

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
Faculdade de Educação
Programa de Pós-Graduação em Educação e Docência/MP

Amanda Natália da Silva Gonçalves

**ATIVIDADES CONTEXTUALIZADAS E O ÁBACO DOS INTEIROS:
recursos didáticos para introduzir os números inteiros e as
operações de adição e subtração no 7º ano**

Belo Horizonte
2020

Amanda Natália da Silva Gonçalves

**ATIVIDADES CONTEXTUALIZADAS E O ÁBACO DOS INTEIROS:
recursos didáticos para introduzir os números inteiros e as
operações de adição e subtração no 7º ano**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação e Docência da Universidade Federal de Minas Gerais como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Educação e Docência.

Orientador: Prof. Dr. Diogo Alves de Faria Reis

Coorientadora: Profa. Dra. Maria Cristina Costa Ferreira

Belo Horizonte
2020

G635a
T
Gonçalves, Amanda Natália da Silva, 1989-
Atividades contextualizadas e o ábaco dos inteiros [manuscrito] : recursos didáticos para introduzir os números inteiros e as operações de adição e subtração no 7º ano / Amanda Natália da Silva Gonçalves. - Belo Horizonte, 2020. 217 f. : enc, il.

Dissertação -- (Mestrado) - Universidade Federal de Minas Gerais, Faculdade de Educação.
Orientador: Diogo Alves de Faria Reis.
Coorientadora: Maria Cristina Costa Ferreira.
Bibliografia: f. 136-138.
Apêndices: f. 139-217.

1. Educação -- Teses. 2. Matemática (Ensino fundamental) -- Estudo e ensino -- Teses. 3. Matemática (Ensino fundamental) -- Métodos de ensino -- Teses. 4. Educação matemática -- Teses. 5. Ábaco -- Estudo e ensino (Ensino fundamental) -- Teses. 6. Matemática -- Instrumentos -- Teses. 7. Comunicação oral -- Teses. 8. Comunicação escrita -- Teses. 9. Aprendizagem por atividades -- Teses.

I. Título. II. Reis, Diogo Alves de Faria. III. Ferreira, Maria Cristina Costa, 1952-. IV. Universidade Federal de Minas Gerais, Faculdade de Educação.

CDD- 372.7

Catálogo da Fonte : Biblioteca da FaE/UFMG (Setor de referência)
Bibliotecário: Ivanir Fernandes Leandro CRB: MG-002576/O



ATA DA DEFESA DA DISSERTAÇÃO DA ALUNA AMANDA NATÁLIA DA SILVA GONÇALVES

Realizou-se no dia 20 de fevereiro de 2020, às 14:00 horas, Sala 4102, Faculdade de Educação, da Universidade Federal de Minas Gerais, a 220ª defesa de dissertação intitulada *ATIVIDADES CONTEXTUALIZADAS E O ÁBACO DOS INTEIROS: recursos didáticos para introduzir os números inteiros e as operações de adição e subtração no 7º ano*, apresentada por AMANDA NATÁLIA DA SILVA GONÇALVES, número de registro 2018664462, graduada no curso de MATEMÁTICA/DIURNO, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em EDUCAÇÃO E DOCÊNCIA, à seguinte Comissão Examinadora: Prof. Diogo Alves de Faria Reis - Orientador (Universidade Federal de Minas Gerais), Profa. Maria Cristina Costa Ferreira (ICEX/UFMG), Prof. André Augusto Deodato (Universidade Federal de Ouro Preto), Profa. Keli Cristina Conti (UFMG).

A Comissão considerou a dissertação:

- Aprovada
 Reprovada
 Aprovada com indicação de correções

A Banca sugeriu e o candidato acatou a mudança do título da dissertação para:

Finalizados os trabalhos, lavrei a presente ata que, lida e aprovada, vai assinada por mim e pelos membros da Comissão.
Belo Horizonte, 20 de fevereiro de 2020.

Prof. Diogo Alves de Faria Reis (Doutor)

Handwritten signature of Profa. Maria Cristina Costa Ferreira

Profa. Maria Cristina Costa Ferreira (Doutora)

Prof. André Augusto Deodato (Doutor)

Profa. Keli Cristina Conti (Doutora)

*Ao meu esposo Luis Henrique, por sempre
acreditar em mim.*

AGRADECIMENTOS

A Deus, por tornar este sonho possível.

Aos meus familiares, pelo amor incondicional.

À Cristina, pela dedicação nos encontros de orientação e pelos ensinamentos valiosos que contribuíram para a minha formação acadêmica e humana.

Ao Diogo e a todos os professores da Linha de Pesquisa Educação Matemática, pelas sugestões e colaborações.

Aos professores participantes da banca de qualificação, Keli Cristina Conti e André Augusto Deodato, pelas contribuições.

Aos amigos que fiz no mestrado, pelo apoio e aconselhamento nos momentos difíceis.

Aos estudantes da turma 12, pela cooperação, empenho e respeito no decorrer da proposta didática.

À direção, supervisão e aos professores da escola, por possibilitarem a realização da pesquisa.

A todos que torceram por mim, a minha gratidão!

“Para mim, a principal atitude de um professor deve ser a de ouvir em sala de aula (mais que falar) e, a partir daí, articular as diferentes “vozes” partilhadas naquele momento; organizar os saberes e proporcionar os avanços. Sobretudo, aprender/refletir/ensinar, tudo a um só tempo.”

Maria Auxiliadora Bueno Andrade Megid

RESUMO

Diante do meu desejo em conhecer novas práticas, como professora de matemática, e possibilitar a aprendizagem do conceito de números inteiros e das operações de adição e subtração pelos estudantes, pretendemos, nesta pesquisa, analisar a contribuição de atividades contextualizadas e do Ábaco dos Inteiros para a compreensão, pelos estudantes, dos números inteiros e das operações de adição e subtração. Este trabalho apresenta os resultados referentes à pesquisa de caráter qualitativo, realizada em uma das turmas do 7º ano da professora/pesquisadora em uma escola da rede estadual de ensino de Minas Gerais. Tendo por base as propostas realizadas na sala de aula, buscamos introduzir os números inteiros, utilizando atividades contextualizadas e as operações de adição e subtração com o uso do Ábaco dos Inteiros. Além disso, buscamos analisar aspectos da relação da comunicação oral e escrita com o processo de ensino-aprendizagem do conceito e das operações com números inteiros. A análise dos dados coletados foi delineada com base nas transcrições das gravações em áudio e vídeo na sala de aula, das produções escritas dos estudantes e dos registros no diário de campo, o que nos possibilitou evidenciar algumas características e relacioná-las às pesquisas realizadas por Rute Elizabete de Souza Rosa Borba, Helle Alrø e Ole Skovsmose. São elas: as contribuições dos contextos escolhidos para introdução do conceito de números inteiros; a influência da comunicação no processo de aprendizagem do conceito e das operações de adição e subtração de números inteiros; as potencialidades e limites do Ábaco dos Inteiros na introdução das operações de adição e subtração de números inteiros. A análise das atividades indica que os estudantes têm conhecimentos sobre os números inteiros antes da instrução inicial atribuída a esse conteúdo no 7º ano, a familiaridade com os contextos abordados nas atividades, bem como a comunicação oral e escrita podem contribuir para que os estudantes mobilizem os diversos conhecimentos construídos por eles, dentro e fora da escola, para realizarem as tarefas. Além disso, o Ábaco dos Inteiros se mostrou um material de apoio apropriado para o ensino das operações de adição e subtração de números inteiros, embora apresente algumas limitações relacionadas à representação da subtração. Durante esse processo de formação, elaboramos o Caderno de Atividades *Contextualizando os Números Inteiros*, no qual estão disponibilizadas as atividades aplicadas no decorrer da pesquisa de campo. Desenvolvemos, também, o material físico (kit) necessário para o desenvolvimento do jogo realizado no decorrer da proposta didática.

Palavras-chave: Números Inteiros. Atividades contextualizadas. Ábaco dos Inteiros. Educação Matemática. Ensino Fundamental. Comunicação oral e escrita.

ABSTRACT

In view of my desire to learn about new practices, as a math teacher, and to enable students to learn the concept of whole numbers and the operations of addition and subtraction, we intend, in this research, to analyze the contribution of contextualized activities and the Integer Abacus to students' understanding of integers and addition and subtraction operations. This paper presents the results of the qualitative research carried out in one of the 7th grade classes of the teacher/researcher in a school of the state school network of Minas Gerais. From the proposals made in the classroom, we seek to introduce the integers using contextualized activities and the addition and subtraction using the abacus of integers. In addition, we seek to analyze aspects of the relationship between oral and written communication and the teaching-learning process of the concept and operations with whole numbers. The analysis of the data collected was designed from the transcripts of the audio and video recordings in the classroom, the written productions of students and records in field diary, which enabled us to highlight some features and relate them to the research conducted by Rute Elizabete de Souza Rosa Borba, Helle Alrø and Ole Skovsmose. They are the contributions of the contexts chosen to introduce the concept of integers; the influence of communication on the learning process of the concept and of the integer addition and subtraction operations; the potentials and limits of Integer Abacus in the introduction of integer addition and subtraction operations. The analysis of the activities indicates that students have knowledge of the integers before the initial instruction to this content in the 7th grade, familiarity with the topics contexts in the activities, as well as oral and written communication skills can help students mobilize diverse knowledge built by them, inside and outside the school, to perform the tasks. Besides that, the Integer Abacus has proved to be an appropriate support material for teaching integer addition and subtraction operations, although it has some limitations related to the representation of subtraction. During this training process, we created the Activities Booklet Contextualizing the Integers, in which the activities applied during the field research are available. We also developed the physical material (kit) necessary for the development of the game carried out during the didactic proposal.

Key words: Integer Numbers. Contextualized activities. Abacus of Integers. Mathematical Education. Elementary School. Oral and written communication.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Quadro 1 – Comparativo PCN, CBC e BNCC: Ensino de números inteiros	35
Quadro 2 – Instrumentos para registros escritos em sala de aula	38
Quadro 3 – Características dos elementos observados por Alrø e Skovsmose (2010) no processo de comunicação	40
Foto 1– Ábaco dos Inteiros.....	43
Foto 2 – Fichas azuis e vermelhas	43
Foto 3 – Ábaco dos Inteiros.....	44
Foto 4 – Sala de aula.....	48
Foto 5 – Biblioteca	48
Foto 6 – Refeitório.....	49
Foto 7 – Laboratório de Informática.....	49
Foto 8 – Espaço de convivência e salas de aula do 1º andar	49
Foto 9 – Espaço de convivência e salas de aula do 2º andar	50
Foto 10 – Salas de aula do 2º andar.....	50
Foto 11 – Jardim.....	50
Foto 12 – Quiosque.....	51
Foto 13 – Quadra descoberta.....	51
Foto 14 – Parquinho	51
Quadro 4 – Cronograma das atividades.....	52
Quadro 5 – Questões propostas na Tarefa 1	56
Quadro 6 – Respostas apresentadas na questão 1, item <i>d</i>	59
Quadro 7 – Respostas apresentadas à Questão 1, item <i>e</i>	61
Quadro 8 – Respostas apresentadas à questão 1, item <i>f</i>	62
Quadro 9 – Respostas apresentadas à questão 1, item <i>g</i>	64
Quadro 10 – Respostas apresentadas à Questão 2.....	67
Quadro 11 – Respostas apresentadas na Questão 3, item <i>a</i>	70
Quadro 12 – Respostas apresentadas na Questão 3, item <i>b</i>	71
Quadro 13 – Respostas apresentadas na Questão 3, item <i>c</i>	72
Quadro 14 – Respostas apresentadas na Questão 3, item <i>d</i>	73
Quadro 15 – Respostas apresentadas na Questão 3, item <i>e</i>	74
Quadro 16 – Questões propostas na Tarefa 1	75

Quadro 17 – Respostas apresentadas à questão 1.....	77
Quadro 18 – Respostas apresentadas na Questão 2, item <i>a</i>	79
Quadro 19 – Respostas apresentadas na Questão 2, item <i>b</i>	81
Quadro 20 – Respostas apresentadas à Questão 3, item <i>a</i>	84
Quadro 21 – Respostas apresentadas a Questão 3, item <i>b</i>	85
Quadro 22 – Respostas apresentadas na Questão 3, item <i>c</i>	86
Quadro 23 – Respostas apresentadas na Questão 3, item <i>d</i>	87
Quadro 24 – Respostas apresentadas na Questão 3, item <i>e</i>	89
Figura 1 – Ábaco dos Inteiros.....	98
Figura 2 – Ábaco dos Inteiros.....	98
Figura 3 – Ábaco dos Inteiros.....	99
Quadro 25 – Respostas dos cálculos da pontuação por rodadas, realizados com o uso do Ábaco dos Inteiros por componente dos grupos.....	102
Quadro 26 – Questão proposta na Tarefa 1.....	104
Quadro 27 – Respostas apresentadas na Questão 1, item <i>b</i>	106
Quadro 28 – Respostas apresentadas na Questão 1, item <i>c</i>	108
Quadro 29 – Respostas apresentadas na Questão 1, item <i>d</i>	109
Quadro 30 – Respostas apresentadas na Questão 1, item <i>e</i>	111
Quadro 31 – Questão proposta na Tarefa 2.....	113
Figura 4 – Ábaco dos Inteiros.....	113
Figura 5 – Ábaco dos Inteiros.....	114
Figura 6 – Ábaco dos Inteiros.....	114
Quadro 32 – Respostas apresentadas no preenchimento da coluna “Operação” da Tabela 5.116	
Quadro 33 – Respostas apresentadas pelas duplas, referentes à subtração em que o minuendo e o subtraendo são positivos.....	117
Quadro 34 – Respostas apresentadas pelas duplas, referentes à subtração em que o minuendo é negativo e o subtraendo é positivo.....	118
Quadro 35 – Respostas apresentadas pelas duplas, referentes à subtração em que o minuendo era positivo e o subtraendo era negativo.....	119
Quadro 36 – Respostas apresentadas pelas duplas, referentes à subtração em que o minuendo e o subtraendo eram negativos.....	120
Quadro 37 – Respostas apresentadas na Questão 1, item <i>c</i>	122
Quadro 38 – Itens propostos na Autoavaliação.....	124

Quadro 39 – Respostas apresentadas na Autoavaliação.....	124
Foto 15 – Materiais para o jogo.....	132
Foto 16 – Embalagem.....	132

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Campeonato Mineiro de Futebol 2018	58
Tabela 2 – Temperaturas de Capitais Brasileiras	79
Tabela 3 – Pontos por rodadas.....	96
Tabela 4 – Classificação final.....	97
Tabela 5 – Subtração de números inteiros.....	112

LISTA DE SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CBC	Currículo Básico Comum
Coep	Comitê de Ética da Pesquisa da UFMG
NCTM	Princípios e Normas para a Matemática escolar
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
TCLE	Termos de Consentimento Livre e Esclarecido
UFMG	Universidade Federal de Minas Gerais
UniBH	Centro Universitário de Belo Horizonte

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	15
2. PERCURSO TEÓRICO PARA O ENSINO DE NÚMEROS INTEIROS	22
2.1. ALGUNS REGISTROS HISTÓRICOS	22
2.2. DIFICULDADES ENCONTRADAS NO ENSINO-APRENDIZAGEM DO CONCEITO DE NÚMEROS INTEIROS E DAS OPERAÇÕES DE ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO	26
2.3. OS DOCUMENTOS OFICIAIS E O ENSINO DE NÚMEROS INTEIROS	28
2.3.1. <i>Parâmetros Curriculares Nacionais - (PCN)</i>	28
2.3.2. <i>Currículo Básico Comum – (CBC/MG)</i>	31
2.3.3. <i>Base Nacional Comum Curricular – (BNCC)</i>	33
2.4. O PAPEL DA CONTEXTUALIZAÇÃO E DA COMUNICAÇÃO ESCRITA E ORAL PARA O PROCESSO DE ENSINO-APRENDIZAGEM DE NÚMEROS INTEIROS	36
2.5. O USO DE MATERIAIS MANIPULATIVOS NO ENSINO DE MATEMÁTICA	41
2.5.1. <i>Motivações para a escolha do Ábaco dos Inteiros</i>	42
3. ESCOLHAS METODOLÓGICAS	45
3.1. A ESCOLA	47
3.2. A TURMA 12	52
3.3. AS ATIVIDADES	52
4. PROPOSTA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE NÚMEROS INTEIROS E AS OPERAÇÕES DE ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO	54
4.1. ATIVIDADE 1: EXPLORANDO O CONHECIMENTO PRÉVIO SOBRE NÚMEROS INTEIROS ...	55
4.1.1. <i>Tarefa 1 – O saldo de gols do Campeonato Mineiro de 2018</i>	55
4.1.2. <i>Tarefa 2 – Temperaturas de capitais brasileiras</i>	74
4.1.3. <i>Discussão e sistematização da Atividade 1</i>	91
4.2. ATIVIDADE 2: AS OPERAÇÕES DE ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO DE NÚMEROS INTEIROS	95
4.2.1. <i>Tarefa 1 – A adição de números inteiros</i>	95
4.2.2. <i>Tarefa 2 – A subtração de números inteiros</i>	111
4.2.3. <i>Discussão e Sistematização da Atividade 2</i>	123
4.3. POTENCIALIDADES E LIMITES DA PROPOSTA DIDÁTICA	126
5. RECURSO EDUCACIONAL	131
6. CONSIDERAÇÕES FINAIS	133
REFERÊNCIAS	136
APÊNDICES	139

1. INTRODUÇÃO

Minha vivência como estudante, tanto do ensino básico como da graduação, e minhas experiências como professora despertaram meu interesse em pesquisar o ensino de números inteiros na educação básica. Por isso, considero importante iniciar este trabalho rememorando minha trajetória escolar e apresentando as escolhas que fiz ao longo desse processo de pesquisa.

Meu percurso escolar iniciou-se em uma escola pública da rede estadual, na cidade de Santa Luzia, onde estudei durante o ensino básico. Nessa escola, tive a oportunidade de ter professores de matemática muito dedicados, tanto pela maneira como ensinavam matemática quanto pela relação pessoal que construíam com os estudantes. Eles tiveram grande influência em minha vida, ocasionando o meu interesse pela matemática e a busca por conhecimentos para além da sala de aula.

Embora, algumas vezes, esses professores desenvolvessem atividades interdisciplinares, como gincanas, feiras científico/cultural e jogos em sala de aula, por exemplo, bingo de operações básicas, a maioria dos conteúdos matemáticos era ensinado utilizando exemplos que serviam de modelos para a resolução de exercícios de fixação dos conteúdos apresentados.

Por isso, eu acreditava que a melhor forma de aprender matemática era a resolução de exercícios e a memorização do conteúdo estudado, e, então, fazia muitos exercícios e decorava os métodos ensinados, reproduzindo-os. Por gostar de matemática e ter certa facilidade em aprendê-la, alcançava boas notas e obtinha sucesso nessa disciplina ao longo do ensino básico. No entanto, percebia que alguns colegas apresentavam dificuldades e os auxiliava, porém, não entendia por que eles não conseguiam compreender a matéria da maneira como era ensinada.

Quando eu me formei no ensino médio, escolhi ser professora de matemática para aprofundar os conteúdos aprendidos no ensino básico. Por isso, no segundo semestre do ano de 2011, ingressei no curso de Licenciatura em Matemática, no período noturno, no Centro Universitário de Belo Horizonte (UniBH).

Nessa instituição, tive a oportunidade de participar como monitora de um programa de extensão chamado Campi-Jr. Esse programa oferecia aulas de revisão de diversos conteúdos e auxílio às atividades extraclasse para estudantes do ensino básico das comunidades próximas à faculdade.

No contato com esses estudantes, percebi que alguns deles, principalmente os que cursavam o final do ensino fundamental, apresentavam dificuldades em realizar operações básicas, principalmente aquelas que envolviam números inteiros.

Isso me intrigava, pois, na minha concepção, o ensino de números inteiros não deveria exigir muito esforço por parte dos professores, uma vez que, bastava ensinar as regras, os estudantes conseguiriam resolver as operações. Assim, a maneira que eu auxiliava os estudantes em suas dúvidas era listando todas as regras, efetuando alguns exemplos e propondo exercícios semelhantes aos exemplos para que eles resolvessem. Entretanto, percebia nitidamente que, para alguns estudantes, as dúvidas persistiam, pois eles retornavam ao Campi-Jr apresentando outras atividades e, ao resolvê-las, indicavam os mesmos erros e as mesmas dificuldades. No entanto, naquela época, não conseguia pensar em outras estratégias para ensinar números inteiros.

No ano de 2012, senti a necessidade de estudar no horário diurno, devido a uma sensação de insegurança ao fazer o trajeto de casa até a faculdade no período da noite. Após cursar três períodos no UniBH, vislumbrei a possibilidade de continuar o curso na Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG) no período diurno, então, participei do processo de transferência e fui aprovada.

No primeiro semestre de 2013, iniciei, novamente, o Curso de Matemática, agora na UFMG. Devido às diferenças nas grades curriculares das duas instituições não consegui aproveitar as disciplinas que já havia cursado no UniBH. E, infelizmente, tive que encerrar as minhas atividades no projeto de extensão Campi-Jr, por não ter mais vínculo acadêmico com o UniBH.

Apesar de ter tentado contribuir para diminuir ou sanar as dificuldades dos estudantes no projeto Campi- Jr., no que diz respeito à aprendizagem das operações com números inteiros, senti que poderia ter feito mais do que fiz e buscado outros recursos para ajudar os estudantes.

Durante o meu percurso acadêmico na UFMG, cursei disciplinas que apresentaram diversas possibilidades de ensinar matemática. Em uma dessas disciplinas, chamada “Números na Escola Básica”, tive a oportunidade de ler o texto “Construindo matemática na sala de aula: uma experiência com os números relativos” da Professora/Pesquisadora Maria Auxiliadora Bueno Andrade Megid. A autora relata sua experiência com o ensino de números inteiros e descreve algumas de suas aulas, nas quais utiliza atividades contextualizadas, concluindo que elas possibilitaram, aos estudantes, uma participação mais efetiva no processo de construção do conhecimento.

Esse texto remeteu-me à minha experiência com o ensino de números inteiros, no projeto de extensão Campi-Jr, e a possibilidade de trabalhar esse conteúdo, utilizando outros recursos didáticos.

Após reflexões e discussões proporcionadas nessas disciplinas da graduação, tracei como objetivo lecionar matemática, utilizando diferentes recursos didáticos, tais como, jogos e materiais manipulativos, na tentativa de possibilitar, aos estudantes, apreendê-la de forma contextualizada e cooperativa.

Em 2014, um ano antes de concluir a graduação, prestei um concurso para atuar como professora de matemática no ensino fundamental e médio da rede estadual de ensino de Minas Gerais. Fui aprovada, porém, devido às questões burocráticas que regem os concursos públicos, fui nomeada apenas em meados de 2017.

No período de 2016 a 2017, trabalhei em duas escolas públicas estaduais como professora contratada. Na primeira, lecionei para estudantes do 8º e 9º anos do ensino fundamental e, na segunda, do 6º e 9º anos.

Em meados de 2017, após ser nomeada no concurso público, lecionei para estudantes do 1º e 3º ano do ensino médio em outra cidade da região metropolitana de Belo Horizonte. Em 2018, consegui minha transferência para uma escola onde já havia trabalhado, próxima da minha residência, e voltei a atuar no 9º ano.

Nesse início da carreira docente, não consegui colocar em prática os objetivos que havia traçado durante a graduação. A minha insegurança, inexperiência e as dificuldades vivenciadas na sala de aula, fizeram-me procurar um caminho para ensinar os conteúdos matemáticos em que me sentisse mais confortável e segura. Borba e Penteado (2001) destacam que “alguns professores procuram caminhar numa *zona de conforto* onde quase tudo é conhecido, previsível e controlável” (2001, p. 56).

A minha *zona de conforto* foi reproduzir, em sala de aula, o que havia aprendido e a forma como os meus professores do ensino básico ensinavam matemática. Concordo com Nacarato, Mengali e Passos (2001) ao afirmarem que “a professora é influenciada por modelos de docentes com os quais conviveu durante a trajetória estudantil, ou seja, a formação profissional docente inicia-se desde os primeiros anos de escolarização” (2001, p. 23).

Igualmente aos professores que tive no ensino básico, também ensinava a maior parte dos conteúdos matemáticos utilizando exemplos que serviam como modelos para a resolução de exercícios. Do modo que eu conduzia as aulas de matemática, de acordo com Alrø e Skovsmose (2010), pode ser visto como relacionado ao *paradigma do exercício*. Segundo esses autores,

Nesse modelo, as aulas costumam ser divididas em duas partes: primeiro, o professor apresenta algumas ideias e técnicas matemáticas, geralmente em conformidade com um livro texto. Em seguida, os estudantes fazem alguns exercícios pela aplicação direta das técnicas apresentadas. O professor confere as respostas (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010, p. 51).

Em todas as escolas e turmas pelas quais transitei, com exceção do 6º ano, cujo programa não contempla números inteiros, foi possível observar as dificuldades de alguns estudantes em compreender determinados conteúdos matemáticos da forma como eu os ensinava, isto é, abordados por meio de procedimentos ou regras, apresentados de forma descontextualizada, entre eles, os números inteiros.

Nas atividades avaliativas e, até mesmo, na resolução de exercícios em sala de aula, pude observar algumas dificuldades recorrentes, enfrentadas por esses estudantes, na compreensão das regras de sinais, como: $-5 - 6 = +11$, em que o estudante utiliza a regra da multiplicação dos sinais, e não a da adição. Outro erro muito comum é: $-5 + 6 = +11$, quando o estudante soma os números, considerando apenas o módulo deles. Acredito que isso aconteça pelo fato de o estudante apenas memorizar as regras sem conseguir dar um significado para as operações envolvidas.

A recorrência desses erros me incomodava e, por isso, sempre que corrigia exercícios envolvendo as operações de adição e subtração de números inteiros, tentava contextualizá-las com a ideia de dívidas, por exemplo, na operação: $-4 + 3 = -1$, dizia “devo quatro e tenho três, então eu pago a minha dívida e ainda fico devendo um”. No momento da correção, eles pareciam compreender o que era efetuado, mas, quando resolviam outros exercícios, não conseguiam relacionar essa ideia com as atividades propostas. Já na operação: $-2 - (-3) = +1$, eu mesma sentia dificuldades em encontrar um contexto adequado, de forma a facilitar a compreensão dos estudantes.

Esses obstáculos, enfrentados por alguns estudantes, na compreensão dos números inteiros e, especialmente, nas operações de adição e subtração, orientaram-me a investigar quais abordagens possibilitariam a compreensão desses números e de suas operações. Assim, decidi colocar novamente o meu objetivo em ação: ensinar matemática utilizando diferentes recursos didáticos, saindo da *zona de conforto* na qual experienciara como professora, durante esses anos de atuação, isto é, rompendo com o *paradigma do exercício* para vivenciar um novo ambiente de aprendizagem (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010).

Por isso, em 2017, decidi me candidatar ao Mestrado Profissional em Educação da UFMG, pois distingui, no mestrado, uma oportunidade para refletir e investigar como diferentes recursos didáticos (materiais manipulativos, atividades contextualizadas) poderiam contribuir para a compreensão dos estudantes na aprendizagem dos números inteiros e das operações de adição e subtração.

Iniciei o mestrado em 2018 e, no ano de 2019, a fim de que eu pudesse realizar a pesquisa, escolhi lecionar para três turmas do 7º ano. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (BRASIL, 1998), bem como o Currículo Básico Comum do Estado de Minas Gerais (CBC) (MINAS GERAIS, 2014) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2017) destacam que o ensino de números inteiros se inicia no 7º ano do ensino fundamental.

Segundo Borba (1998), “a introdução desse novo campo numérico e das regras para operações com números positivos e negativos frequentemente resulta em dificuldades para os estudantes, já que os números naturais eram os únicos utilizados até então em sala de aula” (1998, p. 121). A autora, também, destaca que as operações com números inteiros são, muitas vezes, apresentadas de forma descontextualizada, por meio de regras, conhecida como “regras de sinais”, o que dificulta o aprendizado de muitos estudantes, orientando-os a confundirem as regras da adição e da subtração com as da multiplicação e divisão.

Os documentos oficiais apontam que a utilização de diferentes recursos didáticos pode contribuir para a aprendizagem, pelos estudantes, dos números inteiros e das operações de adição e subtração. O professor então pode criar estratégias e utilizar recursos que facilitem a aprendizagem na introdução de números inteiros e nas operações de adição e subtração, mais precisamente, para que a classe tenha uma melhor compreensão dessas operações sem, necessariamente, decorar uma regra.

Conforme Borba (1998), o professor de matemática, ao introduzir o conceito de números inteiros e as operações, tem opção por uma entre duas abordagens:

A primeira, essencialmente abstrata, tem como preocupação primordial a coerência interna do sistema e se utiliza basicamente da manipulação de símbolos. A segunda abordagem usa modelos concretos ou situações contextualizadas que dão sentido aos números inteiros e às operações realizadas com eles (BORBA, 1998, p. 126).

Para realizar a pesquisa, ao fazer a opção por lecionar em um ambiente de aprendizagem diferenciado do qual eu sempre vivenciei em sala de aula, decidi introduzir os números inteiros e as operações, de acordo com a segunda abordagem apresentada por Borba (1998). Para isso, introduzi os números inteiros em dois contextos: Saldo de gols e Temperaturas, a princípio, por supor que esses assuntos faziam parte do cotidiano dos estudantes. No entanto, iniciei a pesquisa sem definir a maneira como introduziria as operações de adição e subtração de números inteiros.

Os PCN indicam o uso do Ábaco dos Inteiros como um material didático adequado para explorar as operações de adição e subtração, porém, não sabia como utilizá-lo, por isso, busquei

outras leituras que continham sugestões de materiais para o ensino de operações com números inteiros.

Ao ler o artigo “O ábaco dos inteiros: auxílio aos estudantes na compreensão dos números negativos e suas operações”, dos autores Erickson Gomes Imperador da Silva e Keli Cristina Conti, no qual relatam a experiência, vivenciada por eles, em uma turma do 7º ano, utilizando o Ábaco dos Inteiros, vislumbrei a possibilidade de trabalhar com esse material em sala de aula.

De acordo com Silva e Conti (2016), “a proposta de auxiliar os estudantes na compreensão dos números inteiros e suas operações (adição, subtração e multiplicação), usando o ábaco dos inteiros foi alcançada.” (2016, p. 83). Além disso, segundo esses autores, essa experiência propiciou a participação dos estudantes nas aulas de matemática, de forma ativa e cooperativa.

Motivada por essa leitura, decidi utilizar o Ábaco dos Inteiros como material didático para introduzir as operações de adição e subtração de números inteiros.

Escolhi realizar atividades em sala de aula que favorecessem o rompimento com o *paradigma do exercício*, isto é, aulas de matemática que permitissem, aos estudantes, conhecerem um ambiente diferente do que estavam acostumados.

Por isso, desenvolvemos¹ atividades² contextualizadas, que são tarefas abertas e compreensíveis à grande parte dos estudantes (PONTE, 2014).

Além disso, acreditamos que as atividades contextualizadas oportunizam a comunicação escrita e oral em sala de aula. Lopes e Nacarato (2009) afirmam que a escrita pode contribuir para a aprendizagem dos conteúdos matemáticos pelos estudantes. Já Alrø e Skovsmose (2010) destacam que, quando o professor decide romper com o *paradigma do exercício* para experienciar, em sala de aula, um novo ambiente, ele favorece que os padrões de comunicação sejam modificados, possibilitando aos estudantes “novos tipos de cooperação e novas formas de aprendizagem” (2010, p. 58).

Diante do meu desejo em conhecer novas práticas, como professora de matemática, e possibilitar a aprendizagem do conceito de números inteiros e das operações de adição e subtração pelos estudantes, pretendemos analisar a contribuição de atividades contextualizadas e do Ábaco dos Inteiros para a compreensão, pelos estudantes, dos números inteiros e das operações de adição e subtração. Além disso, buscamos analisar aspectos da relação da

¹ Nesta dissertação, o uso da primeira pessoa do singular “eu” refere-se à autora do texto, e o uso da primeira pessoa do plural “nós”, à autora e aos professores orientadores da pesquisa.

² “atividade” nesta dissertação não fará referência à Teoria da Atividade.

comunicação oral e escrita com o processo de ensino-aprendizagem do conceito e das operações de adição e subtração de números inteiros no 7º ano.

Esperamos que, ao percorrer o caminho escolhido para o desenvolvimento desta pesquisa, possamos refletir sobre a seguinte questão: *Quais as potencialidades e limitações das atividades contextualizadas e do Ábaco dos Inteiros para introduzir números inteiros e as operações de adição e subtração no 7º ano?*

A apresentação da pesquisa foi organizada da seguinte forma: o percurso teórico utilizado para fundamentar a nossa proposta de pesquisa; as escolhas metodológicas para a elaboração das atividades realizadas, o ambiente escolar e os sujeitos participantes da pesquisa; a descrição e a análise dos resultados observados no desenvolvimento das atividades e, por fim, indicamos o recurso educacional, construído durante o processo de pesquisa.

2. PERCURSO TEÓRICO PARA O ENSINO DE NÚMEROS INTEIROS

O percurso teórico contribuiu para a construção da nossa proposta didática, o qual está organizado em quatro seções. Na primeira, apresentamos alguns registros históricos que relatam a difícil aceitação do conceito de números inteiros por alguns matemáticos ao longo da história. Na segunda seção, descrevemos alguns obstáculos enfrentados por estudantes no processo de aprendizagem do conceito de números inteiros e das operações de adição e subtração.

Já na seção três, averiguamos as orientações propostas para o ensino de números inteiros, indicadas nos PCN, no CBC e na BNCC.

Na seção quatro, abordamos o conceito de números inteiros por meio de atividades contextualizadas e destacamos como a comunicação oral e escrita podem contribuir para o processo de ensino-aprendizagem de conteúdos matemáticos.

Na última seção, discutimos as potencialidades e limites do uso de materiais manipulativos para o ensino de conteúdos matemáticos, bem como apresentamos o Ábaco dos Inteiros, material escolhido para introdução das operações de adição e subtração de números inteiros no 7º ano.

2.1. Alguns registros históricos

O desenvolvimento histórico dos números inteiros foi um processo extremamente longo. Em seu trabalho, *Epistemologia dos Números Relativos*, Georges Glaeser (2010) enfatiza que matemáticos famosos trabalharam com esses números em suas pesquisas, apesar de apresentarem uma compreensão apenas parcial e com muitas lacunas sobre eles. De acordo com esse autor, as dificuldades identificadas, por esses matemáticos, em compreender e aceitar os números negativos³, provavelmente se igualam às que perturbam alguns estudantes atualmente.

Nesse sentido, buscamos refletir sobre como as atividades construídas, nesta pesquisa, proporcionariam a compreensão desses números, pelos estudantes, uma vez que aceitá-los pode, também, não ser tão simples para eles.

Borba (1998) afirma que,

A constatação das dificuldades observadas na história da matemática quanto à aceitação dos números negativos deve levar a escola a refletir sobre as dificuldades que os alunos podem ter na compreensão dos relativos (BORBA, 1998, p. 123).

³ Nesta dissertação o uso do termo “números negativos” refere-se ao conjunto Z_-^* , “números positivos” à Z_+^* e “números relativos” e “números inteiros” à Z .

De acordo com Gonzalez *et.al* (1990), a aceitação dos negativos como números, demorou mais de 1000 anos e foi permeada por muitos avanços e retrocessos. Segundo Medeiros e Medeiros (1992), não há uma data exata para a origem dos números negativos, mesmo porque a ideia de utilizá-los foi de difícil concordância entre alguns matemáticos.

Conforme afirma Anjos (2008), os primeiros registros de números negativos apareceram, em obras chinesas, há cerca de 200 a.C. Já Boyer (2010) destaca que

A ideia de números negativos parece não ter causado muitas dificuldades aos chineses, pois estavam acostumados a calcular com duas coleções de barras – vermelha para os coeficientes positivos ou números e uma preta para os negativos. No entanto, não aceitavam a ideia de um número negativo poder ser solução de uma equação (BOYER, 2010, p. 137).

Segundo Gonzalez *et.al* (1990), os filósofos gregos do século VI a.C. não aceitavam os números negativos porque não conseguiam estabelecer relação desses números com a geometria, isto é, “eles não podiam representá-los graficamente mediante um segmento” (1990, p. 23).

No entanto, Georges Glaeser (2010) afirma que Diofanto de Alexandria cita, em seus registros, uma regra para produtos de diferenças⁴, que, posteriormente, pode ter originado o que conhecemos, atualmente, como “regra de sinais”. Entretanto, o autor afirma que Diofanto considerava, como resultado de equações, apenas as raízes positivas, fato que, possivelmente, confirma o seu desconhecimento ou a não aceitação de números negativos.

Gonzalez *et.al* (1990) também destacam que “ter a geometria como suporte à álgebra impediu que os matemáticos da Grécia Clássica considerassem a necessidade de um novo tipo de número.” (1990, p. 23 - 24).

Com relação aos povos hindus, Pontes (2010) afirma que:

A importância da matemática hindu pode ser percebida no corpo do conhecimento matemático. Inúmeras contribuições da matemática hindu estão presentes na atualidade, dentre as quais se destacam: utilização no sistema decimal do princípio posicional do sistema babilônico, concepção do zero como número, que extrapola a ideia do símbolo babilônico[...] e aceitação de raízes negativas como soluções de equações quadrática (PONTES, 2010, p. 44).

Medeiros e Medeiros (1992) também afirmam que os hindus utilizavam os números negativos associados à ideia de dívidas para resolver determinados problemas aritméticos. Ainda assim, de acordo com esses autores, os números negativos não foram amplamente aceitos

⁴ Produtos do tipo: $(a - b)(c - d) = ac - bc - ad + bd$

pelos hindus, como observamos, por exemplo, em Bhaskara, matemático hindu, que não aceitava raízes negativas como solução de equações quadráticas. No entanto, Gonzalez *et.al* (1990) destacam que o matemático hindu Brahmagupta “não só usou os negativos nos cálculos, como também os considerou como entidades isoladas e os atribuiu a uma aritmética consistente com a dos números inteiros.” (1990, p. 24).

As diversas contribuições dos hindus para a matemática, como também, os negativos foram passados aos árabes que as transmitiram, posteriormente, aos europeus. Na impossibilidade de relacionar os números negativos a algo concreto, a difusão desses números foi lenta. Esse conceito de “retirar” algo maior de algo menor só foi realmente aceito com o surgimento de um sistema bancário, desenvolvido na Itália durante o século XIV (MEDEIROS; MEDEIROS, 1992).

Apesar de os números negativos começarem a ser mais utilizados em algumas situações, a sua aceitação, por alguns matemáticos, foi questionada até o século XIX. Medeiros e Medeiros (1992) afirmam que:

A superação dessa polêmica exigiria uma mudança total nos critérios de aceitação dos negativos, com o abandono da necessidade da metáfora e a adoção de novos critérios baseados na estruturação dos negativos enquanto sistema numérico. Isso viria a se constituir numa mudança radical de ponto de vista, numa autêntica revolução que só viria a se operar em pleno decorrer do século XIX com a fundamentação dos números (MEDEIROS; MEDEIROS, 1992, p. 55).

Esses autores relatam que François Viète (1540-1603) introduziu os símbolos $+$, $-$ e $=$, e isso foi importante para a aceitação dos números negativos. Porém, Gonzalez *et.al.* (1990) destaca que Viète não considerou os números negativos como coeficientes, e nem como raízes de equações. Pontes (2010) também destaca que, apesar de François Viète ter utilizado e dado contribuições para o estabelecimento das regras de sinais, ele evitou qualquer discussão sobre os números negativos.

Alguns matemáticos importantes, por exemplo, Descartes e Pascal, não reconheceram os negativos como números, e nem as regras de sinais. De acordo Gonzalez *et.al.* (1990), esses matemáticos não aceitaram esses números pois,

eles não se encaixavam na ideia de número como quantidade ou expressão de quantidade. Isso explica a afirmação de Descartes: “Não pode haver números menores que nada”, e também Pascal: “Conheci alguns que não conseguiam entender que subtrair quatro de zero é zero” (GONZALEZ, et.al., 1990, p. 32).

O matemático italiano Rafael Bombelli (séc. XVI) talvez tenha colaborado para a construção da definição de números negativos e das regras de sinais. “Bombelli foi mais prático, fornecendo definições esclarecidas para os negativos, explicitando as regras dos sinais. Na ausência de uma fundamentação estrutural, até mesmo para os positivos, considerou a regra $(-)\times(-)=(+)$ sem discussão” (MEDEIROS; MEDEIROS, 1992, p. 54).

É importante salientar que os números negativos provocaram mais discussões e opiniões conflitantes, entre certos matemáticos, do que os números irracionais, pois eles não compreendiam a regra de sinais e não aceitavam a ideia de não ser possível relacionar os números negativos à geometria, “devido à falta de um significado geométrico e à estranheza de suas regras de operação, os negativos constituíam-se em uma dificuldade maior que os irracionais” (MEDEIROS; MEDEIROS, 1992, p. 54).

Gonzalez *et.al.* (1990) afirmam que, durante o século XVIII, a aceitação dos negativos como números, para alguns matemáticos, ainda seguia incerta, “devido em grande parte à falta de um modelo unificador para apoiá-lo.” (1990, p. 37). Por exemplo, em D’Alembert, que definiu quantidades negativas como quantidades menores que nada, e que têm sinal de menos, porém, em um de seus artigos, se contradiz, relatando não poder admitir que quantidades negativas são menores que nada.

Esses autores também relatam que, para D’Alembert, “no contexto do cálculo, o aparecimento de uma raiz negativa significa que a sentença deve ser modificada, o que manifesta o desejo de D’Alembert de evitá-las como raízes.” (1990, p. 37).

As leis fundamentais dos números positivos somente foram ampliadas para os negativos no século XIX, com os trabalhos do matemático alemão Hermann Hankel (1839-1873), inspirados nos estudos iniciados pelo matemático inglês George Peacock (1791-1858), “Hankel, retomando a iniciativa de Peacock, formulou o princípio da permanência das leis formais que estabelece o critério geral de algumas extensões do conceito de número.” (GONZALEZ, *et.al.*, 1990, p. 48). A partir disso, os negativos foram admitidos e reconhecidos na matemática.

Atualmente, após todo esse longo percurso de aceitação dos números negativos, os professores de matemática se deparam com o grande desafio de ensiná-los para os estudantes do ensino básico. Por isso, destacamos a seguir, algumas dificuldades possíveis de serem identificadas no processo de ensino-aprendizagem dos números inteiros.

2.2. Dificuldades encontradas no ensino-aprendizagem do conceito de números inteiros e das operações de adição e subtração

Conforme observamos anteriormente, o processo de ensino-aprendizagem do conceito de números inteiros e das operações de adição e subtração é permeado por dificuldades históricas, relativas à sua compreensão e aceitação até os dias atuais, sobretudo, com relação à utilização, representação e aplicabilidade desses números. (ABAR; SOUZA, 2015).

Para Teixeira (1993), o conceito de números inteiros é estabelecido com base na ampliação dos naturais, e as propriedades matemáticas válidas para os naturais, são mantidas, também, para os inteiros. Essa construção não é tão simples quanto parece, pois há vários entraves nesse processo que dificultam o trabalho do professor e a aprendizagem dos estudantes. Glaeser aponta seis obstáculos:

1. Inaptidão para manipular quantidades isoladas.
2. Dificuldades em dar um sentido a quantidades negativas isoladas.
3. Dificuldade em unificar a reta numérica manifesta pela diferenciação qualitativa entre quantidades positivas e negativas, pela concepção da reta como mera justaposição de duas semirretas opostas, ou ainda por desconsideração do caráter simultaneamente dinâmico e estático dos números.
4. Ambiguidade dos dois zeros: zero absoluto e zero como origem.
5. Dificuldade de afastar-se de um sentido “concreto” atribuído aos seres numéricos: fixação no estágio das operações concretas por oposição formal.
6. Desejo de um modelo unificador: utilização de um modelo aditivo para o campo multiplicativo, ao qual não se aplica (GLAESER, 2010, p. 69).

A compreensão dos números inteiros, por parte dos estudantes, requer a aplicação dos seus conhecimentos prévios de número natural e de suas operações, e a aceitação de que é possível resolver operações da forma $a - b$ em que $b > a$, o que a princípio, seria inconcebível, mas que agora, resulta em um número negativo. “Admitir a realidade desse novo resultado implica reconhecer a existência de uma nova classe de números – os negativos” (TEIXEIRA, 1993, p. 62).

Tendo por base a aceitação dos números negativos, essa autora destaca que o estudante abstrai a ideia de que os números positivos são maiores que os negativos. O avanço dessa compreensão conduz o estudante a refletir que existe um ponto de origem para os negativos e positivos. Nesse sentido, ele amplia o significado do zero “nada” ou “ausência de quantidade” para zero “origem”.

O significado do zero como origem garante a integração dos números negativos e positivos, impedindo que os estudantes os caracterizem como dois conjuntos isolados. Isso os auxilia a entender que a posição ocupada pelos números, com relação à origem, diferencia-os,

apesar de terem o mesmo valor absoluto. E que esses números obedecem a uma ordem crescente para os positivos e decrescente para os negativos, a partir do zero. Os números à esquerda diminuem, e à direita, aumentam independentemente do ponto que consideramos como referência.

Segundo Teixeira (1993), os números positivos e negativos representam estados e operações, isso significa que os sinais indicam, ao número, o estado de positivo (acima de zero) ou negativo (abaixo de zero) ou indicam operações de adição e subtração.

Borba e Nunes (2004) observam que “a utilização de um mesmo sinal com significados diferentes pode gerar dificuldades” (2004, p. 81). Abar e Souza (2015) também destacam que “a mera representação dos números inteiros oferece uma dificuldade considerável ao estudante, uma vez que todo conhecimento que ele desenvolveu utiliza-se do sinal de menos apenas para denominar uma operação” (2015, p. 8).

A operação de adição de números inteiros tem significado diferente da operação com números naturais. Para Marília Centurión, nos números naturais, “a adição está ligada a situações que envolvem ações de reunir, juntar ou acrescentar.” (1995, p. 90). Já nos inteiros, esse não é o único significado, pois há casos em que a soma resulta em zero, e há casos em que o resultado decresce. Por isso, o conceito de adição necessita ser ampliado pelos estudantes.

Da mesma forma que na operação de adição, o conceito de subtração necessita ser ampliado pelos estudantes, uma vez que, de acordo com essa autora, eles associam à subtração, a ideia de “retirar”, “completar” ou “comparar”. Enquanto, nos números inteiros, é necessário avançar em outra direção, uma vez que, na operação de subtração de números inteiros, “a construção operatória da subtração supõe assimilá-la como inversa à adição.” (TEIXEIRA, 1993, p. 64).

Borba (1998) destaca que os estudantes podem apresentar uma maior dificuldade na compreensão da subtração de números inteiros, devido à dificuldade em modelar as operações de subtração com números negativos e, também, na realização de subtração por meio da reta numérica. Segundo a autora,

Esse modelo parece ser mais eficiente (apenas) para a adição, pois nem sempre fica claro como questões do tipo $5 - (-8)$, em que é preciso subtrair um número negativo de um positivo, podem ser resolvidas por meio da reta numérica, a não ser pela utilização de regras aparentemente arbitrárias (BORBA, 1998, p. 129 -130).

Na sala de aula, pude vivenciar e observar alguns desses obstáculos e dificuldades apontados pelos autores, no processo de ensino-aprendizagem de números inteiros. Por

exemplo, a dificuldade dos estudantes em unificar e ordenar os números inteiros na reta numérica, e dúvidas nas operações, principalmente, na subtração.

Ao observarmos as dificuldades indicadas pelos autores, que podem ser experienciadas no processo de ensino-aprendizagem do conceito e das operações de adição e subtração de números inteiros, procuramos fazer a leitura de documentos que apontem caminhos para a abordagem desse conteúdo em sala de aula, a fim de contribuir para uma melhor compreensão pelos estudantes.

2.3. Os documentos oficiais e o ensino de números inteiros

Os documentos oficiais se constituem, também, em fontes de consulta para os professores no planejamento de suas ações a serem realizadas na sala de aula. De um modo geral, foram elaborados com a intenção de indicar os conteúdos que devem ser abordados em cada ano ou ciclos do ensino básico. Além disso, apresentam sugestões de recursos didáticos que possibilitam contribuir para o processo de ensino-aprendizagem dos conteúdos indicados.

Para o ensino de matemática, mais precisamente, para o ensino de números inteiros, indicam como introduzi-los no 7º ano e quais objetivos podem ser almejados no ensino desses números e das operações de adição e subtração.

Esses documentos também destacam algumas dificuldades que possivelmente, o professor, talvez enfrente ao introduzir esse conteúdo, e descrevem algumas orientações pedagógicas e exemplos de atividades.

Apresentamos, a seguir, o levantamento que realizamos por meio das leituras dos PCN, do CBC e da BNCC, a fim de exibirmos algumas orientações e sugestões indicadas nesses documentos para o ensino de números inteiros. Expomos também, um comparativo entre esses três documentos, com objetivo de observarmos se há concordâncias e divergências entre eles, referente ao ensino de números inteiros.

2.3.1. Parâmetros Curriculares Nacionais - (PCN)

Os PCN dos anos finais do ensino fundamental foram publicados pelo Ministério da Educação, no ano de 1998. Têm como finalidade orientar os professores nas disciplinas lecionadas no ensino básico. Embora existam documentos mais atuais, vários professores utilizam os PCN como fonte de consulta para elaborarem o planejamento de suas aulas, por

exemplo, alguns professores das escolas nas quais lecionei. Por isso, destacamos a importância de observarmos as orientações que esse documento apresenta para o ensino de números inteiros.

Os PCN indicam documentos específicos sobre os conteúdos curriculares da educação básica:

para cada uma das áreas e para cada um dos temas referidos há um documento específico que parte de uma análise do ensino da área ou do tema, de sua importância na formação do estudante do ensino fundamental e, em função disso, apresenta uma proposta detalhada em objetivos, conteúdos, avaliação e orientações didáticas (BRASIL, 1998, p. 9).

Para o ensino fundamental, os conteúdos a serem abordados não são apresentados por ano de escolaridade, mas distribuídos em quatro ciclos: o primeiro ciclo é composto pela 1ª e 2ª séries, o segundo ciclo pela 3ª e 4ª séries, o terceiro ciclo pela 5ª e 6ª séries (a 6ª série é o atual 7º ano) e o 4º ciclo pela 7ª e 8ª séries. Segundo os PCN:

a seleção de conteúdos a serem trabalhados pode se dar numa perspectiva mais ampla, ao procurar identificá-los como formas e saberes culturais cuja assimilação é essencial para que produza novos conhecimentos. Dessa forma, pode-se considerar que os conteúdos envolvem explicações, formas de raciocínio, linguagens, valores, sentimentos, interesses e condutas. Assim, nesses parâmetros os conteúdos estão dimensionados não só em conceitos, mas também em procedimentos e atitudes (BRASIL, 1998, p. 49).

Os conteúdos matemáticos foram organizados em blocos que procuram contemplar o estudo dos números e das operações, o estudo do espaço e das formas, o estudo das grandezas e das medidas e o tratamento da informação.

No Bloco “Números e Operações”, esse documento destaca a importância de abordar, em sala de aula, as propriedades e as relações, e nas operações, o cálculo mental e escrito, a aproximação e a exatidão e as diversas ideias por trás de cada operação.

Além disso, os objetivos para o terceiro ciclo, com relação ao ensino de números, são:

- ampliar e construir novos significados para os números — naturais, inteiros e racionais — a partir de sua utilização no contexto social e da análise de alguns problemas históricos que motivaram sua construção;
- resolver situações-problema envolvendo números naturais, inteiros, racionais e a partir delas ampliar e construir novos significados da adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação;
- identificar, interpretar e utilizar diferentes representações dos números naturais, racionais e inteiros, indicadas por diferentes notações, vinculando-as aos contextos matemáticos e não-matemáticos (BRASIL, 1998, p. 64).

Para introduzir o conceito de números inteiros, os PCN (1998) indicam para o professor trabalhar, a ampliação dos números naturais, por meio de atividades contextualizadas, que estejam presentes na realidade dos estudantes,

os números inteiros podem surgir como uma ampliação do campo aditivo, pela análise de diferentes situações em que esses números estejam presentes. Eles podem representar diferença, falta, orientação e posições relativas. As primeiras abordagens dos inteiros podem apoiar-se nas ideias intuitivas que os estudantes já têm sobre esses números por vivenciarem situações de perdas e ganhos num jogo, débitos e créditos bancários ou outras situações (BRASIL, 1998, p. 66).

Os PCN, também, afirmam que o ensino de números inteiros não pode se ater somente a atividades contextualizadas, mas que o professor pode abordar o conteúdo de forma que o estudante compreenda as regularidades nas operações e as propriedades do conjunto dos números inteiros. Por isso, é tão importante que haja, ao final das tarefas, a sistematização do conteúdo.

Esse documento destaca a importância do zero na construção do conjunto dos números inteiros, “mudando o caráter de “zero-nada” para “zero-origem”, favorecendo assim, a ideia de grandezas opostas ou simétricas.” (BRASIL, 1998, p. 97).

Nas operações de adição e subtração de números inteiros, o documento sugere possibilitar, aos estudantes, a resolução de situações-problema envolvendo números inteiros. Além disso, orienta o professor a não se ater as regras de sinais, porque essa abordagem fora de contexto pode ocasionar dificuldades na compreensão desse conteúdo pelos estudantes. Alguns deles não conseguem estabelecer conexão entre o conjunto dos números naturais e os números inteiros, e não conseguem aplicar as regras adequadamente, já que não foi compreendida, e sim, memorizada.

Quanto ao tratamento pedagógico dado a esse conteúdo, a ênfase na memorização de regras para efetuar cálculos, geralmente descontextualizados, costuma ser a tônica da abordagem dada aos números inteiros no terceiro e no quarto ciclos. Uma decorrência dessa abordagem é que muitos estudantes não chegam a reconhecer os inteiros como extensão dos naturais e, apesar de memorizarem as regras de cálculo, não as conseguem aplicar adequadamente, por não terem desenvolvido uma maior compreensão do que seja o número inteiro (BRASIL, 1998, p. 98).

Os PCN indicam o uso da reta numérica para que o estudante possa explorar os números opostos, reconhecer a ordenação de números inteiros e compará-los. Além disso, aponta o *Ábaco dos Inteiros* como possibilidade de material didático para o ensino das operações de adição e subtração, e como esse material pode colaborar para que o estudante observe as regularidades das operações.

Para explorar a adição e subtração, outro recurso interessante é o ábaco de inteiros, que consiste em duas varetas verticais fixadas num bloco, nas quais se indica a que vai receber as quantidades positivas e a que vai receber as quantidades negativas, utilizando argolas de cores diferentes para marcar pontos. Esse material permite a visualização de quantidades positivas e negativas e das situações associadas ao zero: varetas com a mesma quantidade de argolas. Ao manipular as argolas nas varetas, os estudantes poderão construir regras para o cálculo com os números inteiros (BRASIL, 1998, p. 99).

Segundo esse documento, no terceiro ciclo, é importante que o professor estimule os estudantes a se comunicarem, por meio da escrita e da oralidade, para que consigam aprimorar a maneira de expressar suas ideias matemáticas. Isso pode contribuir para desenvolver o raciocínio e a capacidade de abstração e ampliação dos conhecimentos que já têm.

O estímulo à capacidade de ouvir, discutir, escrever, ler ideias matemáticas, interpretar significados, pensar de forma criativa, desenvolver o pensamento indutivo/dedutivo, é o caminho que vai possibilitar a ampliação da capacidade para abstrair elementos comuns a várias situações (BRASIL, 1998, p. 63).

Além disso, as atividades construídas para o ensino de números inteiros podem ser elaboradas com a intenção de estimular os estudantes a utilizarem os seus conhecimentos prévios, como início para atingir uma definição mais abstrata de números inteiros. (BRASIL, 1998).

Segundo os PCN, algumas atitudes podem ser desenvolvidas e aprimoradas ao longo do ensino de números inteiros, por exemplo, a capacidade de investigar, de criar estratégias para a busca de resultados, de reconhecer que há diversas maneiras de resolver um problema, de valorizar o uso da comunicação e o trabalho em equipe.

2.3.2. Currículo Básico Comum – (CBC/MG)

O CBC do Ensino Fundamental foi desenvolvido no período de 2010 a 2014 para os anos finais do ensino fundamental da Rede Estadual de Ensino de Minas Gerais. Apresenta, como uma de suas referências, os PCN, e foi desenvolvido com a participação de professores, analistas, técnicos da Secretaria Estadual de Educação e da Secretaria Regional de Educação, especialistas e acadêmicos. (MINAS GERAIS, 2014).

Esse documento pretende orientar o professor na formulação do planejamento das atividades e ações propostas para o processo de ensino-aprendizagem. Nele, são indicadas as competências e habilidades a serem trabalhadas, com os estudantes, durante o percurso do ensino fundamental.

O 7º ano é o ano em que são introduzidos os números inteiros. Esse ano faz parte do ciclo intermediário⁵. De acordo com o CBC:

O ciclo intermediário deve ampliar e intensificar, gradativamente, o processo educativo no ensino fundamental, bem como considerar o princípio da continuidade da aprendizagem, garantindo a consolidação da formação do estudante nas competências e habilidades indispensáveis ao prosseguimento de estudos no ensino médio. (MINAS GERAIS, 2014, p. 9).

Além de ser um ano de consolidação de alguns conteúdos, por exemplo, números naturais, no 7º ano são introduzidos novos conteúdos, como os números inteiros,

[...] alguns conteúdos novos são explorados, o que garante, de certo modo, um maior interesse por parte dos estudantes. Porém, diferentemente do trabalho realizado nos anos anteriores, o vínculo da Matemática com as situações do cotidiano, a possibilidade de levantar hipóteses, de arriscar-se na busca de resultados sem a tutela do professor, vão ficando cada vez mais distantes, gerando em muitos casos o divórcio entre o estudante e o conhecimento matemático (MINAS GERAIS, 2014, p. 10).

O conteúdo “números inteiros” está incluído no eixo: Números e Operações/ Álgebra e funções. As competências a serem trabalhadas nesse eixo, são “Construir significados para os diferentes campos numéricos, modelar e resolver problemas do cotidiano usando representações algébricas e reconhecendo relações entre grandezas.” (MINAS GERAIS, 2014, p. 34).

O conjunto dos números inteiros está inserido no tema conjuntos numéricos, e as habilidades a serem desenvolvidas pelos estudantes do 7º ano são:

- Reconhecer a necessidade da ampliação do conjunto dos números naturais por meio de situações contextualizadas e/ou resolução de problemas;
 - Utilizar a ordenação no conjunto e localizar números inteiros na reta numérica;
 - Reconhecer, no contexto social, diferentes significados dos números inteiros;
 - Operar com números inteiros: adicionar, multiplicar, subtrair, dividir, calcular potências e raiz n-ésima de números inteiros que são potências de n;
 - Resolver problemas que envolvam operações com números inteiros
- (MINAS GERAIS, 2014, p. 38-39).

O CBC indica algumas orientações pedagógicas ao professor de matemática. Para o ensino de números inteiros, sugere situações contextualizadas que permitam, ao estudante, fazer explorações. O documento cita, como exemplos, atividades que envolvam o uso de temperaturas abaixo e acima de zero, o uso da história, por meio de fatos que ocorreram antes e depois do nascimento de Cristo e situações que possibilitem, ao estudante, perceber a importância da ampliação dos números naturais.

⁵ Tem duração de dois anos de escolaridade, 6º e 7º ano.

2.3.3. Base Nacional Comum Curricular – (BNCC)

A BNCC é um documento nacional que está em período de implantação e que, talvez, seja utilizado como referência para a organização dos currículos das redes municipais, estaduais e do Distrito Federal.

Na BNCC, todos os conteúdos foram organizados em competências e habilidades, atitudes e valores. “Competência é definida como a mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho.” (BRASIL, 2017, p. 8).

O documento sugere que o ensino de matemática proporcione, aos estudantes, o desenvolvimento de competências e habilidades de comunicação, raciocínio, representação e argumentação, pois isso favorece a resolução de problemas, a compreensão de diferentes contextos, a possibilidade de usarem conhecimentos prévios para investigar e explorar e, com isso, a construção do conhecimento matemático. (BRASIL, 2017).

Segundo a BNCC, algumas competências podem ser desenvolvidas no ensino fundamental, por exemplo, o desenvolvimento do raciocínio lógico, a capacidade de investigar, representar e comunicar de forma esclarecedora e convincente, a capacidade de resolver problemas contextualizados, de expressar conclusões, opiniões e ideias por meio da escrita, da construção de tabelas e de esquemas.

Os conteúdos – a serem abordados no ensino básico – estão organizados no documento por meio de cinco unidades temáticas: Número, Geometria, Grandezas e Medidas, Álgebra, Probabilidade e Estatística. Para cada unidade, em cada ano do ensino básico, são apresentados os objetos de conhecimento a serem estudados e as habilidades que podem ser desenvolvidas.

Para o ensino de números, é orientado que o professor crie condições para os estudantes desenvolverem o pensamento numérico, mediante a construção das ideias de aproximação, proporcionalidade, equivalência e ordem. “No estudo desses campos numéricos, devem ser enfatizados registros, usos, significados e operações.” (BRASIL, 2017, p. 266).

Como objeto do conhecimento da unidade temática “números”, no 7º ano, estão os números inteiros. O uso dos números inteiros, a história, a ordenação, a reta numérica e as operações podem ser trabalhadas nesse ano escolar. (BRASIL, 2017).

As habilidades⁶ a serem desenvolvidas no 7º ano do ensino fundamental, no que diz respeito a números inteiros, são:

- Comparar e ordenar números inteiros em diferentes contextos, incluindo o histórico, associá-los a pontos da reta numérica e utilizá-los em situações que envolvam adição e subtração.
- Resolver e elaborar problemas que envolvam operações com números inteiros (BRASIL, 2017, p. 304).

A BNCC indica o uso de recursos didáticos que contribuam para a construção do conhecimento matemático. Recursos como materiais manipulativos vinculados a situações e contextos que colaborem para o estudante compreender a matemática,

além dos diferentes recursos didáticos e materiais, como malhas quadriculadas, ábacos, jogos, calculadoras, planilhas eletrônicas e softwares de geometria dinâmica, é importante incluir a história da Matemática como recurso que pode despertar interesse e representar um contexto significativo para aprender e ensinar Matemática. Entretanto, esses recursos e materiais precisam estar integrados a situações que propiciem a reflexão, contribuindo para a sistematização e a formalização dos conceitos matemáticos (BRASIL, 2017, p. 296).

Além disso, também destaca a importância da comunicação nas aulas de matemática, “nessa fase, precisa ser destacada a importância da comunicação em linguagem matemática com o uso da linguagem simbólica, da representação e da argumentação.” (BRASIL, 2017, p. 296).

A seguir, apresentamos um quadro comparativo entre os PCN, o CBC e a BNCC, referente às sugestões e orientações indicadas em cada um deles para o ensino de números inteiros, a fim de observarmos as concordâncias e divergências entre os três documentos.

⁶ A BNCC apresenta apenas duas habilidades para o ensino de números inteiros, pois integra outras habilidades relacionadas aos Números Inteiros, no ensino dos Números Reais.

Quadro 1 – Comparativo PCN, CBC e BNCC: Ensino de números inteiros

Conteúdos e recursos para o ensino de números inteiros	PCN (1998)	CBC (2014)	BNCC (2017)
Conceito e propriedades dos números inteiros	<ul style="list-style-type: none"> • Ampliação do conjunto dos números naturais; • Ampliação do significado do zero; • Números opostos ou simétricos; • Utilização da reta numérica; • Ordenação; • Comparação. 	<ul style="list-style-type: none"> • Ampliação do conjunto dos números naturais; • Números opostos; • Utilização da reta numérica • Ordenação; • Comparação 	<ul style="list-style-type: none"> • Utilização da reta numérica; • Ordenação; • Comparação.
Operações: Adição e subtração de números inteiros	<ul style="list-style-type: none"> • Resolução de situações-problema; • Observação das regularidades das operações. 	<ul style="list-style-type: none"> • Resolução de problemas. 	<ul style="list-style-type: none"> • Resolução e elaboração de problemas.
Recursos didáticos	<ul style="list-style-type: none"> • Ábaco dos Inteiros. 	<ul style="list-style-type: none"> • Sugestões de atividades contextualizadas e oficinas. 	<ul style="list-style-type: none"> • Malhas quadriculadas; • Ábacos; • Jogos; • Calculadoras; • Planilhas eletrônicas; • Softwares de geometria dinâmica.

Fonte: Elaborado pela pesquisadora, 2019.

Observamos, no Quadro 1, que há uma aproximação dos conteúdos indicados nos documentos para o ensino de números inteiros, por exemplo, todos eles sugerem trabalhar, em sala de aula, a comparação, a ordenação e o conceito de números opostos, bem como a utilização da reta numérica. Além disso, destacam a resolução de situações problemas para o ensino das operações de adição e subtração de números.

Os Ábacos são indicados pelos PCN e pela BNCC como um possível recurso didático para o ensino de números inteiros. Já o CBC sugere, para abordar esse conteúdo, o uso de atividades contextualizadas.

Na próxima seção, apresentamos algumas considerações referentes à utilização de atividades contextualizadas e da comunicação oral e escrita no processo de ensino-aprendizagem de números inteiros.

2.4. O papel da contextualização e da comunicação escrita e oral para o processo de ensino-aprendizagem de números inteiros

Inicialmente, apresentaremos algumas considerações sobre a utilização de atividades contextualizadas para o ensino de números inteiros.

De acordo com Ponte e Quaresma (2012), as atividades contextualizadas são utilizadas em Matemática desde a antiguidade, por exemplo, no Egito e na Babilônia. Esses autores citam que o objetivo dessas atividades é possibilitar aos estudantes observarem como a matemática pode ser utilizada em diferentes situações.

Para esses autores, “entende-se como contexto o universo conceitual associado a cada tarefa, que pode remeter para um campo da vida cotidiana, do qual o estudante pode ter maior ou menor experiência pessoal, ou remeter apenas para o universo matemático.” (2012, p. 3).

Nesse sentido, as atividades contextualizadas podem ser mais acessíveis aos estudantes, por apresentarem situações vivenciadas no cotidiano deles e porque “possibilitam a todos os estudantes um elevado grau de sucesso, contribuindo para o desenvolvimento da sua autoconfiança.” (PONTE, 2014, p. 21). Compreendemos que esse grau de sucesso está relacionado ao fato de grande parte dos estudantes conseguirem concluir a atividade, mesmo que o resultado não esteja correto.

Segundo Ponte (2014), as atividades contextualizadas valorizam os conhecimentos prévios e cotidianos que os estudantes têm,

contrariando a ideia que os estudantes não podem realizar uma tarefa se não tiverem sido ensinados diretamente a resolvê-la, indica que estes aprendem fora da escola muitos conhecimentos que podem mobilizar na aula de Matemática (PONTE, 2014, p. 21).

Desse modo, as atividades contextualizadas podem favorecer a introdução do conceito de números inteiros, com base em uma relação desse conteúdo com a realidade dos estudantes, porque é possível associar esse conceito a diferentes campos da vida cotidiana, por exemplo, saldo de gols em campeonatos de futebol, temperaturas, saldo bancário, entre outros.

De acordo com Ponte e Quaresma (2012), o contexto pode exercer um papel significativo no processo de ensino-aprendizagem de matemática. No entanto, cabe ao professor, identificar cuidadosamente, os contextos mais favoráveis para promover a aprendizagem, pelos estudantes, de um determinado conteúdo.

Borba (1998) relata que a escolha de contextos mais familiares possibilita contribuir para o processo de aprendizagem dos estudantes e, por meio de atividades contextualizadas, é

possível realizarem descobertas que os auxiliem na construção do conhecimento do conceito e das operações de adição e subtração de números inteiros.

A autora afirma que o uso de diferentes contextos pode facilitar a abordagem dos diversos conceitos envolvidos nas operações com números inteiros.

Pretendemos, por meio de atividades contextualizadas, proporcionar aos estudantes, a comunicação oral e escrita nas aulas propostas na pesquisa de campo.

Para Lopes e Nacarato (2009), a escrita se revela uma boa estratégia para se ensinar matemática.

As pesquisas e as experiências desenvolvidas em sala de aula têm evidenciado que utilizar a escrita como uma das ferramentas para a aprendizagem matemática tem se revelado uma estratégia bastante interessante (LOPES; NACARATO, 2009, p. 34).

As autoras destacam que a escrita pode contribuir para que o estudante organize suas ideias, já que, em algumas situações ele não consegue expor de forma esclarecedora oralmente, porém, quando escreve, tem a oportunidade de rever o que escreveu, corrigir e refletir sobre o que aprendeu.

Para Nacarato, Mengali e Passos (2001), os registros contribuem tanto para a aprendizagem do estudante quanto para o trabalho do professor em sala de aula, pois:

ao registrar sua estratégia, ele toma consciência de seus raciocínios e leva em consideração a necessidade de ser o mais claro possível para que o leitor entenda como pensou diante da situação; de outro lado os registros possibilitam ao professor acompanhar o processo de aprendizagem e a evolução do aluno (NACARATO; MENGALI; PASSOS, 2001, p. 62).

As autoras também destacam que o professor, quando possibilita, aos estudantes a realização de registros durante as aulas de matemática, pode se surpreender com a variedade de estratégias que eles são capazes de produzir.

Lopes e Nacarato (2009) consideram a escrita, nas aulas de matemática, como escrita discursiva e escrita de textos matemáticos. “Na escrita discursiva incluímos as narrativas, os relatórios, as histórias, dentre outros; a escrita de textos matemáticos inclui contextos mais internos à matemática.” (2009, p. 35).

De acordo com as autoras, algumas formas de registros escritos são possíveis de serem utilizadas em sala de aula, e cada uma delas tem diferentes funções. Como exemplos, listamos a seguir, alguns instrumentos de registros escritos indicados por Lopes e Nacarato (2009).

Quadro 2 – Instrumentos para registros escritos em sala de aula

Instrumentos de registros escritos	Função
Registros pictóricos	Desenhos muito utilizados como registros na educação infantil.
Registro de estratégias utilizadas	Registro de todas as estratégias utilizadas durante a resolução da tarefa proposta. Isso possibilita ao estudante compartilhar com os colegas e professor, o que ele fez durante a tarefa.
Relatórios	Registro do processo de desenvolvimento da atividade e o que aprendeu.
Texto de escrita livre	É proposto para iniciar a atividade. Serve para identificar o que o estudante já sabe sobre determinado tema, conhecer um pouco sobre o estudante, as suas experiências com a matemática.
Produção de Cartas	Propõe ao estudante escrever para outra pessoa o que ele aprendeu sobre determinado conteúdo matemático.

Fonte: Elaborado pela pesquisadora, 2019.

Acreditamos na possibilidade de utilizar alguns “registros pictóricos” relacionados a contextos que favoreçam a construção do conceito de números inteiros, bem como alguns “registros de estratégias utilizadas” para verificarmos o conhecimento prévio dos estudantes e, também, compreendermos como eles desenvolveram as atividades propostas.

Para Nacarato, Mengali e Passos (2001), a produção de registros, por si só, pode não ser suficiente para o ambiente de aprendizagem que pretendemos vivenciar ao realizar as atividades propostas na pesquisa de campo. Segundo as autoras, esse “registro precisa ser socializado e compartilhado com os colegas em sala de aula. Isso possibilita um ambiente de comunicação em que o diálogo e os processos de argumentação vão se fazendo presentes.” (2001, p. 70).

Segundo Alrø e Skovsmose (2010), o ato de comunicação tem função importante no processo de aprendizagem. Para esses autores, “a aprendizagem depende da qualidade do contato nas relações interpessoais que se manifesta durante a comunicação entre os participantes.” (2010, p. 12). E, em muitos casos, a comunicação na sala de aula de matemática é caracterizada pelo “jogo-de-perguntas” e pela “adivinhação”. Nesse padrão de comunicação, “o professor faz uma pergunta, o estudante responde, e o professor avalia a resposta.” (2010, p. 27).

Esse processo pode ser repetido, várias vezes, durante a aula e consiste em um modelo de comunicação limitada, “o professor conhece as respostas para as suas questões de antemão e espera que os alunos adivinhem o que ele tem mente.” (2010, p. 27).

Esses autores destacam que há possibilidades de ocorrer mudanças no padrão de comunicação na sala de aula, caso o ambiente de aprendizagem se modifique, como também a “perspectiva”:

a perspectiva determina aquilo que o participante escolhe ver, ouvir e entender numa conversação, e ela se manifesta através do uso da linguagem, naquilo sobre o que escolhemos falar e não falar, e na forma como entendemos uns aos outros (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010, p. 29).

O professor pode favorecer um novo ambiente de aprendizagem em sala de aula, em que não predomine o “jogo - de - perguntas”, no qual o estudante participe, ativamente, do seu processo de aprendizagem, vivenciando um novo modelo de comunicação. Esse novo ambiente é chamado, por Alrø e Skovsmose (2010), como *cenários para investigação*.

Segundo os autores, há dois elementos fundamentais que caracterizam uma investigação:

o processo investigativo não pode ser uma atividade compulsória, ele pressupõe o envolvimento dos participantes. Além disso, ele deve ser um processo aberto. Resultados e conclusões não podem ser determinados de antemão (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010, p. 59).

Nesse sentido, os estudantes podem aceitar ou não o convite para participar da investigação. Segundo os autores, “fazer um convite pode querer dizer que os alunos e o professor prepararam ou identificaram um cenário juntos.” (2010, p. 59).

Esses autores ressaltam que a investigação é realizada de forma cooperativa. Nessa *cooperação investigativa*, eles observaram alguns elementos presentes no processo de comunicação entre professor e estudantes e estudantes e estudantes. Esses elementos são: “Estabelecer contato, perceber, reconhecer, posicionar-se, pensar alto, reformular, desafiar e avaliar”. Segundo eles, esses elementos “podem ocorrer de diversas formas e em qualquer ordem.” (2010, p. 118).

A seguir, apresentamos um quadro síntese com algumas características para cada elemento identificado por Alrø e Skovsmose (2010) no processo de comunicação.

Quadro 3 – Características dos elementos observados por Alrø e Skovsmose (2010) no processo de comunicação

Elementos	Características
Estabelecer contato	“Estar presente e prestar atenção ao outro e às suas contribuições, numa relação de respeito mútuo, responsabilidade e confiança.” (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010, p. 106).
Perceber	“Descobrir alguma coisa da qual nada se sabia ou não se tinha consciência antes. Expor suas próprias perspectivas, examinar possibilidades e experimentar coisas.” (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010, p. 106).
Reconhecer	“Examinar perspectivas e ideias que foram percebidas e fazer conhecida por todos os envolvidos no processo de comunicação.” (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010, p. 109).
Posicionar-se	“Dizer o que pensa e, ao mesmo tempo, estar receptivo à crítica de suas posições e pressupostos.” (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010, p. 112).
Pensar alto	“Expressar pensamentos, ideias e sentimentos durante o processo de comunicação.” (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010, p. 113).
Reformular	“Repetir o que já foi dito com palavras ou tom de voz diferente.” (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010, p. 114).
Desafiar	“Tentar levar as coisas para uma outra direção ou questionar conhecimentos ou perspectivas já estabelecidas.” (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010, p. 115).
Avaliar	“Aluno e professor podem avaliar suas perspectivas e talvez até discutir o que o aluno aprendeu ao receber e responder desafios.” (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010, p. 72).

Fonte: Elaborado pela pesquisadora, 2019.

Segundo Alrø e Skovsmose (2010), um diálogo pode ser caracterizado como um processo de comunicação, no qual envolve todos esses elementos apresentados anteriormente.

Não pretendemos, nesta pesquisa, elaborar atividades que se enquadrem no conceito de *investigação* apresentado por esses autores. Também não almejamos caracterizar, como *cenários para investigação*, o ambiente de aprendizagem vivenciado em sala de aula no decorrer das atividades propostas na pesquisa de campo.

No entanto, concordamos com esses autores ao afirmarem que as alterações no ambiente de aprendizagem podem modificar os padrões de comunicação em sala de aula. Por isso, acreditamos na possibilidade de reconhecer alguns desses elementos, apresentados pelos autores no processo de comunicação, que poderão ser vivenciados durante o desenvolvimento das atividades propostas nesta pesquisa.

Apresentamos, a seguir, algumas considerações sobre o uso de materiais manipulativos no ensino de matemática, e sobre o Ábaco dos Inteiros como um possível recurso didático para abordar as operações de adição e subtração de números inteiros.

2.5. O uso de materiais manipulativos no ensino de matemática

Segundo Fiorentini e Miorim (1990), alguns estudantes e professores enfrentam dificuldades no processo de ensino-aprendizagem de matemática. Os estudantes, porque muitas vezes não conseguem compreender o conteúdo da forma como lhes é ensinado, e o professor, por vivenciar o grande desafio de “repensar satisfatoriamente seu fazer pedagógico.” (1990, p. 5), de forma a contribuir para a aprendizagem dos estudantes.

Conforme esses autores relatam, os professores buscam, em conferências e cursos, materiais didáticos diferenciados para repensar e melhorar o ensino e, com isso, apresentam grande interesse pelos jogos e materiais, pois procuram neles, a solução para os problemas que enfrentam na sala de aula.

No entanto, muitas vezes, os docentes nem sempre têm o entendimento do porquê os materiais são importantes para o ensino de matemática, e em que momentos esses materiais podem ser usados. Em muitos casos, são utilizados para descontrair e motivar os estudantes para que eles apreciem a matemática. Porém, podem ser usados também para que os estudantes construam relações matemáticas partindo do concreto, favorecendo-os uma melhor compreensão dos conteúdos. (FIORENTINI; MIORIM, 1990).

Para Lorenzato (2006), material didático é “qualquer instrumento útil ao processo de ensino-aprendizagem” (2006, p. 18), isto é, materiais utilizados no cotidiano da sala de aula, como pincel, quadro branco, caneta, calculadora, caderno, lápis, borracha, entre outros. (RODRIGUES, 2011). De acordo com essa definição, também podemos compreender que os materiais manipulativos, são materiais didáticos.

Souza (2007) define que recurso didático é “todo material utilizado como auxílio no ensino-aprendizagem do conteúdo proposto para ser aplicado pelo professor a seus alunos.” (2007, p. 111).

Moyer (2001) afirma que “materiais manipulativos são objetos projetados para representar explícita e concretamente ideias matemáticas que são abstratas.” (2001, p. 176).

Já Botas e Moreira (2013) ressaltam que os termos “materiais didáticos” e “materiais manipuláveis”, embora não apresentem a mesma definição, aparecem algumas vezes para representar o mesmo significado,

termos como “materiais didáticos” e “materiais manipuláveis” surgem com sentidos sobrepostos, apesar de não terem exatamente o mesmo significado. Com efeito, as várias definições encontradas para o conceito não divergem muito umas das outras, ocorrendo com alguma sobreposição de significados (BOTAS, MOREIRA, 2013, p. 255).

Entendemos que materiais manipulativos são recursos didáticos que foram construídos para serem manuseados pelos estudantes, com o objetivo de auxiliá-los na construção do conhecimento de um determinado conteúdo.

A possibilidade de utilizar materiais manipulativos no ensino de números inteiros ocorre pela contribuição que eles podem oferecer para superar os obstáculos e dificuldades enfrentados por alguns estudantes no processo de aprendizagem desse conteúdo.

Concordamos com Fiorentini e Miorim (1990) que não basta escolher o material que será utilizado se não há nenhum planejamento e se não está esclarecida a finalidade para qual ele será empregado, afinal, “nenhum material é válido por si só.” (1990, p. 2). Por isso, é importante que haja a elaboração de uma proposta didática que justifique o uso do material no ensino de matemática.

Para introduzirmos as operações de adição e subtração de números inteiros, optamos por utilizar, em sala de aula, o Ábaco dos Inteiros, por isso, a seguir, faremos uma breve apresentação dos motivos que nos direcionaram à escolha desse material.

2.5.1. Motivações para a escolha do Ábaco dos Inteiros

Para introduzirmos as operações de adição e subtração de números inteiros, escolhemos como material didático, o Ábaco dos Inteiros, pois, conforme já mencionamos, os PCN indicam o uso do Ábaco dos Inteiros como um possível material didático para introduzir as operações de adição e subtração. Além disso, Silva e Conti (2016) afirmam que o Ábaco dos Inteiros pode auxiliar os estudantes na compreensão dos números inteiros e de suas operações.

Borba e Nunes, também, destacam que “uma forma concreta sugerida para se representar números inteiros é por meio de material manipulativo de diferentes cores, uma cor para representar números positivos e outra para representar números negativos.” (2004, p. 8).

De acordo com Boyer (2010), cerca de 300 anos a.C., os numerais em barras eram comumente utilizados na China para realização de cálculos. Possivelmente, o Ábaco se originou dessas barras.

O Ábaco dos Inteiros é uma adaptação do Ábaco que é utilizado para auxiliar os estudantes do ensino fundamental na realização das operações básicas.

O Ábaco dos Inteiros é um material manipulativo constituído de uma base e duas hastes fixas a esta base: uma haste positiva, na qual são colocadas fichas coloridas (de mesma cor),

que representam os números positivos, e a outra haste negativa, na qual são colocadas fichas coloridas (de mesma cor), que representam os números negativos.

Boyer (2010) destaca que, nos numerais em barras, chineses, a cor utilizada para representar os números positivos era a vermelha, e para os negativos, era a preta. No entanto, escolhemos a cor azul para representar os números positivos, e a vermelha, para os negativos, pois, atualmente, essas cores são utilizadas para indicar saldos positivos (azuis) e negativos (vermelhos) em contas bancárias. Apesar de não abordarmos esse contexto nas atividades propostas, acreditamos que os estudantes apresentariam familiaridade ao visualizarem essas cores, possibilitando facilitar a manipulação do material.

Para a nossa pesquisa de campo, optamos por construir o Ábaco dos Inteiros de madeira, bem como as fichas azuis e as fichas vermelhas, conforme apresentamos a seguir:

Foto 1– Ábaco dos Inteiros



Fonte: Acervo próprio, 2019.

Foto 2 – Fichas azuis e vermelhas



Fonte: Acervo próprio, 2019.

Foto 3 – Ábaco dos Inteiros



Fonte: Acervo próprio, 2019.

De acordo com Coelho (2005), o Ábaco dos Inteiros é um material adequado para os estudantes de 7º ano, porque é um material simples de ser manuseado. Além disso, “as representações matemáticas em que o material assenta e a forma como nele se opera respeitam a natureza quer dos conceitos quer das operações matemáticas envolvidas.” (2005, p. 61).

Segundo a autora, no Ábaco dos Inteiros, “os esquemas operatórios são possíveis de se concretizar” (2005, p. 72), o que pode proporcionar, aos estudantes do 7º ano, experienciar uma abordagem operatória concreta da adição e subtração de números inteiros e, por meio dessa manipulação, explorar as regularidades dessas operações.

Além disso, a autora afirma que o Ábaco dos Inteiros consegue criar oportunidades de comunicação em sala de aula, o que pode contribuir para o processo de aprendizagem do conceito e das operações com números inteiros.

Construído o percurso teórico que norteia esta pesquisa, descrevemos, a seguir, a metodologia, bem como a proposta didática realizada durante a pesquisa de campo.

3. ESCOLHAS METODOLÓGICAS

Nesta parte, abordamos a metodologia utilizada no desenvolvimento desta pesquisa, o ambiente escolar e os sujeitos participantes.

A minha prática em sala de aula me fez refletir sobre o modo como eu ensinava números inteiros. Baseada na memorização das regras de sinais e resolução de exercícios, abordava o conceito e as operações, porém, observava as dificuldades enfrentadas por muitos estudantes na compreensão desse conteúdo. Isso me direcionou a buscar recursos diferenciados (jogos, materiais manipulativos, atividades contextualizadas) que contribuíssem para o processo de ensino-aprendizagem, considerando o conhecimento prévio dos estudantes, a convivência em grupos e a capacidade de argumentação e discussão.

A pesquisa apresentada é de caráter qualitativo, porque, de acordo com Moreira e Caleffe, “a pesquisa qualitativa explora as características dos indivíduos e cenários que não podem ser descritos numericamente. O dado é frequentemente verbal e é coletado pela observação, descrição e gravação.” (2008, p. 73).

Primeiramente, realizamos uma revisão de literatura com o objetivo de coletar informações, baseadas em trabalhos acadêmicos e pesquisas realizadas anteriormente, sobre o ensino de números inteiros e das operações de adição e subtração. Essas leituras contribuíram para definirmos o caminho a ser percorrido na organização das atividades.

Decidimos elaborar atividades contextualizadas para introduzir os números inteiros, e utilizar o *Ábaco dos Inteiros* como material de apoio na abordagem das operações de adição e subtração.

Os participantes da investigação foram 31 estudantes do 7º ano do ensino fundamental de uma escola da rede estadual de Minas Gerais, situada em Belo Horizonte, na qual atuo como professora, portanto, realizei a pesquisa nas turmas que leciono.

A escolha dessa escola ocorreu pelo fato de ser o meu local de atuação como professora do ensino básico, desde 2016. Durante esses anos, lecionei para estudantes do 6º ao 9º ano, e, com exceção do 6º ano – já que os números inteiros são introduzidos no 7º ano –, pude observar a dificuldade de alguns estudantes em compreender esse conteúdo.

A coleta de dados foi efetuada com base na gravação das aulas, por áudio e vídeo, devido ao nosso interesse em observarmos alguns aspectos da relação da comunicação oral e escrita com o processo de ensino-aprendizagem do conceito e das operações com números inteiros, registros escritos e pictóricos (LOPES; NACARATO, 2009) desenvolvidos pelos estudantes

durante a proposta didática e diário de campo elaborado após o término das aulas. Conforme proposto por Fiorentini e Lorenzato (2006):

No caso do professor que pretende investigar sua própria prática, recomenda-se que ele proceda à elaboração do diário tão logo termine suas aulas. Pode, para isso, valer-se de outros instrumentos de coleta de informações: gravações em áudio ou vídeo, coleta de registros dos estudantes, entre outros (FIORENTINI; LORENZATO, 2006, p. 120).

Para coletar esses dados, foi solicitada a autorização da escola a fim de que a pesquisa fosse realizada, assim como dos estudantes e de seus responsáveis, o que incluiu a permissão, também, para o uso de imagem. O Comitê de Ética da Pesquisa da UFMG (Coep) aprovou o projeto, igualmente, os Termos de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) com o parecer n. 2.993.984. Todos os cuidados éticos foram providenciados, de modo a garantir, aos sujeitos, a preservação de sua identidade. Os nomes dos estudantes citados são fictícios e foram escolhidos por eles, para preservá-los, de acordo com os termos éticos. Os dados coletados são confidenciais e utilizados, unicamente, para fins desta pesquisa.

Para uma melhor organização da proposta didática, escolhemos nomear, como “atividade”, o conjunto de tarefas que apresentavam objetivos comuns. Foram desenvolvidas duas atividades, compostas por duas tarefas cada uma. A primeira atividade tinha como objetivo investigar o conhecimento prévio dos estudantes acerca dos números inteiros e introduzir o conceito de números inteiros. Organizamos essa atividade em duas tarefas, na primeira delas, abordamos o contexto Saldo de Gols e, na segunda, o contexto Temperaturas. Borba (1998) destaca que diferentes contextos podem contribuir para a compreensão, pelos estudantes, dos números inteiros, principalmente os contextos que os estudantes têm maior familiaridade.

A segunda atividade tinha como objetivo introduzir as operações de adição e subtração de números inteiros. Dividimos essa atividade em duas tarefas, na primeira delas, introduzimos a adição de números inteiros por meio do jogo “Dados dos Inteiros” e com a utilização do Ábaco dos Inteiros. Na segunda tarefa, introduzimos a subtração de números inteiros com a utilização do Ábaco dos Inteiros.

O jogo “Dados dos Inteiros” foi elaborado ao longo do processo de formação no Mestrado Profissional, com a contribuição dos orientadores e de mestrandos da Turma 2018, da linha de Educação Matemática, da qual faço parte. Pretendemos, com esse jogo, introduzir a adição de números inteiros, por meio da representação dessa operação no Ábaco dos Inteiros, e proporcionar o trabalho em grupo nas aulas de matemática.

As tarefas foram realizadas em aulas de 50 minutos cada e utilizei, como recursos didáticos, o Ábaco dos Inteiros e atividades reproduzidas em folhas. As tarefas foram organizadas para a realização individualmente, em duplas ou em grupos, a fim de observarmos as diferentes atitudes dos estudantes no processo de comunicação, vivenciado por eles, durante a proposta didática na sala de aula (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010).

Os Ábacos dos Inteiros foram produzidos por um artesão, que os confeccionou em madeira. Utilizamos, como modelo, o Ábaco dos Inteiros apresentado por Coelho (2005). Foram construídos 35 Ábacos dos Inteiros, pois esse é o número máximo de estudantes matriculados em cada 7º ano da escola eleita para a realização da pesquisa. Além disso, foram confeccionadas 16 fichas azuis que representam os números positivos, e 16 fichas vermelhas que representam os números negativos, para cada Ábaco dos Inteiros, e um dado azul e um dado vermelho, que foram disponibilizados, para cada grupo, durante o jogo. A quantidade de fichas confeccionadas foi por causa de ser o maior número possível de fichas que o estudante utilizará no jogo “Dados dos Inteiros”.

A seguir, faremos uma breve apresentação da escola na qual foi aplicada a pesquisa, bem como a turma escolhida e a organização das aulas destinadas à aplicação das atividades propostas.

3.1. A Escola

A escola estadual na qual foi desenvolvida a pesquisa está situada no bairro São Gabriel, em Belo Horizonte. Atende os estudantes do ensino fundamental (1º ao 9º ano), no turno da manhã e tarde. No turno da manhã, atende os estudantes do 5^{o7} ao 9º ano e, da tarde, os estudantes do 1º ao 5º ano. Tem espaço físico amplo, disposto em três prédios, dois deles são de dois andares cada um, e o outro, de um andar. No primeiro e segundo andares, estão distribuídas 16 salas de aula. No primeiro andar, também, estão localizadas a sala de vídeo, a biblioteca, o laboratório de ciências, o refeitório, a sala dos professores, da supervisão, da direção, a secretaria, os banheiros e os bebedouros. Há um laboratório de informática em fase de reorganização devido à aquisição de novos computadores, e essa aquisição implicou a mudança do laboratório para uma sala mais espaçosa. Há, também, espaços de convivência ao

⁷ O turno da manhã atende três turmas do 5º ano, e o turno da tarde, uma turma.

ar livre e um jardim. Além disso, a escola conta com um quiosque que é utilizado para debates e seminários, uma quadra descoberta e um parquinho.

A escola é bem-conceituada no bairro e em seu entorno, e, por isso, recebe estudantes de diversas regiões. Ao longo do tempo, foi construída uma relação de confiança da comunidade para com a escola, assim, todos prezam por manter o ambiente limpo, organizado e honram as regras estabelecidas, o que torna o espaço escolar tranquilo e acolhedor. Os estudantes são frequentes e há uma parceria entre família-escola muito ativa.

A seguir, apresentamos algumas fotografias referentes ao espaço físico da escola, descritos anteriormente:

Foto 4 – Sala de aula



Fonte: Acervo próprio, 2019.

Foto 5 – Biblioteca



Fonte: Acervo próprio, 2019.

Foto 6 – Refeitório



Fonte: Acervo próprio, 2019.

Foto 7 – Laboratório de Informática



Fonte: Acervo próprio, 2019.

Foto 8 – Espaço de convivência e salas de aula do 1º andar



Fonte: Acervo próprio, 2019.

Foto 9 – Espaço de convivência e salas de aula do 2º andar



Fonte: Acervo próprio, 2019.

Foto 10 – Salas de aula do 2º andar



Fonte: Acervo próprio, 2019

Foto 11 – Jardim



Fonte: Acervo próprio, 2019.

Foto 12 – Quiosque



Fonte: Acervo próprio, 2019.

Foto 13 – Quadra descoberta



Fonte: Acervo próprio, 2019.

Foto 14 – Parquinho



Fonte: Acervo próprio, 2019.

3.2. A turma 12

A escola conta com três turmas do 7º ano do ensino fundamental, as turmas 10, 11 e 12, nas quais eu atuo como professora de matemática. São turmas heterogêneas, que têm em torno de 35 estudantes cada uma. Em todas, há estudantes com dificuldades de aprendizado e alguns muito agitados, porém, isso não as impedem de progredirem na aprendizagem dos conteúdos escolares.

As atividades foram desenvolvidas e avaliadas em todas as turmas, porém, devido à inviabilidade de tempo, para analisar os dados obtidos nas três turmas durante a escrita desta dissertação, optamos por escolher apenas uma delas para realizar esta pesquisa, que foi a turma 12. As atividades desenvolvidas nas outras turmas foram devolvidas aos estudantes, porque, como eles e os responsáveis não assinaram o TCLE, não serão analisadas.

A turma 12 foi escolhida por ser uma turma muito participativa, comunicativa e pelo fato de as aulas ocorrerem nos últimos horários, o que contribuiu para que não houvesse atrasos na organização da sala ao finalizar as aulas, e as atividades não ultrapassassem os 50 minutos de aula, prejudicando outros professores. Essa turma é composta por 15 meninas e 19 meninos, totalizando 34 estudantes, com faixa etária entre 12 e 13 anos de idade, dos quais 31 participaram da pesquisa.

3.3. As atividades

Apresentamos, no quadro abaixo, como foi exibida a proposta didática aos estudantes, e o desenvolvimento das atividades ao longo das 12 aulas destinadas para a aplicação da pesquisa na turma 12.

Quadro 4 – Cronograma das atividades

Data	Ações	Objetivos
26/02 a 08/03	Entrega e recebimento dos TCLE	<ul style="list-style-type: none"> • Apresentar, aos estudantes, a pesquisa a ser desenvolvida nas aulas de matemática; • Instruir aos estudantes a explicarem aos pais as atividades a serem desenvolvidas; • Informar aos estudantes que eles e os pais deverão devolver os termos assinados no prazo estabelecido.
11/03	Atividade 1 Tarefa 1: Questão 1	<ul style="list-style-type: none"> • Promover familiaridade dos estudantes com o contexto escolhido; • Investigar a concepção prévia dos estudantes sobre saldo de gols, associada à interpretação da tabela “Campeonato Mineiro de Futebol 2018.”

13/03	Atividade 1 Tarefa 1: Questão 2 e Questão 3	<ul style="list-style-type: none"> • Introduzir, de forma intuitiva, a compreensão acerca da ordenação dos números inteiros em ordem decrescente; • Introduzir a noção de comparação de números inteiros; • Introduzir, de forma intuitiva, o conceito de números opostos.
15/03	Atividade 1 Tarefa 2: Questão 1 e Questão 2	<ul style="list-style-type: none"> • Explorar a noção de números inteiros, por meio do contexto de temperaturas acima de zero e abaixo de zero; • Introduzir a simbologia matemática; • Ordenar os números inteiros na reta numérica.
15/03	Atividade 1 Tarefa 2: Questão 3	<ul style="list-style-type: none"> • Comparar números inteiros; • Ordenar números inteiros na reta numérica.
18/03	Discussão da Atividade 1	<ul style="list-style-type: none"> • Conversar sobre as situações cotidianas nas quais usamos os números inteiros; • Discutir as tarefas realizadas na Atividade 1, por meio de respostas dadas pelos estudantes. • Discorrer sobre a representação simbólica dos números inteiros; • Conversar sobre a função do número 0, no conjunto dos números inteiros.
20/03	Sistematização da Atividade 1	<ul style="list-style-type: none"> • Sistematizar o conceito de números inteiros; • Definir a ordenação dos números inteiros na reta numérica; • Definir números opostos.
26/03	Atividade 2 Tarefa 1: Jogo “Dados dos Inteiros”	<ul style="list-style-type: none"> • Introduzir, intuitivamente, a operação de adição de números inteiros, mediante o jogo “Dados dos Inteiros” com o uso do Ábaco dos Inteiros.
27/03	Atividade 2 Tarefa 1: Questão 1.	<ul style="list-style-type: none"> • Relatar algumas situações que ocorreram nas operações de adição de números inteiros, realizadas durante as partidas.
29/03	Atividade 2 Tarefa 1: Questão 1.	<ul style="list-style-type: none"> • Observar e relatar as diferentes situações que podem ocorrer na resolução da adição de números inteiros.
01/04	Atividade 2 Tarefa 2: Questão 1.	<ul style="list-style-type: none"> • Introduzir a operação de subtração de números inteiros, mediante o uso do Ábaco dos Inteiros.
03/04	Atividade 2 Tarefa 2: Questão 1.	<ul style="list-style-type: none"> • Observar e relatar as diferentes situações que podem ocorrer na resolução da subtração de números inteiros.
05/04	Sistematização da Atividade 2 Autoavaliação	<ul style="list-style-type: none"> • Sistematizar as diferentes situações que podem ocorrer na adição e subtração de números inteiros; • Orientar o estudante a refletir sobre a sua participação e desempenho no desenvolvimento das atividades; • Verificar os pontos positivos e negativos das atividades de acordo com a percepção dos estudantes.

Fonte: Elaborado pela própria autora, 2019.

Apresentada a organização das aulas, descrevemos, a seguir, as atividades desenvolvidas e a análise dos dados observados na pesquisa.

4. PROPOSTA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE NÚMEROS INTEIROS E AS OPERAÇÕES DE ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

Para o desenvolvimento da proposta didática, realizada ao longo da pesquisa de campo, buscamos utilizar diferentes recursos didáticos, que possivelmente, poderiam contribuir para o processo de ensino-aprendizagem do conceito e das operações com números inteiros.

Utilizamos como recursos didáticos, tarefas impressas, para introduzirmos o conceito de números inteiros; o Jogo “Dados dos Inteiros”, para iniciarmos o estudo da adição de números inteiros; e o Ábaco dos Inteiros, como material de apoio para o jogo e para introduzirmos a subtração de números inteiros.

A leitura do material escrito pelos estudantes, no decorrer das tarefas realizadas em sala de aula, bem como os áudios e vídeos gravados e as observações registradas no diário de campo, possibilitou evidenciar algumas características relacionadas com a literatura estudada que nos permitiu delinear a análise dos dados coletados. Entre elas, destacamos:

- as contribuições dos contextos escolhidos para a introdução do conceito de números inteiros;
- a influência da comunicação no processo de aprendizagem do conceito e das operações de adição e subtração de números inteiros;
- as potencialidades e limites do Ábaco dos Inteiros na introdução das operações de adição e subtração de números inteiros.

Essas características podem não ser encontradas em todas as atividades, visto que, como já mencionamos nas escolhas metodológicas, as duas atividades aplicadas tinham objetivos diferentes uma da outra.

No entanto, acreditamos que a segunda característica, provavelmente, está presente nas duas atividades, já que, no processo de elaboração desta proposta, buscamos proporcionar, aos estudantes, a escrita nas aulas de matemática e diálogos que possibilitassem a interação entre professor e estudantes e estudantes e estudantes.

Ao observarmos essas características, pretendemos analisar a contribuição das atividades contextualizadas e do Ábaco dos Inteiros para a compreensão, pelos estudantes, dos números inteiros e das operações de adição e subtração e analisar alguns aspectos da relação da comunicação oral e escrita com o processo de ensino-aprendizagem do conceito e das operações com números inteiros. Além disso, buscamos refletir sobre a seguinte questão: *Quais as potencialidades e limitações das atividades contextualizadas e do Ábaco dos Inteiros para introduzir números inteiros e as operações de adição e subtração no 7º ano?*

4.1. Atividade 1: Explorando o conhecimento prévio sobre números inteiros

Ao introduzir o conceito de números inteiros, procuramos investigar o conhecimento prévio dos estudantes, uma vez que, de acordo com Borba e Nunes (2004), “os alunos, quando iniciam a aprendizagem formal de números inteiros relativos, já possuem conhecimentos em algumas dimensões desse conceito.” (2004, p. 97). Escolhemos, então, dois contextos que, de acordo com nossa avaliação, pudessem ser familiares para os estudantes. Os contextos foram: a Tabela: Campeonato Mineiro de Futebol 2018 e a Tabela: Temperaturas de Capitais Brasileiras.

Iniciamos a Atividade 1 pela Tarefa 1 que envolvia o assunto saldo de gols, uma vez que o futebol é um esporte presente e frequente nas aulas de educação física da escola, por ser noticiado, diariamente, pelos meios de comunicação acessíveis aos estudantes, e pelo fato de os times da cidade de Belo Horizonte disputarem vários campeonatos durante o ano.

Por meio da Tarefa 2 que se referia ao contexto de temperaturas, prosseguimos com a introdução do conceito de números inteiros, para que, ao final dessas tarefas, discutíssemos o que foi realizado na Atividade 1 e sistematizássemos o conceito de números inteiros.

4.1.1. Tarefa 1 – O saldo de gols do Campeonato Mineiro de 2018

Iniciei a Tarefa 1 no dia 11 de março, no segundo horário de aula, e estavam presentes, na sala, 30 estudantes. Ela foi realizada individualmente e dividida em três questões, dispostas em folhas separadas. Os estudantes já estavam cientes de que o trabalho, a ser desenvolvido, seria diferente do que, normalmente, estavam acostumados.

O fato de as questões propostas terem sido impressas, e não copiadas do quadro ou do livro didático, foi novidade para os estudantes, uma vez que há um limite de impressões apresentado pela escola, (o que é comum nas escolas estaduais nas quais trabalhei). Então, os estudantes estão habituados a terem acesso apenas a atividades avaliativas (provas parciais e bimestrais) impressas.

Apresentamos, a seguir, as três questões propostas na Tarefa 1:

Quadro 5 – Questões propostas na Tarefa 1**QUESTÃO 1**

- Você gosta de esportes? Qual é o seu esporte preferido?
- Você gosta de futebol? Para qual time você torce?
- Você já foi a algum jogo do seu time? Em qual estádio?
- Explique, com suas palavras, o que você entende por saldo de gols.
- Na tabela, quais times apresentaram saldo de gols positivos? E saldo de gols negativos?
- Como foram representados, na tabela, os saldos de gols positivos e os saldos de gols negativos?
- Para um time ter um saldo de gols positivo, o que é necessário acontecer? E para ele ter um saldo de gols negativos?

QUESTÃO 2

Organize os saldos de gols dos times em ordem decrescente:

Time	Saldo de gols

QUESTÃO 3

- O time Tombense e URT obtiveram a mesma pontuação no campeonato mineiro, conforme mostra a tabela. Porém, o saldo de gols está diferente, explique por que isso aconteceu. Por que o time Tombense ficou em quinto lugar e o time URT em sexto lugar?
- Identifique, na tabela, se há outros times com a mesma pontuação, porém, saldo de gols diferentes. Explique por que isso acontece.
- Quem tem o maior saldo de gols: Democrata ou Uberlândia? Por quê?
- Explique o saldo de gols de Tupi e Caldense. Há alguma relação entre eles? Justifique sua resposta.
- É possível, durante um campeonato, um time ter o saldo de gols igual a 0? Explique sua resposta.

Fonte: Elaborado pela pesquisadora, 2019.

Decidimos priorizar, nessa primeira tarefa, a comunicação escrita, pois os estudantes não estavam habituados a exporem suas ideias oralmente nas aulas de matemática. Segundo Nacarato, Mengali e Passos (2009):

Alunos que estão acostumados com uma aula de matemática mais tradicional geralmente tem dificuldades de inserir-se nessa dinâmica de comunicar suas ideias. Daí a importância de trabalhar também com o registro escrito (NACARATO; MENGALI; PASSOS, 2009, p. 74).

Os três primeiros itens da primeira questão foram elaborados com a intenção de possibilitar, aos estudantes, familiaridade com o contexto escolhido. Esses itens geraram grande

empolgação na sala de aula, com muitos estudantes intrigados para saber qual o meu time favorito.

Observei que esses itens despertaram o interesse e a curiosidade dos estudantes em descobrir como seria a continuidade da tarefa e qual a relação do “futebol” com a matemática.

De acordo com Ponte e Quaresma (2012), as atividades contextualizadas motivam os estudantes e despertam, neles, o interesse em aprender.

Mais do que motivação, o contexto deve ser, sobretudo um suporte para a aprendizagem da Matemática. Mas a motivação não deixa de ser importante, uma vez que o aluno aprende essencialmente em função do seu interesse em aprender. E para isso, o contexto de trabalho desempenha um papel fundamental (PONTE; QUARESMA, 2012, p. 19).

Porém, não podemos afirmar que os estudantes foram motivados, por meio desses itens, a se interessarem em aprender o conceito de números inteiros, uma vez que, no estudo da motivação na aprendizagem, que não é o nosso foco de análise, “a motivação é um processo e não um produto, dessa forma não pode ser observada diretamente, mas pode ser inferida a partir de determinados comportamentos.” (LOURENÇO; PAIVA, 2010, p. 133). No entanto, o contexto escolhido serviu como incentivo para que os estudantes dessem continuidade às tarefas.

Vale ressaltar que grande parte dos estudantes respondeu, como esporte preferido, o futebol, o que está de acordo com a nossa suposição inicial para a escolha desse contexto. O estudante Davi⁸, por exemplo, respondeu aos itens, conforme apresentamos abaixo:

- a) Você gosta de esportes? Qual é o seu esporte preferido?
Sim, futebol.
- b) Você gosta de futebol? Para qual time você torce?
Sim, Atlético-MG.
- c) Você já foi a algum jogo do seu time? Em qual estádio?
Sim, Independência. (trecho da aula em 11 mar.2019)

Nesse mesmo dia, propus, aos estudantes, responderem aos itens *d* a *g*, presentes na mesma folha dos itens anteriores, mas que são relacionados à Tabela 1 “Campeonato Mineiro de Futebol 2018”, que só foi entregue nesse momento. Esses itens tinham como objetivos identificar se os estudantes compreendiam o significado de saldo de gols, e se o relacionavam com a representação simbólica dos números inteiros. A Tabela 1, então, foi apresentada aos estudantes da forma como está a seguir:

⁸ Os nomes dos estudantes apresentados, nesta dissertação, são fictícios.

Tabela 1 – Campeonato Mineiro de Futebol 2018

Clube	PTS	PJ	VIT	E	D	GP	GC	SG
<i>Cruzeiro</i>	29	11	9	2	0	20	2	+ 18
<i>América-MG</i>	21	11	6	3	2	14	8	+ 6
<i>Atlético</i>	18	11	5	3	3	14	7	+ 7
<i>Tupi</i>	16	11	5	1	5	19	16	+ 3
<i>Tombense</i>	15	11	4	3	4	8	7	+ 1
<i>URT</i>	15	11	4	3	4	12	13	- 1
<i>Boa Sport</i>	14	11	4	2	5	5	9	- 4
<i>Patrocinense</i>	13	11	3	4	4	13	14	- 1
<i>Caldense</i>	3	11	3	4	4	9	12	- 3
<i>Villa Nova</i>	11	11	3	2	6	12	16	- 4
<i>Democrata</i>	0	11	3	1	7	12	25	- 13
<i>Uberlândia</i>	9	11	3	0	8	9	18	- 9

Fonte: www.google.com.br, 2019.

Acesso: fev. 2019.

Legenda:

PTS: Pontos ganhos

PJ: Partidas jogadas

VIT: Vitórias

E: Empates

D: Derrotas

GP: Gols pró (a favor)

GC: Gols contra

SG: Saldo de gols

Pontuação:

3 pontos: Vitória

1 ponto: Empate

0 ponto: Derrota

Ao final dessa aula, conversei com os estudantes a respeito de alguns itens, para que eles pudessem expor oralmente o que entenderam sobre a Tabela 1 e sobre os itens que responderam por escrito, com o objetivo de que se habituassem à prática de comunicação oral nas aulas de matemática. Como essa aula foi gravada em áudio, apresentamos, em cada item, trechos que possam evidenciar os elementos observados nessa análise.

O objetivo principal, na utilização da Tabela 1, era observar a coluna saldo de gols, preenchida com base nos dados apresentados nas colunas gols pró (GP) e gols contra (GC).

Porém, decidimos não suprimir nenhuma coluna da tabela, para que os estudantes conhecessem a tabela como é apresentada pelos meios de comunicação, observassem a legenda referente ao título de cada coluna e o que significava cada uma delas, bem como a maneira de calcular a pontuação dos times. Ao supormos que os estudantes acompanhavam futebol, inferimos que a tabela original não seria um complicador para alcançarmos os objetivos iniciais da tarefa.

As respostas dos estudantes foram organizadas em quadros elaborados para cada item ou questão. Agrupamos as respostas por meio de características comuns, observadas durante a leitura dos registros efetuados pelos estudantes.

No item *d*, os estudantes deveriam registrar o que entenderam por saldo de gols, pela exploração da Tabela 1 ou baseados na familiaridade que tinham a respeito desse tema.

Questão 1 d) Explique com suas palavras o que você entende por saldo de gols.

No Quadro 6, apresentamos uma síntese das respostas dos estudantes, referente ao item *d*:

Quadro 6 – Respostas apresentadas na questão 1, item *d*.

Tipos de respostas	Quantidade de estudantes	Exemplos de respostas
Saldo de gols relacionado à diferença entre quantidades de gols a favor e contra. (Resposta correta)	4	“Saldo de gols é a diferença entre os gols a favor (GP) e os gols contra (GC). O saldo de gols pode ser ou positivo (a mais) ou negativo (a menos).” <i>Roberto</i>
Cálculo de saldo de gols utilizando exemplos. (Resposta correta para casos particulares)	2	“É que eles pegaram $20 - 2 = 18$ que deu o resultado (+18) e eles pegaram depois $13 - 12 = 1$ que deu o resultado (-1).” <i>Luana</i>
Saldo de gols relacionado à quantidade de gols feitos pelo time durante o campeonato.	13	“São todos os gols marcados durante o campeonato para o time.” <i>Lydia</i>
Saldo de gols relacionado à quantidade de vitórias e derrotas do time no campeonato.	2	“Eu entendo que é a quantidade de vitórias e derrotas dos times.” <i>Juliana</i>
Outras respostas.	9	“Eu acho que é para mostrar se eles estão fazendo gols frequentemente.” <i>José</i>

Fonte: Elaborado pela pesquisadora, 2019.

Observamos a diversidade de respostas apresentadas pelos estudantes ao item *d*, não houve, nos registros escritos, nenhuma resposta em branco. Podemos inferir que os estudantes relataram o que pensaram, não se preocupando se as respostas estavam corretas ou não. A

comunicação escrita oportunizou a participação de todos os estudantes, pois permitiu, aos estudantes mais tímidos, por exemplo, a oportunidade de exporem suas ideias (NACARATO; MENGALI; PASSOS, 2009).

No entanto, notamos que a maioria da turma (24 estudantes) não definiu saldo de gols relacionando às colunas gols pró (GP) e gols contra (GC). Ao pressupormos que os adolescentes tinham familiaridade com o contexto escolhido, presumíamos que a maioria deles iria estabelecer conexão entre as colunas gols pró (GP) e gols contra (GC) para explicar o que era saldo de gols, porém, não foi o que aconteceu.

Alguns estudantes, por exemplo, demonstraram dúvidas na compreensão do significado de saldo de gols e de algumas colunas da tabela, como a coluna gols contra (GC):

Beatriz: Então o saldo de gols é o que o seu time marca?

Professora/Pesquisadora: Foi isso que você entendeu?

Beatriz: E... Não porque então era pra ser +20? Mais é +18. Isso que eu não entendi... (A aluna está falando do time Cruzeiro)

André: O Atlético fez oito gols contra... (risos)... É pelo menos tá no primeiro lugar esse ano.

Professora/Pesquisadora: O que significa esses gols contra aí?

André: Que ele chutou no gol errado!

Alan: Não!... É o que o time adversário fez!

Lydia: São os gols que ele tomou, não é não? (trecho da aula em 11 mar.2019)

Ao explicarem, oralmente, o que entenderam, observamos o posicionamento (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010) dos estudantes sobre a compreensão deles de saldo de gols. Verificamos que a Tabela 1, na forma como foi apresentada aos estudantes, dificultou a compreensão acerca da definição de saldo de gols para muitos deles, isto é, por mais que demonstraram gostar de futebol, a tabela não era de conhecimento da maioria, nem a definição de saldo de gols. Por exemplo, a aluna Sthefany relacionou o saldo de gols às colunas vitórias e derrotas:

Professora/Pesquisadora: Quem quer falar o que entendeu sobre saldo de gols?

Alan: Eu entendi aqui ó, o que, tipo assim, mostra as jogadas, os pontos, as vitórias, tá tudo colocado aqui no saldo de gols. O que eles fazem: Eles subtraem os gols contra dos gols que eles fizeram. Tipo assim, o Cruzeiro fez vinte gols e recebeu dois gols contra. Então vinte menos dois é igual a dezoito. Agora quando é assim, tipo Uberlândia fez nove gols e perdeu dezoito, aí faz nove menos dezoito que é igual a menos nove.

Professora/Pesquisadora: Beleza, essa foi a explicação do Alan. Quem pensou diferente? Pra falar pra nós o que é saldo de gols.

Lydia: Eu pensei que era o total de gols. Todos que ele tivesse feito.

Sthefany: Eu pensei que dependia da vitória e da derrota.

Professora/Pesquisadora: E como ficaria esse saldo?

Sthefany: Aqui ó a vitória 9 e a derrota...

Professora/Pesquisadora: Somar as vitórias?

Sthefany: Isso. Tipo assim. Ah, não sei explicar agora.

Professora/Pesquisadora: Você escreveu?

Sthefany: Tipo assim, não. Eu escrevi depende... Muito confuso...

Professora/Pesquisadora: Você pensou em usar as vitórias de acordo com a pontuação para encontrar o saldo de gols?

Sthefany: É, mais ou menos isso. (trecho da aula em 11 mar. 2019)

Os estudantes que registraram o que entenderam sobre saldo de gols, relacionando as colunas gols pró (GP) e gols contra (GC) e usando exemplos (6 estudantes), sinalizaram ter conhecimentos sobre os números inteiros antes da instrução inicial dada a esse conteúdo no 7º ano (BORBA; NUNES, 2004), ou uma melhor compreensão do contexto escolhido.

A aluna Luana, por exemplo, explicou o que é saldo de gols, mostrando a operação de subtração nos números naturais, porém, indicando a resposta com números inteiros, após observar que os símbolos (+) e (–) precisavam ser acrescentados nas respostas. Já o estudante Alan registrou e explicou, oralmente, a relação entre as colunas gols pró (GP), gols contra (GC) e saldo de gols (SG), indicando os cálculos que resultaram em saldos de gols negativos sem demonstrar estranhamento em relação ao resultado negativo.

As afirmações registradas, por esses adolescentes, possivelmente, relacionam-se aos conhecimentos prévios que tinham acerca dos números inteiros (BORBA; NUNES, 2004), ou à exploração que fizeram dos dados presentes na tabela.

No item *e*, apresentado a seguir, esperava-se que os estudantes relacionassem a expressão “saldo de gols positivos” aos times que apresentavam, na Tabela 1, o saldo com o símbolo (+), e “saldo de gols negativos”, aos times que apresentavam o saldo com o símbolo (–).

Questão 1 e) Na tabela, quais times apresentaram saldo de gols positivo? E saldo de gols negativo?

No Quadro 7, apresentamos os tipos de respostas dos estudantes, referentes ao item *e*:

Quadro 7 – Respostas apresentadas à Questão 1, item *e*.

Tipos de respostas	Quantidade de estudantes
Corretas	28
Incompletas	1
Incorretas	1

Fonte: Elaborado pela pesquisadora, 2019.

A elaboração desse item deixa explícita a expectativa de uma resposta correta. Os registros evidenciam que a maioria dos estudantes respondeu corretamente, demonstrando compreenderem que os sinais (+) e (–) indicam ao número o estado de positivo ou negativo.

Porém, fui solicitada por vários estudantes, após a escrita da resposta, para verificar se estava correta; procurei não apontar acertos ou erros, mas efetuar algumas perguntas que os orientassem a explicar como identificaram a resposta:

Nilton: Professora, tá certo? (Apontou para a resposta do item na folha)

Professora/Pesquisadora: Quais times têm saldo de gols positivo, onde está saldo de gols na tabela? O que é ser positivo e o que é ser negativo? Como você identificou isso?

Nilton: Com o mais.

Professora/Pesquisadora: Só com o mais? O mais é o que?

Nilton: Positivo.

Professora/Pesquisadora: E saldo de gols negativo?

Nilton: Menos. (trecho da aula em 11 mar.2019)

O estudante Nilton demonstrou, ao fazer essa pergunta “*Professora, tá certo?*”, que esperava a minha aprovação do que foi escrito por ele, ou a correção da sua resposta já indicando a resposta correta. Segundo Alrø e Skovsmose (2010), para muitos estudantes, “o propósito de ensinar Matemática é apontar erros e corrigi-los” (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010, p. 21). Essa afirmativa está em consonância com o ambiente vivenciado por esses estudantes nas aulas de matemática, habituados a responderem determinadas perguntas e serem avaliados pelas respostas ou, muitas vezes, tentarem adivinhar a resposta que eu desejava que fosse dada por eles.

Salientamos que procuramos proporcionar, aos estudantes, oportunidades de participação ativa no processo de aprendizagem, acarretando mudanças nos padrões de comunicação nas aulas de matemática. (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010).

O item *f* fazia referência ao item *e*, pois, ao separar os times com saldos positivos dos times com saldos negativos, os estudantes deveriam observar os sinais de (+) e (–) dos números, e isso acarretaria a resposta do item *f*.

Questão 1 f) Como foram representados, na tabela, os saldos de gols positivos e os saldos de gols negativos?
--

No Quadro 8, apresentamos os tipos de respostas dos estudantes, referentes ao item *f*:

Quadro 8 – Respostas apresentadas à questão 1, item *f*.

Tipos de respostas	Quantidade de estudantes
Corretas	26
Incorretas	3
Em branco	1

Fonte: Elaborado pela pesquisadora, 2019.

Os registros indicam que grande parte da turma (26 estudantes) conseguiu diferenciar os números positivos dos negativos pelos símbolos (+) e (−), mas uma aluna apresentou dúvidas antes de registrar a resposta:

Beatriz: Professora, eu não entendi a f!

Professora/Pesquisadora: Aqui (questão e) você separou quais times apresentam saldo de gols positivo e quais times apresentam saldo de gols negativo. Como você descobriu isso?

Beatriz: Aqui ó, no mais e no menos.

Professora/Pesquisadora: O mais significa o que?

Beatriz: Saldo de gols positivos e o menos saldo de gols negativos.

Professora/Pesquisadora: Agora você vai escrever isso que você falou. (trecho da aula em 11 mar 2019)

A aluna Beatriz confirmou compreender que os símbolos (+) e (−) diferenciam os números, mas, apesar disso, ela relata não compreender o enunciado do item f. Possivelmente, a estudante não identificou o que foi solicitado, no entanto, a forma como o item foi elaborado não foi uma agravante para os estudantes encontrarem a resposta, uma vez que a maioria respondeu corretamente.

Ao retomar esse item, oralmente, no fim da aula, vários estudantes responderam que os saldos positivos diferenciavam dos negativos pelo “mais” e o “menos”, comprovando a hipótese efetuada anteriormente: eles compreendem que os símbolos (+) e (−) indicam, aos números, o estado de positivo e negativo. Porém, a intervenção de um estudante nos alertou, ao relacionar os termos “positivos” e “negativos” às operações de adição e subtração:

Professora/Pesquisadora: Aí eu perguntei sobre saldo de gols positivos e saldo de gols negativos, o que fez vocês identificarem o time que tem saldo de gols positivo e o time que tem saldo de gols negativo?

Sala⁹: Mais e menos.

Alan: O sinal de adição e subtração. (trecho da aula em 11 mar.2019)

O estudante Alan, ao fazer essa afirmativa, indica compreender que os sinais (+) e (−) também estão relacionados às operações de adição e subtração. Borba e Nunes (2004) destacam que o fato de esses símbolos serem usados tanto para representarem as operações quanto para representarem os números inteiros, possivelmente, é um dos motivos para as dificuldades enfrentadas pelos estudantes na compreensão simbólica dos números inteiros e das operações de adição e subtração, porém, nesse momento da análise, ainda não podemos constatar tal fato.

Na ordem em que os itens foram organizados, tínhamos expectativa que, no último item, eles conseguiriam identificar por que alguns times apresentaram saldos de gols negativos e

⁹ “sala” refere-se a várias falas simultâneas.

outros saldos de gols positivos, mas não foi isso que aconteceu. Grande parte da turma não conseguiu identificar a relação entre as colunas gols pró (GP) e gols contra (GC) e o resultado dos saldos de gols (SG) dos times.

Questão 1 g) (i)¹⁰Para um time ter um saldo de gols positivo, o que é necessário acontecer? (ii) E para ele ter um saldo de gols negativos?

No Quadro 9, apresentamos uma síntese das respostas dos estudantes, referente ao item g:

Quadro 9 – Respostas apresentadas à questão 1, item g.

Tipos de respostas	Quantidade de estudantes	Exemplos de respostas
i. Saldo de gols positivo associado a fazer mais gols a favor. ii. Saldo de gols negativo associado a fazer mais gols contra. (Resposta desejada)	6	i. “Para ter saldo de gols positivo tem que ter mais gols a favor.” ii. “Para ter um saldo de gols negativo tem que ter mais gols contra.” <i>Luis</i>
i. Saldo de gols positivo associado a fazer gols. ii. Saldo de gols negativo associado a tomar gols e não fazer gols.	16	i. “Ele precisa fazer gols a seu favor.” ii. “Ele tem que tomar gols.” <i>Lydia</i>
i. Saldo de gols positivo associado a fazer gols. ii. Saldo de gols negativo associado a fazer gols contra.	1	i. “Para ter saldo de gols positivos é fazer gols a favor.” ii. “E para ter um saldo de gols negativos é fazer gols contra.” <i>Davi</i>
i. Saldo de gols positivo associado ao time ter mais vitórias. ii. Saldo de gols negativo associado ao time ter mais derrotas.	3	i. “Positivo: Ter a melhor pontuação e apresentar menos derrotas.” ii. “Negativos: Não pontuar bem e apresentar mais derrotas.” <i>Letícia</i>
Respostas diversas.	4	i. “Positivos: Pontos grandes como: +18 e +6.” ii. “Negativos: Pontos pequenos: -4 e -1. Menos gols e mais gols.” <i>Raquel</i>

Fonte: Elaborado pela pesquisadora, 2019.

¹⁰ Nos itens que apresentam duas perguntas, indicaremos cada pergunta por (i) e (ii) para facilitar a leitura dos quadros de respostas.

Os registros apontam que grande parte dos estudantes associou, isoladamente, os saldos de gols positivos à coluna gols pró (GP), e os saldos de gols negativos à coluna gols contra (GC). A maioria dos estudantes não estabeleceu conexão entre essas duas colunas, isto é, sinalizaram não compreender que, se um time tem um número maior de gols pró (GP), o saldo é positivo, e, se ele tem um número maior de gols contra (GC), o saldo é negativo.

Não era necessário que os estudantes identificassem a operação de adição, possível de ser efetuada entre as colunas gols pró (GP) e gols contra (GC), para encontrarem o saldo de gols, pois esse não era o objetivo da tarefa, apesar de alguns estudantes terem conseguido identificar essa operação no decorrer da tarefa.

A aluna Raquel, ao identificar os números positivos como “pontos grandes” e números negativos como “pontos pequenos”, indica-nos que ela teria compreendido que, nesse contexto, os números positivos são maiores que os negativos.

De acordo com Teixeira (1993), quando os estudantes demonstram entender que os números positivos são maiores que os negativos é porque eles reconheceram a existência dos números negativos. Isto é, o contexto escolhido e a oportunidade dada à turma para explorar a Tabela 1, possivelmente, contribuíram para a observação efetuada por essa aluna.

A forma como a Tabela 1 foi apresentada aos estudantes pode ter sido um complicador para o desenvolvimento da tarefa. Por exemplo, a aluna Raquel usou a palavra “pontos” para se referir ao saldo de gols, e a coluna pontos ganhos (PTS) tem outro significado e está associada à quantidade de vitórias (VIT), empates (E) e derrotas (D) dos times. Também alguns estudantes relacionaram o saldo de gols às colunas vitórias (VIT) e derrotas (D). Possivelmente, se essas colunas tivessem sido suprimidas, os estudantes, talvez, tivessem mais facilidade em compreender o saldo de gols.

A segunda e a terceira questões foram aplicadas no dia 13 de março no último horário de aula, com a presença, em sala, de 28 estudantes. Os estudantes utilizaram, aproximadamente, 20 minutos para concluírem a Questão 2, e o restante da aula, para a Questão 3 e, assim, finalizarem a Tarefa 1. Por ser o último horário, e eles ansiosos para ir embora, a turma estava um pouco agitada, porém, isso não me impediu de prosseguir com a proposta didática.

Para realização dessas questões, inicialmente foi entregue a Tabela 1 e a Questão 2 impressa em folhas separadas. Somente após a finalização da Questão 2 pelos estudantes, a Questão 3 foi entregue. Utilizei essa estratégia para que a aula não ficasse cansativa para eles, uma vez que poderiam se concentrar em uma questão de cada vez.

Nesse relato, optamos por apresentar, primeiramente, as dúvidas ou diálogos ocorridos durante o desenvolvimento das questões, posteriormente, exibir os quadros referentes às respostas produzidas pelos estudantes e, por fim, tecer nossas considerações.

Na Questão 2, os estudantes registrariam, em uma nova tabela (impressa na folha da questão), os saldos de gols da Tabela 1 em ordem decrescente. Expliquei a eles que deveriam organizar os saldos “do maior número para o menor número”, porém, não apresentei explicações sobre como organizar, nessa ordem, os números inteiros.

A seguir, transcrevemos o excerto ocorrido na sala antes da elaboração dessa nova tabela:

Victor: *É pra levar em conta esse mais e menos?*

Professora/Pesquisadora: *Tem que levar em consideração?*

Olha, a pergunta do Victor é a seguinte: Tem que levar em consideração o sinal de mais e o sinal de menos do saldo de gols? Sim ou não?

Sala: *Sim.*

Professora/Pesquisadora: *Por quê?*

Nilton: *Porque se for menos é menor.*

Sala: *É negativo.*

Nilton: *É menor que 0.*

Professora/Pesquisadora: *Então pensem aí o que vocês deverão fazer para organizar em ordem decrescente.*

Luís: *Professora, vem cá! Aqui, eu fiquei com uma dúvida nos saldos menores, os de menos, tem que fazer do -1 para os menores ou do -13 para os maiores?*

Professora/Pesquisadora: *Você tem que continuar a ordem decrescente. Quem você acha que vem depois do $+1$?*

Luís: *O -1 .*

Professora/Pesquisadora: *Aí você coloca. Porque você acha que é o -1 ?*

Luís: *Porque antes do 0 é o 1 e depois do zero vem o -1 , -2 ...*

Verônica: *Professora, quando vêm os números negativos, vai ficar embaixo, aí tem que mudar tudo, não é?*

Professora/Pesquisadora: *Você tem que organizar na ordem decrescente, do maior para o menor número. Aí você tem que pensar como será a ordem dos números negativos.*

Roberto: *Essa daqui tem o 18 e o 13, o 13 vai ficar aqui junto com os mais?*

Professora/Pesquisadora: *O que você acha? O que nós falamos que tem que considerar os sinais.*

O que você acha que é maior, o $+18$ ou o -13 ?

Roberto: *Ah tá, achei que não tinha que considerar o sinal.*

Victor: *Tem que colocar todos os times que têm saldo de gols positivos e depois todos os negativos?*

Professora/Pesquisadora: *Todos os times, observando a ordem decrescente.*

Nilton: *Esse aqui ó do menos tem que colocar agora tipo o maior do menos até chegar no número menor do menos?*

Professora/Pesquisadora: *Tem que continuar na ordem decrescente. (trecho da aula em 13 mar. 2019)*

No Quadro 10, apresentamos uma síntese das respostas dos estudantes, referente à questão 2:

Quadro 10 – Respostas apresentadas à Questão 2.

Tipos de respostas	Quantidade de estudantes	Exemplos de respostas																										
Ordenação correta.	7	<table border="1" data-bbox="756 443 1401 1126"> <thead> <tr> <th data-bbox="756 443 1107 495">Time</th> <th data-bbox="1107 443 1401 495">Saldo de Gols</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="756 495 1107 546">Cruzeiro</td> <td data-bbox="1107 495 1401 546">+ 18</td> </tr> <tr> <td data-bbox="756 546 1107 598">Atlético</td> <td data-bbox="1107 546 1401 598">+ 7</td> </tr> <tr> <td data-bbox="756 598 1107 649">América MG</td> <td data-bbox="1107 598 1401 649">+ 6</td> </tr> <tr> <td data-bbox="756 649 1107 701">Tupi</td> <td data-bbox="1107 649 1401 701">+ 3</td> </tr> <tr> <td data-bbox="756 701 1107 752">Tombense</td> <td data-bbox="1107 701 1401 752">+ 1</td> </tr> <tr> <td data-bbox="756 752 1107 804">URT</td> <td data-bbox="1107 752 1401 804">- 8</td> </tr> <tr> <td data-bbox="756 804 1107 855">Patricinense</td> <td data-bbox="1107 804 1401 855">- 8</td> </tr> <tr> <td data-bbox="756 855 1107 907">Caldense</td> <td data-bbox="1107 855 1401 907">- 3</td> </tr> <tr> <td data-bbox="756 907 1107 958">Villa Nova</td> <td data-bbox="1107 907 1401 958">- 4</td> </tr> <tr> <td data-bbox="756 958 1107 1010">Boa</td> <td data-bbox="1107 958 1401 1010">- 4</td> </tr> <tr> <td data-bbox="756 1010 1107 1061">Uberlândia</td> <td data-bbox="1107 1010 1401 1061">- 9</td> </tr> <tr> <td data-bbox="756 1061 1107 1113">Democrata</td> <td data-bbox="1107 1061 1401 1113">- 13</td> </tr> </tbody> </table> <p data-bbox="1390 1137 1449 1167" style="text-align: right;">Vitor</p>	Time	Saldo de Gols	Cruzeiro	+ 18	Atlético	+ 7	América MG	+ 6	Tupi	+ 3	Tombense	+ 1	URT	- 8	Patricinense	- 8	Caldense	- 3	Villa Nova	- 4	Boa	- 4	Uberlândia	- 9	Democrata	- 13
Time	Saldo de Gols																											
Cruzeiro	+ 18																											
Atlético	+ 7																											
América MG	+ 6																											
Tupi	+ 3																											
Tombense	+ 1																											
URT	- 8																											
Patricinense	- 8																											
Caldense	- 3																											
Villa Nova	- 4																											
Boa	- 4																											
Uberlândia	- 9																											
Democrata	- 13																											
Ordenação dos números positivos e negativos separadamente, considerando apenas o valor absoluto dos números.	16	<table border="1" data-bbox="716 1200 1361 1906"> <thead> <tr> <th data-bbox="716 1200 1070 1252">Time</th> <th data-bbox="1070 1200 1361 1252">Saldo de Gols</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="716 1252 1070 1303">Cruzeiro</td> <td data-bbox="1070 1252 1361 1303">+18</td> </tr> <tr> <td data-bbox="716 1303 1070 1355">América - MG</td> <td data-bbox="1070 1303 1361 1355">+7</td> </tr> <tr> <td data-bbox="716 1355 1070 1406">Atlético</td> <td data-bbox="1070 1355 1361 1406">+6</td> </tr> <tr> <td data-bbox="716 1406 1070 1458">Tupi</td> <td data-bbox="1070 1406 1361 1458">+3</td> </tr> <tr> <td data-bbox="716 1458 1070 1509">Tombense</td> <td data-bbox="1070 1458 1361 1509">+1</td> </tr> <tr> <td data-bbox="716 1509 1070 1561">URT</td> <td data-bbox="1070 1509 1361 1561">-13</td> </tr> <tr> <td data-bbox="716 1561 1070 1612">Boa</td> <td data-bbox="1070 1561 1361 1612">-9</td> </tr> <tr> <td data-bbox="716 1612 1070 1664">Patricinense</td> <td data-bbox="1070 1612 1361 1664">-4</td> </tr> <tr> <td data-bbox="716 1664 1070 1715">Caldense</td> <td data-bbox="1070 1664 1361 1715">-4</td> </tr> <tr> <td data-bbox="716 1715 1070 1767">Villa Nova</td> <td data-bbox="1070 1715 1361 1767">-3</td> </tr> <tr> <td data-bbox="716 1767 1070 1818">Democrata</td> <td data-bbox="1070 1767 1361 1818">-1</td> </tr> <tr> <td data-bbox="716 1818 1070 1870">Uberlândia</td> <td data-bbox="1070 1818 1361 1870">-1</td> </tr> </tbody> </table> <p data-bbox="1374 1912 1449 1942" style="text-align: right;">Nilton</p>	Time	Saldo de Gols	Cruzeiro	+18	América - MG	+7	Atlético	+6	Tupi	+3	Tombense	+1	URT	-13	Boa	-9	Patricinense	-4	Caldense	-4	Villa Nova	-3	Democrata	-1	Uberlândia	-1
Time	Saldo de Gols																											
Cruzeiro	+18																											
América - MG	+7																											
Atlético	+6																											
Tupi	+3																											
Tombense	+1																											
URT	-13																											
Boa	-9																											
Patricinense	-4																											
Caldense	-4																											
Villa Nova	-3																											
Democrata	-1																											
Uberlândia	-1																											

Ordenação desconsiderando os sinais dos números.	5	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Time</th> <th>Saldo de Gols</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Puzosins</td> <td>+18</td> </tr> <tr> <td>Democrata</td> <td>-38</td> </tr> <tr> <td>Ulorlândia</td> <td>-9</td> </tr> <tr> <td>Atletico</td> <td>+7</td> </tr> <tr> <td>America MG</td> <td>+6</td> </tr> <tr> <td>Boa</td> <td>-4</td> </tr> <tr> <td>Pica Nova</td> <td>-4</td> </tr> <tr> <td>Jupi</td> <td>+3</td> </tr> <tr> <td>Caldense</td> <td>+3</td> </tr> <tr> <td>Tambense</td> <td>+1</td> </tr> <tr> <td>CRF</td> <td>-1</td> </tr> <tr> <td>Patrocinese</td> <td>-1</td> </tr> </tbody> </table>	Time	Saldo de Gols	Puzosins	+18	Democrata	-38	Ulorlândia	-9	Atletico	+7	America MG	+6	Boa	-4	Pica Nova	-4	Jupi	+3	Caldense	+3	Tambense	+1	CRF	-1	Patrocinese	-1
		Time	Saldo de Gols																									
		Puzosins	+18																									
		Democrata	-38																									
		Ulorlândia	-9																									
		Atletico	+7																									
		America MG	+6																									
		Boa	-4																									
		Pica Nova	-4																									
		Jupi	+3																									
		Caldense	+3																									
		Tambense	+1																									
		CRF	-1																									
Patrocinese	-1																											
<i>Fernanda</i>																												

Fonte: Elaborado pela pesquisadora, 2019.

As dúvidas dos estudantes – relativas à organização dos números em ordem decrescente – estão refletidas nas respostas registradas por eles. A maioria dos estudantes (16 estudantes) ordenou os números positivos isolados dos números negativos, caracterizando-os como dois conjuntos separados e mantendo a ordenação decrescente dos positivos para os negativos. Outros estudantes (cinco estudantes) desconsideraram os sinais dos números, isto é, ordenaram os positivos e os negativos em uma única lista.

Glaeser (2010) aponta, como obstáculo para a compreensão dos números inteiros, a dificuldade dos estudantes em unificar a reta numérica, dificuldade que pode ser observada nos dados apresentados anteriormente.

Nessa aula, a ordenação dos números inteiros ainda não fora apresentada, formalmente, para os estudantes. Porém, pressupomos que, no contexto escolhido, os adolescentes teriam facilidade em observar que, se a classificação dos times fosse relacionada ao saldo de gols, quanto mais gols contra (GC) o time tivesse, “mais negativo” seria o saldo de gols e, então, ele deveria ocupar posição inferior na tabela, e quanto menos gols contra (GC) os times apresentassem, melhor seria a colocação na tabela.

Não podemos afirmar que o contexto do saldo de gols tenha contribuído para que os sete estudantes organizassem, corretamente, a ordem decrescente dos saldos, uma vez que eles

podem ter utilizado conhecimentos que já tinham. Segundo Borba e Nunes (2004), “na escola deve-se reconhecer que o aluno já tem algum conhecimento de relativos antes da introdução formal a esse conceito.” (2004, p. 98).

Durante a realização da Questão 2, os estudantes, muitas vezes, solicitavam minha presença para explicar o que deveria ser feito. Optei por não interferir, para que eles pudessem organizar os saldos de gols na ordem decrescente da forma que tivessem compreendido. Porém, ao tomar essa decisão, não consegui perceber como os sete estudantes, que responderam corretamente, relacionaram o que fizeram com o contexto.

Conforme já mencionei, a Questão 3 foi entregue à medida que o estudante concluía a Questão 2. Essa questão foi composta por cinco itens que tinham como objetivos introduzir a noção de comparação de números inteiros e de números opostos, por meio da exploração da Tabela 1 no contexto dos saldos de gols.

No primeiro item, os estudantes deveriam comparar a pontuação e o saldo de gols dos times Tombense e URT, uma vez que esses times apresentaram a mesma pontuação, porém, saldo de gols diferentes. Além disso, apesar de se igualarem na pontuação, ocupavam posições diferentes na tabela.

Questão 3 a) (i) Os times *Tombense* e *URT* obtiveram a mesma pontuação no campeonato mineiro, conforme mostra a tabela. Porém, o saldo de gols está diferente, explique por que isso aconteceu. (ii) Por que o time *Tombense* ficou em quinto lugar e o time *URT* em sexto lugar?

A seguir, transcrevemos as falas de dois estudantes com questionamentos e dúvidas ocorridas durante o desenvolvimento do item *a* da Questão 3.

Luís: Professora, aqui na questão 3 a), você fala conforme mostra a tabela a pontuação é igual e que o saldo de gols é diferente, você não acha que falando que o saldo de gols é diferente, você meio que deu a resposta?

Professora/Pesquisadora: Será que eu dei a resposta? O saldo de gols tem a ver com a pontuação?

Luís: Sim. Porque um é positivo e o outro é negativo e o positivo é maior que o negativo, então o positivo vem primeiro.

Professora/Pesquisadora: Humm, então você vai escrever isso pra mim.

Luís: Não entendi por que você coloca que o saldo de gols é diferente, tá meio assim...

Professora/Pesquisadora: Meio óbvio?

Luís: É... Tá bem na cara.

Professora/Pesquisadora: Será?

Beatriz: Mas não tem muita diferença os dois. É por causa do mais e menos?

Professora/Pesquisadora: Eu que te pergunto, faz diferença eu colocar o sinal de mais ou de menos na frente do número?

Beatriz: É por causa que eles têm um número a menos.

Professora/Pesquisadora: Um número a menos onde?

Beatriz: Ó, nos gols a favor e nos gols contra.

Professora/Pesquisadora: Pode explicar na folha isso que você está falando. Escreve aí do jeito que você falou. (trecho da aula em 13 mar. 2019)

No Quadro 11, apresentamos uma síntese das respostas dos estudantes, referente ao item *a*:

Quadro 11 – Respostas apresentadas na Questão 3, item *a*.

Tipos de respostas	Quantidade de estudantes	Exemplos de respostas
Explicaram a resposta comparando os dois saldos de gols.	8	<p>i. “Porque o Tombense fez mais gols e levou menos gols, já o URT fez menos gols e levou mais gols.”</p> <p>ii. “Porque o saldo de gols do Tombense é maior do que o saldo de gols da URT.”</p> <p style="text-align: right;"><i>Roberto</i></p>
Responderam apenas a segunda parte do item.	12	<p>ii. “Porque o URT tem saldo de gols negativo e o Tombense obteve positivo.”</p> <p style="text-align: right;"><i>Luís</i></p>
Outras respostas.	8	<p>i. “Porque o Tombense fez um gol seu favor, já o URT tomou um gol.”</p> <p>ii. “Sobre a mesma pontuação é porque a soma mesmo com gols diferentes são a mesma. Porque o Tombense tem gols a seu favor.”</p> <p style="text-align: right;"><i>Lydia</i></p>

Fonte: Elaborado pela pesquisadora, 2019.

O questionamento do estudante Luís, a respeito da formulação do item, indica-nos que ele estava envolvido no contexto, e que, ao observar a Tabela 1, a resposta ao item *a* estava esclarecida para ele. Nesse contexto, o estudante mostra compreender que os números positivos são maiores que os negativos.

Já a aluna Beatriz observou que os saldos de gols foram representados por um mesmo número, porém, com sinais diferentes. Ao perguntar, “*É por causa do mais e menos?*”, ela demonstra estar habituada a vivenciar, nas aulas de matemática, um ambiente em que predomina o jogo-de-perguntas e adivinhação (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010). No entanto, solicitei que ela registrasse o que observou na Tabela 1, isto é, havia uma intencionalidade por trás da pergunta, uma vez que não se esperava somente uma resposta correta, e isso não era comum nas aulas de matemática do cotidiano da turma.

O estudante, nesse item, poderia fazer escolhas, explorando os números da coluna saldos de gols ou explorando as colunas gols pró (GP) e gols contra (GC) para justificar sua resposta, conforme mostramos nos excertos transcritos anteriormente.

O Quadro 11 evidencia que grande parte dos estudantes compreende que os sinais (+) e (–) dos saldos de gols indicavam o desempenho dos times no campeonato, e, por isso, eles ocupavam posições diferentes na tabela.

Como um desdobramento do item *a*, o item *b* propunha, aos estudantes, que identificassem se, na Tabela 1, havia outros times na mesma situação que Tombense e URT, ou seja, times com a mesma pontuação, porém, com saldos de gols diferentes.

Questão 3 b) Identifique, na tabela, se há outros times com a mesma pontuação, porém, saldo de gols diferentes. Explique por que isso acontece.

No Quadro 12, apresentamos uma síntese das respostas dos estudantes, referente ao item *b*:

Quadro 12 – Respostas apresentadas na Questão 3, item *b*.

Tipos de Respostas	Quantidade de estudantes	Exemplos de respostas
Patrocinense e Caldense (correta)	17	<i>“Patrocinense e Caldense. Pois Patrocinense perdeu um gol a mais do que ganhou, já o Caldense perdeu três gols a mais do que ganhou.”</i> Alan
Tupi e Caldense (Saldo de gols com módulos iguais)	3	<i>“Tupi e Caldense tem o mesmo saldo de gols e não tem a mesma pontuação.”</i> Henrique
Boa e Villa Nova (Saldo de gols iguais)	1	<i>“Os times Boa e Villa Nova. Isso acontece porque o time Boa conseguiu 9 gols contra e 5 gols a favor. $9 - 5 = 4$. E o time Villa Nova 12 gols a favor e 16 contra. $16 - 12 = 4$. Eles conseguiram a mesma quantidade.”</i> Luana
Não identificaram outros times.	6	<i>“Não. Porque a pontuação é diferente umas das outras e os saldos de gols.”</i> Fábio
Em branco ¹¹	1	

Fonte: Elaborado pela pesquisadora, 2019.

Grande parte da turma (17 estudantes) conseguiu registrar os dois times com a mesma pontuação, porém, saldos de gols diferentes, mas, para justificarem a resposta, relacionaram as colunas gols pró (GP) e gols contra (GC) e não utilizaram os números indicados na coluna saldos de gols como fizeram no item *a* (20 estudantes). Os saldos de gols desses dois times eram negativos, isso nos mostra que, provavelmente, os estudantes tiveram dificuldades para comparar os dois números negativos e, por isso, justificaram a resposta em função das colunas gols pró (GP) e gols contra (GC), o que não aconteceu na justificativa do item *a*, uma vez que os times apresentavam saldos de gols positivo e negativo e, provavelmente, por isso, conseguiram compará-los.

No item *c*, o estudante deveria observar, na Tabela 1, os saldos de gols dos times Democrata e Uberlândia e registrar qual deles apresentava o maior saldo, justificando a resposta.

¹¹ A aluna estava passando mal, por isso, não finalizou a Questão 3.

Questão 3 c) Quem tem o maior saldo de gols, *Democrata* ou *Uberlândia*? Por quê?

A seguir, transcrevemos o excerto ocorrido na sala, durante o desenvolvimento do item *c*, pelo estudante Nilton:

Nilton: Professora, essa c aqui tá falando, quem tem o maior saldo de gols *Democrata* ou *Uberlândia*? Eu posso responder que nenhum dos dois, porque todos os dois saldos são negativos.

Professora/Pesquisadora: Mas entre os dois qual é o maior? Mesmo os dois sendo negativos, qual deles representa o maior saldo de gols? (trecho da aula em 13 mar.2019)

No Quadro 13, apresentamos uma síntese das respostas dos estudantes, referente ao item *c*:

Quadro 13 – Respostas apresentadas na Questão 3, item *c*.

Tipos de Respostas	Quantidade de estudantes	Exemplos de respostas
Uberlândia (correta)	11	“Uberlândia, pois quanto maior o número negativo menor o saldo de gols é.” <i>José</i>
Democrata	15	“O maior saldo de gols é o <i>Democrata</i> , porque SG é maior mesmo sendo gols negativos.” <i>Nilton</i>
Cruzeiro	1	“Cruzeiro.” <i>Amanda</i>
Em branco	1	

Fonte: Elaborado pela pesquisadora, 2019.

No excerto anterior, o estudante Nilton lê novamente o item, apresentando uma resposta que, para ele, a palavra “maior” está relacionada aos números positivos. Em vez de dar a resposta (talvez, o que ele estivesse querendo), procurei reformular a pergunta feita por ele. Ao fazer essa reformulação, desafiei o estudante a refletir sobre outras respostas (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010).

Nesse contexto, 11 estudantes responderam corretamente que o time *Uberlândia* tinha o menor saldo de gols, porém, não podemos afirmar se eles compreendem que a ordenação dos números negativos obedece a uma ordem decrescente a partir do zero, em outros contextos.

O item *d* tinha como objetivo introduzir, de forma intuitiva, o conceito de números opostos, por meio da observação, pelos estudantes, dos saldos de gols de *Tupi* e *Caldense* que apresentavam módulos iguais. Apesar de o item indicar que havia uma relação entre os saldos de gols de *Tupi* e *Caldense*, houve uma diversidade de respostas nos registros dos estudantes.

Questão 3 d) Explique o saldo de gols de *Tupi* e *Caldense*. Há alguma relação entre eles? Justifique sua resposta.

No Quadro 14, apresentamos uma síntese das respostas dos estudantes, referente ao item *d*:

Quadro 14 – Respostas apresentadas na Questão 3, item *d*.

Tipos de respostas	Quantidade de estudantes	Exemplos de respostas
Explicaram que o saldo de gols de Tupi e Caldense é o mesmo número com sinais diferentes.	14	“Não há uma relação direta, mas a relação é que o Tupi tem +3 e o Caldense -3. A relação seria que negativo ou positivo ambos são 3.” <i>Lydia</i>
Explicaram que os números não representam o mesmo valor.	4	“Não, porque os números são diferentes.” <i>Fábio</i>
Respondeu explicando sobre a distância entre os números.	1	“Sim, que só tem 6 saldos de gols de diferença.” <i>José</i>
Outras respostas.	8	“Tupi tem mais gols do que Caldense.” <i>Teodoro</i>
Em branco	1	

Fonte: Elaborado pela pesquisadora, 2019.

Observamos, nesse item, que a maioria dos estudantes entendeu que os sinais (+) e (-) diferencia os números, ainda que eles apresentem o mesmo valor absoluto. O item, da forma como foi elaborado, possibilitou aos estudantes observarem algumas relações que não estávamos esperando. Por exemplo, o estudante José que calculou a distância entre os saldos de gols dos times Tupi e Caldense. Havia expectativas para justificativas como “números opostos” ou “números inversos”, esse último relacionado às operações de adição e subtração, conhecidas pelos estudantes como operações inversas, porém, isso não ocorreu.

No item *e*, o último item relacionado ao contexto de saldos de gols, esperávamos que os estudantes explorassem, intuitivamente, a propriedade invariante dos números inteiros, ou seja, que “números positivos e negativos de mesmo valor absoluto se cancelam.” (BORBA; NUNES, 2004, p. 79).

Questão 3 e) É possível, durante um campeonato, um time ter o saldo de gols igual a 0? Explique a sua resposta.

No Quadro 15, apresentamos uma síntese das respostas dos estudantes, referente ao item *e*:

Quadro 15 – Respostas apresentadas na Questão 3, item *e*.

Tipos de respostas	Quantidade de estudantes	Exemplos de respostas
Sim (Justificativa completa)	7	“Sim, pois o time pode ter feito o mesmo número de gols contra e o mesmo número de gols a favor.” <i>Davi</i>
Sim (Caso particular)	14	“Sim, se o time não fizer gols.” <i>André</i>
Não.	6	“Não, porque o time seria desclassificado.” <i>Mônica</i>
Em branco	1	

Fonte: Elaborado pela pesquisadora, 2019.

Nesse item, 21 estudantes afirmaram que seria possível um time ter o saldo de gols igual a zero. Porém, somente sete estudantes deram a justificativa que desejávamos, ou seja, que, para ter saldo de gols igual a zero, precisava ter o mesmo número de gols pró (GP) e gols contra (GC). Os outros 14 estudantes apresentaram uma situação particular, difícil de acontecer, porém, possível, uma vez que, se um time não tiver gols pró (GP) nem gols contra (GC), o saldo é zero.

O objetivo de introduzirmos o conceito de números opostos, presentes nos itens *d* e *e*, não foi integralmente alcançado. Possivelmente, o tempo destinado ao desenvolvimento desses itens não foi suficiente para a introdução desse conceito. Além disso, a opção feita, neste momento, de não intervir por meio de uma discussão que orientasse a turma a explorar os números de mesmo módulo nos saldos de gols da tabela, pode ter contribuído para esse resultado.

Optei por promover as discussões e sistematizações ao final da Atividade 1 para que os estudantes pudessem participar, ativamente, do seu processo de aprendizagem (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010), sem que eu fizesse questionamentos que os induzissem ao resultado desejado.

4.1.2. Tarefa 2 – Temperaturas de capitais brasileiras

A Tarefa 2 foi realizada no dia 15 de março, em duas aulas de 50 minutos cada uma. Estavam presentes, na sala, 28 estudantes. Propus, na aula, que os estudantes se organizassem em duplas, unindo as fileiras mais próximas, obtendo, assim, 14 duplas. Optamos por fazer essa tarefa em duplas para que ocorressem diálogos em que não predominasse o jogo-de-perguntas entre professor e estudantes, mas que as duplas pudessem discutir e cooperar com a aprendizagem uns dos outros.

A tarefa foi dividida em três questões impressas em folhas separadas, com o objetivo de dar continuidade à introdução de números inteiros, porém, no contexto de temperaturas acima de zero e abaixo de zero, com base na exploração da Tabela 2 “Temperatura de capitais brasileiras”.

Apresentamos, a seguir, as três questões propostas na Tarefa 2:

Quadro 16 – Questões propostas na Tarefa 1

QUESTÃO 1

Use a sua criatividade e faça um desenho de acordo com o que está escrito em cada balãozinho da conversa telefônica abaixo.

Oi João, aqui está
6°C abaixo de
zero!

Oi Carlos, aqui
está 6°C acima de
zero!

QUESTÃO 2

a) Explique o que vocês entendem por temperatura “abaixo de zero” e “acima de zero”. No desenho que vocês fizeram, foi possível fazer essa diferenciação? Justifique sua resposta.

b) Vocês acham que é possível representar as expressões “abaixo de zero” e “acima de zero” com símbolos matemáticos?

Se for possível, represente na tabela abaixo.

Capital	Temperatura

QUESTÃO 3

a) Podemos afirmar que Rio de Janeiro e Curitiba apresentaram a mesma temperatura em julho? Justifique sua resposta.

b) Qual capital apresentou menor temperatura, Curitiba ou Campo Grande? Justifique sua resposta.

c) Qual capital apresentou a menor temperatura? E a maior? Como vocês chegaram a essa conclusão?

d) Para Curitiba ter a mesma temperatura que Vitória, o que é preciso acontecer com a temperatura: aumentar ou diminuir? Quantos graus? Explique como vocês chegaram a essa conclusão.

e) Na folha em branco, desenhe um termômetro e represente, nele, as temperaturas registradas nas capitais apresentadas na tabela.

Fonte: Elaborado pela pesquisadora, 2019.

Tínhamos como objetivos que a turma, ao realizar a Tarefa 2, explorasse a simbologia matemática, a ordenação dos números inteiros na reta numérica e a comparação de números inteiros.

Ao escolher esse contexto de temperaturas, acreditávamos que esse seria um assunto de conhecimento dos estudantes, apesar de eles não vivenciarem grandes variações de temperaturas, devido ao clima da cidade onde moram. Apesar disso, nossa expectativa era que conseguissem desenvolver as questões propostas, devido à facilidade de acesso às mais diversas informações que os estudantes têm atualmente.

A Questão 1, realizada nos primeiros 25 minutos da primeira aula, solicitava que os estudantes desenhasssem representações de temperaturas abaixo de zero e acima de zero.

Sugerimos, na Questão 1, um registro pictórico, devido ao perfil da turma, que demonstrava prazer em desenhar, constatado, por mim, ao observar vários estudantes com pastas de desenhos feitos por eles. Esperávamos que o registro pictórico despertasse a curiosidade e o interesse dos estudantes em realizar as outras questões propostas.

As duplas criaram desenhos para representar as temperaturas 6°C abaixo de zero e 6°C acima de zero do local onde estavam os personagens participantes da conversa telefônica. Por meio desses desenhos, pretendíamos observar se as duplas compreendiam o significado dos termos “abaixo de zero” e “acima de zero”.

Ao escolhermos essas temperaturas, consideramos que a variação é, relativamente, pequena para que seja indicado que 6°C abaixo de zero é frio, e 6°C acima de zero é calor, no entanto, esperávamos que os estudantes fizessem os registros pictóricos caracterizando “abaixo de zero”, como frio, e “acima de zero”, como calor. Optamos por elaborar a questão com essas temperaturas no intuito de não distanciarmos do contexto vivenciado pelos estudantes, que, como já dissemos, residem em uma cidade em que as temperaturas não atingem valores abaixo de zero, porém, têm acesso a informações de ocorrências de baixas temperaturas em algumas regiões do País.

Questão 1 – Use a sua criatividade e faça um desenho de acordo com o que está escrito em cada balãozinho da conversa telefônica abaixo.



Oi João, aqui está
 6°C abaixo de
zero!

Oi Carlos, aqui
está 6°C acima de
zero!

No Quadro 17, apresentamos alguns registros pictóricos feitos pelos estudantes na questão 1:

Quadro 17 – Respostas apresentadas à questão 1.

Característica da resposta: Consideraram temperaturas 6°C abaixo de zero, como frio, e 6°C acima de zero, como calor.

Quantidade de duplas: 10

Exemplo de resposta:



Fábio e Mônica

Característica da resposta: Reconheceram que as temperaturas 6°C abaixo de zero e 6°C acima de zero são, relativamente, próximas.

Quantidade de duplas: 1

Exemplo de resposta:



Roberto e Verônica



Fonte: Elaborado pela pesquisadora, 2019.

Notamos pelos desenhos feitos que a maioria das duplas associou os termos “abaixo de zero”, ao frio, e “acima de zero”, ao calor, como esperávamos ao propor essa questão. Porém, uma dupla indicou reconhecer que as temperaturas 6°C abaixo de zero e 6°C acima de zero são, relativamente, próximas, pois desenharam os dois personagens trajando roupas de frio. Esse fato pôde ser confirmado pela resposta dada, pelos estudantes, ao item *a* da Questão 2 da tarefa. É interessante observarmos que, no desenho, eles indicam 6°C abaixo de zero como -6°C , isto é, relacionaram o termo “abaixo de zero” à simbologia matemática.

A Questão 2 foi realizada nos últimos 25 minutos da primeira aula. O nosso objetivo, ao elaborarmos essa questão, era introduzir a simbologia matemática dos números inteiros no contexto de temperaturas, conhecimento, que alguns estudantes indicaram ter, na questão anterior, e que foi trabalhado na Tarefa 1 em outro contexto.

Para responder ao item *a*, as duplas recorreram ao desenho feito por eles na Questão 1.

Questão 2 a) Explique o que vocês entendem por temperatura “abaixo de zero” (i) e “acima de zero” (ii). No desenho que vocês fizeram, foi possível fazer essa diferenciação? Justifique sua resposta.

No Quadro 18, apresentamos uma síntese das respostas dos estudantes, referente ao item

a:

Quadro 18 – Respostas apresentadas na Questão 2, item *a*.

Tipos de respostas	Quantidade de duplas	Exemplos de respostas
i. Abaixo de zero – Frio. ii. Acima de zero – Calor.	11	i. “Eu entendi que abaixo de 0°C é frio.” ii. “Eu entendi que acima de 0°C é calor.” <i>Fábio e Mônica</i>
i. Abaixo de zero – Frio. ii. Acima de zero – Temperatura mais elevada, porém, não, necessariamente, calor.	3	i. “Abaixo de zero, o frio é de congelar e acima de zero o clima não é tão frio (entre 1°C e 20°C), mas entre 20°C pra cima é muito calor.” ii. “Sim, porque 6°C abaixo de zero é frio de congelar e 6°C acima de zero é frio, mas nem tanto.” <i>Roberto e Verônica</i>

Fonte: Elaborado pela pesquisadora, 2019.

Ao observarmos as respostas dadas pelos estudantes a esse item, confirmamos a hipótese de que a maioria das duplas relacionaria a expressão “abaixo de zero”, ao frio, e a expressão “acima de zero”, ao calor. A dupla que reconheceu as temperaturas 6°C abaixo de zero e 6°C acima de zero como, relativamente, próximas, justificou que as duas temperaturas representam o frio, porém, com intensidades diferentes.

Para a realização do item *b*, foi entregue, às duplas, a Tabela 2 “Temperaturas de Capitais Brasileiras” (apresentada a seguir), para que eles respondessem a esse item e, também, a Questão 3. Essa tabela apresenta as menores temperaturas ocorridas nas capitais brasileiras, porém, não indica o ano ou o período da ocorrência dessas temperaturas, somente os meses. Selecionamos dez capitais brasileiras para que a tabela não ficasse muito extensa e não dificultasse o desenvolvimento da tarefa pelos estudantes.

Tabela 2 – Temperaturas de Capitais Brasileiras

Capital	Temperatura	Mês
Belo Horizonte	3°C acima de zero	junho
Rio de Janeiro	6°C acima de zero	julho
Curitiba	6°C abaixo de zero	julho
Porto Alegre	4°C abaixo de zero	julho
São Paulo	0°C	agosto
Florianópolis	0°C	julho
Campo Grande	1°C abaixo de zero	junho
Vitória	11°C acima de zero	julho
São Luiz	17°C acima de zero	março
Recife	14°C acima de zero	novembro

Fonte: http://www.geocities.ws/neygeo/clima_brasileiro.html
Acesso: fev. 2019.

O nosso objetivo com o item *b* era que as duplas compreendessem que as expressões “abaixo de zero” e “acima de zero” poderiam ser representadas pelos símbolos matemáticos (–) e (+). Para isso, eles receberam uma tabela em branco para reescrever a Tabela 2, trocando as expressões pelos símbolos matemáticos.

A forma como foi elaborado e conduzido, na sala de aula, esse item (apresentado a seguir), indicava, aos estudantes, que eles deveriam responder “sim”, o que contraria o ambiente que desejávamos vivenciar em sala de aula, uma vez que, nele, “resultados e conclusões não podem ser determinados de antemão.” (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010, p. 59).

Questão 2 b) Consulte a Tabela: “Temperaturas de capitais brasileiras” e responda: Vocês acham que é possível representar as expressões “abaixo de zero” e “acima de zero” com símbolos matemáticos? Se for possível, representem na tabela abaixo.

Capital	Temperatura
---------	-------------

A seguir, transcrevemos o excerto ocorrido na sala durante o desenvolvimento do item *b* pelos estudantes:

Professora/Pesquisadora: Por exemplo, Belo Horizonte, 3 graus acima de zero. Aqui já fez 3 graus acima de zero.

Sthefany: É o mais frio?

Professora/Pesquisadora: É o mais frio que fez, de acordo com essa tabela.

Sthefany: Nuh...

Professora/Pesquisadora: O que vocês entendem por essas temperaturas?

José: Quanto mais abaixo de zero tá mais frio e quanto mais acima de zero tá mais quente.

Professora/Pesquisadora: Vocês ouviram o que o José falou?

Sala: Sim.

Professora/Pesquisadora: Mas e esses 3 graus acima de zero?

José: Ah, é um pouco mais frio, porque ele tá bem perto do zero graus.

Professora/Pesquisadora: Vocês concordam?

Sala: Sim.

Fábio: Professora aqui não fala que é abaixo ou acima...

Professora/Pesquisadora: Qual temperatura?

Fábio: De São Paulo e Florianópolis.

Professora/Pesquisadora: Que número que tá aqui?

Fábio: É... Zero, ah então é menos.

Professora/Pesquisadora: É menos? Por quê?

Fábio: Porque menos zero é frio.

Professora/Pesquisadora: Então no zero tem que colocar aí na frente o menos, você acha?

Fábio: Tá errado?

Professora/Pesquisadora: Não sei, você tem que me falar. Se você acha, então coloca. (trecho da aula em 15 mar. 2019)

No Quadro 19, apresentamos uma síntese das respostas dos estudantes, referente ao item *b*:

Quadro 19 – Respostas apresentadas na Questão 2, item b.

Tipos de respostas	Quantidade de duplas	Exemplos de respostas																						
Colocaram os símbolos de (+) e (-) à esquerda dos números. (Resposta esperada)	8	<p>“Sim. Com símbolos de adição e subtração.”</p> <table border="1" data-bbox="772 577 1305 1173"> <thead> <tr> <th>Capital</th> <th>Temperatura</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>Belo Horizonte</td><td>+3 °C</td></tr> <tr><td>Rio de Janeiro</td><td>+6 °C</td></tr> <tr><td>Curitiba</td><td>-6 °C</td></tr> <tr><td>Porto Alegre</td><td>-4 °C</td></tr> <tr><td>São Paulo</td><td>0 °C</td></tr> <tr><td>Florianópolis</td><td>0 °C</td></tr> <tr><td>Campo Grande</td><td>-1 °C</td></tr> <tr><td>Vitória</td><td>+11 °C</td></tr> <tr><td>São Luiz</td><td>+17 °C</td></tr> <tr><td>Recife</td><td>+14 °C</td></tr> </tbody> </table> <p style="text-align: right;"><i>Nilton e Alan</i></p>	Capital	Temperatura	Belo Horizonte	+3 °C	Rio de Janeiro	+6 °C	Curitiba	-6 °C	Porto Alegre	-4 °C	São Paulo	0 °C	Florianópolis	0 °C	Campo Grande	-1 °C	Vitória	+11 °C	São Luiz	+17 °C	Recife	+14 °C
Capital	Temperatura																							
Belo Horizonte	+3 °C																							
Rio de Janeiro	+6 °C																							
Curitiba	-6 °C																							
Porto Alegre	-4 °C																							
São Paulo	0 °C																							
Florianópolis	0 °C																							
Campo Grande	-1 °C																							
Vitória	+11 °C																							
São Luiz	+17 °C																							
Recife	+14 °C																							
Colocaram os símbolos de (+) e (-) à direita dos números. (utilização da escrita não convencional)	3	<p><i>Não respondeu.</i></p> <table border="1" data-bbox="772 1301 1305 1944"> <thead> <tr> <th>Capital</th> <th>Temperatura</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>Belo Horizonte</td><td>3+</td></tr> <tr><td>Rio de Janeiro</td><td>6+</td></tr> <tr><td>Curitiba</td><td>6-</td></tr> <tr><td>Porto Alegre</td><td>4-</td></tr> <tr><td>São Paulo</td><td>0%</td></tr> <tr><td>Florianópolis</td><td>0%</td></tr> <tr><td>Campo Grande</td><td>1-</td></tr> <tr><td>Vitória</td><td>11+</td></tr> <tr><td>São Luiz</td><td>17+</td></tr> <tr><td>Recife</td><td>14+</td></tr> </tbody> </table> <p style="text-align: right;"><i>Juliana e Sthepany</i></p>	Capital	Temperatura	Belo Horizonte	3+	Rio de Janeiro	6+	Curitiba	6-	Porto Alegre	4-	São Paulo	0%	Florianópolis	0%	Campo Grande	1-	Vitória	11+	São Luiz	17+	Recife	14+
Capital	Temperatura																							
Belo Horizonte	3+																							
Rio de Janeiro	6+																							
Curitiba	6-																							
Porto Alegre	4-																							
São Paulo	0%																							
Florianópolis	0%																							
Campo Grande	1-																							
Vitória	11+																							
São Luiz	17+																							
Recife	14+																							

<p>Substituíu “acima” por (+) e abaixo por (-).</p>	<p>1</p>	<p>“Sim por +e -.”</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Capital</th> <th>Temperatura</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Belo Horizonte</td> <td>3°C + de zero</td> </tr> <tr> <td>Rio de Janeiro</td> <td>6°C + de zero</td> </tr> <tr> <td>Curitiba</td> <td>6°C - de zero</td> </tr> <tr> <td>Porto Alegre</td> <td>4°C - de zero</td> </tr> <tr> <td>São Paulo</td> <td>0°C</td> </tr> <tr> <td>Florianópolis</td> <td>0°C - de zero</td> </tr> <tr> <td>Campo Grande</td> <td>1°C - de zero</td> </tr> <tr> <td>Vitória</td> <td>11°C + de zero</td> </tr> <tr> <td>São Luiz</td> <td>17°C + de zero</td> </tr> <tr> <td>Recife</td> <td>14°C + de zero</td> </tr> </tbody> </table> <p>Henrique e Gustavo</p>	Capital	Temperatura	Belo Horizonte	3°C + de zero	Rio de Janeiro	6°C + de zero	Curitiba	6°C - de zero	Porto Alegre	4°C - de zero	São Paulo	0°C	Florianópolis	0°C - de zero	Campo Grande	1°C - de zero	Vitória	11°C + de zero	São Luiz	17°C + de zero	Recife	14°C + de zero
Capital	Temperatura																							
Belo Horizonte	3°C + de zero																							
Rio de Janeiro	6°C + de zero																							
Curitiba	6°C - de zero																							
Porto Alegre	4°C - de zero																							
São Paulo	0°C																							
Florianópolis	0°C - de zero																							
Campo Grande	1°C - de zero																							
Vitória	11°C + de zero																							
São Luiz	17°C + de zero																							
Recife	14°C + de zero																							
<p>Não substituíram os termos “abaixo de zero” e “acima de zero” por símbolos matemáticos.</p>	<p>2</p>	<p>“Não.”</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Capital</th> <th>Temperatura</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Belo Horizonte</td> <td>3°C acima de zero</td> </tr> <tr> <td>Rio de Janeiro</td> <td>6°C acima de zero</td> </tr> <tr> <td>Curitiba</td> <td>6°C acima de zero</td> </tr> <tr> <td>Porto Alegre</td> <td>4°C abaixo de zero</td> </tr> <tr> <td>São Paulo</td> <td>0°C</td> </tr> <tr> <td>Florianópolis</td> <td>0°C</td> </tr> <tr> <td>Campo Grande</td> <td>1°C abaixo de zero</td> </tr> <tr> <td>Vitória</td> <td>11°C acima de zero</td> </tr> <tr> <td>São Luiz</td> <td>17°C acima de zero</td> </tr> <tr> <td>Recife</td> <td>14°C acima de zero</td> </tr> </tbody> </table> <p>Gabriel e André</p>	Capital	Temperatura	Belo Horizonte	3°C acima de zero	Rio de Janeiro	6°C acima de zero	Curitiba	6°C acima de zero	Porto Alegre	4°C abaixo de zero	São Paulo	0°C	Florianópolis	0°C	Campo Grande	1°C abaixo de zero	Vitória	11°C acima de zero	São Luiz	17°C acima de zero	Recife	14°C acima de zero
Capital	Temperatura																							
Belo Horizonte	3°C acima de zero																							
Rio de Janeiro	6°C acima de zero																							
Curitiba	6°C acima de zero																							
Porto Alegre	4°C abaixo de zero																							
São Paulo	0°C																							
Florianópolis	0°C																							
Campo Grande	1°C abaixo de zero																							
Vitória	11°C acima de zero																							
São Luiz	17°C acima de zero																							
Recife	14°C acima de zero																							

Fonte: Elaborado pela pesquisadora, 2019.

Antes de as duplas responderem ao item *b* e preencherem a tabela, conversamos um pouco sobre as temperaturas apresentadas na Tabela 2. Alguns estudantes se mostraram espantados com a menor temperatura ocorrida em Belo Horizonte.

Ao longo do diálogo, o estudante José apontou familiaridade com o contexto de temperaturas, uma vez que assinalou compreender a ordenação das temperaturas e o significado do zero nesse contexto.

O estudante Fábio demonstrou dúvida ao preencher as temperaturas de Florianópolis e São Paulo na nova tabela. As temperaturas dessas cidades eram iguais e não apresentavam os termos “abaixo de zero” e “acima de zero”, por se tratar do número zero. Ao questionar o estudante qual número representava as temperaturas dessas cidades, ele concluiu que, por ser o número zero, deveria colocar o sinal de “menos”.

Ressaltamos que o estudante Fábio, ao fazer essa afirmativa, demonstrou compreender que 0°C representava uma temperatura baixa e, por isso, deveria ser relacionada ao sinal de “menos”. No entanto, nesse contexto, podemos inferir que o aluno, até esse momento, não havia compreendido a função do zero como origem.

Observamos novamente, no processo de comunicação, a necessidade de os estudantes terem suas respostas avaliadas pelo professor como certas ou erradas. Isso nos mostra que há uma dificuldade por parte dos estudantes em assumir “novos papéis” na sala de aula, abandonando o ambiente no qual estavam habituados a vivenciar na classe (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010).

Grande parte das duplas (12 duplas) conseguiu relacionar as expressões “abaixo de zero” e “acima de zero” aos símbolos $(-)$ e $(+)$, embora algumas duplas não tenham utilizado a notação convencional. Mesmo que o modo como a questão foi elaborada e conduzida em sala de aula pudesse induzir os estudantes a responderem “sim”, duas duplas responderam que não era possível substituir as expressões “abaixo de zero” e “acima de zero” por símbolos matemáticos e reescreveram a Tabela 2 como estava inicialmente. A maioria dos estudantes demonstrou compreender o contexto escolhido, confirmando o que supomos inicialmente.

A Questão 3 foi realizada na segunda aula, do mesmo dia, e dividida em cinco itens. Os objetivos desses itens eram sequenciar a ideia de comparação e ordenação de números inteiros, iniciada na Tarefa 1, porém, inserida agora no contexto de temperaturas. Para responder aos itens, as duplas deveriam continuar consultando a Tabela 2 “Temperaturas de Capitais Brasileiras”.

No item *a*, esperava-se que os estudantes comparassem as temperaturas de Rio de Janeiro e Curitiba associando a expressão “acima de zero”, ao símbolo $(+)$ e, a expressão “abaixo de zero”, ao símbolo $(-)$, uma vez que as temperaturas dessas cidades apresentavam o mesmo valor em módulo.

Questão 3 a) Podemos afirmar que Rio de Janeiro e Curitiba apresentaram a mesma temperatura em julho? Justifique sua resposta.

A seguir, transcrevemos o excerto ocorrido com a dupla Alan e Nilton durante o item *a*:

Nilton: Aqui, podemos confirmar que Rio de Janeiro e Curitiba apresentam a mesma temperatura em julho? Eu acho que sim, porque é 6 e 6.

Professora/Pesquisadora: Mas e esse desenho aqui, então por que vocês fizeram diferente? Aqui também é 6 e aqui também é 6. Me responde...

Nilton: Ai, ai, ai! Então esse aqui é mais frio e esse aqui é mais quente?

Professora/Pesquisadora: Qual é mais frio?

Nilton: Esse aqui, 6 graus abaixo de zero.

Professora/Pesquisadora: Então, o que tá te falando que aí é mais frio?

Nilton: Abaixo de zero.

Alan: É a mesma coisa que falar que 4 é mais quente que 6, não é mais quente, porque 4 é um número antes de 6. (trecho da aula em 15 mar.2019)

No Quadro 20, apresentamos uma síntese das respostas dos estudantes, referente ao item *a*:

Quadro 20 – Respostas apresentadas à Questão 3, item *a*.

Tipos de respostas	Quantidade de duplas	Exemplos de justificativas
Não.	13	<p>“Pois, quando há o sinal de subtração, os graus são abaixo de zero e quando o sinal não existe ou é de adição, os graus são acima de zero. E Rio de Janeiro são seis graus acima de zero e Curitiba são seis graus abaixo de zero. Ex.: É a mesma coisa que você falar que 4 é igual a 6, mas não é, pois 6 é acima de 5 e 4 é abaixo.”</p> <p style="text-align: right;"><i>Alan e Nilton</i></p> <p>“Pois no Rio de Janeiro foram 6 graus positivos e em Curitiba foram 6 graus negativos.”</p> <p style="text-align: right;"><i>Sthefany e Juliana</i></p>
Sim.	1	<p>“Porque as duas têm a mesma temperatura em julho.”</p> <p style="text-align: right;"><i>Camila e Fernanda</i></p>

Fonte: Elaborado pela pesquisadora, 2019.

Nos registros dos estudantes, observamos que a maioria das duplas conseguiu identificar que as temperaturas eram diferentes nas duas capitais, devido aos termos “abaixo de zero” e “acima de zero”.

Notamos que os estudantes estabeleceram a relação do termo “abaixo de zero”, a temperaturas mais frias, e o termo “acima de zero”, a temperaturas mais quentes, porém, não podemos afirmar que eles tenham conseguido relacionar esses termos aos números negativos e positivos, embora, em alguns registros, apareçam os termos “positivo” e “negativo”, relacionados às temperaturas “acima de zero” e “abaixo de zero”.

O estudante Nilton, a princípio, apresentou dúvidas em sua resposta a esse item, no entanto, ao questioná-lo – a respeito do registro pictórico feito por ele e sua dupla –, ele

identificou que os termos “abaixo de zero” e “acima de zero” diferenciavam as temperaturas. Procurei ajudar o estudante Nilton a esclarecer a perspectiva formulada por ele, e reformulá-la conectando-a com o item anterior (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010).

O estudante Alan, ao contribuir para o registro da resposta apresentada pela dupla ao item *b*, exemplificou utilizando os números naturais e o número 5, como ponto de referência, para explicar por que a temperatura 6°C é mais alta que 4°C . Ao dar esse exemplo, ele nos aponta compreender que a posição ocupada pelos números, com relação a uma origem, diferencia-os, ainda que apresentem o mesmo valor absoluto (TEIXEIRA, 1993).

No item *b*, os estudantes deveriam comparar as temperaturas de Curitiba (6°C abaixo de zero) e Campo Grande (1°C abaixo de zero), isto é, ambas negativas e de valores distintos uma da outra, diferentemente do item *a*, no qual os estudantes compararam um número positivo e um negativo de mesmo módulo.

Questão 3 b) Qual capital tem menor temperatura, Curitiba ou Campo Grande? Justifique sua resposta.

No Quadro 21, apresentamos uma síntese das respostas dos estudantes, referente ao item *b*:

Quadro 21 – Respostas apresentadas a Questão 3, item *b*.

Tipos de respostas	Quantidade de duplas	Exemplos de justificativas
Curitiba (correta).	12	<p>“Pois Curitiba apresenta temperatura igual a -6°C e Campo Grande apresenta temperatura igual a -1°C. A partir do zero para baixo os números começam a ser contados ao contrário.”</p> <p style="text-align: right;">Alan e Nilton</p> <p>“Porque o grau de Curitiba está abaixo de Campo Grande, ou seja, está mais frio.”</p> <p style="text-align: right;">Luana e José</p>
Campo Grande.	2	<p>“Porque está mais próximo de zero graus.”</p> <p style="text-align: right;">Fábio e Mônica</p>

Fonte: Elaborado pela pesquisadora, 2019.

Nesse contexto, a maioria das duplas conseguiu comparar, corretamente, os números inteiros negativos, porém, ainda não é possível afirmar que eles tenham compreendido a ordenação dos números inteiros. O fato de os estudantes apresentarem familiaridade e compreensão do contexto de temperaturas pode ter colaborado para que eles respondessem ao item corretamente.

No item *c*, as duplas deveriam identificar, na Tabela 2, qual capital apresentou a maior temperatura, e qual capital apresentou a menor temperatura. Novamente, queríamos observar a compreensão, pelos estudantes, da ideia de comparação de números inteiros, em particular, o entendimento que eles tinham de “maior” número negativo e “menor” número negativo.

Questão 3 c) (i) Qual capital apresentou a menor temperatura? (ii) E a maior? Como vocês chegaram a essa conclusão?

No Quadro 22, apresentamos uma síntese das respostas dos estudantes, referente ao item *c*:

Quadro 22 – Respostas apresentadas na Questão 3, item *c*.

Tipos de respostas	Quantidade de duplas	Exemplos de justificativas
i. Curitiba. ii. São Luiz. (correta)	9	i. “Curitiba é a menor temperatura, pois quando são graus abaixo de zero, um número absurdamente grande vira um número absurdamente pequeno. Então esses -6°C é o maior número abaixo de zero, ou seja, virou menor.” ii. “São Luiz, apresenta o maior número acima de zero, então a situação não se inverte.” <i>Alan e Nilton</i>
i. São Paulo. Florianópolis. ii. São Luiz.	3	i. “A menor é São Paulo e Florianópolis.” ii. “E a maior é São Luiz. Analisando a tabela.” <i>Beatriz e Larissa</i>
i. Curitiba. ii. Recife.	1	“Olhando o gráfico e prestando atenção se tá escrito abaixo ou acima de zero.” <i>Letícia e Kátia</i>
Incompleta.	1	

Fonte: Elaborado pela pesquisadora, 2019.

Os registros nos mostram que a maior parte das duplas conseguiu identificar a resposta correta, porém, três duplas indicaram que São Paulo e Florianópolis apresentaram as menores temperaturas, isto é, para esses estudantes, 0°C representava a menor temperatura.

Observamos que esses estudantes consideraram o zero como menor número absoluto, isto é, não compreenderam a ideia do zero como origem (referência). No entanto, nesse contexto, a maioria dos estudantes, possivelmente, identificou que as temperaturas negativas são menores que a temperatura de 0°C .

Preparamos o item *d* com a intenção de as duplas identificarem a diferença, em graus, entre as temperaturas de Curitiba (6°C abaixo de zero) e Vitória (11°C acima de zero), utilizando a noção intuitiva da distância entre os números inteiros na reta numérica.

Questão 3 d) (i) Para Curitiba ter a mesma temperatura que Vitória, o que é preciso acontecer com a temperatura aumentar ou diminuir? (ii) Quantos graus? Explique como vocês chegaram a essa conclusão.

No Quadro 23, apresentamos uma síntese das respostas dos estudantes, referente ao item *d*:

Quadro 23 – Respostas apresentadas na Questão 3, item *d*.

Tipos de respostas	Quantidade de duplas	Exemplos de justificativas
i. Aumentar. ii. 17°C.	7	<i>“Nós reduzimos os graus baixo de Curitiba até chegar a 0°C, depois aumentamos a temperatura até 11°C e somando a redução de 6°C com 11°C dá em 17°C.”</i> <i>José e Luana</i>
i. Aumentar. ii. 5°C.	4	<i>“Porque Vitória marcou +11°C e Curitiba -6°C. $11 - 6 = 5$.”</i> <i>Roberto e Verônica</i>
i. Aumentar. ii. 6°C.	1	<i>“Curitiba precisa aumentar mais 6 graus para chegar a Vitória.”</i> <i>Henrique e Gustavo</i>
i. Aumentar. ii. 16°C.	1	<i>“Nós chegamos a essa conclusão somando os graus.”</i> <i>Gabriel e André</i>
i. Aumentar.	1	

Fonte: Elaborado pela pesquisadora, 2019.

As sete duplas que responderam ao item *d* corretamente, apontaram compreender a ideia do número zero como ponto de referência (origem) no contexto de temperaturas. Eles calcularam a distância entre a temperatura de Curitiba e o zero, a distância entre a temperatura de Vitória e o zero e, posteriormente, somaram as duas distâncias.

As quatro duplas que fizeram o cálculo de subtração entre as temperaturas das duas capitais podem ter relacionado o sinal de menos do número à operação de subtração. Segundo Borba e Nunes (2004), a utilização de um mesmo sinal, para indicar as operações de adição e subtração e para indicar os números inteiros, pode acarretar dificuldades na compreensão das operações com números inteiros pelos estudantes

as dificuldades representacionais se relacionam ao uso do sistema de sinais convencional. A segunda possibilidade é que as dificuldades são devidas à necessidade de se utilizar uma representação explícita dos números antes de resolver os problemas. No sistema convencional, o mesmo sinal, (-), é utilizado para representar a operação de subtração e para representar um número negativo (BORBA; NUNES, 2004, p. 81).

A dupla Henrique e Gustavo, ao indicar que Curitiba precisaria aumentar 6°C para obter a mesma temperatura que Vitória, provavelmente, considerou que deveria tornar a temperatura

de Curitiba positiva. Já a dupla Teodoro e André, possivelmente, cometeu um erro de cálculo, pois a resposta foi próxima da resposta correta.

No item *e*, último item dessa segunda tarefa, os estudantes deveriam desenhar um termômetro e, nele, indicar as temperaturas apresentadas na Tabela 2. Ao elaborarmos esse item, tínhamos a expectativa de que a organização das temperaturas, no termômetro, auxiliasse os estudantes a compreenderem a ordenação dos números inteiros na reta numérica, explorada nos itens anteriores, e que seria discutida e sistematizada nas aulas posteriores a essa tarefa.

Questão 3 e) Na folha em branco, desenhe um termômetro e represente, nele, as temperaturas registradas nas capitais apresentadas na tabela.

A seguir, transcrevemos o excerto ocorrido na sala durante o item *e* pelos estudantes:

Alan: Professora, mas que tipo de termômetro?

Professora/Pesquisadora: O desenho que você quiser.

Alan: Eu só conheço aquele de colocar debaixo do braço.

Professora/Pesquisadora: Pode ser aquele lá mesmo.

Alan: Mas não tem essas temperaturas.

Professora/Pesquisadora: Mas então você pode fazer um termômetro e colocar essas aí.

Sthefany: Mas eu só conheço o termômetro de febre, fêssora!

Professora/Pesquisadora: Não tem problema!

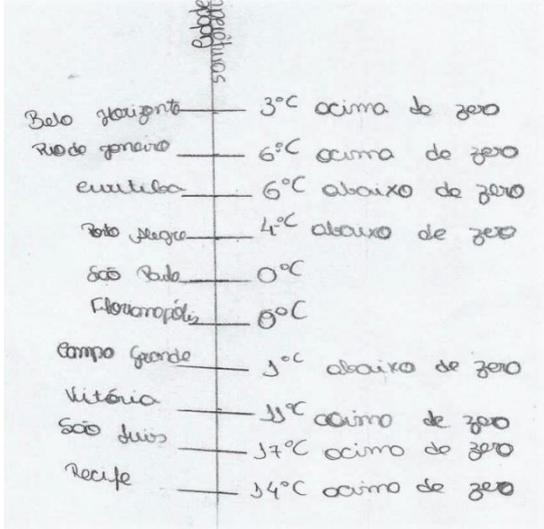
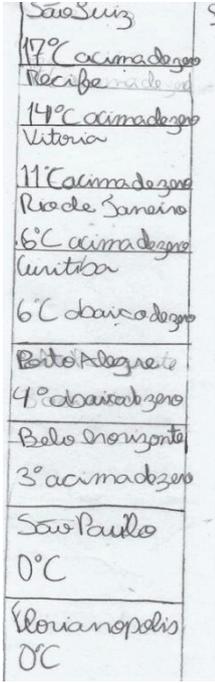
Sthefany: Não tem aquele termômetro que tem o azul embaixo que é abaixo e depois é o vermelho que tá lá em cima e é acima?

Professora/Pesquisadora: O que você acha? Discute aí com ela o que é melhor. (trecho da aula em 15 mar.2019)

No Quadro 24, apresentamos os registros pictóricos, desenvolvidos pelos estudantes, referentes ao item *e*:

Quadro 24 – Respostas apresentadas na Questão 3, item e.

Tipos de respostas	Quantidade de estudantes	Exemplos de desenhos
<p>Temperaturas em ordem decrescente na vertical.</p>	<p>5</p>	<div data-bbox="869 353 1326 1099" data-label="Figure"> <p>A hand-drawn vertical thermometer with a bulb at the bottom and a scale on the right. The scale is marked from 20°C at the top to -16°C at the bottom in increments of 2°C. The thermometer is filled with colored wax: red for the top 4°C (18°C to 20°C), orange for the next 8°C (10°C to 18°C), yellow for 0°C, and blue for the bottom 16°C (-16°C to 0°C). To the right of the scale, city names and their temperatures are written: São Paulo (17°C) at 17°C, Recife at 14°C, Vitória (11°C) at 11°C, Rio de Janeiro at 6°C, Belo Horizonte (3°C) at 3°C, São Paulo at 0°C, and Campos Grande (1°C) at 1°C. Below the thermometer, the names Roberto e Verônica are written.</p> </div>
<p>Temperaturas em ordem crescente na horizontal.</p>	<p>1</p>	<div data-bbox="726 1256 1374 1659" data-label="Figure"> <p>A hand-drawn horizontal thermometer with a bulb on the left and a scale on top. The scale is marked from -25°C to +35°C in increments of 5°C. The thermometer is filled with horizontal lines. To the right of the scale, city abbreviations are written: BH, RJ, Curitiba, PA, SP, Florianópolis, CG, VT, SL, and AC. Lines connect each city abbreviation to its corresponding temperature on the scale. Below the thermometer, the name Rodrigo e Davi is written.</p> </div>

<p>Temperaturas na ordem que apareceram na tabela.</p>	<p>4</p>	 <p>A hand-drawn thermometer scale with a vertical line and horizontal tick marks. The scale is labeled 'termômetro' at the top. The cities and their corresponding temperatures are listed on the left side of the scale:</p> <ul style="list-style-type: none"> Belo Horizonte: 3°C acima de zero Rio de Janeiro: 6°C acima de zero Curitiba: 6°C abaixo de zero Belo Alegre: 4°C abaixo de zero São Paulo: 0°C Florianópolis: 0°C Campo Grande: 3°C abaixo de zero Vitória: 11°C acima de zero São Luis: 17°C acima de zero Recife: 14°C acima de zero <p>Thiago e Lydia</p>
<p>Temperaturas conforme a ordenação dos números naturais.</p>	<p>4</p>	 <p>A hand-drawn thermometer scale with a vertical line and horizontal tick marks. The cities and their corresponding temperatures are listed on the left side of the scale:</p> <ul style="list-style-type: none"> São Luis: 17°C acima de zero Recife: 14°C acima de zero Vitória: 11°C acima de zero Rio de Janeiro: 6°C acima de zero Curitiba: 6°C abaixo de zero Belo Alegre: 4°C abaixo de zero Belo Horizonte: 3°C acima de zero São Paulo: 0°C Florianópolis: 0°C <p>Fábio e Mônica</p>

Fonte: Elaborado pela pesquisadora, 2019.

Alguns estudantes apresentaram dúvidas quanto ao desenho do termômetro, uma vez que demonstraram conhecer somente o termômetro digital, utilizado para medir temperaturas corporais. Ao propor que eles desenhassem conforme imaginavam o termômetro utilizado para medir as temperaturas diárias de uma cidade, minha intenção foi obter, na sala, diversos desenhos como respostas, para que os estudantes pudessem, posteriormente, discutir qual termômetro feito por eles era o mais adequado.

As seis duplas que conseguiram desenhar o termômetro corretamente demonstraram que, no contexto de temperaturas, compreenderam a ordenação dos números inteiros. No entanto, oito duplas não conseguiram alcançar o resultado esperado, das quais, quatro duplas repetiram, no desenho do termômetro, a ordem em que as temperaturas foram dispostas na Tabela 2, e as outras quatro duplas reordenaram as temperaturas conforme a ordenação dos números naturais.

Esperávamos que, nesse último item, a maioria dos estudantes conseguisse ordenar as temperaturas conforme a ordenação dos números inteiros, porém, os registros nos apontam que alguns estudantes ainda apresentavam dificuldades na compreensão dessa ordenação. Isso pode ser devido à falta de familiaridade com os contextos abordados nas tarefas ou a dificuldade em unificar a reta numérica.

4.1.3. Discussão e sistematização da Atividade 1

A discussão e sistematização da Atividade 1 foram realizadas nos dias 18 de março, no segundo horário de aula, com a presença de 28 estudantes, e no dia 20 de março, no último horário de aula, com a presença de 29 estudantes.

O objetivo dessas duas aulas era o de proporcionar, na sala, diálogos que visassem à aprendizagem (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010) do conceito de números inteiros. Para isso, busquei mediar o processo de comunicação em sala por meio de perguntas que relacionassem os contextos abordados nas duas tarefas com o conceito de números inteiros. E, assim, sistematizar, de forma cooperativa (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010), a representação simbólica dos números inteiros, a função do zero como origem e a ordenação dos números inteiros na reta numérica.

Nessa primeira pergunta que fiz à turma, transcrita no excerto a seguir, minha intenção era estabelecer contato (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010) com os estudantes a fim de todos ouvirem uns aos outros de forma respeitosa. Procurei dar a devida atenção ao que o estudante falava e envolver toda a classe para criar uma sintonia entre eles.

Professora/Pesquisadora: Por que vocês acham que eu dei todas aquelas atividades com saldos de gols e temperaturas? O que vocês acham que eu queria que vocês reconhecessem naquelas atividades?

José: O negativo e o positivo.

Professora/Pesquisadora: Todos acham que era isso mesmo?

Sala: Sim.

Professora/Pesquisadora: O que apareceu na frente do número?

Lydia: O mais e o menos.

Professora/Pesquisadora: O número positivo, como que eu represento ele?

Sala: Com o mais.

Professora/Pesquisadora: Se eu quiser representar o número positivo 3, como vai ficar?

Nilton: +3.

Verônica: 3+.

Professora/Pesquisadora: Falaram duas coisas, falaram +3 e 3+, qual das duas vocês acham?

Sala: +3. (trecho da aula em 18 mar. 2019)

Os estudantes demonstram ter percebido (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010) a intenção inicial das tarefas de que eles reconhecessem os números inteiros e os sinais (+) e (–), que indicam, aos números, o estado de positivo e negativo. Ao surgirem duas respostas para a representação do número positivo 3, possibilitei que eles se posicionassem a respeito de qual delas acreditavam ser a mais adequada.

Dando continuidade ao diálogo, os estudantes falaram a respeito do número negativo, do número zero e da sua função no conjunto dos números inteiros:

Professora/Pesquisadora: Agora que vocês já sabem, nós vamos representar o sinal sempre na frente do número: +3, +1. +0?

Sala: Não.

Lydia: Coloca só o 0.

Professora/Pesquisadora: É –0?

Sala: Não.

Lydia: É só 0.

Professora/Pesquisadora: O 0 então não vai ter o sinal na frente dele. Por quê?

Alan: Porque ele está entre os dois.

Professora/Pesquisadora: Que dois?

Alan: Entre os positivos e os negativos.

Professora/Pesquisadora: Vocês concordam que ele está entre os positivos e os negativos?

Sala: Sim. (trecho da aula em 18 mar. 2019)

Conforme observamos no excerto anterior, os estudantes, ao concordarem com o posicionamento do estudante Alan, apontam reconhecer o significado do número zero (origem) no conjunto dos números inteiros.

Além dos contextos abordados durante essa proposta, alguns estudantes relataram outras situações contextualizadas, conhecidas por eles, que apresentam números inteiros, conforme transcrito no excerto a seguir:

Professora/Pesquisadora: Além dessas, vocês acham que tem mais alguma situação que nós podemos encontrá-los?

José: Eu acho que a gente pode usar tipo quando a gente tá devendo dinheiro, a gente perde -3, aí a gente fica com -3, aí a gente tem que ganhar esses 3 e dá pra pessoa...

Alan: Fêssora, tipo quando eu uso o cronômetro do celular aí quando acaba o tempo começa a aparecer o -1, -2... Que acabou o tempo aí já passou do tempo.

José: Altitude, aí quando fica abaixo do mar, aí fica -1 metro, -2 metros, -3 metros. (trecho da aula em 18 mar. 2019)

Para abordar a ordenação dos números inteiros, em particular, a ordenação dos números negativos, perguntei aos estudantes qual número eles achavam que era o maior, o -6 ou o -10 . Essa pergunta originou o diálogo transcrito a seguir:

Professora/Pesquisadora: Agora eu pergunto a vocês, eu tenho esses dois números, qual deles vocês acham que é o maior -6 ou -10 ?

Alan: -6 .

Alguns estudantes: -6 .

Alguns estudantes: -10 .

Lydia: Depende.

Professora/Pesquisadora: Depende do quê?

Lydia: Por causa que se for a temperatura pra ficar abaixo de zero o 10 é maior, mas se for pra poder ser acima o 6 é maior.

Professora/Pesquisadora: Então vamos pensar na temperatura, o seguinte, qual lugar que é mais frio o com a temperatura -6 ou -10 ?

Sala: -10 .

Lydia: Por causa que ele é -10 , se fosse $+10$ seria mais quente.

Professora/Pesquisadora: Então se você fosse organizar as temperaturas iguais muita gente fez, qual seria a ordem: $-6, -10$ ou $-10, -6$ (na vertical)?

José: $-6, -10$.

Lydia: Eu colocaria $-10, -6$.

Professora/Pesquisadora: Mas você falou que -10 é mais frio.

Lydia: É...

Alan: Então fêssora,

Professora/Pesquisadora: Então, se -10 é mais frio, ela está abaixo do -6 ?

Alan: Sim.

Lydia: Exatamente. Então vai ser $-6, -10$.

Professora/Pesquisadora: Vocês concordam que o -6 tem que vir primeiro porque é um lugar que tá menos frio que o -10 , ele está mais abaixo, nós estamos olhando o frio.

José: Hum...

Professora/Pesquisadora: Então o que dá pra gente perceber com os números negativos?

Alan: Que começa a contar ao contrário.

Professora/Pesquisadora: O que é esse “ao contrário” que você está falando?

Alan: Tipo assim, que vem $1, 2, 3, 4$. O 1 é o menor, aí quanto mais vai contando vai indo maior, só que a partir do 0 vai $-1, -2, -3, -4$. O -1 é o maior, aí vai andando até chegar no menor.

Professora/Pesquisadora: Então, quanto mais distante do 0 à esquerda, o número estiver...

Alan: Menor.

Professora/Pesquisadora: Se o número está mais próximo do 0 , o que vai acontecer?

Sala: Tá aumentando, tá mais quente.

Alan: Se tiver distante do 0 pra lá (direita) é muito grande e do 0 pra lá (esquerda), ele é muito pequeno. (trecho da aula em 18 mar.2019)

Observamos que alguns estudantes responderam -6 , e alguns estudantes responderam -10 , apontando-nos, novamente, a dificuldade que a maioria dos estudantes apresentou nos itens das Tarefas 1 e 2 que abordavam a ordenação dos números negativos. Notamos, também, que os estudantes, ao expressarem as suas ideias referentes à pergunta efetuada no início desse trecho, relacionaram-na, somente, ao contexto de temperaturas, e não ao contexto de saldo de

gols. Isso pode ter acontecido pelo fato de esse ser o último tema que abordamos na sala de aula, ou pela maior familiaridade dos estudantes com esse contexto.

Ressaltamos que, no diálogo anterior, os estudantes “pensaram alto” (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010) ao justificarem a resposta escolhida por eles. Foi possível, então, ajudá-los a reformular as justificativas, para que pudéssemos estabelecer a ordenação correta dos números negativos.

Para seguirmos com a compreensão da ordenação dos números inteiros, selecionei uma tabela preenchida, por eles, com a ordenação dos saldos de gols, em ordem decrescente, para cada tipo de resposta (Quadro 10), e um termômetro desenhado, por eles, com as temperaturas das capitais brasileiras, para cada tipo de resposta (Quadro 24), a fim de que eles votassem e escolhessem a tabela e o termômetro mais adequados.

Posteriormente, propus que explicassem o porquê da escolha que fizeram. Após defenderem as opções que escolheram, a turma selecionou a tabela e o termômetro mais adequados.

Sistematizei os conceitos que foram abordados nessa Atividade 1, isto é, o conceito de números inteiros, a ordenação dos números na reta numérica e o conceito de números opostos.

Para desafiar os estudantes a pensarem a respeito do assunto que seria proposto na Atividade 2, provoqueei-os com a pergunta a seguir:

Professora/Pesquisadora: Vocês acham que eu consigo fazer uma operação dessas aqui $+2 - 5$?

Lydia: Hein?

Nilton: Hum?

Professora/Pesquisadora: O que vocês acham, dá pra gente fazer uma operação dessa forma, agora que vocês conhecem os números negativos?

Lydia: Ah, não sei!

Alan: Fêssora!

Nilton: Não dá não Alan!

José: Pode fazer assim: $+2$ pra 5 você pode fazer, $5 - 2$ aí daria o resultado 3 e seria -3 .

Professora/Pesquisadora: Por que você acha isso?

José: É porque o -5 ali é maior do que o $+2$, ou seja, não tem como eu tirar 5 de 2 , mas tem como tirar 2 , ah não sei explicar, mas eu acho que é isso, quando o número maior for negativo e o número menor for positivo, você faz $-2, -5$, pera aí, confundi, mas vai dá uma subtração, vai ser $5 - 2$, aí daria $3, -3$ graus. Ah, o 5 , o número normal é maior que o 2 , aí eu boto o 5 em cima e o 2 embaixo e não tem como eu tirar 5 de 2 , mas 2 de 5 , aí daria 3 .

Professora/Pesquisadora: Positivo ou negativo?

José: Negativo. Porque o 5 é maior que o 2 e o 5 é negativo e que a gente tá tirando é do 5 , a gente não tá tirando do 2 .

Alan: Fêssora, o que eu pensei, tipo quando fizer essa conta separar o $+2, -5$, como o número positivo não precisa de $+$, joga o $+$ fora, certo? $2 - 5$ você separa o 5 e coloca 2 , aí $2 - 2$ é igual a 0 , aí sobrou o 3 , o -3 , dá -3 . (trecho da aula em 18 mar.2019)

Notamos que alguns estudantes apresentaram estratégias para resolver a operação de adição de números inteiros que foi proposta. Essa atitude nos indica que esses estudantes podem ter aceitado o convite para se envolverem na próxima etapa desta proposta didática. Além disso, os contextos abordados nas tarefas podem tê-los ajudado a elaborar essas estratégias, ou os conhecimentos prévios relacionados às operações com números naturais.

4.2. Atividade 2: As operações de adição e subtração de números inteiros

Para introduzirmos as operações de adição e subtração de números inteiros, optamos por utilizar o Ábaco dos Inteiros (material manipulativo) para auxiliar os estudantes na compreensão dessas operações.

Organizamos a Atividade 2 em duas tarefas. A Tarefa 1 foi realizada em grupos, e teve como objetivo introduzir a operação de adição de números inteiros por meio do Jogo “Dados dos Inteiros” e com o auxílio do Ábaco dos Inteiros. A Tarefa 2 foi efetuada em duplas, e teve como objetivo introduzir a operação de subtração de números inteiros por meio da manipulação e exploração do Ábaco dos Inteiros.

Ao final da Atividade 2, foi realizada uma discussão, em sala, referente ao que foi observado e descoberto, pelos estudantes, no desenvolvimento das Tarefas 1 e 2.

4.2.1. Tarefa 1 – A adição de números inteiros

Iniciei a Tarefa 1 no dia 26 de março, no segundo horário de aula. Propus à turma que formasse cinco grupos compostos de cinco a sete estudantes cada um, juntando as fileiras mais próximas. Houve muita agitação na sala, pois não é um costume dos professores da escola, principalmente, de matemática, realizar trabalhos em grupos, por exemplo, nesse ano, eu ainda não havia proposto nenhuma tarefa em grupos.

Foram formados um grupo de sete estudantes (Grupo1), dois grupos de seis estudantes, cada um (Grupo 2 e Grupo 4) e dois grupos de cinco estudantes (Grupo 3 e Grupo 5), totalizando 29 estudantes.

Inicialmente, entreguei, para cada componente dos grupos, um Ábaco dos Inteiros e 16 fichas azuis que representavam os números positivos, e 16 fichas vermelhas que representavam os números negativos.

No início da tarefa, os estudantes pareceram ter aceitado o convite para participarem das tarefas propostas nesta Atividade 2, pois demonstraram interesse em utilizar o Ábaco dos

Inteiros e em participarem do jogo em grupos. Alguns deles já conheciam o ábaco, utilizado na resolução de operações com números naturais e, ao receberem o Ábaco dos Inteiros, notaram a semelhança entre os dois materiais, conforme relatou a aluna Lydia:

“Empolgante” Ah isso é pra poder contar, eu sempre quis ter um negócio desse pra ficar contando quando eu era menor.” (trecho da aula em 26 mar.2019)

Para cada grupo, entreguei dois dados, um azul que representava os números positivos, e um vermelho que representava os números negativos, a Tabela 3 “Pontos por Rodadas” e a Tabela 4 “Classificação final”. A Tabela 3¹², exposta a seguir, deveria ser preenchida individualmente, por componente do grupo, durante o jogo, com o nome de cada jogador, a pontuação obtida ao lançar o dado em cada jogada e o saldo após a segunda jogada.

Tabela 3 – Pontos por rodadas

PONTOS POR RODADAS											
Nome do Jogador	1ª Rodada	2ª Rodada	Saldo	3ª Rodada	Saldo	4ª Rodada	Saldo	5ª Rodada	Saldo	6ª Rodada	Saldo final

Fonte: Elaborado pela pesquisadora, 2019.

Ao final do jogo, os estudantes deveriam preencher a Tabela 4, apresentada a seguir, com a classificação final, isto é, a pontuação de todos os membros do grupo em ordem decrescente.

¹² A tabela 3 foi entregue aos estudantes em tamanho maior que o apresentado no texto.

Tabela 4 – Classificação final

CLASSIFICAÇÃO FINAL		
Lugar	Nome	Total de pontos
1°		
2°		
3°		
4°		
5°		
6°		

Fonte: Elaborado pela pesquisadora, 2019.

Conforme apresentamos na Tabela 3, o jogo foi dividido em seis rodadas, e, na primeira rodada, o grupo escolheu qual dado seria jogado primeiro, o positivo ou o negativo. Escolhido o dado da primeira rodada, na segunda rodada, os componentes do grupo deveriam lançar o outro dado e, assim, sucessivamente.

Cada jogador recebeu o Ábaco dos Inteiros sem as fichas, e, após lançar o dado, o estudante deveria anotar, o número apresentado na face superior do dado, na Tabela 3. Posteriormente, o jogador representaria esse número no Ábaco dos Inteiros, colocando as fichas vermelhas na haste negativa, e as fichas azuis na haste positiva, de acordo com o dado lançado.

A partir da segunda rodada, o estudante calcularia, utilizando o Ábaco dos Inteiros, o saldo de pontuação. Para cada ficha vermelha que o estudante retirasse da haste negativa, ele deveria retirar, também, uma ficha azul da haste positiva, e, dessa forma, o saldo de pontuação seria representado pelas fichas que permanecessem em uma das hastes. O saldo não deveria ser retirado da haste até a rodada posterior, para que, ao final da rodada, os estudantes repetissem o procedimento explicado anteriormente. Após a última rodada do jogo, o componente do grupo que obtivesse, como pontuação, o maior número inteiro, venceu o jogo.

Para uma melhor visualização, apresentamos, abaixo, um exemplo de como representar essa operação no Ábaco dos Inteiros:

Exemplo: Iniciou o jogo lançando o dado negativo:
1ª rodada: Face superior do dado negativo: 4
Representa o -4 colocando quatro fichas vermelhas na haste negativa do Ábaco dos Inteiros.

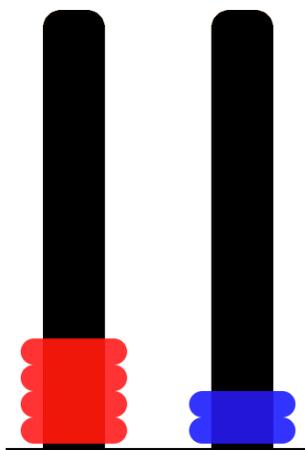
Figura 1 – Ábaco dos Inteiros



Fonte: <http://www.mundojogos.com.br/abaco>, 2019.
Acesso: nov. 2019.

2ª rodada: Lança o dado positivo: Face superior do dado positivo: 2
Representa o $+2$ colocando duas fichas azuis na haste positiva do Ábaco dos Inteiros.

Figura 2 – Ábaco dos Inteiros



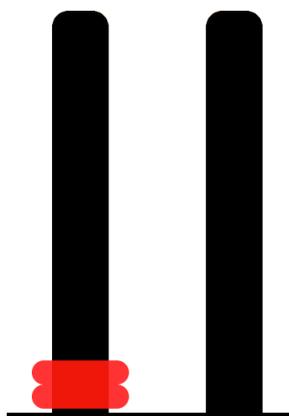
Fonte: <http://www.mundojogos.com.br/abaco>, 2019.
Acesso: nov. 2019.

Cálculo do Saldo de Pontos:

Para cada ficha vermelha retirada da haste negativa, retira-se uma ficha azul da haste positiva.

Saldo (Fichas que permaneceram em uma das hastes): Duas fichas vermelhas, que representam o número -2 .

Figura 3 – Ábaco dos Inteiros



Fonte: <http://www.mundojogos.com.br/abaco>, 2019.
Acesso: nov. 2019.

Expliquei à turma que cada grupo teria autonomia de escolher qual dado seria lançado primeiro, e mostrei, por meio de um exemplo, como utilizar o Ábaco dos Inteiros para realizar os cálculos durante o jogo, conforme o excerto a seguir:

Professora/Pesquisadora: O grupo vai decidir qual dado vai jogar primeiro...

Se eu lancei, na primeira rodada, o dado positivo, na segunda, eu vou lançar qual?

Lydia: O dado negativo.

Professora/Pesquisadora: Como nós vamos descobrir o saldo? Qual operação nós vamos fazer?

Lydia: Subtração.

Professora/Pesquisadora: Aí no ábaco, gente, é o seguinte, se eu coloquei duas fichas na haste negativa e uma ficha na haste positiva, como a gente vai descobrir o saldo? Uma ficha positiva elimina uma ficha negativa. Qual é o saldo?

Lydia: -1 .

Professora/Pesquisadora: -1 . Então, tá aqui uma ficha na haste negativa. (Trecho da aula em 26 mar.2019).

Alguns estudantes indicaram que a subtração era a operação que deveria ser efetuada no Ábaco dos Inteiros para calcular o saldo do jogo. Isso pode ter ocorrido, pois os estudantes associam a subtração à ideia de retirar, e, no Ábaco dos Inteiros, para calcular o saldo de pontuação do jogo, era preciso retirar fichas das hastes positiva e negativa até restar fichas, somente, em uma das hastes. Optei por não explicar detalhadamente, nesse momento, a respeito da representação dos números no Ábaco dos Inteiros, para possibilitar, aos estudantes, a

exploração do material e a oportunidade de descobrirem estratégias para fazer os cálculos no Ábaco dos Inteiros.

A seguir, transcrevemos parte dos diálogos ocorridos nos grupos durante o jogo:

Rodrigo: *Porque eu fiquei com -4 ?*

Lydia: *Porque você tinha 2 e tira -6 , vai ficar com 4, -4 .*

Lydia: *A gente tá na 3ª rodada, na 3ª rodada é o dado negativo, aí todo mundo colocou, mas depois vem o saldo, não entendi, é pra colocar o total que vai ficar?*

Professora/Pesquisadora: *O dela (Letícia) tinha ficado 0, jogou o dado, quanto ela tirou?*

Lydia: -1 .

Professora/Pesquisadora: *Então o saldo dela é qual?*

Lydia: *Ah, -1 .*

Lydia: *Vai Letícia, quanto saiu?*

Letícia: $+1$.

Roberto: *Nem adianta colocar!*

Rodrigo: *Quantos que eu vou colocar no saldo?*

Lydia: *Tipo assim, o tanto que sobrar, aí você tem que colocar no saldo.*

Lydia: *Thiago, com quantos você ficou?*

Thiago: -6 e 5 .

Lydia: *Então você tira o 5 daqui e daqui. (Haste positiva e haste negativa)*

Thiago: *Fico com -1 .*

Lydia: *Letícia 5.*

Letícia: *Vou ficar com 0 de novo.*

Lydia: *Agora, todo mundo colocou. Quem tem negativo vai tirar um negativo e um positivo até dá. Você tem quantos positivos?*

Rodrigo: 4 .

Lydia: *Então você vai tirar os 4 positivos e 4 negativos.*

Lydia: *Letícia, quanto você tem?*

Letícia: -5 e $+5$, aí fica 0.

Lydia: *Cabô? Com quantos você ficou?*

Letícia: *Eu tirei 0, eu tirei 0 em todas as partidas.*

Roberto: *Amanda ganhou.*

Letícia: *Quem foi o último lugar?*

Amanda: *Rodrigo.*

Letícia: *Ele só tirou negativo no saldo.*

Rodrigo: *Eu perdi fêssora!*

Grupo 1

Alan: *Coloca uma ficha negativa.*

Sthefany: *Calma aí.*

Alan: *Olha o saldo, o último saldo é para colocar isso.*

Verônica: *Eu não coloquei até agora não.*

Larissa: *Você vai olhar na folha o seu saldo e vai colocar no ábaco. Eu tô com 0.*

Sthefany: *0 é melhor que -1*

Larissa: *Eu tô com 0 de novo.*

Fábio: *Eu tô com menos um tanto, -7 . Eu sou muito azarado não tem como eu ganhar mais.*

Alan: *Agora tira um desse e um desse. Quanto você tem agora?*

Fábio: -6 .

Davi: *Fábio, $-7 - 1$ é -6 ? Não... É -8 .*

Fábio: *É -8 ? Não, é -6 meu filho!*

Fábio: -5 , nó eu tô rico. Ganhei o jogo! (risos)

Alan: *Você tá é devendo isso tudo!*

Fábio: $-11!$ (risos)

Larissa: *Agora, quem ganhou?*

Alan: *É pra colocar na ordem, o Davi ganhou!*

Verônica: *O meu é $+3, -3$, eu acho que é $+3$, porque tá no positivo.*

Davi: O seu antes era -5 .

Verônica: Eu tinha tirado 8, depois eu tirei -5 , então é mais.

Fábio: Como é que tinha tirado 8, não tem 8!

Verônica: Era o saldo.

Alan: Sobrou 3, então é $+3$.

Verônica: O meu é $+3$, porque tá no positivo.

Fábio: O meu é -11 .

Sthefany: Você é o vencedor dos perdedores!

Larissa: (Tabela de Classificação) Agora põe os positivos e depois os negativos.

Alan: O Davi ganhou.

Verônica: Empatou eu e ele.

Larissa: Empatou, então põe um embaixo do outro.

Alan: Então a Verônica ganhou.

Grupo 2

Fernanda: Vai André, vamos começar. Primeiro qual?

André: Primeiro é o azul.

Maria: Tanto faz, vocês escolhem aí.

Fernanda: Primeiro o negativo.

Luís: Se o primeiro for negativo, como que vai ter ponto pra tirar?

Fernanda: Então vai positivo. Fêssora! Não é que tira depois na hora que for fazer o saldo, não é? Por enquanto vai pondo.

Professora/Pesquisadora: Isso, nesses dois primeiros aqui não vai tirar, agora que já lançaram os dados, vocês vão tirar, aí o que sobrar no ábaco é o saldo, tá?

Fernanda: Tá.

Grupo 3

Victor: Ou é tão simples! É só contar isso aqui ó!

José: O seu deu 11.

Victor: Eu tô com 8.

José: Não, você tirou da outra rodada?

Victor: Não. Eu não tirei da outra rodada, eu tenho que ficar com 8, por causa que eu peguei positivo também da outra.

José: Não, uai. Você fica com 11. Você tava com 11 depois conseguiu 2, ficou com 9 mais dois negativos da 11. Não sei por que, mas ficou assim, bota aí.

Victor: Esse jogo tá errado! Mano eu não tô com 11, eu juro por Deus que eu não tô com 11. Eu tava contando aqui mano, certinho! Era para eu tá com 8.

Nilton: Me dá aí o positivo.

Victor: O meu tá certo?

Nilton: Tá todo mundo certo.

Victor: Tô sentindo que o meu não tá certo não.

José: Eu preciso tirar 6 porque se ela tirar algum número 6 ela ganha. (Estava falando da Kátia).

José: Ela já ganhou tá gente!

Victor: Mano, tem gente roubando de mim véi!

Victor: Ela ganhou.

Nilton: Agora soma e coloca na tabela.

Victor: Essa tabela tá mentirosa. Acabamos o jogo, roubado, mas acabamos.

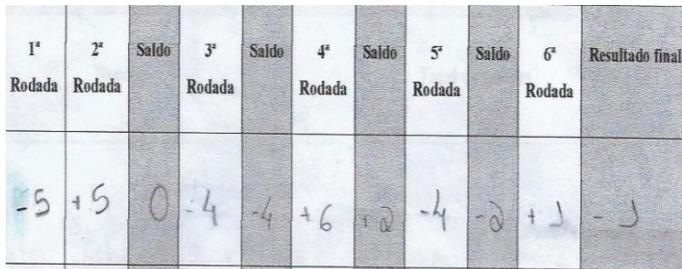
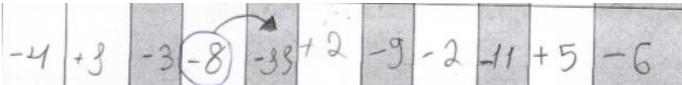
Grupo 4

Juliana: Ah entendi! Ah é por causa que quando você tira negativo você tira o mesmo tanto de positivo! (trecho da aula em 26 mar.2019)

Grupo 5

No Quadro 25, apresentamos uma síntese das respostas dos estudantes, referente aos cálculos das pontuações por rodadas:

Quadro 25 – Respostas dos cálculos da pontuação por rodadas, realizados com o uso do Ábaco dos Inteiros por componente dos grupos.

Tipos de respostas	Quantidade de estudantes	Exemplos de respostas
Operações corretas.	23	 <p style="text-align: right;"><i>Rodadas da Lydia (Grupo 1).</i></p>
Contagem errada das fichas em uma das rodadas.	4	 <p style="text-align: right;"><i>Rodadas da Sthefany (Grupo 2).</i></p>
Registro de saldo efetuado na coluna rodada.	1	 <p style="text-align: right;"><i>Rodadas do Victor (Grupo 4).</i></p>
Erro de cálculo.	1	 <p style="text-align: right;"><i>Rodadas do Fábio (Grupo 2).</i></p>

Fonte: Elaborado pela pesquisadora, 2019.

Os diálogos realizados nos grupos nos mostram que, durante o desenvolvimento dessa tarefa, vários estudantes se posicionaram expondo suas ideias, explicando, aos outros componentes do grupo, o que pensavam a respeito do item a ser respondido e auxiliando os colegas na utilização do Ábaco dos Inteiros. As expressões ditas por eles, como: “Ah entendi!”, “Ganhei o jogo!”, “Ou é tão simples!”, “Tô sentindo que o meu não tá certo não”, demonstram o envolvimento deles durante a realização da Tarefa 1.

Alguns estudantes, principalmente no Grupo 1, indicam o saldo negativo sem mencionar o sinal (–), isso, talvez, seja devido ao Ábaco dos Inteiros apresentar cores que representam o estado positivo e negativo dos números, ou por que os estudantes não reconheceram a necessidade de indicar o sinal do número, uma vez que, nessas operações, eles poderiam interpretar o sinal do número como o sinal da operação (BORBA; NUNES, 2004).

A representação dos números no Ábaco dos Inteiros pode ter contribuído para que os estudantes observassem que a adição de números opostos resulta em zero. E que o número zero é maior que qualquer número negativo, uma vez que, no excerto anterior, por exemplo, a aluna Sthefany destacou a vantagem de se obter saldo zero em vez de saldo negativo. No entanto,

essas observações efetuadas pelos estudantes, também, podem ser decorrentes das contribuições que a Atividade 1 proporcionou a eles no processo de aprendizagem do conceito de números inteiros.

Alguns estudantes apresentaram dificuldades em compreender que, a partir da segunda rodada, o saldo (as fichas) deveria permanecer no Ábaco dos Inteiros, por isso, expliquei, para cada grupo, como esse procedimento deveria ser realizado durante o jogo. O erro no preenchimento dos saldos na Tabela 3 pelos seis estudantes, provavelmente, não foi decorrente dessa dificuldade, mas, talvez, ocorreu pela não compreensão da utilização do Ábaco dos Inteiros, ou devido a erros de cálculos.

Na Tabela 3, em alguns grupos, os registros de todos os componentes do grupo foram efetuados por um único estudante, que pode ter cometido erros ao anotar, na Tabela 3, os números representados no lançamento dos dados, bem como os saldos indicados no Ábaco dos Inteiros pelos componentes do grupo.

No grupo quatro, um único estudante fez os registros de todos os componentes na Tabela 3. Nesse grupo, o estudante Victor indicou compreender a representação dos números no Ábaco dos Inteiros e, também, o cálculo do saldo, no entanto, não concordou com o registro efetuado na Tabela 3, porém, nos parece que ele não identificou onde o registro foi feito errado e, por isso, não conseguiu que o grupo reconhecesse os seus questionamentos.

No Grupo 2, apesar de haver um erro no registro da 4ª rodada, do estudante Fábio, em que ele repetiu o mesmo número do saldo, até então, os cálculos estavam corretos. No entanto, ele e o estudante Davi, ao discutirem o resultado da operação $-7 - 1$, que seria o resultado do próximo saldo do estudante Fábio, identificaram duas respostas diferentes. Porém, o estudante Fábio manteve a resposta que, segundo ele, era a correta (-6).

Observamos que o estudante Davi, ao indicar a resposta correta para o estudante Fábio, parece-nos que efetuou a operação sem utilizar o Ábaco dos Inteiros. O estudante Fábio, por sua vez, também, pode ter feito a operação sem o uso do Ábaco dos Inteiros, ou pode ter retirado uma ficha negativa (-1) do saldo (-7), que estava representado no Ábaco dos Inteiros, e obtido, como resultado, (-6).

Após a última rodada, os grupos preencheram a Tabela 4 com a pontuação feita por jogador, em ordem decrescente. Apesar de o saldo de seis estudantes não estar correto, todos os grupos preencheram a Tabela 4 corretamente.

No Grupo 3, por exemplo, os estudantes discutiram como ordenar a pontuação final dos componentes do grupo, conforme mostra o excerto a seguir:

Beatriz: É você ficou em quarto (-5) e ele em último (-7).

Camila: Não, então eu tinha que ser a última, porque ele tinha mais que eu.

Henrique: É o contrário.

Beatriz: É.

Camila: Ah tá.

Juliana: O mais perto do mais é o maior.

Camila: Ah é. (trecho de aula em 26 mar. 2019)

Grupo 3

A competitividade vivenciada no jogo, pelos estudantes, pode ter colaborado para que eles compreendessem que os melhores colocados são os que apresentaram as maiores pontuações positivas, e os piores colocados são os que apresentaram as “maiores” pontuações negativas. Os contextos trabalhados na Atividade 1, que proporcionaram aos estudantes explorarem e discutirem como ordenar os números inteiros, também podem ter contribuído para que os grupos organizassem corretamente a Tabela 4.

Após a realização do jogo, entreguei, aos grupos, uma folha impressa contendo uma questão, composta por cinco itens relacionados ao jogo “Dados dos Inteiros” e ao uso do Ábaco dos Inteiros.

Apresentamos, a seguir, a questão proposta na Tarefa 1:

Quadro 26 – Questão proposta na Tarefa 1

QUESTÃO 1

- a) Expliquem como vocês utilizaram o Ábaco dos Inteiros para realizar os cálculos dos saldos e do resultado durante o Jogo “Dados dos Inteiros”.
- b) Em algum momento do Jogo “Dados dos Inteiros” a pontuação de um ou mais componentes do grupo foi zero? Como isso aconteceu? Se essa situação não ocorreu no grupo, criem uma situação utilizando apenas duas rodadas em que isso ocorre e explique.
- c) Investiguem se, iniciar o jogo “Dados dos Inteiros” lançando o dado positivo ou negativo, influencia no resultado do jogo. Relatem as suas conclusões.
- d) João está jogando o jogo “Dados dos Inteiros” e representando a sua pontuação no Ábaco dos Inteiros. Ele tem a **pontuação final positiva**. Expliquem o que acontecerá com a pontuação de João ao:
 - Lançar o dado positivo.
 - Lançar o dado negativo.
- e) João está jogando o jogo “Dados dos Inteiros” e representando a sua pontuação no Ábaco dos Inteiros. Ele tem a **pontuação final negativa**. Expliquem o que acontecerá com a pontuação de João ao:
 - Lançar o dado positivo.
 - Lançar o dado negativo.

Fonte: Elaborado pela pesquisadora, 2019.

Os grupos iniciaram a resolução dos itens no mesmo dia e finalizaram no dia 27 de março, no último horário de aula, com a presença dos 29 estudantes.

Os estudantes discutiram, nos grupos, os itens e registraram as conclusões, para cada item, na folha impressa. O Ábaco dos Inteiros foi utilizado nessa questão para que os grupos pudessem testar as conjecturas, realizadas por eles, a fim de responder aos itens propostos.

No primeiro item, os grupos discutiram e registraram como o Ábaco dos Inteiros foi utilizado para realizarem os cálculos durante o jogo “Dados dos Inteiros”.

a) Expliquem como vocês utilizaram o Ábaco dos Inteiros para realizar os cálculos dos saldos e do resultado durante o Jogo “Dados dos Inteiros”.

A seguir, mostramos o registro realizado pelo Grupo 2:

A cada dado positivo pegamos o número de fichas azuis de acordo com a pontuação e colocamos na parte dos positivos do ábaco. E a cada dado negativo pegamos o número de fichas vermelhas de acordo com a pontuação e colocamos na área dos negativos do ábaco. Sempre tiramos o número de negativos igual ao número de positivos até um acabar. Os números positivos maiores são os que estão mais longe dos negativos e os negativos maiores são os mais próximos dos positivos, assim conseguimos obter a pontuação final.

Grupo 2

A seguir, transcrevemos trechos dos diálogos ocorridos nos grupos 1,4 e 5 durante o item a:

Lydia: Uai, como a gente usou os ábacos?

Amanda: Colocou os negativos e depois os positivos.

Grupo 1

Lucas: Nós utilizamos para saber quantos positivos e negativos a gente tinha.

José: A gente pode botar tipo assim, a gente usou o ábaco para poder ver o saldo de pontos que a gente estava.

Nilton: Não, como que a gente utilizou? Nós enfiamos as pecinhas nele.

Grupo 4

Beatriz: Nós calculamos com fichas vermelhas e azuis.

Juliana: Não, fichas positivas e negativas. (trecho de aula em 26 mar.2019)

Grupo 5

Nos registros, bem como nos excertos e na observação feita durante a aula, notamos que os estudantes parecem ter compreendido como representar, no Ábaco dos Inteiros, os números positivos e negativos, isoladamente em cada haste, relacionando-os às fichas azuis e vermelhas. No entanto, não podemos afirmar que todos os estudantes entenderam como realizar o cálculo dos saldos de pontos (adição de números inteiros) por meio do uso do material, uma vez que somente os grupos 2 e 3 registraram como o Ábaco dos Inteiros foi utilizado para realizar essa operação.

O item *b* propunha que os grupos observassem a Tabela 3, preenchida por eles, e verificassem se, após uma rodada qualquer, o saldo de um dos componentes do grupo resultou em zero. O objetivo era que, ao discutirem porque isso aconteceu ou ao criar uma situação na qual esse fato ocorresse, eles verificassem que a soma de dois números opostos resulta em zero.

b) Em algum momento do Jogo “Dados dos Inteiros” a pontuação de um ou mais componentes do grupo foi zero? Como isso aconteceu? Se essa situação não ocorreu no grupo, criem uma situação utilizando apenas duas rodadas em que isso ocorre e explique.

A seguir, transcrevemos trechos dos diálogos ocorridos nos grupos 2 e 4 durante o item *b*:

Sthefany: O negativo querida, 3 negativos, ok! Tem a ver com a quantidade, aí na hora de tirar você tem que tirar a mesma quantidade de negativos e a mesma quantidade de positivos, aí então, zero.

Grupo 2

Mônica: Isso aconteceu quando o jogador tinha 6 peças de mais e 6 peças de menos, aí ficou com 0.

Katia: Gente aconteceu comigo! Eu tirei 6 e -6 , aconteceu duas vezes no grupo. (trecho de aula em 26 mar.2019)

Grupo 4

No Quadro 27, apresentamos uma síntese das respostas dos grupos, referente ao item *b*:

Quadro 27 – Respostas apresentadas na Questão 1, item *b*.

Tipos de respostas	Grupos	Exemplos de respostas
Números opostos.	1, 3 e 4	“Sim, quando a pessoa tirou números opostos o saldo foi 0”. <i>Grupo 1</i>
Números opostos e números negativos maiores que positivos.	2	“Sim, quando os números negativos tinham uma quantidade maior que a dos positivos ou quando os negativos e positivos tem a mesma quantidade”.
Não.	5	“Não, porque sempre quando tira as fichas ficava um ou mais, mas nunca ficou zero”.

Fonte: Elaborado pela pesquisadora, 2019.

A maioria dos grupos aponta compreender, com o uso do *Ábaco dos Inteiros*, que a mesma quantidade de fichas azuis na haste positiva e fichas vermelhas na haste negativa resulta em zero. Por meio do diálogo no grupo quatro, por exemplo, as alunas demonstram perceber esse fato. No entanto, não podemos afirmar que os estudantes entenderam essa propriedade dos números inteiros, apesar de ela ter sido apresentada e explorada na Atividade 1.

Apenas o Grupo 1 mencionou, em seus registros, a expressão “números opostos”, já os outros grupos escreveram “mesma quantidade de positivos e negativos”, isto é, entende-se que se referiram à representação dos números opostos no *Ábaco dos Inteiros*.

Elaboramos o item *c* com a intenção de proporcionar uma discussão nos grupos no que diz respeito à escolha feita pelos estudantes no princípio do jogo sobre qual dado utilizar. A nossa intenção era que os grupos concluíssem que, por se tratar de um jogo de sorte, todos os componentes teriam a mesma chance de vencer, iniciando o jogo lançando o dado positivo ou o dado negativo.

c) Investiguem se, iniciar o jogo “Dados dos Inteiros” lançando o dado positivo ou negativo, influencia no resultado do jogo. Relatem as suas conclusões.

A seguir, transcrevemos trechos dos diálogos ocorridos nos Grupos 2 e 5 durante o desenvolvimento da resposta para o item *c*:

Larissa: Tá perguntando se começar com qualquer um dos dois influencia no final do jogo. Não! Fêssora, a gente não entendeu a *c*).

Professora/Pesquisadora: Iniciar lançando o dado positivo dá alguma diferença de iniciar lançando o dado negativo?

Sthefany: Acho que não. No final do jogo eu acho que não, porque a gente começou com o positivo e o Fábio ficou com -11 .

Larissa: Dá, uai! Mas se for o positivo vai ser mais que o negativo.

Sthefany: Mas ele ficou com -11 no final.

Verônica: Eu acho que dá uma diferença, porque a gente precisa ter mais pra tirar depois.

Sthefany: Depende, porque é na sorte, se você tirar um número pequeno no dado positivo e um grande no negativo.

Larissa: Eu acho que dá diferença.

Davi: É, dá diferença.

Sthefany: É sorte gente.

Verônica: Mas se você tiver menos, como que você vai tirar menos de mais?

Fábio: Ué, um menos tira um azul.

Davi: Ah eu vou responder.

Grupo 2

Beatriz: Não muda a não ser que cada um tire um positivo e um negativo em uma partida separadamente.

Juliana: Tipo assim, separadamente porque a gente fez isso errado na última vez, um tirou o dado positivo, aí o outro tirou o dado negativo aí isso alterava o resultado final. Tipo assim, Camila tira $+5$ em uma partida, tipo e você tira -2 , aí vai fazendo uma confusão. (trecho de aula em 27 mar.2019)

Grupo 5

No Quadro 28, apresentamos uma síntese das respostas dos estudantes, referente aos cálculos das pontuações por rodadas:

Quadro 28 – Respostas apresentadas na Questão 1, item *c*.

Tipos de respostas	Grupos	Exemplos de justificativas
Sim.	1, 2, 3 e 4	“Pois se nós começarmos com o dado negativo não teremos saldo positivo para tirar”. Grupo 1
Não.	5	“Não muda, a não ser que cada um tire um positivo e um negativo em uma partida separadamente. Ex: Camila +5 e Beatriz - 2”.

Fonte: Elaborado pela pesquisadora, 2019.

As discussões ocorridas nos grupos e, também, os registros escritos nos apontam que o item *c*, da forma como foi elaborado, não ficou esclarecido para a maioria dos grupos, pois, provavelmente, ao dar a resposta “sim”, eles relacionaram à mudança de escolha do dado ao resultado da pontuação alcançada pelos componentes do grupo, isto é, que, se escolhessem outro dado, o resultado seria diferente, e isso, possivelmente, poderia acontecer, por se tratar de um jogo de sorte.

A resposta registrada pelo Grupo 1 nos indica que eles pensaram no cálculo do saldo após uma rodada, porém, a orientação era que os componentes deveriam calcular o saldo inicial após as duas primeiras rodadas, justamente para que eles pudessem representar, no Ábaco dos Inteiros, um número positivo e um número negativo e efetuar o cálculo da adição desses números, cujo resultado seria o saldo.

O objetivo do item *d* era provocar uma discussão nos grupos a respeito das diferentes situações que poderiam ocorrer se um jogador tivesse, durante o jogo, uma pontuação final positiva e lançasse um dado positivo ou lançasse o dado negativo.

d) João está jogando o jogo “Dados dos Inteiros” e representando a sua pontuação no Ábaco dos Inteiros. Ele tem a **pontuação final positiva**. Expliquem o que acontecerá com a pontuação de João ao:

- Lançar o dado positivo.
- Lançar o dado negativo.

A seguir, transcrevemos parte das discussões ocorridas nos grupos 1 e 2 durante o desenvolvimento da resposta para o item *d*:

Lydia: Se ele lançar o dado positivo, vamos supor 6, e o negativo, vamos supor 2, aí dá +4. Ô professora, não entendi!

Professora/Pesquisadora: Teste os seus exemplos no ábaco. Pense o seguinte, ele está com o saldo positivo, se ele lançar o dado positivo o que vai acontecer?

Lydia: Vai ficar positivo, vai aumentar.

Grupo 1

Verônica: Agora vamos ler a d). João está jogando o Jogo “Dados dos Inteiros” e representando a sua pontuação no ábaco. Ele possui a pontuação final positiva. Explique o que acontecerá com a pontuação de João se lançar o dado positivo.

Larissa: O que?

Davi: Precisa de dado, pera aí!

Fábio: Vai ser positivo, vai continuar sendo positivo. Se ele já tá com uma quantidade positiva e lançar o dado positivo vai ficar com uma quantidade positiva maior.

Davi: Mas agora se ele tirar o número maior de negativo, acho que não vai somar não, vai ficar negativo.

Verônica: E se ele lançar o dado negativo?

Larissa: Se for maior que o número positivo que ele tem vai ser, vai ficar negativo.

Sthefany: Se ele lançar o dado negativo, se ele tirar um número maior que os positivos...

Davi: Negativo, vai ter o resultado negativo.

Sthefany: Mas se ele tirar a mesma quantidade vai ficar com 0 e se ele tirar menos ele vai ficar com a quantidade positiva. (trecho de aula em 27 mar.2019)

Grupo 2

No Quadro 29, apresentamos uma síntese das respostas dos grupos, referente ao item *d*:

Quadro 29 – Respostas apresentadas na Questão 1, item *d*.

	Tipos de respostas	Grupos	Exemplos de respostas
Lançar o dado positivo.	A pontuação final aumenta.	Todos.	“Se ele lançar o dado positivo, o saldo de pontos aumentará. Porque assim nós somaremos o número que saiu no dado”. Grupo 3
Lançar o dado negativo.	A pontuação final diminui.	1, 3, 4 e 5.	“Se ele lançar o dado negativo o saldo dele vai diminuir, até mesmo dever”. Grupo 4
	Depende do número que sair na face superior do dado.	2	“Se ele lançar o dado negativo e o número for maior que os números positivos, a quantidade de negativo será maior. Se a quantidade for igual, o resultado será 0. E se for menor, o resultado continuará sendo positivo”.

Fonte: Elaborado pela pesquisadora, 2019.

Observamos, com as respostas dos grupos apresentadas ao item *d*, que, provavelmente, quando era para adicionar dois números positivos, ou seja, a pontuação final positiva adicionada ao número representado na face superior do dado positivo, eles apontavam compreender como seria o resultado da adição.

De acordo com Borba (1998), os estudantes do 7º ano conseguem realizar cálculos com números sinalizados, mesmo antes da instrução formal sobre os números inteiros, desde que os sinais apresentados na operação sejam iguais. Segundo a autora, “essas crianças reconhecem que os inteiros positivos correspondem aos naturais até então trabalhados.” (1998, p. 139).

O jogo proposto no decorrer dessa Atividade 2 e, também, a utilização do Ábaco dos Inteiros podem ter contribuído para que os estudantes concluíssem a respeito do resultado da operação de dois números positivos.

Com relação à situação de um jogador apresentar saldo positivo e, posteriormente, lançar o dado negativo, apenas um grupo demonstrou identificar as diferentes possibilidades do resultado ao fazer esse lançamento.

No entanto, os demais grupos observaram que o resultado, após o lançamento do dado negativo, iria diminuir. Essa constatação dos estudantes, provavelmente, ocorreu porque eles

relacionavam a operação de adição de números inteiros de sinais diferentes à operação de subtração com os números naturais. O material manipulativo pode ter contribuído para que os estudantes atingissem esse resultado.

Como desdobramento do item *d*, o item *e*, também propunha que os estudantes discutissem o que aconteceria com a pontuação final de um jogador ao lançar o dado positivo ou negativo, porém, nesse item, o jogador já tinha o saldo negativo.

- e) João está jogando o jogo “Dados dos Inteiros” e representando a sua pontuação no Ábaco dos Inteiros. Ele tem a **pontuação final negativa**. Expliquem o que acontecerá com a pontuação de João ao:
- Lançar o dado positivo.
 - Lançar o dado negativo.

A seguir, transcrevemos parte das discussões ocorridas nos grupos 2, 3 e 4 durante o item *e*:

Verônica: João está jogando o jogo e representando a sua pontuação no ábaco. Ele possui a pontuação final negativa. Explique o que acontecerá com a pontuação de João se lançar o dado positivo.

Davi: Uai, é a mesma resposta. É a mesma pergunta!

Larissa: É diferente a pergunta, a de cima é positiva e a de baixo é negativa.

Sthefany: Ele pode tirar uma quantidade menor e o resultado continuar sendo negativo, pode tirar uma quantidade igual e ficar com 0 e uma quantidade maior e ficar positivo. Agora, lançar o dado negativo.

Verônica: Ele vai ficar com menos mais do que já tá.

Sthefany: Ele vai ficar com uma quantidade maior negativa.

Davi: Maior negativa?

Sthefany: Porque ele já tá com menos.

Verônica: Ele vai ficar com uma quantidade maior de números negativos.

Grupo 2

Maria: João está jogando o jogo dos dados dos inteiros e representando a sua pontuação no ábaco. Ele possui a pontuação final negativa. Explique o que acontecerá com a pontuação de João se ele lançar o dado negativo.

Fernanda: Depende do número do dado, uai!

Grupo 3

Luana: Ele lançou os positivos e os pontos aumentaram, ele lançou os negativos e os pontos diminuirá.

José: Se ele possui pontuação final negativa e lançar o dado negativo a pontuação final dele vai aumentar na negatividade.

Victor: A pontuação negativa dele vai aumentar. (trecho da aula em 27 mar.2019)

Grupo 4

No Quadro 30, apresentamos uma síntese das respostas dos grupos, referente ao item *e*:

Quadro 30 – Respostas apresentadas na Questão 1, item *e*.

	Tipos de respostas	Grupos	Exemplos de respostas
Lançar o dado positivo.	A pontuação final aumenta.	3, 4 e 5.	“Se ele lançar o dado positivo, o saldo de pontos aumentará. Porque assim estaremos mais perto do saldo de pontos positivos”. <i>Grupo 3</i>
	Depende do número que sair na face superior do dado.	1 e 2.	“Ele pode tirar uma quantidade menor e o resultado continuar sendo negativo, pode tirar uma quantidade igual e o resultado ser 0 ou tirar uma quantidade maior e o resultado ser positivo”. <i>Grupo 2</i>
Lançar o dado negativo.	A pontuação final diminui.	2, 3, 4 e 5.	“Se ele lançar o dado negativo ele terá uma maior pontuação negativa.” <i>Grupo 4</i>
	Depende do número que sair na face superior do dado.	1	“Quando lançado o dado negativo irá depender do número. Ex: +5 e ganha $-6 = -1$. A pontuação irá diminuir = (-) ou aumentar = (+).”

Fonte: Elaborado pela pesquisadora, 2019.

Na situação apresentada no item *e*, em que o jogador apresentava a pontuação final positiva e lançou o dado negativo, dois grupos identificaram as diferentes possibilidades para o saldo de pontuação do jogador após esse lançamento. Um desses grupos foi o mesmo que identificou essas possibilidades no item *d*, indicando ter compreendido, nessa situação do jogo e com o uso do Ábaco dos Inteiros, as possibilidades para os resultados do saldo de pontuação ao somarem números com sinais diferentes.

Os outros grupos, apesar de não considerarem todos os possíveis resultados, apontam compreender que, se o jogador tinha saldo negativo, ao lançar o dado positivo, aumentaria a sua pontuação no jogo, isto é, indicam compreender a ordenação dos números inteiros, assunto abordado nas duas Atividades desta proposta didática.

Na hipótese de o jogador ter o saldo negativo e lançar o dado negativo, a maioria dos grupos observou que a pontuação final dele diminuiria. Grande parte dos estudantes, da mesma forma que aceitam operar com os números inteiros positivos “também aceitam operar de modo semelhante com os inteiros negativos, apresentando, dessa forma, a compreensão do sinal (-) como indicação de uma magnitude negativa.” (1998, p. 139).

4.2.2. Tarefa 2 – A subtração de números inteiros

A Tarefa 2 foi iniciada no dia 1º de abril, no segundo horário de aula, e finalizada no dia 3 de abril, no último horário de aula. Estavam presentes na sala, nos dois dias, 28 estudantes,

e propus que se organizassem em 14 duplas diferentes das que formaram na Tarefa 2, para que eles pudessem estabelecer contato com outros colegas de sala.

Além disso, concordamos com a posição assumida pelos Princípios e Normas para a Matemática escolar (NCTM), ao afirmar que, “ao resolverem problemas com os colegas, os estudantes beneficiam sob vários aspectos. Muitas vezes, um estudante com um determinado ponto de vista pode beneficiar da perspectiva de outro colega, que poderá revelar um outro aspecto do problema.” (2008, p. 69).

O objetivo dessa tarefa era introduzir a subtração de números inteiros, utilizando o Ábaco dos Inteiros. Inicialmente, os estudantes deveriam preencher as colunas “Operação” e “Resultado” da Tabela 5 (disposta a seguir), após realizarem a operação de subtração no Ábaco dos Inteiros.

Tabela 5¹³ – Subtração de números inteiros

Item	Represente no Ábaco dos Inteiros o número	Retire o número	Operação	Resultado
1	+6	+3		
2	-5	+2		
3	-6	+4		
4	-5	+5		
5	+3	-5		
6	+7	-3		
7	-2	-1		
8	-4	-2		
9	-3	-4		

Fonte: Elaborado pela pesquisadora, 2019.

Após o preenchimento dessa tabela, as duplas deveriam responder a três itens, apresentados a seguir, que foram elaborados com o objetivo de possibilitar, aos estudantes, explorarem, com o uso do Ábaco dos Inteiros, algumas situações que poderiam ocorrer na resolução da subtração de números inteiros.

¹³ A coluna Item foi acrescentada na Tabela para uma melhor organização dos dados apresentados na análise.

Quadro 31 – Questão proposta na Tarefa 2**QUESTÃO 1**

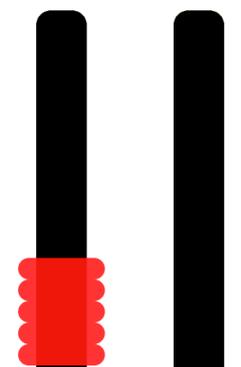
- Quais estratégias vocês utilizaram para representar essas operações no *Ábaco dos Inteiros*?
- Explique por que $-2 - 5 = -7$ e por que $-2 - (-5) = +3$. Como vocês representaram essas operações no *Ábaco dos Inteiros*?
- Represente, no *Ábaco dos Inteiros*, e relate as suas conclusões da seguinte situação abaixo:
“Tenho certa quantidade, o que acontece se eu retirar dela uma quantidade negativa?”

Fonte: Elaborado pela pesquisadora, 2019.

Na primeira aula dedicada à realização da Tarefa 2, entreguei, para cada dupla, a Tabela 5 em uma folha impressa, um *Ábaco dos Inteiros* e as fichas azuis e vermelhas. Inicialmente, discuti com os estudantes a respeito da representação, no *Ábaco dos Inteiros*, das operações em que fosse necessário retirar fichas de uma haste que não apresentasse nenhuma ficha. Por exemplo, como resolver a operação $-5 - (+2)$ (2º item apresentado na Tabela) utilizando o *Ábaco dos Inteiros*. Essa operação estava indicada na Tabela 5, como “Represente o número -5 no *Ábaco dos Inteiros* e retire o número $+2$ ”. Para uma melhor visualização, apresentamos abaixo, um exemplo de como representar essa operação no *Ábaco dos Inteiros*:

Represente o número -5 colocando cinco fichas vermelhas na haste negativa do *Ábaco dos Inteiros*.

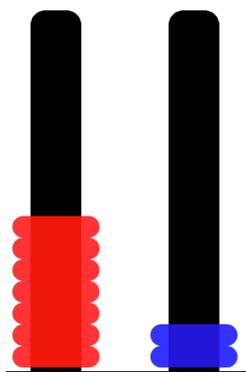
Figura 4 – *Ábaco dos Inteiros*



Fonte: <http://www.mundojogos.com.br/abaco>, 2019.
 Acesso: nov., 2019.

Represente o número $+2$ colocando duas fichas azuis na haste positiva e acrescente o número -2 , colocando duas fichas vermelhas na haste negativa do Ábaco dos Inteiros, para não alterar o valor representado anteriormente.

Figura 5 – Ábaco dos Inteiros

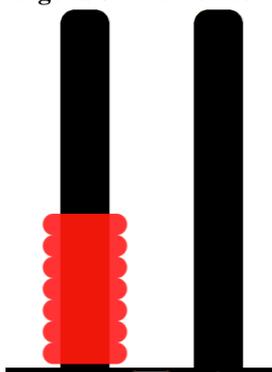


Fonte: <http://www.mundojogos.com.br/abaco>, 2019.
Acesso: nov., 2019

Retire o número $+2$, isto é, as duas fichas azuis que foram colocadas na haste positiva do Ábaco dos Inteiros.

Resultado: (Fichas que permaneceram em uma das hastes): Sete fichas vermelhas, que representam o número -7 .

Figura 6 – Ábaco dos Inteiros



Fonte: <http://www.mundojogos.com.br/abaco>, 2019.
Acesso: nov., 2019.

A seguir, transcrevemos o excerto ocorrido na sala antes que as duplas iniciassem o preenchimento da Tabela 5:

Professora/Pesquisadora: Nós vamos representar o número, aí eu pedi na tabela pra retirar, depois que você retirar, o que sobrar na haste é o resultado. Represente pra mim -5 , como eu represento?

Lydia: Coloca cinco fichas vermelhas na haste negativa.

Professora/Pesquisadora: Agora está pedindo pra vocês retirarem $+2$.

Nilton: Ah agora eu não sei, porque não dá pra você tirar $+2$.

José: Eu acho que seria igual saldo de pontos, você teria que tirar normal. A gente teria que tirar 2.

Professora/Pesquisadora: Mas você tá tirando da haste negativa. Tem que tirar duas fichas positivas.

José: Ah tá.

Lydia: É só colocar 2, aí você vai tirar elas.

Professora/Pesquisadora: Tá no caminho bom.

Lydia: Aí você coloca 2 fichas azuis, tira elas e tira 2 negativas.

Professora/Pesquisadora: É quase isso. Quando vocês estavam lá no saldo do jogo, quando vocês tiravam uma vermelha vocês tiravam uma azul, não era isso?

Nilton: Sim.

Lydia: Exatamente.

Professora/Pesquisadora: Mas agora vocês acrescentaram 2 fichas azuis, então o que a gente tem que fazer?

José, Lydia: Retirar 2 vermelhas.

Professora/Pesquisadora: Vamos lá de novo. Lá no jogo para vocês representarem o saldo, vocês tinham que tirar 1 vermelha e retirar 1 azul, não era isso? Aqui vocês estão acrescentando 2 fichas, o que vocês têm que fazer com as vermelhas?

Victor: Acrescentar 2 fichas vermelhas.

Julia: Eu não entendi!

Professora/Pesquisadora: Olha só, eu vou fazer aqui na frente. Coloquei 5 fichas negativas, só que agora eu quero retirar 2 positivas, eu tenho alguma ficha positiva aqui?

Verônica: Não.

Professora/Pesquisadora: O que a Lydia deu a ideia, vamos colocar 2 fichas positivas, coloquei. Só que eu posso colocar aqui na positiva e não colocar nada na haste negativa?

Lydia: Não.

Professora: O que eu tenho que fazer?

Lydia: Colocar 2 negativas.

Professora/Pesquisadora: Porque quando eu acrescento 2 positivas e 2 negativas, o que eu tô acrescentando na verdade?

Lydia: Nada.

Professora/Pesquisadora: Então, se pedir pra vocês retirarem fichas na haste que vocês não têm, vocês vão fazer dessa forma. A mesma quantidade que vocês acrescentarem em uma haste vocês vão acrescentar na outra. (trecho de aula em 1 abr.2019)

No diálogo apresentado anteriormente, expus para os estudantes, um exemplo de operação que deveria ser efetuada na Tabela 5. Por meio desse exemplo, a minha intenção era a de desafiá-los a resolver operações diferentes das que foram realizadas com o uso do Ábaco dos Inteiros na Atividade 2.

Podemos observar que alguns estudantes expressaram suas ideias e pensamentos, relatando como achavam que poderia ser resolvida essa operação proposta. Baseada nas possibilidades apresentadas por eles, procurei examiná-las e reformulá-las, a fim de que pudéssemos explicar a utilização do Ábaco dos Inteiros para solucionar as operações de subtração apresentadas na Tabela 5.

No Quadro 32, apresentamos os registros efetuados pelas duplas no preenchimento da Tabela 5, classificados com base nas respostas obtidas na coluna “Operação”, analisando a representação da operação de subtração de números inteiros feita pelos estudantes.

Quadro 32 – Respostas apresentadas no preenchimento da coluna “Operação” da Tabela 5.

Tipos de respostas	Quantidade de duplas	Exemplos de respostas
Representou todas as subtrações, colocando o subtraendo entre parênteses.	1	<p style="text-align: right;"><i>Fernanda e Alan.</i></p>
Representou todas as subtrações como a adição do minuendo ao oposto do subtraendo.	1	<p style="text-align: right;"><i>José e Roberto.</i></p>
Representou todas as subtrações, sem colocar o subtraendo entre parênteses.	5	<p style="text-align: right;"><i>Lydia e Rodrigo.</i></p>
Representou todas as subtrações, considerando o sinal do subtraendo como sinal da operação.	7	<p style="text-align: right;"><i>Maria e Teodoro.</i></p>

Fonte: Elaborado pela pesquisadora, 2019.

Esperávamos que as duplas representassem a operação, indicando dois sinais de “menos” seguidos, como efetuado por cinco duplas. Ao fazerem essa representação, os estudantes apontam compreender a necessidade de utilizar um sinal para representar a operação, e um sinal para especificar se o número é positivo ou negativo.

No entanto, sete duplas consideraram o sinal do subtraendo como sinal da operação. Como já relatamos, a utilização de um mesmo sinal, para representar a operação e para indicar o estado do número, pode gerar dificuldades na representação formal dessa operação pelos estudantes.

A dupla que representou a subtração colocando o subtraendo entre parênteses, provavelmente já havia visto essa representação em outro momento, pois não foi dito, na sala de aula, que era necessário separar os sinais da operação e dos números, utilizando parênteses.

Uma dupla representou a operação de subtração como adição do minuendo ao oposto do subtraendo. Provavelmente, a dupla concluiu isso, observando a haste no Ábaco dos Inteiros que representava o resultado da operação.

Para analisarmos as respostas dadas pelas duplas como resultado das operações propostas na Tabela 5, optamos por agrupar as operações de subtração de acordo com os sinais do minuendo e do subtraendo. Assim, organizamos quatro quadros que serão apresentados a seguir, bem como a análise dos resultados exibidos em cada um dos quadros.

Apresentamos a resposta indicada pelas duplas para a subtração em que o minuendo e o subtraendo são positivos:

Quadro 33 – Respostas apresentadas pelas duplas, referentes à subtração em que o minuendo e o subtraendo são positivos.

Operação	Respostas	Quantidade de duplas	Possível representação no Ábaco dos Inteiros
Item 1 $+6 - (+3) =$	+3 (Correta)	14	<ul style="list-style-type: none"> • Representou seis fichas positivas; • Retirou três fichas positivas; • Obteve, como resultado, três fichas positivas.

Fonte: Elaborado pela pesquisadora, 2019.

Observamos, no Quadro 33, que todas as duplas responderam, corretamente, a operação que apresentava o minuendo e o subtraendo positivos. De acordo com Borba (1998), os estudantes demonstram bom desempenho na resolução das operações de subtração que envolvem apenas os números naturais, pois, conforme já relatamos, eles reconhecem que os números positivos correspondem aos números naturais, até então, abordados nos anos anteriores.

Com relação ao uso do Ábaco dos Inteiros, podemos considerar que a representação da subtração com números positivos não gerou dificuldades para os estudantes, uma vez que utilizaram somente a haste positiva para obter o resultado esperado.

A seguir, apresentamos as respostas indicadas pelas duplas para as subtrações em que o minuendo é negativo e o subtraendo é positivo:

Quadro 34 – Respostas apresentadas pelas duplas, referentes à subtração em que o minuendo é negativo e o subtraendo é positivo

Operação	Respostas	Quantidade de duplas	Possível representação no Ábaco dos Inteiros
Item 2 $-5 - (+2) =$	-7 (Correta)	13	<ul style="list-style-type: none"> • Representou cinco fichas negativas; • Representou duas fichas positivas; • Acrescentou duas fichas negativas; • Retirou as duas fichas positivas; • Obteve, como resultado, sete fichas negativas.
	-3	01	<ul style="list-style-type: none"> • Representou cinco fichas negativas; • Retirou duas fichas negativas; • Obteve como resultado três fichas negativas.
Item 3 $-6 - (+4) =$	-10 (Correta)	12	<ul style="list-style-type: none"> • Representou seis fichas negativas; • Representou quatro fichas positivas; • Acrescentou quatro fichas negativas; • Retirou as quatro fichas positivas; • Obteve, como resultado, dez fichas negativas.
	-2	2	<ul style="list-style-type: none"> • Representou seis fichas negativas; • Retirou quatro fichas negativas; • Obteve, como resultado, duas fichas negativas.
Item 4 $-5 - (+5) =$	-10 (Correta)	9	<ul style="list-style-type: none"> • Representou cinco fichas negativas; • Representou cinco fichas positivas; • Acrescentou cinco fichas negativas; • Retirou as cinco fichas positivas; • Obteve, como resultado, dez fichas negativas.
	-5	3	<ul style="list-style-type: none"> • Representou cinco fichas negativas; • Representou cinco fichas positivas; • Retirou as cinco fichas positivas; • Obteve, como resultado, cinco fichas negativas.
	+5	1	<ul style="list-style-type: none"> • Representou cinco fichas negativas; • Representou cinco fichas positivas; • Retirou as cinco fichas negativas; • Obteve, como resultado, cinco fichas positivas.
	0	1	<ul style="list-style-type: none"> • Representou cinco fichas negativas; • Representou cinco fichas positivas; • Retirou a mesma quantidade de fichas positivas e negativas; • Obteve as hastes vazias, isto é, resultado zero.

Fonte: Elaborado pela pesquisadora, 2019.

Observamos, nos resultados apresentados no Quadro 34, que a maioria das duplas conseguiu desenvolver a subtração com minuendo negativo e subtraendo positivo e obter o resultado correto. O exemplo efetuado, no início da Tarefa 2, pode ter contribuído para o desempenho dos estudantes, bem como o uso do Ábaco dos Inteiros para a resolução dessas subtrações. A maioria dos resultados incorretos, obtidos nessas operações, eram esperados, uma vez que a representação das operações no Ábaco dos Inteiros pode ter gerado algumas dúvidas para os estudantes.

Se o estudante tivesse resolvido essas operações sem o uso do material, isto é, utilizando uma regra, Borba (1998) afirma que:

nesse caso deve-se inverter o sinal do segundo número e também a operação, procedendo-se assim a uma adição. Esses passos podem ocasionar muitas confusões como, por exemplo, na determinação de qual dos dois números deve ter o seu sinal invertido” (BORBA, 1998, p. 144).

Ressaltamos que, na última operação apresentada no Quadro 34, “ $-5 - (+5)$ ”, não esperávamos, como respostas, os números $+5$ e -5 ; esses resultados, provavelmente, foram obtidos devido à representação da operação no Ábaco dos Inteiros.

A seguir, apresentamos as respostas indicadas pelas duplas para a subtração em que o minuendo era positivo e o subtraendo era negativo:

Quadro 35 – Respostas apresentadas pelas duplas, referentes à subtração em que o minuendo era positivo e o subtraendo era negativo

Operação	Respostas	Quantidade de duplas	Possível representação no Ábaco dos Inteiros
Item 5 $+3 - (-5) =$	+8 (Correta)	8	<ul style="list-style-type: none"> • Representou três fichas positivas; • Representou cinco fichas negativas; • Acrescentou cinco fichas positivas; • Retirou as cinco fichas negativas; • Obteve, como resultado, oito fichas positivas.
	-2	4	<ul style="list-style-type: none"> • Representou cinco fichas negativas; • Retirou três fichas negativas; • Obteve, como resultado, duas fichas negativas.
	-8	1	<ul style="list-style-type: none"> • Representou cinco fichas negativas; • Acrescentou três fichas negativas; • Obteve, como resultado, oito fichas negativas.
	+5	1	<ul style="list-style-type: none"> • Representou três fichas positivas; • Representou cinco fichas negativas; • Acrescentou duas fichas positivas; • Retirou as cinco fichas negativas; • Obteve, como resultado, cinco fichas positivas.
Item 6 $+7 - (-3) =$	+10 (Correta)	7	<ul style="list-style-type: none"> • Representou sete fichas positivas; • Representou três fichas negativas; • Acrescentou três fichas positivas; • Retirou as três fichas negativas; • Obteve, como resultado, dez fichas positivas.
	+4	4	<ul style="list-style-type: none"> • Representou sete fichas positivas; • Retirou três fichas positivas; • Obteve, como resultado, quatro fichas positivas.
	+7	2	<ul style="list-style-type: none"> • Representou sete fichas positivas; • Representou três fichas negativas; • Retirou as três fichas negativas; • Obteve, como resultado, sete fichas positivas.
	-4	1	<ul style="list-style-type: none"> • Representou sete fichas negativas; • Retirou as três fichas negativas; • Obteve, como resultado, quatro fichas negativas.

Fonte: Elaborado pela pesquisadora, 2019.

Podemos analisar o Quadro 35 de forma semelhante ao Quadro 34, que, também, apresentou as operações de subtração com sinais diferentes, porém, com minuendo negativo e subtraendo positivo.

Os erros cometidos pelos estudantes, nas operações expostas no Quadro 35, podem ter sido decorrentes da dificuldade dos estudantes em representá-las no Ábaco dos Inteiros, visto que, alguns resultados, obtidos por eles, não eram esperados como respostas. Reafirmamos que, se o estudante não tivesse utilizado o material, provavelmente esses erros cometidos poderiam ser decorrentes da dificuldade em determinar qual dos dois números deveria ter o sinal invertido (BORBA, 1998).

A seguir, apresentamos as respostas indicadas pelas duplas para as subtrações em que o minuendo e o subtraendo eram negativos.

Quadro 36 – Respostas apresentadas pelas duplas, referentes à subtração em que o minuendo e o subtraendo eram negativos

Operação	Respostas	Quantidade de duplas	Possível representação no Ábaco dos Inteiros
Item 7 $-2 - (-1) =$	-1 (Correta)	14	<ul style="list-style-type: none"> • Representou duas fichas negativas; • Retirou uma ficha negativa; • Obteve, como resultado, uma ficha negativa.
Item 8 $-4 - (-2) =$	-2 (Correta)	13	<ul style="list-style-type: none"> • Representou quatro fichas negativas; • Retirou duas fichas negativas; • Obteve, como resultado, duas fichas negativas.
	-6	1	<ul style="list-style-type: none"> • Representou quatro fichas negativas; • Acrescentou duas fichas negativas; • Obteve, como resultado, seis fichas negativas.
Item 9 $-3 - (-4) =$	+1 (Correta)	7	<ul style="list-style-type: none"> • Representou três fichas negativas; • Acrescentou uma ficha negativa; • Representou uma ficha positiva; • Retirou as quatro fichas negativas; • Obteve, como resultado, uma ficha positiva.
	-1	4	<ul style="list-style-type: none"> • Representou quatro fichas negativas; • Retirou três fichas negativas; • Obteve, como resultado, uma ficha negativa.
	-7	3	<ul style="list-style-type: none"> • Representou três fichas negativas; • Acrescentou quatro fichas negativas; • Obteve, como resultado, sete fichas negativas.

Fonte: Elaborado pela pesquisadora, 2019.

Analisamos, no Quadro 36, que nas operações em que o minuendo e o subtraendo eram números negativos, o desempenho dos estudantes foi melhor quando a operação apresentou o minuendo “maior em módulo” que o subtraendo, isto é, quando era para resolver a operação usando, somente, a haste negativa (itens 7 e 8).

Na última operação apresentada no Quadro 36, o minuendo é menor em módulo que o subtraendo “ $-3 - (-4)$ ”, nesse caso, os erros cometidos pelos estudantes podem ter sido decorrentes da dificuldade em representar essa operação no Ábaco dos Inteiros. Se o estudante tivesse resolvido essa operação sem o uso do material, Borba (1998) destaca que:

Nas expressões do tipo $(-a) - (-b)$, há uma distância muito grande entre a representação matemática e a representação psicológica do problema pela criança. A subtração possui como significado mais natural a retirada e, embora possua outros significados, esse primeiro é também o mais enfatizado na escola, o que dificulta o desenvolvimento da compreensão de que outros significados podem ser atribuídos a essa operação como, por exemplo, o de inversão de uma adição (BORBA, 1998, p. 143).

Na aula do dia 03 de abril, os estudantes continuaram a Tarefa 2. Eles receberam, em uma folha impressa, três itens cujo objetivo era a discussão e a exploração das diferentes situações que ocorreram durante a resolução das operações de subtração, propostas na Tabela 5.

No item *a*, os estudantes deveriam registrar as estratégias que utilizaram para representar, no Ábaco dos Inteiros, as operações realizadas na Tabela 5.

a) Quais estratégias vocês utilizaram para representar as operações da Tabela no Ábaco dos Inteiros?

*“Quando era $+7 - 3$, por exemplo, acrescentamos $+3$ no $+7$ e $7 + 3 = +10$.”
(José e Roberto na sala de aula em 3 abr.2019)*

A maioria das duplas, ao responderem o item *a*, usaram, como exemplos, as operações da Tabela 5. Possivelmente, a explicação dada no início da Tarefa 2 pode ter contribuído para que os estudantes respondessem a esse item.

No item *b*, os estudantes deveriam explicar por que o resultado da operação $-2 - 5$ é diferente do resultado da operação $-2 - (-5)$.

b) Explique por que $-2 - 5 = -7$ e por que $-2 - (-5) = +3$. Como vocês representaram essas operações no Ábaco dos Inteiros?

“Porque eu estou apenas acrescentando a ficha, nesse caso só vamos aumentar o tanto de fichas na haste indicada. Porque se você tem dois menos não dá pra tirar -5 então acrescentamos as fichas positivas que vai dar $+3$. Colocando as fichas de acordo com o que foi pedido”. (Lydia e Rodrigo, na sala de aula em 3 abr.2019)

No item *b*, provavelmente os estudantes representaram essas operações no Ábaco dos Inteiros para justificarem a resposta. A resolução das operações propostas na Tabela 5 e a

explicação efetuada no início da Tarefa 2, podem ter contribuído para que os estudantes conseguissem explicar o resultado das duas operações apresentadas no item *b*.

No entanto, não podemos afirmar que os estudantes conseguiram compreender que a operação " $-2 - 5$ " pode ser entendida como uma adição, e nem que a resolução da subtração " $-2 - (-5)$ " pode ser entendida como inversa à adição (TEIXEIRA, 1993).

No item *c*, as duplas deveriam utilizar o Ábaco dos Inteiros para explorarem o que acontece quando retiramos uma quantidade negativa de uma certa quantidade. A intenção, com esse item, era que eles observassem o que pode ocorrer na subtração de dois números inteiros, quando o subtraendo for negativo.

c) Represente no Ábaco dos Inteiros e relate as suas conclusões da seguinte situação abaixo:
“Tenho certa quantidade, o que acontece se eu retirar dela uma quantidade negativa?”

No Quadro 37, apresentamos uma síntese das respostas dos estudantes, referente ao item *c*.

Quadro 37 – Respostas apresentadas na Questão 1, item *c*.

Tipos de respostas	Quantidade de duplas	Exemplos de respostas
A quantidade aumenta. (Correta)	6	“Temos 4 fichas positivas, colocamos uma ficha negativa, com isso acrescentamos mais 1 ficha positiva e retiramos a que estava no negativo. Então, ficamos com o resultado +5. E a quantidade de fichas ficou maior do que já havia antes”. <i>Luana e Nilton</i>
A quantidade diminui.	5	“Irá reduzir a quantidade”. <i>Camila e André</i>
Depende do valor que será retirado.	3	“Depende do número que tinha antes. Se ele fosse baixo teria grande chance de ter um número negativo”. <i>Davi e Fábio</i>

Fonte: Extraído do material escrito pelas duplas, 2019.

No Quadro 37, observamos que a maioria das duplas não conseguiu obter a conclusão correta a respeito da situação apresentada no item *c*. Provavelmente, a representação de algumas operações no Ábaco dos Inteiros não foi compreendida por esses estudantes.

As dificuldades que alguns estudantes apresentam, para resolverem a subtração de números inteiros, “podem ser justificadas pelas diferentes estratégias de resolução que essa operação oferece ou pelos diferentes significados que pode assumir.” (1998, p. 145). No entanto, nessa Tarefa 2, o uso do Ábaco dos Inteiros também pode ter contribuído para dificultar a resolução de algumas operações pelos estudantes.

4.2.3. Discussão e Sistematização da Atividade 2

A discussão e sistematização da Atividade 2, bem como a Autoavaliação foram realizadas no dia 05 de abril, no segundo horário de aula, com a presença de 29 estudantes.

Discutimos a respeito da operação de adição que foi introduzida na Tarefa 1, por meio do jogo “Dados dos Inteiros”, conforme mostramos no excerto a seguir:

Professora/Pesquisadora: *Quais operações que a gente fez usando o jogo?*

Nilton: *Mais e menos.*

Verônica: *Positivo e negativo.*

Professora/Pesquisadora: *Como que a gente fazia, a gente jogava o dado positivo...*

Lydia: *Aí colocava no positivo, jogava o negativo e colocava no negativo.*

Professora/Pesquisadora: *E depois?*

Lydia: *Somava os dois.*

Professora/Pesquisadora: *Então era somar ou subtrair?*

Sala: *Somar... Subtrair.*

José: *Ô professora, por exemplo, tenho mais fichas vermelhas negativas e menos fichas positivas eu somo, tem que somar as positivas nas negativas e retirar, por exemplo, eu tenho 5 positivas e 9 negativas, eu ia tirar 5 negativas e deixar 4 negativas.*

Professora/Pesquisadora: *Escreve no quadro...*

José: *Eu não sei escrever professora... (Representou o ábaco o quadro) Aqui eu tenho 5 e aqui eu tenho 9, aí daqui eu vou ter que tirar daqui, por exemplo, aqui é o mais e aqui é o menos, aí eu venho cá e somo pra tirar 5, aí eu tiro essa parte aqui ó, aí fica 4 negativos.*

Aí fica o seguinte: (Armou a conta) Eu sei que o 9 é negativo e o 5 é positivo, aí eu venho aqui e somo, eu faço uma soma do negativo, aí pra deixar o negativo positivo, eu tenho que somar os números, aí eu não sei explicar professora. Acho que é melhor eu explicar assim (desenhou a reta numérica na vertical). Por exemplo, aqui eu tenho até -5 e eu quero tirar, por exemplo, eu tenho 4 aqui, aí eu venho cá, eu tenho que tirar 4, eu tenho que deixar o número mais próximo do 0 ou do positivo, ou seja, eu tenho que vir cá (nos números negativos) e somar 4, porque o 5 é negativo, ele é tipo do submundo, aí por exemplo, vou tirar isso aqui, aí sobra 1 negativo.

Professora/Pesquisadora: *O que a gente percebe quando o número negativo for maior (em módulo) que o positivo, como vai ser o resultado?*

Lydia: *Negativo.*

Sthefany: *Se você tivesse um número maior de negativo, o resultado seria negativo, se você tivesse um número maior de positivo você teria o resultado positivo e se você tivesse número igual de negativo e positivo o número vai ser 0. (trecho da aula em 5 abr.2019)*

Possibilitei, aos estudantes, a oportunidade de explicarem o que entenderam e observaram nas operações de adição de números inteiros, realizadas por eles durante a Tarefa 1. A intenção, com esse diálogo, era que os estudantes examinassem as ideias que foram percebidas durante a Tarefa 1, para que, de forma colaborativa, pudessem reconhecer os padrões que podem ocorrer na adição de números inteiros.

Para sistematizar a operação de subtração de números inteiros, optei por explicar aos estudantes que a representação efetuada, por eles, no Ábaco dos Inteiros, poderia ser entendida

como a adição do “minuendo” ao oposto do “subtraendo”. Propus que testassem algumas subtrações de números inteiros no Ábaco dos Inteiros, aplicando essa ideia.

Por fim, entreguei, aos estudantes, uma folha impressa contendo quatro itens, para que eles pudessem avaliar o próprio desempenho nas aulas direcionadas a essas duas atividades, e registrar a opinião deles com relação à proposta didática, realizada na sala de aula no decorrer dessas 12 aulas.

Apresentamos, a seguir, os itens referentes à Autoavaliação:

Quadro 38 – Itens propostos na Autoavaliação

- 1) Você acha que o Ábaco dos Inteiros e o Jogo “Dados dos Inteiros” facilitaram o seu aprendizado nas operações com os números positivos e negativos? Justifique sua resposta.
- 2) Escrever sobre o que você pensou ou discutiu com os seus colegas nos grupos, contribuiu para o seu aprendizado dos números positivos e negativos? Justifique sua resposta.
- 3) Escreva o que você gostou e o que você não gostou nas aulas que desenvolvemos durante o aprendizado dos números positivos e negativos.
- 4) Avalie como foi a sua participação durante as aulas.

Fonte: Elaborado pela pesquisadora, 2019.

No Quadro 39, apresentamos algumas respostas apresentadas pelos estudantes, referentes à Autoavaliação:

Quadro 39 – Respostas apresentadas na Autoavaliação.

Item a ser respondido	Respostas	Quantidade de estudantes	Justificativas
1) Você acha que o Ábaco dos Inteiros e o Jogo “Dados dos Inteiros” facilitaram o seu aprendizado nas operações com os números positivos e negativos? Justifique sua resposta.	Sim.	28	“Porque as contas ficam mais fáceis de serem feitas.” <i>Juliana</i>
	Não.	1	“Porque eu não sou bom de matemática.” <i>Teodoro</i>
2) Escrever sobre o que você pensou, ou discutiu com os seus colegas nos grupos, contribuiu para o seu aprendizado dos números positivos e negativos? Justifique sua resposta.	Sim.	27	“Pois quando eu escrevo eu tenho que pensar a fundo sobre o assunto senão eu vou acabar escrevendo respostas incompletas.” <i>Alan</i>
	Não.	2	“Meu grupo discutia toda a hora ou passava a maioria do tempo falando de assuntos paralelos.” <i>Juliana</i>

3) Escreva o que você gostou e o que você não gostou nas aulas que desenvolvemos durante o aprendizado dos números positivos e negativos.			<i>“Eu gostei da parte de fazer grupos e quando fizemos o jogo do dado. Eu não gostei da parte individual.”</i> Luís
4) Avalie como foi a sua participação durante as aulas.	Boa/Muito Boa/ Ótima	23	<i>“Eu dei o meu melhor em cada atividade, eu posso ter até errado, mas tentei e fiz o possível para acertar.”</i> Fernanda
	Regular/Ruim	6	<i>“A minha participação não foi muito boa, porque eu tenho muita vergonha.”</i> Mônica

Fonte: Elaborado pela pesquisadora, 2019.

Observamos, nas autoavaliações, indícios de que a maioria dos estudantes avaliou o Ábaco dos Inteiros como um facilitador para a realização das operações de adição e subtração de números inteiros.

No entanto, um estudante afirmou que o Ábaco dos Inteiros não o ajudou a resolver as operações, porque, segundo ele, “não é bom em matemática”. O estudante pode ter feito tal afirmativa por não conseguir obter, em muitos casos, resultados corretos nas atividades de matemática. Possivelmente, está relacionando o seu desempenho ao procedimento de avaliação que pode ocorrer nas aulas, no qual as atividades são corrigidas como “certas” ou “erradas”, sem considerar os argumentos ou critérios utilizados para a resolução da atividade.

De acordo com Alrø e Skovsmose (2010), “antes mesmo de ter experimentado aulas de matemática por si próprias, as crianças já demonstram uma compreensão de que errar e corrigir são parte integrante da Educação Matemática.” (2010, p. 21).

Grande parte dos estudantes avaliou que o processo de escrita realizado nas atividades contribuiu para o seu aprendizado de números inteiros. Porém, dois estudantes afirmaram que as conversas paralelas, principalmente, nos grupos, prejudicaram o processo de construção dos registros escritos e não colaboraram para a aprendizagem dos números inteiros.

De acordo com Lopes e Nacarato (2009), o processo de escrita é uma forma de organização das ideias e de reflexão sobre o que foi aprendido. Nesse sentido, esses estudantes podem não ter conseguido refletir sobre o que aprenderam para realizar os registros, devido ao barulho em alguns momentos na sala de aula.

Vários estudantes afirmaram ter apreciado as atividades realizadas em sala de aula no decorrer dessa proposta, principalmente, a realização dos registros pictóricos, das tarefas em grupos, e do jogo “Dados dos Inteiros”. Buscamos proporcionar, nas atividades, a participação e o envolvimento dos estudantes, o que pode ter contribuído para que eles apreciassem as tarefas propostas.

A maioria dos estudantes avaliou, de forma positiva, a participação deles nas atividades. Por exemplo, a aluna Fernanda destacou que “fez o possível para obter resultados corretos nas atividades”. Observamos, novamente, que os estudantes, em muitos casos, associam o processo de ensino-aprendizagem de matemática à resolução de atividades que possam ser corrigidas como “certas” ou “erradas”. Além disso, esforçam-se para “adivinhar o que o professor tem em mente” (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010).

Seis estudantes avaliaram a participação deles, nas aulas, como regular ou ruim. Entre esses, quatro destacaram que não participaram efetivamente das discussões orais. Por exemplo, a estudante Mônica afirmou que a “timidez” prejudicou a sua participação nas aulas.

Alrø e Skovsmose (2010) afirmam que no processo de comunicação,

estudantes que se expressam com interesse e desenvoltura podem ser favorecidos em detrimento de outros, por exemplo, aqueles que são mais empenhados, mas ficam calados, e terminam por desenvolver seu interesse pela Matemática em isolamento (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010, p. 75).

Os outros dois estudantes avaliaram a participação como regular, pois, segundo eles, no decorrer de algumas tarefas, conversaram sobre diversos assuntos que não faziam parte do contexto da aula, o que prejudicou o envolvimento deles nas atividades.

Após analisarmos as atividades, bem como tecermos algumas observações referentes à autoavaliação realizada pelos estudantes, avaliamos, a seguir, a proposta didática aplicada nesta pesquisa, retomando as características evidenciadas no início deste capítulo.

4.3. Potencialidades e Limites da Proposta Didática

Para apresentarmos a análise das atividades propostas nessa pesquisa, buscamos observar algumas características que foram expostas no início dessa análise. São elas:

- as contribuições dos contextos escolhidos para a introdução do conceito de números inteiros;
- a influência da comunicação no processo de aprendizagem do conceito e das operações de adição e subtração de números inteiros;
- as potencialidades do Ábaco dos Inteiros na introdução das operações de adição e subtração de números inteiros.

Ao retomarmos essas características, pretendemos analisar a contribuição das atividades contextualizadas e do Ábaco dos Inteiros para a compreensão, pelos estudantes, dos números

inteiros e das operações de adição e subtração e analisar alguns aspectos da relação da comunicação oral e escrita com o processo de ensino-aprendizagem do conceito e das operações com números inteiros. Além disso, buscamos refletir sobre a seguinte questão: *Quais as potencialidades e limitações das atividades contextualizadas e do Ábaco dos Inteiros para introduzir números inteiros e as operações de adição e subtração no 7º ano?*

Avaliando as contribuições dos contextos escolhidos para a introdução do conceito de números inteiros, observamos que grande parte dos estudantes, embora demonstrassem interesse por futebol, não conheciam o contexto saldo de gols, principalmente, a Tabela 1 “Campeonato Mineiro de Futebol”, o que pode ter dificultado algumas explorações propostas com o uso da Tabela 1 na Tarefa 1.

O contexto de temperaturas se mostrou mais familiar para os estudantes, apesar de não vivenciarem grandes variações de temperaturas na cidade onde moram. Contrariando a afirmativa apresentada por Borba (1998) que:

o contexto de temperaturas não parece muito indicado para auxiliar a compreensão de números relativos num país tropical, como o nosso, onde as variações de temperatura não são muito grandes e onde raramente, e em apenas algumas regiões, chegam a valores abaixo de zero (BORBA, 1998, p. 148).

No entanto, concordamos com a autora ao afirmar que a exploração, pelos estudantes, de diferentes contextos pode auxiliá-los na compreensão do conceito dos números inteiros, pois a exploração dos números inteiros, em diferentes situações, evita “a conceituação de que esse campo numérico restringe-se apenas ao contexto trabalhado.” (1998, p. 149). Entretanto, não podemos afirmar que os estudantes transferiram os conhecimentos aprendidos em um contexto para outro diferente.

Observamos, na Atividade 1, que a maioria dos estudantes conseguiu concluir as tarefas, mesmo que não tenham atingido o “resultado desejado”, confirmando a afirmativa apresentada por Ponte (2014) de que as atividades contextualizadas podem ser mais acessíveis aos estudantes, por apresentarem situações vivenciadas no cotidiano deles.

Ponte (2014) destaca também que os estudantes podem realizar tarefas, mesmo que o professor não tenha ensinado a eles, como resolvê-las, pois, têm conhecimentos prévios que podem ser mobilizados nas aulas de matemática (PONTE, 2014). Consideramos que as atividades contextualizadas, da forma como foram planejadas e conduzidas, contribuíram para que os estudantes mobilizassem os diversos conhecimentos construídos por eles, dentro e fora da escola, para realizarem as tarefas.

Nas atividades propostas durante a pesquisa, procuramos possibilitar, aos estudantes, a realização de registros escritos, como também, diálogos que visassem à aprendizagem. Nesse sentido, a influência da comunicação pode ser observada durante todo o processo de aprendizagem do conceito e das operações de adição e subtração de números inteiros.

Concordamos com Lopes e Nacarato (2009) ao afirmarem que os registros podem ser uma boa estratégia para se ensinar matemática. Observamos que a escrita – realizada pelos estudantes no decorrer da proposta didática – contribuiu para que a maioria deles expusesse suas ideias, as estratégias utilizadas, suas justificativas e opiniões.

Segundo Nacarato, Mengali e Passos (2001), além de contribuir para a aprendizagem dos estudantes, os registros podem proporcionar ao professor “acompanhar o processo de aprendizagem e a evolução do aluno.” (2001, p. 62).

Assim como as autoras afirmaram, os registros nos possibilitaram observar que, à medida que os estudantes desenvolviam as tarefas, grande parte deles demonstrava compreender a simbologia matemática para os números inteiros, a ordenação na reta numérica, a comparação de números inteiros nos contextos escolhidos, bem como os procedimentos utilizados para resolverem alguns casos de adição e subtração com o uso do Ábaco dos Inteiros.

Os registros pictóricos também contribuíram para o processo de aprendizagem do conceito de números inteiros, pois observei que, durante o momento dedicado à criação desses registros, a maioria dos estudantes se aproximou ainda mais do contexto de temperaturas. Além disso, foi um momento agradável para a maioria dos estudantes, que demonstraram, por diversas vezes em sala de aula, o prazer por desenhar.

Para Nacarato, Mengali e Passos (2001), o processo de escrita nas aulas de matemática, pode ser aprimorado à medida que o professor intervém, trabalhando, continuamente, a escrita e reescrita dos registros produzidos pelos estudantes. Apesar de concordarmos com as autoras, não foi possível fazer a devolutiva aos estudantes, referente aos registros produzidos por eles, devido ao tempo planejado para esta proposta didática.

A comunicação oral foi analisada no decorrer de toda proposta didática. Observamos que, inicialmente, predominava, em sala de aula, o “jogo-de-perguntas” e a “adivinhação”, já que o ambiente, no qual os estudantes estavam habituados em sala de aula, era caracterizado por esses elementos.

Embora esse padrão de comunicação não tenha sido abandonado durante a proposta didática, à medida que as atividades eram desenvolvidas, notamos o surgimento de novas características no processo de comunicação, principalmente, o posicionamento dos estudantes,

observado nos momentos em que eles relatavam o que pensavam, sem necessitar da minha aprovação ou correção.

Observamos que a comunicação oral pode ter influenciado, de forma positiva, no processo de aprendizagem do conceito e das operações de números inteiros, para alguns estudantes. Principalmente, para aqueles que aceitaram o *convite* para participar das atividades, expuseram ideias e procuraram ouvir a opinião dos outros colegas, construindo o conhecimento de forma cooperativa.

No entanto, concordamos com Alrø e Skovsmose (2010) ao afirmarem que alguns estudantes podem ser menos favorecidos no processo de comunicação, por preferirem não expor suas sugestões, por medo de errar em público e, com isso decepcionar o professor ou ser julgado pelos colegas de sala.

Para introduzir as operações de adição de números inteiros, a utilização do Ábaco dos Inteiros, como material de apoio, mostrou-se adequada. A maioria dos estudantes conseguiu resolver as operações de adição, propostas por meio do jogo “Dados dos Inteiros”, apontando compreender o procedimento necessário para realizar os cálculos com o uso do material. Além disso, o Ábaco dos Inteiros pode ter auxiliado alguns grupos na constatação das diferentes situações que, possivelmente, ocorrem, referentes aos resultados da adição de números inteiros.

No entanto, para introduzir as operações de subtração de números inteiros, avaliamos que o Ábaco dos Inteiros pode apresentar algumas limitações relacionadas à representação da subtração. Observamos que as dificuldades de representação, dessa operação, pelos estudantes, foram nas situações nas quais eles deveriam retirar fichas de uma haste que não as continha. Nesses casos, alguns estudantes criavam estratégias de representação da operação no Ábaco dos Inteiros e atingiam resultados que, possivelmente, não obteriam ao resolverem a subtração sem a utilização do material. Por exemplo, na operação $-5 - (+5)$, apresentada no Quadro 34, na qual dois estudantes identificaram, como resultado, os números $+5$ e -5 .

Essas limitações podem ter ocorrido devido à forma como foi conduzida a tarefa, sem uma explicação mais detalhada de como representar a operação no Ábaco dos Inteiros. Porém, desejávamos que os estudantes explorassem o material de forma autônoma e, com base nessas explorações, atingissem algumas conclusões relacionadas ao resultado da subtração.

Nesse sentido, avaliamos que o material foi adequado, pois, apesar de alguns estudantes não atingirem resultados corretos, os registros nos mostram que eles conseguiram observar, também, na subtração, as diferentes situações que podem ocorrer, referentes aos resultados da subtração de números inteiros.

Na sala de aula, por diversas vezes, nos deparamos com o limite “tempo”, que por questões burocráticas escolares, como por exemplo, cumprimento do planejamento anual, fechamento de diários e realização de atividades avaliativas, nos fazem tomar a decisão de dar continuidade ao conteúdo proposto para o ano escolar.

Nesse sentido, observamos que o tempo destinado para a realização da proposta didática, pode não ter sido suficiente para que alguns estudantes conseguissem alcançar os objetivos propostos nas atividades. No entanto, no decorrer das aulas que leciono, procuro retomar alguns conteúdos já abordados em sala de aula, que possam contribuir para o assunto apresentado naquele momento. Possivelmente, os números inteiros e as operações de adição e subtração, farão parte desses assuntos a serem retomados, nas aulas de matemática.

Avaliamos que a proposta didática possibilitou aos estudantes participarem, ativamente, do processo de aprendizagem, construindo o conhecimento de forma cooperativa, assumindo assim, um *novo papel* em sala de aula. Além disso, possibilitou-me o rompimento com o *paradigma do exercício*, vivenciando, em sala de aula, o que sempre almejei, desde o início da profissão: ensinar matemática, utilizando diferentes recursos didáticos.

Apresentamos, a seguir, o *recurso educacional*¹⁴ desenvolvido durante o processo de pesquisa.

¹⁴ Optamos, neste trabalho, por utilizar o termo *recurso educacional*.

5. RECURSO EDUCACIONAL

Conforme Zaidan, Ferreira e Kawasaki (2018) afirmam, “o trabalho final do mestrando consiste na apresentação de uma dissertação e um *produto educacional*.” (2018, p. 92). Segundo as autoras, há diversas possibilidades para a elaboração do *recurso educacional*, por exemplo, projeto de ação, plano de aulas, sequência didática, material didático manipulável, *site*, *kit*, *software* ou texto para formação. E o *recurso educacional* pode ser desenvolvido com base na proposta didática, aplicada pelo professor/pesquisador, no decorrer de sua pesquisa no mestrado profissional.

Inicialmente, a proposta didática é elaborada pelo mestrando com a colaboração de seus orientadores. A proposta é aplicada em sala de aula no decorrer do processo de formação do mestrado profissional. Durante e após a aplicação, o professor/pesquisador e seus orientadores podem avaliar a necessidade de modificar ou reelaborar a proposta didática, com o objetivo de aperfeiçoá-la, tendo por base o que foi observado em sala de aula durante a sua aplicação (Z Aidan; FERREIRA; KAWASAKI, 2018).

Nesse sentido, o *recurso educacional* que elaboramos, no decorrer desse processo de formação, é constituído pelas atividades que foram aplicadas durante a pesquisa de campo, com o objetivo de auxiliar o professor de matemática na introdução do conceito e das operações de adição e subtração de números inteiros.

Os principais fatores relevantes para esse *recurso educacional* são: oferecer ao professor, possibilidades de recursos didáticos, para introduzir os números inteiros e as operações de adição e subtração; proporcionar aulas mais dinâmicas e interativas; e favorecer a comunicação oral e escrita nas aulas de matemática.

No Caderno de Atividades “Contextualizando os Números Inteiros”, serão disponibilizadas as atividades que foram aplicadas no decorrer desta pesquisa. O objetivo desse caderno é oferecer, aos professores, um material de apoio, para introduzir o conceito de números inteiros por meio dos contextos “Saldos de Gols” e “Temperaturas”. E, também, introduzir as operações de adição e subtração de números inteiros com o uso do Ábaco dos Inteiros.

Apresentamos, no caderno, uma breve introdução da pesquisa e a justificativa para o uso de contextos e materiais manipulativos no ensino de números inteiros. Além disso, disponibilizamos os objetivos de cada atividade, os materiais utilizados em cada uma, sugestões para a organização da sala de aula, alguns exemplos de respostas realizadas pelos estudantes e sugestões do professor/ pesquisador, referentes à aplicação das atividades em sala de aula, bem

como, sugestões para a construção do Ábaco dos Inteiros e para sua utilização em formato virtual. O caderno será disponibilizado como “Apêndice” desta dissertação e, também, em formato impresso.

Além disso, optamos em oferecer, ao professor de matemática, o material físico necessário (*kit*) para o desenvolvimento do jogo “Dados dos Inteiros”. Preparamos uma caixa contendo o Ábaco dos Inteiros, confeccionado em madeira, as fichas azuis e vermelhas, dois dados (azul e vermelho), as instruções do jogo e as tabelas “Pontos por rodadas”, e “Classificação Final”. Conforme apresentamos a seguir:

Foto 15 – Materiais para o jogo



Fonte: Acervo próprio, 2019.

Foto 16 – Embalagem



Fonte: Acervo próprio, 2019.

Esperamos que este *recurso educacional* ofereça, aos professores de matemática, alternativas para abordar o ensino de números inteiros, e que possa proporcionar ao docente, experiências em sala de aula, que enriqueçam a sua prática e que favoreça a aprendizagem dos estudantes.

Por fim, apresentamos nossas considerações finais, como também, algumas reflexões referentes à experiência vivenciada no desenvolvimento deste trabalho.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

As dificuldades apresentadas, por alguns estudantes, em compreender determinados conteúdos matemáticos da forma como eu os ensinava, entre eles, os números inteiros, e as dificuldades quanto à aceitação desses números, por alguns matemáticos ao longo da história, direcionou-me a refletir sobre os possíveis recursos didáticos que poderiam contribuir para a compreensão, pelos estudantes, dos números inteiros e das operações de adição e subtração, atualmente.

Algumas orientações, propostas para o ensino de números inteiros, indicadas nos PCN, no CBC e na BNCC, como também, as pesquisas realizadas por Rute Elizabete de Souza Rosa Borba, Helle Alrø e Ole Skovsmose colaboraram para que escolhêssemos abordar esse conteúdo, por meio de atividades contextualizadas e com o uso do *Ábaco dos Inteiros*, além de permitir analisar aspectos da relação da comunicação oral e escrita com o processo de ensino-aprendizagem do conceito e das operações com números inteiros.

Diante disso, procurei refletir sobre a seguinte questão: *Quais as potencialidades e limitações das atividades contextualizadas e do Ábaco dos Inteiros para introduzir números inteiros e as operações de adição e subtração no 7º ano?*

Buscamos elaborar atividades que auxiliassem para investigarmos o conhecimento prévio dos estudantes, acerca dos números inteiros, como também, introduzir o conceito de números inteiros, utilizando o contexto Saldo de Gols e o contexto Temperaturas. E introduzir as operações de adição e subtração, por meio do jogo “Dados dos Inteiros” e com o auxílio do *Ábaco dos Inteiros*.

A nossa intenção, com essas atividades, era que elas proporcionassem, aos estudantes, trabalhem de forma ativa e cooperativa, possibilitando a realização de registros, bem como diálogos que visassem à aprendizagem do conceito de números inteiros e das operações de adição e subtração, criando condições para vivenciarmos um novo ambiente em sala de aula.

Embora, as atividades contextualizadas, principalmente a que abordava um contexto de maior familiaridade para os estudantes, tenham contribuído para o processo de aprendizagem do conceito de números inteiros, pela maioria dos estudantes, não podemos afirmar que eles transferiram os conhecimentos aprendidos no contexto saldo de gols para o contexto temperaturas.

Além disso, a comunicação oral e escrita possibilitou, à grande parte da turma, participar do processo de ensino-aprendizagem de números inteiros, expor seus posicionamentos e ideias, além de me oferecer a oportunidade de acompanhar o processo de aprendizagem da maioria

dos estudantes. Porém, alguns adolescentes, por preferirem não expor suas sugestões, por medo de errar em público e, com isso decepcionar o professor ou ser julgado pelos colegas de sala, possivelmente, foram menos favorecidos no processo de comunicação. Por isso, destacamos a importância dos registros escritos, feitos pelos estudantes nas atividades impressas, como um bom recurso didático, para o ensino de números inteiros.

O Ábaco dos Inteiros se mostrou um material de apoio apropriado para o ensino das operações de adição e subtração de números inteiros, embora tenha apresentado algumas limitações relacionadas à representação da subtração, não impediu que grande parte dos estudantes explorasse algumas regularidades observadas no resultado dessa operação.

Suponho que a exploração do material, mediada pelo professor, ao introduzir as operações, pode contribuir para diminuir as limitações referentes à representação das operações, por exemplo, as diversas maneiras de se representar um número no Ábaco dos Inteiros.

A maior dificuldade enfrentada, durante a proposta didática, foi não induzir o estudante à resposta desejada, mas auxiliá-lo na construção do conhecimento de números inteiros, reformulando os seus questionamentos e desafiando-o a refletir sobre eles. Considero que as experiências em vivenciar um novo ambiente na sala de aula podem colaborar para diminuir essa dificuldade.

Embora não tenha sido possível abordar, neste trabalho, as quatro operações básicas, considero relevante refletir, futuramente, sobre como a utilização do Ábaco dos Inteiros pode auxiliar para introduzir as operações de multiplicação e divisão de números inteiros no 7º ano.

Durante esse processo de pesquisa, elaboramos o Caderno de Atividades “Contextualizando os Números Inteiros”, no qual serão disponibilizadas as atividades que foram aplicadas no decorrer desta pesquisa. Além disso, optamos em oferecer, ao professor de matemática, o material físico necessário (*kit*) para o desenvolvimento do jogo “Dados dos Inteiros”.

Ressalto que as reflexões proporcionadas no Mestrado Profissional foram, sem dúvida, o passo inicial para o meu rompimento com o *paradigma do exercício*, e a saída da *zona de conforto* na qual vivenciava desde o início de carreira.

A possibilidade de compartilhar com colegas de profissão, as minhas experiências e as dificuldades enfrentadas, por mim, na sala de aula, contribuíram consideravelmente, para a minha formação profissional. As discussões e reflexões sobre a própria prática, são, sem dúvida, uma oportunidade para crescermos enquanto profissionais e enquanto pessoas.

A experiência que vivenciei na sala de aula, durante a pesquisa de campo, me possibilitou observar, o quanto é importante a participação oral dos estudantes, para a

construção do conhecimento matemático em sala de aula. Foi gratificante, ver o empenho de grande parte da turma, no decorrer da proposta didática. Muitos estudantes, expuseram opiniões, sem medo de errar e ouviram os outros colegas e a professora, de forma respeitosa.

Além disso, essa experiência, abriu caminho para colocar em prática o objetivo que tracei na graduação, isto é, lecionar matemática utilizando diferentes recursos didáticos, na tentativa de possibilitar, aos estudantes, aprendê-las de forma contextualizada e cooperativa.

REFERÊNCIAS

- ABAR, Celina Aparecida Almeida Pereira; DE SOUZA, Flávio Cabral. **Números Inteiros e suas Operações**: Uma proposta para estudantes do 6º ano com o auxílio de tecnologia. *Ensino da Matemática em Debate* (ISSN 2358-4122), v. 2, n. 2, 2015.
- ALRØ, Helle; SKOVSMOSE, Ole. **Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática**. Trad. Orlando de A. Figueiredo. 2 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2010.
- ANJOS, Marta Figueiredo. **A Díficil Aceitação dos Números Negativos**: Um Estudo da Teoria dos Números de Peter Barlow. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática. Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal. 2008.
- BORBA, Marcelo de Carvalho; PENTEADO, Miriam Godoy. **Informática e Educação Matemática** – Coleção tendências em Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.
- BORBA, Rute Elizabete de Souza Rosa; NUNES, Terezinha. **Como significados, propriedades invariantes e representações simbólicas influenciam a compreensão do conceito de número inteiro relativo**. *Educ. Mat. Pesquisa*, São Paulo, v. 6, n. 1, p. 73- 100, abr. 2004.
- BORBA, Rute Elizabete de Souza Rosa. O ensino e a compreensão de números relativos. In: CARRAHER, David; SCHLIEMANN, Analúcia (org.). **A compreensão de conceitos aritméticos**: Ensino e Pesquisa. Campinas, SP: Papyrus, 1998. p. 121-150.
- BOTAS, Dilaila; MOREIRA, Darlinda. **A utilização dos materiais didáticos nas aulas de Matemática** – Um estudo no 1º Ciclo. *Revista Portuguesa de Educação*. v.26. ,.1. Braga-Portugal, 2013.
- BOYER, Carl Benjamin. **História da Matemática**. 3. ed. São Paulo: Blucher, 2010.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2017.
- BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: matemática. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- CENTURIÓN, Marília. **Conteúdo e Metodologia da Matemática. Números e operações**. Ed. Scipione, São Paulo, 1994.
- COELHO, Márcia Paula Fraga. **A multiplicação de números inteiros relativos no “ábaco dos inteiros”**: uma investigação com estudantes do 7.º ano de escolaridade. Dissertação de Mestrado. Braga- Portugal: Universidade do Minho, 2005.
- FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sérgio. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Campinas/SP: Autores Associados, 2006. (Coleção Formação de Professores).
- FIORENTINI, Dario; MIORIM, Maria Ângela. **Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no Ensino da Matemática**. *Boletim SBEM-SP*, Ano 4 - nº7, 1990.

GLAESER, Georges. Epistemologia dos números relativos, **Boletim GEPEM 57**, p. 65-102, 2010.

GONZALEZ, José Luis. et al. **Numeros enteros: Matematicas: cultura y aprendizaje**. Madrid: Sintesis, 1990.

LOPES, Celi. Espasandin.; NACARATO, Adair Mendes. (org.). **Educação Matemática, leitura e escrita: armadilhas, utopias e realidade**. Campinas-SP: Mercado de Letras, 2009.

LORENZATO, Sérgio. **Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis**. In: LORENZATO, Sérgio. Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores. Campinas: Autores Associados, 2006. p. 3-38.

LOURENÇO, Abílio Afonso; PAIVA, Maria Olímpia Almeida. **A motivação escolar e o processo de aprendizagem**. Cien. Cogn. 15 (2), 2010. p. 132-141.

MEDEIROS, Alexandre.; MEDEIROS, Cleide. **Números negativos: Uma história de incertezas**. Rio Claro-SP: Bolema: Ano 7, n. 8, p. 49-59,1992.

MEGID, Maria Auxiliadora Bueno Andrade. Construindo matemática na sala de aula: uma experiência com os números relativos. In: FIORENTINI, Dario e MIORIM, Maria Ângela (org.). **Por trás da porta, que matemática acontece?** Campinas, SP: FE/Unicamp – Cempem, 2001.

MINAS GERAIS. **Currículo Básico Comum: Matemática**. Belo Horizonte, SEE-MG, 2014.

MOREIRA, Herivelto; CALEFFE, Luiz Gonzaga. **Metodologia de pesquisa para o professor pesquisador**. 2. Ed., Rio de Janeiro: Lamparina, 2008.

MOYER, Patricia. S. Are we having fun yet? How teachers use manipulatives to teach mathematics. **Educational Studies in Mathematics**, 47, p. 175-197, 2001.

NACARATO, Adair Mendes; MENGALI, Brenda Leme da Silva; PASSOS, Carmen Lúcia Brancaglioni. **A Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: tecendo fios do ensinar e do aprender**. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

NCTM. **Princípios e Normas para a Matemática escolar** – tradução dos Principles and standards for school mathematics do NCTM, Lisboa: Associação de Professores de Matemática e Instituto de Inovação educacional, 2008.

PONTE, João Pedro da. (org.). **Práticas profissionais dos professores de Matemática**. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2014. (Encontros de educação).

PONTE, João Pedro da & QUARESMA, Marisa. (2012). **O papel do contexto nas tarefas matemáticas**. Interações, p. 196-216

PONTES, Mércia de Oliveira. **Obstáculos superados pelos matemáticos no passado e vivenciados pelos estudantes na atualidade: A polêmica multiplicação de números inteiros**. Rio Grande do Norte: Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Tese de Doutorado apresentada ao Departamento de Educação, 2010.

RODRIGUES, Fredy Coelho; GAZIRE, Eliane Scheid. **Laboratório de Educação Matemática: descobrindo potencialidades do seu uso em um curso de formação de professores.** Caderno de resumos do II Encontro de Mestrados Profissionais em Educação e Ensino do Estado de Minas Gerais, 2011.

SILVA, Erickson Gomes Imperador da; CONTI, Keli Cristina. O ábaco dos inteiros: auxílio aos estudantes na compreensão dos números negativos e suas operações. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 11, n. 1, p. 74-83, jul. 2016.

SOUZA, Salete Eduardo. **O uso de recursos didáticos no ensino escolar.** In: I Encontro de Pesquisa em Educação, IV Jornada de Prática de Ensino, XIII Semana de Pedagogia da UEM: “Infância e Práticas Educativas”. Arq Mudi. 2007.

TEIXEIRA, Leny Rodrigues Martins. **Aprendizagem Operatória de números inteiros: obstáculos e dificuldades.** Revista Pró-Posições, vol. 4, nº 1[10], Unicamp. mar., 1993.

ZAIDAN, Samira; FERREIRA, Maria Cristina Costa; KAWASAKI, Teresinha Fumi. **A pesquisa da própria prática no mestrado profissional.** Plurais, Salvador, v. 3, n.1, p. 88-103, jan./abr. 2018.

APÊNDICES

APÊNDICE A – Pedido de autorização para realização da pesquisa

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

Faculdade de Educação

Pedido de autorização para realização de pesquisa

À direção da Escola _____

Sr(a) _____

Prezado Sr (a)

O professor orientador Dr. Diogo Alves de Faria Reis, CPF 011.792.896-84 e a professora mestranda Amanda Natália da Silva Gonçalves, CPF 087.583.706-92, da Faculdade de Educação da Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG) convidam e propõem a sua participação na pesquisa intitulada: “Atividades contextualizadas e o Ábaco dos Inteiros: recursos didáticos para introduzir os números inteiros e as operações de adição e subtração no 7º ano”, nos espaços da Escola.

O objetivo desta pesquisa é analisar a contribuição de atividades contextualizadas e do Ábaco dos Inteiros para a compreensão, pelos estudantes, dos números inteiros e das operações de adição e subtração.

Fazemos parte da equipe de pesquisa formada por professores e estudantes de pós-graduação da Faculdade de Educação da UFMG e nossa pesquisa se vincula à uma pesquisa coordenada pela professora Dr^a. Samira Zaidan, CPF 039.408.828-01, cujo o título é “Docência e formação do professor que ensina Matemática”, aprovada pela COEP com o parecer nº 2.993.984.

O objetivo dessa pesquisa é compreender como o professor da escola básica percebe o conhecimento matemático em suas práticas, suas elaborações e suas dificuldades; tratar de modo articulado os conceitos matemáticos com os saberes da prática e da profissão; propor conteúdos e metodologias relevantes e teoricamente sustentados para avançar nas práticas de ensino de matemática na escola básica e na universidade; compreender e sistematizar práticas com o uso de tecnologias; dar atenção às linguagens e mediações na docência; levantar e analisar os entendimentos que licenciados têm enquanto se tornam professores, como

relacionam o conhecimento matemático acadêmico com o conhecimento escolar; discutir o currículo da escola básica e o da formação docente; elaborar materiais didáticos para o professor.

Nossa metodologia de pesquisa inclui a elaboração e desenvolvimento de plano de aulas, onde pretendemos desenvolver inovações para equacionar dificuldades do ensino e aprendizagem.

Embora saibamos que o projeto poderá oferecer algum incômodo, como por exemplo, a nossa movimentação nos espaços da Escola, estaremos atentos para colaborar com o funcionamento. Também nos comprometemos a respeitar a organização da Escola, suas normas e calendário.

Diante das normas do Comitê de Ética da Pesquisa da UFMG, informamos que os dados coletados serão confidenciais e utilizados unicamente para fins dessa pesquisa, podendo ser divulgadas em congressos, simpósios, seminários, revistas, livros e nas dissertações do(a)s pesquisadores(as). As informações e dados obtidos serão gravados e arquivados pelos pesquisadores pelo prazo de cinco anos e logo após o cumprimento do prazo, serão destruídas. Convidaremos professores e estudantes da Escola a participarem da pesquisa, de modo voluntário. As identidades dos participantes ficarão preservadas por meio do uso de um nome fictício e nenhum deles terá custo com a pesquisa.

Apresentamos aos participantes da pesquisa termo de autorização. Aos estudantes menores de idade, também pediremos a autorização dos pais. Caso algum estudante não possa ou não queira participar da pesquisa, seja em toda ela ou em parte, não serão realizadas gravações de vídeo e consideraremos duas alternativas: a primeira será formado grupo à parte dos estudantes autorizados, em horário alternativo, de modo a não interferir no processo escolar; a segunda, será realizada a aula com apenas o registro manual do pesquisador e/ou gravação em áudio, não incluindo a participação do estudante que não quis participar e respeitando o seu espaço na sala de aula.

Nossas ações serão conversadas e realizadas em comum acordo com o(a)s professor(a)s em suas turmas. A participação de todos os convidados será voluntária, garantida a indenização por danos em decorrência da pesquisa que porventura venham a ocorrer, nos termos da Lei, e o ressarcimento das despesas diretamente decorrentes de sua participação na pesquisa.

Apenas com a autorização da direção da Escola, dos responsáveis e dos estudantes é que acontecerá a pesquisa, ressaltando que não haverá qualquer atividade proposta que extrapole as tarefas escolares comuns; a participação não envolverá gastos de qualquer natureza, pois os custos previstos são de responsabilidade do pesquisador. Nos propomos a realizar todos os

esforços possíveis para assegurar a naturalidade dos mesmos e minimizar possíveis riscos e desconfortos. Está garantida a indenização em casos de eventuais danos, comprovadamente decorrentes da participação na pesquisa, conforme decisão judicial ou extrajudicial.

Em qualquer momento, a Escola poderá solicitar esclarecimento sobre quaisquer aspectos desta pesquisa através do telefone (31) 3409 6202 – 99291 0830 ou pelo e-mail: samira@fae.ufmg.br.

Sentindo-se esclarecida em relação à proposta e concordando em autorizar a realização da pesquisa, peço-lhe a gentileza de assinar e rubricar as páginas (duas vias, sendo que uma das vias ficará com V. S^a e a outra será arquivada pelos pesquisadores por cinco anos, de acordo com a Resolução 466/2012).

Desde já, agradecemos a sua colaboração.

Diogo Alves de Faria Reis - Pesquisador
responsável / Orientador

Amanda Natália da Silva
Gonçalves – Professora / Pesquisadora
Corresponsável Mestranda

- () Concordo e autorizo a realização da pesquisa nos termos propostos.
() Discordo e desautorizo a realização da pesquisa.

Diretor(a): _____

Belo Horizonte _____ de _____ de 2019.

APÊNDICE B – TCLE – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido/
Estudante(a)

Prezados estudantes da turma _____ da Escola _____

Nome _____

O professor orientador Dr. Diogo Alves de Faria Reis, CPF 011.792.896-84 e a professora mestranda Amanda Natália da Silva Gonçalves, CPF 087,583,706-92, da Faculdade de Educação da Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG) convidam e propõem a sua participação na pesquisa intitulada: “Atividades contextualizadas e o Ábaco dos Inteiros: recursos didáticos para introduzir os números inteiros e as operações de adição e subtração no 7º ano”, nos espaços da Escola.

O objetivo desta pesquisa é analisar a contribuição de atividades contextualizadas e do Ábaco dos Inteiros para a compreensão, pelos estudantes, dos números inteiros e das operações de adição e subtração.

Fazemos parte da equipe de pesquisa formada por professores e estudantes de pós-graduação da Faculdade de Educação da UFMG e nossa pesquisa se vincula à uma pesquisa coordenada pela professora Dr^a. Samira Zaidan, CPF 039.408.828-01, cujo o título é “Docência e formação do professor que ensina Matemática”, aprovada pela COEP com o parecer nº 2.993.984.

O objetivo dessa pesquisa é compreender como o professor da escola básica percebe o conhecimento matemático em suas práticas, suas elaborações e suas dificuldades; tratar de modo articulado os conceitos matemáticos com os saberes da prática e da profissão; propor conteúdos e metodologias relevantes e teoricamente sustentados para avançar nas práticas de ensino de matemática na escola básica e na universidade; compreender e sistematizar práticas com o uso de tecnologias; dar atenção às linguagens e mediações na docência; levantar e analisar os entendimentos que licenciados têm enquanto se tornam professores, como relacionam o conhecimento matemático acadêmico com o conhecimento escolar; discutir o currículo da escola básica e o da formação docente; elaborar materiais didáticos para o professor.

Faremos observações de aulas e/ou participaremos, junto com a professora de aulas previamente elaboradas, visando aprendizagem de conteúdos da Matemática. Poderemos filmar ou gravar em áudio estas aulas e esperamos que você possa participar naturalmente das aulas. Embora saibamos que o projeto poderá oferecer algum incômodo, como por exemplo, a sua

inibição na aula, estaremos atentos para que todos fiquem à vontade ou para que possa mesmo não participar. Pensamos que nossa pesquisa possa apoiar a escola e o professor, e auxiliar o melhoramento do ensino da Matemática.

Diante das normas do Comitê de Ética da Pesquisa da UFMG, informamos que os dados coletados serão confidenciais e utilizados unicamente para fins dessa pesquisa, podendo ser divulgadas em congressos, simpósios, seminários, revistas, livros e nas dissertações do(a)s pesquisadores(as). As informações e dados obtidos serão gravados e arquivados pelos pesquisadores pelo prazo de cinco anos e logo após o cumprimento do prazo, serão destruídas. Sua identidade ficará preservada por meio do uso de um nome fictício e você não terá nenhum custo com a pesquisa. Esclarecemos, ainda, que a qualquer momento você poderá conversar sobre a pesquisa, pedir esclarecimentos sobre ela e até mesmo se recusar a continuar participando.

Caso você não possa ou não queira participar da pesquisa, seja em toda ela ou em parte, não serão realizadas gravações de vídeo e consideraremos duas alternativas: a primeira, será formado grupo à parte dos estudantes autorizados, em horário alternativo, de modo a não interferir no processo escolar; a segunda, será realizada a aula com apenas o registro manual do pesquisador e/ou gravação em áudio, não incluindo a sua participação e respeitando o seu espaço na sala de aula.

A participação de todos os convidados será voluntária, garantida a indenização por danos em decorrência da pesquisa que porventura venham a ocorrer, nos termos da Lei, e o ressarcimento das despesas diretamente decorrentes de sua participação na pesquisa.

Desde já, agradecemos a sua colaboração.

Caso você concorde em participar da pesquisa, pedimos que preencha o termo abaixo e assine esse documento.

Diogo Alves de Faria Reis - Pesquisador
responsável / orientador

Amanda Natália da Silva
Gonçalves - Professora/Pesquisadora
Corresponsável Mestranda

Eu, _____,

RG _____, declaro que fui consultado(a) pelas responsáveis pelo projeto de pesquisa, Diogo Alves de Faria Reis, telefone (31) 99205-3500 e Amanda Natália da Silva Gonçalves telefone (31) 98556-5042, e aceito participar desta pesquisa. Entendi as informações fornecidas pela professora/pesquisadora e sinto-me esclarecido(a) para participar. Terei liberdade para manifestar minha adesão ou não ao projeto, sem qualquer prejuízo. Assim sendo, dou meu consentimento livre e esclarecido.

Belo Horizonte, _____ de _____ de 2019.

Assinatura do(a) Aluno(a)

O pesquisador me informou que o projeto foi encaminhado para o Comitê de Ética em Pesquisa – COEP da UFMG, vinculado à Pró-Reitoria de Pesquisa – PRPq, e que em caso de dúvidas, com respeito aos aspectos éticos desta pesquisa, poderei consultar na Av. Antônio Carlos, 6627, Pampulha – Belo Horizonte – MG – CEP 31270-901 Unidade Administrativa II – 2º Andar – Sala: 2005. Telefone: (031) 3409-4592 – E-mail: coep@prpq.ufmg.br.

PEDIMOS A SUA RUBRICA NA PRIMEIRA PÁGINA DESTE TERMO.

APÊNDICE C – TCLE – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido/Pais

Prezados pais e/ou responsáveis pelo(a) estudante(a)
 _____ da turma ____ da Escola _____

O professor orientador Dr. Diogo Alves de Faria Reis, CPF 011.792.896-84 e a professora mestranda Amanda Natália da Silva Gonçalves, CPF 087.583.706-92, vêm solicitar sua autorização para a participação voluntária de seu (sua) filho (a) na pesquisa intitulada: “Atividades contextualizadas e o Ábaco dos Inteiros: recursos didáticos para introduzir os números inteiros e as operações de adição e subtração no 7º ano”, nos espaços da Escola.

O objetivo desta pesquisa é analisar a contribuição de atividades contextualizadas e do Ábaco dos Inteiros para a compreensão, pelos estudantes, dos números inteiros e das operações de adição e subtração.

Fazemos parte da equipe de pesquisa formada por professores e estudantes de pós-graduação da Faculdade de Educação da UFMG e nossa pesquisa se vincula à uma pesquisa coordenada pela professora Dr^a. Samira Zaidan, CPF 039.408.828-01, cujo o título é “Docência e formação do professor que ensina Matemática”, aprovada pela COEP com o parecer nº 2.993.984.

O objetivo dessa pesquisa é compreender como o professor da escola básica percebe o conhecimento matemático em suas práticas, suas elaborações e suas dificuldades; tratar de modo articulado os conceitos matemáticos com os saberes da prática e da profissão; propor conteúdos e metodologias relevantes e teoricamente sustentados para avançar nas práticas de ensino de matemática na escola básica e na universidade; compreender e sistematizar práticas com o uso de tecnologias; dar atenção às linguagens e mediações na docência; levantar e analisar os entendimentos que licenciados têm enquanto se tornam professores, como relacionam o conhecimento matemático acadêmico com o conhecimento escolar; discutir o currículo da escola básica e o da formação docente; elaborar materiais didáticos para o professor.

Faremos observações de aulas e/ou participaremos, junto com a professora/Professora/Pesquisadora Amanda Natália da Silva Gonçalves de aulas previamente elaboradas, visando aprendizagem de conteúdos da Matemática. Poderemos filmar ou gravar em áudio estas aulas. Embora saibamos que o projeto poderá oferecer algum

incômodo às crianças, como por exemplo, a sua inibição na aula, estaremos atentos para que todos fiquem à vontade ou para que possa mesmo não participar. Pensamos que nossa pesquisa possa apoiar a escola e o professor, e auxiliar o melhoramento do ensino da Matemática.

Diante das normas do Comitê de Ética da Pesquisa da UFMG, informamos que os dados coletados serão confidenciais e utilizados unicamente para fins dessa pesquisa, podendo ser divulgadas em congressos, simpósios, seminários, revistas, livros e nas dissertações do(a)s pesquisadores(as). As informações e dados obtidos serão gravados e arquivados pelos pesquisadores pelo prazo de cinco anos e logo após o cumprimento do prazo, serão destruídas. A identidade da criança ficará preservada por meio do uso de um nome fictício e você não terá nenhum custo com a pesquisa. Esclarecemos, ainda, que a qualquer momento você poderá conversar sobre a pesquisa, pedir esclarecimentos sobre ela e até mesmo recusar a continuidade da participação da criança.

Caso você não possa ou não queira a participação de seu (sua) filho(a) na pesquisa, seja em toda ela ou em parte, não serão realizadas gravações de vídeo e consideraremos duas alternativas: a primeira, será formado grupo à parte dos estudantes autorizados, em horário alternativo, de modo a não interferir no processo escolar; a segunda, será realizada a aula com apenas o registro manual do pesquisador e/ou gravação em áudio, não incluindo a participação do(a) mesmo(a) e respeitando o seu espaço na sala de aula.

A participação de todos os convidados será voluntária, garantida a indenização por danos em decorrência da pesquisa que porventura venham a ocorrer, nos termos da Lei, e o ressarcimento das despesas diretamente decorrentes de sua participação na pesquisa.

Desde já, agradecemos a sua colaboração.

Caso você concorde com a participação de seu (sua) filho(a) na pesquisa, pedimos que preencha o termo abaixo e assine esse documento.

Diogo Alves de Faria Reis - Pesquisador
responsável / orientador

Amanda Natália da Silva
Gonçalves—Professora/Pesquisadora
Corresponsável Mestranda

Eu, _____,

RG _____, declaro que fui consultado(a) pelos responsáveis pelo projeto de pesquisa, Diogo Alves de Faria Reis, e-mail: diogofaria.ufmg@gmail.com, telefone (31) 99205-3500 e Amanda Natália da Silva Gonçalves, e-mail: amanda_natalia@ymail.com, telefone (31) 98556-5042, e autorizo a participação do meu/minha filho(a) nesta pesquisa e respondo positivamente à sua demanda de realizar a coleta de dados, conforme explicado acima. Terei liberdade para desistir do projeto a qualquer momento, sem qualquer prejuízo para mim ou meu (minha) filho (a). Entendi as informações fornecidas pelos pesquisadores, sinto-me esclarecido (a) para participar da pesquisa e/ou autorizar o (a) meu (minha) filho (a) a participar e registro meu consentimento livre e esclarecido.

Belo Horizonte, _____ de _____ de 2019.

Assinatura do(a) pai, mãe ou responsável pelo estudante(a)

O pesquisador me informou que o projeto foi encaminhado para o Comitê de Ética em Pesquisa – COEP da UFMG, vinculado à Pró-Reitoria de Pesquisa – PRPq, e que em caso de dúvidas, com respeito aos aspectos éticos desta pesquisa, poderei consultar na Av. Antônio Carlos, 6627, Pampulha – Belo Horizonte – MG – CEP 31270-901 Unidade Administrativa II – 2º Andar – Sala: 2005. Telefone: (031) 3409-4592 – E-mail: coep@prpq.ufmg.br.

PEDIMOS A SUA RUBRICA NA PRIMEIRA PÁGINA DESTE TERMO.

APÊNDICE D – ATIVIDADE 1: Explorando o conhecimento prévio do conceito de números inteiros.

TAREFA 1: O saldo de gols do campeonato Mineiro de 2018.

A tabela a seguir mostra dados do desempenho dos times ao final do Campeonato Mineiro de Futebol de 2018.

Campeonato Mineiro de Futebol 2018

Clube	PTS	PJ	VIT	E	D	GP	GC	SG
<i>Cruzeiro</i>	29	11	9	2	0	20	2	+ 18
<i>América-MG</i>	21	11	6	3	2	14	8	+ 6
<i>Atlético</i>	18	11	5	3	3	14	7	+ 7
<i>Tupi</i>	16	11	5	1	5	19	16	+ 3
<i>Tombense</i>	15	11	4	3	4	8	7	+ 1
<i>URT</i>	15	11	4	3	4	12	13	- 1
<i>Boa</i>	14	11	4	2	5	5	9	- 4
<i>Patrocinense</i>	13	11	3	4	4	13	14	- 1
<i>Caldense</i>	13	11	3	4	4	9	12	- 3
<i>Villa Nova</i>	11	11	3	2	6	12	16	- 4
<i>Democrata</i>	10	11	3	1	7	12	25	- 13
<i>Uberlândia</i>	9	11	3	0	8	9	18	- 9

Fonte: www.google.com.br, 2019.

Legenda:

PTS: Pontos ganhos
PJ: Partidas jogadas
VIT: Vitórias
E: Empates
D: Derrotas
GP: Gols pro (a favor)
GC: Gols contra
SG: Saldo de gols

Pontuação:

3 pontos: Vitória
1 ponto: Empate
0 ponto: Derrota

QUESTÃO 1

Responda as questões abaixo. Para isso, consulte a tabela *Campeonato Mineiro de Futebol 2018*, se necessário.

a) Você gosta de esportes? Qual é o seu esporte preferido?

b) Você gosta de futebol? Para qual time você torce?

c) Você já foi a algum jogo do seu time? Em qual estádio?

d) Explique, com suas palavras, o que você entende por saldo de gols.

e) Na tabela, quais times apresentaram saldo de gols positivo? E saldo de gols negativo?

f) Como foram representados, na tabela, os saldos de gols positivos e os saldos de gols negativos?

g) Para um time ter um saldo de gols positivo, o que é necessário acontecer? E para ele ter um saldo de gols negativos?

QUESTÃO 2

Observe novamente a tabela *Campeonato Mineiro de Futebol 2018*.

Organize os saldos de gols dos times em **ordem decrescente**.

Time	Saldo de Gols

QUESTÃO 3

Consulte a tabela *Campeonato Mineiro de Futebol 2018* e responda:

a) O time Tombense e URT obtiveram a mesma pontuação no campeonato mineiro, conforme mostra a tabela. Porém, o saldo de gols está diferente, explique por que isso aconteceu. Por que o time Tombense ficou em quinto lugar e o time URT em sexto lugar?

b) Identifique, na tabela, se há outros times com a mesma pontuação, porém, saldo de gols diferentes. Explique por que isso acontece.

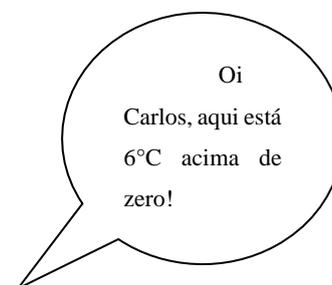
c) Quem possui o maior saldo de gols: Democrata ou Uberlândia? Por quê?

d) Explique o saldo de gols de Tupi e Caldense. Há alguma relação entre eles? Justifique sua resposta.

e) É possível, durante um campeonato, um time ter o saldo de gols igual a 0? Explique a sua resposta.

ATIVIDADE 1- TAREFA 2: Temperaturas das capitais brasileiras.**QUESTÃO 1**

Use a sua criatividade e faça um desenho de acordo com o que está escrito em cada balãozinho da conversa telefônica abaixo.



QUESTÃO 2

Agora, observem na tabela abaixo os valores e os meses dos registros das menores temperaturas já ocorridas em dez capitais do Brasil.

Temperaturas de Capitais Brasileiras

Capital	Temperatura	Mês
Belo Horizonte	3°C acima de zero	Junho
Rio de Janeiro	6°C acima de zero	Julho
Curitiba	6°C abaixo de zero	Julho
Porto Alegre	4°C abaixo de zero	Julho
São Paulo	0°C	Agosto
Florianópolis	0°C	Julho
Campo Grande	1°C abaixo de zero	Junho
Vitória	11°C acima de zero	Julho
São Luiz	17°C acima de zero	Março
Recife	14°C acima de zero	Novembro

Fonte: < http://www.geocities.ws/neygeo/clima_brasileiro.html >
Acesso: fevereiro 2019.

Consulte a tabela *Temperaturas de Capitais Brasileiras*, se necessário, e responda:

a) Explique o que vocês entendem por temperatura “abaixo de zero” e “acima de zero”. No desenho que vocês fizeram, foi possível fazer essa diferenciação? Justifique sua resposta.

b) Vocês acham que é possível representar as expressões “abaixo de zero” e “acima de zero” com símbolos matemáticos?

Se for possível, represente na tabela abaixo.

Capital	Temperatura
Belo Horizonte	
Rio de Janeiro	
Curitiba	
Porto Alegre	
São Paulo	
Florianópolis	
Campo Grande	
Vitória	
São Luiz	
Recife	

QUESTÃO 3

Para responder as perguntas consulte a tabela *Temperaturas de capitais brasileiras*.

a) Podemos afirmar que Rio de Janeiro e Curitiba apresentaram a mesma temperatura em julho? Justifique sua resposta.

b) Qual capital apresenta menor temperatura, Curitiba ou Campo Grande? Justifique sua resposta.

c) Qual capital apresentou a menor temperatura? E a maior? Como vocês chegaram a essa conclusão?

d) Para Curitiba ter a mesma temperatura que Vitória, o que é preciso acontecer com a temperatura aumentar ou diminuir? Quantos graus? Explique como vocês chegaram a essa conclusão.

e) Na folha em branco, desenhe um termômetro e represente, nele, as temperaturas registradas nas capitais apresentadas na tabela.

APÊNDICE E – ATIVIDADE 2 - As operações de adição e subtração de números inteiros.

TAREFA 1: A adição de números inteiros.

JOGO DADOS DOS INTEIROS

GRUPOS: 4 à 7 participantes.

REGRAS

- 1^a: Os componentes de cada grupo são os adversários no jogo.
- 2^a: O grupo vai escolher um dos dados para dar início ao jogo e a ordem dos jogadores. Escolhido um dado para a primeira rodada, na segunda rodada será lançado o outro dado.
- 3^a: Na primeira rodada cada jogador lança o dado e representa o número sorteado no Ábaco dos Inteiros.
- 4^a: A partir da segunda rodada o jogador lança o outro dado e representa o número sorteado no Ábaco dos Inteiros, calcula o seu saldo de pontos e anota na Tabela: Pontos por rodadas.
- 5^a: O jogador calcula o seu saldo de pontos até a última rodada.
- 6^a: Vence o jogo o estudante que obtiver a maior pontuação de acordo com o preenchimento da Tabela: Classificação final.

PONTOS POR RODADAS

Nome do Jogador	1ª Rodada	2ª Rodada	Saldo	3ª Rodada	Saldo	4ª Rodada	Saldo	5ª Rodada	Saldo	6ª Rodada	Resultado final

Classificação Final		
Posição	Nome	Total de pontos
1º		
2º		
3º		
4º		
5º		
6º		

QUESTÃO 1

De acordo com o que vocês observaram no jogo *Dados dos Inteiros*, responda:

a) Expliquem como vocês utilizaram o Ábaco dos Inteiros para realizar os cálculos dos saldos e do resultado final, durante o jogo *Dados dos Inteiros*.

b) Em algum momento do jogo *Dados dos Inteiros* a pontuação de um ou mais componentes do grupo foi zero? Como isso aconteceu? Se essa situação não ocorreu no grupo, criem uma situação utilizando apenas duas rodadas em que isso ocorre e explique.

c) Investiguem se, iniciar o jogo *Dados dos Inteiros* lançando o dado positivo ou negativo, influencia no resultado final do jogo. Relatem as suas conclusões.

d) João está jogando o jogo *Dados dos Inteiros* e representando a sua pontuação no Ábaco dos Inteiros. **Ele tem a pontuação final positiva.** Expliquem o que acontecerá com a pontuação de João se:

- Lançar o dado positivo.

- Lançar o dado negativo.

e) João está jogando o jogo *Dados dos Inteiros* e representando a sua pontuação no Ábaco dos Inteiros. **Ele tem a pontuação final negativa.** Expliquem o que acontecerá com a pontuação de João se:

- Lançar o dado positivo.

- Lançar o dado negativo.

ATIVIDADE 2- TAREFA 2: A subtração de números inteiros**QUESTÃO 1**

Utilize o Ábaco dos Inteiros para completar a tabela abaixo:

Represente no ábaco o número	Retire o número	Operação	Resultado
+6	+3		
+2	-1		
-5	+2		
-3	-4		
-6	+4		
+3	-5		
-4	-2		
+7	-3		
-5	+5		

a) Quais estratégias vocês utilizaram para representar essas operações no Ábaco dos Inteiros?

b) Explique por que $-2 - 5 = -7$ e por que $-2 - (-5) = +3$. Como vocês representaram essas operações no Ábaco dos Inteiros?

c) Represente, no Ábaco dos Inteiros, e relate as suas conclusões da seguinte situação abaixo:

“Tenho certa quantidade, o que acontece se eu retirar dela uma quantidade negativa?”

APÊNDICE F – Autoavaliação

Avalie o seu aprendizado e a sua participação nas aulas. Para isso, responda as questões abaixo.

1) Você acha que o *Ábaco dos Inteiros* e o jogo *Dados dos Inteiros* facilitaram o seu aprendizado nas operações com os números positivos e negativos? Justifique sua resposta.

2) Escrever sobre o que você pensou ou discutiu com os seus colegas nos grupos, contribuiu para o seu aprendizado dos números positivos e negativos? Justifique sua resposta.

3) Escreva o que você gostou e o que você não gostou nas aulas que desenvolvemos durante o aprendizado dos números positivos e negativos.

4) Avalie como foi a sua participação durante as aulas.

CADERNO DE ATIVIDADES

CONTEXTUALIZANDO OS NÚMEROS INTEIROS



The image contains two hand-drawn diagrams. On the left is a bar chart with five bars of different colors (red, orange, yellow, green, blue) and handwritten labels for football clubs. On the right is a number line with a positive sign (+) and a negative sign (-). Red blocks are placed above the positive sign, and blue blocks are placed above the negative sign.

SALDO DE GOLS			
Clube	GP	GC	SG
<i>Cruzeiro</i>	20	2	+ 18
<i>América-MG</i>	14	8	+ 6
<i>Atlético</i>	14	7	+ 7
<i>Uberlândia</i>	9	18	- 9

Faculdade de Educação –UFMG

Programa de Pós-Graduação em Educação e Docência/MP

Amanda Natália da Silva Gonçalves

Orientador: Prof. Dr. Diogo Alves de Faria Reis

Coorientadora: Profa.Dra. Maria Cristina Costa Ferreira

Belo Horizonte

2020

APRESENTAÇÃO

Este Caderno, *Contextualizando os Números Inteiros*, apresenta as atividades que foram elaboradas e aplicadas no decorrer do processo de formação da professora/pesquisadora, no Programa de Pós-Graduação em Educação e Docência, da Faculdade de Educação da Universidade Federal de Minas Gerais, na linha de pesquisa Educação Matemática. A pesquisa de campo foi realizada em uma escola da rede estadual de Minas Gerais, no 7º ano do ensino fundamental.

O objetivo deste caderno, é oferecer aos professores de matemática, um material de apoio, para introduzir o conceito de números inteiros por meio dos contextos “Saldo de Gols” e “Temperaturas”. Além disso, introduzir as operações de adição e subtração de números inteiros com o uso do Ábaco dos Inteiros.

Apresentamos, a seguir, uma breve introdução da pesquisa e a justificativa para o uso de contextos e materiais manipulativos no ensino de números inteiros. Além disso, disponibilizamos os objetivos de cada atividade, os materiais utilizados em cada uma, sugestões para a organização da sala de aula, alguns exemplos de respostas realizadas pelos estudantes e sugestões da professora/pesquisadora, referentes à aplicação das atividades em sala de aula, bem como sugestões para a construção do Ábaco dos Inteiros e para sua utilização em formato virtual.

ÍNDICE

1.	INTRODUÇÃO	3
2.	USO DE CONTEXTOS NO ENSINO DE NÚMEROS INTEIROS	5
3.	USO DE MATERIAIS MANIPULATIVOS NO ENSINO DE NÚMEROS INTEIROS	6
3.1.	O ÁBACO DOS INTEIROS	7
4.	ATIVIDADE 1: Explorando o conhecimento prévio sobre números inteiros	9
4.1.	Tarefa 1: O saldo de gols do Campeonato Mineiro 2018	9
4.2.	Tarefa 2: Temperaturas de capitais brasileiras	16
5.	ATIVIDADE 2: As operações de adição e subtração de números inteiros	24
5.1.	Tarefa 1: A adição de números inteiros	24
5.2.	Tarefa 2: A subtração de números inteiros	32
	CONSIDERAÇÕES FINAIS	36
	REFERÊNCIAS	37
	APÊNDICES	38

1. INTRODUÇÃO

Quando eu me formei no ensino médio, escolhi ser professora de matemática para aprofundar os conteúdos aprendidos no ensino básico. No ano de 2011, ingressei no curso de Licenciatura em Matemática, no período noturno, no Centro Universitário de Belo Horizonte (UniBH).

Nessa instituição, tive a oportunidade de participar como monitora de um programa de extensão chamado Campi-Jr. Esse programa oferecia aulas de revisão de diversos conteúdos e auxílio às atividades extraclasse para estudantes do ensino básico.

No contato com esses estudantes, percebi que alguns deles, tinham dificuldades em realizar operações básicas, principalmente aquelas que envolviam números inteiros.

Após cursar três períodos no UniBH, senti a necessidade de estudar no horário diurno, por isso, participei do processo de transferência na Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG) para o período diurno e fui aprovada. No ano 2013, iniciei, novamente o Curso de Matemática, na UFMG. Tive que encerrar as minhas atividades no projeto de extensão Campi-Jr, por não ter mais vínculo acadêmico com o UniBH.

Em 2016, conclui a graduação, e iniciei a minha carreira docente na rede estadual de Minas Gerais, trabalhando com alunos do ensino fundamental e médio. Em todas as turmas pelas quais transitei, com exceção do 6º ano, cujo programa não contempla números inteiros, foi possível observar as dificuldades de alguns estudantes em compreender determinados conteúdos matemáticos, abordados por meio de procedimentos ou regras, apresentados de forma descontextualizada, entre eles, os números inteiros.

Na sala de aula, pude observar algumas dificuldades recorrentes, enfrentadas por esses estudantes, na compreensão das regras de sinais. Esses obstáculos, enfrentados por alguns estudantes, na compreensão dos números inteiros e, especialmente, nas operações de adição e subtração, orientaram-me a investigar quais abordagens possibilitariam a compreensão desses números e de suas operações.

Por isso, em 2017, decidi me candidatar ao Mestrado Profissional em Educação da UFMG, pois distingui, no mestrado, uma oportunidade para refletir e investigar como diferentes recursos didáticos poderiam contribuir para a compreensão dos estudantes na aprendizagem dos números inteiros e das operações de adição e subtração.

Iniciei o mestrado em 2018 e, a fim de que eu pudesse realizar a pesquisa, escolhi lecionar para três turmas do 7º ano. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (BRASIL, 1998), bem como o Currículo Básico Comum do Estado de Minas Gerais (CBC) (MINAS GERAIS, 2014) destacam que o ensino de números inteiros se inicia no 7º ano do ensino fundamental.

Segundo Borba (1998), “a introdução desse novo campo numérico e das regras para operações com números positivos e negativos frequentemente resulta em dificuldades para os estudantes, já que os números naturais eram os únicos utilizados até então em sala de aula.” (1998, p.121).

Para realizar a pesquisa, decidimos introduzir os números inteiros e as operações de adição e subtração utilizando modelos concretos e situações contextualizadas. Para isso, introduzimos os números inteiros em dois contextos: Saldo de gols e Temperaturas, a princípio, por supor que esses assuntos faziam parte do cotidiano dos estudantes. E as operações de adição e subtração com o uso do Ábaco dos Inteiros.

Diante do meu desejo em conhecer novas práticas, como professora de matemática, e possibilitar a aprendizagem do conceito de números inteiros e das operações de adição e subtração pelos estudantes, analisamos na pesquisa, a contribuição de atividades contextualizadas e do Ábaco dos Inteiros para a compreensão, pelos estudantes, dos números inteiros e das operações de adição e subtração. Além disso, analisamos aspectos da relação da comunicação oral e escrita com o processo de ensino-aprendizagem do conceito e das operações de adição e subtração de números inteiros no 7º ano.

Apresentamos, a seguir, algumas considerações referentes ao uso de atividades contextualizadas e materiais manipulativos para o ensino de números inteiros, bem como as atividades que foram aplicadas na sala de aula no decorrer da pesquisa de campo, a fim de contribuir para o trabalho do professor de matemática no ensino desse conteúdo.

2. USO DE CONTEXTOS NO ENSINO DE NÚMEROS INTEIROS

De acordo com Ponte e Quaresma (2012), as atividades contextualizadas são utilizadas em Matemática desde a antiguidade, por exemplo, no Egito e na Babilônia. Esses autores citam que o objetivo dessas atividades é possibilitar aos estudantes observarem como a matemática pode ser utilizada em diferentes situações.

Segundo esses autores, “entende-se como contexto o universo conceitual associado a cada tarefa, que pode remeter para um campo da vida cotidiana, do qual o estudante pode ter maior ou menor experiência pessoal, ou remeter apenas para o universo matemático.” (2012, p. 3).

Nesse sentido, as atividades contextualizadas podem ser mais acessíveis aos estudantes, por apresentarem situações vivenciadas no cotidiano deles e porque “possibilitam a todos os estudantes um elevado grau de sucesso, contribuindo para o desenvolvimento da sua autoconfiança.” (PONTE, 2014, p. 21). Compreendemos que esse grau de sucesso está relacionado ao fato de grande parte dos estudantes conseguirem concluir a atividade, mesmo que o resultado final não esteja correto.

Borba (1998) relata que a escolha de contextos mais familiares possibilita contribuir para o processo de aprendizagem dos estudantes e, por meio de atividades contextualizadas, é possível os estudantes realizarem descobertas que os auxiliem na construção do conhecimento do conceito e das operações de adição e subtração de números inteiros.

A Atividade 1, apresentada nesse Caderno, aborda dois contextos, que de acordo com nossa avaliação, podem ser familiares para os estudantes. Os contextos são: A tabela Campeonato Mineiro de Futebol 2018 e a tabela Temperaturas de Capitais Brasileiras.

Escolhemos o assunto saldo de gols, uma vez que o futebol é um esporte presente e frequente nas aulas de educação física da escola, por ser noticiado, diariamente, pelos meios de comunicação acessíveis aos estudantes, e pelo fato de os times da cidade de Belo Horizonte disputarem vários campeonatos durante o ano.

Já o contexto de temperaturas, acreditamos que é um assunto de conhecimento dos estudantes, devido à facilidade de acesso às mais diversas informações que os estudantes têm atualmente.

3. USO DE MATERIAIS MANIPULATIVOS NO ENSINO DE NÚMEROS INTEIROS

Segundo Fiorentini e Miorim (1990), alguns estudantes e professores enfrentam dificuldades no processo de ensino-aprendizagem de matemática. Os estudantes, porque muitas vezes não conseguem compreender o conteúdo da forma como lhes é ensinado, e o professor, por vivenciar o grande desafio de “repensar satisfatoriamente seu fazer pedagógico.” (1990, p.5), de forma a contribuir para a aprendizagem dos estudantes.

Conforme esses autores relatam, os professores buscam em conferências e cursos, materiais didáticos diferenciados para repensar e melhorar o ensino e, com isso, apresentam grande interesse pelos jogos e materiais, pois procuram, neles, a solução para os problemas que enfrentam na sala de aula.

No entanto, muitas vezes, os docentes nem sempre têm a clareza do porquê os materiais são importantes para o ensino de matemática, e em que momentos esses materiais podem ser usados. Em muitos casos, são utilizados para descontrair e motivar os estudantes, para que eles apreciem a matemática. Porém, podem ser usados também para que os estudantes construam relações matemáticas partindo do concreto, favorecendo-os uma melhor compreensão dos conteúdos. (FIORENTINI; MIORIM, 1990).

Entendemos que materiais manipulativos são recursos didáticos que foram construídos para serem manuseados pelos estudantes, com o objetivo de auxiliá-los na construção do conhecimento de um determinado conteúdo.

A possibilidade de utilizar materiais manipulativos no ensino de números inteiros ocorre pela contribuição que eles podem oferecer para superar os obstáculos e dificuldades enfrentados por alguns estudantes no processo de aprendizagem desse conteúdo.

Concordamos com Fiorentini, Miorim (1990) que não basta escolher o material que será utilizado se não há nenhum planejamento e se não está clara a finalidade para qual ele será empregado, afinal, “nenhum material é válido por si só.” (1990, p. 2).

Para introduzirmos as operações de adição e subtração de números inteiros, optamos por utilizar, em sala de aula, o Ábaco dos Inteiros, que apresentaremos a seguir.

3.1. O ÁBACO DOS INTEIROS

O Ábaco dos Inteiros é um material manipulativo constituído de uma base e duas hastes fixas a esta base: uma haste positiva, na qual são colocadas fichas coloridas (de mesma cor), que representam os números positivos, e a outra haste negativa, na qual são colocadas fichas coloridas (de mesma cor), que representam os números negativos.

Boyer (2010) destaca que, nos numerais em barras, chineses, a cor utilizada para representar os números positivos era a vermelha, e para os negativos, era a preta. No entanto, escolhemos a cor azul para representar os números positivos, e a vermelha, para os negativos, pois, atualmente, essas cores são utilizadas para indicar saldos positivos (azuis) e negativos (vermelhos) em contas bancárias. Apesar de não abordarmos esse contexto nas atividades propostas, acreditamos que os estudantes apresentariam familiaridade ao visualizarem essas cores, possibilitando facilitar a manipulação do material.

De acordo com Coelho (2005), o Ábaco dos Inteiros é um material adequado para os estudantes de 7º ano, porque é um material simples de ser manuseado. Além disso, “as representações matemáticas em que o material assenta e a forma como nele se opera respeitam a natureza quer dos conceitos quer das operações matemáticas envolvidas.” (2005, p. 61).

Segundo a autora, no Ábaco dos Inteiros, “os esquemas operatórios são possíveis de se concretizar” (2005, p. 72), o que pode proporcionar aos estudantes do 7º ano, experienciar uma abordagem operatória concreta da adição e subtração de números inteiros e, por meio dessa manipulação, explorar as regularidades dessas operações.

Nesse sentido, a Atividade 2, apresentada nesse caderno, foi elaborada a fim de introduzirmos as operações de adição e subtração de números inteiros, utilizando o Ábaco dos Inteiros (material manipulativo), para auxiliar os estudantes na compreensão dessas operações.

Para a pesquisa de campo, optamos por construir o Ábaco dos Inteiros de madeira, bem como as fichas azuis e vermelhas. No decorrer da atividade, disponibilizamos um material para cada estudante, conforme exibimos a seguir:

Foto 1 – Ábaco dos Inteiros



Fonte: Acervo próprio, 2019.

Foto 2 – Fichas azuis e vermelhas



Fonte: Acervo próprio, 2019.

Foto 3 – Ábaco dos Inteiros



Fonte: Acervo próprio, 2019.

Indicamos, nesse caderno, outras possibilidades de construção desse material, e o material em formato virtual.

A seguir, apresentamos as atividades desenvolvidas no decorrer da pesquisa.

4. ATIVIDADE 1: Explorando o conhecimento prévio sobre números inteiros

A Atividade 1 tem como objetivo introduzir o conceito de números inteiros, por meio de duas tarefas contextualizadas, que buscam explorar o conhecimento prévio dos estudantes acerca desse conteúdo.

A Tarefa 1 aborda o assunto saldo de gols do Campeonato Mineiro de 2018, e a Tarefa 2, as temperaturas de algumas capitais brasileiras. Cada tarefa foi organizada em três questões cada uma.

Para cada questão, apresentamos os objetivos, os materiais utilizados, a proposta de organização da sala de aula, exemplos de respostas dos estudantes, que apareceram com maior frequência, no decorrer da pesquisa de campo, e sugestões para os professores de matemática, que desejarem utilizar as atividades na sala de aula.

4.1. Tarefa 1: O saldo de gols do Campeonato Mineiro 2018

A Tarefa 1, têm como objetivos, promover familiaridade dos estudantes com o contexto saldo de gols, investigar a concepção prévia dos estudantes sobre saldo de gols associada à interpretação da Tabela Campeonato Mineiro de Futebol 2018, introduzir de forma intuitiva a compreensão acerca da ordenação dos números inteiros em ordem decrescente, introduzir a noção de comparação de números inteiros e introduzir de forma intuitiva o conceito de números opostos.

Apresentamos, a seguir, a Tabela Campeonato Mineiro de Futebol 2018, bem como os itens propostos em cada questão da Tarefa 1.

Tabela Campeonato Mineiro de Futebol 2018

A tabela a seguir mostra dados do desempenho dos times ao final do Campeonato Mineiro de Futebol de 2018.

Campeonato Mineiro de Futebol 2018

Clube	PTS	PJ	VIT	E	D	GP	GC	SG
<i>Cruzeiro</i>	29	11	9	2	0	20	2	+ 18
<i>América-MG</i>	21	11	6	3	2	14	8	+ 6
<i>Atlético</i>	18	11	5	3	3	14	7	+ 7
<i>Tupi</i>	16	11	5	1	5	19	16	+ 3
<i>Tombense</i>	15	11	4	3	4	8	7	+ 1
<i>URT</i>	15	11	4	3	4	12	13	- 1
<i>Boa</i>	14	11	4	2	5	5	9	- 4
<i>Patrocinense</i>	13	11	3	4	4	13	14	- 1
<i>Caldense</i>	13	11	3	4	4	9	12	- 3
<i>Villa Nova</i>	11	11	3	2	6	12	16	- 4
<i>Democrata</i>	10	11	3	1	7	12	25	- 13
<i>Uberlândia</i>	9	11	3	0	8	9	18	- 9

Fonte: www.google.com.br, 2019.

Legenda:

PTS: Pontos ganhos

PJ: Partidas jogadas

VIT: Vitórias

E: Empates

D: Derrotas

GP: Gols pro (a favor)

GC: Gols contra

SG: Saldo de gols

Pontuação:

3 pontos: Vitória

1 ponto: Empate

0 ponto: Derrota

Sugestões

O professor pode suprimir as colunas Partidas Jogadas (PJ), Vitórias (VIT), Empates (E) e Derrotas (D), porque não serão necessárias para o desenvolvimento da tarefa. Além disso, pode substituir a legenda Gols Contra (GC) por Gols Sofridos (GS), porque a tabela da forma como está apresentada, se mostrou um possível complicador durante a pesquisa de campo, para a compreensão, pelos estudantes, do saldo de gols, devido ao excesso de informações. Além disso, gerou dúvidas para os estudantes, com relação ao termo "Gols Contra".

TAREFA 1 - Questão 1

Objetivos

- Promover familiaridade dos estudantes com o contexto escolhido.
- Investigar a concepção prévia dos estudantes sobre saldo de gols associada à interpretação da Tabela Campeonato Mineiro de Futebol 2018.

Materiais

- Tabela Campeonato Mineiro de Futebol 2018.
- Folha impressa com a Questão 1.
- Lápis e borracha.

Sala de aula

- Estudantes organizados individualmente.

QUESTÃO 1

Responda os itens abaixo. Para isso, consulte a Tabela Campeonato Mineiro de Futebol 2018, se necessário.

- a) Você gosta de esportes? Qual é o seu esporte preferido?
- b) Você gosta de futebol? Para qual time você torce?
- c) Você já foi a algum jogo do seu time? Em qual estádio?
- d) Explique, com suas palavras, o que você entende por saldo de gols.
- e) Na tabela, quais times apresentaram saldo de gols positivo? E saldo de gols negativo?
- f) Como foram representados, na tabela, os saldos de gols positivos e os saldos de gols negativos?
- g) Para um time ter um saldo de gols positivo, o que é necessário acontecer? E para ele ter um saldo de gols negativos.

Exemplos de respostas dos estudantes

- a) Sim, futebol.
- b) Sim, Atlético-MG.
- c) Sim, Independência.
- d) Saldo de gols é a diferença entre os gols a favor (GP) e os gols contra (GC). O saldo de gols pode ser ou positivo (a mais) ou negativo (a menos).
- e) Positivos: Cruzeiro, América-MG, Atlético, Tupi, Tombense. Negativos: URT, Boa, Patrocinense, Caldense, Villa Nova, Democrata, Uberlândia.
- f) Com os símbolos – para negativos e + para positivos.
- g) Para ter saldo de gols positivo tem que ter mais gols a favor. Para ter um saldo de gols negativo tem que ter mais gols contra.

Sugestões

O professor pode iniciar essa questão realizando uma conversa informal com estudantes, sobre os esportes preferidos, por eles, e os times de futebol que torcem. Isso pode despertar o interesse e a curiosidade dos estudantes, a respeito da relação desse assunto com a tarefa proposta.

Além disso, o docente pode fazer a leitura da tabela, juntamente com os estudantes, para que eles possam ir se familiarizando com o que as colunas, os números presentes em cada uma delas e a legenda representam.

TAREFA 1 - Questão 2

Objetivos

- Introduzir de forma intuitiva a compreensão acerca da ordenação dos números inteiros em ordem decrescente.
- Introduzir a noção de comparação de números inteiros.

Materiais

- Tabela Campeonato Mineiro de Futebol 2018.
- Folha impressa com a Questão 2.
- Lápis e borracha.

Sala de aula

- Estudantes organizados individualmente.

QUESTÃO 2

Observe novamente a tabela Campeonato Mineiro de Futebol 2018.

Organize os saldos de gols dos times em ordem decrescente.

Time	Saldo de Gols

Exemplos de respostas dos estudantes

Time	Saldo de Gols
Cruzeiro	+18
América - MG	+7
Athletico	+6
Tupi	+3
Tombense	+1
URT	-13
Boa	-9
Patrocinense	-4
Palmeiras	-4
Villa Nova	-3
Democrata	-1
Uberlândia	-1

Sugestões

Nessa questão, o professor pode lembrar aos estudantes, o que significa ordenar os números naturais em ordem decrescente, e problematizar a organização dos saldos de gols negativos. Por exemplo: “Qual time vocês acham que está mais bem colocado: o URT ou o Democrata?”

TAREFA 1 - Questão 3

Objetivos

- Introduzir a noção de comparação de números inteiros.
- Introduzir de forma intuitiva o conceito de números opostos.

Materiais

- Tabela Campeonato Mineiro de Futebol 2018.
- Folha impressa com a Questão 3.
- Lápis e borracha.

Sala de aula

- Estudantes organizados individualmente.

QUESTÃO 3

Consulte a Tabela Campeonato Mineiro de Futebol 2018 e responda:

- O time Tombense e URT obtiveram a mesma pontuação no campeonato mineiro, conforme mostra a tabela. Porém, o saldo de gols está diferente, explique por que isso aconteceu. Por que o time Tombense ficou em quinto lugar e o time URT em sexto lugar?
- Identifique na tabela se há outros times com a mesma pontuação, porém saldo de gols diferentes. Explique por que isso acontece.
- Quem possui o maior saldo de gols: Democrata ou Uberlândia? Por quê?
- Explique o saldo de gols de Tupi e Caldense. Há alguma relação entre eles? Justifique sua resposta.
- É possível, durante um campeonato, um time ter o saldo de gols igual a 0? Explique a sua resposta.

Exemplos de respostas dos estudantes

- Porque o Tombense fez mais gols e levou menos gols, já o URT fez menos gols e levou mais gols. Porque o saldo de gols do Tombense é maior do que o saldo de gols da URT.
- Patrocinense e Caldense. Pois Patrocinense perdeu um gol a mais do que ganhou, já o Caldense perdeu três gols a mais do que ganhou.
- O maior saldo de gols é o Democrata, porque SG é maior mesmo sendo gols negativos.
- Não há uma relação direta, mas a relação é que o Tupi tem +3 e o Caldense -3. A relação seria que negativo ou positivo ambos são 3.
- Sim, se o time não fizer gols.

Sugestões

O professor pode fazer a leitura da tabela novamente, realizando intervenções, sem oferecer a resposta desejada aos estudantes. Mas, contribuindo, para que eles observem a pontuação dos times e explorem os números de mesmo módulo nos saldos de gols da tabela.

4.2. Tarefa 2: Temperaturas de capitais brasileiras

Para darmos continuidade à introdução de números inteiros, porém, no contexto de temperaturas acima de zero e abaixo de zero, apresentamos, a seguir, a Tarefa 2 que têm como objetivos, explorar a noção de números inteiros, por meio do contexto de temperaturas, introduzir a simbologia matemática, ordenar os números inteiros na reta numérica e comparar números inteiros.

TAREFA 2 - Questão 1

Objetivos

- Explorar a noção de números inteiros, por meio do contexto de temperaturas acima de zero e abaixo de zero.
- Introduzir a simbologia matemática.
- Ordenar os números inteiros na reta numérica.

Materiais

- Folha impressa com a Questão 1.
- Lápis de cor.

Sala de aula

- Estudantes organizados em duplas.

QUESTÃO 1

Use a sua criatividade e faça um desenho de acordo com o que está escrito em cada balãozinho da conversa telefônica abaixo.



Exemplos de respostas dos estudantes



Sugestões

O professor pode iniciar essa questão realizando uma conversa informal com estudantes, sobre as variações de temperaturas das regiões brasileiras, o que eles compreendem a respeito de temperaturas “acima de zero” e “abaixo de zero”. Isso pode despertar o interesse e a criatividade do estudante para realizar a tarefa proposta.

TAREFA 2 - Questão 2

Objetivos

- Explorar a noção de números inteiros, por meio do contexto de temperaturas acima de zero e abaixo de zero.
- Introduzir a simbologia matemática.
- Ordenar os números inteiros na reta numérica.

Materiais

- Folha impressa com a Questão 3.
- Lápis e borracha.

Sala de aula

- Estudantes organizados em duplas.

QUESTÃO 2

Agora, observem na tabela abaixo os valores e os meses dos registros das menores temperaturas já ocorridas em dez capitais do Brasil.

Temperatura de Capitais Brasileiras

Capital	Temperatura	Mês
Belo Horizonte	3°C acima de zero	Junho
Rio de Janeiro	6°C acima de zero	Julho
Curitiba	6°C abaixo de zero	Julho
Porto Alegre	4°C abaixo de zero	Julho
São Paulo	0°C	Agosto
Florianópolis	0°C	Julho
Campo Grande	1°C abaixo de zero	Junho
Vitória	11°C acima de zero	Julho
São Luiz	17°C acima de zero	Março
Recife	14°C acima de zero	Novembro

Fonte: < http://www.geocities.ws/neygeo/clima_brasileiro.html>

Consulte a Tabela Temperatura de Capitais Brasileiras, se necessário, e responda:

- a) Explique o que vocês entendem por temperatura “abaixo de zero” e “acima de zero”. No desenho que vocês fizeram, foi possível fazer essa diferenciação? Justifique sua resposta.

b) Vocês acham que é possível representar as expressões “abaixo de zero” e “acima de zero” com símbolos matemáticos?

Se for possível, represente na tabela abaixo.

Capital	Temperatura
Belo Horizonte	
Rio de Janeiro	
Curitiba	
Porto Alegre	
São Paulo	
Florianópolis	
Campo Grande	
Vitória	
São Luiz	
Recife	

Exemplos de respostas dos estudantes

- a) Eu entendi que abaixo de 0°C é frio. Eu entendi que acima de 0°C é calor.
b) Sim. Com símbolos de adição e subtração.

Capital	Temperatura
Belo Horizonte	+3 °C
Rio de Janeiro	+6 °C
Curitiba	-6 °C
Porto Alegre	-4 °C
São Paulo	0 °C
Florianópolis	0 °C
Campo Grande	-1 °C
Vitória	+11 °C
São Luiz	+17 °C
Recife	+14 °C

Sugestões

Nessa questão, o docente pode realizar, juntamente com os estudantes, a leitura da tabela, conversando com eles a respeito das temperaturas apresentadas, e a relação dos termos “abaixo de zero” e “acima de zero” com cada uma delas.

TAREFA 2 - Questão 3

Objetivos

- Comparar números inteiros.
- Ordenar números inteiros na reta numérica.

Materiais

- Tabela Temperaturas de capitais brasileiras.
- Folha impressa com a Questão 3.
- Folha branca.

- Lápis e borracha.
- Lápis de cor.
- Régua.

Sala de aula

- Estudantes organizados em duplas.

QUESTÃO 3

Para responder as perguntas consulte a Tabela *Temperaturas de capitais brasileiras*.

- Podemos afirmar que Rio de Janeiro e Curitiba apresentaram a mesma temperatura em julho? Justifique sua resposta.
- Qual capital apresentou menor temperatura, Curitiba ou Campo Grande? Justifique sua resposta.
- Qual capital apresentou a menor temperatura? E a maior? Como vocês chegaram a essa conclusão?
- Para Curitiba ter a mesma temperatura que Vitória, o que é preciso acontecer com a temperatura aumentar ou diminuir? Quantos graus? Explique como vocês chegaram a essa conclusão.
- Na folha em branco, desenhe um termômetro e represente, nele, as temperaturas registradas nas capitais apresentadas na tabela.

Exemplos de respostas dos estudantes

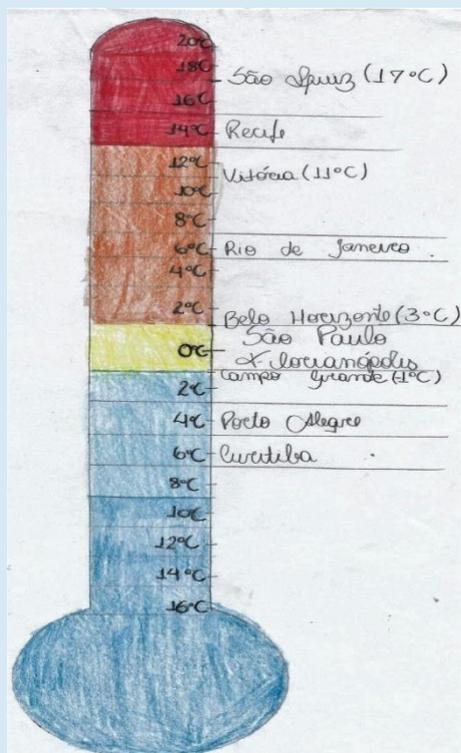
- Não, pois, quando há o sinal de subtração, os graus são abaixo de zero e quando o sinal não existe ou é de adição, os graus são acima de zero. E Rio de Janeiro são seis graus acima de zero e Curitiba são seis graus abaixo de zero. Ex: É a mesma coisa que você falar que 4 é igual a 6, mas não é, pois 6 é acima de 5 e 4 á abaixo.
- Curitiba. Pois Curitiba apresenta temperatura igual a -6°C e Campo Grande apresenta temperatura igual a -1°C . A partir do zero para baixo os números começam a ser contados ao contrário.

c) Curitiba é a menor temperatura, pois quando são graus abaixo de zero, um número absurdamente grande vira um número absurdamente pequeno. Então esses -6°C é o maior número abaixo de zero, ou seja, virou menor.”

São Luiz, apresenta o maior número acima de zero, então a situação não se inverte.

d) Aumentar. 17°C . Nós reduzimos os graus baixo de Curitiba até chegar a 0°C , depois aumentamos a temperatura até 11°C e somando a redução de 6°C com 11°C dá em 17°C .

e)



Sugestões

O professor pode conversar com estudantes a respeito do termômetro. Além disso, pode levar para a sala de aula, algumas imagens, fotografias desse instrumento, como exemplos, para a realização do item e.

5. ATIVIDADE 2: As operações de adição e subtração de números inteiros

A Atividade 2 tem como objetivo introduzir as operações de adição e subtração de números inteiros. Organizamos essa atividade em duas tarefas, na primeira delas, buscamos introduzir a adição de números inteiros, por meio do jogo *Dados dos Inteiros* e com a utilização do Ábaco dos Inteiros. Na segunda tarefa, abordamos a subtração de números inteiros com a utilização do Ábaco dos Inteiros.

5.1. Tarefa 1: A adição de números inteiros

Para introduzirmos a adição de números inteiros, apresentamos, a seguir, a Tarefa 1, que têm como objetivo iniciar o estudo da operação de adição de números inteiros, por meio do jogo *Dados dos Inteiros*, e com o auxílio do Ábaco dos Inteiros.

O jogo *Dados dos Inteiros* foi elaborado ao longo do processo de formação no Mestrado Profissional, com a contribuição dos orientadores e de mestrandos da Turma 2018, da linha de Educação Matemática, da qual faço parte.

JOGO DADOS DOS INTEIROS

Objetivos

- Introduzir a operação de adição de números inteiros.
- Proporcionar o trabalho em grupo nas aulas de matemática.

Materiais

- Ábaco dos Inteiros para cada participante do jogo.
- Fichas vermelhas (negativas) e azuis (positivas) para cada participante do jogo.
- Dois dados, um dado vermelho (negativo) e um azul (positivo), para cada grupo.
- Tabela: Pontos por rodadas, para cada grupo.

-
- Tabela: Classificação final, para cada grupo.
 - Lápis e borracha.

Sala de aula

- Grupos formados por 4 a 7 estudantes.

Regras do Jogo

- 1ª: Os componentes de cada grupo são os adversários no jogo.
- 2ª: O grupo vai escolher um dos dados para dar início ao jogo e a ordem dos jogadores. Escolhido um dado, para a primeira rodada, na segunda rodada, será lançado o outro dado.
- 3ª: Na primeira rodada, cada jogador lança o dado e representa o número sorteado no Ábaco dos Inteiros.
- 4ª: A partir da segunda rodada, o jogador lança o outro dado e representa o número sorteado no Ábaco dos Inteiros, calcula o seu saldo de pontos, e anota na Tabela: Pontos por rodadas.
- 5ª: O jogador calcula o seu saldo de pontos até a última rodada.
- 6ª: Vence o jogo, o estudante que obtiver a maior pontuação, de acordo com o preenchimento da Tabela: Classificação final.

Sugestões para a construção do Ábaco dos Inteiros

O Ábaco dos Inteiros pode ser confeccionado pelos próprios estudantes, utilizando palitos (semelhantes a palitos de churrasco, porém sem “ponta”) para representar as hastes, que podem ser fixadas em uma base de papelão ou e.v.a. As fichas azuis e vermelhas podem ser confeccionadas com e.v.a ou podem ser utilizadas bolas de isopor, e, nesse caso, os estudantes precisariam pintar as bolas nas cores azuis e vermelhas.

O docente pode utilizar o Ábaco dos Inteiros, em formato virtual, desenvolvido por Franciele Meinerz, disponível no site: <http://www.mundojogos.com.br/abaco>.

Tabela: Pontos por rodadas

PONTOS POR RODADAS											
Nome do Jogador	1ª Rodada	2ª Rodada	Saldo	3ª Rodada	Saldo	4ª Rodada	Saldo	5ª Rodada	Saldo	6ª Rodada	Resultado final

Tabela: Classificação final

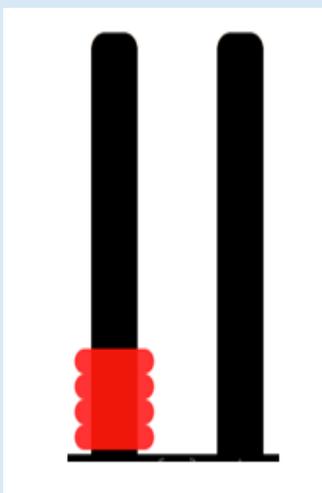
CLASSIFICAÇÃO FINAL		
Posição	Nome	Total de pontos
1º		
2º		
3º		
4º		
5º		
6º		

Exemplo de representação da adição no Ábaco dos Inteiros

$$-4 + 2 = -2$$

1º: Represente o -4 colocando quatro fichas vermelhas na haste negativa do Ábaco dos Inteiros.

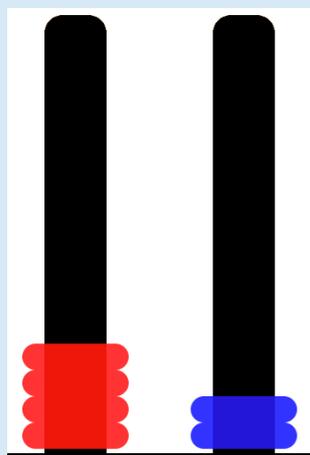
Figura 1 – Ábaco dos Inteiros



Fonte: <http://www.mundojogos.com.br/abaco>, 2019.
Acesso: nov. 2019.

2º: Represente o $+2$ colocando duas fichas azuis na haste positiva do Ábaco dos Inteiros.

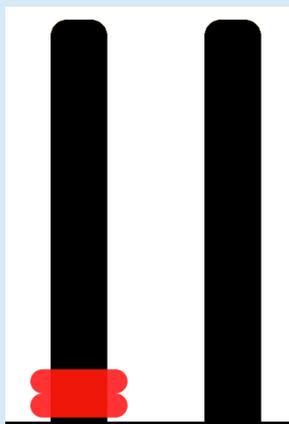
Figura 2 – Ábaco dos Inteiros



Fonte: <http://www.mundojogos.com.br/abaco>, 2019.
Acesso: nov. 2019.

3º: Para cada ficha vermelha retirada da haste negativa, retira-se uma ficha azul da haste positiva. Resultado: (Fichas que permaneceram em uma das hastes): Duas fichas vermelhas, que representam o número -2 .

Figura 3 – Ábaco dos Inteiros



Fonte: <http://www.mundojogos.com.br/abaco>, 2019.
Acesso: nov. 2019.

Exemplos de respostas dos estudantes

Tabela Pontos por Rodadas

1ª Rodada	2ª Rodada	Saldo	3ª Rodada	Saldo	4ª Rodada	Saldo	5ª Rodada	Saldo	6ª Rodada	Resultado final
-5	+5	0	-4	-4	+6	+2	-4	-2	+1	-1

Sugestões

O professor pode iniciar essa tarefa explicando aos estudantes, como representar um número no Ábaco dos Inteiros, e discutir com eles as diferentes maneiras de representar um mesmo número, com o uso desse material. Além disso, o docente pode explicar aos grupos, as regras do jogo e como calcular o saldo de pontos, utilizando o Ábaco dos Inteiros.

TAREFA 1 - Questão 1

Objetivos

- Relatar algumas situações que ocorreram nas operações de adição de números inteiros, realizadas durante as partidas.
- Observar e relatar, as diferentes situações, que podem ocorrer na resolução da adição de números inteiros.

Materiais

- Ábaco dos Inteiros para cada participante do jogo.
- Fichas vermelhas (negativas) e azuis (positivas) para cada componente do grupo.
- Dois dados, um dado vermelho (negativo) e um azul (positivo), para cada grupo.
- Tabela: Pontos por rodadas, para cada grupo.
- Tabela: Classificação final, para cada grupo.
- Lápis e borracha.
- Folha impressa com a Questão 1.

Sala de aula

- Estudantes organizados em grupos.

QUESTÃO 1

De acordo com o que vocês observaram no jogo *Dados dos Inteiros*, responda:

- a) Expliquem como vocês utilizaram o *Ábaco dos Inteiros* para realizar os cálculos dos saldos e do resultado final, durante o jogo *Dados dos Inteiros*.
- b) Em algum momento do jogo *Dados dos Inteiros* a pontuação de um ou mais componentes do grupo foi zero? Como isso aconteceu? Se essa situação não ocorreu no grupo, criem uma situação utilizando apenas duas rodadas em que isso ocorre e explique.
- c) Investiguem, se iniciar o jogo *Dados dos Inteiros* lançando o dado positivo ou negativo, influencia no resultado final do jogo. Relatem as suas conclusões.
- d) João está jogando o jogo *Dados dos Inteiros* e representando a sua pontuação no *Ábaco dos Inteiros*. Ele tem a pontuação final positiva. Expliquem o que acontecerá com a pontuação de João se:
 - Lançar o dado positivo.
 - Lançar o dado negativo.
- e) João está jogando o jogo *Dados dos Inteiros* e representando a sua pontuação no *Ábaco dos Inteiros*. Ele tem a pontuação final negativa. Expliquem o que acontecerá com a pontuação de João se:
 - Lançar o dado positivo.
 - Lançar o dado negativo.

Exemplos de respostas dos grupos

- a) A cada dado positivo pegamos o número de fichas azuis de acordo com a pontuação e colocamos na parte dos positivos do ábaco. E a cada dado negativo pegamos o número de fichas vermelhas de acordo com a pontuação e colocamos na área dos negativos do ábaco. Sempre tiramos o número de negativos igual ao número de positivos até um acabar. Os números positivos maiores são os que estão mais longe dos negativos e os negativos maiores são os mais próximos dos positivos, assim conseguimos obter a pontuação final.
- b) Sim, quando a pessoa tirou números opostos o saldo foi 0.
- c) Sim. Pois se nós começarmos com o dado negativo não teremos saldo positivo para tirar.
- d) Lançar o dado positivo: Se ele lançar o dado positivo, o saldo de pontos aumentará. Porque assim nós somaremos o número que saiu no dado.
Lançar o dado negativo: Se ele lançar o dado negativo o saldo dele vai diminuir, até mesmo dever.
- e) Lançar o dado positivo: Se ele lançar o dado positivo, o saldo de pontos aumentará. Porque assim estaremos mais perto do saldo de pontos positivos.
Lançar o dado negativo: Se ele lançar o dado negativo ele terá uma maior pontuação negativa.

Sugestões

Nessa questão, o professor pode incentivar os grupos a discutirem as questões, entre os componentes, e com os outros grupos. É interessante, que eles troquem as tabelas, para observarem os diversos resultados obtidos no jogo.

5.2. Tarefa 2: A subtração de números inteiros

Para introduzirmos a subtração de números inteiros, apresentamos, a seguir, a Tarefa 2, que tem como objetivo iniciar o estudo da operação de subtração de números inteiros por meio da manipulação e exploração do Ábaco dos Inteiros.

TAREFA 2 - Questão 1

Objetivos

- Introduzir a operação de subtração de números inteiros, mediante o uso do Ábaco dos Inteiros.
- Observar e relatar, as diferentes situações que podem ocorrer, na resolução da subtração de números inteiros.

Materiais

- Ábaco dos Inteiros para cada estudante.
- Fichas vermelhas (negativas) e azuis (positivas) para cada estudante.
- Folha impressa com a Questão 1.
- Lápis e borracha.

Sala de aula

- Estudantes organizados em duplas.

QUESTÃO 1

Utilize o Ábaco dos Inteiros para completar a tabela abaixo:

Represente no ábaco o número	Retire o número	Operação	Resultado
+ 6	+ 3		
- 5	+ 2		
- 6	+ 4		
- 5	+ 5		
+ 3	- 5		
+ 7	- 3		
- 2	- 1		
- 4	- 2		
- 3	- 4		

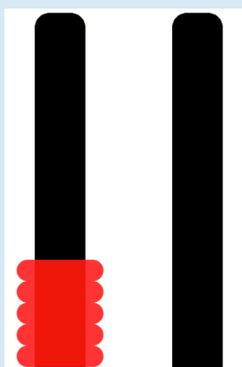
- Quais estratégias vocês utilizaram para representar essas operações no *Ábaco dos Inteiros*?
- Explique por que $-2 - 5 = -7$ e por que $-2 - (-5) = 3$. Como vocês representaram essas operações no ábaco?
- Represente, no Ábaco dos Inteiros, e relate as suas conclusões da seguinte situação abaixo: "Tenho certa quantidade, o que acontece se eu retirar dela uma quantidade negativa?"

Exemplo de representação da subtração no Ábaco dos Inteiros

$$-5 - (+2) = -7$$

1º: Represente o número -5 colocando cinco fichas vermelhas na haste negativa do Ábaco dos Inteiros.

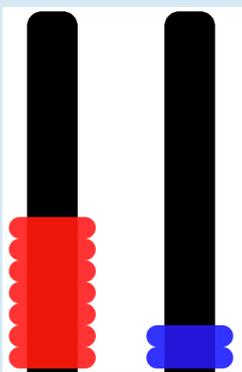
Figura 4 – Ábaco dos Inteiros



Fonte: <http://www.mundojogos.com.br/abaco>, 2019.
Acesso: nov., 2019.

2º: Represente o número $+2$ colocando duas fichas azuis na haste positiva e acrescente o número -2 , colocando duas fichas vermelhas na haste negativa do Ábaco dos Inteiros, para não alterar o valor representado anteriormente.

Figura 5 – Ábaco dos Inteiros

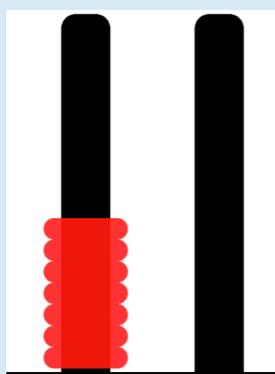


Fonte: <http://www.mundojogos.com.br/abaco>, 2019.
Acesso: nov., 2019

3º: Retire o número $+2$, isto é, as duas fichas azuis que foram colocadas na haste positiva do Ábaco dos Inteiros.

Resultado: (Fichas que permaneceram em uma das hastes): Sete fichas vermelhas, que representam o número -7 .

Figura 6 – Ábaco dos Inteiros



Fonte: <http://www.mundojogos.com.br/abaco>, 2019.
Acesso: nov., 2019.

Exemplos de respostas das duplas

Operação realizada por uma dupla na Tabela:

+3	-5	$+3 - 5$
----	----	----------

- Quando era $+7 - 3$, por exemplo, acrescentamos $+3$ no $+7$ e $7 + 3 = +10$.
- Porque eu estou apenas acrescentando a ficha, nesse caso só vamos aumentar o tanto de fichas na haste indicada. Porque se você tem dois menos não dá pra tirar -5 então acrescentamos as fichas positivas que vai dar $+3$. Colocando as fichas de acordo com o que foi pedido.
- A quantidade aumenta. Temos 4 fichas positivas, colocamos uma ficha negativa, com isso acrescentamos mais 1 ficha positiva e retiramos a que estava no negativo. Então, ficamos com o resultado $+5$. E a quantidade de fichas ficou maior do que já havia antes

Sugestões

O professor pode retomar a discussão iniciada na Atividade 2, referente às diversas maneiras de representar um mesmo número no Ábaco dos Inteiros. Em especial, as diferentes representações do zero. Além disso, pode discutir com os estudantes, como é possível realizar uma operação no material, na qual é necessário retirar fichas de uma haste que não apresenta nenhuma ficha. Isso pode contribuir para o desenvolvimento da tarefa, pelos estudantes.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Buscamos, com essas atividades, contribuir para que o professor de matemática possa, por meio delas, investigar o conhecimento prévio dos estudantes acerca dos números inteiros, como também, introduzir o conceito de números inteiros, utilizando diferentes contextos. Além disso, introduzir as operações de adição e subtração, por meio do jogo *Dados dos Inteiros* e com o auxílio do *Ábaco dos Inteiros*.

Esperamos, que as tarefas apresentadas nesse caderno, proporcionem aos estudantes trabalharem de forma ativa e cooperativa em sala de aula, possibilitando a eles, a realização de registros, bem como diálogos que visem à aprendizagem do conceito de números inteiros e das operações de adição e subtração.

Na nossa pesquisa de campo, as atividades contextualizadas, principalmente a que abordava um contexto de maior familiaridade para os estudantes, contribuiu para o processo de aprendizagem do conceito de números inteiros.

Além disso, o *Ábaco dos Inteiros* se mostrou um material de apoio apropriado para o ensino das operações de adição e subtração de números inteiros, embora tenha apresentado algumas limitações relacionadas à representação da subtração, não impediu que grande parte dos estudantes explorasse algumas regularidades observadas no resultado dessa operação.

Acreditamos que a exploração do material, mediada pelo professor, ao introduzir as operações, pode contribuir para diminuir as limitações referentes à representação das operações, por exemplo, as diversas maneiras de se representar um número no *Ábaco dos Inteiros*.

Embora não tenha sido possível abordar, neste trabalho, as quatro operações básicas, consideramos relevante refletir, futuramente, sobre como a utilização do *Ábaco dos Inteiros* pode auxiliar para introduzir as operações de multiplicação e divisão de números inteiros no 7º ano.

A experiência em desempenhar novas práticas como professora de matemática, a possibilidade de refletir sobre elas, bem como a oportunidade de permitir aos estudantes ampliarem os seus conhecimentos em sala de aula, me proporcionou grande crescimento profissional. Esperamos que esse material, possa contribuir para a prática docente de outros professores de matemática.

REFERÊNCIAS

BORBA, Rute Elizabete de Souza Rosa. O ensino e a compreensão de números relativos. In: CARRAHER, David; SCHLIEMANN, Analúcia (Orgs.). **A compreensão de conceitos aritméticos: Ensino e Pesquisa**. Campinas, SP: Papirus, 1998. p. 121-150.

BOYER, Carl Benjamin. **História da Matemática**. 3. ed. São Paulo: Blucher, 2010.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática**. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.

COELHO, Márcia Paula Fraga. **A multiplicação de números inteiros relativos no “ábaco dos inteiros”**: uma investigação com estudantes do 7.º ano de escolaridade. Dissertação de Mestrado. Braga: Universidade do Minho, 2005.

FIORENTINI, Dario; MIORIM, Maria Ângela. **Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no Ensino da Matemática**. Boletim SBEM-SP, Ano 4 - nº7, 1990.

MINAS GERAIS. **Currículo Básico Comum: Matemática**. Belo Horizonte, SEE-MG, 2014.

PONTE, João Pedro da. (Org.). **Práticas profissionais dos professores de Matemática**. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2014. (Encontros de educação).

PONTE, João Pedro da & QUARESMA, Marisa. (2012). **O papel do contexto nas tarefas matemáticas**. Interações, 22, 196-216.

APÊNDICES

Disponibilizamos, a seguir, as tarefas, para que o professor possa realizar a impressão para os estudantes. No início de cada folha há um espaço, para inserir o cabeçalho desejado.

ATIVIDADE 1: Explorando o conhecimento prévio do conceito de números inteiros.

TAREFA 1: O saldo de gols do Campeonato Mineiro de 2018.

A tabela a seguir mostra dados do desempenho dos times ao final do Campeonato Mineiro de Futebol de 2018.

Campeonato Mineiro de Futebol 2018

Clube	PTS	PJ	VIT	E	D	GP	GC	SG
<i>Cruzeiro</i>	29	11	9	2	0	20	2	+ 18
<i>América-MG</i>	21	11	6	3	2	14	8	+ 6
<i>Atlético</i>	18	11	5	3	3	14	7	+ 7
<i>Tupi</i>	16	11	5	1	5	19	16	+ 3
<i>Tombense</i>	15	11	4	3	4	8	7	+ 1
<i>URT</i>	15	11	4	3	4	12	13	- 1
<i>Boa</i>	14	11	4	2	5	5	9	- 4
<i>Patrocinense</i>	13	11	3	4	4	13	14	- 1
<i>Caldense</i>	13	11	3	4	4	9	12	- 3
<i>Villa Nova</i>	11	11	3	2	6	12	16	- 4
<i>Democrata</i>	10	11	3	1	7	12	25	- 13
<i>Uberlândia</i>	9	11	3	0	8	9	18	- 9

Fonte: www.google.com.br, 2019.

Legenda:

PTS: Pontos ganhos

PJ: Partidas jogadas

VIT: Vitórias

E: Empates

D: Derrotas

GP: Gols pro (a favor)

GC: Gols contra

SG: Saldo de gols

Pontuação:

3 pontos: Vitória

1 ponto: Empate

0 ponto: Derrota

QUESTÃO 1

Responda as questões abaixo. Para isso, consulte a tabela Campeonato Mineiro de Futebol 2018, se necessário.

a) Você gosta de esportes? Qual é o seu esporte preferido?

b) Você gosta de futebol? Para qual time você torce?

c) Você já foi a algum jogo do seu time? Em qual estádio?

d) Explique, com suas palavras, o que você entende por saldo de gols.

e) Na tabela, quais times apresentaram saldo de gols positivo? E saldo de gols negativo?

f) Como foram representados, na tabela, os saldos de gols positivos e os saldos de gols negativos?

g) Para um time ter um saldo de gols positivo, o que é necessário acontecer? E para ele ter um saldo de gols negativos?

QUESTÃO 2

Observe novamente a tabela Campeonato Mineiro de Futebol 2018.

Organize os saldos de gols dos times em ordem decrescente.

Time	Saldo de Gols

QUESTÃO 3

Consulte a tabela Campeonato Mineiro de Futebol 2018 e responda:

a) O time Tombense e URT obtiveram a mesma pontuação no campeonato mineiro, conforme mostra a tabela. Porém, o saldo de gols está diferente, explique por que isso aconteceu. Por que o time Tombense ficou em quinto lugar e o time URT em sexto lugar?

b) Identifique, na tabela, se há outros times com a mesma pontuação, porém, saldo de gols diferentes. Explique por que isso acontece.

c) Quem possui o maior saldo de gols: Democrata ou Uberlândia? Por quê?

d) Explique o saldo de gols de Tupi e Caldense. Há alguma relação entre eles? Justifique sua resposta.

e) É possível, durante um campeonato, um time ter o saldo de gols igual a 0? Explique a sua resposta.



TAREFA 2: Temperaturas das capitais brasileiras.

QUESTÃO 1

Use a sua criatividade e faça um desenho de acordo com o que está escrito em cada balãozinho da conversa telefônica abaixo.

	
---	---

QUESTÃO 2

Agora, observem na tabela abaixo os valores e os meses dos registros das menores temperaturas já ocorridas em dez capitais do Brasil.

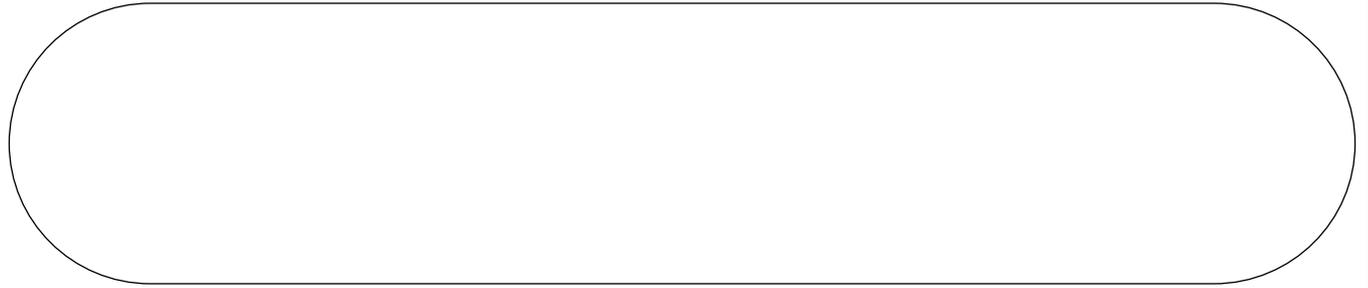
Temperatura de Capitais Brasileiras

Capital	Temperatura	Mês
Belo Horizonte	3°C acima de zero	Junho
Rio de Janeiro	6°C acima de zero	Julho
Curitiba	6°C abaixo de zero	Julho
Porto Alegre	4°C abaixo de zero	Julho
São Paulo	0°C	Agosto
Florianópolis	0°C	Julho
Campo Grande	1°C abaixo de zero	Junho
Vitória	11°C acima de zero	Julho
São Luiz	17°C acima de zero	Março
Recife	14°C acima de zero	Novembro

Fonte: < http://www.geocities.ws/neygeo/clima_brasileiro.html >

Consulte a tabela *Temperatura de Capitais Brasileiras*, se necessário, e responda:

a) Explique o que vocês entendem por temperatura “abaixo de zero” e “acima de zero”. No desenho que vocês fizeram, foi possível fazer essa diferenciação? Justifique sua resposta.



b- Vocês acham que é possível representar as expressões “abaixo de zero” e “acima de zero” com símbolos matemáticos?

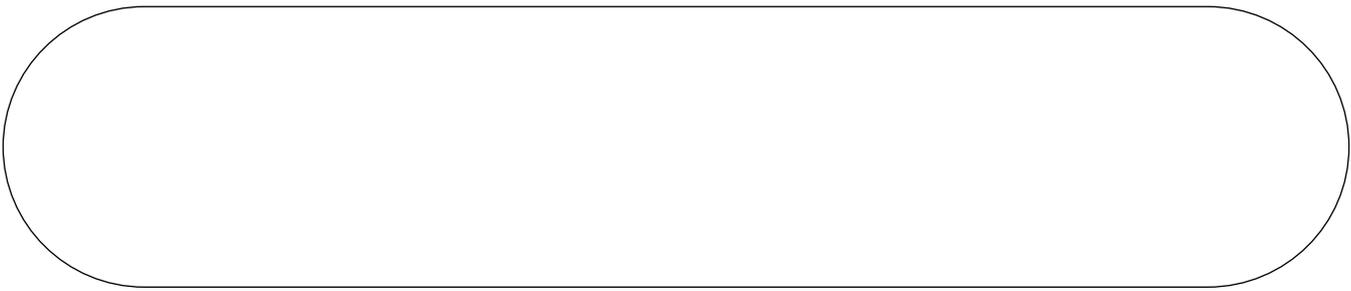
Se for possível, represente na tabela abaixo.

Capital	Temperatura
Belo Horizonte	
Rio de Janeiro	
Curitiba	
Porto Alegre	
São Paulo	
Florianópolis	
Campo Grande	
Vitória	
São Luiz	
Recife	

QUESTÃO 3

Para responder as perguntas consulte a tabela *Temperaturas de capitais brasileiras*.

- a) Podemos afirmar que Rio de Janeiro e Curitiba apresentaram a mesma temperatura em julho? Justifique sua resposta.
- b) Qual capital apresenta menor temperatura, Curitiba ou Campo Grande? Justifique sua resposta.
- c) Qual capital apresentou a menor temperatura? E a maior? Como vocês chegaram a essa conclusão?
- d) Para Curitiba ter a mesma temperatura que Vitória, o que é preciso acontecer com a temperatura aumentar ou diminuir? Quantos graus? Explique como vocês chegaram a essa conclusão.
- e) Na folha em branco, desenhe um termômetro e represente, nele, as temperaturas registradas nas capitais apresentadas na tabela.



ATIVIDADE 2 : As operações de adição e subtração de números inteiros.

TAREFA 1: A adição de números inteiros.

JOGO DADOS DOS INTEIROS

GRUPOS: 4 à 7 participantes.

REGRAS

1ª: Os componentes de cada grupo são os adversários no jogo.

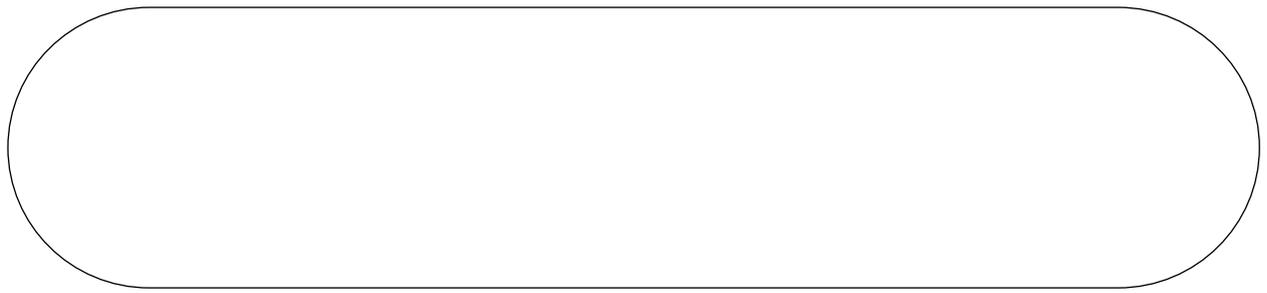
2ª: O grupo vai escolher um dos dados para dar início ao jogo e a ordem dos jogadores. Escolhido um dado para a primeira rodada, na segunda rodada será lançado o outro dado.

3ª: Na primeira rodada cada jogador lança o dado e representa o número sorteado no Ábaco dos Inteiros.

4ª: A partir da segunda rodada o jogador lança o outro dado e representa o número sorteado no Ábaco dos Inteiros, calcula o seu saldo de pontos e anota na Tabela: Pontos por rodadas.

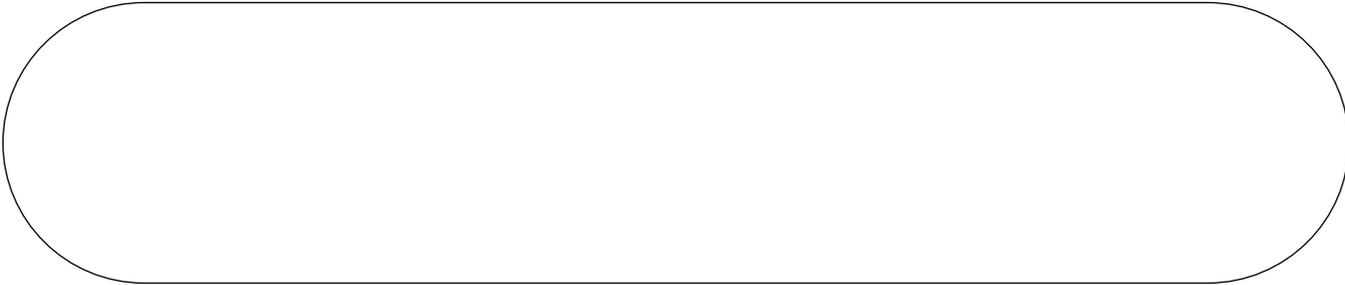
5ª: O jogador calcula o seu saldo de pontos até a última rodada.

6ª: Vence o jogo o aluno que obtiver a maior pontuação de acordo com o preenchimento da Tabela: Classificação final.



PONTOS POR RODADAS

Nome do Jogador	1ª Rodada	2ª Rodada	Saldo	3ª Rodada	Saldo	4ª Rodada	Saldo	5ª Rodada	Saldo	6ª Rodada	Resultado final



CLASSIFICAÇÃO FINAL

Posição	Nome	Total de pontos
1º		
2º		
3º		
4º		
5º		
6º		

QUESTÃO 1

De acordo com o que vocês observaram no jogo *Dados dos Inteiros*, responda:

a) Expliquem como vocês utilizaram o Ábaco dos Inteiros para realizar os cálculos dos saldos e do resultado final, durante o jogo *Dados dos Inteiros*.

b) Em algum momento do jogo *Dados dos Inteiros* a pontuação de um ou mais componentes do grupo foi zero? Como isso aconteceu? Se essa situação não ocorreu no grupo, criem uma situação utilizando apenas duas rodadas em que isso ocorre e explique.

c) Investiguem se, iniciar o jogo *Dados dos Inteiros* lançando o dado positivo ou negativo, influencia no resultado final do jogo. Relatem as suas conclusões.



d) João está jogando o jogo *Dados dos Inteiros* e representando a sua pontuação no *Ábaco dos Inteiros*. Ele tem a pontuação final positiva. Expliquem o que acontecerá com a pontuação de João se:

- Lançar o dado positivo.

- Lançar o dado negativo.

e) João está jogando o jogo *Dados dos Inteiros* e representando a sua pontuação no *Ábaco dos Inteiros*. Ele tem a pontuação final negativa. Expliquem o que acontecerá com a pontuação de João se:

- Lançar dado positivo.

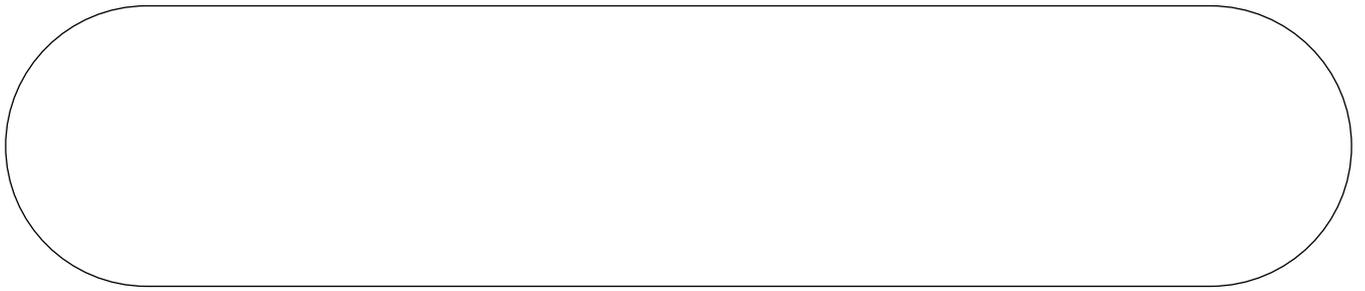
- Lançar o dado negativo.

TAREFA 2: A subtração de números inteiros

QUESTÃO 1

Utilize o Ábaco dos Inteiros para completar a tabela abaixo:

Represente no ábaco o número	Retire o número	Operação	Resultado
+ 6	+ 3		
- 5	+ 2		
- 6	+ 4		
- 5	+ 5		
+ 3	- 5		
+ 7	- 3		
- 2	- 1		
- 4	- 2		
- 3	- 4		



a) Quais estratégias vocês utilizaram para representar as operações da tabela anterior no Ábaco dos Inteiros?

b) Explique por que $-2 - 5 = -7$ e por que $-2 - (-5) = 3$. Como vocês representaram essas operações no Ábaco dos Inteiros?

c) Represente, no Ábaco dos Inteiros, e relate as suas conclusões da seguinte situação abaixo:

“Tenho certa quantidade, o que acontece se eu retirar dela uma quantidade negativa?”