

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

CURSO DE MESTRADO EM GEOTECNIA E TRANSPORTES

**ABORDAGEM PROBABILÍSTICA APLICADA AO
ESTUDO DA VARIABILIDADE GEOTÉCNICA DOS
SOLOS**

Izabela Couto Campello

Belo Horizonte

2020

Izabela Couto Campello

**ABORDAGEM PROBABILÍSTICA APLICADA AO
ESTUDO DA VARIABILIDADE GEOTÉCNICA DOS
SOLOS**

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado em Geotecnia e Transportes da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Geotecnia e Transportes.

Área de concentração: Geotecnia

Orientadora: Maria das Graças Gardoni

Coorientadora: Karla Pimentel Maia

Belo Horizonte
Escola de Engenharia da UFMG

2020

C193a

Campello, Izabela Couto.

Abordagem probabilística aplicada ao estudo da variabilidade geotécnica dos solos [recurso eletrônico] / Izabela Couto Campello. – 2020.

1 recurso online (ii, 158 f. : il., color.) : pdf.

Orientadora: Maria das Graças Gardoni Almeida.

Coorientadora: Karla Pimentel Maia.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Minas Gerais, Escola de Engenharia.

Apêndice: f.150-158.

Bibliografia: f. 145-149.

Exigências do sistema: Adobe Acrobat Reader.

1. Mecânica do solo - Teses. 2. Taludes (mecânica dos solos) - Teses. 3. Probabilidades – Teses. I. Almeida, Maria das Graças Gardoni. II. Maia, Karla Pimentel. III. Universidade Federal de Minas Gerais. Escola de Engenharia. IV. Título.

CDU: 624.13(043)

Ficha catalográfica: Biblioteca Prof. Mário Werneck, Escola de Engenharia da UFMG.



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOTECNIA E TRANSPORTES

UFMG

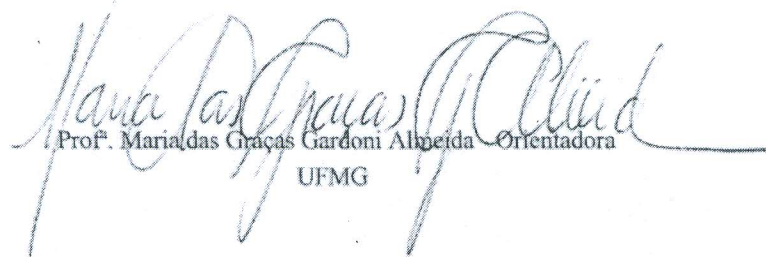
FOLHA DE APROVAÇÃO

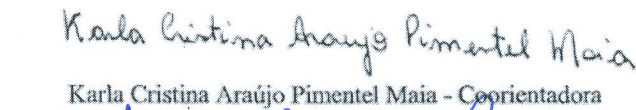
ABORDAGEM PROBABILÍSTICA APLICADA AO ESTUDO DA VARIABILIDADE GEOTÉCNICA
DOS SOLOS

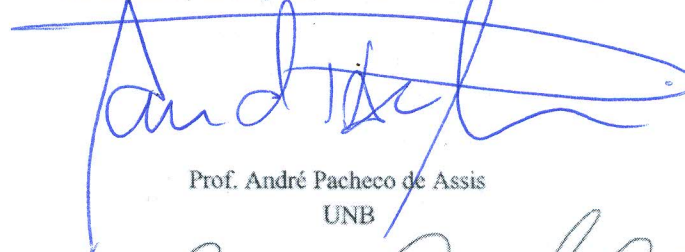
IZABELA COUTO CAMPELLO

Dissertação submetida à Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em GEOTECNIA E TRANSPORTES, como requisito para obtenção do grau de Mestre em GEOTECNIA E TRANSPORTES, área de concentração GEOTECNIA.

Aprovada em 17 de dezembro de 2020, pela banca constituída pelos membros:


Prof. Maria das Graças Gardoni Albuquerque - Orientadora
UFMG


Karla Cristina Araújo Pimentel Maia - Coorientadora


Prof. André Pacheco de Assis
UNB


Prof. Aloysio Portugal Maia Saliba
UFMG

Belo Horizonte, 17 de dezembro de 2020.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por todas as bênçãos concedidas e por ter me dado forças para concluir este desafio.

Agradeço aos meus pais, Arthur e Glória, e ao meu irmão, Guilherme, pelo amor incondicional, por estarem sempre ao meu lado, por me ensinarem o significado de respeito e dignidade e por entenderem meus momentos de ausência durante a realização deste trabalho.

Ao Lucas, meu companheiro de todas as horas, sou imensamente grata por todo o carinho, cuidado e paciência durante essa jornada extra de trabalho. Sem o seu suporte – em todos os quesitos – eu não teria conseguido.

Aos amigos da Pimenta de Ávila, pela amizade e aprendizado mútuo, que certamente foram fundamentais na minha caminhada. Em especial, agradeço a Virginie Queiroz, pelas doses de incentivo; ao André Otávio, pela amizade, exemplo de liderança e pelos ensinamentos que vão muito além da engenharia geotécnica; ao João Pimenta, por todo apoio e reconhecimento; ao Joaquim Pimenta de Ávila, pelo conhecimento compartilhado, por ter sido o maior incentivador deste trabalho desde o início e por ser uma referência profissional para mim.

À Teresa Fusaro, pelo carinho, ensinamentos e por me apresentar ao mundo da análise de riscos em geotecnia. Seu papel foi fundamental na minha formação profissional e no desenvolvimento desta dissertação.

À Maria das Graças Gardoni, minha orientadora, e à Karla Maia, minha coorientadora, por todas as conversas, conhecimento transmitido, amizade e tempo despendido neste trabalho. Mais do que isso, obrigada por acreditarem que eu conseguiria e, assim, me fazerem acreditar também.

Ao professor André Assis, pela dedicação, trocas e conversas informais que tanto contribuíram para este trabalho. Ao professor Aloysio Saliba, pelas contribuições ao texto.

À equipe da KCB, por me propiciar o suporte que eu precisava na reta final deste trabalho.

Aos demais amigos e familiares, por deixarem os meus dias mais leves.

Obrigada a todos que me ajudaram a trilhar este caminho.

Ninguém vence sozinho!

“All things are difficult before they are easy”.

Thomas Fuller

“A menos que modifiquemos nossa maneira de pensar, não seremos capazes de resolver os problemas causados pela forma como nos acostumamos a ver o mundo”.

Albert Einstein

RESUMO

CAMPELLO, Izabela Couto. **Abordagem Probabilística Aplicada ao Estudo da Variabilidade Geotécnica dos Solos**. 158f. Dissertação (Mestrado em Geotecnia e Transportes) – Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2020.

Incertezas quanto ao desempenho de uma estrutura geotécnica, sejam por investigação limitada do local, variabilidade inerente dos solos ou limitações nos modelos de cálculo, são inevitáveis. Faz parte das atribuições de um engenheiro geotécnico, portanto, a escolha de estratégias para lidar com os problemas associados à existência de incertezas, as quais incluem: a elaboração de projetos conservadores; a realização de ajustes em campo durante a fase de construção, por meio do método observacional, ou; a utilização de métodos probabilísticos que busquem contabilizar as incertezas no projeto. Dentro deste contexto, diversos trabalhos têm sido publicados nos últimos anos contemplando abordagens para modelagem da variabilidade de parâmetros geotécnicos e seus efeitos nas análises de estabilidade de talude. Mesmo com o número crescente de publicações ao redor do mundo, o número de trabalhos abordando este tema no Brasil ainda é restrito. Reconhecendo a importância do tema, esta pesquisa buscou apresentar uma metodologia para modelagem da variabilidade e incertezas associadas às propriedades geotécnicas dos solos de um grupo de barragens de mineração. A metodologia utilizada contemplou: a compilação dos dados obtidos a partir de uma vasta campanha de ensaios geotécnicos; tratamento estatístico e probabilístico dos dados, com ênfase no coeficiente de variação, distribuições probabilísticas, grau de correlação entre as variáveis e variabilidade espacial, e; a avaliação dos efeitos da variabilidade dos parâmetros geotécnicos na estabilidade de três seções hipotéticas de uma barragem. As análises de sensibilidade realizadas para o estudo de caso indicaram uma variação considerável no valor da probabilidade de ruptura com a variação do coeficiente de variação, grau de correlação entre coesão e ângulo de atrito e comprimento de correlação espacial vertical e, assim, evidenciaram a relevância destes parâmetros na abordagem probabilística de estabilidade de taludes.

Palavras-Chaves: Caracterização geotécnica; Incertezas; Variabilidade geotécnica; Análise probabilística; Comprimento de correlação espacial.

ABSTRACT

Uncertainties associated with the performance of geotechnical structures are unavoidable, whether due to limited site investigation, inherent soil variability or limitations in calculation models. It is part of a geotechnical engineer's role, therefore, to select the appropriate approach to deal with these uncertainties, including conservative design, observational method during construction phase or probabilistic methods that account for uncertainties in the design. Several papers have been published in the last few decades examining geotechnical parameters variability and their effect on slope stability analyses. Despite the global increase, publications addressing this topic in Brazil are still restricted. This research aimed to present a method for modelling the uncertainties and variability of geotechnical properties focused on a tailings storage facility in Brazil. The methodology included: compilation of data from an extensive site investigation campaign; statistical and probabilistic data treatment, with focus on the coefficient of variation (CoV), probability distributions, cross-correlation and spatial variability and; assessment of geotechnical parameters variability and its effect on three cross-sections of a hypothetical dam. Sensitivity analyses carried out for the case study indicated a significant difference in the probability of failure given the variation of CoV, cross-correlation between cohesion and friction angle and vertical spatial correlation length. Hence, it was demonstrated the relevance of these parameters in the probabilistic slope stability approach.

Keywords: Geotechnical Characterisation; Uncertainties; Geotechnical Variability; Probabilistic Analyses; Spatial Correlation Length.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	16
1.1	OBJETIVOS DO TRABALHO	17
1.2	ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO	18
2	REVISÃO DA LITERATURA	19
2.1	CARACTERIZAÇÃO GEOTÉCNICA.....	19
2.1.1	<i>Coleta de dados e reconhecimento do local.....</i>	<i>19</i>
2.1.2	<i>Investigações de campo e ensaios laboratoriais.....</i>	<i>20</i>
2.1.3	<i>Modelo geomecânico.....</i>	<i>20</i>
2.2	INCERTEZAS ASSOCIADAS ÀS PROPRIEDADES DOS SOLOS.....	21
2.2.1	<i>Erros de medição.....</i>	<i>22</i>
2.2.2	<i>Incerteza estatística.....</i>	<i>22</i>
2.2.3	<i>Incerteza de transformação.....</i>	<i>22</i>
2.2.4	<i>Variabilidade espacial.....</i>	<i>24</i>
2.2.5	<i>Propagação de incertezas.....</i>	<i>26</i>
2.3	ANÁLISES PROBABILÍSTICAS E CONFIABILIDADE EM GEOTECNIA	26
2.4	FERRAMENTAS ESTATÍSTICAS PARA CARACTERIZAÇÃO DAS PROPRIEDADES DOS SOLOS	28
2.5	ETAPAS E FUNDAMENTOS DOS MÉTODOS ESTATÍSTICOS	28
2.6	ESTATÍSTICA DESCRITIVA	30
2.6.1	<i>Medidas de tendência central.....</i>	<i>30</i>
2.6.2	<i>Medidas de dispersão.....</i>	<i>32</i>
2.6.3	<i>Medidas de Forma.....</i>	<i>33</i>

2.6.4	<i>Quartil e percentil</i>	33
2.6.5	<i>Diagrama quantis-quantis (Q-Q)</i>	34
2.6.6	<i>Medidas de estatística descritiva em geotecnia</i>	34
2.7	FUNDAMENTOS DOS MODELOS PROBABILÍSTICOS	39
2.7.1	<i>Axiomas da teoria da probabilidade</i>	40
2.7.2	<i>Probabilidade condicional e regra da multiplicação</i>	40
2.7.3	<i>Teorema da probabilidade total e teorema de Bayes</i>	40
2.7.4	<i>Variáveis aleatórias</i>	41
2.8	DISTRIBUIÇÕES DE PROBABILIDADES.....	42
2.8.1	<i>Valor esperado e momentos</i>	43
2.8.2	<i>Distribuições de probabilidades contínuas</i>	44
2.8.3	<i>Distribuições de probabilidade de propriedades geotécnicas</i>	48
2.8.4	<i>Distribuição de probabilidade conjunta</i>	48
2.8.5	<i>Covariância e correlação</i>	49
2.9	INFERÊNCIA ESTATÍSTICA	51
2.9.1	<i>Inferência frequentista</i>	51
2.9.2	<i>Inferência Bayesiana</i>	53
2.9.3	<i>Inferência estatística aplicada à geotecnia</i>	54
2.9.4	<i>Testes de hipóteses</i>	55
2.10	REGRESSÃO E CORRELAÇÃO.....	59
2.10.1	<i>Regressão linear</i>	60
2.10.2	<i>Correlação</i>	61

2.11	MODELAGEM DA VARIABILIDADE ESPACIAL	63
2.11.1	<i>Análise da tendência</i>	65
2.11.2	<i>Variação residual</i>	66
2.11.3	<i>Semivariograma</i>	69
2.12	CAMPOS ALEATÓRIOS	70
2.12.1	<i>Média espacial e fator de redução na variância</i>	72
2.12.2	<i>Escala de flutuação</i>	73
2.12.3	<i>Métodos de análises de estabilidade de taludes contabilizando a variabilidade espacial</i> 77	
3	ABORDAGEM METODOLÓGICA.....	83
3.1	COLETA DE DADOS	83
3.2	TRATAMENTO ESTATÍSTICO DOS DADOS	85
3.3	MODELAGEM ESTATÍSTICA E PROBABILÍSTICA DAS VARIÁVEIS.....	86
3.4	AVALIAÇÃO DOS EFEITOS DA VARIABILIDADE DOS PARÂMETROS NA ESTABILIDADE DE TALUDES.....	87
4	RESULTADOS E DISCUSSÃO	92
4.1	ETAPAS 1 E 2 – RESULTADOS DA COLETA E ANÁLISE DESCRITIVA DOS DADOS.....	92
4.1.1	<i>Resultados dos ensaios de caracterização</i>	92
4.1.2	<i>Resultados dos ensaios de resistência ao cisalhamento</i>	96
4.2	ETAPA 3 – MODELAGEM ESTATÍSTICA E PROBABILÍSTICA DAS VARIÁVEIS.....	109
4.2.1	<i>Modelagem da coesão e ângulo de atrito</i>	111
4.2.2	<i>Modelagem da razão de resistência não drenada</i>	116
4.2.3	<i>Modelagem espacial da resistência não drenada</i>	123

4.3	ETAPA 4 – AVALIAÇÃO DO EFEITO DA VARIABILIDADE DOS PARÂMETROS NA ESTABILIDADE DE TALUDES	129
4.3.1	<i>Caso A</i>	130
4.3.2	<i>Caso B</i>	133
4.3.3	<i>Caso C</i>	137
5	CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES	141
5.1	RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	143

APÊNDICES

APÊNDICE A – MODELAGEM PROBABILÍSTICA DAS VARIÁVEIS DE INTERESSE

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1: Etapas do processo de caracterização geotécnica (Cao, Li e Wang, 2017).	19
Figura 2.2: Relação entre os tipos de incerteza e a informação disponível (adaptado de Bedi e Harrison, 2013 <i>apud</i> Contreras e Ruest, 2016).	22
Figura 2.3: Caracterização probabilística do modelo de transformação (Phoon e Kulhawy, 1999b).	23
Figura 2.4: Escalas de variabilidade espacial dos solos (Huber, 2013).	25
Figura 2.5: Modelo de variabilidade espacial dos solos (Kulhawy e Phoon, 1999a).	25
Figura 2.6: Propagação das incertezas na estimativa das propriedades dos solos (Kulhawy e Phoon, 1999 <i>apud</i> Cao, Li e Wang, 2017).	26
Figura 2.7: Diagrama de Venn para o teorema da probabilidade total (Naghetini e Pinto, 2007).	41
Figura 2.8: Distribuição de probabilidade discreta e contínua (adaptado de Ang e Tang, 1975).	42
Figura 2.9: Variável aleatória normal x e a variável normal padronizada Z (Assis <i>et al.</i> , 2018).	45
Figura 2.10: Distribuições Beta para diferentes valores de α e β (Assis <i>et al.</i> , 2018).	47
Figura 2.11: Coeficientes de correlação (Ang e Tang, 1975).	50
Figura 2.12: Processo de inferência Bayesiana.	54
Figura 2.13: Processo de inferência Bayesiana (adaptado Ang e Tang, 1975).	56
Figura 2.14: Correlação entre duas propriedades.	62
Figura 2.15: Comparação da variação espacial de dados com estatísticas similares (adaptado de Uzielli <i>et al.</i> , 2006).	64
Figura 2.16: Comparação entre funções de tendência e variâncias dos resíduos (adaptado de Uzielli <i>et al.</i> , 2006).	66

Figura 2.17: Avaliação da anisotropia em ensaios CPTu (Uzielli <i>et al.</i> , 2006).	68
Figura 2.18: Modelo ilustrativo de um campo aleatório.	74
Figura 2.19: Efeito da escala de flutuação na modelagem de um campo aleatório para avaliação da capacidade de carga, para (a) $\delta = 2$ m e (b) $\delta = 10$ m (Fenton e Griffiths, 2008).	74
Figura 2.20: Determinação da escala de flutuação vertical (Phoon e Kulhawy, 1999a).	75
Figura 2.21: Método de subdivisão da média local.	78
Figura 2.22: Exemplo de superfícies de ruptura, circular (acima) e não circular (abaixo), associadas ao RLEM (adaptado de Javankhoshdel <i>et al.</i> , 2017).	79
Figura 2.23: Probabilidade de ruptura versus comprimento de correlação espacial para diferentes graus de correlação entre as variáveis ângulo de atrito e coesão (Allahverdizadeh, Griffiths e Fenton, 2015).	80
Figura 2.24: Etapas das análises de estabilidade realizadas (Rocscience, 2018).	81
Figura 3.1: Etapas do trabalho.	83
Figura 3.2: Distribuição espacial das investigações CPTu, VT e SPT.	84
Figura 3.3: Distribuição espacial das coletas de amostras para ensaios laboratoriais.	85
Figura 3.4: Seção transversal de análise – Caso A.	89
Figura 3.5: Seção transversal de análise – Caso B.	90
Figura 3.6: Seção transversal de análise – Caso C.	90
Figura 4.1: Granulometria da argila amarela compactada.	93
Figura 4.2: Granulometria da argila amarela lançada.	94
Figura 4.3: Granulometria da argila variegada.	94
Figura 4.4: Limites de Atterberg da argila amarela compactada, argila amarela lançada e argila variegada.	95
Figura 4.5: Limites de Atterberg da argila amarela compactada, argila amarela lançada e argila variegada.	96

Figura 4.6: Trajetórias de tensões efetivas das amostras ensaiadas da argila amarela compactada.	98
Figura 4.7: Trajetórias de tensões efetivas das amostras ensaiadas da argila amarela lançada.	98
Figura 4.8: Trajetórias de tensões efetivas das amostras ensaiadas da argila variegada.	99
Figura 4.9: Razão de resistência ao cisalhamento não drenada obtida nos ensaios de laboratório – argila amarela lançada.	100
Figura 4.10: Razão de resistência ao cisalhamento não drenada obtida nos ensaios de laboratório – argila variegada.	100
Figura 4.11: Resistência ao cisalhamento não drenada obtida nos ensaios Vane Test.	101
Figura 4.12: Histograma de frequência da resistência ao cisalhamento não drenada obtida nos ensaios Vane Test.	101
Figura 4.13: Parâmetro N_{kt} – argila amarela lançada.	103
Figura 4.14: Parâmetro N_{kt} – argila variegada.	103
Figura 4.15: Resultados dos ensaios CPTu na argila amarela lançada.	104
Figura 4.16: Resultados dos ensaios CPTu na argila variegada.	105
Figura 4.17: Histograma de frequência da resistência ao cisalhamento não drenada obtida nos ensaios CPTu.	105
Figura 4.18: Influência do tamanho da amostra no CV da coesão e do ângulo de atrito.	107
Figura 4.19: Influência do tamanho da amostra no CV da resistência não drenada – Argila amarela lançada.	107
Figura 4.20: Influência do tamanho da amostra no CV da resistência não drenada– Argila variegada.	107
Figura 4.21: Resistência ao cisalhamento não drenada – comparação entre coeficientes de variação.	109

Figura 4.22: Gráfico de dispersão entre Coesão e Ângulo de Atrito – Argila amarela compactada.	111
Figura 4.23: Gráfico de dispersão entre Coesão e Ângulo de Atrito – Argila amarela lançada.	112
Figura 4.24: Gráfico de dispersão entre Coesão e Ângulo de Atrito – Argila variegada.	112
Figura 4.25: Histograma e função densidade – Argila amarela compactada.	113
Figura 4.26: Histograma e função densidade – Argila amarela lançada.	113
Figura 4.27: Histograma e função densidade – Argila variegada.	114
Figura 4.28: Histograma e função densidade – Ensaio Triaxial CIU – Distribuição Log-Normal.	118
Figura 4.29: Gráfico Q-Q – Ensaio Triaxial CIU – Distribuição Log-Normal.	118
Figura 4.30: Função acumulada de Probabilidade – Ensaio Triaxial CIU – Distribuição Log-Normal.	118
Figura 4.31: Histograma e função densidade – Ensaio CPTu – Distribuição Log-Normal. ..	119
Figura 4.32: Gráfico Q-Q – Ensaio CPTu – Distribuição Log-Normal.	119
Figura 4.33: Função acumulada de Probabilidade – Ensaio CPTu – Distribuição Log-Normal.	119
Figura 4.34: Histograma e função densidade – Ensaio DSS – Distribuição Log-Normal.	120
Figura 4.35: Gráfico Q-Q – Ensaio DSS – Distribuição Log-Normal.	121
Figura 4.36: Função acumulada de Probabilidade – Ensaio DSS – Distribuição Log-Normal.	121
Figura 4.37: Histograma e função densidade – Ensaio CPTu – Distribuição Normal.	121
Figura 4.38: Gráfico Q-Q – Ensaio CPTu – Distribuição Normal.	121
Figura 4.39: Função acumulada de Probabilidade – Ensaio CPTu – Distribuição Normal. ..	122

Figura 4.40: Dispersão das medidas de resistência não drenada com a profundidade – Argila variegada.....	124
Figura 4.41: Logaritmo da resistência não drenada observada em cada profundidade.	125
Figura 4.42: Média do logaritmo da resistência não drenada, em cada profundidade, com aproximações linear, quadrática e de grau 3.....	126
Figura 4.43: Desvio padrão do logaritmo da resistência não drenada, em cada profundidade, com aproximação linear.....	127
Figura 4.44: Função de autocorrelação amostral para cada um dos dez furos.	128
Figura 4.45: Ajuste dos modelos de autocorrelação.....	128
Figura 4.46: Resultado da análise probabilística de estabilidade – Caso A – Longo Prazo – Cenário base.	131
Figura 4.47: Histograma de distribuição do fator de segurança – Caso A – Longo Prazo – Cenário base.	131
Figura 4.48: Gráfico de convergência do fator de segurança – Caso A – Longo Prazo – Cenário base.	132
Figura 4.49: Análise de sensibilidade da influência das variáveis aleatórias no fator de segurança.	132
Figura 4.50: Influência do grau de correlação entre a coesão e o ângulo de atrito na probabilidade de ruptura.....	133
Figura 4.51: Resultado da análise probabilística de estabilidade – Caso B – Curto Prazo – Cenário base.	135
Figura 4.52: Histograma de distribuição do fator de segurança – Caso B – Curto Prazo – Cenário base.	135
Figura 4.53: Gráfico de convergência da probabilidade de ruptura – Caso B – Curto Prazo – Cenário base.	136
Figura 4.54: Análise de sensibilidade da influência das variáveis aleatórias no fator de segurança.	136

Figura 4.55: Influência do coeficiente de variação na probabilidade de ruptura.	137
Figura 4.56: Resultado da análise probabilística de estabilidade – Caso C – Curto Prazo – Cenário base.	138
Figura 4.57: Histograma de distribuição do fator de segurança – Caso C – Curto Prazo – Cenário base.	138
Figura 4.58: Gráfico de convergência da probabilidade de ruptura – Caso C – Curto Prazo – Cenário base.	139
Figura 4.59: Amostra do campo aleatório gerado considerando $\theta v = 0,3 m$ e $\theta h = 5,0 m$	139
Figura 4.60: Amostra do campo aleatório gerado considerando $\theta v = 50,0 m$ e $\theta h = 5,0 m$	140
Figura 4.61: Influência de θv da resistência não drenada da argila variegada na probabilidade de ruptura.	140

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1: Variabilidade das propriedades dos solos (Kulhawy e Phoon, 2008 <i>apud</i> Phoon, 2015, p.3).....	36
Tabela 2.2: Intervalos típicos de coeficientes de variação de propriedades geotécnicas (adaptado de Campello <i>et al.</i> , 2019).	36
Tabela 2.3: Distribuições de probabilidade típicas de parâmetros geotécnicos (Uzielli <i>et al.</i> , 2006).....	48
Tabela 2.4: Comparação entre as abordagens frequentista e bayesiana (adaptado de Contreras e Ruest, 2016).....	55
Tabela 2.5: Valores críticos da estatística A^2 para distribuições hipotéticas normal ou log-normal (D'Agostino e Stephens, 1986 <i>apud</i> Naghettini e Pinto, 2007, p.279).....	59
Tabela 2.6: Funções de autocorrelação unidimensionais (Chakraborty e Dey, 2019).	76
Tabela 2.7: Valores típicos de escala de flutuação de propriedades geotécnicas (Flores, 2008).	77
Tabela 2.8: Tipos de análise de estabilidade.	82
Tabela 3.1: Quantitativo dos ensaios laboratoriais.....	85
Tabela 4.1: Síntese dos resultados dos ensaios de caracterização.....	92
Tabela 4.2: Comparação entre os intervalos de CV reportados na literatura e obtidos nos ensaios.	95
Tabela 4.3: Parâmetros de resistência efetivos obtidos a partir do ensaio triaxial CIU_{sat}	97
Tabela 4.4: Parâmetros de resistência não drenados obtidos a partir dos ensaios triaxial CIU_{sat} e DSS.	99
Tabela 4.5: Parâmetros de resistência não drenados obtidos a partir dos ensaios Vane Test.	102
Tabela 4.6: Resultados do parâmetro Nkt	104
Tabela 4.7: Resultados obtidos a partir dos ensaios CPTu.....	106

Tabela 4.8: Comparação entre os intervalos de CV reportados na literatura e obtidos nos ensaios.	108
Tabela 4.9: Modelagem dos parâmetros coesão e ângulo de atrito.	114
Tabela 4.10: Ajuste das funções de distribuição de probabilidade – Razão de resistência da argila amarela lançada.	119
Tabela 4.11: Ajuste das funções de distribuição de probabilidade – Razão de resistência da argila variegada.....	122
Tabela 4.12: Modelagem do parâmetro razão de resistência não drenada.	122
Tabela 4.13: Resultado do ajuste de cada modelo teórico para as funções de autocorrelação.	129
Tabela 4.14: Resultados das análises probabilísticas de estabilidade – Cenários Base, 2 e 3.	134

LISTA DE ABREVIATURA, SIGLAS E SÍMBOLOS

ACF	Função de Autocorrelação (“ <i>Autocorrelation Function</i> ”)
ACM	Modelo Teórico de Autocorrelação
A	Leitura Correspondente ao Deslocamento Nulo da Membrana
B	Leitura Correspondente ao Deslocamento de 1 mm do Centro da Membrana
CIU	Ensaio de compressão triaxial adensado isotropicamente não drenado
c	Coesão (kPa)
c'	Coesão Efetiva (kPa)
CPT	Ensaio de Penetração de Cone (“ <i>Cone Penetration Test</i> ”)
CV	Coefficiente de Variação
Dr	Densidade Relativa
DSS	Cisalhamento Simples (“ <i>Direct Simple Shear</i> ”)
E_d	Módulo Dilatométrico
FAP	Função Acumulada de Probabilidade
FDP	Função Densidade de Probabilidade
FEM	Método dos Elementos Finitos (“ <i>Finite Element Method</i> ”)
FS	Fator de Segurança
K_d	Índice de Tensão Horizontal
I_d	Índice do Material
IP	Índice de Plasticidade (%)
LAS	Método de Subdivisão da Média Local (“ <i>Local Average Subdivision</i> ”)
LEM	Método do Equilíbrio Limite (“ <i>Limit Equilibrium Method</i> ”)
LN	Distribuição Log-normal
LL	Limite de Liquidez

LP	Limite de Plasticidade
MMC	Método de Monte Carlo
N	Distribuição Normal
N^{SPT}	Resultado do ensaio SPT
<i>Nkt</i>	Fator De Cone
<i>P_f</i>	Probabilidade de Falha
<i>P_r</i>	Probabilidade de Ruptura
P-valor	Nível Descritivo do Teste
RFEM	Método dos Elementos Finitos Aleatório (“ <i>Random Finite Element Method</i> ”)
RLEM	Método do Equilíbrio Limite Aleatório (“ <i>Random Limit Equilibrium Method</i> ”)
RBD	<i>Reliability-Based Design</i>
Q-Q	Quantis-Quantis
<i>q_c</i>	Resistência De Ponta
<i>q_t</i>	Resistência Real Mobilizada
<i>r</i>	Coefficiente de Correlação
<i>s_u</i>	Resistência ao Cisalhamento Não Drenada (kPa)
<i>s_u/σ’_{v0}</i>	Razão De Resistência ao Cisalhamento Não Drenada
SRV	<i>Single Random Variable</i>
SPT	<i>Standard Penetration Test</i>
<i>t(z)</i>	Função de Tendência de uma Propriedade a uma Profundidade <i>z</i>
VST	Ensaio da Palheta (“ <i>Vane Shear Test</i> ”)
<i>w(z)</i>	Componente Flutuante ou Variação Residual de <i>z</i>
<i>W_n</i>	Teor de Umidade Natural (%)
\bar{x}	Valor Médio Amostral de uma Propriedade

α	Nível de Significância
γ	Peso Específico (kN/m ³)
γ_d	Peso Específico Seco (kN/m ³)
θ	Comprimento de Correlação ou Escala de Flutuação (m)
θ_v	Comprimento de Correlação Vertical (m)
μ	Média Populacional
$\rho_{X,Y}$	Coefficiente de Correlação entre Duas Variáveis X e Y
σ	Desvio Padrão
σ_{v0}	Tensão Vertical (kPa)
ϕ'	Ângulo de Atrito Efetivo (°)

1 INTRODUÇÃO

A sociedade está frequentemente exposta a riscos¹, naturais e induzidos pelo homem. Em geral, por não poderem ser eliminados, é papel do engenheiro buscar reduzi-los a níveis aceitáveis ou toleráveis. Segundo Lacasse (2016), a sociedade tem exigido cada vez mais que os riscos aos quais as pessoas, as propriedades e o meio ambiente estão expostos sejam quantificados.

Lacasse (2016) afirma que, desde a década de 80, a avaliação de riscos e perigos associados a componentes geotécnicos tem ganhado maior atenção. Os setores de *offshore* de petróleo e gás, energia hidrelétrica e mineração foram os pioneiros na aplicação das ferramentas de estatística, probabilidade e avaliação de risco na engenharia geotécnica. Estas ferramentas têm como propósito complementar os métodos tradicionais de avaliação da segurança geotécnica e fornecer uma visão melhor das incertezas e seus efeitos.

Incertezas quanto ao desempenho de uma estrutura geotécnica, sejam por investigação limitada do local, variabilidade inerente dos solos ou limitações nos modelos de cálculo, são inevitáveis. Segundo Cao, Li e Wang (2017), os solos e suas propriedades são afetados por vários fatores durante o seu processo de formação, tais como: propriedades de suas rochas originárias, processos de intemperismo e de erosão, agentes de transporte e condições de sedimentação. As propriedades dos materiais geotécnicos, portanto, variam espacialmente, o que é usualmente conhecido como “variabilidade espacial inerente”, conforme citado por Uzielli *et al.* (2006) e Cao, Li e Wang (2017), ou simplesmente “variabilidade natural”, conforme mencionado por Phoon e Retief (2016).

Adicionalmente, outras fontes de incertezas são incorporadas à estimativa das propriedades geotécnicas dos solos durante a caracterização de uma determinada região. São elas: erros de medição, decorrentes de equipamentos de ensaios defeituosos e/ou erros de procedimento por parte do operador; incerteza estatística, resultante de um número insuficiente de ensaios; incerteza de transformação, associada aos modelos de transformação utilizados para interpretar os resultados dos ensaios.

A variabilidade espacial, ao contrário das demais incertezas, se caracteriza como um fenômeno aleatório, não dependendo, pois, do grau de conhecimento acerca das propriedades geotécnicas do solo em estudo. Embora não possa ser reduzida a partir de um maior número de

¹ A norma ISO 2394:2015 define como risco o efeito das incertezas nos objetivos.

investigações, a variabilidade espacial pode ser convenientemente modelada a partir de tratamentos estatísticos e probabilísticos.

Dentro deste contexto, diversos trabalhos têm sido publicados nos últimos anos contemplando abordagens para modelagem da variabilidade espacial dos solos e de análises de estabilidade de taludes contabilizando tal aleatoriedade (por exemplo: Huber, 2013; Nie *et al.*, 2015; Wang, Zhao e Cao, 2015; Liu, Leung e Lo, 2017; Jiang *et al.*, 2018; Krogt, Schweckendiek e Kok, 2018; Oguz, Huvaj e Griffiths, 2018; Qi e Liu, 2019; Ching e Phoon, 2019; Chakraborty e Dey, 2019). Mesmo com o número crescente de publicações ao redor do mundo, o número de trabalhos abordando este tema no Brasil ainda é restrito, em especial aplicados à barragens de terra e de rejeito.

As barragens são exemplos de estruturas cuja avaliação da estabilidade pode ser consideravelmente influenciada pelas incertezas geotécnicas, estejam elas associadas ao material de fundação (solos ou rochas), ombreiras ou mesmo ao maciço da barragem, o qual pode ser construído a partir de diferentes áreas de empréstimo e, portanto, possuir diferentes propriedades.

O presente trabalho consiste em aplicar uma abordagem estatística e probabilística ao tratamento dos dados e inferência das propriedades dos solos, a partir de uma melhor compreensão das fontes de incertezas, além de uma avaliação dos efeitos da variabilidade dos parâmetros na estabilidade de taludes. Para ilustrar esta aplicação, é apresentado um estudo de caso que contempla um conjunto de barragens de mineração de bauxita localizado na região norte do Brasil, onde foram executados diferentes tipos de ensaios de campo e de laboratório nos materiais de fundação e aterro.

1.1 Objetivos do trabalho

O objetivo geral desta pesquisa é apresentar uma metodologia para modelagem da variabilidade e incertezas associadas às propriedades geotécnicas dos solos de um grupo de barragens de mineração, com ênfase nas distribuições probabilísticas, grau de correlação entre as variáveis e variabilidade espacial.

Como objetivos específicos, podem-se destacar:

- Realizar tratamento estatístico das propriedades de interesse – a partir de uma abordagem frequentista – e verificar a aderência dos resultados obtidos aos valores reportados na literatura;

- Aplicar uma modelagem estatística e probabilística para caracterização da variabilidade das propriedades de interesse; e
- Avaliar a influência do coeficiente de variação, grau de correlação e variabilidade espacial nos resultados das análises probabilísticas de estabilidade.

1.2 Estrutura da dissertação

Além deste capítulo introdutório, outros quatro capítulos compõem este trabalho. No Capítulo 2 será apresentada a revisão da literatura que fundamenta a metodologia desta pesquisa. Esta, por sua vez, compõe o Capítulo 3 e descreve as etapas, materiais e métodos utilizados para o desenvolvimento do trabalho. Os resultados e discussões obtidos com a aplicação da metodologia são apresentados no Capítulo 4. Por fim, o Capítulo 5 apresenta as conclusões da pesquisa e recomendações futuras.

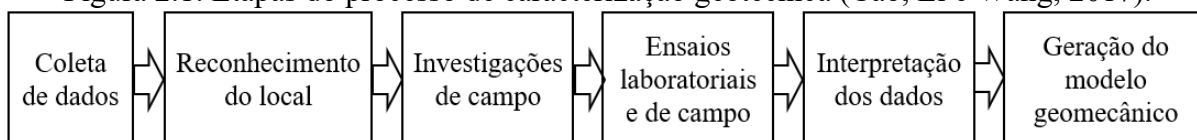
2 REVISÃO DA LITERATURA

Este capítulo abordará alguns dos aspectos considerados relevantes para o desenvolvimento da pesquisa e que são referentes à etapa de caracterização geotécnica de uma região e seus desafios, às principais fontes de incerteza na determinação das propriedades dos solos e aos fundamentos dos modelos estatísticos e probabilísticos e da modelagem da variabilidade espacial dos solos.

2.1 Caracterização geotécnica

Segundo Cao, Li e Wang (2017), a caracterização geotécnica visa delimitar a estratigrafia da fundação e estimar as propriedades dos materiais para subsidiar análises geotécnicas e/ou projetos, podendo ser dividida em seis etapas, as quais estão apresentadas na Figura 2.1 e descritas nos subitens a seguir.

Figura 2.1: Etapas do processo de caracterização geotécnica (Cao, Li e Wang, 2017).



2.1.1 Coleta de dados e reconhecimento do local

A caracterização geotécnica de uma região se inicia com a coleta e análise dos dados existentes e com o reconhecimento do local, os quais, de acordo com Clayton, Matthews e Simons (1995), devem fornecer informações sobre: topografia, geologia, condições meteorológicas, parâmetros e problemas geotécnicos, nível freático, construções existentes, uso anterior do solo e riscos de construção esperados.

Nesta etapa as informações podem ser obtidas por meio de visitas de campo, levantamentos topográficos, mapas geológicos, relatórios geológico-geotécnicos e publicações anteriores, monitoramento geotécnico (como poços, piezômetros e indicadores de nível d'água existentes), registros meteorológicos, dentre outros.

No caso das barragens, além dos itens supracitados, também pode ser destacada a importância de estudos relacionados à geomorfologia e hidrogeologia da região, zonas de sismicidade e caracterização do material armazenado, sobretudo em barragens de mineração, onde o resíduo deve ser classificado quanto a sua periculosidade e suas características de inflamabilidade, toxicidade, corrosividade, solubilidade em água, dentre outras.

2.1.2 Investigações de campo e ensaios laboratoriais

Os métodos de investigação de campo geralmente incluem sondagens geofísicas e mecânicas, amostragem, ensaios de campo e determinação da posição do nível freático. Como ensaios de campo podem ser destacados: sondagens de simples reconhecimento com SPT (do inglês “*standard penetration test*”); CPT, ensaio de penetração de cone (do inglês “*cone penetration test*”); DMT, ensaio dilatométrico (do inglês “*dilatometer test*”); PMT, ensaio pressiométrico (do inglês “*pressuremeter test*”); VST, ensaio da palheta (do inglês “*vane shear test*”); ensaios de infiltração; e ensaio de Matsuo.

Os ensaios laboratoriais podem ser realizados em amostras deformadas ou indeformadas e visam reproduzir possíveis condições de campo. Como exemplos de ensaios de laboratório, podem ser destacados: análise granulométrica, limites de consistência, teor de umidade, compactação do tipo Proctor, ensaios triaxiais, cisalhamento direto, compressão simples, ensaio de permeabilidade com carga constante e variável e ensaios de adensamento.

2.1.3 Modelo geomecânico

A geração do modelo geomecânico consiste na interpretação dos dados e inferência das propriedades dos materiais, bem como a definição da estratigrafia da fundação.

Os ensaios de campo e de laboratório podem não fornecer diretamente as propriedades a serem utilizadas em projeto. Nestes casos, a propriedade medida pode ser convertida na propriedade de projeto a partir de modelos de transformação, os quais incluem correlações empíricas e/ou relações teóricas.

Cao, Li e Wang (2017) afirmam que a estimativa das propriedades de solos argilosos se baseia na classificação do solo, consistência, história de tensões (como tensão *in situ*, tensão de pré-adensamento e razão de pré-adensamento), resistência ao cisalhamento, deformabilidade (como módulo de Young e coeficiente de adensamento) e permeabilidade. Para areias, a estimativa das propriedades se baseia na classificação do solo, tensão *in situ*, resistência ao cisalhamento, resistência liquefeita, deformabilidade e permeabilidade.

Com base na informação disponível antes do projeto (dados preexistentes e reconhecimento do local) e nos dados observacionais obtidos a partir dos ensaios de campo e de laboratório, as propriedades de projeto são estimadas. O desafio do engenheiro geotécnico é justamente estimá-las integrando sistematicamente as informações obtidas por meio dessas duas fontes. O desafio é ainda maior considerando que apenas uma pequena porção dos materiais é ensaiada e

que, além da variabilidade natural, há inúmeras incertezas que surgem durante o processo de caracterização geotécnica, como será apresentado nos próximos itens.

2.2 Incertezas associadas às propriedades dos solos

Incertezas estão associadas aos conceitos de imprevisibilidade, imprecisão e variabilidade. De acordo com Terzaghi (1936) *apud* Clayton, Matthews e Simons (1995), solos são formados pela natureza e não pelo homem, e produtos da natureza são sempre complexos. Desta forma, incertezas quanto ao desempenho de uma estrutura geotécnica, sejam por investigação limitada do local, variabilidade natural dos solos ou limitações nos modelos de cálculo, são inevitáveis.

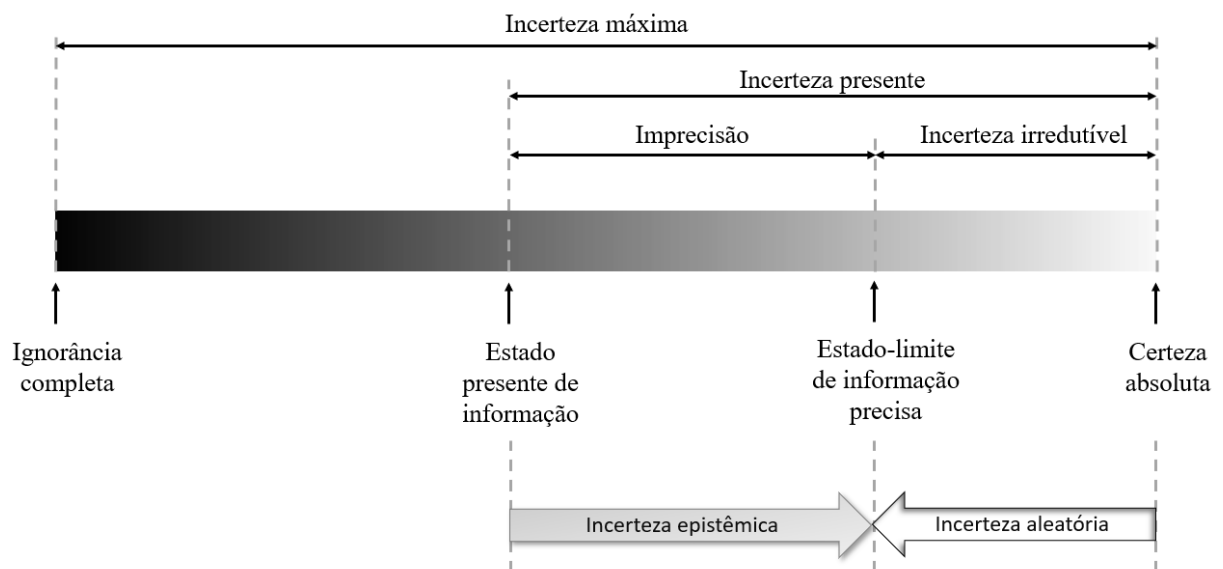
Segundo Zhang *et al.* (2017), de acordo com a perspectiva geotécnica, as incertezas podem ser categorizadas em incerteza aleatória e incerteza epistêmica.

A incerteza aleatória se refere à aleatoriedade intrínseca de um fenômeno, como o lançamento de um dado ou de uma moeda. Na engenharia geotécnica, a incerteza aleatória pode ser traduzida pela variabilidade espacial, a qual refere-se ao fato de as propriedades dos solos variarem naturalmente no espaço, em diferentes direções.

A incerteza epistêmica é causada pela falta de conhecimento ou dados. Na engenharia geotécnica, a incerteza epistêmica está relacionada a erros de medição, disponibilidade limitada de dados e incertezas associadas aos modelos de transformação. Os itens subsequentes definem o conceito de cada uma das fontes de incerteza.

A Figura 2.2 apresenta uma relação entre os tipos de incerteza, epistêmica e aleatória, e a informação disponível acerca de uma variável. De posse de um conjunto inicial de dados, representado na figura como “estado presente de informação”, é possível evoluir até o “estado-limite de informação precisa” a partir de uma quantidade suficiente de novos dados, reduzindo ao mínimo a incerteza epistêmica. Esta é, portanto, uma consequência de uma melhor compreensão dos processos inicialmente percebidos como aleatórios. A partir deste ponto, a incerteza não é mais possível de ser reduzida e está associada à variabilidade espacial do material.

Figura 2.2: Relação entre os tipos de incerteza e a informação disponível (adaptado de Bedi e Harrison, 2013 *apud* Contreras e Ruest, 2016).



2.2.1 Erros de medição

Os erros de medição podem surgir a partir de três fontes: erros de equipamentos, originados a partir de instrumentos e aparatos mal calibrados e com acurácia reduzida; erros de procedimento decorrentes de conhecimento insuficiente do operador e/ou procedimentos não padronizados; e erros aleatórios de ensaios, que não são causados pela variabilidade espacial dos solos nem por erros de equipamentos ou de procedimento.

2.2.2 Incerteza estatística

Ching, Phoon e Wu (2015) afirmam que a incerteza estatística está presente porque a quantidade de informação coletada em um local é sempre limitada. A única maneira de eliminar a incerteza estatística é investigar a população inteira (PHOON e KULHAWY, 1999 *apud* CHING, PHOON e WU, 2015). No âmbito da geotecnia, isto significa investigar todo o perfil estratigráfico da fundação, o que obviamente não é praticável.

Por ser categorizada como incerteza epistêmica, a incerteza estatística, também chamada de erro estatístico, reduz na medida em que os dados observacionais aumentam.

2.2.3 Incerteza de transformação

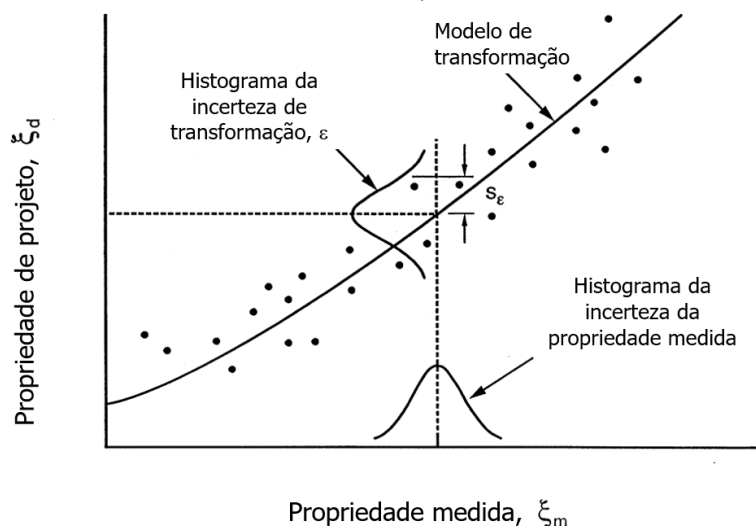
Os ensaios de campo e de laboratório podem não fornecer diretamente as propriedades a serem utilizadas em projeto. Nestes casos, a propriedade medida pode ser convertida na propriedade

de projeto a partir de modelos de transformação, os quais incluem correlações empíricas e/ou relações teóricas.

Cao, Li e Wang (2017) afirmam, com base nos trabalhos de Kulhawy e Mayne (1990) e Phoon e Kulhawy (1999b), que as correlações empíricas são criadas a partir de ajustes, os quais têm incertezas associadas à dispersão dos dados e à escolha do melhor ajuste. Já as relações teóricas possuem incertezas em função de idealizações e simplificações consideradas nos modelos teóricos.

Segundo Phoon e Kulhawy (1999b), a dispersão de dados sobre o modelo de transformação pode ser quantificada a partir de métodos probabilísticos, conforme ilustrado na Figura 2.3. Nesta abordagem, o modelo de transformação é tipicamente avaliado utilizando análises de regressão.

Figura 2.3: Caracterização probabilística do modelo de transformação (Phoon e Kulhawy, 1999b).



A dispersão dos dados sobre a curva de regressão pode ser modelada como uma variável aleatória de média zero (ε). Neste caso, o desvio padrão de ε (s_ε) é um indicador da magnitude da incerteza de transformação.

De acordo com Phoon e Retief (2016), a ‘incerteza de transformação’ é conceitualmente idêntica à ‘incerteza de modelo’, diferenciando-se apenas na área de aplicação. A incerteza de transformação é usada para descrever a relação inexata entre as propriedades do solo ou rocha, enquanto a incerteza de modelo é usada para descrever a relação inexata entre uma resposta medida e uma calculada.

Existem diversos ensaios e modelos de transformação ligando o mesmo parâmetro medido (por exemplo, resistência de ponta) ao mesmo parâmetro de projeto (por exemplo, resistência não drenada). Uma justificativa para a existência da grande variedade de modelos de transformação é que muitos foram desenvolvidos para um material ou local específico, conforme explicam Phoon e Retief (2016).

É importante, portanto, cautela ao replicar esses modelos para outros solos e regiões. Modelos específicos de um local, embora possam ser mais precisos do que modelos genéricos, podem ser significativamente tendenciosos quando aplicados a outro local. Essa limitação deve ser levada em conta quando do desenvolvimento de projetos geotécnicos baseados em confiabilidade (do inglês, “*reliability-based design*”, ou RBD).

2.2.4 Variabilidade espacial

As propriedades geotécnicas são afetadas pelo processo geológico de formação dos solos, grau de intemperismo, tensões às quais foram e estão submetidos, poropressões, alterações químicas e físicas, entre outros fatores. Assim, é coerente prever que as propriedades dos solos variem de lugar para lugar em uma determinada região e, ainda, em ambas as direções, vertical e horizontal.

A variabilidade espacial independe do grau de conhecimento acerca das propriedades geotécnicas do solo em estudo e, portanto, não pode ser reduzida a partir de um maior número de investigações.

De acordo com Huber (2013), a variabilidade espacial dos solos deve ser tratada em diferentes escalas, desde o nível microscópico (escala de grãos) até a escala geológica (várias dezenas e até centenas de metros), como apresenta a Figura 2.4. A escala geotécnica se situa entre a escala geológica e escala de amostra, sendo que a interpretação da variabilidade espacial é influenciada pela escala considerada.

A variabilidade espacial pode ser decomposta em uma função de tendência $t(z)$ e um componente flutuante $w(z)$, o qual representa a variabilidade espacial do solo, como apresenta a Figura 2.5.

Figura 2.4: Escalas de variabilidade espacial dos solos (Huber, 2013).

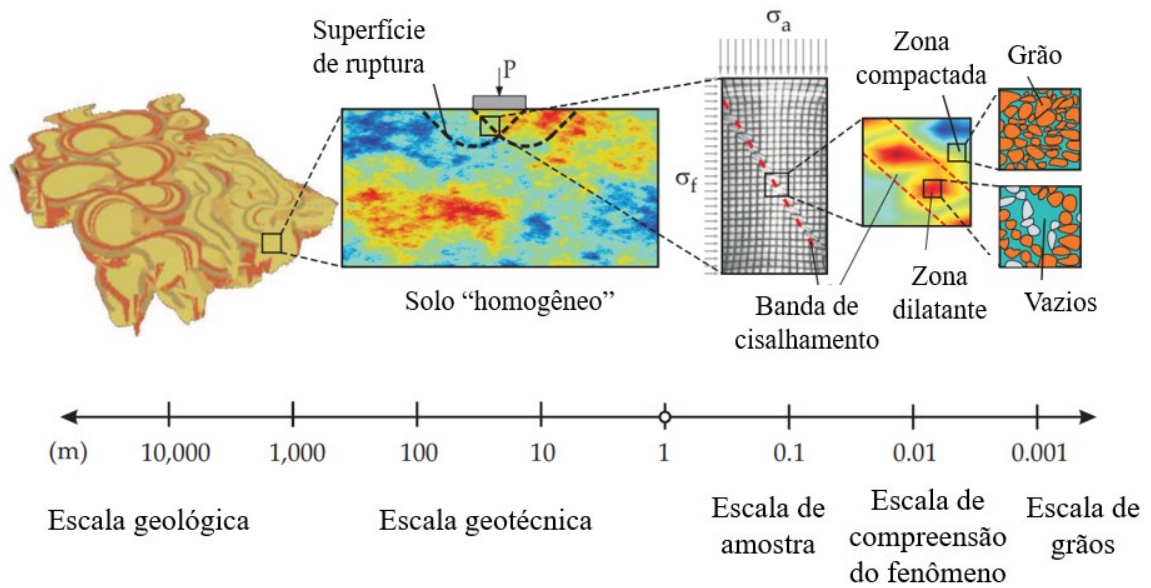
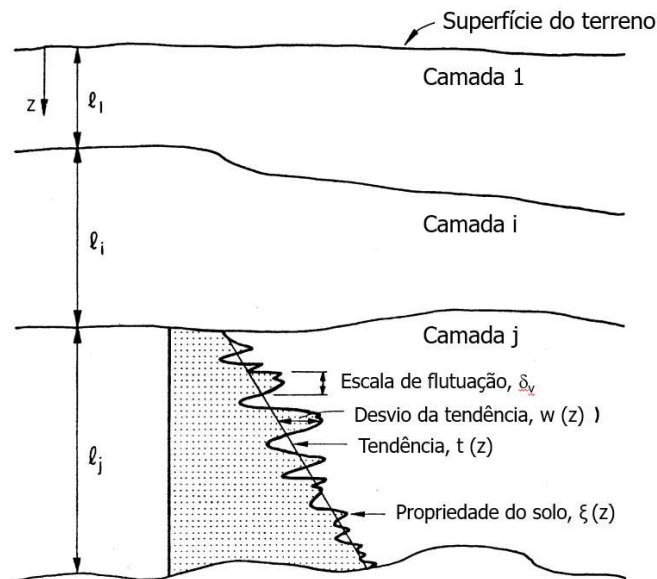


Figura 2.5: Modelo de variabilidade espacial dos solos (Kulhawy e Phoon, 1999a).



A escala de flutuação (δ) é um parâmetro estatístico comumente utilizado para descrever a correlação espacial das propriedades do solo, e é definida como a distância dentro da qual as propriedades do solo apresentam forte correlação de ponto a ponto. Assim, um elevado valor deste parâmetro indica uma menor variabilidade espacial.

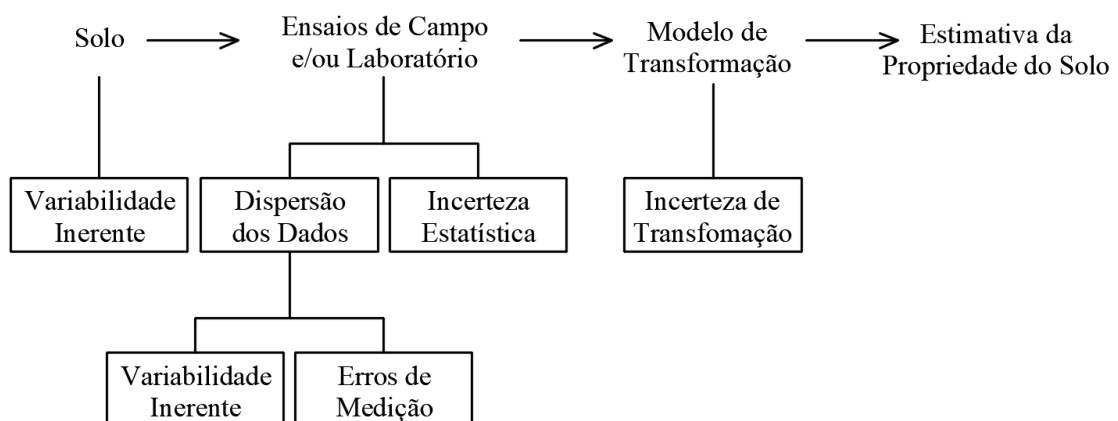
Quando a escala de flutuação é muito curta, o valor da propriedade em um ponto é quase independente do valor da propriedade em outro ponto, mesmo que a distância entre eles seja muito pequena. Este caso extremo, chamado caso independente, em que as propriedades variam rapidamente com a profundidade, é raro em um perfil típico do solo, conforme afirmam Phoon e Retief (2016). Já quando a escala de flutuação é muito longa, o valor da propriedade em um

ponto é quase igual ao valor da propriedade em outro ponto, mesmo para grandes distâncias. Segundo Phoon e Retief (2016), esse segundo caso extremo, chamado de caso totalmente correlacionado, também é raro em um perfil típico de solo.

2.2.5 Propagação de incertezas

A Figura 2.6 ilustra que, tanto a variabilidade espacial (incerteza aleatória) quanto as incertezas epistêmicas são incorporadas à estimativa das propriedades dos solos. No entanto, Cao, Li e Wang (2017) destacam que as incertezas epistêmicas, por estarem associadas ao grau de conhecimento sobre as propriedades e aos métodos para estimá-las, não interferem no comportamento de uma estrutura geotécnica, mas sim na avaliação do desempenho de tal estrutura por parte do engenheiro. A variabilidade espacial, por sua vez, ocorre em campo e afeta o comportamento da estrutura.

Figura 2.6: Propagação das incertezas na estimativa das propriedades dos solos (Kulhawy e Phoon, 1999 *apud* Cao, Li e Wang, 2017).



Nos itens subsequentes são apresentadas ferramentas para lidar com as incertezas durante a caracterização de uma ou mais propriedades geotécnicas.

2.3 Análises probabilísticas e confiabilidade em geotecnia

De acordo com Contreras e Ruest (2016), as estratégias para lidar com os problemas associados à existência de incertezas na geotecnia incluem a elaboração de projetos conservadores, com grandes fatores de segurança, a realização de ajustes durante as fases de construção e implantação, baseados em observações de desempenho em campo, e a utilização de métodos probabilísticos que busquem contabilizar as incertezas no projeto.

Vale destacar que um fator de segurança considerado elevado pode não estar associado a uma maior margem de segurança caso haja um grande número de incertezas no cálculo. Em outras

palavras, um talude com um fator de segurança contra o deslizamento (FS) igual a 1,5 pode não ser mais estável do que um talude com um FS igual a 1,3, caso os parâmetros do primeiro caso tenham sido definidos a partir de uma base de dados limitada e que não representam de fato a situação em campo.

Análises de estabilidade determinísticas utilizam valores únicos para os parâmetros de entrada do problema, que podem representar a média dos dados disponíveis ou, ainda, pode-se optar por valores inferiores, mais conservadores; de qualquer forma, não são contabilizadas as incertezas associadas às variáveis de entrada. A abordagem probabilística, por sua vez, considera a incerteza nos parâmetros presentes no problema, por meio do coeficiente de variação, da distribuição de probabilidades e da correlação entre as variáveis. As análises probabilísticas de estabilidade também são capazes de explicitar o fenômeno da variabilidade espacial, adicionando como parâmetro de entrada a escala de flutuação, ou comprimento de correlação. Já as incertezas epistêmicas estão presentes em ambas as abordagens, podendo ser reduzidas a partir de um maior número de ensaios.

No âmbito das análises probabilísticas, Cao, Li e Wang (2017) afirmam que o desempenho de uma estrutura geotécnica pode ser avaliado calculando o índice de confiabilidade, β , e a probabilidade de falha da estrutura, P_f , que é definida como a probabilidade de os requisitos de desempenho não serem satisfeitos (como o estado limite último e estado limite de serviço). Segundo Cao, Li e Wang (2017), os métodos de análise probabilística mais comuns são o Método da Aproximação de Primeira Ordem (linear) da Variância (FOSM: “*first-order second-moment*”), Método de Confiabilidade de Primeira Ordem (FORM: “*first-order reliability method*”), também conhecido como Hasofer-Lind, Método de Estimativas Pontuais (PEM: “*point estimate method*”) e as simulações de Monte Carlo.

Nos últimos anos, diversos trabalhos têm sido publicados destacando a importância de considerar as incertezas, em especial a variabilidade espacial, nas análises probabilísticas de estabilidade de taludes. Nie *et al.* (2015) estudaram os fatores que afetam os valores de escala de flutuação no contexto de análises probabilísticas geotécnicas. Liu, Leung e Lo (2017) caracterizaram a variabilidade espacial de um depósito a partir da correlação espacial de parâmetros obtidos por meio de sondagens. Krogt, Schweckendiek e Kok (2018) propuseram em seu trabalho um método para contabilizar a média espacial da resistência não drenada de um solo obtida a partir de ensaios diretos e indiretos. Chakraborty e Dey (2019) desenvolveram um modelo estocástico para representar a variabilidade espacial de um solo a partir de resultados de ensaios de sondagens SPT.

De forma similar, as técnicas de confiabilidade lidam com a relação entre as cargas que um sistema está previsto para receber e sua capacidade de suportá-las, conforme explicam Baecher e Christian (2003), sendo que associadas a ambas existem incertezas. Cao, Li e Wang (2017) destacam que diversos códigos baseados em confiabilidade – os chamados “RBD: *Reliability-Based Design*” – têm sido desenvolvidos e implementados no âmbito da geotecnia em todo o mundo, tal como o Eurocode 7: *Geotechnical design*.

Tanto os métodos de análise probabilística quanto as técnicas de RBD exigem estimativas estatísticas e probabilísticas das propriedades e perfil estratigráfico do solo. Para tanto, são necessários conceitos específicos, alguns dos quais estão apresentados nos subitens a seguir.

2.4 Ferramentas estatísticas para caracterização das propriedades dos solos

A teoria estatística engloba uma ampla gama de tópicos. Dentre eles, a estatística descritiva, apresentada no Item 2.6, aborda a representação da variabilidade nos dados de uma forma convencional, utilizando ferramentas como gráficos, cálculo de medidas de tendência central (média, mediana e moda, por exemplo) e cálculo de medidas de variação (variância e desvio padrão, por exemplo). A estatística inferencial, por sua vez, tem como objetivo identificar padrões nos dados amostrais para obter informações acerca da população; mais detalhes acerca do método de inferência podem ser encontrados no Item 2.9.

De acordo com Uzielli *et al.* (2006), uma abordagem inferencial é necessária quando se tem interesse em investigar o valor e a variabilidade de propriedades aleatórias de um conjunto “X” – para o qual se tem disponível pouca ou nenhuma informação quantitativa anterior – que pode ser, de algum modo, semelhante a um conjunto “Y” (conjunto de dados específico, ao qual se tem acesso). Neste sentido, uma ferramenta muito utilizada na estatística inferencial é a probabilidade.

Segundo Lopes (2003), a palavra probabilidade está presente quando se está diante de um fenômeno aleatório, isto é, um fenômeno para o qual não se sabe, de antemão, o que vai acontecer na próxima repetição, mas para o qual se admite certa regularidade a longo termo, ou seja, para um grande número de repetições do fenômeno. Esta regularidade estatística é utilizada para definir a probabilidade segundo o “conceito frequentista”. Maiores detalhes sobre os conceitos associados aos métodos probabilísticos estão apresentados nos itens 2.7 e 2.8.

2.5 Etapas e fundamentos dos métodos estatísticos

De acordo com Lopes (2003), os métodos estatísticos abrangem as seguintes etapas:

- Definição do problema – consiste na formulação do problema (variáveis, população, hipóteses e outros) e revisão da literatura no mesmo campo de interesse;
- Planejamento – consiste em definir como levantar as informações (por exemplo, censo ou amostragem);
- Coleta ou levantamento de dados – compreende a obtenção dos dados referentes ao trabalho que se pretende desenvolver;
- Sumarização dos dados – consiste em organizar e resumir os dados a partir de, por exemplo, contagem e agrupamento;
- Apresentação dos dados – compõe a fase de exibição dos resultados nas formas tabular ou gráfica, por exemplo;
- Análise e interpretação dos dados – é a fase em que se obtêm conclusões que auxiliam o pesquisador a resolver o problema inicial.

É importante, neste contexto, diferenciar o conjunto referente aos dados coletados, o qual é denominado de amostra, e o conjunto chamado população, que compreende todos os valores ou objetos considerados. A amostra tem como objetivo ser parte representativa da população em estudo.

Segundo Assis *et al.* (2018), os quatro tipos de amostragem mais utilizados são a amostragem aleatória simples, a amostragem estratificada, a amostragem sistemática e a amostragem por conglomerado.

Na amostragem aleatória simples, cada elemento possui a mesma chance de seleção de cada um dos outros elementos da população, sendo que a seleção de um elemento em particular não afeta as chances de qualquer outro ser escolhido.

Na amostragem estratificada, identifica-se a possibilidade de divisão dos elementos da população em grupos chamados estratos, de forma que todo elemento da população pertença a apenas um estrato, dentro do qual os elementos apresentem uma certa homogeneidade.

A amostragem sistemática é aplicada quando todos os elementos da população estão ordenados, sendo que a coleta é feita utilizando-se de intervalos fixos ou sistemáticos.

Por fim, na amostragem por conglomerado a população é dividida em conglomerados que contenham características similares. Diferentemente da amostragem estratificada, onde os grupos são internamente homogêneos e distintos entre si, os conglomerados são semelhantes entre si e, portanto, não há diferença relevante entre estudar os elementos de um ou outro

conglomerado. Maiores detalhes acerca dos tipos de amostragem podem ser encontrados em Assis *et al.* (2018).

De posse dos dados amostrados, o próximo passo consiste em conseguir sumariá-los e apresentá-los; nesta etapa, uma ferramenta bastante útil é a estatística descritiva, a qual é apresentada no Item 2.6.

2.6 Estatística descritiva

A Estatística Descritiva, segundo Assis *et al.* (2018), pode ser definida como os métodos estatísticos que envolvem a coleta, a apresentação e a caracterização de um conjunto de dados de modo a descrever apropriadamente as várias características estatísticas deste conjunto.

Naghetini e Pinto (2007) explicam que as estatísticas descritivas podem ser agrupadas em três tipos distintos: medidas de tendência central, medidas de dispersão e medidas de forma (assimetria e curtose).

2.6.1 Medidas de tendência central

As medidas de tendência central são úteis quando os dados se aglomeram em torno de um ponto central. O valor central representativo de uma amostra pode ser calculado por uma das medidas de tendência central, dentre as quais destacam-se a média, a moda e a mediana.

- Média

A média aritmética, ou simplesmente por média, é calculada somando todas as observações de um conjunto de dados e dividindo o total pelo número de dados. Desse modo, para uma amostra contendo um conjunto de N observações $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ a média aritmética (\bar{x}) é dada por:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{N} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (\text{Eq 1})$$

Caso as observações tenham diferentes pesos ou graus de importância (p_N), pode-se derivar desta expressão a média ponderada, exibida na Equação 2:

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N p_i x_i \quad (\text{Eq 2})$$

Segundo Naghetini e Pinto (2007), a média é a medida de posição mais frequentemente usada e tem um significado teórico importante como estimativa da média populacional (μ).

- Mediana

A mediana é definida como o valor que separa o conjunto total de observações em duas metades iguais. De acordo com Ang e Tang (2007), a mediana representa o limite em que 50% dos dados são maiores e menores do que a mesma, ou seja, os dados apresentam probabilidades de ocorrência iguais. Enquanto a média aritmética, por levar em conta todos os elementos da amostra, é influenciada pela presença de pontos extremos, a mediana é resistente à presença destes. O valor da mediana é, portanto, afetado pela quantidade de observações e não pela magnitude de qualquer valor extremo.

Para o cálculo da mediana, primeiro posiciona-se os dados em uma disposição ordenada e, na sequência, calcula-se o ponto de posicionamento (p), definido por:

$$p = \frac{N + 1}{2} \quad (\text{Eq 3})$$

Em que N é o número de observações.

Se o número de observações for ímpar, a mediana corresponde ao valor do ponto de posicionamento. Se for par, corresponde à média aritmética das duas observações centrais (observação acima e abaixo do ponto de posicionamento).

Quando há predominância de valores elevados em uma das caudas do histograma de frequência, é aconselhável a utilização da mediana como medida sintetizadora da amostra, ao invés da média, como destacam Assis *et al.* (2018).

- Moda

A moda é o valor amostral que ocorre com maior frequência e, assim como a mediana, não é afetada pela ocorrência de valores extremos.

Assis *et al.* (2018) ressaltam que a moda é utilizada somente para fins descritivos, uma vez que ela é mais variável, de amostra para amostra, do que outras medidas de tendência central.

Um conjunto de observações poderá ser classificado como amodal, caso todos os seus elementos tenham o número de ocorrência, ou bimodal (e até multimodal) quando dois ou mais elementos apresentarem o mesmo número de ocorrência.

Em distribuições unimodais simétricas, como a distribuição normal, a média, a mediana e a moda coincidem.

2.6.2 Medidas de dispersão

Segundo Naghettini e Pinto (2007), o grau de variabilidade dos pontos, em torno do valor central de uma amostra, é dado pelas medidas de dispersão. As medidas usuais de dispersão são o intervalo de variação (amplitude), o intervalo interquartil e o desvio padrão.

O intervalo de variação consiste na diferença entre o maior e o menor valor de um conjunto de dados e, portanto, é fortemente afetado pela presença de valores extremos. O intervalo interquartil avalia a dispersão dos dados após a ordenação e divisão do conjunto em quartis; a diferença entre o quartil superior e o quartil inferior determina o intervalo interquartil. O desvio padrão, que por sua vez está relacionado com a variância amostral, analisa o grau de variação de uma série de dados em torno do valor central representativo. A seguir são apresentados os principais conceitos relacionados à variância, desvio padrão e coeficiente de variação – importante medida calculada a partir do desvio padrão.

- Variância

A variância amostral (s^2), também denominada como desvio quadrático médio, pode ser expressa por:

$$s^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_N - \bar{x})^2}{N - 1} = \frac{1}{N - 1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \quad (\text{Eq 4})$$

- Desvio Padrão

É possível observar pela Equação 4 que a variância é expressa em termos do quadrado da unidade original da variável. Para conservar sua unidade, é definido o desvio padrão (s) como sendo a raiz quadrada do desvio quadrático médio, ou seja, a raiz quadrada da variância (s^2), conforme apresenta a Equação 5:

$$s = \sqrt{\frac{1}{N - 1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \quad (\text{Eq 5})$$

- Coeficiente de Variação

Segundo Ang e Tang (2007), uma medida mais significativa da dispersão pode ser definida em relação ao valor central da variável. Esta relação é denominada de coeficiente de variação (CV) e está expressa na Equação 6:

$$CV = \left(\frac{S}{\bar{x}}\right) \times 100\% \quad (\text{Eq 6})$$

Campello *et al.* (2019) afirmam que o coeficiente de variação é uma medida adimensional de análise da variabilidade dos dados em relação à média, assim, quanto maior for o coeficiente de variação, mais heterogêneo será o conjunto dos dados. Se o valor de CV for igual a 1, a dispersão equivale a 100% da média, indicando uma alta variabilidade. De acordo com Naghettini e Pinto (2007), o CV deve ser aplicado apenas nos casos em que a média aritmética for diferente de zero.

Os coeficientes de variação de propriedades geotécnicas têm sido amplamente utilizados no âmbito da geotecnia em análises de risco e análises probabilísticas de estabilidade.

2.6.3 Medidas de Forma

Outras medidas importantes para caracterização de uma variável aleatória são dadas pelas medidas de assimetria e curtose.

Com relação à assimetria, diz-se que esta é positiva caso a moda amostral seja inferior à mediana que, por sua vez, seja inferior à média. A assimetria negativa ocorre quando a média é inferior à mediana. Caso as medidas de tendência central sejam equivalentes, diz-se que os dados são simétricos.

Já a curtose é uma medida do quão achatado ou pontiagudo é o histograma em torno da média. Naghettini e Pinto (2007) explicam que o coeficiente de curtose indica o quão aglomerados estão os pontos amostrais em torno da média e, por consequência, tem-se a noção da distribuição dos valores muito distantes do valor central, ou seja, aqueles valores situados nas caudas inferior e superior das distribuições de probabilidade.

2.6.4 Quartil e percentil

Na estatística descritiva, um quartil é qualquer um dos três valores que divide um conjunto ordenado de dados em quatro partes iguais; assim, cada parte representa 1/4 da amostra ou população. O quartil inferior, denominado primeiro quartil, é o valor tal que 25% das observações possuem um valor abaixo dele. O segundo quartil, ou mediana, é o valor que separa a quantidade de dados em duas partes iguais. O terceiro quartil (quartil superior), é o valor tal que 75% das observações possuem um valor abaixo dele.

Percentil é uma medida que indica o valor abaixo do qual uma determinada porcentagem das observações ordenadas se encontra. Por exemplo, o 20° (vigésimo) percentil é o valor abaixo

do qual se encontram 20% das observações. Analogamente, 80% das observações podem ser encontradas acima do 20º percentil. Dessa forma, tem-se que o 1º quartil equivale ao 25º percentil.

2.6.5 Diagrama quantis-quantis (Q-Q)

O diagrama quantis-quantis, ou diagrama Q-Q, é uma representação gráfica, assim como o gráfico de dispersão, que permite visualizar a associação entre duas variáveis X e Y. De acordo com Naghettini e Pinto (2007), diferentemente do diagrama de dispersão entre observações simultâneas das variáveis, o gráfico Q-Q é uma representação dos dados ordenados (ou quantis) do conjunto X contra os dados ordenados (ou quantis) da amostra de mesmo tamanho Y. Para elaborar um diagrama Q-Q, é necessário: (a) classificar os dados de X e Y em ordem crescente; (b) associar aos dados classificados os seus respectivos números de ordem da classificação m, com $1 \leq m \leq N$; (c) associar aos dados classificados as correspondentes frequências ou probabilidades empíricas de não excedência; e (d) lançar os dados de X e Y, com igual frequência ou probabilidade empírica de não excedência, em coordenadas cartesianas.

O gráfico Q-Q demonstra se os valores mais baixos, médios e mais altos de X estão relacionados aos seus correspondentes de Y. O modo como os pontos se afastam dessa linearidade revelam as diferenças entre as distribuições de X e Y.

Antecipando o tópico de distribuições probabilísticas explicadas no Item 2.8, o gráfico Q-Q é um método gráfico útil para comparar duas distribuições de probabilidade, traçando seus quantis uns contra os outros. Se as duas distribuições que estão sendo comparadas são semelhantes, os pontos no gráfico Q-Q vão repousar na linha $y = x$, aproximadamente.

2.6.6 Medidas de estatística descritiva em geotecnia

Além da média e do desvio padrão, o coeficiente de variação tem sido cada vez mais utilizado em problemas geotécnicos, tanto que é possível encontrar atualmente na literatura um grande acervo de valores típicos desta medida para diferentes tipos de solo.

Os coeficientes de variação podem ser definidos em função do tipo de incerteza, conforme descrito no Item 2.2, ou podem negligenciar a origem das incertezas e abordá-las na forma de variabilidade total. Conforme explicam Campello *et al.* (2019), uma das limitações em se considerar a variabilidade total é uma possível avaliação errônea da incerteza (conservadora ou não), uma vez que o efeito da dependência espacial (variabilidade natural) não é contabilizado.

Outra limitação é a impossibilidade de se tomar ações específicas que visem uma redução da incerteza total, haja vista que não se conhece o efeito de cada fonte de incerteza separadamente.

Phoon e Kulhawy (1999a) apresentam em seu trabalho uma estimativa para o coeficiente de variação total, descrito por:

$$CV_{total}^2 = \frac{\delta}{L} CV_{esp}^2 + CV_{estat}^2 + CV_{med}^2 + CV_{transf}^2 \quad (\text{Eq 7})$$

Na qual:

CV_{total}^2 é o coeficiente de variação da propriedade de projeto;

δ/L é uma estimativa da redução da variância em função da correlação espacial; δ é a escala de flutuação da propriedade e L é a distância espacial de interesse;

CV_{esp}^2 é o coeficiente de variação da incerteza espacial;

CV_{estat}^2 é o coeficiente de variação da incerteza estatística;

CV_{med}^2 é o coeficiente de variação do erro de medição;

CV_{transf}^2 é o coeficiente de variação da incerteza de transformação.

Na prática, todavia, é extremamente difícil avaliar as várias fontes de incertezas separadamente; além do mais a equação do coeficiente de variação total é uma aproximação. Logo, os coeficientes de variação das propriedades, usualmente reportados na literatura como “variabilidade natural” (também conhecida como espacial ou inerente), se referem à variabilidade total, podendo seus valores serem superestimados quando comparados à real magnitude da variabilidade natural isoladamente, como explicam Uzielli *et al.* (2006).

Segundo Phoon (2015), admitir um único coeficiente de variação para uma determinada propriedade não é realista, pois tais valores variam em função da acurácia do método de investigação, como apresenta a Tabela 2.1.

A Tabela 2.2 apresenta uma síntese de uma extensa pesquisa feita na literatura acerca dos intervalos de coeficientes de variação existentes.

Tabela 2.1: Variabilidade das propriedades dos solos (Kulhawy e Phoon, 2008 *apud* Phoon, 2015, p.3).

Parâmetro geotécnico	Variabilidade da Propriedade	CV (%)
Resistência ao cisalhamento não drenada	Baixa ^a	10 - 30
	Média ^b	30 - 50
	Alta ^c	50 - 70
Ângulo de atrito efetivo	Baixa ^a	5 - 10
	Média ^b	10 - 15
	Alta ^c	15 - 20
Coeficiente de empuxo	Baixa ^a	30 - 50
	Média ^b	50 - 70
	Alta ^c	70 - 90

Nota: ^(a) = típico de medições a partir de ensaios de campo ou laboratório de boa qualidade; ^(b) = típico de correlações indiretas com bons dados de ensaios de campo; ^(c) = típico de correlações indiretas com dados de SPT

Tabela 2.2: Intervalos típicos de coeficientes de variação de propriedades geotécnicas (adaptado de Campello *et al.*, 2019).

Ensaio	Parâmetro	Solo	CV(%)	Referência
Ensaio de Palheta (Vane shear test)	Su	Argila	10-40	Phoon e Kulhawy, 1999a
		Argila	13-36	Kulhawy <i>et al.</i> , 2000
		Argila	15-50	Phoon <i>et al.</i> , 1995
		Granul. Fina	10-20	Kulhawy, 1992
Compressão simples		Argila	20-55	Phoon e Kulhawy, 1999a
		Argila	20-55	Phoon <i>et al.</i> 1995
		Granul. Fina	6-56	Phoon e Kulhawy, 1999a
Triaxial - UU		Argila	10-30	Phoon e Kulhawy, 1999a
		Argila	10-35	Phoon <i>et al.</i> 1995
		Argila, silte	11-49	Phoon e Kulhawy, 1999a
Triaxial - CIU		Argila	20-40	Phoon e Kulhawy, 1999a
		Argila	20-45	Phoon <i>et al.</i> , 1995
	Argila	18-42	Phoon & Kulhawy, 1999a	
Ensaio não identificado	Argila	6-80	Kulhawy <i>et al.</i> , 2000	
	Argila	6-80	Phoon e Kulhawy, 1999a	
	Granul. Fina	13-40	Harr, 1987; Kulhawy, 1992; Lacasse e Nadim, 1996	
	Granul. Fina	20-50	Lumb, 1974; Singh, 1971	
Laboratorial*	ϕ'	Argila e areia	5-15	Phoon e Kulhawy, 1999a
		Argila e areia	4-50	Kulhawy <i>et al.</i> , 2000
		Areia	4-15	Kulhawy <i>et al.</i> , 2000
		Argila	10-50	Kulhawy <i>et al.</i> , 2000
		Areia	5-11	Phoon & Kulhawy, 1999a
		Argila e silte	10-50	Phoon & Kulhawy, 1999a

Tabela 2.2: Intervalos típicos de coeficientes de variação de propriedades geotécnicas (adaptado de Campello *et al.*, 2019) – continuação.

Ensaio	Parâmetro	Solo	CV(%)	Referência
Laboratorial*	ϕ'	Areia	5-14	Phoon & Kulhawy, 1999a
		Solo	4-20	Sandroni e Sayão, 1992*
		Areia	2-13	Harr, 1987; Kulhawy, 1992; Duncan, 2000
		Areia	5-15	Lumb, 1974; Hoeg e Murarka, 1974; Singh, 1971
Laboratorial*	ϕ	Areia e argila	7-20	Phoon <i>et al.</i> , 1995
Ensaio não identificado		Argila	12-56	Lumb, 1974, Singh, 1971
		Argila	20-50	Miranda ****
		Areia	5-15	Miranda ****
	Areia	2-5	Baecher e Christian, 2003***	
Triaxial	$tg\phi'$	Argila e silte	6-46	Phoon & Kulhawy, 1999a
Cisalhamento Direto		Argila e silte	6-46	Phoon & Kulhawy, 1999a
Triaxial CU e CD		Solo resid. Gnaisse	51	Pacheco, 1991
-		Solo	20-80	Sandroni e Sayão, 1992*
Triaxial CU e CD	c'	Solo res. Gnaisse	20	Pacheco, 1991
-	c	Solo	20-50	Sandroni e Sayão, 1992*
-	s_u/σ'_v	Argila	5-15	Baecher e Christian, 2003***
CIUC, CK ₀ UC, CK ₀ UE, DSS, Vane, UU, UC	s_u/σ'_v	Argila	32-61	Ching e Phoon, 2013
CPT	qt	Argila	<20	Phoon & Kulhawy, 1999a
	qc	Argila	20-40	Phoon & Kulhawy, 1999a
		Areia	20-60	Phoon & Kulhawy, 1999a
		Argilo-siltoso	54	Uzielli <i>et al.</i> , 2006
	s_u/σ'_v	Argila	49-57	Ching e Phoon, 2012
SPT	N^{SPT}	Argila e Areia	25-50	Phoon e Kulhawy, 1999a
		Solo	15-45	Harr, 1987; Kulhawy, 1992
		Solo	10-70	Phoon e Kulhawy, 1999a
DMT	A	Argila	10-35	Phoon e Kulhawy, 1999a
		Areia	20-50	Phoon e Kulhawy, 1999a
	B	Argila	10-35	Phoon e Kulhawy, 1999a
		Areia	20-50	Phoon e Kulhawy, 1999a
	I_d	Areia	20-60	Phoon e Kulhawy, 1999a
	K_d	Areia	20-60	Phoon e Kulhawy, 1999a
	E_d	Areia	15-65	Phoon e Kulhawy, 1999a
Índices de Laboratório	LL	Argila e Silte	6-30	Phoon e Kulhawy, 1999a
		Granul. Fina	7-39	Kulhawy <i>et al.</i> , 2000
		Argila	21	Uzielli <i>et al.</i> , 2006
		Argilo-sitoso	27	Uzielli <i>et al.</i> , 2006
		Solo	2-48	Lumb, 1974; Singh, 1971; Kuhn, 1971; Mitchell, 1993
		Argila	5-20	Baecher e Christian, 2003***

Tabela 2.2: Intervalos típicos de coeficientes de variação de propriedades geotécnicas (adaptado de Campello et al., 2019) – continuação.

Ensaio	Parâmetro	Solo	CV(%)	Referência
Índices de Laboratório	LP	Argila e Silte	6-30	Phoon e Kulhawy, 1999a
		Granul. Fina	6-34	Kulhawy <i>et al.</i> , 2000
		Argila	14	Uzielli <i>et al.</i> , 2006
		Argilo-siltoso	15	Uzielli <i>et al.</i> , 2006
		Solo	7-79	Lumb, 1974; Singh, 1971; Kuhn, 1971; Mitchell, 1993
		Argila	3-20	Baecher e Christian, 2003***
	W _n	Argila e Silte	8-30	Phoon e Kulhawy, 1999a
		Granul. Fina	7-46	Kulhawy <i>et al.</i> , 2000
		Argila	17	Uzielli <i>et al.</i> , 2006
		Argilo-siltoso	17	Uzielli <i>et al.</i> , 2006
	IP	Argilo-siltoso	44	Uzielli <i>et al.</i> , 2006
		Solo	9-29	Lumb, 1974; Singh, 1971; Kuhn, 1971; Mitchell, 1993
		Solo	7-79	Lumb, 1974; Singh, 1971; Kuhn, 1971
		Argila e Silte	(3-12%)/ IP _{médio}	Phoon e Kulhawy, 1999a
		Granul. Fina	9-57	Kulhawy <i>et al.</i> , 2000
		Argila	34	Uzielli <i>et al.</i> , 2006
	γ _d	Argila e Silte	<10	Phoon e Kulhawy, 1999a
		Granul. Fina	10-20	Kulhawy <i>et al.</i> , 2000
		Argila	3	Uzielli <i>et al.</i> , 2006
Argilo-siltoso		3	Uzielli <i>et al.</i> , 2006	
Solo		2-8	Sandroni e Sayão, 1992**	
Índices de Laboratório	Dr	Areia	10-40 (direto), 50-70 (indireto)	Phoon e Kulhawy, 1999a
	Densidade	Solos	3-7	Harr, 1987; Kulhawy, 1992
			5-10	Baecher e Christian, 2003***
Notas: *Harr 1987; **Lumb 1974; Lee et al, 1983; Pacheco, 1991; Christian et al, 1992; ***Lacasse e Nadim (1996), Lumb (1974); ****Lee <i>et al.</i> , 1983				

A partir da Tabela 2.2, e conforme citado por Campello *et al.* (2019), observa-se que os intervalos típicos de coeficientes de variação oscilam na literatura em função de várias condicionantes, tais como o tipo de solo, propriedade analisada, natureza e tipo de ensaio, número de amostras analisadas, dentre outras.

Destaca-se, no entanto, que o coeficiente de variação é um instrumento fundamental no âmbito das análises probabilísticas. Ainda, dado o grande número de informações disponíveis acerca de CV, incluindo extensas bases de dados publicadas na literatura, é notadamente razoável o uso destes para suporte às análises. Cabe à engenharia julgar se o material em estudo se aproxima dos valores inferiores ou superiores das faixas de CV, fazendo jus ao conhecimento que se tem das propriedades e comportamento deste material.

Ainda, quando do uso de faixas de CV reportadas na literatura para base de dados específicas de uma região, deve-se atentar à similaridade destas com os materiais em estudo.

2.7 Fundamentos dos modelos probabilísticos

Segundo Ang e Tang (2007), a probabilidade deve ser tratada como uma medida útil e necessária para solucionar problemas de engenharia envolvendo mais de um possível resultado, ou seja, quando o problema não é determinístico.

A teoria das probabilidades, como explicam Ang e Tang (2007), lida com a realização de experimentos aleatórios, cujos resultados não podem ser previstos com exatidão. É possível, no entanto, estabelecer um conjunto que contenha todos os resultados possíveis ou esperados de um determinado experimento – os chamados pontos amostrais. A esse conjunto dá-se o nome de espaço amostral, o qual pode ser contínuo ou discreto. Ang e Tang (2007) definem como espaço amostral discreto aquele com um número finito ou infinito de pontos amostrais, desde que estes sejam contáveis. Já o espaço amostral contínuo engloba todos os números reais de um determinado intervalo.

Se um espaço amostral finito S contém $n(S)$ eventos equiprováveis e mutuamente excludentes (a ocorrência de um evento implica na não ocorrência do outro), a probabilidade $P(A)$ de ocorrência de certo evento A , $n(A)$, é dada por:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \quad (\text{Eq 8})$$

No entanto, caso o espaço amostral não seja finito ou os eventos não sejam equiprováveis, esta definição não é aplicável. Neste caso, uma definição mais abrangente é necessária, a qual sugere que se um experimento é realizado um grande número de vezes n , sob condições rigorosamente idênticas, o evento A , contido no espaço amostral S , ocorre $n(A)$ vezes, e a sua probabilidade de ocorrência é dada por:

$$P(A) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(A)}{n} \quad (\text{Eq 9})$$

Maiores detalhes sobre os modelos probabilísticos e seus fundamentos podem ser encontrados em Ang e Tang (2007), Naghettini e Pinto (2007) e Assis *et al.* (2018).

2.7.1 Axiomas da teoria da probabilidade

Assis *et al.* (2018) explicam que, como em outros ramos da matemática, existem certas hipóteses fundamentais, ou axiomas, nas quais se baseia a teoria da probabilidade. São elas:

- Para eventos (E) contidos em um espaço amostral (S), existe uma probabilidade associada $\rightarrow P(E) \geq 0$;
- A probabilidade de um evento certo contido em S é $\rightarrow P(S) = 1$; e
- Para dois eventos A e B mutuamente excludentes $\rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

2.7.2 Probabilidade condicional e regra da multiplicação

A probabilidade de um evento A pode ser alterada pela ocorrência de um outro evento, B , e a isto dá-se o nome de probabilidade condicional. Assim, a probabilidade de ocorrência de A dado que B já ocorreu ou é certo de ocorrer, pode ser expressa por:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad (\text{Eq 10})$$

Esta equação é válida desde que a probabilidade de ocorrência de B exista e não seja nula.

De acordo com a regra da multiplicação, a Equação 10 pode ser reescrita da forma $P(A \cap B) = P(B) P(A|B)$ e, como $P(A \cap B) = P(B \cap A)$, tem-se que $P(B \cap A) = P(A) P(B|A)$.

No caso de eventos estatisticamente independentes, ou seja, quando a ocorrência de A não é afetada pela ocorrência de B , temos que $P(B|A) = P(B)$ e $P(A|B) = P(A)$, e a regra da multiplicação pode ser expressa pela Equação 11:

$$P(A \cap B) = P(B \cap A) = P(B)P(A) = P(A)P(B) \quad (\text{Eq 11})$$

2.7.3 Teorema da probabilidade total e teorema de Bayes

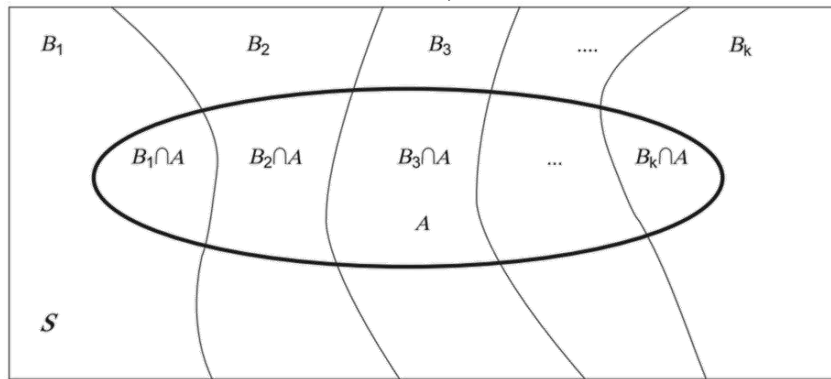
Seja S um espaço amostral, ilustrado na Figura 2.7, resultado da união de k eventos mútua e coletivamente excludentes B_1, B_2, \dots, B_k , cujas probabilidades de ocorrência são diferentes de

zero. Seja A um evento cuja probabilidade de ocorrência é $P(A) = P(B_1 \cap A) + P(B_2 \cap A) + \dots + P(B_k \cap A)$.

Usando a definição de probabilidade condicional, tem-se na Equação 12 a expressão formal do teorema da probabilidade total:

$$P(A) = \sum_{i=1}^k P(B_i)P(A|B_i) \quad (\text{Eq 12})$$

Figura 2.7: Diagrama de Venn para o teorema da probabilidade total (Naghetini e Pinto, 2007).



De acordo com Naghetini e Pinto (2007), o Teorema de Bayes, devido ao matemático inglês Thomas Bayes (1702-1761), resulta de uma combinação da regra da multiplicação e do teorema da probabilidade total. A probabilidade de qualquer um dos eventos mutuamente excluídos, por exemplo, B_j , condicionada à ocorrência de A , pode ser expressa por:

$$P(B_j|A) = \frac{P(B_j \cap A)}{P(A)} \quad (\text{Eq 13})$$

Pela regra da multiplicação, o numerador $P(B_j \cap A)$ pode ser expresso por $P(A|B_j)P(B_j)$, enquanto o denominador $P(A)$ pode ser posto na forma do teorema da probabilidade total, dando origem à expressão do teorema de Bayes, como apresenta a Equação 14:

$$P(B_j|A) = \frac{P(A|B_j)P(B_j)}{\sum_{i=1}^k P(B_i)P(A|B_i)} \quad (\text{Eq 14})$$

2.7.4 Variáveis aleatórias

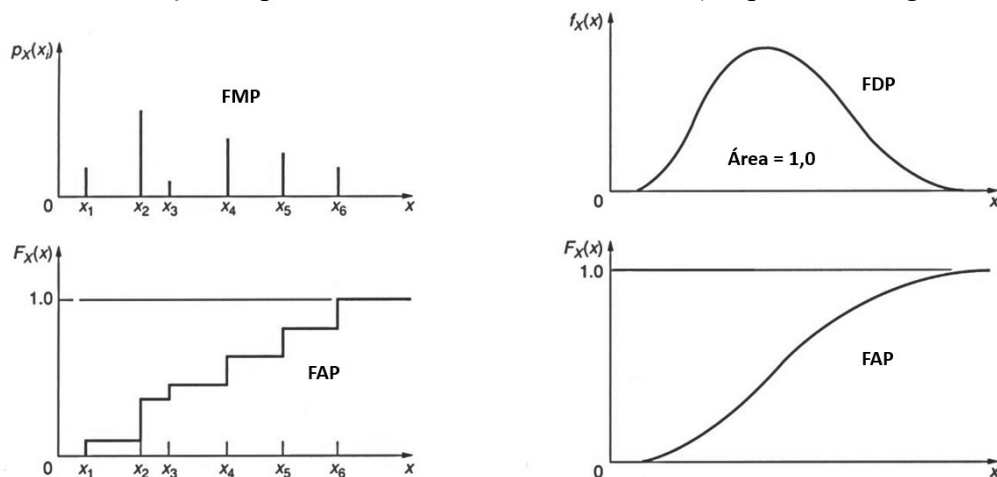
Uma variável aleatória, como explicam Naghetini e Pinto (2007), é uma função que associa um valor numérico a cada resultado de um experimento. Segundo Assis *et al.* (2018), para uma melhor compreensão de uma variável aleatória associa-se cada valor a sua respectiva

probabilidade, obtendo a chamada distribuição de probabilidades. Esta distribuição de probabilidades fica bem caracterizada, pois, pelos valores da variável aleatória e pela função.

Seja X uma variável aleatória e x uma realização, ou seja, um dos possíveis resultados numéricos de X . A variável X é classificada como discreta caso ela possa assumir apenas valores numéricos inteiros e esteja associada a um espaço amostral finito e numerável. Neste caso, $p(x)$ representa a função massa de probabilidades (FMP), que indica qual a probabilidade de X assumir o valor da realização x . Caso X possa assumir qualquer valor real, a variável é classificada como contínua. Neste caso, a FMP dá lugar à função densidade de probabilidade (FDP), representada por $f(x)$.

Já $F(x)$ denota a função acumulada de probabilidades (FAP), que indica qual a probabilidade de X assumir um valor menor ou igual à realização x . Em outras palavras, a FAP é a soma das probabilidades de todos os números discretos anteriores até um certo valor de referência, no caso de variáveis discretas, ou a integral da FDP desde seu limite inferior até o valor de referência, para variáveis contínuas. O valor final da função acumulada de probabilidades é sempre 1. A Figura 2.8 ilustra um exemplo de distribuições de probabilidade discreta e contínua.

Figura 2.8: Distribuição de probabilidade discreta e contínua (adaptado de Ang e Tang, 1975).



(a) Probabilidade discreta

(b) Probabilidade contínua

2.8 Distribuições de probabilidades

Como explicado no item anterior, variáveis aleatórias discretas podem ser representadas por uma função massa de probabilidades, enquanto variáveis aleatórias contínuas podem ser

representadas por uma função densidade de probabilidade. Esta última, em particular, tem grande aplicação no ramo da engenharia civil, bem como em geotecnia.

Naghettini e Pinto (2007) explicam que a população de uma variável aleatória X é definida, do ponto de vista estatístico, a partir da completa especificação da função densidade de probabilidades (no caso contínuo). De maneira similar às estatísticas descritivas de uma amostra, apresentadas no Item 2.6, as características da FDP podem ser sumarizadas pelas medidas descritivas populacionais, que incluem o valor esperado, a variância, os coeficientes de assimetria e de curtose, entre outros.

2.8.1 Valor esperado e momentos

O valor esperado $E(X)$ corresponde à média populacional, μ_X , e indica a abscissa do centroide da função $f_X(x)$. A Equação 15 define o valor esperado para uma variável aleatória contínua:

$$E(X) = \mu_X = \int_{-\infty}^{+\infty} x f_X(x) dx \quad (\text{Eq 15})$$

O operador esperança matemática dá origem ao conceito de momento estatístico. Momento é o valor esperado de uma potência, de ordem k , de uma variável aleatória X , em relação a uma posição de referência a ($E[(X - a)^k]$). Se a posição de referência a é igual a zero, os momentos são ditos em relação à origem; se $a = \mu_X$, os momentos são ditos centrais e representados por μ_k .

A média μ_X é o momento de primeira ordem, enquanto a variância, a assimetria e a curtose são os momentos centrais de ordens $k = 2, 3$ e 4 , respectivamente.

A variância populacional de uma variável aleatória X , representada por $Var[X]$, segundo Naghettini e Pinto (2007), é a medida populacional mais empregada para caracterizar a função $f_X(x)$. A variância pode ser expressa por:

$$Var(X) = \sigma_X^2 = \mu_2 = E[(X - \mu_X)^2] = E[(X - E[X])^2] = E[X^2] - (E[X])^2 \quad (\text{Eq 16})$$

Analogamente às estatísticas descritivas amostrais, o desvio padrão populacional (σ_X) é a raiz quadrada da variância e o coeficiente de variação populacional (CV_X) é dado por σ_X/μ_X .

A seguir são apresentados os principais tipos de distribuição de probabilidade contínua. Novamente, maiores detalhes sobre as distribuições discreta e contínua, bem como suas

propriedades, podem ser encontrados em Ang e Tang (2007), Naghettini e Pinto (2007) e Assis *et al.* (2018).

2.8.2 Distribuições de probabilidades contínuas

As funções de distribuição de probabilidade, como explicam Assis *et al.* (2018), são funções contínuas, com valores sempre positivos, e que quando integradas dentro de seus limites de ocorrência, a área total é igual a 1. Uma equação que atenda a estes requisitos e, além disso, descreva as frequências observadas em um histograma, pode ser considerada um modelo analítico da distribuição de probabilidade de uma variável aleatória.

A seguir são apresentados, de maneira sucinta, os principais tipos de distribuição utilizados na prática da engenharia, sendo eles: uniforme, distribuição normal, log-normal, exponencial, beta e triangular.

- Distribuição Uniforme

A distribuição de probabilidade uniforme se aplica aos casos em que só se tem conhecimento acerca dos valores mínimo e máximo da variável, não havendo nenhuma indicação da distribuição de probabilidade entre estes limites, como apresenta a Equação 17:

$$f_X(x) = \frac{1}{b-a} \text{ se } a \leq x \leq b \quad (\text{Eq 17})$$

Na qual:

x – Variável aleatória ($a < x < b$);

a e b – Valores mínimo e máximo da variável, respectivamente.

- Distribuição Normal

Conforme Ang e Tang (2007), a mais utilizada e conhecida distribuição de probabilidade é a distribuição Gaussiana, também conhecida como normal, cuja FDP é dada por:

$$f_X(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right]} \quad (\text{Eq 18})$$

Na qual:

x – Variável aleatória ($-\infty < x < \infty$);

σ e μ – Parâmetros da distribuição, que, neste caso, são o desvio padrão e a média da variável aleatória X , respectivamente.

A distribuição Normal descreve uma variável aleatória que flutua de forma simétrica em torno de um valor central. Por exemplo, ao adotar uma distribuição normal para a coesão de um solo, admite-se que há um valor médio (μ) e que a probabilidade de a variável assumir o valor $\mu + 2\sigma$, por exemplo, é a mesma de $\mu - 2\sigma$.

De forma a facilitar os cálculos, qualquer variável normal (X) pode ser convertida em uma variável normal padronizada (Z), em que $Z = (X - \mu)/\sigma$.

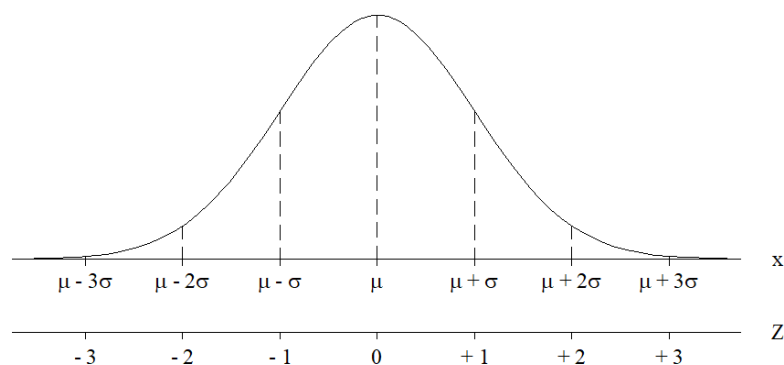
Enquanto os parâmetros da distribuição normal são a média aritmética (μ) e o desvio padrão (σ), a distribuição normal padrão tem como parâmetros a média igual a zero ($\mu = 0$) e desvio padrão igual a 1 ($\sigma = 1$).

A função de distribuição de probabilidade de uma variável normal padronizada pode ser expressa pela Equação 19 e ilustrada pela Figura 2.9:

$$f_X(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad (\text{Eq 19})$$

As áreas (ou probabilidades) compreendidas entre ± 1 , ± 2 e ± 3 desvios padrão equivalem a 68,3%, 95,4% e 99,7% dos dados.

Figura 2.9: Variável aleatória normal x e a variável normal padronizada Z (Assis *et al.*, 2018).



- Distribuição Log-Normal

A distribuição log-normal é aplicável quando o logaritmo da variável aleatória segue a distribuição normal com parâmetros μ e σ . A FDP da distribuição log-normal é dada por:

$$f_X(x) = \frac{1}{x\zeta\sqrt{2\pi}} e^{\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln x - \lambda}{\zeta}\right)^2\right]} \quad (\text{Eq 20})$$

Na qual:

x – Variável aleatória ($x \geq 0$);

ζ e λ – Parâmetros da distribuição, que, neste caso, são o desvio padrão e a média de $\ln X$, respectivamente.

Conforme destacado por Assis *et al.* (2018), a distribuição log-normal é utilizada em situações nas quais a variável de interesse apresenta assimetria positiva ou para variáveis que fisicamente não possuem valores inferiores a zero como, por exemplo, o fator de segurança contra deslizamento.

- Distribuição Exponencial

A distribuição exponencial pode ser expressa por:

$$f_X(x) = \lambda e^{-\lambda x} = \frac{1}{\theta} e^{\left(\frac{-x}{\theta}\right)} \quad (\text{Eq 21})$$

Na qual:

x – Variável aleatória ($x \geq 0$);

θ – Parâmetro da distribuição ($\lambda = 1/\theta$).

- Distribuição Beta

A distribuição beta é um modelo probabilístico para uma variável aleatória cujos valores possíveis de serem assumidos são limitados superior e inferiormente. Sendo a e b os parâmetros correspondentes aos valores limite, a PDF pode ser dada por:

$$f_X(x) = \frac{1}{B(\alpha, \beta)} \frac{(x - a)^{\alpha-1} (b - x)^{\beta-1}}{(b - a)^{\beta+\alpha-1}} \quad (\text{Eq 22})$$

Na qual:

x – Variável aleatória, restrita a $a < x < b$. Caso x não satisfaça a essa condição, $f_X(x) = 0$;

α, β – Parâmetros da distribuição, restritos a $\alpha > 0$ e $\beta > 0$;

a, b – Valores limite inferior e superior, respectivamente;

$B(\alpha, \beta)$ – Função Beta, dada por:

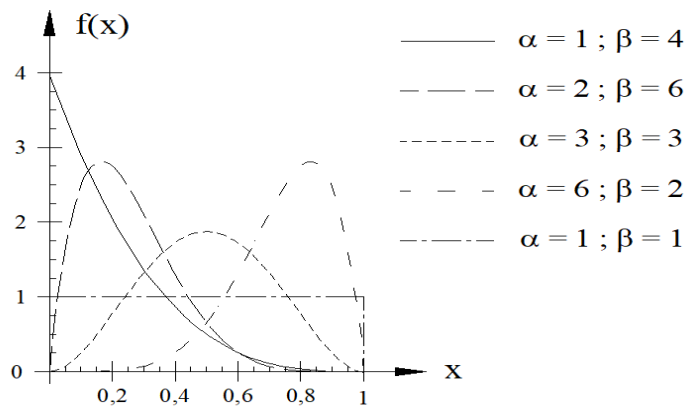
$$B(\alpha, \beta) = \int_a^b \frac{(x-a)^{\alpha-1}(b-x)^{\beta-1}}{(b-a)^{\beta+\alpha-1}} dx \quad (\text{Eq 23})$$

Se a variável aleatória x puder assumir apenas valores entre 0 e 1 ($a = 0$ e $b = 1$), tem-se a chamada distribuição Beta padrão e, assim, a Equação 22 se reduz à Equação 24:

$$f_X(x) = \frac{1}{B(\alpha, \beta)} x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1} \quad (\text{Eq 24})$$

A distribuição Beta, conforme ilustra a Figura 2.10, é bastante versátil e pode assumir diferentes formas a depender dos valores de α e β . A variedade de formas dessa distribuição faz com que ela seja de muita utilidade para a modelação de variáveis com limites à direita e à esquerda.

Figura 2.10: Distribuições Beta para diferentes valores de α e β (Assis *et al.*, 2018).



- Distribuição Triangular

A distribuição triangular (Assis *et al.*, 2018), se caracteriza por três valores característicos da variável aleatória x , a saber: limites inferior e superior da faixa de variação de x e moda da variável x , sendo útil quando não se dispõe de dados amostrais, mas apenas os limites da faixa de variação e estimativa do valor de maior frequência.

A distribuição de probabilidade é dada por um triângulo, cujos vértices são o limite inferior e superior (ambos com frequência igual a zero) e a média, cuja frequência pode ser calculada sabendo que área do triângulo é igual a 1.

2.8.3 Distribuições de probabilidade de propriedades geotécnicas

Alguns parâmetros dos solos apresentam distribuições típicas que, em geral, se aproximam de normal ou log-normal. Segundo Uzielli *et al.* (2006), as distribuições dependem não só do tipo de propriedade, mas também do tipo de solo (como, por exemplo, arenosos ou argilosos), como indica a Tabela 2.3.

USACE (2006) afirma que para análises geotécnicas as distribuições mais utilizadas são a uniforme, triangular, normal e log-normal. Segundo Baecher e Christian (2003), várias medidas de resistência dos solos aparentemente são bem modeladas pela distribuição normal, ou por distribuições flexíveis, tal como a Beta de quatro parâmetros. Já segundo Assis *et al.* (2018), outros parâmetros não se aproximam muito bem da distribuição normal, como por exemplo: índice de compressibilidade, permeabilidade e coesão. Fenton e Griffiths (2008) explicam que a coesão é muitas vezes considerada como log-normalmente distribuída.

Tabela 2.3: Distribuições de probabilidade típicas de parâmetros geotécnicos (Uzielli *et al.*, 2006)

Propriedade do solo	Tipo de solo	Distribuição
Resistência de ponta (CPT)	Areia	LN
	Argila	N/LN
Resistência ao cisalhamento não drenada	Argila (ensaios triaxiais)	LN
	Argila (índices físicos)	LN
	Silte argiloso	N
Limite de Plasticidade	Argila	N
Peso específico submerso	Todos os tipos	N
Ângulo de atrito	Areia	N
Índice de vazios e porosidade	Todos os tipos	N
Razão de pré-adensamento	Argila	N/LN

2.8.4 Distribuição de probabilidade conjunta

Quando um evento é resultado de dois ou mais processos físicos, é possível recorrer aos conceitos de variável aleatória e distribuição de probabilidade estendidos para duas ou mais variáveis aleatórias. Têm-se, pois, as distribuições bi ou multivariadas.

Sendo X e Y duas variáveis aleatórias, a função de distribuição acumulada de probabilidades conjuntas de tais variáveis pode ser expressa por:

$$F_{X,Y}(x, y) = P(X \leq x, Y \leq y) \quad (\text{Eq 25})$$

Para descrever o comportamento de somente uma das variáveis, a partir de $F_{X,Y}(x, y)$, têm-se as chamadas distribuições marginais. Desta forma, para descrever o comportamento de X temos que $F_X(x) = P(X \leq x) = P(X \leq x, Y \leq \infty) = F_{X,Y}(x, \infty)$. O mesmo é válido para descrever o comportamento apenas de Y .

De acordo com Naghettini e Pinto (2007), a distribuição conjunta de duas variáveis aleatórias normais é denominada distribuição Normal bivariada. Se X e Y possuem distribuições marginais normais com parâmetros $\mu_X, \sigma_X, \mu_Y, \sigma_Y$ e sendo ρ o coeficiente de correlação entre as variáveis, a função densidade da distribuição Normal bivariada pode ser expressa por:

$$f_{X,Y}(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y\sqrt{1-\rho^2}} e^{-\frac{1}{2(1-\rho^2)}\left[\left(\frac{x-\mu_x}{\sigma_x}\right)^2 - 2\rho\left(\frac{x-\mu_x}{\sigma_x}\right)\left(\frac{y-\mu_y}{\sigma_y}\right) + \left(\frac{y-\mu_y}{\sigma_y}\right)^2\right]} \quad (\text{Eq 26})$$

Na qual:

– Coeficiente de correlação entre x e y está contido no intervalo: $-1 \leq \rho \leq 1$.

2.8.5 Covariância e correlação

Quando se tem duas variáveis aleatórias, pode ser que exista uma relação entre elas. A covariância de duas variáveis é uma medida numérica da associação linear existente entre X e Y e pode ser dada por:

$$Cov(X, Y) = \sigma_{X,Y} = E[(X - \mu_X)(Y - \mu_Y)] = E(XY) - E(X)E(Y) \quad (\text{Eq 27})$$

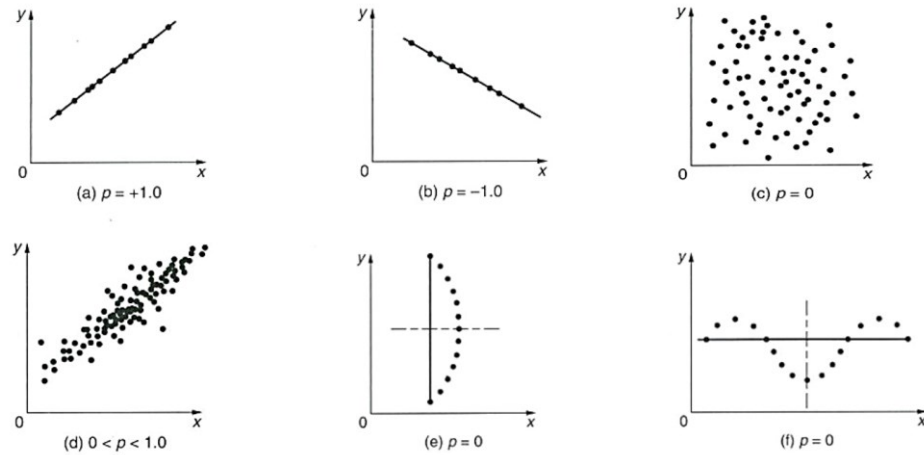
Se X e Y forem estatisticamente independentes, $E(XY) = E(X)E(Y)$ e, portanto, $Cov(X, Y) = 0$. No entanto, a covariância nula não significa, necessariamente, que as variáveis são independentes, mas apenas que não há dependência linear entre elas – podendo, assim, existir dependência não linear.

Como na equação da covariância estão envolvidas as unidades das variáveis, é conveniente torná-la uma medida unidimensional, dividindo-a por $\sigma_X\sigma_Y$. Esta padronização define o coeficiente de correlação, expresso por:

$$\rho_{X,Y} = \frac{Cov(X,Y)}{\sigma_X \sigma_Y} = \frac{\sigma_{X,Y}}{\sigma_X \sigma_Y} \quad (\text{Eq 28})$$

A Figura 2.11 apresenta diferentes valores de coeficiente de correlação e seus significados.

Figura 2.11: Coeficientes de correlação (Ang e Tang, 1975).



Quando $\rho = \pm 1$ (letras *a* e *b*), as variáveis são linearmente correlacionadas, positiva e negativamente. Na letra *c*, $\rho = 0$ e observa-se que não há correlação entre as variáveis. Na letra *d* observa-se uma dispersão nos dados, mas com existência de correlação entre eles. Nas letras *e* e *f*, há uma dependência evidente, porém não linear e, portanto, $\rho = 0$.

No âmbito da geotecnia, segundo Ching e Phoon (2014), é comum dispor de informações multivariadas acerca de um determinado solo. Por exemplo, ao coletar amostras em campo para realização de ensaios de adensamento e triaxiais, é comum realizar também ensaios SPT e CPTu próximos à coleta das amostras, além da realização de ensaios de caracterização, que incluem a determinação de peso específico, teor de umidade natural, limites de Atterberg, dentre outros. Estes dados, embora originados de diferentes tipos de ensaio, não são, em geral, independentes. Conforme explicam Ching e Phoon (2014), a correlação entre eles varia em função de vários fatores e está associada, em grande parte, ao modelo de transformação aplicado para se obter um determinado parâmetro, conforme mencionado no Item 2.2.3.

Um exemplo clássico de correlação é abordado por Wang e Akeju (2016), que explicam que o critério de Mohr-Coulomb, comumente empregado para definição da envoltória de ruptura, é função do ângulo de atrito e do intercepto de coesão; quando o ângulo de atrito é superestimado, o intercepto de coesão tende a ser subestimado, e vice-versa. Esta correlação, no entanto, é imposta pelo modelo, ou seja, não tem relação com o que ocorre no campo.

Detalhes adicionais sobre correlação estão abordados no Item 2.10.

2.9 Inferência estatística

No ramo da probabilidade, existe uma divisão entre duas principais escolas de pensamento – frequentista e Bayesiana. Ambas as escolas entendem que as incertezas sobre objetos aleatórios devem ser avaliadas por meio de probabilidades, como sugere Costa (2016). Conforme Baecher e Christian (2003), a escola frequentista associa probabilidade a frequência, enquanto a escola Bayesiana associa probabilidade a crença ou confiança. A escola frequentista baseia-se na noção de probabilidade como frequência com que as coisas ocorrem em uma longa série de tentativas; a escola bayesiana baseia-se na noção de probabilidade como um grau de confiança.

2.9.1 Inferência frequentista

Uma vez conhecido (ou assumido) o modelo distributivo de uma variável aleatória e determinados numericamente seus parâmetros, Naghettini e Pinto (2007) explicam que é possível calcular as probabilidades associadas a quaisquer eventos definidos pelos valores da variável em questão.

As técnicas de extração da informação probabilística e de obtenção das estimativas dos parâmetros a partir de uma amostra de observações, estão compreendidas nos métodos da inferência estatística. Os tipos clássicos de estimação onde se utiliza de dados estatísticos da amostra como estimadores dos parâmetros populacionais são: estimação pontual e intervalar.

- Estimativa pontual

A estimativa pontual atribui um único valor numérico a um determinado parâmetro populacional, a partir das estatísticas amostrais.

O parâmetro populacional de interesse é usualmente designado por θ . Para estimá-lo, de acordo com Assis *et al.* (2018), extrai-se uma amostra de tamanho N da população (isto é, N elementos X_1, X_2, \dots, X_N) e procura-se construir uma função estatística desses valores que, quando calculada, seu valor reflita tão próximo quanto possível o valor do parâmetro populacional. Define-se, para tanto, o estimador de θ , denotado por $\hat{\theta}$ (ou Θ), que é uma variável aleatória cujas propriedades podem ser estudadas pela teoria das probabilidades, e a estimativa de θ , denotada por $\hat{\theta}$, a qual se trata de um número que corresponde a uma realização do estimador $\hat{\theta}$.

Algumas importantes propriedades dos estimadores são: não-tendenciosidade (ou estimador sem viés), consistência, eficiência e suficiência.

A não-tendenciosidade significa que o valor médio do estimador deverá convergir para o verdadeiro valor do parâmetro. A consistência define que quando o número de elementos da amostra tende para infinito, o estimador aproxima do verdadeiro valor do parâmetro. Já a eficiência se refere à variância do estimador; um estimador não-tendencioso é o mais eficiente entre todos os estimadores quando sua variância for menor ou igual à variância de qualquer outro estimador não-tendencioso. Por fim, um estimador é suficiente quando ele faz uso de todos os dados amostrais para calcular a estimativa do verdadeiro valor do parâmetro de interesse da população.

Naghetini e Pinto (2007) explicam que existem diversos métodos de estimação de parâmetros, dentre os quais se destacam: método dos momentos (MOM), método da máxima verossimilhança (MVS) e método dos momentos-L (MML).

O método da máxima verossimilhança (MVS) é considerado o método de estimação mais eficiente, pois produz os estimadores de menor variância. No entanto, caso se tenha um pequeno número de amostras, os estimadores poderão ter sua qualidade comparável ou inferior a outros métodos. O método dos momentos (MOM) é método mais simples e, no caso de pequenas amostras, produz estimadores comparáveis ou até mesmo superiores aos de outros estimadores. O método dos momentos-L (MML) exige menor esforço computacional que o método MVS e, além disso, produz estimadores de parâmetros comparáveis, ou até com maior acurácia, do que os de MVS.

- Estimativa intervalar

A estimação por intervalos utiliza as informações amostrais para estabelecer uma afirmação quanto à probabilidade, ou grau de confiança, com que um certo intervalo de valores irá conter o verdadeiro valor do parâmetro populacional.

Este método foi desenvolvido em função do erro presente na estimativa pontual de parâmetros e consiste em construir intervalos de confiança para o parâmetro θ , com uma distribuição de probabilidades qualquer, a partir de uma amostra extraída da população.

Define-se, para tanto, o nível de confiança, equivalente à probabilidade $(1 - \alpha)$, que é a proporção de vezes que o intervalo de confiança realmente contém o parâmetro populacional,

supondo que a amostragem pudesse ser repetida um grande número de vezes (intervalo de confiança da média verdadeira em relação à média amostral).

2.9.2 Inferência Bayesiana

A teoria de Bayes propõe um mecanismo para atualização do conhecimento acerca de um dado fenômeno por meio da combinação da informação prévia e da evidência observada em uma única estrutura de análise, como explica Costa (2016).

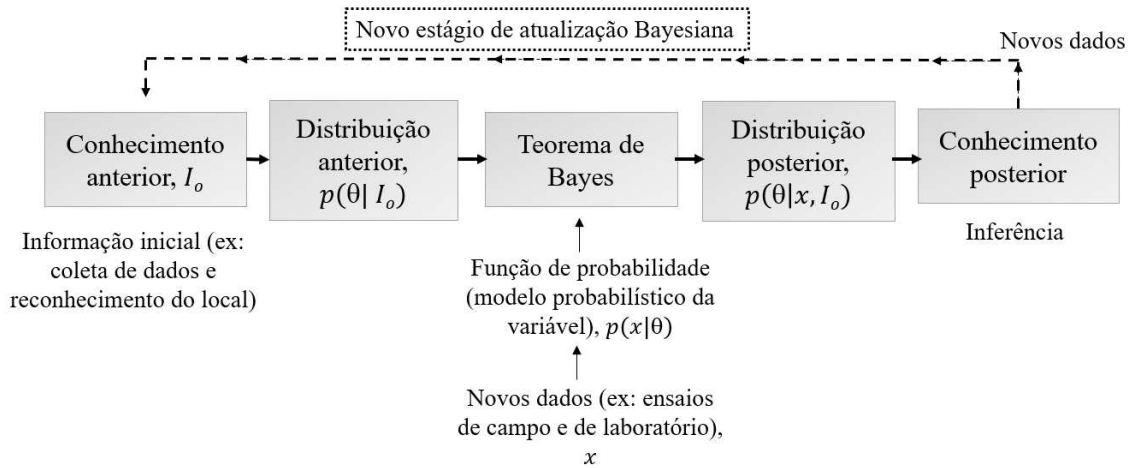
Diferentemente da inferência frequentista, que considera o parâmetro populacional como uma constante, a inferência Bayesiana considera o parâmetro populacional como uma variável aleatória, e conseqüentemente, com uma distribuição de probabilidade.

A essência da abordagem bayesiana, segundo Coles (2016), é tratar o parâmetro desconhecido θ como uma variável aleatória, especificar uma distribuição *a priori* para θ que represente as convicções sobre θ antes de se ter acesso aos dados, usar o Teorema de Bayes para atualizar as convicções anteriores na forma de probabilidades posteriores e fazer inferências apropriadas. A Figura 2.12 apresenta um esquema do processo de inferência Bayesiana.

No âmbito da geotecnia, a estimativa das propriedades dos solos e da estratigrafia da fundação envolve tanto o conhecimento *a priori* sobre o local de interesse quanto os dados obtidos a partir de investigações geológico-geotécnicas, os chamados dados observacionais. Conforme Cao, Li e Wang (2016), o conhecimento anterior é representado quantitativamente por uma distribuição *a priori*, enquanto os dados de ensaios de campo e de laboratório são traduzidos em uma função de verossimilhança. Após a definição da distribuição *a priori* e da função de verossimilhança, é aplicado o teorema de Bayes de forma a obter uma distribuição *a posteriori*, a qual reflete quantitativamente a atualização do conhecimento, combinando o conhecimento prévio e os dados observacionais.

De acordo com Ehlers (2003), os conceitos de “*a priori*” e “*a posteriori*” são relativos àquela observação que está sendo considerada no momento, no entanto, a ordem em que essas observações são processadas pelo teorema de Bayes é irrelevante.

Figura 2.12: Processo de inferência Bayesiana.



Assim, após finalizado um processo de atualização Bayesiana, caso sejam realizados novos ensaios de campo ou laboratório, um novo estágio de atualização Bayesiana pode ser realizado de forma a incorporar os novos dados. O conhecimento *a posteriori* obtido no último estágio é então considerado como conhecimento *a priori* no novo estágio e, juntamente com os dados observacionais, procede-se a uma nova etapa de atualização Bayesiana de forma a aumentar o conhecimento acerca das propriedades em estudo.

2.9.3 Inferência estatística aplicada à geotecnia

A Equação 13, que expressa o Teorema de Bayes, pode ser também interpretada como: *conhecimento a posteriori = probabilidade a priori / evidência* (Kruschke, 2014 *apud* Contreras e Ruest, 2016). O “conhecimento *a posteriori*” é a resposta de interesse a ser obtida a partir do modelo geotécnico; a “probabilidade” refere-se à resposta dada pelos métodos estatísticos clássicos; “*a priori*” representa o conhecimento inicial (ou a falta deste), e; “evidência” consiste nos dados obtidos.

De acordo com Contreras e Ruest (2016), no caso de nenhum conhecimento anterior, a Equação 13 reduz para $P(B|A) \propto P(A|B)$ e as duas abordagens fornecem a mesma resposta; neste caso, a inferência frequentista pode ser enquadrada como um caso especial da abordagem Bayesiana.

Uma vez descritos os tipos de inferência, frequentista e Bayesiana, a Tabela 2.4 apresenta uma comparação entre as duas abordagens.

Tabela 2.4: Comparação entre as abordagens frequentista e bayesiana (adaptado de Contreras e Ruest, 2016)

Quesito	Abordagem Frequentista	Abordagem Bayesiana
Pergunta respondida com a abordagem	Qual a probabilidade do dado se a hipótese (parâmetro ou modelo) é verdadeira	Qual a probabilidade da hipótese (parâmetro ou modelo) tendo em vista o dado observado
Informação utilizada	Somente dados coletados a partir de amostragem	Informação anterior de qualquer tipo e dados coletados a partir de amostragem
Características dos resultados da inferência	Estimativa pontual do parâmetro (modelo) avaliado	Distribuição de probabilidade do parâmetro (modelo) avaliado
Premissas relacionadas aos dados e parâmetros	Dados são aleatórios, parâmetros (ou modelos) são fixos	Dados são fixos, parâmetros (ou modelos) são aleatórios
Método de inferência	Baseado em testes de hipótese	Baseado na atualização da informação anterior e, a partir de dados observados, na informação posterior

Segundo Contreras e Ruest (2016), no ramo da geotecnia não se tem uma distinção evidente acerca da abordagem estatística mais apropriada para quantificar as incertezas, no entanto, os autores sugerem que a estatística Bayesiana, por permitir a combinação de dados observados com outras fontes de informação (como o julgamento), seja mais indicada.

Em seu trabalho, Baecher e Christian (2003) sugerem que a abordagem Bayesiana seja mais consistente com a prática geotécnica, quando comparada com a abordagem frequentista. Também neste contexto, Wang (2016) afirma que inferências Bayesianas, utilizando um número de amostras limitado de um determinado local, juntamente com informações gerais anteriores, têm sido cada vez mais aplicadas na engenharia geotécnica.

Ainda segundo Contreras e Ruest (2016), a abordagem Bayesiana não deve ser aplicada a casos simples, e sim em situações em que os modelos englobam a inferência de parâmetros multivariados, onde os métodos frequentistas seriam menos eficientes e produziriam resultados mais difíceis de interpretar.

2.9.4 Testes de hipóteses

Além dos métodos de estimação de parâmetros e dos métodos Bayesianos, os testes de hipóteses são procedimentos usuais da inferência estatística, úteis na tomada de decisões sobre um

parâmetro populacional quando se conhece apenas uma amostra limitada de observações, como explicam Naghettini e Pinto (2007).

Tais testes envolvem a formulação de hipóteses sobre o comportamento probabilístico da população. A primeira, de acordo com Assis *et al.* (2018), se chama hipótese nula (H_0), que corresponde àquela a ser testada, e a segunda hipótese, contrária à H_0 , é denominada hipótese alternativa (H_1).

Por se tratar de uma inferência estatística a respeito de uma variável aleatória, a decisão de rejeitar ou não uma hipótese é tomada com base em uma certa probabilidade, ou nível de significância α , e no valor crítico C .

Já a região crítica ou região de rejeição, RR , é a região da curva de distribuição em que estão contidos os valores para os quais a hipótese H_0 é rejeitada. Os valores para os quais a hipótese H_0 é aceita estão contidos na região de aceitação, RA , como indica a Figura 2.13.

Figura 2.13: Processo de inferência Bayesiana (adaptado Ang e Tang, 1975).



Sendo μ o parâmetro desconhecido e μ_0 um valor específico, deseja-se testar com a hipótese H_0 que: $\mu = \mu_0$. Já para a hipótese H_1 existem 3 possibilidades: $\mu > \mu_0$; $\mu < \mu_0$; $\mu \neq \mu_0$ (ou seja, tanto pode ser menor quanto maior).

Existem dois possíveis tipos de erros na tomada de decisão baseada no teste de hipótese. Pode-se rejeitar a hipótese H_0 quando, na verdade, ela é verdadeira, o que define o erro do tipo I, com probabilidade de ocorrência igual a α . Ou, ao invés disso, pode-se aceitar a hipótese H_0 , sendo ela falsa, o que define o erro do tipo II, com probabilidade de ocorrência igual a β .

- Tipos de testes de hipóteses

Naghettini e Pinto (2007) explicam que testar uma hipótese é recolher evidências nos dados amostrais para embasar a rejeição ou aceitação de determinada afirmação sobre um parâmetro

populacional ou sobre a forma de um modelo distributivo. Neste sentido, os testes de hipóteses podem ser classificados em paramétricos ou não paramétricos, ou ainda em testes de aderência.

Os testes paramétricos são aqueles em que os dados amostrais, por premissa, foram extraídos de uma população normal ou de qualquer população em que se conheça o modelo de distribuição. Os testes não paramétricos, por sua vez, não requerem uma especificação prévia do modelo distributivo da população.

Neste âmbito destaca-se o teste de Shapiro-Wilk, que testa a hipótese nula que uma amostra y_1, y_2, \dots, y_n , retirada de uma população, tem distribuição normal. Dessa forma, a um nível de significância de 5%, por exemplo, rejeita-se a hipótese nula (dados normalmente distribuídos) se $p < 0,05$.

Quando a hipótese a ser testada refere-se ao modelo distributivo da população da qual a amostra foi extraída, os testes são denominados de aderência.

- Testes de aderência

A seguir são apresentados os principais tipos de testes de aderência, sendo eles: teste do Qui-Quadrado (χ^2), Kolmogorov-Smirnov (K-S) e Anderson-Darling (A-D).

Teste do Qui-Quadrado (χ^2)

A estatística do teste de aderência χ^2 é dada por:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^r \frac{(O_i - Np_i)^2}{O_i} = \sum_{i=1}^r \frac{(O_i - E_i)^2}{O_i} \quad (\text{Eq 29})$$

Em que as realizações O_i , das variáveis ρ_i , e pelos seus respectivos valores esperados $E_i = E[\rho_i]$, os quais, sob a veracidade da hipótese nula, são iguais a Np_i . A estatística χ^2 expressa, portanto, a soma das diferenças quadráticas entre as realizações das variáveis aleatórias ρ_i e suas respectivas médias populacionais.

Quando o tamanho N da amostra tende ao infinito, a estatística χ^2 segue uma distribuição do Qui-Quadrado, com $\nu = (r - 1)$ graus de liberdade, em que r é o número de variáveis.

Um valor elevado da estatística χ^2 revela grandes diferenças entre as frequências observadas e esperadas e, portanto, é um indicador da pouca aderência da distribuição especificada, sob H_0 , à amostra.

Teste de Kolmogorov-Smirnov (K-S)

De acordo com Naghettini e Pinto (2007), a estatística deste teste de aderência tem como base a diferença máxima entre as funções de probabilidades acumuladas, empírica, $F_N(x)$, e teórica, $F_X(x)$, de variáveis aleatórias contínuas.

Seja X uma variável aleatória contínua, de cuja população foi extraída a amostra $\{X_1, X_2, \dots, X_N\}$. A hipótese nula a ser testada é $H_0: P(X < x) = F_X(x)$, em que $F_X(x)$ é dita completamente conhecida, ou seja, seus parâmetros não são estimados a partir da amostra. Inicialmente, é preciso classificar os elementos da amostra $\{X_1, X_2, \dots, X_N\}$ em ordem crescente, de modo a constituir a sequência $\{x_{(1)}, x_{(2)}, \dots, x_{(m)}, \dots, x_{(N)}\}$. Para cada elemento $x_{(m)}$, a distribuição empírica $F_N(x_m)$ é calculada pela proporção de valores amostrais que não excedem $x_{(m)}$, como mostra a Equação 30:

$$F_N(x_m) = \frac{m}{N} \quad (\text{Eq 30})$$

Na sequência devem ser calculadas as probabilidades teóricas, segundo $F_X(x)$, tendo como argumento os valores $x_{(m)}$. A estatística do teste K-S é dada pela Equação 31 e corresponde à maior diferença entre as probabilidades empírica e teórica:

$$D_N = \sup_{-\infty < x < \infty} |F_N(x) - F_X(x)| \quad (\text{Eq 31})$$

Teoricamente, D_N é uma variável aleatória. Para um dado nível de significância α , o teste K-S compara a máxima diferença observada, D_N na Equação 29, com o valor crítico D_N^α , definido como: $P(D_N \leq D_N^\alpha) = 1 - \alpha$. Os valores críticos D_N^α para diferentes níveis de significância (α) são tabulados em função de amostras de diferentes tamanhos; estas tabelas podem ser encontradas em Naghettini e Pinto (2007) e Ang e Tang (2007). Se D_N observado foi menor que o valor crítico D_N^α , a distribuição teórica proposta é aceitável para um determinado α ; do contrário, a distribuição teórica é rejeitada.

Em outras palavras, o p-valor (assim denominado por diversos autores), ou nível descritivo do teste, é a probabilidade de que a estatística do teste (como variável aleatória) tenha valor extremo em relação ao valor observado (estatística) quando a hipótese é verdadeira. Assim, p-valor $\leq \alpha$ implica na rejeição de H_0 a um nível de significância α .

Naghetini e Pinto (2007) explicam que, quando as estimativas dos parâmetros são obtidas dos elementos da amostra, simulações de Monte Carlo demonstram que o teste K-S é conservador quanto à magnitude do erro do tipo I, podendo ocorrer rejeições indevidas da hipótese nula.

Teste de Anderson-Darling (A-D)

O teste de aderência de Anderson-Darling é um teste não-paramétrico que busca ponderar mais fortemente as caudas das distribuições, nas quais, as maiores – ou menores – observações da amostra podem alterar consideravelmente a qualidade do ajuste, como explicam Naghetini e Pinto (2007). O teste A-D, assim como o K-S, tem como base a diferença entre as funções de probabilidades acumuladas, empírica, $F_N(x)$, e teórica, $F_X(x)$, de variáveis aleatórias contínuas. A diferença está no fato de que o teste A-D dá mais peso às caudas, por meio da divisão das diferenças entre $F_N(x)$ e $F_X(x)$ por $\sqrt{F_X(x)[1 - F_X(x)]}$. A estatística do teste A-D é apresentada na Equação 32:

$$A^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{[F_N(x) - F_X(x)]^2}{F_X(x)[1 - F_X(x)]} f_X(x) dx \quad (\text{Eq 32})$$

Onde $f_X(x)$ é a função densidade, de acordo com a hipótese nula.

Se a estatística A^2 for elevada, então as distribuições empírica e teórica diferem muito entre si e, como consequência, a hipótese nula deve ser rejeitada. A distribuição de probabilidades da estatística do teste AD depende da distribuição de probabilidades hipotética $F_X(x)$. Se a distribuição de probabilidades sob H_0 for normal ou log-normal, os valores críticos de A^2 podem ser consultados na Tabela 2.5.

Para esse caso, a estatística calculada pela Equação 30 deve ser multiplicada pelo fator de correção $(1 + 0,75/N + 2,25/N^2)$.

Tabela 2.5: Valores críticos da estatística A^2 para distribuições hipotéticas normal ou log-normal (D'Agostino e Stephens, 1986 *apud* Naghetini e Pinto, 2007, p.279).

α	0,1	0,05	0,025	0,01
$A^2_{\text{crit},\alpha}$	0,631	0,752	0,873	1,035

2.10 Regressão e Correlação

Quando existem duas ou mais variáveis, pode ser que exista uma relação entre elas. De acordo com Ang e Tang (2007), na presença da aleatoriedade, esta relação pode não ser única, ou seja,

para um dado valor de uma variável, existe um intervalo de possíveis valores para a outra variável. São necessárias portanto, ferramentas probabilísticas para descrever tais relações.

Regressão é o nome da técnica de ajuste de um modelo matemático (equação) a um conjunto de dados de diversas variáveis, cujo escopo é investigar e modelar a relação entre estas. Já a correlação é uma forma de medir a provável relação existente entre as variáveis; essa medida é realizada numericamente por meio dos coeficientes de correlação, que representam o grau de associação entre duas variáveis contínuas, conforme apresentado no Item 2.8.5. Segundo Uzielli *et al.* (2006), a quantificação da correlação entre duas ou mais propriedades do solo é uma importante ferramenta no contexto de abordagens geotécnicas probabilísticas, uma vez que fornece uma avaliação mais realista da incerteza nos parâmetros de projeto.

2.10.1 Regressão linear

Considerando que exista um relacionamento entre os valores de duas variáveis aleatórias distintas, X e Y , a função de regressão deverá explicar uma parcela significativa da variação de X com Y ; a parcela não explicada refere-se aos pontos observados que apresentam uma variação em torno da linha da função de regressão, devido à existência de uma variação aleatória adicional denominada de variação residual, como explicam Naghettini e Pinto (2007).

Admitindo que a linha teórica de regressão seja uma reta, a função entre X e Y é dada pela Equação 33, na qual uma variável é tida como dependente e a outra como independente. Essa é a chamada regressão linear simples:

$$Y = \alpha + \beta X + e \quad (\text{Eq 33})$$

Na qual: Y é a variável dependente, X a variável independente, α e β os coeficientes do modelo e e os resíduos (ou erros) da regressão.

Os coeficientes α e β são estimados a partir dos dados observados fornecidos pela amostra, obtendo-se então uma equação de reta, representada por:

$$\hat{y}_i = a + bx_i \quad (\text{Eq 34})$$

Na qual: a é a estimativa do coeficiente α ($\hat{\alpha} = a$), b é a estimativa do coeficiente β ($\hat{\beta} = b$), \hat{y}_i é o valor estimado de Y e x_i é o valor observado de X .

Existem vários métodos para a obtenção da reta de regressão. O mais simples de todos, chamado “método do ajuste visual”, consiste simplesmente em traçar uma reta no diagrama de dispersão, buscando ajustá-la ao maior número de pontos possível. Entretanto, esse procedimento é subjetivo e razoável apenas se a correlação linear for muito forte. Um dos procedimentos objetivos mais adequados, segundo Naghettini e Pinto (2007), é a aplicação do “método dos mínimos quadrados”, segundo o qual a reta a ser adotada deverá ser aquela que minimiza a soma dos quadrados dos erros ou resíduos da regressão.

No “método dos mínimos quadrados”, a distância, e_i , entre o valor observado, y_i , e o valor estimado, \hat{y}_i , pela reta de regressão é dado por:

$$e_i = y_i - \hat{y}_i \quad (\text{Eq 35})$$

Substituindo na Equação 34, tem-se que: $e_i = y_i - a - bx_i$.

Para o ponto indexado i , o desvio quadrático é dado por:

$$e_i^2 = (y_i - a - bx_i)^2 \quad (\text{Eq 36})$$

Também pode se fazer necessário o estudo do modelo de regressão com mais de uma variável independente, visando uma melhor compreensão do comportamento da variável dependente, o que é chamado de regressão linear múltipla.

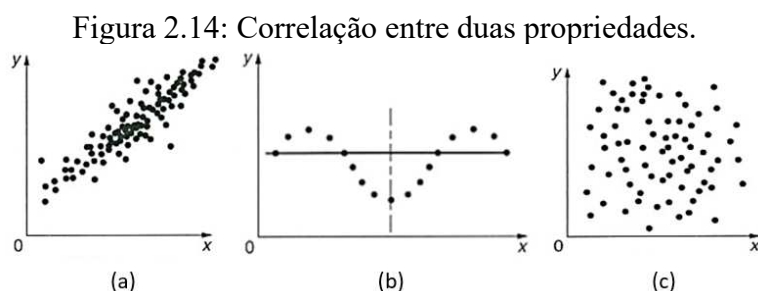
Maiores informações sobre regressão linear simples e múltipla podem ser consultadas em Assis et al. (2018) e Naghettini e Pinto (2007).

2.10.2 Correlação

Correlação, segundo Assis *et al.* (2018), é a verificação da existência e do grau de relação entre as variáveis de um problema, que procura determinar quão bem uma equação linear, ou de outra espécie, descreve ou explica a relação entre estas variáveis. Analogamente à regressão, quando a análise contempla somente duas variáveis aleatórias, tem-se uma correlação simples; já quando o problema envolve mais de duas variáveis, tem-se uma correlação múltipla. O Item 2.8.5 apresentou os conceitos relacionados à correlação linear e covariância.

Sejam X e Y duas variáveis aleatórias, e (x_1, y_1) , (x_2, y_2) , ..., (x_n, y_n) pares de realizações feitas sobre as variáveis X e Y . Plotando tais observações em diagramas de dispersão, é possível inferir sobre a relação apresentada pelos pontos.

A Figura 2.14 mostra, na letra *a*, que as variáveis apresentam uma correlação linear positiva, já que quando x cresce, y também cresce. Na letra *b* tem-se que as variáveis se apresentam correlacionadas não linearmente, enquanto na letra *c*, as variáveis são não correlacionadas. O diagrama de dispersão da letra *b*, quando apresentado anteriormente na Figura 2.11, indicou um grau de correlação nulo entre as propriedades, pois não apresenta correlação linear, e sim não linear.



Naghettini e Pinto (2007) salientam que variáveis altamente correlacionadas não apresentam, necessariamente, uma relação de causa e efeito, mas sim uma tendência quanto à sua variação conjunta. Assim, a correlação não indica necessariamente a existência de relações causais entre duas variáveis. As evidências de relações causais devem ser obtidas a partir do conhecimento dos processos envolvidos.

As variáveis podem ser dependentes por meio de várias circunstâncias, como a dependência causal, a correlação probabilística, a correlação estatística e a autocorrelação espacial ou temporal, como explicam Baecher e Christian (2003).

A dependência causal significa que um evento causa fisicamente o outro; por exemplo, um *sinkhole* formado por um processo de erosão interna pode culminar na instabilização de uma barragem e, dessa forma, os modos de falha de erosão interna e instabilização não são independentes neste caso.

A correlação probabilística significa que duas incertezas podem compartilhar uma dependência comum com uma terceira. No caso anterior, a presença de materiais internamente instáveis no aterro da barragem pode alterar a probabilidade tanto do modo de falha erosão interna quanto o de instabilização.

A autocorrelação espacial ou temporal significa que duas incertezas dependem da realização espacial ou temporal de alguma terceira, que por sua vez exibe dependência estocástica no espaço ou no tempo. Este conceito pode ser exemplificado quando se avalia a estabilidade de duas seções de um dique extenso, onde as propriedades geotécnicas da fundação variam

naturalmente na natureza. Ao ser modelado como um processo estocástico (aleatório), este material pode exibir um longo comprimento de correlação no espaço e, assim, seções adjacentes exibirão deformações compatíveis, bem como fatores de segurança contra instabilização similares.

Por último, a correlação estatística significa que duas incertezas são estimadas simultaneamente a partir de um conjunto de dados e, portanto, são influenciadas por um erro comum de variabilidade amostral. Um exemplo muito comum deste caso na mecânica dos solos é a regressão usada para definir a coesão e o ângulo de atrito, citada anteriormente.

2.11 Modelagem da variabilidade espacial

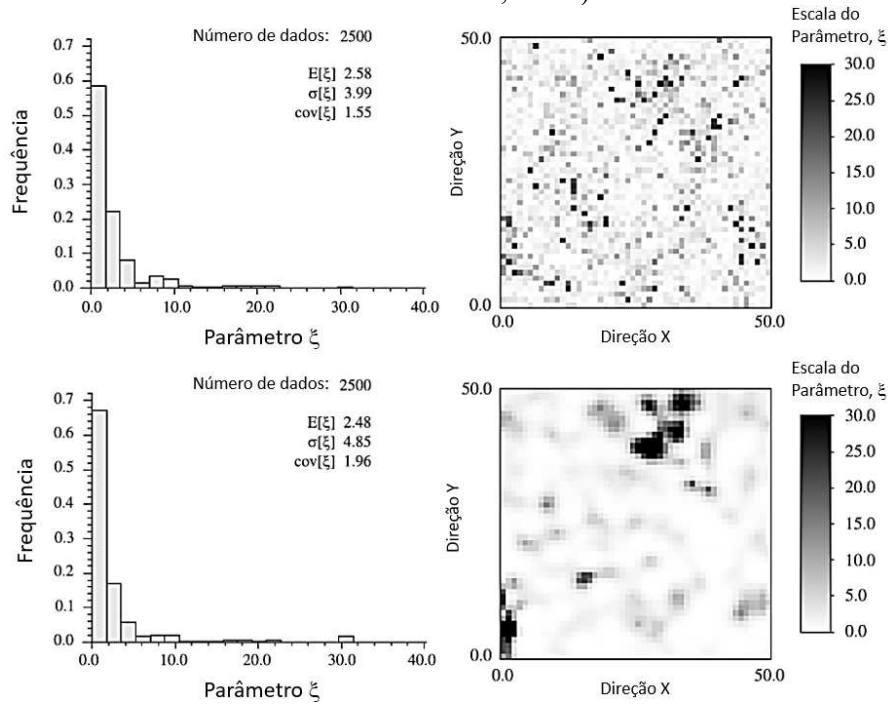
Segundo Uzielli *et al.* (2006), as estatísticas do segundo momento – tal como apresentado no Item 2.6 – não são, isoladamente, capazes de descrever a variação espacial das propriedades do solo, sejam essas medidas em laboratório ou em campo. Dois conjuntos de dados podem ter estatísticas de segundo momento e distribuições estatísticas similares, mas podem exibir diferenças relevantes na distribuição espacial.

A Figura 2.15 apresenta uma comparação da distribuição espacial, nas direções x e y , de um parâmetro genérico ξ , com estatísticas de segundo momento e distribuições similares (ou seja, histogramas), mas diferentes magnitudes de correlação espacial: a figura superior apresenta uma correlação fraca, enquanto a figura inferior apresenta correlação forte.

A variação espacial de um depósito de solo em qualquer direção poderia ser caracterizada em detalhes se um número suficientemente grande de medições fosse feito, o que dificilmente ocorre na prática. Assim, Uzielli *et al.* (2006) sugerem ser conveniente modelar a variação espacial das propriedades do solo como se fossem aleatórias e usar resultados de um tratamento estatístico para quantificar os erros de interpolação.

A modelagem estatística da variabilidade espacial está associada à hipótese da estacionariedade dos dados, a qual implica na invariância das estatísticas de um conjunto de dados com a localização espacial. Em outras palavras, a estacionariedade equivale a assumir que o depósito de solo é estatisticamente homogêneo. Se um conjunto de dados não for estacionário, o resultado do tratamento estatístico pode ser equivocado ou tendencioso, como explicam Uzielli *et al.* (2006). Portanto, é necessário transformar o conjunto de dados.

Figura 2.15: Comparação da variação espacial de dados com estatísticas similares (adaptado de Uzielli *et al.*, 2006).



Transformação de dados, neste caso, se refere à aplicação de técnicas que tem como objetivo a transformação de um conjunto de dados não estacionário em um conjunto estacionário. Dentre as técnicas existentes, a decomposição é aquela mais utilizada na engenharia geotécnica, conforme destacado por Uzielli *et al.* (2006).

A decomposição consiste em separar a variabilidade espacial em duas partes: uma função de tendência $t(z)$ e um componente flutuante $w(z)$, conforme descrito no Item 2.2.4 e apresentado na Equação 37:

$$\psi(z) = t(z) + w(z) \quad (\text{Eq 37})$$

Em que:

$\psi(z)$ é a propriedade do solo em um local z , podendo z ser um vetor (por exemplo, local em três dimensões);

$t(z)$ é uma função de tendência de z , caracterizada deterministicamente por uma equação;

$w(z)$ é o componente flutuante ou a variação residual de z , caracterizado estatisticamente por uma variável aleatória, geralmente com média nula e variância não nula.

A variância dos resíduos, expressa pela Equação 38, reflete a incerteza sobre a diferença entre a tendência interpolada e o valor real da propriedade do solo em locais não observados:

$$Var(w) = E_{\psi}[\{\psi(z) - t(z)\}^2] \quad (\text{Eq 38})$$

Baecher e Christian (2003) explicam que a variação espacial das propriedades do solo é modelada utilizando ferramentas de processos aleatórios, não porque as propriedades sejam aleatórias, mas porque as informações disponíveis sobre essas elas são limitadas.

2.11.1 Análise da tendência

A tendência é estimada a partir do ajuste de funções matemáticas, como, por exemplo, análises de regressão. Embora a tendência seja uma função determinística, é também contabilizada a incerteza estatística devido ao tamanho limitado do conjunto de dados usado para sua determinação.

Numa análise quantitativa da variabilidade espacial das propriedades do solo, é necessário quantificar a magnitude dos componentes – função de tendência e resíduos – de tal variabilidade.

A tendência pode ser ajustada por uma regressão linear, polinomial ou qualquer outro tipo de função, como destaca Flores (2008). Quanto maior a ordem do polinômio, menor a variação residual, porém, maior será a incerteza na estimativa dos parâmetros da tendência. A Figura 2.16 ilustra um caso típico de duas funções de tendência, linear e polinomial de segunda ordem, em que os resíduos da função linear de primeira ordem apresentam variação consideravelmente maior do que os resíduos da função de segunda ordem.

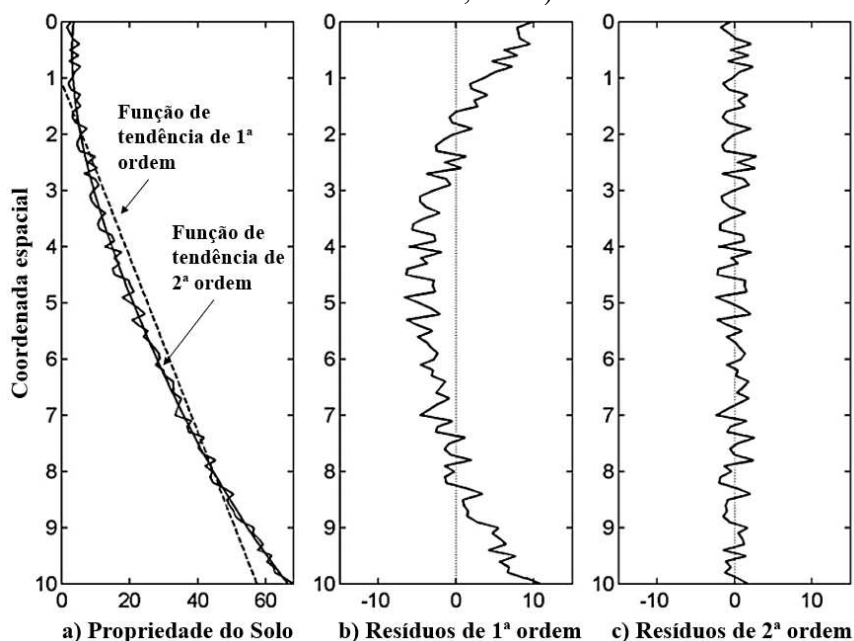
De acordo com El-Ramly (2001), quanto maior o número de parâmetros da função de tendência, maior será a incerteza associada à determinação destes parâmetros. De acordo com Baecher e Christian (2003), a função tendência deve ser mantida tão simples quanto possível, sem injustiça ao conjunto de dados e sem ignorar a configuração geológica.

Caso o modelo escolhido seja linear, o método dos mínimos quadrados pode ser aplicado para obtenção da reta de regressão ($\psi(z) = \beta_0 + \beta_1 z + w(z)$). Os coeficientes, então, podem ser calculados a partir das Equações 39 e 40, conforme apresentado por El-Ramly (2001).

$$\beta_1 = \frac{\sum(z_i - E[z])(\psi_i - E[\psi])}{\sum(z_i - E[z])^2} \quad (\text{Eq 39})$$

$$\beta_0 = E[\psi] - \beta_1 E[z] \quad (\text{Eq 40})$$

Figura 2.16: Comparação entre funções de tendência e variâncias dos resíduos (adaptado de Uzielli *et al.*, 2006).



Na forma matricial, a regressão pode ser expressa por:

$$\psi = Z\beta + w \quad (\text{Eq 41})$$

Onde ψ é um vetor de n observações $\psi = \{\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_n\}$.

Minimizando a variância dos resíduos $w(z)$ sobre β , tem-se o melhor ajuste da tendência no âmbito da inferência frequentista, como apresenta a Equação 42:

$$\min_{\beta} \text{Var}[w] = \min_{\beta} E[\psi - Z\beta]^2 \quad (\text{Eq 42})$$

Vale destacar que a regressão também pode ser estimada a partir da inferência Bayesiana.

2.11.2 Variação residual

Os resíduos representam a parte da variabilidade espacial que não pode ser explicada por uma função relativamente simples da coordenada espacial de referência, como explicam Uzielli *et al.* (2006). Eles geralmente são um conjunto de média zero que, quando plotados em relação à coordenada espacial, flutuam em torno do valor médio.

Uma suposição fundamental inerente à decomposição e ajuste da função de tendência é que os resíduos são espacialmente não correlacionados, ou seja, sua flutuação é completamente aleatória. Isso equivale a afirmar que a tendência é responsável por toda a estrutura espacial da variabilidade do solo. Embora seja possível selecionar uma tendência que interpole

praticamente todos os dados disponíveis, a incerteza nos parâmetros de tendência tenderia ao infinito. De acordo com Uzielli *et al.* (2006), é mais conveniente explorar a principal vantagem da decomposição, ou seja, a possibilidade de identificar uma tendência simples e modelar o conjunto de resíduos como uma variável aleatória, que pode ser eficazmente investigada utilizando técnicas estatísticas apropriadas.

Outra suposição considera que a tendência explica uma grande parte da estrutura espacial da variabilidade do solo, mas uma outra parte permanece dentro dos próprios resíduos, o que significa que eles não são estatisticamente independentes um do outro. Esta suposição comumente se aplica a problemas geotécnicos.

Em função dos processos naturais de formação e alteração das massas de solo, as propriedades tendem a variar gradualmente ao longo de qualquer direção dentro de uma mesma estratigrafia. Assim, espera-se que em locais adjacentes, as propriedades do solo sejam mais próximas, em magnitude, do que quando medidas em locais distantes.

O padrão espacial que permanece nos valores das propriedades do solo após a remoção de uma tendência determinística pode ser referido como uma estrutura de correlação espacial, denominada autocorrelação.

De acordo com Uzielli *et al.* (2006), a hipótese de os resíduos seguirem a distribuição gaussiana é comumente aceita em análises de variabilidade espacial em geotecnia e é conveniente para a aplicação de vários procedimentos.

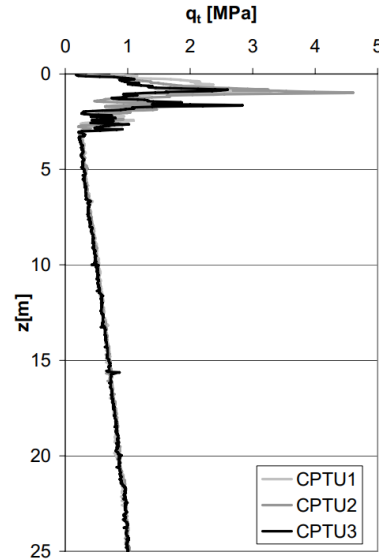
- Autocorrelação e anisotropia

Formalmente, Baecher e Christian (2003) definem a autocorrelação como a propriedade de os resíduos não serem probabilisticamente independentes, mas, ao invés disso, apresentarem um grau de associação entre si que é uma função de sua separação no espaço. Este grau de associação pode ser medido por um coeficiente de correlação, tomado em função da distância de separação. O conceito do coeficiente de correlação foi apresentado no Item 2.8.5.

A variabilidade espacial é, em geral, anisotrópica, com maior grau de homogeneidade (e, portanto, uma estrutura de correlação mais forte) na direção horizontal. Isto se deve principalmente ao processo de formação dos depósitos de solos, onde as camadas possuem, comumente, espessuras verticais muito menores que a extensão horizontal.

Na Figura 2.17 é possível notar, a partir dos resultados de três ensaios CPTu, a distinção entre duas principais camadas, em função do comportamento mecânico. Na camada superior a autocorrelação horizontal é mais forte, enquanto na camada inferior a autocorrelação vertical é preponderante.

Figura 2.17: Avaliação da anisotropia em ensaios CPTu (Uzielli *et al.*, 2006).



- Funções de autocovariância e autocorrelação

Em um dado depósito de solo, se dois locais i e j estão próximos um do outro, estima-se que os resíduos w_i e w_j sejam fortemente correlacionados. Admite-se, pois, que a associação entre os resíduos cresce na medida em que a distância de separação r entre os pontos diminui. A função de autocorrelação (“*autocorrelation function*” - ACF), expressa pela Equação 43, é uma ferramenta matemática para descrever a variação da força da correlação espacial como uma função da distância de separação espacial entre dois pontos:

$$R_{\psi}(r) = \frac{1}{\text{Var}[w(z)]} E[w(z_i)w(z_{i+r})] \quad (\text{Eq 43})$$

Na qual:

$R_{\psi}(r)$ é a função de autocorrelação (ACF);

$E[w(z_i)w(z_{i+r})] = \text{Cov}[w(z_i), w(z_{i+r})]$ é a covariância dos resíduos a uma distância de separação r .

A autocorrelação a uma distância de separação igual a zero é igual a um ($R_{\psi}(r)=1$). Para a maioria de dados geotécnicos, a autocorrelação tende a zero na medida em que r aumenta.

Multiplicando-se pela variância dos resíduos, tem-se a função de autocovariância, apresentada na Equação 44:

$$C_{\psi}(r) = E[w(z_i)w(z_{i+r})] \quad (\text{Eq 44})$$

A relação entre as funções de autocorrelação e autocovariância é a mesma que entre o coeficiente de correlação e a covariância, exceto pelo fato de que no primeiro caso são funções da distância de separação r .

Os métodos de estimativa da autocovariância são os mesmos aplicados na inferência estatística. Assim, no âmbito da inferência frequentista podem ser citados os métodos dos momentos (MOM) e da máxima verossimilhança (MVS), conforme abordado no Item 2.9.1.

Existem diversas funções que descrevem o decaimento da função de autocorrelação (ACF) com o incremento da distância r , algumas das quais estão representadas nas Equações 45 e 46.

$$R_{\psi}(r) = \exp(-r/r_0) \rightarrow \text{Exponencial} \quad (\text{Eq 45})$$

$$R_{\psi}(r) = \exp^2(-r/r_0) \rightarrow \text{Exponencial-quadrado} \quad (\text{Eq 46})$$

2.11.3 Semivariograma

Enquanto a autocovariância é definida como o valor esperado de um produto de duas observações, o semivariograma é usualmente definido como o valor esperado do quadrado das diferenças entre duas observações, conforme indicado na Equação 47:

$$\gamma(r) = \frac{1}{2}E[\psi(z_i) - \psi(z_{i+r})]^2 \quad (\text{Eq 47})$$

Segundo Uzielli *et al.* (2006), o semivariograma fornece essencialmente as mesmas informações que a função de autocorrelação, porém tem a vantagem de demandar uma suposição estatística menos restritiva, já que não requer a estacionariedade da média (em outras palavras, as tendências nos dados podem ser aceitas). Baecher e Christian (2003) destacam que, apesar desta vantagem, o semivariograma apresenta maior dificuldade na interpolação espacial e na análise de engenharia e, portanto, para fins geotécnicos, a autocorrelação é mais comumente adotada.

Estudo mais aprofundados sobre a aplicação do semivariograma em problemas geotécnicos podem ser encontrados em Huber (2013) e Uzielli *et al.* (2006).

2.12 Campos aleatórios

A modelagem da correlação espacial utilizando-se da função de autocorrelação ou semivariograma não permite, de acordo com Uzielli *et al.* (2006), uma representação completa dos efeitos da variabilidade do solo. Efeitos importantes, como o efeito da média espacial e a existência de uma correlação espacial crítica, requerem operações e parâmetros adicionais.

Uzielli *et al.* (2006) explicam que a variabilidade espacial pode ser expressa de forma concisa por meio da teoria do campo aleatório. Baecher e Christian (2003) destacam que a teoria do campo aleatório é importante por fornecer resultados estatísticos que podem ser usados para extrair inferências de observações de campo e planejar estratégias espaciais de amostragem e, também, por fornecer um veículo para incorporar variações espaciais em modelos de engenharia e confiabilidade. Nie *et al.* (2015) destacam que a aplicação dos campos aleatórios em geotecnia é ampla e tem crescido nos últimos anos.

A aplicação da teoria do campo aleatório a questões geotécnicas baseia-se no pressuposto de que a variável espacial de interesse, $\psi(z)$, é a realização de um processo aleatório. Baecher e Christian (2003) explicam que, quando este processo é definido sobre o espaço $z \in S$, a variável $\psi(z)$ é considerada um processo estocástico. Quando S tem dimensão maior que um, e especialmente quando S é um domínio espacial, $\psi(z)$ é considerada um campo aleatório. Um campo aleatório é definido a partir de uma distribuição de probabilidade conjunta que descreve a variação simultânea das variáveis $\psi(z)$ em dois – ou mais – pontos diferentes.

Fenton e Griffiths (2008) apresentam as principais premissas associadas à aplicação da teoria do campo aleatório. Primeiro, tem-se que a função densidade de probabilidade é um processo aleatório multivariado distribuído normalmente, também chamada de processo Gaussiano. A vantagem da distribuição normal multivariada é que a distribuição completa pode ser especificada apenas pelo vetor médio e pela matriz de covariância, como apresentam as Equações 48 e 49.

$$\mu = E[\psi] \tag{Eq 48}$$

Na qual: μ é o vetor dos valores médios.

$$Cov = E[(\psi - \mu)(\psi - \mu)^T] \quad (\text{Eq 49})$$

Na qual: T significa a transposta.

A segunda premissa está associada ao conceito de estacionariedade ou homogeneidade estatística. Tem-se, pois, que a distribuição de probabilidade conjunta independe da posição espacial, ou seja, depende apenas das posições relativas dos pontos. Essa suposição implica que a média, a covariância e os momentos de ordem superior são constantes no tempo (ou espaço) e, portanto, a distribuição marginal também é constante no tempo (ou espaço). A estacionariedade é considerada (ou de segunda ordem) se apenas a média e a variância são constantes no espaço.

A terceira premissa diz que, em campos aleatórios de duas ou mais dimensões, a isotropia implica na invariância da distribuição conjunta sob rotação. Essa condição implica em estacionariedade, embora a estacionariedade não necessariamente implique em isotropia. Isotropia significa que a correlação entre dois pontos depende apenas da distância entre os dois pontos, não da orientação relativa entre eles.

Fenton e Griffiths (2008) explicam que algumas propriedades dos solos não são bem modeladas pela distribuição Gaussiana, sobretudo aquelas que não assumem valores negativos na prática. Nestes casos, seria apropriado um campo aleatório não-gaussiano, como por exemplo, a distribuição log-normal. Para tanto, existem recursos capazes de transformar um campo aleatório não-gaussiano em um campo aleatório Gaussiano. No entanto, Fenton e Griffiths (2008) sugerem que a consideração de campos aleatórios gaussianos é desejável devido à sua simples caracterização e natureza probabilística, uma vez que são completamente especificados pela média e covariância. Na prática, é comum a maior facilidade em se estimar a média do que a variância de uma propriedade; devido à incerteza até mesmo nos parâmetros básicos, há pouco sentido em adotar distribuições conjuntas mais complexas, que dependem de momentos de ordem superior, para representar as propriedades do solo.

De acordo com Cherng e Wen (1992), o campo aleatório que descreve um parâmetro é geralmente discretizado em elementos finitos estocásticos pequenos, adjacentes e não sobrepostos, de modo que o valor do parâmetro em um elemento seja representado satisfatoriamente por uma variável aleatória. Cherng e Wen (1992) afirmam ainda que o tamanho apropriado do elemento do campo aleatório depende do tipo do problema (por exemplo, capacidade de uma fundação, compressão de uma coluna estrutural ou estabilidade de um talude) e da estrutura de correlação do campo aleatório.

A representação de um campo aleatório se baseia em uma medida de referência sobre a qual existe uma forte correlação; por exemplo, a escala de flutuação (Vanmarcke, 1983), a distância de correlação (Shinozuka e Deodatis, 1986) ou o comprimento de correlação (Der Kiureghian e Ke, 1988).

2.12.1 Média espacial e fator de redução na variância

De acordo com Vanmarcke (1983) *apud* Flores (2008), uma das melhores formas de lidar com a variabilidade espacial dentro de uma massa de solo “estatisticamente homogênea”, é mediante o uso de médias espaciais (“*spatial averaging*”) de comprimentos, superfícies ou volumes. Um solo pode ser considerado estatisticamente homogêneo em relação a um parâmetro se: os valores médios e dispersão deste parâmetro não se alteram ao longo de uma dada direção; a correlação entre os desvios em duas diferentes localizações é função da distância de separação e não de sua posição absoluta.

Os ensaios de laboratório e de campo são comumente realizados em amostras de solo de volumes pequenos comparados com o volume total de solo a representar. Assim, os valores obtidos podem ser considerados pontuais. Acontece que o desempenho de uma estrutura é mais influenciado por suas propriedades médias ao longo de todo o comprimento, superfície ou volume, e não pelas características pontuais.

Especialmente no caso de estabilidade de taludes, Flores (2008) destaca que a resistência do solo é controlada pela resistência média de toda a massa de solo, e não pela resistência do solo num local específico dentro da superfície de deslizamento – exceto nos casos de ruptura progressiva. Com o aumento do comprimento (ou superfície ou volume), as flutuações do parâmetro tendem a se compensar, causando uma redução do desvio padrão das médias espaciais em relação ao desvio padrão dos dados pontuais dos ensaios. Os valores médios, porém, permanecem constantes.

A média espacial de uma propriedade dentro de um intervalo $[0, Z]$ é dada por:

$$M_Z\{\psi(z)\} = \frac{1}{Z} \int_0^Z \psi(z) dz \quad (\text{Eq 50})$$

Uzielli *et al.* (2006) explicam que a redução na variância devido ao efeito de média espacial pode ser representada pela função de variância (Vanmarcke, 1988), que expressa a razão da variância de um processo aleatório com média espacial para aquele do mesmo processo sem média espacial, como apresenta a Equação 51:

$$\Gamma(Z) = \frac{Var[M_Z\{\psi(z)\}]}{Var[\psi(z)]} \quad (\text{Eq 51})$$

Na qual:

$\Gamma(Z)$ é o fator de redução na variância;

$Var[M_Z\{\psi(z)\}]$ é a variância da média espacial;

$Var[\psi(z)]$ é a variância sem o efeito da média espacial.

Os resultados obtidos para o caso unidimensional, a partir da Equação 40, podem ser estendidos para os casos bi e tridimensionais, assumindo uma estrutura de correlação independente para cada dimensão espacial. Assim, a redução total da variância pode ser calculada como o produto das reduções de variância nas dimensões individuais. Maiores detalhes sobre a redução de variância multidimensional podem ser encontrados em Vanmarcke (1988).

2.12.2 Escala de flutuação

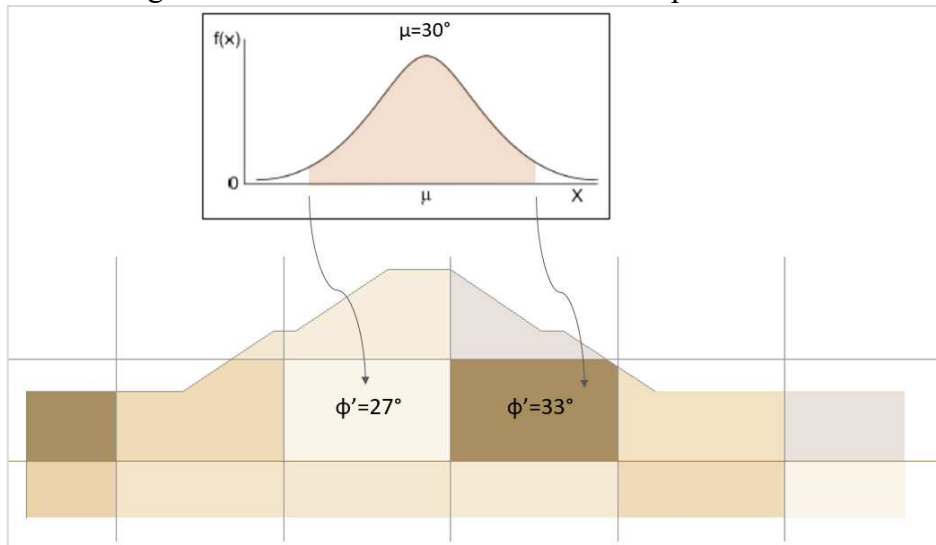
Cami *et al.* (2020) afirmam que o estado-da-arte na caracterização da variabilidade espacial é a utilização do descritor escala de flutuação. As nomenclaturas “escala de flutuação” e “comprimento de correlação espacial” são utilizadas neste trabalho de forma permutável.

Flores (2008) define a escala de flutuação como a distância em que a propriedade do solo mostra forte correlação ou persistência. Vanmarcke (1988) define a escala de flutuação em termos da função de variância como limite, como apresenta a Equação 52:

$$\delta = \lim_{Z \rightarrow \infty} \Gamma(Z) \cdot Z \quad (\text{Eq 52})$$

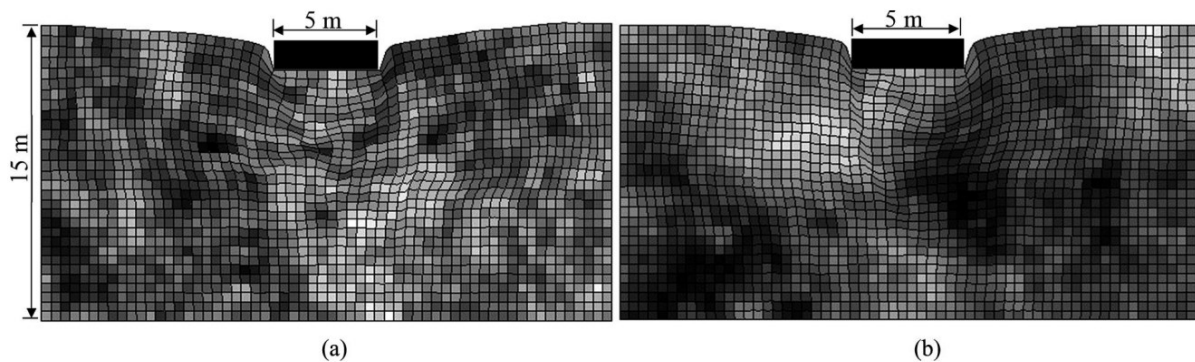
A Figura 2.18 ilustra o significado físico da escala de flutuação de forma simples, análoga à apresentada por Rocscience (2019). Suponha que o ângulo de atrito de um material seja normalmente distribuído, com média igual a 30° e valores mínimos e máximos iguais a 27° e 33°, respectivamente. Na prática, é improvável que em um determinado ponto o material tenha um valor baixo (27°) e que num ponto vizinho a este o ângulo de atrito salte para 33°. É mais realista, portanto, prever que pontos vizinhos tenham parâmetros mais próximos, o que leva ao conceito de escala de flutuação. Quanto mais forte a escala de flutuação, mais correlacionadas as células vizinhas estarão. O modelo geomecânico deve, ainda, se embasar nas inferências estratigráficas delimitadas pelo modelo geológico.

Figura 2.18: Modelo ilustrativo de um campo aleatório.



Em modelos de escala finita, a escala de flutuação é um indicador conciso da extensão espacial da estrutura de correlação, como explicam Uzielli *et al.* (2006). Para distâncias de separação menores do que a escala de flutuação, espera-se que os desvios da função de tendência mostrem uma correlação relativamente forte. Quando a distância de separação entre dois pontos de amostra excede a escala de flutuação, pode-se supor que existe pouca correlação entre as flutuações nas medições. A Figura 2.19 ilustra a diferença de campos aleatórios gerados para dois diferentes valores de escala de flutuação.

Figura 2.19: Efeito da escala de flutuação na modelagem de um campo aleatório para avaliação da capacidade de carga, para (a) $\delta = 2$ m e (b) $\delta = 10$ m (Fenton e Griffiths, 2008).



Uzielli *et al.* (2006) explicam que a escala de flutuação é um parâmetro extremamente importante para a representação de um campo aleatório. Um campo aleatório é descrito – em termos de segundo momento – pela sua média, desvio padrão e escala de flutuação, bem como por uma forma funcional para a função de autocorrelação.

Vale destacar que a escala de flutuação não é uma propriedade inerente de um parâmetro do solo. Os valores estimados da escala de flutuação estão intimamente ligados à metodologia de

estimação, uma vez que eles dependem, pelo menos, de: a direção espacial; o intervalo de medição nos dados de origem; o tipo de tendência que é removido durante a decomposição; o método de estimativa da escala de flutuação dos resíduos; e opções de modelagem a partir do método de estimativa específico.

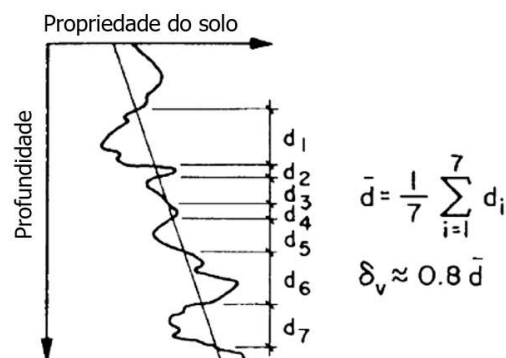
Oguz, Huvaj e Griffiths (2018) explicam que a escala de flutuação pode ser afetada pela subdivisão do perfil de solo, a qual deve ser feita em camadas similares, sendo que a remoção da tendência deve ser feita em cada uma dessas camadas. Outro fator que afeta a escala de flutuação é o tamanho da amostra; recomenda-se que a distância entre os pontos de medição seja menor que 1/5 a 1/4 da escala de flutuação, o que pode ter um impacto significativo no processo tanto da amostragem quanto da modelagem

O método mais simples para cálculo da escala de flutuação é apresentado por Phoon e Kulhawy (1999a), em que $\delta_v = 0,8\bar{d}$, sendo \bar{d} uma distância média definida pela Equação 53:

$$\bar{d} = \frac{1}{7} \sum_{i=1}^7 d_i \quad (\text{Eq 53})$$

A Figura 2.20 ilustra o referido método.

Figura 2.20: Determinação da escala de flutuação vertical (Phoon e Kulhawy, 1999a).



Uma variedade de técnicas para a estimativa da escala de flutuação está disponível na literatura geotécnica, dentre as quais: método de ajuste da autocorrelação, integração da função de autocorrelação de amostra, método dos limites de Bartlett, método simplificado VXP e método da função de flutuação. Maiores detalhes sobre estes métodos podem ser encontrados em Uzielli *et al.* (2006). De acordo com Nie *et al.* (2018), a técnica mais comum é o método de ajuste da autocorrelação.

O método do ajuste de correlação consiste em determinar a função de autocorrelação amostral (ACF) e, na sequência, ajustar um modelo teórico de autocorrelação (ACM) à ACF definida. O comprimento de correlação, ou escala de flutuação, pode ser estimado então a partir do parâmetro do modelo da ACM ajustada, como mostra a Tabela 2.6.

Tabela 2.6: Funções de autocorrelação unidimensionais (Chakraborty e Dey, 2019).

Modelo	Modelo de Autocorrelação	Comprimento de correlação (m)
Exponencial	$y = e^{-ax}$	$2/a$
Exponencial-quadrado (gaussiana)	$y = e^{-(x/a)^2}$	$a\sqrt{\pi}$
Markov de 2ª ordem	$y = e^{-ax}(1 + ax)$	$4/a$

Uzielli *et al.* (2006) explicam que, para uma dada metodologia de estimação, a escala de flutuação tende a decrescer com o aumento da complexidade da função de tendência.

A Tabela 2.7 fornece um resumo de escalas de flutuação relatadas na literatura. Dados mais detalhados podem ser encontrados em Cami *et al.* (2020), onde se apresenta uma extensa pesquisa de valores de escala de flutuação reportados na literatura.

Phoon e Kulhawy (1999a) também apresentam um compilado de valores. Para a resistência não drenada, em especial, por ser o objeto de estudo da presente pesquisa, Phoon e Kulhawy (1999a) indicam δ_{vertical} variando entre 0,8 m e 6,1 m, com média de 2,5 m, enquanto q_c e q_t (ensaio CPTu) variam de 0,1 m a 2,2 m.

Phoon e Retief (2016) explicam que a quantidade de informações sobre a escala de flutuação é relativamente limitada em comparação com a quantidade de informações sobre o coeficiente de variação, no entanto, é razoável prever que a escala horizontal de flutuação é cerca de uma ordem de magnitude maior do que a escala vertical de flutuação.

Existem ainda outros descritores da correlação espacial, os quais também têm sido empregados na literatura geotécnica, como explicam Uzielli *et al.* (2006), sendo eles: distância de autocorrelação e o alcance (“range”) efetivo do semivariograma. Como cada um representa características distintas da estrutura de correlação espacial, os respectivos valores numéricos são diferentes e, portanto, deve-se estar atento para evitar o uso de um descritor no lugar de outro.

Tabela 2.7: Valores típicos de escala de flutuação de propriedades geotécnicas (Flores, 2008).

Fonte	Solo	Direção	Propriedade	δ (m)
Alonso (1976)	Areia	Vertical	Resistência de ponta (ensaio de cone)	2,2
		Vertical	Razão de atrito (ensaio de cone)	1,3
	Argila	Vertical	Resistência de ponta (ensaio de cone)	1,1
	Silte argiloso	-	Teor de umidade	12,7
		-	Fração argila	8,7
		-	Fração silte	6,5
		-	Peso específico	7,9
		-	Índice de vazios	10,5
	-	Limite de liquidez	8,7	
Cascalho	-	Porosidade	14,7	
Baecher <i>et al.</i> (1987)	Areia	Vertical	Resistência de ponta (ensaio de cone)	5,0
	Argila	Horizontal	Peso específico seco	5,0
	Areia	-	NSPT	20,0
	Argila plástica	Vertical	Peso específico seco	1,3
	Areia	Vertical	Resistência de ponta (ensaio de cone)	0,36
	Argila	Vertical	Resistência de ponta (ensaio de cone)	1,91
	Silte argiloso	-	Teor de umidade	0,16
Ladd (1983)	Argila	Vertical	Resistência não drenada	1,0
Vanmarcke (1977a)	Argila	Vertical	Resistência de ponta (ensaio de cone)	1,2
	Areia	Vertical	Teor de umidade	2,7
		Vertical	Índice de vazios	3,0
		Vertical	Índice de compressibilidade	2,4
		Horizontal		55,0
Phoon <i>et al.</i> (1995)	Areia / Argila	Vertical	Piezocone (Resistência à penetração)	0,9
	Areia / Argila	Horizontal		47,9
	Argila	Vertical	Palheta	3,8
	Argila	Horizontal		50,7
	Argila	Vertical	Resistência não Drenada (laboratório)	2,5

2.12.3 Métodos de análises de estabilidade de taludes contabilizando a variabilidade espacial

- Métodos RFEM e RLEM

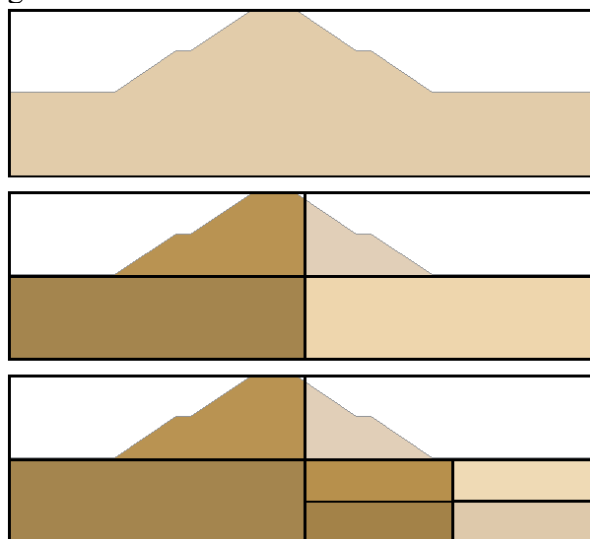
Javankhoshdel *et al.* (2017) explicam que análises de estabilidade probabilísticas considerando a variabilidade espacial das propriedades do solo têm sido realizadas utilizando o método do equilíbrio limite (“*Limit Equilibrium Method*” - LEM) e o método dos elementos finitos (“*Finite Element Method*” - FEM).

O Método dos Elementos Finitos Aleatório (“*Random Finite Element Method*” – RFEM) combina o modelo elastoplástico com a teoria dos campos aleatórios utilizando o método de subdivisão da média local (“*Local Average Subdivision*” - LAS) desenvolvido por Fenton e

Vanmarcke (1990) e mapeado na malha de elementos finitos. O algoritmo LAS define que cada nó tem diferentes valores da propriedade do solo atribuídos a ele, mas os nós próximos uns dos outros são correlacionados usando comprimentos de correlação horizontais e verticais.

A Figura 4.22 ilustra o algoritmo do método LAS de forma simplificada. Inicialmente, divide-se o modelo em quatro células, sendo que, para cada uma, é atribuído um valor diferente do parâmetro, mas cuja média das células equivalem ao parâmetro do modelo inicial. Na sequência, cada célula é novamente subdividida em quatro, sendo que a média dos valores atribuídos equivale à célula de origem, e assim por diante.

Figura 2.21: Método de subdivisão da média local.



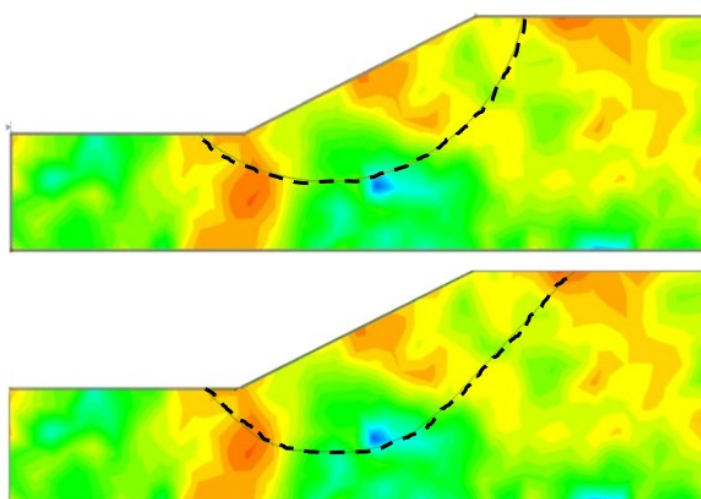
O Método do Equilíbrio Limite Aleatório (“*Random Limit Equilibrium Method*” – RLEM), segundo Javankhoshdel *et al.* (2017), é uma combinação do LEM como um método determinístico de análise juntamente com o mesmo campo aleatório gerado para a análise do RFEM e a simulação de Monte Carlo.

No RLEM, um campo aleatório é gerado inicialmente utilizando o método de subdivisão da média local (LAS) e depois mapeado em uma malha semelhante à malha do RFEM. Cada célula de malha no campo aleatório tem diferentes valores de propriedades do solo, e as células próximas umas das outras têm valores semelhantes, com base no valor da escala de flutuação. Em seguida, a análise de estabilidade contra deslizamentos (circulares ou não), a partir do método do equilíbrio limite, é realizada em cada simulação de Monte Carlo para calcular o fator de segurança. Em cada simulação de Monte Carlo, é realizada uma busca para encontrar os elementos de malha interceptados pela superfície de deslizamento. Os valores aleatórios da propriedade do solo são atribuídos a todas as fatias (ou lamelas) cujo ponto médio da base se encaixa nesse elemento. Uma abordagem de equilíbrio limite é então utilizada para calcular o

fator de segurança para cada simulação de Monte Carlo. A probabilidade de ruptura é definida como a proporção entre as simulações que falharam ($FS < 1$) e o número total de simulações.

A combinação do campo aleatório e as superfícies de ruptura circular e não circular é ilustrada na Figura 2.22.

Figura 2.22: Exemplo de superfícies de ruptura, circular (acima) e não circular (abaixo), associadas ao RLEM (adaptado de Javankhoshdel *et al.*, 2017).



Tabarrok *et al.* (2013) compararam os resultados de fator de segurança e probabilidade de ruptura pelos dois métodos, RLEM e RFEM, sendo que para o método de equilíbrio limite foram avaliadas superfícies circulares e não circulares. Os autores concluíram que a variabilidade espacial não pode ser contabilizada de forma realista utilizando RLEM e superfícies circulares. Por outro lado, os autores demonstraram que há uma boa convergência entre os resultados dos métodos RLEM – com superfície não circular – e o RFEM.

Duas desvantagens do método RFEM, de acordo com Cami *et al.* (2018), são o grande esforço computacional necessário e os problemas de convergência no caso de taludes com uma malha de elementos finitos pequena. Já para Mouyeaux *et al.* (2018), algumas das vantagens do método RFEM em relação ao RLEM residem no fato de não serem necessárias premissas acerca da superfície de ruptura e das forças entre fatias, uma vez que não existe o conceito de fatias, além de o comportamento do solo poder ser modelado em termos de tensões e deformações.

- Efeito do comprimento de correlação

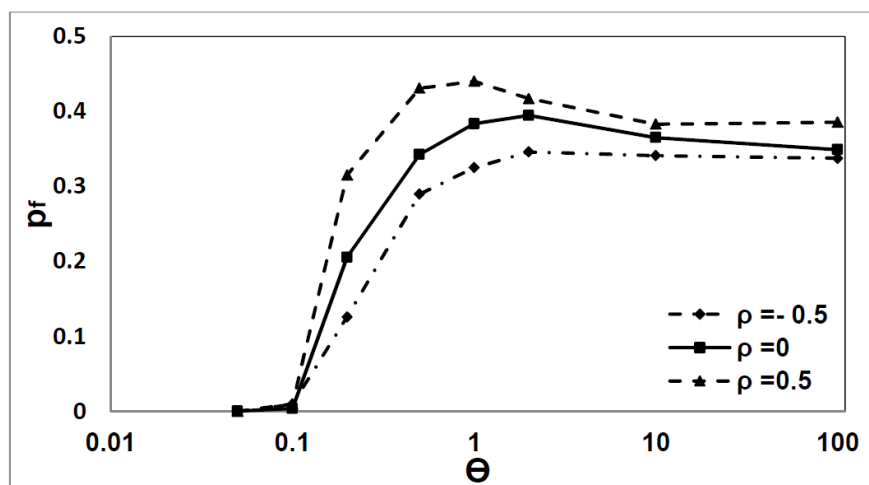
Análises probabilísticas de estabilidade incluindo a variabilidade espacial são reconhecidas por lidarem com uma menor probabilidade de ruptura; desta forma, análises tradicionais, ignorando a correlação espacial, seriam conservadoras.

Allahverdizadeh, Griffiths e Fenton (2015) descrevem que, para um dado valor do coeficiente de variação dos parâmetros de resistência do solo, existe um valor crítico do comprimento de correlação espacial que leva a uma confiabilidade mínima da massa do solo, conforme ilustrado na Figura 2.23. Em outras palavras, se a variação espacial for ignorada ou implicitamente assumida como infinita, a probabilidade de falha pode ser subestimada, resultando em um projeto não conservador. Este caso é chamado comprimento de correlação crítico, denominado na literatura internacional como “*worst-case*” (do inglês). No estudo de caso apresentado pelos autores, o comprimento de correlação crítico está entre 0,5 e 1 vez a altura do talude.

Dastpak et al. (2019) também descrevem a existência do comprimento de correlação crítico; no estudo de caso apresentado pelos autores, há um comprimento de correlação espacial de cerca de 10 m, que é igual a duas vezes a altura do talude, onde a probabilidade de ruptura aumenta até este ponto e, em seguida, ocorre uma diminuição repentina. Assim, os resultados da análise probabilística ignorando a variabilidade espacial das propriedades do solo não são mais o cenário mais conservador.

Zhu, Griffiths e Fenton (2018) explicam que o comprimento de correlação crítico é aquele em que a probabilidade de ruptura atinge o valor máximo, e que está associado com as dimensões da estrutura.

Figura 2.23: Probabilidade de ruptura versus comprimento de correlação espacial para diferentes graus de correlação entre as variáveis ângulo de atrito e coesão (Allahverdizadeh, Griffiths e Fenton, 2015).



- Comparação entre os tipos de análise de estabilidade

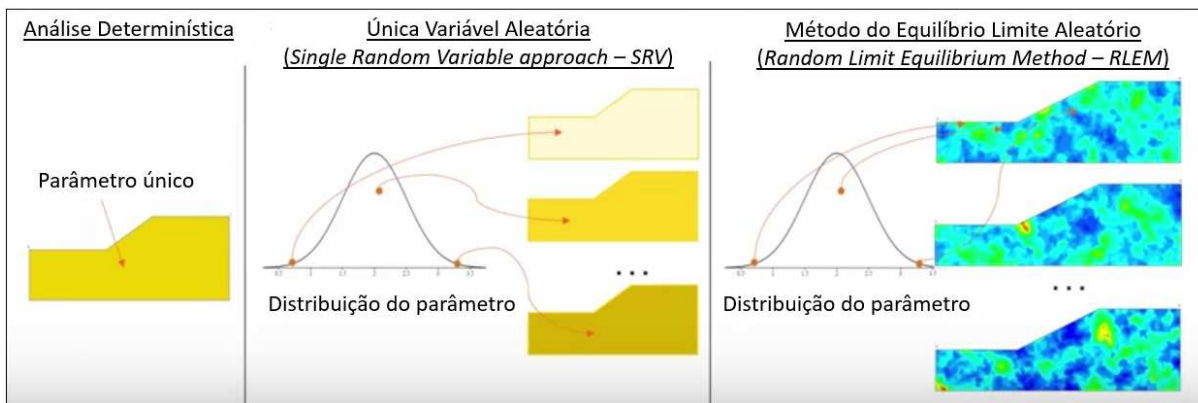
Por fim, apresenta-se um resumo comparativo entre os tipos de análises de estabilidade do ponto de vista determinístico ou probabilístico.

Conforme abordado no Item 2.3, as análises de estabilidade determinísticas utilizam valores únicos para os parâmetros de entrada do problema, que podem representar a média dos dados disponíveis ou, ainda, pode-se optar por valores inferiores, mais conservadores; de qualquer forma, não são contabilizadas as incertezas associadas às variáveis de entrada. A abordagem probabilística, por sua vez, considera a incerteza nos parâmetros presentes no problema, por meio do coeficiente de variação, da distribuição de probabilidades, da correlação entre as variáveis. Análises probabilísticas de estabilidade incluindo o fenômeno da variabilidade espacial adicionam como parâmetro de entrada a escala de flutuação, ou comprimento de correlação.

No caso em que os valores das variáveis são selecionados aleatoriamente a partir de uma distribuição de probabilidades e assumem o mesmo valor em todos os lugares, tem-se a abordagem de variável aleatória única (“*Single Random Variable*” – SRV), que implica em um comprimento de correlação infinito.

Os tipos de análises estão ilustrados na Figura 2.24 e sumarizados na Tabela 2.8.

Figura 2.24: Etapas das análises de estabilidade realizadas (Rocscience, 2018).



Vale destacar que, em uma análise probabilística, apenas os parâmetros de interesse precisam ser considerados como variáveis aleatórias. Neste caso, valores determinísticos são atribuídos aos parâmetros constantes, que normalmente são aqueles que fazem pouca influência no resultado da análise ou sobre os quais se tem maior confiabilidade. Analogamente, o grau de correlação entre as variáveis é um parâmetro opcional, não sendo um requisito das análises probabilísticas.

Tabela 2.8: Tipos de análise de estabilidade.

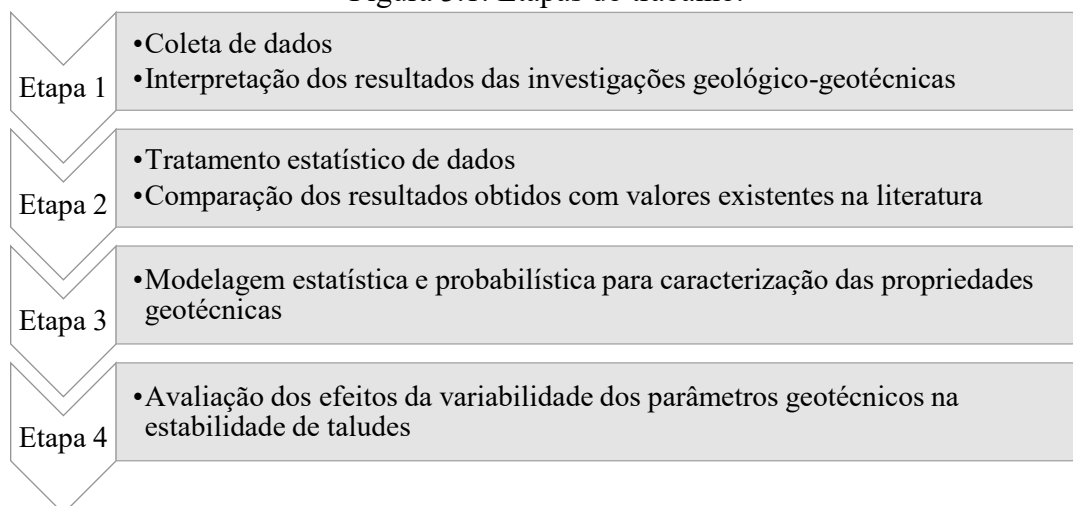
Tipo de Análise		Valor do Parâmetro	Distribuição do parâmetro	Parâmetros de entrada
Determinística		Constante	-	Valores determinísticos
Probabilística	Variável aleatória única	Pode ser assumido como variável aleatória	Valor único por simulação	Parâmetros da distribuição, grau de correlação entre variáveis
	Geração de campos aleatórios	Pode ser assumido como variável aleatória	Malha de distribuição por simulação	Parâmetros da distribuição, grau de correlação entre variáveis, comprimento de correlação vertical e/ou horizontal

3 ABORDAGEM METODOLÓGICA

Neste capítulo são apresentados os procedimentos e etapas necessários para a avaliação e modelagem das incertezas associadas às propriedades geotécnicas dos solos.

Para elucidação da metodologia proposta, os conceitos apresentados no Capítulo 2 foram aplicados a um estudo de caso envolvendo um conjunto de barragens de mineração localizado na região norte do Brasil. Os procedimentos aqui descritos, embora resumidos ao estudo de uma região específica, podem ser aplicados de forma similar em outros tipos de solos e estruturas geotécnicas, consideradas as suas particularidades. A Figura 3.1 sumariza a metodologia delineada para o presente trabalho.

Figura 3.1: Etapas do trabalho.



3.1 Coleta de dados

Esta primeira etapa consistiu na compilação dos dados disponíveis, interpretação dos ensaios de campo e de laboratório e caracterização geotécnica do local definido para o estudo de caso. O estudo de caso contemplou um grupo de barragens cuja finalidade é a disposição do rejeito oriundo do processo de lavagem da bauxita.

O referido sistema de disposição de rejeitos utiliza áreas previamente impactadas pela mineração para construção de reservatórios de rejeitos. Os maciços das estruturas são implantados aproveitando as pilhas de estéreis, anteriormente dispostas durante a operação de decapeamento e extração de minério, conformando-as com a execução de aterro compactado.

Dessa forma, os maciços das barragens possuem seção mista formada por material de pilha lançado e compactado, conhecido como argila amarela. A argila amarela constitui-se de uma

argila caulinitica de cor amarela, uniforme e permeável. Sua textura é finamente porosa, podendo conter pequenos nódulos gibsíticos e ferruginosos.

A camada de argila amarela compactada é um depósito de solo executado com controle e seleção de faixas granulométricas específicas, enquanto a camada subjacente foi lançada sem controle de compactação, conforme o avanço da frente de lavra, contendo muitas vezes traços de laterita e frações de argila variegada.

Abaixo da camada de argila amarela encontra-se uma espessa camada de material (superior a quinze metros) caracterizado como argila variegada. A argila variegada representa a fundação *in situ*, e compreende um material de textura argilosa, por vezes argilo-siltosa e arenosa de cores laranja, vermelha, marrom, roxo e rosa (argila variegada) com presença de porções esbranquiçadas.

Os dados disponíveis são referentes a uma extensa campanha de investigações geológico-geotécnicas executada na região em estudo, ilustrada na Figura 3.2 e na Figura 3.3.

Os dados avaliados no presente trabalho se limitaram aos ensaios de caracterização e resistência ao cisalhamento, dentre os quais podem ser citados: granulometria, limites de liquidez, peso específico dos grãos, teor de umidade, ensaios de compressão triaxial (do tipo CIU – adensado isotropicamente não drenado), cisalhamento simples (DSS) sem medida de poropressão, CPTu e Vane Test.

Figura 3.2: Distribuição espacial das investigações CPTu, VT e SPT.

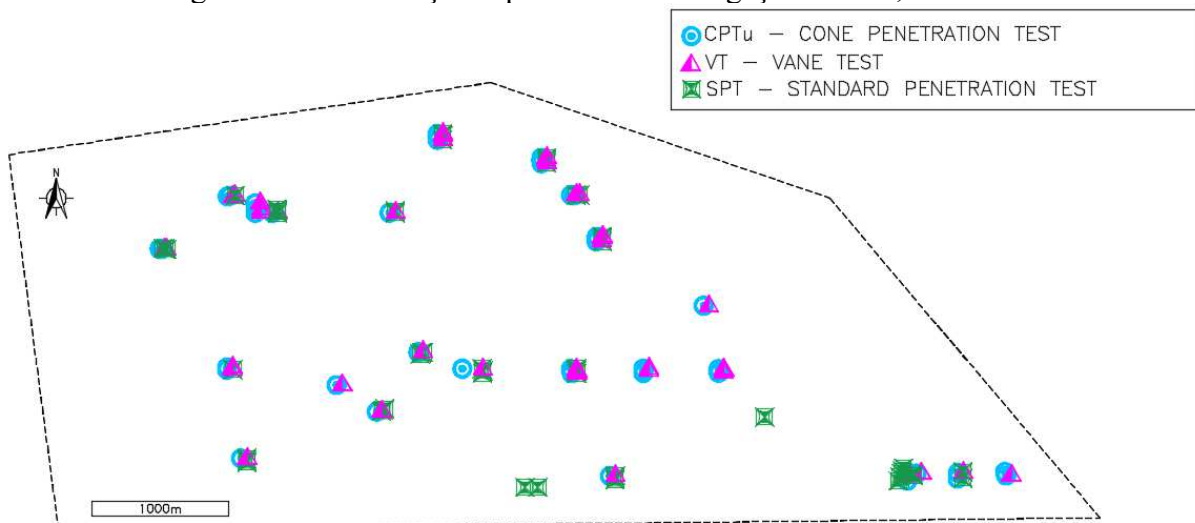
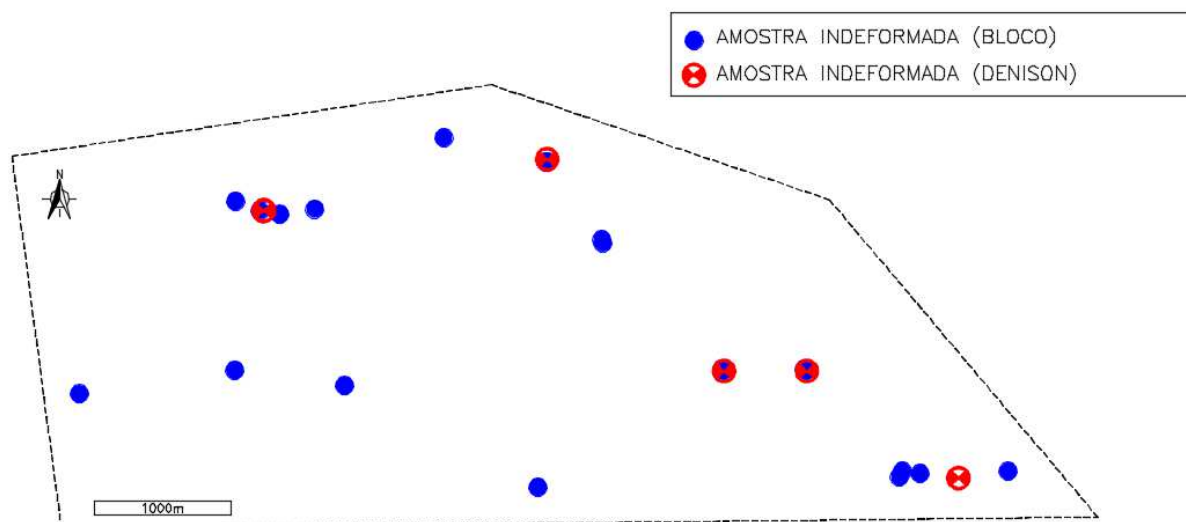


Figura 3.3: Distribuição espacial das coletas de amostras para ensaios laboratoriais.



A seguir são apresentados os quantitativos dos ensaios disponíveis para os três materiais, argila amarela compactada (ou simplesmente aterro), argila amarela lançada (ou simplesmente pilha) e argila variegada:

- Investigações de campo → 46 ensaios CPTu e 307 ensaios Vane Test.
- Ensaios de laboratório → os ensaios estão divididos por tipo de material na Tabela 3.1.

Tabela 3.1: Quantitativo dos ensaios laboratoriais.

Tipo de ensaio / Material	Argila amarela compactada	Argila amarela lançada	Argila variegada
Triaxial CIU _{sat} ⁽¹⁾	10	20	10
Cisalhamento simples DSS ⁽¹⁾	4	5	10
Teor de Umidade	10	18	10
Peso específico dos grãos	5	17	6
Granulometria	7	16	6
Limites de Atterberg	9	20	5

Nota (1): O quantitativo corresponde ao número completo de ensaios por amostra. Como cada amostra foi ensaiada a três níveis de tensões, o número total de ensaios é três vezes o quantitativo apresentado.

3.2 Tratamento estatístico dos dados

A etapa 2 consistiu em fazer um tratamento estatístico dos dados obtidos a partir dos conceitos abordados no Capítulo 2. A principal ferramenta utilizada para análise dos dados e exibição gráfica foi o *software* Excel.

Nesta etapa os dados foram avaliados no âmbito da estatística descritiva, ou seja, foram calculadas as medidas de média, desvio padrão e coeficiente de variação.

Posteriormente, os resultados obtidos nesta etapa foram comparados com os valores disponíveis na literatura. Esta comparação se faz importante uma vez que, na prática, comumente não se dispõe de uma grande quantidade de dados de ensaios para que se possa fazer um tratamento estatístico das propriedades dos solos em estudo; assim, é usual nestes casos recorrer a valores de referência encontrados na literatura e aplica-los às análises de estabilidade de taludes do local em estudo. A sugerida comparação visa contribuir com um julgamento da acuracidade de resultados de análises realizadas com parâmetros definidos por coeficientes de variação e distribuições de probabilidade típicos.

3.3 Modelagem estatística e probabilística das variáveis

A etapa 3 consistiu na modelagem da variabilidade espacial dos parâmetros geotécnicos de resistência ao cisalhamento dos três materiais ensaiados. As principais variáveis do estudo são: coesão e ângulo de atrito, resistência não drenada e razão de resistência não drenada.

A modelagem probabilística aplicada no presente trabalho consistiu na definição da distribuição de probabilidade de melhor ajuste e dos parâmetros de entrada para as análises de estabilidade (Etapa 4). Foi avaliado também o grau de correlação entre as variáveis coesão e ângulo de atrito.

As distribuições avaliadas no presente trabalho foram a log-normal e normal. A escolha das distribuições a serem testadas se limitou a alguns tipos de distribuições disponíveis no software de análise de estabilidade. Para definição da distribuição de melhor ajuste foram avaliados o p-valor do teste de aderência do tipo K-S (Kolmogorov-Smirnov) e, para as distribuições normal e log-normal, o p-valor do Teste de Shapiro-Wilk.

Por fim, foi aplicada a metodologia de campos aleatórios para caracterização da variabilidade espacial da resistência não drenada da argila variegada.

Definiu-se inicialmente uma função para representar a tendência dos dados. Na sequência, os resíduos foram padronizados e funções de autocorrelação (ACF) foram utilizadas para caracterizar a variabilidade espacial em dois locais diferentes no espaço. Modelos teóricos de autocorrelação (ACM) foram, então, ajustados à ACF definida. O comprimento de correlação, então, pode ser estimado a partir do parâmetro do modelo da ACM ajustada.

Para auxílio na modelagem, foi utilizado o *software* R, que é um programa gratuito para análise estatística de dados e exibição gráfica, além do *software* Excel.

3.4 Avaliação dos efeitos da variabilidade dos parâmetros na estabilidade de taludes

A etapa 4 consistiu em avaliar o efeito da variabilidade das propriedades geotécnicas dos solos a partir de análises de estabilidade bidimensionais de taludes. Para tanto, foram realizadas análises determinísticas, análises probabilísticas desconsiderando a variabilidade espacial e análises probabilísticas contabilizando o efeito da variabilidade espacial.

- Software utilizado e método de análise

O *software* utilizado no presente trabalho foi o Slide2, da Rocscience. O programa avalia a estabilidade bidimensional de taludes e se baseia no método de equilíbrio limite, comumente aplicado em análises de estabilidade de taludes rochosos e de terra. Como explica Maia (2003), este método não avalia as tensões, deformações ou deslocamentos; ao invés disso, considera o equilíbrio de forças atuantes em uma massa potencialmente instável. Assim, forças resistentes que tendem a se contrapor ao deslizamento são comparadas com forças mobilizantes que tendem a promover o deslizamento, a fim de determinar a ocorrência ou não do deslizamento.

Como o Slide2 se baseia em análises por equilíbrio limite, a variabilidade espacial foi contabilizada no problema em estudo a partir do RLEM. Conforme explicado por Tabarroki *et al.* (2013), análises não circulares apresentam melhor convergência no método RLEM e, portanto, este foi o tipo de busca de superfícies de ruptura atribuído ao programa. Por consequência, alguns métodos de equilíbrio limite não são aplicáveis, tais como o de Bishop. No presente estudo foi utilizado o método de Morgenstern-Price.

- Método probabilístico de simulação

Com relação ao método probabilístico de simulação, o *software* Slide2 apresenta duas opções: Monte Carlo e Hipercubo Latino. No presente trabalho foi utilizado o método de Monte Carlo.

Martins e Ferreira (2013) explicam que o método de Monte Carlo (MMC) tem como base a geração de uma quantidade de números pseudoaleatórios previamente estabelecida, com seus valores distribuídos segundo uma função com parâmetros identificados na amostra a ser analisada, e a partir de critérios de avaliação de sua aderência em relação à distribuição dos elementos da amostra. Em cada uma das iterações, o valor da variável aleatória – ou das variáveis aleatórias – é selecionado por um gerador de números pseudoaleatórios usando a função densidade de probabilidade especificada. Para cada iteração, um fator de segurança é

calculado e, ao final das análises, se obtém uma função de densidade de probabilidade para o fator de segurança, conforme explicam Pimentel *et al.* (2017).

Na sequência, se determina o número de vezes em que o FS foi inferior a 1,0. A probabilidade de ruptura (Pr) pode ser determinada por meio da função de densidade de probabilidade do fator de segurança ou dividindo-se o número de iterações em que FS foi inferior a 1,0 pelo número total de iterações realizadas.

O método de Hipercubo Latino (LHS) é semelhante ao MMC, com a diferença básica de que as amostras passam a ser tratadas como estratos e os números pseudoaleatórios são distribuídos de forma proporcional à distribuição dos elementos de cada amostra pelos estratos estabelecidos. A função a ser utilizada como função densidade de probabilidade é gerada a partir da união dos pontos médios de cada estrato e deve apresentar forma semelhante à da distribuição dos elementos da amostra pelos estratos a serem calculados em condições pré-estabelecidas. Conforme Martins e Ferreira (2013), diversos autores têm preferido o uso da técnica LHS, considerando a maior precisão e rapidez que o método fornece. No entanto, análises preliminares feitas neste trabalho não indicaram diferenças significativas; por essa razão, adotou-se o método de Monte Carlo.

Após escolha do método de simulação é preciso definir o tipo de análise, “*global minimum*” ou “*overall slope*”.

Conforme Pimentel *et al.* (2017), na opção “*global minimum*” a superfície de deslizamento que apresenta o fator de segurança mínimo global, calculada utilizando os parâmetros médios em uma análise determinística, é mantida fixa nas análises probabilísticas. Neste caso, essa superfície é assumida representativa da estabilidade de todo o talude. Calcula-se um fator de segurança para cada iteração, modificando-se os valores das variáveis aleatórias envolvidas no estudo por meio do gerador de números aleatórios. Na opção “*overall slope*”, se determina uma nova superfície crítica e um novo FS para cada iteração realizada com um conjunto de valores sorteados pelo gerador de números aleatórios. Uma busca pela superfície crítica é realizada por todo o talude, em cada iteração, exigindo um esforço computacional muito maior do que na opção anterior, podendo levar horas ou mesmo dias para a realização das análises. Em ambas as opções de análise podem ser obtidos o índice de confiabilidade e a probabilidade de ruptura. Quando a superfície crítica é sensível à variação dos parâmetros, é recomendada a utilização da opção “*overall slope*”. Ambas as opções foram utilizadas no presente trabalho.

- Análises com geração de campo aleatório

As análises probabilísticas com variabilidade espacial no *software* Slide2 requerem a distribuição estatística dos parâmetros de interesse e a escala de flutuação nas direções x e y. A partir desses dados, é gerado para cada simulação um campo aleatório de valores para a massa de solo de um determinado material. Dessa forma, durante a análise de estabilidade do talude, qualquer superfície de deslizamento que passe por uma variável espacialmente distribuída, encontrará variabilidade de propriedades ao longo da superfície de deslizamento.

Ao se habilitar a opção de análise com variabilidade espacial, o tipo de análise “*overall slope*” é automaticamente selecionado.

O *software* Slide2 apresenta ainda uma opção de cálculo automático do tamanho da malha do campo aleatório, a qual foi habilitada neste trabalho.

- Seções hipotéticas de estudo

Para exemplificar e quantificar o efeito da variabilidade dos materiais, foram utilizadas três seções transversais de uma barragem hipotética, representadas na Figura 3.4, Figura 3.5 e Figura 3.6, denominadas respectivamente de Caso A, Caso B e Caso C. Foram definidos como variáveis aleatórias os parâmetros de resistência ao cisalhamento dos três materiais estudados no presente trabalho, argila amarela compactada, argila amarela lançada e argila variegada. O peso específico dos materiais não foi considerado como variável aleatória no presente trabalho.

Figura 3.4: Seção transversal de análise – Caso A.

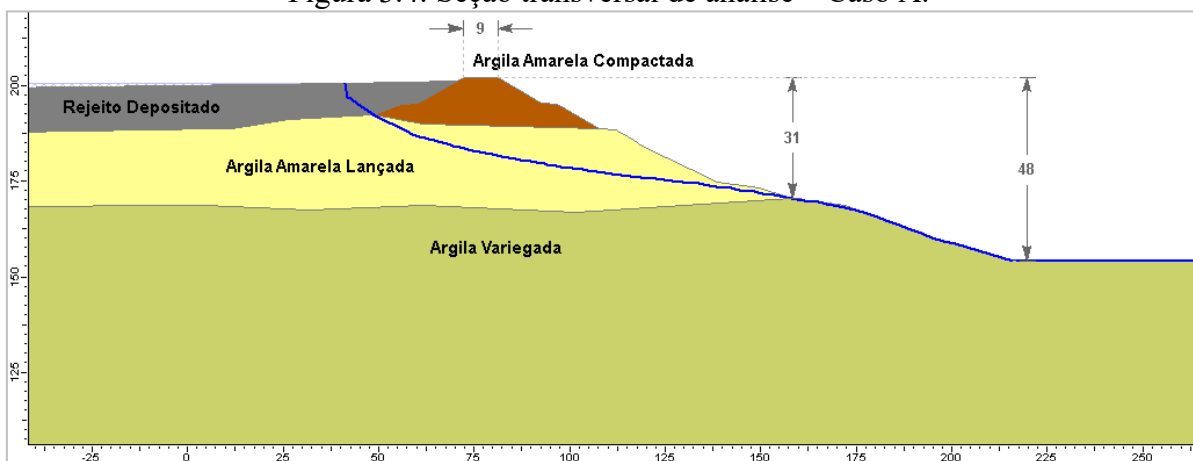


Figura 3.5: Seção transversal de análise – Caso B.

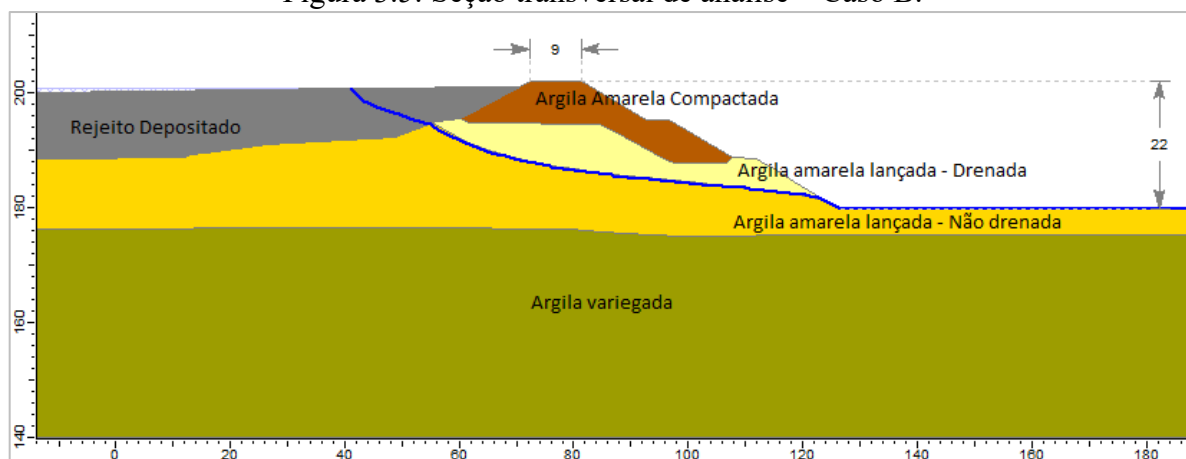
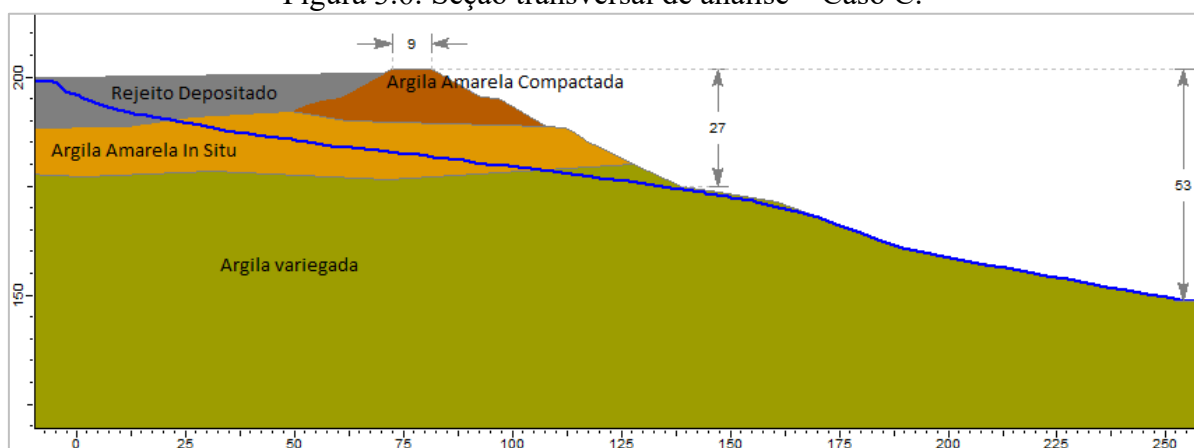


Figura 3.6: Seção transversal de análise – Caso C.



O Caso A é composto pelos três materiais em estudo, além do rejeito depositado no interior do reservatório. Os parâmetros do rejeito não são objeto de estudo deste trabalho e foram assumidos como constantes. A condição de carregamento adotada foi a de longo prazo, na qual foram aplicados parâmetros drenados. Além do cenário base, que corresponde aos parâmetros de entrada definidos nas seções anteriores, foi realizada uma análise de sensibilidade do grau de correlação entre as variáveis coesão e ângulo de atrito (incerteza de modelo) e a probabilidade de ruptura.

O Caso B é composto pelos mesmos materiais do Caso A, mas além da geometria diferente, considerou a condição de carregamento de curto prazo, na qual foram definidos parâmetros não drenados, para os materiais saturados, e drenados para aqueles acima da linha freática. Além do cenário base, foi realizada uma análise de sensibilidade da influência do coeficiente de variação dos materiais na probabilidade de ruptura.

O Caso C é composto pela argila amarela compactada, argila variegada, rejeito e argila amarela *in situ*, sendo que os últimos dois não são objeto de estudo deste trabalho e foram assumidos como constantes. Apenas a condição de carregamento de curto prazo foi adotada para esta

seção. Além do cenário base, que corresponde aos parâmetros de entrada definidos nas seções anteriores, foi realizada uma análise de sensibilidade da influência do comprimento de correlação vertical da resistência não drenada da argila variegada (variabilidade espacial) na probabilidade de ruptura.

O modelo de percolação de ambas as seções também foi assumido como constante.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Este capítulo contempla os principais resultados obtidos a partir das quatro etapas definidas na abordagem metodológica (1- Coleta de dados; 2- Análise descritiva; 3- Modelagem estatística e probabilística; 4- Efeitos da variabilidade dos parâmetros na estabilidade de taludes), bem como a análise crítica destes.

4.1 Etapas 1 e 2 – Resultados da coleta e análise descritiva dos dados

Após coleta e interpretação dos resultados disponíveis, os dados foram tratados e agrupados com base nas propriedades e parâmetros geotécnicos de interesse, conforme sumarizado nos subitens a seguir.

4.1.1 Resultados dos ensaios de caracterização

Os ensaios de caracterização realizados em amostras dos três materiais em estudo (argila amarela compactada, argila amarela lançada e argila variegada) estão sumarizados na Tabela 4.1. A tabela apresenta ainda os valores dos coeficientes de variação e o número de amostras ensaiadas.

Tabela 4.1: Síntese dos resultados dos ensaios de caracterização.

Parâmetro	Estatística	Argila Amarela Compactada	Argila Amarela Lançada	Argila Variegada
Porcentagem de finos (%)	Média	82	81	88
	Intervalo	71 – 94	43 – 98	80 – 95
	No.	9	19	5
	CV (%)	8	20	7
Teor de umidade (%)	Média	31	38	32
	Intervalo	28 – 36	25 – 44	28 – 36
	No.	13	39	10
	CV (%)	8	12	6
Limite de liquidez (%)	Média	76	72	52
	Intervalo	57 – 96	53 – 90	45 – 63
	No.	9	20	4
	CV (%)	14	12	13
Limite de plasticidade (%)	Média	40	40	25
	Intervalo	31 – 50	31 – 54	21 – 28
	No.	9	20	4
	CV (%)	16	16	9
Índice de plasticidade (%)	Média	36	32	27
	Intervalo	20 – 57	12 – 51	18 – 35
	No.	9	20	4
	CV (%)	29	27	22

Tabela 4.1: Síntese dos resultados dos ensaios de caracterização (continuação).

Parâmetro	Estatística	Argila Amarela Compactada	Argila Amarela Lançada	Argila Variiegada
Índice de vazios	Média	1.02	1.20	0.93
	Intervalo	0.88 – 1.26	0.98 – 1.39	0.84 – 1.09
	No.	8	20	7
	CV (%)	13	11	10
Massa específica seca (g/cm ³)	Média	1.37	1.23	1.38
	Intervalo	1.23 – 1.51	1.10 – 1.41	1.30 – 1.46
	No.	10	20	7
	CV (%)	7	7	4
Massa específica natural (g/cm ³)	Média	1.80	1.68	1.83
	Intervalo	1.66 – 1.96	1.58 – 1.81	1.72 – 1.90
	No.	10	20	7
	CV (%)	5	4	3
Densidade relativa dos grãos (g/cm ³)	Média	2.84	2.74	2.64
	Intervalo	2.80 – 2.86	2.64 – 2.92	2.62 – 2.67
	No.	6	17	6
	CV (%)	3	3	1

De forma geral, é possível observar que a argila amarela lançada apresenta uma maior variabilidade para a percentagem de finos e teor de umidade, consistente com o fato de ser uma camada de material lançado, sem controle de compactação.

As curvas granulométricas, ilustradas na Figura 4.1 a Figura 4.3, indicam que os três materiais apresentam matriz predominantemente argilosa. A argila amarela lançada, no entanto, apresenta maior variabilidade, bem como significativas porções de pedregulho.

Figura 4.1: Granulometria da argila amarela compactada.

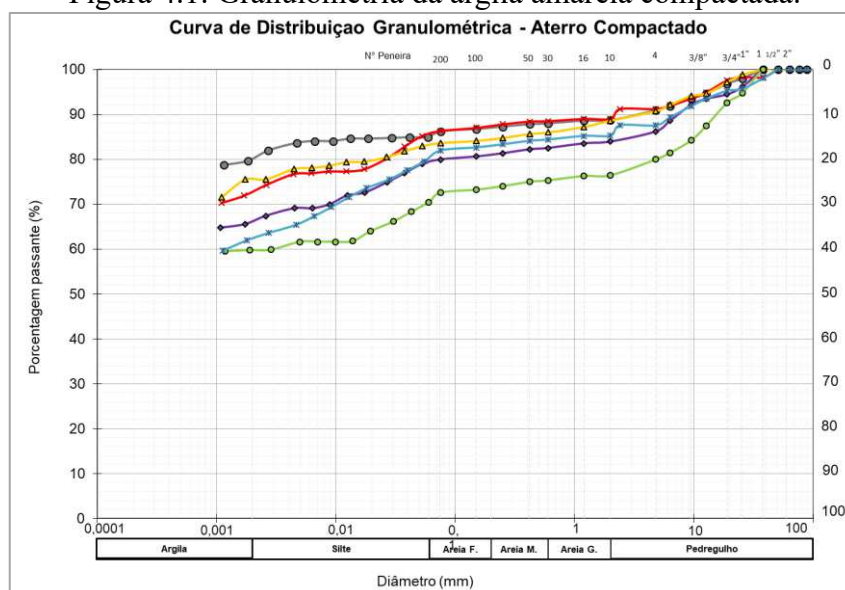


Figura 4.2: Granulometria da argila amarela lançada.

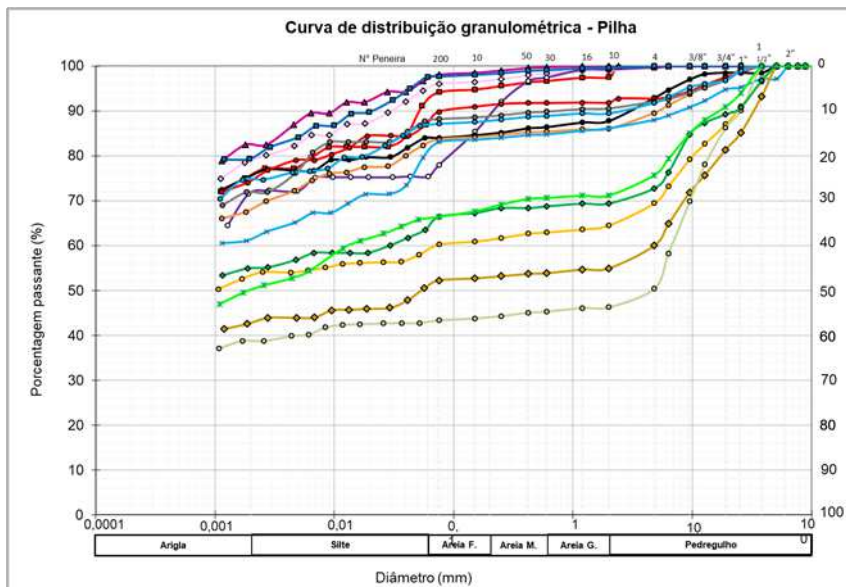
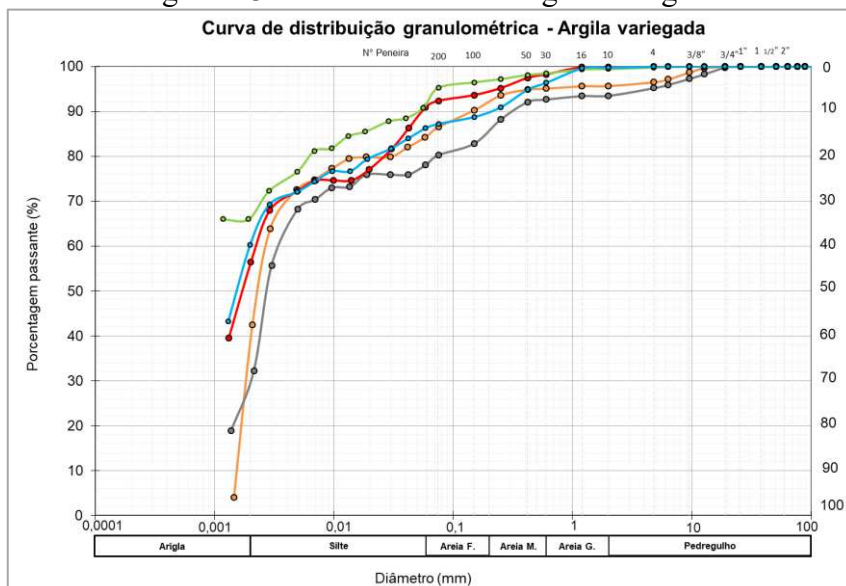
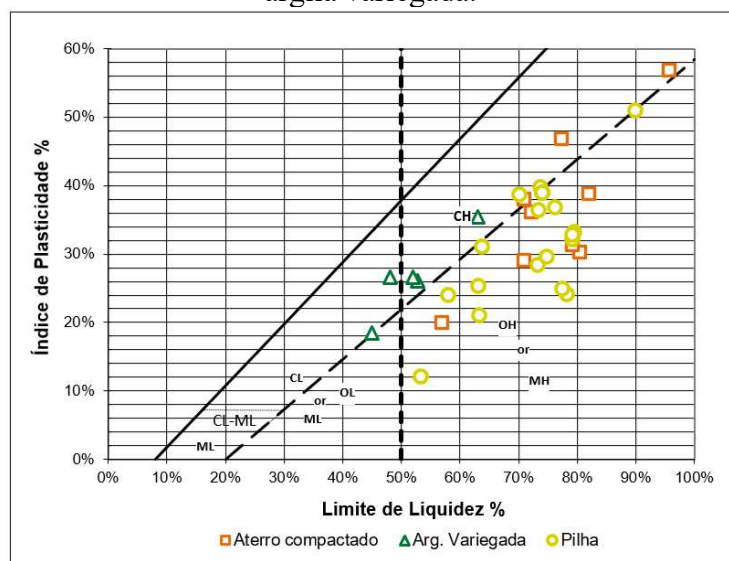


Figura 4.3: Granulometria da argila variegada.



A Figura 4.4 apresenta a relação do índice de plasticidade com o limite de liquidez, obtida a partir do gráfico de plasticidade. A argila amarela (lançada ou compactada) se enquadra nas categorias MH a CH, podendo ser classificada como um material silteoso a argiloso de alta plasticidade. A argila variegada, por sua vez, se classifica como material argiloso de média a alta plasticidade (CL a CH).

Figura 4.4: Limites de Atterberg da argila amarela compactada, argila amarela lançada e argila variegada.



- Comparação com informações disponíveis na literatura

Após compilação dos dados, os resultados obtidos foram confrontados com faixas de valores de CV e correlações entre propriedades disponíveis na literatura.

A Tabela 4.2 indica as faixas de CV obtidas nos ensaios comparadas a alguns dos intervalos típicos sumarizados anteriormente na Tabela 2.2. Como a argila amarela compactada, argila amarela lançada e a argila variegada apresentaram CVs equiparáveis, a faixa de valores obtidos compreende o grupo dos três materiais.

Tabela 4.2: Comparação entre os intervalos de CV reportados na literatura e obtidos nos ensaios.

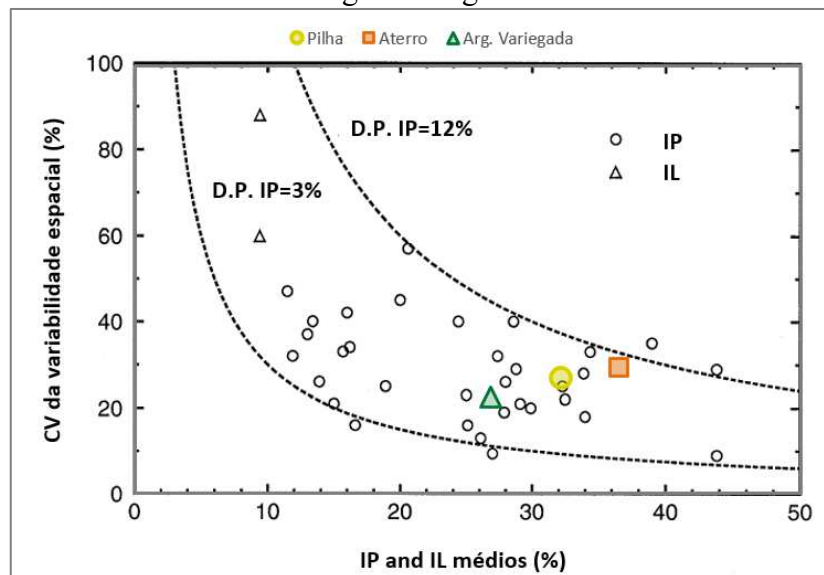
Parâmetro	Faixa de valores obtidos nos ensaios	Faixa de valores reportados na literatura	
		Intervalo (%)	Referência
Teor de umidade (%)	6% - 12%	8% - 30%	Phoon e Kulhawy, 1999a
		7% - 46%	Kulhawy <i>et al.</i> , 2000
Limite de liquidez (%)	12% - 14%	6% - 30%	Phoon e Kulhawy, 1999a
		7% - 39%	Kulhawy <i>et al.</i> , 2000
Limite de plasticidade (%)	9% - 16%	6% - 30%	Phoon e Kulhawy, 1999a
		6% - 34%	Kulhawy <i>et al.</i> , 2000
Índice de plasticidade (%)	22% - 29%	8% - 44% ⁽¹⁾	Phoon e Kulhawy, 1999a
		9% - 57%	Kulhawy <i>et al.</i> , 2000
Índice de vazios	10% - 13%	7% - 30%	Uzielli <i>et al.</i> , 2006
Massa específica (g/cm ³) ₍₂₎	1% - 7%	< 10%	Phoon e Kulhawy, 1999a
		2% - 20%	Kulhawy <i>et al.</i> , 2000
		3% - 8%	Sandroni e Sayão, 1992 ⁽³⁾

Notas: ⁽¹⁾ Calculado com base no valor médio obtido nos ensaios. A faixa de variação proposta pelo autor é definida como: (3-12%)/ média; ⁽²⁾ resultados da massa específica natural, seca e dos grãos; ⁽³⁾ Lumb, 1974; Lee *et al.*, 1983; Pacheco, 1991; Christian *et al.*, 1992.

É possível observar que os CVs obtidos se enquadram dentro das faixas reportadas na literatura e que, de forma geral, se encontram mais próximos ao limite inferior do que superior. Observa-se, ainda, que os CVs do IP são superiores aos do LL e LP. Isto ocorre, segundo Kulhawy, Phoon e Prakoso (2000), porque o IP não é uma propriedade medida diretamente, e sim derivada a partir das medidas de LL e LP. Logo, o IP é afetado pelas incertezas nas medições de LL e LP.

No gráfico da Figura 4.5, extraído de Phoon e Kulhawy (1999a), foram plotados os valores de índice de plasticidade (média e coeficiente de variação) obtidos nos ensaios. Mesmo o eixo y representando a variabilidade espacial – e não a total, como a calculada a partir dos ensaios – observa-se aderência em relação à faixa de valores definida pelos autores.

Figura 4.5: Limites de Atterberg da argila amarela compactada, argila amarela lançada e argila variegada.



4.1.2 Resultados dos ensaios de resistência ao cisalhamento

- Resultados dos ensaios triaxiais e DSS

Os ensaios de laboratório executados para a determinação da resistência ao cisalhamento foram: ensaios triaxiais do tipo CIU_{sat} (adensado isotropicamente e não drenado em corpos de prova saturados) e ensaios DSS (cisalhamento simples ou “*direct simple shear*”).

Os ensaios CIU_{sat} foram realizados para as tensões confinantes de 75, 150 e 300 kPa, em função das tensões estimadas nas estruturas. Os parâmetros de resistência efetivos dos materiais, obtidos nos ensaios triaxiais, foram determinados por meio das envoltórias de ruptura considerando os critérios de máxima obliquidade e máxima tensão desviadora.

A Tabela 4.3 apresenta uma compilação dos parâmetros de resistência efetivos (coesão, c' , e ângulo de atrito, ϕ'), obtidos a partir do ensaio triaxial CIU_{sat} , para cada amostra dos três materiais ensaiados.

Tabela 4.3: Parâmetros de resistência efetivos obtidos a partir do ensaio triaxial CIU_{sat} .

Estatística	Argila amarela compactada		Argila amarela lançada		Argila variegada	
	c' (kPa)	ϕ' (°)	c' (kPa)	ϕ' (°)	c' (kPa)	ϕ' (°)
Tendência dos pontos $p'xq$ ⁽¹⁾	21	34	10	29	25	26
Média individual ⁽²⁾	24	33	14	27	29	25
Intervalo	11 - 41	28 - 36	2 - 39	19 - 36	10 - 65	19 - 30
No.	10	10	20	20	10	10
CV (%) ⁽²⁾	35	8	65	17	65	16

Notas: ⁽¹⁾ Parâmetros calculados a partir da linha de tendência do conjunto total de pontos $p'xq$, em que p' e q foram definidos pela trajetória de tensões do tipo MIT; ⁽²⁾ Parâmetros calculados a partir dos pares de valores c' e ϕ' obtidos para cada ensaio, considerando três amostras por ensaio (tensões confinantes de 75, 150 e 300 kPa).

O material de aterro compactado apresenta uma menor dispersão dos pontos $p'xq$ (e, portanto, dos parâmetros c' e ϕ'), seguido pela argila variegada e, por último, a argila amarela lançada (pilha). Na Figura 4.6 à Figura 4.8 é apresentada a compilação de todas as trajetórias de tensões efetivas e definição da linha de ajuste para definição dos parâmetros c' e ϕ' do critério de ruptura de Mohr Coulomb, por material.

É possível observar que o material do aterro compactado apresenta inicialmente uma tendência suave à contração, seguido de mudança de fase para dilatante. Os parâmetros obtidos pelos critérios de máxima obliquidade e máxima tensão desviadora foram similares e, portanto, apenas a máxima obliquidade foi representada na Figura 4.6.

A argila amarela lançada, ao contrário da compactada, apresenta maior tendência à contração, sobretudo para maiores tensões; para este material os parâmetros foram obtidos pelo método da máxima tensão desviadora.

Figura 4.6: Trajetórias de tensões efetivas das amostras ensaiadas da argila amarela compactada.

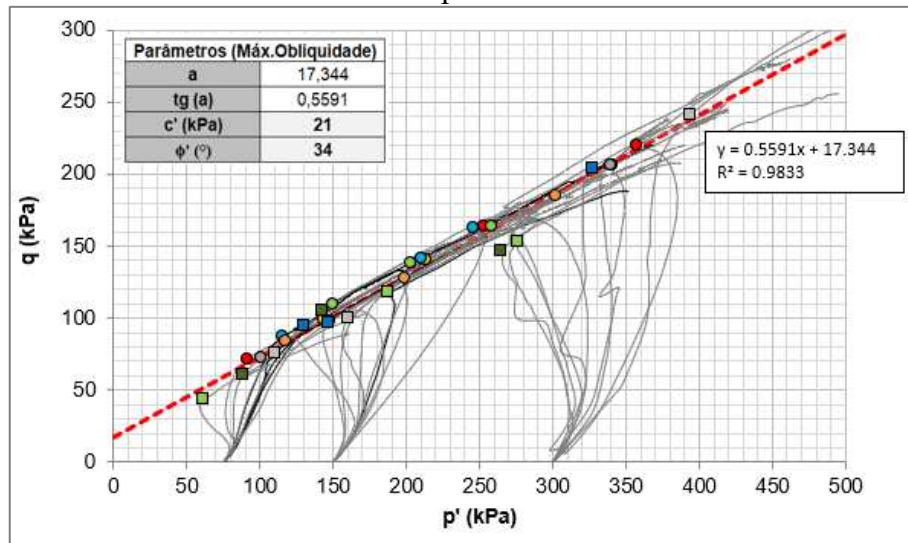
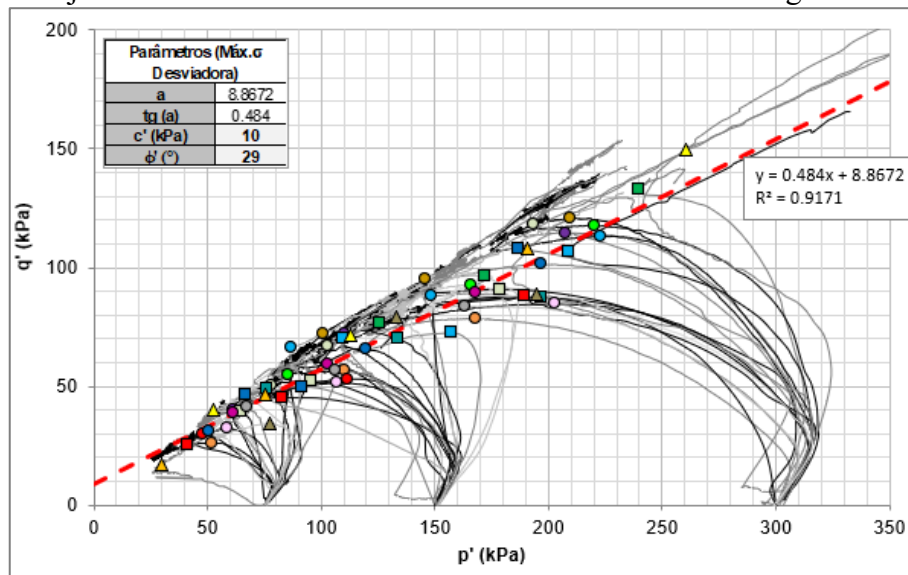
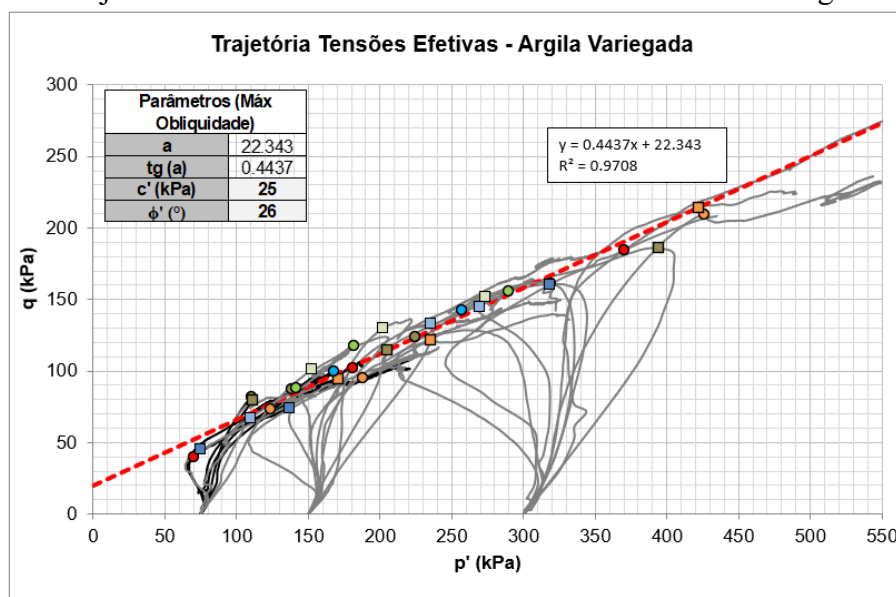


Figura 4.7: Trajetórias de tensões efetivas das amostras ensaiadas da argila amarela lançada.



A argila variegada, por sua vez, apresenta amostras com comportamento predominantemente dilatante e outras com comportamento contrátil. Destaca-se, no entanto, que a tendência à contração é mais evidente para as amostras ensaiadas com uma tensão confinante de 300 kPa. Este fato pode estar associado à tensão de pré-adensamento da argila, a qual, de acordo com resultados de ensaios de adensamento edométricos (não apresentados no presente trabalho por questão de limitação do escopo), se encontra entre 200 kPa e 370 kPa. Para este material os parâmetros foram obtidos pelo método da máxima tensão desviadora.

Figura 4.8: Trajetórias de tensões efetivas das amostras ensaiadas da argila variegada.



Os parâmetros não drenados foram obtidos a partir da resistência ao cisalhamento de pico, normalizada pela tensão efetiva confinante inicial. Como o aterro compactado apresentou comportamento predominantemente dilatante, não foram calculados parâmetros não drenados para este material.

Os resultados de resistência não drenada (s_u) e razão de resistência não drenada (s_u/σ'_{v0}) estão sumarizados na Tabela 4.4 e ilustrados na Figura 4.9 e Figura 4.10, juntamente com uma linha de referência para o conjunto de dados (triaxial e DSS). A seleção dos parâmetros de projeto, no entanto, está apresentada adiante na Seção 4.2.

Tabela 4.4: Parâmetros de resistência não drenados obtidos a partir dos ensaios triaxial CIU_{sat} e DSS.

Ensaio	Estatística	Argila amarela lançada		Argila variegada	
		s_u (kPa)	s_u/σ'_{v0}	s_u (kPa)	s_u/σ'_{v0}
CIU _{sat}	Média	71	0,43	116	0,74
	Intervalo	17 - 150	0,23 - 1,02	38 - 214	0,39 - 1,33
	No.	63	63	36	36
	CV (%)	42	38	43	34
DSS	Média	45	0,30	67	0,49
	Intervalo	25 - 82	0,19 - 0,63	48 - 83	0,23 - 0,96
	No.	15	15	30	30
	CV (%)	38	46	16	47

Nota: s_u é a resistência ao cisalhamento não drenada e s_u/σ'_{v0} é a razão de resistência ao cisalhamento não drenada pela tensão vertical efetiva.

É possível observar coeficientes de variação similares para os dois materiais, bem como para os dois parâmetros (s_u e s_u/σ'_{v0}), variando entre 34% e 47%, com exceção do CV de $s_u(DSS)$ da argila variegada, que indicou um CV igual a 16%. Observa-se ainda uma menor razão de resistência para a tensão confinante de 300 kPa do que para a tensão de 75 kPa, uma vez que os materiais apresentam maior tendência a contração a altas tensões.

Figura 4.9: Razão de resistência ao cisalhamento não drenada obtida nos ensaios de laboratório – argila amarela lançada.

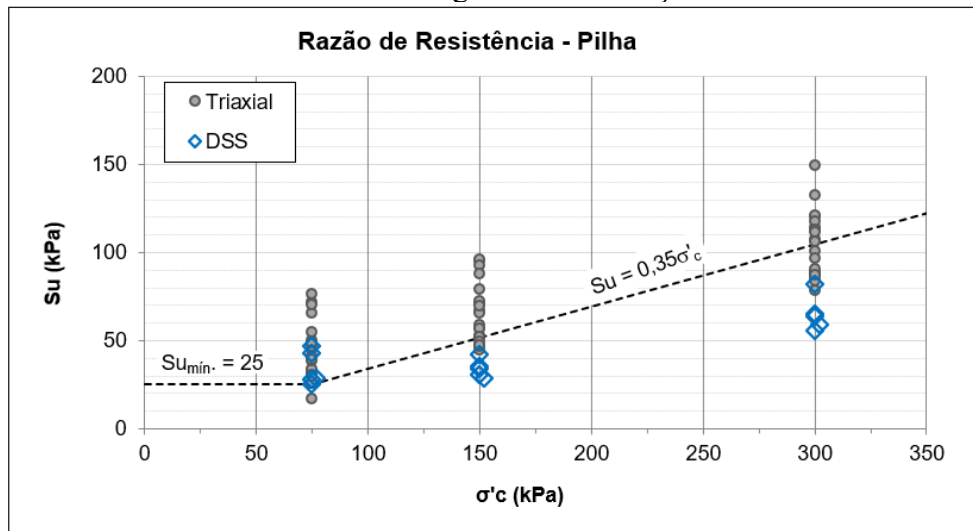
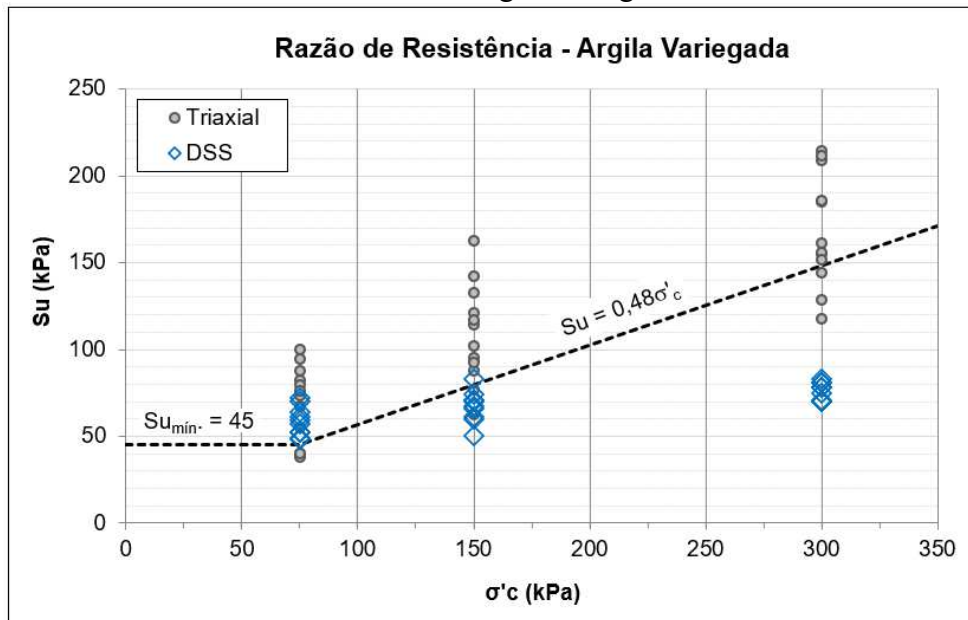


Figura 4.10: Razão de resistência ao cisalhamento não drenada obtida nos ensaios de laboratório – argila variegada.

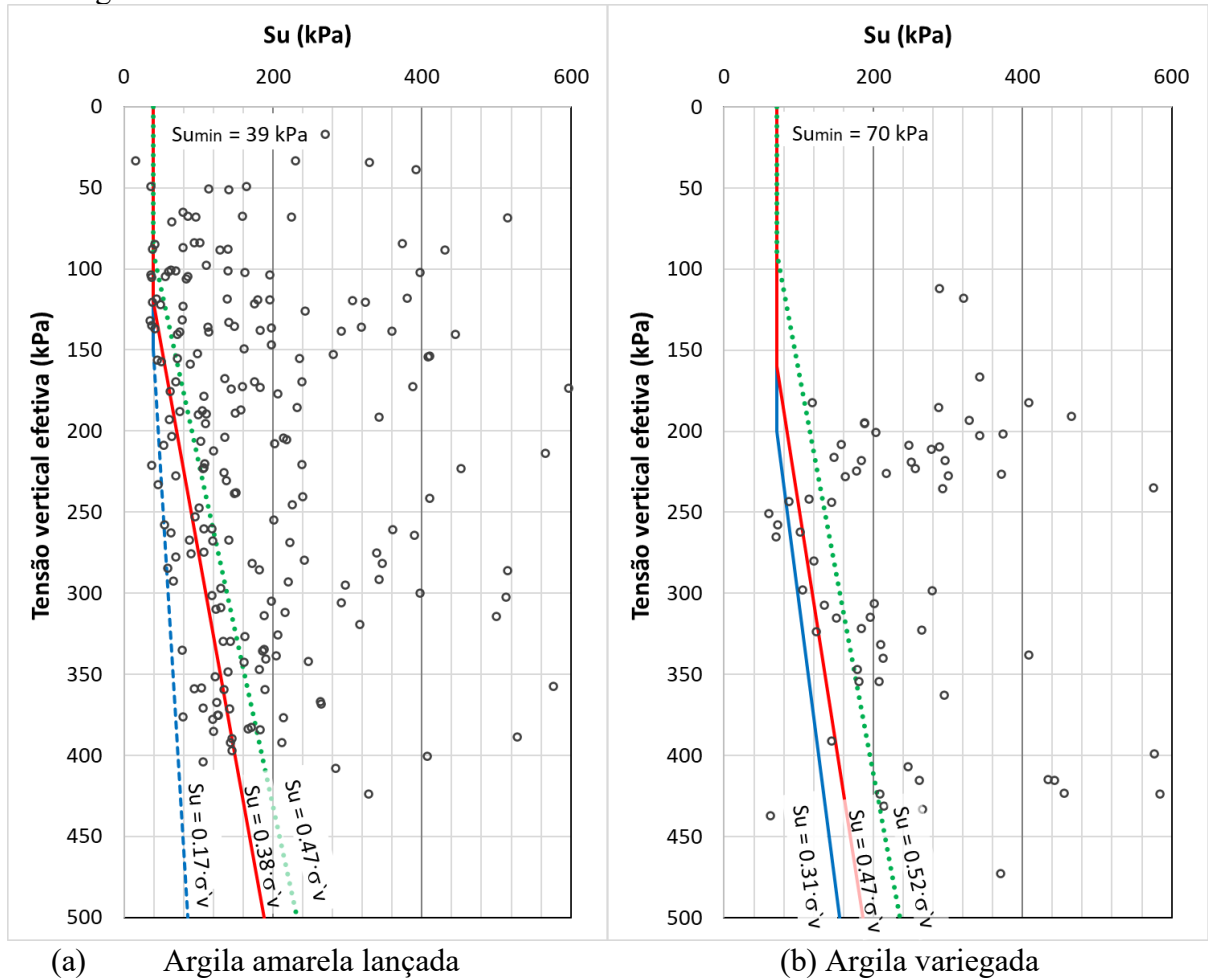


- Resultados dos ensaios Vane Test e CPTu

Os valores de resistência não drenada de pico obtidos por meio dos ensaios Vane Test estão ilustrados na Figura 4.11 *versus* a tensão vertical efetiva, para ambos os materiais, argila

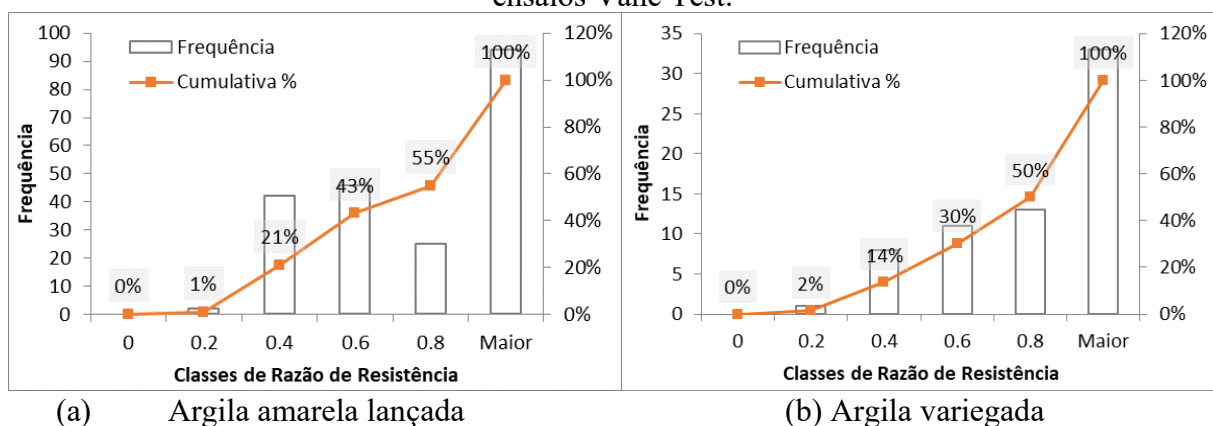
amarela lançada e argila variegada. Os gráficos indicam ainda uma representação das razões de resistência e resistência não drenada mínima. É possível observar uma dispersão significativa nos dados para um mesmo nível de tensão.

Figura 4.11: Resistência ao cisalhamento não drenada obtida nos ensaios Vane Test.



Já a Figura 4.12 apresenta o histograma de frequência das razões de resistência ao cisalhamento para os dois materiais, indicando uma percentagem considerável de valores superiores a 0,80.

Figura 4.12: Histograma de frequência da resistência ao cisalhamento não drenada obtida nos ensaios Vane Test.



Valores elevados podem estar associados a uma maior densidade, maior percentual de frações com granulometria grossa, ou ainda a um grau de saturação menor, que resultaria numa resistência drenada ou parcialmente não drenada. Neste caso, valores elevados de S_u/σ'_{v0} podem implicar em uma resistência superior à drenada e, portanto, valores acima de 0.80 foram descartados das análises, como indica a Tabela 4.5.

Tabela 4.5: Parâmetros de resistência não drenados obtidos a partir dos ensaios Vane Test.

Estatística	Argila amarela lançada		Argila variegada	
	S_u (kPa)	S_u/σ'_{v0} ⁽¹⁾	S_u (kPa)	S_u/σ'_{v0} ⁽¹⁾
Média	193	0.47	250	0.52
Intervalo	16 - 697	0.17 – 0.79	60 - 584	0.14 - 0.79
No.	209	115	66	33
CV (%)	73	33	50	31

Nota: (1) Desconsiderando-se os valores superiores a 0.80.

Os valores de S_u apresentados na Tabela 4.5 compreendem todo o conjunto de resultados obtidos a partir dos ensaios Vane Test e, portanto, apresentam um CV mais alto (73% e 50%). Já os valores de S_u/σ'_{v0} estão limitados a 0,80, conforme descrito anteriormente e, dessa forma, apresentam um CV menor (33% e 31%).

Para obtenção da resistência não drenada (S_u) a partir dos ensaios de CPTu, foram utilizadas as Equações 54 e 55.

$$q_t = q_c + u_2(1 - a) \quad (\text{Eq 54})$$

Na qual:

q_c e q_t – resistência de ponta e resistência real mobilizada, respectivamente;

u_2 – poropressão na base do cone;

a – relação entre as áreas interna e externa do cone.

$$S_u = \frac{q_t - \sigma_{v0}}{Nkt} \quad (\text{Eq 55})$$

Na qual:

S_u – resistência ao cisalhamento não drenada;

σ_{v0} tensão vertical;

Nkt fator de cone.

O fator de cone Nkt correlaciona q_t e σ_{v0} obtidos por meio dos ensaios CPTu com os valores de S_u obtidos por meio dos ensaios Vane Test. A Figura 4.13 e a Figura 4.14 ilustram a dispersão dos valores calculados de Nkt , enquanto a Tabela 4.6 sumariza os resultados obtidos. Para cada ensaio CPTu foram utilizados valores de S_u e Nkt correspondentes a ensaios Vane Test executados em furos adjacentes.

Figura 4.13: Parâmetro Nkt – argila amarela lançada.

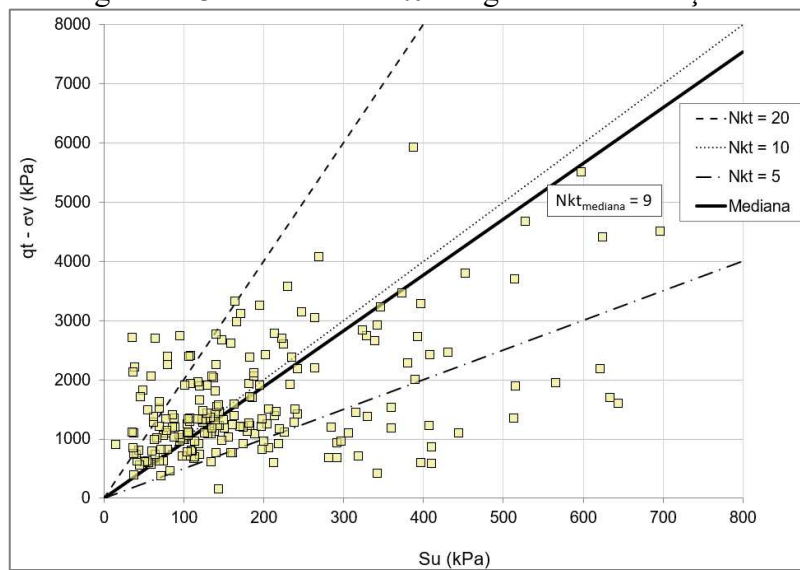


Figura 4.14: Parâmetro Nkt – argila variegada.

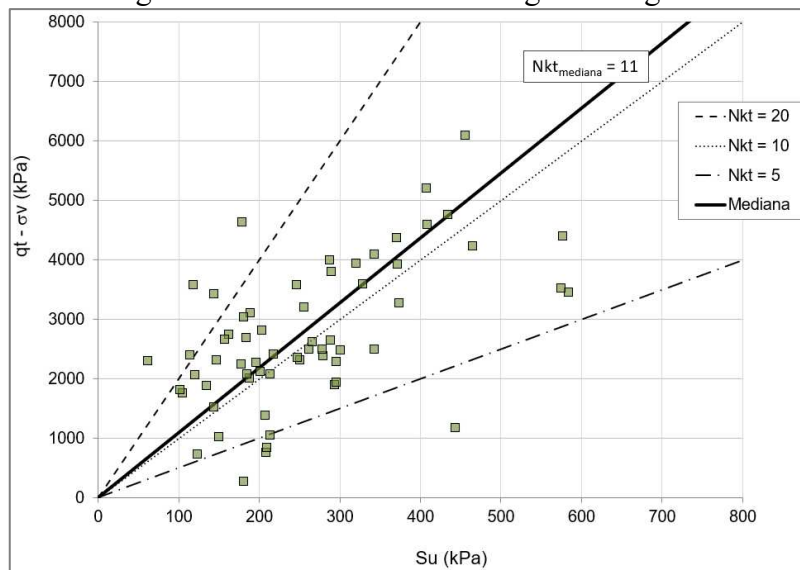


Tabela 4.6: Resultados do parâmetro Nkt .

Estatística	Nkt	
	Argila amarela lançada	Argila variegada
Média	12	12
Mediana	9	11
No.	205	62
CV (%)	84	52

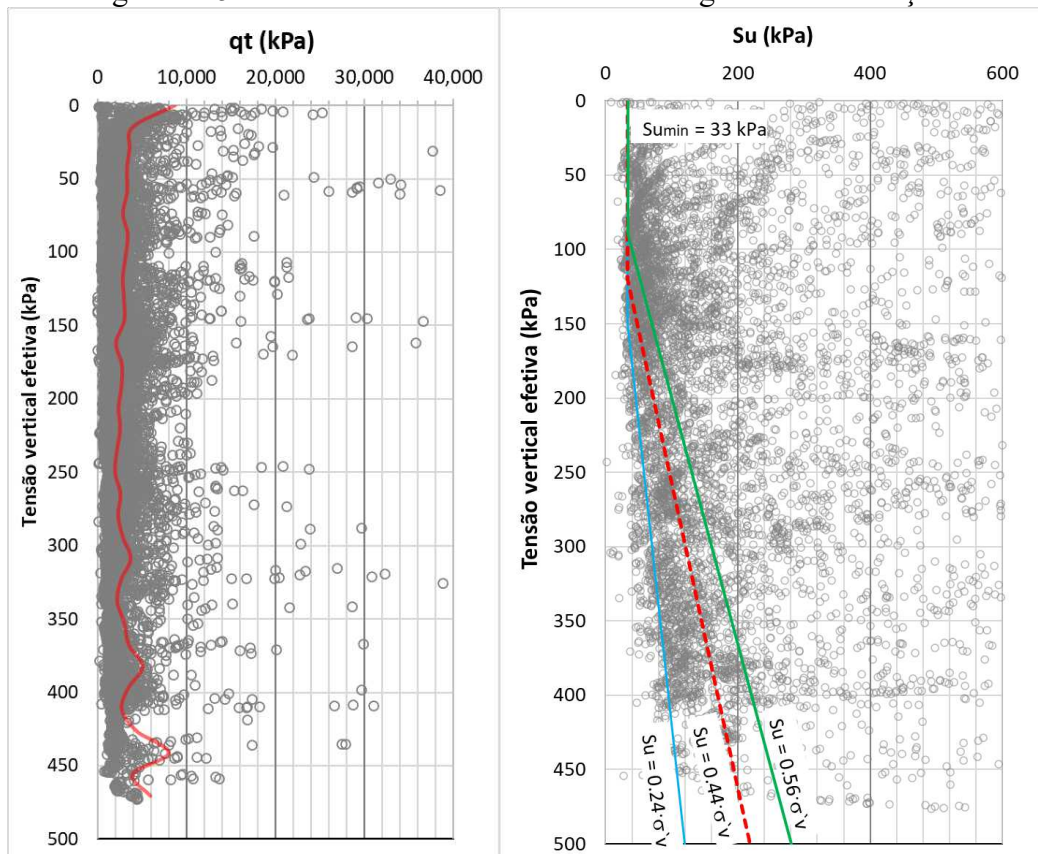
Embora o valor médio de Nkt seja o mesmo para os dois materiais, a argila amarela lançada apresentou um CV de 84%, enquanto a argila variegada apresentou um CV de 52%.

Os valores de resistência não drenada de pico obtidos por meio dos ensaios CPTu, bem como q_t , estão ilustrados na

Figura 4.15 e na Figura 4.16 versus a tensão vertical efetiva, para ambos os materiais, argila amarela lançada e argila variegada. Os gráficos indicam ainda uma representação das razões de resistência e resistência não drenada mínima.

A Figura 4.17 apresenta o histograma de frequência das razões de resistência ao cisalhamento para os dois materiais. Novamente, razões de S_u/σ'_{v0} superiores a 0.80 foram descartadas das análises.

Figura 4.15: Resultados dos ensaios CPTu na argila amarela lançada.



Como os resultados da resistência real mobilizada (q_t) e os valores de S_u calculados por meio de correlação com Nkt apresentaram uma significativa dispersão, valores superiores ao percentil 90° foram considerados outliers e descartados dos cálculos estatísticos. Este tratamento foi aplicado para ambos os materiais.

Figura 4.16: Resultados dos ensaios CPTu na argila variegada.

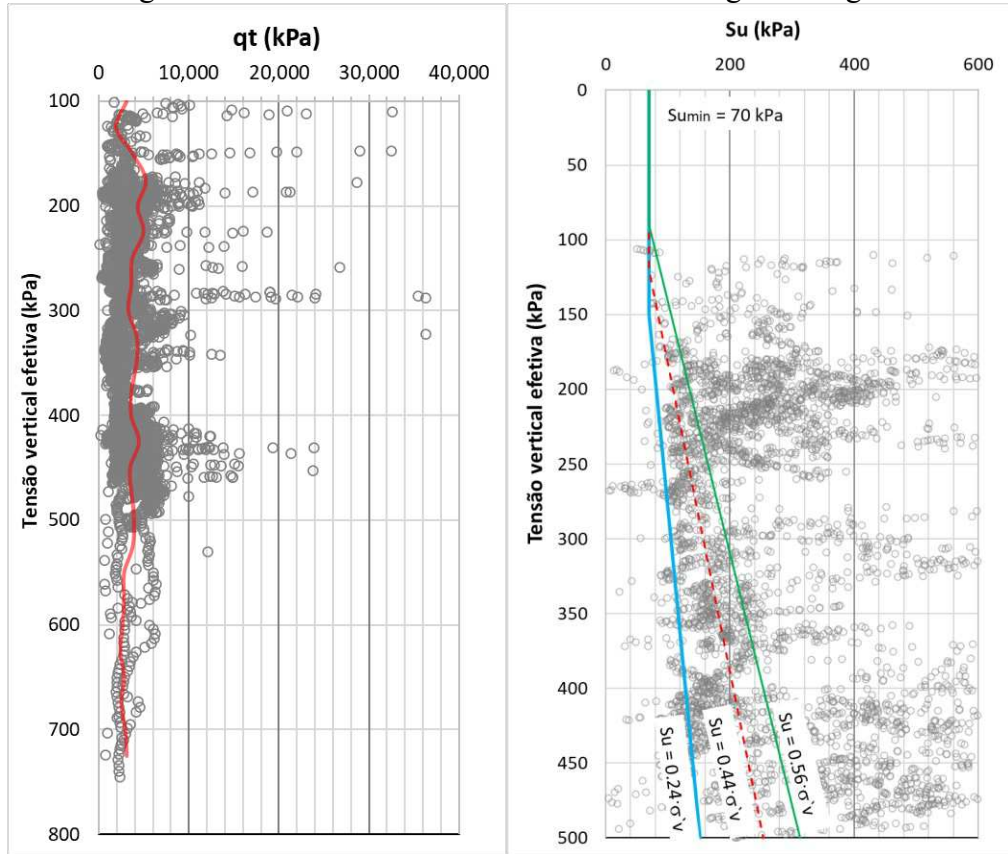
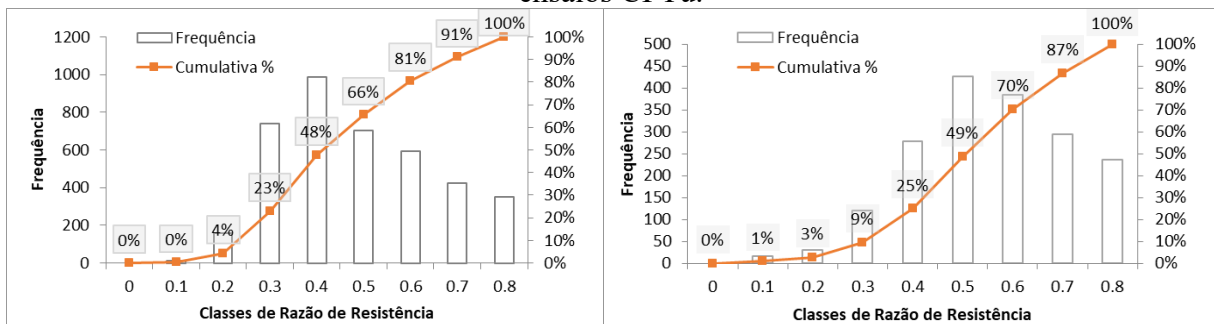


Figura 4.17: Histograma de frequência da resistência ao cisalhamento não drenada obtida nos ensaios CPTu.



(a) Argila amarela lançada

(b) Argila variegada

É possível observar na Tabela 4.7 coeficientes de variação superiores para a argila amarela lançada, para os três parâmetros elencados (q_t , S_u e S_u/σ'_{v0}). Observa-se ainda CVs menores para o parâmetro S_u/σ'_{v0} (38% e 31%) que, neste caso, podem estar associados à limitação do

valor a 0,80, que se fez necessária para evitar resistências não drenadas superiores à resistência drenada.

Tabela 4.7: Resultados obtidos a partir dos ensaios CPTu.

Estatística	Argila amarela lançada			Argila variegada		
	q_t (kPa) ⁽¹⁾	S_u (kPa) ⁽¹⁾	S_u/σ'_{v0} ⁽²⁾	q_t (kPa) ⁽¹⁾	S_u (kPa) ⁽¹⁾	S_u/σ'_{v0} ⁽²⁾
Média	1.997	152	0,44	3.208	254	0,51
Intervalo	101 – 5.303	2 - 497	0,01 - 0,80	110 - 6.453	5 – 551	0,01 - 0,80
No.	9.441	6.429	3.970	4.077	3.508	1.788
CV (%)	56	72	38	43	48	31

Notas: ⁽¹⁾ Desconsiderando-se os valores superiores ao percentil 90°, ou seja, 10% dos valores, superiores ao percentil 90°, foram eliminados da análise; ⁽²⁾ Desconsiderando-se os valores superiores a 0.80.

- Influência do tamanho da amostra no CV calculado

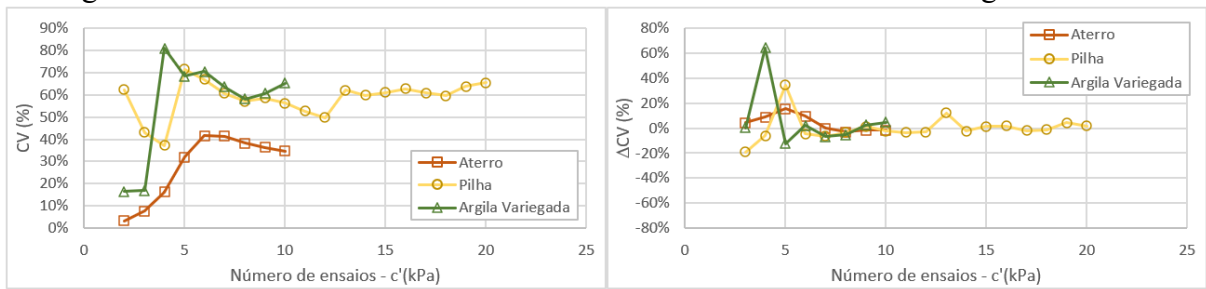
Para melhor entendimento da variabilidade dos parâmetros, verificou-se a influência do tamanho da amostra no resultado de CV. Para tanto, foram plotados gráficos de CV e ΔCV (variação do coeficiente de variação) versus o número de amostras. O procedimento foi iniciado com 2 observações amostrais quaisquer, a partir das quais foram calculados CV e ΔCV , e repetido até a inclusão de todos os resultados disponíveis. A variação de CV foi calculada pela diferença entre o CV anterior e o novo CV.

A Figura 4.18 apresenta a análise para os resultados de coesão (c') e ângulo de atrito φ' efetivos. É possível notar que os valores CV variam na medida que novas observações são incluídas, enquanto a variação do CV tende a se aproximar de 0% a partir de 10 ensaios, aproximadamente, tanto para a coesão quanto para o ângulo de atrito.

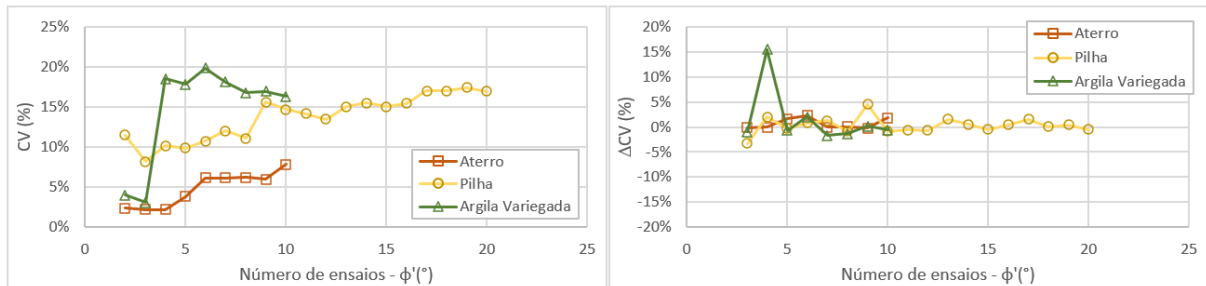
A Figura 4.19 e Figura 4.20 ilustram a mesma análise aplicada aos resultados de resistência não drenada. Da mesma forma, os valores CV variam na medida que novas observações são incluídas (sem um comportamento específico), enquanto a variação do CV tende a se aproximar de 0% a partir de 20 observações, aproximadamente.

Esses resultados sugerem que, caso o número de amostras disponíveis seja pequeno, pode ser mais realista assumir um coeficiente de variação com base em dados da literatura, do que o calculado pela amostra. Conforme discutido no Item 2.6.6, cabe à engenharia julgar se o material em estudo se aproxima dos valores inferiores ou superiores das faixas de CV, fazendo jus ao conhecimento que se tem das propriedades e comportamento deste material.

Figura 4.18: Influência do tamanho da amostra no CV da coesão e do ângulo de atrito.



(a) Coesão



(b) Ângulo de atrito

Figura 4.19: Influência do tamanho da amostra no CV da resistência não drenada – Argila amarela lançada.

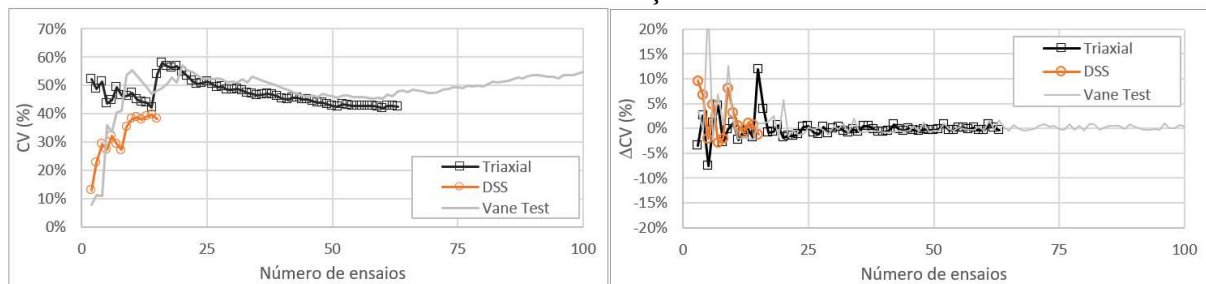
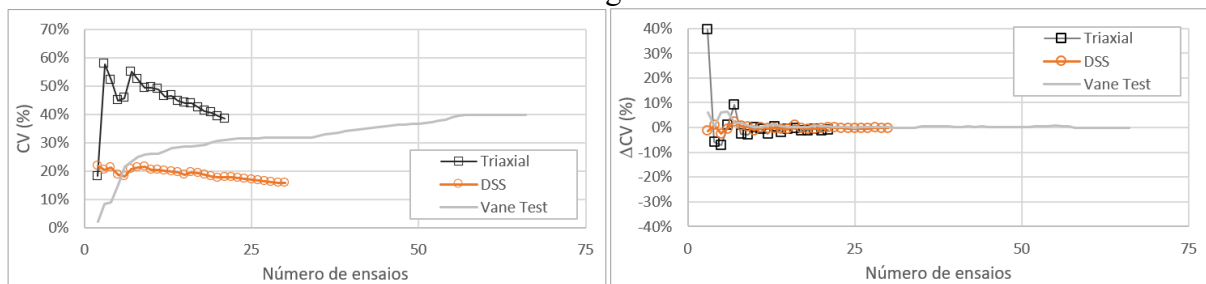


Figura 4.20: Influência do tamanho da amostra no CV da resistência não drenada – Argila variiegada.



- Comparação com informações disponíveis na literatura

Após compilação dos dados dos ensaios laboratoriais, os resultados obtidos foram confrontados com faixas de valores de CV e correlações entre propriedades disponíveis na literatura.

A Tabela 4.2 indica as faixas de CV obtidas nos ensaios comparadas a alguns dos intervalos típicos sumarizados anteriormente na Tabela 2.2. Como a argila amarela compactada, argila

amarela lançada e a argila variegada apresentaram CVs equiparáveis, a faixa de valores obtidos compreende o grupo dos três materiais.

Tabela 4.8: Comparação entre os intervalos de CV reportados na literatura e obtidos nos ensaios.

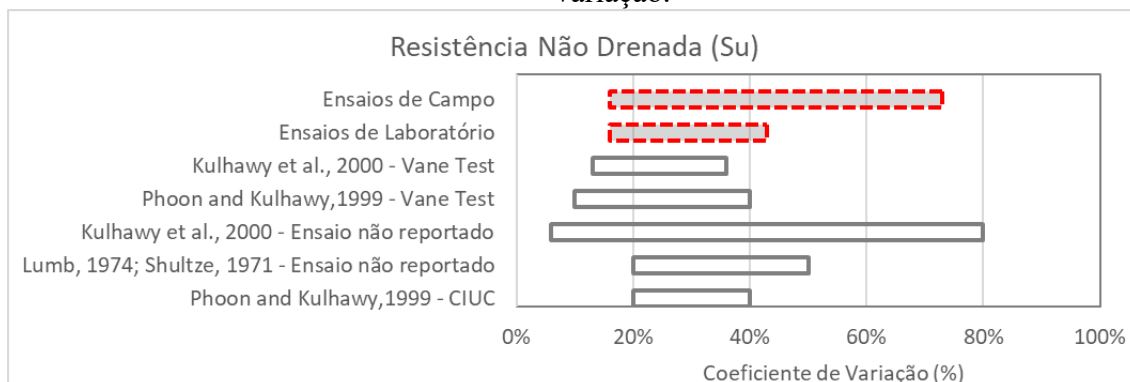
Parâmetro	Tipo de ensaio	Valores obtidos nos ensaios ⁽¹⁾	Faixa de valores reportados na literatura
Coesão, c' (kPa)	CIU	AC: 35% AL: 65% AV: 56%	20% - 80% - Lumb, 1974; Lee et al., 1983; (40% valor médio) Pacheco, 1991; Christian et al., 1992, <i>apud</i> Sandroni e Sayão, 1992
Ângulo de Atrito, ϕ' (°)	CIU	AC: 8% AL: 17% AV: 9%	5% - 15% - Phoon e Kulhawy, 1999a 4% - 20% - Lumb, 1974; Lee et al., 1983; (10% valor médio) Pacheco, 1991; Christian et al., 1992, <i>apud</i> Sandroni e Sayão, 1992
Resistência não drenada, S_u (kPa)	CIU	AL: 42% AV: 43%	20% - 40% - Phoon e Kulhawy, 1999 – CIUC 20% - 50% - Lumb, 1974; Shultze, 1971 - Ensaio não reportado 6% - 80% - Kulhawy et al., 2000 - Ensaio não reportado 10% - 40% - Phoon e Kulhawy, 1999 - Vane Test 13% - 36% - Kulhawy et al., 2000 - Vane Test
	DSS	AL: 38% AV: 16%	
	Vane Test	AL: 73% AV: 50%	
	CPTu	AL: 72% AV: 48%	
Razão de resistência, S_u/σ'_{v0}	CIU	AL: 38% AV: 34%	5% - 15% - Lacasse e Nadim, 1996, <i>apud</i> Baecher e Christian, 2003
	DSS	AL: 46% AV: 47%	
	Vane Test	AL: 33% AV: 31%	32% - 61% - Ching e Phoon, 2013
	CPTu	AL: 38% AV: 31%	49% - 57% - Ching e Phoon, 2012
Resistência real mobilizada, q_t (kPa)	CPTu	AL: 56% AV: 43%	< 20% - Phoon e Kulhawy, 1999a
			2% - 58% - Kulhawy et al., 2000

Nota: ⁽¹⁾ AC = argila amarela compactada; AL = argila amarela lançada; AV = argila variegada.

É possível observar que os CVs obtidos para c' e ϕ' se enquadram dentro das faixas reportadas na literatura. Os CVs calculados para q_t se aproximaram do limite superior reportado nas fontes consultadas. Os CVs obtidos para S_u/σ'_{v0} se enquadraram em uma (faixa intermediária) das três faixas apresentadas; destaca-se que o número de valores reportados para a razão de resistência ao cisalhamento na literatura é menor do que para os demais parâmetros.

No caso de S_u , quando se comparam as faixas de referência de CV para triaxial e Vane Test com os valores obtidos, estes últimos excedem as faixas da literatura. Na Figura 4.21 os CVs obtidos para o parâmetro S_u foram divididos em dois grupos: ensaios de laboratório e ensaios de campo. Nota-se que os ensaios laboratoriais apresentam menor variabilidade do que os ensaios de campo. Como os valores propostos na literatura são abrangentes, os CVs obtidos se ajustam às faixas de referência.

Figura 4.21: Resistência ao cisalhamento não drenada – comparação entre coeficientes de variação.



Observa-se ainda que os CVs obtidos para os parâmetros coesão, resistência não drenada e razão de resistência, bem como nos valores disponíveis na literatura, são significativamente maiores do que os CVs para o ângulo de atrito. O fato de a variabilidade da resistência ao cisalhamento não drenada ser maior do que a do ângulo de atrito é consistente com o fato de o S_u não ser uma propriedade fundamental do solo, mas sim derivada a partir de parâmetros que dependem de uma série de fatores externos, como taxa de carregamento, procedimento de ensaio e condições de contorno (Kulhawy e Mayne, 1990, *apud* Kulhawy, Phoon e Prakoso, 2000).

4.2 Etapa 3 – Modelagem estatística e probabilística das variáveis

Após interpretação e tratamento estatístico dos dados disponíveis, realizou-se a modelagem estatística e probabilística das variáveis de interesse, as quais foram utilizadas como parâmetros de entrada para as análises probabilísticas de estabilidade. As principais variáveis do estudo são: coesão e ângulo de atrito (para os três materiais ensaiados), resistência não drenada e razão de resistência não drenada (aplicadas à argila amarela lançada e argila variegada).

A modelagem probabilística aplicada no presente trabalho consistiu na definição dos parâmetros de entrada para as análises de estabilidade, sendo eles: (a) coeficiente de correlação entre as variáveis coesão e ângulo de atrito; (b) distribuição de probabilidade de melhor ajuste e seus parâmetros; (c) valores máximos e mínimos possíveis de serem sorteados nas análises

probabilísticas; (d) comprimento de correlação espacial da resistência não drenada da argila variegada.

As distribuições avaliadas no presente trabalho foram a log-normal e normal. A escolha das distribuições a serem testadas se limitou a alguns tipos de distribuições disponíveis no software de análise de estabilidade. Para definição da distribuição de melhor ajuste foram avaliados o p-valor do teste de aderência do tipo K-S (Kolmogorov-Smirnov) e, para as distribuições normal e log-normal, o p-valor do Teste de Shapiro-Wilk.

Em ambos os testes a interpretação é a mesma: se o p-valor for menor que 0,05 rejeita-se a aderência da distribuição aos dados a uma significância estatística de 5%, enquanto que se o p-valor for maior do que 0,05 não se rejeita a hipótese de que a distribuição se adere aos dados. Portanto, conclui-se que há aderência se o p-valor for alto.

Além disso são apresentados o histograma dos dados juntamente com a densidade estimada, o gráfico Q-Q comparando os dados observados com os previstos pela distribuição e as funções acumuladas de probabilidade empírica e estimada. A partir desses gráficos é possível observar descritivamente a aderência da distribuição aos dados, que se dá: no histograma, quando a densidade estimada aproxima as barras do histograma; no gráfico Q-Q, quando os pontos estão próximos da reta; nas funções acumuladas de probabilidade, quando elas estão próximas.

A partir da análise desses gráficos e dos testes de aderência definiu-se a distribuição mais adequada para os fins da pesquisa.

O presente trabalho se restringiu à aplicação da metodologia acima descrita para modelagem da variável razão de resistência não drenada. Para as variáveis coesão e ângulo de atrito, a definição das distribuições a serem utilizadas nas análises de estabilidade se deu por observação visual dos histogramas de frequência e função densidade de probabilidade das distribuições normal e log-normal.

Por fim, foi calculado o comprimento de correlação para caracterização da variabilidade espacial da resistência não drenada da argila variegada, a partir de funções de autocorrelação (ACF).

4.2.1 Modelagem da coesão e ângulo de atrito

- Coeficiente de correlação

Primeiramente, foi calculado o coeficiente de correlação (r) entre as variáveis c' e φ' , conforme discutido no Item 2.8.5.

Na sequência, calculou-se o p-valor para testar se a correlação é zero (hipótese em que as variáveis não são correlacionadas), como descrito no Item 2.9.4. Assumindo-se um nível de significância de 5%, as variáveis podem ser consideradas correlacionadas se $p < 0,05$.

Para a argila amarela compactada ($n = 10$ observações), as variáveis c' e φ' apresentaram $r = -0,66$ e valor- $p = 0,037$, como ilustrado na Figura 4.22. O mesmo procedimento foi aplicado para os outros dois materiais, como mostra a Figura 4.23 e a Figura 4.24.

A argila amarela lançada ($n = 20$ observações) apresentou $r = -0,62$ e valor- $p = 0,0034$, enquanto a argila variegada ($n = 10$ observações) apresentou $r = -0,93$ e valor- $p = 7,6 \times 10^{-5}$.

Os três materiais apresentaram correlação significativa (valor- $p < 0,05$). Quanto mais próximo de -1 , mais negativamente correlacionadas as variáveis são e, portanto, a argila variegada indicou correlação mais forte, além de ter indicado o menor valor- p .

Figura 4.22: Gráfico de dispersão entre Coesão e Ângulo de Atrito – Argila amarela compactada.

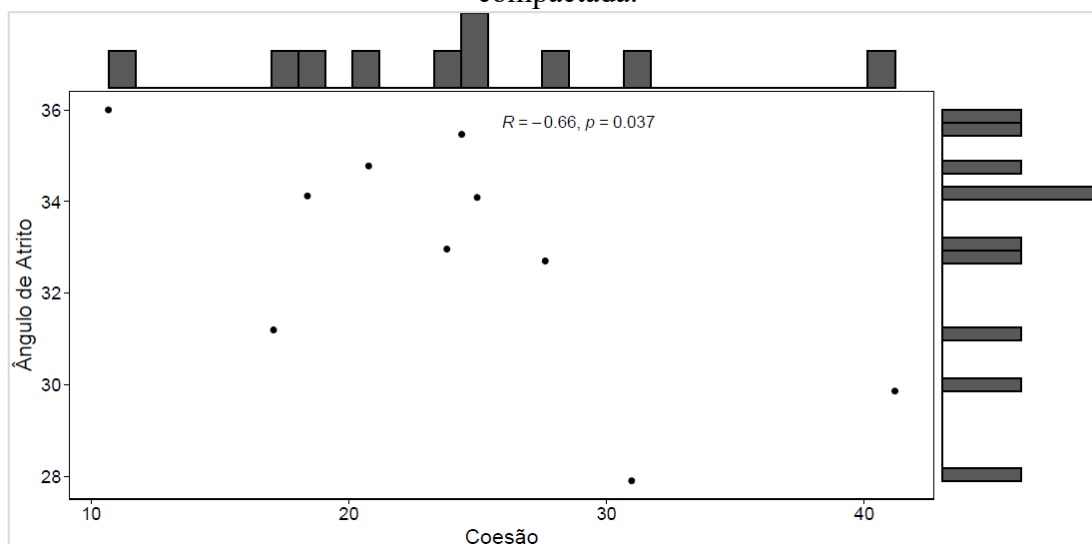


Figura 4.23: Gráfico de dispersão entre Coesão e Ângulo de Atrito – Argila amarela lançada.

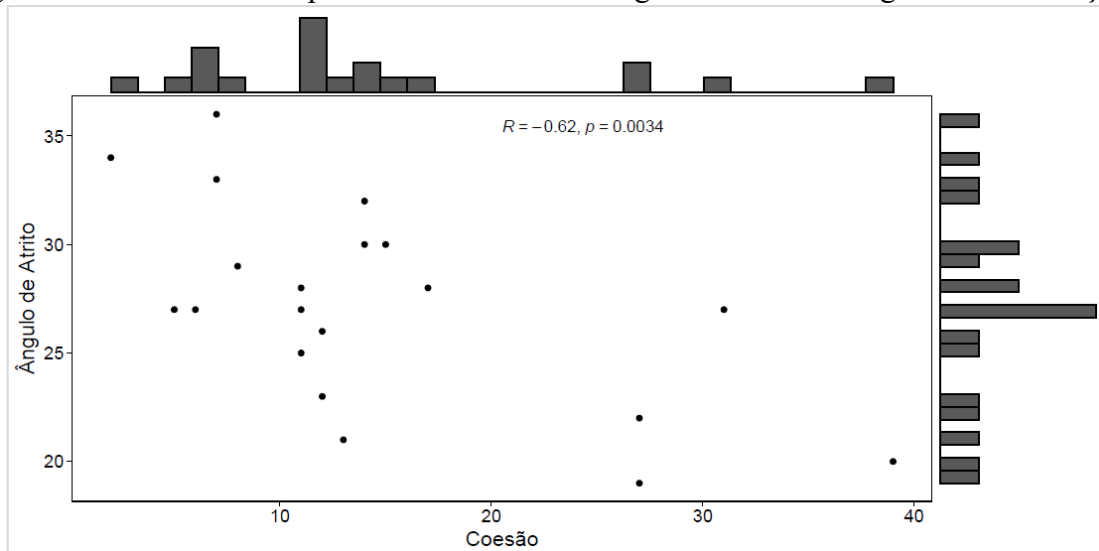
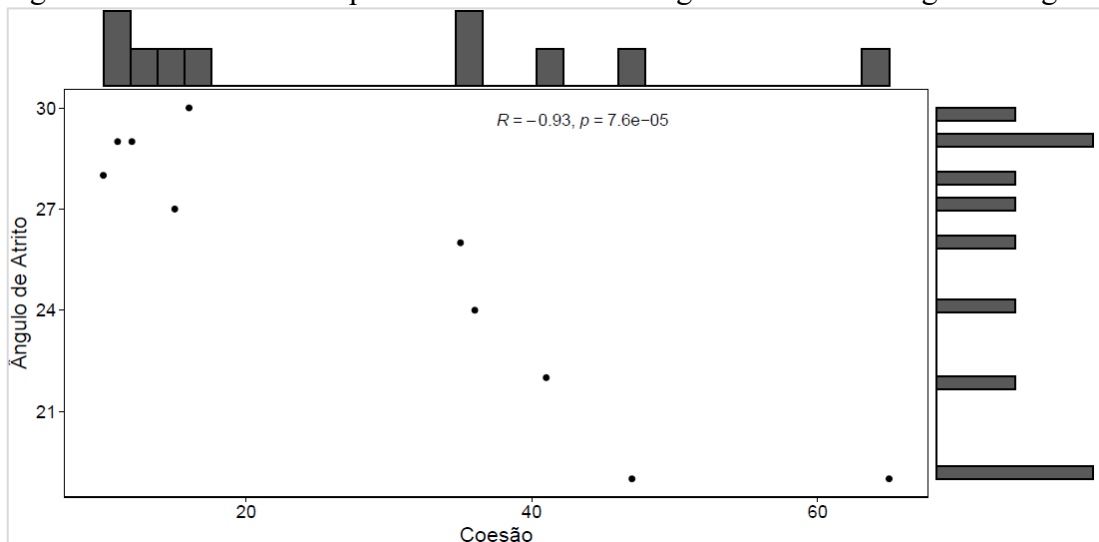


Figura 4.24: Gráfico de dispersão entre Coesão e Ângulo de Atrito – Argila variegada.

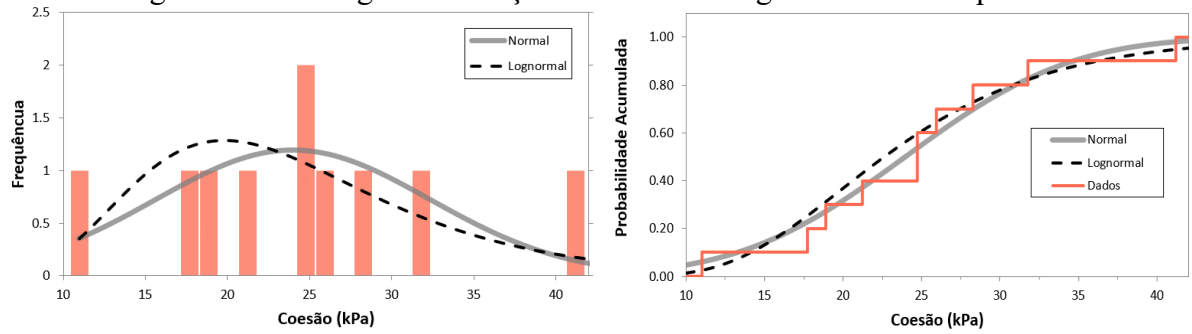


- Distribuições de probabilidade

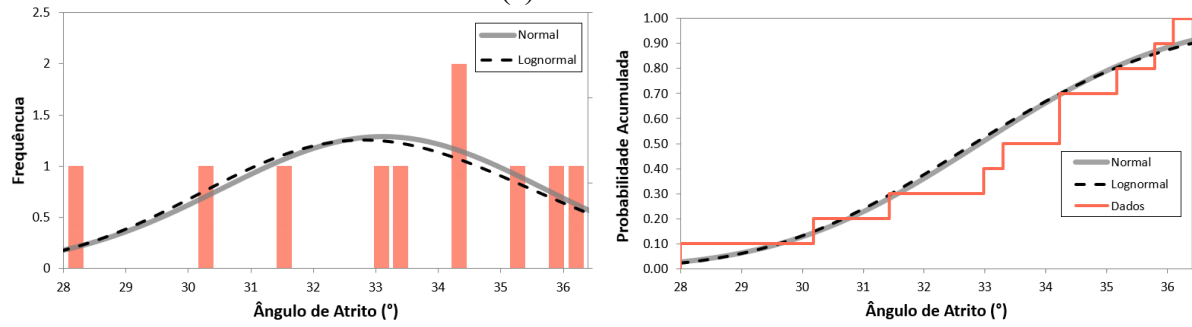
Conforme descrito no Item 4.2, para as variáveis coesão e ângulo de atrito, a definição das distribuições a serem utilizadas nas análises de estabilidade se deu por observação visual dos histogramas de frequência e função densidade de probabilidade das distribuições normal e log-normal, os quais estão apresentados na Figura 4.25, Figura 4.26 e Figura 4.27.

No caso da argila amarela compactada adotou-se a distribuição normal como representativa para ambas as variáveis. Para a argila amarela lançada foram adotadas as distribuições log-normal para a coesão, por melhor se ajustar ao pico inicial, e normal para o ângulo de atrito. Já para a argila variegada, adotou-se a distribuição log-normal como representativa para ambas as variáveis.

Figura 4.25: Histograma e função densidade – Argila amarela compactada.

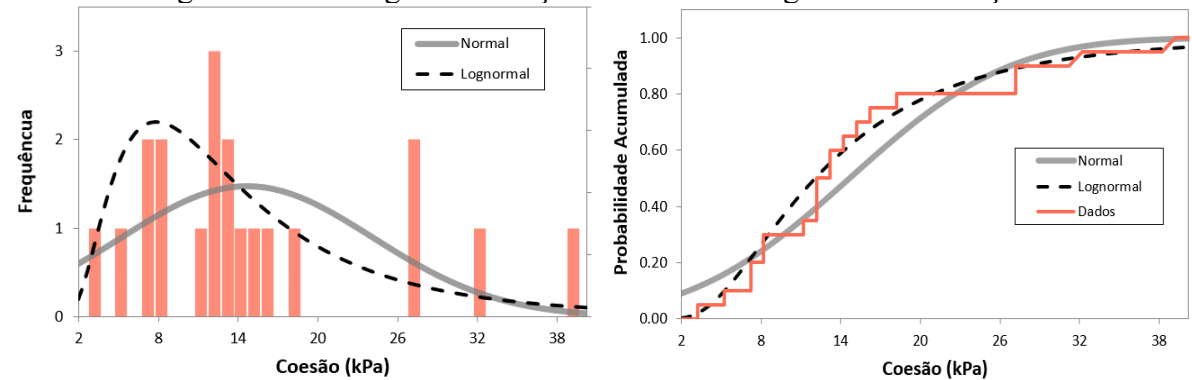


(a) Variável coesão

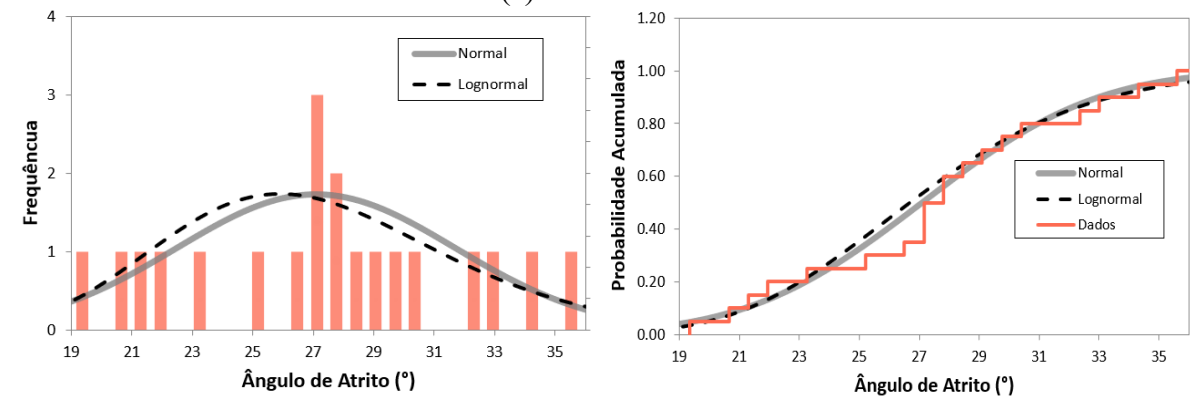


(b) Variável ângulo de atrito

Figura 4.26: Histograma e função densidade – Argila amarela lançada.

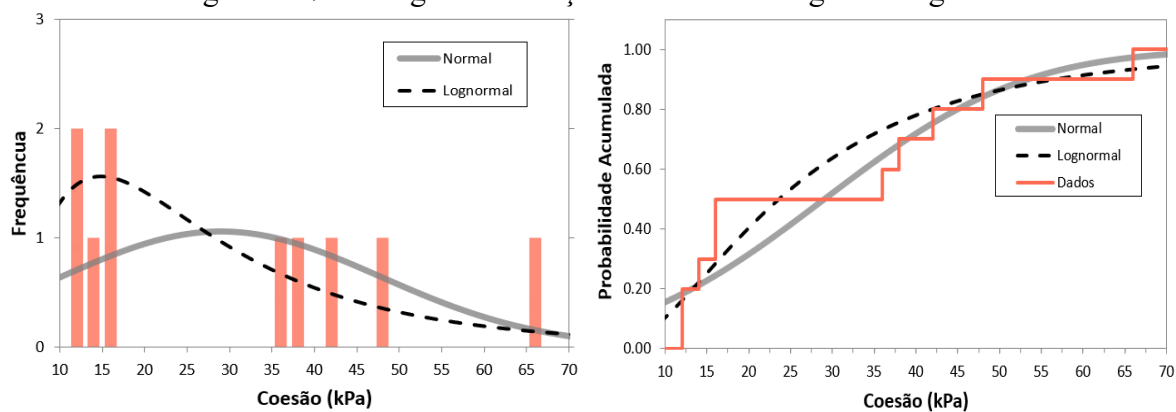


(a) Variável coesão

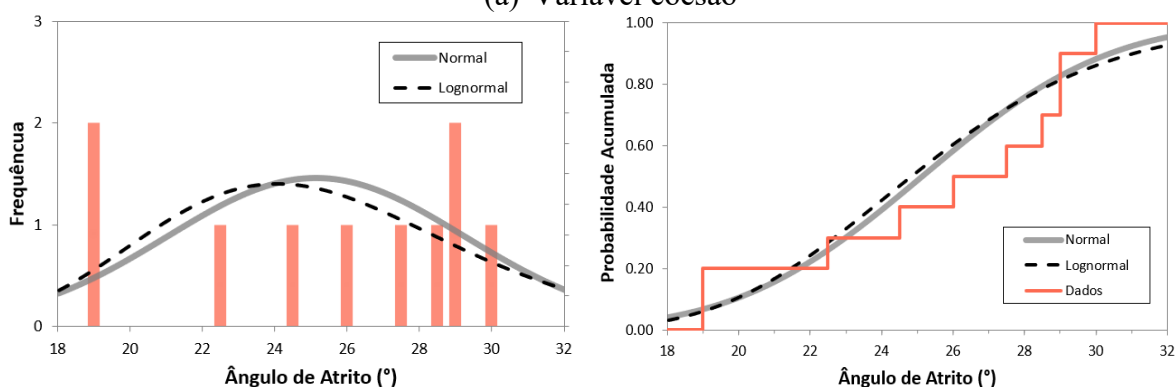


(b) Variável ângulo de atrito

Figura 4.27: Histograma e função densidade – Argila variegada.



(a) Variável coesão



(b) Variável ângulo de atrito

- Definição dos parâmetros de interesse

A Tabela 4.9 apresenta uma compilação da modelagem estatística e probabilística dos parâmetros coesão e ângulo de atrito que será aplicada às análises de estabilidade.

Tabela 4.9: Modelagem dos parâmetros coesão e ângulo de atrito.

Estatística	Argila amarela compactada		Argila amarela lançada		Argila variegada	
	c' (kPa)	ϕ' (°)	c' (kPa)	ϕ' (°)	c' (kPa)	ϕ' (°)
Média N	24	33	14	27	29	25
Desvio Padrão N, σ	8,3	2,6	9,5	4,6	18,9	4,1
CV (%)	35	8	65	17	65	16
Média LN	-	-	2,47	-	3,16	3,21
Desvio Padrão LN, σ	-	-	0,67	-	0,68	0,17
Distribuição de Probabilidade	N	N	LN	N	LN	LN
Valor mínimo	7	28	3	18	5	17
Valor máximo	41	38	36	36	72	33
Coeficiente de Correlação	-0,66		-0,62		-0,93	

Nota: N = distribuição normal e LN = distribuição log-normal.

Na Tabela 4.9, o valor médio de cada variável foi definido a partir dos pares de valores c' e φ' obtidos para cada ensaio, considerando três amostras por ensaio (tensões confinantes de 75, 150 e 300 kPa). Vale pontuar que não foram observadas diferenças significativas entre a média dos pares de valores c' e φ' e os parâmetros da linha de tendência do conjunto total de pontos $p'xq$, como pode ser observado na Tabela 4.3.

Para as variáveis normalmente distribuídas, os valores máximos e mínimos apresentados na Tabela 4.9 foram calculados considerando $\bar{x} \pm 2\sigma$ (média \pm duas vezes o desvio padrão), o que equivale a 95,4% dos dados (conforme apresentado no Item 2.8). Para as variáveis log-normalmente distribuídas, os valores mínimos foram calculados considerando a probabilidade de 1% (probabilidade de que o valor mínimo seja excedido), enquanto os valores máximos foram calculados para a probabilidade de 95%.

Duas considerações se fazem importantes no que concerne à seleção dos parâmetros. Primeiro, deve ser notado que estes valores máximos e mínimos referem-se a uma estimativa da população e, portanto, não necessariamente se equivalem aos extremos dos intervalos observados nos ensaios (amostra). Espera-se, no entanto, que quanto mais representativa, mais próxima a amostragem esteja da população.

Segundo, vale ressaltar que a seleção dos parâmetros de interesse é associada também a um julgamento de engenharia, e não apenas a uma modelagem estatística. Este julgamento se faz necessário para evitar a adoção de parâmetros que não possuem significado físico, como por exemplo um valor negativo para o ângulo de atrito, ou valores máximos muito acima dos tipicamente observados na literatura ou nos ensaios – como foi o caso para os valores mínimos e máximos calculados considerando $\bar{x} \pm 3\sigma$, o que corresponde a 99,7% dos dados. Embora três desvios padrão (para baixo e para cima) resultem em uma maior confiabilidade no intervalo adotado, deve-se atentar ao fato de os valores não ultrajarem os limites físicos da propriedade.

Dessa forma, os valores máximos e mínimos aqui definidos correspondem ao que se julga como representativo para os materiais em estudo.

Conforme indicado na Tabela 4.9, as variáveis c' e φ' apresentaram melhor ajuste tanto à distribuição normal quanto à distribuição log-normal, embora a literatura indique que a coesão tende a seguir a distribuição log-normal e o ângulo de atrito tende a seguir a distribuição normal.

4.2.2 Modelagem da razão de resistência não drenada

Neste item são apresentados os resultados da modelagem estatística e probabilística para o parâmetro razão de resistência não drenada, o qual foi obtido a partir dos ensaios triaxiais, DSS, Vane Test e CPTu. Para modelagem dos parâmetros de interesse, assim como descrito no Item 2.6.6, se fez necessário o uso do julgamento de engenharia.

Como não é possível agrupar todos os resultados disponíveis para obtenção de um único modelo probabilístico, visto que os ensaios diferem significativamente em número de observações e, mais importante, diferem na sua metodologia e significado dos parâmetros obtidos, foi realizada inicialmente uma avaliação dos resultados e seleção dos ensaios admitidos como representativos.

Vale pontuar que a inferência Bayesiana, descrita no Item 2.9.2, pode ser utilizada como uma metodologia para combinação de resultados obtidos a partir de diferentes fontes. Neste caso, na medida em que novos ensaios de campo ou laboratório são disponibilizados, um novo estágio de atualização Bayesiana pode ser realizado de forma a incorporar os novos dados. O conhecimento *a posteriori* obtido no último estágio é então considerado como conhecimento *a priori* no novo estágio e, juntamente com os dados observacionais, procede-se a uma nova etapa de atualização Bayesiana de forma a aumentar o conhecimento acerca das propriedades em estudo. A presente pesquisa, no entanto, se restringiu ao emprego da inferência frequentista.

Os ensaios de campo e de laboratório avaliados no presente estudo de caso apresentam, em geral, resultados coerentes entre si.

No material da argila amarela lançada foram realizados 63 ensaios triaxiais do tipo CIU (21 amostras ensaiadas a três tensões confinantes cada) e 15 ensaios do tipo DSS (cinco amostras ensaiadas a três tensões confinantes cada). Com base no número de amostras e no estado de tensões típico ao qual o solo está submetido no campo (compressão triaxial), o ensaio de laboratório triaxial foi definido como representativo.

No material da argila variegada foram realizados 21 ensaios triaxiais CIU (sete amostras ensaiadas a três tensões confinantes cada) e 30 ensaios DSS (dez amostras ensaiadas a três tensões confinantes cada). Com base no número de amostras e no estado de tensões típico ao qual o solo está submetido no campo (cisalhamento simples), o ensaio de laboratório DSS foi definido como representativo.

Para ambos os materiais, o ensaio de campo CPTu também foi selecionado, com base nas vantagens associadas ao ensaio e no tamanho da amostra.

- Distribuições de probabilidade para a razão de resistência não drenada

Conforme descrito no Item 4.2, a aderência das distribuições aos dados foi avaliada por meio de: p-valor do teste de aderência do tipo K-S (Kolmogorov-Smirnov) e p-valor do Teste de Shapiro-Wilk, quando maiores que 0,05; histograma, quando a densidade estimada aproxima as barras do histograma; gráfico Q-Q, quando os pontos estão próximos da reta; e funções acumuladas de probabilidade, quando elas estão próximas.

Conforme abordado no Item 4.2.2, valores elevados de S_u/σ'_{v0} podem implicar em uma resistência não drenada superior à drenada e, portanto, na interpretação dos ensaios Vane Test e CPTu, valores acima de 0,80 foram descartados das análises. Este truncamento, no entanto, dificulta o ajuste estatístico em alguns casos, visto que as distribuições não possuem tal truncamento. Isso pode ser observado visualmente nos gráficos Q-Q para valores da variável acima de 0,80.

Vale lembrar que a escolha das distribuições a serem testadas se limitou a alguns tipos de distribuições disponíveis no software de análise de estabilidade. Distribuições estatísticas mais complexas, como a bimodal, poderiam eventualmente representar um melhor ajuste aos dados. Os valores de razão de resistência não drenada indicaram melhor ajuste às distribuições log-normal (triaxial e CPTu na argila amarela lançada e DSS na argila variegada) e normal (CPTu na argila variegada).

- Razão de Resistência da Argila amarela lançada

Os resultados que possibilitaram a escolha da distribuição de melhor ajuste para a razão de resistência, com base nos ensaios triaxial e CPTu, estão ilustrados na Figura 4.28 a Figura 4.33. Os parâmetros da distribuição e resultados dos testes de aderência estão indicados na Tabela 4.10. Os resultados para as demais distribuições testadas estão compilados no Apêndice A.

Para a razão de resistência da argila amarela lançada determinada pelo ensaio triaxial, a log-normal foi a distribuição que apresentou melhor ajuste. Comparada à normal, a log-normal apresentou maior p-valor para os testes K-S e Shapiro-Wilk, assim como pareceu visualmente melhor se ajustar ao histograma de densidades, gráfico Q-Q e função acumulada de probabilidade.

Para a razão de resistência da argila amarela lançada determinada pelo ensaio CPTu, a log-normal também foi a distribuição que apresentou melhor ajuste. Tanto a normal quanto a log-normal apresentaram baixos valores para os testes K-S e Shapiro-Wilk, porém, a log-normal pareceu visualmente melhor se ajustar ao pico inicial ilustrado pelo histograma de densidades, gráfico Q-Q e função acumulada de probabilidade. Conforme explicado anteriormente, é possível identificar no gráfico Q-Q que o truncamento feito para valores acima de 0,80 dificulta o ajuste da distribuição aos dados nesta faixa de valores.

Figura 4.28: Histograma e função densidade – Ensaio Triaxial CIU – Distribuição Log-Normal.

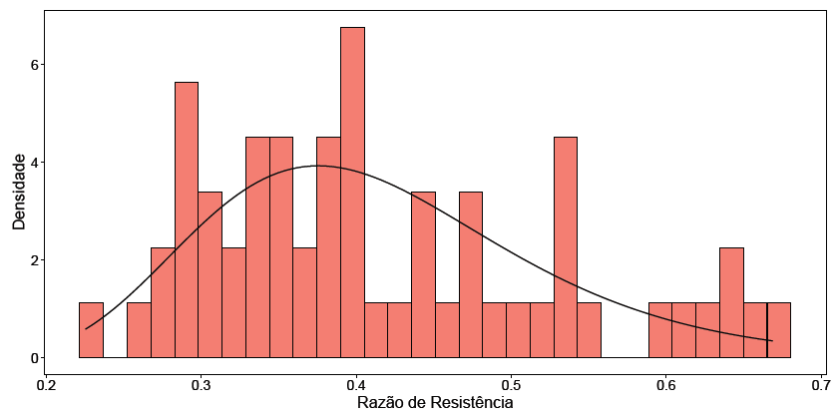


Figura 4.29: Gráfico Q-Q – Ensaio Triaxial CIU – Distribuição Log-Normal.

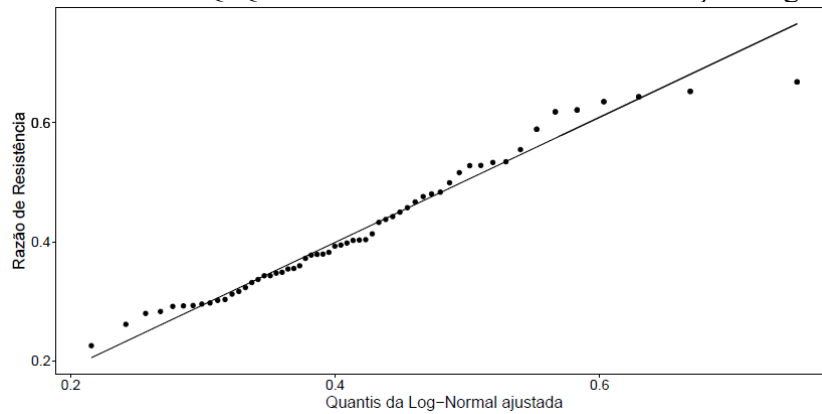


Figura 4.30: Função acumulada de Probabilidade – Ensaio Triaxial CIU – Distribuição Log-Normal.

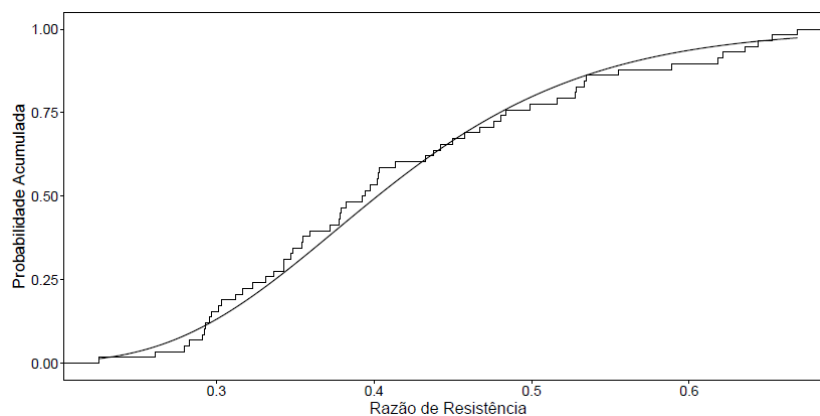


Figura 4.31: Histograma e função densidade – Ensaio CPTu – Distribuição Log-Normal.

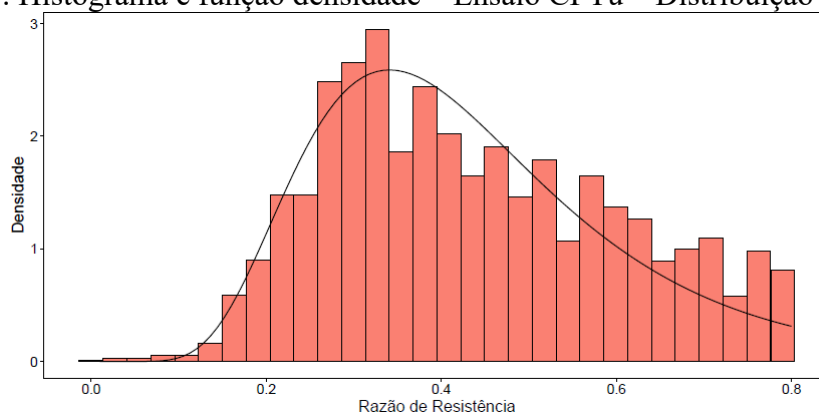


Figura 4.32: Gráfico Q-Q – Ensaio CPTu – Distribuição Log-Normal.

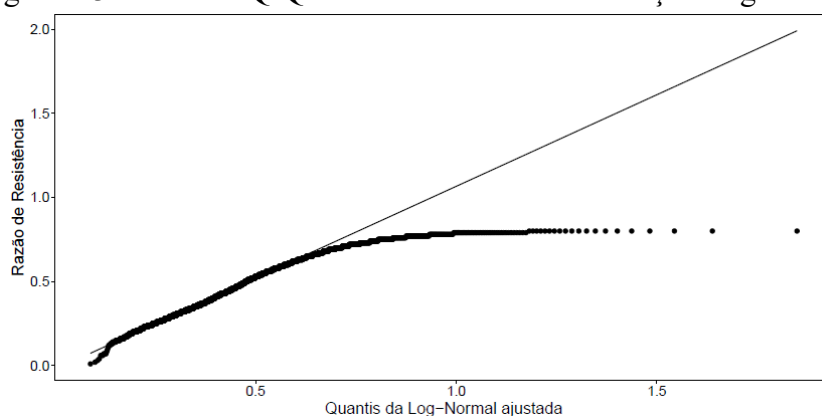


Figura 4.33: Função acumulada de Probabilidade – Ensaio CPTu – Distribuição Log-Normal.

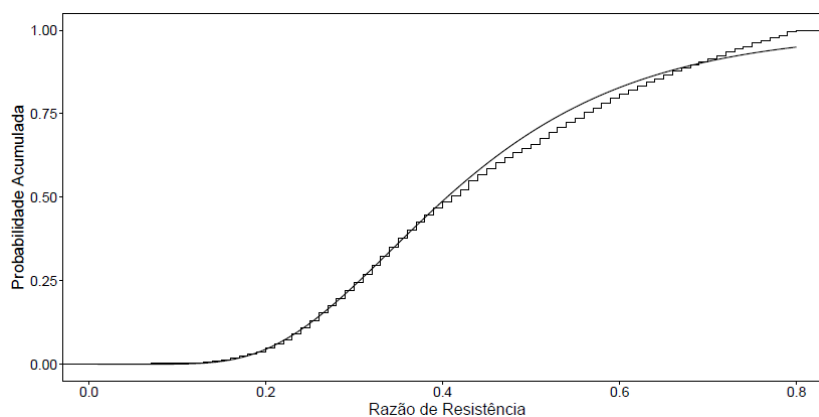


Tabela 4.10: Ajuste das funções de distribuição de probabilidade – Razão de resistência da argila amarela lançada.

Indicador	Ensaio Triaxial CIU	Ensaio CPTu
Distribuição de melhor ajuste	Log-Normal	Log-Normal
Parâmetros da distribuição	Média _{LN} = -0,911 Desvio padrão _{LN} = 0,261	Média _{LN} = -0,904 Desvio padrão _{LN} = 0,415
P-valor (Shapiro-Wilk)	0,258	< 0,001
P-valor (K-S)	0,817	< 0,001

Nota: LN = distribuição log-normal.

○ Razão de Resistência da Argila variegada

Os resultados que possibilitaram a escolha da distribuição de melhor ajuste para a razão de resistência, com base nos ensaios DSS e CPTu, estão ilustrados na Figura 4.34 a Figura 4.38. Os parâmetros da distribuição e resultados dos testes de aderência estão indicados na Tabela 4.11. Os resultados para as demais distribuições testadas estão compilados no Apêndice A.

Para a razão de resistência da argila variegada determinada pelo ensaio DSS, a log-normal foi a distribuição que apresentou melhor ajuste. Comparada à normal, a log-normal apresentou maior p-valor para os testes K-S e Shapiro-Wilk, assim como pareceu visualmente melhor se ajustar ao pico inicial ilustrado pelo histograma de densidades, gráfico Q-Q e função acumulada de probabilidade.

Para a razão de resistência da argila variegada determinada pelo ensaio CPTu, a normal foi a distribuição que apresentou melhor ajuste. Tanto a normal quanto a log-normal apresentaram baixos valores para os testes K-S e Shapiro-Wilk, porém, a normal pareceu visualmente melhor se ajustar ao histograma de densidades, gráfico Q-Q e função acumulada de probabilidade. Conforme explicado anteriormente, é possível identificar no gráfico Q-Q que o truncamento feito para valores acima de 0,80 dificulta o ajuste da distribuição aos dados nesta faixa de valores.

Figura 4.34: Histograma e função densidade – Ensaio DSS – Distribuição Log-Normal.

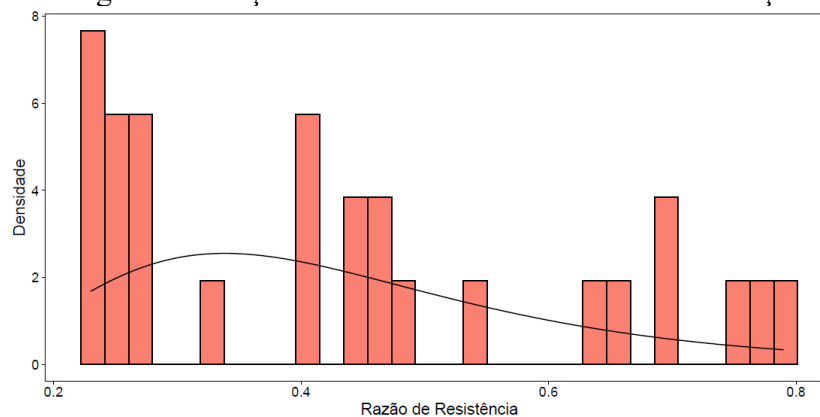


Figura 4.35: Gráfico Q-Q – Ensaio DSS – Distribuição Log-Normal.

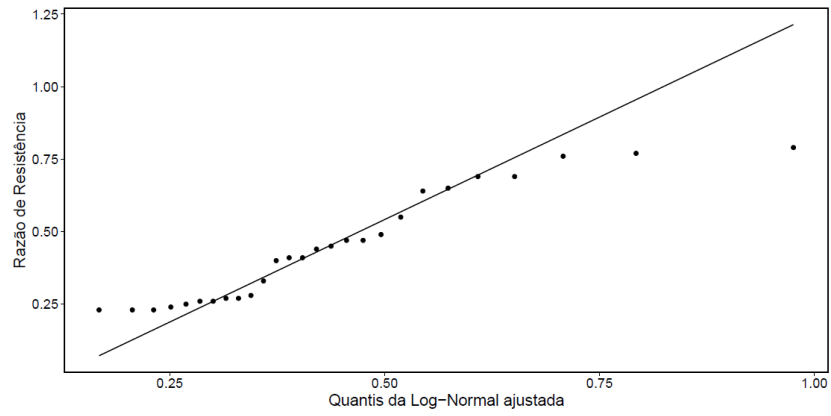


Figura 4.36: Função acumulada de Probabilidade – Ensaio DSS – Distribuição Log-Normal.

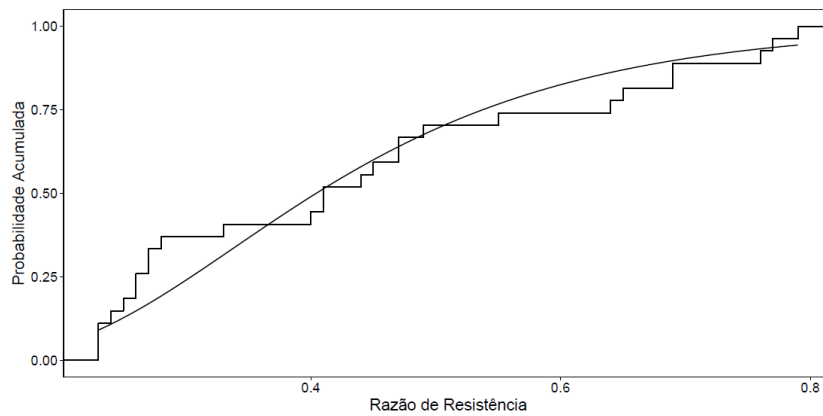


Figura 4.37: Histograma e função densidade – Ensaio CPTu – Distribuição Normal.

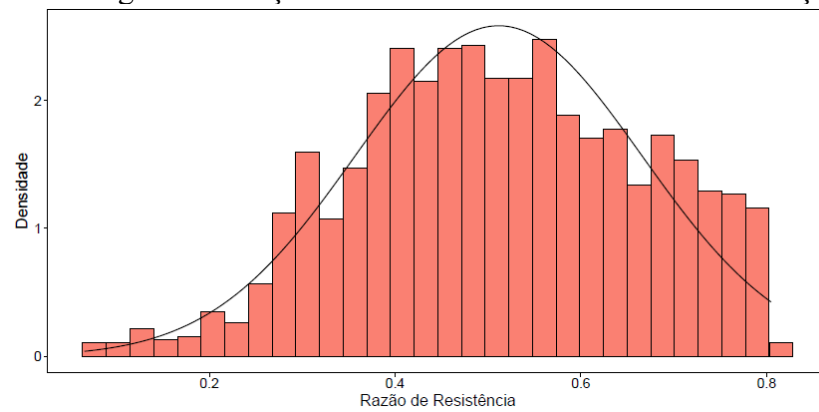


Figura 4.38: Gráfico Q-Q – Ensaio CPTu – Distribuição Normal.

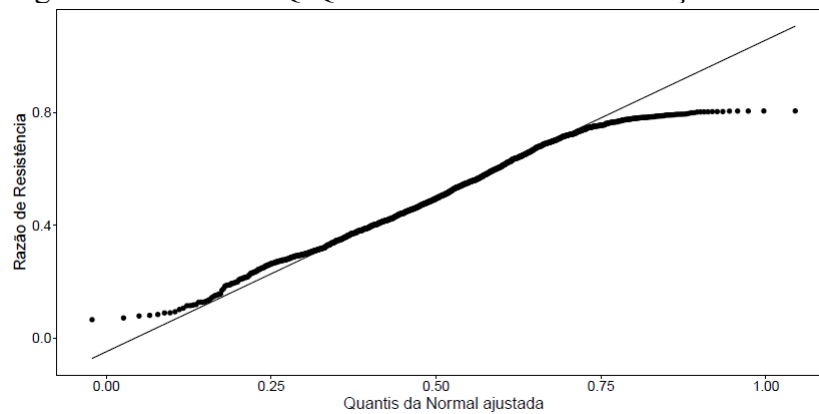


Figura 4.39: Função acumulada de Probabilidade – Ensaio CPTu – Distribuição Normal.

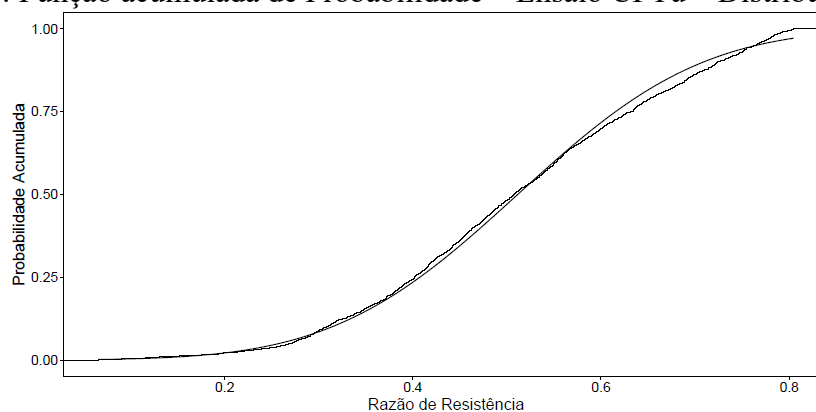


Tabela 4.11: Ajuste das funções de distribuição de probabilidade – Razão de resistência da argila variegada.

Indicador	Ensaio DSS	Ensaio CPTu
Distribuição de melhor ajuste	Log-Normal	Normal
Parâmetros da distribuição	Média _{LN} = -0,905 Desvio padrão _{LN} = 0,422	Média _N = 0,512 Desvio padrão _N = 0,154
P-valor (Shapiro-Wilk)	0,017	< 0,001
P-valor (K-S)	0,357	< 0,001

Nota: N = distribuição normal; LN = distribuição log-normal.

- Definição dos parâmetros de interesse

A Tabela 4.12 apresenta uma compilação da modelagem estatística e probabilística do parâmetro razão de resistência não drenada que será aplicada às análises de estabilidade.

Tabela 4.12: Modelagem do parâmetro razão de resistência não drenada.

Estatística	Argila amarela lançada		Argila variegada	
	S_u/σ'_{v0} (CIU)	S_u/σ'_{v0} (CPTU)	S_u/σ'_{v0} (DSS)	S_u/σ'_{v0} (CPTU)
Média N	0,43	0,44	0,49	0,51
Desvio Padrão N	0,163	0,165	0,230	0,154
Média LN	-0,911	-0,904	-0,905	-
Desvio Padrão LN	0,261	0,415	0,422	-
Distribuição de Probabilidade ⁽¹⁾	LN	LN	LN	N
Valor mínimo	0,22	0,15	0,15	0,19
Valor máximo	0,62	0,80	0,81	0,82
$S_{u_{min}}$ (kPa) ⁽²⁾	36		77	

Notas: ⁽¹⁾ N = distribuição normal e LN = distribuição log-normal; ⁽²⁾ Resistência não drenada mínima aplicada aos materiais para evitar superfícies de ruptura superficiais.

Analogamente ao explicado na modelagem da coesão e do ângulo de atrito, vale lembrar que os valores máximos e mínimos buscam representar a população e, portanto, não necessariamente se equivalem aos extremos dos intervalos observados nos ensaios (amostra).

Para as variáveis normalmente distribuídas, os valores máximos e mínimos foram calculados considerando-se $\bar{x} \pm 2\sigma$ (95,4% dos dados). Para as variáveis log-normalmente distribuídas, os valores mínimos foram calculados para a probabilidade de 1%, enquanto os valores máximos foram calculados para a probabilidade de 95%.

Conforme indicado na Tabela 4.12, a variável em estudo apresentou melhor ajuste tanto à distribuição normal quanto à distribuição log-normal. Embora não se encontre muitas referências na literatura para a distribuição típica da razão de resistência não drenada (S_u/σ'_{v0}), ambas as distribuições, normal e log-normal, são encontradas para a propriedade resistência não drenada (S_u).

4.2.3 Modelagem espacial da resistência não drenada

Neste item buscou-se avaliar o comprimento de correlação da resistência não drenada da argila variegada a partir de um modelo espacial. A análise contemplou o conjunto de dados de medidas da resistência não drenada de dez localidades (furos de CPTu) em diferentes profundidades.

No software utilizado na Etapa 4, Slide2 da Rocscience, a variabilidade espacial pode ser aplicada somente aos modelos de resistência de “Mohr-Coulomb” e “Undrained” e aos parâmetros coesão, ângulo de atrito e peso específico. A presente análise se limitou à modelagem espacial da variável resistência não drenada (modelo “Undrained”) para o material argila variegada, embora o mesmo procedimento possa ser aplicado aos outros materiais e variáveis (exceto razão de resistência, S_u/σ'_{v0}).

A modelagem da variabilidade espacial de uma variável pode contemplar o comprimento de correlação no plano xy (distância em planta entre as medições) e na direção vertical (profundidade). No presente trabalho, apenas a correlação vertical foi analisada.

Antes do início das análises, duas transformações foram realizadas no conjunto de dados a fim de aplicar a metodologia adequada para o cálculo do comprimento de correlação.

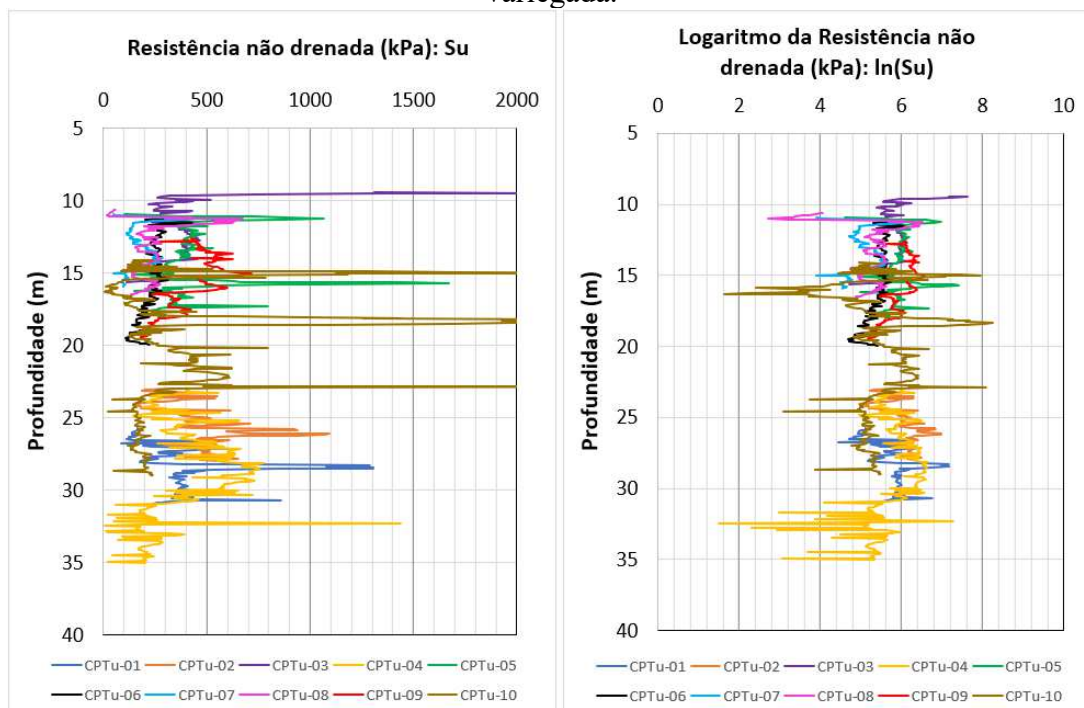
Primeiro, as observações foram agrupadas a cada 0,05 m; isso é importante pois a média e a variância da variável são calculadas a uma mesma profundidade. Assim, embora todas as medições no ensaio CPTu sejam feitas a cada 5 cm, as profundidades são dependentes da cota

de topo do furo, e não é possível correlacionar uma medida a uma profundidade de 30,12 m com outra a 30,13 m. Logo, as observações 30,11 m, 30,12 m, 30,13 m, 30,14 m e 30,15 m foram agrupadas como 30,15 m, e as observações 30,16 m, 30,17 m, 30,18 m, 30,19 m e 30,20 m como 30,20 m.

Como na metodologia aplicada é necessário o desvio-padrão (variação) da resistência não drenada em cada profundidade, apenas profundidades com pelo menos duas observações foram consideradas, isto é, onde se fazem presentes pelo menos duas perfurações (após o agrupamento). Excluindo-se as profundidades com apenas uma observação, as profundidades analisadas variam de 10,55 m a 30,95 m.

Na sequência, calculou-se o logaritmo das medidas (ao invés de utilizar o seu valor), tendo em vista que a escala de valores varia de 4 kPa a 3949 kPa em certas localidades e profundidades. Aplicando o logaritmo, obtém-se uma variável com uma escala melhor para o ajuste do modelo. Os dados utilizados no estudo estão ilustrados na Figura 4.40.

Figura 4.40: Dispersão das medidas de resistência não drenada com a profundidade – Argila variegada.

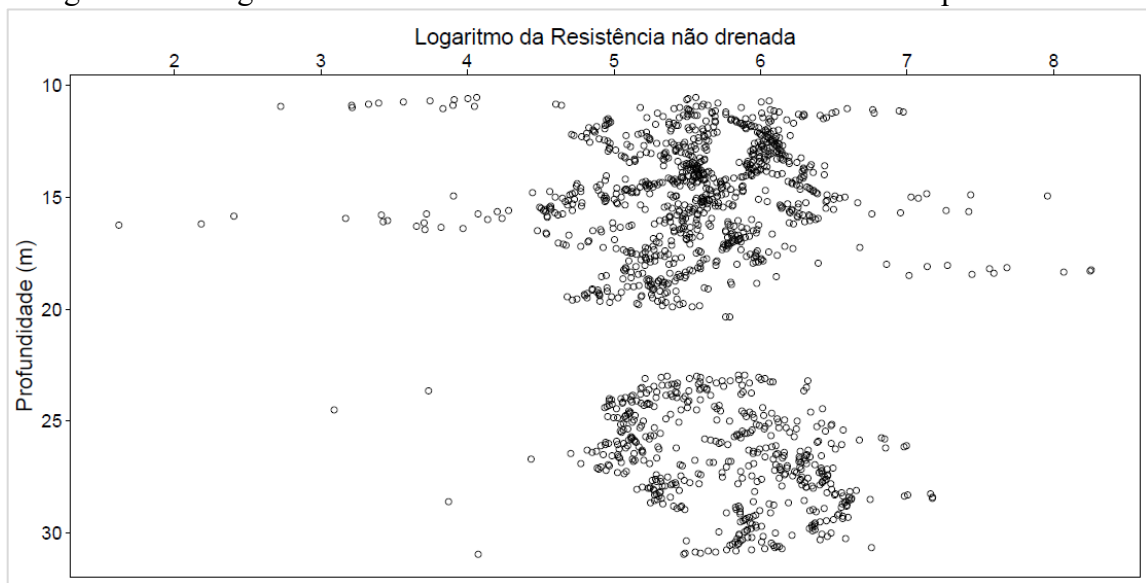


- Modelagem da tendência da resistência não drenada

A modelagem da variabilidade espacial, apresentada no Item 2.11, consiste em separar a variável em uma função de tendência e um componente flutuante (ou variação residual).

Na Figura 4.41 são apresentados os valores do logaritmo da resistência não drenada observados em cada profundidade.

Figura 4.41: Logaritmo da resistência não drenada observada em cada profundidade.



Já na Figura 4.42 é apresentada a média do logaritmo da resistência não drenada, em cada profundidade, aproximada por uma função linear, quadrática e do terceiro grau, respectivamente. As aproximações ajustadas, e respectivos R^2 , estão descritos nas Equações 56 a 58.

$$Su_{méd}(z) = 5,131 + 0,025z \quad R^2 = 0,19 \quad (\text{linear}) \quad (\text{Eq 56})$$

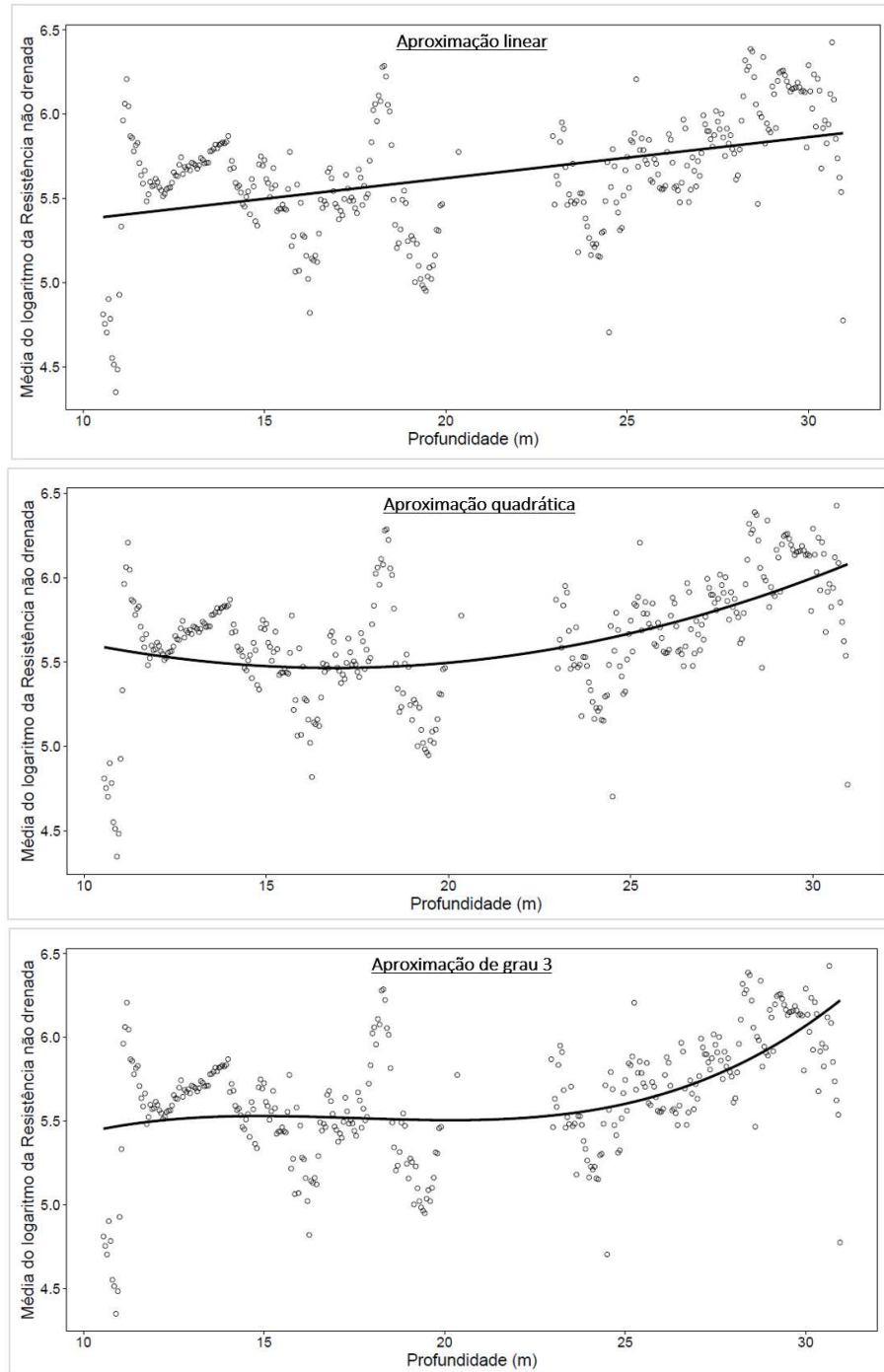
$$Su_{méd}(z) = 6,343 - 0,104z + 0,003z^2 \quad R^2 = 0,26 \quad (\text{quadrática}) \quad (\text{Eq 57})$$

$$Su_{méd}(z) = 3,864 + 0,297z - 0,017z^2 + 0,0003z^3 \quad R^2 = 0,29 \quad (\text{grau 3}) \quad (\text{Eq 58})$$

Na qual: z representa uma profundidade e $Su_{méd}(z)$ a média do logaritmo da resistência não drenada na profundidade z .

Como há um aumento considerável no R^2 da aproximação linear para a quadrática, mas não ocorre o mesmo da quadrática para a do terceiro grau, foi adotada a função quadrática para modelagem da tendência do logaritmo da resistência não drenada com a profundidade. Conforme apresentado no Item 2.11, a função tendência deve ser mantida tão simples quanto possível, obedecendo ao conjunto de dados.

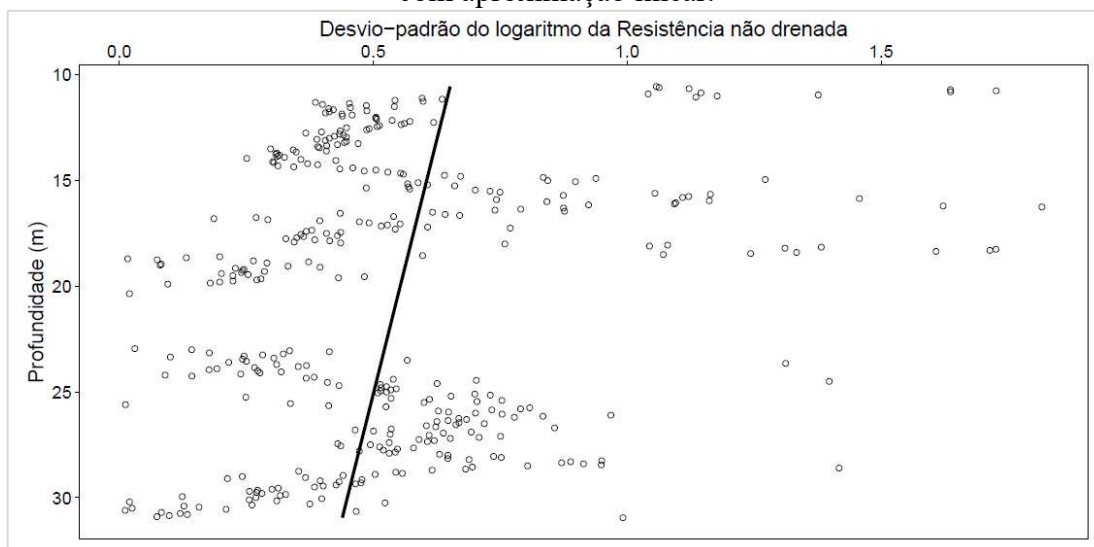
Figura 4.42: Média do logaritmo da resistência não drenada, em cada profundidade, com aproximações linear, quadrática e de grau 3.



- Varição residual da resistência não drenada

A Figura 4.43 apresenta o desvio padrão do logaritmo da resistência não drenada para cada profundidade considerada. É possível observar uma ligeira tendência de diminuição nessa variação quando se aumenta a profundidade.

Figura 4.43: Desvio padrão do logaritmo da resistência não drenada, em cada profundidade, com aproximação linear.



De posse do modelo da tendência (quadrático) e do desvio padrão (linear), para cada profundidade, foi aplicada a transformação no logaritmo da resistência não drenada pela Equação 59, de forma a se obter resíduos padronizados, isto é, com média zero e variância igual a 1:

$$\bar{w}(z) = \frac{Su(z) - Su_{méd}(z)}{\sigma(z)} \quad (\text{Eq 59})$$

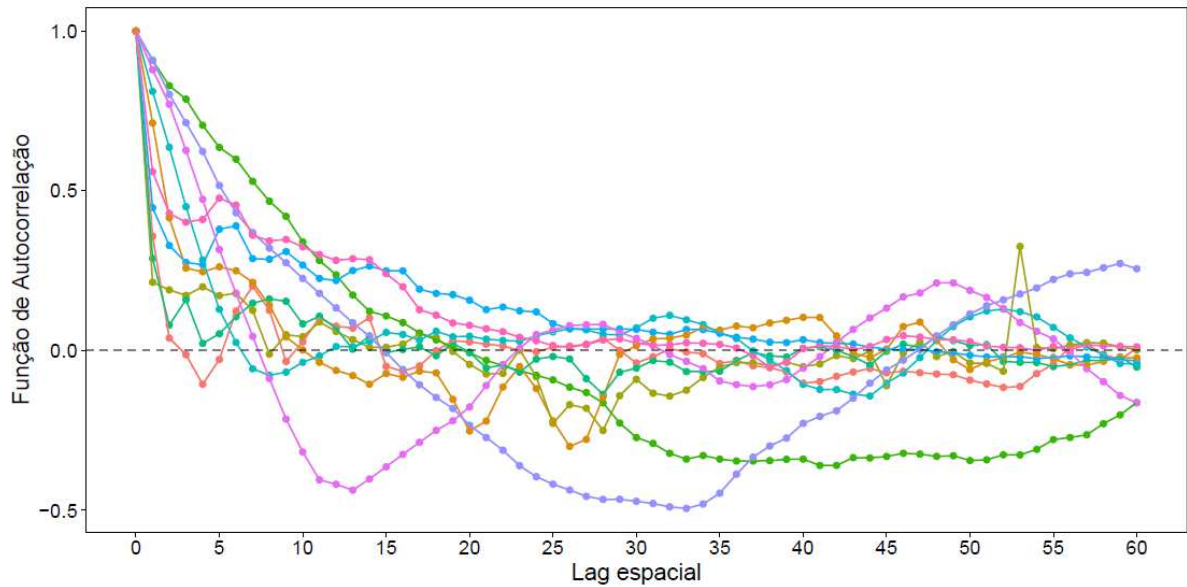
Após aplicar essa transformação para cada observação de cada furo, calculou-se a função de autocorrelação dos resíduos padronizados, conforme descrito no item a seguir.

- Modelos de autocorrelação e comprimento de correlação

A função de autocorrelação (ACF), como descrito anteriormente no Item 2.11.2, é uma medida da correlação entre as observações de uma série, temporal ou espacial, que são separadas por unidades de tempo ou espaço. A ACF é calculada a partir da razão da covariância das medições feitas em pontos distantes entre si sobre a variância desta propriedade. A função de autocorrelação, para cada um dos dez furos, está representada na Figura 4.44.

O *lag* é o número de unidades de espaço que separa os dados de séries espaciais. Quando essa distância é zero, tem-se o valor máximo 1, pois trata-se da variável correlacionada com ela mesma. O *lag* representa a distância, em 0,05 m, entre duas medidas de um furo, ou seja, se duas observações estão a um *lag* 3, elas estão distantes verticalmente de 0,15 m. Foram considerados 60 *lags* na análise, o que representa 3 m, pois a partir desse *lag* a autocorrelação média dos furos é muito próxima de zero.

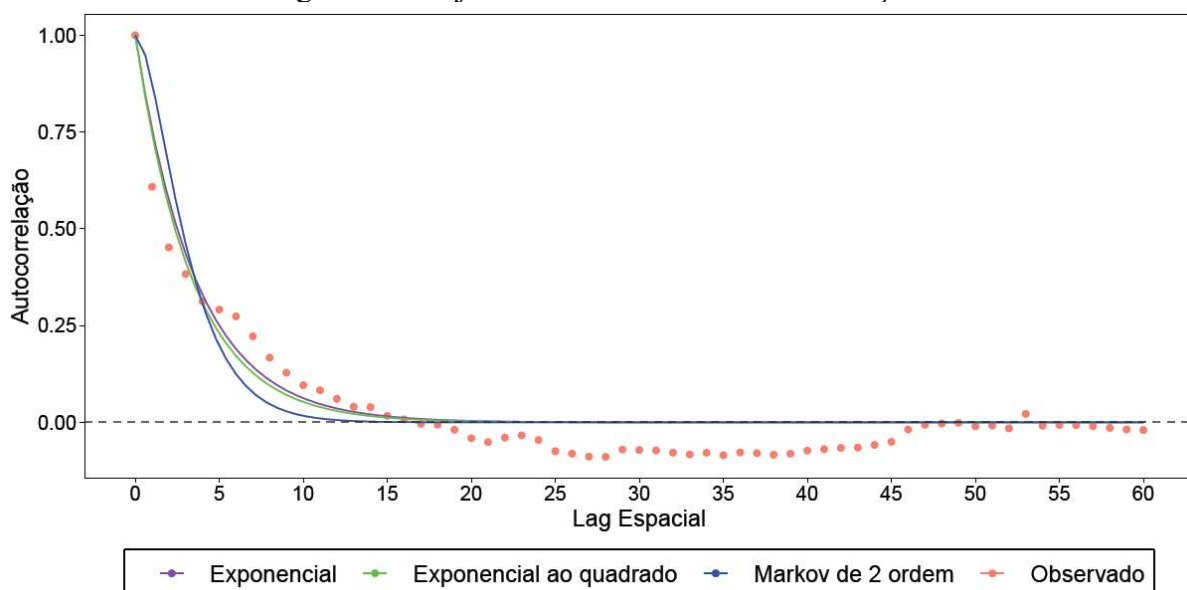
Figura 4.44: Função de autocorrelação amostral para cada um dos dez furos.



A metodologia empregada neste trabalho consistiu em determinar a função de autocorrelação amostral (ACF) e, na sequência, ajustar um modelo teórico de autocorrelação (ACM) à ACF definida. O comprimento de correlação, então, pode ser estimado a partir do parâmetro do modelo da ACM ajustada.

Para cálculo do comprimento de correlação, ou escala de flutuação, três curvas teóricas foram ajustadas aos dados observados na Figura 4.44, sendo elas: Exponencial, Exponencial ao quadrado e Markov de segunda ordem. As curvas de ajuste estão representadas na Figura 4.45. a curva dos dados observados, apresentada na Figura 4.45, representa a média do valor da ACF para cada lag.

Figura 4.45: Ajuste dos modelos de autocorrelação.



Os erros entre os valores estimados e observados foram então calculados pela raiz do erro quadrático médio (RMSE), que é o desvio padrão dos resíduos (erros de predição). Ao minimizar o Erro Quadrático Médio entre a ACF estimada e a ACM, o parâmetro a , da estrutura de correlação, é estimado a partir dos resíduos padronizados. A Tabela 4.13 apresenta os resultados do ajuste de cada uma das três curvas teóricas, apresentando o valor estimado de a pelo método dos Mínimos Quadrados, o comprimento de correlação, em metros, estimado por cada modelo, seu Erro Quadrático Médio e o R^2 .

O comprimento de correlação θ (ou escala de flutuação) é definido como $2/a$, $a\sqrt{\pi}$ e $4/a$, respectivamente, para as três funções apresentadas (Exponencial, Exponencial-quadrado e Markov de 2ª ordem). O fator 0,05 foi inserido para converter a escala para metros, visto que as observações foram realizadas a cada 0,05 m (assim como o *lag*).

Tabela 4.13: Resultado do ajuste de cada modelo teórico para as funções de autocorrelação.

ACM	Função	a	Comprimento de Correlação (m)		RMSE	R ²
Exponencial	$y = e^{-ax}$	0,277	$\theta = 0,05 \times 2/a$	0,36	0,028	0,886
Exponencial-quadrado	$y = e^{-(x/a)^2}$	3,404	$\theta = 0,05 \times a\sqrt{\pi}$	0,30	0,033	0,866
Markov de 2ª ordem	$y = e^{-ax}(1 + ax)$	0,602	$\theta = 0,05 \times 4/a$	0,33	0,030	0,876

Em todos os casos, o comprimento da correlação deu entre 0,3 m e 0,4 m. Tendo em vista que o ajuste do modelo Exponencial foi melhor (menor RMSE e maior R^2), adotou-se o comprimento de correlação deste modelo como representativo.

Em comparação com a literatura, embora diferentes faixas sejam reportadas, os resultados obtidos se aproximam do limite inferior destes intervalos.

4.3 Etapa 4 – Avaliação do efeito da variabilidade dos parâmetros na estabilidade de taludes

A etapa 4 consistiu em avaliar o efeito da variabilidade das propriedades geotécnicas dos solos a partir de análises de estabilidade bidimensionais de taludes. Para tanto, foram definidos três casos, correspondentes a três análises de sensibilidade, as quais estão sumarizadas a seguir:

- Caso A – a análise de sensibilidade avaliou a influência do grau de correlação entre as variáveis c' e φ' na probabilidade de ruptura.
- Caso B – a análise de sensibilidade avaliou a influência do coeficiente de variação na probabilidade de ruptura; a variável aleatória selecionada foi aquela que apresentou maior influência na variação do fator de segurança.

- Caso C – a análise de sensibilidade avaliou a influência do comprimento de correlação vertical da resistência não drenada da argila variegada na probabilidade de ruptura.

Os parâmetros de entrada para as análises de estabilidade foram determinados na Etapa 3, após modelagem estatística e probabilística das variáveis de interesse. As principais variáveis do estudo são: coesão e ângulo de atrito (para os três materiais ensaiados), resistência não drenada e razão de resistência não drenada (aplicadas à argila amarela lançada e argila variegada).

As análises realizadas foram divididas em três grupos, Caso A, Caso B e Caso C, cujos resultados estão apresentados na sequência.

4.3.1 Caso A

O Caso A consiste numa análise de longo prazo na qual foram aplicados parâmetros efetivos do critério de ruptura de Mohr-Coulomb, c' e φ' . Além do cenário base, que corresponde aos parâmetros de entrada definidos nas seções anteriores, foi realizada uma análise de sensibilidade do grau de correlação entre as variáveis c' e φ' (incerteza de transformação, ou de modelo) e a probabilidade de ruptura.

- Resultados da análise probabilística de estabilidade

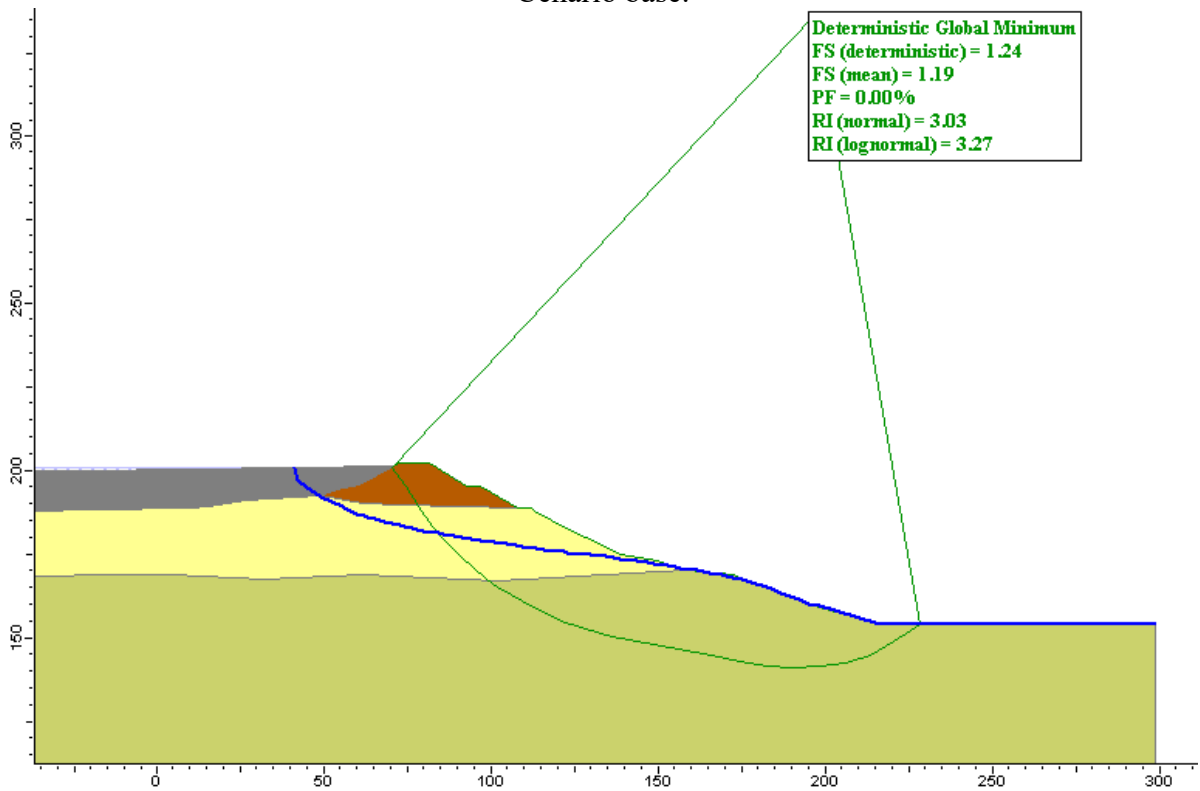
A análise probabilística de estabilidade para o Caso A considerou o método de simulação de Monte Carlo, 50.000 simulações e análise do tipo *global minimum*, uma vez que a superfície crítica não se mostrou sensível à variação dos parâmetros. Um número maior de simulações (100.000) também foi testado, mas não indicou diferença no resultado.

Os resultados da análise probabilística de estabilidade, conforme os parâmetros apresentados na Tabela 4.9, estão ilustrados na Figura 4.46 a Figura 4.48 e descritos a seguir.

- Fator de segurança determinístico = 1,24
- Fator de segurança médio probabilístico = 1,19
- Probabilidade de ruptura = 0,1%.

Seguindo os parâmetros obtidos nos ensaios e os graus de correlação entre c' e φ' para os três materiais, o *software* não encontrou, dentre as 50.000 iterações, nenhuma simulação em que o FS fosse menor do que 1,0, resultando, portanto, em uma probabilidade de ruptura igual a zero. Como a probabilidade de ruptura sempre existirá, por menor que ela seja, seu valor foi então calculado com base na distribuição de probabilidade do fator de segurança indicada pelo *software* ($P_r = 0,1\%$).

Figura 4.46: Resultado da análise probabilística de estabilidade – Caso A – Longo Prazo – Cenário base.



O gráfico de convergência do fator de segurança mostrou uma tendência de estabilização do valor após 3.000 simulações, aproximadamente, indicando que o número de iterações definido (5.000) está adequado, juntamente com a análise do formato do histograma do fator de segurança.

Figura 4.47: Histograma de distribuição do fator de segurança – Caso A – Longo Prazo – Cenário base.

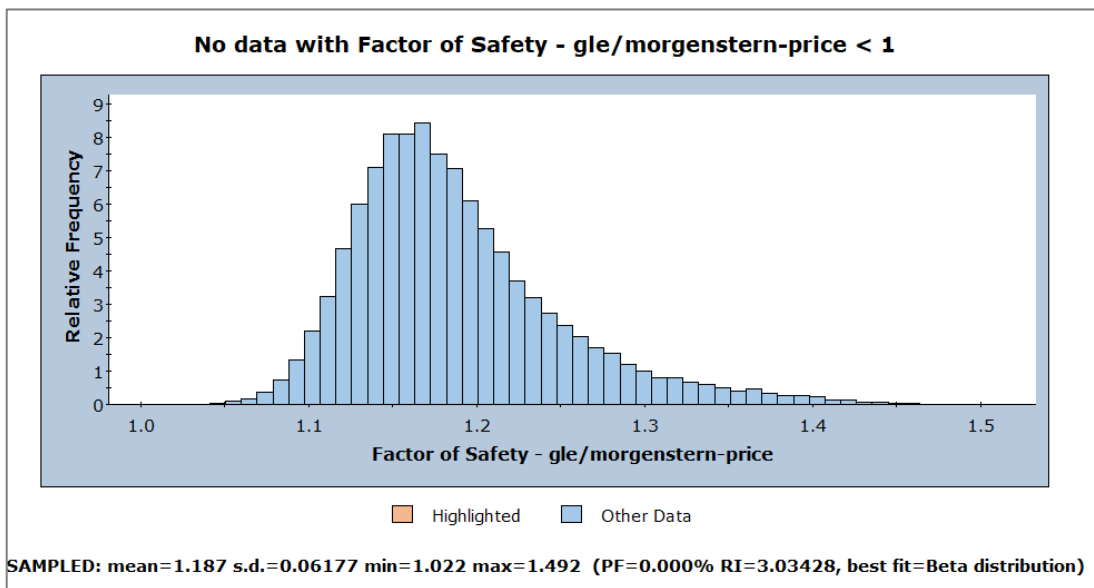
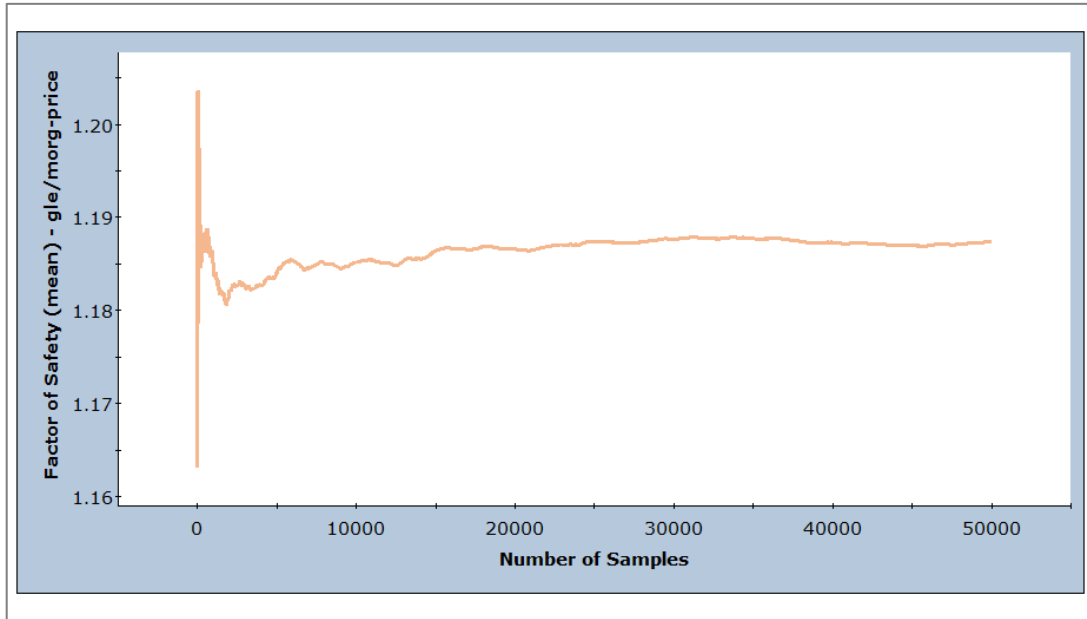


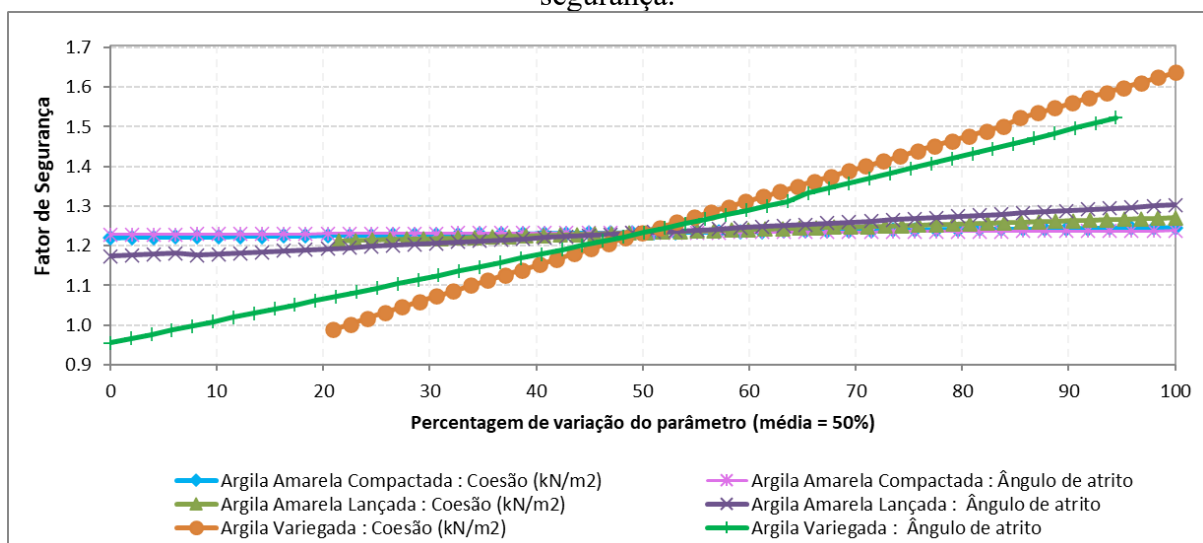
Figura 4.48: Gráfico de convergência do fator de segurança – Caso A – Longo Prazo – Cenário base.



- Análise de sensibilidade

Na sequência, foi realizada uma análise de sensibilidade para verificação da influência de cada variável aleatória no fator de segurança. O resultado está ilustrado na Figura 4.49 e indica que a coesão e o ângulo de atrito da argila variegada são os parâmetros que mais influenciam o FS, pois a variação de seus valores produz uma maior variação no valor de FS. No gráfico da Figura 4.49, o valor correspondente a 50% significa que os valores médios dos parâmetros foram adotados. Já os valores 0% e 100% correspondem aos mínimos e máximos, respectivamente, definidos conforme Tabela 4.9.

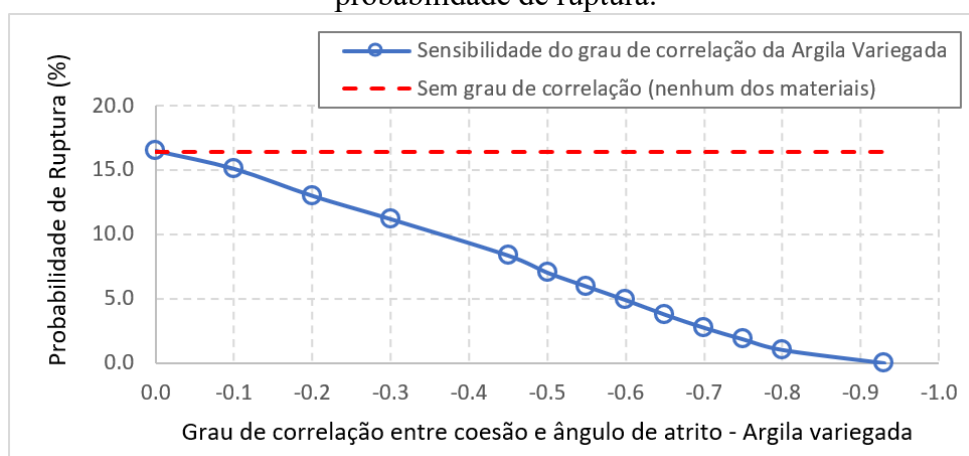
Figura 4.49: Análise de sensibilidade da influência das variáveis aleatórias no fator de segurança.



Uma vez que a coesão e o ângulo de atrito da argila variegada são os parâmetros que mais influenciam a variação de FS, foi realizada uma análise de sensibilidade da influência do grau de correlação (r) de c' e φ' da argila variegada na probabilidade de ruptura (também denominada probabilidade de falha); os resultados estão ilustrados na Figura 4.50.

Dessa forma, a linha azul indica a probabilidade de ruptura para valores de r da argila variegada variando de $-0,93$ (valor obtido nos ensaios) a 0 . Em todas as análises, os valores de r da argila amarela compactada e lançada foram mantidos iguais a $-0,66$ e $-0,62$ (valores obtidos nos ensaios), respectivamente. A linha tracejada vermelha indica a probabilidade de ruptura desconsiderando qualquer grau de correlação entre as variáveis que compõem a seção de análise.

Figura 4.50: Influência do grau de correlação entre a coesão e o ângulo de atrito na probabilidade de ruptura.



É possível observar um decréscimo considerável da probabilidade de ruptura com o aumento do grau de correlação entre c' e φ' . Vale lembrar que r pode variar de 1 a -1 , sendo que o valor de $-0,93$ indica uma forte correlação negativa entre as variáveis. Quando r se aproxima de zero (correlação nula), a probabilidade de ruptura se aproxima do valor obtido na análise desconsiderando qualquer grau de correlação entre as variáveis, consistente com o fato de a argila variegada ser o material de maior influência na variação do fator de segurança.

Vale lembrar que a correlação entre c' e φ' está associada a uma incerteza de modelo (neste caso, modelo de Mohr-Coulomb).

4.3.2 Caso B

O Caso B consiste numa análise de curto prazo, na qual foram aplicados parâmetros drenados do critério de ruptura de Mohr-Coulomb, c' e φ' , aos materiais acima da linha freática, e não drenados, S_u/σ'_{v0} , aos materiais abaixo da linha freática.

O Caso B foi subdividido em três cenários, em função do tipo de ensaio utilizado para modelagem da razão de resistência, a saber:

- Cenário Base – assumiu como referência a modelagem obtida a partir dos ensaios Triaxial CIU para a argila amarela lançada e DSS para a argila variegada;
 - Cenário 2 – manteve a modelagem para a argila variegada conforme Cenário Base, mas assumiu a modelagem obtida a partir do ensaio CPTu para a argila amarela lançada; e
 - Cenário 3 – manteve a modelagem para a argila amarela lançada conforme Cenário Base, mas assumiu a modelagem obtida a partir do ensaio CPTu para a argila variegada.
- Resultados da análise probabilística de estabilidade

As análises probabilísticas de estabilidade para o Caso B consideraram o método de simulação de Monte Carlo, 5.000 simulações e análise do tipo *overall slope*, dado que análises preliminares indicaram a sensibilidade da superfície crítica à variação dos parâmetros.

Os resultados de cada cenário estão resumidos na Tabela 4.14. A Figura 4.51 a Figura 4.53 ilustram o resultado da análise probabilística de estabilidade para o Cenário Base.

Tabela 4.14: Resultados das análises probabilísticas de estabilidade – Cenários Base, 2 e 3.

Resultado	Cenário Base	Cenário 2	Cenário 3
Fator de segurança determinístico	1,17	1,22	1,17
Fator de segurança médio probabilístico	1,12	1,12	1,14
Probabilidade de ruptura	23,2%	32,0%	18,6%

Os resultados obtidos para cada cenário indicam fatores de segurança similares, e probabilidades de ruptura variando de 18,6% a 32,0%. As variações obtidas podem ser consideradas aceitáveis, uma vez que diferenças são esperadas por se tratar de modelagens a partir de tipos diferentes de ensaios, mas, no entanto, não são esperadas grandes disparidades por se tratar dos mesmos solos.

O FS determinístico do Cenário 2 foi ligeiramente maior do que o FS do Cenário Base porque a resistência da argila amarela lançada pelo ensaio CPTu foi ligeiramente superior. Já a P_r foi maior porque o desvio padrão pelo CPTu foi maior, consistente com o fato de que os ensaios de campo resultaram em um CV mais alto.

O FS determinístico do Cenário 3 foi o mesmo do Cenário Base. Já a P_r foi maior para o Cenário base porque o desvio padrão da resistência da argila variegada pelo ensaio DSS foi maior, o

que pode ter sido causado pela mudança de comportamento dilatante-contrátil em função do nível de tensões.

Figura 4.51: Resultado da análise probabilística de estabilidade – Caso B – Curto Prazo – Cenário base.

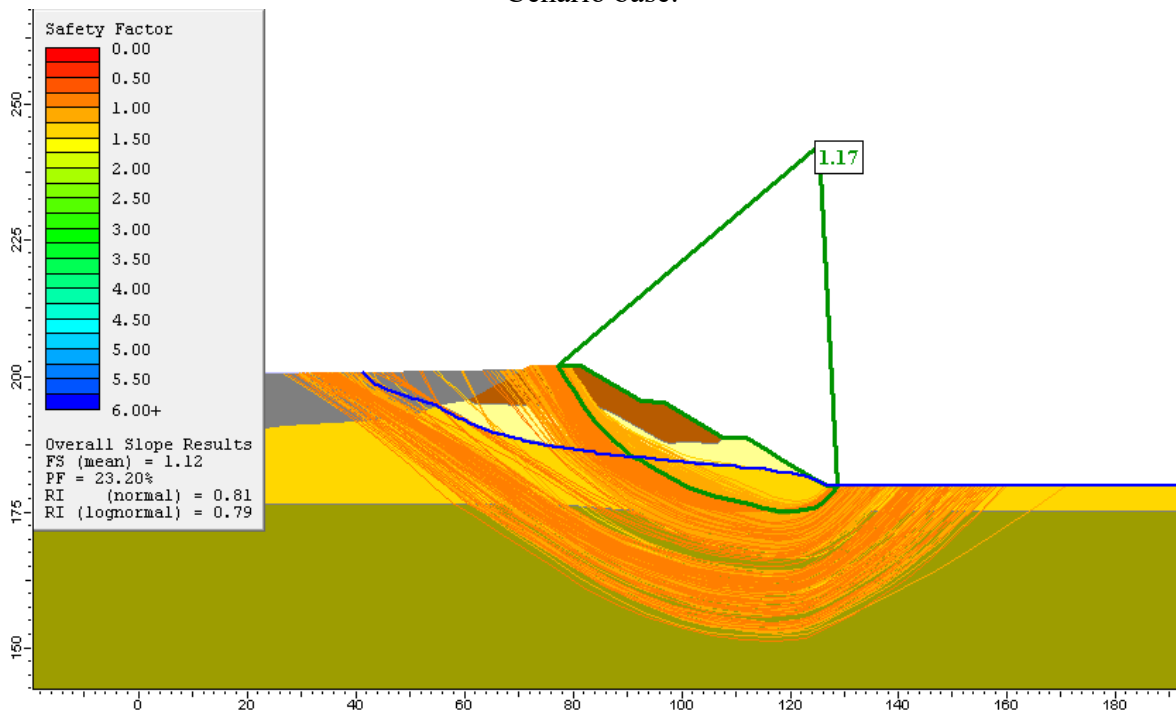
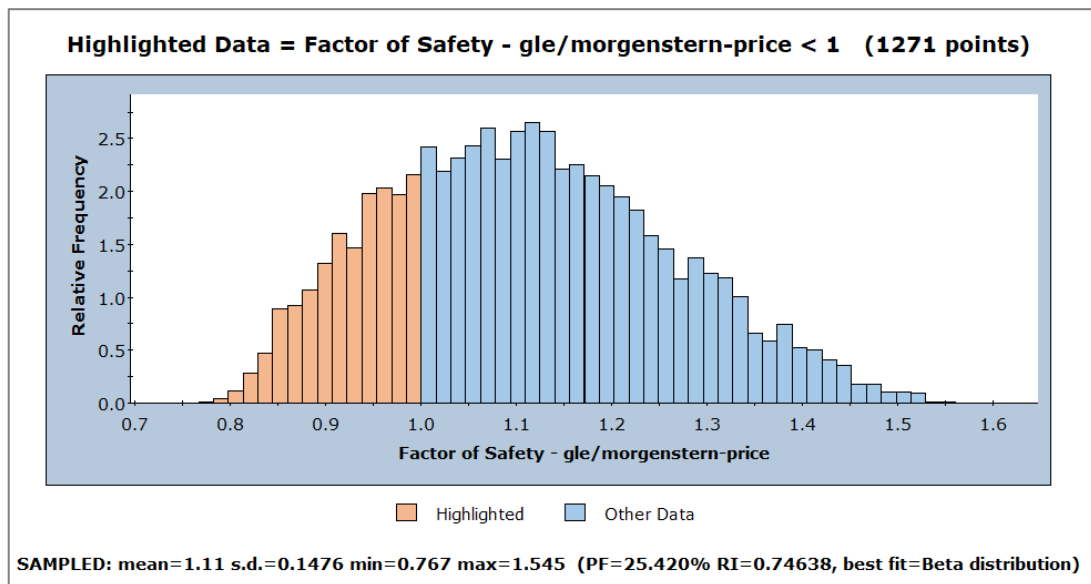
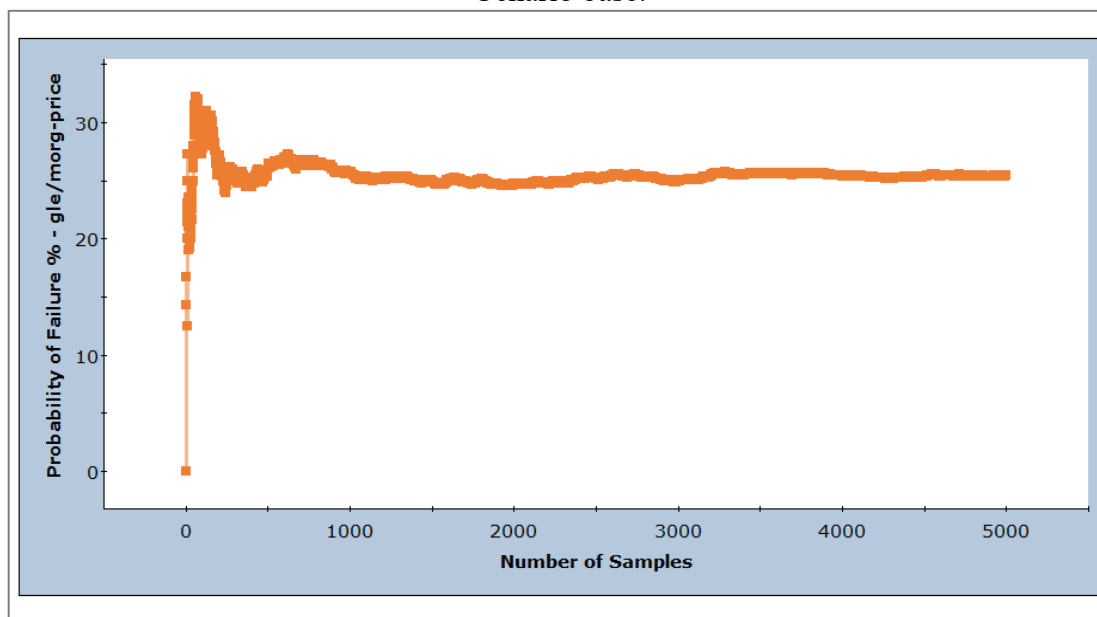


Figura 4.52: Histograma de distribuição do fator de segurança – Caso B – Curto Prazo – Cenário base.



O gráfico de convergência da probabilidade de ruptura mostrou uma tendência de estabilização do valor após aproximadamente 2.000 simulações e, juntamente com a análise do formato do histograma do fator de segurança, indicaram que o número de iterações definido (5.000) está adequado.

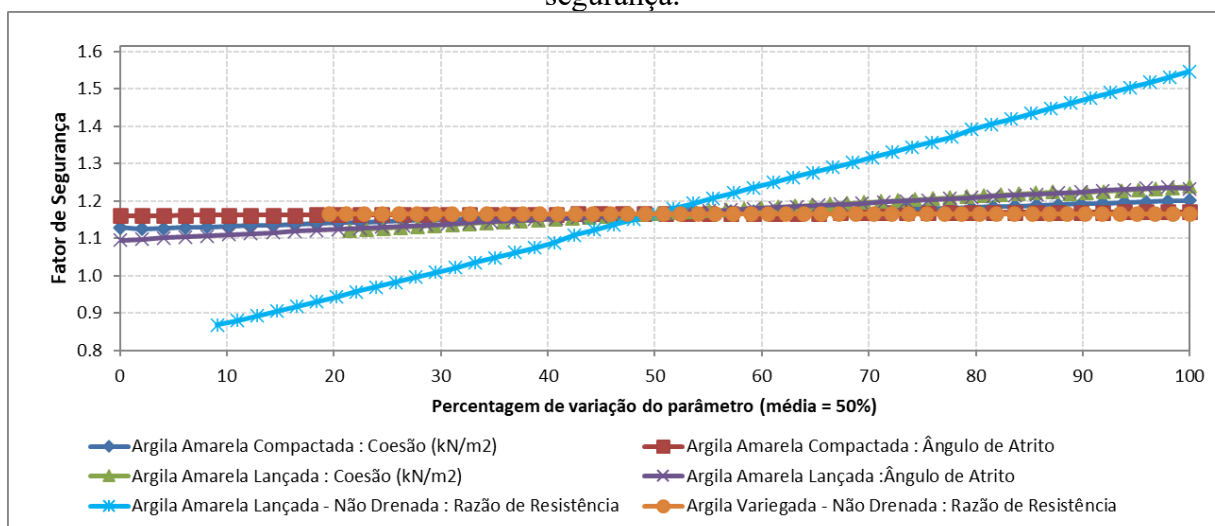
Figura 4.53: Gráfico de convergência da probabilidade de ruptura – Caso B – Curto Prazo – Cenário base.



- Análise de sensibilidade

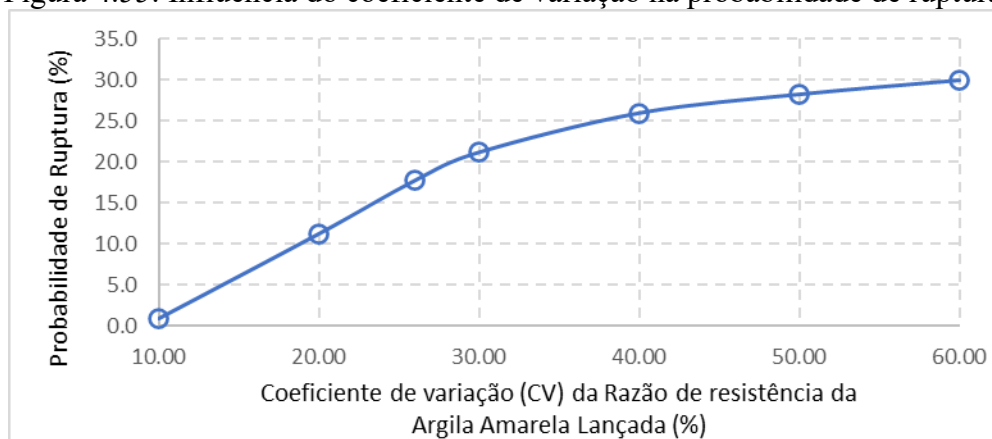
Na sequência, foi realizada uma análise de sensibilidade para verificação da influência de cada variável aleatória no fator de segurança. O resultado está ilustrado na Figura 4.54 e indica que a razão de resistência da argila amarela lançada é o parâmetro que mais influencia a variação de FS.

Figura 4.54: Análise de sensibilidade da influência das variáveis aleatórias no fator de segurança.



Uma vez que a razão de resistência da argila amarela lançada é o parâmetro que mais influencia a variação de FS, foi realizada uma análise de sensibilidade do coeficiente de variação deste parâmetro na probabilidade de ruptura; os resultados estão ilustrados na Figura 4.55.

Figura 4.55: Influência do coeficiente de variação na probabilidade de ruptura.



A figura indica probabilidades de ruptura variando de 0,9%, para $CV = 10\%$, a 29,9%, para $CV = 60\%$, realçando a importância da seleção adequada do valor de coeficiente de variação dos materiais na abordagem probabilística de estabilidade de taludes.

4.3.3 Caso C

O Caso C consiste numa análise de curto prazo em que foram aplicados parâmetros efetivos do modelo de Mohr-Coulomb, c' e φ' , aos materiais acima da linha freática, e não drenados aos materiais abaixo da linha freática. Além do cenário base, que corresponde aos parâmetros de entrada definidos nas seções anteriores, foi realizada uma análise de sensibilidade da influência do comprimento de correlação vertical (θ_v) da resistência não drenada da argila variegada na probabilidade de ruptura.

Foi adotado um único comprimento de correlação horizontal no presente trabalho, $\theta_h = 5,0 m$; sua variabilidade, portanto, não foi objeto de estudo. Não foi aplicada também a variabilidade espacial aos demais materiais que compõem a seção.

- Resultados da análise probabilística de estabilidade

As análises probabilísticas de estabilidade para o Caso C consideraram o método de simulação de Monte Carlo, 1.000 simulações e análise do tipo *overall slope* (automaticamente selecionada quando se habilita a opção de variabilidade espacial).

Os resultados da análise probabilística de estabilidade, para $\theta_v = 0,3 m$ e $\theta_h = 5,0 m$, estão ilustrados na Figura 4.56 e descritos a seguir. As superfícies críticas obtidas para cada uma das 1.000 amostras do campo aleatório estão também indicadas na Figura 4.56.

- Fator de segurança determinístico = 1,30
- Fator de segurança médio probabilístico = 1,07

- Probabilidade de ruptura = 0,90%.

Figura 4.56: Resultado da análise probabilística de estabilidade – Caso C – Curto Prazo – Cenário base.

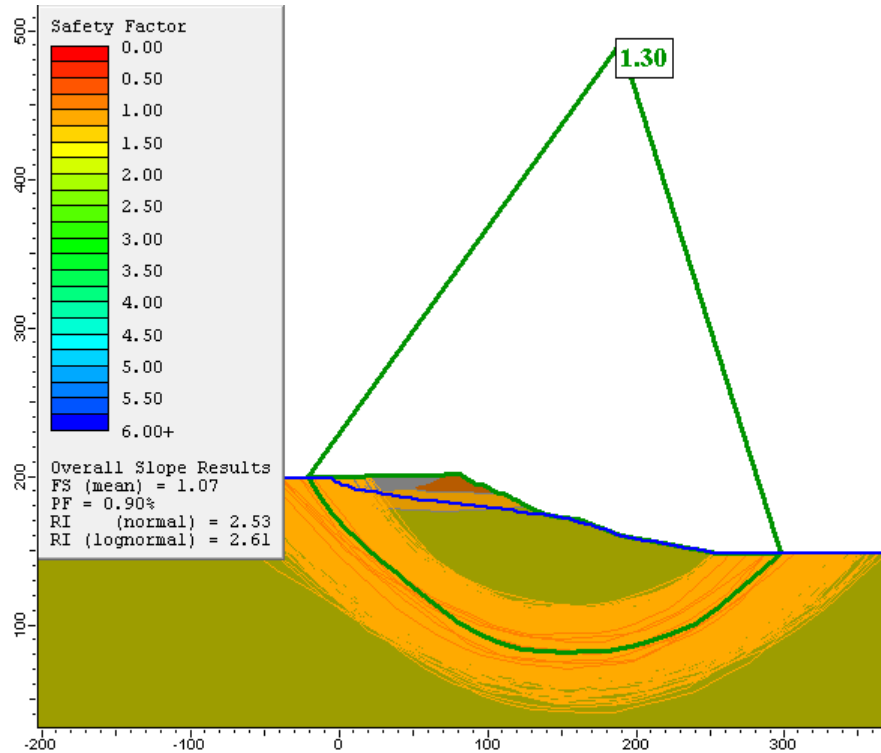
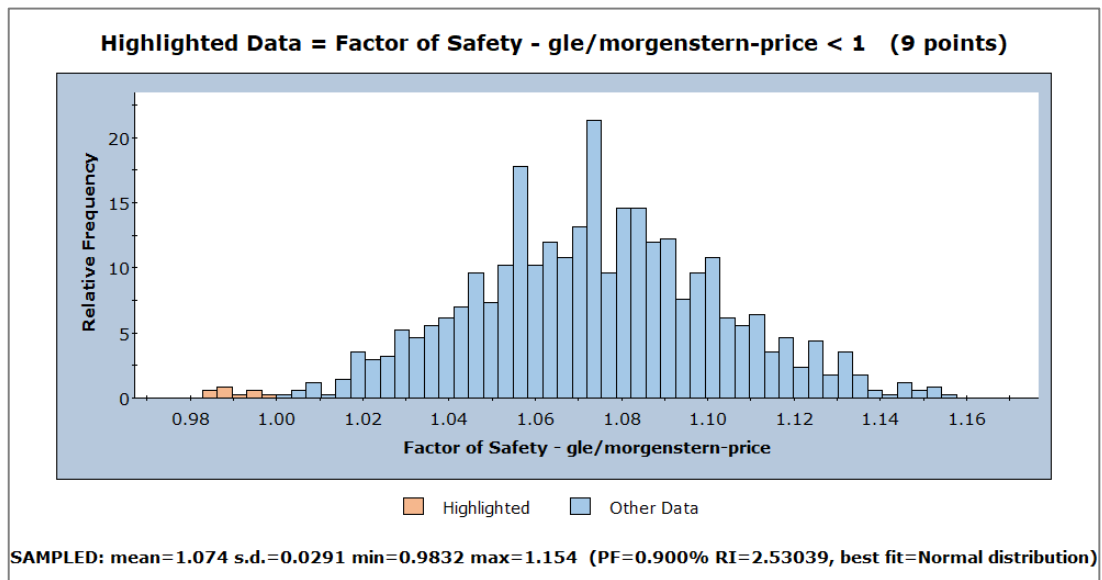
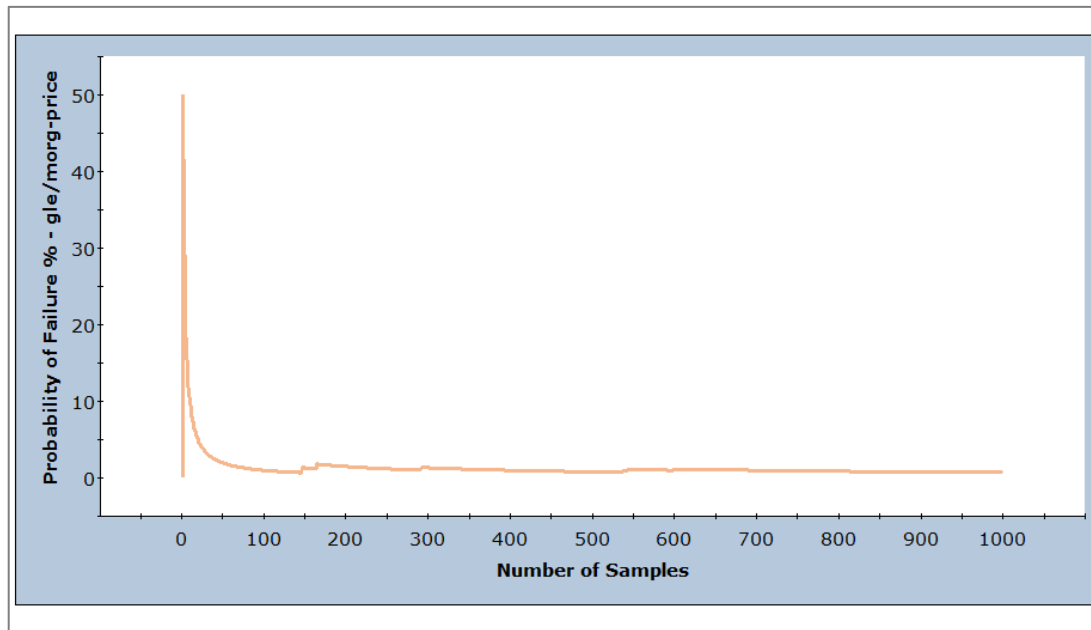


Figura 4.57: Histograma de distribuição do fator de segurança – Caso C – Curto Prazo – Cenário base.



O gráfico de convergência da probabilidade de ruptura mostrou uma tendência de estabilização do valor após aproximadamente 500 simulações e, juntamente com a análise do formato do histograma do fator de segurança, indicaram que o número de iterações definido (1.000) está adequado.

Figura 4.58: Gráfico de convergência da probabilidade de ruptura – Caso C – Curto Prazo – Cenário base.



- Análise de sensibilidade

Na sequência, θ_v foi variado de 0,3 m a 100 m para avaliação do impacto na probabilidade de ruptura, mantendo-se θ_h constante e igual a 5,0 m. A Figura 4.59 e a Figura 4.60 foram incluídas para ilustrar o efeito visual do comprimento de correlação no modelo de análise, onde a primeira representa $\theta_v = 0,3 m$ e a segunda $\theta_v = 50,0 m$. É possível observar na Figura 4.60 uma maior persistência do valor da propriedade no eixo vertical, comparada com a Figura 4.59.

Os resultados das análises para os diferentes valores de θ_v estão indicados na Figura 4.61. A linha tracejada vermelha, denominada variável aleatória única, representa o resultado da análise probabilística desconsiderando a existência da variabilidade espacial; isto é o mesmo que considerar, implicitamente, um comprimento de correlação infinito.

Figura 4.59: Amostra do campo aleatório gerado considerando $\theta_v = 0,3 m$ e $\theta_h = 5,0 m$.

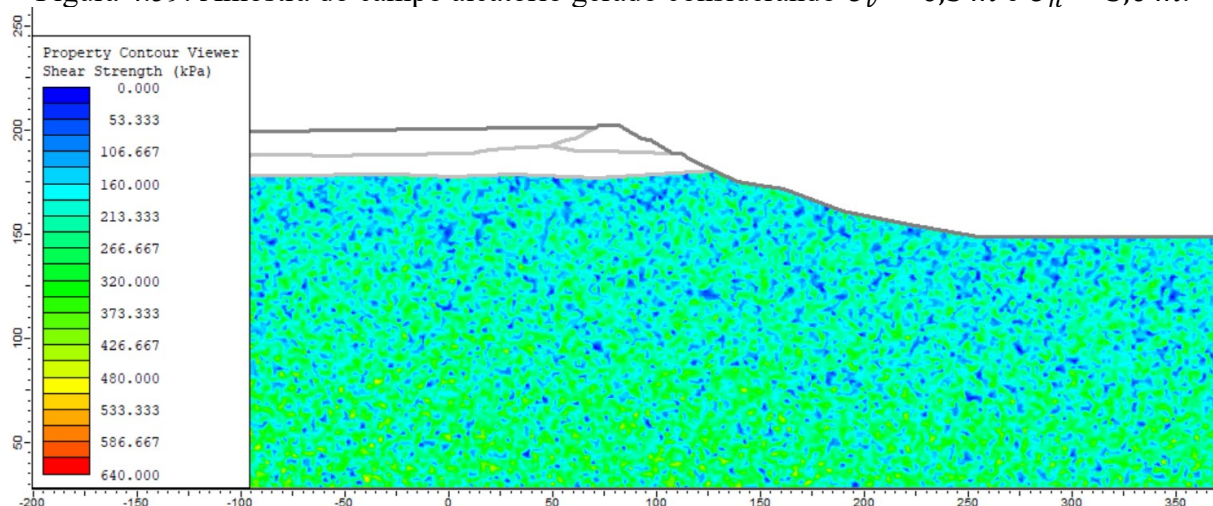


Figura 4.60: Amostra do campo aleatório gerado considerando $\theta_v = 50,0 m$ e $\theta_h = 5,0 m$.

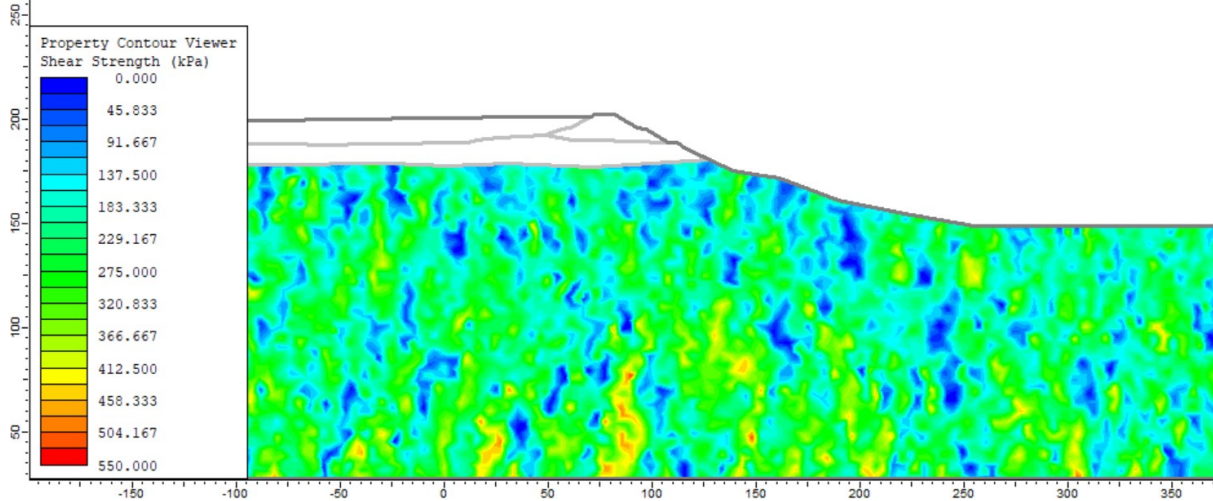
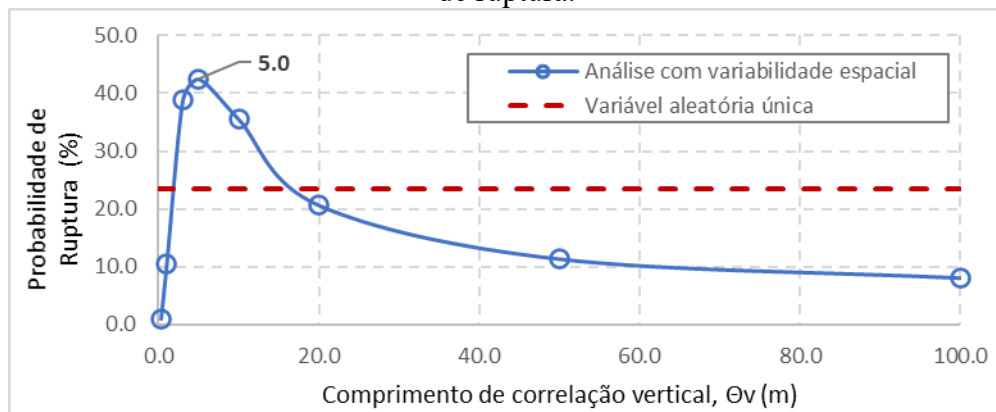


Figura 4.61: Influência de θ_v da resistência não drenada da argila variegada na probabilidade de ruptura.



Os resultados indicam, em geral, probabilidades de ruptura menores do que aquela desconsiderando a existência da variabilidade espacial. No entanto, para certos valores de comprimento de correlação ($\theta_v = 3, 5$ e $10 m$), a probabilidade obtida foi superior à da variável aleatória única. Estes resultados corroboram com o apresentado no Item 2.12.3, onde os autores sugerem a existência de um comprimento de correlação crítico, que é aquele em que a probabilidade de ruptura atinge seu valor máximo. Neste caso, os resultados da análise probabilística ignorando a variabilidade espacial das propriedades do solo não são mais o cenário mais conservador.

Vale observar, ainda, que a probabilidade de ruptura variou de 0,90%, para $\theta_v = 0,3 m$ a 42,5%, para $\theta_v = 5 m$, evidenciando a importância deste parâmetro. A seleção adequada dos comprimentos de correlação se faz relevante para que o resultado não seja sub nem superestimado, mas sim o mais realista.

5 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

O presente trabalho abordou o tópico “variabilidade de propriedades geotécnicas” com ênfase na aplicação de ferramentas estatísticas e probabilísticas para auxílio ao tratamento das incertezas. O trabalho consistiu inicialmente de uma revisão literária acerca das diversas técnicas empregadas para modelagem das incertezas geotécnicas, em especial a variabilidade espacial. Na sequência, os conceitos apresentados foram empregados a um estudo de caso que contemplou uma vasta campanha de ensaios geotécnicos.

Os resultados dos ensaios de caracterização e de resistência ao cisalhamento indicaram, em geral, valores de coeficientes de variação (CV) aderentes às faixas reportadas na literatura, com destaque para os seguintes pontos:

- Os CVs calculados para q_t (resistência real mobilizada) se aproximaram do limite superior reportado nas fontes consultadas.
- Os CVs obtidos para S_u/σ'_{v0} (razão de resistência ao cisalhamento) se enquadraram em uma (faixa intermediária) das três faixas apresentadas.
- Os CVs obtidos para os parâmetros coesão, resistência não drenada e razão de resistência, assim como reportado na literatura, são significativamente maiores do que os CVs para o ângulo de atrito, consistente com o fato de o ângulo de atrito ser uma propriedade fundamental do solo.
- A resistência não drenada obtida por meio de ensaios laboratoriais apresentou variabilidade significativamente menor do que a obtida por meio de ensaios de campo.
- Para os parâmetros de resistência ao cisalhamento foi realizada uma análise da variação do CV com o tamanho da amostra. Foi possível identificar, para os parâmetros de coesão e ângulo de atrito efetivos, que a variação do CV tende a se aproximar de 0% a partir de 10 ensaios, aproximadamente. Já para os parâmetros não drenados, a variação do CV se aproximou de 0% a partir de 20 observações, aproximadamente.
- Esses resultados sugerem que, caso o número de amostras disponíveis seja pequeno, pode ser mais realista assumir um coeficiente de variação com base em dados da literatura, do que o calculado pela amostra. Cabe à engenharia julgar se o material em estudo se aproxima dos valores inferiores ou superiores das faixas de CV, fazendo jus ao conhecimento que se tem das propriedades e comportamento deste material.

A modelagem estatística e probabilística consistiu na definição dos parâmetros de entrada para as análises de estabilidade. Os resultados obtidos são discutidos a seguir:

- Todos os três materiais apresentaram correlação negativa significativa entre as variáveis c' e φ' . Os valores obtidos foram $r = -0,66$ para a argila amarela compactada, $r = -0,62$ para a argila amarela lançada e $r = -0,93$ para a argila variegada, a qual apresentou a correlação mais forte (mais próxima de -1).
- Nenhuma das propriedades avaliadas – coesão, ângulo de atrito e razão de resistência não drenada – apresentou uma única distribuição como melhor ajuste para os três materiais. Em geral, os resultados indicaram que, parte do conjunto de dados se ajustou melhor à distribuição normal, enquanto a outra parte se ajustou melhor à distribuição log-normal. Vale notar que a literatura indica que a coesão tende a seguir a distribuição log-normal e o ângulo de atrito tende a seguir a distribuição normal, enquanto o ajuste da resistência não drenada depende do tipo de solo e ensaio, podendo variar entre log-normal e normal.
- Para as variáveis normalmente distribuídas, os valores máximos e mínimos foram calculados considerando-se $\bar{x} \pm 2\sigma$ (95,4% dos dados). Para as variáveis log-normalmente distribuídas, os valores mínimos foram calculados para a probabilidade de 1%, enquanto os valores máximos foram calculados para a probabilidade de 95%.
- O comprimento de correlação espacial foi modelado para a resistência não drenada da argila variegada, a partir de 10 resultados de ensaios CPTu realizados em diferentes profundidades. No presente trabalho, apenas a correlação vertical foi analisada. A metodologia empregada neste trabalho consistiu em determinar a função de autocorrelação amostral (ACF) e, na sequência, ajustar um modelo teórico de autocorrelação (ACM) à ACF definida. O comprimento de correlação, então, pode ser estimado a partir do parâmetro do modelo da ACM ajustada. Três curvas teóricas foram ajustadas no presente trabalho, Exponencial, Exponencial ao quadrado e Markov de segunda ordem. Em todos os casos, o comprimento da correlação deu entre 0,3 m e 0,4 m. Em comparação com a literatura, embora diferentes faixas sejam reportadas, os resultados obtidos se aproximam do limite inferior destes intervalos.

De posse da modelagem estatística e probabilística dos parâmetros de interesse, foram realizadas análises probabilísticas de estabilidade de três seções hipotéticas de uma barragem, para as quais foram definidos os casos de estudo A, B e C; os principais resultados e conclusões estão descritos na sequência:

- O Caso A estudou a influência do grau de correlação (r) entre as variáveis coesão e ângulo de atrito da argila variegada na probabilidade de ruptura. Para $r = -0,93$ (valor

obtido nos ensaios), a probabilidade obtida foi igual a zero, enquanto que para $r = 0$ (correlação nula), foi obtida uma probabilidade de ruptura de 16,5%.

- O Caso B avaliou a influência do coeficiente de variação na probabilidade de ruptura; a variável aleatória selecionada foi aquela que apresentou maior influência na variação do fator de segurança (razão de resistência da argila amarela lançada). Os resultados indicaram probabilidades de ruptura variando de 0,9%, para $CV = 10\%$, a 29,9%, para $CV = 60\%$.
- O Caso C examinou a influência do comprimento de correlação vertical da resistência não drenada da argila variegada na probabilidade de ruptura. Os resultados indicam, em geral, probabilidades de ruptura menores para as análises considerando a variabilidade espacial, em comparação com a obtida para o cenário de variável aleatória única (sem variabilidade espacial). No entanto, para certos valores de comprimento de correlação ($\theta_v = 3, 5$ e 10 m), a probabilidade obtida foi superior à da variável aleatória única. Estes resultados corroboram o apresentado na literatura acerca da existência de um comprimento de correlação crítico, que é aquele em que a probabilidade de ruptura atinge seu valor máximo. Neste caso, os resultados da análise probabilística ignorando a variabilidade espacial das propriedades do solo não foram mais o cenário mais conservador. Vale observar, ainda, que a probabilidade de ruptura variou de 0,90%, para $\theta_v = 0,3$ m a 42,5%, para $\theta_v = 5$ m.

Os resultados das análises de sensibilidade realizadas para os três casos evidenciam a importância destes parâmetros na abordagem probabilística de estabilidade de taludes.

A seleção adequada dos coeficientes de variação, distribuições de probabilidade, graus de correlação entre variáveis e comprimentos de correlação espacial se faz relevante para que o resultado final não seja sub nem superestimado, mas sim o mais realista.

5.1 Recomendações para trabalhos futuros

Para dar sequência à pesquisa desenvolvida, algumas sugestões para trabalhos futuros são elencadas a seguir:

- Aplicar o método Bayesiano para inferência das propriedades geotécnicas, especialmente quando se tem propriedades obtidas por meio de diferentes tipos de ensaio e é preciso integrá-las;
- Aplicar a metodologia de modelagem da variabilidade espacial utilizada no presente trabalho para determinação do comprimento de correlação horizontal;

- Avaliar a influência do comprimento de correlação espacial horizontal na probabilidade de ruptura. No presente trabalho, apenas a correlação vertical foi analisada;
- Comparar resultados de análises obtidos pelo método RFEM (Método dos Elementos Finitos Aleatório) e RLEM (Método do Equilíbrio Limite Aleatório);
- Estudar a influência da variabilidade espacial em análises de estabilidade tridimensionais;
- Estudar ferramentas para modelagem estatística e probabilística de propriedades geotécnicas quando se tem dados limitados de investigações.

REFERÊNCIAS

- ALLAHVERDIZADEH, P.; GRIFFITHS, D. V.; FENTON, G. A. The Random Finite Element Method (RFEM) in Probabilistic Slope Stability Analysis with Consideration of Spatial Variability of Soil Properties. In: *IFCEE 2015: proceedings of the International Foundations Congress and Equipment Expo*, 2015, Texas.
- ANG, A. H-S.; TANG, W. H. *Probabilistic Concepts in Engineering – Emphasis on Applications in Civil & Environmental Engineering*. 2 ed. San Francisco: JOHN WILEY & SONS, INC., 2007, 419 p.
- ASSIS, A. P.; ESPÓSITO, T. J. B.; GARDONI, M. G. A.; MAIA, J. A. C. *Métodos Estatísticos e Probabilísticos Aplicados a Geotecnia*. Notas de aula, Departamento Engenharia Civil e Ambiental - Programa de Pós-Graduação em Geotecnia, Universidade de Brasília, 2018.
- BAECHER, G. B.; CHRISTIAN, J. T. *Reliability and Statistics in Geotechnical Engineering*. Chichester: JOHN WILEY & SONS, INC., 2003, 619 p.
- CAMI, B. JAVANKHOSHDEL, S. PHOON, K-K. CHING, J. Scale of fluctuation for spatially varying soils: estimation methods and values. *ASCE-ASME Journal of Risk and Uncertainty in Engineering Systems Part A Civil Engineering*, v. 6, issue 4, 2020. DOI: 10.1061/AJRUA6.0001083
- CAMPELLO, I. C.; ÁVILA, J. P.; VECCI, A. N.; MACHADO, J. L. M. Variabilidade de Propriedades Geotécnicas. Em: *XXXII Seminário Nacional de Grandes Barragens – Comitê Brasileiro de Barragens*, 2019, Salvador.
- CAO, Z.; LI, D.; WANG, Y. Bayesian perspective on geotechnical variability and site characterization. *Journal Engineering Geology*, v. 203, p. 117-125, 2016. DOI: 10.1016/j.enggeo.2015.08.017
- CAO, Z.; LI, D.; WANG, Y. *Probabilistic Approaches for Geotechnical Site Characterization and Slope Stability Analysis*. 1 ed. Heidelberg: SPRINGER, 2017. 190 p.
- CHAKRABORTY, R.; DEY, A. Stochastic Modeling of the Spatial Variability of Soil. *Sustainable Civil Infrastructures*, p. 144–155, 2019. DOI: 10.1007/978-3-030-01926-6_11
- CHING, J.; PHOON, K. K. 2012 Modeling parameters of structured clays as a multivariate normal distribution. *Canadian Geotechnical Journal*, v. 49, p. 522-545, 2012. DOI: 10.1139/T2012-015

CHING, J.; PHOON, K. K. Correlations among some clay parameters – the multivariate distribution. *Canadian Geotechnical Journal*, v. 51, p. 686-704, 2014. DOI: 10.1139/cgj-2013-0353

CHING, J.; PHOON, K. K. Impact of Autocorrelation Function Model on the Probability of Failure. *Journal of Engineering Mechanics*, v. 145, n. 1, 2019. DOI: 10.1061/(ASCE)EM.1943-7889.0001549

CHING, J.; PHOON, K. K.; WU, S. Statistical characterization of random field parameters using frequentist and Bayesian approaches. *Canadian Geotechnical Journal*, v. 53, n. 2, p. 285-298, 2015. DOI: 10.1139/cgj-2015-0094

CLAYTON, C. R. I.; MATTHEWS, M. C.; SIMONS, N. E. Site Investigation. 2 ed. New Jersey: Wiley, 1995, 451 p.

COLES, S. *Inferência Estatística - Introdução a Inferência Bayesiana*. Notas de Aula, Departamento de Estatística, Universidade Federal do Paraná, 2016.

CONTRERAS, LF.; RUEST, M. Unconventional methods to treat geotechnical uncertainty in slope design. In: *Proceedings of the First Asia Pacific Slope Stability in Mining Conference, Australian Centre for Geomechanics*, 2016, Perth.

COSTA, V. A. F. *Métodos Bayesianos Em Hidrologia – Parte 1*. Notas de Aula, Programa de Pós-graduação em Saneamento, Meio Ambiente e Recursos Hídricos, Universidade Federal de Minas Gerais, 2016.

DASTPAK, P.; MOUSAVI, S.; CHENARI, R. J.; CAMI, B.; JAVANKHOSHDEL, S. General probabilistic analysis of simple reinforced slopes using RLEM approach. In: *Geo St. John's Under Land & Sea, The 72nd Canadian Geotechnical Conference*, 2019, Canada.

EHLERS, R. S. *Introdução a Inferência Bayesiana*. Notas de aula, Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, 2003.

EL-RAMLY, H. *Probabilistic Analyses of Landslide Hazards and Risks: Bridging Theory and Practice*. 420 p. Tese (Doutorado em Geotecnia), Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Alberta, Edmonton, 2001.

FENTON, G. A.; GRIFFITHS, D. V. *Risk Assessment in Geotechnical Engineering*. Hoboken: JOHN WILEY & SONS, INC., 2008, 463 p.

FENTON, G. A.; VANMARCKE, E. Simulation of Random Fields Via Local Average Subdivision. *Journal of Engineering Mechanics*, v. 116, n. 8, p. 1733-1749, 1990.

FLORES, E. A. F. *Análises Probabilísticas da Estabilidade de Taludes Considerando a Variabilidade Espacial do Solo*. 180 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil), PUC-Rio, Rio de Janeiro, 2008.

HUBER, M. *Soil variability and its consequences in geotechnical engineering*. 272p. Tese (Doutorado em Engenharia Civil e Ambiental), Universidade de Stuttgart, Stuttgart, 2013.

JAVANKHOSHEDEL, S.; CAMI, B.; BATHURST, R. J.; YACOUB, T.; CORKUM, B.; Probabilistic analysis of cohesive-frictional slopes using the RLEM (circular and non-circular) and the RFEM. In: *GeoOttawa2017*, 2017, Ottawa.

JIANG, S-H.; HUANG, J.; HUANG, F.; YANG, J.; YAO, C.; ZHOU, C-B. Modelling of spatial variability of soil undrained shear strength by conditional random fields for slope reliability analysis. *Applied Mathematical Modelling*, v. 63, p. 374-389, 2018. DOI: 10.1016/j.apm.2018.06.030

KROGT, M. G. VAN DER.; SCHWECKENDIEK, T.; KOK, M. Uncertainty in spatial average undrained shear strength with a site-specific transformation model. *Georisk: Assessment and Management of Risk for Engineered Systems and Geohazards*, 2018. DOI: 10.1080/17499518.2018.1554820

KULHAWY, F. H.; PHOON, K. K.; PRAKOSO, W. Uncertainty in Basic Properties of Geomaterials. In: *ISRM International Symposium*, 2000, Melbourne.

LACASSE, S. Hazard, Reliability and Risk Assessment - Research and Practice for Increased Safety. In: *17th Nordic Geotechnical Meeting*, 2016, Reykjavik.

LIU, W. F.; LEUNG, Y. F.; LO, M. K. Integrated framework for characterization of spatial variability of geological profiles. *Canadian Geotechnical Journal*, v. 54, p. 47-58, 2017. DOI: 10.1139/cgj-2016-0189

LOPES, L. F. D. *Apostila Estatística*. Notas de Aula, Universidade Federal de Santa Maria, 2003.

MAIA, J. A. C. *Métodos Probabilísticos Aplicados à Estabilidade de Taludes e Cavidades em Rocha*. 228 p. Dissertação (Mestrado em Geotecnia). Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, 2003.

MARTINS, J. L. F.; FERREIRA, M. L. R. Aplicabilidade de Simulação Utilizando os Métodos de Monte Carlo e Hipercubo Latino na Estimativa de Produtividade do Processo de Soldagem TIG. Em: *7º Congresso Brasileiro de Engenharia de Fabricação*, 2013, Rio de Janeiro.

NAGHETTINI, M.; PINTO, E. J. A. *Hidrologia Estatística*. Belo Horizonte: SERVIÇO GEOLÓGICO DO BRASIL – CPRM, 2007, 600 p.

NIE, X.; ZHANG, J.; HUANG, H.; LIU, Z.; LACASSE, S. Scale of Fluctuation for Geotechnical Probabilistic Analysis. In: *Geotechnical Safety and Risk V*, 2015, Rotterdam.

OGUZ, E. A.; HUVAJ, N.; GRIFFITHS, D. V. Vertical spatial correlation length based on standard penetration tests. *Marine Georesources & Geotechnology*, v. 37, p. 45-56, 2018. DOI: 10.1080/1064119X.2018.1443180

PHOON, K. K. Reliability of geotechnical structures. In: *The 15th Asian Regional Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering*, 2015, Fukuoka.

PHOON, K. K.; KULHAWY, F. H. Characterization of geotechnical variability. *Canadian Geotechnical Journal*, v. 36, p. 612-624, 1999a.

PHOON, K. K.; KULHAWY, F. H. Evaluation of geotechnical property variability. *Canadian Geotechnical Journal*, v. 36, p. 625-639, 1999b.

PHOON, K. K.; RETIEF, J. V. *Reliability of Geotechnical Structures in ISO2394*. London: CRC PRESS - Taylor & Francis Group, 2016, 249 p.

PIMENTEL, K. C. A.; SOUZA, T. C.; CAMPELLO, I. C.; SILVA, P. H. A. Avaliação Dos Métodos Probabilísticos Aplicados à Estabilidade de Taludes de Barragens. Em: *XXXI Seminário Nacional de Grandes Barragens – Comitê Brasileiro de Barragens*, 2017, Belo Horizonte.

ROCSCIENCE. *Spatial Variability Lecture Series Parts I, II and III: Spatial Analysis in Slide2 2018*. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=9EoE_QUvM0M&t=58s. Acesso em: 04 de maio de 2019.

TABARROKI, M.; AHMAD, F.; BANAKI, R.; JHA, S. K.; CHING, J. Determining the factors of safety of spatially variable slopes modeled by random fields. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, v. 139, 2013. DOI: 10.1061/(ASCE)GT.1943-5606.0000955

USACE. *Reliability Analysis and Risk Assessment for Seepage and Slope Stability Failure Modes for Embankment Dams*. Engineer Technical Letter ETL 1110-2-561. Department of Army, US Army Corps of Engineers, Washington D.C., 128 p.

UZIELLI, M.; LACASSE, S.; NADIM F.; PHOON, K. K. Soil Variability Analysis for Geotechnical Practice. In: *2nd International Workshop on Characterization and Engineering Properties of Natural Soils*, 2006, Singapore.

VANMARCKE, E. *Random Fields: Analysis and Synthesis*. Cambridge: MASSACHUSETTS INSTITUTE OF TECHNOLOGY, 1988, 393 p.

WANG, J. P. Site characterization with multiple measurement profiles from different tests: A Bayesian approach. *Soils and Foundations*, v. 56, p. 712-718, 2016. DOI: 10.1016/j.sandf.2016.07.011

WANG, Y.; AKEJU, O. V. Quantifying the cross-correlation between effective cohesion and friction angle of soil from limited site-specific data. *Soils and Foundations*, v. 56, p. 1005-1070, 2016. DOI: 10.1016/j.sandf.2016.11.009

WANG, Y.; ZHAO, T.; CAO, Z. Site-specific probability distribution of geotechnical properties. *Computers and Geotechnics*, v. 70, p. 159-168, 2015. DOI: 10.1016/j.compgeo.2015.08.002

ZHANG, J. (Org.). Bayesian Method: A Natural Tool for Processing Geotechnical. In: *Joint TC205/TC304 Working Group on "Discussion of statistical/reliability methods for Eurocodes"*, 2017, Seoul.

ZHU, D.; GRIFFITHS, D.V.; FENTON, G.A. Worst case spatial correlation length in probabilistic slope stability analysis. *Géotechnique*, v. 69, n. 1, p. 85-88, 2018. DOI: 10.1680/jgeot.17.t.050

**APÊNDICE A - MODELAGEM PROBABILÍSTICA DAS VARIÁVEIS DE
INTERESSE**

Tabela A: Modelagem probabilística da razão de resistência não drenada – Argila amarela lançada – Ensaio Triaxial.

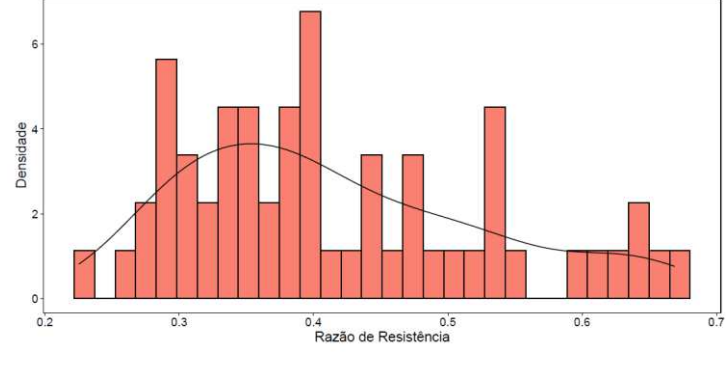
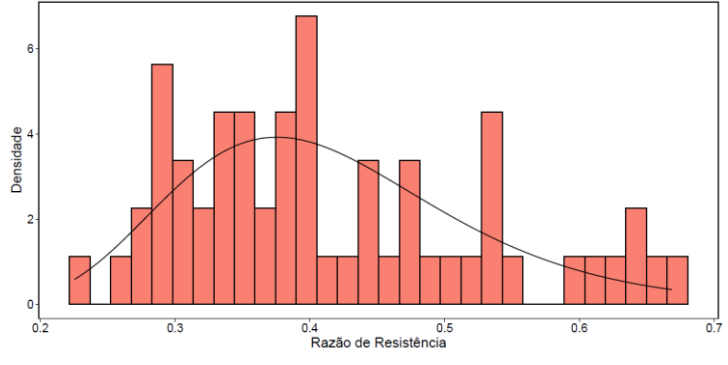
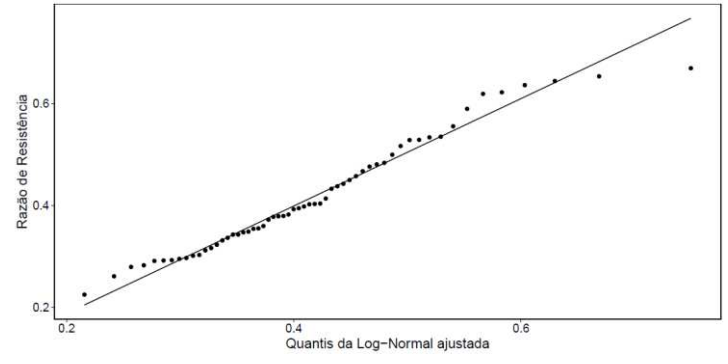
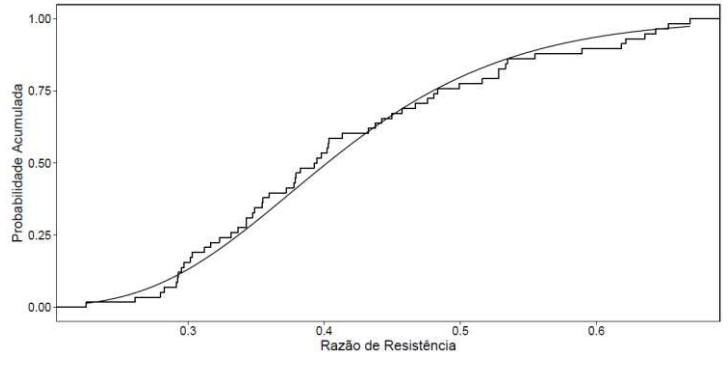
Distribuição	Ferramenta de análise	Resultado
Não paramétrica	Histograma de densidades	
Log-normal	Teste de aderência	<p>P-valor (Shapiro-Wilk) = 0,258 P-valor (K-S) = 0,817</p>
Log-normal	Histograma de densidades	
Log-normal	Gráfico Q-Q	
Log-normal	Função de Probabilidade Acumulada	

Tabela A: Modelagem probabilística da razão de resistência não drenada – Argila amarela lançada – Ensaio Triaxial (continuação).

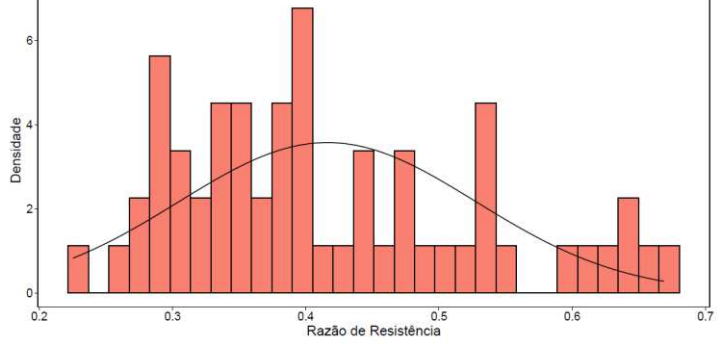
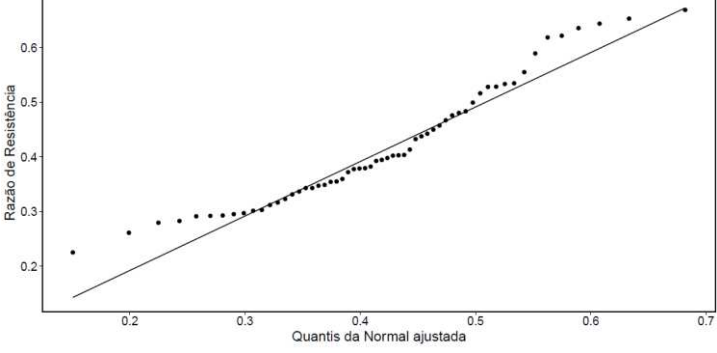
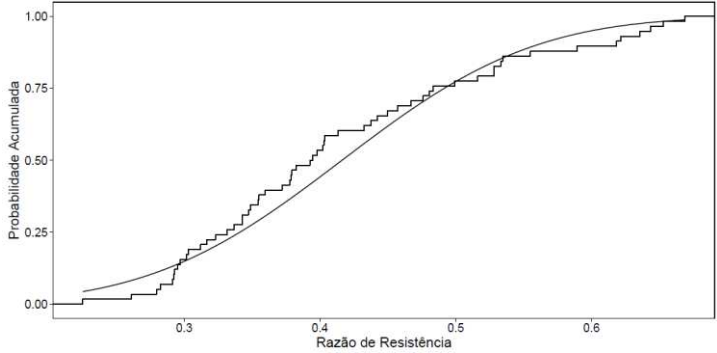
Distribuição	Ferramenta de análise	Resultado
Normal	Teste de aderência	P-valor (Shapiro-Wilk) = 0,007 P-valor (K-S) < 0,001
Normal	Histograma de densidades	
Normal	Gráfico Q-Q	
Normal	Função de Probabilidade Acumulada	

Tabela B: Modelagem probabilística da razão de resistência não drenada – Argila amarela lançada – Ensaio CPTu.

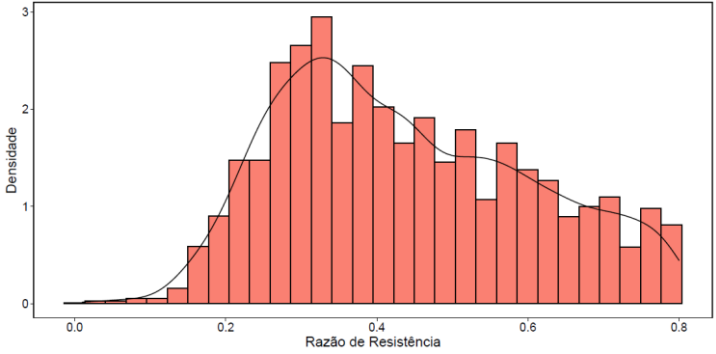
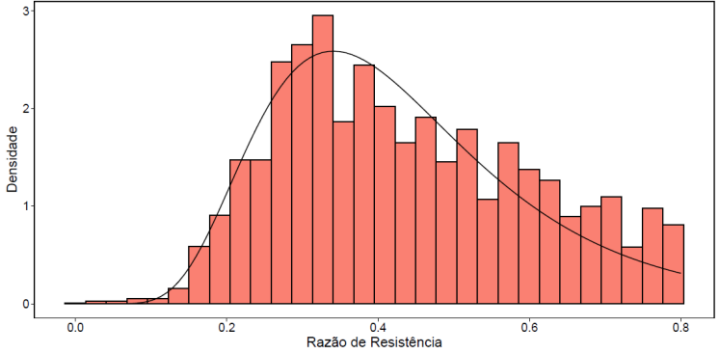
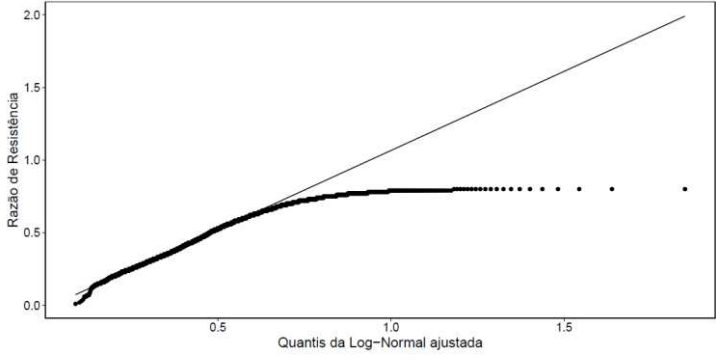
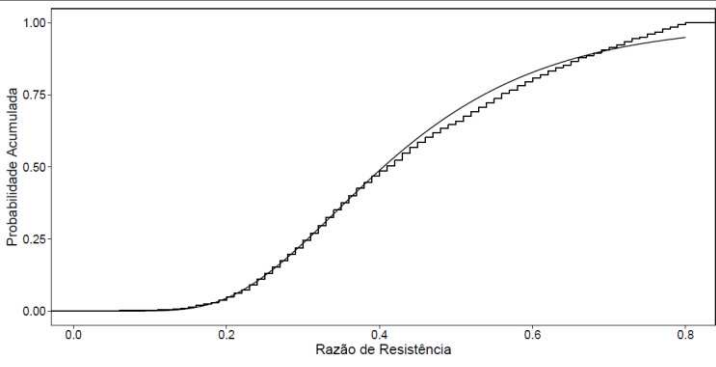
Distribuição	Ferramenta de análise	Resultado
Não paramétrica	Histograma de densidades	
Log-normal	Teste de aderência	<p>P-valor (Shapiro-Wilk) < 0,001</p> <p>P-valor (K-S) < 0,001</p>
Log-normal	Histograma de densidades	
Log-normal	Gráfico Q-Q	
Log-normal	Função de Probabilidade Acumulada	

Tabela B: Modelagem probabilística da razão de resistência não drenada – Argila amarela lançada – Ensaio CPTu (continuação).

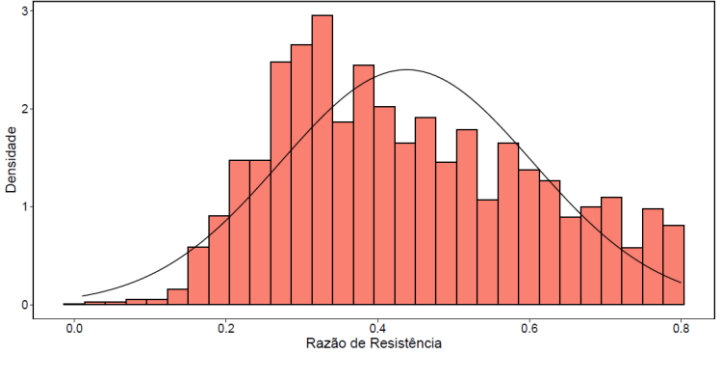
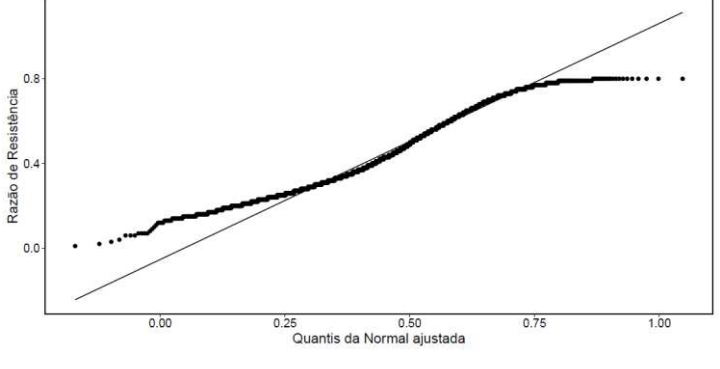
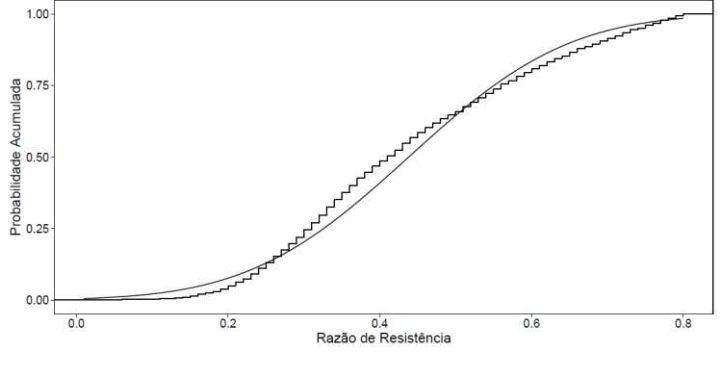
Distribuição	Ferramenta de análise	Resultado
Normal	Teste de aderência	P-valor (Shapiro-Wilk) < 0,001 P-valor (K-S) < 0,001
Normal	Histograma de densidades	
Normal	Gráfico Q-Q	
Normal	Função de Probabilidade Acumulada	

Tabela C: Modelagem probabilística da razão de resistência não drenada – Argila variegada – Ensaio DSS.

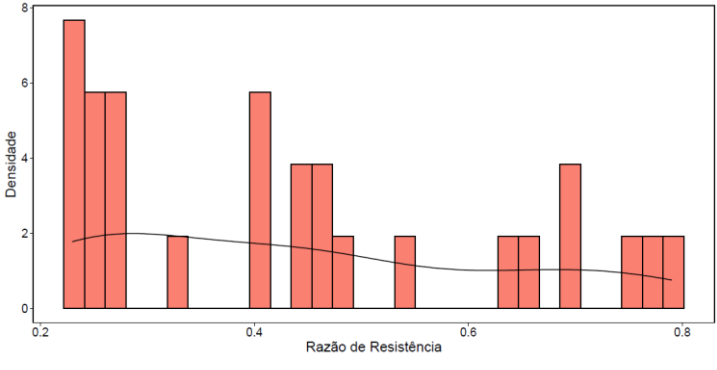
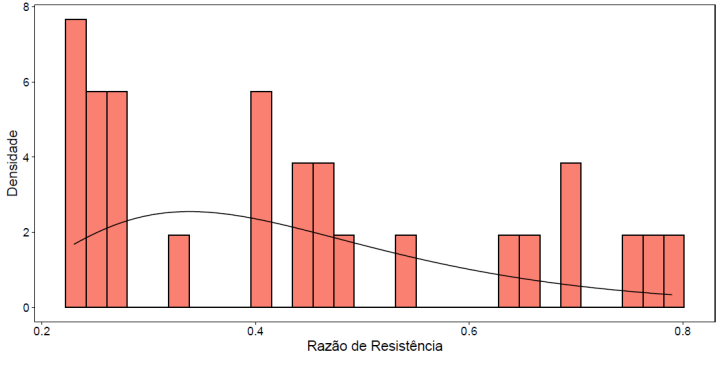
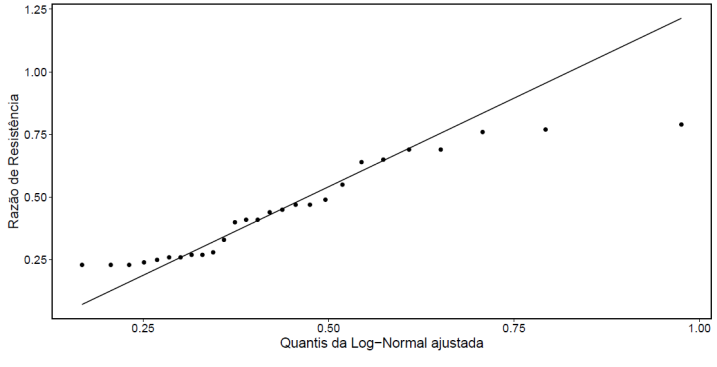
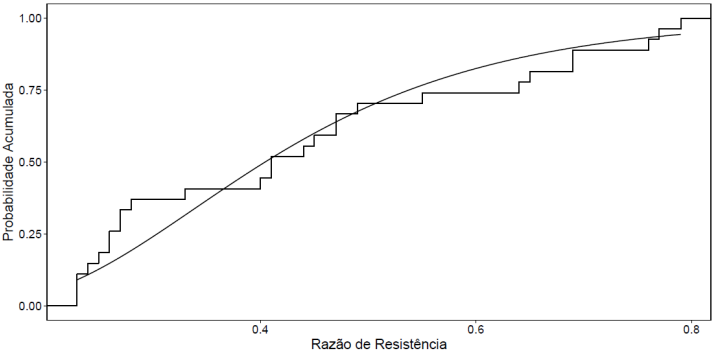
Distribuição	Ferramenta de análise	Resultado
Não paramétrica	Histograma de densidades	
Log-normal	Teste de aderência	<p>P-valor (Shapiro-Wilk) = 0,017</p> <p>P-valor (K-S) = 0,357</p>
Log-normal	Histograma de densidades	
Log-normal	Gráfico Q-Q	
Log-normal	Função de Probabilidade Acumulada	

Tabela C: Modelagem probabilística da razão de resistência não drenada – Argila variegada – Ensaio DSS (continuação).

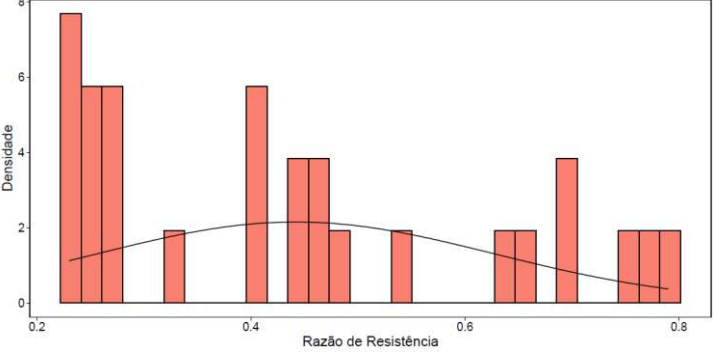
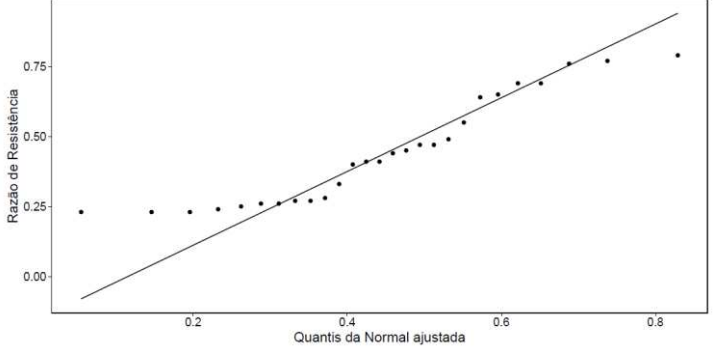
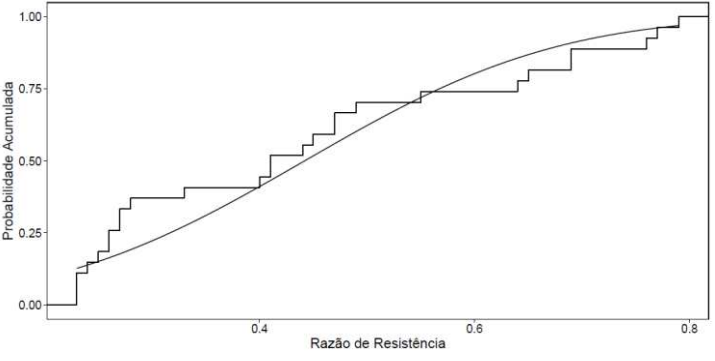
Distribuição	Ferramenta de análise	Resultado
Normal	Teste de aderência	P-valor (Shapiro-Wilk) < 0,007 P-valor (K-S) < 0,001
Normal	Histograma de densidades	
Normal	Gráfico Q-Q	
Normal	Função de Probabilidade Acumulada	

Tabela D: Modelagem probabilística da razão de resistência não drenada – Argila variegada – Ensaio CPTu.

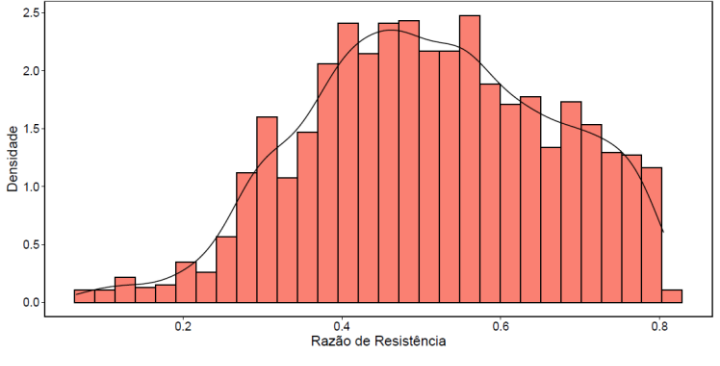
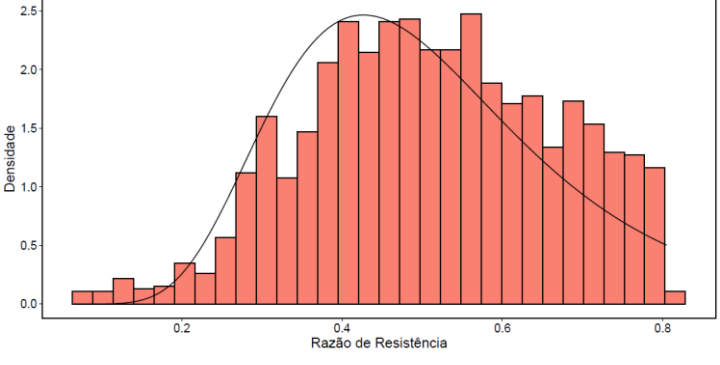
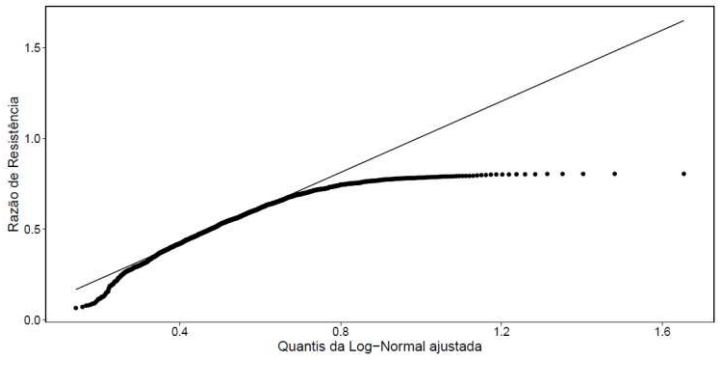
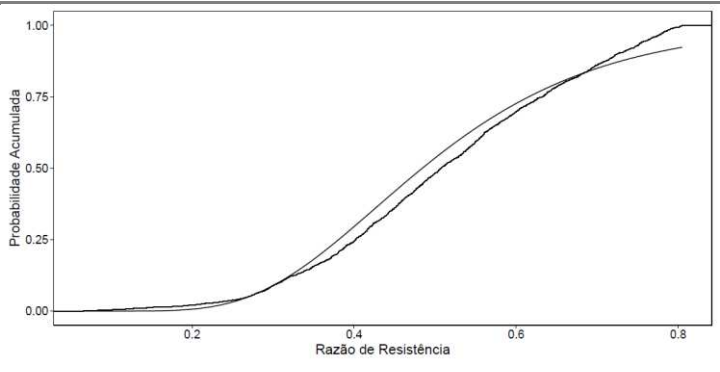
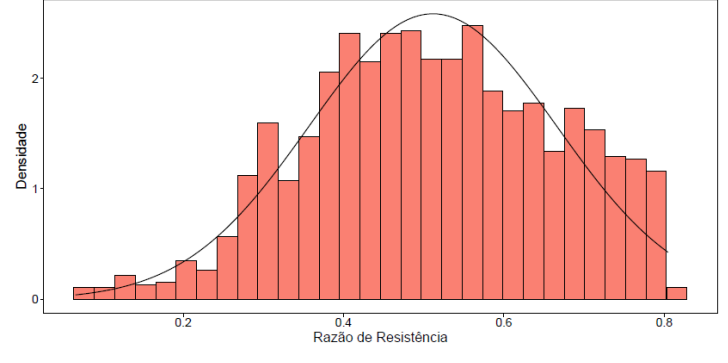
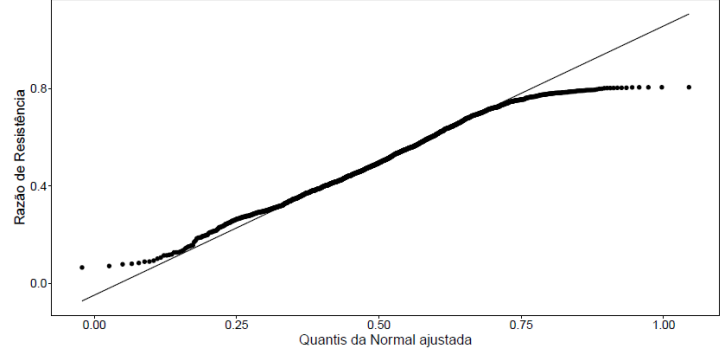
Distribuição	Ferramenta de análise	Resultado
Não paramétrica	Histograma de densidades	
Log-normal	Teste de aderência	<p>P-valor (Shapiro-Wilk) < 0,001</p> <p>P-valor (K-S) < 0,001</p>
Log-normal	Histograma de densidades	
Log-normal	Gráfico Q-Q	
Log-normal	Função de Probabilidade Acumulada	

Tabela D: Modelagem probabilística da razão de resistência não drenada – Argila variegada – Ensaio CPTu (continuação).

Distribuição	Ferramenta de análise	Resultado
Normal	Teste de aderência	P-valor (Shapiro-Wilk) < 0,001 P-valor (K-S) < 0,001
Normal	Histograma de densidades	
Normal	Gráfico Q-Q	
Normal	Função de Probabilidade Acumulada	