

# **CONTRIBUIÇÃO AO ESTUDO DE RIGIDEZ DE MOLAS HELICOIDAIS COM SEÇÃO TRANSVERSAL ELÍPTICA**

Aluna: Ana Thaís Almeida de Melo

Orientador: Carlos Alberto Cimini Júnior

Belo Horizonte

2019

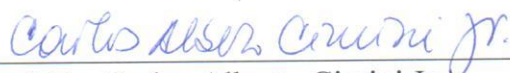
UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE ESTRUTURAS

**"CONTRIBUIÇÃO AO ESTUDO DE RIGIDEZ DE MOLAS  
HELICOIDAIS COM SEÇÃO TRANSVERSAL ELÍPTICA"**

Ana Thaís Almeida de Melo

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de "Mestre em Engenharia de Estruturas".

Comissão Examinadora:



Prof. Dr. Carlos Alberto Cimini Jr.  
DEES - UFMG (Orientador)



Prof. Dr. Estevam Barbosa de Las Casas  
DEES - UFMG



Dra. Cristina Ferreira de Paula  
EMBRAER

Belo Horizonte, 17 de dezembro de 2019

M528c	<p>Melo, Ana Thaís Almeida de. Contribuição ao estudo de rigidez de molas helicoidais com seção transversal elíptica [recurso eletrônico] / Ana Thaís Almeida de Melo. - 2019. 1 recurso online (xi, 90 f. : il., color.) : pdf.</p> <p>Orientador: Carlos Alberto Cimini Júnior.</p> <p>Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Minas Gerais, Escola de Engenharia.</p> <p>Apêndices: f. 73-90. Bibliografia: f. 69-72.</p> <p>Exigências do sistema: Adobe Acrobat Reader.</p> <p>1. Engenharia de estruturas - Teses. 2. Automóveis – Molas e suspensão – Teses. 3. Materiais compostos – Teses. I. Cimini Júnior, Carlos Alberto. II. Universidade Federal de Minas Gerais. Escola de Engenharia. III Título.</p> <p>CDU: 624(043)</p>
-------	---

## AGRADECIMENTOS

Agradeço à minha família, que me oferece todo o apoio ao seu alcance, e é exemplo de vida e amor para mim. Principalmente minha mãe e filha, sem vocês tudo seria diferente.

Aos amigos, pelas constantes palavras de encorajamento e por transbordarem sorrisos no meu caminho.

Aos colegas da Embraer, diariamente dispostos a compartilhar o conhecimento que possuem com paciência e bom humor.

Agradecimento especial à banca: prof. Cimini que me orienta desde a graduação, prof. Estevam que me abriu a porta de entrada para o mundo da análise estrutural e ao método dos elementos finitos; e a Cristina que sempre tem um bom conselho para oferecer.

Por fim, obrigada Deus, por cada pedra nos degraus da minha vida e por cada flor no meu jardim.



*Dedico esse trabalho ao meu pai,  
que tinha um sorriso em particular só para demonstrar orgulho.  
Meu velho, adoraria ver esse sorriso mais uma vez.*

**Se não puder voar, corra. Se não puder correr, ande.**

**Se não puder andar, rasteje, mas continue em frente de qualquer jeito.**

Martin Luther King Jr.

## RESUMO

A indústria automobilística busca a redução de massa dos veículos para reduzir o consumo de combustível por motivos econômicos e ambientais e, portanto, componentes de material composto são de grande interesse para substituir componentes metálicos, devido à relação de alta resistência mecânica e baixa densidade. Em um automóvel, a suspensão é responsável por absorver os impactos e ruídos da via, oferecendo conforto e segurança aos passageiros e a mola é um de seus componentes principais. O estudo da influência de parâmetros geométricos no comportamento mecânico da mola helicoidal embasa a análise de viabilidade da substituição do componente original metálico por um de material composto, considerando uma seção transversal não usual (elipse). Foi proposta uma abordagem para o cálculo de rigidez da mola helicoidal e a substituição do componente se mostrou possível, observando critérios de massa, rigidez e conforto no veículo.

Palavras Chave: Rigidez, mola helicoidal, material composto, ângulo de hélice, seção transversal elíptica.

## ABSTRACT

Automobile production companies aim to reduce vehicle mass as a way to reduce fuel consumption for economic and environmental reasons. Therefore, composite material components are of great interest to replace metal components due to the high mechanical strength and low density. Suspension is responsible for absorbing the impacts and road noise, providing comfort and safety to passengers in the vehicle and the spring is one of its main components. The study of the influence of geometric parameters on the mechanical behavior of spring supports the feasibility analysis of the replacement of the original metal component by one of composite material, considering an unusual cross section (ellipse). An approach was proposed to calculate the helical spring stiffness and the replacement of the component proved to be possible, observing criteria of mass, stiffness and vibration comfort.

Keywords: Stiffness, helical spring, composite material, helix angle, elliptical cross section.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 3-1: Elemento curvo com carregamento. Budynas e Nisbett (2006). .....	8
Figura 3-2: Elemento curvo com carregamento perpendicular. Budynas e Nisbett (2006). .....	9
Figura 3-3: Subsistema de suspensão do veículo. Adaptado de Secretaria de Educação do Ceará (2017). .....	11
Figura 3-4: Suspensão dependente e independente. Adaptado de Rocha (2016). .....	12
Figura 3-5: Exemplo de mola helicoidal. Adaptado de Rocha (2016). .....	12
Figura 3-6: Exemplo de mola de feixe de lâminas. Adaptado de Plentz (2009). .....	12
Figura 3-7: Nomenclatura para mola helicoidal. Adaptado de Milliken e Milliken (1995). ....	13
Figura 3-8: Mola em compressão. Adaptado de Budynas e Nisbett (2014). .....	14
Figura 3-9: Vibrações no veículo. Adaptado de Gillespie (1992). .....	16
Figura 3-10: Modelo de um quarto do veículo para avaliar suspensão. Adaptado de Gillespie (1992). .....	16
Figura 3-11: Deflexão estática e Frequência Natural. Adaptado de Gillespie (1992). .....	18
Figura 3-12: Elipse .....	19
Figura 3-13: Matriz e reforço. Adaptado de Daniel e Ishai (1994). .....	21
Figura 3-14: Conjuntos: lâmina e laminado. Adaptado de Daniel e Ishai (1994). .....	22
Figura 3-15: Direções principais da lâmina. Adaptado de Daniel e Ishai (1994). .....	23
Figura 3-16: Estado de tensão. Adaptado de Daniel e Ishai (1994). .....	25
Figura 3-17: Ensaios para obtenção das constantes. Adaptado de Daniel e Ishai (1994). .....	26
Figura 3-18: Lâmina “no eixo” e “fora do eixo”. Adaptado de Daniel e Ishai (1994). .....	27
Figura 3-19: Lâmina “k” no laminado. Adaptado de Daniel e Ishai (1994). .....	28
Figura 3-20: Análise linear estática no Nastran. Adaptado de MSC Nastran (2012). .....	32
Figura 4-1: Fluxograma Etapas da Metodologia .....	36
Figura 4-2: Decomposição do momento atuante. ....	37
Figura 4-3: Notação para eixo vertical e horizontal na seção transversal .....	39
Figura 5-1: Modelo de elementos finitos da mola helicoidal .....	43
Figura 5-2: Teste de Malha. ....	43
Figura 5-3: Modelos para faixa de aplicabilidade de 1° até 15° .....	46
Figura 5-4: Modelos para faixa de aplicabilidade de 16° até 30° .....	47
Figura 5-5: Resultados de rigidez .....	49
Figura 5-6: Diferença relativa entre os resultados de rigidez .....	49
Figura 5-7: Área média da seção transversal pela razão entre os raios a/b (em mm <sup>2</sup> ) .....	52

Figura 5-8: Momento polar de inércia pela razão entre os raios a/b (em mm <sup>4</sup> ) .....	53
Figura 5-9: Componente de deslocamento (em mm) por esforço atuante, pela razão entre os raios a/b .....	54
Figura 5-10: Rigidez da mola (em N/mm) pela razão entre os raios a/b.....	55
Figura 5-11: Modelos seção transversal elíptica .....	57
Figura 5-12: Propriedades Equivalentes: E e G.....	59
Figura 5-13: Propriedades Equivalentes: Coeficiente de Poisson.....	59
Figura 5-14: Variação da rigidez pelo ângulo do material composto.....	60
Figura 5-15: Laminado $[\pm 45^\circ]_{2S}$ .....	63
Figura 5-16: Modelo Mola Helicoidal de Material Composto .....	63
Figura 8-1: Rotina no Scilab para cálculo de rigidez clássica.....	74
Figura 8-2: Rotina no Scilab para cálculo de rigidez proposto .....	76
Figura 8-3: Rotina no Scilab para geometria variando.....	78
Figura 8-4: Janela de interface da ferramenta .....	81
Figura 8-5: Quadrantes da seção transversal .....	81
Figura 8-6: Ferramenta para Modelo de Elementos Finitos de Mola Helicoidal .....	82

## LISTA DE TABELAS

Tabela 3-1: Propriedades básicas da lâmina.....	23
Tabela 3-2: Coeficientes das Matrizes Q e S.....	25
Tabela 3-3: Coeficientes de Tsai-Wu.....	30
Tabela 4-1: Programas utilizados .....	38
Tabela 4-2: Propriedades do Material Composto REF ISHAI .....	40
Tabela 5-1: Dados de entrada baseados em Hejib e Mankar (2017). .....	41
Tabela 5-2: Resultados da Verificação .....	42
Tabela 5-3: Teste de Malha .....	44
Tabela 5-4: Resultados do teste de malha .....	44
Tabela 5-5: Resultados de rigidez e diferença relativa.....	48
Tabela 5-6: Seção transversal elíptica .....	56
Tabela 5-7: Resultado para Modelos de seção elíptica .....	57
Tabela 5-8: Propriedades Equivalentes do Laminado .....	58
Tabela 5-9: Comparação entre material metálico e composto .....	61
Tabela 5-10: Geometria da Mola Helicoidal .....	62
Tabela 5-11: Modelo Mola Helicoidal de Material Composto.....	64
Tabela 5-12: Resultados para Mola Helicoidal de Material Composto.....	64
Tabela 5-13: Resultados avaliação em conforto.....	65

## LISTA DE SIMBOLOS

F	Força aplicada
y	Deflexão; deslocamento
k	Constante de rigidez
U	Energia de deformação
A	Área da seção transversal
E	Módulo de Elasticidade
G	Módulo de Cisalhamento
J	Momento polar de inércia
I	Momento de inércia
t	Espessura
d	Diâmetro da seção transversal
D	Diâmetro principal
L	Comprimento livre
P	Passo
N	Número de espiras ativas
$\alpha$	Ângulo de hélice
M	Massa amortecida
m	Massa não amortecida
$K_s$	Rigidez da suspensão
$K_t$	Rigidez do pneu
$C_c$	Amortecimento da suspensão
RR	Fator de rigidez total
$f_n$	Frequência natural não amortecida
g	Aceleração da gravidade
a	Raio da elipse na direção x



$b$	Raio da elipse na direção $y$
$r$	Raio da seção transversal
$C$	Perímetro
$E_1, E_2, E_3$	Módulos de elasticidade nas direções principais
$G_{12}, G_{23}, G_{13}$	Módulos de cisalhamento nos planos
$\nu_{12}, \nu_{23}, \nu_{13}$	Coefficientes de Poisson
$E_m, E_{1f}$ e $E_{2f}$	Módulos de elasticidade da matriz e da fibra nas direções longitudinais e transversais
$V_f, V_m$ e $V_v$	Volume da fibra, da matriz e dos vazios
$\nu_m$ e $\nu_{12f}$	Coefficientes de Poisson para matriz e fibra na direção longitudinal
$G_{12f}$ e $G_m$	Módulos de cisalhamento para a fibra e matriz
$Q_{11}, Q_{22}, Q_{12},$ $Q_{66}$	Coefficientes da matriz de rigidez nas direções principais
$S_{11}, S_{22}, S_{12},$ $S_{66}$	Coefficientes da matriz de flexibilidade nas direções principais
$[K]$	Matriz de rigidez
$\{u\}$	Deslocamentos dos nós
$\{p\}$	Vetor de carregamentos

# SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	1
2	OBJETIVOS E RELEVÂNCIA.....	3
3	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	5
3.1	Fundamentação Teórica.....	5
3.1.1	Energia de Deformação e Rigidez.....	5
3.1.2	Elementos Curvos.....	8
3.1.3	Mola Helicoidal.....	11
3.1.4	Propriedades Geométricas da Elipse.....	19
3.1.5	Materiais Compostos.....	21
3.1.6	Método dos Elementos Finitos.....	31
3.2	Estado da Arte.....	34
4	METODOLOGIA.....	36
5	RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	41
5.1	Verificação e Teste de Malha.....	41
5.2	Faixa de Aplicabilidade.....	45
5.3	Curvas de Rigidez.....	51
5.4	Influência do Ângulo do Material Composto.....	58
5.5	Avaliação da Mola em Conforto.....	62
6	CONCLUSÃO.....	66
6.1	Sugestão para Trabalhos Futuros.....	68
7	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	69
8	APÊNDICE.....	73
8.1	Cálculo de Rigidez da Mola Helicoidal.....	73
8.2	Ferramenta para Modelo de Elementos Finitos de Mola Helicoidal.....	80

# 1

## 1 INTRODUÇÃO

A indústria automobilística busca constantemente a redução de massa dos veículos para poder reduzir o consumo de combustível, a liberação de gases poluentes e pela preservação de recursos naturais. Isso é possível através da otimização do projeto de componentes, da utilização de novos materiais e melhores processos de manufatura. Portanto, componentes de material composto são de grande interesse para substituição de componentes metálicos, devido à relação de alta resistência mecânica e baixo peso.

A suspensão é o subsistema do automóvel responsável por absorver os impactos e ruídos da via, para oferecer conforto aos passageiros e contribuir com a segurança e estabilidade direcional. A mola é um dos componentes principais da suspensão e diversos estudos apresentaram propostas para o desenvolvimento de molas helicoidais de material composto, alguns desses são apresentados no capítulo “Estado da Arte”. Porém, apesar de possuírem menor massa, as molas não apresentaram a rigidez necessária para garantir o desempenho similar ao componente tradicional metálico. Portanto, a vantagem das propriedades não basta se não for alinhada a um projeto adequado.

O estudo da rigidez da mola helicoidal pretende avaliar a influência de parâmetros geométricos no comportamento mecânico e investigar a ação da flexão na deflexão da mola, considerando um componente de material composto com a seção transversal não usual (elipse). No entanto, ao analisar a viabilidade de substituição do componente original, há outros critérios que devem ser avaliados além de massa e rigidez, como o conforto e a percepção de vibrações no veículo.

Uma abordagem para o cálculo de rigidez da mola helicoidal foi proposta assumindo a presença dos esforços de torção, cisalhamento e flexão, e considerando a influência do ângulo de hélice da mola no momento torçor e fletor. A proposta foi verificada e considerada uma aproximação válida para ângulos de hélice dentro de uma faixa de aplicabilidade definida. Por causa da ação da flexão, a inércia da seção transversal interfere no cálculo de rigidez e torna-se importante definir a posição dos raios maior e menor da elipse.

Modelos de elementos finitos foram adotados para o desenvolvimento da mola helicoidal proposta, que foi avaliada em termos de rigidez, massa e conforto automotivo. A substituição do componente metálico pelo de material composto mostrou-se viável, com necessidade mínima de alteração do projeto original da suspensão.

O trabalho está dividido da seguinte maneira:

O capítulo 2 apresenta os objetivos do trabalho.

O capítulo 3, “Revisão Bibliográfica”, apresenta a fundamentação teórica, que abrange conceitos sobre energia de deformação e rigidez, elementos curvos, suspensão e molas helicoidais, materiais compostos e sobre o método dos elementos finitos. Apresenta também referências a estudos anteriores sobre o tema de molas helicoidais de material composto ou metálico.

O capítulo 4, "Metodologia", estabelece as etapas e procedimentos adotados para o estudo da rigidez de molas helicoidais com seção elíptica.

O capítulo 5 apresenta e os resultados obtidos e sua discussão.

O capítulo 6 apresenta as conclusões do trabalho e as sugestões para trabalhos futuros.

O capítulo 7, “Referências Bibliográficas”, enumera as fontes de consulta utilizadas.

O capítulo 8 trás as ferramentas desenvolvidas para apoiar o trabalho, visando que todo o conteúdo apresentado possa ser reproduzido de maneira simples.

# 2

## 2 OBJETIVOS E RELEVÂNCIA

Objetivos gerais:

O objetivo deste trabalho é investigar a ação da flexão na deflexão de uma mola helicoidal e avaliar a influência de parâmetros geométricos no seu comportamento mecânico, considerando um componente de material composto com a seção transversal não usual (elipse), visando o uso em suspensão automotiva. Os parâmetros geométricos avaliados são: ângulo de hélice, passo e diâmetro da seção transversal da mola helicoidal, além do ângulo do reforço do material composto.

O estudo para a substituição do componente metálico tradicional pelo de material composto almeja a redução de massa sem prejuízo no desempenho do veículo, uma maneira de reduzir o consumo de combustível por motivos ambientais e econômicos.

Objetivos específicos:

- Avaliar a influência do ângulo de hélice sobre a rigidez da mola helicoidal;
- Avaliar a influência da razão entre os diâmetros maior e menor da seção transversal elíptica sobre a rigidez da mola;

- Avaliar a influência do ângulo do reforço do material composto na rigidez da mola;
- Propor uma geometria e um laminado para mola e avaliá-la sob critério de conforto automotivo;
- Comparar a rigidez específica obtida para a mola de material composto com a de uma mola helicoidal metálica comercial.

# 3

## 3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 3.1 Fundamentação Teórica

#### 3.1.1 Energia de Deformação e Rigidez

Budynas e Nisbett (2014) explicam que elasticidade é uma propriedade do material que permite que ele retorne à sua configuração original após ser deformado, assim que os esforços aplicados são removidos. As molas são componentes mecânicos cujo comportamento reflete essa condição. Quando a deflexão é linearmente relacionada com a força aplicada, considerando que o limite elástico do material não é ultrapassado, a mola é considerada linear. A relação geral entre força e deflexão é dada pela Equação (3-1).

$$F = F(y) \quad (3-1)$$

A razão de rigidez é definida na Equação (3-2).

$$k(y) = \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta y} = \frac{dF}{dY} \quad (3-2)$$

Sendo “y” a deflexão medida na direção da força “F”, no ponto de aplicação. No regime linear, a variável “k” é constante, denominada “constante de rigidez”. A equação pode ser reescrita como apresentado na Equação (3-3).

$$k = \frac{F}{y} \quad (3-3)$$

O trabalho externo aplicado em um componente elástico é transformado em energia de deformação ou energia potencial. Quando a relação de força e deflexão é linear, a energia é calculada pela Equação (3-4).

$$U = \frac{F}{2}y = \frac{F^2}{2K} \quad (3-4)$$

Sendo “y” a deflexão e “F” a força aplicada, podendo ser também torque ou momento – desde que se usem unidades consistentes entre os termos.

Budynas e Nisbett (2014) afirmam ainda que substituindo “k” por expressões apropriadas, equações de tensão-deformação para carregamentos simples podem ser obtidas.

A energia de deformação para tração ou compressão é dada pela Equação (3-5).

$$U = \int \frac{F^2}{2AE} dx \quad (3-5)$$

A energia de deformação para torção é dada pela Equação (3-6).

$$U = \int \frac{T^2}{2GJ} dx \quad (3-6)$$

A energia de deformação para cisalhamento é dada pela Equação (3-7).

$$U = \int \frac{F^2}{2AG} dx \quad (3-7)$$

A energia de deformação para flexão é dada pela Equação (3-8).

$$U = \int \frac{M^2}{2EI} dx \quad (3-8)$$



Outra abordagem para a análise de deflexão é proporcionada pelo Teorema de Castigliano, apresentado por Budynas e Nisbett (2014), e diz que quando esforços agem em um sistema linear submetido a pequenos deslocamentos, o deslocamento correspondente a qualquer força, na direção da força, é igual à derivada parcial da energia total de deformação em relação a essa força. A Equação (3-9) apresenta o Teorema de Castigliano.

$$\delta_i = \frac{\delta U}{\delta F_i} \quad (3-9)$$

Onde “ $\delta_i$ ” é o deslocamento no ponto de aplicação do carregamento “ $F_i$ ”, na direção do mesmo. Caso o esforço seja um momento, o deslocamento avaliado será rotacional (ângulo).

Através das Equações (3-9) e (3-3) é possível calcular a constante de rigidez “ $K$ ”.

### 3.1.2 Elementos Curvos

Budynas e Nisbett (2006) afirmam que a análise da deflexão de elementos curvos pode ser feita através do Teorema de Castigliano. Para a barra curva apresentada na Figura 3-1,  $R$  é o raio para a linha média da seção,  $F$  é a força aplicada – sendo  $F_r$  sua componente de cisalhamento e  $F_\theta$  sua componente normal à seção,  $h$  é a espessura, e  $M$  é o momento causado pela força  $F$ .

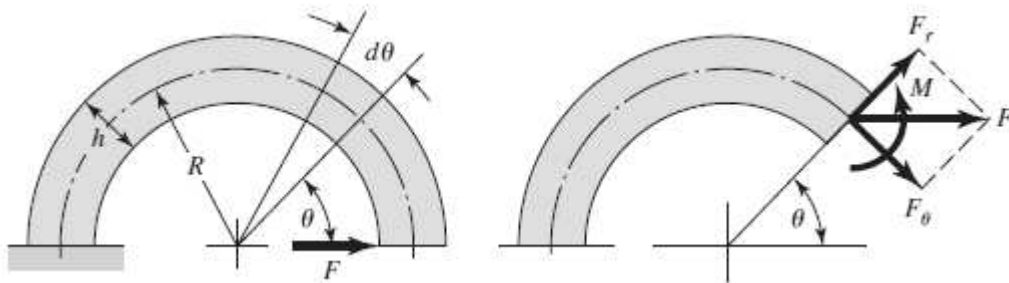


Figura 3-1: Elemento curvo com carregamento. Budynas e Nisbett (2006).

A energia total de deformação é composta por quatro termos: devido ao momento fletor, devido à força normal que causa um esforço axial e um momento oposto ao fletor, e devido ao cisalhamento. A Equação (3-10) apresenta o cálculo da energia de deformação.

$$U = \int \frac{M^2 d\theta}{2AeE} + \int \frac{F_\theta^2 R d\theta}{2AE} - \int \frac{MF_\theta d\theta}{AE} + \int \frac{CF_r^2 R d\theta}{2AG} \quad (3-10)$$

Budynas e Nisbett (2006) acrescentam que quando o esforço é normal ao plano, o cálculo da energia de deformação se modifica. Na Figura 3-2, o anel ABC no eixo  $xy$  é submetido ao esforço  $F$ , paralelo ao eixo  $z$ . O eixo do momento é a linha  $BO$ , correspondendo ao segmento  $CB$  com ângulo  $\theta$  a partir do ponto de aplicação de  $F$ , e o eixo do torque é a linha no plano  $xy$  tangente ao segmento em  $B$ .

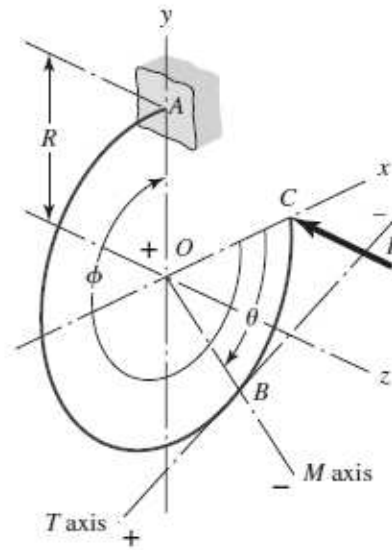


Figura 3-2: Elemento curvo com carregamento perpendicular. Budynas e Nisbett (2006).

Assumindo que a energia de deformação devido ao cisalhamento é desprezível quando  $(R/h) > 10$ , a energia de deformação é apresentada na Equação (3-11), composta por dois termos: flexão e torção.

$$U = \int_0^\phi \frac{M^2 R d\theta}{2EI} + \int_0^\phi \frac{T^2 R d\theta}{2GJ} \quad (3-11)$$

Menezes (1990) diz que as equações diferenciais que regem o problema da flexo-torção da viga curva normalmente são escritas em termos da deformação de torção acoplada com a deformação de flexão (rotações) e com a translação vertical segundo a teoria de Vlassov e considerando a seção indeformável em seu plano. As seções paredes delgadas, principalmente as abertas, são mais sujeitas ao empenamento fora do plano da seção, e por isso estão mais sujeitas ao efeito da flexo-torção. Mori (2003) diz que, nas barras de seção delgada vazada, os fenômenos da perda de estabilidade são muito menos pronunciados, e uma barra é considerada de seção delgada quando suas dimensões satisfazem a Equação (3-12).

$$\frac{t}{d} \leq 0,1 \quad (3-12)$$

Onde “t” é a espessura da parede e “d” é a dimensão característica da seção transversal.

De acordo com Menezes (1990), quando tratadas como estruturas elásticas lineares, todos os métodos de análise estrutural podem ser aplicados às vigas curvas. A resolução da equação diferencial que rege o problema é complexa devido à extensão das expressões e fórmulas trigonométricas de difícil compactação. Soluções aproximadas, baseadas em séries de Fourier, também são encontradas na literatura. Outra possibilidade apontada é através do processo de análise estrutural via método dos elementos finitos, opção que tem se constituído na forma preferencial de se enfrentar o problema de vigas curvas – o método é uma ferramenta poderosa e trata com uma aproximação muito boa a configuração geométrica.

### 3.1.3 Mola Helicoidal

Gillespie (1992) diz que a suspensão é o subsistema do carro responsável por absorver os impactos e ruídos da via, oferecer conforto aos passageiros e contribuir com a segurança e estabilidade direcional. A Figura 3-3 apresenta a suspensão dianteira e traseira de um veículo de passeio comum.

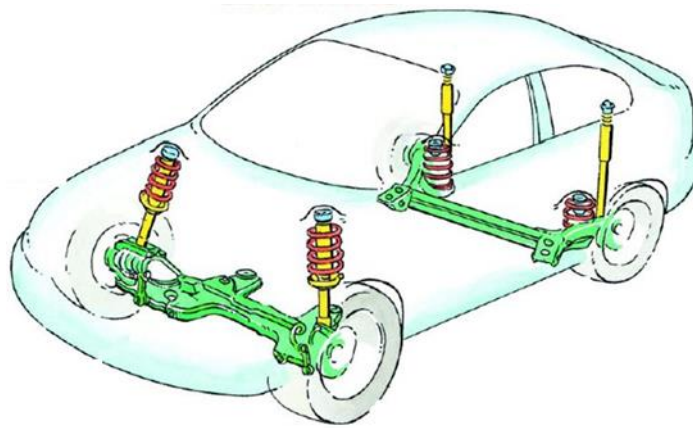


Figura 3-3: Subsistema de suspensão do veículo. Adaptado de Secretaria de Educação do Ceará (2017).

As propriedades mais importantes da suspensão para um automóvel são seu comportamento cinemático e sua resposta às forças e momentos transmitidos dos pneus até o chassi. Outras características consideradas no projeto são custo, peso, empacotamento, manufatura, montagem e manutenibilidade.

As suspensões automotivas podem ser divididas em dois grupos: dependentes ou independentes, exemplificadas na Figura 3-4. As suspensões dependentes possuem um eixo no qual ambas as rodas são montadas, de forma que qualquer movimento em um dos pneus é transmitido para o pneu no extremo oposto do eixo. Já as suspensões independentes permitem que cada pneu se mova verticalmente sem afetar o pneu oposto.

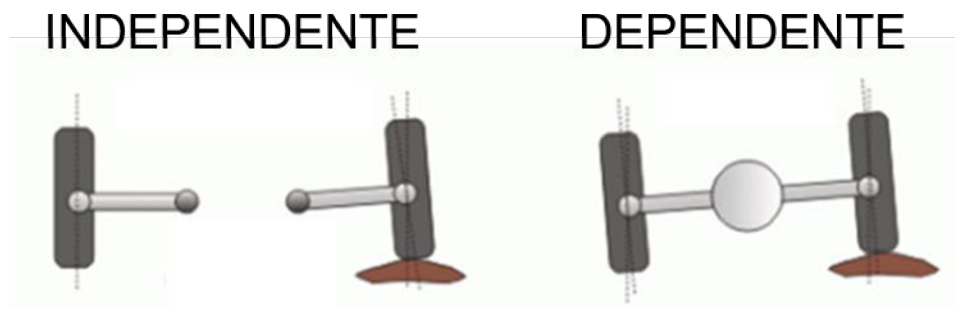


Figura 3-4: Suspensão dependente e independente. Adaptado de Rocha (2016).

As partes principais da suspensão são a mola, que absorve os impactos sofridos e permite que o carro se mantenha com direção estável, e o amortecedor, responsável por dissipar essa energia acumulada pela mola. Dentre os tipos de molas existentes, os mais utilizados em suspensões automotivas são as molas helicoidais e as molas de lâmina, apresentadas nas Figura 3-5 e Figura 3-6.



Figura 3-5: Exemplo de mola helicoidal. Adaptado de Rocha (2016).



Figura 3-6: Exemplo de mola de feixe de lâminas. Adaptado de Plentz (2009).

Segundo Milliken e Milliken (1995), as molas helicoidais utilizam propriedades elásticas de um filamento em torção para produzir movimento linear. Podem ser projetadas para trabalhar

em compressão ou extensão e a configuração mais comum é a com diâmetro constante. A Figura 3-7 apresenta nomenclatura para a mola helicoidal.

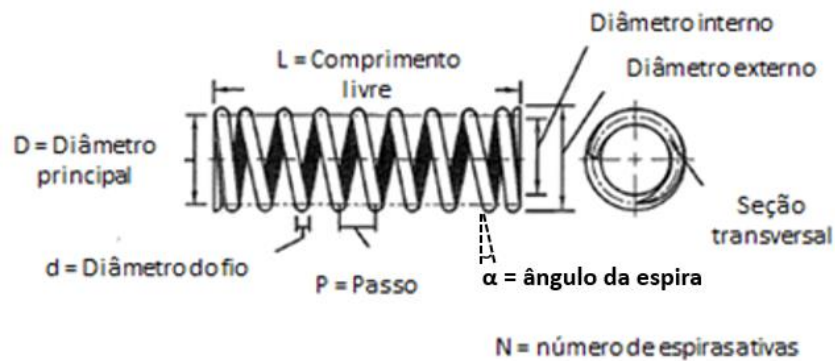


Figura 3-7: Nomenclatura para mola helicoidal. Adaptado de Milliken e Milliken (1995).

Os parâmetros mais importantes apresentados na Figura 3-7 são: o comprimento livre ( $L$ ), o diâmetro do fio ( $d$ ), o diâmetro principal ( $D$ ) e o número de espiras ativas ( $N$ ). De acordo com Milliken e Milliken (1995), com esses dados é possível definir a geometria final da mola.

O passo ( $P$ ) da mola é calculado através da Equação (3-13). O ângulo da espira ( $\alpha$ ) é calculado através da Equação (3-14).

$$P = \frac{L}{N} \quad (3-13)$$

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{P}{\pi D}\right) \quad (3-14)$$

Segundo Santos (2001), para uma mola helicoidal em compressão (Figura 3-8) a tensão máxima de cisalhamento do lado interno do fio é dada pelas Equações (3-15) e (3-16).

$$\tau_{max} = \frac{Tr}{J} + \frac{F}{A} \quad (3-15)$$

$$T = \frac{FD}{2} = M \quad (3-16)$$

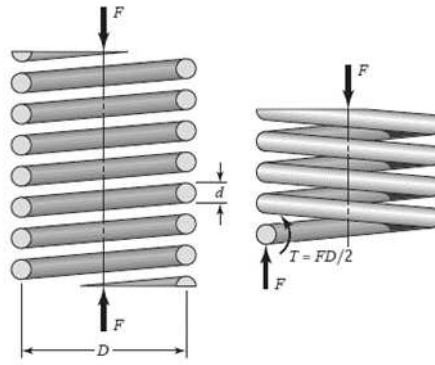


Figura 3-8: Mola em compressão. Adaptado de Budynas e Nisbett (2014).

Segundo Budynas e Nisbett (2014), a energia total de deformação da mola é composta por componentes de torção e cisalhamento. A energia total de deformação é apresentada na Equação (3-17), com os componentes de torção e cisalhamento, respectivamente, baseados nas Equações apresentadas na Seção 3.1.1.

$$u = \int_0^L \left\{ \left( \frac{1}{2} \frac{M^2}{GJ} \right) + \left( \frac{1}{2} \frac{F^2}{GA} \right) \right\} ds \quad (3-17)$$

O deslocamento é dado pela Equação (3-18), baseado nas Equações apresentadas na Seção 3.1.1.

$$y = \frac{\partial u}{\partial F} \quad (3-18)$$

Para uma mola com geometria e propriedades constantes no comprimento, a expressão da energia de deformação é apresentada na Equação (3-19).

$$U = \left( \frac{FD}{2} \right)^2 \frac{(\pi DN)}{2GJ} + \frac{F^2 (\pi DN)}{2AG} \quad (3-19)$$

Quando a seção transversal é circular com diâmetro  $d$ , a rigidez da mola é dada pela Equação (3-20).

$$K = \frac{d^4 G}{8D^3 N} \quad (3-20)$$



E como apresentado nas equações da na Seção 3.1.1, para uma mola no regime linear elástico, a Equação (3-21) é válida.

$$F = K y \quad (3-21)$$

Segundo Gillespie (1992), automóveis atingem altas velocidades e como consequência são submetidos a um amplo espectro de vibrações, que são transmitidas aos passageiros. Tal espectro pode ser dividido em duas classes, sendo o termo “conforto” utilizado para as vibrações associadas ao tato e visão, que vão de 0 a 25 Hz, e o termo “ruído” utilizado para as vibrações associadas à audição, que vão de 25 a 20000 Hz. Porém, os dois tipos de vibração geralmente ocorrem de maneira relacionada e é difícil considerá-los separadamente.

Um dos critérios mais relevantes pelo qual a qualidade de um automóvel é julgada é a vibração percebida pelos usuários. Mas sendo um julgamento de natureza subjetiva, torna-se um desafio desenvolver métodos de engenharia para avaliar e dimensionar o desempenho do veículo.

A vibração em um veículo é uma resposta a diversas fontes de perturbação, que podem ser externas como a rugosidade e detalhes da via (como lombadas ou buracos), ou internas, como a vibração do motor e ressonância de componentes. As características da estrutura e da suspensão do automóvel determinam a amplitude e a direção da resposta – que é a vibração percebida dentro do veículo.

Gillespie (1992) diz que, idealmente, o pneu é um componente macio cujo objetivo é absorver as imperfeições da via, contribuindo para o isolamento e manutenção do conforto ao mesmo tempo em que seu movimento e rotação não transmitem nenhuma vibração ao veículo. Mas na prática, existem imperfeições de fabricação e montagem (desbalanceamento de massa, variações dimensionais, variações de rigidez), e mesmo limitações de projeto, que impedem que o comportamento real seja aquele idealizado. O fluxograma das vibrações no veículo é apresentado na Figura 3-9.

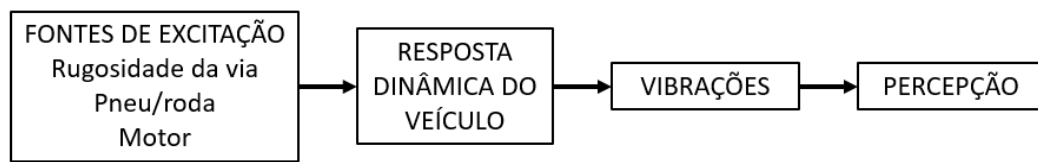


Figura 3-9: Vibrações no veículo. Adaptado de Gillespie (1992).

Para estudar o movimento dos corpos no sistema da suspensão, modelos simplificados de um quarto do veículo podem ser aplicados, como o apresentado na Figura 3-10.

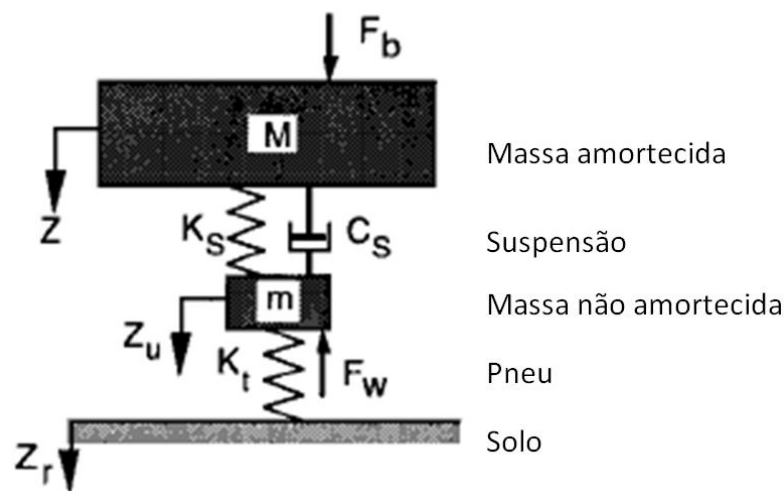


Figura 3-10: Modelo de um quarto do veículo para avaliar suspensão. Adaptado de Gillespie (1992).

A carroceria é considerada a massa amortecida ( $M$ ) do veículo, e se move como um corpo rígido na suspensão. A suspensão tem propriedades de rigidez e amortecimento, representadas pela mola ( $K_s$ ) e amortecedor ( $C_s$ ). Os eixos e o conjunto da roda são considerados a massa não amortecida ( $m$ ), que também se comporta como um corpo rígido e conseqüentemente transmite forças de excitação para a massa amortecida, através do sistema de suspensão. Por fim, o pneu é considerado uma mola simples ( $K_t$ ) que liga o conjunto ao solo, podendo ser considerado também um pequeno comportamento amortecedor inerente ao material do pneu.

De acordo com Gillespie (1992), o comportamento do veículo pode ser caracterizado pela relação de entrada e saída das vibrações, sendo a entrada as perturbações às quais é exposto, e a saída é a percepção da vibração. Essa relação é denominada ganho ou transmissibilidade do sistema.

O fator de rigidez total é calculado através da Equação (3-22).

$$RR = \frac{K_s K_t}{K_s + K_t} \quad (3-22)$$

Sendo “RR” o fator de rigidez total, “Ks” a rigidez da suspensão e “Kt” a rigidez do pneu.

A rigidez do pneu depende de suas características geométricas, do material e da pressão de inflação e uma ampla faixa de resultados é observada. Taylor et. al. (2000), mediu a rigidez de uma série de configurações de pneus, através de testes, encontrando resultados de 4000 kN/m a 40000 kN/m, assim como Sleeper e Dreher (1980) que encontraram resultados entre 826 kN/m e 3677 kN/m de rigidez.

Na ausência de amortecimento, a frequência natural não amortecida de cada semi-eixo é determinada pela Equação (3-23), aonde “W” é o peso (massa amortecida vezes a gravidade “g”), e “f<sub>n</sub>” é dado em ciclos/s.

$$f_n = 0,159 \sqrt{\frac{RR g}{W}} \quad (3-23)$$

Para os carros de passageiro modernos, a frequência natural não amortecida é utilizada para caracterizar o veículo e o valor de 1 Hz é considerado como ótimo de projeto para veículos de alta velocidade.

A deflexão estática da suspensão devido ao peso do veículo é um parâmetro utilizado como indicativo do limite inferior do isolamento do sistema. A Figura 3-11 relaciona a frequência natural não amortecida com a deflexão estática, cujo valor ótimo de projeto é tido como 10 polegadas.

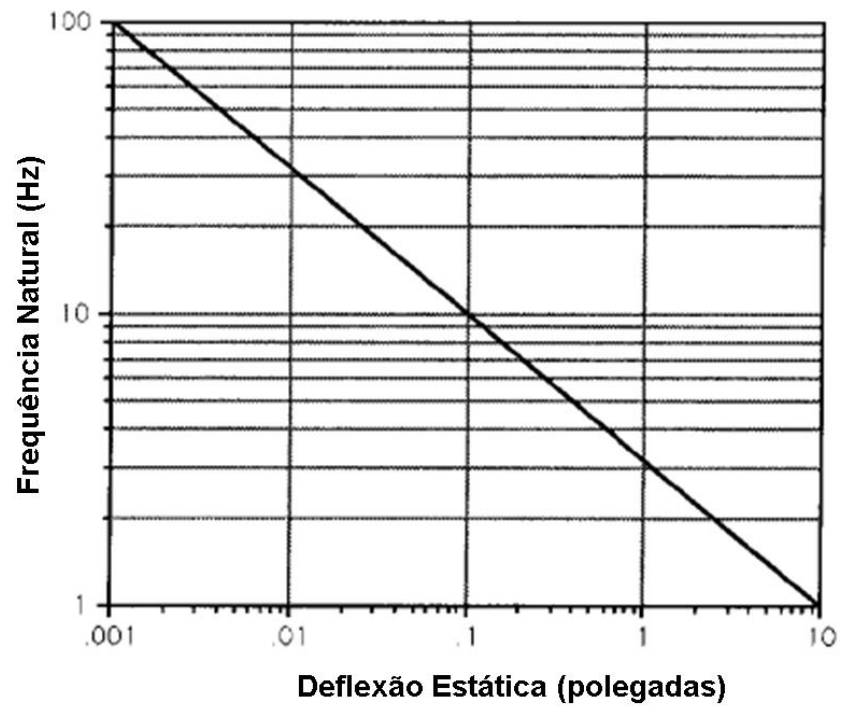


Figura 3-11: Deflexão estática e Frequência Natural. Adaptado de Gillespie (1992).

### 3.1.4 Propriedades Geométricas da Elipse

Hibbeler (2010) diz que para uma seção elíptica, a área (A) é calculada através da Equação (3-24), considerando os diâmetros maior (a) e menor (b) apresentados na Figura 3-12. Niu (2005) mostra que o momento de inércia ( $I_x$  e  $I_y$ ) e o momento de inércia polar (J) são calculados através das Equações (3-25) a (3-27).

$$A = \pi ab \quad (3-24)$$

$$I_x = \frac{1}{4} \pi ab^3 \quad (3-25)$$

$$I_y = \frac{1}{4} \pi a^3 b \quad (3-26)$$

$$J = \frac{1}{4} \pi ab(a^2 + b^2) \quad (3-27)$$

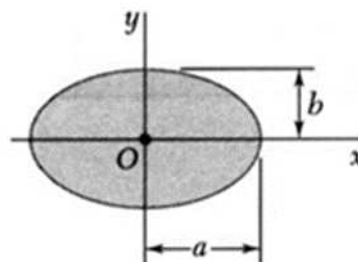


Figura 3-12: Elipse

De acordo com Hibbeler (2010), para o caso especial em que  $a = b$ , as equações da elipse apresentam os mesmos resultados que as equações para uma seção circular de raio  $r$ , apresentadas nas Equações (3-28) a (3-30).

$$A = \pi r^2 \quad (3-28)$$

$$I_x = I_y = \frac{1}{4} \pi r^4 \quad (3-29)$$

$$J = \frac{1}{2} \pi r^4 \quad (3-30)$$

Silva (2014) apresenta como calcular o perímetro ( $C$ ) da elipse, através das Equações (3-31) a (3-33), aonde “ $e$ ” é a excentricidade da elipse.

$$C \approx \pi a \left( 2 - \frac{e^2}{2} + \frac{3e^4}{16} \right) \quad (3-31)$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \quad (3-32)$$

$$e = \frac{c}{a} \quad (3-33)$$

Também para o perímetro, no caso especial em que  $a = b$ , a equação da elipse apresenta o mesmo resultado que a equação para uma seção circular, apresentada na (3-28).

$$C = 2\pi r \quad (3-34)$$

### 3.1.5 Materiais Compostos

Daniel e Ishai (1994) afirmam que os materiais compostos são materiais manufaturados e consistem de duas ou mais fases distintas, sendo que as propriedades do conjunto são superiores às propriedades dos constituintes isoladamente e dependem da proporção e distribuição das fases. A Figura 3-13 apresenta um esquema de material composto de duas fases.

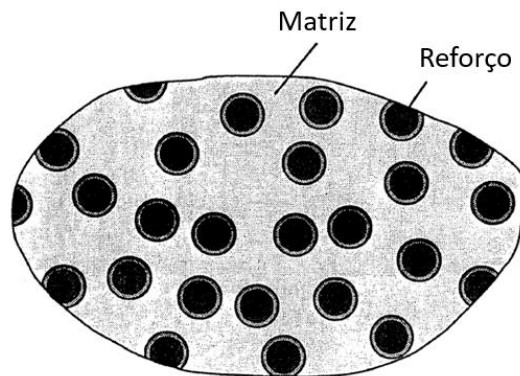


Figura 3-13: Matriz e reforço. Adaptado de Daniel e Ishai (1994).

A fase contínua é denominada matriz, sendo menos rígida e menos resistente que a fase descontínua, que é denominada reforço. O reforço pode ser de fibras descontínuas ou contínuas, sendo unidirecionais ou posicionadas com ângulos entre si, formando um tecido. Lâmina é o conjunto formado pela matriz junto ao reforço e laminado é o conjunto formado pelo empilhamento de lâminas, como representado na Figura 3-14.

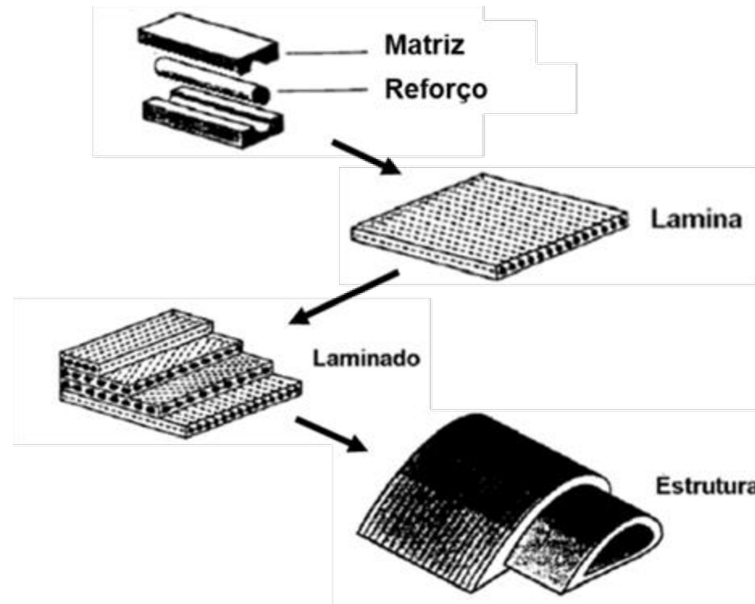


Figura 3-14: Conjuntos: lâmina e laminado. Adaptado de Daniel e Ishai (1994).

De acordo com Daniel e Ishai (1994), os materiais compostos podem ser avaliados em três escalas diferentes, dependendo do comportamento em foco. A micromecânica considera a interação entre os constituintes no nível microscópico, observando falhas da matriz, do reforço e na interface. A macromecânica considera a lâmina um material homogêneo anisotrópico e usa propriedades médias na análise. Já a análise do componente no nível estrutural pode aplicar métodos como elementos finitos para avaliar o comportamento do corpo e o estado de tensão em cada lâmina.

Dentre as vantagens dos materiais compostos sobre os materiais monolíticos estão a sua maior resistência específica (resistência mecânica/densidade) e a possibilidade de adequação do material às condições de carregamento através da anisotropia. Porém, a anisotropia também torna a análise estrutural mais complexa devido ao grande número de parâmetros envolvidos.

As propriedades básicas da lâmina são apresentadas na Tabela 3-1 e as direções principais são apresentadas na Figura 3-15.



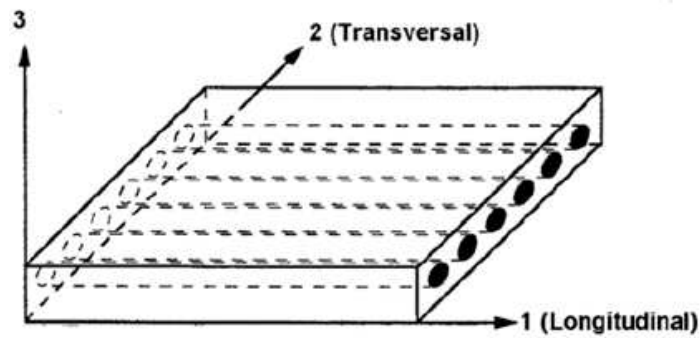


Figura 3-15: Direções principais da lâmina. Adaptado de Daniel e Ishai (1994).

Tabela 3-1: Propriedades básicas da lâmina.

<b>E1, E2, E3</b>	Módulos de elasticidade nas direções principais
<b>Em, E1f, E2f</b>	Módulos de elasticidade da matriz e da fibra nas direções longitudinais e transversais
<b>G12 = G21, G23 = G32, G13 = G31</b>	Módulos de cisalhamento nos planos
<b>G12f, Gm</b>	Módulos de cisalhamento para a fibra e matriz
<b>v12, v23, v13</b>	Coefficientes de Poisson
<b>vm, v12n</b>	Coefficientes de Poisson para matriz e fibra na direção longitudinal
<b>F1t, F2t, F3t</b>	Resistências à tração nas direções principais
<b>F1c, F2c, F3c</b>	Resistências à compressão nas direções principais
<b>F12 = F21, F23 = F32, F13 = F31</b>	Resistências ao cisalhamento nas direções principais
<b>Vf, Vm, Vv</b>	Volume da fibra, da matriz e dos vazios, respectivamente
<b>Mf, Mm</b>	Massa da fibra e da matriz, respectivamente

As relações de massa e volume para a lâmina são apresentadas nas Equações (3-35) a (3-40), de acordo com Chawla e Kumar (1998).

$$M = M_f + M_m \quad (3-35)$$

$$m_f + m_m = 1 \quad (3-36)$$

$$m_i = \frac{M_i}{M} \quad (3-37)$$

$$V = V_f + V_m + V_v \quad (3-38)$$

$$v_f + v_m + v_v = 1 \quad (3-39)$$

$$v_i = \frac{V_i}{V} \quad (3-40)$$

As relações entre as propriedades da lâmina e a proporção entre fibras e matriz, assim como a restrição imposta pelas fibras na matriz, são apresentadas nas Equações (3-41) a (3-45).

$$E_1 = V_f E_{1f} + V_m E_m \quad (3-41)$$

$$\nu_{12} = V_f \nu_{12f} + V_m \nu_m \quad (3-42)$$

$$\frac{1}{E_2} = \frac{\nu_f}{E_{2f}} + \frac{\nu_m}{E_m} \quad (3-43)$$

$$E'_m = \frac{E_m}{1 - \nu_m^2} \quad (3-44)$$

$$G_{12} = \frac{G_{12f} G_m}{V_f G_m + V_m G_{12f}} \quad (3-45)$$

Para o estado de tensão apresentado na Figura 3-16, as relações de tensão ( $\sigma$ ) e deformação ( $\epsilon$ ) são dadas pelas Equações (3-46) e (3-47), através da matriz de rigidez (Q) e da matriz de flexibilidade (S).

$$\sigma = Q \times \varepsilon \quad (3-46)$$

$$\varepsilon = S \times \sigma \quad (3-47)$$

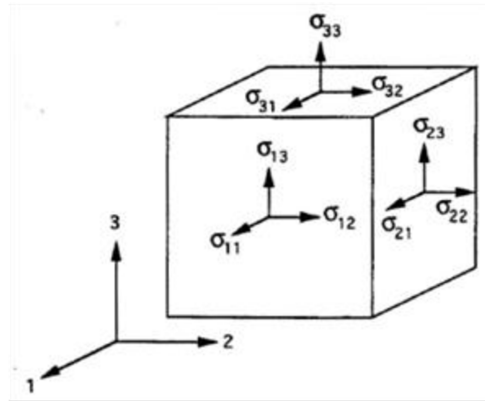


Figura 3-16: Estado de tensão. Adaptado de Daniel e Ishai (1994).

Para material ortotrópicos em estado plano de tensão, as relações constitutivas na direção principal são simplificadas através das Equações (3-48) e (3-49).

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_6 \end{bmatrix} \quad (3-48)$$

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ S_{12} & S_{22} & 0 \\ 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_6 \end{bmatrix} \quad (3-49)$$

Os coeficientes das matrizes de rigidez e flexibilidade são apresentados na Tabela 3-2.

Tabela 3-2: Coeficientes das Matrizes Q e S.

<b>Q<sub>11</sub></b>	$E_1 / (1 - \nu_{12} \nu_{21})$
<b>Q<sub>22</sub></b>	$E_2 / (1 - \nu_{12} \nu_{21})$
<b>Q<sub>12</sub></b>	$\nu_{21} E_1 / (1 - \nu_{12} \nu_{21}) = \nu_{12} E_2 / (1 - \nu_{12} \nu_{21})$
<b>Q<sub>66</sub></b>	$G_{12}$
<b>S<sub>11</sub></b>	$1 / E_1$
<b>S<sub>22</sub></b>	$1 / E_2$

$S_{12}$	$- \nu_{12}/E_1 = - \nu_{21}/E_2$
$S_{66}$	$1/ G_{12}$

As relações entre as constantes de engenharia (E, G e  $\nu$ ) e as constantes matemáticas (Q, S) são obtidas através de ensaios, exemplificados na Figura 3-17.

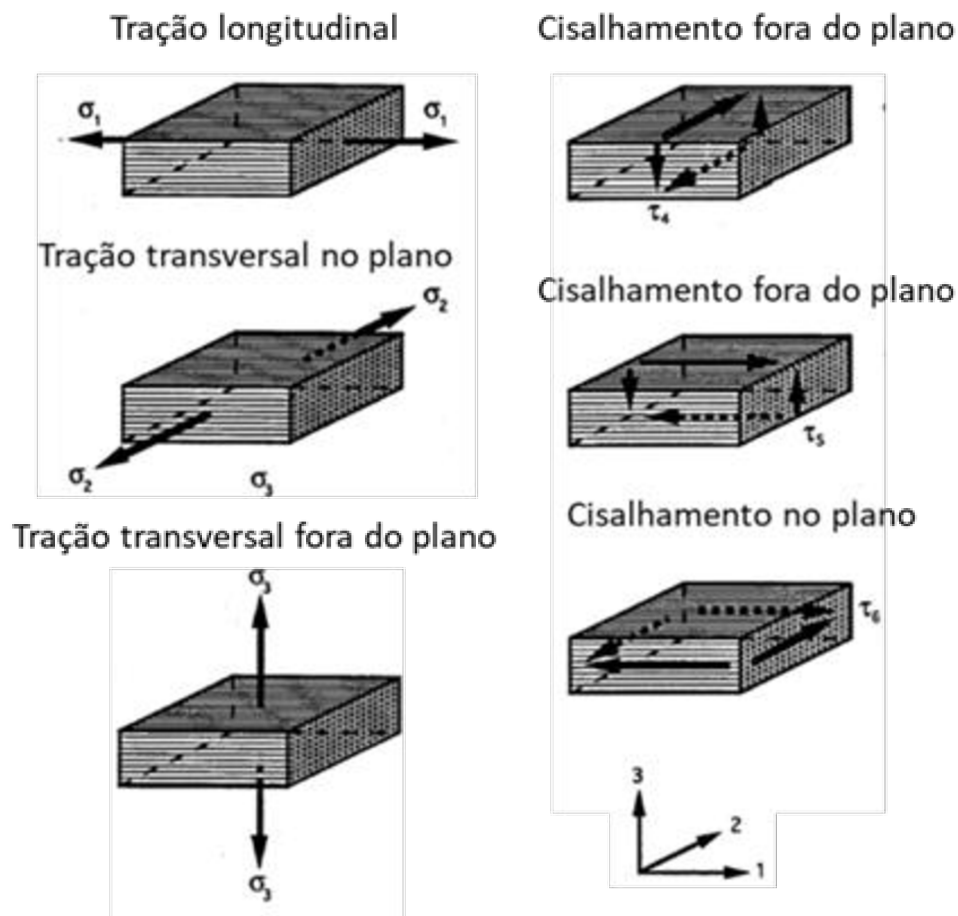


Figura 3-17: Ensaio para obtenção das constantes. Adaptado de Daniel e Ishai (1994).

Quando a orientação das fibras (x, y) coincide com as direções principais (1, 2) a lâmina está “no eixo”, e quando não coincide a lâmina está “fora do eixo”. É possível realizar a transformação de tensões e deformações através da matriz T apresentada na Equação (3-50), considerando o ângulo ( $\theta$ ) entre os eixos como apresentado na Figura 3-18. As relações de transformação são dadas pelas Equações (3-51) a (3-54).

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos^2\theta & \sin^2\theta & 2\cos\theta\sin\theta \\ \sin^2\theta & \cos^2\theta & -2\cos\theta\sin\theta \\ -\cos\theta\sin\theta & \cos\theta\sin\theta & \cos^2\theta - \sin^2\theta \end{bmatrix} \quad (3-50)$$

$$[\sigma]_{1,2} = [T][\sigma]_{x,y} \quad (3-51)$$

$$[\sigma]_{x,y} = [T^{-1}][\sigma]_{1,2} \quad (3-52)$$

$$[\varepsilon]_{1,2} = [T][\varepsilon]_{x,y} \quad (3-53)$$

$$[\varepsilon]_{x,y} = [T^{-1}][\varepsilon]_{1,2} \quad (3-54)$$

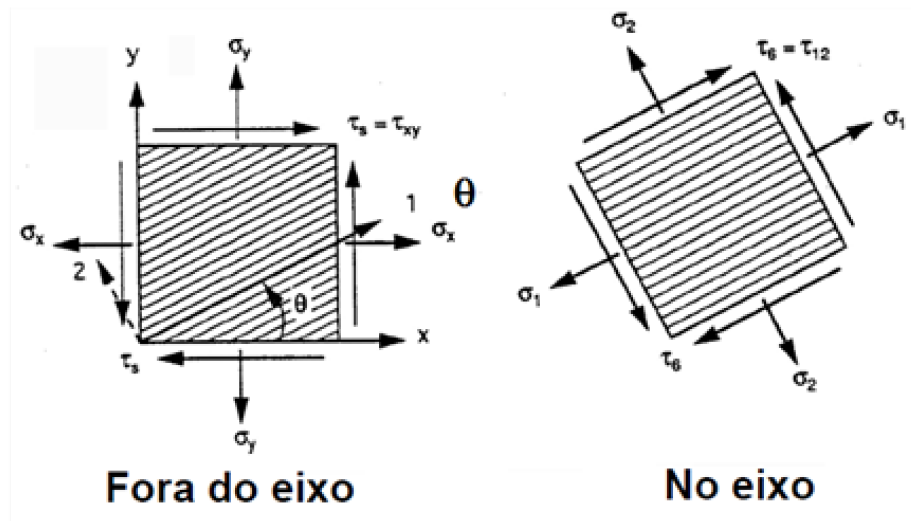


Figura 3-18: Lâmina “no eixo” e “fora do eixo”. Adaptado de Daniel e Ishai (1994).

As propriedades do laminado podem ser determinadas a partir das propriedades das lâminas. A rigidez do laminado é dada pela Equação (3-55) e suas sub-matrizes (Equações (3-56) a (3-60)), as deformações no plano médio ( $\varepsilon_0$ ) e as curvaturas ( $\kappa$ ) são apresentadas nas Equação (3-61), com  $i, j = x, y, s$ . A Figura 3-19 mostra a posição da lâmina “k” no laminado.

$$\begin{bmatrix} N \\ M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon^0 \\ \kappa \end{bmatrix} \quad (3-55)$$

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_s \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_s \end{bmatrix}_k dz \quad (3-56)$$

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_s \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_s \end{bmatrix}_k z dz \quad (3-57)$$

$$A_{ij} = A_{ji} = \sum_{k=1}^n Q_{ij}^k (h_k - h_{k-1}) \quad (3-58)$$

$$B_{ij} = B_{ji} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n Q_{ij}^k (h_k^2 - h_{k-1}^2) \quad (3-59)$$

$$D_{ij} = D_{ji} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n Q_{ij}^k (h_k^3 - h_{k-1}^3) \quad (3-60)$$

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_z^0 \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_s \end{bmatrix} \quad (3-61)$$

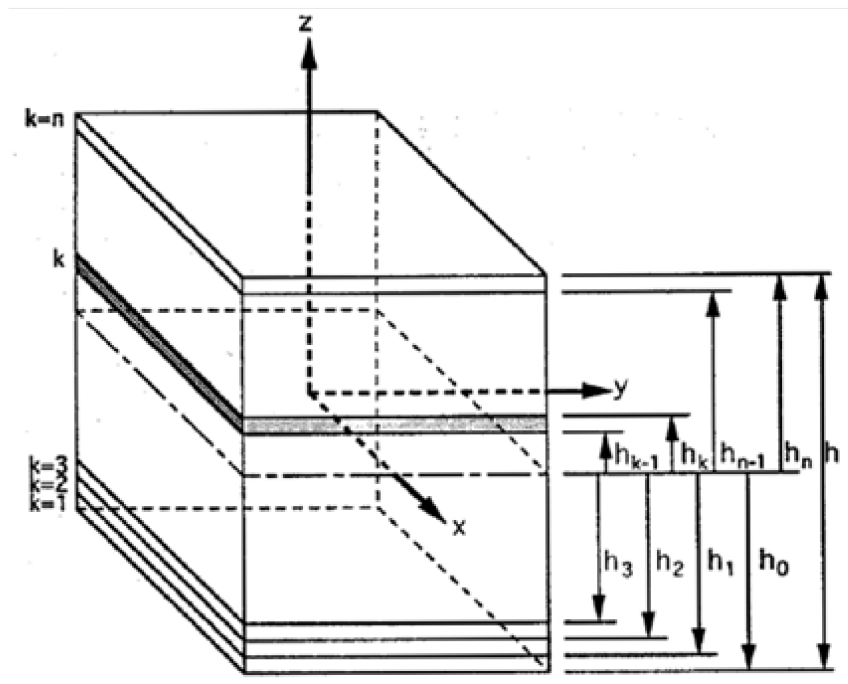


Figura 3-19: Lâmina “k” no laminado. Adaptado de Daniel e Ishai (1994).

A flexibilidade do laminado é dada pela Equação (3-62) e suas sub-matrizes são apresentadas nas Equações (3-63) a (3-69).

$$\begin{bmatrix} \varepsilon^0 \\ \kappa \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ b & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N \\ M \end{bmatrix} \quad (3-62)$$

$$[a] = [A^{-1}] - \{[B^*][D^{*-1}]\}[C^*] \quad (3-63)$$

$$[b] = [B^*][D^{*-1}] \quad (3-64)$$

$$[c] = -[D^{*-1}][C^*] \quad (3-65)$$

$$[d] = [D^{*-1}] \quad (3-66)$$

$$[B^*] = [A^{-1}][B] \quad (3-67)$$

$$[C^*] = [B][A^{-1}] \quad (3-68)$$

$$[D^*] = [D] - \{[B][A^{-1}]\}[B] \quad (3-69)$$

A partir dos coeficientes da matriz  $abd$  é possível calcular propriedades equivalentes para o laminado, de acordo com as Equações (3-70) a (3-79).

$$E_x = \frac{1}{ha_{xx}} \quad (3-70)$$

$$E_y = \frac{1}{ha_{yy}} \quad (3-71)$$

$$G_{xy} = \frac{1}{ha_{ss}} \quad (3-72)$$

$$\nu_{xy} = -\frac{a_{yx}}{a_{xx}} \quad (3-73)$$

$$\nu_{yx} = -\frac{a_{xy}}{a_{yy}} \quad (3-74)$$

$$\nu_{xy} = -\frac{a_{yx}}{a_{xx}} \quad (3-75)$$

$$\eta_{sx} = \frac{a_{xs}}{a_{ss}} \quad (3-76)$$

$$\eta_{xs} = \frac{a_{sx}}{a_{xx}} \quad (3-77)$$

$$\eta_{ys} = \frac{a_{sy}}{a_{yy}} \quad (3-78)$$

$$\eta_{sy} = \frac{a_{ys}}{a_{ss}} \quad (3-79)$$

Os mecanismos de falha micromecânica da lâmina são tração e compressão longitudinal, tração e compressão transversal e cisalhamento no plano. A resistência da lâmina também pode ser determinada através de teorias macromecânicas de falha.

A teoria do tensor polinomial interativo, também conhecida como teoria de Tsai-Wu, se baseia na teoria de falha geral para materiais anisotrópicos, dada pela Equação (3-80). Os coeficientes obtidos pelas condições elementares de carregamento na lâmina são apresentados na Tabela 3-3.

$$f_i \sigma_i + f_{ij} \sigma_i \sigma_j = 1 \quad (3-80)$$

Tabela 3-3: Coeficientes de Tsai-Wu

$f_1$	$(1/F_{1t}) - (1/F_{1c})$
$f_{11}$	$1 / (F_{1t} F_{1c})$
$f_2$	$(1/F_{2t}) - (1/F_{2c})$
$f_{22}$	$1 / (F_{2t} F_{2c})$
$f_{66}$	$1 / (F_6^2)$
$f_6 = f_{16} = f_{26}$	0



### 3.1.6 Método dos Elementos Finitos

Logan (2007) explica que o método dos elementos finitos é um método numérico utilizado para resolver problemas que envolvem geometrias complexas, carregamentos e propriedades de materiais, quando se torna inviável obter a solução analítica – dada por expressões matemáticas que fornecem valores exatos em qualquer ponto no corpo, dentre os infinitos pontos presentes – uma vez que tais soluções envolvem equações diferenciais, cuja solução é difícil pela complexidade e número de parâmetros de entrada. A formulação de elementos finitos resulta em um sistema de equações algébricas simultâneas, que fornece valores aproximados em um número finito de pontos discretos pré-determinados no corpo.

Logan (2007) afirma, ainda, que a evolução do método dos elementos finitos – o qual teve início na década de 40 - foi possível graças ao desenvolvimento dos computadores modernos, com maior velocidade de processamento, necessário para resolver sistemas com um elevado número de equações associadas a problemas complexos. Atualmente, existe um elevado número de programas computacionais especializados em resolução de problemas através do método dos elementos finitos.

A Figura 3-20 mostra as etapas básicas executadas pelo programa MSC Nastran (2012) para resolver uma análise linear estática.

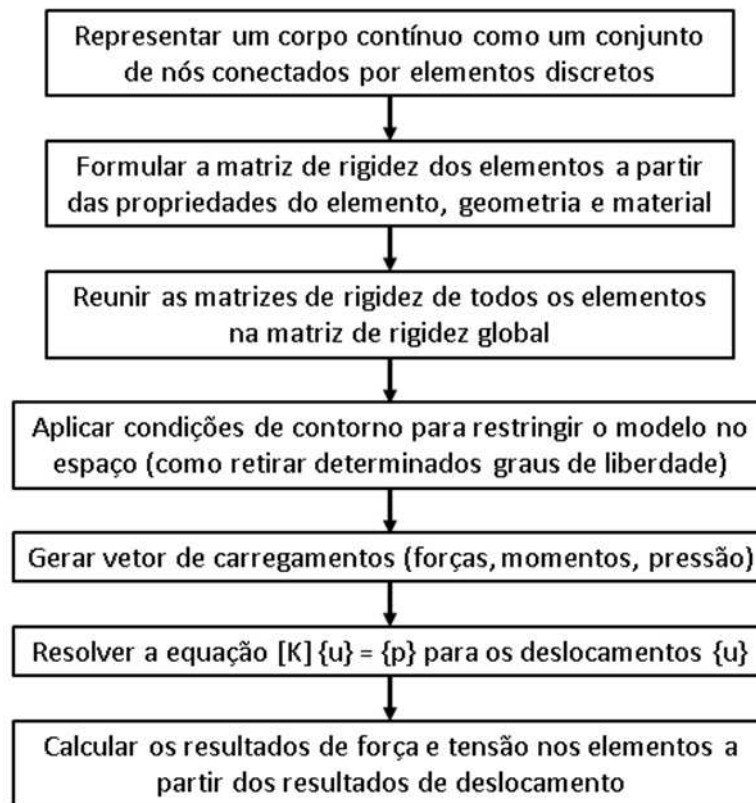


Figura 3-20: Análise linear estática no Nastran. Adaptado de MSC Nastran (2012)

Para MSC Nastran (2012), o modelo é desenvolvido ao se dividir a estrutura em um número discreto de elementos, conectados aos elementos vizinhos através de nós. A quantidade e o espaçamento entre esses nós define a quantidade de elementos no modelo.

A rigidez de cada elemento é considerada através de sua matriz de rigidez, cuja ordem depende do tipo do elemento. Os termos dessa matriz de rigidez estão associados aos dados de entrada do problema como propriedades do material e geometria.

As matrizes de rigidez de cada elemento são acopladas em uma matriz única, a matriz de rigidez global. Essa matriz representa a rigidez total da estrutura sem considerar as condições de contorno do problema.

Na análise estática, condições de contorno adequadas devem ser impostas para evitar o movimento de corpo rígido do modelo. Os esforços aplicados são combinados em um único vetor e aplicados simultaneamente.

Com a matriz de rigidez global restrita no espaço e com o vetor de carregamentos definido, o equilíbrio estático é resolvido pela Equação (3-81).

$$[K] \{u\} = \{p\} \quad (3-81)$$

Onde:

$[K]$  é a matriz de rigidez do sistema;

$\{u\}$  são os deslocamentos dos nós;

$\{p\}$  é o vetor de carregamentos aplicados.

As variáveis desconhecidas da equação são os deslocamentos dos nós dos modelos. Uma vez que os deslocamentos são conhecidos, é possível calcular outros resultados desejados, como deformação, força e tensão, através da função de forma que determina as relações cinemáticas de deformação e deslocamento de cada elemento, e das relações constitutivas de tensão-deformação do material.

Segundo Logan (2007), no pré-processamento, a discretização do modelo deve ser cuidadosamente revisada para evitar erros que comprometam os resultados, como nós mal posicionada, elementos distorcidos, carregamentos e condições de contorno equivocadas. E no pós-processamento, a consistência dos resultados deve ser criticada, verificando-se o deslocamento dos pontos de apoio, por exemplo, ou o comportamento geométrico da deformação, para certificar-se de que o modelo comporta-se como o esperado para o corpo real.

De acordo com Soriano (2009), o modelo matemático deve representar satisfatoriamente o comportamento físico estudado. Sempre é possível criar um modelo mais realístico e sofisticado, uma vez que nenhum expressa exatamente o comportamento real, sendo a escolha do mais adequado dependente da precisão desejada e das ferramentas disponíveis para a resolução do problema.

Soriano (2009) explica que, à medida que se reduz as dimensões dos elementos, confia-se que seu comportamento represente o comportamento físico de forma cada vez mais exata. Assim, a convergência do modelo pode ser verificada através de refinamento da malha, ou seja, da redução do tamanho dos elementos finitos utilizados.

### 3.2 Estado da Arte

Segundo Sequeira et. al. (2016), Budan e Manjunatha (2010) e Budan e Manjunatha (2011), componentes de material composto são de grande interesse da indústria automobilística para substituir componentes metálicos devido à relação de alta resistência mecânica e baixo peso, além da resistência à corrosão e contribuição para reduzir vibrações, e ao reduzir o peso buscam reduzir o consumo de combustível, a liberação de gases poluentes e a preservação de recursos naturais. Zebdi et. al. (2009) acrescenta que o uso de materiais compostos para molas helicoidais trás segurança como vantagem para o setor de transporte, pois a velocidade de propagação de trincas nesses materiais é menor do que nos metais.

Em Sequeira et. al. (2016), as propriedades de uma mola helicoidal de aço foram comparadas com as de molas de material composto, considerando a mesma geometria com seção circular sólida. O fator principal considerado foi a rigidez específica e sob essa diretriz a mola de fibra de carbono apresentou os melhores resultados, apesar de apresentar a rigidez absoluta menor que a do aço. Os cálculos analíticos e os resultados da simulação via elementos finitos apresentaram 13% de diferença, e essa margem foi considerada aceitável.

Em Budan e Manjunatha (2010), Bhaskar et. al (2016), e Manjunatha e Budan (2012), foi investigada a viabilidade de fabricação de molas de material composto para uso automotivo. Fabricaram molas de diferentes materiais considerando a mesma geometria com seção retangular sólida. As molas foram testadas e apresentaram rigidez inferior à rigidez de uma mola similar de aço. Em Budan e Manjunatha (2010) e em Manjunatha e Budan (2012), a mola de fibra de carbono apresentou o melhor resultado entre os materiais compostos utilizados. Sugerem que a mola poderia ser reforçada para ganhar rigidez e ainda seria mais leve que a de aço, mesmo que o processo de fabricação tenha se mostrado mais caro e demorado, afirmam que a economia de combustível compensaria a escolha.

Budan e Manjunatha (2011) fabricaram e testaram molas de seção retangular sólida de fibra de carbono com orientações de fibra diferentes. Concluíram que a mola com fibras a  $\pm 45^\circ$  apresenta melhores resultados de rigidez e resistência, quando comparada a molas unidirecionais e com orientação de  $0/90^\circ$ , porque os esforços principais presentes no componente são de cisalhamento direto e cisalhamento devido à torção. Novamente, a mola de material composto apresentou menor massa que a de metal, e também menor rigidez,

porém, afirmam que é possível redimensionar a mola e ainda reduzir a massa, bem como automatizar o processo de fabricação para larga escala.

Balaguru et. al. (2016) fabricaram e testaram molas de fibra de carbono e de vidro, concluindo que a fibra de carbono apresenta melhor performance nos quesitos rigidez e massa. Sugerem o uso combinado de molas de material composto com molas convencionais, para compensar a baixa rigidez apresentada pelas molas de compósito e ainda assim reduzir a massa do conjunto.

Karthikeyan et. al. (2016) propõe o uso de molas em paralelo para que a distribuição da massa compense a baixa rigidez. Analisou configurações mistas de material composto e metálico para reduzir a massa da suspensão sem prejudicar o desempenho.

Zebdi et. al. (2009) apresentaram uma metodologia para otimizar o projeto de molas helicoidais para uso em suspensão automotiva, otimizando primeiro a geometria com material isotrópico (para controlar o comportamento) e depois encontrando um material composto com propriedades mecânicas equivalentes. Obteve como resultado molas de carbono/epóxi que apresentam a mesma rigidez que a mola metálica, com menor massa e geometria similar, o que tornaria viável a substituição do componente original sem grandes modificações no projeto da suspensão do veículo.

Keller e Gordon (2011) estudaram a distribuição de tensão e deformação em molas helicoidais submetidas a flexão pura, afirmam que para uma mola isotrópica homogênea é esperado que o comportamento seja similar para cada uma das espiras da mola, e que as equações conhecidas para dimensionamento de molas helicoidais são válidas para ângulos de hélice de até  $15^\circ$  - acima desde valor é possível ocorrer instabilidade e influência de outros fatores.

Kim et. al. (1999) fabricaram e testaram molas de material composto, com ângulos de hélice variando entre  $10^\circ$  e  $35^\circ$ . Para prever a rigidez das molas, modificaram a equação clássica de rigidez para inserir a influência do ângulo na torção. Os experimentos não foram suficientes para embasar a teoria, mas apresentaram indícios de boa correlação.

Hejib e Mankar (2017) calcularam através da formulação clássica e testaram diferentes geometrias para molas helicoidais metálicas de seção transversal sólida circular, buscando o aumento de rigidez. Apresentaram resultados experimentais com diferença de cerca de 1% quando comparados aos resultados teóricos, validando assim seus testes.

# 4

## 4 METODOLOGIA

As etapas da metodologia utilizada para o estudo de rigidez da mola helicoidal com seção transversal elíptica são apresentadas no fluxograma da Figura 4-1.

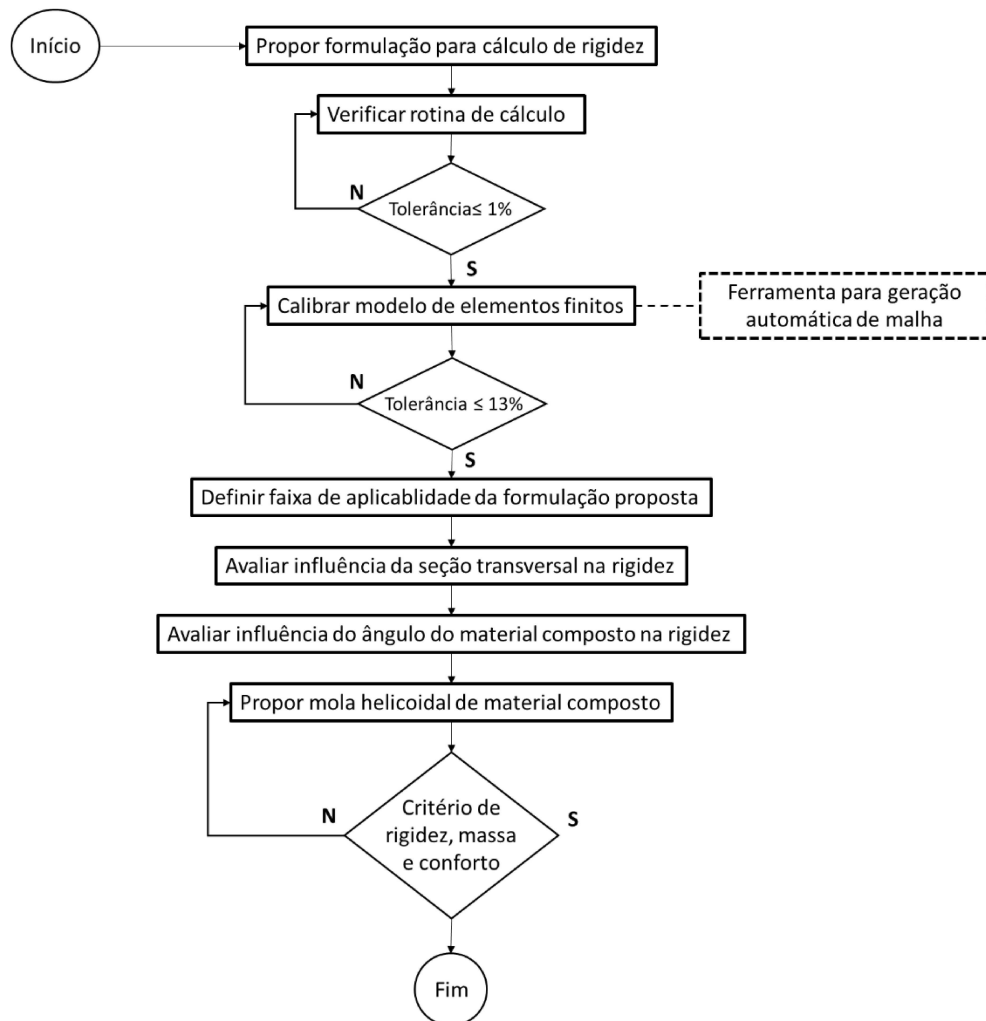


Figura 4-1: Fluxograma Etapas da Metodologia

A influência do ângulo de hélice da mola na torção foi considerada em Kim et. al. (1999). A **primeira etapa** da metodologia desse estudo foi propor uma equação para o cálculo de rigidez da mola helicoidal, considerando a influência do ângulo de hélice da mola na torção e na flexão. A proposta é baseada na formulação clássica apresentada na Seção 3.1.3, que considera torção e cisalhamento, e acrescenta termos para sofisticar a equação, baseando-se na teoria da viga curva apresentada na seção 3.1.2, que considera torção e flexão. A Figura 4-2 apresenta como o momento atuante no fio da mola foi considerado e decomposto entre as componentes de torção e flexão. A Equação (4-1) apresenta o cálculo proposto da energia de deformação da mola de acordo com o Teorema de Castigliano apresentado na Seção 3.1.1, com as componentes de torção, cisalhamento e flexão, respectivamente.

$$U = \int \frac{T^2}{2GJ} dx + \int \frac{F^2}{2AG} dx + \int \frac{M^2}{2EI} dx \quad (4-1)$$

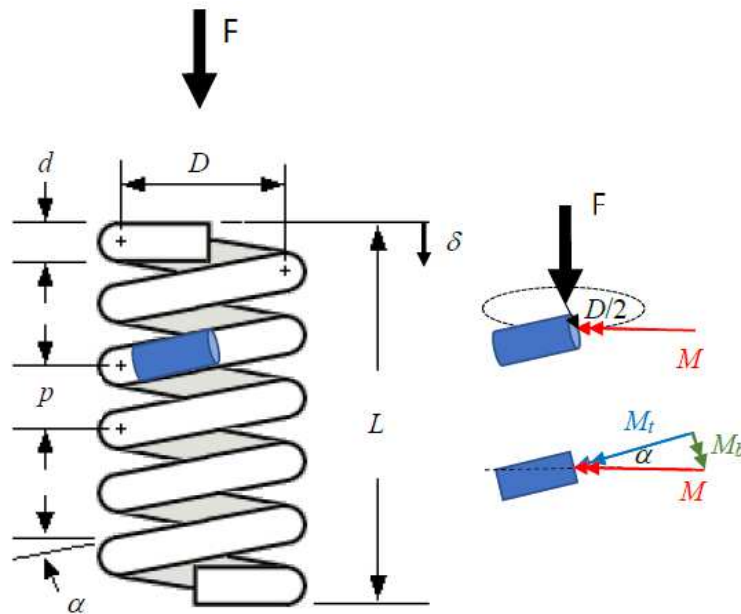


Figura 4-2: Decomposição do momento atuante.

Considerando todas as variáveis constantes no comprimento, a formulação proposta para o cálculo do deslocamento da mola é apresentada na Equação (4-2), sendo a rigidez calculada pela Equação (4-3) onde “F” é a força aplicada.

$$\delta = \frac{PLD^2}{4GJ} (\cos \alpha)^2 + \frac{PL}{AG} + \frac{PLD^2}{4EI} (\sin \alpha)^2 \quad (4-2)$$

$$K = \frac{F}{\delta} \quad (4-3)$$

A **segunda etapa** consistiu na escrita de uma rotina de cálculo para a avaliação da rigidez de molas helicoidais através da abordagem clássica e da abordagem proposta, utilizando o programa Scilab (desenvolvido pela ESI Group, gratuito e de código aberto). Essa rotina foi verificada através dos resultados apresentados por Hejib e Mankar (2017) e é apresentada no Apêndice 8.1.

Em seguida, na **terceira etapa**, foi desenvolvido um modelo de elementos finitos para comparação com os resultados analíticos e realizou-se um teste de tamanho de malha. Os programas utilizados são apresentados na Tabela 4-1.

Tabela 4-1: Programas utilizados

<b>Etapa</b>	<b>Programa</b>	<b>Desenvolvedor</b>
Geometria	Catia	Dassault Systèmes
Pré-Processador	Femap	Siemens PLM Software
Processador	Nastran	MSC Software
Pós-Processador	Femap	Siemens PLM Software

O primeiro modelo construído manualmente foi custoso e visto que vários modelos precisariam ser feitos durante o processo, desenvolveu-se uma ferramenta para gerar automaticamente a malha de elementos finitos de uma mola helicoidal e aplicar as condições de contorno, dispensando a etapa do modelo computacional da geometria. Essa ferramenta é apresentada no Apêndice 8.2.

Com o teste de malha feito, a **quarta etapa** foi a utilização do modelo de elementos finitos para investigar a faixa de aplicabilidade para a abordagem de calculo proposta. Foram gerados trinta modelos, com o ângulo de hélice partindo de 1° e variando de grau em grau até 30°. Os resultados dos modelos foram então comparados aos resultados calculados.



Na **quinta etapa**, após definir a faixa de aplicabilidade, a influência da seção transversal para a rigidez da mola foi avaliada através da formulação proposta. O ângulo de hélice da mola e os raios menor e maior da elipse foram variados, porém, fixou-se a relação entre os raios de forma que a área da seção transversal se mantivesse a mesma. Por fim, foram gerados dois modelos de elementos finitos para corroborar os resultados analíticos: um modelo para a maior razão entre os raios da elipse e outro para a menor razão entre os raios – ou seja, um para a elipse com o maior raio possível posicionado na horizontal, e outro para a elipse com o maior raio possível na vertical, sendo os termos “horizontal” e “vertical” definidos como apresentado na Figura 4-3, o eixo vertical da seção transversal é paralelo ao eixo central da mola.

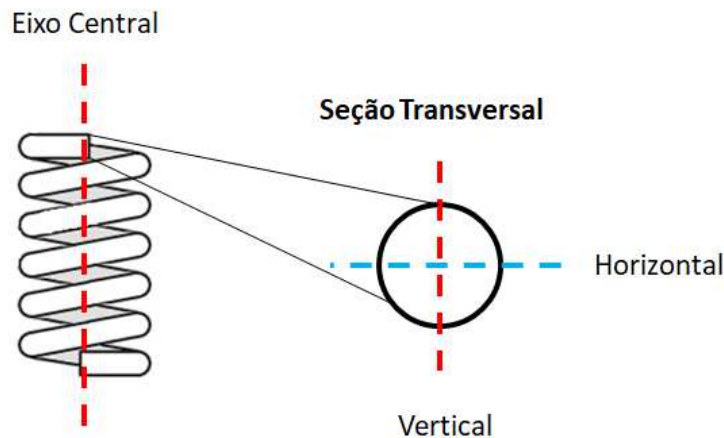


Figura 4-3: Notação para eixo vertical e horizontal na seção transversal

Até o momento, todo o estudo foi realizado considerando um material isotrópico, para compreender o comportamento mecânico do componente, como apresentado em Zebdi et. al. (2009). A **sexta etapa** foi verificar como os ângulos do material composto influenciam o cálculo de rigidez pela abordagem proposta. O material utilizado é fibra de carbono com resina epóxi, pois em Sequeira et. al. (2016), Budan e Manjunatha (2010), Balaguru et. al. (2016) e Zebdi et. al. (2009), molas helicoidais de material composto foram comparadas e as melhores características de rigidez e massa foram apresentadas para esse material. Budan e Manjunatha (2011) concluíram que a mola com fibras a  $\pm 45^\circ$  apresenta melhores resultados de rigidez e resistência, e, portanto, esse é o ângulo de partida, que foi variado para mais e para menos em  $5^\circ$ . As propriedades do material composto utilizado são apresentadas na Tabela 4-2 e foram retiradas de Daniel e Ishai (1994).

Tabela 4-2: Propriedades do Material Composto REF ISHAI

<b>Material</b>	<b>Carbono/Epoxy AS4/3501-6</b>
<b>E1 [GPa]</b>	142
<b>E2 [GPa]</b>	10,3
<b>G12 [GPa]</b>	7,2
<b>v12</b>	0,27
<b>Densidade [g/cm<sup>3</sup>]</b>	1,58
<b>F1t [MPa]</b>	2280
<b>F1c [MPa]</b>	1440
<b>F2t [MPa]</b>	57
<b>F2c [MPa]</b>	228
<b>F12 [MPa]</b>	71

Após estudar o comportamento de rigidez da mola helicoidal, uma mola de material composto foi proposta na **sétima etapa**, para satisfazer critérios de massa e rigidez, e além desses o critério de conforto e vibração. Como Budan e Manjunatha (2010) e Budan e Manjunatha (2011) sugerem que a mola helicoidal de material composto precisa ser reforçada, a mola apresentada em Sequeira et. al. (2016) foi usada como referência e modificada. Para viabilizar a substituição de componentes com mínima alteração do projeto original da suspensão, o diâmetro principal e o comprimento livre da mola foram mantidos iguais.

# 5

## 5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

### 5.1 Verificação e Teste de Malha

A rotina de cálculo desenvolvida no programa Scilab para a avaliação da rigidez de molas helicoidais, utilizando tanto a abordagem clássica quanto a abordagem proposta, é apresentada no Apêndice 8.1.

A verificação da rotina se baseou nos dados de entrada e resultados apresentados por Hejib e Mankar (2017), comprovando que as equações foram escritas corretamente. A Tabela 5-1 apresenta os dados de entrada: a geometria utilizada e as propriedades do material. A nomenclatura para geometria da mola é apresentada na Seção 3.1.3.

Tabela 5-1: Dados de entrada baseados em Hejib e Mankar (2017).

D [mm]	42
d [mm]	7
L [mm]	230
N	17
G [MPa]	79000
$\nu$	0,3*

\* O Coeficiente de Poisson não foi apresentado em Hejib e Mankar (2017). Porém, o material utilizado é um aço e foi adotado um valor médio encontrado na literatura.

A Tabela 5-2 apresenta os resultados obtidos, e as diferenças encontradas para a rigidez experimental apresentada por Hejib e Mankar (2017), a rigidez calculada pela abordagem clássica e a rigidez calculada pela abordagem proposta, utilizando a rigidez analítica apresentada por Hejib e Mankar (2017) como referência.

Tabela 5-2: Resultados da Verificação

		<b>Diferença</b>
<b>Rigidez Analítica, Hejib e Mankar (2017)</b>	18,82	-
<b>Rigidez Experimental, Hejib e Mankar (2017)</b>	18,54 a 18,91	1%
<b>Rigidez – Abordagem Clássica</b>	18,57	1%
<b>Rigidez – Abordagem Proposta</b>	18,61	1%

Os resultados encontrados indicam que a rotina está correta. Foi encontrado 1% de diferença entre os valores apresentados por Hejib e Mankar (2017). e os calculados, o que pode ser atribuído à diferença de arredondamento adotado nas etapas intermediárias de cálculo e ao valor do Coeficiente de Poisson utilizado. A diferença entre os valores calculados pelas duas abordagens (clássica e proposta) foi de 0,2%, indicando que os dois métodos são similares para a avaliação dessa mola, cujo ângulo de hélice é de 5,85°.

Em seguida, foi desenvolvido um modelo de elementos finitos para comparação com os resultados analíticos. As propriedades do material são as apresentadas na Tabela 5-1, bem como a geometria utilizada como base, que é a mesma apresentada com exceção da seção: era sólida e será modelada como uma seção vazada com espessura de 1,32 mm. De acordo com a Equação (3-12) essa seção não é considerada delgada, pois a sua relação  $t/d$  é igual a 0,19.

O modelo da mola foi feito com elementos de casca quadrilaterais de primeira ordem denominados CQUAD4, a força e a restrição no espaço foram aplicadas no eixo central da mola e transmitidas através de elementos rígidos denominados RBE2. A força aplicada por Hejib e Mankar (2017) variou entre cerca de 200 N e 1000 N, mas a força aplicada nos modelos de teste de malha foi de 10N, para garantir o regime linear de pequenos deslocamentos ao aplicar a força com ordem de grandeza menor. A mola foi restrita nos seis graus de liberdade na base inferior, enquanto a força de compressão foi aplicada no nó superior que possui apenas o grau de liberdade de translação em Y, para que a força não mude de direção com a deformação do corpo. O modelo e as condições de contorno adotadas são apresentados na Figura 5-1.

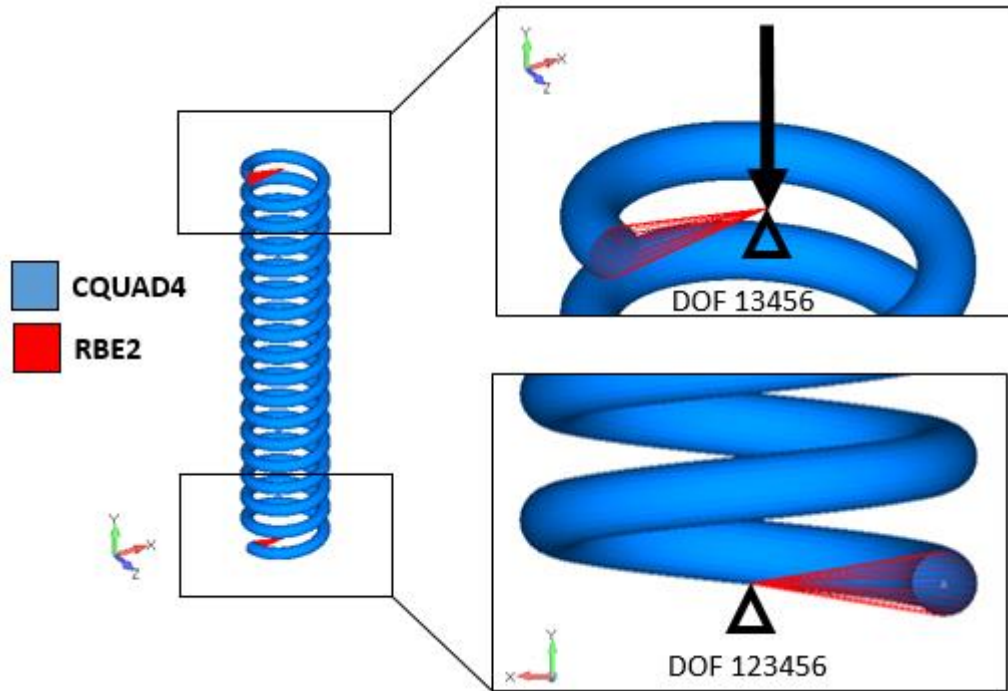


Figura 5-1: Modelo de elementos finitos da mola helicoidal

Para o teste de malha, seis tamanhos de elementos diferentes foram avaliados. Os modelos são apresentados na Tabela 5-3 e na Figura 5-2.

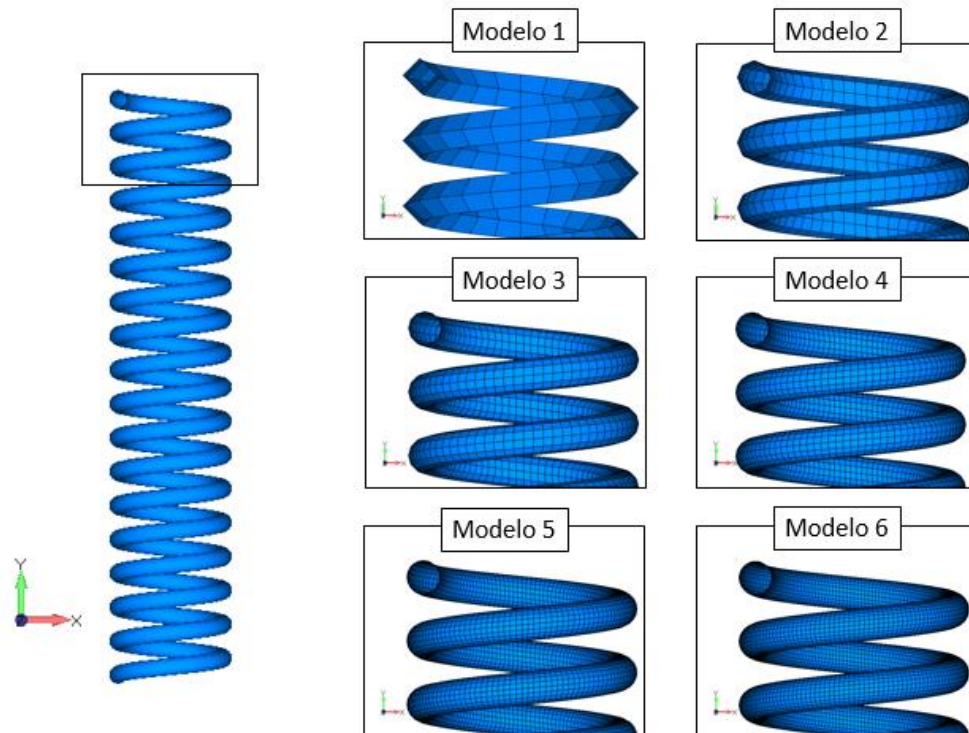


Figura 5-2: Teste de Malha

Tabela 5-3: Teste de Malha

<b>Modelo</b>	<b>Número de elementos na seção transversal</b>	<b>Número total de elementos</b>	<b>Número total de nós</b>
1	4	1634	1638
2	8	6530	6538
3	12	14690	14702
4	16	26114	26130
5	20	40802	40822
6	24	58754	58778

Para a nova configuração da mola (seção transversal vazada) a rigidez foi novamente calculada, sendo o resultado para o método clássico igual a 28,59 N/mm e o resultado para o método proposto foi de 28,65 N/mm, com a diferença de 0,2% permanecendo entre eles. Os resultados encontrados pelos modelos foram comparados aos resultados calculados e são apresentados na Tabela 5-4.

Tabela 5-4: Resultados do teste de malha

<b>Modelo</b>	<b>Rigidez [N/mm]</b>	<b>Diferença para cálculo clássico</b>	<b>Diferença para cálculo proposto</b>
1	14,05	50,9%	51,0%
2	24,50	14,3%	14,5%
3	26,86	6,1%	6,3%
4	27,72	3,0%	3,3%
5	28,13	1,6%	1,8%
6	28,35	0,8%	1,1%

O teste de malha mostra que o modelo desenvolvido com as condições de contorno adotadas é capaz de representar o comportamento esperado da mola helicoidal, sendo que Sequeira et. al. (2016) afirmam que é aceitável até 13% de diferença entre resultados analíticos e de modelo de elementos finitos na avaliação de molas helicoidais.

## 5.2 Faixa de Aplicabilidade

O ângulo de hélice da mola avaliada na Seção 5.1 é de  $5,85^\circ$  e a diferença entre os valores calculados pelas duas abordagens foi de 0,2%. Para definir a faixa de aplicabilidade do método de cálculo proposto, foram gerados trinta modelos com o ângulo partindo de  $1^\circ$  e variando de grau em grau até  $30^\circ$ . O tamanho de elemento é igual ao “Modelo 6” da Tabela 5-3 e a geometria utilizada é a mesma do modelo de elementos finitos da Seção 5.1, porém, apenas uma espira foi modelada para fins de economia de tempo de processamento computacional, o que é válido de acordo com Keller e Gordon (2011), que dizem que para uma mola isotrópica homogênea é esperado que o comportamento seja similar para cada uma das espiras da mola.

De acordo com a Equação (3-14), o ângulo de hélice da mola depende apenas do passo e do diâmetro e para variar o ângulo dos modelos variou-se apenas o passo. Isso foi feito porque o diâmetro afeta outros parâmetros no cálculo de rigidez, enquanto o passo é considerado apenas no cálculo do ângulo – sendo que nem o ângulo nem o passo são considerados no cálculo de rigidez pelo método clássico. Os modelos são apresentados nas Figura 5-3 e Figura 5-4.

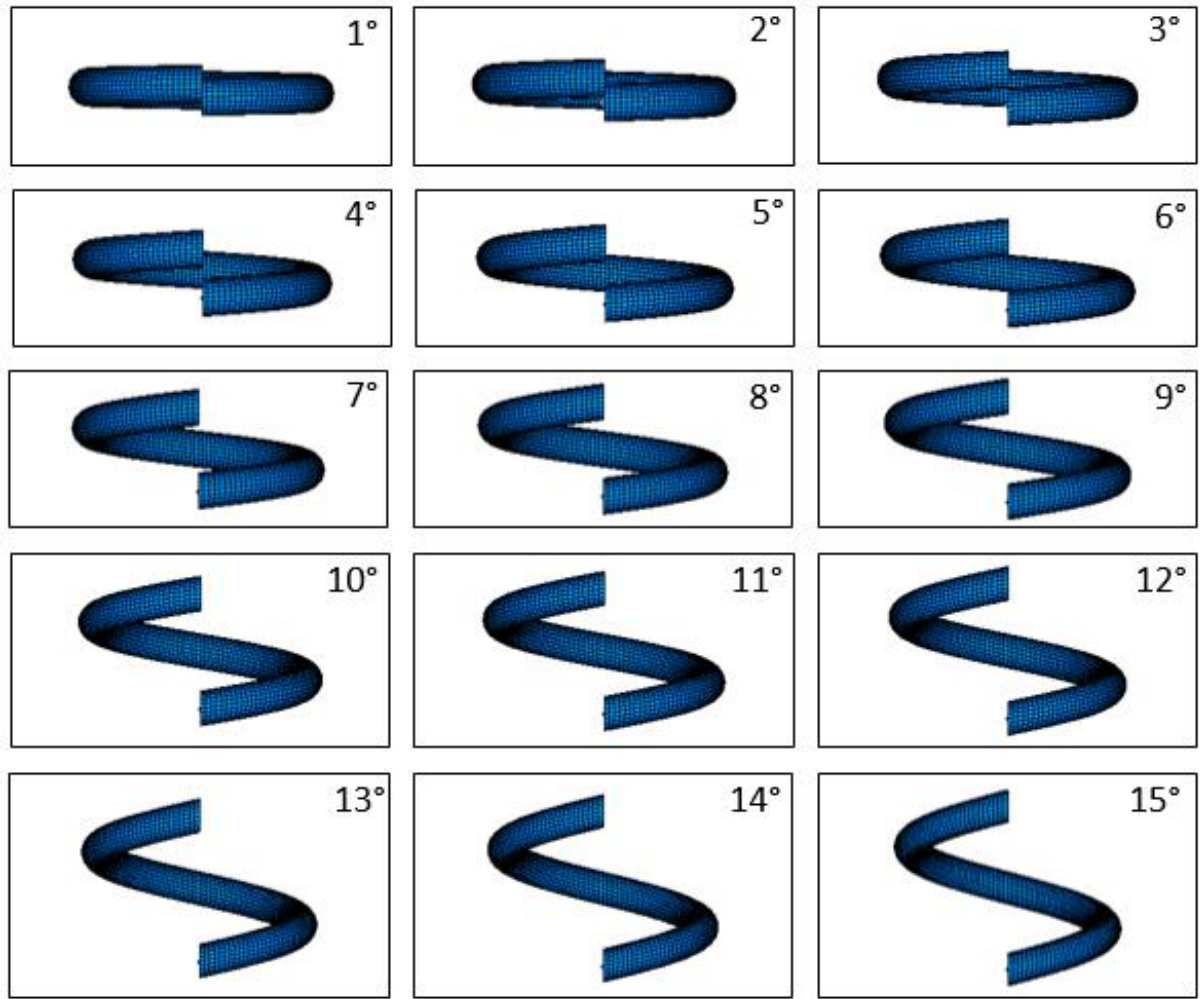


Figura 5-3: Modelos para faixa de aplicabilidade de 1° até 15°



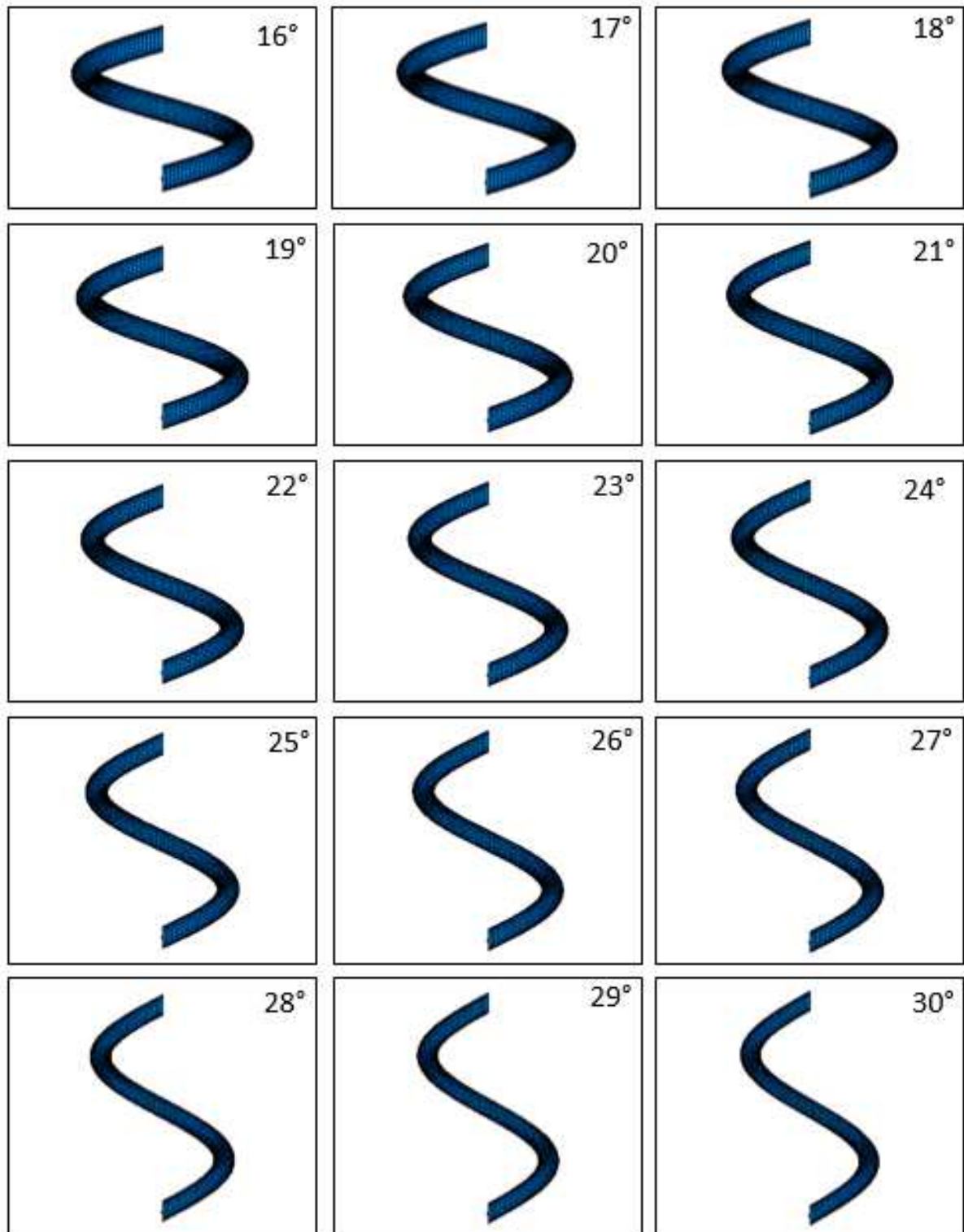


Figura 5-4: Modelos para faixa de aplicabilidade de 16° até 30°

Como o ângulo da mola não influencia o cálculo de rigidez pelo método clássico, este resultou em uma rigidez de 486 N/mm constante para todas as situações. Os resultados de rigidez para o modelo, para a abordagem clássica e para a proposta são apresentados na

Figura 5-5. A Figura 5-6 apresenta a diferença entre a rigidez do modelo e a calculada pelo método clássico, entre a rigidez do modelo e a calculada pelo método proposto e entre os dois valores de rigidez calculados. Tabela 5-5 sumariza os resultados de rigidez e as diferenças relativas.

Tabela 5-5: Resultados de rigidez e diferença relativa

Ângulo	Rigidez Modelo [N/mm]	Diferença Modelo x Clássico	Rigidez Proposto [N/mm]	Diferença Modelo x Proposto	Diferença Clássico x Proposto
1	487,3	0,3%	486,0	0,3%	0,0%
2	487,8	0,4%	486,1	0,3%	0,0%
3	488,5	0,5%	486,3	0,5%	-0,1%
4	489,2	0,7%	486,5	0,6%	-0,1%
5	490,4	0,9%	486,8	0,7%	-0,2%
6	491,6	1,2%	487,2	0,9%	-0,2%
7	493,1	1,4%	487,6	1,1%	-0,3%
8	494,6	1,7%	488,1	1,3%	-0,4%
9	496,0	2,0%	488,6	1,5%	-0,6%
10	497,8	2,4%	489,3	1,7%	-0,7%
11	499,0	2,6%	490,0	1,8%	-0,8%
12	500,5	2,9%	490,7	2,0%	-1,0%
13	501,5	3,1%	491,5	2,0%	-1,1%
14	502,5	3,3%	492,4	2,0%	-1,3%
15	503,3	3,4%	493,4	2,0%	-1,5%
16	503,5	3,5%	494,4	1,8%	-1,7%
17	503,8	3,5%	495,5	1,6%	-2,0%
18	503,3	3,4%	496,6	1,3%	-2,2%
19	502,8	3,3%	497,8	1,0%	-2,4%
20	501,5	3,1%	499,1	0,5%	-2,7%
21	500,0	2,8%	500,4	-0,1%	-3,0%
22	498,0	2,4%	501,8	-0,8%	-3,3%
23	495,5	1,9%	503,2	-1,5%	-3,5%
24	492,6	1,3%	504,7	-2,5%	-3,9%
25	489,0	0,6%	506,2	-3,5%	-4,2%
26	485,2	-0,2%	507,9	-4,7%	-4,5%
27	481,0	-1,0%	509,5	-5,9%	-4,8%
28	476,2	-2,1%	511,2	-7,4%	-5,2%
29	471,0	-3,2%	513,0	-8,9%	-5,6%
30	465,5	-4,4%	514,8	-10,6%	-5,9%

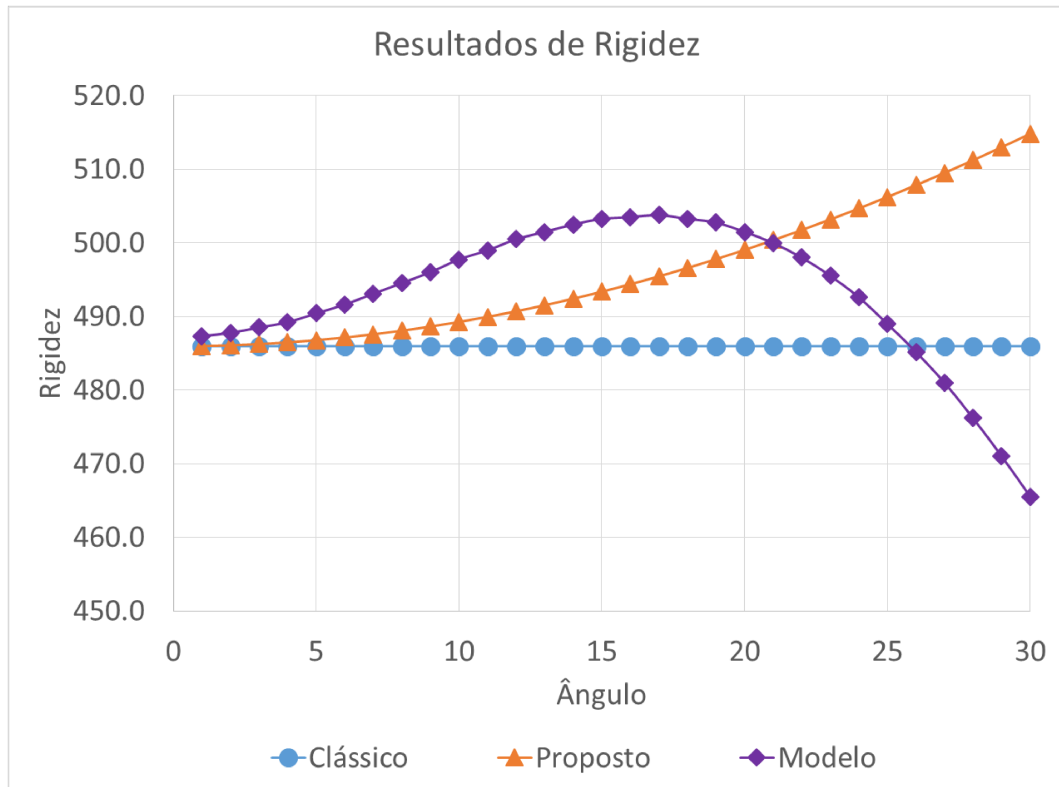


Figura 5-5: Resultados de rigidez

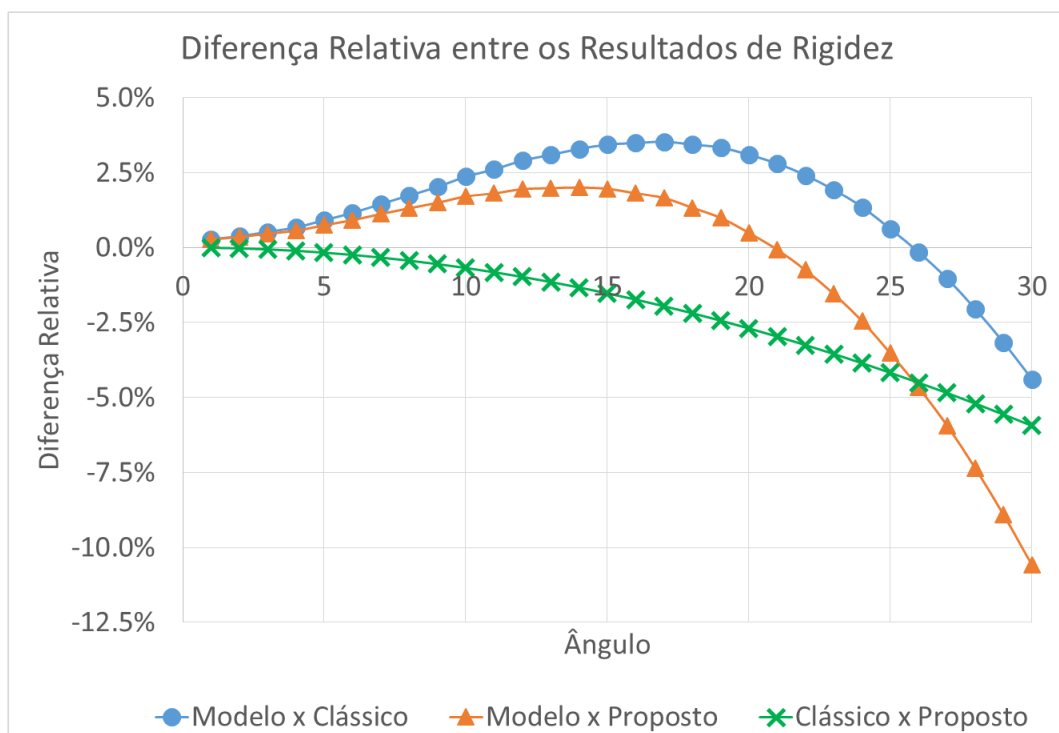


Figura 5-6: Diferença relativa entre os resultados de rigidez

Keller e Gordon (2011) afirmam que a formulação clássica para o cálculo de molas helicoidais é recomendada para ângulos de até  $15^\circ$ , e para o caso avaliado essa consideração acarreta em um erro de até 3,4% entre os resultados do modelo e o calculado. Logo após essa faixa, com ângulo de  $17^\circ$ , o comportamento do modelo se altera e a mola apresenta decaimento na rigidez com o aumento do ângulo, indicando que em ângulos maiores o componente perde eficiência. Para ângulos pequenos, até cerca de  $5^\circ$ , a diferença entre os métodos de cálculo é desprezível e isso ocorre porque para esses ângulos o valor do cosseno é aproximadamente 1 enquanto o valor do seno é aproximadamente 0, tornando desprezível a contribuição da flexão para o cálculo do deslocamento.

Para a seção transversal circular avaliada, é possível concordar com Keller e Gordon (2011) e afirmar que o método clássico é válido para o dimensionamento até ângulos de  $15^\circ$ , e apesar do valor constante de rigidez não representar a variação do comportamento do modelo, a aproximação se faz valer pela simplificação dos cálculos. Porém, os resultados apontam indícios de que a flexão tem influência no deslocamento total da mola.

A faixa de aplicabilidade escolhida para a abordagem proposta é a partir de  $5^\circ$ , quando a proposta e a formulação clássica foram consideradas iguais, até  $17^\circ$ , quando o modelo muda de comportamento. A aproximação mostrou-se válida mesmo que o comportamento da função não tenha sido o mesmo que o observado no modelo – apresenta rigidez crescente com o aumento do ângulo, ao contrário do modelo. Outros fatores não considerados na formulação se fazem presentes quando o ângulo continua crescendo, mas eles não serão investigados uma vez que há prejuízo para a rigidez com o aumento do ângulo, e o interesse é trabalhar na zona de melhor eficiência do componente.

### 5.3 Curvas de Rigidez

A Seção 5.2 mostra que a abordagem proposta é uma aproximação válida para molas com ângulo de  $5^\circ$  a  $17^\circ$ . Com a faixa de aplicabilidade definida, a influência da seção transversal para a rigidez da mola foi avaliada através da formulação proposta.

Variou-se o ângulo de hélice da mola entre  $5^\circ$  e  $17^\circ$ , assim como os raios menor e maior da elipse, fixando a relação entre os raios de forma que a área da seção transversal não se alterasse. Para isso, a rotina de cálculo foi adaptada e é apresentada no Apêndice 8.1.

A geometria e propriedades de material utilizadas são as mesmas apresentadas na Seção 5.2, sendo que quando a elipse apresenta  $a = b$ , estes tem o mesmo valor do raio da seção transversal circular analisada anteriormente. O menor valor permitido para os raios  $a$  e  $b$  foi de duas vezes a espessura da seção ( $a \geq 2t$ ,  $b \geq 2t$ ), e em nenhum caso o maior valor passará de dez vezes o valor da espessura ( $a < 10t$ ,  $b < 10t$ ), para que essa seção não seja considerada delgada de acordo com a Equação (3-12).

Ao variar os raios da elipse, a área da seção transversal se manteve a mesma, como apresentado na Figura 5-7.

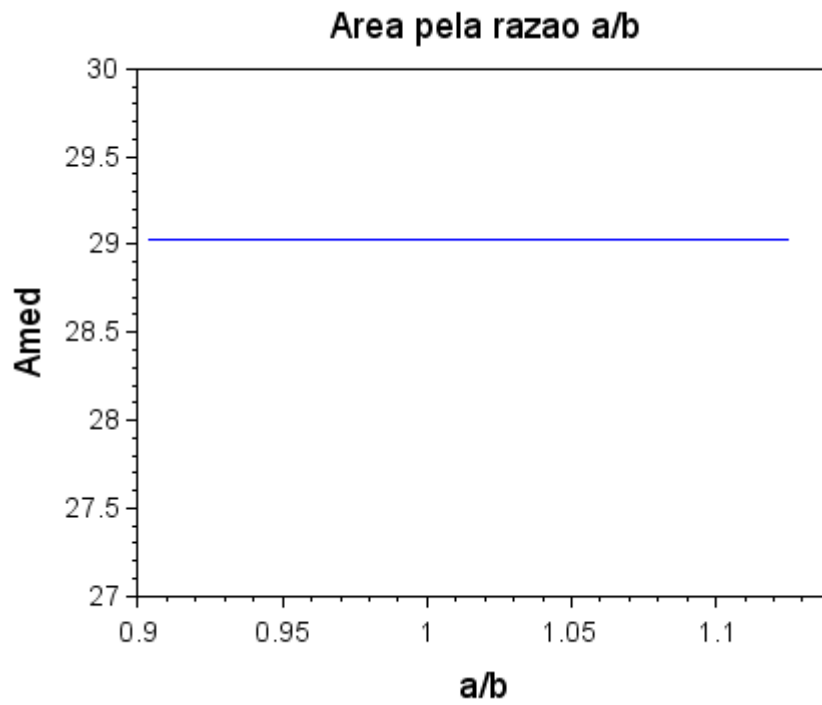


Figura 5-7: Área média da seção transversal pela razão entre os raios a/b (em mm<sup>2</sup>)

De acordo com a Equação (3-27), o momento polar de inércia (J) deve ser simétrico em relação ao ponto em que  $a = b$ , o que é mostrado na Figura 5-8.

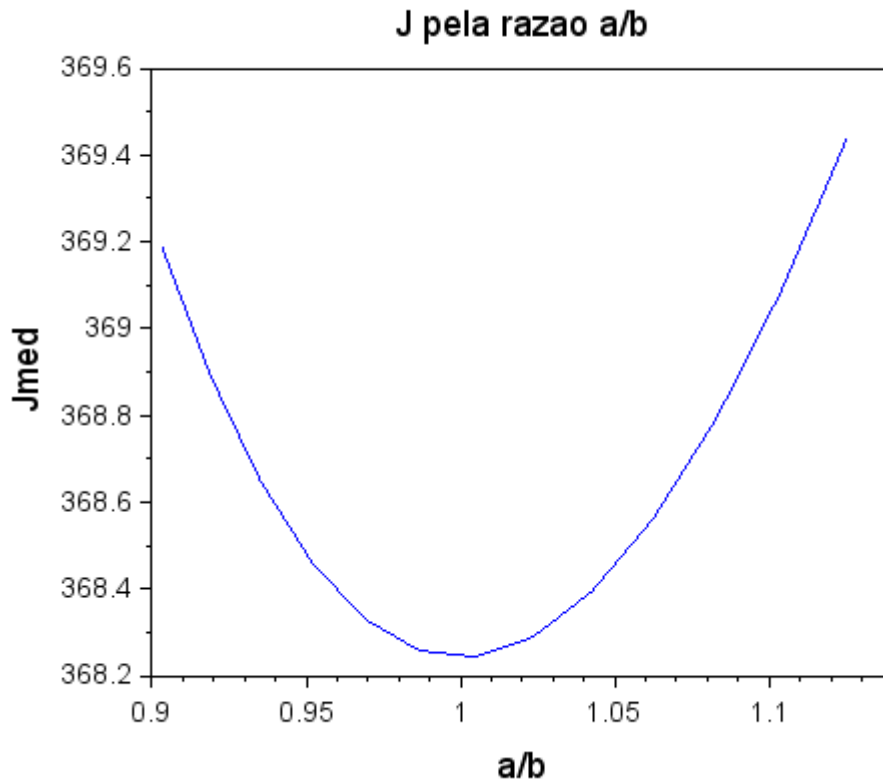


Figura 5-8: Momento polar de inércia pela razão entre os raios a/b (em mm<sup>4</sup>)

Como apresentado na Equação (3-21), a rigidez da mola é linearmente inversa ao deslocamento gerado na direção da força aplicada. A Figura 5-9 apresenta o deslocamento total e as componentes de deslocamento por esforço atuante (torção, flexão e cisalhamento) em relação à razão entre os raios a/b, e cada curva mostra o resultado para um dos ângulos avaliados.

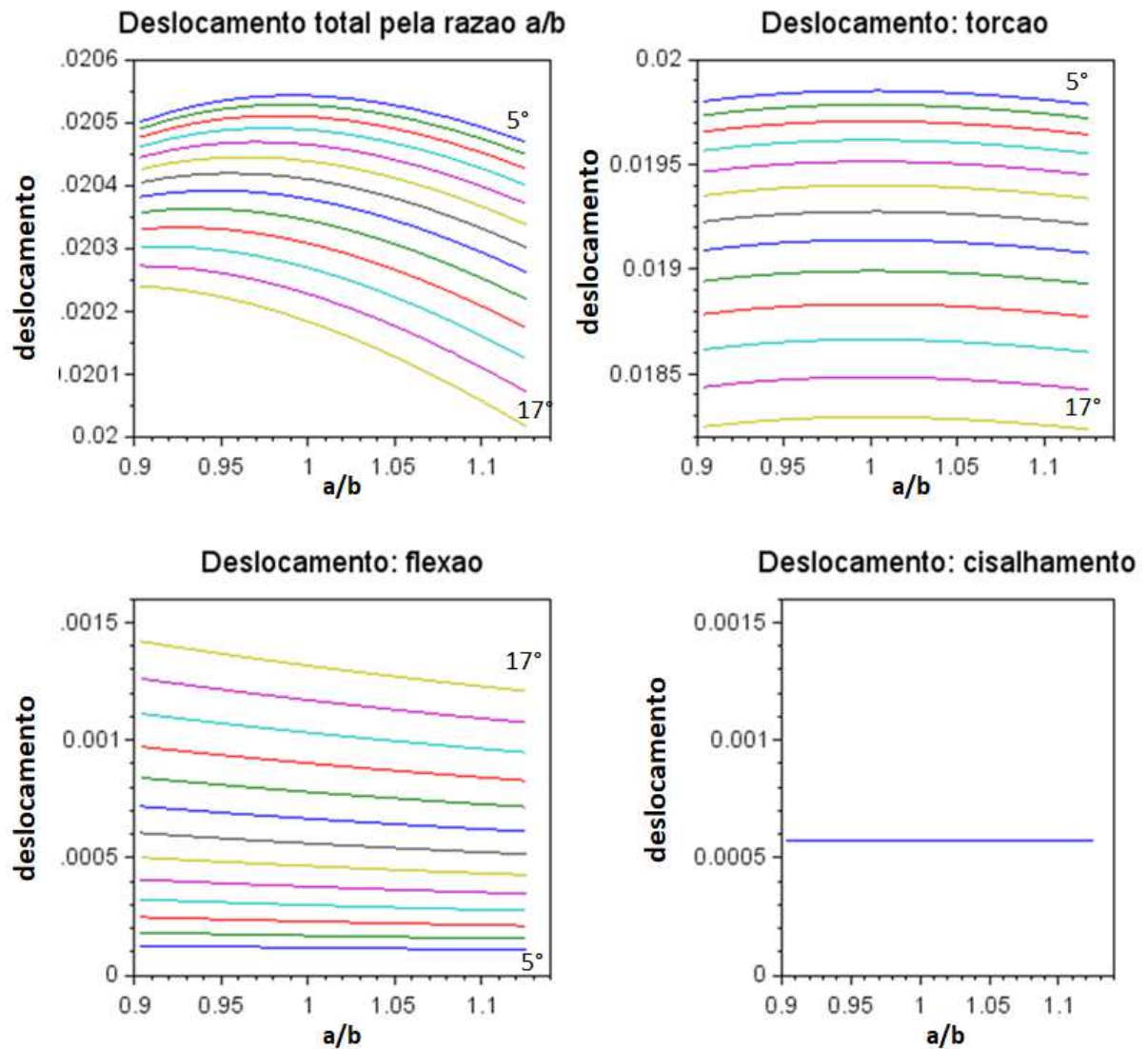


Figura 5-9: Componente de deslocamento (em mm) por esforço atuante, pela razão entre os raios  $a/b$

A componente de deslocamento devido à torção é a que apresenta maior influência no deslocamento total, o que era esperado uma vez que a equação clássica para molas despreza a componente de flexão. Para cada ângulo avaliado, o comportamento é simétrico em relação ao ponto  $a/b = 1$ , assim como o momento polar de inércia ( $J$ ) apresentado na Figura 5-8, pois a torção depende apenas dessa propriedade geométrica. Portanto, para a torção, não faz diferença se o raio maior da elipse está na horizontal ou na vertical.

A componente de deslocamento devido à flexão tem ordem de grandeza inferior à torção, mas superior ao cisalhamento em parte das situações. Esse resultado está de acordo com a avaliação anterior sobre a equação clássica para molas, pois a flexão apresenta influência



maior para maiores ângulos de hélice, podendo ser desprezada como aproximação para ângulos menores.

Nota-se que a componente devido ao cisalhamento se mantém constante para todas as razões entre raios ( $a/b$ ), porque ela depende apenas da área da seção transversal – a qual foi fixada como constante, não sofrendo influencia do momento de inercia ( $I$ ) ou do momento polar de inércia ( $J$ ). Tal componente também se mantém constante para todos os ângulos, uma vez que ela não depende nem do seno nem do cosseno do ângulo da mola.

O deslocamento total cai com o aumento da razão  $a/b$ , ou seja, a mola é mais rígida quando o raio maior da elipse está na horizontal, e quanto maior for sua excentricidade, maior será a rigidez. A rigidez da mola pela razão entre os raios  $a/b$  é apresentada na Figura 5-10 para cada ângulo avaliado.

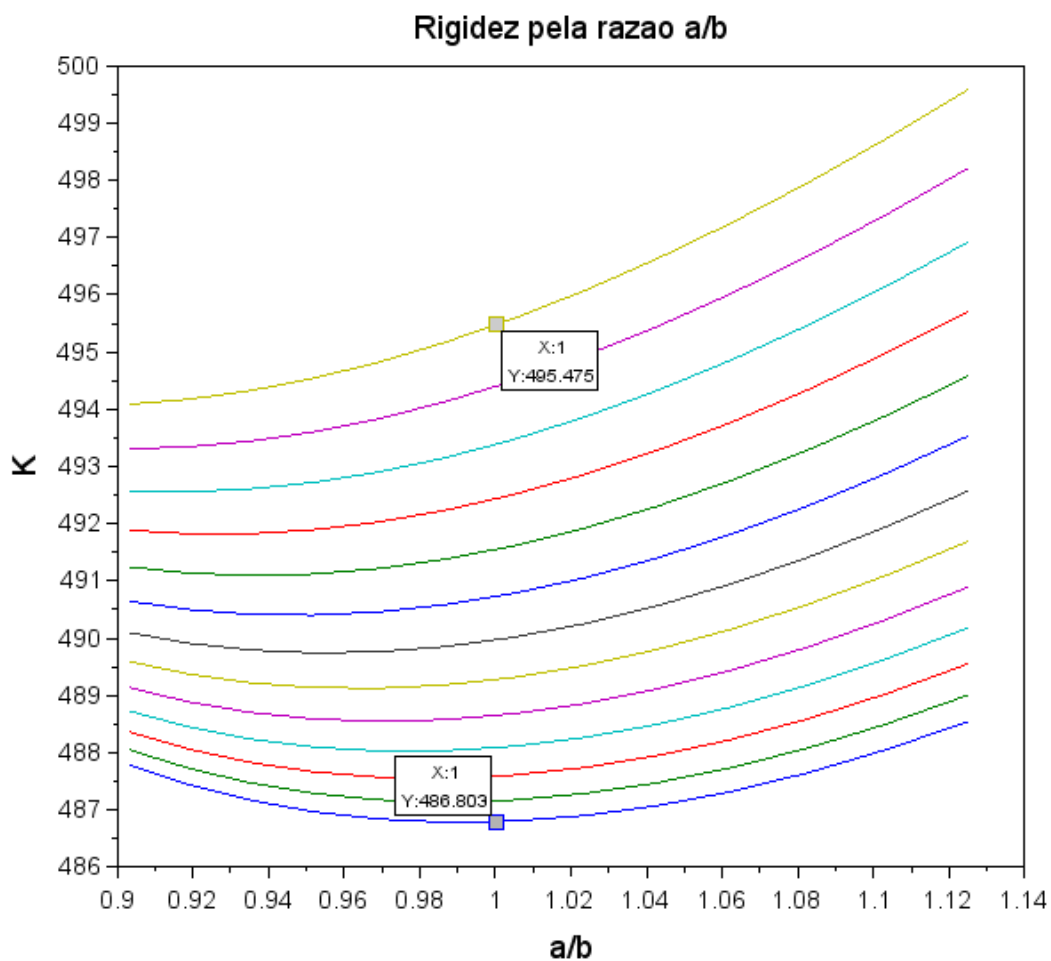


Figura 5-10: Rigidez da mola (em N/mm) pela razão entre os raios  $a/b$

A Figura 5-10 mostra que a rigidez cresce com a razão  $a/b$ , reafirmando que a mola é mais rígida quando o raio maior da elipse está na horizontal. A razão de raios  $a/b$  possui maior influência na rigidez para ângulos maiores, pois é quando o efeito da flexão se mostra mais importante. Os valores de rigidez para os ângulos de  $5^\circ$  e de  $17^\circ$  para o ponto em que  $a = b$  estão destacados na figura, e seus valores são iguais aos apresentados na Tabela 5-5 para o cálculo proposto.

Com isso, comprova-se que, para a abordagem proposta, há diferença entre manter o raio maior da elipse na horizontal ou na vertical, ao contrário da abordagem clássica. Para corroborar este resultado, foram gerados dois modelos de elementos finitos: um modelo para a maior razão  $a/b$  apresentada (raio maior na horizontal) e outro para a menor razão (raio maior na vertical). O ângulo de hélice adotado é de  $17^\circ$ , quando a influência da flexão é maior dentro da faixa de aplicabilidade. As seções transversais são apresentadas na Tabela 5-6 de acordo com a elipse apresentada na Figura 3-12, as propriedades do material, o tamanho do elemento e as demais características geométricas são as mesmas apresentadas na Seção 5.2. Os modelos são apresentados na Figura 5-11, sendo que uma circunferência foi desenhada no meio da seção transversal apenas para referência visual da posição do raio maior da elipse. Os resultados encontrados são apresentados da Tabela 5-7.

Tabela 5-6: Seção transversal elíptica

<b>Modelo</b>	<b>Raio a [mm]</b>	<b>Raio b [mm]</b>	<b>Razão a/b</b>
Horizontal	3,7	3,3	1,125
Vertical	3,3	3,7	0,889

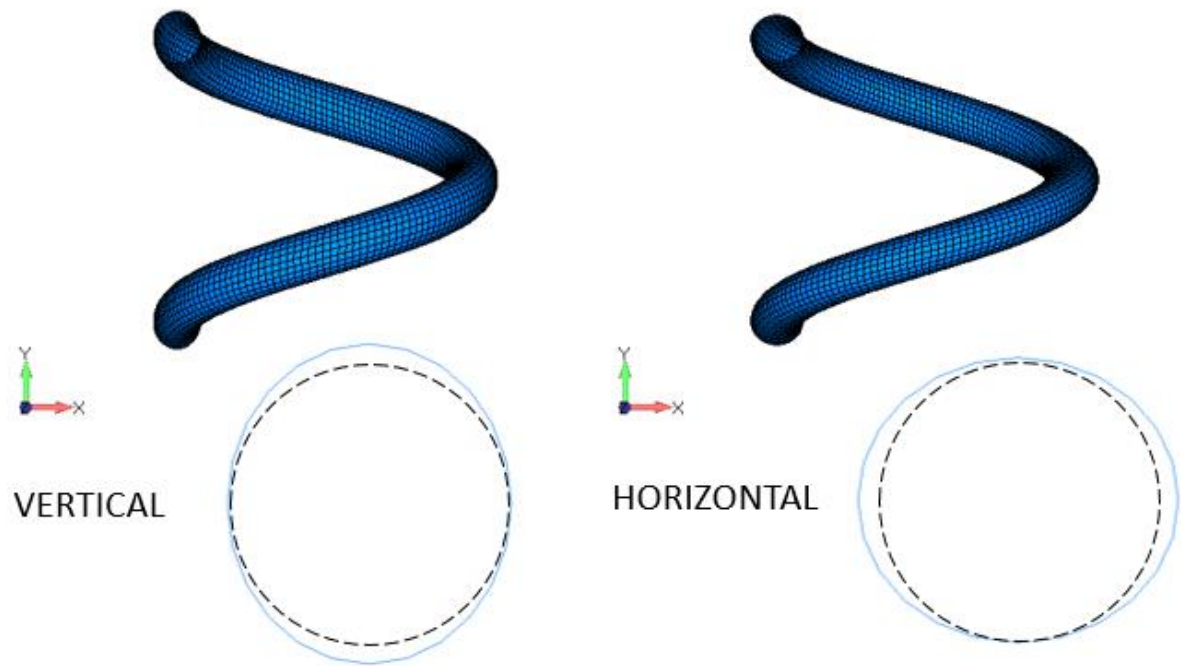


Figura 5-11: Modelos seção transversal elíptica

Tabela 5-7: Resultado para Modelos de seção elíptica

<b>Modelo</b>	<b>Rigidez Modelo [N/mm]</b>	<b>Rigidez Proposto [N/mm]</b>	<b>Diferença Modelo x Proposto</b>
Horizontal	509,1	500,6	1,7%
Vertical	497,2	495,0	0,5%

A diferença entre o resultado dos modelos e o resultado calculado é menor do que 2%, menor que a meta de 13% recomendada por Sequeira et. al. (2016), logo, o modelo proposto também é válido para avaliar as seções transversais elípticas. O resultado dos modelos está de acordo com os resultados analíticos apresentados anteriormente, indicando que a seção transversal elíptica com raio maior na horizontal apresenta maior rigidez.

## 5.4 Influência do Ângulo do Material Composto

As etapas anteriores consideraram as propriedades de um material isotrópico. Para verificar como o ângulo do material composto influencia no cálculo de rigidez pela abordagem proposta, a mola foi considerada de carbono/epóxi, cujas propriedades são apresentadas na Tabela 4-2.

O ângulo foi variado de 40° até 50° e para o uso da abordagem proposta as propriedades equivalentes do laminado foram calculadas de acordo com as equações da Seção 3.1.5, sendo apresentadas na Tabela 5-8 e nas Figura 5-12 e Figura 5-13. O laminado é considerado simétrico, com quatro camadas de 0,33 mm cada e espessura total de 1,32 mm.

Tabela 5-8: Propriedades Equivalentes do Laminado

Ângulo	Ex [MPa]	Ey [MPa]	Gxy [MPa]	nxy	nyx
40	31772,3	19446,8	35984,6	0,871	0,533
41	30049,4	20277,6	36304,6	0,834	0,563
42	28456,7	21179,7	36555,2	0,798	0,594
43	26985,7	22159,1	36735,1	0,762	0,626
44	25628,2	23222,4	36843,4	0,727	0,659
45	24376,3	24376,3	36879,5	0,693	0,693
46	23222,4	25628,2	36843,4	0,659	0,727
47	22159,1	26985,7	36735,1	0,626	0,762
48	21179,7	28456,7	36555,2	0,594	0,798
49	20277,6	30049,4	36304,6	0,563	0,834
50	19446,8	31772,3	35984,6	0,533	0,871

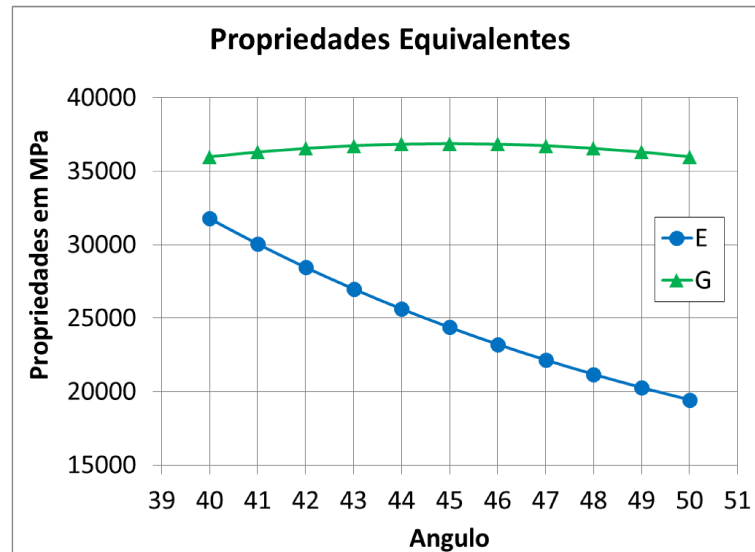


Figura 5-12: Propriedades Equivalentes: E e G

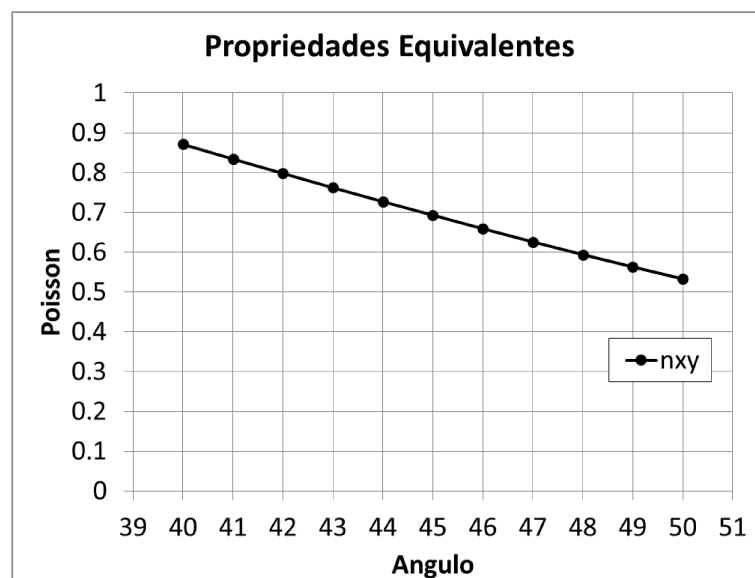


Figura 5-13: Propriedades Equivalentes: Coeficiente de Poisson

A Seção 5.3 mostra que a mola helicoidal apresenta maior influência da flexão para ângulo de hélice de  $17^\circ$  e maior rigidez com seção transversal com o raio maior da elipse na horizontal. Portanto, a mola foi avaliada nessas condições, com as propriedades equivalentes do material composto variando. As dimensões da seção transversal da mola correspondem ao “modelo horizontal” apresentado na Tabela 5-6. As demais propriedades geométricas da mola são as mesmas apresentadas na Seção 5.3. O resultado é apresentado na Figura 5-14.

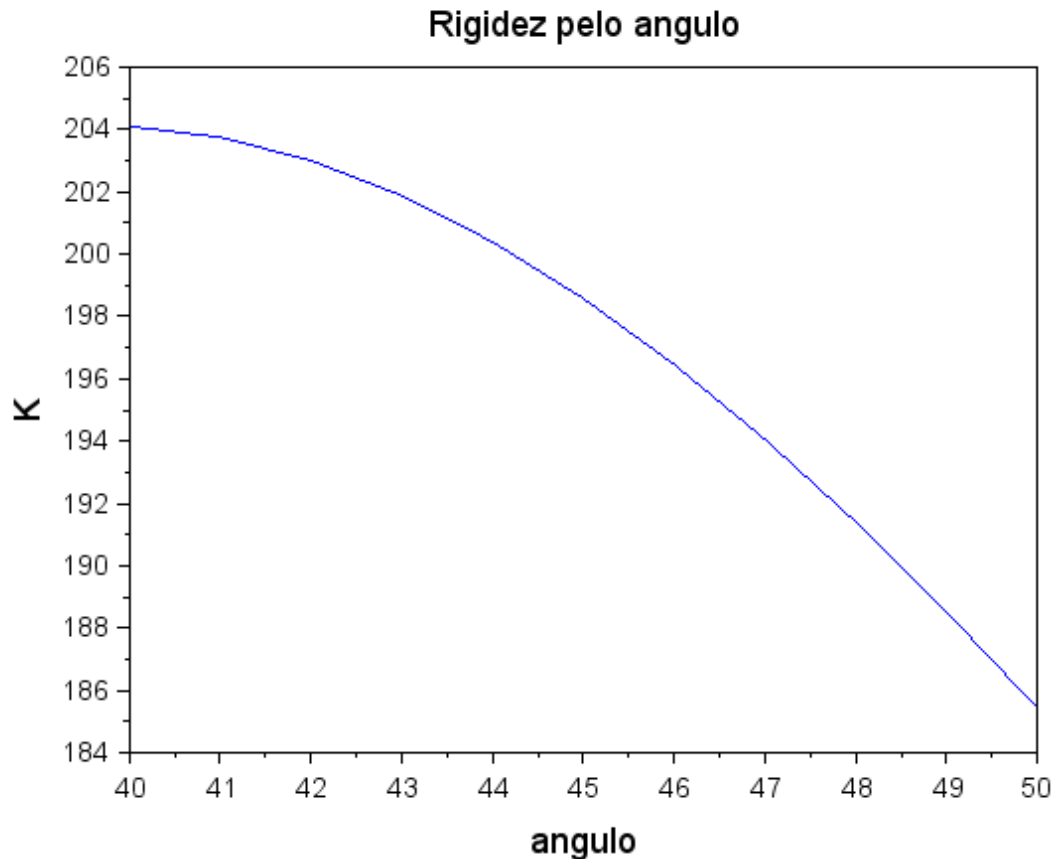


Figura 5-14: Variação da rigidez pelo ângulo do material composto

As molas com fibras posicionadas com menos de  $45^\circ$  apresentaram melhores resultados de rigidez para o material utilizado. Isso acontece porque com o ângulo de hélice de  $17^\circ$  há maior influência da flexão, logo, os laminados com maior módulo de elasticidade equivalente (E) apresentaram maior rigidez, pois a variação do módulo de cisalhamento equivalente (G) com o ângulo do material composto é pequena, como apresentado na Figura 5-12. Para molas com ângulos de hélice menores, quando a influência da flexão é menor, espera-se que a maior rigidez seja para o material composto de ângulo de  $45^\circ$  devido ao valor máximo do módulo de cisalhamento equivalente. Outras combinações além das avaliadas são possíveis, e a melhor escolha dependerá do balanço entre as propriedades do material e os esforços presentes no corpo.

Ao comparar os resultados da Figura 5-10 que apresenta a rigidez calculada para o material metálico, com os da Figura 5-12 que apresenta a rigidez calculada para o material composto, nota-se que os laminados de quatro camadas de carbono/epóxi com os ângulos de fibra propostos apresentam rigidez inferior ao metálico para a mesma geometria. As diferenças de

rigidez e massa são apresentadas na Tabela 5-9, considerando o laminado de  $\pm 40^\circ$ , que apresentou o maior valor de rigidez.

Tabela 5-9: Comparação entre material metálico e composto

	<b>Material Metálico</b>	<b>Material Composto</b>	<b>Diferença</b>
<b>Rigidez [N/mm]</b>	509,1	204,1	60%
<b>Massa [g]</b>	40.0*	8,0	80%

\* A densidade não foi apresentada por Hejib e Mankar (2017). Porém, o material utilizado é um aço e foi adotado o valor de  $7,9 \text{ g/cm}^3$ , de acordo com Callister (1991).

Assim como em Budan e Manjunatha (2010) e Budan e Manjunatha (2011), a diferença entre a massa é maior do que entre a rigidez das molas, portanto, é possível avaliar um reforço para a mola helicoidal de composto, para que ela ganhe rigidez e ainda apresente massa menor que a metálica.

### 5.5 Avaliação da Mola em Conforto

Budan e Manjunatha (2010) e Budan e Manjunatha (2011) sugerem que a mola helicoidal de material composto seja reforçada, para que ela ganhe rigidez e ainda apresente massa menor que a metálica. Partindo desse pressuposto, a mola apresentada em Sequeira et. al. (2016) foi modificada e avaliada em termos de rigidez, massa e pelo critério de conforto.

A Tabela 5-10 apresenta a geometria original apresentada em Sequeira et. al. (2016) e a geometria proposta na análise. Pensando em substituição de componentes com mínima alteração do o projeto original da suspensão, o diâmetro principal e o comprimento livre da mola foram mantidos iguais. Para que a mola trabalhasse na região com maior influência da flexão, aumentou-se o ângulo de hélice através da redução do número de espiras. A seção transversal foi modificada para uma elipse vazada com razão entre raios  $a/b = 1,125$  e raio maior na horizontal, como recomendado na Seção 5.3.

Tabela 5-10: Geometria da Mola Helicoidal

<b>Geometria</b>	<b>Original, Sequeira et. al. (2016)</b>	<b>Proposta</b>
Diâmetro Principal [mm]	95,6	95,6
Espiras Ativas	7,5	4
Seção Transversal	Circular Sólida (raio = 7,25 mm)	Elíptica Vazada (a = 8,16 mm; b = 7,25 mm; t = 2,64 mm)
Comprimento Livre [mm]	330	330
Ângulo de Hélice	8,3°	15,4°

A Seção 5.4 utiliza as propriedades equivalentes do laminado como uma aproximação para simplificar os cálculos analíticos de rigidez, que não consideram propriedades anisotrópicas. Para avaliar o comportamento da mola considerando a anisotropia do material, um modelo de elementos finitos foi desenvolvido utilizando as propriedades de cada camada do laminado. As propriedades do material utilizado (carbono/epóxi) são apresentadas na Tabela 4-2. O laminado avaliado é simétrico e possui 8 camadas a  $\pm 45^\circ$ , como ilustrado na Figura 5-15.



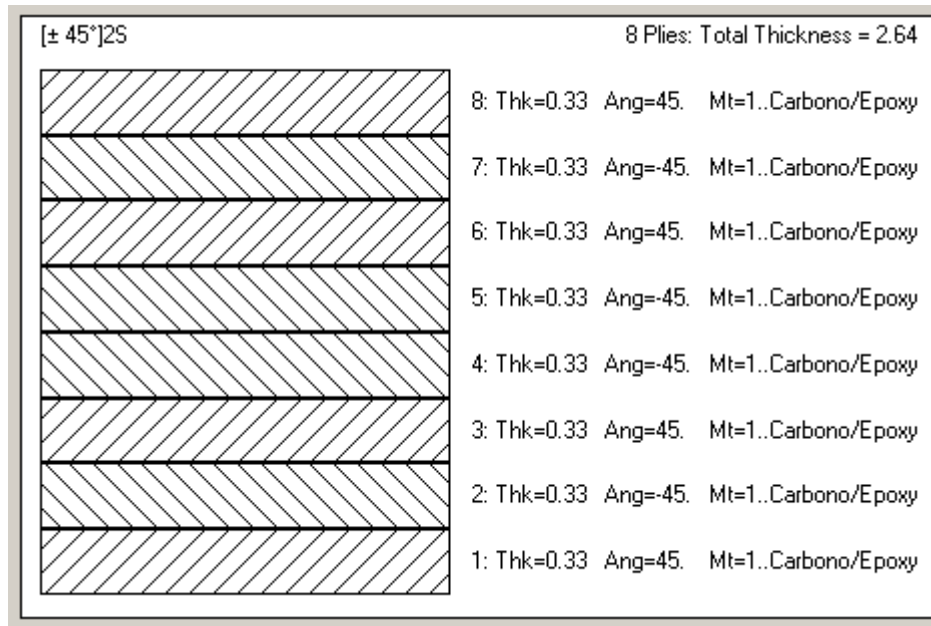


Figura 5-15: Laminado [± 45°]<sub>2S</sub>

O modelo é apresentado na Figura 5-16 e na Tabela 5-11. O tamanho de elemento é igual ao “Modelo 6” da Tabela 5-3. Os resultados são apresentados na Tabela 5-12, comparados à mola metálica original apresentada em Sequeira et. al. (2016).

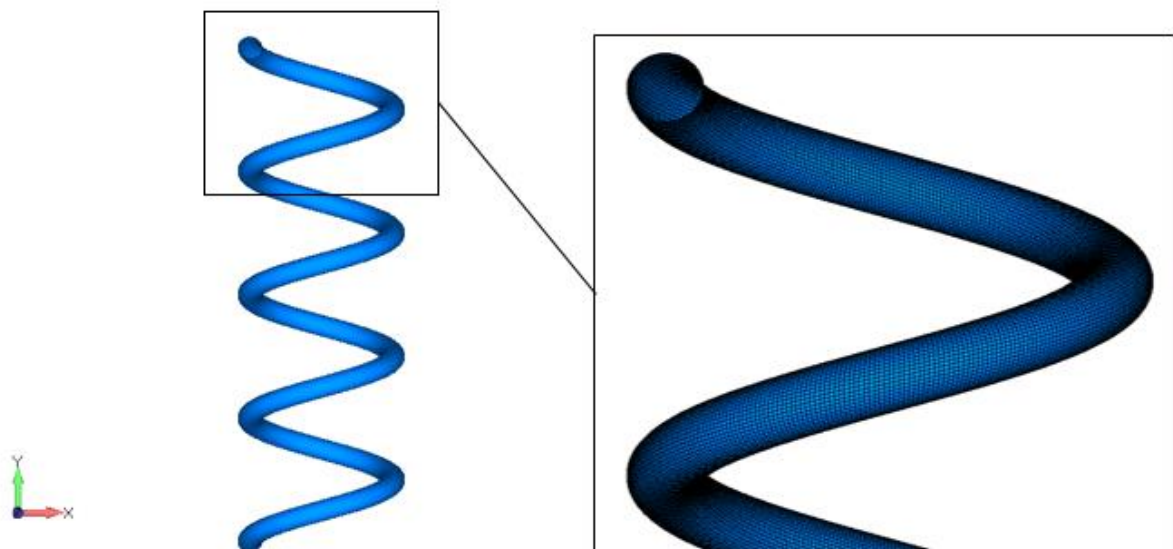


Figura 5-16: Modelo Mola Helicoidal de Material Composto

Tabela 5-11: Modelo Mola Helicoidal de Material Composto

<b>Número de elementos na seção transversal</b>	<b>Número total de elementos</b>	<b>Número total de nós</b>
53	68174	68226

Tabela 5-12: Resultados para Mola Helicoidal de Material Composto

	<b>Original Metálica Sequeira et. al. (2016)</b>	<b>Proposta</b>	<b>Diferença</b>
Massa [kg]	3	0,64	79%
Rigidez [N/mm]	64,86	86,81	25%
Rigidez específica [(N/mm)/kg]	21,62	135,64	84%

A mola de fibra de carbono apresentada em Sequeira et. al. (2016) possuía 80% da massa da mola metálica apresentada também em Sequeira et. al. (2016), porém, atingiu apenas 59% da rigidez. Ao modificar a mola helicoidal de material composto, esta superou a rigidez da mola original metálica em 25%. Mesmo com o reforço, a mola proposta têm 79% da massa da mola metálica original, logo, apresenta o desempenho similar em rigidez reduzindo o peso total. A rigidez específica (desempenho por massa) da mola proposta é 84% maior do que a da mola original avaliada.

A rigidez calculada pelo método proposto foi de 91,9 N/mm, valor 5% maior que o modelo, logo, a aproximação de cálculo utilizando as propriedades equivalentes pode ser utilizada para este laminado, que possui propriedades iguais nas duas direções.

No entanto, ao analisar a viabilidade de substituição do componente original, há outros critérios que devem ser avaliados, como o conforto e a percepção de vibrações.

Utilizando a Equação (3-22) o fator de rigidez total da mola proposta foi calculado e aplicado na Equação (3-23) para o cálculo da frequência natural não amortecida. A massa total do veículo foi assumida como 2 toneladas e considerou-se uma rigidez para o pneu dentro da faixa apresentada na Seção 3.1.3, de modo que a meta ótima de projeto fosse atingida (frequência natural não amortecida igual a 1 Hz). Os resultados são apresentados na Tabela 5-13.

Tabela 5-13: Resultados avaliação em conforto

<b>Kt</b>	25500 N/m
<b>RR</b>	19710 N/m
<b>Massa Total do Veículo</b>	2 toneladas
<b>f<sub>n</sub></b>	1 Hz

Foi possível atingir a meta de projeto em conforto com a mola proposta, que possui menos massa que a original e rigidez similar, resultando em uma rigidez específica maior, sem modificar as dimensões externas principais da geometria de suspensão. Portanto, a substituição do componente é viável.

# 6

## 6 CONCLUSÃO

O objetivo deste trabalho foi investigar a ação da flexão na deflexão de uma mola helicoidal e avaliar a influência de parâmetros geométricos no seu comportamento mecânico, considerando um componente de material composto com a seção transversal não usual (elipse), visando o uso em suspensão automotiva.

Foi proposta uma abordagem para o cálculo de rigidez da mola helicoidal, baseada no cálculo clássico de rigidez de molas e na teoria da viga curva. A proposta considera a contribuição dos esforços de torção, cisalhamento e flexão, considerando a influência do ângulo de hélice da mola na torção e na flexão.

Modelos de elementos finitos foram desenvolvidos e apresentaram resultados com erro menor do que 13% (meta definida em Sequeira et. al. (2016)) – o que significa que é possível adotá-los para avaliar o comportamento mecânico da mola helicoidal.

A proposta foi verificada e considerada uma aproximação válida para ângulos de hélice entre  $5^\circ$  e  $17^\circ$ , sendo que a influência da flexão é maior para ângulos de hélice maiores. Logo após essa faixa, o comportamento previsto via modelo se altera e a mola apresenta decaimento na rigidez com o aumento do ângulo, indicando que em ângulos maiores o componente perde eficiência. Para ângulos pequenos, até cerca de  $5^\circ$ , a diferença entre os métodos de cálculo é desprezível.

A razão entre os raios da elipse possui maior influência na rigidez para ângulos de hélice maiores, pois é quando o efeito da flexão se mostra mais importante. Como a flexão é considerada, a inércia da seção transversal passa a também ser considerada no cálculo de

rigidez. Por esse motivo é importante definir a posição dos raios maior e menor da elipse e o estudo mostrou que a mola é mais rígida quando o raio maior da elipse está na posição horizontal.

Para o cálculo clássico de rigidez de molas helicoidais, espera-se que os melhores resultados sejam para fibras posicionadas a  $\pm 45^\circ$  devido aos esforços de cisalhamento presentes. Porém, ao se considerar a flexão no cálculo, o módulo de elasticidade equivalente do laminado passa a influenciar o resultado tanto quanto o módulo de cisalhamento equivalente. O melhor laminado para cada situação dependerá do balanço entre os esforços de flexão e torção presentes, o que é relacionado com o ângulo de hélice, e também da variação das propriedades do material composto com o ângulo do reforço. Quando o ângulo de hélice cresce, o peso do módulo de elasticidade na rigidez cresce e ângulos de reforço menores que  $45^\circ$  apresentaram melhores resultados de rigidez.

O estudo para a substituição do componente metálico tradicional pelo de material composto almeja a redução de massa sem prejuízo no desempenho do veículo, uma maneira de reduzir o consumo de combustível por motivos ambientais e econômicos. Estudos anteriores propuseram molas de material composto que apresentaram rigidez aquém dos valores desejados para que a substituição das molas metálicas fosse viável. Portanto, a mola apresentada em Sequeira et. al. (2016) foi reforçada e avaliada em termos de rigidez, massa e pelo critério de conforto automotivo. Para viabilizar a troca de componentes com mínima alteração do projeto original da suspensão, as dimensões externas principais da mola foram mantidas. A seção transversal foi modificada para uma elipse com raio maior na horizontal e o material composto utilizado foi um laminado simétrico de fibra de carbono com matriz epóxi de 8 camadas a  $\pm 45^\circ$ . O resultado foi uma mola com rigidez similar e menor massa que a mola metálica original, com rigidez específica 84% maior.

Além dos resultados de massa e rigidez, foi possível atingir a meta de projeto em conforto automotivo com a mola proposta. Portanto, a substituição do componente é viável.

## 6.1 Sugestão para Trabalhos Futuros

Sugere-se como temas para estudos futuros:

- Fabricar corpos de prova e realizar testes para validar os resultados obtidos via análise numérica;
- Verificar a faixa de aplicabilidade da abordagem proposta para outras seções transversais;
- Verificar o comportamento da mola utilizando outros laminados, com ângulos de reforço variando entre  $0^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $90^\circ$ ;
- Investigar a resiliência e tenacidade da mola helicoidal em material composto;
- Verificar a resistência do componente e critérios de falha do material compostos;
- Avaliar a viabilidade do uso de molas de material composto para outros segmentos de transporte (por exemplo: bicicletas de alto desempenho).

# 7

## 7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BALAGURU, I.; ANBU, G.; BHUVANESH, M.; JAYANTH. An Overview of Design and Development of Fiber Reinforced Polymer Composite Coiled Spring for Automobile Applications. International Conference on Systems, Science, Control, Communication, Engineering and Technology, 2016, p. 331-335.

BHASKAR, U.; GURUCHETHAN, A. M.; DEVENDRA, R. M. Performance analysis of fiber reinforced composite spring embedded with steel wire. International Journal of Engineering Research and General Science, v. 4, n. 2, p. 757 – 763, 2016.

BUDAN, D. A.; MANJUNATHA, T. S. Investigation on the Feasibility of Composite Coil Spring for Automotive Applications. World Academy of Science, Engineering and Technology, International Journal of Mechanical and Mechatronics Engineering, v. 4, n. 10, p. 1035-1039, 2010.

BUDAN, D. A.; MANJUNATHA, T. S. Carbon Fiber Reinforced Composite Coil Springs. Proceedings of International Conference on Advances in Industrial and Production Engineering, 2011, Malaysia, p. 17-21.

BUDYNAS, R., G.; NISBETT, J. K. Shigley's Mechanical Engineering Design. 8 ed. Nova York: Mc Graw Hill, 2006. 1088 p.

BUDYNAS, R., G.; NISBETT, J. K. Shigley's Mechanical Engineering Design. 9 ed. Nova York: Mc Graw Hill, 2014. 1104 p.

CALLISTER JR, W. D. *Materials Science and Engineering, an Introduction*. 2 ed. Nova York: John Wiley & Sons, 1991. 791 p.

CEARÁ (Estado). Secretaria da Educação. *Manutenção Automotiva – Sistema de Suspensão*. Ceará, 2017.

CHAWLA, K. KUMAR. *Composite materials: science and engineering*. 2 ed. New York: Springer-Verlag Inc, 1998. 482 p.

DANIEL, I. M.; ISHAI, O. *Engineering mechanics of composite materials*. New York: Oxford university press, 1994. 410 p.

GILLESPIE, THOMAS D. *Fundamentals of Vehicle Dynamics*. 1 ed. Pennsylvania: Society of Automotive Engineers Inc, 1992. 470 p.

HEJIB, A. G.; MANKAR, R. L. Experimental analysis of helical compression spring used in two wheeler suspension system. *International Journal of Advance Research and Innovative Ideas in Education*, v. 3, n. 4, p. 572-577, 2017.

HIBBELER, R. C. *Resistência dos materiais*. 7 ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010. 637 p.

KARTHIKEYAN, S. S.; KARTHIKEYAN, V.; LEONI, MANIGANDAN, G.; RATHISH, R. Design and Analysis of Helical Coil Spring Suspension System by Using Composite Material. *International Research Journal of Engineering and Technology*, v. 3, n. 4, p. 2886 – 2890, 2016.

KELLER, S. G.; GORDON, A. P. Equivalent stress and strain distribution in helical compression springs subjected to bending. *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design*, v. 46, n. 6, p. 405-415, 2011.

KIM, B. S.; BYUN, J. H.; KIM, B. H. Structure-Property Relationships of Composite Coil Springs Processed by RTM. *Proceedings of the International Conference on Composite Materials*, 1999, Paris.

LOGAN, D. L. *A First Course in the Finite Element Method*. 4 ed. Toronto: Thomson, 2007. 836 p.



MANJUNATHA, T. S.; BUDAN, D. A. Manufacturing and experimentation of composite helical springs for automotive suspension. *International Journal of Mechanical Engineering and Robotic Research*, v. 1, n. 2, p. 229 – 241, 2012.

MENEZES, F. A. Cálculo estático de vigas contínuas curvas constituídas de barras circulares horizontais com seções abertas e paredes delgadas. 1990. 402 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1990.

MILLIKEN, W. F.; MILLIKEN, D. L. *Race Car Vehicle Dynamics*. 1ed. Pennsylvania: Society of Automotive Engineers Inc., 1995. 893 p.

MORI, D. D. Flexo – Torção: barras com seção transversal aberta e paredes delgadas. São Paulo: Escola de Engenharia de São Carlos, 2003. 132 p.

NASTRAN, M. S. C. Quick reference guide. MSC. SOFTWARE, v. 1, 2012b.

NASTRAN, M. S. C. Linear Static Analysis User's Guide. MSC. SOFTWARE, v. 1, 2012b.

NIU, M. C. *Airframe Stress Analysis and Sizing*. 2nd ed. Hong Kong: Conmilit Press Ltd., 2005. 810 p.

PLENTZ, R. S. Otimização do processo de resfriamento do aço mola SAE 9254 durante a laminação. 2009. 61 f. Dissertação (mestrado em engenharia, modalidade profissional, especialidade siderurgia) – Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. 2009.

ROCHA, V. R. Análise de uma suspensão para um veículo de fórmula SAE via elementos finitos. 2016. 114 f. Monografia (graduação em Engenharia Automotiva) – Universidade de Brasília, 2016.

SANTOS, A. A. Apostila de Elementos de Máquina: Molas Helicoidais e Planas. 1 ed. Campinas: FEM-UNICAMP, 2001. 18 p.

SEQUEIRA, A. A.; SINGH, R. K.; SHETTI, G. K. Comparative Analysis of Helical Steel Springs with Composite Springs Using Finite Element Method. *Journal of Mechanical Engineering and Automation*, v. 6, n. 5A, p. 63-70, 2016.

SILVA, J. P. Como calcular a área e o perímetro de uma elipse? Revista Eletrônica Paulista de Matemática, v.3, n.1, 2014.

SLEEPER, R.H.; DREHER, R.C. Tire Stiffness and Damping Determined From Static and Free-Vibration Tests. NASA, 1980.

SORIANO, H. L. Elementos Finitos: Formulação e aplicação na estática e dinâmica das estruturas. Rio de Janeiro: Ciência Moderna Ltda, 2009. 411 p.

TAYLOR, R. K.; BASHFORD, L. L.; SCHROCK, M. D. Methods for Measuring Vertical Tire Stiffness. American Society of Agricultural Engineers, v. 43, n. 6, p. 1415-1419, 2000.

ZEBDI, O.; BOUKHILI, R.; TROVHU, F. Optimum Design of a Composite Helical Spring by Multi-criteria Optimization. Journal of Reinforced Plastics and Composites, v. 28, n. 14, p. 1713-1732, 2009.

# 8

## 8 APÊNDICE

### 8.1 Cálculo de Rigidez da Mola Helicoidal

A rotina de cálculo desenvolvida no programa Scilab para a avaliação da rigidez de molas helicoidais utilizando a abordagem clássica é apresentada na Figura 8-1. A rotina para o cálculo utilizando a abordagem proposta é apresentada na Figura 8-2.

A Figura 8-3 apresenta a rotina adaptada com o ângulo de hélice da mola e com os raios da elipse variando.

As equações consideram a seção transversal de uma elipse com raios maior e menor posicionados nas direções  $x$  e  $y$  de acordo com a Figura 3-12. Para o caso da seção transversal circular, a elipse apresenta raios  $a$  e  $b$  iguais. As equações das propriedades geométricas da elipse são apresentadas na Seção 3.1.4.

O material é considerado isotrópico e as equações de deslocamento e rigidez são apresentadas nas Seções 3.1.1 e 3.1.3.

```

clear

///// DADOS DE ENTRADA /////

// Módulo de Cisalhamento do Material
G = 79000

// Força Aplicada
P = 10

// Diâmetro Principal da Mola
D = 42

// Espiras Ativas
N = 17

// Seção Transversal
bmed = 7/2
amed = 7/2

// Espessura da parede
// Se t == 0: Considerar seção transversal sólida
// Se t <> 0: Considerar seção vazada
t = 0

///// CALCULOS /////

// Seção Transversal: raios maiores da elipse
bmaj = bmed + t/2
amaj = amed + t/2

// Seção Transversal: raios menores da elipse
// Se t == 0: Considerar seção transversal sólida
// Se t <> 0: Considerar seção vazada
if t == 0 then
    bmin = 0
    amin = 0
else
    bmin = bmed - t/2
    amin = amed - t/2
end

// Área da Seção Transversal
Amin = %pi*amin*bmin
Amaj = %pi*amaj*bmaj
Amed = Amaj - Amin;

// Momento de Inércia
Imin = (%pi/4)*((bmin^3)*amin)
Imaj = (%pi/4)*((bmaj^3)*amaj)
Imed = Imaj - Imin

// Momento Polar de Inércia
Jmin = (%pi/4)*((amin^3)*bmin+(bmin^3)*amin)
Jmaj = (%pi/4)*((amaj^3)*bmaj+(bmaj^3)*amaj)
Jmed = Jmaj - Jmin

// Comprimento Total do fio
L=%pi*D*N

```

Figura 8-1: Rotina no Scilab para cálculo de rigidez clássico

```
// Deslocamento: componente devido a torção
T = P*L*(1/(G*Jmed))*(D^2)/4

// Deslocamento: componente devido ao cisalhamento
C = P*L/(G*Amed)

// Deslocamento total
y = T + C

// Rigidez da Mola Helicoidal
K=P/y

// Verificando a Força
Force=K*y
Error_Force = (P-Force)/P
```

Continuação Figura 8-1: Rotina no Scilab para cálculo de rigidez clássico

```

clear

///// DADOS DE ENTRADA /////

// Propriedades do Material
G = 79000
nu = 0.3
E = (nu + 1)*2*G

// Força Aplicada
P = 10

// Diâmetro Principal da Mola
D = 42

// Espiras Ativas
N = 17

// Altura Livre
H = 230

// Seção Transversal
bmed = 7/2
amed = 7/2

// Espessura da parede
// Se t == 0: Considerar seção transversal sólida
// Se t <> 0: Considerar seção vazada
t = 0

///// CALCULOS /////

// Seção Transversal: raios maiores da elipse
bmaj = bmed + t/2
amaj = amed + t/2

// Seção Transversal: raios menores da elipse
// Se t == 0: Considerar seção transversal sólida
// Se t <> 0: Considerar seção vazada
if t == 0 then
    bmin = 0
    amin = 0
else
    bmin = bmed - t/2
    amin = amed - t/2
end

// Área da Seção Transversal
Amin = %pi*amin*bmin
Amaj = %pi*amaj*bmaj
Amed = Amaj - Amin;

// Momento de Inércia
Imin = (%pi/4)*((bmin^3)*amin)
Imaj = (%pi/4)*((bmaj^3)*amaj)
Imed = Imaj - Imin

```

Figura 8-2: Rotina no Scilab para cálculo de rigidez proposto

```

// Momento Polar de Inércia
Jmin = (%pi/4)*((amin^3)*bmin+(bmin^3)*amin)
Jmaj = (%pi/4)*((amaj^3)*bmaj+(bmaj^3)*amaj)
Jmed = Jmaj - Jmin

// Passo
pitch = H/N

// Ângulo da Hélice
alfa = atan(pitch/(%pi*D))

// Comprimento Total do Fio
L=%pi*D*N

// Deslocamento: componente devido a torção
T = P*L*(1/(G*Jmed))*((D^2)/4)*((cos(alfa))^2)

// Deslocamento: componente devido a flexão
F = P*L*(1/(E*Imed))*((D^2)/4)*((sin(alfa))^2)

// Deslocamento: componente devido ao cisalhamento
C = P*L/(G*Amed)

// Deslocamento total
y = T + C + F

// Rigidez da Mola Helicoidal
K=P/y

// Verificando a força
Force=K*y
Error_Force = (P-Force)/P

```

Continuação Figura 8-2: Rotina no Scilab para cálculo de rigidez proposto

```

clear

///// DADOS DE ENTRADA /////

// Propriedades do Material
G = 79000
nu = 0.3
E = (nu + 1)*2*G

// Força Aplicada
P = 10

// Diâmetro Principal da Mola
D = 42

// Espiras Ativas
N = 1

// Espessura da parede
// t <> 0: Cálculo apenas para seção vazada
t = 1.32

// Seção Transversal
// considerar o raio inicial da circunferencia
r_med = 7/2

///// CALCULOS /////

// variáveis auxiliares
// contador
c = 13
// área da circunferencia menor
Ac_min = %pi*(r_med - t/2)^2
// área da circunferencia maior
Ac_maj = %pi*(r_med + t/2)^2
//bmin inicial
bo_min = 2*t
//bmin final
bf_min = Ac_min / (%pi*2*t)

for i = 1:c
// raios maiores e menores
bmin(i) = bo_min
bmaj(i) = bmin(i) + t
amin(i) = Ac_min / (%pi*bmin(i))
amaj(i) = Ac_maj / (%pi*bmaj(i))
bmed(i) = (bmin(i) + bmaj(i))/2
amed(i) = (amin(i) + amaj(i))/2
ratio(i)=amed(i)/bmed(i)

// Área da Seção Transversal
Amin(i) = %pi*amin(i)*bmin(i)
Amaj(i) = %pi*amaj(i)*bmaj(i)
Amed(i) = Amaj(i) - Amin(i);

// Momento de Inércia
Imin(i) = (%pi/4)*((amin(i)^3)*bmin(i))
Imaj(i) = (%pi/4)*((amaj(i)^3)*bmaj(i))
Imed(i) = Imaj(i) - Imin(i)

// Momento Polar de Inércia
Jmin(i) = (%pi/4)*((amin(i)^3)*bmin(i)+((bmin(i))^3)*amin(i))
Jmaj(i) = (%pi/4)*((amaj(i)^3)*bmaj(i)+((bmaj(i))^3)*amaj(i))

```

Figura 8-3: Rotina no Scilab para geometria variando



```

Jmed(i) = Jmaj(i) - Jmin(i)

bo_min = bo_min + (bf_min - 2*t)/c
end

for j = 1:c
    // ângulo da mola
    grados(j) = (5-1) + j
    alfa(j) = grados(j)*(%pi/180)
end

// Comprimento Total do Fio
L=%pi*D*N

// varia o "i" : função da seção
for q = 1:c
    // varia o "j": função do angulo
    for s = 1:c
        // Deslocamento: componente devido a torção
        T(q,s) = P*L*(1/(G*Jmed(q)))*((D^2)/4)*((cos(alfa(s)))^2)

        // Deslocamento: componente devido a flexão
        F(q,s) = P*L*(1/(E*Imed(q)))*((D^2)/4)*((sin(alfa(s)))^2)

        // Deslocamento: componente devido ao cisalhamento
        C(q) = P*L/(G*Amed(q))

        // Deslocamento total
        y(q,s) = T(q,s) + F(q,s) + C(q)

        // rigidez
        K(q,s) = P/y(q,s)

        // verificando a força
        Force(q,s) = K(q,s)*y(q,s)
        Error_Force(q,s) = (P-Force(q,s))/P

    end
end

figure(0)
plot(ratio,K)
xlabel("Rigidez pela razão a/b", "a/b", "K")

figure(1)
subplot(2,2,1)
plot(ratio, y)
title("Deslocamento total pela razão a/b")
subplot(2,2,3)
plot(ratio, F)
title("Deslocamento: flexão")
subplot(2,2,2)
plot(ratio, T)
title("Deslocamento: torção")
subplot(2,2,4)
plot(ratio, C)
title("Deslocamento: cisalhamento")

figure(2)
plot(ratio,Amed)
xlabel("Área pela razão a/b", "a/b", "Amed")

figure(3)
plot(ratio,Jmed)
xlabel("J pela razão a/b", "a/b", "Jmed")

```

Continuação Figura 8-3: Rotina no Scilab para geometria variando.

## 8.2 Ferramenta para Modelo de Elementos Finitos de Mola Helicoidal

Foi desenvolvida uma ferramenta para gerar automaticamente a malha de elementos finitos de uma mola helicoidal e aplicar as condições de contorno a partir dos dados de entrada da geometria, na interface de API (Application Programming Interface) para o Femap, apresentada na Figura 8-6.

A janela de interface da ferramenta é apresentada na Figura 8-4. Na primeira coluna, os dados de entrada são: o diâmetro principal da mola, os raios da elipse na direção X e Y, o número de espiras ativas e o passo da espira. Na segunda coluna, os dados de entrada são: o número de elementos desejados em um quarto da seção transversal (como explicado na Figura 8-5), o número de elementos desejados no comprimento total do fio da mola, o valor da força (sendo necessário entrar com sinal negativo caso o esforço seja de compressão) e a propriedade dos elementos. Portanto, antes de utilizar a ferramenta, é necessário inserir as informações de material e propriedade utilizando as ferramentas do próprio programa Femap.

É importante ressaltar que a rotina não possui mensagens preventivas de erros, portanto é responsabilidade do usuário garantir que os dados de entrada sejam valores numéricos coerentes. A rotina também não possui etapa de verificação da qualidade da malha, logo, o tamanho do elemento desejado é controlado através do número de elementos na seção e no comprimento, que devem ser previamente estimados a partir da geometria.

**Input Data** ✕

<input type="text"/>	Mola: Diâmetro Principal "D"	<input type="text"/>	Mesh: Elementos por quadrante da seção
<input type="text"/>	Seção Transversal: Raio "a" em X	<input type="text"/>	Mesh: Elementos no comprimento total
<input type="text"/>	Seção Transversal: Raio "b" em Y	<input type="text"/>	Força
<input type="text"/>	Mola: Espiras Ativas "N"	<input type="text"/>	Property ID
<input type="text"/>	Mola: Passo	<input type="button" value="OK"/>	<input type="button" value="Cancela"/>

Figura 8-4: Janela de interface da ferramenta

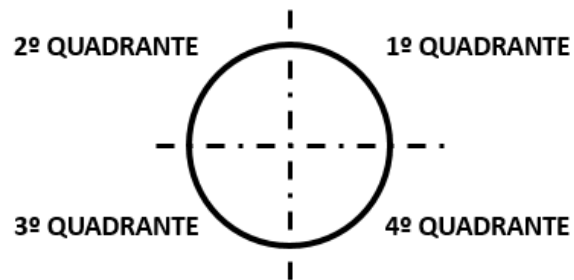


Figura 8-5: Quadrantes da seção transversal

```

Sub Main
  Dim App As femap.model
  Set App = feFemap()

  ' ----- '

  ' INSERT DATA

  ' Dialog Box: input data
  Begin Dialog UserDialog 750,231,"Input Data" ' %GRID:10,7,1,1

    TextBox 20,14,90,28,.TextBox1
    TextBox 20,56,90,28,.TextBox2
    TextBox 20,98,90,28,.TextBox3
    TextBox 20,140,90,28,.TextBox4
    TextBox 20,182,90,28,.TextBox5
    TextBox 400,14,90,28,.TextBox6
    TextBox 400,56,90,28,.TextBox7
    TextBox 400,98,90,28,.TextBox8
    TextBox 400,140,90,28,.TextBox9
    text 130,21,230,21,"Mola: Diametro Principal ""D""",.Text1
    text 130,63,240,21,"Secao Transversal: Raio ""a"" em X",.Text2
    text 130,105,220,21,"Secao Transversal: Raio ""b"" em Y",.Text3
    text 130,147,170,21,"Mola: Espiras Ativas ""N""",.Text4
    text 130,189,170,21,"Mola: Passo",.Text5
    text 510,14,210,28,"Mesh: Elementos por quadrante da
secao",.Text6
    text 510,56,240,28,"Mesh: Elementos no comprimento total",.Text7
    text 510,98,240,28,"Forca",.Text8
    text 510,147,90,21,"Property ID",.Text9

    OKButton 430,189,90,21
    CancelButton 590,189,90,21
  End Dialog
  Dim dlg As UserDialog
  asw = Dialog(dlg)

  ' Se "Cancel", fim da macro
  If asw = 0 Then
    Exit Sub
  End If

  ' elem_prop = property ID
  Dim elem_prop As Integer
  elem_prop = CInt(dlg.TextBox9)

  ' ra = wire section: radius on X direction
  ' rb = wire section: radius on Y direction
  ' rD = spring: mean diameter

  Dim ra As Double
  Dim rb As Double
  Dim rD As Double

  ra = Cdbl(dlg.TextBox2)
  rb = Cdbl(dlg.TextBox3)
  rD = Cdbl(dlg.TextBox1)

```

Figura 8-6: Ferramenta para Modelo de Elementos Finitos de Mola Helicoidal

```

' passo = pitch
' espir = number of active coils

Dim passo As Double
Dim espir As Double

passo = CDb1(dlg.TextBox5)
espir = CDb1(dlg.TextBox4)

' n_elem_curve = number of elements on each quadrant of wire section
(that is 1/4 of section)

Dim n_elem_curve As Integer
n_elem_curve = CInt(dlg.TextBox6)

' nelem = number of elements on wire total length

Dim nelem As Integer
nelem = CInt(dlg.TextBox7)

' force = load applied
Dim force As Double
force = CDb1(dlg.TextBox8)

' -----'

' ROUTINE

' ang = angle of rotation, in degrees
' altura = total free length of spring
' raio = half of mean diameter (D/2)

Dim ang As Double
Dim altura As Double
Dim raio As Double

ang = 360*espir
altura = passo*espir
raio = rD/2

' define center of ellipse

Dim x(3) As Double
x(0) = 0
x(1) = 0
x(2) = 0

' define direction x for radius a

Dim y(3) As Double
y(0) = 1
y(1) = 0
y(2) = 0

```

```

' Draw ellipse
Dim elip As femap.zReturnCode
elip = App.feSplineEllipse(x,y,ra,rb,True)

' select curves of wire section

' define set
Dim lines As femap.Set
Set lines = App.feSet
lines.AddAll(FT_CURVE)

'define number of elements on edge
rc = App.feMeshSizeCurve(lines.ID,n_elem_curve,0,0,0,0,0,0,0,0,True)

' Revolve mesh

' define origin of the axis of revolution
Dim v1(3) As Double
v1(0) = raio
v1(1) = 0
v1(2) = 0

' define direction of the axis of revolution as Y
Dim v2(3) As Double
v2(0) = 0
v2(1) = 1
v2(2) = 0

' command to revolve mesh

Dim revolv As femap.zReturnCode
revolv =
App.feMeshRevolveCurve(lines.ID,ang,altura,v1,v2,elem_prop,nelem)

' File -> Rebuild...
App.feFileRebuild(False,False)

' command to delete geometry
App.feDeleteAll(True,False,False,True)

' File -> Rebuild...
App.feFileRebuild(False,False)

' regenerates the selected view
App.feViewRegenerate(0)

' autoscale on the selected view considering entities currently visible
App.feViewAutoscaleVisible(0,True)

' define set to count nodes

Dim sprg_nodes As femap.Set
Set sprg_nodes = App.feSet
sprg_nodes.AddAll(FT_NODE)

```

```

' number of nodes on spring
  Dim s_nodes As Double
  s_nodes = sprg_nodes.Count()

' number of nodes per edge

  Dim n_aresta As Double
  n_aresta = s_nodes/(nelem+1)

' first node of last edge

  Dim n_final As Double
  n_final = s_nodes - n_aresta + 1

' variables for RBE elements

Dim i As Long

Dim feNode As Object
Dim fN As Object
Dim nodeSet As Object
Dim feElem As Object

Dim nodeCount As Long

Dim nodeX As Double
Dim nodeY As Double
Dim nodeZ As Double

Dim nodeID As Long
Dim elemID As Long

Dim vDOF As Variant
Dim vNodeArray As Variant
Dim vDum As Variant

vDOF = DOF

nodeX = 0#
nodeY = 0#
nodeZ = 0#

' define loop to create two elements
For i = 0 To 1

If i = 0 Then

  ' select nodes of first edge

  Set nodeSet = App.feSet()
  rc = nodeSet.AddRange(1,n_aresta,1)

End If

If i = 1 Then

```

```

' select nodes of last edge

nodeSet.Reset      ' Reset variable n_set
Set nodeSet = App.feSet()
rc = nodeSet.AddRange(n_final,s_nodes,1)

End If

'Identify how many nodes were selected.

    nodeCount = nodeSet.Count()

'Arrays to hold the data that was collected

    ReDim nodeArray(nodeCount) As Long
    ReDim faceArray(nodeCount) As Long
    ReDim Weight(nodeCount) As Long
    ReDim DOFArray(nodeCount * 6) As Long

    vDOF = DOFArray
    vWeight = Weight
    vfaceArray = faceArray

    Dim passCount As Long
    passCount = 0

'Walk the nodes

    Set fN = App.feNode()
    rc = nodeSet.Reset()
    nodeID = nodeSet.Next()

'Store the IDs

    Do While nodeID <> 0
        nodeArray(passCount) = nodeID
        passCount = passCount + 1
        rc = fN.Get(nodeID)

        nodeX = nodeX + fN.x
        nodeY = nodeY + fN.y
        nodeZ = nodeZ + fN.z

        nodeID = nodeSet.Next()

    Loop

'Compute the centroid and create the Node at the centroid

    Set feNode = App.feNode()
    vNodeArray = nodeArray

    nodeID = feNode.NextEmptyID

    feNode.x = nodeX / nodeCount
    feNode.y = nodeY / nodeCount
    feNode.z = nodeZ / nodeCount

```



```

    ' set to list nodes ID created on center
    Dim list_node As femap.Set
    Set list_node = App.feSet
    list_node.Add(nodeID)

' Store the node

    rc = feNode.Put(nodeID)

    If rc = -1 Then 'return code FE_OK

'Create the element

        Set feElem = App.feElem()

        elemID = feElem.NextEmptyID

        feElem.type = 29 'Rigid
        feElem.topology = 13 'Rigid
        feElem.Node(0) = nodeID 'Independent Node

        feElem.release(0, 0) = 1
        feElem.release(0, 1) = 1
        feElem.release(0, 2) = 1

        vDum = nodeArray
        rc = feElem.PutNodeList(0, nodeCount, vNodeArray, _
                                vfaceArray, vWeight, vDOF )

'Store the element

        rc = feElem.Put(elemID)

    End If

' File -> Rebuild...
    App.feFileRebuild(False, False)

Next i

    Dim n_set As femap.Set                ' Variable to select group
of nodes
    Set n_set = App.feSet

    Dim n_set_b As femap.Set              ' Variable to select
group of nodes
    Set n_set_b = App.feSet

    Dim bcc_set As femap.BCSet            ' variable to create
Constraint Set
    Set bcc_set = App.feBCSet

    Dim bcc_def As femap.BCDefinition     ' variable to create
Constraint Definition
    Set bcc_def = App.feBCDefinition

```

```

    Dim bcc_nd As femap.BCNode          ' Variable to create
Constraints
    Set bcc_nd = App.feBCNode

    Dim ld_set As femap.LoadSet        ' Variable to create Load
Set
    Set ld_set = App.feLoadSet

    Dim ld_def As femap.LoadDefinition ' Variable to create
Load Definition
    Set ld_def = App.feLoadDefinition

    Dim ld_msh As femap.LoadMesh      ' Variable to create
load on nodes
    Set ld_msh = App.feLoadMesh

    ' select nodes to apply boundary conditions

    Dim node_one As Long              ' total number of nodes on spring + 1 :
first central node created
    node_one = s_nodes + 1

    n_set_b.Reset                    ' Reset variable
n_set
    n_set_b.Add(node_one)

    ' create Constraint

    bcc_set.Put(bcc_set.NextEmptyID) ' Create new
constrain set
    bcc_set.title = "BC_DOF"         ' Title of
Constraint Set
    bcc_set.Put(bcc_set.ID)          ' Add
information on Constraint Set
    bcc_def.setID = bcc_set.ID       ' Assign new
Constraint Definition on Constraint Set
    bcc_def.PutAll(n_set_b.ID, FT_BCO, FT_NODE, "BCC") ' Add
information on Constraint Definition
    bcc_nd.setID = bcc_set.ID        ' Assign the
constraint to constraint set
    bcc_nd.BCDefinitionID = bcc_def.ID ' Assign the
constraint to new constraint definition

    ' Restrict node on DOF 123456
    bcc_nd.Add(n_set_b.ID, True, True, True, True, True, True)
    bcc_nd.Put(bcc_nd.ID)           ' Add
information on Constraint Set

    ' File -> Rebuild...
    App.feFileRebuild(False, False)

    'select nodes to apply load conditions

    Dim node_two As Long              ' total number of nodes on spring + 2 :
second central node created
    node_two = s_nodes + 2

```

```

n_set.Reset      ' Reset variable n_set
n_set.Add(node_two)

' Restrict node on DOF 12456

bcc_nd.Add(n_set.ID,True,False,True,True,True,True)
bcc_nd.Put(bcc_nd.ID)           ' Add
information on Constraint Set

' move node to center
Dim move_1 As femap.zReturnCode
move_1 =
App.feMoveTo(FT_NODE,n_set_b.ID,raio,0,0,True,False,True,0,False)

' Create Load

ld_set.Put(ld_set.NextEmptyID)           ' Create new
Load Set
ld_set.title = "BC_LOAD"                 ' Title of Load
Set
ld_set.Put(ld_set.ID)                   ' Add
information on Load Set
ld_def.setID = ld_set.ID                 ' Assign new
Load Definition to Load Set

ld_def.PutAll(n_set.ID,FT_SURF_LOAD,FLT_NFORCE,"Force")
' Add information on Load Definition

ld_msh.setID = ld_set.ID                 ' Assign the
loads to Load Set
ld_msh.LoadDefinitionID = ld_def.ID      ' Assign the
loads to Load Definition
ld_msh.type = FLT_NFORCE                 ' type of
load

ld_msh.meshID = n_set.First              ' Node that
will receive the load
ld_msh.load(0) = 0                       ' Assign
load value on direction x
ld_msh.dof(0) = 1                        ' Load Face
(not applied)
ld_msh.load(1) = force                   ' Assign
load value on direction y
ld_msh.dof(1) = 1                        ' Load Face
(not applied)
ld_msh.load(2) = 0                       ' Assign
load value on direction z
ld_msh.dof(2) = 1                        ' Load Face
(not applied)
ld_msh.Put(ld_msh.NextEmptyID)          ' Add
information

bcc_set.Active = bcc_set.ID
ld_set.Active = ld_set.ID

```

```
' File -> Rebuild...
App.feFileRebuild(False,False)

' move node to center
Dim move_2 As femap.zReturnCode
move_2 =
App.feMoveTo(FT_NODE,n_set.ID,raio,0,0,True,False,True,0,False)

' File -> Rebuild...
App.feFileRebuild(False,False)

End Sub
```

Continuação Figura 8-6: Ferramenta para Modelo de Elementos Finitos de Mola Helicoidal