

Gabriel Mancera

**Conocer reflexivo en contextos de
modelación matemática desde una
perspectiva socio crítica**

**Programa de Posgraduación en Educación
Facultad de Educación
Universidad Federal de Minas Gerais
Belo Horizonte, 2020**

Gabriel Mancera

**Conocer reflexivo en contextos de modelación matemática
desde una perspectiva socio crítica**

Tesis presentada al Programa de Posgraduación en Educación de la Facultad Educación/UFMG, Doctorado Latinoamericano en Educación: Políticas Públicas y Profesión Docente, como parte de los requisitos necesarios para la obtención del título de Doctor en Educación.

Orientadora: Profa. Dra. Jussara de Loiola Araújo

Belo Horizonte, 2020

Dedicatoria

A mi familia, por el cariño incondicional desde el principio.

A mis amigos, por ser un gran soporte.

A todos los que me han apoyado, por su invaluable ayuda.

O77c
T Ortiz, Gabriel Mancera, 1974-
Conocer reflexivo en contextos de modelación matemática desde una perspectiva socio crítica [manuscrito] / Gabriel Mancera. - Belo Horizonte, 2020.
263 f. : enc, il.

Tese -- (Doutorado) - Universidade Federal de Minas Gerais, Faculdade de Educação.
Orientadora: Jussara de Loiola Araújo.
Bibliografia: f. 230-251.
Anexos: f. 252-263.

1. Educação -- Teses. 2. Matemática -- Estudo e ensino -- Aspectos sociais -- Teses. 3. Educação matemática -- Teses. 4. Modelagem matemática -- Teses. 5. Capacidade matemática -- Aspectos sociais -- Teses. 6. Pedagogia crítica -- Teses. 7. Estudantes -- Condições sociais -- Teses.
I. Título. II. Araújo, Jussara de Loiola. III. Universidade Federal de Minas Gerais, Faculdade de Educação.

CDD- 510.07

Catálogo da fonte: Biblioteca da FaE/UFMG (Setor de referência)

Bibliotecário: Ivanir Fernandes Leandro CRB: MG-002576/O



FOLHA DE APROVAÇÃO

Conocer reflexivo en contextos de modelación matemática desde una perspectiva socio crítica

GABRIEL MANCERA ORTIZ

Tese submetida à Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em EDUCAÇÃO - CONHECIMENTO E INCLUSÃO SOCIAL, como requisito para obtenção do grau de Doutor em EDUCAÇÃO - CONHECIMENTO E INCLUSÃO SOCIAL.

Aprovada em 26 de março de 2020, pela banca constituída pelos membros:

Prof(a). Jussara de Lóiola Araújo - Orientador
UFMG

Prof(a). Paola Ximena Valero Dueñas
Stockholm University

Prof(a). Andreia Maria Pereira de Oliveira
UFBA

Prof(a). Filipe Santos Fernandes
UFMG

Prof(a). Orlando Gomes de Aguiar Junior
UFMG

Professora Dra. Andrea Moreno
Coordenadora do Programa de Pós-Graduação em Educação:
Conhecimento e Inclusão Social - FAE/UFMG

Belo Horizonte, 30 de março de 2020.

Agradecimientos

En el año 1997 (entre agosto y septiembre) la banda de Rock Argentina Soda Stereo realizó la gira denominada “El último concierto”, constituyéndose en su despedida de la escena musical. En su última presentación, en la ciudad de Buenos Aires, el cantante del grupo, Gustavo Cerati (1959 – 2014), pronunció una de sus frases más recordadas “No sólo no hubiéramos sido nada sin ustedes, sino con toda la gente que estuvo a nuestro alrededor desde el comienzo; algunos siguen hasta hoy. ¡Gracias... totales!”.

Al igual que Cerati, con la frase “Gracias totales”, pretendo resumir mis agradecimientos a todas las personas, grupos e instituciones que estuvieron conmigo en el transitar de este sueño doctoral, ... e inclusive mucho antes de comenzar.

A mi familia, por el apoyo en cada decisión y proyecto. Muy especialmente a mis padres por el amor y cariño con el que siempre me han animado a seguir, a mis hermanos y cuñados por respaldarme y por su generosa hospitalidad, a mis sobrinos por seguir cada uno de mis movimientos en este caminar; a mi esposa, por todo su apoyo, comprensión, amor y generosidad y por abrazarme y protegerme en los momentos más duros; a Bruno, nuestro perro, por siempre recibirme con un latido de alegría y por su invaluable compañía.

A los compañeros y amigos de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas y de la Licenciatura en Matemática por las innumerables contribuciones que me han permitido crecer en la Educación Matemática, en especial a Pacho, José, Jhon, Orlando, Brigitte, Magda, Bibiana, Sandra, Jaime Romero, Pedro, Julio, Rodolfo, Fernando, Edwin, Jaime Fonseca, Alberto, Olga Lucia, Luis Ángel, Deissy, Diana, Jorge, Claudia, Margarita y Luis Alejandro.

A mis compañeros y amigos entorno de los grupos de investigación Edumadys y EdUtopía —Gloria, Paola, Claudia, Julio, Pacho, Magda, Aldo, José y Brigitte— por todas las discusiones, disposiciones, aprendizajes y construcciones colectivas alrededor de perspectivas de carne y hueso, sociales, políticas y culturales de la Educación Matemática.

A mis “companheiros”, “parceiros” y amigos del Grupo de Discussões sobre Modelagem na Educação Matemática —GDMEM— y del Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática, Modelagem e Tecnologias —GEPemMT—, por los aportes, enseñanzas y aprendizajes, además del cariño y la paciencia, a pesar de mi mal “portunhol”.

Gracias totales Jussara, Celio, Ilaine, Pacho, Danni, Lud, Thaís, Marina, Fernando, Nicoli, Wallison, Alan, Renata y Petrina.

A mi profesora Jussara, por el respeto, la humildad, la gentileza, las enseñanzas y los aprendizajes. Gracias por apoyarme y guiarme en la realización de esta investigación, por su hospitalidad y generosidad.

A los profesores —Dalila, Luiz, Chico, Julio, Renata, Leôncio, María Fátima, Livia, Maria Laura, Filipe—, y colegas y amigos —Gislene, Juliana, Kildo, Alexandre, Miguel, Pacho, Yudi, Luisa, Lyda, Denisse, Diego, Felipe, Maria Jose, Daniel, Marília, Mariana, Sullivan, Érica, Maikel, Veronica, Yudi, Sara, Nela, Diana, Fabio, Dianita— del *Doutorado Latino-americano em Educação: Políticas públicas e profissão docente*, por las miradas colectivas alrededor de escenarios en educación en latinoamerica. Asimismo a la Universidade Federal de Minas Gerais, a la CAPES y a la CNPQ por el apoyo para el desarrollo de la investigación.

A los profesores —Samira, Manuela, Maria Laura, Conceição, Filipe, Teresinha— y estudiantes —Ana Catarina, Luiza, Brayan— de la línea de Educación Matemática por sus grandes contribuciones en la constitución del proyecto y por sus enseñanzas en los diferentes espacios compartidos.

A mis compañeros y amigos en Belo Horizonte por tener siempre la mano tendida, en especial a Renata, Thaís, Fernando, Marina, Wallison, Aida, Danna, Luis Alejandro, Luisa, Gabriel Felipe, Dianita, Diego, Camilo, Juancho, Arturo, Ana, Carlos, Juanita.

A la comunidad del Colegio “Bogotá”, por su apoyo y por ser parte de la columna vertebral de esta investigación. En especial a los estudiantes del curso “11-X” y al profesor “Juan” Gracias totales.

A mis compañeros y amigos Pacho, Wilson, Claudia, Magda, José, Jhon, Brigitte y Silvia por los años de amistad y por el apoyo constante.

Finalmente, reconozco que es posible que algunas personas y momentos los haya pasado por alto. Ello me es inevitable pues la mala memoria siempre juega en contra. A todos ellos agradezco por su paciencia, tiempo y dedicación.

A todos ... ¡Gracias totales!

RESUMEN

El objetivo de esta tesis es caracterizar el conocer reflexivo que desarrollan estudiantes, que viven en condiciones de vulnerabilidad social, en ambientes de modelación matemática desde una perspectiva socio crítica. Para ello, se considera que el contexto en que los estudiantes desarrollan tal conocer —caracterizado por circunstancias sociales, culturales y políticas— hace parte del punto de partida que debemos tener en cuenta en un proceso educativo. El marco teórico considera el conocer reflexivo y la modelación matemática a partir de una perspectiva política de la Educación Matemática. La investigación se desarrolló con estudiantes en condiciones de vulnerabilidad social de un curso de undécimo grado de un colegio público ubicado en la ciudad de Bogotá – Colombia. En concordancia con el propósito y el marco teórico, se adoptó como posibilidad metodológica la idea que en una investigación podría tenerse en cuenta no solo lo que está ocurriendo sino también lo que podría haber ocurrido y lo que podría ser imaginado, dándole vida a la metodología de investigación denominada investigación crítica. Como parte del análisis, se presenta un acercamiento a la realidad social, política y económica de los estudiantes. Tal circunstancia posibilitó la creación y desarrollo de ambientes de modelación matemática desde una perspectiva socio crítica. Los datos — registrados en grabaciones de audio y video, entrevistas, escritos y diapositivas de presentaciones grupales de los estudiantes— fueron analizados, considerando la noción de los actos dialógicos, lo que permitió percibir cuatro rasgos distintivos —pensando en el otro, lectura crítica y matemática, prácticas con las matemáticas y la colectividad— como características del conocer reflexivo que desarrollan estudiantes, que viven en condiciones de vulnerabilidad social en tanto están sometidos a eventos y procesos que atentan contra su capacidad de subsistencia, su acceso a mayores niveles de bienestar y el ejercicio de sus derechos ciudadanos.

Palabras clave: Conocer reflexivo; educación matemática; modelación matemática; socio crítico; vulnerabilidad social; investigación crítica.

RESUMO

O objetivo desta tese é caracterizar o conhecer reflexivo, desenvolvido por estudantes que vivem em condições de vulnerabilidade social, em ambientes de modelagem matemática a partir de uma perspectiva sócio crítica. Para isso, considera-se que o contexto em que os estudantes desenvolvem tal conhecer —caracterizado por circunstâncias sociais, culturais e políticas— faz parte do ponto de partida que devemos levar em conta em um processo educativo. O referencial teórico pressupõe o conhecer reflexivo e a modelagem matemática a partir de uma perspectiva política da Educação Matemática. A pesquisa foi desenvolvida com estudantes em condições de vulnerabilidade social de um curso de segundo ano do ensino médio de uma escola pública localizada na cidade de Bogotá — Colômbia. De acordo com o propósito e o referencial teórico, adotou-se como possibilidade metodológica a ideia de que, em uma investigação, poderia ser levado em conta não apenas o que está acontecendo, mas também o que poderia ter acontecido e o que poderia ser imaginado, dando vida à metodologia de pesquisa denominada pesquisa crítica. Como parte da análise, parte-se de uma aproximação da realidade social, política e econômica dos estudantes. Esta circunstância tornou possível a criação e o desenvolvimento de ambientes de modelagem matemática desde uma perspectiva socio-crítica. Os dados —registrados em gravações em áudio e vídeo, entrevistas, documentos e slides de apresentações dos grupos de estudantes— foram analisados considerando a noção dos atos dialógicos, o que nos permitiu perceber quatro marcas distintivas —pensando no outro, leitura crítica e matemática, práticas com matemática e a coletividade— como características do conhecer reflexivo desenvolvido pelos alunos, que vivem em condições de vulnerabilidade social enquanto estão submetidos a eventos e processos que atentam contra sua capacidade de subsistência, seu acesso a maiores níveis de bem-estar e o exercício de seus direitos de cidadania.

Palavras chave: Conhecer reflexivo; educação matemática; modelagem matemática; sócio-crítico; vulnerabilidade social; pesquisa crítica.

ABSTRACT

The objective of this thesis is to characterize the reflexive knowing that students who live in conditions of social vulnerability have in mathematical modeling environments from a socio-critical perspective. To do this, it is considered that the context in which students develop such knowledge - characterized by social, cultural and political circumstances - is part of the starting point that we must take into account in educational processes. The theoretical framework considers reflexive knowing and mathematical modelling from a political perspective of Mathematics Education. This research was carried out with students in conditions of social vulnerability who belonged to an eleventh grade course of a public school located in the city of Bogotá - Colombia. In parallel with the purpose and the theoretical framework of this written piece, a methodology perspective was adopted; and it is the idea that in an investigation is not only taken into account what is happening, but also what could have happened and what could be imagined; this is what is called critical research. As part of the analysis, an approach to the social, political and economic reality of the students is presented. Such circumstances enabled the creation and development of mathematical modelling environments from a socio-critical perspective. The data - recorded in audio and video recordings, interviews, writings and slides of group presentations of the students - was analysed. Considering the notion of dialogic acts, which allowed us to perceive four distinctive features - thinking of the other, critical reading and Mathematics, practices with mathematics and the community - as characteristics of the reflexive knowing students who live in conditions of social vulnerability develop while they are subject to events and processes that undermine their ability of subsistence, their access to higher levels of well-being and the exercise of their citizen rights.

Key words: Reflexive knowing; mathematics education; mathematical modeling; socio-critical; social vulnerability; critical research.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1: LEPIDÓPTERA	19
FIGURA 2: BANDA DE LUZ	35
FIGURA 3: CARICATURA CRÍTICA A LA PERSPECTIVA DE SUJETO UNIVERSAL Y COGNITIVO	39
FIGURA 4. ESQUEMA ELEMENTOS BÁSICOS EN LA CONSTRUCCIÓN DE MODELOS PROPUESTO POR FREUDENTHAL	55
FIGURA 5: LA OTRA MITAD.....	64
FIGURA 6: TRABAJOS EN RELACIÓN CON LA MODELACIÓN MATEMÁTICA DESARROLLADOS BAJO LA ORIENTACIÓN DE LA PROFESORA JUSSARA ARAÚJO.....	87
FIGURA 7: MIRANDO DE OTRAS FORMAS	90
FIGURA 8: ESQUEMA DE LA INVESTIGACIÓN CRÍTICA	95
FIGURA 9: ESQUEMA PARCIAL DE LA RELACIÓN IMAGINACIÓN PEDAGÓGICA Y DE LAS SITUACIONES ACTUAL E IMAGINADA	99
FIGURA 10: ESQUEMA PARCIAL DE LAS SITUACIONES ACTUAL, IMAGINADA Y DISPUESTA, ASÍ COMO DE LAS RELACIONES IMAGINACIÓN PEDAGÓGICA Y ORGANIZACIÓN PRÁCTICA	101
FIGURA 11: ESQUEMA DE LA INVESTIGACIÓN CRÍTICA	102
FIGURA 12: ESQUEMA DE LA INVESTIGACIÓN CRÍTICA CON ACCIONES CONCRETAS EN ESTA TESIS PARA CADA UNA DE LAS SITUACIONES Y RELACIONES.....	105
FIGURA 13: MIRANDO REALIDADES	106
FIGURA 14: ÍNDICE DE CONDICIONES DE VIDA —ICV— POR LOCALIDADES EN 2011 Y 2014.....	111
FIGURA 15: PORCENTAJE DE PERSONAS EN CONDICIÓN DE POBREZA POR NBI POR LOCALIDADES EN 2011 Y 2014	112
FIGURA 16: CLASIFICACIÓN DE METAS DEL PDL POR NIVEL DE AVANCE SEGÚN LO CONTRATADO Y ENTREGADO ENTRE 2013 Y 2016	116
FIGURA 17: ES LA CLASE DE MATEMÁTICAS... ¿EN QUÉ ANDARÁN LOS ESTUDIANTES? .	130
FIGURA 18: ESTRUCTURA TEXTO ARGUMENTATIVO	140

FIGURA 19: DIAGRAMA DE ORGANIZACIÓN DEL DEBATE.....	144
FIGURA 20: INFOGRAFÍAS.....	145
FIGURA 21: DIÁLOGOS COLECTIVOS.....	146
FIGURA 22: SHARIT MIRANDO Y ESCUCHANDO A SUS COMPAÑERAS.....	157
FIGURA 23: TRECHO 1, JUSTIFICACIÓN DE LA TEMÁTICA POR PARTE DE LAS DINAMITA GIRLS	158
FIGURA 24: LA TEMPERATURA PROMEDIO DEL MUNDO HA ACELERADO SU AUMENTO ...	160
FIGURA 25: FALTA DE INFORMACIÓN	163
FIGURA 26: DIAPOSITIVA 1 DESARROLLOS DINAMITAS	165
FIGURA 27: DIAPOSITIVA 1 DESARROLLOS DINAMITAS	166
FIGURA 28: ¿CÓMO REPRESENTAR GRÁFICAMENTE?.....	168
FIGURA 29: ¿QUÉ PODEMOS HACER?.....	170
FIGURA 30: INFOGRAFÍA DINAMITA GIRLS.....	171
FIGURA 31: REPRESENTACIÓN DE LOS ACTOS DIALÓGICOS DEL GRUPO DINAMITA GIRLS	174
FIGURA 32: NÚMERO DE CASOS DE ENFERMEDADES ASOCIADAS A UNA DEFICIENTE CALIDAD DEL AGUA POTABLE EN LA GUAJIRA —2009-2017—.....	181
FIGURA 33: APARTES DE LOS CUADERNOS DE PAULA —IZQUIERDA— Y BRAD PITT —DERECHA—	183
FIGURA 34: IMAGEN DE DESARROLLOS DE LOS CAVALIERS EN LA SOCIALIZACIÓN ANTE EL CURSO 11-X	187
FIGURA 35: INFOGRAFÍA CAVALIERS	192
FIGURA 36: REPRESENTACIÓN DE LOS ACTOS DIALÓGICOS DEL GRUPO CAVALIERS.	197
FIGURA 37: ACTOS DIALÓGICOS QUE VISLUMBRAN EL PROCESO DE INDAGACIÓN	201
FIGURA 38: ACTOS DIALÓGICOS QUE VISLUMBRAN EL PROCESO DE TOMAR RIESGOS.....	201
FIGURA 39: ACTOS DIALÓGICOS QUE VISLUMBRAN EL PROCESO DE MANTENER LA IGUALDAD	202

FIGURA 40: ACTOS DIALÓGICOS QUE VISLUMBRAN LAS CARACTERÍSTICAS DEL DIÁLOGO	204
FIGURA 41: EL CORAZÓN Y LAS MIRADAS	206
FIGURA 42: HUELLAS	220

LISTA DE TABLAS

TABLA 1: POBLACIÓN POR ESTRATOS SOCIOECONÓMICO SEGÚN LOCALIDAD	113
TABLA 2: PROMEDIO DEL PUNTAJE GLOBAL Y DESVIACIÓN ESTÁNDAR.....	123
TABLA 3: CRONOGRAMA DEL DESARROLLO DE TODO EL AMBIENTE DE MODELACIÓN	132
TABLA 4: TAREAS EN EL PROCESO DE MODELACIÓN	134
TABLA 5: TEMÁTICAS A DESARROLLAR	135
TABLA 6: TEMÁTICAS A DESARROLLAR	137
TABLA 7: PREGUNTAS PARA EL DEBATE	143
TABLA 8: CATEGORIZACIÓN DE LOS GRUPOS A PARTIR DE LA FORMULACIÓN DE LAS PREGUNTAS QUE LE DIERON SENTIDO AL PROBLEMA O TEMA A DESARROLLAR Y LA CONSECUENTE PROFUNDIZACIÓN SOBRE LAS PROBLEMÁTICAS	153
TABLA 9: ASPECTO PROCESO DE INDAGACIÓN A PARTIR DE LOS ACTOS DIALÓGICOS DE LAS DINAMITAS Y LOS CAVALIERS.....	199

ÍNDICE

CAPÍTULO PRIMERO	19
EL CICLO DE VIDA DE UNA LEPIDÓPTERA: UNA METÁFORA PARA INTRODUCIR LA INVESTIGACIÓN	19
1.1 ETAPA EMBRIONARIA	20
1.2 ETAPA ORUGA	22
1.3 ETAPA CRISÁLIDA.....	24
1.4 ETAPA ADULTA	25
1.4.1 <i>Pensamientos sobre la vulnerabilidad social en el contexto colombiano</i>	26
1.4.2 <i>Consideraciones sobre la tradición en la educación matemática</i>	29
1.4.3 <i>Aproximaciones a una forma de conocer.....</i>	31
1.4.4 <i>Demarcaciones de un cuestionamiento.....</i>	32
1.4.4.1 Propósitos y alcances de la investigación	33
CAPÍTULO SEGUNDO	35
FUNDAMENTANDO ANDO	35
2.1 SIN QUE NADIE SE DIERA CUENTA, ME BESASTE EN LOS LABIOS: UNA RELACIÓN DEL SUJETO CON EL CONOCER	37
2.2 ¿SUPE QUE 1 MÁS 1 SON 1?: REFLEXIONES SOBRE LA PERSPECTIVA SOCIO CRÍTICA DE LA MODELACIÓN MATEMÁTICA.....	50
CAPÍTULO TERCERO	64
UNA MIRADA A LA LITERATURA SOBRE AMBIENTES DE MODELACIÓN.....	64
3.1 UN ACERCAMIENTO A LA IDEA DE MODELACIÓN MATEMÁTICA EN EL ÁMBITO COLOMBIANO	65
3.2 UN ACERCAMIENTO A LA IDEA DE MODELACIÓN MATEMÁTICA DESDE LA PERSPECTIVA SOCIO CRÍTICA EN EL ÁMBITO INTERNACIONAL.....	75

3.2.1	<i>Grupo de Discussões sobre Modelagem na Educação Matemática</i> —GDMEM— y <i>Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática, Modelagem e</i> <i>Tecnologias</i> —GEPEMMT—	84
3.2.1.1	El GDMEM.....	85
3.2.1.2	El GEPEMMT.....	86
CAPÍTULO CUARTO		90
¿LA MISMA COSA UNA Y OTRA VEZ?: CONSIDERACIONES		
METODOLÓGICAS		90
4.1	SOBRE EL PARADIGMA DE LA INVESTIGACIÓN	91
4.2	LA INVESTIGACIÓN CRÍTICA	95
4.2.1	<i>Situación actual</i>	96
4.2.2	<i>Imaginación pedagógica</i>	97
4.2.3	<i>Situación imaginada</i>	99
4.2.4	<i>Organización práctica</i>	100
4.2.5	<i>Situación dispuesta</i>	100
4.2.6	<i>Razonamiento crítico</i>	102
CAPÍTULO QUINTO.....		106
CIRCUNSTANCIAS ALREDEDOR DEL AMBIENTE DE MODELACIÓN: EL		
CONTEXTO		106
5.1	EL CONTEXTO DEL TERRITORIO: COMPRENDIENDO REALIDADES SOCIALES, POLÍTICAS Y ECONÓMICAS EN LAS QUE ESTÁN INMERSOS LOS ESTUDIANTES	108
5.2	EL CONTEXTO DEL COLEGIO, DEL CURSO Y DE LA CLASE DE MATEMÁTICAS	121
CAPÍTULO SEXTO		130
RETRATOS DE LA CREACIÓN DE UN AMBIENTE DE MODELACIÓN.....		
6.1	ESCOGENCIA DEL PROBLEMA O TEMA A TRABAJAR, QUE OTORGA GRAN IMPORTANCIA AL MACRO Y MICRO CONTEXTO	132
6.2	DESARROLLO DE UNA INVESTIGACIÓN EXPLORATORIA	137

6.3	LEVANTAMIENTO DE LOS DATOS Y DELINEAMIENTO DE TRAYECTORIAS DE ACCIÓN	138
6.4	REINTERPRETACIÓN DE LA SITUACIÓN SOPORTADA EN CONSIDERACIONES MATEMÁTICAS Y EL DESARROLLO DEL PROBLEMA	140
6.5	ANÁLISIS CRÍTICO DE LOS DESARROLLOS PLANTEADOS.....	143
CAPÍTULO SÉPTIMO		146
DETALLANDO LOS DIÁLOGOS		146
7.1	INTRODUCCIÓN AL ANÁLISIS DE LOS DATOS DESDE LA MIRADA DE LOS ACTOS DIALÓGICOS	148
7.2	VIENDO Y VIVIENDO LOS DIÁLOGOS DE LOS ESTUDIANTES	153
7.2.1	<i>Dinamita Girls</i>	154
7.2.1.1	Describiendo el actuar de las Dinamita Girls.....	155
7.2.1.2	Diagramando los actos dialógicos de las Dinamita.....	172
7.2.2	<i>Cavaliers</i>	175
7.2.2.1	Describiendo el actuar de los Cavaliers	176
7.2.2.2	Diagramando los actos dialógicos de los Cavaliers	194
7.3	VISLUMBRANDO PROCESOS DE INDAGACIÓN, TOMA DE RIESGOS Y MANTENER LA IGUALDAD DESDE LOS ACTOS DIALÓGICOS	198
CAPÍTULO OCTAVO		206
MIRADAS TRANSVERSALES		206
8.1	PENSANDO EN EL OTRO	211
8.2	LECTURA CRÍTICA Y MATEMÁTICA	213
8.3	PRÁCTICAS CON LAS MATEMÁTICAS.....	215
8.4	LA COLECTIVIDAD	216
CAPÍTULO NOVENO		220
DISCUTIENDO ALREDEDOR DE UN TAL BERNABÉ: CONSIDERACIONES FINALES.....		220

REFERENCIAS	230
ANEXOS	252
ANEXO 1	252
ANEXO 2	255
ANEXO 3	258
ANEXO 4	261

Capítulo Primero

EL CICLO DE VIDA DE UNA LEPIDÓPTERA: UNA METÁFORA PARA INTRODUCIR LA INVESTIGACIÓN

Figura 1: Lepidóptera



Fuente: Elaboración propia¹.

Con esta fotografía introduzco el capítulo bajo una metáfora que recrea el ciclo de vida de las mariposas, que a su vez presenta mi forma de ver y concebir la problemática que suscita esta tesis. Esta imagen llama mi atención pues la simetría hallada en la mariposa (representada en los puntos B y C y sus correspondientes simétricos respecto a la recta m , B' y C') no se corresponde directamente en el sujeto (ver el punto A y su simétrico A'), lo que me permite resaltar el carácter simbólico con que se ha construido el capítulo.

¹ Fotografía adaptada de una sección de grafiti del artista urbano Filite, localizado en la avenida Pedro I, 585, en la ciudad de Belo Horizonte – Brasil, tomada en noviembre de 2019.

El orden taxonómico “lepidóptera” agrupa, en términos generales, a las mariposas, aquellos insectos con una gran capacidad para adaptarse a cualquier clima, lo que le ha permitido sobrevivir en ecosistemas que van desde la tundra ártica y las cumbres alpinas hasta los tórridos manglares y selvas tropicales. Las mariposas tienen un ciclo vital complejo que consta de cuatro etapas o fases: huevo —o etapa embrionaria—, oruga —larva—, crisálida y adulto. Bajo la metáfora del desarrollo de una lepidóptera, en este capítulo presento la contextualización y delimitación del problema a desarrollar que, tal y como lo hacen las mariposas, ha pasado por varias etapas o fases hasta configurarse en la tesis doctoral.

1.1 Etapa embrionaria

Cuando trabajé como profesor de matemáticas de un colegio público en Bogotá (Colombia), asumí como una función adicional a mi quehacer docente la responsabilidad de ser el director de uno de los cursos de grado escolar básico o medio². Por esta razón, además de ser uno de los profesores de matemáticas de la institución, también fui el encargado de acompañar y escuchar a los estudiantes de uno de los grupos en sus procesos pedagógicos y de formación —no exclusivamente relacionados con lo académico—, así como de ser un puente entre ellos y la institución —y, en muchas ocasiones, entre ellos y sus familias— en relación con su proceso educativo.

Este hecho me permitió conocer a los estudiantes como sujetos de carne y hueso —en términos de Valero (2006)—, lo que con el transcurrir de los años he considerado determinante en mi labor docente, pues me permitió entender que el punto de partida del proceso educativo en el aula de matemáticas debería ser el conocimiento de nuestros estudiantes y no solamente el conocimiento de los objetos matemáticos. En últimas, haberlos acompañado y escuchado como director de curso me permitió conocer a mis estudiantes más allá de su relación con los objetos matemáticos, pues me llevó a conocerlos y entenderlos como sujetos con sentimientos, gustos y disgustos, además de posibilitarme reflexiones sobre mi práctica y mi quehacer

²Según el Ministerio de Educación Nacional (MEN), el sistema educativo colombiano está conformado por: educación inicial —niños de 0 a 2 años de edad—; educación preescolar —niños de 3 a 5 años de edad—; educación básica, dividida a su vez en cinco grados de primaria —niños de 6 a 10 años de edad— y cuatro grados de secundaria —niños de 11 a 14 años de edad—; educación media, que consta de dos grados y culmina con el título de bachiller —niños de 15 a 16 años de edad—; y educación superior —o nivel terciario—.

docente, y me permitió reconocer que vivían y sobrevivían en un contexto particular y no homogéneo.

En este orden de ideas, preguntarnos por quiénes son nuestros estudiantes, cuáles son los elementos que constituyen su contexto, y con qué pensamientos, expectativas, frustraciones, debilidades, anhelos y circunstancias de vida llegan al colegio, entre otras cuestiones, implica entender que la investigación de las prácticas educativas requiere “la indagación de los actores involucrados en la creación y recreación de los diversos conocimientos matemáticos en una diversidad de contextos, no sólo en el aula” (SÁNCHEZ; TORRES, 2009, p. 2). Además, implica entender que:

(...) las prácticas de la educación matemática no pueden definirse exclusivamente en términos de procesos de pensamiento individual. Los problemas no están solamente en la “cabeza” de los individuos, también debe considerarse la manera como colectivamente y a través de la historia se construyen ideas sobre lo que es válido y legítimo como acción y como pensamiento (VALERO, 2007, p. 2).

De acuerdo con estas ideas, hoy en día considero que el contexto en que se desarrollan los estudiantes, caracterizado por circunstancias sociales, culturales y políticas, hace parte del punto de partida que debemos considerar en un proceso educativo.

Teniendo en cuenta mi experiencia como docente en aquel colegio público, vivencié varias contradicciones pues, por ejemplo, chocaba con la idea de pensar que enseñaba contenidos sin sentido y de concebir a mis estudiantes como sujetos meramente cognitivos y sin contexto. Hoy en día, he comprendido que estas circunstancias se enlazan de manera muy clara con la *racionalidad del saber y del ser*, las cuales no son disjuntas —estas ideas serán profundizadas más adelante—. Además, hoy comprendo que dichas contradicciones también se vinculan, por un lado, con la idea de considerar que “las matemáticas no son un conocimiento neutral, sino que son un conocimiento/poder del cual seres humanos hacen uso en diversas situaciones de la vida social para promover una visión determinada del mundo” (VALERO, 2007, p. 2) y, por otro, con la de que lo social antecede a lo matemático (GORGORIÓ; PRAT; SANTESTEBAN, 2006).

1.2 Etapa oruga

Con el fin de continuar mi cualificación docente, cursé una maestría de la que me gradué con el trabajo de grado contenido en Camelo y Mancera (2005)³. Por fortuna, y como era de esperarse, el desarrollo del trabajo de maestría me dejó con más consideraciones que respuestas sobre mi quehacer docente, pues me permitió pensar que mi labor implicaba una constante reflexión sobre el qué queremos decir con las matemáticas, para qué queremos decirlo y cómo vamos a decirlo. En últimas “el qué”, “el para qué” y “el cómo”, me ponían en constante introspección sobre la forma en que estaba asumiendo el propósito de la educación matemática.

Por esa misma época tuve la oportunidad de trabajar temporalmente en la Universidad Pedagógica Nacional —en Bogotá, Colombia— y de participar en tres proyectos de investigación⁴ que me permitieron pensar de manera más profunda ese mismo “qué”, “para qué” y “cómo”, esta vez en relación con el currículo y los escenarios de aprendizaje de las matemáticas.

De acuerdo con el ciclo de vida de las mariposas, el inicio de la etapa oruga está precedido por el hecho de que el huevo comienza a verse cada vez más transparente, de forma que es posible ver la larva en su interior. De esta misma forma, mi trasegar por los estudios de maestría y posterior participación en la Universidad Pedagógica Nacional comenzaron a hacerme cada vez más transparente las preguntas que constituirían la oruga en formación: ¿qué escenario de aprendizaje y bajo qué idea de currículo podría desarrollar una labor docente?, ¿para qué pensar ese escenario y un currículo que le sea afín? y ¿cómo desarrollar ese escenario y reinventar un currículo acorde con esos nuevos pensamientos? Este hecho me permitió fijar la atención en la perspectiva política de la educación matemática y, particularmente, me llevó

³ En este trabajo se realiza una descripción y análisis del currículo desarrollado en torno a la proporcionalidad —entendiendo por currículo desarrollado las diversas relaciones que se dan entre los actores que participan en el acto educativo en el salón de clase alrededor del contenido matemático mencionado—, con base en las disposiciones oficiales establecidas en los Lineamientos Curriculares y en los Estándares Básicos de Competencias para matemáticas, además de algunos documentos para-oficiales que utilizó el maestro objeto del estudio para el diseño de las clases —tales como el libro de texto—.

⁴ El saber didáctico en la formación de profesores de matemáticas: las prácticas de evaluación en la clase de matemáticas (2005 – 2007); Desarrollo curricular y profesional de profesores de matemáticas en contextos de trabajo colaborativo y de investigación sobre la práctica (2007); Escenarios de aprendizaje de las matemáticas. Un estudio desde la educación matemática crítica (2007 – 2009).

a profundizar en la teoría de la *Educación Matemática Crítica* —en adelante EMC— propuesta por Skovsmose (1994).

Durante el transcurso de la investigación, y seducido además por la EMC, ingresé como profesor al proyecto curricular de la *Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas* —LEBEM, hoy conocida como *Licenciatura en Matemáticas* (LEMA)⁵— de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas (UDFJC) —en Bogotá, Colombia—, en el que pude conocer y relacionarme con la resolución de problemas en tanto alternativa que hacía posible pensar una transformación de las prácticas de enseñanza y aprendizaje de la matemática en la educación básica, mediante la promoción de la idea de un aula en la que hacer matemáticas toma distancia de las prácticas pedagógicas escolares predominantes, caracterizadas por un hacer repetitivo y sin sentido. Tal circunstancia llamó mi atención toda vez que está en concordancia con el hecho de pensar que “la escuela está llamada a usar la praxis educativa como proceso de construcción de significado social, a romper la distribución de poder y las clases sociales y a la integración entre la diversidad sociocultural” (OLIVERAS, 2006).

Dentro de la LEBEM, y bajo la idea de la resolución de problemas como herramienta metodológica para el aprendizaje, se consideró que los estudiantes podían pensarse con las matemáticas y pensar, a su vez, en que sus estudiantes profundizaran en la idea de “la matematización constructora de mundo” sin ejercer segregación ni otras formas de violencia. De hecho, el proyecto curricular se piensa a sí mismo como un proyecto de investigación e innovación que busca reflexionar sobre la siguiente pregunta:

¿Qué formación debe tener un profesor de jóvenes y niños, que pretende ayudarles a ingresar (o profundizar) en el ámbito del trabajo académico y particularmente en el de la matematización constructora de mundo, y lo pretende hacer sin ejercer segregación ni otras formas de violencia? (UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALADAS. PROYECTO CURRICULAR DE LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN MATEMÁTICAS, 2009, p. 8).

⁵ A través de la Resolución n.º 12342 del 23 de junio de 2017, el Ministerio de Educación Nacional aprobó las modificaciones solicitadas por la Universidad Distrital Francisco José de Caldas para su programa curricular de Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas, metodología presencial, en Bogotá D.C., en relación con el cambio de denominación, por lo que tal programa pasó a ser de Licenciatura en Matemáticas, el título a otorgar pasó a ser de Licenciado en Matemáticas, y el número de créditos académicos pasó de 168 a 141.

Fue en ese momento en el que, entre otros aspectos, la actividad de la modelación matemática en la educación matemática⁶ que se proponía en los lineamientos curriculares oficiales (MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL, 2005) empezó a dejar de ser letra muerta y sin sentido para mí toda vez que, gracias a la resolución de problemas, los estudiantes de la LEBEM interactuaban con modelos matemáticos que buscaban dar cuenta de la solución a la problemática planteada. Así, la modelación dejó de ser para mí una propuesta oficial utópica para ser una herramienta potente que posibilitaba la transformación de aquellas prácticas tradicionales de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas que me habían interpelado con anterioridad. Además, me permitían acercar a la vida escolar y académica de los estudiantes con la vida misma a partir de situaciones problema en las que los estudiantes podían adoptar una actitud de resolutores a la vez que cuestionaban y generaban interrogantes respecto a los procesos y resultados obtenidos. Estaba listo entonces para iniciar la conformación de la capsula en que me encerraría para completar mi maduración. Estaba listo para emprender una nueva etapa.

1.3 Etapa crisálida

En suma, el presente que se constituía gracias a aquel pasado me permitió generar nuevas consideraciones y exploraciones frente al qué, al para qué y al cómo de la educación matemática, que vendrían a ser partes constituyentes de la aparentemente tranquila pero realmente activa vida de la crisálida. Fue así como empecé a dar un poco de sentido a frases como la de Gaarder (1994) “El ser humano no vive sólo de pan. (...) Necesitamos amor y cuidados, (...) [y] encontrar una respuesta a quiénes somos y por qué vivimos” (1994, p. 14). Cuestionarme quién soy y por qué vivo me ha implicado ir aceptando, como lo he venido señalando, que:

- Parte de esas contradicciones docentes que coexistían en mi quehacer docente se debían a que no veía que yo —ni el sistema escolar— permitiera vislumbrar que la educación matemática no puede considerarse como un proceso de pensamiento individual (VALERO, 2007).

⁶ Para no ser reiterativo he considerado usar los términos Modelación o Modelación Matemática — MM— al referirme a la modelación matemática en la educación matemática.

- La investigación de esas prácticas educativas involucra a los actores que han participado en la creación y recreación de los conocimientos matemáticos en diferentes contextos y no sólo en el aula (SÁNCHEZ; TORRES, 2009).
- El uso que hacemos de las matemáticas coincide con la idea de que lo social antecede a lo matemático, y en el momento en que las usamos, debemos ser conscientes de que ellas no son un conocimiento neutral (GORGORIÓ; PRAT; SANTESTEBAN, 2006).
- La escuela está llamada a usar la praxis educativa como proceso de construcción de significado social, a romper la distribución de poder y las clases sociales y a promover la integración entre la diversidad sociocultural (OLIVERAS, 2006).

A partir de estas ideas, llegó a ser determinante la inquietud por indagar la posibilidad de caracterizar un conocer que permitiera el desarrollo de una competencia democrática —en el sentido de Skovsmose (1994, 1997)— en el aula de matemáticas y no de un conocer —como ya lo señalé— repetitivo y sin sentido. En otras palabras, vivir en un cuestionamiento consciente permitía el avance del proceso de metamorfosis, en tanto que llevaba a la dilución de algunos de los antiguos órganos, la modificación de otros y, en últimas, la conformación de una idea adulta y coherente sobre algunas de las preocupaciones con las que hoy convivo conscientemente —¿quién soy? y ¿por qué vivo?—.

1.4 Etapa adulta

En la etapa adulta, la mariposa ya formada dirige sus esfuerzos hacia la elaboración de una salida de la crisálida. Inicialmente, busca en la zona de la crisálida que se encuentra sobre su cabeza un lugar adecuado para elaborar un primer agujero, luego de lo cual le corresponde realizar un gran esfuerzo para que este tenga un tamaño que le permita salir de su crisálida. La mariposa recién salida debe buscar un lugar en el cual reposar del gran trabajo realizado, especialmente porque ha debido hacerlo sin usar sus alas, pues ha emergido con las alas arrugadas y frágiles y, por tanto, necesita bombear la hemolinfa hacia ellas, de forma que logre tener sus alas endurecidas, constituirse en una mariposa adulta y alcanzar su tamaño definitivo. A la luz de esta metáfora, presento a continuación cuatro subapartados que contienen reflexiones que me han permitido empezar a salir de la crisálida: pensamientos sobre la vulnerabilidad social en el contexto colombiano, consideraciones sobre la tradición en la

educación matemática, aproximaciones a una forma de conocer y demarcaciones de un cuestionamiento.

1.4.1 Pensamientos sobre la vulnerabilidad social en el contexto colombiano

En relación con el acuerdo de paz entre el gobierno colombiano y las Fuerzas Armadas Revolucionarias de Colombia (FARC)⁷, hemos generado en la sociedad colombiana una serie de cuestionamientos acerca de cuál es el papel que nos corresponde en la constitución de un país que pueda tener la esperanza de un mejor mañana, que nos sea propio y que proporcione mejores oportunidades para todos. Ejemplos de ello encontramos en diferentes periódicos (OCORÓ, 2016), revistas (SEMANA, 2016), proyectos liderados por organizaciones no gubernamentales —ONG— (PÉREZ, 2016) y leyes estatales (CONGRESO DE LA REPÚBLICA DE COLOMBIA, 2015). Al respecto, cabe señalar que esta circunstancia nos demanda medida y nos pide pensar y actuar de acuerdo con las necesidades de nuestra sociedad y, por tanto, con nuestra identidad. Por ello no podemos, por ejemplo, caer de nuevo en el contrasentido de tener un crecimiento en la economía del país y la aplicación de políticas redistributivas al mismo tiempo que seguimos siendo uno de los países con mayor desigualdad pues, de acuerdo con el reportaje denominado ¿Cuáles son los seis países más desiguales de América Latina?, presentado por el periódico de internet de la BBC Mundo, se señaló que América Latina no era la región del mundo más pobre, pero si una de la más desiguales, además de afirmar que Colombia ocupaba en ese momento el séptimo puesto de los países más desiguales del mundo y el segundo en América Latina (JUSTO, 2016).

Arroyo (2015) considera que la idea de pensar el derecho a la educación bajo la concepción de sus posibles destinatarios hace parte de la nueva segregación social y racial. Este autor parte de la siguiente hipótesis:

(...) nuestro sistema escolar y las identidades de las escuelas, públicas sobre todo, y de sus profesionales fueron construidos teniendo como referente sus destinatarios, los trabajadores, los pobres, los campesinos, los negros, pero pensados y asignados como inferiores en el patrón de poder-saber. La histórica visión negativa de esos colectivos y de sus hijos e hijas

⁷ Los diálogos de paz entre el gobierno colombiano, encabezado por el presidente Juan Manuel Santos, y las FARC, fueron las conversaciones que se llevaron a cabo entre el Gobierno de Colombia (en representación del Estado) y la guerrilla de las FARC. Estos diálogos tuvieron lugar en Oslo y en La Habana. Como resultado se obtuvo la firma del Acuerdo para la Terminación Definitiva del Conflicto en Bogotá el 24 de noviembre de 2016.

marcaron y continúan marcando la lenta garantía de sus derechos a la educación, a la escuela y a la universidad (ARROYO, 2015, p. 17).

De esta manera, mientras no se piense en el bienestar de “las masas”, el avance de las mismas será ficticio —tal y como lo señaló Mariátegui para el problema del indio en Perú—, pues las teorías que sistemáticamente ignoran a “los de abajo” como problema económico-social son ejercicios dialécticos estériles condenados a un absoluto demérito, toda vez que no han servido sino para ocultar o desfigurar la realidad del problema (MARIÁTEGUI, 2007).

Defender el derecho a la educación implica entender que no es un derecho individual y aislado de los demás pues también requiere, como ya lo señalé, claridad en que el punto de partida deberá ser el conocimiento de nuestros infantes y jóvenes y de nuestra sociedad en general. En consecuencia, preguntas como ¿quiénes son?, ¿de dónde llegan?, ¿cómo llegan?, entre otras, deberían ser clave a la hora de pensar y formular políticas educativas.

Reflexionar sobre estas preguntas implica reconocer que, en el contexto bogotano, nuestros estudiantes son sujetos en riesgo de vulnerabilidad social. De acuerdo con el documento *Lineamientos de política para la atención educativa a poblaciones vulnerables* (MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL, 2005), la vulnerabilidad se define como:

una situación producto de la desigualdad que, por diversos factores históricos, económicos, culturales, políticos y biológicos (agentes cognitivos, físicos, sensoriales, de la comunicación, emocionales y psicosociales) se presenta en grupos de población, impidiéndoles aprovechar las riquezas del desarrollo humano y, en este caso, las posibilidades de acceder al servicio educativo (p. 10).

En este mismo sentido, Luna et al. (2013) señalan que la vulnerabilidad es compleja, multicausal y tiene varias dimensiones analíticas, además de que incluye características económicas, políticas, culturales y ambientales de la sociedad. Según estos mismos autores, quienes siguen la idea de Bohle (1993), esta descripción diferencia claramente la vulnerabilidad de la idea de pobreza, toda vez que “mientras que la pobreza se puede cuantificar en términos económicos absolutos, la vulnerabilidad es un concepto relacional y social, que depende de las contradicciones y conflictos sociales”(p. 17).

Teniendo en cuenta lo anterior, y por los propósitos del presente documento, entenderé la vulnerabilidad desde una dimensión social en tanto que está relacionada con la posibilidad de captar la forma y las causas por las que diversos grupos sociales están sometidos a eventos y procesos que atentan contra su capacidad de subsistencia, su acceso a mayores niveles de

bienestar y el ejercicio de sus derechos ciudadanos (GOLOVANEVSKY, 2006; LUNA et al., 2013). Lo anterior implica entender y reconocer la complejidad del derecho de la educación de nuestros infantes y jóvenes, pues nos convoca a tener en cuenta nuestra realidad social, cultural y política, y no una homogeneizada y estandarizada por el patrón de poder-saber. Por lo tanto, como lo señala Arroyo (2015), resulta injusto responsabilizar a las escuelas, profesores, familias y alumnos por la lenta garantía del derecho a la educación de calidad cuando se trabaja con infantes y jóvenes víctimas de la segregación social y racial, pues ellos son damnificados por la no garantía de los derechos humanos más básicos.

En este sentido, Tedesco (2011) señala:

La lógica predominante en las reformas de los años noventa ponía el acento en el cambio institucional y suponía que instrumentos tales como la medición de resultados, el financiamiento de la demanda, la evaluación de desempeño de los docentes y los cambios en los contenidos curriculares (fuera por la vía de la definición de prescripciones curriculares o de estándares de resultados) provocarían una dinámica por la cual los resultados de aprendizajes tenderían a mejorar. La experiencia ha mostrado que estos instrumentos no produjeron los impactos esperados en los procesos de enseñanza-aprendizaje y hoy estamos ante la necesidad de revisar con detenimiento el papel de las variables propiamente pedagógicas del cambio educativo (p. 45).

De esta manera, debemos pensar que la educación es uno de los factores que juega un papel central en la superación de la desigualdad social. Al respecto, Tenti (2007) destaca el rol de la educación como un elemento clave para superar las desigualdades sociales y la necesidad de una política educativa progresista real, científicamente fundada, que debe propender, entre otros aspectos, por:

- Potenciar las capacidades pedagógicas de la escuela para resolver los nuevos problemas.
- Intervenir sobre las dimensiones de la demanda educativa.
- Adecuar la oferta pedagógica a las características culturales y condiciones de vida de los diversos grupos sociales.

A partir de estos elementos, reitero el cuestionamiento acerca de cuál es el papel que nos corresponde en la constitución de un país que pueda tener la esperanza de un mejor mañana, que nos sea propio y que proporcione mejores oportunidades para todos. Particularmente, acerca de la forma en que puedo contribuir desde mi papel como educador matemático en la construcción de un país que logre superar la desigualdad —no como un ejercicio ficticio o

mentiroso— y que permita la construcción de una sociedad cuyo principio sea la consideración por el otro y el bienestar de todos. Por supuesto, esta no es una tarea fácil.

Lo anterior implica el rompimiento con la tradición de pensamiento que estipula que los educadores matemáticos adoptamos un papel neutral y que la reflexión sobre la forma de construir una sociedad con mayores oportunidades para todos es una tarea que no nos involucra directamente, pues la construcción de ciudadanía desde el aula de matemáticas pareciera darse gracias a la *resonancia intrínseca entre la educación matemática y la democracia*⁸, toda vez que se parte de la ficción de que entre más matemática sepamos y comprendamos, mejor será nuestro raciocinio lógico y, por ende, seremos mejores ciudadanos.

Por la razón anterior, resulta central pensar en la forma en que puede contribuirse a construir una mejor sociedad desde la educación matemática.

1.4.2 Consideraciones sobre la tradición en la educación matemática

En los últimos 35 años —aproximadamente— se ha generado una base crítica a la enseñanza y el aprendizaje tradicional de las matemáticas. Por ejemplo, Valverde y Näslund-Hadley (2010) afirman, en relación con la condición de la educación en matemáticas en América Latina y el Caribe, que los jóvenes están quedando inadecuadamente preparados para cumplir los requisitos que reclama el mundo de hoy en términos de matemáticas, y señalan que entre los causantes de esta circunstancia se halla una práctica de aprendizaje basada en la mecanización y memorización de operaciones rutinarias, así como en la repetición de datos.

Por su parte, Skovsmose (2000) y Camelo y Mancera (2005), entre otros, relacionan a la enseñanza tradicional de las matemáticas con *el paradigma del ejercicio*, pues consiste generalmente en que, después de que el profesor expone sus ideas, los estudiantes se ejercitan a través de la realización de las actividades presentadas en un libro de texto, las cuales proponen ejercicios y problemas que privilegian procesos algorítmicos en los que solo hay un camino de

⁸ Skovsmose y Valero (2012) mencionan que este tipo de resonancia “se basa en el supuesto de que, debido a la naturaleza de las matemáticas, la educación matemática puede resguardar los intereses y valores democráticos” (SKOVSMOSE; VALERO, 2012, p. 5). Trayendo consigo una aparente relación armoniosa entre educación matemática y democracia en el sentido de que parte de la presunta correspondencia entre las cualidades básicas de la educación matemática y los principios democráticos.

solución y se presentan los datos necesarios para seguirlo y obtener “la respuesta”.

Pensar en una alternativa al paradigma del ejercicio requiere trascender la enseñanza de una matemática lineal y algorítmica, de forma que se dé el paso a una que opte por un proceso en el cual el estudiante tenga un rol que le permita hacerse partícipe de la construcción de su propio conocimiento. Esta afirmación llama la atención sobre las consideraciones que se tienen en cuenta al organizar las actividades para el aprendizaje de las matemáticas, pues en esta labor se debería posibilitar el desarrollo de contenidos importantes tanto desde una perspectiva del aprendizaje como de aquella propia de quienes aprenden.

Biembengut y Hein (2004) y Gaisman (2009) proponen a la modelación matemática como una actividad importante que podría incitar otra posibilidad de trabajo en el aula de clase, pues permite dejar a un lado la idea de “construir la matemática” para luego establecer un proceso de modelación, por una que sea considerada como un método de enseñanza y de investigación, con el que se espera facilitarle al estudiante:

- Integración de la matemática con otras áreas del conocimiento,
- Interés por la matemática frente a su aplicabilidad,
- Mejoría de la comprensión de los conceptos matemáticos,
- Estímulo a la creatividad en la formulación y resolución de problemas,
- Habilidad en el uso de máquinas (calculadora gráfica y computadoras),
- Capacidad para actuar en grupo,
- Orientación para la realización de la investigación, y
- Capacidad para la redacción de esa investigación (HEIN; BIEMBENGUT, 2006, p. 108).

Barbosa (2006) va más allá de estas consideraciones, pues propone ver las prácticas de modelación matemática como un terreno fértil para la construcción de prácticas socio críticas; es decir, de prácticas que tengan en cuenta el papel que desempeñan las matemáticas en la sociedad y la necesidad de apoyar el pensamiento crítico alrededor de dicho rol. Así mismo, presenta a la modelación matemática desde una perspectiva crítica (Barbosa, 2003) como otra alternativa cuyo énfasis busca la reflexión, por una parte, sobre el papel de las matemáticas en la sociedad, y por la otra, sobre la naturaleza crítica de los modelos matemáticos en la sociedad.

De esta manera, la modelación matemática desde una perspectiva crítica se presenta como una alternativa a la tensión generada al asumir a los estudiantes como “sujetos cognitivos universales”, toda vez que permite pensar en una educación política de los estudiantes. En el

apartado ¿Supe que $1 + 1 = 1$? Reflexiones sobre la perspectiva socio crítica de la modelación matemática —en el Capítulo Segundo— se ahondará en este sentido.

1.4.3 Aproximaciones a una forma de conocer

A través de la descripción que he realizado hasta el momento de las etapas del ciclo de vida de una lepidóptera he tratado de poner en evidencia que el centro de atención se ubica en aspectos que, según el posicionamiento teórico, pueden generar discrepancia. Algunos de estos aspectos se relacionan con la forma en que son asumidos y se entienden conceptos y elementos como las matemáticas, el conocimiento matemático, la actividad matemática, los requerimientos para el aprendizaje, la forma de optimizar la enseñanza, el sujeto y el papel de la cultura, entre otros.

Autores como Araújo (2009a) y Alves y Matos (2008) coinciden al señalar que la perspectiva crítica de la educación matemática surgió como una alternativa a concepciones absolutistas de la matemática, que deja a un lado las pretensiones de ver al conocimiento matemático como válido por sí mismo, intocable por el desarrollo social e histórico, puro, abstracto y libre de valores culturales, y en cambio da lugar a una perspectiva en la que la matemática deja de ser incuestionable y vista como un producto “blanco” y europeo, de forma que esta es vista desde posturas socio políticas como un campo de estudio de los procesos sociales en los que seres humanos concretos se involucran en la creación y recreación de diversos tipos de conocimiento y razonamiento asociado con las “matemáticas” (VALERO, 2007).

En este sentido, Borba y Skovsmose (1997) cuestionan *la ideología de la certeza de las matemáticas*, la cual privilegia el carácter de neutralidad que sostiene la matemática, de forma que le otorga el poder de ser el argumento final en todos los debates en la sociedad. Como una consecuencia de lo anterior, resulta natural pensar que aquellas personas que no tienen acceso a las matemáticas están sujetas al control y la voluntad de los que sí lo tienen, toda vez que ello significa no participar en el complejo debate político, también apoyado por la ciencia (ARAÚJO, 2009a).

De acuerdo con estas reflexiones sobre la ideología de la certeza, la idea de la modelación matemática desde la perspectiva socio crítica adquiere gran relevancia pues, por lo general, durante el proceso de modelación se resta importancia al hecho de que un modelo matemático no es solo una representación de la realidad, sino que también representa una

interpretación específica de ella, con base en un marco conceptual y en algunos intereses. De esta forma, la modelación matemática se relaciona con el concepto de *conocer reflexivo*, toda vez que este conocer: i) permite explicitar las precondiciones del proceso de modelaje que se esconden cuando el lenguaje matemático les aplica un maquillaje de neutralidad, ii) aborda los problemas y las incertidumbres asociadas con las transiciones entre los diferentes tipos de lenguaje involucrados en el proceso de modelaje matemático, y iii) aborda cómo el modelaje matemático afecta de manera global al contexto de la resolución del problema, visto como una empresa tecnológica (SKOVSMOSE, 1994).

Adicionalmente, Skovsmose (1994) considera que el *conocer reflexivo* es aquella competencia de la EMC que se conecta con la competencia democrática en general. Para este autor, dicho conocer refiere a la competencia para reflexionar sobre el uso de la matemática y para evaluarlo, para lo que requiere entrar en relación con el *conocer matemático* y el *conocer tecnológico*. Al respecto, este autor aclara que

(...) no es el caso que primero necesitemos elaborar una competencia matemática para ser capaces de aplicarla en el logro de objetivos tecnológicos y, por último, evaluar lo que se ha hecho. Los diferentes tipos de *conoceres* se integran de diversas maneras (Skovsmose, 1994, p. 136).

En el apartado Sin que nadie se diera cuenta, me besaste en los labios: una relación del sujeto con el *conocer* —en el Capítulo Segundo— se profundizará en estas ideas.

1.4.4 Demarcaciones de un cuestionamiento

El centro de atención que se ha venido constituyendo permite evidenciar la forma en que mi propuesta doctoral se fue constituyendo desde una etapa embrionaria hasta una etapa adulta en la que se establecieron elementos que le dan vida a la pregunta de investigación. Dichos elementos hacen referencia, principalmente, al *conocer reflexivo* y la *modelación matemática* desde una perspectiva socio crítica con estudiantes en riesgo de vulnerabilidad social. En este contexto, surge el cuestionamiento que orienta esta investigación:

¿Qué caracteriza el *conocer reflexivo* que desarrollan estudiantes que viven en condiciones de vulnerabilidad social en contextos de *modelación matemática* desde la perspectiva socio crítica?

1.4.4.1 Propósitos y alcances de la investigación

- Objetivo general

Caracterizar el conocer reflexivo que desarrollan estudiantes que viven en condiciones de vulnerabilidad social en ambientes de modelación matemática desde una perspectiva socio crítica.

- Objetivos específicos
 - Describir el conocer desarrollado por los estudiantes que podría ser clasificado como conocer reflexivo, a partir del ambiente de modelación matemática creado.
 - Establecer las características de ese conocer que lo llevan a ser considerado como conocer reflexivo.
 - Identificar y establecer las asociaciones significativas del conocer reflexivo que presentan los estudiantes, ambiente de modelación matemática creado, con sus condiciones de vulnerabilidad social.

Para dar cuenta del propósito esbozado en el presente capítulo, y de acuerdo con la metáfora de las etapas del ciclo de vida de una mariposa, resulta importante establecer un *arcabuco*⁹ teórico que me permita relacionar las ideas de modelación matemática desde la perspectiva socio crítica y de conocer reflexivo, sin perder de vista el cuestionamiento ni los objetivos establecidos. Por ello, en el siguiente capítulo presento el conocer reflexivo y la modelación matemática a partir de una perspectiva política de la Educación Matemática. Circunstancia que me llevó, en el capítulo tercero, a hacer una revisión de la literatura sobre el desarrollo de ambientes de modelación matemática desde la perspectiva socio crítica.

En concordancia con el propósito y el marco teórico, en el capítulo cuarto adopto la metodología de investigación denominada investigación crítica. Como parte del análisis, en el capítulo quinto, presento un acercamiento a la realidad social, política y económica de los estudiantes. Con este andamiaje, en el capítulo sexto, alrededor del cuestionamiento ¿cómo desarrollar con los estudiantes del curso 11-X un ambiente de modelación matemática desde la

⁹ Según el diccionario de la Real Academia Española la palabra arcabuco es definido como: Monte espeso y cerrado.

perspectiva socio crítica? presento las circunstancias que me permitieron desarrollar tal ambiente con los estudiantes.

Los datos —registrados en grabaciones de audio y video, entrevistas, escritos y diapositivas de presentaciones grupales de los estudiantes— fueron analizados, en el capítulo séptimo, considerando la noción de los actos dialógicos, lo que me permite, en el capítulo octavo, percibir cuatro rasgos distintivos como características del conocer reflexivo. Finalmente, en el noveno capítulo se presentan las conclusiones.

Capítulo Segundo

FUNDAMENTANDO ANDO

Figura 2: Banda de luz



Fuente: Elaboración propia¹⁰

Con esta imagen, en la que se representa la unión como una banda de luz que entrelaza dos seres, introduzco el Capítulo Segundo, en el que —bajo una metáfora que surge de un poema que relaciona a una pareja— presento los aspectos teóricos que le dan vida a esta tesis.

¹⁰ Ilustración adaptada de la fotografía tomada por la estudiante de publicidad Lina María Mancera en diciembre de 2019, en la que aparezco con mi pareja.

Dada la pregunta de investigación presentada en el subapartado “Demarcaciones de un cuestionamiento” —Capítulo Primero—, a continuación puntualizo las herramientas teóricas que permiten fundamentar la investigación. Dichas herramientas se configuran en una serie de conceptos que se relacionan entre sí, que de ninguna manera están disjuntos —como si fueran vasos comunicantes— y que permiten distinguir los elementos constitutivos de la presente tesis doctoral. Para ello, y como un primer elemento, quiero comenzar con una cita de un poema del escritor Jairo Aníbal Niño¹¹, titulado *Ayer por primera vez*:

Ayer por primera vez
supe lo que era la aritmética
cuando, sin que nadie se diera cuenta,
me besaste en los labios.
Ayer por primera vez
supe que 1 más 1 son 1 (NIÑO, 1996).

Este poema me ha llamado la atención porque en él encuentro la posibilidad de comenzar una discusión sobre el *ser* y el *conocer*. Para ello, quiero resaltar dos frases: “sin que nadie se diera cuenta, me besaste en los labios” y “supe que 1 más 1 son 1”. Dentro de la lógica de *la racionalidad del ser*, la primera presenta al sujeto —que, para efectos de la presente tesis, corresponde al estudiante en el aula de matemáticas que vive en riesgo de vulnerabilidad social— en un contexto y una temporalidad que van en sentido contrario a la idea según la cual los estudiantes son asumidos como sujetos cognitivos, universales, homogeneizados y desprovistos de sus sentimientos, de sus interrelaciones con el otro y hasta de sus anhelos y perspectivas de futuro. Por otro lado, dentro de la lógica de *la racionalidad del conocer*, en la segunda frase sorprende que la suma sea igual a uno, pues genera la idea de una incapacidad para leer, escribir y operar de forma adecuada, que se enfrenta a la lógica de la disciplina de la matemática académica, que estipula que esta suma debe tener resultado único y la respuesta correcta (y única) es dos —por lo que desconoce la cultura y el contexto en que se genera el poema.

De acuerdo con los argumentos esbozados alrededor de las anteriores dos frases, en los siguientes apartados presento las herramientas teóricas que le dan vida a la investigación, las cuales toman distancia de posturas que fundan sus principios en la relación del conocimiento matemático con un patrón de poder y que asimilan la cultura de la matemática académica sin

¹¹ Escritor colombiano que vivió entre 1941 y 2010. Contribuyó, en el campo de la literatura, al género de la literatura infantil y juvenil, entre otros aspectos.

considerar las prácticas sociales, culturales y políticas en que se desenvuelven y se entrelazan los estudiantes —con lo que desconocen las causas y condiciones que los enmarcan socialmente en riesgo de vulnerables—.

2.1 Sin que nadie se diera cuenta, me besaste en los labios: una relación del sujeto con el conocer

Pensar en la frase que le da vida al presente apartado me genera una reflexión sobre la relación de los estudiantes con el conocer. Para ello destaco tres consideraciones fundamentales: la primera busca reconocer que los estudiantes son sujetos con sentimientos, gustos y disgustos; es decir, que son sujetos de carne y hueso (VALERO, 2006). La segunda pone el énfasis en que, además, no son seres homogeneizados y/o estandarizados, con lo que se aleja de la paradoja de la homogeneización inclusiva (DUSSEL, 2000). La tercera hace referencia a la forma en que esos sujetos de carne y hueso no estandarizados se relacionan con el conocimiento matemático, pues tal relación va más allá de una expresión que se construye exclusivamente desde la lógica de la matemática académica.

La primera de estas consideraciones permite pensar en un cambio en la forma de entender y concebir a los estudiantes, pues pasa de asumirlos como sujetos universales —adicionalmente como sujetos cognitivos, en particular para el caso del aula de matemáticas— a concebirlos como seres intersubjetivos y relacionales, por lo que es determinante considerar su identidad y su diferencia. Este hecho permite comprender a los estudiantes en la clase de matemáticas como seres de carne y hueso en el sentido propuesto por Valero (2002):

Nuestros estudiantes no son solamente “cabezas” —léase sujetos cognitivos— sino que son seres con una existencia física y temporal, con sentimientos, con múltiples razones para involucrarse (o no) en el aprendizaje de las matemáticas, y con una vida que trasciende los límites del aula y de la escuela. Toda esta existencia tiene tanto que ver con el aprendizaje de las matemáticas como la dimensión puramente cognitiva y psicológica de estos seres (p. 130).

La anterior circunstancia genera una segunda consideración, que hace referencia a lo que Dussel (2000) ha denominado la idea de la paradoja de la homogeneización inclusiva:

[...] la idea de la inclusión en una identidad determinada supone la exclusión de otros, la definición de una frontera o límite más allá de la cual comienza la otredad. Un elemento central para definir la inclusión y la exclusión es cómo se conceptualizan la identidad y la diferencia, y cómo y

a través de qué mecanismos y técnicas se establecen y operan los límites entre ellas (p. 3).

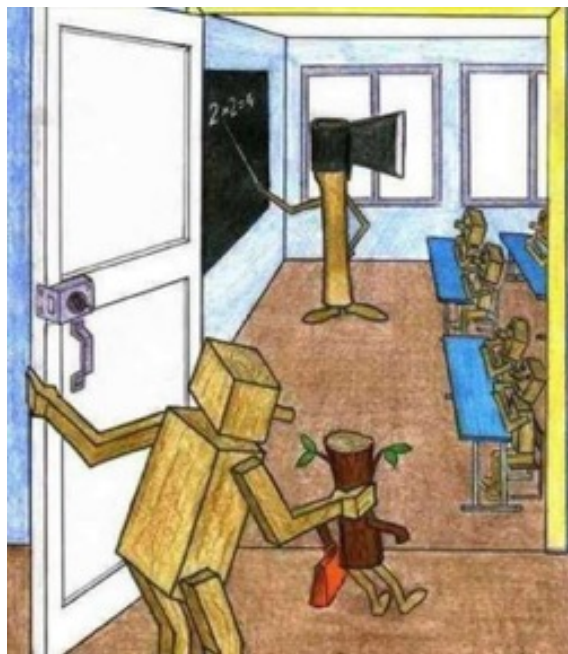
Una consecuencia de esta paradoja refleja la idea de estandarizar comportamientos y procederes, de usar los mismos lenguajes y, por lo tanto, de aprender las mismas cosas. Esta circunstancia pone de relieve que quienes busquen hacer un rescate de la diversidad serán considerados como un riesgo —un peligro— para la idea de identidad colectiva, situación que puede implicar, incluso, la invisibilidad y el ocultamiento de esos sujetos que, en últimas, son considerados como agentes que no han alcanzado un grado de civilización básico (DUSSEL, 2000).

Al recoger las dos consideraciones anteriores resulta importante preguntarse, una vez más, ¿quiénes somos y por qué vivimos? En esta idea, cabe señalar que los sujetos del poema y de la foto de la portada son sujetos que están ubicados en un lugar, un espacio y un tiempo particular —no son universales ni abstractos—. Por eso, en caricaturas como la presentada en la Figura 3, encuentro una imagen contradictoria, toda vez que somos más que un cuerpo homogeneizado o un pedazo de madera inerte, pues claramente tenemos raíz, tallo, ramas, hojas, flores y frutos que nos constituyen como únicos e irrepetibles, además de estar en constante relación con los otros en tanto que somos parte constitutiva del paisaje del bosque (somos con los otros, nos entrelazamos con los otros). Es decir, tenemos:

- Raíces que nos permiten sujetarnos —aferrarnos— a este mundo, así como alimentarnos del contexto, de nuestra tierra y, por supuesto, de los nutrientes que nos suministra nuestra particular sociedad.
- Tallo y ramas que nos permiten sostener nuestras hojas y llevar, de la raíz a las partes más altas, el elemento vivificador llamado savia, lo que nos da la posibilidad de ser sensibles de pies a cabeza.
- Hojas que nos permiten respirar y transpirar, que tienen como elemento característico la clorofila —indispensable para la fotosíntesis— y que nos permiten constituirnos con el otro —y también de lo otro— gracias a la conversión de “materia inorgánica” en “materia orgánica”.
- Flores que nos permiten formar el fruto —es decir, nos permiten formar lo que somos—, lo que nos constituye en tanto sujetos sociales, culturales, políticos y, sobre todo, humanos.

Además, no podemos desconocer que somos —en tanto seres colectivos— parte constitutiva del paisaje del bosque y, por tanto, estamos entrelazados con el otro y con lo otro.

Figura 3: Caricatura crítica a la perspectiva de sujeto universal y cognitivo



Fuente: Anónimo (sin fecha).

Definitivamente, lo anterior me permite ejemplificar el hecho de que somos exclusivos y no iguales, por lo que no somos un pedazo de madera que debe ser torneada de una forma uniforme de acuerdo con una idea eurocéntrica de producción “de conocimiento” impuesta como la única racionalidad posible.

De esta manera, pensar a los estudiantes como un árbol vivo que hace parte constitutiva del bosque —como si fueran materia orgánica— y no como un pedazo de madera sin vida —como si fueran materia inorgánica— implica una tercera consideración en relación con la forma en que esos sujetos no estandarizados se relacionan con el acto de conocer, que claramente va más allá de la lógica de la matemática académica.

Para ello, parto por reconocer que un paradigma aceptado por la comunidad de educadores matemáticos en el campo de la educación matemática determina que las matemáticas a ser enseñadas son las académicas, las cuales están desprovistas del contexto social y cultural de los estudiantes y atienden a la asimilación de la cultura de la propia matemática (GARCÍA; VALERO, 2013). Un ejemplo de lo anterior, a nivel curricular, lo

encontramos en Niss et al. (2017), quienes reportan que algunos países en Latinoamérica — como Brasil, Colombia, Costa Rica, Chile, México y República Dominicana— han pensado algunas de sus reformas curriculares de acuerdo con el marco presentado en la prueba PISA¹² y en las ideas orientadas hacia el concepto de competencia. Además, estos autores señalan que dichas reformas se han basado en el reconocimiento del papel social de las matemáticas escolares y de la resolución de problemas del mundo real en la vida cotidiana y social por parte de los estudiantes, con lo que se resalta el uso funcional de las matemáticas a pesar de las diferencias significativas y evidentes de cada país y de cada región.

Pensar la relación que se teje entre estudiantes y el acto de conocer a la vez que se busca un alejamiento de paradigmas que determinan que las matemáticas a ser enseñadas son las académicas, me implicó poner en consideración la idea de “mathematical literacy”. Para ello tuve en cuenta tres reflexiones previas.

La primera, que la palabra inglesa *literacy* —según diccionarios como Oxford Dictionaries o Cambridge Dictionary— hace referencia a la “habilidad de leer y escribir” o a la “competencia o conocimiento en un área específica”. Este término puede ser traducido al portugués como *literacia*, el cual es definido —según el diccionario Priberam— como la “capacidad de leer y de escribir”. Si bien en español no existe un término que pueda considerarse como una traducción literal como en el portugués (*literacy* - *literacia*), el término *alfabetización* es considerado como una posible traducción de *literacy*, el cual es definido —según la Real Academia Española (RAE)— como la “acción y efecto de alfabetizar”. Es decir, la acción y efecto de enseñar a alguien a leer y a escribir¹³.

La segunda reflexión, me posibilitó considerar el hecho que el término *alfabetización* debe estar asociado al término *para*. Al respecto Jablonka (2003), apoyada en las ideas de Knoblauch (1990), señala que este término siempre es usado en referencia a algo; o mejor, para algo (por ejemplo *alfabetización para* la competencia profesional en un mundo tecnológico,

¹² El Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos (PISA, por sus siglas en inglés) de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE), tiene por objeto evaluar hasta qué punto los alumnos cercanos al final de la educación obligatoria han adquirido algunos de los conocimientos y habilidades necesarios para la participación plena en la sociedad del saber. La prueba PISA es realizada cada tres años y saca a relucir aquellos países que han alcanzado un buen rendimiento y, al mismo tiempo, un reparto equitativo de oportunidades de aprendizaje, ayudando así a establecer metas ambiciosas para otros países.

¹³ De acuerdo con lo expuesto, el término en inglés “literacy” y el término “alfabetización” serán usados en este documento indistintamente.

para el cambio social y cambio político). Esta asociación no es ajena, en esencia, a la idea de *alfabetización matemática*¹⁴.

La tercera reflexión me permitió reconocer que en la educación matemática las nociones *numeracy*, *quantitative literacy*, *critical mathematical literacy*, *mathemacy*, *matheracy* se relacionan con la de alfabetización matemática. Por ejemplo, Ribeiro y Fonseca (2010) señalan que, en un ámbito pedagógico, es posible distinguir —en un sentido amplio de la alfabetización— al menos dos dominios. El primero, *letramento*¹⁵, hace referencia a las capacidades de procesamiento de información principalmente verbales. Mientras que el segundo, *numeramiento*¹⁶, se usa para aludir a capacidades de procesamiento de informaciones cuantitativas que envuelven nociones y operaciones matemáticas. Además, Fonseca (2008) señala que existe un grupo de investigadores quienes consideran como una de las dimensiones del *letramento* al *numeramiento*; toda vez que en una sociedad centrada en los grafos —como la nuestra— las situaciones que envuelven conocimientos, procesos o criterios matemáticos se inscriben en contextos de lectura y escritura o asumen los principios de la cultura escrita, aunque los procedimientos adoptados no vengán necesariamente de los recursos de las tecnologías de la escritura¹⁷.

En relación con las nociones descritas en el párrafo anterior, algunos investigadores utilizan —por ejemplo— *numeracy*, *quantitative literacy* y *mathematical literacy* como sinónimos, mientras que otros las interpretan de manera diferente. En este último caso, como lo señala Jablonka y Niss (2014), con independencia de ser interpretadas de manera diferente, tienen en común —entre otros aspectos— que centran su atención en la utilidad y la habilidad de utilizar las matemáticas en una variedad de áreas diferentes, como un objetivo importante de la educación matemática. Además, se asocian con la educación para el público en general más

¹⁴ Traducción que se utilizará del término en inglés “mathematical literacy”.

¹⁵ Según Ribeiro y Fonseca (2010), el término alfabetismo corresponde al término “literacy” del inglés, traducido en Brasil como *letramento* el cual se generalizó en el campo de la investigación y práctica educacional.

¹⁶ Según Fonseca (2008), algunos autores brasileños prefieren el término *Numeramento* al de *Numeracia* como traducción del inglés de *Numeracy*. En Colombia, autores como Jaramillo, Torres y Villamil (2006) han traducido este término como numeramiento.

¹⁷ El lector interesado en las ideas de *letramento* y *numeramiento* puede consultar los reportes de las doctoras Magda Soares y Maria da Conceição Ferreira Reis Fonseca, profesoras de la Facultad de Educación de la Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG), quienes han centrado algunas de sus investigaciones en estas dimensiones.

que con la formación académica especializada, al tiempo que se enfatiza la conexión entre la alfabetización matemática y la participación democrática.

Teniendo en cuenta las anteriores reflexiones, un primer acercamiento a la noción de alfabetización matemática lo encuentro en las ideas de Jablonka (2003), para quien esta noción hace referencia a la capacidad de los estudiantes para *usar y aplicar* el conocimiento, por lo que no puede conceptualizarse solamente en relación con el conocimiento matemático, sino que implica entenderla en términos funcionales, de acuerdo con las situaciones en las que se utilizará este conocimiento. De esta manera, se acepta que la alfabetización matemática hace referencia a la capacidad de los individuos para usar las matemáticas que se supone deben aprender en la escuela.

Además, al considerar que no es posible promover una concepción de la alfabetización matemática sin, al mismo tiempo, y de manera implícita o explícita, promover una práctica social particular, esta autora presenta cinco concepciones: *alfabetización matemática para el desarrollo del capital humano*, *alfabetización matemática para la identidad cultural*, *la alfabetización matemática para el cambio social*, *alfabetización matemática para la conciencia ambiental* y *alfabetización matemática centrada en la ciudadanía*.

La *alfabetización matemática para el desarrollo del capital humano* hace referencia a la capacidad del individuo para usar las matemáticas que se supone debe aprender en la escuela, por lo que privilegia el conocimiento matemático académico occidental. Esta concepción puede construirse utilizando ejemplos de prácticas cotidianas recontextualizadas desde el punto de vista de las matemáticas —académicas— para desarrollar habilidades matemáticas descontextualizadas. La suposición subyacente al considerar que los conceptos matemáticos representan características esenciales de prácticas cotidianas —recontextualizadas desde las matemáticas—, dando lugar a una concepción de alfabetización matemática en términos de habilidades matemáticas —de orden superior— que son aplicables a todo tipo de problemas (por ejemplo, de medición, estimación y cálculo). Así, para Jablonka (2003), esta concepción de la alfabetización matemática puede ser considerada como un conjunto de conocimientos, habilidades y valores que van más allá de las dificultades que surgen de las diferencias culturales y las desigualdades económicas, ya que la educación matemática, y la matemática en sí misma, no se consideran vinculadas a la cultura.

Para evitar la asignación de un lugar privilegiado al conocimiento matemático académico —occidental—, en la concepción de *la alfabetización matemática para la identidad cultural* se busca construir un puente mediante la incorporación de las prácticas etnomatemáticas o el conocimiento cotidiano ordinario con las matemáticas académicas, para lo que se entiende la etnomatemática de acuerdo con los planteamientos de D’Ambrosio (2013), como:

[...] la matemática practicada por grupos culturales, tales como comunidades urbanas y rurales, grupos de trabajadores, clases profesionales, niños de una cierta franja etaria, sociedades indígenas, y tantos otros grupos que se identifican por objetivos y tradiciones comunes a los grupos.

Además de ese carácter antropológico, la etnomatemática tiene un indiscutible foco político. La etnomatemática es embebida de ética, enfocada en la recuperación de la dignidad cultural del ser humano (p. 11).

Sin embargo, para Jablonka (2003) en esta concepción se corre el riesgo de, por una parte, limitar la alfabetización matemática a la recuperación del conocimiento local, y por otra, privilegiar las matemáticas académicas utilizándolas para reinterpretar las prácticas etnomatemáticas.

Por su parte, la concepción de *la alfabetización matemática para el cambio social* es concebida por Jablonka (2003) como otro intento de superación del dominio de las matemáticas académicas en el plan de estudios, a través de la adopción de la idea de utilizar a las matemáticas como una herramienta crítica para abordar los problemas que son de relevancia social o política. Para esta autora, tal concepción comprende una crítica de la función de las matemáticas escolares, pues la matemática escolar ha sido considerada como un medio de reproducción social al enseñar implícitamente patrones de comportamiento y al reproducir desigualdades —por ejemplo— de clase, etnia y género. Esta circunstancia —según Jablonka (2003)¹⁸— está relacionada con las nociones de habilidad y comprensión que están informadas por las filosofías objetivistas de la matemática escolar y por la visión implícita del estudiante ideal como un joven erudito intelectual. Sin embargo, para esta autora, en la medida en que se busca una deconstrucción de la objetividad de las matemáticas —al presentar argumentos matemáticos y estadísticos alternativos—, al final las implicaciones de tal perspectiva pueden carecer de coherencia, pues, al enfatizar en el potencial del uso de las matemáticas como una herramienta

¹⁸ Apoyada en las ideas de FRANKENSTEIN, M. *Relearning mathematics: A different third R: Radical maths*. London: Free Association Books. (1989).

para ganar conciencia crítica al representar o modelar problemas sociales, tales problemas deben ser vistos como ejemplares con respecto a la relevancia social y política de los estudiantes, pero ello no implica que necesariamente sean ejemplares con respecto a las diferentes prácticas de uso de las matemáticas.

Al considerar los problemas ambientales globales y las falacias científicas que han sido ocasionados en parte por intervenciones tecnológicas basadas en las matemáticas tradicionales, algunos autores en *la alfabetización matemática para la conciencia ambiental* sugieren de manera determinante que las matemáticas deberían desarrollarse en formas alternativas más adecuadas. Para Jablonka (2003), las matemáticas juegan un doble papel con respecto a los problemas ambientales. Por un lado, son usadas como un lenguaje para (re) formular importantes conceptos de las ciencias —biológicos y físicos—. Por otro lado, se utiliza como una herramienta para modelar problemas ambientales; por ejemplo, para ejecutar simulaciones de sistemas complejos o incluso para obtener conocimientos teóricos sobre los sistemas ecológicos. Sin embargo, debe señalarse que se corre el riesgo de abandonar principios bien establecidos de construcción, evaluación y validación de afirmaciones científicas. Por ejemplo, en simulaciones por computadora, podrían no existir criterios bien establecidos para evaluar su resultado, pues se corre el riesgo de una falta de comprensión teórica y de insensibilidad a los límites de validez del conocimiento empírico existente.

Finalmente, *la alfabetización matemática centrada en la ciudadanía* hace referencia a la evaluación crítica de aspectos de la cultura de los estudiantes, la cual está —de alguna manera— impregnada de prácticas que involucran a las matemáticas. Así, un componente importante para esta concepción de alfabetización matemática es la capacidad de comprender y evaluar las diferentes prácticas que involucran las matemáticas, razón por la que una suposición esencial es que es posible distinguir las aplicaciones de las matemáticas en términos de coherencia, conectividad, complejidad, comprensión, integración en una teoría y vinculación a la realidad observada o construida. Para Jablonka (2003) muchos libros populares y materiales para el aula pretenden mostrar la fascinación, la riqueza y el poder desmesurado de las aplicaciones de las matemáticas, pero no contienen información imparcial sobre su relevancia social y carecen de una discusión sobre las condiciones y las consecuencias de su implementación. Algunos intentos de proporcionar lecturas a los estudiantes que explican ejemplos importantes de ingeniería matemática han sido criticados por no contener suficientes matemáticas —a manera de ejemplo, esta autora señala a Maaß y Schloglmann (1993)—.

Cabe señalar que en virtud del propósito del presente documento —caracterizar el conocer reflexivo que desarrollan estudiantes en condiciones de vulnerabilidad social—, entre las concepciones presentadas por Jablonka (2003) me posiciono con mayor firmeza en la que se ha denominado la alfabetización matemática centrada en la ciudadanía, aunque sin desconocer su cercanía con la alfabetización para el cambio social. Esta forma de pensar la relación del sujeto con el conocimiento posibilita una sensibilidad diferente a la metáfora que he querido presentar con la frase del poema “sin que nadie se diera cuenta, me besaste en los labios”, pues la introducción de discusiones reflexivas y críticas implica incorporar un nuevo discurso escolar que, eventualmente, establezca una nueva práctica matemática extracurricular que ahonde en la idea de ciudadanos informados; este hecho me hace tomar distancia —de una u otra manera— de concepciones como las del desarrollo del capital humano, identidad cultural y conciencia ambiental.

El anterior posicionamiento, implica además reconocer posturas como la de Freire (2012), quien consideró que en tanto que no es neutra, la educación puede estar al servicio, por una parte, de la decisión, de la transformación del mundo y de la inserción crítica en él, y por otra, de la inmovilización, de la persistencia de las estructuras injustas y de la acomodación de los seres humanos a una realidad considerada intocable. Para este autor, una práctica educativa debería estimular la curiosidad crítica en tanto que estaría dirigida siempre hacia la búsqueda de la razón —o las razones— de ser de los actos, y no solo se limitaría a hablar de ellos o a defenderlos. Por ejemplo, para Freire “La lectura del mundo precede a la lectura de la palabra, de ahí que la posterior lectura de la palabra no puede prescindir de la lectura de aquel” (FREIRE, 1989, p. 9).

En este mismo sentido, Skovsmose (1994) señala que la discusión sobre la *alfabetización* resulta central, particularmente como resultado del trabajo de Paulo Freire, quien desarrolló la dimensión política de la educación a partir de este término.

El trabajo de Freire es importante porque parte del supuesto básico de que la educación tiene que relacionarse con las estructuras críticas de la sociedad y porque muestra cómo interpretar dicho supuesto con respecto a una práctica educativa que también le enseña a la gente cómo leer y escribir (p. 26).

En concordancia con lo expuesto hasta aquí, pensar la escuela desde otras perspectivas implica entenderla como “un centro social, político y educativo en donde los actores permitan el diálogo intersubjetivo, constructivo y participativo, y las decisiones se tomen en consenso,

dentro de condiciones de igualdad y democracia creciente” (BASABE DE QUINTALE; VIVANCO, 2008, p. 270).

En esta misma línea, Giroux (1989) —quien es retomado por Skovsmose (1994)— sugiere que los estudiantes deben ser expuestos a formas de conocimiento que les proporcionen la oportunidad —al mismo tiempo que les de la seguridad— de luchar por una calidad de vida en la que todos nos beneficiemos, de manera que se rescate el papel que ha jugado la *alfabetización*. Para Giroux (1989), la alfabetización se relaciona —de manera radical y opuesta— con formas de ignorancia política e ideológica que actúan sobre grupos subordinados —tales como el rechazo a conocer los límites y consecuencias políticas de la idea que uno tiene del mundo—, y no solo con la carencia o incapacidad para leer y escribir de forma adecuada, por lo que se reconoce como un elemento importante la necesidad de construir —o mejor, de reconstruir— un punto de vista radical sobre la alfabetización que gire en torno a la importancia de identificar y transformar —y por qué no, de emancipar— esas condiciones ideológicas y sociales que van en perjuicio de la posibilidad de creación de formas de comunidad y de vida pública constituida con base en los imperativos de una democracia crítica.

Bajo este marco, la educación matemática debe evitar su reducción al logro del dominio de los conocimientos matemáticos per se, así como incorporar la formación ciudadana de las personas como parte fundamental de su finalidad. Esto significa atribuir a la educación matemática el propósito de formar ciudadanos críticos mediante un empoderamiento que le permita a los alumnos reorganizar y reconstruir sus interpretaciones relativas a las instituciones sociales.

En la construcción de una perspectiva como la Educación Matemática Crítica —EMC— resulta importante la consideración de una formación de ciudadanos críticos, en tanto que se les proporcionen los medios que les permitan comprender el papel que juegan las matemáticas en la sociedad, en su entorno y en la vida misma, pues cualquiera que no posea tales instrumentos puede llegar a ser una víctima de los procesos sociales en los que las matemáticas tan solo son un componente.

Bajo este marco, resulta pertinente señalar que una educación basada en las ideas de la EMC debe viabilizar el desarrollo de una alfabetización matemática que permita a los ciudadanos ejercer una competencia democrática. Skovsmose (1999) muestra un intento por reflexionar sobre la posibilidad de tomar las ideas de *alfabetización* de Giroux y, con base en

ella, definir lo que podría entenderse por *alfabetización matemática*.

La idea a la que he tratado de dar significado (y no demostrar) es: *Si la alfabetización matemática¹⁹ tiene un papel que jugar en la educación —similar pero no idéntico al papel de la alfabetización— para tratar de desarrollar una competencia democrática, entonces la alfabetización matemática debe verse como una composición de diferentes competencias: la matemática, la tecnológica y la reflexiva. Y en especial: el conocer reflexivo tiene que desarrollarse para darle a la alfabetización matemática un carácter potenciador* (p. 129–130).

Para este autor, la importancia de la alfabetización matemática —como una competencia integrada— radica en que los pilares de la educación matemática se establecen en el contexto social en que se encuentran las matemáticas y no en las matemáticas en sí. Es decir, tal competencia no implica sólo saber matemáticas para tener un conjunto básico de conocimientos —requeridos, por ejemplo, en el mercado laboral—, sino que coloca los conocimientos matemáticos en acción para cuestionar y, en consecuencia, hacer frente a la injusticia (VALERO; ANDRADE; MONTECINO, 2015).

Surge en este momento el interrogante sobre qué se entiende por el término *competencia*. Para ello, parto por reconocer que el término tiene varias acepciones o significados —es polisémico—, y su interpretación depende del campo disciplinar desde el que se enmarca. Por ejemplo, en psicología se encuentra el término para referirse a la aptitud o capacidad de un individuo; mientras que en las ciencias sociales el término es usado para hacer referencia a los contenidos de una cualificación particular en una determinada organización de trabajo (SERRAZINA; OLIVEIRA, 2005).

Autores como Serrazina y Oliveira (2005) al tratar de resignificar el término *competencia* hacen una revisión de la literatura para ahondar por este término en el campo de la educación, encontrando interpretaciones como las que se describen a continuación:

- “Conjunto de los recursos que movilizamos para actuar” (PERRENOUD, 1996, p. 15; citado por SERRAZINA y OLIVEIRA, 2005), del que hacen parte el conocimiento científico y el conocimiento del sentido común.

¹⁹ Skovsmose (1994) usa el término “Mathemacy”. No obstante, también señala que: “La ‘Mathemacy’ se introdujo como un término comparable con el de ‘literacy’, sin embargo, todavía no hemos explorado la competencia de la mathemacy.” (p. 97). Debido a que los términos Mathemacy y Literacy son introducidos como comparables, y de acuerdo con las reflexiones presentadas alrededor de las notas a pie de página 10 y 11, usaré transitivamente el término alfabetización matemática cuando Skovsmose se refiera a Mathemacy.

- “La capacidad de un sujeto en movilizar a todos o parte de sus recursos cognitivos y afectivos para hacer frente a una familia de situaciones complejas” (LE BOTERF, 1994, p. 16; citado por SERRAZINA y OLIVEIRA, 2005).
- Próximo al concepto de competencia está el de *habitus* de Pierre Bourdieu, que es definido como un sistema de disposiciones duraderas —las cuales se pueden transponer e integrar las experiencias pasadas— que “funciona en cada momento como una matriz de percepciones, de apreciaciones y de acciones y hace posible el cumplimiento de tareas infinitamente diferenciadas, gracias a los *transferts* analógicos de esquemas, permitiendo resolver los problemas de la misma forma” (BOURDIEU, 1972, pp. 178-179; citado por SERRAZINA y OLIVEIRA, 2005). Se debe considerar la distinción entre los dos conceptos en el sentido dado por Perrenoud (1996), para quien *habitus* se refiere al conjunto de esquemas con que una persona dispone en un determinado momento de su vida, mientras que en una competencia específica no los moviliza todos.
- Las interpretaciones realizadas sobre el término de competencias pueden ir desde la connotación de comportamiento o performance —saber-hacer— hasta la identificación de una cualidad de una persona, dentro de lo que se resalta la naturaleza holística en la que “El conocimiento está, obviamente, involucrado, así como la destreza necesaria para usarlo, pero este uso es emancipatorio, basado en la reflexión e implicando cierto grado de autonomía” (ABRANTES, 2003, p. 99; citado por SERRAZINA y OLIVEIRA, 2005).

En este último sentido, adoptar definiciones holísticas como la del Ministerio de Educación Nacional (2006), en la que la competencia matemática es entendida como “conjunto de conocimientos, habilidades, actitudes, comprensiones y disposiciones cognitivas, socio afectivas y psicomotoras apropiadamente relacionadas entre sí para facilitar el desempeño flexible, eficaz y con sentido de una actividad en contextos relativamente nuevos y retadores” (p. 49), dista del concepto de alfabetización —*centrada en la ciudadanía*, sin desconocer su cercanía con la alfabetización para el cambio social— en que me posiciono.

De acuerdo con la idea de que en la EMC debe facilitarse el desarrollo de una alfabetización matemática que permita a los ciudadanos ejercer una competencia democrática, y que la competencia de la EMC que se conecta con la competencia democrática general es el *conocer reflexivo*, que a su vez se relaciona con el matemático y el tecnológico, resulta

importante definir tales conoceres. Al respecto Skovsmose (2013) los define de la siguiente manera:

El conocer matemático, se refiere a la competencia normalmente entendida como habilidades matemáticas, incluyéndose las competencias en la reproducción de teoremas y pruebas, bien como al dominio de una variedad de algoritmos —esa competencia está enfocada en la educación matemática tradicional, y su importancia ha sido específicamente enfatizada por el movimiento estructuralista y por el movimiento de la matemática moderna—.

El conocer tecnológico, que se refiere a las habilidades en aplicar la matemática y a las competencias en la construcción de modelos. La importancia del conocer tecnológico ha sido enfatizada por la tendencia dirigida para aplicaciones en educación matemática, que afirma que, incluso si los estudiantes aprenden matemática, ninguna garantía existe de que la competencia desarrollada es suficiente cuando se trate de situaciones de aplicación. Esa competencia extra, es llamada competencia tecnológica.

El conocer reflexivo, que se refiere a la competencia de reflexionar sobre el uso de la matemática y evaluarlo. Las reflexiones tienen que ver con evaluaciones de las consecuencias del emprendimiento tecnológico (p. 115-116).

Según este autor, la distinción entre estos tipos de conocer es de carácter analítico. En este sentido, es claro que no se trata de identificar tres tipos de actividades que conduzcan a tres tipos de conocimiento, toda vez que dichos tipos de conocer se mezclan y no son distinguibles. Al respecto, Skovsmose (1999) señala:

No podemos esperar encontrar ninguna relación lineal en el tiempo entre el desarrollo del conocer matemático, tecnológico y reflexivo. No se trata de que los niños primero tengan que adquirir una competencia matemática explícita antes de que sean capaces de usarla para resolver problemas tecnológicos. Tampoco podemos esperar que una competencia tecnológica tenga que desarrollarse antes de que puedan formarse una opinión razonada acerca de la solución propuesta (p. 129).

Un punto central en la relación entre los tipos de conocer tecnológico y reflexivo permite entender que si bien el primero parte del hecho de tener aquellas habilidades matemáticas y competencias en la construcción de modelos, es incapaz en sí mismo de predecir y analizar los resultados de su propia producción —o, en el mejor de los casos, resulta miope en tal labor—, por lo que se hace necesaria la presencia de reflexiones que tengan en cuenta diferentes competencias para evaluar las consecuencias y alcances sociales, ambientales, políticos, entre otros, de tales modelos. Esta circunstancia puede ejemplificarse si observamos el caso de un grupo de estudiantes que, a través del uso de sus habilidades matemáticas sobre ecuaciones, regresiones lineales, entre otros —conocer matemático—, logran construir un modelo que

permita medir la cantidad de carbono que se liberaría en una zona en la que se pretende practicar una actividad de desforestación —conocer tecnológico—, no han hecho lo suficiente para evaluar las consecuencias sociales y ambientales de dicha actividad —conocer reflexivo—. De esta manera, Skovsmose (1999) señala que “el conocimiento reflexivo debe basarse en un horizonte más amplio de interpretaciones y conocimientos previos. Tiene que captar la situación en la que el conocimiento tecnológico se pone en marcha” (p. 109). Así mismo, para evaluar dichas consecuencias y alcances, resultan necesarias y determinantes las habilidades matemáticas y las habilidades en aplicar la matemática en la construcción de modelos. En nuestro ejemplo, resulta importante tener las habilidades para construir el modelo que permite medir la cantidad de carbono que se liberaría y para evaluar sus consecuencias sociales, ambientales y políticas.

Lo anterior no debe ser interpretado bajo la idea de que para desarrollar el conocer reflexivo basta con reorganizar las informaciones del conocer tecnológico pues, para Skovsmose (1999), la base epistemológica de las reflexiones está en los aspectos sociológicos y éticos de la forma en que manejamos dicha tecnología, no en la tecnología misma. Así, el conocer reflexivo juega un papel importante en tanto que permite indagar la manera en que la modelación matemática afecta —o no— el contexto social que dio origen al problema abordado, lo que evidencia la importancia de esta competencia y nos permite pensar en su relación con la idea de modelación matemática.

Haciendo un paralelo con lo dicho hasta el momento con el poema, en tanto metáfora, cuando resalto la frase “sin que nadie se diera cuenta, me besaste en los labios” quiero destacar que nuestros estudiantes, y nosotros mismos, somos mucho más que sujetos cognitivos universales que, por el hecho de estar en un salón de clases —sea de matemáticas o de cualquier otra disciplina—, estamos dispuestos para el aprendizaje. Por el contrario, establezco una relación de los estudiantes entrelazados (en términos de la foto de la portada, por bandas de luz) con el otro, con lo otro y con el conocer. Es decir —como ya lo señalé— son seres con sentimientos, gustos y disgustos, de carne y hueso, y no homogenizados que —metafóricamente hablando— *cuando lo besaron en los labios, sin que nadie se diera cuenta*, se relacionaron con una forma de conocer que no se construye exclusivamente desde la lógica de la matemática.

2.2 ¿Supe que 1 más 1 son 1?: Reflexiones sobre la perspectiva socio crítica de la modelación matemática

Con este poema, no estoy proponiendo que en la lógica de la disciplina matemática se acepte que la suma que se plantea —1 más 1— sea igual a uno; lo que está en juego es la posibilidad de romper esa idea de la relación saber-poder homogeneizante y unificadora que ha permeado a la educación, que desconoce al ser y, por lo tanto, desconoce también el poder que se ha ejercido bajo la mirada de la racionalidad del saber y del conocer.

Para Quijano (2007), desde ese específico universo intersubjetivo de relaciones denominado *modernidad* fue determinada una idea de producción de conocimiento que iba en concordancia con necesidades cognitivas del capitalismo, entre las que se encuentran

la medición, la cuantificación, la externalización (objetivación) de lo cognoscible respecto del conocedor, para el control de las relaciones de las gentes con la naturaleza, y entre aquellas respecto de ésta, en especial de la propiedad de los recursos de producción. (p. 94).

Es justamente esa producción de conocimiento denominada *racional* la que fue impuesta —en el mundo capitalista— como única racionalidad válida.

Un libro que sin duda me resultó de gran importancia con el fin de comprender “otras formas” no coloniales del conocimiento fue el de Kuhn (1971). En este libro el autor señala —al determinar principios, leyes, teorías, procedimientos y aplicaciones compartidos por los miembros de una comunidad dada; en nuestro caso, por la comunidad matemática centrada en la racionalidad— que el *paradigma*²⁰ restringe el campo fenomenológico en el que se da el conocimiento. Esta situación establece, dentro de la lógica del proyecto modernidad/racionalidad, qué es observable y qué no lo es.

Por lo tanto, como lo señala Morin (2002), no se puede ignorar la diversidad compleja de lo que es humano ni romper lo creado por las disciplinas, y no se debe considerar el pensamiento complejo como enfrentado al disciplinar al modo de “otra disciplina más”.²¹ Así, en lugar de prestar atención únicamente a aspectos puramente cognitivos —en términos del

²⁰ Kuhn considera a los paradigmas como “realizaciones científicas universalmente reconocidas que, durante cierto tiempo, proporcionan modelos de problemas y soluciones a una comunidad científica” (KUHN, 1971, p. 13).

²¹ Por los propósitos trazados en este documento no recaigo en profundidad sobre el pensamiento complejo. Las ideas de Morin son usadas aquí con la intención de no ignorar la diversidad compleja de lo que es humano (lo que permite pensar en un carácter abierto) sin desconocer lo creado por las disciplinas (lo que permite pensar en un carácter cerrado). Es decir, reconocer que las disciplinas tienen un carácter abierto y cerrado.

poema, equivaldría a prestar atención solamente a la suma $1+1$ —, por ejemplo, debemos también prestar atención a aspectos inherentes al ser humano —en términos del poema, correspondería a prestar atención al hecho: cuando me besaste supe que 1 más 1 son ...—. En este sentido, en Camelo, Mancera y Salazar (2017) proponemos que

[...] debemos recoger asuntos que posibiliten incorporar unos entendimientos de la subjetividad más contemporáneos y abandonar los rasgos de la subjetividad moderna que han sido hegemónicos en nuestro campo de trabajo, para producir un fuerte centramiento en el contenido y su organización desde un punto de vista racional. (p. 293).

De acuerdo con lo anterior, con la idea de lograr un entendimiento mucho más específico del conocer reflexivo, resulta determinante considerar la idea de modelación matemática (SKOVSMOSE, 1994). En términos del poema resulta esencial considerarla en tanto permite entrelazar las ideas hasta aquí señaladas sobre el ser y el conocer.

Según Blum y Niss (1991), la inclusión de aspectos como la modelación (junto con la resolución de problemas y las aplicaciones) en el ámbito de la Educación Matemática se debe por lo menos a cinco argumentos: formativo, desarrollo de la competencia crítica, utilidad, exposición de una imagen de las matemáticas y promoción del aprendizaje de las matemáticas. Para estos autores, el argumento *formativo* hace hincapié en la aplicación de las matemáticas, la realización de modelos matemáticos y la resolución de problemas para el desarrollo de competencias generales y actitudes en los estudiantes. La *competencia crítica* busca que los estudiantes puedan “ver y juzgar” de forma independiente para conocer, comprender, analizar y evaluar los ejemplos representativos de los usos actuales de las matemáticas, dentro de los que se incluyen soluciones sugeridas a problemas de importancia social. La *utilidad* señala que la enseñanza de las matemáticas debería permitir a los estudiantes la realización de prácticas de aplicación y modelación en una variedad de contextos en los que la matemática tiene que ofrecer servicios instrumentales, sin ocupar en sí mismo el punto focal de interés. La *imagen de las matemáticas* indica que mostrar una imagen rica y completa de las matemáticas en todas sus facetas —como ciencia y como campo de actividad en la sociedad y la cultura— es una tarea importante de la educación matemática. Por último, en el argumento *promoción del aprendizaje de las matemáticas* se destaca que la incorporación de la resolución de problemas, de los aspectos de la aplicación y modelación resultan relevantes para acompañar a los estudiantes en la adquisición, el aprendizaje y el mantenimiento de los conceptos, nociones, métodos y resultados matemáticos, con lo que se proporciona motivación y relevancia a los estudios matemáticos (BLUM; NISS, 1991).

Desde 1991, año de la publicación del artículo de Blum y Niss, la práctica e investigación relativas a la modelación matemática vienen creciendo considerablemente en todo el mundo. Esa evolución ha permitido que, en la actualidad, existan en la literatura múltiples perspectivas y entendimientos de la idea de la modelación. Por ejemplo, Kaiser y Sriraman (2006) en un intento por sugerir una clasificación de entendimientos de la modelación matemática destacan cinco perspectivas: realística, epistemológica, educacional, contextual y socio crítica.

Para estos autores, la perspectiva *realística* tiene un fin pragmático, pues su centro es el desarrollo de la capacidad de los estudiantes para usar la modelación en problemas prácticos, por lo que en esta perspectiva se hace énfasis en la construcción de modelos. A su vez, la *epistemológica* asume la modelación como medio para el desarrollo de la teoría, y por ello se enfoca en los contenidos matemáticos. Por su parte, la *educacional* busca estructurar la enseñanza y el aprendizaje de los contenidos matemáticos a partir de la realización de actividades de modelación. Al mismo tiempo, y con el amparo de investigaciones en el área de la psicología, la *contextual* promueve la enseñanza de contenidos matemáticos y el estudio del aprendizaje de los estudiantes con la modelación matemática. Finalmente, la perspectiva *socio crítica* tiene como propósito la utilización de la modelación como medio para desarrollar pensamiento crítico en los estudiantes, de forma que reflexionen sobre el papel de la matemática y de la función de los modelos matemáticos en nuestra sociedad.

Adicionalmente, estos autores, presentan una meta-perspectiva —denominada cognitiva—. Tal meta-perspectiva no es, en sí misma, un enfoque conectado a los objetivos de la modelación en la escuela; en cambio parte de una posición descriptiva. Su objetivo centra su atención en comprender los procesos cognitivos que ocurren durante las actividades de modelación, para lo que buscan, por ejemplo, reconstruir las rutas de modelación individuales o las barreras individuales y las dificultades de los estudiantes durante la actividad de modelar.

En el campo educativo colombiano, este desarrollo de la modelación matemática empezó a ser considerado a través de los Lineamientos Curriculares; es decir, su inclusión se propuso en el contexto colombiano desde el año 1998 (VILLA, 2009). En este documento, la modelación es reconocida como uno de los cinco procesos generales que se sugieren para

abordar el trabajo con los estudiantes en las aulas colombianas de matemáticas²². En relación con dicho proceso, se señala:

Cuando hablamos de la actividad matemática en la escuela destacamos que el alumno aprende matemáticas “haciendo matemáticas”, lo que supone como esencial la resolución de problemas de la vida diaria, lo que implica que desde el principio se integren al currículo una variedad de problemas relacionados con el contexto de los estudiantes.

La resolución de problemas en un amplio sentido se considera siempre en conexión con las aplicaciones y la modelación. La forma de describir ese juego o interrelación entre el mundo real y las matemáticas es la modelación. (MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL, 1998, p. 97).

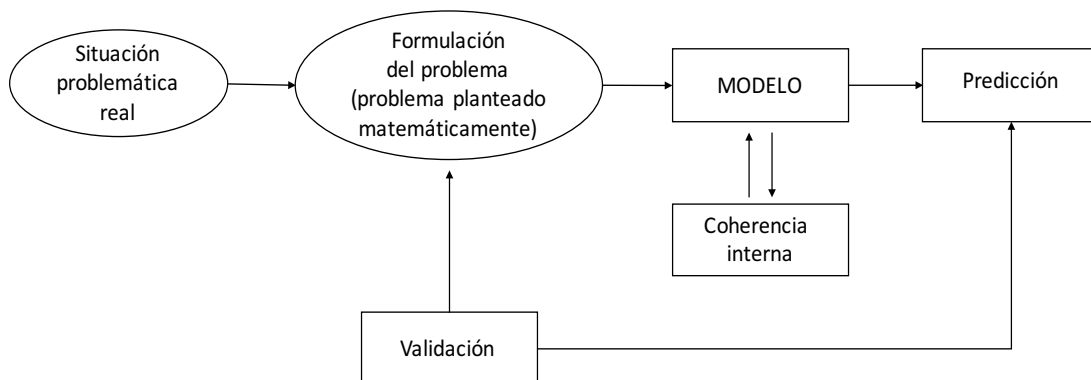
En consecuencia, el planteamiento de la modelación desde los Lineamientos centra su atención en el desarrollo de las competencias necesarias para modelar situaciones reales; es decir, para esta propuesta curricular la modelación busca ser un importante proceso dentro del aprendizaje de los estudiantes, ya que se constituye en el desarrollo de competencias para modelar el mundo real a través de las matemáticas²³.

Además, el documento adopta el esquema sobre los elementos básicos en la construcción de modelos propuesto por Freudenthal, que se presenta en la Figura 4.

²² Los procesos generales, planteados en el documento de los Lineamientos Curriculares son la resolución y planteamiento de problemas, el razonamiento, la comunicación, la modelación y la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos.

²³ Resulta importante recordar que para el Ministerio de Educación Nacional (2006) la idea de competencia hace referencia al desarrollo de conocimientos, habilidades, actitudes, comprensiones y disposiciones cognitivas, socio afectivas y psicomotoras apropiadamente relacionadas entre sí.

Figura 4. Esquema elementos básicos en la construcción de modelos propuesto por Freudenthal



Fuente: Ministerio de Educación Nacional (1998, p. 97).

Sobre este esquema es importante señalar que:

- Para transferir la situación problemática real a un problema planteado matemáticamente, pueden ayudar actividades como identificar las matemáticas específicas en un contexto general, esquematizar; formular y visualizar un problema en diferentes formas, descubrir relaciones, descubrir aspectos isomorfos en diferentes problemas, transferir un problema de la vida real a un problema matemático y transferir un problema del mundo real a un modelo matemático conocido.
- Una vez que el problema ha sido transferido a un problema más o menos matemático, este problema puede ser atacado y tratado con herramientas matemáticas, para lo cual se pueden realizar actividades como representar una relación en una fórmula, probar o demostrar regularidades, refinar y ajustar modelos, utilizar diferentes modelos, combinar e integrar modelos, formular un concepto matemático nuevo y generalizar.

Esta mirada de la modelación matemática podría encajarse en una idea de *alfabetización matemática para el desarrollo del capital humano* (JABLONKA, 2003) en tanto centra su atención en la capacidad de los estudiantes para usar las matemáticas que aprenden (o deben aprender) en la escuela utilizando para ello prácticas cotidianas recontextualizadas con las matemáticas académicas. Cabe señalar que esta idea difiere de ser entendida como aquella que permite reflexionar y evaluar la función de la matemática y de los modelos matemáticos en nuestra sociedad; es decir, toma distancia de la *alfabetización matemática* en la que me posiciono (centrada en la ciudadanía, sin desconocer su cercanía con la alfabetización para el cambio social) en mi camino por caracterizar el conocer reflexivo.

Con tal propósito, pongo en consideración la noción de modelación propuesta por Skovsmose (1994), quien la concibe como “una manera potente por medio de la cual las matemáticas ejercen su poder formativo. En un proceso de modelación, las matemáticas no sólo tocan la realidad, sino que también la exprimen y la transforman” (p. 112–113).

Dentro de esta forma de concebir la modelación matemática, llama la atención lo que se enuncia alrededor de la expresión “poder formativo de las matemáticas”²⁴, que es usada por Skovsmose, (1994) como un intento de abordaje de las relaciones entre el conocimiento —matemático— y el poder. Skovsmose (2005) señala que la noción de matemáticas se ha movido en muchas direcciones —por ejemplo, las matemáticas pueden referirse a las matemáticas puras, a las matemáticas aplicadas, a las matemáticas de ingeniería, a las técnicas matemáticas culturalmente integradas, a las matemáticas de la calle o a los cálculos de cualquier tipo—, por lo que esta observación podría ser el primer paso hacia una interpretación de las *matemáticas en acción* que trate de iluminar cómo se unen las matemáticas y el poder²⁵. En este sentido, considero importante referirme al menos a cuatro consideraciones:

- Advertir las implicaciones de la presencia del conocimiento matemático en diversos saberes, disciplinas y ciencias, de forma que se permita aceptar, por ejemplo, que el desempeño social y tecnológico del conocimiento matemático hace parte de un dispositivo constituyente de la razón²⁶ (SKOVSMOSE, 2005); de esta forma se revela el poder formativo de las matemáticas, toda vez que se evidencian formas en que puede forzar y generar invenciones para alimentar el sistema de producción (SKOVSMOSE, 2007).
- Asimilar que la comprensión de las tecnologías en la sociedad no requiere, necesariamente, encontrarse dentro de las matemáticas. Tal enunciación implica, por una parte, reiterar que las matemáticas son uno de los agentes

²⁴ En español, la expresión “formatting power” usada por Skovsmose (1994) se ha traducido como “poder formativo” que puede ser asociado con: que forma o da forma. En portugués esta expresión es traducida como “poder formador” significando: dar forma o formatear. En este documento, al hacer referencia a tal expresión se usará su traducción al español (poder formativo).

²⁵ De acuerdo con las ideas de Skovsmose (1994, 2005), usaré indistintamente las expresiones “poder formativo de las matemáticas” y “matemáticas en acción”.

²⁶ Según Skovsmose (2007) algunas características de tales dispositivos son la tendencia a la acción socio-tecnológica, el desarrollo a través de saltos impredecibles y la unificación del conocimiento y del poder.

- no el único— del desarrollo social, y por la otra, prestar especial atención a la interrelación entre tales agentes. En términos de Skovsmose (1994), no debe desconocerse que las matemáticas son una más de las diferentes fuerzas.
- Entender que las competencias democráticas se ocupan de la evaluación y crítica de acciones y propuestas, por lo que no resulta evidente que una acumulación de conocimiento matemático aporte alguna competencia ética (SKOVSMOSE, 1994).
 - Comprender que el poder formativo de las matemáticas nos compromete a enseñarles a nuestros estudiantes la importancia de tomar una posición justificada en una discusión sobre asuntos tecnológicos. Esta competencia particular, es el conocer reflexivo (VALDIVÉ, 2010).

De esta manera, cuando se relaciona la idea de la modelación con la del poder formativo de las matemáticas, trae consigo la responsabilidad que tenemos de ofrecerle a nuestros estudiantes —y a los ciudadanos en general— elementos para entender el papel de las matemáticas en la sociedad. En esta misma línea, Barbosa (2003, 2006) propone la idea de “modelación como crítica”, cuyo énfasis reside —justamente— en la reflexión sobre el papel de las matemáticas en la sociedad.

Para entender el papel de las matemáticas en la sociedad —lo que metafóricamente puede simbolizarse en lo que representar la suma, $1 + 1$, en el poema— Barbosa (2003, 2006) indica, con base en estudios sobre las dimensiones socioculturales de las matemáticas²⁷ y sobre la naturaleza crítica de los modelos matemáticos en la sociedad²⁸, que tal consideración trae consigo el hecho de que los modelos matemáticos no son descripciones neutrales de realidades independientes; por el contrario, no desconoce que el proceso de modelación tiene dispositivos que habitualmente están ocultos para el público en general.

Como consecuencia, y con base en los desarrollos de Alrø y Skovsmose (2002) sobre la noción de epistemología crítica²⁹, Barbosa (2006) infiere que en un proceso de modelación

²⁷ En correspondencia con esta dimensión Barbosa (2003, 2006) se basa en Atweh et al (2001) y D'Ambrosio (1986, 1999).

²⁸ En relación con la naturaleza crítica de los modelos matemáticos en la sociedad, Barbosa (2003, 2006) se apoya en Borba y Skovsmose (1997), Keitel (1993) y Skovsmose (1994).

²⁹ Para Barbosa (2006), la epistemología crítica considera que la crítica de lo aprendido es vista como parte del proceso de aprendizaje.

resulta vital que los estudiantes puedan discutir la naturaleza y el papel de los modelos matemáticos.

Estas ideas han sido detalladas y clasificadas por Kaiser y Sriraman (2006) en la perspectiva *socio crítica*, en la que las actividades de modelación son consideradas como oportunidades para explorar los papeles que la matemática desarrolla en la sociedad contemporánea, además de señalar que las matemáticas y la modelización no son fines sino medios para cuestionar la realidad vivida. Esas características sugieren que la perspectiva socio crítica de la modelación matemática posibilita sensibilidades importantes para pensar el conocer reflexivo de los estudiantes.

Barbosa (2004) considera a la modelación como “un ambiente de aprendizaje en el cual los alumnos son invitados a problematizar e investigar, por medio de la matemática, situaciones con referencia en la realidad” (p. 3). Tal forma de concebir a la modelación motiva, al menos, dos contemplaciones.

La primera de ellas hace referencia a la idea de *ambiente de aprendizaje*. Para este autor, quien se apoya en las ideas de Skovsmose (2000), el ambiente de aprendizaje de modelación está asociado a las actividades de problematizar e investigar —las cuales se deben considerar articuladas, no separadas—, para lo que se entiende por problematizar el acto de imaginar, hacer y establecer preguntas o problemas —o ambas—, mientras que el acto de investigar se ocupa de la búsqueda, selección, organización y manipulación de informaciones, así como de las reflexiones sobre ellas. Junto con lo anterior, Barbosa (2004) no desconoce que en el desarrollo de estas actividades puedan surgir preguntas y realizar investigaciones que atiendan al ámbito del conocimiento reflexivo. Por su parte, García, Valero y Camelo (2013) proponen la idea de *escenarios y ambientes educativos de aprendizaje*. Si bien con esta herramienta los autores no se centran en la idea de ambientes de modelación matemática, resulta relevante en el propósito de tener en cuenta contextos que puedan ser socialmente relevantes para los estudiantes. En el apartado “Imaginación pedagógica” —en el Capítulo Tercero— se ahondará en esta herramienta.

En la segunda contemplación, este autor —también fundamentándose en las ideas de Skovsmose (2000)— pone de manifiesto la expresión *situaciones con referencia en la realidad*, que trae consigo un problema mayor, consistente en determinar qué se entiende por realidad. Para ello, me distancio de una postura positivista en la que se toma la matemática como un

hecho³⁰ —es decir, como un dato enunciado en términos científicos— y me inclino hacia una postura en la que resulta fundamental buscar el sentido —entre otros aspectos— de los contenidos, significados semánticos y posibilidades de aplicación que tiene para una persona y el mundo-vida en que ella habita. Esta forma de concebir la ciencia es clasificada por Bicudo (2010) como fenomenológica.

Dentro de esta postura, Chauí, (2000) —siguiendo las ideas Husserl— nos indica que *realidad* es:

[...] un conjunto de **significaciones** o de **sentidos** que son producidos por la conciencia o por la razón. La razón es “dadora de sentido” y ella “constituye la realidad” en tanto sistemas de significaciones que dependen de la estructura de la propia conciencia.

Las significaciones no son personales, psicológicas, sociales, sino universales y necesarias. Ellas son **esenciales**, esto es, el **sentido** impersonal, intemporal, universal y necesario de toda realidad, que sólo existe para la conciencia y por la conciencia (p. 102). [El resaltado es del autor].

De esta manera, puede decirse que realidad, en tanto conjunto de significados o sentidos producidos por la conciencia o por la razón, no es solo un dato objetivo, pues también implica la percepción que tenemos sobre él (FREIRE, 1981). Lo anterior implica entender que en el poema la realidad es mucho más que la expresión *I más I son I*, y que en la fotografía va más allá de la imagen de dos personas tomadas de la mano.

Al tratar de entender y referir la idea de realidad, autores como Rocha (2015)³¹ hacen una revisión de la literatura para ahondar por este término en el ámbito de la modelación, a partir de lo que encuentran configuraciones como las que se describen a continuación:

- Bean (2003, 2005) concibe la matemática como parte de la realidad, además de que considera que la actividad de modelación interfiere en la realidad de los individuos. Por otra parte, este autor concibe la existencia de múltiples

³⁰ De acuerdo con el diccionario Houaiss (2001), el término “hecho” se refiere a la “acción o cosa que se considera realizada, o que ocurre por causas naturales o no; algo cuya existencia puede ser constatada de modo indiscutible”.

³¹ Dado que el interés del presente escrito no centra su atención en la noción de realidad en el ámbito de la modelación, sugiero al lector interesado revisar la disertación de Rocha (2015), particularmente el capítulo 1.

realidades, pues hay una variedad de maneras de interactuar con el mundo en virtud de la diversidad misma de las comunidades.

- Araújo (2002) hace referencia a situaciones no matemáticas de la realidad³², lo que presupone —según Rocha (2015)— la existencia de una situación matemática de la realidad, así como la inferencia de que las matemáticas no son consideradas aparte de la realidad.
- Negrelli (2008) considera que en las actividades de modelación matemática la realidad se puede dividir en inicial e intermedia. La realidad inicial, estaría compuesta por elementos cuya naturaleza puede residir en asuntos económicos, sociales, físicos, etc., mientras que la realidad intermedia sería creada por el sujeto para transponer un problema de la realidad inicial a las matemáticas y luego construir un modelo.
- Klüber y Burak (2014, p. 268) consideran que la realidad se daría a priori —es un todo— y que ‘dentro’ de ella estarían las otras realidades —áreas o compartimientos—.
- Anastácio (1990, p. 94) considera que “la realidad es el mundo, entendido como horizonte de relaciones en el cual el ser humano vive y se sitúa”.

A pesar de no encontrar consenso sobre lo que refiere el término realidad, no puede desconocerse que las diferentes propuestas tienen como común denominador que la modelación es una forma de usar las matemáticas a la hora de tratar problemas o situaciones matemáticas de la realidad. Por ejemplo, Barbosa (2004) —con base en las ideas de Skovsmose (2000)— señala a las actividades con referencia a la realidad como situaciones no creadas —en el sentido estricto de la palabra—, cuyas circunstancias se asumen en el mundo social.

En relación con mi intención de ahondar en la modelación matemática desde la perspectiva socio crítica, Araújo (2009) señala que la modelación en la EMC permite pensar en una educación política de los estudiantes, de manera que actúen críticamente en una sociedad en la que la presencia de las matemáticas sea fuerte, con lo que se busca hacer del aula un

³² La concepción de modelación matemática de Araújo (2002, p. 39) sobre la que se hace la inferencia es “[...] un abordaje, por medio de la matemática, de un problema no matemático de la realidad, o de una situación no matemática de la realidad, escogida por los alumnos reunidos en grupos, de tal forma que las cuestiones de la educación matemática crítica den base al desarrollo del trabajo”.

espacio democrático, dialógico y enfocado en guiar a los estudiantes para que puedan tomar estas actitudes en su vida en el espacio de la sociedad.

En relación con las reflexiones de Araujo (2009), resulta importante ahondar sobre la carga que trae la expresión “educación política de los estudiantes”. Al respecto, Romão (2010) —apoyado en los pensamientos de Freire— menciona que la dimensión política de la educación:

[...] es la lectura del mundo, y la dimensión gnoseológica es la lectura de la palabra, de los conceptos, de las categorías, de las teorías, de las disciplinas, de las ciencias, en fin, de las elaboraciones humanas formuladas anteriormente. La dimensión política da los fundamentos de la dimensión gnoseológica (del conocimiento) (p. 169).

Por su parte, Valero, Andrade y Montecino (2015) presentan una reflexión sobre los movimientos que ha configurado una visión crítica y política en la educación matemática en la que señalan que:

- En el “vuelco hacia lo sociopolítico” las investigaciones han comenzado a entender las prácticas como la fabricación de *subjetividades* deseadas (GUTIÉRREZ, 2013).
- La perspectiva de la política cultural de la educación matemática es una forma de entender cómo las matemáticas y su educación en la sociedad hacen parte constitutiva de los efectos de poder dentro de ella (VALERO, 2014), centrándose en el reconocimiento crítico de que las formas matemáticas de conocer “entran en un campo de relaciones educativas, y que comienzan a ser parte del entramado de relaciones históricas, sociales, económicas, culturales, éticas y políticas que son parte de la escuela y la escolaridad” (VALERO; ANDRADE; MONTECINO, 2015, p. 297).

Esta idea va en concordancia con los planteamientos de Valero (2012), quien señala que las reflexiones que los estudiantes presentan en escenarios en los que la modelación matemática es necesaria involucran aspectos diferentes de las matemáticas, pues se deben sopesar las implicaciones sociales de tales reflexiones y sus consecuencias.

En términos del poema que le da vida al presente capítulo, la anterior mirada correspondería a prestar atención a lo que implica señalar la expresión *cuando me besaste supe que 1 más 1 son ...* y no sólo a la suma $1 + 1$, y en términos de la fotografía de la portada,

compromete ir más allá de percibir dos sujetos que se dan la mano, pues no puede ignorarse — por ejemplo— que están entrelazados por una banda de luz en la oscuridad. En consonancia con lo anterior, lo que se pone en juego es la posibilidad de entender que un proceso de modelación matemática en la perspectiva de la EMC permite —como ya lo mencioné— un entendimiento de la subjetividad con un carácter más contemporáneo; es decir, posibilita un giro de una idea de subjetividad moderna —organizada desde un punto de vista racional— a una con una idea más contemporánea. Un ejemplo en este sentido lo encontramos en Camelo, (2017), quien abre una mirada de la modelación matemática desde una perspectiva socio crítica en relación con la contribución que tales ambientes podrían aportar en la constitución de la subjetividad de los estudiantes, para lo que centra sus reflexiones en la idea de subjetividad política.

En relación con el entendimiento de la subjetividad, en García et al. (2013) señalamos que la comprensión de los problemas de la enseñanza y el aprendizaje hoy en día pone en un primer plano asuntos como la subjetividad de los estudiantes y los procesos intersubjetivos. Para ello adoptamos las ideas de Torres (2000), quien señala que la subjetividad:

Involucra un conjunto de normas, valores, creencias, lenguajes y formas de aprehender el mundo, conscientes e inconscientes, cognitivas, emocionales, volitivas y eróticas, desde los cuales los sujetos elaboran su experiencia existencial y sus sentidos de vida. (p. 4).

Este mismo autor afirma además que la subjetividad es siempre intersubjetividad, en tanto se hacen presentes muchas voces cuando alguien se comunica.

En este sentido, Araujo, Freitas y Silva (2012) mencionan que la modelación matemática en la perspectiva de la EMC

[...] contribuye al desarrollo de las habilidades matemáticas y de la capacidad de aplicar las matemáticas a situaciones no matemáticas, y también contribuye al desarrollo de una forma de ver las matemáticas como algo humano, contribuyendo así a una concepción liberadora de la educación (p. 3).

Finalmente, y con el ánimo de retomar lo expuesto en el presente capítulo, he buscado configurar dos aspectos imprescindibles para los propósitos del presente trabajo, los cuales determinan los fundamentos teóricos en los que me baso: el conocer reflexivo y la modelación matemática desde la perspectiva socio crítica. Para ello fue clave partir del reconocimiento de los estudiantes como sujetos de carne y hueso, no estandarizados, y que se relacionan con el conocimiento —en términos del poema esta idea se puede simbolizar en la expresión *cuando*

me besaste supe que 1 más 1 son ...— más allá de una expresión matemática que se construye exclusivamente desde la lógica de la matemática académica —representada en el poema en la suma $1 + 1$ —. En el siguiente capítulo presento una revisión de la literatura en relación con ambientes de modelación desde una perspectiva socio crítica desarrollados en aulas escolares.

Capítulo Tercero

UNA MIRADA A LA LITERATURA SOBRE AMBIENTES DE MODELACIÓN

Figura 5: La otra mitad



Fuente: Elaboración propia³³.

Con esta imagen, en la que represento la sensibilidad que le produce a un lector el acto de leer, introduzco el Capítulo Tercero en el que presento una revisión de literatura sobre ambientes de MM desarrollados en aulas escolares en consonancia con la perspectiva señalada en el anterior capítulo, bajo una metáfora que surge de un pensamiento del novelista polaco Joseph Conrad.

³³ Ilustración adaptada de la fotografía tomada en junio de 2016 en la ciudad de Ouro Preto – Brasil por la psicóloga Yudi Pardo, en la que me encuentro leyendo.

Con la idea de fundamentar la investigación, resulta natural hacer un alto para reflexionar sobre lo que la comunidad académica ha mostrado paulatinamente en relación con el desarrollo de ambientes de modelación desde una perspectiva socio crítica. Este acto de revisar y decantar me coloca el reto de sistematizar la información con el ánimo de posibilitar entendimientos sobre el asunto. Esta intención puede justificarse en pensamientos como los de Joseph Conrad (1857 - 1924):

El autor sólo escribe la mitad de un libro. De la otra mitad debe ocuparse el lector.

Con tal propósito, parto por señalar que las ideas consignadas en este capítulo resultan ser un ejercicio académico que busca presentar una mirada sobre lo que la comunidad académica ha puesto en consideración sobre la modelación desde la perspectiva socio crítica. Debido a que tal esfuerzo es finito —pues humanamente no podré dar cuenta sobre todo lo que la comunidad académica ha señalado—, esa mirada busca esbozar mis comprensiones sobre lo que se ha hecho recientemente en relación con la MM.

Consiente de tal limitación, me apoyo en el pensamiento de Conrad —en tanto metáfora— para presentar como eje estructurador del presente capítulo tres escenas que esbozan circunstancias propias que he vivido alrededor de la modelación, con las que espero vislumbrar mis comprensiones —la otra mitad—. Esas escenas hacen referencia de manera particular a los ámbitos colombiano, internacional y, de manera particular, al brasilero.

3.1 Un acercamiento a la idea de modelación matemática en el ámbito colombiano

Como ya lo mencioné en la Etapa oruga —Capítulo Primero—, mi ingreso a la universidad como profesor de la Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas —LEBEM— me permitió ver y entender que la modelación matemática no era un apartado constituido en letra muerta en documentos oficiales como el de Lineamientos Curriculares de Matemáticas (MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL, 1998). En concordancia con la relación entre la modelación y la formación de profesores, la LEBEM ha venido desarrollando una propuesta curricular innovadora en la que ha adoptado a la resolución de problemas como metodología para encaminar el trabajo de los *Estudiantes para Profesor* —EPP—, con la que

permiten profundizar en la práctica matemática del profesor al asumir problemas que conducen a abordar aspectos asociados a los procesos inmersos en la actividad de modelación y de matematización (PROYECTO CURRICULAR DE LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN MATEMÁTICAS, 2009).

Bajo estas condiciones, resulta natural indagar por trabajos de grado, desarrollados por estudiantes de la LEBEM, cuyo foco podría considerarse en la modelación matemática, particularmente por aquellos que se conciben dentro de una perspectiva socio crítica. Dentro de los trabajos de grado con este perfil, a continuación destaco a Bustos (2012), Arias y Clavijo (2013), Amado y Chaparro (2016), Páez y Hernández (2017) y Pardo y Poveda (2018).

- En el trabajo de Bustos (2012), bajo la idea de que la MM puede ser una herramienta importante para actuar en la sociedad, se generan e implementan ambientes de aprendizaje que ponen en consideración problemáticas sociales y culturales de los estudiantes. Particularmente el reporte de investigación da cuenta de los ambientes de aprendizaje propuestos como estrategia para promover y visualizar los procesos de MM usados por estudiantes de noveno grado de educación básica secundaria de un colegio público de Bogotá.
- Para Arias y Clavijo (2013) resulta relevante que los individuos posean un pensamiento crítico frente a la información que reciben, bajo la premisa de que hoy en día existe un fácil acceso a la información. Para ello, proponen una secuencia de ambientes de aprendizaje para trabajar con estudiantes de octavo y noveno grado de un colegio público. Si bien la modelación no se asume en el marco teórico como un aspecto preponderante, su uso resulta ser transversal en los ambientes de aprendizaje desarrollados.
- Por su parte, Amado y Chaparro (2016) relacionan a la MM como herramienta que puede ayudarle a un grupo de estudiantes de grado décimo a generar reflexiones críticas sobre el uso de los recursos naturales. Para ello, el ambiente de modelación desde una perspectiva socio crítica busca analizar y tomar decisiones con respecto a la explotación petrolera en el país —en tanto problemática ambiental de gran relevancia—, con lo que encuentran en los estudiantes interpretaciones y tomas de postura frente a la problemática planteada.

- En Páez y Hernández (2017) se busca que un grupo de estudiante de décimo grado de un colegio público den posibles respuestas con las matemáticas a la pregunta ¿acabaremos algún día con el problema del narcotráfico y drogas en Colombia? Como consecuencia de ello, los autores reportan que se abordaron contenidos matemáticos como registros de representación —tabular, gráfico y algebraico—, proporcionalidad, función lineal, sistemas de ecuaciones lineales y función cuadrática, con la finalidad de alcanzar la noción de derivada en su relación con la velocidad.
- Pardo y Poveda (2018) se plantean junto con un grupo de estudiantes de noveno grado de un colegio público el interrogante ¿cómo desde un medio de aprendizaje se da sentido e importancia a los comportamientos cuantificados de las redes sociales desde la modelación matemática, velando por la interpretación, análisis y crítica del contexto virtual? Allí encontraron que el trabajo con redes sociales resultó enriquecedor para los estudiantes, pues logró evidenciar —con las matemáticas— aspectos como el impacto social, la seguridad y la productividad de las redes sociales analizadas.

Un primer elemento que nace de la mirada a los trabajos —aquella otra mitad en términos de la frase— en este camino por comprender aspectos sobre la MM remite a que, si bien la resolución de problemas se relaciona fuertemente con la actividad de modelar, resulta revelador que esta última —en la LEBEM— no se constituye en un común denominador sólido en los trabajos de grado de los estudiantes. Por otra parte, si bien en ellos se busca reflexionar —con las matemáticas— sobre asuntos sociales, culturales y políticos de la sociedad colombiana, y para ello se toma a la modelación desde una perspectiva socio crítica, resultan ser trabajos que centran su atención en propuestas escolares para trabajar con estudiantes a nivel escolar —propuestas que pueden ser denominadas como didácticas—, lo que a futuro podría permitir que la MM no sea considerada como un agente extraño en las aulas de matemáticas.

Desde otro ángulo, en esta revisión de la MM en el ámbito colombiano debo reconocer que mi ingreso a la LEBEM no se constituyó en el primer acercamiento a las ideas de la modelación, pues en el desarrollo de mi tesis de grado de maestría (CAMELO; MANCERA, 2005) tuve la oportunidad de hacer un breve reconocimiento de la estructura de documentos oficiales como los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL, 1998) y los estándares de calidad de matemáticas (MINISTERIO

DE EDUCACIÓN NACIONAL, 2006). En tal reconocimiento, encontré que en la comunidad académica de educadores matemáticos colombianos no se han centrado esfuerzos —de manera decisiva— en la generación de espacios para intercambiar ideas y discutir aspectos sobre la MM.

Esta circunstancia pone de relieve otro elemento importante en este mirar para comprender —en esta otra mitad—, que es la poca evidencia sobre las maneras en que la modelación se ha desarrollado en el ámbito escolar colombiano; esta idea se refuerza en los desarrollos de autores como Villa y Camelo (ver por ejemplo VILLA, 2015; VILLA et al., 2009; Camelo, 2017) y en Mancera y Camelo (En Prensa).

Sin embargo, no debemos desconocer que con el surgimiento de los Lineamientos Curriculares algunos grupos de investigación han empezado a colocar su mirada en la modelación desde el año 1998. Tal es el caso de los grupos Educación Matemática e Historia —Edumath— de las universidades de Antioquia y Escuela de Administración, Finanzas e Instituto Tecnológico —Eafit— de la ciudad de Medellín; Formación e Investigación en Educación Matemática —MATHEMA— de la Universidad de Antioquia; EdUtopía de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, de la ciudad de Bogotá; y el colectivo Educación Matemática, Diversidad y Subjetividad —EDUMADyS— del grupo interinstitucional Didáctica de la Matemática de las universidades Pedagógica Nacional y Distrital Francisco José de Caldas, de la ciudad de Bogotá.

En relación con los grupos Edumath y MATHEMA —los cuales tienen como común denominador su adscripción a la Universidad de Antioquia (UdeA)—, dentro de sus líneas buscan reflexionar de manera puntual por la MM. El grupo Edumath, de manera general, propende por la realización de actividades de investigación y la realización de diversos procesos pedagógicos y didácticos para el fortalecimiento de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en diversos contextos escolares. Por su parte el grupo MATHEMA, actualmente busca orientar sus propósitos específicamente hacia la Educación Matemática como una disciplina científica en el campo de la Educación. En relación con la MM estos grupos han sometido ante la comunidad algunas publicaciones entre ponencias, capítulos de libros y tesis de pregrado y posgrado. Particularmente, en la perspectiva socio crítica de la MM, a manera de ejemplo resalto las publicaciones de:

- Villa, Rojas y Cuartas (2010), quienes reportan reflexiones de dos profesores de matemáticas construidas a partir de la discusión en un seminario sobre modelación matemática en la que los profesores defienden algunas de las funciones sociales de las matemáticas escolares al mismo tiempo que resignifican su noción de “realidad” presente en sus prácticas en aula de clase, hacia una que involucra contextos asociados a la cotidianidad de los estudiantes, a los aspectos sociales, culturales, de consumo o de otras ciencias.
- Martínez (2016), quien se propone en su tesis de maestría —entre otros aspectos— analizar la *posición crítica* que tiene un grupo de estudiantes de grado séptimo al desarrollar actividades de modelación matemática que surgen del turismo y el comercio.

En correspondencia con el grupo EdUtopía y con la línea Edumadys del grupo Didáctica de la Matemática, con Acevedo y Camelo³⁴ señalamos que estos grupos desarrollan sus investigaciones bajo enfoques socio políticos en educación matemática, lo que se refleja en la orientación de trabajos de grado de maestría y en el desarrollo de algunas investigaciones. A manera de ejemplo, en el grupo EdUtopía, algunos trabajos de grado se han enfocado en la relación de la modelación, por una parte, con las tensiones de un docente (AMAYA, 2018); con escenarios de educación matemática y financiera (GUTIÉRREZ; RODRIGUEZ, 2015) y posibilidades y desafíos de la incorporación de la perspectiva socio crítica de la MM a prácticas profesionales (ARIAS; TAMAYO, 2019). En la línea Edumadys se asume a la Educación Matemática Crítica como uno de sus referentes conceptuales y centran su foco de investigación en relación con enfoques socio políticos. Allí se han desarrollado trabajos en MM que dan cuenta de prácticas pedagógicas que posibilitan producir datos y analizar ambientes de aprendizaje los cuales se apoyan de la MM desde la perspectiva socio crítica —(PARRA; ROJAS, 2011) (ANGULO; SOLANO, 2013) (CHÁVEZ; SAMBONI, 2015)—.

- Amaya (2018), sistematiza algunas de las tensiones de su propia práctica pedagógica durante el desarrollo de su primera experiencia en la

³⁴ En el marco de las actividades desarrolladas en la red de educación matemática de la UDFJC —REDUMAT— con Acevedo y Camelo presentamos una propuesta de capítulo de libro el cual está aún en proceso de arbitramento y que hemos tentativamente titulado *Una propuesta-invitación para reconocer lo que hemos desarrollado sobre modelación matemática en la educación matemática colombiana*.

incorporación de prácticas de MM, con jóvenes en restitución de derechos, bajo la perspectiva política de la Educación Matemática. En este sentido, la autora considera un ambiente de modelación (Barbosa, 2003, 2006) como propuesta de trabajo en el aula de clase, permitiéndole realizar un análisis de distintas situaciones de tensión (Oliveira & Barbosa, 2011) que sustentan y caracterizan las tensiones en su propia práctica pedagógica con los estudiantes de aceleración secundaria, pertenecientes al programa “Volver a la escuela”.

- Gutiérrez y Rodríguez (2015), parten de tres consideraciones: las posiciones de los estudiantes frente al endeudamiento que sus familias han venido adquiriendo gracias al uso de diferentes créditos; la formalización de la educación económica y financiera a espacios escolares y revisión teórica desde el enfoque social y político en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Lo que les permitió, como propósito central, identificar posibilidades y desafíos de la MM desde la perspectiva socio crítica en la contribución a la formación ciudadana, mediante los discursos producidos por estudiantes de un colegio de Bogotá.
- Arias y Tamayo (2019), buscan describir una propuesta investigativa, cuyo objeto de estudio gira en torno a contribuir en el desarrollo de una actitud crítica y reflexiva en un grupo de estudiantes, mediante el reconocimiento y abordaje de situaciones traídas de su contexto, a través de la modelación matemática desde la perspectiva socio crítica.
- Parra y Rojas (2011), analizan las soluciones de los estudiantes cuando resuelven un conjunto de situaciones que involucran la estructura multiplicativa en un ambiente de aprendizaje de *exploración e indagación*, teniendo como referencia las matemáticas y las loncheras saludables. Aspecto que les permitió plantearse —como un propósito central— analizar si las referencias a las relaciones entre matemática y salud generan ambientes de aprendizaje para que los estudiantes participen, exploren y expliquen, sus actividades matemáticas.
- Angulo y Solano (2013), analizan las oportunidades que pueden construirse para un proyecto de formación de estudiantes críticas a partir de ambientes de aprendizaje generados por escenarios de investigación en la clase de

matemáticas. En este sentido, los autores consideran, como un aspecto importante, que una de las oportunidades que ofrece el movimiento entre los diferentes tipos de ambientes de aprendizaje fue la posibilidad de construcción de intenciones compartidas para el aprendizaje.

- Chávez y Samboni (2015), relacionan el diseño y montaje del escenario de aprendizaje *No le des la espalda a tu espalda* —contextualizado con un problema que afecta la salud de los estudiantes (el sobrepeso de las maletas escolares)— y el pensamiento variacional. El escenario de aprendizaje busca potenciar procesos de argumentación colectiva y las acciones conjuntas por parte de los estudiantes, que den lugar a posibles soluciones matemáticas y no matemáticas, al problema para la salud cuando se cargar un sobrepeso en las maletas escolares.

En el camino por tener comprensiones sobre la MM —como parte de aquella otra mitad, en términos de la frase que motiva este capítulo—, miradas como la anterior deben asumirse como una posibilidad en relación con el desarrollo de la MM en Colombia, pues detrás de ellos empieza a edificarse una base que se preocupa por esta alternativa. Un ejemplo de ello lo encontramos en el profesor Jhony Villa y sus colaboradores, quienes en un intento por agrupar a la comunidad académica interesada en la modelación matemática crearon, en el año 2008, la *Red Colombiana de Modelación en Educación Matemática* —RECOMEM—, cuyo propósito es “servir como un medio para que investigadores, profesores y estudiantes en áreas afines a la Educación Matemática puedan intercambiar ideas y materiales para abordar algunos tópicos de la matemática a través de la modelación matemática”(GUACANEME et al., 2013). Dentro de esta intención de intercambio podemos encontrar —en la base de documentos registrada en la página web³⁵— trabajos que centran su atención en la modelación matemática. Dentro de ellos resalto, por encuadrarse en la perspectiva socio crítica, los trabajos de Parra y Villa (2016), Parra et al. (2016), Camelo, Perilla y Mancera, (2016) y Muñoz et al. (2014).

- Parra y Villa (2016) señalan que en la literatura internacional se reconoce la importancia de promover espacios de participación en ambientes de aprendizaje; sin embargo, a pesar de ello, el número de investigaciones que se ocupan de estudiarla en ambientes de modelación en educación primaria

³⁵ La dirección web de la página de la RECOMEM es: <https://recomem.wordpress.com>

es aún mínimo. En este sentido, los autores desarrollan una investigación en la que se indagó por las maneras en que un grupo de estudiantes participó en ambientes de modelación matemática que incluían características de la perspectiva socio-crítica, entre las que se encontraban la posibilidad de negociación, de discusión y el cuestionamiento del rol de las matemáticas en los fenómenos y en la sociedad.

- Parra et al. (2016), presentan una experiencia de modelación matemática en la educación primaria cuya orientación tuvo en consideración la perspectiva socio crítica. La experiencia tuvo como propósito que los estudiantes trabajaran con problemas de su realidad, por lo que hizo referencia al uso y análisis de un modelo matemático para calcular el Índice de Masa Corporal —IMC—. Tal propuesta permitió que los estudiantes no solo reflexionaran sobre el papel de algunos conceptos matemáticos en la actividad realizada y en la sociedad, sino que también establecieran relaciones entre los conceptos matemáticos involucrados con algunas de sus prácticas cotidianas. Esta circunstancia generó cuestionamientos con respecto a prácticas de su contexto que se relacionan con hábitos alimenticios.
- En Camelo, Perilla y Mancera (2016) damos cuenta de la creación y análisis de un ambiente de modelación matemática desde la perspectiva socio crítica. La propuesta fue desarrollada con un grupo de estudiantes de grado undécimo en un colegio público de Bogotá, en el que usualmente no se trabaja en este enfoque. El propósito del ambiente buscó evidenciar posibilidades y desafíos que pudieran encontrarse al incorporar: i) problemas socialmente relevantes; ii) participación activa de los estudiantes en la construcción del modelo; iii) participación activa de los estudiantes en la sociedad; y iv) actuación del profesor como mediador. En él se encontró como posibilidad que los estudiantes al trabajar en grupos evidencian posicionamientos críticos y actitudes democráticas; a su vez, encontramos como desafío que la participación activa de los estudiantes en la sociedad debe reflexionarse y trabajarse más profundamente.
- Muñoz, Londoño, Jaramillo y Villa (2014) presentan resultados de un estudio de caso cualitativo realizado con estudiantes de grado undécimo en el que se indagó por los diferentes modelos matemáticos que surgen de un contexto propio de los estudiantes que involucró el Metro, en tanto sistema de

transporte masivo. En el trabajo se fundamentan resultados en relación con: i) el contexto auténtico como desencadenador de una mirada crítica; ii) la experimentación en modelación: uso libre de estrategias matemáticas; y iii) la producción de modelos matemáticos desde relaciones retóricas a relaciones simbólicas, evidenciándolos en episodios de situaciones relacionadas con el álgebra escolar. El estudio muestra que cuando se reconocen los contextos auténticos de los estudiantes —como insumos para desarrollar actividad matemática escolar—, no solo hay participación y empoderamiento en aspectos como la toma de datos, producción de modelos y significados, sino que también se presenta una mayor comprensión de los fenómenos asociados al contexto mencionado.

Por otra parte, en Mancera y Camelo (En prensa) presentamos un análisis de una revisión de tipo bibliográfico que da cuenta de aspectos que consideramos importantes en el reconocimiento sobre los trabajos que se han venido realizando acerca de la modelación matemática en los Encuentros Colombianos de Matemática Educativa —ECME— celebrados anualmente entre el 2012 y el 2015³⁶. En esta revisión, se evidencia —como otro elemento en esta comprensión— una pluralidad dentro de lo que Kaiser y Sriraman (2006) han denominado como perspectiva educacional, socio crítica y realística. En relación con la perspectiva socio crítica encontramos 10 ponencias en las cuatro versiones revisadas. Por los intereses del presente capítulo, cito a continuación aquellos que se centran en ambientes de modelación con estudiantes escolares de la educación básica y la media³⁷, sin desconocer que los marcos teóricos se basan, en términos generales, en los desarrollos de autores internacionales —muchos de la escuela brasilera de MM—.

- Bustos, Bustos y Novoa (2013) buscan dar una respuesta inicial a la pregunta ¿Cómo usan los procesos de Modelación Matemática los estudiantes al abordar Ambientes de Aprendizaje desde la Educación Matemática Crítica?
- Martínez, Páez y García (2013) analizaron el papel de la educación matemática en la formación de jóvenes críticos, específicamente en su

³⁶ Nos centramos en el ECME en tanto consideramos es el evento que agrupa, a nivel nacional, un gran número de investigadores y profesores en educación matemática.

³⁷ Dentro de estos trabajos, se encuentra el de Cháves y Samboní (2015) el cual ya fue presentado, por lo que no será relacionado dentro de los trabajos seleccionados en el ECME.

relación con el consumo de teléfonos celulares, mediante el desarrollo de actividades que involucran la modelación. Además, presentan reflexiones sobre las dificultades que presenta la MM para integrarse al currículo de matemáticas del grado octavo y hacer parte de las prácticas en la clase de matemáticas.

- Romero, Barrios y Galvis (2015) presentan aspectos relacionados con la emergencia de discusiones (Barbosa 2006) en los espacios de interacción propios de un ambiente de modelación matemática desde la perspectiva socio-crítica, en el que estudiantes de primer año de educación media en un colegio oficial de Bogotá participaron a partir de su interés por continuar su formación después de graduarse del colegio.
- Perilla, Mancera y Camelo (2015) se propone reportar la creación y análisis de un ambiente de MM desde la perspectiva socio crítica, con un grupo de estudiantes de un colegio público de Bogotá. Los objetivos giraron en torno a la reflexión sobre las posibilidades y desafíos de desarrollar los elementos que Silva y Kato (2012) proponen deben caracterizar un ambiente de modelación en la perspectiva mencionada³⁸.

De esta manera se puede sintetizar que, si bien este escenario de la modelación matemática en Colombia aún podría ser considerado como inicial, también es cierto que permite corroborar la idea de que las evidencias sobre las maneras como la modelación ha venido madurando en el ámbito escolar colombiano en los años de vigencia son esperanzadoras. Esta circunstancia es aún más sensible si nos enfocamos en la MM desde la perspectiva socio crítica.

Por otra parte, los trabajos revisados —a nivel de pregrado en la LEBEM, grupos de investigación, la red RECOMEM y en el ECME— no hacen mayor referencia al conocer reflexivo ni a las posibles condiciones de vulnerabilidad social de los estudiantes, de forma que naturalizan aspectos como el conocimiento (y reconocimiento) de nuestros infantes y jóvenes y, con ello, permiten desatender —por ejemplo— posibles eventos de MM con respecto al acceso a mayores niveles de bienestar. De hecho, la mayor parte de los trabajos aún se localizan

³⁸ Los elementos propuestos por Silva y Kato (2012) son: i) incorporar problemas no matemáticos en la clase de matemáticas; ii) posibilitar participaciones activas de los estudiantes en la construcción de los modelos matemáticos; iii) evidenciar participaciones activas de los estudiantes en los contextos sociales en que conviven; y iv) dar cuenta de actuaciones del profesor como mediador.

en el discurso de la importancia de promover la formación crítica de los estudiantes, sin, profundizar mayormente en lo que ello significa. En este orden de ideas, resulta un desafío pensar el desarrollo de un proyecto de modelación matemática en el contexto colombiano que permita caracterizar el conocer reflexivo de los estudiantes en condiciones de vulnerabilidad. Por tal razón, resulta determinante dar una mirada al plano internacional del desarrollo de la modelación matemática en la educación matemática.

3.2 Un acercamiento a la idea de modelación matemática desde la perspectiva socio crítica en el ámbito internacional

Coincido con Camelo (2017) al considerar que la evolución que ha tenido la modelación matemática al interior de la educación matemática en el campo internacional es importante, pues la variedad de producción científica en libros, artículos en revistas y en revistas temáticas, eventos académicos, redes, proyectos de investigación, entre otros, es significativa. Para hacernos una pequeña idea de su evolución, podemos remitirnos a los trabajos de Blum y Niss (1991), Biembengut y Hein (2004), Barbosa (2006), Kaiser y Sriramam (2006) y Araujo (2009) —que ya han sido mencionados en este trabajo—, o los de Stillman, Blum y Biembengut (2015), Stillman, Blum y Kaiser, (2017) y Stillman y Brown (2019) a los que haré referencia a continuación.

En Stillman, Blum y Biembengut (2015) se presentan cincuenta (50) artículos procedentes de la participación de la comunidad académica internacional de MM en la versión número 16 de la *International Conference on Mathematical Modelling and Application* —ICTMA 16—, realizada en la *Universidade Regional de Blumenau*, Santa Catarina (Brasil), en el año 2013. En esta versión del ICTMA³⁹, Stillman, Blum y Biembengut (2015b), parten por compartir que en esta contribución del ICTMA hay un énfasis mucho mayor en las influencias sociales y culturales en la modelización de la educación debido a la ubicación de la conferencia en Brasil. Dentro de los trabajos con una influencia socio crítica resaltan los de Araújo y

³⁹ La International Community of Teachers of Mathematical Modelling and Applications —ICTMA— (la “Comunidad”) es una organización de miembros que existe para promover las Aplicaciones y la Modelación en todas las áreas de la educación matemática - escuelas primarias y secundarias, colegios y universidades. La Comunidad, a través de sus miembros, es reconocida como “The International Study Group for Mathematical Modelling —ICTMA— (por su afiliación a la Asociación Internacional) la cual ha celebrado reuniones bienales, desde 1983, también conocidas como ICTMA (International Conference on Mathematical Modelling and Application).

Campos (2015), Villarreal, Esteley y Smith (2015), y Luna, Souza y Lima (2015) por presentar experiencias de aula centradas en la perspectiva socio crítica de la modelación.

- Araújo y Campos (2015) presentan la negociación realizada entre una estudiante sin experiencia con actividades de MM y su profesora alrededor de la pregunta ¿cómo usar las matemáticas en un proyecto de modelación matemática? La negociación resultó crucial para la continuación del proyecto, pues reveló diferentes entendimientos sobre cómo usar las matemáticas, lo que dio lugar a un enfoque diferente de los que se habían considerado apropiados. Dentro de las consideraciones finales se enfatiza el papel del docente en los espacios de negociación para desestabilizar la certidumbre con respecto a las matemáticas, además de que se destaca la importancia de una investigación que se centre en los espacios de negociación en los entornos de MM pues, desde el punto de vista de la organización de actividades, estos espacios permiten a los alumnos tener experiencias auténticas (Barbosa, 2007), y desde la perspectiva del campo científico, analizar las negociaciones en estos espacios puede ayudar a entender lo que sucede cuando se incorporan actividades de carácter investigativo en la vida cotidiana del aula, lo que permite discusiones sobre las concepciones de las matemáticas y las cuestiones de poder.
- Luna, Souza y Lima (2015) muestran la aplicabilidad de la MM en una escuela primaria con niños de 1-5 años en Brasil. Su objetivo buscó analizar, a partir de la teoría de Bernstein (1990), los tipos de texto que se producen en una actividad de MM en este nivel de educación. Los autores adoptan una perspectiva socio crítica (KAISER; SRIRAMAN, 2006) para la enseñanza de la modelación, a la espera de que los estudiantes comiencen a identificar la presencia de las matemáticas en la sociedad y a reflexionar críticamente sobre su presencia desde el comienzo de la escuela primaria. Como uno de los resultados, las autoras sugieren que la producción específica de estos textos podría ser el resultado de las prácticas pedagógicas utilizadas durante la modelización en el entorno de la escuela primaria.
- Villarreal, Esteley y Smith (2015) presentan resultados parciales de un proyecto de investigación destinado a caracterizar las experiencias en proyectos de MM llevados a cabo por profesores de matemáticas antes de

entrar en servicio. Se reportan los temas no matemáticos seleccionados y el contenido matemático utilizado en el diseño y desarrollo de proyectos. También se analizan aspectos de la perspectiva de modelización socio crítica presente en estos proyectos. Este análisis reveló que: a) los temas seleccionados podrían clasificarse en: socioeconómicos, ecológicos, pertinentes desde el punto de vista personal, didácticos y matemáticos; b) el contenido matemático de los proyectos se relacionaba con la estadística, la probabilidad y el análisis. El estudio de un único proyecto sobre basura y recogida reciclable revela características de la perspectiva de modelización socio crítica, dificultades del proceso de gestión de la movilidad y reflexiones educativas.

En Stillman, Blum y Kaiser, (2017) se presentan 52 artículos procedentes de la participación en la ICTMA 17 realizado en Nottingham (Inglaterra) en el año 2015. La temática central del libro se concentra en los aspectos que conciernen a la enseñanza y el aprendizaje de la MM, tanto en la escuela como a nivel superior. En esta versión del ICTMA destaco los trabajos de Frejd (2017) y Orey y Rosa (2017) por presentar experiencias de aula centradas en la perspectiva socio crítica de la modelación.

- Frejd (2017) presenta una discusión cuyo foco permite relacionar similitudes y diferencias entre el trabajo con modelos matemáticos en escuela y la MM asumida como una “tarea profesional”. Para captar algunas de las características de la modelación como actividad escolar el autor se basa en las perspectivas de Kaiser y Sriraman (2006), y toma como ejemplo para la perspectiva socio crítica un ejemplo de Barbosa (2006). Dentro de las conclusiones señala que la modelación en la práctica profesional nunca podrá ser plenamente “transformada” en el aula de matemáticas. Sin embargo, es posible simular partes de la actividad de modelación como una práctica profesional en el aula. Estas actividades pueden enfatizar aspectos como la modelación exploratoria o el análisis de modelos que tienen que ver con la importancia de tener una conciencia de los supuestos, la calidad de los datos y los riesgos vinculados a los modelos, así como los usos “ciegos” de los modelos matemáticos.

- Orey y Rosa (2017) describen cómo un grupo de estudiantes utilizaron tecnologías de educación a distancia para desarrollar modelos matemáticos en relación con su experiencia en las protestas relacionadas con los aumentos en los costos de transporte durante junio de 2013 en Brasil. La MM se convirtió en una metodología de enseñanza que se enfocó en el desarrollo de una eficacia crítica y reflexiva, que involucró a los estudiantes en un proceso contextualizado de enseñanza-aprendizaje y, a su vez, en la construcción de soluciones de importancia social. Dentro de las conclusiones, los autores señalan que el desarrollo de aprendizaje a distancia es una forma de aprendizaje planificado que normalmente tiene lugar fuera de la escuela tradicional y de los entornos de aprendizaje (Moore y Kearsley 2005). Además, mencionan que la modelación matemática crítica puede convertirse en una metodología de enseñanza que involucra a los estudiantes en un proceso de enseñanza y aprendizaje contextualizado y que les permite involucrarse en la construcción de soluciones de importancia social (Rosa y Orey 2015).

Algunas compresiones alrededor de las compilaciones señaladas de estas dos versiones del ICTMA me permite señalar la evidencia de: i) la existencia a nivel internacional —no en un gran número— de grupos de investigadores que empiezan a centrar sus miradas en perspectivas socio críticas de la MM; ii) el reconocimiento de un giro, cada vez más sólido, hacia influencias sociales y culturales; iii) mayor atención al sujeto que aprende y su relación con el conocimiento matemático, además de un cuestionamiento acerca del para qué de tal conocimiento, por lo que asuntos como la negociación, los símbolos lingüísticos que se producen en una actividad de MM y el tipo de temas que se abordan —socioeconómicos, ecológicos, pertinentes desde el punto de vista personal, entre otros— resultan sensibles en la comunidad; y iv) una sentida preocupación por la práctica de la modelación en el aula de clases que posibilite el desarrollo de prácticas críticas y reflexivas con las matemáticas, que a su vez permita a los participantes involucrarse en la construcción de soluciones de importancia social, cultural y política.

En relación con la Comisión Internacional de Instrucción Matemática —ICMI, por sus siglas en inglés— debe señalarse que una de sus principales responsabilidades es planificar el Congreso Internacional de Educación Matemática —ICME, por sus siglas en inglés—, el cual

se realiza cada cuatro años y se constituye en el mayor evento mundial dedicado a la educación matemática. En su estructura existe un grupo —TSG, por sus siglas en inglés— que se dedica específicamente a la modelación matemática en la educación matemática. En Stillman y Brown (2019) se reúnen los trabajos presentados en ese grupo en la décima tercera versión realizada en el año 2016. Particularmente, estos autores presentan 13 artículos derivados de la participación en el ICME 13, cuyo tema central busca considerar de manera más profunda la relación entre la investigación en modelación y la educación matemática; en esta versión se quiere reflexionar particularmente sobre líneas de indagación de la investigación en MM en la educación matemática

En este sentido, Brown (2019) señala que la investigación en educación matemática tiene mucho que ofrecer para ayudar a la integración de la MM en la enseñanza secundaria de las matemáticas, mientras que Blomhøj (2019) sostiene que para garantizar que la modelización y las aplicaciones se integren plenamente en las aulas de matemáticas de secundaria esta debe considerarse y entenderse como un medio didáctico para apoyar el aprendizaje de las matemáticas y no solo para desarrollar su competencia en la modelación. En relación con aspectos socio políticos, de esta versión del ICME destaco los trabajos de Stillman (2019) y Araújo (2019):

- Stillman (2019) señala que la mayoría de las implementaciones en asignaturas individuales de matemáticas se alinean con los objetivos expresados de MM y/o aplicaciones en los documentos curriculares; sin embargo, esto no siempre se lleva a cabo en la estructura general del currículo. Los objetivos son aproximadamente equivalentes a los cinco argumentos que Blum y Niss (1991) presentan como los que se dan para apoyar las aplicaciones del mundo real y la modelización matemática en los planes de estudios. Además, esta autora señala que desde una perspectiva de ciudadanía informada, las metas incluyen: i) proporcionar experiencias que contribuyan a la educación para la vida después de la escuela —como, por ejemplo, el estudio de los problemas sociales—; ii) promover la educación en valores; iii) cuestionar el papel de los modelos matemáticos en la sociedad y el medio ambiente; y iv) asegurar o avanzar “la sostenibilidad de la salud, la educación y el medio ambiente, bienestar, y la reducción de la pobreza y las desventajas”.

- Al señalar el doble papel de investigadora y educadora en el ámbito de la MM desde una perspectiva socio crítica, Araújo (2019) enfoca su mirada en la relación dialéctica entre la práctica pedagógica e investigativa —práctica pedagógica|investigativa—. Para ello desarrolla la idea, por una parte, de que la práctica pedagógica y la investigación deben ser vistas como parte de una sola unidad, desarrollándose e influenciándose mutuamente; y por otra, de que son diferentes, tienen propósitos diferentes y pueden ser incompatibles, sin desconocer que una presupone y constituye la otra. Cuando una práctica pedagógica tiene lugar al mismo tiempo que una investigación, el investigador puede tener un doble papel como investigador y como profesor, y los participantes en la investigación también pueden tener el papel de estudiantes en esa práctica pedagógica.

De lo registrado en relación con el ICME 13, puede destacar que continúa resaltándose la importancia que la comunidad académica le da a la integración de la perspectiva socio crítica de la MM en el aula de matemáticas. Este hecho, por ejemplo, le permite a Stillman (2019) recoger metas concretas a tener en cuenta en relación con la idea de una ciudadanía informada, incorporando como una meta el cuestionamiento por el papel de los modelos matemáticos en la sociedad y el medio ambiente, hecho que valida la integración de la perspectiva socio crítica de la MM a las aulas de matemáticas, o a Araújo (2019) en correspondencia con la relación dialéctica práctica pedagógica|investigativa desde una perspectiva socio crítica.

En esta mirada al plano internacional, el contexto brasilero merece una especial atención pues: i) es reconocido como una escuela que ha hecho importantes desarrollos sobre la modelación matemática —basta con ver su participación en la ICTMA y la ICME—; y ii) las condiciones y realidades sociales, culturales y políticas, en tanto país latinoamericano, son muy cercanas a las colombianas.

Sin contar que mis acercamientos con las ideas de la MM desde tal perspectiva socio crítica se remontan en los desarrollos de la escuela brasilera a través de la asesoría realizada por la doctora Jussara de Loiola Araújo cuando participé en el proyecto de investigación *Estudio*

*del papel de los escenarios y ambientes de aprendizaje de las matemáticas en los procesos de inclusión en las clases*⁴⁰.

Este hecho resulta determinante para el desafío de abordar la pregunta de investigación en el contexto colombiano, especialmente si se tiene en cuenta que el desarrollo de la modelación en Colombia es, como ya lo señalé, escaso.

Con respecto al ámbito brasilero parto por señalar la existencia del grupo de trabajo sobre modelación matemática —GT 10— de la Sociedad Brasileira de Educação Matemática —SBEM—, que tiene como misión, según consta en la página web de la sociedad, “favorecer el debate y la colaboración de los investigadores brasileiros que realizan investigaciones sobre modelación matemática en la perspectiva de la educación matemática, contribuyendo con el desarrollo de esta frente a la investigación en el país”⁴¹. Los focos de investigación de este grupo centran su atención en la modelación matemática, por lo que pueden relacionarse con otras tendencias en educación matemática, como tecnologías de la información y comunicación, etnomatemática y formación de profesores. El GT 10 se reúne periódicamente en al menos tres eventos: i) Seminario Internacional de Investigación en Educación Matemática —SIPEM, por sus siglas en portugués—, realizado por la SBEM cada tres años —dentro del evento se provee de un espacio específico para los grupos de trabajo—; ii) la Conferencia Nacional sobre Modelación en la Educación Matemática —CNMEM—, realizado cada dos años; y iii) el Encuentro Nacional de Educación Matemática —ENEM—, realizado cada tres años por la SBEM.

Tener un grupo de trabajo específico y estructurado sobre la modelación matemática me permite vislumbrar —en tanto reflexión como lector— por qué la escuela brasilera resulta —dada su experiencia— un referente importante, pues permite contribuir con su desarrollo teórico, práctico y metodológico. Un trabajo que resulta clave para el propósito de mostrar el desarrollo de la modelación matemática en el contexto brasilero durante los últimos años es el de Klüber (2009, 2012) quien, al estudiar los trabajos sobre modelación presentados en

⁴⁰ Este proyecto fue realizado en el periodo comprendido entre los años 2011 al 2013. Su desarrollo implicó la participación de algunas escuelas públicas en las ciudades de San José del Guaviare y Bogotá D.C. (Colombia). El proyecto tuvo financiación del Departamento Administrativo de Ciencia, Tecnología e Innovación —Colciencias—, las Universidades Pedagógica Nacional y Distrital Francisco José de Caldas, de Colombia, y la universidad de Aalborg, de Dinamarca.

⁴¹ El lector interesado en mayor información del GT 10 puede consultar la página web: <http://www.sbembrasil.org.br/sbembrasil/index.php/grupo-de-trabalho/gt/gt-10>

comunicaciones científicas en la IV, V y VI CNMEM —en los años 2005, 2007 y 2009, respectivamente— identifica:

- Diferentes concepciones en relación con la modelación matemática, dentro de las que se destacan tres núcleos categoriales significativos: *modelación matemática* entendida como un *ambiente de aprendizaje*, como *metodología para la construcción de modelos matemáticos* y como *metodología o estrategia de enseñanza* —más enfocada en el proceso de enseñanza y aprendizaje que en el propio modelo matemático—.
- Un mayor movimiento en las producciones que buscan teorizar lo que se viene haciendo en modelación matemática, aunque no se encuentra una cantidad importante de trabajos en relación con el objetivo de ahondar en las bases que constituyen la modelación matemática.

Además, Klüber (2009, 2012) menciona que la MM ha sido un importante foco de discusión en el campo de la educación matemática. Señalando la existencia de diferentes perspectivas para su desarrollo cuando se trata de actividades educativas, lo cual puede ayudar a avanzar en la comprensión de la MM, poniendo de relieve —por ejemplo— el papel crítico que las matemáticas pueden desempeñar en la sociedad.

Si bien es cierto que en la literatura puede encontrarse una variedad de entendimientos sobre la MM, coincido con (BLOMHØJ, 2009) —quien se basa en la clasificación hecha por Kaiser y Sriraman (2006) para analizar los trabajos presentados en el Grupo de Estudio Temático 21 —TSG21, por sus siglas en inglés— en la versión número 11 del ICME— en señalar que una de esas formas es la perspectiva socio crítica. Por ejemplo, para este autor los documentos que pertenecen a la perspectiva socio crítica presentados y aceptados por el TSG21 en el ICME-11 son los de Barbosa (2009), Araújo (2009b), Caldeira, (2009) y Aravena y Caamaño (2009). Además, encontró que tal perspectiva parece estar desarrollándose rápidamente, especialmente en algunos países de América Latina, y particularmente en Brasil —de los cuatro trabajos reportados, tres son desarrollados en el contexto brasilero y uno en el chileno—.

- Barbosa (2009) busca apoyar discursos reflexivos de los estudiantes a través de la modelación. Para ello, se basa en la modelación de un problema ambiental realizada por los estudiantes —relacionado con el nivel de agua en

- un lago utilizado para la producción de energía—, sobre el que encontró que este entorno educativo posibilitó discursos reflexivos sobre los criterios para un buen modelo en la situación dada y en relación con la comparación de los diferentes modelos desarrollados por los estudiantes.
- Araújo (2009b) aborda directamente la tesis del poder formativo de las matemáticas mediante el análisis y discusión de hasta qué punto los estudiantes de pregrado —en un proyecto en el que trabajan con la modelización de la variación anual de las precipitaciones en una región en particular sobre la base de datos auténticos— se dan cuenta del poder de formateo de su propia actividad de modelización.
 - Caldeira (2009) describe y analiza una práctica docente en la que la idea principal es que los grupos de estudiantes para profesor tomen como punto de partida su distrito local e identifiquen problemas ambientales graves. En este trabajo, los objetos de la reflexión y la crítica de los estudiantes son los problemas ambientales y el manejo social de estos problemas, mientras que la MM se convierte en un medio para reflexionar —y no en la meta—.
 - Aravena y Caamaño (2009) centran su interés en el desarrollo de competencia de MM a través del trabajo en proyectos con los estudiantes. Como un elemento determinante en el diseño del proyecto se consideró que los propios estudiantes decidieran el tema de su trabajo de modelación —prevalencia del cáncer de mama en la población femenina—. El principal enfoque educativo del proyecto se centra en el impacto formativo en los estudiantes de trabajar en grupos de proyecto mediante la utilización de modelos matemáticos para analizar un problema social importante.

Esta forma de entender las ideas que la comunidad de educadores matemáticos —en los planos colombiano e internacional— ha venido proponiendo en sus diferentes publicaciones sobre la perspectiva socio crítica de la MM me permite vislumbrar fundamentaciones en mi propósito de caracterizar el conocer reflexivo que desarrollan estudiantes que viven en condiciones de vulnerabilidad social en ambientes de modelación matemática desde una perspectiva socio crítica, toda vez que coloca el énfasis en la utilización de la MM como medio para reflexionar sobre el uso de la matemática y para evaluarlo. Sin embargo, esta idea de ocuparme de la otra mitad —de considerar con mayor profundidad a la MM como elemento desencadenador en mi propósito— no hubiera tenido el mismo impacto si no fuera por las

sensibilidades que despertaron en mí los encuentros, las discusiones y las reflexiones generadas en los grupos de *Discussões sobre Modelagem na Educação Matemática* y de *Estudos e Pesquisa em Educação Matemática, Modelagem e Tecnologias*, los cuales presentaré a continuación.

3.2.1 Grupo de Discussões sobre Modelagem na Educação Matemática — GDMEM— y Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática, Modelagem e Tecnologias —GEPEMMT—

Desde otra perspectiva, debo mencionar que empecé a profundizar sobre la MM desde la perspectiva socio crítica cuando participé —como ya lo señalé— en el proyecto de investigación *Estudio del papel de los escenarios y ambientes de aprendizaje de las matemáticas en los procesos de inclusión en las clases*, pues en virtud del objetivo del proyecto fue determinante ahondar en relación con las ideas de la modelación desde tal perspectiva. Fue así como consideramos pertinente realizar un encuentro con un investigador en modelación que fuera sensible a la perspectiva socio crítica y que nos ayudara a profundizar en sus posibilidades y desafíos. Dado que reconocíamos que en Brasil había un grupo de trabajo que en los últimos años había tenido importantes avances en relación con la modelación matemática en general, y con la perspectiva socio crítica en particular, contactamos a la doctora Jussara de Loiola Araújo, quien además era receptiva con las ideas de la EMC. En estas circunstancias, la doctora Araújo asesoró el proyecto en relación con la modelación matemática, lo que nos permitió reflexiones sobre las potencialidades y dificultades en la iniciación de prácticas socio críticas de modelación matemática, que materializamos en Camelo et al. (2013), donde señalamos con referencia a escenarios de aprendizaje que:

Los escenarios deben posibilitar reflexionar sobre el papel de las matemáticas en la sociedad y dar cuenta de la naturaleza crítica de los modelos matemáticos, pues es a través de dichos modelos que es factible tanto la construcción de matemáticas como las reflexiones de sus implicaciones sociales, en otras palabras, ser consciente que quien propone un modelo matemático atiende a intereses particulares y que estos no deben asumirse como neutrales. (p. 125).

Como era de esperarse, profundizar en las ideas de la modelación matemática generaba cada día nuevas comprensiones —y por supuesto, más interrogantes— que llamaban mi curiosidad —y que hoy en día siguen llamándola—. Tales comprensiones, así como los nuevos interrogantes y curiosidades que he venido logrando sobre la modelación matemática, se han

precisado —depurado— paulatinamente gracias a la participación que he tenido tanto en el *Grupo de Discussões sobre Modelagem na Educação Matemática* —GDMEM— como en el *Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática, Modelagem e Tecnologias* —GEPEMNT—, los cuales me acogieron al ingresar al doctorado.

3.2.1.1 El GDMEM

El GDMEM es un grupo compuesto por profesores de matemáticas de varios niveles de enseñanza y por estudiantes de pregrado —de la Licenciatura en Matemáticas— y de posgrado —maestría y doctorado— de la Facultad de Educación de la Universidade Federal de Minas Gerais —UFMG—. La participación en el grupo es voluntaria y su objetivo es estudiar la modelación matemática en la educación matemática y colocarla en práctica en contextos educativos. La dinámica del grupo implica la realización de una reunión cada dos semanas para discutir algún documento sobre modelación matemática o para acordar elementos clave que permitan pensar, diseñar y desarrollar alguna actividad práctica.

En correspondencia con los documentos discutidos, y a manera de ejemplo, destaco a Araújo (2009a); Luna, Souza y Santiago (2009) y Martins y Araújo (2015) por considerar que sus fundamentos se orientan desde una perspectiva crítica de la modelación matemática. En relación con las comprensiones que me dejan estos documentos, resulta importante rescatar que la modelación matemática orientada según la EMC puede:

- Generar preocupaciones con la formación política de los estudiantes, de forma que se procure hacer del aula un espacio democrático y dialógico, y se busque con ello que la educación matemática de los estudiantes no se centre solo en instrumentalizarlos matemáticamente sino que también les proporcione su actuación crítica en la sociedad (ARAÚJO, 2009a).
- Ayudar a comprender cómo los estudiantes pueden analizar de forma crítica el papel de los modelos matemáticos en debates sociales. Para ello, resulta importante crear condiciones para la formación de ciudadanos con la presencia de la matemática como construcción humana y, por tanto, subjetiva, contextual y situada (LUNA; SOUZA; SANTIAGO, 2009).
- Potenciar, de acuerdo con las ideas de Barbosa (2004), la intervención de los participantes en debates y toma de decisiones sociales que involucran aplicaciones matemáticas, de forma que contribuyan a la construcción y

consolidación de sociedades más democráticas (MARTINS; ARAÚJO, 2015).

Con respecto a las actividades prácticas realizadas, y aparte de la reportada en Martins y Araújo (2015) —que ya fue referenciada a manera de ejemplo—, señalo el taller titulado *A oficina de modelagem #ocupaicex: empoderamento por meio da matemática*⁴², que está reportado en Araújo y Martins (2017). El taller fue desarrollado de acuerdo con las ideas de la EMC y buscó como propósito mayor discutir, a partir de reflexiones sobre una práctica de modelación, la idea de empoderamiento socio político por medio de las matemáticas como una posibilidad para que los estudiantes percibieran el poder que tienen —a través de las matemáticas— para discutir asuntos de gran interés social y político, al mismo tiempo que buscó reflexionar sobre si el uso que hacemos de las matemáticas es neutral.

Teniendo en cuenta lo anterior, de este taller resalto la idea del constructo empoderamiento —en inglés *empowerment*— en una práctica de modelación orientada por la EMC, pues se constituye en una característica importante dentro del proceso de la modelación matemática en esta perspectiva.

3.2.1.2 El GEPEMNT

El GEPEMNT, liderado por la doctora Jussara Araújo, incluye profesores, estudiantes e investigadores en el área de la educación matemática y cuenta con el apoyo de la Universidade Federal de Minas Gerais y de los órganos de fomento de Brasil. Este grupo cuenta con cinco líneas de investigación: Educación Matemática Crítica, Educación Matemática y Tecnologías, Investigaciones Matemáticas y Modelación Matemática y Teoría de la Actividad.

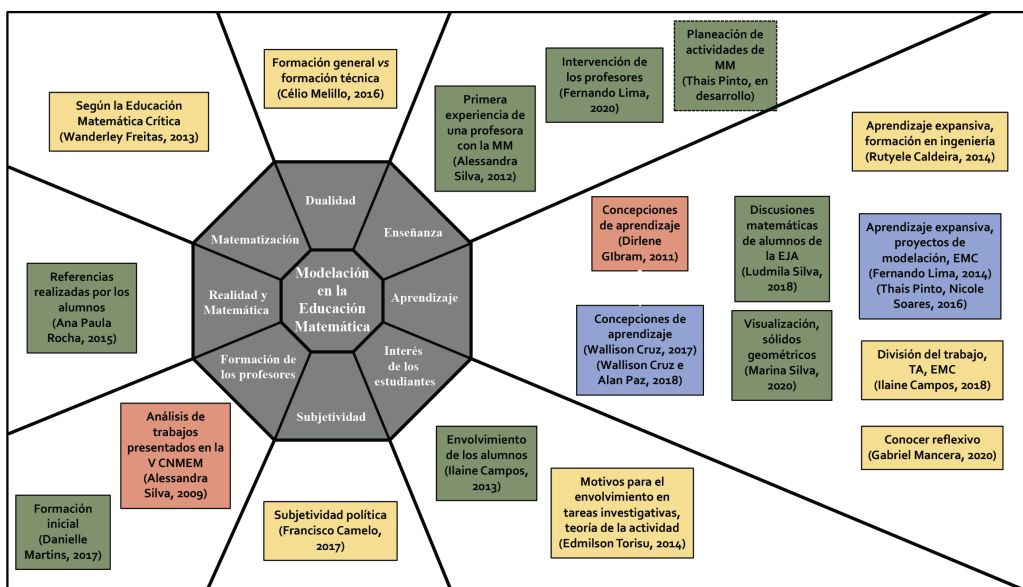
De manera particular, esta tesis se inscribe en las líneas Educación Matemática Crítica y Modelación Matemática. En la línea de Modelación Matemática, el grupo busca estudiar, planear y desarrollar investigaciones sobre ambientes de aprendizaje en las que se incluya la modelación y los recursos tecnológicos para analizarlos y producir conocimiento, mientras que en la línea de Educación Matemática Crítica se destaca que la forma como las matemáticas son

⁴² Realizado al final del año 2016 en el marco de la ocupación al predio del Instituto de Ciencias Exactas (ICEx) de la UFMG como una de las protestas realizadas por estudiantes del instituto en contra de la enmienda constitucional (PEC 241 o 55).

practicadas en la sociedad y enseñadas en las escuelas puede atender a diferentes intereses sociales, políticos y económicos.

Específicamente, mi contacto con este grupo me ha permitido conocer de manera puntual contribuciones realizadas a través de proyectos de iniciación científica, maestría y doctorado, que he clasificado en ocho tópicos: enseñanza, aprendizaje, intereses de los estudiantes, subjetividad, formación de los profesores, realidad y matemáticas, matematización y dualidad. Cabe señalar que por efectos prácticos de sistematización los trabajos fueron incluidos —de acuerdo con mi comprensión de los mismos— en el tópico con mayor arraigo conceptual; sin embargo, un trabajo podría clasificarse en más de un tópico. En la Figura 6 se presenta un diagrama con tal clasificación. La tonalidad en que se colocan los trabajos indica si son de iniciación científica (azul), especialización (naranja), maestría (verde) y doctorado (amarilla). Además, la línea discontinua en algunos trabajos indica que están en desarrollo, mientras que la continua indica que son trabajos ya concluidos.

Figura 6: Trabajos en relación con la modelación matemática desarrollados bajo la orientación de la profesora Jussara Araújo



Fuente: Elaboración propia⁴³.

⁴³ La versión preliminar de este diagrama fue elaboración propia, la cual fue ajustada gracias a la colaboración de la profesora Dra. Jussara Araújo. Cabe señalar que este diagrama fue actualizado a marzo de 2020.

En relación con los anteriores documentos, y a manera de ejemplo, destaco a Campos (2013), Freitas, (2013), Melillo, (2017), Camelo, (2017) y Campos, (2018), por considerar que sus fundamentos se orientan desde una perspectiva socio crítica de la modelación matemática. En relación con las comprensiones alrededor de estos documentos, resulta importante rescatar que:

- El background y el foreground de los estudiantes interfieren en la manera en que ellos se involucran en esos ambientes de modelación (CAMPOS, 2013)⁴⁴.
- Utilizar la matemática como un instrumento para interrogar de forma dialéctica los hechos del mundo es una tarea que reviste gran complejidad. Sin embargo, es una forma de contribuir para que no olvidemos luchar como ciudadanos para construir una sociedad más democrática y justa (FREITAS, 2013).
- El ambiente de modelación matemática se divide, por una parte, en momentos en los cuales los conceptos —matemáticos o no— son abordados de forma desconectada, y por otra, en momentos en que son invocados conceptos o técnicas que no se localizan en un campo específico del saber, de forma que rompen momentáneamente con el carácter dualista de la enseñanza (MELILLO, 2017).
- De acuerdo con las ideas de Arendt (1993), la subjetividad se constituye paulatinamente, de forma individual y colectiva. Además, y de acuerdo con las ideas de Torres, (2009), la subjetividad es un puente a través del que actuamos, creamos y recreamos la realidad. A la luz de lo anterior, en la creación de ambientes de modelación es posible identificar que las tramas de la subjetividad política emergen, pero estas se diluyen prontamente debido a que en la organización escolar no se cuenta con espacios que posibiliten a los y las jóvenes desplegarlas (CAMELO, 2017).

⁴⁴ En el trabajo de Campos (2013), apoyada en los desarrollos de Skovsmose, el background se refiere a los orígenes culturales y socio políticos de un individuo, mientras que el foreground se refiere a las perspectivas del individuo en relación con el futuro.

- A partir de la división del trabajo, los estudiantes pueden aproximarse o distanciarse de los propósitos de la actividad de modelación (CAMPOS, 2018).

Los anteriores trabajos, además, me permitieron comprensiones sobre la perspectiva socio crítica de la modelación matemática, circunstancia que me permitió mayores entendimientos en mi propósito de caracterizar el conocer reflexivo que desarrollan estudiantes que viven en condiciones de vulnerabilidad social en ambientes de modelación matemática desde una perspectiva socio crítica, localizando este trabajo en el tópico aprendizaje, dado su mayor arraigo conceptual.

Finalmente, reflexionar sobre lo que la comunidad académica ha realizado en relación con el desarrollo de ambientes de modelación desde una perspectiva socio crítica implica presentar mis consideraciones sobre el paradigma de investigación en el cual me fundamento, para lo que parto por tomar distancia —como se señala en el siguiente capítulo— de paradigmas de investigación en los que se percibe que la realidad es aprehensible. Con el propósito de puntualizar con mayor profundidad en el paradigma de investigación en el que me inscribo, a continuación presento las consideraciones metodológicas.

Capítulo Cuarto

¿LA MISMA COSA UNA Y OTRA VEZ?: CONSIDERACIONES METODOLÓGICAS

Figura 7: Mirando de otras formas



Fuente: Elaboración propia⁴⁵.

Con esta fotografía, en la que se recrea un mirar desde otro ángulo, introduzco el Capítulo Cuarto, en el que presento los aspectos metodológicos que sustentan la tesis bajo un pensamiento atribuido a Albert Einstein.

⁴⁵ Ilustración adaptada de la fotografía tomada por la estudiante de publicidad Lina María Mancera en enero de 2019.

Indagar sobre el conocer reflexivo que los estudiantes en condiciones de vulnerabilidad social desarrollan en ambientes de modelación matemática desde una perspectiva socio crítica me permitió reafirmar que el aprendizaje tiene lugar en sujetos con sentimientos y percepciones, y no en un sujeto limitado a la objetividad del conocimiento. En términos de la caricatura del apartado “Sin que nadie se diera cuenta, me besaste en los labios: una relación del sujeto con el conocer” —Capítulo Segundo—, este hecho se reafirma al considerar que somos más que un pedazo de madera inerte, en tanto que somos parte activa de un gran bosque.

A partir de la consideración anterior, parto por compartir los señalamientos de Streck, Redin y Zitkoski (2010) en relación con el conocimiento:

El conocimiento, como resultado de los procesos de aprendizaje, no existe en abstracto. Existe “adherido” a personas, como significado por sujetos cognoscentes, o reconocido como tal. Por lo tanto, un acto de conocer implica la complicidad del sujeto que lo realiza. Complicidad en el sentido de necesitar “presentarse” con sus sentidos y percepciones previas a fin de incrementarlas o rehacerlas (p.114, comillas de los autores).

Esta forma de pensar y concebir el conocimiento me permite tomar distancia de paradigmas de investigación en los que se percibe que la realidad es aprehensible en tanto que actúa bajo mecanismos y leyes naturales, o que es aprehensible de manera imperfecta debido a los mecanismos intelectivos del hombre. Con el propósito de puntualizar con mayor profundidad en el paradigma de investigación en el que se inscribe mi trabajo, a continuación presento las consideraciones metodológicas que me permitieron configurarlo.

4.1 Sobre el paradigma de la investigación

En medio de las dos reflexiones anteriores, recordé una frase que comúnmente se atribuye a Albert Einstein, que señala:

Una locura es hacer la misma cosa una y otra vez esperando obtener resultados diferentes. Si buscas resultados distintos, no hagas siempre lo mismo.

En concordancia con lo anterior, en este proyecto asumí al menos tres consideraciones que en medio del camino he considerado importantes para desarrollar mi propósito doctoral y que configuran el paradigma de investigación en el que me inscribo.

La primera de ellas implica aceptar que la realidad es moldeada por una serie de factores —sociales, políticos, culturales, económicos, étnicos y de género— que se cristalizan en una serie de estructuras que ahora son tomadas como “lo real”. Asumir esta consideración no ha sido una tarea fácil, pues claramente me ha implicado salir de una zona de confort (pues me implicó pensar en no hacer la misma cosa una y otra vez esperando obtener resultados diferentes) y ubicarme en terrenos de incertidumbre, además de adoptar, siguiendo los planteamientos de Guba y Lincoln (1994), un paradigma de investigación en el que:

- La carga teórica y los hechos son interdependientes, pues los hechos solo lo son dentro de algún marco teórico.
- No se considera la subdeterminación de la teoría, pues los hechos no solo están determinados por la ventana teórica a través de la cual se buscan sino que, a su vez, distintas ventanas teóricas pueden estar igualmente sustentadas por una misma serie de hechos.
- Así como las teorías y los hechos no son independientes, tampoco lo son los valores y los hechos.
- Los hallazgos son creados por la interacción entre el investigador y el fenómeno, lo que me aleja, como ya he mencionado, de la idea de que los descubrimientos se dan a través de la observación objetiva de “cómo son realmente” los objetos y “cómo funcionan”.

Acoger las anteriores ideas me permitió tener en cuenta una segunda consideración, la de compartir planteamientos del *paradigma crítico* como una posible y valiosa alternativa. Tal consideración se justifica si se tiene en cuenta que este paradigma no solo se caracteriza por el hecho de indagar, obtener datos y comprender la realidad en la que se inserta la investigación, sino porque permite específicamente, y como una de sus características esenciales, que el estudio sobre la práctica local se desarrolle por medio de procesos de autorreflexión que generen cambios y transformaciones de los actores protagonistas a nivel social y educativo. Concretamente, y de acuerdo con Melero (2012), este paradigma se caracteriza por ser emancipador, ya que invita al sujeto a un proceso de reflexión y análisis sobre su propia sociedad, además de convidarlo a la posibilidad de realizar cambios que él mismo es capaz de generar. A su vez se asume la ideología emancipadora como aquella que “se caracterizaría por desarrollar ‘sujetos’ más que

meros ‘objetos’, de forma que se posibilite que los ‘oprimidos’ puedan participar en la transformación socio histórica de su sociedad” (FREIRE; MACEDO, 1989, p. 157, comillas de los autores). Según Melero (2012), la forma de llevar a cabo este proceso de acuerdo con las ideas de Freire es a través de una educación liberadora que le permita a cada persona constituirse como sujeto activo de sus propios procesos.

Tal y como lo plantean Guba y Lincoln (1994), las creencias básicas que definen este paradigma de investigación se concentran en la forma de abordar y asumir tres interrogantes esenciales. El primero es de tipo ontológico, pues hace referencia a la pregunta acerca de cuál es la forma y la naturaleza de la realidad y, por lo tanto, qué es lo que se alcanza a conocer de ella. El segundo es de carácter epistemológico, en tanto que cuestiona acerca de cuál es la naturaleza de la relación entre quien conoce —o busca conocer— y lo que puede ser conocido. El tercero y último es de carácter metodológico y consiste en la consideración acerca de cómo el investigador se las arregla para averiguar lo que cree lograr conocer.

En relación con sus posibles respuestas, estos mismos autores señalan que en concordancia con:

- El carácter ontológico, se parte del hecho de que aquello que resulta comprensible es una realidad que anteriormente era plástica pero que, con el transcurrir del tiempo, ha sido paulatinamente formada por un cúmulo de factores sociales, políticos, culturales, económicos, étnicos y de género, que después quedaron plasmados en una serie de estructuras que ahora se consideran reales; es decir, naturales e inmutables.
- El carácter epistemológico, se supone que el investigador y aquello investigado están vinculados interactivamente, y que es inevitable que los valores del investigador —y de los “otros” colocados— influyeran en la investigación.
- El carácter metodológico, se considera que la naturaleza transaccional de la investigación requiere de un diálogo entre el investigador y aquello que investiga. Para Guba y Lincoln (1994, p. 110), ese diálogo debe ser de “naturaleza dialéctica para transformar la ignorancia y los conceptos erróneos (aceptando como inmutables a estructuras

históricamente mediadas) en una conciencia más informada (al ver cómo se pueden cambiar las estructuras y entendiendo las acciones necesarias para efectuar el cambio)”.

Por otra parte, y como una tercera consideración en el propósito de definir el paradigma de investigación en el que me inscribo, resulta importante retomar las ideas de autores como Vithal (2000), Skovsmose y Borba, (2004) y Skovsmose (2015) en relación con que en una investigación podría tenerse en cuenta no solo lo que está ocurriendo sino también lo que podría haber ocurrido y lo que podría ser imaginado (ello implica, en términos de la metáfora, pensar en que si buscamos resultados distintos, no deberíamos hacer siempre lo mismo). Esta circunstancia le da vida a la metodología de investigación denominada *investigación crítica*.

Para Skovsmose (2015), tanto la investigación de carácter positivista como la naturalista consideran “lo que es” y no “lo que podría ser”. La investigación positivista supone que la realidad está oculta bajo una serie de factores que generan cierta interferencia y que, por lo tanto, deben ser minimizados o, de ser posible, eliminados en el proceso de investigación —pues consideran lo que es como una verdad—; a su vez, para la investigación naturalista, la realidad emerge de una multiplicidad de formas —en tanto consideran lo que es como una construcción—. Sin embargo, ninguna de ellas contempla “lo que no es” pero “podría ser construido” como una posible alternativa a lo que está ocurriendo.

Esta mirada resulta clave con el fin de encontrar respuestas, tanto de manera general al cuestionamiento acerca de quién soy y por qué vivo —que me he planteado desde el Capítulo Primero, en la sección “Etapa crisálida”— como, de manera particular, para mi propósito doctoral, pues caracterizar el conocer reflexivo que desarrollan los estudiantes en condiciones de vulnerabilidad social en un colegio en el que el currículo de matemáticas no es desarrollado a través de ambientes de modelación matemática —y mucho menos desde una perspectiva socio crítica⁴⁶— no sería posible si no tenemos en cuenta lo que no es y lo que podría ser construido. En este orden de ideas, es evidente que

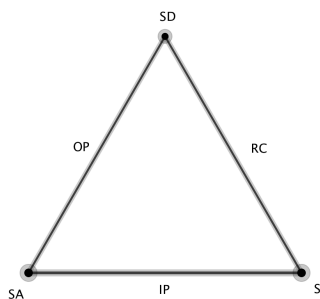
⁴⁶ En el Capítulo Primero —subapartado “Consideraciones sobre la tradición en la educación matemática”— señalé que, en términos generales, la práctica de enseñanza de las matemáticas en el contexto colombiano se basa en la mecanización y memorización de operaciones rutinarias, así como en la repetición de datos.

para esta investigación me alejo de la comodidad de la certeza y, en tanto metodología de investigación, asumo las ideas de Vithal (2000), Skovsmose y Borba, (2004) y Skovsmose (2015) en relación con la *investigación crítica*, pues las considero importantes, pertinentes y coherentes con el paradigma en el que me inscribo (en términos de la metáfora, es una locura hacer la misma cosa una y otra vez esperando obtener resultados diferentes).

4.2 La investigación crítica

Como ya señalé, esta metodología implica explorar lo que no existe, lo que no es real y lo que podría ser. De esta manera, la investigación crítica tiene en cuenta tres situaciones: *la actual* (SA), *la imaginada* (SI) y *la dispuesta* (SD), además de tres relaciones entre ellas: *imaginación pedagógica* (IP), *organización práctica* (OP) y *razonamiento crítico* (RC). Para Skovsmose y Borba (2004), la distinción entre las situaciones y entre las relaciones es de orden analítico, pues ellas deben verse como un recurso relevante para el proceso de investigación. A manera de ilustración, en la Figura 8 se presenta el esquema de la investigación crítica presentado por estos autores:

Figura 8: Esquema de la investigación crítica



Fuente: Skovsmose y Borba (2004).

A continuación, busco describir cada una de estas situaciones y relaciones, no sin antes señalar que tales situaciones y relaciones no deben considerarse como hechos aislados y disyuntos.

4.2.1 Situación actual

De acuerdo con los planteamientos de Vithal (2000), la *situación actual* (SA) es aquella que de manera tangible existe en una clase, una escuela, un sistema educativo eventual en su conjunto, entre otras circunstancias. En palabras de Skovsmose y Borba (2004), es aquella que hace referencia a la situación que contiene la mirada de lo que acontece en el contexto en el que se desarrolla la investigación y en el cual los sujetos participantes —investigador, estudiantes, profesor— van a cuestionar y a problematizar tal acontecer. Para Skovsmose (2015), la SA hace referencia, concretamente, a la situación justo antes de considerar las implicaciones de cualquier especulación y/o reflexión sobre posibles alternativas.

Dentro del presente proyecto, pensar en la SA me llevó a comenzar por la caracterización del contexto de los estudiantes, pues a partir de ella se hizo posible la definición de los rasgos problemáticos. Para ello consideré dos niveles, de los cuales el primero tiene que ver con el *contexto del territorio* en que se encuentra el colegio —que es habitado por los estudiantes—, mientras que el segundo hace referencia al *contexto del curso y de la clase de matemáticas* en los que se desarrolló el ambiente de modelación.

En relación con el *contexto del territorio*, debe señalarse que la presente propuesta se desarrolló en una institución educativa pública de Bogotá (Colombia), con estudiantes de último grado de educación media⁴⁷. La institución en la que se creó el ambiente de modelación matemática para producir los datos está ubicada en la localidad de Rafael Uribe Uribe⁴⁸.

Cabe señalar que para definir este rasgo característico del *contexto del territorio* se utilizó la técnica de la *recopilación documental* (CERDA, 1991) en periódicos, revistas y documentos oficiales sobre la institución, la localidad y sus habitantes. Utilizar esta técnica me permitió obtener información indirecta a través de documentos, libros o investigaciones adelantadas por otras personas sobre el colegio y su localidad, con el fin de tener una evidencia escrita del pasado y presente de la Institución y de su entorno. En

⁴⁷ Cabe señalar que en Colombia solo hay dos grados de educación media, a diferencia de Brasil, que contempla tres grados.

⁴⁸ El Distrito Capital de Bogotá está dividido en 19 localidades urbanas y una rural.

el apartado El contexto del territorio: comprendiendo realidades sociales, políticas y económicas en las que están inmersos los estudiantes —Capítulo Quinto— se profundizará en este sentido.

Para dar cuenta del *contexto del colegio, del curso y de la clase de matemáticas* partí por reconocer que hay una cultura que regula las normas de comportamiento y de interacción en el ambiente de cada clase, y que además establece las expectativas de los participantes; de allí que la clase de matemáticas sea vista como una micro cultura (PONTE et al., 1997 y ANDRADE et al., 2003). En dicha micro cultura se involucran, entre otros aspectos, las formas de actuar del profesor y de los estudiantes en relación con el aprendizaje y la enseñanza, lo cual vincula el tipo de tareas que se proponen, la motivación, los espacios de interacción para manifestar dudas, argumentar y justificar ideas, entre otros. Para dar cuenta de ello, realicé *observaciones participantes* (CERDA, 1991) con el propósito de dar cuenta de la cultura específica del curso 11-X⁴⁹, en el que se establecieron los datos.

Dado que la observación implica necesariamente análisis y síntesis, es posible descomponer o identificar las partes de un todo —en este caso, el *contexto del curso y de la clase de matemáticas*— y reunificarlas para reconstruirlo (CERDA, 1991). Para ello adopté como instrumento el *diario de campo* (PONTE et al., 1997), que me permitió la creación de una narración minuciosa y periódica sobre las experiencias vividas y los hechos observados (CERDA, 1991).

4.2.2 Imaginación pedagógica

La *imaginación pedagógica* (IP) es interpretada por Skovsmose y Borba (2004) como el proceso que nos ayuda a crear situaciones imaginadas, por lo que representa el complejo proceso de conceptualización que permite vislumbrar que las cosas podrían hacerse de una manera diferente. Al respecto, Skovsmose (2015) va más allá y señala que la IP necesita ser conceptualizada —pues ella no surge de la nada—, por lo que sugiere que apoyarse en concepciones como justicia social, equidad y democracia resulta ser un recurso importante. En el caso particular de la presente tesis, implica apoyarse en las ideas

⁴⁹ Para conservar absoluta reserva de la identidad del curso, me referiré a él bajo el nombre ficticio “11-X”.

de vulnerabilidad social, conocer reflexivo y la perspectiva socio crítica de la modelación matemática.

En este proyecto en particular, la consideración de lo que “nos permitimos imaginar que podría ser” me generó, implícitamente, el interrogante siguiente: ¿qué significa prestar especial atención a las situaciones hipotéticas, teniendo como tela de fondo la SA? Para contestarlo, resultó determinante la noción de *escenarios y ambientes educativos de aprendizaje* (GARCÍA; VALERO; CAMELO, 2013) como una herramienta que me permitió diseñar y plantear un ambiente de modelación matemática que tuviera en cuenta contextos socialmente relevantes para los estudiantes y, de esta manera, y a su vez, me posibilitara la producción de los datos para la investigación.

Particularmente en relación con la idea de *escenarios y ambientes educativos de aprendizaje*, García, Valero y Camelo, (2013) señalan los siguientes aspectos como relevantes dentro de las dimensiones que interactúan en la forma como el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas se posicionan en un aula:

- Los porvenires de los estudiantes como una realidad sociopolítica;
- las diversidades culturales de los estudiantes y sus identidades;
- la perspectiva de los profesores, opiniones y prioridades de la enseñanza;
- el contenido matemático para la interacción;
- las herramientas y recursos de aprendizaje que los estudiantes pueden tener disponible;
- la interacción entre estudiantes y entre profesor y estudiantes; y
- los amigos y los discursos públicos sobre la emigración, la escolarización y el multiculturalismo.

Para ello, y tal y como ya lo señalé, deben caracterizarse aspectos como la manera en que los estudiantes perciben sus posibilidades futuras, además de considerar lo que es evidente para ellos debido a su entorno social, lo que implica ser sensible a la diversidad social y política en que se encuentran. Su pertinencia dentro del proyecto radica en aceptar que la escuela debe pensar la práctica educativa como un proceso de construcción de significado social y político. Esto pone en consideración el hecho de que el diseño y creación del escenario educativo de aprendizaje tenga en cuenta los contextos cercanos a

la vida social, cultural y política de los estudiantes, circunstancia que naturaliza el hecho de que lo social antecede a lo matemático, como se señaló en el primer capítulo (GORGORIÓ; PRAT; SANTESTEBAN, 2006).

4.2.3 Situación imaginada

Una vez caracterizado el contexto, la SA resultó problemática, y por ello se tuvieron en cuenta —gracias a la IP— lo que podría haber ocurrido y lo que podría ser imaginado como posibles alternativas a lo que estaba ocurriendo. De esta manera, se daba vida a la *situación imaginada* (SI).

Al respecto, Vithal (2000) señala que la SI supone que el vínculo entre la teoría y la práctica no es directo; es decir, que existe una deslocalización del paisaje teórico y una reubicación en la práctica. Para esta autora, la SI contiene ideas hipotéticas, conceptos y ejemplos de prácticas relacionadas que son seleccionados y reinterpretados por el paisaje teórico de acuerdo con su comprensión del contexto en el cual la práctica tomará una forma particular. De esta manera, en la SI resulta clave confrontar lo que es real con lo que podría ser (SKOVSMOSE; BORBA, 2004), pues así la SI existe solo como un concepto establecido por diferentes hipótesis e ideas. Para Skovsmose (2015), la SI puede ser parcialmente comprendida dados los conceptos que están disponibles, pues ella puede incluir esperanzas y aspiraciones educativas.

Bajo estas ideas sobre la SI, pensar en un ambiente de modelación matemática desde la perspectiva socio crítica —tal y como se caracterizó en el apartado “¿Supe que $1 + 1 = 1$? Reflexiones sobre la perspectiva socio crítica de la modelación matemática”, en el Capítulo Segundo— resultó determinante en el vínculo —no directo— entre teoría y práctica, que me permitió tomar en consideración lo que podría ser imaginado como una posibilidad a lo que estaba ocurriendo en la SA. Es decir, en términos de la frase ya citada de Einstein, la SI se constituyó en la posibilidad de buscar resultados distintos dejando de hacer siempre lo mismo. A continuación, en la Figura 9, se presenta un esquema parcial de las *situaciones actual e imaginada*, así como de la relación *imaginación pedagógica*.

Figura 9: Esquema parcial de la relación imaginación pedagógica y de las situaciones

actual e imaginada



Fuente: Skovsmose y Borba (2004).

4.2.4 Organización práctica

La *organización práctica* (OP) hace referencia a la relación entre la situación actual (SA) y la situación dispuesta (SD). Esta organización está formada por actividades prácticas de planificación que fueron necesarias para establecer una situación que muestra cierta similitud con la situación imaginada, lo que implica tener en cuenta la interacción entre los participantes alrededor del ambiente de modelación matemática en la perspectiva socio crítica, el cual se constituye en el contexto en el que se caracteriza el conocer reflexivo.

En el Capítulo Sexto —“RETRATOS DE LA CREACIÓN DE UN AMBIENTE DE MODELACIÓN”— se evidenciará el proceso llevado a cabo en la OP, que se consolidó en aquellas actividades de orden práctico ineludibles para establecer una situación que mostraba similitud con la SI, lo que implicó considerar la interacción entre los estudiantes en el ambiente de modelación matemática. Dicha interacción fue determinada de acuerdo con las ideas de Barbosa (2004) en relación con la idea de “regiones de posibilidades” para la realización de actividades, así como algunas consideraciones realizadas en Camelo (2017), Mancera, Perilla y Camelo (2017) y Salazar et al. (2017) en relación con el desarrollo de un ambiente de modelación matemática desde una perspectiva socio crítica, las cuales dan cuenta de cinco etapas que hemos recontextualizado y detallado a partir de la propuesta de Burak (1994, 2004) en relación con el desarrollo del trabajo con la modelación en el salón de clases.

4.2.5 Situación dispuesta

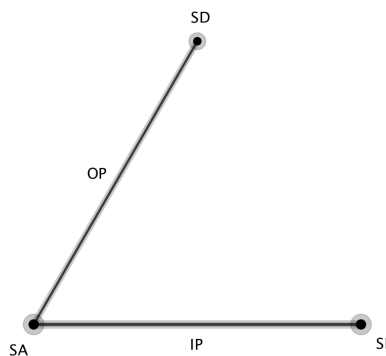
La *situación dispuesta* (SD) hace referencia a una alternativa práctica a la SA, que toma en cuenta la SI. Al ser alternativa, pone en relación tanto lo que se considera un hecho como lo que se investiga como una posibilidad, de manera que confronta lo que es real con lo que podría ser. Para Vithal (2000), la SD es una situación actual reorganizada,

que es creada y constituida por los participantes de la investigación. Aun cuando se desarrolla con referencia a la SI —de forma que crea la oportunidad para que el investigador vea cómo se desarrollan los acontecimientos en relación con el paisaje teórico—, la SD representa una imposición sobre la situación actual.

Otra característica que rescata esta autora es que la SD representa una situación temporal en sí misma, aunque es probable que tenga consecuencias duraderas para la situación actual, que pueden o no ser significativas. Por su parte, Skovsmose (2015) señala que la SD no es una situación común y que, por el contrario, puede ser bien artificial —en tanto que no es propiamente lo que se imaginaba—. Así, la SD es un tipo de situación intermedia entre la SA y la SI que, a pesar de estar llena de complejidades, nos ofrece una manera de ver aquello que se imaginaba.

Concretamente, y de acuerdo con los intereses de la presente tesis, en la SD se materializa el desarrollo del ambiente de modelación matemática desde la perspectiva socio crítica, el cual fue creado gracias a una negociación entre todos los sujetos que participan en la investigación. Particularmente, en el desarrollo de la SD se establecieron los datos de la investigación, lo cual adquiere gran importancia para mí en tanto investigador. En la Figura 10 se presenta un esquema parcial de las situaciones actual, imaginada y dispuesta, así como de las relaciones imaginación pedagógica y organización práctica.

Figura 10: Esquema parcial de las situaciones actual, imaginada y dispuesta, así como de las relaciones imaginación pedagógica y organización práctica



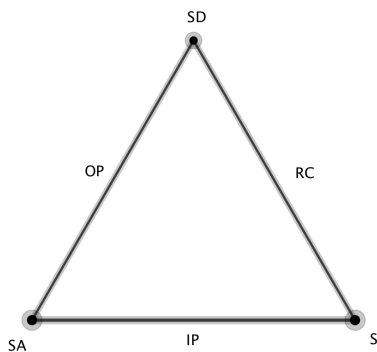
Fuente: Skovsmose y Borba (2004).

4.2.6 Razonamiento crítico

En términos concretos, el *razonamiento crítico* (RC) hace referencia al proceso analítico de reconsiderar la SI a la luz de las experiencias relacionadas con la SD, no sin antes colocar en práctica la SD por medio de la OP. Cabe señalar que esta relación se configura como un proceso en que se considera la viabilidad de la imaginación pedagógica, al igual que los elementos innovadores de la organización práctica.

Dado que este tipo de razonamiento representa una interacción crítica entre la imaginación pedagógica y la organización práctica (SKOVSMOSE; BORBA, 2004), el RC encuentra su punto de partida en la SD pero su propósito va más allá de especificar conclusiones sobre ella, pues resulta central desarrollar una comprensión más profunda de la SI viabilizada por la pregunta de investigación que dio origen al proceso. En concordancia con lo anterior, el RC implica “estudiar situaciones imaginadas a través de las ventanas que fueron abiertas por una situación dispuesta, reconociendo lo que es posible dada la situación actual” (SKOVSMOSE, 2015, p. 79). En la Figura 11 presento el esquema de la investigación crítica propuesta por Skovsmose y Borba (2004).

Figura 11: Esquema de la investigación crítica



Fuente: Skovsmose y Borba (2004).

De acuerdo con el propósito de la presente tesis, hacer referencia al proceso analítico de reconsiderar la SI a través de la SD me implicó ser consciente de que la investigación requiere el diálogo entre todos los actores que participan en ella (GUBA; LINCOLN, 1994). Dicho diálogo debe hacer posible “mirar el mundo y nuestra existencia en sociedad como proceso, como algo en construcción, como realidad inacabada y en constante transformación” (STRECK; REDIN; ZITKOSKI, 2010, p. 152).

De acuerdo con lo anterior, y con la idea de establecer un mayor entendimiento de la SI, en el apartado “Viendo y viviendo los diálogos de los estudiantes” —Capítulo Séptimo— se presenta un análisis previo que busca como punto de partida dar cuenta de los desarrollos y diálogos de los estudiantes en el ambiente de modelación matemática. Para ello, se adoptaron las ideas de Alrø y Skovsmose (2012) en relación con los *actos dialógicos*, los cuales desarrollaré más ampliamente en el apartado “Introducción al análisis de los datos desde la mirada de los actos dialógicos” —en el Capítulo Séptimo—

Cabe señalar que los anteriores actos no deben tomarse como los únicos posibles en un diálogo con las características aquí señaladas, por lo que es posible proponer nuevos actos dialógicos a partir de los datos producidos para esta investigación. Si este fuera el caso, los nuevos actos dialógicos serán definidos en el Capítulo Séptimo, cuando ellos emerjan.

Para dar cuenta de dichos actos consideré la *observación participante* (CERDA, 1991) como una forma de conocer las partes de un todo y reunificarlas para reconstruir este todo que, en este caso, será el desarrollo del ambiente de modelación). Como instrumentos, se adoptaron las grabaciones de video y audio, los cuales resultaron determinantes para distinguir las interacciones sociales y los actos de diálogo. En este caso, la transcripción de los videos y audios se constituyó en una acción auxiliar para iniciar el análisis (CERDA, 1991).

Además, para corroborar, verificar o diferenciar información pertinente e importante, se tuvo en cuenta la *entrevista* en tanto técnica complementaria que me permitió contrastar la información. Tal entrevista fue semiestructurada, lo que permitió establecer una orientación sobre las cuestiones a tratar (CERDA, 1991). Para ello, se partió de la idea de que por medio de la entrevista puede obtenerse información que no se consigue en la observación, ya que a través de ella podemos penetrar en el mundo interior del ser humano y conocer sus sentimientos, su estado, sus ideas, sus creencias y conocimientos (CERDA, 1991).

A continuación, y como una forma de condensar lo mencionado hasta el momento, en la Figura 12 presento un esquema que destaca la investigación crítica y cada una de

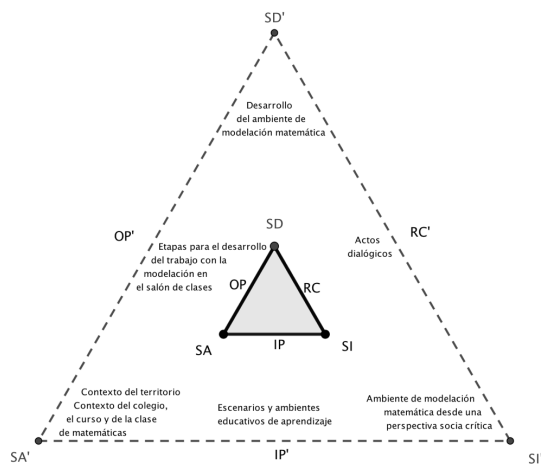
las acciones concretas que se configuraron y constituyeron para cada una de las situaciones y relaciones.

La Figura 12 busca condensar las apuestas metodológicas en las que me inscribo en esta tesis (teniendo como tela de fondo la frase que le dio vida al presente capítulo “Una locura es hacer la misma cosa una y otra vez esperando obtener resultados diferentes. Si buscas resultados distintos, no hagas siempre lo mismo”), para ello:

- He querido representar el esquema de la investigación crítica propuesta por Vithal (2000), Skovsmose y Borba, (2004) y Skovsmose (2015) en el centro de la figura —triángulo pequeño de líneas continuas y de color gris—, con el que se indica —simbólicamente— un reconocimiento a los aspectos conceptuales que encierra tal metodología.
- He señalado, de forma externa al esquema, acciones concretas asociadas a cada situación —SA, SI y SD— y a cada relación —IP, OP y RC—, de acuerdo con los entendimientos e interpretaciones de los aspectos conceptuales esbozados en el presente capítulo.

Tal circunstancia me ha permitido estructurar un nuevo esquema, consistente en un triángulo mayor de líneas discontinuas que es concéntrico con el inicial, pues su centro son los aspectos conceptuales propuestos por Vithal (2000), Skovsmose y Borba, (2004) y Skovsmose (2015), y que dado el carácter de interpretación, guarda gran semejanza con el esquema inicial, por lo que se definen las situaciones SA', SI' y SD' y las relaciones IP', OP' y RC'.

Figura 12: Esquema de la investigación crítica con acciones concretas en esta tesis para cada una de las situaciones y relaciones



Fuente: Elaboración propia, con la colaboración del GEPEMNT⁵⁰.

Finalmente, y de acuerdo con el propósito de la presente tesis —señalado en el Capítulo Primero— y los marcos teóricos y metodológicos en los que me inscribo —señalados en el Capítulo Segundo y en el presente capítulo—, en el Capítulo Sexto se presenta la creación del ambiente de modelación en la perspectiva socio crítica, con el cual se espera producir los datos a analizar, no sin antes presentar el contexto en el que se configuró la creación de tal ambiente —Capítulo Quinto—.

⁵⁰ En las reuniones del GEPEMNT la profesora Jussara Araújo desarrolla una estrategia de orientación de los trabajos de iniciación científica, maestría y doctorado denominada *orientación colectiva*. Para ello, nos reunimos semanalmente —profesora y estudiantes— con el propósito de discutir la producción de alguno de los integrantes del grupo. En tal metodología, y dependiendo de la autoría del trabajo a ser discutido, los participantes mudan su papel de orientando o de orientador. En una orientación colectiva, la Figura 12 fue repotenciada gracias a las discusiones y reflexiones que se generaron alrededor de ella.

Capítulo Quinto

CIRCUNSTANCIAS ALREDEDOR DEL AMBIENTE DE MODELACIÓN: EL CONTEXTO

Figura 13: Mirando realidades



Fuente: Elaboración propia⁵¹.

Con esta fotografía pretendo evocar dentro de mi práctica investigativa una mirada propia a las realidades sociales, políticas y económicas del entorno en que se desarrolló el ambiente de modelación, así como introducir el Capítulo Quinto en el que, bajo un pensamiento de Paulo Freire, busco presentar el contexto —tanto del territorio como del colegio—.

⁵¹ Ilustración adaptada de una fotografía propia tomada en agosto de 2019, en la que aparecen escenas del colegio Bogotá y sus alrededores en los lentes.

En una reflexión presentada en el apartado “Etapa embrionaria” —Capítulo Primero— señalé que el punto de partida de nosotros, como profesores, tenía que emerger del conocimiento de nuestros estudiantes y de sus contextos. Esta idea también la desarrollamos en Camelo, Mancera y Salazar (2017) pues, al reflexionar sobre lo que podría implicar la idea de equidad en nuestras prácticas pedagógicas e investigativas desde una perspectiva política de la educación matemática, señalamos que el punto de partida tenía que emerger del conocimiento que, como maestros e investigadores, tenemos de nuestros estudiantes y de sus contextos. Este hecho nos permitiría —al menos parcialmente— contestar preguntas como: “¿quiénes son los infantes y jóvenes?, ¿cómo llegaron a ese contexto?, ¿qué momento histórico y social les correspondió vivir?, ¿cuáles son sus esperanzas y anhelos?, entre otras” (CAMELO; MANCERA; SALAZAR, 2017, p. 287).

Señalamientos como los anteriores pueden considerarse un ejemplo de frases como la atribuida a Freire (1970): “mi visión de la alfabetización va más allá del ba, be, bi, bo, bu, porque implica una comprensión crítica de la realidad social, política y económica en la que está el alfabetizado”. Esta frase, además, me invita a preguntarme por el *contexto* de los estudiantes desde un punto de vista que haga posibles acercamientos a las realidades concretas de nuestros infantes y jóvenes, lo que me conlleva una comprensión crítica de su realidad social, política y económica. Específicamente, y como lo señalé en el apartado Pensamientos sobre la vulnerabilidad social en el contexto colombiano —en el Capítulo Primero—, esta frase me remite a la posibilidad de percibir que la comunidad de la localidad de Rafael Uribe Uribe⁵² —en la que se encuentra ubicado el Colegio *Bogotá* (CB)⁵³, en donde se creó el ambiente de modelación matemática para producir los datos— está expuesta a circunstancias que atentan contra la capacidad de subsistencia de sus habitantes, su acceso a mayores niveles de bienestar y el ejercicio de sus derechos y deberes ciudadanos (GOLOVANEVSKY, 2006; LUNA et al., 2013).

⁵² El Distrito Capital de Bogotá está dividido en 19 localidades urbanas y una rural, la localidad Rafael Uribe Uribe es identificada como la número 18.

⁵³ Para conservar absoluta reserva de la identidad de la institución, no se mencionará el nombre de la misma, y en caso de necesitar referenciarla se hará bajo el nombre ficticio de Colegio Bogotá —CB—.

Bajo este panorama, en el presente capítulo se profundiza, por una parte, en el contexto del territorio, en busca de comprensiones sobre las realidades sociales, políticas y económicas en las que están inmersos los estudiantes —apartado 5.1—, y por otra parte, en el contexto del colegio, del curso y de la clase de matemáticas, en busca de la localización del colegio dentro de ese territorio —apartado 5.2—. Además, tal circunstancia me permitirá percibir entendimientos a interrogantes planteados como ¿qué momento histórico y social les correspondió vivir a los estudiantes? y, de manera más implícita, vislumbrar un camino para distinguir ¿quiénes son los estudiantes? y ¿cuáles son sus esperanzas y anhelos? Estas distinciones serán complementadas en los siguientes capítulos.

5.1 El contexto del territorio: comprendiendo realidades sociales, políticas y económicas en las que están inmersos los estudiantes

La idea de iniciar por la comprensión de la realidad social, política y económica de los estudiantes —e ir más allá del ba, be, bi, bo, bu— va en concordancia con lo que expuse en el apartado “Situación actual” —Capítulo Cuarto— que, con base en Skovsmose y Borba (2004), hace referencia a lo que sucede en el contexto en el que se desarrolla la investigación y en el que los sujetos participantes van a cuestionar y a problematizar tal suceder —en este caso, a lo que sucede en el contexto particular en que se caracteriza el conocer reflexivo con estudiantes en condiciones de vulnerabilidad social—.

Para ello, parto por señalar que la institución en la que se llevó a cabo la producción de los datos está ubicada en la localidad Rafael Uribe Uribe de Bogotá. Tal localidad tenía en el año 2017 —año en que se desarrolló la parte empírica de la investigación— una densidad poblacional de 254 habitantes por hectárea —según informaciones de la Secretaría del Hábitat de la Alcaldía Mayor de Bogotá (2017)—, lo que la constituye como una de las localidades con mayor índice de Bogotá. Este hecho resulta aún más sensible si tenemos en cuenta que columnistas como Juan Luis Rodríguez, arquitecto y profesor de la Universidad Nacional, mencionan que Bogotá, por un lado, hace parte de las ciudades del mundo con mayor densidad de habitantes por hectárea, y por otro, es una de las menores en densidad de metros cuadrados de espacio público por

habitante (RODRÍGUEZ, 2016), circunstancia que —como es de esperarse— no es ajena a la localidad 18. Esta particularidad no resulta trivial para la intención de comprender de manera crítica —sugerida por Freire— la realidad en la que se encuentran los estudiantes.

En términos generales, si bien no hay una medida exacta que defina cuál es la concentración poblacional ideal para una zona urbana, documentos como el de la Alcaldía Mayor de Bogotá (2010) señalan que para el caso de Bogotá la densidad poblacional que se ha venido consolidando está alrededor de 19.118 habitantes por km² —191,18 habitantes/hectárea—. Este alto índice ha implicado algunos factores de riesgo en la localidad como, por ejemplo, problemas de convivencia, dificultades en la movilidad de sus habitantes y en el transporte en general, infraestructuras inadecuadas para atender los requerimientos de la población, falta de espacio vital —y el consecuente estrés de la población—, entre otros que, además, la constituyen en una zona vulnerable socialmente.

El anterior ejemplo, en términos de Labrunée y Gallo (2005), me permite hacer un alto para destacar el carácter dinámico y multidimensional de la vulnerabilidad, en contraste con otras concepciones que dan cuenta de una situación estática de malestar social, como lo son las concepciones de pobreza y exclusión⁵⁴. Es decir, para estos autores, una característica de la vulnerabilidad social busca establecer relaciones de causalidad múltiple, de forma que se procura identificar las condiciones que refuerzan la reproducción de los procesos de deterioro del nivel de vida de hogares e individuos.

Además, esta característica de la causalidad múltiple me permite identificar condiciones que evidencian niveles de deterioro en sus habitantes en relación con la forma en que se fue constituyendo la localidad. Al respecto, debo señalar que por su geografía se pueden distinguir dos tipos de regiones, una plana —donde se concentran las viviendas más antiguas de la localidad— y otra de media montaña —territorio quebrado y pendiente—. En esta última, el crecimiento ha sido acelerado y desordenado, y el mal uso

⁵⁴ Según Labrunée y Gallo (2005), el concepto de pobreza se limita a identificar en forma homogénea a colectivos sociales heterogéneos, a partir de situaciones de privación material definidas en función de los ingresos o de la insatisfacción de un conjunto de necesidades. A su vez, el concepto de exclusión hace referencia al debilitamiento de los vínculos entre individuos —o grupos específicos— y el resto de la comunidad, por lo que deja a un lado aspectos de orden causal.

urbanístico a lo largo de los años —explotación de canteras y chircales⁵⁵— es el común denominador, lo que además ha generado problemas en movilidad, seguridad, vivienda, medio ambiente, espacio público y educación. Lo anterior ha instaurado una sensación de pesimismo en los habitantes de la localidad, tal y como lo señala el Instituto de Estudios Urbanos —IEU— de la Universidad Nacional de Colombia, que resalta en relación con la localidad Rafael Uribe Uribe que sus habitantes manifiestan sentirse inseguros (MEDELLÍN, 2017).

Según documentos oficiales de la Secretaría Distrital de Planeación (2011), aunque estos terrenos se han configurado desde la época de la Colonia, su verdadera expansión y desarrollo inició hacia los años cuarenta y cincuenta, debido a las grandes migraciones de población que huía de la violencia en el campo y que buscó refugio en la ciudad, lo que implicó que estos nuevos pobladores de la localidad 18 construyeran sus viviendas en las partes altas, al oriente del sector. En este mismo documento se reconocen tres grandes momentos en la conformación y constitución de esta localidad:

- *De 1925 a 1950* surgen barrios cuya comunidad fue principalmente obrera — Santa Lucía, Olaya, El Libertador, Bravo Páez, Marco Fidel Suárez, San Jorge, Centenario, El Claret, El Inglés y Murillo Toro—.
- *De 1950 a 1980* nacen urbanizaciones planificadas por el Estado —Quiroga—, asentamientos ilegales —entre los que se encuentra el barrio Las Colinas, que fue la primera invasión ilegal masiva que tuvo la ciudad, en 1961— y barrios populares —Villa Gladys, Los Chircales, Socorro, El Consuelo, Molinos, Palermo Sur, Mirador y San Agustín—.
- *Después de 1980* se crea el barrio Diana Turbay, además de treinta nuevos asentamientos subnormales⁵⁶ que aumentaron los índices de población.

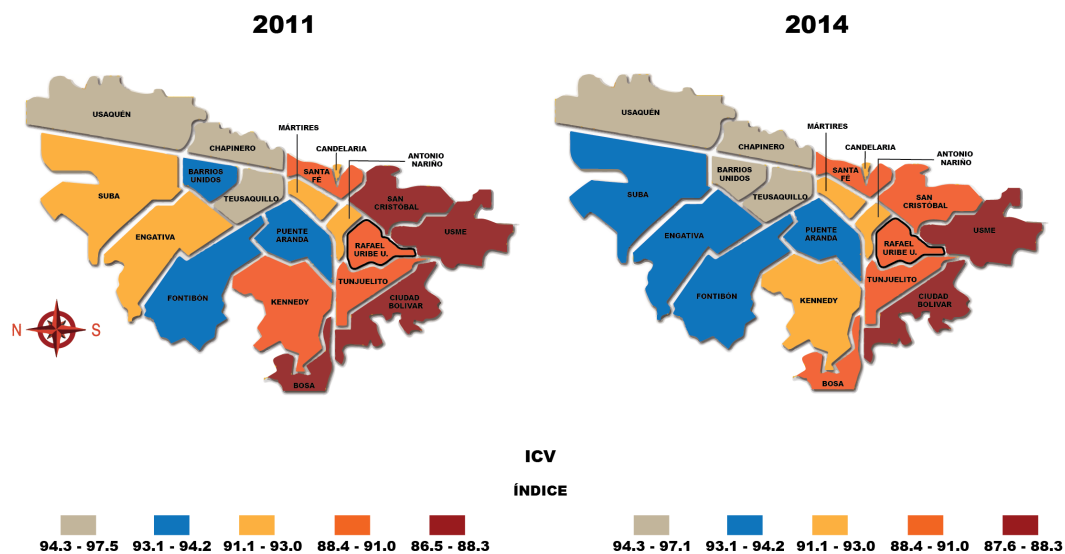
⁵⁵ El término chircal designa en Colombia las zonas que se dedican a la elaboración artesanal de ladrillos, aunque en ellos también se obtienen productos como tejas y materas de barro. Las principales características de un chircal —que lo diferencian de las ladrilleras— son su tamaño, sus procesos de producción, su baja tecnología y la utilización de mano de obra no calificada.

⁵⁶ Según el periódico El Heraldó, barrios subnormales “son aquellos donde no se cumple con las normas mínimas de urbanización, construcción y usos del suelo, por lo que presentan condiciones precarias de hábitat, déficit de servicios públicos, viviendas en mal estado y sin título de propiedad” (ROMERO, 2017). El lector interesado puede consultar en la legislación colombiana el Decreto 3735 de 2003.

Tener como fondo el anterior escenario de densidad poblacional, urbanizaciones planificadas, asentamientos ilegales y subnormales permite entender con mayor claridad que un porcentaje de las familias que habitan esta localidad están compuestas por obreros, trabajadores, desplazados por la violencia, campesinos, etc. Lo preocupante de esta realidad es que, como lo señala Arroyo (2015), la histórica visión negativa de colectivos como los descritos, que a su vez han sido pensados como inferiores en el patrón de poder-saber, ha marcado y continúa marcando la lenta garantía de sus derechos. Esta circunstancia nos permite hacer una primera mirada de la histórica realidad social, política y económica en la que se encuentran inmersos los infantes y jóvenes de la localidad en tanto sujetos en condiciones de vulnerabilidad social.

En la Figura 14 se presenta el índice de condiciones de vida —ICV— por localidades de Bogotá entre los años 2011 y 2014, publicado por el Departamento Administrativo Nacional de Estadística (2015), en el que se evidencia que en esta localidad dicho índice es uno de los más bajos de la ciudad.

Figura 14: Índice de condiciones de vida —ICV— por localidades en 2011 y 2014



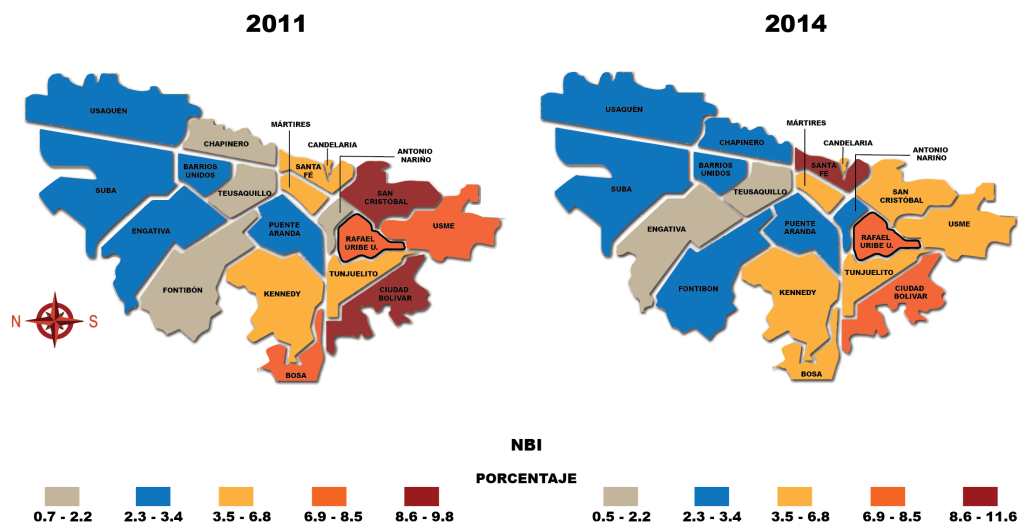
Fuente: Elaboración propia⁵⁷.

⁵⁷ Los datos, para la realización de la Figura 14 fueron tomados del Departamento Administrativo Nacional de Estadística (2015) y de la Alcaldía Mayor de Bogotá (2015).

Este recuento histórico también permite reconocer que los habitantes de la localidad Rafael Uribe Uribe han vivido —y viven— como ciudadanos en escenarios de riesgo y de vulnerabilidades sociales, pues su historia está llena de desigualdades económicas, culturales, políticas, entre otras, lo que podría considerarse como un peligro constante contra la capacidad de subsistencia, niveles de bienestar y ejercicio de los derechos de sus habitantes.

La Figura 15, publicada por la Alcaldía Mayor de Bogotá (2015) a través de la Secretaría Distrital de Planeación, muestra el porcentaje de personas en condición de pobreza por Necesidades Básicas Insatisfechas —NBI— en Bogotá, discriminado por localidades. En ella se evidencia que la localidad no presenta una mejora sustancial en este aspecto entre los años 2011 y 2014, como sí lo lograron localidades como Ciudad Bolívar, Engativá y San Cristóbal.

Figura 15: Porcentaje de personas en condición de pobreza por NBI por localidades en 2011 y 2014



Fuente: Elaboración propia⁵⁸.

Según la Secretaría del Hábitat (2017), los pobres por NBI —que tienen al menos una necesidad insatisfecha— es de 26.805 habitantes, mientras que la miseria por NBI —más de tres necesidades insatisfechas— es de 3.562 habitantes. Estas coyunturas nos

⁵⁸ Los datos, para la realización de la Figura 15 fueron tomados del Departamento Administrativo Nacional de Estadística (2015) y de la Alcaldía Mayor de Bogotá (2015).

permiten comprensiones críticas de las realidades sociales y económicas de los habitantes de la localidad Rafael Uribe Uribe.

La realidad de tener un porcentaje tan alto en lo que respecta a las NBI toma una dimensión aún más compleja si se relaciona con la proyección de la población que habitaría inmuebles por estratos socioeconómicos *según localidad* (ALCALDÍA MAYOR DE BOGOTÁ, 2011), en la que se observa que, de acuerdo con lo proyectado, los habitantes de la localidad 18 se ubican en los menores estratos socioeconómicos —Tabla 1—.

Tabla 1: Población por estratos socioeconómico según localidad

Localidad	Estratos							Total
	Sin estrato	Bajo - bajo	Bajo	Medio - bajo	Medio	Medio - alto	Alto	
1 Usaquén	6.324	24.938	32.134	144.523	132.790	60.766	73.298	474.773
2 Chapinero	1.069	4.893	19.087	6.711	42.379	12.879	46.760	133.778
3 Santa Fe	1.595	9.903	70.020	19.543	7.630	642	660	109.993
4 San Cristóbal	2.449	31.885	315.539	59.897	-	4	25	409.799
5 Usme	8.783	177.765	196.298	23	3	2	2	382.876
6 Tunjuelito	2.555	-	116.068	83.220	-	-	-	201.843
7 Bosa	27.150	29.764	509.372	16.770	-	-	-	583.056
8 Kennedy	7.237	7.465	539.222	444.872	21.153	-	-	1.019.949
9 Fontibón	5.758	8	70.094	169.962	96.793	3.294	-	345.909
10 Engativá	9.858	6.920	213.995	582.996	29.953	-	-	843.722
11 Suba	18.023	2.748	403.049	380.699	152.745	102.468	9.382	1.069.114
12 Barrios Unidos	3.636	-	-	126.069	96.434	7.642	-	233.781
13 Teusaquillo	640	-	-	18.747	119.123	8.073	-	146.583
14 Los Mártires	402	-	8.117	82.448	6.959	-	-	97.926
15 Antonio Nariño	2.553	-	5.014	100.740	-	-	-	108.307
16 Puente Aranda	8.785	-	617	249.039	-	-	-	258.441
17 La Candelaria	1.234	102	12.354	10.454	-	-	-	24.144
18 Rafael Uribe Uribe	6.370	34.810	189.871	146.564	-	-	-	377.615
19 Ciudad Bolívar	8.105	370.900	236.356	24.572	2	1	1	639.937
20 Sumapaz	-	3.435	1.755	606	227	102	133	6.258
Total	122.526	705.536	2.938.962	2.668.455	706.191	195.873	130.261	7.467.804

Fuente: DANE - SDP, Proyecciones de población según localidad, 2006 – 2015

Fuente: DANE-SDP, Proyecciones de población según localidad, 2006-2015, citado por Alcaldía Mayor de Bogotá (2011).

Cabe señalar que aspectos como los anteriores —ICV, NBI, estrato socio económico—, reportados por autoridades oficiales del gobierno distrital, muestran un panorama poco favorable de la localidad Rafael Uribe Uribe. Esta circunstancia se reafirma en informes como los presentados por el Equipo Bogotá cómo vamos (2017), quienes elaboran un reporte que reúne aspectos en relación con pobreza y desigualdad, educación, salud pública, seguridad y convivencia ciudadana, hábitat, espacio público, movilidad, medio ambiente, ruralidad, cultura, recreación y deporte, y gestión y finanzas, entre otros. Informes como el anterior, junto con los aspectos ya mencionados, pueden ayudar a generar un panorama en el que se evidencian relaciones de causalidad múltiple que refuerzan la reproducción de los procesos de deterioro del nivel de vida de los

habitantes de la localidad, lo que permite reforzar la idea de que la vulnerabilidad tiene un carácter dinámico y multidimensional.

En relación con las problemáticas sociales que presenta la localidad, debe señalarse con preocupación el crecimiento en el número de casos de delincuencia juvenil, que es un fenómeno que ha elevado la angustia desde diferentes instancias que solicitan la intervención rápida y oportuna de organismos gubernamentales, a fin de que adopten medidas urgentes que permitan que los menores sean apartados de prácticas delincuenciales. Según el periódico *El Espectador* (REDACCIÓN BOGOTÁ, 2016), las conductas delictivas más frecuentes en Bogotá y que tienen como protagonistas a menores de edad son el hurto —53%—, el tráfico y porte de estupefacientes —22%—, las lesiones personales —8%— y los delitos sexuales —6%—; a su vez, la localidad Rafael Uribe Uribe es una de las siete localidades que concentran el mayor número de casos de delincuencia juvenil. Ante esta circunstancia, no pueden desconocerse los señalamientos de autores como Malvasi (2008), quien comparte que la vulnerabilidad —en el caso de la población infantil y juvenil— se relaciona, por ejemplo, con aspectos negativos como la falta de garantía de los derechos y oportunidades en las áreas de educación, salud y protección social, el involucramiento con drogas y situaciones de violencia —tanto doméstica como comunitaria—, la indigencia y el trabajo infantil.

Por otro lado, si bien es cierto que el anterior escenario podría dejar una imagen desesperanzadora, desoladora y negativa de la realidad social, política y económica en las que se encuentran los estudiantes —en términos de la frase de Freire que le da vida a este capítulo—, también es cierto que en la localidad se desarrollan múltiples actividades dirigidas hacia la convivencia, la educación, la recreación, el deporte y la cultura. Dos ejemplos de ello son:

- La inclusión de más de 1.000 personas de la localidad mediante Escuelas de Formación Artística y Cultural y Escuelas de Educación Física y Deportes en la localidad como una política del gobierno local en relación con *la cultura, la recreación y el deporte*; además de la realización de eventos de apropiación cultural y deportiva de la localidad y de los sectores poblacionales, tales como festiparques, lunadas atléticas, festival de deportes urbanos y nuevas tendencias

deportivas, entre otros, con los que se buscaba fortalecer la integración, la cultura y el arte local.

- La tradicional celebración que se genera alrededor del torneo de fútbol denominado *Hexagonal del Olaya* —también conocido como la *Copa Amistad del Sur*—, el cual se ha concebido tradicionalmente —desde 1959— como el torneo de fútbol aficionado más importante de Bogotá, que es avalado por la Liga de Fútbol de Bogotá y que se realiza en los meses de diciembre y enero en el Parque Estadio Olaya Herrera, al sur de la ciudad.

Ejemplos como los anteriores me permiten subrayar —apoyado en Labrunée y Gallo (2005)— que la vulnerabilidad social también se caracteriza como el resultado de una relación dialéctica entre las condiciones externas —el entorno— y el conjunto de activos —junto con las estrategias para su utilización— que disponen los sujetos o la comunidad. Es decir, la vulnerabilidad social no se limita a identificar las condiciones externas que atentan —por ejemplo— contra sus capacidades de subsistencia y su acceso a mayores niveles de bienestar. También tiene en cuenta la capacidad de lidiar con sus propios problemas y vencer obstáculos. Al respecto Labrunée y Gallo (2005) señalan:

Desde este punto de vista, la vulnerabilidad no es sólo el producto de circunstancias externas, sino que se define también a partir de la capacidad de reacción de los actores, la cual estará en función de su dotación de activos y de las estrategias que lleven a cabo para su uso y reproducción. Por lo tanto, se hace hincapié no solo en los aspectos negativos de las transformaciones del entorno, sino también en las oportunidades que este ofrece, las cuales podrían ser aprovechadas por familias e individuos apelando a una adecuada gestión de sus recursos. La vulnerabilidad así entendida comprendería tres aspectos centrales (Busso, 2003): 1) activos, 2) estrategias de uso y reproducción de activos, 3) oportunidades que ofrecen el mercado, el Estado y la sociedad civil (p. 136).

Para autores como Abramovay et al. (2002): i) los activos hacen referencia explícita a los recursos materiales o simbólicos —tanto a su posesión como a su control— que le permiten a los distintos actores —individuos o grupos— desarrollarse en la sociedad; ii) las estrategias de uso y reproducción de activos corresponden a las estrategias relacionadas con el uso del conjunto de activos por parte de los actores para hacer frente a los cambios estructurales en un determinado contexto social; y iii) las oportunidades que ofrecen el mercado, el Estado y la sociedad civil hacen alusión a las estructuras de oportunidad que provienen del mercado, del Estado y de la sociedad. Los

activos están vinculados a niveles de bienestar a los que se puede ascender en un tiempo y territorio determinados, y pueden proporcionar el uso más eficiente de los recursos, proporcionar nuevos activos, o incluso recuperar los agotados.

En relación con este último ítem, la Alcaldía de la localidad Rafael Uribe Uribe, dentro de su Plan de Desarrollo Local —PDL—, ha considerado concentrar esfuerzos de la gestión pública en temas fundamentales para el desarrollo del territorio y sus comunidades. Tales temas hacen referencia a aspectos como:

[...] la recuperación y mantenimiento de la malla vial local, la recuperación de los parques, el apoyo a las poblaciones más vulnerables como los niños y niñas, los jóvenes y las personas mayores, así como la intervención de los puntos más sensibles de la estructura ecológica de la localidad, entre otras acciones (SECRETARÍA DISTRITAL DE PLANEACIÓN, 2016, p. 2).

Según este mismo documento, la localidad se trazó 56 metas en el PDL para el periodo 2013 a 2016⁵⁹, cuyos avances se observan en tres niveles de clasificación: *una ciudad que supera la segregación, un territorio que enfrenta el cambio climático y una Bogotá que defiende y fortalece lo público*. Estas circunstancias también definen la comprensión crítica de la realidad social, política y económica en la que se encuentran los infantes y jóvenes de la localidad —y sus habitantes en general—. Al respecto, en la Figura 16 puede evidenciarse el grado de avance de tales niveles en relación con lo contratado y lo entregado.

Figura 16: Clasificación de metas del PDL por nivel de avance según lo contratado y entregado entre 2013 y 2016



Fuente: Secretaría Distrital de Planeación (2016, p. 6).

⁵⁹ Periodo correspondiente al gobierno de la administración de Gustavo Francisco Petro Urrego en la Alcaldía Mayor de Bogotá.

De manera particular, el gobierno local señala que ha buscado avances en los logros propuestos a la primera infancia, el adulto mayor, las personas en condición de discapacidad, la mujer y algunas poblaciones, dentro de las que se destacan poblaciones LGBTI —y en procesos de reconocimiento de la identidad de género, orientación y diversidad sexual en grupos étnicos y etarios—, juveniles, afrocolombiana e indígena, en condición de desplazamiento forzado y/o reincorporada en su condición de víctimas del conflicto armado. A su vez, señala que ha encaminado esfuerzos hacia la promoción de la salud, la educación, la cultura, recreación y deporte, la protección ambiental, la gestión del hábitat, la participación y control social, y la seguridad y convivencia (SECRETARÍA DISTRITAL DE PLANEACIÓN, 2016).

Tales indicadores oficiales contrastan con las denuncias sobre corrupción, tanto en la contratación por parte de la Alcaldía Local —que han afectado programas de desarrollo— como en la elección del alcalde local. Un ejemplo de lo anterior lo encontramos en La Otra Cara (2017), quienes en su reportaje señalan, entre otros aspectos, que:

Según la ciudadanía, está en riesgo, por corrupción, el presupuesto de más de 56 mil millones de pesos que se maneja en esta localidad capitalina, mayor que el de cualquier ciudad intermedia de Colombia. (p. 1).

...

Los Veedores y la comunidad, preocupados por esta irregularidad en la escogencia de la terna para elegir el Alcalde de Uribe Uribe, argumentaron que la Junta Administradora Local y su entonces presidente Christian González, violó el Debido Proceso en este caso, ... (p. 5).

De esta manera, el concepto de vulnerabilidad social adquiere valor si se reconoce que las fuerzas que impulsan a los sujetos hacia estados —cada vez— de mayor desposesión tienen su origen en el centro del sistema. Así, la vulnerabilidad puede ser entendida como el producto de un estado de desprotección o de mayor exposición frente a las fuerzas centrífugas que alejan del centro a la sociedad (LABRUNÉE; GALLO, 2005).

Ante este marco, considero pertinente presentar cómo el gobierno distrital —por medio de la Alcaldía de la localidad— ha pretendido avanzar en relación con algunas de las metas citadas en el documento de la Secretaría Distrital de Planeación (2016), que han

sido señaladas anteriormente. De manera particular, haré referencia a la primera infancia, la mujer, la promoción de la salud y la protección ambiental con la pretensión de disminuir la afectación social a la comunidad de la localidad. La escogencia de tales metas se asocia con algunas temáticas de interés de los estudiantes, que fueron desarrolladas en sus ambientes de modelación matemática y que se relacionan en el apartado “Escogencia del problema o tema a trabajar, que otorga gran importancia al macro y micro contexto” —Capítulo Sexto—. Cabe señalar que en la descripción de las metas se presentará un contraste entre la versión oficial y la aceptación o receptividad por parte de la sociedad bogotana frente a tal pretensión.

Sobre la *primera infancia* debe señalarse que el gobierno local buscó centrar su atención en garantizar a los niños y niñas su pleno y armonioso desarrollo, de forma que crezcan en el seno de la familia y de la comunidad, en un ambiente de felicidad, amor y comprensión. Además, se propuso llegar a los niños y niñas de 0 a 5 años a través de actividades pedagógicas de fomento a la cultura, la recreación y el deporte, con énfasis en el desarrollo integral de la primera infancia.

Sin embargo, tal intención discrepa —por ejemplo— del apoyo a la primera infancia en jardines infantiles, pues más del 58% de menores de 5 años no van a un jardín —siendo la localidad Rafael Uribe Uribe la sexta con los índices más altos—, y quienes deben sobrellevar con mayor ahínco la falta de apoyo en el cuidado de sus niños son las mujeres de los sectores populares, tal y como lo reporta Bocanegra (2018). Además, esta reportera señala, en términos generales, que en la ciudad de Bogotá: i) la educación pública preescolar solo tiene la capacidad de absorber el 18% de la demanda; ii) se cerraron 2.661 cupos en los jardines oficiales entre los años 2013 y 2017; iii) en un alto porcentaje, los jardines privados no cumple con los estándares de calidad requeridos; y iv) el alcalde mayor —que administraba la ciudad de Bogotá en el periodo de la producción de los datos— solo proyectó en su plan de gobierno la construcción de 13 jardines infantiles —es decir, menos de uno por localidad— lo que genera de manera directa un manto de zozobra sobre el apoyo a la primera infancia en lo que respecta a la posibilidad de disponer de jardines infantiles para el desarrollo de los infantes. Este acontecimiento cuestiona, además, la verdadera garantía de las políticas de atención integral a la primera infancia.

Por su parte, entre los avances en relación con las *mujeres* de la localidad, se cuenta con la contratación y realización de programas de apoyo que vincularon a 660 mujeres víctimas de la violencia y sus familiares, a través de los cuales garantizaron campañas y proyectos de acceso a la justicia, acompañamiento psicológico y asesoría social. Igualmente, se implementó un proceso de fomento a expresiones organizativas, cualificación política, incidencia y gestión política para los escenarios públicos, electorales y comunitarios, que ha vinculado a 250 mujeres de la localidad.

Este hecho contrasta con los señalamientos realizados por la Personería de Bogotá, D. C. (2018), que advierten que no hay claridad —ni actualización— sobre la implementación de una política pública, además de que señalan que los mecanismos existentes tampoco se desarrollan o funcionan adecuadamente. En relación con la localidad Rafael Uribe Uribe, denuncian que el 70,7% de los hogares con jefatura femenina se encuentran en lugares considerados inseguros. Por su parte, el periódico *El Tiempo* señala que el 64,4% de las mujeres en Bogotá se sienten inseguras y el 34,9% prefieren no salir en la noche debido a la falta de seguridad. Según este reportaje, dentro de los lugares más inseguros se encuentran los alrededores del parque Hacienda los Molinos, en la localidad Rafael Uribe Uribe.

Otra de las políticas del gobierno local centró su atención en las políticas sobre la *promoción de la salud*, en la que se buscaron beneficiar, entre otros aspectos, a 1.500 personas con acciones de educación en salud —por ciclo evolutivo— en el marco de los derechos sexuales y reproductivos.

A pesar de ello, no puede desconocerse que la tasa de embarazos adolescentes aún es significativa. A manera de ejemplo, puede establecerse que entre los años 2012 al 2015 5.622 niñas y adolescentes estudiantes de colegios públicos del distrito capital quedaron en embarazo, lo que causó —según reporta Redacción El Tiempo (2016)— 1.085 abandonos del sistema escolar —908 de mujeres y 177 de hombres—, correspondientes a una deserción escolar del 16%; la localidad Rafael Uribe es una de las localidades de Bogotá que encabezan la lista con respecto a la criticidad de esta situación social.

Por su parte, la política sobre la *protección ambiental* fue abordada mediante la plantación —y mantenimiento— de más de 63.000 árboles y plantas de jardín a través de procesos articulados con las comunidades. Tales procesos se complementaron con la

implementación de 9 proyectos de intervención para la conservación, prevención, protección y recuperación de espacios y corredores ecológicos del agua, al igual que con la vinculación de más de 1.900 personas en eventos de control de plagas, de esterilización en hembras y de castración en machos caninos y felinos.

A pesar de ello, no deben desconocerse las denuncias realizadas en el año en que se produjeron los datos sobre el escaso control de los predios en los que se practicó la explotación minera. Tales denuncias, entre otros aspectos, centraron su atención en que el descuido de *los pasivos ambientales* implicó la urbanización —legal o ilegal— de los predios que fueron objeto de minería y que no habían sido restaurados. A manera de ejemplo, se cita el caso del predio Chircal Criselio Castillo en la localidad Rafael Uribe Uribe, sobre el cual se estima que el 50% de su área ya estaba urbanizada a pesar de encontrarse en una zona que presenta amenaza de remoción en masa, según fue reportado en el portal del noticias y actualidad colombiana News Colombia (2017), y que fue ratificado en su momento por la entonces representante a la Cámara —por el partido Alianza Verde— Angélica Lozano, en carta dirigida al Tribunal Contencioso Administrativo de Cundinamarca (LOZANO, 2017).

De esta manera, se evidencia una idea de vulnerabilidad social como resultado negativo de la relación entre la disponibilidad de los activos de los actores y el acceso a estructuras de oportunidades sociales, económicas y culturales que provienen del Estado, el mercado y la sociedad. Apoyándome en Abramovay et al. (2002), situaciones como la anterior posibilitan comprensiones sobre la comunidad de la localidad 18 en tanto grupo social, a la que se le podrían atribuir grandes activos y estructuras de oportunidad, pero que, de manera opuesta a lo pensado, permanecen prisioneros de un escenario de inseguridad, inestabilidad y marginalidad.

Con base en el anterior escenario, he buscado configurar el contexto de la localidad Rafael Uribe Uribe con el ánimo de dar gran relevancia al macro contexto de los estudiantes, a fin de buscar, por una parte, y en palabras de la frase que dio vida a este capítulo, una comprensión crítica de la realidad social, política y económica en la que está el alfabetizado, y por otra, y en términos de las preguntas que nos hicimos en Camelo, Mancera y Salazar (2017, p. 287), una aproximación a cuestionamientos como ¿quiénes son los infantes y jóvenes?, ¿cómo llegaron a ese contexto?, ¿qué momento histórico y social les correspondió vivir?, entre otros. De esta manera, y con plena conciencia de que

este es un abordaje inicial, a continuación busco poner en juego elementos sobre el contexto del colegio, del curso y de la clase de matemáticas.

5.2 El contexto del colegio, del curso y de la clase de matemáticas

Para centrarme en la institución educativa en que se llevó a cabo la producción de los datos para esta investigación, debo comenzar por plantear que tal institución es un colegio público perteneciente a la red de colegios de la Secretaría de Educación del Distrito, que fue creado —como un plantel oficial de educación básica secundaria media vocacional— en 1992 por el Concejo de Bogotá.

El entorno escolar no es ajeno a conductas como las descritas en el apartado anterior —hurto, tráfico y porte de estupefacientes, lesiones personales y los delitos sexuales—. Un ejemplo lo podemos encontrar en el periódico *El Espectador* (REDACCIÓN BOGOTÁ, 2014), pues pone en conocimiento de la opinión pública que problemáticas como la inseguridad y la venta de estupefacientes son una preocupación constante en los alrededores de los colegios de esta localidad.

Dadas las fuertes condiciones sociales, culturales y políticas en que se desenvuelve el entorno escolar, el Colegio Bogotá —CB— busca ser una alternativa para los jóvenes de la localidad, por lo que se planteaba como misión —al menos en el momento de la producción de los datos— ser una institución pública que promoviera la formación integral del estudiante. Para ello, enfatizaba en las habilidades comunicativas, en un marco de valores como respeto, tolerancia, responsabilidad, justicia, verdad y compromiso personal y social, con el fin de fortalecer las relaciones entre los miembros de la comunidad y el desarrollo humano de todos sus integrantes (COLEGIO BOGOTÁ, 2014).

En consonancia con esta misión, el modelo pedagógico constituido por docentes y directivos del CB se ha centrado tanto en el crítico social como en el modelo constructivista. En el crítico social, áreas como artes, educación física, sociales y las actividades desarrolladas alrededor del convenio con el Servicio Nacional de Aprendizaje

(SENA)⁶⁰ buscan, entre otros aspectos: i) formar personas socialmente críticas, autónomas y políticas; ii) considerar diferentes posiciones o cosmovisiones; iii) evaluar procesos de pensamiento; iv) problematizar los mínimos temáticos según intereses y expectativas; v) generar la aplicación en el entorno y la participación social para transformarlo; y vi) promover el desarrollo de capacidades creativas. Por su parte, en el modelo constructivista las áreas de matemáticas, humanidades, primera infancia y la oficina de orientación escolar se proponen: i) fomentar la construcción de conocimientos; ii) desarrollar aprendizajes significativos; iii) fomentar recursos para la construcción de conocimiento, presentes en el contexto social; iv) incentivar evaluaciones de acuerdo con las habilidades de pensamiento; v) promover el desarrollo evolutivo del estudiante y las representaciones mentales; vi) considerar zonas de desarrollo próximo; y vii) considerar los conocimientos previos y las situaciones significativas (COLEGIO BOGOTÁ, 2018).

En relación con algunos rendimientos del CB en pruebas censales, acudo al reporte histórico de resultados del examen Saber 11⁶¹, por ser un examen de la educación media que realiza año tras año el Estado colombiano con el fin de obtener resultados oficiales, además de que es exigido a los estudiantes para el ingreso a la educación superior. Al respecto, en la Tabla 2 se presenta información correspondiente a la institución —referenciada en la Tabla como Sede 1—, a nivel Colombia, a nivel de la entidad territorial certificada —ETC— a la que pertenece el establecimiento, a nivel de establecimientos oficiales rurales y urbanos de la ETC correspondiente, y a nivel de establecimientos privados de la ETC correspondiente.

Para el año en que se crearon los datos —y en el anterior—, puede observarse que el promedio del CB en dicha prueba está por encima del promedio nacional y de los colegios oficiales de la entidad territorial certificada a la que pertenece, circunstancia que le permite ser reconocido como uno de los colegios oficiales académicamente sobresalientes en esta localidad. Este hecho es reconocido por los estudiantes del curso

⁶⁰ El SENA es un establecimiento público del orden nacional en Colombia, con personería jurídica, patrimonio propio e independiente, y autonomía administrativa; adscrito al Ministerio del Trabajo de Colombia. Ofrece formación gratuita a millones de colombianos que se benefician con programas técnicos, tecnológicos y complementarios que son enfocados en el desarrollo económico, tecnológico y social del país.

⁶¹ El examen Saber 11 es presentado por los estudiantes que estén finalizando el grado undécimo. También pueden presentarlo quienes ya hayan obtenido el título de bachiller o superado el examen de validación del bachillerato.

11-X⁶², pues en una entrevista realizada al final del desarrollo del ambiente se les preguntó sobre sus impresiones sobre el CB, y la mayoría coincidió en afirmar que históricamente el colegio había sido reconocido académica y disciplinariamente como uno de los buenos colegios que existían en la localidad; este hecho significa, adicionalmente, que los estudiantes y sus acudientes tenían preferencia por el CB.

Tabla 2: Promedio del puntaje global y desviación estándar

Nivel de agregación	Promedio		Desviación	
	2016-2	2017-2	2016-2	2017-2
Sede 1	272 ●	281	35 ●	32
Colombia	264 ●	262	46 ●	47
ETC	281 ●	279	43 ●	45
Oficiales urbanos ETC	269 ●	267	39 ●	40
Oficiales rurales ETC	263 ●	260	38 ●	39
Privados ETC	297 ●	295	43 ●	45

Fuente: ICFES (2017).

En relación con el contexto del curso y de la clase de matemáticas —apoyado en García, Valero y Camelo (2013)— asumo algunas dimensiones que interactúan en la forma en que el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas se posicionan en un aula sobre la idea de escenarios de aprendizaje. Particularmente, en este apartado centro la atención en: la perspectiva del profesor en relación con sus opiniones y prioridades de la enseñanza, las herramientas y recursos de aprendizaje que los estudiantes pueden tener disponibles y la interacción entre estudiantes y entre profesor y estudiantes. Para ello, y en tanto recurso, a continuación realizo una narración que pone como protagonista el quehacer docente del profesor Juan, y en la que pueden visibilizarse rasgos relacionados con tales dimensiones.

Como primer punto, considero relevante mencionar que el profesor Juan⁶³ es un viejo amigo con el que estudié en el pregrado la Licenciatura de Matemáticas, y con el que tuve la fortuna de trabajar por ocho años en un colegio público en Bogotá. Esta circunstancia me permite dar cuenta de la responsabilidad de su quehacer docente que,

⁶² Para conservar absoluta reserva de la identidad del curso, haré alusión a este bajo el nombre ficticio 11-X.

⁶³ En caso de necesitar referenciar al profesor se usará —como en este caso— el nombre ficticio Juan. Tal consideración se realiza para conservar absoluta reserva de su identidad.

una vez más, evidenció en la puesta en escena del ambiente de modelación que desarrollamos con los estudiantes de su curso. El profesor Juan siempre se ha distinguido por ser estricto y cuidadoso de su labor, lo que nunca le ha impedido mantener con sus estudiantes una relación cercana. Esta situación es reconocida por el rector del CB, razón por la que le encarga responsabilidades adicionales, como representar al colegio en reuniones programadas por el Ministerio de Educación Nacional —MEN— o por la Secretaría de Educación del Distrito —SED— sobre temas que involucran, de una u otra manera, a la educación matemática.

Cabe señalar que la licenciatura en la que el profesor Juan y yo fuimos formados se caracterizaba porque su desarrollo curricular centraba, con mayor énfasis, a la disciplina matemática —particularmente en los primeros semestres—, y porque las prácticas pedagógicas y las reflexiones didácticas y pedagógicas se desarrollaban en los semestres finales. Esta forma de pensar la formación de los futuros profesores de matemáticas tuvo como consecuencia que, en muchos casos, heredáramos la idea de que la disciplina fuera considerada como una condición necesaria y suficiente a la hora de ir al aula a enseñarla. Tal vez por ello, en nuestras labores docentes era característico pensar un esquema de la clase y su respectiva segmentación, en los que se contemplaba “el” título, “la” definición, “los” ejemplos, “los” ejercicios —muchos— y “la” evaluación. Sin embargo, y como era de esperarse, el trabajo *in situ*, unido a un cuestionamiento constante y reflexivo por pensar el quehacer docente de una manera diferente, han hecho que esta idea de esquema y segmentación mude día a día y poco a poco.

Cabe señalar que, aunque la pertenencia del profesor Juan al área de matemáticas lo lleva a orientar su práctica pedagógica de acuerdo con el modelo constructivista, él no es ajeno a desarrollar prácticas con un carácter más crítico y social. Un ejemplo de ello lo encontrar en su participación en la producción de los datos para la tesis de Camelo (2017) o en el desarrollo de la actividad transversal en el año 2016 con un grupo de estudiantes —que posteriormente participaron en la producción de los datos de la presente tesis— que buscó informarse sobre los pro y contra del acuerdo de paz entre el gobierno de Colombia y las Fuerzas Armadas Revolucionarias de Colombia —FARC—.

En la actualidad, puede verse que el profesor Juan ha buscado introducir en sus aulas de matemáticas las llamadas Tecnologías Informáticas Computacionales —TIC—, bajo la idea de que con ellas se podría, por una parte, trabajar con situaciones matemáticas

más complejas en las que los esfuerzos se concentren —de manera más profunda— en las acciones cognitivas de los estudiantes, y por otra, pensar en una forma diferente de motivar a sus estudiantes, de forma que el espacio de interacción para argumentar y justificar cambie totalmente de sentido en virtud del tipo de actividades que se proponen.

Su inquietud por las TIC inició en su formación de pregrado, en la que mostró gran habilidad para el manejo de software y equipos especializados; esta circunstancia ha venido consolidándose en múltiples *planes de formación permanente de docentes* — PFPD⁶⁴ — ofertados por el MEN o por la SED y desarrollados por grupos de trabajo y de investigación a través de instituciones educativas y universitarias.

Su experiencia con la modelación matemática no es inexistente pues, como ya lo señalé, participó en el desarrollo de un ambiente de modelación matemática que se realizó en el marco del trabajo doctoral de Camelo (2017)⁶⁵. El interés del profesor Juan por participar en este tipo de actividades se fundamenta en su constante indagación de alternativas a lo que ha denominado como el paradigma del ejercicio (SKOVSMOSE, 2000), pues con ello busca tener contacto con los avances y desarrollos en educación matemática sin dejar de lado su formación disciplinar; una prueba de ello es el hecho de que realizó una maestría en enseñanza de las ciencias exactas y naturales⁶⁶.

⁶⁴ Los PFPD son una estrategia de formación, en la que los docentes desarrollan actividades de actualización académica, participan en experiencias de innovación y trabajan elementos de investigación educativa en el marco de las líneas de investigación que ofrecen las entidades autorizadas para ello. En el desarrollo del PFPD, los docentes profundizan en una temática específica mediante la realización de un proyecto educativo para su institución, articulado a los intereses del Proyecto Educativo Institucional —PEI—.

⁶⁵ Como consecuencia de su participación en el trabajo doctoral de Camelo (2017), el profesor Juan ha contribuido con algunas divulgaciones y avances del mismo, reportadas en: la versión 16 del Encuentro Colombiano de Matemática Educativa —ECME— en Bogotá-Colombia; en la versión XII del Encontro Nacional de Educação Matemática —ENEM— en São Paulo-Brasil y en la Revista Latinoamericana de Etnomatemática —San Juan de Pasto-Colombia—, además de su contribución en las versiones 3 y 4 del Encuentro Distrital de Educación Matemática —EDEM— en Bogotá-Colombia —donde no se presentaron avances del trabajo doctoral pero sí reflexiones sobre la modelación matemática—. Así mismo, contribuyó con un avance de este trabajo doctoral, que fue presentado en la versión X de la Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática —CNMEM— en Maringá-Brasil.

⁶⁶ En una publicación realizada en la revista *Educere et Educare* con unos colegas, damos cuenta de la trayectoria que siguió el profesor Juan en el proceso de familiarización con la modelación matemática al interactuar en el proyecto de investigación doctoral de Camelo (2017).

En adición a lo anterior, y en busca de una alternativa para ir más allá del *ba, be, bi, bo, bu*, el profesor Juan manifiesta en la actualidad hacer una apuesta por desarrollar sus clases de matemáticas bajo la idea de “aula invertida”, lo que quiere decir que su rol como docente en clase ya no es el de enseñar un conocimiento matemático determinado para que sus estudiantes lo aprendan en la casa a través de muchos ejercicios, sino que propone actividades —algunas en las que es común una lista de ejercicios— con las que busca que el rol de los estudiantes en la casa sea el de buscar informaciones y adquirir un determinado conocimiento; mientras que en la clase comparten informaciones y dudas para finalmente él, como profesor, consolidar e institucionalizar el aprendizaje. Esta idea, que surgió espontáneamente en su quehacer docente —de manera más pragmática—, se ha consolidado paulatinamente gracias a su formación continuada en un diplomado que actualmente adelanta y en el que la idea de “aula invertida” es central.

De acuerdo con su proceso de familiarización con la modelación matemática, con su cuestionamiento constante y reflexivo por pensar el quehacer docente de una manera diferente a la tradicional y, por supuesto, con mi cercanía con el profesor Juan, le consulte en el año de 2016 la posibilidad de desarrollar el trabajo de campo de mi propuesta doctoral en uno de los cursos que él orientaba. Fue así como, en el año 2016 y al inicio del año escolar del año 2017, sostuvimos varias conversaciones cuyo propósito giraba en torno a, por una parte, mis expectativas a la hora de desarrollar la propuesta doctoral, y por otra, sus expectativas al acompañarme en el desarrollo de la misma. Gracias a ello, pudimos establecer puntos que resultaban clave para llevar a cabo el desarrollo del ambiente de modelación. Algunas conversaciones permitieron resolver dudas puntuales relacionadas con los aspectos metodológicos y teóricos de la propuesta, mientras que otras me permitieron constituir un imaginario sobre la posibilidad de desarrollar actividades que involucraran a la modelación matemática en el CB.

Fue justamente en una conversación de este tipo que hablamos de los cursos y grados escolares que la administración del colegio le había asignado para desarrollar la propuesta curricular de matemáticas para el año lectivo 2017. Dentro del abanico de posibilidades, se incluían dos cursos de grado undécimo⁶⁷ con los cuales el profesor Juan

⁶⁷ Como señalé en la nota al pie número 2 —Capítulo Primero—, en el sistema educativo colombiano la educación media consta de dos grados —el grado undécimo es el segundo de dichos grados— y culmina con el título de bachiller.

ya había trabajado el año anterior. Esta situación lo hizo sugerirme que tomáramos como foco uno de ellos.

En ese momento, y a petición mía, el profesor Juan me permitió conocer sus impresiones sobre cada uno de los cursos, además de que señaló que él era el director de curso en uno de ellos, lo que le facilitaba la labor de hablar con los acudientes de los estudiantes —si fuera necesario—. Adicionalmente, y como ya lo mencioné, me indicó que en el año anterior (2016) habían realizado un trabajo con uno de esos grupos, en el que el propósito fue que los estudiantes dieran a conocer al resto de la comunidad del CB las implicaciones de votar a favor o en contra en el plebiscito sobre los acuerdos de paz en Colombia entre el gobierno nacional y la guerrilla de las FARC, con argumentos matemáticos. En aquellos días se realizaría el Plebiscito en Colombia, y este se había constituido en un tema álgido política y socialmente. Estos dos hechos fueron determinantes a la hora de escoger el curso 11-X como el grupo con el que desarrollaríamos el ambiente de modelación.

Para algunos estudiantes del curso 11-X, esta nueva forma de pensar la práctica pedagógica por parte del profesor Juan —la idea de aula invertida, los roles que cada uno debía desempeñar en el aula de matemáticas y los presupuestos de la enseñanza y aprendizaje— no fue asimilada inicialmente de forma tan natural. En parte, ello se debía a la tradición de haber tenido —por casi once años— una formación en la que había predominado una enseñanza bajo el paradigma del ejercicio (SKOVSMOSE, 2000) y en la que no habían tenido mayores experiencias en las que asumieran un rol protagónico que los llevara a estudiar un nuevo contenido por su propia cuenta.

Al pedirles a los estudiantes —en una entrevista al final del desarrollo del ambiente de modelación— que describieran la forma en que percibían la clase de matemáticas antes de trabajar en el ambiente, fue característico escuchar frases como la expresada por Alejandra: “(...) antes solo eran problemas de matemáticas, (...) matemáticas”. Este hecho permite evidenciar que la percepción de la clase de matemáticas por parte de algunos estudiantes era la de una asignatura en la que solo se privilegiaban los problemas y los ejercicios de matemáticas —solo matemáticas—, situación que fue ratificada por otros estudiantes como Johan: “antes era como muy monótona, o sea solo teníamos que hacer procesos matemáticos y ya”.

Frases como las anteriores contrastan con el ideal del profesor de trabajar de acuerdo con el esquema de aula invertida, pues metodológicamente no había mayor diferencia para los estudiantes, tal y como lo señaló Alejandro: “antes era como muy... todos los días hacíamos lo mismo, aunque estábamos viendo temas nuevos, era como la misma forma de clase”. O como lo indicó Hellen, “nos ponía mucho trabajo, ... cada uno individual en su trabajo, ... la entrega y la disciplina que uno tenía para hacer sus cosas...”.

Si bien se registraban resistencias por parte de algunos estudiantes, otros eran conscientes de lo que les implicaba esta nueva forma de pensar la práctica pedagógica. Aun cuando el profesor Juan conocía esta circunstancia, él creía que deberían desarrollarse prácticas alternativas al paradigma del ejercicio, pues con algún tiempo venía cuestionándose acerca de para qué las matemáticas que aprenden los estudiantes y cuál es el sentido de dichas matemáticas. Por tal razón, la idea de trabajar alrededor de esta tesis le resultaba llamativa.

Fue así como, con posterioridad a la autorización de la coordinadora y el rector del colegio, acordamos un primer encuentro con los estudiantes del 11-X, de forma que pudiera presentarme y explicarles mis propósitos con la creación del ambiente de modelación para la producción de los datos y, por supuesto, preguntarles si ellos querían, podían y se comprometían a trabajar en esta idea. En dicha presentación, comencé por señalarles quién era yo, mi cercanía desde el pregrado con el profesor Juan, el lugar en que desarrollaba mis estudios doctorales, el propósito de la investigación y, particularmente, mi compromiso ético y moral de guardar absoluta reserva de la identidad de los estudiantes, del profesor y del colegio. La respuesta por parte de los estudiantes fue casi inmediata y, por consenso, contestaron afirmativamente.

Dada la aceptación de los estudiantes, les expliqué que el siguiente paso era establecer contacto —de una manera oficial— con los acudientes y directivas del colegio para preguntarles si ellos también aceptaban la propuesta. Para formalizar el trabajo con los estudiantes, se llevaron a cabo formatos de consentimiento, los cuales fueron diligenciados por los mismos estudiantes, los padres de familia o acudientes, el profesor y el rector del colegio —ver Anexo 1, Anexo 2, Anexo 3 y Anexo 4—.

Si bien todo parecía estar listo para la producción de los datos, el profesor Juan consideró importante realizar una actividad previa en la que los estudiantes tuvieran la oportunidad de conformar colectivos de trabajo que buscaran alternativas o reinterpretaran la actividad propuesta con base en consideraciones matemáticas. Dicha actividad se desarrolló entre el 20 de febrero y el 9 de marzo.

En consonancia con lo anterior, pude conocer al grupo de estudiantes y a los posteriores colectivos de trabajo de una manera un poco más profunda. Inevitablemente, esta circunstancia me hacía recordar una estrofa de la canción *Décimo grado* de Ana y Jaime⁶⁸, pues se podría pensar que los estudiantes “en medio del afán de la mañana llegarán, algunas caras largas, otras de conformidad. Algunas prestan atención, otras piden explicación; otras viven tomando el pelo y sólo esperan la hora de salida...”. Sin embargo, debo señalar que aunque la estrofa podría ser reveladora, resulta importante — como lo he señalado con anterioridad— el reconocimiento de los infantes y jóvenes, pues ir más allá del ba, be, bi, bo, bu implica partir por una comprensión crítica de sus realidades sociales, políticas y económicas.

⁶⁸ Ana y Jaime es un dúo musical colombiano conformado por los hermanos Ana y Jaime Valencia Aristizábal, quienes interpretaban baladas y música protesta. El grupo estuvo activo entre 1969 y 1986, con fugaces reapariciones en 1989, 1991, 1997, 2000 y, de forma intermitente, en el nuevo milenio.

Capítulo Sexto

RETRATOS DE LA CREACIÓN DE UN AMBIENTE DE MODELACIÓN

Figura 17: Es la clase de matemáticas... ¿en qué andarán los estudiantes?



Fuente: Elaboración propia.

Con esta fotografía, en la que se alude a una clase de matemáticas en la que los estudiantes no están organizados en filas y columnas para el aprendizaje, introduzco el Capítulo Sexto en el cual, bajo un pensamiento de Gilles Deleuze, busco presentar el desarrollo del ambiente de modelación.

Un cuestionamiento latente a la hora de realizar *in situ* el ambiente de modelación fue ¿cómo desarrollar con los estudiantes del curso 11-X un ambiente de modelación matemática desde la perspectiva socio crítica? Tal cuestionamiento, además, evocó en mí la siguiente frase de Deleuze (1984):

Cada uno de nosotros tiene su línea de universo por descubrir, pero no se la descubre sino trazándola, trazando su trazo rugoso (1984, p. 272).

En el principio de esta línea fue determinante y fundamental, por una parte, pensar que el desarrollo de tal ambiente no debería desconocer que cuando los estudiantes reflexionaran sobre una temática —que surgía de su macro o micro contexto— estarían descubriendo y trazando nuevas miradas desde la clase de matemáticas; se podría decir, en términos de la frase de Deleuze, que reflexionar sobre tales temáticas implicaría descubrir líneas de universo. Por otra parte, fue también fundamental indagar por propuestas que me permitieran distinguir aspectos para orientar el trabajo del ambiente de modelación en el salón de clases; es decir, en términos de la frase de Deleuze, pensar en alternativas que ayudaran a trazar aquellos trazos rugosos.

Con este fin, tuve en cuenta las ideas adelantadas en Camelo (2017), además de las consideraciones que hemos decantado en Salazar et al. (2017) en relación con el desarrollo de un ambiente de modelación matemática desde una perspectiva socio crítica. En ambos documentos se plantean cinco etapas que hemos recontextualizado y detallado a partir de consideraciones de la propuesta de Burak (1994, 2004)⁶⁹ en relación con el desarrollo del trabajo con la modelación en el salón de clases. Dicha recontextualización, que adoptamos con el profesor Juan para orientar el trabajo a realizar en el desarrollo del ambiente de modelación en el salón de clases del curso 11-X, se compone de las siguientes cinco etapas: (i) escogencia del problema o tema a trabajar, que otorga gran importancia al macro y micro contexto; (ii) desarrollo de una investigación exploratoria; (iii) levantamiento de los datos y delineamiento de trayectorias de acción; (iv) reinterpretación de la situación —soportada en consideraciones matemáticas— y desarrollo del problema; y (v) análisis crítico de los desarrollos planteados.

⁶⁹ Las cinco etapas propuestas por Burak son 1) escogencia del tema, 2) investigación exploratoria, 3) levantamiento de los problemas, 4) resolución del(los) problema(s) y desarrollo de la matemática relacionada al tema, y 5) análisis crítico de la(s) solución(es).

Cabe señalar que el desarrollo de estas etapas no se constituyó gradualmente por partes sucesivas —primero la etapa x y luego la etapa $x + 1$ —, por lo que no podríamos plantear que este proceso se realizó “por etapas”. En algunas sesiones, los desarrollos realizados por los estudiantes posibilitaban reflexiones que atendían a los propósitos de varias etapas —con mayor o menor profundidad—, por lo que podríamos denominar a este proceso como “concomitante”. En la Tabla 3 se relaciona cada etapa con las sesiones realizadas, las cuales se llevaron a cabo entre el 10 de marzo y el 20 de abril y constituyen el desarrollo del ambiente de modelación.

Tabla 3: Cronograma del desarrollo de todo el ambiente de modelación

Etapa	Sesiones							
	1	2	3	4	5	6	7	8
Escogencia del problema o tema a trabajar, que otorga gran importancia al macro y micro contexto								
Desarrollo de una investigación exploratoria								
Levantamiento de datos y delineamiento de trayectorias de acción								
Reinterpretación de la situación —soportada en consideraciones matemáticas— y desarrollo del problema								
Análisis crítico de los desarrollos planteados								

Fuente: Elaboración propia.

Con base en lo anterior, el profesor Juan y yo consideramos que podríamos orientar aquellos trazos rugosos de las líneas de universo que estaban por descubrirse. Bajo esta idea, presento a continuación una descripción de los rasgos externos e internos —un retrato— de cada una de las etapas que posibilitaron el desarrollo del ambiente de modelación desde la perspectiva socio crítica.

6.1 Escogencia del problema o tema a trabajar, que otorga gran importancia al macro y micro contexto

Un propósito inicial al desarrollar el ambiente de modelación fue posibilitar que los estudiantes —divididos en grupos— discutieran problemáticas sociales, culturales, ambientales, políticas, etc., que pudieran ser consideradas como importantes desde su propia perspectiva, y que identificaran cuáles consideraban relevantes para ser discutidas en clase. En

términos metafóricos, y de acuerdo con la frase que le da vida al capítulo, queríamos que en grupos discutieran y descubrieran líneas de universo.

Cabe señalar que, para escoger el tema o problema a trabajar, el profesor Juan y yo consideramos pertinente basarnos en los planteamientos de Barbosa (2004) en relación con la idea de “regiones de posibilidades” para la realización de actividades en las que la responsabilidad del profesor, en relación con la conducción de las actividades, es cada vez más compartida con los estudiantes. En Salazar et al. (2017) presentamos nuestros entendimientos e interpretaciones en relación con las ideas de Barbosa (2004), las cuales señalo a continuación y ubico para una fácil apreciación —de manera sintética— en la Tabla 4:

- Caso 1: de acuerdo con una consideración amplia del contexto social, cultural, histórico y político de los estudiantes, el profesor plantea un problema o una temática específica a trabajar, que enfatiza en la responsabilidad de los estudiantes como ciudadanos, con lo que busca llamar el interés de ellos para la solución del problema. En este caso, los estudiantes no necesitan recolectar nuevas informaciones y/o datos.
- Caso 2: el profesor plantea un marco general para la actividad, con base en los resultados de actividades previas de indagación acerca de las intenciones de los estudiantes, de situaciones que impactan sus porvenires o de situaciones que implican prácticas de cuidado de sí; los estudiantes pueden focalizarse en lo que trabajarán, lo que les implica recolectar los datos y una mayor responsabilidad por el desarrollo de la actividad.
- Caso 3: los estudiantes plantean qué investigar de acuerdo con sus amplios intereses. Como consecuencia, tanto la formulación de la problemática como la recolección de los datos y la solución del problema son responsabilidades del estudiante, por lo que el profesor está en papel de orientador.

Al tomar en cuenta tanto las anteriores ideas de Barbosa (2004) como las actividades realizadas con los estudiantes en las que, soportados en consideraciones matemáticas, buscaran alternativas o reinterpretaciones a la situación propuesta —actividad previa (2017) y actividad sobre implicaciones de votar a favor o en contra en el plebiscito sobre los acuerdos de paz en Colombia (2016)—, el profesor Juan y yo consideramos oportuno proponerles que el desarrollo del ambiente de modelación estuviera de acuerdo con el Caso 3 pues, en términos de Deleuze, este podría posibilitar aquel trazo rugoso.

Tabla 4: Tareas en el proceso de modelación

	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Formulación del problema	Profesor	Profesor	Profesor/alumno
Simplificación	Profesor	Profesor/alumno	Profesor/alumno
Recolección de datos	Profesor	Profesor/alumno	Profesor/alumno
Solución	Profesor/alumno	Profesor/alumno	Profesor/alumno

Fuente: Barbosa (2004).

Como consecuencia, se les planteó inicialmente a los estudiantes que, distribuidos en los grupos que se habían establecido para desarrollar el ambiente de modelación, pensarán en problemáticas o temas a trabajar, dentro de las cuales resultara de gran importancia su macro y micro contexto. Cabe señalar que un hecho importante que determinó la conformación de los grupos —colectivos— de trabajo fue la curiosidad manifiesta del profesor del área de español —el profesor Manuel⁷⁰— cuando el profesor Juan le contó sobre el proyecto que estaba por comenzar. Fue así como, en un trabajo que podría denominarse multidisciplinar⁷¹, el profesor Manuel manifestó su intención de participar mediante su apoyo a los estudiantes sobre los razonamientos que justificaban las problemáticas escogidas, pues ello le permitiría abordar temáticas propias de su área, que se relacionaban con la estructura de textos argumentativos. Fue así como los grupos de trabajo se conformaron de acuerdo con la organización que ya estaba establecida en la clase de español.

Con este escenario al final de la primera sesión de clases, los estudiantes socializaron las temáticas identificadas —de acuerdo con la metáfora se podría decir que socializaron líneas de universo por descubrir— mientras que el profesor Juan —quien estuvo atento y receptivo— las enlistaba en el tablero. Fue así como surgieron las siguientes nueve temáticas: *sobrepoblación* —en Colombia o a nivel mundial—, *embarazo en adolescentes*, *violencia o maltrato intrafamiliar*, *violación a niños*, *cambio climático*, *tala de árboles*, *desnutrición en la*

⁷⁰ Para conservar absoluta reserva de la identidad del profesor del área de español, haré alusión a él bajo el nombre ficticio de “profesor Manuel”.

⁷¹ Si bien las disciplinas de matemáticas y español en esta etapa trabajaron de manera colaborativa, al interior de cada una se propusieron trabajos separados.

*Guajira*⁷², *nutrición* —qué alimentos son beneficiosos para el cuerpo humano y no son tan conocidos— y *cuánto pierde el Estado con los colados en Transmilenio*⁷³.

Luego de un conversatorio con los estudiantes del curso 11-X en el que se expusieron posibilidades y dificultades de cada temática, el profesor Juan negoció y acordó con los estudiantes tan solo cuatro de ellas para ser trabajadas durante el proyecto, pues el profesor manifestó que un número mayor de temáticas podría desbordar el trabajo en relación con la orientación para definir las problemáticas a desarrollar. Dichas temáticas, junto con los grupos que la asumieron, se relacionan en la Tabla 5.

Tabla 5: Temáticas a desarrollar

Problema o tema a trabajar	Grupos
Sobrepoblación mundial	<i>Cavaliers</i> <i>Brokling</i>
Embarazo en adolescentes	<i>Maldita Sea</i>
Violencia intrafamiliar	<i>Divas</i> <i>Magassa</i>
Cambio climático	<i>Warriors</i> <i>Dinamita Girls</i>

Fuente: Elaboración propia.

En relación con el tipo de problemas o temas a trabajar que propusieron los estudiantes, cabe señalar que se alejaron de aquellas que podrían emerger de manera directa por el contexto en que se encuentran —problemas de convivencia, dificultades en la movilidad, infraestructuras inadecuadas para atender los requerimientos de los estudiantes, falta de espacio vital, hurto, tráfico y porte de estupefacientes, lesiones personales, entre otros— y que fueron relacionadas en el apartado El contexto del territorio: comprendiendo realidades sociales, políticas y económicas en las que están inmersos los estudiantes —Capítulo Quinto—. Claramente, experiencias como la actividad sobre las implicaciones de votar a favor o en contra en el plebiscito sobre los acuerdos de paz en Colombia resultó determinante a la hora de proponer la sobrepoblación mundial, el embarazo en adolescentes, la violencia intrafamiliar y el cambio climático como las temáticas en las que se centraría el ambiente de modelación —líneas de

⁷² La Guajira es uno de los treinta y dos departamentos que, junto con el Distrito Capital de Bogotá, forman la República de Colombia. Está ubicado en el extremo noreste del país.

⁷³ El término “Transmilenio” hace referencia a un tipo de sistema integrado de transporte público de Bogotá, y el término “colado” es un término popular que hace referencia a los usuarios del sistema que ingresan ilegalmente —sin pagar—.

universo por descubrir—, las cuales no dejaban de ser temas importantes en el macro contexto y el micro contexto de los estudiantes del curso 11-X. Por ejemplo:

- Saber que a principio del mes de febrero de 2017, una semana antes de que me presentara en el CB, Bogotá había tenido uno de los días con la mayor temperatura de su historia, pues la temperatura llegó a los 25°C —hecho que fue reportado en diferentes medios como el periódico *El Espectador* (REDACCIÓN BOGOTÁ, 2017)—, y que ello contrastaba con los 2°C registrados dos semanas atrás a las 6.00 a.m., llamó la atención de la población bogotana en general, y esta circunstancia fue asumida por los grupos *Warrios* y *Dinamita Girls* para reflexionar sobre el cambio climático.
- Paralelo a la preocupación que por esos días manifestábamos los bogotanos por el cambio climático, los grupos *Cavaliers* y *Brokling* consideraron pertinente reflexionar sobre el cuidado de nuestros recursos naturales en relación con el crecimiento de la densidad poblacional.
- Un hecho que generó gran sensibilidad, por parte de la sociedad colombiana fue la negación por parte de la Corte Suprema de Justicia a la solicitud de dejar libre al ciudadano confeso de feminicidio agravado, acceso carnal violento y secuestro agravado, en el caso de secuestro y violación de una niña de 7 años⁷⁴ —situación que también fue reportada en diferentes medios como el periódico *El Espectador* (REDACCIÓN JUDICIAL, 2017)—. Tal coyuntura, además de recordar una dura vivencia de una de las integrantes de uno los grupos, llamó la sensibilidad de los grupos *Divas* y *Magassa*, por lo que la temática en la que se centraron fue la de violencia intrafamiliar.
- Una preocupación latente en los jóvenes, a pesar de las campañas informativas, es el embarazo en adolescentes. Este tema no fue ajeno para el grupo *Maldita Sea*.

⁷⁴ La solicitud se basó en la supuesta vulneración de los derechos fundamentales del sindicado, argumentada por la defensa, bajo el supuesto de que los medios de comunicación publicaron información que ponía en riesgo la integridad del acusado, así como su entorno personal y familiar.

6.2 Desarrollo de una investigación exploratoria

En esta etapa resultó clave el trabajo cooperativo que se realizó con el profesor de español Manuel, quien apoyó la indagación y ampliación de los conocimientos que tenían los estudiantes sobre el tema ayudándoles, por ejemplo, a orientar y depurar las búsquedas en Internet. Es decir que, en términos de la frase de Deleuze, la cooperación del profesor Manuel sirvió a los estudiantes a empezar a trazar aquel trazo rugoso.

Esta circunstancia les permitió a los estudiantes delimitar y acotar la problemática a modelar, lo que le permitió a cada grupo plantear una pregunta o una idea orientadora de manera preliminar. De esta forma surgieron, inicialmente, las preguntas que se relacionan en la Tabla 6.

Tabla 6: Temáticas a desarrollar

Problema o tema a trabajar	Grupos	Pregunta(s) inicial(es)
Sobrepoblación mundial	<i>Cavaliers</i>	[¿Cuáles son las implicaciones ambientales del crecimiento de la población?]
	<i>Brokling</i>	Teniendo en cuenta el crecimiento poblacional actualmente y que el agua potable que tenemos hoy en día a nuestro alcance es de 273 km ³ para el año 2050, ¿cuánta gente habrá en el mundo?, ¿el agua alcanzará para cada persona en ese entonces?
Embarazo en adolescentes	<i>Maldita Sea</i>	¿Cuántas niñas quedan embarazadas al año en Bogotá? ¿Por qué las niñas quedan embarazadas a temprana edad? ¿Cuántas de esas niñas abortan? ... entre menor sea la condición [socioeconómica], mayor es el número de [adolescentes] embarazadas
Violencia intrafamiliar	<i>Divas</i>	¿Cuántos casos [en relación con el tema] se podrían encontrar en cada curso? ... ¿Cuántos casos de violencia intrafamiliar se reportan anualmente en Bogotá?
	<i>Magassa</i>	¿Durante el año 2014 [registrar] cuántos niños han sido víctimas de abuso sexual? y [de esos casos indagar] ¿cuántos han sido por parte de familiares y cuántos por personas externas?

		De acuerdo con lo que nos de esa pregunta, mirar si el índice ha disminuido o aumentado en [los meses que llevamos del año 2017 con respecto a] esos meses de 2014.
Cambio climático	<i>Warrios</i>	¿Qué deberíamos hacer para que el cambio climático no sea tan drástico?
	<i>Dinamita Girls</i>	¿A partir del año 2016, cuál será la fecha en la que los gases metano y dióxido de carbono superen el límite apto para el consumo humano?

Fuente: Elaboración propia.

6.3 Levantamiento de los datos y delineamiento de trayectorias de acción

Una vez definidas las preguntas que dieron vida a las problemáticas, en esta etapa los estudiantes —con el apoyo de los profesores Juan y Manuel, y el mío como investigador— profundizaron sus conocimientos sobre el tema, lo que les implicó buscar informaciones más precisas —en videos y documentos—. Fue así como al final de la etapa, los diferentes grupos realizaron exposiciones en las que presentaron los caminos que habían considerado para aproximarse a la solución de las problemáticas que se habían planteado.

Paralelo a lo anterior, los estudiantes organizaron paulatinamente dos actividades que resultaban claves para consolidar sus problemáticas —sus líneas de universo—: la realización de un texto de carácter argumentativo y de una infografía⁷⁵. Esta circunstancia, además, les permitiría avanzar en la consolidación y acotación del levantamiento de los datos y el delineamiento de las trayectorias de acción —en la elaboración de sus trazos rugosos—.

El documento argumentativo fue organizado con apoyo del profesor Manuel. Su estructura contemplaba las siguientes partes:

- *Introducción*: Estaba constituida por un argumento que llame la atención del lector y que se relacione con la problemática. Tal argumento podría implicar una experiencia propia —o cercana— y su fin era que el lector tuviera el deseo de seguir leyendo el

⁷⁵ La infografía es considerada una representación visual informativa —o diagrama de textos escritos— que, en cierta manera, resume o explica figurativamente. En ella intervienen diversos tipos de gráficos y signos no lingüísticos y lingüísticos que forman descripciones, secuencias expositivas, argumentativas o narrativas, e incluso interpretaciones.

texto bajo la creencia de que a las personas, al leer historias, les gusta mucho saber cómo terminan.

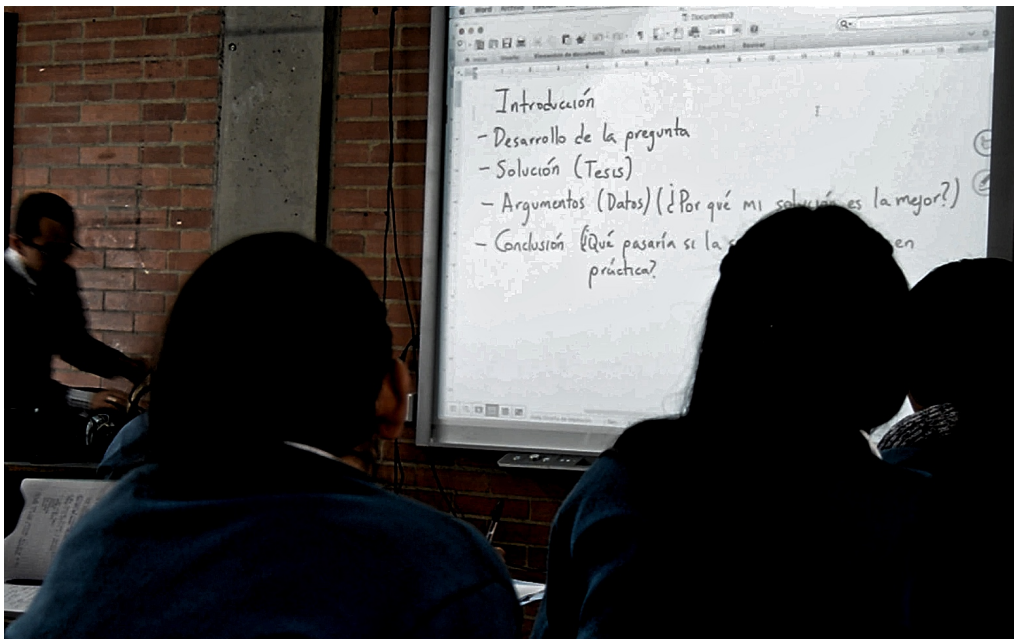
- *Desarrollo de la pregunta:* Dado que se había consolidado una problemática, el propósito en esta parte era presentar los razonamientos y datos que se habían consolidado en relación con tal problemática —a la manera de un marco teórico—.
- *Solución:* Con base en los argumentos exhibidos en la anterior parte se presentaba la posible solución a la problemática presentada. Tal solución podría denominarse *tesis*, dado que lo que estaba en el fondo era la idea de defender la solución presentada con los razonamientos realizados en la parte anterior.
- *Argumentos:* Estaban constituidos por los razonamientos y datos que se tenían. En esta parte resultaba importante contestar preguntas del estilo ¿por qué mi solución es la mejor? No responder esta pregunta podía ser un indicador de que la solución presentada no era tan buena.
- *Conclusión:* Se partía del hecho de que podían presentarse varias formas de concluir el texto; una de tales formas podía implicar una respuesta a la pregunta ¿qué pasaría si la solución no se pone en práctica?

En la Figura 18 puede verse la estructura del texto argumentativo descrita, que fue la que se desarrolló con el profesor Manuel.

En relación con la infografía, se sugirió tener en cuenta las planteadas en otras actividades del área de español. Además, se acordó que por el volumen y tipo de información que estaban adquiriendo los estudiantes debería prevalecer la creatividad, con el objetivo de que cualquier persona se sintiera atraída al verla y, al mismo tiempo, prestara atención a la información allí presentada.

De esta manera, el apoyo del profesor Manuel resultó determinante en la redacción del texto argumentativo y la creación de las infografías que los estudiantes fueron construyendo. Sin embargo, al considerar que su aporte en el proyecto ya se había realizado y que las consideraciones matemáticas eran algo que no dependía de él —además de colocar en consideración que como ese periodo académico ya terminaba él tenía la posibilidad de comenzar el nuevo periodo académico con un tema nuevo y propio de su área—, el profesor Manuel tomó distancia del trabajo que se venía realizando en el ambiente de modelación.

Figura 18: Estructura texto argumentativo



Fuente: Elaboración propia.

6.4 Reinterpretación de la situación soportada en consideraciones matemáticas y el desarrollo del problema

Paralelo a lo anterior, se consolidaba casi de manera natural —en algunos grupos con mayor ahínco— la *reinterpretación de la situación soportada en consideraciones matemáticas y el desarrollo del problema*. Si bien esta etapa surgió de manera casi natural, generó gran expectativa e intriga por parte de los estudiantes, pues se volcaron hacia el soporte de sus desarrollos con las matemáticas, de forma que lograran la mayor profundidad posible.

Cabe señalar que ni la formulación de las preguntas que le dieron sentido al problema o tema a desarrollar ni la consecuente profundización sobre las problemáticas, pueden considerarse como una actividad que resulta trivial para los estudiantes —hecho que evidencia la complejidad del proceso de trazar los trazos rugosos—, en parte porque los estudiantes no habían vivenciado mayores experiencias en las que ellos plantearan temáticas para abordar con las matemáticas. Como consecuencia de lo anterior, los grupos se caracterizaron por: i) mostrar gran interés por una temática sin lograr puntualizar suficientemente una problemática o establecer aspectos metodológicos y de procedimiento; ii) considerar que la buena valoración de su rol implicaba mostrar, ante todo, hechos matemáticos; iii) reformular problemáticas, dada

la escasa información obtenida, sin sacrificar sustancialmente el propósito de sus intereses; y iv) lograr pensar problemáticas de acuerdo con sus intereses, pero no interpretar adecuadamente la información con la que se pretende asumir sus investigaciones o indagaciones.

En relación con el primer aspecto, debe señalarse que los estudiantes no habían tenido mayores experiencias en las que ellos, de acuerdo con sus intereses, fueran los que plantearan qué investigar o indagar —menos en la clase de matemáticas—, pues su historia educativa indicaba que se habían formado bajo una idea que puede ser considerada como el paradigma del ejercicio (SKOVSMOSE, 2000). Por eso, alternativas a dicho paradigma como la modelación matemática desde una perspectiva socio crítica, e inclusive la clase invertida, podían generar —en principio— “resistencia” por parte de los estudiantes. Un ejemplo de este aspecto puede observarse con los grupos Brokling, Divas y Warrios:

- El grupo Brokling, al socializar sus avances, mostró un interés general por las implicaciones ambientales que podría conllevar un fenómeno como la sobrepoblación mundial, pero no logró delimitar un interés específico acerca de tales implicaciones —social, política, etc.—, lo que además les impidió puntualizar una pregunta.
- El grupo Divas, que al centrar su atención en una temática de gran interés infantil y juvenil —violencia intrafamiliar— no consideró aspectos metodológicos y de procedimiento de su población objeto de estudio —los infantes del colegio—, pues no podía entrar a realizar encuestas a los infantes sin el debido protocolo y acompañamiento. Este hecho reflejó la falta de experiencia al abordar este tipo de problemáticas.
- El grupo Warrios, pues no logró puntualizar —suficientemente— un cuestionamiento que les permitiera delimitar o acotar la problemática sobre qué hacer para que el cambio climático no fuera tan drástico.

En relación con el segundo aspecto, es posible que los estudiantes antepusieran a sus propios intereses —de indagación o investigación— el conocimiento matemático —o tal vez al desconocimiento— con el que podían abordar las problemáticas. Este hecho resulta determinante pues los estudiantes podían poner en consideración que en el contrato didáctico con el profesor tenían que mostrar “matemáticas” para que su experiencia fuera valorada positivamente. Este hecho se antepone, justamente, a la idea de pensar la clase como un espacio para construir nuevos conocimientos. Un ejemplo de esta circunstancia puede observarse con los grupos Maldita Sea y Magassa:

- El grupo Maldita Sea, que a pesar de tener una temática de gran interés juvenil — embarazo en adolescentes— mostró dificultad al plantear una pregunta que motivara el desarrollo del ambiente de modelación, pues los cuestionamientos iniciales (¿cuántas niñas quedaban embarazadas al año en Bogotá?, ¿cuántas de esas niñas abortaban?) podían estar resueltos de forma directa en informes estadísticos censales sobre el embarazo en adolescentes. En este caso, los estudiantes organizaron sus preguntas con base en una respuesta que implicaba un dato numérico directo. Dado el cuestionamiento realizado por el profesor Juan, en un segundo momento buscaron mostrar, con base en hechos matemáticos, qué tan cierta era la información encontrada en internet en relación con “entre menor sea la condición [socioeconómica], mayor es el número de [adolescentes] embarazadas”.
- El grupo Magassa, que al no lograr una delimitación del cuestionamiento, se apoyó en un informe del año 2014 para plantear el propósito del ambiente de modelación, pues consideró que podía hacer una comparación entre lo encontrado en el 2014 y lo que podía haberse establecido en el 2017; esta circunstancia le podía permitir la muestra de datos numéricos.

En correspondencia con el tercer aspecto, aunque los estudiantes lograron puntualizar cuestionamientos sin anteponer a sus propios intereses de indagación el conocimiento matemático, la información consultada no fue lo suficientemente clara para los grupos lo que les implicó reformular su pregunta. Un ejemplo de esta circunstancia puede observarse con el grupo Dinamita Girls quienes:

- Definen una pregunta que les implicaba una reinterpretación sobre el cambio climático soportada en consideraciones matemáticas; sin embargo, no logran entrever la profundidad que involucra entender el comportamiento de gases como el metano y el dióxido de carbono, circunstancia que les implicó cambiar el cuestionamiento inicial.

Finalmente, en relación con el cuarto aspecto, si bien los estudiantes también lograron puntualizar cuestionamientos sin anteponer el conocimiento matemático a sus propios intereses, la información consultada no fue lo suficientemente valorada por los grupos. Un ejemplo de esta circunstancia puede observarse con el grupo Cavaliers:

- Aunque el grupo Cavaliers logró puntualizar una pregunta que le implica una reinterpretación sobre la relación sobre población/agua potable soportada en

consideraciones matemáticas, no fue cuidadoso al interpretar la información encontrada, pues el agua potable existente en el planeta no era de 273 km³.

6.5 Análisis crítico de los desarrollos planteados

Como es de suponerse, los análisis se realizaron a lo largo del desarrollo del ambiente de modelación, pues cada vez que se avanzaba en las etapas, fue determinante —y evidente— el análisis reflexivo de cada uno de los grupos, lo que les permitió tomar posicionamientos argumentados sobre las problemáticas estudiadas. Además, resultó importante, pertinente y relevante destinar un espacio al final del ambiente para que cada uno de los grupos socializara a sus compañeros sus posiciones, reflexiones y conclusiones sobre la problemática desarrollada de manera crítica.

Dicho espacio se cristalizó en un debate organizado con todos los integrantes del curso. Para ello, y con base en los planteamientos de Skovsmose (1997), se consideraron las cuatro preguntas motivadoras que se relacionan en la Tabla 7.

Tabla 7: Preguntas para el debate

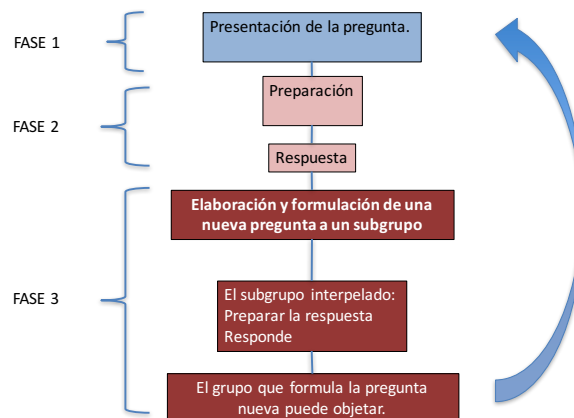
Pregunta	Propósito
Desde la problemática que ustedes como grupo trabajaron, ¿los desarrollos alcanzados y los cálculos matemáticos realizados son confiables para lograr los propósitos trazados?	Ir más allá de si los desarrollos y cálculos realizados son correctos y consistentes.
¿Podrían haber propuesto alguna solución sin matemáticas?	Dirigir la atención al hecho de que las técnicas formales y las matemáticas pueden ser herramientas no necesarias para alcanzar un fin.
¿Cómo los desarrollos alcanzados y cálculos matemáticos realizados han afectado su concepción sobre la problemática trabajada?	Centrar la atención hacia la idea del poder formativo de las matemáticas.
¿Para qué sirven las matemáticas?	Reflexionar sobre la manera en que nos posicionamos sobre el uso de las matemáticas.

Fuente: Elaboración propia.

Es necesario tomar en cuenta que el tiempo acordado para la realización del ambiente de modelación con los estudiantes del curso 11-X ya debía terminar, además de que el sindicato del Magisterio había declarado que para la siguiente semana se realizaría un paro indefinido.

Por tales razones, el profesor Juan y yo acordamos que tal debate debería desarrollarse con una metodología y un cronograma específico, pues solo teníamos una sesión para tal fin. Para ello, consideramos tres fases para cada pregunta: i) *presentación de la pregunta*, que fue el momento en el que el profesor Juan y yo señalábamos la pregunta y el orden de los grupos para dar respuesta —para cada pregunta el orden de los grupos fue diferente—; ii) *reunión en los grupos para reflexionar y responder como colectivo la pregunta*, para lo que los grupos tenían cinco minutos para reflexionar y dos minutos más para contestar; y iii) *contra pregunta*, consistente en que un grupo —previamente establecido— tenía la opción de elaborar y formularle una nueva pregunta a otro grupo —para cada pregunta el grupo que formulaba la nueva pregunta fue diferente— que tenía un tiempo para reflexionar y contestar, luego de lo que el grupo que realizaba la nueva pregunta tenía espacio para objetar o hacer observaciones si lo consideraba necesario. En la Figura 19 se representan tales fases.

Figura 19: Diagrama de organización del debate



Fuente: Elaboración propia.

Resulta esencial señalar que si bien la actividad del debate podría considerarse pragmática —pregunta-respuesta-contra pregunta...—, resultó importante para los estudiantes más allá de los problemas de tiempo que teníamos en ese momento, pues fue una forma de despedirse del proyecto que ellos mismos habían venido consolidando y en el que la sensibilidad que mostraron por cada una de las problemáticas fue significativa. Al final del debate los grupos expusieron infografías elaboradas por ellos mismos, que se presentan en la Figura 20.

Figura 20: Infografías



Fuente: Trabajos de los estudiantes.

De esta manera, y con el ánimo de caracterizar el conocer reflexivo, me resultó determinante presentar un retrato de la creación y desarrollo del ambiente de modelación, que a su vez se constituyó —en términos metafóricos— en parte de los trazos rugosos que permitirían profundizar en las problemáticas establecidas. En el siguiente capítulo presento reflexiones preliminares con las que busco, a partir de los actos dialógicos, caracterizar el conocer reflexivo que desarrollan estudiantes que viven en condiciones de vulnerabilidad social en ambientes de modelación matemática desde una perspectiva socio crítica.

Capítulo Séptimo

DETALLANDO LOS DIÁLOGOS

Figura 21: Diálogos colectivos



Fuente: Elaboración propia⁷⁶.

Con esta fotografía, que evoca a los estudiantes del curso 11-X dialogando, introduzco el Capítulo Sexto en el que, bajo un pensamiento de Immanuel Kant, busco presentar los actos dialógicos de los estudiantes durante el desarrollo del ambiente de modelación.

⁷⁶ Fotografía propia tomada en marzo de 2016.

En el capítulo anterior se presentaron elementos constitutivos tenidos en cuenta en la creación y desarrollo del ambiente de modelación matemática, cuya importancia radica en establecer las bases que cimentaron la *situación dispuesta* (SD), que a su vez permitió, como un primer nivel de análisis, esbozar, delimitar y sistematizar el “corpus” de datos, en tanto relato que vincula el conjunto de datos, textos y materiales que resultaron determinantes para la investigación. Por ello, en el presente capítulo, y como un segundo nivel de análisis, se aborda al diálogo como un proceso que permita establecer relaciones entre las actuaciones de los participantes de la investigación. Tal nivel se presenta, además, teniendo como tela de fondo la siguiente frase de Immanuel Kant:

Vemos las cosas, no como son, sino como somos nosotros

Para ello, tuve en cuenta al menos dos hechos. El primero hace alusión a lo expresado en el Capítulo Segundo en relación con la idea de entender a la escuela como un centro social, político y educativo en el que, entre otros aspectos, los actores posibilitan el diálogo intersubjetivo, constructivo y participativo. El segundo, señalado en el Capítulo Cuarto alrededor del carácter metodológico, considera que al hacer referencia al proceso analítico de reconsiderar la *situación imaginada* (SI) a través de la SD, la investigación requiere del diálogo entre todos los actores que participan en ella.

En concordancia con los dos hechos anteriores, encuentro en autores como Fávero, Fávero y Rossetto (2007) —quienes siguen la línea de pensamiento del filósofo, psicólogo y pedagogo norteamericano Jhon Dewey— que la educación debe comportarse como investigación, pues de esta manera el acto de educar no se reduciría a un mero producto final —final y muerto—; por el contrario, estos autores defienden la tesis de que cuando la educación es supervalorada, los estudiantes pueden, entre otros aspectos, problematizar, involucrarse en cuestionamientos por sí mismos, crear hipótesis, desarrollar alternativas de solución y realizar reflexiones cooperativas. Para estos autores, el “cómo” —¿cómo investigar?— tiene sentido en el acto de educar a través del diálogo, pues actitudes como “... expresar sus propias ideas, escuchar las ideas de otros, ponderar los comentarios y superar la sensación de que lo que tienen para decir es absurdo o irrelevante son indicativos de que el diálogo es un camino para la investigación” (FÁVERO; FÁVERO; ROSSETTO, 2007, p. 10).

Al indagar por propuestas que me permitieran orientar la interacción que se refleja en los grupos a partir de la actividad de modelación, me implicó considerar el diálogo como un elemento importante. Un ejemplo de lo anterior, que tiene relación con la importancia atribuida

a la comunicación en actividades de modelación matemática y a las interacciones en el aula de matemáticas, lo podemos encontrar en los desarrollos de autores como Ferruzzi y Almeida (2015), quienes reportan que aquellas interacciones que pueden ser caracterizadas como “diálogos” favorecen el aprendizaje. Particularmente, las autoras consideran que en este tipo de interacción las acciones que realizan los estudiantes son muchas veces explicadas para el otro en tanto que actúan como auxiliadoras al tiempo que como reorganizadoras del pensamiento, de forma que promueven tanto la estructuración del pensamiento —toda vez que un sujeto generalmente hace una reflexión de su pensamiento al hacerse entender— como nuevos aprendizajes —pues al encontrarse con su propio discurso, y con sus escritos, es posible observar, por ejemplo, un procedimiento equivocado y corregirlo por sí solo, como si fuera una interacción consigo mismo—.

7.1 Introducción al análisis de los datos desde la mirada de los actos dialógicos

Pensar una caracterización del conocer reflexivo con base en el marco hasta aquí esbozado implica, como ya lo señalé, alejarme de posturas educacionales presas de una transmisión asimétrica de conocimientos y que actúan como si el conocimiento estuviera ya elaborado y fuera pasado del educador al estudiante, y como si la comprensión del conocimiento y del mundo fuera algo acabado, dado y perfectamente explicable. Por el contrario, asumir tal propósito de la manera en que lo he señalado, me ha implicado estar ligado a un permanente esfuerzo teórico-metodológico que exige diálogo, reflexión y reestructuración permanente (TONIETO, 2007).

Para Alrø y Skovsmose (2004, 2006, 2012), el diálogo se define “como una forma de comunicación que requiere condiciones específicas: está asociada a un proceso de indagación, incluye toma de riesgos y mantiene la igualdad” (ALRØ; SKOVSMOSE, 2012, p. 120); es decir, entender el diálogo desde la mirada de estos autores implica:

- Un proceso de indagación cuyo propósito es obtener nuevas comprensiones, toda vez que cada uno de los participantes del diálogo actúa hacia sus compañeros y hacia el tema en consideración —en este caso particular, en el ambiente de modelación matemática— con curiosidad, sentido crítico y ponderación reflexiva.

- Correr riesgos pues, por ejemplo, es posible llegar a asumir asuntos delicados y no previstos, tener riesgo de perder el control y de llegar a un punto muerto, entre otros aspectos.
- Mantener la igualdad al incluir respeto por la diversidad, pues no debería estar definido por la autoridad; por el contrario, debe ser un proceso dinámico entre compañeros que se comunican.

Lo anterior me permite señalar que a través del diálogo se posibilita la reflexión —y, en mi caso, el conocer reflexivo— y no al contrario —la reflexión es la que posibilita el diálogo—. Al respecto, Lipman, Sharp y Oscanyan (1994, p. 44) señalan:

Cuando las personas se envuelven en un diálogo, son llevadas a reflexionar, a concentrarse, a llevar en cuenta las alternativas, a oír cuidadosamente, a prestar más atención a las definiciones y a los significados, a reconocer alternativas en las cuales no habían pensado anteriormente y, en general, realizar un gran número de actividades mentales en las cuales no se habrían envuelto si la conversación no hubiese ocurrido.

Desde esta mirada, el diálogo puede considerarse como una forma de comunicación con algunas cualidades que posibilitan una caracterización del conocer reflexivo. Para ello, resulta determinante la noción de *acto dialógico*. Alrø y Skovsmose (2004, 2006, 2012) establecen, a partir de investigaciones, ocho actos dialógicos que, por una parte, no deben considerarse como únicos, y por otra, constan de un desarrollo que no se da en un orden rígido y preestablecido. Dichos actos son: *entrar en contacto, localizar, identificar, defender, pensar en voz alta, reformular, controvertir y evaluar* (ALRØ; SKOVSMOSE, 2012)⁷⁷. A continuación, se esbozan dichos actos dialógicos:

Entrar en contacto es definido como “*estar presente y prestarle atención al otro y a las contribuciones de los demás en una relación de respeto mutuo, responsabilidad y confianza*” (ALRØ; SKOVSMOSE, 2004, p. 101). Lo anterior implica considerar que, más allá de la consciencia de lo que ocurre en la conversación, los participantes en el diálogo pueden valorar los aportes del otro —o de los otros—. De esta manera, puede decirse que este acto sucede cuando hay compromiso con la actividad, en la que se evidencia una forma mutuamente positiva

⁷⁷ En Alrø y Skovsmose (2004) son presentados en inglés como *getting in contact, locating, identifying, advocating, thinking aloud, reformulating, challenging y evaluating*; mientras que en Alrø y Skovsmose (2006) son presentados en portugués como: *estabelecer contato, perceber, reconhecer, posicionar-se, pensar alto, reformular, desafiar y avaliar*.

de relacionarse entre los participantes durante su cooperación, haciéndolos abiertos a la investigación. Para Milani (2015), en este acto entran en cuestión aspectos emocionales, pues los participantes deben sentirse confortables en la posición que ocupan; así, el sentimiento de desconfianza —cuando no es explicitado— o el control de la investigación por uno de los participantes son señales de que el contacto fue roto. Además, se puede señalar que no hay contacto entre los participantes en el caso de que uno de ellos no consiga convencer al otro —por ejemplo, cuando el profesor sugiere una perspectiva para resolver el problema y esta no es aceptada por los estudiantes— de que su perspectiva es una posibilidad de desarrollo o una forma de encaminar la actividad, aun cuando esto no quiera decir que debe forzarse al otro a pensar de un determinado modo.

El hecho de que en una comunicación pueden evidenciarse situaciones que no habían sido tenidas en cuenta inicialmente conlleva al acto de *localizar*, que es definido como “un proceso de *examinar posibilidades e intentar cosas*” (ALRØ; SKOVSMOSE, 2004, p. 102, énfasis de los autores). Este acto permite ubicar aspectos de los que no se tenía consciencia, de forma que permite considerar la posibilidad de examinar nuevas circunstancias y nuevos hallazgos —ser consiente de—. Para Milani (2015), este acto es un proceso consistente en expresar perspectivas y hacerlas visibles en la interacción entre los participantes. Además, esta misma autora menciona que antes de considerar si una perspectiva es útil o no, debe ser comprendida. Este proceso de comprensión no necesariamente es inmediato a la enunciación de tal perspectiva pues, al escuchar, el interlocutor presta atención e intenta entender y asimilar lo que fue dicho, de forma que puede —de ser necesario— hacer preguntas a quien está comunicando dicha perspectiva; de hecho, para esta autora, las preguntas manifiestan curiosidad aun cuando puedan no tener respuesta inmediata—.

Por otra parte, en el momento en que el acto de localizar se constituye en centro de atención en tanto que permite ubicar aspectos de los que no se tenía consciencia, invita a iniciar una indagación sobre dichos aspectos, aunque con una mayor profundidad; este proceso puede llevar, de manera paralela, a *identificar* o reconocer cosas que no habían sido consideradas antes. Para Alrø y Skovsmose (2004, p. 105), “en cierto sentido, el proceso de identificación es más claro que el proceso de localización, ya que incluye una cristalización de las ideas matemáticas y una apertura a preguntas del estilo por qué como actuación consecutiva a preguntas como qué pasaría si”, lo que puede implicar que luego de la localización se identifique el asunto y se haga accesible a todos los que intervienen —inclusive es posible ahondar en dicho asunto—. Para Milani (2015), el acto de identificar envuelve el proceso de

detallar una perspectiva en la que son expresadas sus particularidades e implicaciones para la investigación, pues es la posibilidad de adentrarnos en un aspecto y conocer lo que hay especial en ella, “como en un movimiento de aproximación —zoom in—” (MILANI, 2015, p. 22). Además, esta autora señala que el acto de identificar involucra esfuerzos de explicación, justificación y delineamiento de las ideas —especialmente matemáticas—. Así, este acto se convierte en un proceso más explicativo que el acto de *localizar*, pues las ideas se constituyen de manera clara y precisa.

Ahora bien, llegar a consensos en un diálogo no es lo único importante, pues en él también es posible evidenciar diferencias entre las partes, lo que implica que en muchos casos un interlocutor tome distancia de lo propuesto por el otro. Esta posibilidad de encontrar puntos de divergencia favorece la ampliación de las miradas y posicionamientos teóricos; es decir, implica *defender* la toma de posición frente a una circunstancia en particular y determinar hasta dónde una idea o una sugerencia halla apoyo en ‘buenas razones’. Para Alrø y Skovsmose (2004, p. 63), *defender* es “presentar ideas o puntos de vista no como la verdad absoluta, sino como algo que puede examinarse”, y señalan que al debatir, los participantes pueden exponer con claridad sus perspectivas y argumentar en favor de ellas a través de justificaciones admisibles.

Cuando los participantes manifiestan sus pensamientos e ideas con respecto al proceso de indagación nos adentramos al acto de *pensar en voz alta*, pues este acto implica expresar públicamente los pensamientos, las ideas y las emociones. Así, “pensar en voz alta puede entenderse como una forma particular de *hacer público el pensamiento*” (ALRØ; SKOVSMOSE, 2004, p. 107, énfasis de los autores). Milani (2015) menciona que en este acto se busca, por una parte, la verbalización de los argumentos que uno de los participantes utilizó para concluir sobre un asunto o perspectiva, y por otra, hacer pública una perspectiva; en cualquiera de los dos casos, se posibilita que tal asunto o perspectiva sea investigada. Además, esta autora señala que en ocasiones, y de acuerdo con el tipo de recurso utilizado en la actividad, el modo de *pensar en voz alta* es diferente de aquel que ocurre cuando el recurso no es utilizado, pues tal recurso acaba por integrarse a su forma de hablar y, de esta manera, se posibilitan nuevas formas de aprendizaje —entre otros aspectos—⁷⁸.

⁷⁸ Según la RAE, el término “recursos” hace referencia al conjunto de elementos disponibles para resolver una necesidad o llevar a cabo una empresa. En este sentido, dentro de los recursos que los estudiantes usaron podemos encontrar gráficas, infografías, notas en cuadernos, notas en

Adicionalmente, cabe la posibilidad de que las discusiones permitan *reformular* algunas ideas. En este acto dialógico se busca ratificar lo que se ha dicho anteriormente, de forma que se centre el enfoque en las ideas principales y se mejore la argumentación. Para Alrø y Skovsmose (2004, p. 108), este acto significa “repetir lo que se acaba de decir, tal vez con palabras o tono de voz ligeramente diferentes”. Milani (2015) señala que cuando uno de los integrantes verbaliza su perspectiva la hace comprensible, razón por la que los demás integrantes pueden tener un entendimiento sobre la misma; en ese momento, y con el objetivo de verificar que lo que fue enunciado es lo que realmente fue comprendido, la perspectiva es reformulada por los integrantes que la escuchan. De tal manera, el acto de *reformular* es, para esta autora, un proceso que busca conseguir una comprensión sobre una determinada perspectiva que sea compartida por todos los integrantes que participan en el diálogo.

Dado que la intención de un diálogo no puede ser el convencimiento del otro, se hace preciso ser capaces de *controvertir*—cuestionar el conocimiento ya establecido—, de situarnos reflexivamente y debatir los argumentos que hemos aceptado, aun cuando la controversia pueda llevarnos hacia otra dirección que no hemos considerado. Al respecto, Alrø y Skovsmose (2004) mencionan que en este acto dialógico se pretende colocar argumentos “en una nueva dirección o para cuestionar conocimientos ya adquiridos o perspectivas fijas” (ALRØ; SKOVSMOSE, 2002, p. 109). Por su parte, Milani (2015) señala que el desafío de colocar argumentos en una nueva dirección puede ocurrir con preguntas del estilo “qué ocurre si ...”, pues ellas podrían llevar a otros argumentos y a un re-examen de los aspectos y perspectivas ya consolidadas.

El último acto dialógico definido por Alrø y Skovsmose (2004) es el de *evaluar*, que no debe ser considerado como último en tanto que puede estar presente de manera transversal. Este acto presume una posición crítica que puede favorecer discusiones que clarifiquen lo desarrollado, de manera que se valide el proceso desarrollado. Para Alrø y Skovsmose (2004, p. 110), en este acto dialógico “la parte emocional y epistémica de un proceso de investigación se juntan” pues, de acuerdo con Milani (2015), el acto de evaluar puede ocurrir de diversas formas, como por ejemplo al discutir alrededor de errores, al apoyar argumentos e ideas, al hacer crítica o al dar consejos.

presentaciones elaboradas en Power Point, entre otros, que acabaron —en muchas ocasiones— integrándose a su forma de expresar sus pensamientos, ideas y emociones.

De acuerdo con la metáfora que le da vida a este capítulo, “ver las cosas” —verlas a partir de cómo somos nosotros— tiene sentido desde el análisis de los datos. Así, en el siguiente apartado presento diálogos desarrollados por los integrantes de diferentes grupos con el ánimo de establecer actuaciones que permitan caracterizar el conocer reflexivo.

7.2 Viendo y viviendo los diálogos de los estudiantes

De acuerdo con la idea de ver y vivir los diálogos de los estudiantes, resulta relevante seleccionar y condensar la información mediante la expresión de un conocimiento básico y profundo de la realidad estudiada. Dado que en la sección “Reinterpretación de la situación soportada en consideraciones matemáticas y el desarrollo del problema” —en el Capítulo Sexto— se presentó una categorización de los grupos a partir de la forma como cada grupo interpretó lo que deberían haber realizado, considero importante organizar los datos a partir de tal ordenamiento. Por tanto, en la Tabla 8 relaciono tal categorización con los grupos y con sus problemáticas —o temáticas— a desarrollar.

Tabla 8: Categorización de los grupos a partir de la formulación de las preguntas que le dieron sentido al problema o tema a desarrollar y la consecuente profundización sobre las problemáticas

Interpretaciones de los grupos sobre lo que debería ser realizado	Grupos	Problema o tema a trabajar
Mostrar gran interés por una temática sin lograr puntualizarla suficientemente o establecer aspectos metodológicos y de procedimiento	Brokling	Sobrepoblación mundial
	Divas	Violencia intrafamiliar
	Warrios	Cambio climático
Considerar que la buena valoración de su rol implicaba mostrar, ante todo, hechos matemáticos	Maldita Sea	Embarazo en adolescentes
	Magassa	Violencia intrafamiliar
Reformular problemáticas en virtud de la escasa información obtenida, sin sacrificar sustancialmente el propósito de sus intereses	Dinamita Girls	Cambio climático
Pensar problemáticas de acuerdo con sus intereses pero no interpretar adecuadamente la información con la que se pretende asumir las investigaciones o indagaciones	Cavaliers	Sobrepoblación mundial

Fuente: Elaboración propia.

De acuerdo con esta categorización, considero pertinente seleccionar como unidades de análisis a los grupos *Dinamitas Girls* y *Cavaliers*. Para ello, identifiqué patrones comunes en relación con i) los problemas o temas comunes a trabajar (problemáticas que recaían en consideraciones ambientales), ii) con la categorización ya mencionada, problemáticas que estuvieran en concordancia con sus intereses y iii) la forma como el profesor Juan se relacionó con los grupos. Además, tales patrones comunes se establecieron mediante la búsqueda de relaciones con la pregunta de investigación a medida que fui abordando y estudiando el corpus de la información obtenida.

7.2.1 *Dinamita Girls*

La motivación para escoger a este grupo obedece a que resultó llamativo que sus integrantes, a pesar de ser nuevas en el curso 11-X, mostraron cohesión y responsabilidad como grupo en el desarrollo del ambiente de modelación. Tal cohesión resultaba aún más interesante si se partía del hecho de que, según el profesor Juan, antes de participar en la investigación las *Dinamitas* no presentaban tal grado de unión y apoyo entre ellas y sus desempeños en la clase de matemáticas no eran como los presentados en la investigación. Además, debo señalar que en las diferentes etapas mostraron actitudes sensibles y reflexivas frente a la temática que abordaron.

El grupo *Dinamita Girls* estuvo conformado por las estudiantes Alejandra, Marx y Sharit⁷⁹, y fue el único grupo conformado solo por tres estudiantes, debido a que cada una estudió el grado escolar anterior —décimo grado— en un grupo diferente a aquel en que estuvieron en el año 2017, y cuando llegaron al curso 11-X decidieron conformar un grupo independiente, dada su condición de nuevas en el curso. En relación con el nombre del grupo, se debe a que en su conformación una de las integrantes propuso un nombre que diera la idea de una mezcla explosiva, razón por la que apareció la palabra *Dinamita*; así, el nombre indica una mezcla explosiva de mujeres jóvenes.

⁷⁹ Para conservar absoluta reserva de la identidad de los participantes, los nombres aquí consignados no corresponden a los reales. No obstante, es importante resaltar que cada participante escogió su seudónimo. En caso de necesitar una referencia al profesor investigador, se hará mediante el uso de su verdadero nombre: Gabriel.

7.2.1.1 Describiendo el actuar de las Dinamita Girls

En correspondencia con la etapa “Escogencia del problema o tema a trabajar, que otorga gran importancia al macro y micro contexto” que les permitiera centrar la problemática a estudiar, el grupo de las Dinamita Girls decidió enfocarse en el cambio climático. Sin embargo, como veremos en el siguiente fragmento⁸⁰ de una entrevista realizada al final del desarrollo del ambiente —en la que se les interrogó acerca de las razones por las que habían privilegiado la problemática sobre el cambio climático frente a otras alternativas—, la decisión de trabajar dicha temática no fue inmediata.

{D1-1}: **Gabriel.** Yo recuerdo que cuando ustedes escogieron la problemática no había consenso, estaba también, por ejemplo, la idea del embarazo en adolescentes ... [en ese momento es interrumpido por Marx y no logra hacer la pregunta: ¿Por qué privilegiaron esta problemática sobre el cambio climático, y por qué desistieron de reflexionar sobre el embarazo en la adolescencia?].

{D1-2}: **Marx.** Es que la verdad... yo en mi caso, no le veo... es problema de ellos..., o sea, yo no le veo gran importancia porque además yo también tuve una prima que tuvo [bebé] a temprana edad..., pero como normal... ya eso se está volviendo como cotidiano...

{D1-3}: **Alejandra.** Eso es decisión de cada uno...

{D1-4}: **Marx.** Y como siempre es a tomar ese tema... pobrecitas las muchachas que de verdad están embarazadas, como que le están replicando... ah pilas... es por esto y es por esto y son tantas [cosas]... no, no, no me gustó esa idea, no me gustó.

{D1-5}: **Gabriel.** Usted comparte la idea de que aún hay desinformación frente a ese tema.

{D1-6}: **Alejandra.** No porque nos están informando a cada rato de eso... pues uno... se atiende a las consecuencias, porque a uno le repiten y le repiten, entonces pues eso ya es decisión de cada uno.

...

{D1-7}: [Mientras Marx y Alejandra exponen sus ideas, Sharit todo el tiempo escucha con atención a sus compañeras y las observa con curiosidad].

⁸⁰ Para facilitar el análisis, se codificó cada línea del fragmento con el símbolo "{Xi-j}", donde *X* hace referencia al grupo, *i* al número del fragmento y *j* a la línea específica del fragmento. A manera de ejemplo, {D8-13} indicará lo expresado por el grupo Dinamitas Girls en la línea 13 del fragmento 8.

En el anterior fragmento podemos evidenciar actos dialógicos. Por ejemplo, se percibe que Alejandra, en la línea {D1-3} valora y apoya la contribución de Marx en relación con el por qué no trabajaron sobre el embarazo en la adolescencia. En esta línea, Alejandra *entra en contacto* con el pensamiento de Marx, que señala que ese problema “es problema de ellos” —los directamente afectados—, pues valora el aporte realizado por Marx y busca complementarlo, como en {D1-3} —“es decisión de cada uno”— o en {D1-6} —“pues uno ... se atiene a las consecuencias porque a uno le repiten y le repiten, ...”—. Este hecho se radicaliza en {D1-4}, cuando Marx va más allá de considerar el problema en términos del otro, pues ciertamente es un “grito” a la no vulneración de los realmente afectados, particularmente de “las muchachas que de verdad están embarazadas”, pues es una circunstancia que se da de forma mutuamente positiva entre las dos.

Esta idea sobre el embarazo en adolescentes que les permite *entrar en contacto* a Alejandra y a Marx, va en correlación con estudios como el presentado por entidades como Plan Internacional y Unicef (2014), en el que señalan que si bien las disposiciones normativas de los países que participaron⁸¹ reconocen a las y los adolescentes como sujetos de derechos, se identifican construcciones sobre la adolescencia que van en contraposición de tal reconocimiento. Algunas de las construcciones reportadas son:

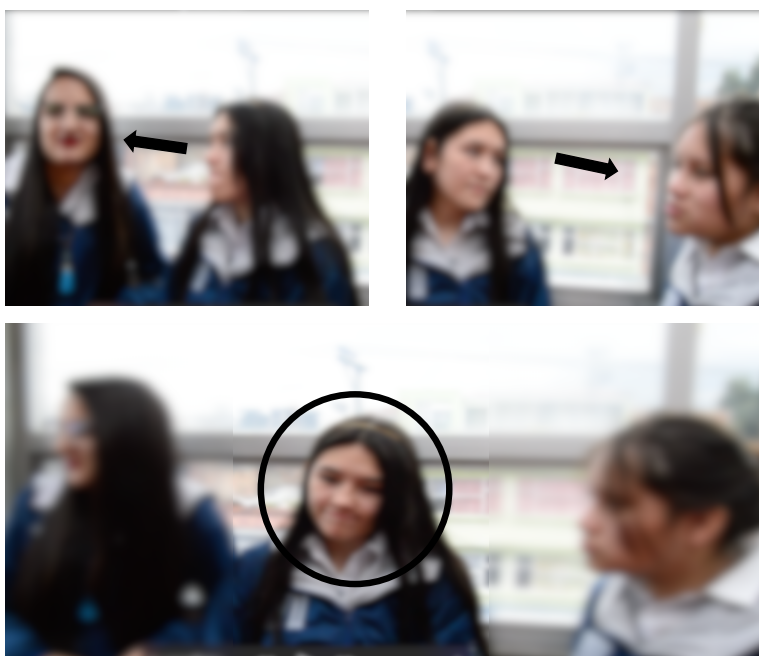
- *El adolescente infantilizado/a*, incapaz de tomar decisiones y asumir su autocontrol, que debe ser sujeto de protección.
- *La adolescencia como perversa e instintiva*, que define al adolescente como sujeto de control. En este caso, la norma de control se centra en buscar el retraso de las relaciones afectivas y las sexuales —su frecuencia, el aplazamiento de la unión y la edad adecuada para la maternidad/paternidad—.
- *La adolescente mujer como víctima* y, por lo tanto, como sujeto de intervención. Se la asume como incapaz de decidir correctamente, pues desde su situación de vulnerabilidad no reconoce los peligros ni puede enfrentar las situaciones de riesgo.

⁸¹ El informe se basa en seis estudios cualitativos sobre factores sociales, culturales y emocionales que inciden en el embarazo en adolescentes en contextos rurales, indígenas, afrodescendientes y periurbanos de Brasil, Colombia, Guatemala, Honduras, Paraguay y República Dominicana.

Cabe señalar que la postura que defiende Marx, y que es claramente valorada por Alejandra, permite intuir que el embarazo adolescente no es realmente un problema para ellas, pues esta circunstancia es naturalizada en parte por su experiencia cercana y familiar —“además yo también tuve una prima que tuvo [bebé] a temprana edad ... pero como normal”—.

De acuerdo con los hallazgos encontrados por Plan International y Unicef (2014), lo anterior ilustra que la familia sigue siendo la única instancia de apoyo que tienen las adolescentes embarazadas y madres. Por ejemplo, según este informe, muchas de las familias terminan aceptando la situación, incluso frente a circunstancias difíciles, y acogen a la adolescente, a su bebé y, en algunos casos, a su pareja.

Figura 22: Sharit mirando y escuchando a sus compañeras.



Fuente: Elaboración propia

Al mismo tiempo, se observa en la Figura 22 —al hacer referencia a la línea {D1-7}— que Sharit ve cómo el control de la actividad es asumido por sus compañeras, que es una circunstancia que, de acuerdo con las ideas de Milani (2015), evidencia que en este caso el acto de *entrar en contacto* está roto. Sin embargo, cuando Sharit “escucha con atención a sus compañeras y las observa con curiosidad” tiene la oportunidad de considerar aspectos que no había problematizado o que hasta el momento no había exteriorizado, por lo que se da la oportunidad de pensar, explorar y examinar esas otras posibilidades. Esta particularidad la pone

a puertas del acto dialógico de *localizar* pues, como lo manifiesta Milani (2015), el interlocutor —en este caso Sharit— presta atención e intenta entender y asimilar lo que fue dicho.

Por otra parte, cuando Alejandra objeta que aún “hay desinformación” sobre el embarazo en adolescentes —{D1-6}—, cierra la posibilidad de considerar y examinar nuevas circunstancias. De hecho, en la línea {D1-5}, al buscar la sugerencia y la generación de inquietudes a las Dinamitas sobre una perspectiva diferente, Gabriel encuentra que su insinuación no es aceptada ni por Marx ni por Alejandra —no *entran en contacto*—. Por el contrario, en la intervención expresada en la línea {D1-6}, Alejandra busca *defender* la idea que han venido exponiendo con Marx —“No porque nos están informando a cada rato de eso”—.

Desde otra perspectiva, el planteamiento expuesto por Marx en la línea {D1-4}, apunta a la capacidad de cuestionar el conocimiento ya establecido —en este caso el de considerar el embarazo en adolescentes como una problemática digna de ser reflexionada—, pues a juicio de Alejandra y Marx se presenta como una excusa para que “le estén replicando” a los —y las— verdaderos involucrados sobre sus acciones. Esta circunstancia nos permite adentrarnos en el acto de *controvertir*, pues coloca pensamientos, palabras y reflexiones en otras direcciones que comúnmente no son consideradas, lo que presume una posición crítica que puede favorecer discusiones que clarifiquen las decisiones tomadas y los procesos desarrollados.

En relación con la problemática que buscaron desarrollar, se manifiesta una preocupación importante por el cambio climático. Tal sensibilidad sobre este fenómeno ambiental se observa en la Figura 23, correspondiente a un trecho de la justificación dada por las Dinamitas presentada en un informe escrito.

Figura 23: Trecho 1, justificación de la temática por parte de las Dinamita Girls

El día sin carro en Bogotá se recuerda por la capa de smog que inundaba la ciudad, al ver esta situación surgió una preocupación sobre el cambio climático, no solo por el surgimiento de este, sino porque en el mes de febrero y marzo se reflejó en toda la ciudad y en el país un rígido golpe del clima. Se han hablado de causas naturales como erupciones volcánicas, cambios en la actividad solar, etc. Pero más allá de este cambio climático, se esconde una tragedia aun peor, en donde uno de los gases que hace que las temperaturas cambien constantemente es el metano.

Fuente: Fotografía de un fragmento del informe escrito presentado por las Dinamitas.

De esta manera, tal preocupación —que nace de dos circunstancias particulares en relación con el estado del tiempo que vivenciaban por aquellos días los Bogotanos— se convirtió en el detonante que llevó a las Dinamitas a considerar como propia una problemática de sensibilidad mundial; es decir, las dos circunstancias de carácter local —podríamos decir, propias de su meso contexto⁸²— las llevan a asumir como una problemática propia —asumiéndola como parte de su micro contexto⁸³— una problemática que es transversal a aquel carácter local —propia del macro contexto⁸⁴—.

La primera de tales circunstancias particulares estuvo relacionada con que Bogotá tuvo el día 2 de febrero del año 2017 la primera versión del día sin carro, que buscó desincentivar el uso del automóvil bajo la premisa de que tal práctica, realizada de manera masiva y constante, producía daños en el medio ambiente. Por otra parte, Bogotá afrontó el 8 de febrero de 2017 uno de los días más calientes de su historia, lo que se constituye en un dato para nada despreciable pues, según informes del Instituto de Hidrología, Meteorología y Estudios Ambientales —IDEAM—, en esos días la temperatura en Bogotá estuvo por encima de los promedios máximos para la época. Estas circunstancias resultaron vitales para que las Dinamita centraran su atención sobre esta problemática.

La anterior circunstancia concuerda con estudios como los presentados por la Administración Nacional Oceánica y Atmosférica (2018) —NOOA, por sus siglas en inglés⁸⁵— que, al hacer un reporte global del clima para el año 2017, señalan que en ese año la temperatura promedio global —sobre superficies terrestres y oceánicas— fue la tercera más alta desde que comenzaron a llevarse registros confiables en 1880. En la misma dirección, Fountain, Patel y Popovich (2018) señalaron en su reporte en el periódico *The New York Times* que los científicos de la NASA clasificaron al año 2017 como el segundo más caliente de acuerdo con

⁸² El meso contexto, dentro de este documento, se concreta en las temáticas y problemáticas sociales, culturales, políticas, organizacionales y económicas establecidas en la localidad, y el colegio, en la que viven y conviven los estudiantes.

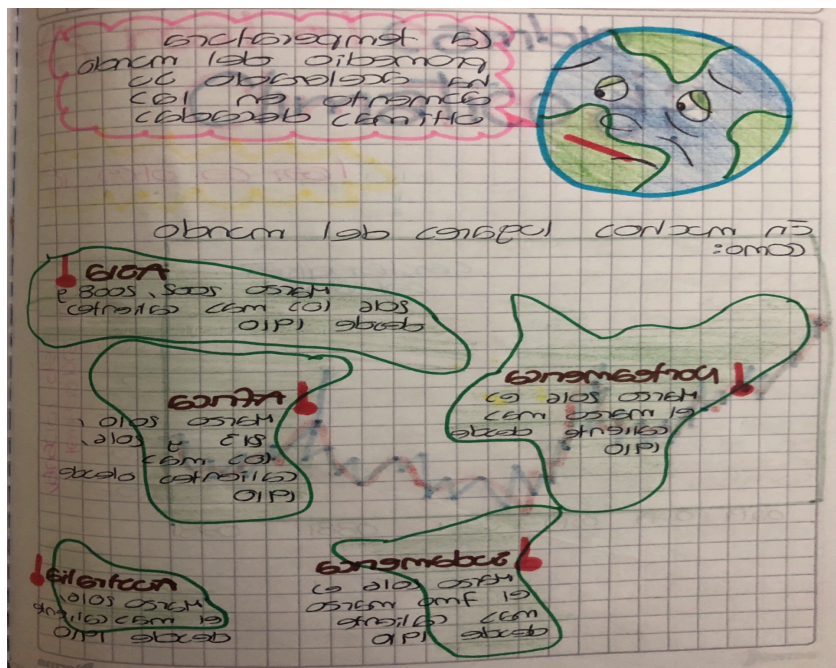
⁸³ El micro contexto, dentro de este documento, abarca las temáticas y problemáticas sociales, culturales, políticas, organizacionales y económicas que resultan relevantes para los estudiantes en tanto temáticas o problemáticas a desarrollar en el ambiente de modelación.

⁸⁴ El macro contexto, en este documento, se concreta en las temáticas y problemáticas sociales, culturales, políticas, organizacionales y económicas establecidas en Colombia y el mundo que, en el caso del ambiente de modelación a desarrollar, se vuelven particularmente relevantes.

⁸⁵ La NOAA es una agencia científica del Departamento de Comercio de los Estados Unidos, cuyas actividades se centran en las condiciones de los océanos y la atmósfera.

los registros realizados desde el año de 1880, para lo que se aclara que la diferencia que existe entre los informes de la NOAA —que señala al 2017 como el tercer año más caliente— y la NASA —que señala al 2017 como el segundo año más caliente— se debe a que usan métodos analíticos distintos. Tal situación no es ignorada por las Dinamita, como puede observarse en la Figura 24, correspondiente a una imagen tomada del cuaderno de Sharit en la que se ratifica un reconocimiento sobre el hecho de que la temperatura promedio del mundo ha acelerado su aumento en las últimas décadas.

Figura 24: La temperatura promedio del mundo ha acelerado su aumento



Fuente: Fotografía propia, tomada del cuaderno de Sharit.

Además, en las indagaciones que realizaron en la etapa “Desarrollo de una investigación exploratoria” encontraron que dentro de los gases más contaminantes para el medio ambiente están el metano y el dióxido de carbono. Este proceso les permitió expresar una idea alrededor del cambio climático y hacerla visible, lo que las acercaba al acto de *localizar*, pues ubicaron un aspecto de los que no se tenía consciencia, de forma que les hizo considerar la posibilidad de examinar nuevas circunstancias y nuevos hallazgos —ser consiente de—, lo que las llevó inicialmente a la pregunta {D2-1}:

{D2-1}: ¿Cuál será la fecha en la que los gases metano y dióxido de carbono superarán el límite apto para el consumo humano?

Sin embargo, y como lo manifiesta Milani (2015), en este acto una perspectiva debe ser comprendida antes de considerar si es útil o no. Particularmente, Alejandra, Marx y Sharit consiguieron ubicar un aspecto tan sensible para la humanidad como el calentamiento global como un hecho a explorar, de forma que se dio la posibilidad de cuestionarse un aspecto del que no se tenía mayor consciencia a pesar de revestir una importancia mundial, pues estos dos gases son claramente considerados como importantes en el fenómeno conocido como “efecto invernadero”. Sin embargo, resulta importante reflexionar sobre la expresión “superarán el límite apto para el consumo humano” —expresado al final de {D2-1}—, pues dejan entrever que más allá de la consciencia de lo que ocurre alrededor de este fenómeno ambiental, aún deben conceptualizar con mayor detalle la implicación de dicha expresión. Esto quiere decir que, en relación con la pregunta registrada en {D2-1}, no logran *localizar*.

En relación con el “Levantamiento de los datos y delineamiento de trayectorias de acción” se evidencia que la pregunta que lograron conceptualizar como grupo y con la que le dieron sentido a la problemática a indagar fue *reformulada* —{D3-2} y {D3-3}—, lo que definitivamente las hace romper —como grupo— el compromiso con la pregunta estipulada en {D2-1}, pues tal situación no les permitía relacionarse positivamente, de forma que se cerraban a la posibilidad de investigar alrededor de tal pregunta. Por tanto, la falta de información no les permitió *entrar en contacto* como grupo alrededor de la pregunta estipulada en {D2-1}.

El suceso de reformular su problemática fue realizado gracias a la información a la que tuvieron acceso y sin sacrificar la temática ni el propósito inicial, como se observa en la siguiente transcripción:

{D3-1}: Marx. Nosotras cambiamos la pregunta de investigación, nosotras no encontramos la cantidad de metano (CH₄) que le puede causar la muerte a una persona. Entonces decidimos cambiar la pregunta... por más... por más datos. La primera no tenía muchos datos

...

bueno entonces en sí llegamos a cuántos... [en ese momento es interrumpida por Sharit]

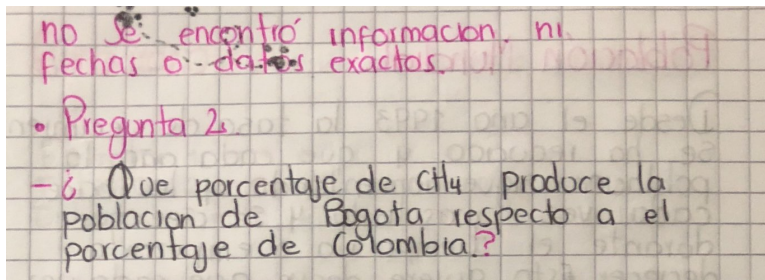
{D3-2}: Sharit. La pregunta en sí es ¿qué porcentaje de metano, de CH₄, produce toda la población de Bogotá respecto al porcentaje de Colombia? Entonces, para resolver esa pregunta primero tenemos que sacar todos los datos [en ese momento en coro Marx y Sharit vuelven a mencionar: sacar todos los datos].

{D3-3}: [Mientras las Dinamita exponen sus ideas, en el archivo de Power Point aparece la pregunta: ¿Cuánto gas CH₄ produce toda la población de Bogotá en un día y cuánto producirá en un año y que porcentaje de (sic) Colombia tiene Bogotá?].

De acuerdo con lo que las Dinamita Girls manifestaron de viva voz, la razón por la cual las Dinamita Girls realizaron este cambio se debió a la dificultad para encontrar datos e informaciones que les permitieran responder la pregunta inicial, de forma que evidenciaron al menos dos actos dialógicos. Por una parte, se encuentra el acto de *pensar en voz alta*, pues existe una verbalización de los argumentos para concluir su cambio de pregunta, la cual se hace pública en la presentación que realizaron ante sus compañeros del curso 11-X, como se aprecia en la línea {D3-1} —“(…) no encontramos la cantidad de metano (CH₄) que le puede causar la muerte a una persona, (…) decidimos cambiar la pregunta, (…) por más (…) por más datos. La primera no tenía muchos datos”—.

Lo anterior nos conecta implícitamente con el acto de *evaluar*, toda vez que a juicio de las Dinamita la ausencia de información les generó una crisis, pues no estaban dando cuenta, con las matemáticas, sobre tal fenómeno. Este hecho corrobora lo señalado por Alrø y Skovsmose (2004) en relación con que en el acto dialógico de evaluar “la parte emocional y epistémica de un proceso de investigación se juntan” (p. 110). Por otra parte, encontramos que las Dinamita Girls volvieron, como grupo, a conectarse en torno a la problemática señalada en {D3-3}, pues valoraron las contribuciones del otro; un otro que a pesar de que no se define corporalmente de manera explícita, está presente al escribir y publicar artículos y proporcionar ciertas informaciones en revistas, páginas web, periódicos, etc. o, como en este caso, un otro que proporciona de manera más clara y precisa —a los ojos de las Dinamita Girls— datos que les ayudan a buscar caminos en su búsqueda por reflexionar alrededor de la pregunta reformulada —“... decidimos cambiar la pregunta... por más... por más datos. La primera no tenía muchos datos”—, tal y como lo mencionan en la línea {D3-1}, o como puede observarse en la Figura 25, que corresponde a una imagen del cuaderno de Alejandra.

Figura 25: Falta de información



Fuente: Fotografía propia, tomada del cuaderno de Alejandra.

De acuerdo con lo anterior, y de manera implícita, las Dinamita están en un momento de “Reinterpretación de la situación soportada en consideraciones matemáticas y el desarrollo del problema”, por lo que es posible evidenciar que la estrategia para contestar la nueva pregunta —según lo expusieron en la sesión de clase número 5— fue la de encontrar paulatinamente cada dato necesario para responder la gran pregunta reformulada.

[En el momento en que Sharit está haciendo la intervención {D3-2} es interrumpida por Marx]

{D4-1} **Marx:** Sacar los datos. ... Sacamos el dato de ¿cuánto metano producía una persona?... que son 3,5 litros [3,5 l].

{D4-2} **Profesor Juan:** ¿De metano?, ¿produce una persona? [las Dinamita Girls hacen al tiempo un gesto con la cabeza, moviéndola de arriba hacia abajo, respondiendo con esta acción de manera afirmativa] ... y... ¿haciendo qué cosas?

{D4-3} **Marx:** ... pues por medio de... eructos [sonriendo con cierta pena] y de gases. Es que... eso decía una investigación de la National Geographic.

[Estudiante del curso: ¿en qué?].

{D4-4} **Profesor Juan:** En una investigación de la National Geographic.

{D4-5} **Marx:** Entonces a partir de eso sacamos la población de Colombia y de Bogotá. Eso es una página donde encontramos esos datos... es una página que nos pasó el profesor Gabriel.

[En ese momento se proyecta en el tablero una diapositiva con la siguiente información:

A partir de eso pues teníamos que mirar la población de Bogotá y población de Colombia.

Población de Bogotá: 8.098.496 millones de personas en Bogotá. Población Colombia: 49.067.981 millones de personas en Colombia.].

En relación con el desarrollo de los conocimientos matemáticos al indagar y explorar la nueva pregunta, estos recayeron en la razón y la proporción. De manera particular, las Dinamita

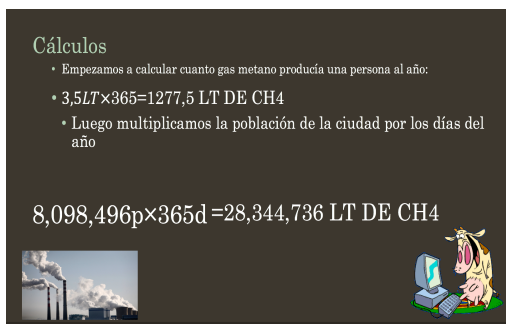
Girls centran sus desarrollos en la razón y la proporcionalidad directa. Tal situación se evidencia en el siguiente fragmento:

{D4-7} **Sharit:** Empezamos a hacer como una regla de tres... en un día toda la población de Bogotá cuántos litros de metano produce. Entonces hicimos una regla de tres: multiplicamos la población de Bogotá por los 3,5 l y eso nos dio este resultado [señalando en la diapositiva la expresión: $3,5 \text{ LT} \times 365 = 1.277,5 \text{ LT DE CH}_4$] o sea... toda la población de Bogotá produce todos estos litros de metano al día [señalando la expresión $8.098.496 \times 365 \text{d} = 28.344.736 \text{ LT DE CH}_4$].

Cálculos

- Empezamos a calcular cuanto gas metano producía una persona al año:
- $3,5 \text{LT} \times 365 = 1277,5 \text{ LT DE CH}_4$
- Luego multiplicamos la población de la ciudad por los días del año

$8,098,496 \times 365 \text{d} = 28,344,736 \text{ LT DE CH}_4$



{D4-8} **Profesor Juan:** Al día.

{D4-9} **Marx:** Y este dato de arriba dice lo que produce una persona al año [señalando en la diapositiva la expresión: $8.098.496 \times 365 \text{d} = 28.344.736 \text{ LT DE CH}_4$. Cabe señalar que existe un error en la expresión, pues debería ser: $8.098.496 \times 3,5 \text{ lt} = 28.344.736 \text{ LT DE CH}_4$].

{D4-10} **Profesor Juan:** Al año.

{D4-11} **Marx:** Y luego sacamos la de Colombia.

{D4-12} **Profesor Juan:** La de Colombia.

{D4-13} **Sharit:** Hicimos otra regla de tres para sacar el dato de Colombia y nos dio ... [mientras habla busca en la diapositiva la expresión: $3,5 \times 49.067.981 = 171.737.933,5 \text{ l}$].

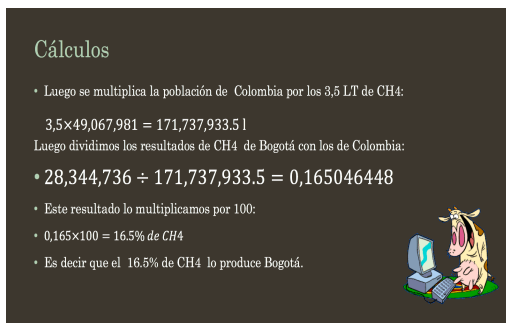
Cálculos

- Luego se multiplica la población de Colombia por los 3,5 LT de CH₄:

$3,5 \times 49,067,981 = 171,737,933,5 \text{ l}$

Luego dividimos los resultados de CH₄ de Bogotá con los de Colombia:

- $28,344,736 \div 171,737,933,5 = 0,165046448$
- Este resultado lo multiplicamos por 100:
- $0,165 \times 100 = 16,5\% \text{ de CH}_4$
- Es decir que el 16.5% de CH₄ lo produce Bogotá.



{D4-14} **Profesor Juan:** Son 171 millones... ¿de qué?

{D4-15} **Sharit:** De metano.

{D4-16} **Profesor Juan:** Ok, ... ¿y entonces?

{D4-17} **Marx:** Luego dividimos: el resultado que nos dio de los litros de metano que produce Bogotá dividido lo que produce Colombia... y entonces ese resultado lo multiplicamos por cien para sacar los porcentajes [mientras habla señala en la diapositiva las expresiones:

$$28.344.736 \div 171.737.933,5 = 0,165046448 \text{ y } 0,165 \times 100 = 16,5\% \text{ de CH}_4].$$

{D4-18} **Profesor Juan:** O sea que Bogotá produce el 16.5 % de...

{D4-19} **Sharit:** Respecto al 100 % de Colombia...

Debe aclararse que en la primera diapositiva presentada en la anterior transcripción:

Figura 26. Diapositiva 1 desarrollos Dinamitas

Cálculos

- Empezamos a calcular cuanto gas metano producía una persona al año:
- $3,5LT \times 365 = 1277,5 \text{ LT DE CH}_4$
- Luego multiplicamos la población de la ciudad por los días del año

$8,098,496p \times 365d = 28,344,736 \text{ LT DE CH}_4$

Litros de metano que produciría una persona en un año

Litros de metano que producirían los habitantes de Bogotá

Fuente: Presentación Power Point, Dinamitas Girls.

- *Los litros de metano que produce una persona en un año* son calculados por medio de una regla de tres simple. Cabe señalar que al escribir en la diapositiva las Dinamitas no relacionan adecuadamente las magnitudes con las que trabajan

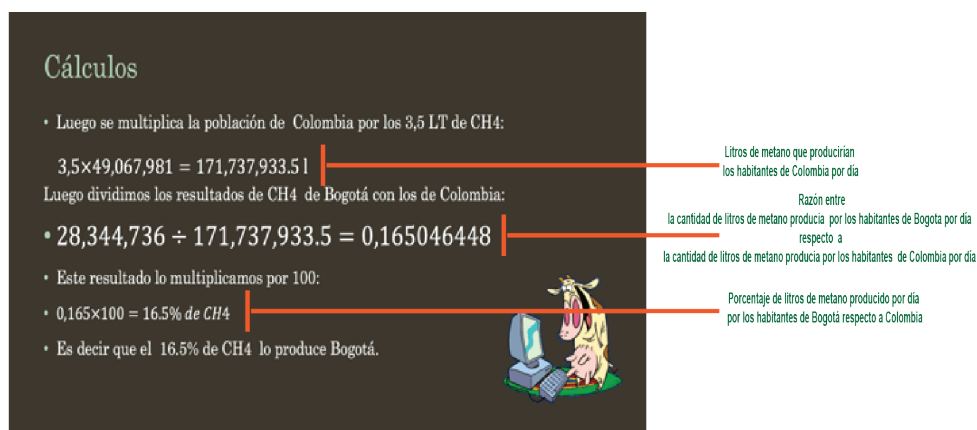
$$[3,5 \text{ LT de CH}_4 \times 365 \text{ días} = 1277,5 \text{ LT de CH}_4 \text{ por año}]$$

- *Los litros de metano que producen los habitantes de Bogotá* son calculados por las Dinamitas por la expresión: $8,098,496p \times 365d = 28,344,736 \text{ LT DE CH}_4$ donde:
1) $8,098,496p$ representa los habitantes de Bogotá y 2) $365d$ los días del año.

Cabe señalar que la anterior expresión no está adecuadamente representada, pues aunque el resultado son 28'344.736 Lt de CH₄ por día no está debidamente representada [8'098.496 p × 3,5 Lt de CH₄ = 28'344.736 Lt de CH₄ por día]

En relación con la segunda diapositiva presentada en la transcripción anterior debe señalarse que:

Figura 27. Diapositiva 1 desarrollos Dinamitas



Fuente: Presentación Power Point, Dinamitas Girls.

- Las Dinamitas continúan presentando imprecisiones en el manejo de las magnitudes.
- Los cálculos realizados se corresponden con lo indicado en la diapositiva y son realizados a través de reglas de tres simple.

Para las Dinamita Girls, esta circunstancia certifica el hecho de haber reformulado la pregunta pues, por una parte, pudieron encontrar datos e informaciones sin mayores dificultades —tal y como lo reclamaban—, y por otra, encontraron un acercamiento con sus propios conocimientos matemáticos, lo que las deja a puertas del acto de *identificar* pues según Milani (2015) en este acto se envuelve la cristalización de las ideas percibidas. De esta manera, las Dinamita se sintieron motivadas para describir la relación buscada en términos matemáticos —qué porcentaje de CH₄ produce Bogotá con respecto a Colombia—. Es decir, lograron yuxtaponer⁸⁶ sus conocimientos matemáticos con las informaciones y datos encontrados a la hora de reflexionar sobre la problemática a estudiar, entrando en el acto de *defender* pues el

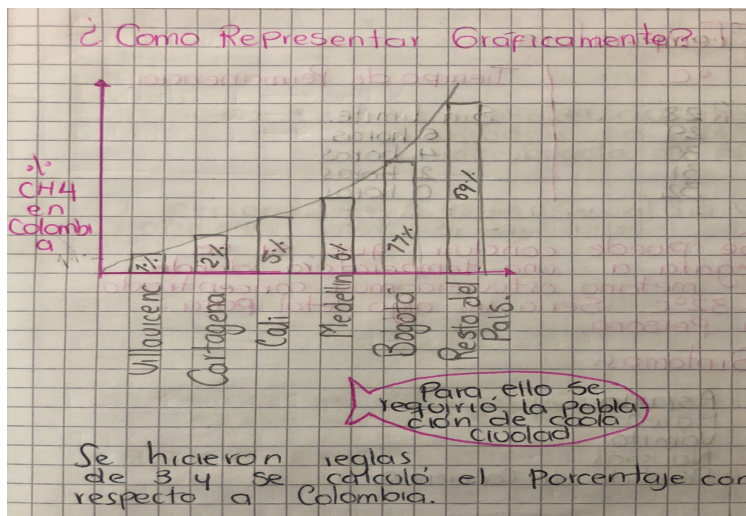
⁸⁶ Según la Real Academia Española —RAE—, el término yuxtaponer hace referencia a: 1. tr. Poner algo junto a otra cosa o inmediata a ella. 2. tr. Gram. Unir directamente, sin ninguna partícula intermedia.

dentro del acto de defender se tratar de determinar hasta dónde una sugerencia para la investigación puede hallar apoyo en “buenas razones”. Sin embargo, debe señalarse que las Dinamita no advirtieron que sus planteamientos dependen únicamente de la variable número de habitantes, lo cual restringe su mirada a la problemática abordada pues, desde la perspectiva de los estudiantes, entre mayor sea el número de habitantes en la ciudad, mayores serán los niveles de gases como el metano, no reconociendo adecuadamente que la producción de metano no depende solamente del número de personas.

Indudablemente, este hecho las llevó más allá del acto de *localizar*, pues si bien pudieron evidenciar situaciones que no habían sido tenidas en cuenta inicialmente, como lo señalan Alrø y Skovsmose (2004), “en cierto sentido, el proceso de identificación es más claro que el proceso de localización, ya que incluye una cristalización de las ideas matemáticas y una apertura a preguntas del estilo por qué, como actuación consecutiva a preguntas como qué pasaría si” (p. 105); esta circunstancia les permite cuestionarse por el alto valor de CH₄ que produce Bogotá —16,5%— respecto a Colombia.

Pero el actuar de las Dinamita fue más allá, pues aunque su pregunta se limitaba a Bogotá, buscaron el porcentaje de CH₄ que se produce en otras ciudades colombianas —Villavicencio, Cartagena, Cali y Medellín—, de forma que encontraron —*localizaron*— que es justamente Bogotá la ciudad que aporta, significativamente, más metano. Este hecho fue reportado en el cuaderno de una de las integrantes del grupo —ver Figura 28—, lo que además evidencia una preocupación por la forma de representar tal situación.

Figura 28: ¿Cómo representar gráficamente?



Fuente: Fotografía propia, tomada del cuaderno de Sharit.

De acuerdo con el interrogante expuesto en la anterior figura para ahondar en la idea de representación, Almeida, Silva y Vertuan (2012) señalan que:

Las actividades de modelación matemática son inherentes a las experiencias sociales y a las reflexiones que hacemos de tales experiencias. En este sentido, los conocimientos matemáticos asociados de la práctica de modelación son desarrollados y organizados en torno de la experiencia y de las abstracciones realizadas por los alumnos. La construcción de esos conocimientos está anclada en una variedad de representaciones semióticas que incorporan características del objeto matemático representado, objeto matemático que, en cuanto idea, solo se torna accesible y comunicable por medio de esa representación (p. 35).

Para el caso particular de las Dinamita, dentro de los registros usados, por ejemplo, puede percibirse lenguaje coloquial —evidenciado en la Figura 28 en la frase: “se hicieron reglas de 3 y se calculó el porcentaje con respecto a Colombia”—, esquema gráfico —evidenciado en la Figura 28 y Figura 30, en el diagrama de barras con los porcentajes— y lenguaje algebraico —evidenciado en las líneas {D4-7} a {D4-17}—.

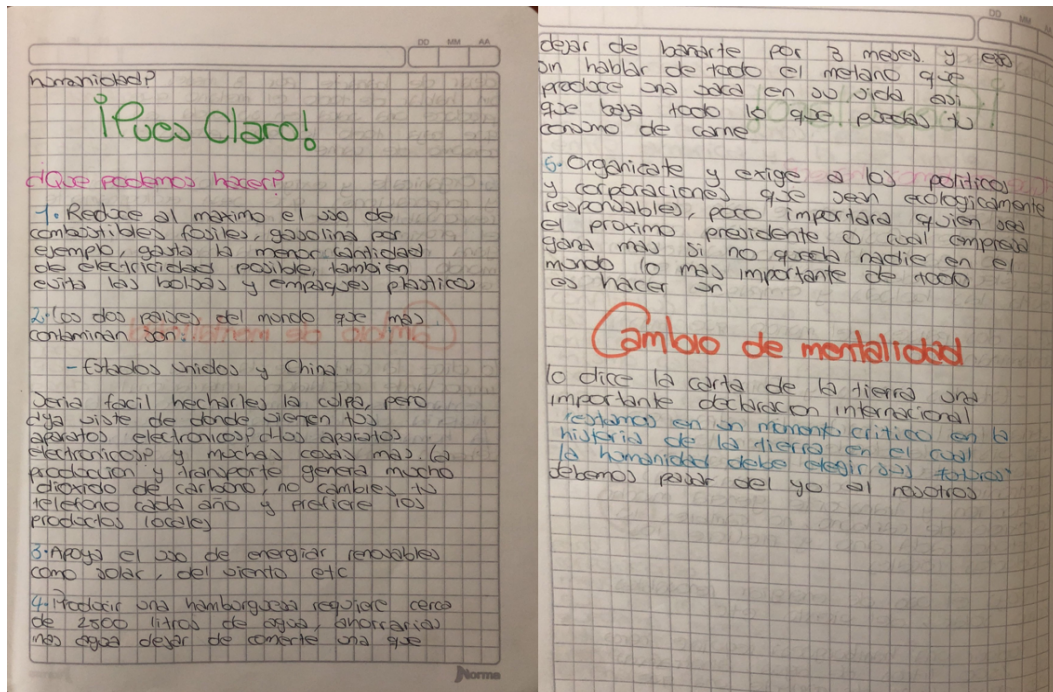
De esta manera, y a través de tales representaciones, las Dinamita van más allá de evidenciar aspectos como la identificación y el establecimiento de razones entre las magnitudes consideradas y el planteamiento de reglas de tres con base en el reconocimiento expreso de la relación de la proporcionalidad directa. Lo anterior, les permiten cuestionarse sobre qué hacer en relación con una problemática que amenaza al planeta, como el cambio climático.

En concordancia con lo anterior, en Camelo, Mancera y Salazar (2017) señalamos que nuestra apuesta se fundamenta en la presentación a los estudiantes de formas de conocer con las matemáticas, lo que posibilita la formación de seres humanos que conozcan apoyados de prácticas con las matemáticas.

Reconocemos que toda forma de conocer instaura una cierta manera de ser y que las maneras de ser conllevan formas de conocer. Por ello, los argumentos o discursos que generamos sobre el éxito y sobre cuáles son los resultados esperados están permeados por estas formas que concebimos de conocer y ser en el mundo. Nuestra apuesta es por formas de conocer con las matemáticas que instauran maneras de ser más humanas y seres humanos que conozcan de otros modos el mundo, ayudados de prácticas con las matemáticas. (p. 293).

Un ejemplo de lo anterior lo encontramos cuando al relacionar el porcentaje de metano que otras ciudades colombianas producen —lo que evidencia, además, que el porcentaje encontrado para la ciudad de Bogotá es significativamente alto—, las llevó a cuestionarse sobre aquello que podría hacerse compartiendo posturas como las señaladas en el video ¿Es real el cambio climático? (CURIOSAMENTE, 2016), en el que se sugiere, entre otros aspectos: reducir al máximo el consumo de combustibles fósiles; tener en cuenta que la producción y transporte de ciertos artículos genera mucho dióxido de carbono —por lo que se recomienda, por ejemplo, no cambiar el teléfono celular periódicamente y preferir productos locales—; apoyar el uso de energías renovables; disminuir el consumo de carne; exigir a los políticos y corporaciones que sean ecológicamente responsables; y lo más importante, según lo registrado, hacer un cambio de mentalidad que nos permita pasar del “yo” al “nosotros”. En la Figura 29, que corresponde a una imagen del cuaderno de Sharit, pueden observarse tales sugerencias.

Figura 29: ¿Qué podemos hacer?



Fuente: Fotografía propia, tomada del cuaderno de Sharit.

Lo anterior les permite cuestionar a las Dinamita sobre relación entre la evolución y el humanismo, tal y como se aprecia en la infografía —Figura 30— que ellas mismas desarrollaron —humanismo o evolución, la humanidad está matando al planeta por un proceso: “la evolución”—.

Figura 30: Infografía Dinamita Girls



Fuente: Infografía elaborada por el grupo Dinamita Girls.

En este sentido, puede señalarse que tales posturas de las Dinamita están en concordancia con las ideas de investigadores como las de Chesnais (2013), quien menciona que una verdad —por demás perturbadora— es que la “naturaleza” ha sido tan maltratada —de maneras diversas y extremas— que ha comenzado a hacer “intrusión”, circunstancia que irá en aumento. Para este filósofo, la cuestión no radica en lo que haremos en tiempos futuros sino en entender que es una cuestión profundamente política.

Esta cuestión es profundamente política, en el sentido de que la vida de centenares de millones de personas será directamente afectada y muchas veces incluso amenazada. Porque “la intrusión de Gaia” se produce en el marco de un sistema de explotación económica y de dominación social, en donde el cambio climático es visto por los dominantes por un lado como fuente de inversiones y de ganancias, por el otro como problema para el mantenimiento del orden, junto con muchos otros (p. 35).

Para Stengers (2015), nombrar a Gaia⁸⁷ como “intrusión” —el que se entromete— es también determinarla como ciega al daño que causa. Para esta filósofa, la respuesta para crear no es una respuesta a Gaia sino una tanto a lo que provocó su intrusión como a sus consecuencias; este hecho parece coincidir con el sentir de las Dinamita cuando manifiestan en su infografía frases como: *humanismo o evolución, la humanidad está matando al planeta por un proceso “la evolución”, el planeta te pide que cambies tu forma de cuidarlo.*

7.2.1.2 Diagramando los actos dialógicos de las Dinamita

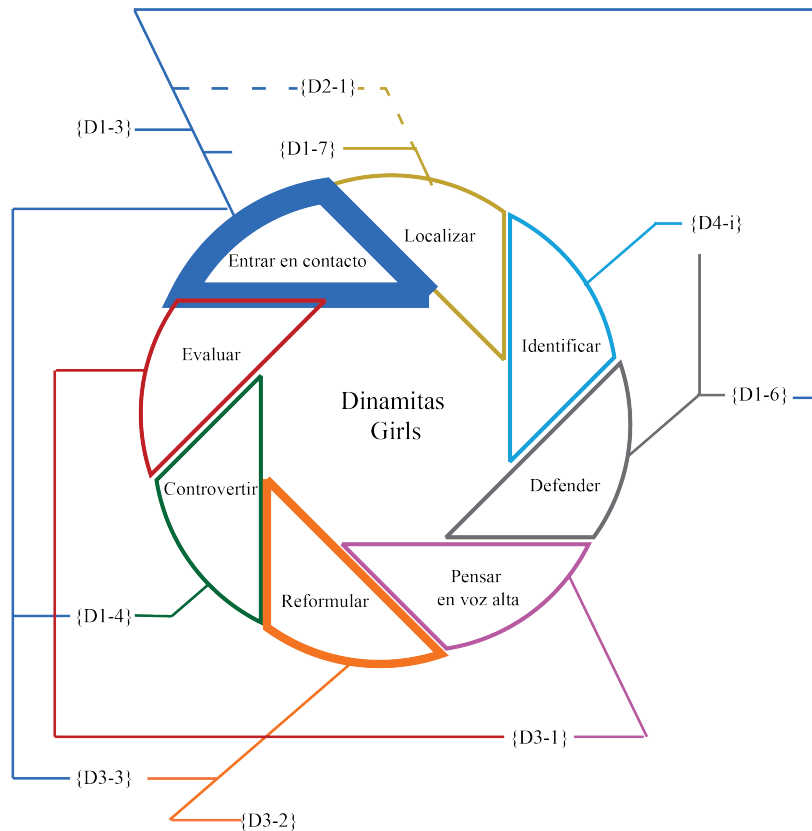
A continuación, se representa el actuar de las Dinamita Girls —Figura 31— a través de los actos dialógicos por medio de un diagrama; dicha representación centra la atención en las *líneas de fragmento* —{Xi-j}—. Para ello, los trazos continuos indican que la relación entre la línea y el acto dialógico es explícita, mientras que el trazo discontinuo representa una relación implícita o una toma de distancia de la misma.

Particularmente, en la descripción realizada encontramos que:

⁸⁷ Chesnais (2013) advierte que Isabelle Stengers toma el nombre de Gaia de James Lovelock y Lynn Margulis quienes, haciendo referencia a una divinidad griega, lo usan para sintetizar los resultados de investigaciones que ponían en evidencia la existencia de un denso conjunto de relaciones que reunían lo que algunos científicos consideraban por separado —los seres vivos, los océanos, la atmósfera, el clima, los suelos más o menos fértiles—.

- El conjunto de líneas {D1-3}, {D1-4}, {D1-6} y {D1-7} evidencian una relación importante por parte de dos de las tres integrantes —Marx y Alejandra— con el acto *entrar en contacto*. Esta circunstancia no implica que Sharit esté en desacuerdo con la problemática a desarrollar, solo que no se manifiesta en relación con los argumentos expresados por sus compañeras cuando eligieron trabajar en un problema sobre el cambio climático frente al embarazo en adolescentes. Además, resulta interesante el argumento dado por Marx en {D1-4} —que resalté como un “grito” a la no vulneración de los otros (los afectados)—, pues busca *controvertir* posturas en las que se asumen construcciones sobre la adolescencia que van en contravía de ser reconocidos como sujetos de derechos.
- Si bien las Dinamita logran establecer una problemática de interés que es condensada en la pregunta enunciada en {D2-1}, las implicaciones de tal problemática no fueron suficientemente advertidas, circunstancia que las aleja —momentáneamente— de los actos *entrar en contacto* y *localizar*.
- Una circunstancia diferente sucede con la pregunta que se registra en {D3-1}, {D3-2} y {D3-3}, pues *reformular* la pregunta inicial les permitió *evaluar*, *pensar en voz alta* y *entrar en contacto*.
- En el conjunto de líneas {D4-1} a {D4-19} —en el diagrama {D4-i}— puede observarse la forma en que las Dinamita condensan ideas matemáticas a través de la razón y la proporcionalidad directa para advertir, de acuerdo con sus desarrollos, que Bogotá genera el 16,5% de gas metano —CH₄— que se produce en Colombia. El hecho de involucrar esfuerzos de explicación, justificación y delineamiento de las ideas matemáticas las conecta con el acto de *identificar*.

Figura 31: Representación de los actos dialógicos del grupo Dinamita Girls



Fuente: Elaboración propia.

En el anterior diagrama, —a la luz de la metáfora, vemos las cosas, no como son, sino como somos nosotros—, resalto que los actos dialógicos *entrar en contacto* y *reformular* se manifestaron con mayor fuerza (de ahí el grosor del contorno en la anterior representación).

Particularmente, en estos actos las Dinamitas pudieron, como colectivo, asumir una posición justificada, por ejemplo, en relación con: i) la decisión de distanciarse del embarazo en adolescentes como temática a abordar con argumentos que sin proponérselo van en correlación con estudios como el presentado por entidades como Plan Internacional y Unicef (2014); o ii) la problemática desarrollada —explicitada en {D3-3}— les posibilita, principalmente, reflexiones sobre la conciencia ambiental (reflejadas en su infografía en frases como *el planeta te pide que cambies tu forma de cuidarlo, la humanidad está matando al planeta por un proceso “la evolución”, humanismo o evolución*).

A pesar que los otros actos no se manifestaron con la misma fuerza, cabe señalar que también les permitieron ponderaciones reflexivas como se refleja —a manera de ejemplo— en la línea {D1-4}, en la que se cuestiona (se *controvierte*) el conocimiento ya establecido —en este caso el de considerar construcciones sobre la adolescencia que van en contraposición al de los jóvenes como sujetos de derechos— pues a juicio de Alejandra y Marx se presenta como una excusa para que “le estén replicando” a los —y las— verdaderos involucrados sobre sus acciones.

Finalmente debe señalarse, que el contexto en que se dio el desarrollo del ambiente de MM les permitió a las Dinamitas cohesión como grupo, a pesar de ser un grupo conformado por estudiantes nuevas en el curso. Esta cohesión se reflejó en su disposición reflexiva durante todo el proceso. Sin embargo, es importante exponer la relevancia del comportamiento de este grupo al asumir ponderaciones críticas y reflexivas; sin embargo, éstas podrían potenciarse más si el escenario desplegado por el profesor Juan gozara de un mayor acompañamiento al proceso realizado por el grupo.

7.2.2 Cavaliers

La razón para analizar a este grupo se debe a que desde el momento mismo de puntualizar la temática a desarrollar en el ambiente de MM, así como su consecuente problemática, los *Cavaliers* lograron vislumbrar características de un posible modelo matemático que pudiera ayudarles a reflexionar sobre la problemática que se propusieron desarrollar, con base en sus conocimientos sobre las matemáticas escolares.

El grupo Cavaliers está conformado por los estudiantes Brad Pitt, Paula, Camila y Johann. Dada la afición de algunos de sus integrantes por el basketball, adoptaron el nombre del equipo de la liga privada de baloncesto profesional de Estados Unidos⁸⁸. Los integrantes del grupo no son nuevos en el curso, pues llevan varios años en el colegio compartiendo en el mismo salón de clases. Su forma de trabajar como grupo conllevó a que algunos de sus integrantes lideraran las actividades. En este caso particular, Johann tuvo que asumir algunas circunstancias de vida que le implicaron ausentarse por un tiempo, del grupo y del trabajo.

⁸⁸ La liga es denominada Asociación Nacional de Baloncesto —NBA, por sus siglas en inglés—.

7.2.2.1 Describiendo el actuar de los Cavaliers

En relación con la etapa “Escogencia del problema o tema a trabajar, que otorga gran importancia al macro y micro contexto”, en la primera reunión de los Cavaliers para pensar en posibles temáticas que pudieran ser problematizadas y desarrolladas dentro de su ambiente de modelación, les llevo a reflexionar, entre otros aspectos, sobre:

- El número de especies —pertenecientes al reino animal— que quedan por descubrir en el mundo; esta circunstancia ha sido motivo de reflexión constante dentro de la comunidad de las ciencias biológicas.
- El sueldo de los congresistas en Colombia, dado que por esos días había un sector de la población colombiana que hacía una crítica hacia la inequidad del aumento del salario mínimo frente al del salario de los congresistas —que ellos mismos se autorizaron—.
- La sobrepoblación y su relación con los hábitos de consumo. Particularmente, el grupo se preguntó si alcanzará la alimentación y el agua para atender las necesidades de todas las personas.

En la siguiente transcripción se ejemplarizan algunos aspectos del diálogo de los estudiantes en relación con las posibles temáticas a ser desarrolladas.

{C1-1}: **Camila.** Bueno,... yo me guío más por el sueldo de los congresistas, porque ehh, eso es un problema, pues, en el país. Pues, de pronto a mí me interesa, pues, me interesa una problemática que sea en el país no en todo el mundo, pero pues... yo digo.

{C1-2}: **Brad Pitt.** Pero lo podemos mirar desde el punto de que si hay sobrepoblación, alcanzará el alimento o no para suplir todas las necesidades de las personas.

{C1-3}: **Camila.** Bueno si...

{C1-4}: **Paula.** A mí me gusta más...

{C1-5}: **Johann.** [Se escucha con dificultad] Pero... ¿usted qué puede calcular con el sueldo de los congresistas? ¿qué se puede calcular?

{C1-6}: **Camila.** Pero pues es una problemática del país.

{C1-7}: **Johann.** Pero no es un problema de matemática, ¿no?

{C1-8}: **Paula.** A mí me gusta más...

{C1-9}: **Camila.** Pero es una problemática del país lo que tenemos que plantear. Pues del país no,... una problemática.

{C1-10}: **Brad Pitt.** Podemos compararnos, nosotros no tenemos, o tenemos tal vez más recursos que países como China que están sobrepoblados.

{C1-11}: **Paula.** ¿Por qué?

{C1-12}: **Brad Pitt.** Podemos ver si el agua alcanzará o no,... ¿dónde se va a meter tanta gente?

{C1-13}: **Camila.** Sí, eso sí es una problemática... ¿no?...

[Refiriéndose a la propuesta de Johann, renglón {C1-7}:] ... entonces, me aclara otra vez su pregunta. ¿Usted qué quiere calcular con ese [tema]? o digamos ¿qué problemática usted ve ahí, al decir eso?

{C1-14}: **Brad Pitt.** A ver, argumente ¿para qué nos sirve saber eso?

{C1-15}: **Johann.** La verdad... [no se entiende]

{C1-16}: **Camila.** Pero ... ¿dónde usted ve problemática ahí?, ¿dónde usted ve problemática ahí?

{C1-17}: **Brad Pitt.** No hay...

{C1-18}: **Camila.** Toca hacer una problemática.

{C1-19}: **Brad Pitt.** Lo de las especies sería..., es que creo que faltan 2'000.000 por ser descubiertas, 2'000.000 de especies.

{C1-20}: **Camila.** Ahí tenemos un problema.

{C1-21}: **Brad Pitt.** ¿En el mar? Espera buscamos en el mar.

{C1-22}: **Paula.** Hartísima.

{C1-23}: **Camila.** De pronto la pregunta está mal formulada. ¿Cuántas especies de animales hay en el mundo?

{C1-24}: **Brad Pitt.** ¿Cuántas especies faltan por ser descubiertas?

{C1-25}: **Camila.** Puede ser.

...

Llama la atención el papel que desarrolla Camila en la reflexión que hacen los Cavaliers para problematizar una temática, pues en la interacción con sus compañeros busca que cada uno exprese sus perspectivas sobre *x* o *y* problemáticas para, de esta manera, visibilizarlas. Es decir, Camila está rastreando, escarbando, queriendo *localizar*, pues, como lo señala Milani (2015), antes de considerar si una perspectiva es útil para la investigación debe ser comprendida, y esta circunstancia no se da de inmediato cuando es enunciada.

A pesar de ello, debe señalarse que Camila desiste de la posibilidad de reflexionar sobre el sueldo de los congresistas —e incluso de *defender* su propia idea—, pues es claro que en este proceso cada integrante tiene una forma particular de pensar, y diferentes maneras pueden ser contradictorias; sin embargo, cuando en el renglón {C1-3} Camila dice “bueno si”, cede —renuncia— ante tal acto.

Una situación parecida la podemos encontrar en Johann, quien no se posicionó —no defendió— en un inicio con respecto a su propuesta de reflexionar sobre cuántas especies aún faltaban por ser descubiertas. Su interés era pensar una pregunta que le garantizara cálculos o situaciones matemáticas, como lo expresó, por ejemplo, en las líneas {C1-5} y {C1-7} —“¿usted qué puede calcular con el sueldo de los congresistas?, Pero no es un problema de matemática...”—, de forma que dejó entrever que su propósito era garantizar un hecho matemático antes que permitirse reflexionar con las matemáticas sobre una problemática de interés para el grupo.

Por su parte, Brad Pitt manifestó en la interacción con sus compañeros —propuesta y liderada por Camila— sus ideas sobre la posible problemática a desarrollar alrededor de la sobrepoblación, con lo que visibilizó hechos como “... alcanzará el alimento o no para suplir todas las necesidades de las personas” —{C1-2}—, “tenemos tal vez más recursos que países como China que están sobrepoblados” —{C1-10}— o “podemos ver si el agua alcanzará o no...” —{C1-12}—. Particularmente, las líneas {C1-2} y {C1-10} pueden ser considerada dentro del acto de *pensar en voz alta* pues, de acuerdo con las ideas de Alrø y Skovsmose (2002), podemos señalar que Brad Pitt manifestaba sus ideas con respecto al proceso de indagación. Esta circunstancia es reforzada en la línea {C1-12} gracias a la interacción dada con Camila y Paula, lo que no solo implica un esfuerzo por expresar sus ideas sino también por tornarlas visibles dentro de la interacción con sus compañeros, de forma que les permite aproximarse al acto de *localizar*.

Por su parte, la forma en que Paula ha asumido su participación en este fragmento ejemplifica que el acto de *entrar en contacto* está roto (MILANI, 2015) pues, al limitarse solamente a intentar apoyar una problemática —sin lograr la mención de argumento alguno— deja la responsabilidad de la gestión de la actividad a sus compañeros.

Más allá de la escogencia de la problemática, y ahondando en los propósitos de la etapa “Desarrollo de una investigación exploratoria”, los Cavaliers centran su atención en la sobrepoblación en tanto temática a explorar, dado que reconocen que allí pueden existir varias problemáticas, una de las cuales se relacionó con el cuestionamiento de si el agua potable alcanzaría para todos dado el crecimiento poblacional —que finalmente adoptaron para el desarrollo del ambiente de MM—.

{C2-1}: **Camila.** En esa sobrepoblación hay varios problemas, digamos que será que alcanzará el agua. Si no más así, ¿dónde es que es?, ¿en la Guajira? Ahí ya no hay agua.

{C2-2}: **Paula.** Por eso.

{C2-3}: **Camila.** Y los niños se están muriendo de sed, o algo así. No pueden ir a estudiar porque no se pueden bañar y eso...

...

... pero ¿lo vamos a hacer en Colombia o en el mundo? [refiriéndose a si los alcances de su reflexión sobre la problemática serían “locales” —indagar tal situación en Colombia— o tendrían un carácter más abierto —que les permita tener una idea del comportamiento de tal problemática en el planeta—].

{C2-4}: **Brad Pitt y Paula.** En el mundo.

{C2-5}: **Brad Pitt.** In the world.

{C2-6}: **Paula.** ¿Alcanzará el agua para todos?, ¿la comida?

...

{C2-7}: **Brad Pitt.** ¿Qué busco?

{C2-8}: **Paula.** ¿Alcanzará el agua para todos en el planeta?

{C2-9}: **Camila.** Buscar información sobre el tema [de acuerdo con la guía dada por el profesor Juan].

El interrogante contenido en la línea {C2-8} —¿alcanzará el agua para todos en el planeta?— le permitió a Camila, Paula y Brad Pitt participar y ser conscientes —estar presente—, no solo en la conversación sino en las contribuciones de cada uno, lo que constituye una circunstancia que puede reflejarse en sus indagaciones y confirmación mutua; es decir, los Cavaliers *entraron en contacto* (ALRØ; SKOVSMOSE, 2012), lo que puede evidenciarse en expresiones como: "Y los niños se están muriendo de sed; pero ¿lo vamos a hacer en Colombia o en el mundo?, En el mundo; ¿Alcanzará el agua para todos?, ¿la comida?, ¿Qué busco?; Buscar información sobre el tema..." —líneas {C2-3}, {C2-4}, {C2-6}, {C2-7} y {C2-9}—.

Paralelamente, debe señalarse que el interrogante también estuvo motivado por la problemática vivida en el departamento de la Guajira, donde la desnutrición y la falta de agua potable y de servicios básicos han sido la constante durante años —líneas {C2-1} y {C2-3}—; esto indica que los Cavaliers centraron su temática de acuerdo con la situación social y política que afronta una comunidad altamente vulnerada.

Un ejemplo de lo anterior lo encontramos en el periódico El Espectador, en el que se informó que la Corte Constitucional realizó en el año 2017 —por primera vez en la historia— una inspección judicial en el departamento de la Guajira “para hacerle seguimiento a una tutela que un ciudadano interpuso contra el Gobierno por negarles a los niños los derechos a la salud, la alimentación y el agua potable.”⁸⁹ (GUTIÉRREZ, 2017, p. 4).

En este mismo sentido, informes como los de la Contraloría General de la Nación —apoyados en datos de la Superintendencia de Servicios Públicos Domiciliarios (SSPD)— manifiestan, entre otros aspectos, que la cobertura de acueducto en el departamento de La Guajira:

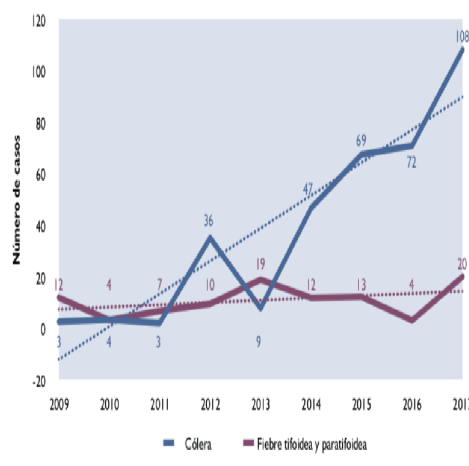
[...] tuvo una pequeña disminución, pasando de un 84,59% en 2010 a un 84,23% en 2017, lo que muestra que durante los últimos 7 años no se presentan avances en la materia, aunque se reconoce que su cobertura urbana es mejor que la del promedio nacional (74,15% en 2010 y 76,17% en 2017). Así mismo, en la zona rural, el departamento presenta bajas coberturas en acueducto y alcantarillado (22% y 7%, respectivamente), situación que se ve reflejada recurrentemente en los indicadores de salud pública (CONTRALORÍA GENERAL DE LA REPÚBLICA, 2018, p. 4).

⁸⁹ La acción de tutela es un mecanismo previsto en el artículo 86 de la Constitución Política de Colombia (1991), que busca proteger los derechos constitucionales de los individuos “[...] cuando quiera que éstos resulten vulnerados o amenazados por la acción o la omisión de cualquier autoridad pública”.

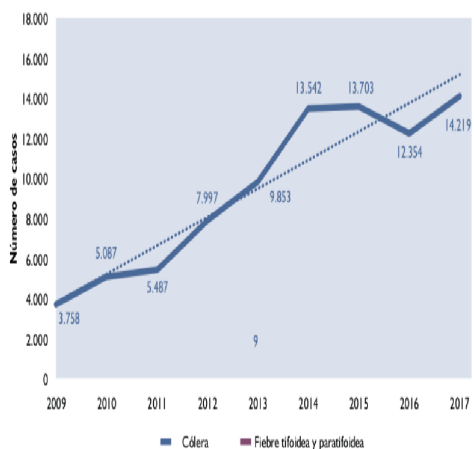
Además, esta entidad presenta algunos gráficos en los que se informa sobre aumentos —en este departamento— en el número de casos de enfermedades asociadas a una deficiente calidad del agua potable, como cólera, fiebre tifoidea, diarrea y gastroenteritis de origen infeccioso —Figura 32—.

Figura 32: Número de casos de enfermedades asociadas a una deficiente calidad del agua potable en la Guajira —2009-2017—

*Enfermedades asociadas a deficiente calidad del agua
Departamento de la Guajira 2009-2017. Cólera y Fiebre Tifoidea*



*Enfermedades asociadas a deficiente calidad del agua
Departamento de la Guajira 2009-2017. Diarrea y gastroenteritis de origen infeccioso (EDA)*



Fuente: Contraloría General de La República (2018).

Contextos como el anterior permiten comprender la sensibilidad que despertó en los Cavalier la problemática propuesta por Brad Pitt en la línea {C1-12}, y que fue reforzada por Camila al señalar frases como “... Si no más así, ¿dónde es que es?, ¿en la Guajira? Ahí ya no hay agua”, “Y los niños se están muriendo de sed, o algo así. No pueden ir a estudiar porque no se pueden bañar y eso...” o “¿lo vamos a hacer en Colombia o en el mundo?”, en las líneas {C2-1} y {C2-3}. En este sentido, se evidencia con la problemática propuesta por Brad Pitt que no solo aspectos emocionales y sensibles emergieron en Camila —lo que le permitió, en términos de Milani (2015), *entrar en contacto* con las ideas de su compañero—, sino que también se expresaron particularidades e implicaciones para la investigación (MILANI, 2015) —lo que también le permite ahondar en el acto de *localizar*—.

Tal sensibilidad permitió que el grupo centrara esfuerzos en saber si el agua existente en el mundo —en aquel momento en el que el grupo estaba desarrollando el ambiente de MM— alcanzaría para todos los habitantes en el planeta. Para ello, en el siguiente fragmento se ejemplariza la forma en que los Cavaliers buscaron determinar cuántas personas nacen y

cuántas mueren en un día, una semana, un mes y un año. Tal búsqueda se asumió dentro del propósito de la etapa “Levantamiento de los datos y delineamiento de trayectorias de acción”, pues el grupo realizó allí un primer delineamiento en su proceso por reflexionar sobre su problemática.

{C3-1}: **Brad Pitt.** Pues esa yo me la sé [respondiendo cuando su compañera señala que deben buscar información sobre el tema].

Vea ... cada seis (6) segundos nace un bebé, ... cada once (11) muere una persona [esta información es suministrada de acuerdo con lo que encuentra, en ese preciso momento, en internet].

{C3-2}: **Camila.** ¿En serio?

{C3-3}: **Brad Pitt.** Es decir: por cada persona muerta... prácticamente hay dos (2) niños.

{C3-4}: **Paula.** Prácticamente, sí...

{C3-5}: **Camila.** Pero ahí sólo estamos contando los que nacen, pero ... ¿los que hasta ahora están por nacer? Eso también ya es población...

{C3-6}: **Paula.** No, porque ahí estamos diciendo los que nacen.

{C3-7}: **Camila.** Los que todavía no [nacen], ¿los que la mamá por ahí tiene siete (7) meses [de embarazo]?

{C3-8}: **Paula.** Por eso, se cuentan el día que nacen, no así como usted lo está diciendo... ¿si me entiende?... digamos, el día que nace se cuenta ese [bebé].

{C3-9}: **Johann.** Hoy en día nacen 371.000 ... y mueren 201.000 personas también.

{C3-10}: **Brad Pitt.** Me perdí...

Pues podemos hacer... calcular cuántos al día. La calculadora. ¿cuántos al día?, ¿cuántos a la semana?, ¿cuántos al mes?, ¿cuántos al año?... y ¿hasta qué punto estaría sobrepoblado el mundo?...

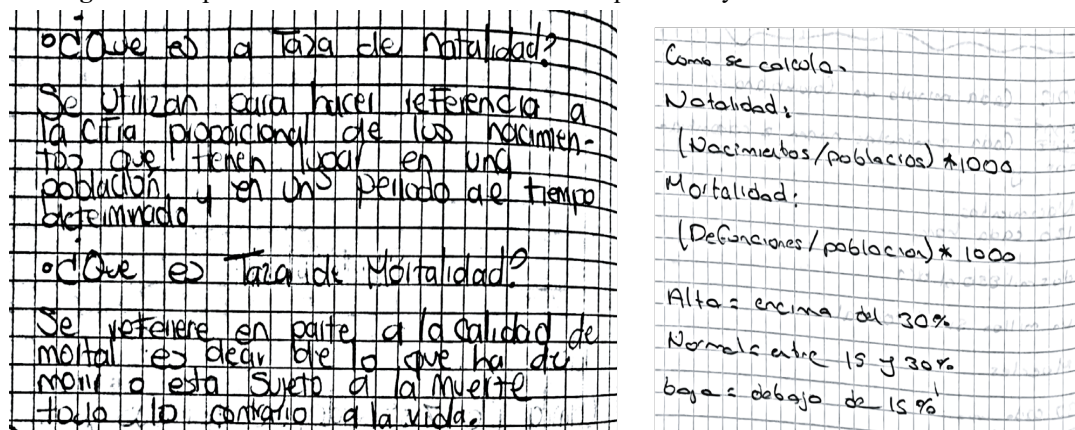
En el anterior fragmento emergieron actos como el de *localizar* cuando en las líneas {C3-2} y {C3-4} Camila y Paula ubicaron aspectos de los que no tenían consciencia —“cada seis (6) segundos nace un bebé,... cada once (11) muere una persona”— pues, como lo señalan Alrø y Skovsmose (2002), posibilitaron examinar nuevas circunstancias —en este caso, en relación con el crecimiento poblacional—. Además, en las líneas {C3-5} a la {C3-8} puede

observarse que Camila manifestó una preocupación con el hecho de tener que contar a los bebés que aún se encuentran en el vientre materno. Esta dificultad es aclarada rápidamente por Paula en la línea {C3-8} —“Por eso, se cuentan el día que nacen; no así, como usted lo está diciendo ... ¿si me entiende? ... digamos: el día que nace se cuenta ese [bebé]”—, lo que le permitió a Camila salir de la dificultad; es decir, Camila estuvo a las puertas del acto de *reformular*.

En su camino por continuar su reflexión sobre la problemática planteada, los Cavaliers se dieron a la tarea de complementar sus hallazgos con otras informaciones encontradas en internet. Algunas de ellas, como número de habitantes en el planeta, definición y cálculo de las ideas de tasa de natalidad y mortalidad, fueron registradas en sus cuadernos. De esta manera, se evidencia que al explorar algunos conceptos —por ejemplo, tasa de natalidad y de mortalidad— y algoritmos —por ejemplo, crecimiento poblacional—, los Cavaliers estaban *localizando*, pues en este acto también se puede considerar con especial atención un tema —en lugar de rechazarlo—, además de la posibilidad de explorar y ensayar posibilidades y algoritmos (MILANI, 2015).

A manera de ejemplo, en la Figura 33 se presentan apartes del cuaderno de Paula —en el que se registraron de manera resumida la definición de tasa de natalidad y mortalidad— y del de Brad Pitt —donde se registró de manera concisa una forma de calcular las tasas de natalidad y mortalidad—. Cabe señalar que, salvo la forma, tales registros no variaron en los cuadernos de otros integrantes del grupo.

Figura 33: Apartes de los cuadernos de Paula —izquierda— y Brad Pitt —derecha—



Fuente: Digitalización propia de los cuadernos de Paula y Brad Pitt.

Dentro de los aspectos que les permitieron a los Cavaliers una “Reinterpretación de la situación soportada en consideraciones matemáticas y el desarrollo del problema”, se evidencia

la búsqueda por determinar el crecimiento poblacional, para lo que establecieron la diferencia entre las variables número de personas que nacen —natalidad— y número de personas que mueren —mortalidad—. Esta búsqueda fue realizada gracias a que los Cavaliers se sintieron cómodos y confiados en el camino trazado —hecho que se puede apreciar en la siguiente transcripción—; es decir, gracias a que *entraron en contacto*.

{C4-1}: **Johann**. Si se restan los que mueren al día con los que nacen son 158.400 personas al día.

...

{C4-2}: **Camila**. Al día, pero digamos... hagámoslo... por minutos, horas, días.

{C4-3}: **Paula**. Semanas, meses.

{C4-4}: **Brad Pitt**. Es que toca decir: para el año dos mil “tanto” hay “tanta” gente; sobrepoblación, hay “tanta” comida.

En una socialización de avances, los Cavaliers presentaron algunos cálculos que habían realizado en relación con su problemática, la cual había sido puntualizada un poco más en concordancia con sus cómputos y consideraciones. En ese momento, el profesor Juan consideró pertinente dentro de su práctica pedagógica intervenir en la presentación que el grupo estaba realizando, pues a su juicio los cálculos efectuados podían estar presentándose de manera rápida y no permitían reflexionar suficientemente sobre los conceptos allí mencionados.

{C4-1}: **Profesor Juan**: ... Pare ahí. ¿Qué estás calculando ahí?

{C4-2}: **Paula**. Estamos calculando cuánta gente hay en el 2050.

{C4-3}: **Profesor Juan**: Están calculando cuánta gente hay, ok.

{C4-4}: **Brad Pitt**. O sea, la pregunta es...

{C4-5}: **Profesor Juan**: Ah,... es que empezaron a hacer cuentas y no nos contaron [qué están calculando].

{C4-6}: **Brad Pitt**. Es que la pregunta es: [el estudiante lee la pregunta de una cartelera que los Cavaliers han llevado como apoyo]: Teniendo en cuenta el crecimiento poblacional actualmente, y que si el agua potable que tenemos hoy en día a nuestro alcance es de 273 km³, para el año 2050: ¿cuánta gente habrá en el mundo?, ¿el agua alcanza para cada persona en ese entonces?

{C4-7}: **Camila**. Para ese entonces.

{C4-8}: Profesor Juan: Hay varios datos ahí. No siga haciendo cuentas,... despacito... Hay varios datos en la pregunta, ustedes dicen “teniendo en cuenta cómo crece la población”. Vamos a ver ¿cuántas personas van a... estar en el 2050?... y usted está ahí haciendo un cálculo de cuántas personas va a haber en el 2050... ¿será que el agua que hay alcanza para esas personas?

De acuerdo con el anterior fragmento y con las ideas de Alrø y Skovsmose (2012), el profesor Juan estaba *localizando* dentro de su práctica pedagógica nuevas perspectivas, pues formuló preguntas que de alguna manera expresaron sorpresa —“pare ahí. ¿Qué estás calculando ahí?” o “Hay varios datos ahí. No siga haciendo cuentas, ... despacito”—. Esta acción del profesor Juan hace que los Cavaliers verbalicen sus raciocinios acerca de la pregunta que motiva su ambiente de MM —los hagan públicos—, lo que posibilita que su problemática sea comprendida por el profesor y sus compañeros del curso 11-X, y que a su vez los pone ante el acto de *pensar en voz alta* (MILANI, 2015).

Si se considera que, como parte de su práctica pedagógica, el profesor Juan buscaba lograr comprensiones necesarias sobre la socialización de las estrategias de los Cavaliers, se entiende que realizara una serie de preguntas acerca de la procedencia de algunos datos suministrados. Tales preguntas fueron realizadas con el ánimo de hacer más entendible el modelo presentado, al mismo tiempo que le permitió orientar a los Cavaliers.

{C5-1}: Profesor Juan: Y ¿de dónde sacamos el dato de cuánta agua hay?, Lo buscaron.

{C5-2}: Camila. 273 km³ [señalando una información en una de las carteleras].

{C5-3}: Profesor Juan. ¿Lo buscaron?

{C5-4}: Paula. El agua potable es 235 km³ [señalando una información de la cartelera diferente a la señalada por Camila en la línea {C5-2}].

{C5-5}: Profesor Juan. Esa es el agua potable ¿que está dónde y en qué momento?

{C5-6}: Paula. Si esa es.

{C5-7}: Brad Pitt. No, esa es el agua potable [no se escucha con claridad]

{C5-8}: Profesor Juan. ¿Ustedes encontraron ese dato de Internet de cuánta agua hay en este momento?

{C5-9}: Brad Pitt, Paula y Camila. Si.

{C5-10}: **Profesor Juan.** Entonces, empezamos a hacer cuentas para solucionar esas preguntas... Antes de eso, tú decías: nosotros vamos a hablar de la población mundial, ¿sí?, porque es algo que nos toca, ¿sí? [en el momento que el profesor Juan pregunta, Camila va contestando afirmativamente —sí—]. Qué más, ¿por qué llegaron a [buscar eso del agua]?, primero eso [haciendo referencia a que tiene otras preguntas para realizar].

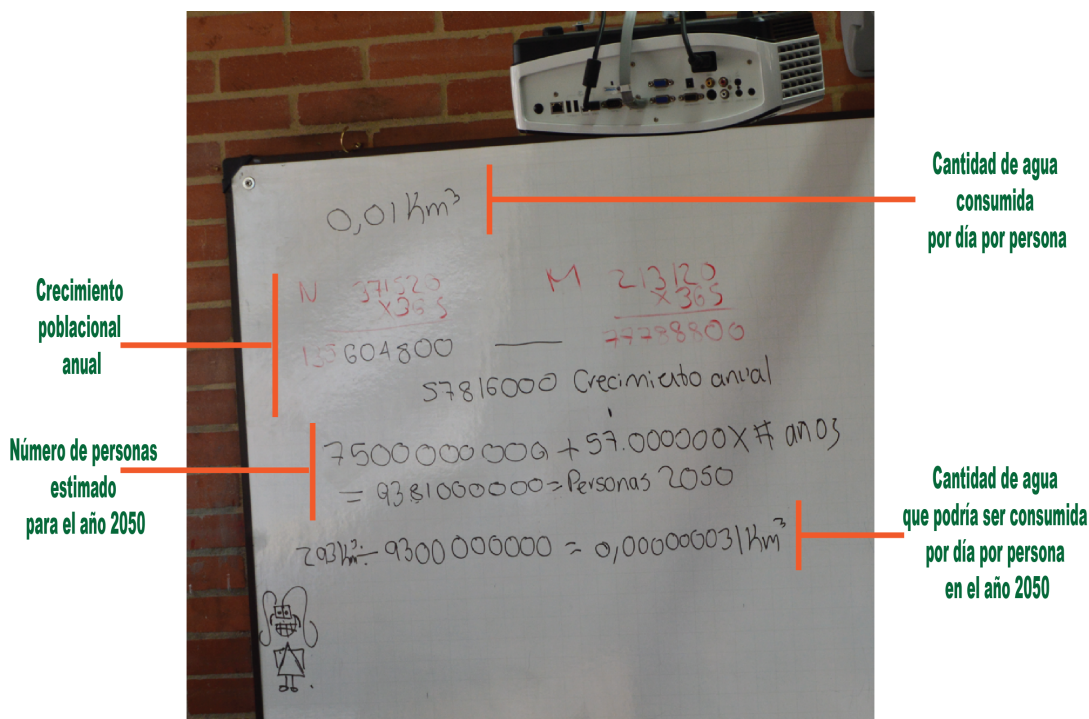
{C5-11}: **Camila.** Pues, porque si hay sobrepoblación no vamos a poder vivir, porque sin el agua... [reafirmando con el gesto de su cara la imposibilidad de vivir sin agua].

{C5-12}: **Profesor Juan.** El agua es fuente de vida y si hay sobrepoblación y no alcanza... no vamos a poder vivir. Listo, entonces se pusieron en la tarea y buscaron cuántas personas nacen anualmente, cuántas personas mueren anualmente. Datos que encontraron en internet... y ustedes se pusieron a hacer esas cuentas: ¿anual cuántos nacen?, ¿anual cuántos mueren?. Datos que encontraron en internet.

En la anterior transcripción vemos como el profesor Juan seguía *localizando* a través de preguntas, mientras que los Cavaliers continuaron *pensando en voz alta* por medio de la verbalización de sus raciocinios. Además, encontramos que en la línea {C5-11} Camila presentó un supuesto o una conjetura —“Pues, porque si hay sobrepoblación no vamos a poder vivir, porque sin el agua... [reafirmando con el gesto de su cara la imposibilidad de vivir sin agua]”—, que puede ser interpretada como un acto de *defender*. Al respecto, Alrø y Skovsmose (2012) mencionan que la defensa puede considerarse como una argumentación experimental o hipotética. Esta eventualidad le permitió al profesor Juan *localizar* una vez más —ver, por ejemplo, la línea {C5-12}—.

En la imagen que se presenta a continuación —Figura 34— pueden observarse los procedimientos realizados en el tablero por Brad Pitt en la socialización de los Cavaliers.

Figura 34. Imagen de desarrollos de los Cavaliers en la socialización ante el curso 11-X



Fuente: Fotografía propia de la presentación realizada por los Cavaliers.

Debe aclararse que en esta imagen:

- *El crecimiento poblacional anual* es calculado como la diferencia entre el número de personas que nacen anualmente —natalidad— y el número de personas que mueren anualmente —mortalidad— [$135'604.800 - 77'788.800 = 57'816.000$].
- *El número de personas estimado para el año 2050* es calculado por la expresión:

$$7.500'000.000 + 57'000.000 \times \# \text{ años} =$$

$$= 9.381'000.000 \text{ personas } 2050$$

En la que 1) 7.500'000.000 corresponde al número estimado de personas en el mundo —en el momento de la toma de datos, según indagaciones hechas por internet—, 2) 57'000.000 corresponde al número estimado del crecimiento poblacional anual —según el cálculo realizado por los Cavaliers—, y 3) la expresión “# años” es considerada como la variable que representa el número de años a estimar la población

—por ejemplo, para el año 2050 esta expresión fue reemplazada por los Cavaliers por 33—.

- *La cantidad de agua consumida por día por persona* es asumida por la expresión $0,01 \text{ km}^3$, según indagaciones hechas en internet por los Cavaliers. Cabe señalar que esta expresión fue cuestionada por el profesor Juan, como se verá más adelante.
- *La cantidad de agua que podría ser consumida por día por persona en el año 2050* es estimada por la expresión:

$$293 \text{ km}^3 \div 9.300'000.000 = 0,000000031 \text{ km}^3$$

En la que 1) 293 km^3 corresponde a la cantidad de agua potable en el mundo —existente en el momento de la toma de datos según indagaciones hechas por el grupo en internet—, y 2) $9.300'000.000$ corresponde al número de personas estimado para el año 2050.

Una vez el modelo presentado por los Cavaliers —que fue registrado en el tablero por Brad Pitt— fue construido e interpretado, el profesor Juan realizó una serie de preguntas acerca de la procedencia de algunos datos suministrados. Este evento fue presentado en la siguiente transcripción:

{C6-1}: **Profesor Juan.** ... Esa ecuación que estás planteando allí, ¿cómo se les ocurrió eso?... Entiendo los 7.500 millones y por qué le suman el otro pedazo.

{C6-2}: **Brad Pitt.** Porque este es el crecimiento poblacional anual [señalando la expresión $57'000.000 \times \# \text{ años}$]. Y estamos en el 2017 al 2050, serán 23 años. Entonces por el número de años, por 23 [Brad se equivoca al decir el número de años pues es 33 y no 23; sin embargo, los cálculos están realizados tomando $\# \text{ años}$ como 33].

{C6-3}: **Profesor Juan.** ¿Cuánto le da ese resultado?,... ¿cuántas personas habría?

{C6-4}: **Brad Pitt.** 9 billones [en ese momento escribe en el tablero " $9.381'000.000 = \text{Personas } 2050$ ", al mismo tiempo que Camila le va leyendo el número].

{C6-5}: **Profesor Juan.** ¿Y entonces?

{C6-6}: **Brad Pitt.** Teniendo en cuenta que cada persona consume $0,01 \text{ km}^3$ al día. Cada persona necesita para vivir [al día, de agua; aclara Camila].

{C6-7}: **Profesor Juan.** ¿Kilómetros cúbicos? [de agua, aclara Camila].

...

{C6-8}: **Profesor Juan.** Bastante.

{C6-9}: **Camila.** Al día.

{C6-10}: **Profesor Juan.** Si me dice que el día, para mí es hartó.

De lo anterior podemos ver que Brad Pitt hizo un esfuerzo para detallar —y dar a entender— los procedimientos y procesos seguidos por el grupo, a través de la expresión de sus particularidades e implicaciones —líneas {C6-2}, {C6-4} y {C6-6}—. El hecho de detallarle al profesor Juan y al curso 11-X es considerado por Milani (2015) como *identificar*, toda vez que en este acto también se envuelven esfuerzos de explicación, justificación y delineamiento de ideas —especialmente matemáticas—; es decir, Brad Pitt estaba cristalizando las ideas de los Cavaliers.

En el momento en que el profesor Juan cuestionó el valor $0,01 \text{ km}^3$ de agua al día —líneas {C6-7} a {C6-10}—, Brad Pitt siguió escribiendo en el tablero los cálculos que le permitirían relacionar la cantidad de agua por persona y el número de habitantes para el 2050 —ver Figura 34—.

{C7-1}: **Brad Pitt.** ... O sea, en conclusión, el agua no alcanza para todo el mundo [refiriéndose al año 2050].

{C7-2}: **Profesor Juan.** Pero ... ¿por qué no alcanza?

{C7-3}: **Camila.** El agua.

{C7-4}: **Brad Pitt.** ... Porque una persona necesita esto [señalando el valor $0,01 \text{ km}^3$] al día para vivir, y si dividimos el agua que hay en el mundo por el número de personas que va a haber en el 2050, nos da esto [señalando el valor $0,000000031 \text{ km}^3$]. Entonces no alcanza.

{C7-5}: **Profesor Juan.** ¿Seguro?

{C7-6}: **Camila.** [Contesta afirmativamente moviendo la cabeza].

{C7-7}: **Profesor Juan.** ¿Por qué dice que no alcanza? Ese número de abajo [refiriéndose al valor $0,000000031 \text{ km}^3$] es más grande que el de arriba [refiriéndose al valor $0,01 \text{ km}^3$], o el de arriba es más grande que el de abajo?

{C7-8}: **Camila y Paula.** [miran con atención al tablero, tratando de ubicar los datos a los que el profesor Juan hace referencia].

{C7-7}: **Brad Pitt.** ... Si [refiriéndose a que el valor de arriba es más grande que el de abajo].

{C7-8}: **Profesor Juan.** ¿Qué tanto?

{C7-9}: **Brad Pitt.** Mucho.

{C7-10}: **Profesor Juan.** Y como es más grande el de arriba ¿no alcanza?... Entonces ya encontraron la respuesta.

{C7-11}: **Camila.** Pues... sí.

{C7-12}: **Brad Pitt.** Bueno,... no alcanza para vivir.

{C7-13}: **Profesor Juan.** Y ... ¿qué consecuencias traería?

{C7-11}: **Camila.** Pues nos moriríamos.

Es el momento en el que el profesor Juan cuestionó —como ya se había señalado— algunas informaciones de los Cavaliers.

{C8-1}: **Profesor Juan.** ... A mí me encanta matemáticamente el proceso que usted hizo, que hicieron, me encanta; o sea, es un proceso bien argumentado... pero tengo mis... cosas aquí en la cabeza, no dudas, sino... por ejemplo, ¿ese dato de los $0,01 \text{ km}^3$ de dónde salió?

{C8-2}: **Camila.** Es que ese fue el video que nos mostró el profesor Manuel.

{C8-3}: **Profesor Juan.** Ah... el video que mostro el profesor Manuel

{C8-4}: **Camila.** Y de ahí sacamos los datos.

{C8-5}: **Profesor Juan.** Y ustedes... ¿no les dio por revisar?, ... como por pensar ¿ve, qué tanta agua es $0,01 \text{ km}^3$?

{C8-4}: **Cavaliers.** [Desconcertados, guardan silencio inicialmente, y luego Paula y Brad Pitt hablan entre ellos mientras Camila los mira y mira el tablero].

{C8-5}: **Profesor Juan.** Vuelvo al punto, para mí $0,01 \text{ km}^3$ es mucha agua. Y le cuento, pongamen cuidado, le voy a argumentar por qué: vamos a imaginarnos esto, de pronto es un problema de datos, pero le voy a argumentar por qué, mire 1 m^3 , que es una cajita de $1\text{m} \times 1\text{m} \times 1\text{m}$ [refiriéndose a las dimensiones largo, ancho y alto], tiene 1000l de agua. 1000l de agua.

{C8-6}: **Cavaliers.** [Desconcertados, miran con atención al profesor Juan].

{C8-7}: **Profesor Juan.** ... Eso es 1 m^3 . 1 km^3 son $1.000m$ por acá, $1.000m$ por acá y $1.000m$ por acá [haciendo referencia, nuevamente, a las dimensiones largo, ancho y alto] son $1.000'000.000 \text{ m}^3$,... son billones de litros, y ese $0,01$ me da como $1'000.000 \text{ l}$ de agua, haciendo un cálculo rápido en mi cabeza. Y que una persona necesite $0,01 \text{ km}^3$ de agua para vivir... pero, Aquaman o una sirena ... Por las cantidades, los invito... el cálculo está perfecto, no está mal, pero si re-evalúen un poquitico ese dato de arriba.

{C8-8}: **Camila.** Está mal,... si, cambiarlo.

{C8-9}: **Profesor Juan.** No, buscarlo.

{C8-10}: **Brad Pitt.** Es que tenemos que pasar este dato a litros [refiriéndose al valor 293 km^3 que se encuentra en la última línea del procedimiento realizado en el tablero].

{C8-11}: **Profesor Juan.** Y ... ¿tuvieron problemas ahí?

{C8-12}: **Brad Pitt.** [contesta afirmativamente con la cabeza] Es que el dato no está en litros.

{C8-13}: **Profesor Juan.** Si quiere, ahorita me siento ahí y les ayudo a pasarlo a litros, es que kilómetros cúbicos para mí es complicado.

...

El cálculo no lo miren, que está perfecto y de pronto eso que les dio ahí [refiriéndose a $0,000000031 \text{ km}^3$], lo que le corresponde a cada persona, perfecto, pero pasémoslo a litros porque es más significativo.

...

[A continuación el profesor Juan y Gabriel colocan algunas situaciones hipotéticas para ejemplificar, estimar y significar un poco más los datos obtenidos. Inclusive, el profesor Juan insiste en sugerir el trabajo en litros y no en kilómetros cúbicos, pues es una referencia que podría ser más natural para un habitante].

Para Milani (2015), el acto de *controvertir* implica intentar que los raciocinios vayan en una nueva dirección o que cuestionen el conocimiento ya adquirido. Este escenario es justamente el que el profesor Juan realizó con frases como “¿ese dato de los $0,01 \text{ km}^3$ de dónde salió?”, “Y ustedes ... ¿no les dio por revisar?,... como por pensar ¿ve, qué tanta agua es $0,01 \text{ km}^3$?”, o “ 1 km^3 , son $1.000m$ por acá, $1.000m$ por acá y $1.000m$ por acá [haciendo referencia, nuevamente, a las dimensiones largo, ancho y alto], son $1.000'000.000 \text{ m}^3$ ” —líneas {C8-1}, {C8-5} y {C8-7}—.

Tal acción del profesor Juan implicó, de alguna manera, una *reformulación* por parte de los Cavaliers, pues al concentrar la atención en el valor $0,01 \text{ km}^3$, el profesor hizo una invitación para ampliar la idea (ALRØ; SKOVSMOSE, 2012), que se hizo particularmente explícita en expresiones como la de la línea {C8-13} —“Si quiere, ahorita me siento ahí y les ayudo a pasarlo a litros, es que kilómetros cúbicos para mi es complicado” o “... pero pasémoslo a litros porque es más significativo”—.

Conjuntamente, y ante los actos señalados a partir de la transcripción anterior —controvertir y reformular—, a los Cavaliers no les fue posible desarrollar un argumento que les permitiera cuestionar los planteamientos presentados por el profesor Juan o corroborar los propios. Este hecho es aún más diciente en la línea {C8-6} —[Desconcertados, miran con atención al profesor Juan]—, en el que se hace evidente que el acto de *defender* está roto.

Tal circunstancia permitió que los Cavaliers se replantearan la pertinencia y veracidad de tal expresión, lo que les implicó nuevas indagaciones. Esta eventualidad puede observarse en la parte inferior izquierda de su infografía, en la que expresaron que “cada persona consume 2 litros de agua al día, $0,01 \text{ km}^3$ en todo el mundo” —ver Figura 35—.

Figura 35: Infografía Cavaliers



Fuente: Infografía elaborada por el grupo Cavaliers.

Al observar la infografía que fueron construyendo los Cavaliers encontramos la frase “Si seguimos así ... más personas, más urbanizaciones, menos recursos”, con la cual muestran —de manera menos categórica que las Dinamita— una preocupación, por una parte, acerca del maltrato a la naturaleza en el sentido ya expuesto por Chesnais (2013), y por otra, por las consecuencias de una “intrusión” a la naturaleza, en el sentido de Stengers (2015), como lo es el no tener una postura clara frente a la preservación de nuestros recursos —en este caso frente al agua potable—.

Finalmente, como se señaló en el apartado “Análisis crítico de los desarrollos planteados”, en el Capítulo sexto, los estudiantes realizaron análisis reflexivos paulatinamente a lo largo del desarrollo de cada una de las etapas del ambiente de modelación, lo que les permitió tomar posicionamientos argumentados sobre sus propias problemáticas. Sin embargo, el profesor Juan consideró pertinente destinar un espacio al final del desarrollo del ambiente de MM para que los grupos socializaran —ante sus compañeros y el profesor— sus posiciones, reflexiones y conclusiones sobre la problemática desarrollada. Tal intención, además, estuvo motivada por la declaración del sindicato del Magisterio en relación con un paro nacional indefinido, lo que no permitía destinar más de una clase a la socialización. Por tales razones, se consideró el desarrollo de un debate que permitiera cerrar el trabajo con los estudiantes del curso 11-X. En esta actividad, en términos generales, tanto los Cavaliers como las Dinamitas resaltan que:

- Obtener informaciones reales y confiables sobre las problemáticas desarrolladas les permitió mayor confiabilidad de sus propios procesos y reflexiones, de forma que vislumbraron el propósito de ir más allá de la realización de desarrollos y cálculos correctos y consistentes;
- No basarse en datos reales los pone en una posición en la que no pasarían del mundo de las especulaciones sobre las problemáticas, e inclusive desconocerían la propia existencia de ellas, pues los datos y los cálculos matemáticos les permitieron conocer los argumentos sobre sus problemáticas;
- Los desarrollos alcanzados y los cálculos matemáticos realizados influyeron en el pensamiento de los grupos sobre la problemática desarrollada, pues permitieron comprensiones, mayores claridades sobre los propios conceptos y argumentaciones y caminos para plantear soluciones a sus problemáticas. Esta

circunstancia ayuda a centrar su atención sobre la manera en que nos podemos posicionar con respecto al uso de las matemáticas.

Dadas las dinámicas y estructura del debate, el grupo Warrios le preguntó a los Cavaliers si realmente creían que sus hallazgos y conclusiones podrían considerarse en la vida real, a lo que Brad Pitt contestó con absoluta seguridad: “va a pasar” [refiriéndose al crecimiento poblacional y la poca disponibilidad de agua potable a futuro], pues al haber un número limitado de agua, y al darse el crecimiento poblacional, no podría haber otra opción. Esta circunstancia generó otras discusiones en los grupos Warrios y Brokling:

- Los Warrios contra-argumentaron que, por ejemplo, podrían existir métodos para tratar el agua no potable, de forma que se pudiera convertir en potable, a lo que el profesor Juan señaló que la cantidad de agua seguiría siendo igualmente limitada. Esta polémica llevó a Brad Pitt a recordar nuevamente los datos del crecimiento poblacional, insistiendo en que en la actualidad la natalidad es mayor que la mortalidad.
- Los Brokling, por su parte, recordaron un hecho histórico —“la peste negra”— en el que murió una cantidad importante de personas. Esta circunstancia fue debatida por Brad Pitt en términos de que era un evento de cuya ocurrencia no se tendría certeza, por lo que no podrían hacer señalamiento alguno pues —es hipotético—.

Las anteriores reflexiones generadas alrededor del debate permiten evidenciar que el acto de *evaluar* se desarrolla a lo largo del desarrollo del ambiente de MM y específicamente al final de este proceso, es importante que los estudiantes (y el profesor) sean capaces de evaluar el trabajo realizado en su conjunto y también los razonamientos y procedimientos específicos.

7.2.2.2 Diagramando los actos dialógicos de los Cavaliers

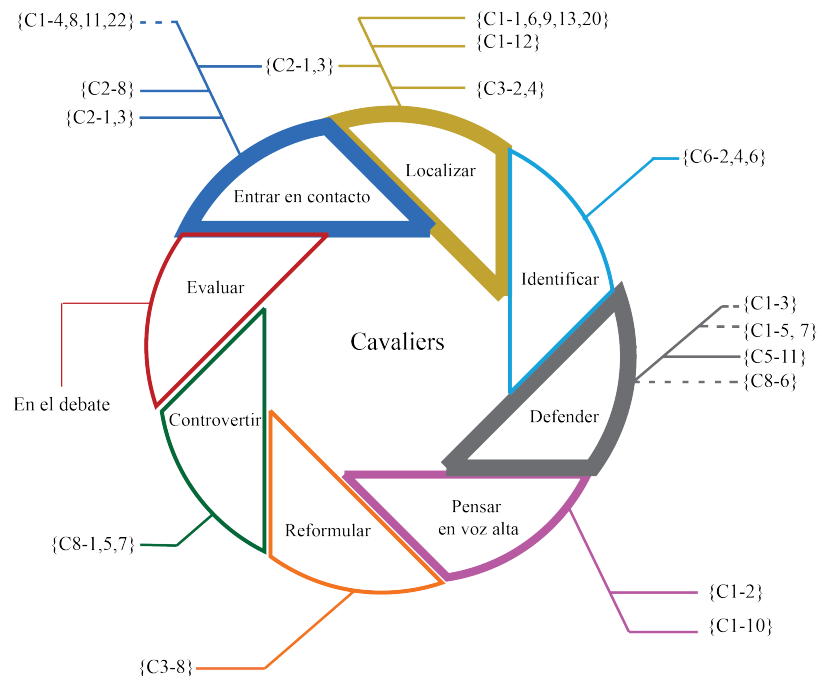
A continuación, se representa por medio de un diagrama una mirada del actuar de los Cavaliers —Figura 36— a través de los actos dialógicos. Como ya se había mencionado, dicha representación centra la atención en las *líneas de fragmento* — $\{X_{i-j}\}$ —.

Particularmente, en la descripción realizada encontramos que:

- La interacción de Camila con sus compañeros en la que buscaba que cada uno se expresara sobre posibles problemáticas para, de esta manera, visibilizarlas, le permitió adentrarse en el acto de *localizar*, pues estaba buscando comprensiones para saber si las diferentes perspectivas eran útiles para la investigación —líneas {C1-1}, {C1-6} {C1-9}, {C1-13}, {C1-20}—. Sin embargo, en este actuar de Camila también observamos que en la línea {C1-3} desistió de *defender* la posibilidad de reflexionar acerca de la problemática que ella estaba sugiriendo. Un hecho similar —desistir de defender— lo vemos en Johan, pues al ser cuestionado por su compañera —{C1-5} y {C1-7}— cedió ante esta posibilidad.
- Al manifestar sus ideas respecto al proceso de indagación, Brad Pitt estaba en un proceso que puede ser considerado como *pensar en voz alta* —{C1-2} y {C1-10}—. Sin embargo, en la línea {C1-12}, y gracias a la interacción que algunos de sus compañeros, Brad hizo un esfuerzo por expresar sus ideas y por tornarlas visibles, lo que le permitió aproximarse al acto de *localizar*.
- Al limitarse solamente a intentar apoyar una problemática —sin lograr mencionar argumento alguno—, Paula dejó la responsabilidad de la gestión de la actividad a sus compañeros, lo que ejemplifica que el acto de *entrar en contacto* estaba roto —{C1-4}, {C1-8}, {C1-11} y {C1-22}—.
- En las líneas {C2-1} y {C2-3} Camila evidencia que aspectos emocionales y sensibles emergieron alrededor de la problemática, lo que le permitió *entrar en contacto* con las ideas expuestas. Además, se expresaron particularidades e implicaciones para la investigación, lo que también le permitió *localizar*. Además, la pregunta de la línea {C2-8} les permitió a los Cavaliers *entrar en contacto*; es decir, participar y ser conscientes —estar presentes—, no solo en la conversación sino también en las contribuciones de cada uno.
- En las líneas {C3-2} y {C3-4} Camila y Paula *localizaron* cuando ubicaron aspectos de los que no tenían consciencia. Paralelo a lo anterior, Paula le permitió a Camila salir de la dificultad al realizarle una aclaración —en la línea {C3-8}—, lo que a su vez le permitió entrar en el acto de *reformular*.
- De acuerdo con Alrø y Skovsmose (2012), *defender* puede considerarse como una argumentación experimental o hipotética, lo que es ejemplificado cuando Camila —en la línea {C5-11}— presentó un supuesto o conjetura.

- Según Milani (2015), en el acto de *identificar* también se involucran esfuerzos de explicación, justificación y delineamiento de ideas —especialmente matemáticas—; esta circunstancia es evidenciada en las líneas {C6-2}, {C6-4} y {C6-6}, en las que se detallan los procesos realizados al profesor Juan y al curso 11-X.
- El acto de *controvertir* implica el intento de llevar raciocinios en una nueva dirección o el cuestionamiento del conocimiento ya adquirido. Este escenario es justamente el que el profesor Juan realizó en las líneas {C8-1}, {C8-5} y {C8-7}. Por otra parte, en la línea {C8-6} los Cavaliers presentaron desconcierto ante las observaciones y cuestionamientos del profesor Juan, y observaron con atención al profesor, lo que implica que el acto de *defender* estaba roto.

Figura 36: Representación de los actos dialógicos del grupo Cavaliers.



Fuente: Elaboración propia⁹⁰.

En el anterior diagrama, se destaca una concurrencia de actos dialógicos que fueron desarrollados con mayor fuerza en el proceso seguido por los Cavaliers (*entrar en contacto, localizar, defender y pensar en voz alta*). Esta afluencia les permitió realizar algunas reflexiones sobre la problemática desarrollada —ejemplo de ello lo podemos observar en la infografía (Figura) en frases como “si seguimos así ..., más personas, más urbanizaciones, menos recursos—. Cabe señalar que estas reflexiones no hubieran sido posibles sino se hubieran puesto en escena las *matemáticas en acción* —en el sentido propuesto por Skovsmose (2005)—.

⁹⁰ Cuando un conjunto de líneas —{CX-i}, {CX-j}, {CX-k}, {CX-l}— esté recreando una misma idea, tal conjunto será expresado en el diagrama con un único código, en el que el número de las líneas será separado por comas —{CX-i, j, k, l}—. Por ejemplo, si el conjunto {C3-1}, {C3-6} y {C3-9} recrean una misma idea, este será expresado como {C3-1, 6, 9}, que para este caso concreto indica que se hace referencia a las líneas 1, 6 y 9 del fragmento 3 del grupo Cavaliers.

Al igual que en el actuar de las Dinamitas, los actos que no se manifestaron con la misma fuerza (*identificar, reformular, controvertir y evaluar*) también les permitieron reflexiones sobre las consecuencias y alcances, en la construcción de su modelo, para lo cual resultó determinante las habilidades matemáticas y las habilidades en aplicar la matemática en la construcción de modelos. Este hecho se ejemplifica en actos como el de *evaluar*, resaltado en el debate donde Brad Pitt —al ser cuestionados si realmente creían que sus hallazgos y conclusiones podrían considerarse en la vida real— manifiesta, con absoluta seguridad, que sus reflexiones y cálculos sobre el crecimiento poblacional y la poca disponibilidad de agua potable a futuro permiten entrever que no habrá otra opción.

De esta manera, puede señalarse —por los desarrollos de los Cavaliers evidenciados a partir de los actos dialógicos— que en su proceso de modelación las matemáticas tocaron una realidad (en este caso un problema social y ambiental) además de explorarla, ahondar en ella e intentar buscar alternativas, circunstancia que evidencia improntas del conocer reflexivos por parte de los Cavaliers. Cabe señalar que en la consecución de tales improntas resultó determinante el acompañamiento realizado por parte del profesor Juan.

7.3 Vislumbrando procesos de indagación, toma de riesgos y mantener la igualdad desde los actos dialógicos

Como ya se ha señalado, para desarrollar el conocer reflexivo no basta reorganizar las habilidades matemáticas y las habilidades en aplicar la matemática en la construcción de modelos pues, aspectos de la forma en que manejamos tales habilidades y competencias hacen parte de la forma en que reflexionamos.

Paralelo a lo anterior, desde una mirada Freiriana, Zitzoski (2010) señala que

O sea, a través del diálogo podemos mirar el mundo y nuestra existencia en sociedad como proceso, algo en construcción, como realidad inacabada y en constante transformación. En esa perspectiva, el diálogo es la fuerza que impulsa al pensamiento crítico - problematizador con relación a la condición humana en el mundo. A nuestro modo de ver, es a través del diálogo que podemos *decir mundo*. Además de eso, el diálogo implica una *praxis social*, que es el compromiso entre la palabra dicha y nuestra acción humanizadora. Esa posibilidad abre caminos para repensar la vida en sociedad, discutir sobre nuestro *ethos cultural*, sobre nuestra educación, el lenguaje que utilizamos y la posibilidad de actuar de otra forma, para transformar el mundo que nos rodea (p. 152–153).

Considerar las anteriores ideas al reflexionar sobre los diálogos de los estudiantes —

teniendo como tela de fondo las descripciones de los procesos seguidos por las Dinamitas y los Cavaliers, por medio de los actos dialógicos— resultan importante en mi propósito por Caracterizar el conocer reflexivo que desarrollan estudiantes que viven en condiciones de vulnerabilidad social en ambientes de modelación matemática desde una perspectiva socio crítica.

Para ello —de acuerdo con los argumentos hasta aquí expuestos, particularmente en el apartado Introducción al análisis de los datos desde la mirada de los actos dialógicos del presente capítulo— comienzo por recordar que el diálogo tiene dos características las cuales son ilustradas a partir del actuar de las Dinamitas y los Cavaliers:

- La primera, es la posibilidad de describir el diálogo en términos de los actos dialógicos, la cual resultó fundamental, en el anterior apartado, para describir los desarrollos de las Dinamitas y los Cavaliers.
- La otra característica, de naturaleza más global, tiene que ver con que el diálogo puede ser asumido como una forma especial de comunicación, la cual requiere: i) estar asociada a un proceso de indagación, ii) incluye toma de riesgos y iii) mantiene la igualdad (ALRØ; SKOVSMOSE, 2012).

En relación con la segunda característica —particularmente con el aspecto *proceso de indagación*— se observa que las Dinamitas y los Cavaliers exploraron y actuaron con curiosidad, sentido crítico y ponderación reflexiva —en el sentido expuesto por Alrø y Skovsmose (2012)—, hecho que se refleja a través de algunos actos dialógicos. En la Tabla 9, a continuación, relaciono —desde mi mirar— dichos actos buscando, ejemplificarlos con alguna *línea de fragmento* —{Xi-j}—

Tabla 9: Aspecto proceso de indagación a partir de los actos dialógicos de las Dinamitas y los Cavaliers

Acto	Dinamitas	Cavaliers
<i>Entrar en contacto</i>	En las líneas {D1:3}, {D1:6} y {D1:4}, Alejandra actúa con sentido crítico al valorar y apoyar la contribución de Marx en relación con el por qué no trabajaron sobre el embarazo en la adolescencia.	Los Cavaliers: En la línea {C2-8} actúan con curiosidad cuando establecen el interrogante ¿alcanzará el agua para todos en el planeta? En las líneas {C2-3}, {C2-4}, {C2-6}, {C2-7} y {C2-9} con ponderación reflexiva al integrar en sus reflexiones una realidad nacional en el departamento de la Guajira.
<i>Localizar</i>	En la línea {D1:7}, Sharit actúa con curiosidad, al escuchar con atención a sus	En las líneas {C1: 6}, {C1: 9}, {C1: 13}, {C1: 16}, {C1: 18}, {C1: 20}, Camila, actúa con ponderación reflexiva cuando está rastreando

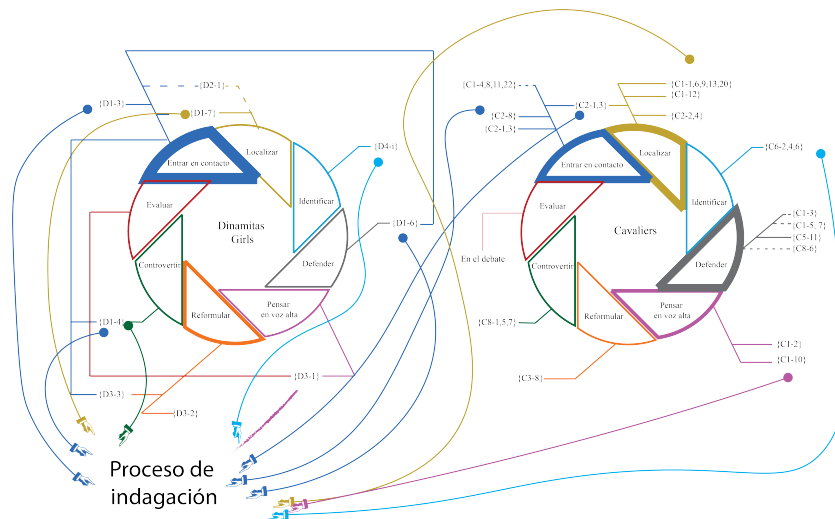
	compañeras, presta atención e intenta entender y asimilar lo que fue dicho.	e indagando con sus compañeros posibles problemáticas. En la figura XX, los Cavaliers evidencian ponderación reflexiva cuando se dieron a la tarea de complementar sus hallazgos con otras informaciones encontradas en internet (como cálculo de la tasa de natalidad y mortalidad)
<i>Identificar</i>	Las Dinamitas: En la figura 24, evidencian ponderación reflexiva al reconocer que la temperatura promedio del mundo ha acelerado su aumento en las últimas décadas; En la transcripción D4 ({D4:i}), actúan con curiosidad al replantear la pregunta pues pudieron encontrar datos e informaciones, además de un acercamiento con sus propios conocimientos matemáticos.	En las líneas {C6-2}, {C6-4} y {C6-6}, los Cavaliers actúan con ponderación reflexiva al detallarle al profesor Juan y a sus compañeros sus reflexiones (justificación y delimitamiento de ideas, especialmente matemáticas).
<i>Defender</i>	Sin evidencias percibidas.	En la línea {C5-11}, Camila actúa con ponderación reflexiva cuando le manifiesta al profesor Juan: “Pues, porque si hay sobrepoblación no vamos a poder vivir, porque sin el agua... [reafirmando con el gesto de su cara la imposibilidad de vivir sin agua]”.
<i>Pensar en voz alta</i>	En la línea {D3:1}, las Dinamitas actuaron con ponderación reflexiva al manifestar de viva voz, que cambiaron la pregunta por una que les permitiera encontrar más datos.	En las líneas {C1-2}, {C1-10} y {C1:12}, Brad Pitt actúa con curiosidad cuando manifiesta sus ideas con respecto al proceso de indagación; En la transcripción 4 ({C4:X}), el profesor Juan actúa con curiosidad cuando, dentro de su práctica pedagógica, encuentra nuevas perspectivas en el desarrollo presentado por los Cavaliers (“pare ahí. ¿Qué estás calculando ahí?” o “Hay varios datos ahí. No siga haciendo cuentas, ... despacito”).
<i>Controvertir</i>	En la línea {D1:4}, las Dinamitas actúan con ponderación reflexiva al cuestionar el conocimiento ya establecido —en este caso el de considerar el embarazo en adolescentes como una problemática digna de ser reflexionada—.	Sin evidencias percibidas.

Fuente: Elaboración propia.

En estos actos, de manera general, se evidencia que los estudiantes se formularon preguntas y buscaron explicaciones a las mismas. Algunas preguntas se convierten, a su vez, en un reto que los estudiantes parecen haber asumido y traducido en búsqueda de explicaciones (por ejemplo, cuando las Dinamitas replantean la pregunta). Además, los estudiantes exploraron otros puntos de vista. Este conjunto de movimientos fue posible gracias a que los grupos actuaron con interés y consideración sobre sus propias problemáticas.

En la Figura 37 se presenta un diagrama en el que se representan las anteriores relaciones (entre los actos dialógicos de los grupos con el proceso de indagación):

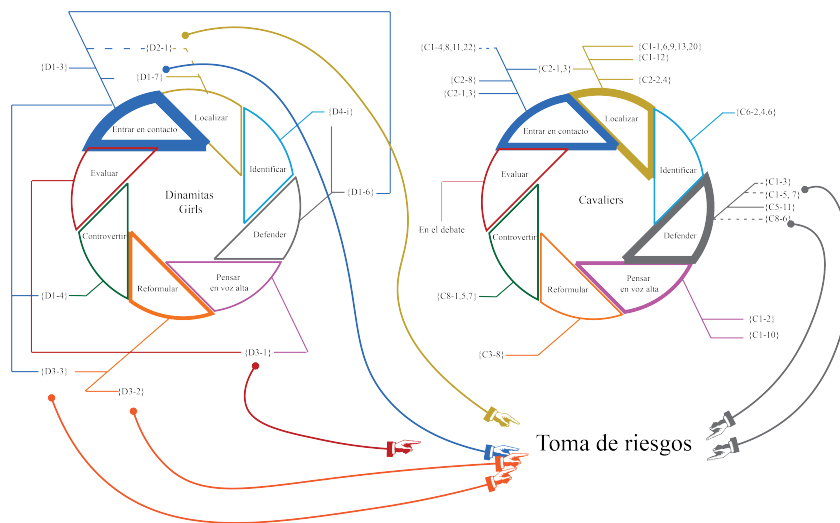
Figura 37: Actos dialógicos que vislumbran el proceso de indagación



Fuente: Elaboración propia.

Realizando un proceso análogo alrededor de los aspectos *toma de riesgos* y *mantener la igualdad* en la Figura 38 y Figura 39 se representan las relaciones entre los actos dialógicos de los grupos con cada uno de los aspectos.

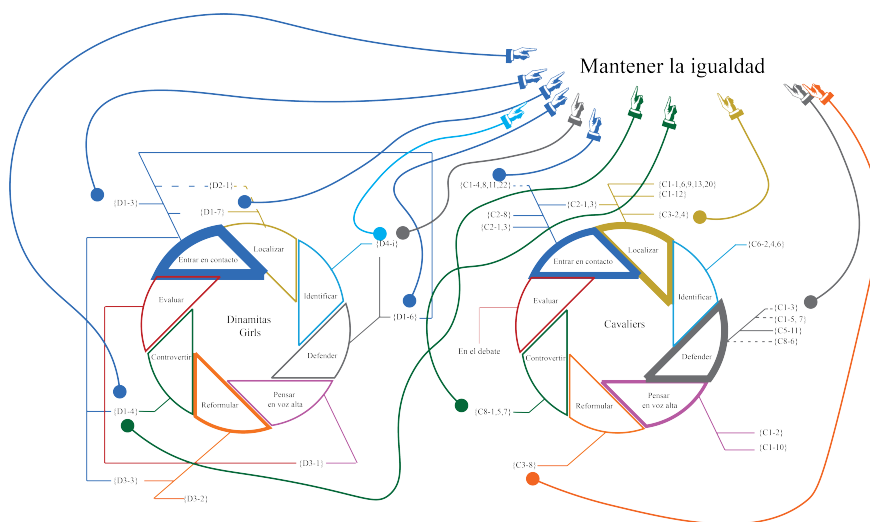
Figura 38: Actos dialógicos que vislumbran el proceso de tomar riesgos



Fuente: Elaboración propia.

Para la *toma de riesgos*, se tuvo en cuenta —apoyado en Alrø y Skovsmose (2012)— que en ella pueden confluír asuntos delicados y no previstos, perder el control o llegar a un punto muerto; mientras que el aspecto *mantener la igualdad*, se contempló como un proceso dinámico entre los integrantes del grupo, donde las relaciones no estuviera definidas por la autoridad, además de involucrar respeto por la diversidad (ALRØ; SKOVSMOSE, 2012).

Figura 39: Actos dialógicos que vislumbran el proceso de mantener la igualdad



Fuente: Elaboración propia.

Por otra parte, teniendo como tela de fondo el conocer reflexivo de los estudiantes, comparto con Skovsmose (1994) que él juega un papel importante en tanto que:

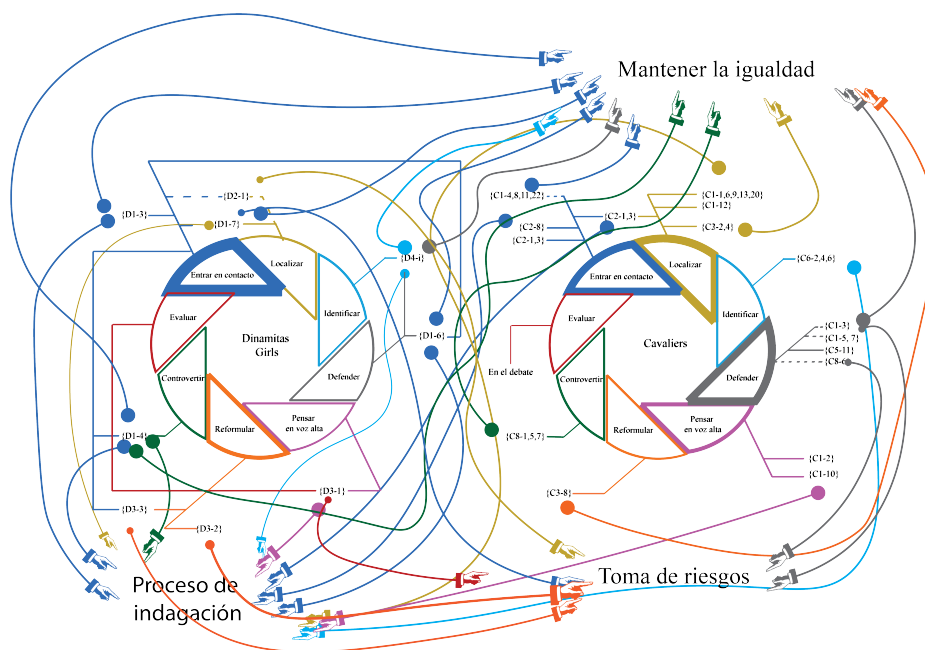
- *Permite indagar la manera en que la modelación matemática afecta —o no— el contexto social que dio origen al problema abordado.* Tal afectación se evidencia —por ejemplo— en el debate en el que tanto las Dinamitas como los Cavaliers manifiestan que: No basarse en datos reales los pone en una posición en la que no pasarían del mundo de las especulaciones sobre las problemáticas, e inclusive desconocerían la propia existencia de ellas, pues los datos y los cálculos matemáticos les permitieron conocer los argumentos sobre sus problemáticas. Este último aspecto, además, reivindica, como un rasgo común, las prácticas con las matemáticas.
- *Tiene que captar la situación en la que las habilidades en la aplicación de las matemáticas y las competencias en la construcción del modelo se ponen en*

marcha. Tal situación puede verse reflejada si se tienen en cuenta que los desarrollos realizados, en ambos casos, posibilitaron nuevos pensamientos (relacionados, por ejemplo, con una mayor conciencia y sensibilidad sobre sus problemáticas), claridad sobre los conceptos y argumentaciones (permitiéndoles posicionarse —a través del uso de las matemáticas— sobre el cambio climático y el crecimiento poblacional y sus posibles consecuencias sobre la utilización de los recursos naturales). Cabe señalar que para ello resulta fundamental la comprensión no solo del lenguaje en general, también del lenguaje matemático, aspecto que evidencia, como otro rasgo común, la importancia de la lectura crítica y matemática.

- *La base epistemológica de las reflexiones está en los aspectos sociológicos y éticos de la forma en que manejamos dicha tecnología.* Ello puede percibirse, por una parte, en las reflexiones colectivas sobre lo ambiental (por ejemplo, en expresiones como “La humanidad está matando al planeta por un proceso “la evolución” o “Pero lo podemos mirar desde el punto de que: si hay sobrepoblación, alcanzará el alimento o no para suplir todas las necesidades de las personas” en las que se aprecia pensamientos que pueden recaer en la forma en que funcionamos, en tanto estructura humana. Y por otra, en expresiones como “... pobrecitas las muchachas que de verdad están embarazadas, ...” que permitirían pensamientos sobre una ética hacia el otro que sufre. Aspectos como las reflexiones colectivas y pensar una ética hacia el otro, reivindican, como rasgos comunes, la colectividad y pensar en el otro.

En la Figura 40, se presenta un diagrama en el que se agrupan las relaciones entre los actos dialógicos de los grupos con las características del diálogo.

Figura 40: Actos dialógicos que vislumbran las características del Diálogo



Fuente: Elaboración propia.

Por otra parte, visibilizar la emergencia de los anteriores rasgos comunes, en relación con los procesos tanto de las Dinamitas como de los Cavaliers, hacen un llamado a explorar y reflexionar alrededor de ellos. Circunstancia que es más evidente si se tiene en cuenta, por ejemplo:

- Las percepciones, consideraciones y sensibilidades hacia el otro y hacia lo otro, aspecto que se manifiesta en los Cavaliers cuando expresan preocupación por si alcanzará el agua dado el crecimiento poblacional o en la infografía de las Dinamitas al expresar frases como el planeta te pide que cambies la forma de cuidarlo. Este rasgo se ahondará en el apartado Pensando en el otro, en el siguiente capítulo.
- Cuando los estudiantes leen e interpretan las informaciones que han consultado. Este hecho se refleja en acciones como la lectura e interpretación que los Cavaliers hacen sobre el dato 0,01 km³ de agua o cuando las Dinamitas manifiestan haberse apoyado en una investigación de la National Geographic en relación con los 3,5 litros de metano que produce una persona, pues ello los puede llevar a una pérdida de control (o a asuntos no previstos) en relación con

sus problemáticas. Circunstancia que se profundizará en el apartado Lectura crítica y matemática, en el siguiente capítulo.

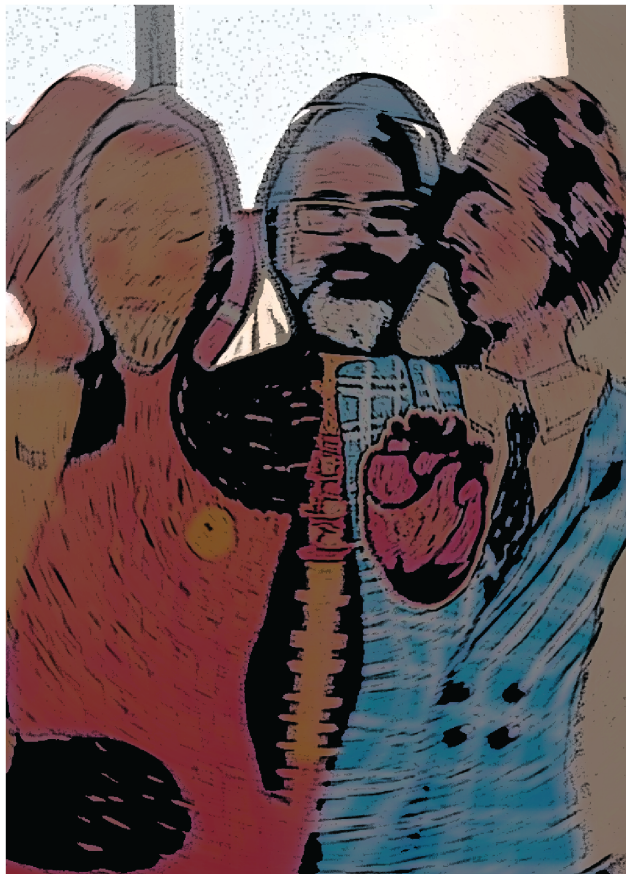
- Las comprensiones sobre la manera en que podemos conocer, con las matemáticas, la sociedad posibilita que los estudiantes encuentren sentidos para permanecer en el aula de clase. Evidencia de ello son las razones y los sentidos que afloraron en las Dinamita y los Cavaliers en relación con los problemas ambientales y el cuidado y la preservación de los recursos naturales. Este rasgo será tema de reflexión en el apartado Prácticas con las matemáticas, en el siguiente capítulo.
- Una gran diferencia en el actuar, como grupo, entre las Dinamitas y los Cavaliers se evidencia en los Cavaliers, cuando en la transcripción 1 —{C1:X}— cada integrante actúa de manera independiente y no cohesionada en contraste con las Dinamitas, quienes asumieron desde un principio una empresa común con un grado mayor de colectividad. Esta particularidad será tema de reflexión en el apartado La colectividad, en el siguiente capítulo

Estas apreciaciones, junto con la descripción realizada de los grupos, se configuran — en términos de la metáfora que le da vida al capítulo— en una mirada a los diálogos de las Dinamita y los Cavaliers, no como son sino como las sentí, viví y percibí desde mi óptica. En el siguiente capítulo, desarrollo con mayor profundidad tales rasgos.

Capítulo Octavo

MIRADAS TRANSVERSALES

Figura 41: El corazón y las miradas



Fuente: Elaboración Propia.⁹¹

Con esta fotografía, en la que se evoca la fuerza ejercida y las miradas provocadas al mover las cuerdas del corazón, introduzco el Capítulo Octavo, en el que busco presentar rasgos comunes encontrados en el ejercicio de considerar los diálogos de los grupos Dinamita Girls y Cavaliers bajo un pensamiento de Howard G. Hendricks.

⁹¹ Ilustración adaptada de la fotografía tomada en la Universidad Federal de Minas Gerais —UFMG— en Belo Horizonte – Brasil por la psicóloga Yudi Pardo, realizada en junio de 2019.

En el anterior capítulo presenté una descripción —permeada por mi mirar— del proceso llevado a cabo por las Dinamita y los Cavaliers al desarrollar el ambiente de MM, para lo que utilicé como estrategia episodios en los que se vislumbraba el concepto de los actos dialógicos (ALRØ; SKOVSMOSE, 2002, 2006, 2012; MILANI, 2015); asimismo, relacioné tales actos con aspectos específicos del diálogo —proceso de indagación, toma de riesgos y mantener la igualdad (ALRØ; SKOVSMOSE, 2012)— lo que posibilitó consideraciones sobre el conocer reflexivo. Esta coyuntura me permitió advertir, además, rasgos comunes en el actuar de los grupos Dinamita Girls y Cavaliers.

En el presente capítulo busco contestar la pregunta que orienta esta investigación —expuesta en la sección “Demarcaciones de un cuestionamiento” en el Capítulo Primero— ¿Qué caracteriza el conocer reflexivo que desarrollan estudiantes que viven en condiciones de vulnerabilidad social en contextos de modelación matemática desde la perspectiva socio crítica? Para ello, metafóricamente, tendré como trasfondo la siguiente frase de Howard G. Hendricks:

La enseñanza que deja huella no es la que se hace de cabeza a cabeza, sino de corazón a corazón.

Con esta frase quiero indicar que las problemáticas asumidas y desarrolladas por los estudiantes del curso 11-X tocaron sus corazones, despertaron sus miradas —cambiando, en algunos casos, la forma de ver las cosas—, los transportaron a otros escenarios y les permitieron abrir puertas, lo que posibilitó vislumbrar rasgos del conocer reflexivo gracias a la fuerza ejercida y las miradas provocadas al mover las cuerdas del corazón.

Para contestar la pregunta debo comenzar por señalar que tal caracterización tiene dos aspectos que revisten gran importancia. El primero hace alusión al medio —la modelación matemática desde la perspectiva socio crítica— mientras que, el segundo, a los sujetos que intervienen —estudiantes con una condición también particular, que viven en condiciones de vulnerabilidad social—.

En relación con el primer aspecto, debo señalar que la MM fue presentada como un ambiente de aprendizaje en el que los estudiantes fueron invitados, por medio de la matemática, a problematizar e investigar situaciones con referencia en la realidad (BARBOSA, 2004), lo que posibilitó que las Dinamitas y los Cavaliers reflexionaran sobre la manera en que nos podemos posicionar con respecto al uso de las matemáticas.

Este aspecto es evidenciado en los desarrollos de los grupos en varios momentos, uno de ellos se ubica en la actividad final (el debate) cuando las Dinamitas y los Cavaliers coinciden en señalar que los desarrollos alcanzados y los cálculos matemáticos realizados influyeron en su pensamiento sobre las problemáticas desarrolladas, pues permitieron comprensiones, mayores claridades sobre los propios conceptos y argumentaciones y caminos para plantear soluciones a sus problemáticas, vislumbraron el propósito de ir más allá de la realización de cálculos correctos y consistentes. Dejaron, así, entrever un rasgo común, también señalado en el capítulo anterior, y que tiene que ver con lo que he denominado *prácticas con las matemáticas*.

Esta circunstancia estuvo en consonancia con la idea de acercarse a realidades de las que no eran conscientes y que surgen de sus temáticas —por ejemplo, a la producción del gas metano en una ciudad como Bogotá o al crecimiento poblacional y su afectación a recursos naturales como el agua—; de “exprimir las” —yendo más allá al buscar la producción de metano en otras ciudades para posteriormente cuestionarse por ser la ciudad que más produce este tipo de gases o construyendo una expresión que les permita estimar el número de personas en x años para poder tomar conciencia y predecir si el agua potable alcanzará—. Cabe señalar que también buscaron hacer conscientes a sus compañeros buscando con ello generar un clima que logre vislumbrar cambios de actitud frente a este tipo de problemáticas. Lo anterior —acercarse a la realidad, exprimir la y generar un clima que permita pensar en alcanzar cambios— permite concebir, desde las reflexiones de Skovsmose (1994), a la MM como una importante manera en la que las matemáticas ejercen su poder formativo.

Además, el ambiente de MM, en tanto medio para caracterizar el conocer reflexivo, también posibilitó una educación política de las Dinamitas y los Cavaliers, en el sentido expuesto por Araujo (2009), ya que la presencia de las matemáticas favoreció actuaciones críticas, circunstancia que se refleja cuando manifestaron que basarse en datos reales les facilitó distanciarse del mundo de las especulaciones sobre las problemáticas —e inclusive propició toma de conciencia sobre su existencia— pues los datos y los cálculos matemáticos les propiciaron argumentos sobre sus problemáticas, lo que les permitió posicionarse frente a ellas —como se refleja en sus infografías en frases como las ya señaladas “el planeta te pide que cambies tu forma de cuidarlo” o “si seguimos así ... más personas, mas urbanizaciones, menos recursos”—. Lo anterior, desde miradas como las de Valero (2012), también evidenció que los grupos —al sopesar las implicaciones sociales de sus problemáticas y sus consecuencias— involucraron en el desarrollo de sus ambientes de MM aspectos diferentes de las matemáticas,

conectándolos —implícitamente— con pensamientos expuestos por filósofos ambientales. Cabe señalar que, si bien haberse basado en datos reales les permitió tomar distancia del mundo de las especulaciones, en la lectura de tales datos no siempre fue comprendido su significación, aspecto que evidenció otro rasgo común, también señalado en el capítulo anterior, y que hace referencia a la *lectura crítica y matemática*.

Por lo expuesto, la MM le posibilitó a los grupos considerar un uso de las matemáticas en términos de coherencia, complejidad, comprensión, integración en una teoría y vinculación a la realidad observada, en relación con sus problemáticas, yendo en concordancia con la idea de una *alfabetización matemática centrada en la ciudadanía*.

En relación con los estudiantes que viven en condiciones de vulnerabilidad social en tanto sujetos partícipes de la caracterización del conocer reflexivo comienzo por hacer un reconocimiento desde lo que dicen, piensan, sienten y creen para comprender su forma de actuar en el mundo. Esta situación me remonta al actuar de los Cavaliers, particularmente al de Brad Pitt, cuando entra en contraposición con su compañera en relación con la pena de muerte como salida a alguna problemática.

De esta manera, partir de las manifestaciones de los estudiantes es una forma de considerar su constitución como sujetos políticos en el escenario particular de la escuela y en la vida social, la cual —como se señaló en el capítulo quinto— está llena de desigualdades (económicas, culturales, políticas, entre otras), constituyéndose como un peligro constante contra la capacidad de subsistencia, niveles de bienestar y ejercicio de los derechos de sus habitantes.

Siguiendo posiciones como las de Villoro (2006), los estudiantes explican sus creencias a través de los antecedentes, los motivos y las razones remitiéndose a su biografía de vida y a su historia. Un ejemplo de ello lo vemos en las Dinamitas, particularmente cuando Marx en la descripción uno —línea {D1-2}— menciona: “Es que la verdad... yo en mi caso, no le veo... es problema de ellos..., o sea, yo no le veo gran importancia porque además yo también tuve una prima que tuvo [bebé] a temprana edad..., pero como normal... ya eso se está volviendo como cotidiano...”

Además, la manera como las Dinamitas y los Cavaliers se asumen en el desarrollo de sus ambientes de modelación, se apoya en tener presente lo que los otros piensan y sienten (por ejemplo, Marx en la línea {D1-4} “*Y como siempre es a tomar ese tema... pobrecitas las*

*muchachas que de verdad están embarazadas, como que le están replicando... ah pilas... es por esto y es por esto y son tantas [cosas]... no, no, no me gustó esa idea, no me gustó”). Este tener presente a los otros fue considerado en el anterior capítulo como otro rasgo común, el cual denominé **Pensando en el otro**.*

Lo anterior vislumbra una disposición, por parte de los grupos, a actuar como una unidad, teniendo presente situaciones aprendidas en el interactuar con sus problemáticas, propiciándoles constituir visiones del mundo. Este aspecto les permite empoderarse y dejar a un lado el miedo a presentar sus ideas, a equivocarse y a asumir las consecuencias de las decisiones tomadas desde los argumentos y la posibilidad de discrepar. En este último sentido vemos como Brad Pitt en el debate —cuando el grupo Warrios usó el turno para preguntar si realmente creían que sus hallazgos y conclusiones podrían considerarse en la vida real— contestó con absoluta seguridad: “va a pasar” basándose en que al haber un número limitado de agua, y al darse el crecimiento poblacional, no podría haber otra opción.

Esta circunstancia permite recordar —apoyado en Labrunée y Gallo (2005)— que la vulnerabilidad social también se caracteriza como el resultado de una relación dialéctica entre las condiciones externas —el entorno— y el conjunto de activos —junto con las estrategias para su utilización— que disponen los sujetos o la comunidad.

Es de señalar que, si bien se vislumbra una disposición por parte de las Dinamitas y los Cavaliers a actuar como unidad, como grupo, tal actuación, que he denominado **Colectividad**, no se dio en los grupos de la misma manera, circunstancia que llamó la atención y se clasificó como un rasgo a tener en cuenta al caracterizar el conocer reflexivo.

En relación con los espacios para participar, los estudiantes identificaron al escenario educativo como válido, pues allí tienen un lugar como protagonistas cobrando relevancia como lugares de expresión y afirmación, pues no representan rigidez, se vinculan con otros y pueden desarrollar sus capacidades y habilidades.

Los rasgos serán ejemplificados con el ánimo de realizar una mirada más focalizada y una mayor comprensión que me permitan puntualizar aquellos atributos particulares. Para tal fin, seleccionaré transcripciones del proceso realizado por los grupos —en términos de la metáfora, puntualizaré el conjunto de cuerdas del corazón— que me permitan ahondar en las características del conocer reflexivo (*Pensando en el otro*, *Lectura crítica y matemática*, *Prácticas con las matemáticas* y *La colectividad*).

8.1 Pensando en el otro

Como ya lo he señalado encuentro, tanto en el actuar de las Dinamita como el de los Cavaliers, una preocupación por *el otro*. Tal preocupación toma distancia de posturas que ven al *otro* como un *yo* como yo (PÉREZ, 2013); por el contrario, lo que está presente es ver al *otro* como cuerpo que es objeto de sufrimiento —“pobrecitas las muchachas que de verdad están embarazadas”, “el planeta te pide que cambies la forma de cuidarlo”, “alcanzará el alimento o no para suplir todas las necesidades de las personas”.

Recordemos que para Descartes lo único de lo que puedo estar seguro, en un primer momento, es del *yo*; de ahí su expresión *pienso luego existo*. Es justamente ese “pienso” el que define al *yo* como capaz de pensar tanto la realidad externa como a sí mismo, de manera que el *otro* y el mundo exterior resultan desconocidos cuando nos establecemos como un “yo puro” que piensa.

Un ejemplo en esta dirección, se evidencia en la transcripción D1 en la que vimos cómo Alejandra y Marx *entran en contacto* sobre por qué no problematizaron el embarazo en adolescentes dentro de su ambiente de MM. Particularmente, y dentro de los argumentos expuestos, Marx —en la línea {D1-4}— expresa: “... pobrecitas las muchachas que de verdad están embarazadas, ...”; como ya se señaló en el anterior capítulo, esta expresión va en correlación con estudios como el presentado por entidades como Plan Internacional y Unicef (2014), en el que señalan que si bien se reconoce —en las disposiciones normativas— a las y los adolescentes como sujetos de derechos, se identifican construcciones sobre la adolescencia que van en contraposición de tal reconocimiento (*adolescente infantilizado/a*, incapaz de tomar decisiones y asumir su autocontrol, que debe ser sujeto de protección; *La adolescencia como perversa e instintiva*, que define al adolescente como sujeto de control o *La adolescente mujer como víctima* y, por lo tanto, como sujeto de intervención). Estos posicionamientos, sobre la adolescencia, reafirman una mirada del *otro* y del mundo exterior como desconocidos cuando nos establecemos como un “yo puro” que piensa.

Lo anterior, además, pone una idea del otro como ser finito, como ser totalizado, como ser que puede ser abarcable, pues se parte del *yo* para, por analogía, reconocerlo —o en este caso tal vez deba decir que para desconocerlo—.

En este momento surge un cuestionamiento: ¿cuáles serían las posibilidades de vida de los individuos si el sistema los concibe como sujetos que distan de ser finitos y totalizados? El anterior interrogante, desde el actuar de las Dinamitas y los Cavaliers, implica partir por reconocer a los individuos como cuerpos que son objeto de sufrimiento. Tal vez por eso, y de acuerdo con la línea de reflexiones de Mèlich (2014), la pregunta ética debe ser: ¿quién sufre y cómo puedo estar a la altura de su sufrimiento?; es decir, ¿cómo puedo acompañar al otro en su sufrimiento? —“pobrecitas las muchachas que de verdad están embarazadas”, “el planeta te pide que cambies la forma de cuidarlo”, “alcanzará el alimento o no para suplir todas las necesidades de las personas”, “matar a alguien es contradictorio con la idea misma de solución ‘hermosa’”,...—.

Es en este mirar que me resultan clave las ideas del filósofo Emmanuel Lévinas, para quien el ser no es una realidad fija en el tiempo, sino que se trata de un verbo en gerundio, pues siempre está llegando a ser. El ser es siendo (GUEDES, 2007). Para Lévinas, en el reconocimiento del *Otro* resulta fundamental distinguir el *rostro* de la cara. Normalmente vemos categorías como el color de la piel, el género, ciudadanos, extranjeros, padres e hijos; vemos caras, pero no vemos el rostro. El rostro no se ve, no es una persona; el rostro nos demanda que no seamos indiferentes frente al dolor del otro.

En una entrevista realizada al grupo Cavaliers —realizada al finalizar el desarrollo del ambiente de MM— les pregunté si la solución dada a la problemática —por ellos o por otro grupo— podría ser considerada como grandiosa, excelente y/o perfecta —“hermosa”—, a lo que inicialmente Camila respondió que no estimaba como “hermosa” ninguna solución dada pues, a su juicio, la solución a una problemática que contemplara, por ejemplo, la violación debería considerar la pena de muerte —otra solución sería seguir en lo mismo de siempre, sin ningún resultado positivo—. Ante esta circunstancia, Brad Pitt objetó al señalar que una solución que implicara la muerte no podría ser considerada “hermosa”, pues matar a alguien es contradictorio con la idea misma de solución “hermosa”; adicionalmente, mencionó que dada la complejidad de las problemáticas asumidas, ninguna respuesta podría ser considerada “hermosa”, salvo que la solución realmente implicara un cambio.

Según Mèlich (2014), la ética de Lévinas es una ética a la no indiferencia hacia el dolor del otro; es decir, hacia la no indiferencia de los *otros*, basada en la sensibilidad al mal, al dolor y al sufrimiento. Esta ética rompe con la ontología del yo soy yo y tú eres tú, según la cual lo que le pase al otro nos tiene sin cuidado.

En este sentido, subrayo en la infografía de las Dinamita (Figura 30) expresiones como “La humanidad está matando al planeta por un proceso “la evolución”, “Humanismo o evolución” o “El planeta te pide que cambies la forma de cuidarlo”. De esta manera, la infografía en su conjunto, y en particular las anteriores frases, parecen coincidir —como se señaló en el capítulo anterior— con las ideas de investigadores como Chesnais (2013) —quien menciona que “la intrusión de Gaia” es un asunto profundamente político, pues será afectada la vida de centenares de millones de personas— o las de Stengers (2015) —para quien la respuesta para crear no es una respuesta a Gaia sino una respuesta tanto a lo que provocó su intrusión como a sus consecuencias—.

Esa diferencia entre el yo y el tú se ha basado en la in-diferencia, y ante eso la posibilidad es no pensarnos como caras sino como rostros. Entender al *otro* de esta manera puede traer consigo reflexiones sobre la lectura del mundo y la lectura de la palabra, aspecto que me conlleva a otra característica del conocer reflexivo desarrollada por los grupos Dinamitas y Cavalier, la lectura crítica y matemática.

8.2 Lectura crítica y matemática

Como he venido resaltando, tanto en el actuar de las Dinamita como el de los Cavaliers, una característica del conocer reflexivo que se evidencia hace alusión a la lectura crítica y matemática. En este sentido resulta importante recordar que en el apartado “Sin que nadie se diera cuenta, me besaste en los labios: una relación del sujeto con el conocer” —en el Capítulo Segundo— me posicioné con mayor firmeza en una forma de entender la alfabetización matemática en la que se adopta la idea de utilizar a las matemáticas como una herramienta crítica para abordar los problemas que son de relevancia social o política. Lo anterior trae consigo un componente importante que hace referencia a la capacidad de comprender y evaluar las diferentes prácticas que involucran las matemáticas, razón por la que una suposición esencial es el acto de leer textos y modos comunicativos, y de analizar críticamente la información —“es que ... eso decía una investigación de la National Geographic” y “... ustedes... ¿no les dio por revisar?,... como por pensar ¿ve, que tanta agua es 0,01 km³?”—.

Para Freire (1989), la comprensión crítica del acto de leer no se agota —no se limita— en la decodificación de la palabra escrita o del lenguaje escrito, pues tal acto se:

[...] anticipa y se extiende a la inteligencia del mundo. La lectura del mundo precede a la lectura de la palabra, por lo que la posterior lectura de

la palabra no puede prescindir de la continuidad de la lectura de aquel. El lenguaje y la realidad están vinculados dinámicamente. La comprensión del texto a la que se llega mediante su lectura crítica implica la percepción de las relaciones entre el texto y el contexto (p. 9).

De esta manera, y de acuerdo con las ideas de Freire, la comprensión del texto mediante su lectura crítica trae consigo la comprensión de las relaciones entre el texto y el contexto, pues como lo menciona Cassany (2006), no se trata solo de comprender el texto, sino de situarlo en su contexto sociocultural.

En la transcripción cuatro de las Dinamitas —{D4-X}— encuentro una escena en que el grupo menciona que en una investigación de la National Geographic encontraron que un ser humano produce 3,5 litros de metano al día. Particularmente en esta transcripción se observa que las Dinamitas buscan situar esta información en el contexto sociocultural implícito en su problemática; de hecho, su línea de argumentación —para establecer el porcentaje de metano producido en Bogotá y de allí levantar una sensible preocupación por la alta producción— está basada en esta información. Sin embargo, la comprensión del texto mediante su lectura crítica podría ser potenciado aún más pues en frases como “Es que... eso decía una investigación de la National Geographic” no evidencia las relaciones percibidas y/o exploradas entre el contexto y el texto.

Para Skovsmose (2012), un alfabetismo matemático crítico incluye una capacidad para leer una situación dada —incluida su expresión en números— como algo que está abierto al cambio. Circunstancia que es contradictoria en la transcripción ocho de los Cavaiers —{C8:X}— cuando el profesor Juan los *controvierte* al preguntarles, por ejemplo, de dónde obtuvieron el dato en el que se indicaba que un ser humano debe consumir $0,01 \text{ km}^3$ de agua potable por día. Inclusive, el profesor fue más allá, preguntándoles si ellos revisaron esa información —líneas {C8-1}, {C8-5}— “Pero tengo mis... cosas aquí en la cabeza, no dudas, sino... por ejemplo, ¿ese dato de los $0,01 \text{ km}^3$ de dónde salió?” y “Y ustedes... ¿no les dio por revisar?... como por pensar ¿ve, que tanta agua es $0,01 \text{ km}^3$?”.

De esta manera, lo que está en juego es un diálogo entre la lectura del mundo y la lectura de la palabra, que permite una interpretación propia —gracias a sus propias creencias, sentires e ideas previas— y evita la adopción de una postura en la que sea la lectura de la palabra la que condicione las propias ideas —inclusive gobernándolas—, o que sean las propias ideas las que adopten una postura dominante que condicione la lectura de la palabra.

En este momento surge un cuestionamiento: ¿Qué significa leer el mundo a partir de recursos matemáticos? Teniendo en cuenta las experiencias de las Dinamitas y los Cavaliers, el anterior interrogante, basándome además en las ideas de Gutstein (2003), implica entre otros aspectos, usar las matemáticas para: i) comprender las relaciones de poder, las inequidades de recursos y las disparidades de oportunidades entre diferentes grupos sociales; ii) entender la discriminación explícita basada en raza, clase social, género, lengua y otras diferencias; y iii) deconstruir los medios y otras formas de representación, y usar las matemáticas para examinarlos.

Entender el uso de las matemáticas de esta manera puede desentrañar diferentes prácticas con las matemáticas, lo que me remite a otra característica del conocer reflexivo desarrollada por los grupos Dinamitas y Cavaliers.

8.3 Prácticas con las matemáticas

Otra característica del conocer reflexivo que he venido resaltando, a través de los desarrollos de las Dinamita y de los Cavaliers, apunta a las prácticas con las matemáticas. En este sentido, parto por señalar que para lograr la participación y actuación de los estudiantes debemos considerar el constructo *disposiciones-intenciones-acciones* (SKOVSMOSE, 1994), pues ello podría permitir que los estudiantes encuentren razones para aprender y sentidos para permanecer en las prácticas con las matemáticas en el aula de clase —por ejemplo, las razones y los sentidos que afloraron en las Dinamita y los Cavaliers en relación con los problemas ambientales y el cuidado y la preservación de los recursos naturales—.

A partir de los desarrollos esbozados por los grupos, concuerdo en que nuestras apuestas deben centrar su atención en formas de conocer con las matemáticas que establezcan maneras de ser más humanas —que consideren al otro y a lo otro— y que propendan por seres humanos que conozcan de otros modos el mundo.

Así, comparto con Caldeira (2009) que pensar en la MM como una alternativa a concepciones deterministas e inmutables implica pensar que la escuela debe favorecer miradas que les permita a los estudiantes darse cuenta que pueden ir más allá de lo que ya han conocido curricularmente, de forma que les permita considerar que esas matemáticas también pueden ser utilizadas en su vida cotidiana y su propia realidad, y que pueden fortalecer sus vínculos sociales.

En este sentido los Cavaliers, al centrar su atención en el cuidado y la preservación de los recursos naturales se apoyan en: i) el crecimiento poblacional anual; ii) el número de personas estimado para el año 2050; iii) la cantidad de agua consumida por día por persona; y iv) la cantidad de agua que podría ser consumida por día por persona en el año 2050, lo que les permite, a partir de un modelo basado en la función afín, tomar conciencia de que dado un crecimiento poblacional en el año 2050 la humanidad podría enfrentar un problema en relación con el agua potable lo que les generó un vínculo de mayor sensibilidad sobre sus problemática.

Por otra parte, los conocimientos matemáticos incorporados por los supuestos de la MM —la cual incorpora, por una parte, proposiciones matemáticas provenientes de las interacciones sociales y, por otra, aspectos de la cultura matemática no escolar— deben permitir que el estudiante se dé cuenta de la necesidad de enfrentarse a su realidad, de luchar contra ella si es necesario, y de romper con ciertos lazos y con las adaptaciones a las que está acostumbrado al enfrentarse a la condición de vulnerabilidad.

En relación con este aspecto, en la tercera transcripción de las Dinamita —{D3-X}— Marx, Alejandra y Sharit al informar del cambio en la pregunta —que le daba vida a su problemática— señalan que ello se debe a la dificultad para encontrar datos e informaciones que les permitieran responder la pregunta inicial. Cambio que les permitió, basados en la proporcionalidad, tomar conciencia de que Bogotá produce el 16,5 por ciento de metano con respecto de Colombia lo que les generó mayor compromiso sobre su problemática.

Lo anterior, implícitamente, trae consigo una reflexión sobre la comprensión de los conocimientos matemáticos que hemos tenido en nuestras escuelas. Por ejemplo, pensar las matemáticas como culturalmente dependientes, e histórica y socialmente construidas, y no como dadas y acabadas, nos trae, de acuerdo con Caldeira (2009), por lo menos tres implicaciones: i) la democratización del conocimiento matemático; ii) una formación crítica de la ciudadanía; y iii) una solidaridad de clase social.

Entender las prácticas con las matemáticas de esta manera puede desentrañar diferentes reflexiones colectivas, lo que me remite a otra característica del conocer reflexivo desarrollada por los grupos Dinamitas y Cavaliers.

8.4 La colectividad

Finalmente encuentro, tanto en el actuar de las Dinamita como el de los Cavaliers, una preocupación por la colectividad. En este sentido, cuando se hace referencia a las construcciones colectivas como una creación de una vida con otros sin desconocer los planteamientos del otro, nos adentramos en la experiencia interna y personal de los estudiantes al abordar el ambiente de MM, las cuales permiten reflexiones y posturas sobre sus problemáticas.

Así, las reflexiones y posturas adquieren fuerza en el contexto de las relaciones con los otros, ya que su aparición es provocada por el trabajo colaborativo activado por la interacción y la necesidad de resolver un problema en conjunto (BLASCO, 2014), sin desconocer su experiencia interna y personal.

Como lo señalé en el apartado “Dinamita Girls” —en el Capítulo Séptimo—, las integrantes del grupo Dinamita Girls mostraron cohesión y responsabilidad en el desarrollo del ambiente de MM.

Tal cohesión resultaba aún más interesante si se parte del hecho de que, según el profesor Juan, antes de participar en la investigación las Dinamita no presentaban tal grado de unión y apoyo entre ellas, y sus desempeños en la clase de matemáticas no eran como los presentados en la investigación. Además, debo señalar que en las diferentes etapas mostraron actitudes sensibles y reflexivas frente a la temática que abordaron.

Lo anterior va en concordancia con las ideas de Arendt (1993), quien señala que los individuos debemos tener la precaución y la astucia de pensar y actuar siendo conscientes de que somos parte de una sociedad, en la que cada uno es “un ser-entre-los-otros”. Por lo tanto, resulta crucial que no perdamos nuestra singularidad y unicidad. En términos arendtianos, no debemos perder nuestra condición humana de ser una subjetividad diferente entre la pluralidad.

En relación con el trabajo realizado por los Cavaliers, llama la atención el posicionamiento que cada integrante asumió en el desarrollo del ambiente de MM pues, como lo señalé en el apartado “Cavaliers” —en el Capítulo Séptimo—:

Los integrantes del grupo no son nuevos en el curso, pues llevan varios años en el colegio compartiendo en el mismo salón de clases. Su forma de trabajar, como grupo, conllevó a que algunos de sus integrantes lideraran las actividades, lo que implicó relaciones desiguales y subordinadas.

De esta manera el hombre, por una parte, puede ser visto como un individuo distinto y al mismo tiempo igual que el resto —que está entre la pluralidad y la singularidad—, y por otra,

debe hacer visibles los rasgos que le hacen diferente ante los demás y debe mostrar su “quién” frente a su “qué” en el espacio público; para ello, Arendt (1993) señala que basta con su manera de estar presentes en el mundo —de hablar y actuar públicamente— para que se hagan perceptibles aquellas cualidades que los diferencian de los demás.

Una escena que podría ir en contravía a lo anterior, la encontramos en la transcripción uno de los Cavaliers —{C1-X}—, en la que, por ejemplo, a pesar de que Camila desiste de *defender* sus propias ideas, busca que cada uno exprese sus perspectivas sobre x o y problemáticas para, de esta manera, visibilizarlas; sin embargo, Paula se limitó a intentar apoyar una problemática sin lograr la mención de argumento alguno y Johann quien no defendió su propuesta, pues su interés era pensar una pregunta que le garantizara cálculos o situaciones matemáticas. Este actuar de Paula y Johan justamente hace invisibles los rasgos que los hacen diferentes, dejando la responsabilidad de la gestión de la actividad a sus compañeros. Por su parte Brad Pitt manifiesta sus ideas sobre la posible problemática a desarrollar alrededor de la sobrepoblación, que es aceptada por sus compañeros sin objeción alguna. Él, implícitamente, es reconocido como el estudiante con buenas ideas y que no se esfuerza demasiado.

Camelo (2017) relaciona el propósito de las construcciones colectivas como una creación de una vida con otros sin desconocer los planteamientos del otro (ni los propios), con sus hallazgos en relación con la *constitución de la autonomía* al mencionar que esta:

[...] abre paso a la creación de una vida con otros, en la que se aporte a construcciones colectivas y no a meras repeticiones de lo que el colectivo dicta como puntos a desarrollar, ni a consideraciones netamente individuales en las que se ignoren los planteamientos del otro (p. 168).

Lo anterior trae consigo asumir posturas como que los sujetos no tenemos una naturaleza común —no somos un qué— sino un yo personal —somos un quién— que nos hace únicos y diferentes de todos los demás, y que esta unicidad sí que es común a todos los sujetos; de ahí su concepto de pluralidad (BLASCO, 2014).

De esta manera, los anteriores conjuntos de cuerdas del corazón —escenas— han permitido distinguir y determinar a la consideración por el *otro*, a la lectura crítica y matemática, a las prácticas con las matemáticas y a la colectividad, como rasgos comunes —caracterizaciones del conocer reflexivo— del actuar de los grupos Dinamita Girls y Cavaliers. En el siguiente capítulo me permito puntualizar este mirar —mi mirar— alrededor de la idea de “caracterizar el conocer reflexivo que desarrollan estudiantes que viven en

condiciones de vulnerabilidad social en ambientes de modelación matemática desde una perspectiva socio crítica”.

Capítulo Noveno

DISCUSCUTIENDO ALREDEDOR DE UN TAL BERNABÉ: CONSIDERACIONES FINALES

Figura 42: Huellas



Fuente: Elaboración propia⁹².

Con esta fotografía, con la que evoco la posibilidad de organizar una memoria de las señas —huellas— dejadas —en este caso, del conocer reflexivo—, introduzco el Capítulo Noveno, en el que busco determinar argumentos en torno a la idea de caracterizar el conocer reflexivo que desarrollan estudiantes que viven en condiciones de vulnerabilidad social en ambientes de modelación matemática desde una perspectiva socio crítica alrededor de la idea central del libro *Un tal Bernabé Bernal*.

⁹² Fotografía tomada en diciembre de 2016.

Cuando era estudiante de educación básica y media, los profesores del área de español nos propusieron como actividad académica leer varios libros, entre los que recuerdo la novela titulada *Un tal Bernabé Bernal*, del autor colombiano Álvaro Salom Becerra (1922 – 1987).

Esta novela narra las circunstancias de vida de un hombre ingenuo, tímido e inteligente (aparentemente sin importancia) que trabaja como burócrata en una época de crisis política en la Bogotá del siglo pasado y que es explotado por sus jefes y sus superiores para lograr sus aspiraciones sociales, políticas y económicas (aprovechándose, justamente, de esa ingenuidad, timidez e inteligencia). En esta obra, el autor nos muestra a Bernabé Bernal, además, como un ser culto y honesto pero cobarde, rebelde pero débil, idealista pero meticuloso. Un ser dentro de un círculo de escasez, de falta de oportunidades, de la lucha diaria por su sustento y el de su familia, con privaciones, anhelos, donde tal escenario le impidió —por ejemplo— culminar sus estudios, y a pesar de ello logró aprendizajes por sí mismo de manera reflexiva (autodidacta). Bernabé, a pesar de sus circunstancias, no traicionó sus principios de moralidad y honradez, teniendo como gran satisfacción el deber cumplido y el orgullo de heredarles a sus hijos un nombre limpio y honrado (ALVARADO, 2013).

Sin duda, el tal Bernabé Bernal tiene la virtud de encajar con miles de personas de la sociedad bogotana —de hecho, creo yo, latinoamericana—. Una de estas personas —a pesar de que no fue burócrata y sí electricista— es mi papá, a quien quiero aprovechar para hacerle un sentido homenaje en este capítulo.

Claramente, debo señalar que el fenómeno que Álvaro Salom Becerra ha narrado en este libro tiene conexiones con tantos otros libros que relatan y se constituyen en una denuncia sobre aspectos de la desigualdad y la vulnerabilidad social en Latinoamérica —no sólo en Colombia—, las cuales han estado vigentes en la historia de América Latina. De esta manera, y siguiendo las ideas de Mariátegui (2007) —tal y como lo señalé en el apartado “Pensamientos sobre la vulnerabilidad social en el contexto colombiano”, en el Capítulo Primero—, aquellas teorías que metódicamente ignoran a las masas —incluidos los Bernabé Bernal— como problema económico-social, se constituyen en ejercicios que carecen de sentido, toda vez que no propenden por el bienestar de las masas.

Por ello, si no modificamos la articulación de investigaciones culturales, políticas y comunicacionales, no podemos esperar que las voces y las imágenes de lo latinoamericano sean otras que —por ejemplo— las relatadas en el realismo mágico difundido por editoriales europeas y/o la de la descomposición social filmada en los noticieros de CNN o en las películas hollywoodenses (GARCÍA, 2002, p. 57).

El anterior argumento es usado con la intención de asumir este capítulo — metodológicamente hablando— mediante la confrontación entre lo que es real y lo que podría ser (SKOVSMOSE; BORBA, 2004), de manera análoga a la señalada en el apartado “Situación imaginada”, en el Capítulo Cuarto.

Para ello, parto por cuestionarme e imaginar qué podría pasar con los Bernabé Bernal si los intereses académicos que ponemos en juego también consideran un fuerte componente social y político. Concretamente pretendo imaginar —a partir de la situación dispuesta ya descrita a partir del actuar de las Dinamitas y los Cavaliers— una posible respuesta a la pregunta ¿Qué caracterizaría el conocer reflexivo de los Bernabé Bernal si en su historia escolar la modelación matemática desde la perspectiva socio crítica resultara ser un medio regular en su formación?

Para contestar la anterior pregunta parto de las siguientes dos consideraciones:

- Recordar que la Imaginación pedagógica representa el complejo proceso de conceptualización que permite vislumbrar que las cosas podrían hacerse de una manera diferente (SKOVSMOSE; BORBA, 2004).
- Señalar que tal caracterización —como lo indiqué en el anterior capítulo— tiene dos aspectos que revisten gran importancia. El primero nuevamente hace alusión al medio, la modelación matemática desde la perspectiva socio crítica como un medio regular en su proceso educativo, mientras que el segundo a los sujetos partícipes de la caracterización del conocer reflexivo —en este caso hipotético a los cientos de Bernabé Bernal referidos en la descripción que dio origen al presente capítulo— en tanto sujetos vulnerados socialmente.

En relación con el imaginario de considerar a la modelación matemática desde la perspectiva socio crítica como un medio regular en su proceso educativo, implica —en tanto proceso de conceptualización— entenderla en el sentido de autores como Skovsmose (1994) quien la concibe como “una manera potente por medio de la cual las matemáticas ejercen su poder formativo. En un proceso de modelación, las matemáticas no solo tocan la realidad sino que también la exprimen y la transforman” (p. 112-113).

Lo anterior permite que los “Bernabés” tengan consciencia de una existencia fuerte de las matemáticas, la cual posibilita actuaciones con un carácter crítico en la sociedad que habitan.

Donde, haciendo un paralelo con las ideas de Araujo (2009), el aula de matemáticas resulta ser un espacio democrático, dialógico y que les permite posicionarse en la vida.

Así, en este ejercicio de Imaginación pedagógica, la MM naturalmente es pensada como un medio que permite: i) distinguir las aplicaciones de las matemáticas en términos de coherencia, conectividad, complejidad, comprensión, integración en una teoría y vinculación a la realidad observada o construida y ii) desarrollar pensamiento crítico en los Bernabé —de forma que reflexionen sobre el papel de la matemática y de la función de los modelos matemáticos en nuestra sociedad como se propone en la perspectiva socio crítica (KAISER; SRIRAMAN, 2006a).

Este ejercicio nos demanda, como profesores, disponer ambientes de MM para que los Bernabé observen —como un hecho vital— el papel de las matemáticas en la sociedad al mismo tiempo que reflexionan sobre dicho papel. Lo anterior, involucra —desde una epistemología crítica— aceptar que un proceso de modelación tiene dispositivos que habitualmente están ocultos a los Bernabé, y que entender esta situación les ha permitido naturalizar que los modelos matemáticos no son descripciones neutrales de una realidad independiente.

De esta manera, debemos poder imaginar —como un hecho regular— ambientes de MM que inviten a los Bernabé a problematizar e investigar —por medio de la matemática— situaciones con referencia en la realidad (BARBOSA, 2004).

Pensar la relación que se teje entre los Bernabé y el acto de conocer implica —desde este ejercicio de razonamiento crítico (SKOVSMOSE; BORBA, 2004)— un alejamiento de paradigmas que determinan que las matemáticas a ser enseñadas son las académicas. Además, pone en consideración la idea de la alfabetización matemática centrada en la ciudadanía, sin desconocer su cercanía con la alfabetización para el cambio social, pues —como lo señalé en el Capítulo Segundo— la introducción de discusiones reflexivas y críticas integra un nuevo discurso escolar que establezca eventualmente una nueva práctica matemática extracurricular que ahonde en la idea de ciudadanos informados.

En relación con los sujetos partícipes de la caracterización del conocer reflexivo —en este caso hipotético a los cientos de Bernabé Bernal referidos en la descripción que dio origen al presente capítulo— en tanto sujetos vulnerados socialmente, parto por subrayar aspectos fundamentales y nucleares que soportaron y delimitan el presente ejercicio de razonamiento crítico, de forma que implica el reconocimiento de los Bernabé como sujetos:

- con sentimientos, gustos y disgustos —es decir, sujetos de carne y hueso, en el sentido expresado por Valero (2006)—;
- que distan de ser homogeneizados y/o estandarizados, de forma que se alejan de la paradoja de la homogeneización inclusiva (DUSSEL, 2000); y
- en los que su relación con el conocimiento matemático va más allá de expresiones que se construyen exclusivamente desde la lógica de la matemática académica.

Así, pensar la educación matemática teniendo en cuenta a los Bernabé y desde los fundamentos esbozados conlleva a no minimizarla al logro del dominio de los conocimientos matemáticos per se. Además, invita a imaginar la formación ciudadana de los Bernabé como parte fundamental de su finalidad.

Lo anterior, con base en las ideas de la EMC, significa que en la escuela se ha viabilizado el desarrollo de una alfabetización matemática que permita a los ciudadanos ejercer una competencia democrática que, según Skovsmose (1999), debe ser asumida como la composición de las competencias *matemática, tecnológica y reflexiva*, en la que “el conocer reflexivo debe desarrollarse para darle a la alfabetización matemática un carácter potenciador” (p. 129-130). De acuerdo con la línea argumentativa de Skovsmose, lo anterior no involucra solo saber matemáticas para tener un conjunto básico de conocimientos sino que coloca los conocimientos matemáticos en acción para cuestionar y, en consecuencia, hacer frente a la injusticia (VALERO; ANDRADE; MONTECINO, 2015).

Las anteriores consideraciones —sobre la modelación matemática desde la perspectiva socio crítica como medio para regular en su proceso educativo y los Bernabé como sujetos partícipes del proceso— me permiten esbozar al menos tres consideraciones en este ejercicio de imaginar qué caracterizaría el conocer reflexivo. La primera reflexión, pone el énfasis en “el conocer desarrollado por los estudiantes que podría ser clasificado como conocer reflexivo”.

Para ello, y como un ejercicio de la Imaginación pedagógica, reconozco —filosóficamente hablando— que esclarecer en qué consiste el acto de conocer es —y ha sido— un tema que reviste gran curiosidad e importancia, al igual que preguntas clásicas como ¿cuál es la “esencia” del conocimiento? y ¿cuál es la relación cognoscitiva entre el sujeto y el objeto a conocer?

En relación con la actividad de estudiar y evaluar los problemas cognoscitivos de tipo científico —*epistemología*⁹³—, también debe señalarse que existen varias posturas en relación con el origen del conocimiento, de forma que se generan varias escuelas de carácter epistemológico, entre las que encontramos el racionalismo, el empirismo, la fenomenología y la hermenéutica. Según Martínez y Ríos (2006),

De la descripción de estas cuatro escuelas epistemológicas emergen dos tendencias. La primera, que implica la existencia de un mundo externo, en el cual no tenemos influencia y al que accedemos de forma objetiva, apoyada por el racionalismo y el empirismo; y la segunda, que sostiene la existencia de un mundo interior en nosotros, que afecta e influencia la aprehensión del conocimiento del mundo que nos rodea, tendencia que ha surgido a partir del siglo XX a raíz de la aparición de la fenomenología y la hermenéutica como posiciones epistemológicas (p. 7).

Por las apuestas académicas y metodológicas en las que se basa esta tesis —y por el imaginativo con que se ha asumido este capítulo— tomo distancia de posturas fundamentadas en la idea de la presencia de un mundo externo al que —en tanto “Bernabés”— accedemos de forma objetiva, pues claramente —apoyado en el apartado “Sin que nadie se diera cuenta, me besaste en los labios: una relación del sujeto con el conocer”, en el Capítulo Segundo— he reivindicado la idea de la coexistencia de un mundo interior en nosotros, que nos hace poner especial cuidado en la percepción, comprensión e interpretación —en la aprehensión— del conocimiento del mundo que nos rodea, y en que tal conocimiento también es posible gracias a que estamos en constante relación con los otros.

En tanto ejercicio de la Imaginación pedagógica, partir de este último hecho —que el conocimiento también es posible gracias a que estamos en constante relación con los otros— permite ver —no solo imaginar— que cuando los “Bernabés” se involucran en un diálogo —como el descrito en el capítulo séptimo en relación con el actuar de las Dinamitas y los Cavaliers— se producen, entre otros aspectos, la generación de reflexiones, la consideración de alternativas, la escucha del otro, la contemplación con mayor atención de las definiciones y de los significados y, en términos generales, la realización de un gran número de actividades

⁹³ Inicialmente, los términos *epistemología* y *gnoseología* se consideraban como sinónimos. Sin embargo, existe en la actualidad un consenso según el cual el término *gnoseología* hace referencia, en términos generales, a la teoría del conocimiento sin puntualizar qué tipo de conocimiento se trata, mientras que el término *epistemología* se usa para referirse concretamente a la teoría del conocimiento científico.

mentales en las cuales no se habrían envuelto si la conversación no hubiese ocurrido (LIPMAN; SHARP; OSCANYAN, 1994).

De esta manera, la noción de *acto dialógico*, junto con los aspectos específicos del diálogo (proceso de indagación, correr riesgos y mantener la igualdad) señalados por Alrø y Skovsmose (2004, 2006, 2012) permite clasificar el conocer desarrollado por los Bernabé, que podría ser clasificado como conocer reflexivo. Tal posicionamiento es un primer paso para caracterizar el conocer reflexivo de los Bernabé Bernal.

La segunda reflexión asume, como parte del ejercicio analítico, reconsiderar la SI a la luz de las cuatro características señaladas relacionadas con la SD —presentadas en el capítulo anterior: “Pensando en el otro”, “Lectura crítica y matemática”, “Prácticas con las matemáticas” y “La colectividad”— como características del conocer reflexivo de los Bernabé Bernal.

Lo anterior permite asumir que los Bernabé:

- Al pensar en el otro, diferencian el *rostro* de la *cara*, no fijándose en categorías que permiten distinguir la cara —el color de la piel, el género, los rasgos físicos...— sino el rostro lo que según Mèlich (2014) les demanda —por ejemplo— a no ser indiferentes frente al dolor del otro. Este reconocimiento se constituye en una ética de la no indiferencia hacia el dolor del otro —que se basa en la sensibilidad al mal, al dolor y al sufrimiento—, lo que permite un rompimiento con la ontología del yo soy yo y tú eres tú. Así, esa diferencia entre el yo y el tú se ha basado en la in-diferencia, y ante eso la posibilidad es no pensarnos como *caras* sino como *rostros*.
- Al leer crítica y matemáticamente, comprenden, evalúan y analizan las diferentes prácticas que involucran las matemáticas. De esta manera, y compartiendo las ideas de Gutstein (2003), al leer el mundo a partir de recursos matemáticos les implica usar las matemáticas para: i) comprender las relaciones de poder, las inequidades de recursos y las disparidades de oportunidades entre diferentes grupos sociales; ii) entender la discriminación explícita basada en raza, clase social, género, lengua y otras diferencias; y iii) diseccionar y deconstruir los medios y otras formas de representación y usar las matemáticas para examinar.

- Al realizar prácticas con las matemáticas, consideran que los conocimientos curriculares pueden —y deben— ser utilizados en su vida cotidiana de tal manera que les permitan hacer frente a sus problemáticas. De esta manera, las matemáticas escolares presentadas por los presupuestos de la MM deben permitirles utilizar aquellas matemáticas ya establecidas —inventadas por otros— para dar sentido y comprender situaciones de su propia realidad, de forma que den oportunidad para que ellos interpreten posibles significados que la matemática pueda tener.
- Al considerar la colectividad, tienen la precaución y la astucia de pensar y actuar siendo conscientes de que son parte de una sociedad, en la que cada uno es “un ser-entre-los-otros”. En términos arendtianos, no debemos perder nuestra condición humana de ser una subjetividad diferente entre la pluralidad.

La tercera reflexión, hace referencia a establecer asociaciones del conocer reflexivo con las condiciones de vulnerabilidad social en las que se encuentran inmersos los Bernabé. En el caso de la población infantil y juvenil, en el anterior capítulo compartí —con autores como Malvasi (2008)— que la vulnerabilidad puede relacionarse con aspectos negativos como la falta de garantía de los derechos y oportunidades en las áreas de educación, salud y protección social, el involucramiento con drogas y situaciones de violencia —tanto doméstica como comunitaria—, la indigencia y el trabajo infantil.

Esta circunstancia —subrayada en el capítulo quinto— me permite mencionar, dentro de este ejercicio de la Imaginación pedagógica, que la vulnerabilidad social también se caracteriza como el resultado de una relación dialéctica entre las condiciones externas —el entorno— y el conjunto de activos —junto con las estrategias para su utilización— que disponen los sujetos o la comunidad (LABRUNÉE; GALLO, 2005).

Lo anterior, me invita a ir más allá de identificar las condiciones externas que atentan, por ejemplo, contra las capacidades de subsistencia y el acceso a mayores niveles de bienestar de los Bernabé, pues también tiene en cuenta su capacidad de lidiar con sus propios problemas y vencer obstáculos. En este sentido —en tanto razonamiento crítico— imagino a los “Bernabés” como seres que son reconocidos desde lo que dicen, piensan, sienten y creen para comprender su actuar en el mundo, pues partir de sus manifestaciones es una forma de

considerar su constitución como sujetos políticos en el escenario particular de la escuela y en la vida social.

Lo anterior, permite imaginar una disposición por parte de los Bernabé a actuar teniendo presente situaciones aprendidas en el interactuar con sus problemáticas, propiciándoles constituir visiones del mundo. Este aspecto los hace sujetos empoderados permitiéndoles dejar a un lado el miedo a presentar sus ideas, a equivocarse y a asumir las consecuencias de las decisiones tomadas desde los argumentos y la posibilidad de discrepar. Siguiendo posiciones como las de Villoro (2006), los Bernabé explican sus creencias a través de los antecedentes, los motivos y las razones remitiéndose a su biografía de vida y a su historia.

En relación con los espacios para participar, los Bernabé identifican al escenario educativo como válido, pues allí tienen un lugar como protagonistas cobrando relevancia como lugares de expresión y afirmación, pues no representan rigidez, se vinculan con otros y pueden desarrollar sus capacidades y habilidades.

En este ejercicio de razonamiento crítico —que implica partir de situaciones imaginadas a través de ventanas que fueron abiertas por la situación dispuesta, reconociendo lo que es posible dada la situación actual (SKOVSMOSE, 2015, p. 79)— presenté consideraciones y reflexiones alrededor de la pregunta central del presente capítulo. Estas consideraciones y reflexiones me han permitido imaginar relatos diferentes al presentado al inicio del presente capítulo sobre los Bernabé Bernal, uno de ellos —a manera de ejemplo— podría ser el que presento a continuación:

La novela narra las circunstancias de vida de un hombre vulnerado socialmente que ha recibido una formación basada en la modelación matemática desde la perspectiva socio crítica, circunstancias que lo alejan de ser ingenuo y tímido; por el contrario, Bernabé sigue siendo un ser inteligente que a pesar de estas circunstancias de vida es un ser empoderado que busca liberarse de cualquier clase de subordinación o dependencia gracias a una idea escolar que se fundamenta en una alfabetización matemática que hace referencia a la evaluación crítica de aspectos de su cultura, la cual está —claramente— impregnada de *prácticas con las matemáticas*, logrando, además, aprendizajes por sí mismo de manera reflexiva (autodidacta). Bernabé no se concibe como un ser que pueda ser explotado por sus compañeros y futuros jefes y sus superiores para lograr sus aspiraciones sociales, políticas y económicas ni como un ser que busque explotar a los demás, pues su mirada se basa en no ser indiferentes frente al dolor del *otro*. En este relato, imagino a Bernabé Bernal, además, como un ser culto y honesto que comprende, evalúa y analiza las diferentes prácticas que involucran las matemáticas gracias a su *lectura crítica y matemática*; que actúa siendo consciente que

es parte de una sociedad, en la que cada uno es “un ser-entre-los-otros” lo que le permite constituirse en un ser que asume la *colectividad*. Un ser que —a pesar de encontrarse en un círculo de escasez, de falta de oportunidades, de la lucha diaria por su sustento y el de su familia— busca permanentemente liberarse de cualquier clase de subordinación o dependencia. Bernabé, a pesar de sus circunstancias, no traiciona sus principios éticos, teniendo como gran satisfacción el deber cumplido y el orgullo de tener la esperanza de un mejor mañana, que nos proporcione mejores oportunidades para todos.

Finalmente, debo señalar que los argumentos esbozados en el presente capítulo fueron presentados teniendo como tela de fondo el pensamiento de Joseph Joubert: “Es mejor debatir una cuestión sin resolverla, que resolver una cuestión sin debatirla”. De esta manera, pretendí —metafóricamente— debatir en torno a la caracterización del conocer reflexivo que desarrollan estudiantes que viven en condiciones de vulnerabilidad social en ambientes de modelación matemática desarrollados desde una perspectiva socio crítica, sin dejar la sensación de que tal propósito queda agotado en este capítulo.

REFERENCIAS

ABRAMOVAY, M. et al. **Juventud, violencia y vulnerabilidad social en América Latina: Desafíos para políticas públicas**. Brasilia: Unesco, 2002.

ADMINISTRACIÓN NACIONAL OCEÁNICA Y ATMOSFÉRICA. **Global Climate Report - Annual 2017**. USA: Agencia científica del Departamento de Comercio de los Estados Unidos, 2018. Disponible en: <<https://www.ncdc.noaa.gov/sotc/global/2017/13/supplemental/page-5>>.

ALCALDIA MAYOR DE BOGOTÁ. **Bogotá ciudad de estadísticas. Boletín No. 22. Densidades urbanas el caso de Bogotá**, 2010.

ALCALDÍA MAYOR DE BOGOTÁ. **21 monografías de las localidades: diagnóstico de los aspectos físicos, demográficos y socioeconómicos de las localidades - 2011. Localidad # 18 Rafael Uribe Uribe**. [s.l.] Secretaría Distrital de Planeación., 2011.

ALCALDÍA MAYOR DE BOGOTÁ. **Encuesta Multipropósito 2014 Principales resultados en Bogotá y la Región**, 2015.

ALCALDÍA MAYOR DE BOGOTÁ. 21 MONOGRAFÍAS DE LAS LOCALIDADES: DIAGNÓSTICO DE LOS ASPECTOS FÍSICOS, DEMOGRÁFICOS Y SOCIOECONÓMICOS DE LAS LOCALIDADES - 2011. LOCALIDAD # 18 RAFAEL URIBE URIBE. [S.L.] SECRETARÍA DISTRITAL DE PLANEACIÓN., 2011. **Hábitat en cifras en las localidades. Localidad Rafael Uribe 2017**. [s.l.] Secretaría del Hábitat, 2017.

ALMEIDA; SILVA; VERTUAN. Modelagem matemática na educação matemática: o que é, por que usar e como usar. In: ALMEIDA; SILVA; VERTUAN (Eds.). . **Modelagem matemática na educação básica**. São Paulo: Editora Contexto, 2012. p. 11–37.

ALRØ, H.; SKOVSMOSE, O. **Dialogue and learning in mathematics education. Intention, Reflection, Critique**. Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 2002. v. 29

ALRØ, H.; SKOVSMOSE, O. **Diálogo e aprendizagem em educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

ALRØ, H.; SKOVSMOSE, O. Aprendizaje dialógico en la investigación colaborativa. In:

VALERO, P.; SKOVSMOSE, O. (Eds.). . **Educación matemática crítica. Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas.** Bogotá: una empresa docente, 2012. p. 149–171.

ALVARADO, A. **Comentario Un tal Bernabé Bernal.** Disponível em: <<https://es.scribd.com/doc/136859215/Comentario-Un-tal-Bernabe-Bernal>>. Acesso em: 3 abr. 2019.

AMADO, J. J. A.; CHAPARRO, M. A. C. **La Modelación Matemática como una propuesta de empoderamiento para el análisis y toma de decisiones en estudiantes de grado décimo, de la Escuela Mediática, frente a la extracción petrolera.** Pregrado—Bogotá: Universidad Distrital Francisco José de Caldas, 2016.

AMAYA, LADY. **Procesos de inclusión en contextos de re-educación: Alternativas desde la educación matemática.** Maestría—Bogotá: Universidad Distrital Francisco José de Caldas, 2018.

ANASTÁCIO, M. Q. A. **Considerações sobre a Modelagem Matemática e a Educação Matemática.** Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas—Rio Claro: Universidade Estadual Paulista, 1990.

ANDRADE, L. et al. La enseñanza de las Matemáticas: ¿en camino de transformación? **RELIME. Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa**, v. 6, n. 2, p. 81–106, 2003.

ANGULO, E.; SOLANO, J. **Educación Matemática Crítica y Ambientes de Aprendizaje. Posibilidades y dificultades en un proyecto de formación de estudiantes críticas.** Maestría—[s.l.] Universidad Pedagógica Nacional, 2013.

ANÓNIMO. **Caricatura crítica a la perspectiva de sujeto universal y cognitivo,** Sin fecha.

ARAÚJO, J. **Cálculo, tecnologias e modelagem matemática: as discussões dos alunos.** Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas—Rio Claro: Universidade Estadual Paulista, 2002.

ARAÚJO, J. Uma Abordagem Sócio-Crítica da Modelagem Matemática: a perspectiva da educação matemática crítica. **ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia,**

v. 2, n. 2, p. 55–68, 2009a.

ARAÚJO, J. Formatting real data in mathematical modelling projects. In: BLOMHØJ; CARREIRA (Eds.). . **Mathematical applications and modelling in the teaching and learning of mathematics. Proceeding from topic study group 21 at the 11th International congress on Mathematical education in Monterrey, México, July 6-13.** Denmark: Imfufa, Roskilde University, Denmark: Authors., 2009b. p. 11.

ARAÚJO, J.; CAMPOS, W. Negotiating the Use of Mathematics in a Mathematical Modelling Project. In: STILLMAN, G. A.; BLUM, W.; BIEMBENGUT, M. (Eds.). . **Mathematical Modelling in Education Research and Practice: Cultural, Social and Cognitive Influences.** Cham: Springer International Publishing, 2015. p. 283–292.

ARAÚJO, J.; FREITAS, W.; SILVA, A. **Critical construction of mathematical models: An experience on the division of financial resources.** Memorias 12th International Congress on Mathematical Education. **Anais...** In: 12TH INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION. Seoul, Korea: 8 jul. 2012

ARAÚJO, J.; MARTINS, D. A oficina de modelagem #ocupaicex: empoderamento. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 6, n. 12, p. 109–129, dez. 2017.

ARAVENA; CAAMAÑO. Mathematical models in the secondary Chilean education. In: BLOMHØJ; CARREIRA (Eds.). . **Mathematical applications and modelling in the teaching and learning of mathematics. Proceeding from topic study group 21 at the 11th International congress on Mathematical education in Monterrey, México, July 6-13.** Denmark: Imfufa, Roskilde University, Denmark: Authors., 2009. p. 18.

ARENDT. **La condición humana.** Barcelona: Paidós, 1993.

ARIAS, C. M. A.; CLAVIJO, M. C. C. **Ambientes de aprendizaje para el fomento del pensamiento crítico. Un análisis de encuestas de opinión electoral.** Pregrado—Bogotá: Universidad Distrital Francisco José de Caldas, 2013.

ARIAS, C.; TAMAYO, J. **Obstáculos en la búsqueda del conocer reflexivo en el grupo EMA a través de un ambiente de modelación matemática desde la perspectiva socio crítica.** Maestría—Bogotá: Universidad Distrital Francisco José de Caldas, 2019.

ARROYO, M. G. O direito à educação e a nova segregação social e racial: Tempos insatisfatórios? **Educação em Revista**, v. 31, n. 3, p. 15–47, set. 2015.

AUGSTEIN, F. **Caligo spp**, 2018. Disponível em: <<https://www.nationalgeographic.com.es/animales/mariposas/fotos/1/12>>

BARBOSA, J. Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como? **Perspectiva, Erechim (RS)**, v. 4, p. 73–80, 2004.

BARBOSA, J. C. **Modelagem matemática e a perspectiva sócio-crítica**. Santos: II Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 2003

BARBOSA, J. C. Mathematical modelling in classroom: A socio-critical and discursive perspective. **ZDM**, v. 38, p. 293–301, 2006.

BARBOSA, J. C. Mathematical modelling, the socio-critical perspective and the reflexive discussions. In: BLOMHØJ; CARREIRA (Eds.). **Mathematical applications and modelling in the teaching and learning of mathematics. Proceeding from topic study group 21 at the 11th International congress on Mathematical education in Monterrey, México, July 6-13**. Denmark: Imfufa, Roskilde Universiy, Denmark: Authors., 2009. p. 11.

BASABE DE QUINTALE, M.; VIVANCO, S. Representaciones sociales del saber compartido en el aula. **Educere**, v. 12, n. 41, p. 269–275, 2008.

BEAN, D. **Modelagem na perspectiva do pensamento**. III CNMEM. **Anais...** In: III CONFERÊNCIA NACIONAL DE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Piracicaba: UNIMEP, 2003

BEAN, D. **Realidade como interação com o mundo**. Anais IV CNMEM. **Anais...** In: IV CONFERÊNCIA NACIONAL DE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Feira de Santana: Universidade Estadual de Feira de Santana, 2005

BICUDO. Filosofia da Educação Matemática segundo uma perspectiva fenomenológica. In: BICUDO (Ed.). **Filosofia da Educação Matemática: fenomenologia, comncepções, possibilidades didático-pedagógicas**. São Paulo: Editora UNESP, 2010. v. 1p. 23-47.

BIEMBENGUT, M.; HEIN, N. Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática. Educación matemática. **Educación Matemática**, v. 16, n. 2, p. 105–125, 2004.

BLASCO, C. **La subjetividad en el pensamiento ético-político de Hannah Arendt**. Trabajo fin de Máster—La Rioja - España: Universidad de la Rioja, 2014.

BLOMHØJ. Different perspectives in research on the teaching and learning mathematical modelling 1 – Categorising the TSG21 papers. In: BLOMHØJ; CARREIRA (Eds.). . **Mathematical applications and modelling in the teaching and learning of mathematics. Proceeding from topic study group 21 at the 11th International congress on Mathematical education in Monterrey, México, July 6-13**. Denmark: Imfufa, Roskilde University, Denmark: Authors., 2009. p. 85.

BLUM, W.; NISS, M. Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects—State, trends and issues in mathematics instruction. **Educational studies in mathematics**, v. 22, n. 1, p. 37–68, 1991.

BOCANEGRA, A. Peñalosa pensando en la séptima y los niños sin jardines infantiles. **La Silla Vacía**, p. 12, 14 dez. 2018.

BOHLE, P. La geografía de los sistemas alimentarios vulnerables. In: BOHLE et al. (Eds.). . **Hacer frente a la vulnerabilidad y la importancia: Estudios de casos sobre personas con inseguridad alimentaria y lugares**. Estudios de Geografía para el Desarrollo ed. Saarbrücken: Verlag breitenbach Publishers, 1993.

BORBA, M.; SKOVSMOSE, O. The Ideology of Certainty in Mathematics Education. **For the Learning of Mathematics**, v. 17, n. 3, 1997.

BURAK, D. Critérios norteadores para a adoção da modelagem matemática no ensino fundamental e secundário. **Revista Zetetiké**, v. 2, n. 2, p. 26–60, 1994.

BURAK, D. **Modelagem Matemática e a sala de aula**. Anais. Anais... In: ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Londrina: 2004. Acesso em: 17 jul. 2017

BUSTOS. **Propuesta de ambientes de aprendizaje para la promoción de la modelación matemática desde la perspectiva crítica**. Pregrado—Bogotá: Universidad Distrital Francisco José de Caldas, 2012.

BUSTOS, A.; BUSTOS, G.; NOVOA, Y. Propuesta de ambientes de aprendizaje para la

promoción de la modelación matemática desde la perspectiva crítica. **Revista Científica**, p. 249–252, 2013.

CALDEIRA, A. D. Mathematical modeling and environmental education. In: BLOMHØJ; CARREIRA (Eds.). . **Mathematical applications and modelling in the teaching and learning of mathematics. Proceeding from topic study group 21 at the 11th International congress on Mathematical education in Monterrey, México, July 6-13**. Denmark: Imfufa, Roskilde University, Denmark: Authors., 2009a. p. 13.

CALDEIRA, A. D. Modelagem Matemática: um outro olhar. **ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v. 2, n. 2, p. 33–54, 2009b.

CAMELO, F. et al. Reflexiones sobre las potencialidades y dificultades en la iniciación de prácticas sociocríticas de modelación matemática. In: GARCÍA, G.; BERNAL, A.; UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL (COLOMBIA) (Eds.). . **Procesos de inclusión/exclusión: subjetividades en educación matemática**. Primera edición ed. Bogotá, Colombia: Universidad Pedagógica Nacional, 2013. p. 115–145.

CAMELO, F. **Contribuciones de ambientes de modelación matemática a la constitución de la subjetividad política**. Belo Horizonte - Brasil: Universidad Federal de Minas Gerais, 2017.

CAMELO, F. J.; MANCERA. **El currículo desarrollado en torno a la proporcionalidad: Un estudio cualitativo realizado en secundaria**. Bogotá - Colombia: Universidad Pedagógica Nacional, 2005.

CAMELO, F. J.; MANCERA, G.; SALAZAR, C. Una mirada a la equidad en nuestras prácticas desde la dimensión política de la educación matemática. **Revista Colombiana de Educación**, n. 73, p. 283–300, 2017.

CAMELO, F.; PERILLA, W; MANCERA, G. Prácticas de modelación matemática desde una perspectiva socio crítica con estudiantes de grado undécimo. **Revista Latinoamericana de Etnomatemática**, v. 9, n. 2, p. 67–84, 2016.

CAMPOS. **Alunos em ambientes de modelagem matemática: caracterização do envolvimento a partir da relação com o background e o foreground**. Maestría—Belo Horizonte - Brasil: Universidade Federal de Minas Gerais, 2013.

CAMPOS. **A divisão do trabalho no ambiente de aprendizagem de modelagem matemática segundo a educação matemática crítica.** Doctorado—Belo Horizonte - Brasil: Universidade Federal de Minas Gerais, 2018.

CASSANY, D. **Tras las líneas: sobre la lectura contemporánea.** Barcelona: Editorial Anagrama, 2006.

CERDA, H. **Los elementos de la investigación. como reconocerlos, diseñarlos y construirlos.** Bogotá: El buho LTDA, 1991.

CHAUÍ, M. **Convite à Filosofia.** [s.l.] Ática, 2000.

CHÁVEZ, A.; SAMBONI, T. No le des la espalda a tu espalda. Cuidado del cuerpo y matemáticas. **RECME**, v. 1, n. 1, p. 369–374, 2015.

CHESNAIS, F. “Socialismo o barbarie”: Las nuevas dimensiones de una alternativa. **Revista Herramienta**, n. Lecturas sobre Marxismo Ecológico, p. 33–42, jul. 2013.

COLEGIO ALEJANDRO OBREGÓN. **Proyecto Educativo Institucional Colegio Alejandro Obregón I. E. D.**, 2014.

COLEGIO ALEJANDRO OBREGÓN. **COLEGIO RAFAEL DELGADO SALGUERO I.E.D. HORIZONTE INSTITUCIONAL 2018**, 2018.

CONGRESO DE LA REPÚBLICA DE COLOMBIA. Ley 1753. **Diario Oficial 44.840**, 19 jun. 2015.

CONTRALORÍA GENERAL DE LA REPÚBLICA. **Boletín Macrosectorial No. 018.** Bogotá: Contraloría General de la República, 12 dez. 2018. . Acesso em: 10 fev. 2019.

CURIOSAMENTE. **¿Es real el cambio climático?** Curiosamente. Por el placer de aprender. México, 15 maio 2016. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=weIBPwFuYwA>>

D’AMBROSIO, U. **Etnomatemática. Elo entre as tradições e a modernidade.** 5a. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2013.

DELEUZE, G. **La imagen-movimiento. Estudios sobre cine 1.** Tradução: Irene Agoff. España: Ediciones Paidós, 1984.

DEPARTAMENTO ADMINISTRATIVO NACIONAL DE ESTADÍSTICA. **Boletín Técnico. Encuesta Multipropósito 2014**DANE, , 2015.

DUSSEL. **La producción de la exclusión en el aula: Una revisión de la escuela moderna en américa latina**. X Jornadas LOGSE. **Anais...** In: X JORNADAS LOGSE. LA ESCUELA Y SUS AGENTES ANTE LA EXCLUSIÓN SOCIAL. Granada, España: Memorias X Jornadas LOGSE, 27 mar. 2000

EQUIPO BOGOTÁ CÓMO VAMOS. **Informe de calidad de vida en Bogotá 2017**. Bogotá: Bogotá cómo vamos, 2017. Disponível em: <<https://assets.documentcloud.org/documents/5425905/Informe-De-Calidad-de-Vida-2017-FINAL.pdf>>. Acesso em: 6 fev. 2019.

FÁVERO, M.; FÁVERO, A.; ROSSETTO, M. Diálogo e investigação : pré-requisitos para a liberação intelectual das crianças. In: **Diálogos & investigação: perspectivas de uma educação para o pensar**. Passo Fundo: méritos editora, 2007.

FERRUZZI, E. C.; ALMEIDA, L. M. W. DE. Diálogos em modelagem matemática. **Ciência & Educação (Bauru)**, v. 21, n. 2, p. 377–394, jun. 2015.

FONSECA, M. C. Dicionário da alfabetização Numeramento. **Letra A: o jornal do alfabetizador**, p. 3, 2008.

FOUNTAIN, H.; PATEL, J.; POPOVICH, N. El 2017 fue uno de los años más calurosos de los que hay registro – Español.pdf. **The New York Times Company**, p. 4, 2018.

FREIRE; MACEDO. **Alfabetización. Lectura de la palabra y lectura de la realidad**. PAIDOS IBERICA ed. Barcelona: [s.n.].

FREIRE, P. **La educación como práctica de la libertad**. Tradução: Lilián Ronzoni. 2a. ed. Montevideo: Tierra Nueva, 1970.

FREIRE, P. **Ação cultural para a liberdade: e outros escritos**. 5a. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1981.

FREIRE, P. **A importância do ato de ler em três artigos que se completam**. São Paulo: Cortez editora, 1989. v. 22

FREIRE, P. **Pedagogía de la indignación: cartas pedagógicas en un mundo revuelto**. Primera ed. Buenos Aires: Siglo Veintiuno, 2012.

FREITAS, W. S. **A matematização crítica em projetos de modelagem**. Doctorado—Belo Horizonte: Universidade Federal de Minas Gerais, 2013.

FREJD, P. Mathematical Modelling as a Professional Activity: Lessons for the Classroom. In: STILLMAN, G. A.; BLUM, W.; KAISER, G. (Eds.). **Mathematical modelling and applications: crossing and researching boundaries in mathematics education**. New York, NY: Springer Berlin Heidelberg, 2017. p. 371–388.

GAARDER, J. **El mundo de Sofía: novela sobre la historia de la filosofía**. Madrid: Ediciones Siruela, 1994.

GAISMAN, M. T. El uso de la modelación en la enseñanza de las matemáticas. **Innovación educativa**, v. 9, n. 46, p. 75–87, 2009.

GARCÍA, G.; VALERO, P. De la igualdad, la equidad y la (in)exclusión en el currículo de matemáticas: una revisión en el contexto colombiano. In: **Procesos de inclusión / exclusión: subjetividades en educación matemática**. Primera edición ed. Bogotá, Colombia: Fondo editorial Universidad Pedagógica Nacional, 2013. p. 17–42.

GARCÍA, G.; VALERO, P. X.; CAMELO, F. J. (EDS.). Escenarios y ambientes educativos de aprendizaje de las matemáticas. Constitución de subjetividades en educación matemática elemental. In: **Procesos de inclusión / exclusión: subjetividades en educación matemática**. Primera edición ed. Bogotá, Colombia: Universidad Pedagógica Nacional : Aalborg University, Denmark : Universidad Distrital Francisco José de Caldas : República de Colombia, COLCIENCIAS, Departamento Administrativo de Ciencia, Tecnología e Innovación, 2013.

GARCÍA, N. **Latinoamericanos buscando lugar en este siglo**. 1. ed ed. Buenos Aires: Paidós, 2002.

GARCÍA OLIVEROS, G. et al. (EDS.). **Procesos de inclusión / exclusión: subjetividades en educación matemática**. Primera edición ed. Bogotá, Colombia: Universidad Pedagógica Nacional : Aalborg University, Denmark : Universidad Distrital Francisco José de Caldas : República de Colombia, COLCIENCIAS, Departamento Administrativo de Ciencia, Tecnología e Innovación, 2013.

GOLOVANEVSKY, L. **Vulnerabilidad y transmisión intergeneracional de la pobreza. Un abordaje cuantitativo para la Argentina en el siglo XXI.** Buenos Aires: Universidad de Buenos Aires. Facultad de Ciencias Económicas, 2006.

GORGORIÓ, N.; PRAT, M.; SANTESTEBAN, M. El aula de matemáticas intercultural: distancia cultural, normas y negociación. In: GOÑI, J. (Ed.). . **En Matemáticas e interculturalidad.** España: Grão Biblioteca de uno, 2006. p. 7–24.

GUACANEME, E. A. et al. Informe sobre la Formación inicial y continua de Profesores de Matemáticas: El caso de Colombia. **Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática**, p. 11–49, 2013.

GUBA; LINCOLN. Competing Paradigms in Qualitative Research. In: **Handbook of qualitative research.** USA: Thousand Oaks, 1994. p. 105–117.

GUEDES, E. **Alteridade e diálogo: Uma meta-arqueologia da educação a partir de Emmanuel Lévinas e Paulo Freire.** Tese de doutorado—João Pessoa: Universidade Federal da Paraíba, 2007.

GUTIÉRREZ. The Sociopolitical Turn in Mathematics Education. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 44, n. 1, p. 37, 2013.

GUTIÉRREZ, C. ¿Cómo permitió el Estado que La Guajira se convirtiera en esta tragedia? **ELESPECTADOR.COM**, p. 14, 2 mar. 2017.

GUTIÉRREZ, F.; RODRIGUEZ, Y. **Modelando tus finanzas. Un escenario de aprendizaje sobre educación económica y financiera desde la perspectiva socio crítica de la modelación matemática.** Maestría—Bogotá: Universidad Distrital Francisco José de Caldas, 2015.

GUTSTEIN, E. Teaching and Learning Mathematics for Social Justice in an Urban, Latino School. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 34, n. 1, p. 37, 1 jan. 2003.

HEIN, N.; BIEMBENGUT, M. Modelaje matemático como método de investigación en clases de matemáticas. **M. Murillo (presidente), Memorias del V festival internacional de matemática**, p. 1–25, 2006.

ICFES. **Reporte de resultados histórico del examen Saber 11 para establecimientos educativos:** ICFES Saber 11. Colombia: [s.n.].

JABLONKA. Mathematical Literacy. In: BISHOP et al. (Eds.). . **Second International Handbook of Mathematics Education**. Dordecht: The Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 2003. p. 75–102.

JABLONKA; NISS. Mathematical literacy. In: LERMAN et al. (Eds.). . **Encyclopedia of Mathematics Education**. Dordrecht: Springer (Reference): Springer Science+Business Media, 2014. p. 391–396.

JARAMILLO, D.; TORRES, B.; VILLAMIL, M. INTERACCIONES EN CLASE DE MATEMÁTICAS: UNA MIRADA DESDE LA ETNOMATEMÁTICA. **Memorias del Foro Educativo Nacional de Colombia–Competencias matemáticas**. Bogotá: MEN, p. 12, 2006.

JUSTO, M. ¿Cuáles son los 6 países más desiguales de América Latina? **BBC MUNDO**, 9 mar. 2016.

KAISER, G.; SRIRAMAN, B. A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. **ZDM**, v. 38, n. 3, p. 302–310, 2006a.

KAISER; SRIRAMAN. A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. **ZDM**, v. 38, n. 3, p. 302–310, 2006b.

KLÜBER. Um olhar sobre a modelagem matemática no Brasil sob algumas categorias Fleckianas. **ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v. 2, n. 2, p. 219–240, 2009.

KLÜBER, T. E. **Uma metacompreensão da modelagem matemática na educação matemática**. Florianópolis: UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA, 2012.

KLÜBER, T. E.; BURAK, D. Uma metacompreensão da modelagem e da etnomatemática na educação matemática. **Currículo sem Fronteiras**, v. 14, n. 1, p. 260–278, 2014.

KNOBLAUCH, D. Literacy and the Politics of Education. In: LUNSFORD; MOGLEN; SLEVIN (Eds.). . **The Right to Literacy**. New York: MLA, 1990. p. 74–80.

KUHN, T. **La estructura de las revoluciones científicas**. México: Fondo de Cultura Económica, 1971.

LA OTRA CARA. Carrusel de la Contratación detrás de elección del nuevo Alcalde de Rafael

Uribe Uribe, en Bogotá. **La Otra Cara**, p. 9, 11 set. 2017.

LABRUNÉE, M.; GALLO, M. Vulnerabilidad social: el camino hacia la exclusión. In: LANARI, M. (Ed.). . **Trabajo decente: diagnóstico y aportes para la medición del mercado laboral local**. Mar del Plata: Suárez, 2005. p. 133–154.

LIPMAN; SHARP; OSCANYAN. **A filosofia na sala de aula**. São Paulo: Nova Alexandria, 1994.

LOZANO, A. **Resolución zonas compatibles con la minería en la Sabana de Bogotá**, 18 abr. 2017. Disponible em: <<http://angelicalozano.com/wp-content/uploads/2017/05/tribunal-de-cundinamarca.pdf>>

LUNA, A.; SOUZA, E.; LIMA, L. Mathematical Texts in a Mathematical Modelling Learning Environment in Primary School. In: STILLMAN, G. A.; BLUM, W.; BIEMBENGUT, M. (Eds.). . **Mathematical Modelling in Education Research and Practice: Cultural, Social and Cognitive Influences**. Cham: Springer International Publishing, 2015. p. 535–543.

LUNA, C. A. et al. Vulnerabilidad social en contextos rural y urbano. 2013.

LUNA; SOUZA; SANTIAGO. A Modelagem Matemática nas Séries Iniciais: o germén da criticidade. **ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v. 2, n. 2, p. 135–157, jul. 2009.

MAAB; SCHLOGLMANN. Der Stoßofen. Ein Beispiel für Industriemathematik als Unterrichtsthema. (The pusher type furnace. An example of industrial mathematics as a topic for mathematics classroom teaching). In: BLUM, W. (Ed.). . **Anwendungen und Modellbildung im Mathematikunterricht (Applications and modelling in mathematics classrooms)**. Hildesheim: Franzbecker, 1993. p. 74–84.

MALVASI, P. A. ONGs, vulnerabilidade juvenil e reconhecimento cultural: eficácia simbólica e dilemas. **Interface - Comunicação, Saúde, Educação**, v. 12, n. 26, p. 605–617, set. 2008.

MANCERA, G.; CAMELO, F. Un panorama de la modelación matemática en los Encuentros Colombianos De Matemática Educativa entre 2012-2015. **Góndola, Enseñanza y Aprendizaje de las Ciencias**, v. 15, n. 2, p. 24, dez. 2020.

MANCERA, G.; PERILLA, W. Y.; CAMELO, F. J. **El conocer reflexivo en un ambiente de**

modelación matemática. Anais da CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. **Anais...** In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Maringá - PR: 2017

MARIÁTEGUI, J. C. **7 ensayos de interpretación de la realidad peruana.** Tercera edición con correcciones y adiciones de nuevos textos ed. Caracas: República Bolivariana de Venezuela, Fundación Biblioteca Ayacucho, 2007.

MARTÍNEZ, A.; RÍOS, F. R. Los Conceptos de Conocimiento, Epistemología y Paradigma, como Base Diferencial en la Orientación Metodológica del Trabajo de Grado. **CINTA DE MOEBIO**, p. 12, 2006.

MARTÍNEZ, D. M.; PÁEZ, O. P.; GARCÍA, G. Modelación desde la perspectiva de la educación matemática crítica. Cuestiones relacionadas con la obsolescencia. **Revista Científica**, p. 288–292, 2013.

MARTÍNEZ, E. **Posiciones críticas en actividades de modelación matemática en un contexto del comercio y el turismo.** Maestría—Medellín - Colombia: Universidad de Antioquia, 2016.

MARTINS, D. A.; ARAÚJO, M. D. **Modelagem matemática em sala de aula: experiência sobre sólidos geométricos.** . In: 9 CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. São Carlos, SP: Anais 9 CNMEM, 2015

MEDELLÍN, P. **¿Por qué aumentó el pesimismo en Bogotá?** Institucional. Disponible em: <<http://ieu.unal.edu.co/noticias-del-ieu/item/por-que-aumento-el-pesimismo-en-bogota>>. Acceso em: 25 out. 2018.

MELERO, N. El paradigma crítico y los aportes de la investigación acción participativa en la transformación de la realidad: un análisis desde las ciencias sociales. **Cuestiones pedagógicas**, n. 21, p. 339–355, 2012.

MÈLICH, J. **Pensando la Educación desde Emmanuel Levinas:** Educación. Medellín - Colombia Facultad de Educación - Universidad de Antioquia, , 4 dez. 2014. Disponible em: <<https://www.youtube.com/watch?v=DXZipK7yaas>>. Acceso em: 10 maio. 2019

MELILLO, C. **A dualidade na formação no ensino profissionalizante em um ambiente de**

aprendizagem de modelagem matemática. Doctorado—Belo Horizonte: Universidade Federal de Minas Gerais, 2017.

MILANI, R. **O processo de aprender a dialogar por futuros professores de matemática com seus alunos no estágio supervisionado.** Tese de doutorado—Rio Claro: Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, 2015.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. **Lineamientos curriculares. Área de matemáticas.** Bogotá: Cooperativa editorial Magisterio., 1998.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. **Lineamientos de política para la atención educativa a poblaciones vulnerables**Ministerio de Educación Nacional, , 2005.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. **Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas. Guía sobre lo que los estudiantes deben saber y saber hacer con lo que aprenden.** Ministerio de Educación Nacional ed. Bogotá - Colombia: [s.n.].

MORIN, E. **La cabeza bien puesta. Repensar la reforma. Reformar el pensamiento.** Primera ed. Buenos Aires: Nueva Visión, 2002.

MUÑOZ, M. et al. Contextos auténticos y la producción de modelos matemáticos escolares. **Revista Virtual Universidad Católica del Norte**, v. 42, p. 48–67, 2014.

NEGRELLI, L. G. **Uma reconstrução epistemológica do processo de modelagem matemática para a educação (em) matemática.** Tese (Doutorado em Educação) – Setor de Educação—Curitiba: Universidade Federal do Paraná, 2008.

NEWS COLOMBIA. Bogotá no tiene control en predios donde hubo explotación minera: MIRA. p. 2, 2017.

NIÑO, J. A. Ayer por primera vez. In: **La alegría de querer.** Primera ed. Bogotá, Colombia: Panamericana, 1996.

NISS et al. Conceptualisation of the Role of Competencies, Knowing and Knowledge in Mathematics Education Research. In: KAISER (Ed.). . **Proceedings of the 13th International Congress on Mathematical Education, ICME-13 Monographs.** [s.l: s.n.]. p. 235–248.

OCORÓ, A. La educación, un punto clave para la etapa de posconflicto. **El tiempo**, 18 set. 2016.

OLIVERAS. Etnomatemáticas. De la multiculturalidad al mestizaje. In: **En Matemáticas e interculturalidad**. [s.l.] Biblioteca de uno, 2006.

OREY, D.; ROSA, M. Mathematical Modelling in a Long-Distance Teacher Education in Brazil: Democratizing Mathematics. In: STILLMAN, G. A.; BLUM, W.; KAISER, G. (Eds.). **Mathematical modelling and applications: crossing and researching boundaries in mathematics education**. New York, NY: Springer Berlin Heidelberg, 2017. p. 577–586.

PÁEZ, C. E. P.; HERNÁNDEZ, H. A. H. **Qué sentido tienen las matemáticas: Una propuesta de acercamiento a la noción de derivada desde una perspectiva crítica de la modelación matemática**. Pregrado—Bogotá: Universidad Distrital Francisco José de Caldas, 2017.

PARDO, L. A. P.; POVEDA, C. D. P. **Propuesta de medios de aprendizaje desde la educación matemática crítica: Modelación matemática bajo la premisa de redes sociales y su estudio cuantificable**. Pregrado—Bogotá: Universidad Distrital Francisco José de Caldas, 2018.

PARRA, D.; ROJAS, J. **Matemáticas y loncheras saludables Un ambiente de aprendizaje de exploración e indagación relativ**. Maestría—Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional, 2011.

PARRA, M. M. et al. El Índice de Masa Corporal. Una experiencia de modelación y uso de modelos matemáticos para el aula de clase. **Números**, v. 92, p. 13, 2016.

PARRA, M. M.; VILLA, J. A. Interacciones y contribuciones. Formas de participación de estudiantes de quinto grado en ambientes de modelación matemática. **Actualidades Investigativas en Educación**, v. 16, n. 3, 1 set. 2016.

PÉREZ, A. **El acceso a la alteridad del otro en la fenomenología del siglo XX**: Homenaje a Andrés Bello. San Cristóbal de la Laguna, Tenerife, España Universidad de La Laguna, , 16 maio 2013. Disponible em: <<https://www.youtube.com/watch?v=BpVqjCu251Q>>

PÉREZ, F. El papel de la educación en el posconflicto. **Corporación Viva la Ciudadanía**,

2016.

PERILLA, W. Y.; MANCERA, G.; CAMELO, F. J. La telefonía móvil en Colombia: Un ambiente de modelación matemática desde una perspectiva crítica. **Recme**, v. 1, n. 1, p. 2, 2015.

PERSONERÍA DE BOGOTÁ, D. C. **Protección de derechos de mujer y equidad de género, aún a medias**. Disponible em: <<http://www.personeriabogota.gov.co/informacion-general/noticias/item/769-proteccion-de-derechos-de-mujer-y-equidad-de-genero-aun-a-medias>>. Acceso em: 25 out. 2018.

PLAN INTERNATIONAL; UNICEF. **Vivencias y relatos sobre el embarazo en adolescentes Una aproximación a los factores culturales, sociales y emocionales a partir de un estudio en seis países de la región**. Panamá: Unicef, 2014. Disponible em: <[https://www.unicef.org/ecuador/embarazo_adolescente_5_0_\(2\).pdf](https://www.unicef.org/ecuador/embarazo_adolescente_5_0_(2).pdf)>.

PONTE et al. Funcionamiento de la clase de matemáticas. In: **Didáctica da matemática**. Lisboa: Ministério da Educação, Departamento do Ensino Secundário, 1997.

QUIJANO, A. Colonialidad del poder y clasificación social. In: **Colonialidad del poder, eurocentrismo y América Latina**. Biblioteca universitaria. Primera ed. Bogotá, D.C: Siglo del Hombre Editores : Universidad Central, Instituto de Estudios Sociales Contemporáneos, IESCO-UC : Pontificia Universidad Javeriana, Instituto de Estudios Sociales y Culturales, Pensar, 2007. p. 91–126.

REDACCIÓN BOGOTÁ. Distrito, preocupado por inseguridad en Rafael Uribe Uribe. **ELESPECTADOR.COM**, 4 set. 2014.

REDACCIÓN BOGOTÁ. **Estas son las localidades más azotadas por la delincuencia juvenil en Bogotá**.EL ESPECTADOR, , 27 jan. 2016.

REDACCIÓN BOGOTÁ. Con 25°C, Bogotá vivió el día más caliente de su historia. **ELESPECTADOR.COM**, 2017.

REDACCIÓN EL TIEMPO. Bogotá está en alerta roja por embarazo adolescente. **El tiempo**, p. 5, 28 out. 2016.

REDACCIÓNJUDICIAL. Corte Suprema negó solicitud de libertad de Rafael Uribe Noguera. **ELESPECTADOR.COM**, 2017.

RIBEIRO, V. M.; FONSECA, M. C. Matriz de referência para a medição do alfabetismo nos domínios do letramento e do numeramento. **Estudos em Avaliação Educacional**, v. 21, n. 45, p. 147, 30 abr. 2010.

ROCHA. **Realidade, Matemática e Modelagem: As referências feitas pelos alunos**. Dissertação—Belo Horizonte - Brasil: Universidade Federal de Minas Gerais, 2015.

RODRÍGUEZ, J. L. Matemática y estética del espacio público. **La Silla Vacía**, p. 8, 22 fev. 2016.

ROMÃO. Educação. In: **Diccionario. Paulo Freire**. 2º ed., rev.amp.1º reimp. Belo Horizonte ed. Belo Horizonte: Auténtica Editora, 2010.

ROMERO; BARRIOS; GALVIS. Emergencia de discusiones en un proceso de modelación matemática desde la perspectiva socio-crítica. **Recme**, v. 1, n. 1, p. 156–157, 2015.

ROMERO, L. A propósito de los barrios subnormales en Colombia. **El Herald**, 9 maio 2017.

SALAZAR; MANCERA; CAMELO. **Una propuesta para el desarrollo de prácticas pedagógicas de modelación matemática en la perspectiva socio crítica**. Memorias EDEM 4. **Anais...** In: ENCUENTRO DISTRITAL DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA EDEM-4 “CULTURA, SOCIEDAD Y ESCUELA EN LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA DEL DISTRITO CAPITAL”. Bogotá - Colombia: 2017

SÁNCHEZ, B. J.; TORRES, J. Educación Matemática Crítica: Un abordaje desde la perspectiva sociopolítica a los Ambientes de Aprendizaje. 2009.

SECRETARÍA DISTRITAL DE PLANEACIÓN. **INFORME DE RENDICIÓN DE CUENTAS: LOCALIDAD DE RAFAEL URIBE URIBE VIGENCIA 2016**. Bogotá, D.C: Secretaría Distrital de Planeación Dirección de Planes de Desarrollo y Fortalecimiento Local, 2016.

SEMANA. La educación en el acuerdo final del gobierno y las Farc.pdf. 26 set. 2016.

SERRAZINA, L.; OLIVEIRA, I. O currículo de Matemática do ensino básico sob o olhar da competência matemática. In: **O professor e o desenvolvimento curricular**. Grupo de Trabalho de Investigação-GTI ed. Lisboa: Associação de Professores de Matemática, 2005. p. 35–62.

SILVA, C. DA; KATO, L. A. Quais Elementos Caracterizam uma Atividade de Modelagem Matemática na Perspectiva Sociocrítica? **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 26, n. 43, p. 817–838, ago. 2012.

SKOVSMOSE. **Towards a philosophy of critical mathematics education**. Primera ed. [s.l.] Kluwer Academic Publishers, 1994.

SKOVSMOSE. **Hacia una filosofía de la educación matemática crítica**. Tradução: Valero. Primera ed. Bogotá: una empresa decente, 1999.

SKOVSMOSE. **Incerteza, Matemática, Responsabilidade**. Tradução: Bicudo. São Paulo: Cortez editora, 2007.

SKOVSMOSE. Pesquisando o que não é, mas poderia ser. In: LOPES, C.; D'AMBROSIO (Eds.). . **Vertentes da Suversão na Produção Científica em Educação Matemática**. Campinas SP: Mercado das Letras, 2015. p. 63–90.

SKOVSMOSE; BORBA, M. Research methodology and critical mathematics education. In: **Researching the socio-political dimensions of mathematics education**. [s.l.] Springer, 2004. p. 207–226.

SKOVSMOSE, O. COMPETENCIA DEMOCRÁTICA Y CONOCIMIENTO REFLEXIVO EN MATEMÁTICAS. v. 2, n. 3, p. 191–216, 1997.

SKOVSMOSE, O. Escenarios de investigación. **revista Ema**, v. 6, n. 1, p. 3–26, 2000.

SKOVSMOSE, O. **Travelling Through Education: Uncertainty, Mathematics, Responsibility**. [s.l.] SENSE PUBLISHERS, 2005.

SKOVSMOSE, O. Alfabetismo matemático y globalización. In: VALERO, P.; SKOVSMOSE, O. (Eds.). . **Educación matemática crítica. Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas**. Bogotá: una empresa docente, 2012. p. 65–105.

SKOVSMOSE, O. **Educação matemática crítica. A questão da democracia**. Tradução: Lins; Tradução: Araújo. 6. ed. Campinas SP: Papirus, 2013.

SKOVSMOSE, O.; VALERO, P. Rompimiento de la neutralidad política: el compromiso crítico de la educación matemática con la democracia. In: **Educación matEmática crítica Una**

visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas. Ediciones Uniandes ed. Bogotá: Editorial Kimpres Ltda, 2012.

SOUSA; SOUSA; FIALHO. O poder formatador da matemática em sala de aula: um a vi são etnomatemática sobre a tradição de móveis artesanais. **Revista do centro de ciências exatas e tecnologia**, v. 13, n. 27, p. 12, 2011.

STENGERS, I. In **Catastrophic Times: Resisting the Coming Barbarism**. Tradução: Andrew Goffey. [s.l.] Open Humanities Press in collaboration with meson press, 2015.

STILLMAN, G. A. State of the Art on Modelling in Mathematics Education—Lines of Inquiry. In: STILLMAN, G. A.; BROWN, J. P. (Eds.). . **Lines of Inquiry in Mathematical Modelling Research in Education**. ICME-13 Monographs. Cham: Springer International Publishing, 2019. p. 1–20.

STILLMAN, G. A.; BLUM, W.; BIEMBENGUT, M. (EDS.). **Mathematical Modelling in Education Research and Practice: Cultural, Social and Cognitive Influences**. Cham: Springer International Publishing, 2015a.

STILLMAN, G. A.; BLUM, W.; BIEMBENGUT, M. Cultural, Social, Cognitive and Research Influences on Mathematical Modelling Education. In: STILLMAN, G. A.; BLUM, W.; BIEMBENGUT, M. (Eds.). . **Mathematical Modelling in Education Research and Practice: Cultural, Social and Cognitive Influences**. Cham: Springer International Publishing, 2015b. p. 1–32.

STILLMAN, G. A.; BLUM, W.; KAISER, G. (EDS.). **Mathematical modelling and applications: crossing and researching boundaries in mathematics education**. New York, NY: Springer Berlin Heidelberg, 2017.

STRECK, D.; REDIN, E.; ZITKOSKI, J. **Diccionario. Paulo Freire**. 2º ed., rev.amp.1º reimp. Belo Horizonte ed. Belo Horizonte: Auténtica Editora, 2010.

TEDESCO, J. C. Los desafíos de la educación básica en el siglo XXI. **Revista Iberoamericana de Educación**, n. 55, p. 31–47, 2011.

TENTI, E. **La escuela y la cuestión social. Ensayos de sociología de la educación Tenti Fanfani, Emilio**. Primera ed. Buenos Aires, Argentina: Siglo XXI, 2007.

TONIETO. A prática dialógica na comunidade de investigação: possibilidades de uma educação para o pensar. In: **Diálogo & investigação. Perspectivas de uma educação para o pensar**. Passo Fundo: méritos editora, 2007.

TORRES, A. Educación popular, subjetividad y sujetos sociales. **Pedagogía y Saberes**, n. 15, p. 5, 2000.

TORRES, A. Acción colectiva y subjetividad. Un balance desde los estudios sociales. **Revista Folios**, n. 30, p. 51, 2009.

UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALADAS. PROYECTO CURRICULAR DE LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN MATEMÁTICAS. **Documento de re acreditación con fines de renovación de la acreditación de alta calidad**, 2009.

VALDIVÉ, C. V. Conocer reflexivo, conocer tecnológico y matemático: La alfabetización matemática en los recintos universitarios. **TEACs**, n. 4, p. 9, 2010.

VALERO, P. Consideraciones sobre el contexto y la educación matemática para la democracia. **Cuadrante**, v. 11, n. 1, p. 33–40, 2002.

VALERO, P. De carne y hueso. La vida social y política de las competencias matemáticas. **Memorias del Foro Educativo Nacional de Colombia–Competencias matemáticas**. Bogotá: MEN, 2006.

VALERO, P. Investigación socio-política en educación matemática: Raíces, tendencias y perspectivas. **Recuperado de [http://www. learning. aau. dk/en/department/staff/paola](http://www.learning.aau.dk/en/department/staff/paola)**, 2007.

VALERO, P. La educación matemática como una red de prácticas sociales. In: **Educación matemática crítica: Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas**. Valero, P.; Skovsmose, O. ed. Bogotá: Ediciones Uniandes, 2012. p. 299–326.

VALERO, P. Political Perspectives in Mathematics Education. In: LERMAN, S. (Ed.). . **Encyclopedia of Mathematics Education**. Dordrecht, Netherlands: Springer, 2014. p. 484–487.

VALERO, P.; ANDRADE, M.; MONTECINO, A. (EDS.). Lo político en la educación

matemática: de la educación matemática crítica a la política cultural de la educación matemática. **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa**, v. 18, n. 3, p. 287–300, 30 nov. 2015.

VALVERDE, G.; NÄSLUND-HADLEY, E. La condición de la educación en matemáticas y ciencias naturales en América Latina y el Caribe. **BID.** < <http://idbdocs.iadb.org/wsdocs/getdocument.aspx>, 2010.

VILLA, J. **Presente y futuro de la investigación en modelación en Educación Matemática en Colombia**. Memorias 10º Encuentro Colombiano de Matemática Educativa. **Anais...** In: ENCUESTRO COLOMBIANO DE MATEMÁTICA EDUCATIVA. San Juan de Pasto: 2009. Disponible en: <https://www.researchgate.net/publication/277846514_Presente_y_futuro_de_la_investigacion_en_modelacion_en_Educacion_Matematica_en_Colombia>. Acceso em: 29 mar. 2017

VILLA, J. A. et al. Sentido de realidad y modelación matemática: el caso de Alberto. **Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v. 2, n. 2, p. 159–180, 2009.

VILLA, J. A. Modelación matemática a partir de problemas de enunciados verbales: un estudio de caso con profesores de matemáticas. **Magis. Revista Internacional de Investigación en Educación**, v. 8, n. 16, p. 133, 31 out. 2015.

VILLA, J.; ROJAS, C.; CUARTAS, C. ¿Realidad en las matemáticas escolares?: reflexiones acerca de la “realidad” en modelación en educación matemática. **Revista Virtual Universidad Católica del Norte**, n. 29, p. 17, 2010.

VILLARREAL, M. E.; ESTELEY, C. B.; SMITH, S. Pre-service Mathematics Teachers’ Experiences in Modelling Projects from a Socio-critical Modelling Perspective. In: STILLMAN, G. A.; BLUM, W.; SALETT BIEMBENGUT, M. (Eds.). **Mathematical Modelling in Education Research and Practice**. Cham: Springer International Publishing, 2015. p. 567–578.

VILLORO, L. **Creer, saber, conocer**. España: Siglo XXI, 2006.

VITHAL, R. **Re-Searching Mathematics Education from a Critical Perspective**. 2000.

ZITKOSKI, J. DIÁLOGO / DIALOGICIDAD. In: STRECK, D.; REDIN, E.; ZITKOSKI, J.

(Eds.). . **Diccionario. Paulo Freire.** Belo Horizonte: Auténtica Editora, 2010. p. 3.

ANEXOS

Anexo 1

TERMINO DE CONSENTIMIENTO ESTUDIANTE

Apreciado estudiante.

Luego de conversar con el rector del colegio, la coordinadora y el profesor Wilson Perilla, quienes me han brindado su autorización y colaboración, quiero invitarlo a participar en una investigación que yo, Gabriel Mancera Ortiz estudiante del *Doutorado Latino-Americano em Educação: Políticas Públicas e Profissão Docente* de la Universidad Federal de Minas Gerais (Brasil) y profesor de la Universidad Francisco José de Caldas (Bogotá), estoy desarrollando, cuyo título es **Conocer reflexivo en contextos de modelación matemática desde una perspectiva socio crítica**. En esa investigación pretendo acompañarlos y realizar actividades de modelación matemática durante las clases de matemáticas.

Participarán de esta investigación los estudiantes matriculados en la asignatura cuyos padres así lo consideren. Las actividades ocurrirán en el horario propio de clases y consistirá en desarrollar discusiones teóricas y actividades prácticas en pequeños grupos. Las actividades no deben desviar la programación que el profesor ha organizado. Quizás sea necesario dedicar un tiempo extra, pero espero que no sea mucho, todas las actividades se desarrollaran en el colegio y no se extenderán fuera de la jornada escolar.

Las actividades serán formuladas de acuerdo con las teorías pertinentes a la creación de ambientes de aprendizaje de modelación matemática, en las que serán invitados a modelar e intervenir en situaciones que serán discutidas y definidas en la primera parte de la investigación.

Como esta investigación es parte de un trabajo de doctorado, se solicitará permiso a sus padres o acudientes para grabar en audio y video algunos momentos durante el desarrollo de las clases. Los datos que se colecten, una vez organizados, serán almacenados en formato digital y usted tendrá acceso a ellos cuando lo requiera. Se usarán estos datos solo para análisis y divulgación dentro de esta investigación.

Los nombres de los estudiantes y profesores serán cambiados pues se garantiza absoluta reserva de lo que sucede. Además de eso, los estudiantes o los profesores, podrán en cualquier momento retirarse de la investigación y dejar de participar en ella.

Las grabaciones serán almacenadas en formato digital en el estudio personal del profesor Gabriel Mancera por 3 años después de realizada la investigación.

Si usted está de acuerdo en participar y siente que el objetivo de la investigación le ha sido explicado suficientemente, le solicito, muy gentilmente, que firme todas las páginas de este documento y la autorización anexa.

En caso de que tenga alguna duda y desee que se le clarifique algún detalle mis datos de contacto están al final de este documento.

Atentamente.

Gabriel Mancera Ortiz.
Profesor Facultad de Ciencias y Educación. Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
Estudiante Doctorado Latinoamericano en Educación. Universidad Federal de Minas Gerais – UFMG
gmancera@yahoo.com
Cel.: 316 332 13 97

AUTORIZACIÓN

Yo, _____ autorizo al profesor **Gabriel Mancera Ortiz**, estudiante del estudiante del *Doutorado Latino-Americano em Educação: Políticas Públicas e Profissão Docente* de la Universidad Federal de Minas Gerais (Brasil) y profesor de la Universidad Francisco José de Caldas (Bogotá), a desarrollar un ambiente de modelación matemática de acuerdo con la investigación titulada: **Conocer reflexivo en contextos de modelación matemática desde una perspectiva socio crítica**, en la asignatura matemáticas de grado undécimo (1101) del Colegio Alejandro Obregón, durante el primer semestre de 2017. Participaré como estudiante de la asignatura mencionada.

Firma: _____

Nombre:

Identificación:

Bogotá, Distrito Capital (Colombia) ____ de _____ de 2017

Anexo 2

TERMINO DE CONSENTIMIENTO PADRE DE FAMILIA O ACUDIENTE RESPONSABLE

Apreciado padre de familia o acudiente responsable

Luego de conversar con el rector del colegio, la coordinadora y el profesor Wilson Perilla, quienes me han brindado su autorización y colaboración, quiero proponer una investigación que yo, Gabriel Mancera Ortiz estudiante del *Doutorado Latino-Americano em Educação: Políticas Públicas e Profissão Docente* de la Universidad Federal de Minas Gerais (Brasil) y profesor de la Universidad Francisco José de Caldas (Bogotá), estoy desarrollando, cuyo título es **Conocer reflexivo en contextos de modelación matemática desde una perspectiva socio crítica**. En esa investigación pretendo acompañar y realizar actividades de modelación matemática con los estudiantes, del grado 1101, durante las clases de matemáticas.

Participarán de esta investigación los estudiantes matriculados en la asignatura cuyos padres así lo consideren. Las actividades ocurrirán en el horario propio de clases y consistirá en desarrollar discusiones teóricas y actividades prácticas en pequeños grupos. Las actividades no deben desviar la programación que el profesor ha organizado. Quizás sea necesario dedicar un tiempo extra, pero espero que no sea mucho, todas las actividades se desarrollaran en el colegio y no se extenderán fuera de la jornada escolar.

Las actividades serán formuladas de acuerdo con las teorías pertinentes a la creación de ambientes de aprendizaje de modelación matemática, en las que serán invitados a modelar e intervenir en situaciones que serán discutidas y definidas en la primera parte de la investigación.

Como esta investigación es parte de un trabajo de doctorado, se solicita el permiso de ustedes (padres o acudientes) para grabar en audio y video algunos momentos durante el desarrollo de las clases. Los datos que se colecten, una vez organizados, serán almacenados en formato digital y usted tendrá acceso a ellos cuando lo requiera. Se usarán estos datos solo para análisis y divulgación con carácter estrictamente investigativos.

Los nombres de los estudiantes y profesores serán cambiados pues se garantiza absoluta reserva de lo que sucede. Además de eso, los estudiantes o los profesores, podrán en cualquier momento retirarse de la investigación y dejar de participar en ella.

Las grabaciones serán almacenadas en formato digital en el estudio personal del profesor Gabriel Mancera por 3 años después de realizada la investigación.

Si usted está de acuerdo en que el estudiante que usted representa participe y sienta que el objetivo de la investigación le ha sido explicado suficientemente, le solicito, muy gentilmente, que firme todas las páginas de este documento y la autorización anexa.

En caso de que tenga alguna duda y desee que se le clarifique algún detalle mis datos de contacto están al final de este documento.

Atentamente.

Gabriel Mancera Ortiz.
Profesor Facultad de Ciencias y Educación. Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
Estudiante Doctorado Latinoamericano en Educación. Universidad Federal de Minas Gerais – UFMG
gmancera@yahoo.com
Cel.: 316 332 13 97

AUTORIZACIÓN

Yo (nombre del padre o acudiente), responsable por el estudiante (nombre del estudiante) autorizo al profesor Gabriel Mancera Ortiz,

estudiante del *Doutorado Latino-Americano em Educação: Políticas Públicas e Profissão Docente* de la Universidad Federal de Minas Gerais (Brasil) y profesor de la Universidad Francisco José de Caldas (Bogotá), a desarrollar un ambiente de modelación matemática de acuerdo con la investigación titulada: Conocer reflexivo en contextos de modelación matemática desde una perspectiva socio crítica, en la asignatura matemáticas de grado un undécimo (1101) del Colegio Alejandro Obregón, durante el primer semestre de 2017.

Estoy consciente de que las actividades ocurrirán en el horario de la clase de matemáticas, durante el primer semestre del año 2017. Fui informado que, en cualquier momento a lo largo de la investigación puedo retirar la participación del estudiante mencionado en la investigación si lo considero necesario. Fui informado también que el nombre de los estudiantes será cambiado para garantizar su reserva. Además, me siento informado en relación con la propuesta y estoy de acuerdo en autorizar la participación del estudiante en esta investigación.

Firma: _____

Nombre:

Identificación:

Bogotá, Distrito Capital (Colombia) ____ de _____ de 2017

Anexo 3

TERMINO DE CONSENTIMIENTO LIBRE Y ESCLARECIDO PROFESOR

Profesor Wilson Perilla

Apreciado Profesor:

Por medio de la presente usted está siendo invitado a participar, como voluntario, para desarrollar una investigación que yo, Gabriel Mancera Ortiz estudiante del *Doutorado Latino-Americano em Educação: Políticas Públicas e Profissão Docente* de la Universidad Federal de Minas Gerais (Brasil) y profesor de la Universidad Francisco José de Caldas (Bogotá), estoy realizando, cuyo título es **Conocer reflexivo en contextos de modelación matemática desde una perspectiva socio crítica**. En esa investigación pretendo acompañar y realizar actividades de modelación matemática con los estudiantes del grado 1101 durante las clases de matemáticas y cuyo objetivo general es *Caracterizar el conocer reflexivo que desarrollan, en contextos de modelación matemática en la perspectiva socio crítica, estudiantes en condiciones de vulnerabilidad social, en una perspectiva de la educación matemática vista como campo de estudio de los procesos sociales, culturales y políticos*. Se espera que este estudio contribuya al entendimiento de lo que acontece en las clases de matemáticas y los aportes que desde este espacio puede hacerse para la construcción de un ambiente democrático en nuestra sociedad.

Para que esta investigación pueda ser realizada, pretendemos: i) acompañar algunas de sus clases de matemáticas en un grupo de undécimo grado (1101); ii) hacer anotaciones, en un diario de campo, de lo que acontezca en las aulas mencionadas; iii) construir y desarrollar con usted y sus estudiantes un ambiente de modelación matemática; iv) hacer grabaciones en audio y vídeo de las conversaciones, discusiones y comportamientos de los estudiantes durante el desarrollo del ambiente; v) acompañar a los estudiantes durante el desarrollo del ambiente, incluso en momentos que no sean en el horario de la propia clase de matemáticas; vi) realizar entrevistas a los estudiantes, individualmente y en grupos, dentro del colegio, a lo largo de la investigación y vii) analizar documentos institucionales de interés para la investigación.

Su participación en la investigación es voluntaria y no tendrá remuneración de ninguna especie. Usted es libre de dejar de participar de la investigación en cualquier momento y de no responder preguntas o cuestiones que considere, sin temor a represalias. La participación en la investigación no deberá perjudicar el normal desarrollo de sus clases o de interferir de forma indeseada en sus normas cotidianas. La participación es confidencial, lo que implica que el

material recolectado en las observaciones, grabaciones y entrevistas no será divulgada sin su autorización. El material será almacenado en formato digital en el estudio personal del profesor Gabriel Mancera por hasta tres años después de que se desarrolló la investigación.

En caso de tener su autorización, los conocimientos resultantes de esta investigación serán divulgados en revistas especializadas, en eventos sobre investigaciones educacionales y en una tesis de doctorado. Ninguna información que permita la identificación de los estudiantes será revelada.

Si usted está de acuerdo con la participación voluntaria en esta investigación, se le solicita muy gentilmente firmar todas las hojas de este documento y la autorización anexa. Usted recibirá una copia de este documento.

Atentamente.

Gabriel Mancera Ortiz.
Profesor Facultad de Ciencias y Educación. Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
Estudiante Doctorado Latinoamericano en Educación. Universidad Federal de Minas Gerais – UFMG
gmancera@yahoo.com
316 332 13 97

AUTORIZACIÓN

Autorizo al profesor **Gabriel Mancera Ortiz**, estudiante del estudiante del *Doutorado Latino-Americano em Educação: Políticas Públicas e Profissão Docente* de la Universidad Federal de Minas Gerais (Brasil) y profesor de la Universidad Francisco José de Caldas (Bogotá), a desarrollar un ambiente de modelación matemática de acuerdo con la investigación titulada: **Conocer reflexivo en contextos de modelación matemática desde una perspectiva socio crítica**, con estudiantes de la asignatura matemáticas de grado undécimo (1101) del Colegio Alejandro Obregón, durante el primer semestre de 2017 de acuerdo con las tareas previstas en el proyecto de investigación mencionado y acordadas conmigo como el profesor titular de la asignatura.

Profesor Colegio Alejandro Obregón

Secretaria de Educación del Distrito Capital

Bogotá, Distrito Capital (Colombia) ____ de _____ de 2017

Anexo 4

TERMINO DE CONSENTIMIENTO LIBRE Y ESCLARECIDO RECTOR

Profesor Reineiro Gutiérrez Melo

Señor rector Colegio Alejandro Obregón

Apreciado señor rector

Por medio de la presente solicito su autorización y colaboración para desarrollar una investigación que yo, Gabriel Mancera Ortiz estudiante del *Doutorado Latino-Americano em Educação: Políticas Públicas e Profissão Docente* de la Universidad Federal de Minas Gerais (Brasil) y profesor de la Universidad Francisco José de Caldas (Bogotá), estoy realizando, cuyo título es **Conocer reflexivo en contextos de modelación matemática desde una perspectiva socio crítica**. En esa investigación pretendo acompañar y realizar actividades de modelación matemática con los estudiantes del grado 1101 durante las clases de matemáticas y cuyo objetivo general es *Caracterizar el conocer reflexivo que desarrollan, en contextos de modelación matemática en la perspectiva socio crítica, estudiantes en condiciones de vulnerabilidad social, en una perspectiva de la educación matemática vista como campo de estudio de los procesos sociales, culturales y políticos*. Se espera que este estudio contribuya al entendimiento de lo que acontece en las clases de matemáticas y los aportes que desde este espacio puede hacerse para la construcción de un ambiente democrático en nuestra sociedad.

Para que esta investigación pueda ser realizada, pretendemos: i) acompañar algunas de sus clases de matemáticas en un grupo de undécimo grado (1101); ii) hacer anotaciones, en un diario de campo, de lo que acontezca en las aulas mencionadas; iii) construir y desarrollar con el profesor titular y los estudiantes un ambiente de modelación matemática; iv) hacer grabaciones en audio y vídeo de las conversaciones, discusiones y comportamientos de los estudiantes durante el desarrollo del ambiente; v) acompañar a los estudiantes durante el desarrollo del ambiente, incluso en momentos que no sean en el horario de la propia clase de matemáticas; vi) realizar entrevistas a los estudiantes, individualmente y en grupos, dentro del colegio, a lo largo de la investigación y vii) analizar documentos institucionales de interés para la investigación.

Usted es libre, en su calidad de rector, de suspender la participación de la institución en la investigación en cualquier momento sin temor a represarias. La participación en la

investigación no deberá perjudicar el normal desarrollo de las clases o de interferir de forma indeseada en las normas cotidianas. La participación es confidencial, lo que implica que el material recolectado en las observaciones, grabaciones y entrevistas no será divulgada sin autorización. El material será almacenado en formato digital en el estudio personal del profesor Gabriel Mancera por hasta tres años después de que se desarrolle la investigación.

En caso de tener su autorización como rector del colegio, los conocimientos resultantes de esta investigación serán divulgados en revistas especializadas, en eventos sobre investigaciones educacionales y en una tesis de doctorado. Ninguna información que permita la identificación de los estudiantes será revelada.

Si usted está de acuerdo con la participación voluntaria en esta investigación, se le solicita muy gentilmente firmar todas las hojas de este documento y la autorización anexa. Usted recibirá una copia de este documento.

Atentamente.

Gabriel Mancera Ortiz.
Profesor Facultad de Ciencias y Educación. Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
Estudiante Doctorado Latinoamericano en Educación. Universidad Federal de Minas Gerais – UFMG
gmancera@yahoo.com
Cel.: 316 332 13 97

AUTORIZACIÓN

Autorizo al profesor Gabriel Mancera Ortiz, estudiante del *Doutorado Latino-Americano em Educação: Políticas Públicas e Profissão Docente* de la Universidad Federal de Minas Gerais (Brasil) y profesor de la Universidad Francisco José de Caldas (Bogotá), a desarrollar un ambiente de modelación matemática de acuerdo con la investigación titulada: **Conocer reflexivo en contextos de modelación matemática desde una perspectiva socio crítica**, con estudiantes de la asignatura matemáticas de grado un décimo (1101) del Colegio Alejandro Obregón, durante el primer semestre de 2017 de acuerdo con las tareas previstas en el proyecto de investigación mencionado y acordadas con el profesor titular de la asignatura.

Reineiro Gutiérrez Melo

Rector Colegio Alejandro Obregón

Secretaria de Educación del Distrito Capital

Bogotá, Distrito Capital (Colombia) ____ de _____ de 2017