

Universidade Federal de Minas Gerais  
Escola de Engenharia  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Diego Camilo Tami Lopez

Tese de Doutorado N° 341

**Análise Eletromagnética Modal em Dispositivos de Onda Guiada:  
Aplicações em Microscopia de Campo Próximo e  
Concentração de Energia Micro-ondas**

Belo Horizonte  
Data da Defesa: 29/10/2020

Diego Camilo Tami Lopez

**Análise Eletromagnética Modal em Dispositivos de Onda Guiada:  
Aplicações em Microscopia de Campo Próximo e  
Concentração de Energia Micro-ondas**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Minas Gerais como requisito parcial para a obtenção do grau de Doutor em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Cássio Gonçalves do Rego

Belo Horizonte  
Outubro de 2020

T158a

Tami Lopez, Diego Camilo.

Análise eletromagnética modal em dispositivos de onda guiada [recurso eletrônico] : aplicações em microscopia de campo próximo e concentração de energia micro-ondas / Diego Camilo Tami Lopez. - 2020. 1 recurso online (xviii, 126 f. : il., color.) : pdf.

Orientador: Cássio Gonçalves do Rego.

Tese (doutorado) - Universidade Federal de Minas Gerais, Escola de Engenharia.

Anexos: f. 118-126.

Bibliografia: f. 111-117.

Exigências do sistema: Adobe Acrobat Reader.

1. Engenharia elétrica - Teses. 2. Guias de ondas - Teses. 3. Manufatura aditiva - Teses. 4. Ondas eletromagnéticas - Propagação - Teses. I. Rego, Cássio Gonçalves do. II. Universidade Federal de Minas Gerais. Escola de Engenharia. III. Título.

CDU: 621.3(043)

**"Análise Eletromagnética Modal Em Dispositivos de Onda Guiada: Aplicações Em Microscopia de Campo Próximo e Concentração de Energia Micro-ondas"**

**Diego Camilo Tami Lopez**

Tese de Doutorado submetida à Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito para obtenção do grau de Doutor em Engenharia Elétrica.

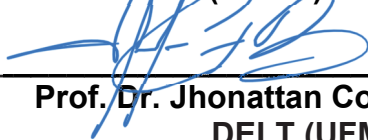
Aprovada em 29 de outubro de 2020.

Por:



---

**Prof. Dr. Cássio Gonçalves do Rego**  
DELT (UFMG) - Orientador



---

**Prof. Dr. Jhonattan Cordoba Ramirez**  
DELT (UFMG)



---

**Prof. Dr. Gilberto Medeiros Ribeiro**



---

**Prof. Dr. Fernando José da Silva Moreira**  
DELT (UFMG)



---

**Prof. Dr. Sandro Trindade Mordente Gonçalves**  
DEE (CEFET-MG)



---

**Prof. Dr. Glauco Lopes Ramos**  
DETEM (UFSJ)

*Dedico este trabajo,*

*A Dios, porque desde mis primeros años de estudio ha guiado mi aprendizaje.*

*A mis padres, por enseñarme la importancia del estudio, a ellos corresponde toda mi gratitud porque su esfuerzo y compañía han sido mi fortaleza a lo largo de mi vida. Mi mamá, Lucila, me enseñó que la responsabilidad es el motor para alcanzar los sueños, y mi papá, Jesús, me demostró que con perseverancia se logran victorias.*

*A mi hermanita, Andrea, por ser mi ejemplo a seguir y darme ánimo en todo momento.*

*À minha noiva, Mariele, por todo amor, carinho e ternura. Você me dá a fortaleza espiritual para enfrentar os desafios da vida. Estar a seu lado é sempre bom.*

*A toda mi familia, por esos recibimientos tan afectuosos en las vacaciones.*

*A mi nona Elisa, quién partió de este mundo, por haber sustentado nuestra familia con tantos valores. Su servicio y dedicación al hogar es el mejor ejemplo de amor que ya vi en mi vida.*

*A mi tía Ana María, quién se nos fue también, porque desde que nací me cuidó y me crió con mucho cariño.*

***Diego Camilo Tamí López***

# Agradecimentos

O autor desta tese expressa seus agradecimentos:

Ao meu orientador Cássio, pela amizade e apoio durante esta caminhada. Suas boas-vindas na UFMG me deram a certeza que estava no lugar certo para estudar.

Ao professor Fernando, pelas valiosas orientações quando surgiam dúvidas na formulação dos campos modais. Tema que me chamou a atenção desde que assisti sua aula de campos harmônicos.

Ao professor Gilberto, pelos ensinamentos e a confiança depositada desde o início do projeto HP.

Al profesor Dinael, por enseñarme el camino de la investigación. Esos primeros pasos fueron vitales y me incentivaron a continuar mis estudios.

Aos meus amigos brasileiros, pela amizade; em especial aos meus colegas do GAPTEM, pelo companheirismo e momentos de descontração.

Aos meus colegas do projeto HP, posso dizer que o trabalho em equipe foi impecável.

A todos mis amigos Colombianos que estudiamos en la UFMG, por su amistad. Recuerdos inolvidables de todos nuestros encuentros "relajados" en tierra Brasileira y Colombiana. Que vengas muchos más!!!

A Maria Victoria por creer en esta gran oportunidad de estudiar en Brasil, y a Diego Andres por haber llegado a BH y convertirse en mi parcerero.

À família Lino Silva, pela acolhida amorosa, foram muitos momentos de descontração que me deram a calma para chegar ao final. Fazer parte dessa família me enche de alegria.

Ao PPGEE pela formação acadêmica e profissional dada neste doutorado.

À Hewlett-Packard, pela bolsa projeto que incentivou o início deste trabalho.

À agência de fomento em pesquisa CAPES, pela bolsa de estudo.

*“Small details make the difference in the achievement of great inventions”*

*Diego Tami*



# Resumo

Este trabalho apresenta um estudo de abordagem analítica, numérica e experimental sobre a análise eletromagnética aplicada no projeto de estruturas de onda guiada. Inicialmente, são analisadas transições entre guias de onda coaxiais e retangulares homogêneos. A abordagem utilizada é de natureza analítica e denomina-se na literatura como método do casamento de modos. Este método baseia-se na expansão modal dos campo eletromagnéticos presentes nos guias de onda e aplica-se na análise e projeto de dispositivos de onda guiada. Seguidamente, na fase de simulação e experimentos, um protótipo realístico usando guias de onda e diversas antenas foi projetado como um sistema de concentração de energia micro-ondas, cujo foco é a entrega de energia eletromagnética em pontos precisos causando aquecimento, sinterização e fundição de materiais. O protótipo visa futuras aplicações na tecnologia de impressão 3D. Por outro lado, uma série de simulações e medições foram realizadas para avaliar a influencia da imersão líquida em testes de microscopia de campo próximo. Os resultados mostraram que a formação de meniscos de água nanométricos contribui na geração de imagens que revelam estruturas de resolução nanométrica.

**Palavras-chave:** Propagação de ondas eletromagnéticas, guias de onda, método do casamento do modos, manufatura aditiva e microscopia de varredura por impedância de micro-ondas..

# Abstract

This work presents an analytical, numerical and experimental study about the electromagnetic analysis applied in the design of guided-wave structures. Initially, transitions between coaxial and rectangular homogeneous waveguides are analyzed. The used approach is from analytical nature and it is named in literature as mode matching technique. This method is based on the modal expansion of the electromagnetic fields present in the waveguides and it is applied in the analysis and design of guided-wave devices. Then, in the simulation and experiments stage, a realistic prototype involving waveguides and many antennas was designed as a microwave energy concentration system. The focus of this system is the delivery of electromagnetic energy in precise spots causing over them heating, sintering, and melting of materials. The prototype targets future applications in 3D printing technology. On the other hand, a series of simulations and measurements were performed to assess the influence of liquid immersion in near-field microscopy tests. The results showed that the formation of nanometric water menisci contributes to the generation of images that reveal structures of nanometric resolution.

**Keywords:** Electromagnetic wave propagation, waveguides, mode matching technique, additive manufacturing and Scanning Microwave Impedance Microscopy (sMIM)..

# Lista de Figuras

2.1	Guia de onda coaxial e sistema de coordenadas cilíndricas. . . . .	12
2.2	Frequência de corte $f_c$ em função de $a/b$ para os primeiros modos $TM_{np}$ , obtidos através da solução numérica da equação (2.11), considerando $b = 15$ mm. . . . .	21
2.3	Sistema de coordenadas retangular localizado no centro da abertura do guia de onda retangular. . . . .	23
3.1	Seção longitudinal e transversal da descontinuidade entre dois guias de onda arbitrários. Imagem obtida em [44, p. 25] . . . . .	35
3.2	Descontinuidade decrescente entre dois guias de onda coaxiais. . . . .	40
3.3	Descontinuidade mista e problema equivalente. Imagem obtida em [27, p. 67]	41
3.4	Descontinuidade crescente entre dois guias de onda coaxiais ( $S_I \subset S_{II}$ ). . .	49
3.5	Comparação entre o parâmetro $ S_{11} $ (dB) simulado pelo algoritmo MMT, o reportado em [27, p. 101] e o simulado pelo <i>software</i> COMSOL. Curvas de dispersão do primeiro modo $TM_z$ para os guias da região $I$ e $II$ . . . . .	49
3.6	Estrutura de acoplamento entre dois guias de onda coaxiais de dimensões distintas. Imagem obtida em [27, p. 109]. . . . .	50
3.7	Comparação entre o parâmetro $ S_{11} $ simulado pelo algoritmo MMT, o reportado em [27, p. 109] e o simulado pelo <i>software</i> COMSOL. . . . .	51
3.8	Estrutura de acoplamento com deslocamento $\ell = 1 \times 10^{-6}$ m (a) para a direita e (b) para a esquerda. Imagem obtida em [27, p. 112]. . . . .	52
3.9	Comparação do parâmetro $ S_{11} $ (dB) simulado pelo algoritmo MMT (deslocamento $\ell = 1 \times 10^{-6}$ m) e o obtido pelo <i>software</i> COMSOL. Resultados similares do MMT foram reportados em [27, p. 114]. . . . .	53
3.10	Guia de onda coaxial de $100 \Omega$ finalizado em íris de diâmetro 5 mm e 7 mm. Imagem obtida de COMSOL. . . . .	54
3.11	Coefficiente de reflexão e curvas de dispersão do guia de onda coaxial de $100 \Omega$ finalizado em íris de diâmetro 5 mm. . . . .	55

3.12	Coeficiente de reflexão do guia de onda coaxial de $100\Omega$ finalizado em íris de diâmetro 7 mm. Os resultados do algoritmo MMT são comparados com COMSOL. . . . .	55
3.13	Defasagem do sinal transmitido $S_{21}$ entre a íris de diâmetro 5 mm de comprimento infinito e $L = 2,5$ mm. . . . .	56
3.14	Defasagem do sinal transmitido $S_{21}$ entre a íris de diâmetro 7 mm de comprimento infinito e $L = 2,5$ mm. . . . .	57
3.15	Estrutura coaxial com um anel ou bucha dielétrica. . . . .	58
3.16	Comparação do parâmetro $ S_{11} $ (dB) do algoritmo MMT com o resultado obtido pelo <i>software</i> COMSOL. . . . .	58
3.17	Descontinuidade decrescente entre dois guias de onda retangular. Número de modos $j$ e $i$ nas regiões I e II, respectivamente. . . . .	59
3.18	Descontinuidade decrescente entre dois guias de onda retangulares. . . . .	65
3.19	Comparação entre o parâmetro $ S_{11} $ do algoritmo MMT com o reportado em [44, p. 75] e o simulado pelo <i>software</i> COMSOL. Curvas de dispersão dos modos $TE_{10}$ para os guias da região I e II e do modo superior $TE_{10}$ do guia I. . . . .	66
3.20	Comparação entre o parâmetro $ S_{11} $ do algoritmo MMT com o simulado pelo <i>software</i> COMSOL. Curvas de dispersão dos cinco primeiros modos. . . . .	68
4.1	Protótipo versão v1.0. . . . .	72
4.2	Visual geral dos componentes principais do protótipo. . . . .	73
4.3	Parâmetros geométricos da sonda coaxial dentro de um guia de onda retangular. . . . .	75
4.4	Curvas $R_{in} = 50 \Omega$ e $X_{in} = 0 \Omega$ no plano $d - l$ . . . . .	76
4.5	Perdas de retorno da transição sonda coaxial-guia retangular infinito. . . . .	77
4.6	Resposta em frequência da perda de retorno $S_{11}$ variando o parâmetro $l$ da sonda coaxial. . . . .	78
4.7	Resposta em frequência da perda de retorno $S_{11}$ variando o parâmetro $d$ da sonda coaxial. . . . .	78
4.8	Cavidade Retangular. . . . .	79
4.9	Geometria de uma antena cônica alimentada por um guia coaxial de impedância $100 \Omega$ . Imagem obtida do COMSOL. . . . .	80
4.10	Impedância de entrada da antena cônica em função da altura e angulo do cone. . . . .	81

4.11	Impedância experimental de uma antena monocônica. À esquerda as curvas da resistência e à direita a reatância em função da altura da antena, $L_h$ . Imagem obtida em [54, p. 237]. . . . .	82
4.12	Comparação da resposta em frequência entre a antena cônica e o monopolo.	82
4.13	Perdas de retorno do dispositivo feita a sintonia da sonda coaxial e da cavidade retangular. . . . .	84
4.14	Concentrador de campo formado pelo conjunto guia coaxial, íris e ponta. .	85
4.15	Geometria do dispositivo de onda guiada desenhada no COMSOL. . . . .	87
4.16	Descontinuidade decrescente do tipo íris e condutor interno bem afinado no final do guia concentrador. . . . .	87
4.17	Geometria dos elementos que modelam uma carga metálica posicionada nas proximidades da ponta. . . . .	88
4.18	Intensidade do módulo do campo elétrico $ \vec{E} $ (V/m) quando o dispositivo está irradiando no espaço aberto . . . . .	89
4.19	Intensidade do módulo do campo elétrico $ \vec{E} $ (V/m) quando o dispositivo está irradiando sobre uma carga metálica de diferente tamanho. . . . .	89
4.20	Curvas da variação de temperatura ( $^{\circ}\text{C}$ ) na superfície das cargas metálicas, 1 mm e 10 mm, no intervalo de tempo de 2 minutos. . . . .	90
4.21	Fotos do protótipo realístico. . . . .	91
4.22	Comparação entre COMSOL e a medição experimental das perdas de retorno do protótipo. . . . .	92
4.23	Medição de temperatura no material pó de aço. . . . .	93
4.24	Fotos do resultado da radiação de campo elétrico sobre pó de aço e vidro. .	93
4.25	Guia coaxial concentrador sobre um fio metálico e a resolução espacial do sistema. . . . .	94
5.1	Formação da ponte capilar e o menisco de água no conjunto ponta-amostra. O raio do menisco foi aproximadamente 200 nm. Imagem obtida de [67] . .	98
5.2	Ponta e cantilever que compõe a sonda usada nos experimentos do AFM. Imagem obtida no site <a href="https://www.primenanoinc.com/technology.html">https://www.primenanoinc.com/technology.html</a> . .	98
5.3	Geometria do sistema sMIM modelada em COMSOL. . . . .	99
5.4	Malha e condições de contorno do sMIM modelado em COMSOL. . . . .	100
5.5	AFM usado nos experimentos. . . . .	101
5.6	Configuração experimental mostrando o circuito de micro-ondas. . . . .	101
5.7	Curvas da capacitância e força do sistema ponta-amostra TBG:hBN:Vidro.	103
5.8	Representação das simulações com e sem menisco. . . . .	104

5.9	Parte real (a) e imaginária (b) da admitância em função da condutividade e permissividade da amostra. . . . .	105
5.10	Distribuição de campo de deslocamento elétrico na estrutura ponta-amostra TBG:hBN:Vidro. . . . .	105
5.11	Linhas de corte (a) e campo de deslocamento $\vec{D}$ (b) na região da formação do menisco de água. . . . .	106
5.12	Imagens de varredura sMIM da estrutura TBG sobre diferentes substratos.	107

# Lista de Tabelas

2.1	Zeros da equação característica dos primeiros modos $TM_z$ para um guia coaxial homogêneo preenchido com ar. Os resultados mostraram concordância com os reportados em [41, p. 415]. . . . .	21
2.2	Frequência de corte para os primeiros modos $TM_{np}$ , guia coaxial concentrador de campo. . . . .	22
2.3	Valores dos números de onda de corte para um guia de onda quadrado, relação de dimensão de $a/b = 1$ . . . . .	33
2.4	Valores dos números de onda de corte para um guia de onda retangular, relação de dimensão de $a/b = 2$ . . . . .	33
3.1	Dimensões dos guias do segundo caso ilustrado na Fig. 3.6. . . . .	50
3.2	Dimensões dos guias do terceiro caso ilustrado na Fig. 3.8. . . . .	52
3.3	Dimensões dos guias finalizados em íris ilustrado na Fig. 3.10. . . . .	54
3.4	Tempos de simulação dos casos de estudo e número de elementos da malha no COMSOL. . . . .	69

# Sumário

Agradecimentos	vi
Resumo	ix
Abstract	x
Lista de Figuras	xi
Lista de Tabelas	xv
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
1.1 Estado da Arte . . . . .	4
1.2 Objetivos e Contribuições . . . . .	9
1.3 Organização do Texto . . . . .	10
<b>2 Campos Modais</b>	<b>11</b>
2.1 Guia Coaxial Homogêneo . . . . .	11
2.1.1 Campos Eletromagnéticos do Modo TMz . . . . .	13
2.1.2 Campos Eletromagnéticos do Modo TEz . . . . .	16
2.1.3 Campos Eletromagnéticos do Modo TEM . . . . .	18
2.1.4 Validação do Modo TMz . . . . .	20
2.2 Guia Retangular Homogêneo . . . . .	22
2.2.1 Campos Eletromagnéticos do Modo TEz . . . . .	24
2.2.2 Campos Eletromagnéticos do Modo TMz . . . . .	27
2.2.3 Método de Rayleigh-Ritz . . . . .	29
2.2.4 Validação dos Modos TEz e TMz . . . . .	30
<b>3 Método do Casamento de Modos</b>	<b>34</b>
3.1 Descontinuidade Transversal Unitária . . . . .	35
3.2 Descontinuidades em Cascata . . . . .	41



3.2.1	Matriz de Espalhamento [ $S^g$ ]: Guia de Onda Liso . . . . .	41
3.2.2	Matriz de Espalhamento [ $S^c$ ]: Cascata de duas Descontinuidades . . . . .	42
3.2.3	Normalização das Matrizes de Espalhamento . . . . .	43
3.3	Validação: Casos de estudo em Guias Coaxiais . . . . .	44
3.3.1	Caso 1: Descontinuidade Crescente . . . . .	48
3.3.2	Caso 2: Guia de Onda Liso . . . . .	50
3.3.3	Caso 3: Descontinuidades em Cascata . . . . .	51
3.3.4	Caso 4: Descontinuidade Decrescente do Tipo Íris . . . . .	53
3.3.5	Caso 5: Anel Dielétrico . . . . .	57
3.4	Validação: Casos de estudo em Guias Retangulares . . . . .	58
3.4.1	Caso 6: Incidência desde o guia de seção maior . . . . .	65
3.4.2	Caso 7: Incidência desde o guia de seção menor . . . . .	67
3.5	Conclusões Parciais . . . . .	68
<b>4</b>	<b>Concentração de Energia Micro-ondas</b>	<b>70</b>
4.1	Trajetória do Projeto HP . . . . .	71
4.2	Etapa de Alimentação . . . . .	74
4.3	Etapa de Sintonia . . . . .	79
4.4	Etapa de Concentração do Campo . . . . .	84
4.5	Resultados . . . . .	86
4.5.1	Simulações em COMSOL . . . . .	86
4.5.2	Testes Experimentais . . . . .	90
4.6	Conclusões Parciais . . . . .	94
<b>5</b>	<b>Microscopia de Campo Próximo</b>	<b>95</b>
5.1	Menisco de Água . . . . .	96
5.2	Modelo no COMSOL . . . . .	99
5.3	Resultados . . . . .	100
5.3.1	Capacitância . . . . .	101
5.3.2	Campo de Deslocamento Elétrico $\vec{D}$ . . . . .	104
5.3.3	Imagens . . . . .	107
5.4	Conclusões Parciais . . . . .	108
<b>6</b>	<b>Conclusões Finais</b>	<b>109</b>
	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>111</b>
	<b>Anexo A Equação de Onda</b>	<b>118</b>

<b>Anexo B</b>	<b>Funções de onda Cilíndricas</b>	<b>121</b>
<b>Anexo C</b>	<b>Funções de onda Retangulares</b>	<b>123</b>
<b>Anexo D</b>	<b>Produção Científica</b>	<b>125</b>

# Capítulo 1

## Introdução

A prototipagem rápida geralmente se refere a técnicas que produzem peças moldadas pela adição gradual de materiais devidamente tratados e aplicados de forma controlada. Desde a década de 80 diversas indústrias de tecnologia investiram na consolidação de técnicas de manufatura aditiva para produzir modelos e protótipos em larga escala. Na atualidade essas técnicas são conhecidas popularmente como impressão 3D. Os avanços tecnológicos na área de manufatura aditiva permitiram a fabricação de objetos 3D de alta precisão e diferentes tamanhos. Os produtos elaborados vão desde peças pequenas e simples até peças complexas de grande porte. Esses objetos chegaram a ter aplicações em diversas áreas da ciência. Na área de saúde, odontológica e médica, criam-se tecidos, órgãos e próteses dentárias ou ortopédicas feitas sob medida [1, 2]. No setor automotivo e aeroespacial são produzidas peças, chassis e outros, baseado em ligas de diferentes materiais que deixam o produto mais leve e resistente [3]. Indústrias criativas incluindo arquitetura, joalheria e entretenimento onde são exigidos itens complexos e exclusivos, como por exemplo desenho de joias, peças de jogo, paredes mais finas e objetos ocultos, todos eles são fabricados utilizando manufatura aditiva [4].

A indústria utiliza diferentes técnicas de fabricação aditiva, entre elas se destacam, a fundição de camadas de pó (*Powder Bed Fusion*), o jato-múltiplo (*Multi-Jet Modeling*) de materiais ou aglutinantes, e a laminação de folhas (*Sheet Lamination*) [5, 6]. Embora as duas últimas técnicas mencionadas sejam rápidas envolvem processos mecânicos bastantes rigorosos que limitam a produção. Por outro lado, a fundição de materiais se baseia na iluminação de feixes de luz de alta potência sobre camadas de pó [7]. Essa estratégia permite a criação de componentes muito precisos, pois o nível de detalhe é traçado camada por camada. Atualmente, as técnicas acima mencionadas estão amplamente consolidadas e produzem peças de alta qualidade. No entanto, elas geram custos relativamente altos e limitações no uso eficiente da energia. Consequentemente

mente, o grande desafio nos sistemas de manufatura aditiva é usar uma fonte de energia apropriada que permita a máxima transferência de energia e possa ser monitorada durante a totalidade do processo. Desta forma, o presente trabalho investiga o uso das micro-ondas como fonte de energia alternativa no processo de fabricação aditiva também conhecido como impressão 3D. Para isso, precisa-se projetar dispositivos de onda guiada que permitam concentrar grandes quantidades de energia em pequenas regiões com o objetivo de fundir as camadas de pó. As micro-ondas

Sabendo *a priori* que projetar dispositivos de ondas guiadas é uma tarefa rigorosa, podemos facilitar o trabalho implementando geometrias clássicas concatenadas. Um exemplo bem conhecido na literatura é uma sonda do tipo guia de onda coaxial alimentando um guia de onda retangular [8–12]. Estes dos tipos de guias de onda serão amplamente estudados neste trabalho, pois as funções de onda para essas geometrias são conhecidas analiticamente, fato que simplifica a análise eletromagnética e permite uma projeção mais realística de dispositivos de onda guiada.

Atualmente a engenharia conta com diversos *softwares* de simulação especializados na análise eletromagnética. Entre esses *softwares* destacam-se o COMSOL *Multiphysics*, *Computer Simulation Technology Microwave Studio* (CST-MWS) e *High Frequency Structure Simulator* (HFSS). Todos eles estão baseados em métodos numéricos, tais como o método dos elementos finitos, do inglês *Finite Element Method* (FEM), o método de diferenças finitas no domínio do tempo, do inglês *Finite-Difference Time-Domain* (FDTD), entre outros. A principal característica desses *softwares* é a sua versatilidade, pois permitem soluções satisfatórias mesmo em geometrias complexas. Porém, seu funcionamento e desempenho computacional geram controvérsia visto que discretiza o domínio do problema em uma grande coleção de elementos menores, fato que torna as simulações demoradas. Além disso, são programas de simulação "caixa-preta" que precisam de uma boa interpretação do problema para estabelecer as condições iniciais. Neste trabalho, utilizou-se o *software* COMSOL para modelar os campos eletromagnéticos em guias de onda usando o método numérico FEM. Apesar que as simulações baseadas em métodos numéricos são mais demoradas comparadas com os métodos analíticos, o COMSOL foi um recurso extremamente útil porque permitiu modelar geometrias complexas como a explicada no capítulo 4.

Um método analítico, bastante consolidado na literatura, é o método do casamento de modos (MMT, *Mode Matching Technique*) [13–16]. No MMT os campos eletromagnéticos são expandidos em termos modais segundo a geometria do guia, e integrais de acoplamento são definidas para determinar o casamento modal entre as descontinuidades na seção transversal de dois guias de onda. Deste modo é possível determinar a contribuição de cada modo sobre cada descontinuidade e assim poder

obter uma matriz de espalhamento que caracterize globalmente o dispositivo. A vantagem mais importante do MMT é que as integrais de acoplamento modal são analíticas, portanto, o rendimento computacional é mais eficiente comparado com os métodos numéricos como FEM e FDTD. Neste trabalho o MMT é aplicado na análise de descontinuidades entre guias de onda homogêneos.

Além da concentração de energia micro-ondas, neste trabalho é abordada outra aplicação focada no âmbito da microscopia eletrônica de campo próximo. Essa abordagem é um tópico bastante moderno e interessante. Trabalhos de alta qualidade tem sido publicados nos últimos anos [17–19]. Com os avanços tecnológicos em microscópios eletrônicos, os resultados dessas pesquisas revelam imagens de resolução nunca antes vistas. O desenvolvimento dessas técnicas de microscopia são apropriadas para imagens moleculares e atômicas, ultrapassando os limites físicos ditados pela difração da luz. Experimentos de espectroscopia com sonda do tipo cavidade-ponta, demonstraram que a radiação no regime de campo próximo pode ultrapassar esse limite. Microscópios de varredura de micro-ondas, do inglês *Scanning Microwave Microscopy*, geram imagens de impedâncias de alta resolução [33–35]. Todas essas técnicas de microscopia por interação de elétrons abrangem uma ampla gama de aplicações, especialmente as que caracterizam o comportamento de materiais na presença de campo eletromagnéticos, como a microscopia de varredura de campo-próximo por micro-ondas, do inglês *Near-field scanning microwave microscopy* (NSMM). A finalidade da NSMM é a medição quantitativa da resposta eletrodinâmica da radiação micro-ondas sobre materiais, em uma escala de comprimento bem menor quando comparada com o comprimento de onda no espaço-livre [36]. Em outras palavras, utiliza-se o campo próximo, governado pelas ondas dos modos evanescentes, para caracterizar as amostras localizadas a uma distância muito menor que o comprimento de onda do sinal.

No presente trabalho, mostramos que a resolução nanométrica pode ser obtida usando a técnica de microscopia por varredura de sinais micro-ondas com 0,1 m de comprimento de onda. O material de teste foi uma estrutura com uma bicamada de grafeno rotada por um determinado ângulo. O grafeno é um material bastante estudado nos últimos anos devido à descoberta de efeitos de supercondutividade [20]. Além disso, amostras de grafeno podem ser representadas como superestruturas usando padrões de Moiré de até dezenas de nanômetros.

## 1.1 Estado da Arte

Os avanços da manufatura aditiva vem ganhando um espaço crescente não só na indústria mas também na pesquisa acadêmica. Pensando nesse assunto e tentando entender a direção e o impacto futuro da fabricação aditiva, é necessário desenvolver modelos matemáticos focados na caracterização da propagação do campo eletromagnético em dispositivos de onda guiada. Diferentes abordagens têm sido estudadas ao longo dos anos, entre elas destacam-se as abordagens analíticas, devido à sua precisão e eficiência no cálculo dos campos modais em guias de onda de geometrias clássicas, nos quais as funções de onda são bem conhecidas.

O problema de acoplamento modal de campo em diferentes junções de guias de onda uniforme tem sido amplamente reportado na literatura. Existem vários trabalhos que implementam soluções analíticas exatas que calculam os campos modais no interior dos guias. Safavi-Naini e MacPhie estudaram dois tipos de discontinuidades, um caso canônico de junção entre dois guias de onda de placas paralelas [21] e um outro caso de junção entre dois guias retangulares [22]. Nos dois trabalhos utilizou-se uma formulação matemática baseada no princípio de conservação da potência complexa. Uma variedade de configurações em relação ao tamanho das junções foram consideradas e os resultados de simulação apresentaram convergência com dados experimentais.

Seguidamente, Wade e MacPhie publicaram um estudo sobre guias de onda de transição circular-retangular [23]. Nesse trabalho, os autores apresentaram dois casos de estudo. No primeiro caso foi analisada uma junção entre um guia circular e um guia retangular, sendo o guia retangular maior do que o circular. No segundo caso foi tratada uma discontinuidade gerada por uma iris de seção circular centralizada no interior de um guia de onda retangular. A formulação usada na análises foi o método de casamento de modos assumindo apenas a propagação do modo fundamental no guia retangular. Os resultados foram validados com soluções apresentadas em Marcuvitz [24].

Por outra parte, James no trabalho [13], publicado em 1981, utiliza o MMT em guias de ondas corrugados de seção cilíndrica com ranhuras de altura variável. Esse tipo de guia é usado como um conversor de modos. Os resultados obtidos, para perda de retorno, foram comparados com valores experimentais apresentando uma boa concordância.

Posteriormente, Orfanidis *et al.* [25], aplicaram o método MMT na análises do problema de uma discontinuidade entre guias circular e coaxial com excitação multimodal. Além disso, os autores apresentaram o estudo de íris coaxiais em cascatada dentro de um guia circular. Os resultados simulados, para perda por inserção e coeficiente de transmissão, concordam com valores teóricos e experimentais reportados em

Marcuvitz [24].

Marcela Novo em [15], apresentou um trabalho mais detalhado sobre o método MMT aplicado em descontinuidades entre guias de onda de diferentes seções. Esse trabalho desenvolveu um algoritmo para o cálculo da matriz de espalhamento de descontinuidades entre guias superquadráticos de seções transversais crescentes e decrescentes. Diversos casos de estudos foram apresentados e comparados com resultados obtidos através de outras técnicas, confirmando a precisão do método MMT.

Sandro Zang em [14], aplicou o método MMT na análise e no projeto de estruturas coaxiais de acoplamento utilizadas na alimentação de antenas banda larga. A maior contribuição neste trabalho diz respeito à análise e otimização de estruturas de acoplamento constituídas de  $N$  seções de guias de onda que contém carregamentos dielétricos próprios da estrutura mecânica que alimenta a antena. Os resultados simulados foram validados com vários exemplos práticos reportados na literatura. Desse modo, o trabalho comprovou a eficiência da aplicação do método MMT no dimensionamento de dispositivos coaxiais de acoplamento. O autor deu continuidade ao estudo em [26], onde utilizou um método híbrido composto pelo método MMT e pelo método dos momentos (MoM, Method of Moments), para projetar uma corneta coaxial, excitada pelo modo fundamental TEM, que serve como estrutura de alimentação de antenas duplo-refletoras para cobertura omnidirecional. Assim, o método MMT foi utilizado para calcular os campos modais na estrutura de alimentação composta por guias coaxiais com carregamento dielétricos e uma corneta coaxial. Por fim, o espalhamento eletromagnético gerado pelos refletores da antena omnidirecional foi tratado via MoM, em termos da corrente induzida na superfície da antena dada pela amplitude dos modos na abertura da corneta. A principal contribuição neste trabalho refere-se ao tratamento integrado de todas as partes que constituem uma antena, guia de alimentação, corneta e superfícies refletoras.

Um outro trabalho sobre o método MMT aplicado em guias de onda coaxial foi desenvolvido por Rosa em [27]. Desta vez, o estudo foi feito entre guias de onda coaxiais não homogêneos, compostos por até duas camadas, com inclusão de perdas. Essas estruturas são empregadas em sistemas de telemetria sem fio para poços petrolíferos. Logo após, o estudo teve continuidade viabilizando a análises de guias coaxiais com múltiplas estratificações radiais e longitudinais que se assemelham às formações geofísicas anisotrópicas. Neste trabalho, foram apresentadas uma série de casos sobre sensores de perfilagem eletromagnética usados na exploração de petróleo e gás [28]. Os resultados foram comparados com simulações do *software* CST, tendo apresentado boa concordância na predição da propagação eletromagnética em formações geofísicas.

Uma grande diversidade de publicações que tratam sobre simulação eletromag-

nética em dispositivos micro-ondas utilizando *softwares* comerciais são encontradas na literatura. Na maioria dos trabalhos, os resultados de simulação dos *softwares* são utilizados para validar ou complementar formulações analíticas. Por exemplo, em [29] o MMT foi aplicado na análise de descontinuidades em cascata em um guia de seção retangular que opera na banda X (8 - 12 GHz). Os resultados obtidos no MMT considerando dez modos conseguiram uma boa convergência com referência às simulações dos *softwares* CST-MWS e HFSS. Além disso, foi feita uma comparação dos tempos de CPU das diferentes simulações, o MMT por ser de abordagem analítica apresentou a melhor eficiência computacional.

Um trabalho na mesma perspectiva foi exposto em [30] onde foram analisados problemas que envolvem guias de onda com diferentes junções usando o método MMT. A primeira estrutura estudada foi um guia de onda circular escalonado com 4 junções do tipo crescente. A segunda configuração analisada foi um guia de onda circular de parede lisa crescente também. Por último, foi apresentado um guia de ondas retangular corrugado preenchido por um dielétrico com perdas. Para os três casos de estudo foi determinado o módulo e a fase das perdas de retorno utilizando o MMT. Finalmente, os resultados concordaram com os resultados obtidos para estruturas similares implementadas em HFSS.

Em [31] foi simulada uma transição entre um guia de onda coaxial e um guia retangular na banda milimétrica (30 - 300 GHz) usando CST-MWS. Os resultados da simulação mostraram perdas de retorno menores que -10 dB para uma largura de banda de 4 GHz. Em [32] foi projetado um ressonador de micro-ondas tendo como base um guia retangular, dentro do qual foram implementados vários tipos de arranjos de postes capacitivos. As simulações foram obtidas pelo *software* HFSS e corretamente validadas com dados experimentais. Esses trabalhos mostraram que os *softwares* comerciais tem sido muito utilizados no projeto e otimização de dispositivos micro-ondas.

Yeap *et al* em [12], reportaram um caso prático que serviu como base para a análise do acoplamento de campo entre um guia coaxial e um guia retangular. A formulação utilizada está baseada nas funções diádicas de Green. Dessa forma, o campo elétrico pode ser determinado assumindo uma distribuição de corrente elétrica unitária sobre a porção do condutor interno do guia coaxial que ingressa no guia retangular, comumente chamada de sonda. Collin em [8] estabeleceu uma solução útil, desde o ponto de vista da engenharia, para este assunto. Sua abordagem mostrou que o campo elétrico que se propaga pelo guia coaxial pode ser corretamente acoplado no guia de onda retangular, através do ajuste dos parâmetros geométricos da sonda. No trabalho do Yeap, previamente mencionado, foram projetadas dois tipos de sondas, uma coaxial e outra *microstrip*. A função dessas sondas é obter o máximo acoplamento em



dispositivos micro-ondas utilizados na detecção de sinais astrofísicos. Várias simulações, feitas em HFSS, mostraram a resposta das perdas de retorno do dispositivo em função da frequência. Os resultados indicaram que a sonda coaxial é mais adequada na detecção de ondas centimétricas; enquanto que a sonda *microstrip* possui um melhor acoplamento na banda milimétrica. É importante mencionar que a formulação analítica baseada nas diádicas de Green é amplamente utilizada no presente trabalho, pois abrange com precisão e rigor a solução do problema de acoplamento de campo na junção de alimentação, composta pela conexão entre um guia coaxial e um guia retangular.

Em síntese, todos os trabalhos mencionados concluíram que algoritmos baseados em métodos analíticos predizem com precisão e eficiência o acoplamento de campo em dispositivos micro-ondas. Portanto, é relevante o desenvolvimento de rotinas computacionais de natureza analítica que permitam uma total compreensão do comportamento elétrico das ondas que se propagam em meios guiados. Em vista disso, o presente trabalho tem como propósito fundamental estender a aplicação do método MMT na análise e projeto de dispositivos de ondas guiadas com múltiplas transições. Esses dispositivos são projetados como sistemas de acoplamento de campo, cujo foco é a entrega de energia concentrada em pequenas regiões, visando futuras aplicações na área da manufatura aditiva, especificamente na tecnologia de impressão 3D. Além disso, quando são utilizadas fontes de alta potência o dispositivo torna-se um concentrador de campo elétrico na ordem de  $1 \times 10^6 [V/m]$ , formando arco elétrico que pode ser aplicado na perfuração de materiais resistentes, por exemplo, concreto, cerâmica, alumina, entre outros. Por outro lado, quando trata-se de fontes de baixa potência o dispositivo pode ser empregado como microscópio eletrônico proporcionando imagens de altíssima resolução e caracterizando as propriedades elétricas do material. Todas essas aplicações fazem desse trabalho um assunto versátil, inovador e atraente.

Por outro lado, a área de microscopia eletrônica envolve vários tipos de abordagens, mapeamento de propriedades físicas de materiais, como impedância, capacitância, constantes dielétricas, densidade de dopantes, entre outras, com resolução muito menor do que o comprimento de onda. Todas essas abordagens são de grande interesse na indústria e no setor acadêmico da engenharia de materiais. Entende-se microscopia como o processo no qual propriedades locais de materiais, usualmente imperceptíveis a olho nu, são medidas, tratadas e, ocasionalmente, convertidas em imagens. A invenção do microscópio mudou completamente a maneira do homem ver o mundo. A microscopia possibilitou a observação e exploração de diversas áreas até então desconhecidas, por exemplo, micro-organismos que causam doenças, composição das células e tecidos orgânicos, reações químicas e físicas, etc. Muitos ainda discutem quem teria inven-

tado esse equipamento. Mas para chegar na forma que conhecemos hoje foi preciso um processo longo, que começou com algo simples, as lentes. Os chineses, 2000 a.C., viam espécimes ampliados através de uma lente no final de um tubo que era preenchido com água. Os níveis de água dependiam do grau de ampliação que eles desejavam. As primeiras sínteses rudimentares de lentes datam do século VIII a.C. Reporta-se que existia um cristal de rocha com propriedades de ampliação da imagem, muito usado por diversos povos da antiguidade, gregos, romanos, egípcios e babilônios. Entretanto, a invenção do microscópio ótico como hoje o imaginamos data do século XVII, e há dúvidas quanto ao autor de sua primeira ocorrência.

Ao longo dos anos com as melhorias das lentes a qualidade dos microscópios aumentou muito. O poder de ampliação das lentes, resolveu diversos dos problemas óticos. Embora notável, todos esses desenvolvimentos são limitados pelos efeitos da difração da luz. Em meados de 1880, os microscópios óticos atingiram os limites físicos ditados pela difração, resolução de  $0,2 \mu m$ , limite que permanece até hoje. Isso motivou inúmeras pesquisas e os microscópios evoluíram para utilizar outras partículas, diferente dos fótons, para fazer a sondagem. A diferença básica entre o microscópio ótico e o eletrônico é que o eletrônico não utiliza a luz, mas sim feixes de elétrons. No microscópio eletrônico não há lentes óticas e sim lentes eletromagnéticas. O primeiro microscópio eletrônico foi criado por Ernst Ruska em 1933. A importância do equipamento foi tão grande que em 1986, Ruska recebeu o Prêmio Nobel de Física. Os tipos mais destacados são microscópio de varredura por tunelamento, do inglês *Scanning Tunneling Microscope* (STM), e microscópio eletrônica por transmissão, do inglês *Transmission Electron Microscope* (TEM), que utilizam elétrons. Outros microscópios ainda mais potentes foram desenvolvidos, como o microscópio de força atômica, do inglês *Atomic Force Microscope* (AFM) [34]. Este foi inventado por Binnig, Quate e Gerber em 1986. Seu princípio de funcionamento baseia-se na medida das deflexões de um *cantilever* (pequena haste flexível), cuja extremidade livre possui uma sonda em forma de ponta. A sonda pode estar em contato com a amostra ou não. Essas deflexões são resultado de forças que agem entre a sonda e a amostra, como as forças de *van der Waals* [18]. Neste trabalho foi feito um estudo comparativo entre simulações numéricas no COMSOL e experimentos utilizando um microscópio de força atômica. O objetivo do estudo é analisar a dinâmica da interação ponta-amostra demonstrando que imagens de resolução nanométrica podem ser alcançada usando conceitos de microscopia de imersão líquida e controle de força, exercida em meniscos de água em nanoescala. Os resultados nessa área estão reportados no capítulo 5.

## 1.2 Objetivos e Contribuições

Este trabalho integra modelos analíticos com técnicas de simulação numérica e testes experimentais para analisar estruturas guiadas na faixa das micro-ondas. O MMT, modelo analítico, é utilizado na análise eletromagnética de descontinuidades entre guias de onda coaxial e retangular homogêneos, tendo como objetivo principal projetar dispositivos de acoplamento de campo. Justifica-se o uso do MMT porque é um método analítico que permite caracterizar com precisão o comportamento elétrico de dispositivos de ondas guiadas com várias transições. Os resultados do MMT são verificados com simulações numéricas do *software* COMSOL com o propósito de avaliar a sua precisão e efetividade computacional. Além disso, uma série de testes experimentais validam os parâmetros de projeto obtidos por simulação. Para alcançar o objetivo geral são definidos os seguintes objetivos específicos:

- Determinar as expressões dos campos modais existentes no interior de guias de onda, especificamente guias de seção transversal retangular e coaxial.
- Implementar um algoritmo computacional baseado no método MMT que permita a modelagem eletromagnética em estruturas guiadas que apresentem descontinuidades.
- Simular o comportamento eletromagnético de estruturas guiadas visando aplicações na área de microscopia de campo próximo e concentração de energia micro-ondas.
- Verificar a precisão e eficiência dos métodos analíticos e numéricos com relação a resultados obtidos através de experimentos.

A contribuição científica deste trabalho diz respeito ao emprego de formulações analíticas e numéricas na análise eletromagnética em estruturas de ondas guiadas. A grande vantagem de usar métodos analíticos em combinação com simulações numéricas é a compressão detalhada e organizada dos fenômenos eletromagnéticos associados à propagação dos campos modais. Esse conhecimento estruturado aborda questões que vão do micro, pequenos problemas, até o macro, análise de sistemas complexos.

A formulação analítica empregada neste trabalho é apta para tratar descontinuidades entre guias de transição coaxial e retangular. Foram validados casos de estudo, canônicos e práticos, sobre descontinuidades coaxial-coaxial e retangular-retangular. Desde o início do trabalho o MMT foi selecionado como método analítico para modelar o comportamento modal em estruturas guiadas. No entanto, a geometria do protótipo

concentrador de campo foi tornando-se complexa, varias discontinuidades surgiram e o MMT ficou impraticável. Por essa razão, optou-se pela uso de técnicas numéricas, neste caso FEM. Portanto, foram feitas simulações no *software* COMSOL permitindo modelar a resposta total de dispositivos visando possíveis aplicações na área de microscopia eletrônica e concentração de energia micro-ondas.

### 1.3 Organização do Texto

O texto está organizado da seguinte maneira: No capítulo 2, será apresentada a formulação que representa os campos modais no interior de guias de onda coaxial e retangular homogêneos, calculados em função dos vetores potenciais elétrico e magnético.

O capítulo 3 refere-se à fundamentação teórica do método MMT. No final do capítulo, valida-se a formulação do MMT com casos de estudo práticos.

No capítulo 4 mencionam-se as particularidades físicas que foram consideradas no projeto realístico de um protótipo de onda guiada. Neste capítulo é apresentada uma descrição detalhada do sistema explicando as etapas de alimentação, sintonia e concentração de campo. Além disso, apresentam-se os resultados de testes experimentais e de simulação.

No capítulo 5 explicam-se os fenômenos envolvidos na formação de meniscos de água e sua interação em campo próximo. Conjuntamente, apresentam-se os resultados experimentais e de simulação onde se demonstra que imagens de resolução nanométrica podem ser alcançadas usando conceitos de microscopia de imersão líquida e controle de força.

Finalmente, o capítulo 6 apresentam-se as conclusões finais e as propostas de continuidade do presente trabalho.

# Capítulo 2

## Campos Modais

A análise eletromagnética modal em guias de onda exige a determinação exata das expressões dos campos existentes no interior dos guias. Essas expressões são essenciais na implementação do somatório modal próprio do método MMT, o qual vai ser explicado detalhadamente no próximo capítulo. É importante definir que campo é função do tempo e do espaço, portanto, os campos eletromagnéticos obedecem o comportamento dado pela equação de onda como explicado no anexo A.

A seguir, aborda-se a solução particular para o guia coaxial homogêneo, caso que faz parte do sistema de coordenadas cilíndricas. A construção das soluções no sistema cilíndrico encontra-se no anexo B.

### 2.1 Guia Coaxial Homogêneo

Neste trabalho, as funções de onda cilíndrica são aplicadas no problema específico de um guia de onda coaxial homogêneo, assim são desenvolvidas as expressões dos campos modais  $TM_z$ ,  $TE_z$  e  $TEM$ . A Fig. 2.1 mostra a geometria de um guia coaxial junto com o sistema de coordenadas cilíndricas  $(\rho, \phi, z)$ . Assume-se que o guia está localizado ao longo do eixo  $z$  com propagação no sentido positivo do mesmo eixo. Os cilindros interno e externo têm raio  $a$  e  $b$ , respectivamente, e suas paredes são condutores perfeitos (PEC, *Perfect Electric Conductor*). Os parâmetros constitutivos do dielétrico ou meio de propagação da onda são caracterizados pela permissividade  $\epsilon$  e a permeabilidade  $\mu$ . Ao longo deste trabalho os campos eletromagnéticos são representados no domínio da frequência. A sequência das análises junto com as expressões apresentadas neste capítulo se fundamentam na metodologia desenvolvida em [37].

No anexo B são definidas as soluções possíveis para as três funções,  $R(\rho)$ ,  $P(\phi)$  e  $Z(z)$ . Nesta seção será abordada a escolha dessas funções de acordo com a geometria

de um guia de onda coaxial. Para isso, vamos supor que o guia coaxial tem as seguintes características:

- Seu eixo central situa-se ao longo do eixo  $z$ .
- Os condutores interno e externo consideram-se PEC.
- O dielétrico ou meio de propagação é homogêneo.
- A onda propaga-se na direção do eixo  $+z$ .
- Os campos não têm dependência azimutal no eixo  $\phi$ .
- Assume-se uma solução estacionária no eixo  $\rho$ .

Considerando as particularidades mencionadas, as soluções mais adequadas para o guia de onda coaxial são as seguintes:

$$R(\rho) = aJ_n(k_\rho\rho) + bN_n(k_\rho\rho), \quad (2.1)$$

$$P(\phi) = \begin{cases} \text{sen} \\ \text{cos} \end{cases} (n\phi), \quad (2.2)$$

$$Z(z) = e^{-jk_z z}. \quad (2.3)$$

Desta maneira, substituindo as equações (2.1), (2.2) e (2.3) em (B.4), tem-se a expressão da equação de onda homogênea escalar para um guia coaxial, definida como

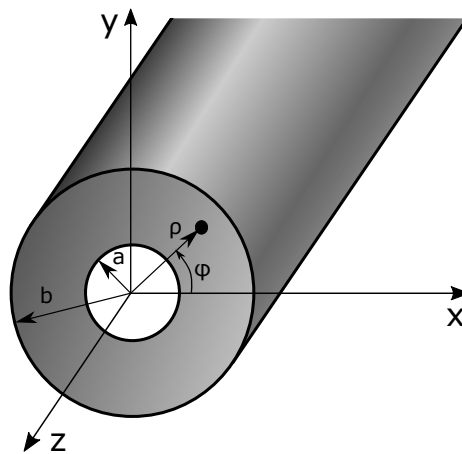


Figura 2.1: Guia de onda coaxial e sistema de coordenadas cilíndricas.

$$\psi(\rho, \phi, z) = [aJ_n(k_\rho\rho) + bN_n(k_\rho\rho)] \begin{cases} \text{sen} \\ \text{cos} \end{cases} (n\phi)e^{-jk_z z}, \quad (2.4)$$

onde  $k_\rho$  são os infinitos zeros da função  $R(\rho)$  e serão determinados juntamente com as constantes  $a$  e  $b$ , tendo em conta as condições de contorno do problema. A coordenada  $\phi$  determina o ângulo da variação azimutal, e sabendo que neste trabalho os campos dentro do guia coaxial não tem dependência em  $\phi$ , a solução para  $P(\phi)$  deve ser periódica, ou seja  $P(\phi) = P(\phi + 2\pi)$ . Dessa forma, o termo  $n$  deve ser um número inteiro.

A equação (2.4) permite determinar os vetores potenciais,  $\vec{A}$  e  $\vec{F}$ , os quais são usados no cálculo dos modos que serão excitados no interior do guia, seja o modo fundamental ou os modos propagantes que podem ser excitados pelas descontinuidades ao longo do guia. Alguns exemplos de descontinuidades são: junções entre guias de tamanhos e geometrias diferentes, elementos de sintonia do tipo íris e parafusos. Saiba-se que o guia coaxial suporta três tipos de modos:

- O Transversal Magnético (TMz) que ocorre quando as componentes de campo magnético são transversais à direção de propagação da onda, portanto  $\vec{H}_z = 0$ .
- O Transversal Elétrico (TEz) que ocorre quando as componentes de campo elétrico são transversais à direção de propagação da onda, o que implica em  $\vec{E}_z = 0$ .
- O Transversal EletroMagnético (TEM), caso particular que ocorre quando as componentes dos campos elétrico e magnético são transversais à direção de propagação, assim  $\vec{E}_z = \vec{H}_z = 0$ .

As expressões que caracterizam esses três modos propagantes serão apresentadas nas seções 2.1.1, 2.1.2 e 2.1.3, respectivamente.

### 2.1.1 Campos Eletromagnéticos do Modo TMz

Segundo a notação dada em (2.4), a função  $\psi(\rho, \phi, z)$  para o modo TMz é expressa por

$$\psi(\rho, \phi, z) = [AJ_n(k_\rho\rho) + BN_n(k_\rho\rho)] \begin{cases} \text{sen} \\ \text{cos} \end{cases} (n\phi)e^{-jk_z z}. \quad (2.5)$$

Substituindo a função (2.5), nas componentes dos campos definidas em (B.1) e fazendo as respectivas derivadas parciais, têm-se

$$\begin{aligned}
E_\rho &= -\frac{k_z^{TM} k_\rho^{TM}}{w\mu\epsilon} [AJ'_n(k_\rho^{TM}\rho) + BN'_n(k_\rho^{TM}\rho)] \begin{Bmatrix} \text{sen} \\ \text{cos} \end{Bmatrix} (n\phi) e^{-jk_z^{TM}z}, \\
E_\phi &= \frac{nk_z^{TM}}{w\mu\epsilon} \frac{1}{\rho} [AJ_n(k_\rho^{TM}\rho) + BN_n(k_\rho^{TM}\rho)] \begin{Bmatrix} -\text{cos} \\ \text{sen} \end{Bmatrix} (n\phi) e^{-jk_z^{TM}z}, \\
E_z &= \frac{(k_\rho^{TM})^2}{jw\mu\epsilon} [AJ_n(k_\rho^{TM}\rho) + BN_n(k_\rho^{TM}\rho)] \begin{Bmatrix} \text{sen} \\ \text{cos} \end{Bmatrix} (n\phi) e^{-jk_z^{TM}z}, \\
H_\rho &= -\frac{n}{\mu\rho} [AJ_n(k_\rho^{TM}\rho) + BN_n(k_\rho^{TM}\rho)] \begin{Bmatrix} \text{sen} \\ -\text{cos} \end{Bmatrix} (n\phi) e^{-jk_z^{TM}z}, \\
H_\phi &= -\frac{k_\rho^{TM}}{\mu} [AJ'_n(k_\rho^{TM}\rho) + BN'_n(k_\rho^{TM}\rho)] \begin{Bmatrix} -\text{cos} \\ \text{sen} \end{Bmatrix} (n\phi) e^{-jk_z^{TM}z},
\end{aligned} \tag{2.6}$$

$H_z = 0$ , por definição,

onde,  $k_\rho^{TM}$  e  $k_z^{TM}$  são as constantes de propagação TMz radial e axial, respectivamente, e dependem de  $n$  e  $p$ . O índice  $n$  denota a ordem das funções de Bessel, assim  $n = 0, 1, 2, \dots$ . Por outro lado, o índice  $p$  denota o  $p$ -ésimo zero da relação  $k_\rho$  que satisfaz as condições de contorno do problema, portanto  $p = 1, 2, 3, \dots$ . Nota-se que estes índices foram suprimidos para simplificar a notação das expressões. O mesmo procedimento foi aplicado nas constantes  $A$  e  $B$ .

As funções de Bessel de ordem  $n$ ,  $J_n(k_\rho\rho)$  e  $N_n(k_\rho\rho)$  são de primeiro e segundo tipo respectivamente. O símbolo  $'$  (prima) denota a derivada das funções de Bessel com relação ao argumento, desta forma

$$J'_n(k_\rho\rho) = \frac{\partial}{\partial(k_\rho\rho)} J_n(k_\rho\rho) = \frac{1}{k_\rho} \frac{\partial}{\partial\rho} J_n(k_\rho\rho). \tag{2.7}$$

Para calcular as constantes  $A$ ,  $B$ ,  $k_\rho^{TM}$  e  $k_z^{TM}$  devemos analisar as condições de contorno do problema. Desse modo, sobre superfícies PEC sabemos que as componentes tangenciais do campo elétrico são nulas. Portanto, nas paredes cilíndricas do guia coaxial,  $\rho = a, b$ , têm-se

$$E_\phi = E_z = 0,$$



essas condições impõem

$$R(\rho = a) = AJ_n(k_\rho^{TM}a) + BN_n(k_\rho^{TM}a) = 0, \quad (2.8)$$

$$R(\rho = b) = AJ_n(k_\rho^{TM}b) + BN_n(k_\rho^{TM}b) = 0. \quad (2.9)$$

Na equação (2.8) podemos assumir o coeficiente  $A = 1$  e determinar  $B$  como

$$B = -\frac{J_n(k_\rho^{TM}a)}{N_n(k_\rho^{TM}a)}. \quad (2.10)$$

Substituindo  $A$  e  $B$  em (2.9) e reorganizando a equação, tem-se

$$J_n(k_\rho^{TM}a)N_n(k_\rho^{TM}b) - N_n(k_\rho^{TM}a)J_n(k_\rho^{TM}b) = 0. \quad (2.11)$$

Desta maneira, obtemos uma equação transcendental, a qual é independente da frequência e possui infinitas soluções para  $k_\rho^{TM}$ . Cada solução está associada aos modos TM e suas frequências de corte. Da mesma forma, as soluções determinam as constantes de propagação  $k_z^{TM}$ , dadas por

$$k_z^{TM} = \sqrt{k^2 - (k_\rho^{TM})^2}, \quad (2.12)$$

onde  $k = w\sqrt{\mu\epsilon}$ . Cada modo TM propagante possui uma frequência de corte em função de  $n$  e  $p$ , definida como

$$f_{c_{(np)}}^{TM} = \frac{k_\rho^{TM}}{2\pi\sqrt{\mu\epsilon}}. \quad (2.13)$$

Se  $f > f_{c_{(np)}}^{TM}$  o modo é propagante, portanto  $k_z^{TM}$  é real e determinado por

$$k_z^{TM} = k\sqrt{1 - \left(\frac{f_{c_{(np)}}^{TM}}{f}\right)^2}. \quad (2.14)$$

Mas, se  $f < f_{c_{(np)}}^{TM}$  o modo é evanescente e  $k_z^{TM}$  é imaginário e determinado por

$$k_z^{TM} = -jk_\rho^{TM}\sqrt{1 - \left(\frac{f}{f_{c_{(np)}}^{TM}}\right)^2}. \quad (2.15)$$

### 2.1.2 Campos Eletromagnéticos do Modo TEz

De maneira análoga ao descrito na seção anterior, a função  $\psi(\rho, \phi, z)$  para o modo TEz é dada por

$$\psi(\rho, \phi, z) = [CJ_n(k_\rho \rho) + DN_n(k_\rho \rho)] \left\{ \begin{matrix} \text{sen} \\ \text{cos} \end{matrix} \right\} (n\phi) e^{-jk_z z}. \quad (2.16)$$

Podemos determinar os campos do modo TEz substituindo (2.16) nas componentes dos campos definidas em (B.2) e fazendo as respectivas derivadas parciais, têm-se

$$E_\rho = \frac{n}{\epsilon \rho} [CJ_n(k_\rho^{TE} \rho) + DN_n(k_\rho^{TE} \rho)] \left\{ \begin{matrix} -\text{cos} \\ \text{sen} \end{matrix} \right\} (n\phi) e^{-jk_z^{TE} z},$$

$$E_\phi = \frac{k_\rho^{TE}}{\epsilon} [CJ'_n(k_\rho^{TE} \rho) + DN'_n(k_\rho^{TE} \rho)] \left\{ \begin{matrix} \text{sen} \\ \text{cos} \end{matrix} \right\} (n\phi) e^{-jk_z^{TE} z},$$

$E_z = 0$ , por definição,

$$H_\rho = -\frac{k_\rho^{TE} k_z^{TE}}{w\mu\epsilon} [CJ'_n(k_\rho^{TE} \rho) + DN'_n(k_\rho^{TE} \rho)] \left\{ \begin{matrix} \text{sen} \\ \text{cos} \end{matrix} \right\} (n\phi) e^{-jk_z^{TE} z}, \quad (2.17)$$

$$H_\phi = -\frac{nk_z^{TE}}{w\mu\epsilon} \frac{1}{\rho} [CJ_n(k_\rho^{TE} \rho) + DN_n(k_\rho^{TE} \rho)] \left\{ \begin{matrix} -\text{cos} \\ \text{sen} \end{matrix} \right\} (n\phi) e^{-jk_z^{TE} z},$$

$$H_z = \frac{(k_\rho^{TE})^2}{jw\mu\epsilon} [CJ_n(k_\rho^{TE} \rho) + DN_n(k_\rho^{TE} \rho)] \left\{ \begin{matrix} \text{sen} \\ \text{cos} \end{matrix} \right\} (n\phi) e^{-jk_z^{TE} z},$$

onde,  $k_\rho^{TE}$  e  $k_z^{TE}$  são as constantes de propagação TEz radial e axial, respectivamente e dependem de  $n$  e  $p$ ; nota-se que estes índices foram suprimidos para simplificar a notação das expressões. O mesmo procedimento foi aplicado com as constantes  $C$  e  $D$ . Para calcular essas constantes devemos analisar as condições de contorno do problema. Desse modo, sobre superfícies PEC sabemos que as componentes tangenciais do campo elétrico são nulas. Portanto, nas paredes cilíndricas do guia coaxial,  $\rho = a, b$ , têm-se

$$E_\phi = E_z = 0,$$

essas condições impõem

$$\frac{\partial}{\partial \rho} R(\rho = a) = [C J'_n(k_\rho^{TE} a) + D N'_n(k_\rho^{TE} a)] = 0, \quad (2.18)$$

$$\frac{\partial}{\partial \rho} R(\rho = b) = [C J'_n(k_\rho^{TE} b) + D N'_n(k_\rho^{TE} b)] = 0. \quad (2.19)$$

Na equação (2.18) podemos assumir o coeficiente  $C = 1$  e determinar  $D$  como

$$D = -\frac{J'_n(k_\rho^{TE} a)}{N'_n(k_\rho^{TE} a)}. \quad (2.20)$$

Substituindo  $C$  e  $D$  em (2.19) e reorganizando a equação, tem-se

$$J'_n(k_\rho^{TE} a) N'_n(k_\rho^{TE} b) - N'_n(k_\rho^{TE} a) J'_n(k_\rho^{TE} b) = 0. \quad (2.21)$$

Desta maneira, obtemos uma equação transcendental, a qual é independente da frequência e possui infinitas soluções para  $k_\rho^{TE}$ . Cada solução está associada aos modos TE e suas frequências de corte. Da mesma forma, as soluções determinam as constantes de propagação  $k_z^{TE}$ , dadas por

$$k_z^{TE} = \sqrt{k^2 - (k_\rho^{TE})^2}, \quad (2.22)$$

onde  $k = w\sqrt{\mu\epsilon}$ . Cada modo TE propagante possui uma frequência de corte em função de  $n$  e  $p$ , definida da seguinte forma

$$f_{c_{(np)}}^{TE} = \frac{k_\rho^{TE}}{2\pi\sqrt{\mu\epsilon}}. \quad (2.23)$$

Se  $f > f_{c_{(np)}}^{TE}$ , o modo é propagante, portanto  $k_z^{TE}$  é real e determinado por

$$k_z^{TE} = k \sqrt{1 - \left(\frac{f_{c_{(np)}}^{TE}}{f}\right)^2}. \quad (2.24)$$

Mas, se  $f < f_{c_{(np)}}^{TE}$  o modo é evanescente e  $k_z^{TE}$  é imaginário e determinado por

$$k_z^{TE} = -jk_\rho^{TE} \sqrt{1 - \left(\frac{f}{f_{c_{(np)}}^{TE}}\right)^2}. \quad (2.25)$$

### 2.1.3 Campos Eletromagnéticos do Modo TEM

O modo TEM é o modo fundamental em um guia coaxial com frequência de corte  $f_c^{TEM} = 0$ . Este modo ocorre quando as componentes dos campos elétrico e magnético são transversais à direção de propagação, assim  $\vec{E}_z = \vec{H}_z = 0$ . Também pode ser definido como um caso particular da solução TMz para a qual  $k_\rho = 0$  é um valor possível. Assumindo que os campos não tem dependência azimutal, ou seja  $n = 0$ , e que o argumento das funções de Bessel de primeiro e segundo tipo tenderam a zero, tem-se [39, Cap. 5, p. 19]

$$\begin{aligned} J'_0(x)|_{x \rightarrow 0} &\approx -\frac{x}{2}, \\ N'_0(x)|_{x \rightarrow 0} &\approx \frac{2}{\pi x}. \end{aligned}$$

Desta maneira, as expressões dos campos para o modo TEM serão dadas por

$$\begin{aligned} E_\rho &= -\frac{k_z}{w\mu\epsilon} \left( \frac{2B}{\pi} \right) \frac{1}{\rho} e^{-jk_z z}, \\ H_\phi &= -\frac{1}{\mu} \left( \frac{2B}{\pi} \right) \frac{1}{\rho} e^{-jk_z z}, \end{aligned} \quad (2.26)$$

$$E_\phi = E_z = H_\rho = H_z = 0.$$

Neste caso,  $k_z = k = w\sqrt{\mu\epsilon}$ , e realizando um processo de normalização, as expressões dos campos ficam

$$\begin{aligned} E_\rho &= \frac{1}{\rho} e^{-jkz}, \\ H_\phi &= \frac{1}{\eta\rho} e^{-jkz}, \end{aligned} \quad (2.27)$$

$$E_\phi = E_z = H_\rho = H_z = 0,$$

onde  $\eta$  é a impedância intrínseca do meio dada por

$$\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}. \quad (2.28)$$

Neste trabalho o modo fundamental ou TEM será amplamente utilizado, visto que o guia coaxial de alimentação será apenas excitado por esse modo. Portanto, as dimensões desse guia serão projetadas de maneira que o único modo propagante seja o modo TEM. Em consequência, todos os modos superiores serão evanescentes. No entanto, o guia pode acoplar-se com outros guias de diferente tamanho, todos eles interligados formando o que denominamos dispositivos de ondas guiadas. Geralmente, as ligações ou junções entre guias ocasionam descontinuidades geométricas, as quais por sua vez modificam o casamento de impedâncias do dispositivo devido à excitação dos modos superiores. Esses modos surgem por causa das mudanças nas dimensões dos guias ou a inclusão de elementos de sintonia do tipo íris ou parafusos. Em outras palavras, nos dispositivos guiados além do modo fundamental surgirão modos superiores propagantes derivados dele. Considerando um guia de onda coaxial uniforme com solução periódica em  $\phi$ , os modos superiores, TM<sub>z</sub> e TE<sub>z</sub>, serão tratados com o subíndice  $n = 0$ , portanto sua notação será TM<sub>0p</sub> e TE<sub>0p</sub>. Atendendo este raciocínio, a seguir serão apresentadas as expressões dos campos para esses modos específicos.

### Campos do modo TM<sub>0p</sub>

Considerando  $n = 0$ , os campos eletromagnéticos dados em (2.6) se reduzem para

$$\begin{aligned} E_\rho &= -\frac{k_z^{TM} k_\rho^{TM}}{w\mu\epsilon} [AJ'_0(k_\rho^{TM} \rho) + BN'_0(k_\rho^{TM} \rho)] e^{-jk_z^{TM} z}, \\ E_z &= \frac{(k_\rho^{TM})^2}{jw\mu\epsilon} [AJ_0(k_\rho^{TM} \rho) + BN_0(k_\rho^{TM} \rho)] e^{-jk_z^{TM} z}, \\ H_\phi &= -\frac{k_\rho^{TM}}{\mu} [AJ'_0(k_\rho^{TM} \rho) + BN'_0(k_\rho^{TM} \rho)] e^{-jk_z^{TM} z}, \\ E_\phi &= H_\rho = H_z = 0. \end{aligned} \tag{2.29}$$

### Campos do modo TE<sub>0p</sub>

Considerando  $n = 0$ , os campos eletromagnéticos dados em (2.17) se reduzem para

$$\begin{aligned}
E_\phi &= \frac{k_\rho^{TE}}{\epsilon} [C J'_0(k_\rho^{TE} \rho) + DN'_0(k_\rho^{TE} \rho)] e^{-jk_z^{TE} z}, \\
H_\rho &= -\frac{k_\rho^{TE} k_z^{TE}}{w \mu \epsilon} [C J'_0(k_\rho^{TE} \rho) + DN'_0(k_\rho^{TE} \rho)] e^{-jk_z^{TE} z}, \\
H_z &= \frac{(k_\rho^{TE})^2}{j w \mu \epsilon} [C J_0(k_\rho^{TE} \rho) + DN_0(k_\rho^{TE} \rho)] e^{-jk_z^{TE} z},
\end{aligned} \tag{2.30}$$

$$E_\rho = E_z = H_\phi = 0.$$

Desta maneira, totaliza-se o formalismo matemático dos campos modais para guias de onda coaxial. Tendo em conta que o modo de alimentação do guia será apenas TEM, podemos antecipar que na análise do método MMT, desenvolvida no capítulo 3, os campos do modo TEz não se acoplam com os campos do modo TEM, como visto na integral de acoplamento em (3.47). Em vista disso, a solução da equação característica do modo TEz não será relevante. Logo, sua implementação não será feita neste trabalho. Por outro lado, os campos do modo TMz experimentam acoplamento com o modo fundamental. Portanto, considerou-se necessária sua validação.

### 2.1.4 Validação do Modo TMz

Neste trabalho serão analisadas estruturas coaxiais de diferentes tamanhos. Portanto, é importante verificar e validar a solução numérica da equação característica para o modo TMz, definida em (2.11). Deve ser observado que tal equação contém quatro funções de Bessel. Por conseguinte, o cálculo das raízes não é trivial. A solução numérica utilizada está baseada no cálculo dos zeros de funções não lineares, neste caso funções de Bessel. Para o cálculo dos infinitos zeros é necessário definir um valor inicial próximo do objetivo. No presente trabalho, o valor inicial foi dado com auxílio do método gráfico e foi estabelecida uma tolerância mínima de  $1 \times 10^{-10}$ . O algoritmo usa uma combinação de métodos de bisseção, secante e interpolação quadrática inversa. Uma versão do algoritmo em linguagem Fortran é fornecida em [40].

Foram realizados vários testes com o objetivo de verificar o valor exato dos zeros dos infinitos modos. A totalidade dos resultados apresentaram concordância com relação aos valores tabelados em [41, p. 415]. Na tabela 2.1, são mostrados alguns dos resultados obtidos segundo as relações entre os raios do guia coaxial dada por,  $c = b/a$ .

Na referência [24, p. 74] é apresentada uma tabela mais completa. Igualmente, a validação foi consistente para vários valores de  $c$ .

Tabela 2.1: Zeros da equação característica dos primeiros modos  $TM_z$  para um guia coaxial homogêneo preenchido com ar. Os resultados mostraram concordância com os reportados em [41, p. 415].

$c \backslash np$	01	02	03	04	05
1,25	12,5585	25,1288	37,6965	50,2635	62,8303
1,6	4,6971	9,4169	14,1319	18,8456	23,5588
2,5	2,0732	4,1773	6,2754	8,3717	10,4672
5	0,7632	1,5571	2,3464	3,1340	3,9208
10	0,3314	0,6858	1,0377	1,3886	1,7390

A Fig. 2.2 mostra os valores da frequência de corte  $f_c$  para os primeiros modos  $TM_{np}$ , em função da razão  $a/b$ . As frequências de corte são calculadas usando a equação (2.13), que depende do zero,  $k_\rho^{TM}$ , obtido através da solução numérica da equação (2.11). Considera-se que  $a$  e  $b$  são os raios dos condutores interno e externo, respectivamente, sendo  $b = 15$  mm. Esses resultados apresentam concordância quando comparados com os apresentados na referência [14, p. 30].

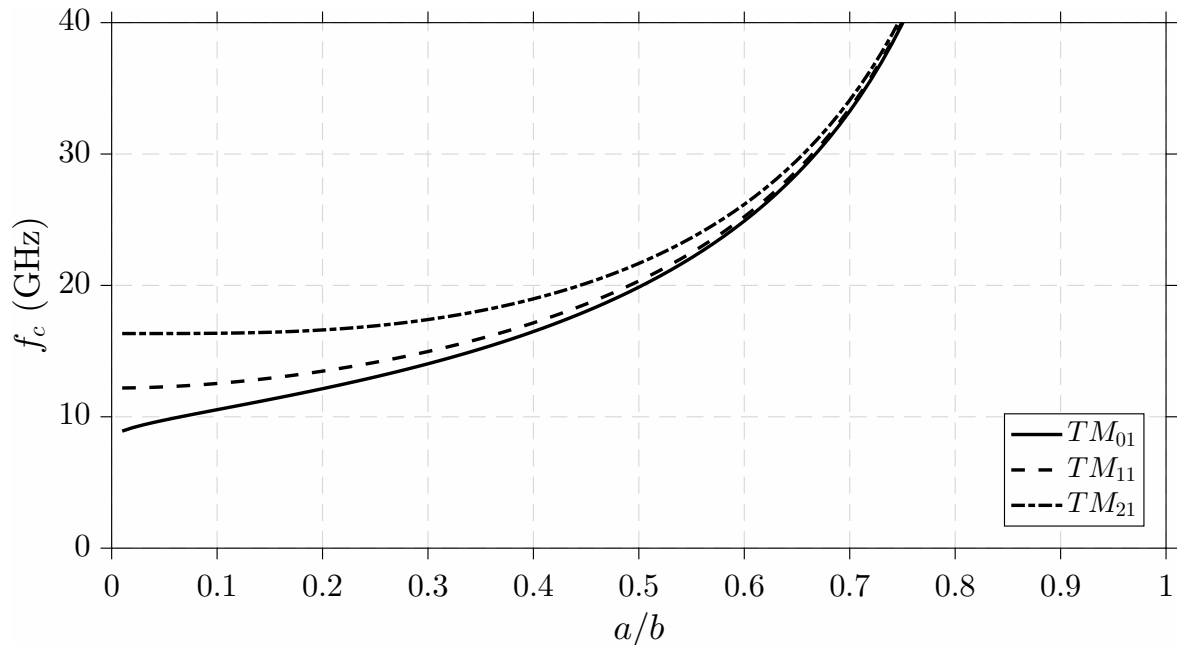


Figura 2.2: Frequência de corte  $f_c$  em função de  $a/b$  para os primeiros modos  $TM_{np}$ , obtidos através da solução numérica da equação (2.11), considerando  $b = 15$  mm.

Por último, considera-se um guia coaxial homogêneo de dimensões  $a = 1,25$  mm e  $b = 6,63$  mm com impedância característica  $Z_c = 100 \Omega$  e ar como meio dielétrico. Esse guia foi escolhido porque é um elemento que compõe o protótipo físico testado na fase de experimentos; detalhes sobre as características geométricas do protótipo e os testes experimentais serão apresentados no capítulo 4. Na Tabela 2.2, apresentam-se as frequências de corte dos primeiros modos TMz do guia mencionado.

Tabela 2.2: Frequência de corte para os primeiros modos  $TM_{np}$ , guia coaxial concentrador de campo.

	$TM_{01}$	$TM_{02}$	$TM_{03}$	$TM_{04}$	$TM_{05}$
$f_c(GHz)$	27,02	55,20	83,21	111,16	139,07

Considerando-se que o sinal de alimentação do protótipo tem frequência próxima de 2,4 GHz o guia coaxial concentrador de campo foi projetado em princípio para que somente o modo TEM se propague e todos os modos superiores sejam evanescentes. No entanto, possíveis descontinuidades ao longo do guia podem excitar infinitos modos superiores que modificam o casamento de impedâncias. O método escolhido para lidar com este tipo de problemas foi o MMT, método que pressupõe que os campos eletromagnéticos sejam representados por um somatório modal.

A seguir, aborda-se a solução particular para o guia retangular homogêneo. A construção das soluções no sistema retangular encontra-se no anexo C.

## 2.2 Guia Retangular Homogêneo

Neste trabalho, as funções de onda retangular são aplicadas ao problema específico de um guia de onda retangular homogêneo para assim poder determinar as expressões dos campos modais TEz e TMz. A Fig. 2.3 mostra a geometria de um guia retangular cujo eixo central situa-se ao longo do eixo  $z$ . Comumente, o sistema de coordenadas tem origem em um canto do guia,  $(x', y', z')$  como mostrado na Fig. 2.3 à direita. No entanto, um sistema centrado na abertura  $(x, y, z)$  é mais útil quando analisa-se vários guias concatenados e centrados ao longo do eixo  $z$ . O tamanho da abertura está dado pela parâmetro  $a$  no eixo  $x$  e  $b$  no eixo  $y$ . Considera-se que o dielétrico ou meio interior ao guia de onda é o vácuo caracterizados pela permissividade  $\epsilon_0$  e a permeabilidade  $\mu_0$ .

No anexo C são definidas as soluções possíveis para as três funções harmônicas,  $X(x)$ ,  $Y(y)$  e  $Z(z)$ . Agora nesta seção vamos particularizar a escolha de acordo com a geometria apresentada na Fig. 2.3. Para isso, vamos supor que o guia retangular tem as seguintes características:



- Seu eixo central situa-se ao longo do eixo  $z$ .
- As paredes do guia consideram-se PEC.
- O dielétrico ou meio de propagação é homogêneo.
- A onda propaga-se na direção do eixo  $+z$ .
- Assume-se solução estacionária nos eixos  $x$  e  $y$ .

As condições de contorno aplicadas ao problema são dadas por

$$\left. \frac{\partial \psi(x, y)}{\partial n} \right|_C = 0, \quad \text{Neumann para os modos TE,} \quad (2.31a)$$

$$\left. \psi(x, y) \right|_C = 0, \quad \text{Dirichlet para os modos TM,} \quad (2.31b)$$

onde  $C$  é o contorno da seção transversal do guia e  $\frac{\partial}{\partial n}$  significa a derivada parcial em relação à normal do contorno  $C$ .

Supondo que os guias de onda são estruturas simétricas em relação a ambos eixos coordenados, as soluções  $X(x)$  e  $Y(y)$  serão classificadas em modos pares e ímpares em relação a cada eixo coordenado. O critério utilizado para classificar um modo de par (ímpar) em relação a um dado eixo coordenado, é o de que a componente  $y$  do

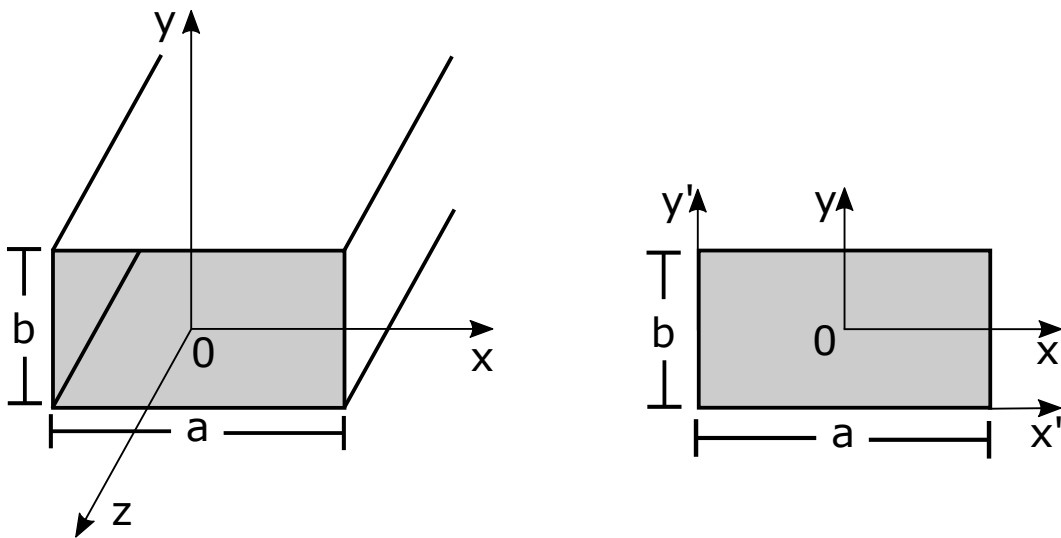


Figura 2.3: Sistema de coordenadas retangular localizado no centro da abertura do guia de onda retangular.

campo elétrico modal correspondente seja uma função par (ímpar) em relação a esse eixo. A partir desse critério, verifica-se que modos TE pares (ímpares) em uma dada direção são representados por funções cosseno (seno) na coordenada correspondente. Para os modos TM, as funções seno (cosseno) em uma dada dimensão geram modos pares (ímpares) na direção correspondente.

Neste trabalho os casos de estudo terão apenas o modo fundamental,  $TE_{10}$ , como fonte de excitação. O campo elétrico do modo  $TE_{10}$  apresenta apenas componente  $y$ , sendo esta uma função par em relação a ambos eixos  $x$  e  $y$ . Portanto, qualquer modo de ordem superior a ser considerado dentro do guia retangular deve obedecer essa simetria par. Sabendo esses detalhes as escolhas das funções harmônicas que caracterizam os modos TEz e TMz serão apresentadas a continuação.

### 2.2.1 Campos Eletromagnéticos do Modo TEz

Para os modos TE, a condição de contorno dada por (2.31a) é uma condição natural e, portanto, satisfeita pela escolha direta das seguintes funções harmônicas:

$$\begin{aligned} X(x) &= \text{sen}(k_x x), \\ Y(y) &= \text{cos}(k_y y), \\ Z(z) &= e^{-jk_z z}. \end{aligned} \tag{2.32}$$

Assim, na solução TE as funções harmônicas  $X(x)$  e  $Y(y)$ , dadas em (2.32), são válidas para modos ímpares em  $x$  e pares em  $y$ . Para outras paridades, as funções devem ser modificadas convenientemente. Substituindo (2.32) em (C.4) e expandindo no somatório modal tem-se

$$\psi_{mn}^{TE} = \sum_{m=1}^{M_{max}} \sum_{n=0}^{N_{max}} A_{mn} \text{sen}(k_x x) \text{cos}(k_y y) e^{-jk_z z}, \tag{2.33}$$

onde  $A_{mn}$  são as amplitudes dos campos para cada modo definido pelo par ordenado  $(m, n)$  cujos valores máximos estão dados por  $M_{max}$  e  $N_{max}$ , respectivamente.

As constantes  $k_x$  e  $k_y$  são os infinitos zeros das funções e dependem do valor de  $m$  e  $n$ , respectivamente. Para determinar essas constantes devemos verificar as condições de contorno do problema. Desse modo, sobre superfícies PEC sabemos que as componentes tangenciais do campo elétrico são nulas. Portanto, nas paredes laterais do guia retangular localizadas em  $x = -a/2, a/2$ , têm-se

$$E_z = 0,$$

$$E_y, H_x \sim \frac{\partial \psi(x)}{\partial x} \Big|_{x=-\frac{a}{2}, \frac{a}{2}} = 0,$$

obedecendo a condição de contorno de Neumann dada em (2.31a). Assim, a derivada da função  $X(x)$  em relação a  $x$  avaliada no contorno deve ser nula

$$\frac{dX(x)}{dx} \Big|_{x=-\frac{a}{2}, \frac{a}{2}} \sim \cos(k_x x) \Big|_{x=-\frac{a}{2}, \frac{a}{2}} = 0,$$

onde  $k_x$  são os infinitos zeros dados pelos valores ímpares de  $m$  e expresso como

$$k_x = \frac{m\pi}{a}, \quad m = 1, 3, 5, \dots \quad (2.34)$$

De maneira análoga, na parede inferior e superior do guia retangular localizadas em  $y = -b/2, b/2$ , têm-se

$$E_z = 0,$$

$$E_x, H_y \sim \frac{\partial \psi(y)}{\partial y} \Big|_{y=-\frac{b}{2}, \frac{b}{2}} = 0,$$

obedecendo a condição de contorno de Neumann dada em (2.31a). Assim, a derivada da função  $Y(y)$  em relação a  $y$  avaliada no contorno deve ser nula

$$\frac{dY(y)}{dy} \Big|_{y=-\frac{b}{2}, \frac{b}{2}} \sim \text{sen}(k_y y) \Big|_{y=-\frac{b}{2}, \frac{b}{2}} = 0,$$

onde  $k_y$  são os infinitos zeros dados pelos valores pares de  $n$  e expresso como

$$k_y = \frac{n\pi}{b}, \quad n = 0, 2, 4, \dots \quad (2.35)$$

Desta maneira, cada par ordenado  $(m, n)$  determina as constantes de propagação  $k_z$ , dadas por

$$k_z = \sqrt{k^2 - \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}, \quad (2.36)$$

onde  $k = w\sqrt{\mu\epsilon}$ . O número de onda de corte dos modos de propagação é dado por

$$k_{c(mn)}^2 = \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2.$$

Cada modo propagante possui uma frequência de corte, definida por

$$f_{c(mn)} = \frac{k_{c(mn)}}{2\pi\sqrt{\mu\epsilon}}. \quad (2.37)$$

Em termos da frequência de corte, podemos reescrever a constante de propagação como

$$\begin{aligned} k_z &= k\sqrt{1 - \left(\frac{f_{c(mn)}}{f}\right)^2}, \quad \text{se } f > f_{c(mn)} \text{ o modo é propagante,} \\ k_z &= -jk_{c(mn)}\sqrt{1 - \left(\frac{f}{f_{c(mn)}}\right)^2}, \quad \text{se } f < f_{c(mn)} \text{ o modo é evanescente.} \end{aligned} \quad (2.38)$$

Substituindo a função (2.33), nas componentes dos campos definidas em (C.1) e fazendo as respectivas derivadas parciais, têm-se

$$E_{xmn}^{TE} = \sum_{m=1}^{M_{max}} \sum_{n=0}^{N_{max}} A_{mn} \frac{1}{\epsilon} \left(\frac{n\pi}{b}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{-jk_z z},$$

$$E_{ymn}^{TE} = \sum_{m=1}^{M_{max}} \sum_{n=0}^{N_{max}} A_{mn} \frac{1}{\epsilon} \left(\frac{m\pi}{a}\right) \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{-jk_z z},$$

$$E_{zmn}^{TE} = 0, \text{ por definição,}$$

$$H_{xmn}^{TE} = -\sum_{m=1}^{M_{max}} \sum_{n=0}^{N_{max}} A_{mn} \left(\frac{k_z}{w\mu\epsilon}\right) \left(\frac{m\pi}{a}\right) \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{-jk_z z},$$

$$H_{ymn}^{TE} = \sum_{m=1}^{M_{max}} \sum_{n=0}^{N_{max}} A_{mn} \left(\frac{k_z}{w\mu\epsilon}\right) \left(\frac{n\pi}{b}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{-jk_z z},$$

$$H_{zmn}^{TE} = \sum_{m=1}^{M_{max}} \sum_{n=0}^{N_{max}} A_{mn} \left(\frac{1}{jw\mu\epsilon}\right) \left[\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2\right] \operatorname{sen}\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{-jk_z z}.$$

(2.39)

### 2.2.2 Campos Eletromagnéticos do Modo TMz

Para os modos TM, a condição de contorno dada por (2.31b) é uma condição natural e, portanto, satisfeita pela escolha direta das seguintes funções harmônicas:

$$\begin{aligned} X(x) &= \cos(k_x x), \\ Y(y) &= \text{sen}(k_y y), \\ Z(z) &= e^{-jk_z z}. \end{aligned} \quad (2.40)$$

Assim, na solução TM as funções harmônicas  $X(x)$  e  $Y(y)$  são válidas para modos ímpares em  $x$  e pares em  $y$ , classificação idêntica na solução TE. Para outras paridades, as funções devem ser modificadas convenientemente. Assim, substituindo as funções harmônicas (2.40) em (C.4), tem-se

$$\psi_{mn}^{TM} = \sum_{m=0}^{M_{max}} \sum_{n=1}^{N_{max}} B_{mn} \cos(k_x x) \text{sen}(k_y y) e^{-jk_z z}, \quad (2.41)$$

onde  $B_{mn}$  são as amplitudes dos campos de cada modo definido pelo par  $(m, n)$ .

As constantes  $k_x$  e  $k_y$  são os infinitos zeros das funções e dependem do valor de  $m$  e  $n$ , respectivamente. Para determinar essas constantes devemos verificar as condições de contorno do problema. Desse modo, sobre superfícies PEC sabemos que as componentes tangenciais do campo elétrico são nulas. Portanto, nas paredes laterais do guia retangular localizadas em  $x = -a/2, a/2$ , têm-se

$$E_y, E_z, H_x \sim \psi(x) \Big|_{x=-\frac{a}{2}, \frac{a}{2}} = 0,$$

obedecendo a condição de contorno de Dirichlet dada em (2.31b). Assim, a própria função  $X(x)$  será nula no contorno

$$X(x) \Big|_{x=-\frac{a}{2}, \frac{a}{2}} \sim \cos(k_x x) \Big|_{x=-\frac{a}{2}, \frac{a}{2}} = 0,$$

onde  $k_x$  são os infinitos zeros dados pelos valores ímpares de  $m$  e expresso como

$$k_x = \frac{m\pi}{a}, \quad m = 1, 3, 5, \dots \quad (2.42)$$

De maneira análoga, na parede inferior e superior do guia,  $y = -b/2, b/2$ , têm-se

$$E_x, E_z, H_y \sim \psi(y) \Big|_{y=-\frac{b}{2}, \frac{b}{2}} = 0,$$

obedecendo a condição de contorno de Dirichlet dada em (2.31b). Assim, a própria função  $Y(y)$  será nula no contorno

$$Y(y) \Big|_{y=-\frac{b}{2}, \frac{b}{2}} \sim \text{sen}(k_y y) \Big|_{y=-\frac{b}{2}, \frac{b}{2}} = 0,$$

onde  $k_y$  são os infinitos zeros dados pelos valores pares de  $n$ , evitando  $n = 0$  pois a solução seria trivial ( $\vec{E} = \vec{H} = 0$ )

$$k_y = \frac{n\pi}{b}, \quad n = 2, 4, \dots \quad (2.43)$$

Assim podemos verificar que as constantes  $k_x$  e  $k_y$  são idênticas entre modos TM e TE, portanto a constante  $k_z$  e a frequência de corte  $f_{c(mn)}$  serão idênticas também, sendo calculadas pelas equações (2.36) e (2.37), respectivamente.

Substituindo a função (2.41), nas componentes dos campos definidas em (C.2) e fazendo as respectivas derivadas parciais, têm-se

$$E_{xmn}^{TM} = \sum_{m=0}^{M_{max}} \sum_{n=1}^{N_{max}} B_{mn} \left( \frac{k_z}{w\mu\epsilon} \right) \left( \frac{m\pi}{a} \right) \text{sen} \left( \frac{m\pi}{a} x \right) \text{sen} \left( \frac{n\pi}{b} y \right) e^{-jk_z z},$$

$$E_{ymn}^{TM} = - \sum_{m=0}^{M_{max}} \sum_{n=1}^{N_{max}} B_{mn} \left( \frac{k_z}{w\mu\epsilon} \right) \left( \frac{n\pi}{b} \right) \cos \left( \frac{m\pi}{a} x \right) \cos \left( \frac{n\pi}{b} y \right) e^{-jk_z z},$$

$$E_{zmn}^{TM} = \sum_{m=0}^{M_{max}} \sum_{n=1}^{N_{max}} B_{mn} \left( \frac{1}{jw\mu\epsilon} \right) \left[ \left( \frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left( \frac{n\pi}{b} \right)^2 \right] \cos \left( \frac{m\pi}{a} x \right) \text{sen} \left( \frac{n\pi}{b} y \right) e^{-jk_z z},$$

$$H_{xmn}^{TM} = \sum_{m=0}^{M_{max}} \sum_{n=1}^{N_{max}} B_{mn} \frac{1}{\mu} \left( \frac{n\pi}{b} \right) \cos \left( \frac{m\pi}{a} x \right) \cos \left( \frac{n\pi}{b} y \right) e^{-jk_z z},$$

$$H_{ymn}^{TM} = \sum_{m=0}^{M_{max}} \sum_{n=1}^{N_{max}} B_{mn} \frac{1}{\mu} \left( \frac{m\pi}{a} \right) \text{sen} \left( \frac{m\pi}{a} x \right) \text{sen} \left( \frac{n\pi}{b} y \right) e^{-jk_z z},$$

$$H_{zmn}^{TM} = 0, \text{ por definição.}$$

(2.44)

Tanto para os modos TMz quanto para os modos TEz, os números de onda de corte  $k_{c_{(mn)}}$  e amplitudes dos campos  $A_{mn}$  e  $B_{mn}$ , são obtidos através do método de Rayleigh-Ritz. Uma breve discussão sobre este método será apresentada a seguir.

### 2.2.3 Método de Rayleigh-Ritz

O método de Rayleigh-Ritz é uma técnica utilizada na determinação de um conjunto finito de autofunções e autovalores aproximados de uma dada equação diferencial e suas condições de contorno. O método está baseado na integração variacional, cujos valores estacionários correspondem aos autovalores, quando as autofunções são usadas como integrando [8].

A equação diferencial a ser resolvida é a seguinte:

$$\nabla_T^2 u + \lambda u = 0, \quad (2.45)$$

sujeita a condições de contorno homogêneas.  $\nabla_T^2$  é o Laplaciano bi-dimensional no plano transversal,  $u$  são as autofunções e  $\lambda$  os autovalores a serem determinados.

A técnica Rayleigh-Ritz define o ponto estacionário do funcional [15]

$$F(u) = \frac{1}{2} \int_S [\nabla_T^2 u + \lambda u] u \, dS, \quad (2.46)$$

como uma solução da equação (2.45). Da primeira identidade de Green, tem-se

$$\int_S [u \nabla_T^2 u + \nabla_T u \cdot \nabla_T u] \, dS = \oint_C u \frac{\partial u}{\partial n} dl, \quad (2.47)$$

onde é nula a derivada parcial na direção normal ao contorno C. Tendo em vista que as condições de contorno são homogêneas, a integração de linha se anula, e (2.47) pode ser reescrita como

$$\int_S u \nabla_T^2 u \, dS = - \int_S \nabla_T u \cdot \nabla_T u \, dS. \quad (2.48)$$

Substituindo-se (2.48) em (2.46) tem-se

$$F(u) = \frac{1}{2} \int_S [-\nabla_T u \cdot \nabla_T u + \lambda u^2] \, dS. \quad (2.49)$$

As autofunções  $u$  estão dadas em termos de um somatório de funções de base

$$u = \sum_{i=1}^M c_i f_i, \quad (2.50)$$

onde  $f_i$  são as funções de base que satisfazem as condições de contorno e  $c_i$  são os coeficientes da expansão a serem calculados. Substituindo-se (2.50) em (2.49) tem-se

$$F(u) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^M c_i^2 \left[ \int_S -\nabla f_i \cdot \nabla f_j + \lambda f_i f_j dS \right]. \quad (2.51)$$

A função  $u$  deve minimizar o funcional  $F(u)$  em relação a  $c_i$ , conseqüentemente

$$\frac{\partial F(u)}{\partial c_i} = 0, \quad \text{para } i = 1, 2, 3, \dots, M. \quad (2.52)$$

Efetuando-se em (2.51) as derivações indicadas em (2.52), obtém-se o seguinte sistema de equações algébricas lineares:

$$[K][C] = \lambda [M][C], \quad (2.53)$$

onde os elementos das matrizes quadradas  $[K]$  e  $[M]$  são dados por

$$k_{ij} = \int_S \nabla f_i \cdot \nabla f_j dS, \quad (2.54)$$

$$m_{ij} = \int_S f_i f_j dS, \quad (2.55)$$

$\lambda$  contém o número de onda de corte de cada modo ( $k_{c_{mn}}$ ) e o vetor  $C$  contém os coeficientes  $c_i$  que são as amplitudes dos campos,  $A_{mn}$  para o modo TEz e  $B_{mn}$  para o modo TMz.

O sistema indicado em (2.53) constitui um problema de autovalores generalizado. Uma vez determinados os autovalores e os autovetores, obtém-se os valores de  $\lambda$  e  $c_i$ .

## 2.2.4 Validação dos Modos TEz e TMz

Nesta seção, valida-se o procedimento para determinação dos autovalores e autovetores em guias de onda retangulares, aplicando o método de Rayleigh-Ritz definido na seção 2.2.3, resolvendo-se o sistema indicado em (2.53).

Para os modos TE, a condição de contorno dada por (2.31a) é uma condição natural e, portanto, satisfeita pela aplicação direta das funções de base definidas em (2.33). Desta maneira, as componentes transversais,  $\psi_T^{TE}$ , são definidas por

$$\psi_T^{TE} = \sum_i^M c_i f_i = \sum_{m=1}^{M_{max}} \sum_{n=0}^{N_{max}} A_{mn} \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right). \quad (2.56)$$



Para os modos TM, a condição de contorno dada por (2.31b) é uma condição natural e, portanto, satisfeita pela aplicação direta das funções de base definidas em (2.41). Desta maneira, as componentes transversais,  $\psi_T^{TM}$ , são definidas por

$$\psi_T^{TM} = \sum_i^M c_i f_i = \sum_{m=0}^{M_{max}} \sum_{n=1}^{N_{max}} B_{mn} \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right), \quad (2.57)$$

onde  $M_{max}$  e  $N_{max}$  são os valores máximos dos índices  $m$  e  $n$ , respectivamente e devem ser suficientemente grandes para assegurar a convergência dos resultados. Assim, conhecendo as funções de base  $f_i$  podemos calcular os elementos das matrizes  $[M]$  e  $[K]$ .

### Elementos $k_{ij}$

Os elementos  $k_{ij}$  são calculados efetuando-se a integração indicada em (2.54). Para os modos TE, as funções de base,  $f_i$ , estão definidas em (2.56), sendo o vetor gradiente dessas funções expresso por

$$\nabla f_i = \left(\frac{m\pi}{a}\right) \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \hat{x} - \left(\frac{n\pi}{b}\right) \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \hat{y}. \quad (2.58)$$

Substituindo-se (2.58) em (2.54), resulta

$$\begin{aligned} k_{ij} = & \left(\frac{m_1\pi}{a}\right) \left(\frac{m_2\pi}{a}\right) \int_{-a/2}^{a/2} \cos\left(\frac{m_1\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{m_2\pi}{a}x\right) \int_{-b/2}^{b/2} \cos\left(\frac{n_1\pi}{b}y\right) \cos\left(\frac{n_2\pi}{b}y\right) dy dx \\ & + \left(\frac{n_1\pi}{b}\right) \left(\frac{n_2\pi}{b}\right) \int_{-a/2}^{a/2} \sin\left(\frac{m_1\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{m_2\pi}{a}x\right) \int_{-b/2}^{b/2} \sin\left(\frac{n_1\pi}{b}y\right) \sin\left(\frac{n_2\pi}{b}y\right) dy dx. \end{aligned} \quad (2.59)$$

Os índices da matriz  $j$  e  $i$  representam os pares ordenados  $(m1, n1)$  e  $(m2, n2)$ , respectivamente. As integrais indicadas em (2.59) têm solução analítica [42, p. 99-102].

Para os modos TM, as funções de base,  $f_i$ , estão definidas em (2.57), sendo o vetor gradiente dessas funções expresso por

$$\nabla f_i = -\left(\frac{m\pi}{a}\right) \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \hat{x} + \left(\frac{n\pi}{b}\right) \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \hat{y}. \quad (2.60)$$

Substituindo-se (2.60) em (2.54), resulta

$$\begin{aligned}
k_{ij} = & \left(\frac{m_1\pi}{a}\right) \left(\frac{m_2\pi}{a}\right) \int_{-a/2}^{a/2} \text{sen}\left(\frac{m_1\pi}{a}x\right) \text{sen}\left(\frac{m_2\pi}{a}x\right) \int_{-b/2}^{b/2} \text{sen}\left(\frac{n_1\pi}{b}y\right) \text{sen}\left(\frac{n_2\pi}{b}y\right) dydx \\
& + \left(\frac{n_1\pi}{b}\right) \left(\frac{n_2\pi}{b}\right) \int_{-a/2}^{a/2} \text{cos}\left(\frac{m_1\pi}{a}x\right) \text{cos}\left(\frac{m_2\pi}{a}x\right) \int_{-b/2}^{b/2} \text{cos}\left(\frac{n_1\pi}{b}y\right) \text{cos}\left(\frac{n_2\pi}{b}y\right) dydx.
\end{aligned} \tag{2.61}$$

As integrais indicadas em (2.61) têm solução analítica [42, p. 99-102].

### Elementos $m_{ij}$

Os elementos  $m_{ij}$  são calculados efetuando-se a integração indicada em (2.55). Para os modos TE, substituindo-se as funções de base (2.56) em (2.55), obtém-se

$$m_{ij} = \int_{-a/2}^{a/2} \text{sen}\left(\frac{m_1\pi}{a}x\right) \text{sen}\left(\frac{m_2\pi}{a}x\right) \int_{-b/2}^{b/2} \text{cos}\left(\frac{n_1\pi}{b}y\right) \text{cos}\left(\frac{n_2\pi}{b}y\right) dydx. \tag{2.62}$$

Para os modos TM, substituindo-se as funções de base (2.57) em (2.55), obtém-se

$$m_{ij} = \int_{-a/2}^{a/2} \text{cos}\left(\frac{m_1\pi}{a}x\right) \text{cos}\left(\frac{m_2\pi}{a}x\right) \int_{-b/2}^{b/2} \text{sen}\left(\frac{n_1\pi}{b}y\right) \text{sen}\left(\frac{n_2\pi}{b}y\right) dydx. \tag{2.63}$$

As integrais indicadas em (2.62) e (2.63) têm solução analítica [42, p. 99-102]. Uma vez determinados os elementos  $k_{ij}$  e  $m_{ij}$ , os números de onda de corte  $k_{c_{mn}}$  podem ser calculados resolvendo-se, computacionalmente, o sistema de autovalores generalizado indicado em (2.53). A sub-rotina utilizada na solução do sistema foi EIG própria do MatLab (R2016a).

### Caso de estudo: Guia de onda quadrado e retangular

Neste trabalho serão analisadas guias de onda retangulares de diferentes tamanhos. Portanto, é importante verificar e validar o método de Rayleigh-Ritz na solução da equação diferencial homogênea para os modos TE<sub>z</sub> e TM<sub>z</sub>. Foram estudadas duas configurações de tamanho, guia quadrado dada a relação  $a/b = 1$  e guia retangular com  $a/b = 2$ . Nos exemplos aqui considerados, o número de harmônicos das funções trigonométricas utilizadas como funções de base,  $M_{\max}$  e  $N_{\max}$ , foi 16. Nas tabelas 3.1 e 3.2 são apresentados os números de onda de corte dos primeiros modos TE e TM, respectivamente. Estes valores estão normalizados segundo o valor do modo TE<sub>10</sub>. A

totalidade dos resultados apresentaram concordância com relação aos valores da solução exata.

Tabela 2.3: Valores dos números de onda de corte para um guia de onda quadrado, relação de dimensão de  $a/b = 1$ .

Modos	$k_{c_{mn}}/k_{c_{10}}^{TE}$	Erro Absoluto
TE <sub>10</sub>	1	$5,684 \times 10^{-14}$
TE <sub>01</sub>	1	$5,684 \times 10^{-14}$
TE <sub>11</sub> ; TM <sub>11</sub>	1,414213	0; $1,137 \times 10^{-13}$
TE <sub>20</sub>	2	$1,137 \times 10^{-13}$
TE <sub>02</sub>	2	$1,137 \times 10^{-13}$
TE <sub>21</sub> ; TM <sub>21</sub>	2,236067	0; $1,137 \times 10^{-13}$
TE <sub>12</sub> ; TM <sub>12</sub>	2,236067	0; $1,137 \times 10^{-13}$
TE <sub>22</sub> ; TM <sub>22</sub>	2,828427	0; $2,274 \times 10^{-13}$
TE <sub>30</sub>	3	0

Tabela 2.4: Valores dos números de onda de corte para um guia de onda retangular, relação de dimensão de  $a/b = 2$ .

Modos	$k_{c_{mn}}/k_{c_{10}}^{TE}$	Erro Absoluto
TE <sub>10</sub>	1	$5,684 \times 10^{-14}$
TE <sub>01</sub>	2	$5,684 \times 10^{-14}$
TE <sub>11</sub> ; TM <sub>11</sub>	2,236067	0; $5,684 \times 10^{-14}$
TE <sub>20</sub>	2	$5,684 \times 10^{-14}$
TE <sub>02</sub>	4	0
TE <sub>21</sub> ; TM <sub>21</sub>	2,828427	0; $1,137 \times 10^{-13}$
TE <sub>12</sub> ; TM <sub>12</sub>	4,123106	0; 0
TE <sub>22</sub> ; TM <sub>22</sub>	4,472135	0; $1,137 \times 10^{-13}$
TE <sub>30</sub>	3	$5,684 \times 10^{-14}$

## Capítulo 3

# Método do Casamento de Modos

Neste capítulo, será apresentado o formalismo matemático do método do casamento de modos (MMT) aplicado em descontinuidades entre guias de onda coaxiais e retangulares, ambos homogêneos e analisados separadamente. As descontinuidades surgem pela mudança no tamanho dos guias ou pela inclusão de elementos sintonizadores, que influenciam no casamento de impedâncias. Os infinitos modos superiores que inicialmente são projetados para serem modos não propagantes, tornam-se de magnitude considerável na vizinhança de fontes ou descontinuidades. O método MMT lida com essas interferências multimodais caracterizando os campos eletromagnéticos como um somatório modal. Desta maneira, o cálculo do campo dentro do guia leva em consideração todas as contribuições dos possíveis modos excitados, desde o fundamental até os superiores estimulados pelas descontinuidades. O método MMT está amplamente publicado na literatura e a metodologia utilizada neste trabalho segue a reportada nas referências [13, 14]. Tal método pode ser aplicado tanto em estruturas guiadas com apenas uma descontinuidade, quanto em estruturas com múltiplas descontinuidades. A mecânica do MMT funciona da seguinte maneira: a matriz de espalhamento generalizada (*Generalized Scattering Matrix*, GSM) é calculada para cada descontinuidade e, através da associação em cascata de diversas matrizes, obtém-se a matriz global de estruturas que apresentam várias descontinuidades interligadas. Além disso, a formulação trata descontinuidades entre guias de onda, sempre e quando, a área da junção entre dois guias contenha a totalidade da seção transversal do menor guia. Essa consideração implica que os diferentes guias de onda interconectados tenham o mesmo eixo central. Desta maneira junções do tipo *offset* não serão estudadas no presente trabalho.

A metodologia aqui apresentada será a base para desenvolver um algoritmo computacional capaz de analisar estruturas coaxiais e retangulares com vários tipos de des-

continuidades. Este algoritmo, além da implementação das equações integrais próprias do somatório modal, considera o formalismo básico da propagação eletromagnética reportado em [43]. No final deste capítulo serão apresentados casos de estudos com o objetivo de validar os resultados do algoritmo, a partir da comparação com resultados previamente reportados nos trabalhos [14, 27, 44].

### 3.1 Descontinuidade Transversal Unitária

Considera-se uma descontinuidade na seção transversal entre dois guias de onda homogêneos arbitrários, tal como é mostrado na Fig. 3.1. O método MMT caracteriza o comportamento eletromagnético modal da estrutura guiada calculando a matriz de espalhamento associada a cada descontinuidade. A região  $I$  corresponde ao guia de onda localizado à esquerda da descontinuidade e a região  $II$  corresponde ao guia de onda à direita da descontinuidade. Observa-se que a seção transversal da região  $I$  está completamente contida na seção transversal da região  $II$ , podendo ser escrito como  $S_I \subset S_{II}$ . Desta maneira, os campos na região  $I$  em  $z = 0$  podem ser representados pelo somatório modal

$$\begin{aligned}\vec{E}_I &= \sum_m^{\infty} (A_{mI} + B_{mI}) \vec{e}_{mI}, \\ \vec{H}_I &= \sum_m^{\infty} (A_{mI} - B_{mI}) \vec{h}_{mI},\end{aligned}\tag{3.1}$$

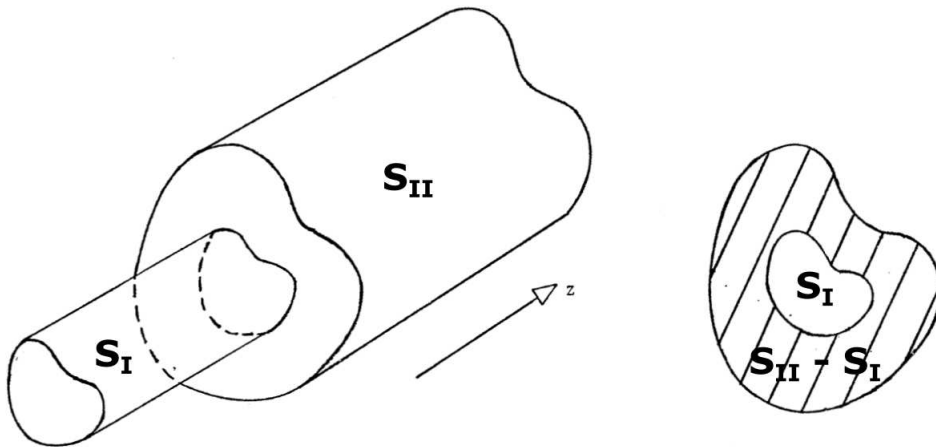


Figura 3.1: Seção longitudinal e transversal da descontinuidade entre dois guias de onda arbitrários. Imagem obtida em [44, p. 25]

onde  $\vec{e}_{mI}$  e  $\vec{h}_{mI}$  são os campos modais determinados no capítulo 2.  $A_{mI}$  e  $B_{mI}$  são os coeficientes modais de transmissão e reflexão, respectivamente.

De maneira análoga, os campos na região  $II$  em  $z = 0$  são expressos por

$$\begin{aligned}\vec{E}_{II} &= \sum_n^{\infty} (A_{nII} + B_{nII}) \vec{e}_{nII}, \\ \vec{H}_{II} &= \sum_n^{\infty} (A_{nII} - B_{nII}) \vec{h}_{nII},\end{aligned}\tag{3.2}$$

onde  $A_{nII}$  e  $B_{nII}$  são os coeficientes modais de transmissão e reflexão na região  $II$ .

Como referido no capítulo 2, os guias suportam um conjunto infinito de modos. Porém, deve-se considerar um número máximo de modos que garanta a precisão no cálculo dos campos nas regiões. Neste caso, utilizou-se  $M$  modos na região  $I$  e  $N$  modos na região  $II$ .

Sabendo *a priori* que  $S_I \subset S_{II}$  e analisando as condições de contorno em  $z = 0$ , tem-se:

- Os campos são contínuos para pontos interiores a  $S_I$ :

$$\begin{aligned}\vec{E}_I &= \vec{E}_{II}, \\ \vec{H}_I &= \vec{H}_{II}.\end{aligned}\tag{3.3}$$

- O campo é nulo para pontos interiores a  $S_{II} - S_I$ :

$$\vec{E}_I = 0.\tag{3.4}$$

Para pontos interiores a  $S_I$ , a combinação das equações (3.1), (3.2) e (3.3) resulta em

$$\sum_{m=0}^{M-1} (A_{mI} + B_{mI}) \vec{e}_{mI} = \sum_{n=0}^{N-1} (A_{nII} + B_{nII}) \vec{e}_{nII},\tag{3.5}$$

$$\sum_{m=0}^{M-1} (A_{mI} - B_{mI}) \vec{h}_{mI} = \sum_{n=0}^{N-1} (A_{nII} - B_{nII}) \vec{h}_{nII}.\tag{3.6}$$

Para pontos interiores a  $S_{II} - S_I$ , a combinação das equações (3.1), (3.2) e (3.4) resulta em

$$\vec{e}_{mI} = \sum_{n=0}^{N-1} (A_{nII} + B_{nII}) \vec{e}_{nII} = 0. \quad (3.7)$$

Multiplicando vetorialmente ambos membros de (3.5) por  $\vec{h}_{\tilde{n}II}$ ,  $\tilde{n} = 0, 1, 2, \dots, N-1$ , e integrando sobre a superfície  $S_{II}$ , tem-se

$$\sum_{m=0}^{M-1} \left[ (A_{mI} + B_{mI}) \int_{S_{II}} (\vec{e}_{mI} \times \vec{h}_{\tilde{n}II}) \cdot dS \right] = \sum_{n=0}^{N-1} \left[ (A_{nII} + B_{nII}) \int_{S_{II}} (\vec{e}_{nII} \times \vec{h}_{\tilde{n}II}) \cdot dS \right]. \quad (3.8)$$

Neste ponto consideram-se duas conjecturas:

1. Sabendo que  $\vec{e}_{mI} = 0$  na região  $S_{II} - S_I$ , a integral do lado esquerdo de (3.8) é não nula apenas sobre  $S_I$ .
2. Impondo a propriedade da ortogonalidade entre os modos na integral do lado direito de (3.8), tem-se

$$\int_{S_{II}} (\vec{e}_{nII} \times \vec{h}_{\tilde{n}II}) \cdot dS = 0, \quad \text{para } n \neq \tilde{n}. \quad (3.9)$$

Portanto, (3.8) pode ser reescrita na forma matricial como

$$[P] \{[A_I] + [B_I]\} = [Q] \{[A_{II}] + [B_{II}]\}, \quad (3.10)$$

onde:

- $[A_I]$  e  $[B_I]$  são matrizes  $M \times 1$  contendo os coeficientes  $A_{mI}$  e  $B_{mI}$ .
- $[A_{II}]$  e  $[B_{II}]$  são matrizes  $N \times 1$  contendo os coeficientes  $A_{nI}$  e  $B_{nI}$ .
- $[P]$  é uma matriz  $N \times M$  com os elementos  $P_{nm}$ .
- $[Q]$  é uma matriz diagonal  $N \times N$  com os elementos  $Q_{nn}$ .

Os elementos das matrizes  $[P]$  e  $[Q]$  estão dados por

$$P_{nm} = \int_{S_I} (\vec{e}_{mI} \times \vec{h}_{nII}) \cdot dS, \quad (3.11)$$

$$Q_{nn} = \int_{S_{II}} (\vec{e}_{nII} \times \vec{h}_{nII}) \cdot dS. \quad (3.12)$$

De forma análoga, multiplicando vetorialmente ambos membros de (3.6) por  $\vec{e}_{\tilde{m}I}$ ,  $\tilde{m} = 0, 1, 2, \dots, M - 1$ , e integrando sobre a superfície  $S_I$ , tem-se

$$\sum_{m=0}^{M-1} \left[ (A_{mI} - B_{mI}) \int_{S_I} (\vec{h}_{mI} \times \vec{e}_{\tilde{m}I}) \cdot dS \right] = \sum_{n=0}^{N-1} \left[ (A_{nII} - B_{nII}) \int_{S_I} (\vec{h}_{nII} \times \vec{e}_{\tilde{m}I}) \cdot dS \right]. \quad (3.13)$$

Observa-se que a integral do lado direito equivale a  $-P_{\tilde{m}m}$ , e aplicando a propriedade da ortogonalidade na integral do lado esquerdo de (3.13) pode ser reescrita na forma matricial como:

$$[P^T] \{ [B_{II}] - [A_{II}] \} = [R] \{ [A_I] - [B_I] \}, \quad (3.14)$$

onde  $[R]$  é uma matriz diagonal  $M \times M$ , determinada pela propriedade de ortogonalidade e os elementos  $R_{mm}$  são dados por

$$R_{mm} = \int_{S_I} (\vec{e}_{mI} \times \vec{h}_{mI}) \cdot dS. \quad (3.15)$$

As equações  $P_{nm}$ ,  $Q_{nn}$  e  $R_{mm}$  são a forma integral do teorema da reciprocidade de Lorentz para regiões sem fontes [37, p. 116-120]. Essas integrais em geral **não representam potência** uma vez que o conjugado não aparece no campo magnético. Elas são chamadas de *reação*. As integrais  $R_{mm}$  e  $Q_{nn}$  são a auto-reação das regiões I e II, respectivamente, enquanto a reação entre as regiões I e II é representada pela integral  $P_{nm}$ . O conceito reação é bastante útil por causa da sua propriedade de conservação da energia [37, p. 118].

As equações (3.10) e (3.14) podem ser reorganizadas de forma a se estabelecer uma relação entre os modos que se propagam em direções opostas, desta maneira será determinada a matrizes  $[B]$  em termos da matrizes  $[A]$ . Nesta seção, pretende-se mostrar essas expressões, maiores detalhes matemáticos estão reportados em [14]. Assim, depois de manipulações matemáticas, obtém-se

$$[B_I] = \left[ [R] + [P^T][Q]^{-1}[P] \right]^{-1} \left[ [R] - [P^T][Q]^{-1}[P] \right] [A_I] + 2 \left[ [R] + [P^T][Q]^{-1}[P] \right]^{-1} [P^T][A_{II}], \quad (3.16)$$

$$[B_{II}] = 2 \left[ [Q] + [P][R]^{-1}[P^T] \right]^{-1} [P][A_I] - \left[ [Q] + [P][R]^{-1}[P^T] \right]^{-1} \left[ [Q] - [P][R]^{-1}[P^T] \right] [A_{II}]. \quad (3.17)$$



O sistema de equações matriciais dado em (3.16) e (3.17) estabelece uma relação entre as amplitudes dos campos modais  $[B]$  com as amplitudes dos campos modais  $[A]$ . Nota-se que as expressões são extensas. No entanto, existe uma notação equivalente mais sucinta dada por

$$[B] = [S][A], \quad (3.18)$$

onde,

$$[B] = \begin{bmatrix} [B_I] \\ [B_{II}] \end{bmatrix}, \quad (3.19)$$

$$[A] = \begin{bmatrix} [A_I] \\ [A_{II}] \end{bmatrix}, \quad (3.20)$$

$$[S] = \begin{bmatrix} [S_{11}] & [S_{12}] \\ [S_{21}] & [S_{22}] \end{bmatrix}. \quad (3.21)$$

Dessa maneira, defina-se  $[S]$  como a matriz de espalhamento associada com uma descontinuidade entre dois guias de onda arbitrários. Por relação com as equações (3.16) e (3.17), determina-se as sub-matrizes de  $[S]$  como

$$[S_{11}] = [[R] + [P^T][Q]^{-1}[P]]^{-1} [[R] - [P^T][Q]^{-1}[P]], \quad (3.22)$$

$$[S_{12}] = 2 [[R] + [P^T][Q]^{-1}[P]]^{-1} [P^T], \quad (3.23)$$

$$[S_{21}] = 2 [[Q] + [P][R]^{-1}[P^T]]^{-1} [P], \quad (3.24)$$

$$[S_{22}] = - [[Q] + [P][R]^{-1}[P^T]]^{-1} [[Q] - [P][R]^{-1}[P^T]]. \quad (3.25)$$

A matriz  $[S_{11}]$  associa as amplitudes dos campos modais refletidos vistos pela região I, devido aos campos modais incidentes nessa região, e vice-versa para a matriz  $[S_{22}]$ . A matriz  $[S_{12}]$  associa as amplitudes dos campos refletidos visto pela região I devido aos campos modais incidentes da região II, e vice-versa para a matriz  $[S_{21}]$ .

Considerando que é conhecido o vetor  $[A]$  e calculando os elementos das matrizes  $[P]$ ,  $[Q]$  e  $[R]$ , mediante a solução da integral das expressões dos campos modais, pode-se determinar o vetor  $[B]$  a partir de (3.18). É importante salientar que a formulação do MMT até aqui apresentada é válida quando a descontinuidade satisfaz a condição  $S_I \subset S_{II}$ , como observado na Fig. 3.1. Entretanto, podem ocorrer casos onde  $S_I \not\subset S_{II}$ , condição que define a descontinuidade do tipo decrescente, ou seja, o campo se propaga da seção de guia de onda maior para o menor, como ilustrado na

Fig. 3.2. Quando isto ocorre, a formulação precisa de um ajuste para atender este problema. Desta maneira, pode-se usar o artifício de inverter a estrutura e calcular a matriz de espalhamento referente à descontinuidade crescente. Posteriormente, devido ao teorema da reciprocidade, a matriz de espalhamento referente à descontinuidade decrescente será expressa por

$$[S] = \begin{bmatrix} [S_{22}] & [S_{21}] \\ [S_{12}] & [S_{11}] \end{bmatrix}. \quad (3.26)$$

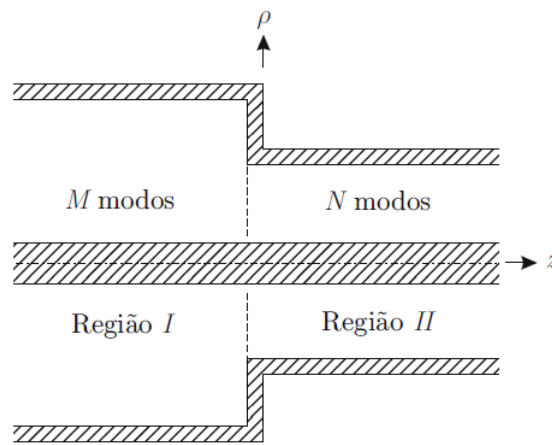


Figura 3.2: Descontinuidade decrescente entre dois guias de onda coaxiais.

Existe outro caso, quando a descontinuidade atinge mudanças nos condutores interno e externo simultaneamente, como ilustrado na Fig. 3.3a. Este tipo de junção pode ser chamada de descontinuidade mista, e sua principal característica é que nenhum dos guias está completamente contido um no outro. Portanto, a formulação do MMT não é válida para este problema. Contudo, a descontinuidade mista pode ser tratada como duas descontinuidades cascadeadas, desse modo será incluída uma região adicional, região III na Fig 3.3b, constituída por um pequeno guia liso, o qual tem como objetivo interligar as seções transversais dos guias. Por exemplo, na Fig. 3.3b apresenta-se uma primeira descontinuidade decrescente,  $S_{III} \subset S_I$ , e uma segunda descontinuidade crescente,  $S_{III} \subset S_{II}$ . Desta maneira, tem-se o problema equivalente onde a formulação do MMT é aplicável. Tal abordagem foi verificada em [26, apen. B] e constatou-se que entre menor seja o comprimento do guia liso maior será o número de modos requeridos para atingir convergência no resultado. Embora, esse tipo de descontinuidade não faça parte do protótipo experimental, na seção 3.3 foi apresentado um caso de estudo que analisa uma descontinuidade mista em guias coaxiais homogêneos. Essa abordagem foi estudada para totalizar a análises sobre estruturas

em cascata visando possíveis aplicações no protótipo físico.

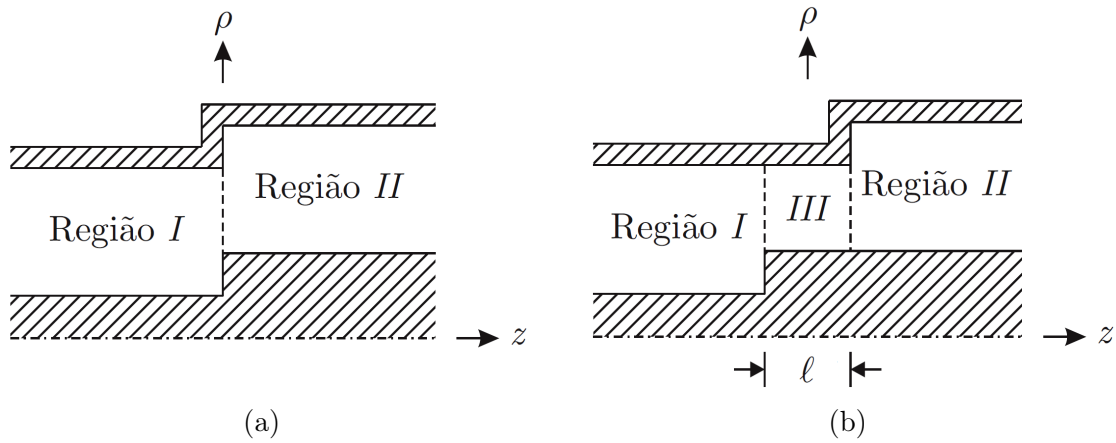


Figura 3.3: Descontinuidade mista e problema equivalente. Imagem obtida em [27, p. 67]

Na seguinte seção é apresentado o formalismo matemático utilizado no cálculo da matriz de espalhamento associada a estruturas com descontinuidades em cascata.

## 3.2 Descontinuidades em Cascata

Estruturas mais complexas apresentam múltiplas descontinuidades interligadas consecutivamente formando assim um sistema em cascata. Comumente, esse tipo de estruturas é utilizada nos sistemas de alimentação de antenas via corneta coaxial corrugada [26, 27]. Embora o presente trabalho não tenha interesse na análises de cornetas, o estudo sobre estruturas em cascata será relevante na análise analítica do protótipo físico descrito no capítulo 4, visto que ele apresenta vários tipos de transições entre diferentes guias de onda. Portanto, a seguir mostra-se as expressões correspondentes à análises de descontinuidades em cascata.

### 3.2.1 Matriz de Espalhamento [ $S^g$ ]: Guia de Onda Liso

Entre duas descontinuidades pode existir um guia de onda liso de comprimento  $L$  que gera defasagem ou atenuação em cada modo. Desta maneira, tem-se um primeiro cascadeamento feito entre a matriz de espalhamento da primeira descontinuidade e a matriz do guia de onda liso, posteriormente, um segundo cascadeamento é feito entre o resultado da primeira associação e a matriz da próxima descontinuidade. Esse procedimento é feito tantas vezes quantas forem necessárias, de acordo com o número de

descontinuidades da estrutura. Então, a matriz de espalhamento do guia de onda liso é dada por [27, p. 67]:

$$[S^g] = \begin{bmatrix} 0 & [S_{12}^g] \\ [S_{12}^g] & 0 \end{bmatrix}, \quad (3.27)$$

onde  $[S_{12}^g]$  é uma matriz diagonal  $N \times N$  com elementos dados por

$$S_{12(nn)}^g = e^{-j\gamma_n L}, \quad (3.28)$$

onde  $\gamma_n$  é a constante de propagação  $k_{z,n}$  do respetivo modo, já seja TEM ou TMz. Considerando *a priori* que os guias são projetados de forma que apenas o modo fundamental TEM se propague e os modos superiores TMz sejam evanescentes, a exponencial da equação (3.28) representará uma defasagem no caso do modo ser propagante e uma atenuação no caso dos modos serem evanescentes. Dessa forma, se o guia liso é significativamente comprido, os modos evanescentes serão atenuados rapidamente. Isso implica que esses modos superiores não atingirão a próxima descontinuidade e a convergência no cálculo será atendida mesmo para um valor de  $N$  pequeno; fato que favorece o tempo de simulação.

### 3.2.2 Matriz de Espalhamento $[S^c]$ : Cascata de duas Descontinuidades

A análise de estruturas com várias junções requer um cascadeamento progressivo de todas as matrizes  $[S]$  calculadas para cada descontinuidade. Desse modo, uma matriz de espalhamento global caracteriza o sistema como um todo. Assumindo  $[S^a]$  e  $[S^b]$  como as matrizes de duas descontinuidades quaisquer, pode-se obter a matriz de cascadeamento  $[S^c]$  [27, p. 68]

$$[S^c] = \begin{bmatrix} [S_{11}^c] & [S_{12}^c] \\ [S_{21}^c] & [S_{22}^c] \end{bmatrix}, \quad (3.29)$$

onde as sub-matrizes são dadas por

$$[S_{11}^c] = [S_{12}^a] \left[ [I] - [S_{11}^b][S_{22}^a] \right]^{-1} [S_{11}^b][S_{21}^a] + [S_{11}^a], \quad (3.30)$$

$$[S_{12}^c] = [S_{12}^a] \left[ [I] - [S_{11}^b][S_{22}^a] \right]^{-1} [S_{12}^b], \quad (3.31)$$

$$[S_{21}^c] = [S_{21}^b] \left[ [I] - [S_{22}^a][S_{11}^b] \right]^{-1} [S_{21}^a], \quad (3.32)$$

$$[S_{22}^c] = [S_{21}^b] \left[ [I] - [S_{22}^a][S_{11}^b] \right]^{-1} [S_{22}^a][S_{12}^b] + [S_{22}^b], \quad (3.33)$$

onde a matriz  $[I]$  é a identidade e as matrizes  $[S^a]$  e  $[S^b]$  são calculadas segundo a análises de cada descontinuidade.

Um caso particular ocorre quando o cascadeamento é feito entre uma matriz de uma descontinuidade qualquer  $[S^a]$  com a matriz do guia de onda liso  $[S^g]$ . Desta maneira as anteriores equações podem ser reescritas como

$$[S_{11}^{cg}] = [S_{11}^a], \quad (3.34)$$

$$[S_{12}^{cg}] = [S_{12}^a][S_{12}^g], \quad (3.35)$$

$$[S_{21}^{cg}] = [S_{12}^g][S_{21}^a], \quad (3.36)$$

$$[S_{22}^{cg}] = [S_{12}^g][S_{22}^a][S_{12}^g]. \quad (3.37)$$

### 3.2.3 Normalização das Matrizes de Espalhamento

A formulação apresentada neste capítulo é válida para campos normalizados para a potência unitária. Em outras palavras, os produtos envolvendo os campos  $\vec{e}_m$  e  $\vec{h}_m$  são unitários. Isso implica que a integral dos campos modais seja representada como:

$$\int_S (\vec{e}_m \times \vec{h}_n) \cdot dS = \delta_{mn},$$

onde  $\delta_{mn}$  é o delta de Kronecker, tal que:  $\delta_{mn} = 0$  para  $m \neq n$ , e  $\delta_{mn} = 1$  para  $m = n$ .

Dessa forma, a normalização pode ser aplicada aos campos modais, ou diretamente na matriz de espalhamento  $[S]$ . Portanto, a matriz de espalhamento da descontinuidade entre duas regiões deve ser normalizada da seguinte forma [27, p. 98]:

$$[S_{11}^{nor}]_{m\tilde{m}} = [S_{11}]_{m\tilde{m}} \sqrt{\frac{R_{mm}}{R_{\tilde{m}\tilde{m}}}}, \quad (3.38)$$

$$[S_{12}^{nor}]_{mn} = [S_{12}]_{mn} \sqrt{\frac{R_{mm}}{Q_{nn}}}, \quad (3.39)$$

$$[S_{21}^{nor}]_{nm} = [S_{21}]_{nm} \sqrt{\frac{Q_{nn}}{R_{mm}}}, \quad (3.40)$$

$$[S_{22}^{nor}]_{n\tilde{n}} = [S_{22}]_{n\tilde{n}} \sqrt{\frac{Q_{nn}}{Q_{\tilde{n}\tilde{n}}}}. \quad (3.41)$$

Em consequência, argumenta-se que o método MMT conserva a reação entre as regiões  $I$  e  $II$  da descontinuidade de dois guias de onda. O conceito de reação neste caso pode ser explicado como um equilíbrio de forças na fronteira ou descontinuidade,

ou desde outro ponto de vista, como um acoplamento entre as fontes das duas regiões. Este conceito físico é análogo à teoria da conservação de energia, massa, carga, etc [45].

Nas seguintes duas seções são apresentados os casos de estudo em guias coaxiais e retangulares. As expressões dos elementos que compõem as matrizes  $[P]$ ,  $[Q]$  e  $[R]$  são determinadas em separado para cada tipo de guia. Obtendo essas expressões analíticas podemos calcular a matriz de espalhamento  $[S]$  da descontinuidade, a qual permite caracterizar o comportamento dos campos dentro da estrutura guiada.

### 3.3 Validação: Casos de estudo em Guias Coaxiais

A presente seção tem como objetivo validar a formulação do MMT implementada em um algoritmo computacional no *software* MATLAB. Para esse fim, foram analisados alguns casos de estudo sobre descontinuidades em guias de onda coaxiais homogêneos com ar como meio dielétrico caracterizado por  $\epsilon_r = 1$  e  $\mu_r = 1$ . Os resultados de simulação do MMT foram verificados com as curvas reportadas nos trabalhos [14, 27], onde também se implementaram algoritmos MMT similares ao desenvolvido neste trabalho. Adicionalmente, apresenta-se uma comparação com resultados obtidos pelo *software* COMSOL. Geralmente, na formulação do MMT o primeiro e o último guia de onda que compõem a estrutura são considerados infinitos, no entanto nas simulações de COMSOL esse valor foi limitado a 20 mm, comprimento considerado suficiente para garantir a convergência numérica dos resultados e manter uma boa correlação com o modelo analítico. Além disso, colocou-se no final da geometria uma fronteira ou condição de contorno absorvente para simular o guia infinito. Antes de explicar com detalhes os casos de estudo é importante determinar as expressões analíticas das matrizes  $[P]$ ,  $[R]$  e  $[Q]$ .

#### Elementos da matriz $[P]$

Os elementos da matriz  $[P]$  estão dados pela integral dada em (3.11)

$$P_{nm} = \int_{S_I} \left( \vec{e}_{mI} \times \vec{h}_{nII} \right) \cdot dS,$$

onde

$$dS = \rho d\rho d\phi \hat{z},$$

por conseguinte o produto vetorial,  $\left( \vec{e}_{mI} \times \vec{h}_{nII} \right)$ , escalar o  $dS$  fica

$$\left( \vec{e}_{mI} \times \vec{h}_{nII} \right) \cdot dS = (e_{\rho mI} h_{\phi nII} - e_{\phi mI} h_{\rho nII}) \rho d\rho d\phi,$$

e aplicando os limites da integral, tem-se

$$P_{nm} = \int_0^{2\pi} \int_{a_1}^{b_1} (e_{\rho_{mI}} h_{\phi_{nII}} - e_{\phi_{mI}} h_{\rho_{nII}}) \rho d\rho d\phi. \quad (3.42)$$

O guia da região  $I$  será apenas excitado pelo modo fundamental TEM, porém a descontinuidade estimula os modos superiores  $TM_{0p}$  e  $TE_{0p}$ . Portanto, é necessário considerar todos os cruzamentos entre esses modos. Os modos  $TE_{0p}$  nas regiões  $I$  e  $II$  não têm componentes  $e_\rho$  e  $e_\phi$ , como mostrado em (2.30). Logo, o produto na integral (3.42) é nulo para todos os cruzamentos entre os modos  $TE_{0p}$ , TEM e  $TM_{0p}$ , o qual implica que os modos  $TE_{0p}$  não se acoplam com os outros modos e por isso não tem influência no cálculo da matriz [S]. Finalmente, obtém-se os seguintes cruzamentos:

$$P_{nm}^{TEM \Rightarrow TEM} = \int_0^{2\pi} \int_{a_1}^{b_1} (e_{\rho_{mI}}^{TEM} h_{\phi_{nII}}^{TEM}) \rho d\rho d\phi, \quad (3.43)$$

$$P_{nm}^{TEM \Rightarrow TM} = \int_0^{2\pi} \int_{a_1}^{b_1} (e_{\rho_{mI}}^{TEM} h_{\phi_{nII}}^{TM}) \rho d\rho d\phi, \quad (3.44)$$

$$P_{nm}^{TM \Rightarrow TEM} = \int_0^{2\pi} \int_{a_1}^{b_1} (e_{\rho_{mI}}^{TM} h_{\phi_{nII}}^{TEM}) \rho d\rho d\phi, \quad (3.45)$$

$$P_{nm}^{TM \Rightarrow TM} = \int_0^{2\pi} \int_{a_1}^{b_1} (e_{\rho_{mI}}^{TM} h_{\phi_{nII}}^{TM}) \rho d\rho d\phi, \quad (3.46)$$

$$P_{nm}^{TEM \Rightarrow TE} = P_{nm}^{TE \Rightarrow TEM} = P_{nm}^{TE \Rightarrow TM} = P_{nm}^{TM \Rightarrow TE} = 0. \quad (3.47)$$

Dessa forma, [P] será uma matriz  $N \times M$  dada pela solução das integrais dos cruzamento dos modos TEM e  $TM_{0p}$ . Para facilitar a leitura do texto, a seguir será apresentada a expressão final para cada integral analisada em  $z = 0$ , detalhes sobre suas deduções encontram-se na referência [14, p. 49].

$$P_{00}^{TEM \Rightarrow TEM} = \frac{2\pi}{\eta_2} \ln \left( \frac{b_1}{a_1} \right), \quad (3.48)$$

$$P_{n0}^{TEM \Rightarrow TM} = -\frac{2\pi}{\mu_2} [Z_0(k_{\rho,n} b_1) - Z_0(k_{\rho,n} a_1)], \quad (3.49)$$

$$P_{0m}^{TM \Rightarrow TEM} = 0, \quad (3.50)$$

$$P_{nm}^{TM \Rightarrow TM} = \frac{2\pi k_{\rho,m}^{TM} k_{\rho,n}^{TM} k_{z,m}^{TM}}{w\mu_1\mu_2\epsilon_1 [(k_{\rho,n}^{TM})^2 - (k_{\rho,m}^{TM})^2]} \begin{bmatrix} a_1 k_{\rho,n}^{TM} Z_1(k_{\rho,m}^{TM} a_1) Z_0(k_{\rho,n}^{TM} a_1) \\ -b_1 k_{\rho,n}^{TM} Z_1(k_{\rho,m}^{TM} b_1) Z_0(k_{\rho,n}^{TM} b_1) \end{bmatrix}, \quad (3.51)$$

onde utiliza-se a seguinte notação abreviada:

$$Z_0(k_{\rho,n}^{TM} a_1) = A_{0,n} J_0(k_{\rho,n}^{TM} a_1) + B_{0,n} N_0(k_{\rho,n}^{TM} a_1), \quad (3.52)$$

$$Z_1(k_{\rho,m}^{TM} a_1) = -Z'_0(k_{\rho,m}^{TM} a_1) = -[A_{0,m} J'_0(k_{\rho,m}^{TM} a_1) + B_{0,m} N'_0(k_{\rho,m}^{TM} a_1)], \quad (3.53)$$

$$Z_0(k_{\rho,n}^{TM} b_1) = A_{0,n} J_0(k_{\rho,n}^{TM} b_1) + B_{0,n} N_0(k_{\rho,n}^{TM} b_1), \quad (3.54)$$

$$Z_1(k_{\rho,m}^{TM} b_1) = -Z'_0(k_{\rho,m}^{TM} b_1) = -[A_{0,m} J'_0(k_{\rho,m}^{TM} b_1) + B_{0,m} N'_0(k_{\rho,m}^{TM} b_1)]. \quad (3.55)$$

## Elementos da matriz [R]

Os elementos da matriz diagonal [R] estão dados pela integral (3.15)

$$R_{mm} = \int_{S_I} (\vec{e}_{mI} \times \vec{h}_{mI}) \cdot dS.$$

De maneira semelhante à utilizada na determinação dos elementos da matriz [P], a matriz [R] é dada por

$$R_{mm} = \int_0^{2\pi} \int_{a_1}^{b_1} (e_{\rho mI} h_{\phi mI} - e_{\phi mI} h_{\rho mI}) \rho d\rho d\phi. \quad (3.56)$$

O guia da região  $I$  será apenas excitado pelo modo TEM, porém a descontinuidade estimula o surgimento dos modos superiores  $TM_{0p}$  e  $TE_{0p}$ . Sabe-se que os modos  $TE_{0p}$  não se acoplam com os modos TEM e  $TM_{0p}$ , por isso não tem influência no cálculo da matriz [S]. Desta maneira, têm-se os seguintes cruzamentos:

$$R_{00}^{TEM} = \int_0^{2\pi} \int_{a_1}^{b_1} (e_{\rho mI}^{TEM} h_{\phi mI}^{TEM}) \rho d\rho d\phi, \quad (3.57)$$

$$R_{mm}^{TM} = \int_0^{2\pi} \int_{a_1}^{b_1} (e_{\rho mI}^{TM} h_{\phi mI}^{TM}) \rho d\rho d\phi. \quad (3.58)$$

Dessa forma, [R] será uma matriz diagonal  $M \times M$  dada pela solução das integrais dos cruzamento dos modos TEM e  $TM_{0p}$  apenas na região  $I$ . Para facilitar a leitura do texto, a seguir será apresentada a expressão final para cada integral analisada em  $z = 0$ , detalhes sobre suas deduções encontram-se na referência [14, p. 53].

$$R_{00}^{TEM} = \frac{2\pi}{\eta_1} \ln \left( \frac{b_1}{a_1} \right), \quad (3.59)$$

$$R_{mm}^{TM} = \frac{2\pi (k_{\rho,m}^{TM})^2 k_{z,m}^{TM}}{w\mu_1\mu_1\epsilon_1} \left[ \frac{b_1^2}{2} (Z_1(k_{\rho,m}^{TM} b_1))^2 - \frac{a_1^2}{2} (Z_1(k_{\rho,m}^{TM} a_1))^2 \right], \quad (3.60)$$

onde utiliza-se a notação abreviada dada pelas equações (3.53) e (3.55).



## Elementos da matriz [Q]

Os elementos da matriz diagonal [Q] estão dados pela integral (3.12)

$$Q_{nn} = \int_{S_{II}} \left( \vec{e}_{nII} \times \vec{h}_{nII} \right) \cdot dS.$$

De maneira semelhante à utilizada na determinação dos elementos da matriz [R], mas tendo em conta que esta vez a integral é feita na região II, tem-se

$$Q_{nn} = \int_0^{2\pi} \int_{a_2}^{b_2} (e_{\rho nII} h_{\phi nII} - e_{\phi nII} h_{\rho nII}) \rho d\rho d\phi. \quad (3.61)$$

Como mencionado anteriormente, os modos TE<sub>0p</sub> não se acoplam com os modos TEM e TM<sub>0p</sub>, por isso não tem influência no cálculo da matriz [S]. Desta maneira, têm-se os seguintes cruzamentos:

$$Q_{00}^{TEM} = \int_0^{2\pi} \int_{a_2}^{b_2} (e_{\rho nII}^{TEM} h_{\phi nII}^{TEM}) \rho d\rho d\phi, \quad (3.62)$$

$$Q_{nn}^{TM} = \int_0^{2\pi} \int_{a_2}^{b_2} (e_{\rho nII}^{TM} h_{\phi nII}^{TM}) \rho d\rho d\phi. \quad (3.63)$$

Dessa forma, a matriz diagonal [Q],  $N \times N$ , é montada apenas com os cruzamentos dos modos TEM e TM<sub>0p</sub> apenas na região II. A solução das integrais em  $z = 0$  são mostradas a seguir [14, p. 55]

$$Q_{00}^{TEM} = \frac{2\pi}{\eta_2} \ln \left( \frac{b_2}{a_2} \right), \quad (3.64)$$

$$Q_{mm}^{TM} = \frac{2\pi (k_{\rho,n}^{TM})^2 k_{z,n}^{TM}}{w\mu_2\mu_2\epsilon_2} \left[ \frac{b_2^2}{2} (Z_1(k_{\rho,n}^{TM} b_2))^2 - \frac{a_2^2}{2} (Z_1(k_{\rho,n}^{TM} a_2))^2 \right], \quad (3.65)$$

onde utiliza-se a notação abreviada dada por

$$Z_1(k_{\rho,n}^{TM} a_2) = -Z_0'(k_{\rho,n}^{TM} a_2) = - [A_{0,n} J_0'(k_{\rho,n}^{TM} a_2) + B_{0,n} N_0'(k_{\rho,n}^{TM} a_2)], \quad (3.66)$$

$$Z_1(k_{\rho,n}^{TM} b_2) = -Z_0'(k_{\rho,n}^{TM} b_2) = - [A_{0,n} J_0'(k_{\rho,n}^{TM} b_2) + B_{0,n} N_0'(k_{\rho,n}^{TM} b_2)]. \quad (3.67)$$

Dessa forma, finaliza-se o cálculo das expressões para as matrizes [P], [R] e [Q] em guias coaxiais. A seguir, mostra-se o formato final das matrizes mencionadas

$$[P] = \begin{bmatrix} P_{00}^{TEM \Rightarrow TEM} & P_{01}^{TM \Rightarrow TEM} & \dots & P_{0m}^{TM \Rightarrow TEM} \\ P_{10}^{TEM \Rightarrow TM} & P_{11}^{TM \Rightarrow TM} & \dots & P_{1m}^{TM \Rightarrow TM} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{n0}^{TEM \Rightarrow TM} & P_{n1}^{TM \Rightarrow TM} & \dots & P_{nm}^{TM \Rightarrow TM} \end{bmatrix}, \quad (3.68)$$

$$[R] = \begin{bmatrix} R_{00}^{TEM} & & & \\ & R_{11}^{TM} & & \\ & & \ddots & \\ & & & R_{mm}^{TM} \end{bmatrix}, \quad (3.69)$$

$$[Q] = \begin{bmatrix} Q_{00}^{TEM} & & & \\ & Q_{11}^{TM} & & \\ & & \ddots & \\ & & & Q_{nn}^{TM} \end{bmatrix}. \quad (3.70)$$

### 3.3.1 Caso 1: Descontinuidade Crescente

Analisa-se uma junção entre dois guias de onda coaxiais homogêneos, como ilustrado na Fig. 3.4. A descontinuidade é do tipo crescente e a seção transversal da região  $I$  está totalmente contida na região  $II$ , ou seja,  $S_I \subset S_{II}$ . O primeiro guia coaxial está sendo excitado pelo modo TEM, o meio dielétrico é ar, e as dimensões dos raios interno e externo são:  $a_1 = 1,84$  mm e  $b_1 = 5,0$  mm, respectivamente. Este guia é acoplado ao guia  $II$ , caracterizado por  $a_2 = 1,50$  mm e  $b_2 = 5,0$  mm com ar como meio dielétrico também. O MMT aplicado nesta análise considerou 20 modos em cada seção de guia, ou seja  $M = N = 20$ , valor suficiente para garantir a convergência na predição dos campos na estrutura coaxial [46]. Na Fig. 3.5, mostra-se a comparação entre os resultados do algoritmo MMT deste trabalho, os reportados em [27, p. 101] e os simulados em COMSOL, para o valor do coeficiente de reflexão expresso em decibéis,  $|S_{11}|$  (dB), em função da frequência. Além disso, a Fig. 3.5 apresenta as curvas de dispersão do modo TEM e do primeiro modo  $TM_{01}$  para cada trecho de guia. Nota-se que a curva MMT apresenta concordância com a referência, porém o resultado de COMSOL exibe instabilidade na solução numérica para frequências superiores a 42 GHz, valor que corresponde à frequência de corte do modo superior  $TM_{01}$  do guia da região  $II$ . Essa divergência está associada a problemas na definição da condição de contorno que absorve o campo dos modos superiores na superfície transversal que trunca o comprimento do último guia. Além disso, para melhorar a precisão da técnica numérica é necessário discretizar em malha fina a geometria, fato que aumenta significativamente

os tempos de simulação e em alguns casos gera divergência na solução.

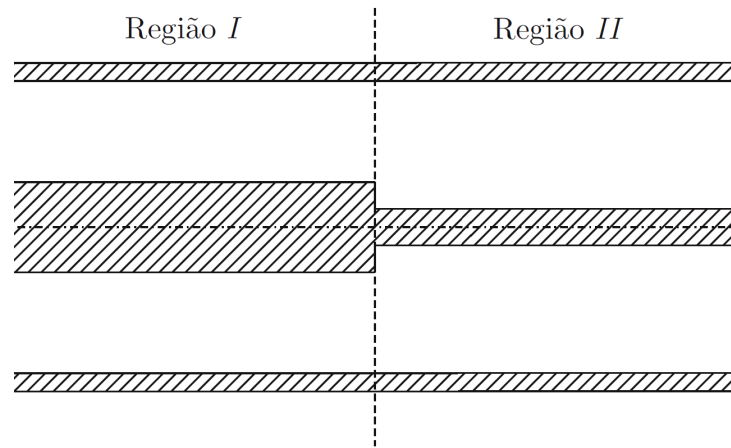


Figura 3.4: Descontinuidade crescente entre dois guias de onda coaxiais ( $S_I \subset S_{II}$ ).

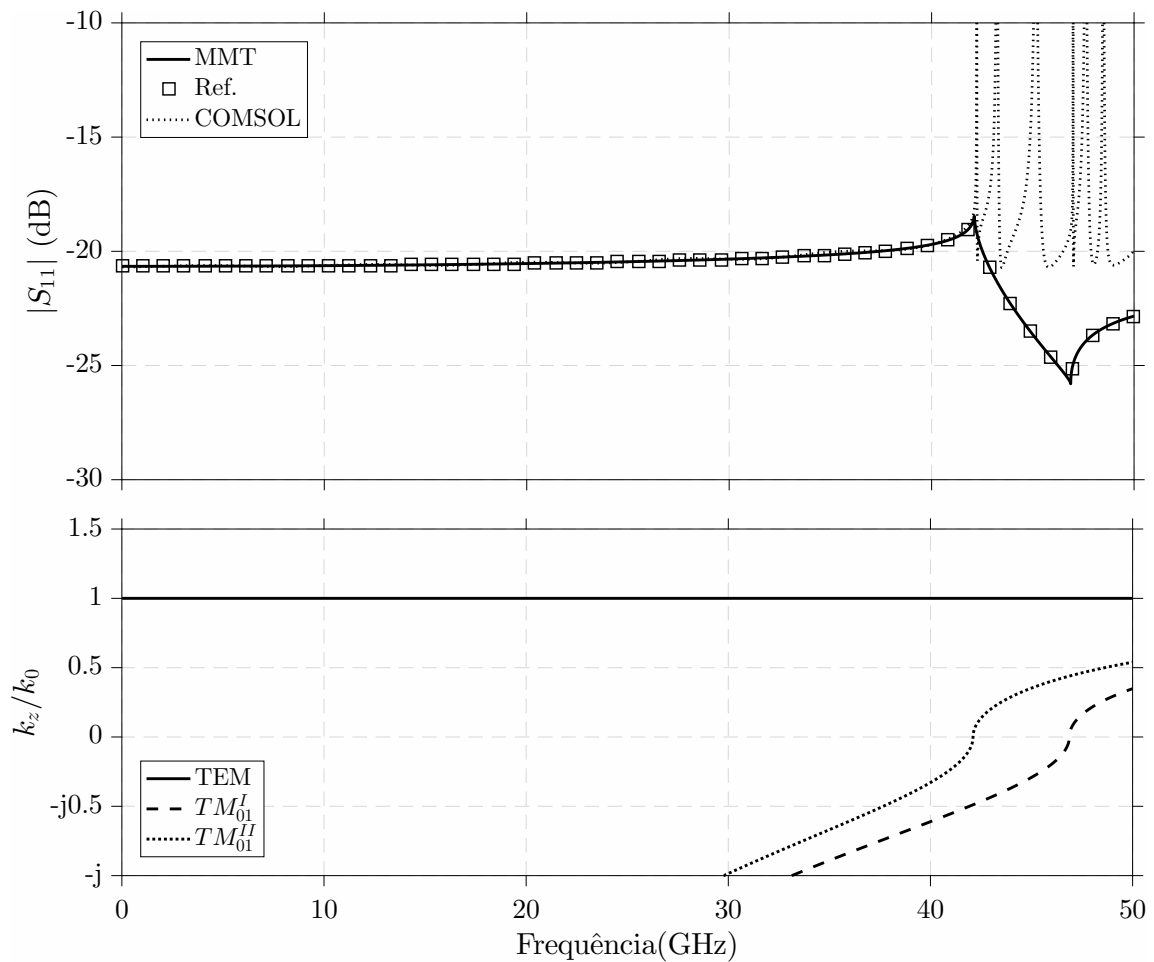


Figura 3.5: Comparação entre o parâmetro  $|S_{11}|$  (dB) simulado pelo algoritmo MMT, o reportado em [27, p. 101] e o simulado pela *software* COMSOL. Curvas de dispersão do primeiro modo  $TM_z$  para os guias da região  $I$  e  $II$ .

### 3.3.2 Caso 2: Guia de Onda Liso

Considera-se uma estrutura coaxial construída para acoplar dois guias de onda coaxiais de  $60 \Omega$  com dimensões distintas. A estrutura incorpora um guia de onda liso de comprimento  $L = 1,29$  mm que serve como ligação entre os dois guias. Por causa disso, serão analisadas duas descontinuidades, a primeira do tipo crescente e a segunda do tipo decrescente. A Fig. 3.6 ilustra a geometria da estrutura e as dimensões são apresentadas na Tabela 3.1. Da mesma forma que no primeiro caso de estudo, os guias são homogêneos preenchidos com ar, e o guia da região *I* é excitado pelo modo TEM. O MMT aplicado nesta análises considerou 21 modos em cada seção de guia, número suficiente para garantir a convergência dos resultados segundo a referência [46]. Na Fig. 3.7, mostra-se a comparação entre os resultados do algoritmo MMT deste trabalho, os reportados em [27, p. 109] e os simulados em COMSOL, para o valor absoluto do coeficiente de reflexão em função da frequência. Nota-se que a curva MMT apresenta concordância com a referência, porém o resultado de COMSOL exibe variações.

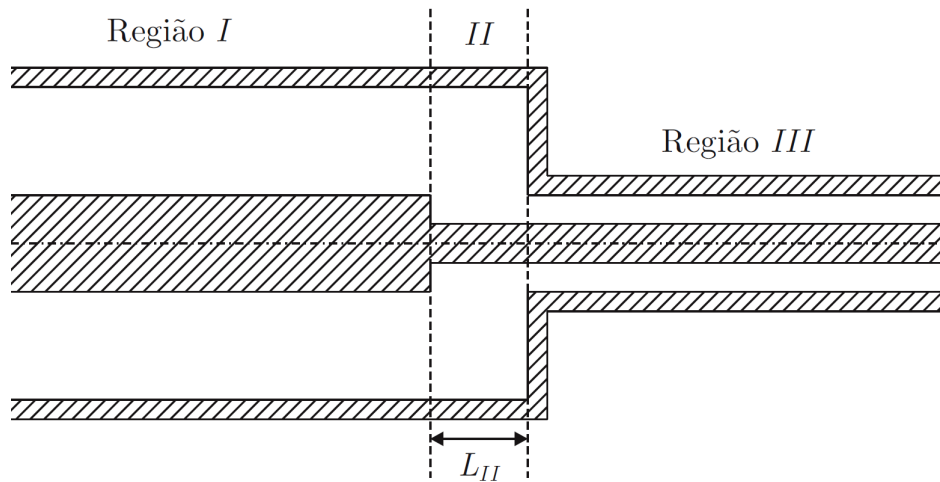


Figura 3.6: Estrutura de acoplamento entre dois guias de onda coaxiais de dimensões distintas. Imagem obtida em [27, p. 109].

Tabela 3.1: Dimensões dos guias do segundo caso ilustrado na Fig. 3.6.

Região	a (mm)	b (mm)	L (mm)
I	1,84	5,00	$\infty$
II	0,66	5,00	1,29
III	0,66	1,81	$\infty$

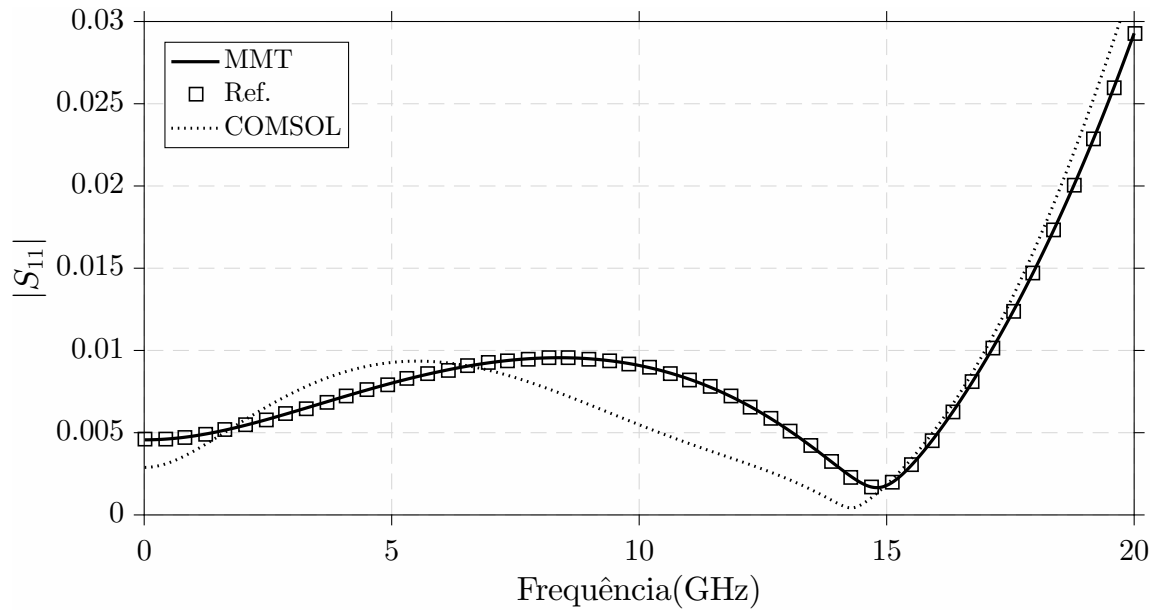


Figura 3.7: Comparação entre o parâmetro  $|S_{11}|$  simulado pelo algoritmo MMT, o reportado em [27, p. 109] e o simulado pelo *software* COMSOL.

### 3.3.3 Caso 3: Descontinuidades em Cascata

Considera-se uma estrutura de acoplamento com várias descontinuidades em cascata. Desta vez, as descontinuidades são mistas pois atingem mudanças nos condutores interno e externo simultaneamente. Por causa disso, cada descontinuidade precisa do ajuste dado pelo deslocamento do condutor interno para a direita ou para a esquerda, fato que incorpora um pequeno guia liso, o qual tem como objetivo interligar os guias e viabilizar a aplicação do MMT. O projeto desse guia liso é uma tarefa relevante, porque é necessário atingir precisão no resultado mantendo um tempo computacional viável. Um estudo completo sobre o dimensionamento do guia liso foi reportado em [14, p. 69]. Nesse trabalho foi verificado que quanto menor for o comprimento  $\ell$  do guia liso maior será o número de modos necessários para calcular os campos. Resultados precisos foram alcançados assumindo 20 modos para um comprimento de  $\ell = 1 \times 10^{-6}$  m no deslocamento à direita e à esquerda. Portanto, esses valores serão considerados nas simulações do presente caso de estudo. A Fig. 3.8 ilustra a geometria desta estrutura para os dois deslocamentos mencionados. As dimensões de cada seção de guia são listados na Tabela 3.2.

Tabela 3.2: Dimensões dos guias do terceiro caso ilustrado na Fig. 3.8.

Região	a (mm)	b (mm)	L (mm)
<b>I</b>	1,60	3,70	$\infty$
<b>II</b>	2,00	4,60	10
<b>III</b>	2,50	5,75	10
<b>IV</b>	3,10	7,30	$\infty$

Da mesma forma que nos casos de estudo anteriores, o guia da região *I* é excitado pelo modo TEM. O MMT aplicado nesta análise considerou 20 modos em cada seção de guia, número igual ao especificado em [27, p. 114]. Na Fig. 3.9, é feita uma comparação entre os resultados do algoritmo MMT e COMSOL, conforme o valor do coeficiente de reflexão obtido para cada deslocamento, direita e esquerda. As curvas correspondente a cada deslocamento apresentam resultados muito próximos, o erro absoluto máximo é de 0,3 dB até a frequência de 45 GHz. Resultados semelhantes foram reportados em [27, p. 113]. Os resultados da simulação em COMSOL tornam-se imprecisos para frequências maiores a 35,3 GHz, valor que corresponde à frequência de corte do modo  $TM_{01}$  do guia da região *IV*.

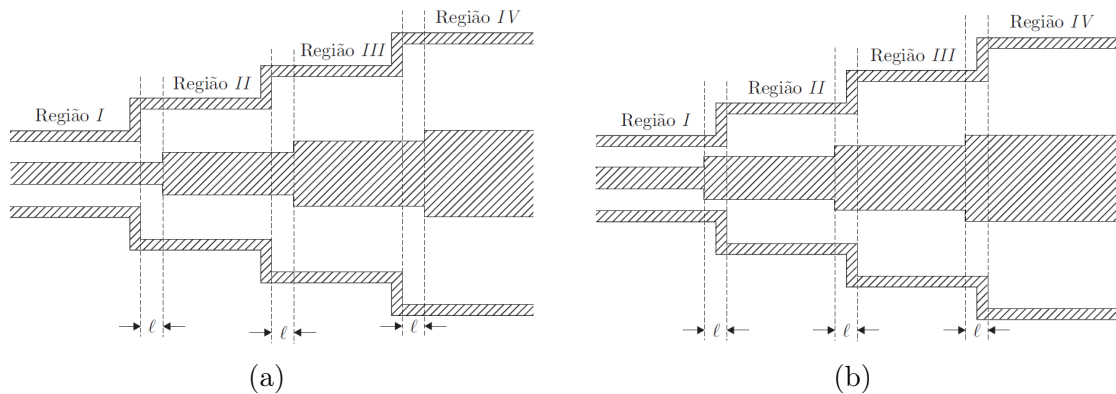


Figura 3.8: Estrutura de acoplamento com deslocamento  $\ell = 1 \times 10^{-6}$  m (a) para a direita e (b) para a esquerda. Imagem obtida em [27, p. 112].

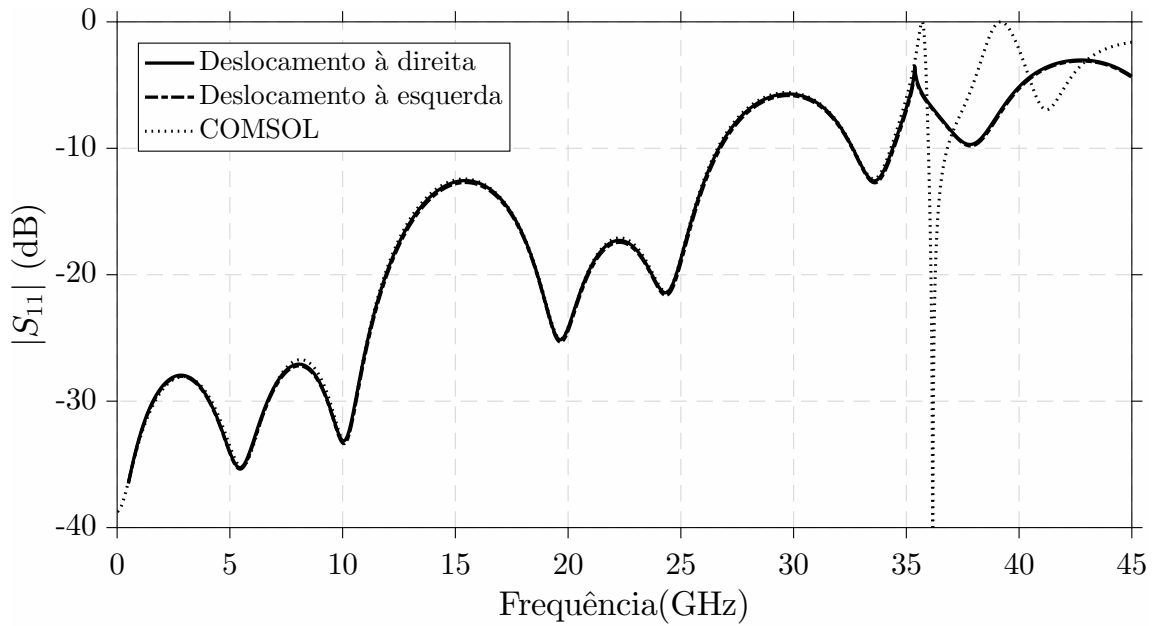


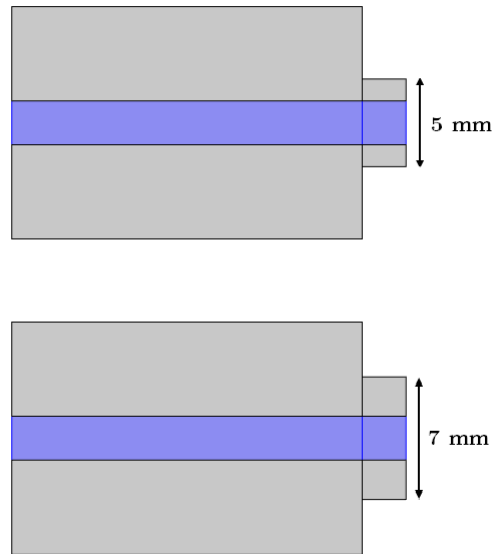
Figura 3.9: Comparação do parâmetro  $|S_{11}|$  (dB) simulado pelo algoritmo MMT (deslocamento  $\ell = 1 \times 10^{-6}$  m) e o obtido pelo *software* COMSOL. Resultados similares do MMT foram reportados em [27, p. 114].

### 3.3.4 Caso 4: Descontinuidade Decrescente do Tipo Íris

Nesta última validação, são analisados dois casos de estudo particulares do protótipo experimental descrito no Capítulo 4. Os casos abordam o estudo de um guia de onda coaxial de  $100 \Omega$  finalizado em uma descontinuidade decrescente denominada como íris. Consideram-se duas íris de diâmetros diferentes, 5 mm e 7 mm, analisadas por separado. No protótipo experimental, cada íris têm um comprimento de  $L = 2,5$  mm, logo após da íris a estrutura está em aberto, radiando campo ao espaço livre, por exemplo. Porém, a formulação desenvolvida no presente capítulo não leva em consideração os efeitos de espalhamento e acoplamento eletromagnético do meio externo à estrutura. A Fig. 3.10 ilustra a geometria do guia coaxial para cada íris, e as dimensões são apresentadas na Tabela 3.3. Uma vez mais, os guias são homogêneos preenchidos com ar, e o guia da região  $I$  é excitado pelo modo TEM. O MMT aplicado nesta análises considerou 21 modos em cada seção de guia.

Tabela 3.3: Dimensões dos guias finalizados em íris ilustrado na Fig. 3.10.

	Região	a (mm)	b (mm)	L (mm)
íris 5mm	I	1,25	6,63	$\infty$
	II	1,25	2,50	2,50
íris 7mm	I	1,25	6,63	$\infty$
	II	1,25	3,50	2,50

Figura 3.10: Guia de onda coaxial de  $100 \Omega$  finalizado em íris de diâmetro 5 mm e 7 mm. Imagem obtida de COMSOL.

Uma primeira simulação considera infinito o comprimento do guia da região *I* e *II*. A seguir nas Figuras 3.11 e 3.12, observam-se os resultados de simulação da estrutura com íris de 5 mm e 7 mm, respectivamente. Em cada gráfico, mostra-se o resultado do algoritmo MMT comparado com a simulação de COMSOL para o valor do coeficiente de reflexão expresso em decibéis,  $|S_{11}|$  (dB), em função da frequência. Além disso, na Fig. 3.11 apresentam-se as curvas de dispersão do modo TEM e dos primeiros dois modos  $TM_z$  do guia coaxial de  $100 \Omega$  (região *I*). Nota-se que a curva MMT, para as duas configurações de íris, apresenta concordância com COMSOL aproximadamente até 27 GHz, valor que corresponde à frequência de corte do primeiro modo superior  $TM_{01}$  do guia da região *I*. A partir desse momento, o primeiro modo superior torna-se propagante e o resultado de COMSOL apresenta instabilidade na solução numérica. Um comportamento similar, observa-se aproximadamente em 55 GHz, valor que corresponde à frequência de corte do modo  $TM_{02}$  do guia da região *I*.



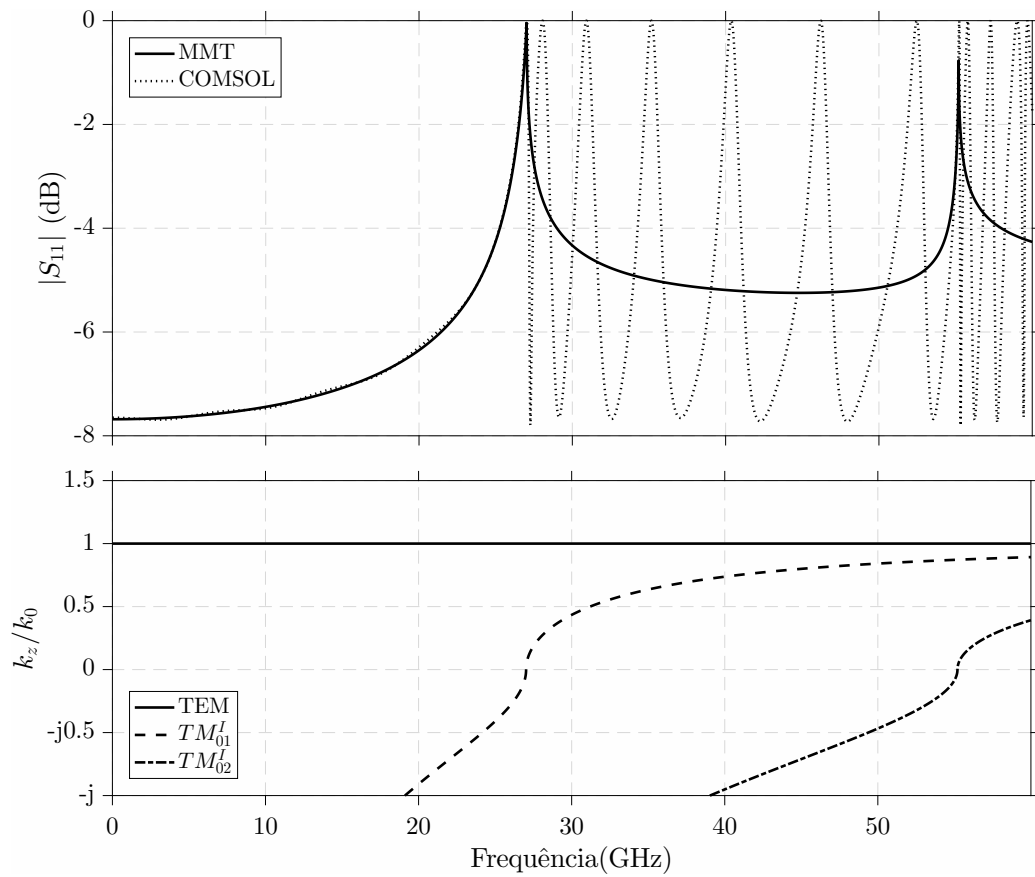


Figura 3.11: Coeficiente de reflexão e curvas de dispersão do guia de onda coaxial de  $100 \Omega$  finalizado em íris de diâmetro 5 mm.

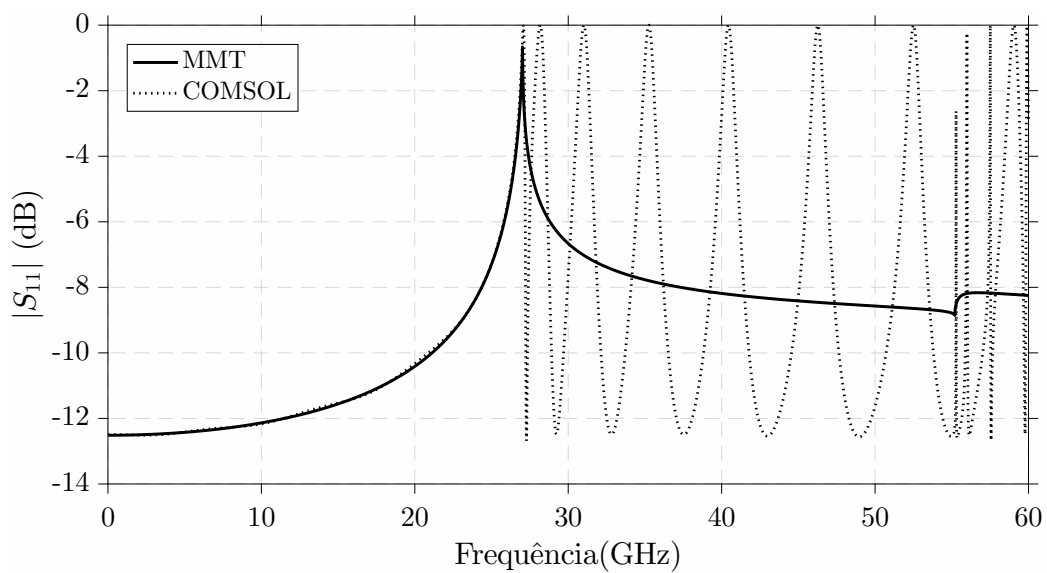


Figura 3.12: Coeficiente de reflexão do guia de onda coaxial de  $100\Omega$  finalizado em íris de diâmetro 7 mm. Os resultados do algoritmo MMT são comparados com COMSOL.

Uma segunda simulação considera finito o comprimento do guia da região  $II$ , ou seja a íris terá um comprimento de  $L = 2,5$  mm, como ilustrado na Fig. 3.10. O objetivo desta simulação é observar a defasagem do sinal transmitido  $S_{21}$  entre a íris de comprimento infinito e finito. A seguir nas Figuras 3.13 e 3.14, observam-se os resultados de simulação da estrutura com íris de 5 mm e 7 mm, respectivamente. Em cada gráfico, mostra-se a defasagem do sinal transmitido  $S_{21}$ , em função da frequência. Nota-se fase de  $S_{21}$  para um comprimento infinito da íris é aproximadamente uniforme durante a totalidade da faixa com exceção nas proximidades das frequências de corte dos modos superiores  $TM_z$ , onde se observam picos de máxima variação de fase. Por outro lado, a fase de  $S_{21}$  para uma íris de comprimento  $L = 2,5$  mm varia ao longo da faixa mantendo valores negativos, o qual indica que a íris provê efeito capacitivo. Os picos da curva de fase experimentam comportamento semelhante ao referido no guia de comprimento infinito, nas proximidades das frequências de corte dos modos superiores  $TM_z$ .

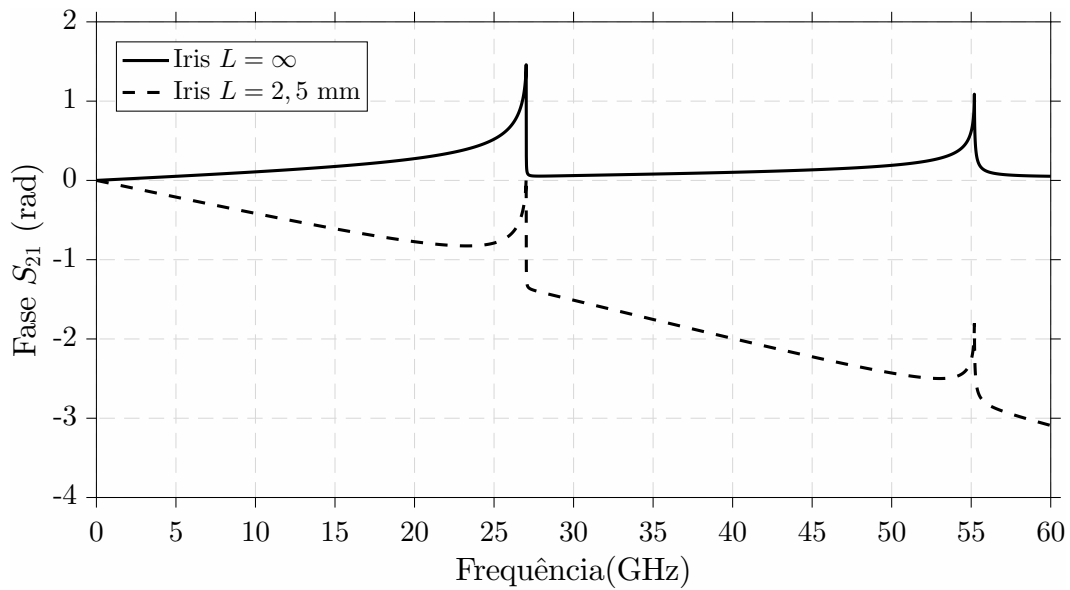


Figura 3.13: Defasagem do sinal transmitido  $S_{21}$  entre a íris de diâmetro 5 mm de comprimento infinito e  $L = 2,5$  mm.

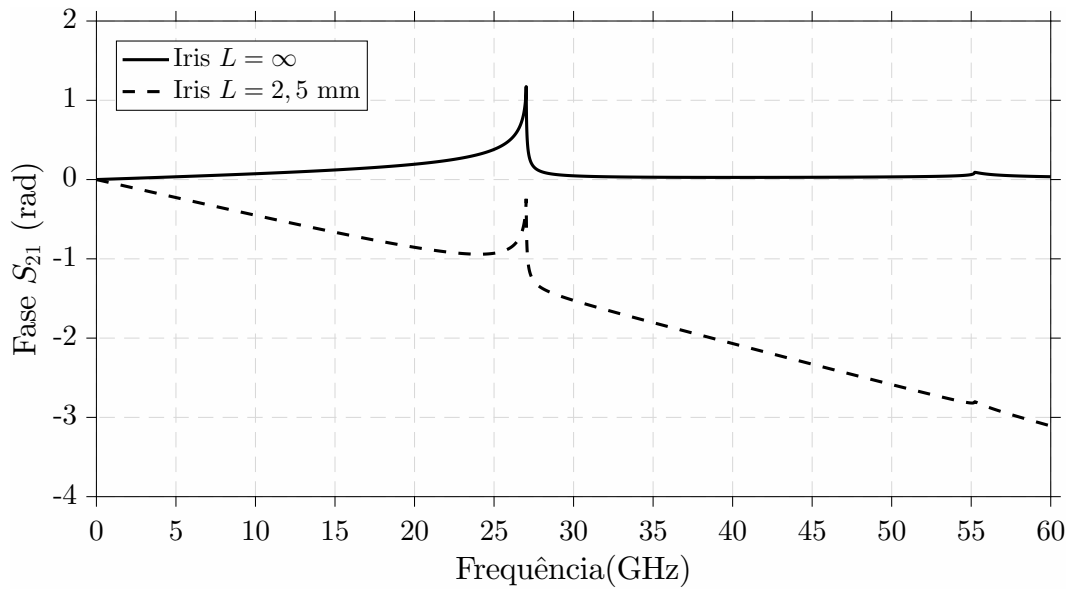


Figura 3.14: Defasagem do sinal transmitido  $S_{21}$  entre a íris de diâmetro 7 mm de comprimento infinito e  $L = 2,5$  mm.

### 3.3.5 Caso 5: Anel Dielétrico

Considera-se uma estrutura coaxial com um anel ou bucha dielétrica (camada em cinza na Fig. 3.15) que opera como suporte mecânico do condutor interno do guia coaxial de saída explicado na seção 4.4. O anel dielétrico preenche a totalidade do meio entre os condutores do guia coaxial e o material usado é teflon com  $\epsilon_r = 2,08$  [47, Ap. D]. As dimensões do raio do condutor interno e externo são,  $a = 1$  mm e  $b = 5$  mm, respectivamente. O comprimento aproximado do anel é  $L_{II} = 5$  mm. Um exemplo similar foi relatado em [14, p. 65]. Trata-se de uma estrutura que acopla dois guias de onda de  $60 \Omega$  com dimensões iguais utilizando um anel dielétrico. A estrutura opera na faixa de 1 – 11 GHz.

De forma análoga as simulações de [14], foram considerados 21 modos em cada guia de onda. A estrutura é excitada pelo modo fundamental TEM. Na Fig. 3.16 apresentam-se os resultados obtidos pela presente formulação e os obtidos em COM-SOL. Observa-se que os resultados apresentam concordância.

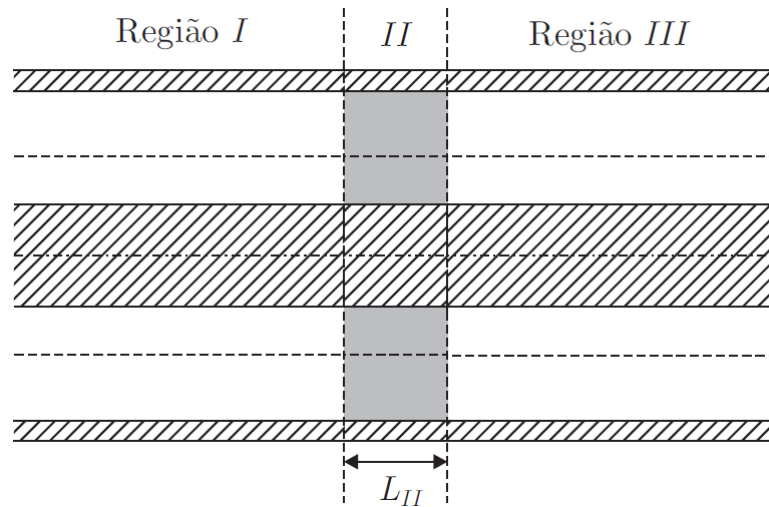


Figura 3.15: Estrutura coaxial com um anel ou bucha dielétrica.

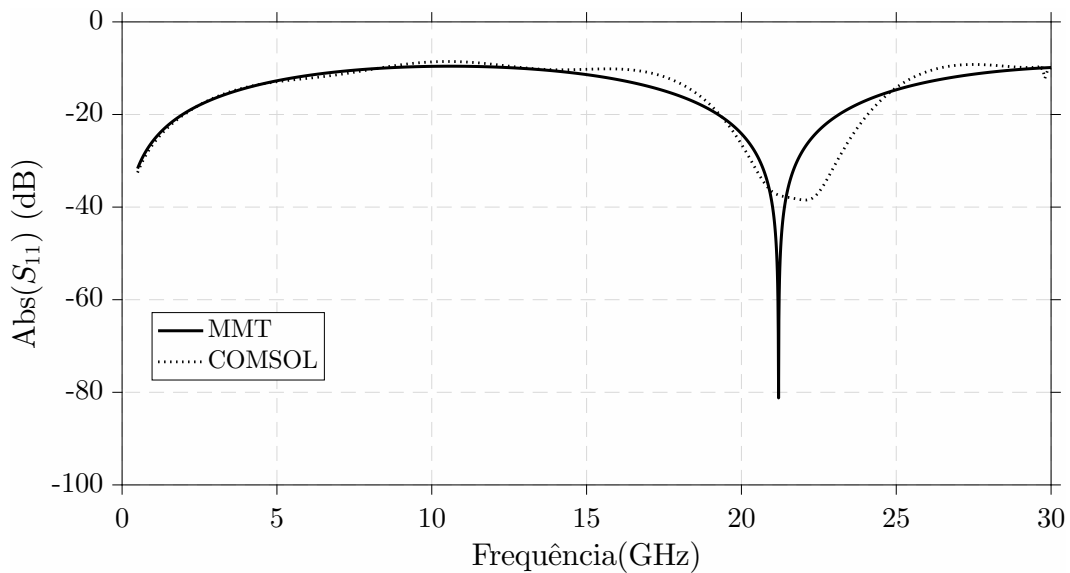


Figura 3.16: Comparação do parâmetro  $|S_{11}|$  (dB) do algoritmo MMT com o resultado obtido pelo *software* COMSOL.

### 3.4 Validação: Casos de estudo em Guias Retangulares

A presente seção tem como objetivo validar a formulação do MMT aplicada em casos de estudo sobre discontinuidades em guias de onda retangulares homogêneos com ar como meio dielétrico caracterizado por  $\epsilon_r = 1$  e  $\mu_r = 1$ . Os resultados de simulação do MMT foram verificados com as curvas reportadas nos trabalhos [22,44], onde também se implementaram algoritmos analíticos baseados no princípio de conservação da potência

complexa. Adicionalmente, apresenta-se uma comparação com resultados obtidos pelo *software* COMSOL. Nas simulações de COMSOL o primeiro e o último guia de onda foi truncado em 20 mm, comprimento considerado suficiente para garantir a convergência numérica dos resultados e manter uma boa correlação com o modelo analítico.

Antes de explicar em detalhe os casos de estudo é importante determinar as expressões analíticas das matrizes [P], [R] e [Q]. Exclusivamente na formulação do MMT em coordenadas retangulares é necessário fazer uma adaptação nos subíndices  $mn$ . O objetivo é diferenciar os modos TE ou TM do número de modos computados na região I e II. Considera-se inalterado o subíndice  $mn$  utilizados na notação dos modos TE e TM. No entanto, o número de modos nas regiões I e II mudarão para os índices  $j$  e  $i$ , respectivamente, como pode ser visto na Fig. 3.17.

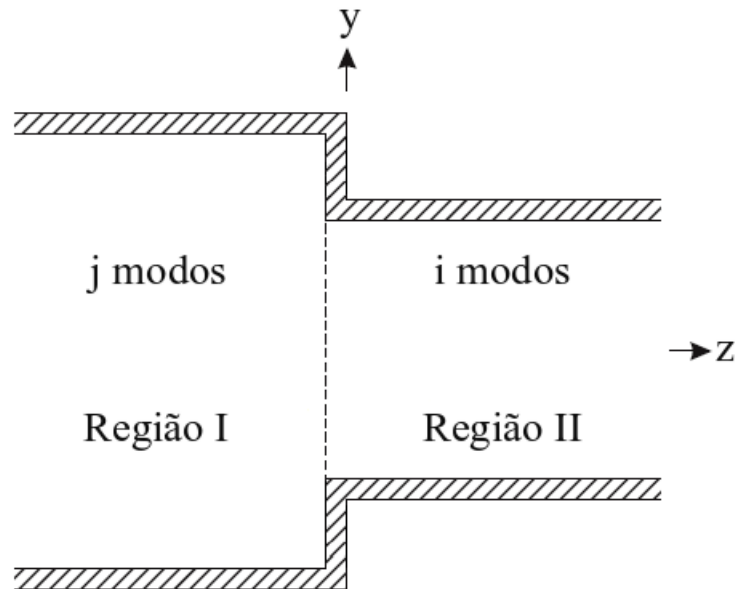


Figura 3.17: Descontinuidade decrescente entre dois guias de onda retangular. Número de modos  $j$  e  $i$  nas regiões I e II, respectivamente.

### Elementos da matriz [P]

Os elementos da matriz [P] estão dados pela integral (3.11) adaptada segundo os novos índices  $ij$

$$P_{ij} = \int_{S_I} (\vec{e}_{jI} \times \vec{h}_{iII}) \cdot d\vec{S},$$

onde

$$d\vec{S} = dx dy \hat{z}.$$

Considerando que o guia da região  $I$  será apenas excitado pelo modo fundamental  $TE_{10}$ , porém na estrutura guiada existem descontinuidades que estimulam o surgimento de modos superiores, TE e TM, propagantes. Lembrando que  $P_{ij}$  é uma integral de reação entre as regiões I e II, é necessário considerar os cruzamentos entre modos  $TE \rightleftharpoons TE$ ,  $TM \rightleftharpoons TM$ ,  $TE \rightleftharpoons TM$  e  $TM \rightleftharpoons TE$ .

- Para modos TE no primeiro guia e modos TE no segundo guia, tem-se:

$$P_{ij}^{TE \rightleftharpoons TE} = \int_{S_I} \left( \vec{e}_{jI}^{TE} \times \vec{h}_{iII}^{TE} \right) \cdot \hat{z} \, dxdy. \quad (3.71)$$

Para os modos TE, os campos elétrico e magnético transversais podem ser expressos como [8, cap. 3]

$$\vec{H}_T = \left( \frac{-k_z}{w\mu\epsilon} \right) \nabla_T \psi_T^{TE}, \quad (3.72)$$

$$\vec{E}_T = \left( \frac{-w\mu}{k_z} \right) \vec{z} \times \vec{H}_T = \left( \frac{1}{\epsilon} \right) \vec{z} \times \nabla_T \psi_T^{TE}. \quad (3.73)$$

Substituindo-se (3.72) e (3.73) em (3.71), obtém-se

$$P_{ij}^{TE \rightleftharpoons TE} = \left( \frac{-k_{ziII}^{TE}}{w\mu_2\epsilon_1\epsilon_2} \right) \int_{S_I} \left[ \left( \vec{z} \times \nabla_T \psi_{TjI}^{TE} \right) \times \nabla_T \psi_{TiII}^{TE} \right] \cdot \hat{z} \, dxdy. \quad (3.74)$$

Aplicando-se a propriedade vetorial  $(\vec{A} \times \vec{B}) \times \vec{C} = \vec{B}(\vec{A} \cdot \vec{C}) - \vec{A}(\vec{B} \cdot \vec{C})$  em (3.74) e lembrando que o produto vetorial é anticomutativo  $\vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A}$ , resulta em

$$P_{ij}^{TE \rightleftharpoons TE} = \left( \frac{k_{ziII}^{TE}}{w\mu_2\epsilon_1\epsilon_2} \right) \int_{S_I} \left[ \vec{z} \left( \nabla_T \psi_{TjI}^{TE} \cdot \nabla_T \psi_{TiII}^{TE} \right) - \nabla_T \psi_{TjI}^{TE} \left( \vec{z} \cdot \nabla_T \psi_{TiII}^{TE} \right) \right] \cdot \hat{z} \, dxdy. \quad (3.75)$$

O produto escalar da segunda parcela da integral é nulo, portanto (3.75) é reduzida a seguinte expressão

$$P_{ij}^{TE \rightleftharpoons TE} = \frac{k_{ziII}^{TE}}{w\mu_2\epsilon_1\epsilon_2} \int_{S_I} \nabla_T \psi_{TjI}^{TE} \cdot \nabla_T \psi_{TiII}^{TE} \, dxdy, \quad (3.76)$$

Da primeira identidade de Green [37, p. 120], tem-se

$$\int_S (\psi \nabla^2 \Phi + \nabla \psi \cdot \nabla \Phi) \, dS = \oint_C \psi \frac{\partial \Phi}{\partial n} \, dl. \quad (3.77)$$

Escolhendo-se  $\psi = \psi_{T_{iII}}^{TE}$  e  $\Phi = \psi_{T_{jI}}^{TE}$  e impondo as condições de contorno do problema, tem-se que a derivada  $\frac{\partial \Phi}{\partial n}$  é nula. Associando-se a identidade de Green em (3.76), obtém-se

$$P_{ij}^{TE \Rightarrow TE} = - \left( \frac{k_{ziII}^{TE}}{w\mu_2\epsilon_1\epsilon_2} \right) \int_{S_I} \psi_{T_{iII}}^{TE} \nabla^2 \psi_{T_{jI}}^{TE} dx dy, \quad (3.78)$$

onde  $\nabla^2 \psi_{T_{jI}}^{TE} + k_{cTE_{jI}}^2 \psi_{T_{jI}}^{TE} = 0$  e, finalmente, a integral  $P_{ij}^{TE \Rightarrow TE}$  pode ser escrita da seguinte forma

$$P_{ij}^{TE \Rightarrow TE} = \frac{k_{ziII}^{TE} k_{cTE_{jI}}^2}{w\mu_2\epsilon_1\epsilon_2} \int_{S_I} \psi_{T_{iII}}^{TE} \psi_{T_{jI}}^{TE} dx dy, \quad (3.79)$$

onde  $k_{cTE_{jI}}$  é o número de onda de corte dos  $j$  modos TE no guia I dado por:

$$k_{cTE_{jI}}^2 = \left( \frac{m_1\pi}{a_1} \right)^2 - \left( \frac{n_1\pi}{b_1} \right)^2. \quad (3.80)$$

Aplicando-se os limites da integração e substituindo-se a expressão do potencial da região I dada em (2.56) na equação (3.79), obtém-se a expressão final

$$P_{ij}^{TE \Rightarrow TE} = \frac{k_{ziII}^{TE} k_{cTE_{jI}}^2}{w\mu_2\epsilon_1\epsilon_2} \sum_{m_1 n_1} \sum_{m_2 n_2} A_{m_1 n_1} A_{m_2 n_2} \int_{-a_1/2}^{a_1/2} \text{sen} \left( \frac{m_1\pi}{a_1} x \right) \text{sen} \left( \frac{m_2\pi}{a_2} x \right) \int_{-b_1/2}^{b_1/2} \cos \left( \frac{n_1\pi}{b_1} y \right) \cos \left( \frac{n_2\pi}{b_2} y \right) dy dx. \quad (3.81)$$

- Para modos TM no primeiro guia e modos TM no segundo guia, tem-se:

$$P_{ij}^{TM \Rightarrow TM} = \int_{S_I} \left( \vec{e}_{jI}^{TM} \times \vec{h}_{iII}^{TM} \right) \cdot \hat{z} dx dy. \quad (3.82)$$

De maneira análoga ao procedimento da integral  $P_{ij}^{TE \Rightarrow TE}$  a equação (3.82) pode ser expressa em termos das componentes transversais. Dessa forma, obtém-se

$$P_{ij}^{TM \Rightarrow TM} = \frac{k_{ziII}^{TM} k_{cTM_{jI}}^2}{w\epsilon_1\mu_1\mu_2} \int_{S_I} \psi_{T_{iII}}^{TM} \psi_{T_{jI}}^{TM} dx dy. \quad (3.83)$$

Aplicando-se os limites da integração e substituindo-se a expressão do potencial da região I dada em (2.57) na equação (3.83), obtém-se a expressão final

$$P_{ij}^{TM \Rightarrow TM} = \frac{k_{ziII}^{TM} k_{cTMjI}^2}{w\epsilon_1\mu_1\mu_2} \sum_{m_1n_1} \sum_{m_2n_2} B_{m_1n_1} B_{m_2n_2} \int_{-a_1/2}^{a_1/2} \cos\left(\frac{m_1\pi}{a_1}x\right) \cos\left(\frac{m_2\pi}{a_2}x\right) \cdot \int_{-b_1/2}^{b_1/2} \text{sen}\left(\frac{n_1\pi}{b_1}y\right) \text{sen}\left(\frac{n_2\pi}{b_2}y\right) dy dx. \quad (3.84)$$

- Para modos TE no primeiro guia e modos TM no segundo guia, tem-se:

$$P_{ij}^{TE \Rightarrow TM} = \int_{S_I} \left( \vec{e}_{jI}^{TE} \times \vec{h}_{iII}^{TM} \right) \cdot \hat{z} \, dx dy = \int_{S_I} \left( e_{xjI}^{TE} h_{yII}^{TM} - e_{yjI}^{TE} h_{xII}^{TM} \right) dx dy. \quad (3.85)$$

Substituindo-se em (3.85) as expressões das componentes transversais dos campos elétrico e magnético dadas no conjunto de equações (2.39) e (2.44), aplicando-se os limites da integração considerando as dimensões dos guias, resulta em

$$P_{ij}^{TE \Rightarrow TM} = \frac{1}{\epsilon_1\mu_2} \sum_{m_1n_1} \sum_{m_2n_2} A_{m_1n_1} B_{m_2n_2} \left\{ \frac{n_1\pi}{b_1} \frac{m_2\pi}{a_2} \int_{-a_1/2}^{a_1/2} \text{sen}\left(\frac{m_1\pi}{a_1}x\right) \text{sen}\left(\frac{m_2\pi}{a_2}x\right) \int_{-b_1/2}^{b_1/2} \text{sen}\left(\frac{n_1\pi}{b_1}y\right) \text{sen}\left(\frac{n_2\pi}{b_2}y\right) dy dx - \frac{m_1\pi}{a_1} \frac{n_2\pi}{b_2} \int_{-a_1/2}^{a_1/2} \cos\left(\frac{m_1\pi}{a_1}x\right) \cos\left(\frac{m_2\pi}{a_2}x\right) \int_{-b_1/2}^{b_1/2} \cos\left(\frac{n_1\pi}{b_1}y\right) \cos\left(\frac{n_2\pi}{b_2}y\right) dy dx \right\}. \quad (3.86)$$

- Para modos TM no primeiro guia e modos TE no segundo guia, tem-se:

$$P_{ij}^{TM \Rightarrow TE} = 0. \quad (3.87)$$

Modos TM da região I não se acoplam com os modos TE da região II. Essa característica foi reportada em guias superquadráticos [15], em transições do tipo circular para retangular [23] e em junções entre guias retangulares [22].



## Elementos da matriz [R]

Os elementos da matriz [R] estão dados pela integral (3.15) adaptada no índice  $j$  que corresponde à região I

$$R_{jj} = \int_{S_I} \left( \vec{e}_{jI} \times \vec{h}_{jI} \right) \cdot d\vec{S}.$$

Lembrando que  $R_{jj}$  é uma integral de *auto-reação* na região I, portanto consideram-se os cruzamentos entre modos TE $\rightleftharpoons$ TE e TM $\rightleftharpoons$ TM.

- Para modos TE, tem-se:

De maneira análoga ao procedimento da integral  $P_{ij}$  a equação  $R_{jj}$  pode ser reescrita em termos das componentes transversais. Dessa forma, obtém-se

$$R_{jj}^{TE\rightleftharpoons TE} = \frac{k_{zjI}^{TE} k_{cTEjI}^2}{w\mu_1\epsilon_1^2} \int_{S_I} \left( \psi_{TjI}^{TE} \right)^2 dx dy. \quad (3.88)$$

Aplicando-se os limites da integração e substituindo-se a expressão do potencial da região I dada em (2.56) na equação (3.88), obtém-se a expressão final

$$R_{jj}^{TE\rightleftharpoons TE} = \frac{k_{zjI}^{TE} k_{cTEjI}^2}{w\mu_1\epsilon_1^2} \sum_{m_1 n_1} \sum_{m_2 n_2} A_{m_1 n_1} A_{m_2 n_2} \int_{-a_1/2}^{a_1/2} \operatorname{sen} \left( \frac{m_1 \pi}{a_1} x \right) \operatorname{sen} \left( \frac{m_2 \pi}{a_1} x \right) \int_{-b_1/2}^{b_1/2} \cos \left( \frac{n_1 \pi}{b_1} y \right) \cos \left( \frac{n_2 \pi}{b_1} y \right) dy dx. \quad (3.89)$$

- Para modos TM, tem-se:

$$R_{jj}^{TM\rightleftharpoons TM} = \int_{S_I} \left( \vec{e}_{jI}^{TM} \times \vec{h}_{jI}^{TM} \right) \cdot d\vec{S} = \frac{k_{zjI}^{TM} k_{cTMjI}^2}{w\epsilon_1\mu_1^2} \int_{S_I} \left( \psi_{TjI}^{TM} \right)^2 dx dy. \quad (3.90)$$

Aplicando-se os limites da integração e substituindo-se a expressão do potencial da região I dada em (2.57) na equação (3.90), obtém-se a expressão final

$$R_{jj}^{TM \Rightarrow TM} = \frac{k_{zjI}^{TM} k_{cTMjI}^2}{\omega \epsilon_1 \mu_1^2} \sum_{m_1 n_1} \sum_{m_2 n_2} B_{m_1 n_1} B_{m_2 n_2} \int_{-a_1/2}^{a_1/2} \cos\left(\frac{m_1 \pi}{a_1} x\right) \cos\left(\frac{m_2 \pi}{a_1} x\right) \cdot \int_{-b_1/2}^{b_1/2} \text{sen}\left(\frac{n_1 \pi}{b_1} y\right) \text{sen}\left(\frac{n_2 \pi}{b_1} y\right) dy dx. \quad (3.91)$$

### Elementos da matriz [Q]

Os elementos da matriz [Q] estão dados pela integral (3.12) adaptada no índice  $i$  que corresponde à região II

$$Q_{ii} = \int_{S_{II}} \left( \vec{e}_{iII} \times \vec{h}_{iII} \right) \cdot d\vec{S}.$$

De maneira semelhante à utilizada na determinação dos elementos da matriz  $R_{jj}$ , mas considerando que  $Q_{ii}$  é uma integral de *auto-reação* feita na região II têm-se os cruzamentos entre modos TE $\Rightarrow$ TE e TM $\Rightarrow$ TM.

- Para modos TE, tem-se:

$$Q_{ii}^{TE \Rightarrow TE} = \frac{k_{ziII}^{TE} k_{cTEiII}^2}{\omega \mu_2 \epsilon_2^2} \sum_{m_1 n_1} \sum_{m_2 n_2} A_{m_1 n_1} A_{m_2 n_2} \int_{-a_1/2}^{a_1/2} \text{sen}\left(\frac{m_1 \pi}{a_2} x\right) \text{sen}\left(\frac{m_2 \pi}{a_2} x\right) \cdot \int_{-b_1/2}^{b_1/2} \cos\left(\frac{n_1 \pi}{b_2} y\right) \cos\left(\frac{n_2 \pi}{b_2} y\right) dy dx. \quad (3.92)$$

- Para modos TM, tem-se:

$$Q_{ii}^{TM \Rightarrow TM} = \frac{k_{ziII}^{TM} k_{cTMiII}^2}{\omega \epsilon_2 \mu_2^2} \sum_{m_1 n_1} \sum_{m_2 n_2} B_{m_1 n_1} B_{m_2 n_2} \int_{-a_1/2}^{a_1/2} \cos\left(\frac{m_1 \pi}{a_2} x\right) \cos\left(\frac{m_2 \pi}{a_2} x\right) \cdot \int_{-b_1/2}^{b_1/2} \text{sen}\left(\frac{n_1 \pi}{b_2} y\right) \text{sen}\left(\frac{n_2 \pi}{b_2} y\right) dy dx. \quad (3.93)$$

Dessa forma, finaliza-se o cálculo das expressões para as matrizes [P], [R] e [Q] em guias retangulares. Todas as integrais têm solução analítica [42, p. 99-102]. A seguir, mostra-se o formato final das matrizes

$$[P] = \begin{bmatrix} P_{ij}^{TE \Rightarrow TE} & P_{ij}^{TE \Rightarrow TM} \\ P_{ij}^{TM \Rightarrow TE} & P_{ij}^{TM \Rightarrow TM} \end{bmatrix}, \quad (3.94)$$

$$[R] = \begin{bmatrix} R_{jj}^{TE \Rightarrow TE} & 0 \\ 0 & R_{jj}^{TM \Rightarrow TM} \end{bmatrix}, \quad (3.95)$$

$$[Q] = \begin{bmatrix} Q_{ii}^{TE \Rightarrow TE} & 0 \\ 0 & Q_{ii}^{TM \Rightarrow TM} \end{bmatrix}. \quad (3.96)$$

### 3.4.1 Caso 6: Incidência desde o guia de seção maior

Analisa-se uma junção entre dois guias de onda retangulares homogêneos, como ilustrado na Fig. 3.18. O campo incidente é gerado desde o guia de seção maior. Portanto, a descontinuidade é do tipo decrescente e o cálculo da matriz de espalhamento será feito utilizando (3.26), onde é aplicado o teorema da reciprocidade. O guia retangular da região *I* está sendo excitado pelo modo  $TE_{10}$ , o meio dielétrico é ar e suas dimensões são:  $a_1 = 22,85$  mm e  $b_1 = 10,05$  mm. Este guia é acoplado ao guia retangular *II* de dimensões  $a_2 = 14,28$  mm e  $b_2 = 6,50$  mm com ar como meio dielétrico também. O MMT aplicado nesta análise considerou 25 modos em cada seção de guia, ou seja  $i = j = 25$ , valor suficiente para garantir a convergência do resultado [22].

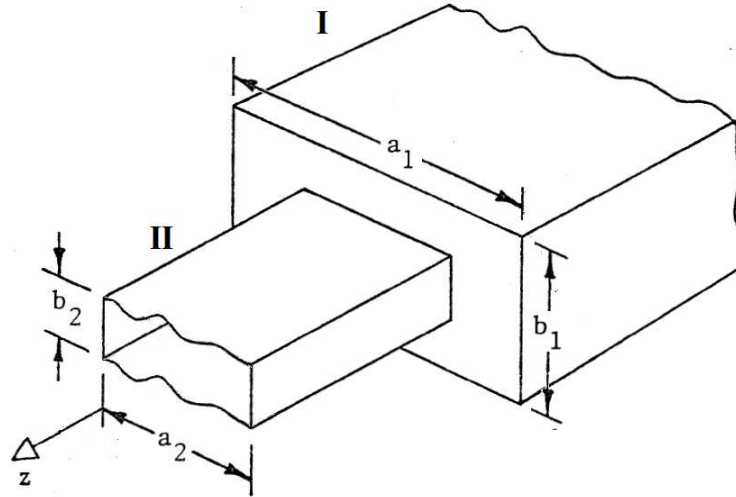


Figura 3.18: Descontinuidade decrescente entre dois guias de onda retangulares.

Na Fig. 3.19, mostra-se a comparação entre os resultados do algoritmo MMT deste trabalho, os reportados em [44, p. 75] e os simulados em COMSOL, para o módulo do coeficiente de reflexão,  $|S_{11}|$ , em função da frequência. Além disso, a Fig. 3.19 apresenta as curvas de dispersão do modo  $TE_{10}$  para cada trecho de guia e do modo

$TE_{30}$  do guia da região I. Observa-se que o resultado do algoritmo MMT apresenta concordância com a referência, porém o resultado de COMSOL exibe instabilidade na solução numérica para frequências superiores a 19 GHz, valor próximo à frequência de corte do modo superior  $TM_{30}$  do guia da região I. Igual ao relatado nos casos de estudo do guia coaxial, essa divergência está associada a problemas na definição da camada absorvente do campo dos modos superiores. Além disso, para melhorar a precisão da técnica numérica é necessário criar uma malha fina nos domínios da estrutura, fato que aumenta significativamente os tempos de simulação.

Na Fig. 3.19 observa-se que a magnitude do coeficiente de reflexão é unitário até 10,5 GHz, visto que o guia de onda menor, região II, possui frequência de corte do modo fundamental nesse valor. Logo acima dessa frequência, o parâmetro  $|S_{11}|$  experimenta uma diminuição acentuada, comportamento que sinaliza o início do fluxo de potência real no guia II.

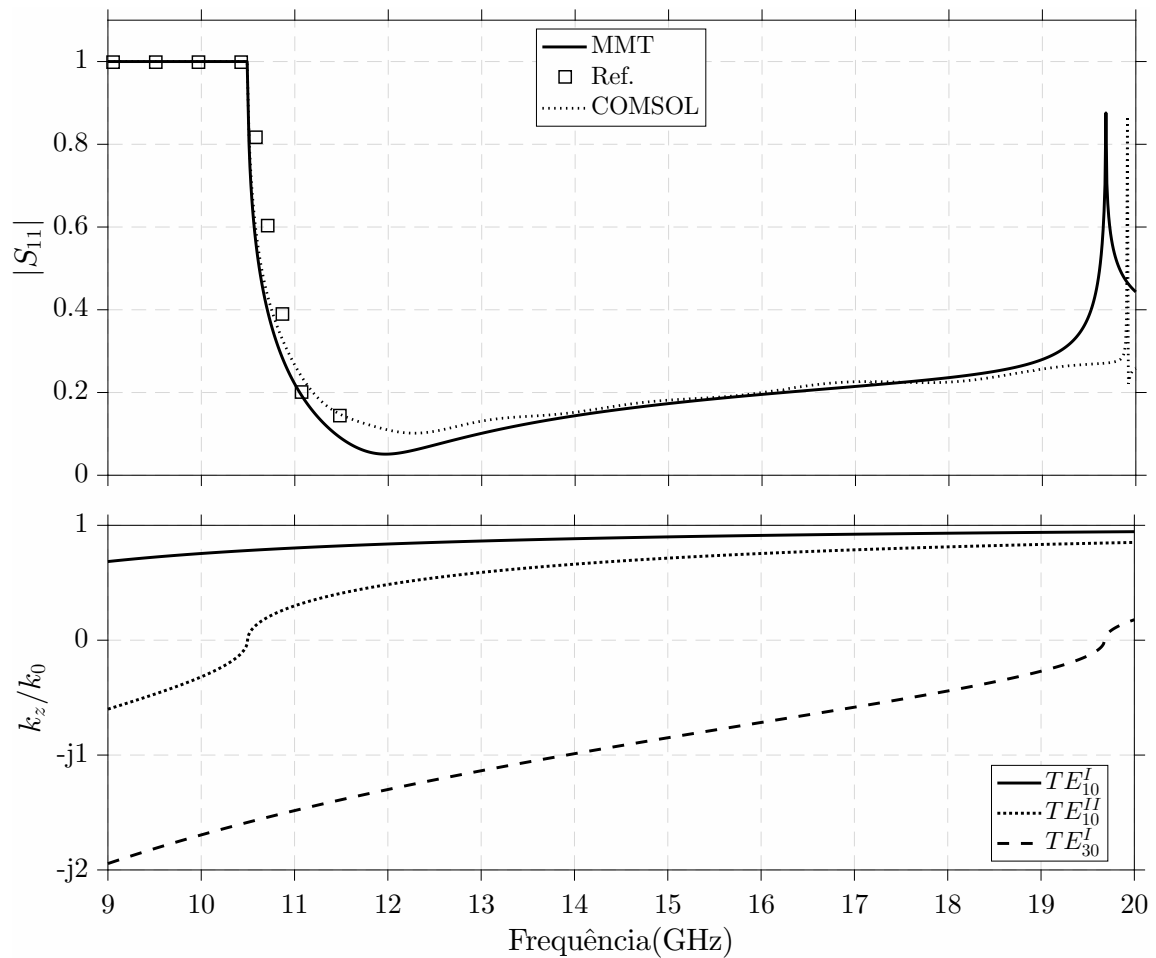


Figura 3.19: Comparação entre o parâmetro  $|S_{11}|$  do algoritmo MMT com o reportado em [44, p. 75] e o simulado pelo *software* COMSOL. Curvas de dispersão dos modos  $TE_{10}$  para os guias da região I e II e do modo superior  $TE_{30}$  do guia I.

### 3.4.2 Caso 7: Incidência desde o guia de seção menor

Analisa-se uma junção entre dois guias de onda retangulares homogêneos. Desta vez, o campo incidente é gerado desde o guia de seção menor, portanto a descontinuidade é do tipo crescente. O guia retangular da região  $I$  está sendo excitado pelo modo fundamental  $TE_{10}$ , o meio dielétrico é ar e suas dimensões são:  $a_1 = 11,9$  mm e  $b_1 = 6,75$  mm. Este guia é acoplado ao guia retangular  $II$  de dimensões  $a_2 = 22,85$  mm e  $b_2 = 10,05$  mm com ar como meio dielétrico também. O MMT aplicado nesta análise considerou 25 modos em cada seção de guia, ou seja  $i = j = 25$ , valor suficiente para garantir a convergência do resultado [44]. Na Fig. 3.20, mostra-se a comparação entre os resultados do algoritmo MMT deste trabalho e os simulados em COMSOL, para o módulo do coeficiente de reflexão,  $|S_{11}|$ , em função da frequência. Além disso, a Fig. 3.20 apresenta as curvas de dispersão dos primeiros modos  $TE_{mn}$  e  $TM_{mn}$ .

Na Fig. 3.20 observa-se que o parâmetro  $|S_{11}|$  é nulo para frequências inferiores a 12,6 GHz dado que o guia da região  $I$  possui frequência de corte do modo fundamental nesse valor. Por causa disso, até 12,6 GHz a magnitude do coeficiente de reflexão foi zerada, o qual não indica casamento perfeito e sim ausência de campo na estrutura. A partir desse valor começa o fluxo de potência real na estrutura. Logo acima dessa frequência, o parâmetro  $|S_{11}|$  experimenta variações bem marcadas pelas frequências de corte dos modos superiores. Os picos na curva sinalizam o início do fluxo de potência real dos modos superiores. Além disso, percebe-se que o resultado do COMSOL diverge do MMT na maior parte da faixa de frequência simulada. Essa divergência está associada a problemas na definição das camadas absorvente do campo dos modos superiores.

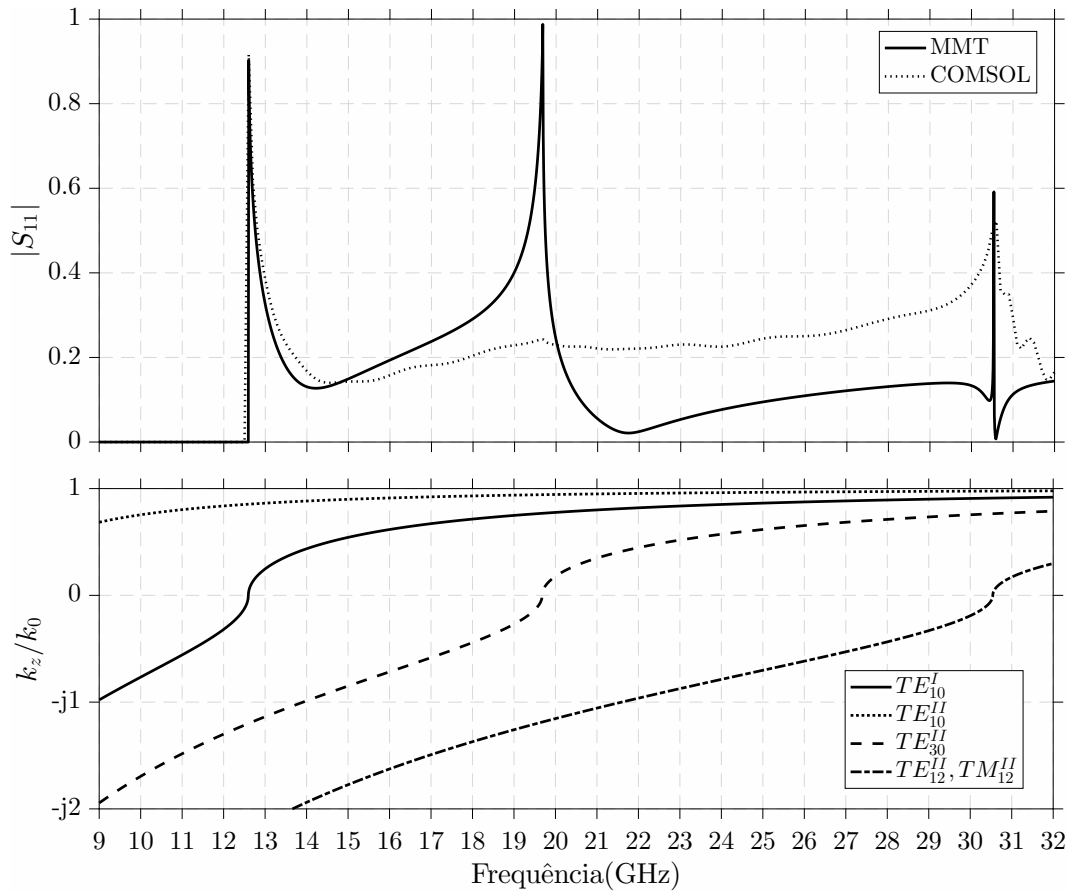


Figura 3.20: Comparação entre o parâmetro  $|S_{11}|$  do algoritmo MMT com o simulado pelo *software* COMSOL. Curvas de dispersão dos cinco primeiros modos.

### 3.5 Conclusões Parciais

Neste capítulo foi apresentada a formulação matemática do MMT para analisar problemas de discontinuidades entre guias de onda coaxiais e retangulares homogêneos. Essa abordagem analítica está baseada no somatório modal dos campos propagantes e evanescentes dentro dos guias. As expressões para os campos modais estão indicadas com detalhe no capítulo 2. Para validar a formulação do método MMT foi implementado um algoritmo em MATLAB. Assim, foram analisados vários casos de estudo. Os resultados do algoritmo foram validados através de comparações feitas com dados reportados na literatura e simulações em COMSOL.

Para todos os casos de estudo o algoritmo MMT calculou com precisão os parâmetros de espalhamento associados às discontinuidades internas do tipo crescente, decrescente e em cascata. Os resultados das simulações em COMSOL apresentaram instabilidade na solução numérica quando os modos superiores, sejam TE ou TM,

tornam-se propagantes na estrutura. Observa-se que o *software* COMSOL é uma ferramenta multifuncional que modela todo tipo de geometrias. COMSOL utiliza a método numérico FEM para modelar a propagação dos campos eletromagnéticos. O método FEM é bastante robusto e utilizado em problemas de eletromagnetismo. No entanto, COMSOL exibiu dificuldades na hora de impor as camadas absorvente dos modos superiores. Desta maneira, apresentaram-se falhas no tratamento modal dos campos dentro de estruturas guiadas. As falhas estão associadas a problemas na definição da condição de contorno que absorve os campos na superfície transversal que trunca o comprimento do último guia. Além disso, para melhorar a precisão da técnica numérica FEM é necessário discretizar em malha fina a geometria do problema, fato que aumenta significativamente os tempos de simulação e em alguns casos pode gerar divergência na solução. O número de elementos que compõem a malha tetraédrica para cada caso de estudo é apresentado na Tabela 3.4. Destaca-se que o algoritmo MMT se mostrou muito mais rápido que o COMSOL, dado que este segue uma abordagem analítica no tratamento das integrais de acoplamento modal. Na Tabela 3.4, apresenta-se um resumo dos tempos de simulação para os casos de estudo discutidos. Para o quarto caso escolheu-se arbitrariamente como referência a simulação da íris de diâmetro 5 mm.

Tabela 3.4: Tempos de simulação dos casos de estudo e número de elementos da malha no COMSOL.

Casos de Estudo	Elementos	COMSOL	MMT
<b>1</b>	3304	10 min	9 seg
<b>2</b>	4300	21 min	14 seg
<b>3</b>	3719	29 min	55 seg
<b>4</b>	2944	23 min	10 seg
<b>5</b>	5398	12 min	35 seg
<b>6</b>	1751	20 min	50 seg
<b>7</b>	1494	18 min	52 seg

Observa-se que para todos os casos de estudo o algoritmo MMT foi significativamente mais rápido. Cabe mencionar que as simulações de COMSOL e do algoritmo MMT foram feitas na mesma maquina, i7 CPU @ 3,40 GHz e RAM de 16 GB. As estruturas coaxiais finalizadas em íris de comprimento finito, apresentadas no quarto caso, revelaram a necessidade de utilizar um método híbrido que combine o método de casamento de modos (MMT) com o método dos momentos (MoM) para analisar os efeitos de espalhamento e acoplamento eletromagnético do meio externo à estrutura irradiante.

## Capítulo 4

# Concentração de Energia Micro-ondas

No capítulo 3 apresentou-se a formulação analítica associada ao tratamento modal dos campos dentro de guias de onda, coaxial e retangular; agora neste capítulo serão abordadas as particularidades físicas consideradas no projeto realístico de um protótipo baseado na junção de guias de onda, que tem como princípio funcional o acoplamento do campo eletromagnético para concentrar e entregar energia micro-ondas.

A tarefa de concentrar micro-ondas em regiões do espaço com ordens de grandeza menores do que o comprimento de onda é uma tarefa desafiadora, que pode ser vista desde duas diferentes perspectivas. A primeira trata-se sobre aplicações em microscopia, por exemplo imagens de alta resolução sobre as propriedades físicas e elétricas dos materiais. No capítulo 5 serão abordados com detalhes aspecto da microscopia eletrônica. A segunda abordagem refere-se a aplicações na entrega de energia micro-ondas suficiente para perfurar ou fundir materiais.

Na literatura encontramos dispositivos de onda guiada projetados para operar sinais de alta potência, comportando-se como uma broca de micro-ondas, *microwave drill*, com possíveis aplicações na perfuração de concreto, vidro, ou outro material que absorva micro-ondas [35, 48–52].

Ambas perspectivas, microscopia e concentração de energia, apesar que estão em extremos distantes desde o ponto de vista funcional, compartilham semelhanças como casamento de impedâncias, acoplamento de campo e entrega eficiente de energia. Esse desafios tornam-se reais na hora de projetar e testar estruturas guiadas.

O projeto de dispositivos de micro-ondas é uma tarefa complexa pois exige um alto grau de precisão na montagem física das várias transições ou junções dos guias de onda, união que formará um sistema íntegro cujo objetivo será o acoplamento dos campos



eletromagnéticos. Os desafios-chave para a implementação destes tipos de geometrias englobam primariamente, a análise modal dos campos eletromagnéticos dentro dos guias de onda. Essa análise determina o espalhamento eletromagnético associado a cada junção ou descontinuidade presente no sistema total. Outro desafio é a construção de estruturas compactas que possam ser interligadas. Portanto, o uso de geometrias clássicas, retangular e coaxial, nas quais as funções de onda são conhecidas, simplifica as análises eletromagnéticas e permite uma projeção mais realística dos dispositivos mencionados.

O protótipo criado neste trabalho foi desenvolvido dentro do projeto *Microwave Energy Delivery* (MED) financiado pela empresa *Hewlett-Packard Company*. A seguir será apresentada uma visão geral do projeto, ideias iniciais, objetivos e a metodologia da equipe de trabalho.

## 4.1 Trajetória do Projeto HP

O projeto HP tinha como objetivo criar antenas concentradoras capazes de iluminar pequenas regiões usando micro-ondas. Essas antenas foram confinadas dentro de guias de onda formando um dispositivo com possíveis aplicações no corte ou perfuração de superfícies e sinterização de materiais metálicos. Utilizou-se a banda de frequência próximas de 2,4 GHz, designada como a faixa comercial onde se tem uma infinidade de sistemas, como fornos de micro-ondas e redes Wi-Fi. O desafio do projeto foi como projetar estas antenas, questão que estruturou o trabalho nas etapas de modelagem numérica a partir de estruturas existentes e validação experimental da estrutura simulada através de construção de protótipos. Além disso, tinha como propósito desenvolver um sistema de medidas de distribuição espacial de campo eletromagnético. Assim, tal trabalho definiu os seguintes objetivos específicos: desenvolver a metodologia do modelo eletromagnético, elaborar a metodologia de teste para avaliação e, por fim, construir um protótipo físico e medir com o sistema de testes.

Durante o ano de 2015, primeiro ano do projeto, foram realizadas as primeiras simulações em COMSOL e construída a versão v1.0 do protótipo mostrada na Fig. 4.1. Os logros mais relevantes foram simulações que indicavam alta concentração de campo, e portanto, um aumento focalizado de temperatura em amostras específicas. As simulações foram feitas usando um guia coaxial, onde o condutor interno finaliza em ponta. O guia coaxial foi alimentado sem nenhum tipo de transição prévia, o qual gerou problemas na sintonia. Portanto, foi evidenciada a importância da criação de um sistema de acoplamento de campo que pudesse ser sintonizado. Dessa maneira, surgiu a

ideia de acoplar o campo utilizando uma cavidade retangular com êmbolos ou espelhos móveis que variavam seu comprimento. Com essa ideia finalizaram os trabalhos do ano 2015.

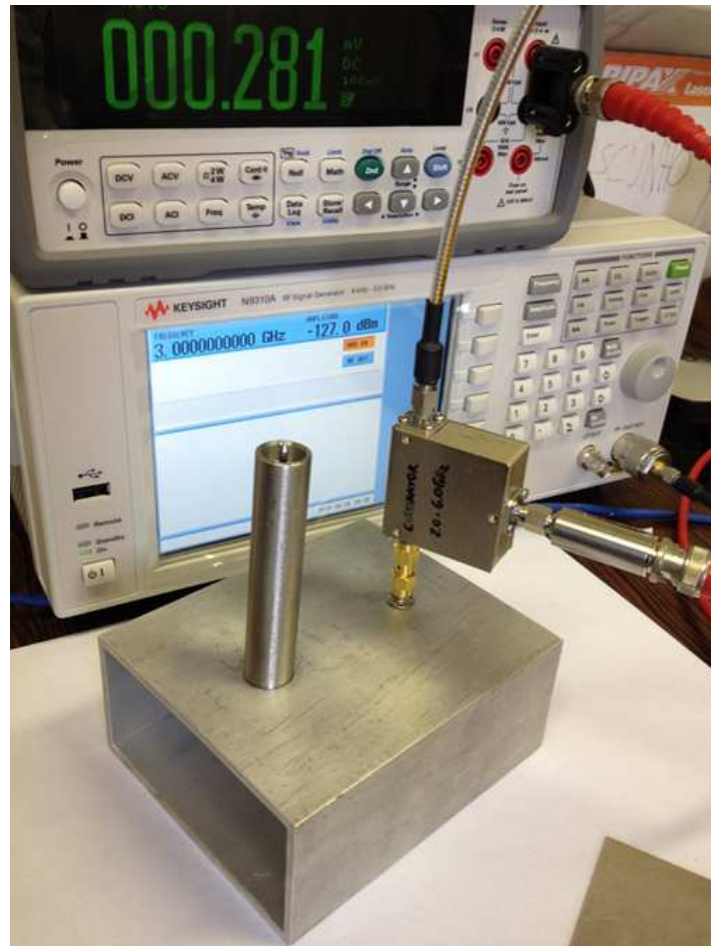


Figura 4.1: Protótipo versão v1.0.

Em 2016, segundo ano do projeto, foi modelada e construída a cavidade retangular, versão v2.0 do protótipo mostrada na Fig. 4.21a. A alimentação do sistema foi feita usando um guia coaxial, cujo condutor externo se adentrava na cavidade retangular. Essa transição simula uma antena do tipo sonda ou monopolo que tem como objetivo o acoplamento do campo dentro da cavidade retangular. O máximo acoplamento é possível ajustando os parâmetros da sonda. Desta maneira, começou-se a modelagem analítica dos componentes principais do protótipo (ver a Fig.4.2). Além disso, foram feitos testes de sintonia do dispositivo, revelando a importância do uso de diferentes elementos que melhorassem a sintonia. Em vista disso, foram implementados elementos do tipo íris, parafuso e antena cônica. Os teste finais mostraram uma excelente sintonia próxima da frequência de interesse. Assim, finalizaram os trabalhos do ano

2016.

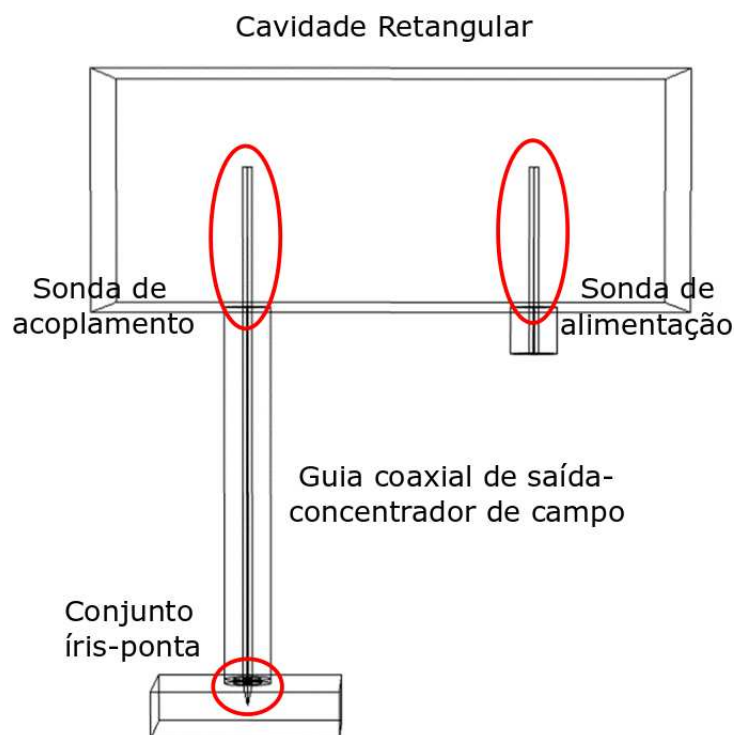


Figura 4.2: Visual geral dos componentes principais do protótipo.

No primeiro semestre de 2017, foram realizados os testes com potência elevada. O protótipo foi colocado à prova para verificar seu potencial na fundição e perfuração de materiais. Resultados experimentais mostraram alta concentração de campo, ao ponto de formar arco elétrico. Nesse momento, foram alcançadas temperaturas maiores a  $280^{\circ}\text{C}$ , limite máximo da câmara térmica utilizada. Os resultados mais relevantes foram a fundição de camadas de pó de aço e perfuração de vários materiais dielétricos, entre eles vidro comum. O projeto finalizou no meio de 2017 e gerou um patente identificada com o nome *Near-field monitoring of energy delivery* [53]. A maioria dos resultados estão resguardados sob uma cláusula de sigilo e confidencialidade da empresa HP.

A equipe de trabalho, desde o início do projeto, foi composta por duas turmas, modelagem e experimentos. Os trabalhos de modelagem foram desenvolvidos no laboratório do Grupo de Antenas, Propagação e Teoria Eletromagnética (GAPTEM) e os experimentos foram feitos no laboratório de medição do Departamento de Física da UFMG.

A seguir encontraremos uma descrição detalhada do protótipo. A geometria será explicada em etapas, três neste caso, alimentação, sintonia e concentração de campo.

Além disso, apresentam-se os resultados dos testes experimentais e das simulações feitas em COMSOL.

## 4.2 Etapa de Alimentação

Um modelo bem conhecido na literatura e bastante utilizado na etapa de alimentação é a sonda coaxial, mais conhecido em inglês como, *probe coaxial*. O guia coaxial é conectado na parede inferior do guia retangular, com seu condutor interno prolongando-se uma altura  $d$  dentro do guia. Desse modo, forma-se uma espécie de sonda ou antena monopolo. Além disso, a sonda se localiza a uma distância de curto circuito  $l$ , o que gera a radiação de campo numa direção só. O ajuste desses dois parâmetros permite melhorar o acoplamento do campo na junção de entrada. Pela característica de ajuste e precisão na montagem física, a transição coaxial-retangular será utilizada na etapa inicial do protótipo.

O objetivo dessa transição é conseguir um bom casamento de impedâncias entre a sonda de alimentação e o guia retangular através do ajuste dos parâmetros geométricos característicos,  $l$  e  $d$ , da sonda, como ilustrado na Fig. 4.3. O parâmetro  $l$  representa a distância de curto-circuito colocado à esquerda da sonda e o parâmetro  $d$  representa a altura da sonda ou condutor interno do guia coaxial. Da mesma forma, esses parâmetros influenciam diretamente no cálculo da impedância de entrada da sonda, portanto seu ajuste permitirá o máximo acoplamento desta transição.

Collin [8, p. 258] estabeleceu uma solução útil para este assunto. Assumindo que sobre a sonda existe uma distribuição de corrente uniforme aproximadamente sinusoidal, a qual radia campo dentro do guia retangular projetado no modo fundamental. É possível determinar a resistência de entrada  $R_{in}$  e a reatância de entrada  $X_{in}$  em termos dos parâmetros da sonda,  $l$  e  $d$ , como se mostra a seguir

$$R_{in} = \frac{2Z_0}{ab\beta_{10}k_0} \sin^2(\beta_{10}l) \tan^2\left(k_0\frac{d}{2}\right), \quad (4.1)$$

$$X_{in} = \frac{Z_0 \tan^2(k_0d/2)}{2\pi k_0b} \left\{ \ln\left(\frac{2a}{\pi r}\right) + \left(\frac{0.2276k_0a}{\pi}\right)^2 \right. \\ \left. + \frac{2\pi}{\beta_{10}a} \sin(2\beta_{10}l) - 2\left(1 - \frac{2r}{a}\right) \right. \\ \left. - 2k_0^2 \sum_{m=1}^{\infty} \left[ 1 - \frac{\sin^2(m\pi d/2b)}{\sin^2(k_0d/2)} \right] \frac{K_0(k_m r)}{k_m^2} \right\}, \quad (4.2)$$

onde  $r$  é o raio da sonda,  $a$  e  $b$  são as dimensões da seção transversal do guia de onda

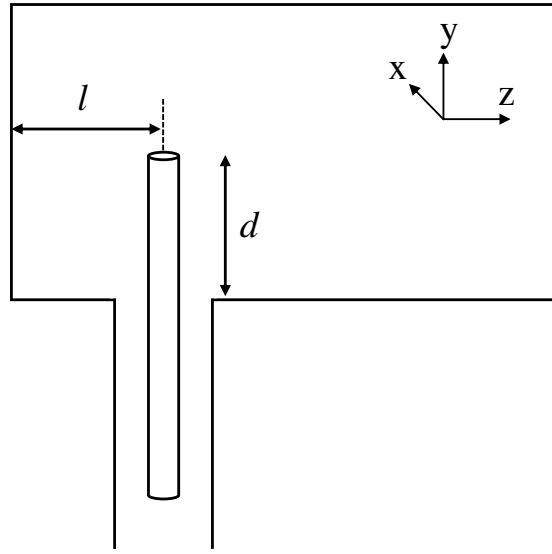


Figura 4.3: Parâmetros geométricos da sonda coaxial dentro de um guia de onda retangular.

retangular,  $Z_0$  é a impedância característica do espaço livre,  $k_0$  é o número de onda do espaço livre,  $\beta_{10}$  é a constante de fase do modo fundamental,  $K_0(k_m r)$  é a função de Bessel modificada de segundo tipo com argumento  $k_m$  dado por

$$k_m = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{b}\right)^2 - k_0^2}, \quad \text{sendo } m = 1, 2, 3, \dots \quad (4.3)$$

Considerando que o principal objetivo é alcançar o máximo acoplamento de campo entre a sonda coaxial e um guia retangular, podemos assumir que  $R_{in} = 50 \Omega$  e  $X_{in} = 0 \Omega$ , dado que o guia coaxial de entrada foi projetado com impedância característica de  $Z_c = 50 \Omega$ . Então, isolando o parâmetro  $d$  em termos de  $l$  e definindo valores iniciais para  $l$ , podemos aplicar um método gráfico que represente as curvas para  $R_{in} = 50 \Omega$  e  $X_{in} = 0 \Omega$  e, assim, visualizar o ponto de interseção entre elas. Na Fig. 4.4, podemos observar o ponto de interseção entre as curvas anteriormente mencionadas, dada uma sonda coaxial de raio  $r = 1$  mm que alimenta um guia de onda infinito de seção retangular 100 mm x 50 mm, com um sinal de 2,45 GHz.

A Fig. 4.4 mostra o primeiro ponto de interseção em  $l = 34,5$  mm e  $d = 27$  mm. Valores que determinam o ajuste dos parâmetros da sonda coaxial dentro de um guia de onda retangular infinito, para obter um bom acoplamento dos campos eletromagnéticos. Existem outros pontos de interseção na Fig. 4.4, no entanto é mostrado apenas o primeiro por causa que os valores obtidos se ajustam às dimensões

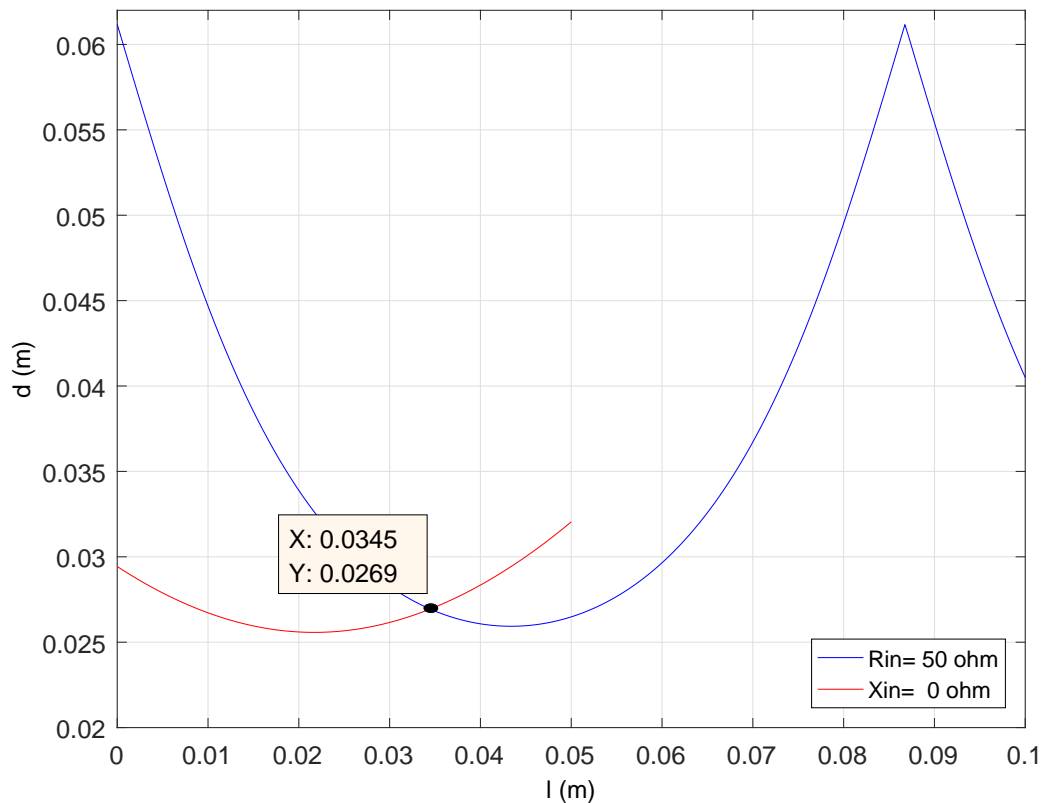


Figura 4.4: Curvas  $R_{in} = 50 \Omega$  e  $X_{in} = 0 \Omega$  no plano  $d-l$ .

do guia. Podemos considerar esse valores como um resultado inicial que permitiu ter uma noção aproximada do ajuste da sonda na etapa de alimentação do sistema. Com o objetivo de validar o ajuste da sonda obtido, foi construída e simulada a geometria da etapa de alimentação utilizando o *software* COMSOL. Adicionalmente, considerando que o projeto de dispositivos de micro-ondas é bastante rigoroso, uma vez que esses dispositivos possuem uma resposta em frequência extremamente seletiva, aplicamos uma nova sintonia fina dada pela parametrização simples do parâmetro  $l$  nas simulações de COMSOL, com o propósito de encontrar o ponto mínimo das perdas de retorno na frequência de interesse 2,45 GHz.

A Fig. 4.5 mostra as perdas de retorno do sistema, parâmetro  $S_{11}$  em dB, para os valores  $l = 34,5$  mm e  $d = 27$  mm obtidos da formulação analítica, e para os valores  $l = 24,5$  mm e  $d = 27$  mm, obtidos pela parametrização do parâmetro  $l$  feita em COMSOL. A resposta do sistema foi avaliada em um intervalo de frequências de simulação entre 1 GHz e 4 GHz. Podemos observar que o melhor acoplamento de campo,  $S_{11} = -41,75$  dB, ocorre para uma sonda localizada a uma distância de curto circuito de  $l = 24,5$  mm e altura de  $d = 27$  mm na frequência 2,44 GHz.

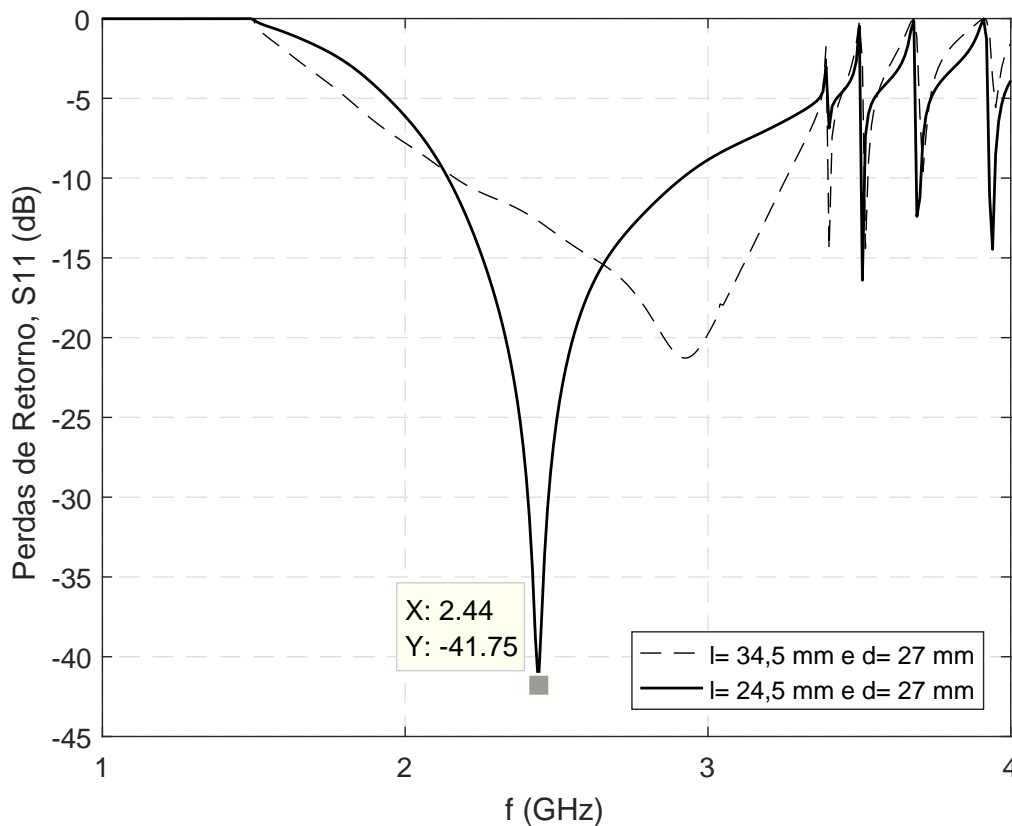


Figura 4.5: Perdas de retorno da transição sonda coaxial-guia retangular infinito.

A variação dos parâmetros  $l$  e  $d$  da sonda coaxial modifica o casamento de impedância da junção. As Figs. 4.6 e 4.7 apresentam a varredura em frequência da perda de retorno  $S_{11}$  (dB), para diferentes valores de  $l$  e  $d$ . Observa-se que a variação de  $l$  não varia a sintonia em frequência porém modifica o parâmetro  $S_{11}$  permitindo melhorar o acoplamento da junção e sua largura de banda. Por outro lado, a variação da altura  $d$  modifica a frequência de sintonia mantendo poucas mudanças na largura de banda e na perda de retorno. Em conclusão, o ajuste da sonda coaxial na etapa de alimentação é um processo minucioso que requer de técnica e precisão, tanto na simulação quanto nos experimentos.

Determinados os parâmetros da sonda coaxial no guia retangular infinito, continua-se com o estudo da segunda etapa do dispositivo chamada de sintonia. Nessa etapa veremos que o guia retangular infinito muda para um modelo do tipo cavidade retangular, a qual terá êmbolos móveis para ajustar seu comprimento. Cabe ressaltar que dentro da cavidade estarão presentes a sonda coaxial de alimentação e uma outra antena que acoplará o campo no concentrador da etapa final.

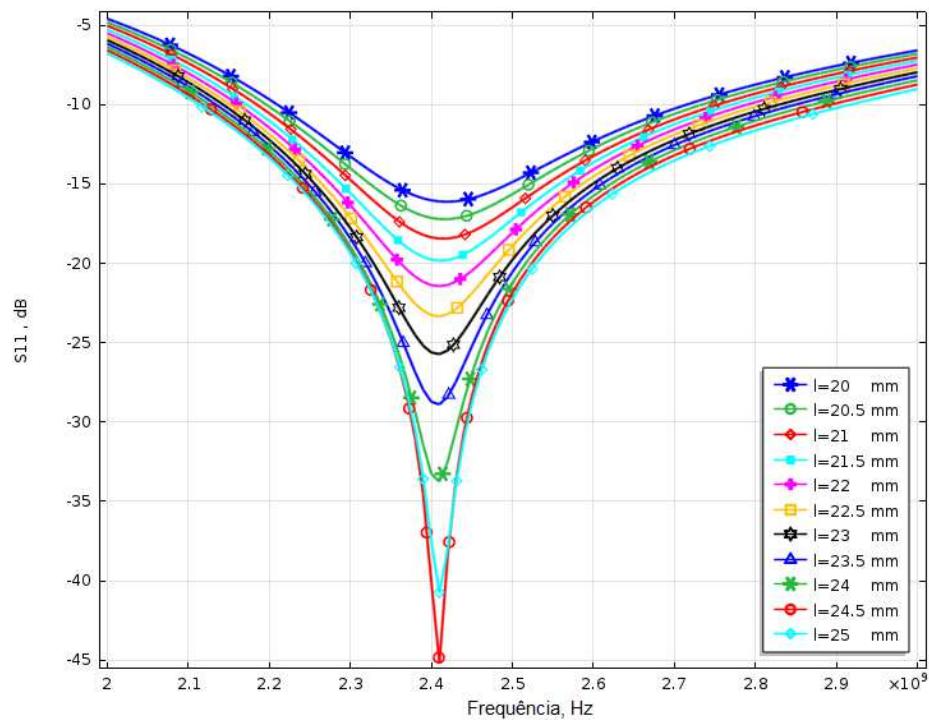


Figura 4.6: Resposta em frequência da perda de retorno  $S_{11}$  variando o parâmetro  $l$  da sonda coaxial.

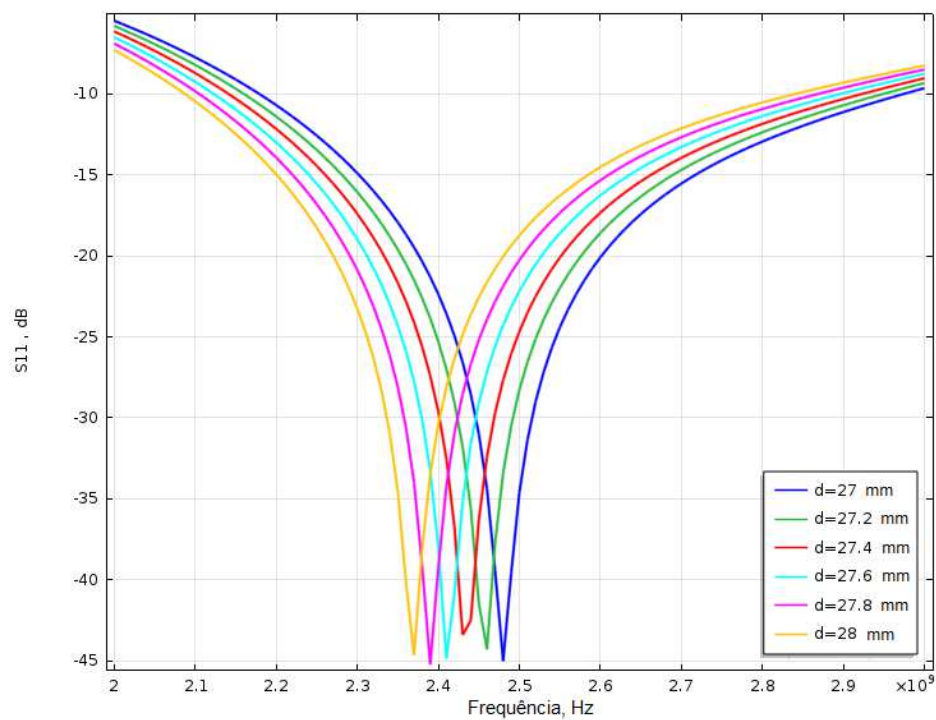


Figura 4.7: Resposta em frequência da perda de retorno  $S_{11}$  variando o parâmetro  $d$  da sonda coaxial.



### 4.3 Etapa de Sintonia

Na segunda etapa, o guia de onda retangular se torna finito, assemelhando-se fisicamente a uma cavidade retangular de seção retangular 100 mm x 50 mm. No entanto, dentro dessa cavidade existiram várias descontinuidades, como por exemplo, a sonda coaxial de alimentação, parafuso de sintonia (*tuning-screw*) e uma antena tipo cone que acopla o campo no concentrador da etapa final. Além disso, a cavidade retangular possui êmbolos móveis que modificam o comprimento da mesma com o objetivo de melhorar o acoplamento do campo eletromagnético. A Fig. 4.8 ilustra todos os elementos da etapa de sintonia presentes na cavidade retangular a qual foi construída e simulada utilizando o *software* COMSOL. Desta vez, o modelo simulado possui todos seus componentes de acoplamento e sintonia do campo eletromagnético, portanto podemos verificar o comportamento elétrico do dispositivo por completo.

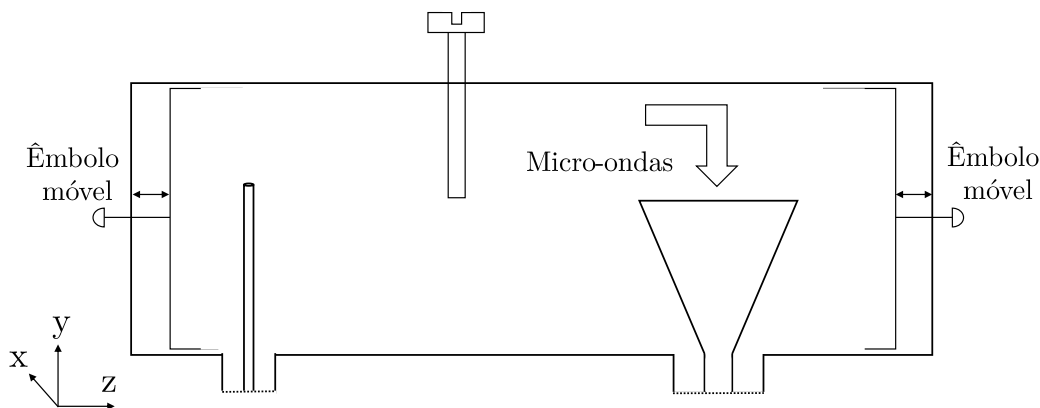


Figura 4.8: Cavidade Retangular.

A altura da sonda coaxial de entrada ou antena monopolo foi fixada no valor de  $d = 40$  mm, e o valor da distância de curto-circuito,  $l$ , entre a parede lateral esquerda da cavidade e a sonda, a qual é controlada pelo êmbolo móvel, foi determinada aplicando a parametrização deste parâmetro. O propósito dessa parametrização é encontrar o ponto de máximo acoplamento próximo da frequência de interesse 2,45 GHz.

Por outro lado, a antena tipo cone foi modelada com impedância característica de  $Z_c = 100 \Omega$ , valor que corresponde à impedância característica do guia coaxial chamado de concentrador de campo que corresponde à terceira etapa. A impedância característica da antena monocônica é determinada segundo os parâmetros geométricos, ângulo  $2\theta_h$  e altura  $L_h$  do cone. A escolha dos valores desses parâmetros foram extraídos da resposta da antena cônica simulada no *software* COMSOL. Modelou-se um guia coaxial que alimenta a antena monocônica. O condutor interno do guia coaxial foi ligado ao cone e o condutor externo foi conectado a um plano condutor perfeito e infinito, como

mostrado na Fig. 4.9. Desta maneira, assume-se que a antena radia no espaço livre. Na Fig. 4.10 mostram-se as curvas de resistência e reatância com relação ao comprimento da antena cônica  $L_h$  para vários ângulos  $2\theta_h = 20^\circ, 40^\circ, 60^\circ, 80^\circ$ . Observa-se que a medida que o ângulo aumenta, a amplitude das variações de resistência e reatância diminui.

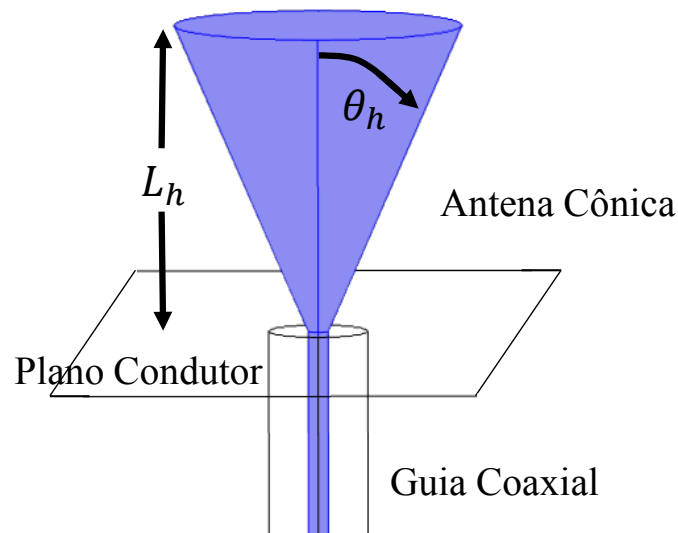
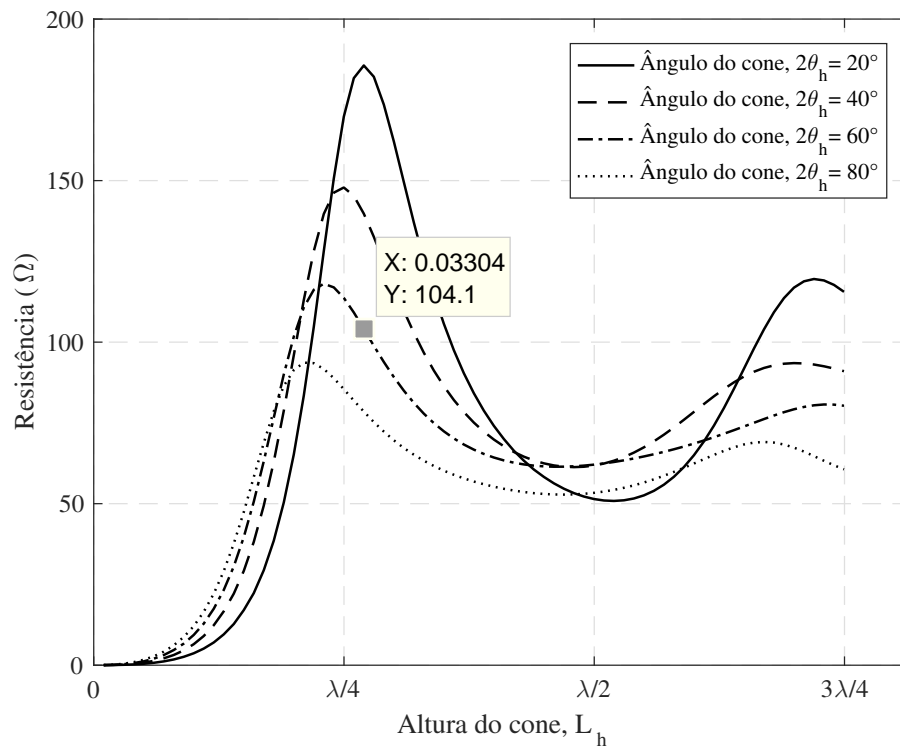
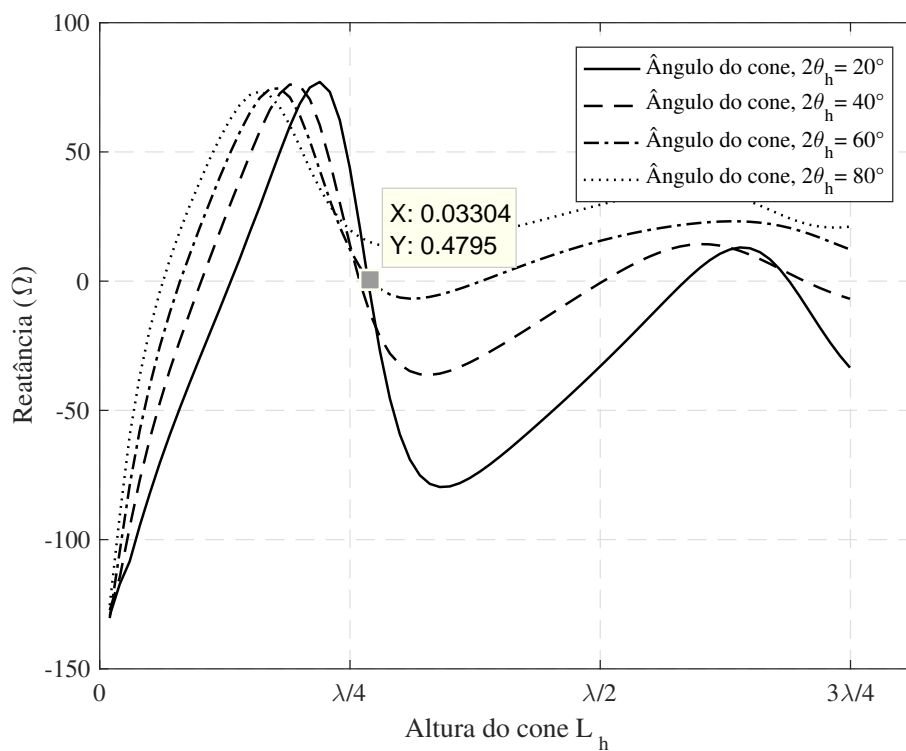


Figura 4.9: Geometria de uma antena cônica alimentada por um guia coaxial de impedância  $100 \Omega$ . Imagem obtida do COMSOL.

Conforme a Fig. 4.10, podemos identificar que uma antena monocônica com  $2\theta_h = 60^\circ$  e altura  $L_h = 33 \text{ mm}$ , dado um  $\lambda \approx 122,4 \text{ mm}$ , apresenta aproximadamente  $R_c = 104 \Omega$  e  $X_c = 0,5 \Omega$ . A escolha desses valores foi validada usando a Fig. 4.11, na qual mostram-se as curvas da impedância de uma antena monocônica obtidas de maneira experimental [54, p. 237]. A implementação da antena cônica justifica-se que esse tipo de antena possui uma banda mais larga quando comparada com um monopolo, característica que favorece o acoplamento do campo eletromagnético. A fim de validar a característica de banda larga do dispositivo, foi feita uma comparação entre a antena cônica e o monopolo, ambas de igual comprimento. Os resultados da simulação são mostrados na Fig. 4.12.



(a) Resistência.



(b) Reatância.

Figura 4.10: Impedância de entrada da antena cônica em função da altura e ângulo do cone.

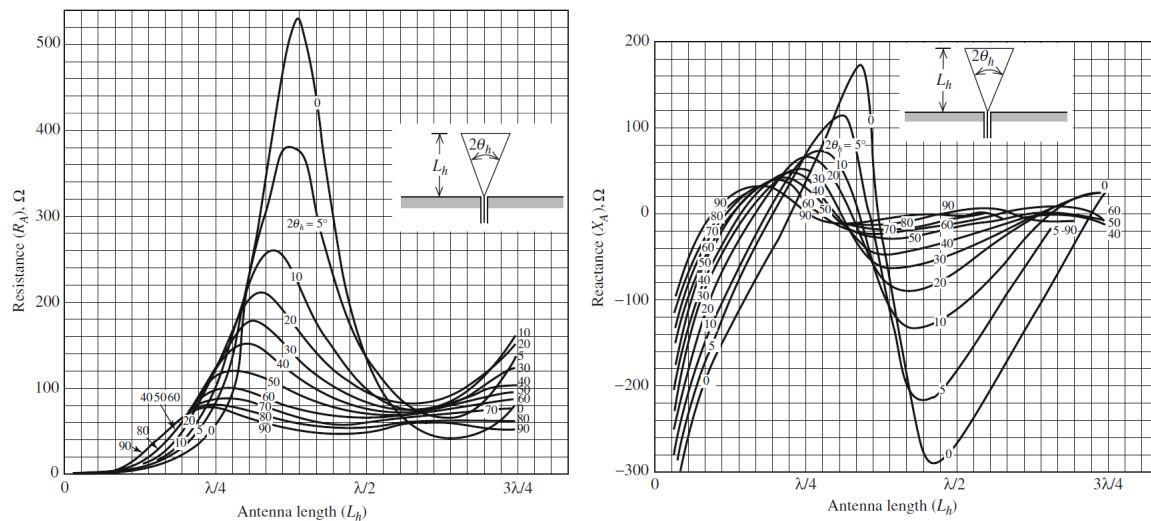


Figura 4.11: Impedância experimental de uma antena monocônica. À esquerda as curvas da resistência e à direita a reatância em função da altura da antena,  $L_h$ . Imagem obtida em [54, p. 237].

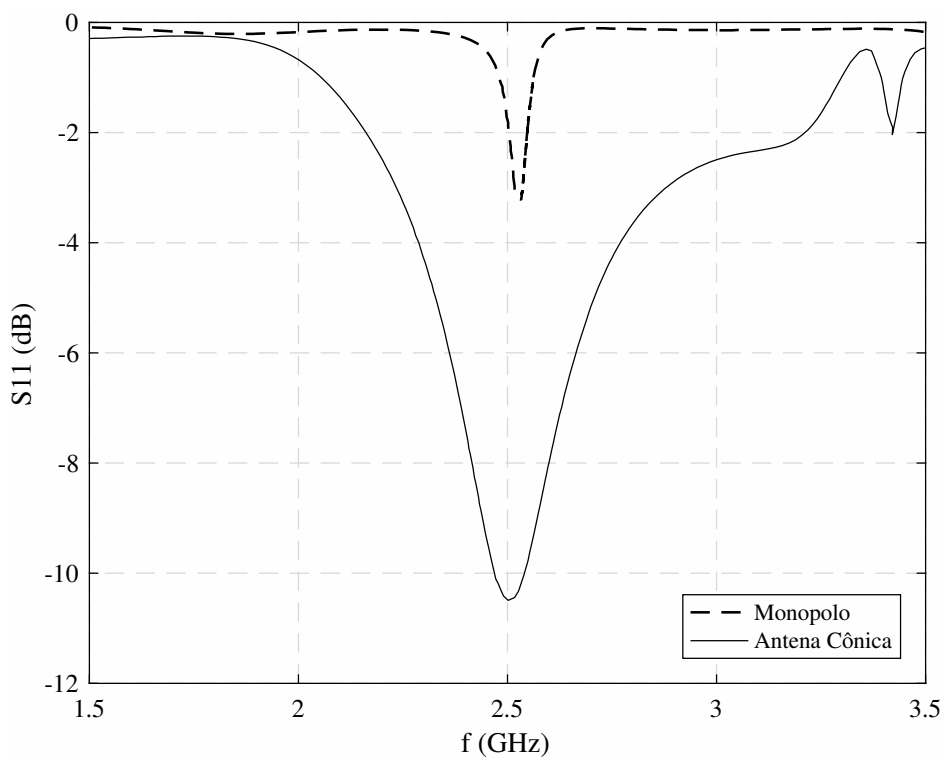


Figura 4.12: Comparação da resposta em frequência entre a antena cônica e o monopolo.

Um outro aspecto a ser considerado na sintonia é o comprimento da cavidade retangular. As paredes laterais foram projetadas como êmbolos móveis que ajustam o tamanho da cavidade para garantir o máximo acoplamento de campo em determinada frequência de trabalho. Do mesmo modo que a parede localizada à esquerda da sonda coaxial, a parede à direita da antena cônica foi parametrizada por simulação feita em COMSOL e será denotada como  $l_{out}$ . A distância entre a sonda coaxial e a antena cônica foi projetada em  $\lambda/2 = 61,2$  mm e entre elas foi posicionado centradamente o parafuso de sintonia, o qual tem como objetivo ajustar suavemente a impedância do dispositivo para alcançar o melhor acoplamento de campo. O comportamento elétrico do parafuso muda a medida ele entra na cavidade retangular. Parafusos inseridos apenas uma pequena distância se comportam como um elemento de reatância capacitiva, que aumenta em valor à medida que o parafuso é inserido. À medida que o parafuso seja inserido uma fração significativa do comprimento de onda, atuará como um circuito LC em série. Quando a inserção do parafuso é de aproximadamente  $\lambda/4$ , o circuito entra em ressonância portanto a susceptância do parafuso torna-se infinita. Aumentando ainda mais a inserção, a susceptância se torna negativa e quando o parafuso se estende completamente através do guia de onda, fazendo contato com a parede inferior, se comportam como um elemento de reatância puramente indutiva. Por último é importante mencionar que as considerações mencionadas acima são aplicadas para um parafuso metálico de pequeno diâmetro, apenas poucos milímetros, introduzido pela parede superior da cavidade retangular [55, p. 168-169]. A sintonia fina dada pelo parafuso foi um recurso prático utilizado principalmente nos testes experimentais que vão ser explicados na seguinte seção.

A Fig. 4.13 mostra a perda de retorno do dispositivo feita a sintonia fina da posição da sonda coaxial e o comprimento da cavidade retangular. Os valores calculados foram os seguintes:  $l = 38,2$  mm,  $d = 40$  mm,  $l_{out} = 78,8$  mm. A resposta do sistema foi avaliada em um intervalo de frequências de simulação entre 2 GHz e 3 GHz. Podemos observar que o melhor acoplamento de campo,  $S_{11} = -26,51$  dB, ocorre na frequência 2,41 GHz. Porém, a resposta possui uma banda ultra estreita, indicando que a sintonia do dispositivo é extremamente específica para a frequência de trabalho escolhida.

Sabendo a descrição de todos os componentes presentes dentro da cavidade retangular, finalmente podemos descrever a terceira etapa do dispositivo chamada de concentração de campo. Nessa última etapa observa-se que o guia coaxial de comprimento fixo e finalizado em uma descontinuidade do tipo íris em conjunto com o condutor interno afinado, é utilizado como um sistema que radia energia devido à alta concentração de campo elétrico na ponta. Essa característica faz com que o dispositivo de onda guiada desenvolvido neste trabalho seja relevante nos avanços tecnológicos da

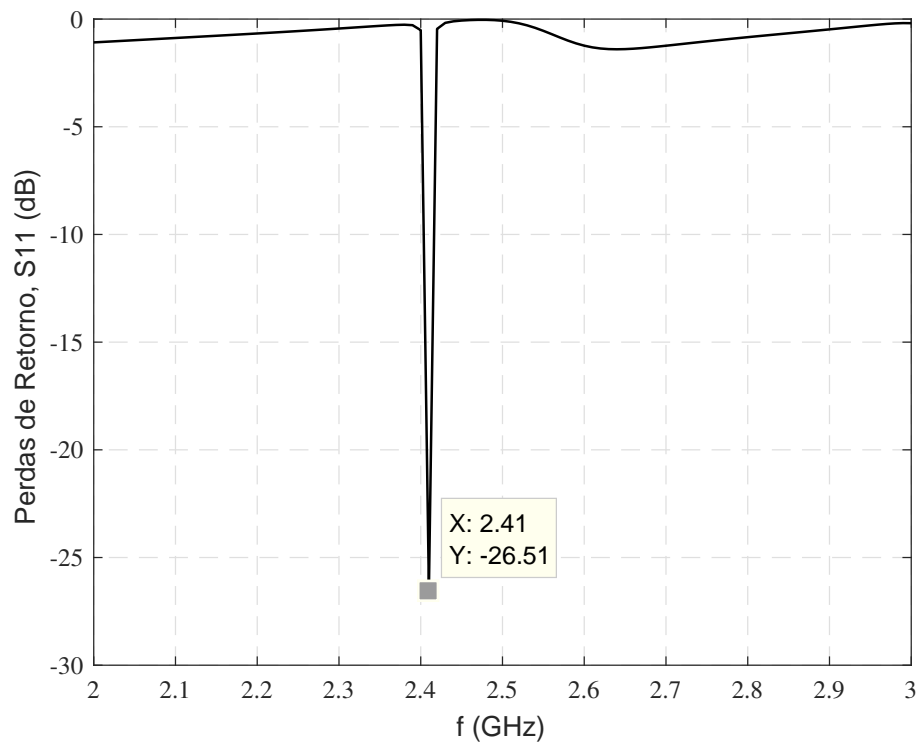


Figura 4.13: Perdas de retorno do dispositivo feita a sintonia da sonda coaxial e da cavidade retangular.

impressão 3D.

## 4.4 Etapa de Concentração do Campo

A última etapa trata-se sobre um guia coaxial de comprimento 80 mm, com raio de 5 mm no condutor externo e 1 mm no condutor interno, preenchido por dielétrico de ar e com impedância característica  $Z_c \approx 100 \Omega$ . O condutor interno do guia coaxial está ligado na parte superior com a antena cônica presente na cavidade retangular e na parte inferior finaliza em uma ponta bastante afinada posicionada poucos milímetros para fora do guia coaxial, a qual concentra campo elétrico. Além disso, logo antes da ponta existe uma descontinuidade decrescente do tipo íris, a qual modifica apenas o raio do condutor externo do guia coaxial, reduzindo seu tamanho para 3,5 mm. Essa íris tem o propósito de ajustar a impedância do dispositivo nesta última etapa e assim melhorar o casamento de impedâncias.

A Fig. 4.14 mostra a geometria do concentrador de campo formado pelo conjunto guia coaxial, íris e ponta. Além disso, nota-se o anel ou bucha de teflon. Esse dielétrico tem como finalidade dar suporte mecânico ao condutor interno. O caso de estudo 5

reportado na seção 3.3 mostra mais detalhes sobre a resposta do anel no casamento de impedâncias em função da frequência. Do mesmo modo que nas etapas anteriores, a geometria foi construída e simulada utilizando o *software* COMSOL. Desta maneira, concluímos a descrição de todos os elementos que configuram o dispositivo de onda guiada, tema de interesse neste trabalho. A seguir, serão apresentados os resultados de simulação no COMSOL, imagens da construção do protótipo realístico e resultados dos testes experimentais.

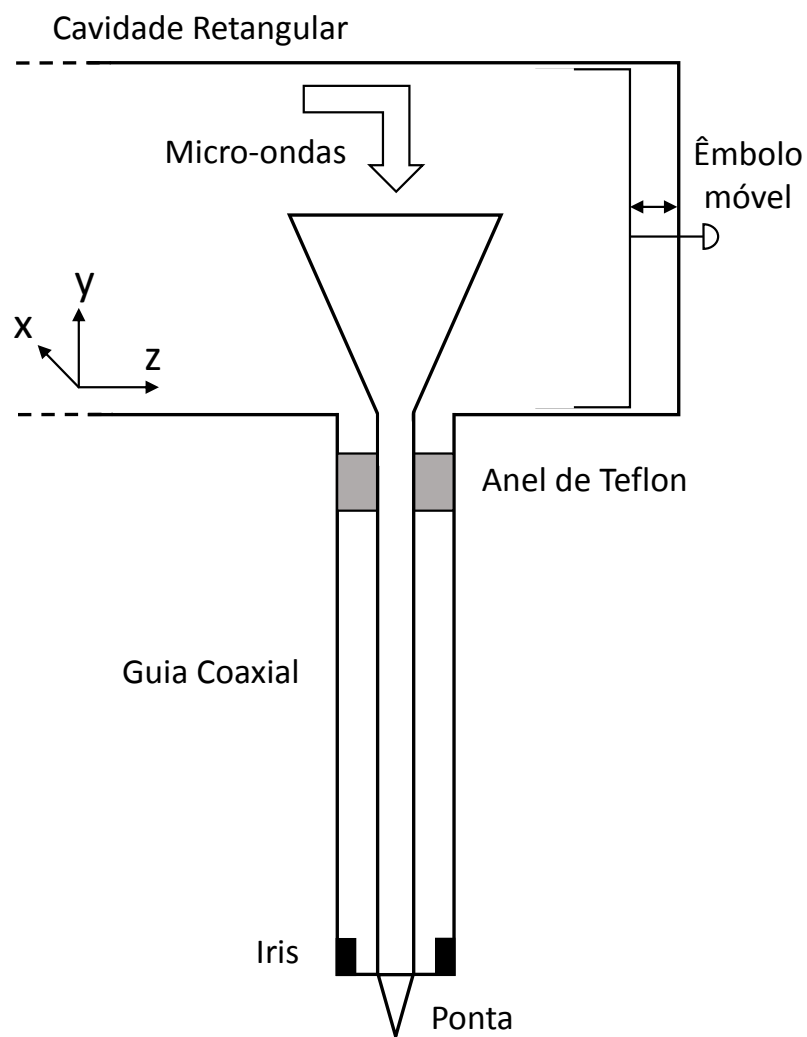


Figura 4.14: Concentrador de campo formado pelo conjunto guia coaxial, íris e ponta.

## 4.5 Resultados

### 4.5.1 Simulações em COMSOL

Cada uma das etapas descritas acima, formam o sistema nomeado dispositivo de onda guiada, que tem como propósito a concentração de campo para poder entregar energia focalizada em um ponto específico. A ideia inicial do trabalho era aplicar a formulação desenvolvida no capítulo 3 e assim modelar o comportamento dos campos eletromagnéticos. No entanto, o dispositivo apresenta múltiplas descontinuidades que inviabilizam o uso do método analítico. Como alternativa, escolheu-se o *software* COMSOL para simular e conhecer a resposta elétrica do sistema. COMSOL é uma ferramenta de simulação multifísica baseada no método numérico FEM. Neste caso, será criada e simulada a geometria do dispositivo de ondas guiadas, alimentado por um sinal de micro-ondas na frequência de 2,4 GHz. Valor determinado como parâmetro de projeto em razão do livre uso do espectro. O módulo do COMSOL utilizado foi *Radio Frequency (RF)* e as interfaces físicas foram propagação de ondas eletromagnéticas no domínio da frequência e aquecimento de micro-ondas no domínio do tempo [56].

A Fig. 4.15 mostra a modelo construído no COMSOL com as especificações dos parâmetros de sintonia. Além disso, podemos observar que no final do guia coaxial concentrador foi desenhada uma semiesfera de duas camadas, a qual tem como objetivo modelar a radiação do sistema no espaço aberto. A camada interna da semiesfera está preenchida por ar e a camada externa é uma PML (*perfect matching layer*) projetada para absorver o campo radiado, desta maneira o domínio espacial do problema é truncado conseguindo ter um modelo aproximado de radiação de campo no espaço aberto.

Na Fig. 4.16 podemos visualizar uma aproximação do conjunto: guia concentrador, íris e ponta. Como mencionado antes, a íris tem o propósito de ajustar a impedância do dispositivo na última etapa e a ponta é um lugar geométrico que concentra campo elétrico. A íris implementada tem um diâmetro fixo  $d_{iris} = 7$  mm e uma altura  $h_{iris} = 2,5$  mm. Por último, a condutor interno do guia concentrador se estende  $h_{tip} = 5$  mm para fora do mesmo.

A geometria construída foi simulada para dois casos específicos, no primeiro caso a ponta afinada do guia concentrador radia campo no espaço aberto e no segundo caso foi posicionado logo abaixo da ponta um elemento com condutividade alta, a fim de simular uma carga metálica. A distância de separação da carga em relação à ponta foi extremamente pequena, apenas 1 mm nas simulações e nos testes experimentais chegou-se assumir que estava em contato. Além disso, foram feitas duas simulações



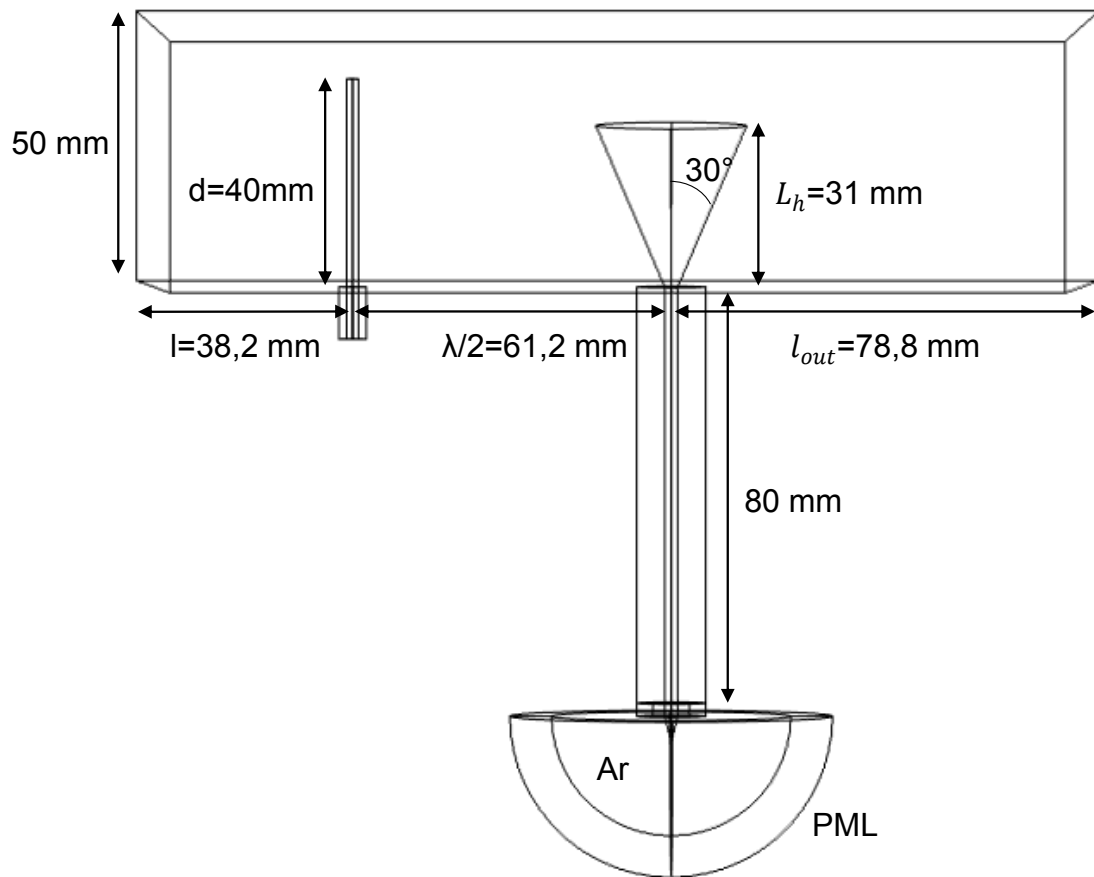


Figura 4.15: Geometria do dispositivo de onda guiada desenhada no COMSOL.

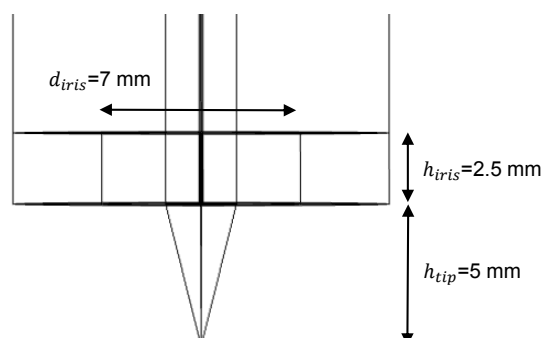


Figura 4.16: Descontinuidade decrescente do tipo íris e condutor interno bem afinado no final do guia concentrador.

variando apenas o tamanho da carga metálica. A Fig. 4.17 mostra os dois modelos de carga metálica, um elemento de 1 mm de comprimento e outro de 10 mm.

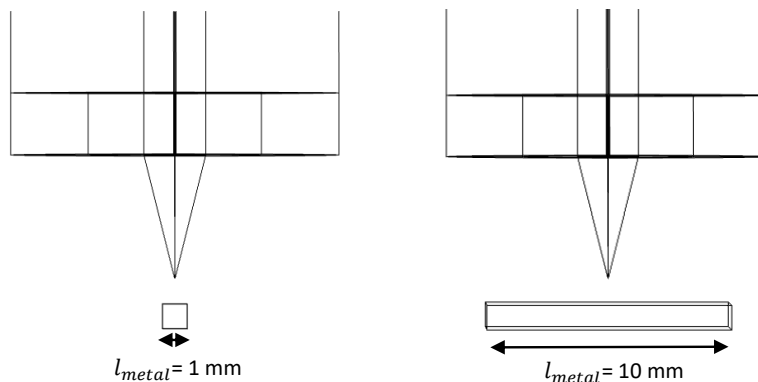


Figura 4.17: Geometria dos elementos que modelam uma carga metálica posicionada nas proximidades da ponta.

Finalmente, a seguir são apresentados os resultados da concentração de campo na ponta. Para o primeiro caso, radiação no espaço aberto, a Fig. 4.18 mostra a intensidade do módulo do campo elétrico, segundo a escala de cores, no plano  $y - z$  para um valor de  $x = 50$  mm, ou seja um corte transversal no centro da geometria. O campo elétrico é máximo na ponta do guia concentrador chegando a um valor de  $1.86 \times 10^6$  (V/m) para um sinal de frequência 2,41 GHz.

Para o segundo caso, radiação na carga metálica de comprimento 1 mm e 10 mm, a Fig. 4.19 mostra a intensidade do módulo do campo elétrico para um corte transversal no centro da geometria. Da mesma forma que o caso anterior, o campo elétrico é máximo na ponta do guia concentrador chegando a valores superiores a  $2 \times 10^6$  (V/m) para uma frequência de 2,41 GHz.

Adicionalmente foi feita uma simulação do aquecimento térmico sobre as cargas metálicas. A Fig. 4.20 apresenta as curvas da variação da temperatura sobre um ponto da superfície das cargas metálicas, 1 e 10 mm. Podemos observar que a temperatura da carga de 1 mm aumento significativamente, alcançando um valor máximo de  $374$  °C. Porém, a carga de 12 mm o aumento de temperatura foi moderado, chegando a um valor máximo de  $85,7$  °C.

Esses foram os resultados mais relevantes obtidos nas simulações de COMSOL. Lembrando que o COMSOL é um *software* de simulação baseado no método de elementos finitos, o qual discretiza em pequenos volumes o domínio do problema, portanto, entre mais refinada seja a malha maior será o tempo de simulação. Como o dispositivo de onda guiada tratado neste trabalho é bastante complexo desde o ponto de vista geo-

métrico, a discretização do sistema foi rigorosa, fato que tornou as simulações bastante demoradas, na maioria dos casos entre 12 e 24 horas. A seguir, serão apresentadas as imagens do protótipo físico e os resultados dos testes experimentais.

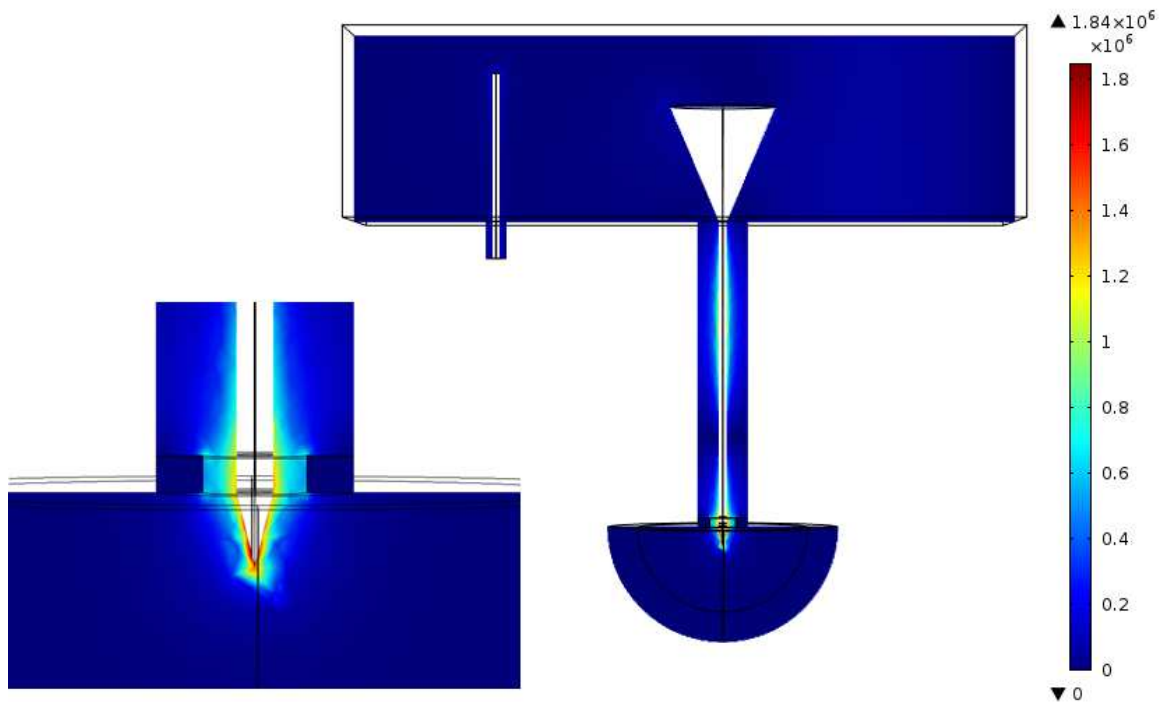


Figura 4.18: Intensidade do módulo do campo elétrico  $|\vec{E}|$  (V/m) quando o dispositivo está irradiando no espaço aberto

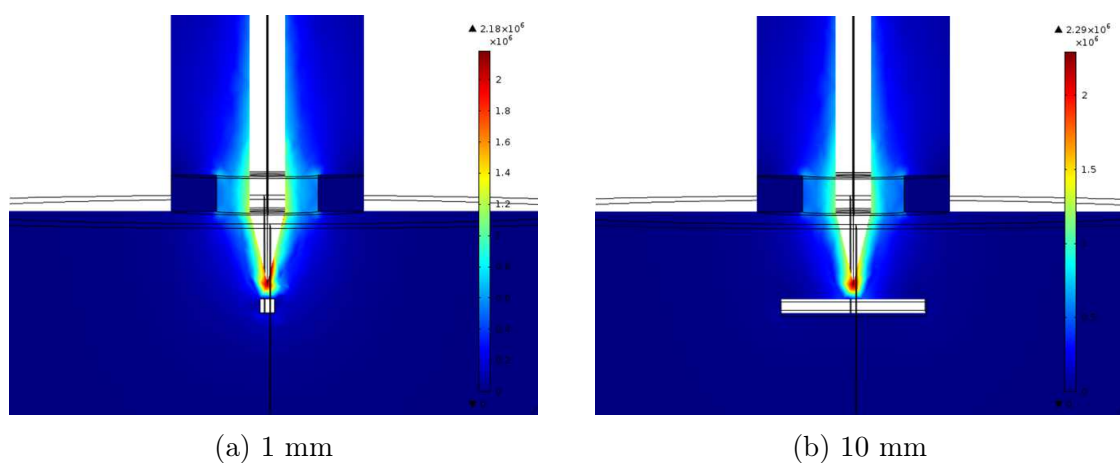


Figura 4.19: Intensidade do módulo do campo elétrico  $|\vec{E}|$  (V/m) quando o dispositivo está irradiando sobre uma carga metálica de diferente tamanho.

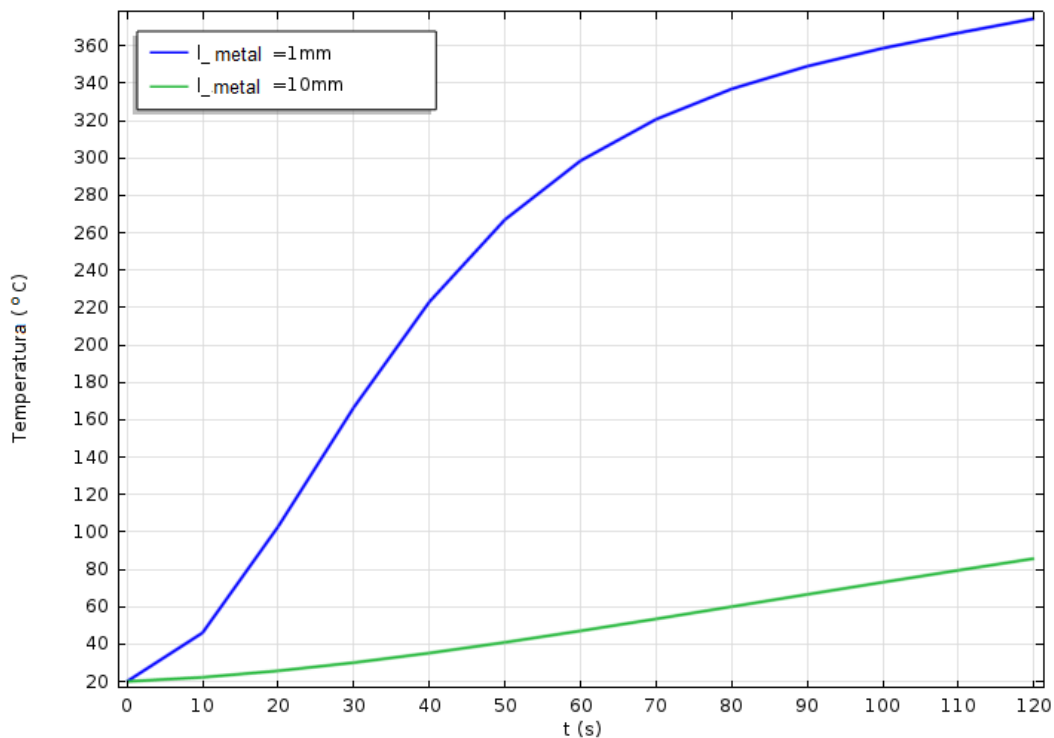
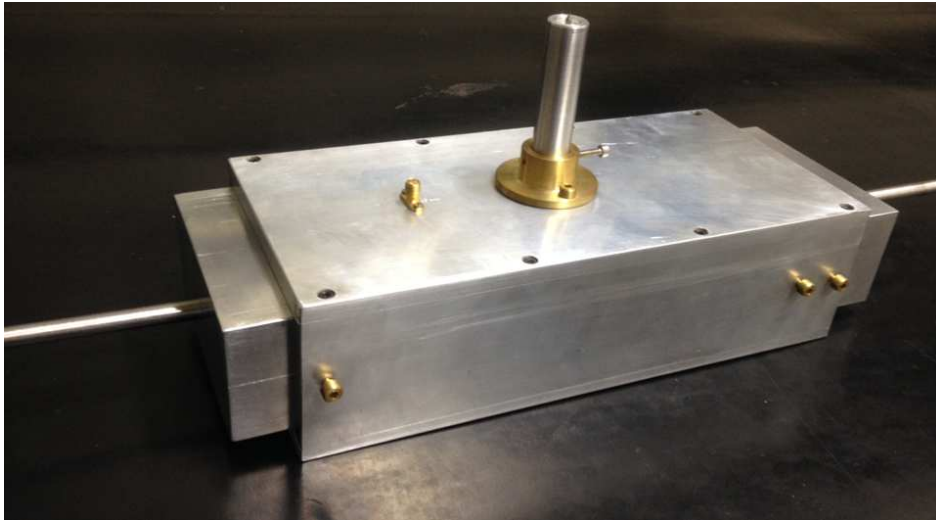


Figura 4.20: Curvas da variação de temperatura ( $^{\circ}\text{C}$ ) na superfície das cargas metálicas, 1 mm e 10 mm, no intervalo de tempo de 2 minutos.

## 4.5.2 Testes Experimentais

Os resultados de simulação no COMSOL foram a base para a construção física de cada uma das etapas do dispositivo, obtendo no final um protótipo realístico o qual foi utilizado em uma série de testes experimentais com o propósito de avaliar a sintonia e a concentração de campo do dispositivo. O protótipo apresentado a seguir foi a última versão construída, resultado do aperfeiçoamento de modelos iniciais. As principais características dessa última versão foram a robustez da estrutura mecânica, a melhoria nos acoplos físicos das transições entre os guias de onda utilizados, e o uso de materiais com propriedades térmicas apropriadas para trabalhar em altas temperaturas. A Fig. 4.21 mostra um conjunto de três fotos, nas quais podemos visualizar os detalhes da estrutura física, externa e interna, do dispositivo. O material utilizado para usinar a cavidade retangular foi alumínio, a antena tipo cone e a íris foi cobre e os condutores, interno e externo, do concentrador foi tungstênio.



(a) Cavidade retangular junto com a conexão de alimentação, o guia concentrador e os êmbolos móveis de sintonia.



(b) Posicionamento das antenas, sonda de entrada e tipo cone, dentro da cavidade retangular.



(c) Guia coaxial concentrador em conjunto com a íris e o condutor interno afinado em ponta.

Figura 4.21: Fotos do protótipo realístico.

O primeiro teste experimental foi de sintonia. Na Fig. 4.22 podemos visualizar as perdas de retorno do sistema sintonizado na frequência de 2,41 GHz. Esta medição foi feita quando o guia concentrador radia campo no espaço aberto. Fazendo uma comparação com os resultados simulados em COMSOL, podemos concluir que o teste apresentou concordância na etapa de sintonia. As perdas de retorno obtidas experimentalmente mostraram um pico de máximo acoplamento de impedância de  $S_{11} = -31,83$  dB em 2,408 GHz. A largura de banda de meia potência  $BW(-3$  dB) foi aproximadamente 46 MHz.

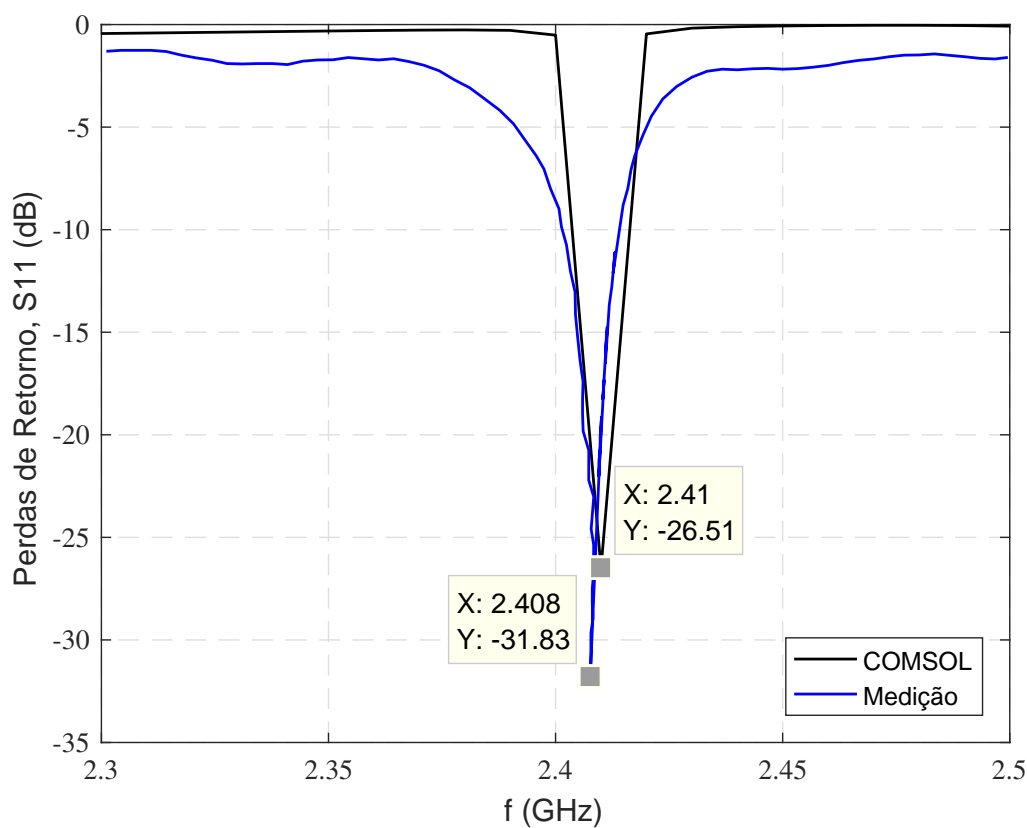


Figura 4.22: Comparação entre COMSOL e a medição experimental das perdas de retorno do protótipo.

O segundo experimento foi um teste de temperatura, para isso o sistema foi alimentado com um sinal micro-ondas de potência 100 W. O guia concentrador radia campo sobre uma carga de pó de aço localizada na proximidade da ponta. A Fig. 4.23 mostra uma foto no instante de tempo de 8 segundos depois de ligada a fonte de alimentação. Na parte esquerda podemos observar a formação do arco elétrico, entre a ponta e a carga de pó de aço, gerada pela ruptura dielétrica do ar, a qual ocorre para campos elétricos da ordem de  $3 \times 10^6$  (V/m). Portanto, podemos concluir que o

campo elétrico concentrado na ponta superou a constante da rigidez dielétrica do ar. Por outro lado, na parte direita da foto observamos o mapa de temperatura gerado por uma câmera térmica, o qual indicou valores superiores a  $280^{\circ}\text{C}$  para o mesmo instante de tempo no qual o arco abre.

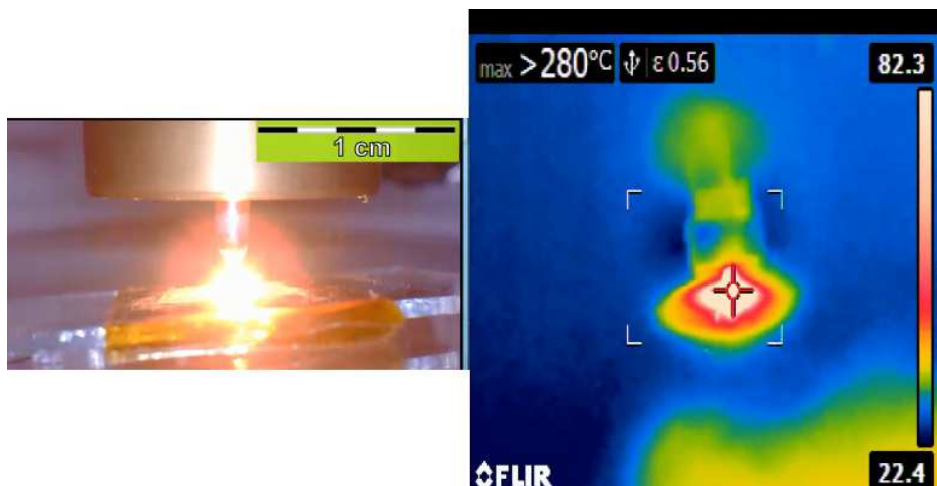
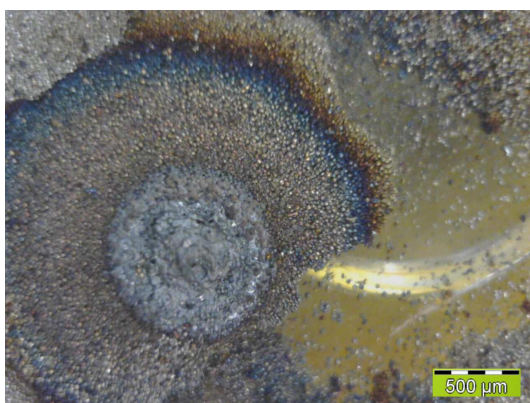
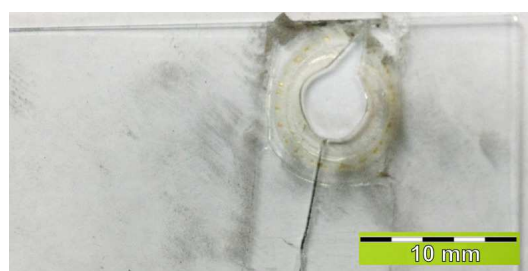


Figura 4.23: Medição de temperatura no material pó de aço.

Na Fig. 4.24 podemos constatar o resultado da radiação de altos valores de campo elétrico sobre dois materiais, uma carga de pó de aço e uma lâmina fina de vidro. Na foto da esquerda observamos a fundição da camada de pó de aço e na foto da direita a perfuração da lâmina de vidro, fatos causados pelo aumento da temperatura na superfície dos materiais derivado da alta concentração de campo elétrico.



(a) Fundição da camada de pó de aço.



(b) Perfuração do vidro.

Figura 4.24: Fotos do resultado da radiação de campo elétrico sobre pó de aço e vidro.

O terceiro experimento tratou-se sobre a resolução espacial do sistema. Realizou-se uma varredura na direção horizontal, utilizando como carga um fio metálico de  $300\ \mu\text{m}$  de diâmetro aproximadamente. A figura 4.25 mostra a foto do experimento e

o resultado da resolução do sistema. Observa-se que a resposta do sistema é sensível a variações no material da carga. Essas variações são detetadas pela interação do campo próximo no conjunto ponta-carga para distâncias na ordem de grandeza do diâmetro do fio metálico [57].

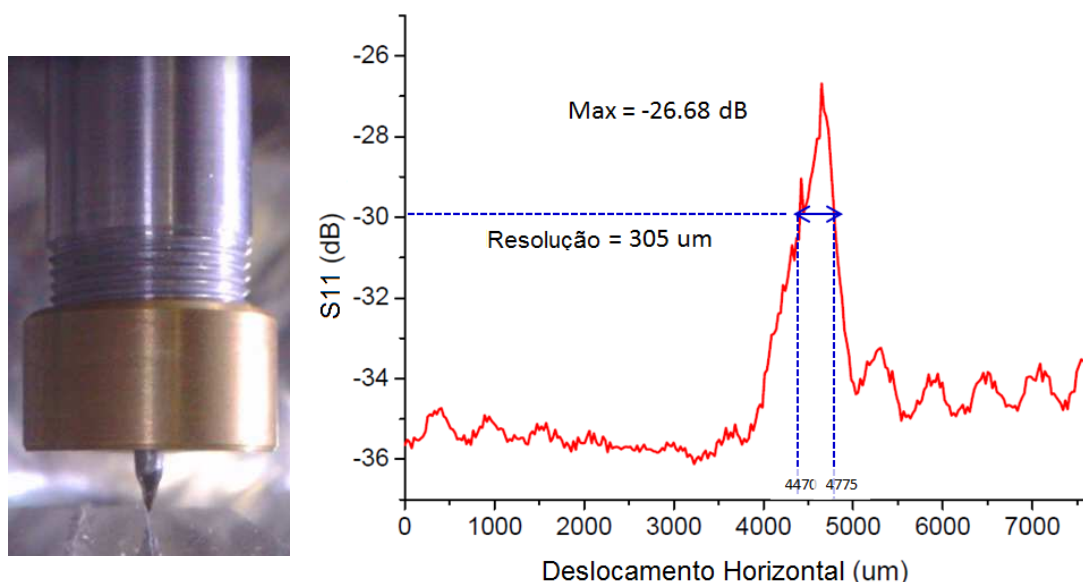


Figura 4.25: Guia coaxial concentrador sobre um fio metálico e a resolução espacial do sistema.

## 4.6 Conclusões Parciais

Neste capítulo foram apresentados os resultados experimentais e de simulação do dispositivo de onda guiada, foco de estudo deste trabalho. Os testes experimentais exibiram concordâncias com as previsões das simulações em COMSOL com relação à sintonia do dispositivo e conseqüentemente à concentração de campo elétrico na ponta do guia coaxial de saída. Também foi possível verificar que o dispositivo projetado fornece grandes quantidades de energia em uma determinada carga, afirmando que pode operar como um sistema de sinterização de materiais ou como uma perfuradora utilizando sinais na faixa das micro-ondas. No presente trabalho não foram feitos testes da eficiência do dispositivo nem da dissipação de energia, devido à alta complexidade no processo de medição desses parâmetros.

Os resultados apresentados nesse capítulo geraram duas publicações. A sintonia da etapa de alimentação foi publicada no ICEAA-2018 [58] e a sintonia dentro da cavidade retangular usando a antena cônica foi publicada no IMOC-2019 [59].



## Capítulo 5

# Microscopia de Campo Próximo

A microscopia eletrônica possibilitou a observação de partículas menores a  $0,2 \mu m$ . Neste trabalho modelamos o comportamento de um sinal micro-ondas acoplado em uma sonda de um microscópio AFM. As vantagens de esta técnica são as seguintes:

- Medição das forças de interação, atração e repulsão, representam sinais que transmitem informações tanto elétricas quanto geométricas.
- Caracterização de amostras que não requerem contato elétrico.
- Testes em condições ambiente.

Existe uma conexão entre microscopia de campo próximo e manufatura aditiva. As duas aplicações implementam sinais micro-ondas em estruturas de acoplamento baseadas em guias de onda com o objetivo de concentrar campo elétrico em um ponto específico. No capítulo 4 o sinal utilizado foi de alta potência em um dispositivo que concatena guias de onda coaxial e retangular da ordem dos centímetros. O resultado mais relevante desse protótipo foi a concentração de campo elétrico para sinterizar pós metálicos. No presente capítulo, o sinal estudado será de baixa potência e o meio de propagação é a sonda do AFM de geometria retangular da ordem de micrômetros. A interação entre a sonda e uma determinada amostra revelou que antes de acontecer contato físico existe a formação de um menisco de água nanométrico. Esse menisco será o lugar geométrico onde existirá uma alta concentração de campo que favorece na resolução de imagens nanométricas.

No regime de campo-próximo o comportamento dos campos eletromagnéticos é considerado bastante complexo se comparado com o regime de campo distante. Ao

analisar a dinâmica da distância ponta-amostra, nesse pequeno espaço, o campo interage com nanopartículas próprias do ambiente, entre elas destacam-se as gotículas de água que formam meniscos de água em nanoescala. A seguir, explicam-se os fenômenos envolvidos na formação desses meniscos e finalmente apresenta-se os resultados experimentais e de simulação onde demonstra-se que a resolução final de  $10^8$  pode ser alcançada usando conceitos de microscopia de imersão líquida e controle de força.

## 5.1 Menisco de Água

A microscopia de imersão líquida tem seus origens nas observações feitas por Hooke em 1667 [60]. Na obra *Micrographia* de Hooke [61], registra-se uma descrição detalhada de 57 observações realizadas com o microscópio que o próprio cientista fabricou. Nesta obra aparece pela primeira vez o termo célula. Segundo o autor, as imagens melhorariam em clareza e brilho ao espalhar fluidos na superfície e movê-los suavemente para cima em direção à lente até tocá-los. Além disso, a adesão do líquido à lente era tão robusta e firme que suportava movimentos do objeto investigado para o campo de visão. O experimento da formação e uso do menisco foi expandido em 1813 com o conceito de Brewster das lentes de imersão em óleo [62]. Anos mais tarde, em 1855, Amici aprimorou diversos aspectos construtivos, preocupando-se principalmente em diminuir a perda de luz em microscópios de alta potência, optando pela água como líquido de imersão [62]. Outros trabalhos subsequentes consolidaram o reconhecimento da microscopia de lentes de imersão como uma técnica bem estabelecida.

Todos esses experimentos utilizam lentes óticas, portanto são limitados pela difração da luz, definidos pelo limite de resolução do Abbé,  $d = \lambda/2\eta \sin \theta$ , sendo  $\eta \sin \theta$  a abertura numérica, a qual caracteriza o intervalo de ângulos sobre os quais o sistema pode receber ou emitir luz. A técnica de imagem por varredura de campo próximo proposta por Synge [63] foi colocada em prática em 1972 por Ash [64], melhorando a ampliação além do limite de Abbé com uma figura de mérito de  $\lambda/d$  de 60. Desde então, o tratamento no regime de campo próximo permitiu grande avanço na microscopia abrangendo muitos campos de aplicação. Neste trabalho aborda-se o regime de campo próximo gerado por um sinal micro-ondas de 3 GHz que é acoplado a um AFM do tipo ponta de prova que funciona como um guia de onda. O grande diferencial desse sistema é sua capacidade de modulações em escala nanométrica das propriedades eletrônicas e dielétricas de estruturas complexas. Suas aplicações não se restringem a amostras condutoras, também é possível analisar dielétricos isolantes.

A microscopia de varredura por impedância de micro-ondas, do inglês *Scanning*

*Microwave Impedance Microscopy* (sMIM) é uma das mais recentes técnicas baseada em AFM para caracterização de materiais e dispositivos que não requer contato elétrico. Conforme a ponta varre a amostra, as variações locais da amostra em permissividade ( $\epsilon$ ) e condutividade ( $\sigma$ ) afetam as micro-ondas refletidas. Esse sinal refletido é analisado, distinguindo-se mudanças na capacitância ( $C$ ) e resistência ( $R$ ). Além disso, é importante mencionar que os sinais medidos de capacitância transmitem informações tanto dielétricas, quanto geométricas e quânticas. Estudos recentes e interessantes descrevem com detalhes a relação entre a resolução espacial e a análise vetorial do sinal refletido de micro-ondas em cada pixel da imagem [17, 65]. Seabron em [17] empregou sMIM para medir e avaliar a capacitância quântica de nanotubos de carbono. Nesse estudo observou-se que para melhorar a resolução espectroscópica, uma camada de alta permissividade seria essencial para acoplar melhor a ponta à amostra, e que a água encontrada sobre as superfícies poderia ser uma opção. Com permissividade relativa  $\epsilon_r = \epsilon/\epsilon_0 \approx 80$  e índice de refração de 9 para frequências a 3 GHz, o efeito da água deve ser incluído em qualquer modelagem de experimentos sMIM realizado em condições ambientais.

Considera-se que o ambiente úmido próprio do clima tropical brasileiro, contribui na formação do menisco de água. Sabe-se que a água é ubíqua e frequentemente considerada um obstáculo que complica a caracterização de fenômenos a escala nanométrica, embora em [66, 67] e no presente trabalho, foi usada como um recurso extremamente útil. Seu papel na teoria das forças capilares foi bastante estudado desde o trabalho de Hooke. Experimentos mais recentes investigaram a formação dinâmica do menisco [68], alcançado uma alta compreensão e fidelidade no modelo do sistema ponta-menisco-amostra. Esse modelo pode ser usado para projetar meniscos em nanoescala, uma vez que há controle preciso das propriedades da ponta do AFM. A Fig. 5.1 mostra uma imagem da ponte capilar e o menisco de água em uma ponta de sonda AFM. Na Fig. 5.2 observa-se a foto da ponta e do *cantilever*, fabricada pelo PrimeNano Inc., que foi usada no experimento do AFM.

A formação do menisco de água entre a ponta e a amostra forneceu uma alta concentração de campo que em combinação com a alta permissividade aumentou a capacidade de resolução. Depois de descrever as características físicas do menisco e da ponta do *cantilever*, a seguir será explicado o modelo 2D axial do conjunto ponta-menisco-amostra feito em COMSOL.

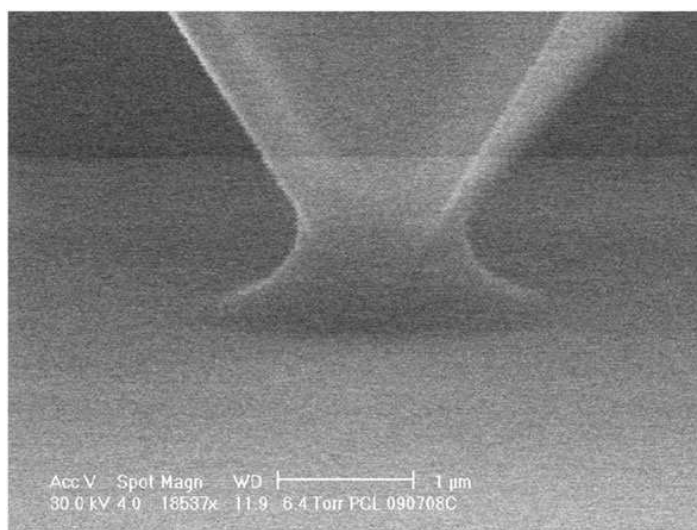


Figura 5.1: Formação da ponte capilar e o menisco de água no conjunto ponta-amostra. O raio do menisco foi aproximadamente 200 nm. Imagem obtida de [67]

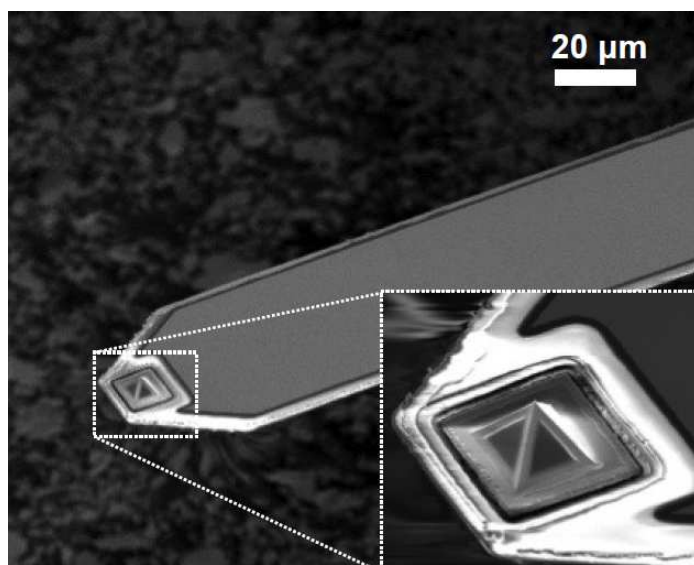


Figura 5.2: Ponta e cantilever que compõe a sonda usada nos experimentos do AFM. Imagem obtida no site <https://www.primenanoinc.com/technology.html>

## 5.2 Modelo no COMSOL

Com o objetivo de compreender plenamente os fenômenos associados à microscopia de imersão líquida do sistema sMIM, algumas simulações numéricas foram realizadas na ferramenta COMSOL *Multiphysics* que utiliza a técnica numérica FEM para calcular a admitância da ponta-amostra. Levamos em consideração a contribuição da ponte capilar e o menisco de água no modelo simulado.

O sistema sMIM foi simulado em um ambiente axissimétrico bidimensional, considerou-se a simetria axial em  $\rho = 0$ , com o objetivo de reduzir o custo computacional da simulação realizada. A ponta modelada tem formato de pirâmide invertida, com  $8\mu\text{m}$  no topo e  $10\mu\text{m}$  de altura. As características estruturais do sistema de simulação implementado, podem ser vistas na Fig. 5.3.

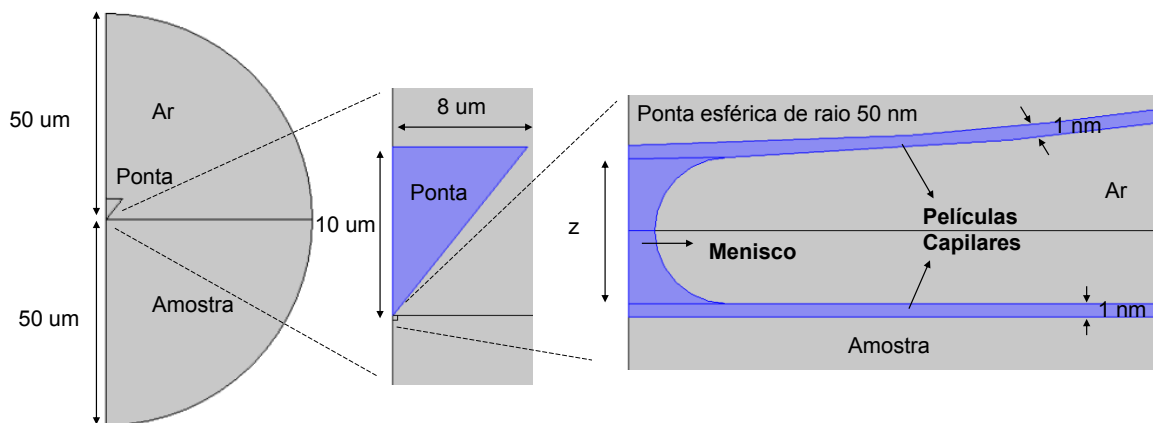


Figura 5.3: Geometria do sistema sMIM modelada em COMSOL.

Conforme apresentado na Fig. 5.3, o *gap* entre a ponta e a amostra é de apenas alguns nanômetros, proporcionando as condições ideais para a formação da ponte de água, do inglês *water bridge*. Essa ponte é conformada pelo menisco e pelas películas capilares aderidas nas superfícies da ponta e da amostra. O surgimento dessa ponte é devido à condensação capilar da água em nosso sistema, conforme descrito na seção anterior.

Nas simulações no COMSOL utilizou-se o módulo AC/DC e a interfase física escolhida foi *electric currents* no domínio da frequência. Essa física resolve a equação de conservação de corrente baseada na lei de Ohm. Defina-se um potencial elétrico escalar como a variável dependente para calcular o campo elétrico, a corrente e as distribuições de potencial em meios condutores e dielétricos [69]. Dentro dos passos mais importantes na hora de implementar o modelo de simulação no COMSOL destacam-se a definição das condições de contorno, o tamanho ótimo da malha e a precisão geométrica dos

domínios. Na Fig. 5.4 observam-se todas essas definições. O potencial elétrico de 1V identificado em vermelho está localizado no topo da pirâmide invertida. O potencial nulo ou terra,  $V = 0$ , identificado em roxo está localizado no limite inferior do domínio da esfera. A condição de contorno  $\hat{n} \cdot J = 0$  indica fluxo de corrente nula sobre a superfície localizada no limite superior da esfera identificada em verde. A geometria está formada possui 8 domínios, 27 limites e 20 vértices. A malha completa consiste em 12207 elementos de domínio com tamanho máximo de 1 nm e mínimo de 0,1 nm.

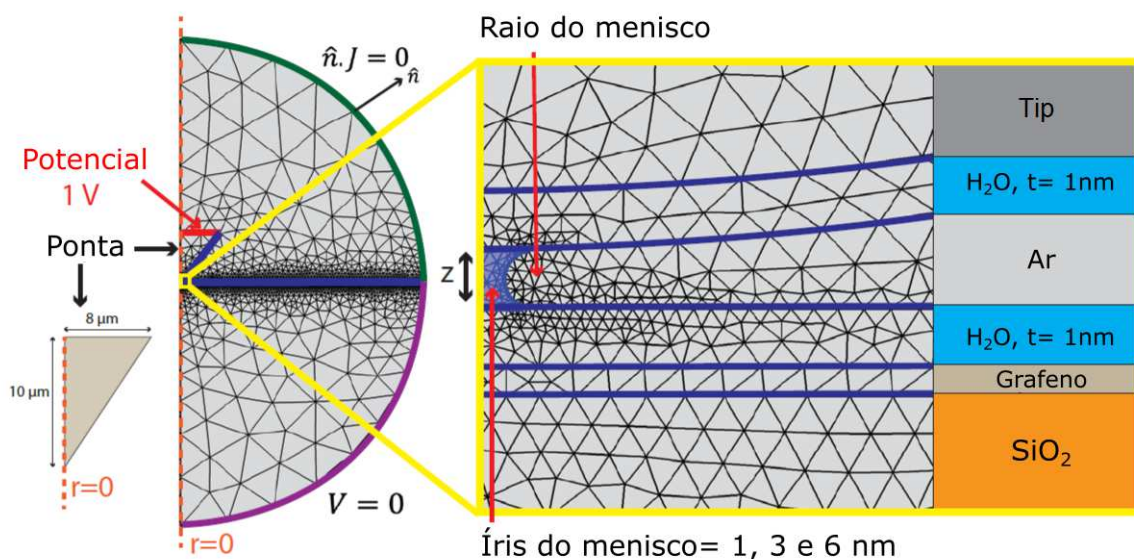


Figura 5.4: Malha e condições de contorno do sMIM modelado em COMSOL.

### 5.3 Resultados

Antes de mostrar os resultados de simulação e medição é importante mencionar as condições ambientais e os elementos utilizados nos testes experimentais. O AFM usado na aquisição do sMIM foi o MFP-3D-SA fabricado pela Asylum Research (ver Fig. 5.5). As sondas AFM e a unidade eletrônica, modelo *Scanwave Pro*, usada para transmitir e medir o sinal de micro-ondas foram fabricadas pela *PrimeNano Inc*. O circuito de micro-ondas para sondagem da amostra é mostrado na Fig. 5.6. Ao lado direito do casador de impedância encontra-se o circuito de micro-ondas composto pelo sinal incidente que vem do gerador. O sinal refletido é amplificado e comparado no misturador com a referência, o resultado é a admitância do sistema, a componente real é a condutância e a imaginária é a susceptância. Ao lado esquerdo do casador de impedância mostra-se o sensor AFM interagindo com a amostra, neste caso grafeno de dupla camada rotada segundo um ângulo fixo. O chamado sensor AFM é um *cantilever*

terminado em ponta alimentado pelo sinal incidente. Interações entre ponta-amostra fornecem um sinal de micro-ondas refletido em função da admitância do sistema. Todos os dados foram coletados à temperatura ambiente; não foi medida a umidade relativa do ar mas presume-se alta pelo clima típico da época do ano na qual foram feitas os experimentos.



Figura 5.5: AFM usado nos experimentos.

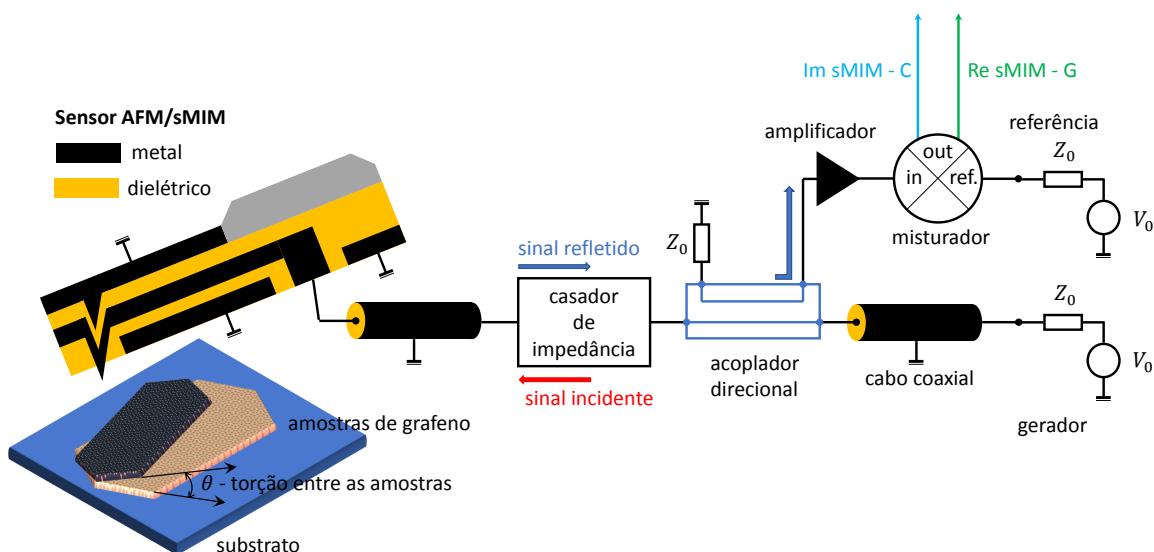


Figura 5.6: Configuração experimental mostrando o circuito de micro-ondas.

### 5.3.1 Capacitância

O sinal de micro-ondas refletido é uma função complexa que depende da admitância do sistema como um todo. Dessa maneira, avalia-se a interação do conjunto

ponta-amostra traçando as curvas de deflexão do *cantilever* e de variação da capacitância. Existe uma relação entre essas duas curvas, a qual permite avaliar o acoplamento mecânico e elétrico do sistema. No presente trabalho analisa-se uma amostra composta por um sistema de grafeno de dupla camada rotada, do inglês *Twisted Bilayer Graphene* (TBG). A estrutura é rotada ajustando o ângulo  $\theta_{TM}$  entre as duas camadas de grafeno. Logo abaixo do grafeno encontra-se uma camada de nitreto de boro hexagonal, do inglês hexagonal Boron Nitride (hBN) e por último uma lâmina de vidro.

Na Fig. 5.7 observa-se as curvas de medição da capacitância (linha preta) e força (linhas vermelhas pontilhadas) durante a atração e repulsão da ponta com a amostra TBG:hBN:Vidro. As direções de atração e retração são indicadas pelas setas, preto para capacitância e vermelho para força. A dinâmica da força do sistema se explica assim: valor próximo de zero representa estabilidade do *cantilever*, variação negativa corresponde ao modo repulsivo da ponta, no inglês *snap-off*, e variação positiva correspondem ao modo repulsivo da ponta, no inglês *snap-on*.

Os dados de medição são ajustados ao modelo analítico para calcular a capacitância do sistema ponta-amostra sem a influência do menisco [70], descrito por:

$$C_{meas} = C_{stray} + 2\pi\epsilon_0 R \ln \left[ \frac{1 + R(1 - \sin \theta_0)}{z} \right], \quad (5.1)$$

onde  $C_{stray}$  são capacitâncias parasitas;  $R$  é o raio da ponta fixado em 50 nm;  $\theta_0$  é o ângulo de abertura; escolhido próximo de  $10^\circ$  [70], e  $z$  é a distância de separação ponta-amostra. Os dados medidos e o ajuste são plotados da forma  $\Delta C = C(z) - C(1 \mu m)$ , e multiplicados por uma constante de normalização. Existe uma boa concordância entre as medições e o modelo analítico no intervalo  $z$  de  $1 \mu m$  até 60 nm.

Na Fig. 5.7 nota-se que para uma distância amostra-substrato próxima de 10 nm, a ponta experimenta atração (*snap-on*) por causa da capilaridade (variação negativa da força de  $\approx 7$  nN) e o valor da capacitância experimenta um incremento drástico. No início da deflexão da ponta  $z = 0$ , o eixo  $x$  não representa mais a distância ponta-amostra, mas sim o deslocamento  $z$ -piezo gerado pela deformação elástica do *cantilever* em direção à superfície. O fenômeno inverso, *snap-off*, ocorre em uma distância próxima de 60 nm. Podemos dizer que o menisco de água se rompe e a ponta se solta bruscamente gerando uma força de  $\approx 50$  nN. Nesse mesmo momento, o valor da capacitância diminui e volta a seu valor inicial sem a influência do menisco.

Além disso, na Fig. 5.7 apresentam-se os resultados da capacitância do modelo analítico e das simulações em COMSOL. A linha verde com círculos sólidos corresponde a o ajuste dos dados segundo (5.1). A linha preta tracejada representa o modelo FEM assumindo películas de água de 1 nm em ambas as superfícies. As linhas com círculos



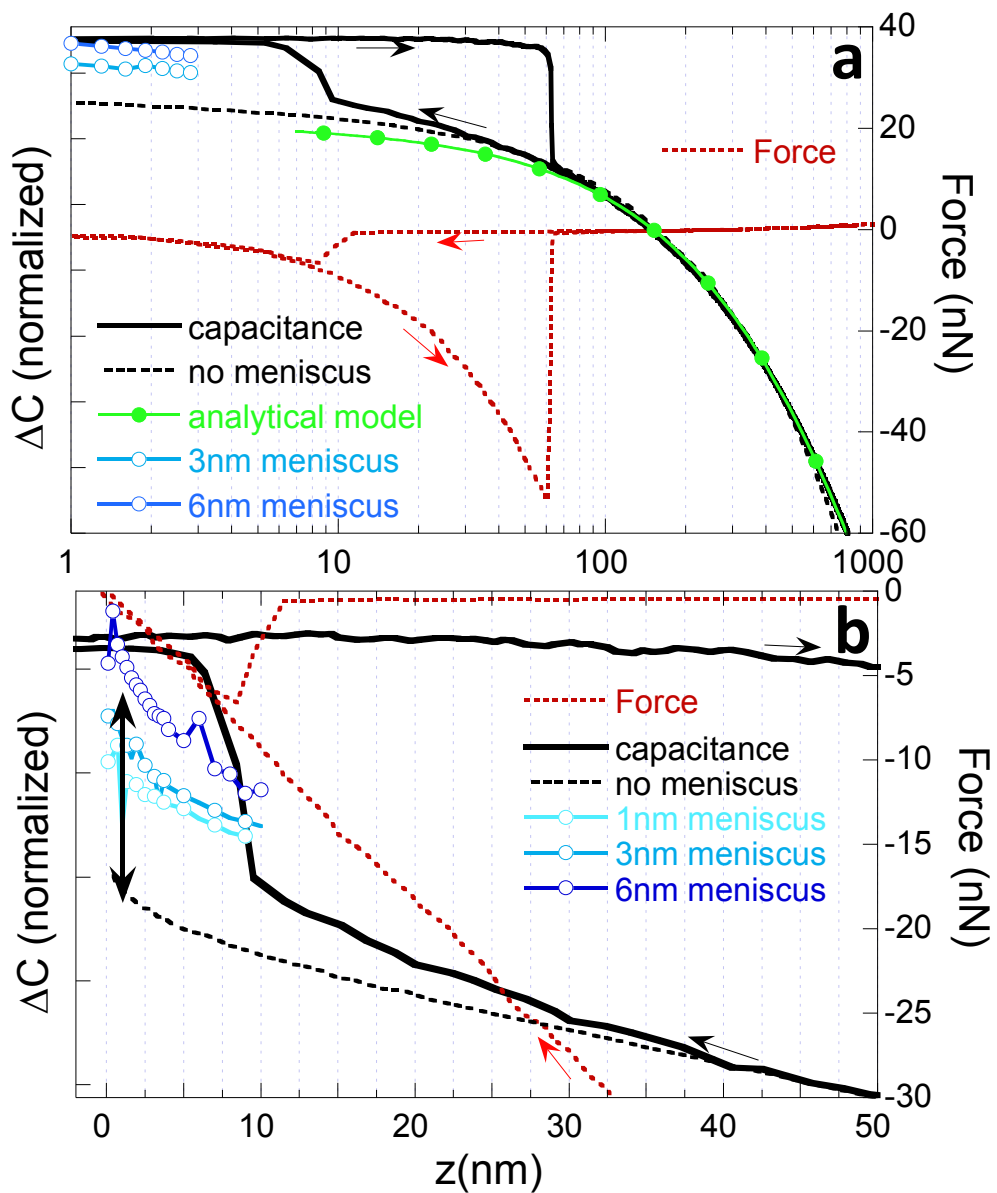


Figura 5.7: Curvas da capacitância e força do sistema ponta-amostra TBG:hBN:Vidro.

vazios azuis correspondem ao modelo FEM do sistema assumindo meniscos de água de raios 1 nm, 3 nm e 6 nm, respectivamente. b) Mesmos dados representados no gráfico linear do eixo X nas proximidades da formação do menisco e snap-off.

Nas simulações da capacitância usando COMSOL levamos em consideração a contribuição do menisco de água. Desta maneira, calculamos a admitância do sistema variando a distância  $z$ . À medida que a ponta se aproxima da amostra, as partículas de água condensadas formam o menisco. As simulações realizadas contemplam dois cenários distintos, com e sem a presença do menisco de água, como mostrado na Fig. 5.8.

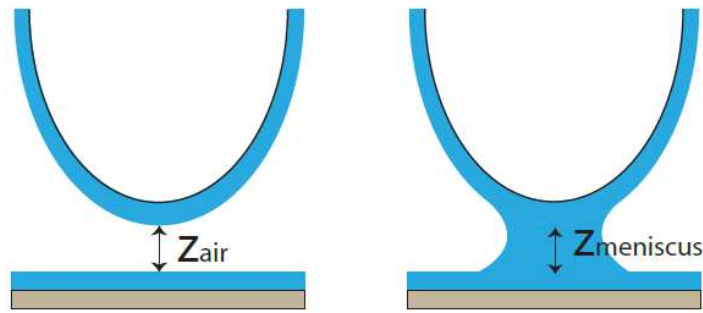


Figura 5.8: Representação das simulações com e sem menisco.

Sistemas que usam sinais de alta frequência, a componente imaginária da admitância (susceptância), torna-se muitas ordens de magnitude maior do que o componente real (condutância). Dessa maneira, podemos aproximar o cálculo da capacitância pela seguinte equação

$$C = \frac{Im(Y)}{w}, \quad (5.2)$$

onde  $Im(Y)$  é a parte imaginária da admitância; e  $w = 2\pi f$  é a frequência angular.

Contudo, a parte real e a imaginária da admitância foram calculadas em função da permissividade e da condutividade da amostra. A Fig. 5.9 é uma espécie de ábaco que mostra as curvas da admitância para um menisco de 1 nm formado entre a ponta e uma amostra arbitrária que varia sua permissividade e condutividade.

### 5.3.2 Campo de Deslocamento Elétrico $\vec{D}$

Na Fig. 5.10, apresenta-se a distribuição do campo  $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$  na vizinhança e dentro do menisco de água no início da sua formação, presume-se que aconteça em 1nm. Os resultados da simulação contemplam duas configurações, ponta-substrato sem menisco, Fig. 5.10(a, b), e com menisco, Fig. 5.10(c, d) sobre a camada de

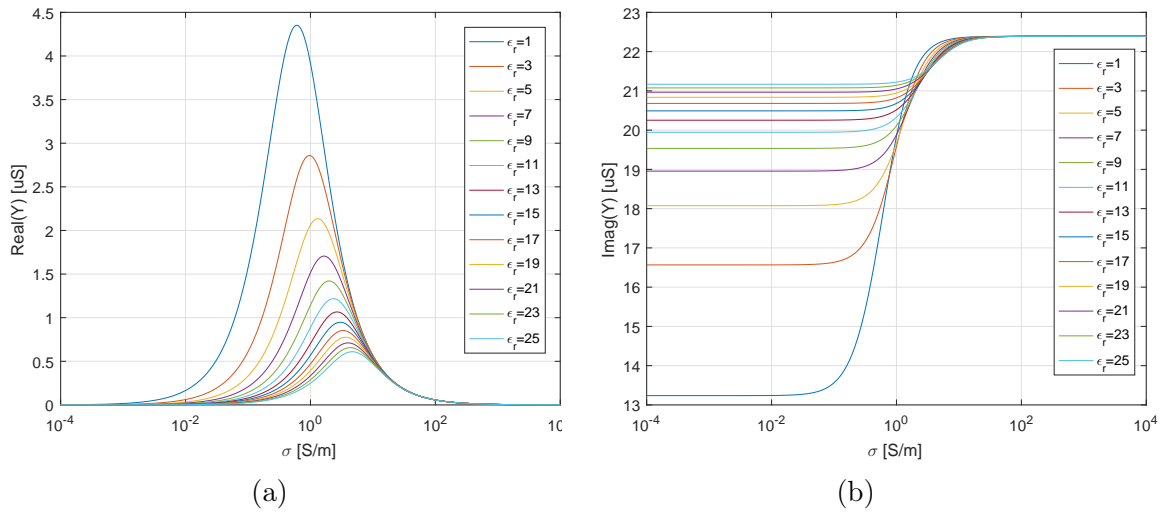


Figura 5.9: Parte real (a) e imaginária (b) da admitância em função da condutividade e permissividade da amostra.

TBG. A maior parte do campo de deslocamento localiza-se no ápice da ponta sobre o menisco de água. O efeito do menisco demonstra a capacidade de concentrar campo em regiões muito pequenas, corroborando a variação repentina na capacitância, fenômeno observado nas simulações e nos experimentos. Desde a perspectiva das micro-ondas, o menisco é uma íris que mediante o controle de força e operação no modo *snap-on* permite o casamento de impedância e a concentração de campo. Portanto, os meniscos podem ser usados para aumentar o poder de resolução do campo próximo.

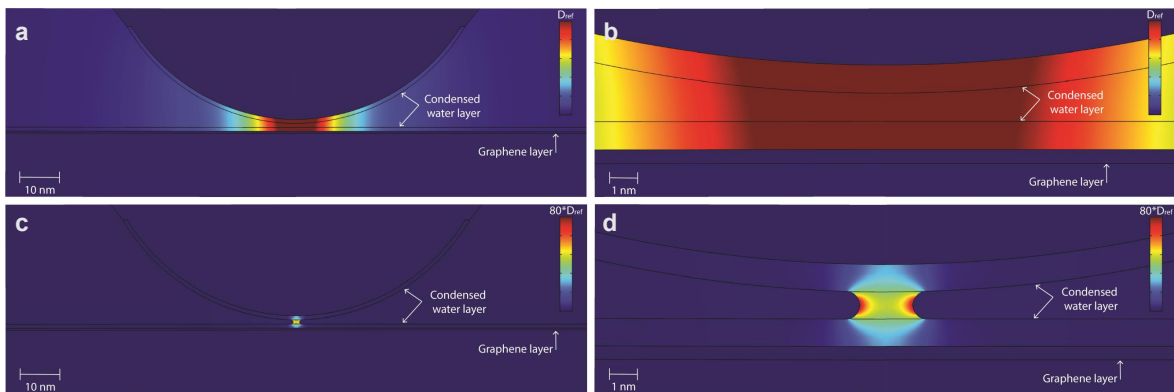


Figura 5.10: Distribuição de campo de deslocamento elétrico na estrutura ponta-amostra TBG:hBN:Vidro.

Na Fig. 5.11 mostra-se a distribuição do campo  $\vec{D}$  em diferentes linhas de corte na região da formação da ponte e menisco de água de 1 nm. Na linha de corte em  $z = 0,5$  nm, localizada exatamente no meio do menisco, é possível notar a forte concentração

de campo. O pico máximo de campo ocorre em 1 nm, após esse valor não se tem mais menisco, por isso observamos uma diminuição drástica do campo. Além disso, as outras linhas de corte localizadas na película capilar de água apresentam uma diminuição suave do campo a medida que se afastam do menisco. Por último, o campo na superfície condutora da camada de TBG é nulo, como esperado.

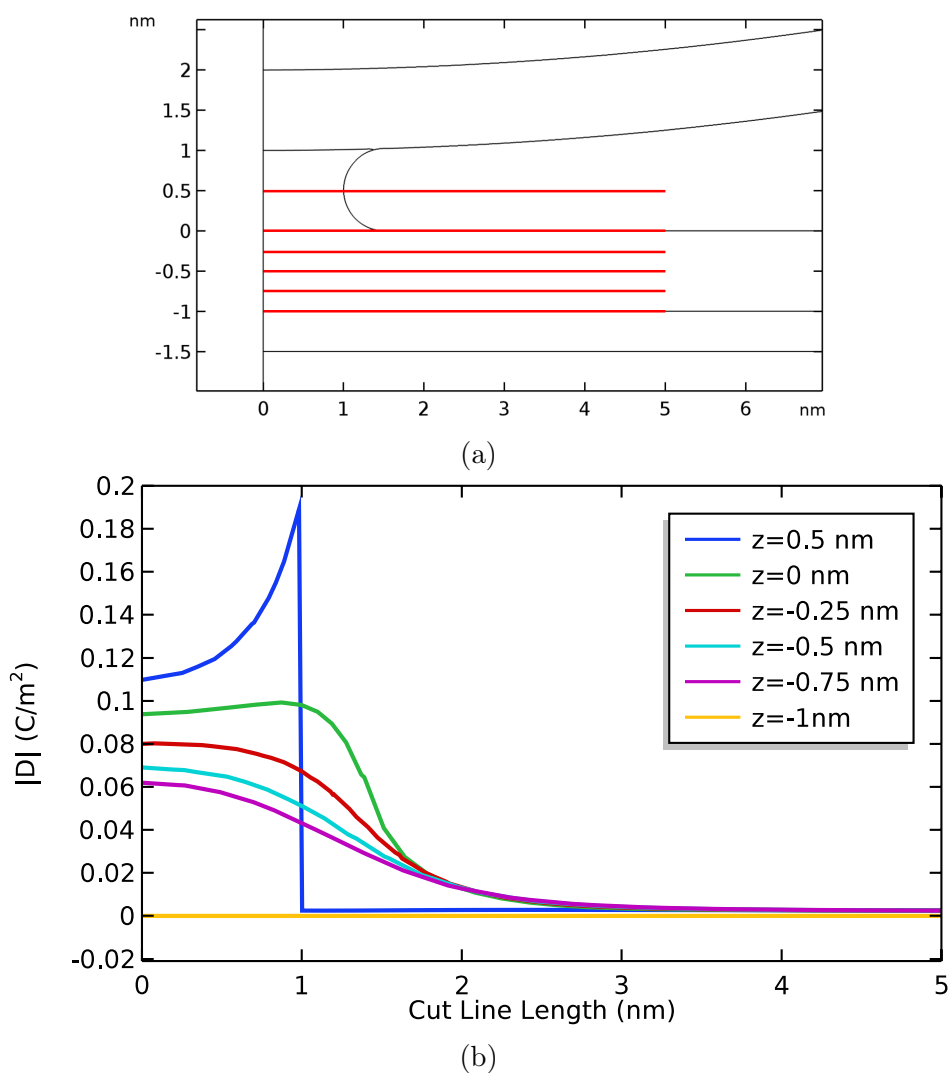


Figura 5.11: Linhas de corte (a) e campo de deslocamento  $\vec{D}$  (b) na região da formação do menisco de água.

### 5.3.3 Imagens

Os resultados no que diz respeito a microscopia de imagens de resolução na ordem nanométrica são mostrados na Fig. 5.12. Cabe lembrar que a super resolução é resultado da influência do menisco de água no campo-próximo aplicado entre a ponta e a amostra.

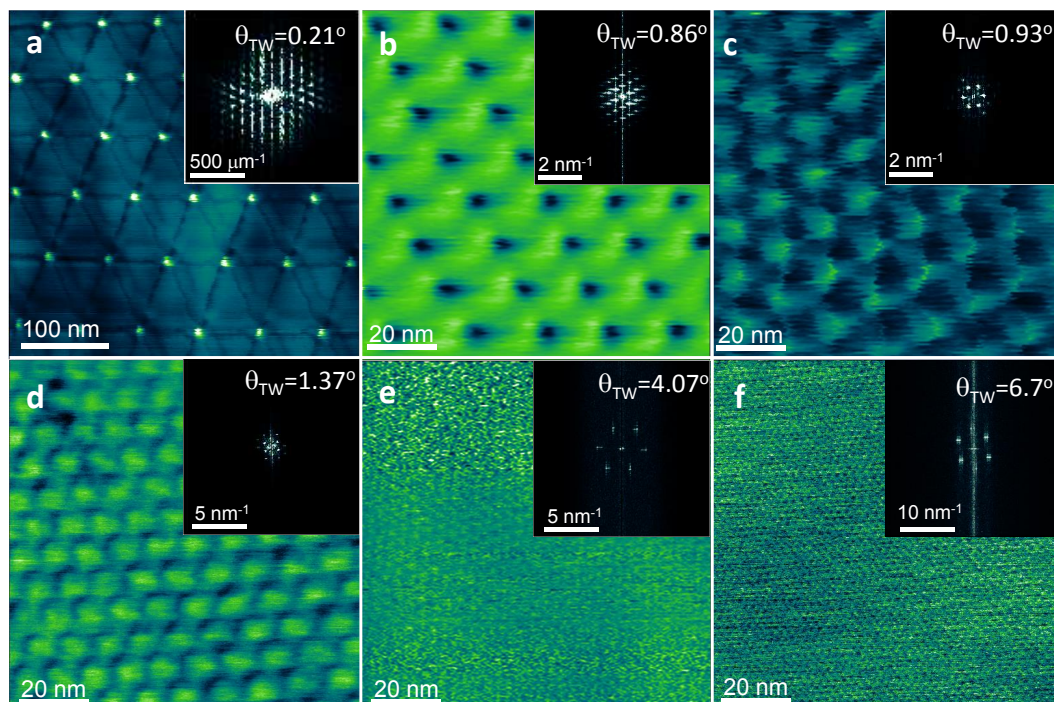


Figura 5.12: Imagens de varredura sMIM da estrutura TBG sobre diferentes substratos.

A Fig. 5.12 **a** mostra a imagem 400 nm x 400 nm da condutância da amostra TBG:hBN:Vidro, dada pelo contraste da sobreposição de duas camadas de grafeno com  $\theta_{TM} = 0,21^\circ$ . A cor falsa é ligada à intensidade do sinal refletido, sendo o branco a mais alta, ou seja, a condutância mais alta. O padrão observado é consistente com uma estrutura reconstruída. **b-f** mostra os padrões de *Moiré* 100 nm x 100 nm para uma ampla gama de ângulos. As amostras examinadas são TBG:hBN:Vidro (**a,b,e,f**), TBG:SiO<sub>2</sub>:Si (**c**) e TBG:Vidro (**d**).

No canto superior direito de cada imagem registram-se as redes recíproca das estruturas. Aplica-se uma transformada de Fourier aos dados, mostrando os pontos de difração correspondentes à modulação periódica das propriedades eletrônicas da rede bidimensional de *Moiré*. Essa representação espacial é bastante usada nos estudos de estruturas periódicas. Essa rede é uma rede de *Bravais* e representa o conjunto

(infinito) de pontos do espaço com uma disposição tal que parece sempre a mesma quando vista de qualquer dos pontos do espaço.

As estruturas TBG usadas são atômicamente planas, o que elimina o efeito topográfico da superfície no sinal de micro-ondas refletidos. A Fig. 5.12 demonstra a capacidade do sMIM de observar estruturas complexas como as camadas de TBGs rotadas com ângulos bastante pequenos. Por último, as imagens mostradas não foram filtradas, o único processamento foi a remoção do fundo e o ajuste da faixa de cores.

## 5.4 Conclusões Parciais

A microscopia de campo próximo usando a imersão líquida na faixa das micro-ondas é uma área que vale a pena explorar. A formação do menisco de água pode, por exemplo, permitir o exame de amostras biológicas, usando lâminas de hBN para garantir a transmissão de micro-ondas. O estudo de fenômenos nano físicos como capilaridade, forças *van der Waals* e campo próximo podem significar um grande avanço no vasto campo da nanolitografia. A caracterização das partes reais e imaginárias do sinal de micro-ondas refletido permitiria em tempo real saber as quantidades certas de materiais dispensados, cada um com sua impedância característica. Estabelecendo assim, o sMIM como uma ferramenta importante para examinar de forma não invasiva esses sistemas em condições ambientais.

O conteúdo apresentado neste capítulo foi submetido em Julho de 2020 no periódico *Nature Communications* [71] e divulgado no congresso da Sociedade PSIE [72].

# Capítulo 6

## Conclusões Finais

No presente trabalho foram abordados problemas de eletromagnetismo associados com guias de onda. Foram estudados métodos analíticos, simulações numéricas e teste experimentais. A princípio todas essas temáticas aparentam ser distantes uma da outra, mas a medida que observamos os resultados e suas aplicações identificamos uma afinidade muito forte entre elas.

Os métodos analíticos têm uma altíssima complexidade matemática, porém os resultados são precisos e a eficiência computacional alta. No presente trabalho foi apresentado o formalismo matemático do método analítico do casamento de modos (MMT) aplicado a problemas entre guias de onda coaxiais e retangulares que possuem descontinuidades. Foram simulados casos de estudos, canônicos e práticos, com diferentes tipos de descontinuidades. Os resultados foram corretamente validados através de comparações feitas com dados reportados na literatura e simulações em COMSOL. Destaca-se que em todos os casos de estudo o algoritmo MMT foi significativamente mais rápido do que as simulações numéricas do *software* COMSOL. Esse aspecto é bastante relevante no momento de analisar estruturas muito mais complexas, como foi o caso do protótipo criado no projeto HP. Desta maneira, podemos concluir que o métodos analíticos são de grande utilidade no projeto de dispositivos de onda guiada fortemente vinculados a aplicações nas áreas de manufatura aditiva, perfuradora de micro-ondas e microscopia. Os resultados experimentais apresentados nos capítulos 4 e 5, são um claro exemplo dessas aplicações e demonstraram a relação direta que existe entre modelos analíticos, numéricos e medições. Um dos objetivos mais relevantes alcançados no projeto HP foi criar um sistema de sintonia robusto que permitisse obter um bom acoplamento do campo eletromagnético independente da carga avaliada. Por outro lado, os estudos de microscopia evidenciaram o grande potencial da imersão líquida e sua interação em campo próximo nas simulações e testes envolvendo imagens

de estruturas nanométricas. Finalmente, é importante enfatizar que todos os resultados mostrados foram fruto do trabalho em equipe desenvolvido nos laboratórios de simulação e medição.

## Propostas de Continuidade

As propostas de continuidade deste trabalho estão relacionadas principalmente com as seguintes ideias:

- Avaliar descontinuidades entre guias de onda de geometrias diferentes, como por exemplo, transições entre guias de coordenadas retangulares para cilíndricas. A formulação do MMT empregada neste trabalho é apta para tratar qualquer tipo de descontinuidades, desde que sejam respeitadas as condições de contorno do problema e a continuidade dos campos. Nesse sentido, será necessário adotar um sistema de coordenadas unitário e fazer as transformações das funções de onda. Trabalhos nesse sentido foram reportados em [73].
- Aprimorar o protótipo do projeto HP no sentido de controlar a concentração e a entrega de energia micro-ondas. O efeito corona evidenciado nos experimentos foi um fator que indicou a capacidade da concentração de campo em regiões específicas. No entanto, o arco elétrico surge sem o controle apropriado impedindo a correta dosagem de energia na carga. Avanços nesse aspecto foram desenvolvidos na criação da versão v3.0 do protótipo, chamada de  $WR - 340$ , devido ao uso das dimensões comerciais associadas à fabricação da cavidade retangular. Atualmente, os testes com o protótipo v3.0 estão suspensos pela falta de recursos financeiros.
- Felizmente, os trabalhos na área de microscopia estão apenas começando. Pretendem-se avaliar outros tipos de amostras. Além disso, o modelo simulado em COMSOL precisa ser aprimorado e transformado para um sistema 3D que permita simular o comportamento eletromagnético e as interações mecânicas do *cantilever*.



# Referências Bibliográficas

- [1] A. A. Zadpoor and J. Malda, “Additive manufacturing of biomaterials, tissues, and organs,” 2017.
- [2] R. Galante, C. G. Figueiredo-Pina, and A. P. Serro, “Additive manufacturing of ceramics for dental applications: A review,” *Dental Materials*, vol. 35, no. 6, pp. 825–846, 2019.
- [3] R. Leal, F. Barreiros, L. Alves, F. Romeiro, J. Vasco, M. Santos, and C. Marto, “Additive manufacturing tooling for the automotive industry,” *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol. 92, no. 5-8, pp. 1671–1676, 2017.
- [4] I. Paoletti, “Mass customization with additive manufacturing: new perspectives for multi performative building components in architecture,” *Procedia engineering*, vol. 180, pp. 1150–1159, 2017.
- [5] J.-P. Kruth, M.-C. Leu, and T. Nakagawa, “Progress in additive manufacturing and rapid prototyping,” *CIRP Annals-Manufacturing Technology*, vol. 47, no. 2, pp. 525–540, 1998.
- [6] K. V. Wong and A. Hernandez, “A review of additive manufacturing,” *International scholarly research notices*, vol. 2012, 2012.
- [7] W. E. Frazier, “Metal additive manufacturing: a review,” *Journal of Materials Engineering and performance*, vol. 23, no. 6, pp. 1917–1928, 2014.
- [8] R. Collin, *Field Theory of Guided Waves*, 1st ed. McGraw-Hill Book Company, Inc., 1960.
- [9] M. Al-Hakkak, “Experimental investigation of the input-impedance characteristics of an antenna in a rectangular waveguide,” *Electronics Letters*, vol. 5, no. 21, pp. 513–514, 1969.

- [10] R. Keam and A. Williamson, “Broadband design of coaxial line/rectangular waveguide probe transition,” *IEE Proceedings-Microwaves, Antennas and Propagation*, vol. 141, no. 1, pp. 53–58, 1994.
- [11] G. Yassin and S. Withington, “Analytical expression for the input impedance of a microstrip probe in waveguide,” *International journal of infrared and millimeter waves*, vol. 17, no. 10, pp. 1685–1705, 1996.
- [12] K. H. Yeap, C. Y. Tham, H. Nisar, and S. H. Loh, “Analysis of Probes in a Rectangular Waveguide,” *Frequenz*, vol. 67, pp. 145–154, Apr. 2013.
- [13] G. L. James, “Analysis and design of te/sub 11/-to-he/sub 11/corrugated cylindrical waveguide mode converters,” *IEEE Transactions on Microwave Theory and techniques*, vol. 29, no. 10, pp. 1059–1066, 1981.
- [14] S. R. Zang, *Aplicação do Método do Casamento de Modos na Análise e no Projeto de Estruturas Coaxiais*. Dissertação de Mestrado, PUC-Rio, Rio de Janeiro, Set 2005.
- [15] M. S. Novo, *Guias de Onda de Seção Arbitrária: Análise de campos modais e de descontinuidades em guias de diferentes seções*. Dissertação de Mestrado, PUC-Rio, Rio de Janeiro, Aug 2003.
- [16] H. Wang, K.-L. Wu, and J. Litva, “A modal analysis of tem mode in circular-rectangular coaxial waveguides,” *IEEE transactions on microwave theory and techniques*, vol. 47, no. 3, pp. 356–359, 1999.
- [17] E. Seabron, S. MacLaren, K. Jones, and W. L. Wilson, “A dynamic-difference approach to scan probe microwave reflectivity mapping of the nanoscale electronic properties of single-walled carbon nanotubes,” *Journal of Applied Physics*, vol. 125, no. 17, p. 174303, 2019.
- [18] O. Amster, Y. Yang, B. Drevniok, S. Friedman, F. Stanke, and D.-W. St J, “Practical quantitative scanning microwave impedance microscopy of semiconductor devices,” in *2017 IEEE 24th International Symposium on the Physical and Failure Analysis of Integrated Circuits (IPFA)*. IEEE, 2017, pp. 1–4.
- [19] S. Geaney, D. Cox, T. Hönigl-Decrinis, R. Shaikhaidarov, S. Kubatkin, T. Lindström, A. Danilov, and S. de Graaf, “Near-field scanning microwave microscopy in the single photon regime,” *Scientific reports*, vol. 9, no. 1, pp. 1–7, 2019.

- [20] U. Zondiner, A. Rozen, D. Rodan-Legrain, Y. Cao, R. Queiroz, T. Taniguchi, K. Watanabe, Y. Oreg, F. von Oppen, A. Stern *et al.*, “Cascade of phase transitions and dirac revivals in magic-angle graphene,” *Nature*, vol. 582, no. 7811, pp. 203–208, 2020.
- [21] R. Safavi-Naini and R. H. Macphie, “On solving waveguide junction scattering problems by the conservation of complex power technique,” *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 29, no. 4, pp. 337–343, 1981.
- [22] —, “Scattering at rectangular-to-rectangular waveguide junctions,” *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 30, no. 11, pp. 2060–2063, 1982.
- [23] J. D. Wade and R. H. Macphie, “Scattering at circular-to-rectangular waveguide junctions,” *IEEE transactions on microwave theory and techniques*, vol. 34, no. 11, pp. 1085–1091, 1986.
- [24] N. Marcuvitz, *Waveguide handbook*. Iet, 1951, no. 21.
- [25] A. P. Orfanidis, G. A. Kyriacou, and J. N. Sahalos, “A mode-matching technique for the study of circular and coaxial waveguide discontinuities based on closed-form coupling integrals,” *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 48, no. 5, pp. 880–883, 2000.
- [26] S. R. Zang, *Síntese e Análise Rigorosa de Antenas Omnidirecionais de Duplo-Refltores: O Caso do Refletor Principal com Geratriz Circular*. Tese de Doutorado, PUC-Rio, Rio de Janeiro, Feb 2010.
- [27] G. S. Rosa, *Propagação de ondas eletromagnéticas em estruturas coaxiais carregadas com meios não homogêneos excitadas pelo modo TEM*. Dissertação de Mestrado, PUC-Rio, Rio de Janeiro, April 2013.
- [28] —, *Pseudo-Analytical Modeling for Electromagnetic Well-Logging Tools in Complex Geophysical Formations*. Tese de Doutorado, PUC-Rio, Rio de Janeiro, March 2017.
- [29] L. Christie and P. Mondal, “Mode matching method for the analysis of cascaded discontinuities in a rectangular waveguide,” *Procedia Computer Science*, vol. 93, pp. 251–258, 2016.

- [30] R. Jana and R. Bhattacharjee, “Analysis of waveguide junctions using mode matching technique,” in *Applied Electromagnetics Conference (AEMC), 2011 IEEE*. IEEE, 2011, pp. 1–4.
- [31] M. Durga, S. Tomar, S. Singh, and L. Suthar, “Millimeter wave in-line coaxial-to-rectangular waveguide transition,” in *2011 IEEE Applied Electromagnetics Conference (AEMC)*, Dec 2011, pp. 1–3.
- [32] A. Patel, Y. Kosta, N. Chhasatia, and F. Raval, “Design and fabrication of microwave waveguide resonator: with improved characteristic response,” *European Journal of Scientific Research*, vol. 102, no. 2, pp. 163–174, 2013.
- [33] S. Friedman, O. Amster, and Y. Yang, “Recent advances in scanning microwave impedance microscopy (smim) for nano-scale measurements and industrial applications,” in *Instrumentation, Metrology, and Standards for Nanomanufacturing, Optics, and Semiconductors VIII*, vol. 9173. International Society for Optics and Photonics, 2014, p. 917308.
- [34] A. Imtiaz, T. M. Wallis, and P. Kabos, “Near-field scanning microwave microscopy: An emerging research tool for nanoscale metrology,” *IEEE Microwave Magazine*, vol. 15, no. 1, pp. 52–64, 2014.
- [35] G. Gramse, M. Kasper, L. Fumagalli, G. Gomila, P. Hinterdorfer, and F. Kienberger, “Calibrated complex impedance and permittivity measurements with scanning microwave microscopy,” *Nanotechnology*, vol. 25, no. 14, p. 145703, 2014.
- [36] S. V. Kalinin and A. Gruverman, *Scanning probe microscopy: electrical and electromechanical phenomena at the nanoscale*. Springer Science & Business Media, 2007, vol. 1.
- [37] R. Harrington, *Time-Harmonic Electromagnetic Fields*, ser. IEEE Press Series on Electromagnetic Wave Theory. Wiley, 2001. [Online]. Available: <https://books.google.com.br/books?id=4-6kNAEACAAJ>
- [38] A. B. Constantine, *Antenna theory: analysis and design*. Wiley-Interscience, 2005.
- [39] F. J. Moreira, *Notas de aula da Disciplina Campos Eletromagnéticos Harmônicos*. PPGEE, UFMG, Belo Horizonte.
- [40] G. E. Forsythe, “Computer methods for mathematical computations.” *Prentice-Hall series in automatic computation*, vol. 259, 1977.

- [41] M. Abramowitz and I. Stegun, “Handbook of mathematical functions,” *American Journal of Physics*, vol. 34, no. 2, pp. 177–177, 1966.
- [42] M. R. Spiegel, S. Lipschutz, and J. Liu, *Manual de fórmulas e tabelas matemáticas: coleção Schaum*. Bookman Editora, 2012.
- [43] D. Tami, C. G. Rego, D. Guevara, A. Navarro, F. J. Moreira, J. Giménez, and H. G. Triana, “Analysis of heuristic uniform theory of diffraction coefficients for electromagnetic scattering prediction,” *International Journal of Antennas and Propagation*, vol. 2018, 2018.
- [44] R. Safavi-Naini, *On solving waveguide junction scattering problems by the conservation of complex power technique*. Ph.D. dissertation, University of Waterloo, Waterloo, Ontario, Canada, March 1979.
- [45] V. Rumsey, “Reaction concept in electromagnetic theory,” *Physical Review*, vol. 94, no. 6, p. 1483, 1954.
- [46] N. Y. Zhu and F. M. Landstorfer, “An efficient fem formulation for rotationally symmetric coaxial waveguides,” *IEEE transactions on microwave theory and techniques*, vol. 43, no. 2, pp. 410–415, 1995.
- [47] H. J. Visser, *Antenna theory and applications*. John Wiley & Sons, 2012.
- [48] E. Jerby, Y. Meir, A. Salzberg, E. Aharoni, A. Levy, J. P. Torralba, and B. Cavallini, “Incremental metal-powder solidification by localized microwave-heating and its potential for additive manufacturing,” *Additive Manufacturing*, vol. 6, pp. 53–66, 2015.
- [49] E. Jerby, V. Dikhtyar, O. Aktushev, and U. Groszlick, “The microwave drill,” *Science*, vol. 298, no. 5593, pp. 587–589, 2002.
- [50] E. Jerby, O. Aktushev, and V. Dikhtyar, “Theoretical analysis of the microwave-drill near-field localized heating effect,” *Journal of applied physics*, vol. 97, no. 3, p. 034909, 2005.
- [51] Y. Meir and E. Jerby, “Localized rapid heating by low-power solid-state microwave drill,” *IEEE transactions on microwave theory and techniques*, vol. 60, no. 8, pp. 2665–2672, 2012.
- [52] S. Das and A. K. Sharma, “Microwave drilling of materials,” *BARC Newslett*, vol. 329, p. 15, 2012.

- [53] D. A. Champion, J. Abbott, R. Adamic, G. Ribeiro, C. Gonçalves, D. Tami, W. Avelino, and D. Pederson, “Near-field monitoring of energy delivery.” *Application PCT/US2018/016323*, 2019. [Online]. Available: <https://patents.google.com/patent/WO2019152035A1>
- [54] W. L. Stutzman and G. A. Thiele, *Antenna theory and design*, 3rd ed. John Wiley & Sons, 2012.
- [55] C. G. Montgomery, R. H. Dicke, and E. M. Purcell, *Principles of microwave circuits*. Iet, 1987, no. 25.
- [56] Comsol, “Rf module users guide,” *Disponível em: <https://doc.comsol.com/5.4/doc/com.comsol.help.rf/RFModuleUsersGuide.pdf>*, 2020.
- [57] B. d. M. F. Cabral, *Microscopia de microondas para a caracterização dielétrica de amostras*. Trabalho de Conclusão de Curso, UFMG, Belo Horizonte, Nov 2016.
- [58] D. Tami, C. G. Rego, and G. L. Ramos, “Analytical modeling of a coaxial probe in a waveguide device,” in *2018 International Conference on Electromagnetics in Advanced Applications (ICEAA)*. IEEE, 2018, pp. 193–195.
- [59] —, “Modeling of a conical antenna applied in a waveguide device,” in *2019 SBMO/IEEE MTT-S International Microwave and Optoelectronics Conference (IMOC)*. IEEE, 2019.
- [60] R. Hooke, “Discourse and description of microscopes, improved for discerning the nature and texture of bodies,” *Lecture and Collections, Microscopium. J. Martyn, Printer to the Royal Society, London*, 1667.
- [61] —, “Micrographia: or some physiological descriptions of minute bodies made by magnifying glasses. with observations and inquiries thereupon,” *the Royal Society, London*, 1665.
- [62] S. Bradbury, *The evolution of the microscope*. Elsevier, 1967.
- [63] E. Synge, “Xxxviii. a suggested method for extending microscopic resolution into the ultra-microscopic region,” *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, vol. 6, no. 35, pp. 356–362, 1928.
- [64] E. Ash and G. Nicholls, “Super-resolution aperture scanning microscope,” *Nature*, vol. 237, no. 5357, pp. 510–512, 1972.

- [65] K. Lee, M. Utama, S. Kahn, A. Samudrala, N. Leconte, B. Yang, S. Wang, K. Watanabe, T. Taniguchi, G. Zhang *et al.*, “Ultra-high-resolution imaging of moiré lattices and superstructures using scanning microwave impedance microscopy under ambient conditions,” *arXiv preprint arXiv:2006.04000*, 2020.
- [66] L. Yang, J. He, Y. Shen, X. Li, J. Sun, D. M. Czajkowsky, and Z. Shao, “Nanoscopic characterization of the water vapor-salt interfacial layer reveals a unique biphasic adsorption process,” *Scientific reports*, vol. 6, p. 31688, 2016.
- [67] J. W. Van Honschoten, N. Brunets, and N. R. Tas, “Capillarity at the nanoscale,” *Chemical society reviews*, vol. 39, no. 3, pp. 1096–1114, 2010.
- [68] S. Carpentier, M. S. Rodrigues, M. V. Vitorino, L. Costa, E. Charlaix, and J. Chevrier, “Out of equilibrium anomalous elastic response of a water nano-meniscus,” *Applied Physics Letters*, vol. 107, no. 20, p. 204101, 2015.
- [69] Comsol, “Ac/dc module users guide,” *Disponível em: <https://doc.comsol.com/5.4/doc/com.comsol.help.acdc/ACDCModuleUsersGuide.pdf>*, 2020.
- [70] S. Hudlet, M. Saint Jean, C. Guthmann, and J. Berger, “Evaluation of the capacitive force between an atomic force microscopy tip and a metallic surface,” *The European Physical Journal B-Condensed Matter and Complex Systems*, vol. 2, no. 1, pp. 5–10, 1998.
- [71] D. A. Ohlberg, D. Tami, A. C. Gadelha, E. G. Neto, F. C. Santana, D. Miranda, W. Avelino, K. Watanabe, T. Taniguchi, L. C. Campos *et al.*, “The limits of near field immersion microwave microscopy evaluated by imaging bilayer graphene moiré patterns,” *arXiv preprint arXiv:2007.03823*, 2020. [Online]. Available: <https://arxiv.org/pdf/2007.03823.pdf>
- [72] D. A. Ohlberg, A. C. Gadelha, D. Tami, E. G. Neto, D. A. Miranda, J. S. Lemos, F. C. Santana, L. C. Campos, J. C. Ramírez, C. G. do Rego *et al.*, “Observation of moiré superlattices on twisted bilayer graphene by scanning microwave impedance microscopy,” in *Low-Dimensional Materials and Devices 2020*, vol. 11465. International Society for Optics and Photonics, 2020, p. 114650J.
- [73] J. D. Wade, *The Conservation of Complex Power Technique and Scattering from Circular Apertures in Rectangular Waveguide*. Master dissertation, University of Waterloo, Waterloo, Ontario, Canada, 1984.

# Anexo A

## Equação de Onda

Independente do sistema de coordenadas e considerando meios lineares, homogêneos, isotrópicos e sem fontes, os campos devem satisfazer a lei de Faraday (A.1a) e Ampère (A.1b)

$$\nabla \times \vec{E} = -jw\mu\vec{H}, \quad (\text{A.1a})$$

$$\nabla \times \vec{H} = jw\epsilon\vec{E}. \quad (\text{A.1b})$$

Aplicando o operador rotacional na lei de Faraday, tem-se

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} = -jw\mu \nabla \times \vec{H},$$

equação que, após a substituição da lei de Ampère, torna-se

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} = w^2\mu\epsilon\vec{E}.$$

Sabendo que o número de onda ou constante de propagação é assumido como

$$k = w\sqrt{\mu\epsilon} = \frac{w}{c} = \frac{2\pi}{\lambda},$$

determina-se a equação anterior em termos de  $k$ , de forma que

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} - k^2\vec{E} = 0. \quad (\text{A.2})$$

Por dualidade, tem-se

$$\nabla \times \nabla \times \vec{H} - k^2\vec{H} = 0. \quad (\text{A.3})$$



Assim,  $\vec{H}$  e  $\vec{E}$  são soluções da equação de onda. Usualmente, ela é escrita de uma outra forma, a qual é definida em termos do operador Laplaciano

$$\nabla^2 \vec{A} = \nabla(\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla \times \nabla \times \vec{A}.$$

Portanto, as equações (A.2) e (A.3) são reescritas da forma

$$\nabla(\nabla \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E} - k^2 \vec{E} = 0, \quad (\text{A.4})$$

$$\nabla(\nabla \cdot \vec{H}) - \nabla^2 \vec{H} - k^2 \vec{H} = 0. \quad (\text{A.5})$$

Em um meio sem fontes, os campos  $\vec{E}$  e  $\vec{H}$  têm divergência nula

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \vec{E} &= 0, \\ \nabla \cdot \vec{H} &= 0. \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

As equações anteriores podem ser deduzidas aplicando o operador divergente nas equações (A.1) e fazendo uso da identidade vetorial  $\nabla \cdot (\nabla \times \vec{A}) = 0$ . Substituindo as equações (A.6) em (A.4) e (A.5) é possível reescrever as expressões dos campos como

$$\nabla^2 \vec{E} + k^2 \vec{E} = 0, \quad (\text{A.7})$$

$$\nabla^2 \vec{H} + k^2 \vec{H} = 0. \quad (\text{A.8})$$

Finalmente, observa-se que as componentes de  $\vec{E}$  e  $\vec{H}$  obedecem o comportamento dado pela equação de onda escalar ou equação de Helmholtz

$$\nabla^2 \psi + k^2 \psi = 0. \quad (\text{A.9})$$

A partir da equação de onda homogênea podemos construir as soluções dos campos eletromagnéticos segundo as coordenadas do problema.

Considerando que os campos  $\vec{E}$  e  $\vec{H}$  têm divergência nula, portanto podemos expressar os campos em termos do vetor potencial magnético  $\vec{A}$  ou em termos do vetor potencial elétrico  $\vec{F}$ , ou podemos usar a superposição de ambos, desta maneira têm-se [37, p. 130]

$$\vec{E} = -j\omega \left[ \vec{A} + \frac{1}{k^2} \nabla(\nabla \cdot \vec{A}) \right] - \frac{1}{\epsilon} \nabla \times \vec{F}, \quad (\text{A.10})$$

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu} \nabla \times \vec{A} - jw \left[ \vec{F} + \frac{1}{k^2} \nabla(\nabla \cdot \vec{F}) \right]. \quad (\text{A.11})$$

Os vetores potenciais devem satisfazer também a equação de onda homogênea, caso o calibre de Lorenz ( $\nabla \cdot \vec{A} = -jw\mu\epsilon\Phi_e$ ) seja aplicado [38, Ch. 3]

$$\nabla^2 \vec{A} + k^2 \vec{A} = 0, \quad (\text{A.12})$$

$$\nabla^2 \vec{F} + k^2 \vec{F} = 0. \quad (\text{A.13})$$

Desta maneira podemos supor os vetores potenciais,  $\vec{A}$  e  $\vec{F}$ , em termos da função de onda  $\psi$  com o propósito de determinar as expressões analíticas dos campos eletromagnéticos. É convencional classificar os modos como Transversal Magnético-z (TMz) e Transversal Elétrico-z (TEz). Para uma solução TMz, o campo se expressa em termos do vetor  $\vec{A}$  com componente única em z, assim têm-se

$$\begin{aligned} \vec{A} &= \psi \hat{z}, \\ \vec{F} &= 0. \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

Por dualidade, a solução TEz, o campo se expressa em termos do vetor  $\vec{F}$  com componente única em z, assim têm-se

$$\begin{aligned} \vec{A} &= 0, \\ \vec{F} &= \psi \hat{z}. \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

A construção das soluções no sistema cilíndrico e retangular encontram-se nos anexos B e C, respectivamente. Para cada sistema, foi feita a escolha usual dos modos TMz e TEz, e apresenta-se o método de separação de variáveis e o conjunto de funções harmônicas que são solução da equação de onda homogênea.

## Anexo B

### Funções de onda Cilíndricas

Neste apêndice serão apresentadas as expressões dos campos eletromagnéticos para a construção de soluções TMz e TEz no sistema de coordenadas cilíndricas [39, Cap. 5, p. 1]:

#### Modo TMz

$$\begin{aligned} E_\rho &= \frac{1}{j\omega\mu\epsilon} \frac{\partial^2\psi}{\partial\rho\partial z} & H_\rho &= \frac{1}{\mu\rho} \frac{\partial\psi}{\partial\phi} \\ E_\phi &= \frac{1}{j\omega\mu\epsilon} \frac{1}{\rho} \frac{\partial^2\psi}{\partial\phi\partial z} & H_\phi &= -\frac{1}{\mu} \frac{\partial\psi}{\partial\rho} \\ E_z &= \frac{1}{j\omega\mu\epsilon} \left[ k^2\psi + \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2} \right] & H_z &= 0 \end{aligned} \quad (\text{B.1})$$

#### Modo TEz

$$\begin{aligned} E_\rho &= -\frac{1}{\epsilon\rho} \frac{\partial\psi}{\partial\phi} & H_\rho &= \frac{1}{j\omega\mu\epsilon} \frac{\partial^2\psi}{\partial\rho\partial z} \\ E_\phi &= \frac{1}{\epsilon} \frac{\partial\psi}{\partial\rho} & H_\phi &= \frac{1}{j\omega\mu\epsilon} \frac{1}{\rho} \frac{\partial^2\psi}{\partial\phi\partial z} \\ E_z &= 0 & H_z &= \frac{1}{j\omega\mu\epsilon} \left[ k^2\psi + \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2} \right] \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

A equação do onda homogênea (A.9) expandida em coordenadas cilíndricas é dada por

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \rho \frac{\partial \psi}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + k^2 \psi = 0. \quad (\text{B.3})$$

Assumindo que a solução de  $\psi$  pode ser obtida através do método de separação de variáveis, tem-se

$$\psi(\rho, \phi, z) = R(\rho)P(\phi)Z(z). \quad (\text{B.4})$$

Substituindo o produto de funções, exposto em (B.4), na equação de onda homogênea (B.3) e realizando algumas manipulações matemáticas obtemos possíveis escolhas das funções  $R(\rho)$ ,  $P(\phi)$  e  $Z(z)$ . Assim, a solução para  $R(\rho)$  é dada em termos de funções de Bessel da seguinte forma

$$R(\rho) = B_n(k_\rho \rho) \propto J_n(k_\rho \rho), N_n(k_\rho \rho), H_n^{(1,2)}(k_\rho \rho), \quad (\text{B.5})$$

ou combinação linear dessas funções,

onde  $J_n(k_\rho \rho)$  é a função de Bessel de primeiro tipo,  $N_n(k_\rho \rho)$  é a função de Neumann ou Bessel de segundo tipo e  $H_n^{(1,2)}(k_\rho \rho)$  é a função de Hankel de primeira ou segunda espécie. Notando que todas as funções são de ordem  $n$ .

A solução periódica referente a  $P(\phi)$  é dada por

$$P(\phi) = \begin{cases} \text{sen} \\ \text{cos} \end{cases} (n\phi), \text{ ou } e^{\pm jn\phi}. \quad (\text{B.6})$$

Por último, a solução para  $Z(z)$  é definida como

$$Z(z) = \begin{cases} \text{sen} \\ \text{cos} \end{cases} (k_z z), \text{ ou } e^{\pm jk_z z}. \quad (\text{B.7})$$

onde  $k_z$  é uma constante de propagação da onda ao longo o eixo  $z$ , expressa pela equação de variáveis separáveis:

$$k^2 = k_\rho^2 + k_z^2. \quad (\text{B.8})$$

## Anexo C

# Funções de onda Retangulares

Neste apêndice serão apresentadas as expressões dos campos eletromagnéticos para a construção de soluções TEz e TMz no sistema de coordenadas retangular [39, Cap. 4, p. 3-4]:

### Modo TEz

$$\begin{aligned} E_x &= -\frac{1}{\epsilon} \frac{\partial \psi}{\partial y} & H_x &= \frac{1}{j\omega\mu\epsilon} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial z} = \left( \frac{-k_z}{\omega\mu} \right) E_{y_{mn}}^{TE} \\ E_y &= \frac{1}{\epsilon} \frac{\partial \psi}{\partial x} & H_y &= \frac{1}{j\omega\mu\epsilon} \frac{\partial^2 \psi}{\partial y \partial z} = \left( \frac{k_z}{\omega\mu} \right) E_{x_{mn}}^{TE} \\ E_z &= 0 & H_z &= \frac{1}{j\omega\mu\epsilon} \left[ k^2 \psi + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right] \end{aligned} \quad (C.1)$$

### Modo TMz

$$\begin{aligned} E_x &= \frac{1}{j\omega\mu\epsilon} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial z} & H_x &= \frac{1}{\mu} \frac{\partial \psi}{\partial y} = \left( \frac{-\omega\epsilon}{k_z} \right) E_{y_{mn}}^{TM} \\ E_y &= \frac{1}{j\omega\mu\epsilon} \frac{\partial^2 \psi}{\partial y \partial z} & H_y &= -\frac{1}{\mu} \frac{\partial \psi}{\partial x} = \left( \frac{\omega\epsilon}{k_z} \right) E_{x_{mn}}^{TM} \\ E_z &= \frac{1}{j\omega\mu\epsilon} \left[ k^2 \psi + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right] & H_z &= 0 \end{aligned} \quad (C.2)$$

A equação do onda homogênea (A.9) expandida em coordenadas retangulares é dada por

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + k^2 \psi = 0. \quad (\text{C.3})$$

Assumindo que a solução de  $\psi$  pode ser obtida através do método de separação de variáveis, tem-se

$$\psi(x, y, z) = X(x)Y(y)Z(z). \quad (\text{C.4})$$

Substituindo o produto de funções, exposto em (C.4), na equação (C.3) e fazendo algumas manipulações matemáticas, tem-se

$$\frac{1}{X} \frac{\partial^2 X}{\partial x^2} + \frac{1}{Y} \frac{\partial^2 Y}{\partial y^2} + \frac{1}{Z} \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} + k^2 \psi = 0. \quad (\text{C.5})$$

Assim, vemos que cada termo só depende de uma coordenada ( $x$ ,  $y$  ou  $z$ ). Logo, cada um deles tem que ser uma constante

$$\begin{aligned} \frac{1}{X} \frac{\partial^2 X}{\partial x^2} &= -k_x^2, \\ \frac{1}{Y} \frac{\partial^2 Y}{\partial y^2} &= -k_y^2, \\ \frac{1}{Z} \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} &= -k_z^2, \end{aligned} \quad (\text{C.6})$$

onde cada constante devem satisfazer a equação da separação de variáveis

$$k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = k^2 = w^2 \mu \epsilon. \quad (\text{C.7})$$

Possíveis escolhas das funções harmônicas  $X(x)$ ,  $Y(y)$  e  $Z(z)$  são dadas por

$$\begin{aligned} X(x) &= \left\{ \begin{array}{l} \text{sen} \\ \text{cos} \end{array} \right\} (k_x x), \text{ ou } e^{\pm j k_x x}, \\ Y(y) &= \left\{ \begin{array}{l} \text{sen} \\ \text{cos} \end{array} \right\} (k_y y), \text{ ou } e^{\pm j k_y y}, \\ Z(z) &= \left\{ \begin{array}{l} \text{sen} \\ \text{cos} \end{array} \right\} (k_z z), \text{ ou } e^{\pm j k_z z}, \end{aligned} \quad (\text{C.8})$$

onde  $\left\{ \begin{array}{l} \text{sen} \\ \text{cos} \end{array} \right\} (f)$  representa uma combinação linear entre  $\text{sen}(f)$  e  $\text{cos}(f)$ .

# Anexo D

## Produção Científica

Neste anexo encontra-se a lista de publicações decorrentes da pesquisa.

### Patente

**Near-field monitoring of energy delivery**

Número de publicação internacional: WO 2019/152035 A1

Data: 08 de Agosto de 2019

Disponível em: <https://patents.google.com/patent/WO2019152035A1>

### Artigos em Periódicos

**The limits of Near Field Immersion Microwave Microscopy evaluated by imaging bilayer graphene Moiré patterns**

Submetido em Nature Communications

arXiv preprint arXiv:2007.03823, 07 de Julho de 2020

Disponível em: <https://arxiv.org/pdf/2007.03823.pdf>

### Artigos em Congressos

**Observation of moiré superlattices on twisted bilayer graphene by scanning microwave impedance microscopy**

Low-Dimensional Materials and Devices 2020

International Society for Optics and Photonics SPIE

Disponível em: <https://doi.org/10.1117/12.2570651>

**Modeling of a Conical Antenna Applied in a Waveguide Device**

2019 SBMO/IEEE MTT-S International Microwave and Optoelectronics Conference (IMOC).

**Analytical Modeling of a Coaxial Probe in a Waveguide Device**

2018 International Conference on Electromagnetics in Advanced Applications (ICEAA)

Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?tp=&arnumber=8520439>