



UNIVERSIDADE FEDERAL
DE MINAS GERAIS

DEPARTAMENTO DE FÍSICA–ICEX
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA
TESE DE DOUTORADO

Realização de operações não diagonais em qutrits de caminho.

Autor:
Gilberto Ferreira
Borges Júnior

Orientador:
Dr. Sebastião José N. de
Pádua

Gilberto Ferreira Borges Júnior

**Realização de operações não diagonais em qutrits de
caminho.**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física do Instituto de Ciências Exatas da Universidade Federal de Minas Gerais como requisito parcial para obtenção do título de Doutor em Ciências.

Orientador: Sebastião José Nascimento de Pádua

Belo Horizonte

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

B732r Borges Júnior, Gilberto Ferreira.
Realização de operações não diagonais em qutrits de caminho / Gilberto
Ferreira Borges Júnior. – 2018.
94f., enc. : il.

Orientador: Sebastião José Nascimento de Pádua.
Tese (doutorado) – Universidade Federal de Minas Gerais,
Departamento de Física.
Bibliografia: f. 89-94.

1. Física óptica. 2. Óptica quântica. 3. Qutrits.
I. Título. II. Pádua, Sebastião José Nascimento de. III. Universidade
Federal de Minas Gerais, Departamento de Física.

CDU – 535.14 (043)



Universidade Federal de Minas Gerais
Instituto de Ciências Exatas
Programa de Pós-Graduação em Física
Caixa Postal 702
30.123-970 Belo Horizonte - MG - Brasil

Telefone (xx) (31) 3409 5637
(xx) (31) 3409 5633
Fax (xx) (31) 3409 5688
(xx) (31) 3409 5600
e-mail pgfisica@fisica.ufmg.br

ATA DA SESSÃO DE ARGUIÇÃO DA 339ª TESE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA, DEFENDIDA POR GILBERTO FERREIRA BORGES JÚNIOR orientado pelo professor Sebastião José Nascimento de Pádua para obtenção do grau de **DOUTOR EM CIÊNCIAS, área de concentração Física**. Às 09:00 horas de dezoito de abril de dois mil e dezoito, na sala 4129 do Departamento de Física da UFMG, reuniu-se a Comissão Examinadora, composta pelos professores **Sebastião José Nascimento de Pádua** (Orientador - Departamento Física/UFMG), **Carlos Henrique Monken** (Departamento de Física/UFMG), **Pablo Lima Saldanha** (Departamento de Física/UFMG), **Antonio Zelaquett Khoury** (Instituto de Física/UFF) e **Marcelo Martinelli** (Instituto de Física/USP) para dar cumprimento ao Artigo 37 do Regimento Geral da UFMG, submetendo o Mestre **GILBERTO FERREIRA BORGES JÚNIOR** à arguição de seu trabalho de Tese de Doutorado, que recebeu o título de "**Realização de operações não diagonais em qutrits de caminho**". Às 14:00 horas do mesmo dia o candidato fez uma exposição oral de seu trabalho durante aproximadamente 50 minutos. Após esta, os membros da comissão prosseguiram com a sua arguição e apresentaram seus pareceres individuais sobre o trabalho, concluindo pela aprovação do candidato.

Belo Horizonte, 19 de Abril de 2018.

Prof. Sebastião José Nascimento de Pádua
Orientador do estudante
Departamento de Física/UFMG

Prof. Marcelo Martinelli
Instituto de Física/USP

Prof. Carlos Henrique Monken
Departamento de Física/UFMG

Prof. Antonio Zelaquett Khoury
Instituto de Física/UFF

Prof. Pablo Lima Saldanha
Departamento de Física/UFMG

Candidato *Gilberto Ferreira Borges Júnior*

Dedico esta tese à minha família, por toda a nossa luta.

Dedico também essa tese à toda a juventude negra do Brasil, pela nossa luta diária por conquistar espaços de protagonismo na sociedade.

E em especial dedico à memória de Marielle Franco, que sua luta em prol de todo o povo negro da periferia (em especial às mulheres) não seja esquecida.

Agradecimentos

Esta tese é a materialização de anos de estudos e trabalhos árduos, é também resultado de um processo de transformação de vida ao qual tive acesso. Sou grato a todas as pessoas que participaram da minha vida e da minha formação desde os primeiros passos de minha alfabetização. Porém gostaria de destacar algumas pessoas.

Acima de tudo gostaria de agradecer à minha mãe (Eliana Marques), meu pai (Gilberto Borges), minha irmã (Anna Flávia Marques) e seu marido (Marcos Oliveira), minha avó (Margarida Marques) por me apoiarem e pedirem em prece pela minha proteção, e acima de tudo por acreditarem na minha capacidade para conseguir cumprir todas as minhas etapas de educação formal.

Ao meu amigo (e irmão que a vida me deu) Sérgio Roberto (Legionário), pelas conversas nos momentos difíceis da vida, pelo carinho e a admiração.

Aos vários amigos que fiz em BH, em especial à Natália Pinheiro, à Joel Morais e Cassios Kley, por estarem comigo durante momentos difíceis deste processo e pelas nossas ótimas discussões políticas.

À todo pessoal da Ocupação do ICEX gostaria de agradecer pelas trocas de experiências e pelo empenho na luta pelos direitos dos cidadãos brasileiros e principalmente pela luta em defesa de uma universidade pública e plural.

Ao pessoal do laboratório em especial ao Prof. Sebastião pelo respeito, a paciência e por acreditar na minha capacidade em resolver os problemas nos quais me envolvi no laboratório. Dos amigos de laboratório gostaria de agradecer em especial à Roberto (Baldi), Artur Matoso (Tutu), Arthur Cardoso (Bluzão) e ao João Condé, pois nossos trabalhos conjuntos contribuíram muito para minha formação.

A Breno Marques, ao Prof. Jader Cabral, ao Prof. Leonardo Neves e a Miguel Angel por terem contribuído no desenvolvimento deste trabalho e pela atenção dedicada à ele.

À minha namorada Mariana Martins, pelo carinho, pelo apoio emocional e pelas aulas sobre negritude que me ajudaram a conceber o papel político que um doutor negro têm na academia do Brasil.

Ao pessoal da Casa de Família por me acolherem na reta final: Yuri (Japa), Lucas, Uriel, Joel e Matheus (membro honorário, e que carrega a Cruz de Malta no peito desde pequenino).

Aos amigos de tantas aventuras Rodolfo, Isaac (e família) e Mychel, que nos próximos anos não nos falem a cerveja e a amizade de sempre!

Às agências de fomento: CAPES, FAPEMIG e CNPq.

E por fim agradeço a todos que torceram por mim, aos profissionais que viabilizam todo o funcionamento da universidade e em especial aos funcionários terceirizados do ICEX, que sua luta diária e o reconhecimento da importância de suas funções se reflita em melhores condições de trabalho.

Resumo

O principal objetivo deste trabalho é mostrar a implementação experimental de transformação de estados automatizadas em um sistema quântico de três níveis (qutrit), preparado em caminhos transversais de fótons. Um estado de qutrit é simulado usando-se três feixes de laser com perfis Gaussianos, e após a realização de uma operação obtém-se um estado de qutrit em caminhos Gaussianos transversais. O experimento apresentado utiliza um modulador espacial de fase para o controle de amplitude e fase do estado inicial e um interferômetro longitudinal baseado em deslocadores de feixe. Serão demonstradas operações de projeção em alguns estados no espaço de qutrit e operações de permutação entre os modos de entrada do estado inicial. Os resultados apresentados mostram uma boa concordância com as previsões teóricas atestando a validade da técnica proposta. Este trabalho abre a possibilidade de se realizar operações mais gerais sobre estados fotônicos codificados em caminhos transversais. Além disso o aparato desenvolvido possibilita a realização de operações sequenciais, o que é um importante passo para se poder utilizar qutrits fotônicos de caminho em estudos em mecânica quântica e informação quântica que exijam a operações sequenciais sobre o estado inicial, como por exemplo testes de desigualdades de não-contextualidade.

Abstract

The primary objective of this work is to show the experimental implementation of automated quantum state transformation in photonic states of dimension 3 (qutrits), prepared in Gaussian transverse paths of photons. A qutrit state is simulated by using three laser beams with Gaussian profile, and after an operation realization one obtains a qutrit state in Gaussian transverse paths. The state transformation setup uses a Spatial Light Modulator to perform amplitude and phase control of the initial state components and a calcite-based longitudinal interferometer. Here we implemented projections in some qutrit state as well as permutation operations of the initial state path components. The results shown a good agreement with the theoretical predictions. This work opens the possibilities of performing more general operations in quantum states prepared in the transversal path of photons, besides this setup enables the implementation of sequential operations in photonic qutrits in transversal path, which is an important step to apply photonic qutrits in Quantum Mechanics and Quantum Information studies in which is needed to perform sequential operations in the initial state.

Lista de Figuras

1.1	Representação da estrutura de um LCOS-SLM. Nesse tipo de tecnologia uma célula de cristal líquido é acomodada sobre um substrato de silício. A camada superior a este substrato contém píxeis feitos de eletrodos de alumínio, e um substrato de material transparente que contém ranhuras é posicionado acima do eletrodo de alumínio, formando uma camada de alinhamento. Espaçadores são utilizados para se criar um gap entre essa estrutura prévia e uma estrutura composta por um eletrodo transparente e um substrato de vidro.(Baseada na ref. [1])	20
1.2	Uma onda incidindo em um SLM de reflexão, na figura uma região da matriz de píxeis recebe uma voltagem e as moléculas de cristal líquido sofrem uma deflexão no plano de incidência da luz.	21
1.3	Interferômetro utilizado para calibrar a fase dada pelo modulador. Um feixe de laser tem sua polarização levada para o estado + e é dividido em dois feixes com polarização H e V . O feixe H é modulado pelo SLM e interfere com o feixe V após o PBS. Um medidor de potências registra a potência em função da escala de cinzas do SLM.	22
1.4	Resultados experimentais da calibração do modulador de fases usando a montagem mostrada na Fig.(1.3). Os pontos na figura representam os valores experimentais normalizados pela máxima potência medida e a linha azul representa o ajuste feito pela eq.(1.3).	23
1.5	Calibração do SLM supondo uma relação não linear ente ξ e ϕ . Em (1.5a) é mostrado um gráfico do ajuste dos pontos experimentais pela função da eq.(1.4). Em (1.5b) é mostrada a correspondência entre cada valor de escala de cinzas e a fase longitudinal dada pelo SLM.	24
1.6	Vemos a existência de dois planos localizados a uma distância z , e queremos calcular a relação do campo no plano inicial (x', y') com o campo no plano final (x, y)	25
1.7	Esquema experimental para se caracterizar a intensidade das ordens de difração de interesse em função da altura de uma grade específica. Um feixe de laser incide sobre a tela do SLM na qual uma grade de fases é implementada. O feixe difratado passa por uma lente que projeta a transformada de Fourier óptica do plano do SLM no plano de detecção.	27
1.8	Exemplos de medições obtidas durante a caracterização das intensidades de ordens de difração de cada grade. Em (1.8a) temos uma imagem obtida pela câmera CMOS. Enquanto a parte (1.8b) mostra o resultado da intensidade de luz em cada coluna da imagem obtida.	28
1.9	Perfil de fase de uma grade binária de com altura φ	28

1.10	Resultados experimentais da intensidade das orden 0 e ± 1 de uma grade binária em função da altura da grade em escala de cinza. Os quadrados representam o comportamento da intensidade da ordem 0 enquanto o círculos e os triângulos representam a intensidade das ordens 1 e -1 , respectivamente.	30
1.11	Perfil de grades dente de serra Em (a) representa-se uma grade D.S, onde o perfil de fases de um período é uma reta com coeficiente linear positivo. Em (b) temos um perfil de fases que é representado dentro de um período por uma reta com coeficiente angular negativo.	30
1.12	Perfil de uma grade dente de serra modulada por uma estrutura píxelada como a do SLM.	32
1.13	Análise da intensidade <i>vs</i> altura da grade EDS. Na Fig.(1.13a) é mostrada a variação da intensidade para uma rede com 4 píxeis, percebe-se que para uma rede de altura 2π a intensidade da luz difratada nas ordens ± 1 é cerca de 80% da intensidade total da luz incidente (valor da intensidade na ordem 0 para altura 0). Na Fig.(1.13b) é representada uma situação na qual $N = 100$, com isso percebe-se que a intensidade das ordens ± 1 na altura de 2π é praticamente igual a intensidade incidente.	34
1.14	Análise da fase de cada ordem de difração <i>vs</i> altura da grade EDS. Na Fig.(1.14a) é mostrada a variação dos valores de fase para uma rede com 4 píxeis, percebe-se que os valores de fase das ordens ± 1 são diferentes, o que contrasta com a predição da eq.(1.26). Na Fig.(1.14b) é representada uma situação na qual $N = 100$, com isso percebe-se que os valores de fase das ordens ± 1 reproduzem muito melhor o comportamento previsto pela eq.(1.26).	35
1.15	Resultados experimentais da intensidade em função da altura da grade DS. Os quadrados representam o comportamento da intensidade da ordem 0 enquanto o círculos e os triângulos representam a intensidade das ordens 1 e -1 respectivamente.	36
1.16	Perfil de fase de uma grade triangular com altura φ	36
1.17	Perfil de fase de uma grade triangular píxelada de com altura φ	37
1.18	Comparação da intensidade das ordens de difração para uma grade triangular ideal e uma grade triangular píxelada. Em (1.18a) temos uma grade com $N = 6$, as ordens ± 1 estão sobrepostas por apresentarem valores iguais de intensidade. Porém percebe-se um deslocamento na curva de intensidade das ordens ± 1 o que resulta em uma intensidade máxima menor do que a prevista para alturas de grade próximas a 2π . Por outro lado na Fig.(1.18b) percebe-se que esta diferença se reduz significativamente.	38
1.19	Resultados experimentais da intensidade em função da altura da grade triangular. Os quadrados representam o comportamento da intensidade da ordem 0 enquanto o círculos e os triângulos representam a intensidade das ordens 1 e -1 respectivamente.	39
2.1	Esquema geral representando a codificação de estados de caminho utilizando-se um conjunto de D fendas, cada uma com largura $2a$ e separação entre os centros de duas fendas consecutivas dada por d	42

2.2	Representação gráfica do perfil transversal do feixe utilizado no experimento. Na figura representa-se o perfil de intensidades vs a posição x de um detector representado por uma fenda retangular. Para cada posição do detector ao se coletar a intensidade é obtida uma curva Gaussiana de meia largura a meia altura σ	43
2.3	Feixe interagindo com um deslocador de feixe	44
2.4	Esquema para a geração de um qutrit codificado em caminhos gaussianos transversais. Nele o feixe de laser, com perfil gaussiano, tem a sua polarização transformada em uma sobreposição de polarização horizontal e vertical pela primeira placa de $\lambda/2$. Após isso, dois feixes paralelos com polarizações H e V saem do primeiro B.D. Uma segunda $\lambda/2$ cria dois feixes com sobreposição H e V, e um segundo B.D colocado apenas em um dos feixes produz outros dois feixes. Ao fim uma placa $\lambda/4$ e um PBS são utilizados para se obter três caminhos com polarização H . Os três caminhos com componente V , refletidos pelo PBS, não são mostrados na figura	45
2.5	Representação esquemática da secção transversal dos cones de luz gerados no processo da SPDC, cada cor representa um comprimento dos possíveis comprimentos de onda gerados no processo. Na conversão do tipo I, os fótons gerados possuem a mesma polarização enquanto na conversão do tipo II, cada fóton gerado possui uma polarização perpendicular em relação a de seu par. Desta forma cada um dos cones é um feixe que possui estado de polarização ortogonal em relação ao outro [2].	47
2.6	Visão esquemática da fonte apresentada aqui. a) D feixes de laser paralelos incidem em um cristal não linear (NLC)dando origem a D possíveis caminhos para os fótons convertidos. b) Para se manipular a largura do laser de bombeamento no plano do cristal, uma lente esférica (L_p) é colocada antes do aparato que gera os feixes gaussianos paralelos (PBG). O cristal é então posicionado no plano focal dessa lente. Depois do cristal uma lente esférica (L_i) é posicionada à duas vezes sua distância focal do cristal e da detecção, produzindo uma imagem não magnificada do plano do cristal no plano de detecção. c) A lente esférica (L_f) projeta a transformada de Fourier óptica do plano do cristal no plano de detecção, assim obtém-se uma configuração que permite obter a interferência transversal de dois fótons.	48
2.7	A configuração experimental utilizada para se gerar os qubits emaranhado em caminhos gaussianos. Em (a) temos o esquema para geração de dois qubits emaranhados, enquanto em (b) é mostrado o esquema de geração de dois qutrits emaranhados. Nas duas situações o cristal BBO é configurado para casar fase apenas com a componente de polarização H de cada feixe de bombeamento.	51
2.8	Gráfico experimental de contagens simples em função da posição de um detector, para o caso da geração de dois qubits. Observa-se o perfil corresponde à duas Gaussianas que apresentam uma certa sobreposição. A partir desse gráfico é possível obter a posição do centro de cada um dos possíveis caminhos para os fótons convertidos no cristal.	51

2.9	Perfil de coincidências obtido deixando o detector idler fixo e varrendo o detector signal. A imagem do plano de geração do cristal foi projetada no plano dos detectores para esta medida. Em (a) representa-se a situação na qual um estado de dois qubits emaranhados em caminho transversal é gerado. O detector D_i é fixado na posição determinada por um dos picos de contagens simples, enquanto (D_s) é transladado. Em (b) temos o perfil de coincidências para o estado de dois qutrits emaranhados em caminho.	52
2.10	Padrão de interferência de dois fótons, obtido projetando-se a transformada de Fourier óptica do plano do cristal no plano do detector. Afim de se obter esses padrões complementares, o detector D_i é fixado na posição determinada por um dos picos de contagens simples, enquanto (D_s) é transladado e os fótons são detectados em coincidência. Em (a) têm-se os padrões de interferência condicional do estado emaranhado de dois qubits de caminho. Enquanto em (b) é mostrada a interferência condicional para o estado de dois qutrits emaranhados em caminho.	54
2.11	Esquema experimental para a implementação de uma fonte de fótons anunciados capaz de gerar um qudit de caminhos. Após a geração de três feixes de bombeamento os fótons convertidos por SPDC são separados por polarização. Os fótons com polarização vertical passam por um interferômetro longitudinal para se apagar a informação de caminho transversal. Após apagar as informações de caminho transversal nos fótons idler o estado reduzido que representa os fótons signal é uma sobreposição coerente dos modos de caminho.	56
3.1	Esquema genérico de experimentos nos quais a modulação espacial de fase é utilizada para a implementação de operações em estados de fenda. Em (a) têm o esquema genérico das operações diagonais onde uma imagem do plano das fendas é projetada sobre um SLM, e cada modo de fenda recebe uma fase espacial ϕ_ℓ . Em (b) um esquema no qual operadores de medida são implementados possibilitando a obtenção da probabilidade de projeção do estado de entrada em um estado de sobreposição associado com cada valor de posição do detector. Neste esquema a imagem do plano das fendas pode ser projetada em um SLM que insere fases nos modos individuais de fenda e posteriormente uma lente projeta o padrão de interferência do campo no plano do SLM em um plano onde se encontra o detector (plano focal ou plano de Fourier).	60
3.2	Uma representação esquemática do experimento para transformações de estado	64
3.3	A figura mostra o detalhamento do aparato experimental no qual os cada um dos três caminhos gaussianos ao longo da direção \hat{x} é transformado em três caminhos ao longo da direção \hat{y} devido à ação de redes de fase produzidas pelo modulador espacial de luz (SLM) no caminho dos feixes Gaussianos de luz.	65
4.1	Perfil de intensidades dos três feixes gaussianos que entram no sistema, os quais representam um estado de superposição de três caminhos. A linha vermelha contínua é o ajuste dos dados experimentais por uma função gaussiana, e é utilizada apenas para demonstrar que o perfil do feixe na saída do aparato é um perfil gaussiano.	70

4.2	Interferência longitudinal utilizada para se determinar a diferença de fase entre os caminhos. Em (a) tem-se a interferência entre os caminhos a e b , obtida mantendo-se a fase do caminho b constante e variando a fase do caminho a . Em (b) representa-se a interferência entre os caminhos c e b , obtido novamente mantendo-se a fase do caminho b fixa e variando a fase de c	71
4.3	Resultados onde são mostradas as projeções para todos os estados da base computacional quando o estado inicial é preparado no $ \psi\rangle_i = (0, 1, 0)^T$ para este mesmo estado de entrada. Nota-se que quando a projeção se dá em um estado ortogonal a $ \psi\rangle_i$ o sinal de saída do aparato está no nível de ruído comparada com a projeção. Na figura pode-se observar também que o perfil do feixe de saída é bem ajustado por uma gaussiana.	73
4.4	Intensidades dos feixes de saída em função de uma das dimensões transversais. Este resultado mostra a projeção no estado $(1, 0, 1)^T$ para os estados de entrada $(1, 0, 0)^T$ (a) e $(1, 1, 0)^T$ (b) . As linhas contínuas representam o ajuste dos dados experimentais por uma função gaussiana, e é utilizada apenas para demonstrar que o feixe na saída do aparato tem um perfil Gaussiano.	75
4.5	Intensidades dos feixes de saída em função de uma das dimensões transversais. Este resultado mostra a projeção no estado $(1, 0, -1)^T$ para os estados de entrada $(1, 0, 0)^T$ e $(1, 1, 0)^T$. As linhas contínuas representam o ajuste dos dados experimentais por uma função gaussiana, e é utilizada apenas para demonstrar que o perfil do feixe na saída do aparato é um perfil gaussiano.	76
4.6	Comparação entre as intensidades para as projeções nos estados $(1, 0, -1)^T$ e $(1, 0, 1)^T$, para um estado de entrada com os três caminhos dados por $(1, 1, e^{i3.11})^T$ (veja tabelas (4.1) e (4.2)). Conforme esperado o estado $(1, 0, 1)^T$ é quase ortogonal ao estado de entrada e por isso a intensidade dos feixes é menor no caso da projeção neste estado.	77
4.7	Intensidades dos feixes de saída em função de uma das dimensões transversais. Este resultado mostra a projeção no estado $(-1, 1, 1)^T$, para o estado de entrada $(1, 0, 0)^T$	78
4.8	Intensidade normalizada em função da posição no plano de Fourier. (a)Comparação dos padrões de interferência dos estados resultantes após as projeções em: $(1, 0, 1)^T$ (quadrados azuis) e $(1, 0, -1)^T$ (círculos vermelhos). Percebe-se que os dois padrões são complementares, ou seja, os máximos de um ficam na região de mínimos do outro. Este comportamento indica uma fase relativa adicional de π entre os caminhos. (b) Ajuste do padrão de interferência transversal do estado resultante após a projeção em $(1, 0, 1)^T$. (c)Ajuste do padrão de interferência transversal do estado resultante após a projeção em $(1, 0, -1)^T$	79
4.9	Padrão de interferência para o estado resutante após a projeção em $(1, 1, -1)^T$ no qual pode-se observar um o comportamento esperado da interferência de três caminhos gaussianos [3]. A linha vermelha representa o ajuste dos dados pela eq.(4.7).	80

4.10	Resultado da implementação das operações de identidade (quadrados azuis) e permutação (círculos pretos). O estado de entrada foi escolhido com as populações não balanceadas para se visualizar a transferência de uma população para a outra.	82
4.11	Esquema para a implementação do método de operações proposto aplicado a um sistema de um fóton anunciado. Neste sistema as polarizações de cada caminho são controladas independentemente, garantindo menor perda devido ao processo de filtragem de polarização. Compensadores de caminho são utilizados para que após cada BD o caminho óptico de cada feixe seja igual, e desta forma permitindo a interferência entre os caminhos.	84

Lista de Tabelas

1.1	Tabela mostrando os resultados do ajuste de dados da potência normalizada <i>vs</i> a escala de cinzas.	23
4.1	Resultados do ajuste da curva de interferência entre os caminhos <i>a</i> e <i>b</i> . . .	72
4.2	Resultados do ajuste da curva de interferência entre os caminhos <i>c</i> e <i>b</i> . . .	72
4.3	Valores obtidos de amplitudes e fases relativas para o estado transformado. Nesta tabela omitiu-se as incertezas experimentais por questão de estética na apresentação de resultados, porém esses valores são levados em conta para o cálculo das fidelidades apresentados nesta seção.	81

Sumário

1	Modulação espacial de Fase e Difração	19
1.1	O Modulador Espacial de Luz	19
1.1.1	Difração por modulação periódica de fase	24
1.2	Análise de algumas grades de fase	26
1.2.1	Grade Binária	28
1.2.2	Grade Dente de Serra (Linear)	30
1.2.3	Grade Triangular	36
2	Estados quânticos discretos utilizando caminhos transversais de fótons	40
2.1	Estados de caminho transversal com fenda	40
2.2	Estados de caminho com feixes gaussianos paralelos	42
2.3	Fonte de qudits emaranhados em caminhos gaussianos transversais	45
2.3.1	A Conversão Paramétrica Descendente Espontânea	46
2.3.2	Preparando qudits fotônicos emaranhados em caminhos Gaussianos transversais	48
2.3.3	Geração de qudits espaciais com um fóton anunciado	55
3	Operações em sistemas quânticos	58
3.1	Operações em estados de fenda utilizando o Modulador Espacial de Luz	59
3.2	Implementação de operações não-diagonais em qutrits de caminho	63
3.3	Análise teórica do método de operações não diagonais para qutrits de caminho Gaussiano	63
3.3.1	A transformação do estado inicial pelo SLM	64
3.3.2	Interferômetro longitudinal baseado em deslocadores de feixe com materiais birrefringentes	66
4	Resultados obtidos pela implementação do método proposto	68
4.1	Projeções de qutrits	69
4.1.1	Projeções na Base computacional	72
4.1.2	Projeções em sobreposições da base computacional	74
4.2	Identidade e permutações	81
4.3	Análise da eficiência do método de operações desenvolvido	82
4.3.1	Proposta de uma montagem mais eficiente para a operação em regime de fótons individuais	83

Introdução

Diversos avanços atuais da teoria de informação quântica exigem o emprego de sistemas quânticos de múltiplos níveis, representados por estados de dimensão d , estes estados são chamados de estados de *qudits*. Uma atenção especial tem sido dedicada a qudits de dimensão $d > 2$ devido a interesses práticos que surgem tanto para se estudar características fundamentais da mecânica quântica [4–8], quanto para a aplicação em informação e computação quântica [9, 10], com destaque para a distribuição de chaves quânticas em protocolos de comunicação [11, 12].

A preparação de estados quânticos é possível em diversos tipos de sistema, dentre eles pode-se destacar a utilização de sistemas ópticos nos quais alguns graus de liberdade de fótons são utilizados para a preparação de qudits (qudits fotônicos). Estes qudits fotônicos podem ser preparados explorando o momento angular orbital da luz ou o caminho transversal de fótons. À partir de estados preparados explorando estes graus de liberdade têm-se desenvolvido estudos sobre a reconstrução da matriz densidade via tomografia quântica de estados com $d > 2$ [13–17], quantificação de emaranhamento [18], implementação de testemunhas de emaranhamento e concentração de emaranhamento [19–21], simulação de dinâmicas de sistemas quânticos abertos [22], clonagem parcial de estados de qudit [23] e a implementação de testes de desigualdades de não-contextualidade [6, 24, 25], dentre outras aplicações.

Uma técnica de preparação de estados muito utilizada nos trabalhos supra-citados consiste na preparação de *estados de fenda*, na qual um conjunto de d fendas em um plano é colocado no plano transversal à propagação dos fótons permitindo definir um estado d -dimensional, a cada uma das fendas sendo atribuído a um nível quântico do sistema. Portanto, este tipo de preparação permite a princípio a preparação de estados de qudit (com $d > 2$) de forma muito rápida, bastando alterar o número de fendas no conjunto para aumentar a dimensão do espaço de Hilbert implementado [26–28].

Apesar da facilidade em se obter estados de dimensões grandes com esta técnica, as operações possíveis de se implementar nestes sistemas são limitadas. Uma dificuldade que ainda não foi superada para este tipo de preparação é a obtenção de um estado de sobreposição nos modos de fenda após uma operação quântica em um estado inicial. Isto na prática significa que operações como projeções não puderam ser implementadas sobre este tipo de sistema. Usualmente o que se têm feito neste sistema é explorar as sobreposições de todos os caminhos possíveis projetando o estado inicial em um plano onde ocorre a interferência óptica (plano de Fourier). Detectando os fótons em cada ponto do plano de interferência consegue-se obter a probabilidade de projeção sobre alguns estados de sobreposição de caminhos [24, 25, 29, 30]. No entanto não é possível, por exemplo, realizar essa estratégia sequencialmente, pois após a detecção do fóton no plano de Fourier, a informação de modos de fenda é perdida. Nos últimos anos a manipulação destes sistemas recebeu o auxílio do uso de Moduladores Espaciais de Fase (SLM), que são empregados no controle de fase e amplitude do estado inicial. Porém, as operações realizadas com SLM

são representadas por uma matriz diagonal, não permitindo ainda a transformação de um modo de fenda em uma sobreposição de modos [13, 19, 29, 31].

Neste trabalho será apresentada uma alternativa à preparação de estados de fenda, sendo estes substituídos por estados fotônicos preparados em caminhos Gaussianos paralelos, ou seja, ao invés do uso de d fendas será apresentado um sistema capaz de gerar d feixes Gaussianos paralelos e cada um destes feixes representa um possível nível do estado de qudit. Utilizando esta forma de preparação é possível implementar operações mais gerais do que as que eram possíveis com estados de fenda. Empregando-se um SLM para auxiliar no processo de operação quântica, têm-se ainda uma maneira automatizada de implementar operações lógicas e projeções. Para além da possibilidade de automatização destas operações quânticas, a técnica apresentada aqui permite que após a realização de uma operação sobre o estado inicial de um qudit de caminho, este em um novo estado se encontra disponível para futuras manipulações e operações, abrindo-se assim a possibilidade de se realizar operações quânticas em cascata em qudits de caminho.

No cap.(1) será realizada uma discussão sobre a modulação de fase utilizando SLM, bem como uma discussão sobre o fenômeno da difração por modulação periódica da fase de uma onda eletromagnética. Os elementos apresentados neste capítulo são de muita importância para a compreensão do método de operações desenvolvido. Serão apresentados alguns dados referentes à caracterização do SLM utilizado e das grades de difração implementadas nesse trabalho.

Posteriormente, no cap.(2), será realizada uma discussão geral sobre a preparação de estados qudits fotônicos de caminho, sendo realizada uma breve discussão sobre a preparação de estados de fenda e uma discussão sobre a preparação de estados de caminhos Gaussianos, apresentando-se uma preparação realizada no laboratório na qual um estado emaranhado em caminhos Gaussianos foi realizada.

Os elementos gerais sobre operações em estados de caminho são desenvolvidos no cap.(3), no qual será realizada uma análise sobre as operações desenvolvidas sobre estados de fenda até o desenvolvimento desse trabalho e por fim será apresentada a metodologia utilizada nesta tese para a operação em estados de caminho Gaussianos.

Os resultados obtidos no laboratório e as análises de qualidade dos estados obtidos após as operações realizadas serão mostrados no cap.(4). Neste capítulo também será apresentada uma proposta experimental que tem como intuito melhorar a eficiência do método desenvolvido.

Capítulo 1

Modulação espacial de Fase e Difração

Ao longo dos últimos anos a modulação espacial da fase de uma frente de onda vem sendo largamente empregada em óptica e informação quântica. O elemento óptico mais utilizado para modular a fase é chamado Modulador Espacial de Luz (SLM¹) [1, 32]. Uma visão geral sobre esse importante elemento óptico será dada ao longo desta seção, porém vale adiantar que sua atuação sobre o feixe é tal que ele fornece um atraso longitudinal a uma região da frente de onda, criando assim uma diferença de fase desta região da frente de onda em relação às outras.

Devido a essa capacidade de controlar as fases relativas entre regiões de uma frente de onda, pode-se realizar uma modulação periódica de fase. Essa modulação espacial periódica irá resultar na difração do feixe refletido ou transmitido, a qual pode ser observada em um plano suficientemente longe do SLM. Tal modulação já foi utilizada em [33] para preparação de estados de fenda. Nas próximas seções serão expostas as principais ideias por trás da difração por modulação periódica de fase e como esta pode ser utilizada para geração e operações gerais em estados de caminho gaussianos.

1.1 O Modulador Espacial de Luz

O modulador espacial de luz reflexivo utilizado neste trabalho é baseado em uma tecnologia conhecida como LCOS-SLM, a qual garante maior eficiência de modulação [1]. Nesse tipo de tecnologia uma célula de cristal líquido é acomodada sobre um substrato de silício. A camada superior a este substrato contém píxeis feitos de eletrodos de alumínio, cada um dos quais controla seu potencial independentemente. Um substrato de material transparente que contém ranhuras é utilizado acima do eletrodo de alumínio. Esse substrato tem como função alinhar as moléculas de cristal líquido, uma vez que essas tendem a se alinhar às ranhuras do substrato, e dependendo da interação entre estas moléculas é possível que este alinhamento se propague [34]. Espaçadores são utilizados para se criar um espaçamento entre essa estrutura prévia e uma estrutura composta por um eletrodo transparente e um substrato de vidro. A Fig.(1.1) representa um esquema deste tipo de tela de cristal líquido.

¹Do inglês: Spatial Light Modulator



Figura 1.1: Representação da estrutura de um LCOS-SLM. Nesse tipo de tecnologia uma célula de cristal líquido é acomodada sobre um substrato de silício. A camada superior a este substrato contém píxeis feitos de eletrodos de alumínio, e um substrato de material transparente que contém ranhuras é posicionado acima do eletrodo de alumínio, formando uma camada de alinhamento. Espaçadores são utilizados para se criar um gap entre essa estrutura prévia e uma estrutura composta por um eletrodo transparente e um substrato de vidro. (Baseada na ref. [1])

Devido a birrefringência dos cristais líquidos [35] a luz pode sofrer modulação tanto de fase quanto de amplitude ao passar por uma estrutura do tipo citada acima. Esse funcionamento duplo é possível devido ao fato de que o eixo óptico dos cristais líquidos é paralelo ao vetor \vec{n} que indica o alinhamento das moléculas (conhecido por vetor diretor), conseqüentemente essa é a direção que contém o índice de refração extraordinário (n_e). Em contrapartida o índice de refração ordinário está em uma direção perpendicular a de \vec{n} . Caso o campo elétrico da onda incidente experimente os dois índices de refração existe um atraso de fase entre componentes ortogonais do campo elétrico, o que causa uma mudança de polarização da onda. Essa mudança na polarização pode ser explorada para se gerar modulação de amplitude (utilizando um polarizador na saída do SLM). No caso de interesse deste trabalho, o vetor \vec{n} está no plano formado pelo campo elétrico da onda incidente e a direção de propagação desta. A inclinação do vetor \vec{n} (e portanto das moléculas) causa um atraso de fase que será explorado na sequência dessa seção. O retardo de fase γ obtido pela onda que atravessa uma célula de cristal líquido de espessura d , é [36]:

$$\gamma = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta n d, \quad (1.1)$$

sendo $\Delta n = (n_e - n_o)$ a birrefringência do meio. A Fig.(1.2) mostra o esquema de uma onda incidindo em uma célula de cristal líquido do tipo da utilizada neste trabalho.

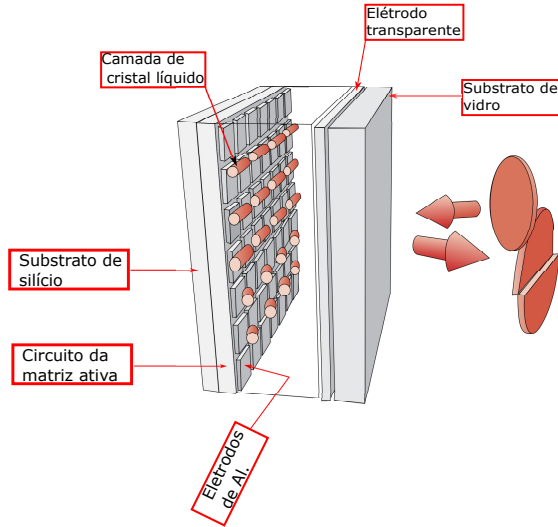


Figura 1.2: Uma onda incidindo em um SLM de reflexão, na figura uma região da matriz de píxeis recebe uma voltagem e as moléculas de cristal líquido sofrem uma deflexão no plano de incidência da luz.

Quando o dispositivo se encontra ligado, uma diferença de potencial pode ser aplicada entre os eletrodos, fazendo com que as moléculas tendam a se alinhar com o campo aplicado. Existe portanto, uma deflexão das moléculas de cristal líquido no plano perpendicular à superfície da célula, o que muda o índice de refração extraordinário que passa a ser dado por [35, 36]:

$$n_e(\theta) = \frac{n_e n_o}{\sqrt{n_e^2 \cos^2(\theta) + n_o^2 \sin^2(\theta)}}, \quad (1.2)$$

sendo θ o ângulo entre o vetor diretor e a normal à superfície do display, e $n_{e(o)}$ é o índice de refração extraordinário (ordinário)². Consequentemente, a birrefringência produz retardo de fases.

No modelo de SLM utilizado (Hamamatsu LCOS-SLM X10468 – 01) a voltagem que deve ser aplicada a um píxel é enviada ao SLM por meio de um controlador conectado a um computador. O computador envia uma imagem de 8–bits (imagem em escala de cinzas) e este controlador atribui a cada escala de cinzas uma tensão, criando-se assim um padrão de fases que pode ser controlado pela imagem em escala de cinzas.

Apesar dessa visão intuitiva existem porém diversos outros problemas técnicos que foram omitidos aqui, por exemplo, a não inclinação uniforme das moléculas ao longo do eletrodo e a presença de uma inclinação pré-fixada das moléculas devido ao não alinhamento perfeito com a célula [35]. Apesar de existirem modelos teóricos para tratar esses problemas e tentar minimizar seus efeitos na modulação de fase, na prática é muito complicado garantir o funcionamento perfeito, e por isso a eficiência da modulação de fase nem sempre será a desejada. Por isso é importante realizar uma caracterização minuciosa desse equipamento antes de sua utilização. Na próxima seção será discutido como obter uma calibração experimental da fase em função da tensão, ou a escala de cinzas que controla essa tensão.

²Essa mudança no índice de refração pode ser obtida da indicatriz óptica, conforme explicado na ref. [37].

Calibração do SLM

Um passo importante ao se trabalhar com o SLM é fazer uma correspondência entre a fase dada e a escala de cinzas. Uma das possíveis formas de se realizar esta calibração explora o fato de que o modulador utilizado modula a componente de polarização H , enquanto a componente V é apenas refletida sem um atraso longitudinal ou sem uma fase adicional.

A Fig.(1.4) mostra o esquema utilizado para se realizar esta calibração. Nesse esquema divide-se um feixe de laser, com polarização $+45^\circ$, utilizando-se um deslocador de feixe birrefringente (BD), gerando assim dois feixes paralelos um com polarização H e outro V . Esses dois feixes incidem no SLM no qual coloca-se uma escala de cinzas ξ apenas na região onde o feixe H incide, enquanto na região do outro feixe, a escala de cinzas é 0. Após o SLM um segundo BD sobrepõe longitudinalmente os dois caminhos, e uma placa $\lambda/2$ leva as polarizações do feixe H e V para $+45^\circ$ e -45° respectivamente. Um PBS seleciona a componente H desta sobreposição.

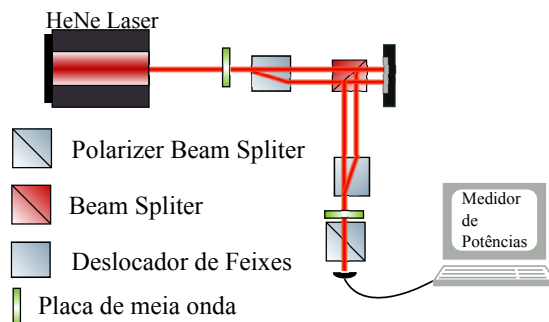


Figura 1.3: Interferômetro utilizado para calibrar a fase dada pelo modulador. Um feixe de laser tem sua polarização levada para o estado $+$ e é dividido em dois feixes com polarização H e V . O feixe H é modulado pelo SLM e interfere com o feixe V após o PBS. Um medidor de potências registra a potência em função da escala de cinzas do SLM.

Após o PBS a intensidade do feixe em função da escala de cinzas ξ é dada por:

$$I(\xi) = A [1 - \eta \cos(c\xi + \delta)] , \quad (1.3)$$

sendo A uma constante, η a visibilidade desse padrão de interferências e δ um deslocamento na curva de interferência causada por exemplo por uma diferença de caminhos devido a atrasos de caminho não dados pelo SLM. Aqui supomos uma relação linear entre ξ e a fase longitudinal ϕ (medida em radianos). Portanto a partir de dados experimentais de I vs ξ , pode-se fazer um ajuste com a eq.(1.3) e determinar as constantes c e δ . Com isso pode-se atribuir uma fase para cada escala de cinza do SLM, pois a fase ϕ é dada pelo produto $c\xi$ no argumento da função cosseno na eq.(1.3).

Na realização da calibração utilizou-se um medidor de potência óptica após o PBS, uma vez que a potência medida é proporcional à intensidade do feixe. Variando a escala de cinza do feixe H entre 0 – 250 com passos de 10, e mantendo o feixe V com escala de cinzas 0, levanta-se então valores de I vs ξ . Os dados experimentais são mostrados na Fig.(1.4) e do ajuste destes pela eq.(1.3) obtém-se os valores dos parâmetros A , η , c e δ . Os valores destes parâmetros são mostrados na tabela (1.1) e os valores de c sugerem que a modulação do SLM é de até $\phi_{max} = 6,63 \pm 0.02$ rad para o comprimento de onda utilizado ($\lambda = 632,8$ nm).

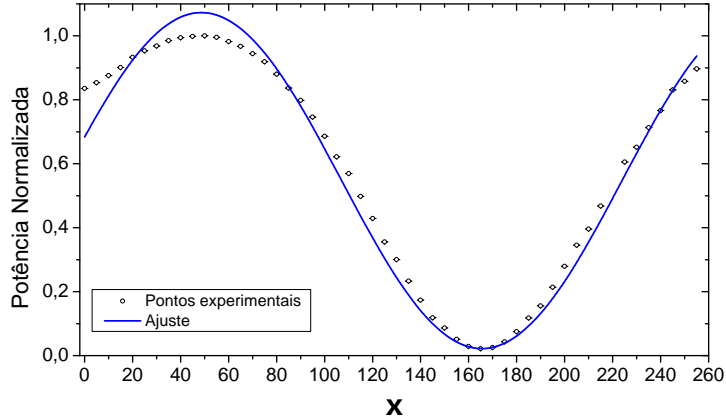


Figura 1.4: Resultados experimentais da calibração do modulador de fases usando a montagem mostrada na Fig.(1.3). Os pontos na figura representam os valores experimentais normalizados pela máxima potência medida e a linha azul representa o ajuste feito pela eq.(1.3).

Parâmetros	Valor
A	$(5,47 \pm 0,06) 10^{-1}$
c	$(2,69 \pm 0,03) 10^{-2}$
η	$(9,606 \pm 0,0012) 10^{-1}$
δ	$(1,31 \pm 0,04)$

Tabela 1.1: Tabela mostrando os resultados do ajuste de dados da potência normalizada *vs* a escala de cinzas.

A análise feita acima supõe que existe uma relação linear entre a escala de cinzas (ξ) e a fase longitudinal dada ao feixe (ϕ). No entanto, pode-se observar na Fig.(1.4) que a função dada pela eq.(1.3) não ajusta bem os dados para os primeiros valores de escala de cinzas. Uma forma de melhorar esse ajuste é supor que não existe uma relação linear entre ξ e ϕ . Particularmente para estes dados encontra-se que um bom ajuste é dado por uma função do tipo:

$$I(\xi) = A [1 - \eta \cos(a\xi^3 + b\xi^2 + c\xi + \delta)] . \quad (1.4)$$

Dessa forma a relação entre a relação entre ξ e ϕ é dada por:

$$\phi = a\xi^3 + b\xi^2 + c\xi . \quad (1.5)$$

Na Fig.(1.5) é mostrado o ajuste dos dados pela eq.(1.4). Percebe-se que esse ajuste é melhor do que o fornecido pela eq.(1.3), o que leva a concluir que a relação entre fases longitudinais dada pelo SLM e escalas de cinzas não é linear. Na Fig.(1.5a) é mostrado um gráfico com os valores de ϕ obtido ao substituir na eq.(1.5) os valores obtidos no ajuste dos parâmetros a , b e c . Essa análise sugere que o valor máximo de fase dada pelo SLM é: $\phi_{\max} \approx (6,47 \pm 0,01)$ rad para o comprimento de onda utilizado ($\lambda = 632,8$ nm)

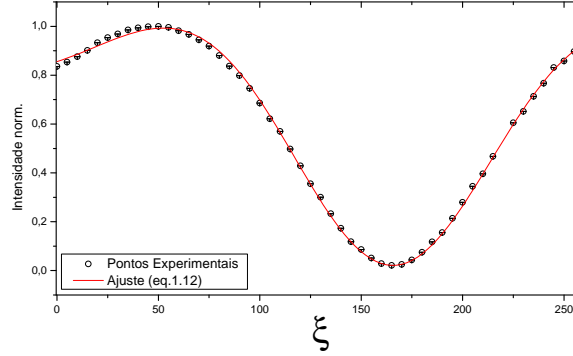
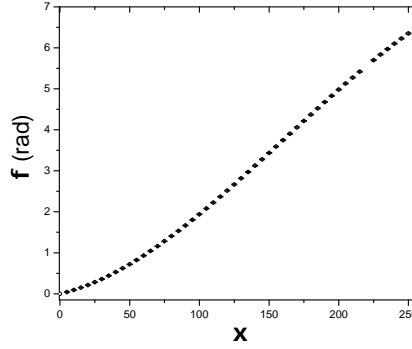
(a) Intensidade *vs* Escala de Cinzas(b) Fase *vs* Escala de cinzas

Figura 1.5: Calibração do SLM supondo uma relação não linear ente ξ e ϕ . Em (1.5a) é mostrado um gráfico do ajuste dos pontos experimentais pela função da eq.(1.4). Em (1.5b) é mostrada a correspondência entre cada valor de escala de cinzas e a fase longitudinal dada pelo SLM.

1.1.1 Difração por modulação periódica de fase

Considere que um feixe gaussiano colimado e polarizado na direção \hat{x} ilumine a tela de um SLM, o que introduz uma modulação periódica na fase do feixe. Por conveniência trataremos do problema unidimensional, porém a extensão para o caso bi-dimensional é direta para o caso em que não existe acoplamento entre as variáveis do campo em cada direção. A distribuição de fases do SLM é dada por:

$$\Phi(x) = G(x) + \zeta, \quad (1.6)$$

sendo $G(x)$ uma função periódica cuja variação de fase é ao longo da direção x e ζ uma fase constante adicionada à região iluminada pelo feixe.

O cálculo da distribuição de campo em um plano distante ao do plano do SLM pode ser feito utilizando a aproximação de Fraunhofer [32]. Esta aproximação é válida sempre que a distância entre os planos de interesse (z) guardar a seguinte relação com a distância entre duas regiões consecutivas com fases diferentes (A) e o comprimento de onda λ : $z > \frac{2A^2}{\lambda}$. A fig(1.6) ilustra essa situação física, e nela podemos notar que as variáveis transversais do plano de incidência são rotuladas por (x', y') , enquanto as do plano distante (de Fraunhoufer) são dadas por (x, y) .

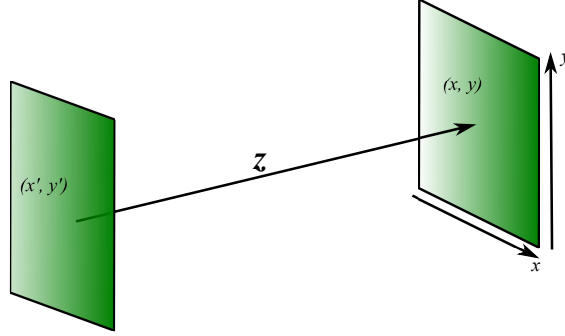


Figura 1.6: Vemos a existência de dois planos localizados a uma distância z , e queremos calcular a relação do campo no plano inicial (x', y') com o campo no plano final (x, y) .

Usando estes elementos podemos encontrar que a relação entre os campos nestes dois planos é dada por:

$$E(x) = \frac{e^{ikz} \exp\left[\frac{ikx^2}{2z}\right]}{i\lambda z} \int_{-\infty}^{\infty} dx' E(x') \exp\left[i\frac{kxx'}{z}\right]. \quad (1.7)$$

A menos do fator multiplicativo, a eq.1.7 mostra que o campo no plano distante é a transformada de Fourier do campo no plano inicial, tendo como frequência espacial $\frac{kx'}{z}$.

Desta forma para obtermos o campo em um plano distante ao SLM com uma modulação de fase seguindo a distribuição da eq.(1.6), basta tomarmos a transformada de Fourier do campo transversal no plano do SLM ($E_s(x) e^{i[G(x)+\zeta]}$). Desta forma o campo no plano distante pode ser escrito como:³

$$E_f(q) \propto \mathcal{F}\{E_s(x) e^{i[G(x)+\zeta]}\}. \quad (1.8)$$

A exponencial da função periódica $G(x)$ na eq.(1.8), pode ser expandida em uma série de Fourier dada por [38]:

$$e^{iG(x)} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} c_m \exp\left[\frac{-2\pi imx}{T}\right], \quad (1.9)$$

com m inteiro e T o período da modulação periódica. Os coeficientes complexos c_m são dados por:

$$c_m = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} dx e^{iG(x)} \exp\left[\frac{2\pi imx}{T}\right]. \quad (1.10)$$

Substituindo a eq.(1.9) na eq.(1.8), obtemos:

$$E_f(q) \propto e^{i\zeta} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \mathcal{F}\left\{c_m E_s(x) \exp\left[\frac{-2\pi imx}{T}\right]\right\}. \quad (1.11)$$

A eq.(1.11) representa a somatória das transformadas de Fourier do campo elétrico no plano do SLM multiplicado pelas fases da expansão de $e^{iG(x)}$ em série de Fourier. Usando

³A transformada de Fourier de \bullet será denotada por $\mathcal{F}\{\bullet\}$.

o teorema do deslocamento das transformadas de Fourier [38] na Eq.(1.11), e o fato dos coeficientes c_m não dependem de x (pois na eq.(1.10) é realizada a integração definida em x), o campo no plano distante ao SLM é:

$$E_f(q) \propto e^{i\zeta} \sum_{m=-\infty}^{\infty} c_m \mathcal{F}\{E_s(x)\} \left(q - \frac{2\pi m}{T} \right). \quad (1.12)$$

Essa equação expressa o fato de que o campo no plano distante é composto pela soma das transformadas de Fourier de $E_s(x)$, ponderada pelas amplitudes complexas c_m , e deslocadas de uma distância $\frac{2\pi m}{T}$. Uma vez que $E_s(x)$ é representado por uma função gaussiana de largura σ , sua transformada de Fourier é outra gaussiana de largura σ' .

A intensidade do campo no plano distante é dada pelo módulo quadrado da Eq.(1.12) e fica:

$$I_f = \sum_{m=-\infty}^{\infty} |c_m \mathcal{F}\{E_s^m\}|^2 + 2\Re \left\{ c_m c_{m'} E_f^m E_f^{m'} \right\}, \quad (1.13)$$

onde $\mathcal{F}\{E_s^m\}$ representa a transformada de Fourier do campo de entrada, que será uma gaussiana centrada na posição $\frac{2\pi m}{T}$. Na situação onde a sobreposição dos campos E_f^m e $E_f^{m'}$ é muito pequena, então a contribuição do termo que envolve o produto de duas gaussianas centradas em ordens diferentes é desprezível, uma vez que, dada uma certa posição do espaço onde a amplitude de E_f^m for relevante, a amplitude de $E_f^{m'}$ é ≈ 0 . Com isso toda a análise teórica da intensidade das redes de difração pode ser feita apenas considerando as intensidades de cada ordem de difração.

1.2 Análise de algumas grades de fase

Apesar da discussão na subsec.(1.1.1) geral e os padrões periódicos de fase serem os mais variados possíveis, nas próximas páginas desta seção serão calculados os coeficientes c_m ((1.10)) das grades de fase empregadas ao longo deste projeto. Toda a análise levará em consideração que a diferença entre o menor e o maior valor de fase dentro de um período é dada por φ , esta grandeza será referenciada também por altura da grade de fases. Uma vez que estamos interessados em realizar operações em um espaço de qutrit, o foco de nossa análise se resumirá às ordens de difração $m = -1, 0, 1$.

Alguns resultados experimentais serão apresentados afim de confrontar com a predição teórica o comportamento experimental de intensidade em função da altura da grade. Essa caracterização foi realizada seguindo o esquema experimental mostrado na Fig.(1.7), na qual um feixe de laser com intensidade apropriada e com perfil gaussiano incide sobre a tela de um SLM que contém uma dada grade com altura φ . Uma lente esférica projeta a transformada de Fourier do plano do SLM em um plano de detecção no qual está uma câmera CMOS com píxeis de $5,2 \mu\text{m}$ e resolução de 1280×1023 píxeis. Para cada altura de grade coleta-se uma imagem da distribuição de intensidade no plano $x - y$, como exemplificada na Fig.(1.8a).

Os *softwares* que são utilizados para realizar o tratamento destas imagens as lêem como matrizes nas quais cada elemento representa o valor em escala de cinza que se atribui a um pixel, tal valor é proporcional à intensidade da luz que chega àquele pixel. A fig.(1.8a) será usada para exemplificar o tratamento computacional dos dados experimentais obtidos. A imagem mostrada na Fig.(1.8a) é lida computacionalmente como uma matriz (M) que

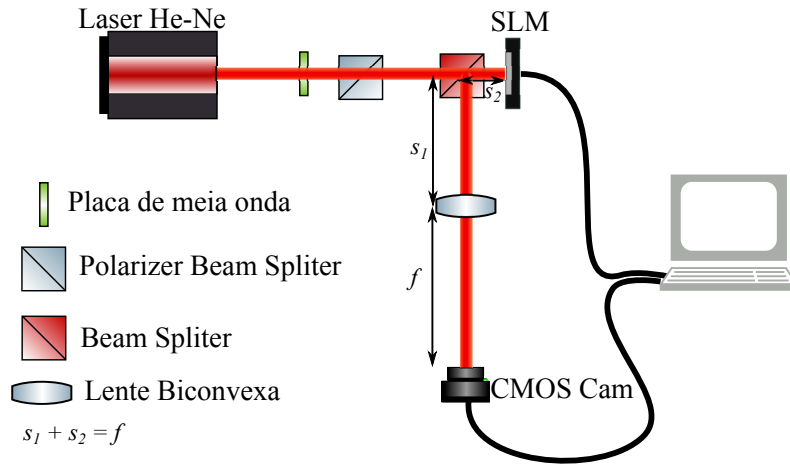


Figura 1.7: Esquema experimental para se caracterizar a intensidade das ordens de difração de interesse em função da altura de uma grade específica. Um feixe de laser incide sobre a tela do SLM na qual uma grade de fases é implementada. O feixe difratado passa por uma lente que projeta a transformada de Fourier óptica do plano do SLM no plano de detecção.

contém i linhas e j colunas. Uma vez que as ordens de difração estão deslocadas ao longo da direção \hat{x} , então a primeira etapa do tratamento de dados é criar um vetor coluna (S) com j elementos, cada um dos j -éssimos elementos de S representa a soma de todos os elementos da j -éssima coluna de M . Com isso pode-se obter um perfil de "Intensidade" por coluna, o qual é representado na Fig.(1.8b). Esse procedimento é equivalente a substituir a câmera por um detector que se move na direção \hat{x} juntamente com uma fenda, esta fenda teria dimensão em \hat{x} de $5,2 \mu\text{m}$ e $j \times 5,2 \mu\text{m}$ em \hat{y} .

O objetivo desta caracterização é obter a variação da intensidade de cada ordem de difração em função da altura de um tipo de grade (em escala de cinza). Portanto, deve-se fixar a posição de cada ordem de difração e criar uma tabela de valores de intensidade *vs* altura da grade. Tais resultados serão mostrados nas subseções seguintes.

(a) Imagem obtida pela câmera CMOS



(b) Perfil de intensidade por coluna da imagem

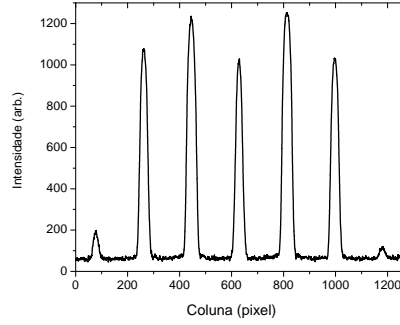


Figura 1.8: Exemplos de medições obtidas durante a caracterização das intensidades de ordens de difração de cada grade. Em (1.8a) temos uma imagem obtida pela câmera CMOS. Enquanto a parte (1.8b) mostra o resultado da intensidade de luz em cada coluna da imagem obtida.

1.2.1 Grade Binária

A Fig.(1.9) (esquerda) mostra uma representação gráfica da distribuição de fases ao longo de uma direção espacial \hat{x} . Note que segundo a eq.(1.10) é necessário conhecer o comportamento da função apenas dentro de um período, assim para a grade binária temos:

$$G(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } -\frac{T}{2} \leq x < 0 \\ \varphi, & \text{se } 0 \leq x < \frac{T}{2} \end{cases} . \quad (1.14)$$

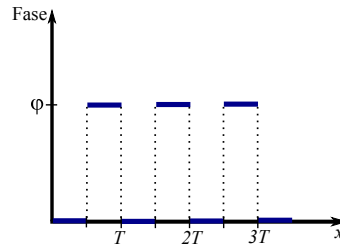


Figura 1.9: Perfil de fase de uma grade binária de com altura φ

Substituindo a eq.(1.14) na eq.(1.10) obtêm-se que:

$$c_m = \frac{1}{T} \left\{ \int_{-T/2}^0 dx \exp \left[\frac{2\pi imx}{T} \right] + \int_0^{T/2} dx e^{i\varphi} \exp \left[\frac{2\pi imx}{T} \right] \right\} . \quad (1.15)$$

Para $m = 0$ a eq.(1.15) fica:

$$c_0 = \frac{1}{2} (1 + e^{i\varphi}) , \quad (1.16)$$

a qual pode ser reescrita como:

$$c_0 = e^{i\frac{\varphi}{2}} \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) . \quad (1.17)$$

Partindo da eq.(1.15), os coeficientes para $m \neq 0$ são dados por:

$$c_m = \frac{1}{m\pi} \operatorname{sen}\left(\frac{m\pi}{2}\right) \left[e^{-\frac{i\pi m}{2}} + e^{i\varphi} e^{\frac{i\pi m}{2}} \right] . \quad (1.18)$$

Para os valores pares de m o termo $\operatorname{sen}\left(\frac{m\pi}{2}\right)$ é sempre nulo, portanto $c_m = 0$. Por outro lado para m ímpar as exponenciais complexas $e^{\pm\frac{i\pi m}{2}}$ ficam:

$$e^{\pm\frac{i\pi m}{2}} = \pm i \operatorname{sen}\left(\frac{m\pi}{2}\right) , \quad (1.19)$$

Assim a eq.(1.18) para valores ímpares de m fica:

$$c_m = \frac{i}{m\pi} \operatorname{sen}^2\left(\frac{m\pi}{2}\right) [e^{i\varphi} - 1] , \quad (1.20)$$

ou de forma mais simplificada:

$$c_m = -\frac{1}{m\pi} e^{\frac{i\varphi}{2}} \operatorname{sen}\left(\frac{\varphi}{2}\right) . \quad (1.21)$$

Sumarizando o desenvolvimento matemático acima temos que os coeficientes complexos de uma grade de fases binária são dados por:

$$c_m = \begin{cases} e^{i\frac{\varphi}{2}} \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) & \text{para } m = 0 ; \\ 0 & \text{para } m \text{ par} ; \\ -\frac{2}{m\pi} e^{\frac{i\varphi}{2}} \operatorname{sen}\left(\frac{\varphi}{2}\right) & \text{para } m \text{ ímpar} . \end{cases} \quad (1.22)$$

Realizando o experimento descrito na sec.(1.1.1) para caracterização da intensidade das ordens de difração -1 , 0 e 1 , obtemos o gráfico mostrado na Fig.(1.10). Percebemos um bom acordo com os comportamentos previstos pela eq.(1.22), porém existe um comportamento não esperado da ordem 0 para os últimos valores de altura da grade. Esperava-se que para estes valores a intensidade fosse próxima à dos valores iniciais de escala de cinzas. Esse comportamento pode ser devido a um efeito de interferência entre uma porção de luz modulada pelo SLM com a luz não modulada, uma vez que esta última é sempre refletida na região espacial da ordem 0 .

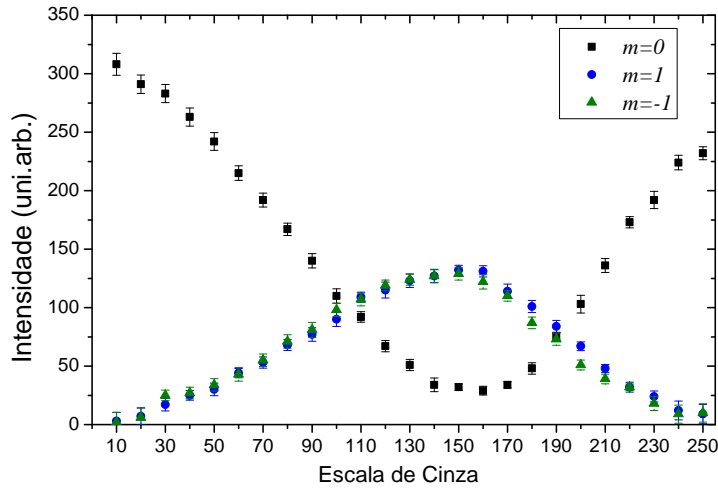


Figura 1.10: Resultados experimentais da intensidade das ordens 0 e ± 1 de uma grade binária em função da altura da grade em escala de cinza. Os quadrados representam o comportamento da intensidade da ordem 0 enquanto os círculos e os triângulos representam a intensidade das ordens 1 e -1 , respectivamente.

1.2.2 Grade Dente de Serra (Linear)

Um outro perfil de fases muito útil para este trabalho é o perfil Dente de Serra (DS). Este perfil de fases é representado na Fig.(1.11), da qual pode-se notar que a fase varia de forma linear dentro de um período. Por isso, esta distribuição é também conhecida como "grade linear". A Fig.(1.11a) mostra uma distribuição espacial de fase na qual dentro de um período espacial T a fase varia de um valor mínimo (0) até o máximo valor (φ). Este perfil de fases será referido como Dente de Serra Crescente (DSC). A situação inversa, na qual a fase varia de um valor máximo (φ) para um valor mínimo (0), dentro do período espacial T , será denominada Dente de Serra Decrescente (DSD).

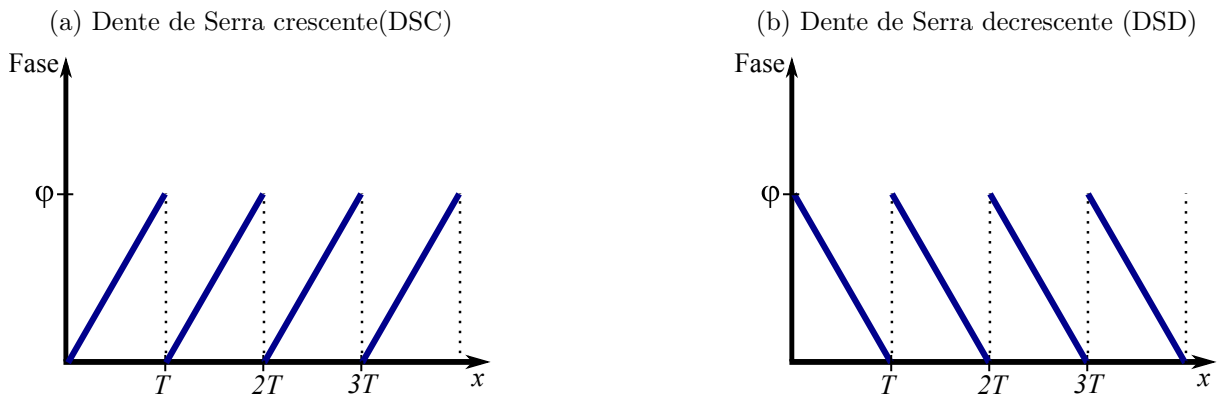


Figura 1.11: Perfil de grades dente de serra. Em (a) representa-se uma grade D.S, onde o perfil de fases de um período é uma reta com coeficiente linear positivo. Em (b) temos um perfil de fases que é representado dentro de um período por uma reta com coeficiente angular negativo.

A função que caracteriza estas grades dentro de um período (T) pode ser escrita

como [32]:

$$G(x) = \pm \frac{\varphi x}{T}, \quad (1.23)$$

onde + representa a grade na qual os valor de fase são crescentes dentro de um período e – representa a grade em que a fase decresce dentro de um período.

Utilizando a eq.(1.23) na eq.(1.10), tem-se os coeficientes da série de Fourier para esta grade, os quais são dados por:

$$c_m = \frac{1}{T} \int_0^T dx \exp \left[\frac{i}{T} (2\pi m \pm \varphi) x \right]. \quad (1.24)$$

A solução da eq.(1.24) mostra que os coeficientes c_m são dados por:

$$c_m = \exp \left[\frac{i}{2} (2\pi m \pm \varphi) \right] \text{sinc} \left[\frac{1}{2} (2\pi m \pm \varphi) \right]. \quad (1.25)$$

Uma vez que o interesse deste trabalho para estas grades se resume às ordens $m = 1, 0$ e -1 , convém destacar o comportamento dos coeficientes destas ordens em função da altura da grade, o qual é:

$$c_{-1} = \exp \left[\frac{i}{2} (-2\pi \pm \varphi) \right] \text{sinc} \left[\frac{1}{2} (-2\pi \pm \varphi) \right]; \quad (1.26a)$$

$$c_0 = \exp \left[\frac{i}{2} (\pm \varphi) \right] \text{sinc} \left[\frac{1}{2} (\pm \varphi) \right]; \quad (1.26b)$$

$$c_1 = \exp \left[\frac{i}{2} (2\pi \pm \varphi) \right] \text{sinc} \left[\frac{1}{2} (2\pi \pm \varphi) \right]. \quad (1.26c)$$

Das eqs.(1.26), nota-se que se a altura da grade for tomada como $\varphi = 2\pi$, observa-se que $c_0 = 0$. Em contrapartida caso a grade seja uma DSC(DSD) $c_{-1} = 1$ ($c_1 = 1$). Ou seja, essa grade é capaz de desviar o feixe incidente para uma outra posição, sendo muito útil na proposta atual quando se tem a necessidade de transferir a população de fótons de um caminho para outro, possibilitando a realização da transição de um estado da base computacional para outro.

Grade dente de serra pixelada

Todo o desenvolvimento apresentado acima considera que o SLM é capaz de implementar perfis de fase que seguem distribuições contínuas, porém na prática, para se construir um perfil de fases no SLM é necessário atribuir um único valor de escala de cinzas para um píxel. O efeito disso é que as funções contínuas de fase implementadas no SLM apresentam degraus, apesar de o comportamento crescente ou decrescente da fase *vs* posição ser mantido. A Fig.(1.12) mostra a variação de fases de uma grade DSC implementada no SLM. A presença dos degraus indica que cada píxel possui um valor de escala de cinza maior que seu vizinho anterior. Devido a estes degraus essa estrutura de fases mais realista será chamada de Grade Escada Dente de Serra(EDS).

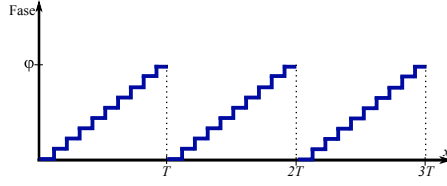


Figura 1.12: Perfil de uma grade dente de serra modulada por uma estrutura pixelada como a do SLM.

Para produzir a grade EDS no SLM primeiramente divide-se o máximo valor de fases (φ) pelo número de píxeis em um período T (N) e atribui-se um valor inteiro p para localizar a posição do píxel dentro do período T da grade. Com isso o valor da fase de cada píxel é dada por:

$$\varphi_p = \frac{\varphi}{N} p. \quad (1.27)$$

O perfil de fases para um período da Fig.(1.12) pode ser dado pela soma de funções retângulos com altura dada pela eq.(1.27). Uma vez que a dimensão de cada píxel ao longo da direção \hat{x} é dada por l , então cada retângulo será centrado na posição $\frac{(2p+1)l}{2}$. Assim a função que representa o comportamento de um período para uma grade EDS é dada por:

$$G(x) = \sum_{p=0}^{N-1} p \frac{\varphi}{N-1} \text{Ret} \left\{ \frac{1}{l} \left[x - (2p+1) \frac{l}{2} \right] \right\}, \quad (1.28)$$

e a função $\text{Ret}(x)$ é definida como:

$$\text{Ret}(u) = \begin{cases} 1, & \text{se } |u| \leq \frac{1}{2} \\ 0, & \text{se } |u| > \frac{1}{2} \end{cases}. \quad (1.29)$$

No caso das grades pixeladas é mais simples se obter os coeficientes em série de Fourier partindo de uma análise da função periódica $f(x) = e^{i\Phi(x)}$, dentro de um período T da função que descreve a grade de difração. Essa facilidade se justifica pois, os coeficientes da expansão em série de Fourier de uma função periódica $f(x)$ são dados por:

$$c_m = \frac{1}{T} \int_0^T dx f(x) \exp \left[\frac{-2\pi i m x}{T} \right]. \quad (1.30)$$

Dessa forma no intervalo de 0 à T a função que representa a distribuição espacial de fase dada pelo SLM é:

$$f(x) = \sum_{p=0}^{N-1} f_p(x) = \sum_{p=0}^{N-1} e^{i\phi_p} \text{Ret} \left\{ \frac{1}{l} \left[x - (2p+1) \frac{l}{2} \right] \right\}, \quad (1.31)$$

onde ϕ_p é um valor constante de fase para cada píxel. Para o caso de uma rede EDS cujos valores de fase variam de 0 à φ esse é dado por:

$$\phi_p = \pm \frac{\varphi p}{(N-1)}. \quad (1.32)$$

Substituindo a Eq.(1.31) na Eq.(1.30), obtêm-se:

$$c_m = \frac{1}{T} \sum_{p=0}^{N-1} e^{i\phi_p} \int_{pl}^{(p+1)l} dx \exp \left[\frac{-2\pi imx}{T} \right]. \quad (1.33)$$

Para $m = 0$, usando o fato que $T = Nl$ a Eq.(1.33) resulta em:

$$c_0 = \frac{1}{N} \sum_{p=0}^{N-1} e^{i\phi_p}, \quad (1.34)$$

para quaisquer outros valores de m os coeficientes ficam:

$$c_{m \neq 0} = e^{-im\pi} \operatorname{sinc} \left(\frac{m\pi}{N} \right) \sum_{p=0}^{N-1} e^{i\phi_p} \exp \left(\frac{-i2\pi m}{N} p \right). \quad (1.35)$$

As Eqs.(1.34) e (1.35) podem ser resolvidas utilizando a soma parcial de uma progressão geométrica [38]. Para a rede linear utilizando-se a Eq.(1.32) os coeficientes c_m são dados por:

$$c_0 = \frac{1}{N} \exp \left[\frac{i\varphi}{2} \left(\frac{N-1}{N} \right) \right] \frac{\operatorname{sen} \left(\frac{\varphi}{2} \right)}{\operatorname{sen} \left(\frac{\varphi}{2N} \right)}; \quad (1.36a)$$

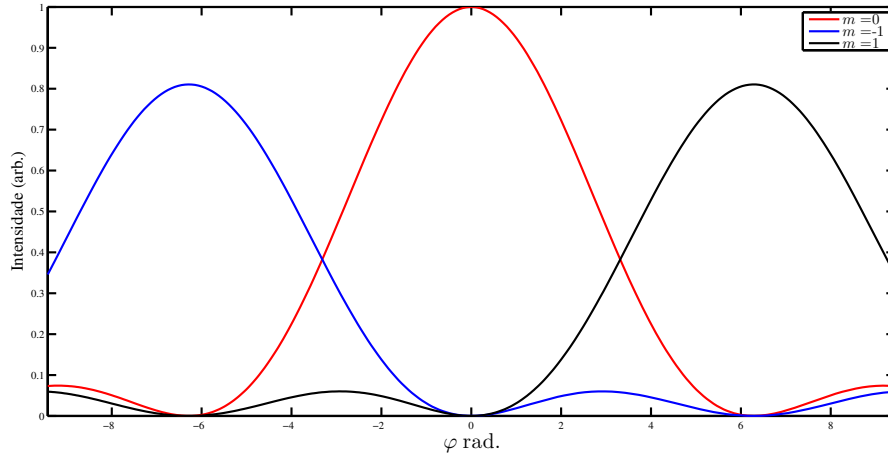
$$c_{m \neq 0} = \frac{1}{N} \exp \left\{ \frac{i(N-1)}{N} \left[\frac{\varphi}{2} - m\pi \right] \right\} \operatorname{sinc} \left(\frac{m\pi}{N} \right) \frac{\operatorname{sen} \left(\frac{\varphi}{2} - m\pi \right)}{\operatorname{sen} \left(\frac{\varphi - 2m\pi}{2N} \right)}. \quad (1.36b)$$

Apesar de mais complicados os coeficientes dados pela eq.(1.36) se reduzem aos coeficientes da rede DS contínua (eq.1.25) no limite onde $N \rightarrow \infty$, ou seja, para um período muito grande a estrutura de escadas desta grade acaba se tornando irrelevante.

Comparando as eq.(1.26) com eq.(1.36) pode-se perceber que a pixelização do SLM influencia na intensidade e na fase de cada ordem de difração, ou seja, fixada uma certa altura de grade, percebe-se que os valores de intensidade e fase para cada ordem das grades com estrutura de escada são diferentes dos previstos para uma grade ideal.

Uma forma mais completa de elucidar essas diferenças é uma análise gráfica da intensidade de cada ordem de difração *vs* altura da grade para um número fixo de píxeis por período (N). Na Fig.(1.13) temos uma comparação do comportamento da intensidade em função da altura da grade para redes com $N = 4$ e $N = 100$, onde os valores negativos de fase representam uma grade EDS decrescente. Desta análise percebe-se que para uma rede de altura 2π quanto menor o número de píxeis menor será a intensidade das ordens ± 1 , o que contrasta com o caso ideal de uma grade com essa altura, neste caso a previsão é de que toda a intensidade inicial é desviada para as ordens ± 1 . É conveniente ressaltar que esta análise não leva em conta outros parâmetros inerentes ao SLM que podem reduzir ainda mais a eficiência de modulação destas grades, como por exemplo o fato de que a porção de frente de onda incidente em um píxel não sofre modulação de fase em toda região deste, ou seja, existe uma região não ativa de cada píxel que é incapaz de modular a fase.

(a) Intensidade *vs* altura da grade, para $N = 4$



(b) Intensidade *vs* altura da grade, para $N = 100$

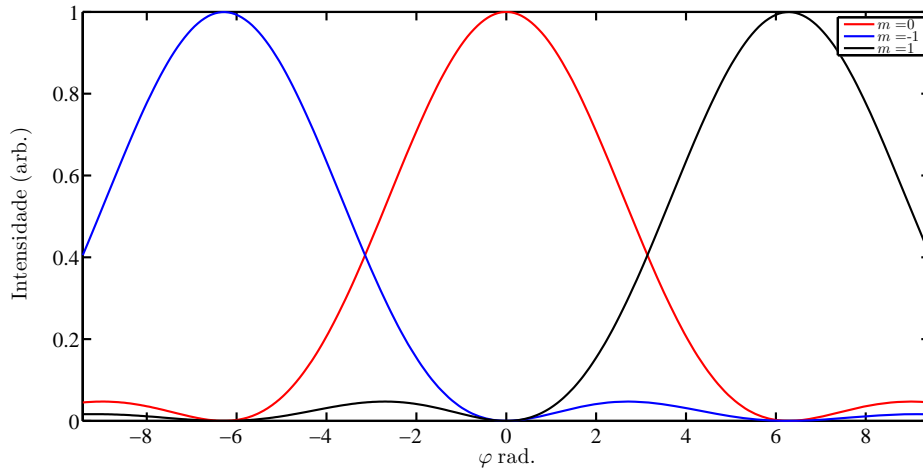
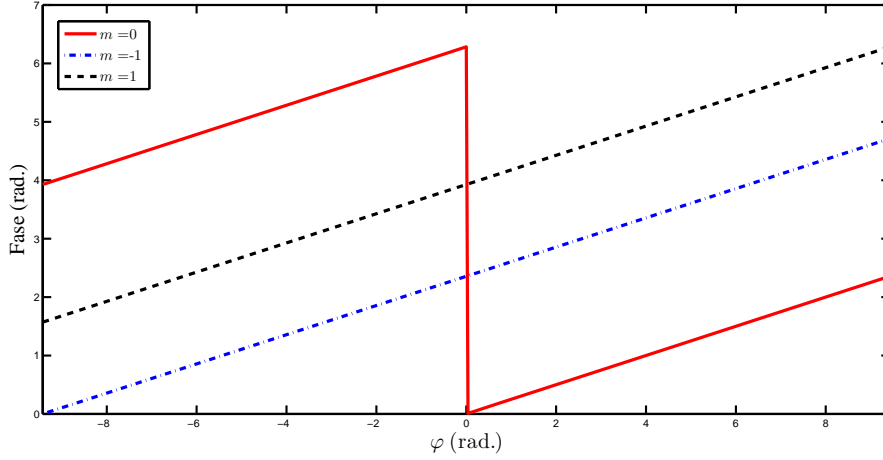


Figura 1.13: Análise da intensidade *vs* altura da grade EDS. Na Fig.(1.13a) é mostrada a variação da intensidade para uma rede com 4 píxeis, percebe-se que para uma rede de altura 2π a intensidade da luz difratada nas ordens ± 1 é cerca de 80% da intensidade total da luz incidente (valor da intensidade na ordem 0 para altura 0). Na Fig.(1.13b) é representada uma situação na qual $N = 100$, com isso percebe-se que a intensidade das ordens ± 1 na altura de 2π é praticamente igual a intensidade incidente.

Existe também uma influência da pixelização sobre a fase da onda em cada ordem de difração. Procedendo uma análise gráfica similar à utilizada na análise da intensidade, pode-se observar que a fase dos coeficientes da eq.(1.36) também sofrem efeito da discretização de escalas de cinza. Segundo a eq.(1.26) os valores de fase das ordens ± 1 são sempre iguais para uma mesma altura de grade, porém fica claro da Fig.(1.14) que quanto menor o valor de N mais distantes são esses valores.

(a) Fase de cada ordem de difração *vs* altura da grade, para $N = 4$



(b) Fase de cada ordem de difração *vs* altura da grade, para $N = 100$

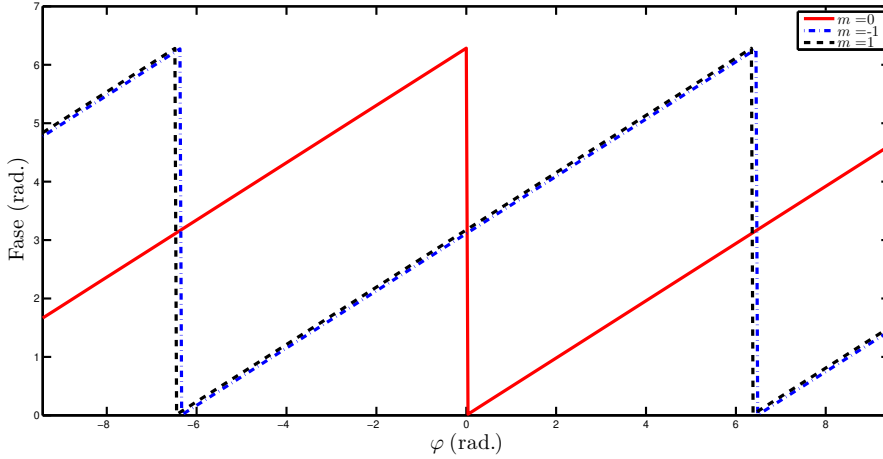


Figura 1.14: Análise da fase de cada ordem de difração *vs* altura da grade EDS. Na Fig.(1.14a) é mostrada a variação dos valores de fase para uma rede com 4 píxeis, percebe-se que os valores de fase das ordens ± 1 são diferentes, o que contrasta com a predição da eq.(1.26). Na Fig.(1.14b) é representada uma situação na qual $N = 100$, com isso percebe-se que os valores de fase das ordens ± 1 reproduzem muito melhor o comportamento previsto pela eq.(1.26).

Com as discussões apresentadas acima pode-se compreender o resultado experimental obtido variando-se a altura da grade e medindo-se a intensidade da luz em cada ordem. Esses resultados são apresentados na Fig.(1.15), e as grades implementadas no SLM foram grades com $N = 4$. Este valor para a escolha de N se deve ao fato de estar-se trabalhando com um feixe gaussiano de largura máxima de mais ou menos 2mm, logo se um período muito grande fosse utilizado não haveria modulação periódica da fase, uma vez que o efeito final seria modular a frente de onda incidente apenas com uma função linear.

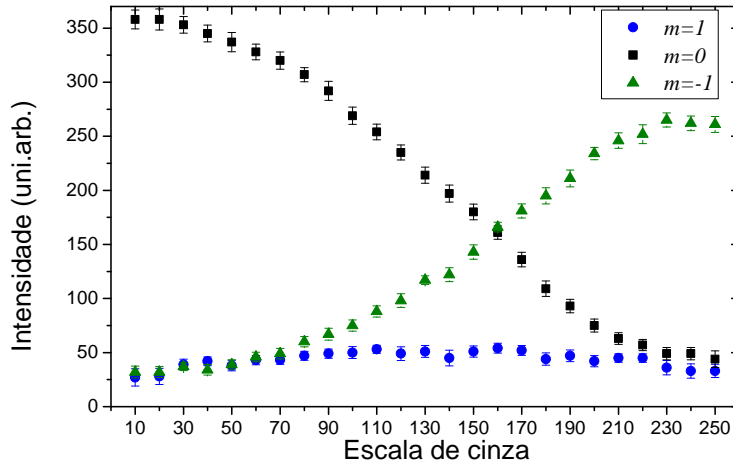


Figura 1.15: Resultados experimentais da intensidade em função da altura da grade DS. Os quadrados representam o comportamento da intensidade da ordem 0 enquanto o círculos e os triângulos representam a intensidade das ordens 1 e -1 respectivamente.

Percebe-se da Fig.(1.15) que a intensidade máxima de luz na ordem 1 é menor do que os 80% previstos na Fig.(1.13a), o que corrobora com o fato de que a eficiência de modulação para estas grades não depende apenas do efeito de pixelização mas também de fatores ligados ao funcionamento do SLM que reduzem a eficiência de modulação, conforme já discutido, dentre eles pode-se destacar a região não ativa de cada píxel.

1.2.3 Grade Triangular

Uma outra estrutura de fases útil neste projeto é a chamada grade de fases Triangular, o perfil de fases para um período dessa pode ser visto como a intercalação de uma DSD e uma DSC, conforme mostrado na Fig.(1.16). A representação desta grade dentro de um período é dada por:

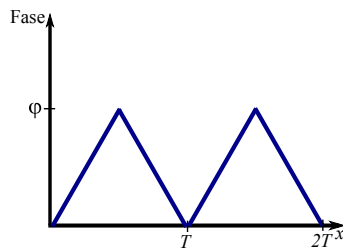


Figura 1.16: Perfil de fase de uma grade triangular com altura φ

$$G(x) = \begin{cases} -\frac{2\varphi x}{T}, & \text{se } -\frac{T}{2} \leq x < 0 \\ \frac{2\varphi x}{T}, & \text{se } 0 \leq x < \frac{T}{2} \end{cases} . \quad (1.37)$$

Utilizando a eq.(1.37) na eq.(1.10) temos que os coeficientes c_m desta grade são dados por:

$$c_m = \frac{1}{2} \left\{ \exp \left[\frac{i}{4} (\varphi + 2\pi m) \right] \operatorname{sinc} \left[\frac{1}{4} (\varphi + 2\pi m) \right] + \exp \left[\frac{i}{4} (\varphi - 2\pi m) \right] \operatorname{sinc} \left[\frac{1}{4} (\varphi - 2\pi m) \right] \right\}. \quad (1.38)$$

Um caso particularmente interessante para este trabalho é quando a altura da grade triangular é tomada como 2π . Nessa situação temos que os coeficientes das ordens $m = -1, 0$ e 1 são dados por: $c_{\pm 1} = 1/2$ e $c_0 = 0$. Ou seja além da intensidade das ordens ± 1 serem iguais não existe fase relativa entre cada uma delas e a ordem 0.

Grade Triangular pixelada

Uma vez que a grade triangular é uma distribuição de fases contínuas deve-se levar em conta os efeitos de pixelização do SLM. A mesma construção adotada na sec.(1.2.2) serão empregados aqui. O perfil de fases em um período desta grade é representado na Fig.(1.17), e matematicamente é dado por:

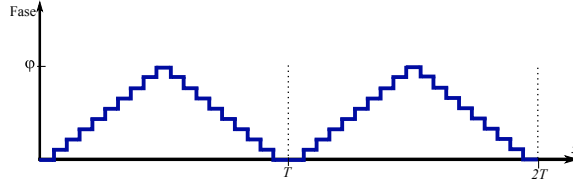


Figura 1.17: Perfil de fase de uma grade triangular pixelada de com altura φ

$$G(x) = \begin{cases} \sum_{p=0}^{N-1} p \frac{2\varphi}{N-1} \operatorname{Ret} \left\{ \frac{1}{l} \left[(x - \frac{1}{2}) - pl \right] \right\}; & \text{se } -\frac{T}{2} \leq x < 0 \\ -\sum_{p=0}^{N-1} p \frac{2\varphi}{N-1} \operatorname{Ret} \left\{ \frac{1}{l} \left[(x - \frac{1}{2}) - pl \right] \right\}, & \text{se } 0 \leq x < \frac{T}{2} \end{cases}. \quad (1.39)$$

Realizando-se a mesma análise feita na sec.(1.2.2), para esse tipo de grade sabemos que o valor de fase atribuído a cada píxel é dado por:

$$\phi_p = \begin{cases} \frac{2\varphi p}{(N-2)}; & \text{se } 0 \leq p \leq \frac{N}{2} - 1 \\ \frac{2\varphi}{(N-2)} (p - N + 1) & \text{se } \frac{N}{2} \leq p \leq N - 1 \end{cases}. \quad (1.40)$$

Utilizando a Eq.(1.40) nas Eqs.(1.34) e (1.35), obtêm-se os coeficientes da expansão de Fourier dessa grade, os quais são dados por:

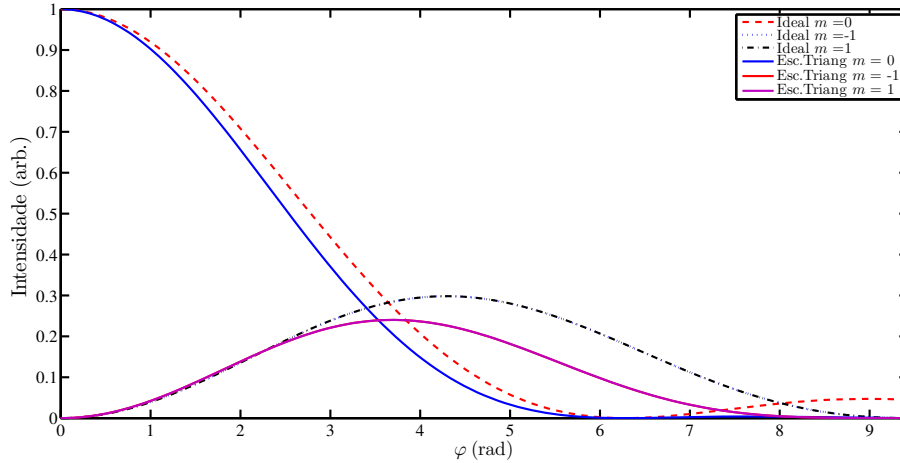
$$c_0 = e^{i\frac{\varphi}{2}} \frac{\operatorname{sen} \left(\frac{\varphi}{2} \right)}{N \operatorname{sen} \left(\frac{\varphi}{N} \right)} \cos \left(\frac{\varphi}{N} \right); \quad (1.41a)$$

$$c_{m \neq 0} = \frac{1}{N} e^{i\frac{\varphi}{2}(\varphi - \pi m)} \operatorname{sinc} \left(\frac{m\pi}{N} \right) \left[e^{-i\frac{\varphi}{N}} \frac{\operatorname{sen} \left(\frac{\varphi - \pi m}{2} \right)}{\operatorname{sen} \left(\frac{\varphi - \pi m}{N} \right)} + e^{i\pi m} e^{i\frac{\varphi}{N}} \frac{\operatorname{sen} \left(\frac{\varphi - \pi m}{2} \right)}{\operatorname{sen} \left(\frac{\varphi - \pi m}{N} \right)} \right]. \quad (1.41b)$$

Novamente observa-se que no caso de $N \rightarrow \infty$ estes coeficientes se aproximam daqueles que representam a função sem pixelização. Na Fig.(1.18) é mostrada a comparação da

intensidade das ordens de difração 0 e ± 1 em função da altura da grade, para dois valores diferentes de N . Nesta figura as intensidades das ordens ± 1 são sempre iguais para um N fixo, porém são sempre menores que a previsão de uma grade ideal. Percebe-se entretanto que com poucos píxeis em um período ($N = 10$) o comportamento desse tipo de grade se aproxima do caso ideal.

(a) Intensidade *vs* altura da grade Escada-Triangular, para $N = 6$



(b) Intensidade *vs* altura da grade Escada-Triangular, para $N = 10$

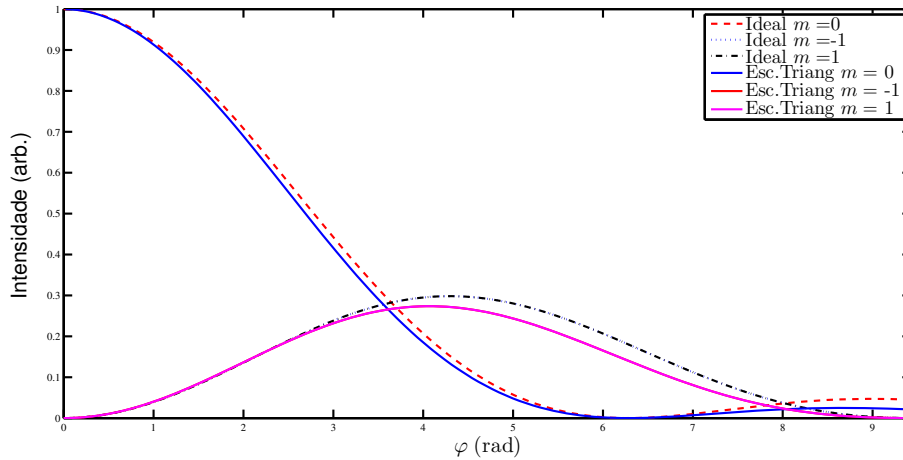


Figura 1.18: Comparação da intensidade das ordens de difração para uma grade triangular ideal e uma grade triangular pixelada. Em (1.18a) temos uma grade com $N = 6$, as ordens ± 1 estão sobrepostas por apresentarem valores iguais de intensidade. Porém percebe-se um deslocamento na curva de intensidade das ordens ± 1 o que resulta em uma intensidade máxima menor do que a prevista para alturas de grade próximas a 2π . Por outro lado na Fig.(1.18b) percebe-se que esta diferença se reduz significativamente.

A Fig.(1.19) mostra uma curva experimental de Intensidade *vs* altura da grade para uma grade linear com 6 píxeis em um período. Pode-se observar que apesar dos problemas de eficiência de difração a intensidade das ordens ± 1 são sempre muito próximas, mostrando que ao menos neste sentido, essa estrutura é menos susceptível aos problemas da eficiência de modulação do SLM.

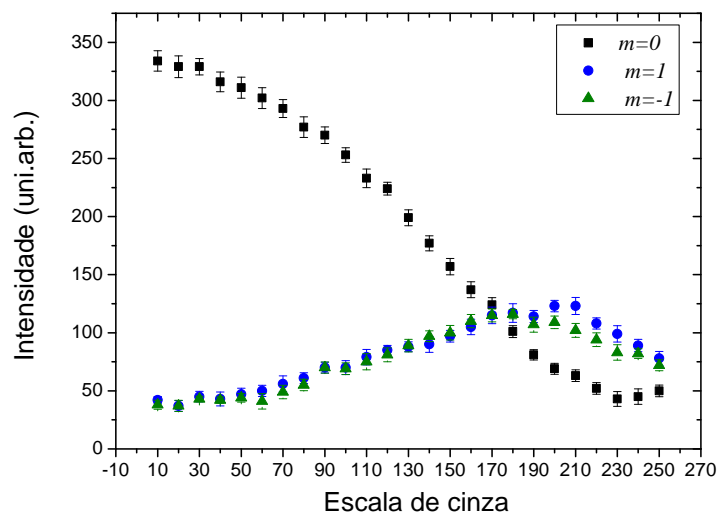


Figura 1.19: Resultados experimentais da intensidade em função da altura da grade triangular. Os quadrados representam o comportamento da intensidade da ordem 0 enquanto o círculos e os triângulos representam a intensidade das ordens 1 e -1 respectivamente.

Capítulo 2

Estados quânticos discretos utilizando caminhos transversais de fótons

Ao longo dos últimos anos a codificação de qudits fotônicos no grau de liberdade de caminho transversal tem se mostrado muito útil para a realização de estudos envolvendo a física quântica [6, 26, 39, 40]. Estes trabalhos permitiram a aplicação de ideias para caracterização de estados quânticos [13, 15, 19, 41], realização de protocolos de informação quântica [42] e implementação de testes fundamentais de mecânica quântica [6, 24, 25], dentre outros.

A maioria destes trabalhos explora a discretização do grau de liberdade posição transversal dos fótons após estes serem transmitidos por um conjunto de D fendas. As fendas preparam os fótons transmitidos em estados quânticos de caminho, os chamados estados de fenda. A grande vantagem deste tipo de preparação de estados quânticos é a facilidade para se preparar estados de dimensões grandes $D > 2$. O objetivo deste capítulo é apresentar os elementos gerais para que se possa compreender a preparação de estados de fenda para um qudit e apresentar também uma proposta alternativa de preparação de estados de caminho que é baseada na geração de D feixes Gaussianos paralelos. As vantagens deste método em relação aquele serão expostas neste capítulo e será discutido também como é possível a geração de um estado de dois qudits emaranhados em caminhos Gaussianos transversais. Este último método de preparação de estados será muito utilizado neste trabalho. Recentemente este se mostrou uma ótima ferramenta para a implementação de um teste de contextualidade [6].

2.1 Estados de caminho transversal com fenda

Conforme adiantado acima, uma das maneiras de se preparar estados discretos de D níveis utilizando o grau de liberdade posição transversal de fótons é utilizando-se um conjunto de D fendas. Para se gerar um estado desse tipo um conjunto de fendas é inserido em um plano perpendicular à direção de propagação dos fótons. Embora alguns trabalhos explorem a utilização de fendas "físicas" [19, 26, 39, 40, 43, 44] a preparação deste tipo de estado quântico pode ser realizada utilizando-se moduladores espaciais, em uma configuração em cascata de dois SLM's de fase que permite o controle de forma independente da amplitude e fase de uma frente de onda de [45].

Nesta configuração o primeiro SLM é posicionado entre dois polarizadores com eixo de transmissão orientados em 45° em relação à horizontal. Uma vez que o SLM modula apenas uma das duas componentes ortogonais de polarização do feixe de entrada (ver

sec.1.1) ao passar pelo segundo polarizador irá ocorrer uma modificação da amplitude da frente de onda devido à interferência [45]. O segundo SLM então é utilizado para o controle da fase. Para a preparação de estados de fenda utilizando esse método um feixe de fótons ilumina uma região grande da tela do SLM e uma modulação periódica da fase é realizada ao longo do feixe. O controle de amplitude realizado pelo conjunto de polarizadores e o primeiro SLM, possibilita que em determinadas regiões do feixe ocorra interferência destrutiva, nas demais regiões é possível controlar a probabilidade de um fóton ser transmitido após o segundo polarizador, possibilitando assim criar um "desenho" das fendas no feixe [42, 46].

Outro método interessante para se gerar estados de fenda utilizando-se a modulação de fase da luz é explorando o efeito de difração por modulação periódica de fase [33]. Nesse método ilumina-se um SLM de reflexão com um campo que é descrito aproximadamente como uma onda plana (ao menos na região da tela do SLM). A tela do SLM é dividida em D regiões, e para cada uma destas regiões escolhe-se uma grade de difração de fase. Em um plano distante ao SLM sobrepõe-se ordens de difração convenientes e provenientes de cada uma das regiões da tela. A escolha da grade determina a amplitude de cada região na sobreposição, dando origem a um padrão de interferência transversal. Utilizando-se uma lente esférica pode-se projetar a transformada de Fourier óptica deste padrão e obter uma imagem de D retângulos com amplitudes determinadas pela amplitude da ordem de difração selecionada de cada região.

Independente do método utilizado para gerar estados de fenda, um estado puro de fenda para um fóton é representado pela sobreposição coerente de vetores de estado que representam a passagem de um fóton por cada uma das fendas. Supondo um sistema no qual a direção de propagação do fóton é definida pelo vetor unitário \hat{z} neste sistema de coordenadas um conjunto de D fendas se encontra no plano xy (Fig.2.1). Sem perda de generalidade, podemos supor ainda que as fendas possuem uma separação d ao longo da direção \hat{x} e sendo a sua largura nesta direção sendo muito menor do que a largura da fenda ao longo da direção \hat{y} , tendo um valor $2a$. O estado que descreve um fóton transmitido pelo conjunto de fendas é dado por:

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{D}} \sum_{\ell=0}^{D-1} \beta_{\ell} \text{Ret} \left[\frac{x - \ell d}{2a} \right] |1x\rangle, \quad (2.1)$$

o estado $|1x\rangle$ é dado pela transformada de Fourier do estado de Fock $|1q\rangle$ que representa uma excitação do campo eletromagnético com momento transversal q , β_{ℓ} representa a amplitude de probabilidade de um fóton ser transmitido pela fenda centrada em ℓd e D é o número de fendas. O estado descrito na eq.(2.1) pode ser escrito em uma notação simplificada como:

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{D}} \sum_{\ell=0}^{D-1} \beta_{\ell} |\ell\rangle, \quad (2.2)$$

onde o estado $|\ell\rangle$ representa um fóton transmitido pela fenda centrada em ℓd .

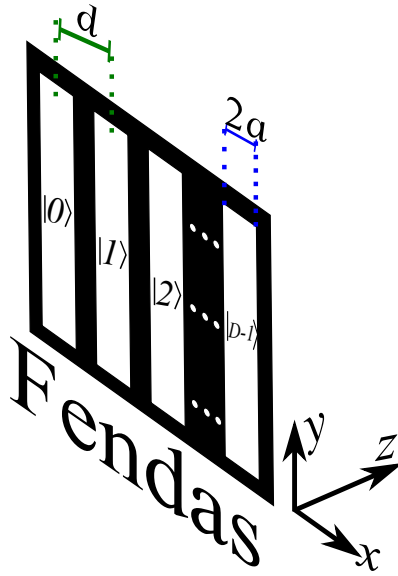


Figura 2.1: Esquema geral representando a codificação de estados de caminho utilizando-se um conjunto de D fendas, cada uma com largura $2a$ e separação entre os centros de duas fendas consecutivas dada por d .

Neste tipo de preparação de qudits de caminho o perfil transversal do feixe de fótons transmitido pode representar algumas desvantagens de ordem prática. Apesar de cumprir bem o papel de discretizar o caminho transversal dos fótons as fendas inevitavelmente produzem difração. Na prática isso significa que a informação de caminho vai sendo perdida à medida que a distância ao plano das fendas aumenta. Em um plano suficientemente distante das fendas (zona de Fraunhofer) existe a sobreposição completa de todos os possíveis caminhos dando origem a um padrão de interferência, que apaga completamente a informação de caminho codificada no estado. Para evitar esse problema é necessário a utilização de lentes para propagar a imagem do plano imediatamente após as fendas para planos posteriores à fenda. Neste caso a informação de caminho estará disponível apenas no plano onde é formada a imagem das fendas [47]. Além da dificuldade apresentada na propagação deste modo espacial serão apresentadas mais adiante limitações impostas à transformação de estados de caminho utilizando-se fendas, as quais estão ligadas ao modo espacial.

2.2 Estados de caminho com feixes gaussianos paralelos

Os inconvenientes causados pelo perfil transversal do feixe de fótons transmitido por fendas podem ser contornados se os caminhos transversais do fóton forem representados por D feixes Gaussianos paralelos. Desta forma o estado que representa essa preparação é dado pela sobreposição da amplitude de probabilidade de se localizar um fóton em cada um dos D caminhos Gaussianos. Desta forma se a divergência dos feixes que definem os caminhos transversais é pequena, a informação de caminho codificada no estado pode ser mantida à longas distâncias. Além disso um feixe Gaussiano apresenta vantagem sobre o perfil retangular por ser um modo facilmente guiado pela maioria dos guias de onda comerciais. Com isso o acoplamento deste estado utilizando-se fibras ópticas ou *chips* fotônicos se torna mais eficiente do que no caso de estados de fenda.

Considerando um feixe de laser propagando na direção \hat{z} (Fig.(2.2)), o perfil transversal do feixe ao longo da direção \hat{x} será dado por:

$$\vec{E}(x) = E_0 \exp\left[-\frac{x^2}{2\sigma}\right] \hat{x}. \quad (2.3)$$

A eq.(2.3) representa uma distribuição gaussiana de campo, com amplitude complexa E_0 e largura a meia altura σ . Uma representação gráfica do módulo dessa função é dada na Fig.(2.2).

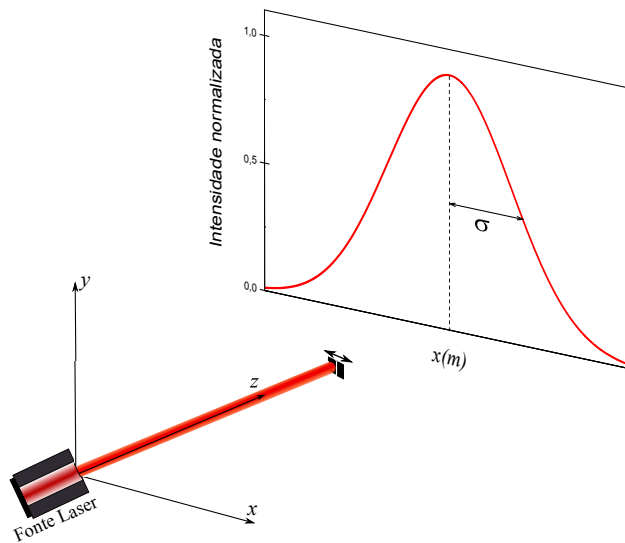


Figura 2.2: Representação gráfica do perfil transversal do feixe utilizado no experimento. Na figura representa-se o perfil de intensidades *vs* a posição *x* de um detector representado por uma fenda retangular. Para cada posição do detector ao se coletar a intensidade é obtida uma curva Gaussiana de meia largura a meia altura σ .

Uma forma de gerar 2 feixes gaussianos paralelos é utilizando um meio birrefringente, *i.e.*, um meio no qual as componentes ortogonais de polarização experimentam índices de refração diferentes [3]. A Fig.(2.3) mostra uma situação na qual uma onda monocromática propaga do ar para um meio birrefringente e uniaxial [3]. Ao interagir com esse meio anisotrópico as componentes ortogonais do campo elétrico da onda eletromagnética sofrem desvios diferentes, dando origem a duas frentes de onda propagando dentro do material em direções diferentes. Os vetores de onda das frentes de onda possuem um ângulo relativo θ . A componente de polarização que sofre maior desvio é aquela cuja polarização é paralela ao plano que contém o eixo óptico e a direção de propagação inicial da luz (plano óptico). A direção de propagação deste feixe define um raio, comumente chamado de raio extraordinário (*e*). Em contrapartida a componente com polarização perpendicular ao plano óptico não sofre desvio ao sair do meio. O raio que define esta direção é chamado de raio ordinário (*o*). Ao passar do meio birrefringente para o ar, o raio *o* tem a mesma posição espacial do feixe incidente. Por sua vez o raio *e* é deslocado a uma distância d em relação a sua posição inicial. Por isso, estes materiais birrefringentes são conhecidos como *deslocadores de feixe* (B.D)¹. A separação d entre esses feixes depende da diferença entre

¹A sigla vêm do inglês de: *Beam Displacer*

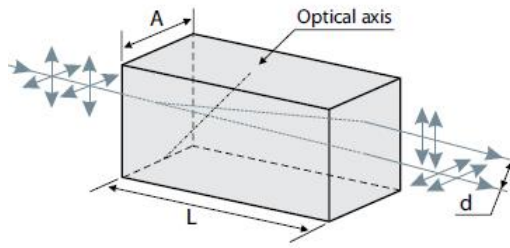


Figura 2.3: Feixe interagindo com um deslocador de feixe

os índices de refração para cada componente de polarização (Δn) e da dimensão do meio birrefringente ao longo do eixo de propagação da luz (L)².

Neste trabalho utilizou-se como BD cristais de calcita, os quais possibilitam uma separação de aproximadamente 3mm entre as componentes horizontal (raio- o) e vertical (raio- e) de polarização. No entanto existem duas desvantagens em se usar esses materiais para se gerar dois feixes paralelos, uma é o fato de que os feixes emergentes possuem caminho óptico diferente, e outra é que o raio ordinário sofre com uma deformação em uma das dimensões (astigmatismo). O primeiro inconveniente não constitui muito problema quando se usa um feixe com comprimento de coerência grande, como no caso de um laser. O segundo deles é tanto maior quanto maior for L , portanto uma relação de perda e ganho entre separação e astigmatismo pode ser minimizada.

Na Fig.(2.4) é mostrado um esquema no qual é possível obter-se D feixes gaussianos paralelos, deslocados de uma distância d . Para tal é necessário que a polarização dos feixes na saída do cristal seja transformada para uma superposição de polarização H com V ³. Essa superposição é atingida ao se utilizar lâminas de meia-onda ($\lambda/2$) com o eixo rápido orientado em um certo ângulo em relação a horizontal. Uma placa de um quarto de onda é colocada após o último B.D (B.D2) com eixo orientado à 45° em relação a horizontal. Com isso os estados de polarização $+$ e $-$ não são alterados, enquanto os feixes com polarização H e V são levados para \odot e \oslash , respectivamente. Um divisor de feixe por polarização PBS ⁴ separa as componentes H e V dos feixes, e neste caso específico seleciona-se apenas a componente H , a qual é a componente de polarização do feixe transmitido pelo PBS. Em contrapartida a componente V (não é refletida pelo PBS.

²O tratamento rigoroso desta interação, do ponto de vista matemático do eletromagnetismo, mostra que em um meio desse tipo existem duas soluções possíveis para as ondas eletromagnéticas no meio, cada uma das soluções possui um vetor de onda \vec{k} diferente [3].

³Ao longo do texto a seguinte legenda será utilizada para rotular os estados de polarização:

Horizontal $\rightarrow H$;

Vertical $\rightarrow V$;

Linear $+ 45^\circ \rightarrow +$;

Linear $- 45^\circ \rightarrow -$;

Circular direita $\rightarrow \odot$;

Circular esquerda $\rightarrow \oslash$.

Quando no contexto do tratamento quântico destes estados então os símbolos estarão dentro de "bras" e "kets".

⁴A sigla vem do inglês: *Polarizer Beam Splitter*

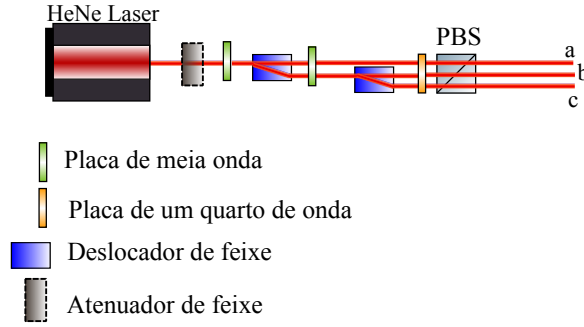


Figura 2.4: Esquema para a geração de um qutrit codificado em caminhos gaussianos transversais. Nele o feixe de laser, com perfil gaussiano, tem a sua polarização transformada em uma sobreposição de polarização horizontal e vertical pela primeira placa de $\lambda/2$. Após isso, dois feixes paralelos com polarizações H e V saem do primeiro B.D. Uma segunda $\lambda/2$ cria dois feixes com sobreposição H e V, e um segundo B.D. colocado apenas em um dos feixes produz outros dois feixes. Ao fim uma placa $\lambda/4$ e um PBS são utilizados para se obter três caminhos com polarização H. Os três caminhos com componente V, refletidos pelo PBS, não são mostrados na figura

O perfil transversal do campo transmitido após o conjunto de BD's e placas de meia onda é dado por:

$$\vec{E}(x) = \sum_{j=0}^{D-1} A_j \exp \left[-\frac{(x - jd)^2}{2\sigma^2} \right] \hat{x}. \quad (2.4)$$

Caso a fonte de luz utilizada seja tal que em média seja registrado um fóton no sistema durante o tempo de detecção, então pode-se atribuir um estado quântico aproximado a cada estado de caminho j , que na representação de posição transversal fica:

$$|j\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} dx \exp \left[-\frac{(x - jd)^2}{2\sigma^2} \right] |1x\rangle. \quad (2.5)$$

O estado de Fock $|1x\rangle$ se relaciona ao estado de Fock $|1q\rangle$ por uma transformada de Fourier [48]. Neste sentido a eq.(2.5) representa um estado de caminho delocalizado espacialmente segundo uma distribuição gaussiana. Com base na eq.(2.5), o estado que representa esta preparação é dado por:

$$|\psi(x)\rangle = \sum_{j=0}^{D-1} A_j |j\rangle. \quad (2.6)$$

Em seções posteriores deste texto, será discutida a possibilidade de preparação de qudits emaranhados em caminhos gaussianos transversal utilizando-se o processo de conversão paramétrica descendente espontânea.

2.3 Fonte de qudits emaranhados em caminhos gaussianos transversais

O objetivo desta seção é explorar uma fonte de qudits emaranhados em caminhos gaussianos transversais que foi desenvolvida ao longo dos últimos meses em nosso laboratório.

Esse tipo de fonte será utilizada na sequência deste trabalho quando houver necessidade de se explorar operações sobre fótons individuais, como é o caso por exemplo da implementação de protocolos de informação quântica e estudo de contextualidade. Essa fonte explora a correlação em momentum de fótons gerados pela Conversão Paramétrica Descendente Espontânea [39, 48, 49]. Esse fenômeno será discutido brevemente abaixo.

2.3.1 A Conversão Paramétrica Descendente Espontânea

O fenômeno físico que permite a criação desta fonte é a Conversão Paramétrica Descendente Espontânea (SPDC)⁵. Esse fenômeno ocorre a partir de uma interação não-linear da radiação com a matéria, no qual existe uma pequena probabilidade da geração de dois fótons, chamados de *signal* e *idler*,⁶ quando um feixe de laser de frequência ω_p (feixe de bombeamento) incide sobre um cristal não-linear [48–50].

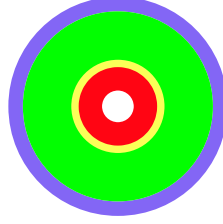
Para que haja conservação de energia neste processo a soma das frequências dos fótons convertidos deve ser igual a frequência do fóton de bombeamento. Além da conservação da energia, este fenômeno conserva também momentum, no sentido que a soma dos vetores de onda dos fótons convertidos é igual ao vetor de onda total do feixe de bombeamento. Como consequência das conservações de momentum e energia observa-se que emergem do cristal diversos cones cada qual com fótons de uma frequência.

As relações de conservação de momentum e energia, citadas acima, são satisfeitas apenas quando existe um *casamento de fase* entre campo de bombeamento e os campos convertidos [2]. Existem dois tipos de situação nas quais pode-se atingir o casamento de fase, as quais dependem do meio utilizado. No casamento de fases do tipo I, os fótons convertidos possuem a mesma polarização, a qual é ortogonal à do laser de bombeamento, enquanto na do tipo II os fótons convertidos possuem polarização ortogonal entre si e um deles possui a mesma polarização do laser de bombeamento. A Fig.(2.5) representa os diversos cones gerados para os dois tipos de casamento de fase citados.

⁵A sigla vêm do inglês de: *Spontaneous Parametric Down Conversion*

⁶Por motivos históricos os dois feixes observados na SPDC recebem esses nomes que derivam do inglês, uma tradução livre para estes termos seria respectivamente, *signal* e *complementar*

Casamento de fase Tipo I



Casamento de fase Tipo II

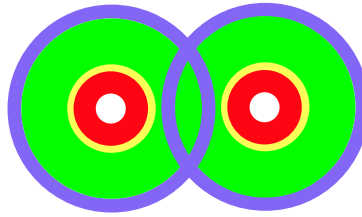


Figura 2.5: Representação esquemática da secção transversal dos cones de luz gerados no processo da SPDC, cada cor representa um comprimento dos possíveis comprimentos de onda gerados no processo. Na conversão do tipo I, os fótons gerados possuem a mesma polarização enquanto na conversão do tipo II, cada fóton gerado possui uma polarização perpendicular em relação a de seu par. Desta forma cada um dos cones é um feixe que possui estado de polarização ortogonal em relação ao outro [2].

A SPDC não pode ser explicada utilizando as leis do eletromagnetismo clássico, uma vez que os estados de dois fótons *signal* e *idler* são amplificados espontaneamente a partir do estado de vácuo [48, 49]. As correlações de energia e momento dos pares de fótons são correlações sem análogo clássico e são consequência da propriedade de emaranhamento presente no estado dos pares de fótons gerados nestes graus de liberdade [24, 39]. Esse emaranhamento faz com que os dois fótons formem um sistema físico que não pode ser representado por um estado separável. Um pacote de onda com os dois fótons (colineares ou não) é gerado. Por este motivo e devido as propriedades de emaranhamento do seu estado, o par de fótons é muitas vezes chamado de *bifóton*.

O estado que representa os fótons gerados nesse processo pode ser obtido seguindo o procedimento proposto em [39, 51], no qual após quantizar a interação da radiação com a matéria e realizar uma série de cálculos e aproximações que se relacionam com as situações experimentais típicas, obtém-se que o estado de dois fótons no plano em que estes são gerados é dado por:

$$|\psi(t)\rangle = (1 - \kappa) |vac\rangle_{i,s} + \kappa \int d\vec{q}_s \int d\vec{q}_i v(\vec{q}_s + \vec{q}_i) |1\vec{q}_s\rangle |1\vec{q}_i\rangle, \quad (2.7)$$

sendo, $\vec{q}_u = (k_x, k_y)$, ou seja, é um vetor que contém as componentes transversais dos vetores de ondas dos campos envolvidos no processo. Na derivação deste estado é suposto um cristal fino na direção \hat{z} e as aproximações paraxial e monocromática para os feixes de laser e dos fótons *signal* e *idler*. Dois fatos interessantes sobre a eq.(2.7) é que ela não pode ser descrita como um produto de estados dos fótons *signal* (*s*) e *idler* (*i*), e que

este estado depende do espectro angular [32] do laser de bombeamento representado por $v(\vec{q}_s + \vec{q}_i)$.

Desta forma nota-se que existe uma correlação em momentum entre os fótons convertidos e que esta correlação pode ser manipulada pelo controle do espectro angular do laser de bombeamento. Este fato foi explorado em diversos trabalhos como [41, 44, 52, 53], e será explorado no desenvolvimento da fonte apresentada aqui.

2.3.2 Preparando qudits fotônicos emaranhados em caminhos Gausianos transversais

A situação idealizada para esta fonte consiste em considerar D feixes de bombeamento paralelos incidindo em um cristal. O casamento de fase considerado é colinear (os fótons gerados tem a mesma direção de propagação dos feixes de bombeamento) e do tipo *II*. Um esquema disso é mostrado na Fig.(2.6)(a). O estado esperado nessa situação é:

$$|\Psi\rangle = \sum_{\ell=0}^{D-1} c_{\ell} |\ell, \ell\rangle, \quad (2.8)$$

e $|\ell\rangle$ indica que existe um fóton no caminho $\ell = 0, 1, \dots, D - 1$, enquanto c_{ℓ} representa uma amplitude complexa. Esse é um estado emaranhado no grau de liberdade de caminhos fotônicos transversais, pois sempre que um fóton estiver no caminho ℓ , o seu par também estará. Sendo que ambos possuem polarizações ortogonais entre si.

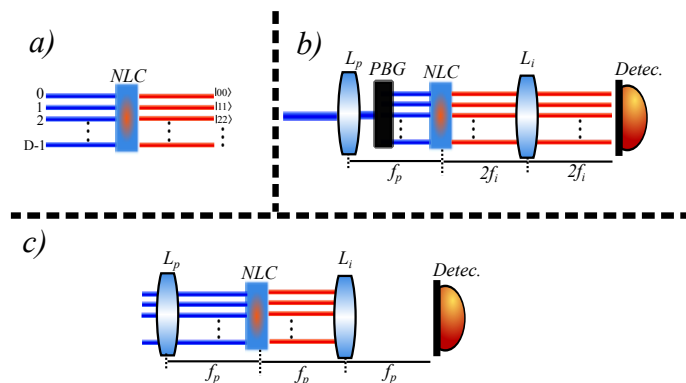


Figura 2.6: Visão esquemática da fonte apresentada aqui. a) D feixes de laser paralelos incidem em um cristal não linear (NLC) dando origem a D possíveis caminhos para os fótons convertidos. b) Para se manipular a largura do laser de bombeamento no plano do cristal, uma lente esférica (L_p) é colocada antes do aparato que gera os feixes gaussianos paralelos (PBG). O cristal é então posicionado no plano focal dessa lente. Depois do cristal uma lente esférica (L_i) é posicionada à duas vezes sua distância focal do cristal e da detecção, produzindo uma imagem não magnificada do plano do cristal no plano de detecção. c) A lente esférica (L_f) projeta a transformada de Fourier óptica do plano do cristal no plano de detecção, assim obtém-se uma configuração que permite obter a interferência transversal de dois fótons.

Na Fig.2.6.(b) é esquematizada uma situação mais próxima da utilizada em laboratório. Nessa situação um feixe de laser com perfil gaussiano de frequência ω_p passa por um conjunto de B.D's e placas de onda, como discutido na sec.(2.2). Para se obter um estado de caminhos como desejado é importante que a relação entre a largura desses feixes e a

separação entre seus centros seja tal que se permita a distinção de caminhos no plano do cristal. Uma vez que a separação entre os feixes é fixa, o controle da largura do feixe no plano do cristal garantirá essa condição. Essa grandeza pode ser controlada utilizando-se uma lente esférica (L_p), posicionada antes da geração dos feixes paralelos de modo que o cristal esteja em seu plano focal (f_p).

Caso o feixe de laser tenha uma intensidade apenas suficiente para gerar um par de fótons a cada conversão, de modo que em cada processo exista apenas um par de fótons em um dos caminhos, a eq.(2.7) é válida. De acordo com essa equação, o estado do par de fótons no plano do cristal é obtido a partir do espectro angular do campo de bombeamento. Por sua vez essa grandeza é obtida realizando a transformada de Fourier do campo [32, 51]. Considerando um campo que se propaga ao longo de uma direção \hat{z} , para a análise apresentada é suficiente considerar o perfil do campo ao longo de uma direção ortogonal à de propagação (\hat{x}). Dessa maneira o campo é escrito como:

$$\mathbf{E}(x, z) = \sum_{\ell=0}^{(D-1)} E_{0(\ell)} e^{-\frac{(x-\ell d)^2}{w^2(z)}} \exp \left[-i \left(kz + \frac{x^2}{R'(z)} - \zeta(z) \right) \right], \quad (2.9)$$

Aqui a cintura dos feixes gaussianos após passarem por uma lente esférica é representadas por w_0 , são supostas iguais e valem:

$$w_0 = W / \sqrt{1 + (\pi W^2 / \lambda R')}, \quad (2.10)$$

sendo o raio de curvatura do feixe após a lente ($R'(z)$) dado por: $1/R'(z) = 1/R - 1/f_p$ [37], enquanto W é a largura do feixe antes da lente e $E_{0(\ell)}$ é a amplitude complexa do campo elétrico de cada feixe. A fase $\zeta(z)$ é conhecida por fase de Gouy.

Tomando a transformada de Fourier da eq.(2.9) e substituindo esse resultado na eq.(2.7), o estado de dois fótons na representação do momento transversal q é dado por:

$$|\Psi(q)\rangle \propto \sum_{\ell=0}^{D-1} A_{\ell} \iint_{-\infty}^{\infty} dq_i dq_s \exp \left[\frac{-w_0^2 (q_s + q_i)^2}{2} \right] e^{-i\ell d(q_i + q_s)} |1q_s, 1q_i\rangle, \quad (2.11)$$

com as componentes de momentum transversal da direção \hat{x} dos fótons signal (idler) representadas por $q_{s(i)}$. Dessa maneira o estado $|1q_{s(i)}\rangle$ indica uma excitação no campo eletromagnético signal (idler) com componente de momentum transversal q_s (q_i).

O estado dado pela eq.(2.11) pode ser escrito na representação de posição transversal utilizando-se da transformada de Fourier do estado $|1q\rangle$ dada por:

$$|1q\rangle = (2\pi)^2 \int_{-\infty}^{\infty} dx e^{-iqx} |1x\rangle. \quad (2.12)$$

Utilizando a eq.(2.12) na eq.(2.11) temos o estado de dois fótons no plano de geração escrito na posição de representação como:

$$|\psi(x)\rangle \propto \sum_{\ell=0}^{D-1} A_{\ell} \int_{-\infty}^{\infty} dx \exp \left[\frac{-(x - \ell d)^2}{2w_0^2} \right] |1x_H, 1x_V\rangle. \quad (2.13)$$

Esta equação é similar à eq.(2.8).

Uma vez que os fótons gêmeos emergem do cristal com uma certa divergência, é necessário assegurar que no plano da detecção a informação de caminhos paralelos seja

mantida. Isso pode ser realizado utilizando-se uma lente esférica de comprimento focal f_i posicionada a $2f_i$ do plano de geração e a $2f_i$ do plano de detecção. Essa configuração $2f-2f$ garante que a imagem sem magnificação do plano do cristal seja projetada no plano de detecção. Por outro lado caso seja necessário projetar a sobreposição dos caminhos no plano da detecção deve-se usar uma lente esférica na configuração $f-f$, essa última configuração será explorada na sequência e é muito importante para caracterizar o caráter quântico das correlações envolvidas.

Mapeamento das correlações.

A preparação dos estado da eq.(2.13) em laboratório foi obtida utilizando-se como fonte da SPDC um cristal de BBO⁷ com casamento de fase tipo II de 5mm de espessura, posicionado de modo a realizar casamento de fase colinear e apenas com a componente de polarização horizontal da onda incidente. A primeira condição pode ser atingida inclinando-se o cristal em relação ao plano perpendicular à direção de propagação do feixe, enquanto a segunda condição de casamento de fases acontece se o eixo óptico do cristal estiver na direção da polarização horizontal do campo incidente.

O campo elétrico do feixe de laser incidente, representado pela eq.(2.9), é obtido aplicado a metodologia de criação de caminhos paralelos exposta na sec.(2.2). Nesse esquema um feixe proveniente de um laser de diodo com comprimento de onda $\lambda_p = 355\text{nm}$ passa por um conjunto de placas de onda e deslocadores de feixe. A Fig.(2.7) mostra o esquema utilizado para se gerar qubits (a) e qutrits (b). Na primeira configuração (Fig.2.7.a) após o BD é utilizada uma placa de onda $\lambda/2$ que leva o estado de polarização dos caminhos para os estados de polarização (+) e (-). Dessa maneira as intensidades das componentes de polarização H dos dois feixes que chegam ao cristal são iguais, deixando a probabilidade de geração de dois fótons em cada um dos caminhos a mesma. Na configuração (b) após o segundo BD os feixes possuem polarização +, H e V , uma forma de igualar a componente H dos três feixes é utilizar uma placa de onda $\lambda/4$ com eixo rápido orientado à 45° em relação à horizontal.

Nas duas configurações exploradas utiliza-se um espelho dicróico após o cristal que reflete o feixe de laser de bombeamento e transmite os fótons gerados. O aparato de detecção é composto por um PBS e dois detectores de avalanche, com uma abertura de tamanho ajustável e um filtro passa banda centrado para o comprimento de onda 710 nm com largura de banda 10nm. Nesse aparato cada um dos fótons gerados são enviados para um detector diferente, uma vez que um deles possui polarização H e outro V . Cada vez que um fóton é detectado por um dos detectores, um pulso eletrônico é gerado e enviado para um circuito de coincidências. Esse circuito discrimina a diferença de tempo entre um pulso proveniente do detector D_s e D_i , caso esta seja menor do que 5 ns ele acusa uma contagem em coincidência, a qual é proporcional ao número de bifótons gerados.

Afim de se observar experimentalmente as correlações do estado quântico fotônico de caminho transversal gerado (eq.(2.13)), obtêm-se inicialmente o perfil transversal de contagens simples para os dois detectores. Nesse perfil é mostrado o número de fótons registrados durante 1s, transladando os detectores na direção \hat{x} e fixando em frente cada detector aberturas circulares de diâmetro 100 μm . Na Fig.(2.8) é mostrado, o resultados desse perfil para a situação na qual o cristal é bombeado com dois feixes gaussianos.

⁷ β -Borato de Bário

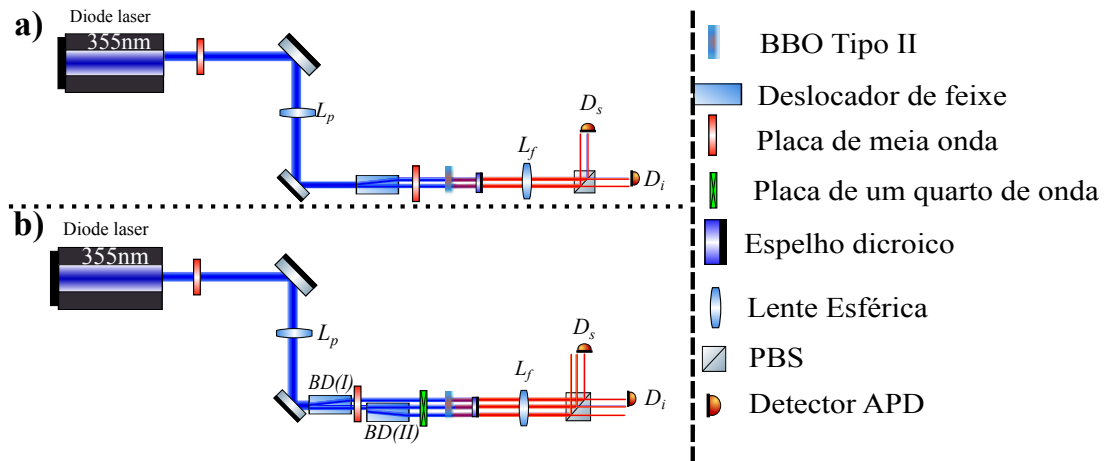


Figura 2.7: A configuração experimental utilizada para se gerar os qubits emaranhados em caminhos gaussianos. Em (a) temos o esquema para geração de dois qubits emaranhados, enquanto em (b) é mostrado o esquema de geração de dois qutrits emaranhados. Nas duas situações o cristal BBO é configurado para casar fase apenas com a componente de polarização H de cada feixe de bombeamento.

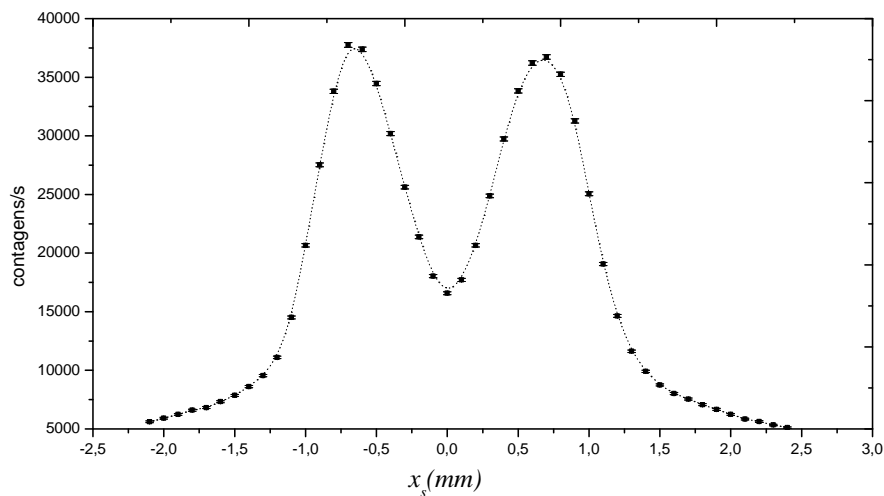
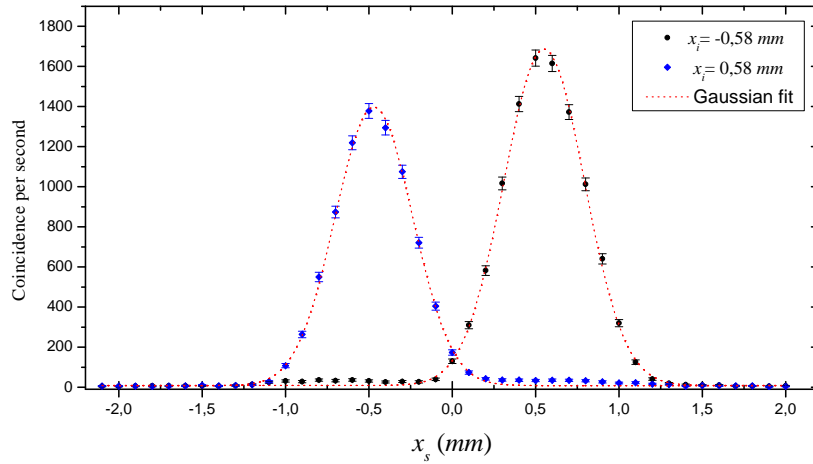


Figura 2.8: Gráfico experimental de contagens simples em função da posição de um detector, para o caso da geração de dois qubits. Observa-se o perfil corresponde à duas Gaussianas que apresentam uma certa sobreposição. A partir desse gráfico é possível obter a posição do centro de cada um dos possíveis caminhos para os fótons convertidos no cristal.

Após obter o perfil de contagens simples é possível determinar a posição de cada detector em que se têm o centro de cada caminho (pico das gaussianas). Com essa informação fixa-se o um dos detectores na posição de um dos picos, o qual chamaremos de D_i , transladando o outro (D_s) com passo δx e registrando as coincidências em um intervalo de tempo (aqui foi escolhido 1 s). Esse procedimento é repetido para cada pico dos caminhos gaussianos. A fig.(2.9) mostra o perfil de coincidências para o estado de dois qubits (a) e dois qutrits(b), com o detector D_i fixo nas posições $x_i = \pm 0,58$ mm para os qubits e, nas posições $x_i = -1,15$ mm e $x_i = 1,12$ mm para o caso de qutrits. Percebe-se

desses perfis que as coincidências são muito maiores quando os dois detectores recebem fótons do mesmo caminho gaussiano, tal como previsto pela eq.(2.13).

(a)



(b)

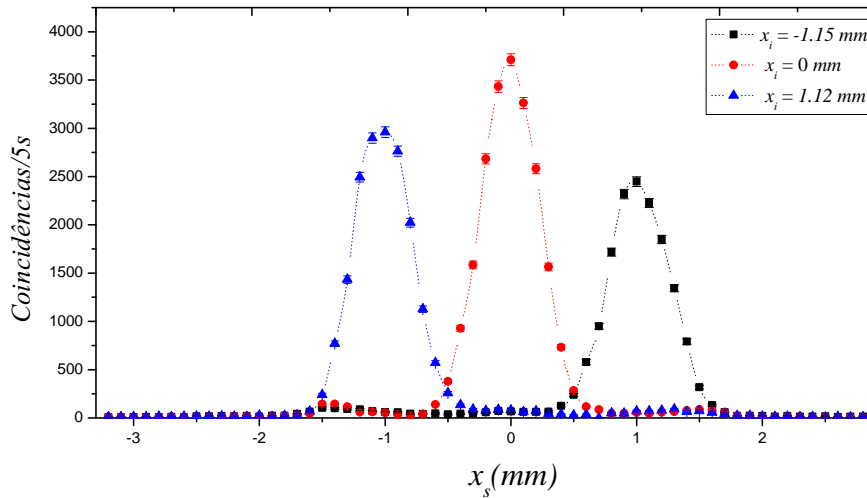


Figura 2.9: Perfil de coincidências obtido deixando o detector idler fixo e varrendo o detector signal. A imagem do plano de geração do cristal foi projetada no plano dos detectores para esta medida. Em (a) representa-se a situação na qual um estado de dois qubits emaranhados em caminho transversal é gerado. O detector D_i é fixado na posição determinada por um dos picos de contagens simples, enquanto (D_s) é transladado. Em (b) temos o perfil de coincidências para o estado de dois qutrits emaranhados em caminho.

Outra importante caracterização que deve ser feita sobre estes estados é a medida do seu padrão de interferência de dois fótons. Esse tipo de medida foi explorado em diversos trabalhos anteriores para estados fotônicos de fendas [24, 40]. Esse padrão de interferência pode ser calculado através da função de correlação de quarta ordem nos campos [48]. A função de correlação é calculada em um plano onde se projeta a transformada de Fourier óptica do plano de geração dos fótons [54]. Ela nos permite obter a probabilidade de se

detectar dois fótons em coincidência nas posições x_i e x_s . Para projetar a transformada de Fourier óptica no plano dos detectores utiliza-se uma lente esférica de comprimento focal $f = 50$ cm em uma configuração $f - f$, ou seja a distância da lente ao cristal é igual à distância do detector a este e vale f .

A probabilidade de se detectar dois fótons em coincidência por detectores ideais, em um estado puro $|\Psi\rangle$, é dada por [48]:

$$P(x_s, x_i) = |\langle vac | \mathbb{E}_i^+ \mathbb{E}_s^+ | \Psi \rangle|^2, \quad (2.14)$$

onde $\mathbb{E}_i^+ \mathbb{E}_s^+$ representa operador campo elétrico. Utilizando ferramentas de óptica de Fourier, pode-se propagar o campo clássico através da lente e do espaço livre [32, 54], e posteriormente quantizar o campo, transformando as amplitudes em operadores proporcionais aos operadores aniquilação [54]. O operador campo elétrico no plano de Fourier é dado por:

$$\mathbb{E}_f^+ \propto -\frac{2k}{f} \hat{a} \left(\frac{2k}{f} x \right), \quad (2.15)$$

onde $\hat{a} \left(\frac{2k}{f} x \right)$ é o operador de aniquilação de um fóton.

Aplicando os operadores campo no plano de Fourier (2.15) ao estado dado pela eq.(2.11), obtém-se da Eq.(2.14) a probabilidade de detectar dois fótons em coincidência no plano de Fourier, a qual é dada por:

$$P(x_s, x_i) \propto \left| \sum_{j=0}^{D-1} A_j \exp \left[-\frac{kw_0^2}{f_f} (x_s + x_i)^2 \right] \exp \left[\frac{2ik}{f_f} j d (x_s + x_i)^2 \right] \right|^2, \quad (2.16)$$

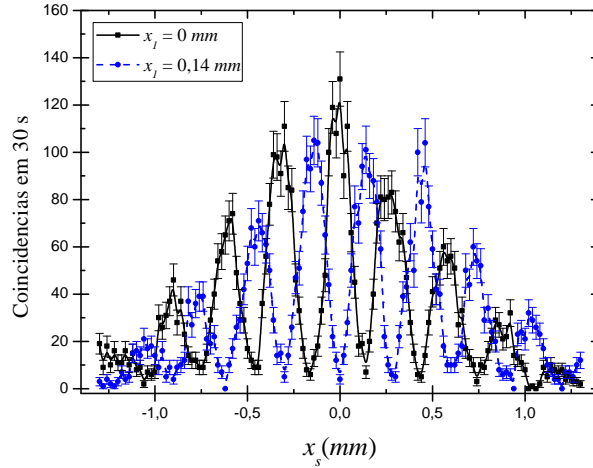
onde f_f é o comprimento focal da lente que projeta a transformada de Fourier óptica no plano da detecção.

Nota-se que a eq.(2.16) depende conjuntamente das posições dos detectores do fóton signal e idler. Essa equação mostra que se fixada a posição de um detector (x_i) enquanto se translada o outro (x_s) registrando as coincidências em um intervalo de tempo, obtém-se um padrão que é diferente de outro obtido em uma posição diferente do detector fixo. A posição do detector fixo atua como uma fase no padrão de interferência de dois fótons, produzindo padrões de interferência deslocados entre si para diferentes posição do detector fixo. Este padrão de interferência é chamado de condicional [55] e significa que a probabilidade máxima de se detectar o fóton signal depende da posição em que o fóton idler foi detectado [55]. Essa incrível correlação foi estudada em [24] onde conclui-se que não se pode explicar esse efeito com um modelo de variáveis ocultas com propriedades típicas da física clássica.

Para se obter os padrões de interferência de dois fótons em laboratório utiliza-se fendas de $50\mu\text{m}$ nos detectores e posiciona-se inicialmente D_s na posição que representa o centro da imagem dos D caminhos, obtida na configuração $2f - 2f$. Então varia-se a posição transversal (em \hat{x}) do detector D_i até este percorrer uma distância que contenha a maior parte da distribuição transversal do feixe de fótons distribuído neste plano. Deste padrão pode-se descobrir a distância do primeiro mínimo ao máximo central, então move-se o detector D_s de modo a ele estar agora no primeiro mínimo de interferência. Com D_s em sua nova posição fixa repete-se a varredura de D_i , obtendo-se assim um novo padrão de interferência de dois fótons. A Fig.(2.10) mostra padrões de interferência de dois fótons

obtidos do procedimento acima, esses foram feitos tanto para um qubit (a) quanto para um qutrit (b). Percebe-se que em cada caso os dois padrões obtidos são condicionais, pois a mudança de posição do detector D_s dá uma fase ao padrão de interferência de dois fótons. O bom contraste (diferença entre regiões com máximo de contagem e mínimo de contagens) desses padrões apontam para a pureza do estado gerado. Para o caso de qubit as visibilidades são $0,90 \pm 0,02$ para $x_i = 0$ e $0,92 \pm 0,02$ para $x_i = 0,14$.

(a)



(b)

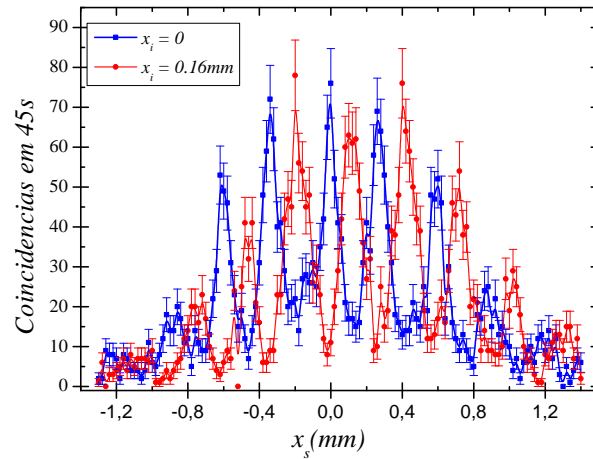


Figura 2.10: Padrão de interferência de dois fótons, obtido projetando-se a transformada de Fourier óptica do plano do cristal no plano do detector. Afim de se obter esses padrões complementares, o detector D_i é fixado na posição determinada por um dos picos de contagens simples, enquanto (D_s) é transladado e os fótons são detectados em coincidência. Em (a) têm-se os padrões de interferência condicional do estado emaranhado de dois qubits de caminho. Enquanto em (b) é mostrada a interferência condicional para o estado de dois qutrits emaranhados em caminho.

Existe porém, uma dificuldade técnica considerável para se obter esses padrões de interferência, uma vez que devido à separação dos feixes, a distância entre regiões de picos

e vales de coincidência são muito próximas. Para superar este fato utiliza-se aberturas muito pequenas na frente dos detectores, o que reduz muito o sinal medido. Porém na situação onde se projeta a imagem do plano de geração sobre os detectores tem-se quase 1800 coincidências por segundo para o caso de estado de dois qubits, isso representa uma vantagem em relação aos estados de caminho preparados em modos de fenda. Outra vantagem desse tipo de preparação é que o qudit de caminho tem um modo espacial gaussiano, o que facilita sua manipulação para transformação de estados (apresentada nesse trabalho) e pode ser útil em situações nas quais se deseje acoplar esses qudits a fibras ópticas ou circuitos fotônicos integrados. Na seção abaixo será apresentada uma estratégia importante para o desenvolvimento futuro deste trabalho, a utilização da fonte apresentada acima para a geração de estados de um qudit puro preparado no caminho transversal de fótons.

2.3.3 Geração de qudits espaciais com um fóton anunciado

O esquema de preparação apresentado nas duas últimas seções é capaz de preparar estados de dois qudits emaranhados em caminho. Porém muitos estudos realizados em óptica quântica requerem a preparação de sistemas representados por um estado puro de uma partícula em D possíveis níveis discretos. Neste trabalho isso significa que é necessário um sistema de um fóton com D possíveis caminhos transversais. Uma possibilidade muito explorada para a geração de um qudit é por meio de lasers atenuados até um regime no qual em média se tenha um fóton no sistema experimental [46]. Outros trabalhos exploram a emissão de pulsos de um fóton por diamantes que apresentam uma vacância de nitrogênio em sua rede (NCV) [56–58].

Uma outra estratégia possível é a utilização de fótons provenientes da SPDC em uma configuração conhecida como geração de um fóton anunciado [59, 60], nessa configuração um dos fótons do par funciona como um "*trigger*" para a detecção, enquanto o outro fóton é preparado no estado quântico de interesse. Desta forma na configuração de fóton anunciado cada detecção em coincidência anuncia a presença de um fóton que foi preparado e evoluiu de acordo com o sistema de interesse.

O esquema mostrado na Fig.(2.11) representa uma possível preparação de um qudit de caminhos Gaussianos, onde a fonte de estados emaranhados mostrada na sec.(2.3) é utilizada para se codificar os fótons em caminhos transversais. Uma vez que o estado dos fótons no plano do cristal pode ser reescrito segundo a eq.(2.8) a qual representa um estado puro e emaranhado, não é possível descrever um estado puro para descrever o fóton signal (polarização horizontal) apenas detectando o fóton idler com um detector que recebe informação dos três caminhos ao mesmo tempo. Para se obter um estado reduzido puro que descreve os fótons signal é preciso atuar nos seus pares apagando qualquer informação que eles carreguem sobre o caminho que foram gerados, em outras palavras é preciso criar um estado de sobreposição coerente entre os caminhos do fóton idler.

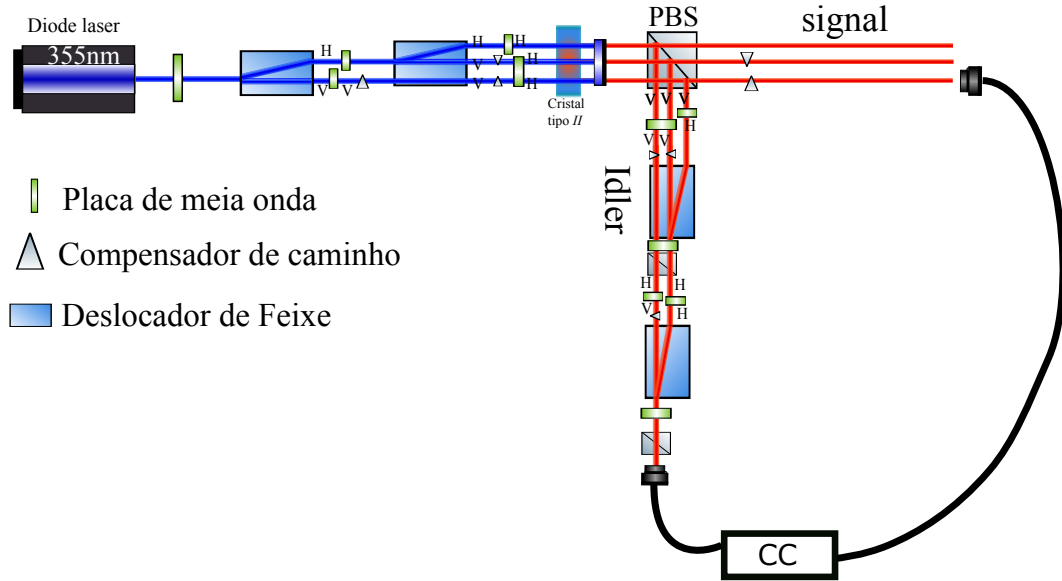


Figura 2.11: Esquema experimental para a implementação de uma fonte de fótons anunciados capaz de gerar um qudit de caminhos. Após a geração de três feixes de bombeamento os fótons convertidos por SPDC são separados por polarização. Os fótons com polarização vertical passam por um interferômetro longitudinal para se apagar a informação de caminho transversal. Após apagar as informações de caminho transversal nos fótons idler o estado reduzido que representa os fótons signal é uma sobreposição coerente dos modos de caminho.

No esquema proposto na figura um interferômetro longitudinal faz o papel de apagar a informação de caminhos do fóton idler. Antes de passar para a análise matemática desta preparação de estado é importante lembrar que cada feixe individual gerado pela SPDC possui um comprimento de coerência muito pequeno que é da ordem de dezenas de micrômetros, por isso é necessária a presença de compensadores de caminho que a diferença de caminho entre os feixes esteja dentro do comprimento de coerência, possibilitando desta forma a interferência entre os caminhos do fóton signal.

O estado que descreve o par de fótons logo após o primeiro PBS pode ser descrito como:

$$|\Psi\rangle \propto |0_H 0_V\rangle + |1_H 1_V\rangle + |2_H 2_V\rangle, \quad (2.17)$$

sendo nesta etapa possível rotular os fótons signal e idler pelas suas polarizações que são respectivamente horizontal e vertical.

O primeiro conjunto de placas de onda e BD no braço idler realiza a transformação $|0_V\rangle \rightarrow |1_H\rangle$, $|1_V\rangle \rightarrow |1_v\rangle$ e $|2_V\rangle \rightarrow |2_V\rangle$. Após esta transformação de caminhos é realizada uma nova transformação em polarização usando-se uma HWP nos dois caminhos remanescentes no braço do fóton idler com eixo orientado à $22,5^\circ$ e a componente de polarização horizontal resultante é selecionada por um PBS. O estado dos dois fótons após essa etapa é dado por:

$$|\Psi'\rangle \propto (|0_H\rangle_s + |1_H\rangle_s) |1_H\rangle_i + |2_H\rangle_s |2_H\rangle_i, \quad (2.18)$$

onde os subíndices i e s apontam para os fótons idler e signal.

Após esta etapa os fótons idler sofre uma nova transformação de polarização e caminho dada por: $|1_H\rangle_i \rightarrow |2_H\rangle_i$ e $|2_H\rangle_i \rightarrow |2_V\rangle_i$, que leva o estado de dois fótons da eq.(2.18) à:

$$|\Psi''\rangle \propto (|0H\rangle_s + |1H\rangle_s) |2H\rangle_i + |2H\rangle_s |2V\rangle_i . \quad (2.19)$$

Finalmente uma HWP e um PBS são utilizados para se interferir os fótons com polarização ortogonal no caminho $|2\rangle_i$, com isso o estado de dois fótons após o PBS é dado por:

$$|\Psi_f\rangle \propto (|0\rangle_s + |1\rangle_s + |2\rangle_s) \otimes |2H\rangle_i , \quad (2.20)$$

e o estado reduzido dos fótons signal é dado por:

$$|\psi\rangle_s \propto (|0\rangle + |1\rangle + |2\rangle) , \quad (2.21)$$

o que representa uma sobreposição coerente dos modos de caminho para o fóton signal. Este estado pode a principio ser transformado em um estado de um fóton de sobreposição arbitrária dos modos de caminho utilizando-se dois moduladores de fase de transmissão para modular amplitude e fase dos caminhos no braço idler.

Conforme será discutido adiante, esta fonte de um qutrit de caminho anunciado é útil para a aplicação do método de operações proposto neste trabalho.

Capítulo 3

Operações em sistemas quânticos

Ao longo deste trabalho iremos tratar apenas de operações sobre estados puros e discretos de D níveis. Um sistema quântico é submetido a uma preparação representada por um vetor $|\psi\rangle$ pertencente a um espaço de Hilbert de dimensão D , o qual é dado por:

$$|\psi_i\rangle = \begin{pmatrix} A_0 \\ A_1 \\ \vdots \\ A_{D-1} \end{pmatrix}, \quad (3.1)$$

os coeficientes A_ν ($\nu = 0, 1, 2, \dots, D-1$) são números complexos, ou seja, $A_\nu = |A_\nu| e^{i\varphi_\nu}$.

Uma operação no estado inicial é representada por um operador \hat{O} , pertencente ao mesmo espaço de Hilbert do sistema. Este operador pode ser expresso em uma forma matricial como [61]:

$$\hat{O} = \begin{pmatrix} o_{1,1} & o_{1,2} & \cdots & o_{1,D} \\ o_{2,1} & o_{2,2} & \cdots & o_{2,D} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ o_{D,1} & o_{D,2} & \cdots & o_{D,D} \end{pmatrix}, \quad (3.2)$$

onde os coeficientes $o_{m,n}$ ($m, n = 1, 2, \dots, D-1$), são, de forma geral, números complexos $o_{m,n} = |o_{m,n}| e^{i\theta_{m,n}}$.

A atuação de \hat{O} sobre o estado inicial $|\psi\rangle$ resulta em um novo estado $|\psi'\rangle$, o qual pode ser matematicamente descrito como o resultado da multiplicação da matriz \mathcal{O} (eq.(3.2)) pelo vetor ψ_i (eq.(3.1)), o estado resultante é representado por:

$$|\psi'\rangle = \begin{pmatrix} o_{1,1}A_0 + o_{1,2}A_1 + \cdots + o_{1,D}A_{D-1} \\ o_{2,1}A_0 + o_{2,2}A_1 + \cdots + o_{2,D}A_{D-1} \\ \vdots \\ o_{D,1}A_0 + o_{D,2}A_1 + \cdots + o_{D,D}A_{D-1} \end{pmatrix}. \quad (3.3)$$

Uma outra forma de escrever a eq.(3.3), é fazer a expansão do estado $|\psi'\rangle$ na base computacional $\{|\nu\rangle\}$ ($\nu = 0, 1, 2, \dots, D-1$).

$$|\psi'\rangle = \sum_{\nu=0}^{D-1} \sum_{n=1}^D o_{\nu+1,n} A_\nu |\nu\rangle. \quad (3.4)$$

Da eq.(3.4) pode-se perceber que o efeito de uma operação sobre um estado se resume em: 1) redistribuir (transformar) as amplitudes de probabilidade do estado de entrada; 2) adicionar uma fase relativa entre estes níveis e 3) sobrepor nos D níveis do sistema de saída as proporções específicas de componente de caminho do estado inicial.

Para sistemas quânticos de 2 níveis (qubits) codificados na polarização da luz, essas operações podem ser realizadas utilizando-se um conjunto de placas de onda e polarizadores. Porém para sistemas mais gerais de D níveis preparados em outros graus de liberdade da luz, é preciso elaborar uma estratégia que possibilite realizar essas operações de modo que, controle-se o mínimo de parâmetros experimentais possíveis¹.

Neste trabalho será apresentada uma estratégia que cumpre os requerimentos de 1 – 3, referidos acima, para qudits fotônicos. Antes de uma explicação aprofundada no aparato utilizado para fazer as operações, vamos passar a uma análise sobre como implementar qudits fotônicos e as possíveis operações sobre estes.

3.1 Operações em estados de fenda utilizando o Modulador Espacial de Luz

Conforme mencionado acima os estados de fenda se mostram uma ótima maneira de gerar estados de caminho discretos, apesar das dificuldades experimentais que surgem de sua manipulação. Dentre os diversos trabalhos explorando esta preparação de qudits alguns utilizam SLM's para a realização de operações [19,22,29,46,62]. Um esquema básico dessas operações é mostrado na Fig.(3.1), onde é mostrado um esquema para se projetar uma imagem do plano na tela de um SLM (Fig.3.1a). Com isso é possível designar máscaras de fase no modulador de modo que se possa controlar a fase de cada modo de fenda individualmente. Supondo um estado inicial dado pela eq.(3.1), no qual os coeficientes A_ℓ ($\ell = 0, 1, 2, \dots, D - 1$) representam as amplitudes de probabilidade associada à cada modo de fenda representado por $|\ell\rangle$, o operador que representa a ação do SLM é dado por:

$$\hat{O}_{\text{SLM}} = \begin{pmatrix} e^{i\phi_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & e^{i\phi_2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & e^{i\phi_{D-1}} \end{pmatrix}, \quad (3.5)$$

sendo ϕ_ℓ a fase adicionada à fenda rotulada por ℓ . A eq.(3.5) é um caso particular da eq.(3.2) no qual os coeficientes fora da diagonal são nulos, e por esta razão diz-se que a operação representada pela eq.(3.5) é uma *operação diagonal*, pois a matriz que a representa é uma matriz diagonal. Embora seja um caso particular esse tipo de esquema permite realizar uma variedade de operações sobre um sistema quântico [19, 22, 29, 46, 62]. Um caso particularmente interessante de implementação que supera esta aparente limitação pode ser visto em [19] onde uma operação não-diagonal pode ser implementada fazendo uma decomposição do operador em operadores diagonais. No entanto, a realização foi possível apenas pelo fato de que a ação dos operadores sobre o estado inicial não tinha o efeito de transformar um modo de entrada ℓ em uma sobreposição de modos de fenda após o SLM.

¹No caso de operações sobre a polarização dos fótons, os únicos parâmetros que precisamos manipular são os ângulos de rotação das placas de onda.

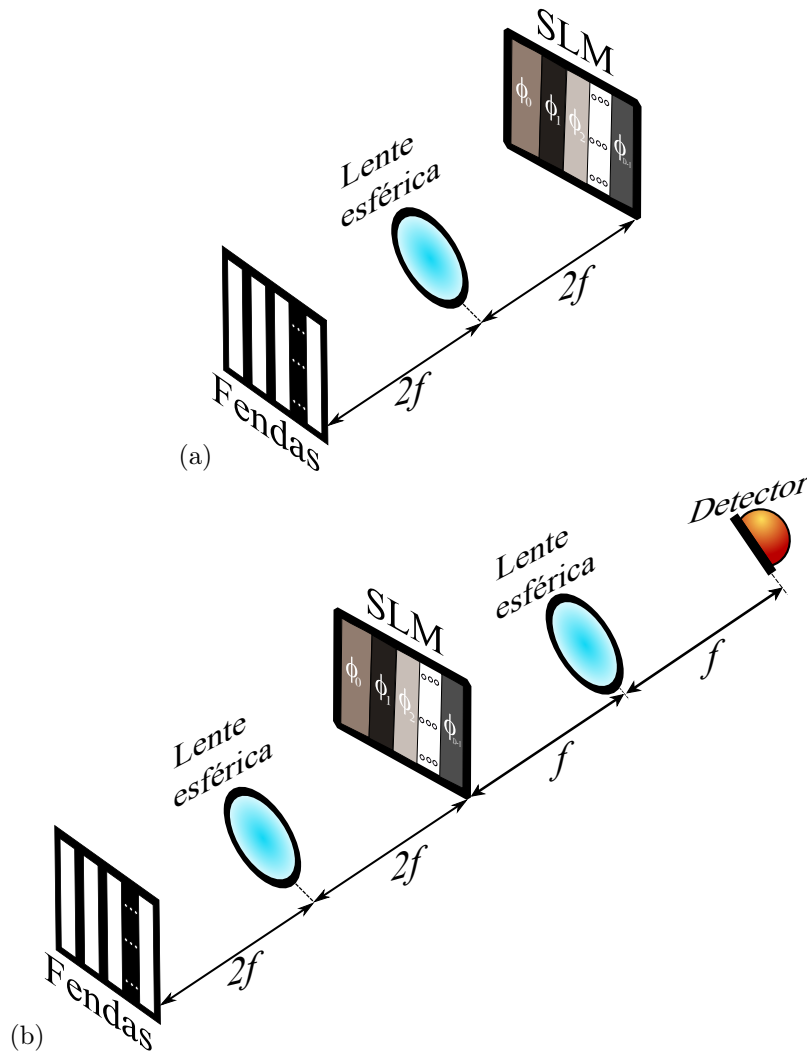


Figura 3.1: Esquema genérico de experimentos nos quais a modulação espacial de fase é utilizada para a implementação de operações em estados de fenda. Em (a) têm o esquema genérico das operações diagonais onde uma imagem do plano das fendas é projetada sobre um SLM, e cada modo de fenda recebe uma fase espacial ϕ_ℓ . Em (b) um esquema no qual operadores de medida são implementados possibilitando a obtenção da probabilidade de projeção do estado de entrada em um estado de sobreposição associado com cada valor de posição do detector. Neste esquema a imagem do plano das fendas pode ser projetada em um SLM que insere fases nos modos individuais de fenda e posteriormente uma lente projeta o padrão de interferência do campo no plano do SLM em um plano onde se encontra o detector (plano focal ou plano de Fourier).

Entretanto, existem operações quânticas que atuam sobre o estado inicial transformando um modo de entrada em uma sobreposição de modos no estado de saída. Este é o caso por exemplo de operações de projeção. Para ilustra-lo pode-se considerar sem perda de generalidade uma preparação na qual apenas a fenda $j = 0$ é iluminada ($|\psi_i\rangle = |0\rangle$), e deseja-se implementar uma projeção em um estado dado por $|\psi'\rangle = \sum_{\ell=0}^{D-1} A_\ell |\ell\rangle$, que representa na prática que o perfil do estado após a projeção é representado por j modos de fenda e cada um com amplitude de probabilidade A_ℓ . O projetor $|\psi'\rangle \langle\psi'|$ não pode ser representado por uma matriz diagonal pois acopla a amplitude de probabilidade do estado inicial com as amplitudes de probabilidade de cada modo do estado de saída ($|\psi'\rangle$).

Portanto a utilização de um modulador espacial para realizar operações em estados de fenda não possibilita a implementação de operações mais gerais como o caso de projetores.

Esta limitação é contornada em diversos trabalhos em que existe a necessidade de se implementar projeções. Nestes trabalhos explorando-se o fato de o padrão de interferência gerado pelas fendas no plano distante representa uma sobreposição de todos possíveis caminhos. Assim cada ponto do padrão de interferência representa a sobreposição destes caminhos com fases distintas [46, 62, 63]. Em outras palavras a detecção de um fóton na posição x nos dá a probabilidade de projeção em um determinado estado de superposição de caminhos.

Para entender melhor essa situação consideremos o esquema apresentado na Fig.(3.1b), onde uma transformada de Fourier óptica do plano das fendas ou de um SLM de transmissão que insere fase relativa entre as fendas é projetada no plano de detecção, ou seja, em uma configuração na qual a distância longitudinal das fendas à lente é igual a distância do plano de detecção até a lente e são iguais à distancia focal f . A probabilidade de se detectar um fóton quando o detector é posicionado na posição transversal x no plano focal é dada por [30, 54]:

$$P(x, z = f) = \text{Tr} [\Pi(x, z = f) \rho] , \quad (3.6)$$

sendo ρ a matriz densidade que descreve o estado do sistema e $\Pi(x, z = f)$ o operador de medida no plano de Fourier.

Uma vez que os detectores utilizados geralmente destroem um fóton, então o operador de medida Π é dado por $\Pi(x, z = f) = \mathbb{E}^-(x, z = f) \mathbb{E}^+(x, z = f)$, onde $\mathbb{E}^-(x, z = f)$ ($\mathbb{E}^+(x, z = f)$) é o operador campo proporcional ao operador de criação \hat{a}^\dagger (destruição \hat{a}) [49]. Este operador de medidas na base dos estados de fenda é dado por:

$$\begin{aligned} \Pi(x, z = f) &= \mathbb{1} \mathbb{E}^-(x, z = f) \mathbb{E}^+(x, z = f) \mathbb{1} \\ &= \sum_{\ell', \ell=0}^{D-1} |\ell'\rangle \langle \ell'| \mathbb{E}^- \mathbb{E}^+ |\ell\rangle \langle \ell| \langle vac| vac\rangle \\ \Pi(x, z = f) &= \sum_{\ell', \ell=0}^{D-1} \langle \ell'| \mathbb{E}^- |vac\rangle \langle vac| \mathbb{E}^+ |\ell\rangle |\ell'\rangle \langle \ell| , \end{aligned} \quad (3.7)$$

sendo $|vac\rangle$ o estado de vácuo. Para se calcular os elementos de matriz que aparecem na eq.(3.7) deve-se propagar o campo clássico do plano das fendas até o plano de detecção, o que pode ser feito utilizando ferramentas da óptica de Fourier [30, 54]. Realizando essa evolução o operador de medida passa a ser descrito como:

$$\Pi(x, z = f) \propto \text{sinc}^2\left(\frac{ka}{f}x\right) \sum_{\ell', \ell=0}^{D-1} \exp\left[-i(\ell' - \ell) \frac{kxd}{f}\right] |\ell'\rangle \langle \ell| . \quad (3.8)$$

A análise feita até se chegar à eq.(3.8) não leva em consideração que o detector utilizado possui uma dimensão finita. Para levar em conta o tamanho do detector, vamos considerar que a dimensão transversal na direção \hat{x} de uma abertura colocada em frente ao detector seja $2b$ e que o detector esteja centrado na posição x_0 . Neste caso o operador de medida associado à detecção de um fóton é dado por:

$$\Pi_R(x_0) = \sum_{\ell', \ell=0}^{D-1} \int_{x_0-b}^{x_0+b} \text{sinc}^2\left(\frac{ka}{f}x\right) \exp\left[-i(\ell' - \ell) \frac{kxd}{f}\right] |\ell'\rangle \langle \ell| . \quad (3.9)$$

Em condições experimentais típicas o envelope de difração produzido pelas fendas e representado pela função $\text{sinc}^2(\bullet)$ na eq.(3.9), pode ser considerado como constante na região da abertura do detector, em outras palavras isso significa considerar que $\frac{ka}{f} \gg 1/b$. Com isso o operador de medida no plano de Fourier pode finalmente ser escrito como:

$$\Pi_R(x_0) \propto \text{sinc}^2\left(\frac{ka}{f}x_0\right) \sum_{\ell', \ell=0}^{D-1} \text{sinc}\left[(\ell' - \ell) \frac{kdb}{f}\right] \exp\left[-i(\ell' - \ell) \frac{kx_0d}{f}\right] |\ell'\rangle \langle \ell|. \quad (3.10)$$

Afim de elucidar o significado deste operador de medida, consideremos o caso de um qubit ($\ell', \ell = 0, 1$). Neste caso o operador fica:

$$\Pi_R(x_0) \propto \text{sinc}^2\left(\frac{ka}{f}x_0\right) \left\{ \mathbb{1} + e^{(-i\frac{kx_0d}{f})} \text{sinc}\left(\frac{kdb}{f}\right) \left[|0\rangle \langle 1| + e^{(2i\frac{kx_0d}{f})} |1\rangle \langle 0| \right] \right\}. \quad (3.11)$$

Considerando um estado geral que represente uma sobreposição entre os modos de fenda dado por $|\Psi\rangle \propto |0\rangle + e^{i\phi} |1\rangle$, o projetor sobre esta sobreposição é dado por:

$$|\Psi\rangle \langle \Psi| \propto \mathbb{1} + e^{-i\phi} (|0\rangle \langle 1| + e^{2i\phi} |1\rangle \langle 0|). \quad (3.12)$$

Comparando as equações (3.11) e (3.12) nota-se que existem duas diferenças entre elas: a primeira é o envelope de difração devido às fendas, a qual conforme discutimos pode ser tomada como constante na região da abertura do detector (ou mesmo pode-se normalizar os dados experimentais por esta função). A segunda diferença é a presença da função $\text{sinc}(\bullet)$ que depende da largura do detector.

É interessante notar que caso o detector seja tomado como pontual ($b = 0$) o operador $\Pi_R(x_0)$ seria proporcional ao projetor sobre um estado geral de sobreposição de fendas. Uma vez que um projetor representa a medição que pode extrair a máxima informação de um sistema [30], a inexistência de detectores pontuais inevitavelmente faz com que a informação extraída deste processo de medição não é máxima e por isso de antemão $\Pi_R(x_0)$ foi tratado como um operador de medida [64]. Por outro lado existem diferentes operadores de medida associados à cada posição x_0 do detector, e apesar de não representarem projeções os operadores de medida permitem obter do padrão de interferência a probabilidade² de se projetar o estado inicial em um estado de sobreposição entre os modos $|0\rangle$ e $|1\rangle$ com a fase relativa desta sobreposição dada por: $\phi(x_0) = \frac{kx_0d}{f}$ [19, 30, 62, 63].

Embora muito útil no desenvolvimento de estudos que utilizem estados de fenda este método não permite que se tenha o estado fotônico preparado nos modos de fenda logo após a abertura colocada à frente o detector (fig.3.1b), com isso ele não permite a realização de medições em cascata sobre estados preparados em modos transversais de fenda. A implementação de projeções sequências sobre estados de caminho constituem um importante objetivo desta tese, e devido às limitações impostas pelo uso de estados de fenda. Neste trabalho teve-se a necessidade de abandonar essa forma de codificação utilizando em seu lugar a codificação de qudits de caminho em feixes Gaussianos paralelos.

²Experimentalmente se obtêm contagens de fótons para cada posição x_0 , essas contagens são proporcionais ao valor esperado dos operadores de medida $\Pi_R(x_0)$, os quais são relacionados às projeções mencionadas.

3.2 Implementação de operações não-diagonais em qutrits de caminho

Um importante passo para se consolidar a utilização de qudits fotônicos em estados de caminho como importantes ferramentas no estudo de fundamentos de Mecânica Quântica e Informação Quântica é conseguir realizar sobre eles operações mais gerais do que as operações diagonais apresentadas na sec.(3.1). Isso porque operações de extrema importância prática como é o caso por exemplo de projeções e diversas portas lógicas, são operações não diagonais. Além disso algumas importantes dinâmicas realizadas em sistemas quânticos são representadas por mapas não diagonais como é o caso por exemplo de transições atômicas. Para além de ser capaz de implementar estas importantes operações este trabalho se preocupa em trazer um método que seja capaz ao mesmo tempo de implementar operações não diagonais e que permita a implementação sequencial destas operações. Este requerimento é importante em diversos estudos sobre Mecânica Quântica, sobretudo nos estudos que envolvem testes de desigualdade de não-contextualidade [65].

Nesta seção será apresentada a proposta do método desenvolvido neste trabalho que permite realizar operações não diagonais sobre qutrits fotônicos, de modo que após a realização de cada operação obtêm-se um estado de qutrit em caminhos transversais. Os qutrits utilizados nesse trabalho são preparados em caminhos Gaussianos paralelos apresentados na seção (2.2). E o controle das amplitudes de probabilidade de cada modo do estado de entrada é realizado utilizando-se um SLM que modula periodicamente a fase de cada feixe, causando a difração dos feixes Gaussianos que formam o estado de entrada. Nesta seção será utilizada toda a teoria e os resultados apresentados nos capítulos anteriores. A utilização do SLM para controle de amplitude permite que ao se trocar um padrão de modulação de fase por outro seja possível mudar a operação implementada sobre o sistema, com isso a montagem experimental implementada permite a realização de operações de forma automatizada sobre qutrits de caminho. Além de apresentar o método de operações desenvolvido neste trabalho, será feita nesta seção uma discussão sobre a eficiência do método desenvolvido e algumas propostas para o seu desenvolvimento futuro.

3.3 Análise teorica do método de operações não diagonais para qutrits de caminho Gaussiano

A representação esquemática do experimento proposto é mostrada na Fig.(3.2). Esta montagem experimental pode ser dividida em duas partes, a primeira representa a preparação do estado inicial dos sistema dada por todos os elementos que interagem com o feixe antes do SLM. Este é exatamente o esquema de preparação apresentado na seção (2.2). A segunda parte compreende os elementos após o SLM e antes da câmera CCD. Esse de fato será o sistema que será discutido abaixo.

Por sua vez as transformações de estado implementadas podem ser divididas em duas etapas, uma dada pelo SLM e a segunda dada pelo interferômetro longitudinal baseado em BD's (deslocadores de feixe). Cada uma destas etapas serão apresentadas em subseções separadas.

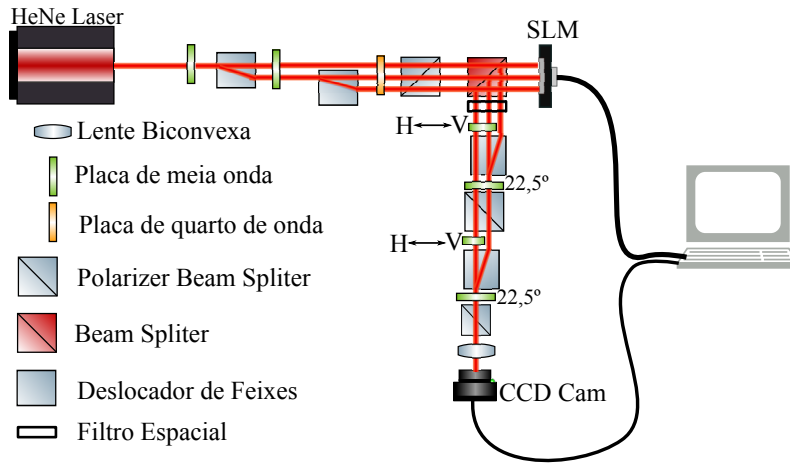


Figura 3.2: Uma representação esquemática do experimento para transformações de estado

3.3.1 A transformação do estado inicial pelo SLM

Inicialmente o estado fotônico de um qutrit é preparado como uma superposição de estados de caminhos gaussianos. Explorando a difração de um feixe Gaussiano pode-se utilizar o SLM para se obter o controle de fase e amplitude de cada caminho que formará o estado transformado. A tela do modulador de fases é dividida em três regiões distintas, uma para cada caminho do estado de entrada. Para cada uma destas regiões são implementadas grades de fase apropriadas que permitirão o controle dos módulos dos coeficientes do estado de entrada e das fases relativas.

Afim de elucidar melhor esse fato, suponha que se deseje implementar uma transformação que distribua a componente do estado inicial no caminho a para as componentes de caminho do estado de saída a e c , de modo que nenhuma fase relativa seja adicionada a esses caminhos de saída. De forma mais restritiva, suponha que tal operação exija que se bloqueie toda componente do estado de entrada que esteja nos caminhos b e c . Conforme apresentado na sec.(1.2.3), uma grade triangular de altura 2π é capaz de implementar a desejada superposição na componente de caminho a do estado de entrada. Enquanto o "bloqueio" das componentes b e c pode ser realizado usando uma grade DS (sec.(1.2.2)) com período tal que toda essa população seja desviada para uma região que é barrada por um filtro espacial³ na Fig.(3.2).

Porém caso as ordens de difração se distribuíssem na mesma direção dos caminhos iniciais (\hat{x}), as ordens de difração resultantes das grades de cada caminho iriam se sobrepor transversalmente e toda a informação de caminhos daria lugar a um padrão de interferência entre estas ordens. Para evitar este inconveniente a estratégia adotada é implementar as grades de fase no SLM de modo que cada feixe tenha uma modulação periódica de fase apenas ao longo da direção \hat{y} , o que resulta em máximos de difração distribuídos nesta direção espacial. Uma visão esquemática dessa situação é dada na Fig.(3.3).

Dessa forma o estado resultante da transformação é preparado em um estado de superposição de caminhos gaussianos na direção \hat{y} , o que devido a isotropia do espaço livre

³Um filtro espacial é qualquer elemento óptico que transmite toda luz que chega a uma certa região e bloqueia totalmente a luz fora dessa região.

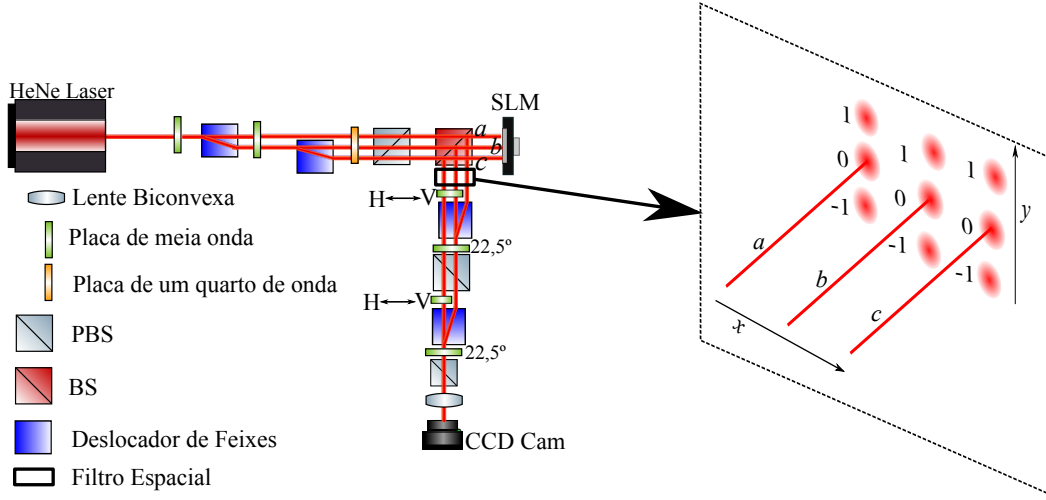


Figura 3.3: A figura mostra o detalhamento do aparato experimental no qual cada um dos três caminhos gaussianos ao longo da direção \hat{x} é transformado em três caminhos ao longo da direção \hat{y} devido à ação de redes de fase produzidas pelo modulador espacial de luz (SLM) no caminho dos feixes Gaussianos de luz.

é idêntico a preparação destes qutrits em qualquer direção espacial. O importante nesta etapa é definir um rótulo que faça correspondência entre os caminhos a, b e c e as ordens de difração 1, 0 e -1 , respectivamente.

O estado inicial do sistema dado pela eq.(2.6), pode ser reescrito para representar o estado de fótons no plano transversal. Esse estado é dado por:

$$|\psi(x, y)\rangle = \left(\sum_{\nu} A_{\nu} |\nu\rangle \right) \otimes |H\rangle \otimes |y=0\rangle \quad (3.13)$$

sendo $|H\rangle$ o estado de polarização horizontal, enquanto $|y=0\rangle$ representa um envelope gaussiano ao longo da direção \hat{y} centrado em $y=0$. Um novo rótulo será adotado para os estados $|j\rangle$ da eq.(2.5), eles serão rotulados por $|\nu\rangle$ com $\nu = a, b, c$ e serão representados pelos seguintes vetores da base computacional:

$$|0\rangle \equiv |a\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad |1\rangle \equiv |b\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ e } \quad |2\rangle \equiv |c\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (3.14)$$

Conforme discutido acima o efeito da operação realizada pelo SLM é transformar cada caminho na direção \hat{x} em três novos caminhos gaussianos na direção \hat{y} . Então a operação do SLM sobre o estado inicial (eq.(3.13)) resultará em:

$$\mathcal{O}_{SLM} |\psi(x, y)\rangle = |\psi'(x, y)\rangle = \sum_{\nu} \sum_{m=-1}^1 (A_{\nu} c_m^{(\nu)} |m\rangle \otimes |\nu\rangle) \otimes |H\rangle, \quad (3.15)$$

onde $c_m^{(\nu)}$ representa o coeficiente da ordem m de difração em \hat{y} da grade de fase produzida pelo SLM no caminho ν (na direção \hat{x}). Notamos então que o efeito do SLM é apenas fazer a transformação: $A_{\nu} |y=0\rangle \rightarrow \sum_{m=-1}^1 A_{\nu} c_m^{(\nu)} |m\rangle$.

Com as amplitudes e fases de cada caminho de entrada controladas e transferidas para a direção \hat{y} falta ainda realizar a sobreposição dos três caminhos distribuídos na direção \hat{x} afim de se cumprir os requerimentos 1 a 3 dados na sec.(3).

3.3.2 Interferômetro longitudinal baseado em deslocadores de feixe com materiais birrefringentes

A segunda parte do sistema que implementa as operações é composta por um interferômetro longitudinal baseado em deslocadores de feixe com materiais birrefringentes (BD). Este interferômetro sobrepõe os três caminhos na direção \hat{x} e após o último BD produz-se a sobreposição das ordens de difração $-1, 0$ e 1 , obtendo-se um estado transformado proporcional ao dado pela eq.(3.3).

As transformações de caminho longitudinal em \hat{x} são obtidas a partir do controle da polarização dos caminhos. Após passar pelo filtro espacial (Fig.(3.3)), uma placa de meia onda é colocada nos caminhos c e b orientada com eixo à 45° em relação à horizontal. Com isso a polarização dos dois caminhos é levada para o estado $|V\rangle$, enquanto a polarização do caminho c permanece horizontal. O cristal de calcita que constitui o BD é cortado pelo fabricante de modo a desviar transversalmente em \hat{x} a componente de polarização H de um feixe incidente. Com isso o caminho a sofre um desvio transversal sobrepondo-se ao caminho b , ou seja, a transformação realizada após o primeiro BD é: $|a\rangle \rightarrow |b\rangle$. Tal transformação leva o estado $|\psi'(x, y)\rangle$ (eq.(3.15)) para um estado $|\psi''(x, y)\rangle$, o qual é dado por:

$$|\psi''(x, y)\rangle = \sum_{m=-1}^1 [A_c c_m^{(c)} |c\rangle |H\rangle + (c_m^{(a)} A_a |H\rangle + c_m^{(b)} A_b |V\rangle) |b\rangle] |m\rangle . \quad (3.16)$$

Após esta transformação, uma $\lambda/2$ orientada com eixo a $22,5^\circ$, em relação a horizontal, transforma: $|H\rangle \rightarrow |+\rangle$ e $|V\rangle \rightarrow |-\rangle$. Imediatamente após essa transformação um PBS seleciona as componentes de polarização horizontal resultando no estado:

$$|\psi''(x, y)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{m=-1}^1 [A_c c_m^{(c)} |c\rangle |H\rangle + (c_m^{(a)} A_a + c_m^{(b)} A_b) |b\rangle] |m\rangle |H\rangle . \quad (3.17)$$

Essas duas etapas de transformação de estados são realizada novamente para que se sobreponha os caminhos b e c , e ainda obtenha-se, após uma última filtragem de polarização, um estado de qutrit codificados na ordem de difração em \hat{y} e com polarização H . O estado final após o segundo PBS é dado por:

$$|\psi(x, y)\rangle_s = \frac{1}{2} \sum_{m=-1}^1 (A_a c_m^{(a)} + A_b c_m^{(b)} + A_c c_m^{(c)}) |m\rangle . \quad (3.18)$$

Após esta transformação sobre o estado inicial uma lente esférica é posicionada de modo que o SLM esteja posicionado em seu plano focal anterior, ou seja, a distância entre a lente e o SLM coincide com a distância focal f . Com isso os três caminhos gaussianos em \hat{y} têm componentes de momento na direção \hat{z} iguais, pois a lente nessa configuração tem o papel de colimar as ordens de difração que saem divergindo do SLM.

Ao comparar o estado transformado após uma operação qualquer, dado pela eq.(3.4), com o estado de saída do aparato, eq.(3.18), observa-se que este é proporcional aquele. Para se obter o estado dado pela (3.4), e conseqüentemente as probabilidades de obtenção deste estado após uma operação \mathcal{O} , deve-se calcular a probabilidade de fótons serem filtrados espacialmente e por polarização. A normalização é conhecida uma vez que a caracterização das grades de difração fornece a intensidade de luz presente nas ordens que são barradas no filtro espacial.

Ao final de toda essa análise, pode-se perceber que o aparato proposto é capaz de implementar uma operação geral sobre qutrits de caminho de uma forma automatizada, uma vez que cada operação a ser realizada no sistema possui um conjunto de grades específicos. Portanto apenas trocando as imagens em escala de cinza do SLM é possível mudar a operação realizada, o que constitui uma vantagem em relação aos interferômetros utilizados em [66], para os quais cada operação significa um novo arranjo experimental.

Outra característica interessante do sistema apresentado neste trabalho é o fato de que após a operação é obtido um novo qutrit que além de estar na mesma base de caminhos do estado inicial, guarda as estatísticas associadas a operação realizada. Com isso caso fosse realizada uma nova operação sobre este qutrit ter-se-ia uma estatística associada à medição sequencial das duas operações além do estado de qutrits fotônicos de caminho resultante desta operação. Essas medições sequenciais são uma importante ferramenta para a caracterização de estados quânticos e testes fundamentais, que embora tenha sido implementadas em diversos graus de liberdade ainda não foram exploradas em estados codificados em caminhos transversais [67–70]. A dificuldade de se realizar esse tipo de medição em sistemas fotônicos consiste na necessidade de os fótons não serem absorvidos por um detector após a primeira operação, de modo que o estado inicial modificado esteja disponível na mesma base (ou uma equivalente) para uma segunda operação sobre o sistema.

As próximas seções tratarão dos resultados experimentais obtidos até o momento além de dar mais detalhes técnicos sobre como é determinada a escolha de uma grade de difração para a realização de uma operação qualquer. Serão apresentadas também algumas propostas para se ampliar as possibilidades de aplicação do método proposto.

Capítulo 4

Resultados obtidos pela implementação do método proposto

Este capítulo será dedicado a discutir os resultados obtidos implementando-se a metodologia proposta. Foram realizadas importantes operações não diagonais como projeção e permutação. Além de superar as dificuldades em se implementar estas operações em qudits de caminho, o método permite realiza-las de uma forma automatizada pelo SLM e na saída do aparato, um qutrit preparado em caminhos Gaussianos é disponível.

A fonte de luz utilizada para preparação do estado inicial é um laser contínuo de He-Ne ($\lambda = 632,8$ nm), a partir do feixe inicial são gerados 3 feixes Gaussianos paralelos seguindo o esquema de preparação apresentado na seção (2.2). O sistema gerado por estes três feixes é isomorfo¹ ao espaço de Hilbert de um qutrit, e portanto os resultados apresentados aqui são os mesmos esperados para um sistema de um qutrit preparado em caminhos Gaussianos paralelos. De um ponto de vista menos algébrico pode-se assegurar a validade destes resultados pelo fato de que as transformações do estado inicial afetam somente o momento transversal dos fótons devido à difração causada pelo SLM. Os efeitos causados por esta difração são análogos para uma onda clássica e um *ensemble* de fótons enviados ao sistema preparados no mesmo estado quântico na variável de caminho. Para o caso clássico o efeito da difração é interpretado como uma redistribuição de intensidade da onda incidente no SLM, o que dá origem à um padrão de máximos de difração. Para o caso em que um *ensemble* de fótons incide no SLM o estado inicial de momento transversal é modificado e o estado que descreve os fótons após a difração é uma sobreposição de possíveis momentos transversais em determinadas direções dando origem às ordens de difração.]Embora a fonte de luz utilizada consiga simular um estado de qutrit preparado no caminho trasnversal de fótons, algumas aplicações do método de transformações de estado apresentado neste trabalho, exigem a utilização da fonte de estados de um fóton anunciado apresentada na seção (2.3.3).

Antes de se passar para análise destes resultados vale ressaltar que cada operação realizada corresponde a um único padrão periódico de fases colocado no SLM, e este por sua vez independe do estado de entrada. Desta forma as operações realizadas foram testadas para diferentes estados de entrada, dos quais foi possível apenas controlar a amplitude de cada caminho, preparando diferentes estados de entrada. Tal controle pode ser obtido ou pelas placas $\lambda/2$ do sistema de preparação do qutrit de entrada (Fig.(2.4)),

¹Em termos simples diz-se que um espaço é isomorfo com outro quando eles possuem a mesma descrição algébrica. Ou seja, o espaço ao qual pertence o estado clássico preparado é matematicamente descrito da mesma maneira que o espaço de Hilbert de um qutrit

ou bloqueando com um anteparo os caminhos desejados.

Alguns resultados serão apresentados para demonstrar a implementação de projeções e operações de permutações e identidade. Para as primeiras operações o estado de saída foi caracterizado medindo-se a amplitude de cada caminho e o padrão de interferência dos mesmos. Isso se justifica pelo fato de que o estado de entrada se aproxima bem de um estado puro. Em contrapartida o estado de saída após as duas últimas operações foram caracterizados apenas pelo seu perfil de intensidades.

4.1 Projeções de qutrits

Dentre todas as classes de operações em mecânica quântica as projeções merecem um destaque especial. São operações que estão envolvidas em processos como preparações de estado por filtragem, medições de espectro de operadores e são largamente usados em testes fundamentais [46, 65, 71–73].

Considerando um espaço de Hilbert \mathcal{H} , um projetor sobre um sub espaço pertencente a \mathcal{H} é dado por:

$$P = |\Psi\rangle \langle\Psi| , \quad (4.1)$$

com $|\Psi\rangle \in \mathcal{H}$. Da definição dada pela eq.(4.1), seguem algumas propriedades interessantes dos projetores:

$$P^2 = P ; \quad (4.2a)$$

$$P|\Phi\rangle = \langle\Psi|\Phi\rangle |\Psi\rangle . \quad (4.2b)$$

Na eq.(4.2b) o módulo quadrado do produto interno representa a probabilidade de se obter o estado $|\Psi\rangle$, após a atuação de P sobre o estado de entrada $|\Phi\rangle$, esta probabilidade será referenciada neste trabalho como *probabilidade de projeção*. Portanto, para a análise dos resultados que serão apresentados aqui é importante conhecer as amplitudes e as fases relativas entre os caminhos que codificam o estado de entrada. Uma vez que o feixe de laser utilizado é uma fonte com um comprimento de coerência da ordem de metros, então o estado representado pelos três feixes pode ser considerado puro, e para sua caracterização é necessário o perfil de intensidades dos caminhos e as fases relativas entre cada caminho obtidas por interferometria.

A obtenção do perfil de intensidade dos três feixes gaussianos de entrada pode ser obtida com uma câmera CMOS antes do SLM. Tal perfil é mostrado na Fig.(4.1). Esse perfil de intensidades de cada caminho é proporcional ao módulo quadrado das amplitudes de "cada estado da base".

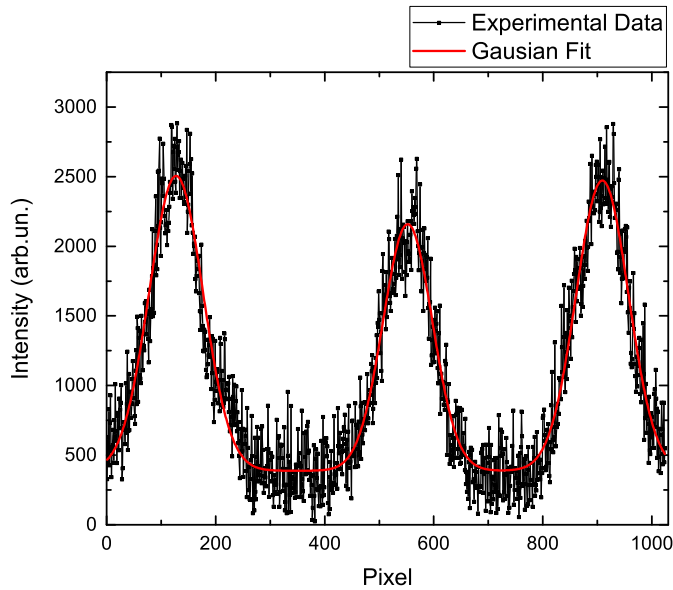
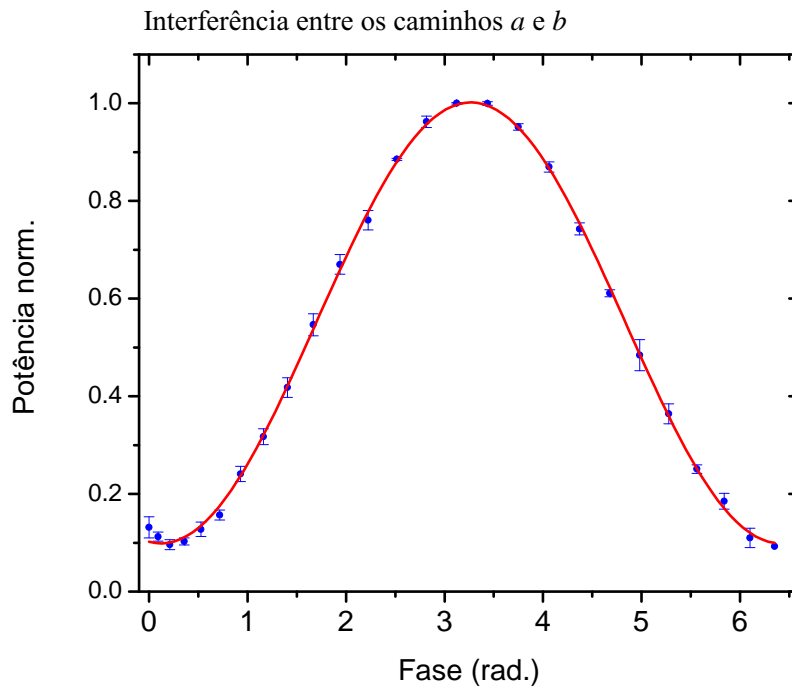


Figura 4.1: Perfil de intensidades dos três feixes gaussianos que entram no sistema, os quais representam um estado de superposição de três caminhos. A linha vermelha contínua é o ajuste dos dados experimentais por uma função gaussiana, e é utilizada apenas para demonstrar que o perfil do feixe na saída do aparato é um perfil gaussiano.

No esquema experimental mostrado na Fig.(3.2) pode-se notar que cada um dos caminhos sofre o mesmo número de desvios pelos B.D's, porém isso não é suficiente para garantir que não exista uma diferença de fase entre eles. Essas diferenças de fases adquiridas ao longo de todo o experimento serão consideradas como fases relativas entre os caminhos que representam o estado de entrada nesta montagem. Este aspecto deve ser corrigido em montagens futuras.

A fase relativa entre os caminhos que é adquirida ao longo de todo experimento pode ser medida sobrepondo os caminhos dois a dois. Foi escolhido combinar os caminhos a (c) com o caminho b . Em cada um dos casos a fase do caminho b é mantida fixa enquanto varia-se a fase do outro caminho modulando a escala de cinzas do SLM, e portanto adicionando uma fase de varredura no caminho b . Os resultados são mostrados na Fig.(4.2).

(a)



(b)

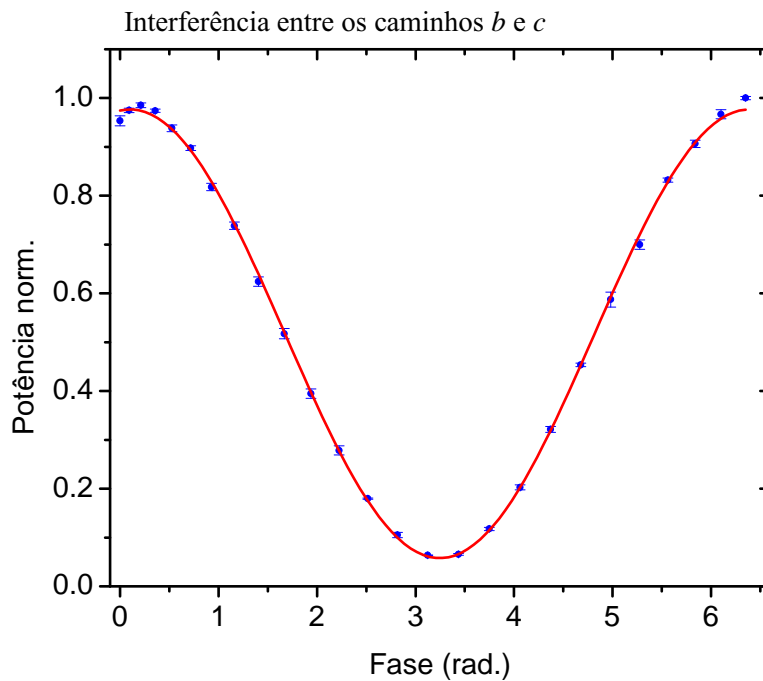


Figura 4.2: Interferência longitudinal utilizada para se determinar a diferença de fase entre os caminhos. Em (a) tem-se a interferência entre os caminhos a e b , obtida mantendo-se a fase do caminho b constante e variando a fase do caminho a . Em (b) representa-se a interferência entre os caminhos c e b , obtido novamente mantendo-se a fase do caminho b fixa e variando a fase de c .

Os resultados dos ajustes destes dados são apresentados nas tabelas (4.1) e (4.2). A função matemática utilizada para o ajuste destes dados experimentais foi:

$$I(x) = A [1 + v \cos(\phi + d)] . \quad (4.3)$$

Interferência entre os caminhos a e b	
Parâmetro	Valor
v	$0,82 \pm 0,02$
d (rad)	$3,01 \pm 0,01$
A (mW)	$0,55 \pm 0,02$

Tabela 4.1: Resultados do ajuste da curva de interferência entre os caminhos a e b .

Interferência entre os caminhos b e c	
Parâmetro	Valor
v	$0,89 \pm 0,01$
d (rad)	$-0,10 \pm 0,02$
A (mW)	$0,52 \pm 0,01$

Tabela 4.2: Resultados do ajuste da curva de interferência entre os caminhos c e b .

Desta tabela pode-se observar que a diferença de fases entre os caminhos a e c $\delta_{ac} = 3,11 \pm 0,03$ rad.

Apesar da importância destas operações existe uma dificuldade técnica muito para se implementar projeções em qudits fotônicos de caminho. Em sistemas que utilizam fendas múltiplas para gerar esses qudits o máximo que se pode obter é a probabilidade de projeção que se obtêm da eq.(4.2b). Nesse tipo de processo explora-se o fato de que cada ponto do padrão de interferência é associado a probabilidade de projeção em um estado [29,63]. Desta forma, embora o padrão de interferência do estado contenha esta informação de probabilidade de projeção, não é possível se obter um novo estado de caminho após a implementação da projeção, ao contrário do que será apresentado neste trabalho, já que o fóton é detectado na medida do padrão de interferência. Caso fosse filtrado espacialmente em um ponto do plano de Fourier, este não estaria em um estado de superposição dos estados da base.

Conforme discutido na sec.(3.2) o controle de fase e amplitude, que deve ser realizado sobre o estado inicial, é atingido selecionando grades de difração convenientes, as quais devem atuar individualmente sobre cada caminho. Nas próximas subseções serão apresentadas algumas projeções e evidenciadas os perfis de fase necessários para implementá-las.

4.1.1 Projeções na Base computacional

Para iniciar as discussões técnicas sobre as projeções é conveniente escolher o caso mais simples que são as projeções na base computacional, apresentada na eq.(3.14). Para se entender melhor os perfis de fase utilizados para implementar estas projeções basta considerar apenas a projeção em um destes estados, a projeção nos outros dois estados desta base seguem diretamente do método apresentado.

Considerando que se deseje implementar um operador que projete no estado da base computacional $|\psi\rangle_f = (0\ 1\ 0)^T$, este operador na representação matricial será dado por:

$$P_{|\psi\rangle_f} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (4.4)$$

É conveniente considerar um estado de entrada $|\psi\rangle_i = (a\ b\ c)^T$, sendo os três caminhos rotulados como a , b e c . A atuação de $P_{|\psi\rangle_f}$ mostra que as máscaras utilizadas em cada um destes caminhos deve anular a população dos caminhos a e b preservando a população do caminho b . Uma forma de eliminar as populações dos caminhos a e c é utilizando grades dente de serra de altura 2π , pois conforme discutido na sec.(1.2.2) esta grade desvia toda a população incidente para as ordens ± 1 . Se o período T' destas grades é pequeno o suficiente, a posição destas ordens de difração estará justamente na região filtrada espacialmente. Neste caso específico na região do caminho b coloca-se uma escala de cinza constante igual a 0 pois ela apenas reflete a população do caminho b .

Caso a projeção seja nos estados $(1\ 0\ 0)^T$ ou $(0\ 0\ 1)^T$ continua-se utilizando grades dente de serra com período T' para bloquear os caminhos (b, c) ou (a, b) , anulando as populações nestes caminhos. Desta vez utiliza-se grades dente de serra de período $T > T'$ no caminho que representa o estado da base computacional que se deseja projetar o sistema. Com isso a população desse caminho é preservada e os fótons são transmitidos pelo filtro espacial.

Para exemplificar as projeções nesta base foi preparado em laboratório um estado inicial qualquer e implementados no SLM as máscaras de fase que correspondem às projeções desejadas. Na Fig.(4.3) é apresentado um destes resultados no qual o estado de entrada escolhido foi $|\psi\rangle_i = (0\ b\ 0)^T$. Nesta figura nota-se que quando a projeção se dá em um estado ortogonal a $|\psi\rangle_i$ o sinal de saída do aparato está no nível de ruído comparada com a projeção. Na figura pode-se observar também que o perfil do feixe de saída é bem ajustado por uma gaussiana.

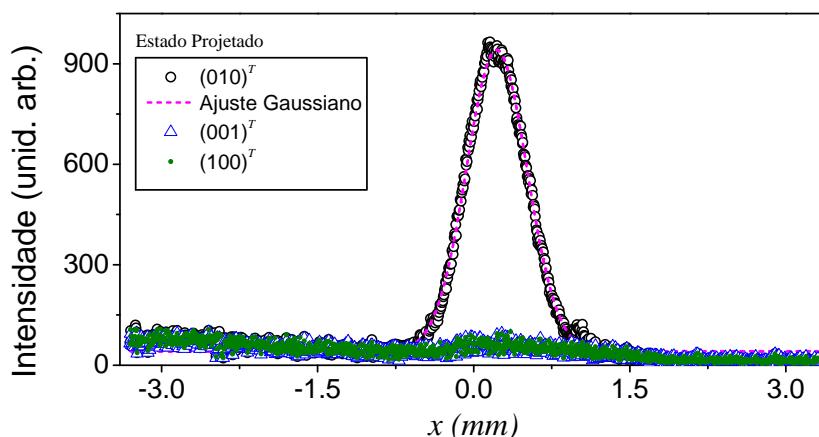


Figura 4.3: Resultados onde são mostradas as projeções para todos os estados da base computacional quando o estado inicial é preparado no $|\psi\rangle_i = (0, 1, 0)^T$ para este mesmo estado de entrada. Nota-se que quando a projeção se dá em um estado ortogonal a $|\psi\rangle_i$ o sinal de saída do aparato está no nível de ruído comparada com a projeção. Na figura pode-se observar também que o perfil do feixe de saída é bem ajustado por uma gaussiana.

4.1.2 Projeções em sobreposições da base computacional

Ao contrário da projeção na base computacional, a probabilidade de projeção de qualquer estado naqueles que envolvam a sobreposição de dois ou mais caminhos dependerá, não apenas da amplitude de cada caminho de entrada, mas também da fase relativa entre estes caminhos. Neste sentido os resultados que serão apresentados abaixo devem ser analisados tendo em mente a caracterização das fases relativas apresentadas acima.

Inicialmente será analisada a projeção no estado $|\psi\rangle_f = (1, 0, 1)^T$. A análise é a mesma realizada para os estados da base computacional, ou seja, primeiro pode-se construir a representação matricial do projetor e aplicar esta matriz a um estado genérico de entrada dado por: $|\psi\rangle_i = (a \ b \ c)^T$. O que nos leva a:

$$P_{|\psi\rangle_f} |\psi_i\rangle = \begin{pmatrix} a + c \\ 0 \\ a + c \end{pmatrix}. \quad (4.5)$$

A eq.(4.5) mostra que para realizar a projeção nesse estado deve-se bloquear toda a população no caminho b e dividir igualmente as populações dos caminhos a e c para as ordens de difração ± 1 , as quais representam os novos caminhos em que o estado inicial será projetado. Uma restrição a mais é que a fase relativa entre as ordens ± 1 e a ordem 0 sejam iguais. Estas demandas são obtidas pela ação de uma grade triangular (sec.(1.2.3)). Portanto as grades nos caminhos a e c devem ser triangulares de altura 2π . Ao passo que a grade no caminho b deve ser uma dente de serra de altura 2π e período tal que a ordem $+1$ de difração seja barrada pelo filtro espacial.

Na Fig.(4.4) são mostradas as intensidades dos feixes da saída que revelam as projeções no estado de superposição para dois diferentes estados de entrada diferentes.

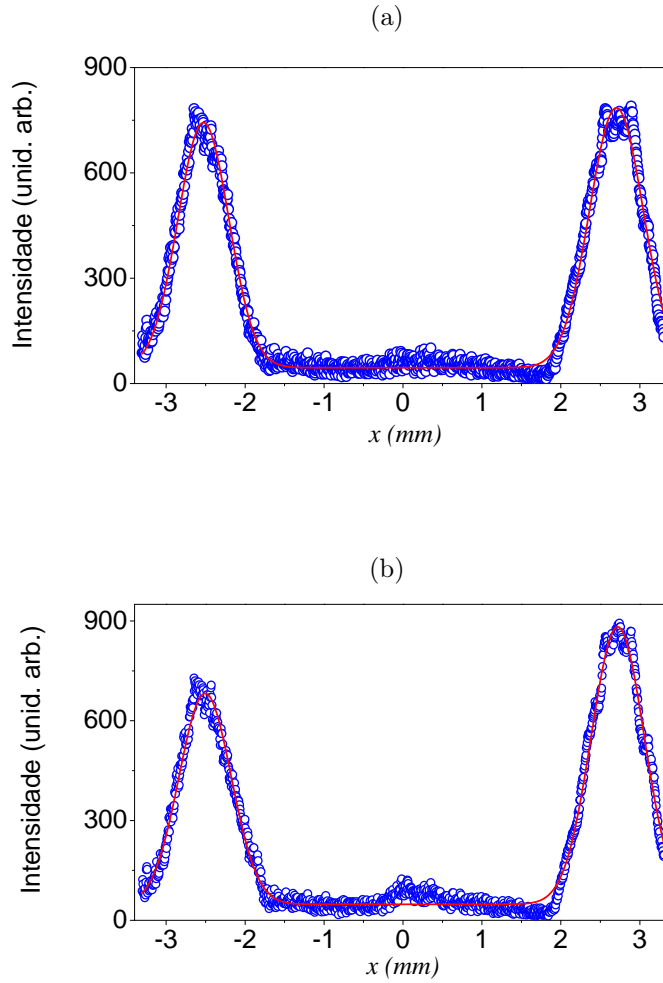


Figura 4.4: Intensidades dos feixes de saída em função de uma das dimensões transversais. Este resultado mostra a projeção no estado $(1, 0, 1)^T$ para os estados de entrada $(1, 0, 0)^T$ (a) e $(1, 1, 0)^T$ (b). As linhas contínuas representam o ajuste dos dados experimentais por uma função gaussiana, e é utilizada apenas para demonstrar que o feixe na saída do aparato tem um perfil Gaussiano.

Um caminho para se implementar uma projeção no estado $(1, 0, -1)^T$ seria seguir o mesmo roteiro da projeção acima e somar uma fase de π na ordem de difração -1 . Esta operação exigiria um modulador de fases de transmissão para ser implementada. Uma alternativa mais "econômica" é utilizar nos caminhos a e c grades binárias de altura π , enquanto no caminho b mantém-se a grade linear para eliminar a população deste. A Fig.(4.5) mostra os resultados da projeção neste estado.

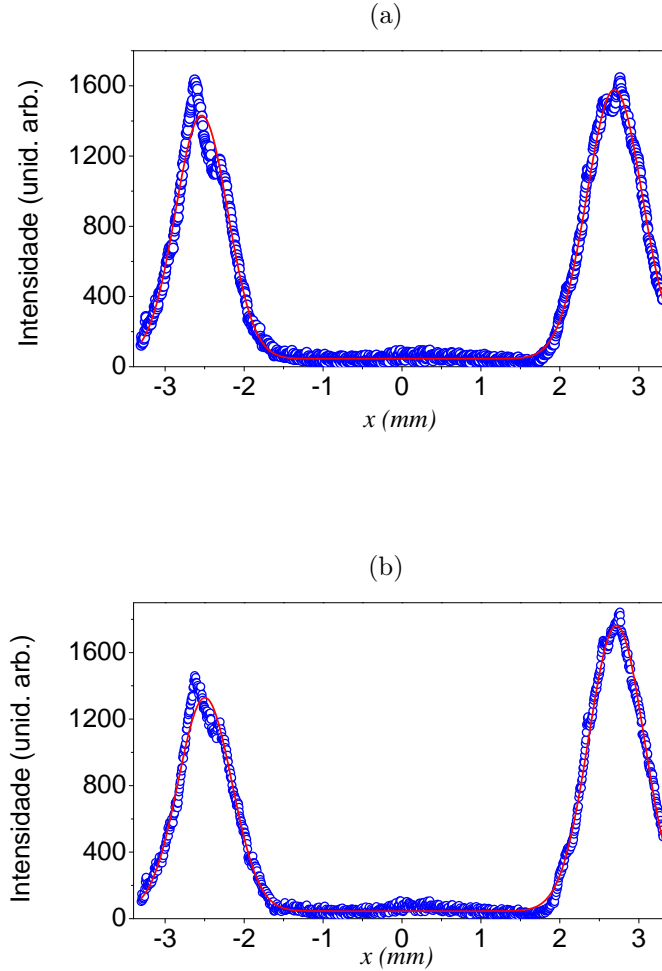


Figura 4.5: Intensidades dos feixes de saída em função de uma das dimensões trasnver-sais. Este resultado mostra a projeção no estado $(1, 0, -1)^T$ para os estados de entrada $(1, 0, 0)^T$ e $(1, 1, 0)^T$. As linhas contínuas representam o ajuste dos dados experimentais por uma função gaussiana, e é utilizada apenas para demonstrar que o perfil do feixe na saída do aparato é um perfil gaussiano.

Com base na caracterização das fases do estado inicial de entrada, pode-se esperar que este seja quase ortogonal ao estado $(1, 0, 1)^T$. Observamos nos ajustes mostrados nas tabelas (4.1) e (4.2) uma diferença de fase próxima de π entre os caminhos a e c . Para confirmar isso basta tomar o estado inicial com três caminhos e comparar as intensidades nas projeções dos estados $(1, 0, -1)^T$ e $(1, 0, 1)^T$. Esse resultado é mostrado na Fig.(4.6), e percebe-se que o comportamento esperado é confirmado. Esta simples comparação reforça a validade deste método.

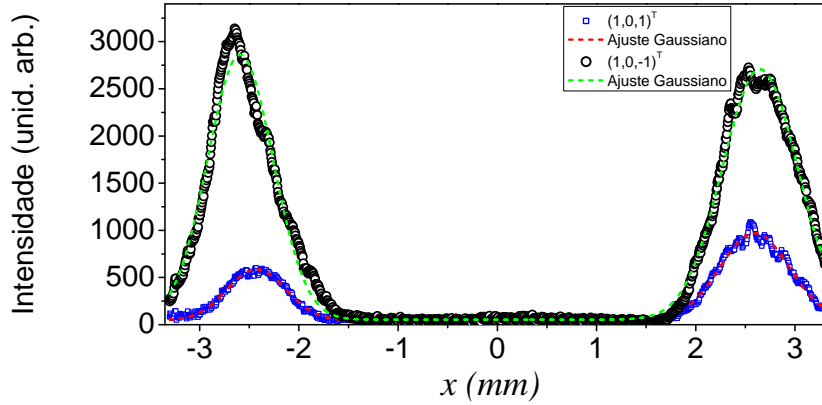


Figura 4.6: Comparação entre as intensidades para as projeções nos estados $(1, 0, -1)^T$ e $(1, 0, 1)^T$, para um estado de entrada com os três caminhos dados por $(1, 1, e^{i3,11}1)^T$ (veja tabelas (4.1) e (4.2)). Conforme esperado o estado $(1, 0, 1)^T$ é quase ortogonal ao estado de entrada e por isso a intensidade dos feixes é menor no caso da projeção neste estado.

Um caso particularmente interessante de projeções é o caso em que o estado de saída possui 3 caminhos. O exemplo que será mostrado aqui é a projeção no estado $(-1, 1, 1)^T$. Aplicando a projeção sobre este estado a um estado genérico $(a, b, c)^T$ obtêm-se:

$$P_{|\psi\rangle_f} |\psi_i\rangle = \begin{pmatrix} a - b - c \\ -a + b + c \\ -a + b + c \end{pmatrix}. \quad (4.6)$$

Seguindo as análises anteriores sobre as grades de difração (sec.(1.2)) percebe-se que uma forma de se implementar este projetor (eq.(4.6)) é utilizando-se grades binárias de altura $2 \arctan\left(\frac{\pi}{2}\right)$ nas três regiões do SLM, pois nesse caso o módulo dos coeficientes das ordens 1, 0 e -1 são iguais (ver eq.(1.22)). Além disso, no caminho a é adicionada à grade binária mencionada uma fase constante de π . Na Fig.(4.7) é mostrado o resultado desta projeção para o estado de entrada $(1, 0, 0)^T$. A partir da projeção deste estado pode-se utilizar um SLM de transmissão para se somar uma fase de π na ordem de difração 1 e obter, por exemplo, o estado $(1, 1, 1)^T$, porém esta operação ainda não foi realizada.

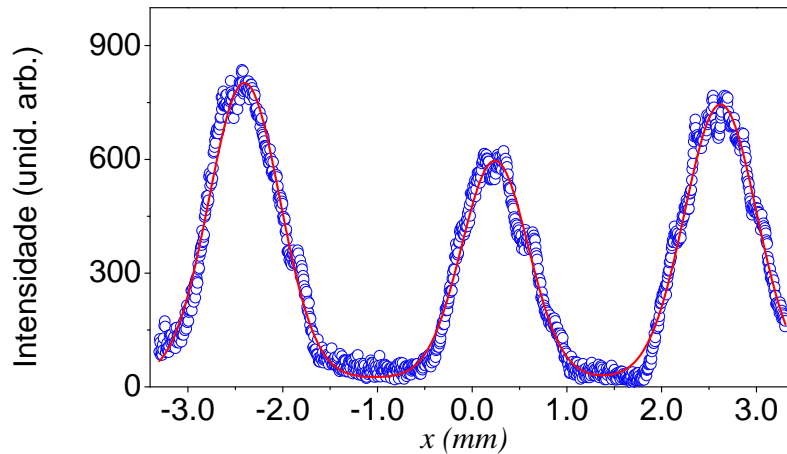


Figura 4.7: Intensidades dos feixes de saída em função de uma das dimensões trasnversais. Este resultado mostra a projeção no estado $(-1, 1, 1)^T$, para o estado de entrada $(1, 0, 0)^T$.

Uma última análise sobre os estados projetados diz respeito às fases relativas entre os caminhos de saída, esta informação juntamente com o perfil espacial do estado (apresentado acima) permite a caracterização completa do estado de saída (suposto ser puro). A fase relativa entre os caminhos pode ser obtida do padrão de interferência transversal, o qual é obtido realizando sobre os os estados que referimos como $(-1, 1, 1)^T$, $(1, 0, 1)^T$ e $(1, 0, -1)^T$ a transformada de Fourier Óptica e detectando-os no plano de Fourier. Este padrão de interferência é obtido inserindo-se uma lente esférica de distância focal $f_f = 30$ cm após a lente biconvexa mostrada na fig.(3.2). A câmera (detector) é então posicionado na região focal da última lente.

Inicialmente pode-se comparar os padrões de interferência dos estados $(1, 0, 1)^T$ e $(1, 0, -1)^T$ para que se observe um deslocamento relativo dos dois padrões de interferência. Conforme mostrado na Fig.(4.8) existe uma complementaridade entre os dois padrões de interferência, ou seja, os máximos de um ficam na região de mínimos do outro. Este comportamento indica uma fase relativa adicional de π entre os caminhos, portanto esse comportamento indica que os dois estados são ortogonais.

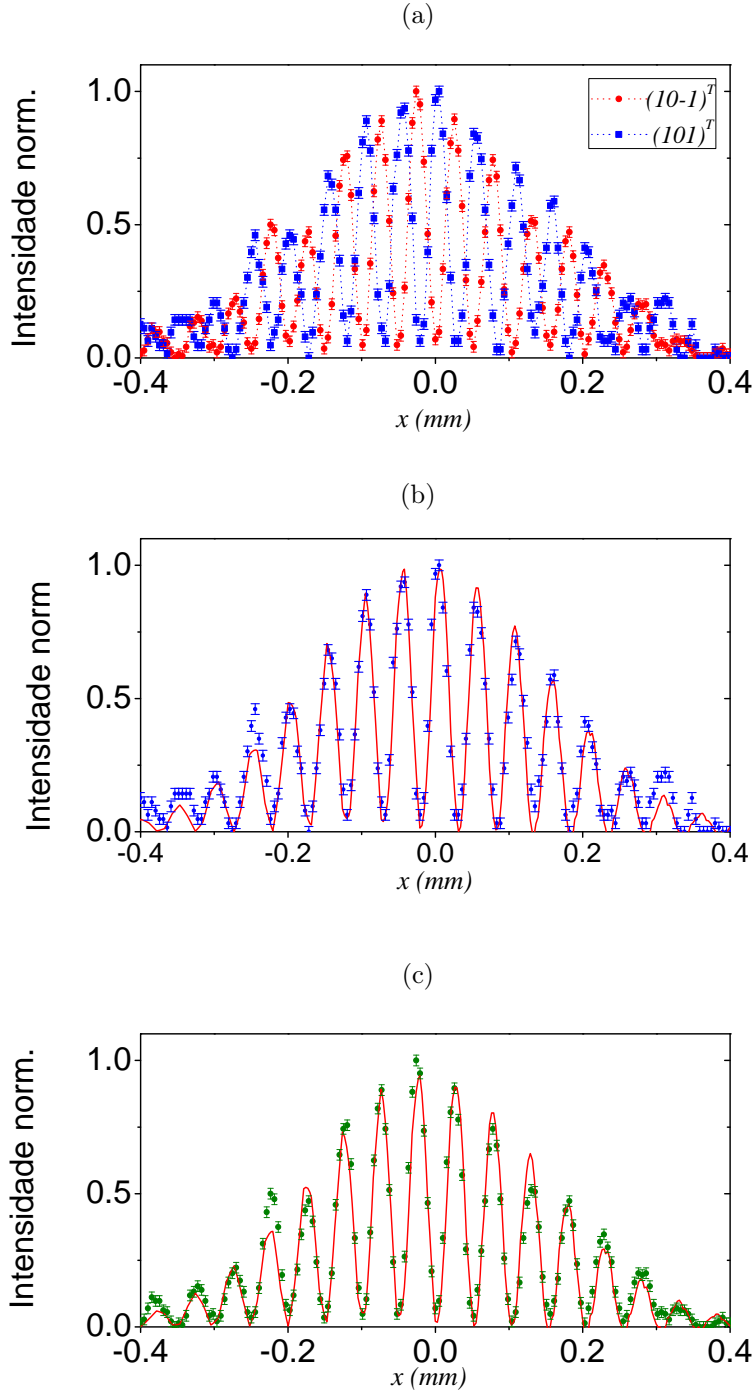


Figura 4.8: Intensidade normalizada em função da posição no plano de Fourier. (a) Comparação dos padrões de interferência dos estados resultantes após as projeções em: $(1, 0, 1)^T$ (quadrados azuis) e $(1, 0, -1)^T$ (círculos vermelhos). Percebe-se que os dois padrões são complementares, ou seja, os máximos de um ficam na região de mínimos do outro. Este comportamento indica uma fase relativa adicional de π entre os caminhos. (b) Ajuste do padrão de interferência transversal do estado resultante após a projeção em $(1, 0, 1)^T$. (c) Ajuste do padrão de interferência transversal do estado resultante após a projeção em $(1, 0, -1)^T$

A comparação feita acima não é possível de ser realizada para o estado $(-1, 1, 1)^T$ uma vez que o estado $(1, 1, 1)^T$ não foi implementado. Porém o padrão de interferência

deste estado é mostrado na fig.(4.9). A alta visibilidade deste padrão mostra que esta preparação pode representar (simular) um estado puro. É importante também notar a presença de pequenos picos secundários de interferência que são típicos da interferência de três frentes de onda coerentes.

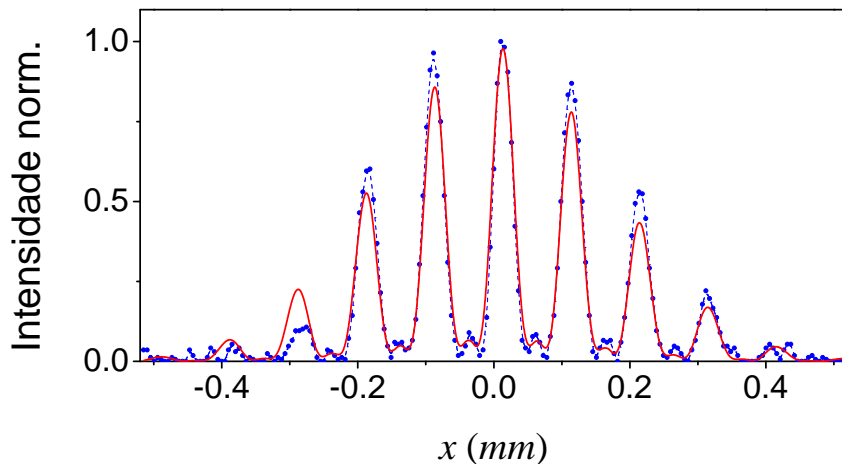


Figura 4.9: Padrão de interferência para o estado resultante após a projeção em $(1, 1, -1)^T$ no qual pode-se observar um o comportamento esperado da interferência de três caminhos gaussianos [3]. A linha vermelha representa o ajuste dos dados pela eq.(4.7).

A fase relativa entre os dois caminhos é obtida pelo ajuste dos dados experimentais pela função que representa a distribuição de intensidade no plano de Fourier, a qual é obtida da transformada de Fourier de um campo representado pela soma de três Gaussianas com amplitudes complexas a , b e c . Tal função é dada por:

$$I(q) = Ne^{-(\sigma kx/f)} \{ |a|^2 + |b|^2 + |c|^2 + 2[|a||b| \cos(2\pi qd + \phi_{ab}) + |b||c| \cos(2\pi qd + \phi_{ab} + \phi_{ac}) + |a||c| \cos(4\pi qd + \phi_{ac})] \}, \quad (4.7)$$

sendo d a separação entre os caminhos Gaussianos e σ as suas larguras consideradas iguais; $\phi_{b(c)}$ é a fase relativa entre os caminhos com amplitudes rotuladas por b (c) e a ; q é a componente de momento transversal dada por kx/f . Neste ajuste os módulos das amplitudes complexas não são tomados como parâmetros livres. Estes valores são obtidos integrando-se a área de cada pico nas figuras (4.4), (4.5) e (4.7) e normalizando esses valores pela área total da curva correspondente. A largura dos caminhos (σ) Gaussianos também pode ser extraída destes dados.

Os resultados obtidos na caracterização dos estados que representam uma sobreposição de caminhos são mostrados na tabela (4.3). Com posse destes resultados pode-se quantificar a qualidade das operações realizadas calculando-se as fidelidades dos estados transformados (obtidos no laboratório) ($|\psi'\rangle$) com os respectivos estados ideais ($|\psi\rangle$). A fidelidade dá uma medida de distância entre os dois estados e no caso de estados puros é dada por [64]:

$$f = \sqrt{|\langle \psi' | \psi \rangle|^2}. \quad (4.8)$$

Para os estados $(1, 0, 1)^T$ e $(1, 0, -1)^T$ as fidelidades calculadas são dadas por $f = 0,92 \pm 0,04$ e $f = 0,98 \pm 0,04$, respectivamente. Enquanto para o estado $(1, 1, -1)^T$ a fidelidade resultante é $f = 0,76 \pm 0,06$.

	$ a $	$ b $	$ c $	ϕ_{ab} (rad)	ϕ_{ac} (rad)
$(1, 0, 1)^T$	0,48	0	0,52	0	-0,76
$(1, 0, -1)^T$	0,47	0	0,53	0	2,89
$(1, 1, -1)^T$	0,38	0,27	0,35	0,18	4,60

Tabela 4.3: Valores obtidos de amplitudes e fases relativas para o estado transformado. Nesta tabela omitiu-se as incertezas experimentais por questão de estética na apresentação de resultados, porém esses valores são levados em conta para o cálculo das fidelidades apresentados nesta seção.

Com estas caracterizações mostra-se a validade do método proposto para se realizar projeções em sistemas ópticos utilizando-se um modulador de fases. Porém a análise dos resultados revela que são necessários alguns esforços técnicos adicionais para se obter melhor fidelidade para as projeções em estados que representam a sobreposição de três caminhos, uma possibilidade seria o uso de um SLM de transmissão para se controlar individualmente a fase de cada ordem de difração de interesse.

4.2 Identidade e permutações

Além das projeções, apresentadas na seção anterior, o sistema aqui apresentado permite implementar outras operações lógicas. Duas dessas operações serão mostradas na presente seção, trata-se da operação de Identidade e da permutação. Para ambas operações é importante manter a correspondência entre os caminhos de entrada e de saída apresentados na sec.(3.3.1), ou seja, os caminhos de entrada a , b e c são associados às ordens de difração 1, 0 e -1 , respectivamente.

A operação de Identidade permite definir uma preparação para o aparato que mantenha o estado de caminho inicial inalterado, no sentido que, toda a população dos caminhos de entrada são transferidas para os caminhos de saída nas ordens de difração correspondentes. Dessa forma a escolha de grades de difração para realizar tal operação é simples. Para os caminhos a e c utiliza-se, respectivamente, grades dente de serra crescente e decrescente, enquanto que para o caminho b , utiliza-se uma escala de cinzas constante igual a 0 (o SLM apenas reflete a luz que chega nesse caminho). Em uma análise mais criteriosa, é necessário fazer a normalização das amplitudes de saída devido a eficiência diferente de cada grade.

As operações de permutação possuem uma aplicação um pouco mais diversificada e consiste basicamente na transferência da população de um dos caminhos de entrada para ordens de difração diferentes das expostas acima, por exemplo, pode-se transferir a população do caminho a para as ordens de difração 0 ou -1 , o que na prática significaria realizar uma transição entre os estados da base computacional: $(1, 0, 0)^T \rightarrow (0, 1, 0)^T$ ou $(1, 0, 0)^T \rightarrow (0, 0, 1)^T$. Essa operação é implementada utilizando-se grades dente de serra de altura 2π que podem ser crescentes ou decrescentes dependendo da transição que se deseje implementar.

Para ilustrar estas duas operações preparou-se um estado de entrada apenas com os caminhos a e c , tendo o segundo caminho intensidade menor que o primeiro. Na Fig.(4.10), os quadrados azuis representam a operação de identidade, enquanto os pontos em preto representam uma operação de permutação que realiza as transições: $(1, 0, 0)^T \rightarrow (0, 1, 0)^T$ e $(0, 0, 1)^T \rightarrow (1, 0, 0)^T$. Esta operação é realizada utilizando-se uma grade

DSD no caminho a e uma DSC no caminho c .

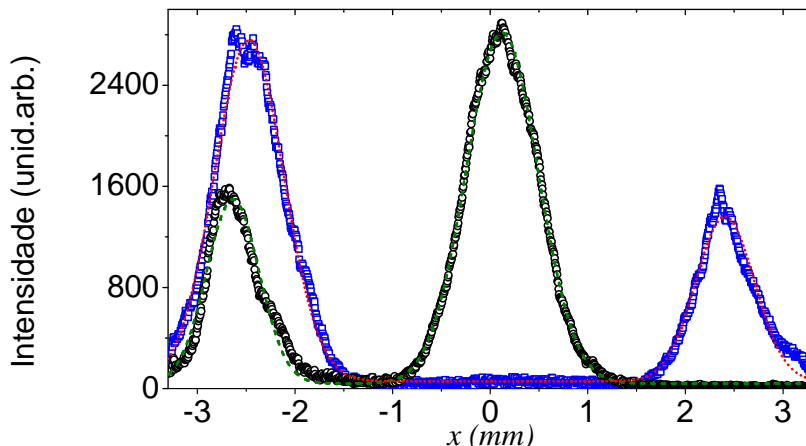


Figura 4.10: Resultado da implementação das operações de identidade (quadrados azuis) e permutação (círculos pretos). O estado de entrada foi escolhido com as populações não balanceadas para se visualizar a transferência de uma população para a outra.

A qualidade das operações de permutação podem ser estimadas realizando o produto interno do estado ideal permutado ($|\psi_{ideal}\rangle$) com o estado transformado experimentalmente ($|\psi'\rangle$). O estado ideal permutado é assumido como sendo o estado transformado após a identidade com seus coeficientes permutados. Uma vez que não existe fase relativa entre as ordens de difração adicionada pela grade DS utilizada, a caracterização dos estados $|\psi'\rangle$ e $|\psi_{ideal}\rangle$ pode ser realizada somente obtendo as amplitudes de cada caminho para os qutrits transformados após a identidade e a permutação. Estes estados são dados por:

$$\begin{aligned} |\psi_{ideal}\rangle &= \sqrt{0,31}|0\rangle + \sqrt{0,69}|1\rangle ; \\ |\psi'\rangle &= \sqrt{0,29}|0\rangle + \sqrt{0,71}|1\rangle , \end{aligned} \quad (4.9)$$

onde os coeficientes foram obtidos integrando as áreas abaixo dos picos e posteriormente normalizando-as.

O produto interno $\langle \psi_{ideal} | \psi' \rangle = 0.99 \pm 0.04$, revela que o estado após a operação de permutação pode ser considerado como o estado após a operação de identidade com os seus coeficientes trocados. Desta maneira é possível concluir uma validade do sistema proposto para realizar operações lógicas de permutação com uma qualidade muito boa do estado transformado.

4.3 Análise da eficiência do método de operações desenvolvidas

Um aspecto muito importante de ser analisado sobre o método desenvolvido para operações não diagonais é a sua eficiência, ou seja, uma análise quantitativa que seja capaz de

mostrar as perdas envolvidas na montagem experimental. Considerando que as perdas de fótons devido à transmissão pelos elementos ópticos sejam desprezíveis, as análises aqui apresentadas levaram em conta principalmente as perdas devido à filtragem espacial das ordens de difração superiores às ordens ± 1 e as perdas por filtragem de polarização necessárias para interferir os caminhos transversais ao longo da direção \hat{x} . É importante também ter em mente que no caso de operações de projeção existem perdas inerentes à operação, enquanto para as operações de permutação as únicas perdas são relacionadas com a eficiência de difração como será discutido adiante.

Para iniciar essa análise sobre a eficiência do sistema proposto, consideremos a montagem experimental realizada no laboratório cujo esquema é mostrado na fig.(3.2). Trata-se de uma montagem construída de forma conveniente para utilização de uma fonte de luz intensa, para a qual houve uma necessidade técnica de se atenuar o sinal para que fosse possível se trabalhar em um regime de intensidades em que a resposta da CCD fosse linear. Este esquema não seria apropriado para se trabalhar no regime de fótons simples utilizando a fonte apresentada na seção(2.3.3). Nesta montagem somente o BS é responsável por uma perda de 75% do sinal inicial. Caso as operações que se deseja implementar não exijam a interferência dos caminhos transformados pelo SLM, as perdas existentes serão somente estas e as perdas devido à eficiência de difração para uma determinada grade no SLM. As permutações e a identidade são operações que estão nesta classe. Uma vez que as grades utilizadas neste tipo de operação são grades DS, sabemos da seção (1.2.2), as perdas para as grades utilizadas são da ordem de 14%. No caso das operações de projeção é necessário interferir os caminhos ao longo da direção \hat{x} e neste caso, existem perdas devido ao processo de filtragem de polarização sendo que 25% do sinal que entra no interferômetro é transmitido.

Diante destes resultados sobre a eficiência da montagem experimental utilizada neste trabalho fica evidente que é necessário um esquema diferente para trabalhar no regime de fótons únicos. Esse esquema será apresentado abaixo seguindo as discussões sobre o assunto apresentadas em [74, 75].

4.3.1 Proposta de uma montagem mais eficiente para a operação em regime de fótons individuais

Um sistema mais eficiente para se trabalhar no regime de fótons únicos anunciados é mostrado na Fig.(4.11). Neste esquema a incidência dos feixes iniciais não é normal ao plano da tela do SLM, mas sim uma incidência com um ângulo menor que 9° , afim de obedecer as especificações técnicas de funcionamento otimizado do modulador utilizado. Com isso elimina-se as perdas devido ao BS na configuração da Fig.(3.2). Portanto, no caso de operações onde não se tem a necessidade de interferir os caminhos iniciais ao longo da direção \hat{x} , a eficiência está restrita à eficiência das grades de difração utilizadas em cada caminho.

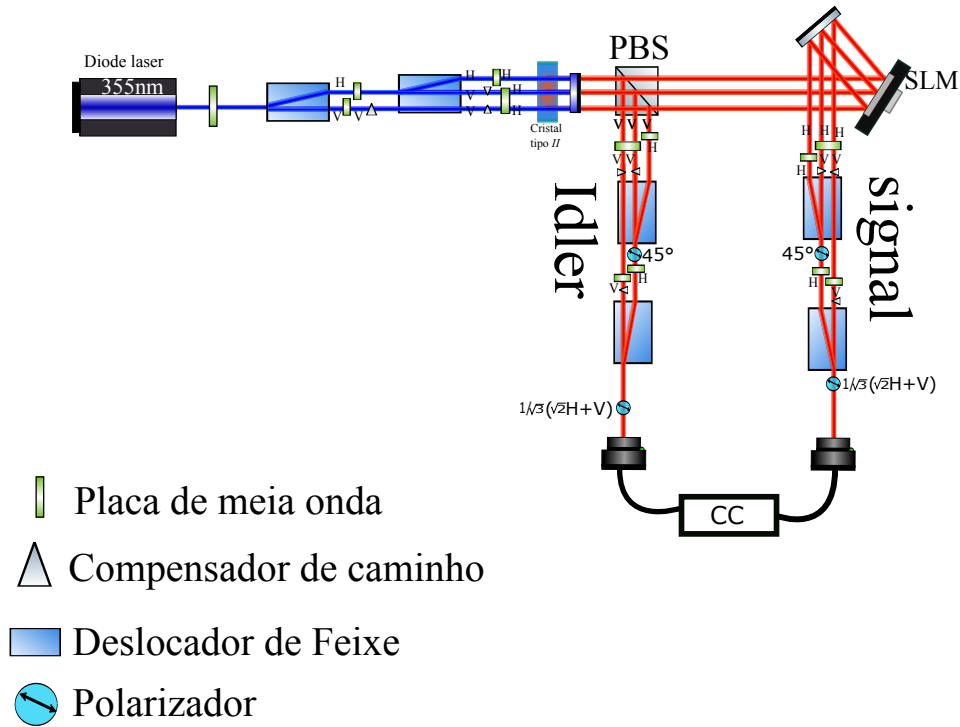


Figura 4.11: Esquema para a implementação do método de operações proposto aplicado a um sistema de um fóton anunciado. Neste sistema as polarizações de cada caminho são controladas independentemente, garantindo menor perda devido ao processo de filtragem de polarização. Compensadores de caminho são utilizados para que após cada BD o caminho óptico de cada feixe seja igual, e desta forma permitindo a interferência entre os caminhos.

No esquema proposto na Fig.(4.11), as filtragens por polarização também seguem uma lógica diferente da utilizada para fontes de luz intensas (Fig.(3.2)), para este esquema temos um conjunto de n ($n = 1, 2, \dots, 3$) polarizadores colocados em caminhos individuais no interferômetro². Cada um dos enésimos polarizadores fazem uma projeção no estado de polarização:

$$|p\rangle = \frac{1}{\sqrt{n+1}}(\sqrt{n}|H\rangle + |V\rangle), \quad (4.10)$$

após um par de caminhos na direção \hat{x} ser superposto por um BD. Para o caso de um qutrit utiliza-se dois polarizadores ($n = 2$) e antes do aparato de detecção. Para entender os efeitos destas mudanças no estado final será feita uma análise análoga à realizada na seção (3.2) sobre as transformações sofridas por cada grau de liberdade do sistema após interagir com cada conjunto de elementos ópticos do experimento.

Inicialmente o estado inicial é submetido a uma transformação pelo SLM, e conforme discutido na seção (3.2), tal transformação afeta apenas o grau de liberdade de caminhos na direção \hat{y} ; o estado transformado após a filtragem espacial é dado pela eq.(3.15). A primeira transformação em polarização é realizada pelo conjunto de duas placas de meia onda distintas, aplicando-se uma identidade no caminho $|a\rangle$ e transformando a polarização dos outros dois caminhos para o estado $|V\rangle$. O primeiro BD realiza uma transformação de caminho na direção \hat{x} dada por: $|a\rangle_x \rightarrow |b\rangle_x$, levando o estado inicial para:

²Cada um destes polarizadores pode ser substituído por um sistema equivalente de uma HWP em formato de meia-lua (*D-shape*) com um PBS

$$|\Psi'\rangle = \sum_{m=-1}^{m=1} (c_m^a A_a |H\rangle + c_m^b A_b |V\rangle) |m\rangle |b\rangle + \sum_{m=-1}^{m=1} c_m^c A_c |m\rangle |c\rangle |V\rangle . \quad (4.11)$$

A primeira transformação de polarização se dá no caminho $|b\rangle$ e segundo à equação (4.10) temos a projeção no estado de polarização $|D\rangle$ levando o estado $|\Psi'\rangle$ à:

$$|\Psi''\rangle = \sum_{m=-1}^{m=1} \frac{1}{\sqrt{2}} (c_m^a A_a + c_m^b A_b) |D\rangle |m\rangle |b\rangle + \sum_{m=-1}^{m=1} c_m^c A_c |m\rangle |c\rangle |V\rangle . \quad (4.12)$$

Após esta etapa o grau de liberdade de polarização de cada caminho é novamente transformado individualmente, sendo aplicada uma identidade no caminho $|c\rangle$ enquanto no caminho $|b\rangle$ é realizada a transformação $|D\rangle \rightarrow |H\rangle$, na sequência o segundo BD sobrepõe os caminhos $|b\rangle$ e $|c\rangle$ levando o estado $|\Psi''\rangle$ à:

$$|\Psi'''\rangle = \left\{ \sum_{m=-1}^{m=1} \left[\frac{1}{\sqrt{2}} (c_m^a A_a + c_m^b A_b) |H\rangle + c_m^c A_c |V\rangle \right] \right\} |m\rangle |c\rangle . \quad (4.13)$$

Por fim um último polarizador rotulado por $n = 2$ faz uma projeção sobre o grau de liberdade de polarização no estado $|\Psi'''\rangle$, segundo a eq.(4.10) esta projeção é feita sobre o estado: $|p\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}(\sqrt{2}|H\rangle + |V\rangle)$, com isso o estado que descreve o sistema após essa projeção em polarização é dado por:

$$|\Psi\rangle_f = \frac{1}{\sqrt{3}} \sum_{m=-1}^{m=1} (c_m^a A_a + c_m^b A_b + c_m^c A_c) |p\rangle |m\rangle |c\rangle , \quad (4.14)$$

que pode ser reescrita em notação matricial como:

$$|\Psi\rangle_f = M \begin{pmatrix} A_a \\ A_b \\ A_c \end{pmatrix} , \quad (4.15)$$

onde omitimos os graus de liberdade de polarização e caminho na direção \hat{x} . A matriz M que representa o operador implementado em nosso sistema e é dada por:

$$M = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} c_{-1}^a & c_{-1}^b & c_{-1}^c \\ c_0^a & c_0^b & c_0^c \\ c_1^a & c_1^b & c_1^c \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \mathfrak{F} , \quad (4.16)$$

e \mathfrak{F} é a matriz dos coeficientes de Fourier transmitidos pelo filtro espacial.

Uma vez realizada a análise do operador implementado por este esquema consideremos o caso em que se deseja implementar projeções em estados de quítrit descritos de forma genérica como:

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{3-k}} |v\rangle , \quad (4.17)$$

onde $|v\rangle$ é um vetor com k elementos nulos enquanto os outros $3-k$ elementos valem ± 1 . Note que os projetores implementados neste trabalho seguem esta descrição. A matriz que representa a projeção neste tipo de estado é:

$$|\psi\rangle \langle \psi| = \frac{1}{3-k} |v\rangle \langle v| , \quad (4.18)$$

que é uma matriz com todos os coeficientes não nulos com o mesmo módulo (igual a 1), multiplicada por um fator de $\frac{1}{3-k}$.

Para implementar a projeção em um estado do tipo descrito na eq.(4.17) as grades de difração escolhidas devem ser tais que: para as componentes do estado de entrada que não desejamos anular (bloquear) os módulos dos coeficientes de Fourier das grades escolhidas devem ser iguais($|c|$). Desta forma a matriz dos coeficientes de Fourier pode ser escrita como:

$$\mathfrak{F} = |c|\mathcal{P}, \quad (4.19)$$

sendo \mathcal{P} uma matriz onde todos os coeficientes não nulos têm modulo igual a 1 e que deve ser igual à $|v\rangle\langle v|$. O valor de $|c|$ é determinado pela eficiência de difração nas ordens $m = -1, 0$ e 1 , pois uma vez que a quantidade de luz transmitida pelo filtro espacial é quantificada por $\eta = \sum_{m=-1}^1 |c_m|^2$ então:

$$|c| = \sqrt{\frac{\eta}{3-k}}. \quad (4.20)$$

Desta forma a matriz que representa a operação implementada pelo sistema fica:

$$M = \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{\eta}{3-k}} \mathcal{P}. \quad (4.21)$$

Se $k = 0$ na eq.(4.21) então percebemos que a matriz M é o projetor sobre $|\psi\rangle$ multiplicado por um fator $\sqrt{\eta}$ cujo módulo quadrado representa a eficiência do aparato, ou seja, o módulo quadrado de η representa a probabilidade de um fóton ser transmitido pelo filtro espacial, e especificamente neste caso ($k = 0$) as perdas pela filtragem de polarização representam a perda inerente às projeções neste estado. Nos outros casos a perda por filtragem da polarização é fixa e a matriz que representa o operação do sistema é proporcional ao projetor em $|\psi\rangle$.

Perspectivas e conclusões

Ao longo do texto foram apresentados os principais elementos para se entender o trabalho desenvolvido. Além disso foram apresentados resultados obtidos utilizando-se uma fonte de luz intensa que consegue simular a ação das operações propostas em um sistema de fótons individuais, uma vez que, as transformações de caminho devidas a difração e aos B.D's permanecem válidas no regime de um fóton.

O sistema desenvolvido neste trabalho consegue superar algumas das dificuldades que impossibilitavam a implementação de operações não-diagonais em estados de caminho de fenda que foram apresentadas na seção (3.1). Além de conseguir realizar operações não-diagonais o sistema construído permite a implementação automatizada das operações, uma vez que diferentes operações são atingidas trocando-se apenas as grades de fase no SLM. Outra característica que torna este sistema interessante é o fato de após a evolução do estado inicial de caminhos obtém-se um estado descrito nesta mesma base do estado inicial. A probabilidade de se obter determinado estado após evoluir o estado de entrada pela montagem óptica é a prevista pela teoria quântica. É o caso, por exemplo, mostrado na seção (4.1), onde os resultados indicam que em situações nas quais ocorrem projeções em estados ortogonais a probabilidade de se detectar fótons que deixam o sistema é praticamente nula, seguindo o esperado teoricamente.

O fato de um qutrit fotônico de caminho estar disponível ao final da operação quântica como uma superposição de estados de caminho permite, à priori, se operar sequencialmente neste estado. Com isso este trabalho estabelece um passo importante na consolidação de qutrits fotônicos de caminho no estudo de Informação quântica. Este sistema óptico pode também ser uma importante ferramenta na implementação de protocolos de informação quântica em qutrits de caminho, pois ao demonstrarmos a realização de operações como permutação, qualificamos-o como uma importante ferramenta na implementação de portas lógicas, as quais são controladas de forma automatizada através do SLM.

Uma limitação deste método que precisa ser considerada em seu desenvolvimento futuro é a perda de fótons ao longo do processo de transformações do estado inicial, entretanto, conforme discutido na seção (4.3.1) estas perdas em alguns casos reproduzem exatamente as perdas inerentes à operação realizada. Por outro lado são perdas que são bem conhecidas podendo ser minimizadas através de uma escolha de grades de fase com maior eficiência de difração em três ordens de interesse. A quantificação destas perdas são relevantes também para se obter a estatística associada a cada operação realizada - a qual é condicionada ao estado de entrada. A probabilidade de se detectar um fóton nas ordens de difração de interesse pode ser obtida tendo a informação da probabilidade de o fóton ter sido perdido nas filtragens realizadas (de polarização e espacial).

Para se melhorar os resultados apresentados, principalmente em relação ao controle de fase do estado de saída, pode-se utilizar um SLM de transmissão, que ajudará não apenas a caracterização da fase de cada ordem, como também, permitirá para cada estado específico

de saída a utilização de uma fase constante, diferente para cada caminho. Desta forma é possível de se obter as fases relativas desejadas no estado de saída. Com isso também supera-se a limitação presente na escolha das grades, pois até o momento escolhe-se grades que tenham nas três ordens de difração amplitudes e fases apropriadas. Com a liberdade para usar o SLM de reflexão como um controlador de amplitudes e o de transmissão como um controlador de fases pode-se escolher grades de difração que tenham a eficiência de difração maior nas ordens de interesse, minimizando as perdas por filtragem espacial.

O desenvolvimento futuro deste sistema deve permitir portanto a utilização de qudits fotônicos de caminho no estudo de diversos tópicos sobre sistemas quânticos, dentre eles em particular surge interesse de se realizar a implementação de portas lógicas de qudit, simulação de dinâmicas como salto quântico e a implementação de testes de contextualidade. Ou seja, o sistema desenvolvido aqui é um importante passo para o desenvolvimento de muitos estudos em mecânica quântica utilizando-se qudits fotônicos de caminho em dimensões $d > 2$.

Referências Bibliográficas

- [1] Zichen Zhang, Zheng You, and Daping Chu. Fundamentals of phase-only liquid crystal on silicon (lcos) devices. *Light Sci Appl*, 3:e213, Oct 2014.
- [2] S.P. Walborn, C.H. Monken, S. Pádua, and P.H. Souto Ribeiro. Spatial correlations in parametric down-conversion. *Physics Reports*, 495(4–5):87 – 139, 2010.
- [3] E. Hecht. *Optics*. Addison-Wesley Longman, Incorporated, 2002.
- [4] Simon Kochen and E. P. Specker. The problem of hidden variables in quantum mechanics. *Journal of Mathematics and Mechanics*, 17:59–87, 1967.
- [5] Breno Marques, Johan Ahrens, Mohamed Nawareg, Adán Cabello, and Mohamed Bourennane. Experimental observation of hardy-like quantum contextuality. *Phys. Rev. Lett.*, 113:250403, Dec 2014.
- [6] Xiao-Min Hu, Jiang-Shan Chen, Bi-Heng Liu, Yu Guo, Yun-Feng Huang, Zong-Quan Zhou, Yong-Jian Han, Chuan-Feng Li, and Guang-Can Guo. Experimental test of compatibility-loophole-free contextuality with spatially separated entangled qutrits. *Phys. Rev. Lett.*, 117:170403, Oct 2016.
- [7] Marco Genovese and Paolo Traina. Review on qudits production and their application to quantum communication and studies on local realism. *Advanced Science Letters*, 1(2):153–160, 12 2008.
- [8] Dada, Adetunmise C. and Leach, Jonathan and Buller, Gerald S. and Padgett, Miles J. and Andersson, Erika . Experimental high-dimensional two-photon entanglement and violations of generalized bell inequalities. *Nat.Phys.*, 7:677–680, Sep 2011.
- [9] Dianne P. O’Leary, Gavin K. Brennen, and Stephen S. Bullock. Parallelism for quantum computation with qudits. *Phys. Rev. A*, 74:032334, Sep 2006.
- [10] N. K. Langford, R. B. Dalton, M. D. Harvey, J. L. O’Brien, G. J. Pryde, A. Gilchrist, S. D. Bartlett, and A. G. White. Measuring entangled qutrits and their use for quantum bit commitment. *Phys. Rev. Lett.*, 93:053601, Jul 2004.
- [11] Sebastian Etcheverry, Gustavo Cañas, ES Gómez, WAT Nogueira, C Saavedra, GB Xavier, and Gustavo Lima. Quantum key distribution session with 16-dimensional photonic states. *Scientific Reports*, 3, July 2013.
- [12] S. P. Walborn, D. S. Lemelle, M. P. Almeida, and P. H. Souto Ribeiro. Quantum key distribution with higher-order alphabets using spatially encoded qudits. *Phys. Rev. Lett.*, 96:090501, Mar 2006.

- [13] W. M. Pimenta, B. Marques, M. A. D. Carvalho, M. R. Barros, J. G. Fonseca, J. Ferraz, M. Terra Cunha, and S. Pádua. Minimal state tomography of spatial qubits using a spatial light modulator. *Opt. Express*, 18(24):24423–24433, Nov 2010.
- [14] Gen Taguchi, Tatsuo Dougakiuchi, Nobuaki Yoshimoto, Katsuya Kasai, Masataka Inuma, Holger F. Hofmann, and Yutaka Kadoya. Measurement and control of spatial qubits generated by passing photons through double slits. *Phys. Rev. A*, 78:012307, Jul 2008.
- [15] G. Lima, L. Neves, R. Guzmán, E. S. Gómez, W. A. T. Nogueira, A. Delgado, A. Vargas, and C. Saavedra. Experimental quantum tomography of photonic qudits via mutually unbiased basis. *Opt. Express*, 19(4):3542–3552, Feb 2011.
- [16] Megan Agnew, Jonathan Leach, Melanie McLaren, F. Stef Roux, and Robert W. Boyd. Tomography of the quantum state of photons entangled in high dimensions. *Phys. Rev. A*, 84:062101, Dec 2011.
- [17] E. V. Kovlakov, I. B. Bobrov, S. S. Straupe, and S. P. Kulik. Spatial bell-state generation without transverse mode subspace postselection. *Phys. Rev. Lett.*, 118:030503, Jan 2017.
- [18] H. Di Lorenzo Pires, H. C. B. Florijn, and M. P. van Exter. Measurement of the spiral spectrum of entangled two-photon states. *Phys. Rev. Lett.*, 104:020505, Jan 2010.
- [19] A. J. Gutiérrez-Esparza, W. M. Pimenta, B. Marques, A. A. Matoso, J. L. Lucio M., and S. Pádua. Experimental characterization of two spatial qutrits using entanglement witnesses. *Opt. Express*, 20(24):26351–26362, Nov 2012.
- [20] M. Agnew, J. Leach, and R.W. Boyd. Observation of entanglement witnesses for orbital angular momentum states. *The European Physical Journal D*, 66(6):156, Jun 2012.
- [21] Alipasha Vaziri, Jian-Wei Pan, Thomas Jennewein, Gregor Weihs, and Anton Zeilinger. Concentration of higher dimensional entanglement: Qutrits of photon orbital angular momentum. *Phys. Rev. Lett.*, 91:227902, Nov 2003.
- [22] B Marques, A. A. Matoso., W. M. Pimenta, A. J. Gutiérrez-Esparza, M. F. Santos, and S. Pádua. Experimental simulation of decoherence in photonics qudits. *Sci. Rep.*, 5:16049, Sep 2015.
- [23] Eleonora Nagali, Linda Sansoni, Fabio Sciarrino, Francesco De Martini, Lorenzo Marrucci, Bruno Piccirillo, Ebrahim Karimi, and Enrico Santamato. Optimal quantum cloning of orbital angular momentum photon qubits through hong–ou–mandel coalescence. *Nat Photon*, 3, Dec 2009.
- [24] Gilberto Borges, Marcos Carvalho, Pierre-Louis de Assis, José Ferraz, Mateus Araújo, Adán Cabello, Marcelo Terra Cunha, and Sebastião Pádua. Quantum contextuality in a young-type interference experiment. *Phys. Rev. A*, 89:052106, May 2014.
- [25] Gustavo Cañas, Sebastián Etcheverry, Esteban S. Gómez, Carlos Saavedra, Guilherme B. Xavier, Gustavo Lima, and Adán Cabello. Experimental implementation

- of an eight-dimensional kochen-specker set and observation of its connection with the greenberger-horne-zeilinger theorem. *Phys. Rev. A*, 90:012119, Jul 2014.
- [26] Leonardo Neves, G. Lima, J. G. Aguirre Gómez, C. H. Monken, C. Saavedra, and S. Pádua. Generation of entangled states of qudits using twin photons. *Phys. Rev. Lett.*, 94:100501, Mar 2005.
- [27] M. A. Solís-Prosser, A. Arias, J. J. M. Varga, L. Rebón, S. Ledesma, C. Iemmi, and L. Neves. Preparing arbitrary pure states of spatial qudits with a single phase-only spatial light modulator. *Opt. Lett.*, 38(22):4762–4765, Nov 2013.
- [28] Gustavo Cañas, Mauricio Arias, Sebastián Etcheverry, Esteban S. Gómez, Adán Cabello, Guilherme B. Xavier, and Gustavo Lima. Applying the simplest kochen-specker set for quantum information processing. *Phys. Rev. Lett.*, 113:090404, Aug 2014.
- [29] A. J. Gutiérrez-Esparza, W. M. Pimenta, B. Marques, A. A. Matoso, J. Sperling, W. Vogel, and S. Pádua. Detection of nonlocal superpositions. *Phys. Rev. A*, 90:032328, Sep 2014.
- [30] Breno Marques Gonçalves. *Modulador de luz espacial para processos quânticos: algoritmo de Deutsch, concentração de emaranhamento e simulação de sistemas quânticos abertos*. PhD thesis, Universidade Federal de Minas Gerais, 2010.
- [31] A. F. Abouraddy, G. Di Giuseppe, T. M. Yarnall, M. C. Teich, and B. E. A. Saleh. Implementing one-photon three-qubit quantum gates using spatial light modulators. *Phys. Rev. A*, 86:050303, Nov 2012.
- [32] J.W. Goodman. *Introduction To Fourier Optics*. McGraw-Hill physical and quantum electronics series. Roberts & Company Publishers, 2005.
- [33] M. A. Solís-Prosser, A. Arias, J. J. M. Varga, L. Rebón, S. Ledesma, C. Iemmi, and L. Neves. Preparing arbitrary pure states of spatial qudits with a single phase-only spatial light modulator. *Opt. Lett.*, 38(22):4762–4765, Nov 2013.
- [34] Ivan Helmuth Bechtold. Cristais líquidos: um sistema complexo de simples aplicações. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 27:333 – 342, 09 2005.
- [35] T. Scharf. *Polarized Light in Liquid Crystals and Polymers*. Wiley, 2007.
- [36] S.M. Kelly and M. O’Neill. Chapter 1 - liquid crystals for electro-optic applications. In Hari Singh Nalwa, editor, *Handbook of Advanced Electronic and Photonic Materials and Devices*, pages 1 – 66. Academic Press, Burlington, 2001.
- [37] Malvin Carl Teich and BEA Saleh. *Fundamentals of photonics*, volume 3. 1991.
- [38] G.B. Arfken and H.J. Weber. *Mathematical Methods for Physicists*. Academic Press, 2005.
- [39] S.P. Walborn, C.H. Monken, S. Pádua, and P.H. Souto Ribeiro. Spatial correlations in parametric down-conversion. *Physics Reports*, 495:87 – 139, 2010.
- [40] W. H. Peeters, J. J. Renema, and M. P. van Exter. Engineering of two-photon spatial quantum correlations behind a double slit. *Phys. Rev. A*, 79:043817, Apr 2009.

- [41] M. A. D. Carvalho, J. Ferraz, G. F. Borges, P.-L de Assis, S. Pádua, and S. P. Walborn. Experimental observation of quantum correlations in modular variables. *Phys. Rev. A*, 86:032332, Sep 2012.
- [42] Gustavo Cañas, Mauricio Arias, Sebastián Etcheverry, Esteban S. Gómez, Adán Cabello, Guilherme B. Xavier, and Gustavo Lima. Applying the simplest kochen-specker set for quantum information processing. *Phys. Rev. Lett.*, 113:090404, Aug 2014.
- [43] Leonardo Neves, S. Pádua, and Carlos Saavedra. Controlled generation of maximally entangled qudits using twin photons. *Phys. Rev. A*, 69:042305, Apr 2004.
- [44] S. P. Walborn, M. O. Terra Cunha, S. Pádua, and C. H. Monken. Double-slit quantum eraser. *Phys. Rev. A*, 65:033818, Feb 2002.
- [45] Long Zhu and Jian Wang. Arbitrary manipulation of spatial amplitude and phase using phase-only spatial light modulators. *Scientific Reports*, 4:7441 EP –, Dec 2014. Article.
- [46] Gustavo Cañas, Sebastián Etcheverry, Esteban S. Gómez, Carlos Saavedra, Guilherme B. Xavier, Gustavo Lima, and Adán Cabello. Experimental implementation of an eight-dimensional kochen-specker set and observation of its connection with the greenberger-horne-zeilinger theorem. *Phys. Rev. A*, 90:012119, Jul 2014.
- [47] G. Lima, Leonardo Neves, Ivan F. Santos, J. G. Aguirre Gómez, C. Saavedra, and S. Pádua. Propagation of spatially entangled qudits through free space. *Phys. Rev. A*, 73:032340, Mar 2006.
- [48] L. Mandel and E. Wolf. *Optical Coherence and Quantum Optics*. Cambridge University Press, 1995.
- [49] J. Garrison and R. Chiao. *Quantum Optics*. Oxford Graduate Texts. OUP Oxford, 2008.
- [50] Y.R. Shen. *The principles of nonlinear optics*. Wiley classics library. Wiley-Interscience, 2003.
- [51] C. H. Monken, P. H. Souto Ribeiro, and S. Pádua. Transfer of angular spectrum and image formation in spontaneous parametric down-conversion. *Phys. Rev. A*, 57:3123–3126, Apr 1998.
- [52] E. J. S. Fonseca, C. H. Monken, and S. Pádua. Measurement of the de broglie wavelength of a multiphoton wave packet. *Phys. Rev. Lett.*, 82:2868–2871, Apr 1999.
- [53] W. A. T. Nogueira, S. P. Walborn, S. Pádua, and C. H. Monken. Experimental observation of spatial antibunching of photons. *Phys. Rev. Lett.*, 86:4009–4012, Apr 2001.
- [54] Leonardo Teixeira Neves. *Estados emaranhados de qbits e qdits criados com pares de fótons produzidos na conversão paramétrica descendente*. PhD thesis, Universidade Federal de Minas Gerais, 2006.

- [55] E. J. S. Fonseca, J. C. Machado da Silva, C. H. Monken, and S. Pádua. Controlling two-particle conditional interference. *Phys. Rev. A*, 61:023801, Jan 2000.
- [56] A. Beveratos, S. Kühn, R. Brouri, T. Gacoin, J.-P. Poizat, and P. Grangier. Room temperature stable single-photon source. *The European Physical Journal D - Atomic, Molecular, Optical and Plasma Physics*, 18(2):191–196, Feb 2002.
- [57] Rosa Brouri, Alexios Beveratos, Jean-Philippe Poizat, and Philippe Grangier. Photon antibunching in the fluorescence of individual color centers in diamond. *Opt. Lett.*, 25(17):1294–1296, Sep 2000.
- [58] Christian Kurtsiefer, Sonja Mayer, Patrick Zarda, and Harald Weinfurter. Stable solid-state source of single photons. *Phys. Rev. Lett.*, 85:290–293, Jul 2000.
- [59] Xiaojuan Shi, Alejandra Valencia, Martin Hendrych, and Juan P. Torres. Generation of indistinguishable and pure heralded single photons with tunable bandwidth. *Opt. Lett.*, 33(8):875–877, Apr 2008.
- [60] C. Zu, Y.-X. Wang, D.-L. Deng, X.-Y. Chang, K. Liu, P.-Y. Hou, H.-X. Yang, and L.-M. Duan. State-independent experimental test of quantum contextuality in an indivisible system. *Phys. Rev. Lett.*, 109:150401, Oct 2012.
- [61] M.A. Nielsen and I.L. Chuang. *Quantum Computation and Quantum Information*. Cambridge Series on Information and the Natural Sciences. Cambridge University Press, 2000.
- [62] Wanderson Maia Pimenta. *Tomografia Experimental de Estados Quânticos: Implementação de Tomografia Mínima*. PhD thesis, Universidade Federal de Minas Gerais, 2010.
- [63] M. A. Solís-Prosser and L. Neves. Measurement strategy for spatially encoded photonic qubits. *Phys. Rev. A*, 82:055801, Nov 2010.
- [64] S. Barnett. *Quantum Information*. Oxford Master Series in Physics. OUP Oxford, 2009.
- [65] Adán Cabello, Elias Amsalem, Kate Blanchfield, Mohamed Bourennane, and Ingemar Bengtsson. Proposed experiments of qutrit state-independent contextuality and two-qutrit contextuality-based nonlocality. *Phys. Rev. A*, 85:032108, Mar 2012.
- [66] Elias Amsalem, Lars Eirik Danielsen, Antonio J. López-Tarrida, José R. Portillo, Mohamed Bourennane, and Adán Cabello. Experimental fully contextual correlations. *Phys. Rev. Lett.*, 108:200405, May 2012.
- [67] Antonio Di Lorenzo. Quantum state tomography from a sequential measurement of two variables in a single setup. *Phys. Rev. A*, 88:042114, Oct 2013.
- [68] Humairah Bassa, Sandeep K. Goyal, Sujit K. Choudhary, Hermann Uys, Lajos Diósi, and Thomas Konrad. Process tomography via sequential measurements on a single quantum system. *Phys. Rev. A*, 92:032102, Sep 2015.
- [69] Eleonora Nagali, Simone Felicetti, Pierre-Louis de Assis, Vincenzo D’Ambrosio, Radim Filip, and Fabio Sciarrino. Testing sequential quantum measurements: how can maximal knowledge be extracted? *Scientific Reports*, 2:443, Jun 2012.

- [70] Elias Anselem, Magnus Rådmark, Mohamed Bourennane, and Adán Cabello. State-independent quantum contextuality with single photons. *Phys. Rev. Lett.*, 103:160405, Oct 2009.
- [71] A. Peres. *Quantum Theory: Concepts and Methods*. Fundamental Theories of Physics. Kluwer Academic Publishers-Dordrecht, 1995.
- [72] L.E. Ballentine. *Quantum mechanics: a modern development*. World Scientific Publishing Company, New York, 1998.
- [73] Adán Cabello, Piotr Badziag, Marcelo Terra Cunha, and Mohamed Bourennane. Simple hardy-like proof of quantum contextuality. *Phys. Rev. Lett.*, 111:180404, Oct 2013.
- [74] R. D. Baldijão, G. F. Borges, B. Marques, M. A. Solís-Prosser, L. Neves, and S. Pádua. Proposal for automated transformations on single-photon multipath qudits. *Phys. Rev. A*, 96:032329, Sep 2017.
- [75] G. F. Borges, R. D. Baldijão, J. G. L. Condé, J. S. Cabral, B. Marques, M. Terra Cunha, A. Cabello, and S. Pádua. Automated quantum operations in photonic qutrits. *Phys. Rev. A*, 97:022301, Feb 2018.