



**Universidade Federal de Minas Gerais  
Faculdade de Educação**

**Adelaide da Silva Carvalho**

**RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS QUE ENVOLVEM A MULTIPLICAÇÃO E A  
DIVISÃO DE NÚMEROS NATURAIS: um estudo das estratégias de estudantes  
do 5º ano**

**Belo Horizonte  
2020**

**Adelaide da Silva Carvalho**

**RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS QUE ENVOLVEM A MULTIPLICAÇÃO E A  
DIVISÃO DE NÚMEROS NATURAIS: um estudo das estratégias de estudantes  
do 5º ano**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional Educação e Docência da Faculdade de Educação da Universidade Federal de Minas Gerais como requisito parcial para obtenção de título de Mestre em Educação.

Linha de pesquisa: Educação Matemática.  
Orientador: Prof. Dr. Wagner Ahmad Auarek.

**Belo Horizonte**

**2020**

Ficha catalográfica elaborada pela biblioteca da

Faculdade de Educação /UFMG

C331r

T

Carvalho, Adelaide da Silva, 1973-

Resolução de problemas que envolvem a multiplicação e a divisão de números naturais [manuscrito] : um estudo das estratégias de estudantes do 5º ano / Adelaide da Silva Carvalho. - Belo Horizonte, 2020.

171 f. : enc, il.

Dissertação -- (Mestrado) - Universidade Federal de Minas Gerais, Faculdade de Educação.

Orientador: Wagner Ahmad Auarek.

Bibliografia: f. 110-115.

Anexos: f. 164-171.

Apêndices: f. 116-163.

1. Educação -- Teses. 2. Matemática (Ensino fundamental) -- Estudo e ensino -- Teses. 3. Matemática (Ensino fundamental) -- Métodos de ensino -- Teses. 4. Matemática -- Aprendizagem baseada em problemas -- Teses. 5. Multiplicação -- Estudo e ensino (Ensino fundamental) -- Teses. 6. Matemática -- Problemas, exercícios, etc. -- Teses.

I. Título. II. Auarek, Wagner Ahmad, 1957-. III. Universidade Federal de Minas Gerais, Faculdade de Educação.

CDD- 372.7

**Catálogo da fonte: Biblioteca da FaE/UFMG (Setor de referência)**

Bibliotecário: Ivanir Fernandes Leandro CRB: MG-002576/O



## ATA DA DEFESA DA DISSERTAÇÃO DA ALUNA ADELAIDE DA SILVA CARVALHO

Realizou-se no dia 02 de março de 2020, às 09:00 horas, Sala 3104 \_Faculdade de Educação, da Universidade Federal de Minas Gerais, a 231ª defesa de dissertação intitulada *RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS QUE ENVOLVEM A MULTIPLICAÇÃO E A DIVISÃO DE NÚMEROS NATURAIS: UM ESTUDO DAS ESTRATÉGIAS DE ESTUDANTES DO 5º ANO*, apresentada por ADELAIDE DA SILVA CARVALHO, número de registro 2018664390, graduada no curso de PEDAGOGIA, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em EDUCAÇÃO E DOCÊNCIA, à seguinte Comissão Examinadora: Prof(a). Wagner Ahmad Auarek - Orientador (FaE/UFMG), Prof(a). Teresinha Fumi Kawasaki (UFMG), Prof(a). Eliane Scheid Gazire (PUC-MG).

A Comissão considerou a dissertação:

- Aprovada
- Reprovada
- Aprovada com indicações de correções

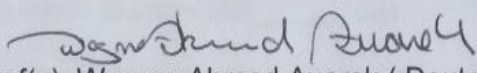
A Banca sugeriu e o candidato acatou a mudança do título da dissertação para:

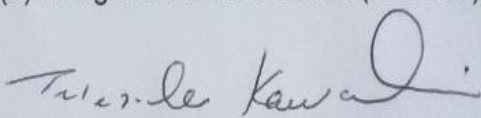
---

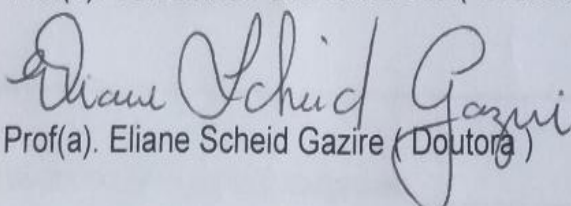
---

Finalizados os trabalhos, lavrei a presente ata que, lida e aprovada, vai assinada por mim e pelos membros da Comissão.

Belo Horizonte, 02 de março de 2020.

  
Prof(a). Wagner Ahmad Auarek (Doutor)

  
Prof(a). Teresinha Fumi Kawasaki (Doutora)

  
Prof(a). Eliane Scheid Gazire (Doutora)

## **AGRADECIMENTOS**

Primeiramente a Deus, por sempre estar presente na minha vida, abençoando-me e me dando coragem para seguir sempre em frente.

Aos meus pais, José Januário de Carvalho e Maria Adélia de Carvalho (in memoriam), pelos esforços, dedicação, carinho e compreensão; vocês estarão sempre em minha memória, como exemplos de vida.

Aos meus filhos, Karoline Kristhna Carvalho Soares, exemplo de filha, amiga, companheira, pessoa que me fez olhar para o horizonte e acreditar que sempre podemos ser o que queremos e Lucas Soares Carvalho, pelo amor, incentivo e paciência que me dispensou todo esse tempo, pela contribuição na elaboração das imagens deste trabalho; sem vocês minha vida não teria sentido. Ao Lindomar Soares, que, mesmo sem compreender minhas ausências durante o mestrado, esteve do meu lado.

Aos professores do Programa de Pós-Graduação do Mestrado em Educação e Docência –Promestre da FaE – UFMG/2018, em especial à Keli Cristina Conti, pelas sugestões e indicações de leitura, que tanto me auxiliaram!

Aos colegas da Turma do Promestre de 2018, Amanda, Cristalina, Gesiel, Lucinéia e Nayara, pela amizade e apoio em todos os momentos.

À direção, coordenação e professores da Escola Municipal Vila Ideal, pela paciência e pelas conversas, em especial ao diretor Rondinelli Ricardo, que, na época de minha aprovação no mestrado, levou em consideração minha ausência, e à Nancy que ouvia minhas alegrias e frustrações do mestrado.

À Secretaria de Educação de Ibirité– Seme (Secretaria Municipal de Educação), na pessoa do, então, Secretário de Educação Rafael Callado, por propiciar meu afastamento para cursar o Mestrado.

Aos estudantes colaboradores dessa pesquisa, que, com muito entusiasmo e dedicação aceitaram a contribuir com a realização das atividades desenvolvidas ao longo do trabalho de campo.

Aos meus alunos da turma de 2014, da Escola Municipal Jair Amâncio, em Ribeirão das Neves, que, na ocasião me inspiraram a querer conduzir melhor minha prática docente.

Ao meu orientador, professor Doutor Wagner Ahmad Auarek, pela paciência pelas valiosas orientações que contribuíram para a elaboração deste trabalho.

Aos membros da Comissão Examinadora, pela disponibilidade em avaliar meu trabalho, cuja contribuição oportunizou o crescimento e a composição desta dissertação.

Enfim, a todos os meus familiares que, de uma forma ou outra, contribuíram para meu crescimento pessoal, profissional e acadêmico.

## RESUMO

Esta pesquisa de mestrado apresenta a investigação e a explicitação das estratégias de um grupo de estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública Municipal de Ibirité, Minas Gerais, durante a Resolução de Problemas envolvendo a multiplicação e a divisão de números naturais. As situações de Resolução de Problemas permitem, na maioria das vezes, que os estudantes façam associações entre o mundo ao seu redor e a matemática, possibilitando que busquem caminhos e estratégias para soluções dos problemas propostos ativando conhecimentos prévios de matemática, bem como de outros saberes. A pesquisa se pautou em uma análise qualitativa, situada na modalidade da pesquisa-ensino tendo suporte nos referenciais teóricos acerca da Resolução de Problemas. Utilizamos, como instrumento de coleta de dados, a aplicação de contextos de resolução de problemas em que os estudantes buscam soluções, trabalhando em duplas. Usamos, como registro de dados, as gravações de áudios das atividades; as narrativas dos alunos e alunas; e as discussões orais surgidas durante a socialização dessas atividades. O produto de nossa pesquisa é apresentado por meio de um acervo com materiais pedagógicos direcionados aos professores, oferecendo elementos que contribuam para amenizar as dificuldades dos estudantes na Resolução de Problemas matemáticos envolvendo, principalmente, a multiplicação e a divisão de números naturais. Assim, ao concluir, entendemos a importância de o professor conduzir, para a sala de aula, a metodologia de Resolução de Problemas como forma de possibilidade de desenvolvimento dos estudantes.

**Palavras-chave:** Resolução de Problemas. Educação Matemática. Multiplicação e Divisão. Problemateca.

## ABSTRACT

This master's research presents the investigation and explanation of the strategies of a group of students in the 5th year of elementary school at a public school in Ibirité, Minas Gerais, during Problem Solving involving the multiplication and division of natural numbers. The Problem Solving situations allow, in most cases, students to make associations between the world around them and mathematics, enabling them to search for ways and strategies to solve the proposed problems activating previous knowledge of mathematics, as well as other knowledge. The research was based on a qualitative analysis, situated in the modality of research-teaching supported by theoretical references about Problem Solving. We use as a data collection instrument the application of problem solving contexts in which students seek solutions, working in pairs. We use as audio data recordings the audios of the activities; the narratives of male and female students; and the oral discussions that arose during the socialization of these activities. The final product of our research is presented through a collection of teaching materials aimed at teachers, offering elements that contribute to alleviate students' difficulties in solving mathematical problems involving mainly the multiplication and division of natural numbers. Thus, in the conclusion we reach, we understand that it is important for the teacher to take the Problem Solving methodology to the classroom as a way for students to develop themselves.

**Keywords:** Problem solving. Mathematical Education. Multiplication and Division. Problemateca.



## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

<b>Figura 1</b> – Tabuleiro do jogo.....	13
<b>Figura 2</b> - Cartão e o problema.....	11
<b>Figura 3</b> - Cartão e o problema.....	11
<b>Figura 4</b> - Folha resposta para a realização da atividade.....	12
<b>Figura 5</b> – Resolução da dupla.....	12
<b>Figura 6</b> – Resolução da dupla.....	12
<b>Figura 7</b> – Resolução da dupla.....	14
<b>Figura 8</b> - Atividade desenvolvida no segundo momento da pesquisa.....	13
<b>Foto 1</b> - Estudante realizando atividade .....	15
<b>Foto 2</b> - Estudante realizando atividade .....	15
<b>Figura 9</b> – Resolução da dupla.....	12
<b>Figura 11</b> – Resolução da dupla.....	11
Foto 3 - Resolução dos problemas em duplas .....	12
<b>Foto 4</b> - Resolução dos problemas em duplas.....	13
<b>Foto 5</b> - Resolução na lousa.....	12
<b>Foto 6</b> - Resolução na lousa.....	12
<b>Quadro 1</b> - Estratégias construídas pelas duplas durante a resolução de problema .....	12
<b>Foto 8</b> - Recurso Educacional- Problemateca .....	11

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
Coep	Comitê de Ética em Pesquisa
FaE/UFMG	Faculdade de Educação da Universidade Federal de Minas Gerais
IFMG	Instituto Federal de Minas Gerais
LDBEN	Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional
MEC	Ministério da Educação
NCTM	National Council of Teachers of Mathematics
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
Pnaic	Programa Nacional de Alfabetização na Idade Certa
ProUni	Programa Universidade para Todos
Seme	Secretaria Municipal de Educação de Ibirité
TCLE	Termo de Consentimento Livre e Esclarecido
Uemg	Universidade do Estado de Minas Gerais
UFMG	Universidade Federal de Minas Gerais
EJA	Educação de Jovens e Adultos

## LISTA DE QUADROS

<b>Quadro 1</b> – Concepções sobre Resolução de Problemas.....	28
<b>Quadro 2</b> - Diferentes tipos de problemas de acordo com Smole .....	34
<b>Quadro 3</b> –Diferentes tipos de problemas de acordo com Dante.....	36
<b>Quadro 4</b> - Estratégias construídas pelas duplas .....	104

## SUMÁRIO

<b>1</b>	
<b>INTRODUÇÃO.....</b>	<b>16</b>
<b>2 TEORIA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO ENSINO DA MATEMÁTICA ESCOLAR.....</b>	<b>24</b>
2.1 O contexto histórico e o propósito da Resolução de Problemas no ensino da Matemática.....	13
2.2 Concepções sobre a Resolução de Problemas .....	28
2.3 Percepções acerca de exercício e problema.....	32
2.4 Diferentes tipos de problemas.....	33
2.5 O ensino dos números e das operações matemáticas.....	37
2.6 propostas na Resolução de problemas matemáticos.....	41
2.7 Várias abordagens da Resolução de Problemas.....	45
2.8 A formação de professores que ensinam matemática.....	47
<b>3 CONTEXTUALIZAÇÃO DA TRAJETÓRIA METODOLÓGICA.....</b>	<b>52</b>
3.1. Abordagem da pesquisa .....	53
3.2. O campo de pesquisa .....	54
3.3. Os sujeitos colaboradores da pesquisa.....	55
3.4 Instrumentos de pesquisa.....	56
3.5. Desenvolvimento da pesquisa: o primeiro momento do trabalho de campo.....	59
3.6. Desenvolvimento da pesquisa: o segundo momento do trabalho de campo.....	60
<b>4 CAMINHOS E ESTRATÉGIAS: uma construção dos alunos e do professor.....</b>	<b>63</b>
4.1 Caminhos e estratégias do primeiro momento com a pesquisa.....	64
4.1.1 <i>Caminhos e estratégias da dupla Maria Júlia e Jéssica.....</i>	<i>69</i>

4.1.2 Caminhos e estratégias da dupla Wilton e Marcelo .....	71
4.1.3 Caminhos e estratégias da dupla Ariane e Aurora.....	73
4.1.4 Breve contextualização das atividades desenvolvidas.....	74
4.2 Caminhos e estratégias do segundo encontro com a pesquisa.....	76
4.2.1 Caminhos e estratégias da dupla Karine e Kátia .....	11
4.2.2 Caminhos e estratégias da dupla, Miguel e Kaíque .....	12
4.2.3 Caminhos e estratégias da dupla Joana e Jade .....	11
4.2.4 Breve contextualização das atividades desenvolvidas....	90
4.3 Recurso educacional elaborado na pesquisa.....	13
<b>5 REFLEXÕES SOBRE AS ANÁLISES À LUZ DA TEORIA.....</b>	<b>95</b>
<b>6 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>105</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>110</b>
<b>APÊNDICE.....</b>	<b>116</b>
Apêndice 1–Atividades desenvolvidas no primeiro momento da pesquisa.	116
Apêndice 2–Atividades desenvolvidas no segundo momento da pesquisa.	119
Apêndice 3 –Problemateca elaborada durante a pesquisa.....	121
Apêndice 4 – Recurso educativo.....	122
 <b>ANEXOS</b>	
Anexo 1 –Termo de Consentimento e Livre Esclarecido para o descolar.....	164
Anexo 2 – Termo de Consentimento e Livre Esclarecido para os pais.....	166
Anexo 3 – Termo de Consentimento e Livre Esclarecido para o aluno.....	168

*“O homem não é nada além daquilo que a educação faz dele”.*

***Immanuel Kant***

## **1 INTRODUÇÃO**

---

---

Minha formação educacional iniciou-se na Escola Municipal Sebastiana Diniz Mattos Cardoso, em 1979, localizada na cidade de Betim, região metropolitana de Belo Horizonte. Meus pais sempre me incentivavam, destacando a importância da escola na vida de qualquer pessoa, já que eles não tiveram a mesma oportunidade.

Eles saíram do Vale do Mucuri, Minas Gerais, para construírem e criarem seus filhos onde acreditavam ter melhores condições de vida. Hoje, quando repenso a história de vida deles, vejo que todo esforço que fizeram valeu a pena. Atualmente, a presença deles está apenas na minha memória. Entretanto, deixaram heranças materiais e, para, além disso, heranças culturais, que me proporcionaram riqueza de valores morais contribuindo para minha caminhada e importantes para eu trilhar o caminho até o mestrado.

Lembro-me, quando criança, de que ensinava meus irmãos mais novos a lerem, escreverem e fazerem as tarefas de casa e, muitas vezes, de brincarmos juntos o jogo da forca, para descobrirem as palavras e, com isso, aprenderem como as escrevia, sendo uma atividade que despertava um prazer inexplicável. Descobri então, desde nova, que queria ser professora e, assim, ter a oportunidade de ajudar crianças, jovens e adultos a superarem suas dificuldades e a concretizarem seus anseios perante a escola.

No ano de 2000, concluí o Magistério, o que me permitiu acompanhar o trabalho pedagógico de uma professora que atuava com o 1º ano do Ensino Fundamental na rede municipal de educação de Contagem. Escolhi ser professora e, em 2007, ingressei no curso de Pedagogia, com bolsa integral do ProUni – Universidade para Todos<sup>1</sup> –, por acreditar que ser professora significa: formar pessoas, tentar ampliar a visão das pessoas, possibilitando-as sentirem-se parte da

---

<sup>1</sup> ProUni (Programa Universidade para Todos) é um programa criado pelo Ministério da Educação em 2004 que oferece bolsas de estudo em instituições privadas de ensino superior.

sociedade, ajudando-as a construírem uma vida melhor para si e para o próximo, oportunizar conhecimento, buscar despertar a consciência, discernimento para as situações cotidianas, para nossa vida, pois acredito que, melhorando as pessoas, nossa sociedade melhora.

Essas aspirações contribuíram para minha reflexão sobre a formação da minha personalidade, de meus valores, concepções e, também, influenciaram na escolha da minha profissão, pois, com base nelas, é possível acreditar que posso contribuir de alguma forma com os avanços pertinentes aos processos de ensino e aprendizagem.

A maneira que meus pais lidavam com o processo de escolarização durante minha vida me permitiu enxergar a escola como meio de socialização, aprendizagem, desenvolvimento humano e transformação da realidade em que vivemos. E, por meio desses elementos, é possível dimensionar a prática pedagógica como forma de diálogo entre todos os envolvidos com o ensino e a aprendizagem.

Por esse motivo, compreendo que o desafio é incitar o professor a refletir a respeito de seu fazer docente e a responsabilidade que essa função representa, uma vez que requer envolvimento, disponibilidade e conhecimento do fazer pedagógico para além da sala de aula.

Durante minha trajetória escolar, fui considerada uma aluna esforçada, aprendia muito com o outro e, atualmente, por essa razão, considero que as pessoas aprendem melhor quando podem compartilhar o aprendido, os saberes e as experiências.

Comecei a trabalhar na Prefeitura Municipal de Contagem com uma turma do 1º ano do Ensino Fundamental, revivi o que eu aprendera no apoio de sala, e, também, apliquei, em sala de aula, conhecimentos que havia adquirido durante minha graduação. Nessa turma, tinha dezenove estudantes, dos quais dezoito se desenvolveram de maneira satisfatória para a idade e o ciclo que se encontravam, apenas um apresentou dificuldades de aprendizagem, principalmente no que diz respeito ao raciocínio matemático.

Nessa mesma época, despertou, em mim, o interesse pelo trabalho com a resolução de problemas <sup>2</sup>em sala de aula por acreditar que eles seriam capazes de

---

<sup>2</sup> A Resolução de Problemas é uma metodologia de ensino de Matemática muito eficaz, pois propicia uma mobilização de saberes no sentido de buscar a solução. Essa metodologia será abordada ao longo deste trabalho.

despertar, nas crianças, o interesse pela matemática via desafios. A resolução de problemas, em conjunto com a utilização de materiais concretos manipuláveis, fez parte do meu planejamento para o 1º ano nas aulas referentes a operações com números naturais.

Ao longo de minha experiência como professora de Matemática na Educação Básica, constatei recorrentes dificuldades dos estudantes em atividades que envolviam a resolução de problemas matemáticos, relacionados à compreensão dos enunciados e, também, das operações que envolvem a multiplicação e divisão com os números naturais.

Quando surgiu, em 2014, a oportunidade de fazer o Pnaic – Pacto Nacional para a Alfabetização na Idade Certa, não hesitei e me inscrevi, e, nessa formação, o caderno que reteve a minha atenção foi Resolução de Problemas, que tem como um dos objetivos a compreensão das quatro operações integradas na resolução de problemas matemáticos de números naturais.

Diante da constatação de que os estudantes encontravam dificuldades na resolução de problemas, senti-me desafiada a desenvolver e propor atividades em sala de aula que conduzissem esses alunos e alunas a uma aprendizagem significativa e construtiva, despertando a curiosidade e a motivação pelo saber matemático.

Esses desafios e inquietações foram aumentando à medida que refletia sobre as dificuldades apresentadas pelos estudantes e, na busca de propor caminhos para a superação de tais dificuldades, candidatei-me ao mestrado profissional da Universidade Federal de Minas Gerais – (UFMG) com a intenção de investigar essas dificuldades de forma mais detalhada e rigorosa.

Como professora de matemática das séries iniciais do Ensino Fundamental, foi possível observar que, mesmo os professores apresentando, para a sala de aula, atividades de resolução de problemas matemáticos, esses não se mostravam suficientes no sentido de conduzirem os estudantes a elaborar hipóteses a respeito de como se resolvia tais problemas.

Nessa perspectiva, coloquei-me a estudar na intenção de compreender como a resolução de problemas poderia realmente ser utilizada em sala de aula na promoção de situações em que o estudante pudesse refletir sobre o próprio conhecimento que estava sendo desenvolvido.



A capacidade de resolver problemas no ensino da Matemática é considerada como uma das principais habilidades necessárias da atualidade. Dessa forma, destacar o papel da resolução de problemas no ensino da matemática reflete a sua importância, pois desempenha um papel central na aprendizagem. É aconselhável que as situações de resolução de problemas sejam extraídas, em sua maior parte, do cotidiano do estudante, o que permite aos alunos fazerem conexões entre o mundo ao seu redor e a matemática, além de poder estar associada ao trabalho colaborativo quando os alunos estão em pares.

Durante minha prática docente, percebi que quando os problemas matemáticos são trabalhados de forma descontextualizada da realidade dos estudantes, eles ficam desmotivados, o que contribui, significativamente, na dificuldade de aprendizagem e na falta de interesse pelo ensino da matemática escolar.

Incentivar os estudantes a buscar modos de resolver problemas e garantir a socialização das estratégias são aspectos importantes para ampliar o conhecimento do estudante em resolver problemas. Com base em um trabalho realizado com crianças a esse respeito, Kátia Stocco Smole e Maria Ignez Diniz (2001, p. 72) afirmam que:

A dificuldade que os alunos encontram em ler e compreender textos de problemas está entre outros fatores, ligada à ausência de um trabalho específico com o texto do problema. O estilo no qual os problemas de matemática geralmente são escritos, a falta de compreensão de um conceito envolvido no problema, o uso de termos específicos da matemática que, portanto, não fazem parte do cotidiano do aluno e até mesmo palavras que têm significados diferentes na matemática e fora dela – total, diferença, ímpar, média, volume, produto – podem constituir-se em obstáculos para que ocorra a compreensão.

Dante (2009, p. 19) ressalta que “é preciso desenvolver no aluno a habilidade de elaborar o raciocínio lógico e fazer uso inteligente e eficaz dos recursos disponíveis, para que ele possa propor boas soluções às questões que surgem em seu dia a dia, na escola ou fora dela”.

Durante as últimas décadas, pesquisadores como Onuchic e Allevato (2014) têm discutido o ensino de Matemática, propondo práticas pedagógicas para utilizar a metodologia de Ensino-aprendizagem-avaliação na resolução de problemas, como meio de ensinar matemática assim como para possibilitar que o estudante construa habilidades na resolução de problemas. Conforme salienta Onuchic e Allevato (2014,

p. 48), “o problema é o ponto de partida e orientação para a aprendizagem matemática”.

Nessa mesma perspectiva metodológica, Smole (2001 p. 90) considera que a metodologia de Resolução de Problemas é:

Toda situação que permita alguma problematização. Essas situações podem ser atividades planejadas, jogos, busca e seleção de informações, resolução de problemas não convencionais e mesmo os convencionais, desde que permitam o processo investigativo.

Considerando esses processos no ensino e aprendizagem da metodologia de resolução de problemas na Matemática escolar, acreditamos que o interesse dos estudantes pode ser despertado quando lhes é permitido usar estratégias que foram identificadas úteis em vez de, somente, utilizarem procedimentos que são estabelecidos pelos professores e, dessa forma, os estudantes afirmam, na maioria das vezes, que a matemática lhes parece sem significado no seu dia a dia e, portanto, difícil e não acessível.

Voltando à experiência com o primeiro ano em 2011, embora fosse hábito trabalhar com a resolução de problemas matemáticos nessa turma, parece-nos importante mencionar que esse trabalho não surtia o objetivo desejado, pois, ao propor uma atividade com situações-problema, o professor deve auxiliar os estudantes a encontrarem as informações necessárias para a sua solução.

Desse modo, o objetivo desta pesquisa foi utilizar uma abordagem que pudesse apresentar, para os estudantes, a aplicação de resolução de problema na aprendizagem da matemática, dimensionando que a matemática pode ser aprendida com base nas experiências e saberes do próprio estudante com a mediação do professor, pois salienta Onuchic (2014, p. 40):

O trabalho com Matemática em sala de aula parte do princípio de que a aprendizagem se realiza pela construção dos conceitos pelo próprio aluno, quando ele é colocado em situação de resolução de problemas. Essa ideia tem como premissa que a aprendizagem se realiza quando o aluno ele é colocado em situação de resolução de problemas.

Nessa direção, pretendemos desenvolver uma pesquisa centrada na resolução de problemas em uma turma do ensino fundamental, 5º ano, focando nas contribuições da metodologia de Resolução de Problemas, que os conduza, progressivamente, na construção do conhecimento matemático, tendo em vista que,

ao longo de minha trajetória, percebi que os estudantes encontravam dificuldades na resolução dos problemas, muito em razão da não oportunidade de mobilizarem conhecimentos prévios e estratégias próprias na busca de apresentar soluções para os problemas que lhe são propostos.

Essa realidade encontrada na minha prática pedagógica direcionou-me à hipótese de que a aplicação da resolução de problemas no ensino da matemática é importante, desde que traga situações do dia a dia dos estudantes e possibilite, a eles, a socialização de ideias, fazer cálculos, criar e utilizar-se de estratégias para a resolução dos problemas.

Assim, na busca por proporcionar uma aprendizagem significativa e contextualizada aos alunos e alunas, atentei ao fato de que os problemas matemáticos disponibilizados nos livros didáticos – e em vários exemplos de atividades que eram desenvolvidas em sala de aula – não contribuíam positivamente na aprendizagem.

Esse fato é explicado por Nacarato (2009, p. 63) quando a autora afirma que os problemas encontrados em livros didáticos, em sua maioria, apresentam uma pseudorealidade, ou seja, “uma situação de resolução de problemas matemáticos em que o professor traz para a sala de aula problemas fora do contexto ou da realidade dos estudantes”.

Dessa forma, em síntese, esta pesquisa teve o objetivo de investigar e explicitar as estratégias apresentadas pelos estudantes, em relação às tentativas de resolução de problemas de multiplicação e divisão no 5º ano do Ensino Fundamental, buscando elementos que contribuíssem no entendimento dos porquês das dificuldades, bem como os possíveis caminhos didáticos pedagógicos que auxiliassem a prática dos professores na lida diária com essas dificuldades.

A fim de desenvolver a compreensão dos conceitos sobre a resolução de problemas, acreditamos ser necessário aprofundar os conhecimentos sobre sua constituição histórica. Para isso, procuramos compreender como ocorreu o processo de construção da Resolução de problemas no ensino da Matemática escolar.

Dessa forma, nossa pesquisa se insere nas discussões sobre a Resolução de Problemas como prática de ensino. Os fundamentos de análise usados bem como o referencial teórico balizador partem, principalmente, das considerações dos estudos de Onuchic e Allevato (2014), Nacarato (2009), Smole e Diniz (2001, 2016) e Krulik e Reys (1997).

Apoiando-nos na perspectiva de que a resolução de problemas tem apontado

como necessidade para o ensino da matemática, para realizar essa investigação, analisamos as estratégias definidas pelos estudantes diante das situações envolvendo a resolução de problemas – de caráter processual – e as contribuições que a metodologia de Resolução de Problemas apresentou a este estudo, e ao ensino das operações de multiplicação e divisão com números naturais.

Polya (1997, p. 2) enfatiza que “Resolver problemas é a realização específica da inteligência, e a inteligência é o dom específico do homem.”. Assim, resolver problemas aprimora a inteligência, pois sugere que o aluno pense, interprete, elabore estratégias e formule caminhos utilizando os algoritmos, direcionando-o à resolução. “Entretanto, a inteligência é essencialmente a habilidade para resolver problemas: problemas do cotidiano, problemas pessoais, problemas sociais, problemas científicos, quebra-cabeças, toda sorte de problemas. ” (POLYA, 1997, p. 2).

Assim, temos como pressuposto que a resolução de problemas se constitui como uma tendência que potencializa a aprendizagem significativa e contextualizada, tornando os alunos e alunas ativos e colaborativos na produção dos seus conhecimentos matemáticos.

Com base no percurso apresentado, para a pesquisa, elaboramos atividades que tiveram como objetivo a construção da aprendizagem pelos próprios alunos, em que eles pudessem definir estratégias para o desenvolvimento das atividades que envolvem a resolução de problemas, considerando, como referencial, o trabalho de Onuchic e Allevato (2014).

Essas autoras definem a atividade de resolução de problemas em uma perspectiva capaz de possibilitar, aos estudantes, mobilizar conhecimentos e desenvolver a capacidade de gerenciar as informações que estão ao seu alcance. Assim, eles têm oportunidade de ampliar os conhecimentos que possuem acerca de conceitos e procedimentos matemáticos, além de aprender outros conceitos, ampliando a ideia.

Diante do exposto acima e da complexidade da resolução de problemas no ensino da matemática, a dissertação está organizada nos seguintes tópicos: *Introdução à Teoria da Resolução de Problemas, no ensino da Matemática escolar*, discutimos as questões históricas e os objetivos da Resolução de Problemas no ensino da Matemática, assim como abordamos algumas questões referentes às operações e os números naturais e as diferentes análises/abordagem na resolução

de problemas. Apresentando diversas teorias, buscamos mostrar os conceitos acerca da resolução de problemas, considerando alguns pontos importantes para a compreensão dessa metodologia no ensino da Matemática escolar. Para o levantamento dos dados, seguimos as etapas sugeridas pelas pesquisadoras Onuchic e Allevalo (2014) que justificam a resolução de problemas e sua importância para o processo ensino-aprendizagem e como um caminho possível para possibilitar que o estudante construa seu conhecimento.

Em *Contextualização da trajetória metodológica*, tratamos do percurso metodológico, elaborado durante a pesquisa, considerando a caracterização do tipo de estudo em que essa contextualização se constitui, assim como a descrição minuciosa do campo em que a investigação foi realizada, os sujeitos envolvidos, as etapas elaboradas na construção da pesquisa, os procedimentos e técnicas utilizados durante o desenvolvimento para a coleta, seleção e análise dos dados, tanto no primeiro quanto no segundo momento da pesquisa.

No tópico *Caminhos e estratégias: uma construção dos alunos e da professora* demonstrou as discussões, as estratégias e os conhecimentos que os estudantes formularam enquanto resolviam os problemas matemáticos propostos nas atividades.

Em *Análises e reflexões à luz da teoria*, apresenta uma discussão teórica à luz de diversos autores que abordam a resolução de problemas no ensino da Matemática, com a intenção de mostrar as estratégias apresentadas pelos estudantes na aplicação das atividades de resolução de problemas.

E, nas *Considerações Finais*, ressaltamos as potencialidades e dificuldades percebidas no trabalho sobre a Resolução de Problemas, que acreditamos possam contribuir para a Educação Matemática e a ação docente em sala de aula, pois concordamos que essa metodologia nos pode conduzir a um caminho importante para a construção do conhecimento e a aquisição de habilidades e competências matemáticas, tanto do aluno quanto da formação do professor.

*“A Matemática é o alfabeto com o qual Deus escreveu o Universo”.*

**Galileu Galilei**

## **2 TEORIA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO ENSINO DA MATEMÁTICA ESCOLAR**

---

---

### **2.1 O contexto histórico e o propósito da Resolução de Problemas no ensino da Matemática**

Os estudos sobre a Resolução de Problemas e as possibilidades de seu uso como metodologia para se ensinar e aprender matemática teve início com Polya (1942), conforme citado por Onuchic & Allevato (2014, p. 22), reconhecido como a maior autoridade em Resolução de Problemas em todo o mundo.

Apesar de Polya ser a maior autoridade no tema, iremos apresentar alguns elementos para a discussão teórica a respeito do ensino da Matemática e história da Resolução de Problemas, apoiando-nos, principalmente, em Onuchic & Allevato (2014).

De acordo com Onuchic (2008, p. 01), “registros de problemas matemáticos são encontrados na história antiga, egípcia, chinesa, babilônica e grega. São ainda encontrados problemas em livros-texto de Matemática dos séculos XIX, XX e até nos dias de hoje”.

Segundo a autora, a utilização da Resolução de Problemas como metodologia de ensino se destaca no cenário educacional mundial desde meados dos anos de 1980, sendo um dos propósitos para o ensino Matemática.

Assim, a resolução de problemas reflete uma ação histórica e social que sempre esteve presente no cotidiano de todos, servindo como uma prática para facilitar questões do dia a dia. Nessa perspectiva, adota-se a resolução de problemas como um método que merece atenção pelos educadores em diferentes formas de sua aplicação para o ensino-aprendizagem.

O processo de resolução de problemas aplicado no século XIX consistia na ação de que o professor direcionava as suas aulas na aplicação de problemas matemáticos com o objetivo de exercitar a mente do estudante, de modo que ele pudesse colocar em prática o conteúdo aprendido anteriormente.

No entanto, no decorrer do tempo, a resolução de problemas obteve um foco diferenciado, em que outras técnicas foram compreendidas e adotadas com o intuito de desenvolver a capacidade de resolver problemas matemáticos. Em vários outros trabalhos, é enfatizada a importância da habilidade na resolução de problemas, entre eles, encontramos em Krulik e Reys (1997, p. 10) a assertiva:

Considerar a resolução de problemas como uma habilidade básica pode nos ajudar a organizar as especificações para o dia a dia de nosso ensino de habilidade, conceitos e resolução de problemas. Considerar a resolução de problemas como um processo pode nos ajudar a perceber como lidamos com as habilidades e conceitos, como eles se relacionam entre si e que papel ocupa na resolução de vários problemas.

Ao interpretar a resolução de problemas como uma habilidade básica para aprender matemática, é importante considerar que essa proposta metodológica tem como objetivo direcionar o estudante a resolver problema para aprender Matemática.

Assim, o estudante precisa mobilizar os conhecimentos matemáticos adquiridos anteriormente, além da leitura e da interpretação para a busca da solução do problema. Conforme enfatizou Brito (2006, p. 19):

A solução de problemas é, portanto, geradora de um processo através do qual o aprendiz vai combinar, na estrutura cognitiva, os conceitos, princípios, procedimentos, técnicas, habilidades e conhecimentos previamente adquiridos que são necessários para encontrar a solução com uma nova situação que demanda uma reorganização conceitual cognitiva.

Compreendemos então, a resolução de problemas como algo diversificado e não apenas como aplicação de um conteúdo, e sim como um processo de investigação e descoberta para a aprendizagem. Nesse sentido, a resolução de problemas apresenta diferentes meios para a sua aplicação, em que o professor e professora podem utilizar esses meios para a transformação da educação e desenvolvimento da aprendizagem do aluno.

A resolução de problemas tem como referência, George Polya (1897 – 1985),

considerado o primeiro matemático a apresentar a heurística de resolução de problemas, que denominava como o “estudo que procura compreender o processo solucionador de problemas” (Gonçalves, 2006, p.6).

Essa proposta objetiva, em síntese, desenvolver habilidades nos estudantes, possibilitando que eles sejam capazes de raciocinar matematicamente, a fim de que possam compreender os enunciados, e, assim, escolher estratégias adequadas para sua solução.

Nesse sentido, “são abordados temas relacionados à resolução de problemas e percebe-se uma forte ênfase nas heurísticas como forma de orientar os alunos na resolução de problemas, com regras e processos gerais, independentes do conteúdo específico abordado” (ONUCHIC; ALLEVATO, 2014, p. 37).

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2017, p. 266) considera a resolução de problemas como uma competência geral para o Ensino Fundamental, e esclarece que:

Os processos matemáticos de resolução de problemas, de investigação, de desenvolvimento de projetos e da modelagem podem ser citados como formas privilegiadas da atividade matemática, motivo pelo qual são, ao mesmo tempo, objeto e estratégia para a aprendizagem ao longo de todo o Ensino Fundamental.

Ainda de acordo com a Base Nacional Comum Curricular, é necessário que se desenvolva a capacidade de abstrair o contexto, apreendendo relações e significados, para aplicá-los em outros contextos. Para favorecer essa abstração, é importante que os alunos reelaborem os problemas propostos após resolvê-los. Por esse motivo, nas diversas habilidades relativas à resolução de problemas, consta, também, a elaboração de problemas.

Assim, pretende-se que os alunos formulem novos problemas, baseando-se na reflexão e no questionamento sobre o que ocorreria se alguma condição fosse modificada ou se algum dado fosse acrescentado ou retirado do problema proposto.

Diante desse quadro, as atividades de resolução de problemas podem contribuir para o desenvolvimento dos estudantes de competências relacionadas ao raciocínio, à representação, à comunicação e à argumentação. Assim, desenvolver o raciocínio do aluno é uma habilidade que a metodologia da Resolução de Problemas oferece, pois, com base nos recursos disponíveis nos problemas, o aluno é convidado



a propor soluções consideradas adequadas às questões que surgem em seu dia a dia e discutidas na escola ou fora dela.

Nesse sentido, Onuchic e Allevalo (2011, p. 85) ressaltam que, para ser considerado um problema matemático, nessa metodologia, é necessário que os problemas sejam propostos aos alunos:

Antes de lhes ter sido apresentado formalmente o conteúdo matemático necessário ou mais apropriado à sua resolução que, de acordo com o programa da disciplina para a série atendida, e pretendida pelo professor.

Diante do exposto até o momento, acreditamos que ensinar o aluno a enfrentar situações novas é também um dos objetivos da resolução de problemas. Restringir o ensino à intenção de apresentar conceitos e algoritmos matemáticos não é o suficiente para que os estudantes sejam preparados para esses tempos de mudanças sociais e tecnológicas, sendo fundamental explorar a iniciativa, o espírito explorador, a criatividade e a independência por meio da resolução de problemas.

Portanto, oferecer, ao aluno, a oportunidade de se envolver com as aplicações da Matemática é oferecer momentos em que o aluno possa usar os conceitos matemáticos no seu dia a dia. Não basta saber efetuar, mecanicamente, as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão, é preciso compreender como e quando usá-las, convenientemente, na resolução de problema de várias ordens e conteúdo.

Contudo, para resolver problemas matemáticos, é necessário colocar o estudante em contato com certas estratégias que se aplicam a um grande número de situações, como afirma GAZIRE (1989, p. 124) que “se todo conteúdo a ser aprendido for iniciado, numa situação de aprendizagem, através de um problema desafio, ocorrerá uma construção interiorizada do conhecimento a ser adquirido”.

A Educação Matemática apresenta várias tendências metodológicas que surgiram com o decorrer do tempo. Essas tendências envolvem diferentes abordagens aplicadas ao processo de ensino-aprendizagem. Entre elas podemos apontar a Etnomatemática; a Modelagem Matemática; a Educação Matemática Crítica; a História da Matemática; A História da Educação Matemática, Leitura e Escrita da Matemática, Uso de Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) e a Resolução de Problemas que é o foco desta pesquisa.

Na tendência matemática de Resolução de Problemas, o estudante é o centro

do processo de aprendizagem, pois, a todo o momento, ele é convidado a buscar caminhos, estratégias por si mesmo, com seu conhecimento empírico para solucionar os problemas matemáticos oferecidos pelo professor.

## 2.2 Concepções sobre a Resolução de Problemas

Diversos estudos tratam a respeito da concepção da resolução de problemas no ensino e aprendizagem da Educação Matemática. Nesta perspectiva, a partir das diversas definições do termo, compreendemos que trabalhar com a resolução de problemas matemáticos, permite aos estudantes aprofundar na compreensão de uma determinada estratégia, habilidade ou conteúdo matemático.

Assim, elaboramos um quadro com as principais definições de resolução de problemas, de acordo com alguns teóricos.

**Quadro 1:** Definições de Resolução de Problemas

Polya (1997)	É encontrar os meios desconhecidos para um fim nitidamente imaginado. [...] É encontrar um caminho onde nenhum outro é conhecido de antemão, encontrar um caminho a partir de uma dificuldade [...].
Krulik e Reys (1997)	Um caminho onde nenhum outro é conhecido de antemão, encontrar um caminho a partir de uma dificuldade, encontrar caminho que contorne um obstáculo, para alcançar um fim desejado, mas não alcançável imediatamente, por meios adequados.
Dante (2010)	Um obstáculo a ser superado, algo a ser resolvido e que exige o pensar consciente do indivíduo para solucioná-lo.

Onuchic e Allevato (2014)	Apontam como uma metodologia de sala de aula indispensável, considerado como o “coração” da atividade matemática, sendo a força propulsora para a construção de novos conhecimentos.
Smole e Diniz (2016)	É uma forma de organizar o ensino que envolve mais que aspectos puramente metodológicos, incluindo toda uma concepção frente ao que é ensinar e, conseqüentemente, do que é aprender, e uma compreensão de por que ensinar matemática.

Fonte: Elaborado pela pesquisadora

Em seus estudos, Smole e Diniz (2016, p.11) trazem um novo entendimento a respeito dessa metodologia de ensino com o objetivo de evitar a redução dessa abordagem, a denominando de Perspectiva Metodológica da Resolução de Problemas. As autoras ressaltam ainda que resolver problemas se refere a situações em que sua solução não está explícita no enunciado, mas necessita que o estudante saiba combinar seus conhecimentos e utilizá-los de modo a encontrar a solução.

Polya (1997, p.2) enfatiza que “Resolver problemas é a realização específica da inteligência, e a inteligência é o dom específico do homem.”. Assim, resolver problemas aprimora a inteligência, pois sugere que o aluno pense, interprete, elabore estratégias e formule caminhos utilizando os algoritmos, levando-o à resolução. “Entretanto, a inteligência é essencialmente a habilidade para resolver problemas: problemas do cotidiano, problemas pessoais, problemas sociais, problemas científicos, quebra-cabeças, toda sorte de problemas.” (POLYA, 1997, p.2).

Em outras palavras, pode-se dizer que a inteligência é algo que se desenvolve ao praticar certas atividades, e em relação à resolução de problemas, essas atividades auxiliam no desenvolvimento matemático.

Ainda sobre a Resolução de Problemas, Krulik e Reys (1997, p. 4) afirmam que essa metodologia é expressa em várias profissões e, portanto, remete-nos a vários conteúdos. Em se tratando de problemas matemáticos na educação escolar, esses

autores destacam que:

As atividades de matemática consideradas como resolução de problemas incluem [...] aplicar a matemática a problemas do mundo “real” e conhecer e testar conjecturas matemáticas que possam conduzir a novos campos de estudo.

Desse modo, Krulik e Reys (1997) esclarecem que a resolução de problemas em matemática requer a utilização de estratégias para atingir uma meta ou um objetivo que se pretende alcançar. Percebe-se então, que a resolução de problemas exige o desenvolvimento de um processo de ação que requer a utilização de processos matemáticos específicos.

D’Ambrósio (1998) aponta como uma das justificativas para ensinar matemática nas escolas é o caráter útil como instrumento para a vida. “Isso significa desenvolver a capacidade do aluno para manejar situações reais, que se apresentam a cada momento, de maneira distinta” (p. 16). Dessa concepção, a resolução de problemas pode ser aprendida a partir de situações e exemplos de problemas rotineiros, sendo realizada a partir da transformação de elementos que se iniciam com um problema carregado de dados e que resulta em uma solução aceitável.

Do mesmo modo, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de Matemática (BRASIL, 1997) corroboram com as contribuições de Krulik e Reys (1997) ao defender que a resolução de problemas, no ensino da matemática, possibilita aos estudantes mobilizarem conhecimentos e desenvolverem a capacidade para conduzir as informações existentes nos problemas, de modo que alcancem a aprendizagem e novos conhecimentos.

Segundo os PCN (1997), ao implementar essa metodologia de ensino e aprendizagem, os alunos podem ser direcionados a interpretar, a refletir e a desenvolver vários procedimentos de resolução para o problema proposto:

O fato de o aluno ser estimulado a questionar sua própria resposta, a questionar o problema, a transformar um dado problema numa fonte de novos problemas, evidencia uma concepção de ensino e aprendizagem não pela mera reprodução de conhecimentos, mas pela via da ação refletida que constrói conhecimentos. (p.33).

Nos PCN, a resolução de problemas é considerada como:

[...] o ponto de partida da atividade matemática e não a definição. No processo de ensino e aprendizagem, conceitos, ideias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de

problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las. (BRASIL, 1997, p.40).

Na mesma direção defendida pelos PCN (BRASIL, 1998), Onuchic (1999, p. 207) afirma que “ensinar matemática através da resolução de problemas é sem dúvida, a abordagem mais consistente com as recomendações do NCTM (*National Council of Teachers of Mathematics*) e dos PCN, pois conceitos e habilidades matemáticas são aprendidos no contexto da resolução de problemas”.

[...] os problemas são propostos aos alunos antes de lhes ter sido apresentado formalmente o conteúdo matemático necessário ou mais apropriado à sua resolução que, de acordo com o programa da disciplina para a série atendida, é pretendido pelo professor. Dessa forma, o ensino-aprendizagem de um tópico matemático começa com um problema que expressa aspectos-chave desse tópico e técnicas matemáticas devem ser desenvolvidas na busca de respostas razoáveis ao problema dado. (ALLEVATO, ONUCHIC, 2009, p. 142).

Ainda no nível das definições sobre o termo Resolução de Problemas, Onuchic e Allevato (2014) apontam como uma metodologia de sala de aula indispensável, considerado como o “coração” da atividade matemática, sendo a força propulsora para a construção de novos conhecimentos. E, ainda, em Cai; Lester, *apud* Allevato; Onuchic (2014, p.44).

[...] vale ressaltar que para que uma atividade se constitua, de fato, como um problema, o professor não pode prescrever aos estudantes os métodos e/ou regras específicas para que obtenham a solução. Desse modo, um problema se configura na relação com o resolvidor, de tal modo que, se ele já conhece ou tem memorizado tais métodos de resolução ou não está interessado na atividade, não será para ele um problema. (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014, p. 44).

A maioria das situações de resolução de problemas deve surgir da vida cotidiana do aluno, pois, assim, ele irá estabelecer relações do ensino e o mundo ao seu redor, porém, essas atividades deverão colaborar para o processo de localização e formulação de possíveis estratégias.

Com base nas concepções das autoras acima, a Resolução de Problemas é entendida como uma metodologia para ensinar e aprender matemática. É um trabalho desafiador, pois o professor precisa propor, em sala de aula, problemas matemáticos

que façam sentido para os estudantes e que os desafiem a querer resolvê-los. Assim, o professor precisa utilizar a metodologia de resolução de problemas para a construção da aprendizagem da matemática, de forma interativa, efetiva e prazerosa.

### 2.3 Percepções acerca de exercício e problema

É importante direcionar o olhar para as possibilidades do trabalho com a Resolução de Problemas, consideramos importante apresentar um esclarecimento a respeito da distinção entre o que é um exercício e o que é um problema matemático, expondo algumas contribuições de autores como Dante (2010, Onuchic e Allevato (2014) e nos PCN (2001) que descrevem alguns entendimentos sobre o que é um problema matemático.

Existem várias definições em relação a problemas matemáticos, segundo os PCN (2001, p.41), "Um problema matemático é uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado". Nesse caso, o resultado deixa de ser o mais importante, e sim os processos escolhidos pelos alunos para se alcançar um resultado.

Para Dante (2000, p.10), problema matemático "é qualquer situação que exija a maneira matemática de pensar e conhecimentos matemáticos para solucioná-la". E ainda Dante (2009, p. 11) descreve problema como:

Um obstáculo a ser superado, algo a ser resolvido e que exige o pensar consciente do indivíduo para solucioná-lo. [...] o que é um problema para alguns pode não ser para outros, ou o que é um problema num determinado contexto pode não ser em outro.

Um problema matemático apresentado permite uma multiplicidade de aprendizagem, uma vez que as perguntas fazem o aluno a se envolver em algo que o desafia a resolver.

Ainda no nível das definições, ao buscar uma definição, no dicionário Aurélio online, para a palavra problema, encontramos que:

[...] significa "lançar-se à frente", pois surgiu do prefixo grego pró, "diante, à frente", mais bállein, "pôr, colocar, lançar". Daí o sentido de algo que precisa ser transposto, o que gerou, inclusive, o termo

geográfico "promontório". No latim, gerou propositum (pro, com o mesmo significado do grego, e positum, "posto, colocado").

Na visão de Onuchic e Allevato (2011, p.81), problema "é tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em fazer". Essa definição nos sugere que um problema matemático precisa despertar nos alunos a curiosidade em resolvê-lo. É uma atividade que poderá estabelecer o aluno em relações com os outros colegas e com o professor, nesse contexto de aprendizagem é fundamental termos a clareza de quais habilidades podem ser desenvolvidas.

Em segundo caso, o exercício é considerado como uma atividade mentalmente mecânica, sem a construção do raciocínio nem a criatividade do estudante. Em outras palavras, o exercício não leva o estudante a ler, interpretar e buscar estratégias para a solução da atividade, como é o caso dos problemas matemáticos desenvolvidos dentro de uma perspectiva da metodologia de resolução de Problemas.

Nesse movimento, os estudantes não utilizam de estratégias e habilidades para atingir uma solução, dessa forma não há preocupação dos alunos em buscar estratégias para a resolução. Além disso, a compreensão das atividades fica comprometida, devido ao fato de não haver as hipóteses ou argumentações a respeito da escolha de um plano para solucionar o problema apresentado.

Com base nos conceitos de exercícios e de problema, salientamos a importância do trabalho com a resolução de problemas na atividade matemática, contribuindo para desenvolver nos estudantes a capacidade de lidar com novas situações que desafiam a compreensão deles.

Um problema matemático pode ser utilizado para desenvolver habilidades intelectuais que os estudantes já possuem ou que, durante a resolução do problema, são desenvolvidas. Como exemplo, a capacidade de leitura e interpretação de dados numéricos.

## **2.4 diferentes tipos de problemas**

É fundamental o professor conhecer os diferentes tipos de problemas, salienta-se que os problemas podem ser convencionais e não convencionais. Conceituaremos esses dois tipos de problemas para uma melhor compreensão do assunto.

Os problemas convencionais são aqueles que têm como modelo, o ensino tradicional e se caracterizam pela proposição do problema após a apresentação de determinado conteúdo; todos os dados de que o resolvidor necessita aparecem explicitamente no texto, além de ser essencial encontrar a resposta correta, que é, quase sempre, única. (SMOLE, 2016, p. 14).

Salienta-se que os problemas convencionais, não se tornam desafiadores para o aluno, pois, não o instiga a encontrar a solução, pois todos os dados estão explícitos no enunciado. Acreditamos que nesse caso, o problema se torna uma aplicação dos conceitos e procedimentos abordados pelo professor nas aulas de Matemática.

Nessa perspectiva, é importante mencionar que podemos ajudar os alunos a desenvolver estratégias de resolução de problemas baseando o ensino da Matemática em problemas a serem resolvidos por eles. Assim, os professores podem promover esta maneira de trabalhar a metodologia de resolução de problemas na sala de aula, pois, nessa metodologia é possível ensinar a resolver um problema.

No entanto, para a definição de problemas não convencionais, Smole (2016, p. 15) descreve que são aqueles não, necessariamente, relacionados a um conteúdo específico, problemas com várias soluções, problemas com excesso de informações.

E aqueles com diferentes tipos de textos que permitem ao aluno desenvolver sua capacidade de leitura e análise crítica, pois, para resolver a situação proposta, é necessário voltar muitas vezes ao texto para lidar com os dados e analisá-los, selecionando os que são relevantes e descartando os supérfluos.

**Quadro 2:** Diferentes tipos de problemas de acordo com Smole (2016)

Problemas	Definição
Exercícios de algoritmos	Podem ser resolvidos a partir de um passo a passo, onde são utilizados os algoritmos da adição, subtração, multiplicação e divisão de números naturais.



Problemas padrão	Exigem a aplicação de um ou mais algoritmos já apreendidos sem a utilização de qualquer estratégia. A solução desse tipo de problema já está compreendida no próprio enunciado, e por isso eles não aguçam a curiosidade do aluno nem o desafia.
Problemas processo ou heurísticos	Envolvem operações que não estão contidas no enunciado, não podendo ser traduzidos diretamente para a linguagem matemática, nem resolvidos imediatamente utilizando os algoritmos, pois necessitam um tempo de raciocínio e estratégias que leve o aluno a solução, por isto esses problemas são considerados interessantes.
Problemas de aplicação	Apresentam situações do dia-a-dia e que exigem o conhecimento da matemática para serem resolvidos, também denominados de situações-problema contextualizadas.
Problemas de quebra cabeça	Envolventes e desafiadores para os alunos constituem a Matemática recreativa, em que sua solução está sujeita a sorte ou da facilidade em perceber algum truque ou alguma regularidade, que é a chave da solução.

Fonte: Elaborado pela pesquisadora

Neste contexto, Dante (2009, p. 24-28) também destaca os problemas em vários tipos. Os exercícios de reconhecimento; exercícios de algoritmos; problemas padrão; problemas processo ou heurísticos; problemas de aplicação e problemas de quebra cabeça.

**Quadro 3:** diferentes tipos de problemas de acordo com Dante (2009)

Problemas	Definição
Problemas de reconhecimento	Tem como objetivo fazer com que o aluno reconheça, identifique ou lembre um conceito, um fato específico que foi abordado.
Exercícios de algoritmos	Podem ser resolvidos a partir de um passo a passo, onde são utilizados os algoritmos da adição, subtração, multiplicação e divisão de números naturais.
Problemas padrão	Exigem a aplicação de um ou mais algoritmos já apreendidos sem a utilização de qualquer estratégia. A solução desse tipo de problema já está compreendida no próprio enunciado, e por isso eles não aguçam a curiosidade do aluno nem o desafia.
Problemas processo ou heurísticos	Envolvem operações que não estão contidas no enunciado, não podendo ser traduzidos diretamente para a linguagem matemática, nem resolvidos imediatamente utilizando os algoritmos, pois necessitam um tempo de raciocínio e estratégias que leve o aluno a solução, por isto esses problemas são considerados interessantes
Problemas de aplicação	Apresentam situações do dia-a-dia e que exigem o conhecimento da matemática para serem resolvidos, também denominados de situações-problema contextualizadas

Fonte: Elaborado pela pesquisadora

No que se refere aos tipos de problemas apresentados por Smole e Diniz (2016) e Dante (2009), o tipo de problema da pesquisa é próximo ao tipo de problemas-processo ou heurísticos, pois envolvem as operações, que de não são resolvidos de imediato, necessitando, portanto, de leitura, elaboração de um plano, execução do plano e a busca de uma solução.

## **2.5 O ensino dos números e das operações matemáticas**

A aprendizagem da matemática escolar envolve o ensino dos números e das operações, geralmente desenvolvidos nas séries iniciais do Ensino Fundamental, etapa da escolaridade obrigatória e considerada essencial para o desenvolvimento de habilidades matemáticas, assim como seu uso na vida cotidiana.

Em primeiro lugar, para o desenvolvimento da nossa elucidação sobre as operações aritméticas, nos referimos a Centurión (1994) que, de acordo com nosso entendimento, constitui-se como uma opção bem apropriada, pois nos fornece um estudo baseado na didática dos números e das operações matemáticas no contexto da educação escolar.

Em relação ao conceito do sistema de numeração, Centurión (1994, p. 21) “o sistema de numeração é um conjunto de símbolos e de regras utilizado para escrever números”. Centurión (1994, p. 19) complementa ressaltando que “a ideia de número nasceu da necessidade de se efetuar contagens e da correspondência um para um que o homem foi estabelecendo entre vários conjuntos com a mesma quantidade de elementos”.

Os números naturais são infinitos e fazem parte do conjunto fechado para a adição e a multiplicação. Isto quer dizer que, somando ou multiplicando dois quaisquer números naturais, a soma ou o produto desses números também pertence ao conjunto dos números naturais. Todavia, não é fechado para a subtração e para a divisão, já que, se diminuindo ou dividindo dois números naturais nem sempre resulta em um número natural.

Na Matemática temos 9 algarismos e com eles podemos escrever quaisquer outros números. Assim, a sequência dos números naturais, representados pela letra maiúscula N é:

$$\mathbf{N = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9...\}.}$$

Com esses números podemos escrever qualquer outro número e estabelecer conjuntos. Centurión (1994, p. 55) destaca que “estabelecer conjuntos é classificar, e para classificar precisamos reunir coisas que apresentam qualidades comuns.

- a)  $10 \in \mathbb{N}$
- b)  $2 \in \mathbb{N}$
- c)  $100 \in \mathbb{N}$
- d)  $0 \notin \mathbb{N}$
- e)  $1,65 \notin \mathbb{N}$
- f)  $-2 \notin \mathbb{N}$

Fonte <https://brasilecola.uol.com.br/matematica/numeros-naturais.htm>.

Nossa pesquisa tem como base, as operações de multiplicação e divisão de números naturais, formados por todos os números inteiros não negativos, em outras palavras, todo número que é inteiro e positivo é também um número natural. Desse modo, o zero é inteiro e não é negativo, portanto, é igualmente um número natural.

A aprendizagem dos números naturais e das operações matemáticas e o entendimento desses elementos são considerados importantes para o conhecimento matemático, pois estão presentes no cotidiano de todas as pessoas, isso significa considerar que é possível uma articulação entre os saberes escolares e os saberes oriundos da realidade dos estudantes.

Nessa perspectiva, é importante conduzir uma discussão a respeito do significado da palavra Aritmética, que, de acordo com Centurión (1994, p. 88), é um termo que “deriva da palavra grega *arithmos*, que significa número. Aritmética é a

parte da Matemática que estuda as propriedades dos números e as operações que se possam realizar sobre esses números, nos diferentes conjuntos numéricos”. Por outro lado, os PCN (1998) salientam que é possível identificar alguns fatores que têm concorrido para que sua aprendizagem acabe não se consolidando ao longo do ensino fundamental. (Brasil, 1998, p. 96).

Ainda sobre os números naturais, consideramos importante apresentar a reflexão de Moreira e David (2007) quando esclarecem que, do ponto de vista da aprendizagem escolar, a aritmética dos naturais é um tema complexo, e sua apreensão, em níveis considerados satisfatórios, não se esgota no processo que se desenvolve ao longo das séries iniciais.

Os PCN (1997, p. 54-55), nos blocos de conteúdo, ao tratarem sobre o ensino e aprendizagem de números e operações, salientam que:

Ao longo do ensino fundamental os conhecimentos numéricos são construídos e assimilados pelos alunos num processo dialético, e que intervém como instrumentos eficazes para resolver determinados problemas e como objetos que serão estudados, considerando-se suas propriedades, relações e o modo como se configuram historicamente.

A Base Nacional Comum Curricular - BNCC - foi criada sob a observância à legislação nacional em relação ao campo da educação. É um documento que estabelece aspectos curriculares diante das aprendizagens essenciais que todos os estudantes devem desenvolver ao longo da educação básica, de maneira que contemple todas as áreas do conhecimento.

Nas orientações desse documento, a unidade temática Números, tem como finalidade desenvolver o pensamento numérico, que implica o conhecimento de maneiras de quantificar atributos de objetos e de julgar e interpretar argumentos baseados em quantidades. Assim, de acordo com a BNCC (2017, p. 268):

É importante propor, por meio de situações significativas, sucessivas ampliações dos campos numéricos. No estudo desses campos numéricos, devem ser enfatizados registros, usos, significados e operações. No Ensino Fundamental – Anos Iniciais, a expectativa em relação a essa temática é que os alunos resolvam problemas com números naturais e números racionais cuja representação decimal é finita, envolvendo diferentes significados das operações, argumentem e justifiquem os procedimentos utilizados para a resolução e avaliem a plausibilidade dos resultados encontrados.

O conhecimento dos números tem um caráter formativo que permite não só o conhecimento dos números, mas também sua utilização para realizar as operações numéricas para além da matemática escolar.

De acordo com Nunes et al. (2009, p. 19) “os sistemas de numeração amplificam nossa capacidade de registrar, lembrar, e manipular quantidades”. Entender este processo de aprendizagem é fundamental para o trabalho docente, pois, a compreensão de um número interfere na resolução de problemas matemáticos que envolvem os números. Por exemplo, o entendimento básico das operações com os números naturais, produz um aprendizado mais consistente ao ensino de matemática.

É importante o conhecimento dos aspectos que caracterizam os números naturais e as operações fundamentais. Assim, se torna interessante que o aprendizado das quatro operações matemáticas nas séries iniciais do Ensino Fundamental possa estar associado à resolução de problema e, com isso algumas habilidades começam a ser desenvolvidas, por exemplo, o ato de resolver e também elaborar problemas das quatro operações e de diversos temas.

Segundo Centurión (1994, p. 89), destaca que:

Em um sentido amplo, sempre que agimos sobre os objetos, estamos realizando uma operação. [...]. Dessa forma, operar é agir sobre os objetos e, de alguma maneira, realizar transformações, num processo de interação com as operações físicas estão as que construímos durante nosso desenvolvimento: as operações intelectuais ou operações mentais.

Assim, na Matemática escolar, o processo de aprender sobre o conceito e a representação dos números e das operações precisa estar de acordo com o desenvolvimento de capacidades essenciais, tais como de interpretar; de formular; de aplicar e de avaliar. Nesse contexto, os estudantes devem operar mentalmente sobre os objetos de conhecimento e de aprendizagem.

É correto considerar que a realização das operações de multiplicação e divisão na resolução de problemas é pertinente nos 1º e 2º ciclos do Ensino Fundamental para uma melhor compreensão dessas operações. Nessa direção, os PCN (1998, p. 56) salientam como proposta para o ensino da matemática, a resolução de problemas. Procede se possibilitar, aos alunos e alunas, consolidar alguns significados das operações fundamentais e construir novos, em situações que envolvem os números naturais e, em alguns casos, os racionais.

Em nossa leitura, para compreender melhor as operações, ao resolver problemas de multiplicação e divisão, os estudantes devem ser instigados a usarem procedimentos já adquiridos e a procurarem a resposta utilizando procedimentos novos, com base em vivências e conhecimentos, previamente, aprendidos e nem sempre matemáticos.

Vários tipos de dificuldades podem intervir no momento que os estudantes são confrontados a resolver problemas matemáticos envolvendo as operações. Intuitivamente, pensamos primeiro na dificuldade relacionada a não compreensão das operações matemáticas, à leitura e nos cálculos numéricos.

Em concordância com o objetivo desta pesquisa, consideramos importante apresentar a discussão teórica sobre o entendimento na área da Educação Matemática, do que significa a Resolução de Problema como uma proposta metodológica de ensino.

Apresentamos, também, nossas considerações a respeito da utilização e do alcance dessa abordagem metodológica para o ensino da Matemática, principalmente nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental da Educação Básica.

## **2.6 Propostas na resolução de problemas matemáticos**

Ao trabalhar com a metodologia de resolução de problemas, é necessário que o professor tenha efetuado uma preparação, ou seja, requer alguns procedimentos essenciais para que as dificuldades e as estratégias apresentadas pelos estudantes sejam detectadas pelo professor.

Polya (2006) apresenta uma lista de indagações e sugestões sobre a metodologia de Resolução de Problemas em que, de acordo com o autor, os questionamentos foram elaborados com base em uma análise do processo natural de raciocínio que uma pessoa utiliza ao resolver problemas matemáticos no contexto da sala de aula.

Portanto, de acordo com Polya (2006, p. 4-5), para o trabalho com a resolução de problemas, é indispensável que o professor tenha conhecimento das quatro fases, a saber:

[...] **Primeiro**, temos de compreender o problema, temos de perceber

claramente o que é necessário. **Segundo**, temos de ver como os diversos itens estão inter-relacionados, como a incógnita está ligada com os dados, para termos a ideia da resolução, para estabelecermos um plano. **Terceiro**, executamos o nosso plano. **Quarto**, fazemos um retrospecto da resolução completa, revendo-a e discutindo-a. (grifo nosso).

Desse modo, torna-se fundamental que o professor tenha, primeiramente, bem definidos seus objetivos, que selecione problemas desafiadores para os alunos, ou seja, o importante também é saber conduzir o trabalho de forma a favorecer a intencionalidade da sua prática.

Nesse sentido, concordamos que a metodologia de Resolução de Problemas na sala de aula precisa ser desenvolvida de acordo com alguns critérios, considerados importantes para o desenvolvimento do trabalho com essa proposta. Julgamos, então, indispensável descrever algumas dessas fases, como abordado por Polya (1995) que apresenta um modelo geral para resolver problemas. De acordo com o autor, são essas as fases a serem abordadas:

a) **Compreender o problema**. Para resolver um problema, inicialmente é preciso compreendê-lo, mas não é só isso: deve também desejar resolvê-lo. O problema deve ser bem escolhido, nem muito difícil nem muito fácil, interessante e que faça parte do dia a dia das pessoas. O estudante precisa entender o enunciado verbal do problema, identificando as partes principais, que são a incógnita; os dados e a condicionante, para, então, resolvê-lo de maneira satisfatória. Para isso, essencial ler o problema mais de uma vez e, se necessário, representá-lo de várias maneiras.

b) **Criar um plano**, esse é o segundo passo. Depois de interpretar o problema, é necessário escolher uma estratégia ou um plano para resolvê-lo e, nesse momento, o estudante irá precisar estabelecer um plano de acordo com o que é pedido. Enfim, nessa etapa, o principal feito é realmente a concepção da ideia de um plano, pois esse passo é importante para atingir o resultado.

c) **Execução do plano**: Nesse passo, o estudante deverá utilizar os conhecimentos prévios para colocar em prática o que foi imaginado no passo anterior. Ele, portanto, aplica a estratégia escolhida e efetua os cálculos necessários e, nesse instante, é preciso executar o plano e verificar se ele está correto.

d). Avaliar **a resposta e as reflexões**: Esse é o quarto passo em que é necessário verificar os resultados e se o plano foi bem elaborado. Não fica tão difícil



resolver o problema, seguindo, passo a passo, o que foi planejado, efetuando todos os cálculos, executando todas as estratégias, podendo haver maneiras diferentes de resolver o mesmo problema. A revisão da solução é a etapa mais importante, segundo Polya (1995), pois, nessa etapa, é possível fazer uma apuração da solução do problema.

Assim, na perspectiva do autor, todas as fases têm a sua importância e são essenciais para auxiliar na resolução de problemas matemáticos. Porém, de acordo com Polya (1995, p. 04), pode acontecer que, a um estudante, ocorra excepcional ideia brilhante e, mesmo não utilizando todas as fases, ele encontre, impulsivamente, a solução. Essas ideias felizes são evidentemente muito desejáveis, mas alguma coisa muito inconveniente e desastrosa pode resultar se o estudante não considerar qualquer uma das quatro fases, sem dela ter uma perfeita noção. O resultado será insatisfatório se o estudante efetuar cálculos caóticos e traçar figuras sem ter compreensão do problema.

Em relação às fases citadas, Dante (2000, p. 22-23) ressalta que

É claro que essas etapas não são rígidas, fixas e infalíveis. O processo de resolução de um problema é algo mais complexo e rico, que não se limita a seguir instruções passo a passo que levarão à solução, como se fosse um algoritmo. Entretanto, de um modo geral elas ajudam o solucionador a se orientar durante o processo.

Nessa mesma direção, Onuchic e Allevato (2014) com base no trabalho de Polya (1945), oferecem uma importante contribuição acerca da Resolução de Problemas, apresentando uma sugestão mais atual para esse trabalho em sala de aula, inclusive utilizando uma organização, a qual as autoras chamam de etapas.

1) **Preparação do problema:** etapa que diz respeito à seleção do problema, nela, o professor seleciona um problema ou aceita um proposto pelos alunos, visando à construção de um novo conhecimento, princípio ou procedimento. Tal problema é chamado de problema gerador.

2) **Leitura individual:** nesta etapa é entregue uma cópia do problema para cada aluno, solicitando-lhe a leitura do problema individualmente. Nesse momento, o aluno tem a possibilidade de refletir e colocar-se em contato com a linguagem matemática e desenvolver sua própria compreensão do problema proposto.

3) **Leitura em conjunto:** Os alunos se reúnem em pequenos grupos e efetuam nova leitura e discussão do problema. O professor auxilia os grupos esclarecendo as dúvidas referentes à compreensão do problema. Nessa fase, os alunos exercitam a expressão de ideias e aprimoram a linguagem.

4) **Resolução do problema:** entrando na quarta etapa, inicia-se a resolução do problema, propriamente dita. Os alunos, em seus pequenos grupos, tentam resolver o problema gerador, que lhes conduzirá à construção de conhecimento sobre o conteúdo planejado pelo professor para aquela aula. A ação dos estudantes volta-se para a escrita, utilizando-se da linguagem matemática ou de outros recursos, como desenhos, gráficos ou tabelas.

5). Observar e incentivar: neste momento, o professor observa o trabalho dos estudantes, incentivando-os a utilizar seus conhecimentos prévios e técnicas já conhecidas, a troca de opiniões e auxilia-os, sem, contudo, revelar as respostas. Dessa forma, os alunos desenvolvem um trabalho colaborativo.

6) **Registro das resoluções na lousa:** os alunos compartilham, na lousa, suas resoluções, certas ou erradas, e o professor estimula o compartilhamento de diferentes pensamentos, a discussão e a comparação das diferentes soluções, aprimorando suas respostas.

7). Plenária: nesta fase, os alunos, após discutirem as diferentes resoluções apresentadas pelos grupos, professor e alunos buscam um consenso sobre o resultado correto, e é quando ocorre o aperfeiçoamento da leitura e da escrita matemática.

8) **Busca do consenso:** após as discussões e sanar todas as dúvidas pertinentes, o professor tenta, juntamente com a turma, estabelecer um consenso da resolução correta.

9) **Formalização do conteúdo:** nesta etapa, o professor registra, na lousa, uma apresentação formal, organizada e estruturada em linguagem matemática, em que os conceitos são padronizados, construídos por meio da resolução de problemas.

10) **Proposição e resolução de novos problemas:** Após a etapa de formalização do conteúdo, novos problemas são propostos, que possibilitam analisar se os conhecimentos matemáticos foram compreendidos e consolidar as aprendizagens construídas anteriormente. (ONUICH E ALLEVATO, 2014, p. 45).

Consideramos importante o conhecimento dessa proposta de ensino por meio

de etapas, pois, as situações de ensino e aprendizagem de resolução de problemas permitem que os estudantes se envolvam nesse processo, fazendo parte da busca pelo seu conhecimento. No entanto, é significativo salientar também que essas etapas não se constituem como uma receita pronta para resolver problemas matemáticos, mas parte de um processo de ensino e aprendizagem auxiliando na organização das ideias do conhecimento adquirido.

Portanto, em cada etapa proposta, é possível o professor elaborar perguntas com o objetivo de auxiliar os estudantes a desenvolverem ou melhorarem a compreensão do problema, assim como a sua resolução. Assim, é correto afirmar que a função do professor é oferecer situações que favoreçam a prática de atividades em que os estudantes se envolvam na busca pela solução do problema proposto, seguindo alguns critérios que podem ser adaptados de acordo com o objetivo de ensino.

A resolução de problemas é um caminho eficaz para a inserção de novos conteúdos escolares, alcançando o desenvolvimento de competências leitoras, uma vez que esse tipo de atividade exige, do estudante, a capacidade de ler e interpretar problemas de forma que conseguem resolvê-los criando e experimentando diferentes estratégias.

## **2.7. Várias abordagens da resolução de problemas**

Nesse tópico, buscamos uma conversa mais consistente em estudos que revelam diferentes formas de abordar a resolução de problemas. Para tanto, inicialmente, provocaremos uma reflexão teórica de Schroeder e Lester (1989), *apud* Onuchic e Allevato (2014) acerca do ensino por meio da resolução de problemas.

Em suas reflexões teóricas, esses autores apontam a capacidade de oferecer práticas pedagógicas capazes de gerar, nos estudantes, a mobilização e a organização de seus conhecimentos a fim de resolver os problemas matemáticos. O primeiro critério é o que devemos considerar quando estamos trabalhando com resolução de problemas.

Com base nessa perspectiva, concordamos que a resolução de problemas é um caminho metodológico possível para conduzir os estudantes à constituição de seu

conhecimento e à possibilidade de colocar em prática esse conhecimento desenvolvido.

No que se refere ao ensino por meio da resolução de problemas, as linhas de investigação na área da Educação Matemática destacam três abordagens diferentes sobre essa metodologia. Em uma abordagem cognitiva, estudamos os processos de resolução de problemas e as estratégias de resolução ou heurística na resolução de problemas. Para tanto, apontaremos os estudos de Schroeder e Lester (1989), *apud* Onuchic e Allevato (2014) que focam nas concepções dessas abordagens para o ensino da Matemática.

A primeira dessas abordagens é *Ensinar sobre a Resolução de Problemas* que, de acordo com Onuchic e Allevato (2014, p 37), “corresponde a considerá-la como um novo conteúdo. Essa abordagem dá ênfase na heurística como forma de orientar os alunos na resolução de problemas com regras e processos gerais, independentes do conteúdo específico abordado”.

Assim, quando o professor ensina sobre resolução de problemas realça o modelo de Polya que corresponde a um ensino em que as etapas ou as fases do processo de resolução favorecem, aos estudantes, elementos como: compreender o problema, criar um plano, levar adiante esse plano e olhar de volta o problema original, já citado nesta pesquisa.

A segunda abordagem é *Ensinar Matemática para resolver problemas*, que implica desenvolver o ensino de Matemática para a resolução de problemas. Nessa perspectiva, essa abordagem não está centrada na resolução de problemas, mas na Matemática, tendo a resolução de problemas como um apêndice, um acessório.

As autoras apontam que, primeiro o professor desenvolve o conteúdo referente a um determinado tópico matemático, e, somente depois, propõe os problemas para aplicação e memorização dos conteúdos estudados. Ou seja, os problemas são usados depois da aplicação dos conceitos e dos conteúdos matemáticos.

Por último, explicamos a abordagem *Ensinar Matemática por meio da resolução de problemas*. Nesse argumento, as autoras consideram “uma abordagem mais atual na Resolução de Problemas, acreditamos que seja uma das alternativas metodológicas adequadas ao cenário de complexidade em que se encontram atualmente as escolas.” (ONUCHIC e ALLEVATO, 2014, p. 38-39). “A metodologia Resolução de Problemas é considerada a alternativa mais adequada para ensinar,

simultaneamente, a matemática e a resolução de problemas. (ONUCHIC e ALLEVATO (2014 p. 38-39).

Esse processo implica o uso de problemas como primeiro passo para aprender a Matemática. Dessa forma, são discutidas as relações existentes entre os campos de conhecimento matemático e a resolução de problemas, buscando evidenciar as práticas de ensino na dimensão educacional em relação ao saber matemático que é produzido no interior das escolas.

Com relação às abordagens, reportamo-nos, como referência, ensinar por meio da Resolução de Problemas, que centra seus estudos na formação inicial dos estudantes e sobre como eles constroem suas noções algébricas.

Entendemos que, para os autores, o ensinar por meio da resolução de problemas tem um maior potencial para favorecer e ampliar a compreensão de Matemática dos estudantes. Nesse sentido, defendemos que o ensino de qualquer conteúdo matemático deve começar prioritariamente com um problema a ser apresentado aos estudantes.

A esse respeito, Onuchic (2014) desenvolve um estudo nessa abordagem de ensino centrado no desenvolvimento mútuo e simultâneo da Matemática escolar. É importante realçar que o ensino e a aprendizagem da matemática, além de oferecer desafios aos estudantes, são considerados também como momentos de oportunidades que auxiliam no entendimento de conceitos básicos e na aprendizagem da leitura, escrita e interpretação de textos.

## **2.8 A formação de professores que ensinam matemática**

Neste fragmento, discutiremos introdutoriamente, a formação de professores que ensinam Matemática, de modo a considerar que, na atualidade, devido à diversidade de saberes que circulam na sociedade, é pertinente a discussão a respeito de uma educação que possa integrar as propostas de ensino e a formação docente com vistas ao desenvolvimento dos estudantes, apontando para a necessidade de uma reflexão quanto a sua atuação em sala de aula.

Segundo Nunes (2001, p. 21), a prática pedagógica – como desenvolvimento formativo e profissional – deve considerar a valorização dos saberes docentes, assim:

As pesquisas vêm ressaltando a importância de se considerar a prática pedagógica do professor, visto que em sua trajetória, constrói e reconstrói seus conhecimentos conforme a necessidade de utilização dos mesmos, suas experiências, seus percursos formativos e profissionais.

Dessa forma, a formação docente precisa garantir os conhecimentos necessários para o desenvolvimento de habilidades e competências na construção de estratégias que permitam ao estudante aprender.

Se o professor auxilia seus alunos apenas o suficiente e discretamente, deixando-lhes alguma independência ou pelo menos alguma ilusão de independência, eles podem se inflamar e desfrutar a satisfação da descoberta. (POLYA, 1997, p.3).

Assim, ressaltamos a necessidade de se pensar em uma formação que direcione o professor a buscar elementos capazes de levá-lo a uma reflexão do como e o que ensinar, dimensionado a função da escola na formação do estudante.

É necessário, portanto, pensar em uma formação que evidencie as interações que ocorrem no ambiente escolar entre professor – aluno e aluno – aluno. Essas interações são importantes para o compartilhamento de conhecimentos em que a aprendizagem é abordada de maneira interdisciplinar, assim, é destacar a relevância dos saberes pedagógicos para a prática do professor.

Nesse processo, a educação matemática se inscreve em um cenário no qual a prática pedagógica e a postura do professor, diante da aprendizagem dessa disciplina, devem considerar o desenvolvimento de habilidades e saberes específicos dessa área de conhecimento e do ser professor de matemática. Portanto, os saberes pedagógicos precisam transcender a mera transmissão do conhecimento e ir além do conteúdo ensinado e aprendido dentro das salas de aula.

Nesse contexto, Kilpatrick e Silver, *apud* Onuchic e Allevato (2009, p. 2-3), acentuam que os educadores matemáticos, no século XXI, apresentam alguns desafios inerentes aos processos de ensino e aprendizagem:

Todos os alunos precisam ter oportunidade e apoio adequado para aprender matemática. Aos professores é preciso que se lhes dê treinamento e recursos para que ofereçam a melhor matemática para cada aluno. Hoje os educadores estão sendo desafiados a encontrar meios para poder oferecer a matemática que cada aluno precisa. [...]. Então os professores deveriam procurar mudar de uma abordagem comum, centrada no professor, para uma abordagem nova, centrada no aluno, durante o processo de ensino-aprendizagem. [...]. Enfrentar

esses desafios requer uma postura crítica na qual se analisa profundamente a profissão, critica-se o tempo todo e discutem-se vigorosamente esses desafios. Numa palavra, requer reflexão.

Nesse processo, a figura do professor é essencial, pois ele é o mediador da aprendizagem e capaz de desenvolver, nos estudantes, competências e habilidades que favorecem o aprender. A melhor forma de oferecer uma educação que desenvolva, plenamente, o indivíduo é por meio de um ensino em que o professor oportuniza as trocas de experiências e saberes.

Para tanto, o professor deve refletir diariamente a respeito das possibilidades que sua prática pedagógica em sala de aula pode oferecer ao aluno, de modo a desenvolver habilidades e capacidades no processo de ensino e aprendizagem.

Nesse sentido, o conceito de prática pedagógica pode ser definido de acordo com o entendimento de Caldeira e Zaidan (2010, p. 20) como:

Uma prática social complexa, acontece em diferentes espaços/tempos da escola, no cotidiano de professores e alunos nela envolvidos e, de modo especial, na sala de aula, mediada pela interação professor – aluno–conhecimento. Nela estão imbricados, simultaneamente, elementos particulares...os aspectos particulares dizem respeito: ao docente – sua experiência, sua corporeidade, sua formação, condições de trabalho e escolhas profissionais.

Nessa perspectiva, a prática docente apresenta grandes desafios, entre tantos, a formação de professores para atuarem nos anos iniciais com a disciplina de Matemática. Entre esses desafios, destacamos a afirmação de Nacarato (2009, p. 37) quando evidencia que a formação e o ensino do professor devem:

Possibilitar que o aluno tenha voz e seja ouvido; que ele possa comunicar suas ideias matemáticas e que estas sejam valorizadas ou questionadas; que os problemas propostos em sala de aula rompam com o modelo padrão de problemas de uma única solução e sejam problemas abertos; que o aluno tenha possibilidade de levantar conjecturas e buscar explicações e/ou validações para elas. Enfim, que a matemática seja para todos, e não para uma pequena parcela dos alunos.

Entre os desafios docentes, está relacionado o trabalho com uma metodologia de ensino que seja capaz de oferecer, aos estudantes, uma aprendizagem autônoma e reflexiva na construção de seu conhecimento, como a metodologia de Resolução de

Problemas de Matemática, que demanda, do professor, habilidades: uma escuta sensível para perceber como os estudantes assimilam seu conhecimento; incentivar os estudantes com ferramentas que despertam o interesse e envolvam a todos; ensinar de diversas maneiras para que todos possam aprender, além de manter a ordem na sala e a severidade.

Para Negrini (apud Santos, 1997, p.13), a formação do educador deveria contemplar três pilares que fariam a sustentação da formação profissional: a formação acadêmica, a formação pedagógica e a formação pessoal. Nesse procedimento, aprimorar a aprendizagem dos alunos, formando cidadãos aptos a exercer sua cidadania de forma plena e consciente, de seus direitos e deveres.

Nesse caso, o professor que ensina matemática, assim como todos os outros professores, deve sempre estar em busca de novos conhecimentos, procurando exercer a profissão dentro de uma perspectiva que ofereça o domínio e a construção de situações de ensino e aprendizagem, por meio da socialização de concepções e experiências, que considerem a diversidade cultural, social e econômica dos estudantes e que contribuam para o exercício da cidadania, de maneira crítica e reflexiva.

Nessa questão, é importante então dimensionar os saberes da formação e os saberes da prática docente, uma vez que a Matemática Escolar deve ser admitida de maneira que possibilite uma construção de uma prática pedagógica transformadora, democrática e justa, propiciando, assim, situações favoráveis ao desenvolvimento quanto ao ensino e à aprendizagem no espaço escolar.

De acordo com Moreira e David (2005), ainda existem, persistentemente, condicionantes que determinam a construção da Matemática Escolar, o que, de acordo com os autores, são o currículo prescrito, o conhecimento pedagógico do conteúdo, os saberes da ação pedagógica e os não saberes associados à prática docente.

Assim, ao entender o professor como mediador do processo ensino aprendizagem, podemos afirmar que o docente que trabalha nos anos iniciais precisa se apropriar de conhecimentos didáticos/pedagógicos que conduzam os estudantes aos possíveis caminhos construídos na resolução de determinadas atividades, incluindo a resolução de problemas matemáticos.



Esse conhecimento acerca das diversas maneiras de pensar do estudante oferece oportunidade para o entendimento a respeito do ensino da Matemática escolar, o que ressalta D' Ambrósio (2001, p.3) ao descrever que o ensino da matemática só terá sentido quando os professores forem capazes de ensinar a pensar matematicamente. Nesse sentido:

[...] é necessário fazer uma matemática viva. Se a gente olhar para a história da matemática, ela sempre foi isso: uma representação do ambiente que o sujeito está vivendo, dos problemas que encontra das coisas que de algum modo provocam uma necessidade de reflexão maior.

Moreira e David (2005, p. 53) pontuam também que:

[...] o desenvolvimento de uma visão flexível e multifacetada do conhecimento matemático pode contribuir decisivamente para que o professor seja capaz de dialogar com seus alunos, de reconhecer e validar, o quanto for o caso, certos pontos de partida adotados para a construção de um conceito ou de avaliar uma determinada elaboração conceitual como adequada para certo estágio, ainda que se mostre necessária uma reelaboração em estágios posteriores.

Em razão dessas considerações, a profissão docente, para colaborar com a emancipação das pessoas, necessita refletir sobre a própria ação docente, e, sobretudo, que o profissional analise a função que ele desempenha na sociedade.

Esses momentos de reflexão constituem trocas de experiências e de saberes e são questões que deveriam permear toda a prática pedagógica. Além de pensar em uma prática docente que priorize o estudante como sujeito que produz seu próprio conhecimento, portanto, abrange diversas maneiras de aprender –, é necessário pensar e operar sobre as questões da aprendizagem.

*“Só existe aprendizagem quando o aluno percebe que existe um problema para resolver, quer dizer, quando reconhece o novo conhecimento como meio de resposta a uma pergunta”.*

**Charnay**

### **3 CONTEXTUALIZAÇÃO DA TRAJETÓRIA METODOLÓGICA**

---

A trajetória metodológica – definida para esta pesquisa – teve como objetivo contextualizar o entendimento acerca dos procedimentos dos estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental diante à resolução de problemas, considerando, as discussões a respeito das estratégias, o raciocínio lógico-matemático, e a sondagem de hipóteses.

Diante do exposto na introdução e dos objetivos deste trabalho, este estudo procurou responder às seguintes inquietações da pesquisadora: Quais estratégias os estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental elaboram quando estão diante de resolução de problemas matemáticos? Quais as dificuldades são enfrentadas em relação ao desenvolvimento de uma proposta de resolução de problemas?

Para tanto, a pesquisa teve vários registros do trabalho de campo, que foram coletados por meio de: gravação de áudio, contendo os diálogos realizados em duplas, sobre a elaboração das estratégias para a resolução de problemas; anotações em diário de campo e das atividades propostas em sala de aula. Os dados analisados, neste estudo, permitiram visualizar como os estudantes construíram suas estratégias nas resoluções de problemas, podemos afirmar que esse processo ocorreu de forma bastante assertiva, após serem trabalhadas, previamente, conforme orientações de autores que auxiliaram na elaboração desse trabalho.

As análises foram realizadas de acordo com a revisão bibliográfica que aborda a resolução de problemas no ensino da matemática escolar.

A pesquisa bibliográfica, segundo Lakatos e Marconi (1992), tem como propósito permitir que o pesquisador estabeleça um contato direto com o material escrito sobre o objeto de estudo da pesquisa.

### 3.1. Abordagem da pesquisa

Entendemos que, para responder às questões anteriores, é necessário inserir este estudo em uma pesquisa de cunho qualitativo, dentro da modalidade da pesquisa-ensino.

A abordagem qualitativa “abriga tensões teóricas subjacentes que, cada vez mais, a distanciam de teorias, práticas e estratégias únicas de pesquisa” (Chizzotti, 2003, p. 223). Trata-se de um cenário dotado de grande complexidade, no qual o objeto em estudo tem função central na articulação necessária entre as concepções implícitas do pesquisador, a teoria e a metodologia.

Assim, esta pesquisa assume característica de natureza qualitativa, no sentido que define Chizzoti (1991, p.79): “uma relação dinâmica entre o mundo real e o sujeito, uma interdependência viva entre o sujeito e o objeto, um vínculo indissociável entre o mundo do objeto e a subjetividade do sujeito”.

Entendemos a pesquisa qualitativa como aquela que “envolve a obtenção de dados descritivos, no contato direto do pesquisador com a situação estudada, enfatiza mais o processo que o produto e se preocupa em retratar a perspectiva dos participantes.” (Ludke e André (1986, p. 13).

Dentro da pesquisa qualitativa se insere a Pesquisa-Ensino, que tem – como princípio epistemológico – a busca e a condução de procedimentos, na intenção de analisar o conhecimento que se produz com base em situações reais do cotidiano da sala de aula. Em outras palavras, são mediações que o professor realiza no seu próprio contexto profissional. A respeito dessa proposta de metodologia, Penteadó (2010, p. 30) esclarece que:

Toda pesquisa é um fazer, uma prática que busca outro saber. Um saber prático que permite refinar cada vez mais a produção teórica do conhecimento científico. Em outras palavras, tanto o conhecimento teórico dá suporte ao prático, quanto o saber prático, redimensiona o saber teórico.

De acordo com Penteadó e Garrido (2010, p. 11/12), esse tipo de pesquisa produz mudanças nos alunos, qualificando seus processos de aprendizagem, e, também, no docente pesquisador, em sua prática de ensino, tornando-o mais autoconfiante, autônomo e comprometido com o que realiza.

Dessa maneira, a pesquisa-ensino exige, do professor-pesquisador, um processo de indagações da realidade, concentrado em construir, por meio de estratégias, soluções para um determinado problema enfrentado em sua ação docente em sala de aula. É um processo no qual o conhecimento científico é transformado e ajustado ao conhecimento da realidade dos estudantes que são direcionados a interpretar situação de maneira lógica, e aplicar o conhecimento assimilado ao resolver um problema matemático.

Ainda de acordo com Penteado (2010), a pesquisa-ensino contribui na promoção de ações com potencial de provocar transformações qualitativas nas práticas docentes de professores e professoras e, assim, contribuir, positivamente, na resolução das questões que conduzem a sua ação de pesquisa.

### **3.2. O campo de pesquisa**

A cidade de Ibirité, local onde se insere a escola designada para esta pesquisa, tem uma população estimada em 177.475 habitantes de acordo com o (IBGE/2017). Ibirité integra a Região Metropolitana de Belo Horizonte e estabelece limite com os municípios de Belo Horizonte, Contagem, Betim, Sarzedo e Brumadinho.

No que se refere à educação, o município de Ibirité tem 49 escolas de ensino fundamental, das quais, 22 municipais, 16 estaduais e 11 privadas. Já no Ensino Médio, a cidade tem 13 escolas, todas estaduais. No que se refere à educação especial, a Associação Pestalozzi de Minas Gerais é uma obra assistencialista de renome mundial, fundada por Helena Antipoff, e é a única das obras que ainda se mantém fiel aos princípios de sua fundadora.

Além disso, em Ibirité, existem quatro instituições de nível superior: a Universidade do Estado de Minas Gerais– UEMG, a Universidade Fundação Mineira de Educação e Cultura– Fumec, o Instituto Federal de Minas Gerais – IFMG, a Universidade Norte do Paraná – Unopar, Universidade Cruzeiro do Sul e Eadcom – Faculdade de Educação a Distância LTDA.

Dentro desse contexto, a pesquisa tem como *locus*, a escola municipal Vila Ideal, localizada na Avenida Pau Brasil, no bairro Vila Ideal Serra Dourada. Oferecendo, atualmente, o Ensino Fundamental e Educação de Jovens e Adultos (EJA), sendo o Ensino Fundamental do 1º ao 9º ano e a EJA atendendo ao primeiro

e segundo segmentos.

Os estudantes, em sua maioria, são representados como oriundos de áreas em situação de vulnerabilidade, tendo dificuldades de inclusão social. Dessa maneira, a proposta da escola é promover a participação efetiva desses estudantes na escola e, conseqüentemente, na sociedade, de modo que possa realizar articulações para a construção de caminhos que possibilitem a superação das desigualdades sociais, raciais e culturais existentes em nossa sociedade pelas quais são, marcadamente, afetados.

O objetivo principal da escola é aprimorar o ensino aprendizagem, garantindo a qualidade, a inovação e a criatividade dos estudantes, e buscando o conhecimento construído com base nesses espaços, visando a afirmar o direito à educação, ampliar a percepção dos estudantes sobre qual é sua função no mundo e no lugar onde vive.

### **3.3. Os sujeitos colaboradores da pesquisa**

A realização desta pesquisa ocorreu junto a uma turma do 5º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública do município de Ibitaré e teve a duração de um mês, entre os meses de agosto e setembro de 2019. Essa turma é composta por 24 estudantes com idades entre 10 e 11 anos.

Salientamos que realizamos a pesquisa de acordo com o Comitê de Ética em Pesquisa – Coep, e que todos os sujeitos da pesquisa, tanto os estudantes quanto seus pais, assinaram o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido – TCLE, em que constam todas as informações necessárias sobre a natureza e o desenvolvimento da pesquisa, assim como o contato do orientador e da pesquisadora para esclarecimentos de possíveis dúvidas e questionamentos.

A pesquisa foi realizada no turno da tarde, em uma turma na qual sou a professora responsável por lecionar quatro disciplinas, inclusive a disciplina de Matemática. Essa escolha é justificada pelo fato de que os estudantes dessa classe são questionadores e atentos aos processos de ensino; por estabelecer uma boa relação com esses estudantes; e, principalmente, pela constatação das dificuldades na aprendizagem da matemática escolar.

Essas considerações, em minha opinião, apontaram para a necessidade de uma proposta de ação pedagógica diferenciada, no sentido de possibilitar oportunidades para que todos os alunos possam atingir um nível satisfatório na produção do saber matemático.

Essa minha caracterização da turma é respaldada pelas avaliações internas e externas à escola que indicam que a maioria desses alunos e alunas não consegue uma apropriação desejável em relação ao conhecimento matemático, dificultando-lhes em operar e solucionar problemas que envolvem os números naturais.

**Tabela:** Dados da turma investigada

Quantidade de alunos da classe	24
Alunos repetentes	03
Alunos de inclusão	01
Alunos que gostam da Matemática	03
Alunos que consideram a Matemática difícil	17

Fonte: Elaborado pela pesquisadora

Vale ressaltar que, nessa turma, existem estudantes que apresentam um bom desenvolvimento, tanto na leitura e escrita como na matemática. É uma turma que não apresenta comportamentos considerados indisciplinados e são bem receptivos e bastante participativos.

### **3.4 Instrumentos de pesquisa**

Esta pesquisa realizou-se em duas partes. No primeiro momento, tomamos a decisão de desenvolver um jogo de tabuleiro com cartas contendo resoluções de problemas, e, a partir da realização dessas atividades, buscamos analisar as estratégias dos estudantes.

Elaboramos problemas de acordo com a idade e o interesse dos estudantes, uma vez que todos se encontram na mesma faixa etária, utilizando informações que fizessem parte do cotidiano deles, com o intuito de oferecer atividades que permitissem que o aluno encontrasse confiança e relevância nos problemas propostos. Desse modo, o cenário escolhido do jogo de tabuleiro foi o parque de diversão, que continha problemas que, na sua maioria, envolviam essa temática.

Os problemas apresentados foram extraídos de materiais didáticos do 5º ano e de sites que disponibilizam problemas que envolvem a multiplicação e a divisão, e foram adaptados pela pesquisadora, seguindo alguns critérios, por exemplo, a prioridade de estarem relacionados com situações de um parque de diversão.

Para iniciar o jogo, os estudantes deveriam selecionar um problema e resolvê-lo em uma folha à parte, e com base nesses registros escritos, buscamos analisar as estratégias elaboradas durante a aplicação do jogo.

Outro instrumento que teve como finalidade a coleta de dados desta pesquisa se refere às gravações de áudios, realizadas durante as resoluções dos problemas pelos estudantes no decorrer do jogo de tabuleiro.

No entanto, em função da empolgação que o jogo estabelece entre os estudantes, os áudios não alcançaram os resultados esperados para a coleta de dados. Por consequência, o jogo de tabuleiro foi um fato que dificultou a coleta de dados e a análise da pesquisa.

Então, para atender aos nossos objetivos de pesquisa, que, também, é analisar as estratégias dos estudantes durante a resolução de problemas matemáticos, foi necessário retornar no trabalho de campo e iniciar outro processo, o segundo momento da pesquisa em que foi trabalhada a metodologia de resolução de problemas, desenvolvida a partir das considerações das etapas de resolução apresentadas por Onuchic e Allevato (2014) antes da aplicação das atividades do estudo em questão.

Em seguida, com a proposta de testar nossas hipóteses, que é considerar a metodologia de Resolução de Problemas como ponto de partida para ensinar matemática e que essa metodologia direciona os estudantes a desenvolver estratégias de resolução iniciou a aplicação de seis atividades envolvendo a multiplicação e divisão de números naturais.

Para verificar o aprendizado dos estudantes, selecionamos três problemas que

fizeram parte do primeiro momento com a pesquisa e três do segundo momento, todos os problemas foram trabalhados em sala de aula.

Na oportunidade, empregamos a dinâmica da metodologia de resolução de problemas que se inicia com uma leitura individual e coletiva dos problemas propostos, pois acreditamos que, assim, poderíamos desenvolver melhor a metodologia.

Para registrar esses momentos, usamos do recurso de caderno de campo, que é um instrumento que possibilita ao pesquisador fazer seus registros. Segundo Ludke e André (1986), os dados coletados são ricos em descrições de pessoas, de situações, de fatos, enfim, de tudo que for considerado relevante para a pesquisa.

Outro recurso aplicado no trabalho de campo foi o registro em áudio que, por meio desse material, analisamos, de forma mais minuciosa, as interações e discussões entre os estudantes e, assim, realizamos uma avaliação mais fidedigna do processo de coleta de dados.

O caderno de campo foi utilizado pela professora-pesquisadora para registrar as observações quando os estudantes discutiam as resoluções e procuravam uma estratégia para solucionar o problema.

Na elaboração do caderno de campo, foi necessária uma observação minuciosa dos fatos, que, de acordo com Ludke e André (1986, p. 25), “implica na construção de um planejamento cuidadoso do trabalho de coleta e uma preparação minuciosa do observador”. De modo que essas observações sirvam para que o professor possa refletir sobre suas práticas pedagógicas e as relações existentes entre professor e alunos.

Corroborando as ideias de Ludke e André (1986), apresentamos Gil (2006, p.110) que ressalta: “a observação é o uso dos sentidos com vistas a adquirir o conhecimento necessário para o cotidiano, podendo ser utilizado como procedimento científico sempre que servir a um objetivo de pesquisa e for sistematicamente planejado”.

Acreditamos que os registros em áudio trouxeram para a pesquisa situações que mesmo eu estando presente durante as discussões em sala, em algum momento me escapou certos detalhes que, a meu ver, contribuíram para o entendimento acerca das proposições durante as aulas.



### **3.5. Desenvolvimento da pesquisa: o primeiro momento do trabalho de campo**

O primeiro momento do trabalho de campo teve por objetivo coletar os dados da pesquisa e, para isso, utilizamos nove aulas de 50 minutos, em que realizamos atividades de resolução de problemas matemáticos envolvendo multiplicação e divisão com números naturais. Na proposta de tornar as atividades mais interessantes, motivadoras e desafiadoras para os estudantes, decidimos desenvolvê-las por meio de um jogo de tabuleiro que exige e espera uma relação de cooperação e colaboração.

Inicialmente, a atividade seria baseada nas etapas da metodologia de resolução de problemas descritos anteriormente nos estudos de Onuchic e Allevato (2014). Entretanto, é importante mencionar que houve alteração no decorrer do desenvolvimento da atividade no que diz respeito às propostas das autoras, e os alunos preferiram ler os problemas matemáticos.

Nossa ideia foi oferecer o jogo de resolução de problemas matemáticos e esperava-se que a realização do jogo direcionasse os estudantes a utilizarem experiências e conhecimentos anteriormente adquiridos durante as aulas de matemática e em outras disciplinas e espaços de produção de saberes.

Assim, os estudantes foram agrupados em duplas adversárias, e uma variedade de problemas matemáticos foi proposta a eles para que resolvessem. Nesses problemas, continham, principalmente, as operações de multiplicação e divisão.

Portanto, optamos por uma atividade via jogo de tabuleiro em que os estudantes precisavam resolver os problemas matemáticos para conseguirem alcançar a chegada e vencer o jogo. O propósito desse movimento era permitir que os estudantes aprendessem de maneira lúdica.

Para cada um dos problemas, sugerimos aos estudantes que fizessem o relato escrito de quais estratégias utilizaram para resolver o problema, esse espaço de escrita foi considerado como uma ferramenta eficiente, pois, ao relatar o caminho metodológico percorrido, o estudante tem a oportunidade de refletir sobre as operações que realizou e sobre a possibilidade de existir outras maneiras de resolver, mas que poderá direcionar ao mesmo resultado.

Para o início do jogo com resolução de problemas, foi estipulado que cada dupla jogasse o dado, e quem ficasse com o maior número na face superior do dado começaria a jogada. Definido quem iniciaria o jogo, a dupla tentaria solucionar o problema no tempo máximo de dois (2) minutos, utilizando, para tanto, a ampulheta. Ao registrar a sua solução do problema, a dupla conferia a resposta indicada em um cartão contendo a solução do problema. Se acertasse o problema, avançaria cinco (5) casas no tabuleiro, mas, se errasse, passaria a vez para a dupla adversária. Se ambas errassem, continuariam onde estavam com os seus peões.

Após a realização de cada problema do jogo, foram solicitadas às duplas que justificassem a escolha por determinada estratégia utilizada na resolução e descrevessem quais dificuldades encontram nos problemas do jogo. As escritas dos estudantes tinham como objetivo fornecer dados para nossas análises.

Entretanto, foram várias as dificuldades encontradas pelos estudantes, o que nos convenceu de que precisávamos entender como a resolução de problemas precisa ser desenvolvida dentro da sala de aula para que os estudantes possam se apropriar do conhecimento da Matemática.

Por essa razão, decidimos voltar à pesquisa com o intuito de introduzir a metodologia de resolução de problemas e as fases sugeridas pelos autores, mencionadas nesta pesquisa, e, assim, possibilitar que as análises fossem as mais autênticas e transparentes possíveis.

### **3.6. Desenvolvimento da pesquisa: o segundo momento do trabalho de campo**

A atividade de resolução de problemas é uma prática recorrente nas escolas, porém, esse processo, na maioria das vezes, constitui-se em atividades descontextualizadas e sem uma orientação sistematizada por parte do professor. Dessa forma, os estudantes não mobilizam os conhecimentos prévios e continuam sem o entendimento do que se constitui a resolução de problemas.

Ao retornar à pesquisa de campo, tivemos outro olhar e uma nova realidade. O fato de introduzirmos o jogo em sala de aula, antes mesmo de ter trabalhado as etapas da resolução de problemas, como descritas anteriormente, contribuiu para que os estudantes ficassem empolgados em somente ganhar a rodada, sem ter certeza da

identificação das operações necessárias para a resolução dos problemas, o que dificultou a elaboração das análises, pois os relatos escritos pelos estudantes ficaram inconsistentes com as operações utilizadas.

Dessa forma, nessa discussão metodológica, decidimos trabalhar as etapas descritas por Onuchic e Allevato (2014, p. 45) antes da aplicação das atividades de resolução de problemas. Essas etapas consistem em dez passos que pretendem fornecer elementos para a atuação do professor em sala de aula, mas não devem ser vistas como algo imposto, ou seja, elas podem ser flexíveis, de acordo com a particularidade de cada turma. São elas: (1) Proposição do problema, (2) leitura individual, (3) leitura em conjunto, (4) resolução do problema, (5) observar e incentivar, (6) registro das resoluções na lousa, (7) plenária, (8) busca do consenso, (9) formalização do conteúdo, (10) proposição e resolução de novos problemas.

Por esse motivo, foram aplicados anteriormente cinco problemas matemáticos para iniciar o trabalho com essa metodologia, para depois, os estudantes resolverem os problemas que fariam parte dessa pesquisa e serviriam de dados para nossa análise. O objetivo desta atividade foi mostrar para os alunos a resolução de problemas sob uma nova ótica, bastante diferente daquela a qual eles estavam acostumados a desenvolver.

Este processo conduz o estudante à organização do pensamento e das informações fornecidas para realizar a atividade, uma vez que um problema, para ser considerado como tal, precisa direcionar os estudantes a pensar além das simples operações matemáticas, pois os problemas requerem habilidades de leitura e interpretação de pequenos textos, além de outras habilidades, como interpretar, resolver e elaborar problemas da Matemática escolar.

Nessa fase, os problemas foram resolvidos individualmente, assim, a turma podia refletir e questionar sobre as questões empregadas pela professora durante as explicações sobre as etapas. Quando da entrega dos problemas que seriam analisados na pesquisa, propomos aos estudantes que se posicionassem em duplas, e, então, foi distribuída uma folha com os problemas para cada estudante, e eles poderiam resolvê-los, sempre considerando os exemplos e as discussões anteriormente desenvolvidas durante as aulas de matemática.

A organização da turma em dupla tinha como objetivo criar uma relação de confiança entre os estudantes, e uma linha de raciocínio que se aproximasse uma com a do outro, além de auxiliar para que todos pudessem oferecer contribuições um

ao outro.

Assim, para resolver um problema, foi necessário, em primeiro lugar, ler e entender o que estava sendo proposto, o ideal foi efetuar uma leitura individual e escolher qual estratégia seria elaborada para a solução do problema. Em seguida, foi necessário que o estudante fizesse uma releitura, tentando identificar o que era solicitado no problema. O foco inicial pode estar na pergunta do problema, para então, escolher qual estratégia utilizar.

Uma terceira etapa, que foi abordada durante as aulas, demandava que os estudantes identificassem os números existentes no enunciado do problema, eliminando aqueles que não são importantes para sua solução. Esse processo evitou que números desnecessários fossem utilizados de modo a confundir a resolução. Após a seleção dos itens, os estudantes discutiram e elaboraram, entre si, a melhor estratégia para encontrar a solução mais adequada.

Depois, os estudantes forneciam a resposta buscando a coerência com a pergunta do problema. Nesse momento, as duplas, devido à proximidade delas no espaço da sala de aula, socializaram as respostas com os outros colegas, comparando-as e discutindo quais estratégias cada dupla escolheu. Esse momento se mostrou rico no processo da Resolução de Problemas.

Em seguida, após as resoluções dos problemas, foi proposto aos estudantes que socializassem e discutissem a atividade realizada na lousa, conforme já combinado anteriormente. Esse processo teve por objetivo oferecer aos estudantes a possibilidade de refletirem, compreenderem e explicitarem as trajetórias utilizadas durante a resolução dos problemas, percebendo com mais clarividência as estratégias elaboradas por eles e pelos colegas.

Organizamos, então, as resoluções apresentadas pelos estudantes na lousa e, nesse momento, eles puderam perceber que existem várias estratégias para resolver o mesmo problema. Nesse sentido, é importante que os professores procurem trabalhar com a metodologia de resolução de problemas, estimulando o interesse e a participação dos estudantes, e que eles possam utilizar de várias estratégias para resolver as atividades propostas.

*“A atividade mais caracteristicamente humana é a resolução de problemas; pensar com um propósito, imaginar meios para atingir um fim desejado”.*

**George Polya**

#### **4 CAMINHOS E ESTRATÉGIAS: uma construção dos alunos e do professor**

---

---

Apresentamos os caminhos e estratégias desenvolvidas pelas duplas na busca de resolver os problemas matemáticos propostos em atividades envolvendo, prioritariamente, a multiplicação e a divisão de números naturais, tanto no primeiro quanto no segundo momento da realização da pesquisa.

Portanto, este trabalho explicita e apresenta as análises da aplicação de diferentes atividades envolvendo a resolução de problemas, com o objetivo de investigar quais estratégias e conhecimentos os estudantes utilizam quando estão instigados a resolver problemas matemáticos, bem como desenvolver capacidades de resoluções de problemas matemáticos abrangendo as operações de multiplicação e divisão.

Nesse sentido, a pesquisa proporcionou situações que direcionaram o aluno a pensar e analisar as estratégias de resolução de problemas, além de permitir verificar possíveis potencialidades da proposta metodológica da resolução de problema no processo de ensino e aprendizagem da matemática, usando, para tanto, etapas apontadas por Onuchic e Allevato (2014), apresentadas no tópico 2.

Nos dois momentos da pesquisa, as atividades trabalhadas visaram a direcionar esses alunos e alunas à busca da solução dos problemas propostos. No entanto, na primeira aplicação da atividade, os estudantes demonstraram uma série de dificuldades e, entre elas, relaciono à compreensão e interpretação dos enunciados e aos procedimentos de resolução dos problemas. Nesse sentido, entendemos ser necessário que o professor não inclua etapas descritas por Onuchic e Allevato (2014) para a resolução de problemas matemáticos, a fim de minimizar dificuldades possíveis por parte dos alunos.

#### 4.1 Caminhos e estratégias do primeiro momento com a pesquisa

Elegemos, como ponto de partida para o trabalho de campo nesse primeiro momento, a aplicação de um jogo de tabuleiro de trilha, em que os estudantes deveriam resolver os problemas e, com base nas respostas, eles se posicionavam no tabuleiro do jogo.

A primeira ação desenvolvida foi organizar os estudantes em grupos formados por duas duplas. Após essa organização, foram distribuídos os tabuleiros do jogo (Figura 1) para cada grupo. Em seguida, foram colocados, sobre a mesa, cartões (Figuras 2 e 3) contendo problemas matemáticos. Os estudantes escolhiam um cartão, realizavam a leitura para, em seguida, tentar resolver o problema, para isso, era entregue uma folha à parte (Figura 5). Caso a dupla acertasse, seguia adiante na trilha, se errasse, a dupla adversária tinha a oportunidade de tentar resolver o mesmo problema e pontuar no jogo.

O jogo era composto por: dois peões de cores diferentes para cada dupla; um dado; um tabuleiro, cartões com os problemas; folhas para a elaboração das estratégias; lápis e borracha.

**Figura 1**– Tabuleiro do jogo



Fonte: Arquivo da pesquisadora

**Figura 2 - Cartão e o problema**



**Eu e mais quatro amigos fomos Inhotim. Os bilhetes de entrada custaram 95 reais e dividimos o pagamento igualmente entre nós. Paguei meu bilhete e fiquei ainda com 31 reais. Qual a quantia que eu tinha antes do passeio?**

Acertou? Ande 5 casas, mas se errou volte três casas.

Fonte: Elaborado pela pesquisadora

**Figura 3- Cartão e o problema**



**A escola de Mateus fez uma excursão para o parque e levou 180 crianças dos 5º anos. Foram necessários 4 ônibus para levar todos os estudantes. Quantos estudantes foram em cada ônibus?**

Acertou? Ande 5 casas, mas, se errou, continue onde está.

Fonte: Elaborado pela pesquisadora

**Figura 4-** Folha resposta para a realização da atividade

Estratégia usada na resolução do problema

Relate, por meio da escrita, o caminho percorrido para chegar até a solução do problema.

---

---

---

---

---

---

---

---

Quais dificuldades vocês encontraram na resolução do problema?

---

---

---

---

---

---

---

---

Resolver este problema em dupla ajudou no processo de busca da solução?

---

---

---

---

---

---

---

---

Fonte: Elaborado pela pesquisadora

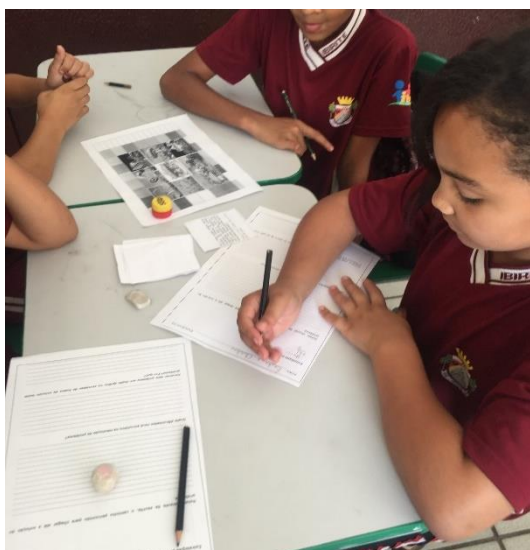


A intervenção docente colocava os estudantes diante do desafio da resolução de problemas por meio de um jogo educativo de tabuleiro, além de permitir uma situação que possibilitasse a interação entre os estudantes, a exploração dos conceitos matemáticos e a aplicação dos conhecimentos prévios nos problemas apresentados. Contudo, não conseguimos envolver todos os estudantes de modo que pudessem mobilizar esses conhecimentos prévios para elaborarem estratégias para a resolução de problemas e possibilitar o desenvolvimento do aprendizado.

Cabe salientar que as etapas<sup>3</sup> da resolução de problemas descritas anteriormente não foram trabalhadas nesse primeiro momento da pesquisa, o que, em nossa análise, foi um fator importante na dificuldade apresentada durante a realização das atividades e na elaboração das estratégias capazes de solucionar, de forma coerente, os problemas propostos por parte dos alunos envolvidos.

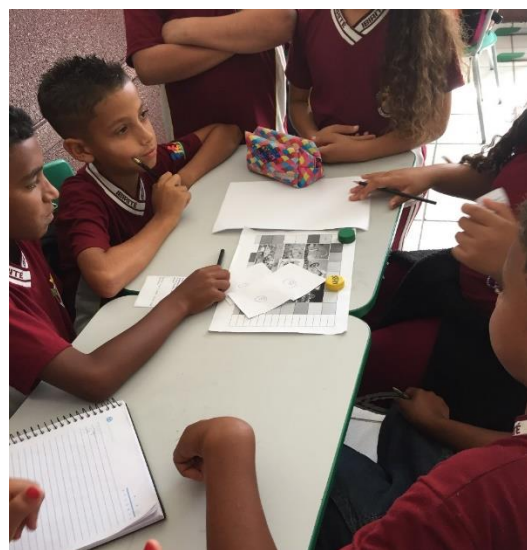
Os estudantes foram convidados a se assentarem em duplas e em uma situação de jogo, essa disposição da turma proporcionou uma euforia, o que nos estabeleceu certa dificuldade em mantê-los atentos à resolução dos problemas e, por diversas vezes, foi preciso recorrer à interferência mais diretiva por parte do professor no sentido de solicitar mais atenção às atividades propostas e, também, auxiliá-los na busca de soluções para os problemas.

**Foto 1 – Atividade do jogo**



Fonte: Arquivo da pesquisadora

**Foto 2 – Atividade do jogo**



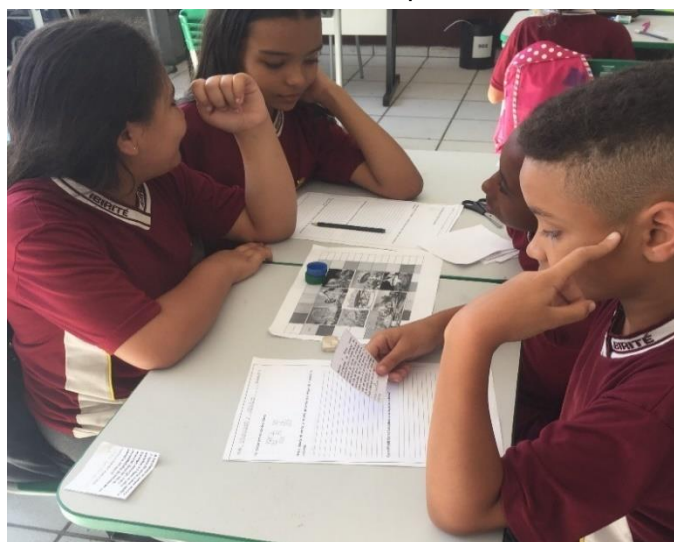
Fonte: Arquivo da pesquisadora

---

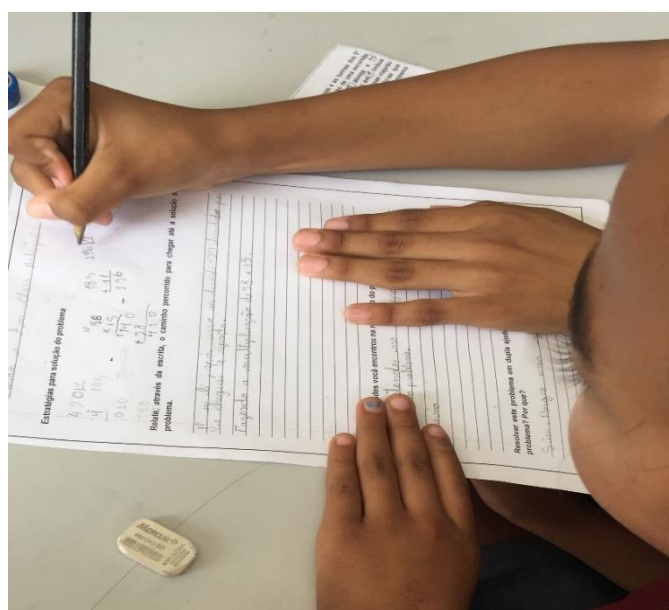
<sup>3</sup> Proposição do problema; leitura individual; leitura em conjunto; resolução do problema; observar e incentivar; registro das resoluções na lousa; plenária; busca do consenso; formalização do conteúdo; proposição e resolução de novos problemas.

Esse tipo de intervenção não conduz os estudantes a desenvolverem estratégias próprias de resolução de problemas, bem como a leitura e interpretação das questões que estão sendo propostas, não oferecendo elementos essenciais que direcionem o estudante a fazer escolhas, a interpretar dados e formular as estratégias. A atividade se tornou, em muitos momentos, em nossa análise, uma simples resolução de exercícios. Esse não era nosso objetivo de pesquisa.

**Foto 3-** Leitura do problema



**Foto 4:** Resolução do problema



Fonte: Arquivo da pesquisadora

A seguir, apresentaremos as transcrições dos áudios e as atividades desenvolvidas pelos estudantes durante as discussões de resolução de problemas de três duplas durante o primeiro momento da pesquisa, definidas aleatoriamente para análise da pesquisa.

É importante mencionar que todos os nomes dos sujeitos envolvidos nesta pesquisa são fictícios, para preservar a identidade dos estudantes.

#### 4.1.1 Caminhos e estratégias da dupla Maria Júlia e Jéssica

Essa dupla era composta por duas meninas de mesma idade, atentas às aulas e na idade certa no ano ciclo.

**Figura 5**– Resolução da dupla

1) Meia dúzia de mochilas custa numa papelaria 420 reais. Quanto se pagará por quatro dessas mochilas?

Operação	Resposta
$\begin{array}{r} 420 \overline{) 4} \\ -4 \quad 105 \\ \hline 000 \\ -20 \\ \hline 00 \end{array}$	<p>Ele pagará <u>105</u> Nas Mochilas.</p>
<p>Quais estratégias você utilizou para chegar a esse resultado.</p> <p><i>Eu utilizei a operação de divisão para chegar ao resultado, primeiro eu li o problema depois eu li o que está pedindo depois eu usei a divisão.</i></p>	

Fonte: Arquivo da pesquisadora.

Segue transcrição das discussões de resolução de problema da dupla:

**Jéssica:** Uma dúzia é 12 meia dúzia é 6, custam numa papelaria 420 reais quanto de pagará por 4 dessas mochilas? Então é 4 vezes... Como assim? Não entendi. Na verdade, é 4 mochilas. Então é 4 vezes 6. Não!!! É 420 vezes 4.

**Maria Júlia:** Meia dúzia é 6, então é dividido por 6. 420 dividido por 6.

**Jessica:** não é por 6 e sim por 4. Vamos fazer 420 dividido por 4 se tiver errado depois a gente vai corrigir.

**Maria Júlia:** Tá.

**Jessica:** Ô professora! *(A aluna chama a professora, mas, em seguida, desiste. Nesse momento, a dupla realiza a operação de divisão).*

**Maria Júlia:** Quanto se pagará por 4 dessas mochilas? Se pagará por 4 mochilas 105 reais. As estratégias que usamos foram: primeiro ler o problema várias vezes e depois ver o que ele estava pedindo. (Trecho da aula em 4 dez. 2018).

Com base na atividade apresentada acima e nos diálogos da dupla, foi possível observar que o enunciado, embora possa ser considerado simples, entendemos que, para essa dupla, não ficou esclarecido. Pois ela apresentou dificuldades na leitura e interpretação daquilo que demandava o problema 1, portanto, a dupla não conseguiu elaborar um plano de ação que conduzisse à resolução, de maneira satisfatória, do problema proposto.

À vista disso, verifica-se que a dupla não elaborou uma segunda tentativa de resolução, pois considerou que sua resposta era suficiente, e que o caminho escolhido era o mais assertivo. Nesse caso, inferimos que outra leitura permitiria à dupla apreender e reconhecer possibilidades da existência de outros elementos a considerar na resolução.

Como exemplo, citamos que, nessa atividade, a dupla realiza a operação de divisão por 4, quando, na verdade, a divisão deveria ter sido feita por 6, para, depois, efetuar a multiplicação por 4.

Portanto, a dupla não observou que 420,00 é o preço de 6 mochilas. Em nossa leitura, a dupla não interpretou corretamente todos os dados do problema por não relacionar “meia dúzia” como um dado numérico a ser considerado.



Esclarecemos que, devido às condições das gravações, não foi possível realizar a transcrição de áudio dessa dupla. Dessa forma, com base no problema apresentado acima, podemos perceber que a estratégia escolhida pela dupla foi somar a quantidade de ônibus ao número de estudantes e, posteriormente, dividir a quantidade encontrada por 11, número arbitrado pela dupla, uma vez que não está no enunciado do problema, e o resultado apresentado foi quantidade 1(um).

Notamos que a resolução de problemas requer certo nível de conhecimento de leitura e interpretação de enunciados, o que essa dupla demonstrou que ainda precisa adquirir. No entanto, nossa hipótese é que alguns alunos precisam também de mais tempo de resolução do que outros.

Nesse caso, numa situação em que o tempo era predeterminado, pois estavam numa situação de jogo, consideramos que tiveram dificuldade em responder corretamente a pergunta devido a ansiedade em avançar na atividade.

A falta de entendimento na leitura do enunciado e na compreensão dos dados, e, portanto, segundo a própria dupla, instigou-nos a considerar esse um elemento dificultador na elaboração de estratégias adequadas para a resolução do problema, pois, a resposta dada pelos estudantes quando questionados, foi que não compreenderam o enunciado do problema, nem como relacionar a quantidade de alunos com a quantidade de ônibus.

Trabalhar na compreensão dos enunciados dos problemas cujo domínio os estudantes ainda não possuem é fundamental no processo que envolve a resolução de problemas, pois, para que os estudantes possam entender o propósito de um enunciado, será interessante trabalhar a leitura e a escrita de um problema, para ajudar no seu entendimento.

Estes estudantes reconhecem, ainda, que tiveram dúvidas se era uma operação que envolvia a multiplicação ou envolvia uma divisão, demonstrando que o problema exigiu tanto o conhecimento da leitura e interpretação, quanto o domínio do algoritmo da divisão.

Assim, para este problema, notamos que a dupla encontrou grande obstáculo em encontrar uma solução que fosse considerável ao entendimento do problema, além de ter encontrado dificuldades também em explicar o raciocínio usado na resolução da atividade.

#### 4.1.3 Caminhos e estratégias da dupla Ariane e Aurora

Essa dupla era composta por duas meninas, que se mostram esforçadas e estudiosas.

**Figura 7** – Resolução da dupla

3) Eu e meus quatro amigos fomos ao Inhotim. Os bilhetes de entrada custaram 95 reais e dividimos o pagamento igualmente entre nós. Paguei meu bilhete e ainda fiquei com 31 reais. Qual a quantia que eu tinha antes do passeio?

Estratégias para solução do problema

$$\begin{array}{r} 95 \overline{) 4} \\ - 8 \quad 23 \\ \hline 15 \\ - 12 \\ \hline 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 23 \\ + 31 \\ \hline 54 \text{ Reais} \end{array}$$

Relate, através da escrita, o caminho percorrido para chegar até a solução do problema.

Primeiro peguei 95 R\$ dividi por 4 depois peguei 23 e somei 31 mais 23 e deu 54.

Quais dificuldades você encontrou na resolução do problema?

teve dificuldades na operação se era divisão ou multiplicação  
teve dificuldade em entender o que era a palavra quantia.

Fonte: Arquivo da pesquisadora

Devido às condições das gravações, não foi possível realizar a transcrição de áudio dessa dupla, dessa forma, baseamo-nos na atividade escrita, nas notas de campo e no que foi possível na escuta da gravação como recurso de análise dos processos de escolha e desenvolvimento das estratégias utilizadas pela dupla para lidar com os problemas propostos.

A situação acima apresentada permite-nos entender que a leitura e a interpretação do problema, realizadas pela dupla, não favoreceu que percebessem que eram cinco pessoas e não quatro como a dupla registrou nessa atividade. Outra observação importante a destacar diz respeito ao não entendimento do significado de *quantia*, assinalado por elas quando questionadas sobre as dificuldades encontradas na resolução dos problemas.

Nesse momento, torna-se evidente que, se no enunciado do problema contiver termos ou palavras desconhecidas pelos estudantes, sua interpretação fica comprometida para o desenvolvimento de estratégias para resolução do problema. O que evidencia a necessidade de se discutir o entendimento do problema, em uma leitura individual e coletiva, antes de buscar estratégia de resolução.

Podemos observar também que a resposta delas evidencia que os estudantes não apresentaram dificuldades nas operações, mas na compreensão da leitura de todos os dados relacionados no enunciado do problema.

#### *4.1.4. Breve contextualização das atividades desenvolvidas*

A pesquisa realizada, nesse primeiro momento, possibilitou-nos conscientizar da complexidade do uso da resolução de problemas como metodologia de ensino. Nesse contexto, a resolução de problemas emerge do processo de que o estudante deverá aplicar os conhecimentos previamente adquiridos em situações novas e desconhecidas. Nesse tipo de atividade, o estudante é também responsável pela construção do seu conhecimento.

A metodologia de resolução de problemas com todo o seu processo, nessa etapa da pesquisa, não foi, em nossa análise, corretamente aplicada, o que não conduziu os estudantes à uma postura mais significativa e qualificada na busca de estratégias de resolução dos problemas.

Assim, essa experiência inicial confirmou que, para a apropriação, por parte dos alunos, de habilidades para resolução de problemas, é necessário que as etapas



sejam discutidas e exemplificadas junto aos alunos e, posteriormente, eles sejam encorajados e desafiados a resolver problemas seguindo a metodologia escolhida nesta pesquisa.

Ainda, nesse primeiro momento da pesquisa, ficou evidente que o professor deve assumir uma postura de observar o trabalho desenvolvido pelos alunos e oferecer sugestões, incentivar e estimular a reflexão, bem como a cooperação entre os grupos de alunos. E após as resoluções, cabe ao professor propor e conduzir discussões das diferentes formas de soluções para alcançar os objetivos propostos.

Outra reflexão importante diz respeito ao cuidado na escolha das atividades conduzidas aos alunos. Nessa nossa experiência, o jogo escolhido como instrumento de análise para a pesquisa não contribuiu para que os estudantes pudessem elaborar as estratégias necessárias à solução do problema apresentado, pois apesar da boa participação dos alunos e alunas, não conseguimos ir além da situação do jogo pelo jogo, como alerta vários autores da Educação Matemática.

Essa situação evidenciou que o jogo em sala e aula deve ser bem ancorado na intenção de promover discussões que direcionem o estudante a buscar estratégias para resolver problemas matemáticos, e não somente para “ser o vencedor no jogo”. O jogo, em síntese, nessa experiência, não foi uma escolha adequada e bem conduzida para a finalidade que se propunha a resolução de problemas.

Dessa forma, nesse primeiro contato com o campo da pesquisa e posterior análise, ressaltamos que as dificuldades encontradas pelos estudantes, em grande parte, estavam relacionadas à falta de um trabalho mais efetivo com a metodologia escolhida para essa pesquisa. E nesse caso, minha inexperiência contribuiu para que não soubesse conduzir o espaço do conhecimento e interações que o espaço de um jogo exige.

Apesar de considerar o jogo um elemento eficaz no ensino da Matemática, a aplicação da dimensão lúdica não oportunizou que fizesse uma interação com a aprendizagem construtiva. Dessa maneira, frente à complexidade que é oferecer atividades contextualizadas e que tragam melhores resultados quanto ao ensino e aprendizagem da Matemática, percebemos que, para nossa pesquisa, os resultados obtidos na coleta de dados, mostraram que os alunos não estavam preparados à apresentação de um jogo juntamente com atividade de resolução de problemas.

Refletindo sobre essas questões, pertinentes ao ensino e aprendizagem da metodologia de Resolução de Problemas, decidimos retomar nossa pesquisa, com o

objetivo de trabalhar todos os elementos necessários para que os estudantes pudessem utilizar suas habilidades em resolver problemas matemáticos e adquirir autonomia e autoconfiança.

#### 4.2 Caminhos e estratégias do segundo encontro com a pesquisa

Retomando os principais aspectos de nossa pesquisa, destacamos a realização dessa segunda análise dos dados coletados quando se desenvolveu a pesquisa.

As atividades e as observações foram realizadas em uma turma do 5º ano da Escola Municipal Vila Ideal e foram aplicadas com o objetivo de analisar as estratégias dos alunos para resolver problemas de matemática. Nessa análise, consideramos as diferentes estratégias utilizadas pelos estudantes para alcançar a resolução dos problemas.

Nesse segundo momento da pesquisa, primeiramente, explicamos para a turma que, nas próximas aulas de matemática, estaríamos trabalhando a resolução de problemas matemáticos e que, dessa forma, as aulas ocorreriam em um ritmo diferente. Nesse momento, os estudantes ficaram entusiasmados com a ideia de as aulas serem diferenciadas daquelas que estavam acostumados.

A seguir, apresentamos a transcrição dessa aula em que trabalhamos a proposta de resolução de problemas. Primeiramente, foram apresentados, aos estudantes, os problemas, e solicitado que realizassem suas leituras e inferências. A seguir, eles discutiram e escolheram a melhor estratégia para sua resolução.

Nessa metodologia baseada nas etapas sugeridas por Onuchic e Allevato (2014), o aprendizado não consiste apenas em assimilar o conteúdo para, depois, realizar a atividade, mas, ao resolver um problema, espera-se que o estudante adquira atitudes e conhecimentos em relação à resolução de problemas. Início a aula apresentando as considerações sobre resolução de problemas na Matemática:

**Profa.:** Resolução de problemas, bem, para resolver um problema, é necessário que façamos algumas considerações que irão nos ajudar a resolver. *(Nesse momento, começo a escrever na lousa as explicações das etapas – considero importante que os alunos tenham conhecimento destas etapas, não com o objetivo de que terão de segui-las, mas sim, a título de conhecimento.)*. Existem vários procedimentos que podem auxiliar na resolução de problemas, e,

agora, vamos ver alguns desses procedimentos. Em primeiro lugar, há a proposição de um problema. Em seguida, devemos ler o problema individualmente e tentar entender o problema e, depois, ler coletivamente. (Escrita na lousa dessas três primeiras etapas). Essa etapa é importante porque, se não entendemos o problema, não saberemos resolvê-lo. A quarta etapa é a resolução do problema, hora em que vocês devem pensar como irão resolvê-lo. Nessa hora, devem pensar nas estratégias que usaram para chegar à solução do problema.

**Aluno Sílvio:** Professora, o que são estratégias?

**Profª.:** São os caminhos que vocês irão utilizar para resolver o problema. Nessa parte, vocês podem circular os números do problema, mas somente aqueles que acharem que são importantes, porque pode haver números que não serão utilizados e podem também, fazer desenhos ou outra maneira que acharem correta para encontrar a solução. A quinta etapa diz respeito ao meu papel para ajudar vocês a resolverem os problemas. Nesse momento, eu devo observar suas discussões e provocar em vocês a vontade em buscar estratégias para resolver o problema, mas não vou falar a resposta, e sim ajudá-los a buscar. Depois que vocês acabarem de resolver o problema, irão ao quadro para compartilhar conosco suas respostas. Não importa se a resposta estiver errada, o importante é que vocês fizeram. A sétima etapa é a plenária.

**Aluno Emanuel:** O que é plenária?

**Profª.:** Uma plenária é quando um grupo de pessoas se reúne para discutir algo, no nosso caso, iremos discutir as estratégias que vocês usaram para resolver os problemas.

Na oitava etapa, vamos buscar o consenso e sanar todas as dúvidas que vocês tiveram durante a resolução dos problemas, nesse momento vocês colocam tudo aquilo que não entenderam. A nona etapa relata à formalização do conteúdo, nessa hora eu irei descrever, em uma linguagem matemática, a resolução dos problemas propostos nas atividades. E, por último, a proposição de novos problemas que, nesse momento, irá propor a vocês que resolvem outros problemas seguindo essas orientações, porém, não precisam ser seguidas nessa ordem. Então, agora vamos começar com um primeiro problema, vou entregar para cada um de vocês uma atividade com problemas matemáticos, envolvendo as quatro operações. Não se preocupem, iremos resolvê-los juntos e eles não serão realizados em um mesmo dia. (Trecho da aula em 01 ago. 2019).

Ao entregar a atividade (**figura 8**), os estudantes reagiram com exclamações e questionamentos por serem muitos problemas para resolverem em um mesmo dia, considerando as etapas que viram, anteriormente, na aula. À medida que entregava a atividade expliquei que não era para seguir o roteiro anteriormente explicado, o que fez os estudantes a compreender que era necessário cada um estabelecer um plano de ação que fosse capaz de levá-los a solução de maneira mais conveniente.

É importante salientar que a aula realizada com as discussões foi essencial para que os estudantes percebessem que é necessário, não apenas colocar a resposta correta, mas conseguir explicar a resolução do problema, mesmo que essa não seja a solução correta.


Conforme destaca Cury e Silva (2008, p. 87) “Ao avaliar a resolução de um problema não somente pelo produto final, mas, especialmente pelo processo de solução, podemos analisar a forma como o aluno solucionou a questão, descobrindo suas estratégias, detectando dificuldades e tecendo hipóteses sobre os erros”.

Assim, foi possível concluir que eles compreenderam que o erro faz parte integrante do processo de ensinar e aprender, em outras palavras, o aluno reconhece que a matemática geralmente leva a vários resultados, o que permite que ele perceba que, seguindo algumas regras, ele pode evitar cometer erros constantemente.

**Figura 8** -Atividade desenvolvida no segundo momento da pesquisa

## PROBLEMATIZANDO

✂ Recorte, cole no caderno e resolva:

<p>A) Num trem de ferro viajam 252 passageiros em pé e 180 sentados. Quantos passageiros há no trem?</p>	
<p><b>Operação</b>                  <b>Resposta</b></p>	
<p>B) Para uma festa, foram compradas 5 dúzias de rosas, 2 dezenas de hortênsias e 1 dezena de palmas. Quantas flores enfeitaram a festa?</p>	
<p><b>Operação</b>                  <b>Resposta</b></p>	
<p>C) Chiquinho coleciona carrinhos. Ele possui 5 dezenas de carros vermelhos, 70 amarelos, 30 azuis e 35 verdes. Quantos carrinhos Chiquinho possui em sua coleção?</p>	
<p><b>Operação</b>                  <b>Resposta</b></p>	
<p>D) Uma indústria tem 3 027 funcionários, que trabalham durante o dia, e 1 203 funcionários, que trabalham à noite. Quantos funcionários tem essa fábrica?</p>	
<p><b>Operação</b>                  <b>Resposta</b></p>	
<p>E) Uma farmácia vendeu 152 caixas de remédio na segunda-feira, 96 caixas de remédio na terça-feira. Quantas caixas de remédio foram vendidas nos dois dias?</p>	
<p><b>Operação</b>                  <b>Resposta</b></p>	

Fonte: Ler e aprender

Após a entrega, aos alunos, da atividade, realizamos as duas primeiras etapas: a leitura individual e a leitura coletiva do primeiro ao último problema, um de cada vez, com o objetivo de que os estudantes pudessem fazer todas as inferências possíveis.

Seguindo, aplicamos a metodologia em todos os problemas constantes na atividade proposta, porém ressaltamos que não foi seguido um roteiro de resolução de problemas, porque se assim fosse, deixaria de ser um problema, e sim um desdobramento de um exercício matemático.

Portanto, para que essa atividade fosse baseada na resolução de problemas, foi determinado que os estudantes utilizassem seus conhecimentos para chegar à solução. Ressaltamos que para adquirir estratégias de solução, foi necessário que o aluno:

- a). Conhecesse as etapas da resolução do problema;
- b). Interpretasse o enunciado;
- c). Desenvolvesse uma estratégia para a solução;
- d). Efetuasse os cálculos;
- e). Apresentasse o resultado.

A seguir, apresento exemplos das falas dos alunos durante as leituras dos problemas e as fotos que registram esses momentos:

**Celina:** professora, aqui eu fiz duas contas, é isso mesmo?

**Profa.:** quais contas você fez?

**Celina:** Uma conta de vezes e uma conta de mais.

**Profa.:** Uma operação de multiplicação e uma adição, você quer dizer.

**Celina:** Isso. Uma multiplicação.

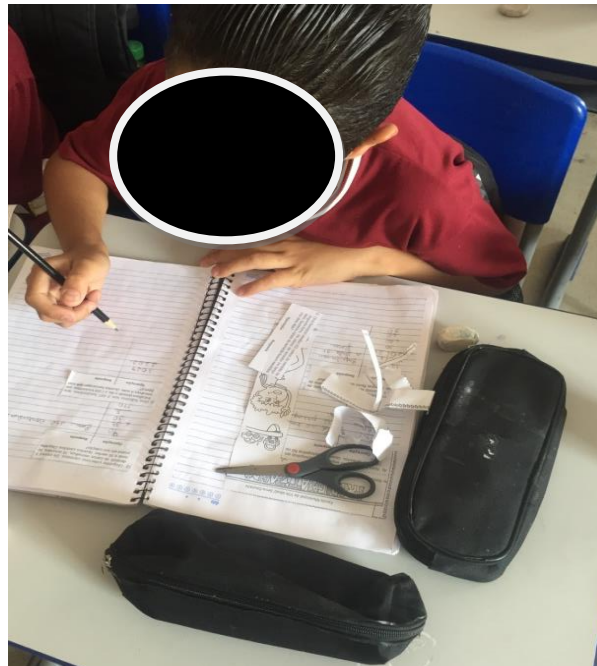
**Silvio:** Então eu fiz errado.

**Profa.:** Por quê?

**Silvio:** Eu somei 5 dúzias que deu 60 e depois somei duas dezenas e mais uma dezena que é dez. Aí deu 90 tudo.

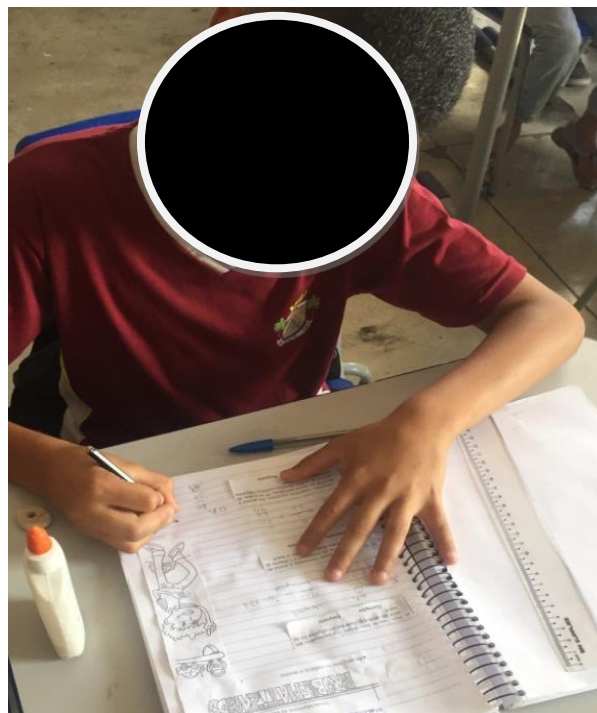
**Profa.:** Sua estratégia não está errada, mas, talvez, se tivesse multiplicado 5 por 12, no lugar de ter somado 12 cinco vezes, teria sido mais fácil para você. Porém, chegou ao mesmo resultado certo?!(Nesse momento, eu poderia ter feito o comentário sobre a equivalência de somar 12 cinco vezes e multiplicar 12 por 5). (Trecho da aula em 05 ago. 2019).

**Foto 5-** Estudante realizando atividade



Fonte: Arquivo da pesquisadora

**Foto 6 -**Estudante realizando atividade



Fonte: Arquivo da pesquisadora

Ao término da aula sobre a escrita relativa às etapas, expliquei que era importante eles saberem que essas etapas existem, mas que não havia necessidade de segui-las, a ideia era que eles pudessem partir de algum ponto para iniciar a resolução dos problemas e, assim, elaborarem suas estratégias para a solução.

A intenção é que o desconhecido seja o ponto de partida inicial, para que os alunos possam lançar mão de argumentos e expor seu ponto de vista em relação às estratégias que irão utilizar. Nesse caso, o problema não deve representar uma simples aplicação de procedimentos abordados anteriormente, mas sim uma oportunidade de cada novo problema, surgir um desafio a ser superado pelo aluno, pois, o professor precisa apresentar sempre problemas mais desafiadores a cada novo conteúdo a que ele irá abordar.

Cada etapa foi discutida minuciosamente com a turma, de modo que pudessem compartilhar suas experiências, erros e acertos em relação à resolução dos problemas propostos. Essa estratégia também pode ser contribuir de forma útil para uma resolver problemas contendo vários conteúdos. Quando o estudante tenta as estratégias de resolução, ele chega, na maioria das vezes ele encontra a habilidade que consiste em recorrer a estratégias para encontrar uma solução.

A compreensão acerca do que foi discutido permitiu que os alunos compreendessem que as atividades realizadas coletivamente, são mais bem aprendidas, e que as discussões podem facilitar obter a resposta esperada.

Após essa etapa, decidimos realizar as atividades que seriam analisadas na pesquisa, e para isso, utilizamos outros problemas, que foram elaborados para esse fim. Iniciamos o trabalho, solicitando aos estudantes que se organizassem em duplas. Esse momento não foi difícil porque os estudantes já estavam acostumados a realizar algumas atividades dessa maneira, e, portanto, não interferi nas escolhas, respeitando a decisão que cada dupla teve, ou seja, a de realizar as atividades com quem tinha escolhido.

Durante a realização das atividades, assumi a postura de observar e incentivar as discussões dos estudantes, o que Onuchic e Allevato (2014) ressaltam que, nesse momento, o papel do professor é de um mediador, sem, contudo, indicar respostas. Ao final de cada aula, as atividades foram recolhidas para leitura e análise das estratégias que as duplas elaboraram.

As duplas permaneceram sempre as mesmas até o final da observância das atividades, pois, dessa forma, acreditávamos que os alunos e alunas pudessem criar

um vínculo com seus pares e, assim, questionarem, justificarem e argumentarem suas ideias diante da resolução de problemas.

Esse vínculo de companheirismo para a realização do trabalho é fundamental quando os alunos têm de expor suas respostas e opiniões no coletivo. Eles não se sentem intimidados em expor ou serem contrapostos em suas inferências e saberes, pois são convidados, a todo o momento, a participarem das discussões, promovendo, assim, o aprendizado.

Percebeu-se, durante a realização das atividades e discussões, que os estudantes demonstravam progressos significativos, seja nas atividades realizadas, seja nos erros que cometiam, que, a partir desse momento, deixou de ser sinônimo de fracasso.

A ida à lousa é um momento importante de socialização, essa dinâmica oferece a oportunidade de os estudantes apresentarem as soluções e estratégias elaboradas por eles, para encontrar soluções aos problemas demandados.

Essa dinâmica é um momento importante para o professor explorar os conteúdos envolvidos na atividade, bem como de perceber os avanços e as dificuldades dos estudantes de uma maneira mais ampla. Permite, também, que os próprios alunos percebam seus avanços no conhecimento matemático e possíveis ligações com situações vivenciadas dentro e fora da escola.

Nos trechos abaixo, apresentamos os problemas e as estratégias que as duplas elaboraram ao resolver as atividades. De seis problemas desenvolvidos, para essa análise, escolhemos três desses, de modo que pudessem nos oferecer elementos necessários a respeito das diversas estratégias elaboradas pelos estudantes e que, nesse momento, explicitaremos nos diálogos a seguir.

#### *4.2.1 Caminhos e estratégias da dupla Karine e Kátia*

A dupla é composta por duas meninas, ambas já estavam acostumadas a realizarem atividades juntas, e uma delas estava cursando o 5º ano do ensino fundamental pela segunda vez.



Figura 9 – Resolução da dupla

2) Os professores e as turmas dos 5º anos participarão de uma excursão cultural. São 185 alunos e 11 professores, que irão em 7 ônibus alugados. Quantas pessoas viajarão em todos os ônibus, sabendo-se que em todos os ônibus deve ter o mesmo número de pessoas?

Operação

$$\begin{array}{r} 185 \\ + 111 \\ \hline 196 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 196 \frac{17}{28} \\ - 11 \\ \hline 056 \\ - 56 \\ \hline 00 \end{array}$$

Resposta  
185 em cada ônibus  
28 alunos.

Quais estratégias você utilizou para chegar a esse resultado.

~~Eu usei a adição e a divisão e lembrei  
o problema mais de uma vez.~~

Fonte: Arquivo da pesquisadora

Segue transcrição das discussões de resolução de problema da dupla:

**Karine:** Leitura do problema

**Kátia:** Acho que esse daí (185) é dividido por esse (11)

**Karine:** Não é isso, a soma desse vai dá esse, dividido por 11

**Kátia:** São 18 divididos por 11. Você fez errado, Karine! Não é 1!

(A aluna conta de 1 a 18)

**Karine:** 22. É sim, porque 2 vezes 1 é 2

**Kátia:** aqui é 1 ou 2?

**Karine:** Vamos fazer a tentativa aqui dos 11 (Nesse momento, as estudantes solicitam a minha intervenção).

**Profa.:** São 185 alunos e 11 professores que irão em 7 ônibus alugados. O que o problema está querendo saber? Então, circula os

números do seu problema. O “5º ano”, esse número é relevante para vocês resolverem o problema?

**Karine:** Não, então não vamos circular.

**Profa.:** Os alunos são 185, 11 professores que irão em 7 ônibus. O que vocês irão fazer? O que vocês entenderam desse texto? O que o problema está propondo?

**Karine:** Acho que são três contas. Ah! Meu! Então eu tenho que somar 11 mais 185.

**Kátia:** Ah, professora, eu vou fazer uma conta de mais e uma conta de dividido. 11 professores mais 185 alunos e o resultado que dá irei dividir por 7, que é a quantidade de ônibus.

**Karine:** Entendi, somamos a quantidade de alunos com a quantidade de professores e depois dividimos para colocar eles nos ônibus.

**Profa.:** Certo, meninas. (Nesse momento, é preciso observar que mesmo fazendo propostas sem sentido, elas realizam um procedimento correto. Nesse caso, a professora quando estão indo pelo caminho “errado”. Como tirar proveito dessa situação? Como reverter a discussão sobre procedimentos para a discussão sobre sentidos e significados desses procedimentos?? Por que faço conta de mais? Por que faço conta de “vezes”?? O que dizem esses resultados? O que significa o resultado de 185 dividido por 11. Os alunos não necessariamente irão responder corretamente cada questão, mas “ficar sem resposta” lhes dá a noção de que talvez estejam trilhando por caminho errado). (Trecho da aula em 12 ago. 2019).

Na situação apresentada acima, observamos que a estratégia de cálculo usada pela dupla de estudantes foi, inicialmente, dividir a quantidade de alunos pela quantidade de professores.

No momento em que a dupla percebe qual caminho deverá seguir, de imediato elas apresentam algumas dificuldades em explicar o resto na divisão, sabendo que isso significa que alguém não iria ao ônibus, pois, na leitura, entenderam que todos teriam que embarcar. Assim, o resto era indicativo de algo errado em suas estratégias de resolução.

Com base nessa dificuldade de tentar localizar o erro percebido por elas, a dupla solicita a presença da professora e discute a dúvida em relação à solução encontrada. Então, a professora solicita que a dupla faça uma releitura do problema, agora destacando cada informação numérica presente no problema.

Após efetuarem nova leitura, conseguem concluir e ter a percepção do equívoco nas definições dos dados da operação, e, desse modo, encontram o resultado adequado. Ao comparar as duas estratégias de resolução, a dupla percebeu que, na primeira, elas não realizaram a leitura do enunciado do problema de modo que pudessem fazer as inferências necessárias para a solução. É importante

mencionar que o mais importante nesse tipo de atividade não é encontrar a resposta certa, e sim a aprendizagem que a atividade pode proporcionar, ou seja, esta é uma capacidade de processar as informações e selecionar os dados relevante está ligada a competência de compreensão nos diferentes aspectos.

Desse modo, cabe ressaltar que, nesse momento, houve uma reposta positiva ao nosso objetivo, ou seja, a dupla realizou várias leituras, utilizou seus conhecimentos prévios para conseguir resolver o problema e buscou nosso auxílio para apresentar e discutir suas dúvidas.

#### 4.2.2 Caminhos e estratégias da dupla, Miguel e Kaíque

A dupla é composta por dois meninos, amigos desde o ano anterior. A seguir, apresentamos a resolução e os diálogos conforme podemos verificar abaixo.

**Figura 10** – Resolução da dupla

4) Roberto distribuiu certa quantia em dinheiro para seus cinco filhos para eles irem ao parque. Cada um recebeu 25 reais e Roberto ainda ficou com 43 reais, quanto ele tinha?

Operação

$$\begin{array}{r} 2 \\ 25 \\ \times 5 \\ \hline 125 \\ + 43 \\ \hline 168 \end{array}$$

Resposta Roberto tinha 168 reais

Quais estratégias você utilizou para chegar a esse resultado.

comecei a ler e ler e finalizar o resultado

Fonte: Arquivo da pesquisadora

Segue transcrição das discussões de resolução de problema da dupla:

**Miguel:** Ele distribuiu 25 reais por seus 5 filhos, tipo ele multiplicou.

**Kaíque:** tipo ele tinha 100 reais e ele foi lá e deu 25 para cada filho.

**Miguel:** Sim, só que aí é 25 vezes 5 mais 43 entendeu? (*O aluno assovia*) Multiplica 5 por 5 vai dá 25, aí sobe o 2... .. 2 vezes 2... Está errado você tem de refazer.

**Kaíque:** você não tinha feito?

**Miguel:** Vamos fazer mais uma vez. 25 vezes 5 que vai dá... vai dá 125 e vai juntar com 43.... Ah não!!! Você diminui 43 entendeu?

**Kaíque:** risadas.

**Miguel:** 5-3 igual a 2. 2 menos 4 não dá, 12 menos 4... 4, 5,6,7,8,9,10,11,12. Deu 8.

**Kaíque:** Aqui deu quanto 2?

**Miguel:** sim. Ah agora eu sei, 82 reais. Você tem que aprender mais.

**Kaíque:** Eu sei.

**Miguel:** Se nós multiplicarmos 25 por 5. Vamos ver se dá certo. Refazendo... 25 vezes 5 é 125 tem que juntar com 43, que vai dá 168. Agora estão certos, 125 mais 43 é igual a 168. Essa é quanto ele tinha antes de entregar o dinheiro para seus filhos. (Trecho da aula em 14 ago. 2019).

Esses estudantes relatam que usaram a estratégia inicial de ler o problema, um para o outro, na intenção de ter clareza e a certeza de que a estratégia e a operação escolhida estariam corretas. Após a primeira leitura, a dupla subtrai o valor restante – nesse contexto, podemos inferir que eles compreendem o enunciado – encontram os dados importantes do problema, sublinhando-os, porém, não dimensionam que 43 é o valor que ainda restou, então se confundem na operação. Em outra leitura, percebem o erro e sentem a necessidade de uma segunda leitura. Nessa segunda leitura, entendem que, na verdade, eles deveriam adicionar, e não subtrair, para, então, resolver, coerentemente, o problema da questão.

Um ponto fundamental, nesse diálogo, foi o reconhecimento da ajuda mútua como algo positivo, o que gerou interesse em resolver de forma mais lógica possível, e essa experiência contribuiu para o processo de ensino e aprendizagem. O erro nesse momento não é visto como motivo para que a dupla parasse de tentar resolver a situação, mas sim como algo que os despertam para uma nova tentativa.

Na leitura da estratégia de resolução definida para resolver o problema, entendemos que a dupla não apresentou dificuldades significativas na leitura do enunciado e, ou mesmo, nas operações matemáticas, porém, apresentou dificuldades na compreensão do problema.

A dupla utilizou-se da estratégia de circular os números existentes no problema para facilitar a compreensão e a seleção dos itens que, para eles, eram realmente os mais relevantes.

#### 4.2.3 Caminhos e estratégias da dupla Joana e Jade

Essa dupla de estudantes foi composta por duas meninas, em que uma apresentava dificuldade de aprendizagem e a outra se manifestou interesse em ajudá-la.

**Figura 11** – Resolução da dupla

PROBLEMAS MATEMÁTICOS

3) Eu e meus quatro amigos fomos ao Inhotim. Os bilhetes de entrada custaram 95 reais e dividimos o pagamento igualmente entre nós. Paguei meu bilhete e ainda fiquei com 31 reais. Qual a quantia que eu tinha antes do passeio?

Operação  $\frac{95}{5} = 19$

$\frac{95}{5} = 19$

$\frac{95}{5} = 19$

$\frac{95}{5} = 19$

$\frac{95}{5} = 19$

Resposta  
Ele tinha antes do passeio 50 reais

Quais estratégias você utilizou para chegar a esse resultado.

~~Dividi 95 por 5 que deu 19 depois subtrair por 31 o resultado que a resposta deu 50~~

Fonte: Arquivo da pesquisadora

Segue transcrição das discussões de resolução de problema da dupla:

**Jade:** Tem que ler em voz alta?

**Joana:** Oh Julia primeiro a gente tem que fazer uma divisão, a gente vai dividir 95 por 4, porque tem 95, o total de 4 bilhetes dá 95,00 então você vai dividir por 4 porque são 4 amigos, de 4 bilhetes.

**Joana:** Então se divide por 4. Aí você vai ver quantos vai dar 9 dividido por 4. Quanto que é 9 dividido por 4

**Jade:** Deixa eu ver: 36

**Joana:** 36? 36? 95 dividido por 4 é 36 Júlia????!!!

**Jade:** Eu falei errado

**Joana:** 95 dividido por 4 primeiro você vai dividir o 9, 9 dividido por 4, 4 vezes 2 é 8, então você vai colocar 8 aqui e 2 aqui, 9 menos 1, agora desce o 5,

**Jade:** Vai dá 15

**Joana:** então, 15 dividido por 4

**Jade:** Não sei, vou ter que olhar aqui.

**Joana:** Tem que ser o 12, vai ter de ser 3. Então 15 menos 12 é, sobra 3.

**Jade:** Então a gente tem uma resposta.

**Joana:** Agora a outra conta quem vai fazer será você. Têm duas contas, a segunda é sua. Ler o problema de novo porque você vai ter de entender. *(Terceira leitura do problema. Nesse momento uma pede para a outra ler de novo para confirmar se a resposta seria aquela mesma. Jade, então começa a ler o problema e Joana percebe o equívoco).*

Joana: Espera aí, a gente tem de dividir por 5 Júlia!!!

**Jade:** Que burras! Eu e você somos muito burras, né veio!

**Joana:** Nosso Deus! Que vacilo!

**Joana:** Eu e você nada! Não cita meu nome nessa história não! Então a gente tem de começar tudo de novo, que raiva!

**Joana:** 9 dividido por 5 é igual a 1, 9 menos 5 é igual a 4; Desce o 5, quantos que é 5, 45 dividido por 5? 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, ah, 40, 45. *(Estratégia de contar nos dedos).* Aí dá 9, aí você põe o 9 aqui, 45 menos 45 é zero, zero, ou seja, cada ingresso é 19 reais, baratinho eu achei que o Inhotim era caro!

**Jade:** É, às vezes tem uns que é caro.

**Joana:** 20 reais praticamente né?! Então você vai somar...

**Jade:** Aqui deu 19?

**Joana:** É, a segunda conta é sua, ler o problema aí? *(Jade começa a ler novamente).* Agora esse problema a gente já fez, dividimos o pagamento igualmente, entre nós, aí para! A gente já fez essa parte, que dividiu o pagamento entre nós. 95 dividido por 5 que deu 19,

**Jade e Joana:** “paguei meu bilhete e ainda fiquei com 31 reais, qual é a quantidade que eu tinha antes do passeio”? *(Fizeram a leitura juntas)*

Joana: Agora o que você vai fazer, para ele saber? Quantos que ele tinha, se ele tinha certa quantia de dinheiro aí ele pagou...

**Jade:** Que era 95 reais

**Joana:** Não, ele não tinha 95 reais, ele tinha uma quantia de dinheiro tal, tinha uma quantia X, aí ele deu um dinheiro, aí sobraram 31 reais com ele pagando 19 reais, sobrou 31, quanto ele ficou?

**Jade:** com 31! Espera aí

**Joana:** Faz aí, 31 mais 19, deu quanto?

**Jade:** espera aí, acho que eu fiz muito rápido! (Ela começa a fazer de novo): 9 mais 1, 1 mais 9 dá 10, eu subo, então, 4, 5 dá 50

**Joana:** Então ele tinha 50 reais, está certo. Eu acho! Aí pronto! Ler a pergunta do problema. Aí você vai responder: “Ele tinha 50 reais”. (Trecho da aula em 14 ago. 2019).

Buscando realizar a atividade, a dupla efetua a leitura de maneira conjunta, fazendo observações e inferências quanto ao entendimento do que era solicitado no problema proposto ao longo dessa leitura. Realizando, assim, a segunda e a terceira etapas descritas na proposta da Resolução de Problemas. A dupla realizou a leitura de uma maneira peculiar, pois, à medida que avançavam na leitura do texto, faziam suas inferências a respeito do que foi lido, dos dados do problema e possíveis caminhos ou estratégias para a resolução.

Assim, tiveram melhor entendimento do problema que os anteriores. Perceberam que a escolha de estratégias varia de acordo com a questão do problema, o que gera interesse para todos os alunos, ou seja, a cada novo problema, eles poderão se apropriar de estratégias diferentes para alcançar um mesmo resultado.

Dessa forma, podemos perceber que a leitura é uma estratégia fundamental para a resolução de problemas tanto para a segurança e uma autonomia de lidar com o problema por parte das alunas como na busca da realização das operações.

As estudantes trabalharam com uma estratégia de cálculo, contar de 5 em 5 até atingir o número desejado, para, então, efetuar a divisão. Essa estratégia foi possível de se perceber devido à possibilidade de discussão e explicitação dos caminhos escolhidos e realizados. Permitindo ao professor tomar conhecimento dos saberes e não saberes das alunas e, assim, trabalhar essas estratégias com a dupla e no coletivo da turma.

É importante citar também que a dupla encontrou um equívoco nas operações realizadas, pois, no primeiro momento, pensavam ser uma divisão, desconsiderando a ideia de serem cinco pessoas envolvidas no passeio. Porém, ao pedir à colega que lesse novamente o problema, pela terceira vez, para averiguar se a resposta seria aquela, percebe que algo está errado, apaga as operações realizadas anteriormente e refaz todo o caminho.

#### *4.2.4. Breve contextualização das atividades desenvolvidas*

O desenvolvimento do trabalho seguiu as orientações e as sugestões de estratégia de Resolução de Problemas, em que os estudantes são convidados a discutir e validar as diferentes formas de resolver um problema matemático, utilizando os procedimentos como a linguagem oral, a escrita, a pictórica entre outras.

Para trabalhar a compreensão do enunciado é necessário que o aluno conheça todos os dados que o problema apresenta, assim, os alunos são levados a utilizar o máximo possível de elementos que a situação está disponibilizando.

Salienta-se que a validação das diferentes formas de resolver e solucionar os problemas matemáticos foram discutidos baseados na ideia da linguagem matemática, em que o objetivo foi comparar as várias resoluções. Nesse momento, o professor precisa garantir que os alunos se apropriem de seu conhecimento e que convertam, para a linguagem matemática, as formas de representação que utilizaram para resolver o problema.

Além de comunicar com os demais as estratégias de resolução escolhidas, os estudantes foram estimulados a verbalizarem e socializarem as estratégias, nesse instante, a professora utilizou-se de diversas perguntas para induzir os alunos a expressarem seus pensamentos e questionamentos acerca da resolução do problema.

Inicialmente, foi solicitado aos estudantes que fizessem a leitura individual e, em seguida, a professora conduziu uma leitura coletiva, à medida que ia lendo, os estudantes faziam suas reflexões a respeito da proposição do problema. Neste momento, os alunos, poderiam ter realizado uma comparação entre as duas leituras realizadas, declarando que colocou uma leitura realizada pelo professor teria possibilitado uma melhor compreensão do problema apresentado.

Após esse momento, a professora circulava pela sala, incentivando e observando as diversas formas de resoluções elaboradas pelas duplas. Esse momento foi importante, pois os estudantes discutiam, em dupla, as estratégias e decidiam qual seria a mais adequada.



**Foto 7-** Resolução dos problemas em duplas



Fonte: Arquivo da pesquisadora

**Foto 8-** Resolução dos problemas em duplas



Fonte: Arquivo da pesquisadora

Continuando com a atividade, cada dupla foi convidada a ir à lousa para descrever suas estratégias de resoluções.

Esse momento de socialização foi importante, pois os estudantes perceberam que não existe apenas uma maneira de resolver um problema, mas que há outras maneiras que podem direcionar a um mesmo resultado, exemplificado na seguinte fala dos alunos Valdir e Emanuel:

**Valdir:** Eu não fiz assim não professora!

**Profa.:** E o seu resultado é igual ou diferente desse apresentado pela colega?

**Valdir:** Deu o mesmo resultado.

**Profa.:** Por que vocês acham que isso aconteceu? Dar o mesmo resultado com maneiras diferentes de resolver? *(A professora lança a pergunta para toda a classe, alguns se arriscam a responder).*

**Valdir:** Porque eu sei as estratégias diferentes, mas que deu a mesma coisa.

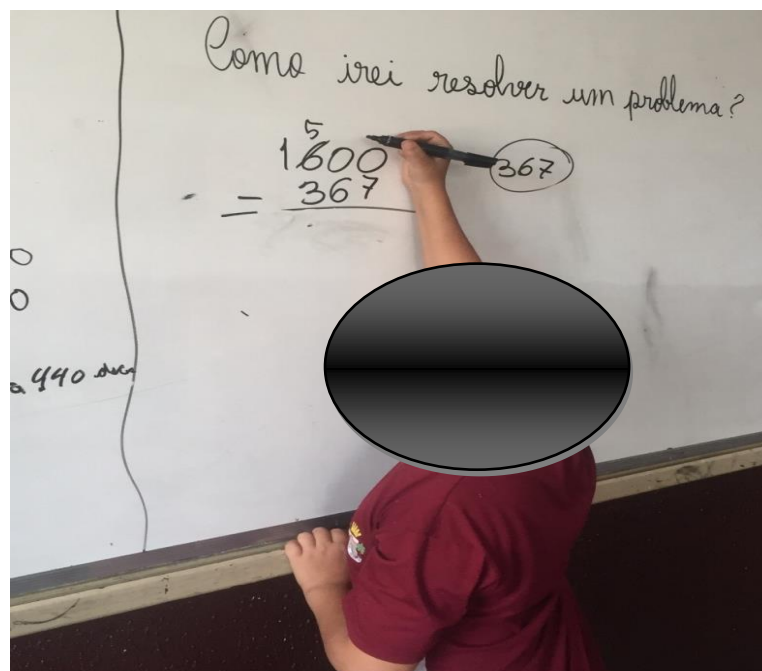
**Emanuel:** São os vários caminhos que usamos que chegam ao mesmo lugar, como se fossem os becos da vila, que todos chegam à avenida lá embaixo. (Trecho da aula em 23 set. 2019).

E, por fim, as duplas foram convidadas a participarem da plenária, ou seja, o momento em que os alunos tiveram a oportunidade de discutir as diferentes estratégias de resoluções apresentadas. Esse momento foi desafiante, pois, a primeira dupla ficou inicialmente com receio de apresentar sua solução na lousa. Eu os encorajei a resolver o problema enquanto o resto da classe observava para depois fazermos as discussões necessárias. O aluno pode orientar melhor sua resolução quando precisa organizar novamente seu pensamento, ou seja, quando ele é colocado em frente ao processo que ele utilizou na resolução do problema

Dessa forma, podemos ressaltar que as duplas selecionaram e elaboraram estratégias diferentes de resolução, relacionando o conhecimento adquirido anteriormente às aplicações para responder aos problemas, de maneira autônoma. Esse processo de elaboração de estratégias matemáticas permitiu que os alunos ficassem confiantes e estimulados em resolver problemas.

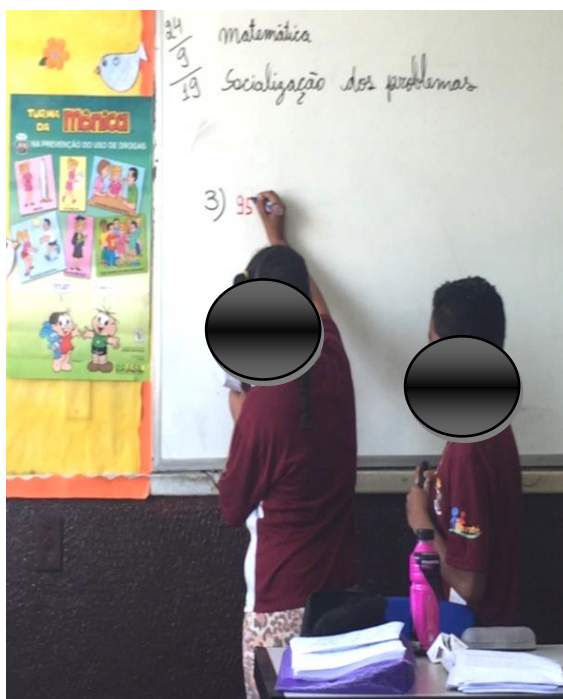
A seguir, apresentaremos uma análise das estratégias demonstradas pelos estudantes da pesquisa, tendo como referência diversos autores já mencionados no trabalho. Resolução das atividades na lousa. (Fotos **9, 10 e 11**).

Foto 9 - Resolução na lousa



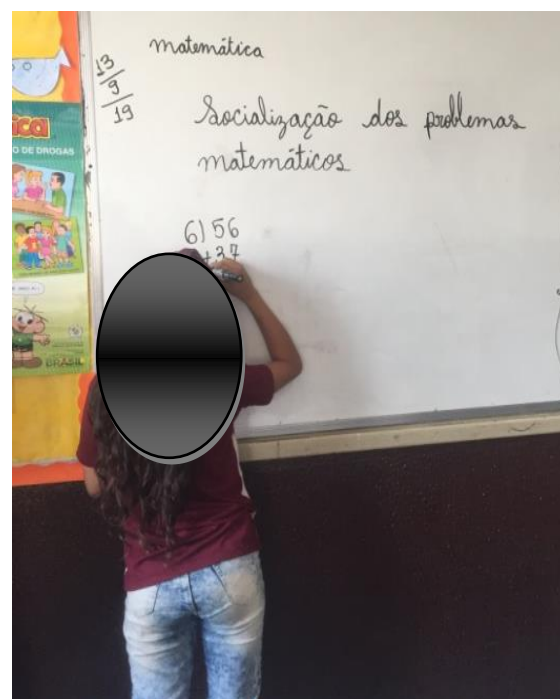
Fonte: Arquivo da pesquisadora.

Foto 10- Resolução na lousa



Fonte: Arquivo da pesquisadora

Foto 11 - Resolução na lousa



Fonte: Arquivo da pesquisadora

### 4.3 Recurso educativo elaborado na pesquisa

Como recurso educacional, elaboramos uma Problemateca, que de acordo com Smole e Diniz (2016 p.17) “é uma coletânea de problemas aritméticos não convencionais, que tem o objetivo de oferecer aos alunos a possibilidade de resolverem problemas que exigem a elaboração de estratégias.

Acreditamos que esse material irá contribuir para uma prática pedagógica direcionada para a aprendizagem dos estudantes em matemática. Isso significa que o professor poderá usar o material de diferentes maneiras. Apresento as duas formas sugeridas por Smole e Diniz (2016) para o trabalho com a problemateca.

A primeira delas é a seleção pelo professor de um ou dois problemas para os alunos resolverem individualmente ou em duplas, com um tempo pré-determinado, e em seguida, há uma aula coletiva em que todos podem apresentar e debater as soluções.

A segunda forma, os problemas poderão ser organizados numa caixa ou fichário com fichas numeradas contendo um problema em cada uma e a resposta no verso, para utilização direta dos alunos que terminaram suas tarefas coletivas. (SMOLE E DINIZ, 2016, p. 17).

Partindo desse princípio, apresentamos o material que é composto de problemas foram utilizados durante a pesquisa, para que o professor possa utilizar nas suas aulas de matemática. Os problemas foram retirados de diversos materiais, como as obras acadêmicas; livros didáticos, outros da coleção “Mathemoteca” de Smole e Diniz (2016) assim como também foram adaptados pela pesquisadora essencialmente para esta pesquisa, indicando fonte e referência de cada problema exposto.

A problemateca ficará à disposição dos professores e, sempre que achar conveniente, eles podem levá-la para a sala de aula, escolher quais problemas desejam trabalhar e, assim, organizar os estudantes, de preferência em duplas, para que possam desenvolver as habilidades e elaborarem as diversas estratégias de resolução de problema.

A utilização desse material tem como objetivo oferecer problemas que direcionem os estudantes a buscar a solução adequada por meio de diversas estratégias.

*“É na reflexão crítica que o sujeito se assume incompleto e busca mudar sua prática. A reflexão sobre suas experiências pode levar a percepção de sua incompletude, conseqüentemente, a necessidade de melhorar suas práticas”;*

**Freire**

## **5 REFLEXÕES SOBRE AS ANÁLISES À LUZ DA TEORIA**

---

Neste tópico, são discutidos os resultados obtidos na análise a respeito das estratégias que os estudantes elaboraram ao resolverem problemas matemáticos. A pesquisa demonstrou que os procedimentos e as estratégias de resolução de problemas adotados pelos estudantes são muito variados e que apesar de resolverem diversos problemas nas aulas de Matemática, essa metodologia não é trabalhada de forma adequada. Em outras palavras, não é oferecida uma oportunidade de desenvolver as habilidades e capacidades dos alunos, muito em razão do não conhecimento por parte dos professores como trabalhar essa metodologia.

E, para discutir as diferentes estratégias e procedimentos, embasou-se em diversos estudiosos que defendem a metodologia de resolução de problemas no contexto escolar. Além disso, para oferecer maior confiabilidade e esclarecimento das discussões apresentadas com base em nossas observações, desenvolvemos categorias de estratégias considerando os objetivos de pesquisa; as situações didáticas durante as resoluções das atividades; os procedimentos de resolução de problemas desenvolvidos pelos estudantes e pela prática docente diante a metodologia apresentada.

A resolução de problemas matemáticos é, na maioria das vezes, um obstáculo para os estudantes, primeiramente porque envolve tanto a leitura e interpretação para entender o enunciado do problema, quanto saber efetuar os cálculos necessários para responder à pergunta do problema.

A leitura e a produção de enunciados de problemas “[...] demandam e merecem investigação e ações pedagógicas específicas que contemplem o desenvolvimento de estratégias de leitura, a análise de estilos, a discussão de conceitos de acesso aos

termos envolvidos, trabalho esse que educador matemático precisa reconhecer e assumir como de sua responsabilidade”. (FONSECA e CARDOSO, 2005, p. 64-65.).

Portanto, o trabalho com a resolução de problemas possibilitou que os estudantes aplicassem diferentes estratégias e fizessem inferências sobre as informações necessárias para encontrar a solução do problema. Dante (2010, p. 62) apresenta uma importante contribuição ao relatar que “devemos focalizar, enfatizar e valorizar mais a análise do problema, as estratégias utilizadas, os procedimentos que podem levar à sua solução e a revisão da solução obtida, do que simplesmente a resposta correta”.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998) enfatizam que o fato de:

O aluno ser estimulado a questionar sua própria resposta, a questionar o problema, a transformar um dado problema numa fonte de novos problemas, a formular problemas a partir de determinadas informações, a analisar problemas [...] evidencia uma concepção de ensino e aprendizagem não pela mera reprodução de conhecimentos, mas pela via da ação refletida que constrói conhecimentos.

Assim, a análise dos resultados possibilitou a proposição de novas formas de aprender e ensinar a Matemática escolar para alunos do 5º ano por meio da metodologia de Resolução de Problemas, pois essa metodologia direciona os estudantes a recorrerem a aprendizagens anteriores e, também, a aprender novos conceitos matemáticos.

Realçamos, neste texto, que é preciso ter algumas ressalvas quando o jogo está aliado à resolução de problemas, pois é necessário o desenvolvimento de alguns procedimentos que orientem os estudantes a resolverem problemas antes de estarem diante uma situação de jogo, embora fosse possível identificar dificuldades que os alunos apresentavam ao resolver diferentes problemas no jogo. Esclarecendo sobre esse aspecto, Macedo; Petty e Passos (2000, p. 24) afirmam que:

Qualquer jogo pode ser utilizado quando o objetivo é propor atividades que favoreçam a aquisição de conhecimento. A questão não está no material, mas no modo como ele é explorado. Pode-se dizer, portanto, que serve qualquer jogo, mas não de qualquer jeito.

Salientamos ainda que o trabalho com resolução de problemas deve ser orientado para dimensionar o desenvolvimento de ações que envolvam estratégias e

escolhas coerentes com o enunciado apresentado, estimulando, assim, os alunos a ler e interpretar a atividade empregando conhecimentos e saberes adquiridos em sua trajetória escolar e pessoal. Dessa maneira, a leitura se torna um ato essencial, com um caminho que conduz a inferências, significados, capacidades cognitivas que dependem de uma boa interpretação dos enunciados dos problemas, pois como salientam Onuchic e Leal Junior (2016, p.29):

A leitura é uma atividade essencial quando se decide pela prática da Resolução de Problemas. É, através dela, que o aluno se envolve com o problema, ou não. Por isso tratamos da leitura reflexiva e sempre crítica, onde os alunos conseguem entender o que lhes fora proposto e inferir o que pode ser alcançado pela resolução do problema, associando seus conhecimentos prévios e visualizando os conceitos relacionados.

Assim, certificamo-nos de que quando a leitura está bem orientada permite ao estudante exercitar a capacidade de definir estratégias e a confiança para resolver os problemas. Ainda nos recorrendo das contribuições de Onuchic e Leal Junior (2016, p.29), a leitura de problemas matemáticos:

Quando realizada, com interesse ou de forma motivada, tornará a prática da Resolução de Problemas algo agradável e potencializador. Todavia, se a leitura, tanto individual quanto em grupo, for realizada de forma desmotivada, essa prática perderá seu efeito na construção do conhecimento e na constituição da aprendizagem.

Em contraponto ao primeiro momento da pesquisa, o segundo momento proporcionou, aos estudantes, o fazer das operações, da leitura, da interpretação e da escrita, ao serem convidados a colocar em prática os conhecimentos adquiridos e discutidos durante as atividades propostas nas aulas de matemática que versavam sobre resolução de problemas.

Destacamos as elaborações que os estudantes utilizaram no registro escrito possibilitam averiguar as habilidades e estratégia que são desenvolvidas, bem como categorizar o que o estudante domina e no que ainda precisa avançar. Sobre os registros escritos, Nacarato (2009, p. 62) sinaliza que:

O registro, muitas vezes, sinaliza para o professor conhecimentos matemáticos escolares que foram apropriadas de forma equivocada pelos alunos e que necessitam de intervenção para ser superados, nesse processo, a escrita pode criar um espaço nas aulas de

matemática que possibilite as trocas de ideias, a capacidade de produzir reflexões sobre seu próprio processo de aprendizagem.

A análise das práticas nos permitiu compreender que situações em que os estudantes descrevem as estratégias de resolução é um procedimento muito importante, nesse tipo de atividade, porque estimulou o estudante a utilizar, em forma da escrita, os procedimentos que ele usou. Sobre isso, Nacarato (2009, p. 114) salienta que “produzir textos nas aulas de matemática é desenvolver a habilidade de comunicação escrita, dividindo, assim, um espaço constantemente predominado pela comunicação oral”.

Corroborando as ideias de Nacarato (2009), Smole e Diniz (2001) afirmam que essa estratégia auxilia a construção da memória, uma vez que muitas discussões orais poderiam ficar perdidas sem o registro em forma de texto. Quando o estudante registra por meio da escrita, abrem possibilidades para outros modos de raciocínio, e outras relações com o objeto de aprendizagem.

Outra situação que marcou bastante a realização das atividades foi a importância da socialização entre aluno-aluno e aluno e professor, pois os estudantes foram estimulados a formular hipóteses e trocar os diferentes entendimentos e percepções a respeito do trabalho desenvolvido.

Além disso, a oralidade realizada pelos alunos revelou que, enquanto trabalhavam na resolução de problemas, aplicaram a estratégia de autocorreção e viram os diferentes caminhos para alcançar um objetivo. A esse respeito, Smole e Diniz (2001, p. 126) descrevem que:

A oralidade utilizada como recurso na resolução de problemas pode ampliar a compreensão do problema e ser veículo de acesso a outros tipos de raciocínio. Falar e ouvir nas aulas de matemática permite uma maior troca de experiências entre as crianças, amplia o vocabulário matemático e linguístico da classe e faz com que ideias e procedimentos sejam compartilhados.

Ao abordarmos os aspectos da resolução de problemas, tornou-se um momento rico para o processo de investigação e comunicação, pois ofereceu, aos estudantes, situações do cotidiano para serem discutidas nas aulas de matemática. Essa necessidade se confirma quando os resultados obtidos mostram que os estudantes, ao realizar as atividades solicitadas, demonstraram realmente ser possível a resolução de problemas como um incentivo para aprender Matemática.



Nessa linha de argumento, Guimarães (2005) atenta para a importância de o professor discernir o momento e a intensidade de sua ajuda junto a seus alunos quando esses estão resolvendo um problema. Segundo essa autora, tal discernimento deve considerar o grau de reflexão exigido pelo problema, principalmente quando esse constitui uma novidade.

Além disso, é preciso ter discernimento de que a solução de problemas é aprendida resolvendo-se problemas. Partindo desses pressupostos, pode-se concluir que o aluno precisa da mediação do professor no processo de interpretação e estruturação de situações que lhes são colocadas com base na apresentação de situações-problema.

Para que os estudantes resolvam problemas de matemática e que possa favorecer a aprendizagem, é necessário que o professor utilize conceitos já conhecidos pelos estudantes, pois, dessa forma, o entendimento dos enunciados dos problemas torna-se mais compreensível de modo que todos possam fazer inferências a seu respeito. Acerca disso, podemos citar os termos relacionados às operações de multiplicação e divisão, como as ideias de repartir, dividir, distribuir.

Assim, os estudantes aprendem que um número pode ser dividido em partes de várias maneiras e que a operação de divisão é o inverso da multiplicação, o que é uma boa estratégia de solução de problemas matemáticos envolvendo a divisão. Centurión (1994, p. 99) salienta que “a operação dividir decompõe o conjunto obtido pela ação de multiplicar. Por isso, a multiplicação e a divisão são operações inversas. [...] as operações inversas são bastante utilizadas para verificar se os cálculos estão corretos”.

Os resultados da pesquisa mostram também que os problemas de multiplicação são considerados mais fáceis em relação aos problemas de divisão. Nesse tipo de problema, os estudantes conseguem compreender melhor o processo multiplicativo, pois, de acordo com Centurión (1994, p. 92), “a multiplicação pode ser associada a situações que envolvem adições de parcelas iguais”, em outras palavras, eles associam a multiplicação ao repetir o número várias vezes.

Em contrapartida, os problemas de divisão são os mais difíceis, pois o cálculo que deverá ser realizado envolve a transformação do número e, também, pelo fato de a divisão estar ligada a duas situações, como descreve Centurión (1994, p. 94), “primeiro pela ideia de repartir igualmente determinada quantidade por um

determinado número e pela ideia de verificar quantos grupos se conseguem formar com determinada quantidade”.

Para que os alunos possam compreender melhor a ideia de repartir igualmente uma quantidade e verificar seu resultado, é necessário trabalhar com material manipulativo, que possa favorecer essa compreensão.

Para aprender a resolver problemas matemáticos, é importante que o estudante saiba ler e interpretar, senão fica mais complexo avançar na sua resolução, como em um determinado problema que aplicamos na pesquisa, em que não era possível haver resto na divisão, uma vez que o problema indicava que todos deveriam embarcar no ônibus e uma segunda leitura, realizada pela dupla, ofereceu elementos para que pudessem perceber que algo estava errado.

A esse respeito, Centurión (1994, p. 206) ressalta que “numa divisão de uma quantidade discreta pode sobrar um resto, mas não haveria sentido em subdividi-lo”. As grandezas discretas representam grandezas que não podem ser subdivididas, ou seja, referente a coisas que, no contexto daquele problema, não fazia sentido serem subdivididas, nesse caso, a quantidade de pessoas que deveriam embarcar no ônibus.

Podemos observar, também, pelas atividades realizadas que, para o grupo de alunos envolvidos, em sua maioria, a apropriação dos conhecimentos da leitura individual, leitura coletiva e seleção dos dados do problema possibilitaram o desenvolvimento de estratégias próprias de resolução, de maneira mais simplificada e objetiva, visto que a integração desses conhecimentos e procedimentos metodológicos auxilia na aplicação das operações e nas estratégias desenvolvidas.

Essa nossa inferência é respaldada por Onuchic e Allevato (2104, p.44) ao esclarecer que se “uma atividade se constitua, de fato, como um problema, o professor não pode prescrever aos estudantes, os métodos e / ou as regras específicas para que obtenham a solução”.

Os estudantes afirmaram que os conhecimentos adquiridos durante as aulas de matemática auxiliaram na escolha das estratégias elaboradas para a realização das atividades. Essa atitude impactou para a efetivação de um processo de desenvolvimento de estratégias que direcionassem os estudantes a uma resposta coerente com a pergunta do problema.

As discussões geradas coletivamente proporcionaram momentos de reflexões, que se tornaram importantes para a construção do conhecimento. Segundo Bishop e Goffree (1986, apud PONTE; BRANCO, 2011, p. 57):

[...] a discussão é a ocasião mais apropriada para que sejam expostas conexões e significados, mostrando como as ideias matemáticas são naturalmente interligadas e como podem descrever situações reais. Os momentos de discussão com contributo dos alunos constituem oportunidades para negociação de significados matemáticos e construção de novo conhecimento. Com base nesta afirmação, pensamos na importância de se propor aos estudantes tarefas matemáticas que sejam interessantes e desafiadoras. Daí verifica-se o quão relevante é o papel do professor.

Esse direcionamento metodológico mostrou-se fundamental na condução da aprendizagem da matemática escolar e, acredito, em outras possíveis resoluções e situações que envolvem os problemas.

De acordo com Ponte (2003), o professor tem uma função determinante nas aulas de investigação matemática. Precisa controlar a autonomia necessária dada ao aluno, para não comprometer sua autoria na investigação e garantir que o trabalho do aluno flua naturalmente e de maneira significativa.

O professor deve interagir com o aluno considerando o individual sem perder de vista os aspectos mais gerais da situação didática. Tem a função de desafiar os alunos, avaliar seu progresso, raciocinar matematicamente e apoiar o trabalho deles, por isso, o cuidado especial na escolha das atividades é fundamental para o bom andamento da prática docente.

Nas discussões realizadas em sala de aula, por exemplo, as intervenções na lousa, foi um momento que os alunos e alunas expuseram seus caminhos, escolhas e resoluções, socializando e justificando essas escolhas.

Isso direcionou as duplas a perceberem que há diversas maneiras de resolver um problema, mas que todas essas maneiras são construídas baseadas nas orientações do professor, considerando Onuchic e Allevato (2014, p. 46) que descrevem ser esse um momento em que “os representantes dos grupos fazem suas resoluções, certas, erradas ou feitas por diferentes processos”.

Constatamos que a concepção dos alunos em relação aos problemas era bastante limitada e centrada na ideia de que resolver problema é um exercício

matemático em que é preciso fazer conta e dar uma resposta correta, contudo, ao longo do trabalho, essa concepção quase mecânica de resolver problemas matemáticos foi desconstruída à medida que os alunos estabeleceram contato com a abordagem de resolução de problema apresentada neste estudo.

Entre os resultados obtidos, percebeu-se que, de maneira geral, houve melhora nos rendimentos escolares, por exemplo, nas discussões coletivas e nas avaliações subsequentes ao estudo.

Onuchic e Allevato (2004, p. 218) explicitam que:

Fazer com que os alunos possam pensar matematicamente, levantar ideias matemáticas, estabelecer relações entre elas, saber se comunicar ao falar e escrever sobre elas, desenvolver formas de raciocínio, estabelecer conexões entre temas matemáticos e de fora da matemática e desenvolver a capacidade de resolver problemas, explorá-los, generalizá-los e até propor novos problemas a partir deles.

Outro ponto que destacamos em nossas observações refere-se à ideia do erro, do não saber resolver, pois, durante a realização do segundo momento da pesquisa, o erro não foi entendido pelas duplas como algo negativo, mas sim uma oportunidade para que o aluno possa corrigi-lo, superá-lo e, ainda, ajudar seus colegas a fazer o mesmo.

Nesse processo de resolução quando os alunos são incentivados a expressar livremente seu modo de pensar, é natural que surjam algumas soluções incorretas. Há várias ações que o professor pode realizar diante do erro, porém, o mais importante é garantir que haja um clima de respeito e confiança em sala de aula para que as crianças se sintam à vontade para lidar com o erro. (SMOLE E DINIZ, 2001, P. 139).

Na educação, o erro sempre foi mais facilmente percebido do que os acertos, e esses erros são vistos como algo muito negativo por parte dos professores e dos alunos também. Dessa forma, é fundamental que se ofereça atividades em que os alunos possam discutir esses erros não como falha, mas como momento oportuno para que eles construam o aprendizado com base naquilo que ainda precisam saber.

É, também, nesse momento que os alunos percebem que os conhecimentos que adquirimos são necessários para evitar os erros. Quando da percepção do erro, foi possível perceber uma descontração por parte das duplas e não mais uma tensão

que paralisa. Podemos analisar com base na proposta de Smole e Diniz (2001, p. 139) que:

Discutir com o grupo por que a solução está errada é uma das formas de trabalho que contribui muito para que a criança reveja suas estratégias, localize seu erro e reorganize os dados em busca de uma solução correta.

Na maioria das vezes, as situações que envolvem os erros são consideradas como oportunidades para que o professor, baseado em informações sobre os erros recorrentes dos alunos, possa orientar sua prática pedagógica. Como ressalta Smole e Diniz (2001, p. 139):

Ao identificar erros que venham acontecendo com certa frequência, o professor pode selecionar alguns deles e montar uma folha para que as crianças descubram onde está o erro e tentem corrigi-lo através da discussão com os colegas.

Dessa forma, acreditamos que os alunos se tornam capazes de aprender com os próprios erros, como nos alerta Cury (2007) quando descreve que os professores precisam desenvolver propostas didático-pedagógicas que auxiliem os alunos a transpor os obstáculos dos erros e construir conhecimentos bem estruturados, bem como auxiliar os estudantes para que sejam capazes de refletir sobre seus próprios erros e corrigi-los autonomamente.

Os estudantes demonstraram também que as atividades, quando são realizadas em dupla ou em grupos, possibilitam que os estudantes possam se apropriar de uma estratégia ou solução de maneira mais autônoma, além disso, atividades desenvolvidas em duplas tendem a ser mais produtivas. Nesse tipo de organização da sala, os alunos aprendem a dividir as tarefas, a ouvir o outro e a respeitar diferentes opiniões.

Foi observada a capacidade de trabalhar em dupla e a elaboração de estratégias matemáticas para encontrar a solução esperada. Partindo do pensamento de Araújo e Borba (BORBA et al, 2012) trabalhar com os estudantes em dupla propicia que os membros apresentem visões diferenciadas a respeito de um mesmo tema, o que enriquece a discussão e ocasiona procedimentos distintos de pesquisa, proporcionando uma perspectiva mais global do fenômeno em questão.

A seguir destacamos as estratégias construídas pelas duplas diante as dificuldades encontradas pelos alunos e alunas da pesquisa.

**Quadro 4** -Estratégias construídas pelas duplas

<b>Dificuldade</b>	<b>Estratégia</b>
Excesso de números no enunciado do problema.	Ler o problema novamente e circular os números relevantes.
Dificuldade na leitura e interpretação do problema (Capacidade de interpretação)	Ler o texto do problema novamente, buscando informações baseadas na pergunta.
Erro nas operações	Representar o problema proposto por meio de desenhos e /ou escrita.

Esta pesquisa me proporcionou um olhar mais crítico e objetivo quanto aos processos de ensino e aprendizagem, e, diante deste contexto de aprendizagem e de estratégias utilizadas pelos estudantes durante a resolução de problemas, ressaltamos a importância do raciocínio matemático, da capacidade de resolver problemas e a aplicabilidade do conhecimento matemático às situações de aprendizagem.

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

---

Esta pesquisa foi desenvolvida com a intenção de promover uma análise acerca de como os alunos elaboram as estratégias para a resolução de problemas matemáticos, e como a Metodologia da Resolução de Problemas pode favorecer a construção de conhecimento matemático pelos alunos.

A experiência que vivenciamos e as conclusões que inferimos neste estudo apontam que o trabalho com a resolução de problemas precisa seguir alguns critérios, ou seja, é necessário desenvolver, juntamente com os estudantes, a interpretação do problema, os cálculos necessários e a formulação de uma resposta. Isso implica estar ciente das etapas ou fases da resolução de problemas.

Os resultados da pesquisa possibilitaram que pudéssemos observar melhor os avanços das duplas na busca de estratégias de resolução dos problemas, o que permitiu a descoberta de que não existe uma única maneira de resolver um problema matemático. Além disso, acreditamos que essa aproximação dos estudantes em dupla se fundamenta, pois é possível perceber o resultado mais eficiente dessa ajuda mútua, principalmente para aqueles estudantes que ainda têm dificuldade em resolver problemas matemáticos.

Assim, este trabalho teve como foco central investigar e explicitar estratégias de cálculo de um grupo de estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental diante da resolução de problemas envolvendo a multiplicação e a divisão de números naturais, pois entendemos que, durante o processo de aprendizagem, os alunos utilizam diversas estratégias para se apropriarem do conhecimento.

Nessa perspectiva, a resolução de problemas tem demonstrado a sua importância e necessidade no contexto escolar, a fim de proporcionar uma aprendizagem mais efetiva e interacionista entre os estudantes, tornando a sala de aula um ambiente que estimule o envolvimento e a participação de todos nas atividades.

À luz dos dados obtidos, acreditamos que os resultados alcançados neste projeto de pesquisa tendem a mostrar que todos os estudantes usaram estratégias

mais eficazes – após as adaptações das intervenções realizadas pela professora-pesquisadora – dentro da perspectiva da resolução de problemas matemáticos.

As dificuldades apresentadas por alguns alunos demonstram que se referem à realização do algoritmo das operações e não, necessariamente, ao entendimento do enunciado. Da mesma maneira, percebemos que houve uma redução nas dificuldades dos estudantes em relação às atividades envolvendo a resolução de problemas. Atribuímos esse fato ao trabalho realizado com a metodologia em que as etapas foram cuidadosamente desenvolvidas durante a pesquisa.

Diante dessas discussões, por meio da pesquisa, é possível afirmar que existe uma grande importância da resolução de problemas como metodologia positiva para o ensino da matemática possibilitando oferecer uma educação justa, democrática e de qualidade para todos. Para isso, a realidade escolar requer muito além de simples técnicas, é preciso que se construam práticas capazes de tornar o estudante um cidadão dinâmico, autônomo e comprometido para atender e compreender seu lugar no espaço.

Na mesma situação, foi possível observar que os resultados das atividades desenvolvidas foram influenciados pela interação das duplas, pelos questionamentos, discussões geradas e, sobretudo, pelas intervenções da professora-pesquisadora ao abordar a metodologia da resolução de problemas, em uma perspectiva de que, assim, os estudantes compreendem melhor como resolver problemas matemáticos.

A pesquisa nos mostrou também que, quando os estudantes estão envolvidos em situações que oferecem trocas de experiências e de ideias, as resoluções de problemas ganham novas significações, possibilitando que eles socializem o texto do problema, que o compreendam e que trabalhem em cooperação. A oralidade, nesse processo, ganha uma função indispensável para a construção do pensamento e comunicação, uma vez que entendemos que é por meio da interação que o ser humano constrói seu conhecimento.

Durante a pesquisa, percebemos que os problemas matemáticos precisam estar inseridos em um contexto do estudante, caso contrário o estudante não se sente desafiado ou motivado para resolver tal atividade. Para definir como abordar a resolução de problemas em sala de aula, é importante que os professores tenham bem definido o que se constitui essa metodologia e quais objetivos deseja alcançar.



Dessa forma, é correto afirmar que, quando o estudante representa as informações relevantes do problema, seja por meio de desenhos, da escrita ou pela oralidade, essas representações reduzem as chances de o estudante apresentar dificuldade na resolução de problemas e, conseqüentemente, errar na operação matemática, além de permitir que ele entenda cada vez mais os enunciados dos problemas.

Ao analisar o envolvimento dos estudantes com a atividade, podemos considerar que ela possibilitou reflexões e raciocínios mais avançados, surpreendendo-nos. Temos o intuito de compartilhar essa experiência com os demais educadores e incentivá-los a propor problemas não convencionais e que direcionem o estudante a pensar sobre as diversas possibilidades de resolver situações.

De uma maneira geral, podemos concluir que os resultados foram satisfatórios, tanto na primeira pesquisa quanto na segunda. Na primeira pesquisa, o desafio foi oferecer, para a sala de aula, um jogo de tabuleiro com resolução de problemas.

O trabalho realizado com a resolução de problemas proporcionou mudanças nas aulas de Matemática referentes à postura dos alunos em relação à aprendizagem acerca da resolução de problemas, e às reflexões da professora-pesquisadora em relação aos processos de ensino, tendo em vista que o interesse dos alunos foi estimulado pela possibilidade de eles buscarem soluções para resolver problemas por meio de atividades que envolvem o trabalho cooperativo, a leitura individual e coletiva, a socialização dos resultados e a descoberta de que existem várias maneiras para resolver um problema, o que proporcionou prazer em realizar as atividades. E a professora-pesquisadora alterou sua maneira de ensinar a resolução de problema nas aulas de matemática.

Comparativamente, os sujeitos do primeiro momento da pesquisa apresentaram mais dificuldades e mais respostas incoerentes em relação aos sujeitos do segundo momento da pesquisa. Atribuímos essas diferenças ao tipo de abordagem aplicada em cada momento. No primeiro caso, faltaram as explicações, as discussões e as socializações, necessárias a qualquer atividade matemática, sobretudo, na resolução de problemas, ou seja, foi realizado um trabalho mais efetivo no segundo momento, o que permitiu observar essas diferenças.

A experiência nessas duas diferentes formas de trabalhar em sala de aula: a primeira com o jogo de tabuleiro e a segunda com a metodologia de resolução de problemas foram práticas muito válidas, pois permitiram que os alunos pudessem usar vários procedimentos de resolução adequados para os problemas, encontrando a operação correta. E, além disso, os alunos participaram mais das aulas por se sentirem desafiados e motivados, uma vez que se reconheceram capazes de responder aos problemas, o que não acontecia nas aulas anteriores.

Esse fato evidencia o que Onuchic e Allevato (2014) descrevem: a necessidade de o professor observar e incentivar a realização da resolução do problema. As autoras salientam ainda, que esse é o momento ideal para que o professor deixe seu lugar de transmissor do conhecimento e busque incentivar os estudantes a resolverem o problema no processo de construção de saberes e conhecimentos. O professor, portanto, observa e analisa o comportamento dos estudantes, estimulando, assim, o trabalho colaborativo e cooperativo.

Julgamos pertinente mencionar que foi notória a progressão dos estudantes no que se refere à leitura e interpretação dos enunciados dos problemas, pois foi constatado que a maioria dos alunos realizou as atividades com maior autonomia e confiança, tanto no ato de ler e interpretar como na realização das operações das atividades.

Os objetivos da pesquisa foram alcançados, uma vez que os estudantes compreenderam a resolução de problemas como uma atividade investigativa, em que precisavam fazer inferências sobre o texto para encontrar uma solução e, também, porque as atividades proporcionaram, a eles, adquirirem novas aprendizagens, de leitura e interpretação de realidade e de novos conceitos matemáticos.

Várias foram as manifestações dos estudantes em relação às tentativas de resolução dos problemas apresentados, o que nos permitiu perceber que, no nível de conhecimento adquirido, os estudantes estavam confiantes e decididos, tendo em vista que esse processo era avaliado diariamente para que pudessemos perceber o envolvimento e a evolução das atividades.

Essa experiência possibilitou a utilização de um recurso de ensino que favoreceu a aprendizagem por meio de um processo interdisciplinar, pois envolveu outros conhecimentos além daqueles pertencentes à disciplina de Matemática, como a leitura e a interpretação de pequenos textos. Nesta proposta, o foco deve ser o desenvolvimento de estratégias de leitura para entender a proposição das atividades matemáticas, principalmente quando se trata de textos de enunciados de problemas.

Ressaltamos que favorecer os trabalhos em dupla ou grupos possibilitou a discussão e o pensamento dos estudantes sobre suas estratégias. Nesse momento, atitudes de testar, pesquisar, avaliar são colocadas em ação, possibilitando a aprendizagem.

Ao direcionar meu olhar para minha própria prática e para a pesquisa realizada, concluí que as experiências contribuíram para uma reflexão de como os processos de ensino e aprendizagem ocorrem e como esses elementos precisam estar presentes no trabalho docente de modo que possam impactar no ensino de Matemática.

Assim, considero importante refletirmos sobre a prática pedagógica apresentada nesta pesquisa, que visa a favorecer o ensino e a aprendizagem dos estudantes, objetivando, também, tencionar ações para que o professor aperfeiçoe sua prática docente. Diante dessas argumentações, entendemos a resolução de problemas como um ponto de partida para ensinar Matemática, pois este estudo possibilitou aos estudantes que pudessem argumentar e refletir sobre a resolução dos problemas com base nas discussões geradas entre os grupos.

Dessa forma, consideramos adequada dimensionar uma reflexão sobre o ensino da Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental, com objetivo de possibilitar a interação do aluno e o seu envolvimento com questões matemáticas presentes em seu dia a dia.

## REFERÊNCIAS

---

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Ensinando Matemática na Sala de Aula através da Resolução de Problemas. **Boletim Gepem**, Rio de Janeiro, n. 55, p. 1-19. 2009. Disponível em: <<http://www.ufrjr.br/SEER/index.php/gepem/article/view/54/87>>. Acesso em: 20 mai. 2019.

ALLEVATO, Norma Suely Gomes; ONUCHIC, Lourdes de La Rosa. **Ensino Aprendizagem**: por que Através da Resolução de Problemas. In: ONUCHIC, Lourdes de La Rosa et al (org.). **Resolução de Problemas: Teoria e Prática**. Jundiaí: Paco, 2014. cap. 2, p. 45.

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Diferentes Olhares em Resoluções de Problemas no Brasil e no Mundo. In: I SEMINÁRIO EM RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS, Rio Claro- SP. Unesp, out. 2008. Disponível em: <http://igce.rc.unesp.br/Home/Departamentos47/educacaomatematica/qterp/resumos-publicados-iv-serp-e-i-sirp.pdf> Acesso em: 5 set. 2019.

ANDRÉ, Maria Eliza Dalmazo Afonso de. Texto, contexto e significados: algumas questões na análise de dados qualitativos. **Caderno de Pesquisa**, São Paulo (45), p. 66-71, maio 1983.

ANDRÉ, Marli. Pesquisa, formação e prática docente. In: ANDRÉ, Marli. (Org.). **O Papel da pesquisa na formação e na prática dos professores**. 10. ed. Campinas-SP: Papirus, 2006a, p. 55-69.

ARAÚJO, J. L.; BORBA, M.C. Construindo Pesquisas Coletivamente em Educação Matemática. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (org.) **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**, Belo Horizonte: Autêntica, 2004, p.18.

BARDIN, L. (2006). **Análise de conteúdo** (L. de A. Rego & A. Pinheiro, Trad.). Lisboa: Edições 70. (Obra original publicada em 1977).

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. Lisboa: Edições 70, LDA, 1977, p.229.

BONILHA, Maria Adelaide de Castro; VIDIGAL, Sonia Maria Pereira. O recurso problemoteca. In: SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez (org.). **Resolução de Problemas nas aulas de matemática: O Recurso Problematoteca**. Porto Alegre: Penso, 2016. cap. 2, p. 17.

BORBA, M. C. et al. **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. 4ª ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2012, p.18.

BRASIL. Ministério da Educação e Desporto. Secretaria do Ensino Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**, terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental, Brasília, 1998.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática** / Secretaria de Educação Fundamental, Brasília: MEC/SEF. 1997.

BRASIL. MEC. CONSED. UNDIME. UNCME. FNCEE. **Guia de implementação da Base Nacional Comum Curricular**. Movimento pela base Nacional Comum, p. 37.201 Disponível: [https://undime.org.br/uploads/documentos/phpKEz2kL\\_5ac39d467cecc.pdf](https://undime.org.br/uploads/documentos/phpKEz2kL_5ac39d467cecc.pdf). Acesso em: 10 ago.2019.

BRITO, M. R. F. Alguns aspectos teóricos e conceituais da solução de problemas matemáticos. In: BRITO, M. R. F. (org.). **Solução de problemas e a matemática escolar**. Campinas: Alínea, 2006, p. 13-53.

CARRASCO, Lúcia H. M. Leitura e escrita na Matemática. In NEVES, Iara C. B. et.al. (org.). **Ler e escrever: compromisso de todas as áreas**. Porto Alegre: Editora da Universidade/ UFRGS, 2000, p. 190-202.

CENTURIÓN, M. **Conteúdo e metodologia da matemática: números e operações**. Scipione, 1994, p.328.

CHIZZOTTI, R.K. **Pesquisa em ciências humanas e sociais**. São Paulo: Editora Cortez, 2ª ed., 1991, p. 164.

CHIZZOTTI, Antônio (2003). **A pesquisa qualitativa em ciências humanas e sociais: Evolução e desafios**. Revista Portuguesa de Educação, 16(2), p. 221-236.

CURY, Helena Noronha. **Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos**. Belo Horizonte: Autêntica, 2007, p. 120.

CURY, H. N.; SILVA, P. N. da. **Análise de erros em resolução de problemas: uma experiência de estágio em um curso de licenciatura em matemática**. Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia, Ponta Grossa, v. 1, n. 1, p. 85-97, abr. 2008.

D'AMBRÓSIO, B. S. **Como ensinar matemática hoje?** Temas e Debates. Sbem. Ano II. n. 2. Brasília, 1989, p. 15-19.

D'AMBROSIO, Ubiratan. História da Matemática e Educação. In: Cadernos Cedes 40. **História e Educação matemática**. 1ª ed. Campinas-SP: Papirus, 1996, p.7-17.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. A História da Matemática: questões historiográficas e políticas e reflexos na Educação Matemática. In: BICUDO, M. A. V. (org.). **Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas**. São Paulo: Unesp, 1999, p. 97-115.

D' AMBROSIO, Ubiratan. **Etnomatemática: Arte ou técnica de explicar e conhecer**. 4.ed. São Paulo: Ática, 1998, p. 88

D'AMBROSIO, Ubiratan. Desafios da Educação Matemática no novo milênio. **Educação Matemática em revista**. Ano 8, nº11. São Paulo: Ática, dez. 2001, p. 14-17.

DANTE, L. R. **Formulação e resolução de problemas de matemática: teoria e prática**. 1ª Ed. São Paulo: Ática. 2010, p.191.

ENGEL, G. I. **Pesquisa-ação**. Educar, n. 16. Curitiba: Editora da UFPR, 2000, p.181-191.

FREIRE, Paulo. **Educação e mudança**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1986, p.79.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da Autonomia: saberes necessários à prática educativa**. São Paulo: Paz e Terra, 1996, p.54.

FIORENTINI, D. LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Campinas-SP: Autores Associados, 2009.

GAZIRE, Eliane Scheid. **Perspectivas da resolução de problemas em educação matemática**. 1988. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro, 1988.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. São Paulo: Atlas, 2008, p. 220.

HUIZINGA, Johan. **Homo Ludens**. São Paulo: Editora Perspectiva S.A. 4ª ed., 2000, p. 162.

KRULIK, S. REYS, R. E. **A resolução de problemas na matemática escolar: tradução: Higino H. Domingues, Olga Corbo**. São Paulo: Atual 1997, p. 343.

LAKATOS, E. M. MARCONI, M. A. **Metodologia do trabalho científico: procedimentos básicos, pesquisa bibliográfica, projeto e relatório publicações e trabalhos científicos**. 6 ed. São Paulo: Atlas. 2001 p.219.

MARCONI, M. de A.; LAKATOS, E. M. **Metodologia do trabalho científico**. São Paulo: Editora Atlas, 1992. 4ª ed. p.43 e 44.

LARROSA, Jorge. Do espírito de criança a criança de espírito. In: LARROSA, Jorge (Ed.). **Pedagogia Profana: Danças, piruetas e mascaradas**. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 1999. p. 45–72. **Notas sobre a experiência e o saber de experiência**. Revista Brasileira de Educação – Revista da Associação Nacional de Pós-graduação e Pesquisa em Educação (ANPEd), São Paulo, n. 19, p. 20–28, 2002.

LIMA, I.; MARTINS, R. L. Concepções sobre a matemática mobilizadas por professores de licenciaturas. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 5, 2012. Petrópolis. **Anais...** Petrópolis, 2012, p.1-17.

LONGO, C. A. C. CONTI, K. C. **Resolver Problemas e Pensar a Matemática**. In: Keli Cristina Conti; Conceição Aparecida Cruz Longo. (Org.). **Resolver Problemas e Pensar a Matemática**. 1.ªed. Campinas: Mercado de Letras, 2017, p.128.

LÜDKE, M; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986, p. 975.

MACEDO, Lino de. **Ensaio Construtivistas**. São Paulo: Casa do psicólogo, 1994, p.170.

MACEDO, Lino de; PETTY, Ana Lúcia Sicoli e PASSOS, Norimar Christe. **Aprender com jogos e situações-problema**. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000, p. 116.

MOREIRA, P. C; DAVID, M. M. M. S. **A formação matemática do professor: 1ª reimp.** – Belo Horizonte: Autêntica, 2007, p.116.

MOREIRA, Plínio. Cavalcanti.; DAVID, M. M. M. S. **A Formação Matemática do Professor: licenciatura e prática docente escolar**. Belo Horizonte: Autêntica, 2005, p. 50- 62.

NACARATO, A. M. **A matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: tecendo fios do ensinar e do aprender/** Adair Mendes Nacarato, Brenda Leme da Silva Mengali, Carmem Lúcia Brancaglioni Passos. Belo Horizonte: Autêntica Editora. 2009, p.158.

NACARATO, A. M. **A Formação matemática das professoras das séries iniciais: a escrita de si como prática de formação**. Boletim de Educação Matemática: Bolema, vol.23, n.37, 2010. pp. 905-930. Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho Rio Claro-SP.

NUNES, Terezinha et al. **Números e Operações numéricas**. 2 eds. – São Paulo: Cortez, 2009. p. 206.

ONUCHIC, Lourdes de La Rosa. Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: **Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas/organizadora** Maria Aparecida Viggiani Bicudo. São Paulo: Editora Unesp, 1999. (Seminários & debates)

ONUCHIC, Lourdes de La Rosa; Allevato, Norma Suely Gomes; Noguti, Fabiane Cristina Höpner; Justulin, Andresa Maria (org.). **Resolução de Problemas: Teoria e Prática**. Jundiaí: Paco Editorial, 2014, p.158.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. **Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas**. Bolema. Boletim de Educação Matemática. Rio Claro: Unesp, v. 25, p. 73-98, 2011.

ONUCHIC, Lourdes de La; LEAL Junior, Luiz Carlos. **Ensino e Aprendizagem de Matemática Através da Resolução de Problemas Como Prática Sociointeracionista**. *Bolema* [on-line]. 2015, vol.29, n.53, pp.955-978. ISSN 0103-636X. <https://doi.org/10.1590/1980-> Acesso em 13 mar. 2019

PENTEADO, Heloísa Dupas. A relação docência ciência sob a perspectiva da pesquisa-ação. In: PENTEADO, Heloísa Dupas; GARRIDO, Elsa. **Pesquisa-ensino: a comunicação escolar na formação do professor**. São Paulo: Paulinas, 2010, p.392.

PONTE, João P.; BRANCO, Neusa. Desenvolvendo a linguagem algébrica. Educação e Matemática: Revista da Associação de Professores de Matemática, Lisboa, n. 115, p. 53-63, 2011.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**/ G. Polya; [tradução Heitor Lisboa de Araújo]. Rio de Janeiro: Interciência, 2006. Tradução de: How to solve it: a new aspect of mathematical method.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 1978, p. 841.

POLYA. **A arte de resolver problemas**: um novo aspecto do método matemático. Tradução: Heitor Lisboa de Araújo. 2 reimpr. Rio de Janeiro: Interciência, 1995, p.196.

POLYA. Sobre a resolução de problemas de matemática na High School. In: KRULIK, S.; REYS, R. E. (org.). **A resolução de problemas na matemática escolar**. São Paulo: Atual, 1997, p.1-3.

RODRIGUES, I. C. **Resolução de problemas em aulas de matemática para alunos de 1ª a 4ª séries do ensino fundamental e a atuação dos professores**. 2006. 112 f. (Dissertação de Mestrado) Pontifícia Universidade Católica (PUC), São Paulo, 2006.

SCHLIEMANN, A. L. D. **Na vida dez, na escola zero** / Ana Lúcia Dias Schliemann, David William Carraher, Terezinha Nunes Carraher. 5. ed. São Paulo: Cortez, 1991. p. 182.

SKOVSMOSE, Ole. **Educação crítica**: incerteza, matemática, responsabilidade. São Paulo: Cortez, 2007, p. 304.

SMOLE, K. S. e DINIZ, M. I. **Aprender a ler problemas em matemática**. Disponível em <http://www.mathema.com.br> Acesso em 13 mar. 2019.

SMOLE, K. S. e DINIZ, M. I. **Ler e Aprender Matemática**. In: SMOLE, K. S; DINIZ, M. I. (org.) Ler, escrever e resolver problemas Habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed. 2001, p.203.

TARDIF, Maurice; LESSARD, Claude. **O trabalho docente**: elementos para uma teoria da docência como profissão de interações humanas. Tradução de João Batista Kreuch. 6ª Ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2011, p. 317.

VYGOTSKY, Lev S. **A Formação Social da Mente**: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores. 4ª ed. São Paulo: Martins Fontes, 2002, p.90.

Z Aidan, S.; DAVID, M.M.S.; ARAÚJO, J.L.; GOMES, M.L.M.; FONSECA, M.C.F.R.F. Educação matemática. In: OLIVEIRA, D. A.; DUARTE, A. M. C.; VIEIRA, L. M. F. DICIONÁRIO: **Trabalho, profissão e condição docente**. Belo Horizonte: UFMG/Faculdade de Educação. 2010, p. 4.



**Sites consultados:**

<http://www.matematica.seed.pr.gov.br>

<https://novaescola.org.br/conteudo/15759/aprender-matematica-atraves-de-resolucao-de-problemas>

<https://scholar.google.com.br/?hl=pt>

[http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S0103636X2015000300955&script=sci\\_abstract&tIng=pt](http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S0103636X2015000300955&script=sci_abstract&tIng=pt)

[www.lereaprender.com.br](http://www.lereaprender.com.br)

**APÊNDICE**

---

**APÊNDICE 1**–Atividades desenvolvidas no primeiro momento da pesquisa

**1). Meia dúzia de mochilas numa papelaria custam 420 reais. Quanto se pagará por quatro (4) dessas mochilas?**

Estratégias de resolução do problema

Relate, por meio da escrita, o caminho percorrido para chegar até a solução do problema.

---

---

---

---

---

Quais dificuldades você encontrou na resolução do problema?

---

---

---

---

Resolver esse problema em dupla ajudou no processo de busca da solução?

---

---

Todas as atividades a seguir acompanharam o modelo da atividade anterior.

**2) Os professores e as turmas dos 5º anos participarão de uma excursão cultural. São 185 alunos e 11 professores que irão em 7 ônibus alugados. Quantas pessoas viajarão em cada ônibus, sabendo-se que, em todos os ônibus, deve ter o mesmo número de pessoas?**

**3) Eu e meus quatro amigos fomos ao Inhotim. Os bilhetes de entrada custaram 95 reais e dividimos o pagamento igualmente entre nós. Paguei meu bilhete e ainda fiquei com 31 reais. Qual a quantia que eu tinha antes do passeio?**

**4) Roberto distribuiu certa quantia para seus cinco filhos irem ao parque. Cada um recebeu 25 reais, e Roberto ainda ficou com 43 reais. Quanto ele tinha?**

**5) A escola de Mateus fez uma excursão para o parque e levou 180 crianças dos 5º anos. Foram necessários 4 ônibus para levar todos os estudantes. Quantos estudantes foram em cada ônibus?**

**6) Mariana e Bruno foram encarregados de preparar os sanduíches para o lanche de uma excursão da escola. A excursão será de 8h as 17h. Cada pacote de pão de forma dá para fazer 9 sanduíches. São 27 estudantes que irão à excursão e a previsão é que cada um consuma 4 sanduíches. De quantos pacotes de pão de forma eles irão precisar?**

**7) No ônibus da empresa onde Luana trabalha, cabem 24 passageiros por viagem. Sabendo-se que esse ônibus faz 9 viagens por turno e que, na empresa, há 3 turnos por dia, quantos passageiros andaram nesse ônibus durante o dia?**

**8) Marta tem uma plantação de limoeiros em seu sítio. Ontem ela colheu limões e organizou-os em 32 pacotes. Se, em cada pacote, Marta colocou 8 limões quantas frutas ela colheu no total?**

**APÊNDICE 2**– Atividades desenvolvidas no segundo momento da pesquisa

1) Meia dúzia de mochilas numa papelaria custam 420 reais. Quanto se pagará por quatro (4) dessas mochilas?

Operação

Resposta

Quais estratégias você utilizou para chegar a esse resultado?

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

Todas as atividades a seguir acompanharam o modelo da atividade anterior.

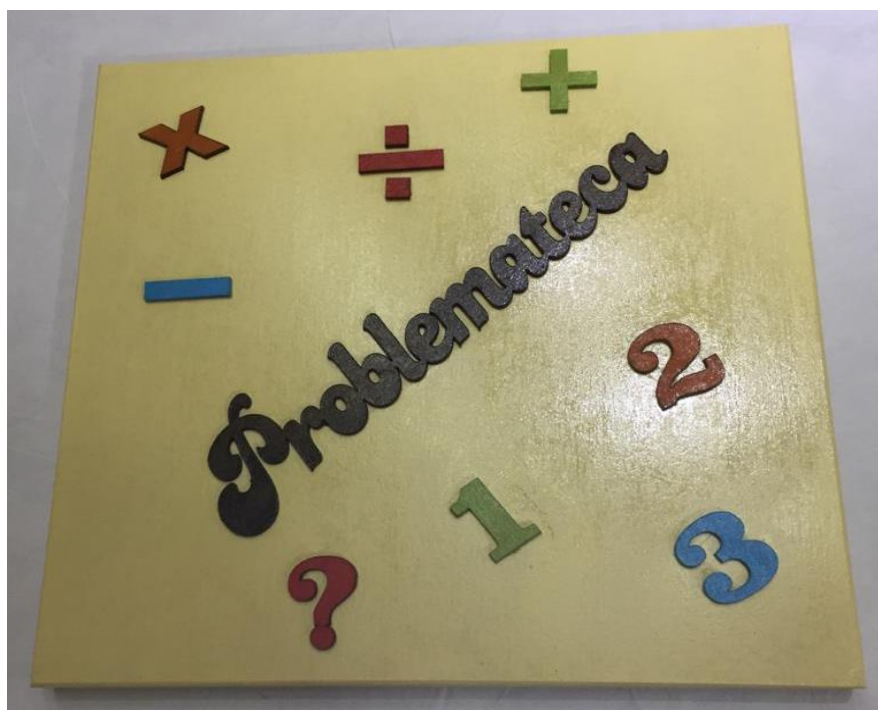
**2) Os professores e as turmas dos 5º anos participarão de uma excursão cultural. São 185 alunos e 11 professores que irão em 7 ônibus alugados. Quantas pessoas viajarão em cada ônibus, sabendo-se que, em todos os ônibus, deve ter o mesmo número de pessoas?**

**3) Eu e meus quatro amigos fomos ao Inhotim. Os bilhetes de entrada custaram 95 reais e dividimos o pagamento igualmente entre nós. Paguei meu bilhete e ainda fiquei com 31 reais. Qual a quantia que eu tinha antes do passeio?**

**4) Roberto distribuiu certa quantia para seus cinco filhos irem ao parque. Cada um recebeu 25 reais, e Roberto ainda ficou com 43 reais. Quanto ele tinha?**

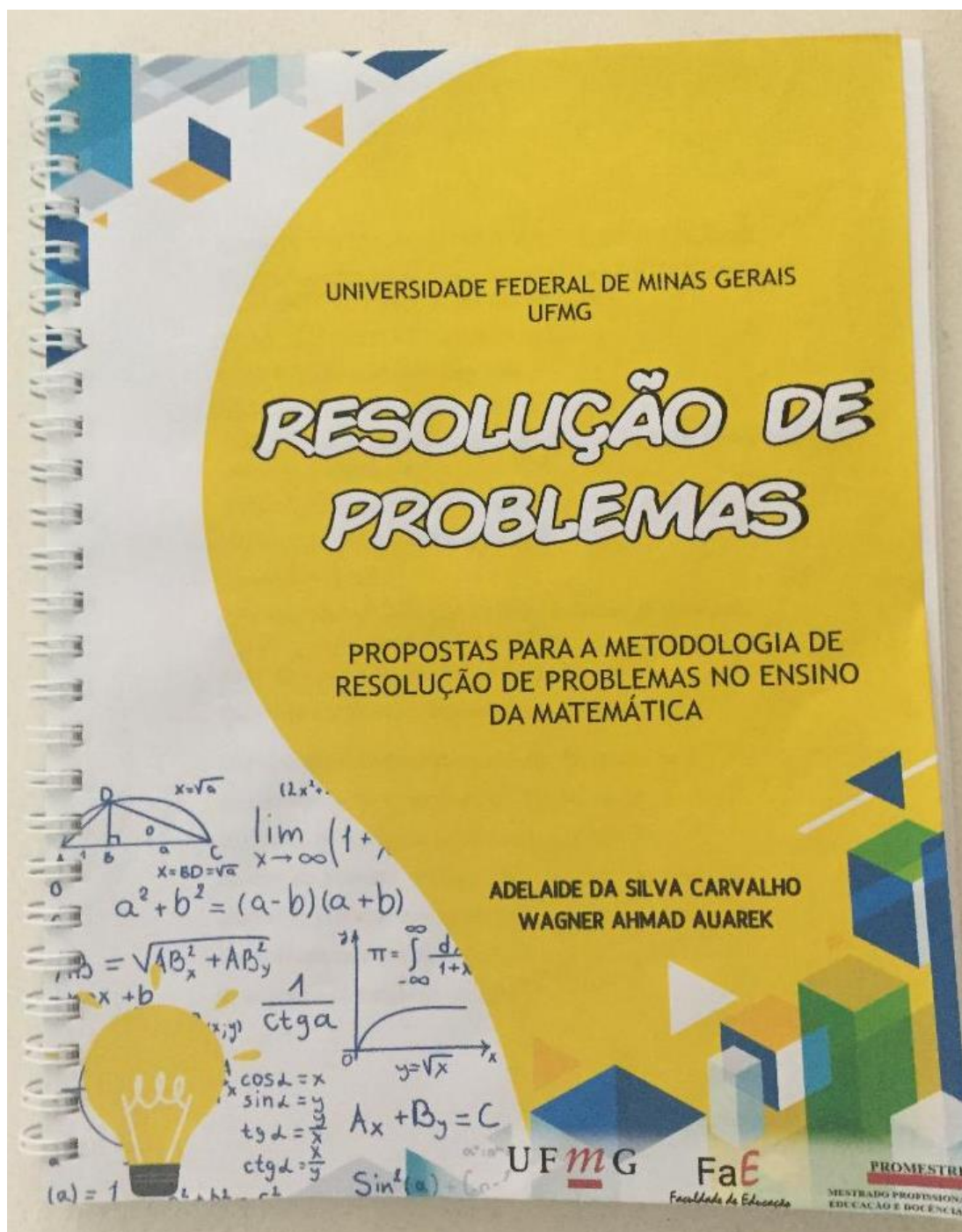
**5) A escola de Mateus fez uma excursão para o parque e levou 180 crianças dos 5º anos. Foram necessários 4 ônibus para levar todos os estudantes. Quantos estudantes foram em cada ônibus?**

**6) No ônibus da empresa onde Luana trabalha, cabem 24 passageiros por viagem. Sabendo-se que esse ônibus faz 9 viagens por turno e que, na empresa, há 3 turnos por dia, quantos passageiros andaram nesse ônibus durante o dia?**

**Apêndice 3 – Problemateca elaborada durante a pesquisa****Foto 12- Problemateca****Foto 13- Problemateca**

Fonte: Arquivo da pesquisadora

Apêndice 4 – Recurso educativo



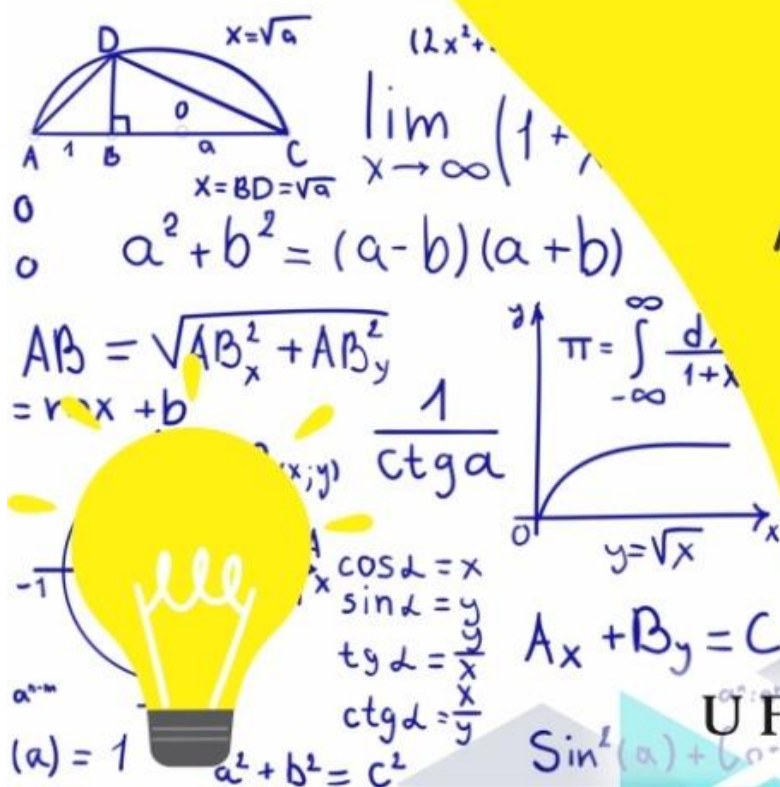


UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS  
UFMG

# RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

PROPOSTAS PARA A METODOLOGIA DE  
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO ENSINO  
DA MATEMÁTICA

ADELAIDE DA SILVA CARVALHO  
WAGNER AHMAD AUAREK

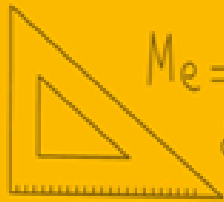


UFMG

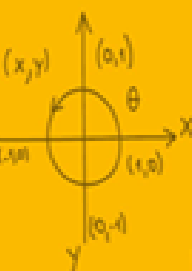
FaE  
Faculdade de Educação

PROMESTRE  
MESTRADO PROFISSIONAL  
EDUCAÇÃO E DOCÊNCIA

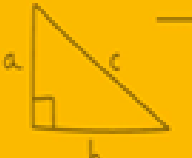
$Me = L + \delta$




$E = mc^2$



$Z = y$

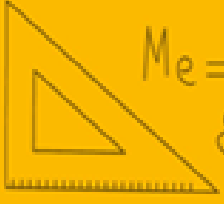


$y = \frac{1}{1+t}$

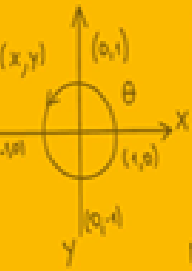


$c^2 = a^2 + b^2$   
 $c = \sqrt{a^2 + b^2}$   
 $a = \sqrt{c^2 - b^2}$   
 $b = \sqrt{c^2 - a^2}$

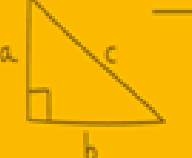
$Me = L + \delta$




$E = mc^2$



$Z = y$




$y = \frac{1}{1+t}$



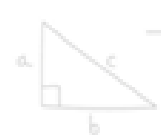
$c^2 = a^2 + b^2$   
 $c = \sqrt{a^2 + b^2}$   
 $a = \sqrt{c^2 - b^2}$   
 $b = \sqrt{c^2 - a^2}$

$(x,y)$   $(a,1)$   $E = mc^2$   
 $Z = y$




$y = \frac{1}{1+t}$

$(x,y)$   $(a,1)$   $E = mc^2$   
 $Z = y$




$y = \frac{1}{1+t}$

$(x,y)$   $(a,1)$   $E = mc^2$   
 $Z = y$




$y = \frac{1}{1+t}$

$(x,y)$   $(a,1)$   $E = mc^2$   
 $Z = y$




$y = \frac{1}{1+t}$

$(x,y)$   $(a,1)$   $E = mc^2$   
 $Z = y$



$y = \frac{1}{1+t}$

$(x,y)$   $(a,1)$   $E = mc^2$   
 $Z = y$



$y = \frac{1}{1+t}$

**PROPOSTAS PARA A  
 METODOLOGIA  
 DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS  
 NO ENSINO DA MATEMÁTICA**



$Me = L + \delta$

$E = mc^2$

$Z = Y$

$y = \frac{1}{1+z}$

$c^2 = a^2 + b^2$

$c = \sqrt{a^2 + b^2}$

$a = \sqrt{c^2 + b^2}$

$b = \sqrt{c^2 + a^2}$

$Me = L + \delta$

$E = mc^2$

$Z = Y$

$y = \frac{1}{1+z}$

$c^2 = a^2 + b^2$

$c = \sqrt{a^2 + b^2}$

$a = \sqrt{c^2 + b^2}$

$b = \sqrt{c^2 + a^2}$

$(x,y)$   $(0,1)$   $E = mc^2$   
 $(-1,0)$   $(1,0)$   $x$   $Z = Y$   
 $y$   $(0,-1)$

$y = \frac{1}{1+z}$

$(x,y)$   $(0,1)$   $E = mc^2$   
 $(-1,0)$   $(1,0)$   $x$   $Z = Y$   
 $y$   $(0,-1)$

$y = \frac{1}{1+z}$

$(x,y)$   $(0,1)$   $E = mc^2$   
 $(-1,0)$   $(1,0)$   $x$   $Z = Y$   
 $y$   $(0,-1)$

$y = \frac{1}{1+z}$

$(x,y)$   $(0,1)$   $E = mc^2$   
 $(-1,0)$   $(1,0)$   $x$   $Z = Y$   
 $y$   $(0,-1)$

$y = \frac{1}{1+z}$

$(x,y)$   $(0,1)$   $E = mc^2$   
 $(-1,0)$   $(1,0)$   $x$   $Z = Y$   
 $y$   $(0,-1)$

$y = \frac{1}{1+z}$

$(x,y)$   $(0,1)$   $E = mc^2$   
 $(-1,0)$   $(1,0)$   $x$   $Z = Y$   
 $y$   $(0,-1)$

$y = \frac{1}{1+z}$

**Expediente técnico**

Reitoria da UFMG:  
 Sandra Goulart Almeida  
 Vice-reitor:  
 Alessandro Fernandes Moreira

Diretoria da FaE/UFMG:  
 Daisy Moreira Cunha  
 Vice-diretor:  
 Wagner Ahmad Auarek

Coordenação do Promestre – FaE/UFMG  
 Coordenadora: Maria Amália de Almeida Cunha  
 Subcoordenadora: Teresinha Fumi Kawasaki

Linha de pesquisa: Educação Matemática

Autor:  
 Adelaide da Silva Carvalho

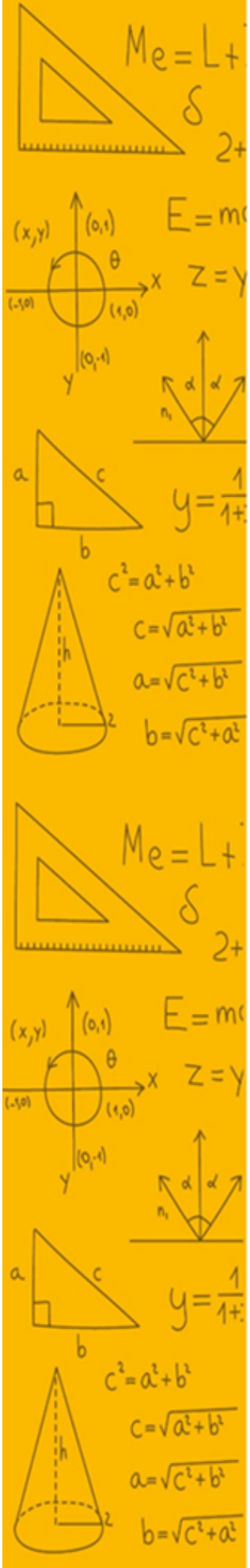
Orientador:  
 Wagner Ahmad Auarek

Projeto gráfico:  
 Cleber Paulino Catarina

Ilustrações:  
 Lucas Soares Carvalho

*“Uma grande descoberta resolve um grande problema, mas há sempre uma pitada de descoberta na resolução de qualquer problema. O problema pode ser modesto, mas, se ele desafiar a curiosidade e puser em jogo as faculdades inventivas, quem o resolver por seus próprios meios experimentará a tensão e gozará o triunfo da descoberta. Experiências tais, numa idade susceptível, poderão gerar o gosto pelo trabalho mental e deixar, por toda a sua vida, a sua marca na mente e o caráter”.*

**George Polya**



## Sumário

Apresentação .....	05
1 Introdução.....	07
2 Reflexões sobre o ensino da Resolução de Problemas no ensino da Matemática.....	08
3 Unidade temática: números.....	12
4 propostas para o trabalho com a Problematéca.....	15
Atividade 1.....	18
Atividade 2.....	21
Atividade 3.....	23
Atividade 4.....	26
Atividade 5.....	28
Atividade 6.....	30
Para saber mais.....	33
Sugestões de textos.....	33
Sugestões de sites.....	35
Sugestões de filmes.....	35
Sugestões de livros.....	36
Algumas considerações.....	39
Referências.....	40

## **APRESENTAÇÃO**

### **PREZADO (A) PROFESSOR (A):**

Estas atividades foram desenvolvidas durante minha pesquisa de mestrado na qual investigamos e explicitamos as estratégias de um grupo de estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental, durante a resolução de problemas envolvendo a multiplicação e a divisão de números naturais.

A dissertação é intitulada “Resolução de Problemas que envolvem a multiplicação e a divisão de números naturais: um estudo das estratégias de estudantes do 5º ano”, que se encontra disponível em [www.fae.ufmg.br/promestre](http://www.fae.ufmg.br/promestre). No entanto, para o recurso educativo, decidimos pelo título de “Propostas para a metodologia de resolução de problemas no ensino da Matemática”, pois a produção desse material levou em consideração as propostas de trabalho com a metodologia de Resolução de Problemas.

O objetivo deste trabalho é auxiliar professores e alunos no processo de ensino e aprendizagem, visando complementar a prática de ensino do professor que ensina Matemática, de modo que possa buscar diferentes maneiras de ensinar a partir de resolução de Problemas.

Assim, este material é composto por sugestões e orientações metodológicas e pedagógicas para que o professor que queira trabalhar a metodologia de Resolução de Problemas nas aulas de matemática possa apropriar-se dessa ferramenta. Além de esse material oferecer um importante e rico instrumento para subsidiar a formação de professores que ensinam Matemática no Ensino Fundamental I.

Este trabalho não tem nenhuma pretensão de servir como modelo ou receita pronta para os professores, trata-se de um material favorável e prazeroso para trabalhar a Resolução de Problemas. Dessa forma, esta coletânea de atividades matemáticas contém diversos problemas com variados temas que envolvem prioritariamente as operações de multiplicação e divisão, a qual foi desenvolvida ao longo da minha pesquisa.

Assim, essa problemoteca é compartilhada com muito carinho com vocês, pois esperamos que a proposta do trabalho com a Resolução de Problemas, possa levar

os estudantes a explorar a leitura e a interpretação dos enunciados dos problemas, a estabelecer estratégias de resolução e aprender de maneira mais autônoma.

Os problemas envolvem prioritariamente as operações de multiplicação e divisão de números é direcionado a estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental, no entanto, o professor pode estar usando o material como ponto de partida para o trabalho com a metodologia de Resolução de Problemas. Dessa forma, disponibilizamos no material:

- A descrição de como os alunos desenvolveu os problemas apresentados durante a pesquisa, com o objetivo de auxiliar o professor de como os alunos podem resolver os problemas;
- Um diálogo com o professor com sugestão de trabalho para a sala de aula com os problemas apresentados;
- Uma relação em cada problema com os objetivos propostas para cada um deles.

Este material não pretende ser como um manual, mas uma contribuição o professor que leciona Matemática, de maneira que possa contribuir para o ensino e aprendizagem da Matemática, mas também com a utilização da Resolução de Problemas em sala de aula.

Por último, registramos nossa alegria em estar compartilhando com vocês esse trabalho que foi elaborado a partir de minha experiência vivenciada com os queridos estudantes que fizeram parte desta pesquisa, pois, não mediram esforços na resolução das atividades propostas de modo que ampliaram tanto meu olhar, quanto enriqueceram a produção desse material.

Professores (as) esperamos que esse material seja útil e que possa oferecer novas e enriquecedoras formas de ensinar e aprender Matemática! Bom trabalho!

Um abraço,

Adelaide da Silva Carvalho,

Wagner Ahmad Auarek.

## Introdução

Ao longo de minha experiência como professora de Matemática na Educação Básica constatei recorrentes dificuldades dos estudantes em atividades que envolviam a resolução de problemas matemáticos relacionados às ideias das operações de multiplicação e divisão com os números naturais.

A matemática sempre esteve presente nas diversas situações do cotidiano, em todos os lugares podemos enxergar a matemática. Como área do conhecimento, cabe destacar que contribui para a formação do cidadão crítico e reflexivo. Assim, a proposta é levar os estudantes a buscar a solução para os problemas apresentados por meio de diversas estratégias elaboradas por eles mesmos.

Diante da constatação de que os estudantes encontravam dificuldades na resolução de problemas, me senti desafiada a desenvolver e propor atividades em sala de aula que levassem esses alunos e alunas a uma aprendizagem significativa e construtiva, despertando-os a curiosidade e a motivação pelo saber matemático. Esses desafios e inquietações foram aumentando à medida que refletia sobre as dificuldades apresentadas pelos estudantes e na busca de propor caminhos para a superação de tais dificuldades, pretendi investigar essas dificuldades mais detalhadamente.

Entretanto, enquanto professora de matemática das séries iniciais do Ensino Fundamental, foi possível observar que, mesmo os professores levando para a sala de aula atividades de resolução de problemas matemáticos, esses não se mostravam suficientes no sentido de conduzir os estudantes a elaborar hipóteses a respeito de como se resolvia tais problemas.

Algumas vezes percebia também que os alunos não estavam interessados em realizar as atividades de resolução de problemas, e as faziam por mera obrigação. Dessa forma, comecei a perceber que precisava transformar minha prática pedagógica de maneira que despertasse nos alunos a vontade em aprender Matemática e que as aulas fossem mais interessantes e desafiadoras.

Essas reflexões despertaram em mim a vontade de ingressar no mestrado profissional do programa Educação e Docência da Universidade Federal de Minas



Gerais – UFMG - na intenção de aperfeiçoar a prática docente, principalmente, em relação à resolução de problemas matemáticos e todos os processos que envolvem essa metodologia.

Desse modo, as práticas docentes utilizadas em sala, devem tornar as aulas interessantes, ao mesmo tempo em que devem contribuir para potencializar a aquisição de habilidades, conhecimentos e saberes favoráveis as aprendizagens. Assim, esse recurso educativo foi elaborado a partir de práticas desenvolvidas na sala de aula na disciplina de Matemática, com o objetivo que o material venha trazer uma contribuição ao trabalho docente.

## **2. Reflexões sobre o uso da resolução de problemas no ensino da matemática**

Diante a constatação durante minha prática docente de que os estudantes se encontravam em dificuldades na resolução de problemas, me senti desafiada a desenvolver e propor atividades em sala de aula que levassem esses alunos e alunas a uma aprendizagem significativa e construtiva, despertando-os a curiosidade e a motivação pelo saber matemático. Esses desafios e inquietações foram aumentando à medida que refletia sobre as dificuldades apresentadas pelos estudantes e na busca de propor caminhos para a superação de tais dificuldades me estimulando a investigar essas dificuldades mais detalhadamente.

É o professor quem cria as oportunidades para a aprendizagem – seja na escolha de atividades significativas e desafiadoras para seus alunos, seja na gestão de sala de aula: nas perguntas interessantes que faz e que mobilizam os alunos ao pensamento, à indagação; na postura investigativa que assume diante da imprevisibilidade sempre presente numa sala de aula; na ousadia de sair da “zona de conforto” e arriscar-se na “zona de risco”. (MENGALI; NACARATO; PASSOS, 2009, p. 35).

O professor precisa estar predisposto a ouvir e dar ouvido ao aluno, estimulando-o a explicitar suas ideias e seus argumentos de forma que o aluno se sinta encorajado a posicionar-se, sem medo de errar, pois sabe que suas contribuições são importantes para o processo. (MENGALI; NACARATO; PASSOS, 2009, p. 83).

Assim sendo, diante essas reflexões, me deparei diante a Resolução de problemas como metodologia de ensino capaz de possibilitar a exploração de conteúdos matemáticos e assim, estabelecer relações com o ensino aprendizagem. A esse respeito segundo Allevato e Onuchic (201, p. 85):

[...] os problemas são propostos aos alunos antes de lhes ter sido apresentado, formalmente, o conteúdo matemático necessário ou mais apropriado à sua resolução que, de acordo com o programa da disciplina para a série atendida, é pretendido pelo professor. Dessa forma, o ensino-aprendizagem de um tópico matemático começa com um problema que expressa aspectos-chave desse tópico, e técnicas matemáticas devem ser desenvolvidas na busca de respostas razoáveis ao problema dado. A avaliação do crescimento dos alunos é feita continuamente, durante a resolução do problema.

Em relação à atividade de resolução de problemas, para resolver um problema matemático é importante ler e entender o enunciado. Isso inclui a leitura e a interpretação dos números e dos textos ali existentes, assim como a escolha adequada de uma estratégia para chegar à solução. Assim, Onuchic e Allevato (2014) salientam que utilizar essa metodologia nas aulas de matemática tem como objetivo:

Desenvolver o poder matemático nos alunos, ou seja, capacidade de pensar matematicamente, utilizar diferentes e convenientes estratégias em diferentes problemas, permitindo aumentar a compreensão dos conteúdos e conceitos matemáticos. Desenvolve a crença de que os alunos são capazes de fazer matemática e de que a matemática faz sentido; a confiança e a autoestima dos estudantes aumentam. Resolução de problemas fornece dados de avaliação contínua, que podem ser usados para a tomada de decisões instrucionais e para ajudar os alunos a obter sucesso com matemática. Professores que ensinam dessa maneira se empolgam e não querem voltar a ensinar na forma dita tradicional. (ONUCHIC & ALLEVATO 2011, p.82).

Assim, acreditamos que essa metodologia de ensino irá contribuir para a prática docente de professoras e professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Os PCN (BRASIL, 1998) também chamam a atenção para o fato de que os problemas aparecem isoladamente como listas de exercícios de aplicação da aprendizagem e para resolvê-los basta que o aluno escolha uma técnica ou busque em sua memória um padrão de resolução. Tal abordagem é considerada equivocada pelo documento que propõe o desenvolvimento de conceitos, ideias e métodos a partir

da resolução de problemas. Os problemas são, então, o ponto de partida da aprendizagem.

Vasconcelos (2003, p. 70) enfatiza que “um dos grandes erros do ensino da matemática tem sido o de estar voltado para a aprendizagem superficial de regras e operações aritméticas”. Para a autora a prática pedagógica prioriza a aplicação com êxito de regras e convenções em detrimento da compreensão.

Essa posição é compartilhada por Moreira e David (2005), pois para eles uma questão fundamental para a aprendizagem da matemática escolar é o “desenvolvimento de uma prática pedagógica visando à compreensão do fato, à construção de justificativas que permitam ao aluno utilizá-lo de maneira coerente e conveniente na sua vida escolar e extraescolar” (MOREIRA & DAVID, 2005, p.23).

Segundo a pesquisadora Gazire (1988, P.10) uma situação pode ser encarada como problema ou não, depende da reação do sujeito frente à situação. Ela afirma que um indivíduo está frente a um problema quando ele:

- 1º. Compreende a situação e não encontra uma solução óbvia imediata;
- 2º Reconhece que a situação exige uma ação;
- 3º Quer ou precisa agir sobre uma situação”.

Assim, segundo Onuchic (1999), os alunos devem ser desafiados a resolver um problema e devem desejar fazê-lo. O problema deve conduzi-los a utilizar seus conhecimentos anteriores. Por outro lado, o problema deverá exigir que busquem novas alternativas, novos recursos, novos conhecimentos para obter a solução, caso contrário não será para os alunos um problema. Onuchic (1999, p. 207) afirma ainda que:

O ensino-aprendizagem de um tópico matemático começa com uma situação-problema que expressa aspectos-chave desse tópico e são desenvolvidas técnicas matemáticas como respostas razoáveis para problemas razoáveis. Um objetivo de se aprender matemática é o de poder transformar certos problemas não rotineiros em rotineiros. O aprendizado, deste modo, pode ser visto como um movimento do concreto (um problema do mundo real que serve como exemplo do conceito ou da técnica operatória) para o abstrato (uma representação simbólica de uma classe de problemas e técnicas para operar com esses símbolos).

Dessa forma, resolver problemas matemáticos proporciona ao estudante que ele adquira as habilidades de:

- Ler, interpretar e construir estratégias para resolver problemas;

- Colocar em prática o raciocínio matemático nas situações de leitura e interpretação;
- Consolidar o aprendizado sobre as quatro operações matemáticas;
- Desenvolver a capacidade de realizar cálculos.

Assim, resolver problemas matemáticos deve levar o estudante a usar seu conhecimento prévio para adquirir outros conhecimentos durante a realização das atividades.

Para Dante (1998), um problema é qualquer situação que exija a maneira matemática de pensar e conhecimentos específicos para solucioná-la. O autor ressalta que um bom problema deve:

- Ser desafiador para o aluno;
- Ser real;
- Ser interessante;
- Ser o elemento de um problema realmente desconhecido;
- Não consistir na aplicação evidente e direta de uma ou mais operações aritméticas;
- Ter um nível adequado de dificuldade.

Partindo dessa discussão, podemos dizer que, um problema matemático é considerado como um momento real em que os alunos desenvolvem a criatividade de forma mais espontânea, as interações e as discussões e por isso, essas atividades são predominantemente desafiadoras. Sabemos que, durante as aulas de resolução de problemas, é possível estabelecer relações com o aprendizado, interagir com os outros colegas, e com isso, o aluno constrói seu conhecimento e desenvolve sua autonomia. Assim, para Dante (2010) os objetivos da resolução de problemas são:

- Fazer o aluno pensar produtivamente;
- Desenvolver o raciocínio do aluno;
- Ensinar o aluno a enfrentar situações novas;
- Dar ao aluno a oportunidade de se envolver com as aplicações da Matemática;
- Tornar as aulas de Matemática mais interessantes e desafiadoras;
- Equipar o aluno com estratégias para resolver problemas;
- Dar uma boa base matemática às pessoas;
- Liberar a criatividade do aluno.

Portanto, recomendamos a utilização da metodologia de resolução de problemas como forma de enriquecer as aulas, assim como oferecer aos estudantes a construção do conhecimento matemático, pautadas numa aprendizagem em que eles próprios estudantes fazem parte desse processo.

Imenes & Lellis (2009), por sua vez, expõem os motivos pelos quais se deve empenhar em aprender a resolver problemas, os autores argumentam “que a resolução de problemas contribui para a aquisição de habilidades e para desenvolver raciocínios úteis na vida profissional, social e familiar e para gerar concentração, compreensão da Matemática e organização. Afirmam que resolver problemas de Matemática ajuda a desenvolver autonomia, pois a prática leva à aquisição do hábito de pensar, e, também, pode ser fonte de prazer uma vez que envolve desafios. Alegam que “não é possível aprender Matemática sem resolver problemas, porque eles fazem parte da essência da Matemática” (IMENES & LELLIS, 2009, p.65)

### **3. Unidade temática: números**

A escrita de números está presente em todos os espaços da sociedade e sua importância é cada vez mais efetivada. No ensino da Matemática o ensino dos números também está constantemente em situações de resolução de problemas. De fato, a unidade Números é uma das cinco unidades que a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) propõe para a formulação de habilidades a serem desenvolvidas ao longo do Ensino Fundamental.

A BNCC é um documento que foi criado conforme a legislação nacional em relação ao campo da educação. É um documento que estabelece aspectos curriculares diante as aprendizagens essenciais à formação humana e que todos os estudantes devem desenvolver ao longo da educação básica.

A Base foi elaborada em três versões e sua última versão foi disponibilizada em 2017, cumprindo a atribuição do MEC (Ministério da Educação) de encaminhar ao Conselho Nacional de Educação propostas de direitos e objetivos em relação de aprendizagem e desenvolvimento de estudantes da educação básica. É um documento Nacional sendo pactuado com Estados, Distrito Federal e municípios.

Diante disso, o nosso trabalho está estruturado dentro da Unidade Números, que de acordo com a BNCC (2017, p. 268) tem a finalidade de:

Desenvolver o pensamento numérico, que implica o conhecimento de maneiras de quantificar atributos de objetos e de julgar e interpretar argumentos baseados em quantidades. No processo da construção da noção de número, os alunos precisam desenvolver, entre outras, as ideias de aproximação, proporcionalidade, equivalência e ordem, noções fundamentais da Matemática. Para essa construção, é importante propor, por meio de situações significativas, sucessivas ampliações dos campos numéricos. No estudo desses campos numéricos, devem ser enfatizados registros, usos, significados e operações.

É importante, em tais atividades, dar aos alunos diferentes situações que envolvem os números em suas diversas formas, seja ela escrita em letras ou em números, de modo que eles possam assimilar o conhecimento, de acordo com suas possibilidades de incorporá-lo ao que já conhece.

De acordo com Nunes et al. (2009, p. 19) “os sistemas de numeração amplificam nossa capacidade de registrar, lembrar, e manipular quantidades”.

Entender este processo é fundamental para o trabalho pedagógico para o professor. A compreensão de um número interfere na resolução de problemas matemáticos que envolvem os números. Por exemplo, o entendimento básico das operações com os números naturais, produz um aprendizado mais consistente ao ensino de matemática.

Eles se basearam em estudos que mostravam as dificuldades para organizar informações, para mudar seu ponto de vista durante a realização de diferentes atividades matemáticas; falta de flexibilidade na interpretação de um problema; a dificuldade de integrar os dados de uma afirmação em uma representação coerente, dificuldades que não podem ser explicadas unicamente pelos baixos desempenhos na memória de trabalho

Onuchic e Botta (1998) argumentam que as ideias, de juntar coisas de mesma natureza e de retirar uma quantidade de outra para a adição e subtração, não são suficientes para resolver uma série de problemas que podem ser modelados por elas. Segundo as autoras, “as ideias subjacentes a estas operações não são tão simples, são complexas” (ONUCHIC & BOTTA, 1998, p.19).

Nunes et al (2009, p. 20) apontam que “quando a criança a prende a contar, ela poderá começar a usar a contagem como instrumento do pensamento, para auxiliar sua habilidade de registrar e lembrar-se de quantidades, e amplificar sua capacidade de resolver problemas”.

Neste sentido, a BNCC (2017, p. 268) corrobora, ao salientar que:

No Ensino Fundamental- Anos Iniciais, a expectativa em relação a essa temática é que os alunos resolvam problemas com números naturais [...] envolvendo diferentes significados das operações, argumentem e justifiquem os procedimentos utilizados para a resolução e avaliem a plausibilidade dos resultados encontrados. No tocante aos cálculos, espera-se que os alunos desenvolvam diferentes estratégias para a obtenção dos resultados.

Nesta perspectiva, é fundamental que o professor ofereça meios para que os estudantes possam elaborar diferentes estratégias de leitura, interpretação, compreensão e busca da solução do problema, para então, resolvê-lo. Além de ser uma oportunidade para que o professor possa trabalhar a construção de enunciados de problemas, aprimorando habilidades relacionadas ao pensamento matemático.

Segundo Carvalho (2005, p.14), “como é que o aluno vai interpretar os enunciados dos problemas se ele não constrói enunciado” Nesse sentido, ao construir os enunciados, o aluno estará construindo e (re) construindo seu conhecimento. Na visão de Smole (2001, p. 31):

[...] ao produzir textos em matemática, tal como ocorre em outras áreas do conhecimento, o aluno tem oportunidades de usar habilidades de ler, ouvir, observar, questionar, interpretar e avaliar seus próprios caminhos, as ações que realizou no que poderia ser melhor. É como se pudesse refletir sobre o próprio pensamento e ter, nesse momento, uma consciência maior sobre aquilo que realizou e aprendeu.

Ao nível da escrita, a elaboração de enunciados de problemas matemáticos exige que o aluno busque os conhecimentos adquiridos anteriormente para a elaboração de um texto que seja coerente com a escolha da proposição.

Neste sentido, o professor deve estimular o estudante a decidir que registros podem ser elaborados em um problema matemático. Entre outros, o professor deve oferecer aos estudantes a oportunidade de abordar novos problemas e realizar a troca com os outros alunos.

#### **4 Propostas para o trabalho com a problemateca**

Muitos aspectos têm sido pensados sobre a educação Matemática de maneira que o ensino dessa área do conhecimento seja de qualidade e que a prática docente esteja de acordo com os requisitos para ensinar matemática como instrumento necessário a formação do estudante cidadão, crítico e reflexivo.

Diante de tais considerações, os conteúdos matemáticos devem possibilitar o desenvolvimento de uma série de habilidades e procedimentos. Além de priorizar a relação entre professores e alunos que deve dimensionar a soma das experiências dos docentes e discentes, tendo como bases, a escola e a formação do cidadão.

A resolução de problemas pode transformar os objetivos educacionais em estratégias de ensino e aprendizagem. Segundo os PCN de Matemática (BRASIL, 1998), a resolução de problemas possibilita aos alunos mobilizar conhecimentos e desenvolver a capacidade para gerenciar as informações que estão ao seu alcance.

Nessa direção, salientamos a importância de a resolução de problemas ser trabalhada na sala de aula como metodologia de ensino, e assim, sugerimos que o professor possa se apropriar do recurso educativo com o objetivo de oferecer um ensino pautado em questões que permitam o desenvolvimento do aluno.

Existem várias formas de se trabalhar com os problemas da problemateca, dessa maneira iremos oferecer uma dessas formas como orientação ao professor (a), mas salientamos que é apenas uma sugestão metodológica, mas fique à vontade para usar a problemateca de modo que atenda às necessidades e as especificidades de cada turma e/ou ano ciclo.



Figura 1 e 2: Modelos de problemateca



Fonte: [www.educacaoetransformacaooficial](http://www.educacaoetransformacaooficial)

Fonte: <https://profracelak.blogspot.com>

É importante que os professores conheçam como trabalhar a resolução de problemas para que possa possibilitar o aprendizado dos estudantes, uma das maneiras possíveis é realizar algumas indagações pertinentes ao problema de modo que possam auxiliar na compreensão do problema. Segundo Stancanelli (2001, p. 12):

A cada proposta de resolução, os alunos devem ser encorajados a refletir e analisar detalhadamente o texto, estabelecendo relações entre os dados numéricos e os outros elementos que o constituem e também com a resposta obtida, percebendo se essa é ou não coerente com a pergunta e com o próprio texto.

O professor cria oportunidades para os alunos descobrirem seus conhecimentos e habilidades, nesse novo paradigma educacional, é necessário que o professor distancie do seu saber docente e reconheça que a sala de aula não é o único espaço que a aprendizagem ocorre. Dessa forma, o professor pode disponibilizar diversos recursos educativos que permita que todos os alunos aprendam, ou seja, cabe ao professor enquanto mediador dar oportunidade para que

os alunos possam explorar situações de aprendizagens, possibilitando que depois eles possam refletir sobre sua própria produção do conhecimento.

Polya (2006, p. 5) cita que:

O caminho que vai desde a compreensão do problema até o estabelecimento de um plano, pode ser longo e tortuoso. Realmente, o principal feito na resolução de um problema é a concepção da ideia de um plano. Essa ideia pode surgir gradualmente ou, então após tentativas infrutíferas [...]. A melhor coisa que pode um professor fazer por seu aluno é propiciar-lhe discretamente uma ideia luminosa.

Diante do exposto, consideramos que a resolução de problemas promove a socialização dos alunos na medida em que possibilita novas formas de trocas de experiências e estratégias de resolução.

Nesse sentido, o conhecimento dos estudantes pode ser desenvolvido se o professor dedicar um tempo para a consolidação das habilidades referentes à resolução de problemas.

Os problemas aqui apresentados foram lidos e revistos, portanto, possíveis de serem trabalhados em sala. (Problemas adaptados de diversos blogs, obras acadêmicas e livros didáticos, além de alguns serem elaborados pela pesquisadora para a pesquisa).

O conteúdo desse material envolve a Resolução de Problemas e os Números Naturais. Dessa maneira, trabalharemos com a Resolução de Problemas e as operações de multiplicação e divisão. A intenção da proposta dessas destes problemas é fazer com que o aluno desenvolva habilidades para resolver problemas, compreenda os enunciados, crie hipóteses, saiba analisar as informações fornecidas e utilize de estratégias para resolver a questão. Pois, acreditamos que esses problemas podem produzir várias estratégias, promovendo discussões e dimensionando o aprendizado.

Procurou-se, sobretudo, seguir algumas orientações de Onuchic (1999, 2008) e Gazire (1988) que sugerem a utilização de situações-problema como geradoras do processo de ensino-aprendizagem.

A seguir, apresentamos as atividades e seus respectivos objetivos, seguidos das análises e discussões geradas pelos estudantes durante a resolução, que descrevem algumas soluções apresentadas pelos alunos.

### Atividade 1

Meia dúzia de mochilas numa papelaria custa 420 reais. Quanto se pagará por quatro (4) dessas mochilas?



#### Objetivos:

Estimular a reflexão sobre o ensino da matemática;

Estimular a cooperação entre os alunos;

Salientar a existência de diferentes soluções para alcançar a resolução do mesmo problema;

Enfatizar o uso de estratégias.



Diálogo com o (a) professor (a)

Para essa atividade, solicite aos alunos que realizem uma leitura minuciosa de todos os dados para facilitar o entendimento do problema.

É importante ser rigoroso quanto a essa orientação, a leitura com foco possibilita que o aluno construa estratégias próprias, assim o professor estará incentivando a autonomia na construção do conhecimento.

## Compartilhando experiências

Este problema suscitou uma resolução de tipo numérico, porém, é necessário que os alunos identifiquem a quantidade de seis mochilas e para isso, é preciso realizar uma divisão por seis. Assim, ao conhecer o valor de cada mochila, é possível realizar uma operação de multiplicação por quatro. Portanto, pode ser resolvido com recurso a uma estratégia.

Entre os conteúdos abordados nessa atividade estão a leitura e a interpretação de enunciados. Além disso, os estudantes se depararam com a realização de operações de multiplicação e divisão com números naturais. Podemos observar algumas resoluções construídas pelos alunos.

1) Meia dúzia de mochilas custa numa papelaria 420 reais. Quanto se pagará por quatro 4 dessas mochilas?

Operação

$$\begin{array}{r} 420 \overline{) 1680} \\ \underline{420} \phantom{0} \\ 1260 \\ \underline{1260} \\ 00 \end{array}$$

Resposta

Custarão quatro mochilas 70 reais

O erro nesse problema indica que a dupla não considerou que a pergunta se referia ao valor de 4 dessas mochilas. Nesse caso, é necessário pedir aos alunos para listar os números do enunciado do problema e se eles podem chegar a uma conclusão quando observam a pergunta do problema.

Quais estratégias você utilizou para chegar a esse resultado.

Eu li o problema 3 vezes e depois eu escolhi fazer a divisão agora deu certo.

1) Meia dúzia de mochilas custa numa papelaria 420 reais. Quanto se pagará por quatro dessas mochilas?

Operação

$$\begin{array}{r} 420 \overline{) 1680} \\ \underline{42} \phantom{0} \\ 000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 70 \\ \times 4 \\ \hline 280 \end{array}$$

Resposta

pagara por 4 mochilas 280.

Fonte: A pesquisadora (2019)

Nesta resolução a dupla não teve nenhuma dificuldade em compreender o enunciado do problema. E quando perguntado quais estratégias utilizaram, a resposta é que leu o problema três vezes para compreendê-lo, sempre é a maneira mais eficaz de resolver um problema, ou seja, é uma estratégia que permite que o aluno desenvolva uma resolução para o problema.

### O papel do professor diante a perspectiva da resolução de problemas

Para o aprendizado em resolução de problemas, o professor deve mediar e facilitar todo o processo com essas atividades, dessa forma, deve oferecer:

- Problemas estimulantes de acordo com a faixa etária dos alunos;
- Incentivar as estratégias de solução propostas pelos alunos;
- Levantar questionamentos e apoiar as hipóteses dos alunos;
- Observar todo o processo de resolução de problemas dos alunos
- Auxiliar os alunos a vencer os possíveis erros.

## Atividade 2

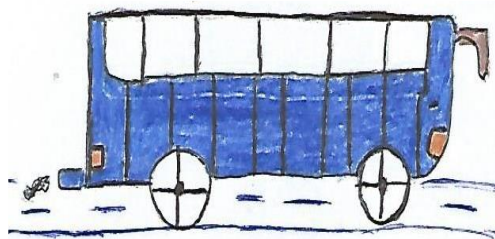
Os professores e as turmas dos 5º anos participarão de uma excursão cultural. São 185 alunos e 11 professores que irão em 7 ônibus alugados. Quantas pessoas viajarão em cada ônibus, sabendo-se que, em todos os ônibus, deve ter o mesmo número de pessoas?

### Objetivos:

Propor uma problematização em resolução de problemas;

Provocar a identificação com questões que podem fazer parte do cotidiano escolar;

Analisar que existe apenas uma resposta correta para cada problema.



Diálogo com o (a) professor (a)

É importante discutir e organizar a turma em duplas para a realização dessa atividade. A situação descrita faz parte do cotidiano da maioria dos estudantes e assim, eles ficam motivados a querer resolvê-lo.

## Compartilhando experiências

Para as estratégias de resolução desse problema durante a busca da solução, os alunos demonstraram bastante participativos, por isso, acreditamos que promoveu tanto a aprendizagem das operações, quanto a resolução de problemas. Esta atividade pode ser utilizada com mais de uma única estratégia, nesse momento o professor pode pedir aos alunos para pensar em mais de uma maneira de resolução, a ideia é considerar qual estratégia usar, e se essa escolha possibilita o resultado esperado.

Ao observarmos as imagens abaixo, comparando o modo que os alunos resolveram o problema, notamos que ambos usarão um cálculo aditivo ou um cálculo multiplicativo.

2) Os professores e as turmas dos 5º anos participarão de uma excursão cultural. São 185 alunos e 11 professores, que irão em 7 ônibus alugados. Quantas pessoas viajarão em todos os ônibus, sabendo-se que em todos os ônibus deve ter o mesmo número de pessoas?

Operação 
$$\begin{array}{r} 185 \\ + 11 \\ \hline 196 \end{array}$$
 
$$\begin{array}{r} 196 \cdot 7 \\ \hline 1372 \end{array}$$

Resposta  
irá em cada ônibus  
23 alunos

Quais estratégias você utilizou para chegar a esse resultado.

Eu usei a adição para somar o número de alunos e professores e depois multipliquei o resultado por 7 para saber o número total de pessoas que viajarão em todos os ônibus.

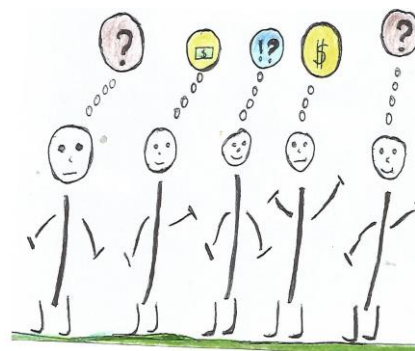
Fonte: A pesquisadora (2019)

### Sugestões ao professor (a):

- Deixar os alunos fazerem a leitura silenciosa antes da leitura coletiva;
- Estimular os questionamentos que podem surgir durante a leitura é importante para que os alunos se sintam estimulados a participar da aula;
- Pedir para os alunos representarem as ideias deles;
- Incentivar os alunos a compartilharem suas estratégias com os outros.

### Atividade 3

Eu e meus quatro amigos fomos ao Inhotim. Os bilhetes de entrada custaram 95 reais e dividimos o pagamento igualmente entre nós. Paguei meu bilhete e ainda fiquei com 31 reais. Qual a quantia que eu tinha antes do passeio?



Diálogo com o (a) professor (a)

Peça aos alunos que expliquem, com suas próprias palavras, o que devem fazer. Lembre os alunos dos conhecimentos, habilidades ou conceitos que eles já conhecem e que poderia ajudá-los a resolver o problema. Esta orientação auxilia o aluno a definir qual estratégia utilizar.

#### Objetivos:

Realizar operações com números naturais;

Elaborar e buscar estratégias para a resolução.



## Compartilhando experiências

A dificuldade em resolver problemas matemáticos geralmente está relacionada com o entendimento do enunciado. No entanto, para a resolução deste problema, a dupla utilizou da estratégia de circular os dados numéricos existentes no problema, deixando assim, as informações mais explícitas.

Neste ponto, a dupla precisou ler o enunciado mais de uma vez, que a princípio considerou que era uma multiplicação, foi possível perceber que as estudantes tiveram que parar e pensar no caminho ou retornar a leitura.

5 pessoas

3) Eu e meus quatro amigos fomos ao Inhotim. Os bilhetes de entrada custaram 95 reais e dividimos o pagamento igualmente entre nós. Paguei meu bilhete e ainda fiquei com 31 reais. Qual a quantia que eu tinha antes do passeio?

Operação

$$\begin{array}{r} 95 \overline{) 5} \\ \underline{5} \phantom{0} \\ 45 \\ \underline{45} \\ 00 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1 \\ 31 \\ + 19 \\ \hline 50 \end{array} \quad \begin{array}{r} 95 \\ \underline{45} \\ 50 \end{array} \quad \begin{array}{r} 95 \\ \underline{45} \\ 50 \end{array}$$

Resposta

Eu tinha antes do passeio R\$ 50,00

Quais estratégias você utilizou para chegar a esse resultado.

Nós tentamos fazer uma multiplicação mas percebemos que era uma divisão  $95 \div 5 = 19$  e o resultado com outra conta adição  $31 + 19 = 50$  fizemos as duas contas e chegamos no resultado certo

Fonte: A pesquisadora (2019)

De início, a dupla de estudantes não conseguiu resolver este problema, mas, conforme relatam que foi necessário ler o problema três vezes para chegar a uma conclusão viável. Na fala observamos que uma aluna pede para a outra ler de novo para confirmar se a resposta seria aquela mesma e quando começa a ler, percebem o equívoco.

**Joana:** Espera aí, a gente tem de dividir por 5 Júlia!!!

**Jade:** Que burras! Eu e você somos muito burras, né veio!

**Joana:** Nosso Deus! Que vacilo!

Nesse caso, vale lembrar que a leitura e as estratégias não utilizadas no início da leitura para do problema dificultou a sua resolução. É importante mencionar que quando a dupla resolve seguir alguns critérios ou sequência de etapas para resolver um problema, as chances de acertar ganha novas proporções e irá contribuir para que o plano de ação escolhido seja eficiente.

A gente já fez essa parte, que dividiu o pagamento entre nós. 95 dividido por 5 que deu 19,

**Jade e Joana:** “paguei meu bilhete e ainda fiquei com 31 reais, qual é a quantidade que eu tinha antes do passeio”? (*Fizeram a leitura juntas*)

**Joana:** Agora o que você vai fazer, para ele saber? Quantos que ele tinha, se ele tinha certa quantia de dinheiro aí ele pagou...

**Jade:** Que era 95 reais

**Joana:** Não, ele não tinha 95 reais, ele tinha uma quantia de dinheiro tal, tinha uma quantia X, aí ele deu um dinheiro, aí sobraram 31 reais com ele pagando 19 reais, sobrou 31, quanto ele ficou?

**Jade:** com 31! Espera aí

**Joana:** Faz aí, 31 mais 19, deu quanto?

**Jade:** espera aí, acho que eu fiz muito rápido! (Ela começa a fazer de novo): 9 mais 1, 1 mais 9 dá 10, eu subo, então, 4, 5 dá 50

**Joana:** Então ele tinha 50 reais, está certo. Eu acho! Aí pronto! Ler a pergunta do problema. Aí você vai responder: “Ele tinha 50 reais”. (Trecho da aula em 14 ago. 2019).

A experiência que a dupla vivenciou nessa atividade apontou que o equívoco numa situação como essa pode significar aprendizado. Essa aula as fizera perceber o quanto eram capazes, e mesmo considerando o erro, este estava alicerçado numa ação coletiva para o desenvolvimento de uma atividade. Essa mobilização do conhecimento modificou o olhar dessas alunas e também dos outros alunos.

Observou-se também que essas aulas tiveram grande progresso, pois conseguiu reduzir as crenças negativas em relação a Matemática e a superar o abismo existente entre o saber da matemática escolar e o conhecimento do cotidiano dos alunos. E, sobretudo, oferecer aos estudantes a aprendizagem e a construção de caminhos possíveis para discussão e inclusão.

### Atividade 4

Roberto distribuiu certa quantia para seus cinco filhos irem ao parque. Cada um recebeu 25 reais, e Roberto ainda ficou com 43 reais. Quanto ele tinha?



#### Objetivos:

Trabalhar a leitura e interpretação de enunciados;

Reconhecer o texto verbal em atividades matemáticas

Escolher estratégias de resolução de problemas;

Realizar os cálculos necessários;

Reconhecer o sistema monetário.



Diálogo com o (a) professor (a)

É de suma importância deixar clara a relevância do papel do aluno na construção do processo de ensino e aprendizagem, valorizando suas necessidades e expectativas.

➤ Vale lembrar também que é importante incentivar a interpretação do enunciado da questão, pois ela é fundamental para a análise dos dados.

➤ Estabeleça as etapas no processo de solução de um problema e peça aos alunos para fazer um plano para resolvê-lo. A maneira planejada é a mais indicada para resolver um problema.

## Compartilhando experiências

Descobrimos durante essa atividade que os alunos se identificaram com esse problema, a questão da distribuição do dinheiro ficou clara para eles. Esse fato nos leva a pensar que problemas que envolvem o cotidiano dos alunos são mais fáceis de serem resolvidos, mas por outro lado, teve algumas duplas que encontraram dificuldade na forma de colocar o que restou para Roberto após a distribuição do dinheiro.

Operação	Resposta
$\begin{array}{r} 2 \\ \times 25 + 125 \\ \hline 5 \quad 43 \\ \hline 125 \quad 168 \end{array}$	
<p>Quais estratégias você utilizou para chegar a esse resultado.</p> <p><i>Eu li primeiro li 3 vezes e entendi que com a ajuda de duas curvas os números e a soma para foi 168 foi feita de multiplicação e + e os números ficaram segundo quando eu fiz um pouco diferente entendi melhor.</i></p>	

Problemas como esse em que há um termo desconhecido também podem ser fáceis de serem resolvidos pela maioria dos alunos. Percebemos pelos relatos escritos que os alunos realizaram mais de uma leitura para chegar ao entendimento do problema.

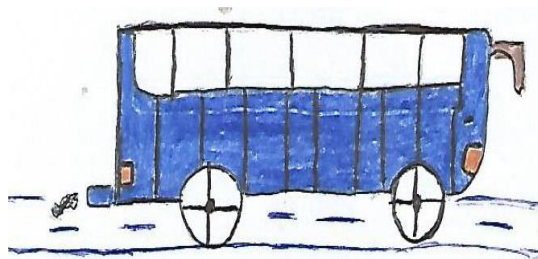
Quais estratégias você utilizou para chegar a esse resultado.

*Eu li duas vezes e entendi a conta e fiz  
a conta de vez e de mais*

Outra questão que precisa ser mencionada é o fato de o texto iniciar com a palavra “distribuiu certa quantia”, esse seria o elemento desconhecido. Isso possibilitou que os alunos levantassem hipóteses para a compreensão de que era preciso multiplicar para saber quanto ele tinha, e ainda somar ao que lhe restou. Esse fato sugere que dependendo de como o enunciado foi construído, o estudante irá encontrar dificuldade ou não na resolução de problemas matemáticos.

### Atividade 5

A escola de Mateus fez uma excursão para o parque e levou 180 crianças dos 5º anos. Foram necessários 4 ônibus para levar todos os estudantes. Quantos estudantes foram em cada ônibus?



Diálogo com o (a) professor (a)

O papel do professor no desenvolvimento dessa atividade será o de observar, ouvir e intervir quando houver necessidade.

Na sequência, os alunos deverão reconhecer a situação problema e as estratégias que utilizaram para encontrar a solução do mesmo

Para aprender a elaborar estratégias é necessário oferecer várias situações para que os alunos possam se apropriar desse conhecimento.

#### Objetivos:

Elaborar estratégias para resolver problemas;

Destacar dados importantes em um problema para encontrar a solução.

Identificar os principais passos de resolução de problemas;

Incentivar o aluno a usar habilidades da matemática ao mundo que o rodeia.

## Compartilhando experiências

O propósito desta aula foi levar os alunos a refletir sobre uma situação que estabelece comparações entre o texto do problema e a vida escolar deles, por isso, demonstraram interesse em querer resolvê-lo.

Como podemos perceber na atividade abaixo, a dupla realizou duas operações para certificar que os cálculos estavam corretos, além de terem relatado que fizeram a leitura e circularam os números existentes. Esse procedimento foi fundamental, pois, compreenderam que é necessário elaborar estratégias e validar os resultados obtidos.

Operação	Resposta
$\begin{array}{r} 180 \div 4 \\ -16 \quad 45 \\ \hline 020 \\ -20 \\ \hline 00 \end{array}$	foram em cada ônibus 45 crianças.
$\begin{array}{r} 180 \\ \times 4 \\ \hline 180 \end{array}$	
Quais estratégias você utilizou para chegar a esse resultado.	
	<p><u>Não lemos o problema depois circulamos</u> <u>os números e dividimos 180 por 4 e o resto</u> <u>foi 45.</u></p>

Fonte: Arquivo da pesquisadora

O intuito dessa atividade realizada em dupla foi observar se o aluno consegue fazer uma relação entre a quantidade de sanduíches que um pacote faz e a quantidade que cada estudante consome. Nesse caso, a condução interferiu no sentido de o aluno compreender o texto. Primeiro os alunos fizeram uma leitura minuciosa e depois realizamos uma leitura coletiva, identificando todos os elementos presentes no texto.

Ao longo da execução da atividade, foram surgindo várias hipóteses e no final da resolução, cada dupla explicou e defendeu suas resoluções na lousa para a classe. Essas aulas encarregaram de oferecer a esses estudantes, espaços de troca de experiências, de aprendizagem e construção de caminhos possíveis para discussão e socialização de saberes e experiências.

### Atividade 6

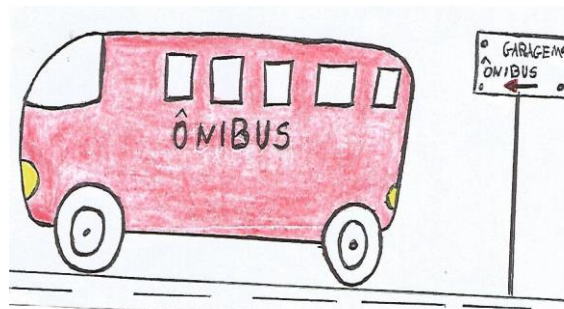
No ônibus da empresa onde Luana trabalha, cabem 24 passageiros por viagem. Sabendo-se que esse ônibus faz 9 viagens por turno e que, na empresa, há 3 turnos por dia, quantos passageiros andaram nesse ônibus durante o dia?

#### Objetivos:

Elaborar quadros para organizar dados;

Identificar as várias maneiras para resolver problemas;

Identificar a importância de estruturar as etapas para resolução de um problema.



#### Diálogo com o (a) professor (a)

Leia o problema para toda a classe. Peça aos alunos que resolvam o problema individualmente e em seguida explore as resoluções oralmente enquanto eles ainda resolvem. Em seguida, explore as resoluções na lousa, esse momento, o professor pode aproveitar para fazer observações e sanar possíveis dificuldades que foram apresentadas durante a atividade.

Explique aos alunos que podem existir diferentes maneiras de resolver um problema matemático.

## Compartilhando experiências

Na resolução desse problema a partir da experiência organizamos um quadro para esse problema em que os alunos puderam agrupar os dados numéricos, de modo que facilitasse o entendimento do enunciado. Cabe ressaltar que esse procedimento aplicado teve um duplo objetivo: os alunos aprenderam a elaborar um quadro com as principais informações do problema, além de desenvolver a leitura seletiva para encontrar o que realmente era importante para resolver o problema. Dessa forma, o quadro ficou da seguinte maneira:

Passageiros	Viagens	Turno
24	9	3

Simplificamos e dividimos o problema em etapas, para diminuir as possibilidades de erros. Os alunos colocaram prática o que foi aprendido nas etapas anteriores.

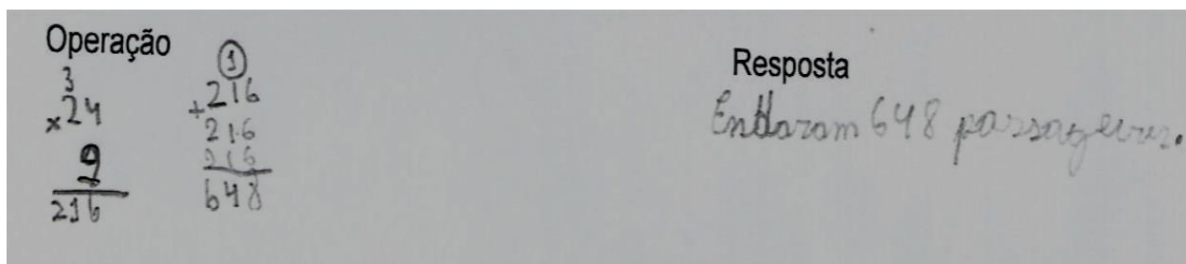
A dupla que realizou a atividade abaixo relata que primeiro tentou uma divisão com os números que estavam no texto, quando faz nova leitura percebe que estava errado. Então experimenta a operação de multiplicação.

The image shows a student's handwritten work on a math problem. On the left, under the heading "Operação", there are two multiplication problems:  $24 \times 9 = 216$  and  $216 \times 3 = 648$ . On the right, under the heading "Resposta", the student has written: "Andaram 648 passageiros durante o dia". Below this, there is a question: "Quais estratégias você utilizou para chegar a esse resultado." and a handwritten answer: "Eu li mais e antes tinha feito divisão e a outra de dividir mais, mas que estava errado, aí fiz de duas de vezes que chegou no resultado correto que é 648."

Fonte: Arquivo da pesquisadora



Outro tipo de estratégia pode ser percebido nessa atividade, a dupla escolheu realizar a operação de adição em vez de usar a multiplicação para encontrar a solução adequada. O exemplo confirma esta observação de que há outras estratégias de resolução possível para um mesmo problema.



Operação

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 216 \\ \hline 18 \\ 630 \\ 648 \end{array}$$

Resposta

Entraram 648 passageiros.

Muitos estudantes pensam que há apenas uma maneira de resolver um problema. A resolução de problemas oferece essa oportunidade de tentar outras soluções, ou seja, possibilita que o aluno se esforça para encontrar outras maneiras de resolver um problema usando o conhecimento que ele possui.

Quais estratégias você utilizou para chegar a esse resultado.

Eu li 3 vezes, li com muita atenção e li a conta de x e + e deu 648. Percebi as maneiras de resolver.

Pode-se concluir que, depois de ter elaborado o quadro, um grande número de estudantes conseguiu associar os números existentes no texto e resolver diretamente a resolução do problema. Foi possível observar que em um texto como esse, em que é disponibilizado uma sucessão de números, é importante que os alunos percebam que é possível utilizar várias estratégias para a resolução.



### *Para saber mais...*

Caro professor (a)! Nesta seção traremos algumas sugestões de leituras de textos, sites, filmes e livros que irão ampliar o conhecimento teórico a respeito da Resolução de Problemas, contribuindo para sua prática pedagógica. Boa leitura e bom trabalho a todos (a)!

Os autores.



### **Sugestões de textos**

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Ensinando Matemática na Sala de Aula através da Resolução de Problemas. **Boletim GEPEN**, Rio de Janeiro, n. 55, p. 1-19. 2009. Disponível em: <<http://www.ufrj.br/SEER/index.php/gepem/article/view/54/87>>

ALLEVATO, Norma Suely Gomes; ONUCHIC, Lourdes de La Rosa. Ensino Aprendizagem: por que Através da Resolução de Problemas. In: ONUCHIC, Lourdes de La Rosa et al (Org.). **Resolução de Problemas: Teoria e Prática**. Jundiaí: Paco, 2014.

AUAREK, W. A.; RIBEIRO, S. O professor de Matemática da Escola Fundamental: possíveis deslocamentos em seu perfil profissional. In: **Vi Colóquio de Pesquisa em Educação**, 2008, Belo Horizonte. Anais. Belo Horizonte: PUCMinas, 2008. p. 1-9.

BONILHA, Maria Adelaide de Castro; VIDIGAL, Sonia Maria Pereira. O recurso problemateca. In: SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez (Org.). **Resolução de Problemas nas aulas de matemática: O Recurso Problemateca**. Porto Alegre: Penso, 2016. Cap. 2, p. 17.

CARVALHO, Adelaide da Silva; AUAREK, Wagner Ahmad. Resolução de problemas que envolvem a multiplicação e a divisão de números naturais: um estudo das estratégias de estudantes do 5º ano In: ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 22., 2018. Belo Horizonte, MG. **Anais...** Belo Horizonte: Universidade Federal de Minas Gerais, Faculdade de Educação, 2018, p.1-11. Disponível em: <<http://eventos.sbem.com.br/index.php/EBRAPEM/index/pages/view/anais2018>>.

CARVALHO, Adelaide da Silva. **Resolução de problemas que envolvem a multiplicação e a divisão de números naturais: um estudo das estratégias de estudantes do 5º ano**. 2020. 170f. Dissertação. (Mestrado Profissional Educação e Docência) – Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2020.

D'AMBRÓSIO, B. S. **Como ensinar matemática hoje?** Temas e Debates. SBEM. Ano II. N 2. Brasília, p. 15-19. 1989.

IMENES, Luis Márcio Pereira; LELIS, Marcelo Cestari. Matemática Imenes & Lelis, 6º ano. 1. ed. São Paulo, SP: Moderna, 2009.

NACARATO, A. M. **A matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: tecendo fios do ensinar e do aprender/** Adair Mendes Nacarato, Brenda Leme da Silva Mengali, Carmem Lúcia Brancaglioni Passos. -Belo Horizonte: Autêntica Editora. 2009.

NACARATO, A. M. (2010) **A Formação matemática das professoras das séries iniciais: a escrita de si como prática de formação**. Boletim de Educação Matemática (Bolema), 23(37), pp. 905-930.

## Sugestões de sites

<https://educador.brasilecola.uol.com.br/estrategias-ensino/resolucao-problemas-matematicos.htm>

<http://www.matematica.seed.pr.gov.br/modules/conteudo/conteudo.php?conteudo=201>.

<https://novaescola.org.br/conteudo/15759/aprender-matematica-atraves-de-resolucao-de-problemas>

<https://meuartigo.brasilecola.uol.com.br/matematica/ensino-matematica-resolucao-problemas-como-metodo-ensino.htm>

## Sugestões de filmes

### ❖ **A Sala de Fermat (La Habitación de Fermat)**

Quatro matemáticos que não se conhecem receberam um enigma proposto por alguém que se chama Fermat. Cada qual resolveu o problema e recebeu um convite para uma reunião de matemáticos. O motivo para essa reunião seria para resolver o enigma mais importante que já existiu. Porém eles percebem que suas vidas dependem de suas habilidades para resolver problemas matemáticos.

### ❖ **Série Numbers.**

O filme tem como motivador e contextualizador da Resolução de Problemas de forma interdisciplinar. Nas propostas os filmes assumiram três aspectos: foi o contexto para desenvolver a Resolução de Problemas, serviram para introduzir ou desenvolver conteúdos e propunham se a instigar a curiosidade a respeito da Matemática.

### ❖ A corrente do bem!

Associado ao conteúdo de Progressão Geométrica com Resolução de Problemas com intuito de desenvolver o conteúdo.

### ❖ Donald no País da Matemática

Espécie de documentário voltado para o mundo infantil, no qual Disney usa a animação para explicar como a matemática pode ser fácil de entender e como ela está aplicada em coisas muito simples do cotidiano. Disponível no you tube, <https://www.youtube.com/watch?v=wbftu093Yqk>

## Sugestões de livros

### Resolução de Problemas nas Aulas de Matemática Volume 6: O Recurso Problemateca

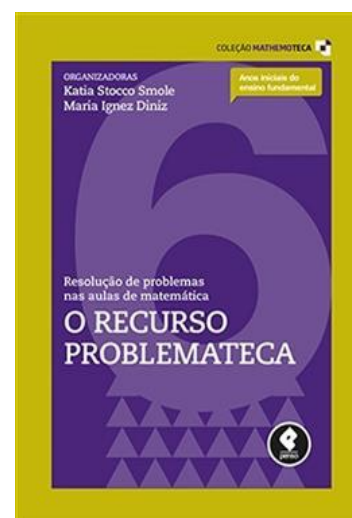
Série: Mathemoteca Anos Iniciais do Ensino Fundamental

Editora: Grupo A Selo: Penso

Autor(es): Kátia Stocco Smole , Maria Ignez Diniz ,

Maria Adelaide de Castro Bonilha ,

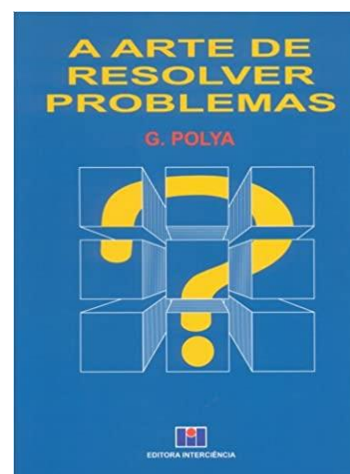
Sonia Maria Pereira Vidigal



### A Arte de Resolver Problemas

Capa comum – 1 janeiro 1978

Editora:  
por G. Polya (Autor)



## Resolução de Problemas: Teoria e Prática

Capa comum – Edição padrão, 1 outubro 2014

por Lourdes De La Rosa Onuchic (Editor),

Norma Suely Gomes Alberto (Editor),

Fabiane Cristina Höpner Noguti



## Formulação e Resolução de Problemas de Matemática

Luiz Roberto Dante Foto Original

Editora: Ática

Ano: 2010

Estante: Didáticos



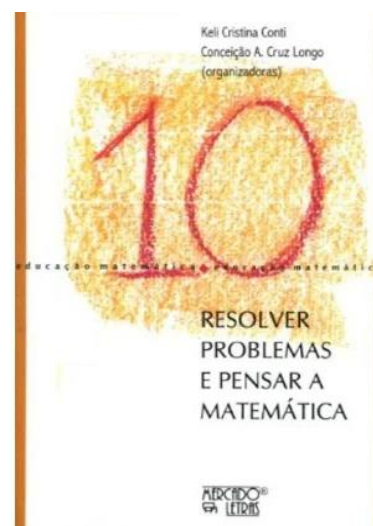
## Resolver Problemas E Pensar A Matemática

Editora: Mercado de Letras

Autor: Organizadoras: Keli Cristina Conti,

Conceição A. Cruz Longo

Edição: 1ª Edição - 2017

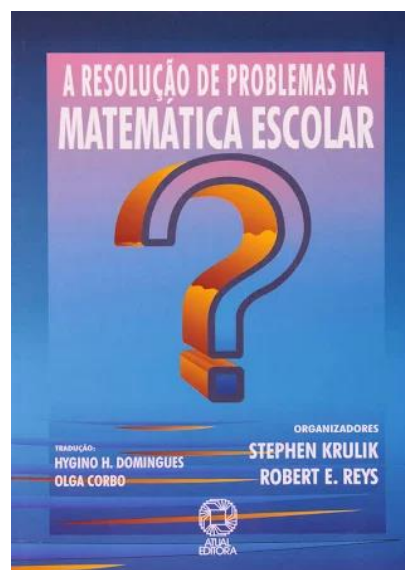


## **A Resolução de Problemas na Matemática Escolar**

Editora: Atual Paradidático;

Edição: 1ª (19 de dezembro de 2012)

Autores: Krulik Stephen, Robert E. Reys



## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nestas considerações finais, queremos ressaltar a importância da metodologia de Resolução de Problemas no ensino da Matemática escolar. As ações pedagógicas que fizeram parte dessa pesquisa possibilitaram que déssemos um largo passo rumo a efetivar e fortalecer a resolução de problemas aplicada à educação matemática.

Problematizar as questões que permeiam a prática docente é fundamental, pois, traz para a discussão pedagógica, pois, traz conhecimentos sobre os processos que envolvem as várias metodologias de ensino que poderão auxiliar o professor na construção de práticas voltadas para o desenvolvimento do aluno.

Ensinar matemática por meio da resolução de problemas provoca nos alunos novos questionamentos a respeito do ensino da matemática, contribuindo para a formação de estudantes críticos e reflexivos. Além de oferecer aos professores uma formação crítica e reflexiva.

Nesse sentido, nosso objetivo não foi oferecer um livro com exercícios de resolução de problemas matemáticos, e sim propor atividades para que o professor possa ter momentos de reflexão de como o ensino da matemática pode ser ministrado em sala de aula. Assim, fomos à busca de elementos que pudessem auxiliar o professor a desenvolver a metodologia de Resolução de Problemas e como essa metodologia poderia realmente ser desenvolvida em sala de aula para promover situações em que o estudante pudesse refletir sobre o próprio conhecimento que estava sendo desenvolvido.

Do mesmo modo, as ações escolares, precisam ser ajustadas conforme as diversas realidades que encontramos, e acima de tudo contemplar as necessidades educacionais dos estudantes.

Dessa forma, há uma necessidade de ter um olhar mais crítico sobre os processos de formação humana. O professor, nesse processo precisa direcionar sua prática para o desenvolvimento de habilidades, de reflexão das situações encontradas e dos possíveis caminhos vislumbrados de acordo com as ferramentas disponíveis.



## REFERÊNCIAS

ALLEVATO, Norma Suely Gomes; ONUCHIC, Lourdes de La Rosa. Ensino-Aprendizagem-Avaliação: por que Através da Resolução de Problemas. In: ONUCHIC, Lourdes de La Rosa et al (Org.). **Resolução de Problemas: Teoria e Prática**. Jundiaí: Paco, 2014. Cap. 2, p. 45.

BONILHA, Maria Adelaide de Castro; VIDIGAL, Sonia Maria Pereira. O recurso problemateca. In: SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez (Org.). **Resolução de Problemas nas aulas de matemática: O Recurso Problemateca**. Porto Alegre: Penso, 2016. Cap. 2, p. 17.

CARVALHO, Mercedes. **Problemas? Mas que problemas?! Estratégias resolução de problemas matemáticos em sala de aula**. 2. ed. Petrópolis: Vozes, 2005.

CENTURIÓN, Marília. **Números e operações**. Editora Scipione, São Paulo, 1994.

DANTE, L.R. Didática da Resolução de Problemas de Matemática. 2ªed. São Paulo: Ática, 1998.

ONUCHIC, Lourdes de La Rosa; BOTTA, Luciene Souto. Reconceitualizando as quatro operações fundamentais. Revista de Educação Matemática Ano 6, Nº 4, 1998 – p.19 – 25.

ONUCHIC, Lourdes de La rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes Novas reflexões sobre o ensino aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: BBICUDO, Maria Aparecida Viggiani; BORBA, Marcelo de Carvalho (org) **Educação Matemática pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2004. p. 213 – 231.

NACARATO, B. L. S.; MENGALI, A. M.; PASSOS, C. L. B. **A matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: tecendo fios do ensinar e do aprender**. Belo Horizonte: autêntica, 2009. 159 p. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

NUNES, Terezinha et al. **Números e Operações numéricas**. 2 ed. – São Paulo: Cortez, 2009. 206 p.

PASSOS, A. Q. **O estudo do erro/erros em pesquisas em Educação Matemática e áreas afins**. In: EPREM – ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12., 2014. Campo Mourão. Anais...Universidade Estadual de Londrina, 2014.

POPPER, Karl. **Conhecimento Objetivo: uma abordagem evolucionária**. Belo Horizonte: Itatiaia, 1975.

VASCONCELOS, Leila. **Problemas de Adição e Subtração: Modelos Teóricos e Práticas de Ensino**. In: SCHLIEMANN, Ana Lúcia D.; CARRAHER, David W. (org) A compreensão de conceitos aritméticos ensino e pesquisa. 2 ed. Campinas,SP: Papirus, 2003. p. 53 –72.

SMOLE, K. S. e DINIZ, M. I. **Aprender a ler problemas em matemática**. Disponível em <http://www.mathema.com.br>

SMOLE, K. S. e DINIZ, M. I. Ler e Aprender Matemática. In: SMOLE, K. S; DINIZ, M. I. (Org.) **Ler, escrever e resolver problemas** – Habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed. 2001.



## ANEXO

### ANEXO 1 – Termo de Consentimento e Livre Esclarecido para o diretor escolar

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS  
Faculdade de Educação

#### Pedido de autorização para realização de pesquisa

À direção da escola \_\_\_\_\_

Sr(a) \_\_\_\_\_

Prezado (a) Senhor (a)

Eu, Samira Zaidan, coordeno uma equipe de pesquisa formada por professores e estudantes de pós-graduação da Faculdade de Educação da UFMG, juntamente com o (a) pesquisador (a) Adelaide da Silva Carvalho, vimos pedir sua autorização para a realização nesta escola da pesquisa intitulada: “Resolução de problemas que envolvem a multiplicação e a divisão de números naturais: Um estudo das estratégias de estudantes do 5º ano”.

O objetivo dessa pesquisa é compreender como o professor da escola básica percebe o conhecimento matemático em suas práticas, suas elaborações e suas dificuldades; tratar

de modo articulado os conceitos matemáticos com os saberes da prática e da profissão; propor conteúdos e metodologias relevantes e teoricamente sustentados para avançar nas práticas de ensino de matemática na escola básica e na universidade; compreender e sistematizar práticas com o uso de tecnologias; dar atenção às linguagens e mediações na docência; levantar e analisar os entendimentos que licenciandos têm enquanto se tornam professores, como relacionam o conhecimento matemático acadêmico com o conhecimento escolar; discutir o currículo da escola básica e o da formação docente; elaborar materiais didáticos para o professor.

Nossa metodologia de pesquisa inclui a observação de aulas e, juntamente com o (a) professor (a), a elaboração e desenvolvimento de plano de aulas, onde pretendemos desenvolver inovações para equacionar dificuldades do ensino e aprendizagem. Embora saibamos que o projeto poderá oferecer algum incômodo, como por exemplo, a nossa movimentação nos espaços da Escola, estaremos atentos para colaborar com

o funcionamento. Também nos comprometemos a respeitar a organização da Escola, suas normas e calendário. Diante das normas do Comitê de Ética da Pesquisa da UFMG, informamos que os dados coletados serão confidenciais e utilizados unicamente para fins dessa pesquisa podendo ser divulgadas em congressos, simpósios, seminários, revistas, livros e nas dissertações do(a)s pesquisadores(as). As informações e dados obtidos serão gravados e arquivados pelos pesquisadores pelo prazo de cinco anos e logo após o cumprimento do prazo, serão destruídas. Convidaremos professores e estudantes da escola a participarem da pesquisa, de modo voluntário. As identidades dos participantes ficarão preservadas por meio do uso de um nome fictício e nenhum deles terá custo com a pesquisa.

Aos estudantes menores de idade, também pediremos a autorização de seus pais. Caso algum estudante não possa ou não queira participar da pesquisa, seja em toda ela ou em parte, não serão realizadas gravações de vídeo e consideraremos duas alternativas: a primeira será formada grupo à parte dos alunos autorizados, em horário alternativo, de modo a não interferir no processo escolar; a segunda, será realizada a aula com apenas o registro manual do pesquisador e/ou gravação em áudio, não incluindo a participação do aluno que não quis participar e respeitando o seu espaço na sala de aula.

Nossas ações serão conversadas e realizadas em comum acordo com o (a) s professor (a) sem suas turmas. A participação de todos os convidados será voluntária, garantida a indenização por danos em decorrência da pesquisa que porventura venham a ocorrer nos termos da Lei, e o ressarcimento das despesas diretamente decorrentes de sua participação na pesquisa.

Apenas com a autorização da direção da Escola, dos responsáveis e dos estudantes é que acontecerá a pesquisa, ressaltando que não haverá qualquer atividade proposta que extrapole as tarefas escolares comuns; a participação não envolverá gastos de qualquer natureza, pois os custos previstos são de responsabilidade da pesquisadora. Propomo-nos a realizar todos os esforços possíveis para assegurar a naturalidade dos mesmos e minimizar possíveis riscos e desconfortos. Está garantida a indenização em casos de eventuais danos, comprovadamente decorrentes da participação na pesquisa, conforme decisão judicial ou extrajudicial.

Em qualquer momento, a Escola poderá solicitar esclarecimentos sobre quaisquer aspectos desta pesquisa através do telefone (31) 3409 6202 – 99291 0830 ou pelo e-mail: [samira@fae.ufmg.br](mailto:samira@fae.ufmg.br) .

Sentindo-se esclarecida em relação à proposta e concordando em autorizar a realização da pesquisa, peço-lhe a gentileza de assinar e rubricar as páginas (duas vias, sendo que uma das vias ficará com V. S<sup>a</sup> e a outra será arquivada pelos pesquisadores por cinco anos, de acordo com a Resolução 466/2012).

Desde já, agradecemos a sua colaboração.

\_\_\_\_\_  
 Wagner Ahmad Auarek  
 Professor Coordenador da pesquisa

\_\_\_\_\_  
 Adelaide da Silva Carvalho  
 Pesquisador (a) corresponsável

( ) Concordo e autorizo a realização da pesquisa nos termos propostos.

( ) Discordo e desautorizo a realização da pesquisa.

Diretor (a) \_\_\_\_\_

Data \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_

## **ANEXO 2 – Termo de Consentimento e Livre Esclarecido para os pais**

### TCLE - TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO/PAIS

Senhor Pai \_\_\_\_\_

Senhora Mãe \_\_\_\_\_

Aluno (a) \_\_\_\_\_

Eu, Samira Zaidan, coordeno uma equipe de pesquisa formada por professores e estudantes de pós-graduação da Faculdade de Educação da UFMG, juntamente com o (a) pesquisador (a) Adelaide da Silva Carvalho, vimos solicitar sua autorização para que seu (sua) filho(a)s possa(m) participar da pesquisa intitulada: “Resolução de Problemas que envolvem a multiplicação e a divisão de números naturais: Um estudo das estratégias de estudantes do 5º ano”.

O objetivo dessa pesquisa é compreender como o professor da escola básica percebe o conhecimento matemático em suas práticas, suas elaborações e suas dificuldades; tratar de modo articulado os conceitos matemáticos com os saberes da prática e da profissão; propor conteúdos e metodologias relevantes e teoricamente sustentados para avançar nas práticas de ensino de matemática na escola básica e na universidade; compreender e sistematizar práticas com o uso de tecnologias; dar atenção às linguagens e mediações na docência; levantar e analisar os entendimentos que licenciandos têm enquanto se tornam professores, como relacionam o conhecimento matemático acadêmico com o conhecimento escolar; discutir o

currículo da escola básica e o da formação docente; elaborar materiais didáticos para o professor.

Faremos observações de aulas e/ou participaremos, junto com o (a) professor (a) de aulas previamente elaboradas juntamente com ele/ela, visando aprendizagem de conteúdos da Matemática. Poderemos filmar ou gravar em áudio estas aulas. Embora saibamos que o projeto poderá oferecer algum incômodo, como por exemplo, a inibição do aluno na aula, estaremos atentos para que todos fiquem à vontade conversando e explicando o trabalho proposto ou para que possa mesmo não participar.

Pensamos que nossa pesquisa possa apoiar a escola e o professor, e auxiliar o melhoramento do ensino de Matemática. Comprometemo-nos a respeitar a organização da Escola, suas normas e seu calendário. Diante das normas do Comitê de Ética da Pesquisa da UFMG, informamos que os dados coletados serão confidenciais e utilizados unicamente para fins dessa pesquisa, podendo ser divulgadas em congressos, simpósios, seminários, revistas, livros e nas dissertações dos pesquisadores. As informações e dados obtidos serão gravados e arquivados pelos pesquisadores pelo prazo de cinco anos e, logo após este prazo, serão destruídas.

A identidade dos alunos ficará preservada por meio do uso de um nome fictício, o aluno ou mesmo você não terá nenhum custo com a pesquisa. Esclarecemos, ainda, que a qualquer momento você poderá pedir esclarecimentos sobre ela e até mesmo se recusar a continuar participando. Caso o (a) seu filho (a) não possa ou não queira participar da pesquisa, seja em toda ela ou em parte, ou caso você não queira ou possa autorizar a sua participação, não serão realizadas gravações de vídeo e consideraremos duas alternativas: a primeira será formada grupo à parte dos alunos autorizados, em horário alternativo, de modo a não interferir no processo escolar; a segunda será realizada a aula com apenas o registro manual do pesquisador e/ou gravação em áudio, não incluindo a participação do aluno que não quis participar e respeitando o seu espaço na sala de aula.

A participação de todos os convidados será voluntária, garantida a indenização por danos em decorrência da pesquisa que porventura venham a ocorrer, nos termos da Lei, e o ressarcimento das despesas diretamente decorrentes de sua participação na pesquisa. Estaremos disponíveis todo o tempo para dar outros esclarecimentos.

Desde já, agradecemos a sua colaboração.

Caso você concorde em autorizar o (a) s seu (sua) s filho (a)s a participar da pesquisa, pedimos que preencha o termo abaixo e assine esse documento.

---

Wagner Ahmad Auarek- Pesquisador

Responsável / Orientador

---

Adelaide da Silva Carvalho-  
Pesquisador

corresponsável/mestranda

Eu, \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_, RG \_\_\_\_\_ declaro que fui consultado(a)  
pelos responsáveis pelo projeto de pesquisa, Wagner Ahmad Auarek, e-mail  
wagnerauarek@gmail.com e Adelaide da Silva Carvalho, e-mail:  
Adelaide.carvalho@yahoo.com e respondi positivamente à sua demanda de  
participação de meu(minha) filho(a) na coleta de dados de sua pesquisa.

Tive liberdade para manifestar minha adesão ou não ao projeto, sem qualquer  
prejuízo. Entendi as informações fornecidas pelas pesquisadoras e sinto-me  
esclarecido (a) para participar. Assim sendo, concordo em participar da pesquisa, com  
meu consentimento livre e esclarecido.

Ibirité, \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 2019.

---

Assinatura do (a) pai (mãe) ou responsável

A pesquisadora me informou que o projeto foi encaminhado para o Comitê de Ética  
em Pesquisa – COEP da UFMG, vinculado à Pró-Reitoria de Pesquisa – PRPq, e que  
em caso de dúvidas, com respeito aos aspectos éticos desta pesquisa, poderei  
consultar na Av. Antônio Carlos, 6627, Pampulha - Belo Horizonte- MG - CEP 31270-  
901 Unidade Administrativa II - 2º Andar - Sala: 2005. Telefone: (031) 3409-4592 e-  
mail: [coep@prpq.ufmg.br](mailto:coep@prpq.ufmg.br)

**ANEXO 3 – Termo de Consentimento e Livre Esclarecido para o aluno**

TCLE - TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO/ALUNO (A)



Prezado aluno

Nome \_\_\_\_\_

Eu, Samira Zaidan, coordeno uma equipe de pesquisa formada por professores e estudantes de pós-graduação da Faculdade de Educação da UFMG, juntamente com o (a) pesquisador (a) Adelaide da Silva Carvalho, temos o prazer de convidá-la (o) a participar da pesquisa intitulada: “Resolução de problemas que envolvem a multiplicação e a divisão de números naturais: Um estudo das estratégias de estudantes do 5º ano”.

O objetivo dessa pesquisa é compreender como o professor da escola básica percebe o conhecimento matemático em suas práticas, suas elaborações e suas dificuldades; tratar de modo articulado os conceitos matemáticos com os saberes da prática e da profissão; propor conteúdos e metodologias relevantes e teoricamente sustentados para avançar nas práticas de ensino de matemática na escola básica e na universidade; compreender e sistematizar práticas com o uso de tecnologias; dar atenção às linguagens e mediações na docência; levantar e analisar os entendimentos que licenciandos têm enquanto se tornam professores, como relacionam o conhecimento matemático acadêmico com o conhecimento escolar; discutir o currículo da escola básica e o da formação docente; elaborar materiais didáticos para o professor.

Faremos observações de aulas e/ou participaremos, junto com o (a) professor (a) de aulas previamente elaboradas, visando aprendizagem de conteúdos da Matemática. Poderemos filmar ou gravar em áudio estas aulas e esperamos que você possa participar naturalmente das aulas. Embora saibamos que o projeto poderá oferecer algum incômodo, como por exemplo, a sua inibição na aula, estaremos atentos para que todos fiquem à vontade ou para que possa mesmo não participar. Pensamos que nossa pesquisa possa apoiar a escola e o professor, e auxiliar o melhoramento do ensino de Matemática.

Diante das normas do Comitê de Ética da Pesquisa da UFMG, informamos que os dados coletados serão confidenciais e utilizados unicamente para fins dessa pesquisa, podendo ser divulgadas em congressos, simpósios, seminários, revistas, livros e nas dissertações dos pós-graduandos. As informações e dados obtidos serão gravados e arquivados pelos pesquisadores pelo prazo de cinco anos e, ao final deste prazo, serão destruídas. Sua identidade ficará preservada por meio do uso de um nome fictício e você não terá nenhum custo com a pesquisa. Esclarecemos, ainda, que a qualquer momento você poderá conversar sobre a pesquisa, pedir esclarecimentos sobre ela e até mesmo se recusar a continuar participando.

Caso você não possa ou não queira participar da pesquisa, seja em toda ela ou em parte, não serão realizadas gravações de vídeo e consideraremos duas alternativas:

a primeira será formado grupo à parte dos alunos autorizados, em horário alternativo, de modo não interferir no processo escolar; a segunda, será realizada a aula com apenas o registro manual do pesquisador e/ou gravação em áudio, não incluindo a sua participação e respeitando o seu espaço na sala de aula.

A participação de todos os convidados será voluntária, garantida a indenização por danos em decorrência da pesquisa que porventura venham a ocorrer, nos termos da Lei, e o ressarcimento das despesas diretamente decorrentes de sua participação na pesquisa.

Desde já, agradecemos a sua colaboração.

Caso você concorde em participar da pesquisa, pedimos que preencha o termo abaixo e assine esse documento.

\_\_\_\_\_

Wagner Ahmad Auarek- Pesquisador  
Responsável / Orientador

\_\_\_\_\_

Adelaide da Silva Carvalho-  
Pesquisador  
corresponsável/mestranda

Eu, \_\_\_\_\_,

RG \_\_\_\_\_ declaro que fui consultado (a) pelos responsáveis pelo projeto de pesquisa, Wagner Ahmad Auarek, e-mail wagnerauarek@gmail.com e Adelaide da Silva Carvalho, e-mail adelaide.carvalho@yahoo.com e aceito participar desta pesquisa.

Entendi as informações fornecidas pelas pesquisadoras e sinto-me esclarecido (a) para participar. Terei liberdade para manifestar minha adesão ou não ao projeto a qualquer momento, sem qualquer prejuízo. Assim sendo, dou meu consentimento livre e esclarecido.

Ibirité, \_\_\_\_\_, de \_\_\_\_\_ de 2019.

\_\_\_\_\_

Assinatura do (a) aluno (a)

A pesquisadora me informou que o projeto foi encaminhado para o Comitê de Ética em Pesquisa– COEP da UFMG, vinculado à Pró-Reitoria de Pesquisa – PRPq, e que

em caso de dúvidas, com respeito aos aspectos éticos desta pesquisa, poderei consultar na Av. Antônio Carlos, 6627, Pampulha - Belo Horizonte - MG - CEP 31270-901 Unidade Administrativa II - 2º Andar - Sala:2005. Telefone: (031) 3409-4592 - E-mail: [coep@prpq.ufmg.br](mailto:coep@prpq.ufmg.br)