

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
ESCOLA DE ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE
ESTRUTURAS

**Avaliação do comportamento de chapas
enrijecidas por múltiplos enrijecedores
longitudinais**

Bernardo de Matos Silva Melo

Belo Horizonte

2021

Bernardo de Matos Silva Melo

**Avaliação do comportamento de chapas enrijecidas por múltiplos
enrijecedores longitudinais**

Versão final

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia de Estruturas.

Orientador: Prof. Dr. Hermes Carvalho

Coorientadora: Prof. Dra. Ana Lydia Reis de Castro e Silva

Belo Horizonte
2021

M528a	<p>Melo, Bernardo de Matos Silva. Avaliação do comportamento de chapas enrijecidas por múltiplos enrijecedores longitudinais [recurso eletrônico] / Bernardo de Matos Silva Melo. - 2021. 1 recurso online (133 f. : il., color.) : pdf.</p> <p>Orientador: Hermes Carvalho. Coorientadora: Ana Lydia Reis de Castro e Silva.</p> <p>Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Minas Gerais, Escola de Engenharia.</p> <p>Apêndices: f. 130-133.</p> <p>Bibliografia: f. 125-129. Exigências do sistema: Adobe Acrobat Reader.</p> <p>1. Engenharia de estruturas - Teses. 2. Aço - Estruturas - Teses. 3. Método dos elementos finitos - Teses. 4. Vigas - Teses. I. Carvalho, Hermes. II. Castro e Silva, Ana Lydia Reis de. III. Universidade Federal de Minas Gerais. Escola de Engenharia. IV. Título.</p> <p style="text-align: right;">CDU: 624(043)</p>
-------	--

Ficha catalográfica: Biblioteca Profº Mário Werneck, Escola de Engenharia da UFMG



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
ESCOLA DE ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE ESTRUTURAS

**"AVALIAÇÃO DO COMPORTAMENTO DE CHAPAS ENRIJECIDAS POR MÚLTIPLOS ENRIJECEDORES
LONGITUDINAIS"**

Bernardo de Matos Silva Melo

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de "Mestre em Engenharia de Estruturas".

Comissão Examinadora:

Prof. Dr. Hermes Carvalho - DEES - UFMG (Orientador)
Profa. Dra. Ana Lydia Reis de Castro e Silva - DEES - UFMG (Coorientadora)
Prof. Dr. Prof. Dr. Rodrigo Barreto Caldas - DEES - UFMG
Prof. Dr. Zacarias Martin Chamberlain Pravia - UFPP
Prof. Dr. Hermano de Sousa Cardoso - Universidade de Coimbra

Belo Horizonte, 16 de abril de 2021



Documento assinado eletronicamente por **Zacarias Martin Chamberlain Pravia, Usuário Externo**, em 16/04/2021, às 16:58, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Hermes Carvalho, Professor do Magistério Superior**, em 19/04/2021, às 15:26, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Rodrigo Barreto Caldas, Professor do Magistério Superior**, em 19/04/2021, às 18:24, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Hermano de Sousa Cardoso, Usuário Externo**, em 20/04/2021, às 11:26, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Ana Lydia Reis de Castro e Silva, Professora do Magistério Superior**, em 23/04/2021, às 09:32, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufmg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **0672847** e o código CRC **42B34865**.

AGRADECIMENTOS

Dedico meu maior e mais sincero agradecimento à Deus. Ele que me amou antes mesmo de eu existir. É Ele que me acolhe, me protege e me ama. Sem Ele eu nada sou e nada posso. Sem Ele nada em minha vida tem sentido. Obrigado Senhor. No meio de tantos desafios e adversidades, Seu amor me consola e me sustenta, porque maior que os meus medos e que as tribulações é o Seu amor por mim. Agradeço imensamente ao Senhor por ter dado a vida por mim e por ter me dado Maria, uma Mãe extraordinária, que sempre intercede por mim e passa à frente me protegendo de todo mal.

Agradeço aos meus pais, Hervê de Melo e Liliane de Matos Silva Melo. O amor e o incentivo de vocês são fundamentais para eu continuar caminhando na vida e na fé. Às minhas irmãs, Irene de Matos Silva Melo e Maria Luiza de Matos Silva Melo, e ao meu cunhado, Marcelo Schreiber, por todo amor, carinho e puxões de orelha para que eu saia da minha zona de conforto. Amo muito vocês. Vocês são uma das minhas maiores riquezas nesse mundo.

Agradeço aos orientadores desse trabalho: o Prof. Dr. Hermes Carvalho e a Prof^a. Dr^a. Ana Lydia Reis de Castro e Silva. Vocês são exemplos de professores e profissionais para mim. Além do grande conhecimento técnico, vocês sempre me acalmam, me incentivam e se fazem disponíveis seja o horário que for para responder minhas dúvidas. Não tenho nem palavras para agradecê-los. Vocês me ajudaram a realizar um grande sonho e tornaram possível um caminho que jamais ousaria fazer sozinho, e caso o fizesse, passaria por sofrimentos e tribulações tão grandes que eu sequer sou capaz de imaginar.

Agradeço ao Prof. Dr. Rodrigo Barreto Caldas por sempre estar disponível para tirar minhas dúvidas. Não posso deixar de agradecê-lo também por todo suporte dado ao uso remoto dos computadores do departamento. Sem sua contribuição esse estudo paramétrico seria impossível.

Agradeço à Me. Denise Aparecida Barbosa. Seu conhecimento técnico foi fundamental para esse trabalho. Você me ajudou imensamente, não somente com a teoria e com a prática, mas com todas as palavras de carinho e de incentivo. Você é um grande exemplo para mim.

Agradeço ao meu grande amigo Me. José Osvaldo Ferreira Filho. Conhecer você no mestrado e ter você como amigo foi um grande presente que Deus me deu. Agradeço

imensamente por todos os momentos compartilhados e por toda contribuição ao presente trabalho.

Agradeço a todos os membros do *Steel Team*, especialmente aos amigos Bianca, Carol, Jorge e Laura. A amizade de vocês e o auxílio na pesquisa foram fundamentais para tornar essa caminhada menos árida e muito mais leve.

Agradeço às minhas amigas da graduação: Ana Vitória, Amanda e Letícia, às minhas amigas Alice e Luana e a todos os outros amigos, seja da vida ou do estágio, que contribuíram para eu ser quem eu sou.

Não posso deixar de agradecer também À Prof. Me. Renata Nicolielo Moreira. Seu apoio durante a graduação e sua confiança no meu trabalho foram fundamentais para eu ter decidido trilhar o árduo caminho do mestrado em engenharia de estruturas.

Com gratidão,

Bernardo.

“Onde houver erro, que eu leve a verdade
Onde houver desespero, que eu leve a esperança
Onde houver tristeza, que eu leve alegria
Onde houver trevas, que eu leve a luz”

São Francisco de Assis

RESUMO

O uso de vigas de aço soldadas constituídas por chapas esbeltas é uma solução eficiente, sobretudo, em construções cujo principal objetivo é superar grandes vãos, como pontes. No entanto, devido à elevada esbeltez, esses elementos são suscetíveis a problemas de instabilidade, sendo essencial o uso de enrijecedores para aumentar a capacidade resistente ao fenômeno de perda de estabilidade. Esse aumento depende, principalmente, da posição e da rigidez relativa à flexão do enrijecedor longitudinal. A norma EN 1993-1-5:2006 e o programa computacional EBPlate 2.01 apresentam procedimentos, amplamente utilizados na prática, para a obtenção dessas tensões críticas. Assim como na maioria das pesquisas acadêmicas no tema, as análises geralmente são realizadas considerando painéis com as 4 bordas apoiadas. Contudo, alguns autores afirmam que nos casos de vigas de seção transversal I, a consideração de simples apoio nas bordas longitudinais para representar as restrições proporcionadas pelas mesas conduz a resultados conservadores. Nesse sentido, o presente trabalho teve o objetivo de estudar numericamente, por meio do programa ABAQUS, baseado no Método dos Elementos Finitos, a flambagem de chapas esbeltas enrijecidas a fim de compreender a influência da razão de aspecto e da quantidade, posição e rigidez dos enrijecedores longitudinais no fenômeno. Para tanto, foram considerados painéis apoiados e submetidos à ação isolada do cisalhamento e de diferentes razões entre tensões normais e à interação de flexão e cisalhamento. Ao final, foram determinadas a posição ótima e a rigidez à flexão mínima do enrijecedor longitudinal. Alguns dos resultados obtidos foram confrontados com os valores encontrados por meio da norma europeia e do EBPlate 2.01 e um estudo inicial foi realizado para compreender a influência das restrições das mesas em vigas I. Foi observado que a rigidez à flexão do enrijecedor é um dos parâmetros de maior impacto no comportamento de flambagem, sendo encontrado um aumento de até 557% para a tensão crítica nos casos em que o enrijecedor rígido é posicionado na posição ótima. Na norma e no EBPlate 2.01, também foi notado o acréscimo das tensões a partir do aumento da rigidez desse elemento, sendo inclusive observada a interferência desse parâmetro nos resultados acerca da influência das restrições impostas pelas mesas à alma em vigas I.

Palavras-chave: Estruturas de aço. Vigas esbeltas. Enrijecedores longitudinais. Posição ótima. Rigidez mínima.

ABSTRACT

The use of welded steel girders with slender web plates is an efficient solution, especially to constructions in which the main goal is to overcome large spans, such as bridges. However, due to the slenderness of some elements, this structure is susceptible to instability problems, making it essential to use stiffeners to increase buckling resistance capacity. This increase depends mainly on the position and flexural rigidity of the longitudinal stiffeners. The standard EN 1993-1-5:2006 and the computer program EBPlate 2.01 present procedures widely used in practice to obtain these critical stresses. As in most academic research on the area, the analyses are usually performed considering panels with all 4 edges supported. However, some authors claim that in cases of I-section girders, the consideration of simple support at the longitudinal edges to represent the constraints provided by the flanges leads to conservative results. In this sense, the present paper studied, using the ABAQUS program based on Finite Element Method, the buckling behavior of stiffened slender plates in order to understand the influence of the aspect ratio and the amount, position, and flexural rigidity of the longitudinal stiffeners on the phenomenon. For this purpose, supported panels were considered and submitted to the isolated action of shear and different ratios between normal stresses and the interaction of bending and shear. Finally, the optimum position and the minimum flexural rigidity of the longitudinal stiffener were determined. Some of the results obtained were compared with the values found using the European standard and EBPlate 2.01, and an initial study was performed to understand the influence of flanges constraints on I-girders. It was observed that the flexural rigidity of the stiffener is one of the parameters with the greatest impact on buckling behavior, and an increase of up to 557% was found for the critical stress in cases where the rigid stiffener is positioned in the optimal position. In the standard and in EBPlate 2.01, the increase in stresses was also noted as the flexural rigidity of this element increases. Furthermore, the interference of this parameter in the results of the influence of the restrictions imposed by the flanges on the web in I-girders was also observed.

Keywords: Steel structures. Slender girders. Longitudinal stiffeners. Optimum position. Minimum flexural rigidity.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Ponte Ribeirão Severo I – BR 381/MG (RMG engenharia).	1
Figura 1.2 – Representação de um painel e dos respectivos elementos constituintes.	2
Figura 1.3 – Bifurcação do equilíbrio em uma chapa perfeita (modificado, REIS e CAMOTIM, 2000).	3
Figura 1.4 – Modos de flambagem para chapas enrijecidas longitudinalmente.....	4
Figura 2.1 – Configuração da chapa enrijecida (modificado, ALINIA e MOOSAVI, 2008).	10
Figura 2.2 – Coeficiente de flambagem em função da posição do enrijecedor para chapa com razão de aspecto igual a 1,5 (modificado, ALINIA e MOOSAVI, 2008).	10
Figura 2.3 – Coeficiente de flambagem máximo em função da rigidez à flexão do enrijecedor (modificado, ALINIA e MOOSAVI, 2008).	11
Figura 2.4 – Posição ótima em função da rigidez à flexão do enrijecedor (modificado, ALINIA e MOOSAVI, 2008).	11
Figura 2.5 – Nomenclatura de chapa com dois enrijecedores longitudinais (modificado, Vu <i>et al.</i> , 2019b).	12
Figura 2.6 – Chapa com enrijecedor de seção aberta a) dimensões dos elementos b) razão entre tensões normais (modificado, MAIORANA <i>et al.</i> , 2011).	14
Figura 2.7 – Coeficiente de flambagem em função da posição do enrijecedor considerando a influência de ψ (modificado, MAIORANA <i>et al.</i> , 2011).	15
Figura 2.8 – Coeficiente de flambagem em função da rigidez à flexão considerando a influência da razão de aspecto (modificado, MAIORANA <i>et al.</i> , 2011).	15
Figura 2.9 - Flambagem de uma chapa comprimida ao longo do eixo longitudinal (SILVA e GERVÁSIO, 2007).	17
Figura 2.10 - a) Comportamento tipo Placa b) Comportamento tipo Pilar (modificado, KÖVESDI, 2019).	20
Figura 2.11 – Pilar fictício apoiado em base elástica (MARTINS <i>et al.</i> , 2019).	23
Figura 2.12 - Alma composta por um enrijecedor longitudinal na zona comprimida (BEG <i>et al.</i> 2010).	23
Figura 2.13 – Alma enrijecida com dois enrijecedores na região comprimida (modificado, EN 1993-1-5:2006).	26
Figura 2.14 - Método do pilar fictício aplicado a alma reforçada com dois enrijecedores comprimidos (modificado, BARBOSA, 2016).	27

Figura 2.15 - Elementos considerados no cálculo do I_{sl} (SILVA e GERVÁSIO, 2007).	29
Figura 3.1 – Dimensões utilizadas no estudo das chapas.	33
Figura 3.2 – Variáveis geométricas das chapas enrijecidas por 1, 2 e 3 enrijecedores longitudinais.	35
Figura 3.3 – Condições de contorno da chapa enrijecida com as bordas apoiadas.	37
Figura 3.4 – Razão entre tensões normais consideradas no estudo.	38
Figura 3.5 – Aplicação das forças nos casos de: a) Flexão pura b) Compressão pura c) Cisalhamento.	39
Figura 3.6 – Representação dos elementos de casca S4R e S4.	40
Figura 3.7 – Malha de elementos finitos adotada para os modelos.	41
Figura 3.8 – Resultados numéricos e valores obtidos por Maiorana <i>et al.</i> (2011) para compressão pura.	42
Figura 3.9 - Resultados numéricos e valores obtidos por Maiorana <i>et al.</i> (2011) para $\psi = 0,00$.	43
Figura 3.10 - Resultados numéricos e valores obtidos por Maiorana <i>et al.</i> (2011) para $\psi = 0,50$.	43
Figura 3.11 – Coeficientes de flambagem calculados a partir do modelo numérico e obtidos por Maiorana <i>et al.</i> (2011) para chapas enrijecidas submetidas ao cisalhamento.	45
Figura 3.12 – Curvas de combinação entre tensões normais devido à flexão e tensões de cisalhamento obtidas numericamente e por Alinia e Moosavi (2009).	46
Figura 3.13 – Comparação do modo de flambagem para o caso de flexão pura obtido numericamente e por Alinia e Moosavi (2009).	47
Figura 4.1 – Chapa adjacente considerada no cálculo da inercia do enrijecedor pela norma europeia.	50
Figura 4.2 – $k \times d/b$ para painel com razão de aspecto igual a 0,5 e submetido à flexão pura.	52
Figura 4.3 - $k \times d/b$ para painel com razão de aspecto igual a 1,0 e submetido à flexão pura.	53
Figura 4.4 - $k \times d/b$ para painel com razão de aspecto igual a 1,5 e submetido à flexão pura.	53
Figura 4.5 - $k \times d/b$ para painel com razão de aspecto igual a 2,0 e submetido à flexão pura.	54
Figura 4.6 – Modo de flambagem referente a um enrijecedor flexível.	55

Figura 4.7 – Modos de flambagem de um enrijecedor intermediário.	55
Figura 4.8 – Modos de flambagem de enrijecedor rígido.....	56
Figura 4.9 – Variação do coeficiente de flambagem para diferentes razões de aspecto considerando chapas submetidas à flexão pura.	58
Figura 4.10 – Modos de flambagem de casos específicos do painel com $\alpha = 1,0$ e submetido à flexão pura.....	58
Figura 4.11 - Variação da posição ótima para diferentes razões de aspecto considerando chapas submetidas à flexão pura.	59
Figura 4.12 – Influência da esbelteza do painel: a) no coeficiente de flambagem b) na tensão crítica.....	60
Figura 4.13 - $k \times d/b$ para painel com $\alpha = 0,5$ e submetidos à compressão pura.	62
Figura 4.14 - $k \times d/b$ para painel com $\alpha = 1,0$ e submetidos à compressão pura.	62
Figura 4.15 - $k \times d/b$ para painel com $\alpha = 1,5$ e submetidos à compressão pura.	63
Figura 4.16 - $k \times d/b$ para painel com $\alpha = 2,0$ e submetidos à compressão pura.	63
Figura 4.17 – Modos de flambagem para chapa com $\alpha = 2,0$, $\gamma = 13,629$ e submetidos à compressão pura.	64
Figura 4.18 – Variação de k considerando diferentes razões de aspecto para chapas submetidas à compressão.....	64
Figura 4.19 – k em função de d/b para diferentes razões entre tensões normais.	65
Figura 4.20 – Rigidez mínima em função da razão entre tensões normais.	67
Figura 4.21 – Posição ótima em função de ψ considerando chapas enrijecidas por 1 enrijecedor.	69
Figura 4.22 - Posição ótima considerando a influência de λ para chapa com $\alpha = 1,0$. ..	70
Figura 4.23 – Influência da rigidez à flexão em uma chapa constituída por 2 enrijecedores, com $\alpha = 1,0$ e posições equivalentes a $d1/b = 0,100$ e $d2/b = 0,250$	71
Figura 4.24 – Influência da posição dos enrijecedores em uma chapa constituída por 2 enrijecedores, com $\alpha = 1,0$ e com $\gamma = 17,459$	71
Figura 4.25 – Rigidez à flexão mínima do enrijecedor para chapas constituídas por 2 enrijecedores.....	72
Figura 4.26 – $d1/b$ em função de ψ considerando diferentes razões de aspecto em chapas enrijecidas por 2 enrijecedores.	74
Figura 4.27 – $d2/b$ em função de ψ considerando diferentes razões de aspecto em chapas enrijecidas por 2 enrijecedores.	75

Figura 4.28 – Comparação das posições ótimas considerando chapas enrijecidas por dois enrijecedores rígidos distintos.	76
Figura 4.29 – Modos de flambagem para painéis submetidos à compressão pura, com $\alpha = 1,0$ e enrijecidos por 3 enrijecedores longitudinais.	77
Figura 4.30 - Rigidez à flexão mínima do enrijecedor para chapas constituídas por 3 enrijecedores.	77
Figura 4.31 – $d1/b$ em função de ψ para painéis com 3 enrijecedores.	79
Figura 4.32 – $d2/b$ em função de ψ para painéis com 3 enrijecedores.	80
Figura 4.33 – $d3/b$ em função de ψ para painéis com 3 enrijecedores.	81
Figura 4.34 – Comparação dos coeficientes de flambagem obtidos para as chapas sujeitas à flexão considerando a influência da quantidade de enrijecedores.	83
Figura 4.35 – Comparação da rigidez à flexão mínima de uma chapa com $\alpha = 2,0$ considerando a influência da quantidade de enrijecedores.	83
Figura 4.36 – k em função de d/b para $\alpha = 0,5$ para chapa submetidas ao cisalhamento puro.	85
Figura 4.37 - k em função de d/b para $\alpha = 1,0$ para chapa submetidas ao cisalhamento puro.	85
Figura 4.38 - k em função de d/b para $\alpha = 1,5$ para chapa submetidas ao cisalhamento puro.	86
Figura 4.39 - k em função de d/b para $\alpha = 2,0$ para chapa submetidas ao cisalhamento puro.	86
Figura 4.40 – Modos de flambagem devido cisalhamento: a) modo global b) modo local.	87
Figura 4.41 – Variação de k em função da rigidez relativa considerando diferentes razões de aspecto para chapa submetidas ao cisalhamento puro.	88
Figura 4.42 – k em função de d/b para chapas submetidas à combinação de flexão e cisalhamento com: a) $\alpha = 0,5$ b) $\alpha = 1,0$	90
Figura 4.43 - k em função de d/b para chapas submetidas à combinação de flexão e cisalhamento com: a) $\alpha = 1,5$ b) $\alpha = 2,0$	91
Figura 4.44 – Posição ótima em função da rigidez à flexão para chapas submetidas à combinação de flexão e cisalhamento.	91
Figura 4.45 – Coeficiente de flambagem máximo em função da rigidez à flexão para chapas submetidas à combinação flexão e cisalhamento.	92

Figura 4.46 – Modos de flambagem considerando a ação isolada e a interação de flexão e cisalhamento.	93
Figura 4.47 – Influência da relação σ/τ na posição ótima do enrijecedor.	94
Figura 4.48 – $d1/b$ em função de σ/τ para chapas com 2 enrijecedores.	95
Figura 4.49 – $d2/b$ em função de σ/τ para chapas com 2 enrijecedores.	96
Figura 4.50 - $d1/b$ em função de σ/τ para chapas com 3 enrijecedores.	98
Figura 4.51 – $d2/b$ em função de σ/τ para chapas com 3 enrijecedores.	99
Figura 4.52 – $d3/b$ em função de σ/τ para chapas com 3 enrijecedores.	100
Figura 4.53 – Comparação das rigidezes mínimas obtidas numericamente e por Vu <i>et al.</i> (2019) para painéis com: a) 1 enrijecedor b) 2 enrijecedores c) 3 enrijecedores.	101
Figura 4.54 – Região considerada no cálculo da inércia do enrijecedor pela norma americana (ALINIA E MOOSAVI, 2008).	102
Figura 4.55 – Comparação das tensões críticas obtidas para chapas submetidas à flexão e enrijecidas por: a) 1 enrijecedor b) 2 enrijecedores.	104
Figura 4.56 - Comparação das tensões críticas obtidas para chapas submetidas à compressão e enrijecidas por: a) 2 enrijecedor b) 4 enrijecedores.	105
Figura 4.57 - Comparação das tensões críticas obtidas para chapas submetidas ao cisalhamento e enrijecidas por: a) 2 enrijecedor b) 4 enrijecedores.	106
Figura 4.58 – Tensões críticas de cisalhamento obtidas numericamente e analiticamente.	107
Figura 5.1 – Dimensões da viga enrijecida.	109
Figura 5.2 – Condições de contorno para a chapa com as bordas engastadas.	110
Figura 5.3 – Condições de contorno utilizadas na viga enrijecida.	111
Figura 5.4 – Aplicação da força no modelo da viga.	112
Figura 5.5 – Malha de elementos finitos na viga.	112
Figura 5.6 – Chapas com bordas transversais apoiadas e longitudinais engastadas (modificado, CASTRO e SILVA, 2006).	113
Figura 5.7 – Coeficientes de flambagem obtidos numericamente e por Elbanna <i>et al.</i> (2014) para: a) $\alpha = 0,5$ b) $\alpha = 1,0$ c) $\alpha = 1,5$ d) $\alpha = 2,0$	114
Figura 5.8 – Coeficiente de flambagem em função da posição do enrijecedor para vigas com $\alpha = 1,0$ e razão $2A_f/A_w = 1,0$	115
Figura 5.9 – Modos de flambagem de acordo com a posição do enrijecedor para vigas com $\alpha = 1,0$, razão $2A_f/A_w = 1,0$ e $h_s = 140$	116

Figura 5.10 – k em função de γ para painéis com: a) bordas longitudinais apoiadas b) $2A_f/A_w = 0,4$ c) $2A_f/A_w = 2,5$ d) bordas longitudinais engastadas.	117
Figura 5.11 – Modos de flambagem para diferentes modelos com $\gamma = 32,736$ (16x140mm) considerando a influência das restrições nas bordas longitudinais.....	118
Figura 5.12 – k em função de d/b considerando diferentes condições para as bordas longitudinais dos painéis.	119
Figura 5.13 - k em função de γ para modelos com diferentes considerações nas bordas longitudinais e α igual a: a) 1,0 b) 2,0.	121
Figura A.1 - Gráficos de $\psi = -1,50$ referente ao: a) coeficiente de flambagem em função de d/b para $\alpha = 1,0$ b) coeficiente de flambagem máximo em função de γ	130
Figura A.2 - Gráficos de $\psi = -0,75$ referente ao: a) coeficiente de flambagem em função de d/b para $\alpha = 1,0$ b) coeficiente de flambagem máximo em função de γ	130
Figura A.3 - Gráficos de $\psi = -0,50$ referente ao: a) coeficiente de flambagem em função de d/b para $\alpha = 1,0$ b) coeficiente de flambagem máximo em função de γ	131
Figura A.4 - Gráficos de $\psi = -0,25$ referente ao: a) coeficiente de flambagem em função de d/b para $\alpha = 1,0$ b) coeficiente de flambagem máximo em função de γ	131
Figura A.5 - Gráficos de $\psi = 0,00$ referente ao: a) coeficiente de flambagem em função de d/b para $\alpha = 1,0$ b) coeficiente de flambagem máximo em função de γ	132
Figura A.6 - Gráficos de $\psi = 0,25$ referente ao: a) coeficiente de flambagem em função de d/b para $\alpha = 1,0$ b) coeficiente de flambagem máximo em função de γ	132
Figura A.7 - Gráficos de $\psi = 0,50$ referente ao: a) coeficiente de flambagem em função de d/b para $\alpha = 1,0$ b) coeficiente de flambagem máximo em função de γ	133
Figura A.8 - Gráficos de $\psi = 0,75$ referente ao: a) coeficiente de flambagem em função de d/b para $\alpha = 1,0$ b) coeficiente de flambagem máximo em função de γ	133

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 - Posição ótima de chapas enrijecidas por 1 enrijecedor obtida por Vu <i>et al.</i> (2019b).	13
Tabela 2.2 – Posição ótima de chapas enrijecidas por 2 enrijecedores obtida por Vu <i>et al.</i> (2019b).	13
Tabela 2.3 – Posição ótima de chapas enrijecidas por 3 enrijecedores obtida por Vu <i>et al.</i> (2019b).	13
Tabela 3.1 – Proporção entre tensões normais, $\psi = -1,00$, e cisalhantes.	38
Tabela 3.2 – Autovalores obtidos no teste de sensibilidade de malha.	41
Tabela 3.3 – Comparação dos resultados obtidos no presente estudo com os apresentados por Vu <i>et al.</i> (2019a) para flexão pura.....	44
Tabela 3.4 – Comparação das tensões críticas de cisalhamento obtidas numericamente com os valores encontrados por Alinia (2005) para chapas sem enrijecedores.	44
Tabela 4.1 - Comparação dos coeficientes de flambagem para chapas enrijecidas e não enrijecidas com $\alpha = 1,0$	66
Tabela 4.2 – Rigidez mínima dos casos de 1 enrijecedor estudados.....	67
Tabela 4.3 – Posição ótima considerando variação de α e ψ	68
Tabela 4.4 – Resultados da rigidez mínima do enrijecedor em função de α e ψ para chapas constituídas por 2 enrijecedores.	72
Tabela 4.5 – Posição ótima do enrijecedor superior, $d1/b$, em chapas enrijecidas por 2 enrijecedores.....	73
Tabela 4.6 – Posição ótima do enrijecedor inferior, $d2/b$, em chapas enrijecidas por 2 enrijecedores.....	74
Tabela 4.7 - Resultados da rigidez mínima do enrijecedor em função de α e ψ para chapas constituídas por 3 enrijecedores.	78
Tabela 4.8 – Posição ótima do enrijecedor superior, $d1/b$, considerando chapas enrijecidas por 3 enrijecedores.	78
Tabela 4.9 – Posição ótima do enrijecedor central, $d2/b$, considerando chapas enrijecidas por 3 enrijecedores.....	79
Tabela 4.10 – Posição ótima do enrijecedor inferior, $d3/b$, considerando chapas enrijecidas por 3 enrijecedores.	80
Tabela 4.11 – Rigidez mínima e posição ótima de painéis sujeitos ao cisalhamento puro e constituídos por 2 enrijecedores.	89

Tabela 4.12 - Rigidez mínima e posição ótima de painéis sujeitos ao cisalhamento puro e constituídos por 3 enrijecedores.	89
Tabela 4.13 – Resultados da posição ótima em função de σ/τ	94
Tabela 4.14 – Posição ótima para o enrijecedor superior em chapas com 2 enrijecedores e submetidas à combinação flexão e cisalhamento.	95
Tabela 4.15 - Posição ótima para o enrijecedor inferior em chapas com 2 enrijecedores e submetidas à combinação flexão e cisalhamento.	96
Tabela 4.16 - Posição ótima para o enrijecedor superior em chapas com 3 enrijecedores e submetidas à combinação flexão e cisalhamento.	97
Tabela 4.17 - Posição ótima para o enrijecedor central em chapas com 3 enrijecedores e submetidas à combinação flexão e cisalhamento.	98
Tabela 4.18 - Posição ótima para o enrijecedor inferior em chapas com 3 enrijecedores e submetidas à combinação flexão e cisalhamento.	99
Tabela 4.19 - Resultados numéricos e valores obtidos por Vu et al. (2019) para as posições ótimas em chapas constituídas por 2 enrijecedores e submetidas à flexão.	103
Tabela 4.20 - Resultados numéricos e valores obtidos por Vu et al. (2019) para as posições ótimas em chapas constituídas por 3 enrijecedores e submetidas à flexão.	103
Tabela 5.1 – Coeficientes de flambagem obtidos numericamente e por Castro e Silva (2006).	113
Tabela 5.2 – Comparação da posição ótima e do coeficiente de flambagem correspondente em modelos com $\gamma = 63,083$ e diferentes considerações nas bordas longitudinais.....	119

LISTA DE SÍMBOLOS

Letras romanas

a	comprimento da chapa;
a_c	comprimento de flambagem da chapa;
A_f	área da seção transversal da mesa;
A_p	área bruta da seção transversal da chapa;
A_{sl}	somatório das áreas brutas somente dos enrijecedores longitudinais;
$A_{sl,1}$	área bruta do pilar equivalente;
A_w	área da seção transversal da alma;
b	largura da chapa;
b_f	largura das mesas da viga;
b_1	distância entre o enrijecedor longitudinal e a borda superior da chapa;
b_1^{I+II}	posição do enrijecedor equivalente para chapas com dois enrijecedores comprimidos;
b_2	distância entre o enrijecedor longitudinal e a borda inferior da chapa;
b_c	distância da borda mais comprimida da chapa até a linha neutra;
b_{c2}	distância do enrijecedor longitudinal até a linha neutra;
d	distância entre o eixo do enrijecedor e a borda longitudinal mais comprimida da chapa;
D_{chapa}	rigidez à flexão da chapa;
E	módulo de elasticidade longitudinal;
f_y	resistência ao escoamento;
h_s	largura do enrijecedor;
h_w	altura ou largura do painel;
I_p	momento de inércia considerando somente a chapa;
I_s	momento de inércia do enrijecedor;
I_{sl}	momento de inércia da chapa enrijecida;
$I_{sl,1}$	momento de inércia da seção bruta do pilar equivalente;

k	coeficiente de flambagem elástica;
k_b	coeficiente de flambagem elástica devido flexão;
k_s	coeficiente de flambagem elástica devido cisalhamento;
$k_{\sigma,p}$	coeficiente de flambagem global da chapa enrijecida;
k_τ	coeficiente de flambagem elástica devido à tensão de cisalhamento da chapa;
$k_{\tau sl}$	coeficiente de flambagem elástica devido à tensão de cisalhamento do pilar equivalente;
m	número de semi-ondas na direção longitudinal da chapa;
n	número de semi-ondas na direção transversal da chapa;
t	espessura da chapa;
t_f	espessura das mesas da viga;
t_s	espessura do enrijecedor;
t_w	espessura da chapa.

Letras gregas

α	razão de aspecto;
γ	rigidez à flexão relativa do enrijecedor;
γ^*	rigidez à flexão ótima do enrijecedor;
δ	área relativa do enrijecedor em relação à chapa;
ε	fator de escoamento;
λ	Esbeltez do elemento sendo definida pela razão entre as respectivas largura e espessura;
ν	coeficiente de <i>Poisson</i> ;
σ	tensão normal solicitante;
σ_1	maior tensão de compressão;
σ_2	menor tensão de compressão ou maior tensão de tração;
σ_{cr}	tensão crítica de flambagem elástica devido à tensão normal;

σ_{cro}	tensão crítica de flambagem elástica de chapas sem enrijecedor submetidas à flexão pura;
$\sigma_{cr,p}$	tensão crítica de flambagem elástica relacionada ao Comportamento Tipo Placa ou tensão crítica global;
$\sigma_{cr,sl}$	tensão crítica de flambagem elástica do pilar equivalente;
σ_E	tensão de flambagem de Euler;
τ	tensão de cisalhamento solicitante;
τ_{cr}	tensão crítica de flambagem elástica devido à tensão de cisalhamento;
τ_{cro}	tensão crítica de flambagem elástica de chapas sem enrijecedor submetidas ao cisalhamento puro;
ϕ_{cr}	fator crítico de flambagem elástica no EBPlate;
ψ	razão entre as tensões normais solicitantes.

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

COMBRI	<i>Competitive Steel and Composite Bridges by Improved Steel Plated Structures</i>
CTICM	<i>Centre Technique Industriel de la Construction Métallique</i>
EN	<i>Eurocode</i>
EN 1993	<i>Eurocode 3 – Design of steel structures</i>
IBM	<i>International Business Machines Corporation</i>
MEF	Método dos Elementos Finitos
RFCS	<i>European Research Fund for Coal and Steel</i>

SUMÁRIO

1	Introdução.....	1
1.1	Aspectos Gerais	1
1.2	Objetivo	5
1.3	Justificativa	6
1.4	Metodologia	6
2	Revisão Bibliográfica	8
2.1	Introdução	8
2.2	Tensões Normais Devido Flexão Pura.....	8
2.2.1	Alinia e Moosavi (2008).....	9
2.2.2	Vu <i>et al.</i> (2019b).....	12
2.3	Ação Isolada de Tensões Normais e Cisalhamento	14
2.3.1	Maiorana <i>et al.</i> (2011)	14
2.4	Interação entre Tensões Normais e Cisalhamento	16
2.5	Comportamento Crítico de Almas	16
2.5.1	Procedimentos da norma europeia EN 1993-1-5:2006.....	19
2.5.2	Procedimentos do programa computacional EBPlate 2.01	29
2.5.3	Procedimentos de programas computacionais baseados no MEF	31
3	Modelo Numérico.....	33
3.1	Considerações Iniciais	33
3.2	Geometria e Material	33
3.3	Condições de Contorno.....	35
3.4	Carregamento.....	37
3.5	Malha de Elementos Finitos	39
3.6	Validação do Modelo Numérico.....	41
3.6.1	Tensões normais	41

3.6.2	Tensões de cisalhamento	44
3.6.3	Combinação de tensões normais e cisalhantes	45
3.7	Procedimentos Adotados no Estudo Paramétrico	47
4	Resultados.....	49
4.1	Introdução	49
4.2	Tensões Normais.....	51
4.2.1	Painéis com 1 enrijecedor.....	51
4.2.2	Painéis com 2 enrijecedores	70
4.2.3	Painéis com 3 enrijecedores	76
4.2.4	Avaliação Geral	82
4.3	Tensões de Cisalhamento.....	84
4.3.1	Painéis com 1 enrijecedor.....	84
4.3.2	Painéis com 2 enrijecedores	88
4.3.3	Painéis com 3 enrijecedores	89
4.4	Interação entre Flexão e Cisalhamento	89
4.4.1	Painéis com 1 enrijecedor.....	89
4.4.2	Painéis com 2 enrijecedores	94
4.4.3	Painéis com 3 enrijecedores	96
4.5	Análise das Formulações de Rigidez e Resultados de Posição Ótima Encontrados na Literatura.....	100
4.6	EN 1993-1-5:2006 E EBPLATE	103
4.6.1	Introdução.....	103
4.6.2	Flexão	104
4.6.3	Compressão	105
4.6.4	Cisalhamento	106
5	Avaliação das Restrições nas Bordas Longitudinais	108
5.1	Considerações Iniciais	108

5.2	Geometria e Material	108
5.3	Condições de Contorno.....	109
5.4	Carregamento.....	111
5.5	Malha de Elementos Finitos	112
5.6	Validação	113
5.7	Resultados.....	115
6	Conclusão	122
	REFERÊNCIAS	125
	APÊNDICE A	130

1 INTRODUÇÃO

1.1 ASPECTOS GERAIS

Chapas esbeltas são elementos cujas dimensões no plano são muito maiores que a espessura, sendo empregadas em estruturas aeronáuticas, navais, edifícios industriais e, sobretudo, pontes, construções cujo principal objetivo é vencer grandes vãos. Devido às elevadas dimensões de largura e comprimento, essas chapas são fabricadas isoladamente e soldadas entre si para formar a seção transversal da estrutura. É muito comum o uso desses elementos para constituir a alma de vigas I e as almas e a mesa inferior de vigas caixões em estruturas de pontes.

Em função da alta esbelteza dessas chapas, problemas de instabilidade são frequentes e devem ser avaliados. Em uma viga I constituída por alma esbelta, por exemplo, o fenômeno de perda de estabilidade da alma tende a ocorrer antes da flambagem lateral com torção (FLT) e do escoamento da seção. Segundo Beg *et al.* (2010), nesse caso, embora a instabilidade da alma não represente a capacidade limite resistente do elemento, que ainda possui capacidade pós-crítica considerável, é comum e importante o uso de enrijecedores eficientes que garantam maior capacidade resistente à estrutura e menor consumo de material, possibilitando soluções com alto desempenho (Figura 1.1).



Figura 1.1 – Ponte Ribeirão Severo I – BR 381/MG (RMG engenharia).

Nas vigas enrijecidas de seção transversal I, os enrijecedores transversais e longitudinais são soldados, sendo os primeiros dispostos na direção vertical (perpendicular às tensões normais) e os últimos na horizontal (ao longo das tensões normais), conforme Figura 1.2. O termo painel é utilizado para se referir à região da chapa limitada pelas mesas e enrijecedores transversais. Já o subpainel corresponde à parte da chapa também situada entre os enrijecedores transversais, mas limitada por dois enrijecedores longitudinais ou por um enrijecedor longitudinal e pela mesa adjacente. Nesse sentido, os comprimentos do painel e do subpainel equivalem à distância existente entre os enrijecedores transversais.

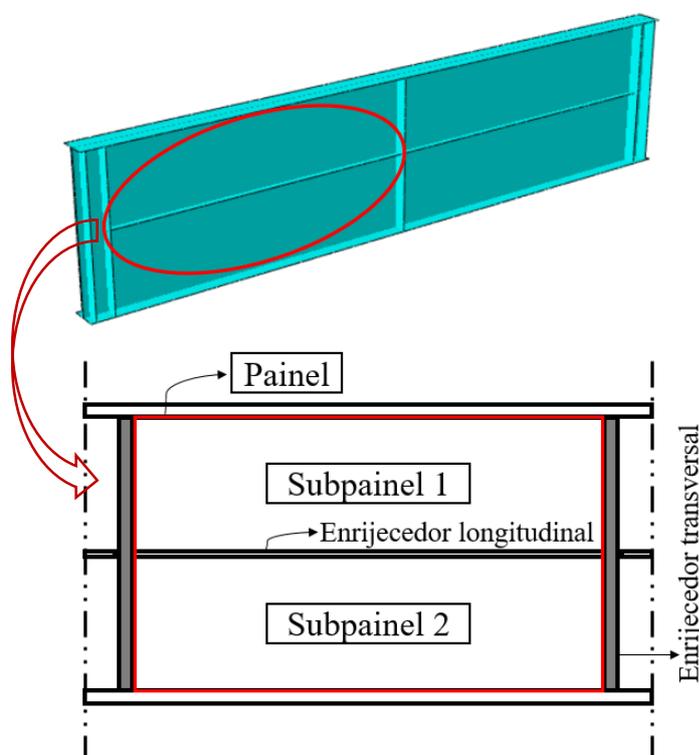


Figura 1.2 – Representação de um painel e dos respectivos elementos constituintes.

Mesmo com a estabilidade que esses enrijecedores oferecem à chapa, é fundamental o estudo dos problemas de perda de estabilidade aos quais a estrutura possa estar suscetível. Skaloud (1983) explica que na teoria linear de estabilidade, as chapas, consideradas perfeitas, não possuem imperfeições geométricas nem tensões residuais, sendo que durante a solicitação, as forças são aplicadas exatamente na linha média do elemento.

Reis e Camotim (2000) explicam que, as chapas ideais submetidas às tensões de compressão, inicialmente, encontram-se em equilíbrio estável, no qual perturbações externas não são capazes de alterar a configuração geométrica do elemento. No entanto,

a partir de uma determinada tensão, o formato geométrico inicial da chapa torna-se instável, sendo necessário que essa busque o equilíbrio em uma configuração de geometria deformada, conforme ilustrado na Figura 1.3. Nessa busca, existem duas possíveis trajetórias para a chapa, de modo que tem-se uma bifurcação do equilíbrio. A tensão responsável pelo surgimento dessa bifurcação é conhecida como tensão crítica, σ_{cr} .

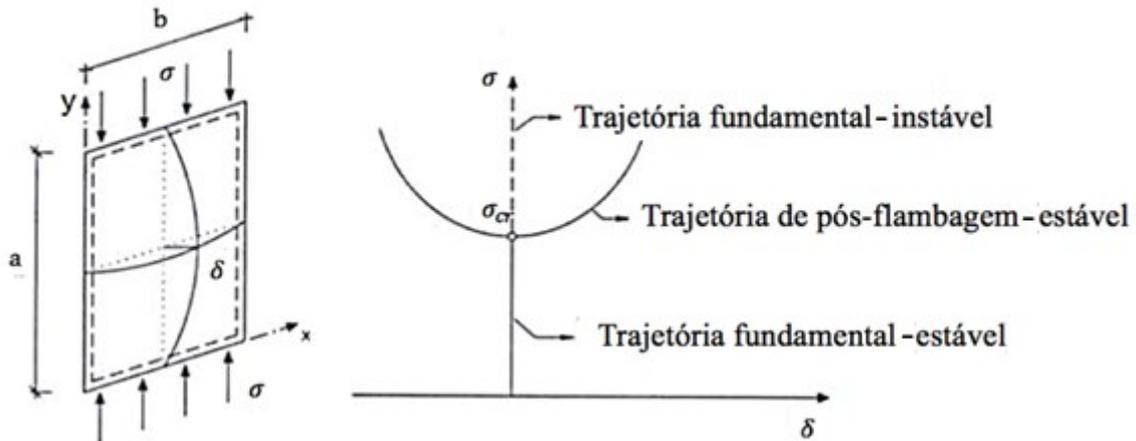


Figura 1.3 – Bifurcação do equilíbrio em uma chapa perfeita (modificado, REIS e CAMOTIM, 2000).

Na prática, não existem chapas sem nenhum tipo de imperfeição geométrica ou tensão residual. Mas, assim como considerado por Alinia e Moosavi (2008) e Vu *et al.* (2019b), o presente trabalho trata de chapas perfeitas e, portanto, o termo flambagem será utilizado para representar o fenômeno responsável pelo novo formato geométrico em que a chapa ideal se mantém em equilíbrio estável.

O fenômeno de flambagem em chapas enrijecidas longitudinalmente pode ocorrer em duas formas distintas: flambagem global e local (Figura 1.4). Na primeira, tanto os enrijecedores quanto a chapa deslocam como um todo para fora do plano. Já na segunda, a flambagem é restrita aos subpainéis, sendo que os enrijecedores se mantêm na posição inicial, formando uma linha nodal ao longo do comprimento.

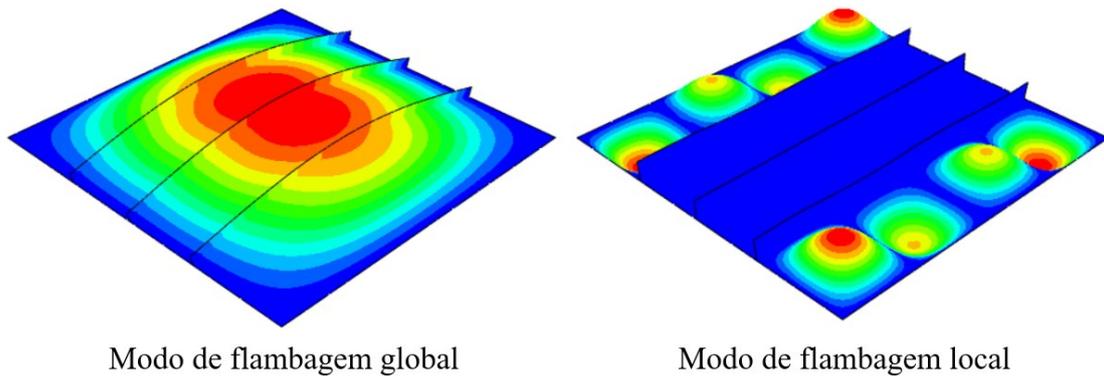


Figura 1.4 – Modos de flambagem para chapas enrijecidas longitudinalmente.

A ocorrência da flambagem global e local está relacionada, sobretudo, com a posição e a rigidez do enrijecedor. A razão de aspecto, razão entre o comprimento e a largura do painel, a quantidade de enrijecedores longitudinais e a distribuição das tensões na estrutura são fatores que também afetam o modo de flambagem. No entanto, desde que o enrijecedor seja rígido para as condições especificadas da chapa, observa-se a flambagem local. Em contrapartida, o modo global está associado ao uso de enrijecedores flexíveis, os quais não possuem rigidez suficiente para permanecer na posição inicial.

De acordo com Alinia e Moosavi (2008), os enrijecedores transversais tem função fundamental no aumento da capacidade resistente à flambagem de chapas sujeitas ao cisalhamento. Já os enrijecedores longitudinais proporcionam melhor desempenho aos painéis submetidos às tensões normais. No entanto, esse melhor desempenho está relacionado à rigidez e à posição do enrijecedor longitudinal.

Segundo Alinia e Moosavi (2008), em vigas esbeltas existe uma posição específica para o enrijecedor longitudinal, definida como posição ótima, na qual são alcançados os maiores valores de tensão crítica do elemento. Nesse sentido, Dubas (1948), Alinia e Moosavi (2008) e Maiorana *et al.* (2011) apontam que o uso de enrijecedor longitudinal rígido associado à posição ótima conduz a aumentos significativos na capacidade resistente à flambagem, podendo ser observados ganhos de aproximadamente 500%. Na busca pela obtenção dessa maior capacidade, enrijecedores com elevadas dimensões podem ser adotados, levando ao superdimensionamento da estrutura. Nesse sentido, Alinia e Moosavi (2008) e Vu *et al.* (2019b) propõem formulações para encontrar a rigidez à flexão mínima, que permite a definição das menores dimensões para que o

enrijecedor ainda seja considerado rígido, garantindo o modo de flambagem local e um aumento considerável da capacidade resistente da estrutura.

Algumas normas de estruturas em aço são utilizadas para dimensionar vigas constituídas por elementos esbeltos. Ferreira Filho (2019) explica que a norma europeia EN 1993-1-5:2006 é uma das mais abrangentes, permitindo a obtenção da tensão crítica e da capacidade resistente para vigas esbeltas constituídas por múltiplos enrijecedores longitudinais. Já a norma americana AASHTO LRFD (2012) contempla casos com até dois reforços longitudinais e a brasileira ABNT NBR 8800:2008 possui apenas procedimentos para o cálculo de estruturas esbeltas sem considerar nenhum enrijecedor longitudinal.

Apesar da EN 1993-1-5:2006 possibilitar uma quantidade maior de análises quando comparada com outras normas, ainda sim, a norma europeia possui diversas restrições que reduzem o estudo a casos específicos em relação à solicitação, à quantidade e à posição dos enrijecedores longitudinais.

Grande parte das pesquisas sobre o tema e das normas de dimensionamento consideram chapas com todas as bordas apoiadas. No entanto, Rogac et al. (2014) afirmam que é interessante o estudo de vigas I em que a alma não seja tratada como um painel apoiado, mas que no lugar das condições de simples apoio das bordas longitudinais sejam considerados os elementos das mesas.

Como solução alternativa para ampliar a análise de vigas esbeltas enrijecidas e estimular o uso de elementos de aço em estruturas de pontes, foi desenvolvido o programa computacional EBPlate, o qual calcula as tensões críticas e os modos de flambagem correspondentes por meio de abordagens semi-analíticas (GALÉA e MARTIN, 2010). Outra solução, amplamente difundida nos dias atuais, é o uso de programas computacionais baseados no Método dos Elementos Finitos (MEF).

1.2 OBJETIVO

O objetivo do presente trabalho é avaliar a influência da razão de aspecto da chapa, da posição, da rigidez e da quantidade de enrijecedores na estabilidade de painéis esbeltos enrijecidos longitudinalmente, considerando a ação isolada das tensões normais e cisalhantes e a interação de flexão e cisalhamento. Em complemento, será avaliada a influência das restrições impostas às bordas longitudinais dos elementos.

1.3 JUSTIFICATIVA

As dimensões e as disposições dos enrijecedores longitudinais em vigas esbeltas têm impacto direto na capacidade resistente da estrutura e no custo da obra, sendo fundamental o estudo dos principais fatores responsáveis pela relação custo benefício da construção. Tais fatores foram analisados por algumas pesquisas, que determinaram a rigidez mínima e a posição ótima do enrijecedor em painéis esbeltos submetidos à compressão pura, flexão e cisalhamento. A maioria desses estudos consideram chapas com apenas um único enrijecedor e altura inferior àquelas observadas na prática. Nesse cenário, é importante a extrapolação desses estudos para painéis com altura similar à adotada nos projetos, enrijecidos por múltiplos enrijecedores e, sobretudo, submetidos às mais diversas condições de carregamento.

No dimensionamento de vigas esbeltas enrijecidas, a maioria dos profissionais da área utilizam normas técnicas e programas computacionais de fácil acesso. Ferreira Filho (2019) comparou os resultados calculados por meio da EN 1993-1-5:2006 e do EBPlate com as tensões críticas obtidas em programa específico baseado no MEF. No entanto, o autor estudou somente alguns dos casos previstos pela norma europeia, nos quais a esbeltez do painel variou simultaneamente com a rigidez relativa à flexão. Nesse sentido, é interessante ampliar a análise para outros casos contemplados pela norma, considerando a influência da rigidez à flexão isoladamente e compreendendo as diferenças existentes entre os métodos.

Algumas pesquisas numéricas sobre vigas de seção transversal I, trazem questionamentos em relação às vinculações impostas pelas mesas à alma. Cho e Shin (2011) e Elbanna *et al.* (2014) concluíram que as mesas apresentam restrições semelhantes às condições de engaste. Contudo, os estudos desenvolvidos consideram fixos a maioria dos parâmetros geométricos da viga, dentre esses as dimensões das mesas. Assim, é essencial verificar se esses elementos oferecem de fato restrições análogas às do engaste ao considerar diversos valores para a razão de aspecto do painel, a posição e a rigidez do enrijecedor longitudinal e, sobretudo, a área da seção transversal das mesas.

1.4 METODOLOGIA

Para a realização do presente trabalho, as seguintes etapas foram cumpridas:

- Revisão bibliográfica para compreender o comportamento da perda de estabilidade em painéis esbeltos enrijecidos, assim como, a influência de parâmetros específicos;
- Validação dos modelos numéricos e elaboração de scripts em Python para desenvolvimento de estudo paramétrico em *software* baseado no MEF;
- Avaliação da influência da razão de aspecto da chapa, da posição, da rigidez e da quantidade de enrijecedores presentes nos painéis submetidos à ação isolada das tensões normais e cisalhantes e à combinação de flexão e cisalhamento;
- Comparação dos resultados de tensões críticas obtidos numericamente com os valores encontrados por meio da EN 1993-1-5:2006 e do EBPlate 2.01;
- Estudo da influência das mesas no comportamento de flambagem de vigas de seção I.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 INTRODUÇÃO

Há muitos anos, o tema de flambagem elástica vem sendo amplamente estudado e desenvolvido. Segundo Ferreira Filho (2019), Leonhard Euler, em 1744, foi um dos primeiros cientistas a compreender e propor uma formulação para a força de compressão axial responsável pelos deslocamentos laterais em um pilar perfeitamente reto. Ainda de acordo com o autor, Bryan, em 1891, expandiu esse estudo para chapas com as bordas apoiadas e submetidas à compressão. Ao longo de todos esses anos, o tema ganhou muito destaque a partir da avaliação da influência de enrijecedores transversais e longitudinais no comportamento de chapas esbeltas. Recentemente, diversos autores como Jáger *et al.* (2018), Biscaya *et al.* (2019), Truong *et al.* (2019) e Papazafeiropoulos *et al.* (2019), utilizaram programas computacionais para desenvolver estudos de otimização dessas chapas ou análises numéricas de vigas enrijecidas longitudinalmente e constituídas por múltiplos painéis.

Diversos trabalhos teóricos, experimentais e numéricos sobre estruturas compostas por chapas esbeltas e submetidas à interação ou à ação isolada de tensões normais e cisalhantes foram realizados e são apresentados nos subitens seguintes, os quais foram divididos de acordo com o tipo de solicitação. A maioria desses trabalhos tiveram como objetivo avaliar a abrangência de diferentes normas e propor formulações adequadas ao dimensionamento de chapas enrijecidas.

2.2 TENSÕES NORMAIS DEVIDO FLEXÃO PURA

Dubas (1948) e Rockey (1961) desenvolveram estudos teóricos para avaliar o comportamento crítico de almas esbeltas enrijecidas diante da flexão pura. Para tanto, foram utilizados métodos de energia nos quais foi incluída a parcela de energia referente aos enrijecedores na expressão da energia potencial de toda a viga. Nesses estudos, todas as bordas foram consideradas como simplesmente apoiadas. Já Rockey e Leggett (1962) estudaram chapas com condições de simples apoio para as bordas transversais, enquanto as bordas longitudinais, caracterizadas pela presença das mesas, foram consideradas engastadas. Rockey e Cook (1965a, b) também desenvolveram pesquisas de flambagem

elástica e examinaram almas constituídas por múltiplos enrijecedores longitudinais. Estes consideraram as bordas longitudinais engastadas e apoiadas, enquanto as bordas transversais foram assumidas como simples apoio.

Em relação às restrições oferecidas pelos enrijecedores transversais e pelas mesas à alma, Elbanna *et al.* (2014) elaboraram diferentes modelos numéricos em *software* baseado no MEF, nos quais esses elementos foram modelados ou considerados apoiados e engastados. Ao final, os autores observaram que, os coeficientes de flambagem dos modelos nos quais as mesas foram inseridas se aproximaram com os coeficientes daqueles em que as bordas longitudinais foram engastadas. Já em relação aos enrijecedores transversais, a modelagem desses elementos originou respostas entre as condições de engaste e apoio, sendo que para as maiores razões de aspecto, os três casos tiveram comportamentos praticamente idênticos. Cho e Shin (2011) também pesquisaram a influência das vinculações das mesas. Ambos os trabalhos consideraram para a razão das áreas das mesas em relação à área da alma, $2A_f/A_w$, valores entre 2,2 e 2,5.

Ao final, todos os autores encontraram para a posição ótima do enrijecedor valores próximos, correspondentes a uma distância entre 0,20 e 0,22 vezes a largura da chapa em relação à borda longitudinal mais comprimida desse elemento.

Recentemente, Kim *et al.* (2021) estudaram a posição ótima e propuseram formulações de rigidez mínima em painéis de vigas com 1 e 2 enrijecedores longitudinais de seção retangular.

2.2.1 Alinia e Moosavi (2008)

Alinia e Moosavi (2008) estudaram chapas apoiadas, submetidas à flexão pura e enrijecidas longitudinalmente por um único enrijecedor (Figura 2.1). Os autores variaram a razão de aspecto, α , e a largura do reforço longitudinal a fim de obter a posição ótima e propor equação para determinar a inércia, I_s , mínima do enrijecedor que garante a flambagem local independente da posição desse elemento. Os autores consideraram os valores 0,50, 0,66, 1,00, 1,50 e 2,00 para a razão de aspecto, 1000 milímetros para a altura da chapa e enrijecedor com espessura constante de 5 milímetros.

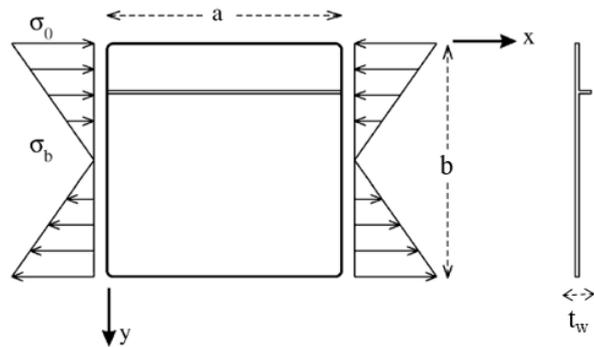


Figura 2.1 – Configuração da chapa enrijecida (modificado, ALINIA e MOOSAVI, 2008).

Em relação à posição ótima do enrijecedor, observou-se que, para todas razões de aspecto estudadas, a posição $d/b = 0,2$ resultou nos maiores coeficientes de flambagem, considerando enrijecedores rígidos. A Figura 2.2 ilustra o estudo realizado sobre rigidez mínima e posição ótima para um chapa com razão de aspecto igual a 1,5. Alinia e Moosavi (2008) ressaltam que, à medida que são utilizados enrijecedores rígidos, observa-se resultados semelhantes para o coeficiente de flambagem, independente do aumento da largura do enrijecedor.

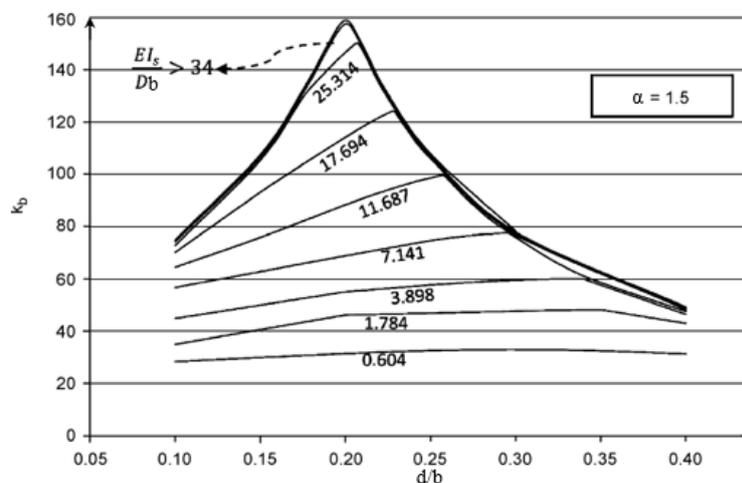


Figura 2.2 – Coeficiente de flambagem em função da posição do enrijecedor para chapa com razão de aspecto igual a 1,5 (modificado, ALINIA e MOOSAVI, 2008).

Quanto à rigidez relativa à flexão mínima, chapas com maiores razões de aspecto demandam enrijecedores maiores para o alcance desses valores mínimos, conforme Figura 2.3.

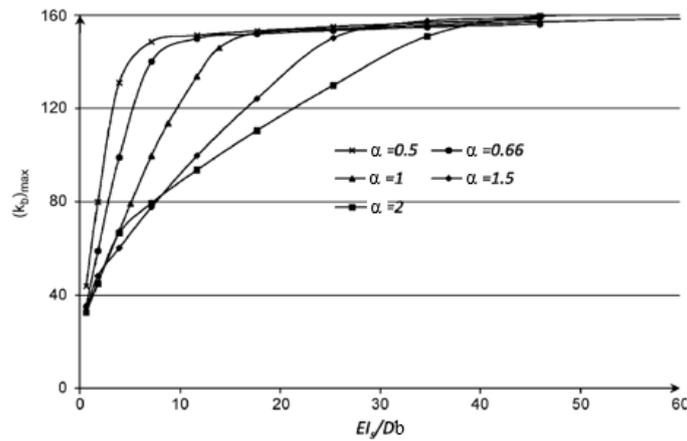


Figura 2.3 – Coeficiente de flambagem máximo em função da rigidez à flexão do enrijecedor (modificado, ALINIA e MOOSAVI, 2008).

Alinia e Moosavi (2008) também elaboraram um gráfico relacionando o coeficiente de flambagem à rigidez relativa, como ilustrado na Figura 2.4.

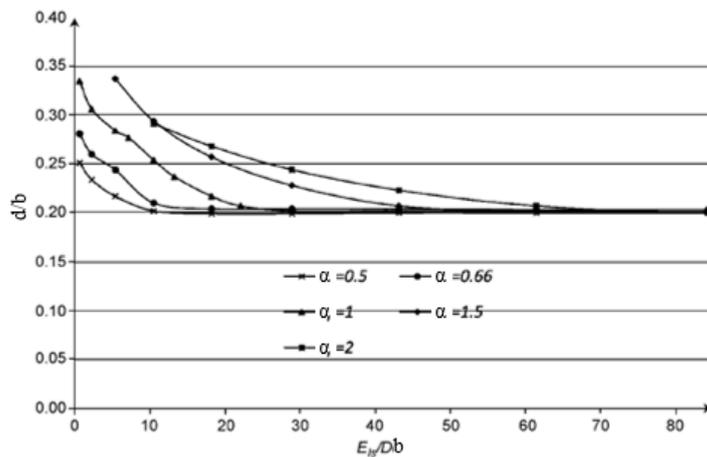


Figura 2.4 – Posição ótima em função da rigidez à flexão do enrijecedor (modificado, ALINIA e MOOSAVI, 2008).

Ao final, os autores desenvolveram a Equação (2.1), que define a inércia mínima do enrijecedor em função das propriedades geométricas da chapa (espessura, altura e comprimento). Os resultados obtidos a partir da formulação foram confrontados com os valores de inércia mínima fornecidos pela AASHTO (1996), sendo observado o caráter conservador da norma para chapas com razões de aspecto maior que 1.

$$I_s \geq t_w^3 b \left[2,06 \left(\frac{a}{b} \right) - 0,61 \right] \quad (2.1)$$

2.2.2 Vu *et al.* (2019b)

Vu *et al.* (2019b) avaliaram a posição ótima e a rigidez à flexão mínima em chapas submetidas à flexão pura e enrijecidas longitudinalmente por múltiplos enrijecedores (Figura 2.5). Para tanto, os autores consideraram chapas com largura de 3 metros, espessura de 9 milímetros e razões de aspecto iguais a 0,5, 0,76, 1,0 e 1,6 para os casos de 2 a 6 enrijecedores. Já para o caso de 1 enrijecedor, além de adotar as razões citadas anteriormente, foi considerada a razão de aspecto igual a 2,0. Na literatura não existem muitos estudos acerca da posição ótima devido à flexão considerando 2 ou mais reforços longitudinais. Nesse sentido, os autores além de obterem as posições mais adequadas para esses enrijecedores, propuseram seis equações distintas para determinar a inércia mínima desses elementos, sendo cada equação referente a uma quantidade específica de enrijecedores.

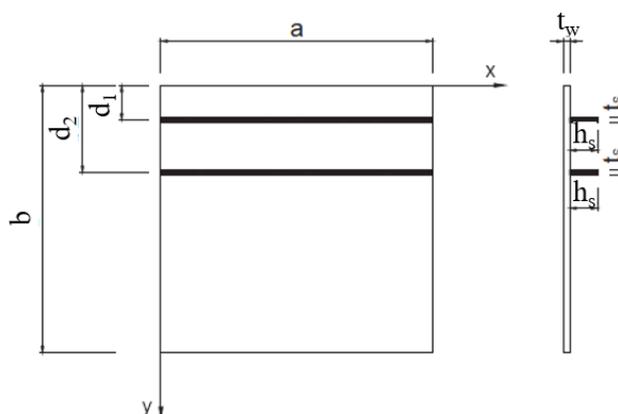


Figura 2.5 – Nomenclatura de chapa com dois enrijecedores longitudinais (modificado, Vu *et al.*, 2019b).

A Tabela 2.1 à Tabela 2.3 apresentam os valores de posição ótima encontrados pelos autores, considerando 1, 2 e 3 enrijecedores, respectivamente. Vu *et al.* (2019b) ressaltam que, quanto maior a quantidade de enrijecedores, maior a influência da razão de aspecto na posição dos reforços mais distantes da borda longitudinal comprimida. Em relação à largura da chapa, os autores confrontaram os resultados de posição ótima de dois enrijecedores com as respostas obtidas por Vu *et al.* (2019a), no qual foi considerada uma chapa com 1 metro de largura. Observou-se que, considerações distintas para esse parâmetro resultou em valores com pequenas diferenças na posição de ambos enrijecedores.

Tabela 2.1 - Posição ótima de chapas enrijecidas por 1 enrijecedor obtida por Vu *et al.* (2019b).

Posição Ótima (d/b)	Razão de Aspecto				
	0,5	0,76	1,0	1,6	2,0
Enrij. 1	0,200	0,200	0,200	0,200	0,200

Tabela 2.2 – Posição ótima de chapas enrijecidas por 2 enrijecedores obtida por Vu *et al.* (2019b).

Posição Ótima (d/b)	Razão de Aspecto			
	0,5	0,76	1,0	1,6
Enrij. 1	0,121	0,121	0,121	0,121
Enrij. 2	0,278	0,278	0,277	0,277

Tabela 2.3 – Posição ótima de chapas enrijecidas por 3 enrijecedores obtida por Vu *et al.* (2019b).

Posição Ótima (d/b)	Razão de Aspecto			
	0,5	0,76	1,0	1,6
Enrij. 1	0,087	0,087	0,087	0,087
Enrij. 2	0,190	0,191	0,191	0,198
Enrij. 3	0,317	0,320	0,323	0,328

Por meio de análises de regressão, os autores elaboraram equações para determinar a inércia mínima do enrijecedor a fim de garantir maior capacidade resistente e economia à viga. As equações (2.2), (2.3) e (2.4) apresentam as formulações elaboradas para os casos de 1, 2 e 3 enrijecedores, respectivamente.

$$I_s \geq bt_w^3 \left[2,044 \left(\frac{a}{b} \right) - 0,63 \right] \quad (2.2)$$

$$I_s \geq bt_w^3 \left[2,852 \left(\frac{a}{b} \right)^2 - 1,073 \left(\frac{a}{b} \right) + 0,484 \right] \quad (2.3)$$

$$I_s \geq bt_w^3 \left[2,624 \left(\frac{a}{b} \right)^2 + 1,116 \left(\frac{a}{b} \right) - 0,219 \right] \quad (2.4)$$

2.3 AÇÃO ISOLADA DE TENSÕES NORMAIS E CISALHAMENTO

2.3.1 Maiorana *et al.* (2011)

Maiorana *et al.* (2011) estudaram chapas enrijecidas por um único enrijecedor longitudinal (Figura 2.6.a) diante da ação isolada de tensões normais e cisalhantes, sendo adotadas diferentes geometrias para esse elemento a fim de avaliar as diferenças entre reforços com seção fechada e aberta. Os autores consideraram a influência de diferentes razões de tensões normais, ψ , sendo essas -1,00, -0,50, 0,00, 0,50 e 1,00 (definidas pela relação entre as tensões normais na borda longitudinal inferior e superior, sendo ilustradas na Figura 2.6.b). Vale ressaltar que, a maioria das pesquisas focam apenas na flexão, $\psi = -1,00$, e compressão, $\psi = 1,00$, sendo o trabalho desenvolvido por Maiorana *et al.* (2011) um dos poucos que contempla a presença de outras proporções de tensões normais.

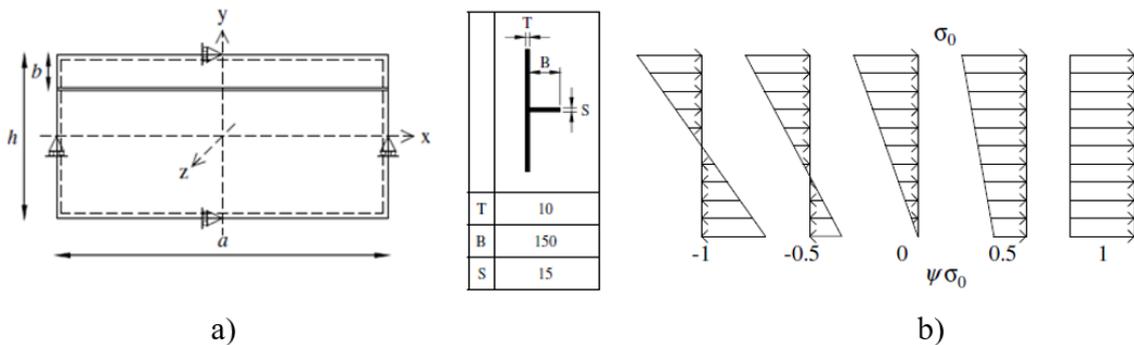


Figura 2.6 – Chapa com enrijecedor de seção aberta a) dimensões dos elementos b) razão entre tensões normais (modificado, MAIORANA *et al.*, 2011).

Ao considerar a influência da razão entre as tensões normais, ψ , os autores observaram que essa proporção altera o valor da posição ótima do enrijecedor, sendo que a redução do valor de ψ resulta na aproximação dessa posição em relação à mesa comprimida (Figura 2.7). Nesse sentido, verificou-se que a posição ótima do enrijecedor para flexão pura equivale a 1/5 da altura da chapa em relação à fibra mais comprimida, enquanto para a compressão pura, tem-se que o enrijecedor longitudinal apresenta um melhor desempenho quando disposto na metade da altura da chapa. Os autores ainda destacam que, o valor do coeficiente de flambagem correspondente à posição ótima é máximo para flexão e reduz à medida que ψ desloca-se para o caso de compressão pura.

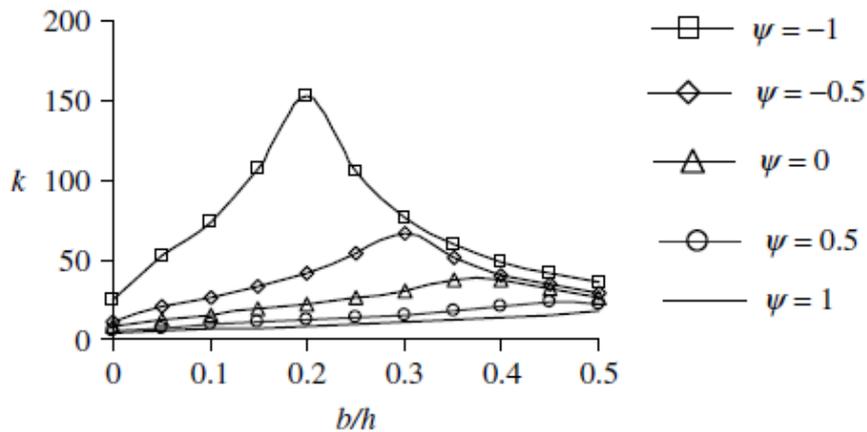


Figura 2.7 – Coeficiente de flambagem em função da posição do enrijecedor considerando a influência de ψ (modificado, MAIORANA *et al.*, 2011).

Quanto ao efeito das tensões cisalhantes, os autores concluíram que, os maiores valores para o coeficiente de flambagem são observados quando o enrijecedor é posicionado na metade da altura da alma. Em relação à razão de aspecto, Maiorana *et al.* (2011) observou que menores valores desse parâmetro resultaram em maiores valores do coeficiente de flambagem na maioria dos casos, conforme Figura 2.8. Somente para os menores valores de rigidez à flexão que as razões de aspecto, 1,0, 1,5 e 2,0 resultaram em valores muito semelhantes. Os autores ainda explicam que, para a razão de aspecto igual a 0,5, o mesmo comportamento não foi observado devido ao formato do modo de flambagem que envolveu uma quantidade maior de semi-ondas.

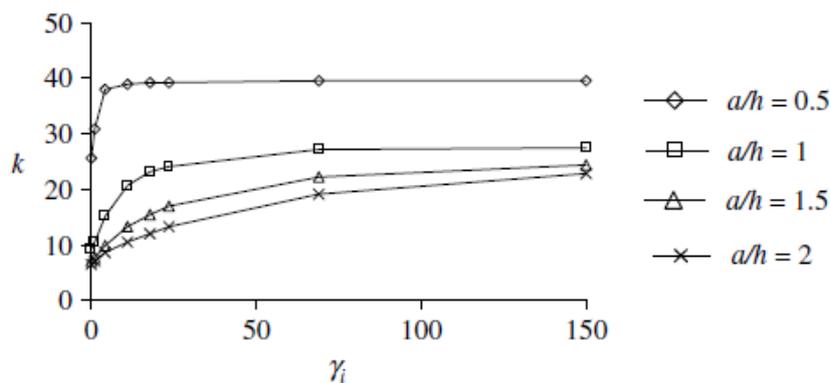


Figura 2.8 – Coeficiente de flambagem em função da rigidez à flexão considerando a influência da razão de aspecto (modificado, MAIORANA *et al.*, 2011).

2.4 INTERAÇÃO ENTRE TENSÕES NORMAIS E CISALHAMENTO

Poucos trabalhos abordaram o comportamento de flambagem devido à interação de flexão e cisalhamento. Dentre estes, podem-se destacar os trabalhos elaborados por Alinia e Moosavi (2009), Issa-El-Khoury *et al.* (2016) e Vu *et al.* (2019a). Alinia e Moosavi (2009) estudaram chapas enrijecidas longitudinalmente por um enrijecedor em posições específicas e concluíram que, há um aumento da resistência à flambagem ao cisalhamento quando as tensões cisalhantes são combinadas com tensões normais de pequena magnitude devido à flexão. Issa-El-Khoury *et al.* (2016) estudaram almas esbeltas enrijecidas por um enrijecedor e concluiu que a razão de aspecto influencia a posição em que esse reforço garante um melhor desempenho. Já Vu *et al.* (2019a), diferente das duas primeiras pesquisas, estudaram chapas enrijecidas por até dois enrijecedores longitudinais e desenvolveram uma análise paramétrica para a posição desses elementos, sem considerar posições previamente determinadas. Dessa forma, esses autores definiram posições ótimas para diferentes razões de aspecto considerando diversas proporções entre momento e cortante.

2.5 COMPORTAMENTO CRÍTICO DE ALMAS

No estudo do comportamento de flambagem elástica é necessário determinar o valor da tensão crítica, na qual a chapa ideal passa por um deslocamento lateral em busca do equilíbrio na posição deformada.

Bryan (1891) estudou uma chapa retangular, não enrijecida, simplesmente apoiada nas bordas e submetida a tensão longitudinal de compressão uniforme, conforme Figura 2.9.

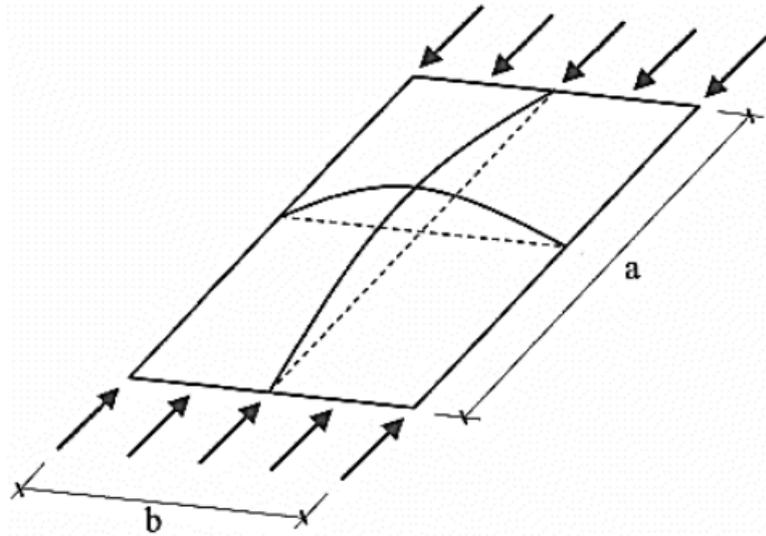


Figura 2.9 - Flambagem de uma chapa comprimida ao longo do eixo longitudinal (SILVA e GERVÁSIO, 2007).

Por meio da solução de uma equação diferencial, Bryan (1891) determinou a expressão para obtenção da tensão crítica de flambagem, σ_{cr} .

$$\sigma_{cr} = \frac{k \pi^2 E}{12(1 - \nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 \quad (2.5)$$

Onde:

- t é a espessura da chapa;
- b é a largura da chapa;
- E é o módulo de elasticidade longitudinal do material;
- ν é o coeficiente de Poisson;
- k é o coeficiente de flambagem da chapa estudada.

O coeficiente de flambagem depende da geometria e das condições no contorno do elemento. Para chapas retangulares e simplesmente apoiadas nas 4 bordas, este coeficiente é definido por:

$$k = \left(\frac{m}{\alpha} + \frac{n^2 \alpha}{m}\right)^2 \quad (2.6)$$

Onde:

- α é a razão de aspecto, equivalente à razão entre o comprimento e a largura da chapa;
- m é o número de semi-ondas na direção de compressão;
- n é o número de semi-ondas na direção transversal;

Portanto, k varia conforme o número de meia ondas senoidais na direção longitudinal e transversal. Contudo, como deseja-se obter o menor valor deste coeficiente, tem-se apenas uma semi-onda na direção transversal e, conseqüentemente, n assume valor unitário.

Para chapas submetidas à flexão, o coeficiente de flambagem, k , é substituído pelo coeficiente de flambagem devido flexão, k_b , sendo a tensão crítica calculada por:

$$\sigma_{cr} = \frac{k_b \pi^2 E}{12(1 - \nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 \quad (2.7)$$

Os resultados encontrados por Timoshenko e Gere (1961) e Allen e Bulson (1980) mostram que k_b equivale a 23.9, valor seis vezes superior ao caso de compressão pura.

Em relação às chapas submetidas a tensões cisalhantes, Beg *et al.* (2010) esclarece que no regime pré-crítico, a placa está sujeita à condição de cisalhamento puro, sendo as tensões principais formadas a um ângulo de 45° a partir da direção longitudinal. Nessa diagonal as tensões de compressão possuem a mesma intensidade das tensões de tração. Para conhecer o limite desse regime, é necessário obter o coeficiente de flambagem devido cisalhamento, k_s , e a tensão crítica devido cisalhamento, τ_{cr} .

Em relação às chapas enrijecidas, Vayas e Iliopoulos (2013) afirmam que a obtenção analítica da tensão crítica não é simples, uma vez que a determinação do coeficiente de flambagem envolve um processo complicado, que depende da geometria e da posição dos enrijecedores, das condições de contorno e da geometria da chapa.

Os subitens a seguir tratam de alguns métodos para obtenção das tensões críticas e coeficientes de flambagem de chapas enrijecidas.

2.5.1 Procedimentos da norma europeia EN 1993-1-5:2006

A norma europeia possui procedimentos distintos para a obtenção das tensões críticas devido tensões normais e cisalhantes, sendo ambas obtidas separadamente. Nos subitens a seguir são detalhadas as prescrições da norma em relação a cada tensão.

2.5.1.1 Tensão crítica de flambagem elástica devido tensões normais

Para o cálculo dos coeficientes de flambagem e tensões críticas referentes a chapas enrijecidas, a norma assume as seguintes considerações:

- os enrijecedores transversais são sempre rígidos;
- os enrijecedores longitudinais devem pertencer às classes 1, 2 ou 3, conforme tabela 5.2 da EN 1993-1-1:2005, sendo explicações mais detalhadas encontradas no trabalho de Barbosa (2016);
- a rigidez à torção dos enrijecedores longitudinais é considerada nula, independente se estes possuem seção aberta ou fechada;
- os furos no painel, caso existentes, devem ter um diâmetro máximo igual a 0,05 vezes a altura da chapa.

Segundo Beg *et al.* (2010), a norma EN 1993-1-5:2006 define que a chapa pode assumir dois tipos de comportamento (Tipo Placa e Tipo Pilar), sendo esses influenciados pelas dimensões dos enrijecedores e da razão de aspecto. Ambos comportamentos afetam o modo de falha da chapa enrijecida, sendo que no Tipo Placa (bidimensional), o formato do colapso transcorre por meio de uma curvatura nas duas direções. Nesse caso, que geralmente ocorre para painéis com valores de razão de aspecto superiores ou igual a 1,00, a reserva pós-crítica é considerável, visto que uma direção ajuda a estabilizar a outra (efeito de membrana). Já o comportamento Tipo Pilar (unidimensional) tende a acontecer em placas que possuem enrijecedores robustos e cuja razão de aspecto, normalmente, é inferior a 1,00. Nesse comportamento a curvatura é predominante em apenas uma única direção e como consequência a reserva pós-crítica é desprezável (Figura 2.10). A norma estabelece formas distintas de calcular as tensões críticas, sendo que para a obtenção do coeficiente de redução no regime pós-crítico, ambos comportamentos devem ser considerados. Ressalta-se que, no comportamento Tipo Pilar, as bordas longitudinais são assumidas como livres e a tensão crítica é obtida considerando um pilar birrotulado solicitado axialmente.

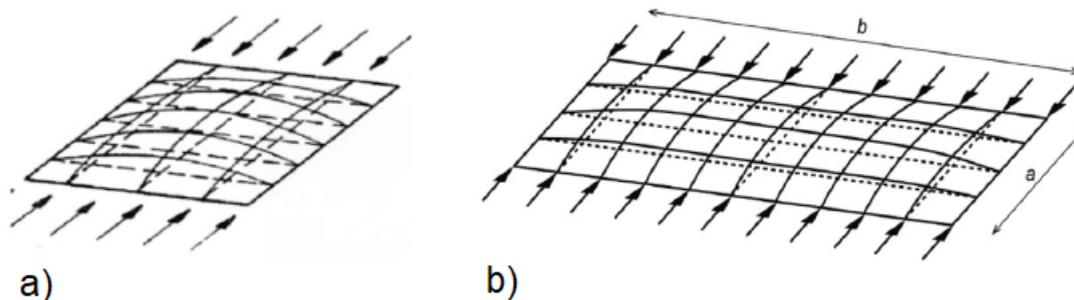


Figura 2.10 - a) Comportamento tipo Placa b) Comportamento tipo Pilar (modificado, KÖVESDI, 2019).

O cálculo da tensão crítica referente ao comportamento Tipo Placa, $\sigma_{cr,p}$, equivale ao cálculo da tensão associada à flambagem global do painel. Portanto, a EN 1993-1-5:2006 não considera a flambagem local dos subpainéis no cálculo dessa tensão, de modo que os enrijecedores longitudinais, ao serem solicitados por tensões de compressão, deslocam lateralmente junto com a chapa.

No anexo A da norma são sugeridos dois métodos distintos, de acordo com o número de enrijecedores longitudinais, para o cálculo das tensões críticas considerando comportamento Tipo Placa. Ambos métodos referem-se a casos específicos, não sendo possível calcular tais tensões para outras situações encontradas na prática.

2.5.1.1.1 Procedimento descrito no anexo A.1 da norma EN 1993-1-5:2006

O anexo A.1 define critérios e formulações para a obtenção da tensão crítica global de chapas retangulares enrijecidas, com razão de aspecto, $\alpha \geq 0,5$, comprimidas ao longo de toda largura (razão de tensões, $\psi \geq 0,5$) e com 3 ou mais enrijecedores igualmente espaçados de geometrias iguais. A situação prevista por esse item do anexo é comum em vigas caixões, cuja mesa inferior é totalmente comprimida e enrijecida longitudinalmente com múltiplos enrijecedores.

Nesse caso, o painel enrijecido é considerado como uma chapa ortotrópica, na qual os enrijecedores longitudinais assumem a função de uma chapa fictícia equivalente distribuída ao longo de toda largura da painel real.

Apenas a flambagem global é avaliada. Dessa forma a tensão crítica global da chapa enrijecida, $\sigma_{cr,p}$, é obtida como o menor valor responsável por esse fenômeno, levando

os enrijecedores longitudinais (chapa fictícia equivalente) a deslocarem lateralmente. Tal tensão é obtida por meio da formulação abaixo:

$$\sigma_{cr,p} = k_{\sigma,p} \sigma_E \quad (2.8)$$

Na expressão acima, $k_{\sigma,p}$ é o coeficiente de flambagem referente à chapa ortotrópica com os enrijecedores distribuídos ao longo desta. Já σ_E é a tensão de flambagem de Euler, na qual a rigidez da barra é substituída pela rigidez da chapa, conforme equação (2.9) (em MPa).

$$\sigma_E = \frac{\pi^2 E t^2}{12(1 - \nu^2) b^2} \quad (2.9)$$

Onde:

- t é a espessura da chapa;
- b é a largura da chapa.

O coeficiente de flambagem global da chapa enrijecida, $k_{\sigma,p}$, é dado pelas equações (2.10), de acordo com a razão de aspecto, α .

$$k_{\sigma,p} = \begin{cases} \frac{2 [(1 + \alpha^2)^2 + \gamma - 1]}{\alpha^2 (\psi + 1)(1 + \delta)} & \text{para } \alpha \leq \sqrt[4]{\gamma} \\ \frac{4 (1 + \sqrt{\gamma})}{(\psi + 1)(1 + \delta)} & \text{para } \alpha > \sqrt[4]{\gamma} \end{cases} \quad (2.10)$$

Onde:

- ψ é a razão das tensões nas extremidades opostas da placa;
- δ é a área relativa dos enrijecedores longitudinais;
- γ é a rigidez à flexão relativa dos enrijecedores.

A razão de aspecto da chapa é obtida em função do comprimento, a , e da largura, b , da chapa, dado por:

$$\alpha = \frac{a}{b} \geq 0,5 \quad (2.11)$$

A razão entre tensões é obtida por:

$$\psi = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \geq 0,5 \quad (2.12)$$

Onde:

- σ_1 é maior tensão de extremidade;
- σ_2 é a menor tensão de extremidade.

A área relativa dos enrijecedores é calculada por meio da expressão abaixo:

$$\delta = \frac{A_{sl}}{A_p} \quad (2.13)$$

Onde:

- A_{sl} é o somatório das áreas brutas das seções transversais dos enrijecedores longitudinais, desconsiderando a chapa;
- A_p é a área bruta da seção transversal da chapa.

Por fim, a rigidez à flexão relativa dos enrijecedores longitudinais é obtida por:

$$\gamma = \frac{I_{sl}}{I_p} \quad (2.14)$$

Onde:

- I_{sl} é o momento de inércia considerando todo o sistema (chapa e enrijecedores longitudinais);
- I_p é o momento de inércia apenas da chapa, podendo ser obtida pela equação (2.15).

$$I_p = \frac{b t^3}{12(1 - \nu^2)} \quad (2.15)$$

A norma EN 1993-1-5:2006, no anexo A.1, deixa claro que o coeficiente de flambagem global da chapa ortotrópica e dos enrijecedores, $k_{\sigma,p}$, pode ser obtido por outros meios, como gráficos e tabelas apropriadas e por análises numéricas. Contudo, não devem ser considerados casos de flambagem local dos subpainéis.

2.5.1.1.2 Procedimento descrito no anexo A.2 da norma EN 1993-1-5:2006

O anexo A.2 possui critérios para obtenção da tensão crítica global de chapas enrijecidas por 1 ou 2 enrijecedores na região comprimida e os demais, caso existentes, na região tracionada. Esse caso é comum em alma de vigas de seção transversal do tipo I, na qual podem existir tensões normais positivas e negativas simultaneamente.

Os procedimentos desse anexo são baseados no método do pilar fictício, no qual o enrijecedor e parte do painel adjacente são tratados como um pilar equivalente fictício restrito por um apoio elástico (restante da chapa), conforme Figura 2.11. Nesse método, os enrijecedores posicionados na região tracionada são desprezados.

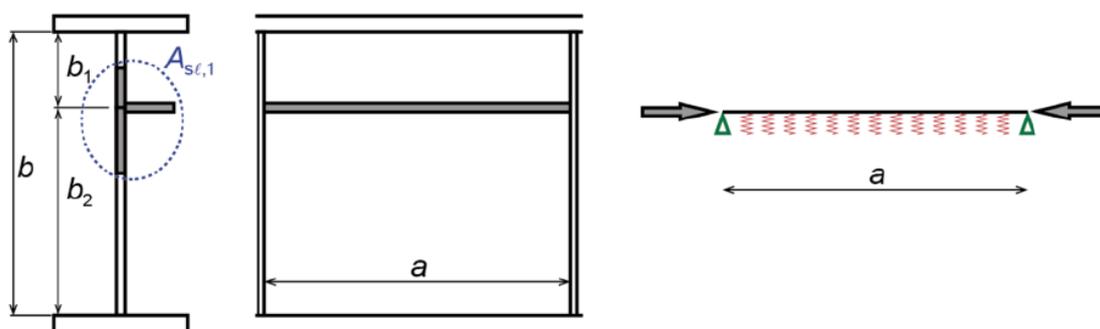


Figura 2.11 – Pilar fictício apoiado em base elástica (MARTINS *et al.*, 2019).

A Figura 2.12 exibe a alma de uma viga submetida a tensões normais e reforçada por um enrijecedor longitudinal na região comprimida, situação cujo método do pilar fictício pode ser aplicado. Assume-se que esse pilar está sujeito a forças de compressão longitudinais e apoiado por uma base elástica ao longo do comprimento, caracterizando a rigidez à flexão da chapa.

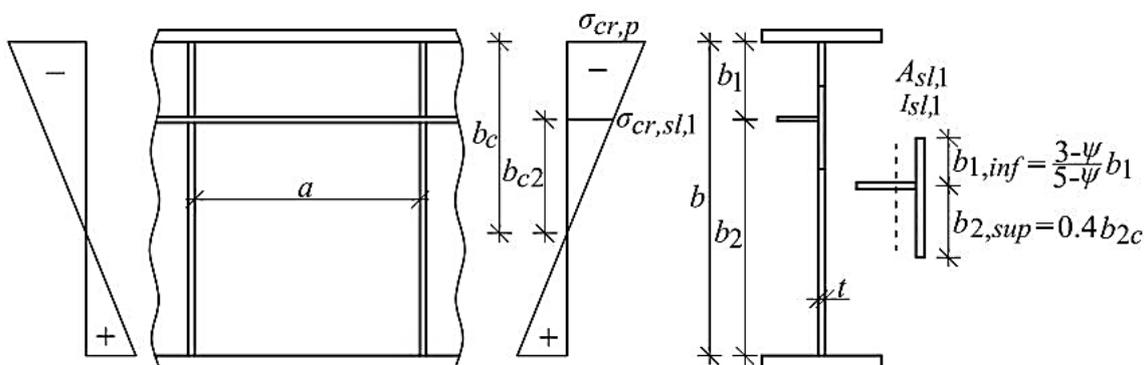


Figura 2.12 - Alma composta por um enrijecedor longitudinal na zona comprimida (BEG *et al.* 2010).

Assim, para determinar a tensão crítica de flambagem global, $\sigma_{cr,p}$, é necessário, primeiramente, o cálculo da tensão crítica do pilar equivalente, $\sigma_{cr,sl}$, definida por:

$$\sigma_{cr,sl} = \begin{cases} \frac{1,05E \sqrt{I_{sl,1} t^3 b}}{A_{sl,1} b_1 b_2} & \text{para } a \geq a_c \\ \frac{\pi^2 E I_{sl,1}}{A_{sl,1} a^2} + \frac{E t^3 b a^2}{4\pi^2 (1 - \nu^2) A_{sl,1} b_1^2 b_2^2} & \text{para } a < a_c \end{cases} \quad (2.16)$$

Onde:

- $A_{sl,1}$ é a área bruta do pilar equivalente formado pelo enrijecedor e parte da chapa adjacente;
- $I_{sl,1}$ é o momento de inércia considerando seção transversal bruta do pilar equivalente em torno do eixo centroidal e paralelo ao plano da chapa;
- t é a espessura da alma;
- b_1 é a distância entre a parte interna da mesa comprimida e o centro do enrijecedor;
- b_2 é a distância entre a parte interna da mesa tracionada e o centro do enrijecedor;
- b é o soma de b_1 e b_2 ;
- a é o comprimento do painel;
- a_c é o comprimento de flambagem, dado por:

$$a_c = 4,33 \sqrt[4]{\frac{I_{sl,1} b_1^2 b_2^2}{t^3 b}} \quad (2.17)$$

Para os casos em que $a \geq a_c$, considera-se que o comprimento de flambagem, a_c , é igual ao comprimento do painel, a . Já quando $a < a_c$ admite-se que existem várias meias ondas senoidais ao longo do comprimento do painel.

Após o cálculo da tensão crítica do pilar equivalente, $\sigma_{cr,sl}$, obtém-se a tensão de flambagem elástica global da chapa, $\sigma_{cr,p}$. Para tanto, extrapola-se a tensão crítica do pilar para a borda da chapa submetida a maior tensão de compressão, conforme equação a seguir.

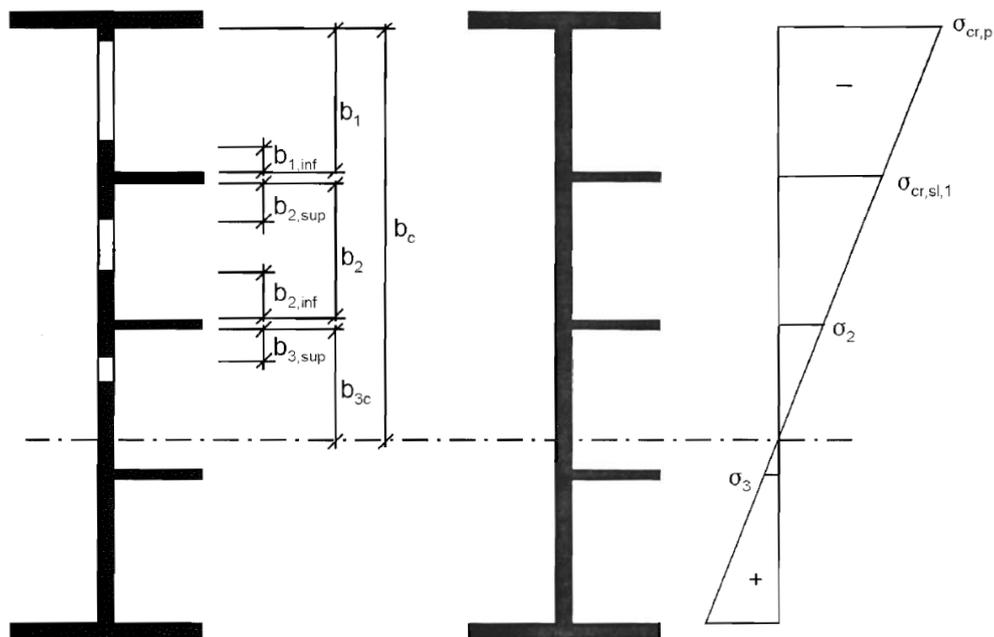
$$\sigma_{cr,p} = \frac{b_c}{b_{c2}} \sigma_{cr,sl} \quad (2.18)$$

- b_c é a largura comprimida da chapa enrijecida

- b_{c2} é a distância entre a linha neutra e o pilar equivalente onde a tensão crítica, $\sigma_{cr,sl}$, é avaliada.

Beg *et al.* (2010) destacam duas situações em que a flambagem global da chapa não ocorre. A primeira é decorrente do posicionamento do enrijecedor longitudinal na linha neutra ou próxima a ela. Nesse caso, o valor de b_{c2} tende a zero e, conseqüentemente, a tensão responsável pela flambagem global da chapa, $\sigma_{cr,p}$, tende ao infinito. Assim, tem-se a ocorrência da flambagem local do subpainel de largura equivalente a b_1 . A segunda situação é consequência do enrijecedor longitudinal estar localizado nas proximidades da mesa comprimida. Dessa forma, o valor de b_1 tende a zero e o valor da tensão crítica do pilar equivalente, $\sigma_{cr,sl}$, tende ao infinito, assim como $\sigma_{cr,p}$. Ressalta-se que, a ocorrência desses casos independe das dimensões do enrijecedor, uma vez que estão relacionados à distribuição das tensões ao longo do subpainel em decorrência da posição desse elemento. Portanto, no método do pilar fictício, a norma desconsidera os enrijecedores longitudinais que se enquadram nas situações descritas.

No caso de dois enrijecedores posicionados na região comprimida da alma, os mesmos procedimentos especificados anteriormente devem ser seguidos, considerando as equações e intervalos definidos na Figura 2.13.



	Largura para área bruta	Condição para Ψ_i
$b_{1,inf}$	$\frac{3-\psi_1}{5-\psi_1} b_1$	$\psi_1 = \frac{\sigma_{cr,sl,1}}{\sigma_{cr,p}} > 0$
$b_{2,sup}$	$\frac{2}{5-\psi_2} b_2$	$\psi_2 = \frac{\sigma_2}{\sigma_{cr,sl,1}} > 0$
$b_{2,inf}$	$\frac{3-\psi_2}{5-\psi_2} b_2$	$\psi_2 > 0$
$b_{3,sup}$	$0,4 b_{3c}$	$\psi_3 = \frac{\sigma_3}{\sigma_2} < 0$

Figura 2.13 – Alma enrijecida com dois enrijecedores na região comprimida (modificado, EN 1993-1-5:2006).

Contudo, esses procedimentos devem ser realizados para três casos distintos:

- o enrijecedor I é considerado como pilar equivalente apoiado em base elástica contínua (chapa) e o enrijecedor II tem função de apoio rígido;
- o enrijecedor I atua como apoio rígido, enquanto o enrijecedor II é considerado como pilar equivalente apoiado em base elástica contínua (chapa);
- a flambagem simultânea de ambos enrijecedores (I e II) é representada por meio de um enrijecedor fictício equivalente aos dois primeiros.

A Figura 2.14 mostra o enrijecedor fictício posicionado no ponto de aplicação das resultantes das forças considerando os enrijecedores I e II, sendo tal posição calculada

por meio da equação (2.19). É importante ressaltar que, as propriedades geométricas deste enrijecedor fictício são obtidas pela soma das propriedades individuais de cada um.

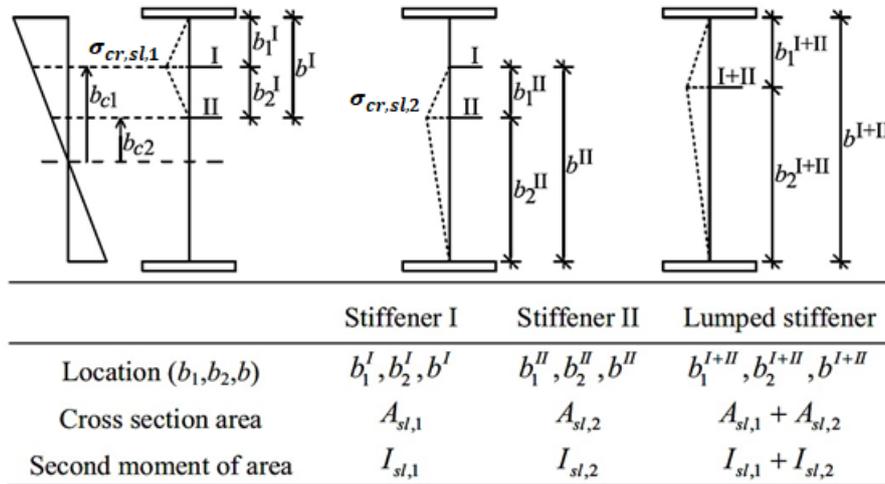


Figura 2.14 - Método do pilar fictício aplicado a alma reforçada com dois enrijecedores comprimidos (modificado, BARBOSA, 2016).

$$b_1^{I+II} = \frac{A_{sl,2} \sigma_{cr,sl,2}}{A_{sl,1} \sigma_{cr,sl,1} + A_{sl,2} \sigma_{cr,sl,2}} b_1^I + b_2^I \quad (2.19)$$

Onde:

- $A_{sl,1}$ é a área da seção transversal bruta do enrijecedor I;
- $\sigma_{cr,sl,1}$ é a tensão crítica referente à consideração do enrijecedor I como pilar equivalente;
- $A_{sl,2}$ é a área da seção transversal bruta do enrijecedor II;
- $\sigma_{cr,sl,2}$ é a tensão crítica referente à consideração do enrijecedor I como pilar equivalente;
- b_1^I é a posição do enrijecedor I em relação à superfície interna da mesa comprimida;
- b_2^I é a posição do enrijecedor II em relação ao enrijecedor I.

Após a determinação das tensões críticas referentes aos 3 casos supracitados, extrapolam-se essas tensões para a borda da chapa mais comprimida a fim de calcular as tensões de flambagem elástica global da chapa, $\sigma_{cr,p}$, assim como é feito no caso de apenas um enrijecedor. O valor de $\sigma_{cr,p}$ corresponde ao menor valor obtido no processo.

2.5.1.2 Tensão crítica de flambagem elástica devido tensões cisalhantes

A tensão crítica devido cisalhamento é dada por:

$$\tau_{cr} = k_{\tau} \frac{\pi^2 E t^2}{12 (1 - \nu^2) b^2} \quad (2.20)$$

Na equação acima, o coeficiente de flambagem devido cisalhamento, k_{τ} , pode ser calculado por meio das prescrições normativas presentes no anexo A.3 da EN 1993-1-5:2006. Tais prescrições são destinadas às chapas enrijecidas por enrijecedores transversais rígidos, englobando casos com e sem enrijecedores longitudinais. Nesse sentido, tal anexo fornece duas formulações, que diferenciam a forma de obter o k_{τ} de acordo com a situação. Uma dessas prescrições é direcionada aos painéis que se enquadram em um dos seguintes requisitos:

- ausência de enrijecedor longitudinal;
- possui 3 ou mais enrijecedores longitudinais;
- possui 1 ou 2 enrijecedores longitudinais e razão de aspecto, $\alpha \geq 3$.

Para esses casos, o k_{τ} é dado por:

$$k_{\tau} = \begin{cases} 5,34 + 4,00 \left(\frac{h_w}{a}\right)^2 + k_{\tau sl} & \text{quando } a/h_w \geq 1 \\ 4,00 + 5,34 \left(\frac{h_w}{a}\right)^2 + k_{\tau sl} & \text{quando } a/h_w < 1 \end{cases} \quad (2.21)$$

No qual:

$$k_{\tau sl} = 9 \left(\frac{h_w}{a}\right)^2 \sqrt[4]{\left(\frac{I_{sl}}{t^3 h_w}\right)^3} \geq \frac{2,1}{t} \sqrt[3]{\frac{I_{sl}}{h_w}} \quad (2.22)$$

Onde:

- a é a distância entre dois enrijecedores transversais (comprimento do painel);
- h_w é a altura da alma;
- I_{sl} é o momento de inércia para a flambagem perpendicular ao plano da placa.

O momento de inércia, I_{sl} , é calculado com base na área dos enrijecedores longitudinais e na área da largura efetiva da chapa, sendo considerada para essa um valor igual a $15\epsilon t$ a partir de cada lado do enrijecedor, conforme Figura 2.15, sem parcelas sobrepostas.

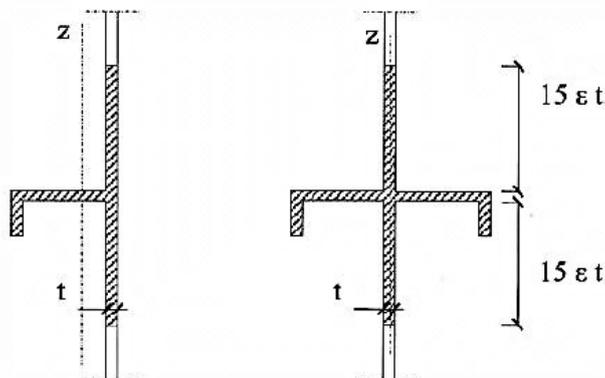


Figura 2.15 - Elementos considerados no cálculo do I_{sl} (SILVA e GERVÁSIO, 2007).

Na Figura 2.15, $\epsilon = \sqrt{235/f_y}$, sendo f_y a resistência ao escoamento do material definida em MPa.

Para chapas não enrijecidas longitudinalmente, o valor do momento de inércia I_{sl} é zero e, conseqüentemente, $k_{\tau sl}$ resulta nesse mesmo valor.

A outra prescrição do anexo A.3 é direcionada aos painéis enrijecidos longitudinalmente por 1 ou 2 enrijecedores, sendo a razão de aspecto, $\alpha < 3$. Para esses casos o coeficiente de flambagem devido cisalhamento, k_τ , é obtido por:

$$k_\tau = 4,1 + \frac{6,3 + 0,18 \left(\frac{I_{sl}}{t^3 \cdot h_w} \right)}{\alpha^2} + 2,2 \sqrt[3]{\frac{I_{sl}}{t^3 h_w}} \quad (2.23)$$

2.5.2 Procedimentos do programa computacional EBPlate 2.01

O programa EBPlate (*Elastic Buckling of Plates*) foi desenvolvido para o sistema Windows por meio do *Centre Technique Industriel de la Construction Métallique* (CTIMC) para o projeto *Competitive Steel and Composite Bridges by Innovative Steel Plated Structures* (COMBRI). Tal projeto teve como objetivo o aprimoramento e o incentivo do uso de placas de aço em estruturas de pontes e foi financiado pelo *European Research Fund for Coal and Steel* (RFCS).

O EBPlate é um programa que obtém as tensões crítica e os respectivos modos de flambagem de chapas retangulares, com espessura constante e diversas condições de contorno. Estas ficam submetidas a carregamentos no plano e assumem comportamento isotrópico. No programa é possível trabalhar com chapas enrijecidas longitudinalmente (seções abertas e fechadas) e/ou transversalmente e sem enrijecedores.

No EBPlate, a complexidade dos modos de flambagem é determinada pelo usuário ao especificar o número de semi-ondas nas direções longitudinal e transversal da chapa. Em relação à quantidade dos modos de flambagem a serem obtidos na análise, o programa permite a escolha do primeiro modo, os vintes primeiros, ou, ainda, todos os modos.

Segundo Galéa e Martin (2006), durante a análise, o programa determina o fator crítico mínimo, ϕ_{cr} , que é calculado por meio da solução aproximada do método de energia de Rayleigh-Ritz. Este fator é multiplicado pelas tensões iniciais informadas pelo usuário (σ_x , σ_y , τ), obtendo as tensões críticas de flambagem elástica da chapa, conforme equações abaixo:

$$\sigma_{x,cr} = \phi_{cr} \sigma_x \quad (2.24)$$

$$\sigma_{y,cr} = \phi_{cr} \sigma_y \quad (2.25)$$

$$\tau_{cr} = \phi_{cr} \tau \quad (2.26)$$

Para o cálculo da tensão crítica elástica do comportamento tipo placa, $\sigma_{cr,p}$, o programa avalia os modos de flambagem e escolhe o modo global associado ao menor fator crítico, ϕ_{cr} . Contudo, Beg *et al.* (2010) afirma que nos casos de enrijecedores com elevada rigidez, a ocorrência do modo global é menos frequente e tem-se maior dificuldade no cálculo deste. Neste sentido, a versão 2.01 do EBPlate possui método alternativo, no qual o usuário consegue limitar a ocorrência dos modos locais, tendo como primeiro resultado o modo de flambagem global e, conseqüentemente, a tensão crítica do comportamento tipo placa.

Diferentemente da norma EN 1993-1-5:2006, que possui formulações apenas para casos específicos, o programa EBPlate 2.01 possui procedimentos abrangentes, capazes de analisar chapas contendo qualquer quantidade e posição de enrijecedores.

2.5.3 Procedimentos de programas computacionais baseados no MEF

Grande parte das pesquisas são realizadas por meio do Método dos Elementos Finitos (MEF), um método numérico no qual o estudo da estrutura é desenvolvido a partir de funções aproximadas. Para tanto, a concepção desse método é discretizar o objeto, ou seja, dividi-lo em elementos compostos por diversos nós. O conjunto desses elementos é definido como malha, que tem papel fundamental na confiabilidade dos resultados. Geralmente, quanto maior o refinamento dessa malha e menor o tamanho dos elementos que a constitui, melhor é a convergência das respostas para a solução exata do problema. Contudo, esse refinamento acarreta no aumento do tempo necessário para que o programa computacional analise o comportamento da estrutura.

Segundo Castro e Silva (2006), na década de 40 surgiram os primeiros estudos relacionados aos princípios adotados por esse método. No entanto, devido ao pequeno número de computadores e à baixa acessibilidade destes, as pesquisas no tema não eram aplicáveis na prática e não recebiam a devida importância. Com o avanço tecnológico, o uso de programas computacionais se tornou mais viável e o MEF foi difundido tanto para a comunidade acadêmica, quanto para os profissionais da área, permitindo a análise de estruturas cada vez mais complexas, que não era viável devido ao alto grau de dificuldade das equações diferenciais dos modelos matemáticos. Além disso, do ponto de vista econômico, as pesquisas de caráter numérico são menos onerosas do que as experimentais. Nesse sentido, o uso do MEF possibilitou a resolução de diversos desafios dentro da engenharia de estruturas, sendo um tema amplamente explorado na literatura. Os conceitos básicos do método podem ser encontrados nas pesquisas desenvolvidas por Zienkiewicz (1971), Gallagher (1975), Zienkiewicz e Taylor (1989), Kleiber e Hien (1992), Bathe (1996).

O ABAQUS é um *software* baseado no MEF voltado para a análise de estruturas. Para o desenvolvimento de análises de flambagem elástica, este programa tem disponível uma análise linearizada de estabilidade em relação aos aspectos físicos e geométricos do modelo numérico. O problema é tratado como uma análise de perturbação linear, em que se aplica uma força de magnitude qualquer e a solução retorna como resposta os

autovalores e autovetores normalizados. Os autovalores são multiplicadores da força inserida na etapa inicial da análise, sendo que esse produto resulta no vetor de força crítica. Já os autovetores normalizados representam os modos de flambagem, ou seja, a deformada da estrutura pós-flambagem (Castro e Silva, 2006).

3 MODELO NUMÉRICO

3.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

O Método dos Elementos Finitos é uma ferramenta de grande importância para a compreensão do comportamento físico das estruturas, sendo necessários grandes cuidados com a modelagem e com as simplificações adotadas a fim de que a análise resulte em respostas confiáveis e fidedignas à realidade. Nesse sentido, é fundamental a validação do modelo numérico com pesquisas presentes na literatura, trazendo maior confiança ao estudo e garantindo que esse modelo seja capaz de representar o comportamento real da estrutura.

O presente capítulo detalha as considerações realizadas para a construção do modelo numérico no programa ABAQUS e as validações feitas com os estudos encontrados na literatura.

Como se trata de uma análise de flambagem elástica, na qual a chapa e os enrijecedores são assumidos como perfeitos, não são inseridas imperfeições geométricas e tensões residuais e não são feitas considerações acerca da não linearidade física e geométrica da estrutura.

3.2 GEOMETRIA E MATERIAL

Para o estudo do comportamento de flambagem elástica em chapas enrijecidas longitudinalmente e com as bordas apoiadas, foram consideradas dimensões semelhantes às observadas na prática, conforme Figura 3.1.

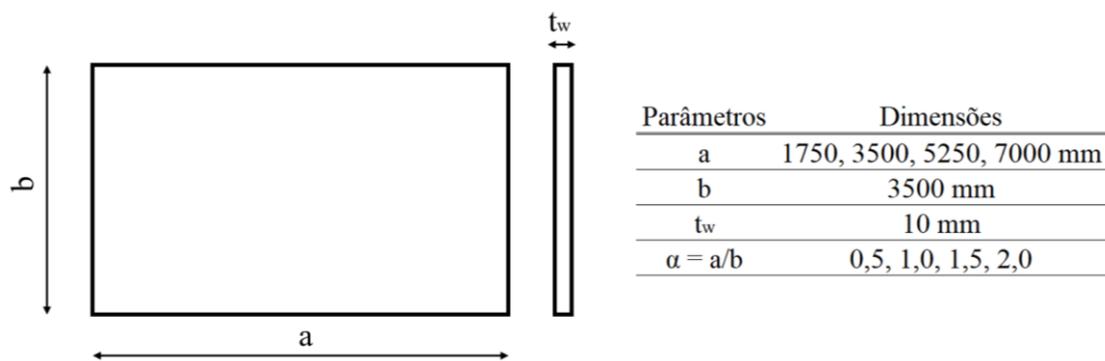


Figura 3.1 – Dimensões utilizadas no estudo das chapas.

Percebe-se que, os valores do comprimento foram propositalmente adotados para que no estudo fossem consideradas razões de aspecto iguais a 0,5, 1,0, 1,5 e 2,0 e assim verificar a influência desse parâmetro no comportamento da estrutura. Como o estudo se refere a chapas esbeltas enrijecidas, é importante que a relação b/t_w seja superior ao valor mínimo definido pela EN 1993-1-1:2005, conforme Equação (3.1), configurando casos de chapas pertencentes à classe 4 da norma. Observa-se que a esbelteza mínima, $\lambda_{(classe\ 4)}$, varia com a razão entre tensões normais, ψ , e o fator ε , calculado pela Equação (3.2). Nesse sentido, o estudo foi realizado com chapas com esbelteza igual a 350, valor acima do limite mínimo definido pela norma europeia e da maioria das outras normas de dimensionamento utilizadas na prática.

$$\lambda_{(classe\ 4)} \geq \begin{cases} \frac{42\varepsilon}{0.67 + 0,33\psi} & \text{para } \psi > -1 \\ 62\varepsilon (1 - \psi)\sqrt{(-\psi)} & \text{para } \psi \leq -1 \end{cases} \quad (3.1)$$

Onde:

$$\varepsilon = \sqrt{235/f_y} \quad (3.2)$$

Em relação aos enrijecedores, foram estudadas chapas com 1, 2 e 3 reforços longitudinais de seção retangular, sendo a largura, a espessura e a posição desses elementos variadas com o intuito de encontrar valores para o dimensionamento que conduzam a um alto desempenho da estrutura. Ressalta-se que, as dimensões do enrijecedor foram definidas de acordo com os limites máximos determinados pela EN 1993-1-1:2005, Equação (3.3), para que esse elemento não seja assumido como esbelto. A cada espessura, t_s , adotada para o enrijecedor, diversos valores foram considerados para a largura desse elemento, visto que a dimensão h_s tem maior repercussão no momento de inércia do reforço longitudinal. Dessa forma, novos valores para espessura só foram considerados quando se atingiu a largura máxima permitida pela norma.

$$\frac{h_s}{t_s} \leq 14\varepsilon \quad (3.3)$$

As nomenclaturas adotadas no presente trabalho para as chapas enrijecidas são definidas na Figura 3.2.

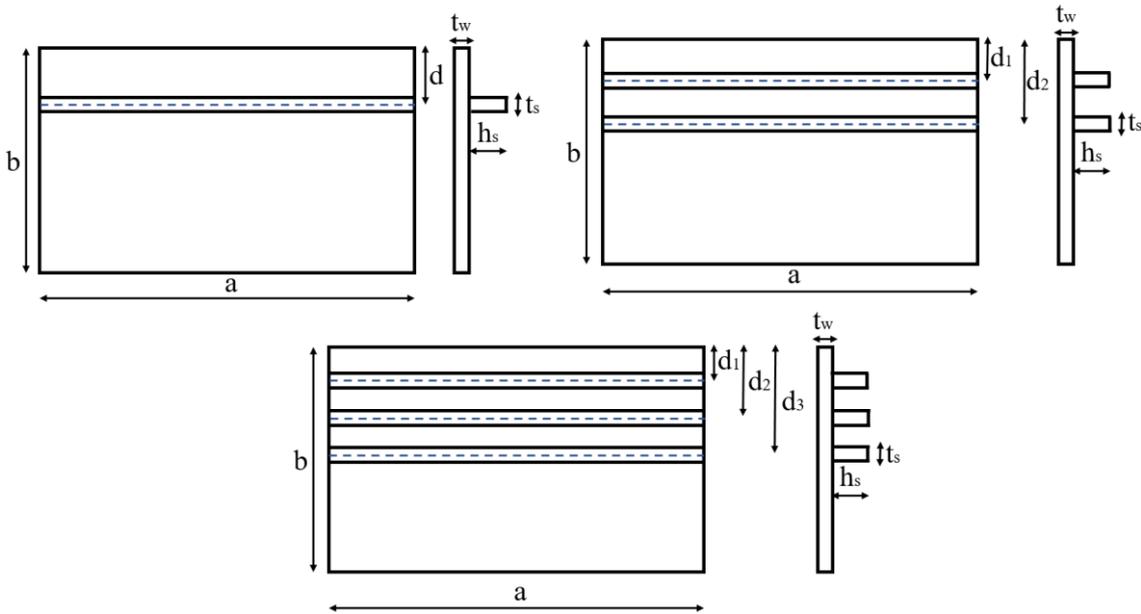


Figura 3.2 – Variáveis geométricas das chapas enrijecidas por 1, 2 e 3 enrijecedores longitudinais.

Em chapas com elevado índice de esbeltez, a flambagem ocorre no regime elástico, antecedendo o escoamento do material. Diferente de chapas com pequena razão entre largura e espessura, nas quais a flambagem ocorre após o alcance das tensões responsáveis pelo escoamento do aço. Além disso, o presente estudo trata de uma análise de perturbação linear, que pode ser desenvolvida considerando somente as propriedades elásticas do material, como explicado no subcapítulo 2.5.3. Nesse sentido, o módulo de elasticidade, E , e o coeficiente de Poisson, ν , foram os únicos parâmetros utilizados no estudo numérico, sendo adotados valores iguais a 200000 MPa e 0,3, respectivamente, os quais também foram utilizados por Ferreira Filho (2019). Apesar de o escoamento do material não ter sido utilizado nas análises do ABAQUS, para o cálculo da esbeltez limite e do momento de inércia da chapa enrijecida de acordo com a norma europeia, é necessário considerar o fator ε , o qual depende desse parâmetro plástico. Para tanto, foi adotado o valor de 345 MPa para a resistência ao escoamento do aço.

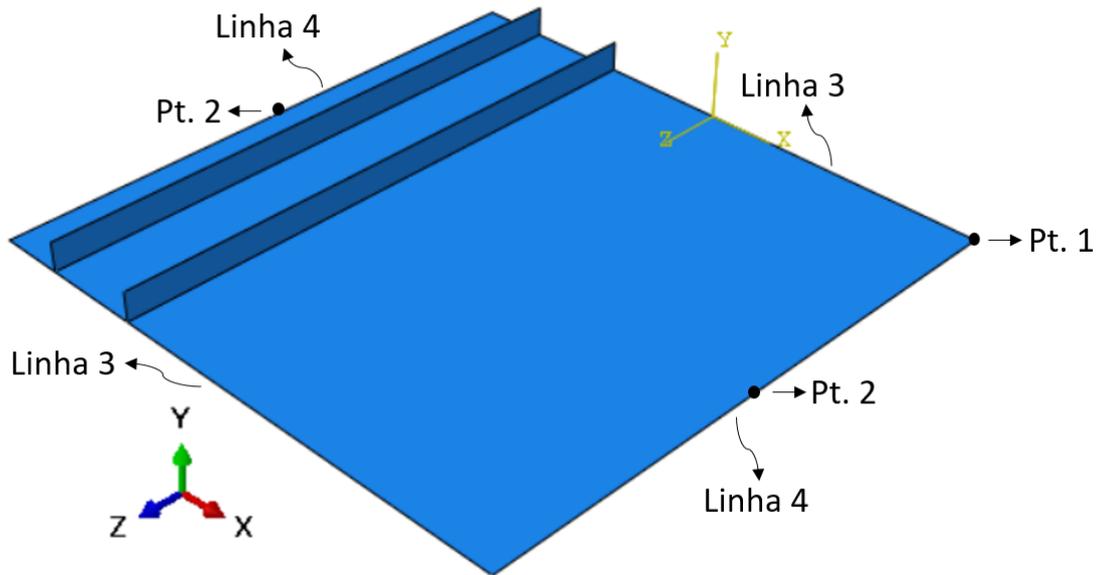
3.3 CONDIÇÕES DE CONTORNO

Para essa etapa do estudo, foram consideradas chapas com bordas simplesmente apoiadas. Os trabalhos de Cho e Shin (2011) e Elbanna *et al.* (2014) indicam que os enrijecedores

transversais e as mesas proporcionam uma rigidez ao painel superior à fornecida por apoios simples. Sendo assim, a condição apoiada favoreceria a ocorrência de respostas a favor da segurança da estrutura. No entanto, a maioria dos trabalhos desenvolvidos desde o início do século XX consideram chapas com todas as bordas apoiadas, assim como grande parte das normas de dimensionamento, incluindo a EN 1993-1-5:2006. Assim, o modelo numérico descrito nesse capítulo possibilita estudos comparativos com a norma europeia e também a ampliação do estudo já existente na literatura ao estender a análise de rigidez mínima e posição ótima para parâmetros que ainda não foram amplamente investigados. Ressalta-se que, a influência das restrições provenientes das mesas à alma foi estudada, sendo esse estudo detalhado no capítulo 5.

As restrições consideradas para a condição de simples apoio das bordas são apresentadas na Figura 3.3, sendo U a translação e θ a rotação do nó, e descritas a seguir:

- O ponto 1 foi impedido de deslocar na direção X;
- O ponto 2, localizado no meio das bordas longitudinais, teve o deslocamento na direção Z restrito;
- As bordas longitudinais tiveram a translação em Y impedida e as rotações em torno dos eixos X e Y travadas;
- As bordas transversais foram restritas em relação ao deslocamento em Y e às rotações nos eixos Y e Z.



Ponto/Linha	U_x	U_y	U_z	θ_x	θ_y	θ_z
1	●	○	○	○	○	○
2	○	○	●	○	○	○
3	○	●	○	○	●	●
4	○	●	○	●	●	○

○ Livre ● Restrito

Figura 3.3 – Condições de contorno da chapa enrijecida com as bordas apoiadas.

3.4 CARREGAMENTO

Estruturas constituídas por chapas esbeltas, sejam almas de vigas I ou mesas de vigas caixão, estão submetidas a diversos tipos de solicitação. O painel de uma viga I, por exemplo, está sujeito à combinação de tensões normais e cisalhantes, sendo a proporção entre essas tensões influenciada pelo comprimento, altura e espessura desse elemento. A maioria dos trabalhos no tema investigam chapas submetidas à ação isolada de cisalhamento e de compressão ou flexão puras. Poucos trabalhos, como o realizado por Maiorana *et al.* (2011), consideram tensões normais distintas de flexão, $\psi = -1,00$, e compressão, $\psi = 1,00$. E não muitos consideram a combinação de tensões normais e cisalhantes em chapas enrijecidas e com bordas apoiadas, como Alinia e Moosavi (2009) e Vu *et al.* (2019a). Nesse sentido, o presente trabalho objetivou estudar o comportamento de chapas enrijecidas e submetidas à ação isolada de tensões cisalhantes e normais, sendo considerada diversas razões para essas tensões axiais, conforme Figura 3.4.

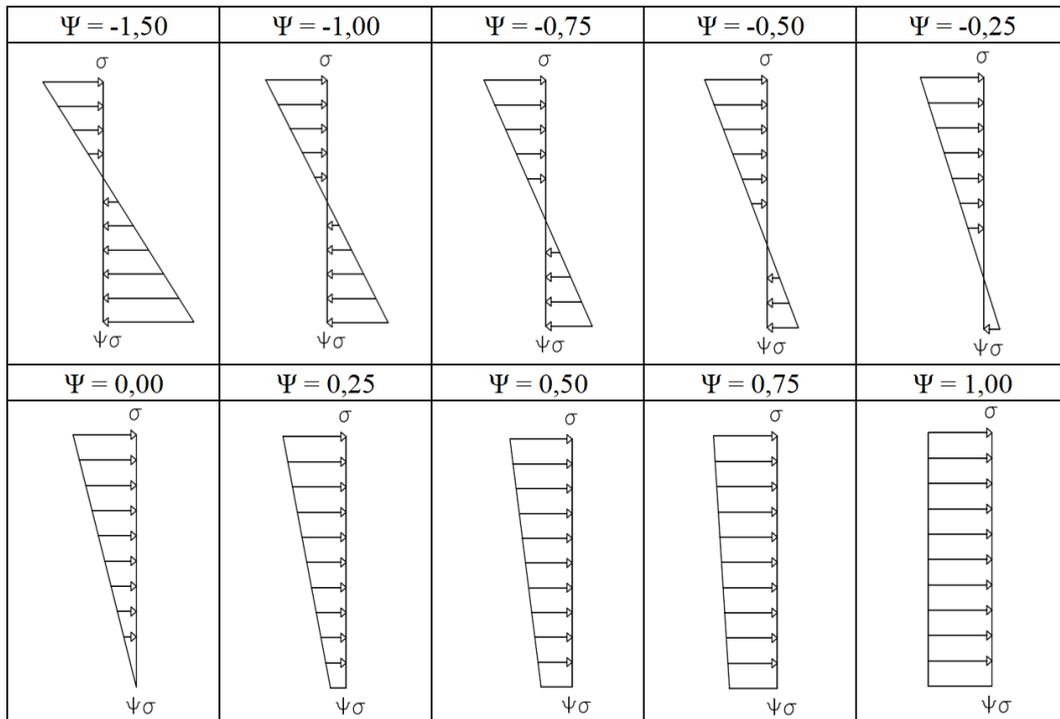


Figura 3.4 – Razão entre tensões normais consideradas no estudo.

Em relação ao carregamento adotado por Maiorana *et al.* (2011), no presente trabalho foram acrescentadas 5 valores para ψ , sendo esses -1,50, -0,75, -0,25, 0,25 e 0,75.

Quanto à interação de tensões normais e cisalhantes, foram estudadas situações de cisalhamento combinado com flexão pura, $\psi = -1,00$, considerando várias proporções entre essas tensões, conforme Tabela 3.1. Nessa interação, foi avaliada somente a posição ótima do enrijecedor considerando a influência da razão de aspecto da chapa.

Tabela 3.1 – Proporção entre tensões normais, $\psi = -1,00$, e cisalhantes.

	0,02
	0,04
	1,00
	2,20
	3,40
σ/τ	4,60
	5,80
	7,00
	8,20
	10,00
	15,00
	20,00

Para aplicar as solicitações, foram utilizadas forças de linha, do tipo *shell edge load*, como ilustrado na Figura 3.5. Para ψ diferente de 1,00, foram consideradas forças no plano XZ variando linearmente ao longo das bordas transversais, cuja variação foi definida por meio de equações lineares específicas. Para o caso de compressão pura, foram adotadas forças uniformemente distribuídas ao longo dessas mesmas bordas, enquanto para o cisalhamento aplicou-se forças uniformes ao longo das bordas longitudinais e transversais com o sentido descrito na Figura 3.5.c.

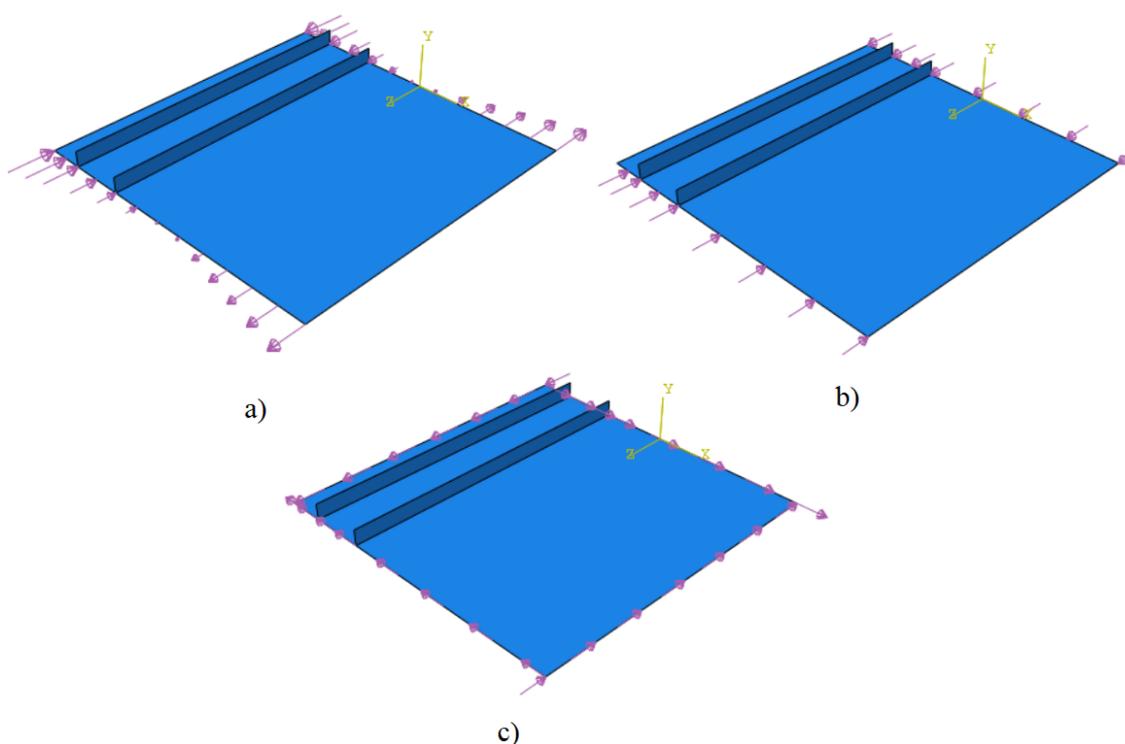


Figura 3.5 – Aplicação das forças nos casos de: a) Flexão pura b) Compressão pura c) Cisalhamento.

Além disso, no estudo foi considerada uma análise de perturbação linear do tipo *buckle*, sendo utilizado o método de solução de *Lanczos*.

3.5 MALHA DE ELEMENTOS FINITOS

Grande parte dos trabalhos encontrados na literatura que se referem às estruturas esbeltas enrijecidas utilizam elementos de casca na discretização do modelo numérico, com seis graus de liberdade por nó. Silva e Gervásio (2007) e Beg *et al.* (2010) afirmam que a

adoção desses elementos de casca são opções vantajosas para o estudo de estabilidade de chapas.

Dentre os elementos presentes na biblioteca do programa ABAQUS, os elementos S4R, S4 e S8R são os mais frequentemente observados no estudo de estabilidade de elementos estruturais. Ferreira Filho (2019) desenvolveu um estudo considerando chapas enrijecidas longitudinalmente com geometria semelhante à do presente trabalho, no qual foi afirmado que, o elemento S8R, composto por 8 nós, de aproximação quadrática e com integração reduzida, não resultou em bons resultados. Segundo o autor, foram encontrados desvios de até 11% em relação aos elementos S4R e S4, os quais apresentaram boa convergência para a malha e respostas similares às observadas em outros métodos de análise. Além disso, na literatura, a maioria dos trabalhos numéricos desenvolvidos utilizam elementos S4R ou S4. Dessa forma, o elemento S8R não foi considerado no estudo de sensibilidade de malha.

Diferente do S8R, os outros dois elementos, ilustrados na Figura 3.6, possuem as seguintes características:

- S4R – aproximação linear, 4 nós, integração reduzida e possui mecanismos de controle dos modos espúrios;
- S4 – aproximação linear, 4 nós e integração completa.

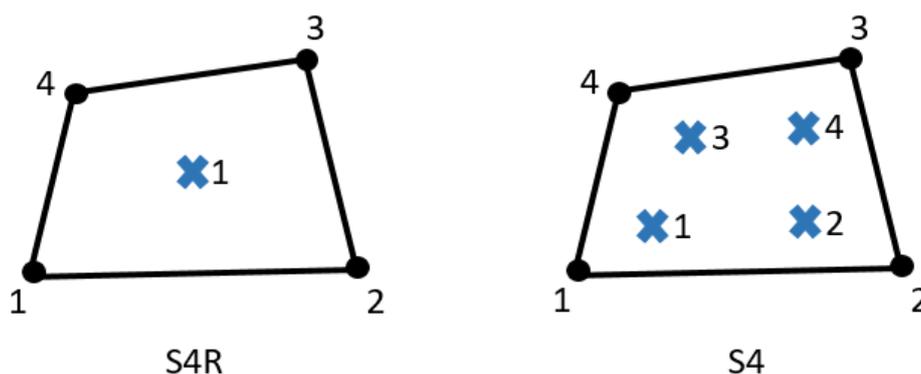


Figura 3.6 – Representação dos elementos de casca S4R e S4.

Ao final do estudo de sensibilidade de malha, mostrado na Tabela 3.2, concluiu-se que o elemento S4R com lados de 50 milímetros (Figura 3.7), que corresponde a 1,43% da largura da chapa, apresentou resultados satisfatórios para todas as razões de aspecto consideradas. Vale ressaltar que, a malha adotada é igual à utilizada no trabalho de Ferreira Filho (2019).

Tabela 3.2 – Autovalores obtidos no teste de sensibilidade de malha.

Tamanho da malha (mm)	$\alpha = 0,5$		$\alpha = 1,0$		$\alpha = 1,5$		$\alpha = 2,0$	
	S4R	S4	S4R	S4	S4R	S4	S4R	S4
25	57,37	57,45	58,89	58,96	59,55	59,65	60,16	60,28
40	57,32	57,52	58,83	59,03	59,42	59,71	60,01	60,34
50	57,14	57,59	58,64	59,09	59,10	59,77	59,62	60,40
100	55,86	58,05	53,86	59,56	56,55	60,19	55,91	60,86

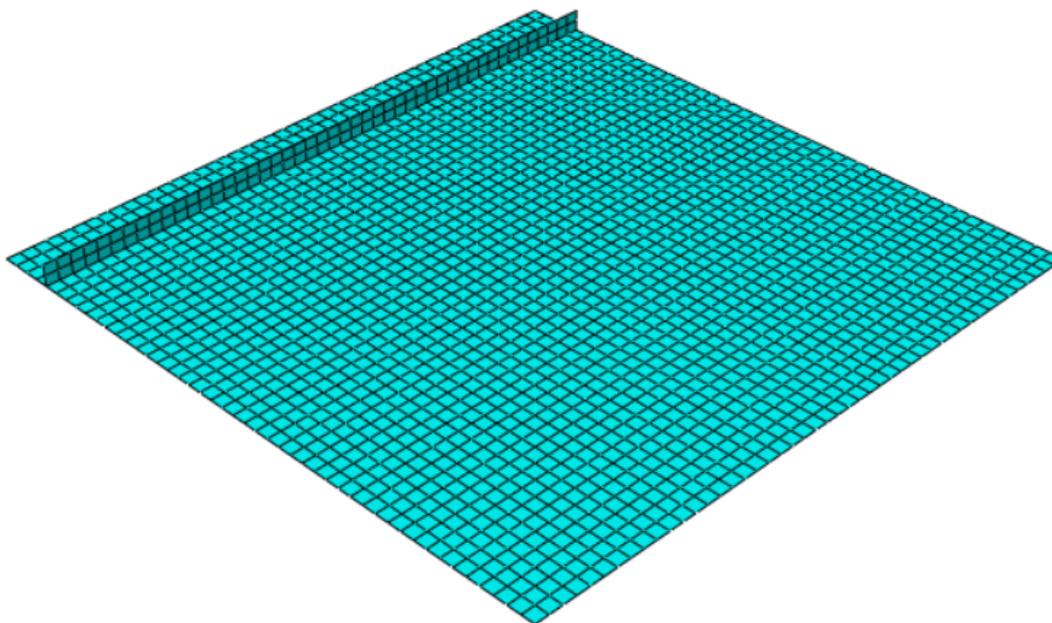


Figura 3.7 – Malha de elementos finitos adotada para os modelos.

3.6 VALIDAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO

Como o estudo é composto por diferentes tipos de solicitação, a validação do modelo numérico foi desenvolvida a partir de diversos trabalhos presentes na literatura, buscando-se abranger diferentes carregamentos para trazer maior confiabilidade ao estudo.

3.6.1 Tensões normais

Para validação das tensões normais foram utilizados os trabalhos elaborados por Maiorana *et al.* (2011) e Vu *et al.* (2019a). Ambos os trabalhos obtém numericamente a tensão crítica da chapa enrijecida e em seguida utilizam a Equação (3.4) para o cálculo do coeficiente de flambagem.

$$k = \frac{\sigma_{cr} 12(1 - \nu^2)}{\pi^2 E} \left(\frac{b}{t_w}\right)^2 \quad (3.4)$$

A partir da chapa estudada por Maiorana *et al.* (2011), comparou-se os valores do coeficiente de flambagem obtidos numericamente com os relatados pelos autores para os casos de compressão pura, $\psi = 1,00$ (Figura 3.8), e de razões de tensões iguais a 0,00 (Figura 3.9) e 0,50 (Figura 3.10), sendo encontradas diferenças máximas de 4,67%, 6,65% e 3,35%, respectivamente.

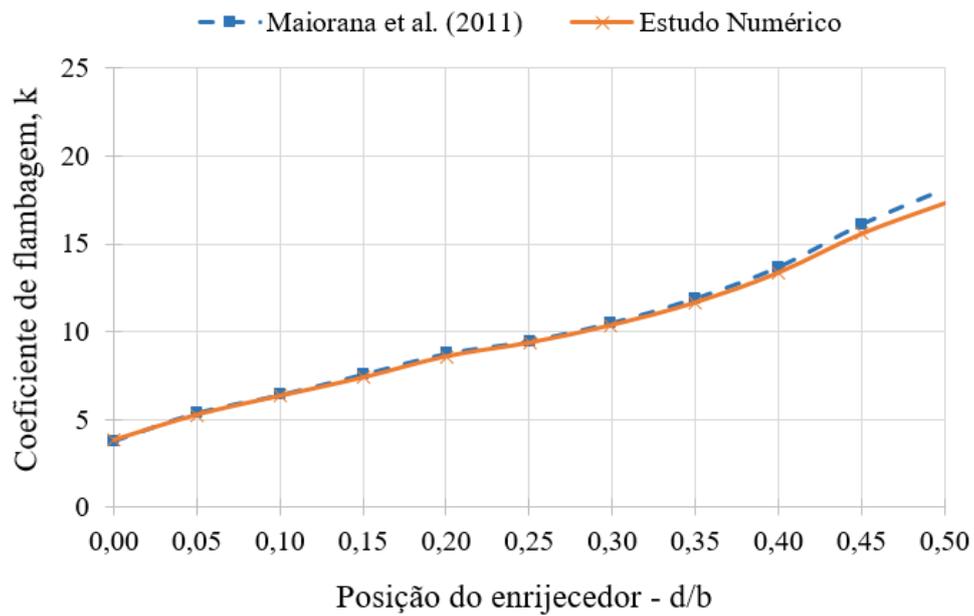


Figura 3.8 – Resultados numéricos e valores obtidos por Maiorana *et al.* (2011) para compressão pura.

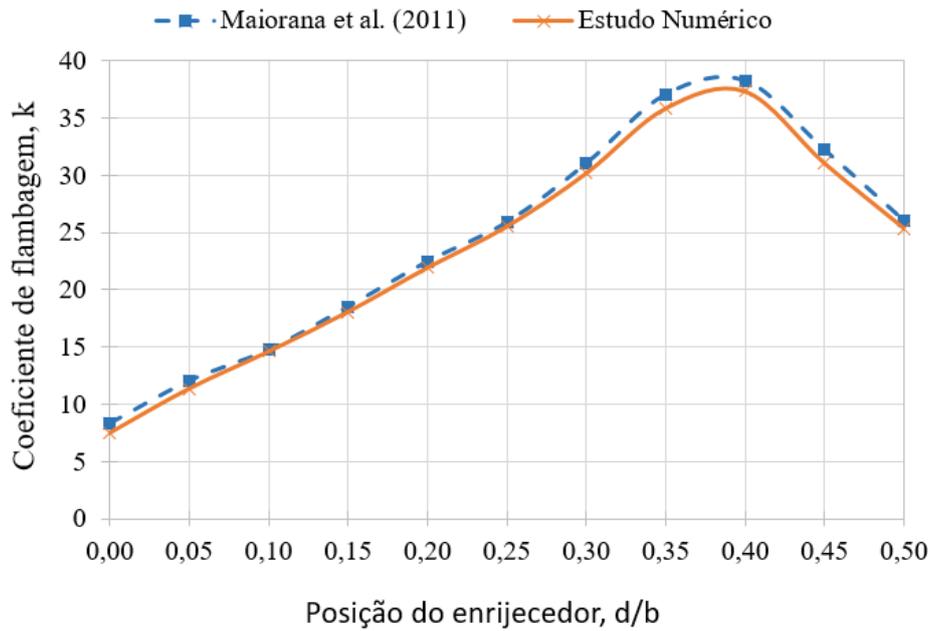


Figura 3.9 - Resultados numéricos e valores obtidos por Maiorana *et al.* (2011) para $\psi = 0,00$.

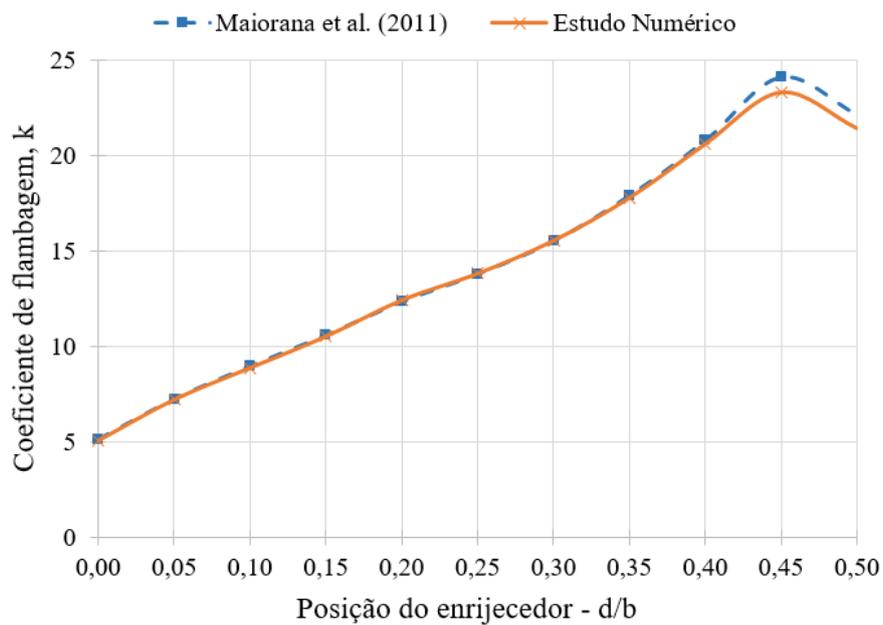


Figura 3.10 - Resultados numéricos e valores obtidos por Maiorana *et al.* (2011) para $\psi = 0,50$.

Os resultados numéricos obtidos para chapas submetidas à flexão pura foram confrontados com as respostas de Vu *et al.* (2019a), conforme Tabela 3.3, sendo a maior diferença igual a 2,73%.

Tabela 3.3 – Comparação dos resultados obtidos no presente estudo com os apresentados por Vu *et al.* (2019a) para flexão pura.

Razão de aspecto, α	Dimensões do enrijecedor	Coeficiente de flambagem, k		Diferença (%)
		Estudo Numérico	Vu et al. (2019a)	
1,0	Chapa sem enrijecedor	25,61	25,65	0,16
1,0	35 x 5 (mm)	150,57	152,63	1,37
1,0	40 x 5 (mm)	152,58	154,08	0,99
1,5	45 x 5 (mm)	154,11	157,90	2,46
2,0	50 x 5 (mm)	155,89	160,14	2,73

Os valores encontrados numericamente coincidem com as respostas obtidas pelos autores, sendo observadas diferenças muito pequenas. O maior desvio encontrado equivale a 6,65%, referente à posição $d/b = 0,050$ para o caso de $\psi = 0,00$. Portanto, conclui-se que, o modelo numérico elaborado conduz a resultados confiáveis e coerentes com a literatura para os casos de tensões normais.

3.6.2 Tensões de cisalhamento

Para a validação do modelo numérico submetido às tensões cisalhantes, foram considerados os trabalhos de Alinia (2005) e Maiorana *et al.* (2011) que tratam da ação isolada do cisalhamento em chapas sem enrijecedores e com reforços longitudinais, respectivamente. A Tabela 3.4 apresenta os resultados de tensões críticas de chapas sem enrijecedores, enquanto a Figura 3.11 ilustra as comparações dos coeficiente de flambagem de chapas com 1 enrijecedor longitudinal posicionado no meio da estrutura, considerando várias razões de aspecto.

Tabela 3.4 – Comparação das tensões críticas de cisalhamento obtidas numericamente com os valores encontrados por Alinia (2005) para chapas sem enrijecedores.

α	a (mm)	b (mm)	t_w (mm)	τ_{cr} (MPa)	$\tau_{cr,Alinia}$ (MPa)	Diferença (%)
1	2000	2000	10	43,43	43,34	0,20
2	3000	1500	10	54,24	54,10	0,30
2	4000	2000	10	30,49	30,34	0,50
3	6000	2000	10	27,24	27,12	0,40
10	10000	1000	6	36,42	35,87	1,50

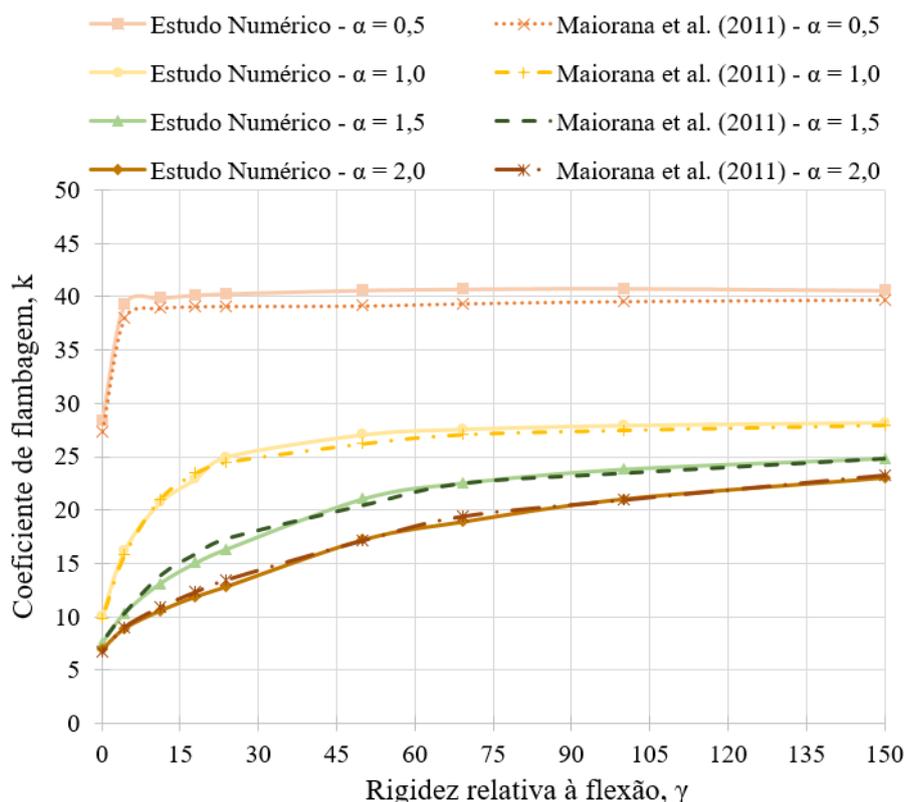


Figura 3.11 – Coeficientes de flambagem calculados a partir do modelo numérico e obtidos por Maiorana *et al.* (2011) para chapas enrijecidas submetidas ao cisalhamento.

Por fim, conclui-se que, os valores obtidos numericamente correspondem com os resultados encontrados pelos autores, sendo a maior diferença em torno de 6%, referente a um dos casos de chapa enrijecida com razão de aspecto equivalente a 1,5. Nesse sentido, verifica-se que, o modelo numérico é capaz de retratar painéis submetidos a tensões isoladas de cisalhamento.

3.6.3 Combinação de tensões normais e cisalhantes

Foram desenvolvidos poucos trabalhos quanto à análise numérica de chapas enrijecidas com bordas apoiadas diante da interação de flexão e cisalhamento. Dentre esses, destaca-se a pesquisa realizada por Alinia e Moosavi (2009), que utilizou o método da energia para validação do estudo numérico. Nesse sentido, o trabalho feito por esses autores foi utilizado na verificação da capacidade do presente modelo em representar o comportamento de chapas submetidas à essa combinação. Para tanto, foram reproduzidas curvas de interação entre tensões de cisalhamento e normais devido à flexão, nas quais foram consideradas chapas sem e com um único enrijecedor longitudinal localizado em posições específicas.

No gráfico ilustrado pela Figura 3.12, cada par de curvas corresponde a uma relação d/b . O eixo horizontal representa a relação de tensões críticas cisalhantes, τ_{cr}/τ_{cro} , e o eixo vertical equivale à relação de tensões normais críticas devido à flexão, σ_{cr}/σ_{cro} . τ_{cro} e σ_{cro} correspondem à tensão crítica de uma chapa sem enrijecedor submetida às ações isoladas de cisalhamento e flexão, respectivamente. Ao passo que, τ_{cr} e σ_{cr} referem-se ao valor da tensão crítica cisalhante e normal, respectivamente, de uma chapa submetida a uma proporção específica da interação entre essas tensões. Informações mais detalhadas são encontradas nos trabalhos de Azharia e Bradford (1993) e Alinia e Moosavi (2009).

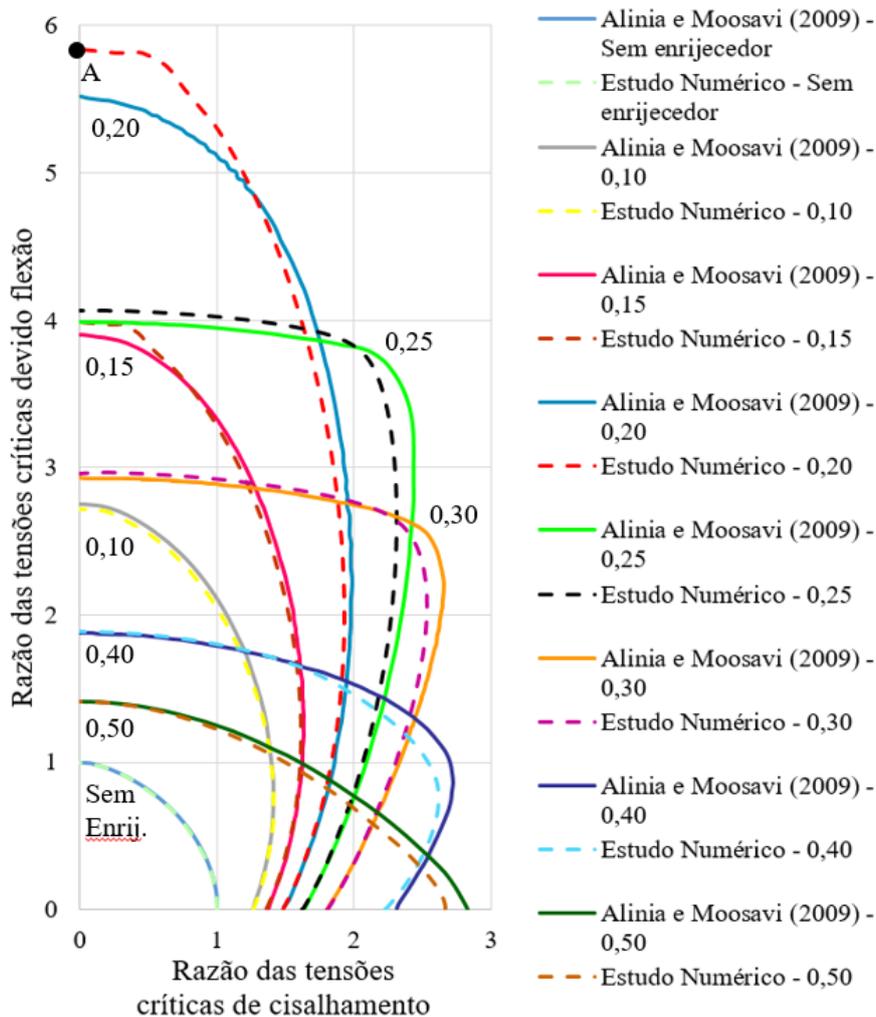


Figura 3.12 – Curvas de combinação entre tensões normais devido à flexão e tensões de cisalhamento obtidas numericamente e por Alinia e Moosavi (2009).

Em relação ao ponto apresentado na Figura 3.12, tem-se que o ponto A equivale ao caso de flexão pura. Para este, Alinia e Moosavi (2009) mostram o formato do modo de flambagem correspondente, o qual é comparado à deformação obtida no presente estudo numérico (Figura 3.13).

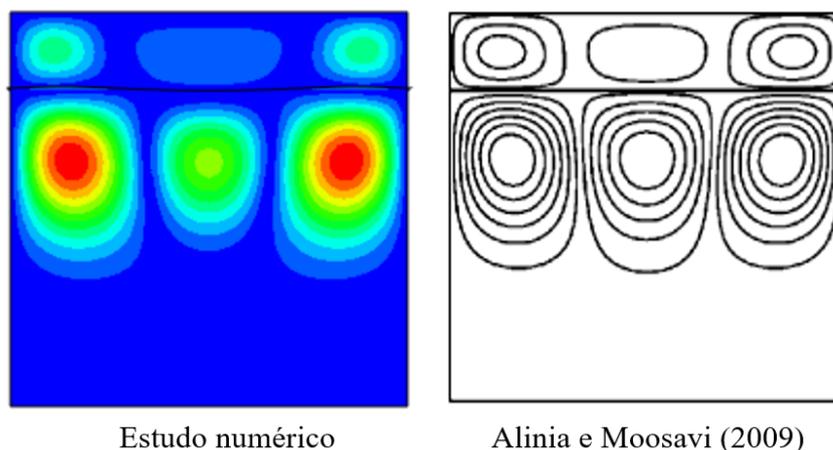


Figura 3.13 – Comparação do modo de flambagem para o caso de flexão pura obtido numericamente e por Alinia e Moosavi (2009).

Ao comparar os valores das relações utilizadas na elaboração das curvas de interação, encontrou-se uma diferença máxima de aproximadamente 6%, que corresponde à curva cuja relação $d/b = 0,20$, quando o eixo horizontal tem valor nulo. Nesse sentido, conclui-se que, o modelo numérico elaborado possui a capacidade de retratar chapas enrijecidas longitudinalmente e submetidas à combinação de tensões normais devido flexão e de cisalhamento.

3.7 PROCEDIMENTOS ADOTADOS NO ESTUDO PARAMÉTRICO

Devido à quantidade e às possíveis variações dos parâmetros envolvidos na análise de flambagem elástica dos painéis, foi necessário a elaboração de *scripts* em Python que facilitaram e viabilizaram o estudo. As rotinas desenvolvidas foram fundamentais em todo o processo, sobretudo, na obtenção da posição ótima dos enrijecedores. Ao final da pesquisa, foram processados aproximadamente 100000 modelos numéricos.

Para o desenvolvimento da análise, o primeiro passo é a construção dos códigos do modelo numérico. Em seguida, o usuário deve definir os valores iniciais e finais dos parâmetros, assim como a razão da progressão. Por meio de estruturas de repetição, o programa ABAQUS processa todos os modelos desejados, gerando arquivos com as respostas das estruturas.

Com o intuito de compreender a influência de cada parâmetro no fenômeno de flambagem, antes da realização do estudo de rigidez mínima e de posição ótima dos enrijecedores, avalia-se o comportamento das estruturas considerando valores específicos

para a geometria dos painéis. Após esse estudo inicial, adota-se um enrijecedor que seja rígido para todos os casos considerados a fim de encontrar a posição ótima. Pelo fato de os resultados dessa posição serem formados por valores com 3 casas decimais (alguns trabalhos da literatura também adotam o mesmo formato para obtenção de resultados mais precisos), a análise desse parâmetro exige o processamento de uma grande quantidade de modelos, sobretudo para os painéis constituídos por 2 e 3 enrijecedores longitudinais. O refinamento com 3 casas proporciona uma quantidade 10 vezes maior em relação ao número de análises realizadas ao considerar 2 casas decimais.

Para a otimização dessa análise, são considerados alguns critérios de paradas, nos quais os autovalores obtidos a partir da variação da posição do enrijecedor são comparados entre si. Nesse sentido, os autovalores são salvos em listas, sendo que o resultado referente à posição atual é confrontado com o autovalor obtido para a posição anterior. Assim, a estrutura de repetição da análise é parada assim que verifica-se a obtenção do maior autovalor. Após esse estudo, são realizadas novas investigações em que os enrijecedores são inseridos nas posições ótimas encontradas, sendo variadas as dimensões desse elemento até que se obtenha a rigidez relativa à flexão mínima.

4 RESULTADOS

4.1 INTRODUÇÃO

Para melhor organização do conteúdo, primeiramente, são apresentados os resultados acerca da influência dos parâmetros estudados no comportamento de flambagem elástica. Para tanto, os subitens são divididos de acordo com o tipo de solicitação: tensões normais, cisalhamento e interação das tensões devido flexão e cisalhamento. Nesse sentido, para cada situação, é analisada a interferência da razão de aspecto da chapa e da quantidade, posição e rigidez dos enrijecedores. Ao final, determinam-se a rigidez à flexão mínima e a posição ótima desse elemento. Além disso, para as tensões normais, são propostas equações que relacionam a posição ótima do enrijecedor com o valor de ψ .

Em seguida, os valores obtidos para a rigidez mínima e a posição ótima são confrontados com as formulações e resultados presentes na literatura e as tensões críticas de alguns modelos são comparadas com aquelas obtidas por meio do programa EBPlate 2.01 e das equações da norma EN 1993-1-5:2006.

Os valores de rigidez relativa à flexão foram calculados por meio da expressão abaixo:

$$\gamma = \frac{E I_s}{b D_{chapa}} \quad (4.1)$$

Onde:

- I_s é a inércia do enrijecedor obtida de acordo com a EN 1993-1-5:2006, que considera também parte da chapa adjacente com largura igual a $15\epsilon t_w$ (Figura 4.1)
- D_{chapa} é a rigidez à flexão da chapa isolada dada pela Equação (4.2).

$$D_{chapa} = \frac{E t_w^3}{12(1 - \nu^2)} \quad (4.2)$$

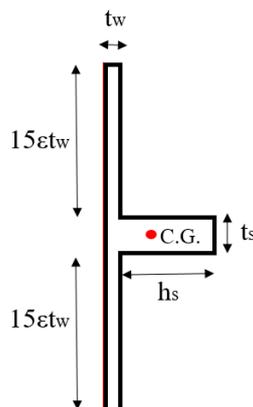


Figura 4.1 – Chapa adjacente considerada no cálculo da inércia do enrijecedor pela norma europeia.

Como o módulo de elasticidade, a altura e a espessura da chapa são constantes, a única influência no valor da rigidez relativa à flexão, γ , decorre das dimensões do enrijecedor. Em relação a essas dimensões, foram adotados diversos valores para determinar a rigidez relativa à flexão mínima, que varia de acordo com o tipo de solicitação. Ressalta-se que, a espessura e a largura do elemento foram escolhidas respeitando os limites estabelecidos pela norma europeia a fim de que não fossem considerados enrijecedores esbeltos. Nesse sentido, para cada espessura, foram adotadas diversas larguras com variação de 10 unidades entre o intervalo considerado, até o alcance do limite estabelecido na Equação (3.3).

A partir dos resultados dos modelos numéricos, os coeficientes de flambagem foram calculados para avaliação do comportamento do painel enrijecido, conforme Equação (3.4), sendo considerada para os casos de cisalhamento a tensão cisalhante crítica, τ_{cr} , ao invés de σ_{cr} . Por questões de facilidade, adotou-se somente a letra k para se referir a esses coeficientes, independentemente do tipo de solicitação ao qual a chapa possa estar submetida.

Vale ressaltar que, a tensão crítica é o único termo variável na equação acima. Portanto, o comportamento do coeficiente de flambagem é análogo ao da tensão em relação ao comportamento da chapa enrijecida.

4.2 TENSÕES NORMAIS

4.2.1 Painéis com 1 enrijecedor

4.2.1.1 Contextualização

No estudo da posição ótima, o enrijecedor longitudinal foi disposto em posições específicas, $0,050b \leq d \leq 0,500b$ (Figura 3.2), sendo consideradas diferentes distâncias em relação à fibra mais comprimida da chapa.

A influência da razão de aspecto e da posição e da rigidez do enrijecedor foram avaliadas para todas as relações de ψ detalhadas na Figura 3.4. No entanto, os subitens a seguir apresentam somente os gráficos do estudo de flexão, $\psi = -1,00$, e compressão pura, $\psi = 1,00$, sendo alguns dos comportamentos observados para os demais valores de ψ exibidos no Apêndice A. Ressalta-se que, para a análise dos parâmetros mencionados acima, foram considerados somente enrijecedores com 16mm de espessura e largura entre 30mm a 180mm.

Para chapas enrijecidas por 1 enrijecedor longitudinal, além da influência dos parâmetros mencionados, foi avaliada a ação da esbeltez do painel no comportamento de flambagem, dentro do limite para a chapa ser pertencente à classe 4.

4.2.1.2 Flexão pura ($\Psi = -1,00$)

4.2.1.2.1 Influência da posição e da rigidez do enrijecedor

Para estudar a influência da posição e da rigidez do enrijecedor, foram elaborados gráficos que relacionam o coeficiente de flambagem em função da relação d/b , considerando enrijecedores com diferentes dimensões. A Figura 4.2 até a Figura 4.5 apresentam o comportamento observado nos modelos, sendo cada gráfico referente a uma razão de aspecto.

Ao avaliar a influência desses parâmetros, observou-se que, elementos mais rígidos proporcionam maiores valores para o coeficiente de flambagem, sendo que quanto maior essa rigidez, maior é a influência da posição do enrijecedor no comportamento do painel. Além disso, percebe-se que, para γ maior do que o valor destacado em cada gráfico, o coeficiente de flambagem permanece praticamente constante, demonstrando que a partir

de um determinado valor de rigidez, grandes variações da largura do enrijecedor proporcionam mudanças irrelevantes no valor de k .

Nos gráficos a seguir, é possível observar a influência da rigidez do enrijecedor na posição ótima desse elemento. À medida que o enrijecedor se torna mais rígido, o valor horizontal correspondente ao pico de cada curva, na maioria dos casos, tende a deslocar para a esquerda até atingir um valor próximo à relação $d/b = 0,200$. Percebe-se que, a rigidez responsável pela estabilização da posição ótima tende a coincidir com aquela destacada nos gráficos, a partir da qual, não são observadas grandes variações para o coeficiente de flambagem do painel.

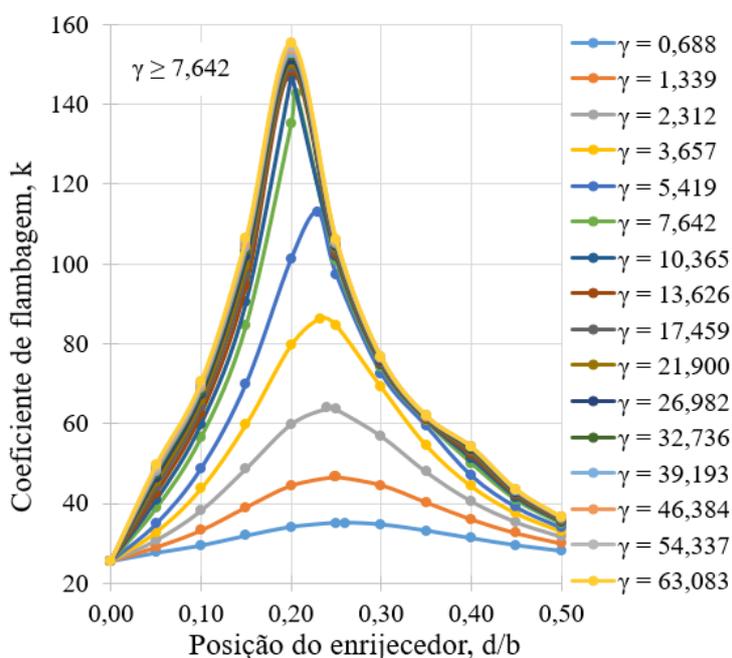


Figura 4.2 – $k \times d/b$ para painel com razão de aspecto igual a 0,5 e submetido à flexão pura.

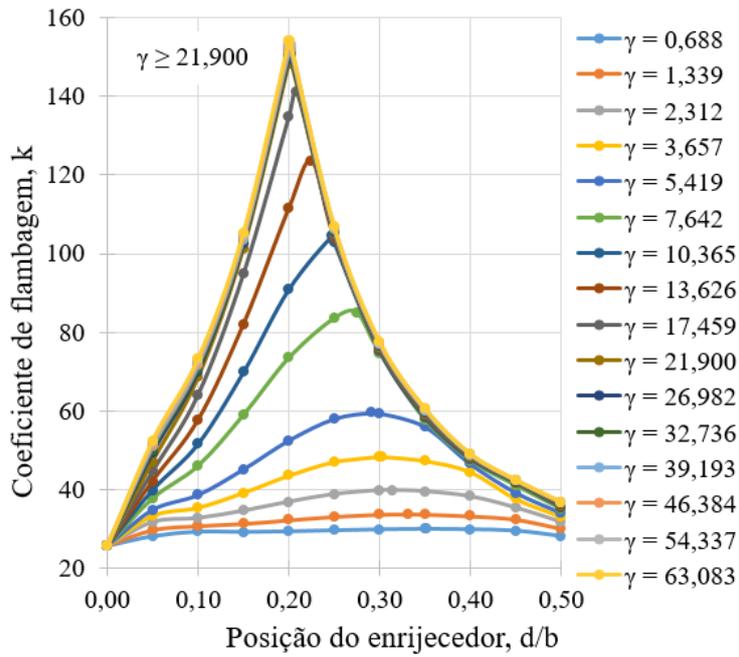


Figura 4.3 - $k \times d/b$ para painel com razão de aspecto igual a 1,0 e submetido à flexão pura.

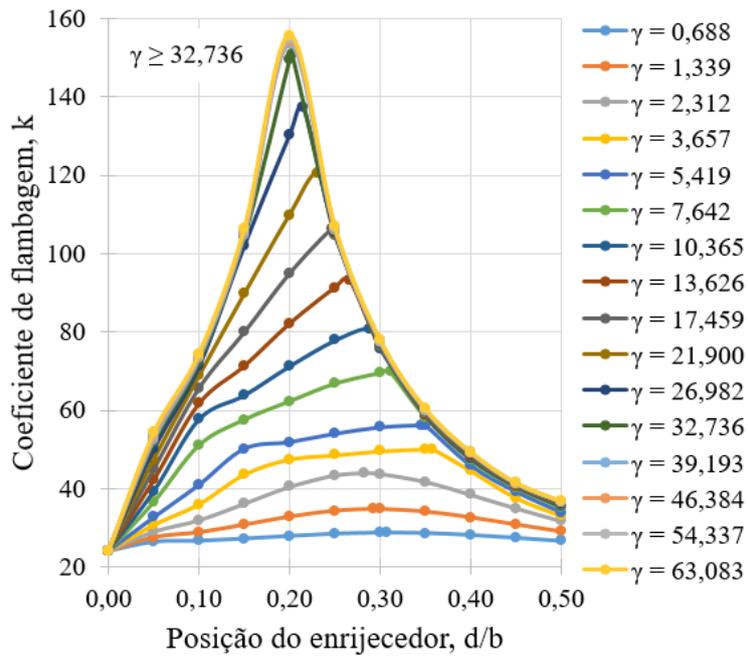


Figura 4.4 - $k \times d/b$ para painel com razão de aspecto igual a 1,5 e submetido à flexão pura.

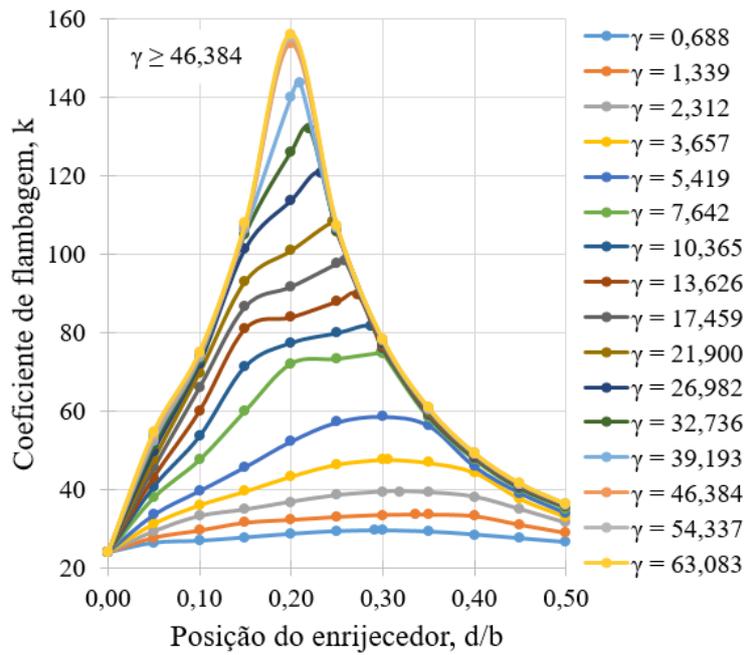
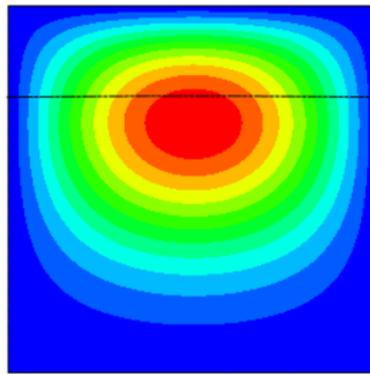


Figura 4.5 - $k \times d/b$ para painel com razão de aspecto igual a 2,0 e submetido à flexão pura.

A posição e a rigidez do enrijecedor tem ação direta no modo de flambagem do painel. Para os menores valores de γ , observou-se a ocorrência do modo global. Em alguns casos, o enrijecedor obteve um baixo desempenho, a ponto de ser encontrado valor próximo ao do coeficiente de flambagem para a chapa não enrijecida ($d/b = 0$).

Para o caso de flexão pura, foram observados alguns padrões relacionados à posição e à rigidez do enrijecedor. Esses mesmos comportamentos também foram observados por Alinia e Moosavi (2008) e Maiorana *et al.* (2011), que classificaram os enrijecedores como flexíveis, intermediários e rígidos.

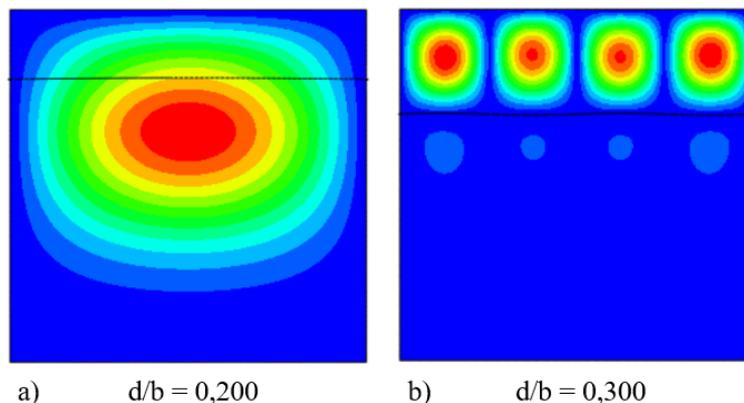
Os enrijecedores flexíveis possuem pequena rigidez à flexão ($\gamma \leq 5,419$ para chapas com $\alpha = 1,0$). Assim, para a maioria das posições ocupadas por esse elemento, são observados modos de flambagem global, conforme Figura 4.6, que ilustra um painel com $\alpha = 1,0$ e enrijecedor com h_s igual a 50 milímetros ($\gamma = 2,312$).



$$d/b = 0,250$$

Figura 4.6 – Modo de flambagem referente a um enrijecedor flexível.

Para os enrijecedores intermediários ($7,642 \leq \gamma \leq 17,459$ para chapas com $\alpha = 1,0$) são observados modos de flambagem global e local, sendo esses dependentes da posição do elemento. Nesse sentido, caso o enrijecedor seja disposto em uma posição acima ou igual à posição ótima, observa-se a ocorrência do modo global (Figura 4.7.a). No entanto, para posições inferiores à ótima, tem-se flambagem local no subpainel superior (Figura 4.7.b). A Figura 4.7 apresenta uma chapa com $\alpha = 1,0$ e enrijecedor com h_s igual a 90 milímetros ($\gamma = 10,365$), sendo a posição ótima equivalente à relação $d/b = 0,248$.



a) $d/b = 0,200$

b) $d/b = 0,300$

Figura 4.7 – Modos de flambagem de um enrijecedor intermediário.

Para o enrijecedor rígido ($\gamma \geq 21,900$ para chapas com $\alpha = 1,0$) são observados modos de flambagem local independentemente da posição ocupada por esse elemento. No entanto, a localização desse enrijecedor influencia diretamente a região em que a flambagem ocorre. Para posições acima da ótima, a flambagem acontece no subpainel inferior (Figura 4.8.a). Em contrapartida, em posições abaixo desta, observa-se a ocorrência do fenômeno no subpainel superior (Figura 4.8.c). Já para o caso do enrijecedor ser disposto próximo à posição ótima, a flambagem local sucede em ambos

subpainéis (Figura 4.8.b). A Figura 4.8 representa os modos de flambagem de um painel com $\alpha = 1,0$ e enrijecedor com $h_s = 140$ milímetros ($\gamma = 32,736$).

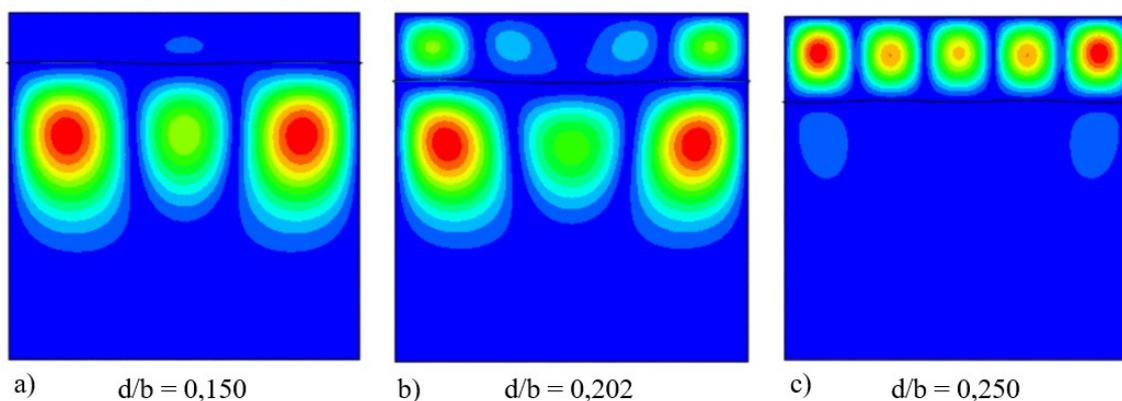


Figura 4.8 – Modos de flambagem de enrijecedor rígido.

Por meio do comportamento dos modelos numéricos, observou-se que, os enrijecedores cujos valores de γ são destacados na Figura 4.2 até a Figura 4.5, proporcionam a ocorrência da flambagem local em qualquer posição ocupada. Portanto, pode-se afirmar que a partir dessa rigidez à flexão relativa, os enrijecedores são classificados como rígidos, sendo definida como rigidez mínima o primeiro valor de γ em que esse comportamento acontece.

É importante ressaltar que, o estudo da posição ótima é fundamental quando se trata de um enrijecedor rígido ou com rigidez à flexão próximo à mínima, de modo que tem-se altos ganhos relacionados à tensão necessária para a ocorrência da flambagem da chapa. Para um painel com $\alpha = 1,0$ e $\gamma = 63,083$, tem-se para k o valor de 153,87 na posição ótima ($d/b = 0,200$), sendo as diferenças em relação aos coeficientes de flambagem nas posições $d/b = 0,150$ e $0,250$ iguais a 46,24% e 43,95%, respectivamente. Portanto, para uma pequena variação na posição do enrijecedor próxima à posição ótima, pode-se ter um grande aumento ou redução da tensão responsável pela flambagem. No entanto, quando se trata de enrijecedores muito menores, a posição ótima não tem tanta relevância. Adotando o mesmo painel considerado anteriormente, mas com uma rigidez à flexão equivalente a 7,642, tem-se para a posição ótima, $d/b = 0,275$, um coeficiente de flambagem igual a 84,89. Ao comparar com as posições anterior e posterior ($d/b = 0,250$ e $0,300$), observa-se diferenças de 1,64% e 13,57%, respectivamente. Nesse sentido, é fundamental associar o estudo da rigidez mínima à posição ótima do enrijecedor, obtendo-

se comportamentos de flambagem local juntamente com os maiores valores de tensão crítica.

Nos gráficos do coeficiente de flambagem em função da posição do enrijecedor apresentados (Figura 4.2 até a Figura 4.5), nota-se que, em determinados enrijecedores, após a posição ótima, os valores do coeficiente de flambagem se aproximam ou se igualam aos dos enrijecedores rígidos, sendo observada a flambagem local no subpainel superior. Portanto, durante o dimensionamento, dependendo da posição que o projetista escolher inserir o reforço longitudinal, pode ser vantajoso o uso de enrijecedores com dimensões menores, visto que para valores semelhantes de tensão crítica, tem-se menor quantidade de material para o enrijecedor, o que impacta diretamente no custo da obra.

4.2.1.2.2 *Influência da razão de aspecto*

Em relação à razão de aspecto, constatou-se que, chapas com maiores valores desse parâmetro demandam enrijecedores mais robustos para atingir a rigidez à flexão mínima, na qual o coeficiente de flambagem alcança valores praticamente constantes, conforme Figura 4.9. Além disso, a mudança brusca na inclinação das curvas indica uma alteração do modo de flambagem global para local, como ilustrado na Figura 4.10, que apresenta os modos de flambagem dos modelos destacados nos pontos A, B, C e D da Figura 4.9. Vale ressaltar que, para a elaboração do gráfico apresentado na Figura 4.9, foram considerados somente os coeficientes de flambagem correspondentes à posição ótima.

À medida que a rigidez à flexão do enrijecedor aumenta, a posição que proporciona os maiores valores para k se aproxima da borda mais comprimida da chapa, até se estabilizar na relação $d/b = 0,200$. No entanto, a razão de aspecto do painel também tem grande influência nessa posição, desde que o enrijecedor não seja rígido (Figura 4.11). Na chapa com $\alpha = 0,5$ e $\gamma = 7,642$, percebe-se que, a posição ótima do enrijecedor atinge um valor muito próximo à relação $d/b = 0,200$. Enquanto para o painel com $\alpha = 2,0$, o mesmo comportamento só acontece para o caso em que γ vale 46,384. Mas, para enrijecedores com rigidez à flexão maior que 46,384, a posição ótima do enrijecedor equivale à relação 0,200, independente da razão de aspecto.

Portanto, conclui-se que, a razão de aspecto da chapa aliada à rigidez do enrijecedor, tem grande influência no comportamento de flambagem da estrutura, exceto nos casos em que são utilizados enrijecedores cuja rigidez à flexão supera o valor da rigidez mínima.

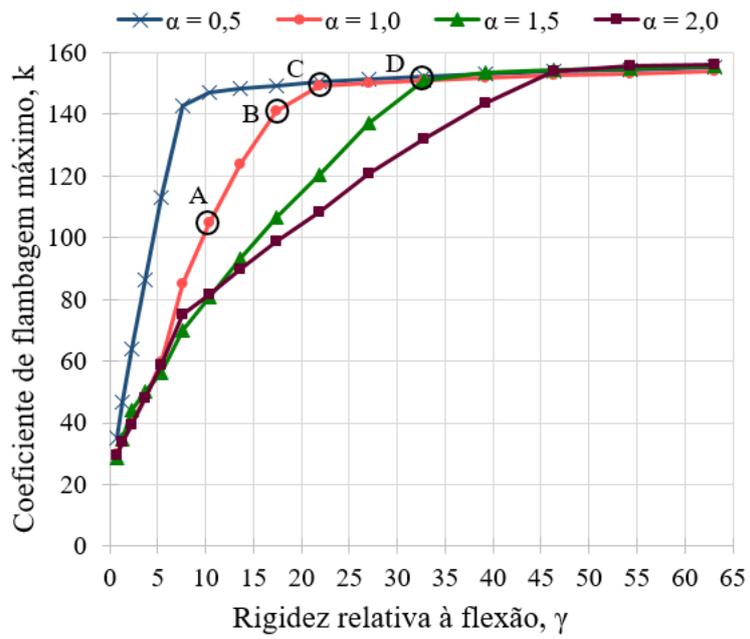


Figura 4.9 – Variação do coeficiente de flambagem para diferentes razões de aspecto considerando chapas submetidas à flexão pura.

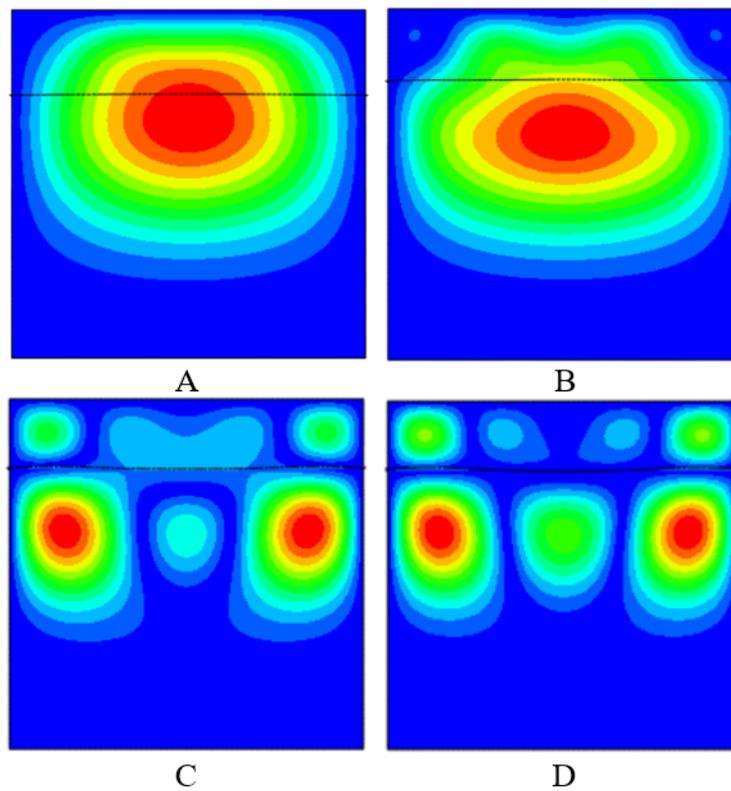


Figura 4.10 – Modos de flambagem de casos específicos do painel com $\alpha = 1,0$ e submetido à flexão pura.

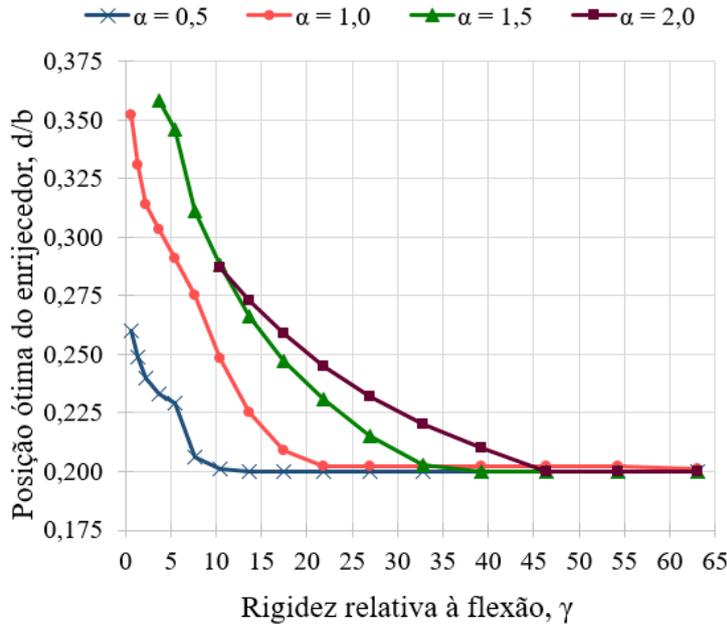


Figura 4.11 - Variação da posição ótima para diferentes razões de aspecto considerando chapas submetidas à flexão pura.

4.2.1.2.3 *Influência da esbeltez do painel*

Para avaliar a influência da esbeltez do painel, λ , no comportamento de flambagem elástica, foram adotadas para a chapa espessuras entre 7 e 22 milímetros e largura fixa de 3500 milímetros. Nesse sentido, o estudo foi conduzido com esbeltezes compreendidas no intervalo de 159 a 500, valores que configuram caso de painel esbelto para todas as relações de tensões normais da Figura 3.4 de acordo com a EN 1993-1-1:2005, cujos limites mínimos são calculados por meio da Equação (3.1).

Ao variar a espessura da chapa, automaticamente, tem-se alterações no valor de γ . Contudo, sabe-se que, a variação da rigidez relativa à flexão tem grande influência no comportamento de flambagem da estrutura. Para essa rigidez não afetar os resultados entre os modelos, foi considerado enrijecedor com espessura fixa de 30 milímetros e com diversas larguras, variando de acordo com a espessura do painel, a fim de ter sempre o valor de 71,3 para γ , o qual configura a análise para casos de enrijecedores rígidos. Vale ressaltar que, a escolha da espessura para o reforço longitudinal, foi baseada na observação de que tanto nos trabalhos da literatura, quanto na prática, não é utilizado enrijecedor de seção aberta com espessura inferior ao do elemento que está sendo enrijecido. Além disso, assim como considerado no estudo da influência da razão de aspecto e da posição e da rigidez do enrijecedor, na presente análise não foram utilizados

reforços longitudinais pertencentes à classe 4. Salienta-se que, o enrijecedor foi posicionado na posição ótima da chapa, sendo essa igual a 0,200, uma vez que a primeira etapa do estudo foi realizada somente para o caso de flexão pura.

Ao variar a espessura do painel, rompe-se com a proporção fixa entre o coeficiente de flambagem e a tensão crítica existente nas análises anteriores. Por esse motivo, a Figura 4.12 apresenta gráficos envolvendo a influência da esbeltez em ambos os parâmetros.

Ao analisar o gráfico ilustrado na Figura 4.12.b, percebe-se que, a tensão crítica é altamente dependente da espessura da chapa, parâmetro que governa a variação de λ , sendo que painéis com maiores espessuras possuem maiores valores para essa tensão. No entanto, o mesmo comportamento não é observado para o coeficiente de flambagem (Figura 4.12.a). Apesar de existir variação da espessura do painel, há mudanças na largura do enrijecedor para que a relação de γ seja mantida constante. Nesse sentido, o valor do coeficiente de flambagem, que é um indicativo do grau de vinculação oferecido à chapa pelo enrijecedor, não apresenta mudanças significativas, sendo observada uma variação média de 11% no valor de k para uma variação de 214% na esbeltez da chapa. Além disso, em relação à razão de aspecto, para o menor valor de λ , nota-se diferenças de 0,78% no valor de k , considerando os modelos com $\alpha = 0,5$ e $\alpha = 2,0$, enquanto para o maior valor, tem-se diferenças de 3,50%.

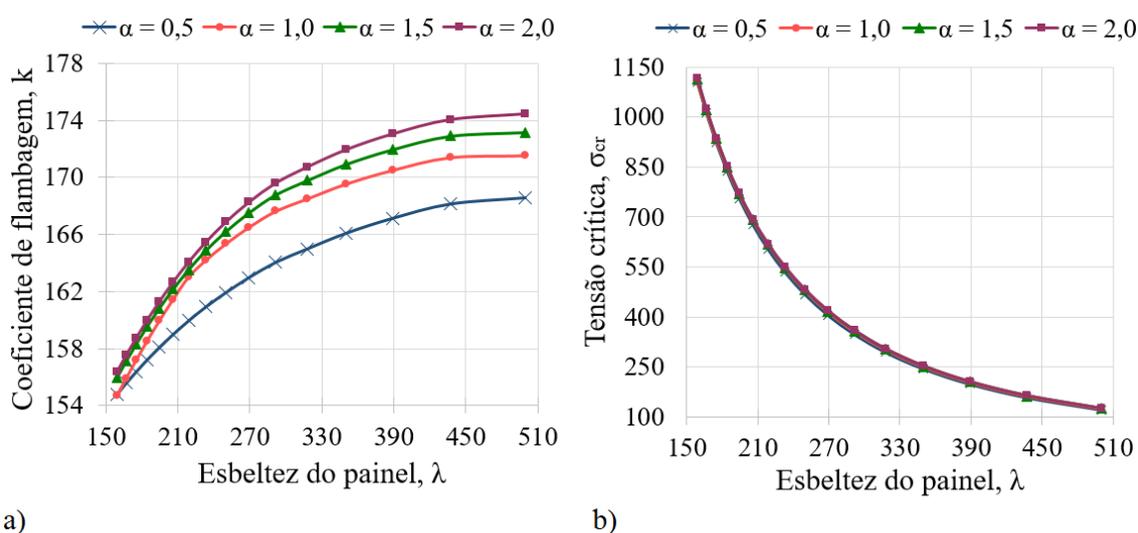


Figura 4.12 – Influência da esbeltez do painel: a) no coeficiente de flambagem b) na tensão crítica.

4.2.1.3 Compressão pura ($\psi = 1,00$)

4.2.1.3.1 Influência da posição e da rigidez do enrijecedor

Para o caso de compressão pura, foi observado comportamento semelhante ao de flexão quanto à influência da rigidez do enrijecedor. Nesse sentido, à medida que são adotadas dimensões maiores para o reforço longitudinal, o coeficiente de flambagem tem um nítido acréscimo, até que o enrijecedor atinja a rigidez mínima. A partir desse ponto, são observados valores similares para k .

Quanto à posição ótima, percebeu-se algumas diferenças em relação ao caso de flexão. Ao analisar a Figura 4.13 até a Figura 4.16, observou-se que, independentemente da rigidez do enrijecedor, a posição que resulta no maior coeficiente de flambagem é a relação $d/b = 0,500$, na qual os subpainéis estão sujeitos a uma distribuição uniforme das tensões e possuem esbeltezes equivalentes. Nesse sentido, houve um acréscimo contínuo no valor de k à medida que o enrijecedor foi deslocado em direção ao centro do painel. No entanto, essa continuidade foi notada com maior intensidade nas chapas com enrijecedores rígidos, que garantem os modos de flambagem local. Nos painéis enrijecidos cujo modo global foi observado, foram encontradas somente pequenas variações no valor de k entre as posições em que esse comportamento ocorreu.

A Figura 4.17 ilustra os modos de flambagem para a chapa com $\alpha = 2,0$ e $\gamma = 13,626$, considerando a variação da posição do enrijecedor. Observa-se que, para as posições mais próximas à borda externa ($d/b = 0,200$ e $0,350$) tem-se a ocorrência do modo local. Analisando o modelo correspondente na Figura 4.16, repara-se que a curva apresenta uma inclinação constante e considerável entre esses pontos. No entanto, para as relações $d/b = 0,400$ e $0,500$, já se encontram modos de flambagem global. No gráfico, o presente comportamento é notado com a mudança da declividade da curva, que não atinge os mesmos valores que aqueles observados para os enrijecedores mais rígidos.

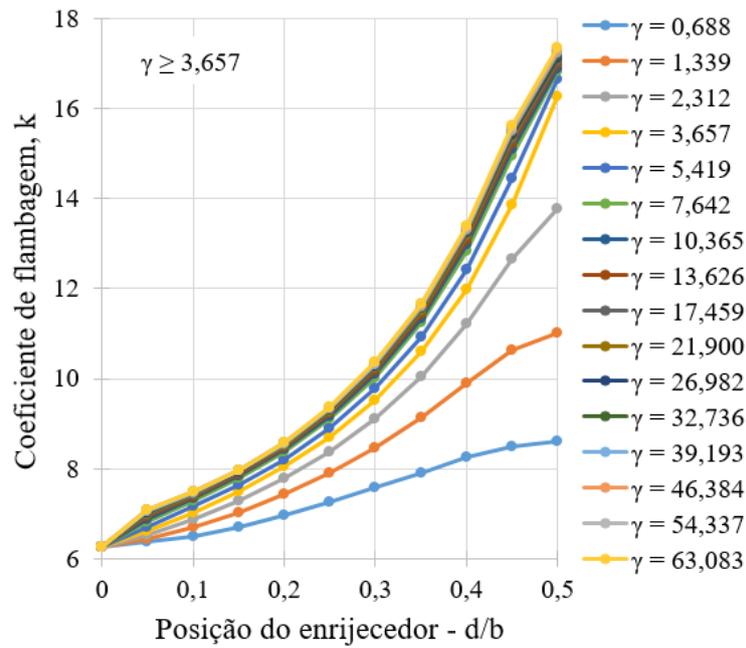


Figura 4.13 - $k \times d/b$ para painel com $\alpha = 0,5$ e submetidos à compressão pura.

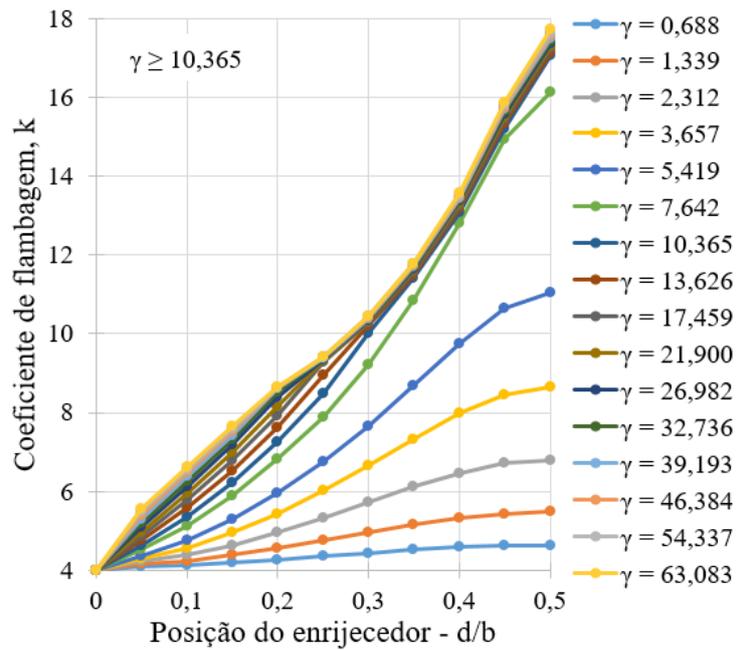


Figura 4.14 - $k \times d/b$ para painel com $\alpha = 1,0$ e submetidos à compressão pura.

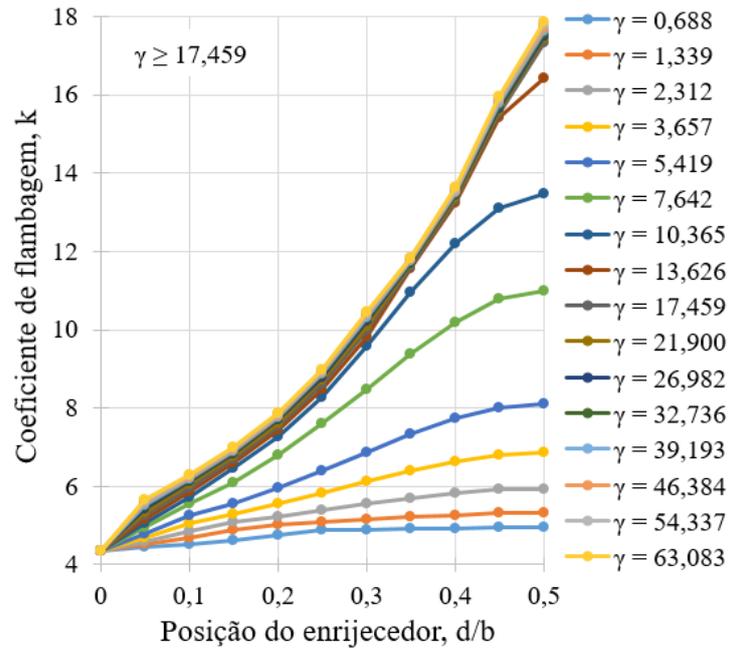


Figura 4.15 - $k \times d/b$ para painel com $\alpha = 1,5$ e submetidos à compressão pura.

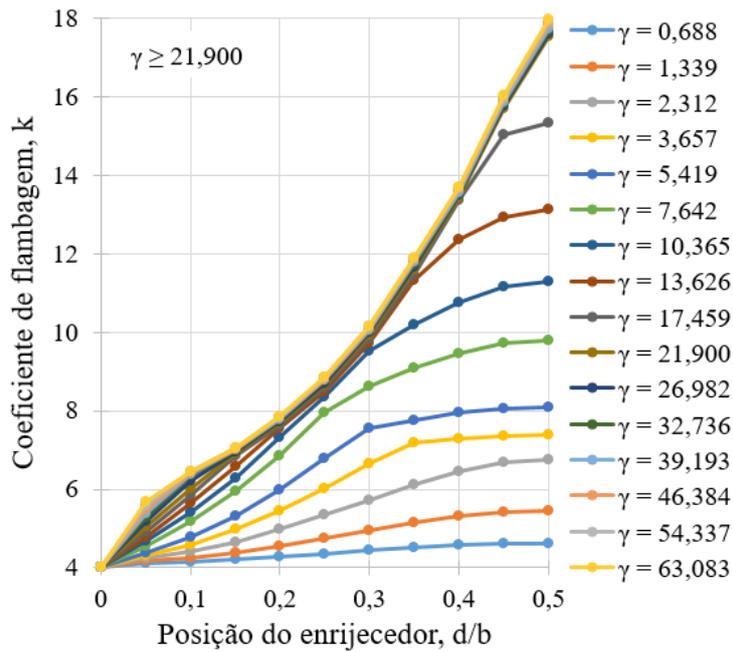


Figura 4.16 - $k \times d/b$ para painel com $\alpha = 2,0$ e submetidos à compressão pura.

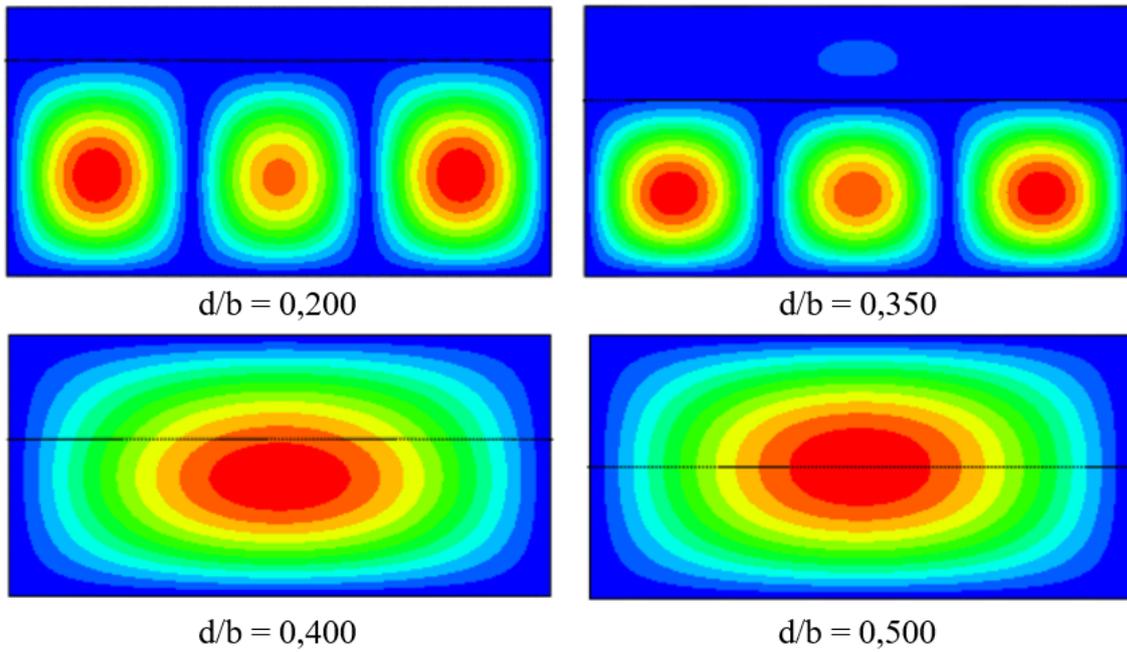


Figura 4.17 – Modos de flambagem para chapa com $\alpha = 2,0$, $\gamma = 13,629$ e submetidos à compressão pura.

4.2.1.3.2 Influência da razão de aspecto

Em relação à razão de aspecto, assim como observado no caso de flexão pura, esse parâmetro influencia o valor de rigidez mínima. Nesse sentido, chapas com maiores razões de aspecto demandam enrijecedores mais rígidos para a ocorrência de modos locais na posição ótima e o alcance dos maiores coeficientes de flambagem (Figura 4.18).

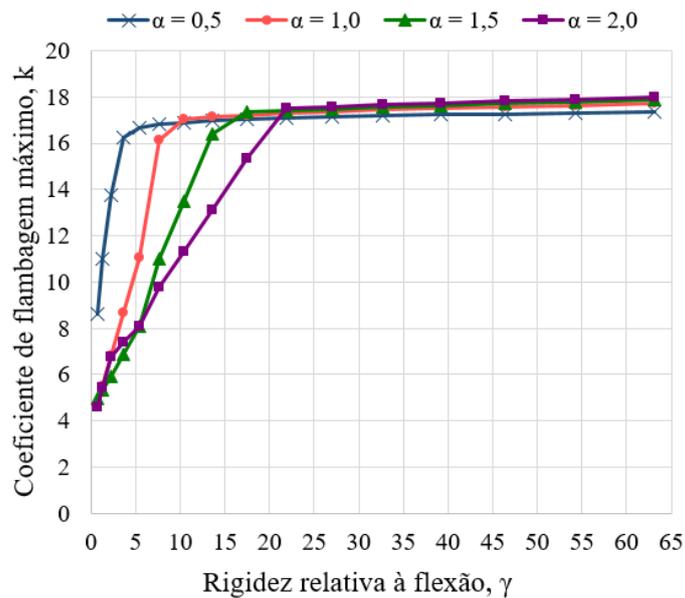


Figura 4.18 – Variação de k considerando diferentes razões de aspecto para chapas submetidas à compressão.

4.2.1.4 Variação da razão entre tensões normais, Ψ

Ao considerar diversas variações na relação entre tensões normais, foram observadas diferenças entre as posições ótimas e rigidezes mínimas do enrijecedor e os valores dos coeficientes de flambagem obtidos, conforme Figura 4.19. Nessa figura são apresentados os resultados obtidos do coeficiente de flambagem em função da posição do enrijecedor para uma chapa com $\alpha = 1,0$ e enrijecedor rígido para todos os casos, sendo adotadas espessura e largura iguais a 16 e 180 milímetros, respectivamente.

Observa-se que, com a diminuição do valor da razão entre as tensões, a posição ótima é alterada, sendo deslocada em direção à borda mais comprimida. Em relação aos valores dos coeficientes de flambagem e, conseqüentemente, das tensões críticas, tem-se um aumento considerável a partir da redução de ψ .

Apesar da influência das tensões normais, após a posição ótima, há uma tendência na convergência das curvas, indicando pequenas variações em relação ao coeficiente de flambagem. Nesse sentido, caso o enrijecedor esteja abaixo dessa posição, observa-se uma redução significativa do efeito de ψ nos valores das tensões críticas.

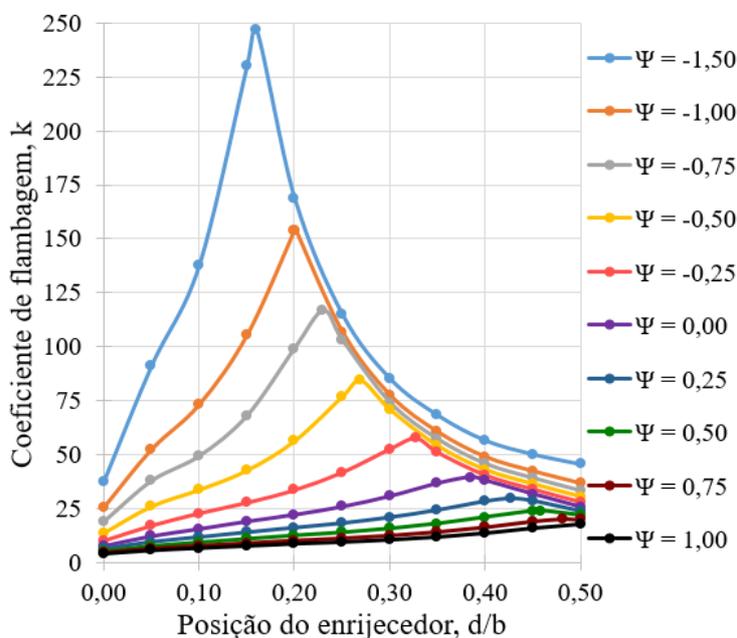


Figura 4.19 – k em função de d/b para diferentes razões entre tensões normais.

Ao comparar os resultados dos coeficientes de flambagem para os casos de chapas sem enrijecedor e chapas enrijecidas na posição ótima por um enrijecedor rígido (Tabela 4.1), observa-se que, esses elementos possuem a capacidade de aumentar consideravelmente a

capacidade resistente à flambagem da estrutura quando utilizados de maneira adequada. Além disso, esse acréscimo é ainda mais relevante para as chapas solicitadas por tensões simultâneas de compressão e de tração ($\psi < 0,00$).

Tabela 4.1 - Comparação dos coeficientes de flambagem para chapas enrijecidas e não enrijecidas com $\alpha = 1,0$.

ψ	Coeficiente de Flambagem		Diferença (%)
	Chapa sem enrijecedor	Chapa enrijecida na posição ótima	
-1,50	37,61	247,07	557
-1,00	25,58	154,09	502
-0,75	19,06	116,64	512
-0,50	13,53	84,41	524
-0,25	10,03	57,53	474
0,00	7,82	39,52	406
0,25	6,35	29,65	367
0,50	5,32	23,97	351
0,75	4,57	20,31	344
1,00	4,00	17,72	343

4.2.1.4.1 Rigidez mínima do enrijecedor

Ao aumentar o valor de ψ observou-se a redução da rigidez à flexão mínima do enrijecedor (Figura 4.20). Chapas submetidas às maiores razões de tensões normais possuem mais regiões da seção transversal sujeitas à compressão, configurando casos mais críticos em relação à flambagem. Nesse sentido, tem-se menores valores para as tensões críticas, sendo que enrijecedores com dimensões menores já são suficientes para atingir as grandezas máximas dessa tensão. A Tabela 4.2 apresenta os valores obtidos para a rigidez mínima.

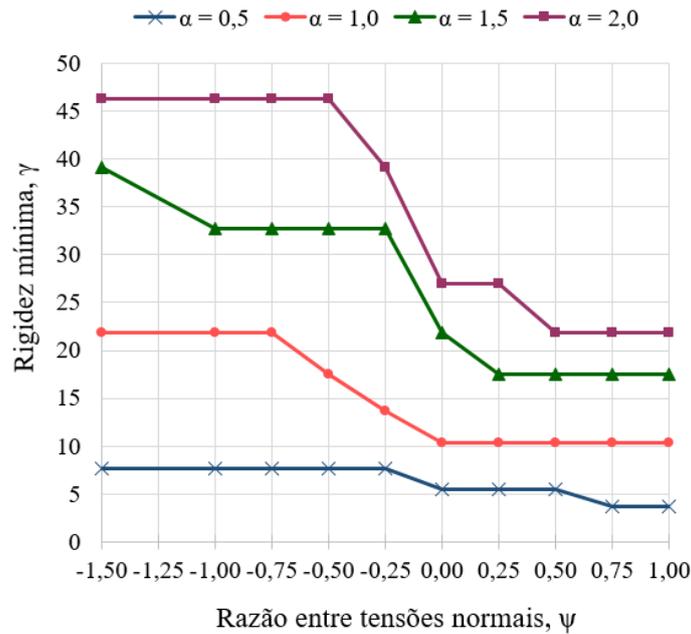


Figura 4.20 – Rigidez mínima em função da razão entre tensões normais.

Tabela 4.2 – Rigidez mínima dos casos de 1 enrijecedor estudados.

ψ	Rigidez mínima, γ			
	$\alpha = 0,5$	$\alpha = 1,0$	$\alpha = 1,5$	$\alpha = 2,0$
-1,50	7,642	21,900	39,193	46,384
-1,00	7,642	21,900	32,736	46,384
-0,75	7,642	21,900	32,736	46,384
-0,50	7,642	17,459	32,736	46,384
-0,25	7,642	13,626	32,736	39,193
0,00	5,419	10,365	21,900	26,982
0,25	5,419	10,365	17,459	26,982
0,50	5,419	10,365	17,459	21,900
0,75	3,657	10,365	17,459	21,900
1,00	3,657	10,365	17,459	21,900

4.2.1.4.2 Posição ótima do enrijecedor

Foram determinadas as posições ótimas do enrijecedor, que conduzem à maior capacidade resistente à flambagem, considerando a variação de ψ e α (Tabela 4.3). A razão entre as tensões normais tem grande influência na posição desse enrijecedor. No entanto, a razão de aspecto, assim como observado para o caso de flexão e compressão pura, não tem interferência significativa nessa posição, desde que seja utilizado enrijecedor rígido.

Por meio dos resultados obtidos, foi elaborada uma equação que relaciona a posição ótima com a razão entre tensões normais (Figura 4.21). Ressalta-se que, a formulação desenvolvida, Equação (4.3), considera chapas com enrijecedor rígido para todos os casos de ψ estudados, sendo adotada para a análise elemento com as seguintes dimensões: $t_s = 16\text{mm}$ e $h_s = 180\text{mm}$.

Observa-se que se trata de uma equação de terceiro grau polinomial, cujo coeficiente de determinação, R^2 , equivale a 0,9984. Esse coeficiente representa a medida de ajuste do modelo de regressão adotado, sendo que quanto mais próximo de 1, maior é o ajuste da equação em relação aos casos utilizados.

Tabela 4.3 – Posição ótima considerando variação de α e ψ .

ψ	Posição ótima (d/b)			
	$\alpha = 0,5$	$\alpha = 1,0$	$\alpha = 1,5$	$\alpha = 2,0$
-1,50	0,162	0,160	0,160	0,159
-1,00	0,200	0,200	0,200	0,200
-0,75	0,229	0,230	0,230	0,230
-0,50	0,271	0,269	0,269	0,269
-0,25	0,334	0,327	0,324	0,324
0,00	0,385	0,385	0,385	0,383
0,25	0,427	0,427	0,427	0,427
0,50	0,458	0,458	0,458	0,458
0,75	0,482	0,482	0,482	0,482
1,00	0,500	0,500	0,500	0,500

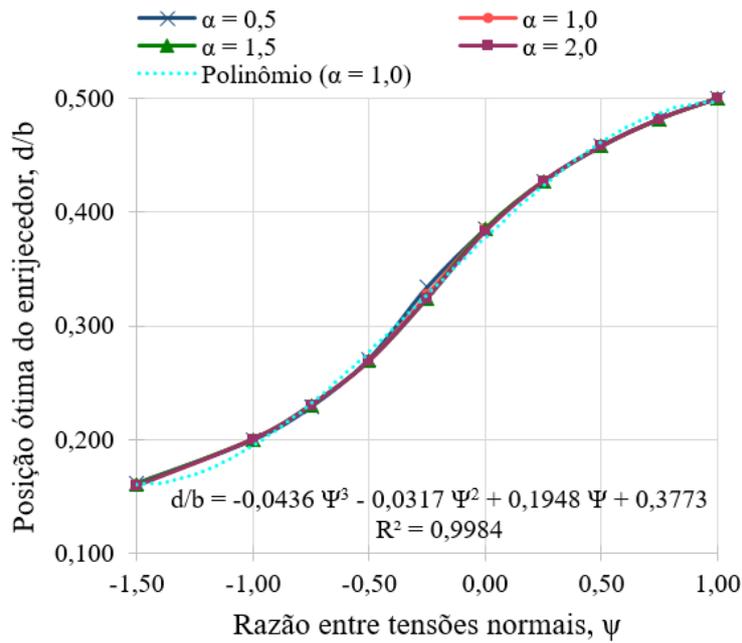


Figura 4.21 – Posição ótima em função de ψ considerando chapas enrijecidas por 1 enrijecedor.

$$\frac{d}{b} = 0,3773 + 0,1948\psi - 0,0317\psi^2 - 0,0436\psi^3 \quad (4.3)$$

4.2.1.4.2.1 Influência da esbeltez do painel

A Equação desenvolvida para a determinação da posição ótima contempla chapas com enrijecedor rígido e razão de aspecto entre 0,5 e 2,0. Contudo, é interessante verificar a abrangência da formulação para diferentes esbeltezes do painel. Para tanto, a análise da influência desse parâmetro, detalhada no subitem 4.2.1.2.3, foi estendida a outros valores de ψ considerando algumas relações específicas para a esbeltez, conforme Figura 4.22.

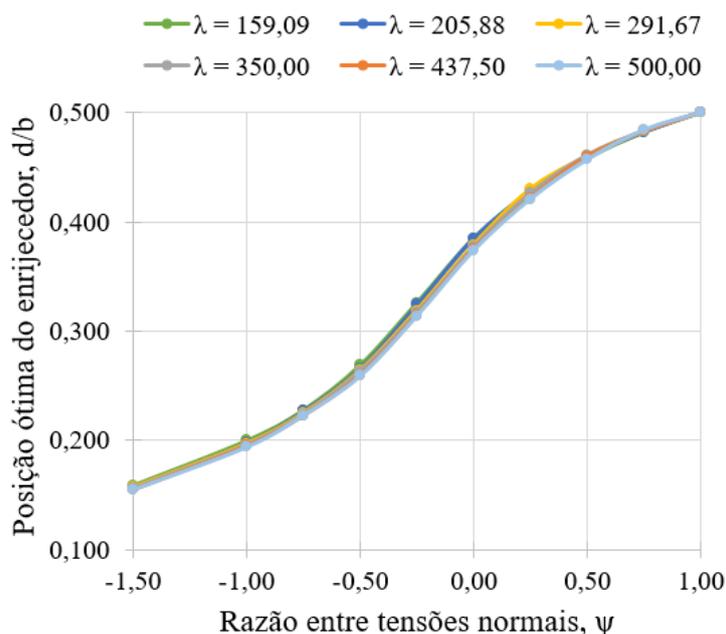


Figura 4.22 - Posição ótima considerando a influência de λ para chapa com $\alpha = 1,0$.

Nota-se que, mesmo considerando espessuras muito distintas para a chapa, a esbeltez do elemento praticamente não influencia o valor da posição ótima, sendo a diferença máxima encontrada igual a 3,82%. Portanto, a Equação (4.3), pode ser considerada válida para demais esbeltezes que configuram a condição de painel esbelto.

4.2.2 Painéis com 2 enrijecedores

4.2.2.1 Contextualização

No estudo de chapas enrijecidas por dois enrijecedores, em relação às tensões normais, foram considerados somente os casos em que ψ é igual a -1,50, -1,00, -0,50, 0,00, 0,50 e 1,00.

Para avaliação da posição ótima, foi necessário considerar mais posições no painel, sendo adotadas para as relações d_1/b e d_2/b (Figura 3.2) variações dentro do intervalo de 0,050 até a linha neutra da solicitação. Assim, em cada posição fixada para o enrijecedor superior, foram consideradas diferentes posições para o enrijecedor inferior. Portanto, para os casos de cisalhamento e $\psi \geq 0$, o comportamento de flambagem da chapa foi estudado para quase todas posições do modelo.

Ao analisar a influência da razão de aspecto e da rigidez do enrijecedor, constatou-se o mesmo comportamento observado para painéis com 1 enrijecedor. Como ilustrado na

Figura 4.23, enrijecedores flexíveis favorecem a ocorrência do modo de flambagem global. À medida que a rigidez à flexão do enrijecedor aumenta, tem-se um acréscimo no coeficiente de flambagem e observa-se a tendência ao modo local. A partir do momento em que o enrijecedor atinge a rigidez mínima, o valor de k alcança uma estabilidade, na qual o aumento da largura desse elemento não mais proporciona um acréscimo considerável para o coeficiente de flambagem.

Assim como em painéis com 1 enrijecedor, a posição desses elementos tem grande influência na ocorrência do modo global ou local, sendo que nesse último, ainda se tem a variação do subpainel em que o fenômeno é observado, conforme Figura 4.24.

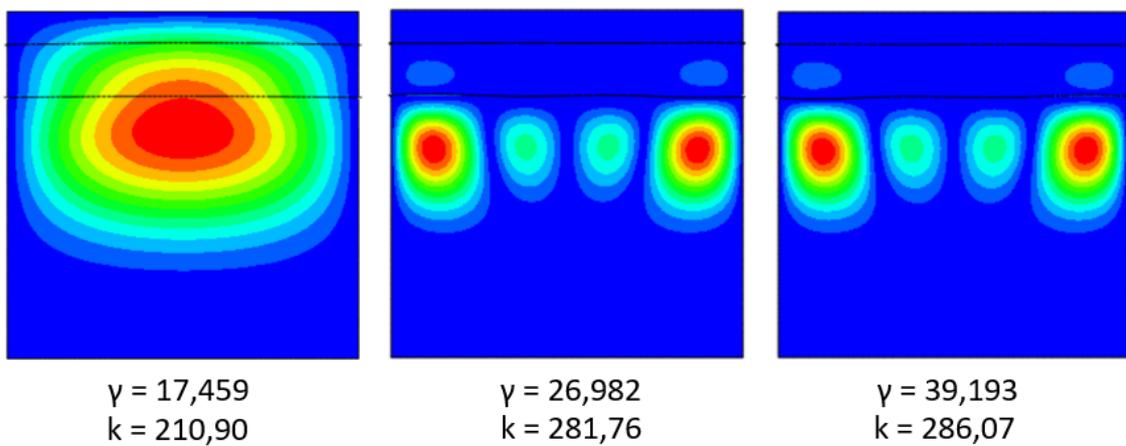


Figura 4.23 – Influência da rigidez à flexão em uma chapa constituída por 2 enrijecedores, com $\alpha = 1,0$ e posições equivalentes a $d_1/b = 0,100$ e $d_2/b = 0,250$.

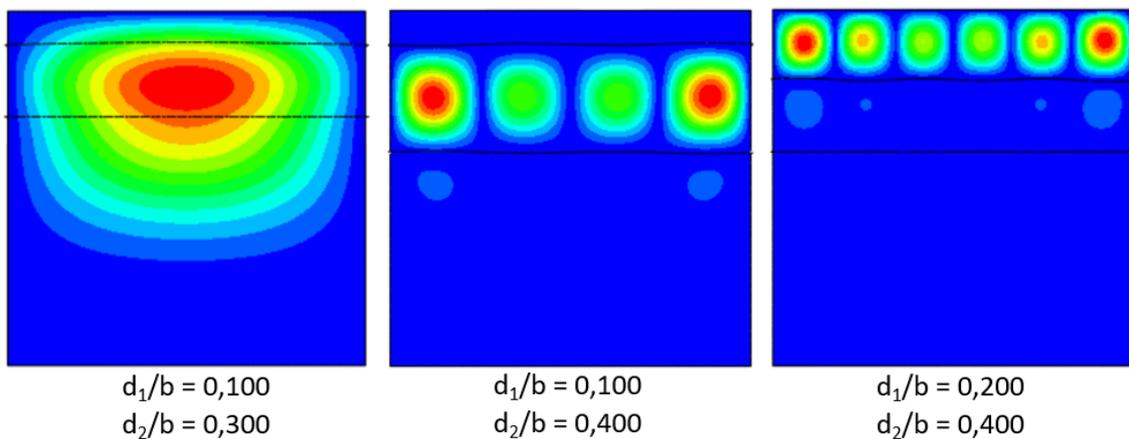


Figura 4.24 – Influência da posição dos enrijecedores em uma chapa constituída por 2 enrijecedores, com $\alpha = 1,0$ e com $\gamma = 17,459$.

4.2.2.2 Rigidez mínima do enrijecedor

Assim como para o caso de 1 enrijecedor, foi observado que, casos com menores valores de ψ precisam de enrijecedores mais rígidos para atingir a rigidez mínima à flexão, conforme Figura 4.25. Os resultados utilizados na elaboração do gráfico abaixo são apresentados na Tabela 4.4.

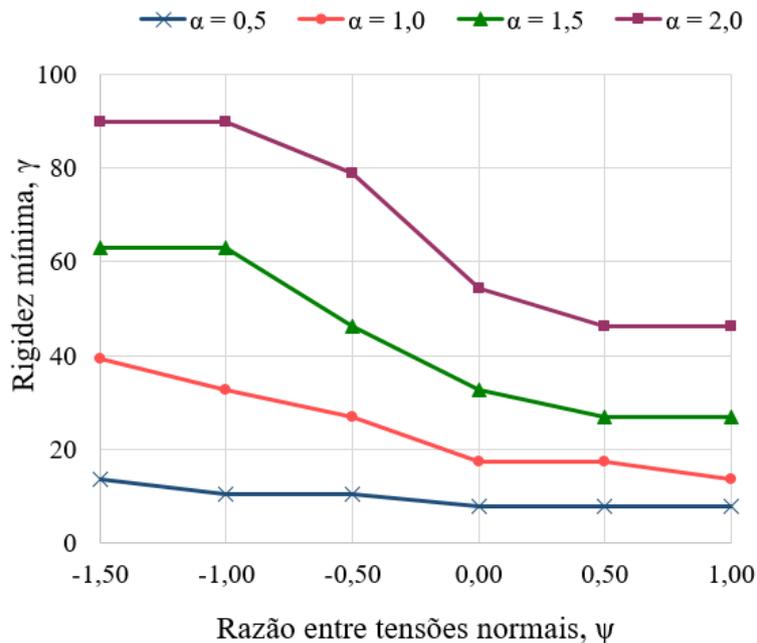


Figura 4.25 – Rigidez à flexão mínima do enrijecedor para chapas constituídas por 2 enrijecedores.

Tabela 4.4 – Resultados da rigidez mínima do enrijecedor em função de α e ψ para chapas constituídas por 2 enrijecedores.

ψ	Rigidez mínima, γ			
	$\alpha = 0,5$	$\alpha = 1,0$	$\alpha = 1,5$	$\alpha = 2,0$
-1,50	13,626	39,193	63,083	90,082
-1,00	10,365	32,736	63,083	90,082
-0,50	10,365	26,982	46,384	78,812
0,00	7,642	17,459	32,736	54,337
0,50	7,642	17,459	26,982	46,384
1,00	7,642	13,626	26,982	46,384

4.2.2.3 Posição ótima do enrijecedor

Foi avaliada a posição ótima de 2 enrijecedores na chapa considerando as variações das tensões normais e razões de aspecto estudadas. Como já explicado anteriormente,

enrijecedores rígidos posicionados na posição ótima são capazes de aumentar consideravelmente a capacidade resistente à flambagem do painel. Nesse sentido, para o estudo em questão foram utilizados enrijecedores com $\gamma = 124,098$ (20x220mm), o qual é considerado rígido para todos os casos analisados.

Os resultados da posição ótima do enrijecedor superior são apresentados na Tabela 4.5, enquanto a Figura 4.26 ilustra o comportamento observado para esse elemento. Já os resultados referentes ao enrijecedor inferior são mostrados na Tabela 4.6 e representados por meio do gráfico correspondente à Figura 4.27.

Tabela 4.5 – Posição ótima do enrijecedor superior, d_1/b , em chapas enrijecidas por 2 enrijecedores.

ψ	d_1/b			
	$\alpha = 0,5$	$\alpha = 1,0$	$\alpha = 1,5$	$\alpha = 2,0$
-1,50	0,095	0,096	0,098	0,098
-1,00	0,120	0,120	0,121	0,121
-0,50	0,159	0,159	0,159	0,160
0,00	0,231	0,231	0,232	0,232
0,50	0,284	0,291	0,290	0,289
1,00	0,323	0,323	0,323	0,323

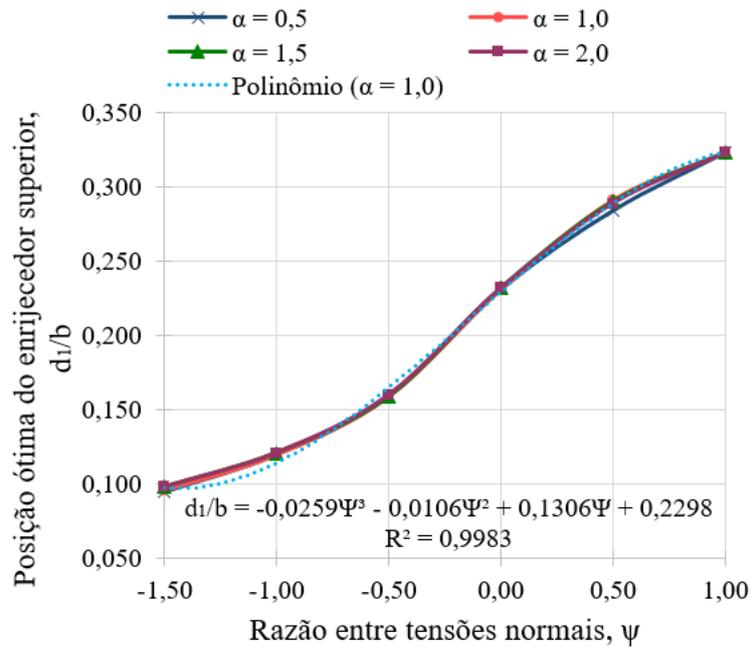


Figura 4.26 $-d_1/b$ em função de ψ considerando diferentes razões de aspecto em chapas enrijecidas por 2 enrijecedores.

Tabela 4.6 – Posição ótima do enrijecedor inferior, d_2/b , em chapas enrijecidas por 2 enrijecedores.

ψ	d_2/b			
	$\alpha = 0,5$	$\alpha = 1,0$	$\alpha = 1,5$	$\alpha = 2,0$
-1,50	0,224	0,226	0,228	0,228
-1,00	0,280	0,280	0,282	0,282
-0,50	0,371	0,373	0,373	0,373
0,00	0,538	0,538	0,539	0,539
0,50	0,629	0,640	0,638	0,638
1,00	0,677	0,677	0,677	0,677

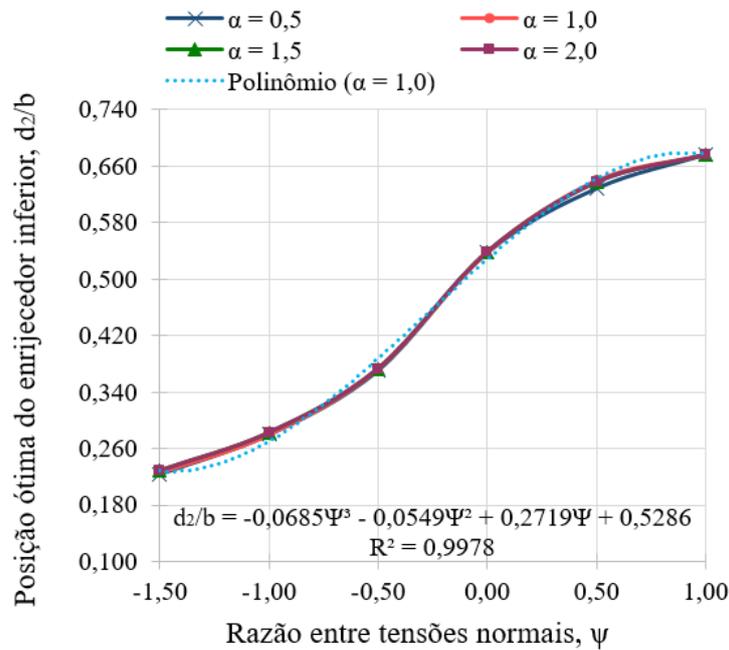


Figura 4.27 – d_2/b em função de ψ considerando diferentes razões de aspecto em chapas enrijecidas por 2 enrijecedores.

Observa-se que, assim como verificado para os painéis com 1 enrijecedor, a razão de aspecto praticamente não influencia o valor da posição ótima dos enrijecedores. Nesse sentido, foram desenvolvidas formulações polinomiais de terceira ordem para o cálculo dessa posição de acordo com o valor de ψ , conforme equações abaixo. Ressalta-se que, os valores dos coeficientes de determinação, R^2 , são muito próximos de 1, indicando a abrangência das equações aos modelos estudados.

$$\frac{d_1}{b} = 0,2298 + 0,1306\psi - 0,0106\psi^2 - 0,0259\psi^3 \quad (4.4)$$

$$\frac{d_2}{b} = 0,5286 + 0,2719\psi - 0,0549\psi^2 - 0,0685\psi^3 \quad (4.5)$$

Para certificar que, assim como observado em chapas constituídas por 1 enrijecedor, a variação da rigidez à flexão, considerando enrijecedores rígidos, não influencia os valores das posições ótimas de múltiplos enrijecedores, foram avaliadas as relações d_1/b e d_2/b nos painéis com $\gamma = 90,082$ e $\alpha = 1,0$ (Figura 4.28). Ao final, tanto para o enrijecedor superior, quanto para o inferior, observou-se valores muito semelhantes para a posição ótima quando comparados com os obtidos para $\gamma = 124,098$.

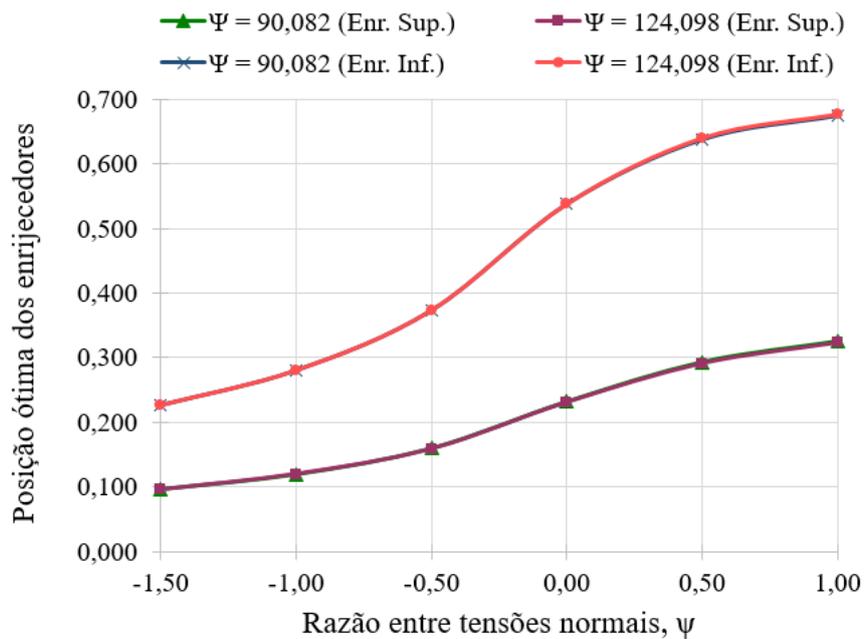


Figura 4.28 – Comparação das posições ótimas considerando chapas enrijecidas por dois enrijecedores rígidos distintos.

4.2.3 Painéis com 3 enrijecedores

4.2.3.1 Contextualização

Também foram avaliadas chapas com 3 enrijecedores longitudinais considerando os mesmos valores de ψ estudados no subitem anterior (-1,50, -1,00, -0,50, 0,00, 0,50 e 1,00). Em relação à influência da razão de aspecto da chapa e posição e rigidez dos enrijecedores, observou-se o mesmo padrão de comportamento identificado para os painéis enrijecidos com 1 e 2 enrijecedores. Nesse sentido, conforme os valores da razão entre tensões e dos parâmetros geométricos escolhidos, tem-se a ocorrência tanto de flambagem global, quanto local (Figura 4.29).

Foram realizadas análises de rigidez à flexão mínima e posição ótima dos enrijecedores. Para tanto, considerou-se enrijecedores com diversas dimensões localizados ao longo de quase todas regiões da chapa, sendo adotados diferentes valores para as relações d_1/b , d_2/b e d_3/b , que variaram dentro do intervalo de 0,050 até a linha neutra da solicitação.

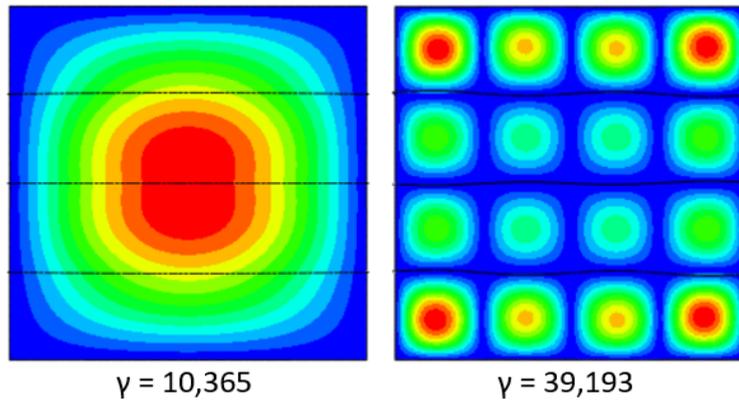


Figura 4.29 – Modos de flambagem para painéis submetidos à compressão pura, com $\alpha = 1,0$ e enrijecedores por 3 enrijecedores longitudinais.

4.2.3.2 Rigidez mínima do enrijecedor

Os resultados de rigidez mínima do enrijecedor considerando a influência da razão entre tensões normais e da razão de aspecto são apresentados na Figura 4.30 e na Tabela 4.7. Observa-se comportamento análogo ao dos painéis constituídos por 1 e 2 enrijecedores, porém com valores distintos.

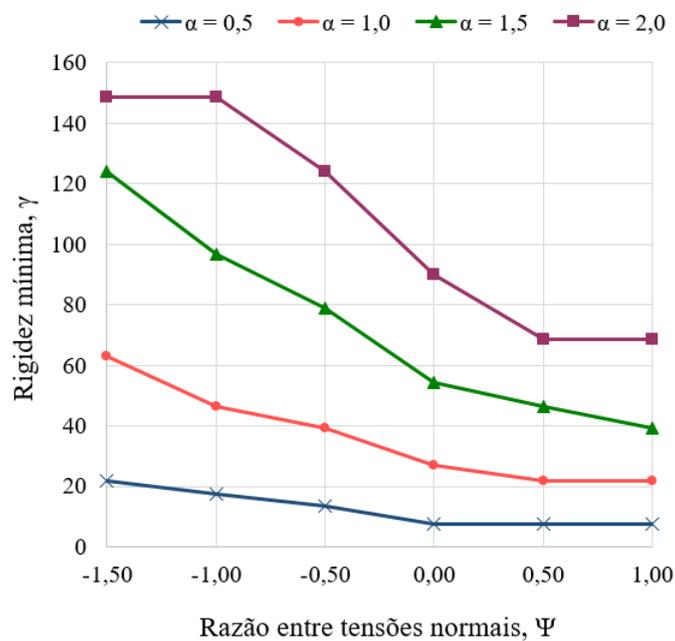


Figura 4.30 - Rigidez à flexão mínima do enrijecedor para chapas constituídas por 3 enrijecedores.

Tabela 4.7 - Resultados da rigidez mínima do enrijecedor em função de α e ψ para chapas constituídas por 3 enrijecedores.

ψ	Rigidez mínima, γ			
	$\alpha = 0,5$	$\alpha = 1,0$	$\alpha = 1,5$	$\alpha = 2,0$
-1,50	21,900	63,083	124,098	148,687
-1,00	17,459	46,384	96,821	148,687
-0,50	13,626	39,193	78,812	124,098
0,00	7,642	26,982	54,337	90,082
0,50	7,642	21,900	46,384	68,460
1,00	7,642	21,900	39,193	68,460

4.2.3.3 Posição ótima do enrijecedor

Para avaliação da posição ótima em painéis constituídos por 3 enrijecedores, foram utilizados elementos com $\gamma = 148,687$ (22x230mm), os quais são considerados rígidos para todos os casos estudados. A Tabela 4.8 e a Figura 4.31 apresentam os resultados do enrijecedor superior. Já a Tabela 4.9 e a Figura 4.32 exibem os valores de posição ótima para o enrijecedor central, enquanto a Tabela 4.10 e a Figura 4.33 referem-se ao enrijecedor inferior.

Tabela 4.8 – Posição ótima do enrijecedor superior, d_1/b , considerando chapas enrijecidas por 3 enrijecedores.

ψ	d_1/b			
	$\alpha = 0,5$	$\alpha = 1,0$	$\alpha = 1,5$	$\alpha = 2,0$
-1,50	0,068	0,071	0,073	0,074
-1,00	0,086	0,087	0,088	0,089
-0,50	0,113	0,114	0,115	0,116
0,00	0,166	0,167	0,167	0,167
0,50	0,209	0,210	0,210	0,210
1,00	0,236	0,236	0,236	0,237

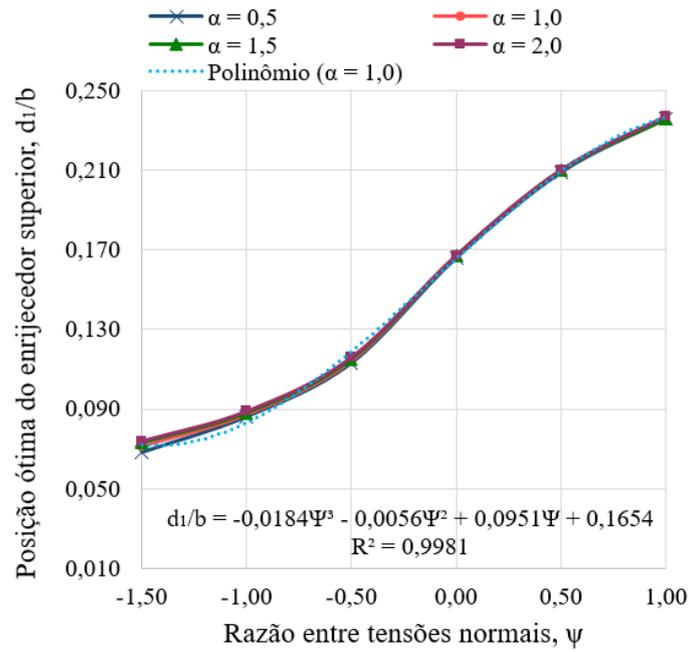


Figura 4.31 – d_1/b em função de ψ para painéis com 3 enrijecedores.

Tabela 4.9 – Posição ótima do enrijecedor central, d_2/b , considerando chapas enrijecidas por 3 enrijecedores.

ψ	d_2/b			
	$\alpha = 0,5$	$\alpha = 1,0$	$\alpha = 1,5$	$\alpha = 2,0$
-1,50	0,156	0,160	0,164	0,165
-1,00	0,193	0,196	0,200	0,201
-0,50	0,257	0,258	0,260	0,261
0,00	0,373	0,376	0,377	0,377
0,50	0,461	0,459	0,459	0,459
1,00	0,500	0,500	0,500	0,500

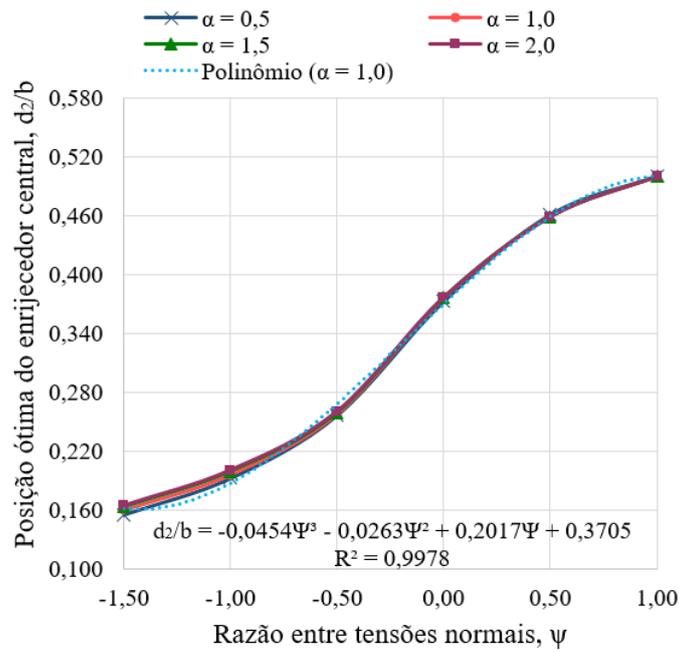


Figura 4.32 – d_2/b em função de ψ para painéis com 3 enrijecedores.

Tabela 4.10 – Posição ótima do enrijecedor inferior, d_3/b , considerando chapas enrijecidas por 3 enrijecedores.

ψ	d_3/b			
	$\alpha = 0,5$	$\alpha = 1,0$	$\alpha = 1,5$	$\alpha = 2,0$
-1,50	0,259	0,265	0,270	0,272
-1,00	0,323	0,326	0,330	0,332
-0,50	0,431	0,430	0,432	0,433
0,00	0,622	0,627	0,626	0,627
0,50	0,730	0,730	0,729	0,729
1,00	0,764	0,764	0,764	0,764

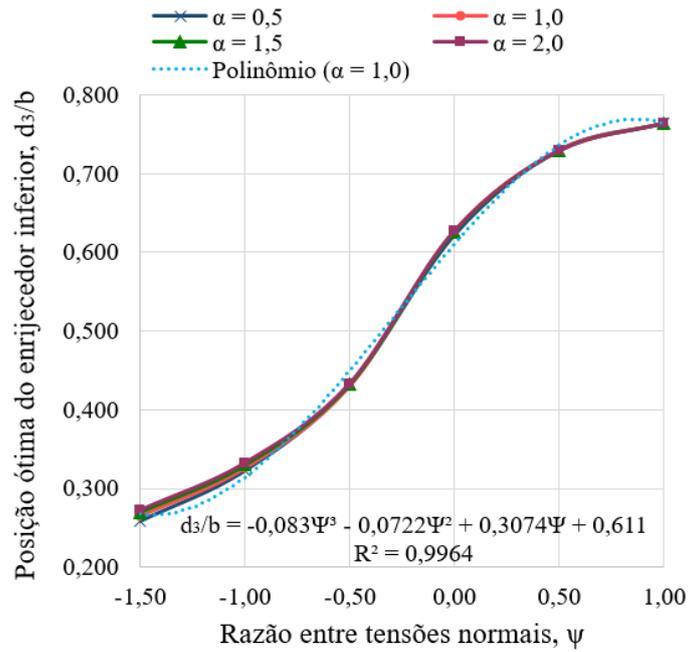


Figura 4.33 – d_3/b em função de ψ para painéis com 3 enrijecedores.

Observa-se que, a redução do valor ψ proporciona o aumento das relações d_1/b , d_2/b e d_3/b . Em relação à razão de aspecto, diferente do que foi observado na maioria dos casos estudados anteriormente, em painéis enrijecidos por 3 enrijecedores, percebe-se uma pequena alteração no valor da posição ótima para os menores valores de ψ . Esse comportamento indica que, com o aumento da quantidade de enrijecedores, a razão de aspecto do painel passa a ter maior influência no valor da posição ótima, conforme afirmado por Vu *et al.* (2019b). No entanto, para chapas com 3 enrijecedores, essa influência ainda é muito pequena, sendo encontrada diferença máxima de 8,82%, correspondente ao enrijecedor superior para o caso de $\psi = -1,50$, considerando $\alpha = 0,5$ e 2,0. Nesse sentido, foi possível a proposição de uma única equação para cada enrijecedor, que relaciona a posição ótima com a razão entre as tensões normais, conforme as expressões dadas a seguir:

$$\frac{d_1}{b} = 0,1654 + 0,0951\psi - 0,0056\psi^2 - 0,0184\psi^3 \quad (4.6)$$

$$\frac{d_2}{b} = 0,3705 + 0,2017\psi - 0,0263\psi^2 - 0,0454\psi^3 \quad (4.7)$$

$$\frac{d_3}{b} = 0,611 + 0,3074\psi - 0,0722\psi^2 - 0,083\psi^3 \quad (4.8)$$

Na prática, geralmente, os enrijecedores são espaçados igualmente ao longo da região comprimida do painel. No entanto, a partir do estudo desenvolvido para chapas com 1, 2 e 3 enrijecedores, verificou-se que, para a maioria das razões entre tensões normais consideradas, sobretudo para os menores valores de ψ , a posição ótima dos enrijecedores rígidos não coincide com a disposição adotada para esses elementos na prática. Nesse sentido, destaca-se a necessidade de otimizar o projeto dessas estruturas a fim de realizar construções mais econômicas e seguras.

4.2.4 Avaliação Geral

Os coeficientes de flambagem obtidos para chapas submetidas à flexão pura foram comparados entre si (Figura 4.34). Para tanto, os painéis enrijecidos tiveram os enrijecedores disposto na posição ótima, sendo adotadas para as dimensões desses elementos valores correspondentes à rigidez mínima encontrados para cada caso.

A partir do ganho proporcionado na capacidade resistente à flambagem do painel, constata-se a importância do uso dos enrijecedores longitudinais. Para a chapa com $\alpha = 1,0$, observa-se uma diferença de aproximadamente 400% ao comparar os valores obtidos para 1 e 3 enrijecedores.

Ao analisar a Figura 4.35, percebe-se que, quanto maior a quantidade de enrijecedores, maior são as dimensões necessárias ao elemento para o alcance da rigidez à flexão mínima.

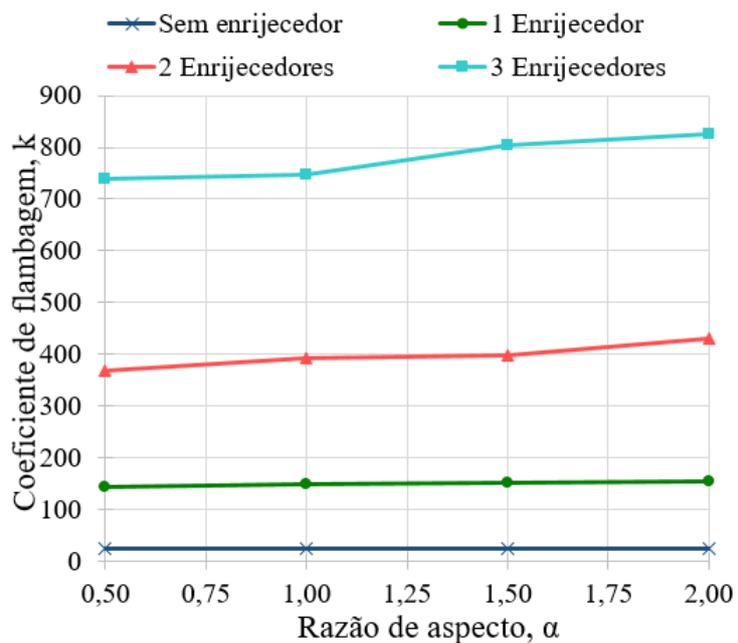


Figura 4.34 – Comparação dos coeficientes de flambagem obtidos para as chapas sujeitas à flexão considerando a influência da quantidade de enrijecedores.

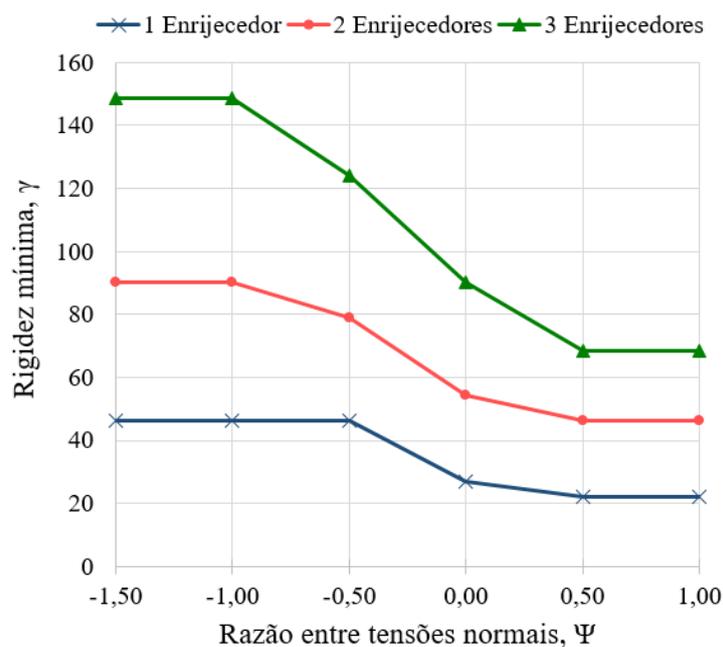


Figura 4.35 – Comparação da rigidez à flexão mínima de uma chapa com $\alpha = 2,0$ considerando a influência da quantidade de enrijecedores.

4.3 TENSÕES DE CISALHAMENTO

4.3.1 Painéis com 1 enrijecedor

4.3.1.1 Contextualização

Assim como para as tensões normais, nos painéis submetidos ao cisalhamento puro, foram avaliadas a influência da razão de aspecto da chapa e da posição e da rigidez do enrijecedor. Para tanto, considerou-se para as posições desse elemento o intervalo de $0,050 \leq d/b \leq 0,500$.

4.3.1.2 Influência da posição e da rigidez do enrijecedor

Por meio da variação da posição do enrijecedor, concluiu-se que, independentemente da rigidez do elemento, a relação $d/b = 0,500$ equivale à posição ótima, conforme ilustrado na Figura 4.36 até a Figura 4.39.

Assim como nos casos de chapas submetidas às tensões normais, observou-se um aumento do coeficiente de flambagem através do uso de enrijecedores de maiores dimensões, até o alcance da rigidez à flexão mínima, a partir da qual esse aumento se tornou cada vez menos intenso. Além disso, notou-se que, para enrijecedores com rigidez abaixo da mínima, à medida que o elemento se aproximava da metade da altura da chapa, os modos de flambagem local, observados para posições distantes de $d/b = 0,500$, eram substituídos por modos globais. Nos gráficos do coeficiente de flambagem em função da posição do enrijecedor, esse comportamento foi traduzido por meio do afastamento considerável de algumas curvas a partir do aumento da relação d/b .

Em relação ao modo de flambagem devido às tensões de cisalhamento, foi observado um formato característico para essa solicitação, no qual tem-se a formação de semi-ondas ao longo da diagonal comprimida, conforme Figura 4.40. Essa imagem representa os modos de flambagem global e local em uma chapa com $\alpha = 0,5$ e enrijecida no centro da estrutura ($d/b = 0,500$). Percebe-se que, a Figura 4.40.b refere-se ao caso de $\gamma = 2,312$, o qual equivale à rigidez mínima obtida no estudo.

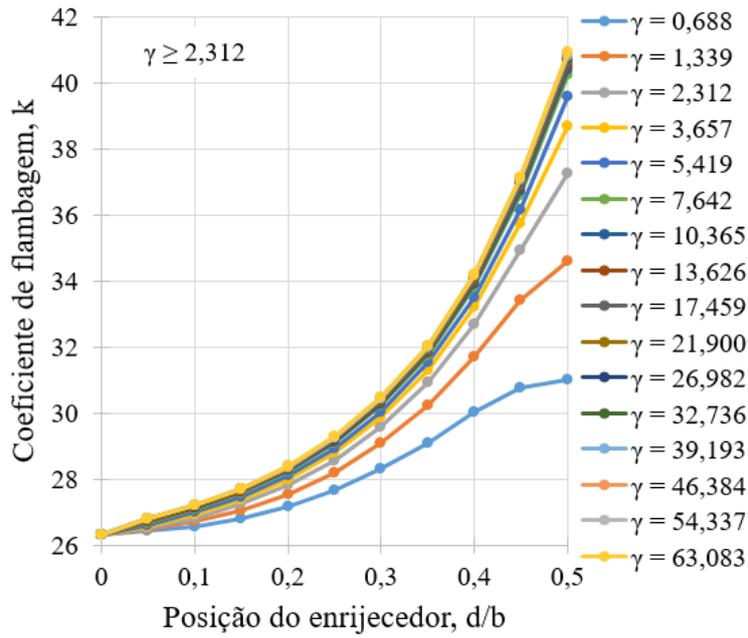


Figura 4.36 – k em função de d/b para $\alpha = 0,5$ para chapa submetidas ao cisalhamento puro.

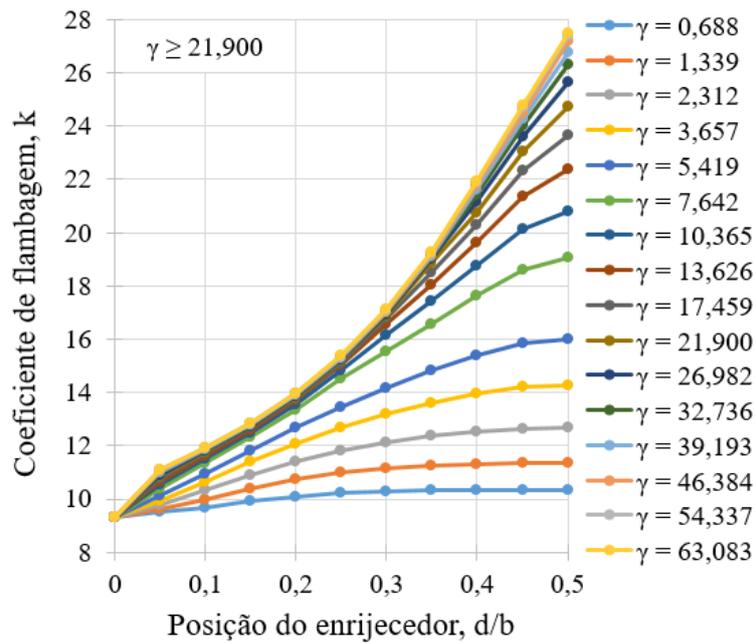


Figura 4.37 - k em função de d/b para $\alpha = 1,0$ para chapa submetidas ao cisalhamento puro.

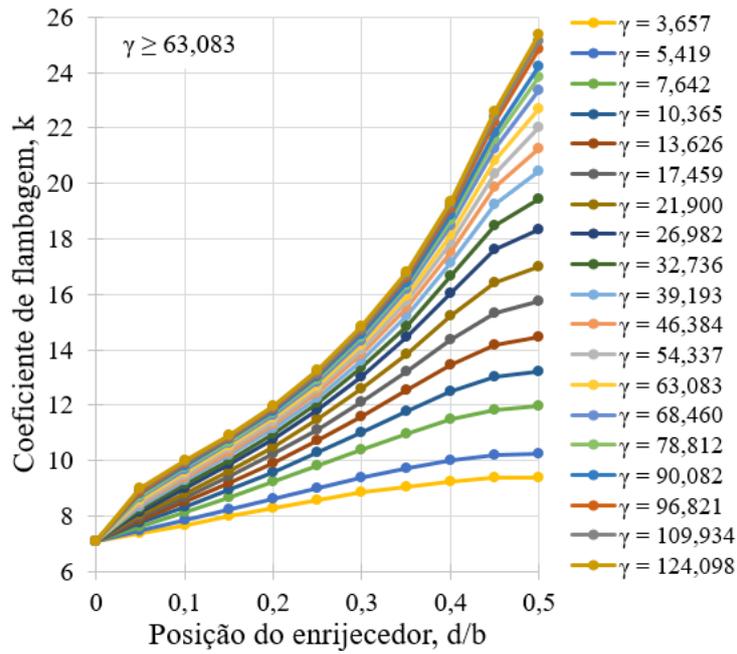


Figura 4.38 - k em função de d/b para $\alpha = 1,5$ para chapa submetidas ao cisalhamento puro.

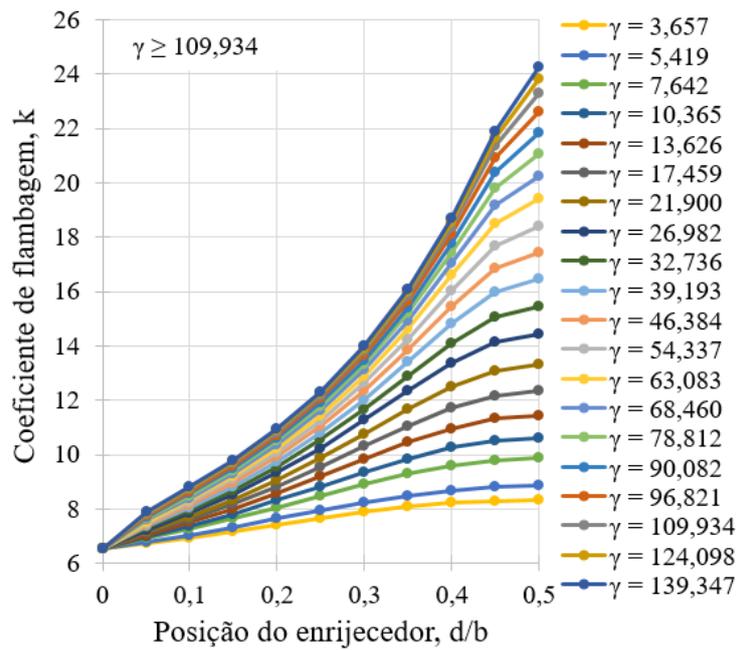


Figura 4.39 - k em função de d/b para $\alpha = 2,0$ para chapa submetidas ao cisalhamento puro.

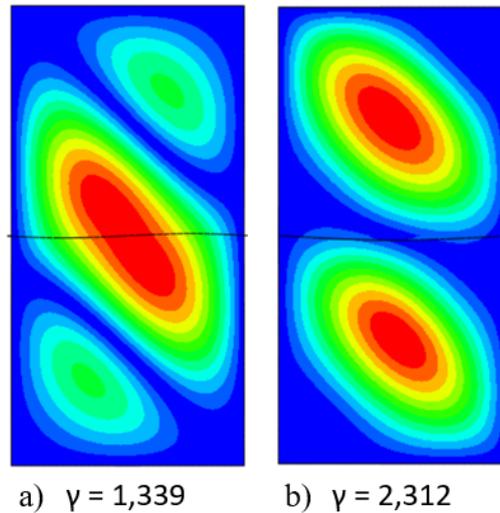


Figura 4.40 – Modos de flambagem devido cisalhamento: a) modo global b) modo local.

4.3.1.3 Influência da razão de aspecto

Alguns autores afirmam que, para o cisalhamento, o uso de enrijecedores transversais proporciona maior resistência à flambagem do que o uso de enrijecedores longitudinais. No presente estudo, foi observada a concretização de tal afirmação, pois as chapas submetidas ao cisalhamento puro foram muito mais afetadas pela variação da razão de aspecto do que aquelas sujeitas às tensões normais.

Painéis com $\alpha = 0,5$ alcançaram coeficientes de flambagem muito superiores em relação às demais razões de aspecto, mesmo para enrijecedores rígidos, como ilustrado na Figura 4.41. Comparando os casos de $\alpha = 0,5$ e $1,0$, para $\gamma = 139,347$, foi observada diferença de 45% no valor do coeficiente de flambagem, sendo um comportamento completamente diferente do obtido para as tensões normais. Contudo, para os maiores valores de α , há uma tendência na sobreposição das curvas a partir do momento em que são utilizados enrijecedores rígidos. Ao considerar as razões de aspecto 1,5 e 2,0, para $\gamma = 139,347$, observa-se uma diferença de apenas 5,47%, que é muito inferior àquela obtida na comparação anterior.

Quanto à rigidez mínima do enrijecedor longitudinal, verificou-se grande influência da razão de aspecto. Para painéis com $\alpha = 0,5$, obteve-se para essa rigidez o valor de 2,312, enquanto para chapas com $\alpha = 2,0$, encontrou-se o resultado equivalente a 109,934. Ao constatar a diferença entre as duas respostas, conclui-se que, chapas submetidas ao cisalhamento são muito sensíveis ao acréscimo da razão de aspecto, necessitando de

enrijecedores muito robustos para garantir o comportamento de flambagem local ao considerar os maiores valores desse parâmetro.

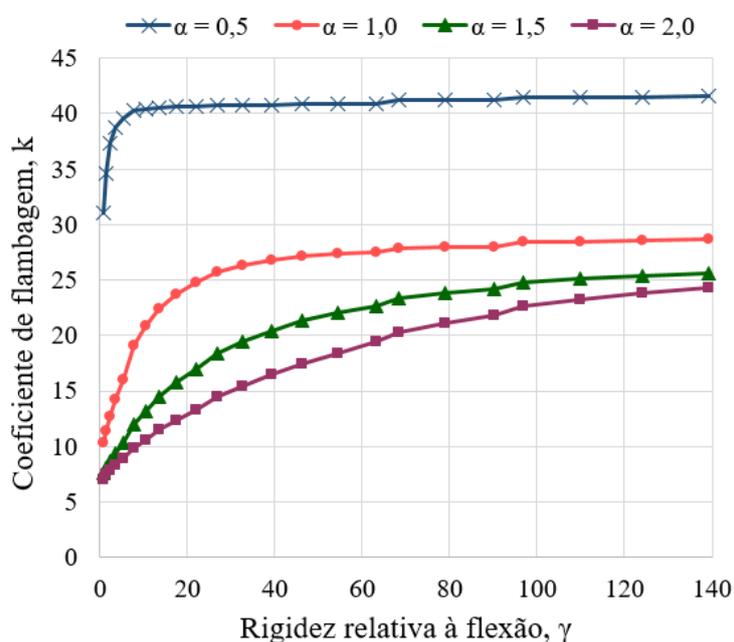


Figura 4.41 – Variação de k em função da rigidez relativa considerando diferentes razões de aspecto para chapa submetidas ao cisalhamento puro.

4.3.2 Painéis com 2 enrijecedores

A rigidez mínima e a posição ótima dos enrijecedores foram avaliadas para painéis contendo dois enrijecedores (Tabela 4.11). Em relação à chapa enrijecida por 1 enrijecedor, observou-se um aumento considerável da rigidez à flexão mínima, sobretudo para as menores razões de aspecto. Além disso, o aumento simultâneo da quantidade de enrijecedores e da razão de aspecto traz a necessidade de se utilizar enrijecedores de grandes proporções para garantir a ocorrência da flambagem local associada aos elevados valores do coeficiente de flambagem.

Para o estudo da posição ótima, foram considerados enrijecedores rígidos para os casos analisados, sendo $\gamma = 278,916$ (26x280mm). Percebe-se que, a razão de aspecto praticamente não alterou a posição ótima desses elementos, a qual é extremamente próxima daquela observada na prática, que divide o painel em três partes iguais ($d_1/b = 0,333$ e $d_2/b = 0,667$).

Tabela 4.11 – Rigidez mínima e posição ótima de painéis sujeitos ao cisalhamento puro e constituídos por 2 enrijecedores.

Razão de aspecto, α	0,5	1,0	1,5	2,0
Rigidez mínima, γ	17,459	78,812	184,839	278,916
d_1/b	0,324	0,325	0,326	0,323
d_2/b	0,677	0,675	0,675	0,677

4.3.3 Painéis com 3 enrijecedores

Para avaliação da posição ótima, foram considerados enrijecedores com $\gamma = 352,180$ (28x300mm), os quais são rígidos para todos os painéis estudados nessa etapa. Assim como observado para os dois casos anteriores, chapas submetidas ao cisalhamento e constituídas por 3 enrijecedores tem um comportamento muito sensível em relação à razão de aspecto. Com o aumento desse parâmetro, tem-se um considerável acréscimo da rigidez mínima à flexão, conforme Tabela 4.12. No entanto, o valor de α não interferiu na posição ótima dos enrijecedores.

Tabela 4.12 - Rigidez mínima e posição ótima de painéis sujeitos ao cisalhamento puro e constituídos por 3 enrijecedores.

Razão de aspecto, α	0,5	1,0	1,5	2,0
Rigidez mínima, γ	32,736	124,098	239,930	352,180
d_1/b	0,237	0,237	0,237	0,237
d_2/b	0,500	0,500	0,500	0,500
d_3/b	0,763	0,763	0,763	0,763

4.4 INTERAÇÃO ENTRE FLEXÃO E CISALHAMENTO

4.4.1 Painéis com 1 enrijecedor

4.4.1.1 Contextualização

Além de chapas submetidas à ação isolada das tensões normais e cisalhantes, foi estudado o comportamento de flambagem em painéis sujeitos à interação de flexão e cisalhamento, caso extremamente comum em almas de viga I. Contudo, as tensões normais, provenientes do momento fletor, e as cisalhantes, decorrentes da força cortante, podem estar presentes em diferentes proporções ao longo do estado de serviço da estrutura. Ferreira Filho (2019) afirma que o caso em que a tensão de cisalhamento equivale a 10%

da tensão normal é frequente na prática. Nesse sentido, foi realizado um estudo mais detalhado para a situação mencionada acima e avaliou-se a posição ótima do enrijecedor para os casos informados na Tabela 3.1.

4.4.1.2 Proporção entre tensões normais e cisalhantes, σ/τ , igual a 10

Para análise do comportamento da chapa, foram elaborados gráficos do coeficiente de flambagem em função da posição do enrijecedor, conforme Figura 4.42 e Figura 4.43. Ressalta-se que, k foi calculado por meio do valor crítico obtido para a tensão normal. Caso fosse utilizada a tensão crítica de cisalhamento, o comportamento observado nas figuras abaixo seria análogo, sendo a única diferença o valor do coeficiente que corresponderia a 10% dos valores presentes, pois independente da tensão utilizada no cálculo, o autovalor considerado na determinação da capacidade resistente à flambagem é o mesmo.

Para a proporção em questão, foi observado um comportamento muito semelhante ao de flexão pura, visto que foram encontrados, para a posição ótima do enrijecedor rígido, valores próximos à relação $d/b = 0,200$, sendo $d/b = 0,204$ para $\alpha = 0,5$ e $d/b = 0,209$ para as demais razões de aspecto (Figura 4.44).

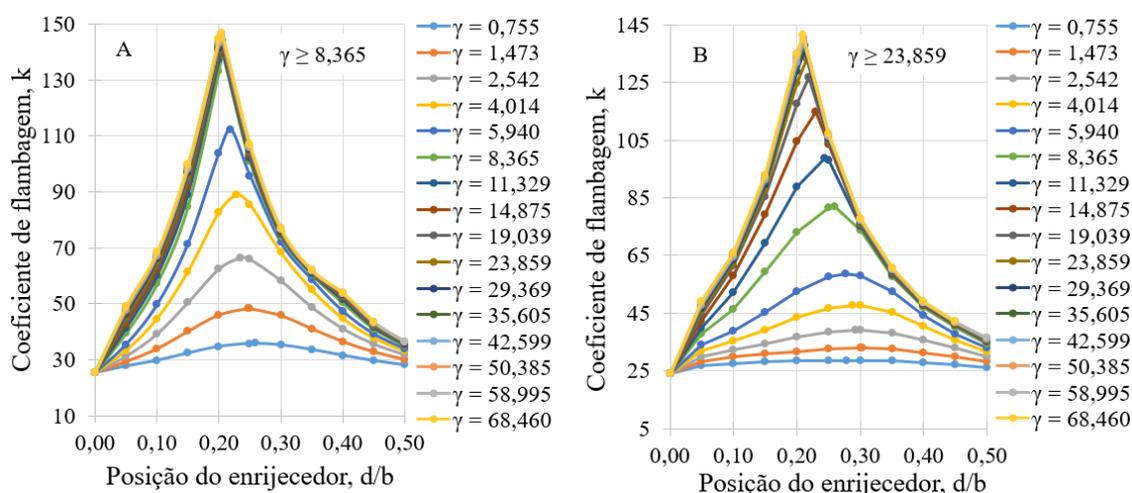


Figura 4.42 – k em função de d/b para chapas submetidas à combinação de flexão e cisalhamento com: a) $\alpha = 0,5$ b) $\alpha = 1,0$.

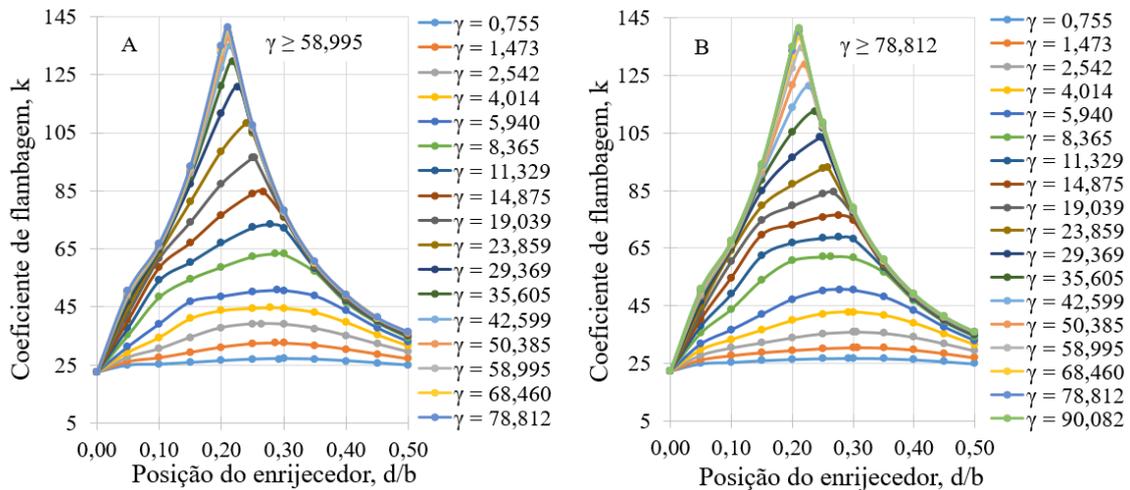


Figura 4.43 - k em função de d/b para chapas submetidas à combinação de flexão e cisalhamento com: a) $\alpha = 1,5$ b) $\alpha = 2,0$.

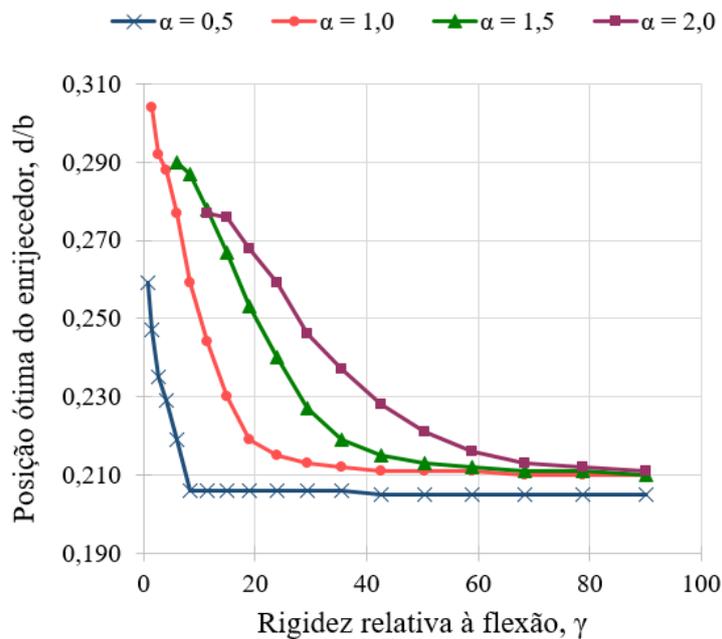


Figura 4.44 – Posição ótima em função da rigidez à flexão para chapas submetidas à combinação de flexão e cisalhamento.

Assim como em todos os casos anteriores, observa-se que, o aumento da razão de aspecto traz a necessidade de utilizar enrijecedor de dimensões maiores para o alcance da rigidez à flexão mínima e, conseqüentemente, a ocorrência da flambagem local em qualquer posição que esse elemento seja disposto (Figura 4.45). No entanto, é importante notar que, as chapas com $\alpha = 0,5$, nitidamente, alcançaram valores mais elevados para o coeficiente de flambagem, evidenciando a influência do cisalhamento a partir do aumento da razão de aspecto.

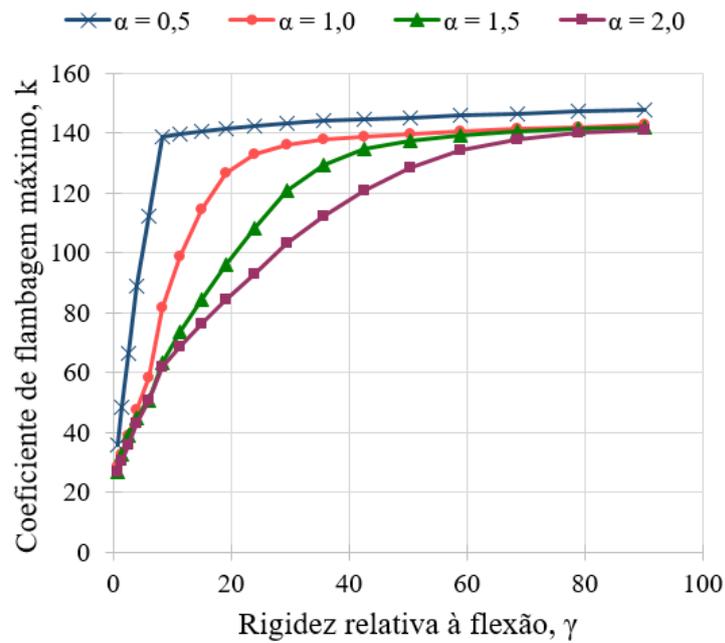


Figura 4.45 – Coeficiente de flambagem máximo em função da rigidez à flexão para chapas submetidas à combinação flexão e cisalhamento.

Em relação aos modos de flambagem, observou-se formatos característicos tanto da flexão, quanto do cisalhamento, sendo esses influenciados pela posição e rigidez do enrijecedor, conforme Figura 4.46. Em painéis com enrijecedores rígidos, para as posições próximas à fibra mais comprimida, percebeu-se modo de flambagem semelhante ao do cisalhamento. No entanto, à medida que o enrijecedor se aproximou da posição ótima referente a essa solicitação, $d/b = 0,500$, foi observado o modo correspondente à flexão pura. Já para enrijecedores flexíveis, reparou-se a presença de uma semi-onda na região superior do painel, disposta na diagonal.

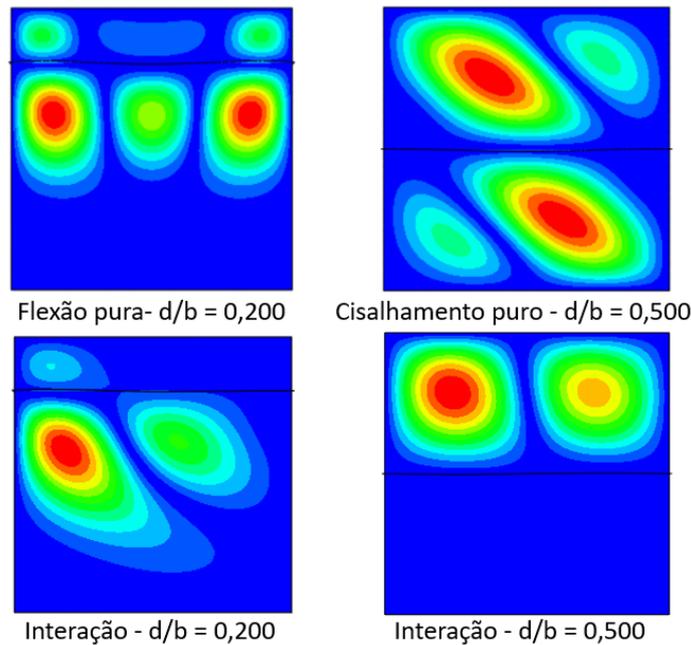


Figura 4.46 – Modos de flambagem considerando a ação isolada e a interação de flexão e cisalhamento.

4.4.1.3 Influência da proporção entre tensões na posição ótima do enrijecedor

Para avaliação da posição ótima em chapas submetidas a diferentes proporções entre tensões normais devido flexão e cisalhamento, foi utilizado um enrijecedor com $\gamma = 148,687$ (22x230mm), o qual é considerado rígido para todas razões de aspecto estudadas.

Por meio dos resultados obtidos, constatou-se que, à medida que a relação σ/τ aumenta, a posição ótima do enrijecedor tende àquela observada para a flexão pura, $d/b = 0,200$. No entanto, observa-se comportamentos distintos entre algumas razões de aspecto. A chapa com $\alpha = 0,5$ alcança valores menores para a relação d/b quando comparada às demais razões de aspecto, considerando razões inferiores de σ/τ . O mesmo comportamento, mas de forma mais sutil, é observado ao confrontar casos de $\alpha = 1,0$ com os de $\alpha = 1,5$ e $2,0$ (Figura 4.47).

Ao final da análise, concluiu-se que, o cisalhamento tem influência mais intensa em chapas com maiores razões de aspecto, que atingem comportamento semelhante ao observado na flexão pura, para casos em que a tensão normal é muito maior que a cisalhante. Contudo, a influência do cisalhamento acontece até certo limite da razão de aspecto, sendo que a partir de determinado valor desse parâmetro, são observados comportamentos muito semelhantes, como para os casos de $\alpha = 1,5$ e $2,0$. A Tabela 4.13 apresenta os resultados das posições ótimas obtidas de acordo com a relação σ/τ .

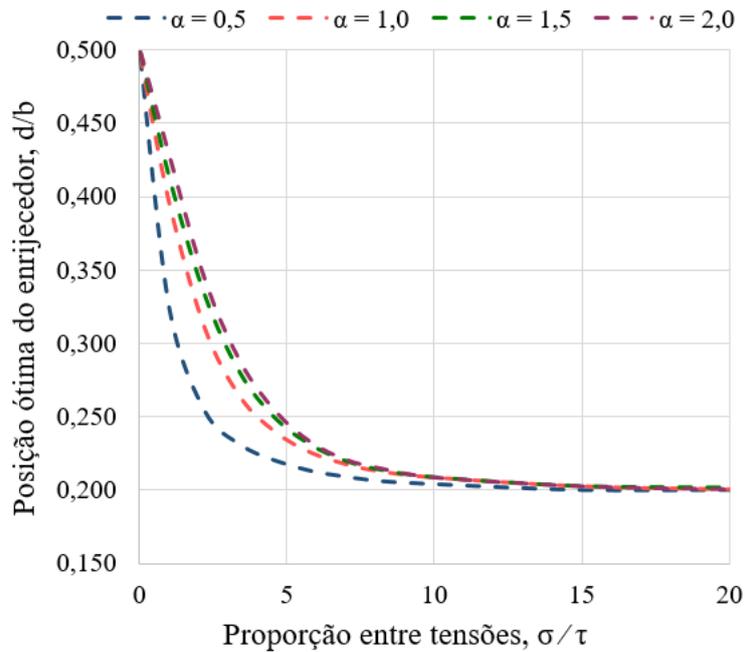


Figura 4.47 – Influência da relação σ/τ na posição ótima do enrijecedor.

Tabela 4.13 – Resultados da posição ótima em função de σ/τ .

σ/τ	d/b			
	$\alpha = 0,5$	$\alpha = 1,0$	$\alpha = 1,5$	$\alpha = 2,0$
0,02	0,495	0,497	0,498	0,498
0,04	0,491	0,494	0,496	0,497
1,00	0,324	0,396	0,413	0,428
2,20	0,254	0,311	0,333	0,344
3,40	0,231	0,264	0,280	0,288
4,60	0,220	0,240	0,249	0,254
5,80	0,213	0,226	0,231	0,233
7,00	0,209	0,218	0,220	0,221
8,20	0,206	0,213	0,214	0,215
10,00	0,204	0,209	0,209	0,209
15,00	0,200	0,203	0,203	0,203
20,00	0,200	0,201	0,202	0,201

4.4.2 Painéis com 2 enrijecedores

No estudo da posição ótima em painéis sujeitos à combinação de flexão e cisalhamento, utilizaram-se enrijecedores com rigidez à flexão igual a 278,916 (26x280mm). Os resultados do enrijecedor superior são apresentados na Tabela 4.14 e na Figura 4.48, enquanto o comportamento do inferior é descrito na Tabela 4.15 e na Figura 4.49.

Ao analisar os resultados, conclui-se que, ambos enrijecedores possuem comportamentos semelhantes. O aumento da proporção entre as tensões normais e cisalhantes conduz a posições e modos de flambagem próximos ao caso de flexão pura, sendo esses observados, primeiramente, em chapas com razão de aspecto igual a 0,5.

Tabela 4.14 – Posição ótima para o enrijecedor superior em chapas com 2 enrijecedores e submetidas à combinação flexão e cisalhamento.

σ/τ	d_1/b			
	$\alpha = 0,5$	$\alpha = 1,0$	$\alpha = 1,5$	$\alpha = 2,0$
0,02	0,321	0,321	0,321	0,321
0,04	0,319	0,320	0,320	0,320
1,00	0,234	0,255	0,261	0,263
2,20	0,174	0,202	0,208	0,213
3,40	0,149	0,169	0,177	0,181
4,60	0,138	0,149	0,157	0,161
5,80	0,132	0,138	0,143	0,146
7,00	0,128	0,132	0,134	0,136
8,20	0,125	0,128	0,130	0,131
10,00	0,123	0,125	0,126	0,127
15,00	0,120	0,121	0,123	0,124
20,00	0,119	0,121	0,121	0,122

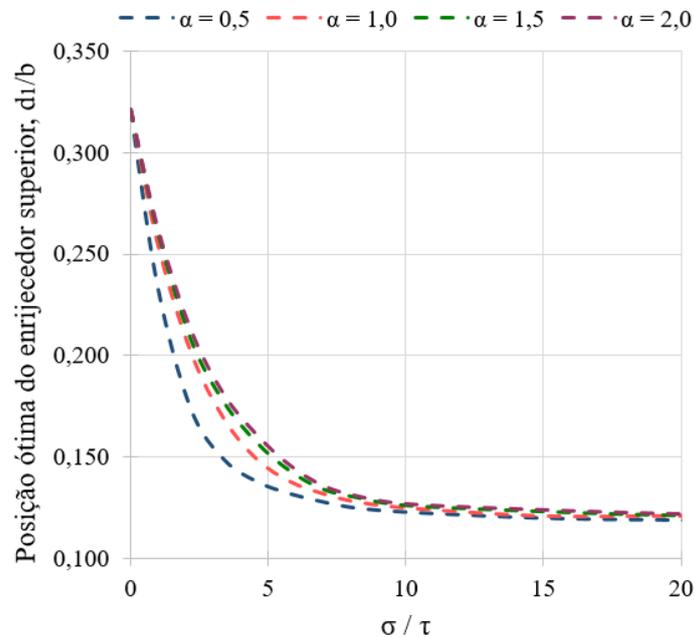


Figura 4.48 – d_1/b em função de σ/τ para chapas com 2 enrijecedores.

Tabela 4.15 - Posição ótima para o enrijecedor inferior em chapas com 2 enrijecedores e submetidas à combinação flexão e cisalhamento.

σ/τ	d_2/b			
	$\alpha = 0,5$	$\alpha = 1,0$	$\alpha = 1,5$	$\alpha = 2,0$
0,02	0,675	0,675	0,676	0,676
0,04	0,673	0,674	0,675	0,675
1,00	0,552	0,596	0,607	0,610
2,20	0,423	0,502	0,519	0,533
3,40	0,364	0,418	0,445	0,456
4,60	0,335	0,366	0,386	0,397
5,80	0,318	0,335	0,346	0,355
7,00	0,308	0,317	0,322	0,326
8,20	0,301	0,306	0,309	0,311
10,00	0,295	0,298	0,300	0,302
15,00	0,287	0,290	0,291	0,292
20,00	0,284	0,286	0,288	0,289

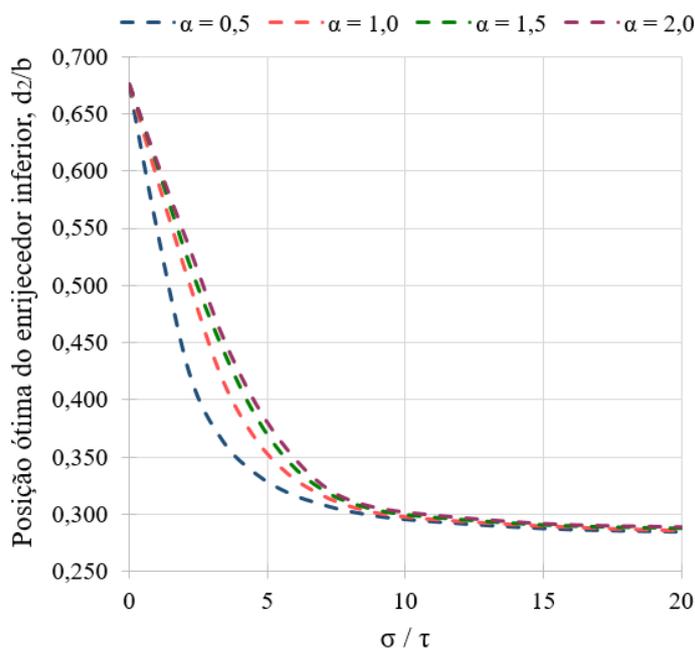


Figura 4.49 – d_2/b em função de σ/τ para chapas com 2 enrijecedores.

4.4.3 Painéis com 3 enrijecedores

Enrijecedores com $\gamma = 352,180$ (28x300mm) foram adotados para a avaliação da posição ótima dos modelos em questão. Ressalta-se que, os elementos utilizados são considerados rígidos para todos os casos do presente estudo. Os resultados da análise são apresentados na Figura 4.50 a Figura 4.52 e na Tabela 4.16 a Tabela 4.18.

O comportamento dos painéis enrijecidos diante da influência da relação σ/τ segue os mesmos padrões observados para os casos anteriores. No entanto, diferente do enrijecedor superior, o central e o inferior não foram capazes de alcançar posições ótimas próximas daquelas encontradas para o caso de flexão pura quando $\sigma/\tau = 20$. Nesse sentido, conclui-se que, para atingir tais posições, seria necessário considerar casos em que as tensões normais, devido à flexão, são muito maiores que as cisalhantes com razões acima de 20. O mesmo comportamento não é observado para os caso em que $\sigma/\tau = 0,02$, no qual as posições dos enrijecedores são muito próximas daquelas observadas para o cisalhamento puro.

Tabela 4.16 - Posição ótima para o enrijecedor superior em chapas com 3 enrijecedores e submetidas à combinação flexão e cisalhamento.

σ/τ	d_1/b			
	$\alpha = 0,5$	$\alpha = 1,0$	$\alpha = 1,5$	$\alpha = 2,0$
0,02	0,235	0,235	0,235	0,235
0,04	0,234	0,235	0,235	0,235
1,00	0,179	0,188	0,189	0,192
2,20	0,135	0,149	0,153	0,157
3,40	0,113	0,126	0,131	0,135
4,60	0,103	0,111	0,117	0,121
5,80	0,097	0,102	0,107	0,110
7,00	0,093	0,096	0,099	0,102
8,20	0,091	0,093	0,095	0,097
10,00	0,089	0,091	0,092	0,093
15,00	0,087	0,089	0,090	0,091
20,00	0,086	0,088	0,089	0,090

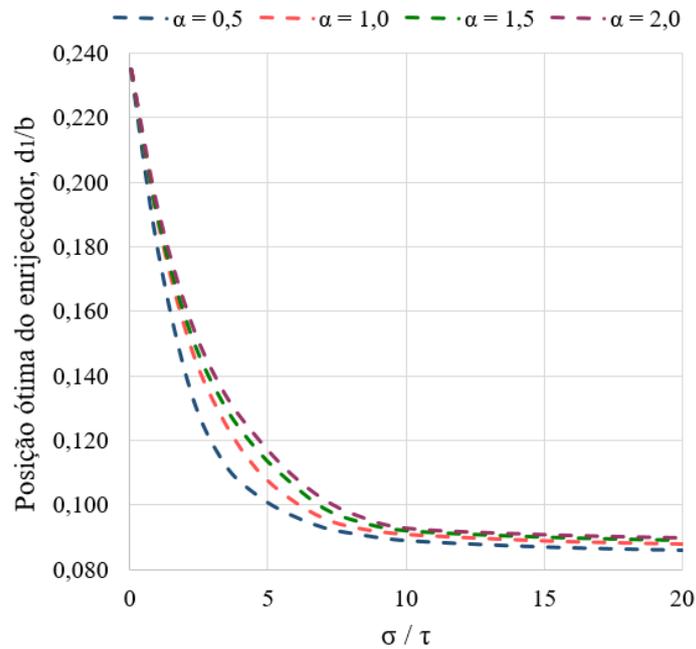


Figura 4.50 - d_1/b em função de σ/τ para chapas com 3 enrijecedores.

Tabela 4.17 - Posição ótima para o enrijecedor central em chapas com 3 enrijecedores e submetidas à combinação flexão e cisalhamento.

σ/τ	d_2/b			
	$\alpha = 0,5$	$\alpha = 1,0$	$\alpha = 1,5$	$\alpha = 2,0$
0,02	0,498	0,499	0,499	0,499
0,04	0,496	0,497	0,497	0,497
1,00	0,412	0,427	0,429	0,435
2,20	0,316	0,353	0,361	0,368
3,40	0,264	0,298	0,309	0,318
4,60	0,239	0,260	0,275	0,282
5,80	0,224	0,237	0,248	0,257
7,00	0,216	0,223	0,229	0,237
8,20	0,210	0,215	0,219	0,223
10,00	0,205	0,210	0,213	0,214
15,00	0,199	0,203	0,207	0,209
20,00	0,197	0,201	0,204	0,206

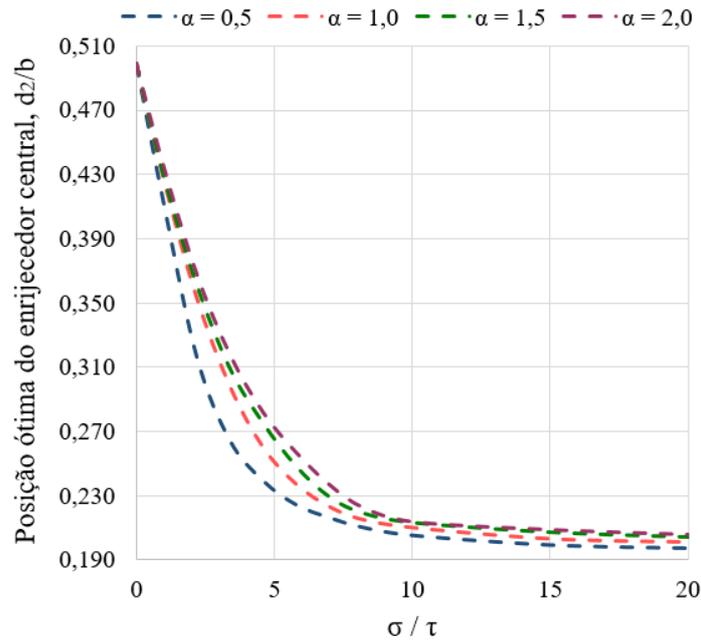


Figura 4.51 – d_2/b em função de σ/τ para chapas com 3 enrijecedores.

Tabela 4.18 - Posição ótima para o enrijecedor inferior em chapas com 3 enrijecedores e submetidas à combinação flexão e cisalhamento.

σ/τ	d_3/b			
	$\alpha = 0,5$	$\alpha = 1,0$	$\alpha = 1,5$	$\alpha = 2,0$
0,02	0,762	0,762	0,762	0,762
0,04	0,760	0,761	0,761	0,761
1,00	0,681	0,702	0,706	0,708
2,20	0,546	0,620	0,636	0,646
3,40	0,459	0,530	0,558	0,575
4,60	0,411	0,454	0,487	0,503
5,80	0,383	0,407	0,428	0,446
7,00	0,365	0,378	0,388	0,401
8,20	0,355	0,362	0,367	0,372
10,00	0,345	0,351	0,355	0,357
15,00	0,334	0,339	0,342	0,345
20,00	0,330	0,335	0,339	0,341

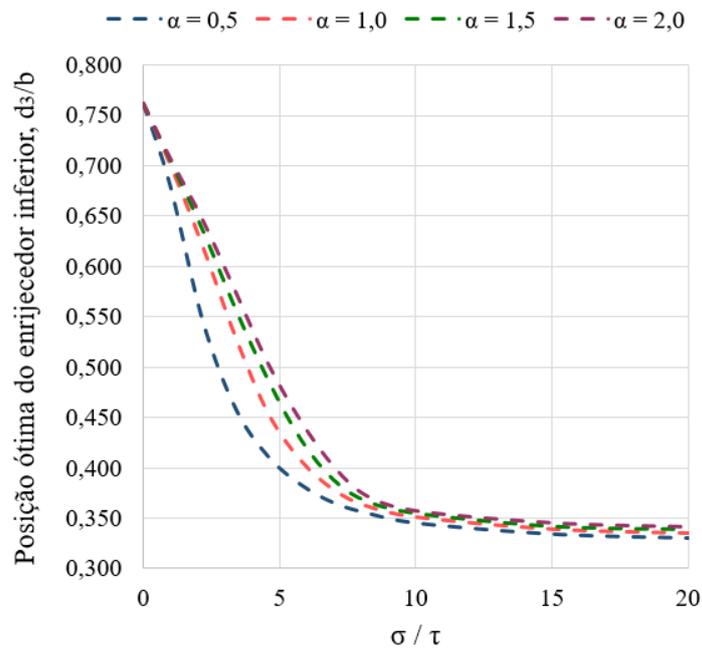


Figura 4.52 – d_3/b em função de σ/τ para chapas com 3 enrijecedores.

4.5 ANÁLISE DAS FORMULAÇÕES DE RIGIDEZ E RESULTADOS DE POSIÇÃO ÓTIMA ENCONTRADOS NA LITERATURA

A seguir, parte dos resultados obtidos no presente estudo são confrontados às respostas do trabalho de Vu *et al.* (2019), os quais propuseram formulações para determinar a rigidez a partir da qual são observados comportamentos de flambagem local. Além disso, o estudo desenvolvido pelos autores, também foi utilizado para comparar os valores da posição ótima dos enrijecedores em chapas submetidas à flexão. Detalhes da pesquisa são encontrados no capítulo 2.

Os autores estudaram painéis submetidos à flexão com 1 e múltiplos enrijecedores, sendo propostas formulações para obter a inércia mínima desses elementos, conforme as Equações (2.2), (2.3) e (2.4). A partir da inércia mínima, foram calculados os valores da rigidez mínima, os quais foram confrontados aos resultados obtidos numericamente (Figura 4.53).

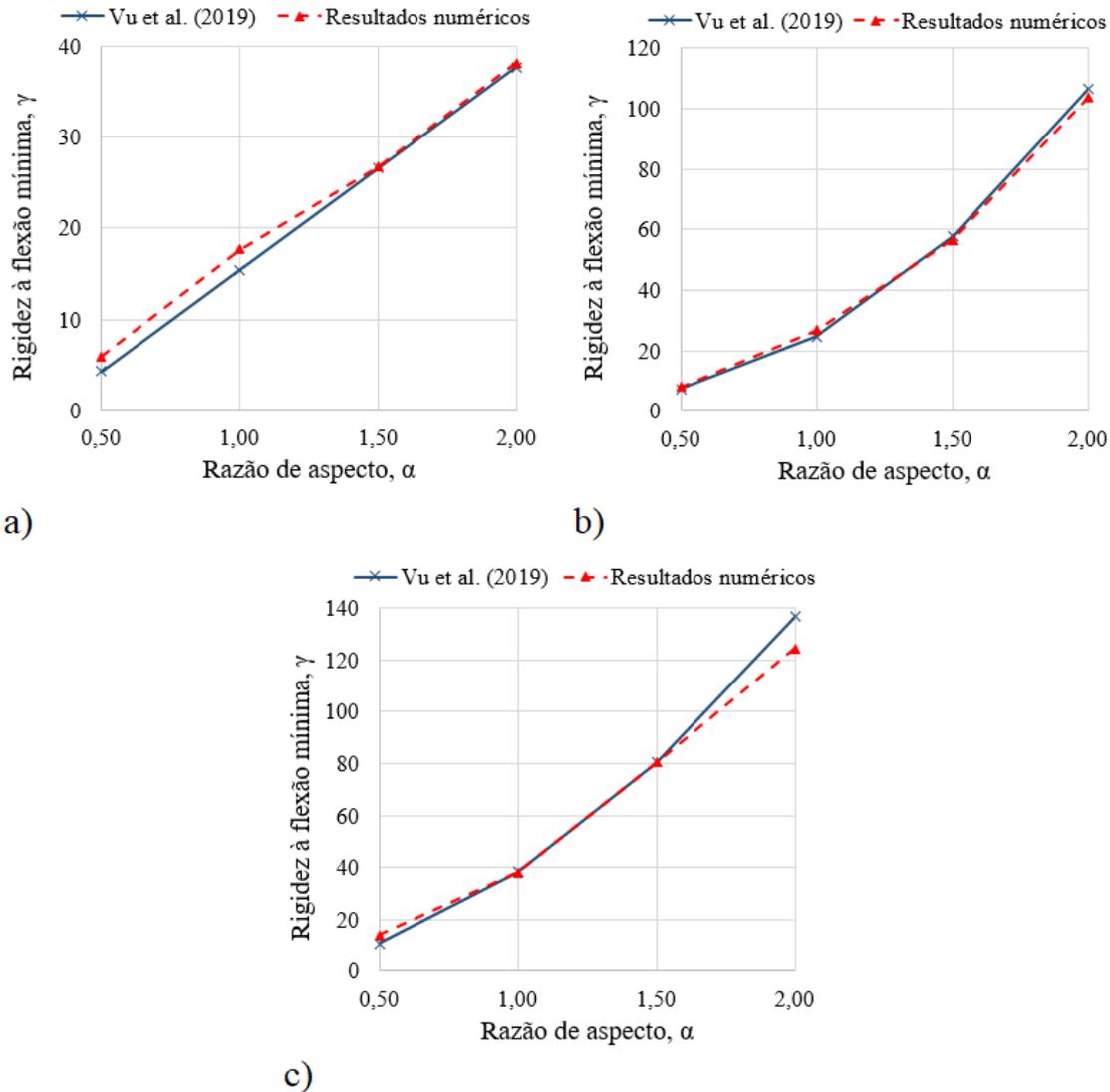


Figura 4.53 – Comparação das rigidezes mínimas obtidas numericamente e por Vu *et al.* (2019) para painéis com: a) 1 enrijecedor b) 2 enrijecedores c) 3 enrijecedores.

Observa-se uma grande precisão nas formulações desenvolvidas pelos autores. O único caso em que foi verificada uma diferença mais elevada em relação às equações propostas é para o painel constituído por 3 enrijecedores com $\alpha = 2,0$. Tal diferença pode ser justificada pelo fato de os autores terem desenvolvido formulações de inércia mínima para chapas enrijecidas por múltiplos enrijecedores considerando razões de aspecto inferiores à 1,6.

Ressalta-se que, o cálculo da inércia do enrijecedor foi realizado por meio da norma americana AASHTO (2012), que também foi utilizada pelos autores. Por ter considerações distintas em relação à área da chapa adjacente, a EN 1993-1-5:2006 resulta em valores maiores para a inércia e, conseqüentemente, para a rigidez à flexão. A Figura

4.54 apresenta as definições da AASHTO para seção do painel enrijecedor considerado no cálculo e as Equações (4.9) e (4.10) descrevem as formulações da norma.

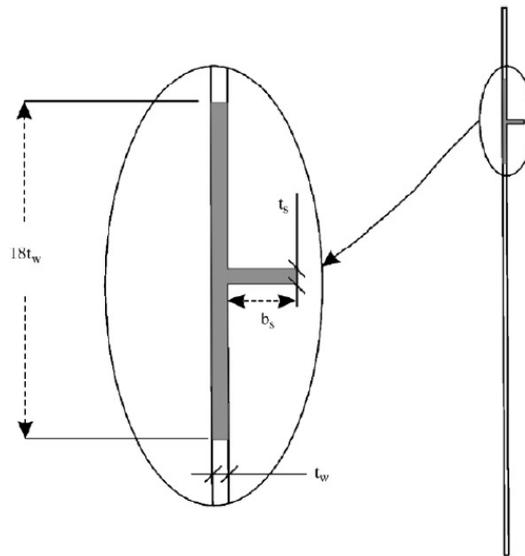


Figura 4.54 – Região considerada no cálculo da inércia do enrijecedor pela norma americana (ALINIA E MOOSAVI, 2008).

$$I_s = \frac{t_s h_s^3}{12} + t_s h_s \left(\frac{h_s}{2} - y_o \right)^2 + \frac{18t_w^4}{12} + 18t_w^2 y_o^2 \quad (4.9)$$

$$y_o = \frac{t_s h_s^2}{2(t_s h_s + 18t_w^2)} \quad (4.10)$$

Onde:

- I_s é o momento de inércia do enrijecedor

Os resultados das posições ótimas obtidas para as chapas com múltiplos enrijecedores e submetidas à flexão pura são confrontados com os valores encontrados por Vu *et al.* (2019) e apresentados na Tabela 4.19 e na Tabela 4.20. Ressalta-se que, são comparados somente os casos cujas razões de aspecto são comuns a ambos estudos. Observa-se grande semelhança nos resultados encontrados, sendo a maior diferença igual a 2,62%.

Tabela 4.19 - Resultados numéricos e valores obtidos por Vu et al. (2019) para as posições ótimas em chapas constituídas por 2 enrijecedores e submetidas à flexão.

Posição Ótima	$\alpha = 0,5$		$\alpha = 1,0$	
	Vu et al. (2019)	Estudo numérico	Vu et al. (2019)	Estudo numérico
d_1/b	0,121	0,120	0,121	0,120
d_2/b	0,278	0,280	0,277	0,280

Tabela 4.20 - Resultados numéricos e valores obtidos por Vu et al. (2019) para as posições ótimas em chapas constituídas por 3 enrijecedores e submetidas à flexão.

Posição Ótima	$\alpha = 0,5$		$\alpha = 1,0$	
	Vu et al. (2019)	Estudo numérico	Vu et al. (2019)	Estudo numérico
d_1/b	0,087	0,086	0,087	0,087
d_2/b	0,190	0,193	0,191	0,196
d_3/b	0,317	0,323	0,323	0,326

4.6 EN 1993-1-5:2006 E EBPLATE

4.6.1 Introdução

Foi desenvolvido um estudo para comparar as tensões críticas do modelo numérico com os valores obtidos por meio do EBPlate 2.01 e das formulações analíticas da EN 1993-1-5:2006. Para tanto, considerou-se um painel com espessura, altura e comprimento iguais a 10, 3500 e 5250 milímetros, respectivamente. Para o enrijecedor foram consideradas uma espessura fixa de 16mm, largura variando entre 30 e 120mm e diferentes quantidades de acordo com o tipo de solicitação (flexão, compressão e cisalhamento).

As dimensões escolhidas possibilitaram compreender as considerações da norma europeia e do EBPlate em relação ao comportamento de flambagem da chapa diante da variação da rigidez à flexão com valores fixos para a esbeltez do painel. Ressalta-se que, como a EN 1993-1-5:2006 considera somente casos de flambagem global para a obtenção da tensão crítica, todos os enrijecedores do presente estudo numérico são classificados como flexíveis para os casos analisados.

4.6.2 Flexão

Para os casos de flexão pura, a norma permite a consideração de até 2 enrijecedores na região comprimida por meio da teoria do pilar fictício, explicada no subitem 2.5.1.1.2. Para tanto, no painel enrijecido por um único elemento, o enrijecedor foi inserido na posição correspondente à relação $d/b = 0,250$, enquanto na chapa constituída por dois enrijecedores, foram adotadas para as posições as relações equivalentes a $d_1/b = 0,167$ e $d_2/b = 0,333$.

Ao comparar as tensões críticas, percebeu-se comportamentos análogos em relação aos três métodos considerados. A partir do aumento da rigidez à flexão, proporcionado pelo acréscimo na largura do enrijecedor, foi observado o aumento dos valores obtidos para as tensões críticas (Figura 4.55). Esse comportamento já era esperado pelo fato de o aumento da resistência à flambagem ser consequência do uso de elementos com maiores dimensões para o enrijecimento da chapa. Nos painéis constituídos por 1 e 2 enrijecedores, os resultados encontrados para o modelo numérico superaram os valores obtidos pelo EBPlate, exceto para os casos referentes às menores larguras do enrijecedor, nos quais foram verificadas tensões críticas semelhantes em ambos os métodos. Em relação à norma europeia, foram observadas tensões críticas muito inferiores aos valores obtidos numericamente.

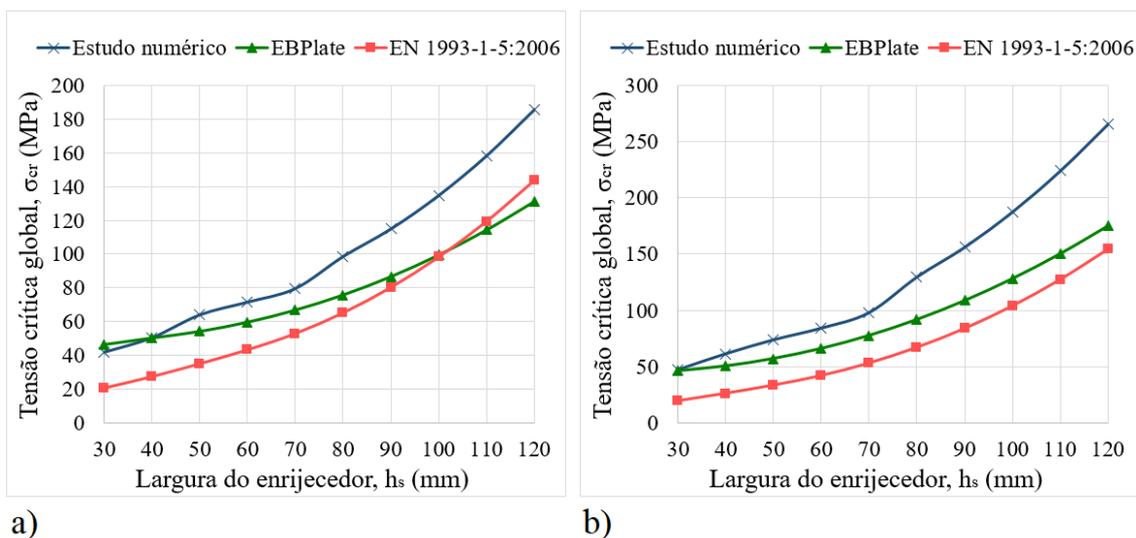


Figura 4.55 – Comparação das tensões críticas obtidas para chapas submetidas à flexão e enrijecidas por: a) 1 enrijecedor b) 2 enrijecedores.

4.6.3 Compressão

No estudo da compressão pura, considerou-se painéis constituídos por 2 e 4 enrijecedores espaçados igualmente ao longo da altura da chapa. Assim, foram analisados os resultados provenientes tanto das formulações do pilar fictício, quanto da placa ortotrópica.

Para chapas com 2 enrijecedores (Figura 4.56.a), tanto a norma quanto o EBPlate alcançaram resultados muito próximos aos numéricos, porém em intervalos diferentes. Antes de $h_s = 80$, enquanto o EBPlate apresentou tensões críticas semelhantes ao ABAQUS, os valores da norma europeia foram inferiores aos resultados desses dois métodos. No entanto, a partir de $h_s = 80$, houve uma inversão desse comportamento, de modo que as tensões críticas provenientes da EN 1993-1-5:2006 e do ABAQUS praticamente coincidiram.

Em relação aos painéis com 4 enrijecedores (Figura 4.56.b), foi observada uma semelhança entre as tensões críticas obtidas por meio da norma e do EBPlate. No entanto, ao confrontar os resultados da EN 1993-1-5:2006 com o ABAQUS, percebe-se a proximidade das tensões críticas somente para $h_s < 80$, sendo que a partir desse ponto, há um gradativo afastamento entre as curvas.

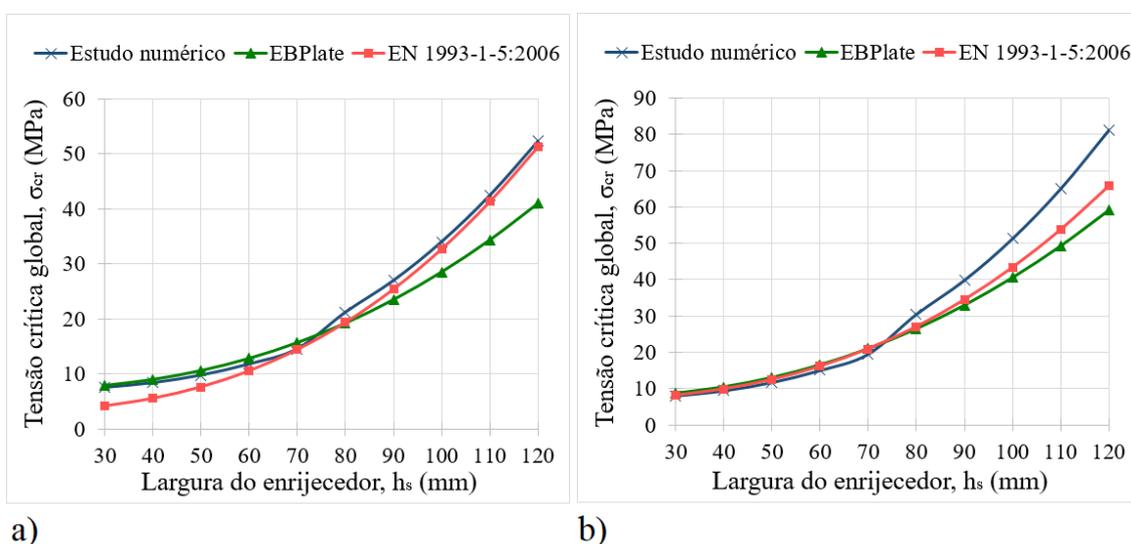


Figura 4.56 - Comparação das tensões críticas obtidas para chapas submetidas à compressão e enrijecidas por: a) 2 enrijecedor b) 4 enrijecedores.

Em todos os casos analisados, tanto para flexão quanto para compressão, os resultados da norma foram similares ou inferiores aos do ABAQUS. Diferentemente das simplificações adotadas nas formulações da EN 1993-1-5:2006, as simulações numéricas são capazes de

perceber a pequena influência da rigidez à torção do enrijecedor e são mais sensíveis aos modos de flambagem da chapa, identificando inclusive modos acoplados. Além disso, o ABAQUS possui algoritmos confiáveis e atestados no estudo de estabilidade, sendo o uso de elementos de casca na composição da malha um fator que proporciona maior resistência à flambagem.

4.6.4 Cisalhamento

Para avaliar as tensões críticas devido ao cisalhamento, foram considerados 2 e 4 enrijecedores distribuídos igualmente ao longo da altura dos painéis. Por meio dos resultados obtidos, observa-se uma convergência dos valores encontrados para o ABAQUS e o EBPlate, sobretudo para as maiores larguras, conforme Figura 4.57. No entanto, as tensões críticas da norma europeia são muito inferiores, sendo que a variação da largura do enrijecedor provoca alterações muito pequenas nessas tensões. Nota-se que esse comportamento é ainda mais explícito para casos com 2 enrijecedores. Nesse sentido, para os casos avaliados de cisalhamento, conclui-se que, a EN 1993-1-5:2006 apresenta resultados muito conservadores.

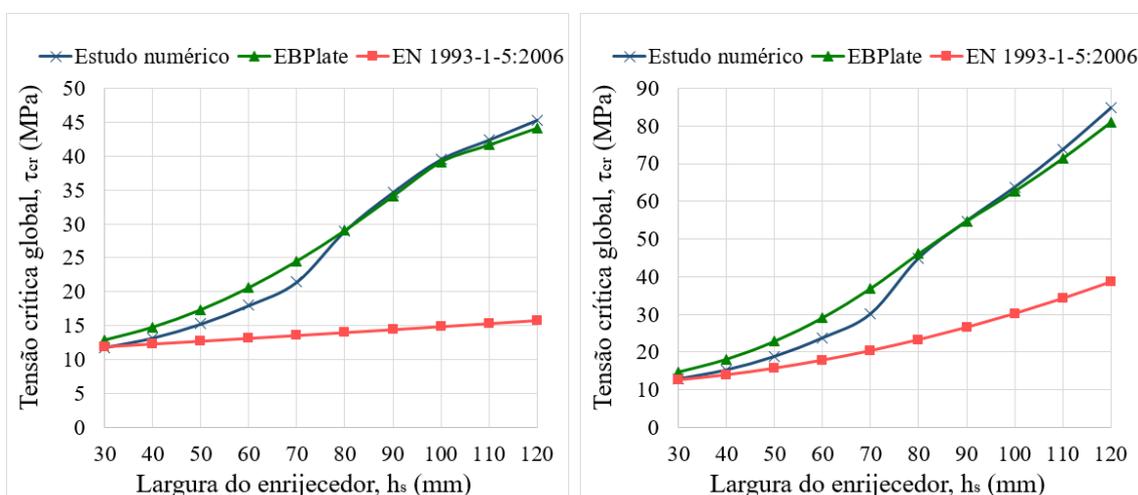


Figura 4.57 - Comparação das tensões críticas obtidas para chapas submetidas ao cisalhamento e enrijecidas por: a) 2 enrijecedor b) 4 enrijecedores.

Acredita-se que esse conservadorismo ocorre pelo fato de as formulações para o cisalhamento da norma não considerarem a influência da posição do enrijecedor ao longo da largura. No entanto, como observado no capítulo 4, à medida que a rigidez à flexão relativa do enrijecedor aumenta, a posição dos enrijecedores se torna um fator cada vez mais preponderante no comportamento à flambagem da chapa. A Figura 4.58 ilustra a comparação das tensões críticas da norma com os resultados obtidos no programa

ABAQUS para o caso de uma chapa com 2 enrijecedores inseridos nas posições correspondentes às relações $d_1/b = 0,167$ e $d_2/b = 0,333$. Nota-se uma maior aproximação dos valores da tensão crítica numérica com os valores da norma ao alterar a posição dos enrijecedores, sendo observado comportamento completamente diferente daquele ilustrado na Figura 4.57.a.

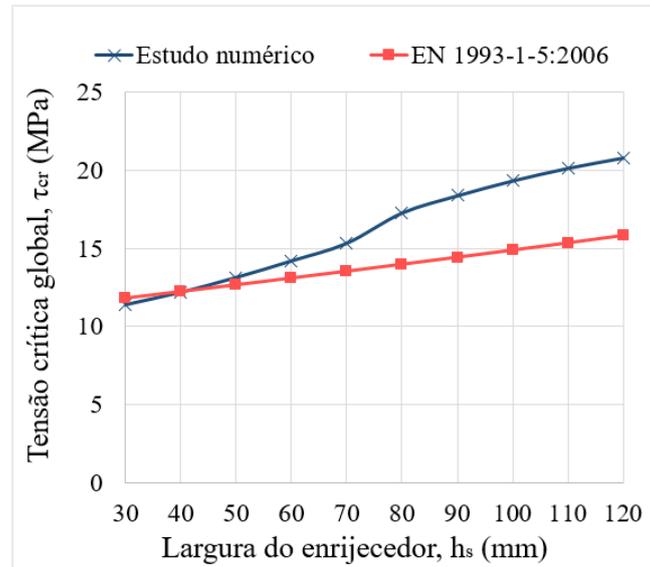


Figura 4.58 – Tensões críticas de cisalhamento obtidas numericamente e analiticamente.

5 AVALIAÇÃO DAS RESTRIÇÕES NAS BORDAS LONGITUDINAIS

5.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Almas de vigas I conectam as mesas superior e inferior da estrutura, estando as bordas longitudinais desses elementos sujeitas aos vínculos proporcionados pelas mesas, os quais podem ser semelhantes às restrições de engaste, de simples apoio ou de condição intermediária entre os dois primeiros.

Na literatura, existem alguns trabalhos que concluem que as mesas tem um comportamento semelhante ao de um engaste, no entanto, alguns destes consideram valores fixos para as dimensões desses elementos. Nesse sentido, é interessante avaliar a influência da geometria das mesas em relação a rigidez oferecida à chapa e verificar a existência ou não de mudanças significativas no comportamento quanto à flambagem de almas enrijecidas.

5.2 GEOMETRIA E MATERIAL

No estudo, foram consideradas tanto chapas enrijecidas (Figura 3.2.a) com vinculações específicas nas bordas longitudinais, quanto almas enrijecidas cujas mesas foram modeladas.

A Figura 5.1 apresenta as nomenclaturas adotadas para os elementos das vigas, assim como as respectivas dimensões. Observa-se que, os valores referentes à altura, b , ao comprimento, a , e à espessura, t_w , da chapa equivalem às dimensões adotadas no capítulo 3. Em relação ao reforço longitudinal, o estudo das restrições foi desenvolvido para apenas 1 enrijecedor, para o qual considerou-se espessura de 16 milímetros e largura variando de 30 a 180 milímetros a cada 10 unidades. Ressalta-se que, assim como no estudo da chapa enrijecida com as 4 bordas apoiadas, no estudo da influência da restrição das mesas, o enrijecedor foi classificado como um elemento espesso pertencente às classes 1, 2 ou 3, de acordo com a EN 1993-1-1:2005. Em relação às dimensões das mesas, foram considerados valores específicos para que a razão entre as áreas desses elementos e a área da alma, $2A_f/A_w$, variasse em torno de 0,5 a 2,5, proporções estudadas

por Pavlovic *et al.* (2007). Além disso, buscou-se utilizar dimensões que definissem as mesas como elementos espessos para que a flambagem local da mesa não fosse um fator influente no comportamento da estrutura a ponto de anteceder a flambagem da alma. Contudo, o caso em que t_f equivale a 13 milímetros corresponde ao único em que a mesa pode ser classificada como um elemento da classe 4. Vale ressaltar que, apesar de a mesa ser considerada esbelta, esse caso se encontra próximo aos limites definidos para a transição dentro das classificações da norma.

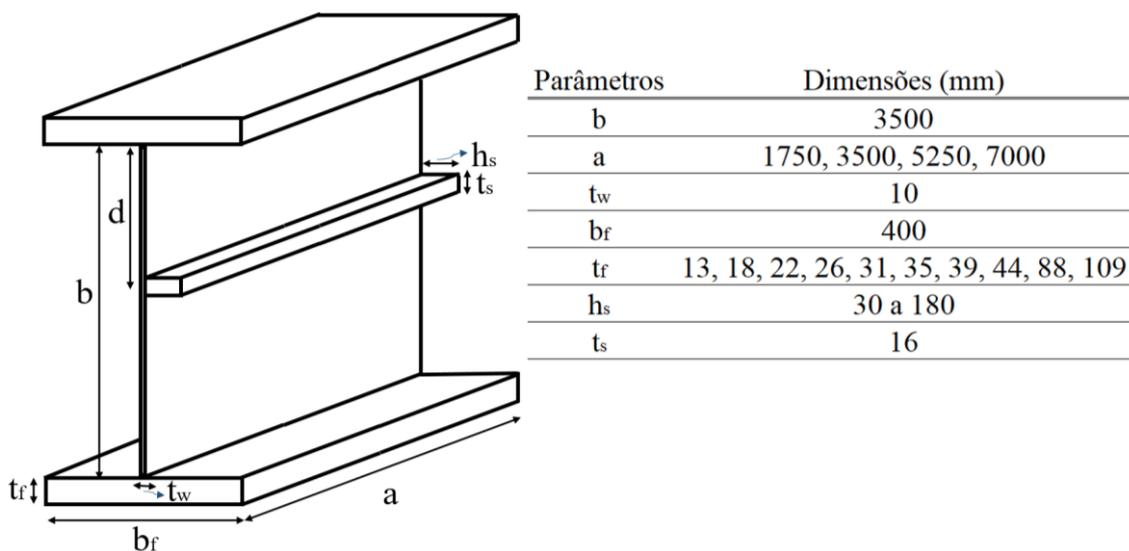


Figura 5.1 – Dimensões da viga enrijecida.

Em relação ao material, foram considerados os mesmos parâmetros mencionados no item 3.2.

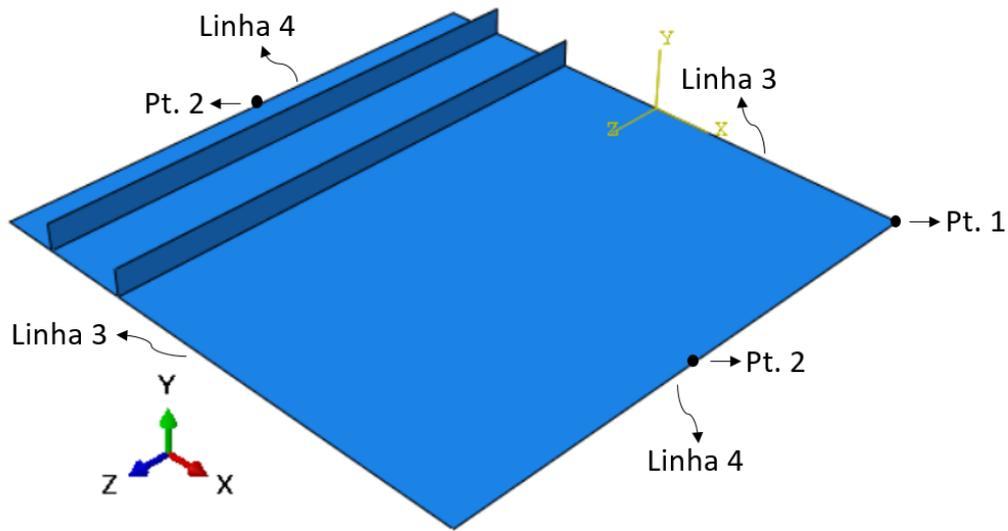
5.3 CONDIÇÕES DE CONTORNO

Para avaliar a rigidez oferecida pelas mesas à alma, foram considerados 3 modelos distintos:

- Chapa com as 4 bordas apoiadas;
- Chapa com as bordas transversais apoiadas e as bordas longitudinais engastadas;
- Chapa com as bordas transversais apoiadas e as mesas modeladas.

As condições de contorno do primeiro modelo se encontram no item 3.3. Para o segundo modelo, foram adotadas as mesmas restrições do primeiro, com exceção das bordas longitudinais, nas quais as rotações foram impedidas não somente na direção X, mas,

também, ao longo do eixo Z, conforme Figura 5.2, sendo U a translação e θ a rotação dos nós.

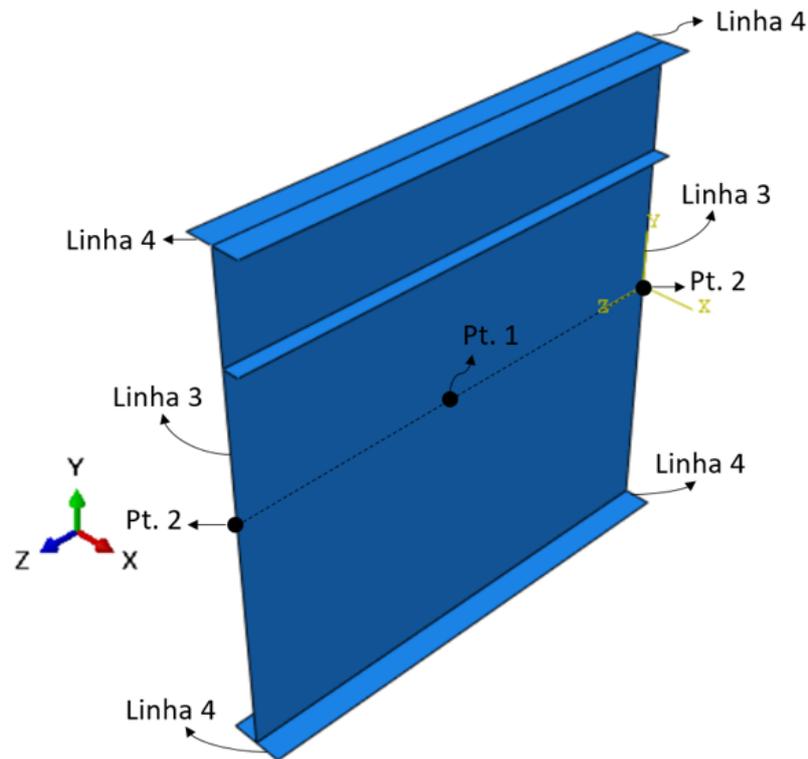


Ponto/Linha	U_x	U_y	U_z	θ_x	θ_y	θ_z
1	●	○	○	○	○	○
2	○	○	●	○	○	○
3	○	●	○	○	●	●
4	○	●	○	●	●	●

○ Livre ● Restrito

Figura 5.2 – Condições de contorno para a chapa com as bordas engastadas.

Em relação à viga, ambas extremidades da alma tiveram a translação na direção X e a rotação em torno do eixo Z restritas. Para as duas faces extremas, as mesas e o ponto central da alma foram impedidos de sofrer rotação ao longo do eixo longitudinal e de deslocar na direção Y, respectivamente. Além disso, o ponto central da seção transversal da alma, localizada no meio do vão, foi restrito na direção Z, evitando o movimento de corpo rígido nesse eixo (Figura 5.3).



Ponto/Linha	U_x	U_y	U_z	θ_x	θ_y	θ_z
1	○	○	●	○	○	○
2	○	●	○	○	○	○
3	●	○	○	○	○	●
4	○	○	○	○	○	●

○ Livre ● Restrito

Figura 5.3 – Condições de contorno utilizadas na viga enrijecida.

5.4 CARREGAMENTO

Para o carregamento, foi considerada somente a condição de flexão pura, sendo o modo de aplicação da força na chapa explicado no item 3.4 e ilustrado pela Figura 3.5.a. Em relação à viga (Figura 5.4), também foram utilizadas forças em linha do tipo *shell edge load*, de modo que as mesas foram submetidas à força normal uniforme com magnitude igual a espessura desses elementos, sendo compressão para a mesa superior e tração para a inferior. Já na alma, a força aplicada variou linearmente ao longo das bordas transversais, como representado na Figura 3.4 para o caso de $\psi = -1,00$, sendo a magnitude igual a espessura da alma nas bordas de extremidade.

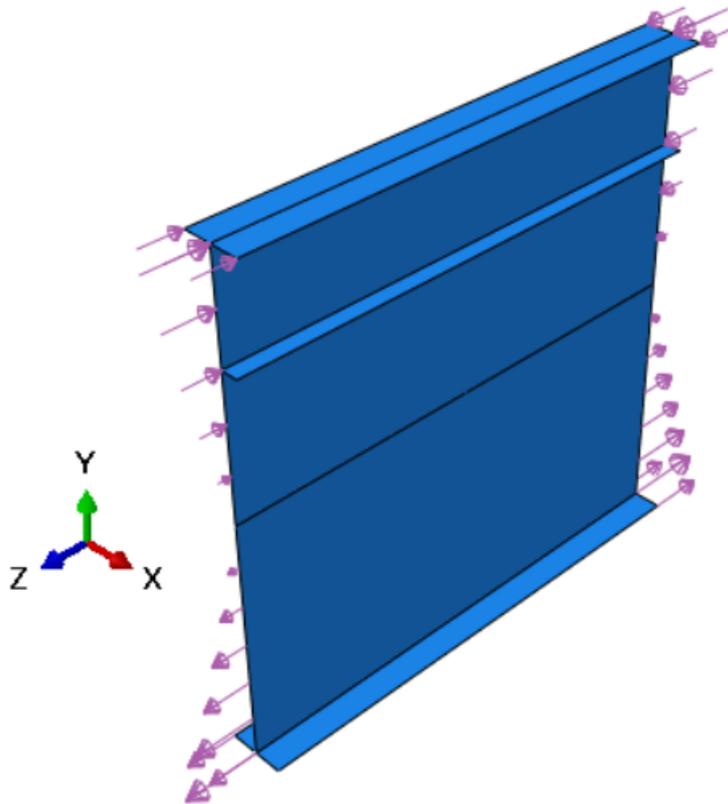


Figura 5.4 – Aplicação da força no modelo da viga.

5.5 MALHA DE ELEMENTOS FINITOS

Foi adotada a mesma malha para o estudo da chapa apoiada (Figura 5.5).

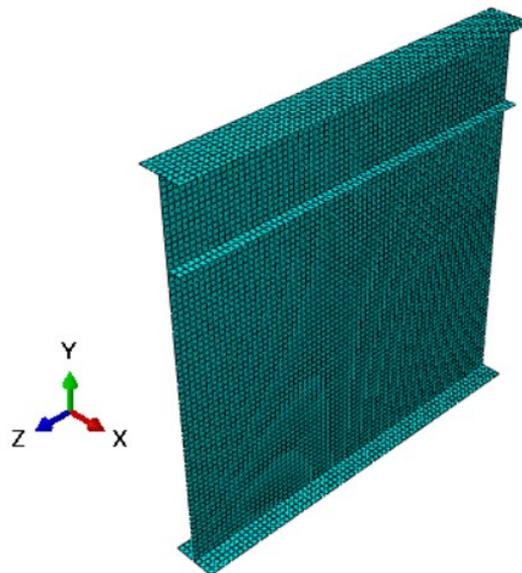


Figura 5.5 – Malha de elementos finitos na viga.

5.6 VALIDAÇÃO

O modelo de chapa enrijecida e submetida à flexão pura, foi validado a partir do trabalho elaborado por Vu *et al.* (2019a), sendo os detalhes encontrados no subitem 3.6.1. Contudo, esse modelo corresponde ao caso em que a chapa possui as 4 bordas apoiadas, sendo necessária a verificação das condições de contorno adotadas para a situação em que as bordas longitudinais são engastadas. Para tanto, considerou-se a tese de Castro e Silva (2006), na qual encontram-se modelos de chapas submetidas à compressão pura com as bordas transversais simplesmente apoiadas e as bordas longitudinais com condições de engaste (Figura 5.6), sendo os resultados dessa verificação apresentados na Tabela 5.1.

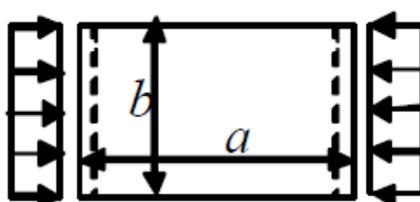


Figura 5.6 – Chapas com bordas transversais apoiadas e longitudinais engastadas (modificado, CASTRO e SILVA, 2006).

Tabela 5.1 – Coeficientes de flambagem obtidos numericamente e por Castro e Silva (2006).

a (mm)	b (mm)	α	Coeficiente de flambagem, k		Diferença (%)
			Estudo Numérico	Castro e Silva (2006)	
80	200	0,4	9,61	9,62	0,11
120	200	0,6	7,11	7,11	0,06
160	200	0,8	7,36	7,36	0,03
200	200	1,0	7,77	7,69	-0,97
240	200	1,2	7,11	7,11	0,06
280	200	1,4	7,05	7,05	0,02
320	200	1,6	7,36	7,46	1,39
360	200	1,8	7,11	7,11	0,06
400	200	2,0	7,02	7,02	0,02
440	200	2,2	7,12	7,12	0,03

Ao confrontar os resultados com as respostas dos modelos de Castro e Silva (2006), observam-se diferenças muito pequenas, sendo encontrado valor máximo de 1,39%. Nesse sentido, conclui-se que, as restrições utilizadas para representar a condição de engaste são adequadas e conduz ao comportamento esperado.

Em relação ao modelo numérico da viga, a validação foi realizada a partir do estudo de Elbanna *et al.* (2014), os quais analisaram uma estrutura constituída por mesas de 18 e 200 milímetros de espessura e de largura, respectivamente, e por alma com altura e espessura de 1000 e 3 milímetros, nesta ordem. A Figura 5.7 apresenta a comparação dos resultados obtidos no estudo numérico com aqueles encontrados pelos autores.

Nos gráficos de coeficiente de flambagem em função da posição do enrijecedor, observa-se que, para todas razões de aspecto houve concordância entre os resultados de Elbanna *et al.* (2014) e os do presente estudo, sendo encontrada diferença máxima de 5,88%, correspondente ao caso de $\alpha = 1,0$ e $d/b = 0,250$.

Por fim, conclui-se que, o modelo numérico desenvolvido para a viga representa de maneira adequada a flambagem elástica sob solicitação de flexão.

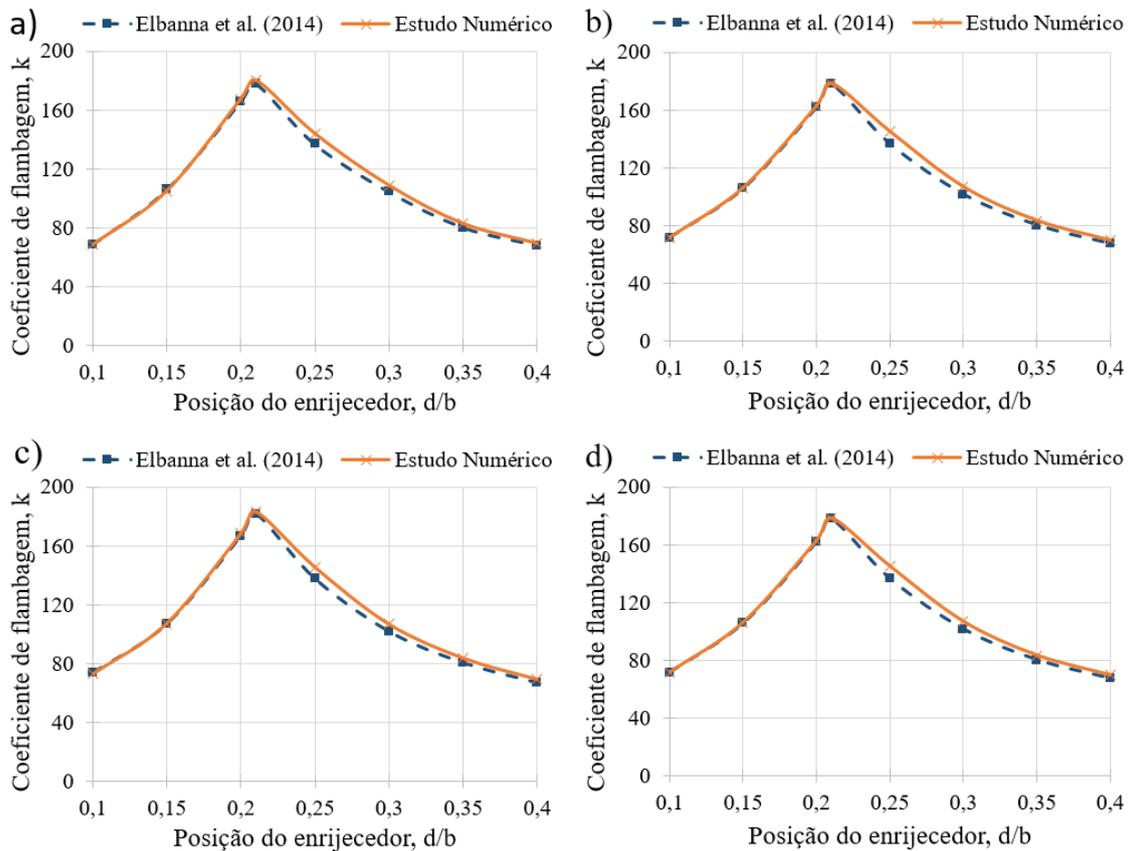


Figura 5.7 – Coeficientes de flambagem obtidos numericamente e por Elbanna *et al.* (2014) para: a) $\alpha = 0,5$ b) $\alpha = 1,0$ c) $\alpha = 1,5$ d) $\alpha = 2,0$.

5.7 RESULTADOS

A influência da restrição da mesa foi estudada considerando vários parâmetros geométricos, dentre esses a razão de aspecto da alma, a posição e a largura do reforço longitudinal e a espessura das mesas.

Em relação à localização e à rigidez do enrijecedor, verificou-se que, esses parâmetros tem uma grande influência no coeficiente e no formato do modo de flambagem da estrutura. Na Figura 5.8, observa-se que, para a menor rigidez à flexão, o valor do coeficiente de flambagem é praticamente constante, independentemente da posição do enrijecedor. À medida que essa rigidez aumenta, a localização desse elemento começa a interferir no coeficiente, sendo observadas mudanças no modo de flambagem da alma. Destaca-se que, a partir de $\gamma = 21,900$, não foram observadas mudanças significativas na posição ótima do enrijecedor e no valor correspondente do coeficiente de flambagem, indicando que o reforço longitudinal atingiu a rigidez mínima, garantindo a flambagem local da alma em qualquer posição que possa ocupar.

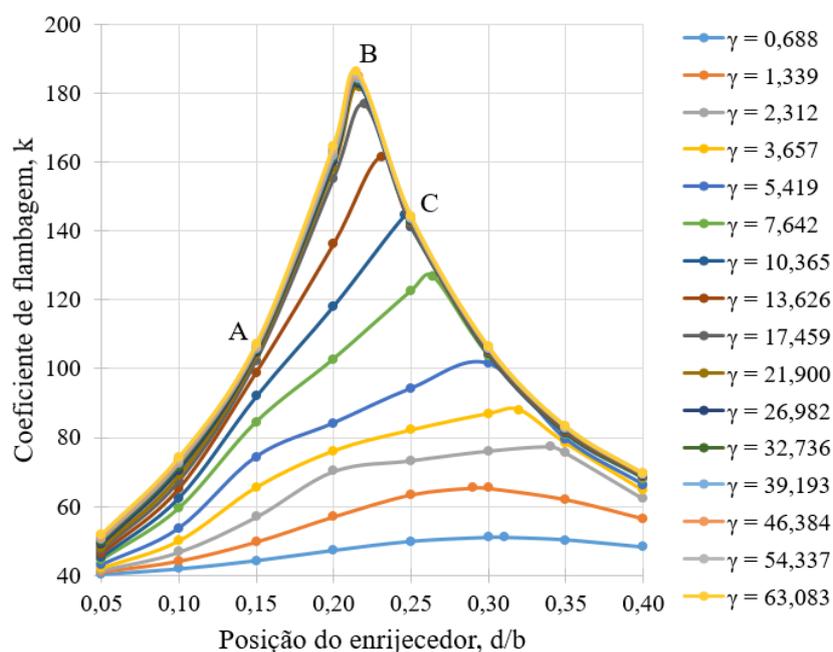


Figura 5.8 – Coeficiente de flambagem em função da posição do enrijecedor para vigas com $\alpha = 1,0$ e razão $2A_f/A_w = 1,0$.

O comportamento ilustrado na Figura 5.8 também foi observado para as demais razões de aspecto e vigas, porém com resultados distintos para as posições ótimas e rigidezes mínimas do enrijecedor.

Os pontos A, B e C, exibidos na Figura 5.8, referem-se às posições do enrijecedor para o caso em que γ é igual a 32,736, cujos modos de flambagem são apresentados na Figura 5.9. Ressalta-se que, para esse valor de rigidez relativa à flexão, tem-se um enrijecedor rígido, sendo encontradas somente situações de flambagem nos subpainéis. Dessa forma, para casos em que o reforço longitudinal é introduzido em posições acima da ótima, observa-se a ocorrência da flambagem no subpainel inferior. Em contrapartida, para situações em que esse elemento encontra-se abaixo dessa posição, tem-se a ocorrência da flambagem no subpainel superior. Já para os casos em que o enrijecedor é inserido na posição ótima, nota-se que, ambos subpainéis deslocam lateralmente, sendo encontrado o maior valor para o coeficiente de flambagem e , conseqüentemente, para a tensão crítica.

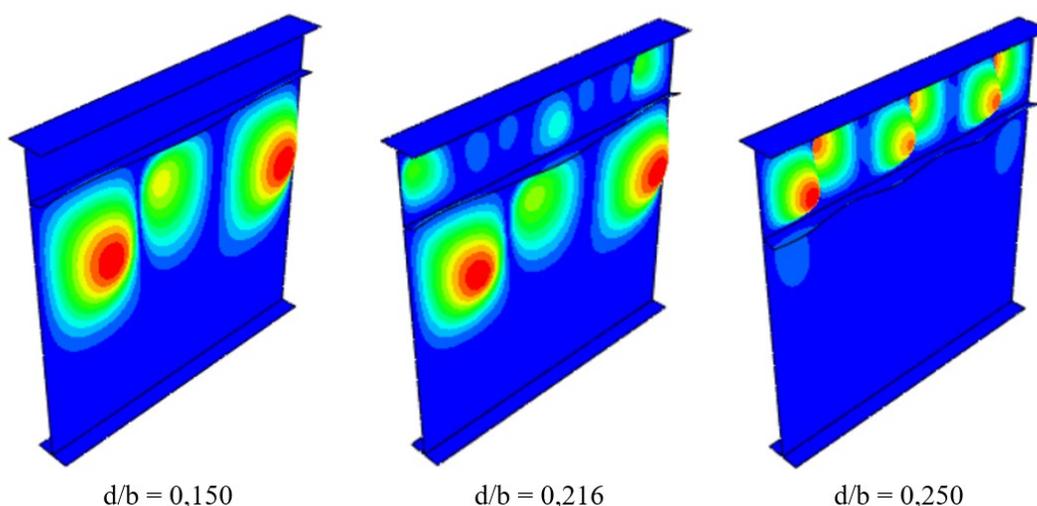


Figura 5.9 – Modos de flambagem de acordo com a posição do enrijecedor para vigas com $\alpha = 1,0$, razão $2A_f/A_w = 1,0$ e $h_s = 140$.

Em relação à razão de aspecto, foram observados comportamentos distintos entre os modelos com as menores e as maiores razões entre as áreas dos elementos, $2A_f/A_w$. Como já explicado no subitem 4.2.1.2.2, em painéis com as bordas apoiadas, considerando espessura fixa para a alma, quanto maior a razão de aspecto, maiores são as dimensões do enrijecedor necessárias para o alcance da rigidez à flexão mínima. No entanto, em chapas com as bordas longitudinais engastadas, o mesmo comportamento não é observado. A partir de $\alpha = 1,0$, devido à rigidez das vinculações do engaste, a razão de aspecto não interfere no valor mínimo de γ , sendo verificados coeficientes e modos de flambagem semelhantes nos painéis com razões de aspecto distintas, independentemente da largura do enrijecedor. Nesse sentido, modelos com as menores razões entre as áreas

das mesas e da alma, $2A_f/A_w$, possuem comportamento próximo ao da chapa apoiada, enquanto nos modelos com os maiores valores para essa relação, o comportamento é similar ao do painel com as bordas longitudinais engastadas, conforme ilustrado na Figura 5.10. Além disso, ao comparar a Figura 5.10.a e a Figura 5.10.d, nota-se que, pelo fato de o engaste oferecer maior rigidez à chapa, para as maiores razões de aspecto, o valor de γ em que há a transição do modo de flambagem global para o local é menor para o painel com as bordas longitudinais engastadas. Dessa forma, para um mesmo enrijecedor, pode-se ter a ocorrência do modo global para a chapa apoiada e do local para o painel com a condição de engaste (Figura 5.11).

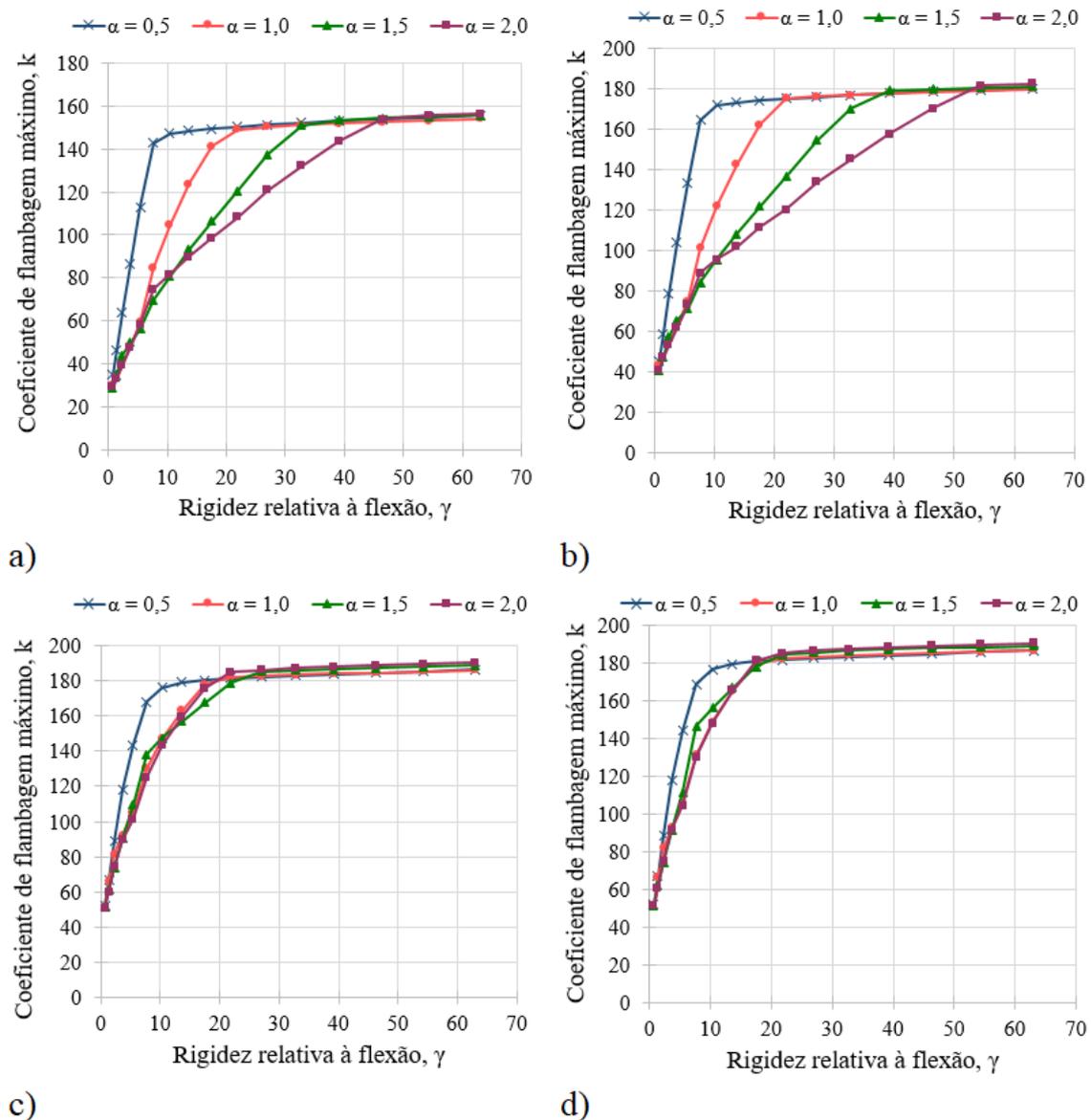


Figura 5.10 – k em função de γ para painéis com: a) bordas longitudinais apoiadas b) $2A_f/A_w = 0,4$ c) $2A_f/A_w = 2,5$ d) bordas longitudinais engastadas.

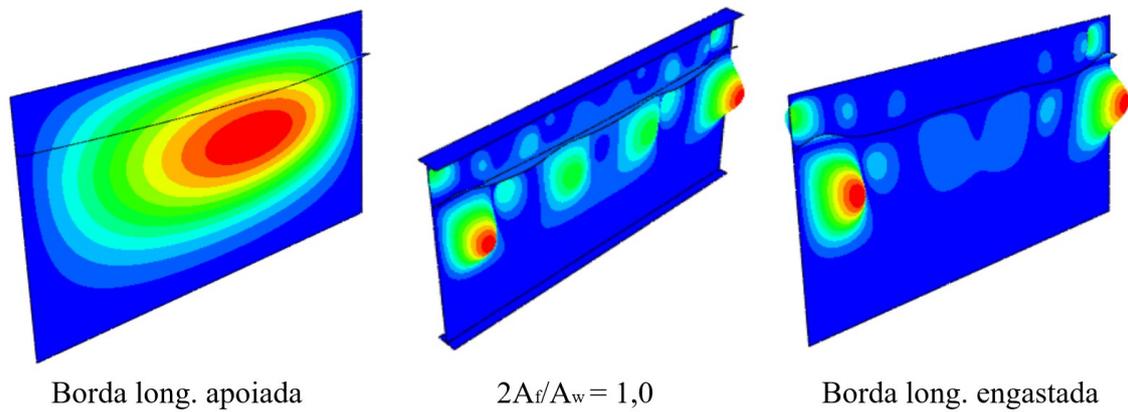


Figura 5.11 – Modos de flambagem para diferentes modelos com $\gamma = 32,736$ (16x140mm) considerando a influência das restrições nas bordas longitudinais.

Para o estudo da rigidez dos vínculos proporcionados pelas mesas, foram considerados os coeficientes e os modos de flambagem obtidos por meio dos modelos numéricos.

A Figura 5.12 ilustra o comportamento de chapas com bordas longitudinais apoiadas, engastadas e em que as mesas são modeladas. Nesses modelos foi utilizado enrijecedor longitudinal com espessura e largura iguais a 16 e 180 milímetros, respectivamente, o qual é rígido para todos os casos analisados. Observa-se que, a posição ótima do enrijecedor e o coeficiente de flambagem máximo diferem para a chapa com as bordas apoiadas e os modelos restantes (Tabela 5.2). Ao considerar um enrijecedor rígido, percebeu-se que, o comportamento de flambagem dos painéis com as mesas modeladas se aproximou muito mais do modelo com engaste, sendo que o painel com as mesas de menor espessura, $2A_f/A_w = 0,3$, foi o único cujos resultados destoaram. Nesse sentido, conclui-se que, quanto menor a proporção das áreas dos elementos, menor é a rigidez oferecida pelas mesas à alma.

É importante ressaltar que, os vínculos das bordas longitudinais tem influência considerável na capacidade resistente à flambagem da chapa somente nos casos em que o enrijecedor rígido é inserido abaixo da posição ótima. Acima dessa posição, os valores para o coeficiente de flambagem dos modelos são praticamente iguais. Conforme explicado anteriormente, quando o enrijecedor está abaixo da posição ótima, a flambagem ocorre no subpainel superior (Figura 5.9), indicando que o grau de restrição fornecido à mesa é fundamental para o alcance de maiores tensões críticas nesses casos.

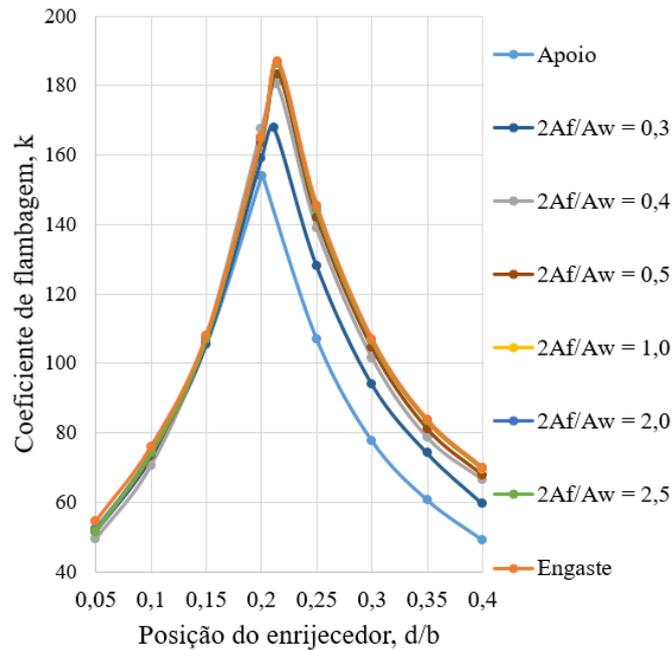


Figura 5.12 – k em função de d/b considerando diferentes condições para as bordas longitudinais dos painéis.

Tabela 5.2 – Comparação da posição ótima e do coeficiente de flambagem correspondente em modelos com $\gamma = 63,083$ e diferentes considerações nas bordas longitudinais.

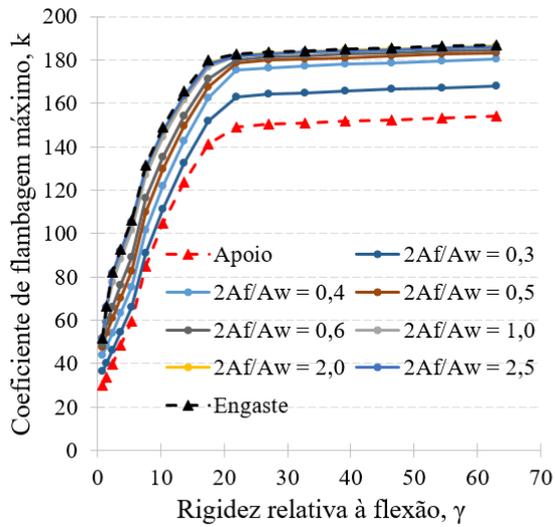
Modelo	Posição ótima, d/b	Coeficiente de flambagem, k
Borda long. apoiada	0,200	154,09
$2A_f/A_w = 0,3$	0,211	168,02
$2A_f/A_w = 0,4$	0,214	180,19
$2A_f/A_w = 0,5$	0,215	183,37
$2A_f/A_w = 0,6$	0,215	184,72
$2A_f/A_w = 0,7$	0,215	185,54
$2A_f/A_w = 0,8$	0,215	185,90
$2A_f/A_w = 0,9$	0,215	186,12
$2A_f/A_w = 1,0$	0,215	186,28
$2A_f/A_w = 2,0$	0,215	186,37
$2A_f/A_w = 2,5$	0,215	186,15
Borda long. engastada	0,215	186,98

Ao avaliar a influência da rigidez à flexão no comportamento de flambagem elástica dos modelos, observou-se diferenças significativas no valor de k nos casos em que foram utilizados enrijecedores flexíveis (Figura 5.13). Nos painéis com $\alpha = 1,0$ (Figura 5.13.a), percebe-se que, os valores correspondentes à rigidez à flexão mínima são praticamente iguais. Para os enrijecedores rígidos, conforme mencionado, quase todos os modelos

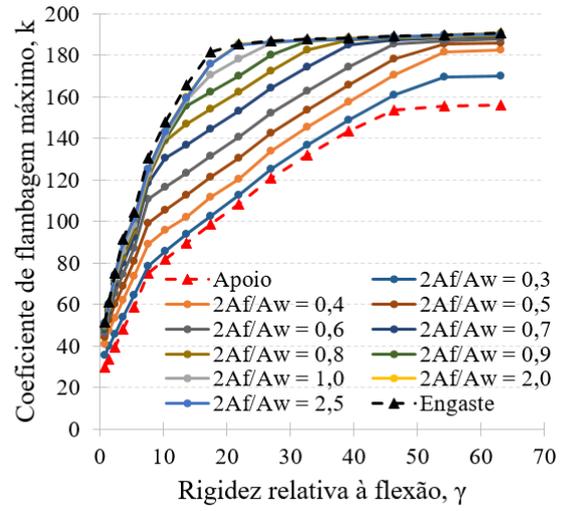
tiveram um comportamento mais próximo ao da chapa com condições de apoio simples. No entanto, ao considerar enrijecedores flexíveis, observa-se que, os modelos com relação igual a 0,4 e 0,5 alcançaram coeficientes de flambagem intermediários, os quais não são próximos dos valores encontrados para o painel com as bordas longitudinais engastadas nem dos obtidos para a chapa apoiada.

Em relação à chapa com razão de aspecto igual a 2,0 (Figura 5.13.a), os valores de rigidez mínima diferem entre os modelos, proporcionando maior diferença no comportamento entre os painéis. Desde que o enrijecedor seja rígido, as chapas nas quais as mesas são modeladas se assemelham mais àquelas com as bordas longitudinais engastadas. No entanto, ao se utilizar enrijecedor flexível, nota-se que, dependendo das dimensões desse elemento, modelos cujos resultados anteriores mostraram maior proximidade à chapa com condições de engaste, na atual condição, possuem comportamento mais semelhante ao do painel apoiado. O coeficiente de flambagem da viga com $\gamma = 17,459$, $\alpha = 2,0$ e $2A_f/A_w = 0,6$ equivale a 131,50. Para essas mesmas condições, os valores de k dos modelos com as bordas longitudinais apoiadas e engastadas são iguais a 98,59 e 181,46, respectivamente, demonstrando que a viga em questão alcançou uma capacidade resistente à flambagem mais próxima ao da chapa apoiada. Apesar de o comportamento das vigas ter sido influenciado pela rigidez do enrijecedor, ressalta-se que, os painéis com razões $2A_f/A_w$ superiores a 1, obtiveram coeficientes e modos de flambagem semelhantes aos das chapas com condições de engaste, independentemente das dimensões do enrijecedor.

Por fim, concluiu-se que, quanto maior a proporção das áreas das mesas em relação à área da alma, maior a semelhança das restrições oferecidas por esses elementos com as condições de engaste. No entanto, a obtenção de resultados similares aos valores que são encontrados para um painel com as bordas longitudinais engastadas depende das dimensões e posição do enrijecedor.



a)



b)

Figura 5.13 - k em função de γ para modelos com diferentes considerações nas bordas longitudinais e α igual a: a) 1,0 b) 2,0.

6 CONCLUSÃO

Este trabalho teve por objetivo o estudo de painéis esbeltos de vigas de aço enrijecidas longitudinalmente. Para tanto, foram desenvolvidos modelos em elementos finitos no programa ABAQUS e, a partir do modelo validado, foi realizada uma extensa análise paramétrica.

A partir do estudo paramétrico de chapas esbeltas enrijecidas verificou-se que a posição e a rigidez relativa à flexão do enrijecedor, assim como a razão de aspecto da chapa, têm grande influência na estabilidade de painéis enrijecidos. Além disso, os enrijecedores rígidos localizados na posição ótima são capazes de aumentar significativamente a capacidade resistente à flambagem da chapa, garantindo estruturas mais econômicas e com alto desempenho.

A rigidez mínima e a posição ótima são altamente influenciadas pela distribuição das tensões normais. A partir do aumento do valor de ψ , a posição ótima tende às posições mais distantes da borda longitudinal comprimida até o alcance das regiões próximas ao igual espaçamento dos enrijecedores ao longo da largura da chapa. Já a razão de aspecto é um parâmetro que afeta essa rigidez, mas não a posição ótima considerando chapas enrijecidas por até 3 enrijecedores. No entanto, é importante destacar que, apesar de o valor de α não ter grande influência nessa posição considerando enrijecedores rígidos, foi observado que com o aumento da quantidade desses elementos, a razão de aspecto começa a proporcionar pequenas mudanças na posição ótima dos enrijecedores. Nesse sentido, é importante a avaliação desse comportamento em chapas enrijecidas por 4 ou mais enrijecedores longitudinais.

Em relação aos painéis submetidos às tensões isoladas de cisalhamento, apesar de o enrijecedor longitudinal proporcionar maiores valores para as tensões críticas, a redução da razão de aspecto possibilita maiores valores para essas tensões. A partir disso, pode-se concluir que, o comportamento de flambagem em painéis sujeitos ao cisalhamento é muito mais sensível à presença de enrijecedores transversais do que longitudinais. Além disso, ao utilizar reforços longitudinais, o alcance da maior capacidade resistente à flambagem ocorre ao posicionar os elementos de modo que tenham-se subpainéis com larguras similares.

Ao avaliar a influência da rigidez à flexão do enrijecedor considerando a EN 1993-1-5:2006 e o EBPlate 2.01, observou-se que em todos os procedimentos a tensão crítica aumentou com o acréscimo dessa rigidez. Os resultados mais conservadores da norma foram encontrados para o caso de cisalhamento puro, comportamento este diferente do observado por Ferreira Filho (2019). Diante disso, conclui-se que a obtenção de resultados similares, conservadores ou contra a segurança por meio da norma e do EBPlate em relação ao modelo numérico, relaciona-se diretamente com os parâmetros da chapa enrijecida considerados na análise.

A partir do estudo desenvolvido para compreender o grau das restrições impostas pelas mesas, verificou-se que as afirmações realizadas na maioria das pesquisas presentes na literatura não podem ser generalizadas a todos os casos. É importante compreender que resultados próximos aos valores obtidos da condição de apoio ou de engaste nas bordas longitudinais dependem também dos parâmetros geométricos considerados para o painel.

O estudo de vigas esbeltas enrijecidas é um tema extremamente amplo, sendo possível a realização de pesquisas considerando tanto a estabilidade quanto a capacidade resistente da estrutura. A partir do presente trabalho, diferentes estudos podem ser realizados:

- Empregos de modelos de regressão com desenvolvimento de formulações para determinar a rigidez à flexão mínima do enrijecedor para diferentes razões entre tensões normais, assim como Vu *et al.* (2019b) realizou para os casos de flexão;
- Comparação das tensões críticas entre a EN 1993-1-5:2006 e o modelo numérico considerando diversos parâmetros para a chapa e para os enrijecedores e diferentes tipos de solicitação.
- Ampliação do estudo incluindo tensões residuais, não linearidades físicas e geométricas a fim de obter a capacidade resistente dos painéis enrijecidos considerando diferentes configurações geométricas da estrutura e desenvolvendo uma análise de imperfeições equivalentes. Os resultados obtidos por esse estudo podem, inclusive, ser confrontados com a EN 1993-1-5:2006;
- Estudo paramétrico de vigas esbeltas enrijecidas constituídas por vários painéis, sendo modelados tanto os enrijecedores transversais quanto as mesas. Os

resultados dos modelos numéricos podem ser comparados às formulações de capacidade resistente referentes à interação de momento e cisalhamento da EN 1993-1-5:2006.

REFERÊNCIAS

ALINIA, M.M. A study into optimization of stiffeners in plates subjected to shear loading. *Thin-Walled Structures*, v.43, p.845-860, 2005.

ALINIA, M.M.; MOOSAVI, S.H. A parametric study on the longitudinal stiffeners of web panels. **Thin-Walled Structures**, v.46, p.1213-1223, 2008.

ALINIA, M.M.; MOOSAVI, S. H. Stability of longitudinally stiffened web plates under interactive shear and bending force. **Thin-Walled Structures**, v.47, p. 53-60, 2009.

ALLEN, H. G.; BULSON, P. S. **Background to Buckling**, 1ª ed. Maidenhead: McGraw-Hill, 1980.

AMERICAN ASSOCIATION OF STATE HIGHWAY AND TRANSPORTATION OFFICIALS. **AASHTO LRFD Bridge**: design specifications. Washington: AASHTO, 2012.

AMERICAN ASSOCIATION OF STATE HIGHWAY AND TRANSPORTATION OFFICIALS. **AASHTO**: Standard specification for highway bridges. Washington, 1996.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 8800**: Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios. Rio de Janeiro: ABNT, 2008.

BARBOSA, D. A. **Estudo de almas de vigas de aço enrijecidas longitudinalmente**. 2016. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) - Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2016.

BATHE, K.J. **Finite element procedures** - Revision of Finite element procedures in engineering analysis. Prentice-Hall, 1996.

BEG, D.; KUHLMANN, U.; DAVAINÉ, L.; BRAUN, B. **Design of plated structures**. ECCS, 2010.

BISCAYA, A; PEDRO, J. O; KUHLMANN, U. Experimental and numerical studies on the M-V-N interaction of longitudinally stiffened steel I-girders. Proceedings of the Annual Stability Conference Structural Stability Research Council St. Louis, Missouri, 2019.

BRYAN, G. H. On the stability of a plane plate under thrusts in its own plane with applications to the buckling of the sides of a ship. *In: LONDON MATHAMATICAL SOCIETY*, 22. Londres. **Proceedings of the London Mathematical Society**, p.54, 1891.

CASTRO E SILVA, A.L.R. **Análise numérica não-linear da flambagem local de perfis de aço estrutural submetidos à compressão uniaxial**. 2006. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2006.

CHO, E.Y.; SHIN, D.K. Elastic Web Bend-buckling Analysis of Longitudinally Stiffened I-section Girders. **International Journal of Steel Structures**, v.11, n.3, p.297-313, 2011.

DUBAS, C. A contribution to the study of buckling stiffened plates. **International Association for Bridge and Structural Engineering**, 1948.

ELBANNA, A.A.; RAMADAN, H.M.; E MOURAD, S.A. Buckling enhancement of longitudinally and vertically stiffened plate girders. **Journal Of Engineering And Applied Science**, v.61, p.351-370, 2014

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION ENV 1993-1-1. **Eurocode 3 – Design of steel structures - part 1-1**: general rules and rules for buildings. Bruxelas: CEN, 2005.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION ENV 1993-1-5. **Eurocode 3 - Design of steel structures - Part 1-5**: general rules for plated structural elements. Bruxelas: CEN, 2006.

FERREIRA FILHO, J. O. **Estudo numérico sobre o comportamento de vigas de aço com almas esbeltas enrijecidas longitudinalmente**. 2019. Dissertação (mestrado) – Curso de Engenharia Civil, Universidade Federal de Minas Gerais - Escola de Engenharia Programa de Pós-graduação em Engenharia de Estruturas, Belo Horizonte, 2019.

GALÉA, Y.; MARTIN, P. O. Longitudinally stiffened plates in Eurocode 3: calculation of the global critical buckling stress. **Journal of Constructional Steel Research**, v.66, n.11, p.1345-1353, 2010.

GALÉA, Y.; MARTIN, P. **Presentation Manual of EBPlate**, 1^a ed. Liege: CTICM – Centre Technique Industriel de la Construction Métallique, 2006.

GALLAGHER, R.H. **Finite Element Analysis: Fundamentals**, 1^a ed. John Wiley & Sons, 1975.

ISSA-EL-KHOURY, G.; LINZELL, D.G.; GESCHWINDNER, L.F. Flexure-shear interaction influence on curved, plate girder web longitudinal stiffener placement. **Journal of Constructional Steel Research**, v.120, p.25–32, 2016.

JÁGER, B., KÖVESDI, B., DUNAI, L. Bending and shear buckling interaction behaviour of I-girders with longitudinally stiffened webs. **Journal of Constructional Steel Research**, v.145, p.504-517, 2018.

KIM, S.E.; PAPAZAFEIROPOULOS, G.; GRACIANO, C.; TRUONG, V.H.; DO, Q.T.; KONG, Z.; VU, Q.V. Optimal design of longitudinal stiffeners of unsymmetric plate girders subjected to pure bending. **Ocean Engineering**, v.221, 2021.

KLEIBER, M.; HIEN, T.D., **The stochastic finite element method**, 1^a ed. John Wiley & Sons, 1992.

KÖVESDI, B. Buckling resistance of orthotropic plates subjected by compression interpolation between plate and column-like behavior. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 160, p. 67-76, 2019.

MAIORANA, E.; PELLEGRINO, C.; MODENA, C. Influence of longitudinal stiffeners on elastic stability of girder webs. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 67, p.51-64, 2011.

MARTIN, P.O.; NGUYEN, T. M.; DAVAINÉ, L. Effect of the torsional stiffness of closed-section stiffeners on plate buckling in Eurocode 3, Part 1-5. **Steel Construction**, v. 12, n. 1, p. 10-22, 2019.

PAPAZAFEIROPOULOS, G.; VU, Q.V.; T, V.H.; LUONG, M.C.; PHAM, V.T. Prediction of buckling coefficient of stiffened plate girders using deep learning algorithm. **CIGOS 2019, Innovation for Sustainable Infrastructure**, v.54, 2019.

PAVLOVIC, L.; DETZEL, A.; KUHLMANN, U.; BEG, D. Shear resistance of longitudinally stiffened panels - Part 1: Tests and numerical analysis of imperfections. **Journal of Constructional Steel Research**, v.63, p.337-350, 2007.

REIS, A.; CAMOTIM, D. **Estabilidade Estrutural**, 1ª Ed. Alfragide: MacGraw-Hill, 2000.

ROCKEY, K. C. Buckling under pure bending of stiffened web plates, single longitudinal stiffener having both torsional and flexural strength. 1961.

ROCKEY, K. C.; LEGGETT, D. M. A. The buckling of a plate girder web under pure bending when reinforced by a single longitudinal stiffener. **Proceedings of the Institution of Civil Engineers**, 1962.

ROCKEY, K. C; COOK, I. T. Optimum reinforcement by two longitudinal stiffeners of a plate subjected to pure bending. **International Journal Solids Structures**, p. 79-92, 1965a

ROCKEY, K. C; COOK, I. T. The buckling under pure bending of a plate girder reinforced by multiple longitudinal stiffeners. **International Journal Solids Structures**, p.147-156, 1965b.

ROGAC, M.; MIJUSKOVIC, O.; LUCIC, D.; ALEKSIC, S. Analysis of flange impact on critical patch load of thin-walled I-girders. **Gradevinar**, p.311-321, 2014.

SILVA, L. S.; GERVÁSIO, H. **Manual de dimensionamento de estruturas metálicas: métodos avançados**, 1ª Ed. Mem Martins: CMM, 2007.

SIMULIA, D. S. **ABAQUS 6.14 User's Manual**. Dassault Systems, 2014.

SKALLOUD, M. Optimum rigidity of stiffeners of webs and flanges. *In*: Narayanan, R. **Plated Structures, Stability and Strength**. Londres: Applied Science Publishers, 1983. p. 103-134.

TIMOSHENKO, S. P.; GERE, J. M. **Theory of elastic stability**, 1^a ed. Nova Iorque: McGraw-Hill, 1961.

TRUONG, V.H.; PAPAFAFEIROPOULOS, G.; PHAM, V.T.; VU, Q.V. Effect of multiple longitudinal stiffeners on ultimate strength of steel plate girders. **Structures**, v.22, p.366-382, 2019.

VAYAS, I.; ILIOPOULOS, A. **Design of steel-concrete composite bridges to eurocodes**, 1^a ed. Boca Ratón: CRC Press, 2013.

VU, Q.V.; PAPAFAFEIROPOULOS, G.; GRACIANO, C.; KIM, S.G. Optimum linear buckling analysis of longitudinally multi-stiffened steel plates subjected to combined bending and shear. **Thin-Walled Structures**, v.136, p.235-245, 2019a.

VU, Q.V.; TRUONG, V. H.; PAPAFAFEIROPOULOS, G.; GRACIANO, C.; KIM, S.G. Bend-buckling strength of steel plates with multiple longitudinal stiffeners. **Journal of Constructional Steel Research**, v.158, p.41-52, 2019b.

ZIENKIEWICZ, O.C. **The finite element method in engineering science**, 2^a ed. McGraw-Hill, 1971.

ZIENKIEWICZ, O.C.; TAYLOR, R. L. **The finite element method**, 4^a ed. McGraw-Hill, 1989.

APÊNDICE A

Resultados da análise de flambagem elástica em chapas apoiadas, compostas por 1 enrijecedor e submetidas a diversas condições de ψ

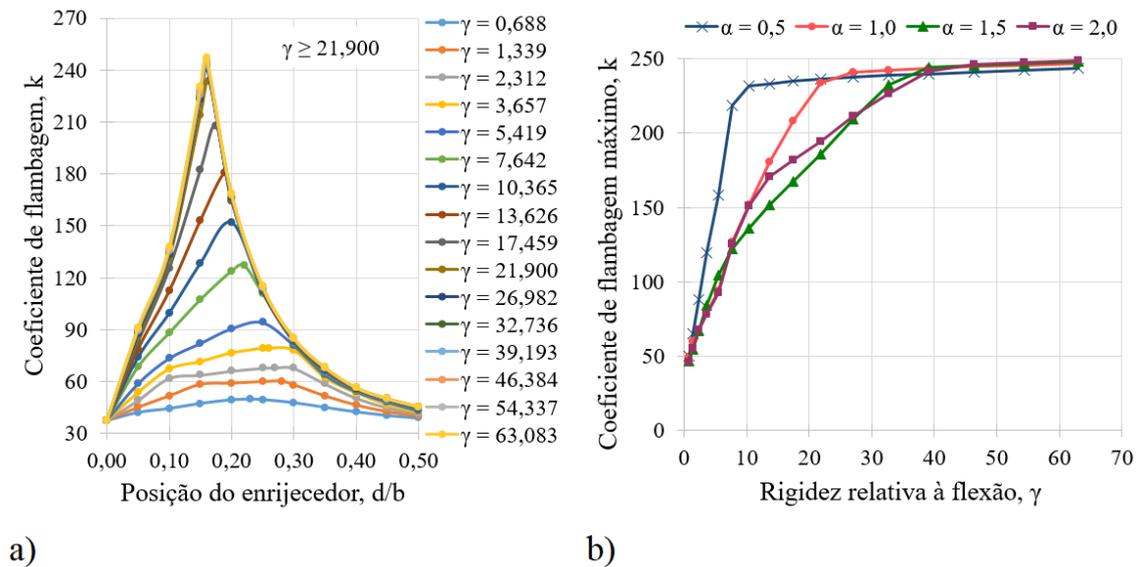


Figura A.1 - Gráficos de $\psi = -1,50$ referente ao: a) coeficiente de flambagem em função de d/b para $\alpha = 1,0$ b) coeficiente de flambagem máximo em função de γ .

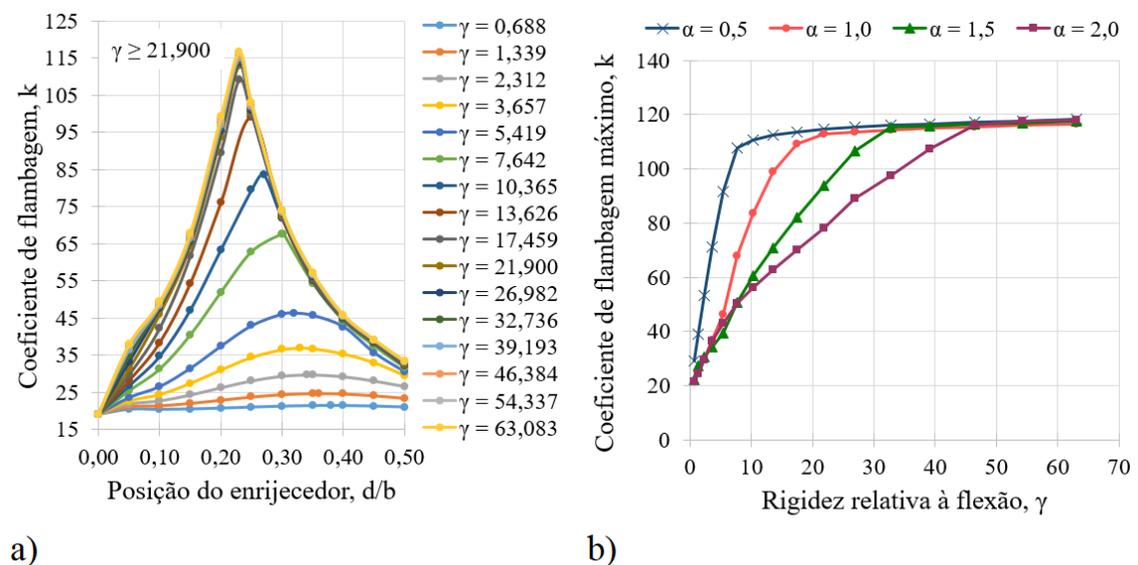
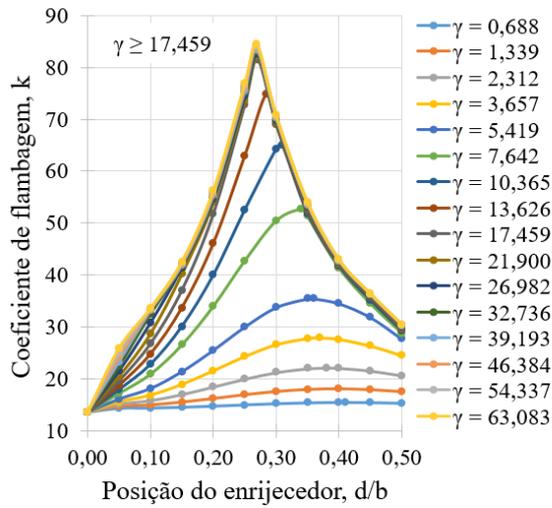
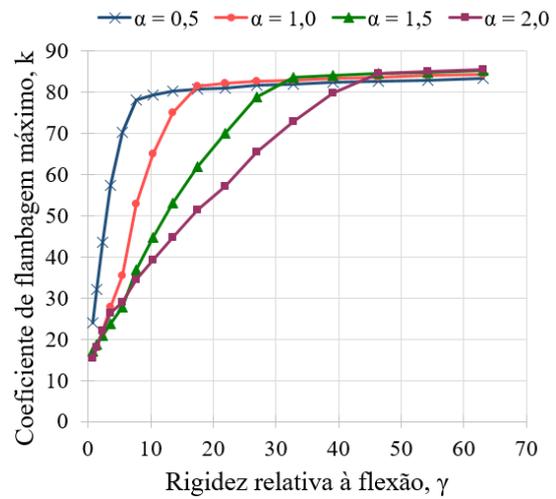


Figura A.2 - Gráficos de $\psi = -0,75$ referente ao: a) coeficiente de flambagem em função de d/b para $\alpha = 1,0$ b) coeficiente de flambagem máximo em função de γ .

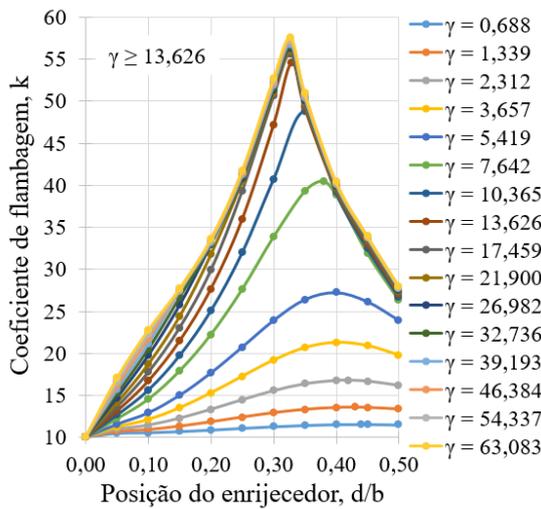


a)

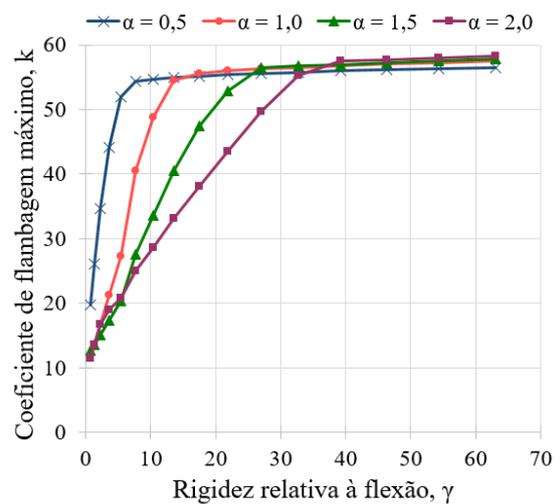


b)

Figura A.3 - Gráficos de $\psi = -0,50$ referente ao: a) coeficiente de flambagem em função de d/b para $\alpha = 1,0$ b) coeficiente de flambagem máximo em função de γ .



a)



b)

Figura A.4 - Gráficos de $\psi = -0,25$ referente ao: a) coeficiente de flambagem em função de d/b para $\alpha = 1,0$ b) coeficiente de flambagem máximo em função de γ .

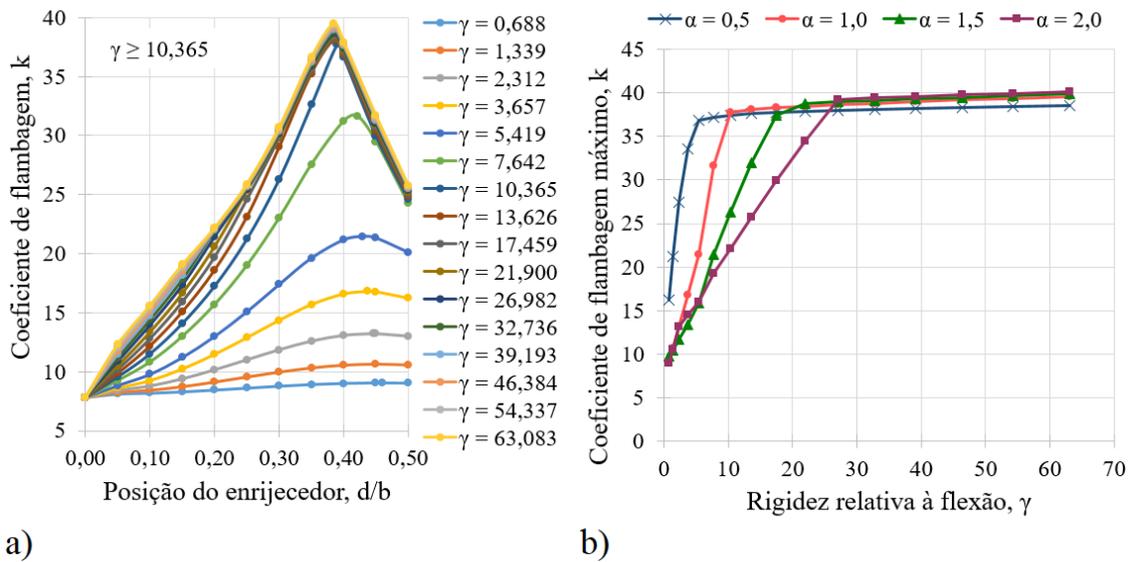


Figura A.5 - Gráficos de $\psi = 0,00$ referente ao: a) coeficiente de flambagem em função de d/b para $\alpha = 1,0$ b) coeficiente de flambagem máximo em função de γ .

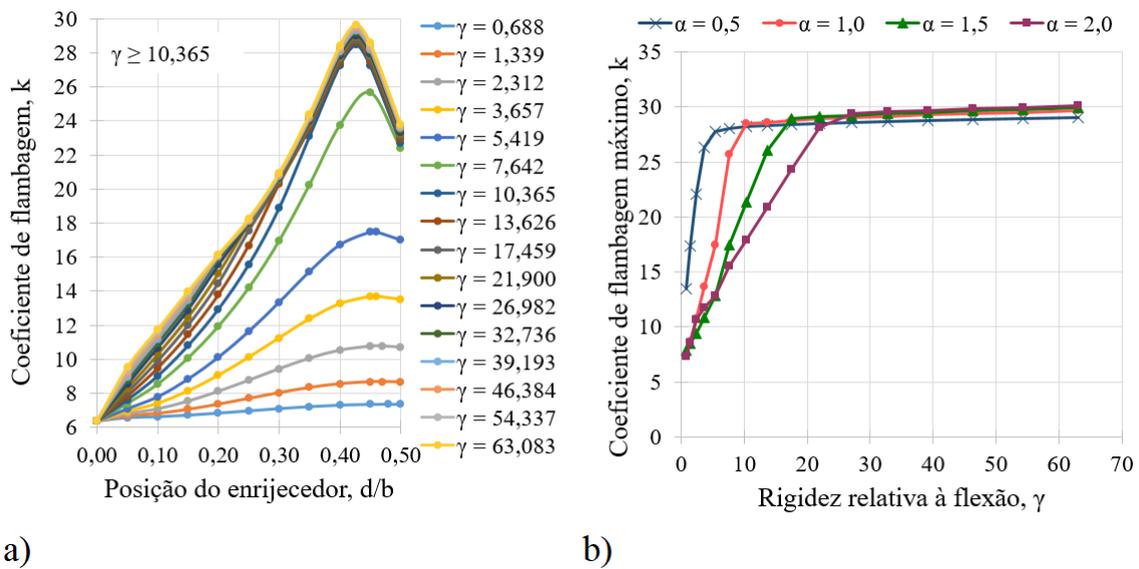
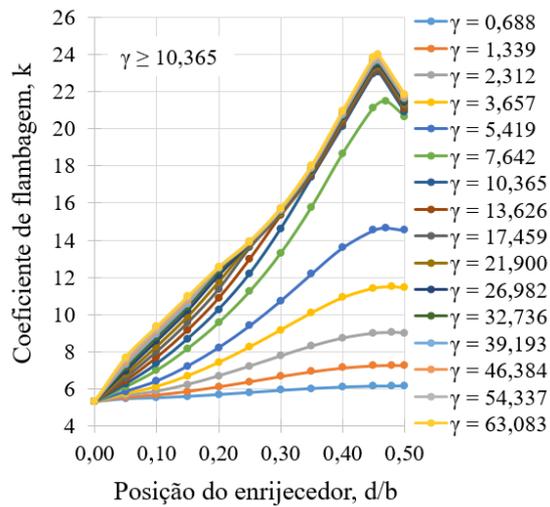
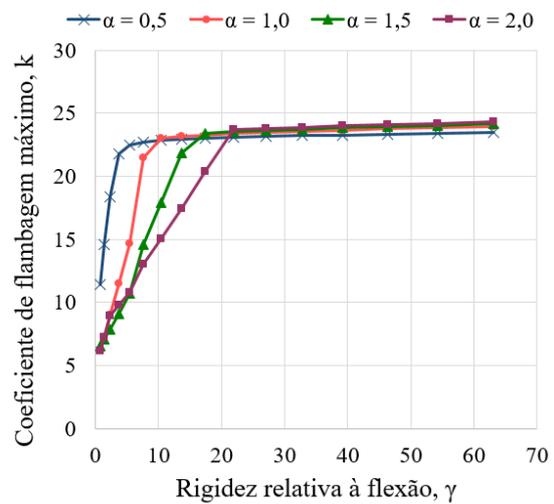


Figura A.6 - Gráficos de $\psi = 0,25$ referente ao: a) coeficiente de flambagem em função de d/b para $\alpha = 1,0$ b) coeficiente de flambagem máximo em função de γ .

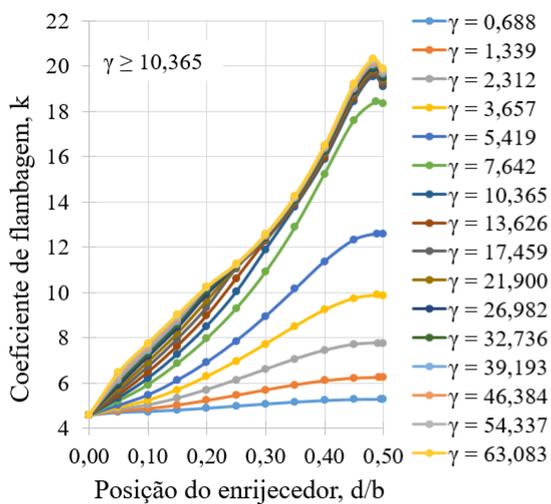


a)

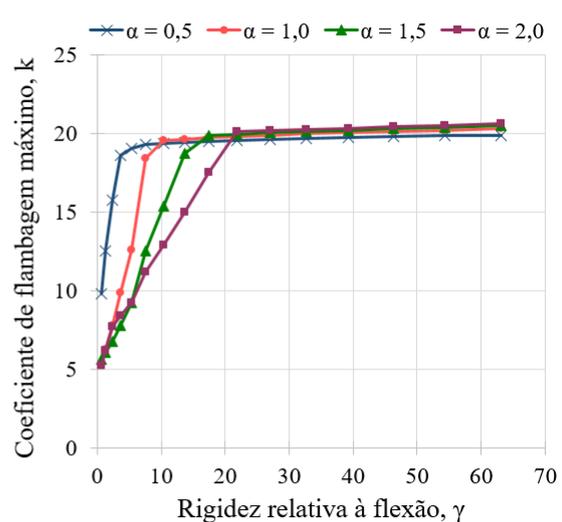


b)

Figura A.7 - Gráficos de $\psi = 0,50$ referente ao: a) coeficiente de flambagem em função de d/b para $\alpha = 1,0$ b) coeficiente de flambagem máximo em função de γ .



a)



b)

Figura A.8 - Gráficos de $\psi = 0,75$ referente ao: a) coeficiente de flambagem em função de d/b para $\alpha = 1,0$ b) coeficiente de flambagem máximo em função de γ .