é mera coincidência**. Scipione. 1989

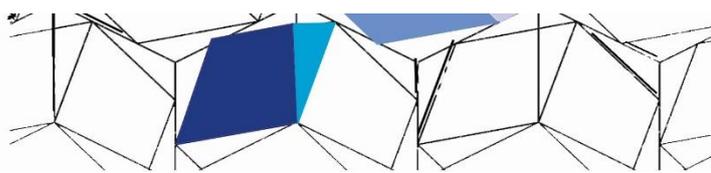
MACHADO, Nilson José. **Os poliedros de Platão e os dedos da mão**. Scipione. 1989

MACHADO, Nilson José. **Logica? é logico!** Scipione. 1990

SILVA, Irami. **Descobrimos coisas: Formas**. Scipione. 1995

SILVA, Irami. **Descobrimos coisas: Tamanhos**. Scipione. 1995

SILVA, Irami. **Descobrimos coisas: Contar**. Scipione. 1995



SMOLLE, Kátia Stocco. **Matemática e literatura infantil**. LÉ .1995

4.3. Sugestão de leituras sobre o tema LEM

LORENZATO, Sergio (org). **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores** / Sergio Lorenzato (org.). 2 ed. Rev. Campinas: Autores Associados, 2009.

PASSOS, Cármen Lúcia Brancaglioni. Materiais manipuláveis como recursos didáticos na formação de professores de matemática. In LORENZATO, Sergio (org). **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores** / Sergio Lorenzato (org.). 2 ed. Rev. Campinas: Autores Associados, 2009. p.77-92.

RÊGO, Rômulo Marinho do; RÊGO, Rogéria Gaudencio do. Desenvolvimento e uso de materiais didáticos no ensino de matemática. In: LORENZATO, Sergio (org). **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores** / Sergio Lorenzato (org.). 2 ed. Rev. Campinas: Autores Associados, 2009. p.39-56.

TAHAN, Malba. **Didática da Matemática**. São Paulo: Ed. Saraiva. v.1, 1961.

TAHAN, Malba. **Didática da Matemática**. São Paulo: Ed. Saraiva. v.2, 1962.

4.4. Sugestão de dissertações

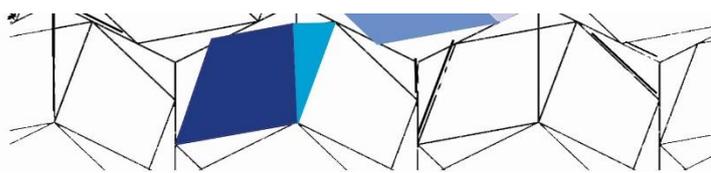
AMAZONAS, Andréa Maria Mano. **O Princípio de Cavalieri e Aplicações com o uso de Material Manipulável**. 1989. 33f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional do Instituto de Matemática) – Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2013.

CARVALHO, Diana Vieira de. **Laboratório de ensino de matemática: aplicação de recursos pedagógicos para o ensino de função e trigonometria**. 2016. 92f. Dissertação (Mestrado Profissional em Projetos Educacionais de Ciências) – Universidade de São Paulo. Lorena, 2016.

JUSTO, Eduardo Balliana. **Construção de atividades para o trabalho no laboratório de matemática**. 2015. 233f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2015.

LIMA, Denis Gomes. **Números: algumas atividades lúdicas**. 2018. 89f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional do Instituto de Ciências Matemática e de Computação) – Universidade de São Paulo, São Carlos, 2018.

RODRIGUES, Fredy Coelho. **Laboratório de educação matemática: descobrindo as potencialidades do seu uso em um curso de formação de professores**. 2012. 195f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2012.



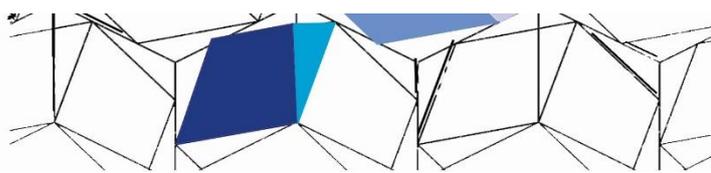
SILVA, Américo Junior Nunes da. **Formação lúdica do futuro professor de matemática por meio do Laboratório De Ensino**. 2014. 196f. Dissertação. (Mestrado em Educação) – Universidade de Brasília, Brasília, 2014.

SILVA, Eriky César Alves da. **O jogo senha e o princípio fundamental da contagem: uma aplicação no ensino médio**. 2018. 73f. Dissertação. (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2018.

TEIXEIRA, Sidney Farias. **O Laboratório de Ensino de Matemática temático centrado nos instrumentos de navegação: uma proposta para o IFRN de Mossoró/RN**. 2014. 122f. Dissertação. (Programa de Pós-Graduação em Ensino de ciências naturais e Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2014.

4.5. Sugestão de Sites

- No site do Repositório UFMG, <https://repositorio.ufmg.br/>, é possível encontrar diversos trabalhos acadêmicos, recursos educacionais, publicações científicas e culturais.
- No site da M³ Unicamp, <https://m3.ime.unicamp.br/>, é possível encontrar diversos recursos educacionais digital que foram desenvolvidos pela Unicamp.



5. REFERENCIAS

GUIMARÃES, Marli Esteves. **Manual do Jogo Jogando com Álgebra**: produto de polinômios. MMP Materiais Pedagógicos, s.d. a.

GUIMARÃES, Marli Esteves. **Manual do Jogo Probabilidade**. MMP Materiais Pedagógicos, s.d. b.

JUSTO, Eduardo Balliana. **Construção de atividades para o trabalho no laboratório de matemática**. 2015. 233f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2015.

LIMA, Denis Gomes. **Números**: algumas atividades lúdicas. 2018. 89f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional do Instituto de Ciências Matemática e de Computação) – Universidade de São Paulo, São Carlos, 2018.

LORENZATO, Sergio (org). **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores** / Sergio Lorenzato (org.). 2 ed. Rev. Campinas: Autores Associados, 2009.

NACARATO, Adair Mendes; CUSTÓDIO, Iris Aparecida (org). **O desenvolvimento do pensamento algébrico na educação básica**: compartilhando propostas de sala de aula com o professor que ensina (ensinará) matemática. Brasília: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2018.

OLIVEIRA, Renata Rodrigues de Matos. **Laboratório na escola**: possibilidades para o ensino de matemática e formação docente. 2017. 168f. Dissertação. (Mestrado Profissional Educação E Docência) – Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2017.

PINTO, Nayara Katherine Duarte. **O uso do Laboratório de Ensino de Matemática na formação de licenciandos em matemática**. 2020. 171f. Dissertação. (Mestrado Profissional Educação e Docência) – Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2020.

RÊGO, Rômulo Marinho do; RÊGO, Rogéria Gaudencio do. Desenvolvimento e uso de materiais didáticos no ensino de matemática. In: LORENZATO, Sergio (org). **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores** / Sergio Lorenzato (org.). 2 ed. Rev. Campinas: Autores Associados, 2009. p.39-56.

RIZZI, Marcelo Pereira; CONTI, Keli Cristina. O laboratório de Ensino de Matemática na formação do professor que ensina Matemática: seu uso por diferentes sujeitos. **Momentum (Atibaia)**, v. 1, p. 1-13, 2018.

SILVA, Américo Junior Nunes da. **Formação lúdica do futuro professor de matemática por meio do Laboratório De Ensino**. 2014. 196f. Dissertação. (Mestrado em Educação) – Universidade de Brasília, Brasília, 2014.

VARIZO, Zaíra da Cunha Melo. O Laboratório de Educação Matemática do IME/UFG: Do sonho a realidade. In: ENEM, 10, 2007, Belo Horizonte. **Anais...** Belo Horizonte, 2007. p.1-12.

