UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
Faculdade de Educação
Programa de Pós-Graduação em Educação: Conhecimento e Inclusão Social

Gildelson Felicio de Jesus

“TEM OUTRO JEITO DE FAZER, MOÇO!”: apropriação de práticas de numeramento escolares por estudantes de Licenciatura em Matemática da Uneb – Caetité

Belo Horizonte
2021

Gildelson Felicio de Jesus

“TEM OUTRO JEITO DE FAZER, MOÇO!”: apropriação de práticas de numeramento escolares por estudantes de Licenciatura em Matemática da Uneb – Caetité

Tese de doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação da Faculdade de Educação: Conhecimento e Inclusão Social da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito parcial para obtenção do título de doutor em Educação.

Linha de Pesquisa: Educação Matemática

Orientadora: Prof.ª Dr.ª Maria da Conceição Ferreira Reis Fonseca

Belo Horizonte

F314t Felicio de Jesus, Gildelson, 1965-
T "Tem outro jeito de fazer, moço!" [manuscrito] : apropriação de práticas de numeramento escolares por estudantes de licenciatura em matemática da Uneb -- Caetité / Gildelson Felicio de Jesus. - Belo Horizonte, 2021.
414 f. : enc, il., color.

Tese -- (Doutorado) - Universidade Federal de Minas Gerais, Faculdade de Educação.
Orientadora: Maria da Conceição Ferreira Reis Fonseca.
Bibliografia: f. 281-301.
Anexos: f. 398-414.
Apêndices: f. 302-397.

1. Universidade do Estado da Bahia -- Licenciatura -- Teses. 2. Educação -- Teses. 3. Professores de matemática -- Formação -- Teses. 4. Geometria analítica -- Estudo e ensino -- Teses. 5. Matemática -- Licenciatura -- Teses. 6. Estudantes universitários -- Análise do discurso -- Teses. 7. Bahia -- Educação -- Teses. 8. Bahia -- Ensino superior -- Teses. 9. Caetité (BA) -- Educação -- Teses.
I. Título. II. Fonseca, Maria da Conceição Ferreira Reis, 1962-. III. Universidade Federal de Minas Gerais, Faculdade de Educação.

CDD- 370.71

Catalogação da fonte: Biblioteca da FaE/UFMG (Setor de referência)*
Bibliotecário: Ivanir Fernandes Leandro CRB: MG-002576/O

* Forma de entrada principal formatada de acordo com solicitação do autor.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO - CONHECIMENTO E INCLUSÃO SOCIAL

FOLHA DE APROVAÇÃO

"TEM OUTRO JEITO DE FAZER, MOÇO!": Apropriação de práticas de numeramento escolares por estudantes de Licenciatura em Matemática da UNEB - Caetité

GILDELSON FELICIO DE JESUS

Tese submetida à Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em EDUCAÇÃO - CONHECIMENTO E INCLUSÃO SOCIAL, como requisito para obtenção do grau de Doutor em EDUCAÇÃO - CONHECIMENTO E INCLUSÃO SOCIAL.

Aprovada em 27 de maio de 2021, pela banca constituída pelos membros:

Prof(a). Maria da Conceição Ferreira Reis Fonseca - Orientador
UFMG

Prof(a). Maria Cristina Costa Ferreira
ICEX/UFMG

Prof(a). Celi Aparecida Espasandin Lopes
Universidade Cruzeiro do Sul

Prof(a). ROBSON ALDRIN LIMA MATTOS
UNEB

Prof(a). Airton Carrião Machado
COLTEC/UFMG

Prof(a). Márcio Oliveira D Esquivel
UNEB

Professora Dra. Rosimar de Fátima Oliveira
Coordenadora do Programa de Pós-Graduação em Educação:
Conhecimento e Inclusão Social - FAE/UFMG

Belo Horizonte, 19 de julho de 2021.

Dedico esta tese a todos que lutam por um mundo mais igual e solidário, em especial, aos homens e às mulheres que, no labor da Educação e da Ciência, se dedicam à construção de processos inclusivos e de defesa da vida.

Às minhas filhas, Luanna Lua e Luma Mar, promessas de um mundo que reverbere mais humanidade.

Aos meus pais, José e Josefa,
suas marcas de luta e dignidade,
me legaram resistência.

AGRADECIMENTOS

Só existirá democracia no Brasil no dia em que se montar no país a máquina que prepara as democracias. Essa máquina é a da escola pública. (TEIXEIRA, 1936)

À Universidade do Estado da Bahia - Uneb e à Universidade Federal de Minas Gerais – UFMG que, enquanto Instituições Públicas, me propiciaram as condições de cursar o doutorado. Esse agradecimento é extensivo a todos os/as professores/as, técnicos/as, dirigentes e demais colaboradores/as que se dedicam à construção de universidades inclusivas e comprometidas com a ciência.

E aprendi que se depende sempre
De tanta, muita, diferente gente
Toda pessoa sempre é as marcas
Das lições diárias de outras tantas pessoas
E é tão bonito quando a gente entende
Que a gente é tanta gente onde quer que a gente vá
É tão bonito quando a gente sente
Que nunca está sozinho por mais que pense estar
(GONZAGUINHA, 1982)

À minha orientadora ***Conceição Fonseca***, nossa querida ***Ção***, pelo acolhimento, generosidade, disposição, cuidado e muito compromisso com o nosso trabalho. Pela partilha do conhecimento em dedicadas e fecundas orientações, cujo olhar refinado nos propiciou uma vigilante reflexão e apropriação de novos conceitos. Pela sorte (privilégio) de conhecer e vivenciar a experiência de uma professora-gente em que o empenho com a Educação e as transformações sociais são inseparáveis da sua afetuosidade e zelo com o outro. Gratidão por tudo!

À professora ***Maria Cristina Ferreira***, que, desde o início, vem colaborando com a pesquisa, seja na condição de parecerista do projeto inicial, seja nas relevantes contribuições e reflexões sobre a perspectiva de análise sugerida durante a qualificação e, agora, na condição de integrante da banca de defesa.

À professora ***Celi Lopes***, que, também, integra a banca de defesa e vem contribuindo desde a qualificação.

Aos professores ***Airton Machado, Robson Aldrin Mattos, Márcio D'Esquivel, André Augusto Deodato,*** e a professora ***Terezinha Kawasaki***, que aceitaram o convite para compor a banca de defesa e que esperamos que, com suas contribuições, reflexões e sugestões, possam guiar um olhar mais acurado sobre a nossa tese.

Aos professores e professoras da Faculdade de Educação da UFMG, em especial, aqueles que tive a oportunidade de usufruir dos seus conhecimentos e profundas reflexões quando cursei as disciplinas do doutorado, como as professoras ***Ana Galvão, Conceição Fonseca, Inês Teixeira, Shirley Miranda*** e ***Vanessa Tomaz*** e como os professores ***Edmilson de Jesus, Felipe Fernandes*** e ***Luís Alberto.*** Gratidão extensiva a todos os profissionais de educação, que me apontaram caminhos, desde as séries iniciais da Educação Básica ao Ensino Superior.

À Coordenação do Dinter, na pessoa das professoras ***Carmem Eiterer*** e ***Ana Galvão*** da UFMG e ***Sônia Maria O. Reis*** da Uneb, extensivo às direções e colaboradores da Faculdade de Educação da UFMG, do *Campus* XII da Uneb de Guanambi e do *Campus* VI da Uneb de Caetité.

A todos/as que contribuíram com essa tese, em especial, aos licenciados e às licenciandas em Matemática da Uneb de Caetité, que participaram voluntariamente dos Grupos Focais para produção do material empírico desta pesquisa.

Qualquer maneira de amor vale à pena
Qualquer maneira de amor valerá
Eles partiram por outros assuntos, muitos
Mas no meu canto estarão sempre juntos, muito
(VELOSO; NASCIMENTO, 1975)

À minha companheira ***Valéria Viana Sousa***, pela cumplicidade de uma vida, do amor e dedicação às nossas filhas, das lutas (in)glórias, por ser uma referência profissional e acadêmica e ter me influenciado para chegar até aqui.

E foram ficando marcadas
Ouvindo risadas, sentindo arrepios
Olhando pro rio tão cheio de ***lua***
E que continua
Correndo pro ***mar***
(BUARQUE, 1980)

Às minhas filhas ***Luanna Lua*** e ***Luma Mar***, meus amores inseparáveis, minhas meninas que cresceram e se tornaram seres humanos especiais. Companheiras em todos os momentos e incentivadoras da minha formação. Vocês continuam transmitindo aquela energia e alegria que nos contagiava ao pular e dançar ao som de Chico Buarque: *"Foi bonita a festa, pá / Fiquei contente / Ainda guardo renitente / Um velho cravo para mim"*. A presença de vocês será sempre uma festa e um alento em minha vida. Meus dengos, meu porto seguro!

Sua barriga me deu a mãe / O pai me deu o seu braço forte
Os seios fartos me deu a mãe / O alimento, a luz, o norte
A vida é boa, me diz o pai / A mãe me ensina que ela é bela
O mal não faço, eu quero o bem / Na minha casa não entra a solidão
Todo o amor será comunhão / A alegria de pão e o vinho
Você bem pode me dar a mão / Você bem pode me dar carinho
(BRANT; NASCIMENTO, 1982)

Aos meus pais ***José*** e ***Josefa***, referenciais maiores da minha vida, que, com muito trabalho, amor e dedicação aos filhos, nos ensinaram a essência do ser humano e nos deram o suporte para ser *o que somos.* Assim como algumas famílias que mudam da roça para a vida urbana para tentar garantir um melhor acesso à Educação dos seus filhos, eles foram à luta: *"Já cansados desta luta / Vão pra terras diferentes / Com fé em novas labutas / Pra poder segurar o batente / Com a família pela estrada / Com trouxas e sacos na mão / Com esperança na alvorada* [Educação] */ De poder ganhar o chão / E sonham em serem felizes ..."* (GILSON DE JESUS, 1983).

Não é sobre tudo que o seu dinheiro é capaz de comprar
E sim sobre cada momento, sorriso a se compartilhar
Também não é sobre correr contra o tempo pra ter sempre mais
Porque quando menos se espera a vida já ficou pra trás
Segura teu filho no colo
Sorria e abrace seus pais enquanto estão aqui
Que a vida é trem-bala, parceiro
E a gente é só passageiro prestes a partir
(VILELA, 2016)

Ao meu sogro ***Francisco das Chagas Souza*** (*in memoriam*) e à minha sogra ***Ernestina Gusmão Viana Souza*** (*in memoriam*), que considero meus segundos pais, que sempre me acolheram e apoiaram em tudo que fazia. O nosso convívio diário foi uma referência e suporte para criação de minhas filhas. ***Seu Souza*** era um homem muito inteligente e de uma cultura vasta e ***Dona Tina*** era uma professora aposentada e uma mulher de muita fé. Se estivessem aqui, estariam muito felizes e orgulhosos dessa minha conquista.

Manhã, despontando lá fora
Manhã, já é sol, já é hora
E os campos se abrindo em flor
Que é preciso coragem
Que a vida é viagem
Destino do amor
Abre o peito, coragem, irmão!
Faz do amor sua imagem, irmão
(BUZAR, 1970)

Aos meus irmãos(ãs) ***Miguel, Gilvanda, Gilson, Zé, Givonaldo, Cida, Márcia*** e ***Marcos***, cunhados(as) e sobrinhos(as) que, sob a base dos nossos pais, constituem esse mosaico da família Felicio, na qual a solidariedade e a comunhão têm nos fortalecido e nos conduzido ao caminho da resistência.

Cada um de nós compõe a sua história
Cada ser em si
Carrega o dom de ser capaz
E ser feliz
(SATER; TEIXEIRA, 1990)

As amigas e amigos do **GEN**, pela fraterna amizade, na qual "ninguém solta a mão de ninguém". Pelas leituras coletivas, reflexões, discussões e acúmulo de pesquisas produzidas por esse grupo de ***GENiais***, os quais busquei me apropriar e incorporar a esta Tese. Gratidão especial a colega-amiga de mesmo percurso de doutorado ***Flávia Grossi***, que sempre me auxiliou no que precisei, e as/os demais colegas que pude acompanhar parte da caminhada: ***Raquel Monteiro, Ruana Brito, Paula Adelino, Fernanda Simões, Diana Vanegas*** e ***Rodrigo Pinheiro***.

Aos colegas do Dinter, pelos encontros e a amizade de poder compartilhar estudos, incertezas, avanços, angústias e alegrias: ***Angelita Leite, Edna Moreira, Elvina Almeida, Fausta Porto, Giane Araújo, Ginaldo Cardoso, Jorge Adilson, Kleide Marques, Maria de Fátima Pereira, Sebastião Carvalho*** e ***Zélia Malheiro***.

Aos colegas da Uneb, que, no convívio e na labuta, na convergência e divergência, favoreceram o meu crescimento profissional, em particular, aos professores ***Genivaldo Cruz, Robson Aldrin*** e ***Manoel Oliveira***, pelo incentivo.

Aos meus ex-alunos/as, que, em uma relação dialógica, nos confundimos entre aprendizes e ensinantes. O respeito, carinho, amizade e o crescimento de vocês sempre me impulsionavam a não desistir. A ***Maurício Magalhães***, pelo apoio na logística dos encontros dos grupos focais.

Sejamos nós que conquistemos / A terra mãe livre e comum
Para não ter protestos vãos / Para sair desse antro estreito
Façamos nós por nossas mãos / Tudo o que a nós nos diz respeito
Bem unidos façamos / Nesta luta final
Uma terra sem amos / A Internacional
(POTTIER, 1871)

Aos companheiros das empreitadas políticas e lutas sociais, desde aqueles/as da época de juventude e movimento estudantil àqueles que dedicaram as suas vidas à militância política em defesa de uma sociedade mais fraterna e igualitária. A todos que alargaram minha visão de mundo, me fizeram refletir e me posicionar contra toda forma de opressão e de intolerância. Em especial, ao amigo-irmão ***Genivan Neri*** (*in memoriam*), parceiro da luta política e incansável defensor da Educação. Aos amigos ***Zé Carlos, Sílvio, Jelton, Zilton*** e demais amigos/as do "Grupo Coração de Estudante", que marcaram uma geração de lutas da juventude: *"Quero falar de uma coisa / Adivinha onde ela anda / Deve estar dentro do peito / Ou caminha pelo ar / Pode estar aqui do lado / Bem mais perto que pensamos / A folha da juventude / É o nome certo desse amor"* (TISO; NASCIMENTO, 1983).

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (Capes) - Código de Financiamento 001. O referido apoio diz respeito a recursos para implantação do Doutorado Interinstitucional – Dinter – UFMG/Uneb e, no caso desse pesquisador em particular, o recebimento total de 12 bolsas Dinter-Capes no valor de R$ 2.200,00 cada.

RESUMO

Nesta investigação, analisamos modos de apropriação de práticas de numeramento escolares voltadas para o domínio da Geometria Analítica, protagonizadas por estudantes do curso de Licenciatura em Matemática da Uneb, *Campus* VI, cidade de Caetité- Bahia, Brasil, referenciando-se em suas vivências discentes na Educação Básica e/ou no Ensino Superior. Integrando o programa de pesquisa desenvolvido pelo Grupo de Estudos sobre Numeramento – GEN da UFMG, consideramos as práticas de numeramento como práticas discursivas de um certo grupo cultural, que se configuram nos modos de produzir, circular, transmitir, usar e avaliar posicionamentos demandados em jogos interlocutivos que envolvem ideias, representações e procedimentos que reconhecemos como matemáticos, marcados por intenções e valores que conformam a cultura desse grupo. A pesquisa tem uma abordagem qualitativa e os procedimentos para a produção de material empírico foram empreendidos em duas etapas: (1) aplicação de um questionário para traçar o perfil dos/as estudantes do curso de Licenciatura em Matemática da Uneb de Caetité e obter um conjunto amplo de informações sobre a relação desses/as estudantes com a matemática escolar e, em especial, com a Geometria Analítica; e (2) realização de encontros com grupos focais, reunindo estudantes do referido curso, nos quais, motivados por discussões *sobre* e *de* Geometria Analítica, licenciandos/as assumiriam posicionamentos discursivos que conformam e expressam seus esforços de significação em que se constitui a apropriação das práticas de numeramento. Em nossa análise, focalizamos eventos identificados em uma das sessões de um dos grupos focais, na qual os/as licenciandos resolvem questões de Geometria Analítica elaboradas por estudantes de outro grupo focal. Estruturam essa análise a caracterização dos elementos que compõem o discurso matemático (vocabulário, mediadores visuais, rotinas e narrativas) desenvolvida por Anna Sfard. Na reflexão sobre as decisões e os posicionamentos quanto às rotinas, aos mediadores visuais e ao vocabulário, eleitos pelos/as estudantes para produzirem suas narrativas na solução dos problemas propostos na lista de exercícios, não nos interessa avaliar erros e acertos, mas, tecendo uma compreensão dos modos de apropriação de práticas de numeramento como processos de natureza discursiva, contribuir para o reconhecimento, a acolhida, a elaboração e o desenvolvimento de respostas às demandas e às contribuições desses sujeitos, de cuja formação docente temos a oportunidade e a responsabilidade de participar.

Palavras-chave: Licenciandos(as) em Matemática. Apropriação de práticas de numeramento escolares. Práticas discursivas. Discurso matemático. Ensino e aprendizagem de Geometria Analítica.

ABSTRACT

In this investigation, we analyze ways of appropriating school Analytical Geometry numeracy practices enacted by students in the Mathematics Teaching Degree at Uneb, Campus VI, city of Caetité-Bahia-Brazil, grounded on their student experiences on K-12 and/or higher education. As part of the research program developed by the UFMG Study Group on Numeracy - GEN, we consider numeracy practices as discursive practices of a certain cultural group. These are configured in the ways of producing, circulating, transmitting, using, and evaluating positions demanded in interlocutive games that involve ideas, representations and procedures we recognize as mathematical, marked by intentions and values that shape the culture of this group. The research has a qualitative approach. The empirical data was collected in two phases: (1) application of a questionnaire to profile the undergraduates of the Mathematics Teaching Degree at Uneb-Caetité and to obtain a wide range of information on their relationship with school mathematics, mainly Analytical Geometry; and (2) focus groups with these students discussing *of* and *about* Analytical Geometry, in which the undergraduates assumed discursive positions that conform and express their efforts of meaning, establishing the appropriation of numeracy practices. In our analysis, we focused on events identified in one session of a focus group, in which undergraduates solved Analytical Geometry questions created by students from another focus group. This analysis is based on the characterization of the elements that make up the mathematical discourse (vocabulary, visual mediators, routines and narratives) developed by Anna Sfard. We were not interested in evaluating mistakes and successes when reflecting on decisions and positions on the routines, visual mediators and vocabulary, chosen by students to produce their narratives to solve the problems in the list of exercises. By weaving an understanding of ways of appropriating numeracy practices as processes of a discursive nature, we wanted to contribute to the recognition, acceptance, elaboration, and development of answers to the demands and the contributions of these subjects, whose teacher training we have the opportunity and responsibility to participate.

Key words: Undergraduate students in Mathematics Teaching. Appropriation of school numeracy practices. Discursive practices. Mathematical speech. Teaching and Learning of Analytical Geometry.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Diferentes modalidades de realizações dos significantes no discurso matemático 87

Figura 2 - Mapa da Bahia com destaque ao Território de Identidade Sertão Produtivo com ilustração dos participantes da pesquisa por cidade em que residem 107

Figura 3 - Mapa do Território de Identidade Sertão Produtivo da Bahia e cidades adjacentes com ilustração dos participantes dos grupos focais por cidade em que residem 114

Figura 4 - Encontro do Grupo Focal 3 em 1º de outubro de 2018 130

Figura 5 - Encontro do Grupo Focal 1 em 1º de outubro de 2018 132

Figura 6 - Encontro do Grupo Focal 3 em 1º de outubro de 2018 133

Figura 7 - Encontro do Grupo Focal 3 em 15 de outubro de 2018 153

Figura 8 - Reunião do Grupo Focal 1 em 15 de outubro de 2018 157

Figura 9 - Reunião do Grupo Focal 2 em 15 de outubro de 2018 160

Figura 10 - Encontro do Grupo Focal 3 em 22 de outubro de 2018 167

Figura 11 - Encontro do Grupo Focal 1 em 22 de outubro de 2018 169

Figura 12 - Encontro do Grupo Focal 2 em 22 de outubro de 2018 172

Figura 13 - Encontro do Grupo Focal 3 em 5 de novembro de 2018 175

Figura 14 - Encontro do Grupo Focal 1 em 5 de novembro de 2018 178

Figura 15 - Encontro do Grupo Focal 2 em 5 de novembro de 2018 182

Figura 16 - Encontro do GF 2 em 15 de outubro de 2018 – Subgrupos resolvendo a 1ª questão da lista de Exercícios 198

Figura 17 - Anotações e resposta apresentada por Maria e Érica no Encontro do GF 2 em 15 de outubro de 2018 – Resolução de lista de Exercícios 203

Figura 18 - Registro produzido por Antônio na folha de exercício de seu subgrupo durante o Encontro do GF 2 em 15 de outubro de 2018 207

Figura 19 - Registro produzido por Antônio na folha de exercício de seu subgrupo durante o Encontro do GF 2 em 15 de outubro de 2018 208

Figura 20 - Encontro do GF 2 em 15 de outubro de 2018 – Resolução de lista de Exercícios– Em destaque Antônio gesticulando explicando algo para os colegas do seu subgrupo 224

Figura 21 - Encontro do GF 2 em 15 de outubro de 2018 – Resolução de lista de Exercícios – Em destaque Antônio gesticulando explicando algo para os colegas do seu subgrupo 225
Figura 22 - Encontro do GF 2 em 15 de outubro de 2018 – Resolução de lista de Exercícios – Em destaque Antônio enunciando e fazendo mais um gesto para os colegas do seu subgrupo. 226
Figura 23 - Encontro do GF 2 em 15 de outubro de 2018 – Resolução de lista de Exercícios Em destaque Antônio enunciando e fazendo mais um gesto para os colegas do seu subgrupo 227
Figura 24 - Encontro do GF 2 em 15 de outubro de 2018 – Grasielle, em destaque, gesticula para o seu subgrupo durante a resolução da lista de exercícios 228
Figura 25 - Encontro do GF 2 em 15 de outubro de 2018 – Leandro, em destaque, gesticula para o seu subgrupo e conta com a atenção de membros de outros subgrupos 230
Figura 26 - Sequência de imagens com Leandro gesticulando durante o Encontro do GF 2 em 15 de outubro de 2018 – Resolução de lista de Exercícios 231
Figura 27 - Em destaque, Leandro a esquerda e Marcos Vinícius a direita gesticulam durante a resolução de lista de exercícios - Encontro do GF 2 em 15 de outubro de 2018 232
Figura 28 - Sequência de imagens com Maria gesticulando durante o Encontro do GF 2 em 15 de outubro de 2018 – Resolução de lista de Exercícios 235
Figura 29 - Leandro gesticula esboçando uma semicircunferência durante o Encontro do GF 2 em 15 de outubro de 2018 – Resolução de lista de Exercícios 238
Figura 30 - Na sequência de imagens, Leandro gesticula esboçando um triangulo durante o Encontro do GF 2 em 15 de outubro de 2018 – Resolução de lista de Exercícios 239
Figura 31 - Encontro do GF 2 em 15 de outubro de 2018, em destaque Maria e Leandro gesticulando – Resolução de lista de Exercícios B 242
Figura 32 - Anotações feita pelo subgrupo de Antônio, Grasielle e Leandro

	durante o Encontro de GF 2 em 15/10/2018	245
Figura 33 -	Anotações feita pelo subgrupo de Érica e Maria durante o Encontro de GF 2 em 15/10/2018	245
Figura 34 -	Anotações feita pelo subgrupo de Eduarda, Luís e Marcos Vinícius durante o Encontro de GF 2 em 15/10/2018	246
Figura 35 -	Encontro do GF 2 em 15 de outubro de 2018 – Subgrupos resolvendo a 2ª questão de lista de Exercícios	252
Figura 36 -	Anotações feita pelo subgrupo de Grasielle, Antônio e Leandro durante a resolução da 2ª questão no Encontro de GF 2 em 15/10/2018	263
Figura 37 -	Em destaque Antônio foleando o caderno enquanto os subgrupos estão resolvendo as questões da lista de Exercícios – Encontro do GF 2 em 15 de outubro de 2018	265
Figura 38 -	Cortes em superfície cônica de duas folhas, identificando as cônicas de Apolônio	314
Figura 39 -	Retrato de Pierre de Fermat pelo pintor francês Robert Lefrève	333
Figura 40 -	Retrato de René Descartes pintado por Frans Halsem 1649	336

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Número de concluintes do curso de Licenciatura em matemática, por turno e ano de conclusão, Uneb, Caetité 41

Gráfico 2 - Evolução do número de inscritos confirmados (em milhões) no Enem, Brasil 62

Gráfico 3 - Número de vagas ofertadas por tipo de curso presencial e forma de ingresso na Uneb em 2019 99

Gráfico 4 - Principal motivo para escolha do curso de Licenciatura em Matemática – Uneb, *Campus* VI 110

Gráfico 5 - Porcentagem de estudantes do 3º ano do Ensino Médio com aprendizado adequado em Matemática na Rede Pública e Privada - Brasil - 2007 a 2017 139

Gráfico 6 - Porcentagem de estudantes reprovados em Geometria Analítica I, UNEB Caetité 145

Gráfico 7 - Porcentagem de estudantes reprovados em Geometria Analítica II, Uneb, Caetité 146

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 -	Ementas das disciplinas Geometria Analítica nos cursos de Licenciatura em Matemática nas Universidades Estaduais da Bahia, 2019	67
Quadro 2 -	Ementas das disciplinas Geometria Analítica nos cursos de Licenciatura em Matemática em algumas IES do Brasil, 2019	68
Quadro 3 -	Número de estudantes matriculados em cursos de graduação na Uneb em 2018	98
Quadro 4 -	Atividade proposta para o GF 3 no 2º Encontro, a partir das questões elaboradas pelo GF1	153
Quadro 5 -	Lista de questões do Enem propostas aos três grupos focais no 2º Encontro	155
Quadro 6 -	Atividade proposta para o GF 1 no 2º Encontro, a partir das questões elaboradas pelo GF2	158
Quadro 7 -	Atividade proposta para o GF 2 no 2º Encontro, a partir das questões elaboradas pelo GF 3	160
Quadro 8 -	Lista de exercícios que compôs a atividade do 3º Encontro dos GFs realizados em 22/10/2018	163
Quadro 9 -	Questão do Enem proposta ao GF1 em substituição a questão 2 da lista de exercícios aplicada aos três GFs	169
Quadro 10 -	Questão elaborada pelo subgrupo de Maurício, Mireli e Jackeline no 4º Encontro do GF3	175
Quadro 11 -	Questão elaborada pelo subgrupo de Cida, Gislaine e Bruna no 4º Encontro do GF3	176
Quadro 12 -	Questão elaborada pelo subgrupo de Inácio, Natália e Raiane no 4º Encontro do GF1	178
Quadro 13 -	Questão elaborada pelo subgrupo de Keyla, Tamires e Jaqueline no 4º Encontro do GF1	180
Quadro 14 -	Questão elaborada pelo subgrupo de Geraldo, Idelvan e Larissa no 4º Encontro do GF1	181
Quadro 15 -	Questão elaborada pelo subgrupo de Eduarda, Leandro	

e Grasielle no 4º Encontro do GF2 183

Quadro 16 - Questão elaborada pelo subgrupo de Érica, Luís e Marcos Vinícius no 4º Encontro do GF2 184

Quadro 17 - Questão elaborada pelo subgrupo de Marcos Adriano e Cleidiane no 4º Encontro do GF2 184

Quadro 18 - Mensagem encaminhada pelo pesquisador aos grupos de *whatsapp* dos Grupos Focais 185

Quadro 19 - Transcrição da interação do subgrupo de Maria e Érica na resolução da 1ª questão – 2º Encontro do Grupo Focal 2 realizado em 15/10/2018 198

Quadro 20 - Transcrição da interação do subgrupo de Eduarda, Luís e Marcos Vinícius na resolução da 1ª questão – 2º Encontro do Grupo Focal 2 realizado em 15/10/2018 204

Quadro 21 - Transcrição da interação do subgrupo de Grasielle, Antônio e Leandro na resolução da 1ª questão – 1ª parte – 2º Encontro do Grupo Focal 2 realizado em 15/10/2018 206

Quadro 22 - Transcrição da interação do subgrupo de Grasielle, Antônio e Leandro na resolução da 1ª questão – 2ª parte – 2º Encontro do Grupo Focal 2 realizado em 15/10/2018 208

Quadro 23 - Transcrição da Interação do subgrupo Grasielle, Antônio e Leandro na resolução da 3ª questão – 1ª parte – 2º Encontro GF 2 realizado em 15/10/2018 223

Quadro 24 - Transcrição da Interação do subgrupo Grasielle, Antônio e Leandro na resolução da 3ª. Questão – 2ª parte – 2º Encontro GF 2 realizado em 15/10/2018 226

Quadro 25 - Transcrição da Interação do subgrupo Grasielle, Antônio e Leandro na resolução da 3ª. Questão – 3ª. parte – 2º Encontro GF 2 realizado em 15/10/2018 228

Quadro 26 - Transcrição da Interação do subgrupo Grasielle, Antônio e Leandro na resolução da 3ª. Questão – 4ª. parte – 2º Encontro GF 2 realizado em 15/10/2018 229

Quadro 27 - Transcrição da Interação com participação de estudantes dos três subgrupos do na resolução da 3ª questão– 5ª. parte – 2º Encontro GF 2 realizado em 15/10/2018 233

Quadro 28 - Transcrição da Interação com participação de estudantes dos três subgrupos do na resolução da 3ª questão – 6ª parte – 2º Encontro GF 2 realizado em 15/10/2018 237

Quadro 29 - Transcrição da Interação com participação de estudantes dos três subgrupos do na resolução da 3ª questão – 7ª parte – 2º Encontro GF 2 realizado em 15/10/2018 240

Quadro 30 - Transcrição da Interação com participação de estudantes dos três subgrupos do na resolução da 3ª questão – 8ª. parte – 2º Encontro GF 2 realizado em 15/10/2018 242

Quadro 31 - Transcrição da Interação do subgrupo Grasielle, Antônio e Leandro na resolução da 2ª questão – 1ª parte – 2º Encontro GF 2 realizado em 15/10/2018 253

Quadro 32 - Transcrição da Interação do subgrupo Grasielle, Antônio e Leandro na resolução da 2ª questão – 2ª parte – 2º Encontro GF 2 realizado em 15/10/2018 257

Quadro 33 - Transcrição da Interação do subgrupo Grasielle, Antônio e Leandro na resolução da 2ª questão – 3ª parte – 2º Encontro GF 2 realizado em 15/10/2018 260

Quadro 34 - Transcrição da Interação do subgrupo Grasielle, Antônio e Leandro na resolução da 2ª questão – 4ª parte – 2º Encontro GF 2 realizado em 15/10/2018 264

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 -	Comparação da autodeclaração de cor de Estudantes do Curso Licenciatura em Matemática - Uneb/*Campus* VI - Caetité/BA, 2018.2 e a média nacional dos Cursos de Licenciatura em Matemática apurada no Enade 2014	105
Tabela 2 -	Durante o Ensino Médio, você teve dificuldade para aprender e estudar matemática?	109
Tabela 3 -	Durante o Ensino Médio, os conteúdos de Geometria Analítica foram trabalhados?	136
Tabela 4 -	Ao ingressar no curso de Licenciatura em Matemática, você sentiu dificuldade/estranhamento com as novas disciplinas de Matemática?	142

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BDTD	Biblioteca Digital de Teses de Dissertações
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
Bolema	Boletim de Educação Matemática
CFE	Conselho Federal de Educação
CH	Carga Horária
CNE	Conselho Nacional de Educação
CNPq	Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico
Cooeduc	Cooperativa Educacional de Conquista
DCE	Diretório Central dos Estudantes
DCH	Departamento de Ciências Humanas
DCN	Diretrizes Curriculares Nacionais
EAD	Educação a Distância
EJA	Educação de Jovens e Adultos
EM	Ensino Médio
Enade	Exame Nacional de Desempenho dos Estudantes
Enem	Exame Nacional do Ensino Médio
ES	Ensino Superior
FFCLC	Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Caetité
Fiei	Formação Intercultural de Educadores Indígenas
Fies	Financiamento Estudantil
GEN	Grupo de Estudos sobre Numeramento
GF	Grupo Focal
GF1	Grupo Focal 1
GF2	Grupo Focal 2
GF3	Grupo Focal 3
GFs	Grupos Focais
Ghoem	Grupo de História Oral e Educação Matemática
GPS	Sistema de Posicionamento Global
GT	Grupo de Trabalho
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
Icep	Instituto Conquista de Educação e Preparo

Ideb	Índice de Desenvolvimento da Educação Básica
IDH	Índice de Desenvolvimento Humano
Ieed	Instituto de Educação Euclides Dantas
IES	Instituições de Ensino Superior
IFRN	Instituto Federal do Rio Grande do Norte
Inaf	Indicador Nacional de Alfabetismo Funcional
INB	Indústrias Nucleares do Brasil
Inep	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira
JSB	Juventude Socialista Brasileira
LDBEN	Leis de Diretrizes e Bases da Educação Nacional
MEC	Ministério de Educação e Cultura
MMM	Movimento da Matemática Moderna
MP	Medida Provisória
Obmep	Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas
OCDE	Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico
OECD	Organisation for Economic Co-operation and Development
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PCNEM	Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio
Pisa	Programa Internacional de Avaliação de Estudantes
PMA	Pensamento Matemático Avançado
PNE	Plano Nacional de Educação
Prouni	Programa Universidade para Todos
PSB	Partido Socialista Brasileiro
PUC	Pontifícia Universidade Católica
Reuni	Programa de Reestruturação e Expansão das Universidades Federais
RG	Registro Geral
Saeb	Sistema de Avaliação da Educação Básica
SAI	Secretaria de Avaliação Institucional.
Sbem	Sociedade Brasileira de Educação Matemática
SciELO	Scientific Eletronic Library Online
SDE	Secretaria de Desenvolvimento Econômico
SEI	Superintendência de Estudos Econômicos e Sociais da Bahia

Sem.	Semestre
Sinaes	Sistema Nacional de Avaliação da Educação Superior
Sisu	Sistema de Seleção Unificada
SM	Salário Mínimo
TCC	Trabalho de Conclusão de Curso
TCLE	Termo de Consentimento Livre e Esclarecido
TICs	Tecnologias da Informação e Comunicação
Topa	Todos pela Alfabetização
UEB	União dos Estudantes da Bahia
Uebas	Universidades Estaduais da Bahia
Uefs	Universidade Estadual de Feira de Santana
Uerj	Universidade do Estado do Rio de Janeiro
Uesb	Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia
Uesc	Universidade Estadual de Santa Cruz
Ufal	Universidade Federal de Alagoas
Ufba	Universidade Federal da Bahia
UFF	Universidade Federal Fluminense
UFMG	Universidade Federal de Minas Gerais
UFMS	Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
UFRG	Universidade Federal do Rio Grande do Sul
UFRJ	Universidade Federal do Rio de Janeiro
UnB	Universidade de Brasília
UNE	União Nacional dos Estudantes
Uneb	Universidade do Estado da Bahia
Unesp	Universidade Estadual de Rio Claro
Unicamp	Universidade de Campinas
Unirio	Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro
UPE	Universidade de Pernambuco
USP	Universidade de São Paulo

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO 27

1 PROPOSIÇÃO DO PROBLEMA 29

1.1 A (minha) história rumo ao (nosso) objeto de estudo 30

1.2 Questões sobre licenciaturas em Matemática e sobre a Licenciatura em Matemática da Uneb-Caetité 39

1.3 Estudos sobre Licenciatura em Matemática que dialogam com as preocupações desta pesquisa 47

1.4 Sobre a matemática que se ensina e se aprende no curso de Licenciatura 51

1.5 Tomando a Geometria Analítica como produção humana, histórica e formativa 55

1.5.1 Estudo dos processos históricos de produção da Geometria Analítica e de sua inserção no ensino da matemática 55

1.5.2 A Geometria Analítica no Ensino Médio: a nova BNCC e o Enem 57

1.5.3 A Geometria Analítica na Licenciatura em Matemática 64

1.5.4 Pesquisas sobre o ensino da Geometria Analítica 71

1.6 Nossa compreensão sobre apropriação de práticas de numeramento 74

1.7 Apropriação de práticas de numeramento por estudantes de Licenciatura em Matemática 80

1.8 Matemática como discurso 85

1.9 Da proposição do problema à abordagem teórico-metodológica 92

2 ABORDAGEM METODOLÓGICA 94

2.1 A pesquisa qualitativa e a escolha da técnica de grupos focais 94

2.2 O trabalho de campo e os procedimentos 97

2.2.1 Local da pesquisa 97

2.2.2 Participantes da pesquisa 99

2.2.3 Etapas da pesquisa 100

2.3 Aplicação do questionário exploratório e tabulação das respostas 103

2.4 O Perfil dos/as licenciandos/as 104

2.5 Processo de composição dos Grupos Focais 111

2.5.1 Perfil dos/as participantes dos grupos focais 113

2.5.2 A constituição dos grupos focais 115

2.6 Os Roteiros dos Encontros com os Grupos Focais 124

2.6.1 Roteiro da 1ª Reunião com Grupos Focais 124
2.6.2 Roteiro da 2ª Reunião dos Grupos Focais 125
2.6.3 Roteiro da 3ª Reunião dos Grupos Focais 126
2.6.4 Roteiro da 4ª Reunião dos Grupos Focais 126
2.7 A logística dos encontros 127

3 OS ENCONTROS DOS GRUPOS FOCAIS 129
3.1 O 1º Encontro com os Grupos Focais 129
3.1.1 O 1º Encontro com Grupo Focal 3 – GF3 130
3.1.2 O 1º Encontro com Grupo Focal 1 – GF1 131
3.1.3 O 1º Encontro com Grupo Focal 2 – GF2 133
3.1.4 Os Temas discutidos no 1º Encontro com os GFs e o que indicaram os questionários 134
3.1.4.1 A ausência da Geometria Analítica no Ensino Médio 136
3.1.4.2 Estranhamento em relação às práticas matemática do Ensino Superior 141
3.1.4.3 Desempenho dos/as licenciandos/as em Geometria Analítica 144
3.1.4.4 Estratégias e práticas de estudo 147
3.1.4.5 Outras respostas apontadas pelos/as licenciados/as 149
3.2 O 2º Encontro com os Grupos Focais 152
3.2.1 O 2º Encontro com o Grupo Focal 3 – GF3 152
3.2.2 O 2º Encontro com o Grupo Focal 1 – GF1 157
3.2.3 O 2º Encontro com o Grupo Focal 2 – GF2 159
3.3 O 3º Encontro com os Grupos Focais 163
3.3.1 O 3º Encontro com o Grupo Focal 3 – GF3 166
3.3.2 O 3º Encontro com o Grupo Focal 1 – GF1 168
3.3.3 O 3º Encontro com o Grupo Focal 2 – GF2 171
3.4 O 4º Encontro com os Grupos Focais 174
3.4.1 O 4º Encontro com o Grupo Focal 3 – GF3 174
3.4.2 O 4º Encontro com o Grupo Focal 1 – GF1 177
3.4.3 O 4º Encontro com o Grupo Focal 2 – GF2 182
3.5 A lista de exercícios extra, resolvida voluntariamente 185
3.6 Sobre a proposição da resolução e da elaboração de problemas na dinâmica dos grupos focais e a seleção de eventos para análise 186
3.7 O tratamento do material empírico produzido a partir dos encontros dos Grupos Focais 188

4 ANÁLISE 190
4.1 *"Determinante"*: recursos de vocabulário na apropriação de práticas de numeramento escolares 194
4.2 "*Mas é esfera, a terra é esférica!*": gestos como mediadores visuais na apropriação de práticas de numeramento escolares 211
4.3 "*Agora, completar quadrado!*": narrativas e rotinas na apropriação de práticas de numeramento escolares 247

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS 270

REFERÊNCIAS 281
APÊNDICES 302
ANEXOS 398

APRESENTAÇÃO

A pesquisa que subsidiou esta tese focalizou estudantes de Licenciatura em Matemática da Universidade do Estado da Bahia (Uneb) – *Campus* Caetité apropriando-se de práticas de numeramento da Geometria Analítica, referenciando-se em sua vivência discente na Educação Básica e/ou no Ensino Superior e mesmo nas suas perspectivas de atuação como docente.

A intenção deste estudo é discutir a complexidade dos processos de significação que constituem ~~a~~ apropriação de práticas discursivas, o que demanda a interlocução com uma comunidade de usuários da língua, o cotejamento das intenções dos sujeitos e das instituições que produzem e legitimam seus discursos, e o manejo de seus recursos e de seus constrangimentos.

A eleição do conteúdo Geometria Analítica nesta investigação se deve, de um lado, às suas diversas aplicações em diferentes atividades humanas e à possibilidade de resgate das intenções de sua configuração forjada historicamente que demarca um modo de pensamento que, para o bem e para o mal, se tornou hegemônico, de um modo geral, na Matemática, nas Ciências Modernas e na Modernidade. Por outro lado, considerando nossos propósitos analíticos, avaliamos que a Geometria Analítica ofereceria oportunidades de trânsito entre dois campos da Matemática, com objetos, símbolos e modos de abordagem e legitimação com características próprias, o que, apostamos, nos ajudaria a identificar diferentes instâncias de significação sendo mobilizadas nas interações entre licenciandos, motivadas pela produção e resolução de problemas nessa área.

Assumindo as práticas de numeramento como práticas discursivas, tecemos nossa análise de modo a contemplar a apropriação dos recursos disponibilizados, das intenções explícitas e implícitas e dos constrangimentos impostos a e pela produção desses discursos. Para isso, recorremos às elaborações de Anna Sfard (2007, 2008) sobre as características críticas na composição dos discursos da matemática hegemônica – o vocabulário, os mediadores visuais, a produção de narrativas e sua legitimação por um conjunto de rotinas aceitáveis e úteis – que tomamos como eixos de nossa análise.

Esta tese foi organizada em quatro capítulos, de modo a: apresentar a maneira como elaboramos a proposição do problema; discutir abordagem metodológica que arquitetamos; relatar os encontros dos grupos focais e a produção do material empírico; e compartilhar a análise que tecemos dos eventos de numeramento que selecionamos. Ao final, trazemos algumas considerações que refletem um pouco do que aprendemos nesse exercício investigativo e apontam algumas de suas limitações e também de provocações a novos estudos.

1 PROPOSIÇÃO DO PROBLEMA

> *Não há para mim, na diferença e na "distância" entre a ingenuidade e a criticidade, entre o saber de pura experiência feito e o que resulta dos procedimentos metodicamente rigorosos, uma ruptura, mas uma superação. A superação e não a ruptura se dá na medida em que a curiosidade ingênua, sem deixar de ser curiosidade, pelo contrário, continuando a ser curiosidade, se criticiza. Ao criticizar-se, tornando-se então, permito-me repetir, curiosidade epistemológica, metodicamente "rigorizando-se" na sua aproximação ao objeto, conota seus achados de maior exatidão*. (FREIRE, 2011, p. 23)

O presente capítulo, com o intuito de apresentar o problema que demandou a pesquisa que será relatada, traça um pouco da minha história, que, de certa forma, estabelece uma relação de identidade com os sujeitos da pesquisa. Essa história introduz e justifica os objetivos da pesquisa e ajuda a defender sua relevância para o campo da Educação Matemática. Em seguida, trazemos[1] alguns dados sobre os Cursos de Licenciatura em Matemática do Brasil, em particular, sobre o Curso da Uneb de Caetité - BA, e, de modo a inserir esta investigação no âmbito das preocupações e das contribuições para a formação de docentes que lecionarão matemática nos anos finais do Ensino Fundamental, no Ensino Médio e mesmo no Ensino Superior, também buscamos dialogar com outros estudos sobre licenciaturas em matemática.

Tendo optado por focalizar a apropriação de práticas escolares relacionadas à Geometria Analítica, incluímos neste capítulo algumas discussões que explicitam nossa compreensão desse campo como produção humana, histórica e formativa, apresentando um panorama histórico do desenvolvimento da Geometria Analítica e de sua inserção no ensino de matemática do Brasil, contemplando o marco legal dessa inserção na atualidade, e apontando como alguns estudos focalizam, ainda que sob outras perspectivas que não a que acolhemos, o ensino da Geometria Analítica.

---

[1] Neste relatório de pesquisa, aparecerão alternadamente os usos da primeira pessoa do singular e do plural, conforme o texto se refira a ações pessoais do pesquisador ou a decisões ou ideias que foram elaboradas ou assumidas coletivamente, com a orientadora e/ou o Grupo de Estudos sobre Numeramento – GEN.

Por fim, com o intuito de introduzir a perspectiva teórico-metodológica que adotamos, discutimos algumas abordagens das práticas de numeramento e de seus processos de apropriação nos trabalhos desenvolvidos no Grupo de Estudos sobre Numeramento (GEN)[2] e assumimos a apropriação de práticas de numeramento como um construto teórico que subsidia estudos voltados para a natureza discursiva das práticas matemáticas, constituídas nas interações em contextos acadêmicos, escolares e de outras instâncias da vida social. Em especial, apresentamos quatro estudos que focalizam a apropriação de práticas de numeramento por estudantes de diferentes licenciaturas em matemática da Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG).

Considerando as práticas de numeramento como práticas discursivas, interessou-nos buscar um referencial que nos subsidiasse na caracterização da matemática como discurso. Com essa intenção, recorremos à perspectiva sob a qual Anna Sfard (2007, 2008) elabora essa caracterização e compreende a aprendizagem da matemática como o uso de seu vocabulário próprio, o recurso a determinados mediadores visuais e a adoção de certas rotinas que legitimam a produção de narrativas em que consiste o fazer matemático. Essa caracterização dará suporte à análise que procedemos dos eventos em que identificamos modos de apropriação de práticas de numeramento por estudantes de Licenciatura em Matemática da Uneb-Caetité-Ba.

1.1 A (minha) história rumo ao (nosso) objeto de estudo

Meu caminho pelo mundo
Eu mesmo traço.
A Bahia já me deu
Régua e compasso.
(GILBERTO GIL, 1975)

Inicialmente, com o objetivo de apresentar *A (minha) história rumo ao (nosso) objeto de estudo*, peço licença para contar um pouco da minha história pessoal, da minha trajetória escolar e das condições que me levaram a escolher um curso universitário voltado para docência. O meu perfil traz características muito próximas ao perfil de boa parte dos estudantes de Licenciatura em Matemática da Universidade do Estado da Bahia (Uneb),

---

[2] Grupo de Estudos sobre Numeramento (GEN) foi criado em 2005, é cadastrado no CNPq e está vinculado à linha de pesquisa de *Educação Matemática*, do *Programa de Pós-graduação em Educação: Conhecimento e Inclusão Social* da Faculdade de Educação da Universidade Federal de Minas Gerais-UFMG, coordenado pela Profa. Dra. Maria da Conceição Ferreira Reis Fonseca.

Campus VI, Caetité, sujeitos desta pesquisa. Entre outras características, posso elencar os fatos de: ter minha origem na zona rural; ter mudado para uma cidade de porte médio, fato que ocorreu na infância; ter cursado o Ensino Médio em escola pública; ser o primeiro da família a ingressar na universidade; ter pais com baixa escolaridade etc. Outro aspecto a ser sublinhado, porque me conecta com o objeto desta investigação, é a minha experiência na condição de professor de matemática construída em um contexto de formação de professores em uma Licenciatura em Matemática.

Sou o sexto filho de José e Josefa, casal de origem humilde da zona rural do município de Antas, que fica na região do semi-árido do nordeste baiano. Na união, na solidariedade, com muita labuta e amor incondicional, José e Josefa geraram 9 filhos: 6 homens e 3 mulheres. Trabalhando na roça desde muito cedo, meu pai estudou as séries iniciais e, mesmo com toda limitação das condições em que vivia, aprendeu a ler, escrever e fazer as quatro operações básicas da matemática. Minha mãe estudou até a 4ª série primária, o que lhe oportunizou, dentro de um contexto de educação precária, ter uma pequena experiência como professora, alfabetizando outras pessoas na localidade onde vivia. Mesmo com pouca escolaridade e pouca vivência com o mundo urbano, meus pais resolveram se mudar da zona rural para uma cidade que oportunizasse a seus filhos o acesso à escola. A cidade escolhida foi Itapetinga[3], que fica a 763 km de Antas.

Assim, quando eu tinha 5 anos de idade, em 1970, mudamos para Itapetinga onde meu pai montou um comércio (bar e lanchonete), em que ele, minha mãe e meus irmãos e irmãs iriam trabalhar para prover o sustento, sem abrir mão de que todos/as estudassem, principal motivo da mudança para esse lugar. Apesar das limitações no domínio que meu pai tinha das quatro operações matemáticas, as variadas práticas do comércio (compra de produtos para produção de alimentos, definição de custo final de um produto a ser vendido com margem de lucro, controle e reposição de estoque, contas a pagar e receber, cálculo mental de pequenas contas etc) o conduziram a um bom desempenho e um bom domínio das atividades comerciais.

Fiz o meu primário (1ª a 4ª séries) em escola pública em Itapetinga, no Prédio Escolar José Vaz Espinheira. Como meus pais sempre foram católicos e participavam das atividades da Igreja, quando ingressei na 5ª série, eles conseguiram uma bolsa de estudos para mim em uma escola religiosa coordenada por freiras, o Colégio Madre Savina Petrilli, onde estudei até

[3] Segundo meu pai, a escolha por Itapetinga foi porque se tratava de uma cidade nova (tinha 18 anos de emancipação na época), de economia voltada para pecuária e acreditava-se que seria uma cidade promissora. Itapetinga está localizada no Centro-sul da Bahia.

a metade da 7ª série, em 1980, período em que meus pais resolveram se mudar para Vitória da Conquista. Nesse ano, cursei o segundo semestre da 7ª série no Instituto de Educação Euclides Dantas (Ieed) nessa nova localidade em que minha família foi morar.

Lembro-me de um episódio dessa época que já demonstrava a minha afinidade com a disciplina matemática, pois, logo após aproximadamente um mês de aula, a professora, que era considerada muito exigente na sala de aula, passou um teste de matemática e eu obtive uma das maiores notas da sala, enquanto mais de 70% da turma obteve um desempenho abaixo da média. Mesmo eu sendo muito tímido, a partir daquele momento, alguns colegas começaram a pedir para estudar comigo para que eu os ajudasse a entender os assuntos de matemática, já naquele segundo semestre da 7ª série.

No ano seguinte, 1981, por necessidade de ajudar meu pai nos trabalhos do comércio (bar e restaurante) durante o dia, tive que passar a estudar à noite em uma escola particular, o Instituto Conquista de Educação e Preparo – Icep, no qual cursei a 8ª série. Nesse período, por volta dos meus 15 anos, começou a constituir-se a minha relação com a Matemática de forma reflexiva. Desde muito cedo, ouvia falar que "matemática era difícil". Durante o Ensino Fundamental, apenas eu e uma dezena de colegas, de uma turma de aproximadamente quarenta alunos, conseguíamos um bom desempenho nas avaliações e uma certa "aprendizagem" na disciplina matemática. Mais da metade da turma ficava em recuperação no final do ano em matemática e era fala recorrente, entre colegas, professores e as pessoas adultas, que "matemática era a disciplina que mais reprovava" ou, ainda, que "quem é bom em matemática é inteligente" etc.

Não posso deixar de abrir uns parênteses para falar rapidamente da minha infância em Itapetinga. As nossas opções de brincadeira, no geral, eram de jogar bola, descalço e em chão batido, mas existiam as fases em que brincávamos um pouco de tudo: jogávamos triângulo, peão, gude, brincávamos de corridas, construção de cabanas no meio do mato e, aos domingos, "quando conseguíamos dinheiro"[4], íamos ao cinema. Para ir ao cinema, invariavelmente, eu e uns 3 amigos da rua em que morávamos, pegávamos o resto de fios (um

---

[4] Esta expressão "quando conseguíamos dinheiro" deve ser vista como fruto de uma atividade laboral que, embora envolvesse o trabalho, era espontânea e de curtição, feita com prazer. Ademais nunca fui privado de fazer coisas simples do cotidiano por falta de dinheiro – o lazer praticado por nós, em geral, não tinha custos, exceto o cinema. Se por um lado, tínhamos consciência das nossas limitações financeiras, por outro, meus pais nunca nos deixaram faltar nada, sempre suprindo as nossas necessidades, dentro do universo de uma vida simples.

lixo que seria descartado[5]) das oficinas de automóveis, que ficavam na rua conhecida como "Ponto Certo" (Av. Vitória da Conquista) para vender o cobre ("em quilo") e fazer o dinheiro do cinema.

Nessa fase, também, desenvolvi uma pequena habilidade com a carpintaria. A partir da observação desse ofício, construía móveis em miniaturas (mesas, cadeiras, bancos, cama, prateleiras etc). Observo que a matéria prima para a confecção desses móveis em miniatura era material reaproveitado: pegava pedaços (sobras) de madeiras e tábuas no "lixo" das carpintarias que ficavam perto da minha casa. Sem perceber, estávamos impregnados de práticas matemáticas do cotidiano nas atividades lúdicas e na incipiente e amadora prática de carpintaria.

Na família, não tínhamos tradição de comemorar aniversários, mas me lembro que o presente mais importante que ganhei e que encheu os meus olhos de alegria foi, na época em que completei 10 anos, quando meu pai me deu um pequeno serrote, um martelo e um formão. Eu me senti um carpinteiro totalmente equipado! Tanto que brinquedos, como patinete e sinuca, em proporção pequena (a régua e o esquadro garantiam as formas geométricas e a simetria desses brinquedos), eu mesmo fazia os meus e os de alguns amigos. Foi uma fase rica em aventura e criatividade.

Já na pré-adolescência, além das atividades escolares e das brincadeiras do dia a dia, os meus pais já nos envolviam em alguns afazeres do mundo do trabalho, sem que abríssemos mão da escola. Em Itapetinga, teve período em que eu e meus irmãos saíamos para vender picolé nos bairros e campos de futebol e teve uma época em que cheguei a vender jornal. Mais uma vez, as práticas matemáticas eram experienciadas no processo de cálculo mental dos produtos comercializados e no exercício de "passar o troco".

Retomando a minha trajetória escolar, em 1982, voltei a estudar em escola pública, no Instituto de Educação Euclides Dantas (Ieed), para cursar o 2º grau. Na época, a opção de curso de formação profissionalizante[6] disponível no noturno[7] era o curso de Auxiliar Técnico de Escritório. Apesar de os conteúdos de matemática não serem apresentados com maiores aprofundamentos, a "matemática" persistia em amedrontar a maioria dos meus colegas.

[5] Inconscientemente, contribuíamos com o meio ambiente, pois, na época, não fazíamos a menor ideia do que era reciclagem/reaproveitamento.

[6] À época, por força da Leis de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN) 5692/71, as escolas de 2º. Grau deveriam necessariamente oferecer formação profissional no nível de Auxiliar Técnico.

[7] A Escola só tinha essa opção no turno noturno, o curso de Magistério funcionava no turno matutino.

Minha relação com a disciplina, todavia, continuava sendo satisfatória, o que me direcionaria, em um momento posterior, a optar pela área de exatas, quando da opção pelo curso superior.

Em 1983, ainda vivíamos sob uma ditadura militar e comecei a me envolver com o Movimento Estudantil, tendo como foco principal a luta em defesa da Educação, e, no geral, a luta contra a ditadura e em defesa das liberdades democráticas. Nesse ano, entre outras atividades, fizemos uma mobilização entre os estudantes do turno noturno e de pais de alunos do diurno do Ieed para reivindicar o não pagamento da taxa de matrícula[8] exigida pela direção da escola. Em função da mobilização estudantil, a direção da escola teve que recuar de tal obrigatoriedade.

No ano de 1984, já cursando o 3º ano do 2º grau, fui eleito presidente do Centro Cívico[9] e, além de atuarmos como Grêmio Livre, promovemos uma série de atividades esportivas, culturais, políticas e de formação. No embate político, defendíamos explicitamente o fim do Regime Militar e as eleições diretas em todos os níveis: queríamos ter o direito a participar de eleições e, assim, de poder eleger do/a diretor/a de escola ao presidente da república. Ao final do Ensino Médio, com essa intensa militância no Movimento Estudantil, busquei estudar, discutir e defender políticas públicas voltadas à Educação, o que certamente me influenciaria a tentar ingressar em um curso superior voltado para essa área.

Em 1985, envolvido na luta pela Educação e na militância política, fui influenciado a tentar o acesso ao Ensino Superior. Observo que fui o primeiro dos meus irmãos a ingressar na Universidade. Naquela época, ao terminar o 2º grau e dadas as limitações econômicas da família, a prioridade era estudar para concurso público, até porque o acesso ao Ensino Superior era restrito aos grandes centros, e foi o que meus irmãos mais velhos fizeram: primeiro conquistaram um emprego por meio de concurso púbico, para, depois de alguns anos, virem a fazer um curso Superior. Nesse aspecto, gozei de um certo privilégio/oportunidade, pois, primeiro, fui fazer um curso no Ensino Superior para, depois, tentar ingressar no mundo do trabalho e buscar alguma "estabilidade" financeira.

---

[8] Por ser uma Escola Pública, na época, a direção da escola tentou instituir uma taxa de matrícula por meio do artifício da "doação":obrigava-se no ato da matrícula que se "doassem" duas resmas de papel ofício. A falta de base legal da referida cobrança e indícios de iniciativa privatista levaram os estudantes e pais de alunos a rejeitar e boicotar as "doações".

[9] Centro Cívico foi a entidade criada pelo Regime Militar para substituir o Grêmio Estudantil, com o objetivo de que a agremiação estudantil fosse controlada pela direção da escola, por meio de um(a) professor(a) responsável pela censura e orientação das atividades. Nossa gestão atuou como Grêmio Livre e a primeira providência foi não aceitar a intervenção da direção da escola nas ações do Grêmio. A Lei do Grêmio Livre (Lei nº 7.398), de autoria do Deputado Aldo Arantes, só foi sancionada em 04/11/1985, durante a redemocratização.

Nessas condições, quando fiz o vestibular para ingressar na Universidade, fui aprovado em dois cursos da área de Educação: Pedagogia pela Universidade Católica de Salvador (Privado) e Licenciatura em Ciências na Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (Público) em Vitória da Conquista-BA. As condições econômicas da minha família foram determinantes para que eu desistisse de fazer o curso de Pedagogia (pago) na Capital (Salvador), o que me fez ficar em minha cidade e cursar a Licenciatura na área com a qual tinha afinidade.

Quando ingressei no Curso de Licenciatura em Ciências, fiz, a princípio, a Licenciatura Curta, que nos habilitava a trabalhar com Matemática e Ciências em turmas de até a 8ª série do Ensino Fundamental. Totalmente envolvido com a política[10] e com o Movimento Estudantil, militei em instâncias da Universidade como representante discente e dirigi várias entidades estudantis locais, estadual e nacional, tais como o Diretório Acadêmico “Dinaelza Coqueiro” e o Diretório Central dos Estudantes (DCE) da Uesb, União dos Estudantes da Bahia (UEB) e União Nacional dos Estudantes (UNE). Em meio a essa intensa militância e afinidade com a Matemática e a Física, inicialmente, queria fazer a habilitação plena em Física, mas, na época, o número de alunos com interesse em Física era pequeno (apenas 2) e não foi viável abrir a 1ª turma. Assim, dei continuidade à Licenciatura em Ciências com habilitação plena em Matemática.

No decorrer da graduação, não obstante ter contado com excelentes professores das disciplinas específicas de matemática e das disciplinas pedagógicas, a maioria de nós (eu e os demais colegas de graduação) encontrava dificuldades na apropriação das práticas matemáticas acadêmicas em função da novidade dos conteúdos, do maior nível de aprofundamento e rigor e das formas como tais práticas eram abordadas, do ponto de vista pedagógico.

A partir do meio do Curso, passei a ter experiência em sala de aula como docente. Fiz estágio remunerado em escola pública noturna, o antigo Colégio Eraldo Tinoco, ministrando aulas de matemática da 5ª à 8ª séries; ministrei aulas da 5ª à 7ª séries em escola cooperativada (Cooeduc); fui professor substituto no Colégio Polivalente e Centro Integrado de Educação Navarro de Brito (Escolas Estaduais), ministrando aulas de Matemática e Estatística para turmas do Ensino Médio; fui professor concursado na Escola Renato Viana, na cidade de Anagé-BA, ministrando aulas de matemática no 1º e 2º graus, sendo que, no 2º grau, as aulas

[10] A militância estudantil me levou à política partidária. Em 1989, fui eleito o primeiro Coordenador Nacional da Juventude Socialista Brasileira (JSB), órgão vinculado ao Partido Socialista Brasileiro (PSB) e participei da direção Nacional e Municipal (Vitória da Conquista) do PSB.

eram para as turmas de magistério e, diante disso, trabalhava, também, com Metodologia do Ensino da Matemática.

Com essa experiência diversificada e por mais que me esforçasse para tentar fazer com que meus/minhas alunos/as tomassem gosto pela Matemática e entendessem os conteúdos trabalhados, um número considerável de estudantes afirmava que matemática era muito difícil e que não conseguia entendê-la. Persistia, na maioria dos meus alunos, uma certa dificuldade em estudar e compreender matemática e as conhecidas frases de meus colegas, escutadas por mim na década de 1980, continuavam a ressoar entre o corpo discente na década de 1990. A percepção que tinha é de que parte desses estudantes que se diziam inaptos para estudar matemática reproduziam frases de seus familiares e de outros professores, que, tradicionalmente, trabalhavam com uma estratégia de ameaça e disseminavam o "medo" para impor autoridade e poder perante os estudantes.

Em 1996, passei a ter experiência com o Ensino Superior: fui professor substituto da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (Uesb), na cidade de Itapetinga, ministrando aulas de Matemática e Física para o curso de Zootecnia. Nesse mesmo período, fui aprovado em Concurso Público para Universidade do Estado da Bahia (Uneb) e passei a ministrar aulas para o curso de Ciências com habilitação plena em Matemática (que passou a ser denominado Licenciatura em Matemática em 2004, após adequação às diretrizes curriculares nacionais) no *Campus* VII da Uneb, na cidade de Senhor do Bonfim - BA, que fica a aproximadamente 650 km de Vitória da Conquista (onde residia e resido até hoje). Fiz essas viagens, semanalmente, para ministrar aulas, durante seis anos até ser transferido para o *Campus* VI da Uneb, na Cidade de Caetité-BA, que fica a 237 km de Vitória da Conquista-BA e onde estou lotado até os dias atuais.

Quando fiz o Concurso para Uneb, a vaga foi para Matemática em geral e não definia disciplinas específicas. Assim, na condição de professor iniciante, tinha que ministrar as disciplinas que estavam sem professor, e, logo no primeiro semestre, fui escalado para ministrar duas disciplinas de 90 horas: a disciplina *Geometria Analítica* e *Cálculo Vetorial* e a disciplina *Física Instrumental e Experimental*. Um detalhe importante é que as duas disciplinas eram oferecidas para a mesma turma. Ou seja, os/as estudantes tinham que me "tolerar" durante 12 horas semanais, com aulas concentradas de quinta-feira a sábado. Foi uma primeira experiência rica e desafiadora no Ensino Superior, em que busquei mesclar as aulas expositivas com resolução de exercícios e experimentos de Física em laboratório. Foi um grande aprendizado para mim e, acredito, para os/as meus/minhas alunos/as, haja vista que eu observava que eles/as se envolviam nas aulas e atividades e que mais de 70% apresentaram bom desempenho nas avaliações (apesar de entender que apenas esse parâmetro não possa ser considerado suficiente para avaliar o efetivo aprendizado dos/as estudantes). No meu caso, a experiência de professor iniciante foi muito significativa e vejo seus reflexos, de certa forma, até os dias atuais, na empolgação que ainda motiva minha prática docente no esforço permanente de promover o envolvimento dos/as meus/minhas alunos/as nas atividades que proponho.

Nos semestres e anos subsequentes, fui acumulando experiência na docência do Ensino Superior, combinando a minha afinidade por determinadas disciplinas com as necessidades do Colegiado e do Curso de Licenciatura em Matemática. Assim, assumia, invariavelmente, nos respectivos semestres, as disciplinas *Lógica, Geometria Plana, Geometria Espacial, História da Matemática, Seminários Temáticos* e, com menor frequência *Estatística I e Estatística II*. É valido ressaltar que as ementas das disciplinas específicas de matemática tratam dos respectivos conteúdos matemáticos sem maiores preocupações em ensinar a/ao licencianda/o em matemática como deveriam ser trabalhados no Ensino Fundamental e no Ensino Médio. Supostamente, essa tarefa ficaria a cargo das disciplinas pedagógicas. Até os dias atuais, embora já se tenha discutido em diferentes instâncias como estabelecer uma maior interação entre conteúdos e metodologias para melhor qualificar o futuro professor de matemática, os cursos de Licenciatura em Matemática, em geral, ainda se estruturam e/ou se realizam com uma profunda cisão entre as abordagens acadêmicas e escolares.

Durante o período em que venho ministrando aulas no Curso de Licenciatura em Matemática, sempre tive uma relação positiva com meus/minhas alunos/as, buscando estimular o estudo para que não desistissem das disciplinas e do curso. Não obstante a minha timidez, alguns/mas alunos/as relatavam que a minha empatia em sala de aula e o fato de eu sempre afirmar que as minhas disciplinas eram as “mais fáceis” do curso contribuíam para uma maior aproximação de boa parte dos/as estudantes e uma não rejeição às disciplinas que ministrava. Isso não significa que, em minhas disciplinas, não houvesse reprovação e desistência, inclusive desistência do curso. Talvez isso tenha acontecido, não exatamente ou exclusivamente por causa das disciplinas, mas, também, por outros diversos motivos que se têm relacionado à evasão nas Licenciaturas em Matemática.

Inicialmente, a minha prática em sala de aula, em grande parte, trazia a influência dos professores da minha graduação, com métodos tradicionais, o famoso “cuspe e giz”, no qual se trabalhava a maioria dos conteúdos com apontamentos (teoremas, definições e propriedades) e resolução de listas de exercícios. Com o passar do tempo, novas tecnologias e acesso à informação foram sendo agregados ao conjunto da sociedade e, em particular, às práticas dos/as estudantes, que se apropriam desses recursos tecnológicos com muita facilidade e velocidade. Entretanto, por mais que nós, professores, nos esforcemos para uma maior diversidade metodológica com a realização de seminários, pesquisas, oficinas, exibição de vídeos etc, a sensação que tenho é de que boa parte de nós estávamos na era analógica, enquanto os/as estudantes estavam/estão na era digital.

De certa forma, o trágico momento de contaminação (e o exagerado número de óbitos) provocado pela pandemia da covid-19[11], que nos impôs o distanciamento social e trouxe para o nosso cotidiano os modos de interação remota, estabeleceu uma nova realidade que, se por uma vertente, obrigou o corpo docente a imergir no mundo digital, alterando nossas práticas pedagógicas; por outra vertente, também escancarou as desigualdades de condições de acesso aos recursos tecnológicos, mesmo entre estudantes do Ensino Superior.

Durante a maior parte desse percurso da profissão docente no Ensino Superior, exerci outras atividades profissionais no âmbito da Gestão Municipal, que, se por um lado, me proporcionaram uma razoável experiência política e administrativa, por outro lado, não me permitiram uma dedicação exclusiva à sala de aula. Todavia, na condição de professor de matemática, nunca abri mão da reflexão crítica acerca da Educação e dos contextos sócio-históricos vivenciados para uma formação cidadã. Com efeito, a realidade de nossa universidade não se diferencia da realidade do conjunto das universidades brasileiras em que, reiteradamente, a comunidade universitária tem que fazer mobilizações e paralisações para garantir as condições mínimas de funcionamento da Universidade Pública.

São essas vivências de meu percurso inicial, as alegrias e as angústias em relação ao aprendizado dos/as estudantes em quase 25 anos de experiência na condição de professor do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade do Estado da Bahia (Uneb), *Campus* VI, na cidade de Caetité-BA, ministrando aulas e trabalhando com estudantes ingressantes, estudantes do meio do curso e estudantes concluintes, que serão habilitados/as a atuar como professores/as de matemática, que me motivaram a investigar os modos como esses e essas jovens (e, eventualmente, pessoas adultas) se apropriam das práticas matemáticas em um curso de ensino superior de formação docente. Em suma, é esse olhar de docente no Ensino

[11] A declaração de contaminação comunitária da Covid 19 no Brasil se deu em março de 2020 e, em abril de 2021, o nível de contaminação e óbitos ainda estavam numa escala crescente e sem controle.

Superior em diálogo com as minhas vivências quando estudante e professor da Educação Básica que inspirou a realização dessa pesquisa, na expectativa de que a análise e as considerações que, a partir dela tecemos, nos ajudem a identificar, compreender e, eventualmente, tensionar ou potencializar as referências que os/as licenciandos/as constituem e mobilizam nos processos de significação que sua formação em Matemática e que sua atuação docente lhe oportunizam, demandam e, por meio deles (e neles), se con-formam.

1.2 Questões sobre licenciaturas em Matemática e sobre a Licenciatura em Matemática da Uneb-Caetité

Antes de fazermos referência aos cursos de Licenciatura em Matemática em específico, trazemos, inicialmente, alguns dados educacionais do contexto brasileiro dos últimos anos. Em um país marcado pelas desigualdades sociais, onde a taxa conclusão do ensino superior entre jovens adultos de 25 a 34 anos foi de apenas de 17% em 2017, enquanto, nos países da Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), foi registrado um percentual de 43% (OCDE, 2018), os dados educacionais merecem uma reflexão atenta.

No Brasil, a participação da rede privada no Ensino Superior (ES) é de 75,3%. Ou seja, de cada 4 estudantes do ES no Brasil apenas 1 frequenta uma instituição pública. Na Bahia, essa relação é mais equilibrada, para cada 2,2 estudantes da rede privada, temos 1 da Rede Pública (BRASIL-Inep, 2016). Segundo Ministério da Educação (2018), no Brasil, das 296 instituições públicas que ofertam o Ensino Superior, 107 são instituições federais e são responsáveis pela matrícula de 15,5% dos/as estudantes do Ensino Superior; as 123 instituições estaduais (concentram-se mais nas regiões Nordeste e Sudeste do país) são responsáveis pela matrícula de 7,7%; e as 66 instituições municipais representam 1,4% dos/as estudantes matriculados no Ensino Superior.

Além disso, atualmente, vivemos em uma conjuntura política, na qual a ofensiva conservadora e privatista deseja a retirada de direitos sociais, o desmonte da universidade pública com restrição do acesso ao Ensino Superior às pessoas de camadas populares, o corte de verbas para educação e o patrulhamento ideológico no exercício da docência, entre outras pautas de mercantilização da Educação.

As Licenciaturas e demais cursos de formação de professores para a Educação Básica que havia na época representavam, em 2011, 26% do total de cursos de nível superior no

Brasil (BRASIL, 2011). Em 2017, segundo o Censo da Educação Superior, as Licenciaturas representavam 21,1% do total de cursos de nível superior no Brasil, enquanto os bacharelados representavam 60,1% e os cursos tecnológicos 19,1%. Nos últimos dez anos, enquanto o crescimento do número de estudantes em cursos de licenciatura foi de apenas 43,5%, o número de estudantes de bacharelado quase dobrou e, nos cursos tecnológicos, o aumento foi de quase 150% (BRASIL, 2016). É de se observar que o crescimento e a expansão das Licenciaturas se deram de forma mais efetiva a partir da promulgação das Leis de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN) em 1996, que estabeleceu a obrigatoriedade de curso superior para formação de professores em todos os níveis de ensino (BRASIL, 1996).

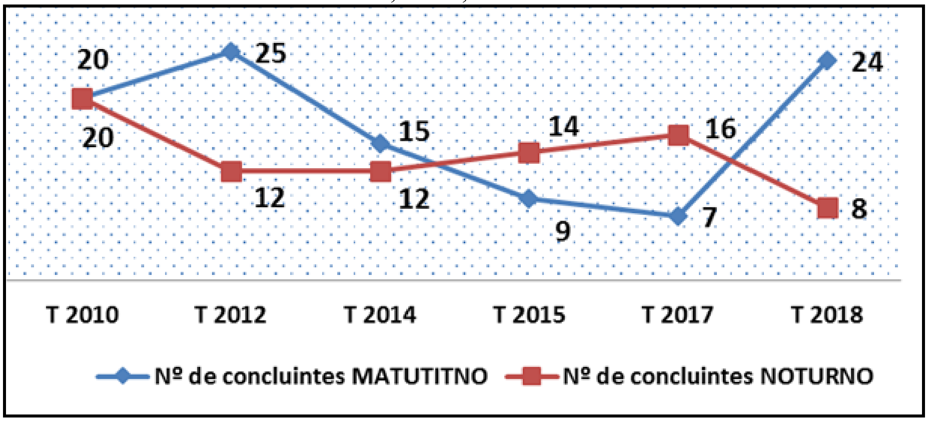
Além disso, deve-se considerar a ampliação de vagas e do acesso ao ensino superior ocorrida no Brasil, refletindo políticas de incentivo e democratização do Ensino Superior implantadas nos primeiros 15 anos do século XXI, com um aumento de quase cinco vezes o número total de estudantes matriculados: de 1,7 milhão de estudantes em 1995 para de 8,3 milhão de estudantes em 2017 (BRASIL-Inep, 2018). Entretanto, nas cidades de porte médio onde existe Universidade, ainda é restrito o número de vagas e as opções de cursos, que, na sua expressiva maioria, são cursos de Licenciatura que cumprem a função social, legal, cultural e acadêmica de capacitar os/as ingressantes a lecionar a disciplina escolhida por meio do curso e a atuar de forma especializada e reconhecida no exercício da docência em suas regiões.

Não obstante os Cursos de Licenciatura em Matemática das Instituições de Ensino Superior (IES) públicas terem adequado seu Projeto de Curso às Diretrizes Curriculares Nacionais (DCN) (BRASIL, 2003) e Resoluções CNE/CP 01 e CNE/CP 02 (BRASIL, 2002a; 2002b) aprovadas para cursos de Bacharelado e Licenciatura em Matemática, grande parte dos cursos de Licenciatura em Matemática ainda não apresenta uma articulação/mediação entre a formação específica e a formação pedagógica (AZEVEDO et al, 2012; GATTI, 2010).

Cabe ainda considerar que, em 2014, a taxa de desistência (evasão) nos cursos de Licenciatura em Matemática foi de 52,6% e, apenas, 24,2% dos que ingressam nesse tipo de curso o concluíam (BRASIL-Inep, 2016). Ainda que a média dos que concluem o curso de Licenciatura em Matemática da Uneb em Caetité seja um pouco mais alta – no período de 2010 a 2018, a média foi de 39%, segundo dados da Secretaria Acadêmica da Uneb *Campus*

VI – ainda nos parece preocupante constatar que dos 40 alunos que ingressam anualmente, em média, apenas 15,5 concluem o curso (ver Gráfico 1)[12].

Gráfico 1 – Número de concluintes do curso de Licenciatura em matemática, por turno e ano de conclusão, Uneb, Caetité



Fonte: Elaboração própria com base nos dados da Secretaria Acadêmica da Uneb, *Campus* VI.

Com efeito, no Brasil, em 2016, a proporção dos números de ingressantes e de concluintes em cursos da área de exatas para cada 10.000 habitantes ainda era muito pequena. Considerando a área geral do curso, na área de exatas (Matemática, Ciências e Computação) para cada 10.000 habitantes, o número de ingressantes em cursos dessa área é de 8,8 estudantes e o número de concluintes é de apenas 3,0 estudantes (BRASIL-Inep, 2016).

A questão da evasão nos cursos do Ensino Superior público e consequente redução do número de concluintes nas universidades devem ser analisadas e enfrentadas, em seus diferentes aspectos, para que possamos defender a ampliação de vagas e as condições de permanência dos/as jovens e de pessoas adultas na universidade pública.

O curso de Licenciatura em Matemática da Uneb, *Campus* VI – Caetité-BA, acolhe jovens que, na sua maioria, vêm de uma trajetória de escola pública, de cidades de porte pequeno e médio (alguns de zona rural) e de realidades diversas. O ingresso anual é de 40 estudantes, dos quais 60% ingressam pelo sistema de concorrência geral (não optante) e 40% pelo sistema de cotas (optante, que se autodeclaram negros e egressos da escola pública).

Segundo o *site*[13] da Uneb, um licenciando em matemática deve:

[12] Esses dados não refletem ainda os efeitos da Pandemia e das providências de isolamento social sobre as matrículas e a conclusão de curso no Ensino Superior, que ainda não foram analisados.
[13] Site oficial de UNEB. Disponível em http://www.uneb.br/caetite/dch/matematica/sobre/ Acesso em 28 de julho de 2017.

> Estudar a linguagem matemática, desenvolvendo o pensamento lógico dedutivo e o raciocínio matemático em situação do cotidiano e em outros campos do conhecimento. *O profissional estuda esses conhecimentos de forma integrada a conhecimentos pedagógicos (Educação) para que possa atuar como professor(a) da área nos níveis e modalidades de ensino da educação básica.* (BAHIA-UNEB, s.d. grifo nosso)

Mesmo com esses propósitos supramencionados e com a tentativa do entrelaçamento de disciplinas voltadas para a educação matemática em seu currículo, o Curso de Licenciatura em Matemática da Uneb - Caetité, a exemplo da maioria dos cursos de Licenciatura em Matemática do Brasil, acaba sendo estruturado e desenvolvido de tal modo que não logra possibilitar às/aos licenciandas/os oportunidades e estratégias de (re-)significação ou ampliação dos conhecimento matemáticos que lhes foram apresentados em sua trajetória na Educação Básica (SERRAZINA, 2012; PONTE e CHAPMAN, 2008). Essa falta de conexão entre seu conhecimento e aquele que é contemplado nas disciplinas dos Cursos de Licenciatura pode ser um dos vetores que favoreçam a evasão.

Ao lado disso, entretanto, é preciso considerar questões externas e questões internas às salas de aula da Licenciatura, que interferem na dinâmica do curso e no envolvimento dos/as estudantes nele. Quanto às questões externas, podemos apontar a falta de atratividade da profissão de professor[14], a perspectiva de baixos salários na vida profissional, dificuldades financeiras do/a licenciando/a e da família e a consequente necessidade de trabalhar, situações que podem ser, entre outras, possíveis causas para evasão nas licenciaturas. Em relação às questões internas do curso, queremos destacar a hipótese de que o fato de o/a estudante fracassar nas disciplinas de matemática pode ser decisivo para ele/a desistir do curso, pois mesmo que esse/a aluno/a não pretenda atuar, no futuro, como professor/a de matemática, se ele/a tiver, no decorrer do curso, sucesso (em geral traduzido em bom desempenho e aprovação nas disciplinas), certamente ele/a seguirá com o curso para concluí-lo, afinal "o desejo de titulação superior está fortemente associado à busca de melhoria da qualidade de vida e estabilidade financeira" (MOURA; SILVA, 2007, p.7).

Em outras palavras, embora o/a estudante tenha vários motivos para evadir do curso de Licenciatura em Matemática, o insucesso pode estar potencializando essa evasão (TONEGUITTI; MARTINEZ, 2008). Muitos estudos, como o de Moreira e David (2016),

---

[14] Segundo o relatório sobre Políticas Eficientes para Professores da OCDE, de 2018, no Brasil, apenas 2,4% dos jovens de 15 anos têm pretensão de ingressar na carreira docente devido ao pouco reconhecimento social e aos baixos salários.

associam o insucesso ao estranhamento das práticas matemáticas do curso superior (que os autores chamam de matemática acadêmica), que, sob muitos aspectos, são diferentes das práticas matemáticas do cotidiano, mas, também, são diferentes das práticas matemáticas escolares da Escola Básica. Esses autores argumentam que a matemática acadêmica utiliza uma linguagem própria e que seus conhecimentos são produzidos por matemáticos profissionais que se preocupam, na maior parte das vezes, com as demonstrações, nas quais a rigidez das provas é muito importante para que a comunidade científica aceite o que produzem como conhecimento válido. Já na matemática escolar, o que é mais relevante é que o aluno tenha uma compreensão dos conteúdos matemáticos de forma que possa utilizá-los coerente e adequadamente em atividades matemáticas na escola e, se necessário, no seu dia a dia. Assim, parece caber ao aprendizado da matemática acadêmica nos cursos de licenciatura em Matemática apenas a missão de garantir o rigor nas demonstrações/provas para que, durante o processo de ensino-aprendizagem da escola básica, não haja dúvida da validade de determinado conhecimento matemático.

A lacuna entre a matemática acadêmica e a que se ensina na Educação Básica não é um tema novo. Um dos argumentos que, na década de 1960, subsidiou a proposta de incorporação da chamada Matemática Moderna[15]na escola elementar e média era apresentar a Matemática a crianças e adolescentes numa organização tal que promovesse uma aproximação entre os conteúdos da matemática escolar e os conteúdos que eram produzidos na academia, que, desde o século XVIII, com a intensificação da produção de conhecimento matemático, afastavam-se cada vez mais dos conteúdos escolares, que ainda eram os mesmos de décadas anteriores (GOMES, 2012).

Nos anos 1980 e 1990, com a constatação do fracasso dessa iniciativa, que se tornou ainda mais evidente no Brasil com a universalização do Ensino Fundamental, muitas críticas foram tecidas à ingenuidade desse propósito que não considerava as diferentes intenções das práticas matemáticas da academia, da escola básica e de outros contextos da vida social.

[15] O Movimento da Matemática Moderna (MMM) foi um movimento internacional de reformulação do ensino de Matemática, "[...] uma tentativa que nos anos 60 e 70 procurava superar o ensino tradicional que até a década de 50 privilegiava a Matemática clássica, o modelo euclidiano, a visão platônica" (PINTO e FERREIRA; 2006, p. 113). Apesar de o MMM não ter atingido o que se propunha e ser considerado criticamente como um movimento fracassado, a introdução da Matemática Moderna no ensino de matemática desde os primeiros anos da Educação Básica disseminou a linguagem associada à teoria de conjuntos e sua representação gráfica impregnada de simbologias. Essa nova proposta para o ensino da matemática, pretendia ser antes de tudo, inserir na escola o uso de "uma linguagem universal, clara e precisa fundamentada numa concepção estrutural-formalista com supremacia nas estruturas algébricas e na linguagem formal da Matemática" (FLORES, 2007, p. 152). Esse movimento era vinculado a um projeto maior, "um projeto modernista percebido como positivista, tecnocêntrico e racionalista, [que] buscava atender às novas necessidades sociais de progresso, de desenvolvimento, de modernização e avanço tecnológico" (idem).

D'Ambrósio (1996) admite que o Movimento da Matemática Moderna e outras iniciativas no campo da Educação Matemática desde os anos 1960 haviam trazido alguns avanços para o ensino da matemática, mas que seria preciso avançar, ainda, muito mais – e, em alguns casos, mudar a direção. O autor pondera que "[...] os alunos não podem aguentar coisas obsoletas e inúteis, além de desinteressantes para muitos. Não se pode fazer todo aluno vibrar com a beleza da demonstração do Teorema de Pitágoras e outros fatos matemáticos importantes" (D'AMBROSIO, 1996, p.59). Critica, também, a educação formal baseada na mera transmissão de teorias ou no adestramento por meio da prática repetitiva de exercícios e, por fim, defende "[...] a adoção de uma nova postura educacional, na busca de um novo paradigma de educação que substitua o já desgastado ensino-aprendizagem baseado numa relação obsoleta de causa-efeito" (D'AMBROSIO, 1996, p.121).

Consideradas, por um lado, as críticas ao ensino da matemática e à formação do professor ao longo das últimas décadas, podemos, por outro lado, supor que um dos principais motivos pelo qual um/a estudante opta por ingressar em um curso de Licenciatura em Matemática seria sua afinidade com a área de ciências exatas ou mesmo uma avaliação de sua relativa "facilidade" na "aprendizagem" matemática desde as séries iniciais da vida escolar até o ensino médio, ou, principalmente, nessa última etapa anterior à sua decisão sobre o curso superior. No entanto, apesar de ser a habilitação para o magistério a principal função de um curso de Licenciatura, sabe-se que nem todos os seus estudantes têm essa perspectiva ou esse objetivo pessoal para concluir o curso, e que, além disso, muitos licenciandos desistem no meio do caminho por questões de ordem interna e/ ou externa.

Com efeito, o distanciamento entre a formação específica e a formação pedagógica, a falta de suportes visíveis e invisíveis (MARTUCCELI, 2007), a fragilidade dos conhecimentos e dos recursos na preparação para o exercício da docência e para promoção de modos de apropriação de práticas matemáticas (acadêmicas e escolares) compatíveis (ou não) com a sua formação são variáveis a serem consideradas na proposição de investigações que busquem subsidiar a melhoria dos cursos de licenciatura e a discussão e o enfrentamento da evasão dos cursos de Licenciatura em Matemática, ainda que muitos fatores externos continuem atuando de forma a tensionar ou mesmo interromper a trajetória de formação de licenciandos e licenciandas.

Ao apresentarmos algumas informações e características dos cursos de licenciatura em matemática no Brasil, bem como alguns aspectos da sua problemática que vem sendo discutida e estudada ao longo das últimas décadas, observamos, com vistas a esclarecer, que esse estudo não é sobre a avaliação dos cursos de licenciatura, nem sobre a avaliação do Ensino Superior ou da formação matemática do Ensino Médio. O nosso propósito nesta investigação consiste em analisar os modos de apropriação de práticas discursivas desses/as estudantes identificados em nosso material empírico de forma a conhecermos um pouco melhor nosso público e nos darmos conta da complexidade que a apropriação dessas práticas envolve, de modo a lhes dedicarmos maior atenção e usufruirmos desse conhecimento na elaboração de nossa ação pedagógica.

Nesse contexto, entendemos que, ao desenvolvermos o trabalho de campo neste curso de Licenciatura em Matemática da Uneb em Caetité, seja preciso considerar que este curso tem características específicas e sujeitos (estudantes) com trajetórias particulares. Todavia, existem determinados aspectos e objetivos que, certamente, são comuns à maioria dos cursos de licenciatura em matemática no Brasil. Quando se discute a transição da matemática do Ensino Médio para o Ensino Superior, percebe-se a fragilidade da formação matemática do Ensino Médio (NASSER; VAZ; TORRACA, 2015), seja pela forma condensada em que muitos tópicos são trabalhados, seja pela priorização de alguns conteúdos em detrimentos de outros, a exemplo da prevalência da abordagem algébrica em relação à geométrica e, consequente, abandono desta (PAVANELLO, 1993).

Assim, o curso de Licenciatura em Matemática da Uneb de Caetité e muitos cursos de Licenciatura em Matemática do Brasil fazem a opção por uma abordagem mais próxima da matemática que se faz no Ensino Médio em grande parte das disciplinas que são ofertadas nos três primeiros períodos (semestres) do curso. Invariavelmente, nesse período, os estudantes cursam as disciplinas *Matemática I*, *Lógica* e *Desenho Geométrico*, no 1º semestre; *Matemática II*, *Geometria Plana*, *Geometria Descritiva* e *Geometria Analítica I* no 2º semestre; e *Matemática III*, *Geometria Espacial* e *Geometria Analítica II* no 3º semestre. Essa opção, a nosso ver, está respaldada no objetivo central do curso que é formar professores de matemática para atuar na Educação Básica.

Quando os cursos de Licenciatura em Matemática da Uneb inserem, na sua grade curricular, tópicos de matemática do Ensino Médio, entendemos essa prática como algo relevante, que não pode ser confundido com uma ação pedagógica que leve o curso a uma formação superficial dos seus licenciandos ou de algum desvio do currículo proposto. Desse modo, oportunizar aos/às licenciandos/as fazer uma revisão e um aprofundamento dos conteúdos do Ensino Médio passa a ser uma necessidade, pois eles/elas, como futuros/as professores/as, precisam dominar esses tópicos da matemática escolar da Educação Básica.

É preciso compreender, então, as fragilidades da Matemática do Ensino Médio para dar sentido às práticas pedagógicas voltadas para esse público. Também é responsabilidade de um curso de licenciatura contemplar esses conteúdos, a fim de que o sujeito se aproprie de tal maneira que seja capaz de dar aula desses conteúdos, tendo em vista que é um curso de formação de professores. Assim, há uma responsabilidade social do curso em promover a apropriação de práticas de numeramento escolares de modo que esse sujeito possa assumir o papel do educador que vai trabalhar com essa matemática na Educação Básica. Resta, no entanto, tensionarmos a abordagem que legamos a esses conteúdos nessas disciplinas, nos interpelando se temos tido o cuidado de apresentá-los não apenas em seus aspectos técnicos ou formais, mas também considerando suas dimensões semânticas e pragmáticas, bem como as intenções e as estratégias de seu ensino na Educação Básica.

Interessa-nos, então, olhar para os modos de apropriação de práticas matemáticas pelos/as licenciandos/as a fim de despertar em nós, docentes universitários desses cursos, a atenção e o cuidado para com a novidade dos desafios que se apresentam para os/as discentes do Ensino Superior com relação à abordagem de muitos conteúdos supostamente contemplados na Educação Básica e à perspectiva de vir a ensiná-los posteriormente. A complexidade desses desafios, que se expressa nos diferentes modos de apropriação das práticas discursivas da matemática escolar, demanda de nós reflexão e busca de outras estratégias de ensino, ao invés de ficarmos apenas atribuindo as dificuldades desses/as estudantes à sua “falta de base”. Com efeito, não raro ocorre que, ainda que os/as estudantes “tenham base”, mesmo assim não se saiam bem no curso de Licenciatura em Matemática, porque estranham um outro modo de lidar com a matemática diferente do que vivenciaram na Educação Básica.

Em suma, a disposição que motiva esta pesquisa é compreender um pouco melhor os desafios que são colocados a estudantes de Licenciatura em Matemática para a apropriação de práticas matemáticas escolares e os modos de enfrentamento desses desafios que elas e eles protagonizam, para que possamos potencializar os processos de apropriação, para contribuir para que os/as licenciandos/as tenham mais êxito em seus propósitos nessa fase de sua formação, em sua vida profissional ou em outras instâncias da vida social.

1.3 Estudos sobre Licenciatura em Matemática que dialogam com as preocupações desta pesquisa

Sabemos que é de interesse de pesquisadores e educadores a busca por compreensões e alternativas para conceber e intervir na qualidade do ensino em geral e, em particular, da Educação Matemática. Esse interesse nos leva, também, a procurar contribuir com o debate sobre a formação do/a professor/a de matemática nas licenciaturas e sobre os processos de ensino e de aprendizagem de matemática, em especial, como é o caso desta pesquisa sobre os processos de apropriação de práticas de numeramento escolares. Diante desse propósito, para a construção deste estudo, julgamos necessário o diálogo com estudos que já se debruçaram sobre diversas temáticas convergentes à nossa proposta de pesquisa.

Confrontando o resultado do mapeamento que realizamos[16] com a literatura recorrentemente citada nos textos encontrados, selecionamos alguns trabalhos que julgamos dialogar com as nossas preocupações nos modos como contemplam a aprendizagem da matemática no Ensino Superior, a formação do/a professor/a de matemática e a licenciatura.

O livro *Matemática e língua materna*: análise de uma impregnação mútua, de Nilson José Machado (1998), embora não se volte especificamente para a formação docente, foi incluído nesse conjunto de textos por ser um marco na discussão das relações da matemática com a linguagem, defendendo a importância da formação matemática, sem a qual, no seu modo de ver, o indivíduo não estaria completamente alfabetizado. No entanto, critica o nosso modelo de ensino por não expressar com clareza a utilidade da matemática, para além do sentido restrito do utilitarismo. Aponta, também, que essa falta de clareza e vínculo com realidade afasta o interesse dos alunos e pode ser um dos principais motivos do insucesso e das dificuldades no aprendizado da matemática e um dos grandes desafios de seu ensino.

Especificamente sobre licenciaturas em matemática, recorremos a alguns estudos historiográficos como os de Bittar e Nogueira (2015) e o de Soares (2008).

Marlene Bittar e Renato Nogueira (2015) apresentam um estudo da história da Licenciatura em Matemática, da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS), no qual analisam as mudanças curriculares dos últimos 30 anos, por meio de fontes documentais

---

[16] Para esse mapeamento consultamos três bancos de trabalhos acadêmicos (a Biblioteca Digital de Teses de Dissertações (BDTD), a plataforma de periódicos *SciELO – Scientific Electronic Library Online*) e o site do periódico Bolema - Boletim de Educação Matemática, único periódico brasileiro específico do campo da Educação Matemática a alcançar a classificação A1 no Qualis Periódicos - Educação da Capes 2013-2016.

e questionários aplicados a egressos. Esses pesquisadores destacam, em suas conclusões, o alto nível de evasão da Licenciatura em Matemática e apontam que é preciso repensar a formação inicial tendo em vista a necessidade de professores para atuarem na Educação Básica.

Flávia Soares (2008), em seu estudo sobre práticas de apropriação da Matemática Moderna na Licenciatura, traz uma abordagem de como o Movimento de Matemática Moderna (MMM) atingiu as práticas pedagógicas nos diversos níveis educacionais, os métodos de estudos dos alunos e os produtos da cultura escolar como o livro didático, procurando retratar como esse movimento alterou os rumos da Educação Matemática no Brasil. A pesquisadora utiliza para tanto, como *corpus* de análise, uma turma de Licenciatura em Matemática no início dos anos de 1970 e investiga como o MMM influenciou a evolução dos cursos de Licenciatura e a formação de professores de matemática nessa década, identificando indícios das práticas de apropriação da Matemática Moderna no curso de Licenciatura. É válido ressaltar que, nesse estudo, Soares (2008) considera a "apropriação" no sentido atribuído por Chartier: "A apropriação tal como a entendemos visa a elaboração de uma história social dos usos e das interpretações, relacionados às suas determinações fundamentais e inscritos nas práticas específicas que os constroem" (CHARTIER, 1995, p. 185).

Essas considerações que refletem a influência mútua entre a conformação do campo da Educação Matemática e a configuração dos cursos de licenciatura nos levaram ao texto de Santos e Lins (2016).

João Santos e Rômulo Lins (2016) apresentam uma discussão sobre o processo de teorização em Educação Matemática, considerando a formação matemática de futuros professores de Matemática. Esses pesquisadores esboçam algumas ideias de uma Educação Matemática que dialogam com o Modelo dos Campos Semânticos e a História Oral, que dão contorno e apoiam esse processo de teorização. Entre outras questões, esse estudo chama atenção para a falta de confiança do professor no exercício da docência por falta de maturidade matemática, que tem relação direta com a experiência matemática da pessoa. Assim, ter "um repertório de experiências" faz com que ela se sinta "em condições de procurar possibilidades para lidar com situações matemáticas, mesmo quando ela não conhece" (SANTOS; LINS, 2016, p.326). Logo, a maturidade e a experiência pessoal são suportes importantes para as práticas matemática da docência.

Outra importante discussão vem à tona quando Santos e Lins (2016) destacam o artigo "O desenvolvimento da Educação Matemática como um campo acadêmico" de Jeremy Kilpatrick. Segundo Kilpatrick (2008, p.33-34 apud SANTOS; LINS, 2016, p.325), a "[...] educação matemática não é, ela mesma, uma ciência, mas pelo menos algumas de suas pesquisas se encaixam em critérios das ciências sociais". Dessa forma, para Kilpatrick (2008 apud SANTOS; LINS, 2016), a Educação Matemática está intrinsecamente relacionada à Matemática, mas, é interessante ressaltar que a Matemática para o matemático e a matemática para o educador matemático diferenciam-se. Enquanto a matemática constitui, para o matemático, uma ciência que possibilita desenvolver teorias que podem ou não ser aplicadas; para os educadores matemáticos, matemática é um meio pelo qual se pode educar os alunos da Educação Básica e do Ensino Superior. Dessa forma, o estudioso conclui que a Matemática para os matemáticos é singular, ao passo que, para os educadores matemáticos, é plural (KILPATRICK, 2008 apud SANTOS; LINS, 2016).

Desse modo, parece-nos inevitável, quando nos dispomos a investigar processos vivenciados por estudantes de licenciatura em sua relação com a matemática escolar, contemplar a discussão sobre o lugar da Matemática na Licenciatura. Plínio Moreira e Ana Cristina Ferreira (2013) destacam a riqueza e a atualidade dessa discussão que tem mobilizado pesquisadores e formadores de professores de matemática, vinculados a coletivos como a Sociedade Brasileira de Educação Matemática (Sbem) e o Fórum Nacional de Licenciaturas em Matemática. Argumentam que o consenso de que a matemática tem que ocupar um lugar central na Licenciatura se dissolve quando a discussão traz a complexidade que o assunto exige e indagações aparecem com maior profundidade, tais como:

> *trata-se de pensar o lugar de qual matemática na licenciatura em matemática*? *O professor de matemática separa, em lugares distintos e estanques, os diferentes saberes mobilizados em sua prática docente escolar*? *Correspondentemente, até que ponto é adequado à formação do professor de matemática separar, em lugares distintos e estanques, os conhecimentos matemáticos relevantes para a (futura) prática docente escolar?* […] *Como tem se modificado, ao longo da história, a própria matemática (que ocupa seus lugares) na licenciatura*? (MOREIRA; FERREIRA, 2013, p.07 – grifos dos autores).

Os autores ponderam que se, por um lado, a licenciatura é o curso que tem como objetivo formar e habilitar o indivíduo ao magistério, por meio de conhecimentos específicos da matemática e conhecimentos didáticos aplicáveis às técnicas de ensino; por outro lado, a docência em matemática, enquanto trabalho social complexo, não desvincula o professor de matemática de suas práticas sociais (MOREIRA; FERREIRA, 2013).

Nesse compasso, a discussão sobre o/a licenciando/a ter um conhecimento sólido em matemática tem provocado debates acerca das práticas pedagógicas. Ao realizar uma pesquisa sobre os currículos de formação de professores de matemática na Universidade Federal de São Carlos, Denise Vilela (2013), por sua vez, chama atenção para o aumento da carga horária dos estágios, o que implica o aumento do campo pedagógico na licenciatura em questão. Para fundamentar a análise proposta, utilizou como referência a teoria de campo de Bourdieu (1983) e afirmou que o alargamento de atividades e desempenho de “representantes do campo pedagógico no curso de licenciatura fortalece a heterodoxia do campo, compromete a hegemonia dos matemáticos profissionais e redistribui o capital específico de maneira mais equilibrada no interior do campo” (VILELA, 2013, p 976). Argumenta, ainda, que, no campo da matemática, os embates entre sujeitos em torno de interesses específicos para garantir certa legitimidade ocorrem de forma desequilibrada em função do que Bourdieu (1983, p.122) chama de “capital científico”, que é formado por elementos simbólicos e materiais (VILELA, 2013).

Isso se reflete na estruturação e na perspectiva adotada nas diretrizes curriculares e nos próprios currículos dos cursos de licenciatura. Sônia Junqueira e Ana Lúcia Manrique (2015) fazem uma análise das Diretrizes Curriculares para os Cursos de Matemática, sob uma perspectiva baumaniana dessa contemporaneidade de tempos líquidos. Caracterizam as mudanças curriculares e suas manutenções (“sólidos herdados”) que se cristalizam na formação dos professores de Matemática e mostram a tentativa de mudanças (derretimento de sólidos) para propiciar um novo modelo de ensino que consiga “dissolver” a velha dicotomia entre teoria e prática.

Ainda sobre reflexões acerca de uma nova estrutura curricular na Licenciatura em Matemática, Plínio Moreira (2012) chama atenção as para as dificuldades estruturais pertinentes a uma concepção curricular em que a formação matemática e as discussões de questões relativas ao ensino escolar da matemática sejam vistas como blocos de formação quase que autonomizados.

A discussão curricular, todavia, não pode ser abordada sem que se tensione as perspectivas dos/as estudantes em cursam as Licenciaturas em Matemática. Romélia Souto e Paulo Paiva (2013) apresentam uma pesquisa realizada na Universidade Federal de São João Del-Rei sobre a baixa atratividade da carreira docente entre os sujeitos que atuam como professores de matemática. Ao compararem os dados levantados em seu estudo com os de outras pesquisas correlatas (GATTI, 2009; VALLE, 2006; LAPO e BUENO, 2003), constatam que parte considerável coincide com as estatísticas nacionais, o que remete os pesquisadores a realizarem uma discussão mais aprofundada sobre esse problema e reflexões que apontem para políticas públicas que superem esse desinteresse pela docência em matemática.

Os trabalhos selecionados para compor esta seção, ainda que apresentados de forma sucinta, indicam aspectos relevantes a serem considerados em nossa pesquisa, por contemplarem questões relativas à formação de professor de matemática e às licenciaturas, contexto em que desenvolvemos esta investigação e, de certa forma, destino de suas reflexões e seus resultados. Um outro conjunto de estudos, que focalizamos na próxima seção, todavia, contempla uma discussão que se foi tornando crucial para o desenvolvimento deste trabalho que se volta à caracterização da matemática que se aprende no ensino superior, em especial nos cursos de licenciatura em Matemática.

1.4 Sobre a matemática que se ensina e se aprende no curso de Licenciatura

Esta investigação focaliza a apropriação de práticas de numeramento contempladas no contexto específico do ensino formal de matemática. Considerando a *Matemática ensinada na universidade* como um conjunto de práticas que se adequam técnica, semântica e pragmaticamente às demandas do Ensino Superior, em especial, no caso que focalizamos, de uma Licenciatura em Matemática. Essas práticas não raro demandam e oportunizam a produção do discurso matemático necessário (compatível com aquela esfera da comunicação) e legitimado pela comunidade científica. A mobilização dessas práticas é nomeada por Maria Manuela David, Plínio Moreira e Vanessa Tomaz (2013) como *Matemática escolar*, *Matemática acadêmica* e *Matemática do cotidiano*:

> I. *Matemática escolar*, vista como um conjunto de práticas e saberes associados ao desenvolvimento do processo de educação escolar em matemática (que não se restringem ao que se ensina aos alunos na escola, porque inclui também, por exemplo, os saberes profissionais vinculados ao trabalho docente nesse processo);
> II. *Matemática acadêmica*, vista como um conjunto de práticas e saberes associados à constituição de um corpo científico de conhecimentos, conforme produzido pelos matemáticos profissionais e reconhecido socialmente como tal;
> III. *Matemática do cotidiano*, vista como um conjunto de ideias, saberes e práticas (frequentemente, mas nem sempre, com um correspondente na

> matemática escolar) utilizadas em situações do cotidiano (dia a dia, trabalho, etc.) fora da escola. (p.45)

Para Moreira e David (2016), a matemática escolar não se reduz a uma versão simplificada e 'didatizada' de parte da matemática acadêmica e, também, não se restringe a deslocar para a escola situações do dia a dia que mobilizam o conhecimento e as ideias de natureza matemática. Há que se considerar que não necessariamente a relação entre matemática acadêmica e matemática do cotidiano precisa ser mediada pela matemática escolar.

Quando chamamos de práticas matemáticas escolares as práticas de numeramento cuja apropriação focalizamos nesta investigação, estamos considerando, todavia, aquelas práticas que foram condicionadas por sua abordagem em um contexto de educação formal, em instituições de ensino – de Educação Básica e de Ensino Superior, ainda que reconheçamos distinções maiores ou menores entre essas abordagens – parametrizadas por um projeto educativo que estabelece conteúdos, critérios e perspectivas com ele comprometidos. Assim, como nossa investigação sobre apropriação de práticas matemáticas escolares focaliza seus processos de apropriação no âmbito de um curso de licenciatura, isso nos obriga a estabelecer conexões com as discussões sobre as licenciaturas e a formação de professores de matemática.

Segundo a Sociedade Brasileira de Educação Matemática (Sbem)[17], os cursos de Licenciatura em Matemática devem

> ter como objetivo a constituição de competências profissionais referentes ao comprometimento com os valores inspiradores da sociedade democrática, à compreensão do papel social da escola, ao domínio do conhecimento pedagógico, ao conhecimento de processos de investigação que possibilitem o aperfeiçoamento da prática pedagógica, ao gerenciamento do próprio desenvolvimento profissional e relativas ao domínio dos conteúdos a serem socializados de seus significados em diferentes contextos e de sua articulação interdisciplinar. (SBEM, 2003, p. 8-9).

O cumprimento desses objetivos, contudo, não é tarefa fácil e nem consensual e, assim, os cursos de licenciatura continuam com impasses e apresentando problemas. Segundo a análise de Bernardete Gatti (2010), a maioria dos cursos de licenciatura em matemática de instituições públicas tinha, à época, uma carga horária bem maior para as disciplinas voltadas a conhecimentos específicos de matemática em relação às disciplinas pedagógicas, sob a

[17] As publicações da Sbem são resultados de estudos coletivos e discussões reunindo pesquisadores em Grupos de Trabalhos (GTs).

justificativa de que é preciso saber mais matemática para ensinar matemática. Entretanto, Ball (1990 apud FIORENTINI; OLIVEIRA, 2013) afirma que o êxito e a aprendizagem do estudante não serão garantidos pelo aumento do conhecimento matemático dos professores. Na verdade, o necessário e viável seria que eles alargassem e melhorassem a sua compreensão da matemática para, assim, poderem ensiná-la de forma (mais) satisfatória.

Essa falta de mediação e equilíbrio entre formação específica e formação pedagógica têm gerado problemas na formação dos/as licenciandos/as em matemática, pois os

> cursos de licenciatura em Matemática estão formando profissionais com perfis diferentes, alguns com uma formação matemática profunda, que talvez não se sintam preparados para enfrentar as situações em sala de aula, que não se restringem ao saber matemático. Outros, com formação pedagógica desconexa da formação específica em Matemática, forçando o licenciado a encontrar as inter-relações entre essas formações (GATTI, 2010, p. 121).

A Sociedade Brasileira de Educação Matemática (2013) ratifica essa tendência, ao acrescentar que:

> Conceitualmente falando, o curso de Licenciatura atual ainda é muito parecido com o primeiro curso de Matemática, criado na Universidade de São Paulo (USP), em 1934[18]. Na maioria das instituições, as disciplinas ainda são agrupadas em conteúdo específico e conteúdos pedagógicos, com tendência a valorizar mais o primeiro grupo que o segundo, mesmo em se tratando da formação do professor de Matemática e não do bacharel em Matemática" (SBEM, 2013, p. 3-4).

A esse respeito, Plínio Moreira e Maria Manoela David (2016) chamam atenção para o fato de essa supervalorização da matemática acadêmica na formação do professor implicar dificuldades quando no exercício da docência. E, a esse respeito, ponderam:

> A hipervalorização da Matemática Acadêmica no processo de formação estimula o desenvolvimento de concepções e valores distanciados da prática e da cultura escolar, podendo dificultar a comunicação do professor com os alunos e a própria gestão da matéria em sala de aula (MOREIRA e DAVID, 2016, p.102-103).

Entendemos ser relevante e necessário discutir sobre o significado do Curso de Licenciatura em Matemática, tendo em vista que seu objetivo central é a formação de professores/as para atuarem na Educação Básica ensinando matemática. Para Moreira e David

[18] Estudos do Grupo de História Oral e Educação Matemática (Ghoem) têm tensionado essa versão de que os cursos de licenciatura do Brasil, em sua quase totalidade, se inspiram nesse Curso da USP.

(2016), existem diferentes formas e diversos sentidos de se articular a prática docente escolar durante o processo de formação na licenciatura, e isso pode ser decisivo nas práticas docentes, pois, quando conclui o curso, "o licenciado volta à escola na condição de professor, de posse de conhecimentos, crenças e concepções que constituem saberes e não-saberes novos em relação aos que possuía quando completou a escolarização básica" (MOREIRA; DAVID, 2016, p. 101).

Invariavelmente, quando se discute o conhecimento necessário para a formação docente em matemática, existe quase que um consenso no sentido de que o/a futuro/a professor/a de matemática (licenciando/a) precisa dominar matemática de forma profunda e consistente; entretanto, são poucos os especialistas que se arriscam a propor um significado preciso para o que seria esse "conhecimento profundo em matemática", considerando que esses/as licenciandos/as irão atuar no ensino com a matemática escolar, da Escola Básica (MOREIRA; DAVID, 2016).

Sobre essa questão, Beatriz D'Ambrósio (1999) acrescenta que o/a professor/a de matemática deveria, na sua formação, ter uma "visão do que vem a ser a Matemática; visão do que constitui a atividade Matemática; visão do que constitui a aprendizagem matemática; visão do que constitui um ambiente propício à atividade Matemática" (p.35). Por isso, a autora insiste na "necessidade de modificarmos nossos programas de formação de professores e discutir os tipos de experiências necessárias, para que possam reconceituar sua visão do que vem a ser a Matemática" (D'AMBRÓSIO, 1999).

Mesmo que a nossa investigação não tenha como propósito discutir, de modo específico, as práticas pedagógicas e o currículo das licenciaturas, tendo como foco principal os processos de apropriação de práticas de numeramento escolares por estudantes de Licenciatura em Matemática, não poderíamos, porém, deixar de contemplar, ainda que de forma rápida, seu entrelaçamento com as discussões sobre licenciatura e formação inicial do professor de matemática, bem como os conteúdos e as disciplinas trabalhadas no Ensino Superior, que não apenas condicionam esses processos de apropriação, mas, também, podem se valer deste estudo no equacionamento de seus desafios.

Essa pesquisa, assim, constitui-se como um esforço para compreender os processos de apropriação de práticas matemáticas escolares por licenciandos/as em Matemática, acreditando que essa compreensão possa auxiliar no acolhimento das dificuldades e na potencialização das possibilidades desses processos de modo a contribuir para que licenciandos/as obtenham não só mais êxito no curso superior, mas, diversificando seus recursos de significação e expressão nas práticas discursivas da matemática escolar, ampliem e qualifiquem seu repertório para atuarem como docentes.

1.5 Tomando a Geometria Analítica como produção humana, histórica e formativa

A escolha da Geometria Analítica como o campo a ser contemplado nas atividades que se desenvolveriam na dinâmica dos grupos focais, na qual esperávamos identificar processos de apropriação de práticas de numeramento pelos/as licenciandos/as, deve-se ao destacado papel que tal campo assume para a Matemática na Educação Básica, no Ensino Superior, e nas suas aplicações em diversos campos da atividade humana. A relevância desse campo, bem como sua natureza híbrida nos pareceram férteis estimuladores do tipo de discussão que possibilitaria uma análise de processos de apropriação de práticas de numeramento pelos sujeitos envolvidos. Nossa opção por focalizar a apropriação de práticas de numeramento escolares relacionadas à Geometria Analítica como práticas discursivas, porém, nos obrigaria a considerar esse campo como produção humana, histórica e engendrada em um projeto de sociedade e na formação dos sujeitos que, nessa sociedade, se inserem e que a compõem.

Essa abordagem nos pareceu, por isso, demandar: um estudo dos processos históricos de produção da Geometria Analítica e de sua inserção no ensino da matemática; a identificação da base legal vigente de sua inclusão nos currículos do Ensino Médio e das Licenciaturas em Matemática; e a leitura de alguns estudos sobre o ensino e a aprendizagem desse campo da matemática.

1.5.1 Estudo dos processos históricos de produção da Geometria Analítica e de sua inserção no ensino da matemática

Com o intuito de compreender os processos históricos do desenvolvimento da Geometria Analítica, buscamos identificar os contextos sociais e a circulação das ideias que contribuíram para a conformação desse campo da Matemática. Para o cumprimento desse propósito, mobilizamos os estudos tradicionais de Boyer (1996) e Eves (1997); a visão crítica de D’Ambrósio (1996) e Roque (2012); e a leveza dos textos de Mlodinow (2008) e Garbi (2009) entre outros que adentraram ao mundo das “matemáticas” na procura de caminhos, atalhos, pontes e encruzilhadas que conduziram a matemática na condição de produção humano.

A maioria das narrativas da história da humanidade ou do "mundo civilizado" que chega até nós são carregadas de uma visão eurocêntrica e de referências ao mundo grego. Com a história da matemática, não é diferente. As narrativas convencionais, em sua maioria, trazem a matemática como um campo de saber único e com a sua origem quase estritamente vinculada à Grécia antiga.

Os textos voltados às histórias das matemáticas geralmente são densos e, às vezes, revelam aspectos complexos e controversos sobre determinados desenvolvimentos e/ou sobre as pessoas envolvidas. Compreendendo que determinadas histórias sobre a matemática foram escritas para propagar ideologias e estabelecer relações de poder, efetuamos um recorte histórico, a partir das nossas escolhas, com omissões e possíveis equívocos, à luz da historiografia, que refletisse os caminhos da matemática, e, em especial, da geometria analítica, ao longo do tempo indicando, por meio das suas práticas culturais, suas funções científica, política e social.

Concordamos com Romélia Souto (2013) que "[...] a Matemática, como produto sociocultural, tem sua gênese e sua existência em constante interação com outros produtos culturais e com o contexto que os produziu" (SOUTO, 2013, p. 23). Assim, com relação às abordagens das Histórias das Matemáticas, na medida do possível, devemos perceber a intenção das suas reproduções e de suas exclusões de fatos históricos ou silenciamento de circunstâncias e personagens, afinal, "[...]a história é feita de memórias e reminiscências, mas também de lapsos e esquecimentos" (SOUTO, 2013, p. 24).

Observamos que parte da literatura sobre as histórias das matemáticas apresenta uma visão de matemáticas protagonizadas por gênios, dotados de habilidades inatas e uma outra parte é composta por algumas histórias recheadas de lendas e anedotas acerca de determinado matemático e/ou "descoberta científica", em geral, em sintonia com uma visão eurocêntrica da produção do conhecimento. Assim, mesmo que façamos alguns filtros, inevitavelmente, concederemos crédito à autoria de determinadas descobertas e contribuições na construção do conhecimento matemático por entender que essa construção e essa estruturação foram e são feitas por mentes e corpos humanos inseridos em territórios, épocas e contextos socioculturais. Todavia, ao abordar a história das matemáticas, devemos estar cientes de que as práticas matemáticas de determinados lugares e períodos podem ter sido omitidas por insuficiência de referência ou foram intencionalmente sufocadas (STRUIK, 1989).

Independente de tendências historiográficas acerca das Histórias das Matemáticas, parece-nos significativo que as diversas práticas matemáticas, em lugares e períodos diferentes, conduziram a geometria e a álgebra para um encontro fecundo, marcado para os tempos de Descartes e Fermat, em que esse novo domínio da matemática se tornaria o embrião da atual Geometria Analítica.

Do estudo a que nos dedicamos, elaboramos uma narrativa histórica, que apresentamos no Apêndice A, para o qual remetemos leitores e leitoras que se interessem pelo tema. Nessa narrativa, trazemos inicialmente, os indícios da origem da geometria no Egito e as primeiras escolas matemáticas; na sequência, trazemos os três problemas famosos da geometria; falamos brevemente sobre a matemática demonstrativa e as cônicas de Apolônio; abordamos a álgebra e as contribuições vindas do Oriente; contextualizamos a Idade Média e as primeiras universidades; caracterizamos o Renascimento e o Simbolismo; destacamos as contribuições de Descartes e Fermat; e discutimos as influências e a consolidação da Geometria Analítica, apresentando também um recorte do percurso histórico da inserção da Geometria Analítica no ensino de Matemática, a sua localização nos primeiros cursos brasileiros e o marco legal que passou a orientar a abordagem desse campo da matemática no Ensino Médio no Brasil a partir da Constituição de 1988 e da promulgação da Leis de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN 9394) em 1996.

1.5.2 A Geometria Analítica no Ensino Médio: a nova BNCC e o Enem

A preocupação com a formação de futuros professores de matemática para atuarem na Educação Básica e, em especial, no Ensino Médio, acrescido às informações do nosso material empírico[19], segundo as quais 70% dos/as licenciandos/as em matemática que participaram da nossa pesquisa afirmaram que não viram ou não se lembravam se foi trabalhado algo de Geometria Analítica no Ensino Médio e 14,7% responderam que viram apenas alguns tópicos no livro didático, cotejados com a identificação de referências às práticas escolares da Educação Básica convocadas pelos sujeitos quando resolviam os problemas propostos na dinâmica dos grupos focais, nos faz julgar que seria oportuno trazer as orientações legais e pedagógicas desse tema também para o Ensino Médio. Nesta subseção, diante disso, faremos referência apenas à nova Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e ao Exame Nacional do Ensino Médio (Enem). Todavia, reiteramos que, ao final do Apêndice A, apresentamos um recorte do marco legal anterior a nova BNCC, em particular, os Parâmetros Curriculares Nacionais e suas diretrizes.

---

[19] No capítulo dedicado à análise desta pesquisa discutiremos esses dados com mais detalhes.

Cabe ressaltar que o Manual do Candidato ao Vestibular da Uneb, a que parte dos estudantes que cursavam a Licenciatura à época da aplicação do questionário por meio do qual colhemos essas informações se submeteu, explicita que “o candidato deverá demonstrar habilidades de interpretação, análise, compreensão, raciocínio lógico e conhecimento específico, na resolução de problemas no âmbito da Matemática” (UNEB, 2019, p. 80), sendo apresentada na sequência uma relação de conteúdos desse âmbito, entre os quais, consta, no item 4.3., “Geometria Analítica no plano: retas, circunferência e distâncias” (UNEB, 2019, p. 81). Na matriz do Exame Nacional do Ensino Médio, avaliação por meio da qual a parte dos estudantes da amostra ingressaram na Uneb, também consta a Geometria Analítica.

Em relação à matemática/geometria analítica no Ensino Médio, o último e mais atual documento analisado foi o da Base Nacional Comum Curricular[20] (BNCC) de 2018 que foi homologada sob a justificativa de “modernização” e “atualização” do Ensino Médio, visando “corrigir distorções”, reduzir o número de disciplinas e promover uma formação técnico-profissional alinhada às orientações do Banco Mundial. A elaboração final desse documento, todavia, se deu de forma açodada após o golpe parlamentar que levou ao *impeachment* da Presidenta Dilma Roussef, em 2016, gerando críticas e controvérsias de especialistas sobre diversos pontos, entre outros, a possibilidade de pessoas sem formação (“notório saber”) assumirem a tarefa da docência e a não obrigatoriedade do ensino de Filosofia e Sociologia nesse nível de Ensino. Sobre essas controvérsias, Paula Adelino (2018) observa que

> Muitas das críticas relativas a essa reforma se referem à imposição dessas medidas sem um amplo debate envolvendo toda a comunidade. Esse debate supõe que se considerem não apenas as demandas de mercado ou as discussões sobre a relevância ou não das disciplinas escolares, mas que se confira centralidade aos sujeitos – adolescentes, jovens ou pessoas adultas – a quem o Estado tem a responsabilidade de garantir o acesso à Educação Básica (p. 37).

A atual BNCC reedita a perspectiva que confere proeminência à Matemática e à Língua Portuguesa em detrimento de outras disciplinas; e seus fundamentos pedagógicos se baseiam em competências e habilidades que passarão a nortear o currículo do Ensino Médio. Em um novo currículo do Ensino Médio, além de cumprir o que definem as orientações da

[20] A BNCC estava prevista na Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN), de 1996, e no Plano Nacional de Educação (PNE), de 2014, sendo inicialmente editada como Medida Provisória (MP 746/16), tendo o bloco destinado ao Ensino Médio a finalidade de reorganizar o currículo do Ensino Médio e definir o financiamento público dessa etapa final da Educação Básica.

BNCC para todo o alunado, o/a estudante deverá ainda utilizar 40% do tempo dos três anos do Ensino Médio para se aprofundar em um dos 5 itinerários formativos (I – linguagens e suas tecnologias, II – matemática e suas tecnologias, III – ciências da natureza e suas tecnologias, IV – ciências humanas e sociais aplicadas e V – formação técnica e profissional). Esses itinerários “[...] deverão ser organizados por meio da oferta de diferentes arranjos curriculares, conforme a relevância para o contexto local e a possibilidade dos sistemas de ensino” (BRASIL, 2018, p. 41).

Segundo a BNCC, as competências e habilidades para o Ensino Médio devem ser articuladas para dar prosseguimento às aprendizagens obtidas no Ensino Fundamental, conforme explicitado no trecho abaixo:

> A área de Matemática, no Ensino Fundamental, centra-se no desenvolvimento da compreensão de conceitos e procedimentos em seus diferentes campos, visando à resolução de situações-problema. No Ensino Médio, na área de **Matemática e suas Tecnologias**, os estudantes devem utilizar conceitos, procedimentos e estratégias não apenas para resolver problemas, mas também para formulá-los, descrever dados, selecionar modelos matemáticos e desenvolver o pensamento computacional, por meio da utilização de diferentes recursos da área (BRASIL, 2018, p. 44 - grifo do autor).

O texto da BNCC voltado para a área de *matemática e suas tecnologias* do Ensino Médio não faz referência a determinados domínios específicos ou ramos da matemática, como Geometria Analítica, Geometria Plana ou Geometria Espacial. Assim, as referências à Geometria Analítica e parte dos seus conteúdos elementares aparecem de forma implícita, por exemplo, ao se citar o *plano cartesiano* 13 vezes, sendo 10 dessas citações vinculadas às habilidades específicas propostas e 3 delas explicando como os/as estudantes desenvolvem procedimentos para adquirir determinadas habilidades, conforme se vê nos trechos abaixo:

> Em relação ao pensamento geométrico, eles desenvolvem habilidades para interpretar e representar a localização e o deslocamento de uma figura no ***plano cartesiano***, identificar transformações isométricas e produzir ampliações e reduções de figuras. Além disso, são solicitados a formular e resolver problemas em contextos diversos, aplicando os conceitos de congruência e semelhança (BRASIL, 2018, p. 91 grifo nosso).

> Movimento e posição estão presentes na localização de números em retas, de figuras ou configurações no ***plano cartesiano*** e no espaço tridimensional; direção e sentido, ângulos, paralelismo e perpendicularidade, transformações geométricas isométricas (que preservam as medidas) e homotéticas (que preservam as formas) e padrões das distribuições de dados. O uso de mapas,

> GPS e de outros recursos implica a observação e estudo desse par de ideias. [...] Dessas relações, evolui-se para a noção de função, uma noção integradora da Matemática. Os movimentos de figuras, como as reflexões em retas, rotações e translações, podem ser expressos por funções, em trabalhos no ***plano cartesiano***, por exemplo. (BRASIL, 2018, p. 95 grifos nossos)

Ao fazer referência às competências específicas e habilidades, na descrição da Competência Específica 3, o texto orienta que o/a estudante deve “[...]utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos[...] para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados” (BRASIL, 2018, p. 101). Já na descrição da Competência Específica 4, o texto defende que os/as estudantes, ao compreenderem ideias matemáticas (geométricas, algébricas etc), possam fazer conversões dessas diferentes representações matemáticas, “[...]na busca de solução e comunicação de resultados de problemas, de modo a favorecer a construção e o desenvolvimento do raciocínio matemático” (BRASIL, 2018, p. 104). Nesse tópico, deduzimos que algumas habilidades a que se referem se relacionam a conteúdos da Geometria Analítica e supõem seu domínio:

> (EM13MAT401) Converter representações algébricas de funções polinomiais de 1º grau para representações geométricas no **plano cartesiano**, distinguindo os casos nos quais o comportamento é proporcional, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica.
>
> (EM13MAT402) Converter representações algébricas de funções polinomiais de 2º grau para representações geométricas no **plano cartesiano**, distinguindo os casos nos quais uma variável for diretamente proporcional ao quadrado da outra, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica. (BRASIL, 2018, p. 105 - grifo nosso)

Nessas e em outras descrições de habilidades, aparece o indicativo da possibilidade de se usarem *softwares* ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmicas. Nas escolas que são equipadas com computadores, esse instrumental tem sido muito utilizado e tem favorecido muitas experiências e estudos sobre ensino e aprendizagem da Geometria Analítica, aos quais faremos referência mais à frente.

Apesar de nosso objetivo ter sido apenas buscar identificar as orientações para o ensino da matemática à luz da legislação vigente, ocorre-nos comentar que, para a BNCC vir a ser implantada, são necessários investimentos e ações conjuntas dos três entes (União, Estados e Municípios) em estreita articulação com a formação continuada e o incentivo à carreira de docentes – e os governantes nem sempre estão dispostos e nem sempre se comprometem a apoiar os necessários desdobramentos de projetos educacionais de longo prazo, negligenciando o fato de que as mudanças são realizadas nas escolas conforme a interpretação que delas fazem seus/suas professores/as e a comunidade escolar, conforme destaca a crítica de Silva (2018):

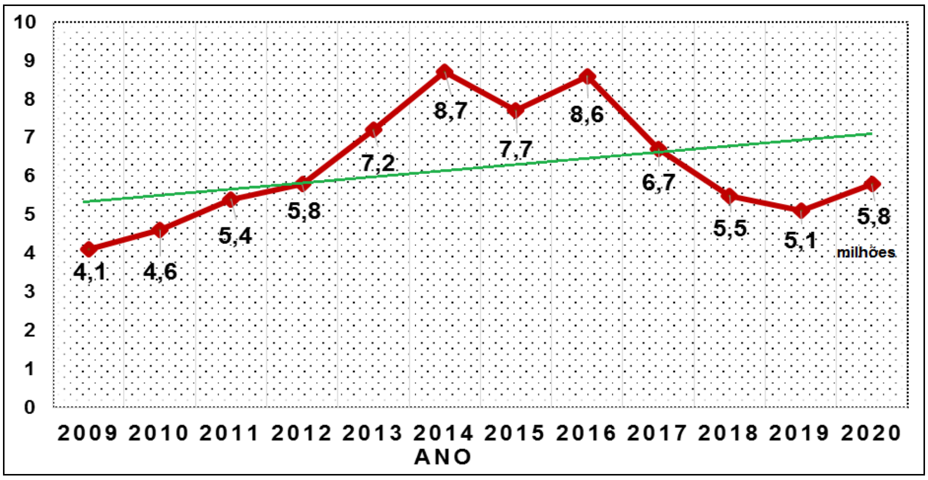
> A implementação das mudanças fica, no entanto, sempre, a cargo das escolas, e, nesse processo, terminam por redimensionar seus significados, mesmo que consideremos a precarização a que tem sido submetida a formação dos professores. [...] Quando não se considera a necessidade de se partir *da escola,* o alcance limitado das reformas já está dado no momento mesmo de suas proposições, visto que os educadores reinterpretam os dispositivos normativos e atribuem a eles novos significados; além disso, não se leva em conta, ou se trata como algo de menor importância, as reais condições em que a escola "deverá incorporar" a mudança; obedece-se, assim, a uma lógica que desconsidera, inclusive, que as escolas se diferenciam uma das outras (SILVA, 2018, p. 13, grifo do autor).

Ademais, essas mudanças a serem provocadas pela implantação da BNCC não só deveriam partir das escolas que atuam com o Ensino Médio, mas, também, estabelecendo relações e em sintonia com os/as profissionais que atuam no Ensino Fundamental. Além disso, discussões e encaminhamentos devem envolver também as universidades, em especial, os cursos de licenciatura, haja visto que o/a licenciando/a em matemática deve ter a capacidade de **"[...] analisar criticamente propostas curriculares de Matemática para a educação básica"** (BRASIL, 2001, p. 4 - grifo nosso). Assim, a Universidade tem também sua responsabilidade na formação de docentes que assumam o protagonismo na proposição, no desenvolvimento e na avaliação de propostas e mudanças curriculares, sempre vigilantes, instrumentalizados e dispostos a uma análise crítica, de modo a compreender as intenções, as possibilidades e as limitações da implantação de propostas como a da BNCC, para além da frágil justificativa do esforço apenas para melhorar as notas em Matemática e Português do Ideb (Índice de Desenvolvimento da Educação Básica).

Uma última discussão envolve o instrumento que, em 1998, foi criado, inicialmente, apenas para avaliar o conhecimento dos estudantes concluintes do Ensino Médio e se tornou o grande passaporte para universidade no Brasil: o Exame Nacional do Ensino Médio (Enem). Atualmente, o exame é utilizado como processo de seleção para aqueles/as que querem conquistar uma vaga no Ensino Superior. Para ingressar na maioria das IES públicas, o processo é por meio do Sistema de Seleção Unificada (Sisu). Muitas IES particulares também adotam a nota no Enem como critério de seleção, mas, necessariamente, essa nota é decisiva para os/as interessados/as em concorrer a uma bolsa do Programa Universidade para Todos (Prouni) ou em conseguir o Financiamento Estudantil (Fies).

Apesar das variações no número de candidatos inscritos nos últimos 12 anos, a participação no Enem é muito expressiva, em média, aproximadamente 6,3 milhões de inscritos por ano (ver gráfico 2), inclusive por aqueles que não têm a perspectiva de lograrem uma vaga no ensino superior. Segundo o último Censo de Educação Superior divulgado pelo Inep, 847.399 estudantes ingressaram no Ensino Superior pelo Enem para cursar uma graduação presencial ou a distância em 2019, sendo 277.008 por IES públicas e 570.391 por IES privadas. Desses estudantes que ingressaram pelo Enem em 2019, no Brasil, 142.937 optaram por um curso de licenciatura, sendo 76.581 estudantes vinculados a IES públicas e 66.392 a IES privadas (BRASIL, 2020), conforme podemos visualizar no Gráfico 2.

Gráfico 2 - Evolução do número de inscritos confirmados (em milhões) no Enem, Brasil, 2009 – 2020



Fonte: Elaboração própria com base nos dados do Inep.

Em relação ao Enem, interessa-nos, também, trazer a Matriz de Referência desse exame, uma vez que, em nosso trabalho de campo, quando da aplicação de oficinas e atividades nos grupos focais, muitas das questões que foram resolvidas e discutidas com os/as participantes/estudantes envolvendo conteúdos de Geometria Analítica foram escolhidas de um banco de questões das provas do Enem de diferentes anos.

A Matriz de Referência do Enem estabelece as competências, as habilidades e os conteúdos cujo domínio pelo/a estudante deverá ser aferido no exame. Recortamos, a seguir, algumas competências e habilidades da área de matemática voltadas para geometria e álgebra, objetos de nosso interesse, assim descritas na Matriz:

> [...]**Competência de área 2 - Utilizar o conhecimento geométrico para realizar a leitura e a representação da realidade e agir sobre ela.**
> H6 - Interpretar a localização e a movimentação de pessoas/objetos no espaço tridimensional e sua representação no espaço bidimensional.
> H7 - Identificar características de figuras planas ou espaciais.
> H8 - Resolver situação-problema que envolva conhecimentos geométricos de espaço e forma.
> H9 - Utilizar conhecimentos geométricos de espaço e forma na seleção de argumentos propostos como solução de problemas do cotidiano.
> [...] **Competência de área 5 - Modelar e resolver problemas que envolvem variáveis socioeconômicas ou técnico-científicas, usando representações algébricas.**
> H19 - Identificar representações algébricas que expressem a relação entre grandezas.
> H20 - Interpretar gráfico cartesiano que represente relações entre grandezas.
> H21 - Resolver situação-problema cuja modelagem envolva conhecimentos algébricos.
> H22 - Utilizar conhecimentos algébricos/geométricos como recurso para a construção de argumentação.
> H23 - Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos algébricos (BRASIL – MEC/INEP, 2009, p.5-6, grifos do autor).

Os objetos de conhecimento associados às Matrizes de Referência são listados em um anexo, sendo o item 2 dedicado à Matemática e suas Tecnologias, no qual são definidos os tópicos mais amplos com detalhamento dos conteúdos específicos:

> • **Conhecimentos numéricos**: operações em conjuntos numéricos (naturais, inteiros, racionais e reais), desigualdades, divisibilidade, fatoração, razões e proporções, porcentagem e juros, relações de dependência entre grandezas, sequências e progressões, princípios de contagem.
> • **Conhecimentos geométricos**: características das figuras geométricas planas e espaciais; grandezas, unidades de medida e escalas; comprimentos, áreas e volumes; ângulos; posições de retas; simetrias de figuras planas ou espaciais; congruência e semelhança de triângulos; teorema de Tales; relações métricas nos triângulos; circunferências; trigonometria do ângulo agudo.
> • **Conhecimentos de estatística e probabilidade**: representação e análise de dados; medidas de tendência central (médias, moda e mediana); desvios e variância; noções de probabilidade.
> • **Conhecimentos algébricos**: gráficos e funções; funções algébricas do 1.º e do 2.º graus, polinomiais, racionais, exponenciais e logarítmicas; equações e inequações; relações no ciclo trigonométrico e funções trigonométricas.
> • **Conhecimentos algébricos/geométricos**: plano cartesiano; retas; circunferências; paralelismo e perpendicularidade, sistemas de equações (BRASIL – MEC/INEP, 2009, p. 16, grifos do autor).

Enquanto os conteúdos que compõem o domínio da Geometria Analítica aparecem de forma bem elementar, como parte dos dois últimos tópicos transcritos acima, a conceituação de grandezas vetoriais, operações básicas com vetores e sua representação gráfica, por exemplo, aparecem na descrição dos conteúdos de Física. Isso nos permite especular que, se a Geometria Analítica fosse estudada com uma abordagem vetorial no Ensino Médio, a interação com a Física e a compreensão desses conteúdos pelos/as estudantes (e mesmo pelos/as docentes) talvez pudessem ser mais efetiva e, quem sabe, mais exitosa.

1.5.3 A Geometria Analítica na Licenciatura em Matemática

No histórico que produzimos e que incluímos no Apêndice A, identificamos que a disciplina Geometria Analítica ocupa espaço nos primeiros Cursos Superiores de Matemática, voltados para formação militar desde o Brasil Colônia, passando pelas primeiras graduações até as atuais Licenciaturas em Matemática, cujo objetivo é formar professores/as de matemática para atuar na Educação Básica.

Em 1961, a primeira LDBEN[21] (Lei nº 4.024/61) criou o Conselho Federal de Educação (CFE), que, entre outras competências, definiu a duração e os conteúdos mínimos dos cursos vinculados ao Ensino Superior. Em 1962, o CFE, por meio do Parecer 295/62, aprovou o prazo de quatro anos de duração para o curso de Licenciatura em Matemática e fez constar que as disciplinas *Desenho Geométrico* e *Geometria Descritiva*, *Fundamentos da Matemática Elementar*, *Física Geral*, *Cálculo Diferencial e Integral*, *Geometria Analítica*, *Álgebra* e *Cálculo Numérico* comporiam o currículo mínimo do referido curso (ZICCARDI, 2009).

Sublinhamos que, quase 40 anos depois, o Parecer CNE/CP 1.302/2001[22] (BRASIL, 2002a), que instruiu as Diretrizes Curriculares para os Cursos de Matemática, listou, para o curso de Licenciatura em Matemática, um conjunto de disciplinas comuns, com algumas variações em relação ao Parecer 295/62, mas preservando a *Geometria Analítica*:

---

[21] A primeira citação a Diretrizes e Base da Educação Nacional foi registrada na Constituição de 1934, sob a inspiração de educadores liberais, como Anísio Teixeira por exemplo, mas a criação da primeira LDBEN foi em 1961 por meio da Lei nº 4.024/61; uma segunda versão foi editada durante o regime militar em 1971, Lei 5.692/71; e a terceira e mais atual versão nasceu em 1996, como consequência da Constituição Cidadã de 1988, por meio da Lei 9.394/96.

[22] Embora esse Parecer tenha sido aprovado em 06/11/2001, o despacho do Ministro foi em 4/3/2002 e foi publicado no Diário Oficial da União em 5/3/2002, Seção 1, p. 15.

> Os conteúdos descritos a seguir, comuns a todos os cursos de Licenciatura, podem ser distribuídos ao longo do curso de acordo com o currículo proposto pela IES:
> • Cálculo Diferencial e Integral
> • Álgebra Linear
> • Fundamentos de Análise
> • Fundamentos de Álgebra
> • Fundamentos de Geometria
> • **Geometria Analítica**
> A parte comum deve ainda incluir:
> a) conteúdos matemáticos presentes na educação básica nas áreas de Álgebra, Geometria e Análise;
> b) conteúdos de áreas afins à Matemática, que são fontes originadoras de problemas e campos de aplicação de suas teorias;
> c) conteúdos da Ciência da Educação, da História e Filosofia das Ciências e da Matemática. (BRASIL, 2002a - grifo nosso)

Talvez fosse mais pertinente chamar os conteúdos[23] descritos acima de disciplinas, componentes curriculares ou matérias, a exemplo da *Geometria Analítica* que integra a grade curricular das Licenciaturas em Matemática e se constituiu como um domínio específico do campo da geometria que abarca um conjunto de conteúdos da matemática.

Esse parecer sobre as Diretrizes Curriculares para os Cursos de Matemática faz a distinção entre o curso de Bacharelado e a Licenciatura em Matemática logo no primeiro parágrafo do relatório:

> Os cursos de Bacharelado em Matemática existem para preparar profissionais para a carreira de ensino superior e pesquisa, enquanto **os cursos de Licenciatura em matemática têm como objetivo principal a formação de professores para a educação básica** (BRASIL, 2001, p. 1, grifo nosso).

As Diretrizes Curriculares Nacionais supracitadas constituem uma norma a ser observada pelas IES que venham a criar ou desejem manter cursos de Bacharelado e/ou Licenciatura em Matemática. As Diretrizes estão divididas em cinco partes: (1) Perfil dos Formandos; (2) Competências e Habilidades; (3) Estrutura do Curso; (4) Conteúdos Curriculares e (5) Estágio e Atividades complementares. No caso do/a Licenciado/a em Matemática, espera-se que ele seja formado com as seguintes características:

---

[23] Segundo Houaiss (2001), conteúdo é o "[...] tópico ou conjunto de tópicos, abrangido em determinado livro, carta, documento, anúncio etc; assunto." (HOUAISS, 2001, p. 817). Enquanto disciplina é um "[...]ramo do conhecimento; ciência, matéria." (HOUAISS, 2001, p. 1052).

> • visão de seu papel social de educador e capacidade de se inserir em diversas realidades com sensibilidade para interpretar as ações dos educandos;
> • visão da contribuição que a aprendizagem da Matemática pode oferecer à formação dos indivíduos para o exercício de sua cidadania;
> • visão de que o conhecimento matemático pode e deve ser acessível a todos, e consciência de seu papel na superação dos preconceitos, traduzidos pela angústia, inércia ou rejeição, que muitas vezes ainda estão presentes no ensino-aprendizagem da disciplina (BRASIL, 2002, p. 3).

As diretrizes, ao tratarem dos conteúdos curriculares, não fazem menção a ementas, carga horária, ou mesmo aos conteúdos específicos que comtemplariam determinada ementa e respectivo componente curricular. Assim, as IES e seus respectivos órgãos colegiados têm feito adequações, desmembramentos ou aglutinações de determinados componentes curriculares. Por exemplo, quando ingressei na Uneb em 1996, na condição de professor, o componente curricular que contemplava a Geometria Analítica no curso de Licenciatura em Matemática era denominado *Geometria Analítica e Cálculo Vetorial*, uma disciplina de 90 horas que, em um segundo momento, foi desmembrada para o atual formato em duas disciplinas de 60 horas: *Geometria Analítica I* e *Geometria Analítica II*. Um exemplo inverso em relação à carga horária foi o que ocorreu com a disciplina *Estatística* que, antes, era desmembrada em duas disciplinas de 60 horas (*Estatística I* e *Estatística II*) e que, num segundo momento, teve seus conteúdos condensados para serem trabalhados em apenas uma disciplina – *Estatística* – , com a carga horária de 75 horas.

Atualmente, no curso de Licenciatura em Matemática da Uneb, *Campus* VI em Caetité, Bahia, regularmente, são ofertadas as/aos estudantes do 2º semestre as disciplinas *Geometria Analítica I* (cuja Ementa é: *Desenvolve estudos analíticos sobre vetores e equações de retas e planos no espaço*) e, para as/os estudantes do 3º semestre, *Geometria Analítica II* (com a Ementa: *Estuda mudanças de coordenadas polares, rotações e translações, cônicas e quádricas*), ambas com carga horária de 60h, conforme ementário que compõe o Projeto Pedagógico de 2010 do referido curso.

Com base nesse Projeto Pedagógico, apresentamos a seguir os conteúdos de cada uma das disciplinas supracitadas.

Conteúdo Programático de **Geometria Analítica I**: VETORES (Reta Orientada e Segmentos, Direção e Sentido, Segmentos Eqüipolentes, Vetores Iguais, Vetor Nulo, Vetores Opostos, Vetor Unitário, Versor, Vetores Colineares, Vetores Coplanares, Soma e Diferença de Vetores, Produto de um Escalar por um vetor, Módulo de um Vetor, Produto Escalar, Produto Vetorial e Produto Misto); MUDANÇA DE SISTEMAS DE COORDENADAS; PLANO; ESPAÇOS VETORIAIS; AUTO VETORES E AUTO VALORES.

Conteúdo Programático de **Geometria Analítica II**: COORDENADAS POLARES (Sistema de Coordenadas Polares, Transformação de Coordenadas Polares em Coordenadas Retangulares e vice-versa, Traçado de Curvas em Coordenadas Polares e Fórmula da Distância entre dois Pontos); CÔNICAS (Elipse, Parábola, Hipérbole, Seções Cônicas e Translação e Rotação de eixos) e SUPERFÍCIES CILÍNDRICAS E QUADRÁTICAS (Superfícies Cilíndricas, Superfícies Quádricas e Superfícies Cônicas).

Na Uneb, o curso de Licenciatura em Matemática é ofertado em seis *campi* localizados em diferentes cidades do interior da Bahia (Alagoinhas, Barreiras, Caetité, Paulo Afonso, Senhor do Bonfim e Teixeira de Freitas) com a mesma matriz curricular e o mesmo ementário. Ao verificarmos os planos de curso de *Geometria Analítica* de diferentes períodos e professores, percebemos pequenas variações de conteúdos de um professor para o outro, mas, no geral, são muito próximos tendo em vista que se apoiam em uma mesma ementa.

No Quadro 1, apresentamos o formato de como está inserida a *Geometria Analítica* e suas ementas nos cursos de Licenciatura em Matemática das quatro Universidades Estaduais da Bahia, onde são estudadas durante o 2º e 3º semestres.

Quadro 1 - Ementas das disciplinas Geometria Analítica nos cursos de Licenciatura em Matemática nas Universidades Estaduais da Bahia, 2019

IES	Sem.	Denominação da Disciplina	CH	Ementa
Uneb	2º	Geometria Analítica I	60	Desenvolve estudos analíticos sobre vetores e equações de retas e planos no espaço.
	3º	Geometria Analítica II	60	Estuda mudanças de coordenadas polares, rotações e translações, cônicas e quádricas.
Uesb Jequié	2º	Geometria Analítica I	60	Geometria Analítica Plana. Equação da Reta, Distância entre dois Pontos. Vetores no Plano, Operação com Vetores, Translação, Rotação e Homotetia. Transformações Geométricas no Computador. Produto Escalar. Equação Vetorial da Reta. Coordenadas Polares. Curvas Clássicas através do Computador.
	3º	Geometria Analítica II	60	Geometria Analítica Espacial. Vetores no Espaço, Norma de um Vetor. Produto Escalar, Vetorial e Misto e Aplicações. Equação da Reta e do Plano. Distância e Ângulos entre Equações de Superfícies no IR. Estudo das Cônicas. Utilização de Pacotes Computacionais em Geometria (Maple V, MATLAB, Mathematica etc.).
	2º	Geometria Analítica	60	Álgebra Vetorial. Sistema de Coordenadas. Estudo da reta e do plano no espaço tridimensional. Distâncias. Coordenadas Polares. Estudo das cônicas. Estudo da

Uesc				curvas e superfícies no espaço tridimensional
Uefs	2º	Geometria Analítica e Álgebra Linear I	90	Sistemas de Coordenadas (cartesianas, polares, esféricas). Transformação de Coordenadas. Álgebra Vetorial, Matrizes e Determinantes. Espaço Vetorial, Dependência Linear.
	3º	Geometria Analítica e Álgebra Linear II	90	Sistemas de Equações Lineares, Reta e Plano. Transformações Lineares, Operadores, Autovalores e Autovetores, Formas Quadráticas, Cônicas e Quádricas.

Fonte: Elaboração própria com base nos Projetos pedagógicos disponíveis nos sites das IES citadas.

Conforme o quadro 1, observamos que a Universidade do Estado da Bahia (Uneb) e Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (Uesb) apresentam muita semelhança nas ementas, com denominação e carga horárias iguais. Enquanto a Universidade Estadual de Santa Cruz (Uesc) condensa o conteúdo em uma única disciplina de *Geometria Analítica* de 60h, a Universidade Estadual de Feira de Santana (Uefs) apresenta um formato diferente com duas disciplinas de 90h cada, mas acrescenta conteúdos de álgebra linear, conforme denominação e ementa. Em linhas gerais, consideramos que as ementas de todos os cursos buscam contemplar elementos e praticamente os mesmos tópicos do domínio da Geometria Analítica.

No Quadro 2, apresentaremos o resultado do mesmo levantamento feito em mais algumas IES de diferentes regiões do país com as ementas de *Geometria Analítica* oferecidas nas Licenciaturas em Matemática. Esse levantamento indica que as cargas horárias variam de 60 a 180 horas (uma escala muito ampla, considerando que a carga horaria da maior é 3 vezes a da menor; todavia, em alguns casos, a exemplo da Uefs, as disciplinas com cargas horárias maiores geralmente agregam outros conteúdos) e que suas ementas são bastante similares e convergentes.

Quadro 2 - Ementas das disciplinas Geometria Analítica nos cursos de Licenciatura em Matemática em algumas IES do Brasil, 2019

IES	Sem.	Denominação da Disciplina	CH	Ementa
USP	1º	Geometria Analítica	60	Estudo da Geometria Analítica no plano e no espaço, com ênfase nos seus aspectos geométricos e suas traduções em coordenadas cartesianas. Lugares geométricos.
Ufba	2º	Geometria Analítica e Álgebra	102	Álgebra vetorial. Geometria analítica com tratamento vetorial: estudo da reta e do plano no espaço tridimensional. Coordenadas polares: Mudança de coordenadas e estudo de curvas. Estudo das cônicas.

		Vetorial		Estudo de superfícies. Utilização de recursos computacionais.
UFMG	1º	Geometria Analítica e Álgebra Linear	90	Matrizes, Sistemas de Equações Lineares, Álgebra Vetorial, Plano-equação e A Reta no Plano e no Espaço
UFF	2º	Geometria Analítica	68	Trabalhar lugares geométricos do plano e do espaço com uma abordagem vetorial. Apresentar elementos da História da Matemática, mostrando como o assunto surgiu e evoluiu historicamente.
Uerj São Gonçalo	1º	Geometria Analítica I	75	1- Sistema retangular de coordenadas unidimensional e bidimensional; 2- A reta em R2; 3- A circunferência; 4- Translação e rotação dos eixos coordenados em R2; 5- A parábola; 6- A elipse; 7- A hipérbole; 8- A equação geral do segundo grau em duas variáveis reais; 9- Coordenadas polares.
	2º	Geometria Analítica II	75	1- Sistema retangular de coordenadas no espaço tridimensional; 2- Vetores em R3; 3- A reta em R3; 4- O plano em R3; 5- A esfera em R3; 6- As quádricas; 7- Superfícies; 8- Translação dos eixos coordenados em R3
UnB	1º	Geometria Analítica	60	Vetores no R2. Estudo da reta e das cônicas. Vetores no R3. Produto escalar, vetorial e misto. Estudo das retas, planos e quádricas no R3.
IFRN	3º	Geometria Analítica e Tratamento Vetorial	60	Vetores em R2 e R3. Distâncias em R2 e R3. Retas em R2 e R3. Plano. Posições relativas entre retas, retas e planos e entre planos. Cônicas.
Ufal	1º	Geometria Analítica	80	Conhecimentos básicos de cálculo vetorial elementar e de geometria analítica plana e espacial.
UPE Petrolina	3º	Geometria Analítica	60	Estudo analítico do ponto; reta; circunferência; problemas de tangência; estudo das cônicas (elipse, parábola, hipérbole); lugares geométricos.
	5º	Geometria Vetorial	60	Vetores no R2 e R3. Definição; Distância: Entre dois pontos, de um ponto a uma reta, entre ponto e plano. Reta: Equação da reta. Plano: Equação do plano.
Unirio		Geometria Analítica	90	Coordenadas no plano. Equações de retas e circunferências. Vetores. Cônicas e a equação geral do segundo grau a duas variáveis. Coordenadas e vetores no espaço. Equações de planos e retas no espaço. Superfícies e suas equações: quádricas, de revolução, cilíndricas e cônicas.
UFRG	2º	Geometria Analítica I	60	Sistemas lineares. Vetores. Produto escalar. Produto vetorial. Produto misto. Retas. Planos. Curvas cônicas. Transformações geométricas no plano. Coordenadas polares. Outras curvas.
	3º	Geometria Analítica II	60	Curvas no espaço. Superfícies. Coordenadas cilíndricas. Coordenadas esféricas. Bases. Mudança de Base. Classificação de Quádricas.

Fonte: Elaboração própria com base nos Projetos pedagógicos disponíveis nos sites das IES citadas.

Percebemos que algumas IES oferecem a Geometria Analítica de forma condensada em 60h em um único semestre, outras oferecem em um único semestre, mas com ementa mais ampla e carga horaria de 90h, sendo que a maioria das que pesquisamos optam pelo formato de dividir o conteúdo de Geometria Analítica em duas disciplinas de 60h cada ou duas de 75h cada, como é o caso da Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ).

As ementas analisadas propõem o estudo da Geometria Analítica no plano bidimensional e tridimensional, em sua maioria contemplando desde retas e planos até o estudo das cônicas. Quase todas as ementas propõem o estudo com uma abordagem vetorial, seja por ser requisito para outras disciplinas, seja pela importância que esse campo tem para matemática do Ensino Superior. Aqui, encontramos uma diferenciação bastante importante entre a matemática ensinada no Ensino Superior e a matemática ensinada na Educação Básica, ao identificarmos que, na maioria das escolas do Ensino Médio, não se trabalha[24] com vetor na abordagem conferida à Geometria Analítica, bem como grande parte dos livros didáticos do 3º ano do Ensino Médio não trazem essa abordagem vetorial, ainda que se trabalhe com vetores no estudo da Física.

Por isso, pode-se questionar a abordagem da Geometria Analítica no Ensino Médio, por privar os/as estudantes dessa perspectiva da Geometria Analítica. Eduardo Wagner e Augusto Morgado (2001), já há muito tempo, fizeram esse questionamento sobre os livros didáticos para o Ensino Médio não apresentarem o conteúdo da Geometria Analítica com uma abordagem vetorial:

> Por que não falam em vetores? A noção de vetor é necessária ao aluno, a Física a utiliza e a Geometria Analítica fica muito mais rica com esta ferramenta, simplificando demonstrações e possibilitando soluções melhores para os problemas (WAGNER; MORGADO, 2001, p. 259).

Essa diferença nas abordagens da Geometria Analítica no Ensino Médio e nas disciplinas do Curso de Licenciatura configura uma instância de estranhamento com as práticas matemáticas do Ensino Superior a ser enfrentada pelos/as estudantes em seus processos de apropriação de práticas de numeramento durante esse curso. Ademais, os processos avaliativos de desempenho dos estudantes e dos cursos, sejam eles internos ou

[24] Na realidade, a nossa pesquisa aponta que sequer os conteúdos elementares de Geometria Analítica estão sendo trabalhados para parte dos alunos/as do Ensino Médio, conforme mostram os resultados dos nossos questionários aplicados aos/as estudantes de Licenciatura em Matemática de Caetité, nos quais a grande maioria afirma que não viram ou não lembram de tal conteúdo.

externos, vêm sendo questionados e ainda representam um ponto de tensão no sistema educacional.

Dada a complexidade dos processos de avaliação das IES, em particular a avaliação dos cursos de Licenciatura e Matemática sob a ótica de instrumentos formais de instâncias governamentais, imbricados nas relações de poder e nos diversos interesses envolvidos, inclusive interesses econômicos, no Apêndice B apresentamos algumas considerações sobre o Exame Nacional de Desempenho dos Estudantes (Enade) e o controverso Relatório da Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE).

1.5.4 Pesquisas sobre o ensino da Geometria Analítica

Na discussão que fazemos sobre *A inserção do ensino de Geometria Analítica no Brasil*, que se encontra no Apêndice A, observamos que, desde os primeiros cursos voltados para área de matemática e, em particular, os cursos de formação de professores/as de matemática, já havia preocupações de como o ensino da matemática poderia ser mais bem socializado e compreendido pelos/as estudantes. Em 1824, a junta da direção da Academia Militar já recomendava a mudança de compêndios de matemática, como, por exemplo, a substituição dos livros de Geometria de Legendre e de Álgebra de Euler pelos livros de Lacroix, por entender que alguns livros eram “complicados” e traziam “imperfeições”, sendo necessário adotar mudanças para dar maior uniformidade aos cursos e melhor compreensão dos conteúdos (SILVA, 2011). Essas recomendações de mudanças para livros didáticos “mais adequados” há quase duzentos anos é apenas uma das indicações da antiguidade dessas preocupações. Ao longo das últimas décadas, pesquisadores da Educação Matemática vêm realizando pesquisas diversas buscando responder algumas das interpelações do ensino e da aprendizagem da matemática nos diversos níveis.

A desconexão entre a matemática ensinada nas licenciaturas e as demandas da docência na Educação Básica não é algo novo. Em 1908, Felix Klein já mencionava esse problema na formação dos professores de matemática nas licenciaturas ao criticar os professores universitários da área de matemática que estavam mais interessados no aprofundamento e no conhecimento da matemática pura do que em preparar os futuros professores de matemática para atuarem na Educação Básica (VELOSO, 2004). Assim, quando esses professores começavam a atividade docente nas escolas, não conseguiam estabelecer relação entre a matemática estudada no Ensino Superior e a matemática trabalhada na escola.

Quando se discute a problemática que envolve o ensino e a aprendizagem da Matemática, tem sido muito comum atribuir as dificuldades dos/as alunos/as às questões metodológicas e às práticas pedagógicas dos/as professores/as. Nesta seção, apresentaremos alguns estudos e experiências voltados para o ensino e a aprendizagem da Geometria Analítica, buscando entender o que professores/as e pesquisadores/as têm feito para que os/as estudantes compreendam melhor esse campo da matemática.

Em sua dissertação, Marco Di Pinto (2000) fez um levantamento das pesquisas brasileiras da década de 1990 sobre o ensino e a aprendizagem da Geometria Analítica, analisando 13 estudos, entre teses, dissertações e artigos. Segundo esse autor, as pesquisas reiteravam uma ideia de que os estudantes não conseguiam dar significado aos objetos matemáticos estudados. Todavia, Di Pinto (2000) lembra que, quando um estudante constrói e articula um objeto matemático, é que ele vai lhe dar um significado.

A tese de Adriana Santos (2016), por sua vez, apresenta o "Estado da Arte" das pesquisas brasileiras no período de 1991 a 2014 sobre o ensino e a aprendizagem da Geometria Analítica no Brasil. Entre dissertações e teses, a pesquisadora identificou 41 produções acadêmicas sobre o ensino e a aprendizagem da Geometria Analítica, as quais dividiu em dois grupos para análise: as produções acadêmicas que utilizaram as Tecnologias da Informação e Comunicação (TICs) como objeto de estudo da pesquisa e as produções acadêmicas que não utilizaram as TICs como foco principal. Ao concluir sua tese, Santos (2016) observou que a temática da Geometria Analítica tratada nas pesquisas não mudou durante o período estudado, mas mudaram as estratégias de ensino e aprendizagem, que, segundo a pesquisadora, passaram a ser mais centradas no estudante, favorecendo uma participação mais ativa no processo de aprendizagem e com menor dependência dos professores.

Nesse contexto, a necessidade de superar as dificuldades e problemas enfrentados para aprendizagem da Geometria Analítica tem buscado, nos últimos anos, o suporte dos recursos tecnológicos e dos mais variados *softwares* de Geometria Dinâmica para que os estudantes possam se apropriar desses conteúdos com mais êxito.

Atualizando o panorama das pesquisas voltadas para o ensino e aprendizagem da Geometria Analítica no Brasil, para além dos estudos analisados por Di Pinto (2000) e Santos (2016), encontramos, no período de 2014 a 2019, dezenas de novas pesquisas voltadas para essa temática, na sua grande maioria trazendo experiências de ensino com o uso das TICs e fundamentadas na teoria de representação semiótica com perspectiva cognitivista. Grande parte desses estudos está referenciada na *Teoria da Representação Semiótica* de Raymond Duval e nos processos do *Pensamento Matemático Avançado* (PMA) de Tommy Dreyfus.

Considerando que a grande maioria dos estudos que encontramos se referencia na *Teoria de Representação Semiótica* de Raymond Duval (2009, 2011, 2012) para discutir o ensino e aprendizagem de Geometria Analítica no âmbito do Ensino Médio e do Ensino Superior, interessamo-nos por algumas proposições dessa teoria por compreender que os estudos da representação semiótica estão voltados para o modos de significação e de expressão, o que, de certo modo, se aproxima de nossas preocupações, ainda que em uma abordagem diversa.

Para Duval (2012), a necessidade de transformação de uma representação em outra transformação semiótica deve ser colocada no centro da atividade matemática, pois a complexidade e a diversidade que envolvem essas transformações refletem, em grande parte, as dificuldades que alunos/as têm para compreender a linguagem matemática.

Ao caracterizar as diversas representações de objetos matemáticos, como, por exemplo, uma notação para uma função ou uma figura para um círculo, Duval (2012) esclarece que a distinção entre um objeto matemático e a sua representação é algo estratégico para uma melhor capacidade de entender a matemática, pois, os objetos matemáticos nem sempre são acessíveis à percepção (como objetos "reais"), demandando efetuar-se um tratamento e dar-lhes uma representação. Ele adverte, porém, que não deve haver equívoco na associação entre objetos matemáticos e a representação que se faz deles.

Abordando a questão sob uma perspectiva cognitiva, o teórico considera estar diante de um paradoxo do pensamento matemático, pois "de um lado, a apreensão dos objetos matemáticos não pode ser mais do que uma apreensão conceitual e, de outro, é somente por meio de representações semióticas que a atividade sobre objetos matemáticos se torna possível" (DUVAL, 2012, p. 268). Duval (2012) explica que esse paradoxo não é percebido no ensino por ser dada mais importância a representações mentais que a representações semióticas:

> As representações **semióticas** são produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representações que tem inconvenientes próprios de significação e de funcionamento. Uma figura geométrica, um enunciado em língua natural, uma fórmula algébrica, um gráfico são

> representações semióticas que exibem sistemas semióticos diferentes. Consideram-se, geralmente, as representações semióticas como um simples meio de exteriorização de representações mentais para fins de comunicação, quer dizer para torná-las visíveis ou acessíveis a outrem. Ora, este ponto de vista é enganoso. As representações não são somente necessárias para fins de comunicação, elas são igualmente essenciais à atividade cognitiva do pensamento. (DUVAL, 2012, p. 269, grifo do autor)

A atribuição de papel decisivo das representações para a atividade cognitiva, destacado em dezenas de estudos realizados nos últimos anos que discutem o ensino e a aprendizagem da Geometria Analítica referenciados na Teoria de Representação Semiótica de Raymond Duval (por exemplo, PATRÍCIO, 2011; SALGUEIRO, 2011; SILVA, 2013; SILVA, 2014; DALLEMOLE, 2015; NASSER, VAZ e TORRACA, 2015; AZEVEDO, 2018; OLIVEIRA, 2018), em alguma medida, aproxima-se da perspectiva da linguagem como constituinte do pensamento, que fundamenta o modo como abordamos os processos de significação e a apropriação de práticas discursivas.

Todavia, em nossa avaliação, a abordagem da linguagem nesses estudos volta sua atenção mais para seus aspectos semânticos, conferindo pouco ou nenhum destaque à sua dimensão pragmática, o que se contrapõe à perspectiva discursiva sob a qual consideramos as práticas de numeramento. Nesse sentido, como mostraremos mais adiante, a compreensão da matemática como discurso proposta por Sfard (2007, 2008) pareceu-nos mais adequada para as análises que pretendíamos desenvolver.

1.6 Nossa compreensão sobre apropriação de práticas de numeramento

Tendo-me inserido no Grupo de Estudos sobre Numeramento (GEN), busquei inteirar-me do acúmulo teórico de seus estudos e reflexões sobre práticas matemáticas tomadas como práticas discursivas. Com efeito, como formulei o objetivo desta investigação como uma busca por compreender modos de apropriação de práticas de numeramento escolares por estudantes do curso de Licenciatura em Matemática, preliminarmente, me pareceu necessário esclarecer que estamos nos referenciando em um certo paradigma ao optar por termos como: “apropriação”, “prática” e “numeramento” e não por utilizar, naquela formulação, expressões como “aprendizagem matemática” ou “domínio de habilidades matemáticas por indivíduos”.

Para caracterizar o modo como mobilizamos o conceito de práticas de numeramento, julgamos relevante contrastar o uso que se tem feito do termo Numeramento nos estudos de realizados no Brasil de usos do termo *Numeracy* em diversos estudos estrangeiros.

O termo *Numeracy*, além de não possuir um único significado, traduz algo bastante amplo, provisório e dinâmico; nas palavras de John Ainley e Brian Doig (2001), esse termo pode ser considerado como "[...] um termo bastante elástico"[25] (p. 3, tradução nossa) para o campo da Educação Matemática.

Situamos a origem do termo *Numeracy* entre os anos de 1970 a 1990, quando psicólogos e antropólogos realizaram pesquisas que desencadearam críticas às teorias de aprendizagem que priorizavam o conceito de transferência[26]. Em muitos dos estudos que ocorreram nesse período, a matemática era considerada como um campo de conhecimento generalizável e independente de cultura. Em contrapartida, estudos relativos à cognição em ambiente natural demonstraram que o uso e a aplicação de conhecimentos e habilidades matemáticas dependiam do contexto (YASUKAWA et al, 2018). Nesse sentido, tensões e reflexões acerca do conhecimento hegemônico da matemática (cartesiana e eurocêntrica) começam a emergir no campo da Educação Matemática.

No estudo em língua inglesa *A rich interpretation of numeracy for the 21st century*, com foco na relação sociedade e indivíduo, Vince Geiger, Merrilyn Goos e Helen Forgasz (2015) definem *Numeracy* como um conceito "[...] usado para identificar o conhecimento e as capacidades necessárias para acomodar as demandas matemáticas da vida privada e pública e para participar da sociedade como cidadãos informados, reflexivos e colaboradores"[27] (GEIGER; GOOS; FORGASZ, 2015, p. 531, tradução nossa).

Para o Programa de Avaliação Internacional da Competência de Adultos da Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), por sua vez, o *numeracy* é:

> a habilidade de acessar, usar, interpretar e comunicar informações matemáticas e ideias para se envolver e gerenciar as demandas matemáticas de uma série de situações na vida adulta. Para esse fim, numeramento envolve o gerenciamento de uma situação ou a solução de um problema em um contexto real, respondendo a conteúdo /

[25] 'a rather elastic term'

[26] De acordo com essas teorias de transferência, as ferramentas não mudam e são "independentes das situações em que são usadas" (PACKER, 2001, p. 498).

[27] "used to identify the knowledge and capabilities required to accommodate the mathematical demands of private and public life and to participate in society as informed, reflective, and contributing citizens."

> informações / ideias matemáticas representadas de várias maneiras[28] (OECD 2016, p. 18, tradução nossa).

As definições acima, de certa forma, associam conceito de *Numeracy* ao domínio por um indivíduo de certas habilidades matemáticas, identificado pelo êxito no seu uso em situações diversas. Já a obra *Numeracy as Social Practice* de Keiko Yasukawa et al (2018) apresenta uma seleção de lentes teóricas que foram usadas para estudar *Numeracy* como prática social. Nas pesquisas apresentadas no livro, os/as autores/as identificam quatro modelos teóricos diferentes, embora sobrepostos, que informam os estudos sobre *Numeracy* como prática social. São eles: a perspectiva da cognição situada; a teoria histórico-cultural da atividade; o letramento como prática social; e a etnomatemática. Essas quatro influências destacam pressupostos que são centrais para uma perspectiva de *numeracy* como práticas sociais, que, inclusive, extrapolam os contextos da escolaridade.

Parece ser essa a perspectiva do Numeramento como prática social que tem sido adotada nos estudos brasileiros, fruto de pesquisas voltadas para as várias demandas da sociedade e o modo como as pessoas pensam e usam a matemática em diversos contextos, inclusive o escolar.

Maria da Conceição Fonseca (2015) problematiza a compreensão do termo *numeramento* (alternativa que prefere ao termo *Numeracia*), tal como vem sendo referido em alguns estudos no Brasil, como uma mera tradução do termo inglês *numeracy*. Para a autora, assim como o termo *letramento,* mais do que tradução do termo inglês *literacy,* assumiu significados diversos nos usos acadêmicos ou pedagógicos que dele são feitos no Brasil, também o termo *numeramento* afastou-se dos significados de *numeracy* ligados a habilidades individuais, assumindo maior identidade com trabalhos como os de Dave Baker, Brian Street e Alison Tomlin (2003), Iddo Gal (1994) e Brian Street (1984), que vinculam o conceito de *numeracy* a um conceito de *literacy* como prática social.

É justamente para explicitar a vinculação com o conceito de letramento, que estudos brasileiros adotaram o termo *numeramento* (e não *numeracia*). Para Magda Soares (2006), a opção pelo sufixo–*mento* no termo usado no Brasil – *letramento* – revela a preocupação não só com o resultado de uma ação ("o estado ou a condição que adquire um grupo social ou um

---

[28] the ability to access, use, interpret and communicate mathematical information and ideas in order to engage in and manage the mathematical demands of a range of situations in adult life. To this end, numeracy involves managing a situation or solving a problem in a real context, by responding to mathematical content/information/ideas represented in multiple ways.

indivíduo como consequência de ter-se apropriado da escrita" (Soares, 2006, p.18)), mas também com a própria ação.

A apropriação de práticas de leitura e de escrita e a apropriação de práticas matemáticas, entretanto, estão vinculadas a uma mesma intenção de processar informações, classificar, ordenar, analisar e transformar em conhecimento, para utilizar no dia a dia da comunidade; enfim, relacionam-se à necessidade de conviver em sociedade, mas em uma certa sociedade, conformada pela cultura escrita e pelos valores da quantificação para padronização e controle. Essa convivência em sociedade, por sua vez, é dinâmica e apresenta as mais variadas perspectivas, e diferentes valores são atribuídos ao conhecimento a depender das classes sociais e da perspectiva cultural (GOULART, 2001).

> Estamos aqui entendendo as orientações de letramento como o espectro de conhecimentos desenvolvidos pelos sujeitos nos seus grupos sociais, em relação com outros grupos e com instituições sociais diversas. Este espectro está relacionado à vida cotidiana e a outras esferas da vida social, atravessadas pelas formas como a linguagem escrita as perpassa, de modo implícito ou explícito, de modo mais complexo ou menos complexo (GOULART, 2001, p. 10).

Para que se possa fazer essa correlação letramento/numeramento, buscamos, mais uma vez, em Cecilia Goulart (2001) um conceito mais amplo de letramento. A autora nos afirma que o letramento está "relacionado ao conjunto de práticas sociais orais e escritas [de linguagem] de uma sociedade" (p.7). É nesse sentido que os estudos sobre numeramento brasileiros consideram que o Numeramento compõe o Letramento e se dispõem a

> Compreender o numeramento em sua dimensão social, como um 'fenômeno cultural', ou seja, como um conjunto de práticas em contextos específicos de uso, nos quais se fazem presentes necessidades, sentidos, valores, critérios, tanto quanto conhecimentos, registros, habilidades e encaminhamentos dos procedimentos matemáticos', sejam eles orais ou escritos (FONSECA, 2010, p.329, destaques da autora).

Com efeito, os estudos sobre práticas de numeramento envolvem discussões acerca do conhecimento matemático, dos discursos sobre esse conhecimento, dos modos de uso, das teorias que circulam formal ou informalmente, tendo em vista que todos esses elementos estão entrelaçados nas práticas discursivas.

Estudiosos da Educação Matemática vêm adotando o conceito de práticas de numeramento de forma mais ampla, tomando, assim, as práticas matemáticas cotidianas, escolares, acadêmicas, profissionais, como práticas sociais. Ou seja, nessa perspectiva, quando se fala em práticas matemáticas, a referência não se restringe às (mas inclui) práticas matemáticas das atividades da 'disciplina Matemática' (FONSECA, 2009) ou ao domínio de um conjunto de habilidades individuais (FONSECA, 2017). Os estudos se valem das observações e das narrativas sobre uma variedade de eventos permeados por atividades de quantificação, ordenação, classificação, apreciação, uso ou representação de formas e espaços etc, em contextos diversos, analisados como práticas discursivas e, como tal, como ação social. Nesse sentido, a abordagem dos estudos brasileiros se aproxima da perspectiva adotada por Baker, Street e Tomlin (2003), segundo a qual "as práticas de numeramento não seriam apenas os eventos que envolvem atividades numéricas, mas são concepções culturais mais amplas que dão significado ao evento, incluindo os modelos que os participantes trazem para isso" (p.12).

Assim, identificamos práticas de numeramento em eventos que se delineiam em diversos contextos presentes na sociedade. A escrita e a leitura, de alguma forma, estarão vinculadas à realização desses eventos, portanto é pouco provável identificar um evento exclusivamente de numeramento. Desse modo, a lente que vê as formas de representação da escrita nos mais variados eventos de numeramento pode ultrapassar a barreira da escrita numérica. A leitura de gráficos e representações geométricas, entre outras, por exemplo, englobam outras formas de representação – a visual (MENDES, 2007), o que nos leva a perceber que

> [...] a pluralidade do numeramento se manifesta pela diversidade de práticas sociais existentes em torno das noções de quantificação, medição, ordenação e classificação em contextos específicos, em que os diversos usos dessas noções estão estritamente ligados a valores socioculturais que permeiam essas práticas [...] (MENDES, 2007. p. 23).

Nessa mesma perspectiva, Ruana Brito (2012) afirma que as *práticas de numeramento* constituem-se como atividades humanas, intrinsecamente sociais e realizadas em eventos interativos e pragmáticos entre os sujeitos. Por isso, os estudos do GEN operam com o conceito de práticas de numeramento como um

> construto teórico que visa contemplar conceitos, concepções, representações, crenças, valores e critérios, padrões de estratégias, procedimentos, atitudes, comportamentos, disposições, hábitos, formas de uso e/ou modos de *matematicar* que se forjam *nas*, e forjam *as*, situações em que se mobilizam

> conhecimentos referentes à quantificação, à ordenação, à classificação, à mensuração e à espacialização, bem como suas relações, operações e representações. Visa, ainda, analisar a relação de todos esses aspectos, com os contextos socioculturais nos quais se configuram – e que são por eles configurados (FARIA; GOMES; FONSECA, 2008, p. 3-4).

Esses estudos, usufruindo do acúmulo teórico e metodológico de estudos do letramento, abordam as práticas de numeramento como práticas discursivas, analisando sua apropriação no âmbito dos modos pragmáticos de usar a língua, causar efeitos de sentido e produzir significações contextualizadas e interessadas.

Assim, a discussão acerca da apropriação de práticas numeramento por estudantes de Licenciatura em Matemática apresenta complexidades por envolver modos específicos de uso da língua, configurados em uma linguagem matemática que ganha não apenas novos termos quando de sua abordagem no Ensino Superior, mas também novos mediadores, novos estilos de proposições e novos critérios de legitimação, o que produz novas práticas discursivas. A participação nessas práticas é balizada pelas especificidades do ensino superior, pelas "verdades" pré-estabelecidas do campo, pelas relações de poder e pelas posições disponibilizadas a ou conquistadas por sujeitos que assumirão a docência dessa disciplina como atividade profissional. As tensões no debate sobre o que é pertinente ou não para formação acadêmica, o que seria ideal/adequado para o futuro professor de matemática atuar na escola e qual conhecimento matemático seria necessário apropriar para obter êxito no curso e na profissão docente inserem ainda nessas práticas componentes que as tensionam e complexificam.

É nesse contexto que os/as licenciandos/as, no decorrer do curso, apropriam-se de práticas matemáticas, produzindo significados e atribuindo sentidos a essas práticas, mobilizando, nesses processos, conhecimentos da matemática a que tiveram acesso na Educação Básica e no Ensino Superior, considerados por quem define os currículos (oficiais ou não) adequados às suas demandas. Dessa forma, os/as licenciados/as são convocados por sua memória à ação pragmática e cultural.

Por isso, ao focalizar a apropriação de práticas de numeramento por estudantes da licenciatura, consideramos que a "apropriação está relacionada a diferentes modos de participação nas práticas sociais, diferentes possibilidades de produção de sentido" (SMOLKA, 2000, p.33). Assim, não estamos vinculando a apropriação a uma ideia de êxito em atividades matemáticas realizadas pelo indivíduo de forma produzir uma resposta *adequada*. A apropriação, tal como a queremos abordar, tem uma estreita relação com a ação do sujeito de tornar *próprio*, tornar seu. Entretanto, “tornar próprio não significa exatamente, e nem sempre coincide com tornar adequado às expectativas sociais. Existem modos de tornar próprio, de tornar seu, que não são adequados ou pertinentes para o outro” (SMOLKA, 2000, p.32).

Para Elsie Rockwell (2005), o conceito de apropriação transmite ao mesmo tempo um sentido de natureza participativa e transformadora do sujeito e de natureza obrigatória e ferramental em relação ao patrimônio cultural. Ou seja, as pessoas utilizam e se apropriam dos recursos culturais (artefatos, práticas, imagens, gestos, cálculos, palavras, símbolos etc) que se encontram ao seu alcance. Assim, “essa noção de apropriação é, portanto, em consonância com o conceito antropológico emergente, que define a cultura como complexa, múltipla, situada e histórica” (ROCKWELL, 2005, p. 2).

Tendo em vista o foco desta pesquisa, ressaltamos que buscaremos compreender os modos como os estudantes de Licenciatura em Matemática se apropriam de práticas de numeramento escolares, considerando que essa apropriação se estabelece quando esses sujeitos se posicionam discursivamente, relacionando-se com o conhecimento matemático e com os sujeitos e instituições que o produzem, a partir das contribuições e limites da formação que tiveram oportunidade de vivenciar e das diversas referências culturais que essa formação escolar, familiar, de pertencimento étnico e de classe social, da atividade laboral, etc, lhes legou, além das influências de suas relações sociais atuais e dos conflitos e contribuições que lhes proporcionam as práticas pedagógicas do Ensino Superior, os discursos *de* e *sobre* matemática que nele se veiculam e suas próprias intenções e interesses, inclusive os voltados à sua futura ou presente atuação docente.

1.7 Apropriação de práticas de numeramento por estudantes de Licenciatura em Matemática

As preocupações, que tenho na condição de professor do Curso de Licenciatura em Matemática, com a problemática geral das relações de ensino e de aprendizagem em meio à complexidade das conjunturas local e nacional em que estão inseridas as licenciaturas em matemática, levaram-me a procurar abordar a questão da apropriação das práticas de numeramento escolares (referenciadas em sua formação na Educação Básica ou no Ensino Superior) por estudantes de licenciatura em matemática, de maneira a focalizar a dimensão sociocultural dessas práticas e das demais práticas matemáticas em que as e os/as licenciandos/as se envolvem na vida estudantil, profissional e em outras instâncias da vida social. É nessa perspectiva que julguei que este estudo dialogaria com outros, realizados no contexto de outras licenciaturas em matemática e que consideram as práticas matemáticas como práticas discursivas, e, como tal, socioculturais (que é o caso daqueles que focalizam as práticas matemáticas – cotidianas, escolares, acadêmicas, profissionais – como práticas *de numeramento*).

Por isso, recorri aos estudos sobre práticas de numeramento que discutiram as relações que estudantes do Ensino Superior estabelecem com conhecimentos matemáticos veiculados na Escola Básica e na Universidade ou referenciados em suas vivências cotidianas em outras instâncias da vida social, demarcando tais práticas como práticas discursivas de sociedades grafocêntricas e quanticratas, conforme as considera Fonseca (2017). Essa vertente de estudos que focalizam a natureza discursiva das práticas matemáticas está fortemente representada em trabalhos do Grupo de Estudos sobre Numeramento (GEN), que passei a integrar ao ser admitido no Programa de Pós-graduação em Educação: Conhecimento e Inclusão Social da UFMG.

Foi a partir de minha experiência de docente do ensino superior e do contato com o GEN que vislumbrei o interesse em delinear este trabalho como um estudo sobre apropriação de práticas de numeramento escolares (referenciadas em sua formação na Educação Básica ou no Ensino Superior) pelos/as licenciandos/as em matemática da Uneb – *Campus* Caetité.

No GEN, encontramos relevantes trabalhos sobre apropriação de práticas de numeramento por estudantes da Educação de Jovens e Adultos, do Ensino Fundamental, do Ensino Médio, da Educação Escolar Indígena, da Educação do Campo, entre outros. Quatro trabalhos focalizam estudantes da Licenciatura em Matemática: Ruana Brito (2012) recorre à ideia de apropriação de Rockwell (2005) para discutir a apropriação de práticas de numeramento por licenciandos/as Pataxó que participam da habilitação em Matemática do Curso de Formação Intercultural de Educadores Indígenas da UFMG; Giovanna Carvalho (2014) analisa apropriação de práticas de numeramento no âmbito de sessões de discussão de diversos grupos de licenciandos/as em Matemática da UFMG sobre o papel da contextualização nas questões do Enem; Josinalva Sá (2016), por sua vez, focaliza a apropriação de práticas de numeramento por licenciandos/as em Matemática do Curso de Licenciatura em Educação do Campo, que é ainda uma outra modalidade de oferta de cursos de licenciatura da UFMG; e Brito (2019) acompanha uma turma multiétnica da habilitação em

Matemática do Curso de Formação Intercultural de Educadores Indígenas da UFMG no desenvolvimento de um projeto de Educação Estatística.

Trazemos, a seguir, um pouco mais das características e dos resultados desses estudos por julgar que o modo como operam com a ideia da apropriação de práticas de numeramento no âmbito de cursos de licenciatura possa auxiliar-nos na abordagem que temos procurado adotar em nossa investigação.

Brito (2012), tendo como referência a educação indígena e articulando os conceitos de práticas de numeramento, apropriação e aportes de uma abordagem etnomatemática, analisou, na dissertação "Apropriação das práticas de numeramento em um contexto de formação de educadores indígenas", os modos como educadores e educadoras indígenas em formação, da etnia Pataxó, do curso de Formação Intercultural de Educadores Indígenas (Fiei/Reuni), habilitação em Matemática, da Faculdade de Educação da Universidade Federal de Minas Gerais, apropriam-se de práticas (discursivas) de numeramento escolar. Para a realização dessa investigação, a pesquisadora utilizou como *corpus* narrativas e transcrições das interações entre estudantes indígenas e professoras-formadoras do Fiei que ocorreram em várias etapas de formação durante o curso. Como resultado, identificou valores, estratégias e conhecimentos mobilizados por licenciandos/as indígenas com vistas à apropriação das práticas sociais que os incluem na condição de sujeitos de conhecimento e de cultura na Educação Escolar.

Carvalho (2014), com o propósito de analisar as práticas discursivas que tematizam a relação das pessoas com conhecimentos, procedimentos e critérios matemáticos, busca, na pesquisa empreendida na dissertação "Papéis do contexto das questões de matemática do Enem: práticas de numeramento envolvidas na discussão com docentes em formação", compreender as formas pelas quais os licenciados/as em matemática (futuros/as professores/as) se relacionam com questões de matemática do Exame Nacional do Ensino Médio (Enem), observando essa relação não apenas do ponto de vista técnico, mas numa perspectiva pragmática. Para tanto, a pesquisadora propõe-se a focalizar o domínio e a mobilização de habilidades e competências, mas procurando, principalmente, entender as posições assumidas por esses sujeitos em relação ao Enem, atentando-se às práticas sociais vivenciadas, aos valores e às tensões que permeiam esses exames. Como resultado, foram identificados três papéis que os participantes atribuíam à contextualização pretendida pelo enunciado das questões, a saber: i) o papel de induzir uma nova relação com a Matemática Escolar no Ensino Médio; ii) o papel de instaurar ou fomentar a preocupação com o desenvolvimento de habilidades de alfabetismo; e iii) o papel de configurar os contextos como uma ferramenta para auxiliar na resolução das questões. Realizada a pesquisa, Carvalho (2014) constatou, a partir da reflexão desses/as licenciandos/as, que, apesar dos impactos positivos provocados pela contextualização das questões, como propiciar uma leitura, uma compreensão e uma interpretação inter-relacionada ao conhecimento de mundo, ainda há elementos a serem repensados, entre outros, na elaboração dos itens que constam na avaliação do Enem e em sua divulgação.

Um outro trabalho envolvendo licenciatura em Matemática foi realizado por Sá (2016), "Licenciatura em Educação do Campo: propostas em disputa na perspectiva de estudantes do Curso de Matemática da UFMG". Nessa dissertação, a pesquisadora teve como objetivo identificar e analisar como os/as licenciados/as do Curso de Licenciatura em Educação do Campo – Habilitação Matemática entendem a proposta curricular desse curso no que se refere à formação em Matemática e às práticas de ensino de Matemática na Educação do Campo, bem como refletir sobre a forma como os/as estudantes mobilizam discursos ao se posicionarem diante da proposta curricular vivenciada por eles/as. Para a análise, foram trazidos para o diálogo temas voltados aos estudos sobre a proposta da Educação do Campo e a formação de docentes para atuação em seu contexto, sobre currículo e sobre perspectivas da Educação Matemática, em especial as que são voltadas à dimensão política das práticas pedagógicas e a ideia de apropriação de práticas de numeramento como apropriação de discursos. Após a realização da pesquisa, Sá (2016) constatou, nos modos como os sujeitos se apropriam de práticas de numeramento escolares: i) indícios de princípios da Educação do Campo e da Educação Matemática, inspirados em concepções freirianas; ii) discursos sobre currículo como relações de poder; e iii) discursos sobre currículo como uma prática que produz identidades sociais. Sá, assim como Brito (2012) e Carvalho (2014), busca identificar os valores, as estratégias e os conhecimentos mobilizados pelos estudantes a fim de se apropriarem das práticas matemáticas e pedagógicas propostas.

Durante a realização desta pesquisa, como membro do GEN, tive oportunidade de acompanhar também a investigação que subsidiaria a tese de doutorado de Ruana Brito (2019) que também se dedicou à apropriação de práticas de numeramento por estudantes de Licenciatura em Educação Intercultural Indígena, com habilitação em Matemática, em especial focalizando a apropriação de práticas da Educação Estatística.

Em sua tese, Brito (2019) analisa os diferentes modos de apropriação de práticas de numeramento relacionadas à produção do conhecimento que compreende a cultura estatística.

As práticas de numeramento são identificadas a partir das interações que aconteceram em aulas ministradas no referido curso para Educadores Indígenas e oficinas voltadas para a realização, pelos/as estudantes, de uma pesquisa de opinião e durante o seminário em que licenciandos/as indígenas relataram como haviam desenvolvido uma atividade semelhante àquela em suas aldeias. A autora mobilizou conceitos do campo do letramento para identificar naquelas interações o letramento estatístico em suas diferentes dimensões (alfabetização estatística, raciocínio estatístico e pensamento estatístico). Considerando a singularidade e a cultura dos sujeitos da pesquisa, Brito (2019) procura, em sua análise, reconhecer nos posicionamentos desses sujeitos, os tensionamentos que compreendem os processos de apropriação do pensamento estatístico em sua abrangência educacional.

De certa forma, esses quatro trabalhos discutem a relação entre os conhecimentos escolares (com os quais licenciandos e licenciandas se confrontam no Ensino Superior, mas que colocam em diálogo com suas vivências de educandos e educadores da Educação Básica) com os conhecimentos produzidos em outras instâncias da vida social. Esta pesquisa, todavia, será o primeiro trabalho desse grupo a focalizar um curso de licenciatura em Matemática de outra instituição que não a UFMG, e, a exemplo do trabalho de Brito (2019), elege um campo específico da matemática, no âmbito do qual, as interações discursivas a serem analisadas são produzidas.

Nesse sentido, me ocorre retomar outro trabalho cuja produção acompanhei e que trouxe contribuições para esta pesquisa. Trata-se da investigação que subsidiou a tese de doutorado de Paula Adelino (2018), que, embora desenvolvida com estudantes do Ensino Médio, mobiliza os conceitos de território e territorialidade para caracterizar a Matemática que se ensina na escola como território discursivo, pontuando, assim como o faz Sfard (2007), as restrições ao acesso às práticas matemáticas impostas pela dificuldade em dominar os recursos e a lógica de seu discurso.

Urge lembrar que, além dos trabalhos comentados acima, outros de igual relevância para o estudo das práticas de numeramento (LIMA, 2007; FARIA, 2007; CABRAL, 2007; SOUZA, 2008; FERREIRA, Ana, 2009; ADELINO, 2009; SCHNEIDER, 2010; SIMÕES, 2010; FREITAS, 2010; VASCONCELOS, 2011; LIMA, 2012; SILVA, 2013; MENDONÇA, 2014; MIRANDA, 2015; CABRAL, 2015; SIMÕES, 2019 e LIMA, 2020) contribuíram para nossa reflexão inspirando procedimentos de nosso trabalho de campo e trazendo subsídios e questões para o aprofundamento dos conceitos que mobilizamos nas análises.

1.8 Matemática como discurso

Como nos demais trabalhos sobre apropriação de práticas de numeramento referidos neste capítulo, as instâncias dessa apropriação serão analisadas aqui como exercícios de significação de práticas discursivas; todavia, neste trabalho nos pareceu relevante focalizar esses exercícios e os desafios e as possibilidades que eles apresentam a estudantes do Ensino Superior, em especial os/as que se preparam para a docência, a partir de uma reflexão sobre a configuração específica dos discursos da matemática escolar.

Assim, nos dispusemos a explorar potencialidades analíticas da elaboração de Sfard (2007, 2008) na caracterização do discurso matemático, para a discussão dos modos de apropriação de práticas de numeramento escolares protagonizadas por estudantes da Licenciatura em Matemática da UNEB – *Campus* Caetité.

Ao apresentar a matemática como uma forma de discurso, Sfard (2007, 2008) argumenta que os discursos são os "diferentes tipos de comunicação que aproximam algumas pessoas e excluem outras"[29] (SFARD, 2007, p. 573, tradução nossa) e que "diferentes interlocutores agem de acordo com regras discursivas diferentes"[30] (SFARD, 2007, p. 567, tradução nossa). Para a autora, o discurso matemático apresenta características inter-relacionadas que podem ser percebidas por meio do vocabulário, dos mediadores visuais, das narrativas e das rotinas.

O vocabulário é uma característica que demarca o discurso matemático por apresentar palavras tipicamente matemáticas ou de uso tipicamente matemático que estão relacionadas aos modos de nomear e relacionar quantidades, medidas e formas. Assim, um/a aprendiz, ao se tornar participante do discurso matemático da escola ou da universidade, aprende a fazer novos usos de palavras que já conhecia, mas, também, pode precisar aprender termos que nunca usou antes e que são específicos da matemática escolar e/ou acadêmica. Com isso, o aprendiz deve apropriar-se de dois modos de lidar com o vocabulário que se apresenta como recurso lexical das práticas discursivas em que se configuram as práticas de numeramento: há palavras que têm usos em diversos campos da vida social e assumem, no discurso matemático, significados mais específicos (por exemplo: função, conjunto, corpo, anel, excentricidade, razão, e mesmo ponto, reta e plano); e há, também, palavras no vocabulário da Matemática escolar ou acadêmica que são usadas quase que exclusivamente no seu

[29] different types of communication that bring some people together and exclude others
[30] different interlocutors act according to different discursive rules

contexto específico (por exemplo: hipotenusa, apótema, exponenciação, seno, cosseno, etc) ou se usam em outras instâncias da vida social fazendo referência, mesmo que metafórica, a seu uso naquela Matemática.

A novidade trazida pelo uso dessas palavras (ou porque somente são usadas nas interações forjadas nesse contexto, ou porque têm usos nessas interações que conflitam com outros usos que possam ter em outros contextos) pode causar estranhamentos, resistências e distorções em relação aos significados pretendidos por quem os enuncia. Nesse sentido, uma análise das práticas matemáticas como práticas discursivas não pode prescindir de uma reflexão sobre seu vocabulário sob pena de não compreender os modos de participação dos sujeitos (expertos, docentes ou aprendizes) nessas práticas e os modos de interação entre eles nelas forjados.

Os mediadores visuais, por sua vez, são meios pelos quais os participantes de um discurso registram visualmente o objeto de sua fala para coordenar a comunicação entre eles. Em geral, os discursos matemáticos envolvem artefatos simbólicos, criados especialmente para um tipo de comunicação específica, a exemplo de fórmulas matemáticas, diagramas, desenhos, gráficos etc. Nesse caso, Sfard (2007) entende que os artefatos não são simplesmente meios auxiliares para transmitir ou expressar um pensamento preexistente; eles são como "parte integrante do ato da comunicação e, portanto, em particular, de processos de pensamento[31]" (SFARD, 2007, p. 572, tradução nossa).

Tanto o vocabulário quanto os mediadores visuais são ferramentas usadas pelos participantes do discurso para identificar determinados objetos de suas falas de tal modo que possam fazer fluir uma interação. Para desenvolver o discurso matemático escolar, os participantes devem conhecer, minimamente, parte da notação matemática expressa por uma simbologia específica, tais como os operadores aritméticos ($+$, $-$, $\div$, $=$, $\neq$, $>$, $<$), a notação utilizada quando se trabalha com Conjuntos ($\cap$, $\emptyset$, $\cup$, $\exists$, $\forall$, $\not\subset$, $\subset$, $\in$), a notação algébrica (x, xy^2, y/x), a notação geométrica ($\perp$, $//$, $\llcorner$, $\cong$, $\widehat{AB}$, $\overline{AB'}$, ΔABC), a notação trigonométrica (sem α, cos α, tg α, cotg α, π [32]), entre outras.

As mediações visuais nas práticas discursivas da matemática escolar têm especial relevância não só para o registro do discurso matemático ou para sua tradução em uma mídia

[31] as a part and parcel of the act of communication and thus, in particular, of thinking processes.

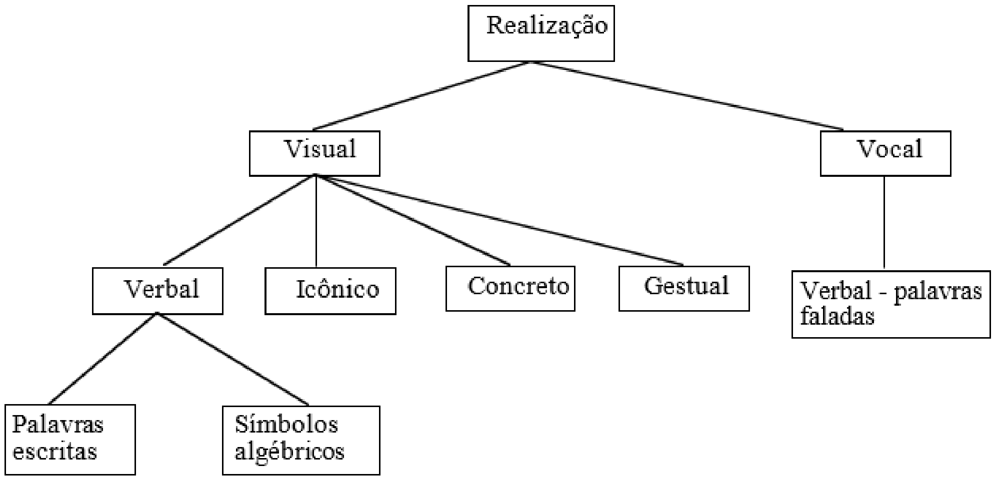
[32] A letra grega π é utilizada para representar o número irracional que corresponde à razão entre o comprimento da circunferência e o comprimento do diâmetro da mesma circunferência. Na trigonometria, é comum se representar a medida dos ângulos em radianos. Assim, a medida do ângulo raso é dada justamente por π, o que nos faz associar este símbolo ao discurso trigonométrico.

impressa, mas, também, para a produção desse discurso e para sua conformação em um certo estilo e numa determinada estrutura composicional (BAKHTIN, 1997), o que condiciona não apenas a comunicação entre sujeitos, mas, como destaca Sfard (2007, 2008), a comunicação do indivíduo consigo mesmo, ou seja, o pensamento.

Nesse sentido, os mediadores visuais estabelecem não só um modo de "falar de matemática", mas, ao definir modos e possibilidades de comunicação, condicionam também modos e possibilidades de fazer e pensar matemática, exigindo daqueles que pretendem "aprender matemática", ou melhor dizendo, aprender aquela matemática que se produz com esses mediadores, que se apropriem também dos modos de usá-los.

Ainda em relação aos mediadores visuais, Sfard (2008) aponta diferentes tipos de realizações dos significantes no discurso matemático (Figura 1).

Figura 1 - Diferentes modalidades de realizações dos significantes no discurso matemático



Fonte: (SFARD, 2008, p. 155, tradução nossa)

Essa diversidade abre possibilidades múltiplas de mediação que, quase sempre, envolve a transição de um meio para outro, por exemplo, do significante algébrico-simbólico para uma realização icônica (representação gráfica). Nesse sentido, Sfard (2008) considera que cada meio tem seu próprio discurso que sustenta seu conjunto único de narrativas e a variedade de realizações visuais alarga as possibilidades comunicacionais. A autora acrescenta que "na maioria das vezes, uma dada narrativa pode ser construída e substanciada de várias maneiras, por meio de diferentes realizações dos significantes componentes"[33] (SFARD, 2008, p. 156, tradução nossa). Por exemplo, o significante "13+28" pode se realizar

[33] More often than not, a given narrative may be constructed and substantiated in a number of ways, via different realizations of the component signifiers.

num novo significante “41”, que, por sua vez, pode ser realizado como um ponto em uma reta numérica ou como a cardinalidade de um conjunto de medalhas. Ou seja, o mesmo significante pode ser realizado de diversas maneiras, em diferentes mídias, fazendo referência sempre a um mesmo significado.

A consideração dessa diversidade de possibilidades de mediação e os desafios da transição de uma para a outra parece-nos particularmente interessante quando nos dispomos a analisar a apropriação de práticas discursivas em Geometria Analítica, campo que se configura justamente na interação entre representações algébricas e geométricas. Assim, nesta investigação, em que queremos compreender melhor a relação de licenciandos/as em matemática com a matemática escolar, cumpre-nos, pois, dispensar atenção aos modos como esses/as docentes em formação lidam com esses mediadores, sua disponibilidade, diversidade e transição em seus processos de apropriação de práticas de numeramento escolares.

Sfard (2007, 2008) propõe, ainda, nessa linha de raciocínio, que o discurso matemático se produz em certas narrativas. Na proposição de Sfard (2007, 2008), as narrativas são textos falados ou escritos, produzidas para a descrição de objetos ou de relações entre objetos ou atividades com ou por objetos, e que podem ser considerados verdadeiros ou falsos, sendo, portanto, muito importante, para a apropriação desse discurso, o estabelecimento dos critérios que endossam ou rejeitam uma narrativa. O que endossa essas narrativas pode variar de discurso para discurso, mesmo no âmbito da Matemática e, nesse endosso, estão imbricadas as relações de poder entre os interlocutores – e, acrescentamos nós, entre os discursos.

Historicamente, o discurso matemático foi preparado como algo que deveria permitir apenas relações puramente dedutivas entre narrativas. Com efeito, por mais que, tradicionalmente, a matemática escolar seja vista como um receituário de conteúdos predeterminados, ela está impregnada de experiências do cotidiano e, de algum modo, as interações no contexto da aprendizagem escolar de matemática transitam entre discursos variados da vida social, o discurso matemático escolar e o discurso matemático acadêmico. As narrativas eleitas e consideradas válidas no discurso matemático acadêmico (e, também, com diferentes graus de rigor, nos discursos matemáticos escolares) são conhecidas como teorias matemáticas, que incluem construções discursivas como definições, propriedades, teoremas e demonstrações.

Sfard (2007, 2008) observa, porém, que as narrativas podem ocorrer no nível do objeto, quando elas dizem respeito aos objetos matemáticos ($7-3 = 4$; $A = \pi r^2$; “Todo quadrado é também um retângulo”), ou em um meta-nível, quando as narrativas dizem respeito a histórias sobre o próprio discurso de como a matemática é feita, que pode explicar determinados procedimentos ou algoritmos utilizados. Sfard (2007) apresenta, como exemplo, a proposição "Enquanto estiver calculando, execute a operação entre parênteses primeiro"[34] (SFARD, 2007, p. 574, tradução nossa).

Sfard (2007, 2008) se refere às "rotinas" como "padrões repetitivos bem definidos nas ações dos interlocutores, característicos de um determinado discurso[35]" (SFARD, 2007, p. 574, tradução nossa). A rotina é uma categoria abrangente que se sobrepõe parcialmente às três características anteriores (uso de palavras, uso de mediador, e produção de narrativas legítimas), porque lhes confere critérios de uso, criação e legitimação.

A pesquisadora considera que algumas rotinas efetuadas pelos interlocutores do discurso matemático são ditadas pelas propriedades de objetos matemáticos que estão sendo manipulados (por exemplo, a aplicação da propriedade comutativa ou associativa em rotinas de cálculo numérico); nesse caso, Sfard (2007, 2008) considera que os princípios que ajustam essas rotinas são as regras ao nível do objeto. Quando, porém, as regras podem ser deduzidas de ações dos participantes de um discurso (proposições sobre o discurso e não sobre o objeto), a autora chama de regras de meta-nível, que, por sua vez, respaldam narrativas de meta-nível.

As rotinas do meta-nível ou meta-regras, em geral, estão implícitas no discurso. Elas estabelecem padrões repetitivos do discurso e se manifestam, por exemplo, quando os participantes de um discurso aceitam que uma determinada demonstração foi desenvolvida corretamente. Certamente, esses participantes realizaram o julgamento a partir das narrativas produzidas e aceitas pela comunidade de matemáticos dentro de determinado contexto histórico. Sfard (2007, 2008) adverte que o fato de as regras no meta-nível estarem ocultadas no discurso faz com que elas não sejam fáceis de ser percebidas e, consequentemente, modificá-las se torna uma tarefa complexa. Por exemplo, demonstrar um teorema a partir de uma nova narrativa ou criar um novo modo de identificar uma figura geométrica diferente daquela a que os aprendizes estão acostumados demanda uma modificação em suas rotinas de meta-nível, pois exige alteração nos critérios de que se vai lançar mão para encaminhar e validar a demonstração ou para a classificação da figura.

Um outro aspecto abordado por Sfard (2008) são as rotinas ritualizadas. Para a autora, o *ritual* é um tipo de rotina cujo objetivo (condição final) é o alinhamento com os outros e a aprovação social, diferente da rotina de *exploração*, cujo objetivo é a produção de uma

[34] While calculating, perform the operation in brackets first
[35] Routines are well-defined repetitive patterns in interlocutors' actions, characteristic of a given discourse.

narrativa endossada (um produto autossustentável). Nesse sentido, as rotinas ritualizadas revelam a tendência de um estudante imitar outros como necessidade de se comunicar. Todavia, o sujeito pode seguir uma regra proclamada/definida por outro interlocutor como uma preliminar, para tentar descobrir a lógica interna desse outro discurso. A autora recorre às palavras de Mikhail Bakhtin para afirmar que nenhuma imitação pode ser vista como a reprodução exata de um outro modelo:

> A experiência de fala única de cada indivíduo é moldada e desenvolvida em interação contínua e constante com as declarações individuais dos outros. Esta experiência pode ser caracterizada até certo ponto como o processo de assimilação - mais ou menos criativo - das palavras dos outros (e não das palavras de uma língua). Essas palavras de outros trazem consigo sua própria expressão, seu próprio tom avaliativo, que assimilamos, retrabalhamos e reacentuamos. (BAKHTIN,1999, p. 130, tradução nossa).

Mesmo que haja uma imitação do outro, são inevitáveis alterações e modificações no processo de individualização das rotinas. Filtrar a regra ou o jeito de fazer do outro é uma condição para que o sujeito possa avaliar criticamente o seu desempenho.

Ademais, quando Sfard (2008) propõe considerar a matemática como uma forma de discurso, a autora observa que muitos objetos matemáticos, sejam eles algébricos ou geométricos, foram criados para uma melhor eficácia da comunicação. A longa descrição de propriedades e movimentos de um objeto poder ser representada em um único gráfico no Plano Cartesiano, ou a representação da razão do comprimento de uma circunferência pelo seu diâmetro por um único símbolo "π", são exemplos de criação de objetos matemáticos, cujas representações favorecem uma comunicação com maior flexibilidade e maior possibilidade de aplicabilidade em seus enunciados. Assim, objetos matemáticos (algébricos, geométricos, aritméticos etc) podem se voltar para atividade meta discursiva, conforme argumenta Sfard:

> Na verdade, se a matemática é um discurso sobre o discurso, e se perceber padrões discursivos é o nome do jogo, transformar a fala efêmera e audível em um texto visível e permanente é um ponto de inflexão no desenvolvimento da matemática. O discurso matemático codificado simbolicamente é ainda mais provável do que sua contraparte falada ou mesmo escrita se tornar um objeto de atividade meta discursiva[36] (SFARD, 2008, p. 159, tradução nossa).

[36] Indeed, if mathematics is discourse about discourse, and if noticing discursive patterns is the name of the game, then turning the audible, ephemeric talk into visible permanent text is a turning point in the development

A autora adverte, todavia, que há mais de um tipo de comunicação que pode ser considerada matemática, o que nos leva a uma questão que nos cumpre contemplar quando investigamos a apropriação de práticas de numeramento escolares por estudantes de licenciatura em matemática. Trata-se do fato de que algumas rotinas matemáticas, utilizadas na matemática escolar que se ensina na Educação Básica e que, nesse contexto, são aceitáveis como argumentos para endosso de narrativas matemáticas, eventualmente não serem adequadas se aplicadas em situações de interação pautadas pela matemática acadêmica ou pela matemática escolar que se ensina nos cursos universitários. É confrontando as dificuldades de aprendizes para alteração das rotinas de meta-nível que a pesquisadora considera que se pode definir a aprendizagem matemática como o processo de internalizar um discurso matemático, com seu vocabulário, seus mediadores visuais, suas narrativas e suas rotinas, ou seja, como "o processo de tornar-se capaz de ter comunicação matemática não apenas com os outros, mas também consigo mesmo[37]" (SFARD, 2007, p. 575, tradução nossa). Assim, para a autora, o aprendizado de um conteúdo matemático específico qualquer (polinômios, logaritmos, geometria analítica, etc) demanda alteração e ampliação da capacidade discursiva e a potencializa, de modo a permitir que o sujeito mobilize tal capacidade para compreender e resolver problemas matemáticos.

Essas proposições de Sfard (2007, 2008), e outras que acrescentamos ao longo da apresentação de nosso exercício analítico, estruturaram o tratamento e a análise do material empírico que produzimos para procurar compreender alguns modos pelos quais estudantes do Curso de Licenciatura em Matemática da Uneb de Caetité-Ba apropriam-se de práticas de numeramento de Geometria Analítica, referenciando-se em sua experiência na Educação Básica e/ou no Ensino Superior e nos discursos *de* e *sobre* matemática, formação docente, curso universitário, ensino e aprendizagem da matemática que permeiam as interações que eles/as protagonizam.

---

of mathematics. The symbolically encoded mathematical discourse is even more likely than its spoken or even written counterpart to become an object of metadiscursive activity.

[37] the process of becoming able to have mathematical communication not only with others, but also with oneself

1.9 Da proposição do problema à abordagem teórico-metodológica

Neste capítulo, apresentamos as considerações que nos levaram a formular o **objetivo geral** desta pesquisa que é compreender modos como os/as estudantes do curso de Licenciatura em Matemática da Uneb, *Campus* VI, cidade de Caetité, BA, se apropriam das práticas de numeramento escolares, do campo da Geometria Analítica.

Para isso, tomando as práticas de numeramento como práticas discursivas e, como tal, práticas socioculturais, pareceu-nos importante refletir sobre as condições de produção dos processos de significação que compõem esses modos de apropriação. Nesse sentido, procuramos caracterizar o perfil socioeconômico e a trajetória escolar e acadêmica dos/as estudantes do Curso de Licenciatura em Matemática da Uneb-Caetité-Ba, por meio de consulta aos registros da Universidade e aplicação de questionários às turmas regularmente matriculadas.

Na impossibilidade de ter como sujeitos desta investigação (que buscaria identificar e compreender apropriação de práticas discursivas em oportunidades de interação) todos/as os/as estudantes desse curso, optamos por constituir grupos focais reunindo grupos de estudantes desse curso e promover sessões em que se estabelecessem jogos interlocutivos a partir de atividades envolvendo Geometria Analítica.

Além disso, como os processos de significação que compõem a apropriação dessas práticas de numeramento têm sua referência nas vivências desses sujeitos como estudantes da Educação Básica e do Ensino Superior e como tais vivências são constituídas e constituem interdiscursos[38] *de* e *sobre* Geometria Analítica, Linguagem Matemática, Ensino de Matemática, Práticas Pedagógicas, Formação Docente e Licenciatura em Matemática, dedicamo-nos a estudos sobre essas temáticas.

De modo especial, dedicamo-nos, ainda, a estudos sobre práticas de numeramento escolares e os modos de apropriação dessas práticas protagonizadas por estudantes de

[38] Consideramos, aqui, o interdiscurso em sua estreita relação com a memória. Assim, compreendemos que a memória faça parte do discurso e a forma como ela surge provoca condições de produção no discurso. A essa memória presente no discurso adotamos, como proposto na Análise do Discurso, a denominação de interdiscurso (memória discursiva). Por meio desse, produzem-se significados, e inferem-se compromissos políticos e ideológicos do sujeito em seu discurso. Dessa forma, o interdiscurso pode ser considerado como todo o conjunto de formulações feitas e já esquecidas (já ditos) que determinam o que dizemos. Assim, para que seja realizada a análise do discurso de um sujeito, em particular, um/a licenciando/a em matemática, devemos considerar os ditos e assinalar aquilo que não foi dito sobre matemática, ensino de matemática, aprendizagem de matemática, ensino superior, profissão docente, matemática escolar, matemática acadêmica etc, representado nos sentidos implícitos, que surgem no que está sendo dito (ORLANDI, 2005).

Licenciaturas em Matemática e sobre a compreensão das práticas matemáticas como práticas discursivas, o que nos levou ao trabalho de Sfard (2007, 2008), de modo especial, na caracterização que elabora do discurso matemático a partir de seu vocabulário, dos mediadores visuais que utiliza, das narrativas que o compõem e das rotinas que o legitimam. Esses estudos nos deram suporte para arquitetar nossa análise procurando identificar como os sujeitos operam com esses elementos em interações provocadas pela tarefa de propor e resolver problemas de Geometria Analítica.

O detalhamento da metodologia que adotamos para consecução desses objetivos, incluindo os procedimentos na realização do trabalho de campo, o tratamento do material empírico e as decisões sobre a arquitetura da análise serão explicitados no capítulo dedicado à metodologia, a seguir.

2 ABORDAGEM METODOLÓGICA

> *O importante, não resta dúvida, é não pararmos satisfeitos ao nível das intuições, mas submetê-las à análise metodicamente rigorosa de nossa curiosidade epistemológica*. (FREIRE, 2011, p. 32)

As pesquisas voltadas para a área de educação, em geral, ocorrem em terreno fértil, com dinâmicas e complexidades que, por vezes, dificultam a compreensão do fenômeno estudado, especialmente quando essas pesquisas envolvem sujeitos que agem e reagem aos instrumentos propostos. Assim, a escolha de um arcabouço metodológico para a pesquisa será sempre uma escolha de risco.

Neste capítulo, com o propósito de discutir as nossas escolhas quanto à perspectiva de investigação e aos procedimentos adotados, inicialmente, apresentaremos algumas considerações acerca dos aspectos metodológicos em pesquisa qualitativa e da adoção de grupos focais como estratégia para a produção do material empírico. Na sequência, serão descritos os procedimentos usados no desenvolvimento desta investigação: a aplicação de questionário e dinâmicas em grupos focais.

2.1 A pesquisa qualitativa e a escolha da técnica de grupos focais

Nos últimos anos, temos observado uma superação da dicotomia qualitativo x quantitativo nas pesquisas em Educação. Observamos, ainda, que, apesar dessa superação, os estudos de fenômenos que envolvem contextos sociais e processos educacionais têm sido desenvolvidos na comunidade científica mais destacadamente por meio da pesquisa qualitativa. Essas investigações qualitativas no campo da educação, de um modo geral, focalizam os sujeitos com seus modos específicos de perceber e interpretar o ambiente em que eles vivem a partir das suas experiências. Ao pensar e refletir a educação a partir da *experiência*, esses trabalhos, em geral, concebem-na conforme Jorge Larrosa Bondía (2002) a compreende: "a experiência é o que nos passa, o que nos acontece, o que nos toca. Não o que se passa, não o que acontece, ou o que toca" (p.21).

Para Antônio Severino (2002), um trabalho com característica qualitativa deve ser, preferencialmente, uma investigação cuja temática seja ou tenha sido vivenciada pelo pesquisador, algo que lhe diz respeito, não apenas num nível afetivo, "mas no nível da avaliação da relevância e da significação dos problemas abordados pelo próprio pesquisador, em vista de suas relações com o universo que o envolve" (SEVERINO, 2002, p.145). Afirma, ainda, o autor que a escolha de um tema e a realização de uma pesquisa é um ato político, em cujo terreno não existe neutralidade.

Com relação à pesquisa qualitativa, Norman Denzin e Yvonna Lincoln (2006, p.16) asseveram que "a pesquisa qualitativa é, em si mesma, um campo de investigação. Ela atravessa disciplinas, campos e temas. Em torno do termo pesquisa qualitativa, encontra-se uma família interligada e complexa de termos, conceitos e suposições". Assim, pelo fato de a abordagem qualitativa possuir tais características e por oferecer a condição de, com pequenos grupos, utilizar uma metodologia exploratória em que possam ser evidenciados determinados contextos do problema e em que os sujeitos envolvidos possam oferecer compreensões, valores e percepções do tema em questão (MALHOTRA, 2006), esse tipo de pesquisa encaixa-se adequadamente à pretensão que temos neste estudo e, por isso, foi a abordagem por nós eleita para realização desta pesquisa.

Nessa perspectiva, a nossa opção por utilizar a técnica de grupo focal visa envolver uma amostra voluntária de sujeitos em interações que provoquem, com base nas vivências e percepções dos participantes e na própria situação ali forjada, discursos e posicionamentos sobre determinado tema, nos quais são estabelecidas convergências e/ou divergências que possam afunilar ou alargar determinados conceitos e, até mesmo, modificar determinadas compreensões em função de embates e convencimentos provocados por seus pares durante a atividade.

Com relação ao grupo focal, em uma pesquisa de natureza qualitativa, a escolha dessa técnica pode permitir uma maior flexibilidade e riqueza na produção de material empírico; bem como uma maior espontaneidade pela interação entre os/as participantes do grupo (OLIVEIRA; FREITAS, 1998). Um grupo é 'focalizado' quando essa atividade acontece de forma coletiva para conversar sobre um tema, discutir um conjunto específico de questões, entre outras finalidades (KITZINGER, 1994). Para Richard Powell e Hellen Single (1996, p.449), um grupo focal "[...] é um conjunto de pessoas selecionadas e reunidas por pesquisadores para discutir e comentar um tema, que é o objeto da pesquisa, a partir da sua experiência pessoal". David Morgan e Richard Krueger (1993) dizem, ainda, que as pesquisas com grupos focais, a partir das interações realizadas no grupo, têm a finalidade de aflorar sentimentos, crenças, conceitos, atitudes e reações de tal forma que certamente não seria possível com outros métodos. Assim, a depender do contexto da interação criada, o grupo focal pode propiciar uma pluralidade de opiniões e processos emocionais, permitindo a produção de significados que, por outros meios, poderia ter um percurso mais difícil para manifestar-se (GATTI, 2012) ou talvez sequer se manifestassem ou fossem produzidos. Dessa forma, amparados por essas perspectivas metodológicas, propusemo-nos a constituir grupos focais com a intenção de criar oportunidades para que se estabelecessem interações entre licenciandos e licenciandas em Matemática, em que esses sujeitos fossem instados a manifestar concepções e relações com práticas matemáticas escolares, de modo a nos permitir identificar e analisar seus modos de apropriação dessas práticas matemáticas que, por analisá-las como práticas discursivas, temos nomeado como práticas de numeramento.

Ademais, esses encontros em grupo focal, visaram, também, escutar os sujeitos que chegam aos cursos de Licenciatura com histórias de vida e experiências particulares e de contextos sociais variados, ou seja, pessoas que se constituem como resultado complexo de diversos processos de socialização (LAHIRE, 2005). Essa escolha aposta, pois, na diversidade de leituras e de modos de interpretar e (re)significar os desafios e as atividades no decorrer das interações.

Entre outros aspectos, os benefícios em se utilizar o grupo focal, segundo Gatti (2012), é a possibilidade de, em um curto período de tempo, obter uma quantidade representativa de material, produzido pela interação entre os participantes e fomentado pela pluralidade de pontos de vista, que contribuem para a produção de significados. Essa técnica permite ao pesquisador compreender os processos de constituição da realidade vivenciada por determinados grupos sociais, identificando práticas culturais, no nosso caso, as práticas da matemática escolar apropriadas por licenciandos e licenciandas em matemática.

Observamos que as definições e os objetivos atribuídos por diversos estudiosos consultados aos grupos focais são convergentes e complementares e que, assim, podem ser utilizados para vários propósitos. No caso do nosso estudo, em específico, a escolha por adotar os grupos focais como modo de produzir o material empírico para análise nos levou a formar grupos de estudantes de Licenciatura em Matemática, que aderiram voluntariamente à proposta de se reunir para discutir sua relação com a Geometria Analítica, a partir de diferentes dinâmicas que incluíam a resolução de problemas desse campo.

Com a pretensão de produzir um material empírico de qualidade no trabalho interativo nos grupos focais, consideramos a necessidade de os participantes terem "[...] alguma vivência com o tema a ser discutido", de tal modo que sua participação pudesse trazer "[...]

elementos ancorados em suas experiências cotidianas" (GATTI, 2012, p.7). Imbuídos desse propósito, convidamos alunos do curso de Licenciatura em Matemática da Uneb (que aceitaram voluntariamente fazer parte da pesquisa), de perfis e semestres diferentes, para compor três grupos focais: um grupo foi formado por estudantes do início do curso; outro grupo foi formado por estudantes do meio do curso; e um terceiro grupo foi formado com estudantes do final do curso.

Além disso, considerando que as metodologias devam ser adequadas e adaptadas a fim de que sejam relevantes à investigação do problema proposto na pesquisa e de que seja possível um diálogo entre questões objetivas e subjetivas – mesmo porque as questões consideradas como objetivas estão, a rigor, impregnadas de subjetividades –, nesta pesquisa, utilizamos também da aplicação de questionários a todos os estudantes matriculados no curso de licenciatura em matemática presentes às aulas em que ocorreu tal aplicação, com questões de natureza objetiva e subjetiva, com o propósito de que, por meio do material composto por essas respostas, fosse possível subsidiar questões que foram discutidas durante as atividades da técnica do grupo focal.

2.2 O trabalho de campo e os procedimentos

Antes de relatarmos o trabalho de campo, apresentamos, de forma sucinta, o local da pesquisa, os participantes e as etapas da pesquisa, com seus respectivos procedimentos.

2.2.1 Local da pesquisa

A pesquisa foi realizada com estudantes que cursam a Licenciatura em Matemática na Uneb – *Campus* VI que fica localizado em Caetité - BA, cidade tradicionalmente conhecida por ter sido a pioneira na educação regional, com a primeira escola normal do sertão baiano, instituída em 1896. É também a terra do importante educador brasileiro Anísio Teixeira.

Com uma população estimada pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) em 2020, de 51.081 habitantes, com densidade demográfica de 19,45 hab/km², o município de Caetité distancia-se da capital do estado, Salvador, 645 km e está situado na região Centro-Sul da Bahia, integrando o Território de Identidade do Sertão Produtivo[39]. Essa

[39]O Território Sertão Produtivo do estado da Bahia faz limite com os Territórios de Vitória da Conquista, Velho Chico, Bacia do Paramirim, Chapada Diamantina e Médio Rio de Contas, e com o Estado de Minas Gerais.

região está inserida na Serra Geral, com formação geológica intermediária entre a Chapada Diamantina e a Serra do Espinhaço, sendo composta por rochas vulcânicas ricas em ferro. O bioma preponderante é a caatinga e as altitudes no território chegam a 1,2 mil metros. A região tem potencial para pecuária, produção de energia eólica e mineração, uma das principais atividades econômicas de Caetité, e conta com jazidas de urânio, ferro, ametista e manganês, sendo a mina de urânio, a única em produção no Brasil, cuja exploração é feita pela INB – Indústrias Nucleares do Brasil, empresa estatal vinculada ao Ministério da Ciência, Tecnologia e Inovação (BAHIA – SDE, 2016).

A Universidade do Estado da Bahia (Uneb) é uma das pioneiras na implantação da política de cotas raciais para cursos de graduação no Brasil e está presente, geograficamente, em todas as regiões do Estado por meio da multicampia. Entre as universidades públicas estaduais do Nordeste, é a que tem maior número de estudantes matriculados, sendo registrados, em 2018, 31.115 estudantes só na graduação (ver Quadro 3).

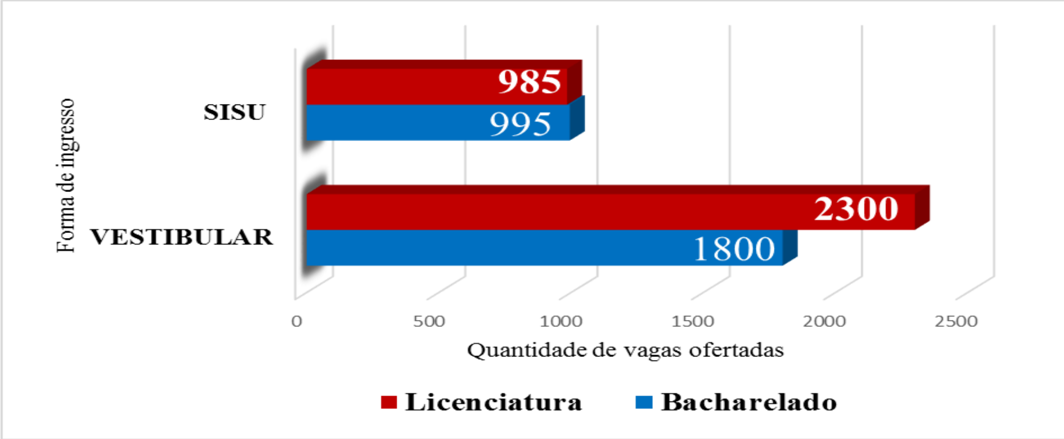
Quadro 3 - Número de estudantes matriculados em cursos de graduação na Uneb em 2018

Oferta contínua: 23.966 estudantes			EAD: 6.621 estudantes		Programas especiais	Total
Cotista negro	Cotista indígena	Não cotista	Feminino	Masculino		
9.038	217	14.711	3.882	2.739	528	**31.115**

Fonte: Elaboração própria com base no Anuário de dados da Uneb (UNEB - SAI, 2019).

Em algumas regiões da Bahia, com a criação da Uneb em 1983, foram incorporadas a essa instituição as antigas Faculdades de Formação de Professores. Com vocação para os cursos de graduação voltados para as licenciaturas desde a sua origem, a Uneb se expandiu para o interior do estado e, segundo o Anuário de dados da Uneb de 2019, no ano de 2018 a Uneb contava com 87 cursos de licenciaturas (do total de 145 cursos de graduação presencial e EaD) distribuídos nos 24 *campi* e 29 departamentos instalados em diversos municípios do estado da Bahia. Das 6.080 vagas ofertadas em cursos de graduação presencial em 2019, 3.285 (54,03%) pertencem aos cursos de licenciatura (ver Gráfico 3).

Gráfico 3 - Número de vagas ofertadas por tipo de curso presencial e forma de ingresso na Uneb em 2019



Fonte: Elaboração própria com base nos dados da Resolução Nº 1.969/2018 da Uneb.

É nesse cenário que está situado em Caetité o Departamento de Ciências Humanas (DCH), único do *Campus* VI, da Universidade do Estado da Bahia (Uneb), com origem da Escola de Nível Superior de Caetité, fundada em 1962. A instituição passou a se chamar Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Caetité (FFCLC) em 1983, ano de criação da Uneb e, em 1997, com a reestruturação das Universidades Estaduais da Bahia, passou a ter a atual denominação: Departamento de Ciências Humanas.

Atualmente (2021), o DCH da Uneb *Campus* VI, conta com 27 técnicos, 29 funcionários terceirizados e 86 docentes, ofertando o Ensino Superior a 1.053 discentes. Destes, 172 são do curso de Licenciatura em Matemática e os demais estão distribuídos nos cursos de Licenciatura de Biologia, Geografia, História, Letras e no curso de Engenharia de Minas que, assim, constituem uma das ofertas de Ensino Superior público à comunidade regional. O curso de matemática em Caetité tem origem em 1999, com o antigo curso de Ciências com habilitação plena em Matemática que, com a reforma curricular, em 2004, passou a se chamar Licenciatura em Matemática. Atualmente, essa Licenciatura tem uma entrada anual com 40 vagas, funciona nos turnos matutino e noturno e obteve, em 2018, o conceito 3 no Enade.

2.2.2 Participantes da pesquisa

Os/as participantes da pesquisa foram estudantes regularmente matriculados/as no curso de Licenciatura em Matemática da Universidade do Estado da Bahia (Uneb), *Campus* VI. A grande maioria do alunado desse curso (77 %) participou da primeira fase da pesquisa, respondendo o questionário que cumpriria a finalidade de traçar o perfil dos/as licenciandos/as em matemática daquela unidade (que será apresentado de forma mais detalhada na subseção 2.4), em relação à sua experiência com a matemática na Educação Básica e no Ensino Superior. Desse grupo de 116 estudantes que responderam os questionários, foram convidados 29 estudantes voluntários para serem distribuídos em três grupos focais (GF): do primeiro GF, participaram apenas estudantes que cursavam o 1º semestre[40] do curso; do segundo GF, participaram estudantes do 3º e do 5º semestres; e, do terceiro GF, participaram estudantes do 7º e do 9º semestres.

Chegamos a aventar a possibilidade de a amostra formada pelos grupos focais contemplar uma relativa proporcionalidade do perfil dos participantes, e ser estratificada por: sexo (masculino e feminino), turno de estudo (matutino e noturno) e forma de ingresso na universidade (cotista e não cotista/ Sisu e Vestibular). Todavia, considerando a natureza voluntária da participação, não havia muita margem para o controle dessas variáveis. Com efeito, no trabalho de campo, não raro aparecem elementos surpresa que implicam mudanças e adaptações, conforme veremos no relatório de composição dos grupos focais.

2.2.3 Etapas da pesquisa

Numa primeira etapa, fizemos o mapeamento dos estudos bibliográficos para revisão de literatura e leitura de aporte teórico que subsidiasse a problematização da apropriação de práticas de numeramento escolares e suas implicações à Licenciatura em Matemática.

Além disso, cumpre esclarecer que, ao delinear o escopo da pesquisa, optamos por focalizar práticas de numeramento de um determinado campo da Matemática. Como dissemos, decidimo-nos pela Geometria Analítica porque vislumbramos nessa abordagem "híbrida" entre Álgebra e Geometria, de tantas aplicações no campo da matemática e em outras ciências, a possibilidade de mobilizar diferentes relações que estudantes de licenciatura estabelecem com as práticas matemáticas no Ensino Superior. Por isso, nossa preparação para o trabalho de campo envolveu também a leitura de literatura voltada para história da

[40] No Projeto de Curso e fluxograma da Uneb e demais Universidades Estaduais da Bahia (Uebas), as disciplinas são distribuídas pelos diferentes "semestres" do curso. Em outras IES, muitas vezes, essa temporalidade é denominada "período". Dessa forma, a licenciatura em Matemática da Uneb deve ser cursada em 8 semestres, sendo as disciplinas dos semestres ímpares do curso oferecidas no primeiro semestre letivo de cada ano, e as disciplinas dos semestres pares do curso, oferecidas no segundo semestre letivo de cada ano. Os semestres letivos, todavia, podem não coincidir com os semestres do ano civil, em função de sucessivas greves ocorridas nos últimos anos. Foi o caso dos semestres impares do curso de Licenciatura em Matemática de Caetité que aconteceram no do 2º semestre de 2018, período em que realizamos os encontros dos grupos focais.

constituição da Geometria Analítica como campo de práticas matemáticas e para o seu ensino e sua aprendizagem.

Ademais, era importante reunir informações sobre o curso de licenciatura da Uneb de Caetité, o que demandou o levantamento de dados e documentos relativos a esse curso.

Paralelamente aos estudos, elaboramos um questionário que foi aplicado a 116 estudantes dos/as 150 matriculadas/os no curso no segundo semestre de 2018, com questões objetivas, cuja finalidade era a de traçar um perfil socioeconômico do alunado, bem como seu perfil acadêmico, seu percurso escolar anterior ao ingresso na Universidade, suas motivações para a escolha do curso de Licenciatura em Matemática, suas preferências, afinidades, dificuldades ou resistências em relação a determinados conteúdos ou disciplinas da matemática, suas opiniões sobre o curso e suas perspectivas futuras. Esse questionário nos permitiria um primeiro delineamento das relações desses e dessas estudantes com as práticas matemáticas nessa fase de sua formação humana e profissional em que cursam o Ensino Superior.

Na segunda etapa do trabalho, aplicamos o questionário aos estudantes em curso e tabulamos as respostas obtidas. Esse tratamento tinha como objetivo ajudar-nos a traçar o perfil dos/as estudantes do curso de Licenciatura em Matemática, para procedemos alguns cruzamentos de dados a fim de verificar os fatores de correlação significativa e se alguma característica ou opinião desses/as estudantes seria relevante para ser contrastada, em etapas posteriores, durante as discussões nos grupos focais e em nossa análise. Por meio dos questionários respondidos, identificamos, ainda, estudantes que se disponibilizariam a participar voluntariamente da composição dos grupos focais. Para 29 estudantes que se dispuseram a participar desses grupos, foi possível compatibilizar a disponibilidade de dias e horários e, assim, realizamos a distribuição desses/as estudantes nos três grupos focais e estabelecemos o cronograma dos encontros com cada um deles.

Na terceira etapa, a partir da composição dos grupos focais – GF1 (estudantes do 1º semestre), GF2 (estudantes do 3º e 5º semestres) e GF3 (estudantes do 7º e 9º semestres) –, elaboramos os roteiros das atividades/interações a serem desenvolvidas durante os encontros, criamos um grupo de *whatsapp* para comunicação com cada grupo focal e agendamos as datas dos encontros, com um horário específico e distinto para cada um dos grupos.

Na sequência, realizamos, por semana, encontros com cada um dos grupos focais, seguindo o roteiro que elaboramos para desencadear posicionamentos em relação às práticas matemáticas que vivenciaram na Educação Básica e que vivenciam no Ensino Superior, motivados por discussões *sobre* Geometria Analítica (por meio de dinâmicas de ativação de memórias) e *de* Geometria Analítica (por meio de oficinas de resolução de problemas). O objetivo dessas dinâmicas foi oportunizar a observação dos/as estudantes em processo de apropriação de práticas matemáticas – o que inclui a própria reflexão sobre essa apropriação – , procurando identificar que tipo de conhecimento matemático é mobilizado por esses/as estudantes, quais as suas percepções e quais são os discursos ou interdiscursos matemáticos que ecoam nas posições que assumem nas interações.

Na quarta etapa, após se realizarem os 4 encontros com cada um dos grupos focais, elaboramos o relatório de cada encontro a partir das anotações do caderno de campo e realizamos a transcrição das discussões de todos os encontros, que foram inteiramente gravados em áudio e em vídeo, para compor o nosso *corpus* de análise.

Na quinta etapa, partindo da escuta das gravações e da leitura das transcrições, selecionamos interações em cujas enunciações identificamos posicionamentos que julgamos que deveriam ser submetidos à reflexão e à análise neste estudo. Essas interações compõem o que identificamos como eventos de apropriação de práticas de numeramento e, entre esses, selecionamos os que seriam por nós analisados detalhadamente.

Para nossa análise, recorremos aos estudos da pesquisadora Anna Sfard (2007, 2008, 2009, 2012) em que a autora apresenta uma compreensão da matemática como discurso, caracterizado pela especificidade de seu vocabulário, de seus mediadores visuais, de suas narrativas e das rotinas que as legitimam.

Essa abordagem serviu ao nosso intuito de analisar a relação de licenciandos/as com a matemática como apropriação de práticas discursivas. Assim como o faz Anna Sfard, bem como os diversos trabalhos do Grupo de Estudos sobre Numeramento, os processos de apropriação foram identificados nas interações discursivas que os/as licenciandos/as protagonizaram. A perspectiva de Análise de Discurso que adotamos tem como referência a Teoria de Enunciação do Círculo de Bakhtin.

A seguir, apresentamos o relatório da aplicação do questionário, o perfil dos/as estudantes respondentes, o perfil dos/as estudantes que compuseram os grupos focais e os relatórios dos encontros dos grupos focais com respectivos roteiros.

2.3 Aplicação do questionário exploratório e tabulação das respostas

Visando caracterizar o perfil socioeconômico e a trajetória escolar e acadêmica dos/as estudantes regularmente matriculados no Curso de Licenciatura em Matemática, um questionário[41] foi aplicado nos dias 20 e 21 de setembro de 2018, nos turnos matutino e noturno, nas salas de aula dos estudantes do 1º, do 3º, do 5º, do 7º e do 9º semestres[42] do curso de Licenciatura em Matemática da Uneb, *Campus* VI, em Caetité-Ba. A aplicação contou com o apoio do Coordenador do Colegiado de Matemática, o Prof. Dr. Robson Aldrin Lima de Mattos, e do discente Maurício Santana Magalhães que, além de colaborarem com a aplicação dos questionários no dia agendado, colocaram-se à disposição para aplicar o questionário, na semana seguinte, para alguns/algumas estudantes que não estavam presentes no dia da aplicação em sua turma, especialmente os/as estudantes que estavam matriculados/as em poucas disciplinas de final de curso e, por esse motivo, não estavam presentes no dia da atividade. Além disso, divulgamos a aplicação do questionário nos grupos de *whatsapp* que são formados por alunos remanescentes e, assim, identificamos estudantes que estavam matriculados/as apenas nas disciplinas Estágio e Trabalho de Conclusão de Curso -TCC (do 9º e do 11º semestres). Alguns desses/as estudantes se disponibilizaram a responder o questionário por e-mail.

O questionário foi composto por 70 (setenta) questões fechadas[43], por meio das quais obtivemos um levantamento a respeito: do perfil socioeconômico dos estudantes; do nível de escolaridade de seus pais; do percurso escolar dos/as estudantes durante o ensino fundamental e médio; do percurso acadêmico e das motivações dos discentes pesquisados para ingressar no ensino superior; da relação entre desempenho e eventuais dificuldades em conteúdos de matemática; das opiniões dos/as estudantes sobre estratégias e hábitos de estudo no curso de Licenciatura em Matemática; das atitudes em sala de aula; e das percepções e experiências de ensino e aprendizagem. Ao final do questionário, aproveitamos o formulário aplicado para consultar os/as estudantes sobre a disponibilidade para participar de outra etapa da pesquisa, a saber, a composição de grupos focais.

Depois que concluímos a aplicação dos questionários, organizamos os formulários respondidos por semestre e em ordem alfabética dos nomes dos participantes (todavia, a

[41] O roteiro do Questionário encontra-se no Apêndice C
[42] No segundo semestre civil de 2018, estavam sendo oferecidos apenas os semestres ímpares do curso.
[43] "Nas questões fechadas, apresenta-se ao respondente um conjunto de alternativas de respostas para que seja escolhida a que melhor representa sua situação ou ponto de vista" (GIL, 1999, p. 129-130).

identificação foi apenas para o controle do pesquisador, sendo mantido o anonimato dos respondentes), pois esse tipo de questionário padronizado "[...] facilita a compilação e a comparação das respostas escolhidas e permite recorrer ao aparelho estatístico quando chega o momento da análise" (LAVILLE; DIONNE, 1999, p. 184). Assim, efetuamos a tabulação das respostas dadas pelo/as alunos/as por meio do assistente do Excel; em seguida, elaboramos uma tabela para cada questão respondida que poderá ser visualizada com mais detalhes no Apêndice D.

2.4 O Perfil dos/as licenciandos/as

Gênero

Contamos com a participação de 116 (cento e dezesseis) estudantes, de um total de 150 (cento e cinquenta) regularmente matriculados no segundo semestre de 2018, ou seja, atingimos 77,3% dos/as estudantes do curso de Licenciatura em Matemática da Uneb, C*ampus* VI. Entre os respondentes, 55,2% eram do sexo feminino[44] e 44,8% do sexo masculino[45]. Os cursos de licenciatura, em geral, no Brasil são de predominância feminina. Segundo Amélia Artes e Arlene Ricoldi (2016), no ano de 2013, para cada 1 homem matriculado em cursos de licenciatura no Brasil, havia 2,65 mulheres matriculadas. Essas estudiosas acrescentam que a questão de gênero continua impactando a presença feminina no Ensino Superior, pois as mulheres, a rigor, estão localizadas nos cursos considerados como de menor prestígio, levando-as, consequentemente, a carreiras pouco valorizadas socialmente e de menor remuneração.

Faixa etária e estado civil

De perfil jovem, 90%[46] dos/as universitários/as que responderam o questionário pertencem a uma faixa etária de 17 a 25 anos, com média de idade de 21,6 anos. No âmbito nacional, essa faixa etária correspondia, em 2014, a apenas 31,2% dos/as estudantes de

---

[44]Se considerarmos todos/as estudantes matriculados/as no curso, com base nos dados da Secretaria Acadêmica da Uneb, *Campus* VI, o percentual de mulheres é apenas um pouco maior (59%).

[45] O questionário disponibilizava, ainda, a opção "outros" e "não declarar". Entretanto, nenhum dos respondentes assinalou essas opções.

[46] Por uma questão de ordem e preferência metodológica do pesquisador e por se tratar de um texto descritivo envolvendo muitas informações, esclarecemos que alguns percentuais das respostas dos/as estudantes serão aproximados e outros serão omitidos por serem valores pouco representativos para a descrição e, posterior, análise de discussão de dados. Em alguns casos, faremos referência apenas ao maior percentual de determinada resposta, ficando subentendido a outra parte percentual para totalizar os 100%. Qualquer dúvida a esse respeito poderá ser dirimida a partir da observação das tabelas que compõem o Apêndice D.

Licenciaturas em Matemática, sendo que 28,8% desses/as estudantes estavam na faixa etária de 30 a 39 anos (GATTI et al, 2019). Nesse sentido, o perfil etário do alunado do curso de licenciatura em Matemática de Caetité se distingue do perfil nacional de estudantes desse curso. Talvez como reflexo desse perfil muito jovem, a grande maioria dos/as estudantes participantes da pesquisa são solteiros/as (87,1%).

Pertencimento étnico-racial

Em relação ao pertencimento étnico/racial dos/as estudantes pesquisados/as, 53,4% se autodeclararam pardos/as, 19,8% se consideram pretos/as e 25% se consideram brancos/as. Aqui, destacamos que a Uneb foi a primeira universidade a instituir cotas raciais e a Bahia sempre foi um estado predominantemente negro. Segundo o IBGE, em 2018, os/as negros/as (pretos e pardos) representavam 81,1% da população baiana, enquanto 18% se autodeclararam brancos. Além de a Uneb ser uma universidade pioneira na implantação de cotas raciais, com 40% das vagas dos cursos de graduação destinados a negros e negras, atualmente, a instituição reserva, em todos os seus cursos ofertados, 5% de sobrevagas[47] para indígenas, ciganos, quilombolas, travestis, transexuais, transgêneros, pessoas com deficiência, com transtorno do espectro autista e com altas habilidades, em consonância com a Resolução nº 1.339/2018 do Conselho Universitário da Instituição. Apresentamos, na tabela 1, a comparação que fizemos entre os dados obtidos na aplicação deste questionário aos/às estudantes do Curso de Licenciatura em Matemática da Uneb – *Campus* VI e os dados nacionais do Enade.

Tabela 1 – Comparação da autodeclaração de cor de Estudantes do Curso Licenciatura em Matemática - Uneb/*Campus* VI - Caetité/BA, 2018.2 e a média nacional dos Cursos de Licenciatura em Matemática apurada no Enade 2014

Cor	Frequência de respostas ao questionário	% de estudantes de Licenciatura em Matemática da Uneb-Caetité que responderam ao questionário	% dos estudantes de Licenciatura em Matemática no Brasil, em 2014, segundo Enade
Branco(a)	29	**25,0**	41,5
Preto(a)	23	**19,8**	11,4
Pardo(a)	62	**53,4**	44,4
Amarelo(a)	2	**1,7**	1,3
Indígena /NR	0	**0,0**	1,4
Total	116	**100,0**	100

Fonte: Elaboração própria com base nos dados tabulados e nos dados do Inep.

[47] Entende-se como sobrevaga o quantitativo de vagas resultante da aplicação do percentual de cota destinada a cada grupo identificado sobre o número de vagas oferecido por turma/curso. (UNEB, 2018)

Outros dados do Enade mostram ainda que, nacionalmente, o conjunto das licenciaturas em Matemática do país ficou, em 2014, com o terceiro maior percentual de negros entre os cursos de licenciatura, conforme a lista apresentada a seguir em ordem decrescente da participação de estudantes negros na composição do alunado: Ciências da Computação (63,7%), Física (56%), Matemática (55,8%), Geografia (55,7%), História (55,2%), Letras (54,6%), Química (54,4%), Ciências Sociais (52,9%) e Ciências Biológicas (50,9%) (BRASIL - Inep, 2016). Cabe destacar que, como fruto da luta de movimentos sociais e entidades antirracismo e da implantação de políticas de Ações Afirmativas como as cotas raciais para ingresso, em 2018, pela primeira vez, os/as negros/as (pretos/as e pardos/as) foram maioria (50,3%) entre os/as estudantes universitários de IES públicas, segundo o IBGE (2019).

Renda familiar

O tratamento das respostas aos questionários que aplicamos mostra ainda que, com relação à renda média familiar, 75,8% desses estudantes possuem renda de até um salário mínimo (SM) e meio e apenas 6% das famílias apresentam rendimento entre 3 e 5 SM. Do total de estudantes respondentes, 33,6% exercem atividade remunerada e, desses/as estudantes que possuem remuneração, 90% têm renda média de até 1SM.

Moradia

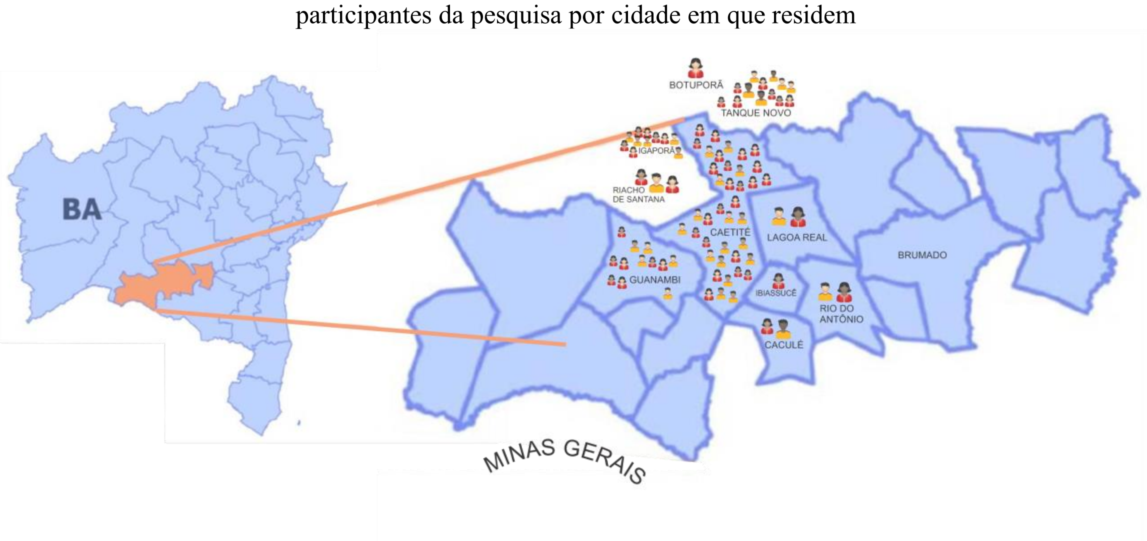
Em relação à localização e às condições de moradia, quando perguntamos se, para cursar a licenciatura em Matemática, o/a estudante tinha mudado de cidade[48] dentro do mesmo estado, ou de zona rural para zona urbana, 47,4% afirmaram que sim. Ou seja, quase metade dos estudantes alterou o seu convívio familiar e experienciou outros tipos de socialização ao passarem a morar sozinhos, seja em pensionatos ou em residência estudantil, ou em outras formas de dividir a moradia. Chama-nos atenção que, dos 116 respondentes, 52 estudantes residem em outras cidades da região[49], ou seja, 44,8% não residem em Caetité e

[48] As cidades de origem desses/as estudantes que se mudaram para Caetité são bem diversas: alguns estudantes se mudaram de cidades mais próximas como Urandi, Pindaí e Brumado e outros vieram de cidades mais distantes como Macaúbas e Seabra, por exemplo.

[49] A maior parte dos estudantes matriculados no *Campus* VI da Uneb pertence ao Território de Identidade Sertão Produtivo, sendo apontadas nas respostas as cidades de Caetité, Caculé, Candiba, Guanambi, Ibiassucê, Lagoa Real, Rio do Antônio e Urandi. Foram identificados, também, estudantes das cidades de Igaporã, Matina e Riacho de Santana (Território do Velho Chico) e de Botuporã e Tanque Novo (Território Bacia do Paramirim). A Bahia foi dividida em 27 Territórios de Identidade, conforme Lei nº 13.468, de 29 de dezembro de 2015, que aprovou o Plano Plurianual 2016-2019. O conceito de Território de Identidade nasceu com base nos movimentos

dependem diariamente de transporte coletivo para conseguir frequentar as aulas na Uneb (ver Figura 2). Os que estudam no turno matutino saem de suas residências muito cedo e os que estudam no noturno chegam a suas residências muito tarde.

Figura 2 - Mapa da Bahia com destaque ao Território de Identidade Sertão Produtivo com ilustração dos participantes da pesquisa por cidade em que residem



Fonte: BAHIA-SEI, s.d. com adaptação e inserção nossa de informações sobre moradia dos estudantes.

Dos respondentes, 57,8% estudantes declaram que moram em residência própria, 33% em residência alugada e 8,6% em residência cedida. Nas residências, 87,1% dos estudantes afirmam ter acesso a *wi-fi* e 79,3% têm e/ou podem utilizar computador/notebook. A grande maioria mora com a família (70,7%), 7% moram na Residência Universitária e 21,6% moram com amigos/as.

Algumas características do perfil desses/as estudantes identificam o quanto é relevante o papel social e educacional da Uneb, em particular a sua interiorização com o oferecimento de cursos de licenciatura, que, além de suprir uma carência regional, cumpre, também, com uma política de inclusão por meio do acesso à educação superior de jovens oriundos de famílias humildes cujos pais e demais ascendentes, na sua maioria, não tiveram acesso a esse nível de ensino. Em relação à escolaridade dos pais, aproximadamente, 80% cursaram até o Ensino Fundamental. No entanto, segundo as respostas dos estudantes, 22% das mães e 30% dos pais não tiveram qualquer escolaridade; apenas 4 mães e 2 pais, segundo as informações dos 116 questionários respondidos, cursaram o Ensino Superior.

---

sociais vinculados à agricultura familiar e à reforma agrária, sendo utilizado posteriormente na formulação do planejamento do Ministério de Desenvolvimento Agrário (BAHIA-SEI, s.d.).

Trajetória escolar

Esses estudantes em quase sua totalidade foram inseridos no processo educacional pelo acesso à escola pública durante o percurso escolar. Um total de 95,7% dos estudantes cursou todos os anos do Ensino Fundamental em escola pública e todos os 116 (100%) estudaram o Ensino Médio no sistema público, distribuídos entre os cursos de Magistério (4,3%), Tradicional/Regular (73,3%), Técnico (20,7%) e Supletivo/Educação de Jovens e Adultos - EJA (1,7%).

Vê-se, por meio desses dados, que estudantes de Licenciatura em Matemática da Uneb-Caetité são egressos da escola pública, o que reflete tanto o perfil socioeconômico do grupo social para o qual a licenciatura se apresenta como alternativa (por vezes a única) de acesso ao ensino superior, em especial em localidades como Caetité e região. Ainda discutiremos nesta seção o modo como as e os colaboradores/as desta pesquisa respondem à questão sobre a escolha desse curso.

Relação com a Matemática Escolar

Para além dessas informações de ordem pessoal que tinham o propósito de montar o perfil socioeconômico e a trajetória escolar da amostra, algumas perguntas presentes no questionário buscaram recordar a vida escolar desses/as estudantes para identificar a menção de particular habilidade ou de eventuais dificuldades em relação à disciplina Matemática no Ensino Fundamental e no Ensino Médio, bem como para conhecer um pouco de como tem sido suas experiências com a matemática acadêmica ao ingressarem no curso de Licenciatura em Matemática.

É possível observar que esses/as estudantes vêm de um relativo sucesso em matemática na Educação Básica, pois quase 70% afirmaram que não tiveram dificuldade para aprender e estudar matemática durante o Ensino Fundamental ou no Ensino Médio; os 30% restantes afirmaram, em relação ao Ensino Fundamental, que tiveram um pouco de dificuldade. No Ensino Médio, encontra-se quase o mesmo resultado, exceto para 2 estudantes informaram que tiveram muita dificuldade no Ensino Médio, com a disciplina *Matemática* (ver tabela 2).

Tabela 2 - Durante o Ensino Médio, você teve dificuldade para aprender e estudar matemática?

Respostas	Frequência	%
A – Não	83	**71,6**
B - Um pouco	31	**26,7**
C – Muito	2	**1,7**
Total	116	**100,0**

Fonte: Elaboração Própria com base nos dados tabulados

Em relação à reprovação na disciplina *Matemática*, apenas 1,8% informaram que foram reprovados nessa disciplina no Ensino Médio e 7,8%, por sua vez, informaram que foram reprovados no Ensino Fundamental. Perguntados se haviam repetido algum ano durante a vida escolar, 3,4% afirmaram que repetiram um ano no Ensino Médio e 6% dos estudantes afirmaram que repetiram o ano durante o Ensino Fundamental. Diante desses dados, constatamos que mais de 90% dos estudantes nunca foram reprovados na Educação Básica.

No questionário, havia também perguntas sobre o ensino e a aprendizagem de alguns conteúdos específicos de Matemática Escolar. Em especial, perguntou-se as/aos estudantes como foram trabalhados os conteúdos de Geometria durante os Ensinos Fundamental e Médio: 23,3% responderam que a abordagem ocorreu em conformidade com o livro didático; 38% responderam que apenas alguns tópicos do livro didático foram abordados; e 10% responderam que o conteúdo não foi trabalhado. A mesma pergunta foi feita para os conteúdos da disciplina Geometria Analítica no Ensino Médio: na resposta a essa pergunta, 45,7% afirmam que os conteúdos de Geometria Analítica não foram trabalhados, 24% responderam que não se lembram desse conteúdo em específico; 12% responderam que o assunto foi trabalhado conforme exposto no livro didático; e 14,9% responderam que apenas alguns tópicos do livro didático foram abordados pelo professor.

Ingresso na Universidade

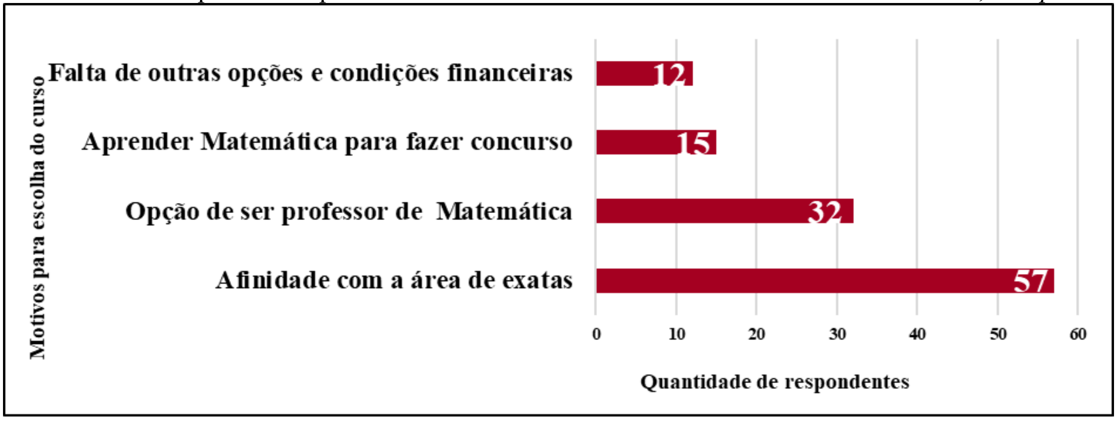
Quanto à forma de ingresso na Universidade, 65,5% dos/as estudantes que participaram da pesquisa afirmaram que foi por concorrência geral e 34,5% disseram que ingressaram como cotistas, que se autodeclararam negros/as.

Para caracterizar a disposição de ingresso na Universidade, perguntamos o que foi mais importante para a decisão de fazer um curso universitário: 36% responderam que foi vontade (sonho) pessoal e 42% responderam que foram motivados pela busca de Formação Profissional/Universitária; os demais apontaram outros motivos.

Sobre o principal fator que levou esses/as estudantes a escolher um curso no *Campus* VI, em Caetité, 46,6% afirmaram ser o curso que desejava; 33,6% afirmaram ser a comodidade por estar em sua cidade ou haver proximidade; e 18% afirmaram que por limitações financeiras que os impediriam de ir para outro centro.

Em relação ao principal motivo para escolha de um curso de Licenciatura em Matemática, 49% responderam ter afinidade com a área de exatas; 27,6% responderam afinidade e opção em ser professor de matemática; 13% responderam que se interessavam em aprender matemática para fazer concurso; e 10% responderam que tomaram essa decisão por falta de outras opções, dadas as suas condições financeiras (ver Gráfico 4).

Gráfico 4 - Principal motivo para escolha do curso de Licenciatura em Matemática – Uneb, *Campus* VI



Fonte: Elaboração própria com base nos dados tabulados, 2018.

Experiência docente e expectativa de atuação

Dos 116 estudantes que responderam ao questionário, 52 (44,8%) afirmaram já ter alguma experiência como professor ou já ter ministrado aulas eventualmente e 64 (55,2%) disseram que nunca ministraram aulas. Perguntados sobre o interesse pelo curso e a perspectiva no futuro, 78% afirmaram que pretendem concluir o curso para atuar como professores; 20% querem concluir, mas não querem atuar como professor; e 2% querem mudar de curso.

Até aqui, caracterizamos o perfil dos/as estudantes respondentes a partir das respostas apresentadas às questões que compunham a primeira parte do questionário. As respostas relativas às questões que indagavam sobre práticas de estudo na graduação, a matemática do Ensino Superior e, em particular, a experiência com a Geometria Analítica serão discutidas mais à frente, confrontadas com as discussões que ocorreram no primeiro encontro dos Grupos Focais.

2.5 Processo de composição dos Grupos Focais

Para compor os Grupos Focais, utilizamos dados que reunimos a partir das respostas ao questionário, relativos ao semestre que cursavam e à disposição e disponibilidade de participar desses grupos. No formulário do questionário, além do conjunto de perguntas para obter o perfil e opiniões diversas dos/as estudantes, foi colocado um espaço para identificação do semestre que então cursava o estudante, nome e telefone do respondente e, ao final, uma questão para saber se o/a respondente teria interesse e disponibilidade para participar dos grupos focais. Caso respondessem positivamente, na questão subsequente deveriam indicar os dias da semana e turnos em que teriam mais disponibilidade.

As respostas dos estudantes orientaram a composição dos grupos focais. Inicialmente, tínhamos definido que organizaríamos três grupos focais considerando o tempo de curso dos participantes: um grupo com estudantes iniciantes, um grupo com estudantes do meio do curso e um grupo com estudantes concluintes. Havia uma intenção de também estratificar cada grupo como uma subamostra desses grupos em relação a sexo, cotistas e não cotistas, estudantes diversificados por cidades da região e também de origem da zona rural. Na prática, a viabilização da realização dos encontros obrigou-nos a eleger como critério primeiro a disposição do/a estudante e a compatibilização das disponibilidades de dias e horários para participar das reuniões dos grupos focais. Assim, os critérios estabelecidos anteriormente foram contemplados apenas parcialmente, mais ao sabor da aleatoriedade do que da escolha ou intervenção do pesquisador no sentido de garantir uma representatividade pré-estabelecida de cada perfil.

Com efeito, o procedimento para a montagem dos grupos começou com a separação por semestre em curso dos/as estudantes que responderam positivamente em relação à possibilidade de participar dos encontros dos grupos focais, agrupando-os/as pela disponibilidade do dia da semana e pelos turnos preferenciais. Essa foi uma tarefa trabalhosa, pois havia muita divergência da disponibilidade de dias dentro do grupo de estudantes de um mesmo semestre. Mesmo assim, identificamos a segunda-feira como o dia da semana em que a maioria dos/as que se disponibilizaram a participar tinha condições e/ou preferência para a realização dos encontros.

Diante desse mapeamento, estabelecemos a segunda-feira como o dia dos encontros dos grupos focais, organizando os horários de cada grupo, considerando a compatibilização das disponibilidades e preferências.

Pela manhã, às 9h, ficou definido o horário do Grupo Focal Nº 3 (GF3), composto por estudantes do 7º e 9º semestres. Esse horário foi definido por esse grupo de estudantes cursar disciplinas no turno matutino e, nesse dia, terem horários vagos.

No turno vespertino, às 14h, ficou definido o horário do Grupo Focal Nº 1 (GF1), composto por estudantes do 1º semestre. Esse horário foi o definido para esse grupo de estudantes por eles/as cursarem disciplinas no turno matutino da segunda-feira e muitos/as residirem fora de Caetité, sendo mais prático retornar à Universidade após o almoço para participarem do Grupo do que voltarem em um outro dia.

O último encontro do dia ficou acordado para as 16h com o Grupo Focal Nº 2 (GF2), composto por estudantes do 3º e 5º semestres, que cursavam disciplinas no turno da noite e já ficariam para assistir às aulas a partir das 19h.

Ao definirmos o dia, turno e horário dos encontros, passamos a entrar em contato com cada possível participante, na sua maioria, por mensagem de *whatsapp* (em cada semestre existe um grupo de *whatsapp* da turma), alguns por ligação telefônica e outros presencialmente.

Nossa meta era compor três grupos, de aproximadamente nove participantes cada, já que, na literatura sobre a metodologia e composição de grupos focais, há um certo consenso em que os grupos sejam compostos por, no máximo doze (12) participantes, embora se ressalte que esses grupos podem ter uma variação nesse número. Naresh Malhotra (2006), por exemplo, defende que um grupo focal tenha de 8 a 12 participantes e Bernardete Gatti (2012), por sua vez, afirma que esse parâmetro pode ser mais elástico, de 6 a 12 participantes. Ambos os pesquisadores chamam atenção para o estabelecimento de um número mínimo e um número máximo de participantes para um melhor resultado da técnica de grupos focais.

Ao entrar em contato com esses/as estudantes, verificamos que alguns/mas, mesmo com o interesse em participar, não conseguiriam compatibilizar os seus compromissos e horários. Por outro lado, alguns estudantes tiveram tamanha boa vontade em participar e colaborar com esse processo da pesquisa, que, mesmo morando em zona rural e em outras cidades da região, fizeram o esforço de se deslocarem de suas cidades somente com o intuito de participar dos encontros de seu grupo focal.

Durante o meu contato para o convite, percebi[50], por parte de alguns que não residem em Caetité, a dificuldade financeira em antecipar a vinda para Universidade, já que eles/as

[50] Nesse capítulo, utilizarei a primeira pessoa do singular em vários relatos em que a atividade/ação foi realizada de forma individual e pessoal por este pesquisador, sem abrir mão do caráter coletivo (presente na primeira

tinham contratos mensais de transporte de suas cidades de origem para Caetité com previsão de chegada em horário próximo ao início das aulas; assim, chegar antes implicaria um outro tipo de transporte e uma passagem extra. Mesmo assim, alguns fizeram esse esforço pessoal, antecipando suas viagens por conta própria (com gasto extra). Para exemplificar, menciono o caso da aluna Mireli[51], que saía bem cedo da sua cidade de origem para ir a Caetité apenas para participar do grupo focal e retornava às 11h da manhã, pois ministrava aulas em sua cidade (Ibiassucê) a partir das 13h.

É válido ressaltar que, compondo essa boa vontade dos/as estudantes e seu interesse em colaborar com a pesquisa, percebia-se em muitos a curiosidade em saber como seria na prática essas atividades dos grupos focais, além da interferência das relações de afinidade/amizade com o pesquisador, especialmente entre os/as estudantes veteranos, que já tinham sido seus/suas alunos/as em alguma(s) disciplina(s), em semestres anteriores, no curso de Licenciatura em Matemática. Contamos, assim, com os desdobramentos de uma relação professor/estudantes, construída num bom convívio, no respeito e na amizade.

Ao final, conseguimos compor os três grupos focais: GF1 e GF2 com 10 (dez) participantes cada e o GF3 com 9 (nove) participantes, totalizando o envolvimento de 29 (vinte e nove) estudantes do Curso de Licenciatura em Matemática da Uneb, *Campus* VI, que se comprometeram voluntariamente em participar de quatro encontros planejados, sendo o primeiro programado para o dia 1º de outubro de 2018.

2.5.1 Perfil dos/as participantes dos grupos focais

Ainda que já tenhamos caracterizado o perfil geral dos/as jovens estudantes do Curso de Licenciatura em Matemática do *Campus* VI que responderam ao questionário, trazemos agora algumas características desses sujeitos que se disponibilizaram a participar dos grupos focais para que, quando da análise e da reflexão acerca dos seus posicionamentos, possamos nos situar melhor. São jovens universitários/as com média de idade de 21 anos, sendo a maioria do sexo feminino (62%), 90% são solteiros/as e, apenas, 6 (seis) deles/as exercem atividade remunerada. Dos/as 29(vinte e nove) estudantes participantes, 4(quatro) residem na zona rural de Caetité, 15 (quinze) residem em Caetité (sede) e 10(dez) residem em outras

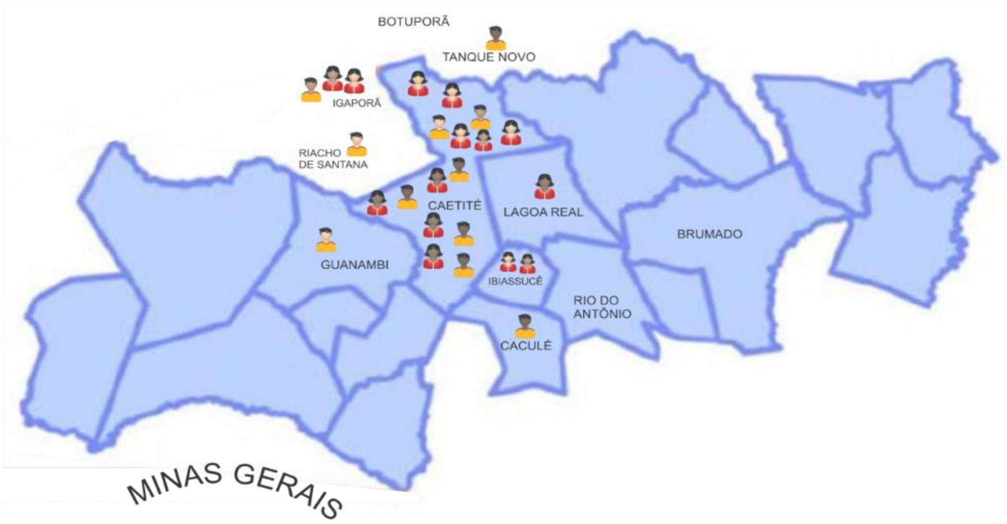
---

pessoa do plural - nós) em relação às ações de concepção, leitura, interpretação, elaboração, percepção, opinião, reflexão etc, conforme esclarecido no início dessa pesquisa.

[51] Todos/as os/as participantes da pesquisa autorizaram a utilização de seu nome verdadeiro para identificá-los neste estudo.

cidades da região (ver Figura 5). Todos/as cursaram o Ensino Médio em escola pública, sendo que apenas 1(um) repetiu um ano nessa etapa. São estudantes que, na sua grande maioria, vêm de um relativo sucesso em matemática escolar: quase todos declaram que não tiveram dificuldade para aprender e estudar matemática durante sua trajetória na Educação Básica.

Figura 3 - Mapa do Território de Identidade Sertão Produtivo da Bahia e cidades adjacentes com ilustração dos participantes dos grupos focais por cidade em que residem



Fonte: BAHIA-SEI, s.d. com adaptação e inserção nossa de informações sobre moradia dos estudantes em 2018.

Em relação aos principais motivos que os fizeram escolher o Curso de Licenciatura em Matemática, 41,4% responderam que possuem afinidade com a área de exatas, 48,3% respondeu que há a questão da afinidade e a opção em ser professor de Matemática, sendo que dos/as 29(vinte e nove) estudantes, 25(vinte cinco), ao concluírem o curso, pretendem atuar como professores. Não obstante esses/as estudantes virem de uma trajetória escolar de bom desempenho em matemática no Ensino Fundamental e no Ensino Médio, ao ingressarem no Curso de Licenciatura em Matemática, apenas 4(quatro) afirmaram não terem sentido dificuldade/estranhamento com as novas disciplinas de Matemática do Ensino Superior, 57% afirmaram que tiveram um pouco de dificuldade e 28% disseram que tiveram muita dificuldade. Dos/as 19 (dezenove) estudantes que estavam cursando entre o 3º e 9º semestres, mais da metade (53%) já tinha sido reprovado em uma ou mais disciplinas específicas de Matemática no curso.

Como bem lembram David e Moreira (2016), o estranhamento das práticas matemáticas do curso superior é algo esperado, pois se enfrenta um outro jeito de lidar com a matemática. Nas disciplinas de Matemática ministradas no Ensino Superior, muitas vezes será utilizada uma linguagem específica, que, sob muitos aspectos, apresenta diferenças em relação às práticas discursivas que configuravam o ensino de matemática na Escola Básica. Essa diferença é ainda maior em relação aos discursos que configuram as práticas matemáticas do cotidiano. Nesse sentido, 76% dos/as estudantes afirmaram que mudaram a forma de estudar matemática após ingressar no Ensino Superior em relação à forma em que estudavam no Ensino Médio, além dos 14% que afirmaram que a mudaram parcialmente.

Considerando que as atividades dos grupos focais giraram em torno da disciplina Geometria Analítica, vale a pena assinalar que, desse grupo de estudantes, 48,3%, responderam que os conteúdos de Geometria Analítica não foram trabalhados no Ensino Médio e 24,1% responderam que não se lembram dessa informação. Em relação à capacidade para resolver questões de Geometria Analítica, 20,7% responderam que não têm dificuldade, 55,2% responderam que têm um pouco de dificuldade e 24,1% responderam que têm muita dificuldade. Julgamos importante destacar essas características dos/as participantes, reiteramos que podem nos ajudar a fazer uma melhor leitura e compreender melhor os posicionamentos discursivos desses sujeitos, quando estivermos analisando as interações nos grupos focais.

2.5.2 A constituição dos grupos focais

Os grupos focais se constituam como tal ao longo dos encontros e por meio das interações, ainda assim, optamos por apresentar aqui algumas informações, comentários e depoimentos de e sobre os membros de cada grupo que podem nos ajudar a compreender melhor os jogos interlocutivos que foram se estabelecendo nos encontros.

Cabe observar que, mesmo que todos tenham assinado o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE)[52], no qual se prevê o sigilo e a preservação da identidade dos sujeitos participantes desta pesquisa, os/as estudantes que participaram dos grupos focais, ao final dos encontros, autorizaram[53] e, mais do que isso, fizeram questão de ser identificados. Diante disso, optamos por usar o nome próprio de cada participante na apresentação e nas análises realizadas.

Em relação às informações e comentários sobre os/as participantes dos grupos focais, esclareço que eu não conhecia os membros do GF1 antes da realização dos encontros; apenas

[52] O Termo de Consentimento Livre e Esclarecido encontra-se no Apêndice E.
[53] O Termo de autorização de uso de imagem e depoimentos dos participantes encontra-se no Apêndice F.

tive com eles/as um rápido contato quando da aplicação do questionário à turma do 1º semestre. Desse modo, o conhecimento que travei com eles foi estabelecido no próprio curso do Trabalho de Campo. Já os/as participantes do GF2 e do GF3, todos/as foram meus alunos/as em semestres anteriores. Assim, eventualmente, alguma característica desses/as participantes ou comentários que serão tecidos sobre suas intervenções podem ser também informados ou influenciados por minha convivência anterior com eles/as, quando ministrei aulas para suas turmas.

Grupo Focal 1 (GF1)

O GF1, formado por estudantes do 1º semestre, reuniu Geraldo (18 anos)[54], Idelvan (24 anos), Inácio (19 anos), Jaqueline (17 anos), Keyla (19 anos), Larissa (17 anos), Natália (30 anos), Natan (19 anos), Raiane (23 anos) e Tamires (17 anos). Um total de 10 participantes, sendo 4 do sexo masculino e 6 do sexo feminino. Exceto Natan, que informou ter feito curso Técnico no Ensino Médio, os demais informaram ter cursado o Ensino Médio Regular.

Quando me reuni pela primeira vez com esse grupo, eles/elas tinham menos de dois meses de contato com o Ensino Superior. Todos/as muito sorridentes e entusiasmados/as com o ingresso à universidade. A conquista dessa nova etapa na vida deles/as me pareceu muito significativa, afinal, dos/as 10 participantes desse grupo, 8 vieram da zona rural e de cidades de porte pequeno da região, próximas a Caetité. Era perceptível o brilho nos olhos de cada um/a por estarem na condição de estudante universitário/a.

Dos/as 8 estudantes que têm origem na zona rural, Natan (de Igaporã), Larissa (de Ibiassucê), Natália e Idelvan (de Caetité), ao iniciarem o curso de Licenciatura em Matemática, continuaram morando nas localidades de onde provinham; Geraldo (de Tanque Novo), Inácio (de Matina) e Keyla (de Lagoa Real) mudaram-se da zona rural de suas cidades de origem para Caetité, e Jaqueline mudou-se da zona rural de Igaporã para a sede do município. Raiane e Tamires (que moravam na zona urbana de Candiba) mudaram-se de suas cidades de origem para Caetité ao iniciar o curso de Licenciatura em Matemática na Uneb.

Idelvan, bem comunicativo, se apresentou no primeiro encontro do GF1 contando que sua formação escolar teve origem em uma turma multisseriada, que contemplava da alfabetização à 4ª série do Ensino Fundamental. Ele entrou com 7 anos de idade nessa turma que tinha 54 alunos/as. Explicou que, por conta da quantidade de alunos/as e da

[54] Os/as estudantes tinham essas idades no ano de 2018.

heterogeneidade da turma, a professora só dava atenção para os que estavam concluindo o Ensino Fundamental I (4ª série) e, dessa forma, os das séries iniciais ficavam sem acompanhamento, o que, por sua vez, trazia, como consequência, a dificuldade que esses/as mesmos/as estudantes encontravam quando chegavam na 3ª e na 4ª séries. Acrescentou, ainda, que "*cada comunidade da zona rural tinha uma escola que só tinha uma professora; aí não tinha faxineira: quem fazia a faxina eram as mães ou as alunas maiores*".

Larissa, muito falante, em todos os encontros, manifestava sua opinião sobre quase tudo e, também, fez referência a sua experiência escolar, quando foi aluna de turma multisseriada. Mas, diferente de Idelvan, declarou que sua turma era bastante reduzida, com uns 9 alunos por sala. Em sua escola, tinha faxineira e a professora dava atenção para todo mundo. Segundo Larissa, quando elas estavam na 4ª série, elas ajudavam a professora com os/as alunos/as das séries anteriores, como se fosse uma monitoria. Afirmou que fez a opção pela Licenciatura por gostar de matemática, mas que não tem muita facilidade com determinados conteúdos dessa disciplina. Acha prazeroso ensinar para crianças, pois, segundo ela, a "*criança valoriza o professor de uma forma assim que é sem proporção: a criança valoriza o que você fala, o que você ensina, é muito maravilhoso*".

Inácio também se identificou no primeiro encontro como ex-aluno de escola multisseriada. De perfil mais discreto, sempre demonstrava interesse e atenção quando estava resolvendo exercícios. Foi um dos poucos participantes desse grupo que afirmou que viu alguns tópicos de Geometria Analítica no Ensino Médio. Observou, contudo, que tinha dificuldade de entender os assuntos por conta da grande quantidade de conteúdos que eram dados na aula naquela época. Para entender melhor os conteúdos, ele disse que assistia a vídeo-aulas em sua casa.

Tamires, de sorriso sempre aberto, fazia poucas intervenções, mas suas indagações visavam conhecer mais daquilo que era discutido. Afirmou que não viu Geometria Analítica no Ensino Médio, mas que seu professor de matemática explicava muito bem a matéria que ensinava. Em relação à escolha do curso, comentou que as pessoas acham que, ao escolher o curso de matemática, você é muito boa em matemática, o que para ela "*não é assim. Eu falo: eu não sou muito boa não* (risos)". Quando da discussão sobre diferenças nas habilidades matemáticas de homens e de mulheres, argumentou que isso vem da desigualdade histórica entre os gêneros, que atribuiu às mulheres determinadas tarefas domésticas e que os homens teriam desenvolvido certas habilidades por necessidade e não porque fossem melhores em raciocínio que as mulheres.

Natan, por sua vez, afirmou que escolheu o curso de Licenciatura em Matemática por afinidade. Durante as reuniões, demonstrou interesse por questões tecnológicas, especialmente ao comentar a localização no espaço por GPS (Sistema de Posicionamento Global). Quando as atividades foram voltadas para resolver questões de Geometria Analítica em trios, era ele que, em seu trio, assumia a parte de cálculos e explicava como foi o raciocínio utilizado na solução das questões.

Geraldo foi um dos participantes que afirmou que não conheceu nada que lhe tenha sido apresentado como Geometria Analítica no Ensino Médio e, mesmo quando se deparava com questões que envolviam a Geometria Plana, seu pouco embasamento o levava a buscar resolvê-las por tentativas. Em relação à escolha do curso, declarou que escolheu matemática pela satisfação em resolver questões: "*Quando você aprende o assunto e vai colocar no papel para resolver um exercício, a sensação que aprendeu é muito boa*".

Raiane, contando a sua história, informou que deixou com sua mãe um filho de 1 ano na sua cidade de origem para fazer o curso que ela queria em Caetité, só retornando para vê-lo nos finais de semana. Já ministrou aulas no programa *Todos pela Alfabetização* (Topa) e, segundo sua experiência, ela achava que os homens sabiam mais matemática que as mulheres pelas habilidades de cálculo mental: "*os homens acertavam mentalmente, as mulheres não, nem fazendo as contas; mas, quando os homens iam fazer no quadro, eles não acertavam calcular; na mente sim, no quadro não*". E acrescentou a esse respeito "*vem do homem isso, não sei por quê. O homem é mais na cabeça (aponta com o dedo para cabeça), já a mulher não, precisa ir no lápis*".

Jaqueline, sempre prestativa e simpática, explicitou pouco seus posicionamentos durante os encontros. Em uma discussão que envolvia a matemática do cotidiano, ela afirmou: "*Você vai na feira: eu que estou fazendo matemática, o feirante nunca estudou matemática e faz contas de cabeça mais rápido do que eu*".

Keyla é aquela aluna que praticamente só fala quando é direcionada uma pergunta para ela ou para completar, objetivamente, a resposta de um/a colega. Mesmo informando que tem dificuldade com alguns conteúdos de matemática, informou no questionário que pretende concluir o curso para atuar como professora.

Natália é casada, tem um filho e não pôde participar do primeiro encontro do grupo focal em função de um exame médico agendado anteriormente. Nos demais encontros, participava sempre de maneira discreta. Afirmou que não se lembra de ter visto Geometria

Analítica no Ensino Médio e que tem muita dificuldade para resolver questões de matemática com os conteúdos do Ensino Superior.

Grupo Focal 2 (GF2)

O GF2 foi formado por estudantes do 3º e 5º semestres. São eles: Cleidiane (21 anos), Eduarda (19 anos), Érica (18 anos), Luís (19 anos), Marcos Adriano (19 anos) e Marcos Vinícius (19 anos) do 3º semestre e Antônio (21 anos), Grasielle (21 anos), Leandro (20 anos) e Maria (20 anos) do 5º semestre. Assim, GF2 reuniu 10 participantes, metade do sexo feminino e metade do sexo masculino. Cleidiane, Érica e Antônio informaram que fizeram o curso Técnico no Ensino Médio, os demais informaram ter cursado o Ensino Médio Regular.

Esse grupo, assim como o GF1, é muito heterogêneo em relação às cidades de origem dos/as participantes, mas, no caso do GF2, a maioria residia anteriormente na zona urbana de seus municípios. São estudantes de 7 cidades diferentes. Eduarda (de Brumado), Érica (de Urandi), Luís (de Condeúba), Grasielle (de Candiba) mudaram de suas cidades para Caetité com o propósito de cursar a Licenciatura em Matemática na Uneb, *Campus* VI. Marcos Adriano (de Riacho de Santana) e Marcos Vinícius (de Guanambi) continuaram residindo em suas cidades de origem e utilizavam transporte rodoviário (ônibus de linha, van, micro-ônibus, carona) diariamente para fazer o curso em Caetité. Cleidiane e Antônio mudaram da zona rural de Caetité para a sede do município; Leandro e Maria já moravam na zona urbana de Caetité.

Nesse grupo, Antônio, Cleidiane, Eduarda, Luís e Marcos Vinícius afirmam categoricamente que não viram nada de Geometria Analítica no Ensino Médio; Érica afirmou que viu um pouco de cônicas; Leandro lembrou do cálculo de distância de dois pontos e os demais só lembravam de ter visto, de forma muito elementar, o esboço de gráficos no plano cartesiano.

Marcos Vinícius é aquele tipo de aluno discreto, que, sendo de estatura alta, costumava posicionar-se durante as aulas mais ao fundo da sala, certamente para não tirar a visão dos colegas. Marcos argumenta que a dificuldade de sua turma de Licenciatura com Geometria Analítica foi porque a maioria não tinha visto os conteúdos desse campo no Ensino Médio; e explica que os colegas que puderam participar da monitoria obtiveram um melhor desempenho. Nas palavras dele, "*as pessoas que tavam na monitoria e que teve oportunidade de tirar dúvida, de responder questões, teve até uma nota melhor*".

Simpática com os/as colegas e professores, Eduarda é aquela aluna assídua e que se esforça para dar conta das demandas acadêmicas. Assim como Marcos Vinícius, acha que a monitoria da disciplina Geometria Analítica ajudou muito, quando tirava as dúvidas, durante a resolução dos exercícios. Todavia, afirmou que, mesmo com a monitoria, as avaliações eram sofridas: "*Depois da última prova de Geometria Analítica I, eu sai daqui chorando [...] Foi muito complicada*".

Cleidiane é de um perfil de estudante mais discreta, que explicita pouco seus posicionamentos. Durante as discussões do grupo, informou que teve dificuldade com as avaliações da disciplina de Geometria Analítica no Ensino Superior: "*A gente acredita que acertou tal questão, depois chega lá não acertou nada*". Ela explicou que precisou fazer uma prova final para ser aprovada e considerou a prova final bem mais fácil que as provas de unidade.

Mesmo sendo ainda muito jovem, Érica demonstrava maturidade e personalidade quando se posicionava, em particular, nas discussões de questões de natureza social em sala de aula. Parecia ser uma pessoa politizada. Em relação à experiência com a Geometria Analítica no Ensino Médio, Érica foi uma das poucas do grupo que informou que viu alguns tópicos desse campo da matemática e que não teve maiores dificuldades. Já na graduação, ela informou que foi trabalhado o conteúdo de vetores no espaço e, nesse momento, ficou bem mais complicado.

Lembro-me de que Marcos Adriano era um dos alunos que, quando tinha uma aula vaga, gostava de ficar jogando baralho (Havia um grupo do 3º semestre que gostava de jogar baralho nas aulas vagas e intervalos). Ele afirmou que teve dificuldade com a Geometria Analítica quando cursou no 2º semestre. Sobre isso, argumentou que "*o assunto não conseguia entrar na cabeça; por mais que você estudava, na hora da prova ficava mais difícil do que você tinha estudado antes*".

Antônio, sempre assíduo e estudioso, é aquele tipo de aluno que presta muita atenção na aula e anota tudo que foi colocado no quadro. Quando tem uma prova agendada, essa se torna a sua prioridade. Esse foi o motivo pelo qual ele e Maria faltaram ao último encontro do grupo focal, pois, nesse dia, teriam uma avaliação de *Cálculo* e priorizaram a revisão. Quando das suas intervenções nas reuniões do grupo focal, foi um dos que falou da ausência da Geometria Analítica no Ensino Médio e o seu estranhamento com os conteúdos da matemática acadêmica: "*Porque pra mim era algo muito novo, muito novo assim, desconhecia total*".

Leandro é um tipo de aluno de perfil discreto, de bom desempenho quando desafiado a resolver questões de matemática do Ensino Superior, e que nunca foi reprovado em disciplinas de matemática da Educação Básica ao curso de Licenciatura em Matemática. Seus pais não tiveram oportunidade de estudar, mas Leandro pretende concluir o curso para atuar como professor de matemática.

Maria, muito comunicativa e extrovertida, sempre que podia, estudava com um pequeno grupo de colegas, em especial, quando havia avaliações marcadas. Em relação à experiência com a Geometria Analítica no Ensino Superior, Maria relatou que, no início da disciplina, achou tranquilo, mas que teve um pouco mais de dificuldade quando foi trabalhado o conteúdo de circunferência. Advertiu que, para sentir-se preparada para fazer uma prova de Geometria Analítica, tinha necessidade de fazer muitos exercícios: "*se você não fizer pelo menos, todas as questões do livro de Iezzi, você não sabe* [risos, risos]".

Luís é o tipo de aluno centrado nos estudos: alguns colegas o chamam carinhosamente de "nerd". Ao discutir a importância e a aplicabilidade do conteúdo de Geometria Analítica, destacou a precisão de uma localização por GPS e enalteceu o cálculo da rota de um avião com suas precisões, achando incrível quando o avião toca as rodas no chão.

Grasielle, ao comentar sua experiência com a Geometria Analítica, afirmou que tinha problema no momento das avaliações, pois, conseguia resolver as listas de exercícios, mas, na hora da prova, dava um branco. Essa dificuldade estava provocando um "*efeito dominó*" e prejudicando o desempenho nas outras disciplinas, o que fez com que ela desistisse de Geometria Analítica para focar nas outras disciplinas e, assim, obter as aprovações.

Grupo Focal 3 (GF3)

O GF3 era formado por estudantes do 7º e 9º semestres: Bruna (24 anos), Jackeline (21 anos), Maurício (21 anos), Mireli (21 anos), Robson (21 anos) e Sabrina (23 anos) do 7º semestre e Cida (28 anos), Lucinere (25 anos) e Gislaine (24 anos) do 9º semestre. O GF3 reuniu 9 participantes sendo 7 do sexo feminino e apenas 2 do sexo masculino. Cida foi a única do grupo que cursou o Magistério no Ensino Médio, Bruna e Gislaine informaram que fizeram o curso Técnico e os/as demais informaram ter cursado o Ensino Médio Regular.

Esse grupo, também, mantém a marca de heterogeneidade em relação às cidades de origem. Maurício (de Condeúba), Robson (de Caculé) e Sabrina (de Seabra) mudaram de suas cidades de origem para cursarem a Licenciatura em Matemática na Uneb em Caetité. Lucinere (de Igaporã) e Mireli (de Ibiassucê) continuaram morando em suas cidades e deslocavam-se diariamente para estudar em Caetité. Gislaine continuou morando na Zona Rural de Caetité e Jackeline mudou-se da Zona Rural de Caetité para a sede do município. Bruna e Cida já residiam em Caetité.

Em relação à experiência com a Geometria Analítica, quase todas/os afirmaram que não viram os conteúdos desse campo no Ensino Médio e explicaram que os conteúdos deveriam ser trabalhados no final do terceiro ano, mas nunca dava tempo. Apesar de não terem estudado a Geometria Analítica no Ensino Médio, Jackeline e Sabrina afirmaram que não tiveram dificuldade e foi uma das melhores disciplinas que cursaram na Licenciatura. Já para Robson, Lucinere e Gislaine, a Geometria Analítica foi uma das disciplinas que eles/as tiveram mais dificuldade.

Em geral, as/os estudantes da turma a que pertenciam os/as participantes do 7º do semestre eram bem dedicados/as ao curso e não apresentavam dificuldade quando cursavam as disciplinas específicas de matemática.

Jackeline é uma daquelas alunas que se dedicava muito aos estudos e era raro não obter um bom desempenho quando submetida a avaliações; inclusive, afirmava não ter dificuldade com os conteúdos de matemática do Ensino Superior. Esclareceu que não tinha dificuldade com a disciplina de Geometria Analítica, apesar de não ter estudado os conteúdos desse campo da matemática, como também de outros durante o Ensino Médio: "*é conteúdo do 3º ano no livro didático, a Geometria Analítica e, no livro do 3º ano, a gente nem triscou*".

Mesmo morando e trabalhando em outra cidade (Ibiassucê), a aluna Mireli sempre foi muito assídua e era uma das primeiras a chegar à sala durante o curso. De perfil discreto, quando os/as professores/as ou colegas tinham necessidade de ilustrar alguma coisa no quadro sempre a requisitavam para auxiliá-los/las pela sua habilidade com desenho.

Já Sabrina não era tão assídua por conta do trabalho, mas tinha muita facilidade na compreensão dos conteúdos específicos de matemática. Certamente, o fato de ministrar aulas de revisão (o que na Bahia se costuma chamar de "banca") para estudantes do Ensino Médio lhe possibilitava uma permanente atualização de tópicos de matemática elementar.

Maurício, pessoa muito prestativa, é um estudante muito curioso para questões voltadas ao campo da Matemática "pura" e da Física. Apesar de expressar pouco seus posicionamentos durante os encontros, quando era desafiado a resolver problemas mais complexos, demonstrava suas habilidades. Invariavelmente, andava com alguns cubos mágicos da sua grande coleção, que vai desde o modelo tradicional (cubo de 6 lados) à forma de pirâmide, dodecaedro etc em variadas formas de encaixe que exigem um alto nível raciocínio lógico e muita habilidade. Afirma que tem afinidade com matemática por influência de um professor do Ensino Médio.

Bruna, sempre muito discreta, fala pouco, é daquelas alunas que pretende concluir o curso, mas não quer atuar como professora. Afirmou ter muita dificuldade para resolver questões envolvendo a Matemática do Ensino Superior, o que a levou a desistir de algumas disciplinas.

Robson, também de perfil discreto, diferente de Bruna, pretende concluir o curso para atuar como professor e já tem uma pequena experiência ministrando aulas a menos de um ano. Afirmou não ter dificuldade com os conteúdos de Matemática da Educação Básica, mas com os conteúdos da matemática do Ensino Superior, em particular, com a Geometria Analítica. Afirmou, também, que tem um pouco de dificuldade quando está resolvendo exercícios.

Cida e Gislaine são as únicas casadas do grupo. Cida, ao se posicionar no grupo, demonstra maturidade e, baseando-se em sua experiência (de aluna e de professora) em sala de aula, aponta, segundo a sua percepção, eventuais problemas metodológicos na condução das aulas por seus professores que podem ter contribuído para a sua dificuldade e de outros colegas em relação aos conteúdos de Geometria Analítica no decorrer da Licenciatura.

Gislaine interagiu bem durante nos encontros do grupo focal e, seguindo a linha de pensamento de Cida, argumentou que uma das limitações ou dificuldades para compreender melhor os conteúdos de Geometria Analítica era a ausência de questões voltadas para o cotidiano. Segundo Gislaine, o professor apenas fazia uma pequena exposição do assunto no quadro, passava uma lista de exercícios e, depois, já eram aplicadas as provas: "*a gente copiava e chegava em casa e se virava para ver onde aplicava cada fórmula e fazer as listas de exercícios e depois fazer as provas e pronto*".

Lucinere interagia menos que as/os demais colegas do grupo focal, mas, quando tinha oportunidade, fazia críticas ao não aproveitamento dos conteúdos de matemática que foram trabalhados na Educação Básica. Segundo ela, os professores da Licenciatura, no início do curso, as/os tratava como se elas/eles não dominassem nenhum conteúdo de matemática. Em relação à experiência com a Geometria Analítica no Ensino Superior, Lucinere afirmou que se fosse ministrar aula desse conteúdo teria que voltar a estudar tudo novamente, pois a não afinidade com esse campo da matemática a conduziu a estudar "*por obrigação para fazer a prova e, no outro dia, eu não lembrava de mais nada*".

2.6 Os Roteiros dos Encontros com os Grupos Focais

Nesta subseção, apresentamos os quatro roteiros de reuniões, com diferentes atividades, que foram planejadas como propostas a serem realizadas a cada dia nos encontros com os grupos focais.

2.6.1 Roteiro da 1ª Reunião com Grupos Focais

A primeira rodada de reuniões com os Grupos Focais foi agendada para ser realizada no dia 1º de outubro de 2018, no *Campus* VI da Uneb, em Caetité-BA. A atividade visava criar oportunidades para que os participantes se manifestassem sobre sua relação com o conhecimento matemático e, de modo especial, com a Geometria Analítica, conforme roteiro abaixo:

1. Primeiramente, reuniríamos o grupo para apresentar o pesquisador; esclarecer sobre a pesquisa a ser realizada e sobre as atividades propostas; informar que a atividade seria gravada em áudio e vídeo; e apresentar o TCLE para leitura e assinatura;
2. Em seguida, abriríamos uma roda de conversa sobre a Geometria Analítica, abordando questões, como:
   - Como foi o contato de vocês com a Geometria Analítica no Ensino Médio?
   - O que lembram a respeito dessa experiência? Como foi essa experiência para vocês? Acharam-na interessante? Quais conteúdos foram contemplados? Que tipo de problemas/exercícios eram propostos?
   - O que esperam da Geometria Analítica no Ensino Superior? (no caso do GF1 que envolve estudantes do 1ºsemestre, que não cursaram a disciplina) ou Como foi/está sendo a experiência da Geometria Analítica no Ensino Superior? (para o GF2 e GF3 que envolve estudantes do 3º ao 9º semestres, que já cursaram ou estavam cursando uma das disciplinas de Geometria Analítica do currículo da Licenciatura);
3. Após essas discussões, solicitaríamos que se reunissem em pequenos grupos de três participantes e que cada grupo elaborasse um problema ou exercício de Geometria Analítica por escrito. (Eles/as não precisariam resolver as questões, apenas elaborar);
4. Ao final, seriam recolhidas as questões elaboradas e o pesquisador agradeceria a participação e agendaria o próximo encontro.

2.6.2 Roteiro da 2ª Reunião dos Grupos Focais

A segunda rodada de encontros/atividades dos grupos focais foi agendada para acontecer no dia 15 de outubro de 2018, nas mesmas condições dos encontros anteriores. Para esse encontro, preparei para cada Grupo Focal uma lista de problemas/exercícios de Geometria Analítica de edições anteriores do Enem e outra lista composta de exercícios que foram elaborados pelos pequenos grupos de participantes de outro Grupo Focal no encontro anterior. Essa dinâmica visava produzir interações a partir dos desafios gerados e dos argumentos mobilizados na resolução desses problemas e também pela avaliação que os estudantes fariam das questões propostas e de seu próprio desempenho ao resolvê-las.

A dinâmica desse encontro seguiria o roteiro abaixo:

1. Inicialmente, solicitaria aos participantes do Grupo Focal que se organizassem em trios e entregaria a cada trio uma mesma lista com 3 (três) problemas que os participantes de outro Grupo Focal tivessem elaborado no primeiro encontro;
2. Depois que os trios concluíssem essa resolução, abriríamos um espaço para comentários sobre os problemas e as soluções eventualmente dadas;
3. Em seguida, seria distribuída uma segunda lista com 3 (três) problemas/exercícios de Geometria Analítica de diferentes edições do Enem.
4. Após a resolução dos problemas/exercícios, e caso a própria atividade de resolução não provocasse comentários a respeito, eu proporia um debate pedindo que comentassem a atividade e perguntaria aos participantes se acharam diferentes os exercícios das listas e em que eles diferiam;
5. Ao final, recolheríamos os registros das soluções de cada grupo e perguntaríamos se desejavam comentar mais alguma coisa sobre essa atividade.

Observamos que cada Grupo Focal receberia listas diferentes de questões elaboradas por participantes, mas a lista de exercícios do Enem seria a mesma para todos os GFs. As listas de exercícios propostas a cada grupo serão, pois, apresentadas na descrição da dinâmica do segundo encontro de cada um.

2.6.3 Roteiro da 3ª Reunião dos Grupos Focais

A terceira rodada de atividades dos grupos focais foi agendada para acontecer no dia 22 de outubro de 2018 e consistiria em realizar uma oficina de resolução de 6 (seis) problemas/exercícios de Geometria Analítica com uma variedade de questões de diferentes fontes: Enem, Obmep (Olimpíadas Brasileiras de Matemática das Escolas Públicas) e livros didáticos do Ensino Superior. A orientação seria a de que os problemas deveriam ser resolvidos e discutidos, um de cada vez, para que todos trabalhassem simultaneamente e as discussões sobre cada questão pudessem fluir a partir das explicações dos/as participantes sobre seu entendimento da questão e sobre os procedimentos adotados para sua solução, bem como seus comentários a respeito de eventuais dificuldades, da maior ou menor contextualização de cada questão ou de seu caráter menos ou mais técnico.

A dinâmica desse encontro seguiria o roteiro abaixo:

1. Inicialmente, explicaríamos que o encontro seria uma *oficina de solução dos exercícios*, envolvendo variados problemas/exercícios de Geometria Analítica e, em seguida solicitaríamos que eles se reunissem em trios para resolver e discutir as questões;
2. As questões seriam entregues e resolvidas uma de cada vez. Após resolver cada questão, os trios explicariam as suas respectivas soluções ou eventuais dificuldades;
3. Caso a discussão não fluísse como esperado, seriam feitas perguntas do tipo: “Seria possível resolver essa questão de outra forma?”, ou outras que pudessem naquele momento incentivar a interação entre o grupo.

2.6.4 Roteiro da 4ª Reunião dos Grupos Focais

A quarta e última rodada de atividades dos grupos focais aconteceria, conforme planejado, para o dia 05 de novembro de 2018 nas mesmas condições dos encontros anteriores e nas salas de aula da Uneb já identificadas anteriormente. No início do encontro com cada grupo, discutiríamos se todos/as estudantes prefeririam manter o sigilo da identidade na transcrição de falas durante os encontros dos grupos ou se prefeririam ser identificados/as com os verdadeiros nomes deles/as. Na sequência, daríamos início à dinâmica elaborada para esse encontro conforme roteiro abaixo:

1. Solicitaríamos que os/as estudantes se reunissem em grupos menores (duplas, trios e quartetos) e elaborassem um problema de Geometria Analítica, diferente dos já vistos anteriormente. Após a elaboração, cada trio trocaria o problema com o grupo vizinho para resolver o problema elaborado pelo outro grupo;
2. Após a resolução, solicitaríamos que cada trio explicasse como a questão foi resolvida e o grupo que tinha elaborado a questão opinasse se concordava com o que foi apresentado como solução ou se teria elaborado/pensado outra maneira de resolver o problema;
3. Ao final, recolheríamos as questões respondidas, facultaríamos a palavra para quem quisesse acrescentar algo, entregaríamos uma lista de exercícios extra para ser feita em outro momento como trabalho voluntário e agradeceríamos a participação de todos e todas.

Observamos, ainda, que a lista de questões extra, referida anteriormente, foi composta por 11 exercícios (ver Apêndice G) e seria proposta para que cada licenciando/a individualmente a resolvesse fora do horário e local do GF, caso fosse do seu interesse.

2.7 A logística dos encontros

Paralelamente aos esforços para a composição dos grupos focais, dediquei-me também a providenciar a logística para a realização e registro dos encontros, o que envolvia garantir a estrutura física e os recursos audiovisuais para a gravação dos referidos encontros.

Para gravação em áudio, disponibilizei o meu celular e dois gravadores de voz de minha propriedade. Além disso, solicitei aos participantes que, caso houvesse necessidade, eles deveriam gravar o encontro em seus celulares.

Em relação à possibilidade de gravação em vídeo, entrei em contato com o Professor Dr. Manoel Alves de Oliveira (docente do Curso de Geografia – Uneb/ Caetité), que coordena o Projeto Laboratório de Vídeo da Uneb, *Campus* VI, para ver a possibilidade do apoio dos recursos desse laboratório de modo a ser possível realizar um registro de qualidade. De imediato, o Professor Manoel se colocou à disposição para auxiliar-me, cedendo uma câmera de alta qualidade de vídeo (ainda que não tivéssemos o conjunto de microfones individuais) e envolveu os graduandos Greisson Renan dos Santos Pimenta e Denilson Ribeiro Silva, monitores do referido projeto, no apoio técnico para a preparação dos equipamentos e instrução ao pesquisador para a gravação dos encontros. Por precaução, providenciei também uma câmera filmadora que não era da mesma qualidade da do Laboratório, apenas para usar numa eventualidade.

Em relação à sala para realização dos encontros, eu e Maurício Magalhães (estudante do 7º semestre) tínhamos reservado a sala do Laboratório de Matemática e contatado os setores administrativos do Departamento (*Campus* VI – Uneb) para a avaliar a possibilidade de utilizar a sala de vídeoconferência. Essa última opção foi descartada diante do risco apresentado a nós de termos que suspender as nossas atividades em função de alguma chamada de conferência. Quando estávamos quase decididos pela sala do Laboratório de Matemática, resolvemos consultar o pessoal da filmagem e fazer um teste antes, e, assim, observamos que o espaço ficou pequeno e com um certo desconforto para os alunos. Optamos, então, diante da situação constatada, por realizar os encontros em salas de aula que, além de serem um espaço mais familiar aos/às estudantes, era também mais espaçoso e não oferecia risco em relação às condições técnicas de registro. Assim, pela manhã, utilizaríamos a sala de aula Nº 1, que fica ao lado da Biblioteca do *Campus* VI – Uneb, por ser a sala da turma do 7º semestre e não ter aulas naquele período; e, no turno vespertino, utilizaríamos a sala 07, que estava disponível e fica ao lado do Colegiado de Matemática da supracitada instituição.

Não poderia deixar de relatar que, nos dias que antecederam o primeiro encontro e até o início do mesmo, ocorriam a esse pesquisador algumas tensões e dúvidas: Será que os/as estudantes vão comparecer? Será que eles/as vão interagir? Conseguiremos cumprir o roteiro do encontro? Os equipamentos irão funcionar? Tudo vai dar certo? Essas dúvidas e o receio de que algo desse errado me fizeram decidir por deslocar de Vitória da Conquista (cidade em que resido) para Caetité um dia antes do primeiro encontro para testar os equipamentos *in loco*. Nesse dia que antecedia o encontro, eu aproveitava, também, para providenciar, para o final de cada encontro, um pequeno lanche, que, no geral, era composto por suco, refrigerante, doces e salgados.

3 OS ENCONTROS DOS GRUPOS FOCAIS

A autoridade coerentemente democrática está convicta de que a disciplina verdadeira não existe na estagnação, no silêncio dos silenciados, mas no alvoroço dos inquietos, na dúvida que instiga, na esperança que desperta. (FREIRE, 2011, p. 64)

Neste capítulo, fazemos um breve relato da dinâmica dos 12 encontros com os Grupos Focais. Os relatos foram elaborados a partir das anotações do caderno de campo e trazem, além da narrativa das atividades de cada encontro, alguns comentários sobre a participação dos/as licenciandos/as na dinâmica desses encontros. Ressaltamos que, em um mesmo dia, realizávamos três encontros, um com cada grupo focal, utilizando o mesmo roteiro para os três grupos. Ao final, realizamos 12 encontros durante os meses de outubro e novembro de 2018, cuja gravação de áudio foi transcrita para posterior análise[55].

O que apresentamos, neste capítulo, é um relato geral dos encontros de cada grupo focal, por ordem de horário de realização, de modo a oferecer uma visão mais ampla do material empírico que produzimos por meio dessa dinâmica.

3.1 O 1º Encontro com os Grupos Focais

A primeira rodada de reuniões dos Grupos Focais foi realizada no dia 1º de outubro de 2018, em uma segunda-feira. Os encontros aconteceram na sala 01 que fica ao lado da Biblioteca ou na sala 07 que fica ao lado do Colegiado de Matemática (a depender da disponibilidade daquele horário), no Departamento de Ciências Humanas da Uneb, *Campus* VI, em Caetité, Bahia. As reuniões tinham uma previsão de duração de, no máximo, duas horas, sendo que cada grupo tinha um horário programado de início: às 9 horas, o GF3; às 14 horas, o GF1; e às 16 horas, o GF2.

[55] As gravações em áudio e vídeos dos 12 Encontros dos Grupos Focais (GFs), assim como as transcrições das interações foram armazenadas digitalmente, em arquivos eletrônicos sob a responsabilidade dos pesquisadores.

3.1.1 O 1º Encontro com Grupo Focal 3 – GF3

O primeiro encontro aconteceu com o GF3, composto por estudantes do 7º e 9º semestres do Curso de Licenciatura em Matemática da Uneb, às nove horas e dez minutos, do dia 1º de outubro de 2018, na sala 01, que fica ao lado da Biblioteca. Logo de início, enquanto estávamos ajustando a câmera filmadora e os/as estudantes estavam chegando, percebi uma expressão de surpresa delas/es, seguida de brincadeiras, em relação à filmagem, com falas tipo "*ué professor, se soubesse que seria filmada viria mais arrumada*". De imediato, tranquilizei a todas/os, explicando que era para garantir um melhor registro das interações, e que deveríamos esquecer a filmadora, pois ela ficaria ligada sem um monitor/cinegrafista (pois eu já havia combinado com o pessoal da técnica que não seria necessário eles ficarem filmando e monitorando a gravação durante a reunião).

Os/as estudantes se acomodaram nas carteiras, que já estavam organizadas em semicírculo e, assim, os trabalhos do dia contaram com a participação dos/as estudantes: Mireli, Jackeline, Sabrina, Robson, Maurício, Bruna, Gislaine, Lucinere e Cida, que aparecem nessa ordem, da esquerda para direita, na foto abaixo (Figura 4). Os seis primeiros cursavam o 7º semestre e os três últimos cursavam o 9º semestre.

Figura 4 - Encontro do Grupo Focal 3 em 1º de outubro de 2018

Fonte: Acervo da pesquisa. Imagem capturada do vídeo.

Por se tratar de um grupo de estudantes que já tinha cursado com o pesquisador mais de uma disciplina em semestres anteriores, foi dispensada uma apresentação pessoal do pesquisador. Inicialmente, fiz uma rápida apresentação dos objetivos do projeto e de como seria desenvolvida a metodologia do Grupo Focal. Em seguida, entreguei a cada um/a duas cópias do TCLE para que todos/as acompanhassem a leitura que eu faria em voz alta, e, depois, o preenchessem e assinassem. Todos/as os/as presentes assinaram e devolveram uma via do Termo e cada um/a ficou com sua via. Nesse processo, alguns/algumas propuseram dispensar a leitura do documento, alegando: "*Professor, não precisa ler não, a gente confia no senhor*". Mas insisti no cumprimento de todo o ritual e pedi que todos/as acompanhassem a leitura com atenção. Quando estavam preenchendo os seus dados pessoais no TCLE, alguns/mas estudantes informaram que não estavam com RG (Registro Geral) e não lembravam o número. Combinei com os que estavam sem documento que enviassem o número do RG pelo *whatsapp* ou que trouxessem no próximo encontro.

Na sequência, cada um/a fez uma apresentação de si falando seu nome, semestre em curso e cidade de origem. Em um segundo momento, começamos uma conversa, em que utilizei de maneira informal as questões do roteiro para provocar o grupo a comentar a relação deles e delas com a Geometria Analítica no Ensino Médio. A conversa e a discussão fluíram com lembranças e opiniões que apresentaremos na subseção 3.1.4, confrontando-as com as que foram produzidas pelos outros grupos em seu 1º Encontro e, também, com as respostas ao questionário respondido pelo conjunto dos/as estudantes de licenciatura em Matemática da Uneb-Caetité.

Observo que mesmo alguns/algumas estudantes tendo um perfil mais tímido, no geral, todas/os se envolveram nas atividades e discussões propostas. Após essas discussões e relatos, solicitei que eles se reunissem em três subgrupos com três participantes cada, a fim de que elaborassem uma questão/exercício/problema de Geometria Analítica e me entregassem por escrito. Todos os subgrupos realizaram a atividade e a cópia das questões elaboradas compõem o Anexo A. Ao final, agradeci a participação de todos/as, agendamos o próximo encontro e fizemos um pequeno lanche.

3.1.2 O 1º Encontro com Grupo Focal 1 – GF1

A segunda reunião do dia foi o 1º Encontro com GF1, composto por estudantes do 1º semestre. Esse encontro aconteceu na sala 07, que fica ao lado do Colegiado de Matemática, às quatorze horas do dia 1º de outubro de 2018. Como se tratava de estudantes iniciantes, que não me conheciam, de início fiz minha apresentação e pedi que ficassem à vontade. Nesse momento, a sala já estava com as carteiras arrumadas em semicírculo e estávamos ajustando a posição da câmara e dos gravadores para registro. Esse grupo foi bem pontual com o horário combinado. Os/as participantes, ainda que tivessem chegado um pouco desconfiados/as e surpresos/as com a filmagem, demonstraram bastante simpatia. Antes de começarmos as atividades, ficaram risonhos e cochichando entre eles/as.

Os/as estudantes que compareceram acomodaram-se ocupando as carteiras. A foto na Figura 5 mostra os/as nove licenciandos/as presentes a esse encontro. São eles/as (da esquerda para direita): Raiane, Inácio, Geraldo, Larissa, Idelvan, Jaqueline, Natan, Keyla e Tamires.

Figura 5 – Encontro do Grupo Focal 1 em 1º de outubro de 2018

Fonte: Acervo da pesquisa. Imagem capturada de vídeo.

Conforme o roteiro e a experiência da reunião com o GF3 pela manhã, iniciei a reunião do GF 1 desejando boas-vindas. Por terem recém-ingressado no curso de Licenciatura em Matemática, eu disse palavras de estímulo e dei orientações sobre algumas características do curso. Na sequência, falei sobre meu projeto de pesquisa, os objetivos do projeto e como seria desenvolvida a metodologia do Grupo Focal com eles/as. Em seguida, entreguei duas cópias do TCLE para que cada um/uma acompanhasse a leitura que fiz em voz alta, preenchesse os seus dados e assinasse o Termo. Alguns/algumas informaram que estavam sem o RG. Fizemos os encaminhamentos e procedimentos semelhantes aos estabelecidos com GF3 no turno matutino.

Após essa etapa, pedi que cada um/a se apresentasse, informando seu nome, sua cidade de origem, em qual o curso fez o Ensino Médio e falando um pouco de sua afinidade com a Matemática e de sua opção pelo curso de Licenciatura em Matemática, etc.

Prosseguindo na conversa, perguntei se eles/as já tinham estudado Geometria Analítica e se se lembravam de algum conteúdo em particular. Quase todos/as foram muito enfáticos em afirmar que não estudaram Geometria Analítica no Ensino Médio. Comentaram, inclusive, que, quando da aplicação do questionário na turma do 1º semestre, eles/elas teriam perguntado o que se estuda em Geometria Analítica, mostrando desconhecimento desse campo. Na transcrição desse encontro, podem-se identificar diversos comentários que fizeram a esse respeito. De qualquer maneira, foi necessário que eu desse exemplos de conteúdos da matemática escolar que se relacionam com a Geometria Analítica, para que esse grupo reconhecesse que alguma coisa havia sido contemplada no Ensino Médio.

Para concluir os objetivos desse encontro, solicitei que eles se reunissem em três subgrupos com três participantes cada e elaborassem uma questão/exercício/problema de Geometria Analítica (considerando que a essa altura já havíamos conversado sobre alguns conteúdos de Geometria Analítica, por exemplo, sobre representação no plano cartesiano). As questões elaboradas me foram entregues por escrito e a cópia dessas questões encontram-se Anexo B. Ao final, agradeci a participação, agendamos o próximo encontro e servimos um pequeno lanche.

3.1.3 O 1º Encontro com Grupo Focal 2 – GF2

A terceira e última reunião do dia foi o Encontro com o GF2, composto por estudantes do 3º e do 5º semestres. Aconteceu também na sala 07, cuja estrutura já estava montada por ter sido utilizada nas duas horas anteriores pelo GF1. Esse encontro começou às 16h20min. À medida que os/as licenciandos/as iam chegando, foram se acomodando nas carteiras que já estavam organizadas. Na foto a seguir, aparecem os/as estudantes que compuseram esse grupo. São eles (da esquerda para direita): Marcos Adriano, Eduarda, Leandro, Maria, Antônio, Grasielle, Cleidiane, Marcos Vinícius, Luís e Érica.

Figura 6 - Encontro do Grupo Focal 2 em 1º de outubro de 2018

Fonte: Acervo da pesquisa. Imagem capturada de vídeo.

Seguimos o mesmo roteiro dos grupos anteriores, sendo dispensada a apresentação do pesquisador, pois todos/as eram meus/minhas ex-alunos/as. No início, todos/as acompanharam a leitura em voz alta que fiz do TCLE, preencheram os dados pessoais e assinaram-no. Logo após, dei alguns esclarecimentos sobre o projeto, apresentando os objetivos e explicando como seria a metodologia envolvendo grupos focais. Os/as estudantes desse grupo já tinham cursado ou estavam cursando *Geometria Analítica*; então comecei a conversa perguntando sobre o que se lembravam dessa disciplina no Ensino Médio. Quase todos responderam que não tinham sido trabalhados conteúdos de *Geometria Analítica* no Ensino Médio e que apenas a noção de plano cartesiano e o estudo de gráficos de funções, vistos no Ensino Médio, poderiam ser associados a esse campo da Matemática. A esse respeito, entretanto, quando retomamos a transcrição das discussões e as opiniões dos/as estudantes de forma mais acurada, percebemos uma certa contradição nas falas de alguns/mas estudantes, quando comentaram mais detalhadamente alguns conteúdos de *Geometria Analítica* estudados do 3º ano do Ensino Médio.

Ao final, como parte do nosso roteiro, solicitei que eles se reunissem em trios e elaborassem por escrito uma questão/exercício envolvendo conteúdo de *Geometria Analítica*. Quando os subgrupos foram concluindo sua tarefa, recolhi as questões elaboradas (a cópia desses registros encontra-se no Anexo C). Ao final, agradeci a participação, agendamos o próximo encontro e servimos um pequeno lanche.

O cronograma de encontros dos grupos focais havia sido marcado para quatro semanas consecutivas, acontecendo sempre às segundas-feiras; todavia, durante o primeiro encontro, foi lembrado que, nas segundas-feiras que sucederiam os domingos em que aconteceriam as eleições (7 de outubro (1º turno) e 28 de outubro (2º turno) de 2018), alguns estudantes não poderiam participar dos encontros por terem necessidade de viajar para votar nas suas cidades de origem, de modo que não conseguiriam retornar em tempo para Caetité. Assim, foi definido por todos/as o remanejamento dessas datas para as semanas seguintes.

3.1.4 Os Temas discutidos no 1º Encontro com os GFs e o que indicaram os questionários

Analisando a participação dos/as estudantes dos três grupos focais nas interações do primeiro encontro que aconteceram em torno das experiências desses estudantes com a matemática em geral, e, em particular, com Geometria Analítica, identificamos alguns temas recorrentes que nos ocorreu discutir em confronto com o que foi identificado nas respostas dos questionários.

A preocupação em discutir tais temas, aqui, considera que a reflexão sobre os processos de apropriação de práticas de numeramento (entendidas como práticas sociais e, portanto, marcadas pelo contexto histórico-cultural em que se produzem) demanda uma análise do tipo interpretativa. A tarefa de (re)interpretar os modos como os sujeitos envolvidos em processos educacionais produzem sentidos nesses processos é algo complexo. Assim, a análise interpretativa passa por uma releitura das ideias e posicionamentos enunciados (SEVERINO, 2002) que podem nos levar a múltiplos pontos de partida e imprevisíveis pontos de chegada. Com efeito, compreendemos que "chegamos a uma interpretação quando conseguimos realizar uma síntese entre: as questões de pesquisa, os resultados obtidos a partir da análise do material coletado, as inferências realizadas e a perspectiva teórica adotada" (MINAYO et al, 2011, p.91). É com esse propósito que fizemos a leitura do material empírico desta investigação.

Conforme já anunciamos anteriormente, no capítulo dedicado à análise apresentaremos eventos em que se conformam processos de apropriação de práticas de numeramento escolares por licenciandos/as em Matemática da Uneb-Caetité. Todavia a apropriação não se circunscreve apenas ao domínio de conceitos e procedimentos de modo a apresentar a resposta esperada (SMOLKA, 2000), mas envolve também interdiscursos, intenções pragmáticas, referências culturais e relações de poder que caracterizam essas práticas discursivas típicas de uma esfera da comunicação específica que é a matemática escolar, permeada, entretanto, também por conjunturas locais, que caracterizam a Universidade Brasileira, a Universidade do Estado da Bahia, o *Campus* de Caetité e o curso de Licenciatura em Matemática ali oferecido. É considerando esses contextos que queremos conhecer melhor o/a licenciado/a, enquanto sujeito local e global, que tem modos próprios de lidar como a matemática.

Alguns desses temas foram mais explicitamente contemplados nas discussões *sobre* Geometria Analítica no 1º Encontro dos grupos focais: *A ausência da Geometria Analítica no Ensino Médio; Estranhamento em relação às práticas matemática do Ensino Superior; O desempenho de licenciandos/as em Geometria Analítica;* e *As estratégias e práticas de estudo*. As interações que destacaram esses temas foram, então, em um primeiro exercício analítico, confrontadas com respostas dos/as estudantes, assinaladas no questionário, que envolvem informações sobre hábitos de estudo, percepções e experiências de ensino e aprendizagem de matemática durante o Ensino Médio, e opiniões sobre como está sendo, no decorrer do curso de licenciatura, o contato com a matemática ensinada no Ensino Superior e, em particular, o contato com a disciplina Geometria Analítica. Algumas dessas respostas, identificadas na tabulação do questionário, foram ratificadas durante as discussões dos grupos focais pelos/as estudantes, conforme verificaremos nos excertos escolhidos das transcrições que realizamos das interações que ocorreram no primeiro encontro de cada um dos três grupos.

3.1.4.1 A ausência da Geometria Analítica no Ensino Médio

Durante a primeira rodada de encontros dos GFs, a dinâmica proposta incentivou a produção de discussões *sobre* Geometria Analítica. A presença/ausência da Geometria Analítica no Ensino Médio foi um tema recorrente e, com as falas dos estudantes, pudemos especular que a narrativa dessa ausência foi produzida a partir das vivências das práticas curriculares adotadas nas escolas e redes de ensino em que os/as participantes estudaram, pelos modos como sua memória (lembrança e esquecimento, significação e atribuição de valor) convocou sua experiência escolar, e pelas compreensões que elaboraram da matemática como corpo de conhecimento ao longo de sua trajetória na Educação Básica e no Ensino Superior.

A ausência da *Geometria Analítica* no Ensino Médio também foi denunciada pela maioria dos/as estudantes que responderam ao questionário. Nas respostas à pergunta que buscava identificar o tipo de recurso utilizado no ensino de *Geometria Analítica*, chamou-nos a atenção o alto percentual de estudantes que responderam não terem visto ou não se lembrarem de conteúdos de *Geometria Analítica* serem contemplados no Ensino Médio (ver Tabela 3).

Tabela 3 - Durante o Ensino Médio, os conteúdos de Geometria Analítica foram trabalhados?

Resposta	Frequência	%
A - Conforme livro didático	14	12,1
B - Apenas alguns tópicos do livro didático.	17	14,7
C - Utilizando livro didático e outros recursos.	1	0,9
D - Utilizando outros recursos independente do livro	3	2,6
E - Não foi trabalhado	53	45,7
F - Não lembro.	28	24,1
Total	116	100,0

Fonte: Elaboração própria com base nos dados tabulados.

Com efeito, aproximadamente 70% dos/as estudantes afirmaram que os conteúdos de Geometria Analítica não foram trabalhados ou que não se lembravam se foram trabalhados quando cursaram o Ensino Médio e 14,7% responderam que apenas alguns tópicos desse campo, que constavam no livro didático utilizado, foram contemplados. Diante desses dados, mesmo hipotetizando que essa ausência ou restrição pudesse estar relacionada a opções ou condições curriculares da região de Caetité, na Bahia, ou ainda que pudéssemos considerar que os/as estudantes estivessem equivocados/as ou esquecidos/as e que teriam visto pelo menos alguns tópicos de Geometria Analítica no Ensino Médio, não deixa de ser preocupante o fato de aproximadamente 85% dos/as estudantes de um Curso de Licenciatura em Matemática não terem visto, não se lembrarem de ter visto, ou terem visto muito superficialmente conceitos e procedimentos de Geometria Analítica durante o Ensino Médio. Cabe observar que, quando da aplicação do questionário na turma do 1º semestre, alguns/mas estudantes perguntaram que conteúdo era estudado em Geometria Analítica, demonstrando não saber sequer do que se tratava.

Essas respostas identificadas na tabulação dos questionários foram corroboradas pelos depoimentos dos participantes dos Grupos Focais, especialmente no primeiro encontro, quando discutimos sua experiência com a matemática escolar no Ensino Médio e eventuais opiniões sobre a *Geometria Analítica*. Nessa oportunidade, esses depoimentos foram enfáticos na denúncia da ausência da *Geometria Analítica* no Ensino Médio, como se verifica em alguns excertos de falas dos/as participantes nessa primeira rodada de encontros dos grupos focais:

> ***Gislaine:*** *Eu não estudei nada de Geometria Analítica no Ensino Fundamental e Médio, eu fiz um curso em Mineração e não me lembro se foi visto algum conteúdo, porque cada curso lá focava os conteúdos em determinadas áreas... A maioria dos professores diziam: 'essa parte passa, deixa para o final do ano' e, depois, não víamos nada.*
>
> ***Lucinere:*** *Eu não lembro!*
>
> ***Jaqueline:*** *Eu também não vi. Na verdade, é conteúdo do 3º ano no livro didático, a Geometria Analítica e, no livro do 3º ano, a gente nem triscou...*
>
> ***Robson:*** *Quando você pegava os livros do Ensino Fundamental e Médio, tinha a parte de Geometria e Geometria Analítica, mas os professores sempre tentavam pular essa parte... pegavam a parte de matemática "pura" e a geométrica eles deixam de lado.*

1º Encontro do Grupo Focal 3, com estudantes do 7º e 9º semestres.
1º de outubro de 2018 (segunda-feira, das 9 às11h)

> ***Geraldo:*** *Não lembro, eu estou aprendendo o que é Geometria Analítica aqui agora, antes eu não sabia.*
>
> ***Larissa:*** *Eu não lembro nada. Pode até ser que eu já tenha visto algo, mas, pra falar assim Geometria Analítica, eu estudei... não me lembro nada.*

1º Encontro do Grupo Focal 1, com estudantes do 1º semestre.
1º de outubro de 2018 (segunda-feira, das 14 às16h)

> ***Antônio:*** *No meu caso, eu desconhecia Geometria Analítica, a única coisa de Geometria Analítica que me foi apresentado foi o Plano Cartesiano, nada além disso. Tanto que quando fui matricular na disciplina aqui, eu falei: 'Geometria Analítica? Do que se trata?' Porque pra mim era algo muito novo, muito novo assim, desconhecia total.*
>
> ***Eduarda:*** *Não me lembro de ter visto Geometria Analítica, cheguei aqui sem saber...*
>
> ***Grasielle:*** *Eu só lembro que eu vi o gráfico no Plano Cartesiano e tal, mas no Ensino Médio eu não lembro nada de Geometria Analítica. Eu lembro que eu estudei outras coisas, PA, PG, essas coisas assim, mas Geometria Analítica não.*
>
> ***Luiz:*** *Também não. Meu terceiro ano, a gente nem tinha professor. Na verdade, era um policial que ia dar aula pra gente e ele ia com a arma, com um case e ... é ele ia e às vezes não ia, a gente ficava meio perdido, só que também eu não sabia o quê que era Geometria Analítica.*

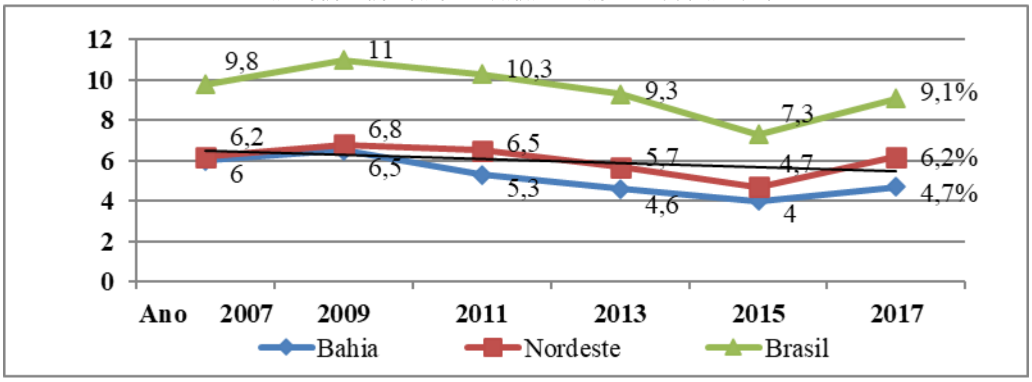
1º Encontro do Grupo Focal 2, com estudantes do 3º e 5º semestres.
1º de outubro de 2018 (segunda-feira, das 16 às18h)

Esses depoimentos dos/as estudantes sobre a ausência da Geometria Analítica no Ensino Médio demandam um maior aprofundamento e discussões do papel da Matemática no Ensino Médio face às experiências existentes e à imposição de uma nova Base Nacional Comum Curricular (BNCC), em que se reitera uma questionável *prevalência* das áreas de Matemática e Português, em detrimento das demais áreas do conhecimento. Afinal, entre os desafios atuais, as controvérsias e tensões sobre qual o Ensino Médio adequado para os/as jovens não é algo novo e continua na pauta das políticas públicas. Parece-nos, assim, relevante discutir qual o processo que vai construir uma identidade do Ensino Médio compatível com os interesses da juventude, como advertem Geraldo Leão, Juarez Dayrell e Juliana Reis (2011, p.255). Destacando que "há uma permanente tensão entre formação geral e/ou profissional, ensino propedêutico e/ou técnico [...]", os autores argumentam que isso "[...] diz respeito ao papel da escola média como etapa final do ensino básico e sua relação com o mercado de trabalho, com o ensino superior e com a formação pensada em termos mais amplos, relacionada às noções de autonomia e cidadania" (LEÃO; DAYRELL; REIS, 2011, p.256).

Não obstante a grande maioria dos/as estudantes pesquisados/as relatarem um desempenho satisfatório em matemática no Ensino Médio e, mesmo considerando-se as realidades regionais e se tratarem ali de estudantes de Licenciatura em Matemática, o resultado apresentado no perfil desses/as estudantes dialoga com dados mais recentes do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep), quando esses apontam que, no período de 2007 a 2017[56], a aprendizagem em Matemática no Ensino Médio no Brasil manteve-se estagnada, considerando que, em 2007, a porcentagem de estudantes do 3º ano do Ensino Médio com "aprendizado adequado[57]" em Matemática na Rede Pública e Privada era de 9,8% e que, em 2017, esse percentual foi de apenas 9,1%, diminuindo em 0,7%.

Esses percentuais são ainda menores no estado da Bahia quando contrastados com os dados nacionais: de 6% em 2007, diminuiu para 4,7% em 2017, conforme dados visualizados na série histórica (Gráfico 5).

Gráfico 5 - Porcentagem de estudantes do 3º ano do Ensino Médio com aprendizado adequado em Matemática na Rede Pública e Privada - Brasil - 2007 a 2017



Fonte: Elaboração própria a partir dos Microdados do Saeb/Inep.

Os dados do Sistema de Avaliação da Educação Básica – Saeb/Inep apontam um cenário crítico da aprendizagem na Educação Básica como um todo, mesmo que se

---

56 Estamos tomando esse período como referência, considerando que ele contempla o período em que os sujeitos desta pesquisa cursaram o Ensino Médio.

57 Segundo o Todos pela Educação, a referência utilizada para o *aprendizado adequado* é o nível médio de aprendizagem de um conjunto de países que servem de modelo de sistema educacional para o Brasil. O desempenho de alguns desses países são mensurados no PISA, que busca avaliar habilidades de alunos de 15 anos de países da OCDE e parceiros do Brasil. Devido ao fato de o Pisa (Programa Internacional de Avaliação de Estudantes) e o Saeb não serem diretamente compatíveis, foram feitos ajustes metodológicos para, por fim, considerar que os/as estudantes têm *aprendizado adequado* quando atingem ou superam os níveis correspondentes ao seu ano nas avaliações do Saeb, conforme pontos de corte.

apresentem pequenos avanços no desempenho dos/as estudantes dos 5º e 9º anos do Ensino Fundamental.

Considerando as duas áreas mais valorizadas pela BNCC, no Brasil, em Língua Portuguesa, o desempenho dos estudantes avaliados do 9º ano cresceu, no período analisado, 19%; enquanto que, em Matemática, o desempenho foi bem menor: 7,2%. Com base nesses dados, o *Todos pela Educação* (2019) fez um estudo mais detalhado que pontuou a questão do desempenho das/os estudantes em função nível socioeconômico e respectivas desigualdades sociais. Em 2017, o resultado encontrado sobre o desempenho no 5º ano do Ensino Fundamental, em Língua Portuguesa, dos/as estudantes das escolas que têm o nível socioeconômico mais baixo foi de 26,3%, enquanto o desempenho dos/as estudantes das escolas com maior nível socioeconômico foi de 90,4%; ou seja, as unidades que atendem populações mais ricas tiveram um desempenho três vezes maior em relação às que atendem os mais pobres. Em Matemática, a desigualdade se destaca ainda mais: a diferença entre os dois grupos foi cinco vezes maior a favor dos mais ricos. Com os/as estudantes do 3º ano do Ensino Médio, essa relação é exageradamente desigual em Matemática: as unidades escolares frequentadas pelos/as que têm um poder aquisitivo mais elevado apresentam uma porcentagem de aprendizagem 21 vezes maior que as unidades escolares frequentadas pelos que possuem uma condição socioeconômica mais vulnerável.

Não é objetivo de nossa tese analisar os impactos que a educação sofre em função das políticas públicas vigente, medidas econômicas ou até mesmo alterações curriculares. Todavia, a exposição dessas informações reitera uma preocupação com precariedades da Educação Escolar que vem sendo oferecida às classes populares[58], que se reflete na avaliação dos/as licenciandos/as em matemática de Caetité da pouca ou nenhuma abordagem da *Geometria Analítica* no Ensino Médio que cursaram. Serve, assim, como provocação para mantermos uma permanente reflexão sobre as implicações das decisões curriculares e didáticas e uma vigilante atenção às políticas públicas de Educação e de outras áreas que nela se refletem.

Assim, destacamos intencionalmente esses dados alarmantes, porque nossa pesquisa tem, como participantes, estudantes oriundos de uma região do interior da Bahia de expressiva desigualdade social em relação a outras regiões do país. Com efeito, quando apresentamos esses dados oficiais do Inep sobre desempenho e aprendizado adequados em matemática no

[58] Os efeitos da pandemia da Covid-19 e do isolamento presencial que acarretou a necessidade de as escolas criarem estratégias de ensino por interação remota escancararam e aprofundaram as marcas da desigualdade no acesso pleno ao direto à Educação.

Ensino Básico (os quais devem ser enfrentados e discutidos com maior profundidade, dada a complexidade e urgência dos problemas que eles denunciam), queremos reafirmar que essa discussão deve ocorrer de forma crítica, haja vista que nos referenciamos em um certo paradigma ao optar por termos como: “apropriação”, “prática discursiva” e “numeramento” e não por “aprendizagem matemática” ou “domínio de habilidades matemáticas por indivíduos”, conforme mencionado anteriormente. Nessa discussão, deve-se ponderar o que aportamos à compreensão dessa situação e ao esforço para sua superação quando se adota a perspectiva da *apropriação* das práticas matemáticas escolares ao invés da *aprendizagem adequada*.

Cotejando essas informações e o fato de os/as estudantes denunciarem as lacunas de conteúdos de matemática no Ensino Médio, em particular a ausência dos conteúdos de Geometria Analítica, que, regularmente, são trabalhados no 3º ano, nosso estudo se volta para as condições e os modos de apropriação de práticas matemáticas de jovens estudantes que, ao concluir o ciclo da Educação Básica, entram em uma nova etapa da vida em que buscarão novos desafios a partir das habilidades e conhecimentos acumulados para o mundo do trabalho e/ou ingresso no Ensino Superior, que é o caso dos/as licenciandos/as em Matemática.

3.1.4.2 Estranhamento em relação às práticas matemática do Ensino Superior

Outro tema recorrente e, de certa forma, intencionalmente provocado pela dinâmica dos encontros dos GFs foi o estranhamento em relação às práticas matemáticas com que os/as estudantes se depararam no Ensino Superior. Esse tema foi frequentemente referenciado nos comentários que os/as licenciandos/as fizeram às metodologias de ensino adotadas por seus/suas professores/as e, de uma maneira mais geral, aos rituais do Ensino Superior. A recorrência desse tema também se associa a modos de compreensão do fazer matemático como atividade humana e como prática social.

Mesmo sendo um grupo de estudantes que teve um bom desempenho em Matemática no Ensino Médio, entre os/as respondentes ao questionário, perguntados/as se, ao ingressar no curso de Licenciatura em Matemática, teriam sentido estranhamento/dificuldade com as novas disciplinas de Matemática, 87% afirmaram que sentiram algum tipo de dificuldade (32% responderam que tiveram muita dificuldade, 55% responderam que sentiram um pouco de dificuldade) e apenas 13% responderam que não enfrentaram problemas. Observemos os resultados na Tabela 4.

Tabela 4 - Ao ingressar no curso de Licenciatura em Matemática, você sentiu dificuldade/estranhamento com as novas disciplinas de Matemática?

Resposta	Frequência	%
A – Não	15	12,9
B - Um pouco	64	55,2
C – Muita	37	31,9
Total	116	100,0

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados tabulados.

Para corroborar a percepção de que existe um estranhamento em relação à matemática tal como é apresentada aos/às estudantes no Ensino Superior, apontamos o resultado da tabulação das respostas à pergunta sobre reprovação em disciplinas específicas de Matemática feita aos/às licenciandos/as do 3º ao 11º semestres: 59% afirmaram que já foram reprovados/as ou desistiram de 1 a 10 disciplinas de matemática durante seu curso de Licenciatura em Matemática.

Entre outros fatores, o insucesso nas disciplinas de matemática pode estar contribuindo para o número elevado de evasão do curso. Segundo dados da Secretaria Acadêmica da Uneb *Campus* VI, em Caetité, nos últimos seis anos, do total de estudantes que ingressou no curso de Licenciatura em Matemática, em média apenas 39% o concluíram. Os dados nacionais apontam que, em 2014, a taxa de desistência (evasão) nos cursos de Licenciatura em Matemática foi de 52,6% (BRASIL-INEP, 2016). Possíveis relações entre o estranhamento com as práticas matemáticas com que estudantes se deparam no Ensino Superior e a desistência do curso são flagradas no comentário de estudantes do 3º e 5º semestres durante a primeira rodada de encontros dos Grupo Focais:

> ***Antônio:*** *No meu caso mesmo, na verdade, no início mesmo, a Geometria Analítica me causou desespero, porque assim, o professor explicou conteúdo e foi para o livro de Iezzi né, só que no início, sabe o que é pegar a questão 1, 2 e 3 e conferir que o que você fez tá errado? Bateu o desespero...*
>
> ***Luiz:*** *Realmente, foi um choque né, quando todo mundo recebeu a primeira prova de Analítica... porque entregou a prova em branco... teve gente que saiu da sala... esse tipo de coisa.*
>
> ***António:*** *Teve gente que saiu do curso por causa disso...*
>
> ***Pesquisador:*** *Desistiu do curso?*

Antônio: *Sim... desde o início porque 'uns problemas simples não está saindo, quando chegar na frente então'* ... [gesticula durante a argumentação, para indicar que as pessoas que tinham dificuldade, resolviam ir embora].

Maria: *E o semestre em que a gente teve mais desistência também foi o segundo... Quando teve Analítica. [...] do segundo em diante começou aparecer coisas que a gente nunca viu, que acaba assustando... você pega uma questão e faz uma folha frente e verso para uma questão só, um cálculo, um único cálculo frente e verso de uma folha... então, a partir do segundo é que impacta mesmo, que aí ou sai ou fica!*

Leandro: *Teve um colega nosso que desistiu da matéria na primeira prova de Analítica, antes de terminar a prova ele escreveu na prova: "eu vou desistir do curso".*

Pesquisador: *Desistiu mesmo do curso ou da disciplina?*

Cleidiane: *Desistiu do curso!*

Eduarda: *Pegar uma prova assim e não saber responder nada... ai gente, é desesperador.*

1º Encontro do Grupo Focal 2, com estudantes do 3º e 5º semestres.
1º de outubro de 2018 (segunda-feira, das 16 às 18h).

Em relação ao comentário de Antônio, quando faz referências a ter resolvido as questões "do livro de *Iezzi*" e não ter acertado, o livro citado é *Fundamentos de Matemática – Geometria Analítica* (Volume 6) de Gelson Iezzi, originalmente voltado para o Ensino Médio. Pelo relato de outros alunos e pelo Plano de Curso da disciplina Geometria Analítica I[59], observamos que é comum os/as professores/as usarem os apontamentos teóricos e os exercícios desse livro na referida disciplina ministrada a estudantes do Ensino Superior.

Quando respondem a questões sobre eventuais dificuldades em resolver exercícios com os conteúdos da Matemática nas disciplinas do Ensino Superior, 90% do conjunto de respondentes do questionário apontaram algum nível de dificuldade, sendo que 24% responderam que têm muita dificuldade e 66% responderam ter um pouco de dificuldade; só 10% responderam não ter dificuldade. Esses percentuais se aproximam para perguntas semelhantes, com questões que envolvem propriedades algébricas e geométricas (típicas da Geometria Analítica). Destacamos que, dos 116 (cento e dezesseis) estudantes respondentes,

[59] No Plano de Curso da disciplina Geometria Analítica I, no período de 2014 a 2018, constam as seguintes referências básicas: BLASI, Francisco. Exercícios de geometria analítica. 5. ed São Paulo: Nobel, 1991; BOULOS, Paulo. Geometria Analítica. 3. ed. rev. amp. São Paulo: Prentice Hall, 2006; IEZZI, Gelson. Fundamentos de Matemática Elementar: Geometria Analítica. São Paulo: Atual, 1996; LEITHOLD, L. O Cálculo com Geometria Analítica. 3. ed. São Paulo: Harbra, 1994; LEHMANN, Charles H. Geometria analítica. 9. ed Rio de Janeiro: Globo, 1998; SWOKOWSKI, E. W. Cálculo com Geometria Analítica. 2. ed. São Paulo: Makron-Books, 1994.

apenas 15 (quinze) afirmaram não ter dificuldade e 82,2% afirmaram que têm algum nível de dificuldade[60] para resolver questões de *Geometria Analítica*.

Essas dificuldades e possíveis estranhamentos com as práticas matemáticas do Ensino Superior são associados pelos/as participantes a variados motivos. Entre eles, a metodologia de ensino adotada pelos/as professores/as, como comentam estudantes do 7º e 9º semestres durante o primeiro encontro de seu grupo focal:

> ***Robson****: Das matérias daqui (do Curso de Matemática) a que eu tive mais dificuldade foi Geometria Analítica; não do conteúdo em si, mas na questão de aprender. É que resolvíamos os exercícios do livro de Iezzi, conseguíamos fazer, mas, na hora que chegava na prova, era pergunta de outro mundo. Foi tanto que é a matéria aqui do curso que eu não gosto.*
>
> ***Lucinere:*** *Eu me identifico com a opinião dele (Robson), pois, no meu caso foram dois professores diferentes. Na Geometria Analítica I, eu tive um professor e, na Geometria Analítica II, eu tive outro professor. Na Geometria Analítica I, eu não me identificava com a metodologia do professor e tive muita dificuldade, foi uma das piores disciplinas que eu já tive na vida...*

1º Encontro do Grupo Focal 3, com estudantes do 7º e 9º semestres.
1º de outubro de 2018 (segunda-feira, das 9 às 11h).

Ressaltamos, entretanto, que as questões didáticas têm uma dimensão técnica, mas, também, alguma subjetividade, de modo que as avaliações dos/as estudantes são também informadas pela empatia que se estabelece entre discentes e docentes, haja visto que, nesse mesmo grupo, houve elogios à metodologia do mesmo professor por parte de alguns/mas estudantes.

3.1.4.3 Desempenho dos/as licenciandos/as em Geometria Analítica

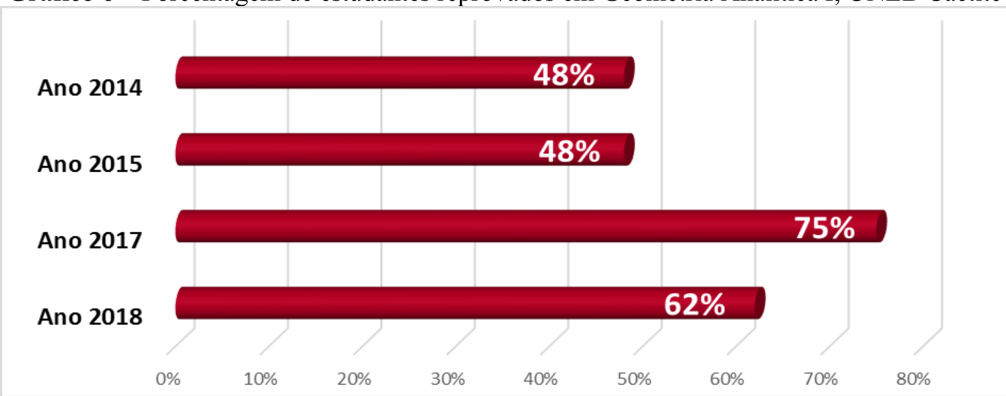
A identificação desse estranhamento (que, muitas vezes se desdobra ou se reconhece na dificuldade) com as práticas matemáticas do Ensino Superior parece refletir-se no percentual de estudantes que foram reprovados ou desistiram da disciplina *Geometria Analítica*, ao longo de seu curso de Licenciatura em Matemática da Uneb, *Campus* VI. Os

---

[60] Apesar de considerar as respostas a essa questão para tecer nosso argumento, reconhecemos que a compreensão do que seja "nível de dificuldade" é algo muito subjetivo e a expressão pode ter significados distintos para diferentes estudantes. Pode representar para uns o fato de não conseguir resolver questões envolvendo aquele conteúdo e, para outros, pode representar o fato de não se lembrar de um determinado conteúdo ou, ainda, o fato de demorar muito tempo para compreender e resolver uma questão etc.

dados expressos nos gráficos 6 e 7, baseados em registros da secretaria do curso, apresentam a porcentagem de estudantes reprovados nas disciplinas[61] *Geometria Analítica I* e *Geometria Analítica II* em quatro anos distintos, com turmas dos turnos matutino e noturno e com diferentes professores ministrando a disciplina.

Gráfico 6 – Porcentagem de estudantes reprovados em Geometria Analítica I, UNEB Caetité



Fonte: Elaboração própria com base nos dados das cadernetas disponibilizadas pela Secretaria Acadêmica da Uneb, *Campus* VI.

Mesmo que façamos alguma especulação sobre aspectos metodológicos e sobre um determinado professor ser mais exigente ou ter a fama de fazer avaliações mais aprofundadas, “acima do nível” da turma etc, realçamos que os dados são de turmas de diferentes professores e consideramos muito alto o percentual médio de 58% dos/as estudantes serem reprovados/as em *Geometria Analítica I*. O fato de os/as estudantes cursarem essa disciplina no 2º semestre, período em que ainda estão fazendo uma certa transição do Ensino Médio para o Ensino Superior (NASSER et al, 2015; PALIS, 2010) e se adaptando às novas práticas matemáticas, acrescido à informação de que a maioria tenha declarado que não viu esse conteúdo no Ensino Médio, também precisa ser considerado na análise desse baixo desempenho em *Geometria Analítica* e do estranhamento com esses novos conteúdos ou abordagens da matemática contemplados no curso de Licenciatura em Matemática.

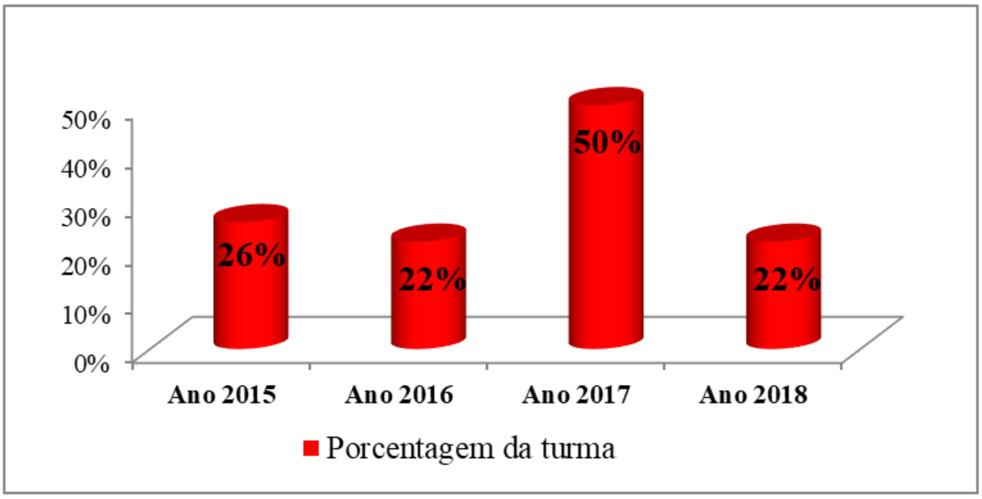
Em relação à *Geometria Analítica II*, que é oferecida no 3º semestre, período em que a maioria[62] dos/as estudantes já passou pela experiência de ter cursado a *Geometria Analítica I* (mesmo que muitos não tenham logrado êxito) e adquiriu um pouco mais de maturidade em relação aos rituais, aos procedimentos e à cultura de um curso do Ensino Superior, o

[61] A ementa e conteúdo programático das disciplinas Geometria Analítica I e Geometria Analítica II encontram-se descritas na subseção 1.7.4.

[62] As disciplinas oferecidas no curso de Licenciatura em Matemática na Uneb não exigem pré-requisito. Assim, o/a estudante pode cursar a disciplina Geometria Analítica II mesmo que ainda não tenha cursado a disciplina Geometria Analítica I.

percentual de estudantes reprovados em média cai para 30% (quase metade do percentual da Geometria Analítica I), conforme os dados de um período de quatro anos e com diferentes professores ministrando a disciplina (Gráfico 7). Mesmo que esse último percentual ainda seja significativo, a diferença entre os percentuais de reprovação nas disciplinas I e II sugere que, à medida que os/as estudantes vão acumulando a experiência com o curso universitário, eles/as vão se apropriando de práticas matemáticas do Ensino Superior e desenvolvendo estratégias para obter êxito nas avaliações.

Gráfico 7 – Porcentagem de estudantes reprovados em Geometria Analítica II, Uneb, Caetité



Fonte: Elaboração própria com base nos dados das cadernetas disponibilizadas pela Secretaria Acadêmica da Uneb, *Campus* VI.

A dificuldade e o alto percentual de reprovação na disciplina Geometria Analítica não é algo novo e já foi apontado por IES e por pesquisadores que investigaram junto a alunos/as de graduação a relação com os conhecimentos da *Geometria Analítica* e o nível de domínio desse campo. Segundo Marco Di Pinto (2000), em levantamento feito junto aos cursos de graduação da Unicamp, da USP e da PUC-São Paulo, em 1997, a disciplina *Geometria Analítica* estava entre as que mais reprovava (com mais de 35% de reprovação em média) nessas universidades. Já na Universidade Estadual Paulista (Unesp) - *Campus* Rio Claro, em 2004, a média de reprovação na disciplina *Geometria Analítica* foi de 39% segundo dados do professor da referida disciplina (RICHIT, 2005).

Apesar de as pesquisas citadas acima constatarem que a *Geometria Analítica* é uma das disciplinas que mais reprova e chegarem a caracterizar a *Geometria Analítica* como uma “disciplina problema”, o problema pode não estar restrito à disciplina ou ao conteúdo de *Geometria Analítica*, mas afetar um conjunto de disciplinas específicas de matemática, inseridas nos currículos dos cursos superiores, em especial nos de licenciatura em matemática, que não logram estabelecer conexão com as práticas matemáticas da Educação Básica, seja porque supõem que os/as estudantes tenham estudado no Ensino Médio conteúdos que efetivamente não foram trabalhados, seja porque a abordagem que lhes é conferida no Ensino Superior é tão diferente do que a adotada na Educação Básica que os/as estudantes não conseguem (e não são ajudados ou incentivados a) estabelecer relações com o que viram anteriormente.

3.1.4.4 Estratégias e práticas de estudo

Em relação às práticas de estudo, 84% dos/as estudantes declararam que estudam sozinhos/as e 15% estudam com colegas. Nesse contexto das práticas de estudo e estratégias adotadas para obter êxito nas demandas do curso, os/as estudantes informaram que os recursos didáticos que mais utilizam quando estão estudando fora da sala de aula são as listas de exercícios (52%) e as vídeo-aulas (44%), enquanto 16% se referiram aos livros e 8% aos apontamentos. Em resposta à pergunta sobre a que recorrem prioritariamente quando têm dúvida para responder uma questão de Matemática, 47% disseram que recorrem a colegas via *whatsapp* ou outros recursos de comunicação interativa à distância; 39% a *sites*; 21% disseram que recorrem a colegas de forma presencial; 15% a livros e 9% a professores/as ou monitores/as. Cabe ressaltar que, nessas duas últimas questões, alguns/mas estudantes assinalaram mais de uma alternativa.

Sobre a preferência dos/as estudantes em utilizar os novos recursos virtuais (*sites*, *whatsapp* e outros) que estão disponíveis para tirarem suas dúvidas, cabe aqui uma reflexão: qual o papel do/a professor/a formador/a de professores/as de matemática em uma licenciatura com o advento de aprendizagem de outra natureza que não via interação presencial ou síncrona? Entretanto, é preciso destacar também que os/as estudantes declararam manter práticas tradicionais e tipicamente escolares de estudo: mais da metade estuda por meio de lista de exercícios, certamente motivados/a pela orientação dos/as professores/as, que continuam utilizando esse recurso didático como principal instrumento de fixação de conceitos e procedimentos da matemática ensinada nos cursos universitários.

Entretanto, demanda uma reflexão o fato de 44% responderem que recorrem às vídeo-aulas, contra apenas 8% que afirmam utilizar, em seus estudos, apontamentos feitos em sala de aula. Considerando o caráter procedimental que, em geral, rege as vídeo-aulas, deve-se ponderar se essa preferência obscurece o papel de definições e aspectos conceituais da matemática que é ensinada, cedendo maior espaço ao pragmatismo da resolução de exercícios na busca de êxito nas avaliações.

Nessa análise, porém, devem-se agregar aos resultados dos questionários os depoimentos que foram dados nos encontros dos Grupos Focais. De um desses grupos, formado por estudantes do 3º e 5º semestres, destacamos as seguintes falas:

> ***Maria:*** [...] *se você não fizer, pelo menos, todas as questões do livro de Iezzi, você não sabe (risos)... ou você tem que se preparar muito pra você tá preparado pra uma prova de Analítica.*
>
> ***Antônio:***[...] *o professor explicou conteúdo e foi para o livro de Iezzi né, só que no início, sabe o que é pegar a questão 1, 2 e 3 e conferir que o que você fez tá errado? Bateu o desespero.*
>
> ***Grasielle:*** *[...] respondi os exercícios quase todo do livro de Iezzi.*

1º Encontro do Grupo Focal 2, com estudantes do 3º e 5º semestres.
1º de outubro de 2018 (segunda-feira, das 16 às 18h).

As falas fazem referências à resolução de exercícios como promotor e indicador de conhecimento e enfatizam as exigências para o acompanhamento com sucesso da disciplina de Geometria Analítica, no Curso Superior. Todavia, é preciso refletir que, com o advento da era digital, os ambientes de aprendizagem têm sido alterados substancialmente e precisamos estar atentos, pois as listas de exercícios xerografadas e os livros impressos têm sido ressignificados em “tempos virtuais” e podem não mais despertar o interesse dos/as estudantes nas práticas pedagógicas.

A expressiva utilização dos novos recursos tecnológicos e virtuais (vídeo-aulas, *sites*, *whatsapp* etc) por iniciativa dos estudantes para tirar dúvida e compreender determinados conteúdos tem levado pesquisadores/as e professores/as a propor a utilização desse instrumental como proposta mediadora da prática de ensino. Em sua pesquisa, o professor Júlio Max Rocha (2019) propõe um modelo de aprendizagem para os/as alunos/as baseado no Ensino Híbrido - Sala de Aula Invertida, a partir de uma experiência com estudantes do curso de Licenciatura em Matemática da Uneb, na qual se utiliza o recurso das vídeo-aulas e o *software* GeoGebra no ensino de *Geometria Analítica*, sem abrir mão do papel do professor como mediador do processo educativo. Outra experiência que investigou o ensino da Geometria Analítica em uma abordagem baseada em vídeos é a tese de Maísa Milani (2018) que, entre outros resultados, indica que os vídeos provocam efeitos positivos na aprendizagem de *Geometria Analítica*, evocam conhecimentos prévios e podem gerar ambientes com grande potencial estimulador para os/as estudantes.

Em tempo, acrescentamos que, com a trágica crise mundial provocada pelos efeitos da pandemia do novo corona vírus, iniciada no final de 2019, e com crescente agravamento no número de mortos nos dias atuais[63] aqui no Brasil, nos foram impostos, entre outras medidas, o isolamento ou o distanciamento social, até que o conjunto da população seja imunizada (vacinada). A suspensão de aulas presenciais e sua consequente substituição por aulas remotas, em todos os níveis educacionais, foi um dos desdobramentos necessários a essas medidas, em busca de se diminuir o risco de contaminação. Assim, os impactos da pandemia na Educação e a implementação de novos processos educacionais de base virtual serão temas a serem investigados, avaliados e ressignificados em um futuro próximo.

3.1.4.5 Outras respostas apontadas pelos/as licenciados/as

A seguir, agrupamos algumas outras respostas por tópicos, referentes à experiência dos/as estudantes de Licenciatura em Matemática da Uneb de Caetité no Ensino Superior: como eram as aulas de Geometria Analítica; outras estratégias e hábitos de estudo; motivação e interação nas aulas; e percepções e experiências de ensino e de aprendizagem. Para o cálculo dos percentuais das respostas a seguir, consideramos apenas os dados dos questionários respondidos por estudantes do 3º, 5º, 7º e 9º semestres, excluindo os/as estudantes do 1º semestre por esses não terem ainda uma vivência no curso que lhes permitisse opinar sobre esses temas.

Como eram as aulas de Geometria Analítica

Considerando apenas as respostas dos estudantes que já cursaram a disciplina Geometria Analítica na Licenciatura em Matemática, quase 90% dos estudantes afirmaram que a maioria das aulas era iniciada pela definição, seguida de exemplos e exercícios; e apenas 6% afirmaram que, nas aulas, eram apresentados problemas contextualizados e, em seguida, analisados os modelos.

---

[63] No final do mês de abril de 2021, o número de mortos ultrapassou 400 mil pessoas em meio a uma grande negligência do Governo Federal e a posturas negacionistas de parte da população brasileira.

Em relação aos exercícios e problemas propostos nas aulas de Geometria Analítica, 43% da amostra declara que os problemas eram, em geral, resolvidos individualmente pelos estudantes para posterior correção do professor; segundo 13%, os problemas eram resolvidos em duplas ou pequenos grupos para posterior correção; e 39% afirma que os problemas eram resolvidos na lousa pelo professor e, então, eram propostas tarefas semelhantes para os estudantes fazerem em casa.

Para o grupo de estudantes do 3º, 5º, 7º e 9º semestres, foi perguntado se a disciplina *Geometria Analítica*, cursada por eles/as, os/as preparou para ensinar Geometria Analítica na Educação Básica: 23% responderam que foram preparados adequadamente, 50% razoavelmente, 17% um pouco e 9% considerou que não foram preparados/as para o ensino de *Geometria Analítica*. Essas respostas, todavia, devem ser analisadas como uma especulação, uma vez que apenas uma parte dos/as licenciandos/as já tinha experiência de docência de Matemática, quando da aplicação desse questionário.

Outras estratégias e hábitos de estudo

No tocante à estratégia de estudo dos/as estudantes do curso de Licenciatura em Matemática, fora do período de aulas: 35% responderam que tinham costume de estudar sistematicamente quase todos os dias; 48% responderam que só estudavam para avaliações; e 15% responderam que estudavam apenas no final de semana. Correlacionado à questão anterior, 30% informaram que sempre faziam revisão da matéria já estudada, 66% informaram que, às vezes, faziam revisão e 4% disseram que nunca faziam revisão.

Os/as estudantes foram consultados/as se costumavam fazer pesquisas sobre as matérias estudadas em outras fontes (livros, apostilas, internet etc.), mesmo que não tivessem sido indicadas pelo/a professor/a. A essa questão, 40% responderam que sempre faziam isso, 52% responderam às vezes agiam assim, e 7% responderam que nunca buscavam outras fontes que não as recomendadas pelo/a professor/a. Sobre decorar fórmulas e propriedades matemáticas, mesmo sem ter compreendido o assunto, 12% responderam que sempre recorriam a essa alternativa, 73% às vezes e 13% nunca faziam isso.

A maioria dos/as estudantes afirmou que costumava estudar mais frequentemente em sua casa (87%) e o tempo dedicado aos estudos fora da sala de aula para 44% é pouco, enquanto para 32% é muito pouco e para 16% é um tempo que poderia ser considerado como adequado. Em relação a eventuais impedimentos de dedicar-se aos estudos como os/as estudantes gostariam, 31% responderam que não existia algo que os/as impedia essa dedicação; contudo, 43% responderam que o trabalho os impedia; 10% responderam que a família impedia uma maior dedicação ao estudo; e 17% alegaram outros motivos.

Motivação e interação nas aulas

Referente às disciplinas que os/as estudantes mais se dedicavam a estudar, a principal motivação para 59% era o prazer e a curiosidade sobre o assunto; para 21% era a dificuldade para entender o assunto; para 14% era a obrigação ou hábito de estudo; e para 4% era a empatia com o/a professor/a.

No tocante às atitudes em sala de aula, foi perguntado como os/as estudantes participavam das aulas. A essa pergunta, 40% responderam que participavam prestando atenção, mas sem fazer perguntas ou comentários com colegas ou professor/a; 28% responderam que participavam perguntando e interagindo algumas vezes com colegas ou professor/a; 20% responderam que participavam das aulas perguntando e interagindo frequentemente com colegas ou professor/a; e 12% responderam que, em geral, se distraíam nas aulas e estudavam melhor em casa.

Nesse contexto, 65% afirmaram que sempre faziam anotações durante as aulas, 29% disseram que às vezes anotavam e 6% informaram que nunca faziam anotações. Quando conseguem resolver sozinhos/as as questões de matemática que apresentam um maior grau de dificuldade, os principais sentimentos que os/as estudantes alegaram sentir foram: felicidade/prazer (para 46%), elevação da auto estima (para 27%) e alívio (para 11%).

Percepções e experiências de ensino e aprendizagem

Sobre sua compreensão da matemática contemplada nas disciplinas que cursaram no Ensino Superior, a maioria dos/as estudantes (63%) afirmou que nem sempre conseguia perceber a coerência e a lógica dos assuntos estudados e 35% afirmaram que sempre percebiam tal coerência. Quando questionados/as se as ideias e os conceitos com os quais se deparam nas disciplinas de matemática os/as estimulavam a pensar sobre problemas do cotidiano, 40% desse grupo de estudantes responderam que sempre estimulavam, 54% responderam que às vezes estimulavam e 6% responderam que nunca estimulavam. Perguntados/as se o material didático indicado pelos/as professores/as ajudava os/as estudantes a compreenderem a matéria, 29% responderam que o material sempre os auxiliava na compreensão do conteúdo, 68% responderam que às vezes auxiliava e 2% responderam que nunca auxiliava. Por fim, 34% dos/as estudantes afirmaram que sempre se sentiam estimulados/as a refletir sobre o modo como se aprende matemática, 59% afirmaram que às vezes se sentiam estimulados e 7% afirmaram que nunca se sentiam estimulados a refletir sobre essa questão.

Mesmo não associando esses dados a comentários explicitados pelos/as licenciandos no 1º Encontro de cada Grupo Focal ou a outros enunciados proferidos em outras oportunidades, julgamos importante apontar aqui esses resultados na sequência dos temas recorrentes naquele primeiro encontro, porque nos parece que eles contribuem na composição de uma compreensão dos modos como os sujeitos lidam com as práticas matemáticas no Ensino Superior, o que também nos ajudará a configurar o contexto das interações que analisaremos no capítulo 4.

3.2 O 2º Encontro com os Grupos Focais

A segunda rodada de encontros dos grupos focais aconteceu no dia 15 de outubro de 2018, nas mesmas condições da primeira roda no que se refere a horários e locais. Para esse encontro, preparei para cada Grupo Focal uma lista de problemas/exercícios de *Geometria Analítica* de edições anteriores do Enem e outra lista composta de exercícios que foram elaborados pelos subgrupos de participantes de outro Grupo Focal no encontro anterior. Essa dinâmica visava produzir interações a partir dos desafios gerados e dos argumentos mobilizados na resolução desses problemas e também pela avaliação que os estudantes fariam das questões propostas e de seu próprio desempenho ao resolvê-las.

As resoluções elaboradas pelos participantes, bem como as discussões geradas nessa atividade compõem o material empírico no qual identificamos os eventos que foram analisados neste estudo. Desse modo, os relatos a seguir, visam caracterizar, de forma sucinta, em que condições aconteceram os encontros de cada GF e quais foram os procedimentos adotados em cada caso.

3.2.1 O 2º Encontro com o Grupo Focal 3 – GF3

O segundo encontro do GF3 aconteceu no dia 15 de outubro de 2018, com início às nove horas e cinquenta minutos, na mesma sala e nas mesmas condições do encontro anterior. Nesse dia, tivemos um grande atraso para começar devido à dificuldade de fazer contato com alguns/mas participantes que ainda não haviam chegado e, por estarmos, diante disso, sem saber se eles/as iriam chegar ou não. Esses/as estudantes tiveram problemas com o transporte, por residirem em outras cidades e na zona rural. Iniciamos as atividades com cinco participantes: Jackeline, Sabrina, Mireli, Bruna, Cida. Nesse encontro, Maurício chegou vinte minutos após o início das atividades e Mireli teve que sair próximo das 11h, porque teria que pegar ônibus para dar aula em outra cidade. Dividimos a turma em dois grupos para a resolução das listas de exercícios conforme roteiro descrito acima.

Figura 7 - Encontro do Grupo Focal 3 em 15 de outubro de 2018

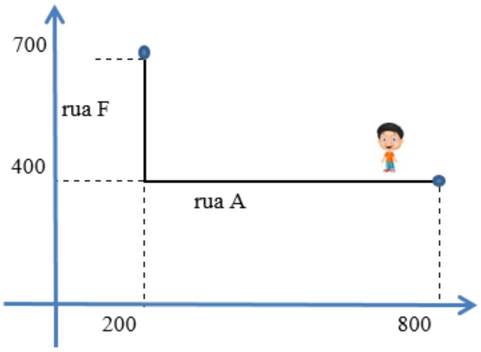
Fonte: Acervo da pesquisa. Imagem capturada de vídeo.

No primeiro momento, os participantes do GF3 foram divididos em dois trios para resolver a lista com três questões elaboradas no encontro anterior por estudantes do GF1[64] (que reproduzimos no Quadro 4), e, no segundo momento, foram instados a resolverem a lista com três questões do Enem[65]. Após a resolução das listas de exercícios, abrimos a discussão para que os/as estudantes fizessem comentários sobre as questões resolvidas e comparassem as duas listas.

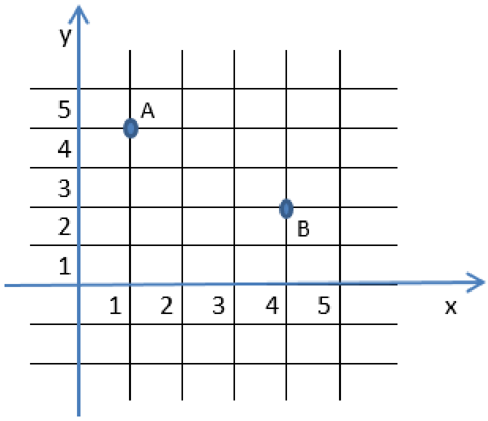
Quadro 4 – Atividade proposta para o GF3 no 2º Encontro, a partir das questões elaboradas pelo GF1

Na condição de futuros professores de matemática, analise e responda as questões abaixo, se possível, verbalize o raciocínio e comente como você resolveu.   ❶ *Sabendo que, para João ir à casa de Maria, ele precisará percorrer a rua A e a rua F que estão traçadas no plano cartesiano dado pela questão, calcule a distância que João precisa percorrer para chegar à casa de Maria. Caso o quarteirão entre a rua A e a rua F seja um terreno sem obstáculos, qual seria o melhor caminho e qual a distância?*

[64] Essas questões foram transcritas e adaptadas a partir dos originais que se encontram no Anexo B.
[65] Essa lista composta com três questões do Enem, também, foi aplicada nos grupos focais *GF1 e GF2.*



❷ *Dados os pontos A e B no plano, calcule qual a menor distância entre eles?*



❸ *Sendo a função f (x) = x + 4, com os valores -1, 0, 1, 2:*

a) Construa o gráfico dessa função e nomeie os pontos de A a D.

b) Calcule a hipotenusa do triângulo retângulo formado pelos pontos B e D.

Fonte: Composição do pesquisador

Durante a resolução desse bloco de questões, quase todos disseram que acharam a questão 1 confusa e com alguma deficiência na elaboração. Esclareci que foi uma questão elaborada por outros estudantes e que, na elaboração original, apresentava um problema de escala, que deixaria a questão ainda mais confusa. Em relação à questão 2, eles acharam direta e avaliaram que, mesmo sem contexto, estava tranquila para resolver.

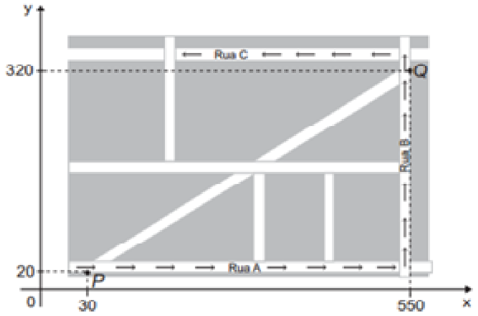
Na questão 3, eles argumentaram que não entenderam o item *b* dessa questão, pois pedia a hipotenusa de um triângulo e só apresentava dois pontos. Então, questionaram como poderia calcular uma hipotenusa sem identificar qual seria o triângulo retângulo pois para se determinar um triângulo precisariam de três pontos distintos.

A outra lista com três questões do Enem distribuída para resolução no segundo momento do encontro é apresentada no Quadro 5 e foi a mesma distribuída no 2º. Encontro dos outros grupos.

Quadro 5 – Lista de questões do Enem propostas aos três grupos focais no 2º Encontro

Responder as questões[66] abaixo, se possível, verbalize o raciocínio e comente como você resolveu.

❶ *Devido ao aumento do fluxo de passageiros, uma empresa de transporte coletivo urbano está fazendo estudos para a implantação de um novo ponto de parada em uma determinada rota. A figura mostra o percurso, indicado pelas setas, realizado por um ônibus nessa rota e a localização de dois de seus atuais pontos de parada, representados por P e Q.*



Os estudos indicam que o novo ponto T deverá ser instalado, nesse percurso, entre as paradas já existentes P e Q, de modo que as distâncias percorridas pelo ônibus entre os pontos P e T e entre os pontos T e Q sejam iguais.
De acordo com os dados, as coordenadas do novo ponto de parada são:

***a)** (290 ; 20)* ***b)** (410 ; 0)* ***c)** (410 ; 20)* ***d)** (440 ; 0)* ***e)** (440 ; 20).*

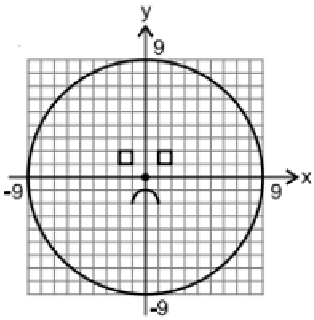
❷ *Durante uma aula de matemática, o professor sugere aos alunos que seja fixado um sistema de coordenadas cartesianas (x, y) e representa na lousa a descrição de cinco conjuntos algébricos, I, II, III IV e V, como se segue:*

I. *É a circunferência de equação* $x^2 + y^2 = 9$;
II. *É a parábola de equação* $y = - x^2 - 1$, *com x variando de -1 a1;*
III. *É o quadrado formado pelos vértices(-2,1), (-1,1), (-1,2) e (-2,2);*
IV. *É o quadrado formado pelos vértices (1,1), (2,1), (2,2) e (1,2);*
V. *É o ponto(0,0).*

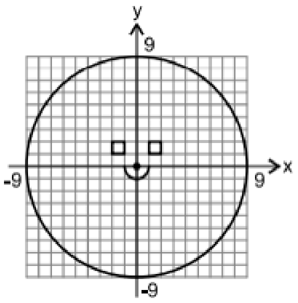
A seguir, o professor representa corretamente os cinco conjuntos sobre uma mesma malha quadriculada, composta de quadrados com lados medindo uma unidade de comprimento, cada, obtendo a figura. Qual destas figuras foi desenhada pelo professor?

[66] As questões 1, 2 e 3 foram retiradas de provas do Enem – Exame Nacional do Ensino Médio, sob a responsabilidade do Inep. A questão 1 foi do Enem de 2015 (Prova Azul - segundo dia); a questão 2 foi do Enem de 2013 (Prova Amarela - segundo dia) e a questão 3 foi do Enem de 2011 (Prova Azul – primeiro e segundo dia).

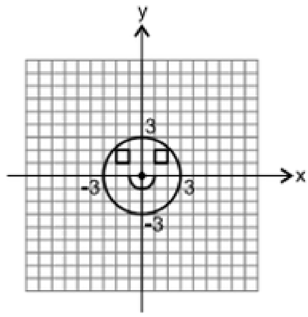
a)



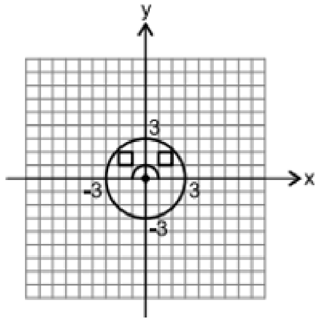
b)



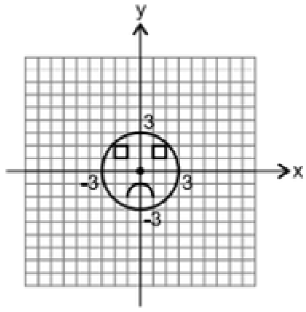
c)



d)

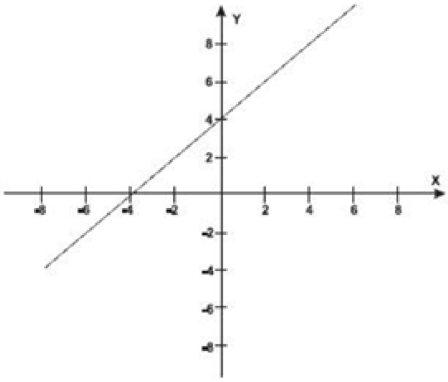


e)



❸ *Um bairro de uma cidade foi planejado em uma região plana, com ruas paralelas e perpendiculares, delimitando quadras de mesmo tamanho. No plano de coordenadas cartesianas seguinte, esse bairro localiza-se no segundo quadrante, e as distâncias nos eixos são dadas em quilômetros.*

A reta de equação $y = x + 4$ representa o planejamento do percurso da linha do metrô subterrâneo que atravessará o bairro e outras regiões da cidade. No ponto $P = (-5, 5)$, localiza-se um hospital público. A comunidade solicitou ao comitê de planejamento que fosse prevista uma estação do metrô de modo que sua distância ao hospital, medida em linha reta, não fosse maior que 5 km.



Atendendo ao pedido da comunidade, o comitê argumentou corretamente que isso seria automaticamente satisfeito, pois já estava prevista a construção de uma estação no ponto:

***a)** (-5,0)* ***b)** (-3,1)* ***c)** (-2,1)* ***d)** (0,4)* ***e)** (2,6)*

Fonte: Composição do Pesquisador

Durante a resolução dessa segunda lista, percebi que um subgrupo (Bruna e Cida) estava com dificuldade em resolver as questões. Quando Maurício chegou, ele se integrou a esse subgrupo para colaborar na resolução. O subgrupo composto por Mireli, Jaqueline e Sabrina informou que teve dificuldade com a questão 3. Todas/as acharam que as questões dessa lista (do Enem) estavam mais bem elaboradas, mais contextualizadas e, assim, estava claro o que se pedia para resolver. Os dois subgrupos demonstraram dificuldade em resolver a questão 3 e perguntaram a fórmula da distância entre ponto e reta ($d=|ax_0+by_0+c| \div \sqrt{(a^2+b^2}$). Com êxito ou com dificuldades, vemos que os/as estudantes têm certa intimidade com o gênero textual de problemas escolares, o que se evidencia na apreciação crítica que fazem dos problemas. As interações desse encontro não compõem os eventos selecionados para análise nesta tese, mas, em estudos futuros, podem subsidiar uma discussão, por exemplo, sobre instâncias de reconhecimento e estranhamento de gêneros textuais próprios da matemática escolar, em especial de enunciados de problemas.

Ao final do encontro, agradeci a presença e participação de todos/as e servi um pequeno lanche.

3.2.2 O 2º Encontro com o Grupo Focal 1 – GF1

No dia 15 de outubro de 2018, às quatorze horas e vinte minutos, aconteceu o segundo encontro do GF1 com a presença dos/as estudantes (na foto, da esquerda para direita): Raiane, Inácio, Keyla, Natália, Larissa, Idelvan, Jaqueline, Natan e Tamires.

Figura 8 - Reunião do Grupo Focal 1 em 15 de outubro de 2018

Fonte: Acervo da pesquisa. Imagem capturada de vídeo.

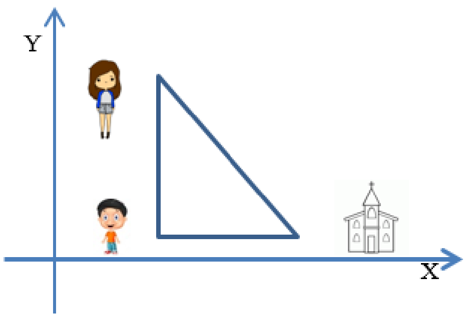
Inicialmente, propus ao grupo que se dividisse em subgrupos (trios) para a resolução da lista com questões elaboradas por estudantes do grupo focal GF2[67], que se encontra no Quadro 6, e, na sequência, a lista de questões do Enem, idêntica à proposta ao grupo anterior. No final da atividade de resolução, faríamos as discussões.

Quadro 6 – Atividade proposta para o GF1 no 2º Encontro, a partir das questões elaboradas pelo GF2

Na condição de futuros professores de matemática, analise e responda as questões abaixo, se possível, verbalize o raciocínio e comente como você resolveu.

❶ *Determine a equação da reta que passa pelos pontos A (3, -2) e B (-4, 5).*

❷ *Maria está a uma distância de 5 metros da Catedral Nossa Senhora de Sant'Ana, localizada no ponto S (4, 1). Se Binho está localizada no ponto P (1, y) e vai encontrar Maria para se deslocarem para Catedral, qual a distância de Binho a Maria e qual a distância total percorrida?*



❸ *A cidade **A** está localizada a 15º da capital, enquanto a cidade **B** está localizada a 165º. Desprezando o relevo e a resistência do ar, calcule a menor distância entre as duas cidades, sabendo que a cidade **A** localiza-se no ponto (3,2) e a cidade **B** localiza-se no ponto (-7,5).*

Fonte: Composição do pesquisador

Os/as estudantes do GF1, quando da tentativa de resolver as questões, enfrentaram certa dificuldade em compreender o conteúdo e os enunciados. Apenas na questão 2, que envolvia a distância entre duas pessoas que deveriam se encontrar, para, em seguida, se deslocarem para uma igreja, havia uma ilustração de um triângulo retângulo que ajudava na interpretação geométrica da situação. Depois de algum tempo, eles/as perceberam que havia um erro nos pontos das coordenadas cartesianas dessa questão. Acharam as demais questões confusas e não conseguiram resolver.

[67] As questões que compõem essa lista foram transcritas e adaptadas a partir dos originais que se encontram no Anexo C.

Na sequência, propusemos a segunda lista com questões do Enem, idêntica à distribuída ao GF3.

Os três subgrupos de estudantes do GF1 mostraram muita dificuldade em resolver as questões, justificando que não tinham visto esse conteúdo no Ensino Médio, mas disseram que, mesmo as questões sendo difíceis para eles/as, essas questões (do Enem) eram mais bem elaboradas e contextualizadas, comparadas com a lista anterior (elaborada pelos estudantes), o que sugere um certo nível de reconhecimento do gênero textual, de operação de critérios de apreciação dos enunciados de problemas de matemática e de estratégias de resolução desses problemas, inclusive valendo-se das alternativas de respostas.

Em relação à questão 1 da lista de problemas do Enem, os três subgrupos do GF1 trabalharam com a média das distâncias para tentar chegar ao resultado, sempre recorrendo às opções de respostas, por se tratar de questão de múltipla escolha. Todavia, apenas um trio conseguiu chegar à resposta correta.

Sobre a segunda questão com as carinhas de emojis, eles/as acharam interessante, e alguns disseram já ter visto algo parecido, mas que não se lembravam de como resolver. Nenhum dos/as estudantes se lembrava da equação da circunferência para calcular o raio (caso se lembrassem, já eliminariam algumas alternativas). Nessa questão, eles/as localizaram os pontos de coordenadas que identificam o desenho dos olhos e apenas um dos trios lembrou que, no gráfico da parábola, a concavidade é para baixo quando o coeficiente de x^2 é negativo. Mesmo assim, esse trio ficou em dúvida de qual opção seria a correta por não saber qual era o raio da circunferência.

Com relação à terceira questão, eles não conseguiram resolver e, após algum tempo dado para as tentativas, fiz a opção de resolvê-la no quadro e expliquei a solução passo a passo.

Ao final do encontro, agradeci a presença e participação de todos/as e servi um pequeno lanche.

3.2.3 O 2º Encontro com o Grupo Focal 2 – GF2

No dia 15 de outubro de 2018, às dezesseis horas e dez minutos, aconteceu o segundo encontro com o GF2. Esse encontro contou com a presença de (na foto, da esquerda para direita): Grasielle, Antônio, Leandro, Maria, Érica, Eduarda, Luís e Marcos Vinícius. Na oportunidade, segui o mesmo roteiro das atividades desenvolvidas pelos grupos focais anteriores em seu 2º Encontro. Dois participantes do GF2 não compareceram por questão de dificuldade com o transporte. Assim, o GF2 se dividiu em dois trios e uma dupla para a solução das listas de problemas.

Figura 9 - Reunião do Grupo Focal 2 em 15 de outubro de 2018

Fonte: Acervo da pesquisa. Foto tirada pelo pesquisador.

Inicialmente, apresentamos a lista baseada nas questões elaboradas por estudantes do GF3[68], e, no segundo momento, a lista com questões do Enem, de forma semelhante ao que fizemos nos grupos anteriores (GF3 e GF1). Em seguida, realizamos a discussão sobre as listas. Durante a resolução das questões, em alguns momentos, além de discutirem, internamente, com os seus grupos, algo que fluiu bem, os/as estudantes discutiam determinado aspectos da questão (ou uma dúvida pontual) recorrendo a membros de outros subgrupos. Vejamos o bloco das primeiras questões que eles/as resolveram que se encontram no Quadro 7.

Quadro 7 – Atividade proposta para o GF2 no 2º Encontro, a partir das questões elaboradas pelo GF3

Na condição de futuros professores de matemática, analise e responda as questões abaixo, se possível, verbalize o raciocínio e comente como você resolveu.
❶ *Uma reta passa pelo ponto A = (2,1) e também pelo ponto B = (1,0). Calcule a equação dessa reta.*
❷ *Dada a equação geral* $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 4 = 0$, *determine a cônica determinando o centro e os focos e, em seguida, faça o esboço do gráfico.*

[68] As questões que compõem essa lista foram transcritas e adaptadas a partir dos originais que se encontram no Anexo A.

❸ *Qual é a maior distância possível entre duas pessoas na superfície terrestre, supondo a terra esférica e r = 6.400Km?*

Fonte: Composição do pesquisador

O fato de esse grupo ser composto por estudantes que estavam cursando ou cursaram em semestre anterior a disciplina *Geometria Analítica* e de terem recebido questões elaboradas por estudantes que já tinham cursado a referida disciplina talvez justifique a maior fluência nas interações do grupo como um todo e dos subgrupos internamente durante a resolução das questões dessa primeira lista.

Na questão 1, por exemplo, eles/as disseram que era uma questão muito objetiva, tendo resolvida em um curto espaço de tempo e argumentaram que poderia ser resolvida de forma mais direta por determinante. Todos os subgrupos utilizaram o determinante para encontrar a equação da reta, demonstrando uma certa destreza com essa prática matemática. Um subgrupo, além de usar o determinante para confirmar a resposta, também resolveu por equação vetorial.

A questão 2, que envolve o conteúdo de cônicas, eles/as logo reconheceram que, para resolvê-la, era necessário transformar a equação geral em uma equação reduzida, embora nem todos/as estudantes se lembrassem de alguns procedimentos para concluir a tarefa de identificar o tipo de cônica procurada.

Com relação à questão 3, entretanto, eles/as manifestaram alguma dúvida em relação à possibilidade de envolver o diâmetro ou a semicircunferência, e disseram achar o enunciado confuso. Inicialmente, especularam que poderia haver algum problema de elaboração, embora tenham compreendido tratar-se da distância entre duas pessoas na superfície da Terra. Enquanto resolviam essa questão, as interações foram marcadas pelas conversas entre participantes de subgrupos diferentes.

A riqueza nas interações que envolveram a resolução desses problemas em termos de mobilização e constituição de práticas matemáticas e mesmo a maior fluência e animação das discussões que tais interações promoveram permitiram-nos identificar, em seu âmbito, eventos de numeramento que nos ajudariam a analisar processos de apropriação de práticas de numeramento escolares a partir da caracterização do discurso matemático e dos modos como os/as licenciandos/as operavam com seus recursos (vocabulário, mediadores visuais, rotinas e narrativas). Assim, são essas interações que subsidiaram a análise que apresentamos no capítulo 4.

Na sequência, os subgrupos do GF2 passaram a resolver a segunda lista com questões do Enem, idênticas às que tinham sido propostas aos grupos anteriores (GF3 e GF1). Contudo, eles não foram informados de que eram questões do Enem.

Ao resolver e discutir as questões, os/as estudantes disseram que se tratava de questões bem elaboradas e contextualizadas e alguns chegaram a dizer que “pareciam com as questões do Enem”.

Os subgrupos não apresentaram maiores dificuldades em resolver as duas primeiras questões. A questão 1, eles resolveram pela média de distâncias e apenas um trio afirmou que poderia ter cometido um erro na hora de marcar a resposta, pois fazendo, na pressa, calculou a primeira coordenada como 410 ao invés de 440 (correta), ou seja, esqueceu de somar 30 aos 410, pois o ponto P começava em 30 no eixo *x*.

Elogiaram a questão 2, dizendo que, nessa questão, lembravam-se de conteúdos de matemática Ensino Médio, mas parte dos/as licenciados/as deixou claro que se essa questão fosse apresentada para eles/as resolverem quando cursavam o Ensino Médio, que eles/as não conseguiriam resolver e que só tiveram sucesso na solução por terem cursado a disciplina de *Geometria Analítica* na Faculdade. Explicando a questão, eles disseram que eliminaram de imediato as opções de respostas *a* e *b* (cujo raio era 9) por terem calculado o raio da circunferência de forma muito direta, sendo o valor do raio 3; em relação à equação da parábola, todos/as disseram que seria a carinha com a boca para baixo por apresentar o valor negativo no coeficiente de x^2 e que essas duas características é que definiriam a resposta correta, pois os pontos que representavam os olhos não ajudavam a encontrar a resposta por serem iguais em todos os desenhos. Grasielle chegou a dizer que parecia questão do Enem, mas que não se lembrava se já tinha visto alguma semelhante e que não a resolveria sozinha.

Sobre a questão 3, houve um pouco mais de discussão: eles/as acharam um pouco confusa e entendiam que só encontrariam o resultado a partir da tentativa das alternativas de respostas disponíveis. Disseram que foram testando algumas respostas e as eliminando a partir da interpretação dos resultados em relação àqueles que coincidiam com a linha do metrô e aqueles que estavam mais distantes. Um trio não conseguiu chegar à resposta e os dois outros resolveram corretamente e disseram que, apesar de uma certa confusão do texto, não se tratava de uma questão difícil.

Ao final do encontro, agradeci a presença e a participação de todos/as e servi um pequeno lanche.

3.3 O 3º Encontro com os Grupos Focais

A terceira rodada de atividades dos grupos focais aconteceu do dia 22 de outubro de 2018 e consistiu em realizar uma oficina de resolução de 6 (seis) problemas/exercícios de *Geometria Analítica* de diferentes fontes: Enem, Obmep e livros adotados no Ensino Superior. Conforme planejamento do roteiro, as questões foram entregues, resolvidas e discutidas, uma de cada vez, para que todos trabalhassem simultaneamente as mesmas questões e as discussões sobre cada uma pudessem fluir a partir das explicações dos/as participantes sobre seu entendimento da questão e sobre os procedimentos adotados para sua solução, bem como seus comentários a respeito de eventuais dificuldades, da maior ou menor contextualização de cada questão ou de seu caráter menos ou mais técnico.

Reiteramos que, nesta tese, não nos interessava analisar erros e acerto dos/as estudantes durante a resolução das questões: buscávamos na observação da participação dos/as licenciandos nas interações referências que nos auxiliassem na compreensão da apropriação de práticas discursivas da matemática escolar que tais interações permitiam ou provocavam.

Foi aplicada a mesma lista de exercícios para os três Grupos Focais naquele dia, orientada pela instrução: *Responder as questões*[69] *abaixo. Se possível, verbalizem o raciocínio e comentem como vocês resolveram.* Os exercícios dessa lista encontram-se no Quadro 8.

Quadro 8 – Lista de exercícios que compôs a atividade do 3º Encontro dos GFs realizados em 22/10/2018

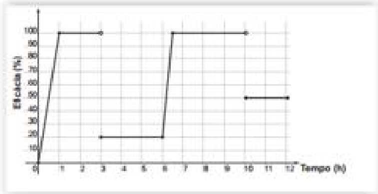
❶ *Uma empresa farmacêutica fez um estudo da eficácia (em porcentagem) de um medicamento durante 12 h de tratamento em um paciente. O medicamento foi administrado em duas doses, com espaçamento de 6 h entre elas. Assim que foi administrada a primeira dose, a eficácia do remédio cresceu linearmente durante 1 h, até atingir a máxima eficácia (100%), e permaneceu em máxima eficácia durante 2 h. Após essas 2 h em que a eficácia foi máxima, ela passou a diminuir linearmente, atingindo 20% de eficácia ao completar as 6 h iniciais de análise. Nesse momento, foi administrada a segunda dose, que passou a aumentar linearmente, atingindo a máxima eficácia após 0,5 h e permanecendo em 100% por 3,5 h. Nas horas restantes da análise, a eficácia decresceu linearmente, atingindo ao final do tratamento 50% de eficácia.*

[69]As questões 1, 3, 4 e 5 foram retiradas de provas do Enem – Exame Nacional do Ensino Médio, sob a responsabilidade do Inep. As questões 1 e 4 constaram no Enem de 2016 (Prova Amarela - segundo dia – 2ª aplicação); a questão 3 constou no Enem de 2015 (Prova Azul - segundo dia) e a questão 5 constou no Enem de 2013 (Prova Amarela - segundo dia). A questão 2 foi extraída do Livro "O Cálculo com Geometria Analítica" – Vol. 1 de Louis Leithold (1994) e a questão 6 foi da Obmep – Olimpíadas Brasileira de Matemática das Escolas Públicas de 2011 (2ª fase – Nível 3).

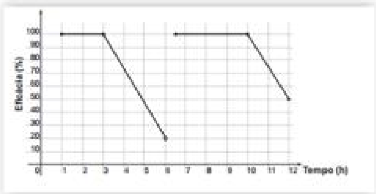
Considerando as grandezas tempo (em hora), no eixo das abscissas; e eficácia do medicamento (em porcentagem), no eixo das ordenadas, qual é o gráfico que representa tal estudo?

a)

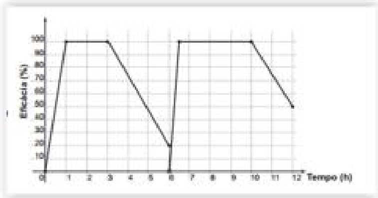
d)



b)



e)



c)

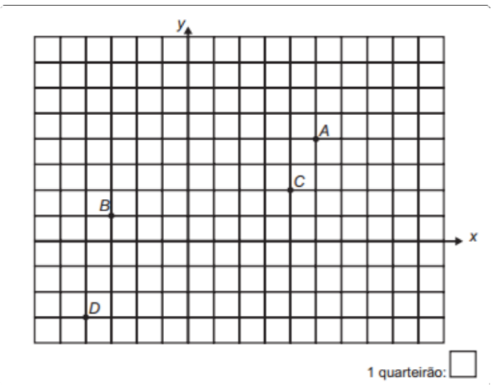
❷ *Mostre que o triângulo com vértices em A(-2,4), B(-5,1) e C(-6,5) é isósceles.*

❸ *Considere que os quarteirões de um bairro tenham sido desenhados no sistema cartesiano, sendo a origem o cruzamento das duas ruas mais movimentadas desse bairro. Nesse desenho, as ruas têm suas larguras desconsideradas e todos os quarteirões são quadrados de mesma área e a medida de seu lado é a unidade do sistema. A seguir há uma representação dessa situação, em que os pontos A, B, C e D representam estabelecimentos comerciais desse bairro.*

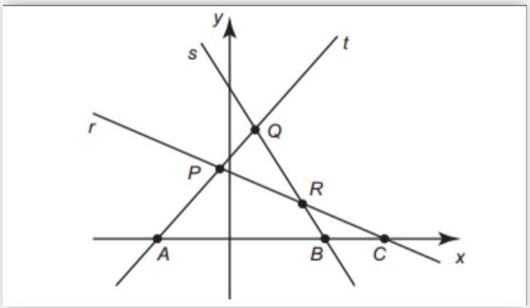
Suponha que uma rádio comunitária, de fraco sinal garante área de cobertura para todo estabelecimento que se encontre num ponto cujas coordenadas satisfaçam à inequação: $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 31 \leq 0$.

A fim de avaliar a qualidade do sinal, e proporcionar uma futura melhora, a assistência técnica da rádio realizou uma inspeção para saber quais estabelecimentos estavam dentro da área de cobertura, pois estes conseguem ouvir a rádio enquanto os outros não.

Algum estabelecimento vai conseguir ouvir a rádio? Quais?



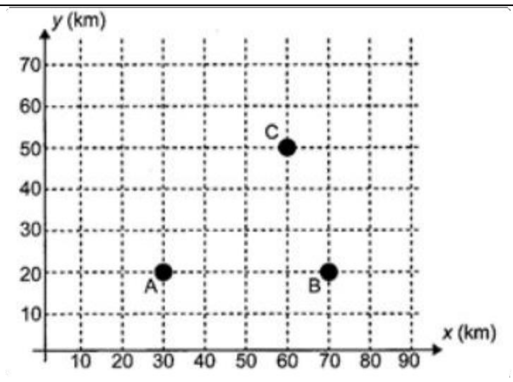
❹ *Na figura estão representadas três retas no plano cartesiano, sendo P, Q e R os pontos de intersecções entre as retas, e A, B e C os pontos de intersecções dessas retas com o eixo x.*



Essa figura é a representação gráfica de um sistema linear de três equações e duas incógnitas que:

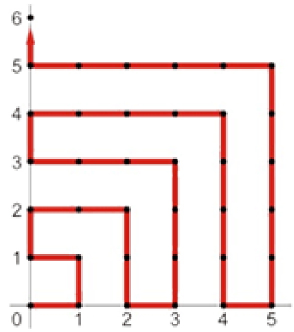
a) *possui três soluções reais e distintas, representadas pelos pontos P, Q e R, pois eles indicam onde as retas se intersectam.*
b) *possui três soluções reais e distintas, representadas pelos pontos A, B e C, pois eles indicam onde as retas intersectam o eixo das abscissas.*
c) *possui infinitas soluções reais, pois as retas se intersectam em mais de um ponto.*
d) *não possui solução real, pois não há ponto que pertença simultaneamente às três retas.*
e) *possui uma única solução real, pois as retas possuem pontos em que se intersectam.*

❺ *Nos últimos anos, a televisão tem passado por uma verdadeira revolução, em termos de qualidade de imagem, som e interatividade com o telespectador. Essa transformação se deve à conversão do sinal analógico para o sinal digital. Entretanto, muitas cidades ainda não contam com essa nova tecnologia. Buscado levar esses benefícios a três cidades, uma emissora de televisão pretende construir uma nova torre de transmissão, que envie sinal às antenas A, B e C, já existentes nessas cidades. As localizações das antenas estão representadas no plano cartesiano.*



A torre deve estar situada em um local equidistante das três antenas. O local adequado para a construção dessa torre corresponde ao ponto de coordenadas:

❻ *A linha poligonal da figura parte da origem e passa por todos os pontos do plano que têm coordenadas inteiras não negativas, de acordo com o padrão indicado. A unidade de comprimento nos eixos é 1 cm. O comprimento da poligonal da origem até um ponto (a,b) é chamado de lonjura de (a,b); por exemplo, a lonjura de (1,2) é 5 cm.*



a) Determine a lonjura dos pontos (3,2) e (0,4).

b) Quantos pontos de coordenadas inteiras estão contidos no interior e nos lados do quadrado cujos vértices são (0,0), (n,0), (n,n) e (0,n)?

c) Explique por que a lonjura do ponto (n,n) é $n^2 + n$.

d) Qual o ponto cuja lonjura é 425?

Fonte: Composição do pesquisador

3.3.1 O 3º Encontro com o Grupo Focal 3 – GF3

O terceiro encontro do GF3 aconteceu no dia 22 de outubro de 2018, teve início às nove horas da manhã, na mesma sala e nas mesmas condições dos encontros anteriores desse GF, e contou com a participação de sete estudantes, os/as quais se agruparam em duas duplas

(Mireli/Jackeline e Sabrina/Robson) e um trio (Gislaine/Lucinere/Cida) para participar das atividades, conforme roteiro programado e as questões supramencionadas.

Figura 10 - Encontro do Grupo Focal 3 em 22 de outubro de 2018

Fonte: Acervo da pesquisa. Imagem capturada de vídeo.

Em relação à questão 1, todos/as resolveram muito rapidamente e afirmaram que responderam por observação e análise do gráfico. De imediato, os/as alunos/as descartaram duas alternativas (a *B* e a *D*) pelo traçado linear do gráfico e concluíram, após algum tempo, que a alternativa *A*, observando-se os intervalos com cuidado, também deveria ser descartada. Uma dupla revelou que, no primeiro momento, ficou na dúvida se a resposta seria a letra *C* (resposta correta) ou a letra *E*, por não observarem que a dosagem do remédio, após um ciclo de 6 horas, continuaria com uma eficácia de 20%.

Em relação à questão 2, retirada do livro “Cálculo e Geometria Analítica” (de Louis Leithold), eles/as argumentaram que se tratava de uma questão diferente das demais por não ser contextualizada, ou seja, uma questão mais direta e que dependeria de saber localizar os pontos no gráfico e/ou fórmula, para calcular a distância/comprimento dos lados e verificar se dois deles são iguais. Segundo eles/as, só o esboço do gráfico ainda deixaria dúvidas e, para ter certeza, deveriam “calcular os lados do triângulo”. Uma dupla pediu ao pesquisador a fórmula de distância entre dois pontos.

Na questão 3, um grupo pediu ao pesquisador a fórmula da equação da circunferência e os outros dois grupos resolveram por substituição dos pontos e, assim, verificaram que o ponto *D* ficaria fora da área da circunferência.

Em relação à questão 4 que envolvia a intersecção de retas no plano cartesiano e consistia em verificar qual das alternativas era verdadeira, houve algumas dúvidas e discussões, mas todos se convenceram de que não havia ponto de intersecção entre as três retas, logo não haveria solução real (resposta correta, letra D).

A questão 5 foi uma questão aberta (sem alternativas para marcar). Eles/as alegaram dificuldades para fazer os cálculos e responder a questão. Como a questão não solicitava cálculos para encontrar a solução, eles/as optaram em responder a partir do gráfico. Um grupo chegou à resposta correta com uma interpretação consistente e os outros dois não conseguiram chegar à resposta correta, mas desenvolveram interpretações que convergiam parcialmente.

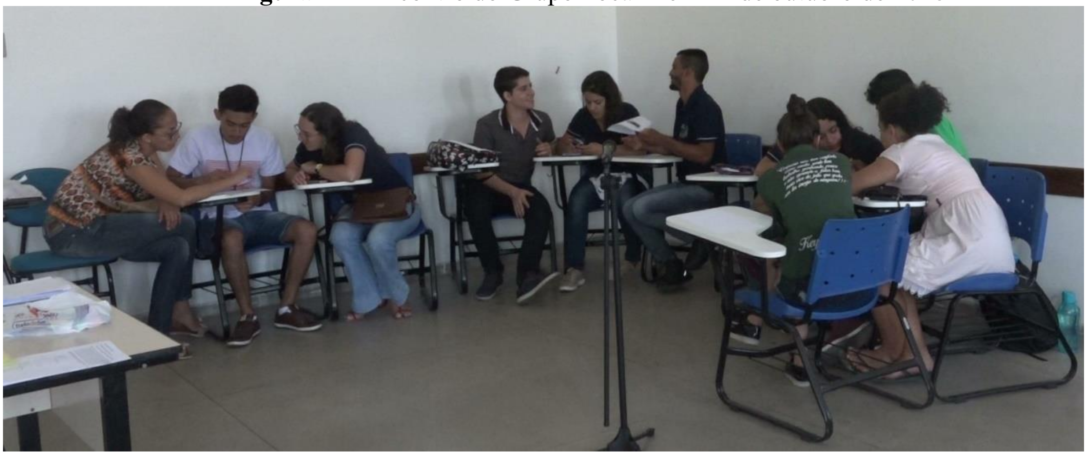
Em função do avanço do horário e de compromissos dos/as estudantes, não foi possível resolver a questão 6. Esse grupo resolveu as questões de forma muito silenciosa, não sendo possível captar maiores comentários durante as resoluções. Entretanto, nas gravações em áudio dos trios e nas discussões coletivas, os argumentos mobilizados (que podem ser identificados na transcrição das interações do GF3) sugerem modos de apropriação de conteúdos temáticos, estilos e construções composicionais que merecem ser analisados com mais cuidado em trabalhos futuros.

Ao final do encontro, agradeci a presença e a participação de todos/as e servi um pequeno lanche.

3.3.2 O 3º Encontro com o Grupo Focal 1 – GF1

Também, no dia 22 de outubro de 2018, aconteceu o terceiro encontro do GF1. Quase sempre, aconteciam pequenos atrasos no início do encontro para que esperássemos todos chegarem. Nesse dia, começamos às quatorze horas e vinte minutos e o encontro contou com a presença de dez estudantes, que se acomodaram em semicírculo, conforme Figura 11 (na foto, da esquerda para direita), agrupados em 2 trios (Raiane/ Inácio/ Natália e Geraldo/ Larissa/ Idelvan) e 1 quarteto (Jaqueline/ Natan/ Tamires/ Keyla), para participar das atividades, segundo roteiro definido.

Figura 11 - Encontro do Grupo Focal 1 em 22 de outubro de 2018



Fonte: Acervo da pesquisa. Imagem capturada de vídeo.

As questões propostas eram as mesmas que foram resolvidas pelo GF3, exceto a questão 2 que foi substituída por uma outra.

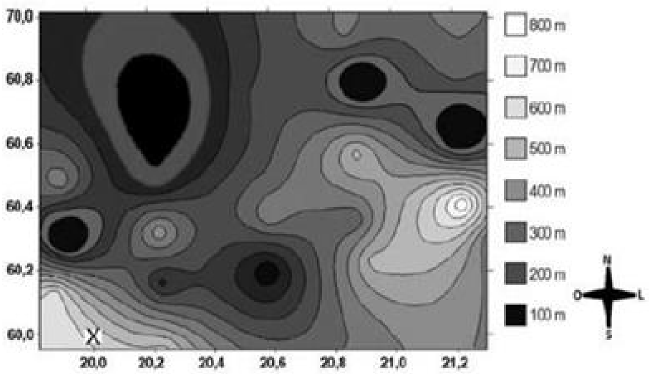
Em relação à questão 1, os participantes do GF1, também, foram rápidos na resolução pela visualização/análise do gráfico. Dos três subgrupos, dois acertaram a questão e um, ficando na dúvida entre marcar a alternativa *C* (correta) ou *E* (incorreta), optou pela alternativa *E*.

Para o GF1, houve a substituição da questão que envolvia equação da circunferência, em relação à lista proposta para os outros grupos focais (GF2 e GF3). Essa substituição se deu pelo fato de os/as participantes do GF1 terem alegado que não tinham estudado “esse conteúdo” (equação da circunferência) anteriormente. Assim, substituímos essa questão por uma outra (ver Quadro 9), que envolvia distância entre dois pontos e noções de latitude e longitude.

Quadro 9– Questão do Enem[70] proposta ao GF1 em substituição a questão 2 da lista de exercícios aplicada aos três GFs

❷*A figura a seguir é a representação de uma região por meio de curvas de nível, que são curvas fechadas representando a latitude da região, com relação ao nível do mar. As Coordenadas estão expressas em graus de acordo com a longitude, no eixo horizontal, e a latitude no eixo vertical. A escala em tons de cinza desenhada à direita está associada à altitude da região.*

[70]Questão retirada da prova do Enem - Exame Nacional do Ensino Médio de 2010 (Prova azul - segundo dia), sob a responsabilidade do Inep.



Um pequeno helicóptero usado para reconhecimento sobrevoa a região a partir do ponto X = (20;60). O helicóptero segue o percurso:

0,8º L → 0,5º N → 0,2º O → 0,1º S → 0,4º N → 0,3º L.

Ao final, desce verticalmente até pousar no solo.

De acordo com as orientações, o helicóptero pousou em um local cuja altitude é:

a) *menor ou igual a 200 m.*

b) *maior que 200 m e menor ou igual a 400 m.*

c) *maior que 400 m e menor ou igual a 600 m.*

d) *maior que 600 m e menor ou igual a 800 m.*

e) *maior que 800m.*

Fonte: Composição do pesquisador

Ao tentar resolver essa questão, um dos trios não entendeu as relações de coordenadas e nem o cálculo. Os outros dois trios fizeram o deslocamento parte a parte no gráfico até chegarem à localização e à resposta.

A questão 3, na qual era solicitado que se verificasse se um determinado triângulo era isósceles a partir dos pares ordenados que identificavam os vértices, um grupo respondeu pelo gráfico, diminuindo o valor de cada lado em relação aos eixos x e y. Os outros dois grupos resolveram a partir de uma construção gráfica, calculando a hipotenusa dos triângulos projetados a partir dos lados.

Em relação à questão 4, que envolvia a intersecção de retas no plano cartesiano, nenhum dos trios acertou e todos/as justificaram que nunca viram esse assunto e nem sistemas lineares. Apenas Natan questionou se eram sistemas determinados ou indeterminados para avaliar se tinham solução/ões. Fiz algumas intervenções para dar ao grupo uma noção básica daquele tipo de questão, explicando por que a alternativa correta era a letra *D* que afirmava que o sistema *não possuía solução real, pois não há ponto que pertença simultaneamente às três retas.*

Na questão[71] 5, o grupo de Inácio e o grupo de Natan marcaram a alternativa *B* (incorreta), sendo que o grupo de Natan fez cálculos da hipotenusa e, chegando a valores aproximados, foi induzido a marcar a alternativa errada. O trio de Larissa marcou a alternativa correta, letra *E*, mas seus membros afirmaram que não fizeram cálculos, que utilizaram apenas os recursos visuais no gráfico. Na realidade, a questão não era tão simples e exigia alguns conhecimentos sobre o tema. Mesmo o grupo que marcou a alternativa correta não produziu um argumento consistente para justificar a sua resposta.

Ressaltamos que, na dinâmica desse encontro com o GF1, ao fim da discussão de cada questão, caso alguém não tivesse resolvido ou ficasse inseguro quanto às soluções, o pesquisador se dispôs a resolver a questão no quadro para dirimir eventuais dúvidas. Por limitação de tempo, nesse grupo, também, não foi possível resolver a questão 6.

Na análise das interações, entretanto, é preciso acompanhar de maneira mais cuidadosa o fio das argumentações, de modo a identificar em que se apoiam os processos de significação e como tais apoios se relacionam aos processos de apropriação de práticas matemáticas da Educação Básica e do Ensino Superior. Essa é mais uma proposta para reflexões futuras.

Ao final do encontro, agradeci a presença e a participação de todos/as e servi um pequeno lanche.

3.3.3 O 3º Encontro com o Grupo Focal 2 – GF2

No dia 22 de outubro de 2018, tínhamos agendado para começar o terceiro encontro do GF2 às dezessete horas em função de um evento em que Antônio e Maria estavam envolvidos. O encontro, contudo, só começou às dezessete horas e trinta minutos. Havia, no encontro, a presença de 9 estudantes, que foram agrupados em 3 subgrupos: Grasielle, Leandro e Antônio (que integrou o grupo às 17h55min); Luís, Eduarda e Cleidiane e Erica, Marcos Vinícius e Maria (que integrou o grupo às 17h55min). Cumpriu-se o mesmo roteiro proposto ao GF3.

[71] A questão nº 5 foi a mesma para os três Grupos Focais, entretanto, para o GF1, composto por estudantes do 1º semestre, foi acrescentado as opções de respostas (múltipla escolha).

Figura 12 - Encontro do Grupo Focal 2 em 22 de outubro de 2018

Fonte: Acervo da pesquisa. Imagem capturada de vídeo.

Esse grupo respondeu as 5 primeiras questões com uma certa agilidade e foi o único grupo focal ao qual tivemos a oportunidade de pedir que tentasse resolver a questão 6.

Na questão 1, todos os subgrupos resolveram muito rapidamente e justificaram que bastava a interpretação do gráfico com base nos dados disponíveis no problema para identificar a alternativa correta (*C*).

Em relação à questão 2, eles/as comentaram que era uma questão objetiva e que era comum nos livros em que eles estudavam, "*típica do livro de Iezzi*[72]", diferente das demais que eram mais contextualizadas. Todos/as argumentaram que, para resolver a questão, bastaria calcular o comprimento dos lados do triângulo para verificar se dois eram iguais (isósceles). Era perceptível que a maioria tinha um domínio do conteúdo, pois não solicitaram qualquer fórmula para resolver as questões. Um subgrupo tentou responder a partir da visualização em gráfico, mas não conseguiu e partiu para o cálculo da distância que correspondia ao comprimento dos lados do triângulo. Marcos Vinícius argumentou que a questão proposta poderia ser resolvida considerando cada lado a hipotenusa de triângulos retângulos externos, com aplicação do teorema de Pitágoras.

Antônio e Maria chegaram quando foi iniciada a resolução da questão 3 e, a partir desse momento, eles se integraram aos subgrupos. Um trio (Grasielle, Leandro e Antônio) calculou o raio e o centro da circunferência e utilizou compasso para esboçar a circunferência no plano cartesiano dado no problema com os pontos assinalados. Leandro argumentou, ainda, que: "*poderíamos calcular a distância do centro aos pontos e os que estivessem maior que o raio estariam fora da circunferência*". Outro trio (Erica, Marcos Vinícius e Maria) calculou os pontos na equação e fez a verificação de quais estavam dentro e fora da

[72]A referência ao livro de Iezzi é o livro "Fundamentos de Matemática Elementar", Volume 7 - Geometria Analítica, de autoria de Gelson Iezzi.

circunferência. O terceiro trio (Luís, Eduarda e Cleidiane) confundiu-se num cálculo, trocando o centro C(1,2) por C(-1,-2) e, assim, foi induzido ao erro, considerando o ponto *D* dentro da circunferência.

Quando da tentativa de resolver a questão 4, era perceptível que eles/as não se lembravam desse tipo de questão e ficaram com muita dúvida em relação a quais alternativas seriam falsas e qual a correta. Após algumas discussões, um dos trios (Grasielle, Leandro e Antônio) argumentou que tinha dúvida, mas achava que a resposta seria a letra *D*, pelo fato de precisar interceptar as três retas em um mesmo ponto.

A questão 5 foi resolvida com base no gráfico e fazendo os cálculos a partir das hipotenusas de triângulos e pontos médios. O trio de Eduarda e o de Maria localizou o ponto central do triângulo para interpretar que a resposta seria no ponto de coordenadas 50 e 30 (resposta correta), sendo que Eduarda confessou que "*chutou*" as respostas "*pelo visual do gráfico*". O trio de Grasielle fez cálculos utilizando compasso e se equivocou ao apresentar o valor 35 no lugar do 30 como uma das coordenadas. Marcos Vinícius argumentou que se fosse traçada uma circunferência e se encontrasse seu raio, conforme raciocínio do trio de Grasielle, seria possível chegar à resposta.

Esse foi o único grupo focal ao qual pedi que os trios tentassem resolver a questão 6, mesmo considerando o tempo curto, pois, logo em seguida, eles teriam aula. Os/as estudantes resolveram apenas o item A e justificaram que os outros itens eram muito difíceis e que essa questão era bem diferente das demais e que tinha um grau de dificuldade bem superior às outras. Ao final, o pesquisador explicou que era uma questão da Obmep e fez algumas observações sobre a solução dos demais itens. Em seguida, foi servido o lanche.

As interações que se desenvolveram nesse encontro do GF2 sugerem o efeito da participação simultânea ou num semestre próximo dos/as estudantes nas disciplinas de *Geometria Analítica* no Ensino Superior. Embora não tenhamos nos dedicado à análise das interações desse GF nesse encontro, parece-nos que, em um trabalho futuro, seja interessante confrontar tais interações com as que se realizaram no 3º. Encontro do GF3, que participaram dessas disciplinas em um semestre mais remoto. Nesse confronto, porém, julgamos relevante recorrer à reflexão sobre memória e esquecimento como ação social e não apenas como uma dinâmica cognitiva individual.

3.4 O 4º Encontro com os Grupos Focais

A quarta e última rodada de atividades dos grupos focais aconteceu no dia 05 de novembro de 2018 nas mesmas condições e locais dos encontros anteriores. No início do encontro com cada grupo, discutimos se todos/as estudantes preferiam manter o sigilo de sua identidade na transcrição de suas falas durante os encontros ou se preferiam ser identificados/as com seus verdadeiros nomes. Todos/as afirmaram que queriam e autorizavam ser identificados/as com seus nomes verdadeiros. Na sequência, demos início à dinâmica elaborada para esse encontro conforme roteiro definido e apresentado no capítulo 2. Ao final do encontro, foi entregue uma lista de exercício extra composta por 11 exercícios (ver Apêndice G) caso eles/elas quisessem resolver voluntariamente em um outro momento.

3.4.1 O 4º Encontro com o Grupo Focal 3 – GF3

O quarto e último encontro do GF3 aconteceu no dia 05 de novembro de 2018. Teve início às nove horas da manhã na mesma sala e nas mesmas condições do encontro anterior. Mais uma vez, tivemos a ausência e o atraso de alguns/mas participantes; as estudantes que residiam em outras cidades chegaram cedo e reclamaram dos/as que moravam em Caetité e atrasavam. Lucinere fez questão de declarar que só compareceu por ser o último encontro e em consideração ao pesquisador, pois estava muito gripada e com a garganta inflamada. Jackeline havia avisado que chegaria atrasada, Cida informou que precisaria sair às 10h e Bruna chegou às 9h30min, porque havia esquecido do encontro. Começamos discutindo a posição deles/as sobre serem identificados/as pelos verdadeiros nomes nesta tese e todos/as concordaram com essa identificação. Em seguida, dividimos a turma em dois grupos e combinamos que, à medida que os/as demais participantes fossem chegando, iriam se integrando a um deles. Ao final, foi composto um trio (Jackeline, Mireli e Mauricio) e um quarteto (Bruna, Lucinere, Gislaine e Cida) para participar de atividades conforme roteiro supramencionado.

Figura 13- Encontro do Grupo Focal 3 em 5 de novembro de 2018

Fonte: Acervo da pesquisa. Imagem capturada de vídeo.

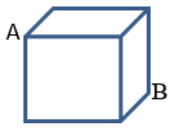
Para elaboração da questão/exercício de Geometria Analítica, entregamos uma folha com o seguinte enunciado: “Considerando que, nos encontros anteriores, discutimos e resolvemos algumas questões de Geometria Analítica, em grupos de 2 ou 3 participantes, **elaborem uma questão de Geometria Analítica, diferente das já vistas anteriormente**. Caso elaborem uma questão e apresente a solução, favor fazer em folhas separadas”.

Durante a elaboração da questão, os/as estudantes gastaram um bom tempo em meio a dúvidas e risos sobre que tipo de questão elaborar. Após a elaboração, as questões[73] foram distribuídas, respondidas e discutidas.

Os/as estudantes Mauricio, Mireli e Jackeline elaboraram a questão que transcrevemos no Quadro 10**.**

Quadro 10 – Questão elaborada pelo subgrupo de Maurício, Mireli e Jackeline no 4º Encontro do GF3

1 - Em uma estrutura em forma de cubo, uma mosca se encontra no vértice A (como mostra a imagem abaixo). Ela precisa chegar ao vértice B pelo menor caminho possível. Qual será a menor distância percorrida pela mosca, sabendo que a estrutura tem aresta igual a 3cm?



a) 9
b) 3 + 3 $\sqrt{2}$
c) 3 $\sqrt{3}$
d) 3 + 2 $\sqrt{3}$
e) 2 $\sqrt{2}$

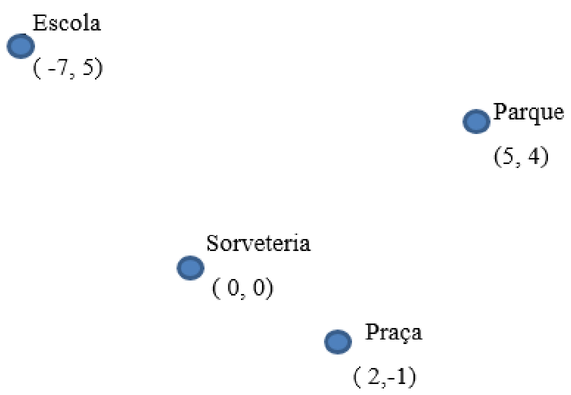
Fonte: Composição do pesquisador

[73] As questões originais elaboradas por esse GF com identificação dos participantes que as elaboraram, bem como os cálculos/rascunhos dos participantes que as responderam estão no Anexo D.

Já as estudantes Cida, Gislaine, Lucinere e Bruna elaboraram a questão com o enunciado e a ilustração apresentados no Quadro 11.

Quadro 11 – Questão elaborada pelo subgrupo de Cida, Gislaine e Bruna no 4º Encontro do GF3

2 - Roberto é vendedor de picolé e trabalha na sorveteria Ki delicia. Ele tem como meta, percorrer um raio de 3 km ao redor da sorveteria fazendo entrega de picolés em alguns pontos da cidade, como mostra o esboço a seguir:
Calcule quais dos pontos destacados, ele conseguirá atender percorrendo a meta de 3km.



Fonte: Composição do pesquisador

Após a elaboração, as questões foram trocadas e cada subgrupo respondeu a questão que o outro elaborou. Assim, a questão 1 foi respondida pelas estudantes Cida, Gislaine, Lucinere e Bruna que decidiram resolvê-la de forma direta, apenas aplicando a fórmula da diagonal[74] do cubo: $D=a\sqrt{3}$, considerando que a aresta do cubo foi dada com a medida de 3cm; então, concluíram que a diagonal do cubo é $D = 3\sqrt{3}$, que corresponde a alternativa 'C'. No início, acharam que a questão tinha alguma "pegadinha" (que não poderia ser tão fácil e direta) e chegaram a perguntar aos colegas que elaboraram se era para calcular apenas a diagonal do cubo.

[74]Se não utilizarmos a fórmula direta, para calcular a diagonal do cubo ($D = a\sqrt{3}$), primeiro devemos calcular a diagonal de uma das faces do cubo aplicando o teorema de Pitágoras ($d^2 = a^{2\,+}\, a^2 \Leftrightarrow d = a\sqrt{2}$, onde d é a hipotenusa do triângulo formado pela diagonal de uma das faces do cubo e arestas *a* (catetos) adjacentes) e, em seguida, aplicamos mais uma vez o teorema de Pitágoras, considerando D (maiúsculo) a diagonal interna do cubo e o d(minúsculo) a diagonal da face. Logo, teremos $D^2 = a^2 +(a\sqrt{2})^2 \Leftrightarrow D^2 = a^2 + 2\,a^2 \Leftrightarrow D^2 = 3a^2 \Leftrightarrow D = \sqrt{3}a^2 \Leftrightarrow D = 3\sqrt{a}$.

As dúvidas manifestadas pelas estudantes em relação às intenções da questão sugerem um modo de apropriação de práticas matemáticas escolares e seus expedientes.

A questão 2 foi respondida pelos/as estudantes Maurício, Mireli e Jackeline em um tempo curto, aproximadamente cinco minutos. Eles/as utilizaram a fórmula de distância entre dois pontos e calcularam a distância da sorveteria a cada local indicado (escola, parque e praça), conforme abaixo:

$$d_{escola} = \sqrt{}\,(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 = \sqrt{}\,(-7)^2 + (5)^2 = \sqrt{}\,(74) = 8{,}6$$
$$d_{parque} = \sqrt{}\,(5)^2 + (4)^2 = \sqrt{}\,(41) = 6{,}4$$
$$d_{praça} = \sqrt{}\,(2)^2 + (-1)^2 = \sqrt{}\,(5) = 2{,}2$$

Após os cálculos, o grupo chegou à conclusão de que "*percorrendo até 3km de raio, ele atenderá somente a praça, com distância de 2,2 km*".

Devemos observar que, na discussão das interações desse quarto encontro, assim como na análise de qualquer um dos encontros dos anteriores, é necessário considerar não apenas os enunciados verbalizados, mas também aqueles que foram produzidos por escrito. A dinâmica que propusemos, porém, não visava criar oportunidades para gerar interações que seriam analisadas sob o ponto de vista da correção matemática das questões formuladas ou das resoluções apresentadas, mas procuraria identificar os recursos de significação produzidos ou mobilizados e sua relação com as experiências dos/as participantes com as práticas matemáticas da Educação Básica e do Ensino Superior.

Ao final, o pesquisador agradeceu a presença de todos e todas nesse e nos encontros anteriores e convidou todos/as para um lanche.

3.4.2 O 4º Encontro com o Grupo Focal 1 – GF1

O quarto encontro do GF1 aconteceu no dia 05 de novembro de 2018 e teve início às quatorze horas e trinta minutos. Nesse dia, até poucos minutos antes do horário marcado, choveu muito forte em Caetité, o que provocou atrasos no deslocamento das pessoas, além de um atraso na montagem dos equipamentos de registro (filmadora e gravadores).

Diante de um problema com um dos meus gravadores, solicitei a estudante Jaqueline que gravasse o encontro no seu celular e, ao final, que encaminhasse o áudio para o pesquisador. De início, fizemos a consulta e todos/as concordaram sobre a identificação de cada um/a deles/as pelo seu próprio nome nas transcrições. Em seguida, dividimos o grupo em três trios (Natália, Inácio e Raiane; Larissa, Geraldo e Idelvan; Keyla, Tamires e

Jaqueline) para participar das atividades, seguindo o mesmo roteiro realizado pelo grupo anterior (GF3).

Figura 14 - Encontro do Grupo Focal 1 em 5 de novembro de 2018

Fonte: Acervo da pesquisa. Imagem capturada de vídeo.

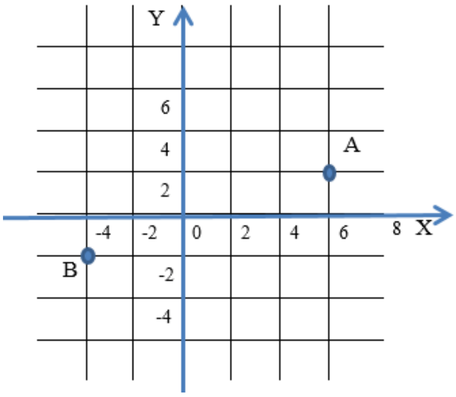
Durante a elaboração das questões, esse grupo demorou um tempo bem maior que os demais grupos focais: parecia que estavam fazendo algo novo, que não tinham experiência em elaborar questões. A dúvida do que elaborar era perceptível pelos sorrisos e pelas gargalhadas incontroláveis por algum tempo. Larissa perguntou como elaborar uma questão, pois o grupo dela havia calculado uma resposta e estava com dificuldade em elaborar a pergunta a partir dela, tentando fazer um caminho inverso. O trio de Tamires, Keyla e Jaqueline, após elaborar a questão, em um clima de muita descontração e risadas, disputou no “zero ou um” para ver quem passaria a questão a limpo. Por ter concluído essa etapa antes dos demais colegas, Tamires ficou cantando baixinho e de forma despretensiosa; os colegas fingiram não estar ouvindo, mas, ao encerrar a cantoria, todos/as a aplaudiram.

As cópias dos originais das três questões elaboradas pelo GF1 nesse 4º. Encontro constam no Anexo E.

Os/as estudantes Inácio, Natália e Raiane apresentaram questão que transcrevemos no Quadro 12.

Quadro 12 – Questão elaborada pelo subgrupo de Inácio, Natália e Raiane no 4º Encontro do GF1

1 – João precisa ir visitar um parente na cidade B e ele mora na cidade A. O mesmo não sabe a distância entre as duas cidades. A partir do plano cartesiano determine a distância entre elas.



Fonte: Composição do pesquisador

Essa questão foi resolvida por um outro trio (Geraldo, Larissa e Idelvan) que apresentou o cálculo das distâncias das cidades (A e B) ao ponto zero (0,0) do plano cartesiano, por meio da hipotenusa do triângulo retângulo projetado. Para o cálculo, o trio utilizou o teorema de Pitágoras, considerando os pontos e as medidas apresentadas no 1º e 3º quadrantes. Da cidade B ao ponto zero, o trio apresentou o seguinte cálculo: $4^2 + 2^2 = x^2 \Leftrightarrow 16 +4 = x^2 \Leftrightarrow x = \sqrt{20} \Leftrightarrow x = 4{,}47$. Da cidade A ao ponto zero, o trio apresentou o seguinte cálculo[75]: $(8)^2 + (2)^2 = (x)^2 \Leftrightarrow 64 +4 = x^2 \Leftrightarrow x = \sqrt{68} \Leftrightarrow x = 8{,}25$. Após os cálculos das hipotenusas, somaram-se esses dois resultados (4,47 + 8,25) e o trio informou que o resultado seria aproximadamente 12,72, o que não está correto, conforme esclarecemos na nota de rodapé.

Inácio, porém, concordou com a resposta, aceitando que poderia ser feito também desse jeito, mas que eles tinham pensado em utilizar na resolução da questão a fórmula de distância. Todavia, o procedimento proposto por Inácio levaria a outra resposta e não apenas pelo fato de o grupo ter trocado o 6 pelo 8 na hora de fazer os cálculos. Com efeito, a distância entre as duas cidades deveria ser calculada pela fórmula de distância de dois pontos. Assim, considerando que as coordenadas dos pontos A e B são B=(-4,-2) e A=(6,2), temos:

$$d(A,B) = \sqrt{(6-(-4))^2 + (2-(-2))^2} = \sqrt{(6+4)^2 + (2+2)^2} = \sqrt{100+16} = \sqrt{116} \cong 10{,}77.$$

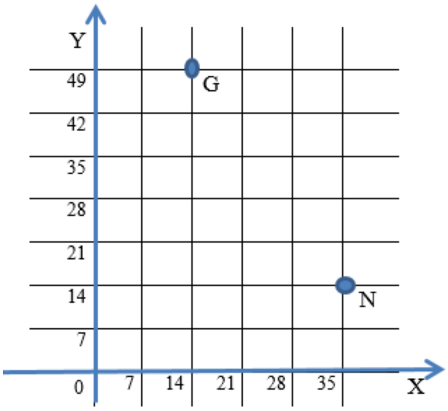
Ou seja, a distância da cidade A a cidade B seria de aproximadamente 10,77.

[75]Esse número 8 que foi utilizado no cálculo como sendo a medida de um dos catetos, foi um equívoco do grupo, pois, a medida do cateto correta é 6 e o cálculo seria: $(\mathbf{6})^2 + (2)^2 = (x)^2 \Leftrightarrow 36 +4 = x^2 \Leftrightarrow x = \sqrt{40} \Leftrightarrow x = 6{,}32$. Assim o resultado final para esse procedimento seria 4,47 +6,32 = 10,79 e não 12,72. Todavia, tal procedimento também está incorreto, pois a reta que une A e B não passa pela origem. Ou seja, como os pontos A, O e B não estão alinhados a distância AB não coincide com a soma de AO mais OB.

As estudantes Keyla, Tamires e Jaqueline elaboraram a questão transcrita no Quadro 13.

Quadro 13 – Questão elaborada pelo subgrupo de Keyla, Tamires e Jaqueline no 4º Encontro do GF1

2 – O apóstolo Paulo saiu de Nazaré (N) ao encontro de Jesus, no templo da Galileia (G). Sabendo que o percurso feito por Paulo está contido no gráfico, calcule a menor distância que o apostolo pode percorrer.



Fonte: Composição do pesquisador

Essa questão foi resolvida por Inácio, Natália e Raiane que marcaram no plano cartesiano o ponto (14,14) e, com os pontos G e N, projetaram o triangulo retângulo, de catetos de medidas 21 e 35 e, na sequência, fizeram o cálculo da medida da hipotenusa (distância procurada), utilizando o teorema de Pitágoras: $a^2 = b^2 + c^2 \Leftrightarrow a^2 = 35^2 + 21^2 \Leftrightarrow a^2 = 1225 + 441$(na folha com a resposta escrita colocaram 44, no lugar de 441, mas os cálculos estão corretos) $\Leftrightarrow x = \sqrt{1666} \Leftrightarrow x = 40{,}81$. Inácio afirmou que era uma questão direta e que estava claro o que se queria como solução. Explicou que, a partir dos pontos dados no Plano Cartesiano, eles/as usaram o Teorema de Pitágoras para resolver e chegaram ao resultado.

O grupo responsável pela elaboração dessa questão concordou com a resposta, afirmando que tinha pensado daquele modo que eles/as responderam. Tamires comentou que a questão que elas elaboraram era uma "*questão teórica*", porque remetia à "*história da humanidade*" (a questão falava do apóstolo Paulo).

Os comentários sobre as questões, tanto quanto seu enunciado e as soluções apresentadas, apontam modos de compreender as práticas de numeramento escolares (conceitos, procedimentos, discursos), especialmente, por esses/as estudantes serem iniciantes ("calouros") no Ensino Superior.

Os/as estudantes Geraldo, Idelvan e Larissa elaboraram a questão conforme enunciado do Quadro 14.

Quadro 14 – Questão elaborada pelo subgrupo de Geraldo, Idelvan e Larissa no 4º Encontro do GF1

3 – Maria saiu de casa, passou na farmácia, no mercado e foi até a casa de sua amiga. Pensando a cidade como um plano cartesiano, temos que: *- a casa de Maria está no ponto (-1,3);* *- a farmácia no ponto (0,2);* *- o mercado no ponto (1,3);* *- a casa da amiga no ponto (2,6).* *Imaginando que cada lado dos quadrados do plano vale 1, temos que o trajeto de Maria foi: 1 para o sul, 1 para leste (parou), 1 para norte, 1 para leste (parou), 1 para norte, 1 para leste (finalizando seu trajeto).* *Os pontos nos quais Maria parou, formaram uma parábola, encontre a equação que dá origem a ela?*

Fonte: Composição do pesquisador

Essa questão ficou para ser resolvida por Keyla, Tamires e Jaqueline, que fizeram um esboço no plano cartesiano e algum cálculo; contudo, não chegaram a uma resposta final, alegando que não acharam uma raiz exata. Tamires afirmou que a questão foi bem elaborada, mas deixou dúvida em algum momento. Argumentou, ainda, que a questão fazia referência à parábola e elas deduziram que se tratava de uma parábola com a concavidade voltada para cima, porque o ***a*** era positivo e, a partir daí, utilizaram a fórmula $ax^2+bx+c=0$. Explicou, ainda, que, quando substituíram os valores dos pontos e estavam fazendo os cálculos, chegaram a um número irracional que as confundiu.

Larissa, falando em nome do grupo que elaborou a questão, afirmou que, na elaboração, o grupo fez um raciocínio ao contrário, atribuindo valores e uma fórmula e que, para ela, só teria solução por tentativas, atribuindo valores para serem testados.

Essa previsão de solução contrasta com os procedimentos canônicos, e essa opção nos sugere modos de apropriação de práticas matemáticas escolares a serem investigados em trabalhos futuros.

Ao final, o pesquisador agradeceu a presença de todos e todas nesse e nos encontros anteriores e convidou o grupo para um lanche.

3.4.3 O 4º Encontro com o Grupo Focal 2 – GF2

Nesse mesmo dia (05/11/2018), realizamos o quarto e último encontro do GF2, que teve início às dezesseis horas e trinta minutos, um pouco atrasado em relação ao horário combinado (16:00h). Enquanto esperávamos que mais participantes chegassem, procuramos fazer contato com os/as ainda ausentes. Nesse contato, Maria e Antônio justificaram que tiveram um problema, pediram desculpas e confirmaram que não poderiam participar desse encontro. Alguém havia informado que, naquela noite, a turma do 5º semestre teria uma prova de *Cálculo* e por ser uma prova muito difícil, Maria e Antônio resolveram estudar mais e fazer uma revisão antes da prova, o que é uma justificativa bastante plausível. Grasielle comentou que, para não chegar atrasada (por causa da chuva), tomou um moto táxi e gastou quatro reais.

No início, perguntamos sobre o que eles achavam de serem identificados por seu próprio nome ou por pseudônimos na tese que relataria esta pesquisa. Todos/as concordaram em ser identificados por seu próprio nome. Informei sobre a atividade complementar voluntária e que, ao final, entregaria a lista de exercícios. Na sequência, os/as estudantes se agruparam em dois trios e uma dupla: Grasielle, Leandro e Eduarda; Érica, Marcos Vinícius e Luís; Marcos Adriano e Cleidiane. Para cada subgrupo, foi pedido, inicialmente, que elaborasse uma questão e, na sequência, resolvesse a questão elaborada por outro subgrupo.

Figura 15 - Encontro do Grupo Focal 2 em 5 de novembro de 2018

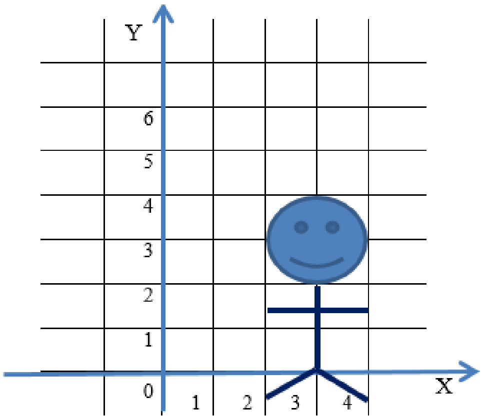
Fonte: Acervo da pesquisa. Imagem capturada de vídeo.

Nesse grupo, os/as participantes avaliaram que as questões (cujos originais reproduzimos no Anexo F[76]) foram elaboradas de forma muito objetiva, ficando claro o que se pedia para resolver. Talvez por isso, as respostas dadas pelos subgrupos receberam a aprovação dos que elaboraram cada questão. Seguem as questões elaboradas pelos/as estudantes conforme participação nos respectivos subgrupos.

As estudantes Eduarda, Leandro e Grasielle elaboraram a questão transcrita no Quadro 15 abaixo:

Quadro 15 – Questão elaborada pelo subgrupo de Eduarda, Leandro e Grasielle no 4º Encontro do GF2

1 – Observe a imagem do bonequinho representado no plano cartesiano e determine as formas geométricas que formam a cabeça, o tronco e os membros. Em seguida, determine a equação que forma a cabeça.



Fonte: Composição do pesquisador

Marcos Adriano e Cleidiane formaram a dupla que respondeu essa questão, afirmando que a cabeça tinha forma de "*elipse ou círculo*" e que os troncos e membros eram "*retas*". Em relação à equação que forma a cabeça, responderam: $(x - x_0)^2/a^2 + (y - y_0)^2/b^2 = 1 \Leftrightarrow (x - 3)^2/1 + (y - 3)^2/1 = 1$.

Durante a discussão dessa questão, Leandro argumentou que eles elaboraram uma questão elementar, mas a ideia foi trabalhar algo mais de animação ao desenhar o bonequinho no plano cartesiano. Ele fez algumas gesticulações para explicar a questão, observando que, pelo desenho, outras questões poderiam ser exploradas, a exemplo da solução de um sistema formado por três retas, cujo ponto convergia no tronco do desenho do bonequinho por meio

[76] No Anexo F constam as questões originais elaboradas pelo GF2, com identificação dos participantes que elaboraram e os cálculos/rascunho dos participantes que a responderam.

das retas (segmentos) desenhadas; mas explicou que o subgrupo optou por cobrar algo mais simples.

Os/as estudantes Érica, Luís e Marcos Vinícius elaboraram a questão conforme enunciado no Quadro 16.

Quadro 16 – Questão elaborada pelo subgrupo de Érica, Luís e Marcos Vinícius no 4º Encontro do GF2

2 – Existem em determinadas áreas interferência eletromagnéticas que ocultam a localização de um avião durante o seu percurso. Tem-se a equação $(x - 2)^2 / 4 + (y - 4)^2 / 1 \leq 1$. Sabendo que um avião A está passando pelo ponto (3,1) e um avião B pelo ponto (3,4), qual deles pertence à zona de interferência?

Fonte: Composição do pesquisador

O trio formado pelos/as estudantes Eduarda, Leandro e Grasielle respondeu a questão 2, afirmando que o avião que está no ponto (3,4) é o que está na zona de interferência, porque os valores atendem à inequação dada.

Os/as estudantes Marcos Adriano e Cleidiane elaboraram a questão conforme enunciado no Quadro 17.

Quadro 17 – Questão elaborada pelo subgrupo de Marcos Adriano e Cleidiane no 4º Encontro do GF2

3 – Uma ponte de cabo de aço no formato de uma parábola tem 72 metros de altura, suas colunas distam 35 metros e o centro da parábola está no ponto C(x,y). Encontre o centro dessa parábola, sendo que a reta diretriz localiza-se em y = 36 e seu foco F(0,72).

Fonte: Composição do pesquisador

Os/as estudantes Érica, Luís e Marcos Vinícius resolveram essa questão a partir de um pequeno esboço de gráfico e, ao considerar que o foco estava entre zero e 72 e que o ponto de diretriz é 36, eles/as fizeram o seguinte calculo: $y = 72 + 36$; $y = 108/2 = 54$. Assim, responderam que o centro da parábola é C (0,54).

Cabe observar, na análise das questões elaboradas, das soluções e dos comentários, o papel atribuído aos contextos dos problemas e as sugestões de uso dos conhecimentos de *Geometria Analítica* e, enfim, dos conhecimentos da Matemática escolar e da Matemática ensinada no Ensino Superior. Esses são aspectos que se destacam em uma primeira análise dos enunciados que compõem as interações nesse quarto encontro do GF2, mas outros temas podem ser identificados em uma análise mais aprofundada a ser empreendida em trabalhos futuros.

Ao final da atividade, agradecemos a participação e a presença de todos/as e servimos um lanche para os/as participantes.

3.5 A lista de exercícios extra, resolvida voluntariamente

É válido registrar a boa vontade e o interesse dos/as estudantes que participaram dos grupos focais e, também, o fato de terem aceitado participar da atividade voluntária que foi a resolução da lista de exercícios extra, entregue no último encontro dos grupos. Conforme combinado, deixei para lembrá-los da atividade quando eles/as estivessem no período de férias da faculdade. Assim, no dia 14/02/2019, mandei uma mensagem para ele/as pelos grupos de *whatsapp* que havíamos criado para mobilização dos grupos focais conforme Quadro 18.

Quadro 18 – Mensagem encaminhada pelo pesquisador aos grupos de *whatsapp* dos Grupos Focais

"Caros(as) alunos (as), *Tudo bem com vocês?* *Considerando que vocês vão ter quase 3 meses de férias, rsrs* *Gostaria de lembrá-los e solicitar, se possível, aqueles que puderem contribuir, de forma voluntária, para tentarem resolver algumas daquelas questões que deixei na última reunião do Grupo Focal. Pode ser uma, duas, três, quantas vocês quiserem tentar. O importante, ao resolverem ou tentarem resolver, é gravarem um pequeno áudio, expondo como fizeram a questão, qual o raciocínio utilizado ou consulta realizada ou mesmo por que não conseguiram resolver.* *Grato pela atenção e apoio!"*

Fonte: Composição do pesquisador

A partir dessa mensagem, alguns/mas estudantes individualmente e outros/as articulados em grupo, deram retorno, afirmando que iriam encaminhar os comentários gravados, explicando como eles/as resolveram determinadas questões da lista proposta.

No dia seguinte à postagem da mensagem acima, comecei a receber os áudios e fotos de algum rascunho das questões que eles/as resolveram ou tentaram resolver. Do GF1, responderam, individualmente, Jaqueline e Natan. Do GF2, recebi respostas individuais de Luís (que solucionou a lista completa) e, numa mistura de individual e coletivo, Maria articulou, em um grupo de estudo deles/as, com a participação de Antônio, Grasielle e Leandro, a resolução da lista completa. Em algumas questões, Maria discutiu com Antônio e, em outras questões, Leandro e Grasielle resolveram individualmente. Do GF3, responderam, individualmente, Jaqueline e Mauricio. A transcrição dos áudios com a explicação de como cada um resolveu as questões escolhidas e as fotos dos rascunhos encaminhadas por *whatsapp* compõem o material empírico desta pesquisa.

Por limites de tempo esse material, embora transcrito, não foi submetido a análise.

3.6 Sobre a proposição da resolução e da elaboração de problemas na dinâmica dos grupos focais e a seleção de eventos para análise

Considerando que a nossa pesquisa visa compreender os modos de apropriação de práticas de numeramento escolares por licenciandos/as do curso de matemática, durante as oficinas de resolução de exercícios que aconteceram no segundo e no terceiro encontros dos grupos focais, propusemos aos/às estudantes a resolução de questões de *Geometria Analítica*, muitas delas que foram elaboradas para serem aplicadas em provas do Enem. O destaque dado a essas questões deve-se a suas características específicas, em geral consideradas “questões contextualizadas”, embora tenhamos usado, também, uma questão da prova da Obmep e uma de livro didático/técnico.

As questões do Enem, por serem fechadas, com respostas de múltipla escolha, em que é oferecido ao resolvedor escolher apenas uma alternativa correta entre as opções disponibilizadas, têm uma configuração com determinados estilo e composição. Muitas delas apresentam uma ilustração que subsidia o enunciado, cuja exploração imagética pode dar suporte a sua interpretação. Pode-se dizer que essas questões obedecem a um gênero discursivo específico com enunciados elaborados visando sua utilização como instrumento de avaliação em um concurso público para checar determinadas habilidades e competências dos egressos do Ensino Médio, para classificá-los segundo o domínio de tais habilidades e competências e, assim, arbitrar quem terá acesso ao Ensino Superior. Essa intenção se faz refletir não apenas no conteúdo temático dessas questões, mas, também, em seu estilo e estrutura composicional (BAKHTIN, 1997), cuja identificação e uso na elaboração de respostas sugere instâncias de apropriação de práticas matemáticas escolares, que nos interessava observar, motivo pelo qual inserimos essas questões no roteiro dos encontros com os Grupos Focais.

A outra dinâmica inserida no roteiro dos encontros dos Grupos Focais foi a proposição de que os/as próprios/as licenciandos/as elaborassem questões de Geometria Analítica, que foram apresentadas para resolução por colegas de outro Grupo Focal (no 2º. Encontro) ou por outros subgrupos do mesmo GF (no 4º. Encontro).

Conforme observado nos relatos dos encontros, as questões elaboradas pelos/as licenciandos/as, tanto em resposta às solicitações feitas ao final do primeiro encontro dos grupos focais quanto na oficina de elaboração e resolução de questões realizadas durante o quarto encontro são, em geral, típicas da matemática escolar. Ao que nos parece, a elaboração, a solução e os comentários sobre essas questões de Geometria Analítica refletem as experiências dos/as licenciandos/as no fazer matemático, quando discente na Educação Básica e/ou no Ensino Superior, eventualmente arriscando inserir a prática matemática envolvida no enredo das questões em contextos extra-escolares.

Embora a maioria dos/as licenciandos/as já tivesse uma razoável experiência com a matemática do Ensino Superior – 66% deles/as já tinham cursado a disciplina *Geometria Analítica I* e parte deles/as já tinha cursado, também, a disciplina *Geometria Analítica II* e apenas os/as estudantes do GF1 (1º semestre) ainda não tinham experiência com tais disciplinas – esse perfil dos/as estudantes não impediu que, durante a elaboração das questões, fossem mobilizados principalmente conteúdos e problemas voltados para matemática da Educação Básica. Ou seja, independente dos semestres que esses/as licenciados/as estavam cursando, eles/as optaram por elaborar questões de *Geometria Analítica* mais elementares, talvez direcionáveis a estudantes do Ensino Médio.

O conjunto de questões elaboradas pelos/as licenciandos/as contemplou diferentes temas da *Geometria Analítica*, como: equação da reta, circunferência, plano cartesiano, localização de pontos, distância entre dois pontos, cônicas e seus elementos etc. Algumas dessas questões apresentaram algum grau de inconsistência ou deficiência lógica ou gramatical na produção dos enunciados. Talvez, a falta de experiência em produzir esse tipo de gênero textual, por estarem acostumados a resolver exercícios e não a elaborá-los, acrescida da tentativa de alguns/mas em criar questões "contextualizadas", pode ter provocado alguns deslizes na observação de regras e na própria referência à aplicabilidade daqueles recursos matemáticos.

Diante dessas características das questões elaboradas pelos/as estudantes que compuseram os grupos focais, observamos que parte dessas questões (abertas) configuraram determinadas maneiras do fazer matemático e provocaram maior discussão e posicionamento dos resolvedores na produção da argumentação e na mobilização de vocabulário, mediadores visuais, rotinas e narrativas matemáticas, processadas na produção do discurso matemático que compõem as interações de que eles/as participaram, conforme veremos na discussão dos eventos que selecionamos para análise nesta tese e que foram identificados justamente quando o GF2 resolvia e discutia as questões elaboradas pelo GF3.

3.7 O tratamento do material empírico produzido a partir dos encontros dos Grupos Focais

Concluída a realização dos 12 encontros com os grupos focais, passamos a realizar as transcrições das gravações. O processo foi lento e demorado, pois, na maioria das interações, dentro de cada grupo, foram utilizados 3 gravadores, sendo um para subgrupo de estudantes responsável por determinada atividade durante aquele encontro. Assim, tivemos que considerar as 3 gravações de cada encontro em função das conversas internas nos subgrupos (duplas, trios e quartetos). Num primeiro momento, realizamos uma transcrição geral a partir de uma gravação base e, num segundo momento, reconstituímos a transcrição, acrescentando falas a partir da escuta das outras duas gravações.

Feitas as transcrições, retomamos as gravações, agora com o apoio das interações transcritas, para identificar os *eventos de numeramento* que comporiam o nosso *corpus* de análise. Para selecionar esses eventos, optamos por avaliar o quanto as interações nos sugeriam instâncias de apropriação de práticas de numeramento escolares.

Evento de numeramento é, pois, para este trabalho, assim como tem sido para outros trabalhos do GEN, um construto teórico-metodológico que nos auxilia na articulação das cenas do material empírico nas quais identificamos processos por meio dos quais os/as participantes apropriam-se de – tornam suas, tornam próprias – práticas sociais que envolvem discursos, procedimentos e critérios associados à esfera da comunicação que reconhecemos (por critérios culturais) como matemática. A essas práticas sociais, que, como tal, estão relacionadas a um contexto social mais amplo que envolve interdiscursos, intenções pragmáticas, referências culturais e relações de poder é que estamos chamando neste trabalho de *práticas de numeramento*.

Após leitura cuidadosa do conjunto de transcrições, elegemos um conjunto de interações do GF2, provocadas pela dinâmica de resolução de questões elaboradas por outro GF, proposta no segundo encontro, para compor o *corpus* de análise desta tese. A essa altura, uma maior intimidade com o material empírico, conquistada no processo de transcrição das interações e elaboração dos relatos, bem como a sugestão, recebida durante o Exame de

Qualificação[77], de consultarmos os trabalhos de Anna Sfard (2007, 2008) sobre a caracterização da matemática como discurso e de sua aprendizagem como um processo de "comognição"[78], nos orientaram na identificação e na seleção dos eventos que nos permitiriam aportar nossas reflexões à compreensão dos processos de apropriação de práticas de numeramento escolares por estudantes de Licenciatura em Matemática da Uneb – *Campus* Caetité.

[77] Por essa valiosa sugestão, agradecemos a professora Maria Cristina Costa Ferreira.

[78] Sfard (2007) criou o neologismo *commognitive* para fazer referência à união das palavras comunicação e cognição, ao tomar a aprendizagem como um processo não apenas cognitivo, mas também um processo comunicativo. Ao caracterizar a matemática como discurso, ela identifica a mobilização dos diversos recursos de linguagem nas práticas matemáticas, associando os processos cognitivos a processos comunicacionais. Os termos *commognition* e *commognitive* usados pela autora serão traduzidos nesta tese como *Comognição e Comognitivo/a.*

4 ANÁLISE

> *O clima de respeito que nasce de relações justas, sérias, humildes, generosas, em que a autoridade docente e as liberdades dos alunos se assumem eticamente, autentica o caráter formador do espaço pedagógico. (*FREIRE, 2011, p. 64)

Neste capítulo, apresentamos a análise a que submetemos os eventos que selecionamos, de modo a subsidiar as reflexões que tecemos sobre a apropriação de práticas de numeramento escolares por estudantes da Licenciatura em Matemática da Uneb-Caetité-BA.

Em nossa análise, lançamos mão dos aspectos da composição do discurso matemático destacados por Sfard (2007, 2008) quando a autora apresenta a matemática como uma forma de discurso. Se Sfard (2007, 2008) se dedica a essa categorização para defender seu argumento de que a aprendizagem da matemática se conforma como um processo de mudança de discurso, nossa análise procurará destacar tais aspectos nos eventos de numeramento que se forjaram nas interações entre os grupos de licenciandas/os em Matemática da Uneb – *Campus* de Caetité, a fim de compreender esses sujeitos não apenas "mudando" o discurso, mas, sobretudo, apropriando-se (tornando suas, tornando-as próprias) de práticas discursivas que envolvem matemática, às quais denominamos *práticas de numeramento*.

A diferença entre nossa abordagem e a proposta por Sfard (2007, 2008) é que entendemos que não exista um abandono dos discursos ou das práticas discursivas que os mobilizam, como a perspectiva da *mudança de discurso* pode sugerir; apostamos na tensa convivência entre práticas discursivas, conformando a relação dos sujeitos com as práticas matemáticas, o que torna o aprendizado algo mais complexo, porque não restrito a uma ação cognitiva individual, mas conformado por uma trama de relações de natureza sociocultural. O sujeito produz seus enunciados no jogo interlocutivo, convocando discursos diferentes, a depender da situação, das suas necessidades e dos recursos de que dispõe, da sua intencionalidade e de sua avaliação das possibilidades de seu enunciado produzir os efeitos de sentido desejados, o que supõe também certas hipóteses sobre seus/suas interlocutores/as e sobre sua relação com aquelas práticas discursivas. A demanda pela e a disposição para a mobilização de diferentes discursos que se engendram na apropriação de práticas discursivas (de qualquer campo da vida social e, no nosso caso, da matemática escolar) supõem e promovem alargamento, transformação, reiteração e avaliação funcional, ética ou estética das práticas matemáticas do sujeito, que, em nossa abordagem, como na de Sfard (2007, 2008), se configuram como práticas discursivas.

Assim, em nosso exercício analítico, observamos os/as estudantes de Licenciatura em Matemática, convocando suas práticas matemáticas referenciadas em suas experiências no Ensino Médio e mesmo no Ensino Fundamental, na relação com novas práticas matemáticas do Ensino Superior quando elaboram e resolvem questões de Geometria Analítica, ainda que, durante os encontros dos grupos focais, as tarefas matemáticas a que foram convocados pela proposição de problemas elaborados pelos grupos de estudantes ou selecionados das provas do Enem e mesmo de outras fontes, teoricamente, só demandassem a mobilização de conhecimentos que supostamente teriam sido contemplados na Educação Básica.

A perspectiva que assumimos, quando lidamos com a relação dos sujeitos com a matemática como apropriação de práticas de numeramento, nos leva a considerar que as práticas matemáticas da Geometria Analítica referenciadas no Ensino Médio que os/as alunos/as cursaram (e que muitos afirmam não ter contemplado muitos dos conteúdos desse campo previstos nos programas para esse nível escolar) repercutem não só no aprendizado que eles experienciam no Ensino Superior, mas, também, nas práticas pedagógicas que elaborarão e implementarão em sua atuação como docentes.

Interessa-nos, pois, olhar esse conjunto de práticas discursivas, que, assim, podem identificar-se mais com as práticas de numeramento escolares do que com as práticas de numeramento tipicamente acadêmicas (MOREIRA; DAVID, 2016), porque buscamos compreender esses sujeitos, docentes em formação inicial, em sua relação com o conhecimento matemático, que se forja também nas reelaborações que fazem das práticas de numeramento escolares ao longo do seu curso de licenciatura, parametrizadas, permeadas, potencializadas ou interditadas, tanto pelas demandas e pelos recursos das disciplinas do Curso Superior, quanto pela perspectiva do exercício da profissão docente, em um jogo tenso de valorações, intenções e disposições.

Dadas essas considerações preliminares, vamos apresentar, em nossa análise, eventos de numeramento identificados durante a resolução de exercícios de Geometria Analítica por estudantes do curso de licenciatura em matemática da Uneb de Caetité, buscando conjugar nossa compreensão da apropriação de práticas de numeramento com as ideias de Sfard (2007, 2008) em relação ao movimento de adequação da linguagem à esfera da comunicação, destacando o papel que operam nessa adequação os diferentes componentes do discurso: o vocabulário, os mediadores visuais, as narrativas e as rotinas.

Assim, vamos tentar mostrar o movimento de apropriação de práticas de numeramento escolares, configurando-se no uso do vocabulário e dos mediadores visuais, no esforço de produção de narrativas endossáveis e na negociação, na adoção e na avaliação das rotinas que legitimam essas narrativas.

Por isso, em nosso procedimento de análise, vamos olhar para os eventos compreendendo que os vocabulários (palavras) e os mediadores visuais são recursos lexicais com os quais se produzem os enunciados que irão compor as narrativas (que se pretendem endossáveis). Esses elementos da fala e da escrita não só compõem os enunciados que falam "de matemática" (e, no nosso caso, em especial, de Geometria Analítica), como definem seu estilo e permitem aos interlocutores identificá-los como discurso matemático, ou melhor, como práticas discursivas da matemática escolar. Nessa perspectiva, o discurso matemático de que os estudantes se apropriam (ao mesmo tempo em que o produzem) materializa-se em narrativas, tomadas, em nossa análise, como as enunciações que esses estudantes protagonizam ao proferirem enunciados matemáticos, tendo, como suporte, estrutura ou interdiscurso as rotinas, processadas em práticas sociais, que as sustentam e nas quais se inserem as enunciações.

Essa compreensão nos propicia, assim, recorrer a referências bakhtinianas, da Teoria da Enunciação, especialmente aquelas desenvolvidas a partir das discussões sobre gênero discursivo (BAKHTIN, 1997), e o conteúdo temático, o estilo e a estrutura composicional que o caracterizam, na análise que vamos empreender.

Para o desenvolvimento de nossa análise, selecionamos eventos que identificamos no 2º Encontro[79] do Grupo Focal 2 (composto por estudantes do 3º e 5º semestres), cuja dinâmica consistiu em resolver uma lista com três questões de Geometria Analítica, elaboradas por estudantes de um outro grupo focal, e uma lista com três problemas de Geometria Analítica do Enem. Para desenvolver a atividade nesse encontro, os/as estudantes desse grupo focal se organizaram em três subgrupos com dois ou três estudantes cada.

Parece-nos importante destacar, aqui, as razões que nos levaram à escolha dos eventos da primeira parte desse encontro em meio à profusão de eventos que se poderiam identificar nos 12 encontros que promovemos para a produção de material empírico para esta

[79] O 2º Encontro com o GF2 aconteceu no dia 15 de outubro de 2018 e maiores detalhes sobre a atividade proposta e o relato do encontro estão na subseção 3.2.3, do capítulo 3.

investigação. Na pré-análise empreendida, já na conferência das transcrições, chamou-nos a atenção a riqueza e a diversidade de situações em que identificávamos como se esboçavam processos de apropriação das práticas discursivas da matemática escolar. Isso talvez se relacione à própria dinâmica do grupo, marcada pela camaradagem das relações pessoais, que fomentava uma maior interação e disponibilidade para o jogo interlocutivo, além de certa intimidade com o conhecimento mobilizado ali, potencializada pela vivência de pelo menos um ano no curso superior e, ao mesmo tempo, por uma relativa proximidade com as próprias vivências no ensino médio, que ainda lhes permitiam recuperar práticas e intenções daquela experiência. Além disso, o primeiro conjunto de questões que os/as alunos/as resolveram havia sido elaborado pelos estudantes do Grupo Focal 3 (estudantes do final do curso) e, portanto, não apresentavam maiores problemas de formulação, inserindo-se de maneira adequada nas práticas discursivas da matemática escolar. Ressaltamos que as questões resolvidas nos eventos que analisamos são questões abertas, que configuram determinadas maneiras do fazer matemático e demarcam um estilo e uma estrutura composicional, que a nosso olhar, provocaram uma maior discussão e certos posicionamentos dos resolvedores, subsidiados por uma argumentação e uma mobilização de conceitos matemáticos, processados com a escolha de rotinas, que favoreceram a produção de narrativas legitimadas como respostas aos problemas propostos. Ademais, o exercício da abstração que determinados conceitos matemáticos demandam quando aplicados a questões abertas permite considerar a subjetividade das interpretações dos enunciados, o que abre espaço para a expressão pessoal dos modos como os/as licenciandos como indivíduos, mas também como sujeitos sociais protagonizam processos de apropriação de práticas de numeramento.

Nas três seções que seguem, discutimos com maior detalhe elementos que caracterizam o discurso matemático, segundo as proposições de Sfard (2007, 2008, 2009, 2012). Analisamos, separadamente, as interações dos licenciados do GF2 na resolução de cada uma das três questões que compôs o primeiro bloco de exercícios das atividades desenvolvidas no 2º encontro de grupos focais. Na primeira seção, com base nas interações dos/as licenciandos/as resolvendo a 1ª questão, que envolveu a equação de uma reta, analisamos a apropriação do uso de vocabulário específico do discurso matemático por meio do qual se configuram as práticas de numeramento escolares. Na segunda seção, com base nas interações dos/as licenciandos/as resolvendo a 3ª questão, que faz referência ao cálculo da distância entre duas pessoas na superfície da Terra, analisamos o recurso dos mediadores visuais, em especial, o uso de gestos na apropriação de práticas de numeramento escolares. Na terceira seção, subsidiada pelas interações dos/as licenciandos/as resolvendo a 2ª questão, sobre cônicas, analisamos as rotinas que legitimam a produção das narrativas na apropriação de práticas de numeramento escolares.

4.1 *"Determinante"*: recursos de vocabulário na apropriação de práticas de numeramento escolares

Ao discutir as práticas de numeramento como práticas discursivas, localizamos, nas interações de estudantes de Licenciatura em Matemática de Caetité, realizadas por meio de encontros de grupos focais, eventos que nos permitem discutir processos de apropriação de práticas de numeramento escolares, analisando os modos pelos quais tais estudantes conformam seus enunciados quando participam do jogo interlocutivo que se estabelece enquanto o grupo resolvia problemas de Geometria Analítica.

Nesta seção, vamos analisar as interações suscitadas pelo envolvimento dos/as estudantes do Grupo Focal 2 na resolução do primeiro exercício. Recorrendo à proposição de Sfard (2007), destacamos, nas interações provocadas pelo compartilhamento de propostas de solução desse exercício, o uso do termo “determinante”, para focalizarmos uma característica que, para a autora, demarca o discurso matemático: o vocabulário. Como anunciamos na introdução deste capítulo, trazemos, para dialogar com as considerações de Sfard sobre *comognição* e os achados de nosso material empírico, o aporte das elaborações de Bakhtin (1997) sobre os gêneros do discurso.

As práticas discursivas da matemática escolar, assim como outras práticas discursivas, usufruem de variadas manifestações linguísticas (escrita simbólica, escrita verbal, outros registros escritos como gráficos, diagramas, figuras, linguagem falada, e mesmo, linguagem gestual etc). Segundo Bakhtin (1997), as variadas esferas da atividade humana estão associadas ao uso que os falantes fazem da língua e, assim como a atividade humana é plural, são também diversos os usos que fazem da língua. O autor acrescenta, ainda, que:

> A utilização da língua efetua-se em forma de enunciados (orais e escritos), concretos e únicos, que emanam dos integrantes duma ou doutra esfera da atividade humana. O enunciado reflete as condições específicas e as finalidades de cada uma dessas esferas, não só por seu conteúdo (temático) e por seu estilo verbal, ou seja, pela seleção operada nos recursos da língua — recursos lexicais, fraseológicos e gramaticais —, mas também, e sobretudo, por sua construção composicional. (BAKHTIN, 1997, p. 280)

Para o autor, a língua, o enunciado e os gêneros do discurso apresentam-se como conceitos interligados: a comunicação entre as pessoas, em geral, ocorre por enunciados socioculturais e historicamente determinados, pragmaticamente mobilizados em conformidade com gêneros do discurso que adequam tais enunciados ao contexto interlocutivo em que a comunicação se processa, por meio do modo como os interlocutores usam os recursos (lexicais, gramaticais, retóricos) da língua. Ou seja, a produção de um enunciado presume uma prática de comunicação social, situada no espaço e no tempo, na qual os interlocutores atuam de modo pró-ativo. Com efeito, o sujeito, ao ler ou escutar um enunciado, pode concordar ou discordar, total ou parcialmente, pode ampliá-lo e pode silenciar-se diante dele. É salutar observar, no entanto, que mesmo uma eventual atitude de silêncio em relação ao enunciado do outro, não necessariamente pode/deve ser vista como um ato de passividade ou exclusão da interação. O silêncio, na perspectiva analítica do discurso, pode ser compreendido como uma forma de não dizer que atravessa o que está dito. No ato da comunicação, os discursos, incluindo, nesse rol, discursos matemáticos, têm como propósito influenciar e convencer/provar algo aos sujeitos envolvidos, sobre determinado tema, contemplado em seus enunciados. O enunciado é, assim, derivado de uma memória discursiva (BAKHTIN, 1997) acionada a depender da necessidade comunicativa na qual os sujeitos estejam inseridos.

Assim, conforme esclarece Bakhtin (1997), os gêneros do discurso se explicitam no enunciado e são demarcados por três elementos: o conteúdo temático, o estilo e a estrutura composicional. O conteúdo temático engloba um conjunto de conteúdos que são acomodados ideologicamente nas relações de poder daquela esfera da comunicação e são transmitidos/reproduzidos por meio do gênero dentro de um contexto social. O estilo é o modo de uso da língua que se vincula ao tema e à composição. A estrutura composicional, por sua vez, refere-se a como a fala é organizada a partir de determinada esfera social.

Importante destacar que podemos identificar, nos gêneros discursivos da matemática escolar, especificidades e estilo próprios. Para Bakhtin (1977), "o estilo é indissociavelmente vinculado a unidades temáticas determinadas e, o que é particularmente importante, a unidades composicionais: tipo de estruturação e de conclusão de um todo, tipo de relação entre o locutor e os outros parceiros da comunicação verbal" (p. 284). Assim, o estilo cumpre a função de estruturar o gênero e "entra como elemento na unidade de gênero de um enunciado." (BAKHTIN, 1977, p. 284). O estilo, além de propiciar uma certa estabilidade do gênero, se constitui num movimento interativo atendendo a caraterísticas particulares do sujeito-enunciador.

Considerando que há uma variedade muito grande de gêneros discursivos, dadas as suas particularidades, o gênero é adequado e adaptado em determinado contexto situacional à intenção discursiva do sujeito. Os gêneros podem ser divididos em primários e secundários. São primários quando ocorrem em situações de comunicações espontâneas do cotidiano, nas conversas informais; e caracterizam-se como secundários quando ocorrem em situações de comunicações mais complexas, no desenvolvimento e na pluralidade de expressões culturais, a exemplo do romance, das leis que regem uma nação e de enunciados científicos (inclusive textos matemáticos), entre outros. Ademais, por ter o gênero, em sua essência, uma função social, "cada gênero está vinculado a uma situação social de interação, dentro de uma esfera social; tem sua finalidade discursiva, sua própria concepção de autor e destinatário" (RODRIGUES, 2005, p. 165).

Um enunciado é o resultado de uma situação de comunicação em que a interação verbal ocorre por meio de palavras (vocábulos) que são definidas e referendadas nas diversas instâncias e esferas da vida social, cultural e científica. Assim, ao longo da história, o intercâmbio (trocas) de conhecimentos, vivências e experiências entre membros da comunidade de matemáticos e usuários de matemática contribuiu na construção coletiva de palavras e termos que compõem os repertórios lexicais à disposição dos discursos matemáticos escolar e acadêmico, mas, também, dos discursos matemáticos de outras instâncias da vida social como os discursos de práticas profissionais, comerciais, artísticas, sociológicas, sanitárias, administrativas, eleitorais etc.

Para Bakhtin (1997), "o gênero do discurso não é uma forma da língua, mas uma forma do enunciado que, como tal, recebe do gênero uma expressividade determinada, típica, própria do gênero dado. No gênero, a palavra comporta certa expressão típica." (p. 312). Assim, a tipicidade de um determinado enunciado remete ao sujeito-enunciador do discurso matemático a escolha de palavras (ou símbolos, quando no manuseio da escrita) que constituem, em geral, um repertório da linguagem matemática e de outras linguagens, que vai se moldando ao discurso matemático no ato de comunicação, cujas condições típicas estabelecem relação e dão significados objetivos às práticas matemáticas. O exemplo que apresentaremos nos parece uma das "possibilidades de [uso de] expressões típicas que formam como que uma supra estrutura da palavra" (p. 312).

Essas considerações sobre o estilo estabelecendo uma certa caracterização do gênero nos remete às preocupações de Sfard (2007, 2008) em relação aos desafios que o uso do vocabulário próprio da Matemática impõe aos aprendizes, como mencionamos anteriormente. Assumindo que "um discurso conta como matemático se apresentar palavras matemáticas[80]" (SFARD, 2007, p. 7, tradução nossa), a autora admite que nem sempre é fácil ser explícito e operacional no uso das palavras. Sfard questiona aqueles que não se preocupam com essa operacionalização. A esses, a autora adverte que a "definição se relaciona com a maneira como falamos sobre o mundo, não o mundo como tal, e cabe a nós, não à natureza, decidir como combinar nossas palavras com os fenômenos[81]" (SFARD, 2008, p. xvi, tradução nossa).

É nesse sentido que consideramos que, quando protagonizam processos de apropriação de práticas de numeramento escolares, aprendizes e ensinantes são desafiados a tomarem decisões sobre os usos de palavras, o que supõe conferir-lhes certos significados e intenções retóricas que se adequem às regras daquele jogo discursivo. O enfrentamento desse desafio e o uso do vocabulário específico da matemática escolar estabelecem-se, portanto, como indicadores da apropriação de práticas de numeramento desse campo.

Nessa perspectiva, analisaremos alguns eventos de numeramento que se constituem em interações discursivas conformadas por enunciações que mobilizam ideias, intenções, referências, temáticas, argumentos e recursos associados ao que reconhecemos como matemática. Consideramos essas interações como *eventos*, justamente porque eles não são acontecimentos episódicos, mas são acontecimentos inseridos na (e produtores da) história da constituição daqueles grupos focais e da constituição daquelas pessoas como aprendizes e futuros ensinantes de matemática. São acontecimentos que estão situados naquele tempo, espaço e situação específicos, mas que remetem à memória histórica de comunidades matemáticas, de instituições escolares e universitárias, de uma sociedade local e de estruturas sociais mais amplas, com seus modos de lidar com o conhecimento e o domínio dele, e os processos de inclusão e de exclusão que esse domínio estabelece. Desse modo, os eventos de numeramento estão sempre situados em uma cadeia enunciativa, que se compõe não apenas dos enunciados efetivamente proferidos naquela interação, mas de todos os outros enunciados aos quais os enunciados proferidos respondem e que se veem ecoados, interpelados, reforçados, rejeitados, ampliados, transformados, ou relativizados neles.

---

[80] A discourse counts as mathematical if it features mathematical words

[81] defining relates to the ways we talk about the world, not the world as such, and it is up to us, not to nature, to decide how to match our words with phenomena.

Para discutir os processos de apropriação de práticas discursivas da matemática escolar por estudantes de licenciatura em Matemática da Uneb-Caetité, vamos narrar alguns eventos de numeramento que selecionamos, trazendo, para compor tais narrativas, recortes da transcrição das interações de cada um dos subgrupos de estudantes formados no 2º Encontro do Grupo Focal 2.

"Determinante!"

Iniciamos pela interação protagonizada pelo subgrupo de Érica e Maria na resolução do exercício 1. As alunas, Érica e Maria, estão posicionadas ao centro da sala, conforme cena captada pela Figura 16. À esquerda delas, estão Grasielle, Antônio e Leandro e, à direita, estão Eduarda, Luís e Marcos Vinícius, que compõem os outros dois subgrupos.

Figura 16 – Encontro do GF2 em 15 de outubro de 2018 – Subgrupos resolvendo a 1ª questão da lista de Exercícios

Fonte: Acervo da pesquisa. Imagem capturada de vídeo.

Naquela tarde, ao receberem a primeira lista de exercícios, as estudantes iniciaram a interação limitando-se a verbalizar poucos enunciados, de natureza avaliativa, sobre as condições de resolução do problema:

Quadro 19 - Transcrição da interação do subgrupo de Maria e Érica na resolução da 1ª questão – 2º Encontro do Grupo Focal 2 realizado em 15/10/2018

Tempo	Locutor	Enunciado	Ações / Observações / Imagens
00:22	Maria	*Essa sai ...*	Junto com Érica, Maria vai passando os olhos nas várias questões da folha e as duas vão comentando possíveis modos de resolver.
00:23	Érica	*Determinante.*	
00:25	Maria	*Essa daqui ... Determine a equação*	

		geral ... Determine a cônica ... sendo os focos ... em seguida faça o esboço do gráfico.	

Fonte: Elaboração própria com base em áudios capturados por gravadores e imagens em vídeo capturadas por filmadora.

De fato, ao pegarem a lista para resolverem as questões, Érica e Maria, de imediato (aos 22 segundos, tempo registrado na gravação que se iniciou logo após a distribuição dos impressos contendo os primeiros exercícios), vão passando os olhos nas questões e comentando possíveis modos de resolver. A questão a que elas estão fazendo referência é a primeira questão da lista: "*Uma reta passa pelo ponto A = (2,1) e também pelo ponto B = (1,0). Calcule a equação dessa reta.*"

Na sequência, a partir dos 25 segundos de gravação, a conversa segue sobre a segunda questão e não se profere mais nenhum enunciado oral sobre a primeira questão[82]. Assim, a discussão e o acordo sobre o modo de resolver a primeira questão limita-se a um enunciado composto por uma única palavra: "Determinante".

Esse enunciado, formado por um vocábulo, que, na vida cotidiana é, em geral, utilizado como adjetivo, confere à palavra *determinante*, nesse uso, uma função, inicialmente, substantiva. Uma pessoa que não fizesse parte da comunidade discursiva da matemática escolar ou da matemática acadêmica, provavelmente procuraria entender aquele enunciado buscando o que mereceria ser qualificado como algo que determina alguma coisa, "algo *determinante*", em um sentido mais genérico e adjetivo desse vocábulo, tal como é usado em outras esferas da comunicação, em gêneros discursivos primários.

Entre as várias definições do vocábulo "determinante", extraímos de dicionários da Língua Portuguesa alguns significados que atribuem ao vocábulo ora a função morfológica de adjetivo: "1. que determina; determinativo; determinador (*adj.*) 2. que decide; decisivo (*argumento d.*) 3. que ou o que gera, causa (um acontecimento, um movimento etc.)" (HOUAISS, 2001, p. 1023), ora a função morfológica de substantivo, nesse caso, remetendo-o a seu significado algébrico de:

> Função algébrica racional inteira dos elementos de uma matriz quadrada de ordem n, que se obtém formando todos os produtos de n elementos de modo que em cada um deles apareça uma e somente uma vez um elemento de qualquer das linhas e qualquer das colunas, e atribuindo ao produto o sinal mais ou o sinal menos, conforme seja

[82] Enquanto Maria e Érica faziam os comentários das questões da lista, Maria, silenciosamente, respondeu rapidamente a primeira questão "por determinante".

> par ou ímpar o número de inversões na ordem dos elementos que constituem. (FERREIRA, Aurélio, 2009, p. 667)

O uso exclusivo desse vocábulo na composição do enunciado proferido por Érica, evidentemente, o remete ao campo da matemática e a uma referência algébrica. Porém, o enunciado de Érica faz mais do que *nomear* (função do substantivo) uma função algébrica. A estudante vincula *determinante* ao estudo de matrizes, no âmbito do qual o procedimento de cálculo do determinante é apresentado associado a um modo de encontrar a equação de uma reta, dadas as coordenadas de dois de seus pontos.

A aplicação do determinante para esse tipo de problema está ancorada na condição de alinhamento de três pontos (cada qual representado por um par ordenado que informa sua posição no plano cartesiano), conforme autoriza o teorema: "Três pontos $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ *e* $C(x_3, y_3)$ são colineares se, e somente se, suas coordenadas verificam a igualdade: $(x_2 - x_1)(y_3 - y_2) = (x_3 - x_2)(y_2 - y_1)$" (IEZZI, 1993, p. 20). Subtraindo-se $(x_3 - x_2)(y_2 - y_1)$ dos dois termos dessa igualdade, teremos: $(x_2 - x_1)(y_3 - y_2) - (x_3 - x_2)(y_2 - y_1) = 0$. Efetuando-se as multiplicações, chegamos a $x_2y_3 - x_2y_2 - x_1y_3 + x_1y_2 - x_3y_2 + x_3y_1 + x_2y_2 - x_2y_1 = 0$. Se ordenarmos intencionalmente o primeiro termo dessa igualdade, chegamos a $x_1y_2 + x_3y_1 + x_2y_3 - x_3y_2 - x_1y_3 - x_2y_1 = 0$, que corresponde justamente a igualar a zero o determinante da matriz 3X3, cuja primeira coluna é composta pelas abcissas dos pontos, a segunda coluna são suas ordenadas e na terceira coluna todos os elementos são iguais à unidade.

$$\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

Com efeito, é comum, localizarmos, nos livros didáticos de matemática do Ensino Médio, a orientação para encontrar a equação da reta pelo cálculo do determinante, dada a condição de alinhamento, conforme enuncia Hariki e Onaga (1981, p. 37):

> Três pontos $A=(x_1, y_1)$, $B=(x_2, y_2)$ *e* $C=(x_3, y_3)$ estão alinhados se e somente se
>
> $$\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

Assim, nesse jogo interlocutivo, o enunciado "Determinante" não se refere apenas à função algébrica que leva esse nome, mas a uma estratégia para produzir a resposta para aquele tipo de problema. Érica se fia na expectativa de que Maria, como membro daquela comunidade de usuários daquela "língua", compartilhe não só o conhecimento do uso desse vocábulo para identificar a função algébrica, mas, também, compreenda a intenção pragmática de seu discurso de produzir os efeitos de sentido esperados pelo uso dessa palavra: indicar o método para resolver a questão; mostrar que sabe como resolvê-la; avaliar que a questão é relativamente fácil de resolver.

A palavra "determinante" sozinha, naquela situação que envolve questões espaciais, temporais e interacionais específicas, insere aqueles sujeitos na história da constituição das práticas discursivas da matemática escolar: a intencionalidade da participante de um grupo de estudantes de Licenciatura em Matemática, ao verbalizar a palavra "determinante", e sua compreensão presumida na resposta silenciosa de sua colega, que remete a solução desse tipo de problema ao uso desse artifício/procedimento associado ao estudo de *matrizes,* condensam em um enunciado de uma única palavra o conteúdo compartilhado naquele discurso, enunciação.

Como as participantes daquela interação, e também os demais colegas que a testemunham, são sujeitos *letrados* em matemática escolar, espera-se deles um razoável acúmulo de repertório de vocabulário específico desse campo, assim como de notações e simbologias que operam, entre outros registros, como mediadores visuais do discurso matemático, manipulados (vocabulário e mediadores) em rotinas também específicas para a produção de narrativas endossáveis por essa comunidade discursiva.

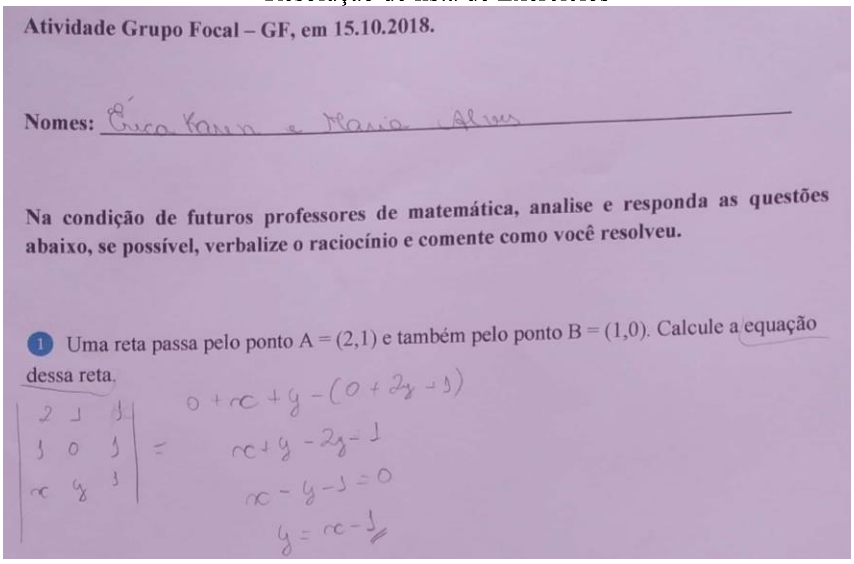
Ademais, acompanhando a dinâmica dessa e de outras interações dessa dupla e desse grupo focal, poderíamos até inferir que, quando Érica enuncia apenas a palavra "determinante", a licencianda expressa uma avaliação de que aquele problema é possível resolver, e que ela, sua parceira e provavelmente os demais colegas concluiriam sem maiores dúvidas. Ou seja, ao pronunciar "*determinante"* é como se dissesse: "Isso aqui tá na cara que se resolve usando aquela estratégia de expressar o determinante daquela tal matriz e de igualar a expressão dessa função a zero!" A agilidade do enunciado de Érica, e a rápida passagem de Maria à análise das questões seguintes e, imediatamente após, a ação de iniciar a solução daquele problema refletem concordância responsiva da interlocutora de Érica, concordância que era esperada pela formulação lacônica de seu enunciado, ainda que haja outras técnicas para resolver aquele tipo de problema. Com efeito, a técnica de aplicar o cálculo de determinante para encontrar a Equação da Reta é algo recorrente nas práticas da matemática escolar do Ensino Médio e, provavelmente, continuou sendo mobilizada – talvez prioritariamente, ao menos nesse tipo de situação – por aqueles estudantes no Ensino Superior.

Dessa forma, é possível inferir, também, ao analisarmos essa cena, que, ao enunciar a palavra "determinante" em um ato de comunicação, Érica demarcou um gênero discursivo trazendo consigo a memória discursiva da matemática escolar apropriada nas práticas de numeramento que vivenciou ali. Mesmo tendo mais de um significado, a palavra determinante é, nessa interação, um típico exemplo de vocabulário que demarca o discurso matemático com significado específico.

Outro aspecto a destacar é que, quando Érica enuncia apenas a palavra "determinante", naquele contexto, ela fala com a intencionalidade, com a consciência de que sua interlocutora (Maria) compartilha não só um certo domínio do gênero discursivo mobilizado, mas, também, a disposição de mobilizá-lo, assumida tacitamente quando se põem a resolver um exercício de Geometria Analítica. Nesse sentido, a palavra é escolhida por quem fala, para ser acolhida por quem escuta em um dado momento, lugar e situação. Com efeito, o vocabulário de um falante, invariavelmente, está atravessado pelo vocabulário do seu interlocutor em uma relação dialógica, ou, minimamente, pela construção que o falante faz do repertório lexical e do conhecimento a respeito do assunto que o seu ouvinte possua, em uma relação (inter)subjetiva. Em outras palavras, em uma relação que envolva não somente as crenças do sujeito que enuncia, mas, também, as crenças que o sujeito que enuncia apresenta em relação às crenças do sujeito que ouve o seu enunciado.

Ao discutirmos o uso da palavra *determinante* no evento em tela, a consideramos como um daqueles vocábulos que dão contorno ao discurso matemático, conforme propõe Sfard (2007, 2008). Em termos bakhtinianos, o enunciado "*Determinante!"* incorpora a tipicidade do gênero do discurso "Matemática escolar" (em uso por estudantes de licenciatura em Matemática, enquanto resolvem exercícios de Geometria Analítica, respondendo a uma demanda de um professor do Ensino Superior – naquela oportunidade, fazendo uma pesquisa – , em uma atividade realizada em uma sala de aula da Universidade). Bakhtin (1997) afirma que a escolha de palavras se dá pelas especificidades do gênero discursivo e pela necessidade de uso em determinado momento e contexto. O autor acrescenta que uma só palavra pode representar um enunciado concreto e provoca ações e reações. Foi o que aconteceu na interação entre Érica e Maria. Após Érica pronunciar a palavra "determinante", prontamente Maria começou a resolver a questão "por determinante", conforme revela imagem a seguir da folha de respostas dessa dupla.

Figura 17 – Anotações e resposta apresentada por Maria e Érica no Encontro do GF 2 em 15 de outubro de 2018 – Resolução de lista de Exercícios



Atividade Grupo Focal – GF, em 15.10.2018.

Nomes: Érica Karen e Maria Alves

Na condição de futuros professores de matemática, analise e responda as questões abaixo, se possível, verbalize o raciocínio e comente como você resolveu.

1 Uma reta passa pelo ponto A = (2,1) e também pelo ponto B = (1,0). Calcule a equação dessa reta.

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ x & y & 1 \end{vmatrix} = \quad \begin{aligned} &0 + x + y - (0 + 2y + 1) \\ &x + y - 2y - 1 \\ &x - y - 1 = 0 \\ &y = x - 1 \end{aligned}$$

Fonte: Acervo da pesquisa. Imagem digitalizada da folha de respostas.

Ao se observarem as anotações, vemos que Maria registrou, no papel, a matriz 3X3, criada usando as coordenadas dos pontos, ladeada por traços verticais que indicam o determinante, e o sinal da igualdade ao lado direito da matriz. Ao lado da matriz, Maria anotou a expressão para o cálculo do determinante[83], conforme *Regra de Sarrus*[84], sem, contudo, repetir à direita da terceira coluna a primeira e a segunda colunas. Identificando as diagonais e fazendo o cálculo dos produtos de cada diagonal mentalmente, Maria escreveu, na primeira linha ao lado da matriz, *0 + x + y – (0 + 2y + 1)*. Logo abaixo, escreveu: *x + y – 2y – 1*. Só na terceira linha é que ela igualou a expressão a zero, escrevendo: *x-y-1=0*. Essa já é a equação geral da reta, mas Maria ainda se dá ao trabalho de isolar o y no primeiro termo da

[83] O método de identificação da equação geral da reta, dadas as coordenadas de dois de seus pontos "por determinante", é baseado na condição de alinhamento de três pontos, calculando o determinante e igualando-o a zero. Esse método consiste na aplicação da Regra de Laplace para matrizes quadradas. Antes, porém, compomos a matriz 3x3, colocando as coordenadas de um ponto na primeira linha, do outro ponto na segunda linha da matriz (com as abcissas na primeira coluna e as ordenadas na segunda coluna) e, numa terceira linha, as coordenadas do ponto genérico *x* e *y*, e acrescentamos uma terceira coluna com o número 1(um) repetido ao final de cada linha. Para calcular o determinante de 3º ordem pela Regra de Laplace, devemos escolher uma das filas (linha ou coluna) da matriz e somar os produtos dos elementos dessa fila pelos seus respectivos cofatores. Assim, seguimos os seguintes procedimentos: (1) escolhemos uma linha ou coluna qualquer da matriz *M;* (2) multiplicamos cada elemento da linha ou coluna escolhida pelo determinante de 2ª ordem ($D = a_{11} . a_{22} - a_{12} . a_{21}$) que obtemos ao suprimir na matriz *M* a linha e a coluna à qual pertence o elemento tomado; (3) multiplicamos cada produto obtido por +1 ou –1, respectivamente, conforme se tenha a soma de índices par ou ímpar do elemento tomado como primeiro fator de cada produto; (4) por último, somamos algebricamente os três produtos obtidos e igualamos a zero.

[84] A Regra de Sarrus (em homenagem ao matemático francês Pierre Frederic Sarrus) é um esquema de memorização para calcular o determinante de uma matriz 3x3. De modo prático, copia-se as duas primeiras colunas da matriz à direita da terceira coluna, obtendo-se uma sequência de 5 colunas. Em seguida, são somados os produtos das três diagonais paralelas (de cima para baixo e da esquerda para direita) e subtraídos os produtos das três diagonais paralelas da direita para esquerda e de baixo para cima.

igualdade e escrever a equação da reta na forma reduzida: *y=x–1*, marcando com dois tracinhos inclinados, no final da expressão, a conclusão da tarefa demandada na questão.

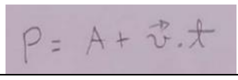
Apesar de não ser o nosso objetivo verificar quais os subgrupos conseguiram resolver cada questão satisfatoriamente, consideramos importante destacar que os três subgrupos que resolveram essa questão a fizeram por determinante, não obstante alguns estudantes tenham discutido outros procedimentos e um subgrupo tenha utilizado também a fórmula da equação vetorial.

"Vamos responder, né!? Pega o lápis."

Vejamos como participaram os demais subgrupos.

Inicialmente, o subgrupo, que contou com a participação dos/as estudantes Eduarda, Luís e Marcos Vinícius, fez uma rápida leitura das questões e refletiu sobre qual deveria ser o procedimento para resolvê-las. Em seguida, os/as estudantes passaram a resolver a primeira questão. Segue a transcrição de um trecho da interação entre os participantes desse subgrupo enquanto resolviam essa questão.

Quadro 20 - Transcrição da interação do subgrupo de Eduarda, Luís e Marcos Vinícius na resolução da 1ª questão – 2º Encontro do Grupo Focal 2 realizado em 15/10/2018

Tempo	Locutor	Enunciado	Ações/Observações/ Imagens
01:00	Luís	*... Então é isso: o primeiro é equação vetorial, o segundo completar quadrado e o terceiro dois Pi r... não, só Pi r na verdade... seria a metade*	
01:12	Eduarda	*Pi R porque é a metade ... E prá responder?*	
01:17	Luís	*Vamos responder, né!? Pega o lápis.*	Pega no estojo a caneta, o lápis e a borracha e começa a fazer os cálculos baixinho... [Barulho do zíper abrindo o estojo...]
	Luís		Começa a registrar a solução da primeira questão. Sem enunciar, escreve a fórmula de equação vetorial ***P=A+v̄.t*** e começa a desenvolver os cálculos 
01:41	Eduarda	*Precisa disso?*	
01:52	Marcos Vinícius	*Vou fazer por determinante para ver se dá a mesma coisa.*	Pega uma folha de papel e começa a fazer cálculos

Fonte: Elaboração própria com base em áudios capturados por gravadores e imagens em vídeo capturadas por filmadora.

Nessa interação, observamos que Luís, ao convocar os/as colegas para responder por escrito as questões ("*Vamos responder, né!? Pega o lápis*." (T 1:17)), já havia definido preliminarmente que resolveria aquele exercício por equação vetorial e, em silêncio, começou a escrever a fórmula de equação vetorial (P=A+ῡ.t). Na sequência, Eduarda questiona: *Precisa disso?* (T 1:41) e Marcos Vinícius enuncia: "*Vou fazer por determinante para ver se dá a mesma coisa"* (T 1:52). Se de um lado, Eduarda questiona a narrativa que Luís se propõe a produzir, ao que nos parece, avaliando-a de forma sofisticada demais para a solução de um problema trivial; por outro lado, ela já sugere, com sua pergunta, que o problema poderia ser resolvido de modo (que ela julga) mais simplificado. Por sua vez, Marcos Vinícius recorre ao método do determinante, produzindo (por escrito) narrativas semelhantes a dos demais subgrupos, declarando seu objetivo de verificar o resultado que seria encontrado por Luís, usando equação vetorial. Ou seja, a crítica à adequação da estratégia de solução assumida por Luís no enunciado em que ele nomeia o recurso que utilizará para resolver o problema ("*Então é isso: o primeiro é equação vetorial"*) dispara duas posturas avaliativas: a de Eduarda, que questiona a necessidade do uso desse recurso, e a de Marcos Vinicius, que declara que faria de outro modo para verificar a eficácia do método utilizado pelo colega (ou o seu próprio). Na reação de Eduarda e de Marcus ao enunciado de Luís, que mobilizou uma expressão (equação vetorial) mais utilizada no vocabulário da Matemática do Ensino Superior do que da Matemática do Ensino Médio, identificamos a convocação de duas rotinas orientando as decisões sobre a produção e a legitimação da narrativa que se produziria para responder à questão. Eduarda preocupa-se com a eficiência da solução no sentido de se evitar um esforço maior do que o necessário, colocando em evidência o valor da simplicidade e, por seu turno, Marcus Vinícius aposta na verificação que supõe que, estando corretos ambos os procedimentos, deve-se por meio deles chegar-se à mesma resposta correta.

Muitos problemas matemáticos oferecem mais de um método ou procedimento para se chegar à solução, em especial os problemas que são vinculados ao domínio da *Geometria Analítica*, cujo fundamento está em permitir a conversão da linguagem geométrica para linguagem algébrica e vice versa, como ocorre na questão que estamos discutindo (encontrar a *equação* da *reta*). Nesse sentido, os/as estudantes reconhecem que é possível utilizar diferentes caminhos para produzir e validar uma narrativa no discurso matemático.

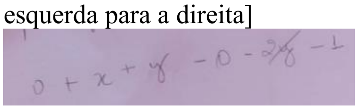
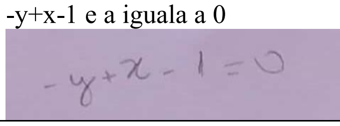
O que nos chama atenção aqui é que, ao contrário do assentimento silencioso mas ativo com que Maria respondeu ao enunciado de Érica, passando a resolver o problema usando a estratégia enunciada pela colega, vemos, neste subgrupo, que o estranhamento do procedimento identificado por uma expressão (reconhecida por Eduarda e Marcus) como pertencente ao vocabulário da Matemática do Ensino Superior[85] desencadeia um outro tipo de reação de seus parceiros de solução: questionamento de sua sofisticação supostamente exagerada em relação às exigências do exercício e à elaboração de uma alternativa.

Nos dois casos, porém, os interlocutores exibem respostas ativas, que só são possíveis porque aquela comunidade compartilha o uso daquele vocabulário e a avaliação de sua aplicabilidade e adequação àquela situação discursiva, como indicadores de apropriação daquelas práticas de numeramento.

"Tem outro jeito de fazer, moço!"

Tomando, por fim, a interação entre Antônio, Grasielle e Leandro, percebemos que foi feita, também, a opção de resolver a questão "por determinante". Por ser uma questão trivial de encontrar a equação da reta, logo de início, Antônio começa a resolver e Leandro mobiliza uma rotina de verificação (ou seja, de validação da narrativa a ser produzida): "*Qualquer coisa você testa um ponto, tem que dar o outro*" (T 0:14).

Quadro 21 - Transcrição da interação do subgrupo de Grasielle, Antônio e Leandro na resolução da 1ª questão – 1ª parte – 2º Encontro do Grupo Focal 2 realizado em 15/10/2018

Tempo	Locutor	Enunciado	Ações / Observações/ Imagens
00:14	Leandro	*Qualquer coisa você testa um ponto, tem que dar o outro... se não der...*	
00:24	Antônio	*Dois e zero e um ... zero... x... e ...y (inaudível)...*	[efetuando as multiplicações dos termos das diagonais da esquerda para a direita] 
00:30	Antônio	*... igual a zero ... Calculo o determinante...*	[inicia as multiplicações dos termos das diagonais da direita para a esquerda]
00:40	Grasielle	*... menos zero ...*	
00:45	Leandro	*Tanto faz. Aí o determinante depende mais da maneira de resolver a ...*	
00:55	Grasielle	*menos zero... menos 2y ...*	
01:04	Antônio	*corta 2y ...*	
01:05	Grasielle	*Menos y mais x e menos 1 igual a zero*	
01:11	Antônio	*Equação da reta? Eu acho que não!*	Chega na expressão -y+x-1 e a iguala a 0 

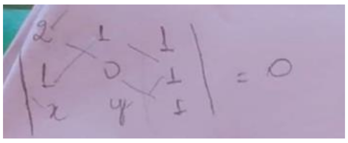
[85] Como já mencionamos a maioria daqueles estudantes havia declarado que aprenderam muito pouco de Geometria Analítica no Ensino Médio, sendo que quase nenhum deles havia visto a abordagem vetorial antes do Ensino Superior.

01:14	Leandro	*Calma aí... Tem algum B.O. aí...*	Chama atenção para algum problema na resolução.
01:19	Antônio	*Deu B.O. peraí ...*	
01:21	Grasielle	*Por que B.O.?*	
01:25	Antônio	*Peraí eu faço diferente. Tipo assim, eu não consigo imaginar direto não.*	
01:30	Leandro	*Tem outro jeito de fazer, moço, você pode pegar o coeficiente angular e colocar y é m igual a y menos y_0 sobre x_1 menos x_2, aí tem o coeficiente angular. Aí você pega y... escolhe qualquer um ponto e transfere... e faz...*	Sugerindo outra possibilidade de utilizar o coeficiente angular[86] Parece referir-se à expressão: $m = \Delta y/\Delta x$

Fonte: Elaboração própria com base em áudios capturados por gravadores e imagens em vídeo capturadas por filmadora.

A interação oral e os registros permitem inferir que Antônio procura encontrar a equação da reta "por determinante", usando, porém, a regra de Sarrus para a produção da expressão algébrica do determinante de uma matriz 3X3, embora o estudante não tenha registrado, da primeira vez, as colunas "adicionais" que se usam para facilitar a visualização das "diagonais", conforme se observa no registro a seguir, produzido por ele na folha de respostas do grupo.

Figura 18 – Registro produzido por Antônio na folha de exercício de seu subgrupo durante o Encontro do GF 2 em 15 de outubro de 2018



Fonte: Acervo da pesquisa. Imagem digitalizada da folha de respostas.

Esse cálculo direto e ágil deixou Antônio com dúvida se o resultado estaria correto e, na sequência, Leandro chamou atenção para algum problema na resolução, dizendo: "*Calma aí... Tem algum B.O. aí...*" (T 1:14).

Ao que nos parece, ao chegar à expressão *-y+x-1=0*, Antônio fica com dúvida se essa expressão representa a equação da reta procurada e a dúvida é reforçada pela interferência de Leandro ao interditá-los e, de certa forma, adverti-los ("*Calma aí... Tem algum B.O. aí*".). Na

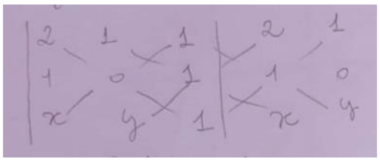
---

[86]O coeficiente angular determina a inclinação de reta em relação ao plano cartesiano por meio da variação (deslocamento) que é apresentada nas coordenadas (*x* e *y*). Para determinar a equação da reta (geral ou reduzida) utilizando a formula de coeficiente angular ($m = y - y_0 / x - x_0$), seria suficiente conhecer *m* e um ponto P(x,y) qualquer da reta. Todavia, no exercício em tela, foi dado apenas os dois pontos, assim, o procedimento que Leandro indicou como alternativa, parece ser, inicialmente calcular o coeficiente angular ($m = y - y_0 / x - x_0 \Leftrightarrow m = 0 - 1/ 1 - 2 \Leftrightarrow m = - 1/ - 1 \Leftrightarrow m = +1$) e, em seguida, substituir o valor de m calculado na fórmula e mais os dados de um dos pontos dados. Por exemplo, pegando o ponto A (2,1), temos: $m = y - y_0 / x - x_0 \Leftrightarrow 1 = y - 1/ x - 2 \Leftrightarrow 1. (x - 2) = y - 1 \Leftrightarrow x - 2 = y - 1 \Leftrightarrow x - 2 - y + 1 = 0 \Leftrightarrow x - y - 1 = 0$, que é a mesma resposta da equação geral da reta encontrada usando determinante.

sequência, Leandro, em busca de alternativas, expressa a intenção de apresentar outro procedimento para resolver a questão, ("*Tem outro jeito de fazer, moço...*") sugerindo, então, chegar-se à equação da reta por meio do cálculo do coeficiente angular.

Antônio, entretanto, reescreve a matriz reproduzindo à sua direita a primeira e a segunda colunas de modo a *alinhar* as diagonais, aplicando um dispositivo prático (e mais seguro), para proceder novamente à *Regra de Sarrus* e verificar se a resposta obtida estava correta.

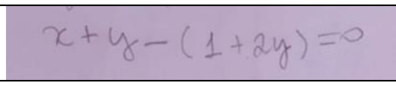
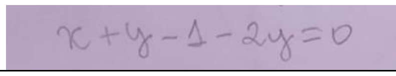
Figura 19 – Registro produzido por Antônio na folha de exercício de seu subgrupo durante o Encontro do GF2 em 15 de outubro de 2018



Fonte: Acervo da pesquisa. Imagem digitalizada da folha de respostas.

Na sequência da interação, vemos que Antônio efetua novamente as multiplicações dos termos das diagonais, registrando, porém, as parcelas relativas às multiplicações dos termos das diagonais da direita para a esquerda com seu valor próprio, dentro de parênteses precedidos do sinal negativo, ao invés de já registrá-las "com o sinal *trocado*" como fizera da primeira vez.

Quadro 22 - Transcrição da interação do subgrupo de Grasielle, Antônio e Leandro na resolução da 1ª questão – 2ª parte – 2º Encontro do Grupo Focal 2 realizado em 15/10/2018

Tempo	**Locutor**	**Enunciado**	**Ações / Observações / Imagens**
01:44	Antônio	*x mais y ...*	Escrevendo: x+y-(1+2y)=0
01:46	Grasielle	*Ah, eu coloquei 2y (Sussurros...)*	
01:48	Antônio	*... menos... mais 2y*	
01:55	Leandro	*Tá certo. Antônio faz com segurança igual eu, ele repete as duas últimas ... se não pode dar um B.O. aí...*	Comentando o novo registro da matriz acompanhada da repetição das duas primeiras colunas
02:00	Antônio	*x, mais y, menos 1, menos..., igual a zero ...* *Isso...*	Escrevendo x+y–1–2y=0 
02:15	Leandro	*Agora, substitui um ponto aqui Antônio. Substitui um ponto aqui para ver se bate, o ponto A aqui, substitui x por 2... x menos y menos1 igual 0...*	Calculando oralmente. A verificação sugerida por Leandro foi a substituição das coordenadas x e y pelos valores do ponto A(2,1) na equação encontrada, sendo feita mentalmente a seguinte substituição e conta: x– y–1 = 0 ⇔ 2–1 –1 = 0

02:27	Antônio	*Igual a zero. Tá certo! Um menos um igual a zero, é isso mesmo.*	

Fonte: Elaboração própria com base em áudios capturados por gravadores e imagens em vídeo capturadas por filmadora.

Observemos este enunciado de Leandro em relação à performance de Antônio, no cálculo do determinante: "*Antônio faz com segurança igual eu, ele repete as duas últimas ... se não pode dar um B.O. aí...*" (T 1:55). O enunciado indica que o procedimento de repetir as duas colunas da matriz para processar o cálculo do determinante, registrar a soma de cada um dos produtos das *diagonais* da direita para a esquerda, seguidas por um sinal de subtração que antecede os parênteses, entre os quais se registra a soma de cada um dos produtos dos termos das *diagonais* da esquerda para direita, e executar a cada vez um dos passos na simplificação daquela expressão algébrica representa, para esses estudantes, o caminho mais seguro para produzir narrativas legitimadas. Essa rotina de registrar e executar cada passo cuidadosamente reflete valores, certamente, veiculados reiteradamente em suas vivências das práticas matemáticas escolares da Educação Básica e que continuam sendo endossados e mobilizados no Ensino Superior.

Aqui, abrimos um parêntese para destacar a diferença entre o primeiro (Figura 18) e o segundo registro (Figura 19), produzidos por Antônio como mediadores visuais para auxiliar a escrita da expressão algébrica do determinante da tal matriz. A falta da escrita das "colunas auxiliares" no primeiro registro levou Antônio e Leandro a desconfiarem da correção da equação encontrada. Assim, a mediação dessa notação auxiliar para Antônio e para Leandro representa uma segurança de estar procedendo corretamente, porque orientados por rotina, reiterada em sua vivência matemática, de explicitação de cada passo, para se evitar um "*um B.O.*". Essa preocupação com a observância de procedimentos meticulosos, que adquire inclusive um valor "moral" nas práticas matemáticas, todavia, não inibe os estudantes na modulação de seu discurso, ora mobilizando elementos muito específicos da linguagem matemática e produzindo enunciados típicos do gênero discursivo da matemática escolar, ora inserindo nos enunciados expressões próprias de uma linguagem coloquial, como uso de gírias do cotidiano dos jovens.

As rotinas de verificação e endosso das narrativas são a marca mais destacada na resolução desse exercício, e sua mobilização pôde ser observada em diversas oportunidades. Foi o que fez Marcos Vinicius ao resolver por determinante para confirmar a resposta de Luís que resolveu o exercício por equação vetorial; foi o que levou Antônio, incentivado por

Leandro, a reescrever todo o seu procedimento, explicitando passos que não tinha explicitado no primeiro registro; e foi o que, agora, ao final, levou Leandro a sugerir a Antônio que verificasse a correção da solução encontrada, substituindo as coordenadas de um dos pontos dados na equação a que tinham chegado.

O fato de quase todos os participantes do GF 2, na resolução daquele exercício, fazerem a opção preferencial ou quase que automática de encontrarem a equação da reta utilizando o "método do cálculo do determinante", nos parece sugerir que aqueles/as licenciandos/as vêm mobilizando a matemática escolar nas suas práticas discursivas nesse âmbito da comunicação, e que, nesse contexto, a mobilização de palavras específicas amplia e endossa o uso que fazem do discurso matemático.

Destacamos as interações motivadas pela resolução desse exercício, aparentemente trivial para aquelas e aqueles licenciandas/os em matemática da Uneb de Caetité, porque a utilização do termo "determinante" na produção dos enunciados que as compõem nos pareceu ser uma boa oportunidade para refletirmos sobre como a apropriação de práticas de numeramento supõe moldar o discurso "à forma do enunciado" (BAKHTIN,1997, p.294).

A palavra "determinante" tem usos em diversos campos da vida social e assume no discurso matemático um significado específico: "Uma função det: $M_{n\times n} \to \mathbb{R}$ é uma *função determinante* se e somente se tem as seguintes propriedades: (i) det(A) = 0 se A tem colunas LD[87]; (ii) det(*I*) = +1; (iii)[88] det(A) é forma multilinear das colunas de A" (PELLEGRINI, 2015, p. 182). Nesse caso específico, os/as licenciandos/as usaram a propriedade (i) det(A) = 0, para encontrar a equação da reta. Ou seja, considerando que os pontos são colineares, eles/elas calcularam o determinante de uma matriz 3x3 formada pelas coordenadas (abscissas e ordenadas) desses pontos. Entretanto, a participação nas interações que apresentamos supõe não só o conhecimento desse significado, mas a partilha das intenções discursivas que motivaram seu uso nos enunciados produzidos pelas/os estudantes. É essa partilha que caracteriza esses processos de apropriação de práticas de numeramento escolares por licenciandos/as em matemática da Uneb-Caetité.

---

[87] Linearmente dependentes.

[88] O item (iii) significa que uma função determinante é uma transformação linear quando fixamos todas as colunas e variamos apenas uma delas: para todo escalar λ, todo vetor coluna **v**, e toda coluna **c**j,
$\det(\mathbf{c}1, \dots, \lambda\mathbf{c}j, \dots, \mathbf{c}n) = \lambda \det(\mathbf{c}1, \dots, \mathbf{c}j, \dots, \mathbf{c}n)$
$\det(\mathbf{c}1, \dots, \mathbf{c}j + \mathbf{v}, \dots, \mathbf{c}n) = \det(\mathbf{c}1, \dots, \mathbf{c}j, \dots, \mathbf{c}n) + \det(\mathbf{c}1, \dots . \mathbf{v}, \dots, \mathbf{c}n)$

4.2 “*Mas é esfera, a terra é esférica!*”: gestos como mediadores visuais na apropriação de práticas de numeramento escolares

Nesta seção, vamos analisar eventos de numeramento gerados pelas interações dos/as estudantes durante a resolução de um exercício envolvendo uma distância na superfície terrestre. Para esse exercício analítico, procuramos articular a perspectiva bakhtiniana sobre linguagem, a qual já mencionamos na seção anterior, com as proposições de Sfard (2007, 2008, 2009, 2012) acerca da matemática como forma de discurso em uma abordagem *Comognitiva* e suas considerações em relação aos estudos sobre gestos. Para alargar o nosso aporte teórico, recorremos, também, a alguns pesquisadores da teoria da cognição corporificada (*Embodied Cognition*), a exemplo do psicólogo Rafael Núñez e do linguista George Lakoff e de outras vozes que têm contribuído para ecoar os estudos sobre gestos voltados à comunicação em geral e, em particular, à comunicação no âmbito da Educação Matemática. Vejamos algumas considerações, proposições e conceitos desse campo teórico.

Ao focalizarmos os mediadores visuais como característica do discurso matemático, conforme propõe Sfard (2007, 2008), entendemos que os falantes usam os mediadores como instrumentos que se ajustam durante as interações para que a comunicação flua com maior compreeensão e eficácia, sejam eles expressos por mediadores vocais ou visuais. Se para Sfard (2008), os mediadores vocais são, em geral, as palavras faladas, ou seja, sua natureza é quase sempre verbal, os mediadores visuais, por sua vez, podem ser: verbais (ou verbalizáveis), entre os quais estão as palavras escritas e os símbolos algébricos; icônicos, nos quais se incluem figuras, gráficos, diagramas; concretos, que identificamos como os modelos físicos; e também gestuais, que auxiliam a fala pragmaticamente, representando ou imitando um objeto concreto, uma direção, um movimento, uma dimensão, uma ênfase, etc.

Para a discussão que propomos nesta seção de análise, selecionamos os eventos associados à solução da 3ª questão proposta no segundo encontro do GF2. Essa escolha se deu justamente porque o comportamento dos/as licenciandos/as ao resolverem essa questão nos inspira a refletir sobre o uso que fazem de mediadores visuais e, em particular, sobre o gesto como mediador visual. Com efeito, as interações provocadas pela proposição de um problema (que, ao contrário daquele que discutimos na seção anterior, não se restringe à operação com representações algébricas, mas remete a uma situação descrita com referências a objetos concretos) motivou àqueles/as jovens a recorrerem a outros mediadores visuais que não os verbalizáveis, colocando, inclusive, seus corpos em movimento. Isso inaugura em nossa reflexão um outro modo de encarar a comunicação e, assim, a cognição matemática, ou, nos nossos termos, os processos discursivos de apropriação e, portanto, de significação, de práticas de numeramento escolar.

A cognição corporificada e os estudos sobre gestos

Preliminarmente, cabe-nos ressaltar que a racionalidade matemática calcada no pensamento cartesiano é a base que dá suporte à Ciência Moderna. Assim, quando discutimos a apropriação de práticas de numeramento escolares e consideramos tais práticas como discursivas, estamos nos propondo a tensionar as concepções de cognição atreladas a essa racionalidade e discutir o papel da linguagem – tomada como produção social, marcada pela história dos grupos sociais que a utilizam e continuamente a produzem – na constituição do pensamento e na produção de conhecimento, que se molda a partir dos diversos recursos disponíveis para mediar a comunicação interpessoal e intrapessoal.

Por isso, parece-nos pertinente lembrar que a obra filosófica e matemática de René Descartes é uma das referências decisivas da conformação da Geometria Analítica (BOYER, 1996; EVES, 1997; GARBI, 2009; MLODINOW, 2008; ROQUE, 2012; STRUIK, 1989) – e, de certa maneira, de quase toda matemática que se ensina na Educação Básica (cf. BRASIL, 2018). Os pressupostos cartesianos levam a compreender a atividade de pensamento dissociada do corpo, demarcando um grande distanciamento entre corpo e mente (alma), como se vê, por exemplo, em sua reflexão sobre os requisitos e a verdade do *Cogito* em seu *Discurso do Método*: "Desse modo, esse eu, isto é, a alma, pela qual sou o que sou, é inteiramente distinta do corpo e até mesmo o que ela é mais fácil de conhecer do que ele e, ainda que esse nada fosse, ela não deixaria de ser tudo o que é" (DESCARTES, [1637] 2006, p. 31). O raciocínio cartesiano, de lógica bivalente, propicia a visão de um pensamento matemático universal e não-corporal, como se corpo e mente não atuassem em conjunto, e inibe a consideração dos contextos socioculturais, em que a figura, o movimento ou a sensação dos corpos estão inseridos.

Essa dissociação estabelece certos modos de pensar o conhecimento matemático e sua aprendizagem, que se tornaram hegemônicos no campo científico e pedagógico. Entretanto, reflexão e prática nos campos filosófico e pedagógico têm desafiado a hegemonia dessa compreensão e provocado fissuras no pensamento cartesiano que separa a experiência da mente da experiência do corpo. É o que identificamos, por exemplo, nas contribuições de Lakoff e Johnson (1980) por meio da sua obra "*Metaphors we live by*" em que apresentam as ideias de mente corporificada. Assim, as experiências humanas, por serem sociais e culturais, são experiências corpóreas que conectam corpo e mente na estruturação do pensamento/raciocínio e na elaboração de conceitos. Como destaca Núñez (2000): "A natureza detalhada e dinâmica de nossos corpos, nosso cérebro e nosso funcionamento cotidiano no mundo, estruturam os conceitos e a razão humana. Isto inclui os conceitos matemáticos e a razão matemática"[89] (p. 6, tradução nossa).

A partir da teoria da Cognição Corporificada – *Embodied Cognition* – e da ideia de metáfora conceitual, Lakoff e Núñez (2000) discutem outras possibilidades de concepção dos objetos matemáticos e de sua natureza, distinta da que os idealiza dissociados (ou os pretendem idealmente dissociáveis) de qualquer referência sensorial. Esses pesquisadores partem de estudos e descobertas sobre a mente nas áreas de psicologia, linguística e neurociência e apontam que as ideias humanas, em geral, estão alicerçadas em experiências sensório-motoras e que a abstração utiliza mecanismos cognitivos de elaboração de metáforas conceituais[90]. Nesse sentido, assumem que a matemática, como qualquer outro conhecimento produzido pela mente humana é advinda da experiência com um mundo objetivo e exterior.

Nesse sentido, pesquisas sobre o gesto, que dão visibilidade à cognição como fenômeno que se associa à experiência corpórea, podem nos oferecer elementos para analisar como pensamos, comunicamos e praticamos matemática (LAKOFF; NÚÑEZ, 2000). Núñez (2008) defende, em especial, que o estudo dos gestos pode ser uma ferramenta muito importante na investigação sobre os fundamentos da matemática. O pesquisador acrescenta que: "A matemática, que talvez seja o sistema conceitual mais abstrato em que podemos

---

[89] The detailed nature and dynamics of our bodies, our brains, and our everyday functioning in the world structures human concepts and human reason. This includes mathematical concepts and mathematical reason.

[90] A metáfora conceitual é um processo cognitivo que nos possibilita inferir no domínio fonte e no domínio alvo. As experiências sensoriais do domínio fonte dão sustentação às experiências do domínio alvo, que, frequentemente estão vinculadas a conceitos abstratos. Muitas vezes, o uso das metáforas conceituais é inconsciente porque está alicerçado na cultura dos indivíduos e como estes concebem o mundo. Lakoff e Núñez (2000) diferenciam as metáforas conceituais em *Metáforas Corporificadas* - que abarcam as ideias básicas e as *Metáforas de Ligação* – que lidam com as ideias mais elaboradas ou abstratas. Essa distinção serve para mostrar ideias matemáticas desenvolvidas em nível abstrato, sem uma aparente experiência corpórea. Ou seja, as *Metáforas Corporificadas* associam domínios do nível concreto para o nível abstrato, por meio da experiência corpórea e as *Metáforas de Ligação* associam um conceito abstrato, frequentemente de base corpórea, a outro conceito também abstrato. Entre outros exemplos de metáforas conceituais, Lakoff e Núñez (2000) apontam a reta numérica, cujos pontos são metaforicamente conceituados como números. Desse modo, muitas ideias que concebemos sobre os números recorrem a essa imagem da reta e a noções sensoriais de distância, deslocamento, sentido (para trás e para frente), etc, sugeridas pela representação da reta numérica.

pensar, é, em última instância, baseada na natureza de nossos corpos, linguagem e cognição."[91] (NÚÑEZ, 2008, p. 19, tradução nossa).

Nas últimas décadas, os estudos sobre gestos se tornaram um campo rico e se desenvolveram em uma grande variedade de áreas que vai desde a psicologia, passando pela antropologia, a linguística cognitiva, a análise do discurso, a neurociência, a educação matemática, chegando a áreas aplicadas, como a criação de *softwares* e videogames etc. Segundo Núñez (2008), essa ampliação dos estudos sobre gestos se deve aos trabalhos pioneiros de Adam Kendon (1980, 1982, 2000, 2004), David McNeill (1985, 1992, 2000, 2005), Susan Goldin-Meadow (2003), entre outros.

Dessas referências, entre outras proposições, destacamos o modo como esses autores concebem a relação entre fala e gesto na enunciação: Kendon (2004) entende que o gesto pode propiciar conteúdo complementar ao conteúdo da fala, mas, também, considera que o gesto e a fala podem atuar de forma independente quando se produz uma enunciação; McNeill (1992), por sua vez, considerando a sincronicidade entre gesto e fala, defende que estes não devem ser considerados isoladamente (pois compreendem um mesmo sistema psicológico que estrutura o pensamento), e destaca, assim, seu interesse pelo estudo dos gestos, por serem estes menos controlados do que a fala, estabelecendo-se, muitas vezes, como movimentos inconscientes; já Goldin-Meadow (2003) destaca a ligação íntima entre o desenvolvimento dos gestos e da fala.

Voltando-se, especificamente para a comunicação matemática, McNeill (2005) considera que as gesticulações corpóreas (em especial, as gesticulações dos braços e das mãos) são esforços espontâneos e tentativas de tornar os objetos matemáticos mais "palpáveis" e possibilitar uma maior expressão do seu significado. Nesse sentido, os gestos e a fala seriam impulsionados/estimulados pelo mesmo modelo semântico (MCNEILL, 2005). Laurie Edwards (2009) acrescenta que a produção de gestos espontâneos em combinação com a fala constitui uma modalidade de cognição e comunicação e seu estudo pode representar uma fonte de dados sobre como se processa o pensamento matemático.

Ao fazer a leitura de estudiosos que se dedicaram a pesquisas sobre gestos, Sfard (2009) destaca a diversidade de concepções sobre o papel do gesto para a produção do pensamento:

[91] Mathematics, which is perhaps the most abstract conceptual system we can think of, is ultimately grounded in the nature of our bodies, language, and cognition.

> E assim, um grupo de colaboradores deste volume afirma que "gestos ... são ... constituintes genuínos do pensamento" (Roth e Thom), outro descreve os gestos como "a própria textura do pensamento" e como "fontes importantes ... do pensamento abstrato" (Radford), ainda outro postula que os gestos, junto com a fala e as inscrições "apoiam conjuntamente os processos de pensamento dos alunos de um modo único" (Arzarello, Domingo, Ornella e Sabena). Ao fazer todas essas afirmações, os autores se juntam aos principais gesturologistas de nossos dias e, portanto, a David McNeil, cuja inspiração veio da linguística e da psicologia, e que vê o pensamento humano como uma dialética intrincada entre a fala e a imagem, uma vez que "[a] imagem em questão é incorporada nos gestos que universal e automaticamente ocorrem com a fala" (MCNEILL 2005, p. 4)[92] (SFARD, 2009, p.192, tradução nossa).

Tendo discutido várias definições dadas aos gestos pelos estudiosos, Sfard (2009) assume, entretanto, que, em seu trabalho, adota uma definição de gesto associada às condições de uso, tomando, assim, o gesto como "um movimento corporal que cumpre uma função comunicacional"[93] (p. 194, tradução nossa). Segundo Sfard (2009) há uma concordância entre os pesquisadores de que "existe uma relação íntima, na verdade uma simbiose, entre os gestos e a linguagem"[94] (p. 192, tradução nossa). Todavia, a autora adverte que é preciso uma reflexão mais refinada sobre essa relação entre falar e gesticular e as possíveis contribuições que essas duas modalidades de expressão podem oferecer à cognição e à comunicação matemáticas (comognição).

Nessa perspectiva, Sfard (2009) afirma que "os gestos são cruciais para a eficácia da comunicação matemática"[95] (p.197, tradução nossa) e defende que os "gestos são meios inestimáveis para garantir que todos os interlocutores 'falam sobre o mesmo objeto matemático'"[96] (p.197, tradução nossa, destaque da autora). Assim, a atenção aos gestos pode cumprir um papel decisivo na apreensão de significantes matemáticos (e, acrescentamos, para a compreensão dos modos de significação das práticas matemáticas).

---

[92] And thus, one team of contributors to this volume claims that "gestures … are … genuine constituents of thinking" (Roth and Thom), another describes gestures as "the very texture of thinking" and as "important sources ... of abstract thinking" (Radford), yet another posits that gestures, along with speech and inscriptions "jointly support the thinking processes of students in a unitary way." (Arzarello, Domingo, Ornella, and Sabena). In making all these claims, the authors join the leading gesturologists of our day, and thus, David McNeil, whose inspiration came from linguistics and psychology, views human thinking as an intricate dialectic between speech and imagery, whereas "[t]he imagery in question is embodied in the gestures that universally and automatically occur with speech" (McNeill 2005, p. 4).

[93] gesture is a body movement fulfilling communicational function.

[94] there is an intimate relationship, indeed symbiosis, between gestures and language

[95] gestures are crucial to the effectiveness of mathematical communication.

[96] gestures are invaluable means for ensuring that all the interlocutors "speak about the same mathematical object."

Como destacam diversos pesquisadores (ROTH, 2001; EDWARDS, 2009; SFARD, 2009; RADFORD, 2009), os gestos aportam expressividade às palavras (pronunciadas ou mesmo omitidas, mas sugeridas) e, as palavras, também, por sua vez, vão guiando e dando contorno aos gestos. Foi o que vimos acontecer nas interações dos/as licenciados/as do GF 2 ao discutirem a resolução de um problema que lhes sugeriu o movimento de uma pessoa na superfície terrestre: a realização de gestos simultaneamente às enunciações verbais foi sendo adotada por todos/as àqueles/as que participaram do jogo discursivo motivado pelo desafio proposto pelo exercício. O apoio da gestualidade à expressão verbal é destacado por Sfard (2009) e justificado pela maior eficiência da memória corporal em relação à memória verbal:

> Essa relação também pode ser descrita em termos de corporificação: usando gestos para perceber palavras, criamos uma contraparte corporal do que está sendo falado. Os procedimentos gestuais costumam ser automatizados; às vezes, eles são lembrados por nossos corpos muito melhor do que as palavras são lembradas por nossas mentes. Para perceber isso, basta pensar nos gestos que realizamos sempre que temos uma palavra 'na ponta da língua'[97] (SFARD, 2009, p. 199, tradução nossa, destaque da autora)

Entretanto, gestos, como palavras e outros recursos expressivos, desempenham diferentes funções no discurso e nos pareceu interessante refletir sobre tais funções, provocados pelo uso da gesticulação na interação que se estabeleceu na discussão da solução da 3ª questão, sob certos aspectos, diferenciada das que observamos nas outras interações que se desenvolveram na solução das outras questões.

Kendon (2004) observa que não é viável definir um sistema universal para categorizar as funções dos gestos, de modo a ser utilizado como um padrão para qualquer pesquisa. Qualquer que seja a categoria criada para classificar os gestos precisa estar em consonância com a intenção do pesquisador e interpretada como um recurso provisório. Feitas essas ressalvas, o autor propõe e distingue dois grupos de funções dos gestos nas interações humanas: as funções *pragmáticas* e as funções *referenciais*.

Na concepção de discurso que assumimos neste trabalho, e tomando os gestos como integrantes da enunciação, a gesticulação, assim como os enunciados verbais, representam sempre funções *pragmáticas* na interação. Com efeito, muitas vezes, os gestos promovem a

---

[97] This relationship may also be described in terms of embodiment: by using gestures to realize words, we create a bodily counterpart of what is being talked about. The gestural procedures would often be automated; sometimes, they would be remembered by our bodies much better than the words are remembered by our minds. To realize this, it suffices to think about the gestures we perform whenever we have a word "on the tip of our tongue". 35-74

modalização do enunciado, ou têm função performativa ou ainda concorrem para a marcação de uma estrutura: o gesto assume uma função modalizadora quando, por exemplo, o enunciador usa gestos operadores para ratificar algo com muita certeza do que enuncia ou, ao contrário, para sugerir que pairam dúvidas sobre o que ele disse. Destaca-se, em outras situações, sua função performativa, quando o gesto evidencia, por exemplo, um pedido ou uma recusa, um convite ou uma oferta; também a marcação da estrutura do enunciado, muitas vezes, recorre a gesticulações, que auxiliam a sinalizar e estabelecer os elementos lógicos de uma argumentação, indicando uma ordem ou uma sequência ou uma relevância, por exemplo, que o enunciador quer que seu interlocutor também assuma no processo de significação de seu enunciado, ou ele mesmo utiliza para conduzir sua produção. Nesse sentido, o que focalizamos quando analisamos as funções pragmáticas do gesto é sua ação retórica que confere maior eficácia à enunciação na produção de efeitos de sentido.

Assim, podemos dizer que, em todas as interações, podemos identificar funções pragmáticas sendo conferidas aos gestos protagonizados por aqueles e aquelas jovens – que têm seus pertencimentos sociais, étnicos, etários, de nacionalidade e de regionalidade; que são colegas, e que estavam em uma situação escolar, porém de certa informalidade; e que gozavam de certa intimidade também com o pesquisador, o que lhes permitia expressar-se com boa espontaneidade. Entretanto, nas interações provocadas pela resolução coletiva da 3ª questão, muito mais explicitamente do que em outras, vimos os gestos assumirem também funções *referenciais.*

Kendon (2004) atribui aos gestos a função *referencial* quando identifica neles referência ao conteúdo tematizado nos enunciados. Essa referência pode estabelecer-se em uma função *dêitica*, mas também assume funções *representacionais.*

Os gestos *dêiticos* são os que cumprem a função de apontar e auxiliar na localização espacial e temporal de objetos e eventos. Muitas vezes, na solução das diversas questões, observamos os/as licenciandos/as apontando onde o colega que escrevia deveria anotar uma expressão ou em que palavra ou outra representação gráfica da questão residia a informação a que se referiam. Em geral, esses gestos eram acompanhados por expressões como “aqui”, “aí”, “essa ó”, “daqui até aqui”, “esse aqui” etc.

Todavia, o que nos pareceu distinguir a gesticulação referencial que testemunhamos na resolução da 3ª questão foi o uso de gestos com função representacional. Kendon (2004) observa que os gestos *representacionais* são realizados visando representar aspectos do conteúdo do enunciado e cumprem as funções de criação de ícones, de descrição figurativa e de descrição de ações. Segundo o autor, na criação de ícones, o enunciador vai usar parte do corpo para configurar um objeto; na descrição figurativa, o gesticulador usa o corpo com movimentos que simulam, esboçam ou contornam a forma de um objeto no ar; e, na descrição de ações, o gesto vai reproduzir um movimento que caracteriza uma ação. Kendon (2004) esclarece, ainda, que há situações de enunciações em que os gestos podem cumprir mais de uma função.

Os discursos matemáticos, entretanto, têm, em geral, uma característica que precisa ser considerada quando estamos discutindo a comunicação matemática e a participação dos gestos nela. Frequentemente, estamos nos referindo a ideias e objetos abstratos. Sfard (2009) destaca, por isso, a relevância e a especificidade da participação dos gestos nos discursos matemáticos. A autora assume, como uma característica exclusiva das linguagens humanas, a propriedade da autorreferência (ou recursividade) e lhe atribui um papel decisivo na capacitação dos seres humanos para transcenderem do nível concreto para níveis crescentes de abstrações, inclusive, abstrações matemáticas. Sfard (2009) afirma que "nesse processo, gestos e outros mediadores visuais constituem o material do qual as abstrações (por exemplo, objetos matemáticos) são produzidas, camada por camada"[98] (SFARD, 2009, p. 193, tradução nossa).

As relevantes pesquisas e proposições de Adam Kendon (1972, 1980, 1983 1988) acerca da integração da fala e do gesto conduziram e inspiraram os estudos pioneiros de David McNeill (1992, 2000a, 2000b, 2005) a investigar de modo sistemático a correlação entre gesto e pensamento. Nesses estudos, McNeill dedica-se à análise da gesticulação das mãos que é gerada durante a fala, tomando os gestos como criações individuais que atuam na vinculação dos enunciados proferidos pelos falantes nas práticas discursivas a mensagens comunicacionais. Para esse pesquisador, a fala e o gesto são realizados em sincronia um com o outro e estão ligados por meio do significado, "pois são semântica e pragmaticamente coexpressivos" (McNEILL, 1992, p.23).

Em relação às abstrações matemáticas, esse autor observa que certos gestos auxiliam na representação e na composição dessas abstrações por meio de metáforas. Nesse sentido, ao desenvolver estudos sobre os gestos das mãos, baseado em narrativas orais, McNeill (1992, 2000a, 2005) diferencia os gestos icônicos dos metafóricos pela natureza daquilo que é representado e referenciado.

[98] In this process, gestures and other visual mediators constitute the material of which the abstractions (e.g., mathematical objects) are produced, one layer after another.

Para McNeill (1992), os *gestos icônicos* são intimamente relacionados ao discurso e podem trazer uma informação complementar, expressando uma referência espacial, uma descrição ou contornos de objetos no ar, ou a configuração de uma imagem. Nesse tipo de gesto, o conteúdo semântico é potencializado pela produção de significado decorrente da descrição imagética dos objetos representados pelo gesto. Existem palavras, por exemplo, que são mais bem representadas quando usamos gestos icônicos para fazer a sua descrição (representação imagética). Assim, pequenos contornos e "pinceladas" podem revelar detalhes para uma melhor compreensão de elementos lexicais que estão sendo proferidos. Os *gestos icônicos* podem, também, atribuir características físicas ao objeto descrito (forma, tamanho, massa) e características de movimento/deslocamento (sair, entrar, prosseguir, retornar, para baixo, para cima etc).

Por sua vez, os *gestos metafóricos*, de acordo com McNeill (1992), remetem a abstrações, ou seja, sua referência é um conceito abstrato. Para o autor, o que diferencia um *gesto icônico* de um *gesto metafó*rico é que a correspondência (ou homologia) criada pelo *gesto icônico* deve figurar algo concreto (do mundo real) e a homologia criada pelo *gesto metafórico* deve figurar algo abstrato (do mundo imaginário/mental). Exteriormente, os gestos metafóricos podem ser parecidos com os gestos icônicos em relação ao seu aspecto pictórico, mas o fato de se relacionarem à representação de ideias abstratas e não a um objeto concreto lhes confere uma função distinta no discurso[99]. Todavia, o autor reitera que os gestos podem cumprir mais de uma função.

Essas observações vão nos ajudar a compreender um pouco melhor a mobilização de gestos (*icônicos e metafóricos*) na análise das interações entre os/as licenciandos, especialmente daquelas provocadas pelo desafio de solucionar a 3ª questão. Muitos objetos matemáticos, em especial, os geométricos, embora possam ser *iconicamente* "desenhados" e "figurados" com expressões corporais, ou grafados em uma lousa, folha de papel ou tela de computador (por exemplo, a circunferência representada pela ponta do dedo descrevendo um círculo no ar, ou traçada com compasso em uma folha de papel ou produzida por pixels em uma tela de equipamento eletrônico), esses objetos são ideias do campo abstrato metaforicamente conceituados (LAKOFF; NÚÑES, 2000).

---

[99] Assim, podemos, por exemplo, gesticular para representar um ponto ou uma linha reta e até grafá-los em uma folha de papel, mas essas ideias geométricas estão, conforme concebidas pela matemática escolar, no campo abstrato, se admitidas, por exemplo, a partir das definições de ponto, linha e linha reta, apresentadas no Livro 1 em *Os Elementos*, a saber: "Ponto é aquilo de que nada é parte," "linha é comprimento sem largura" e "linha reta é a que está posta por igual com os pontos sobre si mesma" (EUCLIDES, [ca.300 a.E.C.] 2009, p. 98).

McNeill (1992) observa, ainda, que os gestos, sejam eles *dêiticos, icônicos* ou *metafóricos*, desempenham no discurso uma função coesiva, à medida que lhe emprestam temporalidade e servem para juntar partes do discurso. A coesão gestual é estabelecida pela repetição gestual, com o mesmo movimento, percorrendo uma mesma localização espacial. A observação dessa repetição, especialmente na gesticulação que compôs as interações suscitadas pela resolução da 3ª questão no GF2, também reforçou nossa decisão de destacar os gestos como mediadores visuais na análise dos eventos que apresentaremos nesta seção.

A repetição gestual como recurso coesivo do discurso torna, assim, relevante o cuidado de Kendon (2004) e de McNeill (1992, 2005) em estabelecer uma padronização de fases do movimento das mãos na execução de um gesto. A *preparação* ou *lançamento* é a 1ª fase, que envolve a saída da posição de conforto para deslocamento da parte do corpo a ser usada na gesticulação; nesse caso, a(s) mão(s), por exemplo, se move(m) de uma posição inicial e realiza(m) o curso ideal para expressar o golpe. O *golpe* é a 2ª fase e a de maior expressividade do gesto: é o ápice da gesticulação em que é possível interpretar o significado do gesto no discurso e sua movimentação nos permite nomear a(s) função(es) do gesto naquela interação. Há uma 3ª fase, que nem sempre acontece, caracterizada pela *sustentação do golpe*: ocorre quando, por exemplo, a mão permanece no ar, havendo um rápido congelamento na sequência daquele movimento. Por fim, na 4ª e última fase ocorre o *retorno ou retração*: o corpo retorna à posição de conforto ou inicial, mas, se o falante faz movimentos contínuos, essa fase só é considerada ao final quando o corpo retorna à posição de descanso do gesto.

Os gestos nas interações provocadas pela resolução da 3ª questão

Para permitir a quem nos lê acompanhar um pouco da gesticulação daqueles/as jovens nas interações que focalizamos nesta seção, na narrativa que produzimos dessas interações, inserimos, algumas vezes, sequências de imagens (fotos) que nos ajudam a recuperar os gestos feitos e ainda perceber as suas fases.

Como já mencionamos na seção anterior, no jogo interlocutivo das práticas discursivas, em geral, no ato de comunicação, podemos mobilizar múltiplos modos de linguagem (falada, escrita, gestual, etc.). A escolha de quais modos e recursos discursivos são usados depende da intencionalidade retórica por parte do enunciador para a produção da enunciação. Ademais, as enunciações são marcadas pelas instâncias sociais e culturais nas quais os sujeitos interagem e que também os gestos, como os enunciados verbais, refletem. É nessa perspectiva que nos dedicamos a analisar os recursos utilizados para mediação da comunicação, de modo a compreender os processos de produção de sentidos na enunciação (BAKHTIN, 1997) e, assim, da apropriação das práticas de numeramento ali envolvidas.

Em especial, destacaremos os gestos usados pelos/as licenciados/as para comunicar o seu pensamento matemático, no caso, o pensamento visual-espacial provocado pela discussão da solução daquele problema, cuja natureza geométrica parece se ter apresentado de modo mais explícito para aqueles/as estudantes. A gesticulação, seja pela ausência de um vocabulário pertinente ou eficaz àquela argumentação, seja pelo aporte que confere à performance das palavras, seja reforçando enunciados verbais de modo a melhor explicitar e dar visibilidade a objetos matemáticos, compõe uma orquestração discursiva, respaldada nas vivências socioculturais (VIGOTSKI, 1996), incluindo-se nelas as experiências de lida com a matemática escolar, que estabelecem modos de representar visualmente o pensamento, que constituirão as dinâmicas mentais ativadas na resolução daquele problema.

A questão que gerou as interações que constituem os eventos de numeramento analisados nesta seção tem o seguinte enunciado: *Qual é a maior distância possível entre duas pessoas na superfície terrestre, supondo a terra esférica e r = 6.400 km?*[100]

Essa questão envolve uma distância em superfície esférica e poderia ser abordada a partir da teoria de superfícies curvas[101], estudada em disciplinas de Geometria Diferencial. Porém, para resolvê-la, não é preciso adentrar a conhecimentos específicos da matemática contemplada no Ensino Superior. Para a sua proposição (elaborada por estudantes que cursavam os semestres finais do curso de Licenciatura em Matemática) e para sua solução, seria suficiente alguns conhecimentos de geometria plana e espacial da matemática escolar (previstos para serem contemplados no Ensino Médio), não sendo necessário, nem mesmo, um maior domínio da Geometria Analítica para sua resolução.

Entretanto, considerando que os recursos mais utilizados por aqueles/as estudantes ao longo dos Encontros dos Grupos Focais eram modelos em geral mobilizados para a solução de questões de Geometria Analítica do Ensino Médio, poderíamos esperar que eles/as

[100] Esta questão foi elaborada pelos estudantes do GF 3.
[101] Os estudos de curvas e superfícies esféricas vêm desde a antiguidade com Tales, Euclides, Arquimedes, Eudoxo e Apolônio e perpassam o trabalho de dezenas de outros matemáticos dos últimos 500 anos, como Descartes, Euler, Gauss, Riemann. Alguns estudos desses matemáticos derivaram na criação de outras geometrias (geometria hiperbólica, geometria elíptica, geometria diferencial). Ademais, os estudos de curvas (geometria esférica) e as ideias geométricas, em geral, além de serem aplicadas ao campo da matemática, da física, da cartografia, da astronomia e da navegação contribuíram significativamente para a definição de conceitos geográficos (latitude, longitude, paralelos, meridianos) que se vinculam a superfície terrestre.

convocariam como sistema de referência o Plano Cartesiano. Todavia, o que nos chamou a atenção nas interações provocadas pelo desafio de resolver essa questão foi que os/as estudantes diante das dúvidas suscitadas na interpretação e na discussão do exercício, buscaram o suporte da gesticulação para mediar a referência espacial e conferir maior eficácia à comunicação (e, assim, à compreensão) matemática, conforme descreveremos a seguir.

O uso dos gestos como mediador visual foi observado com mais destaque nessas interações do que nas outras, mas, de alguma maneira, sempre foi mobilizado, a despeito da inibição provocada pela própria tradição da abordagem escolar (e acadêmica) da matemática, que encaminha a "preferência" do resolvedor por mediadores visuais pertencentes aos sistemas próprios da matemática (expressões algébricas, algoritmos escritos, gráficos, tabelas, etc). No campo da Geometria Analítica, em especial, estão à disposição do sujeito pelo menos dois conjuntos de recursos lexicais: os da geometria e os da álgebra. Esses conjuntos oferecem duas linguagens disponíveis para a comunicação, portanto, para a compreensão e para se operar matematicamente na resolução dos problemas. Assim, na produção das narrativas nesse campo e com o uso desses recursos (os dois léxicos e suas gramáticas) e da relação entre eles, poderíamos esperar que o sujeito já tivesse boas condições de comunicação e, assim, portanto, também, uma boa condição de cognição, de pensar matematicamente.

Além disso, embora a nossa tradição matemática seja uma tradição de produção escrita, esses dois conjuntos que colocam à disposição os recursos escritos da álgebra e da geometria, possibilitam também modos de verbalização desses recursos e de sua operação. Todavia, o que observamos foi os licenciados e as licenciandas sentindo necessidade, ainda, de recorrerem a outros recursos, que não são propriamente da matemática formal, para a compreensão e para a resolução dos problemas, bem como para a comunicação e a justificação dessa solução, em especial nessa 3ª questão. Isso reitera o que vem sendo pesquisado por diversos estudiosos em relação à cognição corporificada, conforme apontamos anteriormente, e queremos destacar na análise que aqui propomos.

Nesse sentido, ao discutirmos a questão em tela, empreendemos nossa análise com um olhar voltado para os gestos (desencadeados pelos estudantes do GF 2 enquanto proferiam seus enunciados durante a resolução do exercício) como mediadores visuais. As cenas que selecionamos focalizam justamente os/as estudantes convocando o corpo, a linguagem gestual e as analogias de imagens visuais para a comunicação da situação proposta no problema, para sua compreensão e para sua resolução.

Por isso, para fazer sua descrição[102], intercalamos enunciados e imagens capturadas da gravação do vídeo durante três minutos em que os enunciados dos discentes foram ostensivamente acompanhados de gestos e os subgrupos passaram a discutir a solução da questão no coletivo, ainda que a proposta fosse que cada subgrupo produzisse sua solução para posterior discussão coletiva.

Em tempo, esclarecemos que a sequência de fotos que apresentamos só foi possível pelo fato de termos gravado o encontro do grupo focal também com câmera de vídeo. Desse modo, essa ferramenta tecnológica cumpriu o papel não só de capturar imagens, mas, também, de nos permitir "revisitar um dado movimento corporal quantas vezes fosse necessário e poder olhar até mesmo o mais breve dos gestos pelo tempo e com a curiosidade desejada"[103] (SFARD, 2009, p. 191, tradução nossa).

"A maior distância possível é cada um tá numa ponta!"

No início da interação que focalizamos, quem a protagoniza é o subgrupo de Grasielle, Antônio e Leandro, discutindo a resolução da questão 3. Todavia, a partir de um determinado instante os/as estudantes dos três subgrupos passam a interagir para discutir a questão.

Inicialmente, Antônio lê a questão proposta e, na sequência, já recorrre ao recurso gestual para ilustrar sua interpretação do enunciado e começar a discutir uma possível solução com o seu subgrupo.

Quadro 23 - Transcrição da interação do subgrupo Grasielle, Antônio e Leandro na resolução da 3ª questão – 1ª parte – 2º Encontro GF2 realizado em 15/10/2018

Tempo	Locutor	Enunciado	Ações / Observações / Imagens
11:58	Antônio	*"Qual é a maior distância possível entre duas pessoas na superfície terrestre, supondo a terra esférica e r igual a seis mil e quatrocentos quilômetros?" Se eu tenho o raio, a maior distância possível é cada um tá numa ponta!*	Lê a questão para os colegas do subgrupo, já iniciando sua encenação (com a gesticulação de antebraço e mãos) de sua compreensão
12:10	Leandro	*Sim!*	
12:10	Grasielle	*A diagonal não é maior que o raio?*	
12:13	Antônio	*Diagonal não tem em esfera, não. Porque... lembra que a corda... que o diâmetro é a corda maior de uma esfera?*	Prossegue na gesticulação, voltando-se para Leandro.

Fonte: Elaboração própria com base em áudios capturados por gravadores e imagens em vídeo capturadas por filmadora.

[102] Usamos como base para essa descrição a gravação em vídeo e as transcrições do gravador do subgrupo de Antônio, Grasielle e Leandro que gerou o áudio melhor qualidade e abrangência da interação provocada pela solução dessa questão, uma vez que tal interação envolveu os três subgrupos. O áudio dos demais subgrupos ajudaram na confirmação de alguns enunciados, mas não trouxeram acréscimos de outros enunciados não captados por aquele gravador.

[103] revisit a given body movement as many times as she feels necessary and can look at even the most short-lived of gestures for as long and as inquisitively as she desires.

Na sequência de imagens a seguir (Figuras 20 e 21), no subgrupo da esquerda, sentado entre Grasielle e Leandro, Antônio, com as duas mãos fechadas como se estivesse segurando as pontas de uma corda (ou linha), gesticula à altura do tórax, e depois estica a linha imaginária, que simularia um diâmetro da esfera (também imaginária), em sintonia com os enunciados que vai proferindo: "*a maior distância possível é cada um tá numa ponta!"* (T11:58)[104]. Ou seja, já nos primeiros enunciados, Antônio busca explicitar elementos imagéticos para respaldar sua fala por meio de gesticulações.

O gesto de Antônio assume uma função *referencial*. A sugestão do "formato da corda" dada pelos dedos em pinça e de sua condição maximal expressa na ação de esticar a corda, conferem a essa representação gestual icônica da maior corda da esfera também uma dimensão metafórica (como propõe McNeill (1992, 2005).

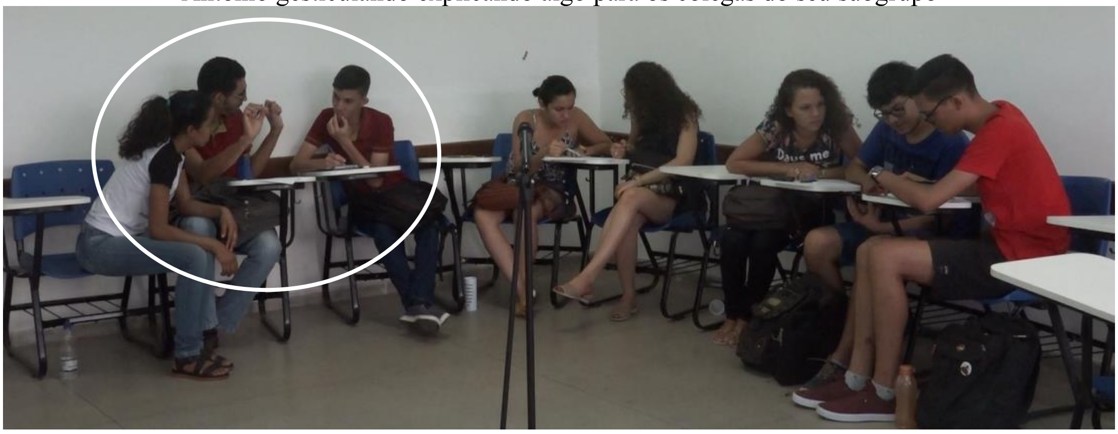
Com efeito, ao fazer o gesto de segurar e esticar uma corda, Antônio potencializa sua argumentação, verbalizada por meio de referências a conceitos e propriedades matemáticas ("*Se eu tenho o raio, a maior distância possível...*"), mas também a referências espaciais de localização e forma ("concretas"): "*é cada um tá numa ponta!*"

Figura 20 – Encontro do GF2 em 15 de outubro de 2018 – Resolução de lista de Exercícios– Em destaque Antônio gesticulando explicando algo para os colegas do seu subgrupo

Fonte: Acervo da pesquisa. Imagem capturada de vídeo.

[104] O tempo da gravação do vídeo é 1 minuto e 10 segundos atrasado em relação a gravação em áudio. Ou seja, quando tempo da transcrição do áudio registra 11:58, o tempo no vídeo marca 10:48. No corpo do texto, usaremos como referência a marcação de tempo do áudio. A menção a esse *delay* aqui é apenas para orientar uma eventual necessidade de posterior localização de imagens no vídeo.

Figura 21 – Encontro do GF2 em 15 de outubro de 2018 – Resolução de lista de Exercícios – Em destaque Antônio gesticulando explicando algo para os colegas do seu subgrupo



Fonte: Acervo da pesquisa. Imagem capturada de vídeo.

Na sequência (Figura 22) Antônio, volta-se para Grasielle à sua direita, e, em resposta ao enunciado da colega ("*A diagonal não é maior que o raio?*")*,* emitido como quem argumenta para si mesma, faz uma outra gesticulação, movimentando de cima para baixo o braço esquerdo com a mão estendida, dedos unidos, palma para o lado direito. Com esse gesto, parece representar a ação de seccionar a esfera de modo a produzir um plano de corte vertical (que conteria o diâmetro cuja extensão seria a distância procurada) conforme vai enunciando: "*Diagonal não tem em esfera, não ... lembra que a corda... diâmetro é a corda maior de uma esfera?"* (T 12:13).

Nesse sentido, essa gesticulação também cumpre funções *icônica e metafórica.* De um lado, o gesto, que passa a ideia de que ele está "cortando" uma esfera, faz uso de e referência a uma *ação* que resulta em uma *figura*: uma seção plana (máxima) da esfera imaginária a sua frente. Por outro lado, as falas e os gestos produzidos por Antônio visam, porém, identificar elementos e propriedades daqueles objetos matemáticos (esfera, diâmetro, corda) que justificariam para seus colegas a possível interpretação proposta por ele do problema em discussão.

Figura 22 – Encontro do GF2 em 15 de outubro de 2018 – Resolução de lista de Exercícios – Em destaque Antônio enunciando e fazendo mais um gesto para os colegas do seu subgrupo.

Fonte: Acervo da pesquisa. Imagem capturada de vídeo.

"Calma aí! Isso aqui é uma esfera."

Antônio prossegue defendendo seu argumento:

Quadro 24 - Transcrição da interação do subgrupo Grasielle, Antônio e Leandro na resolução da 3ª questão – 2ª parte – 2º Encontro GF2 realizado em 15/10/2018

Tempo	Locutor	Enunciado	Ações / Observações / Imagens
12:29	Antônio	*Duas vezes o raio. Então se... Porque... Suponha ó a Terra é isso aqui...* *Deu que isso aqui é seis mil e quatrocentos quilômetros, não é?* *A maior distância possível entre duas pessoas na superfície terrestre, supondo a Terra esférica, então vai ser daqui até aqui.*	Faz um movimento circular no plano horizontal com o dedo indicador da mão direita, mais ou menos na altura do pescoço. Passa a apontar um esboço no papel. Aponta os dois pontos, provavelmente extremos de um diâmetro. (Não é possível distinguir se ele vai de um ao outro percorrendo o arco ou o diâmetro)
12:54	Grasielle	[inaudível] ... *porque se isso aqui for raio ...*	Aponta no registro, mas não é possível distinguir se se refere à representação do raio no esboço ou ao valor no enunciado.
12:57	Antônio	*Mas, espera aí! Calma aí! Isso aqui é uma esfera.*	Aponta o esboço no papel, mas seu semblante é de quem está tentando acompanhar o próprio raciocínio e não o argumento de Grasielle.

Fonte: Elaboração própria com base em áudios capturados por gravadores e imagens em vídeo capturadas por filmadora.

Antônio ainda ensaia mais uma gesticulação representativa: faz com o dedo indicador da mão direita, mais ou menos na altura do pescoço, um movimento circular, no plano horizontal, no sentido anti-horário, como se contornasse uma circunferência, em sincronia com o seu enunciado: *ó a Terra é isso aqui*.

Figura 23 – Encontro do GF2 em 15 de outubro de 2018 – Resolução de lista de Exercícios – Em destaque Antônio enunciando e fazendo mais um gesto para os colegas do seu subgrupo

Fonte: Acervo da pesquisa. Imagem capturada de vídeo.

Mas, depois, Antônio passa a recorrer a um esboço feito (ou simulado) no papel. Ele segue argumentando, apontando com a caneta, mas sem efetivamente riscar a folha, possivelmente localizando pontos referidos nos enunciados que profere: *Deu que isso aqui é seis mil e quatrocentos quilômetros, não é? "[...] Supondo a Terra esférica, então vai ser daqui até aqui"* (T 12:29). Os gestos que acompanham os enunciados "*isso aqui*", "*daqui até aqui*" assumem, assim, uma função *dêitica*, auxiliando a enunciação verbal a indicar uma localização espacial (KENDON, 2004), nesse caso, no papel, enfatizando-a e reforçando as condições de produção de sentido.

Grasielle também passa a buscar, no esboço, a mediação visual para sua compreensão das condições do problema. Entretanto, à exclamação de Antônio chamando a atenção dos colegas para a identificação do objeto do problema (a Terra) com um objeto geométrico (a esfera), cujas características deveriam ser levadas em conta na hora de produzir uma narrativa para solucionar aquela questão ("*Mas, espera aí! Calma aí! Isso aqui é uma esfera"* (T 12:57)), Grasielle assume outra compreensão do problema, expressa num enunciado verbal que o gravador não consegue captar, mas que é acompanhado por um gesto, registrado pela câmera que direciona tal compreensão e sua defesa diante dos colegas.

Figura 24 – Encontro do GF2 em 15 de outubro de 2018 – Grasielle, em destaque, gesticula para o seu subgrupo durante a resolução da lista de exercícios

Fonte: Acervo da pesquisa. Imagem capturada de vídeo.

Nessa imagem (Figura 24), Grasielle é quem está explicando algo para Antônio e Leandro. Apesar da falha na captação do áudio, o enunciado verbal-gestual (que McNeill caracteriza como uma unidade gesto-fala[105]) de Grasielle reitera e dá consequência ao alerta de Antônio de que o formato da Terra é (para ser considerado) esférico: com os dedos indicadores e polegares das duas mãos posicionados em forma de curva, afasta e junta repetidamente as mãos, em uma posição rente ao seu corpo, na altura do busto (T 12:58), em uma ação que não representa um movimento mas confere uma ênfase à característica do objeto matemático a ser tomado como modelo da Terra, conferindo uma forma redonda (que aumenta e diminui, com finalidades retóricas) ao espaço entre suas mãos.

Essa expressão gestual sugere que Grasielle está argumentando ou especulando sobre uma possível solução para o problema que envolva a consideração do formato esférico da superfície e mobilize o conceito de comprimento da circunferência. O gesto de Grasielle, assim, assume uma função *icônica,* mas, também, *metafórica*, e cumpre, pragmaticamente o papel de respaldar e valorizar (quase impor) um argumento, que é acatado e passa a ser defendido por Antônio na sequência da interação.

"Mas a maior distância ... não seria... é o arco. Não?"

O trio prossegue recorrendo a gestos para respaldar sua interpretação do problema.

Quadro 25 - Transcrição da interação do subgrupo Grasielle, Antônio e Leandro na resolução da 3ª questão – 3ª parte – 2º Encontro GF2 realizado em 15/10/2018

Tempo	Locutor	Enunciado	Ações / Observações / Imagens
12:58	Grasielle	[Inaudível]	Com os dedos indicadores e polegares posicionados em forma de

[105] "gesture–speech unit" (McNeill, 2016, p.4)

			curva, das duas mãos, afasta e junta repetidamente as mãos, numa posição rente ao seu corpo, na altura do busto.
12:59	Antônio	*Deu para entender, Leo* [Leandro]*? Ó! Qual é a maior distância possível entre duas pessoas na superfície terrestre, supondo a Terra esférica e o raio seja ...* [repetindo a leitura da questão] *De cara eu imaginei o diâmetro. Mas não é; porque isso é uma semicircunferência.*	

Fonte: Elaboração própria com base em áudios capturados por gravadores e imagens em vídeo capturadas por filmadora.

Em sua resposta ao argumento dos colegas, Leandro também aposta na força referencial e pragmática dos gestos como mediadores visuais da cognição e da comunicação.

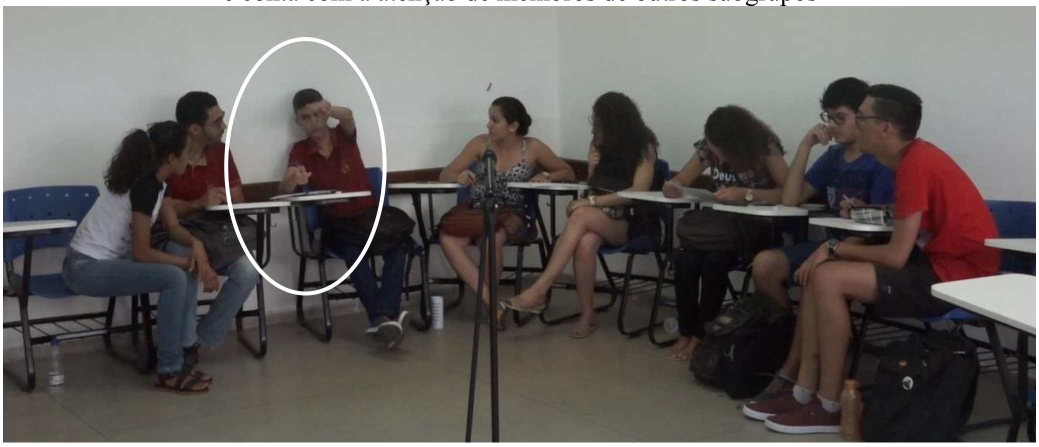
Quadro 26 - Transcrição da interação do subgrupo Grasielle, Antônio e Leandro na resolução da 3ª questão – 4ª parte – 2º Encontro GF2 realizado em 15/10/2018

Tempo	Locutor	Enunciado	Ações / Observações / Imagens
13:30	Leandro	*Mas a maior distância ... não seria... é o arco. Não?*	Desenha com o dedo indicador da mão esquerda uma semicircunferência no ar, no plano vertical paralelo ao seu corpo, contornando da direita para esquerda, como se fosse de um ponto a outro do “equador” passando pelo “polo norte”.  Na sequência, Leandro repete o mesmo desenho com a mesma gesticulação, como se quisesse reforçar o argumento com a gesticulação

Fonte: Elaboração própria com base em áudios capturados por gravadores e imagens em vídeo capturadas por filmadora.

O gesto amplo de Leandro, mais do que alterações na entonação do enunciado verbal, que é proferido ainda em tom de dúvida, chama a atenção não só de seus colegas de subgrupo (Antônio e Grasielle), mas, também, de quase todos os outros, como se pode observar na figura 25 abaixo.

Figura 25 – Encontro do GF2 em 15 de outubro de 2018 – Leandro, em destaque, gesticula para o seu subgrupo e conta com a atenção de membros de outros subgrupos



Fonte: Acervo da pesquisa. Imagem capturada de vídeo.

Leandro explicita sua proposta de solução, mais com gestos do que com a produção de um enunciado verbal gramaticalmente completo e caracteristicamente argumentativo. Assim, o gesto executado por Leandro assume uma função referencial, representando iconicamente uma trajetória em arco como se fosse de um ponto a outro do "equador" passando sobre a superfície da Terra pelo "polo norte". O gesto não apenas substitui elementos lexicais que completariam o enunciado verbal, produzido em expressões espaçadas ("*Mas a maior distância ... não seria... é o arco. Não?"* (T: 13:30)), auxiliando-o na comunicação de seu argumento. Ele auxilia a própria compreensão de Leandro no momento mesmo em que ele desenha com o dedo indicador da mão esquerda um arco no ar, no plano vertical paralelo ao seu corpo, contornando da direita para esquerda e, depois, o repete o mesmo desenho com a mesma gesticulação, reforçando o *golpe gestual* (KENDON, 2004; McNEILL, 1992), até que, depois, de duas repetições, ele "fecha" a curva, descrevendo com o dedo a corda que une os extremos do arco, talvez para concluir sua proposição de que o tal arco seria a semicircunferência (Figura 26).

Figura 26 – Sequência de imagens com Leandro gesticulando durante o Encontro do GF2 em 15 de outubro de 2018 – Resolução de lista de Exercícios

Fonte: Acervo da pesquisa. Imagens capturada de vídeo.

Podemos reconhecer, na repetição do mesmo gesto por Leandro, executando a mesma orientação e posicionamento no espaço, o que McNeill (2000,2016) caracteriza como *catchment* (captação).

Segundo McNeill (2000, 2016), uma *catchment* (captação) é uma espécie de fio condutor de imagens visuoespaciais que transita como uma parte do discurso, fornecendo "uma janela baseada em gestos para a coesão do discurso"[106] (McNEILL, 2000, p. 315, tradução nossa) e é reconhecida quando dois ou mais gestos se repetem com características parcial ou totalmente recorrentes de forma, movimento, orientação, dinâmica etc. A lógica é que a recorrência de uma imagem no pensamento do enunciador irá gerar a execução de gestos recorrentes. "Uma captação é reconhecida a partir de recorrências na forma de executar o gesto em um trecho do discurso."[107] (McNEILL, 2016, p.57, tradução nossa).

Essa recorrência de gestos realizada por Leandro vai acontecer com quase todos os estudantes que participam das discussões proferindo enunciados acompanhados de gestos repetitivos - *catchments*. Mesmo que, durante a movimentação dos gestos haja uma variação de ângulo em relação a postura corporal dos estudantes, em geral, eles/as vão buscar caracterizar (e enfatizar) os contornos do objeto matemático (semicircunferência, superfície esférica) para que aquele gesto tenha um sentido emblemático/representativo e potencialize não só a função interpretativa, mas, também, e talvez, principalmente, a força argumentativa (e nesse caso até mesmo de cooptação) da enunciação. Ou seja, não só por propiciar uma maior eficácia na comunicação, mas, também, por auxiliar na interpretação e na produção e

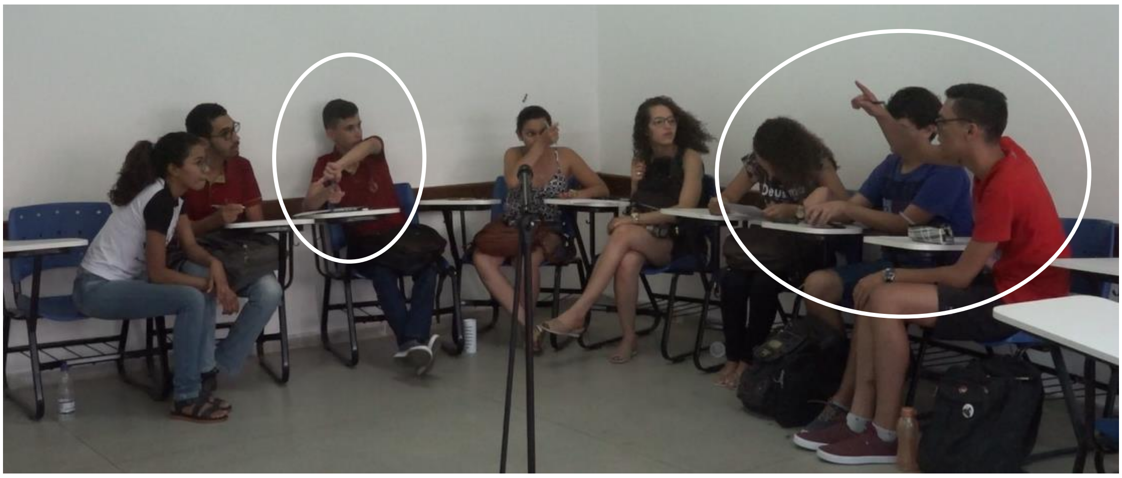
[106] a gesture-based window into discourse cohesion
[107] A catchment is recognized from recurrences of gesture form features over a stretch of discourse.

justificação do argumento, o recurso gestual cumpre um importante papel como mediador do discurso (e, assim, da compreensão) da matemática escolar. Além disso, ao contrário de um gesto único e fugaz, esse agir convoca, também por sua reiteração, outros interlocutores a considerarem sua interpretação e seu argumento.

"Eu calculei a semicircunferência."

Como a interação passa a partir daí a envolver os demais subgrupos, recordamos aqui as posições dos/das participantes na sala. Da esquerda para a direita, vemos, na cena captada pela Figura 27, Grasielle, Antônio e Leandro; Maria e Érica; Eduarda, Luís e Marcos Vinícius. É possível verificar nessa mesma imagem que, no momento em que Leandro está concluindo a sua comunicação gestual, Marcos Vinícius (na extremidade do lado direito) inicia sua fala-gesto, colaborando com a discussão.

Figura 27 – Em destaque, Leandro a esquerda e Marcos Vinícius a direita gesticulam durante a resolução de lista de exercícios - Encontro do GF2 em 15 de outubro de 2018



Fonte: Acervo da pesquisa. Imagem capturada de vídeo.

Nesse momento, espontaneamente, os três subgrupos que respondiam separadamente, começam a discutir a questão coletivamente, intrigados com o desafio de pensar qual a maior distância entre duas pessoas na superfície terrestre. A sequência de gestos e enunciados proferidos pelos/as demais estudantes vão compor um cenário que busca dar convergência e coesão ao discurso matemático para viabilizar a interpretação do problema em discussão e produzir uma narrativa da solução que, como tal, exigirá uma legitimação.

A exigência da legitimação nos leva, mais uma vez, a refletir sobre a função icônica e metafórica dos gestos protagonizados por aqueles/as licenciandos/as.

De um lado, o próprio enunciado do problema induz o recurso a um modelo imagético do mundo concreto (a terra, os pontos sobre a superfície, a trajetória). Assim, os gestos convocados pelos/as interlocutores/as cumprem, sem dúvida, uma função *icônica* (McNeill, 1992), que auxilia o enunciador e seus interlocutores na compreensão do problema e na elaboração de possíveis soluções.

Por outro lado, os gestos também se associam a objetos matemáticos, cumprindo, assim, uma função *metafórica,* que desempenha um papel não apenas de apoio à compreensão do problema, mas de legitimação da formulação da solução concebida e expressa por meio de conceitos matemáticos (abstratos). Com efeito, observamos a simultaneidade entre a enunciação por Marcos Vinícius de sua solução para o problema, "*Eu calculei a semicircunferência"* (T 13:35), com o gesto de desenhar com o dedo indicador da mão direita uma semicircunferência no ar, no plano vertical paralelo ao seu corpo, contornando da direita para esquerda e, ininterruptamente, repetindo o mesmo gesto (*catchment)* para subsidiar, reforçar e legitimar a *narrativa* que produz para solucionar o problema.

"Mas é esfera, a terra é esférica..."

A sequência da discussão nos permite observar na execução dos gestos uma interessante diferença no modo como os/as enunciadores/as se posicionam em relação aos objetos e às ações que tais gestos descrevem. Nos gestos de Antônio, Grasielle, Leandro e Marcos Vinícius, que já mencionamos e em outros que ainda comentaremos nesta seção, os objetos representados estão dispostos e se movem em um plano vertical como se estivessem em uma tela (ou em uma lousa) diante do enunciador, ou em um plano horizontal, sobre uma mesa (ou uma carteira escolar) à sua frente. Assim, seus corpos estão fora da cena, e eles se postam como observadores daquela cena que representam.

Já Maria, diferente dos demais colegas, produzirá um gesto a partir do seu corpo para frente, como se ela mesma fosse executar o movimento (a trajetória) que o gesto descreve, colocando-se por meio dessa coreografia, como o sujeito narrado. É o que nos chama a atenção no prosseguimento da interação que apresentamos a seguir.

Quadro 27 -Transcrição da interação com participação de estudantes dos três subgrupos do na resolução da 3ª questão – 5ª parte – 2º Encontro GF2 realizado em 15/10/2018

Tempo	Locutor	Enunciado	Ações / Observações / Imagens
13:35	Marcos Vinícius	[inaudível] ... *Eu calculei a semicircunferência.*	Fala algo com parte inaudível e faz uma gesticulação parecida com a de Leandro, desenhando com a mão direita uma semicircunferência no ar.

			Na sequência, Marcos Vinícius repete o mesmo desenho com a mesma gesticulação, como se quisesse reforçar o argumento. Espontaneamente os três subgrupos que respondiam separadamente, começam a discutir a questão coletivamente, intrigados com o desafio de pensar uma distância na superfície terrestre
13:38	Leandro	*... É o comprimento da circunferência.*	
13:40	Maria	*Mas é esfera, a terra é esférica...*	Ao proferir sua fala, Maria sai da posição de repouso para começar a gesticular.
13:43	Luís	*Sim. Mas a distância vai ser em linha reta de qualquer forma.*	
13:45	Maria	*Mas a distância de você percorrendo pelo meio da terra é diferente de você percorrer a superfície...*	Desenha no ar uma curva, gesticulando com a mão direita espalmada, virada para baixo, projetando uma semicircunferência no plano vertical, saindo de uma posição rente ao seu corpo, na altura do busto e dele se distanciando para frente, também descrevendo uma trajetória que iria de um ponto a outro do "equador", passando pelo "polo norte".
13:48	Marcos Vinícius	*Sim. Mas você não vai passar pela superfície?*	
13:50	Maria	*Sim. Mas a superfície não é reta, ela é curva. Ela faz a curva.*	Maria repete a mesma gesticulação, como se quisesse reforçar o argumento.

Fonte: Elaboração própria com base em áudios capturados por gravadores e imagens em vídeo capturadas por filmadora.

Na sequência enunciativa que reproduzimos, Maria entra na discussão, argumentando para os seus colegas sobre as condições de esfericidade do Planeta Terra: "*Mas é esfera, a terra é esférica"*[108] (T 13:40) e, simultaneamente, desenha uma curva no ar, executando um *gesto* (Figura 28) em que podemos reconhecer as fases do movimento caracterizadas por Kendon (2004) e McNeill (1992, 2005).

[108] Em tempos de tentativas de negação da ciência e de terraplanismo, talvez caiba observar que, apesar de a condição de considerar a Terra esférica tenha sido incluída no enunciado do problema, os/as licenciandos reafirmam essa condição como conhecimento assumido, independente da consigna do exercício. A certeza da esfericidade da Terra vem desde os antigos gregos, que, durante os eclipses observavam a projeção da sombra da Terra sobre a Lua. Assim, desde os tempos de Platão, Aristóteles, Arquimedes e Eratóstenes, entre outros, já predominava essa ideia entre os estudiosos da época. Aristóteles, por exemplo, observava o desaparecimento dos barcos em alto mar ao se distanciarem da terra (MLODINOW, 2008). Platão especulou o comprimento da circunferência da Terra em 64360 km. Arquimedes estimou em 48270 km e Eratóstenes é quem buscou calcular a partir de medidas mais objetivas, usando a unidade de estádio, calculou em 250 mil estádios o equivalente a 46250 quilômetros. Não obstante as divergências de cálculos, todos eles já tinham certeza que a terra era esférica (BOYER, 1996; EVES,1997). Todavia, cabe pontuar aqui que a esfera é um modelo de simplificação do formato da Terra. A seção plana norte-sul produz um contorno que se aproxima de uma elipse, por ser a Terra achatada nos polos. A Terra é mais larga na linha do Equador, com a circunferência medindo 40.075 quilômetros. É a consideração dessa simplificação (enquanto tal) que parece querer ser induzida pelo uso do verbo "supor" na consigna do problema: "*supondo a terra esférica e r = 6.400 km"*

Figura 28 – Sequência de imagens com Maria gesticulando durante o Encontro do GF2 em 15 de outubro de 2018 – Resolução de lista de Exercícios

Fonte: Acervo da pesquisa. Imagens capturadas de vídeo entre o tempo 12:51 a 12:56.

Com efeito, é possível caracterizar no gesto de Maria uma fase de *preparação do* gesto: inicialmente, Maria com os dedos indicadores das duas mãos esticados (ainda que a mão direita segure uma caneta) e unidos à altura do pescoço, do lado direito, aponta para a frente com o dedo indicador da mão esquerda e, esticando o braço, projeta essa mão para frente, enquanto o braço direito é esticado para trás da linha do corpo como se as pontas dos dois indicadores se posicionassem nos extremos de um segmento que, com o movimento posterior, se pode reconhecer como o diâmetro da semicircunferência que o gesto descreverá, conforme podemos visualizar nos Quadros A, B e C da Figura 28.

O *golpe do gesto* vem na sequência quando a mão direita de Maria, ainda segurando a caneta, mas com o indicador esticado, descreve no ar, de trás para frente, na direção do outro indicador, uma semicircunferência no plano vertical, para frente, também descrevendo uma trajetória que iria de um ponto a outro do “equador”, passando pelo “polo norte”, conforme se vê nos Quadros C, D e E da Figura 28. Essa trajetória, entretanto, observamos, não é descrita como se em uma tela à sua frente, mas no plano do movimento que o seu corpo faria se andasse para frente.

A *sustentação do golpe* se estabelece em seguida quando Maria repete o mesmo movimento não mais com a caneta na mão (a caneta é deixada rapidamente na carteira), mas, agora, com as duas mãos viradas para baixo, quase em concha, com os dedos unidos, a mão esquerda sendo projetada para frente com o braço se esticando em linha reta e a mão direita descrevendo a semicircunferência, em um movimento muito amplo, que demanda que ela estique bem o braço, ao passar pelo "polo norte", conforme é possível visualizar nos Quadros F, G, H e I da Figura 28.

Por fim, terminada sua intervenção, ocorre o *retorno do gesto*, no qual Maria com os cotovelos sendo apoiados na carteira e as mãos unidas à sua frente, em uma posição de repouso, conforme se vê no Quadro J da Figura 28.

O gesto amplo de Maria conforma seu esforço no sentido de que sua enunciação, composta de fala e gesto, possa expressar o seu argumento que enfatiza a característica daquele objeto físico ("*a terra é esférica"*), e, nesse sentido, cumpre uma função *icônica* para incrementar a potência comunicacional e persuasiva do enunciado verbal ("*Mas a distância de você percorrendo pelo meio da terra é diferente de você percorrer a superfície...")*. Desse modo, se McNeill (2016) adverte que um falante não executa um gesto apenas para orquestrar a fala, pois sua pretensão central é a comunicação, cabe-nos, na perspectiva de Sfard (2009), acrescentar ainda que o gesto também contribui não só para apresentar o argumento para o outro, mas, também, para formulá-lo (e defendê-lo) para si mesmo.

Todavia, não é apenas o formato do objeto físico (a Terra) que inspira o gesto (e o argumento de Maria). A intenção, a forma e a amplitude do seu gesto são inspiradas pela referência ao objeto matemático esfera (e sua projeção plana, a circunferência), para cuja expressão o gesto assume uma função *metafórica.*

As funções *representacional icônica* e *metafórica* do gesto de Maria são ainda convocadas, mais uma vez, quando, em sua repetição (*catchment*), ele acompanha o enunciado proferido por ela ("*Sim. Mas a superfície não é reta, ela é curva. Ela faz a curva"* (T 13:50)), em resposta ao argumento de Marcos Vinicius *("Sim. Mas você não vai passar pela superfície?")*, que parece fundar-se na hipótese de que, sobre a superfície da Terra, de qualquer maneira se andaria em linha reta.

Entretanto, o que queremos destacar, aqui, é a diferença de perspectiva de sujeito que a mudança de direção do movimento do gesto de Maria em relação ao seu próprio corpo, comparado aos gestos dos demais colegas, define também em seu próprio enunciado verbal e no de Marcos Vinícius. Com efeito, julgamos possível especular que o fato de Maria executar um gesto em que se coloca na posição de ela mesma descrever a trajetória sugerida pelo movimento de sua mão reflete na (ou reflete a) formulação de seu argumento e, mesmo na formulação do argumento de seu colega, os enunciados de Maria e Marcos Vinícius, diferentemente dos argumentos anteriores de seus colegas, que não mencionavam o sujeito da ação, mas apenas o modelo da trajetória, introduzem um sujeito da ação que é o próprio interlocutor (*"Mas a distância de **você** percorrendo pelo meio da terra é diferente de **você** percorrer a superfície..."; "Sim. Mas **você** não vai passar pela superfície?"* (O grifo é nosso, para esclarecer nosso argumento. Não houve mudança de entonação ao proferir esses pronomes)).

Assim, mais uma vez, nos parece reiterado o argumento de que a linguagem, em uma composição de seus recursos lexicais verbais e de seus mediadores visuais, não se presta apenas à comunicação, mas forja o próprio pensamento, contribuindo para e, de certa forma, produzindo os modos de compreensão das narrativas matemáticas dos outros e das próprias, sendo, nesse sentido, decisiva nos processos de apropriação de práticas de numeramento. A observação de Maria, na sequência que apresentamos a seguir, confessando a mudança na sua própria compreensão do problema que se processa a partir da gesticulação dos colegas e da sua própria gesticulação, reitera nosso argumento.

"É, agora faz sentido... não é o diâmetro"

A interação coletiva prossegue:

Quadro 28 - Transcrição da interação com participação de estudantes dos três subgrupos do na resolução da 3ª questão – 6ª parte – 2º Encontro GF 2 realizado em 15/10/2018

Tempo	Locutor	Enunciado	Ações / Observações / Imagens
13:56	Marcos Vinícius	*É o que estou falando, a gente calculou pela circunferência.* [Pouco audível]	Quase que simultaneamente à metade da fala de Maria, Marcus Vinícius repete, com a mão direita, a mesma gesticulação descrita anteriormente.
13:58	Leandro	*Pega o comprimento da circunferência e divide por 2, né não?*	Reforça a fala, desenhando no ar com o dedo indicador da mão direita uma semicircunferência, no plano vertical paralelo ao seu corpo, contornando da direita para esquerda e, em seguida, desenha com o dedo, um segmento horizontal, da esquerda para a direita, "fechando" a semicircunferência.
14:00	Luís	*Exatamente!*	
14:02	Maria	*É, agora faz sentido... não é o diâmetro. Eu estava pensando no diâmetro.*	

14:05	Leandro	*Porque se for pegar por dentro da terra... poderia pegar daqui até aqui e dava para descobrir aqui, no triângulo.*	Desenha no ar com a mão direita uma forma triangular, traçando, de baixo para cima, da esquerda para direita um lado inclinado, em seguida descendo, ainda da esquerda para direita, e, depois desenha a base horizontal da direita para esquerda, mais lentamente, como se estivesse colocando mais força para esboçá-la. Na sequência, Leandro repete o mesmo desenho com a mesma gesticulação, como se quisesse reforçar o argumento.

Fonte: Elaboração própria com base em áudios capturados por gravadores e imagens em vídeo capturadas por filmadora.

Buscando responder a questão em tela, Leandro enuncia, pedindo a confirmação dos/as colegas: *"Pega o comprimento da circunferência e divide por 2, né não?"* (T 13:58). Para reforçar a produção da sua narrativa e, certamente, um possível endosso dos colegas na solução do problema, mais uma vez, Leandro usa o recurso gestual para reforçar a sua fala, desenhando no ar com o dedo indicador da mão direita uma semicircunferência no plano vertical paralelo ao seu corpo, contornando da direita para esquerda e, em seguida, desenha com o dedo, um segmento horizontal, da esquerda para direita, "fechando" a semicircunferência (ver Figura 29). Mais uma vez, as dimensões icônica e metafórica da gesticulação vão guiando e mediando os enunciados dos/as estudantes.

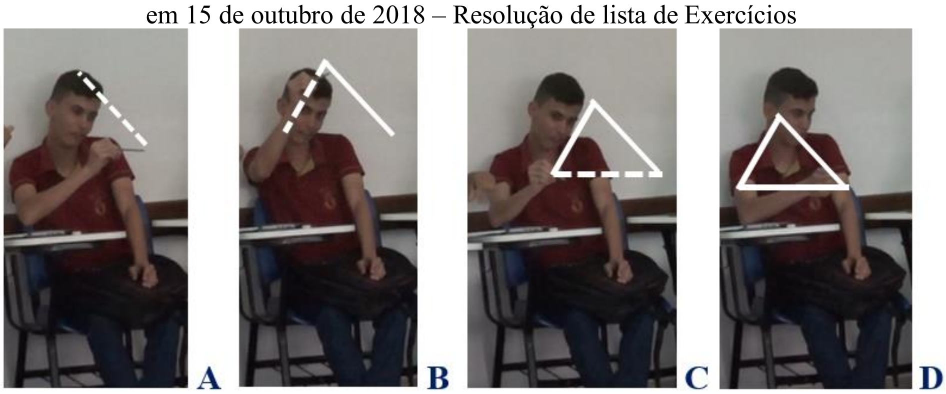
Figura 29 – Leandro gesticula esboçando uma semicircunferência durante o Encontro do GF2 em 15 de outubro de 2018 – Resolução de lista de Exercícios

Fonte: Acervo da pesquisa. Imagem capturada de vídeo.

Na sequência à fala-gesto de Leandro, temos os enunciados de Luís (“*Exatamente!”* (T 14:00)) e de Maria (“*É, agora faz sentido...”* (T 14:02)) em concordância ao que o colega ponderou.

Todavia, Leandro especula um outro modo de tentar resolver o problema, enunciando (“*Porque se for pegar por dentro da terra... poderia pegar daqui até aqui e dava para descobrir aqui, no triângulo.”* (T 14:05)) e, gesticulando em sincronia, desenha no ar com a mão direita (com a caneta em punho apontando) uma forma triangular. Nesse desenho, Leandro traça, de baixo para cima, da esquerda para direita um lado inclinado; e, em seguida, desce, ainda da esquerda para direita, e, depois, desenha a base horizontal do triângulo da direita para esquerda mais lentamente, como se estivesse colocando mais força para esboçá-la, conforme sequência de imagens e ilustrações[109] (Figura 30). Assim, em um mesmo movimento gestual, e combinando-o com os enunciados verbais, Leandro confere a seus gestos funções dêitica, icônica e, também, metafórica.

Figura 30 – Na sequência de imagens, Leandro gesticula esboçando um triangulo durante o Encontro do GF2 em 15 de outubro de 2018 – Resolução de lista de Exercícios



Fonte: Acervo da pesquisa. Imagem capturada de vídeo.

A ilustração e a descrição dos diversos tipos de gestos sincronizados às falas que mostramos anteriormente, para além de identificar uma tipologia, cumprindo uma função pragmática, também, acentuam a coesão. Por isso, McNeill (1992) os denomina *gestos coesivos.* Quando os/as estudantes repetem os gestos com movimentos similares, deslocando as mãos e os braços em um mesmo traçado e localização espacial, eles/as estão buscando na coesão gestual, uma articulação entre as partes dos enunciados para que, dessa forma, com a conexão entre essas partes, seja possível produzir uma narrativa adequada e eficiente àquele

[109] Na ilustração dos lados do triangulo, desenhado sobre a foto, as linhas pontilhadas são projeções do contorno dos lados do triângulo e as linhas cheias são os lados do triângulo já contornados em sequência conforme foi gesticulado.

contexto de resolução do problema, que envolve a maior distância possível entre duas pessoas na superfície terrestre. Ademais, se se destaca na resolução deste problema a mobilização desse recurso visual – gesto – é porque isso a diferencia da dinâmica de enfrentamento dos demais problemas, denunciando como o corpo é pouco convocado (ou sua participação é pouco destacada) nos processos de apropriação de práticas matemáticas e na produção do discurso matemático.

"Se você está junto não tem distância entre duas pessoas"

Embora todos parecessem estar de acordo com a solução proposta, Antônio ainda se permite mais uma especulação.

Quadro 29 -Transcrição da interação com participação de estudantes dos três subgrupos do na resolução da 3ª questão – 7ª parte – 2º Encontro GF2 realizado em 15/10/2018

Tempo	Locutor	Enunciado	Ações / Observações / Imagens
14:06	Antônio	*A maior distância entre duas pessoas na superfície são essas duas pessoas estarem praticamente no mesmo lugar.*	A voz de Antônio aparece paralelamente a fala final de Leandro.
14:17	Maria	*Não! Não, calma aí! É na metade então!*	
14:22	Antônio	*Não! Eu entendi, mas eu quis dizer assim ... porque a maior distância... se eu to aqui e faço isso aqui, mas eu posso estar aqui e aqui e aí eu faço isso aqui... a uma distância isso aqui, a maior distância possível.*	Simula, no papel que está sobre a carteira (sem, entretanto, riscá-lo de fato), o desenho de uma circunferência partindo de um ponto voltando a ele mesmo.
14:35	Maria	*Entre duas pessoas. Não é a distância percorrida* [dá ênfase no adjetivo] *entre duas pessoas. É entre, entre. Se você está junto não tem distância entre duas pessoas.*	Enquanto fala, desenha no ar, com dedo indicador da mão direita, uma semicircunferência no plano vertical paralelo ao seu corpo, contornando da esquerda para direita. Em seguida, com os dedos indicadores das duas mãos apontando para frente, afasta e junta repetidamente as mãos, numa posição rente ao seu corpo, na altura do busto.
14:45	Leandro	*Tá certo! Agora se você fala assim você tem que voltar lá e percorrer outro caminho.*	Desenha no ar, com o dedo indicador da mão esquerda, uma semicircunferência no plano vertical, frontal ao seu corpo, de cima para baixo (como se estivesse indo do polo norte ao polo sul), começando da altura da sua cabeça até a altura da carteira e retornado de baixo pra cima, repetidamente.

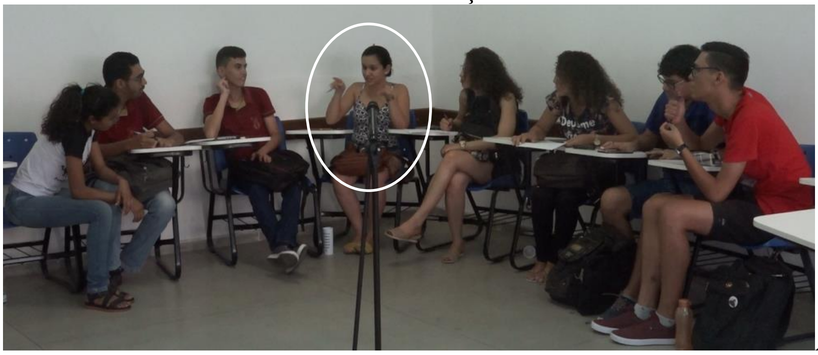
Fonte: Elaboração própria com base em áudios capturados por gravadores e imagens em vídeo capturadas por filmadora.

Ao final, antes de os subgrupos voltarem a se concentrar nos cálculos e na conclusão da resolução do exercício entre eles, todos/as que haviam argumentado por meio da fala-gesto voltaram a repetir rapidamente gestos icônicos, desenhando os mesmos formatos circulares, com pequenas variações: Antônio, com a mão esquerda e o dedo indicador apontando para baixo, simula um círculo, como se fosse a linha do Equador. Esse gesto é parcialmente repetido por Marcos Vinícius ao movimentar o dedo indicador da mão direita, fazendo um rápido giro circular.

Antônio, entretanto, retoma a palavra e produz outra imagem por meio do gesto, simulando um desenho que respaldaria outra interpretação do problema, que considera a maior distância entre duas pessoas na superfície da terra seria a circunferência completa, se se considerar que as duas pessoas estivessem uma de costas para a outra no mesmo ponto. Antônio vai apontando e riscando no papel (folha de resposta), simulando a circunferência, o ponto e a trajetória que um sujeito que é, no seu enunciado, ele mesmo, descreveria para percorrer a maior distância na superfície da terra: "*se eu tô aqui e faço isso aqui, mas eu posso estar aqui e aqui e aí eu faço isso aqui... a uma distância isso aqui, a maior distância possível"* (T 14:22).

Em resposta, Maria faz uma rápida gesticulação que reitera a solução que propusera, mas, em seguida, muda o gesto para enfatizar e representar o que destaca na sutileza da expressão verbal da proposição do problema: que ela se refere à distância entre as posições das pessoas e não à trajetória que percorreriam. É a explicitação dessa sutileza que Maria vai mobilizar para enfrentar o argumento de Antônio: "*Entre duas pessoas. Não é a distância* ***percorrida*** *entre duas pessoas. É entre, entre. Se você está junto não tem distância entre duas pessoas".* O enunciado e a gesticulação de Leandro também remetem ao modo como o problema é enunciado: "*Tá certo! Agora se você fala assim você tem que voltar lá e percorrer outro caminho".*

Figura 31 – Encontro do GF2 em 15 de outubro de 2018, em destaque Maria e Leandro gesticulando – Resolução de lista de Exercícios


A

B

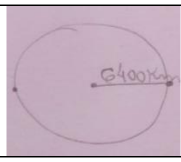
Fonte: Acervo da pesquisa. Imagem capturada de vídeo.

"Eu quero saber qual é fórmula do comprimento da circunferência?"

Finalmente, os subgrupos encaminham a produção das respostas escritas.

Quadro 30 - Transcrição da interação com participação de estudantes dos três subgrupos do na resolução da 3ª questão – 8ª parte – 2º Encontro GF2 realizado em 15/10/2018

Tempo	Locutor	Enunciado	Ações / Observações / Imagens
14:51	Maria	*Eu quero saber qual é fórmula do comprimento da circunferência?*	
14:53	Antônio e Leandro	*Dois Pi r* [2 π r]	Respondem baixinho, sem se voltarem para a colega, como se estivessem dando uma "cola" para o grupo ao lado. Antônio apaga algo na folha, como se fosse algum esboço feito durante a conversa. Na sequência, todos/as voltam a fazer contas e conversar baixinho entre os membros dos próprios trios e dupla, durante alguns minutos...
15:04	Leandro	*É uma circunferência encolhida, hein?* [Risos] *Ficou feia prá caramba!*	Ironiza o esboço do gráfico que ele está fazendo.
15:07	Grasielle	*Eu tenho compasso aqui.*	
15:09	Leandro	*Não. Mas aí eu vou precisar da régua.*	
15:04	Antônio	*Pode. É porque na verdade ...*	
15:20	Pesquisador	*Já podemos conversar sobre essas questões? Eu gostaria que vocês avaliassem o grau de dificuldade dessas questões, como foram elaboradas, etc*	
15:23	Antônio	*Calma aí, professor!*	
15:40	Pesquisador	*Terminou, Maria? Podemos começar?*	Enquanto o pesquisador espera mais alguns minutos os estudantes fazem conjecturas soltas com falas cortadas.
15:52	Leandro	*Bota três vírgula catorze, que já tá acostumado... Não... Ficou até mais ou menos aqui .... Só ficou meio torta.*	Comenta sobre o esboço da circunferência que ele fez.

Fonte: Elaboração própria com base em áudios capturados por gravadores e imagens em vídeo capturadas por filmadora.

Nessa nossa reflexão a partir de eventos de numeramento em que os/as estudantes proferem seus enunciados mobilizando vocabulários típicos do discurso matemático (ponto, reta, raio, diâmetro, circunferência, semicircunferência, superfície esférica etc) e lançam mão de mediadores visuais como diagramas, (esboços de) figuras geométricas e fórmulas algébricas, mas, também, recorrem a gestos e lhes atribuem funções representacionais e retóricas, reiteramos a complexidade e a delicadeza dos processos de apropriação de práticas de numeramento escolares e como esses processos são informados pelas vivências escolares e outras oportunidades de contato com objetos matemáticos protagonizadas pelos/as licenciandos/as. Assim, compreender o discurso matemático desses/as estudantes – futuros/as professores/as de matemática – é, também, adentrar na discussão sobre a complexidade da relação desses sujeitos com o mundo dos objetos da matemática (ora considerados a partir de modelos "concretos", ora operados como conceitos "abstratos"), relação que é mediada pela linguagem.

Desse modo, ao discutirem uma distância entre duas pessoas na superfície terrestre, esses/as estudantes falam de algo "concreto" e que "existe" – o Planeta Terra, pessoas – e de uma relação entre posições ou de ações a serem executadas por agentes também concretos ("*duas pessoas*", "*você*"). Essa "concretude", mais explícita no enunciado da 3ª questão do que no dos outros problemas elaborados pelos estudantes dos outros Grupos Focais, parece induzir, com maior frequência e maior relevância, na composição dos argumentos, a utilização de recursos gestuais.

Todavia, quando discutem a solução para o problema, enunciados verbais e os gestos que os acompanham (e de certa maneira também os configuram) referem-se a conceitos abstratos, aos quais, teoricamente, não nos relacionaríamos pela experiência sensorial, uma vez que não existem fisicamente no mundo real. Essa referência, nesse sentido, seria estabelecida por meio de recursos metafóricos (LAKOFF; NÚÑEZ, 2000).

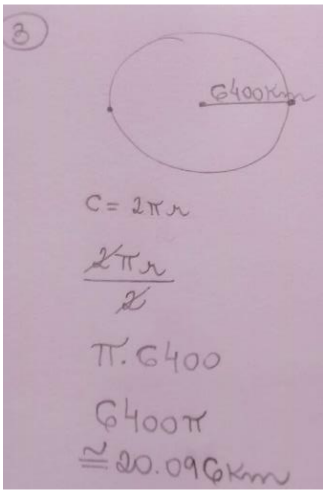
Com efeito, na exploração do modelo físico, cuja conformação é sugerida por alguns esboços no papel, mas, principalmente pela gesticulação que descreve formas e movimentos no ar, os/as licenciandos/as recorrem a (e enunciam) diversos objetos matemáticos: *diagonal*, *esfera*, *corda*, *diâmetro*, *raio*, *semicircunferência*, *arco*, *comprimento da circunferência*, *distância*, *ponto*, *linha reta*, *superfície reta (plana)*, *superfície curva*, *triângulo*, *fórmula do comprimento da circunferência*, *2 π r.*

Esses conceitos, entretanto, por sua referência geométrica, têm sua origem relacionada a categorias de objetos físicos, mas percorrem uma *trajetória epistemológica* de descolamento desses objetos, em meio a qual, vão se despojando de dimensões e imperfeições que caracterizam o mundo real, para se estabelecerem como objetos matemáticos abstratos: segmentos que só têm uma dimensão; superfícies que não têm profundidade etc. Essa trajetória é orientada pelo mesmo ideal de separação entre corpo e mente que impregna as práticas matemáticas escolares e, de resto, o conhecimento que se veicula na escola de um modo geral.

Entretanto, na solução dessa 3ª questão (mais destacadamente do que no enfrentamento das demais questões elaboradas pelos próprios estudantes), contrariando a dicotomia cartesiana entre corpo e mente, como vimos, quase todos os enunciados são proferidos integrando a linguagem corporal à linguagem verbal, com a recursividade gestual demarcando uma modalidade de linguagem, que não só tem a mediação visual como fundamental para compreensão dos discursos matemáticos (SFARD, 2007, 2008), mas convoca os corpos a exercerem essa mediação e produzirem os discursos empreendidos para caracterizar objetos matemáticos e resolver o problema. Ou seja, ao serem desafiados a resolver um problema geométrico, os/as estudantes mobilizaram seus corpos (em especial gesticulando com braços e mãos) para atribuírem significado aos conceitos e propriedades do objeto matemático em discussão, tornando-os mais "palpáveis" (MCNEILL, 2005) e, assim, mais compreensíveis.

Considerando a nossa disposição de identificar e analisar eventos de numeramento em que se configuram processos de apropriação de práticas da matemática escolar, nessa reflexão sobre os mediadores visuais, inspirada na caracterização dos elementos que Sfard aponta como componentes da comognição, poderíamos ter-nos dedicado à análise dos registros que os/as estudantes produziram para a apresentação da solução das questões propostas (Figuras 32, 33 e 34).

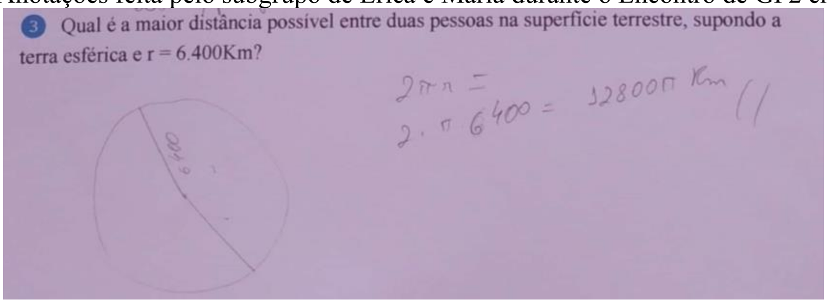
Figura 32 – Anotações feita pelo subgrupo de Antônio, Grasielle e Leandro durante o Encontro de GF2 em 15/10/2018



Fonte: Acervo da pesquisa. Imagem digitalizada da folha de resposta.

O subgrupo de Antônio, Grasielle e Leandro apresentou o esboço da figura de uma circunferência com o raio indicando o valor de 6.400km e, logo a seguir, a fórmula de comprimento da circunferência: $C = 2\pi r$. Na sequência, dividiu $2\pi r$ por dois ($\cancel{2}\pi r/\cancel{2}$) e na linha abaixo, escreveu π vezes 6.400, em seguida 6400π e, finalmente, colocou o resultado como aproximadamente 20.096 km (Figura 32).

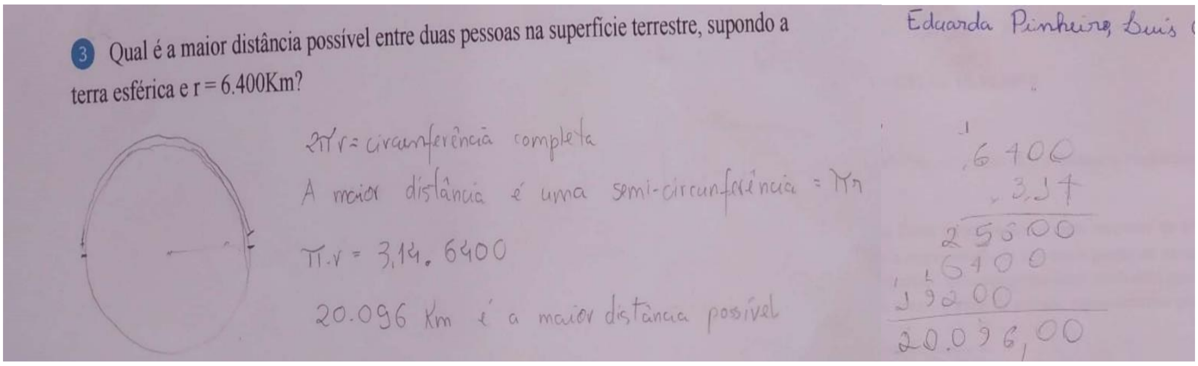
Figura 33 – Anotações feita pelo subgrupo de Érica e Maria durante o Encontro de GF2 em 15/10/2018



Fonte: Acervo da pesquisa. Imagem digitalizada da folha de resposta.

Nas anotações do subgrupo de Maria e Érica, elas consideraram, no cálculo, o comprimento da circunferência, escrevendo 2 π r; em seguida, substituíram r por 6.400 e, fazendo a multiplicação desse valor por 2, deixaram o resultado em função de π (2 π 6400 = 12.800 π km).

Figura 34 – Anotações feita pelo subgrupo de Eduarda, Luís e Marcos Vinícius durante o Encontro de GF2 em 15/10/2018



3 Qual é a maior distância possível entre duas pessoas na superfície terrestre, supondo a terra esférica e r = 6.400Km?

Eduarda Pinheiro Luís

$2\pi r$ = circunferência completa

A maior distância é uma semi-circunferência = πr

$\pi . r = 3{,}14 . 6400$

20.096 Km é a maior distância possível

6400
x 3,14
25600
6400
19200
20.096,00

Fonte: Acervo da pesquisa. Imagem digitalizada da folha de resposta.

O subgrupo de Eduarda, Luís e Marcos Vinícius apresentou o esboço da figura de uma circunferência assinalando o raio e escreveu, ao lado do esboço, os seguintes enunciados (um abaixo do outro): "*2πr = Circunferência Completa*"; *"A maior distância é uma semi-circunferência = πr"*; *"π.r = 3,14 . 6400"*; *"20.096 Km é a maior distância possível"*. No canto da folha de resposta, foram registrados os cálculos da multiplicação de seis mil e quatrocentos vezes três virgula catorze, chegando ao resultado de vinte mil e noventa e seis (Figura 34).

Esses registros, todavia, embora auxiliem na elaboração da solução dos problemas, nem sempre nos permitem testemunhar o processo de compreensão que inspira essa elaboração. Por isso, optamos por essa análise dos gestos como mediadores visuais na produção do discurso matemático, conforme postula Sfard (2007, 2008). Ainda que os gestos componham as interações que se estabeleceram na discussão de todas as questões, foi a discussão dessa 3ª questão que nos propiciou focalizar a expressividade dos gestos como potencializador do discurso matemático, na perspectiva defendida por Sfard (2009), segundo a qual a comunicação matemática não é uma ação voltada apenas ao interlocutor, mas é decisiva para a compreensão do próprio enunciador.

Nesse sentido, essa discussão sobre os gestos nos ajuda na reflexão sobre jovens estudantes da Licenciatura em Matemática da Uneb-Caetité, que colocam em movimento seus corpos, seus recursos verbais, sua memória gestual, seus estilos retóricos para forjar seus processos de apropriação de práticas de numeramento escolares.

4.3 "*Agora, completar quadrado!*": narrativas e rotinas na apropriação de práticas de numeramento escolares

Nesta seção, vamos analisar as interações geradas pela participação dos/as estudantes do Grupo Focal 2 na resolução do segundo exercício – uma questão típica de Geometria Analítica envolvendo o conteúdo "Cônicas". Nesse exercício, dada uma equação geral do 2º grau, foi solicitado que fossem identificados o tipo de cônica que a equação representava e alguns de seus elementos e, por fim, que fosse feito um esboço do gráfico dessa cônica.

Para essa análise, vamos recorrer às proposições de Sfard (2007, 2008) referentes às características do discurso matemático, focalizando, de maneira especial, os modos como os/as estudantes de licenciatura lidam com as narrativas que compõem o discurso da matemática escolar. Nessa perspectiva, retomaremos a discussão, proposta pela autora, sobre a produção e a legitimação das narrativas, sobre a relação entre objetos matemáticos e outros objetos produzidos discursivamente, e sobre as regras que parametrizam esse discurso.

Produção de narrativas e a configuração do discurso matemático

Como já vimos anteriormente, Sfard (2007, 2008) define quatro elementos críticos que caracterizam os discursos matemáticos: os vocabulários, os mediadores visuais, as narrativas e as rotinas. Aqui, vamos retomar a discussão sobre as narrativas, por ser do nosso interesse, nesta seção, focalizar sua produção e sua legitimação, nas posições que os/as licenciandos/as assumem na interação que selecionamos para esta análise. Para Sfard (2008), "*narrativa* é qualquer sequência de enunciados que pode ser compreendida como uma descrição de objetos, de relações entre objetos, ou de processos com ou por objetos, sujeita a *endosso* ou rejeição segundo procedimentos de justificação específicos do discurso"[110] (SFARD, 2008, p. 134, destaque da autora, tradução nossa).

Nessa perspectiva é que vamos analisar o processo de produção de narrativas que se estabelece por meio de um jogo interlocutivo do qual os/as licenciandos/as participam, assumindo posições discursivas – como tal, sempre responsivas (BAKHTIN, 2006) –, na busca colaborativa de identificar o tipo de cônica a partir de uma equação geral dada, como demandava a proposição do exercício:

[110] *Narrative* is any sequence of utterances framed as a description of objects, of relations between objects, or of processes with or by objects, that is subject to *endorsement* or rejection with the help of discourse-specific substantiation procedures.

Dada a equação geral $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 4 = 0$, determine a cônica determinando o centro e os focos e, em seguida, faça o esboço do gráfico[111].

Nesse jogo, esses/as estudantes mobilizam conceitos e também procedimentos típicos da Geometria Analítica (contemplados na Educação Básica e no Ensino Superior[112]) com o objetivo de, a partir de certas regras, enquadrar os elementos algébricos disponíveis em um sistema de representação por meio do qual é possível descrever um objeto geométrico – uma curva cônica –, estabelecer relações entre essa curva e seus elementos (e respectivas posições), e traduzi-lo no esboço de uma figura, de modo a atender, por meio de narrativas legitimadas, às demandas da consigna do exercício.

Como destacamos em nossas considerações sobre a elaboração da ideia da Comognição de Sfard[113], as narrativas podem se referir aos objetos matemáticos em si (por exemplo, a equação geral de uma cônica: $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 4 = 0$ seria uma narrativa neste nível *objetal*) ou podem ser consideradas de *meta-nível*, quando fazem referência a determinados procedimentos típicos de um fazer matemático, legitimado por um certo grupo cultural (por exemplo, a descrição dos procedimentos utilizados para transformar uma equação geral de uma cônica para sua forma reduzida pelo processo prático de "completar quadrados"[114], ou seja, inserir valores nos termos independentes de modo a se obterem trinômios quadrados perfeitos, o que possibilita transformar os polinômios em binômios ao quadrado).

Segundo Sfard (2008), em geral, para se produzir um discurso (admitido como) matemático, ou seja, para a realização de uma comunicação matemática (*mathematizing*), é preciso produzir narrativas que possam ser endossadas, "carimbadas" como verdadeiras e

---

[111] Esse exercício foi elaborado por estudantes de um outro Grupo Focal (estudantes do 7º e 9º semestres). Preservamos a repetição do verbo "determinar" do enunciado original.

[112] Grasielle, Antônio e Leandro estavam cursando o 5º semestre e, portanto, haviam cursado as disciplinas de Geometria Analítica (previstas para o 2º e 3º semestres) havia um ano. No subgrupo de Luís, Eduarda e Marcos Vinícius, eram todos do 3º semestre e tinham cursado Geometria Analítica I no período anterior e estavam cursando Geometria Analítica II. Já na dupla Maria e Érica, a primeira estava 5º semestre e cursara as disciplinas de Geometria Analítica havia um ano e a última estava no 3º semestre, cursando, pois, Geometria Analítica II.

[113] Ver, nesta tese, na seção 1.8 no capítulo 1.

[114] No volume 3 de sua coleção de livros didáticos dirigidos ao Ensino Médio, Iezzi et al (2016) apresenta, por meio de um exemplo, os procedimentos de "completar quadrados" para determinar o centro e a medida do raio de uma circunferência. Diante de uma equação do segundo grau com duas incógnitas, expressa por um polinômio com termos em x^2, x, y^2, y e termos independentes, os autores orientam: primeiro agrupar termos em x e em y no 1º membro da igualdade e passar os termos independentes para o 2º membro da igualdade; em seguida, "completar os quadrados", acrescentando números reais aos termos agrupados de modo a obter dois trinômios quadrados perfeitos (um em **x** e o outro em **y**). Para a manutenção da relação de igualdade, os números reais acrescentados no 1º membro da igualdade devem ser também, acrescentados no 2º membro da igualdade (ver Anexo 7).

reconhecidas como acontecimentos matemáticos, historicamente constituídos nas relações de poder. Uma narrativa é considerada endossável se decorre de outras narrativas também endossadas em consonância com regras aceitas por um certo coletivo.

Em geral, os discursos da matemática que se ensinam na Escola Básica e, de maneira progressivamente mais rigorosa, os discursos da matemática contemplada no Ensino Superior são parametrizados e moldados dentro de uma linguagem normatizada e regrada, com um repertório específico, que almeja a restrição de significado e de possibilidades sintáticas, e que nos direciona ao que é "permitido" ou "proibido" fazer, quando operamos com enunciados dessa área do conhecimento, nesses meios (Escola Básica ou Ensino Superior) e naqueles que usufruem ou são regidos por ela. A prevalência da lógica aristotélica, baseada na dicotomia verdadeiro ou falso, tem sido uma marca histórica da matemática praticada nas escolas e na academia e, de certo modo, de todo conhecimento veiculado nessas instituições educativas.

Ao discutir aspectos da normatização da matemática, Antônio Miguel; Denise Vilela e Anna Regina Moura (2010) afirmam que nem sempre essa norma indica como a coisa é "mas como deve ser, ou seja, quais são as regras que devem ser seguidas para que a coisa se comporte como a definição" (p. 141). Os/as autores/as acrescentam que essas normas e regras conduzem os modos de proceder quase que de forma automática, pois estão culturalmente enraizadas em nossas vidas.

Nessa perspectiva, tais regras e normas definem a constituição de narrativas legitimadas, que compõem o discurso matemático, e estabelecem essa constituição como o modelo pelo qual a comunidade de matemáticos busca implementar uma comunicação "perfeita", segundo seus rígidos critérios de legitimação. Segundo Sfard (2008), essa rigidez diferencia o discurso matemático dos demais discursos. Todavia, isso não quer dizer que temos uma única maneira de operar com essas regras na produção ou na comprovação de narrativas. Há, por exemplo, diferenças significativas entre as rotinas de construção e fundamentação que são praticadas nos discursos matemáticos cotidianos e aquelas praticadas nos letrados/formais; bem como entre o discurso da matemática contemplada na Educação Básica e o discurso da matemática contemplada no Ensino Superior, sendo, pois, necessário explicitarem-se processos de transição em que se apontem as mudanças ou as adequações nas rotinas.

Rotinas que legitimam as narrativas no discurso matemático

Sfard (2008) define rotinas como “conjuntos de regras meta discursivas que descrevem padrões discursivos recorrentes”[115] (p. 220, tradução nossa). No conjunto de meta-regras que conformam uma rotina, podem-se identificar três subconjuntos: o das regras que determinam as condições de aplicabilidade da rotina, ou seja, as circunstâncias que permitem ou demandam que uma rotina seja implementada; o das regras que regem o curso da ação (ou procedimento) da rotina, ou seja, que determinam ou restringem a forma como a sequência de ações da rotina pode ser executada; e o das que estabelecem as condições de conclusão (ou fechamento) da rotina, isto é, que definem que circunstâncias o executor pode interpretar como sinal de uma conclusão bem-sucedida da narrativa.

A autora observa que as regras de procedimento da rotina definem o *como* se implementar a rotina, determinando, ou ao menos restringindo, o curso da performance discursiva que configura a ação ou o procedimento que se vai executar quando se põe uma rotina em funcionamento; mas são os outros dois subconjuntos de regras (de aplicabilidade e de fechamento) que estabelecem o *quando* se deve implementá-la, restringindo ou mesmo determinando em que situações, o sujeito do discurso consideraria adequado e exitoso implementar aquela rotina. Assim, dois estudantes que parecem estar desenvolvendo um mesmo procedimento, podem, no entanto, estar executando rotinas distintas, diferenciadas pelo modo como definiram aplicar aquela rotina e avaliaram como vão considerar que ela foi concluída a contento. Sfard (2008) adverte, ainda, que, enquanto aprender o *como* da rotina é “muitas vezes uma tarefa bastante simples, aprender seu *quando* pode ser um esforço para toda a vida”[116] (p. 121).

Entretanto, conforme argumenta Sfard (2008), apesar de as rotinas serem limitadoras e de as regras com muito rigor serem de certa forma paralisantes, a falta de atenção ao cumprimento das regras que compõem a rotina de legitimação de uma narrativa também pode prejudicar ou mesmo impedir sua produção. Se a observância dessas regras é fundamental na produção das narrativas de diferentes esferas da comunicação, a autora considera que, na produção do discurso matemático, em particular, as rotinas são essenciais para se tornar criativo, pois o surgimento de novas camadas de discurso se apoia nas camadas já existentes:

---

[115] Routines are sets of metadiscursive rules that describe recurrent discursive patterns.
[116] often a fairly straightforward task, learning its *when* may be a lifelong endeavor.

"Os matemáticos esculpem em rotinas, assim como os artistas esculpem em mármore"[117] (SFARD, 2008, p. 221, tradução nossa).

Todavia, também em relação à criatividade na produção das narrativas, Sfard (2008) enfatiza o caráter crítico das regras de aplicabilidade e de fechamento da rotina que se vai adotar: "Às vezes, as inovações criativas dizem respeito ao *como* da rotina. Os verdadeiros avanços, entretanto, resultam de mudanças no *quando* da rotina*"*[118] (SFARD, 2008, p. 221, destaque da autora, tradução nossa). De certa forma, são essas mudanças que permitem que "as rotinas relacionadas ao endosso mudem não apenas entre os discursos, mas também com o tempo; elas evoluem tanto historicamente quanto durante a aprendizagem individual"[119] (SFARD, 2008, p. 225, tradução nossa), o que faz com que o esforço para a promoção da apropriação das rotinas de legitimação de narrativas se configure como a essência da ação pedagógica no ensino da matemática escolar.

Com efeito, os processos de produção de narrativas sobre objetos matemáticos (números, expressões algébricas ou formas geométricas) estão submetidos à observação das regularidades matemáticas configuradas em padrões recorrentes característicos de um determinado discurso. Esses padrões recorrentes – rotinas – regem todos os aspectos dos discursos matemáticos, seja o manuseio de operações aritméticas, sejam as transformações de expressões algébricas, seja a identificação de figuras geométricas, seja a comparação de gráficos, sejam as maneiras de comparar "iguais ou diferentes", "maior ou menor" etc. Assim, para o aprendizado da produção dessas narrativas (esses modos de operar matematicamente) é fundamental capacitar os/as aprendizes não apenas a adotar rotinas do discurso matemático, mas a elegê-las conforme sua aplicabilidade e avaliar a eficiência de sua adoção considerando as condições de sua conclusão.

Analisando as interações provocadas pela solução da 2ª questão.

São essas considerações sobre a produção de narrativas no discurso matemático e sobre a convocação de rotinas que as parametrizam e legitimam que levamos em conta ao analisar a participação dos/as estudantes nas interações, em seus respectivos subgrupos, enquanto resolviam a 2ª questão. Nesse exercício de análise que passamos a apresentar,

---

[117] Mathematicians sculpture in routines just as artists sculpture in marble.

[118]Sometimes, the creative innovations regard the *how* of the routine. True breakthroughs, however, result from changes in the routine *when*.

[119] Endorsement-related routines change not only across discourses, but also in time; they evolve historically as well as during individual learning.

contudo, optamos por focalizar a produção de narrativas protagonizada pelo subgrupo de Grasielle, Antônio e Leandro. Todavia, quando necessário, vamos incluir trechos das interações estabelecidas nos outros dois subgrupos que nos ajudam a compreender o curso do jogo interlocutivo e da produção das narrativas do discurso matemático desses/as estudantes.

Na Figura 35, podemos identificar, mais uma vez, a composição dos subgrupos e a localização (da esquerda para direita) dos/as estudantes neles: Grasielle, Antônio e Leandro; Maria e Érica; Eduarda, Luís e Marcos Vinícius.

Figura 35 – Encontro do GF 2 em 15 de outubro de 2018 – Subgrupos resolvendo a 2ª questão de lista de Exercícios

Fonte: Acervo da pesquisa. Imagem capturada de vídeo.

"Aí tem de jogar na fórmula reduzida."**: aplicabilidade, desenvolvimento e conclusão na adoção de rotinas**

Inicialmente, Antônio lê o enunciado da questão: "*Dada a equação geral $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 4 = 0$, determine a cônica determinando o centro e os focos e, em seguida, faça o esboço do gráfico"*[120] (T 02:48).

Ao serem convocados a resolver um exercício envolvendo equação geral de cônicas, os/as estudantes de todos os subgrupos, de imediato, adotaram um mesmo procedimento - "completar quadrados", visando chegar à fórmula da equação reduzida e assim identificar seus elementos e o tipo de cônica (conclusão). Assim como no subgrupo de Grasielle, Antônio e Leandro, a interação nos demais subgrupos também encaminha o redator das respostas a "completar quadrados"; ou seja, as falas e os procedimentos dos/as demais participantes sugerem que todos se empenhariam na produção de uma mesma narrativa,

[120] Esse exercício foi elaborado por estudantes de um outro Grupo Focal (estudantes do 7º e 9º semestres).

orientada por rotina de procedimento que os levaria a “completar quadrados”, seguindo, para isso, regras algébricas. Assim, enunciados que fazem referência a esse procedimento são ouvidos na gravação que capta a interação no subgrupo de Maria e Érica (*“Completar o quadrado, no caso”* (Érica, T 01:14)) e na gravação que capta a interação no subgrupo de Eduarda, Luís e Marcos Vinícius (“*Agora, completar o quadrado!”* (Luís, T 04:14)). Esse procedimento foi, entretanto: autorizado por uma avaliação da adequação de sua aplicação para a solução daquele problema considerando que tinham acesso à equação geral, dada por um polinômio em *x* e *y* – aplicabilidade –; e incentivado pela antevisão da equação reduzida como o resultado da operação de “completar quadrados” e um indicador facilmente reconhecível da natureza da cônica e de seus elementos – fechamento.

Quadro 31 - Transcrição da interação do subgrupo Grasielle, Antônio e Leandro na resolução da 2ª questão – 1ª parte – 2º Encontro GF2 realizado em 15/10/2018

Tempo	Locutor	Enunciado	Ações / Observações / Imagens
02:48	Antônio	*Acho que é isso... foco é elipse, né? “Dada a equação... Determinando o centro e os focos e em seguida faça um esboço do gráfico”.*	Após concluir a questão anterior, faz a leitura do enunciando da 2ª questão.
03:10	Leandro	*... dois menos ... a não... Eu faço facinho... eu coloco aqui o dois no lugar de x, aí eu acho o y que dá... aí eu jogava pro outro lado e fica mais .... entendeu? É que já faz direto pra zerar, se não zerar tudo, tá errado! ...*	Leandro ainda se refere à solução da 1ª questão, verificando os cálculos do determinante efetuado por Antônio. Ele prossegue a verificação em silêncio, sendo interrompido pela pergunta de Maria.
03:27	Maria	*Positivo é elipse?*	Maria, que pertence a outro subgrupo, já está mais adiantada na solução da 2ª questão, mas tem dúvida sobre o sinal que distingue a equação reduzida da elipse da equação reduzida da hipérbole. Durante a discussão com Érica, sua parceira na resolução, direciona essa pergunta a Leandro que estava próximo a ela.
03:28	Leandro Antônio	*Positivo é elipse!*	Os dois respondem baixinho e ao mesmo tempo.
03:37	Antônio	*x ao quadrado mais y ao quadrado…*	Antônio começa a anotar na folha de resposta a equação geral da cônica dada na questão.
03:42	Leandro	*... menos quatro* [4x] *mais seis y mais quatro igual a zero… então, peraí .... Porque tá na fórmula geral, aí tem de jogar na fórmula reduzida.*	Leandro faz a leitura da equação geral e orienta Antônio que anota no papel. $x^2+y^2-4x+6y+4=0$
03:58	Antônio	*Peraí, me deu uma dúvida. Esse 4, eu faço o quê?*	
04:01	Leandro	*Joga ele pro outro lado... como lá é menos... ele tá mais, passa como menos...Aí tu joga pro outro lado. Isso! Pronto! Aí tu deixa dois*	Leandro continua orientando Antônio como fazer.

		espaços pra usar um e outro, entendeu?	
04:15	Antônio	*É o caso aqui e aqui, né? Meu Deus!*	Antônio fala baixinho enquanto escreve: x^2-4x__+y^2-6y__=-4
04:21	Leandro	*Você põe menos ... depois tu coloca, não tem problema não. Divide por dois ... quatro*	
04:28	Antônio	*mais quatro*	
04:29	Leandro	*Isso! E aí nove, mais nove ... aí soma quatro .... x ao quadrado ...*	Leandro orienta Antônio a encontrar valores para "completar quadrados[121]"
04:38	Antônio	*O quadrado do primeiro, menos duas vezes o primeiro pelo segundo, mais o quadrado do segundo ... encontramos o primeiro.* [repete a frase muito rápido] *O quadrado do primeiro, menos duas vezes o primeiro pelo segundo, mais o quadrado do segundo.*	Procurando lembrar a expressão do trinômio quadrado perfeito, preenche a primeira lacuna com o 4, conforme abaixo: x^2-4x+4+y^2-6y__= - 4 Depois calcula o valor para preencher a outra lacuna $x^2-4x+4+y^2+6y+9$ e registra também os mesmos valores do outro lado da igualdade: $=-4+4+9$
04:50	Leandro	*Vai ficar... y mais três ... igual a nove. Agora passa o 9 dividindo... (inaudível) ... por 9 igual a 1 ... a elipse de centro dois e menos três .... dois e menos três ... é o contrário ...*	Orienta Antônio na escrita da expressão com os quadrados das diferenças que correspondem aos trinômios produzidos na etapa anterior. $\frac{(x-2)^2}{9}+\frac{(y+3)^2}{9}=\frac{9}{9}$ $\frac{(x-2)^2}{9}+\frac{(y+3)^2}{9}=1$ Barulho de porta abrindo e fechando
05:54	Antônio	*Menos três porque inverte o sinal ....* *A formulazinha é x menos k e y menos k ...*	Participantes permanecem fazendo cálculos em voz baixa e sussurrando números.

Fonte: Elaboração própria com base em áudios capturados por gravadores e imagens em vídeo capturadas por filmadora.

Como se vê, na sequência das interações, logo de início, após a leitura da 2ª questão por Antônio, o seu subgrupo já demonstra saber o procedimento que se deve imprimir para produzir a narrativa que culminaria com a solução da questão. Ao tempo que Antônio vai anotando, na folha de resposta, a equação geral da cônica, Leandro vai orientando o procedimento que o colega deve adotar, explicitando sua intenção e, ao indicar o que buscava como conclusão dessas primeiras ações, diz: *"Porque tá na fórmula geral, aí tem de jogar na fórmula reduzida."* (T 3:42).

[121] O método de completar quadrados comentado pelos/as estudantes consiste em agrupar as expressões que formam um trinômio quadrado perfeito do tipo $a^2 + 2ab + b^2$ e que pode ser representada como o quadrado da soma de dois termos: $(a + b)^2$.

A justificativa de Leandro para os procedimentos que ele orienta o colega a tomar, entretanto, explica o porquê de se efetuar certos procedimentos algébricos (para *"jogar na fórmula reduzida"*), mas não explicita o porquê de se querer chegar à equação reduzida da cônica. Com efeito, o enunciado é produzido a partir de uma suposição do enunciador sobre aquilo que é conhecido e válido para seus interlocutores. Assim também, os enunciados que compõem as narrativas do discurso matemático são produzidos na intenção de causar certos efeitos de sentido, respondendo a certas demandas. Em seus apontamentos sobre a índole responsiva do sentido, Bakhtin (1997) afirma que "o sentido sempre responde a uma pergunta. O que não responde a nada parece-nos insensato, separa-se do diálogo" (p. 386).

Por isso, o enunciado de Leandro, que remete à intenção de chegar à equação reduzida da cônica (que ele chama de *"fórmula reduzida"*), cumpre, inicialmente, o papel de justificar os procedimentos de manipulação algébrica por ele sugeridos. Responde, assim, à indagação não pronunciada por Antônio e Grasielle, mas sugerida pelo que ele identifica como certa hesitação no registro dos passos propostos, acerca de sua *aplicabilidade*. O enunciado de Leandro supõe que seus interlocutores compreendam que aqueles passos os encaminharão para a estratégia de "completar quadrados" de modo a produzir a soma de dois trinômios quadrados perfeitos e, com isso, a soma de dois binômios ao quadrado, que é como se apresenta a equação reduzida daquela cônica.

Entretanto, esse mesmo enunciado supõe, ainda, que seus interlocutores compreendam a intencionalidade final: a *conclusão* do procedimento de "*jogar na fórmula reduzida"*. Ou seja, supõe que compartilhem o conhecimento de que, tendo-se a equação reduzida da cônica, pode-se identificar facilmente o tipo de cônica representada pela equação, bem como seus elementos.

São essas hipóteses sobre seus interlocutores que orientam a enunciação de Leandro. São essas hipóteses que o fazem supor que tal enunciado terá o endosso daquela pequena comunidade de pessoas que faz matemática. O endosso da narrativa que os/as licenciandos/as pretendem produzir para responder a demanda do exercício baseia-se, pois, não apenas em certas regras de procedimentos que já foram homologados historicamente pela comunidade de matemáticos e que foram apropriadas como práticas de numeramento escolares e/ou acadêmicas, mas baseia-se, também, na apropriação de rotinas de aplicabilidade e de conclusão e no compartilhamento da avaliação de que sua mobilização é adequada e válida para atender as demandas daquela esfera da comunicação.

Assim, para produção das narrativas endossáveis, os interlocutores devem apropriar-se não só de um razoável repertório de palavras, de mediadores visuais e de regras procedimentais do jogo interlocutivo (que definem o *como* jogar), mas, também, devem apropriar-se de meta-regras do *quando* (aplicabilidade e perspectiva de conclusão) se mobilizam os jogos que compõem as práticas discursivas da matemática escolar (no nosso caso específico, da *Geometria Analítica* ensinada na Escola Básica ou no Ensino Superior).

É válido observar que Antônio executa, porém, os procedimentos em um ritmo mais cadenciado do que aquele no qual as orientações de Leandro vão sendo proferidas. Ele reescreve a equação (“*x ao quadrado mais y ao quadrado…”)* e parece não se lembrar ou não antever todo o procedimento: “*Peraí, me deu uma dúvida, esse 4, eu faço o quê?”* (T 3:58)). Do outro lado, Leandro segue firme, orientando com segurança o procedimento que precisa ser feito: “*Joga ele pro outro lado... como lá é menos... ele tá mais, passa como menos...Aí tu joga pro outro lado... Isso! Pronto! Aí tu deixa dois espaços pra usar um e outro, entendeu?”* (T 4:01). A orientação sobre a disposição da expressão algébrica no papel, “deixando dois espaços”, insere, assim, um mediador visual que parece esclarecer para Antônio a sequência do procedimento (“*É o caso aqui e aqui, né? Meu Deus!”* (T 4:15)), que ele passa a executar no ritmo das orientações de Leandro *(“Você põe menos ... depois tu coloca, não tem problema não. Divide por dois...”* (T 4:21); *Isso! E aí nove, mais nove ... aí soma quatro .... x ao quadrado...”* (T 4:29)), dada a maior explicitude da intenção de se formarem dois trinômios quadrados perfeitos: “*O quadrado do primeiro, menos duas vezes o primeiro pelo segundo, mais o quadrado do segundo ... encontramos o primeiro”* (T 4:38)).

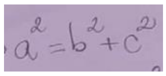
A partir daí, os dois estudantes estão em sintonia na produção da narrativa, pois uma mesma rotina não só de *procedimento*, mas, também, de *conclusão* está balizando a produção daquela narrativa (*“Vai ficar... y mais três ... igual a nove. Agora passa o 9 dividindo... por 9 igual a 1 ... a elipse de centro dois e menos três .... dois e menos três””* (T 4:50); “*Menos três porque inverte o sinal .... A formulazinha é x menos k e y menos k...”* (T 4:54)).

Finalmente, usando o procedimento de “completar quadrados”, o subgrupo chega à forma reduzida da equação da cônica ($(x\text{-}2)^2/9 + (y+3)^2/9 = 1$) a partir da qual sabiam que seria possível identificar o tipo de cônica e seus elementos.

***"Vai coincidir o centro com os focos"*: meta-regras na definição de rotinas para a produção de narrativas**

Retomemos a interação do subgrupo de Grasielle, Antônio e Leandro, que, na sequência, envolve a discussão sobre o cálculo do centro, dos focos e sobre a decisão a respeito do tipo de cônica que está representada e que eles procuram identificar a partir dos valores encontrados para seus elementos ou pela conformação da equação reduzida que produziram. Compõem essa interação algumas enunciações de Érica que estava resolvendo o mesmo exercício, em separado com Maria, mas que, a partir de certo momento, passa a dialogar com os colegas do outro subgrupo.

Quadro 32 -Transcrição da interação do subgrupo Grasielle, Antônio e Leandro na resolução da 2ª questão – 2ª parte – 2º Encontro GF2 realizado em 15/10/2018

Tempo	Locutor	*Enunciado*	Ações / Observações / Imagens
05:57	Leandro	*Aí agora é fazer o centro e os focos. Os focos é **c** ao quadrado igual **a** ao quadrado... Não... é **a** ao quadrado igual a **b** ao quadrado mais **c** ao quadrado... é a mesma coisa da elipse...*	Antônio escreve a relação pitagórica para encontrar os focos da "elipse"  (Sendo, ***a*** a medida do semieixo maior, ***b*** a medida do semieixo menor e ***c*** a metade da distância focal.)
06:05	Antônio	*Da elipse.*	Parace interomper o raciocinio de Leandro para responder algo perguntado por Érica (de outro subgrupo).
06:06	Leandro	*Da elipse. A da hipérbole é que é trocada...*	O que Leandro está falando que troca na hipérbole é a relação pitagórica que passa a ser $c^2=a^2+b^2$, sendo ***c*** a metade da distância focal, ***a*** a metade da medida do eixo real e ***b*** a metade da medida do eixo imaginário.
06:10	Érica	*A excentricidade no caso é zero.*	O gravador capta, bem baixinho, a voz de Érica, que é do outro subgrupo, mas interage com os colegas deste sudgrupo.
06:13	Leandro	*A excentricidade é **c** sobre **a**.* *Vai ficar **a** ao quadrado é igual a **b** ao quadrado mais **c** ao quadrado ... relação fundamental!*	Leandro fala muito rápido, como se respondesse paralelamente a Érica e retoma o raciocínio anterior, repetindo a "relação fundamental": $a^2 = b^2 + c^2$
06:25	Érica	*E agora como é que você marca os focos, se **c** é zero? O foco é do centro até o foco.... o seu valor de **c** deu zero?*	Érica, mais uma vez, se dirige aos colegas do subgrupo vizinho.
06:27	Antônio	*Sim, a hipérbole é que troca.*	Repete o que Leandro já havia dito sobre a relação pitagórica da hipérbole.
06:28	Leandro	*Isso! Aí agora... os focos nós estamos fazendo aí...*	Em paralelo Érica fala algo inaudível.

06:50	Antônio	*É o que eu estou achando aqui porque tanto **a**, quanto **b*** são iguais ...	
06:57	Érica	*... por que no caso vai coincidir o centro com os focos, né isso?*	Érica fala como se estivesse completando o raciocínio de Antônio, ao tempo que o questiona.
07:01	Leandro	*Isso aí não é elipse não, isso é uma circunferência, porque só seria uma elipse, por exemplo, se esse valor de baixo fosse diferente no denominador... Na verdade é uma elipse, mas uma elipse especial que tem um nome...que é uma circunferência.*	Brinca com os colegas a respeito da hipótese de a cônica ser uma elipse.

Fonte: Elaboração própria com base em áudios capturados por gravadores e imagens em vídeo capturadas por filmadora.

Nessa interação, vemos Leandro orientar Antônio a calcular o centro e os focos a partir da relação pitagórica ($a^2 = b^2 + c^2$)[122], considerando que já haviam chegado à equação reduzida da "elipse" ($(x\text{-}2)^2/9 + (y+3)^2 /9 = 1$). Ou seja, a partir da equação reduzida foi possível identificar os parâmetros ***a*** e ***b*** e calcular o valor de ***c***. O fato de os parâmetros ***a*** e ***b*** serem iguais, conforme observa Antônio ("*É o que eu estou achando aqui porque tanto **a**, quanto **b** são iguais ...*" (T 6:50)), os leva a concluir que a distância focal seria zero ($c = 0$) e interpretar que o centro e os focos coincidem, conforme afirma Érica, pedindo a confirmação de seus interlocutores: "*... porque no caso vai coincidir o centro com os focos, né isso?*" (T 6:57).

Com o cálculo do centro e os focos da cônica, Leandro se dispõe dar o veredicto à questão ao falar, com uma certa segurança, que se tratava de uma circunferência e não de uma elipse: *"Isso aí não é elipse não, isso é uma circunferência, porque só seria uma elipse, por exemplo, se esse valor de baixo fosse diferente, no denominador..."* Em seguida, reformula sua conclusão, como que para acolher a hipótese das colegas e afirma: "*Na verdade é uma elipse, mas uma elipse especial que tem um nome...que é uma circunferência.*" (T 7:01).

No enunciado de Leandro, percebemos que ele, inicialmente, se preocupa em apontar a regra que dá suporte à sua conclusão de tratar-se de uma circunferência: *"por que só seria uma elipse, por exemplo, se esse valor de baixo fosse diferente no denominador.* A recorrência a essa regra, no entanto, ancora-se em uma meta-regra, já de certa forma anunciada no início da interação quando Leandro explicita seu propósito de encontrar a equação reduzida, de identificar os elementos e o tipo de cônica, recorrendo à associação dos parâmetros dessa equação aos elementos geométricos da curva. A suposição e o acordo em

[122] Essa relação pitagórica é aplicada pelo fato de ser projetado um triangulo retângulo a partir da intersecção dos semieixos perpendiculares da elipse, onde ***b*** e ***c*** são os catetos e ***a*** é a hipotenusa do triângulo. No caso de uma elipse esses parâmetros são: ***a*** – medida do semieixo maior; ***b*** – medida do semieixo menor; ***c*** – metade da distância focal.

relação ao uso dessa meta-regra parametrizam aquele jogo interlocutivo, estabelecendo as condições de *aplicabilidade* daquela rotina que irá produzir uma narrativa aceitável para identificar o tipo de cônica (que é a *conclusã*o almejada).

Sfard (2008) nos lembra que as meta-regras de discursos matemáticos não são "leis da natureza". Na verdade, as meta-regras são costumes que se estabeleceram ao longo do tempo e permanecem por causa da sua utilidade. É o caso da meta-regra eleita por esses/as licenciandos/as para identificar o tipo e os elementos da cônica, ou seja, eles optaram por recorrer aos parâmetros da equação reduzida, quando poderiam ter, por exemplo, optado por dar valores a x e encontrar valores correspondentes de y e ter traçado um esboço da curva como primeira providência.

Mas, que critérios concorrem para a eleição de uma meta-regra em detrimento de outras? Nesse caso, pode-se alegar que a atribuição de valores para as abscissas dos pontos da curva para encontrar as respectivas ordenadas e, assim, dispor-se de um conjunto de pontos que permitisse o esboço e a identificação da curva seria um procedimento trabalhoso e que envolveria cálculos desconfortáveis... Essa alternativa, todavia, nem sequer é aventada. Os três subgrupos se empenham no "completamento de quadrados" para encontrar a equação reduzida. A adoção dessa meta-regra ecoa a tendência da abordagem escolar da Geometria Analítica em que prevalece o enfoque algébrico sobre o geométrico. Essa adoção também pode ter sido induzida pela própria proposição da questão – proposição que também ecoa essa prevalência –, em que o esboço do gráfico seria a última tarefa a ser cumprida pelo resolvedor.

A meta-regra adotada pelos/as licenciandos, por sua vez, apoia-se em narrativas legitimadas pela comunidade de matemáticos ao longo da história[123], reiteradas na abordagem conferida ao estudo das cônicas no Ensino Médio e no Ensino Superior, segundo as quais essas curvas podem ser representadas por meio de uma equação genérica de 2º grau ($Ax^2+Bxy+Cy^2+Dx+Ey+F=0$). Para tanto, alguns coeficientes dessa equação são condicionados a determinados valores e relações entre eles. Essa descrição das cônicas representada por sua equação geral permite interpretá-las como objetos geométricos particulares em função de certas condições restritivas: os coeficientes A e C não podem ser ambos nulos e B deve ser nulo. Além disso, um conjunto de relações entre os coeficientes definem (ou são definidas por) o tipo de cônica que a equação representa: a equação

[123] Na abordagem histórica que apresentamos no Apêndice A destaca-se o estudo das cônicas como um dos estudos precursores da Geometria Analítica.

representará uma elipse, quando $AC>0$ (sendo que, quando $A=C$, teremos um caso especial: uma circunferência); representará uma hipérbole, quando $AC<0$; e representará uma parábola, quando $AC=0$ (LEITHOLD, 1994; IEZZI et al, 2016).

É o conjunto dessas regras que permite que os/as estudantes "acreditem" que a equação geral do 2º grau $Ax^2+Bxy+Cy^2+Dx+Ey+F=0$, com $B=0$, apresentada no enunciado da questão, representa uma cônica. Entretanto, nenhum dos subgrupos se vale dessas regras para identificar a cônica a partir da equação geral. Isso nos convoca a refletir sobre os processos de apropriação de práticas de numeramento escolares, que induzem os propositores da questão (estudantes do 7º e 9º semestres) e os três subgrupos de resolvedores a direcionar e adotar (*aplicabilidade*) uma solução que se valeria das regras que relacionam os parâmetros da equação reduzida aos elementos da cônica, e esses à sua identificação (*conclusão*). Assim, se a equação reduzida se apresentasse como $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$, seria uma elipse; e se se apresentasse como $x^2/a^2 - y^2/b^2 = 1$, seria uma hipérbole. Ninguém menciona qualquer coisa sobre a possibilidade de a equação representar uma parábola. Parece que há uma eliminação tácita dessa possibilidade, uma vez que os coeficientes de x^2 e y^2 são ambos diferentes de zero.

Feitas essas considerações, retomamos as interações do subgrupo de Grasielle, Antônio e Leandro, que nos pareciam encaminhar-se para conclusão da resolução da questão 2. É interessante observar que as opções que ocorrem aos/às estudantes, inicialmente, limitam-se a elipse ou hipérbole e o sinal positivo entre as parcelas os/as faz concluir tratar-se de uma elipse. Todavia, como os valores a e b encontrados na equação reduzida eram iguais, Leandro alerta os companheiros de que a cônica encontrada se tratava de um "tipo especial" de elipse: a circunferência.

"Logo uma circunferência vira uma elipse": diferentes rotinas no endosso de uma narrativa

Ao contrário de nossa expectativa, a discussão sobre o tipo de cônica representado por aquela equação prossegue.

Quadro 33 - Transcrição da interação do subgrupo Grasielle, Antônio e Leandro na resolução da 2ª questão – 3ª parte – 2º Encontro GF2 realizado em 15/10/2018

Tempo	Locutor	*Enunciado*	Ações / Observações / Imagens
07:25	Antônio	*Tem um nome: Elipse circular, não...*	
07:29	Leandro	*Não é quadrangular, não? Tinha uma que ...*	
07:34	Antônio	*Tem um nome específico pra elipse!*	Expressão de quem está tentando lembrar algo
07:40	Leandro	*Tanto a elipse quanto a hipérbole têm um nome*	

		...	
07:44	Maria	*Exata, não?*	A conversa tem a participação de pessoas dos outros subgrupos.
07:45	Antônio	*Limitada...*	
07:47	Maria	*É um trem assim!*	
07:49	Grasielle	*É limitada?*	Pergunta baixinho.
07:52	Maria	*É "elipse redonda". Pronto.* [risos]	
07:54	Leandro	*"Elipse redonda"* [risos, risos, risos]	Rindo muito, Leandro repete a fala de Maria.
08:02	Antônio	*Peraí. Isso aqui é ao quadrado, né?*	Faz referência à expressão: $a^2 = b^2 + c^2$
08:15	Leandro	*Zerou! Então o* **c** *é zero.*	$9 = 9 + c^2$ $c^2 = 0$
08:30	Antônio	*O foco também vai ser o próprio dois e menos três.*	Escreve: $(2, -3)$ Abre a mochila pega o caderno e começa o folhear.
08:35	Leandro	*Sim! O foco e o centro coincidem ... circunferência.* [Todos ficam alguns segundos em silêncio] *Logo uma circunferência vira uma elipse... Logo é uma circunferência.*	Discutem o assunto em meio a risos de modo que o que dizem fica inaudível durante alguns segundos.

Fonte: Elaboração própria com base em áudios capturados por gravadores e imagens em vídeo capturadas por filmadora.

A identificação da cônica como uma circunferência não convence de imediato todo o grupo. Pelo contrário, a hipótese de tratar-se de uma elipse (categoria na qual parece que não incluem a circunferência, a despeito da indicação de Leandro) continua sendo tomada como válida e os esforços que adjetivá-la (*circular", "quadrangular", "exata", "limitada", "redonda")* parecem querer acomodar os valores surpreendentemente encontrados à solução em que apostam.

Como observamos, ao procurar encontrar (na memória) uma palavra para nomear aquele tipo de elipse, foram atribuídos e rejeitados, em geral pelos/as próprios/as enunciadores/as, diversos adjetivos ("*circular", "quadrangular", "exata", "limitada"*), até que, Maria, de modo jocoso, carimba uma expressão como se fora definitiva: *"É elipse redonda. Pronto.* [risos]" (T 7:52). Observamos um esforço, via mobilização de vocabulário específico daquela esfera da comunicação verbal, de caracterização de um objeto matemático como pertencente a uma determinada categoria (elipse), mas gozando de determinada propriedade, que o distingue dos demais exemplos daquela categoria, mas lhe mantém inserido nela. Trata-se, nesse caso, da mobilização de mais uma rotina de produção de narrativas matemáticas, que agregam, desse modo, mais um elemento à nossa reflexão sobre a apropriação de práticas de numeramento escolares por licenciandos/as em Matemática.

Contudo, apesar de se deixar envolver por aquela cruzada para encontrar a expressão que, adjetivando a elipse, mantivesse a conclusão de tratar-se desse tipo de cônica, Leandro continua arquitetando os argumentos que legitimam a narrativa que propunha apresentar como solução do problema, oscilando entre o reconhecimento da circunferência como uma "*elipse especial*" (T 7:01) ou como um outro tipo de cônica: "*Isso aí não é elipse não, isso é uma circunferência ...*" (T 7:01).

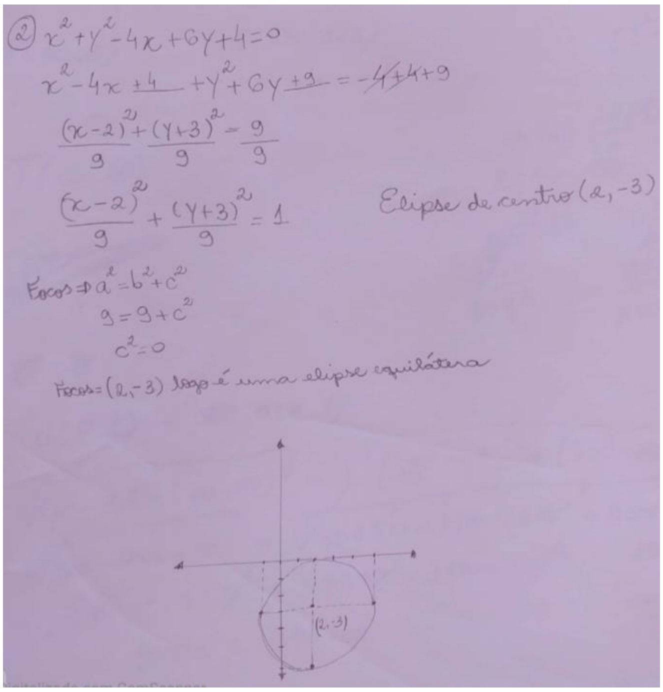
Esse argumento se alicerça na checagem dos cálculos para identificação dos focos e do centro da cônica, que apontam que eles coincidem: "*Zerou! Então o* ***c*** *é zero*" (Leandro, T 8:15); *O foco também vai ser o próprio dois e menos três*" (Antônio, T 8:30); *Sim! O foco e o centro coincidem*" (Leandro, T 8:35). Ao confirmar que o centro e o foco coincidem, após aplicar as regras que orientam o cálculo desses elementos a partir da equação reduzida, Leandro entende ser possível produzir uma narrativa legitimável e conclama os/as colegas a compreenderem o problema por uma outra perspectiva, concebendo a circunferência como uma elipse em que os dois focos e o centro coincidem (*"Logo uma circunferência vira uma elipse... Logo é uma circunferência"* (T 8:35)), o que retorna a abordagem do problema ao campo geométrico.

Sfard (2007, 2008) considera exemplos de narrativas endossáveis os teoremas, definições, axiomas etc. A conclusão de Leandro poderia ter sido ratificada recorrendo-se ao teorema enunciado por Leithold (1994): "Se na equação genérica de segundo grau $Ax^2+Bxy+Cy^2+Dx+Ey+F=0$, $B=0$ e $AC>0$, então o gráfico será uma elipse, um ponto, ou ainda, o conjunto vazio. Além disso, **se $A=C$, então o gráfico será uma circunferência** ou um ponto, ou ainda, o conjunto vazio." (p. 591, grifo nosso). Nesses termos, sabemos que os coeficientes A e C da equação geral da cônica apresentada no enunciado da 2ª questão ($x^2 + y^2 - 4x + 6y + 4 = 0$) são iguais e ambos não nulos. Além disso, há pelo menos dois pontos (por exemplo: (2,0) e (2, -6)) que pertencem à curva, o que elimina as hipóteses de a equação representar um ponto ou um conjunto vazio, restando a alternativa de se tratar de uma circunferência. Recorrer a esse teorema seria uma das rotinas que poderia ter sido adotada para produzir uma narrativa legitimada de identificação da cônica representada pela equação dada no enunciado da questão.

Mas não foi essa a rotina adotada pelos/as licenciandos/as, o que corrobora a observação de Sfard (2008) de que, na matemática, podemos endossar uma narrativa adotando diferentes rotinas para eleger, desenvolver e concluir os procedimentos para sua produção.

Nesse sentido, os/as licenciandos/as empreenderam outra rotina que os/as orientou a “completar quadrados” para chegar à equação reduzida da “elipse” ($(x-2)^2/9 + (y+3)^2/9 = 1$) e, na sequência, verificar que os parâmetros *a* e *b* são iguais, acarretando uma distância focal nula ($a^2 = b^2 + c^2 \Leftrightarrow 9 = 9 + c^2 \Leftrightarrow c^2 = 0 \Leftrightarrow c = 0$, ver folha de cálculo na Figura 36) e, com isso, legitimar a narrativa que solucionaria a questão (“*O foco e o centro coincidem [...]Logo é uma circunferência”* (T 8:35)). Isso foi expresso no enunciado verbal de Leandro, mas não registrado desse modo na folha de respostas do subgrupo, que tinha Antônio como escriba.

Figura 36 – Anotações feita pelo subgrupo de Grasielle, Antônio e Leandro durante a resolução da 2ª questão no Encontro de GF2 em 15/10/2018



Fonte: Acervo da pesquisa. Imagem digitalizada da folha de resposta.

Observamos, ainda, que Érica, de outro subgrupo, já no segundo trecho da interação analisado nesta seção, antevira a possibilidade de se tratar de uma circunferência ao identificar que “*O centro vai coincidir com os focos”* (T 6:57). Érica, diante disso, mobiliza, então, um outro conceito (*“a excentricidade*[124]*no caso é zero”* (T 6:10)) e, assim, esboça a produção de uma narrativa legitimada por outra rotina, em que as condições de *excentricidade* da “elipse” validariam a conclusão de que a cônica procurada seria uma circunferência.

[124]A excentricidade é definida pela razão *e = c/a*. Sendo: *a*, o semieixo maior da elipse e *c*, a semi-distância focal da elipse. Assim, a excentricidade é que define o quanto o formato de uma elipse se afasta ou se aproxima do formato de uma circunferência. Como *e* está entre 0 e 1, se *e* está próximo de 1, a elipse é mais achatada; se *e* está próximo de 0, a elipse é mais próxima de uma circunferência e, se *e = 0* (excentricidade nula), a elipse coincide com uma circunferência.

***"Ó qui, gente! Pesquinha aí, viu! Equilátero ..."*: coerência e legitimação de narrativas matemáticas**

Vejamos a sequência final das interações do subgrupo de Grasielle, Antônio e Leandro.

Quadro 34 - Transcrição da interação do subgrupo Grasielle, Antônio e Leandro na resolução da 2ª questão – 4ª parte – 2º Encontro GF2 realizado em 15/10/2018

Tempo	Locutor	Enunciado	Ações / Observações / Imagens
09:20	Antônio		Continua folheando muito o caderno procurando alguma informação... [Som de folhas sendo passadas.]
09:22	Leandro	*Deixa eu pegar uma folha ... para fazer um gráfico meio maluco...* *O centro aí coincidiu né? ... Qual foi o centro, mesmo?*	Leandro também abre a mochila, pega uma pasta e tira uma folha para fazer anotações e esboçar um gráfico. Após alguns segundos, pergunta alguns dados para Grasielle.
09:24	Grasielle	*Dois e menos três.*	
10:10	Antônio		Antônio continua folheando o caderno, como se procurasse alguma anotação... O pesquisador sai da sala por alguns minutos.
10:19	Leandro	*Então o raio é três né, porque é raio ao quadrado.*	
10:22	Antônio	*É isso!*	Continua folheando o caderno [Som de folhas sendo passadas.]
10:30	Antônio	*Ó qui, gente! Pesquinha aí, viu! Equilátero...* [risos]	Fala baixinho para seu trio, referindo-se a uma suposta classificação do tipo de elipse, que ele procurava no caderno.
10:37	Leandro	*É. Elipse equilátero.*	Parece concordar.
10:40	Antônio	*Xinga mais o meu caderno!!*	Fala direcionada a Maria, exibindo seu caderno.
11:18	Eduarda	*Foi só porque você chegou, estava a maior feira aqui* [risos]...	[Som da porta abrindo] Eduarda se dirige ao pesquisador que retornara à sala.
11:32	Antônio	*O gráfico você tá fazendo?*	
11:35	Leandro	*Assim... tô fazendo aqui, mas se a gente considerar aqui... só tô fazendo um esboço ...*	
11:43	Pesquisador	*Vocês já resolveram algumas? Tá dando para fazer?*	
11:47	Antônio	*Sim!*	

Fonte: Elaboração própria com base em áudios capturados por gravadores e imagens em vídeo capturadas por filmadora.

Insatisfeito em não recordar uma classificação convincente para aquele "tipo de elipse" enquanto todos os outros se concentravam em efetuar os cálculos, Antônio passou aproximadamente três minutos folheando o seu caderno de apontamentos (Figura 37), procurando uma anotação que indicasse um nome para aquela elipse "especial".

Figura 37 – Em destaque Antônio foleando o caderno enquanto os subgrupos estão resolvendo as questões da lista de Exercícios – Encontro do GF2 em 15 de outubro de 2018

Fonte: Acervo da pesquisa. Imagens capturadas de vídeo.

De repente, Antônio anuncia ter encontrado a tal classificação, que ele compartilha com seu subgrupo e com as colegas Maria e Érica, como se simulasse estar contando um segredo, uma "*pesquinha*"[125]: *"Ó qui, gente! Pesquinha aí, viu! Equilátero...* [risos]" (T 10:30). Ao definir a nomenclatura de "*elipse equilátera*" como solução do impasse, Antônio ainda enaltece o seu caderno de anotações, parecendo responder a enunciados de desdém da colega Maria (com quem ele costuma estudar) em relação à utilidade de seus apontamentos, que, todavia, não foram proferidos nesta situação específica: "*Xinga mais o meu caderno!!"* (T 10:40).

A ansiedade por encontrar uma palavra que, adjetivando a elipse, mantivesse válida a hipótese de a equação reduzida encontrada ser efetivamente a equação de uma cônica desse tipo, e o modo apressado em que consultou o caderno podem ter levado Antônio ao equívoco de atribuir à "elipse" a classificação de "equilátera", que é usada para um determinado tipo de hipérbole[126].

Todavia, nesse caso, para nós, é menos importante avaliar se os participantes utilizaram uma terminologia correta, segundo o discurso matemático veiculado pela escola, do

---

[125] O termo "pesquinha" é o diminutivo de pesca, que significa o ato de "colar" ou copiar algo às escondidas, durante um teste ou uma prova em que não seriam permitidas consultas.
[126] Toda hipérbole cujos semieixos de medidas a e b são iguais, dizemos que é hipérbole equilátera (LEITHOLD, 1994).

que destacar a confiança de Antônio em seu caderno como o depositário de um conjunto de regras, definições e propriedades que, tendo sido anotadas durante as aulas ou sessões de estudos, são consideradas válidas e expressam orientações coerentes para conduzir e legitimar o fazer matemático. Assume, nessa postura, que os apontamentos do caderno são anotações inequívocas da linguagem matemática, por supostamente reproduzirem narrativas que ele considera legitimadas por constarem em textos de livros voltados para essa área ou terem sido proferidas em aulas (ou vídeo aulas) de um professor que ele julga proficiente naquele conteúdo. Ou seja, seus apontamentos são narrativas (que ele considera) já legitimadas por um certo grupo cultural com poder para tal. Essa legitimação alimenta o recurso ao procedimento de fazer apontamentos de aulas ou estudos e apelar a eles para sanar dúvidas, que conforma uma prática da relação de aprendizagem na Educação Básica que continua sendo adotada pelos/as estudantes no Ensino Superior

De qualquer maneira, o esforço para "lembrar" um adjetivo que conciliasse a hipótese, baseada em uma narrativa algébrica (a dedução da equação reduzida e seu formato final) com uma constatação (de que os focos e o centro coincidem) cuja interpretação geométrica "arredonda" a elipse, convoca os diversos elementos apontados por Sfard (2007, 2008) como responsáveis pela caracterização do discurso matemático e que temos tentado explorar em nossa análise para procurar compreender processos de apropriação de práticas de numeramento escolares protagonizadas por estudantes da Licenciatura em Matemática da Uneb de Caetité.

As enunciações das expressões propostas por Antônio ("*elipse circular*") e por Maria ("*elipse redonda"*) – o primeiro, embora consciente de que não estava correto, mas, em um esforço de aproximação, e a última, em tom de brincadeira, mas, também, guardando certa coerência para que o gracejo faça sentido – e, de certa forma todas as outras sugestões, inclusive a expressão "*elipse equilátera*", ecoam a apropriação de uma prática discursiva típica da matemática aprendida na Educação Básica e no Ensino Superior e mesmo das ciências modernas de um modo geral. Trata-se da produção de um vocabulário próprio daquela ciência, que, ao mesmo tempo, estrutura um sistema linguístico, o serve e se submete a ele de modo preservar a coerência do discurso que se utiliza desse sistema.

Assim, a utilização do vocabulário matemático não se enquadra nas alegações do personagem Humpty Dumpty, de Alice através do espelho (CARROL, 2010), sobre o uso das palavras: "Quando eu uso uma palavra, (...) ela significa exatamente o que quero que signifique, nem mais nem menos" / "A questão é saber quem manda" (p.204)[127]. Com efeito, palavras e expressões que compõem o vocabulário do discurso matemático, ainda que estabelecidas por definições que poderiam atribuir-lhes arbitrariamente qualquer significado, submetem-se à natureza cultural de sua produção, que lhes confere certa estabilidade semântica e as obriga a certa disciplina sintática, parametrizadas, sim, por jogos de poder, mas que são tecidos pragmaticamente dentro de uma lógica edificada nos valores e intenções de uma certa comunidade.

Portanto, os esforços (de recordação ou de criação) dos/as estudantes para nomear aquele "tipo especial" de elipse buscam estabelecer coerência entre a interpretação da expressão algébrica e o esboço gráfico da curva, ambos mobilizados como mediadores visuais (simbólico-algébrico e icônico), que sugerem um objeto matemático, que, por sua vez, guardam relações semânticas associadas aos adjetivos "circular", "quadrangular", "exata", "limitada", "redonda", "equilátera": a circunferência.

Além disso, esses esforços, cuja intenção interpretamos como voltada à compatibilização dos mediadores visuais (expressão algébrica e gráfico), nos fazem observar que, embora a Geometria Analítica lide com objetos geométricos, a centralidade assumida por sua representação em um sistema de coordenadas (Plano Cartesiano), que possibilita descrevê-los por expressões algébricas, faz com que não nos pareça surpreendente que o enunciado do exercício proposto aos/às estudantes tenha induzido à eleição de rotinas e à produção de narrativas que privilegiam o campo algébrico em detrimento do campo geométrico.

As operações mobilizadas e enunciadas pelos/as estudantes são essencialmente algébricas e o esboço do gráfico é realizado muito mais porque explicitamente solicitado na consigna da tarefa do que como um apoio para a identificação da cônica. Ou seja, ainda que se tenha esboçado o tal gráfico ao final (porque também solicitado como o último item do exercício), a identificação da cônica teria sido concluída apenas com a mediação de

---

[127] Fazemos referência ao diálogo linguístico-filosófico entre Alice e Humpty Dumpty em um dos livros do escritor e matemático Lewis Carroll de 1871 – *Alice através do espelho*:
– E só um para ganhar presentes de aniversário, vê? É a glória para você!
– Não sei o que quer dizer com 'glória' – disse Alice.
Humpty Dumpty, sorriu, desdenhoso.
– Claro que não sabe… até que eu lhe diga. Quero dizer 'é um belo e demolidor argumento para você!".
– Mas "glória" não significa "um belo e demolidor argumento" – Alice objetou.
– Quando eu uso uma palavra – disse Humpty Dumpty num tom bastante desdenhoso – ela significa exatamente o que quero que signifique, nem mais nem menos.
– A questão é – disse Alice – se pode fazer as palavras significarem tantas coisas diferentes.
– A questão – disse Humpty Dumpty, – é saber quem manda, só isto. (CARROLL, 2010, p. 204)

expressões algébricas (fórmulas e relações), compondo uma narrativa legitimada apenas por normatizações e regras da Álgebra.

A opção pelo tratamento algébrico, assumida por todos os subgrupos, e, de certa forma, privilegiada pela abordagem escolar da *Geometria Analítica* de uma forma geral, tanto no Ensino Médio, quanto no Ensino Superior, talvez se explique pela maior força persuasiva que Sfard (2008) identifica nas narrativas que se valem de mediadores simbólicos em relação àquelas que se valem de mediadores icônicos.

A autora argumenta que os procedimentos icônicos e concretos demandam pouca verbalização, ao passo que operar com símbolos é uma versão particular da atividade linguística de raciocínio. Assim, embora procedimentos que privilegiam mediadores icônicos e concretos, muitas vezes, facilitem a produção de narrativas factuais, "os matemáticos ainda consideram as realizações simbólicas como necessárias para garantir o *endosso* geral dessas narrativas"[128] (SFARD, 2008, p. 156, destaque da autora, tradução nossa). Isso porque a operação com e a partir de mediadores simbólico-algébricos requerem procedimentos discursivos sequenciais, que explicitem as narrativas já endossadas em que se apoiam, convocando da memória um repertório de regras e de critérios de análise de sua aplicabilidade e conclusão, que, expressos nos procedimentos algébricos, compõem uma narrativa cujo endosso tende a ser mais facilmente aceito ou contestado naquela comunidade.

Em relação à memória, destacamos que, para uma boa fluência do sujeito discursante, a lembrança de narrativas que já foram legitimadas em outras experiências (cotidianas, escolares, acadêmicas), por meio de rotinas de explorações, é muito importante. Entretanto, algumas narrativas anteriormente legitimadas podem estar disponíveis e serem lembradas de imediato; mas outras talvez precisem ser reconstruídas. Para Sfard (2008), a mediação dessas lembranças envolve rotinas especiais que, certamente, estão subordinadas ao modo como as narrativas relembradas foram memorizadas em suas experiências anteriores.

Na interação que, nesta seção, focalizamos, Maria e Antônio, que eram os redatores dos respectivos subgrupos, explicitam dúvidas quanto aos procedimentos que deveriam empreender e suas consequências: "*Você lembra? Essa eu não sei... não lembro...*" (T 0:30); "*Não é elipse nem hipérbole? ... Uma paraboloide?*" (T 0:51); *"Agora eu tenho dúvida se isso aqui vai para mais ou menos ..."* (T 1:47); "*Mas para passar para cá?*" (T 2:15);

---

[128] Mathematicians still regard symbolic realizations as necessary to warrant these narratives general *endorsement*.

"*Certeza? Não lembro mais disso não!*" (T 3:18); "*Peraí, me deu uma dúvida esse 4, eu faço o quê?*" (T 3:58); "*É o caso aqui e aqui, né? Meu Deus!*" (T 4:15).

Na interação com os/as colegas, todavia, os/as estudantes reconhecem a reativação da memória, à medida que se familiarizam com os procedimentos; conseguem antever sua conclusão e se apoiam no endosso representado pelo acordo dos colegas, como podemos ver em "*depois que a gente vai pegando vai lembrando de alguma coisa, né?*" [risos] (T 3:30); "*É três para lá e três para cá. É isso mesmo?*" (T 3:51); "*Vai ser zero... Tem certeza que é assim?*" (T 4:40).

Finalmente, cabe-nos acrescentar, ainda, que o fato de os participantes dos subgrupos estarem posicionados próximos uns dos outros pode até ter provocado alguma "contaminação" das decisões quanto às rotinas, os mediadores visuais e o vocabulário eleitos pelos subgrupos para produzir suas narrativas na solução deste e dos outros problemas que lhes foram propostos na lista de exercícios apresentada. Todavia, reiteramos que o que nos interessa, nesta análise e na escrita de toda esta tese, e, assim, cabe-nos sublinhar que o que constitui, de fato, a nossa tese, é a condição de focalizar os modos de apropriação de práticas de numeramento escolares, protagonizados por licenciandos/as em Matemática, como processos de natureza discursiva, cuja compreensão pode nos auxiliar no reconhecimento, na acolhida, na elaboração e no desenvolvimento de respostas às demandas e às contribuições desses/as sujeitos, de cuja formação docente temos, na condição de docentes, a oportunidade e a responsabilidade em participar.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

> *Creio poder afirmar, na altura destas considerações, que toda prática educativa demanda a existência de sujeitos, um que, ensinando, aprende, outro que, aprendendo, ensina, daí o seu cunho gnosiológico; a existência de objetos, conteúdos a serem ensinados e aprendidos envolve o uso de métodos, de técnicas, de materiais; implica, em função de seu caráter diretivo, objetivo, sonhos, utopias, ideais*. (FREIRE, 2011, p. 48)

Ao iniciarmos o que compõe as Considerações Finais desta tese, ousamos, rompendo com um protocolo acadêmico, muitas vezes, estabelecido nas Instituições, optar por comentar o título que descortina esta investigação: ***"Tem outro jeito de fazer, moço!"***. Esse enunciado, realizado em meio a um contexto de interações entre licenciados/as quando da resolução de questões de Geometria Analítica, entre tantos outros também interessantes ao nosso olhar, foi escolhido por nos fornecer elementos que caracterizam as reflexões realizadas nesta pesquisa.

Em ***"Tem outro jeito de fazer, moço!"***, Leandro usa o verbo *ter*, em sua forma flexionada no presente do indicativo, veiculando o sentido de ação habitual, ***"Tem"***, que remete à existência de narrativas que legitimam o discurso matemático, afirmando com veemência *que tem*, *que existe* e *que já há* outro procedimento legitimado. Na sequência, como complemento a esse verbo e, assim, a essa ideia veiculada, aparece ***"outro jeito de fazer"***. Esse complemento verbal, ao tempo em que ratifica a ideia do verbo *ter* (de *que há,* de que *já existe*), sendo iniciado com o "***outro***" aponta para a diversidade das possibilidades de procedimentos que podem ser adotados para a resolução de um problema matemático, ainda que reconhecendo que a resolução de um problema esteja submetida às regras e normatizações próprias da matemática, que parametrizam os ***"jeitos de fazer".*** O verbo ***"fazer"***, na perspectiva por nós analisada, funciona metonimicamente, representando diferentes ações. Ações que instigam a mobilização de vocabulários específicos da matemática, que recorrem a mediadores, que selecionam e empreendem rotinas e que produzem narrativas legitimadas como solução de um problema matemático. E, completando esse enunciado, aparece o vocativo ***"moço"***, que, com a sua função de chamamento ao interlocutor presente no mesmo contexto, explicita a situação de interação – de empenho coletivo na resolução do problema, de camaradagem entre os/as interlocutores/as, das referências culturais etárias, regionais, de grupo social – em que os sujeitos estão envolvidos na oportunidade da enunciação.

No subtítulo **"apropriação de práticas de numeramento escolares por estudantes de Licenciatura em Matemática da Uneb – Caetité",** localizamos os sujeitos envolvidos no *Campus* VI da Universidade do Estado da Bahia, em um curso de formação docente, protagonizando fazeres matemáticos referenciados em suas vivências discentes na Educação Básica e/ou no Ensino Superior e, até mesmo, sem suas perspectivas de atuação como futuros professores de matemática, de modo a *tornar seu*, *tornar próprio* esses fazeres, que compreendemos como práticas sociais. A caracterização das práticas de numeramento dos/as licenciandos/as no âmbito da matemática escolar é justificada pela mobilização pelos/as licenciados/as de vocabulário, mediadores visuais, rotinas e narrativas da matemática veiculada na Educação Básica e no Ensino Superior, quando foram instados à elaboração de questões de Geometria Analítica no 1º e 4º Encontros dos GFs e à resolução de questões desse campo, na sua maioria voltadas para o ensino Médio, propostas nas oficinas de resolução de questões no 2º e 3º Encontros dos GFs.

Movidos pela sugestão desse título e pelo sentido investigativo de nossa pesquisa que ele reflete, recapitulamos, de forma sucinta, alguns pontos da arquitetura que estruturou este relato da investigação que empreendemos.

No primeiro capítulo, buscamos referenciar e apontar o nosso problema de pesquisa, inicialmente inspirado em minha experiência de professor do Curso de Licenciatura em Matemática da Uneb de Caetité, em meio a reflexões que envolvem a formação de licenciandos/as para atuar como docentes de Matemática, e motivado pelo programa de pesquisa do GEN, que se volta para investigações sobre a apropriação de práticas matemáticas, considerando-as como práticas discursivas, no qual procurei encampar as preocupações que compartilho com outros estudiosos acerca da problemática que envolve os cursos de Licenciaturas em Matemática e a discussão sobre o ensino e a aprendizagem nesses cursos.

Ao discutir a problemática que envolve a formação de professores de matemática, habilitados para atuar na Educação Básica, faz-se necessário tocar em pontos sensíveis desse nível de ensino, tais como: a precarização da Educação Básica como um todo e do profissional que nela atua, de modo especial; a evasão dos jovens do Ensino Médio em face às cruéis desigualdades sociais; a implantação açodada de uma nova BNCC, distante da realidade das escolas, do alunado, do professorado e das comunidades; a escassez de oportunidades de formação continuada de docentes; a inadequação curricular e a falta de estrutura das escolas, bem como a falta de suporte para professores e alunos em tempos de velocidade digital, que estabelecem e demandam novos paradigmas e novas práticas nos processos educacionais. São temas como esses e tantos outros sobre os quais pesquisadores têm se debruçado e que devem transversalizar as discussões sobre formação de professores em geral, não sendo diferente para formação de professores de matemática.

Imbuídos desse pensamento é que apresentamos, nesse primeiro momento, também, dados sobre as licenciaturas em matemática no Brasil e, em particular da Uneb de Caetité, na Bahia; dados sobre o Exame Nacional de Desempenho de Estudantes (Enade) e sobre o Exame Nacional do Ensino Médio (Enem); dados sobre a disciplina Geometria Analítica, com ementário de várias universidades brasileiras e a legislação que orienta a inserção desse domínio da matemática nos currículos do Ensino Médio e do Ensino Superior; além de uma narrativa histórica do desenvolvimento desse campo que nos auxilia a compreendê-lo como produção humana e, portanto, cultural. A exposição desses temas foi realizada com o propósito de refletirmos sobre as condições em que se forjam os processos de apropriação de práticas de numeramento escolares por licenciandos/as em matemática, entendendo que tais processos estão entrelaçados nas relações de poder e são submetidos aos regramentos impostos por aqueles que detêm o controle do Estado.

Nesse sentido, ainda que não sejam essas as questões que discutimos em nossa análise principal (capítulo 4), julgamos importante demarcar esses condicionantes, pois acreditamos que é, na política e nos tensionamentos sociais, que se promovem rupturas e avanços na macropolítica educacional, cujos processos são dinâmicos e marcados por contradições e, por vezes, negligenciados por aqueles que foram eleitos para cumprir deveres constitucionais. Assim, como pesquisadores/as comprometidos/as com a luta pela democratização das oportunidades educacionais, assumimos posições: compreendendo as práticas matemáticas como práticas sociais, consideramos que os/as licenciados/as em matemática, sujeitos da nossa investigação, são sujeitos situados historicamente e que se posicionam diante do fazer matemático, no contexto de suas demandas educacionais, sociais e políticas.

Com efeito, a apropriação de práticas matemáticas envolve interdiscursos, referências culturais/sociais e relações de poder que caracterizam as práticas discursivas especificas dessa esfera da comunicação, atravessadas e impactadas, também, por conjunturas locais e nacionais. Dito isso, entendemos que as pesquisas, para além da relevância social e científica, têm implicações políticas e desdobramentos que podem se relacionar com vários temas e apontar novas questões. A eterna *incompletude* do conhecimento, sobre a qual Freire (1989, 2000, 2011) nos adverte, e a transitoriedade dos resultados apontados e/ou refletidos são elementos compreendidos e aceitos por nós como algo que deve impulsionar e fomentar novas investigações.

Todavia, a cada investigação cabe a nós pesquisadores/as delimitarmos o problema a ser contemplado, construindo objetivos cujo cumprimento, ainda que parcial, possa contribuir para uma melhor compreensão dos fenômenos que nos interrogam.

Assim, considerando a proposição do problema e os nossos objetivos nesta tese, no segundo capítulo, em nossa abordagem metodológica, apresentamos as nossas escolhas e os nossos procedimentos para a produção do material empírico, que se constituiu a partir da aplicação de um questionário para traçar o perfil dos/as licenciandos/as em Matemática de Caetité e conhecer parte de suas vivências e opiniões sobre determinados temas relacionados à abordagem e à aprendizagem da Geometria Analítica em sua trajetória escolar (na Educação Básica e no Ensino Superior); e na adoção da dinâmica de grupos focais em que desenvolvemos atividades e estratégias para provocar discussões *de* e *sobre* Geometria Analítica.

Nesse capítulo, ao caracterizar o local da pesquisa e os/as colaboradores/as, destacamos a expressiva e voluntária participação desses/as jovens do sertão baiano, marcada pela camaradagem e espírito colaborativo, em meio às adversidades que eles/as enfrentam. Dos 150 estudantes que estavam matriculados no curso de Licenciatura em Matemática da Uneb de Caetité, em 2018, 116 estudantes responderam a um questionário de 70 questões e 29 destes estudantes participaram dos grupos focais. Foram 12 encontros de grupos focais em que se discutiram impressões e vivências sobre Geometria Analítica e realizaram-se atividades envolvendo conteúdos desse campo da matemática, disponibilizando-nos um grande e instigante volume de interações protagonizadas por esses/as jovens estudantes e das quais poderíamos usufruir para tecer nossa análise.

Com efeito, ao relatarmos a participação dos/as estudantes nas dinâmicas dos encontros dos grupos focais – o que trazemos no Capítulo 3 – , percebemos a riqueza das interações que produziram o volumoso material empírico desta pesquisa. Ao elegermos as interações do 2º Encontro do GF 2 para submeter à análise do discurso, de modo a apontar instâncias de apropriação de práticas de numeramento nos modos como os/as 8 estudantes lidam discursivamente com o vocabulário, os mediadores visuais, as rotinas e as narrativas da Geometria Analítica nessa sessão, deixamos em aberto uma série de interações dos outros encontros desse GF e dos demais GFs, em que também poderíamos identificar eventos de numeramento, explorando uma variedade de temáticas relevantes para a discussão dos processos de apropriação de práticas de numeramento escolares protagonizados por estudantes de licenciatura. Temos assim, ainda, muito material empírico e muitas preocupações e curiosidades a serem exploradas em análises futuras.

Ao traçar o perfil dos/as licenciados/as em matemática da Uneb de Caetité, destacamos a relevância social da inserção desses jovens (oriundos da Escola Pública e do interior da Bahia) numa Universidade Pública, em especial, por ser a Uneb pioneira na implantação de cotas raciais. E, ao confrontarmos algumas temáticas abordadas no questionário respondido pelos/as 116 estudantes com as discussões que ocorreram na primeira rodada de encontros com os grupos focais, identificamos, nos relatos e nas posições assumidas pelos/as estudantes, a denúncia de fragilidades do ensino da matemática no Ensino Médio, em particular, a ausência da Geometria Analítica. Os/ licenciandos/as sinalizaram ainda o estranhamento em relação às práticas matemática do Ensino Superior e diversas outras questões inerentes ao processo de ensino e aprendizagem da matemática vivenciado no Ensino Médio, que dão suporte a ou contrastam com suas estratégias e práticas de estudo na licenciatura, em especial, de estudo da Geometria Analítica.

Para tecer a análise que apresentamos no Capítulo 4, lançamos mão dos aspectos da composição do discurso matemático explorados por Anna Sfard – vocabulário específicos, mediadores visuais, rotinas e narrativas – para apresentar a matemática como uma forma de discurso. Assim, escolhemos eventos de numeramento forjados nas interações dos/as licenciados/as durante a resolução de três questões de Geometria Analítica, em que nos foi possível focalizar esses elementos críticos do discurso matemático e sua apropriação, a partir das enunciações dos/as estudantes nas interações que se constituíram no segundo encontro do GF2.

Em nosso exercício analítico – que empreendemos para identificar modos de apropriação de práticas de numeramento escolares dos/as licenciandos/as em Matemática – , buscamos direcionar o nosso olhar para ver como esses sujeitos produzem significados. Ou seja, ao focalizar a apropriação de práticas matemáticas, entendidas como práticas discursivas, procuramos identificar como esses sujeitos operam para produzir significação nessas práticas.

Assim, organizamos o nosso olhar para identificar a apropriação desses elementos que constituem o discurso matemático e que conformam esse discurso.

Nesse capítulo, na primeira seção, com base nas interações dos/as licenciandos/as resolvendo a 1ª questão, que solicitava dos resolvedores determinar a equação da reta a partir de dois pontos dados, analisamos a apropriação do uso de vocabulário específico do discurso matemático por meio do qual se configuram as práticas de numeramento escolares.

Os três subgrupos resolveram essa questão pelo "método do cálculo do determinante". A aparição do termo "determinante" na produção dos enunciados que compuseram as interações de todos os subgrupos que resolviam a questão nos pareceu ser uma boa oportunidade para refletirmos sobre como a apropriação de práticas de numeramento supõe moldar o discurso "à forma do enunciado", elegendo um léxico apropriado para a situação discursiva. Com efeito, a palavra "determinante" tem usos em diversos campos da vida social e assume no discurso matemático um significado específico. Certamente por isso, quase todos os participantes do GF2, quando resolviam aquele exercício, faziam a opção quase que automática de encontrarem a equação da reta utilizando o "cálculo do determinante", como se fosse um procedimento trivial. Tal ação, tão recorrente, nos parece sugerir que aqueles/as estudantes vêm mobilizando a matemática escolar nas suas práticas discursivas nesse âmbito da comunicação, e que, nesse contexto, a mobilização de palavras específicas amplia e endossa o uso que fazem do discurso matemático.

Para análise desta seção, recorremos à Teoria da Enunciação de Bakhtin, aportando às reflexões de Sfard sobre uso de vocabulário próprio da matemática a discussão sobre os gêneros do discurso. Observamos que o domínio de vocabulários específicos da matemática pode incluir ou excluir pessoas em comunidades discursivas. Nesse sentido, professores/as formadores/as e licenciandos/as são desafiados/as a tomarem decisões sobre os usos de palavras, o que supõe conferir-lhes certos significados e intenções retóricas e pragmáticas que se adequem às regras de um determinado jogo discursivo.

Na segunda seção, com base nas interações dos/as licenciandos/as resolvendo a 3ª questão, que faz referência ao cálculo da distância entre duas pessoas na superfície da Terra, analisamos o recurso a mediadores visuais, em especial, o uso de gestos, na apropriação de práticas de numeramento escolares. Para essa análise, além das considerações de Sfard (2008, 2009), recorremos a discussões sobre a teoria da cognição corporificada apresentadas por Rafael Núñez e George Lakoff e outros estudiosas dos gestos, a exemplo de Adam Kendon e David McNeill.

A relevância dessa seção se dá não apenas pelo diálogo que estabelecemos com os estudiosos dos gestos, mas, também, e de modo especial, pelo fato de as interações serem marcadas pela comunicação gestual dos seus participantes. As gravações em vídeo possibilitaram a observação cuidadosa da gesticulação que compõe as enunciações e a ilustração sequenciada de imagens intercaladas no desenvolvimento da nossa análise para compartilhamos com nossos/as leitores/as em que se baseiam as reflexões que tecemos. Nesse exercício analítico, entre outras discussões, tensionamos a dicotomia cartesiana entre corpo e mente, mostrando que grande parte dos enunciados são proferidos integrando a linguagem corporal à linguagem verbal, e que a recursividade gestual caracteriza e demarca a mediação visual como fundamental para compreensão dos discursos matemáticos e, portanto, conforme a perspectiva aqui adotada, para a compreensão da própria matemática.

Por meio dos registros de imagem e som, percebemos, assim, que, quando os/as estudantes foram desafiados a resolver um problema de maior apelo geométrico, eles/as pragmaticamente, mobilizaram os seus corpos, em especial, gesticulando com braços e mãos, para atribuírem significado aos conceitos e propriedades do objeto matemático em discussão, tornando-os mais compreensíveis e "palpáveis" para si e para os colegas. Ou seja, o uso do recurso gestual na comunicação matemática não é uma ação voltada apenas ao interlocutor, mas é decisiva para a compreensão do próprio enunciador. Essa discussão sobre os gestos e sua "invisibilidade" nas práticas pedagógicas nos faz a refletir sobre a importância desse mediador visual que coloca em movimento os corpos, também como mecanismo de ativação da memória, que auxilia a forjar processos de apropriação de práticas matemáticas.

Na terceira seção, subsidiando-nos nas interações dos/as licenciandos/as resolvendo a 2ª questão, sobre cônicas, analisamos a seleção e o empreendimento das rotinas que legitimam a produção das narrativas na apropriação de práticas de numeramento escolares. Nessa análise, destacamos as preocupações de Sfard em relação ao conjunto de regras que caracterizam as rotinas: aquelas regras que regem o curso da ação (ou procedimento) – regras que determinam o *como* da rotina; aquelas regras que determinam as condições de aplicabilidade da rotina; e aquelas que estabelecem as condições de conclusão – regras de aplicabilidade e conclusão que determinam o *quando* da rotina.

Essa discussão pôde ser detalhadamente desenvolvida a partir da análise das interações dos/as licenciados quando eles/as optam em identificar a cônica a partir da transformação da equação geral da cônica em uma equação reduzida, pelo método de "completar quadrados".

Assim, vão estabelecendo rotinas e procedimentos para produção de uma narrativa que legitime a solução produzida para o problema.

Em síntese, os três subgrupos do GF2 produziram narrativas para chegar à solução do problema, usando padrões discursivos recorrentes (rotina do *como*): procedimento de "completar os quadrados" para transformar a equação geral da cônica na forma reduzida e, em seguida, identificar os elementos da curva e o tipo de cônica procurada, e, ao final, esboçar seu gráfico. Na discussão dos três subgrupos, destacam-se, todavia, diferentes modos de lidar com um certo estranhamento por a cônica procurada ser uma circunferência: no subgrupo de Antônio, Grasielle e Leandro, apesar de Leandro argumentar que a cônica procurada seria uma circunferência, Antônio se apega à hipótese de tratar-se de uma elipse e empenha-se em encontrar uma terminologia que naturalize as características inusitadas daquela cônica – "elipse equilátera"; no subgrupo de Érica e Maria, Érica recorre ao conceito de *excentricidade* cuja própria existência permite a possibilidade de uma elipse ser uma circunferência; e, no subgrupo de Eduarda, Luís e Marcos Vinícius, ao calcular o centro e os focos, eles, de imediato, reconhecem a hipótese de a cônica procurada ser uma circunferência. Assim, os/as estudantes foram elegendo rotinas para definir, executar e avaliar procedimentos para produção de uma narrativa legitimada como solução daquele problema no domínio da Geometria Analítica, protagonizando modos de apropriação de práticas de numeramento escolares, cuja natureza discursiva dá significado ao fazer matemático.

Em relação à apropriação dos elementos constitutivos do discurso matemático (vocabulário, mediadores, rotinas, narrativas) para a solução dessas três questões de Geometria Analítica, destacamos, ainda, que, à primeira vista, pareceu-nos que os/as licenciandos/as, a despeito de afirmarem não terem visto ou se aprofundado em conteúdos de Geometria Analítica no Ensino Médio, pareciam-nos buscar nas práticas da Escola Básica as ferramentas discursivas para enfrentamento das tarefas propostas. Todavia, tensionaram essa primeira impressão o fato de os/as licenciandos/as do GF2, que ou estavam cursando a disciplina Geometria Analítica I ou tinham acabado de cursar a disciplina Geometria Analítica II, terem demonstrado uma maior intimidade com as práticas discursivas desse campo, lidando com elas com mais desenvoltura, inclusive, do que a demonstrada pelos/as participantes do GF3, que haviam cursado as duas disciplinas há mais tempo.

Cabe-nos ressaltar, ainda, que, nesta tese, não nos interessava avaliar erros e acertos dos/as licenciados/as na resolução dos exercícios propostos. Assim, não cabem as velhas frases: "eles/as não têm base", "eles/as são fracos", "eles/as são fortes", "eles/as não aprenderam nada no Ensino Médio ou no Ensino Superior" etc. Nosso propósito, nesta tese, foi o de compreender os modos de apropriação de práticas de numeramento escolares dos/as estudantes como processos de natureza discursiva e contribuir para o reconhecimento, a acolhida, a elaboração e o desenvolvimento de respostas às demandas e às contribuições desses sujeitos, de cuja formação docente temos a oportunidade e a responsabilidade de participar.

No contexto da pesquisa e no envolvimento de pesquisadores/as e participantes nela, quero destacar a importância do Dinter UFMG-Uneb para qualificação dos docentes da Uneb de Caetité, Guanambi e Bom Jesus da Lapa na Bahia, por promover a pós-graduação de excelência para uma região em que o acesso a esse tipo de qualificação é mais restrito; mas, principalmente, por propiciar a realização de relevantes pesquisas voltadas para a realidade dessa região – mas cujo alcance se estende a outras licenciaturas brasileiras e à formação docente de uma maneira geral – que, certamente, irão apontar novos desafios para a comunidade universitária e a comunidade em geral. Desafios que devem implicar mudanças!

Com efeito, entendemos que um dos objetivos de uma pesquisa é provocar mudanças, sejam elas estruturais ou comportamentais. Assim, na condição de professor de um curso de Licenciatura em Matemática e de pesquisador, quero confessar, nesse espaço, que esta investigação mudou o meu modo de compreender os processos formativos dos/as nossos/as licenciandos/as e me fez olhar para o fazer matemático dos/as estudantes com uma nova lente, pois, eles/as têm modos próprios de lidar com a matemática e desenvolvem estratégias para enfrentar os processos de ensino e aprendizagem aos quais são desafiados/as.

Ao confessar isso, me vejo obrigado a colocar sob suspeita aquelas falas que escuto desde a adolescência: "que matemática é difícil", "que fulano é inteligente porque é bom em matemática". Frases que, de certa forma, parte de nós continuamos reproduzindo seja quando falamos "aquele/a aluno/a não tem base", seja quando "elegemos uma turma boa em matemática" e "uma turma fraca em matemática", seja quando achamos que os "bons" em matemática são aqueles que tiram boas notas em avaliações etc. Na verdade, essas rotulações e/ou generalizações servem para naturalizar possíveis "fracassos" nas diversas esferas de ensino, reforçam a exclusão causada ou, ao menos, não enfrentada pelos processos de ensino e aprendizagem nesse campo, e impõem constrangimentos aos sujeitos envolvidos.

Assim, sob a justificativa de que temos muitas turmas com grande número de alunos (o que não deixa de ser uma justificativa), às vezes, optamos por processos de ensino e avaliações que não consideram as condições e o potencial de produção de significados dos nossos alunos/as na apropriação das práticas discursivas de determinado campo do conhecimento e o acúmulo decorrente de suas experiências escolares, universitária e em outras instâncias da vida social. Com efeito, é preciso compreender que os processos educativos são dinâmicos, mas, também, são interditados por seus dilemas e paradoxos. A sala de aula é um espaço rico e fértil, cuja produtividade se dá numa arena de tensionamentos. Além disso, os processos de ensino e aprendizagem são muito complexos e delicados. É preciso estar atento a isso! É preciso olhar com mais cuidado para elaboração realizada por nossos alunos/as e romper com a dicotomia do certo ou errado, buscando compreender os processos que estão acontecendo com aqueles/as licenciandos/as e o modo como eles/as produzem e legitimam as narrativas dos discursos matemáticos.

Diante disso, queremos reafirmar que esta tese busca refletir, também, sobre o papel do/a professor/a formador/a em um curso de Licenciatura em Matemática, em quais termos esses/as professores/as têm reproduzido discursos matemáticos e como estamos compreendendo os discursos matemáticos produzidos pelos/as nossos/as licenciandos/as. Nesse sentido, defendemos que, para que haja um efetivo alargamento e uma coerente potencialização do discurso matemático dos/as aprendizes, é muito importante que os/as mediadores/as que gozam de razoável experiência nessas paráticas discursivas (SFARD, 2008) – os/as professores/as formadores/as – se disponham a compreender os modos de apropriação dessas práticas matemáticas protagonizados pelos/as licenciandos/as. Assim, discutir as práticas discursivas dos/as professores/as em formação inicial (Licenciados/as em Matemática), incluindo-se os modos e as oportunidades em que mobilizam práticas matemáticas referenciadas em suas vivências na Escola Básica e seu confronto com as práticas vivenciadas no Enisno Superior, é tarefa essencial para acolher e contribuir para a formação desse/a futuro/a professor/a que vai atuar no Ensino Fundamental, no Ensino Médio e mesmo na Universidade.

O/a professor/a formador/a, em uma relação dialógica, deve buscar instigar os/as estudantes a produzirem significados robustos, coerentes e flexíveis para os discursos matemáticos, com os quais estabelecem a comunicação consigo mesmos/as e com os/as outros/as, e que esteja conectada e em sintonia com as demandas das diferentes instâncias da vida social em que essa comunicação se produz.

Finalmente, apontamos que os/as estudantes têm modos específicos de lidar com o fazer matemático, que esse fazer é dinâmico e muito complexo, que diferentes rotinas podem legitimar as narrativas de um discurso matemático. Apontamos, ainda, que o/a professor/a formador/a tem que lembrar e reconhecer que ***“Tem outro jeito de fazer”***...

Quando o nosso/a aluno/a enuncia ***“Tem outro jeito de fazer, moço!”****,* ele/a nos convoca a refletir sobre nossas práticas pedagógicas, no esforço de tentar compreender os modos de significação que eles/as estão mobilizando, e de acolher e aprender com seu protagonismo, quando enunciam: ***“Eu faço diferente!”***

REFERÊNCIAS

ADELINO, Paula Resende. **Jovens do Ensino Médio Técnico**: um olhar a partir das aulas de matemática. 2018. 174 f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2018.

______. **Práticas de numeramento nos livros didáticos de Matemática voltados para a Educação de Jovens e Adultos**. 2009. 134f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2009.

AINLEY, John; DOIG, Brian. **Summing Up**: Australian Numeracy Performances, Practices, Programs and Possibilities. Melbourne: ACER Press, 2001.

ARTES, Amélia; RICOLDI, Arlene Martinez. Mulheres e as carreiras de prestígio no ensino superior: o não lugar feminino. In: ITABORAÍ, N.R.; RICOLDI, A.M. (Orgs.). **Até onde caminhou a revolução de gênero no Brasil?** Implicações demográficas e questões sociais. Belo Horizonte: Abep, 2016, p. 81-93.

AVRITZER, Dan. **Geometria Analítica e Álgebra Linear:** uma visão geométrica. Belo Horizonte: Editora UFMG, 2009.

AZEVEDO, Alysson Roberto Garcia. **Aprendizagem de Geometria Analítica a partir de Conversões de Registros de Representação Semiótica com Exploração dos Temas:** Ponto, Reta e Circunferência com o Uso do GeoGebra no Ensino Médio. 2018. 125f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Federal do Amazonas, Manaus, 2018.

AZEVEDO, Rosa Oliveira Martins et al. Formação inicial de professores da educação básica no Brasil: trajetória e perspectivas. **Revista Diálogo Educação**, Curitiba, v. 12, n. 37, p. 997-1026, set./dez. 2012.

BABB, Jeff. Mathematical concepts and proofs from Nicole Oresme: Using the History of Calculus to Teach Mathematics. **Science & Education**, v. 14, n. 3-5, p. 443-456, 2005. Disponível em: <https://core.ac.uk/download/pdf/144470649.pdf>. Acesso em: 29 jun. 2019.

BAHIA. SDE – Secretaria de Desenvolvimento Econômico. **Estudo de Potencialidades Econômicas Sertão Produtivo**. 2016. Disponível em: <http://www.sde.ba.gov.br/vs-arquivos/imagens/revista-pdf-11611.pdf>. Acesso em: 16 set. 2019.

BAHIA. SEI – Superintendência de Estudos Econômicos e Sociais da Bahia. **Territórios de Identidade**. Disponível em: <http://www.sei.ba.gov.br/index.php?option=com_content&view=article&id=2650&Itemid=657>. Acesso em: 18 set. 2019.

BAKER, Dave; STREET, Brian; TOMLIN, Alison. Mathematics as social: understanding relationships between home and school numeracy practices. **For the learning of mathematics,** v. 23, n.3 p. 11-15, nov. 2003.

BAKHTIN, Mikhail. **Estética da criação verbal**. Tradução: Maria Emsantina Galvão G. Pereira. 2. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1997.

______. The problem of speech genres. In JAWORSKI, A.; COUPLAND, N. (Orgs.), **The discourse reader.** London: Routledge, 1999, p.121-132.

______. **Marxismo e filosofia da linguagem**. 12. ed. São Paulo: Hucitec, 2006.

BARBIN, Evelyne. **La révolution mathématique du XVIIème siècle**. Paris: Elipses, 2006.

BARBOSA, Bruna Fernandes et al. **A Geometria de René Descartes**. 2. ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017.

BARWELL, Richard. What is numeracy? **For the learning of mathematics**, v. 24, n. 1, p. 20-22, mar. 2004.

BATTISTI, César Augusto. O método de análise cartesiano e o seu fundamento. **Scientiae Studia**, São Paulo, v. 8, n. 4, p. 571-96, 2010

BERLINGHOFF, William; GOUVÊA, Fernando Quadros. **A matemática através dos tempos:** um guia fácil e prático para professores e entusiastas. São Paulo: Blucher, 2010.

BITTAR, Marilena; NOGUEIRA, Renato Gomes. Um Estudo da Criação e Desenvolvimento de Licenciaturas em Matemática na Universidade Federal de Mato Grosso do Sul. **Bolema**, Rio Claro, v. 29, n. 51, p. 263-283, 2015.

BONDÍA, Jorge Larrosa. Notas sobre a experiência e o saber de experiência. **Revista Brasileira de Educação**, n. 19, jan- abr. 2002.

BOS, Henk Jan Maarten. **Lectures in the history of mathematics**. Providence, R.I: AmÉrican Mathematical Society; London: London Mathematical Society, 1993.

BOURDIEU, Pierre. O Campo Científico. In: ORTIZ, R. (Org.). **Sociologia**. São Paulo: Ática, 1983, p.122 -155.

BOYER, Carl Benjamin. **História da Matemática**. Tradução de Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blucher,1996.

BRASIL, Carta de Lei de 04 de dezembro de 1810. Dispõe sobre a criação da Academia Real Militar do Rio de Janeiro. **Lex**: Coleção das Leis do Brasil, Rio de Janeiro, Imprensa Nacional. 1891. Leis do Império. Disponível em: <http://www2.camara.gov.br/atividade-legislativa/legislacao/publicacoes/doimperio/colecao1.html> . Acesso em: 08 ago. 2019.

______. **n. 5.692/71** de 11 de agosto de 1971. Brasília, Diário Oficial de 12 ago. de 1971.

______. **Lei n. 7.398**, de 04 de novembro de 1985. Brasília, 1985. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l7398.htm> Acesso em: 08 ago. 2019.

______. **Constituição da República Federativa do Brasil de 1988**. Brasília: Senado Federal. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/constituicao/constituicaocompilado.htm>. Acesso em: 10 set. 2019.

______. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. Lei nº. 9394, 20 dez. 1990.

______. **Lei nº 9.394**, de 20 de dezembro de 1996. Brasília, 1996. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/L9394.htm>. Acesso em: 12 ago. 2019.

BRASIL. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Ministério da Educação**. Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio**. Brasília, 1999.

______. MEC. **Diretrizes Curriculares Nacionais do Curso de Matemática, Bacharelado e Licenciatura,** Parecer 1.302/2001, aprovado em 06/11/2001. Disponível em: < http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/CES13022.pdf > Acesso em: 18 ago. 2019.

______. MEC. Ministério da Educação. **PCN+ Ensino Médio:** Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília, 2002.

______. (2002a). Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. **Resolução CNE/CP 01**. Institui as Diretrizes Curriculares Nacionais para Formação de Professores da educação básica, em Nível Superior, Curso de Licenciatura, de Graduação Plena. Diário Oficial da União, Brasília, 4 mar. de 2002.

BRASIL. (2002b). Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. **Resolução CNE/CP 02**. Institui a duração e a carga horária dos cursos de Licenciatura, de graduação plena, de formação de professores da educação básica em Nível Superior. Diário Oficial da União, Brasília, 4 mar. de 2002.

______. (2003). Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. **Resolução CNE/CES 03**. Institui as Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática. Diário Oficial da União, Brasília, 18 fev. de 2003.

______. **Lei nº 10.861**, de 14 de abril de 2004**.** Brasília, 2004. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2004-2006/2004/lei/l10.861.htm >. Acesso em: 20 jul. 2016.

______. Secretaria da Educação Básica. **Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias.** Orientações Curriculares para o Ensino Médio, volume 2. Brasília; MEC, 2006.

______. Ministério da Educação. **Política Nacional de Formação de Professores**. Brasília, DF, out. 2017. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=74041-formacao-professor-final-18-10-17-pdf>. Acesso em: 15 mar. 2019.

______. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**: Educação é a Base. Brasília: MEC, 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCCpublicacao.pdf>. Acesso em: 13 mar. 2019.

______. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular. Ensino Médio**. Brasília: MEC. Versão entregue ao CNE em 03 de abril de 2018. Disponível em: <https://abmes.org.br/arquivos/documentos/BNCC_EnsinoMedio_embaixa_site.pdf>.Acesso em: 14 mar. 2019.

______. **Todos pela Educação**, 2019. Disponível em: <https://www.todospelaeducacao.org.br/conteudo/meta-3-em-10-anos-aprendizado-adequado-ensino-medio-segue-estagnado-avancos-5-ano-fundamental>Acesso em: 12 abr. 2019.

BRITO, Ruana Priscila da Silva. **Apropriação das práticas de numeramento em um contexto de formação de educadores indígenas.** 2012**.** 268f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Educação da Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2012.

______. **É o que eles estão querendo pesquisar, estão querendo mostrar?**: apropriação de práticas de numeramento da Educação Estatística por estudantes indígenas do Curso de Formação Intercultural para Educadores Indígenas da UFMG. 2019. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte, 2019.

BUARQUE, Chico. Mar e Lua. *In*: BUARQUE, Chico. **Vida**. Rio de Janeiro: PolyGram/Philips, 1980. Faixa 2. Disco de vinil.

BUZAR, Nonato. **Irmãos Coragem**, 1970. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=2zsjc2CLbKA. Acesso em: 25 mar. 2021.

CABRAL, Viviane Ribeiro de Souza. **Relações entre conhecimento matemáticos escolares e conhecimentos do cotidiano forjadas na constituição de práticas de numeramento na sala de aula da EJA**. 2007. 168f. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Educação, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2007.

______. **Nada é cem por cento?:** usos de conhecimentos matemáticos como táticas retóricas nas práticas discursivas de adolescentes atendidos pelo Centro de Referência de Assistência Social. 2015. 219f. Tese (Doutorado) – Faculdade de Educação, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte,

CARAÇA, Bento de Jesus. **Conceitos Fundamentais da Matemática**. Gradiva: Lisboa, 2000.

CARROLL, Lewis. **Alice através do espelho**. Zahar Editora, [1871] 2010.

CARVALHO, Giovanna Cotta. **Papéis do contexto das questões de Matemática do ENEM:** práticas de numeramento envolvidas na discussão com docentes em formação. 2014. 202f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Educação da Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2014.

CHARTIER, Roger. **A história cultural**: entre práticas e representações. Lisboa: Difel, 1995.

DALLEMOLE, Joseide Justin. **A teoria dos registros de representação semiótica em um ambiente virtual de aprendizagem**: uma proposta metodológica explorando os conceitos de ponto, reta e circunferência no ensino médio. 2015. 264 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Luterana do Brasil, Canoas, 2015.

D'AMBRÓSIO, Beatriz Silva. Formação do professore de matemática para o século XXI: O grande desafio. **Pró-Posições**, Campinas, v.4, n.1, mar. 1999.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Educação Matemática:** da teoria à pratica. Campinas: Papiros, 1996.

______. História da Matemática no Brasil: Uma visão panorâmica até 1950. **Saber y Tiempo**, v.2, n. 8, 1999, p. 7-37. Disponível em: <http://ubiratandambrosio.blogspot.com/p/textos.html>. Acesso em: 12 ago. 2019.

DAVID, Maria Manuela; MOREIRA, Plínio Cavalcanti; TOMAZ, Vanessa Sena. Matemática Escolar, Matemática Acadêmica e Matemática do Cotidiano: uma teia de relações sob investigação. **Acta Scientiae**, Canoas, v.15, n.1, jan./abr. 2013.

DENZIN, Norman Kent; LINCOLN, Yvonna Sessions. **O Planejamento da Pesquisa Qualitativa**. Porto Alegre: Artmed, 2006.

DESCARTES, René. **Discurso do método**. Tradução de Ciro Mioranza. São Paulo: Escala Educacional, 2006.

______. **O Discurso do Método**. Tradução de Pietro Nasseti. São Paulo: Martin Claret, 2002.

______. **A Geometria**. Tradução de Emídio César de Queiroz Lopes. Lisboa: Editorial Prometeu, 2001.

______. **La Geométrie**. Disponível em: <https://www.gutemberg.org/ebooks/26400>. Acesso em: 12 ago. 2019.

DI PINTO, Marco Antônio. E**nsino e Aprendizagem da Geometria Analítica:** As pesquisas Brasileiras da década da de 90. 2000. Dissertação (Mestrado) - Pontifícia Universidade de São Paulo, São Paulo, 2000.

DIOP, Cheikh Anta. **Nations nègres et culture**: De l'antiquité nègre égyptienne aux problèmes culturels de l'Afrique Noire d'aujourd'hu. Paris: Editions Présence Africaine, 1954.

DOMINGUES, Hygino Hugueros. Monge e a Consolidação da Geometria Analítica. In: IEZZI, Gelson. **Fundamentos da Matemática Elementar**, v.7. São Paulo: Atual Editora, 1993, p. 214- 215.

DUVAL, Raymond. **Semiósis e pensamento humano**: registros semióticos e aprendizagens intelectuais. Tradução: L.F Levy e M.R.A. Silveira. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

______. **Ver e ensinar a matemática de outra forma:** entrar no modo Matemático de pensar: os registros de representação semióticas. Tradução: Marlene Alves Dias. São Paulo: PROEM, 2011.

______. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. Tradução: Méricles Thadeu Moretti. **Revemat,** Florianópolis, v.7, n.2, p.266-297,2012. Disponível em: https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322+2012v7n2o266/23465. Acesso em: 10 mai 2019.

EDWARDS, Laurie. Gesture and conceptual integration in mathematical talk. **Educational Studies in Mathematics,** v.70, p.127-141, 2009.

EUCLIDES. **Os elementos**. Tradução: Irineu Bicudo. São Paulo: Editora UNESP, 2009.

EVES, Howard. **Introdução à História da Matemática**. 2. ed. Campinas: Editora Unicamp,1997.

FARIA, Juliana Batista. **Relações entre práticas de numeramento mobilizadas e em constituição nas interações entre os sujeitos da educação de jovens e adultos.** 2007. 335 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Educação da UFMG, Belo Horizonte, 2007.

FARIA, Juliana Batista; GOMES, Maria Laura; FONSECA; Maria da Conceição F. Reis. A artificialidade da dicotomia entre saberes cotidianos e saberes escolares na mobilização e constituição de práticas de numeramento na sala de aula da educação de jovens e adultos. In: Terceiro Congresso Brasileiro de Etnomatemática, 2008, Niterói. Terceiro Congresso Brasileiro de Etnomatemática – **Anais**. Niterói: Universidade Federal Fluminense, 2008, v.01, p.01-15.

FERREIRA, Ana Rafaela Correia. **Práticas de numeramento, conhecimentos cotidianos e escolares em uma turma de ensino médio da Educação de pessoas jovens e adultas.** 2009. 159f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2009.

FERREIRA, Aurélio Buarque de Holanda. **Novo dicionário Aurélio da língua portuguesa.** 4 ed. Rio de Janeiro/Curitiba: Editora Positivo, 2009.

FERREIRA, Eduardo Sebastiani. O Uso da História no Ensino da Matemática: Uma abordagem transdisciplinar. In NOGUEIRA, Adriano. **Contribuições da interdisciplinaridade para a ciência, para educação, para o trabalho sindical**. 3. ed. Petrópolis: Vozes, 1996.

FERREIRA, Tomaz J. Breve nota sobre o pensamento de Descartes. In: DESCARTES, René. Tradução de Fernando Melro. **Discurso do método**. 3. ed. Portugal: Publicações Europa-América, 1986.

FIORENTINI, Dario; OLIVEIRA, Ana Teresa de Carvalho Correa de. O lugar das matemáticas na Licenciatura em Matemática: que matemáticas e que práticas formativas? **Bolema,** Rio Claro, v.27, n.47, dez. 2013.

FLOOD, Raymund; WILSON, Robin. **Os Grandes Matemáticos**: as Descobertas e a Propagação do Conhecimento através das vidas dos Grandes Matemáticos. São Paulo: M. Books do Brasil Editora Ltda, 2013.

FLORES, Cláudia Regina. A representação semiótica e a matemática moderna: análise de uma nova forma de pensar e de representar. In MATOS, J. M.; VALENTE, W.R. (Orgs.). **A Matemática moderna nas escolas do Brasil e de Portugal:** primeiros estudos. São Paulo: Da Vinci, 2007, p. 152-154.

FONSECA, Maria da Conceição Ferreira Reis. Conceito(s) de numeramento e relações com o letramento. In: LOPES, C.E.; NACARATO, A.D. (Orgs.) **Educação Matemática, leitura e escrita**: armadilhas, utopias e realidade. Campinas: Mercado das Letras, 2009, v.1, p.47-60.

FONSECA, Maria da Conceição Ferreira Reis. Matemática, cultura escrita e numeramento. In: MARINHO, M.; CARVALHO, G. T. (Orgs.). **Cultura, escrita e letramento.** Belo Horizonte: UFMG, 2010, p.68-100.

FONSECA, Maria da Conceição Ferreira Reis. Numeramento: usos de um termo na configuração de demandas e perspectivas da pesquisa em educação matemática de pessoas jovens e adultas. In: D'AMBROSIO, B. S.; LOPES, C. E. (Orgs.). **Vertentes da subversão na produção científica em Educação Matemática.** Campinas: Mercado das Letras, 2015, p.257-281.

FONSECA, Maria da Conceição Ferreira Reis. Práticas de Numeramento na EJA. In: JUNIOR, R. C. (Org.). **Formação e Práticas na Educação de Jovens e Adultos**. São Paulo: Ação Educativa, 2017, p. 105-115.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia**: saberes necessários à prática educativa. São Paulo: Paz e Terra, 2011.

______. **A importância do ato de ler em três artigos que se completam**. 23 ed. São Paulo: Cortez, 1989.

______. **Pedagogia da Indignação**. São Paulo: Paz e Terra, 2000.

FREITAS, Erico Tadeu Fraga. **A linguagem na formação de conceitos na sala de aula de física na educação de jovens e adultos**. 2010. 181 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2010.

GAL, Iddo. Reflecting about the goals of adult numeracy education. **Conference on Adult Mathematical Numeracy.** National Center on Adult Literacy; National Council of Teachers of Mathematics. Arlington: US Department of Education, 1994, p. 20-22.

GARBI, Gilberto Geraldo. **A Rainha das Ciências**: um passeio histórico pelo maravilhoso mundo da matemática. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

GATTI, Bernardete Angelina. Formação de Professores no Brasil: características e problemas. **Educação & Sociedade**, Campinas, v. 31, n. 113, p. 1355-1379, out-dez. 2010.

______. **Grupo focal na pesquisa em Ciências sociais e humanas.** Brasília: Líber Livro, 2012.

GATTI, Bernardete Angelina et al. **Atratividade da carreira docente no Brasil**. São Paulo: Fundação Carlos Chagas, 2009.

GATTI, Bernardete Angelina; BARRETO, Elba Siqueira de Sá; ANDRÉ, Marli Eliza Dalmazo de Afonso. **Políticas docentes no Brasil:** um estado da arte. Brasília: UNESCO, 2011.

GATTI, Bernardete Angelina; BARRETTO, Elba Siqueira de Sá; ANDRÉ, Marli Eliza Dalmazo Afonso de; ALMEIDA, Patrícia Cristina Albieri de. **Professores do Brasil**: novos cenários de formação. Brasília: UNESCO, 2019.

GAUKROGER, Stephen. **Descartes:** Uma biografia intelectual. Rio de Janeiro: Contraponto e EdUerj, 2002.

GEIGER, Vince; GOOS, Merrilyn; FORGASZ, Helen. A rich interpretation of numeracy for the 21st century: A survey of the state of the field. **ZDM Mathematics Education**, v. 47, n.4, p. 531-548, jul. 2015.

GIL, Antônio Carlos. **Métodos e técnicas da pesquisa social**. 5.ed. São Paulo: Atlas, 1999.

GIL, Gilberto. Aquele abraço. *In*: GIL, Gilberto**. A Arte de Gilberto Gil**. Rio de Janeiro: Phonogram, 1975. Faixa 1. LP - Disco 2.

GOLDENBERG, Mirian. **A arte de pesquisar:** Como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais. 3.ed. Rio de Janeiro: Editora Record, 1999.

GOLDIN-MEADOW, Susan. **Hearing gesture:** How our hands help us think. Cambridge: Belknap, 2003.

GOMES, Maria Laura Magalhães. **História do Ensino da Matemática**: uma introdução. Belo Horizonte: CAED-UFMG, 2012.

______. Os 80 Anos do Primeiro Curso de Matemática Brasileiro: sentidos possíveis de uma comemoração acerca da formação de professores no Brasil. **Bolema,** Rio Claro, v. 30, n. 55, p. 424 - 438, ago. 2016. Disponível em <http://www.scielo.br/pdf/bolema/v30n55/1980-4415-bolema-30-55-0424.pdf>. Acesso em: 12 ago. 2019.

GONZAGUINHA. Caminhos do Coração. Rio de Janeiro: EMI-Odeon, 1982. 1 LP com 10 faixas.

GOULART, Cecilia. Letramento e polifonia: um estudo de aspectos discursivos do processo de alfabetização. **Revista Brasileira de Educação**, Rio de Janeiro, n. 18, set-dez. 2001.

HARIKI, Seiji; ONAGA, Dulce Satiko**. Curso de Matemática**: volume 3. Editora Harper & Row do Brasil Ltda: São Paulo, 1981.

HAWKING, Stephan. **God create the integers**: the mathematical breakthroughs that changed history. Philadelphia: Running Press, 2007.

HOUAISS, Antônio. **Dicionário Houaiss da Língua Portuguesa**. Rio de Janeiro: Objetiva, 2001.

IEZZI, Gelson. **Fundamentos de Matemática Elementar** - Geometria Analítica. 6.ed. São Paulo: Atual, 1993. 7 v.

IEZZI, Gelson et al**. Matemática**: ciências e aplicações, volume 3 – Ensino Médio. 9.ed. São Paulo: Saraiva, 2016.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA – IBGE. **Informações completas de Caetité,** 2016. Disponível em: <http://cidades.ibge.gov.br/xtras/perfil.php?lang=&codmun=290520&search=bahia|caetite|infograficos:-informacoes-completas>. Acesso em: 17 jul. 2017.

______. **Informações completas de Caetité,** 2019. Disponível em: <http://cidades.ibge.gov.br/xtras/perfil.php?lang=&codmun=290520&search=bahia|caetite|infograficos:-informacoes-completas>. Acesso em: 25 jul. 2019.

______. **Estatísticas Sociais,** 2019 . Disponível em: <https://agenciadenoticias.ibge.gov.br/agencia-sala-de-imprensa/2013-agencia-de-noticias/releases/25989-pretos-ou-pardos-estao-mais-escolarizados-mas-desigualdade-em-relacao-aos-brancos-permanece> Acesso em: 12 set. 2019.

INSTITUTO FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE. **Ementa da disciplina Geometria Analítica e Tratamento Vetorial**. IFRN. Disponível em: https://portal.ifrn.edu.br/campus/mossoro/arquivos/licenciatura-em-matematica-ppc. Acesso em: janeiro 2018.

INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA - INEP. **Matriz de Referência para o ENEM**. Brasília: INEP/MEC, 2009.

______. **Censo da Educação Superior, 2016**. Disponível em: <http://download.inep.gov.br/educacao_superior/censo_superior/apresentacao/2016/apresentacao_censo_educacao_superior.pdf.>. Acesso em: 5 set. 2017.

______. **Sinopse Estatística da Educação Superior, 2016**. Brasília, DF: MEC/INEP/DEED, 2016. Disponível em: <http://inep.gov.br/web/guest/educacao-superior>. Acesso em: 13 ago. 2019.

______. **Sinopse Estatística da Educação Superior, 2018**. Brasília, DF: MEC/INEP/DEED, 2018. Disponível em: <http://portal.inep.gov.br/web/guest/sinopses-estatisticas>. Acesso em: 11 set. 2019.

______. **Sinopse Estatística da Educação Superior, 2001, 2005, 2011**. Brasília, DF: MEC/ INEP, 2011. Disponível em: <www.inep.gov.br/sinpse-estatisitca-da-educacao-superior>. Acesso em: 13 ago. 2019.

______. **Provas do ENEM dos anos 2011, 2013, 2015, 2016.** Ministério da Educação. Disponível em: <http://portal.inep.gov.br/web/guest/provas-e-gabaritos>. Acesso em: 10 jul. 2018.

______. **Microdados do Sistema de Avaliação da educação Básica (SAEB)**, 2017. Disponível em: <http://portal.inep.gov.br/artigo//asset_publisher/B4AQV9zFY7Bv/content/microdados-do-sistema-de-avaliacao-da-educacao-basica-de-2017-sao-divulgados/21206>. Acesso em: 10 de abr. 2019.

______. **Portaria nº 508,** de 06 de junho de 2017. Brasília: INEP/ABMES, 2017. Disponível em: < https://www.abmes.org.br/arquivos/legislacoes/Portaria-Inep-508-2017-06-06.pdf> .Acesso em: 27 fev. 2019.

______. **Análise do documento "Repensar da garantia da qualidade da Educação Superior no Brasil**, 2018. Disponível em: <http://download.inep.gov.br/acoes_internacionais/ocde/Consideracoes_OCDE_122018.pdf>. Acesso em: 18 de set. 2019.

JUNQUEIRA, Sonia Maria da Silva; MANRIQUE, Ana Lúcia. Reformas curriculares em cursos de licenciatura de Matemática: intenções necessárias e insuficiente. **Ciênc. Educ.,** Bauru, v. 21, n. 3, p. 623-635, 2015.

KENDON, Adam. Some relationships between bodymotion and speech. In SIEGMAN, A.; POPE, B. (Orgs.). **Studies in Dyadic Communication.** New York: Pergamon Press, 1972, p.177-210.

KENDON, Adam. Gesticulation and speech: Two aspects of the process of utterance. In: KEY, Mary R. (Org.). **The relation between verbal and nonverbal communication.** The Hague: Mouton, 1980, p.207-227.

______. The study of gesture: some observations on its history. **Recherches Sémiotiques/Semiotic Inquiry,** v.2, n.1, p.25-62, 1982.

KENDON, Adam. Gesture and speech: How they interact. In: WIEMANN, J.M.; HARRISON, R.P. (Orgs**.). Nonverbal Interaction**. Beverly Hills: Sage, 1983, p. 13-45.

KENDON, Adam. Some uses of gesture. In: TANNEN, D.; TROIKE, M.S. (Orgs.). **Perspectives on Silence.** Norwood: Ablex, 1985, p.215-234.

KENDON, Adam. How gestures can become like words. In: PEGATES, Fernando. **Crosscultural Perspectives in Nonverbal Communication.** Toronto: C.J. Hogreje, 1988, p.131-141.

KENDON, Adam. Language and gesture: Unity or duality? In: MCNEILL, D. (Org.). **Language and gesture:** window into thought and action. Cambridge: Cambridge University Press, p.47-63, 2000.

KENDON, Adam. Gesture. **Annual Review of Anthropology**, v.26, n.1, p.109-128, 1997.

______. **Gesture:** Visible action as utterance. Cambridge: Cambridge University Press, 2004.

KITZINGER, Jenny. The methodology of Focus Groups: the importance of interaction between research participants. **Sociology of Health &Illness**, v. 16, n.1, 1994.

KOYRÉ, Alexandre. **Estudos galilaicos**. Lisboa: D. Quixote, 1986.

LAHIRE, Bernard. **O Homem Plural**: as molas da ação. Rio de Janeiro: Inst. Piaget, 2005.

LAKOFF, George; JOHNSON, Mark: **Metaphors we live by.** Chicago: Chicago Press, 1980.

LAKOFF, George; NÚÑEZ, Rafael. **Where mathematics comes from:** How the embodied mind brigs mathematics into being. New York: Basic Books, 2000.

LAPO, Flavinês Rebolo; BUENO, Belmira Oliveira. Professores, desencanto com a profissão e abandono do magistério. **Cadernos de Pesquisa**, São Paulo, n. 118, p. 65-88, mar. 2003.

LAVILLE, Christian; DIONNE, Jean. **A construção do saber:** manual de metodologia da pesquisa em ciências humanas. Tradução Heloísa Monteiro e Francisco Settineri. Porto Alegre: Editora Artes Médicas Sul Ltda; Belo Horizonte: Editora UFMG, 1999.

LAWLOR, Robert. **Geometria Sagrada:** Mitos Deuses Mistérios. Editora del Prado, 1996.

LEÃO, Geraldo; DAYRELL, Juarez; REIS, Juliana Batista dos. Juventude, projetos de vida e Ensino Médio. **Educação e Sociedade**, v. 32, n. 117, p. 1067-1084, out./dez., 2011.

LEITHOLD, Louis. **O Cálculo com Geometria Analítica**. Tradução de Cyro de Carvalho Patarra. 3. ed. São Paulo: Editora Harbra, 1994. 1 v.

LIMA, Cibele Lana Forneas. **Estudantes da EJA e materiais didáticos no ensino de matemática.** 2012. 139f. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Educação, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte. 2012.

LIMA, Priscila Coelho. **Constituição de práticas de numeramento em eventos de tratamento da informação na educação de jovens e adultos**. 2007. 114f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2007.

LIMA, Raquel Monteiro Pires de. **"O meu é mais grande"**: rotinas lúdicas de comparação nas culturas da infância e apropriação de práticas de numeramento por crianças de 3 e 4 anos em uma escola municipal de educação infantil. 2020. 171 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2020.

MACHADO, Nilson José. **Matemática e língua materna:** análise de uma impregnação mútua. 4. ed. São Paulo: Cortez, 1998.

MAHONEY, Michael Sean. **The Mathematical Career of Pierre de Fermat 1601-1665**. Princeton: Princeton University Press, 1994.

MALHOTRA, Naresh. **Pesquisa de marketing*:*** uma orientação aplicada. 4.ed. Porto Alegre: Bookman, 2006.

MARTUCCELLI, Danilo. **Gramáticas del individuo**. Buenos Aires: Losada, 2007.

MCNEILL, David. So you think gestures are nonverbal? **Psychological Review,** v.92, n.3, p. 350-371, 1985.

______. **Hand and mind:** What gestures reveal about thought. Chicago University Press, 1992.

______. (Org.). **Language and gesture.** Cambridge: Cambridge University Press, 2000.

______. Introduction. In: ______ (Org.). **Language and Gesture**. Cambridge: Cambridge University Press, 2000a, p.1-10.

———. Growth points, catchments, and contexts. **Cognitive Studies: Bulletin of the Japanese Cognitive Science Society 7**, 2000b, p. 22–36.

______. **Gesture and Thought.** Chicago: University of Chicago Press, 2005.

______. **Why we gesture**: The surprising role of hand movements in communication. Cambridge: University Press, 2016.

MENDES, Jaqueline Rodrigues. Matemática e práticas sociais: uma discussão na perspectiva do numeramento. In: GRANDO, Regina Célia; MENDES, Jackeline Rodrigues (Orgs.). **Múltiplos olhares**: matemática e produção de conhecimento. São Paulo: Musa Editora, 2007.

MENDONÇA, Ana Waleska Pollo Campos. Uma profissão fragmentada. In: NEPOMUCENO, M. de A.; TIBALLI, E. F. A (Org.). **A educação e seus sujeitos na história**. Belo Horizonte: Argvmentvm, 2007, p. 35-64.

MENDONÇA, Augusta Aparecida Neves de. ***"Fechando pra conta bater":*** a indigenização dos projetos sociais Xakriabá. Tese (Doutorado). 2014. 183 f – Faculdade de Educação da Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte, 2014.

MIGUEL, Antônio; VILELA, Denise Silva; MOURA, Anna Regina Lanner. Desconstruindo a matemática escolar sob uma perspectiva pós-metafísica de educação. **ZETETIKÉ – Unicamp**, v. 18, Número Temático, 2010.

MILANI, Maísa Lucia Cacita. **Investigação acerca do ensino de geometria analítica numa abordagem baseada em vídeos**. 2018. 127 f. Tese (Doutorado) - Universidade Estadual do Maringá. Maringá, PR, 2018.

MLODINOW, Leonard. **A janela de Euclides:** a história da geometria, das linhas paralelas ao hiperespaço. Tradução de Enézio E. de Almeida Filho. São Paulo: Geração Editorial, 2008.

MINAYO, Maria Cecília de Souza (Org.); DESLANDES, Suely Ferreira; CRUZ NETO, Otávio; GOMES, Romeu. **Pesquisa Social: teoria, método e criatividade**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2011.

MIRANDA, Paula Reis. **O PROEJA vai fazer falta?:** uma análise de diferentes projetos educativos a partir dos discursos de estudantes nas aulas de Matemática. 2015. 267f. Tese (Doutorado) – Faculdade de Educação, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2015.

MOL, Rogério Santos. **Introdução à História da Matemática**. Belo Horizonte: CAED-UFMG, 2013.

MONDINI, Fabiane. **A Presença da Álgebra na Legislação Escolar Brasileira**. 2013. 433 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2013.

MONNA, Antonie Frans. **L'algébrisation d ela mathématiquer:** réflexions historiques. Utrecht: Mathematisch Instituut der Rijksuniversiteit Utr, 1977.

MOREIRA, Plínio Cavalcanti. 3+1 e suas (In)Variantes (Reflexões sobre as possibilidades de uma nova estrutura curricular na Licenciatura em Matemática). **Bolema**, Rio Claro, v.26, n. 44, p. 1137-1150, dez. 2012.

MOREIRA, Plínio Cavalcanti; DAVID, Maria Manuela Martins Soares. **A Formação Matemática do Professor:** licenciatura e prática docente escolar. 2.ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2016.

MOREIRA, Plínio Cavalcanti; FERREIRA, Ana Cristina. O Lugar da Matemática na Licenciatura em Matemática. **Bolema**, Rio Claro, v. 27, n. 47, p. 981 - 1005, dez. 2013.

MORGAN, David; KRUEGER, Richard. When to use focus groups and why. In: MORGAN, David (Ed.), **Successful Focus Groups**: Advancing the State of the Art. Newbury Park, CA: Sage, 1993, p.3-20.

MOURA, Dante Henrique; SILVA, Meyrelândia dos Santos. A evasão no curso de Licenciatura em Geografia oferecido pelo CEFET-RN. **HOLOS,** Rio Grande do Norte, v. 3, n. 23, p. 26-42, 2007.

NASCIMENTO, Mauri Cunha do; NASCIMENTO, Hércules de Araújo Feitosa. Os três problemas clássicos da antiguidade. **Revista Ciência e Tecnologia**, [S.l.], v. 10, n. 16, jan. 2010. Disponível em: <http://www.revista.unisal.br/sj/index.php/123/article/view/18>. Acesso em: 31 out. 2019.

NASCIMENTO, Milton; BRANT, Fernando. Comunhão. *In*: NASCIMENTO, Milton. **Anima**. Rio de Janeiro: PolyGram, 1982. Faixa 2. Lado B. Disco de vinil.

NASSER, Lilian; VAZ, Felipe Novoa; TORRACA, Marcelo André Abrantes. Transição do Ensino Médio para o Superior: Investigando Dificuldades em Geometria Analítica. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 6.,2015, Goiás. **Anais**… Goiás, 2015, p. 1- 13.

NÚÑEZ, Rafael. A fresh look at the foundations of mathematics: Gesture and the psychological reality of conceptual metaphor. In: CIEKI, Alan; MULER, Cornelia Muler (Orgs.). **Metaphor and gesture.** Philadelphia: John Benjamins North America, 2008, p.93-114.

NÚÑEZ, Rafael. Mathematical Idea Analysis: What embodied cognitive science can say about the human nature of mathematics. In: INTERNACIONAL CONFERENCE FOR THE PSYCHOLOGY OF MATHEMATICS EDUCATION, 24, 2000, Hiroshima. **Proceedings**…, Hiroshima, v.1, n.2, 2000, p.3-22.

OBMEP – Olimpíadas Brasileira de Matemática das Escolas Públicas. **Banco de Questões 2011**. Rio de Janeiro: IMPA, 2011.

OCDE. **Repensando a Garantia de Qualidade para o Ensino Superior no Brasil**. 2018. Disponível em: <http://download.inep.gov.br/acoes_internacionais/ocde/Repensando_a_Garantia_de_Qualidade_para_o_Ensino_Superior_no_Brasil_PT.pdf>. Acesso em: 13 set. 2019.

OECD. **The Survey of Adult Skills**: Reader's Companion. 2.ed. Paris: OECD Publishing, 2016.

OLIVEIRA, Jader de. **Contribuições das representações semióticas para a aprendizagem da geometria analítica**. 2018. Dissertação (Mestrado em Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo, Vitória, 2018.

OLIVEIRA, Mírian; FREITAS, Henrique Mello Rodrigues de. Focus Group – pesquisa qualitativa: resgatando a teoria, instrumentalizando o seu planejamento. **Revista de Administração**, São Paulo. v. 33, n. 3, p. 83-91, jul/set. 1998.

ORLANDI, Eni Pulcinelli. **Discurso e leitura**. São Paulo: Cortez, 2005.

PACKER, Martin. The problem of transfer and the sociocultural critique of schooling. **Journal of the Learning Sciences,** v.10, n.4, p.493-514, 2001.

PALIS, Gilda de La Rocque. A transição do Ensino Médio para o Ensino Superior. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10, 2010. Salvador **Anais...** Salvador, 2010.

PATRÍCIO, Rafael Silva. **As dificuldades relacionadas à aprendizagem do conceito de vetor à luz da teoria dos registros de representação semiótica**. 2011. 102 f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Pará, Instituto de Educação Matemática e Científica - Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas, Belém, 2010.

PAVANELLO, Regina Maria. O abandono do ensino da Geometria no Brasil: causas e consequências, **Zetetiké: Revista de Educação Matemática**, nº 1, p.7-17, Campinas: CEMPEM, UNICAMP, 1993.

PELLEGRINI, Jerônimo Cardoni. **Álgebra Linear**. Versão 130. 2015. Disponível em https://www.ime.unicamp.br/~deleo/MA327/ld4.pdf, acesso em 15 de dezembro de 2020.

PICKOVER, Clifford Alan. **O Livro da Matemática:** De Pitágoras à 57ª dimensão, 250 marcos da História da Matemática**.** Kerkdriel: Librero, 2011.

PINTO, Neuza Bertoni; FERREIRA, Ana Célia da Costa. O movimento paranaense de matemática moderna: o papel do NEDEM. **Revista Diálogo Educacional***,* Curitiba, v. 6, n. 18, mai/ago. 2006.

PLATÃO. **A República**, parte II – Platão [ca.380 a.E.C.]. Tradução Ciro Mioranza. São Paulo: Escala Educacional, 2006.

PONTE, João Pedro da; CHAPMAN, Olive. Preservice mathematics teachers' knowledge and development. In: ENGLISH, Lyn D. (Ed.). **Handbook of international research in mathematics education.** 2. ed. New York: Routledge, 2008. p. 225-263.

POTTIER, Eugène. **La Internacional,** 1871. Disponível em: https://www.marxists.org/espanol/pottier/1871/junio/inter.htm. Acesso em: 25 mar. 2021.

POWELL, Richard A.; SINGLE, Hellen M. Focus groups. **Internacional Journal of Qualit in Health Care**, v. 8, n. 5, p. 499-504, 1996.

RICHIT, Adriana. **Projetos em Geometria Analítica usando *software* de Geometria Dinâmica:** repensando a formação inicial docente em matemática. 2005. 215 f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual de Rio Claro. São Paulo, 2005.

ROCHA, Júlio Max Xavier da. **Tópicos de geometria analítica plana com o software geogebra sob o modelo de sala de aula invertida**. 2019. 92 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia. Vitória da Conquista, BA, 2019.

ROCKWELL, Elsie. La apropriación, un proceso entre muchos que ocurren en ámbitos escolares In: SOMEHIDE, Sociedad Mexicana de Historia de la Educación. **Memoria, conocimiento y utopia - Anuario de la Sociedad Mexicana de Historia de La Educación**, México: Ediciones Pomares, 2005.

RADFORD, Luis. Why do gestures matter? Sensuous cognition and the palpability of mathematical meanings. **Educational Studies in Mathematic**s, v. 70, n.3, p. 111- 126, 2009.

RODRIGUES, Rosângela Hammes. Os gêneros do discurso na perspectiva dialógica da linguagem: a abordagem de Bakhtin. In: MEURER, J. L., BONINI, A., MOTTA-ROTH, D. (Orgs). **Os Gêneros**: teorias, métodos, debates. São Paulo: Parábola, 2005. p. 152-183.

ROQUE, Tatiana. **História da Matemática:** uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

ROTH, Wolff-Michael. Gestures: Their role in teaching and learning. **Review of Educational Researc**h, v.71, n.3, p. 365-392, 2001.

ROXO, Euclides. **A Matemática na educação secundária**. São Paulo: Ed. Nacional, 1937.

SÁ, Josinalva Rodrigues. **Licenciatura em Educação do Campo**: propostas em disputa na perspectiva de estudantes do Curso de Matemática da UFMG. 2016. 128 f. Tese (Doutorado) - Faculdade de Educação da Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte, 2016.

SALGUEIRO, Nilton Cesar Garcia. **Como estudantes do Ensino Médio lidam com registros de representação semiótica de funções**. 2011. 132 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2011.

SAITO, Fumikasu. **História da matemática e suas (re)construções contextuais**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015.

SANTOS, Adriana Tiago Castro dos. **O Estado da Arte das pesquisas brasileiras sobre Geometria Analítica no período de 1991 a 2014**. 2016. 277f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2016.

SANTOS, João Ricardo Viola dos; LINS, Rômulo Campos. Movimentos de Teorizações em Educação Matemática. **Bolema**, Rio Claro, v. 30, n. 55, p. 325 - 367, ago. 2016.

SCHNEIDER, Sônia Maria. **Esse é o meu lugar... Esse não é o meu lugar**: relações geracionais e práticas de numeramento na escola de EJA. 2010. 211 f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal de Minas Gerais, 2010.

SERRANO, Isabel M.; SUCEAVĂ, Bogdan D. A medieval mystery: Nicole Oresme's concept of curvitas. **Notices of AMS**, Estados Unidos, v.62, n.9, p. 1030-1034, oct. 2015.

SERRAZINA, Maria de Lurdes Marquês. Conhecimento matemático para ensinar: papel da planificação e da reflexão na formação de professores. **Revista Eletrônica de Educação,** São Carlos, v. 6, n. 1, p.266-283, mai. 2012.

SEVERINO, Antônio Joaquim. **Metodologia do trabalho científico**. 22.ed. São Paulo: Cortez, 2002.

SFARD, Anna. When the rules of discourse change, but nobody tells you: making sense of mathematics learning from a commognitive standpoint. **The Journal of the learning Sciences**, v.16, n.4, p. 567- 615, 2007.

______. **Thinking as communicating**: human development, the growth of discourses, and mathematizing. Cambridge: University Press, 2008.

______. What's all the fuss about gestures? A commentary. **Educational Studies in Mathematics**, v. 70, p.191-200, 2009.

______. Developing mathematical discourse- some insights from communicational research. **Internacional Journal of Education Research**, v. 51-52, p. 1-9, 2012.

SILVA, Cintia Rosa da. **Os signos peirceanos e os registros de representação semiótica**: qual semiótica para a matemática e seu ensino? 2013. 202 f. Tese (Doutorado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2013.

SILVA, Circe Mary Silva da. Os “espinhos” da álgebra para Lacroix. **Educ. Matem. Pesq.**, São Paulo, v.13, n.1, p.219-237, 2011.

SILVA, Mônica Ribeiro da. A BNCC da Reforma do Ensino Médio: o resgate de um empoeirado discurso. **Educação em Revista**, Belo Horizonte, v. 34. 2018.

SILVA, Raquel Santos. **Estudo da reta em geometria analítica:** uma proposta de atividades para o ensino médio a partir de conversões de registros de representação semiótica com o uso do software GeoGebra.2014. 185 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2014.

SILVA, Valdenice Leitão da. **Práticas de Numeramento e táticas de resistência de estudantes camponeses da EJA, trabalhadores na indústria de confecção**. 2013. 238 f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal de Minas Gerais, 2013.

SIMMONS, George Finlay. **Cálculo com Geometria Analítica**. Tradução de Seiji Hariki. São Paulo: Pearson Makron Book, 1987.

SIMÕES, Fernanda Maurício. **Apropriação de práticas de letramento (e de numeramento) escolares por estudantes da EJA.** 2010. 190 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2010.

______. **Já li. Reli, reli, reli, reli de novo?**: apropriação de práticas de leitura e de escrita de textos matemáticos por estudantes da Educação de Pessoas Jovens e Adultas (EJA). 2019. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte, 2019.

SMOLKA, Ana Luiza Bustamante. O (im)próprio e o (im)pertinente na apropriação das práticas sociais. **Cadernos Cedes**, v.20, n.50, p. 26-40, abr. 2000.

SOARES, Flávia dos Santos. Ensino de Matemática e Matemática Moderna em congressos no Brasil e no mundo. **Revista Diálogo Educacional**, v.8, n. 23, p. 727-744, set./dez. 2008.

SOARES, Magda. **Letramento:** um tema em três gêneros. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

SOCIEDADE BRASILEIRA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – SBEM. **Subsídios para a discussão de propostas para os cursos de Licenciatura em Matemática**: uma contribuição da Sociedade Brasileira de Educação Matemática. São Paulo: SBEM, 2003.

______. A formação do professor de matemática no curso de licenciatura: reflexões produzidas pela comissão paritária SBEM/SBM. **Boletim SBEM**, Brasília, n. 21, p. 1-42, fev.2013.

SOUTO, Romélia Mara Alves. **Cinema e história da matemática:** entrelaços possíveis. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2013.

SOUTO, Romélia Mara Alves; PAIVA, Paulo Henrique Apipe Avelar de. A pouca atratividade da carreira docente: um estudo sobre o exercício da profissão entre egressos de uma licenciatura em matemática. **Pro-Posições**, Campinas, v.24, n.1, jan./abr. 2013.

SOUZA, Maria Celeste Reis Fernandes de. **Gênero e Matemática (s) - jogos de verdade nas práticas de numeramento de alunas e alunos da Educação de pessoas jovens e adultas**. 2008. 317f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2008.

STREET, Brian. **Literacy in theory and practice**. Cambridge: Cambridge University Press, 1984.

STRUIK, Dirk Jan. **História Concisa das Matemáticas**. Tradução de João Cosme Santos Guerreiro. Lisboa: Gradiva, 1989.

TEIXEIRA, Anísio. **Educação para a Democracia**. Rio de Janeiro: José Olympio, 1936.

TISO, Wagner; NASCIMENTO, Milton. Coração de Estudante. *In*: NASCIMENTO, Milton. **Milton Nascimento ao vivo**. Rio de Janeiro: PolyGram, 1983. Faixa 1. Disco de vinil.

TONEGUITTI, Cláudio Antônio; MARTINEZ, Milena. **A Universidade Nova, o Reuni e a queda da universidade pública**, 2008. Disponível em <www.ia.ufrrj.br/ppgea/conteudo/conteudo-2008-1/Educacao-MII/Texto%209.pdf>. Acesso em 15 ago. 2017.

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA. **Ementa da disciplina Geometria Analítica**. UNB. Disponível em: https://matriculaweb.unb.br/graduacao/disciplina.aspx?cod=105881. Acesso em: janeiro 2018.

UNIVERSIDADE DE PERNAMBUCO. **Ementa da disciplina Geometria Analítica**. UPE. Disponível em: http://www.upe.br/petrolina/wp-content/uploads/2014/08/Nancy-Geometria-Anal%C3%ADtica.pdf. Acesso em: janeiro 2018.

______. **Ementa da disciplina Geometria Vetorial**. UPE. Disponível em: http://www.upe.br/petrolina/wp-content/uploads/2014/08/Arthur-Geometria-Vetorial.pdf. Acesso em: janeiro 2018.

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**. Ementa da disciplina Geometria Analítica**. USP. Disponível em: https://uspdigital.usp.br/jupiterweb/obterDisciplina?sgldis=MAT0105&verdis=2. Acesso em: janeiro 2018.

UNIVERSIDADE DO ESTADO DA BAHIA. **Site oficial de UNEB**. Disponível em <http://www.uneb.br/caetite/dch/matematica/sobre/>. Acesso em 13 de junho de 2017.

______. **Ementa da disciplina Geometria Analítica I e II**. UNEB. Disponível em: https://portal.uneb.br/teixeiradefreitas/wp-content/uploads/sites/29/2017/02/EMENT%c3%81RIO-1.pdf . Acesso em: janeiro 2018.

______. **Manual do Candidato,** 2019. UNEB. Disponível em: http://vestibular2019.uneb.br/wp-content/uploads/2018/10/manual_do_candidato_Vestibular_2019_WEB.pdf. Acesso em janeiro 2020.

______. **Resolução nº 1.339 de 2018**. UNEB. Aprova o sistema de reservas de vagas. Disponível em: https://portal.uneb.br/conselhos/wp- content/uploads/sites/103/2018/10/1339-consu-Res.-Reserva-de-Vagas.pdf . Acesso em: 15 nov. 2020.

______. **Resolução nº 1.969 de 2018**. UNEB. Aprova o Quadro Demonstrativo de Cursos/Vagas para acesso aos Cursos de Graduação, na modalidade presencial, por meio do Processo Seletivo Vestibular e do Sistema de Seleção Unificada (SiSU) – semestres letivos 2019. Disponível em: https://portal.uneb.br/conselhos/wp-content/uploads/sites/103/2020/03/RESOLU%C3%87%C3%83O-N%C2%BA-1969_2018.pdf. Acesso em: 12 set. 2020.

______. Secretaria de Avaliação Institucional. **Sinopse de dados 2017**. UNEB. Disponível em: https://portal.uneb.br/seavi/wp-content/uploads/sites/134/2019/03/Sinopse-de-dados-2017-ano-base-2016.pdf. Acesso em 15 de agosto de 2019.

UNIVERSIDADE DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO. **Ementa da disciplina Geometria Analítica I e II**. UERJ. Disponível em: http://www.ementario.uerj.br/ementa.php?cdg_disciplina=9713. Acesso em: janeiro 2018.

______. **Ementa da disciplina Geometria Analítica**. UERJ. Disponível em: http://www.ementario.uerj.br/ementa.php?cdg_disciplina=9714. Acesso em: janeiro 2018.

UNIVERSIDADE DO SUDOESTE DA BAHIA. **Ementa da disciplina Geometria Analítica I e II.** UESB. Disponível em: http://www2.uesb.br/matematicajq/index.php/nucleos/8-uncategorised/disciplinas/29-2semestre . Acesso em: janeiro 2018.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE FEIRA DE SANTANA. **Ementa da disciplina Geometria Analítica e Álgebra Linear I e II**. UEFS. Disponível em: http://www2.uefs.br/matematica/disciplinas/disciplinas.html. Acesso em: janeiro 2018.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE SANTA CRUZ. **Ementa da disciplina Geometria Analítica**. UESC. Disponível em: http://www.uesc.br/cursos/graduacao/licenciatura/matematica/index.php?item=conteudo_ementa.php. Acesso em: janeiro 2018.

UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA. **Ementa da disciplina Geometria Analítica e Álgebra Vetorial**. UFBA. Disponível em: http://www.mat.ufba.br/disciplinas/programas-ccm/6-geomanali.pdf. Acesso em: janeiro 2018.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS. **Ementa da disciplina Geometria Analítica**. UFAL. Disponível em: https://ufal.br/estudante/graduacao/projetos-pedagogicos/campus-maceio/matematica-licenciatura-ead. Acesso em: janeiro 2018.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS. **Ementa da disciplina Geometria Analítica e Álgebra Linear**. UFMG. Disponível em: https://ufmg.br/cursos/graduacao/2345/90209/65663. Acesso em: janeiro 2018.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO. **Ementa da disciplina Geometria Analítica**. UNIRIO. Disponível em: https://drive.google.com/drive/u/0/folders/0B_3CKzY16HT0VVl1ZGdMaGNvMVk. Acesso em: janeiro 2018.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL. **Ementa da disciplina Geometria Analítica I e II.** UFRG. Disponível em: https://imef.furg.br/images/stories/documentos/projeto_pedaggico_matemtica_licenciatura.pdf . Acesso em: janeiro 2018.

UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE. **Ementa da disciplina Geometria Analítica**. UFF. Disponível em: http://www.uff.br/sites/default/files/mat_ppc_do_curso.pdf. Acesso em: janeiro 2018.

VALENTE, Wagner Rodrigues. **Uma história da matemática escolar no Brasil, 1730-1930**. São Paulo: Annablume/FAPESP, 1999.

VALLE, Ione Ribeiro. Carreira do magistério: uma escolha profissional deliberada? **Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos**, Brasília, v. 87, n. 216, p. 178-187, ago. 2006.

VASCONCELOS, Kyrleys Pereira. **Um estudo sobre práticas de numeramento na educação do campo**: tensões entre os universos do campo e da cidade na educação de jovens e adultos. 2011. 126f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2011.

VELOSO, Caetano; NASCIMENTO, Milton. Paula e Bebeto. *In*: NASCIMENTO, Milton. **Minas**. Rio de Janeiro: EMI-Odeon, 1975. Faixa 10. Disco de vinil.

VELOSO, Eduardo. Educação Matemática dos Futuros Professores. In: BORRALHO, A. et al. (Org.). **A matemática na formação do professor**. Lisboa: Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação – Secção de Educação Matemática, 2004, p. 31-67.

VENTURI, Jacir Jos. **Álgebra Vetorial e Geometria Analítica**, 3. ed. Curitiba: Scientia et Labor, 1990.

VILELA, Ana. **Trem-Bala**, 2016. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=RdyaZHDaqvY Acesso em: 25 mar. 2021.

VILELA, Denise Silva. Tendência profissionalizante da universidade: o caso da Licenciatura em Matemática da UFSCar. **Bolema**, Rio Claro, v. 27, n.47, p. 955-980, dez. 2013.

VIGOTSKI, Lev Semionovitch. **Obras escolhidas**. v. I, II e III. Madrid: Visor, 1996.

WAGNER, Eduardo; MORGADO, Augusto César. Kátia e Rukusaburo – Matemática, volume 3. In: LIMA, Elon Lages (Org.) **Exame de Textos:** Análise de livros de Matemática para o Ensino Médio. Rio de Janeiro: SBM, 2001, p. 230-258.

WHITE, Michel. **O papa e o herege:** Giordano Bruno, a verdadeira história do homem que desafiou a Inquisição. Rio de Janeiro: Record, 2003.

YASUKAWA, Keiko; ROGERS, Alan; JACKSON, Kara; STREET, Brian. **Numeracy as Social Practice**: Global and Local Perspectives. London: Routledge, 2018.

ZICCARDI, Lydia Rossana Nocchi. **O curso de Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo**: uma história de sua construção/desenvolvimento/legitimação. 2009. 408f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009.

APÊNDICES

APÊNDICE A - Narrativas de Histórias das Matemáticas: as linhas traçadas rumo à Geometria Analítica

> "Quando nós nos servimos da história das elaborações conceituais isto é uma decisão educativa. Esta decisão que nós tomamos envolve uma concepção sobre matemática e uma concepção sobre educação" (FERREIRA, 1996, p 77).

Ao nos propormos apresentar um recorte da História das Matemáticas, optamos por descortinar este apêndice com as palavras do Professor Eduardo Sebastiani Ferreira, pois é na linha de pensamento a que ele nos convoca que traremos, nesse espaço, apontamentos históricos que caracterizam o percurso das matemáticas que culminaram com o desenvolvimento da geometria analítica[129]. Buscaremos, assim, identificar os contextos sociais e de circulação das ideias que contribuíram para seu desenvolvimento.

Para o cumprimento do nosso propósito, mobilizamos os estudos tradicionais de Carl Boyer (1996) e Howard Eves (1997); a visão crítica de Ubiratan D'Ambrósio (1996) e Tatiana Roque (2012); a leveza dos textos de Leonard Mlodinow (2008) e Gilberto Garbi (2009); entre outros que adentraram ao mundo das "matemáticas" na procura de caminhos, atalhos, pontes e encruzilhadas que conduziram a matemática na condição de produto humano.

A maioria das narrativas da história da humanidade ou do "mundo civilizado" que chega até nós são carregadas de uma visão eurocêntrica e de referências ao mundo grego. Com a história da matemática, não é diferente. As narrativas convencionais, em sua maioria, trazem a matemática como um campo de saber único e com a sua origem quase estritamente vinculada à Grécia antiga.

Os textos voltados às histórias das matemáticas geralmente são densos e, às vezes, revelam aspectos complexos e controversos sobre determinados desenvolvimentos e/ou sobre as pessoas envolvidas. Compreendendo que determinadas histórias sobre a matemática foram

---

[129] Quando utilizarmos a expressão geometria analítica em minúsculo, salvo citações, estaremos nos referindo ao domínio da matemática vinculado ao estudo da geometria fundada na junção de princípios da álgebra e da análise por meio de sistemas de coordenadas e métodos que denotam a reciprocidade e associação entre curvas geométricas e equações. Quando utilizarmos a expressão Geometria Analítica com as iniciais em maiúsculo, salvo citações, estaremos nos referindo à disciplina ofertada nos cursos de Ensino Médio e Ensino Superior.

escritas para propagar ideologias e estabelecer relação de poder, apresentaremos um recorte histórico, a partir das nossas escolhas, com omissões e possíveis equívocos, a luz da historiografia, que reflita os caminhos da matemática, e, em especial, da geometria analítica, ao longo do tempo e que desnude, por meio das suas práticas culturais, suas funções científica, política e social.

Concordamos com Romélia Souto (2013) que “[...] a Matemática, como produto sociocultural, tem sua gênese e sua existência em constante interação com outros produtos culturais e com o contexto que os produziu” (SOUTO, 2013, p. 23). Assim, com relação às abordagens das Histórias das Matemáticas, na medida do possível, devemos perceber a intenção das suas reproduções e de suas exclusões de fatos históricos ou silenciamento de circunstâncias e personagens, afinal, “[...]a história é feita de memórias e reminiscências, mas também de lapsos e esquecimentos” (SOUTO, 2013, p. 24).

Observamos que parte da literatura sobre as histórias das matemáticas apresenta uma visão de matemáticas protagonizadas por gênios, dotados de habilidades inatas e uma outra parte é composta por algumas histórias recheadas de lendas e anedotas acerca de determinado matemático e/ou “descoberta científica”, em geral, em sintonia com uma visão eurocêntrica da produção do conhecimento. Assim, mesmo que façamos alguns filtros, inevitavelmente, concederemos crédito à autoria de determinadas descobertas e contribuições na construção do conhecimento matemático por entender que essa construção e essa estruturação foram e são feitas por mentes e corpos humanos inseridos em territórios, épocas e contextos socioculturais. Todavia, ao abordar a história das matemáticas devemos estar cientes de que as práticas matemáticas de determinados lugares e períodos podem ter sido omitidas por insuficiência de referência ou foram intencionalmente sufocadas (STRUIK, 1989).

Independente de tendências historiográficas acerca das Histórias das Matemáticas, parece-nos significativo que as diversas práticas matemáticas, em lugares e períodos diferentes, conduziram a geometria e a álgebra para um encontro fecundo, marcado para os tempos de Descartes e Fermat, em que esse novo domínio da matemática se tornaria o embrião da atual Geometria Analítica.

Neste Apêndice, apresentaremos, inicialmente, os indícios da origem da geometria no Egito e as primeiras escolas matemáticas; na sequência, traremos os três problemas famosos da geometria; falaremos brevemente sobre a matemática demonstrativa e as cônicas de Apolônio; abordaremos a álgebra e as contribuições vindas do Oriente; contextualizaremos da idade média e as primeiras universidades; caracterizaremos o Renascimento e o Simbolismo;

destacaremos as contribuições de Descartes e Fermat; e, por último, discutiremos as influências e a consolidação da Geometria Analítica.

1 Indícios da origem da geometria

Há cerca de 11.000 anos, em várias regiões do planeta, grupos de indivíduos foram se organizando e compartilhando hábitos, dando origem às grandes civilizações. Inicialmente, essas civilizações foram estruturadas em comunidades e, para sobreviver, criaram artefatos, desenvolveram técnicas, linguagem e práticas que hoje chamaríamos matemáticas. Dessa forma, convém considerar que, ao longo da história, os grupos humanos vêm acumulando conhecimento com objetivos diversos, direcionados por contextos culturais específicos e lugares distintos. À medida que, para a sobrevivência dos povos ao longo do tempo, eram utilizados, entre outros, conhecimentos que associamos à matemática, podemos afirmar que a história da humanidade e a história da matemática se confundem, como sugere D'Ambrósio (1996).

O conhecimento matemático não necessariamente floresceu e se desenvolveu de forma cumulativa. Em diferentes partes do mundo antigo, encontramos registros e modos de aplicações matemáticas com características e identidade próprias. A matemática chinesa, por exemplo, desenvolveu-se independente do antigo mundo mediterrâneo por óbvias barreiras geográficas e linguísticas. Antes mesmo dos gregos, os chineses dominavam os números negativos, desenvolviam a álgebra e a geometria, e o Teorema "de Pitágoras" já lhes era familiar.

Essa matemática, a que nos referimos como matemática antiga, é multicultural e tem raízes na América Central, na Índia, no Egito, na Mesopotâmia[130] e na Grécia, entre outras. Cada cultura desenvolveu práticas matemáticas inspiradas e/ou em função dos seus interesses e necessidades, sejam eles voltados para a agricultura, o comércio, a guerra, a engenharia, a astronomia, ou a filosofia.

Os primeiros sistemas de numeração por agrupamento simples ou posicional, com diferentes bases e símbolos marcam as civilizações pré-colombianas dos maias, a dos chineses, a dos romanos, a dos egípcios, a dos babilônios, a dos hindus e a dos árabes, sendo,

---

[130] A palavra Mesopotâmia vem do grego e significa "entre os rios", que é uma referência a região entre os rios Tigre e Eufrates do atual Iraque. A Mesopotâmia é a mesma região também conhecida como Babilônia.

nessas duas últimas civilizações, que o sistema posicional de base dez que utilizamos atualmente teve a sua origem.

A longevidade da matemática está materializada nas pirâmides do Egito, na África[131], por meio de obras com impressionantes técnicas de engenharia que atestam a capacidade de medição e conhecimento geométrico, conforme descreve Garbi (2009):

> Os grandes monumentos de pedra surgiram no Egito, por volta de 2700 a.C., com a construção da pirâmide de Sacara, destinada a servir de sepulturas ao faraó Djoser. Tal obra indica que os egípcios, à época, já dispunham de conhecimentos práticos de Geometria que deve ter aumentado bastante com a construção, em 2650 a.C. da grande pirâmide de Quéops, em Gizé, uma obra verdadeiramente impressionante, cuja base quadrada tem 230 metros de lado, elevando-se a uma altura de 146 metros. Cerca de 2.300.000 blocos de pedra foram utilizados na construção, cujo projeto inclui galerias, câmeras mortuárias e uma série de detalhes de grande complexidade geométrica (GARBI, 2009, p. 8).

Os tabloides de argila e papiros são outras provas materiais de registros matemáticos da antiguidade. O *papiro de Rhind*, de aproximadamente 1650 anos antes da Era Comum (a.E.C.)[132], é uma fonte primária onde o escriba Ahmes descreveu tabelas de frações e dezenas de problemas de aritmética e geometria, inclusive problemas envolvendo área de círculo e triângulo retângulo. Nesse período, os egípcios praticavam uma matemática utilitária que os servia no auxílio à resolução de problemas do dia-a-dia.

Quando emergiu a civilização grega inter-relacionada a outras civilizações da bacia do Mediterrâneo (Egito, Babilônia e Roma), marcou-se a origem do que se chama hoje de civilização moderna. No Século IV antes da Era Comum, grande parte das cidades gregas, em consequência das guerras, entrou em crise, com conflitos sociais em que uma minoria composta pelos grandes proprietários de terra e ricos comerciantes se opôs ao povo, que reclamava da concorrência dos escravos nos postos de trabalho e de ser privado de suas terras. Para evitar a falência política do mundo grego, os filósofos buscaram reformar o modo de

---

[131] A identificação do Egito, enquanto parte do continente africano, deve ser evidenciada para contrapor a visão colonialista que apresenta a matemática como uma invenção estritamente grega/europeia e que busca caracterizar que a construção desse conhecimento foi desenvolvida por notáveis homens brancos e de inteligência superior. Para sublinhar a questão da raça e identificar a cor negra dos antigos egípcios, o historiador, filósofo e antropólogo senegalês, Cheikh Anta Diop (1923–1986), no seu livro *Nations nègres et culture: De l'antiquité nègre égyptienne aux problèmes culturels de l'Afrique Noire d'aujourd'hui* (1954) fez essa discussão da origem da raça, e, na primeira parte do livro, não deixa dúvidas sobre a negritude do povo egípcio. Apesar de sabotado academicamente em várias partes do mundo, a obra de Cheikh faz parte da coleção História Geral da África.

[132] Com o fim de neutralizar conotações religiosas, a exemplo do que propõe Roque (2012), utilizaremos a expressão "antes da Era Comum" ou abreviado "a.E.C." no lugar de "antes de Cristo" ou "a.C.", salvo em caso de citações específicas.

organização da cidade, concedendo aos indivíduos livres condições e procedimentos para reivindicar seus direitos.

Segundo Roque (2012), durante os séculos V e IV antes da Era Comum, tem origem, na bacia do Mediterrâneo, a *polis*[133] – a cidade-Estado com organização política, administrativa, religiosa e militar. As cidades surgiram, então, configurando uma oligarquia urbana e com certa autonomia em razão de uma falta de um poder centralizado. Nesse contexto, é que viveram os três filósofos da antiguidade grega que têm uma influência decisiva no pensamento ocidental: Sócrates, Platão e Aristóteles.

Nesse período, filosofia e matemática estavam entrelaçadas em uma mesma linha de pensamento. Segundo D'Ambrósio (1996),

> [...] Platão distinguia claramente uma matemática utilitária, importante para comerciantes e artesãos, mas não para os intelectuais, para quem defendia uma matemática abstrata, fundamental para aqueles que seriam os dirigentes, para a elite (p. 36).

Essa distinção entre a matemática utilitária e abstrata é evidenciada em *A República*[134], nos diálogos entre os personagens Glauco e Sócrates, escrito por Platão em relação à importância do estudo da disciplina geometria, quando Glauco argumenta que o conhecimento em geometria teria uma utilidade para a guerra e Sócrates o contesta, alegando que a geometria teria uma finalidade mais sublime:

> *Glauco*: Útil é, sem dúvida, para a guerra. De fato, há muita diferença entre ser perito em geometria ou não para a finalidade de estabelecer o local de acampamento, tomar posição, estreitar ou alargar fileiras e executar todas as outras manobras em um campo de batalha e em marcha.
> *Sócrates*: Para esse fim, contudo, é suficiente uma pequena parte da geometria e da aritmética. O que nos importa é examinar se a sua maior e mais elevada parte possa trazer algumas contribuições para tornar mais fácil a contemplação da ideia do bem. É esse efeito, nós o dissemos próprio das ciências que impelem o espírito a voltar-se para o lugar onde está o mais feliz dos seres, que de todos os modos é necessário contemplar. (PLATÃO, [ca.380 a.E.C.], 2006, p. 58)

---

[133] A *polis* está relacionada à política e ao "cidadão" que passa a ter direito a debater. "O pensamento racional ganhou impulso nesse novo tipo de organização" (ROQUE, 2012, p. 95).

[134] *A República* foi escrito por volta de 380 anos antes da Era Comum, é um texto em forma de diálogo em que os personagens Sócrates, Glauco, Polemarco, Trasímaco, Adimanto e Céfalo intervêm nos debates sobre as questões propostas por Platão. No livro VII, parte do diálogo gira em torno da importância dos estudos das quatro artes matemática (quadrivium): aritmética, geometria, astronomia e música.

Para Platão, a linguagem geométrica representava a parte mais importante da matemática abstrata e servia também como um canal para a contemplação filosófica e a caracterização do mundo metafísico. Nessa perspectiva, muitos filósofos e matemáticos compreendiam o mundo e a relação com a natureza de forma mística, como descreve Robert Lawlor (1996) sobre as enchentes em ciclos anuais e a marcação de área para o cultivo às margens do Rio Nilo.

> Esta inundação anual simbolizava para os egípcios o retomo cíclico do primigênio caos aquoso, e quando as águas se retiravam, começava a tarefa de redefinir e restabelecer as lindes. Este trabalho se chamava geometria e era considerado como o restabelecimento do princípio da ordem e da lei sobre a terra. A cada ano, cada zona medida era um pouco diferente. A ordem humana era mutável e isto se refletia no ordenamento da terra. O astrônomo do templo poderia dizer que certas configurações celestes tinham mudado e que portanto, a orientação ou o posicionamento de um templo deveria ajustar-se a isto. Assim, o traçado das parcelas sobre a terra tinha, para os egípcios, uma dimensão tanto metafísica, como física e social. Esta atividade de "medir a terra" tornou-se a base de uma ciência das leis naturais, tais como se encarnam nas formas arquetípicas do círculo, do quadrado e do triângulo (LAWLOR, 1996, p. 6).

Segundo Bento Caraça (2000), baseado nos escritos do historiador Heródoto, datados do século V a.E.C., o rei do Egito (Sesóstris) partilhava a terra de modo igual para todos desde que fossem pagos impostos sobre essa partilha. Quando aconteciam as enchentes no rio Nilo e a água cobria parte de um lote, era necessário medir o pedaço de lote coberto (improdutivo) para recalcular o imposto devido. Assim, a origem da geometria estaria relacionada a essa prática de agrimensura e, nesse contexto, a palavra geometria é traduzida como “medida da terra” (ROQUE, 2012).

2 As primeiras escolas matemáticas e a geometria demonstrativa

Enquanto Buda (ca.563-483 a.E.C.) na Índia e Confúcio (ca.551-479 a.E.C.) na China influenciariam grande parte da humanidade com suas filosofias religiosas, nesse período, começa a emergir, na civilização grega, escolas de grandes filósofos que buscaram desenvolver o pensamento dedutivo. Com efeito, a Grécia antiga foi, e continua a ser, considerada o berço da matemática demonstrativa (EVES, 1997). Os primeiros avanços referentes a isso foram identificados nos trabalhos de Tales (ca.624-546 a.E.C.), que preparou o terreno para os pitagóricos e, na sequência, para a escola de Euclides.

Pouco se sabe sobre a vida do filósofo e matemático Tales. Comentários e versões lendárias de estudiosos apontam que Tales teve a sua origem na cidade grega de Mileto, atual Turquia, e que teria visitado o Egito, onde calculou a altura de uma das pirâmides, utilizando uma proporção em que a sombra da pirâmide está para a sombra do anteparo (poderia ter sido um poste de madeira), assim como a altura da pirâmide está para a altura de anteparo.

De acordo com Mlodinow (2008), Tales foi quem deu os primeiros passos para a organização da geometria e foi o primeiro a demonstrar teoremas e postulados, utilizando um método de raciocínio lógico em que estabelecia uma hierarquia de resultados, começando de deduções mais simples para as mais complexas. Séculos depois, deduções e resultados dessa natureza foram reunidos por Euclides em seus *Elementos*. Para provar que *todo círculo é bissetado pelo diâmetro*, por exemplo, Tales utilizou o método de "redução ao absurdo", que consistia em supor que o resultado desejado era falso e, em seguida, deduzir uma contradição ao pressuposto inicial de modo que tal contradição obrigasse a concluir que aquele resultado negado teria que ser verdadeiro.

A história tradicional faz referências também ao místico Pitágoras[135] e aos pitagóricos na construção da matemática demonstrativa. Todavia, Roque (2012) esclarece que o teorema que estabelece relações entre os lados de um triângulo retângulo, conhecido como teorema "de Pitágoras"[136], já era de conhecimento de vários povos antigos e que não há nenhuma prova que a sua primeira demonstração tenha sido feita por um pitagórico. Nessa direção, Roque (2012) esclarece que o que houve foram estudos envolvendo as triplas pitagóricas[137]. Assim, há indícios de que para os pitagóricos esse teorema tinha resultados aritméticos e não geométricos. Independente da "paternidade" desse teorema, o teorema "de Pitágoras" goza de uma versatilidade incrível, podendo ser aplicado para cálculo de comprimentos, áreas e volumes.

Arquimedes, um dos grandes matemáticos da antiguidade e, talvez, o primeiro matemático aplicado, em seus estudos *Sobre as Medidas do Círculo,* utilizou o teorema "de

[135] Segundo Roque (2012), a escassez de fontes e falta de provas levantam a dúvida se realmente o matemático Pitágoras existiu. Supõe-se que ele tenha nascido na ilha de Samos e, por ser filho de um mercador, teria feito viagens à região do Egito.

[136] O famoso Teorema "de Pitágoras", que enuncia que o quadrado da medida da hipotenusa é igual à soma dos quadrados das medidas dos catetos, é um teorema de grande aplicabilidade prática. Na atualidade, são conhecidas centenas e diferentes demonstrações.

[137] Essas triplas são construídas por números inteiros que fornecem dois números quadrados e um terceiro número quadrado que seja a soma dos dois primeiros; pode ser que essas as triplas nem tenham sido associadas às medidas dos lados de um triângulo retângulo.

Pitágoras" para calcular um valor aproximado para o *pi*[138], quando desenvolveu o método clássico baseado nos polígonos regulares inscritos e circunscritos. Outra aplicação do teorema é para calcular a distância de dois pontos[139].

A escola jônica fundada por Tales e a escola pitagórica de Crotona tiveram uma grande influência na geração de grandes filósofos, matemáticos e geômetras que foram responsáveis pelo clima intelectual da Grécia do século IV a.E.C. e, como consequência, pela produção de relevantes trabalhos para o desenvolvimento do conhecimento científico e matemático. Eudoxo (408-355 a.E.C.), que estudou com Platão, foi considerado um dos melhores matemáticos da antiguidade por ter descoberto vários teoremas gerais de geometria e, entre outras, por ter desenvolvido a teoria das proporções e o método da exaustão. Apesar desse grande feito de Eudoxo (408-355 a.E.C.), os seus trabalhos se perderam (BOYER, 1996). Menaecmus, discípulo de Eudoxo, inventou as secções cônicas, e o seu irmão Dinóstrato, discípulo de Platão, foi considerado um geômetra competente (EVES, 1997).

3 Os três famosos problemas da geometria

Nesse cenário, abrem-se os caminhos para o desenvolvimento da geometria superior ou geometria de curvas. Para além de retas, circunferências e superfícies, a geometria superior tem origem na tentativa de resolver *Os Três Famosos Problemas*[140]*:Duplicação do cubo, Trissecção do ângulo e Quadratura do círculo* utilizando apenas régua e compasso, como estabelecido pelos critérios dos *Elementos* de Euclides. O esforço de encontrar soluções para esses problemas (que, mais tarde, se provaria não terem solução, nessas condições) "[...] influenciou profundamente a geometria grega e levou a muitas descobertas frutíferas, como as secções cônicas, muitas curvas cúbicas e quárticas [...]" (EVES, 1997, p. 134).

---

[138] O *pi* é a razão entre o perímetro da circunferência e o seu diâmetro, é representado pela letra grega π e tem o valor até a segunda casa decimal de 3,14.

[139] O teorema "de Pitágoras" pode ser traduzido em *coordenadas cartesianas* pela relação moderna da Geometria Analítica: $d(A, B) = \sqrt{d(A,C)^2 + d(B,C)^2} = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$, onde A e C de mesma ordenada e B e C mesma abcissa, cujos pontos estão representados pelos seus respectivos pares ordenados $A = (x_1, y_1)$, $B = (x_2, y_2)$ e $C = (x_2, y_1)$.

[140] Os três problemas famosos, conhecidos também como os três problemas clássicos da antiguidade, consistem em obter um método, utilizando régua e compasso, para se chegar a uma "solução". Assim, a *Duplicação do cubo* propõe construir um cubo cujo volume seja o dobro do volume de um cubo dado. Ou seja, dada a aresta de um cubo, deve-se construir a aresta do cubo cujo volume é o dobro do cubo inicial. Nas mesmas condições (utilizando régua e compasso), a *Quadratura do círculo* consiste em construir um quadrado com área igual à de um círculo dado e a *Trissecção do ângulo*, por sua vez, consiste em construir um ângulo cuja medida é 1/3 da medida de um ângulo dado.

Os irmãos Menaecmus e Dinóstrato foram desafiados a "resolver" os famosos problemas. Os dois lograram êxito em seus propósitos: o primeiro "resolveu" a *Duplicação do cubo* e o segundo a *Quadratura do círculo*. Todavia, essas "soluções" eram sofisticadas para a época e nada canônicas, o que levaria os geômetras gregos a continuar tentando solucionar os problemas e, como consequência, a continuar realizando novas descobertas.

Menaecmus "resolveu" o problema da *Duplicação do cubo*, utilizando a hipérbole e a parábola e, para esse propósito, deduziu as propriedades das secções cônicas[141]. Em notação moderna, o problema da duplicação do cubo baseia-se em construir um segmento de reta com medida raiz cúbica de dois. Ou seja, o ponto de abscissa $^3\sqrt{2}$ é obtido com a simples intersecção da parábola $y=x^2$com a hipérbole $xy=2$. Há uma especulação sobre a possibilidade de que ele utilizasse a geometria analítica, baseada em indícios de uso de coordenadas em seu trabalho, algo pouco provável, pois, para Boyer (1996), Menaecmus não sabia que uma equação com duas variáveis determinava uma curva e, sobre isso, acrescenta: "Foram as deficiências de notações algébricas que mais fortemente operaram para impedir que os gregos constituíssem uma verdadeira geometria de coordenadas" (BOYER, 1996, p. 65).

Dinóstrato "resolveu" a *Quadratura do círculo* quando ele conseguiu observar uma propriedade da extremidade da trissectriz, curva descoberta pelo Sofista Hípias (425 a.E.C.). Ao provar que a trissectriz de Hípias servia para quadrar o círculo, a curva foi batizada de quadratriz. Eves (1997) esclarece que essa curva serve para "resolver" o problema trissecção e da quadratura, mas ressalta que não há um consenso de quem primeiro a utilizou na quadratura e, também, especula ser "[...] possível que Hípias a tivesse usado para trisseccionar ângulos e que Dinóstrato (c. 350 a.C.) ou algum outro geômetra posterior, a tivesse aplicado ao problema da quadratura" (EVES, 1997, p. 140). Para Boyer (1996), essa curva introduziu na geometria uma noção de lugar geométrico como um prenúncio das ideias elementares da geometria analítica.

As tentativas de solução dos três problemas clássicos da geometria mobilizaram matemáticos por séculos, semearam e frutificaram várias novas descobertas. Nesse caminho, a

[141] As secções cônicas são três curvas que são obtidas por meio da interseção de um plano com uma superfície cônica. Para chegar às três curvas, Menaecmus utilizou três cones circulares retos e cortou cada um deles por um plano perpendicular a uma de suas secções meridianas: aguda, reta e obtusa, obtendo, respectivamente, a elipse, a parábola e a hipérbole. Essas três nomenclaturas foram atribuídas posteriormente por Apolônio de Perga, inspirado nos pitagóricos em relação a um problema de aplicação de áreas em suas três formas: por falta (elipse), simples (parábola) e por excesso (hipérbole) (BOYER, 1996).

Duplicação do Cubo[142] foi o problema que fez brotar mais estudos para que, no futuro, fosse desenvolvida a geometria analítica. Entre muitos matemáticos que idealizaram construções para duplicação do cubo, René Descartes, em 1659, mostrou que as curvas $x^2=ay$ e $x^2+y^2=ay+bx$ se interceptam num ponto (x,y) de tal modo que x e y são as médias proporcionais entre a e b. As "soluções" mais antigas são atribuídas a Eudoxo e Menaecmus; entretanto, o primeiro avanço para chegar à "solução" da duplicação foi a redução do problema feita por Hipócrates de Quíos (ca.440 a.E.C.) por meio da construção de duas médias proporcionais. Assim, dados dois segmentos de reta de medidas r e $2r$ e aplicando as médias proporcionais por x e y, temos, $r{:}x=x{:}y=y{:}2r$, implica que $x^2=ry$ e $y^2=2rx;$ substituindo y na segunda equação, temos $(x^2{:}r)^2=2rx \Leftrightarrow x^4{:}x=2r.r^2 \Leftrightarrow x^3=2r^3$; logo, x é a aresta de um cubo cujo volume é o dobro do de um cubo de aresta r. Essa construção abriu caminhos para "resolver" a duplicação do cubo (EVES, 1997). Segundo Garbi (2009), Hipócrates produziu um livro de Geometria que foi considerado o "[...] precursor dos Elementos e acredita-se que várias proposições do Livro III de Euclides foram descobertas por Hipócrates" (GARBI, 2009, p.37).

Os três problemas famosos perduraram insolúveis durante aproximadamente 2.200 anos não sendo possível com régua (não graduada) e compasso obter um resultado exato (BOYER, 1996). Apesar do esforço para encontrar um método que chegasse à "solução", ressaltamos que as "soluções" apresentadas utilizaram métodos que não contemplavam as condições de construtibilidade. Segundo Dirk Struik (1987), foi a partir da teoria dos Grupos, deixada por Évariste Galois[143] (1811-1832), que esses problemas encontraram o seu lugar

[142] Existe uma lenda sobre esse problema que, em 427 antes da Era Comum, 25% da população ateniense foi dizimada por conta de uma violenta peste. Desesperados, os moradores resolveram se aconselhar com o oráculo de Apolo, na ilha jônia de Delos, para saber como se livraria de tal peste. Este sugeriu que o altar de Apolo em formato de cubo deveria ser dobrado. De imediato, os atenienses providenciaram a construção de um altar com o dobro das dimensões. Consta que a peste se intensificou porque foi feito com as dimensões erradas, pois o volume havia sido multiplicado por 8 e não por 2. Com o equívoco, os atenienses resolveram consultar os matemáticos da academia de Platão para encontrar as dimensões corretas (ROQUE, 2012).

[143] A vida do jovem francês e revolucionário Galois é relatada na História da Matemática como um daqueles casos raros e trágicos. Morreu aos 21 anos de idade em consequência de um duelo e deixou, entre outros trabalhos, a teoria dos grupos como uma grande contribuição à Matemática. Em seu pouco tempo de vida defendeu ideias democráticas e aderiu à causa republicana na França, o que lhe causou algumas consequências: foi expulso da École Normale por ter feito uma carta criticando o conservadorismo do seu diretor; foi preso duas vezes, uma por fazer manifestação contra o rei Luís Filipe e a outra por vestir indevidamente um uniforme militar. Na academia se sentia perseguido e a sorte não lhe acompanhava. Quando tinha 17 anos, Galois entregou um estudo a Cauchy para que fosse apresentado na *Académie des Sciences*. Cauchy, por sua vez, o orientou que reformulasse. Seguindo o conselho de Cauchy, reformulou o seu trabalho e entregou a Fourier para um concurso na *Acadèmie*. Fourier levou o referido trabalho para casa, mas morreu logo em seguida e o manuscrito se perdeu. Persistente, tentou mais uma vez apresentar seu trabalho à *Acadèmie* através de Poisson que o devolveu alegando que era incompreensível. Com essa falta de sorte, seus trabalhos só foram reconhecidos e publicados após a sua morte (BOYER, 1996; GARBI, 2009).

natural. Essa teoria, "fornece critérios para a possibilidade das construções com régua e compasso e para a resolubilidade de equações por radicais" (EVES, 1997). Com base no conceito de extensão de corpos de Galois, foi possível atestar a impossibilidade[144] de algumas construções com régua e compasso. Assim, os três problemas famosos foram considerados resolvidos, porque foi demonstrada a impossibilidade de resolvê-los por construções geométricas usando exclusivamente régua e compasso.

4 A primeira revolução geométrica

Em seu livro *A janela de Euclides*, Leonard Mlodinow (2008) mostrou que a primeira grande revolução geométrica da história da humanidade estava relacionada ao conceito de espaço. Esses conhecimentos envolviam desde quando egípcios e babilônios utilizavam técnicas para fazer medição da terra até o nascimento da abstração e a ideia de demonstração. Essas ideias foram materializadas em um manifesto escrito por Euclides (ca.300 a.E.C.) chamado *Elementos*, que apresenta um encadeamento lógico com definições, axiomas, teoremas e demonstrações de grande parte dos conteúdos que hoje conhecemos e são estudados na Geometria Plana. Em os *Elementos*, é perceptível que a natureza abstrata dos objetos matemáticos foi apropriada do ideário platônico; já a linguagem do conhecimento matemático utilizado na escrita foi estruturada com base na lógica aristotélica (MOL, 2013).

Nos treze livros que compõem os *Elementos*, Euclides sistematizou e compilou didaticamente grande parte do conhecimento matemático acumulado em sua época, inclusive as notáveis secções cônicas. Os conteúdos e temas dos *Elementos* serviram de fundamentos para outros campos do conhecimento e perduram até os dias atuais, exceto o controverso *postulado das paralelas*[145] que, depois de dois mil anos da sua publicação, foi motivo de muita dor de cabeça para os matemáticos que tentaram prová-lo ou substituí-lo por outro

---

[144] Essa impossibilidade é apresentada de forma mais didática no artigo *Os três problemas clássicos da antiguidade* de Mauri Cunha do Nascimento e Hercules de Araújo F. Nascimento. Ao definir que um número α é dito construtível quando for possível construir um segmento de medida α, utilizando apenas régua e compasso, entre outros exemplos, apresentam que "O número π não é construtível pois π é transcendente, logo, $\sqrt{\pi}$ não é construtível pois, caso contrário, $\pi = \sqrt{\pi}\ \sqrt{\pi}$ seria construtível". Na sequência, apresenta a resolução dos três problemas clássicos, sendo que para *Quadratura do círculo* apresenta a seguinte demonstração: "Dado um círculo de raio $r = 1$, construir o lado x do quadrado cuja área é igual à do círculo. A área do círculo é $A = \pi r^2 = \pi$, logo, $x^2 = \pi$, ou seja, $x = \sqrt{\pi}$, que não é construtível. Assim, não é possível construir x e, portanto, não é possível construir o quadrado" (NASCIMENTO e NASCIMENTO, 2010, p. 9 e 10).

[145] O postulado das paralelas ou 5º postulado de Euclides, numa forma próxima ao seu original, enuncia que: "Dada uma linha que cruze duas linhas retas de modo que a soma dos ângulos internos do mesmo lado seja menor do que dois ângulos retos, então as duas linhas, quando prolongadas, acabarão por se encontrar (naquele lado da linha)" (GARBI, 2009, p. 46-47).

postulado mais simples, provocando estudos e contestações que conduziram a novas descobertas e à invenção de geometrias não-euclidianas.

Estudiosos da história da matemática (BOYER, 1996; EVES, 1997; GARBI, 2009) referenciam Euclides, Arquimedes e Apolônio como sendo os três grandes matemáticos do século três antes da Era Comum.

Mas, em relação à vida pessoal de Euclides, pouco se sabe. Há quem afirme, porém, que os *Elementos* foi apenas a compilação de resultados já existentes, o que faria do seu autor um mero editor (ROQUE, 2012).

5 Engenhosidade e versatilidade em Arquimedes

Como o nosso objetivo é traçar um panorama de algumas descobertas geométricas ao longo da história, direcionadas para temas que ofereçam pistas ou indícios de antecessores da Geometria Analítica, faremos apenas algumas referências a Arquimedes, certamente ainda com muitas omissões, pois esse é considerado o mais engenhoso dos matemáticos da antiguidade e um dos mais versáteis nas práticas matemáticas de todos os tempos, seja pelas suas invenções, seja por suas descobertas físicas e seus estudos teóricos na área de geometria.

Arquimedes (ca.287-212 a.E.C.) nasceu em Siracusa, na ilha da Sicília (Itália), estudou em Alexandria e, para além das histórias pitorescas que envolvem as suas descobertas, deixou importantes contribuições à hidrostática, descobriu a lei da alavanca, estudou as espirais, calculou área e volume de diversos sólidos, e, na geometria, estimou o valor do *pi* (π), entre outras contribuições.

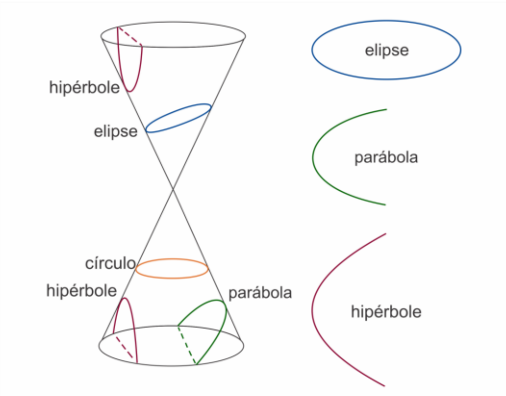
Para Garbi (2009), o que impressiona em Arquimedes é a "[...]sua capacidade de trabalho, a abrangência dos temas de seu interesse, a originalidade de suas ideias e a profundidade, a clareza e o rigor de seus raciocínios" (GARBI, 2009, p. 80-81). Segundo Roque (2012), Arquimedes fugia dos métodos e padrão euclidiano, o que é muito perceptível nas diferentes estruturas entre os seus livros e os *Elementos* de Euclides. Ele se preocupava em "[...] distinguir os procedimentos heurísticos de descobertas dos procedimentos de demonstração" (GARBI, 2009, p. 198). Em uma das soluções para o problema da *Trissecção do ângulo*, Arquimedes utiliza o método de *neusis*[146] ou método da "intercalação", que é um procedimento que usa a régua graduada, que se diferencia dos moldes euclidianos.

[146] *neusis* quer dizer "inclinação".

6 As Cônicas de Apolônio

Voltamos a falar das secções cônicas, como possíveis descobertas que abririam caminhos para o futuro campo da geometria analítica. Nesse contexto, os trabalhos de Apolônio de Perga (ca. 262–190 a.E.C.) são referências imprescindíveis a serem arroladas no centro da discussão. Diferente de Menaecmus, Apolônio obteve todas as secções cônicas de uma única superfície cônica circular de duas folhas, parecida com a ampulheta (relógio de areia), mediante inclinação e cortes, conforme ilustra a figura 38. O corte inclinado produz uma elipse, o corte paralelo a lateral do cone produz uma parábola e o corte vertical produz uma hipérbole. As três curvas, em coordenadas, admitem uma equação geral da forma $y^2=2px+qx^2$ com $p > 0$. Obtemos a elipse, quando $q < 0$; a parábola quando $q = 0$; e a hipérbole quando $q > 0$.

Figura 38 - Cortes em superfície cônica de duas folhas, identificando as cônicas de Apolônio



Fonte: Desenho adaptado de Flood e Wilson (2013).

As *Cônicas* de Apolônio é um estudo integrado dessas curvas, distribuído em um volumoso tratado de oito livros, com mais de 400 proposições rigorosamente demonstradas que, do ponto de vista teórico, praticamente esgota o assunto. A vasta obra de Apolônio segue um estilo formal dos *Elementos* e é considerada o ponto alto da geometria grega que lhe garantiu o título de “o Grande Geômetra”. Para Boyer (1996), “se a sobrevivência é uma medida de qualidade, *Os Elementos* de Euclides e *As Cônicas* de Apolônio foram claramente as melhores obras em seus campos” (p.99).

O matemático Apolônio, além de notável astrônomo e de deter o título de “o Grande Geômetra”, é lembrado como o possível precursor da Geometria Analítica por, em seu método de demonstração, estar implícito o sentido de coordenadas[147], embora não as tenha utilizado. Nos tratados e nas deduções de Apolônio, apareciam fatos geométricos que se aproximavam das equações "cartesianas" de hoje e muito do que conhecemos na modernidade como Geometria Analítica. A esse respeito, Boyer (1996) afirma que: "O tratado de Apolônio *Sobre secção determinada* estuda o que se poderia chamar de geometria analítica de uma dimensão" (BOYER, 1996, p. 97) e argumenta que, provavelmente, Apolônio não tenha desenvolvido a geometria analítica não por falta de ideias, mas, sim, pela pobreza de curvas e limitações da álgebra. Acrescenta, ainda, que "[...] os inventores modernos da geometria analítica tinham toda a álgebra da Renascença à sua disposição, enquanto que Apolônio trabalhava necessariamente com o instrumento mais rigoroso mas menos manejável da álgebra geométrica." (BOYER, 1996, p. 107). Corroborando essa opinião, Garbi (2009) expõe que:

> ***Em várias de suas brilhantes demonstrações, Apolônio localizou pontos através de suas distâncias a dois eixos de referência (em geral diâmetros conjugados de elipses ou hipérboles), exatamente a ideia básica da Geometria Analítica, inventada no século XVII por Fermat e Descartes. Ele esteve, realmente, muito próximo daquela revolucionária criação mas não chegou a entrar no novo mundo da Matemática porque a álgebra dos gregos era muito rudimentar e porque o conceito de função, crucial na Geometria Analítica, lhes era praticamente desconhecido.*** (GARBI, 2009, p.109, grifos do autor).

Apesar de muitos aspectos da obra de Apolônio apontarem para uma antecipação da geometria analítica, cabe ressaltar algumas diferenças, conforme aponta Rogério Mol (2013):

> Diferentemente da geometria analítica, onde um sistema de coordenadas é fixado, nas *Cônicas*, o sistema de coordenadas era definido a *posteriori* através do uso de retas de referência. Além do mais, na geometria de Apolônio uma curva definia uma equação, enquanto na geometria analítica são as equações que definem curvas. (MOL, 2013, p. 56, grifos do autor)

Com efeito, não almejamos, nesta subseção, identificar um precursor da Geometria Analítica a qualquer custo, mas, antes de tudo, foi nossa intenção identificar práticas matemáticas em determinados períodos da história e as contribuições de estudiosos do conhecimento matemático em seus contextos culturais, políticos e sociais, que, à luz da historiografia, podemos associar à produção do corpo de conhecimentos a que se dá o nome de Geometria Analítica.

[147] Essas coordenadas não tinham o tratamento técnico, pois a composição das coordenadas envolvendo a abcissa e ordenada só aconteceram no século XVII com as contribuições de Leibniz.

7 A Era Helenística

Para uma maior visão do contexto histórico que antecedeu os 300 anos da Era Comum no entorno da Grécia, apresentamos um pequeno recorte da leitura de um panorama cultural intitulado *O Oikoumene* ou “mundo habitado” de Howard Eves em seu livro *Introdução à História da Matemática*.

Em sua narrativa, Eves (1997) aponta que o Império Persa (550-330 a.E.C), ao conquistar a Babilônia e anexar o Egito ao seu domínio, constituiu-se no primeiro império policultural do mundo. Em 330 antes da Era Comum, os macedônios de Alexandre derrubaram o Império Persa e iniciaram a construção de um império cosmopolita com a unificação da Pérsia e da Grécia. Assim, Grécia, Egito e Oriente Médio, reunidos, constituíram o *Oikoumene,* na visão dos gregos, o “mundo civilizado”. Com a morte prematura de Alexandre aos vinte e três anos de idade, em 323 a.E.C., o grande império se dividiu e entre as grandes potências figurava a Macedônia com grande parte das cidades-Estado gregas. “O *Oikoumene* foi dominado, política e culturalmente, pelos gregos e os historiadores lhe deram o nome de mundo helenístico (semelhante ao grego) [...]” (EVES, 1997, p.163).

No início da *Era Helenística* (336 a.E.C.), os intelectuais gregos passaram a ter intercâmbio com novos povos e, em um processo de revigoramento mútuo, os gregos absorveram a ciência babilônica e egípcia e ampliaram a busca pelo conhecimento com o apoio do governo, conforme relata Eves (1997):

> Embora os intelectuais atenienses continuassem a se concentrar em filosofia, história e literatura, os pensadores de Alexandria enfatizavam a ciência e a matemática. **O governo egípcio encorajava-os em suas pesquisas. O rei Ptolomeu II Filadelfo (308?-246? a.C.) não poupou gastos com a Universidade – construiu um museu, um zoológico e um impressionante conjunto de edificações acadêmicas. Ademais, os reis concediam privacidade e liberdade acadêmica aos intelectuais, além de não interferir em seus estudos.** (EVES, 1997, p. 163, grifo nosso)

No fim da Era Helenística em 31 a.E.C., com a conquista do Egito por Roma, o apoio às ciências foi reduzido por não compreenderem e/ou valorizarem, naquela forma de regime, a importância da pesquisa científica. Esclarece Eves (1997) que

> **Ao contrário dos reis egípcios, os imperadores romanos, a maioria deles soldados profissionais, recusavam-se a usar o tesouro público para**

> **financiar pesquisas científicas. O Império Romano (31 a.C. – 476 d.C.) era em essência uma ditadura militar e, como a grande maioria dos regimes militares, não via com bons olhos uma cultura independente** (EVES, 1997, p. 164, grifo nosso).

Aqui, abrimos parênteses para identificar que história parece se repetir em lugares e tempos diferentes. Nos tempos atuais, a desvalorização da pesquisa e da universidade tem sido a política de determinados países e governos que parecem insistir em copiar o modelo do Império Romano de 1.500 anos atrás.

Os romanos tinham características bem diferentes dos gregos: a sua matemática era eminentemente prática e as atividades intelectuais voltavam-se mais à filosofia, à literatura e à história. No início da expansão do império, os romanos eram tolerantes com os religiosos. Segundo D'Ambrósio (1996), o episódio envolvendo Jesus Cristo, que marca cronologicamente o início da Era Comum, foi de pouca importância na época: "Como mostra o episódio de Pilatos, a condenação de Cristo foi assunto interno da sociedade judaica, juridicamente autônoma em questões intelectuais e religiosas" (D'AMBRÓSIO, 1996, p. 38). Como o Reino da Judéia era um dos territórios conquistados, os romanos estavam mais interessados em manter o domínio civil e militar do império do que em se envolver em questões religiosas naquele período.

Com o passar dos anos e a ascensão do cristianismo em todo o Império Romano, os espaços para produção do conhecimento científico foram ainda mais sufocados e a liberdade intelectual limitada àqueles que lhes eram subordinados. Como exemplo disso, em 391, a Biblioteca e o Museu de Alexandria foram fechados por serem considerados templos pagãos e, em 529, as escolas filosóficas de Atenas também foram fechadas por representarem ameaça ao cristianismo. Fatos como esses levaram filósofos ao exílio na Pérsia e freiaram o desenvolvimento da matemática grega (MOL, 2013).

Nesse contexto, resgatamos a figura de Hipátia, filha de Têon, matemática, astrônoma e filósofa que foi professora em Alexandria. Entre os seus trabalhos, escreveu comentários sobre as *Secções Cônicas* de Apolônio e a *Aritmética* de Diofanto. Em função do fato de defender o paganismo, a primeira mulher a se dedicar a matemática que figura na narrativa histórica foi brutalmente assassinada por um bando de fanáticos cristãos em 8 de março de 415. A morte de Hipátia simboliza o fim da época de ouro de Alexandria (EVES, 1997).

8 O refrear da matemática grega

Durante o declínio da matemática grega, dois matemáticos são lembrados pelas suas contribuições: Diofanto (221-305), no campo da álgebra, e Papus (290-350), na geometria.

A *Aritmética* de Diofanto fez uma abordagem analítica da teoria algébrica dos números e teve grande influência sobre os séculos posteriores. "Diofanto foi o pioneiro na criação de uma simbologia algébrica que, mesmo rudimentar, ajudava a tornar menos difíceis as representações de incógnitas, igualdades, somas, subtrações, inversos, potências, etc." (GARBI, 2009, p. 124).

Na *Coleção Matemática* de Papus, ele classificou os problemas de lugares geométricos como (i) problemas planos (construídos com régua e compasso); (ii) problema sólidos (construídos por cônicas) e (iii) problemas lineares (construídos por espirais ou curvas mais gerais). Ao propor um problema para generalizar a obtenção de novos tipos de curva para além das curvas planas, limitou-se a chamar esses lugares de curva, pois, para saber algo mais sobre elas, segundo o matemático, seria preciso trabalhar simultaneamente com geometria e álgebra. Essa questão pode ter sido a chave da ignição para dar o ponto de partida rumo à Geometria Analítica (EVES, 1997).

Até então, fizemos um breve relato de algumas caraterísticas, fatos e descobertas matemáticas centradas na Grécia antiga e em povos adjacentes, com certeza com inúmeras omissões, para tentar buscar um percurso histórico da geometria e, em particular, os estudos epistemológicos que culminaram no desenvolvimento da Geometria Analítica. A partir de agora, vamos localizar a contribuição de alguns matemáticos no avanço dos processos algébricos e no desenvolvimento do Simbolismo que possibilitaram a sistematização da Geometria Analítica. Essa localização implica uma travessia para o Oriente, em particular algumas contribuições dos indianos e os avançados estudos da álgebra pelos árabes.

9 A travessia para o Oriente

Antes mesmo de adentrar ao mundo Árabe, faz-se necessário registrar a tentativa de diminuir ou desprezar a contribuição das práticas matemáticas de outras civilizações que não sejam aquelas oriundas do mundo grego e do entorno dele. Os textos escritos sobre as matemáticas chinesa, hindu e árabe, no geral, são sucintos e superficiais e, assim, passam a ideia de que constituem uma contribuição menor ao campo da matemática sob a alegação de que o período medieval[148], designado como "idade das trevas", foi pouco produtivo no campo das ciências. Roque (2012), a esse respeito, denuncia:

> À luz de recentes questionamentos historiográficos, não podemos deixar de achar estranho o gigantesco salto, recorrente nos livros de história da matemática, registrado entre o século III a.E.C., quando viveu Euclides, e o século XV, quando a matemática volta a se desenvolver na Europa (ROQUE, 2012, p. 213).

Para Mol (2013), essa visão eurocêntrica da história, que classifica a Idade Média como um período do obscurantismo e ignorância, deve ser observada com ressalvas, tendo em vista que "a matemática, assim como a atividade científica em geral, esteve em plena atividade no mundo árabe, com importantes avanços em relação à herança clássica, fato também verdadeiro para a China e a Índia" (MOL, 2013, p. 74).

10 As raízes (ir)racionais dos indianos

Uma das contribuições mais relevantes dos hindus para a matemática foi a organização do sistema de numeração decimal e posicional. Para compor esse sistema, os hindus incorporaram elementos de outros povos e conjugaram a base decimal, a notação posicional, nove símbolos básicos e o zero. O zero, contudo, foi inserido em um momento posterior para preencher as posições vazias. Para chegar à forma da grafia atual, os números passaram por transformações nas mãos dos árabes.

Da Índia, vieram contribuições fundamentais e conceituais para o desenvolvimento da álgebra com o matemático e astrônomo Brahmagupta (c. 598-668), conforme comenta Boyer (1996): "As contribuições de Brahmagupta à álgebra são de ordem mais alta que suas regras de mensuração, pois aqui achamos soluções gerais de equações quadráticas, inclusive duas raízes mesmo quando uma delas é negativa" (BOYER, 1996, p. 150). As regras, que são bastante conhecidas por todos nós, para operar com números negativos (*positivo dividido por positivo, ou negativo dividido por negativo é positivo; negativo dividido por positivo é negativo etc*), foram estabelecidas pela primeira vez por Brahmagupta para sistematizar a aritmética.

---

[148] O período medieval (476-1453) é um evento estritamente europeu.

Bhaskara (1114-1185) foi um outro importante matemático indiano que escreveu, em homenagem à filha, um livro sobre álgebra, o *Lilavati*. Essa obra apresenta um razoável volume de problemas com os conteúdos matemáticos favoritos dos hindus, entre outros, as equações lineares e quadráticas (determinadas e indeterminadas), radicais, tríades pitagóricas, progressões aritméticas e geométricas e simples mensuração (BOYER, 1996). Diferente dos gregos, observamos, ainda, que os matemáticos hindus consideravam as raízes irracionais de números como sendo números, fazendo uma clara distinção entre valores exatos e valores aproximados. Sigamos para o mundo árabe.

11 Os restauradores árabes

A civilização árabe (ou mulçumana) viveu seu período áureo entre os séculos VII e XIII e só entrou em decadência ao final desse período por conta das *Cruzadas*. Nas cidades árabes, foram edificados importantes centros de saber científico e matemático. Em Bagdá, por exemplo, o califa Harun al-Rashid (ca.763-809), muito lembrado pelas *Mil e uma noites*[149], fundou uma biblioteca com grande volume de clássicos gregos traduzidos para o árabe, e, em um segundo momento, o seu filho e sucessor, o califa e Al-Mamum (786-833), criou a "*Casa do Saber*" e convidou para colaborar o matemático Mohammad ibn Musa Al-Khwarizmi (ca.780-847), considerado, na época, a maior expressão da ciência islâmica (BOYER, 1996; D'AMBRÓSIO, 1996).

Um fato relevante que vale a pena destacar é que, no século VIII, os árabes passaram a dominar a tecnologia chinesa para confecção do papel em substituição ao pergaminho (feito de pele animal). Por ter um custo bem mais barato, ser fácil de manusear e transportar, o papel alavancou a "[...]disseminação da cultura escrita e de livros nas cidades árabes" (MOL, 2013, p. 66). Uma contribuição imensurável para o desenvolvimento da ciência.

Nesse cenário, os trabalhos de Al-Khwarizmi e de outros matemáticos ligados a ele foram essenciais para constituir a álgebra como um campo da matemática "[...] que pode ser visto como a organização de técnicas em torno da classificação e da resolução de equações]" (ROQUE, 2013, p. 218). O livro *Al-kitab al-jabr wa'l muqabalah*, que, em uma tradução livre, significa *"O livro da restauração e do balanceamento"*, é considerado o fundador da

[149] *As Mil e uma noites* é um livro clássico que contém contos populares e histórias do mundo árabe compilado no século IX. A primeira tradução para o português foi feita pelo Imperador brasileiro Dom Pedro II. No Brasil, essa obra influenciou o escritor e professor de matemática Júlio Cesar de Melo e Souza (*Malba Tahan*) que escreveu em mesmo estilo *O Homem que Calculava*.

álgebra como área do conhecimento matemático e levou a que se concedesse ao seu autor o título de "pai da álgebra" (BOYER, 1996). Embora as soluções de equações de primeiro e segundo graus sejam expressas de forma retórica[150], sem o emprego de símbolos, essa obra influenciou matemáticos até o início do Renascimento.

A "*al-jabr"* (restauração) é que deu origem a palavra *álgebra*: quando, em uma simples equação tipo $x–5=3$, obtém-se $x=8$, dizia-se que tinha sido "restaurada" a incógnita (GARBI, 2009). Essa "restauração" cumpria um objetivo basilar da álgebra de colocar o resolvedor para o "pensar inverso". A título de exemplo, quando tomamos o número 15 e somamos a ele o número 13, obtemos de forma direta como resultado o número 28. Reelaborando esse problema de forma diferente, podemos perguntar: Qual o número que somado a 15 faz obter 28? Essa nova elaboração nos remete ao pensamento inverso, que, em notação moderna, é representado pela equação $15 + x = 28,$ cuja solução nos leva a subtrair 15 de 28 para encontrar o valor de $x;$ esse x representa o valor desconhecido, a incógnita. Aqui, estamos nos referindo a uma elaboração inicial e rudimentar da álgebra que, embora relevante para os primeiros estudos, ainda representa uma visão limitada conforme será observado mais a frente por Omar Khayyam.

Al-Karagi (ca.953-1029), ao trabalhar no limite entre álgebra e aritmética, tornou o cálculo algébrico independente da geometria. Na álgebra de polinômios, desenvolveu regras para somar, subtrair, multiplicar polinômios e dividir polinômios por monômios. O seu sucessor Al-Samawal (c. 1130-1180), nascido em Bagdá, escreveu, aos 19 anos, a obra *al bahir fi'l-jab*r (traduzido como *O Brilhante em Álgebra*). Além das ideias originais, a obra "[...] põe em relevo os princípios da aritmetização da álgebra, explicando de que forma as quantidades aritméticas desconhecidas ou variáveis podem ser tratadas exatamente como números ordinais ao ponderar operações aritméticas" (PICKOVER, 2011, p. 96). Al-Samawal definiu regras algébricas para lidar com expressões negativas, generalizou o conceito de potência algébrica e enunciou a regra do produto $x^m x^n = x^{m+n}$ (que, em notação moderna, é conhecida como propriedade de potenciação) para m e n inteiros. Seus trabalhos envolvendo quadros para efetuar operações apontam para um futuro simbolismo algébrico e uma grande contribuição também sua foi a percepção e, posterior, publicação da propriedade de qualquer número elevado a zero ser igual a um ($x^0 = 1$).

[150] Na forma retórica, a frase "Um quadrado e quatorze raízes são iguais a 24 unidades" faz referência a equação $x^2 + 14x = 24$. Aproxima-se do que chamamos na lógica de linguagem corrente e linguagem simbólica, todavia, nesse período, ainda havia uma carência de símbolos.

Enquanto no mundo grego parte considerável dos filósofos era também matemático, no mundo árabe, grande parte dos matemáticos foram também astrônomos, entre eles, o matemático persa Omar Khayyam (1048-1131), que, além de ter sido astrônomo e filósofo, foi reconhecido poeta lembrado pela coletânea de poemas *Rubayat*. Como os algebristas que antecederam Omar Khayyam se limitaram a estudar equações de grau dois ou que pudessem ser reduzidas a esse grau, ele avançou, apresentando a primeira classificação sistemática das equações cúbicas e propondo construções geométricas de duas raízes. Sua álgebra tinha um caráter geométrico em oposição às características aritméticas praticadas por Al-Karagi e Al-Samawal. Ao se referir às contribuições árabes, Boyer (1996) destaca o comentário de Omar Khayyam sobre a álgebra:

> Uma das mais frutíferas contribuições do ecletismo árabe foi a tendência a fechar a separação entre a álgebra numérica e a geométrica. O passo decisivo nessa direção veio muito mais tarde, com Descartes, mas Omar Khayyam estava avançando nessa direção quando escreveu: "Quem quer que imagine que a álgebra é um artifício para achar quantidades desconhecidas passou em vão. Não se deve dar atenção ao fato de a álgebra e a geometria serem diferentes na aparência. As álgebras são fatos geométricos que são provados". (BOYER, 1996, p. 165).

Esse rápido panorama de contribuições árabes aos conhecimentos matemáticos reforça a advertência para a necessidade de, mesmo reconhecendo que a matemática árabe foi influenciada em grande parte pela tradução dos clássicos gregos, ter uma postura de questionamento frente aos adeptos da história tradicional que, geralmente, tentam encucar a ideia de que a matemática é herdeira exclusiva dos padrões gregos e que o seu conteúdo e sua forma são únicos.

12 Entre a cruz e o conhecimento: a Idade Média e o nascimento das Universidades

Durante a Idade Média na Europa, apesar das limitações impostas pela visão metafísica e dogmas da igreja, a proliferação de mosteiros por toda parte oportunizou o refúgio e o confinamento de grande parte do conhecimento científico da época. Nesse período, no final do primeiro milênio da Era Comum, em 999, o francês e matemático Gerbert de Aurillac (c.940-1003), com o apoio do imperador Otto III, foi eleito e assumiu o trono de

São Pedro, sob o nome de Papa Silvestre II, tornando-se o primeiro[151] papa matemático da história. Acredita-se que ele tenha dado o primeiro passo para renascer o interesse pela matemática na Idade Média ao escrever textos sobre o *quadrivium* e estimular o seu estudo nas escolas ligadas à igreja (BOYER, 1996). Gerbert reintroduziu o ábaco e o astrolábio[152] na Europa e foi o primeiro ocidental a empregar os algarismos indo-arábicos (sem o uso do zero) no ensino. O estímulo à utilização de conhecimentos oriundos da cultura árabe não era visto com bons olhos pela tradição romana e esse estímulo trouxe, como consequências, problemas e até a acusação ao papa, disseminada pela a "lenda de que ele fosse um feiticeiro pactuado com o demônio" (MOL, 2013, p. 75).

Com o desenvolvimento urbano na Europa Medieval e consequente decadência do feudalismo próximo ao fim desse período, o panorama cultural dos séculos XI, XII e XIII foi marcado pela fundação de sucessivas universidades[153], sendo a primeira a de Bolonha, na Itália no ano de 1088, e, entre outras, Oxford (Reino Unido), Salamanca (Espanha), Paris (França), e Pádua (Itália). Segundo Roque (2012), o desenvolvimento da ciência na Europa foi impulsionado pelo surgimento das universidades, cujos currículos de ensino se voltavam para as sete artes liberais: Aritmética, Geometria, Astronomia, Música, Lógica, Gramática e Retórica; distribuídas no *quadrivium* e no *trivium.*

As primeiras universidades foram guiadas pelo propósito e cumpriram a função de preservação e difusão do conhecimento das ciências por meio da tradução de clássicos e obras significativas. Grande parte dessas traduções foi do árabe para o latim, sob a aquiescência e o controle da igreja, já que muitas dessas universidades foram resultados de escolas catedrais.

Em meio ao nascimento das universidades, impregnadas de grandes traduções, aconteceu a retomada da produção matemática na Europa. O francês Leonardo de Pisa (c. 1175-1250), o Fibonacci, considerado como o mais importante matemático da Europa Medieval, escreveu o *Liber Abbaci* (ou livro do ábaco) com problemas que contemplam a aritmética, álgebra e tópicos de geometria. Em relação ao livro, Boyer (1996, p. 173) adverte

---

[151] Parte dos livros de história da matemática faz menção a Gerbert como se fosse o único matemático a se tornar papa. Todavia, Garbi (2009) adverte que o português Pedro Julião, conhecido como Pedro Hispano, professor de matemática e autor do célebre livro *Summulae Logicales*, que versa sobre a lógica aristotélica, foi papa de 1276 a 1277, sob o nome de Papa João XXI.

[152] Instrumento antigo utilizado para encontrar posições geográficas e calcular o tempo a partir da posição dos astros, inventado pelos gregos e aperfeiçoado pelos árabes.

[153] A palavra "universidade" provém do latim *Universitas Magistrorum et Scholarium* que significa "Comunidade de Professores e Estudiosos". Até meados do século treze, o ensino era de responsabilidade dos professores que se organizavam de uma forma autônoma ou com o apoio de uma escola.

"Não é sobre o ábaco; é um tratado muito completo sobre métodos e problemas algébricos no qual o uso de números indo-arábicos é fortemente recomendado.".

Fibonacci foi um algebrista que se inspirou nos trabalhos de al-Khowarismi e usava a álgebra para resolver problemas geométricos (BOYER, 1996). O seu trabalho foi muito importante para dar maior reconhecimento à matemática árabe no mundo europeu. Para Garbi (2009), as palavras iniciais da obra de Fibonacci são históricas: ***"Estes são os nove símbolos dos hindus 9,8,7,6,5,4,3,2,1 Com estes nove símbolos e com o sinal 0, que os árabes chamam de Zéfiro, qualquer número pode ser escrito."*** (GARBI, p.148, grifos do autor).

Destacamos, ainda, que, durante o século XIII, a China, produziu alguns talentosos matemáticos; entre eles, Chu Shi-Kié (1260-1320), que deixou sua contribuição à álgebra em seu livro *O Precioso Espelho dos Quatro Elementos,* por ter tratado a álgebra polinomial e as equações polinomiais com o método do coeficiente desconhecido e por ter apresentado uma tabela de coeficientes binomiais correspondentes a sucessivas potências inteiras, entre outros. Por sua obra, é possível identificar que o "Triângulo de Pascal" já era um velho conhecido dos chineses e que tinha sido estudado bem antes de os europeus o fazerem (GARBI, 2009).

13 Oresme e a Equação da reta

No século XIV, vários países da Europa vivenciaram décadas de tragédias marcadas por conflitos e calamidades no fim da Idade Média: a *Guerra dos Cem Anos* (1337-1453), entre a França e a Inglaterra, e a *Grande Peste* que, em seu auge (1343-1353), dizimou entre 30% a 50% da população da Europa Ocidental. Em meio a crises econômicas, políticas e sociais que afetaram a população, aconteceram várias transformações que conduziram ao fim do feudalismo.

Ainda que em um cenário de decadência e em um ambiente pouco propício à produção de ciência, alguns pensadores sobreviveram; entre eles, o francês Nicole Oresme (ca.1323-1382), aquele que foi considerado por alguns estudiosos (BOYER, 1996; BABB, 2005; EVES, 1997; SERRANO E SUCEAVĂ, 2015) como o inventor da geometria de coordenadas ou o antecipador da geometria analítica.

Nicole Oresme foi um expoente da Universidade de Paris, estudou diversos campos das ciências e teve uma versátil carreira que foi do magistério ao bispado. A possibilidade, que alguns defendem, de ter sido ele o antecipador da geometria analítica está ancorada no fato de Oresme ter representado graficamente as leis de movimento que estabeleceram e confrontaram as relações entre variáveis. Ou seja, Oresme demonstrou que uma variável dependia da outra e aplicou uma análise típica do movimento de um objeto em que a longitude é o tempo gasto e a latitude[154] é a velocidade do objeto. Essa demonstração representou a primeira versão da equação da reta, conforme registra Eves (1997): "Os que defendem Oresme como o inventor da Geometria Analítica argumentam com esse aspecto do seu trabalho, que seria a primeira manifestação explicita da equação da reta [...]" (p. 382).

Boyer (1996) esclarece que "[...] os termos latitude e longitude que Oresme usou, são equivalentes, num sentido amplo, às nossas ordenada e abscissa, e sua representação gráfica assemelha-se com nossa geometria analítica" (p.181). Ao mesmo tempo, adverte que a novidade não era o uso de sistema de coordenadas (Apolônio e outros matemáticos já tinham usado), mas, sim, a representação gráfica.

Contrariando aqueles que defendem que Oresme foi o precursor da Geometria Analítica, Roque (2012) explica que "[...] apesar de Oresme usar duas linhas para representar grandezas envolvidas no movimento, não havia nenhuma menção à sua interpretação algébrica, o que caracteriza a representação cartesiana" (ROQUE, 2012, p. 288), argumenta que o gráfico do pensador francês relaciona-se e é inseparável do seu objetivo filosófico.

Divergências a parte, o certo é que os conceitos matemáticos deixados por Oresme em seus tratados devem ter influenciado os matemáticos dos séculos seguintes, entre eles, possivelmente, René Descartes (EVES, 1997; STRUIK, 1989).

14 A Era das Explorações

Por opção cronológica e pela importância histórica do período, antes de continuarmos a falar dos avanços da álgebra no caminho em direção à Geometria Analítica, abrimos um pequeno apontamento sobre o panorama cultural do Renascimento.

A Era das Explorações[155] é uma consequência natural do *Renascimento* europeu e tem como desdobramento os "descobrimentos marítimos" ou invasões e ocupações de novas terras, em grande parte financiadas por Portugal e Espanha. Um caso bem conhecido desses

---

[154]Segundo Mlodinow (2008), a ideia de latitude vem desde os tempos de Aristóteles, quando estudava como a localização da Terra afetava o clima.

[155] A Era das Explorações tem início com as viagens dos mercadores europeus estabelecendo relações comerciais com a Ásia. A segunda fase, é marcada pela conquista sangrenta dos territórios invadidos ("descobertos"), dizimando populações nativas. A terceira fase da Era das Explorações foi a colonização, responsável pela migração de europeus para outros continentes (América, África e Ásia). Nessa fase, o Brasil era colônia agrícola de Portugal (EVES, 1997). Nos primeiros 200 anos de colonização (1500-1700), parte significativa da polução indígena foi assassinada: um grande genocídio dos verdadeiros donos da terra Brasil.

“descobrimentos” é a viagem do navegador italiano Cristóvão Colombo, que, ao fazer uma rota marítima alternativa para as Índias, financiado pelo governo espanhol, em 1492, chegou à América em vez do destino programado que seria as Índias (EVES, 1997).

Esse investimento focado nas navegações, tendo a compreensão de que essa alternativa era a mais importante do ponto de vista econômico, por parte do governo português, deixou Portugal privado e limitado em relação ao desenvolvimento científico que estava, no período, acontecendo no resto da Europa (D’AMBRÓSIO, 1996). Por outro lado, a Era das Explorações vai impactar o desenvolvimento rápido das cidades portuárias europeias da costa do atlântico e as riquezas exploradas em outros continentes serão canalizadas para as cortes reais em suas respectivas capitais na Europa.

Esse período foi marcado por uma grande efervescência cultural na Europa, conforme relata Eves (1997):

> A Era das Explorações despertou uma revolução cultural e científica na Europa, marcada pelo interesse das ideias novas e por novos lugares, por um florescimento de artes e por uma percepção da necessidade de tecnologias novas, especialmente na navegação. A Europa estava na alvorada da era moderna (EVES, 1997, p. 339).

Entre novos avanços tecnológicos e invenções, destacamos a prensa de tipos móveis, criada em 1434, pelo alemão Johannes Gutemberg (ca.1400-1468), que impulsionou a produção de livros e a divulgação do conhecimento. Para o historiador Michel White (2003, p.29), essa foi “a maior criação isolada da humanidade”, considerando que, até esse período, os livros eram escritos a mão e não chegavam a trinta mil e, depois de um século, o número de livros impressos era estimado em cinquenta milhões (WHITE, 2003).

Mesmo com esse crescimento exponencial, em relação à produção acadêmica, Mol (2013) observa que “[...] os livros permaneceram raros e caros, distantes de serem artigos de acesso massificado.” (p.84). Essa situação, de certa forma, ainda se aplica ao Brasil até os dias atuais, pois a literatura científica impressa sempre foi e é caríssima, ficando como alternativa e consolo, na atualidade, o acesso a obras que foram democratizadas gratuitamente no mundo digital.

15 O Renascimento

Segundo Dirk Struik (1989), ao final da Idade Média, o aperfeiçoamento de utensílios e a posterior substituição por máquinas estão num contexto de desenvolvimento de indústrias nos moldes capitalistas e vão exigir maior perícia da engenharia, despertando nas pessoas maior valorização da técnica. Um exemplo é o aperfeiçoamento dos relógios, de grande utilidade para a navegação e a astronomia; quando foram colocados em praças públicas, essas admiráveis peças de mecânica encheram os olhos da população e alteraram suas culturas, conforme descreve Struik (1989):

> [...] a regularidade do seu movimento e a possibilidade que ofereciam de indicar o tempo exacto impressionaram profundamente o pensamento filosófico. Durante o Renascimento, e mesmo nos séculos posteriores, o relógio foi considerado o modelo do universo. Foi um factor importante no desenvolvimento da concepção mecanicista do mundo. Representou também uma transformação psicológica, expressa nas palavras "tempo é dinheiro" (STRUIK, 1989, p. 158).

Com o advento do Renascimento, a partir do século XV, as cortinas para a criação humana foram reabertas. Em oposição ao homem medieval, impotente em relação à providência divina, o homem renascentista buscou o controle sobre o mundo em que vivia. A busca desse controle sobre o mundo e a procura da compreensão do universo fizeram emergir os estudos no campo da astronomia e provocaram consequências filosóficas, considerando que a ideia clássica de universo hierarquizado, na qual cada corpo cabia em um lugar natural, foi refutada e modificada pela ideia de espaço homogêneo e infinito (MOL, 2013).

A combinação entre experimentação e matemática, presente nesse período, foi algo inovador e os modelos matemáticos, então, passaram a dar suporte à evolução da astronomia. Os investimentos em estudos e pesquisas dessa época são visíveis nos trabalhos do polonês Nicolau Copérnico (1473-1543), do alemão Johann Kepler (1571-1630) e do italiano Galileu Galilei[156] (1564-1642).

Dada a amostra desse panorama cultural, citaremos alguns trabalhos de estudiosos que contribuíram com a álgebra renascentista.

A *Triparty en la Science des nombres* foi escrita pelo francês Nicolas Chuquet (ca.1445-1500). Nessa obra, a terceira parte, que trata de álgebra, foi considerada bem mais importante que as demais, por apresentar notações exponenciais, que incluem expoente zero e

[156] Galileu, considerado por alguns como o "pai" da ciência moderna, por supostamente ser responsável pelo desenvolvimento de uma nova física, fundamentada em uma visão em que as leis da natureza podem ser descritas em linguagem matemática, tem o seu lugar enquanto teórico questionado na ciência do século XVII e as controvérsias giram em torno do fato de ele ser mais ligado às artes práticas e ter relação com o Platonismo. Alexandre Koyré (1986) argumenta que a utilização dos experimentos na elaboração da teoria de Galileu tem uma função retórica e que a elaboração de uma teoria física foi anterior à experimentação.

negativos e, pela primeira vez, em uma equação algébrica, obter-se como resultado um número negativo isolado (BOYER, 1996), como por exemplo, em notação atual, $3x=-9$.

O livro *Summa de arithmetica, geometrica, proportioni et Proportionalita* (Compêndio de aritmética, geometria, proporções e proporcionalidade), de autoria do frade italiano Luca Pacioli (1445-1509), foi considerada a primeira obra de álgebra impressa e, entre outros assuntos, apresenta uma notação aritmética parecida com a atual, e inclui resoluções de equações lineares e quadráticas (BOYER, 1996; STRUIK, 1989).

Uma outra obra, foi o primeiro tratado escrito em latim dedicado exclusivamente à álgebra, *Ars Magna* (A grande arte), que continha os métodos para resolver equações cúbicas e quárticas, apresentava raízes negativas de uma equação e cálculo de números imaginários. Essa obra, de autoria do italiano Girolamo Cardano (1501-1576), um dos algebristas mais talentosos do seu tempo, é referenciada como um marco do início do período moderno da matemática (BOYER, 1996; EVES, 1997).

16 A ponte do Simbolismo

Independente de visões contínuas ou descontínuas do conhecimento matemático, até aqui tentamos delinear desenvolvimentos do campo da geometria e da álgebra como parte desse mosaico de práticas matemáticas que conduziria à conversão de representações geométricas em representações algébricas – a Geometria Analítica. Nessa mistura da geometria e da álgebra, faltava uma pitada de fermento: o simbolismo como linguagem que faz a ponte entre a geometria e a álgebra.

A linguagem sempre foi a mola propulsora para comunicação e transmissão do conhecimento, mas também para a sua produção. Em tempos rudimentares, ela foi gestual, oral, e, com o passar dos séculos, ganhou também a forma escrita. Com a matemática, desenvolvemos uma linguagem da escrita geométrica, aritmética e algébrica, impregnada de símbolos; todavia esses símbolos não apresentavam uma padronização com uma notação padronizável e compartilhada por diferentes povos. A álgebra, enquanto parte da matemática que generaliza a aritmética, precisou se apropriar de símbolos que lhe provessem uma notação simples e eficiente em seus propósitos.

A procura por um simbolismo algébrico "ideal" encontra na escola de algebristas germânicos relevantes contribuições. A *Arithmetica integra* do alemão Michael Stifel (1487-1567) incluiu o tratamento de números negativos, potências e radicais e, assim, esse matemático destacou-se por ser o primeiro a usar corretamente, nas somas e subtrações, os símbolos “alemães” + e – em substituição à notação “italiana” p e m, respectivamente (BOYER, 1996). A esse respeito, Mol (2013) pontua que “os algebristas alemães usavam uma letra para a variável e, para representar potências da variável, repetiam a letra tantas vezes quanto necessário” (p.91). Essa representação era muito próxima à notação atual, na qual temos que o produto $x.x$ é igual x^2. Logo, se A representasse a variável x, então AA seria representado por x^2 e, assim, sucessivamente, AAA para indicar x^3.

O símbolo $\sqrt{n}$ para indicar raiz quadrada de n foi criado pelo alemão Christoff Rudolff (1499-1545). Os ingleses também deixaram suas contribuições na criação dos símbolos matemáticos: Robert Record (1510-1558), por exemplo, criou o símbolo de igualdade (=) e John Dee (1527-1608) e Thomas Harriot (1560-1621) criaram os símbolos de maior e menor (> ,<).

A inserção gradativa de símbolos nos trabalhos algébricos e a necessidade de uma padronização eficiente atribuíram à escrita simbólica maior influência na elaboração de conceitos matemáticos e demarcaram a álgebra enquanto ramo independente da matemática.

Essa demarcação se deve às contribuições do maior matemático francês do século XVI, François Viète. Para Boyer (1996),

> Há na História da Matemática um alto grau de continuidade de um período para o seguinte; a transição da renascença para o mundo moderno também se fez através de um grande número de figuras intermediárias, das quais consideraremos agora algumas das mais importantes. [...] mas, a figura central e mais magnífica na transição foi um francês, François Viète (1540-1603), ou em latim Franciscus Vieta. (p.207).

Boyer (1996) argumenta, ainda, que foi a álgebra de Viète que mais se aproximou das ideias modernas, seja pelo conceito de parâmetro, seja pela sua arte analítica. Comparando, observa que um geômetra, em um diagrama, poderia representar todos os triângulos por ABC, mas que um algebrista não tinha um padrão correspondente para representar todas as equações do segundo grau. Para tanto, Viète empregou as vogais (A, E, I, O, U) para denotar quantidades desconhecidas e consoantes (B, C, D, F, ...) para denotar variáveis conhecidas nos coeficientes de uma equação. Uma convenção simples e fecunda que faz com que se encontre “[...] pela primeira vez na álgebra, uma distinção clara entre o importante conceito de parâmetro e a ideia de uma quantidade desconhecida” (BOYER, 1996, p. 208).

As potências traziam uma marca geométrica e eram representadas, conforme o exemplo: *A cubus, + A quadrato in B ter, + A in B quadratum ter, + B cubo* que, seria o equivalente em notação moderna a $A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^2$. Na obra de Viète, aparecem os sinais + e –, mas não aparecem os de multiplicação e divisão (x e ÷): a multiplicação é indicada pela palavra *in*. Sobre essas representações, William Berlinghoff e Fernando Gouvêa (2010) comentam: “[...] François Viète tentou destilar a essência da análise geométrica dos gregos antigos representando quantidades com letras e relações com equações” (p. 174).

Na opinião de Roque (2012), ao tentar, por meio da ferramenta analítica, resolver qualquer tipo de problema, Viète pretendia inaugurar uma nova álgebra que gozasse do mesmo reconhecimento da geometria. Para tanto, tentou apresentar a álgebra de cunho axiomático. Esclarece Roque (2012) que

> A geometria sintética é aquela na qual construímos as soluções. Já pelo método analítico, supomos que as soluções desconhecidas são conhecidas e operamos com elas como se fossem conhecidas, até chegar a um resultado conhecido que determina a solução (ROQUE, 2012, p. 299-300).

Consideremos, por exemplo, no método analítico, que, em uma equação algébrica, em notação moderna, a incógnita (ou o x) seja a quantidade desconhecida. Quando tomamos uma equação $x+5=8$, operamos com o x como se fosse conhecido, atribuindo-lhe um valor do mesmo modo que fazemos com o 5 e o 8 (números conhecidos) e manuseamos (fazendo $x=8-5 \Leftrightarrow x=3$) para encontrarmos o valor da quantidade dada. Assim, realizamos a operação como se o valor desconhecido já estivesse dado (ROQUE, 2012).

Na sua arte analítica, Viète trabalhava com as grandezas independentemente de sua natureza e compreendia a álgebra como um método de cálculo simbólico envolvendo grandezas abstratas. Ao elaborar essa concepção, empregou letras para representar genericamente grandezas indeterminadas no procedimento de cálculo, a fim de que fossem trabalhados nas quantidades numéricas e grandezas geométricas (BOS, 1974; ROQUE 2012). A arte analítica será identificada, nos séculos posteriores, nos trabalhos de Descartes e Fermat, reconhecidos por renovarem a geometria e estabelecerem as bases para o desenvolvimento da geometria analítica.

17 Os contornos do século XVII

Ao localizar as origens das linhas de pensamento das novas bases da ciência moderna e das matemáticas desenvolvidas no século XVII, Fumikasu Saito (2015) afirma que, no século XVII, houve grandes mudanças sociais, políticas e econômicas que oportunizaram um clima de renovação em diversos segmentos da sociedade. Nas palavras dele, esse século "foi uma época em que estudiosos se voltaram para o novo, criticando as velhas estruturas não só políticas e sociais, mas também do conhecimento" (SAITO, 2015, p. 195). Acrescenta, ainda, que, nesse período, predominou um certo ceticismo em relação ao conhecimento geral. Isso fez com que estudiosos revisassem seus fundamentos e, em nome do progresso do conhecimento, buscassem assentar os seus fundamentos sobre novas bases.

A ciência renascentista, que emergiu embalada em um pensamento moderno, contou com um aparato de novas tecnologias, como o microscópio e o telescópio, consideradas como as novas lentes da ciência. Os relógios das catedrais e dos palácios marcaram um tempo posterior aos renascentistas, de onde brotaram mentes iluministas e racionalistas que, entre tantas ideias e experimentos, fizeram emergir as primeiras experiências com a condução elétrica e subsequentes avanços e descobertas que transformaram o mundo em velocidade exponencial.

Sobre esse contexto, Eves (1997) avalia que:

> A atmosfera política mais favorável no norte da Europa e a superação geral da barreira do frio e da escuridão nos longos meses de inverno, com os progressos no aquecimento e na iluminação, respondem provavelmente em grande parte pelo deslocamento da atividade matemática no século XVII da Itália para a França e a Inglaterra. (EVES, 1997, p. 340)

Com efeito, o século XVII é muito importante para a história da matemática pelo grande impulso que a matemática teve, cercada de um clima intelectual, com os avanços políticos, econômicos e sociais na Europa. Nesse clima de efervescência de ideias, Napier inventou os logaritmos, Kepler apresentou as leis do movimento planetário, Harriot e Oughtred contribuíram com a codificação e a notação da álgebra, Desargues e Pascal demarcaram um novo campo da geometria pura (geometria projetiva), Descartes e Fermat estabeleceram as bases da geometria analítica moderna e, entre tantas contribuições, ao final do século, Leibniz e Newton uniram as ideias do cálculo diferencial e integral (EVES, 1997). Boyer (1996) enaltece a importância desse século, não só pelo extraordinário trabalho individual desses e de tantos outros matemáticos, mas, também, pela construção coletiva possibilitada pela intercomunicação matemática entre muitos deles.

As novas ideias e a criatividade, no entanto, não significam um rompimento total com o conhecimento acumulado. A esse respeito, expressando uma visão positivista[157], Boyer (1996) acredita que o desenvolvimento da matemática se deu de forma mais cumulativa e progressiva do que a evolução em outros ramos da ciência e, nessa linha de pensamento, afirma que “A matemática cresce por acreções, com pouca necessidade de descartar irrelevâncias, ao passo que a ciência cresce em grande parte por substituições quando melhor são encontradas” (BOYER, 1996, p. 231).

No centro da revolução científica do século XVII, encontravam-se as transformações ocorridas no campo da matemática, em particular, os fundamentos que estabeleceram a invenção e o desenvolvimento da Geometria Analítica. A historiografia tradicional credita a essa invenção as contribuições de dois advogados franceses: René Descartes e Pierre de Fermat. Todavia, cabe esclarecer que não há um consenso sobre quem inventou a Geometria Analítica e quem foram os seus precursores, conforme já mencionamos anteriormente. As divergências e controvérsias estão presentes mesmo nos textos de estudiosos tradicionais e nos remetem à reflexão sobre as descobertas que podem ter ocorrido simultaneamente e de modo independente. A esse respeito, Garbi (2009) explica ser impossível identificar qual dos dois, Descartes ou Fermat, foi o primeiro a entrar nesse novo território da matemática. Nessa explicação, aponta os seguintes fatos:

> Descartes publicou seu livro em 1637, mas, provavelmente, já havia elaborado aquelas ideias anteriormente. Fermat, por sua vez, escreveu a Roberval, em 1636, uma carta da qual se pode depreender que ele dominava havia alguns anos a técnica de associar equações ***(“propriedades especificas das curvas”)*** a linhas geométricas. Trata-se, portanto, de mais um exemplo de uma mesma descoberta feita independentemente por duas pessoas. Deve ser dito, também, que a abordagem de Fermat foi mais clara e mais próxima daquilo que se faz hoje, quando comparada à de Descartes. (GARBI, 2009, p. 197, grifo do autor).

Essa coincidência de Fermat e Descartes, trabalhando de modo independente, chegarem a resultados semelhantes em relação aos princípios que irão nortear a concepção da Geometria Analítica é reconhecida por muitos estudiosos (BOYER, 1996; EVES, 1997;

[157]O Positivismo concebeu a ciência e o conhecimento como algo cumulativo e progressivo e defende que o conhecimento científico é a única forma de conhecimento verdadeiro. Essa corrente de pensamento foi fundada pelo filósofo francês Augusto Comte (1798-1857).

GARBI, 2009; ROQUE, 2012) da história da matemática. Reconhecimentos à parte, é imprescindível conhecer as características e os trabalhos desses dois estudiosos voltados para o desenvolvimento desse domínio matemático.

18 Um matemático amador saindo pela tangente

Pierre de Fermat (1600-1665), natural de Beaumont de Lomagne (França), filho de um próspero comerciante de peles que lhe pôde garantir uma educação sob orientação humanística, foi fluente em vários idiomas, diplomou-se em Direito pela Universidade de Orleans e exerceu a função de magistrado no parlamento da cidade de Toulouse. Fermat, curiosamente, nunca atuou como matemático profissional; fazia da matemática um *hobby* nas horas de lazer. De natureza pacata, avesso a controvérsias e de grande modéstia, recusava-se sistematicamente a publicar seus trabalhos ou reivindicar alguma autoria, não obstante tenha se comunicado com os principais matemáticos da sua época, mas, sempre que podia, "saía pela tangente". Seu legado à matemática somente passou a ser conhecido alguns anos depois da sua morte, porque um de seus filhos organizou e publicou os seus estudos. O fato de se considerar um matemático amador não impediu que Fermat fosse reconhecido como o maior matemático francês do século XVII. Certamente, se tivesse publicizado as suas ideias em vida, a Geometria Analítica, que hoje é conhecida com base nas coordenadas "cartesianas", também poderia ser conhecida pelas coordenadas "fermatianas" (VENTURI, 1990).

Figura 39 - Retrato de Pierre de Fermat pelo pintor francês Robert Lefrève

Fonte: Livro da Matemática (PICKOVER, 2011).

Apesar de Fermat não ter deixado de advogar, o seu passatempo com as práticas matemáticas foi o suficiente para demonstrar o seu talento e criatividade, tendo o seu nome vinculado à moderna teoria dos números, à teoria das probabilidades, ao cálculo integral e diferencial e à inquestionável participação na criação da geometria analítica. Embora o nosso interesse aqui seja apresentar as suas substanciais contribuições à geometria analítica, Fermat é mais lembrado e reconhecido como o matemático da teoria dos números, aquele que deixou seus teoremas para que outros procurassem a prova. Entre esses teoremas, o celebre "Último Teorema" de Fermat[158].

Para George Simmons (1987), o verdadeiro inventor da geometria analítica foi Fermat. Ele argumenta que o fato de Descartes ter introduzido várias convenções notacionais que estão em uso até os dias atuais dá a sua obra uma aparência de moderna, enquanto que Fermat usou um simbolismo algébrico mais antigo: "O resultado é que supostamente o ensaio de Descartes parece como se fosse Geometria Analítica, mas não é; enquanto o de Fermat não parece, mas é" (SIMMONS, 1987, p. 695).

Ao tentar reconstituir a obra de Papus, *Coleção matemática*, parcialmente perdida, sobre o tratado de *Lugares Geométricos Planos*, de Apolônio, Fermat acabou por descobrir formas de associar equações indeterminadas a linhas geométricas, exatamente a ideia central da Geometria Analítica, conforme enuncia Boyer (1996): "Sempre que em uma equação final encontrarem-se duas quantidades de incógnitas, temos um lugar, a extremidade de uma delas descrevendo uma linha, reta ou curva" (p.238). Ou seja, em notação atual, ele mostrou que uma equação geral $ax + by = c$ representa uma reta e que equações do 2º grau com duas incógnitas podem denotar elipses, círculos, parábolas e hipérboles (BOYER, 1996; EVES, 1997).

Assim como Descartes, Fermat compreendia a existência de uma geometria analítica com mais de duas dimensões. É possível perceber o domínio conceitual e a essência do novo método da geometria analítica pelas afirmações de Fermat, conforme replica Boyer (1996):

> Há certos problemas que envolvem só uma incógnita e que podem ser chamados indeterminados, para distingui-los dos problemas de lugares geométricos. Há certos outros que envolvem duas incógnitas e que nunca podem ser reduzidas a uma só: e estes são os problemas de lugares. Nos primeiros problemas procuramos um ponto único, nos segundos uma curva. Mas, se o problema proposto envolve três incógnitas, deve-se achar, para

[158] O "Último Teorema" de Fermat enuncia que: Para qualquer inteiro n (maior que 2), não existem inteiros positivos x,y e z para os quais $x^n + y^n = z^n$. Esse teorema desafiou mentes matemáticas durante três séculos e meio e só foi provado em 1995 pelo inglês Andrew Wiles.

> satisfazer a questão, não apenas um ponto ou curva, mas toda uma superfície. Assim aparecem superfícies como lugares, etc. (Boyer, 1996, p. 139).

Em sua empreitada, Fermat retomou os passos dados por Apolônio e, com o suporte da álgebra de Viète (de quem apropriou a notação para equações), desenvolveu o domínio dessa nova geometria. Ele não usava um par de eixos em seus esboços, mas apenas uma semirreta positiva com ordenadas oblíquas. Segundo Michael Mahoney (1994), Fermat não se apegava às convenções da matemática clássica, ele estava mais preocupado na aplicação da arte analítica como efetivo modo de tratar os problemas geométricos e algébricos.

Segundo Roque (2012), nesse período, era considerado deselegante, utilizar a análise algébrica sem fazer demonstrações sintéticas:

> É justamente pela natureza dos problemas de lugares geométricos que podemos entender o fato de a síntese ter sido relegada a segundo plano por Fermat e Descartes. Não era somente por acreditarem na autonomia da análise algébrica que eles deram pouca atenção às demonstrações sintéticas. Liberando-se da obrigação de oferecer síntese, a tradição analítica driblava a dificuldade imposta pelos problemas de lugares geométricos, nos quais as sínteses eram dispensáveis, como também impossíveis (ROQUE, 2012, p.336).

Vejamos agora um pouco da história paralela e das contribuições de Descartes rumo aos fundamentos da geometria analítica.

19 As diretrizes para filosofia moderna: O Discurso do Método

René Descartes (1596-1650), natural de La Haye, província de Touraine (França), foi órfão de mãe logo nas primeiras semanas de vida e, sendo o seu pai um jurista bem sucedido, desde cedo foi direcionado à educação de qualidade e matriculado aos 8 anos de idade no colégio jesuíta de La Flèche. De saúde frágil, foi acostumado a ficar no leito pela manhã e, depois de acordado, para fazer leituras e meditações. Graduou-se em Direito pela Universidade de Poitiers. Durante alguns anos, viajou em conjunção de companhias do exército, sendo a primeira na Holanda com o príncipe Maurício de Nassau[159], porém, nunca foi um soldado profissional: seu objetivo era conhecer um outro mundo e o seu verdadeiro

[159] Maurício de Nassau foi conde, e depois príncipe Nassau-Siegen, um Estado do Sacro Império Romano-Germânico. Tem sua história relacionada à história do Brasil por ter ocupado Pernambuco, no período entre 1630 a 1654, tendo sido o governador da colônia holandesa no Recife.

interesse era a filosofia e a matemática. Ao desligar-se do exército, visitou alguns países da Europa e, em seguida, mudou-se para Holanda onde encontrou tranquilidade para refletir e escrever suas ideias filosóficas.

Figura 40 - Retrato de René Descartes pintado por Frans Halsem 1649

Fonte: Introdução à História da matemática (MOL, 2013).

Descartes produziu os seus trabalhos escritos durante os vinte anos que ficou na Holanda. Nos primeiros anos, fez uma descrição física do Universo com o *Le monde* (O Mundo), mas não a concluiu, com receio de represálias da Igreja inquisidora. Passou, então, a escrever um tratado filosófico sobre a ciência universal em que apresentava o seu modo de interpretar o mundo, e publicou, em 1637, o *Discours de la Methode pour Bien Conduire sa Raison et Chercher la Vérité dans les Sciences* (Discurso do Método para Bem Conduzir a Razão e Procurar a Verdade nas Ciências), obra-prima conhecida como o *Discurso do método*, que, ao apresentar o método para validação do conhecimento, contribuiu para a evolução de um novo domínio do campo da matemática e concebeu as bases de uma filosofia moderna (BOYER, 1996; EVES, 1997).

Ao propor um método para produção do conhecimento universal, Descartes foi considerado como figura central do racionalismo[160] e, ao questionar as verdades estabelecidas, utilizou-se da dúvida metódica, em que tudo que era aceito como verdadeiro seria passível de questionamento e deveria ser sustentando de forma lógica, racional e consistente. Uma verdade pura, livre de dogmas e preconceitos. Esse princípio da dúvida foi evidenciado até quando afirmou ter dúvida da própria existência, expressa em sua famosa frase: *"Cogito, ergo*

[160] Corrente filosófica que recomenda a investigação da verdade por meios dedutivos e defende que tudo que existe tem uma causa inteligível.

sum" ("Penso, logo existo"), por meio da qual se afirma a sua própria existência por ter uma consciência e clareza do seu pensamento. A essência da filosofia de Descartes, apresentada no *Discurso do método*, renuncia quatro princípios que devem ser observados "para bem conduzir a razão e procurar a verdade nas ciências":

> O primeiro era de nunca aceitar alguma coisa como verdadeira que eu não conhecesse evidentemente como tal, ou seja, de evitar cuidadosamente a precipitação e a prevenção e de nada mais incluir nos meus juízos que não se apresentasse tão clara e distintivamente a meu espírito, que eu não tivesse motivo algum de duvidar dele.
> O segundo, em dividir cada uma das dificuldades que eu analisasse em tantas parcelas quantas fosse possível e necessário, a fim de melhor resolvê-las.
> O terceiro, o de conduzir por ordem os meus pensamentos, começando pelos objetos mais simples e mais fáceis de conhecer, para elevar-me, pouco a pouco, como que por degraus, até o conhecimento dos mais compostos e presumindo até mesmo uma ordem entre aqueles que não se precedem naturalmente uns aos outros.
> E o último, o de elaborar em toda parte enumerações tão completas e revisões tão gerais, que eu tivesse a certeza de nada omitir. (DESCARTES, [1637] 2006, p. 21)

Objetivamente esses quatro princípios: (1) da *evidência*; (2) da *análise*; (3) da *síntese* e (4) da *enumeração* (uma espécie de revisão) transmitiram a ideia de que, para revolver qualquer problema, devemos seguir um passo a passo, fazendo uma coisa de cada vez. Todavia, entre estudiosos, não há consenso sobre o uso desses quatro princípios em *A Geometria*, pois, em geral, dos antigos até hoje, na matemática, o conhecimento pode girar em torno da síntese e/ ou da análise (BARBOSA et al, 2017)

20 *La Géométrie* e o método analítico

O *Discours de la méthode* (Discurso do método) inclui três apêndices: *La Géométrie, La Dioptrique* e *Les Météores,* sendo *A Geometria* (*La Géométrie*), a única obra publicada sobre matemática, na qual foi demonstrada como a geometria poderia ser estudada por meio da álgebra. Esse apêndice é subdividido em três livros: (i) Dos problemas que podem ser construídos sem usar mais que círculos e linhas retas; (ii) Da natureza das linhas curvas e (iii) Da construção de problemas sólidos.

Segundo Eves (1997), o primeiro livro, além de conter alguns princípios da geometria algébrica, mostra um progresso em relação aos gregos, pois, conforme já mencionamos anteriormente, dos antigos geômetras gregos até Viète, "[...] uma variável correspondia ao comprimento de um segmento, o produto de duas varáveis à área de um retângulo e o produto de três variáveis ao volume [...]. Os gregos não iam além disso" (EVES, 1997, p.384). Diante desse limite, Descartes introduziu um segmento unitário e superou o problema da dimensionalidade dos gregos. A esse respeito, Dan Avritzer (2009) comenta:

> Para Descartes, as verdades claras e distintas, no caso da Geometria, são os segmentos que ele, como os gregos anteriormente, identifica com os números. Na consideração de um certo problema, ele diz, devemos escrever a equação que liga os segmentos conhecidos aos desconhecidos e a partir delas resolver os problemas. Ele observa que a Geometria é 'difícil' e a Álgebra 'fácil' e que seu método, nesse caso, se limitaria a resolver os problemas difíceis que os gregos haviam proposto, pela álgebra, mais clara e fácil de manipular (AVRITZER, 2009, p.12).

Já apresentamos ao longo do texto a evolução da simbologia algébrica; todavia é necessário ressaltar que Descartes avançou mais que qualquer um dos seus predecessores em relação à álgebra simbólica e, com isso, deu um novo significado às notações. As suas notações foram muito próximas das atuais: a adaptação da notação exponencial, usava as últimas letras do alfabeto para representar as variáveis e as letras iniciais do alfabeto denotavam os parâmetros. Ele rompeu com o princípio da homogeneidade ao desconsiderar x^2 como quadrados ou x^3 como cubos geométricos e, ao considerar essas grandezas como comprimentos de segmentos de reta. Desse modo, conferiu uma maior flexibilidade para sua álgebra, "[...] tão flexível na verdade que lemos *xx* como '*x* [ao] quadrado' sem jamais enxergar mentalmente um quadrado" (BOYER, 1996, p. 232).

Entre outros temas, no segundo livro de *La Géométrie*, que trata da natureza das linhas curvas, é apresentado um método para encontrar curvas e tangentes que reduz o problema de encontrar as soluções de um certo tipo de equação algébrica; além disso, com base no problema das quatro linhas, mostrou que dada uma curva com duas variáveis, a depender dos valores das constantes, o resultado é uma das secções cônicas.

O terceiro livro, por sua vez, trata da resolução de equações de grau maior que dois, usando a regra de sinais de Descartes que serve para delimitar o número de raízes positivas e negativas de um polinômio (EVES, 1997). Para não limitar a sua nova geometria a um tratado algébrico, Descartes, ao invés de definir as curvas geométricas por meio de equações algébricas, descreveu-as por meio de movimento contínuo.

Descartes criticava a forma como os gregos definiam as curvas por descrição, argumentando que, as demonstrações de teoremas poderiam ficar cansativas e enfadonhas. A esse respeito, Mlodinow (2008) resgatou a definição de círculo apresentada por Euclides e Descartes, em suas respectivas obras, para que possamos verificar a descrição do grego e comparar com a objetividade da linguagem simbólica do francês.

> *Euclides*: Um círculo é uma figura plana contida por uma linha [isto é, uma acurva] tal que todas as linhas retas que vão até ela de um certo ponto de dentro do círculo – chamado de centro – são iguais entre si.
> *Descartes*: Um círculo é todo x e y que satisfaça a $x^2 + y^2 = r^2$ para algum número constante r (MLODINOW, 2008, p. 87).

Segundo Boyer (1996), Descartes tinha discutido em sua obra a competência da álgebra e da geometria, criticando imparcialmente cada uma e argumentando que a álgebra assemelhava-se a “[...] uma arte confusa e obscura [...] que embaraça a mente” (BOYER, 1996, p.233) e que a geometria, por sua vez, parecia “usar, demasiado pesadamente, diagramas que fatigam a imaginação desnecessariamente” (BOYER, 1996, p. 233). Assim, ao entender que cada ramo da matemática partia dos mesmos princípios básicos, o seu método pretendia, também, livrar a geometria de diagramas por meio de procedimentos algébricos e dar significados às operações da álgebra através das interpretações geométricas. Todavia, a sua pretensão era bem mais ambiciosa ao deixar entender que, com o seu método, resolveria qualquer problema de geometria: “Todos os problemas de geometria podem ser facilmente reduzidos a tais termos, de modo a não ser necessário saber o comprimento de algumas linhas retas para então construí-los[161]” (DESCARTES, 1637, p. 1 – tradução nossa).

Em relação à obra de Descartes, os comentários e interpretações de estudiosos acerca de determinados aspectos nem sempre são consensuais. Mlodinow (2008) afirma que:

> O Método de Descartes de associar a álgebra e a geometria equivale a uma generalização de Oresme, de modo que todas as curvas da matemática grega podiam ser descritas agora de modo simples e conciso. As elipses, hipérboles e parábolas, tudo se mostrou definível através de simples equações entre suas coordenadas x e y. (MLODINOW, 2008, p. 89)

Divergindo de historiadores tradicionais, Roque (2012) argumenta que, no plano de Oresme, não são usadas ferramentas algébricas, enquanto, na geometria cartesiana, há uma dependência da utilização da álgebra. Roque (2012) critica, ainda, o exagero daqueles que

[161] Tous lês problèmes de gèométrie se peuvent facilement réduire à tels termes, qu’il n’est besoin par après que de connoître la longueur de quelques lignes droites pour lês construire.

tentam colocar Galileu como sendo o fundador da representação por coordenadas pelo fato de ele ter utilizado diagramas para retratar o movimento na demonstração de suas proposições e explica que, nas proposições (de natureza geométrica) de Galileu, a relação entre as grandezas é expressa geometricamente através de proporções.

Um outro aspecto a ser discutido na obra de Descartes é o método analítico[162] que ele propõe. Eves (1997) faz uma crítica contundente ao modo como Descartes propõe o método analítico, argumentando que "*La Géométrie* não é, **de maneira nenhuma**, um desenvolvimento sistemático do método analítico, e o leitor é obrigado a quase construir o método por si mesmo, a partir de certas informações isoladas" (EVES, 1997, p. 388, grifo nosso). Em contraponto, concordamos com outros estudiosos (ROQUE, 2012; BATTISTI, 2010) que sustentam, que, na sua obra, Descartes utiliza de forma explícita o método de análise. Com efeito, identificamos esse uso em trechos tais como:

> Se, pois, queremos resolver qualquer problema, primeiro ***supomos a solução efetuada***, e damos nomes a todos os segmentos que aparecem necessários à construção – aos que são desconhecidos e aos que são conhecidos. Então, sem fazer distinção entre segmentos conhecidos e desconhecidos, devemos esclarecer a dificuldade de modo que mostre mais naturalmente as relações entre esses segmentos, até conseguirmos exprimir uma mesma quantidade de dois modos. Isso constituirá uma equação (numa única incógnita) pois os termos de uma dessas expressões são juntos iguais aos termos da outra. (DESCARTES, [1637] 2006, p. 20, grifo nosso).

Nesse caso, fica evidente que, com esse "supomos a solução efetuada", Descartes segue os mesmos passos dos antigos gregos em relação ao estabelecimento da análise na resolução de problemas, quando enunciavam "suponhamos o que é procurado como já tendo sido feito". Como já vimos, essa suposta prática analítica dos gregos está presente na obra de Viète, mas, sobretudo nos trabalhos de Fermat e Descartes que, ao buscarem criar uma nova geometria, trazem elementos da arte analítica. Roque (2012) acrescenta que

> Um dos objetivos da Geometria de Descartes era ordenar o domínio da resolução de problemas geométricos por meio da arte analítica, postulando um novo padrão de rigor e uma nova noção de exatidão para os procedimentos de construção (ROQUE, 2012, p.330).

[162] Ao tratar da obra de Descartes, vários autores discutem o seu método analítico. Para Roque (2012), "o método analítico permitia descobrir novas verdades, ao passo que o sintético era longo e obscuro" (p.384). Boyer (1996) explica que "o termo análise implica uma certa dose de técnica ou maquinaria; frequentemente se diz que a análise é um instrumento, termo nunca aplicado à síntese" (p. 372).

Assim, “[...] parece não haver dúvidas quanto à tese de que Descartes é um legítimo praticante do método de análise geométrica” (BATTISTI, 2010, p.2). Contudo, o fato de beber na fonte dos geômetras gregos e se identificar com a arte analítica não quer dizer que Descartes tinha compromisso com a tradição; ao contrário, seu método é considerado novo e marca o início de uma filosofia moderna e uma matemática revolucionária (BARBIN, 2006).

Stephen Gaukroger (2002) concorda com a defesa de que Descartes utilizou o método analítico, mas que se diferenciou, ao não partir de axiomas antigos:

> Descartes apresenta algumas provas sintéticas, mas é a análise que nos leva a diante; e depois de algumas preliminares o leitor é lançado num dos problemas matemáticos mais difíceis que a Antiguidade nos legou: o problema do lugar geométrico de quatro linhas ou mais, enunciado por Pappus, que Descartes passa sem maiores delongas, a tentar resolver analiticamente (GAUKROGER, 2002, p. 169).

Boyer (1996) pondera que, enquanto a filosofia de Descartes estabeleceu uma ruptura com o passado, a sua matemática mantinha elos com a tradição anterior, por estar inserida em uma corrente progressiva que vem desde os geômetras gregos, passa pelos algebristas árabes e toma novos contornos com os matemáticos renascentistas.

Importante observar que, se um leitor desavisado lê *La Géométrie,* dificilmente vai acreditar que essa obra definiu os pressupostos básicos para o domínio da atual Geometria Analítica, pois sequer são encontrados os eixos das coordenadas “cartesianas” e nem são vistas de forma mais explícita as deduções das equações da reta e das secções cônicas (STRUIK, 1989). Boyer (1996) explica que o termo “produto cartesiano”, tão utilizado nos dias atuais, é um anacronismo, pois Descartes não pensava em suas coordenadas como pares de números para localização de pontos: ele usava um sistema de coordenadas oblíquas limitado ao 1º quadrante (os termos coordenadas, abscissa e ordenada somente serão introduzidas em 1692 por Leibniz); todavia, conforme mencionamos, a ideia de coordenadas foi usada na agrimensura e na confecção de mapas desde o mundo antigo. Assim, ao se ler *A Geometria* de Descartes, é preciso levar em consideração que ela foi escrita como um apêndice para demonstrar os métodos de raciocínio em consonância aos apresentados no *Discurso do Método,* como proposta de uma nova filosofia.

A Geometria de Descartes sofreu críticas de alguns de seus contemporâneos, seja por objeções a pontos triviais feitas por Fermat, seja pela condenação por completa de Blaise Pascal (MLODINOW, 2008). Mais recentemente, apesar de considerar que Descartes foi um matemático inteligente, Simmons (1987) também fez uma ácida crítica ao seu trabalho, comentando que

> Sua Geometria foi pouco lida então e menos lida hoje, e bem merecidamente, pois toda a obra é uma traição grotesca ao que ele anteriormente chamara 'transparência e clareza insuperáveis que são próprias de uma matemática corretamente ordenada'. Parece, das muitas obscuridades deliberadas e das observações condescendentes – tão estranhas o seu jeito habitual de escrever -, que ele a escreveu mais para se exibir do que para explicar, e de alguma forma ele conseguiu induzir muitos dos seus contemporâneos à crença contra a evidência de que ele houvera conseguido algo notável" (SIMMONS, 1987, p. 692)

Mesmo reconhecendo que a obra de Descartes contém falhas e limitações, consideramos exagerada a crítica de Simmons (1987), até porque, após alguns anos da sua publicação, a nova geometria de Descartes passou a ser estudada em quase todas as universidades.

Em relação à exposição do método analítico de Descartes e às contribuições de Fermat rumo à Geometria Analítica, devem ser observados os conceitos e o que um pode complementar o outro. Eves (1997) afirma que, em grande proporção, "onde Descartes partia de um lugar geométrico e então encontrava a sua equação, Fermat partia de uma equação e então estudava o lugar correspondente" (EVES, 1997, p. 389). Assim, os dois, em seus estudos independentes, apontavam o princípio fundamental da Geometria Analítica por meio dessa reciprocidade.

Antes de falarmos um pouco dos trabalhos e dos matemáticos que sucederam Descartes, recortamos a sua última frase em *La Géométrie*: "Eu espero que nossos jovens me sejam gratos, não apenas sobre as coisas que expliquei aqui, mas também sobre as coisas que omiti deliberadamente, para lhes dar o prazer de inventá-las[163]." (DESCARTES, 1637, p. 66 - tradução nossa). O filósofo, ao assumir que sua obra tinha omissões e incompreensões e, também incompletudes, passou às futuras gerações de matemáticos a empreitada de desembaraçar e fazer avançar as ideias cartesianas.

---

[163] Et j'esp`ere que nos neveux me saurontgr´e, non seulementdeschoses que j'aiiciexpliqu´ees, mais aussi de celles que j'aiomisesvolontairement, afin de leurlaisserleplaisir de lesinventer.

21 Influências da Geometria Analítica: as linhas sucessoras

Antes mesmo da morte de Descartes, *A Geometria* foi traduzida para o latim pelo professor da Universidade de Leyden Frans van Schooten (1615-1660). Sua publicação em 1649 possibilitou o acesso a essa obra pela comunidade científica da Europa. Para tornar a obra mais compreensível, Schooten incluiu comentários em uma segunda edição que ampliava muito o volume de texto em relação ao original. Mesmo assim, segundo Hygino Domingues (1993) "[...] faltavam coisas básicas como as coordenadas negativas, cujo uso consciente só começaria com John Wallis (1616-1670) em seu *Tratado sobre secções cônicas* (1655)" (p.214). Nessa obra, ele tratou as curvas definidas por equações e encontrou as suas propriedades pelo método de análise algébrica de Descartes. Wallis buscou aritmetizar o assunto e, sempre que possível, os conceitos geométricos eram substituídos por numéricos.

Observamos que as ideias de Descartes e Fermat são férteis e embrionárias para a construção de uma nova geometria e deram suporte ao desenvolvimento de outros campos da matemática e da física, conforme assinalam Stephan Hawking (2007) (ao afirmar que "Isaac Newton não poderia ter formulado suas leis sem a Geometria Analítica de René Descartes e nem a sua própria invenção do Cálculo" (p..13)) e Jacir Venturi (1990) (ao lembrar que Newton afirmou "[...]que suas primeiras ideias acerca do Cálculo surgiram da maneira pela qual Fermat traçava tangentes" (p.27)). No nosso entendimento, essas citações convergem e são defensáveis, tendo em vista que os dois pensadores franceses foram referências para estudos subsequentes. Com efeito, "[...] a Geometria Analítica, como a conhecemos, foi desenvolvida gradualmente sob a influência do livro de Descartes [...]" (MONNA, 1977, p.14), e também com o legado de Fermat.

Parece-nos evidente que o advento da Geometria Analítica foi inspirador e fundamental para que Isaac Newton (1642-1727) e Gottfried W. Leibniz (1646-1716) chegassem ao Cálculo Diferencial e Integral. Ambos, em parte dos seus estudos, utilizaram as técnicas da arte analítica.

Segundo Boyer (1996), algumas contribuições de Newton à geometria analítica podem ser identificadas nos escritos de *Enumeratio* e no *Método de fluxos*. O primeiro é dedicado a gráficos de curvas planas de grau superior, quando "[...] pela primeira vez são usados sistematicamente dois eixos, e não há hesitação quanto a coordenadas negativas" (p. 282). No segundo, Newton propõe oito tipos novos de sistemas de coordenadas, sendo um deles o que hoje conhecemos como sistema de coordenadas polares, conforme explica Boyer (1996, p.

283): “Se x e y são as distâncias de um ponto variável a dois pontos fixos ou polos, então a equação $x + y = a$ e $x – y = a$ representam elipses e hipérboles respectivamente e $ax + by = c$ são ovais de Descartes”.

Após um período de grandes matemáticos franceses (Descartes, Desargues, Pascal, Fermat e Roberval), um dos poucos que ainda sobressaiu no século XVII na França foi Philippe de Lahire (1640-1718), discípulo de Desargues. Um matemático que tinha atração pela geometria pura (sintética), mas, que não conseguiu romper com a onda analítica que estava em curso e, em determinados trabalhos, fez uso dos métodos de Descartes que estavam em evidência. Segundo Boyer (1996), Lahire foi o primeiro especialista moderno em geometria tanto sintética quanto analítica, e também coube a ele a responsabilidade de fornecer “[...] um dos primeiros exemplos de uma superfície dada analiticamente no espaço por uma equação de três incógnitas – o que foi o primeiro passo para a geometria analítica no espaço” (p.253).

Uma outra contribuição à geometria analítica foi a *Elementa curvarum* do holandês Jan De Witt (1629-1672). Na primeira parte dessa obra, ele apresenta várias definições cinemáticas e planimétricas das secções cônicas, entre elas, as definições por razão foco-diretriz (a palavra diretriz deve-se a Witt). Na segunda parte, ele fez um uso tão sistemático de coordenadas que foi descrito como o primeiro livro de texto de geometria analítica (BOYER, 1996).

Destacamos, ainda, que grande parte dos matemáticos de maior expressão da segunda metade do século XVII debruçou-se sobre as ideias de Descartes e Fermat e deixaram suas contribuições e estudos para o desenvolvimento da Geometria Analítica; entre eles, os irmãos Jacques Bernoulli (1654-1705) e Jean Bernoulli (1667-1748), Jacob Hermann (1678-1733) e Antoine Parent (1666-1716).

22 O “século das luzes”

Dando sequência ao percurso da Geometria Analítica, fazemos uma pequena pausa para situar o século XVIII. Nesse período, a Europa e a América viveram um período de muita revolta e tensões, circunstâncias que faziam evoluir, nos pensadores, um ideário libertário e democrático em busca de transformações sociais, que levariam às Revoluções Francesa e Americana no final do século. Nesse período, as transformações econômicas no ocidente foram marcadas por novos métodos de produção, associados a novas tecnologias (início da Revolução Industrial) e, como consequência, houve mudança na fisionomia dos centros urbanos que passaram por um crescimento acelerado (EVES, 1997). Como resultado de toda essa situação social, concedeu-se mais destaque ao ensino e à pesquisa matemática, conforme registrado por Mol (2013): "O triunfo da tecnologia aportado pela Revolução Industrial teve o efeito de valorizar a matemática como ferramenta, colocando essa disciplina em destaque, com consequências para seu ensino e sua pesquisa" (p. 113).

Entre tantas referências, durante o "século das luzes", surge o matemático considerado como o mais prolífico de todos os tempos: o suíço Leonhard Paul Euler (1707-1783). De sua autoria, foram catalogados 886 itens, entre livros, artigos e textos das mais variadas áreas (BOYER, 1996; EVES, 1997). Euler foi responsável pela criação de vários símbolos matemáticos (i para $\sqrt{-1}$; e para base de logaritmos naturais; $f(x)$ para função de x) e escrevia em notação atual. Seus estudos "[...] resumiram e codificaram as descobertas dos seus predecessores e estão repletos de ideias do próprio Euler. Ele estendeu e aperfeiçoou a Geometria Analítica plana e espacial [...]" (SIMMONS, 1987, p. 727), dentre muitas contribuições. Nessa linha, Struik (1989) afirma que "[...] a primeira geometria analítica de secções cônicas totalmente emancipada de Apolônio apareceu apenas com a *Introductio*, de Euler (1748)" (p.167).

Na *Introductio in analisin infinitorum* (Introdução à análise do infinito), no segundo volume, encontramos um trabalho voltado à geometria analítica, no qual Euler (1707-1783) "[...] estudou curvas e superfícies a partir de suas equações, o que faz com que esse seja considerado o primeiro livro de geometria analítica." (MOL, 2013, p. 119). Para reduzir a equação de uma superfície quadrática nas cônicas, Euler empregou a rotação e a translação de eixos e introduziu uma série de proposições para curvas algébricas. No primeiro volume dessa obra, a noção de função foi apresentada como parte central da análise matemática, apesar de não ser considerada a definição de função ideal aos moldes da matemática moderna. Nesse período, a ideia de função vinha subentendida desde os estudos de Fermat e Descartes.

A esse respeito, Roque (2012) chama atenção para o fato de um componente fundamental para o conceito de função ser a variação, que é expressa, obviamente, por meio de uma "variável", e lembra as perspectivas diferentes entre Descartes e Galileu sobre esse tema:

> Uma função pode ser vista justamente como uma relação entre duas grandezas que variam. Para descartes, essa relação devia ser algébrica, uma vez que não se associava uma grandeza física ao tempo. Ou seja, o

> movimento que gera uma relação do tipo funcional deveria ser, para Descartes, de natureza geométrica, mas não física. No caso de Galileu era diferente, pois ele desejava entender o movimento físico (p. 371).

Boyer (1996) adverte que os inventores da geometria analítica (Descartes e Fermat) tinham captado bem o princípio fundamental da nova geometria no espaço em que uma superfície é representada por uma equação de três incógnitas (e vice versa), mas não o tinham desenvolvido. Afirma que o estudo de superfícies foi iniciado de modo mais eficaz no século XVIII quando Euler "[...] chamou a atenção sobre as quádricas como formando uma família análoga à das cônicas, e sua *Introductio* num certo sentido deu a base da geometria analítica no espaço" (BOYER, 1996, p 327). Todavia, "[...] o primeiro a escrever analiticamente sobre curvas não-planas no espaço" (EVES, 1997, p. 596) foi Alexis Claude Clairaut (1713-1765), matemático precoce, que, aos 18 anos, publicou a *Recherches sur lês courbes à double courbure*. Essa obra é considerada o primeiro tratado de geometria analítica no espaço onde são dadas fórmulas de distância em duas e três dimensões e apresenta várias curvas no espaço decorrentes da intersecção de várias superfícies.

Nessa linha de interesse por problemas em três dimensões, Joseph-Louis Lagrange (1736-1813) também deixou sua contribuição à geometria analítica, certamente motivado pelo cálculo de variações. Lagrange foi o primeiro a apresentar a fórmula $D = ap + bq + cr - d / \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$, para a distância D de um ponto (p, q, r) ao plano $ax + by + cz = d$ (BOYER, 1996) e, usando determinantes, expressou a fórmula para o cálculo da área A de um triângulo cujos vértices são os pontos (x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3) e o volume V de um tetraedro cujos vértices são os pontos $(x_1, y_1\ z_1)$, $(x_2, y_2\ z_2)$, $(x_3, y_3\ z_3)$, $(x_4, y_4\ z_4)$, conforme representados a seguir:

$$A = (1/2)\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} \quad \text{e} \quad V = (1/6)\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & z_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & z_3 & 1 \\ x_4 & y_4 & z_4 & 1 \end{vmatrix}$$

Cabe observar que Lagrange (1736-1813) antecipou os determinantes, mas o arranjo com notação agora usual só foi estabelecido no século XIX com o professor Artur Cayley (1821-1895) que, usando determinantes, iniciou estudos sobre a geometria analítica em n dimensões e deixou contribuições pioneiras nesse domínio da matemática.

Ressaltamos que o século XVIII vem embalado num contexto de profundas mudanças políticas e sociais que, inevitavelmente, impulsionou o desenvolvimento da ciência, inclusive com o fomento dos governos. Por iniciativa da comunidade científica, foram criadas novas academias[164] que propiciaram uma efervescência cultural e um clima intelectual de colaboração e divulgação das ideias e teorias emergentes. Além da publicação de livros didáticos (ainda restrito e com pouca tiragem), vários periódicos foram criados para divulgação das teorias e ideias na área da matemática, o que fez com que o número de publicações crescesse consideravelmente. Mol (2013, p. 114) observa que “[...] antes de 1700, apenas 17 periódicos publicavam artigos de matemática, número que subiu para 210 no século XVIII e para 950 no século XIX. No século XIX surgiram revistas dedicadas exclusivamente à matemática”.

23 A Revolução Francesa e a *École Polytechnique*

Nesse cenário histórico, a Revolução Francesa, com base no seu ideário, entre outras ações de cunho democrático, quebrou o monopólio da Igreja em relação à educação e promoveu a reforma do ensino secundário, espalhando uma rede de liceus pelo país. Os revolucionários franceses entendiam que investir no futuro implicaria investir em educação de qualidade e ciência de ponta e, em 1794, criaram a *École Polytechnique* (Escola Politécnica). Um dos principais responsáveis pela implantação da famosa escola foi Gaspard Monge, que atuou como administrador e professor.

O geômetra e professor Gaspard Monge (1746-1818) era plebeu, filho de um modesto artesão, foi entusiasta da Revolução Francesa e assumiu várias tarefas, desde a reforma dos pesos e medidas à condição de Ministro da Marinha. Além de criador da geometria descritiva e múltiplas contribuições à matemática, Monge é também reconhecido por fazer com que a geometria analítica no espaço fosse conhecida e tomasse forma definida a partir dos seus cursos. Nas palavras de Eves (1997), “foi das preleções de Monge na Escola Politécnica que a geometria analítica começou a brotar” (p.490).

A esse respeito, Boyer (1996) também afirma que o ressurgimento da geometria analítica no espaço foi em parte pelo empenho das atividades matemáticas e revolucionárias de Monge. Ao ministrar um curso sobre “*Aplicação da análise à geometria*” na Escola Politécnica e em função de não ter texto disponível para ministrar o referido curso, Monge se viu obrigado a escrever suas “folhas de análises” para uso dos alunos. O material desse curso

[164] Algumas academias já existiam desde o século anterior, a exemplo da *Royal Society* (1662), em Londres e a *Académie des Sciences* (1666), em Paris. Em 1700, foi criada a Academia de Berlim, na Alemanha e em 1724 foi criada a Academia de São Petersburgo, na Rússia. (MOL, 2013).

serviu de base para sua obra[165] cujo título é o mesmo nome do curso. Foi esse curso "[...] que formou o protótipo dos programas de geometria analítica no espaço" (BOYER, 1996, p. 328) e, por consequência, conduziu a Geometria Analítica a ser uma disciplina trabalhada nas escolas.

24 Os primeiros livros de Geometria Analítica

A vanguarda da matemática francesa situada na Escola Politécnica, sob o comando de Monge, em geral, estimulou estudos relevantes no campo da matemática e, em particular, a produção dos primeiros livros didáticos voltados para Geometria Analítica. Segundo Boyer (1996), Monge não era um bom compilador de textos, mas isso era compensado pela alta produtividade dos seus alunos:

> Podemos dizer sem receio de contradição que os alunos de Monge produziram uma quantidade de textos elementares sobre geometria analítica jamais igualada [...] A geometria analítica, que por um século ou mais fora posta a sombra pelo Cálculo, conquistou um lugar nas escolas; o crédito por isso cabe primeiramente a Monge. Entre os anos de 1798 e 1802 quatro geometrias analíticas apareceram, das penas de Sylvestre François Lacroix (1765-1843), Jean-Baptiste Biot (1774-1862), Louis Puissant (1769-1843) e F.L. Lefrançais, todas inspiradas diretamente pelos cursos da École Polytechnique [...]. (BOYER, 1996, p. 330).

Os politécnicos continuaram produzindo livros nas décadas seguintes e foram textos bem sucedidos. Os livros-texto produzidos por Lacroix e Lagrange se tornaram instrumentos imprescindíveis para a matemática do ensino superior e deram suporte a gerações de matemáticos expressivos (ROQUE, 2012). O volume de Lacroix sobre geometria analítica, por exemplo, teve 25 edições em menos de um século.

Percebemos que a geometria analítica, tal como foi apresentada por Descartes e Fermat, só veio a ter maior vitalidade quando Monge e seus discípulos (que se tornaram professores) lhe deram uma nova fisionomia a partir das práticas pedagógicas na *École Polytechnique*.

Além de Lacroix, outro destacado aluno de Monge foi Jean Victor Poncelet (1788-1867), considerado o verdadeiro fundador da geometria projetiva moderna (BOYER, 1996),

[165] Na obra *Aplicação da análise à geometria*, entre outras questões, "Monge empreende um estudo sistemático da reta e do plano no espaço, sob o ponto de vista analítico, incluindo questões métricas como a fórmula de distância entre duas retas reversas." (DOMINGUES, 1993, p. 215).

que escreveu um tratado sobre geometria analítica enquanto ficou preso[166] na Rússia; mas, ao retornar para Paris, seu gosto mudou em relação ao método analítico e, com isso, renunciou à geometria de coordenadas e passou a ser um firme defensor dos métodos aplicados à geometria sintética[167]. Roque (2012) chama atenção para o fato de ter havido, para além das transformações políticas e sociais advindas da Revolução Francesa, uma reestruturação do ensino e do papel da ciência com o objetivo de passar a exercer uma influência na sociedade. Assim, "[...] a matemática e a química, sob a égide do método analítico, tornaram-se as disciplinas principais, responsáveis por disseminar os ideais de racionalidade então valorizados" (ROQUE, 2012, p. 382).

Sobre essa preferência de matemáticos por métodos analíticos ou sintéticos, Boyer (1996) afirma que, entre todos os ramos da matemática, a geometria é a que tem se submetido à mudança de gosto, de um período para outro, em função de visões, disputas e perspectivas de estudiosos. As polêmicas e controvérsias envolvendo análise *versus* síntese atravessaram séculos. Nesse âmbito, fazendo um percurso contrário a Poncelet, Julius Plücker (1801-1868), que iniciou suas primeiras publicações voltadas para o campo sintético, abandonou esse campo e, empenhado em controvérsias com Poncelet, tornou-se o primeiro especialista em geometria analítica e o mais fecundo dos geômetras analíticos (BOYER, 1996).

Ao considerar que "as coordenadas foram feitas para a geometria e não a geometria para as coordenadas" (EVES, 1997, p. 595), Plücker percebeu que, na geometria de coordenadas, o elemento fundamental não precisa, necessariamente, ser um ponto, mas, sim, qualquer ente geométrico.

> Assim, escolhendo-se a reta como elemento fundamental, pode-se localizar qualquer reta que não passa pela origem de um sistema de referência cartesiano marcando, digamos, as intersecções da reta dada com os eixos x e y. Plücker efetivamente escolheu os opostos dos inversos dessas intersecções como números de localização da reta e explorou consideravelmente a geometria analítica das chamadas *coordenadas lineares*. Um ponto agora, em vez de ter coordenadas, tem uma equação linear, a saber, a equação verificada pelas coordenadas de todas as retas que passam pelo ponto (EVES, 1997, p. 595, grifos do autor).

[166] Poncelet foi preso na Rússia por fazer parte do corpo de engenheiros do exército de Napoleão, quando a França tentou a malfadada invasão da Rússia em 1812.
[167] A geometria sintética ou pura é o domínio da matemática que tem como objetivo construir e estudar as formas e os lugares geométricos por meio de axiomas, passíveis de demonstrações por proposições lógicas. Poncelet foi um dos principais defensores desse método, conforme afirma D'Ambrósio (1996): "A geometria sintética, isto é, sem utilizar coordenadas, como fazia Euclides, passa por uma revitalização com a formalização da geometria projetiva, sobretudo por Jean-Victor Poncelet" (p. 51).

Outros matemáticos, de forma independente, também criaram o que chamamos de coordenadas homogêneas. Foi o caso de August Möbius (1790-1868) que, quase duzentos anos depois de Descartes, criou as *coordenadas baricêntricas* "[...] considerando um triângulo dado *ABC* e definindo as coordenadas de um ponto *P* como a massa a ser colocada em *A, B* e *C* para que *P* seja o centro da gravidade dessas massas" (BOYER, 1996, p. 374).

Nas primeiras décadas do século XIX, ao mesmo tempo em que a geometria sintética evoluía com muita facilidade, "[...] a geometria analítica atolava-se num pantanal de cálculos algébricos" (EVES, 1997, p.596). Essa situação exigiu o desenvolvimento de novos procedimentos no domínio analítico. Para essa tarefa, alguns protagonistas da geometria de coordenadas entraram em cena; entre eles, Julius Plücker, Gabriel Lamé (1795-1870) e Étienne Bobillier (1797-1832) buscaram dar uma nova roupagem à geometria analítica, definindo parâmetros e notações abreviadas. Por exemplo, Lamé representava a família de todos os círculos que passavam pela intersecção dos dois círculos $x^2+y^2+ax+by+c=0$ e $x^2+y^2+a'x+b'y+c'=0$, abreviadamente, por $mC+m'C'=0$, utilizando dois parâmetros m e m'. Já Plücker preferia usar apenas um parâmetro indicado por uma letra grega, primeiro com $C+ \lambda C' = 0$ e o segundo com $C+ \mu C' = 0$ (BOYER, 1996).

A revitalização desse domínio da matemática, acrescida a outros estudos, garantiu a permanência da Geometria Analítica enquanto disciplina obrigatória nos cursos de nível superior, voltados para área de exatas e, de forma elementar, no Ensino Médio. Como vimos, a Geometria Analítica foi muito utilizada para o desenvolvimento da física e, na atualidade, é imprescindível para as engenharias. Seus fundamentos vêm caminhando e dando suporte às modernas geometrias diferencial, algébrica, discreta e computacional.

Por fim, não podemos nos referir às linhas traçadas rumo a geometria analítica, à luz das histórias das matemáticas, sem fazer uma leitura crítica desse novo domínio da matemática moderna, a partir do século XVII, que consolida uma matemática europeia, também como instrumento de dominação, conforme assinala Roque (2012):

> A imagem da matemática como um saber superior, acessível a poucos, ainda é usada para distinguir as classes dominantes das subalternas, o saber teórico do prático. Os europeus foram erigidos em herdeiros privilegiados dos milagres gregos e a ciência passou a ser vista como uma criação específica do mundo greco-ocidental (ROQUE, 2012, p. 23).

Ao encerrar esses apontamentos históricos com a leitura crítica e Roque (2012), cujo exercício objetivou identificar as origens, os indícios e o percurso que deram o contorno à atual Geometria Analítica estudada nas escolas e na universidade, esperamos poder ter situado esse campo para que, na próxima subseção, possamos apresentar a inserção da Geometria Analítica no contexto da Educação brasileira.

25 A inserção da Geometria Analítica no Brasil

Nesta subseção, apresentamos um recorte do percurso histórico da inserção da Geometria Analítica no Brasil e a sua localização nos primeiros cursos brasileiros de Matemática.

Breve história do ensino da matemática no Brasil

A educação brasileira vem impregnada pelas marcas do colonialismo e os primeiros duzentos e dez anos (1549-1759) de ensino foram promovidos pelos jesuítas, ancorados na propagação da fé católica, para atender, inicialmente, os jovens imigrantes portugueses e tentar catequizar os índios.

Assim, o primeiro documento que sistematizou o ensino brasileiro foi o *Ratio Studiorum* (Razão para estudos) de 1599, que estabelecia as diretrizes do ensino em todos os Colégios Jesuítas. Esse documento estabeleceu regras que orientavam os procedimentos dos professores e quais os conteúdos deveriam ser estudados. Nessa direção, o ensino da matemática era prescrito para os alunos do curso de filosofia e como pré-requisito para os alunos de física, sendo indicado para estes o estudo dos Elementos de Euclides (MONDINI, 2013).

A carência de professores de matemática também era um problema no Brasil nos tempos dos jesuítas. Ao situar a matemática no período dos colégios jesuítas, Wagner Valente (1999) explica que os estudos matemáticos não ganharam relevância e foi fracassada a sua colocação na condição de ciência nessa época, sendo a falta de professores de matemática um aspecto limitador, que levaria o ensino de rudimentos matemáticos a ficar subordinado ao curso de Física.

> Apesar do aparecimento das matemáticas nos programas dos cursos de física desde o início do século XVII, os professores durante mais de um século reservaram à matemática um lugar marginal seja negligenciando-a, seja ocupando-se dela em algumas lições de abertura de cursos (VALENTE, 1999, p. 33).

Além disso, enquanto na França, no ensino de ciências oferecido pelos colégios jesuítas, sob uma influência crescente das obras de Descartes, buscava-se afastar o ensino da física da obra de Aristóteles, no Brasil, os Jesuítas portugueses não aderiram de imediato a essa tendência e eram criadas dificuldades para o desenvolvimento de atividades matemáticas nos cursos oferecidos.

A necessidade de controle e defesa do território brasileiro foi crucial para que, em 1738, fossem criados o embrião do ensino militar e a ordem da Carta Régia, que determinavam que nenhum militar, após cinco anos de curso, poderia ser promovido se não fosse aprovado na *Aula de Artilharia e Fortificações.* Para essa tarefa, foi convocado o Professor José Fernandes Pinto Alpoim (1700-1765) que, após longa experiência ministrando aulas, escreveu os primeiros livros didáticos de matemática do Brasil: o primeiro, *Exame de Artilheiros* (1744), é dividido em três capítulos: Aritmética, Geometria e Artilharia; e o segundo, *Exame de Bombeiros* (1748), entre outros conteúdos, aborda geometria e trigonometria (D'AMBRÓSIO, 1999; VALENTE, 1999).

Em decorrência da instalação da família real no Brasil, a partir de 1808, foram criadas no Rio de Janeiro várias instituições que elevariam a cidade ao *status* de metrópole colonial, como, por exemplo, a Biblioteca Real, o Jardim Botânico, o Observatório Astronômico e o Museu Real. Em 04 de dezembro de 1810, foi criada a primeira escola superior, a Academia Real Militar da Corte, sendo implantados os cursos de Matemática, de Ciências Físicas e Químicas e de História Natural (BRASIL, 1810).

Foi a partir desse período que se passou a ensinar um curso completo e específico de matemática com um currículo prescrito com grande parte das disciplinas e indicações bibliográficas de autores oriundos da *École Polytechnique* da França, à qual já nos referimos na seção anterior. Entre os compêndios expressamente ordenados pela Carta Régia estão: a Aritmética e a Álgebra de Lacroix e os Elementos de Álgebra de Euler para o 1º ano; a Geometria Geral, o Cálculo Diferencial e Integral e a Geometria Descritiva de Lacroix e Monge para o 2º ano; a Trigonometria Esférica de Lacroix e a Mecânica Celeste de Laplace para o 4º ano.

A Geometria Analítica nos primeiros cursos de Matemática

Ao identificarmos os primeiros cursos de matemática no Brasil voltados para a formação militar, procuramos localizar, também, os estudos de Geometria Analítica nesses cursos, dado o interesse da nossa pesquisa. Em 1839, a Academia Real Militar passou a ser chamada Escola Militar e o currículo do curso de matemática passou por algumas alterações nas quais aparecem expressamente na Cadeira de Geometria para o 3º ano do curso, o estudo da Geometria Analítica e o estudo da Geometria Descritiva. O regulamento da Escola Militar sofreu outra alteração em 1842 e a disciplina Geometria Analítica passou a compor a grade curricular[168] do curso de Matemática na 1ª Cadeira do 2º ano juntamente com Álgebra Superior, Cálculo Diferencial e Integral. A partir desse período, a Geometria Analítica passou a ter cadeira cativa nos cursos superiores de matemática e expandiu-se para outros cursos da área de exatas.

Segundo Valente (1999), o compêndio de Pedro d'Alcantera Bellegarde, publicado no Rio de Janeiro, em 1838, segue o estilo de texto certamente apropriado dos cursos ministrados na Academia Militar que usava os livros de Lacroix e reuniu, de forma objetiva e num único volume, Aritmética, Álgebra, Geometria, Geometria Analítica, Desenho Geométrico e Metrologia, sendo que "[...] na Geometria Analítica, aborda como tema principal rudimentos de Trigonometria Plana" (VALENTE, 1999, p. 127).

Os livros didáticos de Lacroix, Legendre, Bélidor e Bézout, entre outros, prescritos na Carta Régia, formaram a base da constituição da matemática escolar brasileira e influenciaram o surgimento de novos autores brasileiros na segunda metade do século XIX. Foi o caso do mineiro Cristiano Benedito Ottoni que compilou novos livros didáticos de matemática, buscando atualizar no Brasil o que estava sendo produzido na França. Ottoni virou referência nacional, após introduzir a matemática escolar dos cursos técnicos para o colégio Pedro II (VALENTE, 1999).

No início do século XX, alguns textos e cursos matemáticos foram escritos por brasileiros; por exemplo, os cursos de Cálculo e Geometria Analítica do professor e militar Roberto Trompowski Leitão de Almeida (1853-1926), que tem, entre suas obras, o livro *Licções de Geometria Algébrica*.

Outros episódios e obras do início do século XX deixaram relevantes contribuições ao ensino da matemática e, em especial da Geometria Analítica no Brasil. Em 1919, ao assumir uma cadeira na Escola Politécnica em São Paulo, o atuante professor e político Theodoro Augusto Ramos (1895-1935) introduziu os estudos de Cálculo Vetorial no currículo; nesse

[168] Para que possamos verificar a evolução da grade curricular em relação aos atuais cursos de bacharelados e licenciaturas em matemática, segue a distribuição por ano desse período: 1° ano – 1ª Cadeira: Aritmética, Álgebra Elementar, Geometria e Trigonometria Plana; 2° ano – 1ª Cadeira: Álgebra Superior, Geometria Analítica, Cálculo Diferencial e Integral; 3° ano - 1ª Cadeira: Mecânica Racional e aplicada às máquinas; 4° ano – 1ª Cadeira: Trigonometria Esférica, Astronomia e Geodésia.

período, começaram a surgir, em outros estados, “[...]vários livros de Cálculo Vetorial, representando uma grande inovação com relação aos cursos tradicionais de inspiração positivista” (D’AMBRÓSIO, 1999, p. 8), tais como o livro *Cálculo Vectorial: Lições professadas na Escola de Minas de Ouro Preto* do professor Christóvam Colombo dos Santos (1890-1980).

Com a revolução de 1930 e a ascensão de Getúlio Vargas ao poder, uma série de consequências e mudanças no cenário político, social, cultural e educacional do Brasil aconteceram, inclusive uma certa modernização da matemática brasileira. Entre as medidas do governo provisório em relação à Educação, está a criação do Ministério da Educação e Saúde Pública, a reformulação do Ensino Superior e a reestruturação Ensino Comercial e do Ensino Secundário com característica formativa (PAVANELLO, 1993). Nesse período, a defesa de uma escola pública, obrigatória, laica e gratuita era lançada no Manifesto dos Pioneiros da Educação Nova, assinado em 1932 por intelectuais e educadores. Entre esses intelectuais, estavam Fernando de Azevedo, Anísio Teixeira, Afrânio Peixoto, Hermes Lima, Cecília Meireles e Júlio de Mesquita Filho.

No campo da matemática escolar, não podemos deixar de nos referir às contribuições do sergipano Euclides Roxo (1890-1950), em sintonia com o movimento escolanovista, quando se discutiram a modernização e a reforma do ensino da matemática, com maior entrelaçamento entre teoria e prática, bem como a sua contextualização para melhor compreensão dos/as alunos/as, conforme defendeu: “[...] tornou-se necessário orientar o ensino no sentido de não limitá-lo aos conhecimentos teóricos, mas atribuir, ao contrário, uma grande importância ao que seja imediatamente utilizável na prática" (ROXO, 1937, p. 56).

Fruto do desdobramento das mudanças políticas, o estado de São Paulo buscou concentrar energia no desenvolvimento econômico, favorecendo com alguma atenção a pesquisa científica. Nesse contexto, foi criada a Universidade de São Paulo (USP), em 1934, e implementado o primeiro curso de graduação em matemática[169] com o objetivo de formar professores de matemática para o Ensino Superior e Secundário (GOMES, 2016), vinculado à primeira subseção da seção de Ciências da Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras, com denominação de Ciências Matemáticas. O curso era organizado em três cadeiras: Geometria (Analítica e Projetiva) e História das Matemáticas; Análise Matemática; Mecânica Racional (ZICCARDI, 2009).

[169] Conforme já foi mencionado, os cursos superiores em matemática já existiam desde o Brasil colônia com os jesuítas, mas voltados para a carreira militar e as engenharias de fortificações e não para formação de professores de matemática.

Para a estruturação do referido curso, um grupo de professores italianos[170] foi contratado para atuar no curso de Matemática da Escola Politécnica e da Faculdade de Filosofia da USP, perdurando até os anos de 1940, quando o professor Benedito Castrucci (1909-1995) assumiu, nas duas instituições de ensino, a cadeira de Geometria Analítica, Projetiva e Descritiva. (D'AMBRÓSIO, 1999). Gomes (2016) ressalta que, nos primeiros anos do curso de Matemática, a natureza da formação se voltava para preparação de matemáticos, ficando em segundo plano a função de preparar professores para atuarem na escola secundária.

Já a Universidade do Distrito Federal, no Rio de Janeiro, criada nesse período, tinha em seu projeto de formação de professores secundários uma maior articulação entre conteúdos específicos de matemática e as práticas pedagógicas, orientada pelas concepções de Anísio Teixeira que defendia uma maior integração entre ensino e pesquisa na universidade (MENDONÇA, 2007). Com o passar dos anos, essa experiência foi se conformando ao modelo de licenciaturas com 3 anos de disciplinas específicas de matemática e 1 ano de disciplinas pedagógicas, conhecido como "3+1". Esse modelo perdurou na maioria dos cursos de licenciatura, em geral, nas universidades brasileiras, até os anos de 1990. Somente após a nova LDBEN de 1996 o modelo "3+1" começou a ser questionado e tensionado em debates nacionais sobre a formação de professores e professoras nos diversos cursos de licenciaturas no Brasil.

Com a elaboração desse breve panorama da história do ensino da matemática no Brasil e da inserção da Geometria Analítica no Ensino Superior e Secundário, introduzimos as reflexões que elaboramos sobre a atual base legal da Educação brasileira e respectivas orientações para o ensino da Geometria Analítica no Ensino Médio e nos cursos de Licenciaturas em Matemática.

O marco legal que orienta a inserção da Geometria analítica no Ensino Médio

Segundo o artigo 205 da Constituição Federal de 1988, no Brasil, "[...] a educação, direito de todos e dever do Estado e da família, será promovida e incentivada com a colaboração da sociedade, visando ao pleno desenvolvimento da pessoa, seu preparo para o

[170] Theodoro Ramos (1895-1936) foi o responsável pela contratação dos professores italianos, entre eles, destacamos a atuação de Luigi Fantappiè (1901-1956), primeiro dirigente da subseção de Ciências Matemáticas, que possibilitou o desenvolvimento de atividades científicas em Matemática naquela instituição (ZICCARDI, 2009). Num segundo momento, pós guerra, foram atraídos para a USP alguns jovens matemáticos franceses, entre eles, André Weil (1906-1998), um dos mais destacados matemáticos do século e membro-fundador ao grupo Bourbaki (D'AMBRÓSIO, 1999).

exercício da cidadania e sua qualificação para o trabalho" (BRASIL, 1988). Seguindo o texto constitucional, mais a frente, o artigo 208 detalha como esse dever será garantido pelo Estado nos diversos níveis e necessidades dos/as educandos/as e, no inciso II indica a garantia de "progressiva universalização do ensino médio gratuito"[171] (BRASIL, 1988).

Aqui, abrimos parênteses para ponderar que, após a promulgação da constituição de 1988 e subsequente legislação voltada à Educação no Brasil, o acesso à Educação Básica foi ampliado e acumulamos experiências e estudos relevantes que vêm contribuindo para construção de um Sistema Educacional mais democrático. Consideramos ainda que dada a complexidade do processo educacional e das realidades regionais, a implementação de ações que façam avançar e melhorar o ensino na Educação Básica continua dependendo de conjunturas econômicas e decisões políticas dos gestores.

Em 1996, a nova LDBEN, Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (Lei nº 9.394/96), ao determinar que o Ensino Médio compõe a Educação Básica, confere uma nova identidade a esse nível de ensino. A partir dessa LDBEN, foram definidos vários documentos norteadores para o Ensino Médio, entre eles, os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1999) com as respectivas diretrizes e orientações complementares para o Ensino Médio e, mais recentemente, a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017).

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM), a parte dedicada às Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias defende, entre outros aspectos, que a aprendizagem dessas ciências

> deve contemplar formas de apropriação e construção de sistemas de pensamento mais abstratos e ressignificados, que as trate como processo cumulativo de saber e de ruptura de consensos e pressupostos metodológicos. [...] Os estudos nessa área devem levar em conta que a Matemática é uma linguagem que busca dar conta de aspectos do real e que é instrumento formal de expressão e comunicação para diversas ciências (BRASIL – PCNEM, 2000, p.20).

As Diretrizes Curriculares, datadas de 2000, propõem que os conteúdos do Ensino Médio sejam desenvolvidos de forma interdisciplinar e contextualizada, possibilitando estabelecer interconexões que possam "[...]vincular a educação ao mundo do trabalho e à prática social; compreender os significados; [...]compreender os fundamentos científicos e

[171] Redação dada pela Emenda Constitucional nº 14, de 1996.

tecnológicos dos processos produtivos; relacionar a teoria com a prática" (BRASIL–PCNEM, 2000, p.92), entre outras recomendações e propostas generalistas.

Os PCN+(BRASIL, 2002)[172] para o Ensino Médio é um texto direcionado a professores/as e demais responsáveis pelas escolas vinculadas à Educação Básica e pela formação profissional continuada dos/as professores/as, no qual são discutidas competências, defendidas uma maior articulação entre as áreas e proposto que o ensino da matemática seja trabalhado com temas estruturadores. Esses temas ou eixos estruturadores poderão ser desenvolvidos nas três séries do Ensino Médio, sendo o eixo Geometria e medidas, subdividido em quatro unidades temáticas ou disciplinas: Geometria Plana, Geometria Espacial, Geometria Métrica e Geometria Analítica.

> A unidade Geometria analítica tem como função tratar algebricamente as propriedades e os elementos geométricos. O aluno do ensino médio terá a oportunidade de conhecer essa forma de pensar que transforma problemas geométricos na resolução de equações, sistemas ou inequações. (BRASIL, 2002, p. 121).

Recomenda-se, no documento, que o/a aluno/a deve perceber que o mesmo problema pode ser resolvido por diferentes instrumentos matemáticos, por exemplo, no domínio da geometria analítica, um mesmo problema que apresenta uma solução algébrica, levando em consideração as suas coordenadas e equações, pode ser representado graficamente. Assim, pondera que se o/a aluno/a compreende os fundamentos desse campo da geometria, a memorização de fórmulas passe a ser algo secundarizado.

Em suas unidades temáticas, os PCN+(BRASIL, 2002) propõem para o 3º ano do Ensino Médio[173], com 4 aulas semanais, três temas estruturadores: Taxa de variação de grandezas, Geometria Analítica, e Probabilidade, sendo que o conteúdo de Geometria Analítica contempla as equações e representações no plano cartesiano e a intersecção e as posições relativas de figuras, buscando desenvolver as habilidades de:

> • Interpretar e fazer uso de modelos para a resolução de problemas geométricos.

---

[172] São as Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio que contemplam as disciplinas da área de Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias.

[173] Desde a reforma do sistema educacional brasileiro em 1961, o ensino da Geometria Analítica foi programado para o 3º ano do Ensino Secundário e continua, até os dias atuais, concentrado no 3º ano do Ensino Médio, não diferindo, no geral, do que é proposto em programas anteriores, apenas relocando alguns conteúdos de um ano para o outro (PAVANELLO, 1993).

> • Reconhecer que uma mesma situação pode ser tratada com diferentes instrumentais matemáticos, de acordo com suas características.
> • Associar situações e problemas geométricos as suas correspondentes formas algébricas e representações gráficas e vice-versa.
> • Construir uma visão sistemática das diferentes linguagens e campos de estudo da Matemática, estabelecendo conexões entre eles (BRASIL, 2002, p. 122).

A Geometria Analítica é sugerida nos moldes do domínio desenvolvido desde o século XVII, em que a sua compreensão está fundamentada na articulação entre a geometria e a álgebra, as expressões de retas e curvas simbolizadas por equações e suas representações no plano cartesiano. Essa articulação é ratificada nas Orientações Curriculares do Ensino Médio (BRASIL, 2006):

> O trabalho com Geometria Analítica permite articulação entre geometria e álgebra. Para que essa articulação seja significativa para o aluno, o professor deve trabalhar as duas vias: o entendimento de figuras geométricas, via equações, e o entendimento de equações, via figuras geométricas (BRASIL, 2006, p. 77).

Entre os conteúdos recomendados, destaca-se a inclusão do estudo de vetores nas aulas de matemática para que esse tópico não fique restrito às aulas de Física no Ensino Médio.

> É desejável, também, que o professor de Matemática aborde com seus alunos o conceito de vetor, tanto do ponto de vista geométrico (coleção dos segmentos orientados de mesmo comprimento, direção e sentido) quanto algébrico (caracterizado pelas suas coordenadas). Em particular, é importante relacionar as operações executadas com as coordenadas (soma, multiplicação por escalar) com seu significado geométrico (BRASIL, 2006, p. 77).

Destacamos, ainda, que as Orientações Curriculares do Ensino Médio, de 2006, recomendam o uso de tecnologias no ensino da matemática, compreendendo "[...] a Matemática como ferramenta para entender a tecnologia, e a tecnologia como ferramenta para entender a Matemática" (BRASIL, 2006, p. 87). Em sintonia com a atualidade, faz referência à geometria dinâmica[174] e aos importantes instrumentos virtuais (programas de computador - *softwares*) nos quais os alunos podem explorar e construir diferentes conceitos matemáticos e,

---

[174] É uma geometria desenvolvida a partir de programas gráficos de computador e *softwares* que permitem construções geométricas a partir de objetos-base em área de desenho.

em especial, os estudos da geometria analítica (funções, cônicas, superfícies etc) podem ser enriquecidos com a ágil produção de imagens associadas às propriedades geométricas.

Esses recortes sobre algumas orientações legais da inserção da Geometria Analítica no Ensino Médio no Brasil subsidiam a subseção 1.5.2 desta tese. Partes em que discutimos a nova Base Nacional Comum Curricular e o Exame Nacional do Ensino Médio para uma melhor contextualização e compreensão desse campo da matemática na Educação Básica e no Ensino Superior.

Referências

AVRITZER, Dan. **Geometria Analítica e Álgebra Linear:** uma visão geométrica. Belo Horizonte: Editora UFMG, 2009.

BABB, Jeff. Mathematical concepts and proofs from Nicole Oresme: Using the History of Calculus to Teach Mathematics. **Science & Education**, v. 14, n. 3-5, p. 443-456, 2005. Disponível em: <https://core.ac.uk/download/pdf/144470649.pdf>. Acesso em: 29 jun. 2019.

BARBIN, Evelyne. **La révolution mathématique du XVII$^{\text{ème}}$ siècle**. Paris: Elipses, 2006.

BARBOSA, Bruna Fernandes et al. **A Geometria de René Descartes**. 2. ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017.

BATTISTI, César Augusto. O método de análise cartesiano e o seu fundamento. **Scientiae Studia**, São Paulo, v. 8, n. 4, p. 571-96, 2010.

BERLINGHOFF, William; GOUVÊA, Fernando Quadros. **A matemática através dos tempos:** um guia fácil e prático para professores e entusiastas. São Paulo: Blucher, 2010.

BOYER, Carl Benjamin. **História da Matemática**. Tradução de Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blucher,1996.

BRASIL, Carta de Lei de 04 de dezembro de 1810. Dispõe sobre a criação da Academia Real Militar do Rio de Janeiro. **Lex**: Coleção das Leis do Brasil, Rio de Janeiro, Imprensa Nacional. 1891. Leis do Império. Disponível em: <http://www2.camara.gov.br/atividade-legislativa/legislacao/publicacoes/doimperio/colecao1.html> . Acesso em: 08 ago. 2019.

______. **Constituição da República Federativa do Brasil de 1988**. Brasília: Senado Federal. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/constituicao/constituicaocompilado.htm>. Acesso em: 10 set. 2019.

______. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. Lei nº. 9394, de 20 de dezembro de 1996. Brasília, 1996. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/L9394.htm>. Acesso em: 12 ago. 2019.

______. Ministério da Educação**. Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio**. Brasília, 2000. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/14_24.pdf Acesso em: 18 ago. 2019

______. MEC. Ministério da Educação. **PCN+ Ensino Médio:** Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília, 2002.

______. Secretaria da Educação Básica. **Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias.** Orientações Curriculares para o Ensino Médio, volume 2. Brasília; MEC, 2006.

______. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**: Educação é a Base. Brasília: MEC, 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCCpublicacao.pdf>. Acesso em: 13 mar. 2019.

CARAÇA, Bento de Jesus. **Conceitos Fundamentais da Matemática**. Gradiva: Lisboa, 2000.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Educação matemática**: da teoria à prática. Campinas: Papirus, 1996.

______. História da Matemática no Brasil: Uma visão panorâmica até 1950. **Saber y Tiempo**, v.2, n. 8, 1999, p. 7-37. Disponível em: <http://ubiratandambrosio.blogspot.com/p/textos.html>. Acesso em: 12 ago. 2019.

DESCARTES, René. **Discurso do método**. Tradução: Ciro Mioranza. São Paulo: Escala Educacional, 2006.

______. **O Discurso do Método**. Tradução: Pietro Nasseti. São Paulo: Martin Claret, 2002.

______. **A Geometria**. Tradução: Emídio César de Queiroz Lopes. Lisboa: Editorial Prometeu, 2001.

______. **La Geométrie**. 1637. Disponível em: <https://www.gutemberg.org/ebooks/26400>. Acesso em: 12 ago. 2019.

DIOP, Cheikh Anta. **Nations nègres et culture**: De l'antiquité nègre égyptienne aux problèmes culturels de l'Afrique Noire d'aujourd'hu. Paris: Editions Présence Africaine, 1954.

DOMINGUES, Hygino Hugueros. Monge e a Consolidação da Geometria Analítica. In: IEZZI, Gelson. **Fundamentos da Matemática Elementar**, v.7. São Paulo: Atual Editora, 1993, p. 214- 215.

EVES, Howard. **Introdução à História da Matemática**. 2. ed. Campinas: Editora Unicamp, 1997.

FERREIRA, Eduardo Sebastiani. O Uso da História no Ensino da Matemática: Uma abordagem transdisciplinar. In NOGUEIRA, Adriano. **Contribuições da interdisciplinaridade para a ciência, para educação, para o trabalho sindical**. 3. ed. Petrópolis: Vozes, 1996.

FLOOD, Raymund; WILSON, Robin. **Os Grandes Matemáticos**: as Descobertas e a Propagação do Conhecimento através das vidas dos Grandes Matemáticos. São Paulo: M. Books do Brasil Editora Ltda, 2013.

GARBI, Gilberto Geraldo. **A Rainha das Ciências**: um passeio histórico pelo maravilhoso mundo da matemática. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

GAUKROGER, Stephen. **Descartes:** Uma biografia intelectual. Rio de Janeiro: Contraponto e EdUerj, 2002.

GOMES, Maria Laura Magalhães. Os 80 Anos do Primeiro Curso de Matemática Brasileiro: sentidos possíveis de uma comemoração acerca da formação de professores no Brasil. **Bolema,** Rio Claro, v. 30, n. 55, p. 424 - 438, ago. 2016. Disponível em <http://www.scielo.br/pdf/bolema/v30n55/1980-4415-bolema-30-55-0424.pdf>. Acesso em: 12 ago. 2019.

HAWKING, Stephan. **God create the integers**: the mathematical breakthroughs that changed history. Philadelphia: Running Press, 2007.

KOYRÉ, Alexandre. **Estudos galilaicos**. Lisboa: D. Quixote, 1986.

KRAHE, Elizabeth Diefenthaeler. Mudanças de racionalidade na Pedagogia Universitária: reflexos nos currículos de formação docente. **Atos de Pesquisa em Educação**, PPGE/ME FURB, vol. 3, nº 2, maio/ago. 2008.

LAWLOR, Robert. **Geometria Sagrada:** Mitos Deuses Mistérios. Editora del Prado, 1996.

MAHONEY, Michael Sean. **The Mathematical Career of Pierre de Fermat 1601-1665**. Princeton: Princeton University Press, 1994.

MENDONÇA, Ana Waleska Pollo Campos. Uma profissão fragmentada. In: NEPOMUCENO, M. de A.; TIBALLI, E. F. A (Org.). **A educação e seus sujeitos na história**. Belo Horizonte: Argvmentvm, 2007, p. 35-64.

MLODINOW, Leonard. **A janela de Euclides:** a história da geometria, das linhas paralelas ao hiperespaço. Tradução: Enézio E. de Almeida Filho. São Paulo: Geração Editorial, 2008.

MOL, Rogério Santos. **Introdução à História da Matemática**. Belo Horizonte: CAED-UFMG, 2013.

MONDINI, Fabiane. **A Presença da Álgebra na Legislação Escolar Brasileira**. 2013. 433 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2013.

MONNA, Antonie Frans. **L'algébrisation d ela mathématiquer:** réflexions historiques. Utrecht: Mathematisch Instituut der Rijksuniversiteit Utr, 1977.

NASCIMENTO, Mauri Cunha do; NASCIMENTO, Hércules de Araújo Feitosa. Os três problemas clássicos da antiguidade. **Revista Ciência e Tecnologia**, [S.l.], v. 10, n. 16, jan. 2010. Disponível em: <http://www.revista.unisal.br/sj/index.php/123/article/view/18>. Acesso em: 31 out. 2019.

PAVANELLO, Regina Maria. O abandono do ensino da Geometria no Brasil: causas e consequências, **Zetetiké: Revista de Educação Matemática**, nº 1, p.7-17, Campinas: CEMPEM, UNICAMP, 1993.

PICKOVER, Clifford Alan. **O Livro da Matemática:** De Pitágoras à 57ª dimensão, 250 marcos da História da Matemática**.** Kerkdriel: Librero, 2011.

PLATÃO. **A República**, parte II – Platão [ca.380 a.E.C.]. Tradução: Ciro Mioranza. São Paulo: Escala Educacional, 2006.

ROQUE, Tatiana. **História da Matemática:** uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

ROXO, Euclides. **A Matemática na educação secundária**. São Paulo: Ed. Nacional, 1937.

SAITO, Fumikasu. **História da matemática e suas (re)construções contextuais**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015.

SERRANO, Isabel M.; SUCEAVĂ, Bogdan D. A medieval mystery: Nicole Oresme's concept of curvitas. **Notices of AMS**, Estados Unidos, v.62, n.9, p. 1030-1034, out. 2015.

SIMMONS, George Finlay. **Cálculo com Geometria Analítica**. Tradução: Seiji Hariki. São Paulo: Pearson Makron Book, 1987.

SOUTO, Romélia Mara Alves. **Cinema e história da matemática:** entrelaços possíveis. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2013.

STRUIK, Dirk Jan. **História Concisa das Matemáticas**. Tradução: João Cosme Santos Guerreiro. Lisboa: Gradiva, 1989.

VALENTE, Wagner Rodrigues. **Uma história da matemática escolar no Brasil, 1730-1930**. São Paulo: Annablume/FAPESP, 1999.

VENTURI, Jacir Jos. **Álgebra Vetorial e Geometria Analítica**, 3. ed. Curitiba: Scientia et Labor, 1990.

WHITE, Michel. **O papa e o herege:** Giordano Bruno, a verdadeira história do homem que desafiou a Inquisição. Rio de Janeiro: Record, 2003.

ZICCARDI, Lydia Rossana Nocchi. **O curso de Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo**: uma história de sua construção/desenvolvimento/legitimação. 2009.

408f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009.

APÊNDICE B – O Enade e o controverso Relatório da OCDE

No Brasil, os instrumentos utilizados para avaliar IES e cursos de graduação são muito amplos, englobam desde a autoavaliação institucional até o Exame Nacional de Desempenho dos Estudantes (Enade), um dos pilares do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Superior (Sinaes). Esse exame tem como objetivo avaliar o desempenho dos estudantes em relação ao domínio dos conteúdos definidos nas diretrizes curriculares e às habilidades e competências para atuação profissional.

A Portaria Inep Nº 508/2017 define as características e formato da prova do Enade de 2017 para avaliar se os/as concluintes do curso de Licenciatura em Matemática, durante a formação, adquiriram competências para:

> I. formular conjecturas e generalizações, estabelecendo relações entre os aspectos formais e intuitivos;
> II. elaborar e validar argumentações e demonstrações matemáticas;
> III. utilizar diferentes representações para um conceito matemático, transitando por representações simbólicas, gráficas e numéricas, entre outras;
> IV. analisar dados;
> V. resolver problemas;
> VI. elaborar modelos matemáticos;
> VII. relacionar diferentes aspectos da evolução do conhecimento matemático;
> VIII. analisar criticamente propostas curriculares de Matemática para a Educação Básica;
> IX. analisar criticamente e utilizar diferentes processos de avaliação;
> X. elaborar e avaliar propostas e metodologias de ensino-aprendizagem de Matemática para a Educação Básica;
> XI. analisar, selecionar e produzir materiais didáticos (BRASIL-INEP, 2017, p.2).

Nessa mesma portaria, são definidos os conteúdos de referência que contemplam a Licenciatura em Matemática, incluindo áreas específicas de matemática e processos pedagógicos estudados durante o curso:

> I. Conteúdos matemáticos da Educação Básica;
> II. Geometria analítica;
> III. Cálculo diferencial e integral;
> IV. Fundamentos de álgebra e aritmética;
> V. Álgebra linear;
> VI. Fundamentos de análise;
> VII. Probabilidade e estatística;
> VIII. Fundamentos de geometria;

> IX. Observação, análise e planejamento dos conteúdos e métodos de ensino em Matemática na Educação Básica;
> X. Contextos históricos e culturais no/do ensino da Matemática;
> XI. Tendências em Educação Matemática;
> XII. Processos de avaliação em Matemática na Educação Básica;
> XIII. Recursos didáticos de matemática para a Educação Básica (BRASIL-INEP, 2017, p. 2-3).

Por razões óbvias, os tópicos específicos de matemática, descritos anteriormente, são os mesmos estabelecidos pelas Diretrizes Curriculares (Parecer CNE/CP 1.302/2001), aos quais já nos referimos anteriormente, exceto os que constam no item VII - Probabilidade e estatística, que não apareciam descritos no parecer.

A princípio, seria suficiente fazer menção ao Enade apenas para verificar se o referido exame estaria em consonância com as Diretrizes Curriculares e o identificarmos como um dos instrumentos de avaliação dos cursos de Licenciatura em Matemática. Todavia, o fato de o nosso estudo envolver, de forma mais ampla, a problemática da formação de professor/a de Matemática nas IES, os dados sobre avaliação do Ensino Superior no geral e, em particular, a discussão sobre o Enade podem contribuir para uma maior contextualização da nossa pesquisa.

Segundo o Inep, em 2017, das 2.066 IES que foram avaliadas no Brasil, 278 (13,5%) instituições não alcançaram o limite de qualidade estabelecido pelo Sistema Nacional de Avaliação da Educação Superior por terem recebido notas 1 e 2, numa escala de 1 a 5. É válido registrar que apenas 35 (1,7%) instituições obtiveram nota máxima. Ao todo, dos 10.570 cursos universitários avaliados pelo Enade. E, os que obtiveram nota máxima (conceito 5), na sua maioria são licenciaturas e bacharelados da área de ciências exatas e afins e representam apenas 5,9% dos cursos avaliados; os que receberam conceito 4 representam 21,9%; os que receberam conceito 3 (mediano) representam 39,1%; os que receberam conceito 2 são 28,1%; e com conceito 1 ficaram 5%. (BRASIL - INEP, 2018).

Este tipo de avaliação tem sido questionado por estudantes, docentes e órgãos colegiados de cursos das IES desde a sua implantação em 2004. Nesse cenário, o Ministério da Educação (MEC) contratou um estudo da Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE) para avaliar a relevância, a eficácia e a eficiência dos procedimentos avaliativos em vigor. O resultado desse estudo foi o controverso[175] Relatório

[175] O relatório em tela provocou manifestações em redes sociais e virou polêmica entre o seu contratante (MEC/Inep) e a contratada (OCDE) por seu conteúdo ter sido vazado e especulado pela imprensa nacional (matéria do Jornal o Estadão publicada em 22/12/2018 e reproduzida por vários outros órgãos de imprensa) antes

da OCDE intitulado *Repensando a Garantia de Qualidade para o Ensino Superior no Brasil,* no qual foi apresentada uma série de críticas aos procedimentos do Enade, que repercutiram na imprensa nacional e levou o Inep a publicar uma análise do relatório fazendo considerações em contraponto ao mesmo.

As críticas apresentadas pela OCDE vão desde a concepção até a avaliação dos resultados: “Há fragilidades significativas na forma como o Enade é atualmente projetado e implementado, o que prejudica sua capacidade de gerar informações confiáveis sobre o desempenho dos alunos e a qualidade do programa” (OCDE, 2018, p 28). Além de considerar os custos para aplicação do exame exagerados (118 milhões em 2017), um dos problemas apontados é a forma de participação dos/as estudantes concluintes, pois, embora seja obrigatório fazer o exame, muitos/as estudantes deixam questões em branco por não impactar no seu histórico escolar. Outro aspecto aponta que não é possível avaliar se o curso melhorou ou piorou ao longo dos anos por não ser possível comparar os resultados de uma edição para outra em função da falha na elaboração do exame, não permitindo, inclusive, que IES e docentes possam usufruir dos resultados do Enade para fazer eventuais melhorias nos cursos, caso entendam necessárias.

O relatório da OCDE aponta 5 fraquezas na forma como o Enade é atualmente projetado e implementado, conforme excertos abaixo:

> 1. O primeiro problema diz respeito à participação dos alunos e sua motivação para fazer um esforço no teste. [...] Ao longo dos anos, entre 10 e 15% dos alunos registrados para fazer o teste a cada ano não aparecem no dia. [...]A baixa motivação dos alunos provavelmente terá implicações negativas para a validade dos resultados do ENADE, refletindo com precisão os resultados de aprendizagem dos alunos.
> 2. Uma segunda preocupação diz respeito ao desenvolvimento, seleção e uso de itens de teste para cada exame ENADE. [...] é improvável que tal teste forneça evidências confiáveis do desempenho dos alunos em subáreas ou aspectos específicos do currículo, o que limita sua utilidade como uma ferramenta para ajudar o corpo docente e as instituições a melhorar o design de seus programas.
> 3. Um terceiro problema é que nenhum limite de qualidade explícito ou níveis mínimos esperados de desempenho são definidos para testes do ENADE. Sem testes de um padrão de dificuldade comparável e sem limiares de qualidade definidos (passou, bom, excelente, etc.), os escores do ENADE são simplesmente números, relatados de acordo com sua posição em relação a todos os outros escores no mesmo teste. Portanto, é impossível saber se os

mesmo de ser entregue uma última versão ao INEP, que, por sua vez, questiona a OCDE pela mudança de conteúdo em relação às primeiras versões apresentadas em setembro de 2018 e contrapõe vários pontos e sugestões apresentados no relatório em tela. O relatório completo da OCDE e as considerações do INEP estão disponíveis em http://portal.inep.gov.br/sinaes/relatorio-ocde.

> alunos em programas que atingem 50% ou 60% no ENADE estão tendo um desempenho bom ou ruim.
> 4. Um quarto problema refere-se especificamente ao desenho do componente de competências gerais (formação geral) do ENADE. [...]
> 5. Uma questão final é que a padronização das pontuações do ENADE agrava a falta de transparência sobre o que os resultados do ENADE realmente significam. As pontuações brutas são atribuídas a uma escala de cinco pontos baseada na distribuição padrão das pontuações em um único assunto em um determinado ano. Como os testes podem variar em dificuldade e os estudantes obtêm distribuições de pontuação muito diferentes, onde um programa recai sobre uma distribuição padrão das pontuações para todos os programas, diz pouco sobre a qualidade real do programa em questão. (OCDE, 2018, p. 28-29)

Por sua vez, o Inep considera que o relatório do OCDE "[...] apresenta pressupostos e fundamentação técnica insuficiente" (INEP, 2018, p.2) e acrescenta que o documento "[...] é em grande parte opinativo e não apresenta evidências sobre os elementos que embasam suas conclusões" (INEP, 2018, p.4). O Inep ainda pontua que, numa primeira versão do relatório, em setembro de 2018, já havia solicitado revisão das citações de estudiosos brasileiros que deveriam fundamentar e sustentar determinada percepção e, no entanto, foram desvirtuadas ou recortadas de modo a não expressar a verdadeira opinião dos citados.

Concordamos com uma das preocupações do Inep em relação à sugestão dada pela OCDE de que as IES "acreditadas" possam ter autocredenciamento, podendo criar ou extinguir cursos, uma espécie de autorregulação do mercado. Salvo melhor juízo, não nos parece pertinente que algo complexo e que envolve a qualidade da educação fique à mercê dos interesses do mercado. "Tal ideia sem o estudo sistemático e diferencial da qualidade dos cursos autorizados, comparando IES que hoje possuem prerrogativas e outras que não as têm, parece-nos perigosa." (INEP, 2018, p. 7).

Referências

BRASIL. MEC. **Diretrizes Curriculares Nacionais do Curso de Matemática, Bacharelado e Licenciatura,** Parecer 1.302/2001, aprovado em 06/11/2001. Disponível em: < http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/CES13022.pdf > Acesso em: 18 ago. 2019.

INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA – INEP. **Portaria nº 508,** de 06 de junho de 2017. Brasília: INEP/ABMES, 2017. Disponível em: < https://www.abmes.org.br/arquivos/legislacoes/Portaria-Inep-508-2017-06-06.pdf> .Acesso em: 27 fev. 2019.

______. **Sinopse Estatística da Educação Superior, 2018**. Brasília, DF: MEC/INEP/DEED, 2018. Disponível em: <http://portal.inep.gov.br/web/guest/sinopses-estatisticas>. Acesso em: 11 set. 2019.

______. **Análise do documento "Repensar da garantia da qualidade da Educação Superior no Brasil**, 2018. Disponível em: <http://download.inep.gov.br/acoes_internacionais/ocde/Consideracoes_OCDE_122018.pdf>. Acesso em: 18 de set. 2019.

OCDE. **Repensando a Garantia de Qualidade para o Ensino Superior no Brasil**. 2018. Disponível em: <http://download.inep.gov.br/acoes_internacionais/ocde/Repensando_a_Garantia_de_Qualidade_para_o_Ensino_Superior_no_Brasil_PT.pdf>. Acesso em: 13 set. 2019.

APÊNDICE C - Questionário aplicado aos/as Estudantes de Licenciatura em Matemática do *Campus* VI, UNEB de Caetité

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO
Conhecimento e Inclusão Social em Educação
FACULDADE DE EDUCAÇÃO DA UFMG

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

Projeto de Pesquisa
"APROPRIAÇÃO DE PRÁTICAS DE NUMERAMENTO ACADÊMICAS POR ESTUDANTES DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA DE CAETITÉ"

Prezado(a)s Estudantes,

Com objetivo de coletar informações para traçar o perfil do(a)s aluno(a)s do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade do Estado da Bahia – UNEB, *Campus* VI, em Caetité, solicito de vocês a colaboração no preenchimento deste questionário. Neste instrumento, são abordados dados socioeconômicos, informações sobre o percurso escolar e acadêmico e a sua opinião sobre determinados pontos/assuntos. Esses dados serão utilizados como parte metodológica para construção da Tese de doutorado na área de Educação Matemática, cujo objetivo é compreender os modos como os estudantes universitários se apropriam das práticas de numeramento 'acadêmicas' no curso de Licenciatura em Matemática. Observamos que a sua identificação será mantida em absoluto sigilo.
Agradecemos a sua colaboração.
Atenciosamente,

Questionário Nº: ________

Identificação do participante

Nome: .... Ano de ingresso: ....
Telefone/whatsapp: .... Período atual no Curso: ....
E-mail: .... Turno: ( ) Matutino ( ) Noturno
Endereço: .... Cidade: ....

I - Dados socioeconômicos do Participante

1. Idade: ______anos

2. Sexo:

   A (   ) Masculino

   B (   ) Feminino

   C (   ) Outros

   D (   ) Não declarar

3. Como você se considera?

   A (   ) Branco(a)

   B (   ) Preto(a)

   C (   ) Pardo(a)

   D (   ) Amarelo(a)

   E (   ) Indígena

4. Estado civil:

   A (   ) Solteiro(a)

   B (   ) Casado(a)

   C (   ) Divorciado(a)

   D (   ) Outro: ________________________________.

   4.1. Quantidade de Filhos: _____.

5. Exerce trabalho remunerado?

   A (   ) Não.

   B (   ) Sim, quantas horas/semana:_________.

6. Se respondeu sim na questão anterior, a sua remuneração é:
   A (   ) Até 1 SM(R$ 954,00)
   B (   ) De 1 até 1,5 SM.
   C (   ) De 1,5 até 3 SM.
   D (   ) De 3 até 5 SM.
   E (   ) Acima de 5 SM.

7. Renda da família – somando a sua renda mais a dos familiares que moram com você atualmente:
   A (   ) Até 1 SM (R$ 954,00).
   B (   ) De 1 até 1,5 SM.
   C (   ) De 1,5 até 3 SM.
   D (   ) De 3 até 5 SM.
   E (   ) De 5 até 8 SM.
   F (   ) De 8 até 12 SM.
   G (   ) De 12 até 20 SM.
   H (   ) Acima de 20 SM.

8. Você mudou de Zona Rural para Zona Urbana ou de cidade ou estado para realizar este curso?
   A (   ) Não.
   B (   ) Sim, mudei para Zona Urbana.
   C (   ) Sim, mudei de cidade, dentro do mesmo estado.
   D (   ) Sim, mudei de estado.

9. Onde mora atualmente:

   A (   ) Caetité/Zona Urbana.

   B (   ) Caetité/Zona Rural.

   C (   ) Outra cidade. Qual: _______________________

10. Sua residência é:
    A (   ) Própria
    B (   ) Alugada
    C (   ) Cedida

11. Marque **os itens que tem em sua residência** e que você pode utilizar:

    A (   ) Computador/Notebook

    B (   ) Wi-Fi

    C (   ) TV a cabo

    D (   ) Carro/Moto

12. Você mora:
    A (   ) Sozinho.
    B (   ) Com família.
    C (   ) Com amigos.
    D (   ) Residência Universitária/Pensionato.

13. Deslocamento para Universidade:
    A (   ) A pé.
    B (   ) Carona.
    C (   ) Veículo próprio.
    D (   ) Transporte coletivo.

14. Escolaridade da mãe:
    A (   ) Sem escolaridade
    B (   ) Ensino Fundamental
    C (   ) Ensino Médio
    D (   ) Ensino Superior
    E (   ) Pós-Graduação

15. Escolaridade do pai:
    A (   ) Sem escolaridade
    B (   ) Ensino Fundamental
    C (   ) Ensino Médio
    D (   ) Ensino Superior
    E (   ) Pós-Graduação

II - PERCURSO ESCOLAR

MARQUE APENAS UMA ALTERNATIVA, AQUELA QUE MELHOR REPRESENTAR SUA OPINIÃO OU AQUELA COM MAIOR IMPORTÂNCIA PARA VOCÊ.

16. Você estudou o **Ensino Fundamental** em escola?
A ( ) PÚBLICA todos os anos.
B ( ) PÚBLICA parcialmente.
C ( ) PRIVADA todos os anos.
D ( ) PRIVADA parcialmente.

17. Você estudou o **Ensino Médio** em escola?
A ( ) PÚBLICA todos os anos.
B ( ) PÚBLICA parcialmente.
C ( ) PRIVADA todos os anos.
D ( ) PRIVADA parcialmente.

18. Em que curso você concluiu o Ensino Médio?
A ( ) Magistério
B ( ) Tradicional/Regular
C ( ) Técnico
D ( ) Supletivo/EJA
E ( ) Outros. Qual: ___________________________

19. Durante o **Ensino Fundamental,** você teve dificuldade para aprender e estudar matemática?
A ( ) Não
B ( ) Um pouco
C ( ) Muito

20. Durante o **Ensino Fundamenta**l, você foi **reprovado** na disciplina Matemática?
A ( ) Não
B ( ) Uma vez
C ( ) De duas a três vezes
D ( ) Mais de três vezes

21. Durante o **Ensino Fundamental,** os conteúdos de **Geometria** foram trabalhados?
A( ) Conforme livro didático.
B( ) Apenas alguns tópicos do livro didático.
C( ) Utilizando livro didático e outros recursos.
D( ) Utilizando outros recursos independente do livro.
E( ) Não foi trabalhado.
F( ) Não lembro.

22. Durante o **Ensino Médio,** você teve dificuldade para aprender e estudar matemática?
A ( ) Não
B ( ) Um pouco
C ( ) Muito

23. Durante o **Ensino Médio,** você foi reprovado na disciplina Matemática?
A ( ) Não
B ( ) Uma vez
C ( ) De duas a três vezes
D ( ) Mais de três vezes

24. Durante o **Ensino Médio,** os conteúdos de Geometria foram trabalhados?
A( ) Conforme livro didático.
B( ) Apenas alguns tópicos do livro didático.
C( ) Utilizando livro didático e outros recursos.
D( ) Utilizando outros recursos independente do livro
E( ) Não foi trabalhado.
F( ) Não lembro.

25. Durante o **Ensino Médio,** os conteúdos de **Geometria Analítica** foram trabalhados?
A( ) Conforme livro didático.
B( ) Apenas alguns tópicos do livro didático.
C( ) Utilizando livro didático e outros recursos.
D( ) Utilizando outros recursos independente do livro
E( ) Não foi trabalhado.
F( ) Não lembro.

26. Você **repetiu** algum ano do **Ensino Fundamental**?
A ( ) Não.
B ( ) Sim. Quantos? _____________

27. Você **repetiu** algum ano do **Ensino Médio**?
A ( ) Não.
B ( ) Sim. Quantos? _____________

III - PERCURSO ACADÊMICO

28. O que foi mais importante para sua posição de fazer um curso universitário?
A ( ) Vontade(sonho) pessoal.
B ( ) Estímulo por parte de professores do Ensino Médio.
C ( ) Incentivo e projeção feita pelos pais.
D ( ) Busca de Formação Profissional/Universitária.
E ( ) Busca de emprego com boa rentabilidade/melhoria salarial.
F ( ) Manter estudando enquanto aguardo outra oportunidade.
G ( ) Outros fatores:______________________________

29. Qual o principal fator que o levou a escolher um curso no *Campus* VI da UNEB em Caetité?
A ( ) É o Curso que desejava
B ( ) Comodidade por estar em sua cidade ou próximo.
C ( ) Limitação financeira em não poder ir para um outro centro.
D ( ) Outros fatores.__________________________

30. Qual foi o principal motivo que o fez escolher o curso de **Licenciatura em Matemática**?

A ( ) Afinidade com a área de exatas.
B ( ) Afinidade e opção de ser professor de Matemática.
C ( ) Pela baixa concorrência no vestibular.
D ( ) Aprender Matemática para fazer concurso.
E ( ) Por falta de outras opções dado as minhas condições financeiras.
F ( ) Outros: ______________________________

31. A forma de acesso ao curso foi?

A ( ) Concorrência geral.
B ( ) Cotista, que se autodeclaram.

32. Pelo que você já conheceu do curso até aqui, pretende:
A ( ) Concluir para atuar como professor.
B ( ) Concluir e **não** trabalhar como professor.
C ( ) Desistir.
D ( ) Mudar de curso.

33. Na sua opinião, os **componentes curriculares** do seu curso:
A ( ) Contribuem para a formação do futuro professor de Matemática.
B ( ) Contribuem para uma formação humana, mas não para formação profissional.
C ( ) Não trazem contribuição muito relevante para sua formação pessoal ou profissional.

34. Em relação às atividades de **Extensão na UNEB**:
A ( ) Sei que existe, mas nunca participei.
B ( ) Participei apenas dentro da Universidade.
C ( ) Participei dentro da Universidade e Comunidade.
D ( ) Desconheço ações de extensão no meu curso, mas tenho interesse em participar.
E ( ) Não tenho interesse em participar de Extensão.

35. Em relação às atividades de **Pesquisa na UNEB**:
A ( ) Sei que existe, mas nunca participei.
B ( ) Só participo(ei) como voluntário.
C ( ) Só participo(ei) como bolsista PIBID.
D ( ) Só participo(ei) como bolsista PIBIC.
E ( ) Participo(ei) como voluntário e como bolsista PIBID.
F ( ) Participo(ei) como voluntário e como bolsista PIBIC.
G ( ) Participo(ei) como bolsista PIBID e como bolsista PIBIC.
H ( ) Participo(ei) como voluntário, como bolsista PIBID e como bolsista PIBIC.
I ( ) Desconheço ações de pesquisa no meu curso.

36. Em relação à sua **experiência como professor**:
A ( ) Nunca ministrei aulas.
B ( ) Já ministro(ei) aulas eventualmente.
C ( ) Tenho experiência de menos 1 ano.
D ( ) Tenho experiência de 1 a 3 anos.
E ( ) Tenho experiência de mais de 3 anos.

IV - RELAÇÃO DE DESEMPENHO E EVENTUAIS DIFICULDADES NO CURSO

37. Ao ingressar no curso de Licenciatura em Matemática, você sentiu dificuldade/estranhamento com as novas disciplinas de Matemática?
A ( ) Não.
B ( ) Um pouco.
C ( ) Muita.
D ( ) Não sei opinar.

38. Como você avalia a sua capacidade para resolver questões/problemas envolvendo conteúdos da Matemática do **Ensino Fundamental e do Ensino Médio**:
A ( ) Não tenho dificuldade.
B ( ) Tenho um pouco de dificuldade.
C ( ) Tenho muita dificuldade.

39. Como você avalia a sua capacidade para resolver questões/problemas envolvendo conteúdos da Matemática do **Ensino Superior**:
A ( ) Não tenho dificuldade.
B ( ) Tenho um pouco de dificuldade.
C ( ) Tenho muita dificuldade.

40. Como você avalia sua capacidade para resolver questões de Matemática envolvendo **demonstrações**:
A ( ) Não tenho dificuldade.
B ( ) Tenho um pouco de dificuldade.
C ( ) Tenho muita dificuldade.

41. Como você avalia sua capacidade para resolver questões envolvendo **propriedades algébricas e geométricas (Geometria Analítica)**:
A ( ) Não tenho dificuldade.
B ( ) Tenho um pouco de dificuldade.
C ( ) Tenho muita dificuldade.

42. Quando você estudou **Geometria Analítica no Ensino Médio**, a maioria das aulas iniciava:

A ( ) Pela definição, seguida de exemplos e exercícios.
B ( ) Com uma situação problema para depois introduzir o assunto.
C ( ) Com problemas contextualizados e, em seguida, analisando os modelos.
D ( ) Com referências históricas sobre o assunto.
E ( ) Nunca estudei Geometria Analítica no Ensino Médio.
F ( ) Não me lembro.

43. Quando você estudou **Geometria Analítica no Curso de Licenciatura em Matemática**, a maioria das aulas iniciava:

A ( ) Pela definição, seguida de exemplos e exercícios.
B ( ) Com uma situação problema para depois introduzir o assunto.
C ( ) Com problemas contextualizados e, em seguida, analisando os modelos.
D ( ) Com referências históricas sobre o assunto.
E ( ) Ainda não fiz a disciplina Geometria Analítica na Licenciatura.
F ( ) Não me lembro.

44. Os exercícios e problemas propostos para os estudantes nas aulas de **Geometria Analítica no Ensino Médio** eram, em geral:

A ( ) resolvidos individualmente pelos estudantes para posterior correção do professor.
B ( ) resolvidos em duplas ou pequenos grupos para posterior correção.
C ( ) resolvidos pelo professor na lousa e propostas tarefas semelhantes para os estudantes fazerem em casa.
D ( ) outra dinâmica. Qual: ____________________
E ( ) Não estudei Geometria Analítica no Ensino Médio.
F ( ) Não me lembro.

45. Os exercícios e problemas propostos para os estudantes nas aulas da disciplina **Geometria Analítica no Curso de Licenciatura em Matemática** eram, em geral:

A ( ) resolvidos individualmente pelos estudantes para posterior correção do professor.
B ( ) resolvidos em duplas ou pequenos grupos para posterior correção.
C ( ) resolvidos pelo professor na lousa e propostas tarefas semelhantes para os estudantes fazerem em casa.
D ( ) outra dinâmica. Qual: ____________________
E ( ) Ainda não cursei disciplinas de Geometria Analítica na Licenciatura em Matemática.
F ( ) Não me lembro.

46. No geral, com relação às disciplinas especificas de Matemática, você tem dificuldade para estudar/aprender os conteúdos?
A ( ) Não.
B ( ) Apenas em alguns conteúdos.
C ( ) Um pouco em todas as disciplinas.
D ( ) Muito em todas as disciplinas.

47. No curso de Licenciatura em Matemática, em quantas disciplinas especificas de Matemática, você já foi reprovado ou desistiu?
A ( ) Nenhuma.
B ( ) De 1 a 3 disciplinas.
C ( ) De 4 a 6 disciplinas.
D ( ) De 7 a 10 disciplinas.
E ( ) Mais de 11 disciplinas.

V – ESTRATÉGIAS DE ESTUDO NO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

48. Você tem costume de estudar Matemática fora do período de aulas?
A ( ) Sistematicamente, quase todos os dias.
B ( ) Só para avaliações.
C ( ) Só nos finais de semana.
D ( ) Não, só estudo na sala de aula.

49. Em geral, você estuda
A ( ) Sozinho.
B ( ) Com colegas.
C ( ) Com monitor ou professor particular.
D ( ) Com familiares.
E ( ) Outros:______________________________

50. Quando você está estudando, o recurso que você mais utiliza é:
A ( ) Listas de exercícios.
B ( ) Apontamentos pessoais.
C ( ) Livros.
D ( ) Vídeo aulas.
E ( ) Outros: ______________________________

51. Considerando que "fazer revisão da matéria" é estudar de novo uma matéria já estudada anteriormente, você costuma fazer revisão?
A ( ) Sempre.
B ( ) Às vezes.
C ( ) Nunca.

52. Quando tem dúvida para responder uma questão de Matemática você recorre, prioritariamente a:
   A ( ) Colegas de forma presencial.
   B ( ) Colegas via *whatsapp* ou outros recursos de comunicação à distância.
   C ( ) Professores ou monitores.
   D ( ) Sites.
   E ( ) Livros.
   F ( ) Outros: ___________________________

53. Você costuma fazer pesquisa sobre as matérias estudadas em outras fontes (livros, apostilas, internet, etc.) **que não são indicadas pelo professor**?
   A ( ) Sempre.
   B ( ) Às vezes.
   C ( ) Nunca.

54. Você decora fórmulas e propriedades matemáticas, mesmo sem ter compreendido?
   A ( ) Sempre.
   B ( ) Às vezes.
   C ( ) Nunca.

55. Você acha que mudou a sua prática (forma de estudar) matemática após ingressar na Universidade, em relação ao Ensino Médio?
   A ( ) Sim.
   B ( ) Não.
   C ( ) Parcialmente.

VI – HÁBITOS DE ESTUDO FORA DA SALA DE AULA E MOTIVAÇÃO

56. Você estuda ouvindo música?
   A ( ) Sempre.
   B ( ) Às vezes.
   C ( ) Nunca.

57. Se você estuda ouvindo música, que tipo de música escuta?
   A ( ) Funk/Rap.
   B ( ) Sertanejo.
   C ( ) Rock/Pop Rock.
   D ( ) MPB.
   E ( ) Instrumental.
   F ( ) Outro. Qual: ___________________________

58. Qual o principal sentimento quando consegue resolver, **sozinho**, questões de matemática com maior grau de dificuldade:
   A ( ) Alívio.
   B ( ) Felicidade/Prazer.
   C ( ) Elevação da auto estima.
   D ( ) Empoderamento.
   E ( ) Normal.

59. Você acha que seu tempo dedicado aos estudos fora da sala de aula é:
   A ( ) Muito pouco.
   B ( ) Pouco.
   C ( ) Adequado.
   D ( ) Vai além do que o curso exige.
   E ( ) Não sabe avaliar.

60. Onde mais frequentemente você costuma estudar (marque apenas uma opção)?
   A ( ) Casa.
   B ( ) Trabalho.
   C ( ) Faculdade.
   D ( ) Outro lugar. Cite-o: _____________________

61. Existe algo que o impeça de dedicar-se aos estudos como você gostaria?
   A ( ) Não.
   B ( ) Sim, o trabalho.
   C ( ) Sim, a família.
   D ( ) Sim, outros: ___________________________

62. Em relação às disciplinas a que você mais se dedica, sua principal motivação para estudar:
   A ( ) Prazer e curiosidade sobre o assunto.
   B ( ) Empatia com o(a) professor(a).
   C ( ) Obrigação ou hábito de estudo.
   D ( ) Dificuldade para entender.

VII – ATITUDES EM SALA DE AULA

63. Você costuma participar das aulas:
   A ( ) Perguntando e interagindo frequentemente com colegas ou professor.
   B ( ) Perguntando e interagindo algumas vezes com colegas ou professor.
   C ( ) Prestando atenção, mas sem fazer perguntas ou comentários com colegas ou professor.
   D ( ) Em geral, me distraio nas aulas e estudo melhor em casa.
   E ( ) Outros modos de participação. Quais?_________________________________

64. Você faz anotações durante as aulas?
   A ( ) Sempre.
   B ( ) Às vezes.
   C ( ) Nunca.

VIII – PERCEPÇÕES E EXPERIÊNCIAS DE ENSINO E APRENDIZAGEM.

65. Você consegue perceber a coerência e lógica dos assuntos estudados nas disciplinas de Matemática.

A ( ) Sempre.
B ( ) Às vezes.
C ( ) Nunca.

66. As ideias e conceitos com os quais você se depara nas disciplinas de Matemática o estimulam a pensar sobre problemas do cotidiano.

A ( ) Sempre.
B ( ) Às vezes.
C ( ) Nunca.

67. Os materiais didáticos indicados pelos professores (apostilas, livros, cópias, sites, etc) ajudam você a compreender a matéria.

A ( ) Sempre.
B ( ) Às vezes.
C ( ) Nunca.

68. Você se sente estimulado a refletir sobre o modo como aprende Matemática.

A ( ) Sempre.
B ( ) Às vezes.
C ( ) Nunca.

69. Nas disciplinas que você já cursou, discutiu-se como o conhecimento foi desenvolvido historicamente.

A ( ) Sempre.
B ( ) Às vezes.
C ( ) Nunca.

70. Você acha que as disciplinas de Geometria Analítica que já foram cursadas por você o prepararam para ensinar Geometria Analítica na Educação Básica?

A ( ) Adequadamente.
B ( ) Razoavelmente.
C ( ) Pouco.
D ( ) Nada.
E ( ) Não cursei Geometria Analítica ainda.

DISPONIBILIDADE EM PARTICIPAR DE OUTRAS ETAPAS DA PESQUISA

71. Tenho disponibilidade e interesse de colaborar como participante do grupo focal da pesquisa, durante 4(quatro) encontros, com duração em média de 2(duas) horas cada, que serão realizados uma vez por semana, durante os meses de setembro e outubro de 2018.

A ( ) Sim. B ( ) Não. B ( ) Não sei.

72. Em quais desses dias da semana que você tem disponibilidade para participar do grupo focal:

A ( ) Segunda-feira. B ( ) Terça-feira. C ( ) Sexta-feira. D ( ) Sábado.

73. Turnos em que pode e prefere participar das atividades do grupo focal:

A ( ) Matutino. B ( ) Vespertino. C ( ) Noturno.

Favor verificar se todas as questões foram respondidas. Agradecemos pelo tempo dedicado para responder a este questionário, facultamos o espaço abaixo, caso queira acrescentar algo que considere relevante ou queira justificar alguma resposta em particular.

____
____
____
____
____
____
____
____

Muito Obrigado!

APÊNDICE D - Tabulação do questionário aplicado aos estudantes do Curso de Licenciatura em Matemática da UNEB, *Campus* VI – Caetité/BA, 2018

Tabela 1 - Faixa etária dos/as Estudantes do Curso Licenciatura em Matemática - UNEB/*Campus* VI - Caetité/BA, 2018.2

Idade	Frequência	%
17 ⊢⊣ 19	35	**30,2**
20 ⊢⊣ 22	48	**41,4**
23 ⊢⊣ 25	21	**18,1**
26 ⊢⊣ 28	4	**3,4**
29 ⊢⊣ 36	8	**6,9**
	116	**100,0**

Estatística – Idades

Medidas	Idade (anos)
Média	21,6
Moda	21
Mediana	21
Menor idade	17
Maior idade	36
Desvio padrão	3,8

Tabela 2 - Sexo dos/as Estudantes do Curso Licenciatura em Matemática - UNEB/*Campus* VI - Caetité/BA, 2018.2

Sexo	Frequência	%
Masculino	52	**44,8**
Feminino	64	**55,2**
Outros	0	**0,0**
Não declarar	0	**0,0**
Total	116	**100,0**

Tabela 3 - Cor dos/as Estudantes do Curso Licenciatura em Matemática - UNEB/*Campus* VI - Caetité/BA, 2018.2

Cor	Frequência	%
Branco(a)	29	**25,0**
Preto(a)	23	**19,8**
Pardo(a)	62	**53,4**
Amarelo(a)	2	**1,7**
Indígena	0	**0,0**
Total	116	**100,0**

Tabela 4 - Estado civil dos/as Estudantes do Curso Licenciatura em Matemática - UNEB/*Campus* VI - Caetité/BA, 2018.2

Estado civil	Frequência	%
Solteiro(a)	101	**87,1**
Casado(a)*	12	**10,3**
Divorciado(a)	0	**0,0**
Outros	3	**2,6**
Total	116	**100,0**

* dos 11 casados, 6 tem 1 filho e 1 tem 2 filhos

Tabela 5 - Respostas em relação a pergunta se os/as estudantes exerce atividade remunerada.

Resposta	Frequência	%
Não.	77	**66,4**
Sim: Menos de 20H.	6	**5,2**
Sim: 20H.	16	**13,8**
Sim: 30H.	4	**3,4**
Sim: 40H.	13	**11,2**
Total	116	**100,0**

Tabela 6 - Renda média dos/as 39 estudantes que exerce atividade remunerada.

Renda média	Frequência	%
Até 1 SM(R$ 954,00)	35	**89,7**
De 1 até 1,5 SM.	2	**5,1**
De 1,5até 3 SM.	2	**5,1**
Total	39	**100,0**

Tabela 7 - Renda média familiar dos/as estudantes do Curso Licenciatura em Matemática - UNEB/Campus VI - Caetité/BA, 2018.2

Renda média	Frequência	%
Até 1 SM(R$ 954,00)	57	**49,1**
De 1 até 1,5 SM.	31	**26,7**
De 1,5até 3 SM.	21	**18,1**
De 3 até 5 SM.	7	**6,0**
Total	116	**100,0**

Tabela 8 - Você mudou de Zona Rural para Zona Urbana ou de cidade ou estado para realizar este curso?

Resposta	Frequência	%
Não.	61	**52,6**
Sim, mudei para Zona Urbana.	27	**23,3**
Sim, mudei de cidade, dentro do mesmo estado.	28	**24,1**
Sim, mudei de estado.	0	**0,0**
Total	116	**100,0**

Tabela 9 - Residência atual dos/as Estudantes do Curso Licenciatura em Matemática - UNEB/*Campus* VI - Caetité/BA, 2018.2

Residência atual	Frequência	%
Caetité/Z. Urbana.	58	**50,0**
Caetité/Z. Rural.	6	**5,2**
Outra cidade.	52	**44,8**
Total	116	**100,0**

Distribuição dos 52 estudantes que residem em cidade em outras cidades (fora de Caetité)

Outras cidades onde os/as estudantes residem	Quantidade
BOTUPORAN	**2**
CACULÉ	**2**
GUANAMBI	**16**
IBIASSSUCÊ	**2**
IGAPORÃ	**10**
LAGOA REAL	**2**
RIACHO DE SANTANA	**3**
RIO DO ANTONIO	**2**
TANQUE NOVO	**13**
Total Geral	**52**

Tabela 10 - Tipo de Residência dos/as Estudantes do Curso Licenciatura em Matemática - UNEB/*Campus* VI - Caetité/BA, 2018.2

Residência atual	Frequência	%
Própria	67	**57,8**
Alugada	39	**33,6**
Cedida	10	**8,6**
Total	116	**100,0**

Tabela 11 - Itens que os/as estudantes tem em sua residência e que você pode utilizar

Itens / respostas*	Frequência	%
A - Computador/Notebook	3	**2,6**
B - Wi-Fi	14	**12,1**
C - TV a cabo	3	**2,6**
D - Carro/Moto	1	**0,9**
E - A e B	32	**27,6**
F - A, B e C	7	**6,0**
G - A, B, C, e D	10	**8,6**
H - A, B e D	38	**32,8**
I - A, C e D	2	**1,7**
J - C e D	4	**3,4**
N/R (Não respondeu)	2	**1,7**
	116	**100,0**

* nessa questão foram respondidos mias de um item, quando tinham

Percentual de estudantes que tem os itens listados em sua residência e que pode utilizar.

itens	% que tem e utiliza
A - Computador/Notebook	79,3
B - Wi-Fi	87,1
C - TV a cabo	22,3
D - Carro/Moto	47,4

Tabela 12 - Você mora?

Respostas	Frequência	%
Sozinho.	1	**0,9**
Com família.	82	**70,7**
Com amigos.	25	**21,6**
Residência Universitária	8	**6,9**
	116	**100,0**

Tabela 13 - Forma de deslocamento para Universidade.

Respostas	Frequência	%
A pé.	49	**42,2**
Carona.	1	**0,9**
Veículo próprio.	12	**10,3**
Transporte coletivo.	54	**46,6**
	116	**100,0**

Tabela 14 - Escolaridade da mãe dos/as Estudantes do Curso Licenciatura em Matemática - UNEB/*Campus* VI - Caetité/BA, 2018.2

Escolaridade da mãe	Frequência	%
Sem escolaridade	26	**22,4**
Ensino Fundamental	53	**45,7**
Ensino Médio	30	**25,9**
Ensino Superior	4	**3,4**
Pós-Graduação	3	**2,6**
Total	116	**100,0**

Tabela 15 - Escolaridade do pai dos/as Estudantes do Curso Licenciatura em Matemática - UNEB/*Campus* VI - Caetité/BA, 2018.2

Escolaridade do pai	Frequência	%
Sem escolaridade	35	**30,2**
Ensino Fundamental	61	**52,6**
Ensino Médio	15	**12,9**
Ensino Superior	2	**1,7**
Pós-Graduação	1	**0,9**
N/R (não respondeu)	2	**1,7**
Total	116	**100,0**

Tabela 16 - Tipo de escola que estudou durante o Ensino Fundamental

Tipo de escola	Frequência	**%**
PÚBLICA todos os anos.	111	**95,7**
PÚBLICA parcialmente.	1	**0,9**
PRIVADA todos os anos.	3	**2,6**
PRIVADA parcialmente.	1	**0,9**
Total	116	**100,0**

Tabela 17 - Tipo de escola que estudou durante o Ensino Médio

Tipo de escola	Frequência	**%**
PÚBLICA todos os anos.	116	**100,0**
PÚBLICA parcialmente.	0	**0,0**
PRIVADA todos os anos.	0	**0,0**
PRIVADA parcialmente.	0	**0,0**
Total	116	**100,0**

Tabela 18 - Curso em que os/as estudantes concluíram o Ensino Médio.

Tipo de curso	Frequência	%
Magistério	5	**4,3**
Tradicional/Regular	85	**73,3**
Técnico	24	**20,7**
Supletivo/EJA	2	**1,7**
Outros.	0	**0,0**
Total	116	**100,0**

Tabela 19 - Durante o Ensino Fundamental, você teve dificuldade para aprender e estudar matemática?

Respostas	Frequência	%
A - Não	79	**68,1**
B - Um pouco	36	**31,0**
C – Muito	1	**0,9**
Total	116	**100,0**

Tabela 20 - Durante o Ensino Fundamental, você foi reprovado na disciplina Matemática?

Respostas	Frequência	%
A - Não	107	**92,2**
B - Uma vez	8	**6,9**
C - De duas a três vezes	1	**0,9**
Total	116	**100,0**

Tabela 21 - Durante o Ensino Fundamental, os conteúdos de Geometria foram trabalhados?

Respostas	Frequência	%
Conforme livro didático.	27	**23,3**
Apenas alguns tópicos do livro didático.	46	**39,7**
Utilizando livro didático e outros recursos.	7	**6,0**
Utilizando outros recursos independente do livro.	2	**1,7**
Não foi trabalhado.	11	**9,5**
Não lembro.	23	**19,8**
Total	116	**100,0**

Tabela 22 - Durante o Ensino Médio, você teve dificuldade para aprender e estudar matemática?

Respostas	Frequência	%
A - Não	83	**71,6**
B - Um pouco	31	**26,7**
C - Muito	2	**1,7**
Total	116	**100,0**

Tabela 23 - Durante o Ensino Médio, você foi reprovado na disciplina Matemática?

Respostas	Frequência	%
A - Não	114	**98,3**
B - Uma vez	1	**0,9**
C - De duas a três vezes	1	**0,9**
Total	116	**100,0**

Tabela 24 - Durante o Ensino Médio, os conteúdos de Geometria foram trabalhados?

Resposta	Frequência	%
A - Conforme livro didático.	27	**23,3**
B - Apenas alguns tópicos do livro didático.	42	**36,2**
C - Utilizando livro didático e outros recursos.	15	**12,9**
D - Utilizando outros recursos independente do livro	11	**9,5**
E - Não foi trabalhado.	13	**11,2**
F - Não lembro.	8	**6,9**
Total	116	**100,0**

Tabela 25 - Durante o Ensino Médio, os conteúdos de Geometria Analítica foram trabalhados?

Resposta	Frequência	%
A - Conforme livro didático.	14	**12,1**
B - Apenas alguns tópicos do livro didático.	17	**14,7**
C - Utilizando livro didático e outros recursos.	1	**0,9**
D - Utilizando outros recursos independente do livro	3	**2,6**
E - Não foi trabalhado.	53	**45,7**
F - Não lembro.	28	**24,1**
Total	116	**100,0**

Tabela 26 - Você repetiu algum ano do Ensino Fundamental?

Resposta	Frequência	%
A - Não.	109	**94,0**
B - Sim: 1 vez	6	**5,2**
C - Sim: 2 vezes	1	**0,9**
Total	116	**100,0**

Tabela 27 - Você repetiu algum ano do Ensino Médio?

Resposta	Frequência	%
A - Não.	112	**96,6**
B - Sim: 1 vez	4	**3,4**
Total	116	**100,0**

Tabela 28 - O que foi mais importante para sua posição de fazer um curso universitário?

Resposta	Frequência	%
A - Vontade(sonho) pessoal.	33	**28,4**
B - Estímulo por parte de professores do Ensino Médio.	7	**6,0**
C - Incentivo e projeção feita pelos pais.	5	**4,3**
D - Busca de Formação Profissional/Universitária.	43	**37,1**
E - Busca de emprego com boa rentabilidade.	8	**6,9**
F - Manter estudando enquanto aguardo outra	10	**8,6**
G - Outros	1	**0,9**
A e D	5	**4,3**
A e E	4	**3,4**
Total	116	**100,0**

Tabela 29 - Qual o principal fator que o levou a escolher um curso no Campus VI da UNEB em Caetité?

Resposta	Frequência	%
A- É o Curso que desejava	51	**44,0**
B - Comodidade por estar em sua cidade ou próximo	36	**31,0**
C - Limitação financeira em não poder ir para um outro centro.	21	**18,1**
D - Outros fatores	5	**4,3**
A e B	3	**2,6**
Total	116	**100,0**

Tabela 30 - Qual foi o principal motivo que o fez escolher o curso de Licenciatura em Matemática?

Resposta	Frequência	%
A - Afinidade com a área de exatas.	57	**49,1**
B -Afinidade e opção de ser professor de Matemática.	32	**27,6**
C -Pela baixa concorrência no vestibular.	0	**0,0**
D - Aprender Matemática para fazer concurso.	15	**12,9**
E - Por falta de outras opções dado as minhas condições financeiras.	12	**10,3**
Total	116	**100,0**

Tabela 31 - A forma de acesso ao curso foi?

Resposta	Frequência	%
A - Concorrência geral.	76	**65,5**
B - Cotista, que se autodeclaram	40	**34,5**
Total	116	**100,0**

Tabela 32 - Pelo que você já conheceu do curso até aqui, pretende:

Resposta	Frequência	%
A - Concluir para atuar como professor.	91	**78,4**
B - Concluir e **não** trabalhar como professor.	23	**19,8**
C - Desistir.	0	**0,0**
D - Mudar de curso.	2	**1,7**
Total	116	**100,0**

Tabela 33 - Na sua opinião, os componentes curriculares do seu curso:

Resposta	Frequência	%
A - Contribuem para a formação do futuro professor de matemática.	108	**93,1**
B - Contribuem para uma formação humana, mas não para formação profissional.	3	**2,6**
C - Não trazem contribuição muito relevante para sua formação pessoal ou profissional.	5	**4,3**
Total	116	**100,0**

Tabela 34 - Em relação às atividades de Extensão na UNEB:

Resposta	Frequência	%
A - Sei que existe, mas nunca participei.	54	**46,6**
B - Participei apenas dentro da Universidade.	21	**18,1**
C - Participei dentro da Universidade e Comunidade.	11	**9,5**
D - Desconheço ações de extensão no meu curso, mas tenho interesse em participar	27	**23,3**
E - Não tenho interesse em participar de Extensão	1	**0,9**
N/R	2	**1,7**
Total	116	**100,0**

Tabela 35 - Em relação às atividades de Pesquisa na UNEB:

Resposta	Frequência	%
A - Sei que existe, mas nunca participei.	74	**63,8**
B - Só participo(ei) como voluntário.	3	**2,6**
C - Só participo(ei) como bolsista PIBID.	25	**21,6**
D - Só participo(ei) como bolsista PIBIC.	1	**0,9**
E - Participo(ei) como voluntário e como bolsista	1	**0,9**
F - Participo(ei) como voluntário e como bolsista PIBIC	0	**0,0**
G - Participo(ei) como bolsista PIBID e como PIBIC	1	**0,9**
H - Participo(ei) como voluntário, como bolsista	1	**0,9**
I - Desconheço ações de pesquisa no meu curso.	10	**8,6**
Total	116	**100,0**

Tabela 36 - Em relação à sua experiência como professor:

Resposta	Frequência	%
A - Nunca ministrei aulas.	64	**55,2**
B - Já ministro(ei) aulas eventualmente.	23	**19,8**
C - Tenho experiência de menos 1 ano.	16	**13,8**
D - Tenho experiência de 1 a 3 anos.	12	**10,3**
E - Tenho experiência de mais de 3 anos.	1	**0,9**
Total	116	**100,0**

Tabela 37 - Ao ingressar no curso de Licenciatura em Matemática, você sentiu dificuldade/estranhamento com as novas disciplinas de Matemática?

Resposta	Frequência	%
A - Não.	15	**12,9**
B - Um pouco.	64	**55,2**
C - Muita.	37	**31,9**
Total	116	**100,0**

Tabela 38 - Como você avalia a sua capacidade para resolver questões/problemas envolvendo os conteúdos de Matemática do Ensino Fundamental e do Ensino Médio:

Resposta	Frequência	%
A - Não tenho dificuldade.	47	**40,5**
B - Tenho um pouco de dificuldade.	66	**56,9**
C - Tenho muita dificuldade.	3	**2,6**
Total	116	**100,0**

Tabela 39 - Como você avalia a sua capacidade para resolver questões/problemas envolvendo conteúdos da Matemática do Ensino Superior:

Resposta	Frequência	%
A - Não tenho dificuldade.	11	**9,5**
B - Tenho um pouco de dificuldade.	77	**66,4**
C - Tenho muita dificuldade.	28	**24,1**
Total	116	**100,0**

Tabela 40 - Como você avalia sua capacidade para resolver questões de Matemática envolvendo demonstrações:

Resposta	Frequência	%
A - Não tenho dificuldade.	10	**8,6**
B - Tenho um pouco de dificuldade.	70	**60,3**
C - Tenho muita dificuldade.	36	**31,0**
Total	116	**100,0**

Tabela 41 - Como você avalia sua capacidade para resolver questões envolvendo propriedades algébricas e geométricas (Geometria Analítica):

Resposta	Frequência	%
A - Não tenho dificuldade.	15	**12,9**
B - Tenho um pouco de dificuldade.	64	**55,2**
C - Tenho muita dificuldade.	36	**31,0**
N/R	1	**0,9**
Total	116	**100,0**

Tabela 42 - Quando você estudou Geometria Analítica no Ensino Médio, a maioria das aulas iniciava:

Resposta	Frequência	%
A - Pela definição, seguida de exemplos e exercícios.	29	**25,0**
B - Com uma situação problema para depois introduzir o assunto.	0	**0,0**
C - Com problemas contextualizados e, em seguida, analisando os modelos.	1	**0,9**
D - Com referências históricas sobre o assunto.	0	**0,0**
E - Nunca estudei Geometria Analítica no Ensino Médio	44	**37,9**
F - Não me lembro.	42	**36,2**
Total	116	**100,0**

Tabela 43 - Quando você estudou Geometria Analítica no Curso de Licenciatura em Matemática, a maioria das aulas iniciava:

Resposta	Frequência	%
A - Pela definição, seguida de exemplos e exercícios.	73	**62,9**
B - Com uma situação problema para depois introduzir o assunto.	1	**0,9**
C - Com problemas contextualizados e, em seguida, analisando os modelos.	5	**4,3**
D - Com referências históricas sobre o assunto.	0	**0,0**
E - Ainda não fiz a disciplina Geometria Analítica na Licenciatura	33	**28,4**
F - Não me lembro.	4	**3,4**
Total	116	**100,0**

Tabela 44 - Os exercícios e problemas propostos para os estudantes nas aulas de Geometria Analítica no Ensino Médio eram, em geral:

Resposta	Frequência	%
A - resolvidos individualmente pelos estudantes para posterior correção do professor.	26	**22,4**
B - resolvidos em duplas ou pequenos grupos para posterior correção.	2	**1,7**
C - resolvidos pelo professor na lousa e propostas tarefas semelhantes para os estudantes fazerem em casa.	15	**12,9**
D - outra dinâmica.	0	**0,0**
E - Não estudei Geometria Analítica no Ensino Médio	46	**39,7**
F - Não me lembro.	27	**23,3**
Total	116	**100,0**

Tabela 45 - Os exercícios e problemas propostos para os estudantes nas aulas de Geometria Analítica no Curso de Licenciatura em Matemática eram, em geral:

Resposta	Frequência	%
A - resolvidos individualmente pelos estudantes para posterior correção do professor.	35	**30,2**
B - resolvidos em duplas ou pequenos grupos para posterior correção.	11	**9,5**
C - resolvidos pelo professor na lousa e propostas tarefas semelhantes para os estudantes fazerem em casa.	33	**28,4**
D - outra dinâmica.	1	**0,9**
E - Não estudei Geometria Analítica no Curso de Licenciatura.	32	**27,6**
F - Não me lembro.	3	**2,6**
N/R	1	**0,9**
Total	116	**100,0**

Tabela 46 - No geral, com relação às disciplinas especificas de Matemática, você tem dificuldade para estudar/aprender os conteúdos?

Resposta	Frequência	%
A - Não.	16	**13,8**
B - Apenas em alguns conteúdos.	81	**69,8**
C - Um pouco em todas as disciplinas.	14	**12,1**
D - Muito em todas as disciplinas.	5	**4,3**
Total	116	**100,0**

Tabela 47 - No curso de Licenciatura em Matemática, em quantas disciplinas especificas de Matemática, você já foi reprovado ou desistiu?

Resposta	Frequência	%
A - Nenhuma.	66	**56,9**
B - De 1 a 3 disciplinas.	34	**29,3**
C - De 4 a 6 disciplinas.	7	**6,0**
D - De 7 a 10 disciplinas.	8	**6,9**
E - Mais de 11 disciplinas.	1	**0,9**
Total	116	**100,0**

Tabela 48 - Você tem costume de estudar Matemática fora do período de aulas?

Resposta	Frequência	%
A - Sistematicamente, quase todos os dias.	55	**47,4**
B - Só para avaliações.	44	**37,9**
C - Só nos finais de semana.	14	**12,1**
D - Não, só estudo na sala de aula.	3	**2,6**
Total	116	**100,0**

Tabela 49 - Em geral, você estuda

Resposta	Frequência	%
A - Sozinho.	97	**83,6**
B - Com colegas.	17	**14,7**
C - Com monitor ou professor particular.	0	**0,0**
D - Com familiares.	0	**0,0**
E - Outros	2	**1,7**
Total	116	**100,0**

Tabela 50 - Quando você está estudando, o recurso que você mais utiliza é:

Recurso / respostas*	Frequência	%
A - Listas de exercícios.	41	**35,3**
B - Apontamentos pessoais.	0	**0,0**
C - Livros.	15	**12,9**
D - Vídeo aulas.	36	**31,0**
E - Outros	5	**4,3**
F - Lista de Exercícios e Livros	4	**3,4**
G - Lista de Exercícios, Apontamentos e Vídeo aulas	9	**7,8**
H - Lista de Exercícios e Vídeo aulas	6	**5,2**
Total	116	**100,0**

* nessa questão foram respondidos mias de um recurso didático.

Percentual de estudantes por recurso didático que mais utiliza quando está estudando.

Recurso didático	% que utiliza
A - Listas de exercícios.	51,7
B - Apontamentos pessoais.	7,8
C - Livros.	16,3
D - Vídeo aulas.	44
E - Outros	4,3

Tabela 51 - Considerando que "fazer revisão da matéria" é estudar de novo uma matéria já estudada anteriormente, você costuma fazer revisão?

Resposta	Frequência	%
A - Sempre.	41	**35,3**
B - Às vezes.	72	**62,1**
C - Nunca.	3	**2,6**
Total	116	**100,0**

Tabela 52 - Quando tem dúvida para responder uma questão de Matemática você recorre, prioritariamente a:

Resposta	Frequência	%
A - Colegas de forma presencial.	15	**12,9**
B - Colegas via whatsapp ou outros recursos de comunicação à distância.	43	**37,1**
C - Professores ou monitores.	2	**1,7**
D - Sites.	34	**29,3**
E - Livros.	5	**4,3**
F – Outros	1	**0,9**
G – TODOS	4	**3,4**
A,C,E	2	**1,7**
D,E	2	**1,7**
B,D,E	5	**4,3**
A, B, C	3	**2,6**
Total	116	**100,0**

* nessa questão foram respondidos mias de um item.

Percentual de estudantes por recurso de consulta que mais utiliza quando está com dúvida.

Recurso	% que consulta
A - Colegas de forma presencial.	20,6
B - Colegas via *whatsapp* ou outros recursos de comunicação à distância.	47,4
C - Professores ou monitores.	9,4
D - Sites.	38,7
E - Livros.	15,4
F - Outros	0,9

Tabela 53 - Você costuma fazer pesquisa sobre as matérias estudadas em outras fontes (livros, apostilas, internet, etc.) que não são indicadas pelo professor?

Resposta	Frequência	%
A - Sempre.	42	**36,2**
B - Às vezes.	66	**56,9**
C - Nunca.	8	**6,9**
Total	116	**100,0**

Tabela 54 - Você decora fórmulas e propriedades matemáticas, mesmo sem ter compreendido?

Resposta	Frequência	%
A – Sempre.	13	**11,2**
B - Às vezes.	80	**69,0**
C - Nunca.	22	**19,0**
N/R	1	**0,9**
Total	116	**100,0**

Tabela 55 - Você acha que mudou a sua prática (forma de estudar) matemática após ingressar na Universidade, em relação ao Ensino Médio?

Resposta	Frequência	%
A - Sim	81	**69,8**
B - Não	9	**7,8**
C - Parcialmente	26	**22,4**
Total	116	**100,0**

Tabela 56 - Você estuda ouvindo música?

Resposta	Frequência	%
A - Sempre.	11	**9,5**
B - Às vezes.	43	**37,1**
C - Nunca.	62	**53,4**
Total	116	**100,0**

Tabela 57 - Se você estuda ouvindo música, que tipo de música escuta?

Resposta	Frequência	%
A - Funk/Rap.	2	**3,7**
B - Sertanejo.	18	**33,3**
C - Rock/Pop Rock.	4	**7,4**
D - MPB.	4	**7,4**
E - Instrumental.	8	**14,8**
F - Outro.	8	**14,8**
Sertanejo e MPB	5	**9,3**
Sertanejo e Rock/Pop Rock.	2	**3,7**
Rock/Pop Rock e Instrumental	3	**5,6**
Total	54	**100,0**

* nessa questão alguns dos 54 estudantes que estudam escutando música responderam mias de um estilo de música.

Tabela 58 - Qual o principal sentimento quando consegue resolver, sozinho, questões de matemática com maior grau de dificuldade:

Resposta	Frequência	%
A - Alívio.	12	**10,3**
B - Felicidade/Prazer.	59	**50,9**
C - Elevação da auto estima.	31	**26,7**
D - Empoderamento.	4	**3,4**
E - Normal.	5	**4,3**
Alívio e Felicidade	3	**2,6**
Felicidade / Auto estima	2	**1,7**
Total	116	**100,0**

Tabela 59 - Você acha que seu tempo dedicado aos estudos fora da sala de aula é:

Resposta	Frequência	%
A - Muito pouco.	28	**24,1**
B - Pouco.	46	**39,7**
C - Adequado.	34	**29,3**
D - Vai além do que o curso exige.	3	**2,6**
E - Não sabe avaliar	5	**4,3**
Total	116	**100,0**

Tabela 60 - Onde mais frequentemente você costuma estudar?

Resposta	Frequência	%
A - Casa.	103	**88,8**
B - Trabalho.	2	**1,7**
C - Faculdade.	11	**9,5**
Total	116	**100,0**

Tabela 61 - Existe algo que o impeça de dedicar-se aos estudos como você gostaria?

Resposta	Frequência	%
A - Não.	49	**42,2**
B - Sim, o trabalho.	39	**33,6**
C - Sim, a família.	10	**8,6**
D - Sim, outros	18	**15,5**
Total	116	**100,0**

Tabela 62 - Em relação às disciplinas a que você mais se dedica, sua principal motivação para estudar:

Resposta	Frequência	%
A - Prazer e curiosidade sobre o assunto.	71	**61,2**
B - Empatia com o(a) professor(a).	3	**2,6**
C - Obrigação ou hábito de estudo.	15	**12,9**
D - Dificuldade para entender.	23	**19,8**
A,C,D	1	**0,9**
A,B	2	**1,7**
N/R	1	**0,9**
Total	116	**100,0**

* nessa questão alguns estudantes responderam mias de uma motivação.

Tabela 63 - Você costuma participar das aulas:

Resposta	Frequência	%
A - Perguntando e interagindo frequentemente com colegas ou professor.	22	**19,0**
B - Perguntando e interagindo algumas vezes com colegas ou professor.	41	**35,3**
C - Prestando atenção, mas sem fazer perguntas ou comentários com colegas ou professor.	41	**35,3**
D - Em geral, me distraio nas aulas e estudo melhor em casa.	11	**9,5**
E - Outros modos de participação.	1	**0,9**
Total	116	**100,0**

Tabela 64 - Você faz anotações durante as aulas?

Resposta	Frequência	%
A - Sempre.	78	**67,2**
B - Às vezes.	33	**28,4**
C - Nunca.	5	**4,3**
Total	116	**100,0**

Tabela 65 - Você consegue perceber a coerência e lógica dos assuntos estudados nas disciplinas de Matemática.

Resposta	Frequência	%
A - Sempre.	46	**39,7**
B - Às vezes.	68	**58,6**
C - Nunca.	1	**0,9**
N/R	1	**0,9**
Total	116	**100,0**

Tabela 66 - As ideias e conceitos com os quais você se depara nas disciplinas de Matemática o estimulam a pensar sobre problemas do cotidiano

Resposta	Frequência	%
A - Sempre.	41	**35,3**
B - Às vezes.	70	**60,3**
C - Nunca.	5	**4,3**
Total	116	**100,0**

Tabela 67 - Os materiais didáticos indicados pelos professores (apostilas, livros, cópias, sites, etc) ajudam você a compreender a matéria.

Resposta	Frequência	%
A - Sempre.	48	**41,4**
B - Às vezes.	66	**56,9**
C - Nunca.	2	**1,7**
Total	116	**100,0**

Tabela 68 - Você se sente estimulado a refletir sobre o modo como aprende Matemática.

Resposta	Frequência	%
A - Sempre.	38	**32,8**
B - Às vezes.	71	**61,2**
C - Nunca.	7	**6,0**
Total	116	**100,0**

Tabela 69 - Nas disciplinas que você já cursou, discutiu-se como o conhecimento foi desenvolvido historicamente.

Resposta	Frequência	%
A - Sempre.	6	**5,2**
B - Às vezes.	90	**77,6**
C - Nunca.	20	**17,2**
Total	116	**100,0**

Tabela 70 - Você acha que as disciplinas de Geometria Analítica que já foram cursadas por você o prepararam para ensinar Geometria Analítica na Educação Básica?

Resposta	Frequência	%
A - Adequadamente.	19	**16,4**
B - Razoavelmente.	44	**37,9**
C - Pouco.	20	**17,2**
D - Nada.	7	**6,0**
E - Não cursei Geometria Analítica ainda.	26	**22,4**
Total	116	**100,0**

APÊNDICE E - Termo de Consentimento Livre e Esclarecido - TCLE

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO - T.C.L.E.

Caro(a) estudante,

Você está sendo convidado(a) a participar como voluntário(a) da pesquisa denominada "**Apropriação de práticas de numeramento acadêmicas por estudantes de Licenciatura em Matemática de Caetité**", cujos objetivos são: compreender os modos como os estudantes universitários se apropriam das práticas de numeramento acadêmicas no curso de Licenciatura em Matemática da UNEB-Caetité. O material empírico dessa pesquisa vai ser produzido por meio da realização de entrevistas e de discussões em oficinas propostas numa dinâmica de grupos focais reunindo estudantes desse curso, a fim de identificar e analisar interdiscursos que permeiam a apropriação das práticas da matemática acadêmica e da matemática escolar e que ecoam nas posições discursivas assumidas pelos estudantes.

Se você concordar em colaborar com esta pesquisa, pediremos que você responda um questionário e participe de uma entrevista para nos ajudar a caracterizar o perfil dos participantes e conhecer um pouco de sua relação com o curso; também pediremos que você participe de encontros do grupo focal nos quais serão propostas alguns exercícios de matemática e depois discutidas algumas questões que envolvem as possibilidades e dificuldades no aprendizado da matemática num curso que forma professores(as) de matemática. **Os encontros do grupo focal e as entrevistas serão gravados em áudio e/ou vídeo e os depoimentos somente serão utilizados após a sua assinatura no termo de autorização.**

Alertamos que, da pesquisa a se realizar, é possível esperar alguns benefícios para você, tais como: exercitar raciocínio lógico na resolução de questões matemáticas; ajudar no desenvolvimento do senso crítico em relação às práticas matemáticas e interagir com outros(as) professores(as) em formação e ampliar reflexões no campo da Educação Matemática. Esclarecemos que possíveis riscos ou desconfortos da pesquisa restringem-se a um eventual cansaço físico ou mental que poderá sofrer ao realizar as atividades propostas, ficando por um período de no máximo três horas, resolvendo e discutindo questões no grupo focal. Deixamos claro, ainda, que a sua privacidade será respeitada, ou seja, o seu nome ou qualquer outro dado ou elemento que possa, de qualquer forma, identificá-lo, será mantido em sigilo.

Rubrica do pesquisador: ___________________

*Rubrica do participante:*____________________

Informamos, ainda, que pode haver recusa à participação no estudo, bem como pode ser retirado o consentimento a qualquer momento, sem precisar haver justificativa, e que, ao sair da pesquisa, não haverá qualquer prejuízo à assistência que você vem recebendo.

Os pesquisadores envolvidos com o referido projeto são ***Gildelson Felicio de Jesus, doutorando da Faculdade de Educação/UFMG e a professora Dra. Maria da Conceição Ferreira Reis Fonseca, professora titular da mesma instituição),*** e com eles será possível você manter contato pelos telefones (77)988023626, (77)342 2549 e (31)34096187.

É assegurada a sua assistência em relação à sua participação no projeto durante toda a pesquisa, bem como é garantido o livre acesso a todas as informações e esclarecimentos adicionais sobre o estudo e suas consequências, enfim, tudo o que você queira saber sobre a pesquisa antes, durante e depois da participação.

Este termo de consentimento encontra-se impresso em duas vias originais, sendo que uma será arquivada pelo pesquisador responsável, no **"LOCAL DA PESQUISA",** e a outra será fornecida a você. Os dados, materiais e instrumentos utilizados na pesquisa ficarão arquivados com o pesquisador responsável por um período de 5 (cinco) anos na sala 1647 da Faculdade de Educação-FAE da UFMG e após esse tempo serão destruídos. Os pesquisadores tratarão a sua identidade com padrões profissionais de sigilo, atendendo a legislação brasileira (Resoluções Nº 466/12; 441/11 e a Portaria 2.201 do Conselho Nacional de Saúde e suas complementares), utilizando as informações somente para fins acadêmicos e científicos.

Eu, ____, portador do documento de Identidade ____________________ fui informado(a) dos objetivos, métodos, riscos e benefícios da pesquisa "**Apropriação de práticas de numeramento acadêmicas por estudantes de Licenciatura em Matemática de Caetité**", de maneira clara e detalhada e esclareci minhas dúvidas. Sei que a qualquer momento poderei solicitar novas informações e modificar minha decisão de participar se assim o desejar.

Rubrica do pesquisador: __________________

*Rubrica do participante:*___________________

Declaro que concordo em participar desta pesquisa. Recebi uma via original deste termo de consentimento livre e esclarecido assinado por mim e pelo pesquisador, que me deu a oportunidade de ler e esclarecer todas as minhas dúvidas.

Nome completo do participante: ____

RG: ___________________________ Telefone: ______________________________

E-mail: ____

Local e data: Caetité, ____de outubro de 2018.

____

Assinatura do participante

Nome completo do Pesquisador Responsável: Maria da Conceição Ferreira Reis Fonseca
Endereço: Av. Pres. Antônio Carlos, 6627 – Pampulha, FAE – UFMG
CEP: 31270-901/ Belo Horizonte – MG
Telefones: (31) 34096187 – (31) 34095329
E-mail: mcfrfon@gmail.com

Local e data: Belo Horizonte, ____ de outubro de 2018.

____

Assinatura do pesquisador responsável

Nome completo do Pesquisador: Gildelson Felicio de Jesus
Endereço: Rua Paulino Santos, 7 - Guarani
CEP: 45 002 005 / Vitória da Conquista – BA
Telefones: (77) 988023626
E-mail: gildelson@gmail.com

Local e data: Caetité, ____ de outubro de 2018.

____

Assinatura do pesquisador (doutorando)

Em caso de dúvidas, com respeito aos aspectos éticos desta pesquisa, você poderá consultar:

COEP-UFMG - Comissão de Ética em Pesquisa da UFMG
Av. Antônio Carlos, 6627. Unidade Administrativa II - 2º andar - Sala 2005.
Campus Pampulha. Belo Horizonte, MG – Brasil. CEP: 31270-901.
E-mail: coep@prpq.ufmg.br. Tel: (31) 34094592.

APÊNDICE F - Termo de autorização de uso de imagem e depoimentos

TERMO DE AUTORIZAÇÃO DE USO DE IMAGEM E DEPOIMENTOS

Eu ____, RG _______________, depois de conhecer e entender os objetivos, procedimentos metodológicos, riscos e benefícios da pesquisa, bem como de estar ciente da necessidade do uso de minha imagem e depoimento, que foram feitas durante a realização dos encontros de grupos focais na UNEB, *Campus* VI-Caetité, **AUTORIZO**, através do presente termo, os pesquisadores (Gildelson Felicio de Jesus e a professora Drª Maria da Conceição Ferreira Reis Fonseca) do projeto de pesquisa intitulado ***"Apropriação de práticas de numeramento acadêmicas por estudantes de Licenciatura em Matemática de Caetité"***, a utilizar as fotos, gravações em áudio e/ou vídeo que se façam necessárias ou os meus depoimentos sem qualquer ônus financeiro a nenhuma das partes.

Ao mesmo tempo, libero a utilização dessas fotos, áudios e filmagens e/ou depoimentos para fins científicos e de estudos (livros, artigos, slides e transparências), em favor dos pesquisadores da pesquisa, acima especificados, obedecendo ao que está previsto nas Leis que resguardam os direitos das crianças e adolescentes (estatuto da Criança e do Adolescente – ECA, Lei Nº 8.069/1990), dos idosos (Estatuto do Idoso, Lei Nº 10.741/2003) e das pessoas com deficiência (Decreto Nº 3.298/1999, alterado pelo Decreto Nº 5.296/2004).

Caetité, 05 de novembro de 2018.

____
Participante da pesquisa

____
Maria da Conceição F. R. Fonseca
Pesquisador responsável pelo projeto

APÊNDICE G - Lista de Exercícios como atividade voluntária dos participantes dos GFs

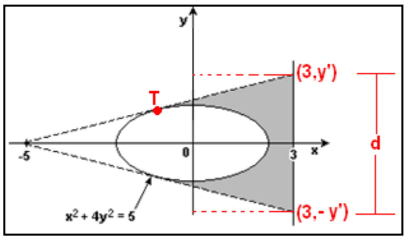
As questões abaixo fazem parte de uma lista de questões pré-selecionada para as atividades do Grupo Focal que não foram aplicadas durante os encontros. Caso queiram resolver essas questões ou parte delas, de forma voluntária, em um outro momento, favor verbalizar o raciocínio desenvolvido e comentar como as questões foram resolvidas, conforme fizemos nos encontros. <u>FAVOR GRAVAR UM ÁUDIO NO CELULAR E MANDAR PARA MEU WHATSAPP (Gildelson 77 8802 3626)</u>

❶ Observou-se que todas as formigas de um formigueiro trabalham de maneira ordeira e organizada. Foi feito um experimento com duas formigas e os resultados obtidos foram esboçados em um plano cartesiano no qual os eixos estão graduados em quilômetros. As duas formigas partiram juntas do ponto O, origem do plano cartesiano xOy. Uma delas caminhou horizontalmente para o lado direito, a uma velocidade de 4 km/h. A outra caminhou verticalmente para cima, à velocidade de 3 km/h. Após 2 horas de movimento, quais as coordenadas cartesianas das posições de cada formiga?

a) (8;0) e (0;6).
b) (4;0) e (0;6).
c) (4;0) e (0;3).
d) (0;8) e (6;0).
e) (0;4) e (3;0).

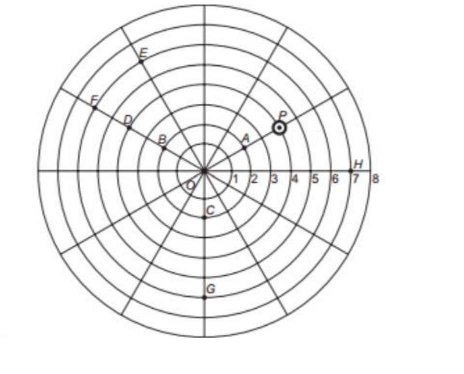
❷ Um holofote situado na posição (–5,0) ilumina uma região elíptica de contorno $\mathbf{x^2 + 4y^2 = 5}$, projetando sua sombra numa parede representada pela reta $\mathbf{x = 3}$, conforme ilustra a figura. Considerando o metro a unidade dos eixos, o comprimento da sombra projetada é de:

a) 2 **b)** 3 **c)** 4 **d)** 5

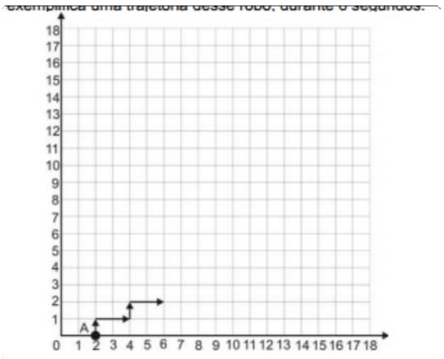


❸ No jogo mostrado na figura, uma bolinha desloca-se somente de duas formas: ao longo de linhas retas ou por arcos de circunferências centradas no ponto O e raios variando de 1 a 8. Durante o jogo, a bolinha que estiver no ponto P deverá realizar a seguinte sequência de movimentos: 2 unidades no mesmo sentido utilizado para ir do ponto O até o ponto A e, no sentido anti-horário, um arco de circunferência cujo ângulo central é 120°. Após a sequência de movimentos descrita, a bolinha estará no ponto:

a) B. **b) D.** **c) E.** **d) F.** **e) G.**

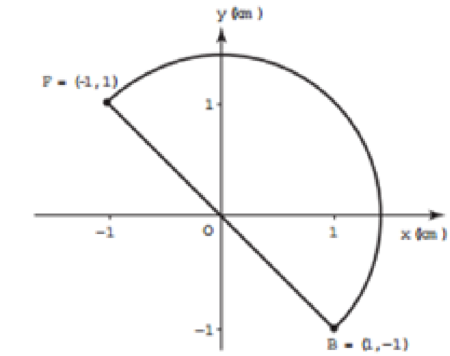


❹ O gráfico a seguir mostra o início da trajetória de um robô que parte do ponto A (2, 0), movimentando–se para cima ou para a direita, com velocidade de uma unidade de comprimento por segundo no plano cartesiano. O gráfico exemplifica uma trajetória desse robô, durante 6 segundos.
Supondo que esse robô continue essa mesma trajetória, qual será sua coordenada após 18 segundos de caminhada, contando o tempo a partir do ponto A?



a) $(0,18)$
b) $(18,2)$
c) $(18,0)$
d) $(14,6)$
e) $(6,14)$

❺ Em uma cidade será construída uma galeria subterrânea que receberá uma rede de canos para o transporte de água de uma fonte (F) até o reservatório de um novo bairro (B).
Após avaliações, foram apresentados dois projetos para o trajeto da construção da galeria: um segmento de reta que atravessaria outros bairros ou uma semicircunferência que contornaria esses bairros, conforme ilustrado no sistema de coordenadas xOy da figura, em que a unidade de medida nos eixos é o quilômetro.



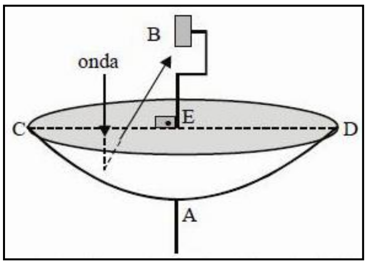
Estudos de viabilidade técnica mostram que, pelas características do solo, aconstrução de 1m de galeria via segmento de reta demora 1,0 h, enquanto que 1m de construção de galeria via semicircunferência demora 0,6 h. Há urgencia em disponibilizar água para esse bairro.
Use 3 como aproximação para π e 1,4 como aproximação para √2.

O menor tempo possível, em hora, para conclusão da construção da galeria, para atender às necessidades de água do bairro, é de:

a) 1 260.
b) 2 520.
c) 2 800.
d) 3 600.
e) 4 000.

❻ A superfície de uma antena parabólica pode ser gerada pela rotação completa de uma parábola ao redor do seu eixo. A intersecção dessa superfície com qualquer plano perpendicular ao eixo é um círculo.

Observe a figura. Considere um círculo de centro E e diâmetro CD de 4 metros de comprimento, cuja medida da distância do centro E ao vértice A do paraboloide é 0,5 metro.

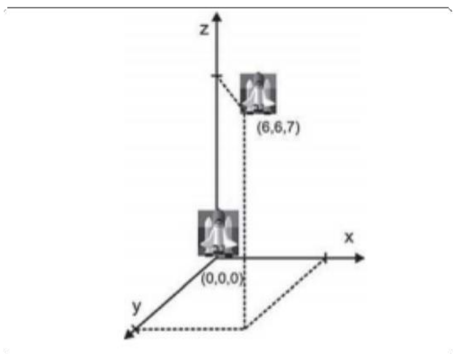


a) Escreva a equação cartesiana da parábola de foco B contida no plano CAD, sendo o vértice (A) a origem do sistema cartesiano e o eixo das abscissas paralelo ao diâmetro CD como mostra a figura.
b) Calcule a distância do vértice **A** ao foco **B**.

❼ Um foguete foi lançado do marco zero de uma estação e após alguns segundos atingiu a posição (6, 6, 7) no espaço, conforme mostra na figura. As distâncias são medidas em quilômetros.

Considerando que o foguete continuou sua trajetória, mas se deslocou 2 km para frente na direção do eixo–x, 3 km para trás na direção do eixo–y, e 11 km para frente, na direção do eixo–z, então o foguete atingiu a posição?

a) (17, 3, 9).
b) (8, 3, 18).
c) (6, 18, 3).
d) (4, 9, – 4).
e) (3, 8, 18).

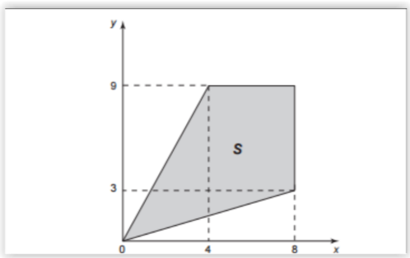


❽ Uma região de uma fábrica deve ser isolada, pois nela os empregados ficam expostos a riscos de acidentes. Essa região está representada pela porção de cor cinza (quadrilátero de área S) na figura.

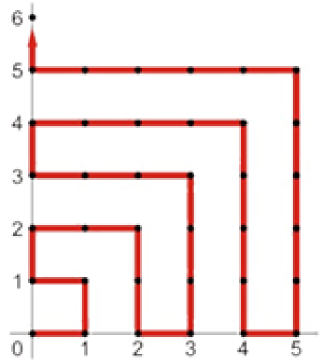
Para que os funcionários sejam orientados sobre a localização da área isolada, cartazes informativos serão afixados por toda a fábrica. Para confeccioná-los, um programador utilizará um software que permite desenhar essa região a partir de um conjunto de desigualdades algébricas.

As desigualdades que devem ser utilizadas no referido software, para o desenho da região de isolamento, são:

a) A $3y - x \leq \geq 0$; $2y - x \geq 0$; $y \leq 8$; $x \leq 9$
b) B $3y - x \leq 0$; $2y - x \geq 0$; $y \leq 9$; $x \leq 8$
c) C $3y - x \geq 0$; $2y - x \leq 0$; $y \leq 9$; $x \leq 8$
d) D $4y - 9x \leq 0$; $8y - 3x \geq 0$; $y \leq 8$; $x \leq 9$
e) E $4y - 9x \leq 0$; $8y - 3x \geq 0$; $y \leq 9$; $x \leq 8$



❾ A linha poligonal da figura parte da origem e passa por todos os pontos do plano que têm coordenadas inteiras não negativas, de acordo com o padrão indicado. A unidade de comprimento nos eixos é 1 cm. O comprimento da poligonal da origem até um ponto (*a,b*) é chamado de *lonjura* de (a,b); por exemplo, a lonjura de (1,2) é 5 cm.



e) Determine a lonjura dos pontos (3,2) e (0,4).

f) Quantos pontos de coordenadas inteiras estão contidos no interior e nos lados do quadrado cujos vértices são (0,0), (n,0), (n,n) e (0,n)?

g) Explique por que a lonjura do ponto (n,n) é $n^2 + n$.

h) Qual o ponto cuja lonjura é 425?

❿ O cruzamento da quantidade de horas estudadas com o desempenho no Programa internacional de Avaliação de Estudantes (Pisa) mostra que mais tempo na escola não é garantia de nota acima da média.

Dos países com notas abaixo da média nesse exame, aquele que apresenta maior quantidade de horas de estudo é:

a) Finlândia;

b) Holanda;

c) Israel;

d) México;

e) Rússia.

⓫ Quatro estações distribuidoras de energia A, B, C e D estão dispostas como vértices de um quadrado de 40 km de lado. Deseja-se construir uma estação central que seja ao mesmo tempo equidistante das estações A e B e da estrada (reta) que liga as estações C e D. A nova estação deve ser localizada

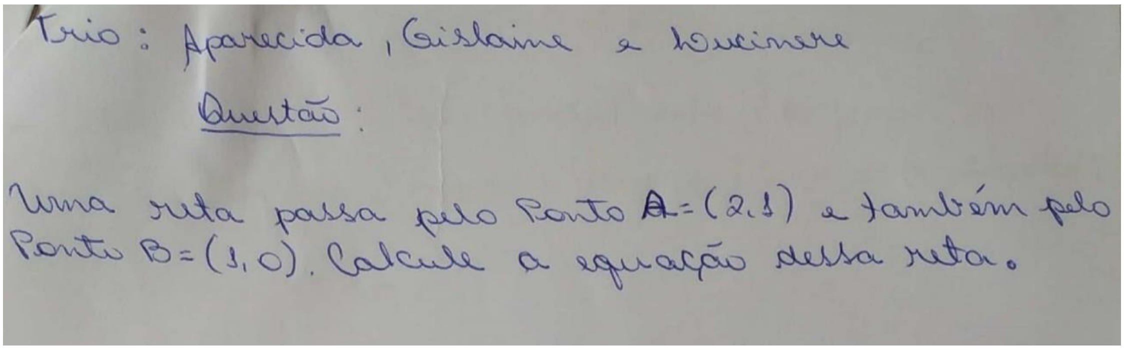
a) no centro do quadrado.
b) na perpendicular à estrada que liga C e D passando por seu ponto médio, a 15 km dessa estrada.
c) na perpendicular à estrada que liga C e D passando por seu ponto médio, a 25 Km dessa estrada.
d) no vértice de um triângulo equilátero de base AB, oposto a essa base.
e) no ponto médio da estrada que liga as estações A e B.

Aguardamos o seu retorno! GRATO PELA SUA PARTICIPAÇÃO!

ANEXOS

ANEXO A – Questões elaboradas pelos participantes do GF3 em 01/10/2018

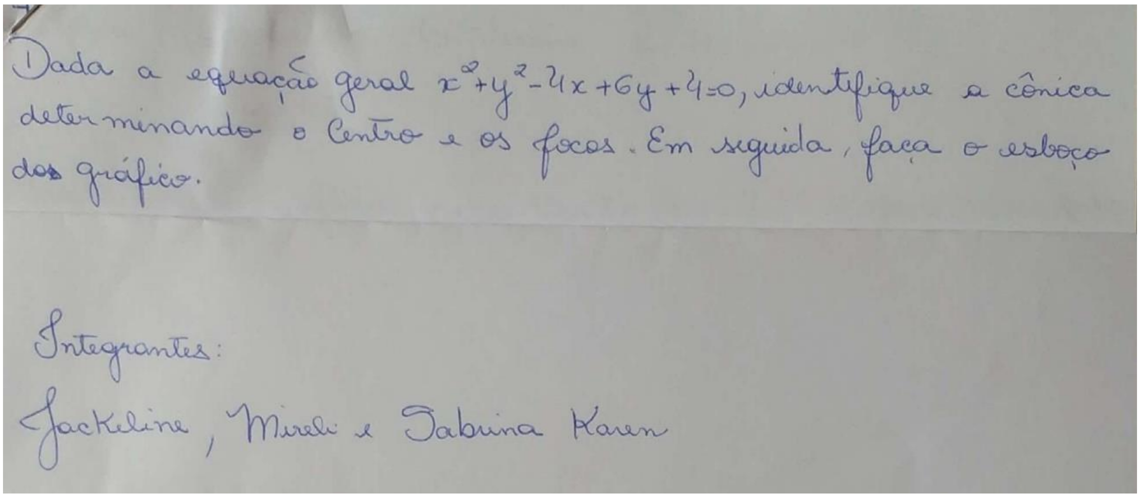
Questão elaborada pelas estudantes Cida, Gislaine e Lucinere.


Trio: Aparecida, Gislaine e Lucinere

Questão:

Uma reta passa pelo Ponto A = (2,1) e também pelo Ponto B = (1,0). Calcule a equação dessa reta.

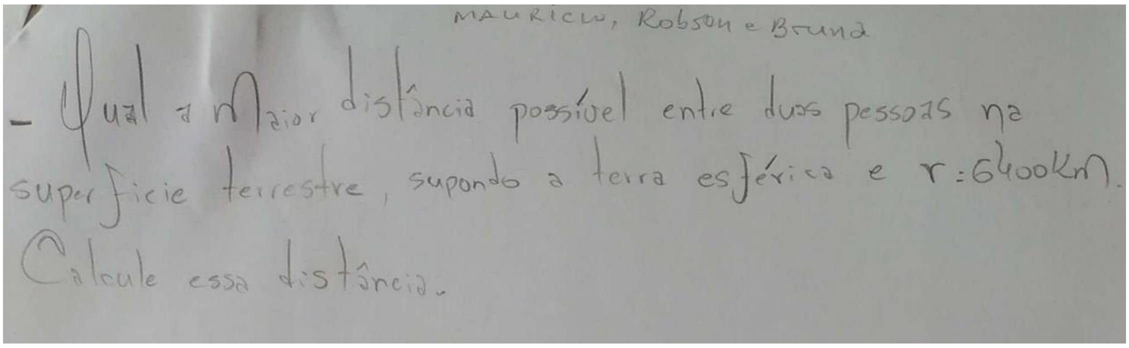
Questão elaborada pelas estudantes Jackeline, Mireli e Sabrina.


1) Dada a equação geral $x^2+y^2-4x+6y+4=0$, identifique a cônica determinando o centro e os focos. Em seguida, faça o esboço dos gráfico.

Integrantes:

Jackeline, Mireli e Sabrina Karen

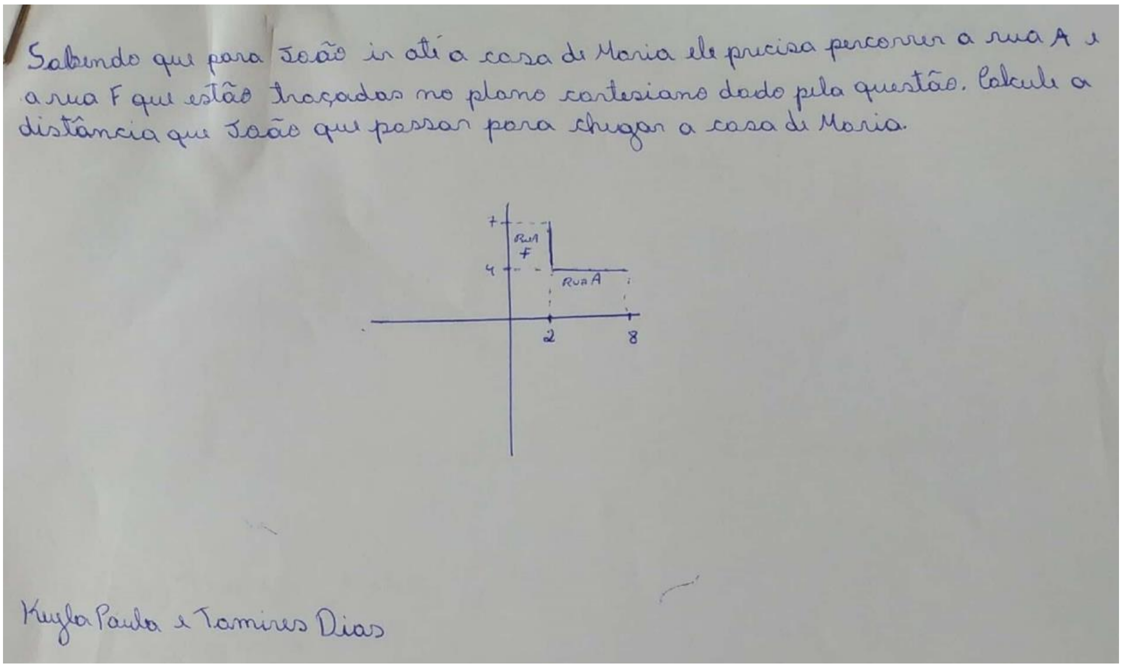
Questão elaborada pelos/as estudantes Maurício, Robson e Bruna.


MAURICIO, Robson e Bruna

- Qual a maior distância possível entre duas pessoas na superfície terrestre, supondo a terra esférica e r: 6400km. Calcule essa distância.

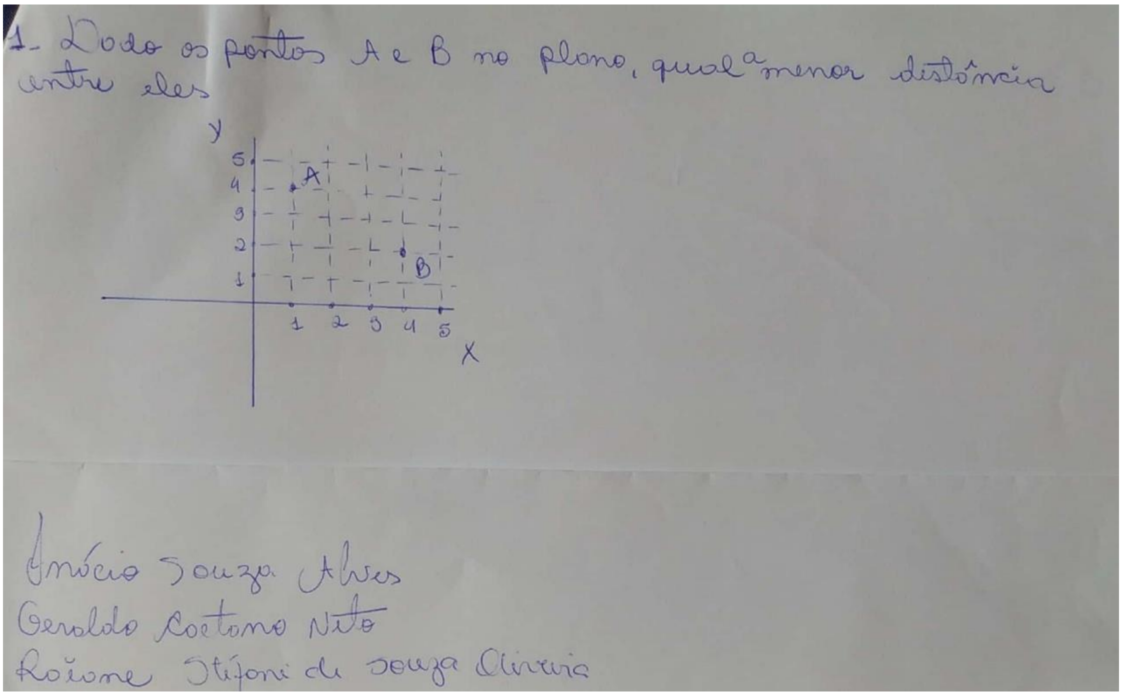
ANEXO B – Questões elaboradas pelos participantes do GF1 em 01/10/2018

Questão elaborada pelas estudantes Keyla e Tamires.


Sabendo que para João ir até a casa de Maria ele precisa percorrer a rua A e a rua F que estão traçadas no plano cartesiano dado pela questão. Calcule a distância que João que passar para chegar a casa de Maria.

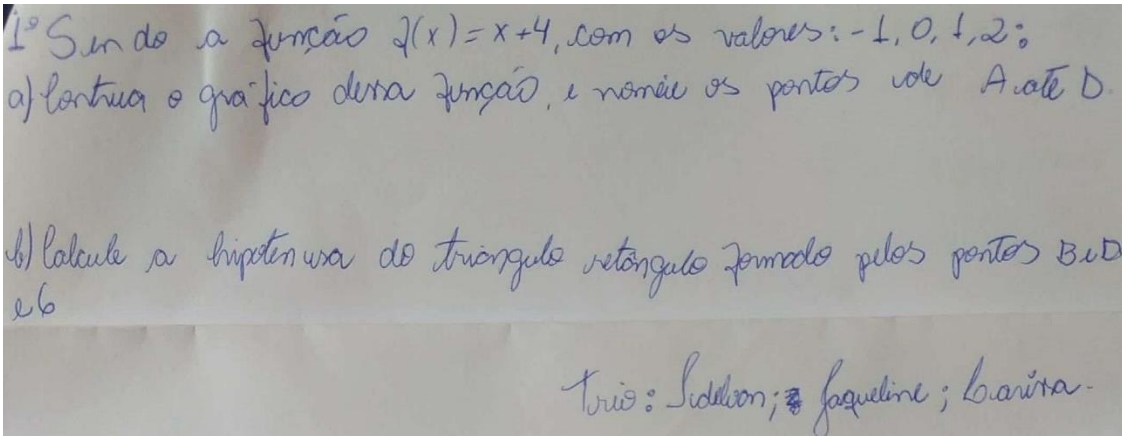
Keyla Paula e Tamires Dias

Questão elaborada pelas estudantes Inácio, Geraldo e Raiane.


1- Dado os pontos A e B no plano, qual a menor distância entre eles

Inácio Souza Alves
Geraldo Caetano Neto
Raiane Stéfani de Souza Oliveira

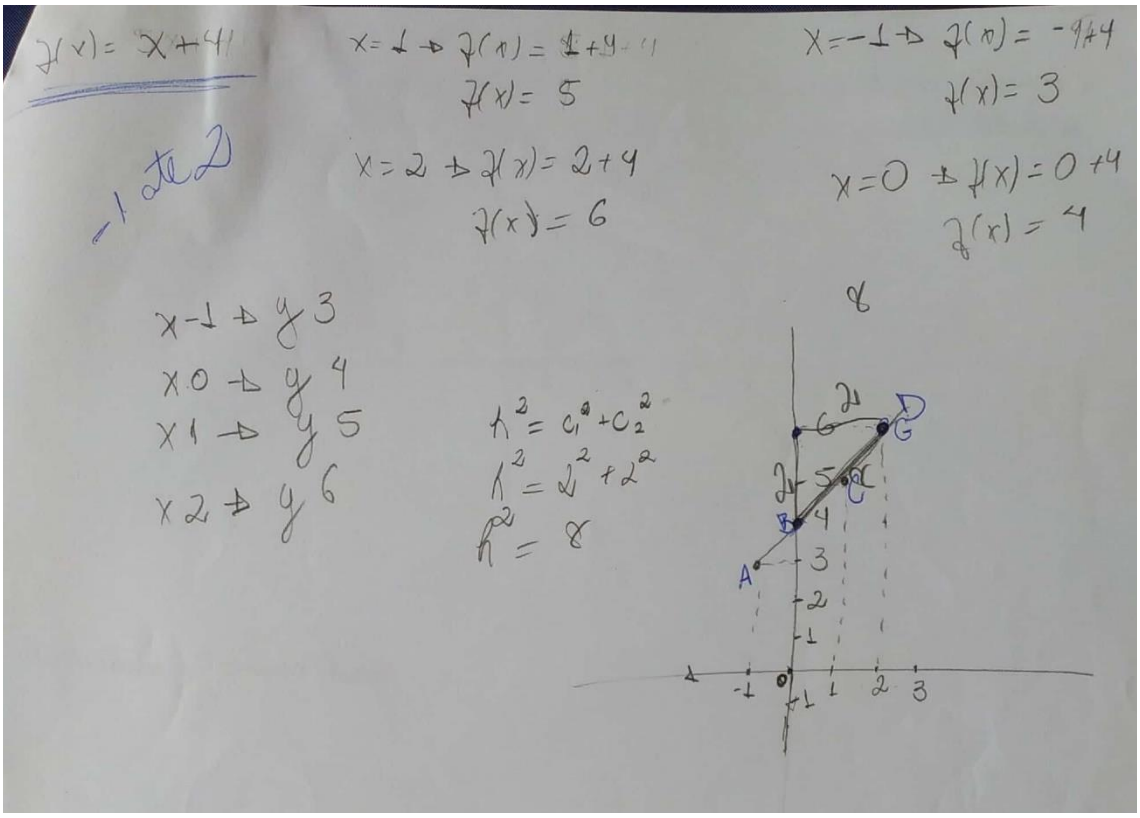
Questão elaborada pelas estudantes Idelvan, Jaqueline e Larissa do GF1.


1º Sendo a função $f(x) = x+4$, com os valores: $-1, 0, 1, 2$:
a) Contrua o gráfico dessa função, e nomeie os pontos de A até D.

b) Calcule a hipotenusa do triângulo retângulo formado pelos pontos B, D e G

Trio: Idelvan; Jaqueline; Larissa.

Rascunho e cálculos da questão durante a elaboração.



ANEXO C – Questões elaboradas pelos participantes do GF2 em 01/10/2018

Questão elaborada pelas estudantes Érica, Luís e Marcos Vinícius.

Érica Karen Araújo Gomes
Luís Carlos Esdras Duarte Nascimento
Marcos Vinícius Teixeira Rodrigues

→ Questão proposta:

Determinar a equação da reta que passa pelos pontos $A(3,-2)$ e $B(-4,5)$.

→ Resolução:

$P = A + t\vec{v}$

$\vec{AB} = B - A = (-7, 7)$

$r: (x,y) = (3,-2) + t(-7,7)$

$\begin{cases} x = 3 - 7t \\ y = -2 + 7t \end{cases}$ → Forma Paramétrica

Questão elaborada pelas estudantes Eduarda, Antônio e Marcos Adriano.

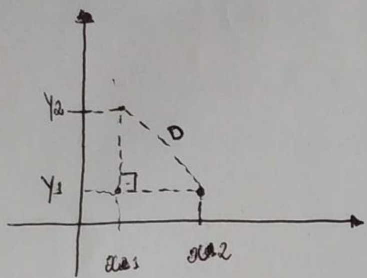
A cidade A está localizada a 15° da capital, enquanto a cidade B está localizada a 165°; Desprezando o relevo e a resistencia do ar, calcule a menor distância entre as duas cidades, sabendo que A localiza-se no ponto $(3, 2)$ e B no ponto $(-7, 5)$.

Eduarda Pinheiro Meira, Marcos Adriano M. Silva, Antônio Marcos de Carvalho Pereira

Questão elaborada pelas estudantes Leandro, Maria, Grasielle e Cleidiane do GF2.

DEMONSTRAÇÃO

DISTÂNCIA ENTRE DOIS PONTOS



= D(P, P2)

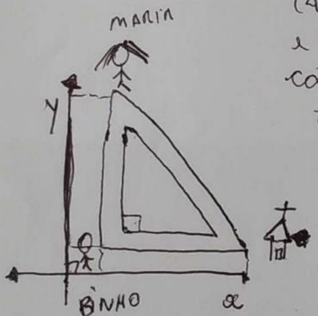
PELO TEOREMA DE PITÁGORAS TEMOS:

$$D^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

$$D = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$P_1(x_2, y_1)$

$P_2(x_1, y_2)$

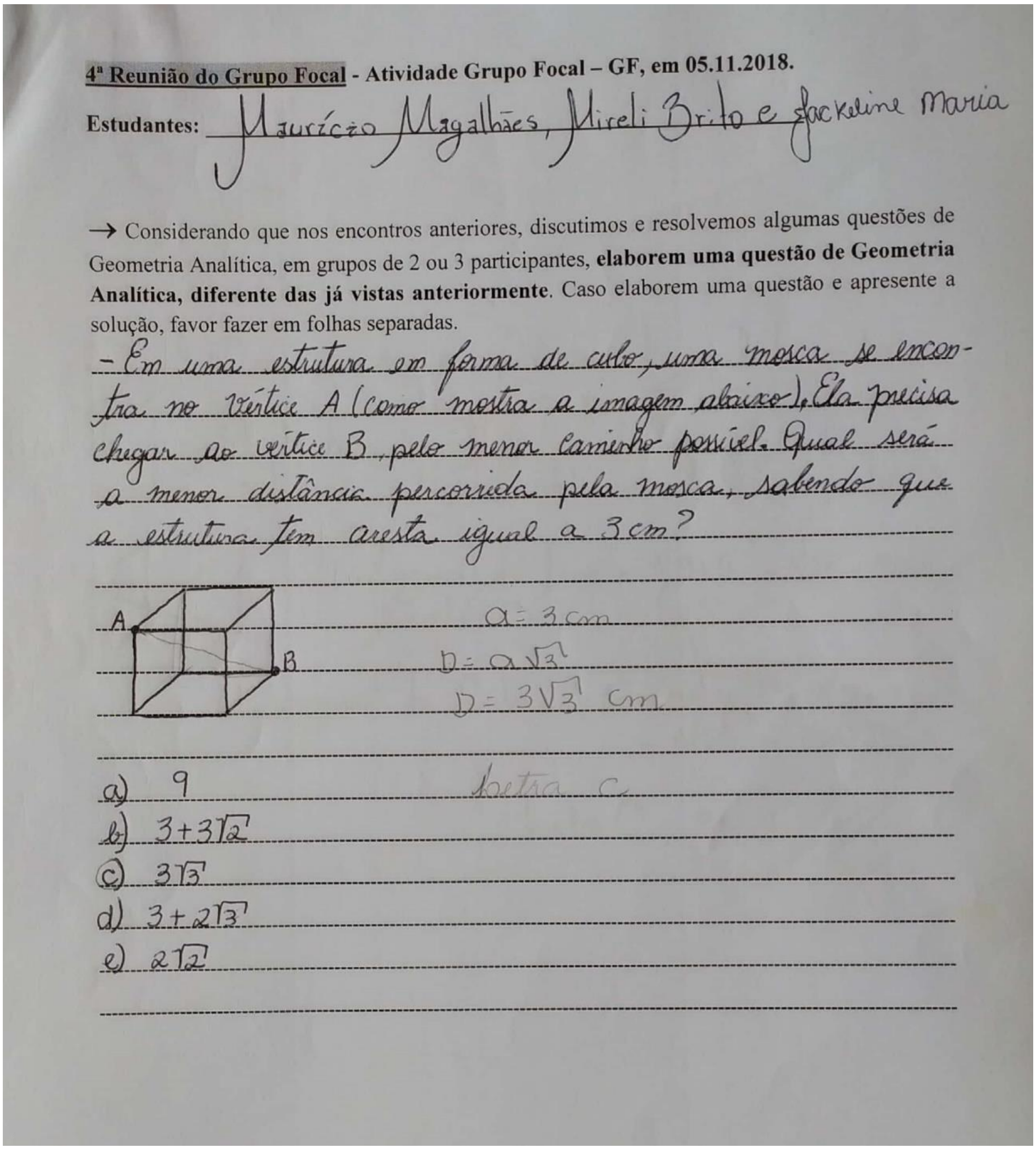


Maria está a uma distância de 5 metros da catedral Senhora Sant'Ana localizada no ponto (4, 1) e Binha está localizado no ponto P(1, y), e vai encontrar maria, para se deslocar para catedral. Qual a distância de Binho a maria? E qual a distância total percorrida?

EQUIPE: Leandro Guimarães de Brito
Maria [illegible]
Grasielle de Oliveira Pereira
Cleidiane Guedes Cruz.

ANEXO D – Questões elaboradas e respondidas pelos participantes do GF3 em 05/11/2018

Questão elaborada por Maurício, Mireli e Jackeline e respondida por Cida, Gislaine, Bruna e Lucinere, conforme anotações.



4ª Reunião do Grupo Focal - Atividade Grupo Focal – GF, em 05.11.2018.

Estudantes: Maurício Magalhães, Mireli Brito e Jackeline Maria

→ Considerando que nos encontros anteriores, discutimos e resolvemos algumas questões de Geometria Analítica, em grupos de 2 ou 3 participantes, **elaborem uma questão de Geometria Analítica, diferente das já vistas anteriormente**. Caso elaborem uma questão e apresente a solução, favor fazer em folhas separadas.

- Em uma estrutura em forma de cubo, uma mosca se encontra no vértice A (como mostra a imagem abaixo). Ela precisa chegar ao vértice B pelo menor caminho possível. Qual será a menor distância percorrida pela mosca, sabendo que a estrutura tem aresta igual a 3 cm?

A B

$a = 3\text{ cm}$

$D = a\sqrt{3}$

$D = 3\sqrt{3}\text{ cm}$

a) 9

b) $3+3\sqrt{2}$

c) $3\sqrt{3}$

d) $3+2\sqrt{3}$

e) $2\sqrt{2}$

Letra c

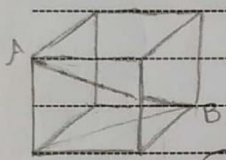
Anotações com o cálculo da resposta feita pelo grupo que elaborou: Maurício, Mireli e Jackeline.

4ª Reunião do Grupo Focal - Atividade Grupo Focal – GF, em 05.11.2018.

Estudantes: ______________________________

→ Considerando que nos encontros anteriores, discutimos e resolvemos algumas questões de Geometria Analítica, em grupos de 2 ou 3 participantes, **elaborem uma questão de Geometria Analítica, diferente das já vistas anteriormente**. Caso elaborem uma questão e apresente a solução, favor fazer em folhas separadas.

A Menor distância será pela diagonal do cubo. Para chegarmos a esse valor precisaremos apenas da diagonal de uma das faces e de uma de suas arestas, aplicando pitágoras obteremos a resposta.



Diagonal da face $= \sqrt{9+9} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$

Aresta $= 3$

Diagonal do Cubo $= \sqrt{3^2 + (3\sqrt{2})^2} = \sqrt{9+9.2}$
$= \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$

Letra C, $3\sqrt{3}$

Questão elaborada por Cida, Gislaine, Bruna e Lucinere e respondida por Maurício, Mireli e Jackeline, conforme anotações.

4ª Reunião do Grupo Focal - Atividade Grupo Focal – GF, em 05.11.2018.

Estudantes: Aparecida, Gislaine, Bruna, Lucinere

→ Considerando que nos encontros anteriores, discutimos e resolvemos algumas questões de Geometria Analítica, em grupos de 2 ou 3 participantes, **elaborem uma questão de Geometria Analítica, diferente das já vistas anteriormente**. Caso elaborem uma questão e apresente a solução, favor fazer em folhas separadas.

Roberto é vendedor de picolé, e trabalha na sorveteria Ki delícia. Ele tem como meta percorrer o raio de 3km ao redor da sorveteria fazendo entregas de picolé em alguns pontos da cidade: como mostra a seguir:

Escola (-7,5)

Parque (5,4)

Sorveteria (0,0)

Praça (2,-1)

* Calcule quais dos pontos destacados, ele conseguirá atender percorrendo a meta de 3km.

$D' = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

$D' = \sqrt{(-7)^2+(5)^2}$

$D' = \sqrt{74}$

$D' = 8,6$

$D = \sqrt{(5)^2+(4)^2}$

$D = \sqrt{41}$

$D = 6,4$

$D = \sqrt{(2)^2+(-1)^2}$

$D = \sqrt{5}$

$D = 2,2$

Logo ao realizarmos distância entre pontos, chegamos a conclusão de que percorrendo até 3Km de raio, ele atenderá somente a praça, com distância de 2,2 Km.

Rascunho da questão elaborada por Cida, Gislaine, Bruna e Lucinere antes de passar a limpo.

Questão 2

A localização de alguns estabelecimentos comerciais de uma determinada cidade se esta definida a seguir:

a) Uma sorveteria Ki delícia na cordenada A: (5, 4)

B) Supermercado 3 na coordenada B(2, 5)

c) A praça Matriz na coordenada C: (0, 0)

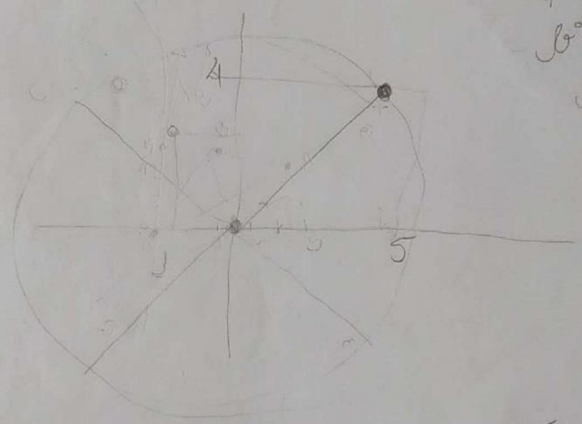
$a^2 = b^2 + c^2$

$4^2 = b^2 + 5^2$

$b^2 = 25 - 16$

$b^2 = 9$

$b = 3$



Roberto é vendedor de picolé, e trabalha na sorveteria Ki delícia. Ele tem como meta percorrer o raio de 3 Km ao redor da sorveteria fazendo entregas de Piccolé em alguns pontos da cidade. como mostra a seguir:

Calcule quais dos pontos destacados ele conseguirá atender percorrendo a meta de 3 Km.

• (-7, 5)

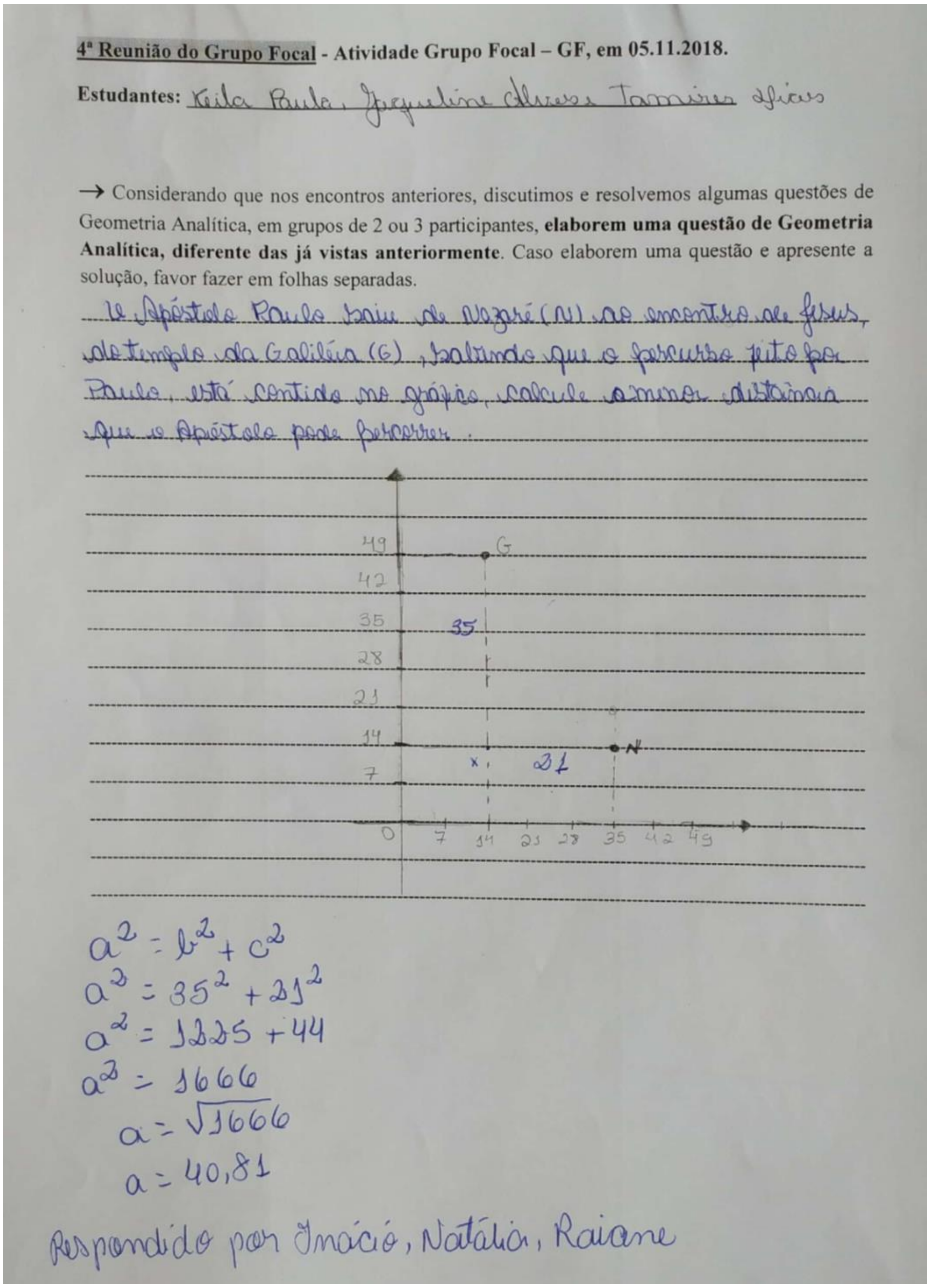
• parque (5, 4)

• sorveteria (0, 0)

(2, 1)

ANEXO E – Questões elaboradas e respondidas pelos participantes do GF1 em 05/11/2018

Questão elaborada por Keila, Jaqueline e Tamires e respondida por Inácio, Natália e Raiane, conforme anotações.



4ª Reunião do Grupo Focal - **Atividade Grupo Focal – GF, em 05.11.2018.**

Estudantes: Keila Paula, Jaqueline Alves e Tamires [illegible]

→ Considerando que nos encontros anteriores, discutimos e resolvemos algumas questões de Geometria Analítica, em grupos de 2 ou 3 participantes, **elaborem uma questão de Geometria Analítica, diferente das já vistas anteriormente**. Caso elaborem uma questão e apresente a solução, favor fazer em folhas separadas.

O Apóstolo Paulo saiu de Nazaré (N) ao encontro de Jesus, ao templo da Galiléia (G), sabendo que o percurso feito por Paulo está contido no gráfico, calcule a menor distância que o Apóstolo pode percorrer.

$a^2 = b^2 + c^2$

$a^2 = 35^2 + 21^2$

$a^2 = 1225 + 44$

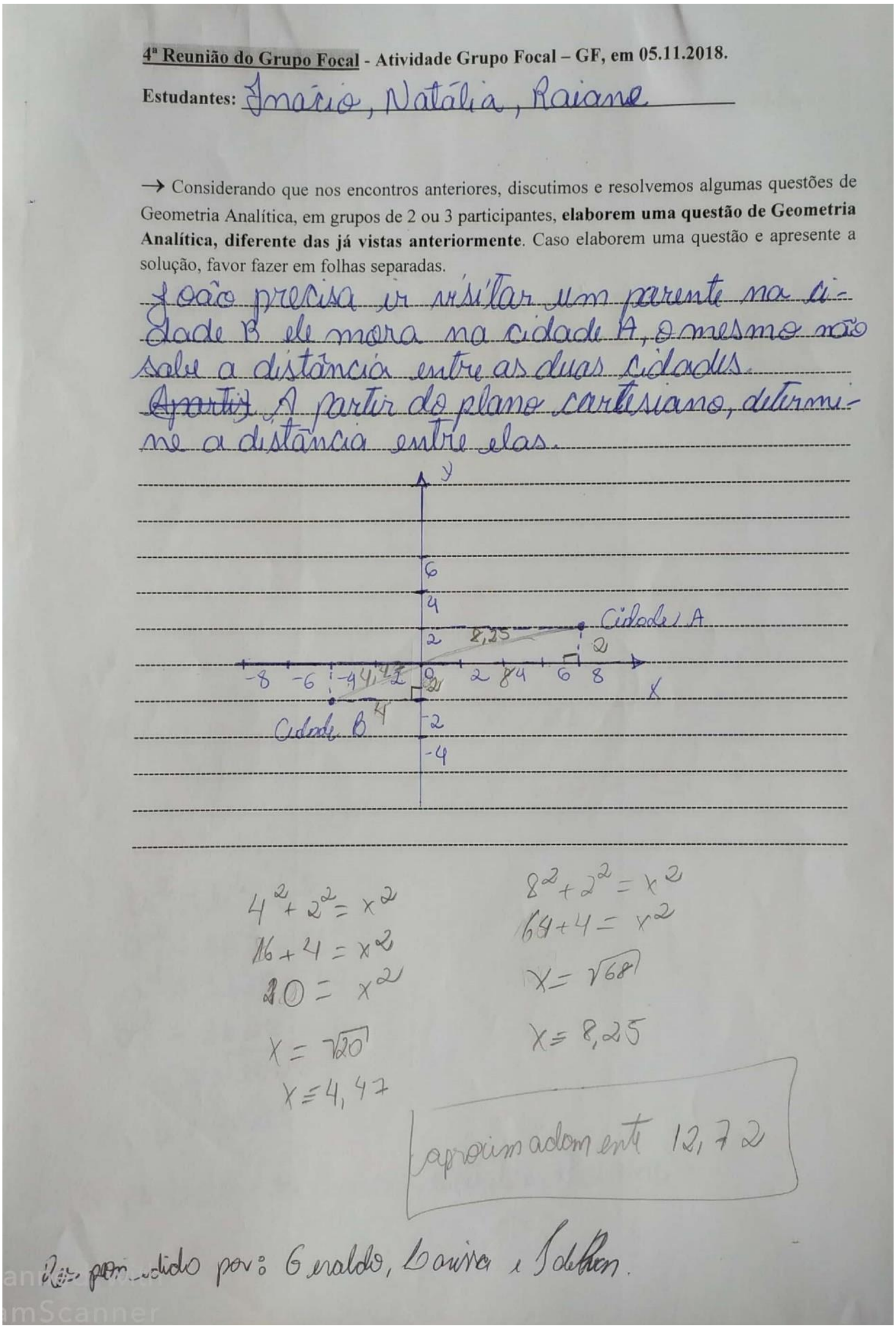
$a^2 = 1666$

$a = \sqrt{1666}$

$a = 40{,}81$

Respondido por Inácio, Natália, Raiane

Questão elaborada por Inácio, Natália e Raiane e respondida por Geraldo, Larissa e Idelvan, conforme anotações.



4ª Reunião do Grupo Focal - **Atividade Grupo Focal – GF, em 05.11.2018.**

Estudantes: Inácio, Natália, Raiane

→ Considerando que nos encontros anteriores, discutimos e resolvemos algumas questões de Geometria Analítica, em grupos de 2 ou 3 participantes, **elaborem uma questão de Geometria Analítica, diferente das já vistas anteriormente**. Caso elaborem uma questão e apresente a solução, favor fazer em folhas separadas.

João precisa ir visitar um parente na cidade B ele mora na cidade A, o mesmo não sabe a distância entre as duas cidades. ~~Apartir~~ A partir do plano cartesiano, determine a distância entre elas.

$4^2+2^2=x^2$

$16+4=x^2$

$20=x^2$

$x=\sqrt{20}$

$x\cong 4,47$

$8^2+2^2=x^2$

$64+4=x^2$

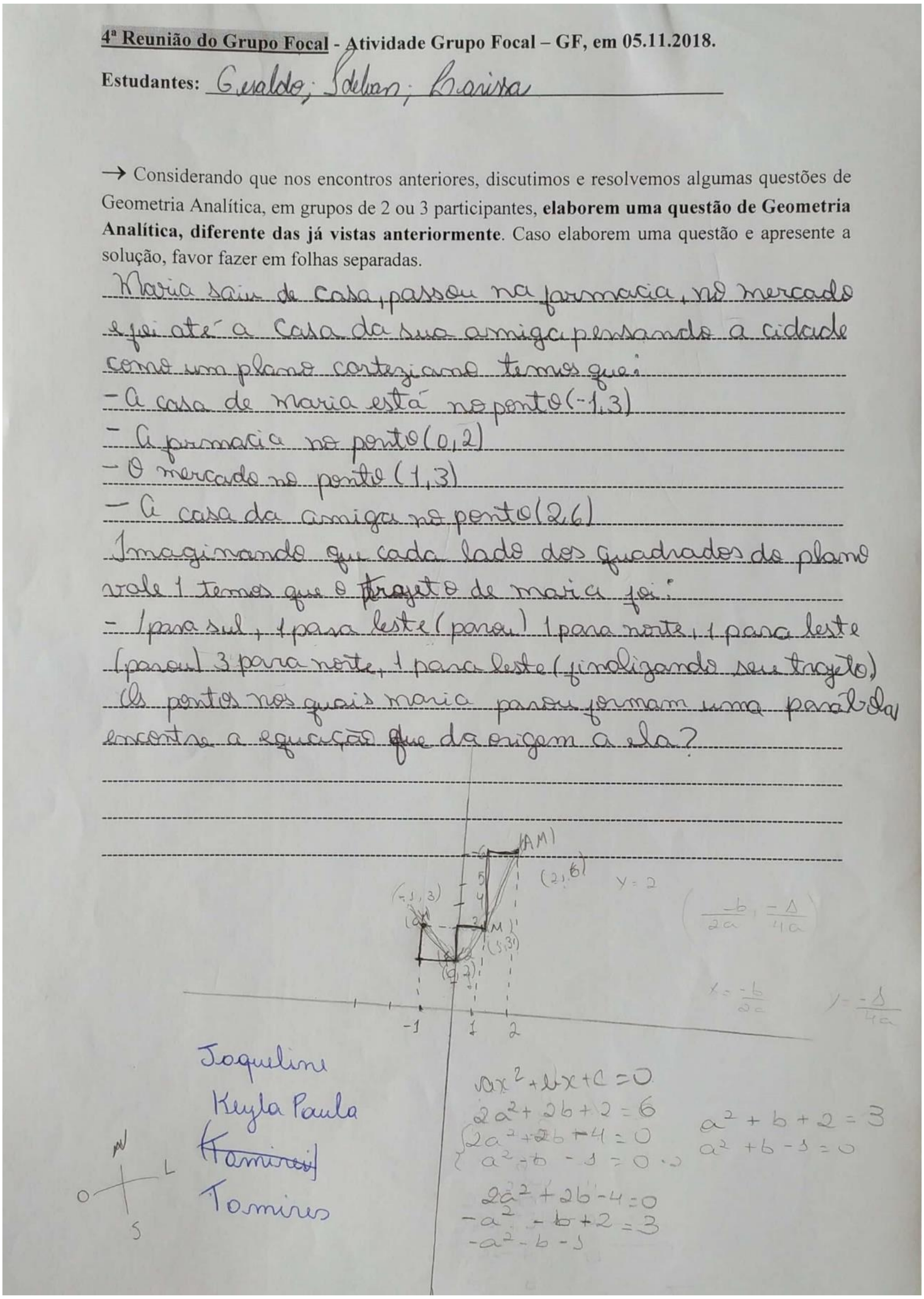
$x=\sqrt{68}$

$x\cong 8,25$

aproximadamente 12,72

Respondido por: Geraldo, Larissa e Idelvan.

Questão elaborada por Geraldo, Idelvan e Larissa e respondida por Jaqueline, Keila e Tamires, conforme anotações.



4ª Reunião do Grupo Focal - Atividade Grupo Focal – GF, em 05.11.2018.

Estudantes: Geraldo; Idelvan; Larissa

→ Considerando que nos encontros anteriores, discutimos e resolvemos algumas questões de Geometria Analítica, em grupos de 2 ou 3 participantes, **elaborem uma questão de Geometria Analítica, diferente das já vistas anteriormente**. Caso elaborem uma questão e apresente a solução, favor fazer em folhas separadas.

Maria saiu de casa, passou na farmacia, no mercado e foi até a casa da sua amiga pensando a cidade como um plano cartesiano temos que:
- A casa de maria está no ponto (-1,3)
- A farmacia no ponto (0,2)
- O mercado no ponto (1,3)
- A casa da amiga no ponto (2,6)

Imaginando que cada lado dos quadrados do plano vale 1 temos que o ~~trajeto~~ trajeto de maria foi:
- 1 para sul, 1 para leste (parou) 1 para norte, 1 para leste (parou) 3 para norte, 1 para leste (finalizando seu trajeto)

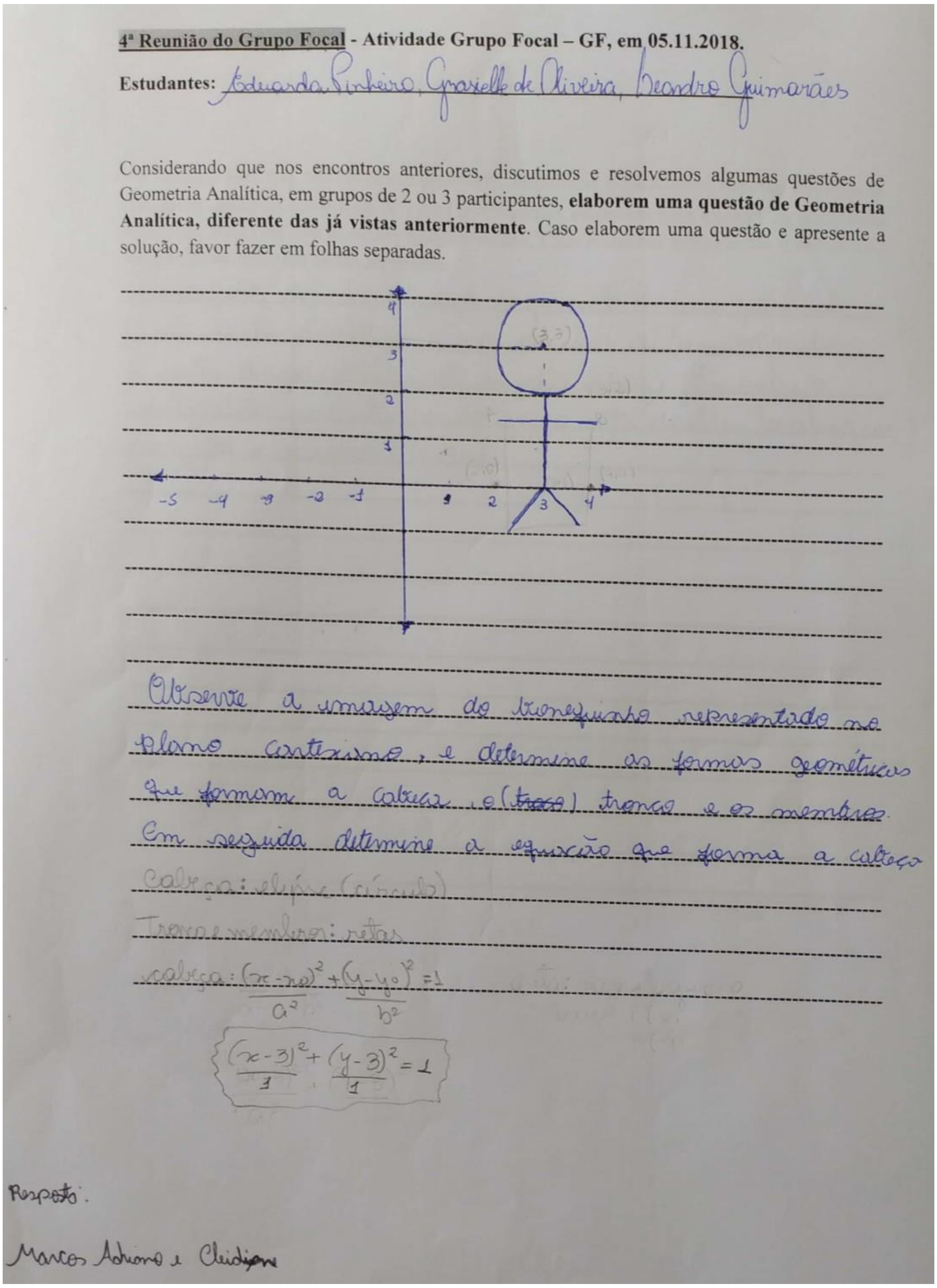
Os pontos nos quais maria parou formam uma parábola encontre a equação que da origem a ela?

Jaqueline
Keyla Paula
~~Tamires~~
Tamires

$ax^2+bx+c=0$
$2a^2+2b+2=6$
$2a^2+2b-4=0$
$a^2+b-2=0$
$a^2+b+2=3$
$a^2+b-1=0$
$2a^2+2b-4=0$
$-a^2-b+2=3$
$-a^2-b-1$

ANEXO F – Questões elaboradas e respondidas pelos participantes do GF2 em 05/11/2018

Questão elaborada por Eduarda, Leandro e Grasielle e respondida por Cleidiane e Marcos Adriano, conforme anotações.



4ª Reunião do Grupo Focal - Atividade Grupo Focal – GF, em 05.11.2018.

Estudantes: Eduarda Pinheiro, Graselle de Oliveira, Leandro Guimarães

Considerando que nos encontros anteriores, discutimos e resolvemos algumas questões de Geometria Analítica, em grupos de 2 ou 3 participantes, **elaborem uma questão de Geometria Analítica, diferente das já vistas anteriormente**. Caso elaborem uma questão e apresente a solução, favor fazer em folhas separadas.

Observe a imagem do bonequinho representado no plano cartesiano, e determine as formas geométricas que formam a cabeça, o (~~traço~~) tronco e os membros. Em seguida determine a equação que forma a cabeça

Cabeça: elipse (círculo)

Tronco e membros: retas

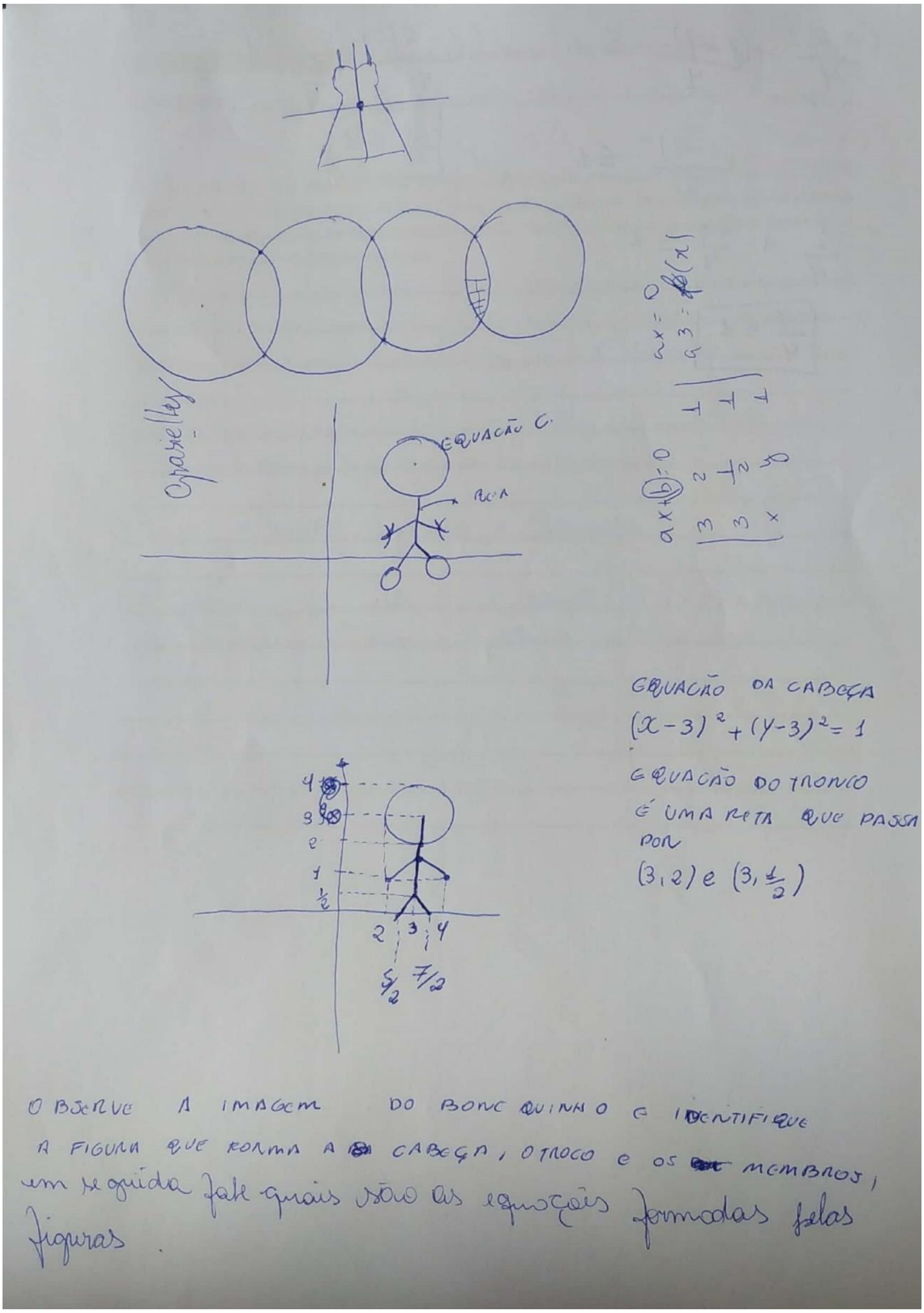
cabeça: $\frac{(x-x_0)^2}{a^2}+\frac{(y-y_0)^2}{b^2}=1$

$$\frac{(x-3)^2}{1}+\frac{(y-3)^2}{1}=1$$

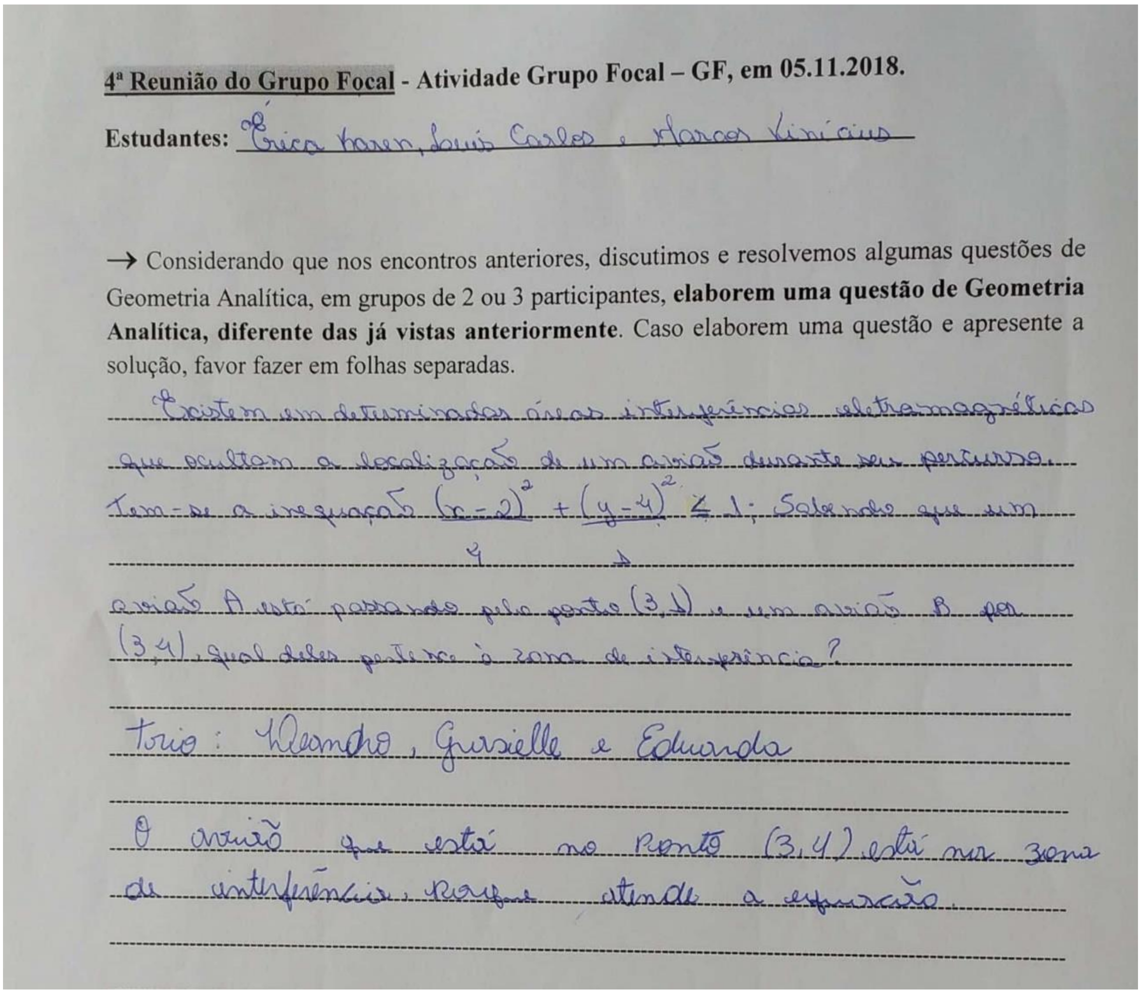
Resposta:

Marcos Adriano e Cleidiane

Rascunho da questão antes do grupo passar a limpo.



Questão elaborada por Érica, Luís e Marcos Vinícius e respondida por Eduarda, Leandro e Grasielle, conforme anotações.



4ª Reunião do Grupo Focal - **Atividade Grupo Focal – GF, em 05.11.2018.**

Estudantes: Érica Karen, Luís Carlos e Marcos Vinícius

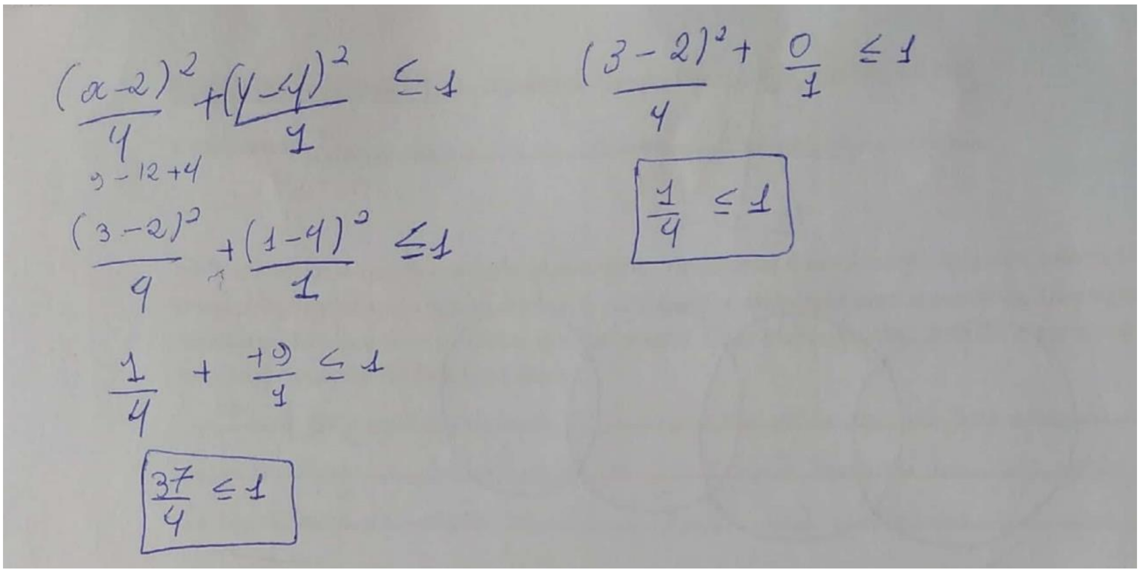
→ Considerando que nos encontros anteriores, discutimos e resolvemos algumas questões de Geometria Analítica, em grupos de 2 ou 3 participantes, **elaborem uma questão de Geometria Analítica, diferente das já vistas anteriormente**. Caso elaborem uma questão e apresente a solução, favor fazer em folhas separadas.

Existem em determinadas áreas interferências eletromagnéticas que ocultam a localização de um avião durante seu percurso. Tem-se a inequação $\frac{(x-2)^2}{4} + \frac{(y-4)^2}{1} \leq 1$; Sabendo que um avião A está passando pelo ponto (3,1) e um avião B por (3,4), qual deles pertence à zona de interferência?

Trio: Leandro, Grasielle e Eduarda

O avião que está no ponto (3,4) está na zona de interferência, porque atende a equação.

Cálculos/anotações:



$$\frac{(x-2)^2}{4} + \frac{(y-4)^2}{1} \leq 1$$

9 - 12 + 4

$$\frac{(3-2)^2}{4} + \frac{(1-4)^2}{1} \leq 1$$

$$\frac{1}{4} + \frac{+9}{1} \leq 1$$

$$\boxed{\frac{37}{4} \leq 1}$$

$$\frac{(3-2)^2}{4} + \frac{0}{1} \leq 1$$

$$\boxed{\frac{1}{4} \leq 1}$$

Questão elaborada por Cleidiane e Marcos Adriano e respondida por Érica, Luís e Marcos Vinícius, conforme anotações.

<u>4ª Reunião do Grupo Focal</u> - Atividade Grupo Focal – GF, em 05.11.2018.

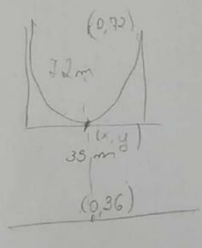
Estudantes: Cleidiane e Marcos Adriano

→ Considerando que nos encontros anteriores, discutimos e resolvemos algumas questões de Geometria Analítica, em grupos de 2 ou 3 participantes, **elaborem uma questão de Geometria Analítica, diferente das já vistas anteriormente**. Caso elaborem uma questão e apresente a solução, favor fazer em folhas separadas.

Uma ponte de cabos de aço no formato de uma parábola tem 72 metros de altura e suas colunas distam 35 metros, o centro da parábola está no ponto Q(x,y). Encontre o centro desta parábola sendo que a reta diretriz localiza-se em y=36 e seu foco F(0,72).

(0,54)

Respondido por: Érica, Luís e Marcos



(0,54)

$y = 72 + 36$

$y = \frac{108}{2} = 54$

ANEXO G – Procedimento de "completar os quadrados" extraídos do livro Matemática: ciências e aplicações, volume 3 – Ensino Médio, Iezzi et al (2016)

Método I: completando os quadrados

Para determinarmos o centro e a medida do raio da circunferência representada, por exemplo, pela equação $x^2 + y^2 - 6x - 4y - 23 = 0$ (ou mesmo saber se, de fato, a equação representa uma circunferência), utilizamos um processo prático que consiste em "completar quadrados" para podermos escrever a equação em sua forma reduzida:

- Agrupamos os termos em **x** e em **y** e passamos o termo independente para o 2º membro da igualdade:

$$x^2 - 6x + y^2 - 4y = 23 \text{ e escrevemos: } x^2 - 6x + \blacksquare + y^2 - 4y + \blacksquare = 23$$

- Podemos notar que existem números reais que podem ser colocados no lugar do quadradinho azul e do quadradinho vermelho de modo a obter dois trinômios quadrados perfeitos (um em **x** e o outro em **y**). Esses números são 9 e 4, respectivamente, que também devem ser adicionados ao 2º membro da igualdade a fim de não alterá-la:

$$\underbrace{x^2 - 6x + 9}_{(x-3)^2} + \underbrace{y^2 - 4y + 4}_{(y-2)^2} = 23 + 9 + 4$$

$$(x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 36$$

Assim, transformamos a equação geral da circunferência, $x^2 + y^2 - 6x - 4y - 23 = 0$, na equação reduzida $(x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 36$ e, como sabemos, o centro é (3, 2) e a medida do raio é 6.

Fonte: (IEZZI et al, 2016, p. 70)

6 Qual é a cônica representada pela equação $4x^2 - y^2 - 32x + 8y + 52 = 0$?

Solução:

Vamos completar os quadrados:

$$4(x^2 - 8x + \blacksquare) - (y^2 - 8y + \blacksquare) = -52$$

$$4 \cdot (x^2 - 8x + 16) - (y^2 - 8y + 16) = -52 + 4 \cdot 16 + (-16)$$

$$4 \cdot (x - 4)^2 - (y - 4)^2 = -4$$

Dividindo os dois membros por -4, obtemos:

$$\frac{(y-4)^2}{4} - \frac{(x-4)^2}{1} = 1$$

Fonte: (IEZZI et al, 2016, p. 116)