

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Metalúrgica, Materiais e de Minas

Dissertação de Mestrado

Metodologia para Modelagem e Controle Amplo Aplicado a um
Circuito Simulado de Moagem de Bolas

Autor: Thiago Oliveira Rezende
Orientador: Prof. Douglas Batista Mazzinghy
Coorientador: Profa. Carmela Maria Polito Braga

março/2020

Thiago Oliveira Rezende

**Metodologia para Modelagem e Controle Amplo Aplicado a um
Circuito Simulado de Moagem de Bolas**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Metalúrgica, Materiais e de Minas como parte dos requisitos para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Metalúrgica, Materiais e de Minas.

Área de Concentração: Tecnologia Mineral

Orientador: Prof. Douglas Batista Mazzinghy

Coorientador: Profa. Carmela Maria Polito Braga

**Belo Horizonte
Universidade Federal de Minas Gerais
Escola de Engenharia
2020**

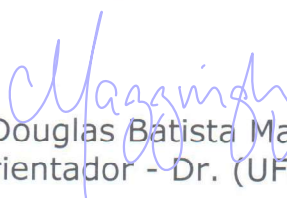
R467m	<p>Rezende, Thiago Oliveira. Metodologia para Modelagem e Controle Amplo Aplicado a um Circuito Simulado de Moagem de Bolas [recurso eletrônico] / Thiago Oliveira Rezende. – 2021. 1 recurso online (120 f. : il., color.) : pdf.</p> <p>Orientador: Douglas Batista Mazzinghy. Coorientadora: Carmela Maria Polito Braga.</p> <p>Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Minas Gerais, Escola de Engenharia.</p> <p>Apêndices: f. 111-116. Bibliografia: f. 117- 120.</p> <p>Exigências do sistema: Adobe Acrobat Reader.</p> <p>1. Engenharia metalúrgica - Teses. 2. Dinâmica - Teses. 3. Minérios de ferro - Teses. 4. Moagem (Beneficiamento de Minério) – Teses. 5. Modelagem de dados - Teses. I. Mazzinghy, Douglas Batista. II. Braga, Carmela Maria Polito. III. Universidade Federal de Minas Gerais. Escola de Engenharia. IV. Título.</p>
	CDU: 669(043)




UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
ESCOLA DE ENGENHARIA
Programa de Pós-Graduação em Engenharia
Metalúrgica, Materiais e de Minas

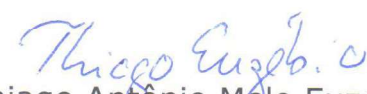



Dissertação intitulada "**Metodologia Para Modelagem e Controle Amplo Aplicado A Um Circuito Simulado de Moagem de Bolas**", área de concentração: Tecnologia Mineral, apresentada pelo candidato **Thiago Oliveira Rezende**, para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Metalúrgica, Materiais e de Minas, aprovada pela comissão examinadora constituída pelos seguintes membros:


Prof. Douglas Batista Mazzinghy
Orientador - Dr. (UFMG)


Prof^a Carmela Maria Polito Braga
Coorientador - Dr^a (UFMG)


Prof. Roberto Galéry
Dr. (UFMG)


Prof. Thiago Antônio Melo Euzebio
Dr. (UFOP)


Prof. Rodrigo Lambert Oréfice
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia
Metalúrgica, Materiais e de Minas/UFMG

Belo Horizonte, 02 de março de 2020

Agradecimentos

Dedico este trabalho ao meu filho, Theo, e à minha esposa, Claudinéia, que sempre estiveram ao meu lado nesta caminhada.

Agradeço aos meus pais, Cecília e Alcindo, e aos meus irmãos, Guilherme e Alberto, pelo apoio e incentivo.

Ao Vicentino Rodrigues, pela confiança e suporte!

Aos professores Douglas Mazzinghy e Carmela Braga pelo compartilhamento do conhecimento, e pela parceria e dedicação neste trabalho.

Aos engenheiros Lucas Andery e Ênio Lopes, pela troca de ideias e experiências.

À Universidade Federal de Minas Gerais, por ter me proporcionado, tanto na graduação em Engenharia de Controle e Automação quanto no mestrado em Engenharia Metalúrgica, Materiais e de Minas, ensino em tão alto nível.

*"Life is like riding a bicycle. To keep your balance, you must keep moving."
(Albert Einstein)*

Resumo

Modelagem e controle amplo de um circuito simulado de moagem de bolas para minério de ferro são propostos neste trabalho. Na etapa de modelagem, os modelos de King e Plitt são usados para o moinho e para os hidrociclones, respectivamente, e modelos dinâmicos lineares entre as variáveis de entrada e de saída são identificados. O potencial para aplicação do ajuste do diâmetro do *apex* como variável de entrada alternativa para otimizar o processo de classificação é avaliado no circuito simulado. A estrutura de controle é projetada aplicando-se a metodologia de controle amplo seguindo análise *top-down* e projeto *bottom-up*. O projeto dos controladores Proporcional-Integral-Derivativo é realizado utilizando-se o método da Síntese Direta para robustez e desempenho. O desempenho da estrutura de controle é avaliada pelo índice integral do erro absoluto diante de variações da referência de granulometria do produto, de variações das características da moagem, e do número de ciclones operacionais. A estrutura de controle multimalhas aplicada ao circuito - no ambiente de simulação dinâmica - apresenta resultados satisfatórios diante de todos os cenários avaliados, indicando potencial para implementação real, inclusive com a variação da abertura do *apex* como variável manipulada. Essa estrutura de controle simulada deve ser validada em aplicação industrial.

Palavras-chaves: Modelagem, Moagem, Controle Amplo, Simulação Dinâmica, Minério de Ferro.

Abstract

METHODOLOGY FOR MODELLING AND PLANTWIDE CONTROL DESIGN APPLIED TO A SIMULATED BALL MILL CIRCUIT

Modelling and plantwide control design applied to a simulated ball mill circuit for iron ore are proposed in this dissertation. At the modelling step, King's model and Plitt's model are used for ball mill and for cyclones, respectively, and dynamic frequency models for inputs-outputs process variables are identified. The potential for applying apex diameter adjustment as an alternative input variable to optimize the classification process is evaluated in the simulated circuit. The control structure is result of plantwide control design technique based on top-down analysis and bottom-up project. Direct synthesis method based on set-point responses and disturbance rejection are used for designing and tuning Proportional-Integral-Derivative controllers. The performance of the control structure is assessed by the index integral of the absolute magnitude of the error facing set-point changes for product size specification, ball mil variations and number of cyclones running. The multiloop control structure applied to the circuit - in the dynamic simulation environment - presents satisfactory results for all evaluated scenarios, indicating potential for real implementation, including the apex diameter variation as manipulated variable. This simulated control structure must be validated in industrial application.

Keywords: Modelling, Grinding, Plantwide Control, Dynamic Simulation, Iron Ore.

Lista de figuras

Figura 1.1 – Comparação da resposta do tamanho de partícula entre o controle por retroalimentação Proporcional-Integral (PI) e o controle ótimo	3
Figura 1.2 – Avaliação, usando simulação dinâmica, do desempenho por tipo de controlador diante de perturbação no instante inicial	4
Figura 1.3 – (a) Escolha das variáveis controladas, (b) Escolha das variáveis manipuladas, (c) Sensibilidade entre as variáveis controladas e (d) Tipos de benefícios gerados por um sistema de controle de processo	5
Figura 1.4 – Diagrama esquemático do MPC aplicado ao circuito de moagem	7
Figura 1.5 – Diagrama com a estrutura geral do trabalho	8
Figura 2.1 – Principais operações em tratamento de minérios, e ilustração da evolução granulométrica e a liberação do mineral-minério (em verde)	10
Figura 2.2 – Fluxograma geral da instalação de beneficiamento de minério	11
Figura 2.3 – Percentual do consumo energético por etapas de beneficiamento mineral da usina	11
Figura 2.4 – Fluxograma do processo de moagem em circuito fechado direto	12
Figura 2.5 – Representação do processo de moagem com identificação da instrumentação	13
Figura 2.6 – Características do mecanismo de quebra por abrasão	15
Figura 2.7 – Características do mecanismo de quebra por compressão	15
Figura 2.8 – Características do mecanismo de quebra por impacto	16
Figura 2.9 – Ilustração da ação de moagem dentro de um moinho de bolas	16
Figura 2.10–Detalhe do movimento do corpo moedor em moinho de bolas	17
Figura 2.11–Típico de moinho de bolas por <i>overflow</i>	17
Figura 2.12–Circuitos fechados direto e reverso de moagem	18
Figura 2.13–Resultado esquemático dos processos de classificação em um hidrociclone	19
Figura 2.14–(a) Hidrociclone típico, (b) Distribuição das componentes de velocidade e (c) Regiões de distribuição granulométricas similares	19
Figura 2.15–Contornos de pressão estática nos eixos axial e radial no interior do hidrociclone	21
Figura 2.16–Contornos de velocidade no interior do hidrociclone - detalhe para as zonas de velocidade positiva (no sentido do <i>vortex finder</i>) e negativa (no sentido do <i>apex</i>)	22
Figura 2.17–Acúmulo de sedimentos no hidrociclone com o aumento do percentual de sólidos na alimentação	22
Figura 2.18–Estados operacionais do hidrociclone observados pelo <i>underflow</i> : descarga em <i>spray</i> ; descarga combinada; descarga em cordão	23

Figura 2.19–(a) Curva de partição para hidrociclone (real x ideal); (b) Ilustração da área relativa ao material mal classificado	24
Figura 2.20–Diagrama de um hidrociclone representando o fenômeno de curto-circuito	25
Figura 2.21–(a) Curvas de classificação corrigida (y') e não corrigida (y), (b) Curva de classificação reduzida (d/d_{50c})	25
Figura 2.22–(a) Efeito da pressão na capacidade e tamanho de corte, (b) Efeito da concentração de sólidos no tamanho de corte (c) Efeito do diâmetro do <i>apex</i> na forma de descarga do <i>underflow</i> : <i>zona a</i> : operação correta; <i>zona b</i> : cordão, <i>apex</i> muito pequeno; <i>zona c</i> : excessivamente diluído, <i>apex</i> muito grande	26
Figura 2.23–Função Quebra típica apresentando a interpretação gráfica para determinação dos parâmetros K , n_1 e n_2	30
Figura 2.24–Função Seleção com as regiões de quebra normal e anormal	32
Figura 2.25–Função Seleção típica apresentando a interpretação gráfica para determinação dos parâmetros S_1 , μ e α	33
Figura 2.26–Moinho contínuo de mistura perfeita	33
Figura 2.27–Modelo de distribuição das frações granulométricas	34
Figura 2.28–Representação da distribuição de partículas após a quebra	35
Figura 2.29–Dimensões típicas do hidrociclone	38
Figura 2.30–Diagrama de bloco de um sistema dinâmico apresentando o sinal da variável manipulada $u(t)$, o sistema $g(t)$, e o sinal da variável controlada $y(t)$	39
Figura 2.31–Resposta em malha aberta a uma entrada em degrau para um sistema de primeira ordem e equação do ganho do processo K	41
Figura 2.32–Resposta em malha aberta a uma entrada em degrau para um sistema integrador e equação do ganho do processo K	44
Figura 2.33–Avaliação do desempenho diante de perturbações considerando controle em cascata e controle básico	46
Figura 2.34–Classificações dos métodos de controle amplo por abordagem e por estrutura de controle	47
Figura 2.35–Equivalência entre hierarquias típicas de controle	50
Figura 2.36–Técnicas de controle usadas em circuito de moagem	52
Figura 2.37–Representação da atuação do <i>PID</i> em função do erro de controle no passado (termo Integral), presente (termo Proporcional) e futuro (termo Derivativo)	53
Figura 2.38–Ilustração do controle de razão: fluxo livre <i>WIT</i> , razão <i>FY</i> e malha secundária <i>FIC</i>	55
Figura 2.39–Ilustração do controle em cascata: controlador de nível (<i>LIC</i>) gerando a referência para um controlador de vazão (<i>FIC</i>)	56

Figura 2.40–Ilustração do controle por seleção: seleção entre controlador de densidade (<i>DIC</i>) e o controlador de vazão (<i>FIC</i>)	56
Figura 2.41–Ilustração do controle por faixa: seleção entre dois elementos finais de controle - posição da válvula de controle e velocidade da bomba, e a regra para chaveamento entre eles	57
Figura 2.42–Ilustração da combinação de <i>feedforward-feedback</i> : controlador <i>feedback</i> para densidade com <i>feedforward</i> baseado na medição de vazão de outro fluxo de entrada no tanque	58
Figura 2.43–Diagrama de blocos de um sistema de controle típico <i>feedforward-feedback</i>	59
Figura 2.44–Diagrama de blocos de um sistema de controle padrão	61
Figura 2.45–Diagrama de blocos de um sistema de controle típico com perturbação	65
Figura 2.46–Representação das entradas, distúrbios e saídas de um sistema de moagem multivariado	67
Figura 2.47–Diagrama de blocos detalhando as funções de transferência entre as entradas (<i>U</i>), os distúrbios (<i>D</i>) e as saídas (<i>Y</i>) em um sistema multivariável	67
Figura 3.1 – Macrofluxo das fases do trabalho	73
Figura 4.1 – Pontos de amostragem	74
Figura 4.2 – Dados de granulometria amostradas (% Passante)	75
Figura 4.3 – Dados de granulometria amostrados e ajustados (% Passante)	76
Figura 4.4 – Curva para recuperação <i>underflow</i> /alimentação sobre os dados amostrados do ciclone	77
Figura 4.5 – Curva para recuperação <i>underflow</i> /alimentação sobre os dados ajustados do ciclone pelo balanço de massa	77
Figura 4.6 – Distribuição de tamanho das partículas para moinho baseado no modelo em circuito fechado - final	79
Figura 4.7 – Taxa de quebra do moinho - função Seleção	80
Figura 4.8 – Taxa de quebra do moinho - função Seleção - parâmetros determinados por análise gráfica	80
Figura 4.9 – Função quebra normalizada	81
Figura 4.10–Função quebra normalizada - parâmetros determinados por análise gráfica	81
Figura 4.11–Distribuição de tamanho das partículas para hidrociclone baseado no modelo em circuito fechado - final: símbolos são dados e linhas representam o ajuste do modelo	82
Figura 4.12–Curva de classificação do hidrociclone	83
Figura 4.13–Curva para recuperação <i>underflow</i> /alimentação sobre os dados do modelo (circuito fechado simulado)	84
Figura 4.14–Distribuição de tamanho para todos os fluxos do circuito: símbolos são dados e linhas representam o ajuste do modelo	84

Figura 4.15–Resposta do nível da caixa à variação da válvula de controle de vazão de água da caixa	87
Figura 4.16–Resposta da densidade na saída da bomba de polpa à variação da taxa de alimentação nova do moinho	87
Figura 4.17–Estrutura de controle proposta	94
Figura 4.18–Malha AIC_CL_OF - variação da referência da granulometria de 79% para 81% e de 81% para 77%	96
Figura 4.19–Malha AIC_CL_OF - detalhe da resposta à variação da referência da granulometria de 79% para 81% e de 81% para 77%	97
Figura 4.20–Malha DIC_BP - variação da referência da granulometria de 79% para 81% e de 81% para 77%	97
Figura 4.21–Malha AIC_MO_AL - variação da referência da granulometria de 79% para 81% e de 81% para 77%	98
Figura 4.22–Malha LIC_CX - variação da referência da granulometria de 79% para 81% e de 81% para 77%	98
Figura 4.23–Desempenho das malhas pelo índice <i>IAE</i> - variação da referência da granulometria de 79% para 81% e de 81% para 77%	99
Figura 4.24–Malha AIC_CL_OF - variação da condição de moagem (S_1) de 3,17 min^{-1} para 4,0 min^{-1} e de 4,0 min^{-1} para 2,38 min^{-1}	100
Figura 4.25–Malha AIC_CL_OF - detalhe da resposta à variação da condição de moagem (S_1) de 3,17 min^{-1} para 4,0 min^{-1} e de 4,0 min^{-1} para 2,38 min^{-1}	100
Figura 4.26–Malha DIC_BP - variação da condição de moagem (S_1) de 3,17 min^{-1} para 4,0 min^{-1} e de 4,0 min^{-1} para 2,38 min^{-1}	101
Figura 4.27–Malha AIC_MO_AL - variação da condição de moagem (S_1) de 3,17 min^{-1} para 4,0 min^{-1} e de 4,0 min^{-1} para 2,38 min^{-1}	101
Figura 4.28–Malha LIC_CX - variação da condição de moagem (S_1) de 3,17 min^{-1} para 4,0 min^{-1} e de 4,0 min^{-1} para 2,38 min^{-1}	102
Figura 4.29–Desempenho das malhas pelo índice <i>IAE</i> - variação da condição de moagem (S_1) de 3,17 min^{-1} para 4,0 min^{-1} e de 4,0 min^{-1} para 2,38 min^{-1}	102
Figura 4.30–Malha AIC_CL_OF - variação do número de ciclones de 6 para 5 e de 5 para 7	103
Figura 4.31–Malha AIC_CL_OF - detalhe da resposta à variação do número de ciclones de 6 para 5 e de 5 para 7	104
Figura 4.32–Malha DIC_BP - variação do número de ciclones de 6 para 5 e de 5 para 7	104
Figura 4.33–Malha AIC_MO_AL - variação do número de ciclones de 6 para 5 e de 5 para 7	105

Figura 4.34–Malha LIC_CX - variação do número de ciclones de 6 para 5 e de 5 para 7	105
Figura 4.35–Desempenho das malhas pelo índice IAE - variação do número de ciclones de 6 para 5 e de 5 para 7	106
Figura A.1–Curva da bomba de polpa - rotação de operação: 300 rpm	111
Figura A.2–Curva da bomba de polpa - real e modelo a 300 rpm	111

Lista de tabelas

Tabela 2.1 – Dados gerais do moinho	12
Tabela 2.2 – Dados gerais dos hidrociclones	13
Tabela 2.3 – Descrição das variáveis do circuito simulado de moagem	14
Tabela 2.4 – Efeitos das variáveis operacionais e de projeto (geométricos) no desempenho de hidrociclones	27
Tabela 2.5 – Parâmetros para as equações do modelo de Plitt	38
Tabela 4.1 – Dados dos Fluxos Amostrados, Potência do Moinho e Passante em 75 μm no <i>overflow</i>	75
Tabela 4.2 – Dados dos variáveis de processo amostradas e ajustadas	78
Tabela 4.3 – Resultados dos parâmetros para as equações do modelo de King para o moinho	79
Tabela 4.4 – Resultados dos parâmetros para as equações do modelo de Plitt para hidrociclones	82
Tabela 4.5 – Comparativo entre os resultados das variáveis de processo de referência (variáveis ajustadas e simuladas)	83
Tabela 4.6 – Parâmetros dos modelos do processo	86
Tabela 4.7 – Pertinências para a decomposição do problema de controle	90
Tabela 4.8 – Matriz de ganhos estacionários	91
Tabela 4.9 – Matriz RGA	91
Tabela 4.10–Identificação das malhas de controle	93
Tabela 4.11–Sintonia dos controladores	95
Tabela B.1 – Dados de Granulometria Amostradas (% Passante)	112
Tabela B.2 – Dados de granulometria amostrados e ajustados (% Passante)	113
Tabela D.1 – Avaliação qualitativa entre atuadores: motor com inversor de frequência e válvula de controle de abertura do <i>apex</i>	116

Lista de abreviaturas e siglas

CA	Controle Amplo
CAP	Controle Avançado de Processo
CFD	<i>Computational Fluid Dynamics</i>
CRA	Controle Regulatório Avançado
IAE	<i>Integral of the Absolute magnitude of the Error</i>
ISA	<i>The Instruments, Systems, and Automation Society</i>
JKMRC	<i>Julius Kruttschnitt Mineral Research Centre - Austrália</i>
MBP	Modelo de Balanço Populacional
MIMO	<i>Multiple Inputs, Multiple Outputs</i>
MMSQR	Método de Minimização das Somas dos Quadrados dos Resíduos
MPC	<i>Model Predictive Control</i>
PI	Controlador Proporcional-Integral
PID	Controlador Proporcional-Integral-Derivativo
RG	<i>Relative Gains Array</i>
WI	<i>Work Index (Bond)</i>

Lista de símbolos

ζ	Coeficiente de amortecimento do sistema
η	Viscosidade do líquido
θ	Tempo morto
θ_c	Tempo morto em malha fechada
Θ	Vetor de parâmetros no estimador de mínimos quadrados
λ_{ij}	Ganho relativo entre a variável controlada y_i e a variável manipulada u_j
Λ	Identificação da matriz de ganhos relativos
$\xi(t)$	Vetor de erro de predição no estimador de mínimos quadrados
ρ_p	Densidade da polpa na alimentação do ciclone
ρ_s	Densidade de sólidos na alimentação do ciclone
τ_1 e τ_2	Constantes de tempo do processo ou atraso (<i>lag</i>)
τ_c	Constante de tempo em malha fechada
φ	Vetor de regressão no estimador de mínimos quadrados
ϕ	Fração da velocidade crítica
$b_{i,j}$	Função de distribuição de quebra
B	Função Quebra
c_k	Valor do componente k no fluxo de concentrado no MMSQR
\hat{C}	Valor calculado que minimiza os erros no MMSQR
C_V^P	Percentual de sólidos em volume na alimentação do ciclone
d_{max}	Diâmetro máximo das bolas
$d(t)$	Sinal de distúrbio no tempo
d_{50c}	Tamanho médio de corte
d_{80}^F	Diâmetro correspondente ao d_{80} da alimentação nova

d_{80}^P	Diâmetro correspondente ao d_{80} do produto do ciclone
D	Diâmetro interno do moinho
$D(s)$	Sinal de distúrbio no domínio da frequência
D_c	Diâmetro do ciclone
D_i	Diâmetro da entrada do ciclone
D_o	Diâmetro do vortex finder
D_u	Diâmetro do apex
$e(t)$	Sinal de erro no tempo
$E(s)$	Sinal de erro no domínio da frequência
$E(t)$	Ruído branco no estimador de mínimos quadrados
f_k	Valor do componente k no fluxo de alimentação no MMSQR
$f_{k_a}, c_{k_a}, t_{k_a}$	Resultados para os ajustes de cada componente k para os fluxos de alimentação, concentrado e rejeito no MMSQR
$f(t)$	Função contínua no tempo
F_B	Fator de correção para o tamanho de bolas
$F(s)$	Função no domínio da frequência
F_1	Parâmetro de calibração para o tamanho de corte
F_2	Parâmetro de calibração para a nitidez de separação
F_3	Parâmetro de calibração para a queda de pressão
F_4	Parâmetro de calibração para a razão de vazão volumétrica
$g(t)$	Sistema linear e invariante no tempo
$G(s)$	Sistema linear e invariante no domínio da frequência
$G_c(s)$	Modelo do controlador <i>feedback</i> no domínio da frequência
$G_d(s)$	Modelo do distúrbio no domínio da frequência
$G_f(s)$	Modelo do controlador <i>feedforward</i> no domínio da frequência
$G_m(s)$	Modelo do sensor/transmissor no domínio da frequência

$G_p(s)$	Modelo do processo no domínio da frequência
h	Altura livre do vortex
\bar{h}	Soma dos quadrados a serem minimizados no MMSQR
$H(s)$ e $P(s)$	Funções de transferência no domínio da frequência
k	Expoente hidrodinâmico
K	Ganho em estado estacionário
K_c	Ganho proporcional
m	Nitidez de separação na curva de classificação
M_B	Massa de bolas
n_1, n_2, K_5 e δ	Parâmetros da função Quebra
P	Pressão
P_M	Potência do moinho
$P(x)$	Percentual passante no tamanho x
Q	Vazão volumétrica da alimentação
R_f	Percentual de curto-circuito do ciclone
r_k	Valor do resíduo gerado pelos erros experimentais nas medições dos componentes k no MMSQR
s_j	Função Seleção
$s = \alpha + jw$	número complexo com parte real α e parte imaginária jw
S	Razão de vazão volumétrica entre <i>underflow</i> e <i>overflow</i>
S_1, α, Λ e μ	Parâmetros da função Seleção
t_k	Valor do componente k no fluxo de rejeito no MMSQR
T_d	Tempo derivativo
T_i	Tempo integral
$U(s)$	Sinal de entrada ou variável manipulada no domínio da frequência
$u(t)$	Sinal de entrada ou variável manipulada no tempo

V_n	Função de custo no estimador de mínimos quadrados
V_p	Fração do volume do moinho preenchido com bolas
w_i	Fração de massa no tamanho i
w_n	Frequência natural do sistema
$y(t)$	Sinal de saída ou variável controlada no tempo
$Y(s)$	Sinal de saída ou variável controlada no domínio da frequência
$Y_{sp}(s)$	Sinal de referência ou <i>set point</i> no domínio da frequência

Sumário

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	Visão geral	1
1.2	Motivação	2
1.3	Perguntas desta pesquisa	2
1.4	Referências sobre o tema	3
1.5	Objetivos	7
1.6	Organização do trabalho	8
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	9
2.1	Tratamento de minérios	9
2.2	Planta de beneficiamento de minério de ferro	10
2.3	Circuito de moagem	12
2.4	Equipamentos do circuito de moagem	14
2.4.1	Moinho de bolas	14
2.4.2	Hidrociclone	18
2.4.3	Variáveis geométricas e operacionais relacionadas à performance do hidrociclone	26
2.5	Balanco de massa pelo método de minimização das somas dos quadrados dos resíduos	27
2.6	Modelagem matemática	28
2.6.1	Modelagem de sistemas de cominuição	29
2.6.1.1	Modelo para potência de moinho de bolas	36
2.6.2	Modelagem de hidrociclones	36
2.6.3	Modelagem para controle de processos	38
2.6.3.1	Modelagem linear de sistemas dinâmicos	39
2.6.3.2	Sistemas de primeira ordem	40
2.6.3.3	Sistemas de segunda ordem	41
2.6.3.4	Sistemas integradores	42
2.6.4	Método para determinação de modelos dinâmicos lineares	42
2.6.4.1	Método da resposta complementar (<i>percent incomplete response</i>)	42
2.6.4.2	Método para sistemas integradores	43
2.7	Controle de processo	44
2.7.1	Metodologia de controle amplo - <i>Plantwide Control</i>	45
2.7.1.1	Método baseado em análise <i>top-down</i> e projeto <i>bottom-up</i>	48
2.7.2	Controladores <i>PID</i>	51

2.7.3	Controle regulatório básico e avançado baseados em controladores <i>PID</i>	54
2.7.3.1	Controle de razão	55
2.7.3.2	Controle em cascata	55
2.7.3.3	Controle por seleção - <i>Override</i>	56
2.7.3.4	Controle por faixa - <i>Split-range</i>	56
2.7.3.5	Controlador antecipatório - <i>Feedforward</i>	57
2.7.4	Sintonia de controladores <i>PID</i>	59
2.7.4.1	Método da síntese direta para desempenho - resposta ao <i>set-point</i>	60
2.7.4.2	Método da síntese direta para robustez - rejeição aos distúrbios	64
2.7.4.2.1	Controlador <i>PI</i> para modelo de primeira ordem mais tempo morto	65
2.7.4.2.2	Controlador <i>PI</i> para modelo integrador mais tempo morto	65
2.7.4.2.3	Controlador <i>PID</i> para modelo de primeira ordem mais tempo morto	65
2.7.4.2.4	Controlador <i>PID</i> para modelo integrador mais tempo morto	66
2.7.4.2.5	Controlador <i>PID</i> para modelo de segunda ordem sobreamortecido mais tempo morto	66
2.7.5	Interação em sistemas multivariados	66
2.8	Índice de desempenho de sistemas de controle: integral do erro absoluto - <i>IAE</i>	69
2.9	Comentários finais	69
3	METODOLOGIA	71
3.1	Etapas do trabalho	71
4	RESULTADOS E DISCUSSÃO	74
4.1	Dados de processo amostrados	74
4.2	Dados de processo ajustados	75
4.3	Modelagem dos equipamentos do circuito	78
4.3.1	Modelagem do moinho de bolas	78
4.3.2	Modelagem do hidrociclone	81
4.3.3	Avaliação das variáveis de processo para o circuito fechado modelado .	83
4.4	Modelagem dinâmica do processo para fins de controle	85
4.5	Metodologia de controle amplo	88
4.6	Projeto dos controladores	95
4.7	Simulação e avaliação do processo controlado	95
4.7.1	Respostas às variações da referência da granulometria no produto . .	95
4.7.2	Respostas à perturbação: variação da condição de moagem	99
4.7.3	Respostas à perturbação: variação do número de ciclones operacionais .	103
4.8	Comentários finais	106
5	CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS	108
5.1	Conclusões	108

5.2	Trabalhos futuros	109
	APÊNDICES	110
	APÊNDICE A – CURVA DA BOMBA DE POLPA	111
	APÊNDICE B – DADOS DE GRANULOMETRIA	112
	APÊNDICE C – MÉTODOS ALTERNATIVOS PARA DE- TERMINAÇÃO DE MODELOS DINÂMI- COS LINEARES	114
C.1	Estimador de mínimos quadrados ordinário	114
C.2	Método das integrais	115
	APÊNDICE D – AVALIAÇÃO QUALITATIVA SOBRE UTI- LIZAÇÃO DE MOTOR COM INVERSOR DE FREQUÊNCIA OU VÁLVULAS DE CON- TROLE DE ABERTURA DO <i>APEX</i>	116
	REFERÊNCIAS	117

1 Introdução

1.1 Visão geral

Diante de um ambiente empresarial de extrema competição, onde as variáveis do contexto ambiental, social e econômico-operacional devem estar conectadas aos objetivos do negócio, as empresas têm buscado implementar ações que as levem a produzir com maior eficiência e a obter maiores vantagens competitivas, seja em custo e/ou na diferenciação da qualidade de seus produtos (LAURIA et al., 2008).

A indústria global de minério de ferro está inserida nesse cenário e tem evoluído na aplicação de métodos e tecnologias que as permitam ser mais competitivas em custo, com uso eficiente de energia elétrica, de insumos e de materiais de desgaste; e entregar produtos diferenciados em qualidade, com maiores teores do mineral-minério e menores teores de contaminantes. Um dos processos críticos para se atingir esses objetivos é a cominuição utilizando moinho de bolas, pois, para prover minério com granulometria, grau de liberação e área superficial adequados para as etapas posteriores de concentração - que definirão a qualidade do produto -, esses equipamentos são os que mais demandam energia elétrica no processo de beneficiamento mineral (WILLS; FINCH, 2016). Dessa forma, dada a relevância da etapa de moagem de bolas, sistemas de controle dinâmicos são imprescindíveis para garantir uma operação lucrativa - sob os aspectos de eficiência energética e de entrega adequada do material para as etapas de concentração do produto.

Porém, em muitos casos, o projeto desses sistemas de controle dinâmicos é realizado baseado em heurísticas adquiridas com experiência e em jornadas de tentativas e erros. Embora essa prática permita definir sistemas de controle funcionais, que estabilizam e melhoram o desempenho do processo, ganhos significativos podem ser alcançados utilizando técnicas sistemáticas de projeto de controle, especialmente em processos de maior complexidade e interação. Referenciadas como Técnicas de Projeto de Controle Amplo (CA) (*Plantwide Control Design Techniques*), elas orientam nas definições das variáveis a serem controladas, a serem medidas, as entradas a serem manipuladas e a relações entre elas a serem estabelecidas (GODOY; GARCIA, 2017).

Variações de alguns parâmetros geométricos de hidrociclones podem ser utilizados como entradas a serem manipuladas dentro do projeto de controle amplo com o objetivo de otimizar o processo de classificação por tamanho, se tornando uma alternativa para aumentar o grau de liberdade do sistema. Dentre eles, ressalta-se o ajuste do diâmetro do *apex* - abertura de saída para o fluxo do *underflow* - que pode ser realizado utilizando-se válvulas (NI et al., 2019).

Ressalta-se a relevância em se determinar os modelos matemáticos dos equipamentos envolvidos - moinho de bolas para a cominuição e hidrociclones para a classificação - para a realização da simulação dinâmica e posterior validação do desempenho do sistema de controle projetado. Destacam-se os modelos de King para o moinho de bolas (KING, 2001) e de Plitt para os hidrociclones (NAGESWARARAO; WISEMAN; NAPIER-MUNN, 2004).

Portanto, a Metodologia para Modelagem e Controle Amplo Aplicado a um Circuito Simulado de Moagem de Bolas consiste em: (1) calibrar os modelos do processo (cominuição e classificação); (2) aplicar a metodologia de Controle Amplo para definir a estrutura de controle; (3) projetar os controladores e implantá-los em um simulador dinâmico, avaliando o desempenho do circuito controlado diante de variações nas referências de granulometria do produto, de variações nas características da moagem e do número de ciclones operacionais.

1.2 Motivação

A motivação deste trabalho advém do interesse em propor uma estrutura de controle de granulometria para o circuito de moagem de bolas da Usina Vargem Grande II ¹ utilizando a metodologia de Controle Amplo. É avaliar, no circuito simulado, o potencial para aplicação do ajuste do diâmetro do *apex* ² como variável manipulada alternativa para otimizar o processo de classificação por tamanho.

Além disso, contribuir com a aplicação dessa metodologia para a mineração, visto que os trabalhos relacionados a Controle Amplo, normalmente, se referem a processos químicos e petroquímicos.

1.3 Perguntas desta pesquisa

- Qual seria a estrutura de controle a ser implementada baseada em metodologia de Controle Amplo?
- Quanto à manipulação da abertura do *apex* dos ciclones, poderia ser utilizada de forma satisfatória como variável manipulada na estrutura de controle?

¹ Usina de beneficiamento de minério de ferro pertencente à empresa Vale S.A., localizada na cidade de Nova Lima, Minas Gerais, Brasil

² A variação do diâmetro do *apex* não existe no circuito real e será avaliado - no ambiente simulado - seu potencial para compor a estrutura de controle.

1.4 Referências sobre o tema

Rajamani e Herbst (1990) já discutiam sobre a modelagem e as opções de controle para um circuito piloto de moagem. Em seu artigo *Controle ótimo de um circuito de moagem de bolas - I. Modelagem do circuito de moagem e simulação dinâmica*³, declaram que duas estratégias de controle podem ser aplicadas ao circuito fechado direto de moagem: um conjunto de controladores Proporcional-Integral (PI) ou um controlador baseado na teoria de controle ótimo. Porém, eles afirmam que, tanto para projetar o controle ótimo quanto para sintonizar os controladores PI, os modelos dinâmicos do processo se fazem necessários. Sendo assim, a parte I do artigo é destinada à modelagem matemática.

Concluída a etapa de modelagem do circuito de moagem, Rajamani e Herbst (1991), em seu artigo *Controle ótimo de um circuito de moagem de bolas - II. Controle por retroalimentação e controle ótimo*⁴, iniciam discutindo a combinação (emparelhamento) das variáveis controladas e das variáveis manipuladas para o controle do circuito e, dentre as duas leis de controle avaliadas (PI e Controle Ótimo), concluem que o PI é mais oscilatório e menos robusto a variações nas características do minério (Figura 1.1).

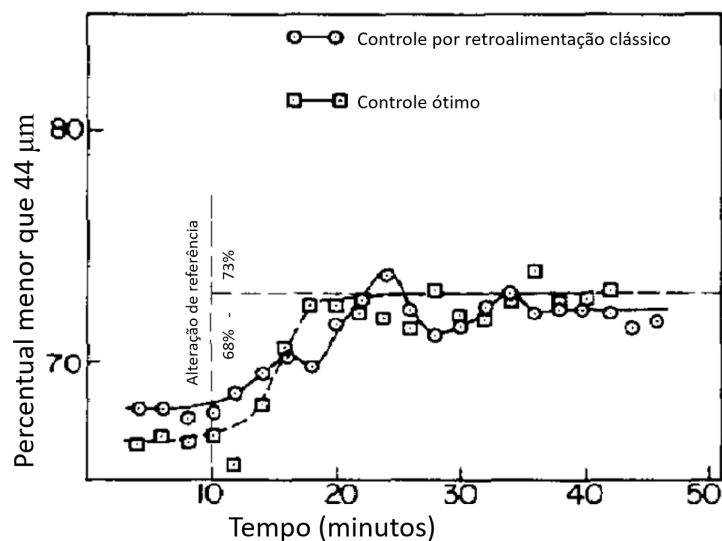


Figura 1.1 – Comparação da resposta do tamanho de partícula entre o controle por retroalimentação Proporcional-Integral (PI) e o controle ótimo. Adaptado de (RAJAMANI; HERBST, 1991)

Tano et al. (1999), para uma usina de beneficiamento de minério de ferro, apresentam a aplicação combinada de simulação estática e simulação dinâmica que permitiu definir o emparelhamento de variáveis e a instrumentação necessária para o controle proposto: o simulador de estado estacionário foi usado para avaliar o desempenho de cada uma das quatro estratégias de controle inicialmente propostas diante de três cenários de

³ Tradução para *Optimal Control of a Ball Mill Grinding Circuit - I. Grinding Circuit Modeling and Dynamic Simulation.*

⁴ Tradução para *Optimal Control of a Ball Mill Grinding Circuit - II. Feedback and Optimal Control.*

variação das características do minério alimentado, e o simulador dinâmico permitiu investigar a influência do nível de instrumentação e o desempenho em função do tipo de controlador. Ao final, priorizou-se a estratégia que não extrapolava os limites de velocidade de rotação dos moinhos, utilizou-se controle baseado em modelo (menores *overshoot* e tempo de estabilização, como visto na Figura 1.2) e definiu-se a instrumentação básica necessária: um inversor de frequência na moagem terciária (*i.e.*, desnecessário nas moagens primária e secundária), analisador *online* de granulometria no produto final e na saída do circuito de moagem primária, e analisador *online* de teor de ferro na alimentação.

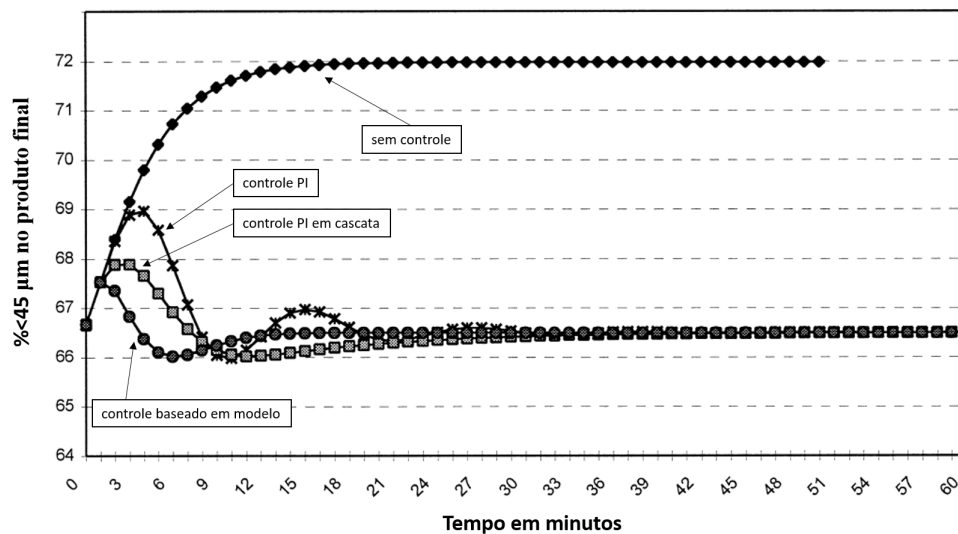


Figura 1.2 – Avaliação, usando simulação dinâmica, do desempenho por tipo de controlador diante de perturbação no instante inicial. Adaptado de (TANO et al., 1999)

Wei e Craig (2008) em sua pesquisa sobre aspectos de controle de circuitos de moagem abrangendo vários continentes - África, Europa, América do Norte, América do Sul, Oceania e Ásia - identificaram uma vasta gama de escolhas para o projeto de controle, de opções de emparelhamento e de benefícios esperados (Figura 1.3). Em resumo, tem-se:

- As principais variáveis controladas foram: tamanho das partículas no produto, nível de polpa no tanque e densidade de polpa na saída do tanque (Figura 1.3a);
- As principais variáveis manipuladas foram: vazão de água no tanque, vazão de água na alimentação do moinho e alimentação de sólidos no moinho (Figura 1.3b);
- As principais dependências entre as variáveis controladas foram: carga e potência do moinho, tamanho das partículas e carga do moinho, e tamanho das partículas e densidade da polpa na saída do tanque (Figura 1.3c);
- E os principais benefícios foram: aumento da estabilidade do processo, aumento da taxa de produção e redução do consumo energético (Figura 1.3d).

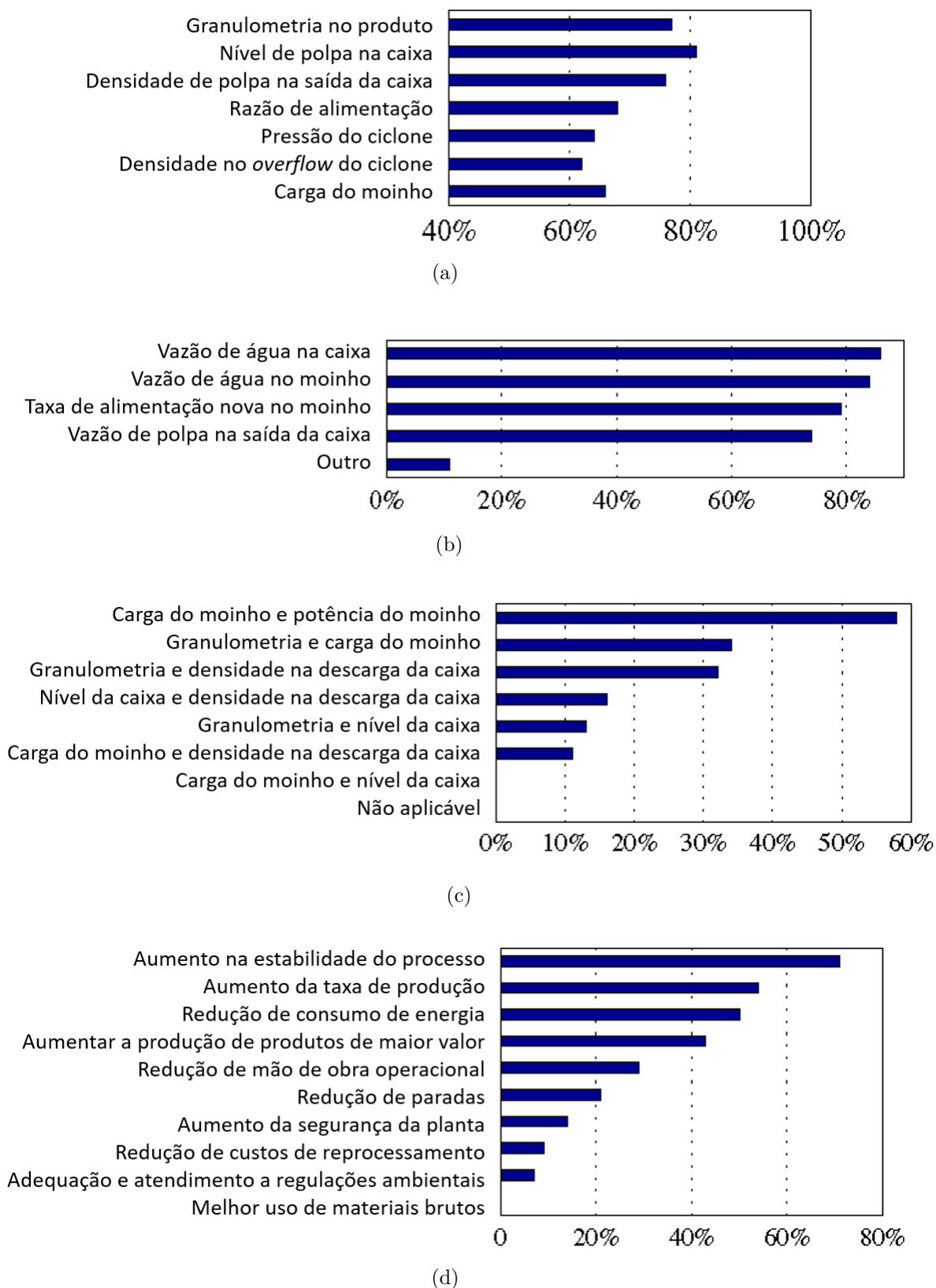


Figura 1.3 – (a) Escolha das variáveis controladas, (b) Escolha das variáveis manipuladas, (c) Sensibilidade entre as variáveis controladas e (d) Tipos de benefícios gerados por um sistema de controle de processo. Adaptado de (WEI; CRAIG, 2008)

Esses resultados distintos apresentados sobre as escolhas para o projeto de controle em circuitos de moagem vão de encontro ao trabalho de Larsson e Skogestad (2000), que propõem uma filosofia de controle com ênfase nas decisões estruturais orientadas a processo ou a aspectos matemáticos que levarão à estrutura de controle.

A aplicação da metodologia de Controle Amplo a um circuito de moagem simulado é encontrado em Roux, Skogestad e Craig (2016) que, baseado em uma decisão orientada a aspectos matemáticos (função econômica), propõem uma estrutura de controle onde a velocidade do moinho é usada para controlar a taxa de sólidos no *overflow* do ciclone, a taxa de alimentação de sólidos no moinho é usada para controlar o grau de enchimento do moinho, a vazão de alimentação do ciclone é usada para atenuar os distúrbios no percentual passante em $75 \mu m$ causados por variações da dureza ou da granulometria do minério alimentado, a vazão de água no moinho é usada para manter constante a densidade na descarga do moinho, a alimentação de bolas é usada para manter constante o volume de bolas no moinho, e a vazão de água no tanque é usada para controlar o volume do tanque. Na tese de Roux (2016), ele complementa a estrutura de controle usando Controladores Não-Lineares Baseado em Modelos para as camadas de supervisão e de otimização.

Reis, Júnior e Euzébio (2018) e Reis (2018) apresentam uma aplicação de controle hierárquico para um circuito simulado de moagem utilizando Controle Preditivo por Modelo (*MPC*) em uma camada supervisória e controladores Proporcional-Integral-Derivativo (*PID*) na camada de controle regulatório. Para a modelagem dos equipamentos foram utilizados os modelos de King e Plitt para o moinho e o hidrociclone, respectivamente. Como resultado, verificou-se que a utilização da camada supervisória de controle contribui para a melhoria geral do desempenho do circuito e da eficiência do moinho, sem prejudicar a produção ou o consumo de energia. A Figura 1.4 representa a estrutura de controle implementada.

Dessa forma, percebe-se que modelagem e definição da estrutura de controle são assuntos atuais e que permeiam na literatura por Rajamani e Herbst (1990), Roux, Skogestad e Craig (2016) e Reis, Júnior e Euzébio (2018).

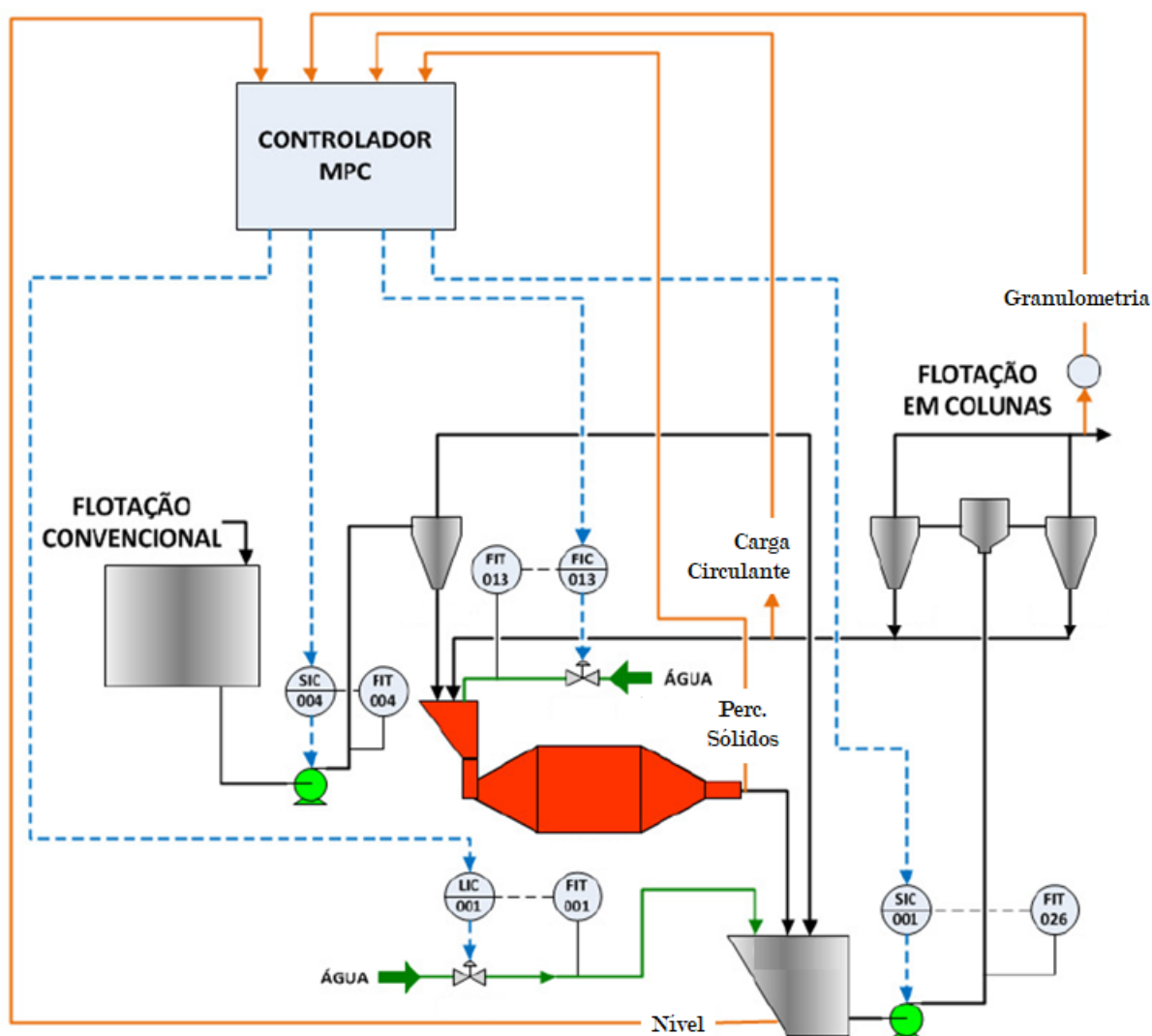


Figura 1.4 – Diagrama esquemático do MPC aplicado ao circuito de moagem (REIS, 2018)

1.5 Objetivos

Modelar o circuito de moagem da Usina Vargem Grande II, projetar a estratégia de controle usando a metodologia de controle amplo e validar o desempenho do circuito modelado e controlado em um simulador dinâmico consiste o objetivo geral desse trabalho.

Os objetivos específicos são:

1. Modelar o moinho conforme modelo de King;
2. Modelar os hidrociclones conforme modelo de Plitt;
3. Ajustar o simulador dinâmico do circuito completo baseado no balanço de massa do circuito real;
4. Modelar o comportamento dinâmico das variáveis de processo;

5. Determinar o grau de interação entre as variáveis de processo;
6. Projetar a estratégia de controle usando a metodologia de controle amplo;
7. Realizar a simulação dinâmica do circuito;
8. Avaliar o desempenho da estratégia de controle implantada.

A estruturação geral da metodologia deste trabalho está representada na Figura 1.5.

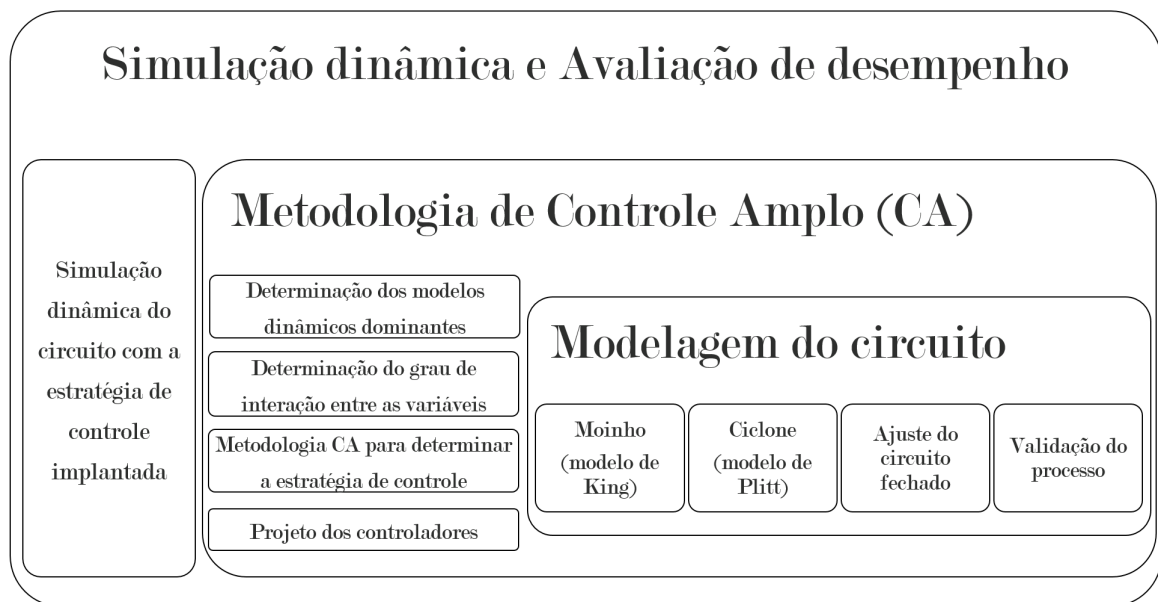


Figura 1.5 – Diagrama com a estrutura geral do trabalho

1.6 Organização do trabalho

No presente capítulo, a introdução e os objetivos desta dissertação são apresentados, onde referências relevantes são citadas para contextualizar e mostrar a atualidade do tema.

O Capítulo 2 contém a revisão bibliográfica pertinente ao escopo deste trabalho, apresentando alguns conceitos de tratamento de minérios e o circuito de moagem de minério de ferro, detalhando os equipamentos e seus modelos, as técnicas para modelagem e representação de sistemas dinâmicos lineares, projeto de controladores Proporcional-Integral-Derivativo (PID), e metodologia de Controle Amplo.

No Capítulo 3, a metodologia para modelagem, simulação, controle e avaliação de desempenho do circuito simulado controlado é exposta.

O Capítulo 4 descreve e discute os resultados obtidos.

No Capítulo 5, as conclusões são apresentadas.

2 Revisão bibliográfica

Nesse capítulo são apresentados os tópicos teóricos necessários para uma boa compreensão do desenvolvimento deste trabalho.

2.1 Tratamento de minérios

O tratamento ou beneficiamento de minérios é o termo usado para descrever as etapas e as técnicas necessárias para adequar a granulometria do minério e concentrá-lo, aumentando o teor do mineral de interesse econômico e reduzindo o teor dos contaminantes.

Sbárbaro e Villar (2010) representam a sequência das principais macro-etapas para o beneficiamento de minérios na Figura 2.1, além de ilustrar a evolução granulométrica e a liberação do mineral-minério. De forma sintetizada, essas macro-etapas são descritas nos itens a seguir.

- **Extração mineral:** processo de extração do minério em minas de céu aberto ou subterrâneas após as etapas de perfuração e desmonte das rochas;
- **Redução de tamanho:** processo de fragmentação das rochas, ou cominuição, por britagem e moagem, resultando em rochas de menor granulometria, com maior superfície específica e com maior grau de liberação do mineral-minério;
- **Separação por tamanho:** processo de separação por tamanho por peneiramento (p. ex.: peneiras industriais) ou classificação (p. ex.: ciclones, classificadores espirais), onde as partículas de maior granulometria normalmente retornam à etapa de cominuição para serem rebritados ou remoídos até atingirem a granulometria adequada à etapa de concentração;
- **Concentração:** processo de enriquecimento mineral com o objetivo de manter o máximo do mineral-minério e reduzir ao máximo os contaminantes. Dessa forma, duas classes são geradas: o mineral-minério concentrado e o rejeito. A concentração é realizada baseando-se nas diferentes características dos minerais, tais como grau de hidrofobicidade, peso específico ou suscetibilidade magnética;
- **Manuseio do produto concentrado:** após a concentração, normalmente realizada por via úmida, o produto é direcionado a processos de separação sólido-líquido com os objetivos de retirar a água para que ela seja reutilizada no processo e adequar a umidade dos produtos para o transporte até o consumidor final (minerodutos,

ferrovias, navios). Os principais equipamentos utilizados são: filtros horizontais (ou à disco), filtros verticais, filtros prensa e espessadores. Porém, existe a alternativa de empilhar o minério e deixá-lo ao tempo para que, naturalmente, ele perca água por evaporação e por escoamento (drenagem natural). Porém, a eficiência dessa técnica é função do tempo que o material permanece empilhado, podendo ser necessário alguns dias para atingir a umidade especificada.

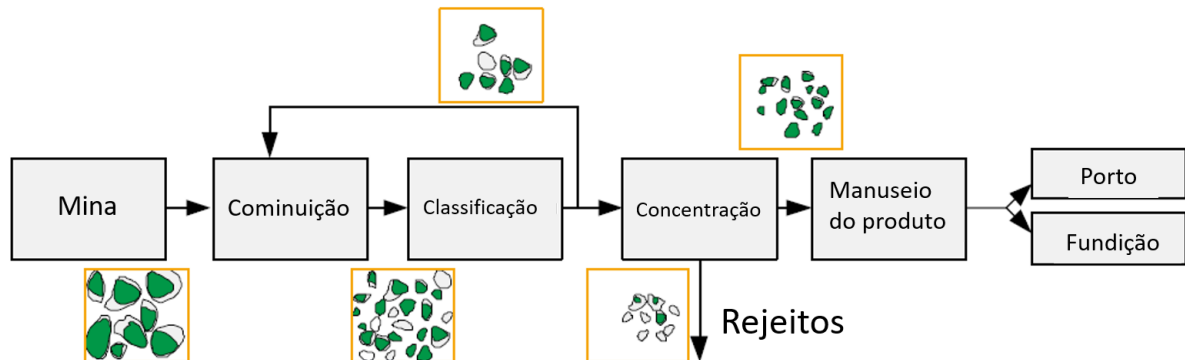


Figura 2.1 – Principais operações em tratamento de minérios, e ilustração da evolução granulométrica e a liberação do mineral-minério (em verde). Adaptado de (SBÁRBARO; VILLAR, 2010)

2.2 Planta de beneficiamento de minério de ferro

A usina de beneficiamento de minério de ferro Vargem Grande II produz 10 milhões de toneladas de *pellet feed* de alta qualidade anualmente. Seu fluxo de processo, mostrado na Figura 2.2, é composto por circuito de britagem, pátio de homogeneização, moagem, classificação, deslamagem, flotação, espessador de lamas, filtragem à disco, pátio de produtos e embarque.

Sob a ótica do consumo de energia elétrica, a Figura 2.3 apresenta o percentual desse consumo por etapa do processo de beneficiamento da usina, onde destaca-se o circuito de moagem com 55% do consumo total.

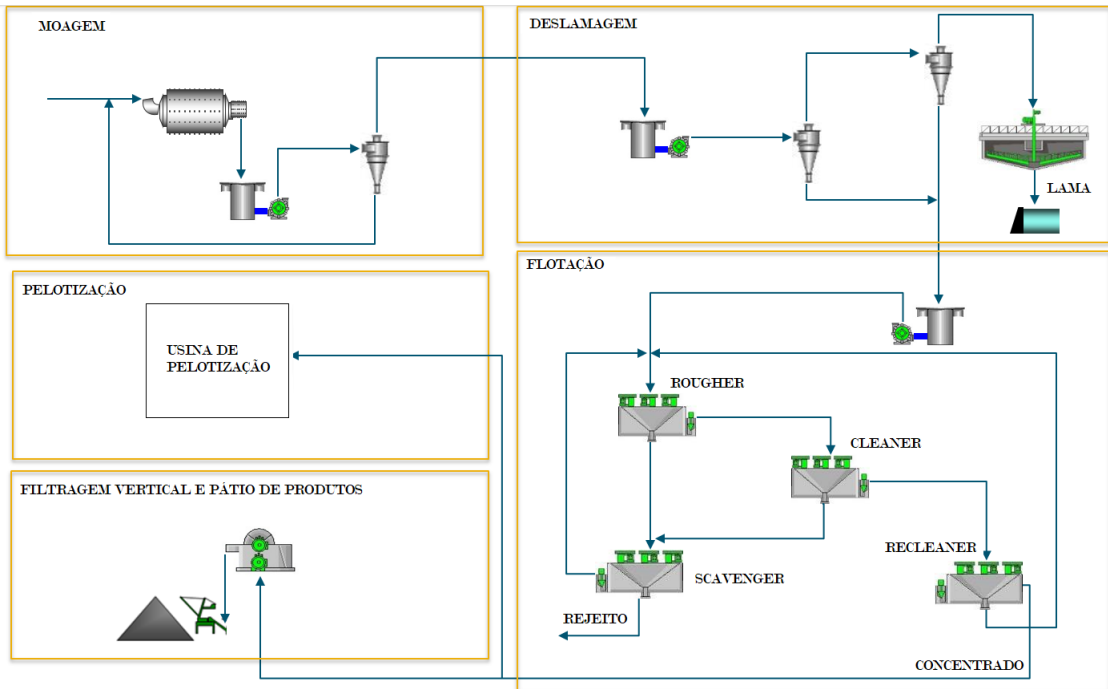


Figura 2.2 – Fluxograma geral da instalação de beneficiamento de minério

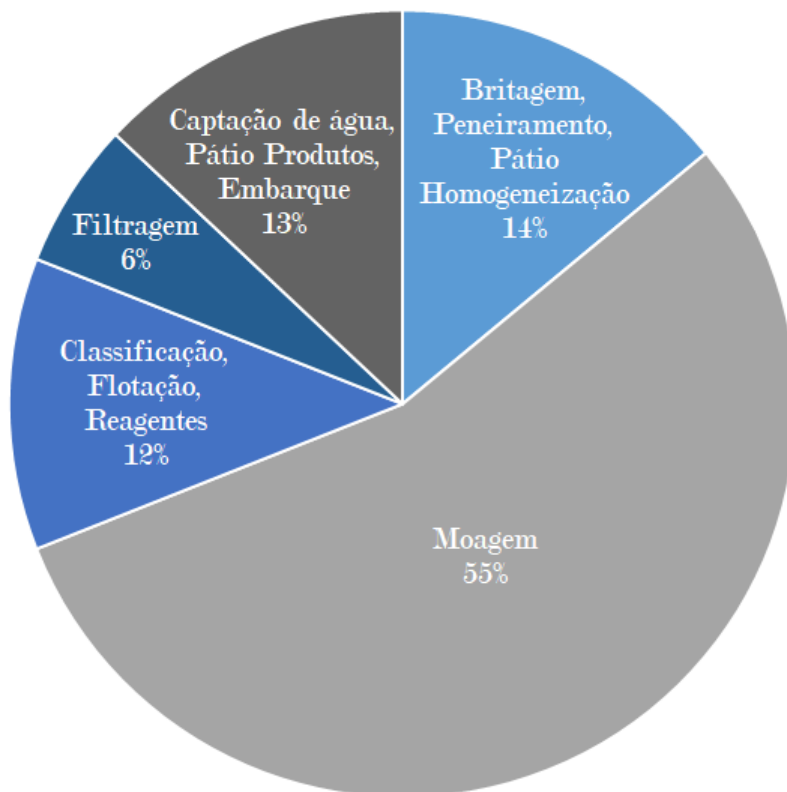


Figura 2.3 – Percentual do consumo energético por etapas de beneficiamento mineral da usina

2.3 Circuito de moagem

A usina de Vargem Grande II possui quatro linhas de produção, onde o início da fase úmida é composta por silos e alimentadores que enviam minério para cada uma das linhas de moagem. A Figura 2.4 apresenta o circuito típico de moagem em configuração fechada e direta. Após o moinho, o material é classificado por baterias de hidrociclones e o *overflow* é direcionado a uma nova classificação por hidrociclones no circuito de deslamagem, para, então, alimentar a flotação com baixo percentual de lamas. Os principais dados do moinho e da bateria de hidrociclones são encontrados nas Tabelas 2.1 e 2.2.

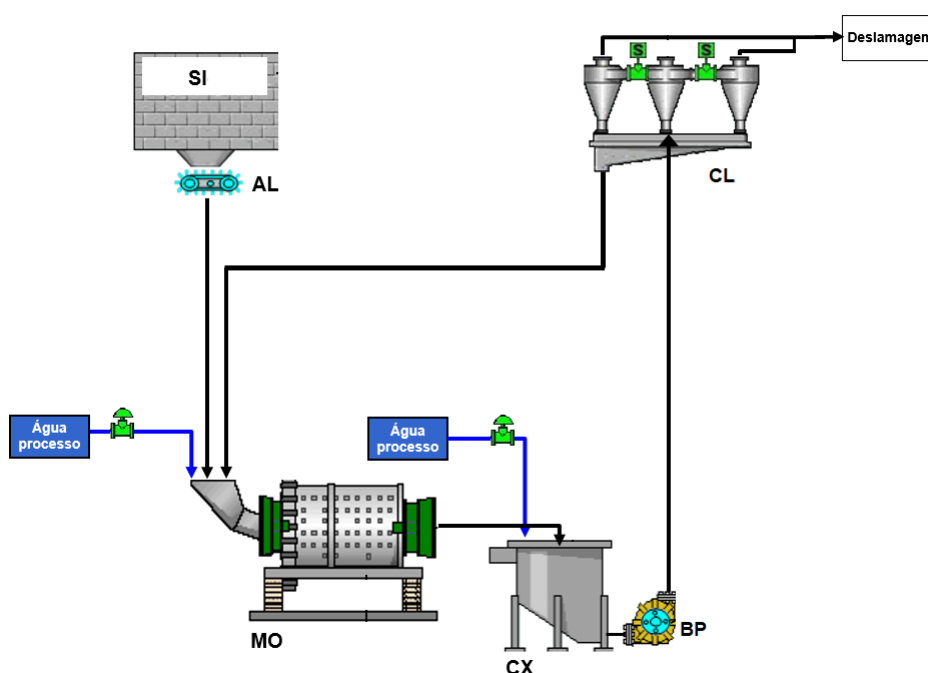


Figura 2.4 – Fluxograma do processo de moagem em circuito fechado direto

Tabela 2.1 – Dados gerais do moinho

Fabricante	Citic
Tipo	<i>Overflow</i>
Sistema de alimentação	<i>Spout Feeder</i>
Forma de descarga	<i>Trommel</i>
Dimensões	5,5m (diâmetro) x 8,8m (comprimento)
Capacidade nominal	790,7 t/h
Carga de bolas	340 t
Rotação / % Velocidade Crítica	13,7 rpm / 75%
<i>Top Size</i> (Bola)	50 mm
Potência	4.500 kW
Grau de enchimento	35 %

Tabela 2.2 – Dados gerais dos hidrociclones

Fabricante	FLSmidth KREBS
Modelo	GMAX26
Tamanho	660 mm
Número de ramais	8
Diâmetro do Ápex	140 mm
Diâmetro do Vórtex	254 mm
Altura livre do Vórtex	1400 mm

A Figura 2.5 destaca a localização dos instrumentos (variáveis medidas) e dos atuadores (variáveis manipuladas) do circuito. Considerando o objetivo de avaliar, no circuito simulado, o potencial para aplicação do ajuste do diâmetro do *apex* como variável manipulada alternativa para otimizar o processo de classificação por tamanho, a válvula de controle *ZCV_CL* está representada, apesar de não existir no processo real. Todas essas variáveis estão detalhadas na Tabela 2.3.

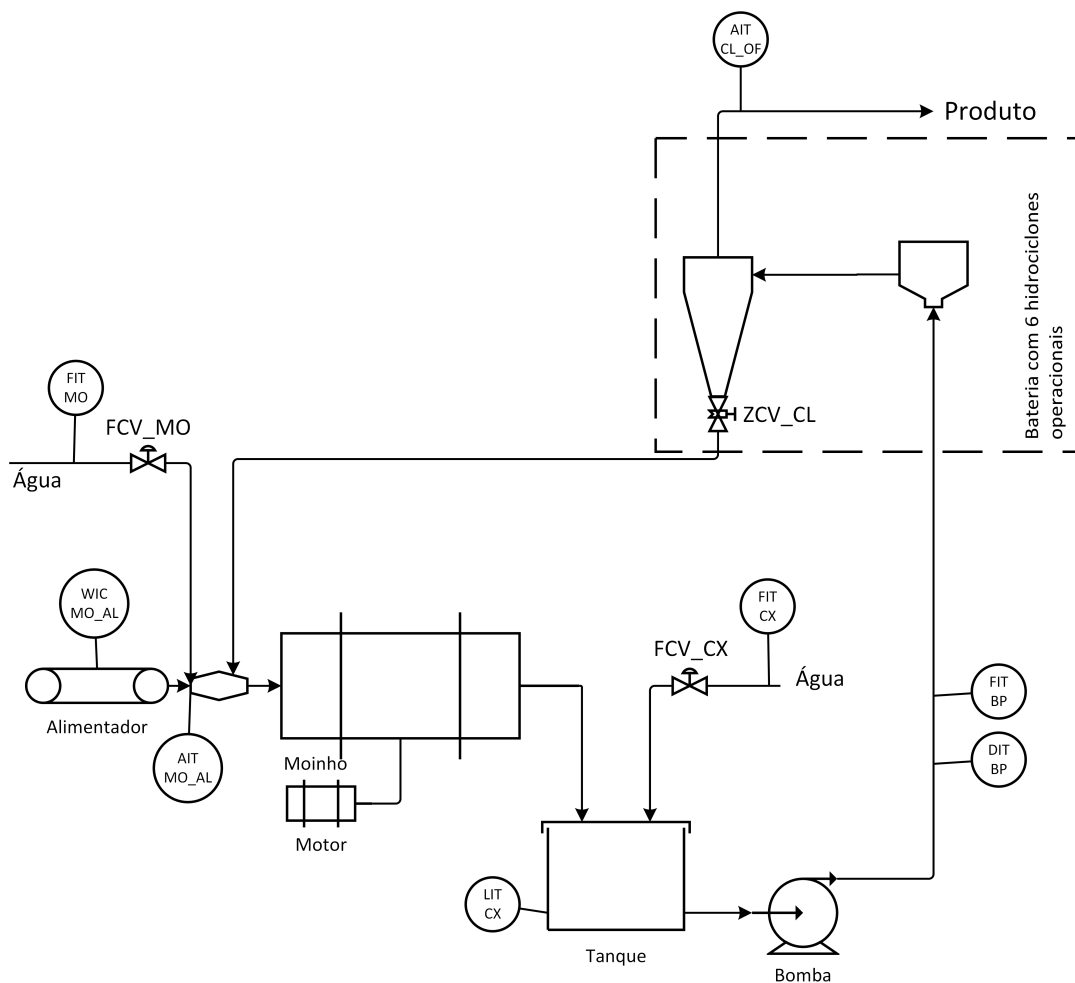


Figura 2.5 – Representação do processo de moagem com identificação da instrumentação

Tabela 2.3 – Descrição das variáveis do circuito simulado de moagem

Variável	Unidade	Descrição
<i>Variáveis manipuladas</i>		
<i>WIC_MO_AL</i>	<i>t/h</i>	Taxa de alimentação nova do moinho
<i>FCV_MO</i>	%	Válvula de controle de vazão de água do moinho
<i>FCV_CX</i>	%	Válvula de controle de vazão de água da caixa
<i>ZCV_CL</i> ¹	"	Válvula de controle de abertura do <i>apex</i> dos ciclones
<i>Variáveis medidas</i>		
<i>FIT_MO</i>	<i>m³/h</i>	Vazão volumétrica de água do moinho
<i>AIT_MO_AL</i>	%	Percentual de sólidos na alimentação nova do moinho
<i>LIT_CX</i>	%	Nível da caixa
<i>FIT_CX</i>	<i>m³/h</i>	Vazão volumétrica de água da caixa
<i>FIT_BP</i>	<i>m³/h</i>	Vazão volumétrica na saída da bomba de polpa
<i>DIT_BP</i>	<i>t/m³</i>	Densidade na saída da bomba de polpa
<i>AIT_CL_OF</i>	%	Percentual <75 μm no <i>overflow</i> dos ciclones

¹ A variação do diâmetro do *apex* não existe no circuito real e será avaliado - no ambiente simulado - seu potencial para compor a estrutura de controle.

2.4 Equipamentos do circuito de moagem

2.4.1 Moinho de bolas

A cominuição normalmente se dá na sequência de britagem e moagem, onde aquela reduz a granulometria do minério oriundo do processo de desmonte (*run of mine*) para granulometrias menores, condizentes com o processo de moagem.

O moinho contém, em sua câmara, corpos moedores livres (bolas, barras ou *pebbles*) para reduzir progressivamente o tamanho das partículas e alcançar elevadas taxas de redução de tamanhos, aumentando o grau de liberação do mineral-minério para as etapas posteriores de concentração, e permitindo a formação de superfícies mais quimicamente ativas e mais susceptíveis à ação dos reagentes numa etapa de concentração por flotação (WILLS; NAPIER-MUNN, 2006).

De acordo com King (2001), os três principais mecanismos de quebra presentes na cominuição são:

- **Abrasão:** mecanismo de desgaste por atrito, onde a partícula-pai altera pouco seu tamanho original e gera um número significativo de partículas muito menores. Dessa forma, como pode ser visto na Figura 2.6, há dois picos distintos na distribuição de tamanhos - um pico representando as partículas-filhas menores, e um pico representando as partículas-pais maiores;
- **Compressão:** mecanismo de fratura quando a partícula-pai possui algumas super-

fícies onde a quebra é mais provável de ocorrer. Esse mecanismo gera fragmentos relativamente grandes e partículas finas originadas do ponto de aplicação das forças de compressão (Figura 2.7);

- **Impacto:** mecanismo de quebra mais provável de ocorrer em moinhos de bolas e barras. A população de partículas-filhas é composta por um número de sub-populações em uma ampla faixa de tamanhos (Figura 2.8). Essa mistura de sub-populações é a base da função Quebra (**B**).

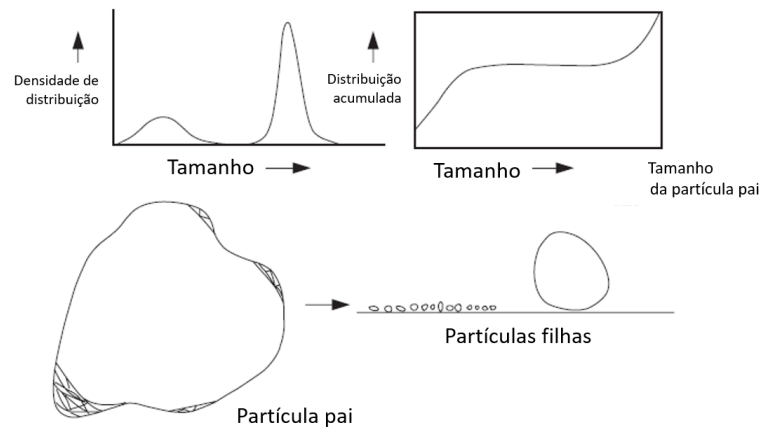


Figura 2.6 – Características do mecanismo de quebra por abrasão. Adaptado de (KING, 2001)

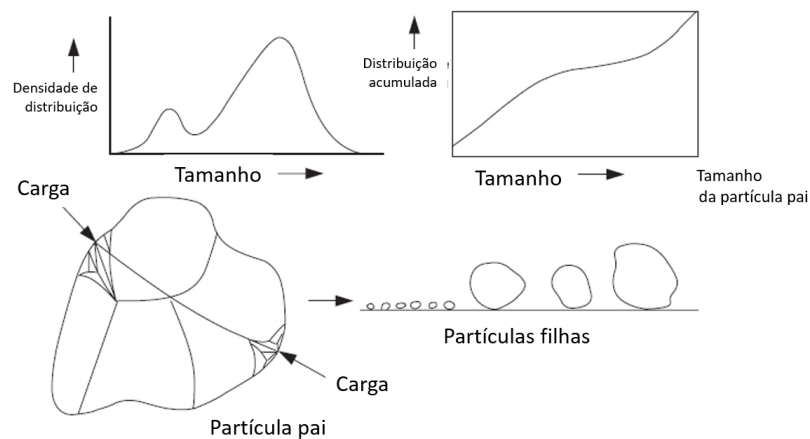


Figura 2.7 – Características do mecanismo de quebra por compressão. Adaptado de (KING, 2001)

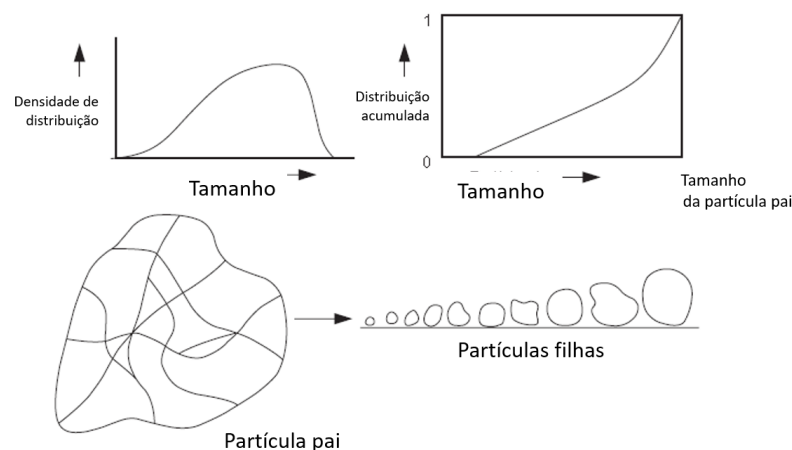


Figura 2.8 – Características do mecanismo de quebra por impacto. Adaptado de (KING, 2001)

A ação de moagem dentro de um moinho de bolas pode ser ilustrada pela Figura 2.9, onde a redução de tamanho ocorre como resultado da combinação de ações sucessivas de impacto, de abrasão e de compressão entre o corpo moedor e as partículas. O movimento da carga segue um caminho circular próximo à carcaça do moinho, e um movimento parabólico quando é lançado de volta ao pé da carga (WILLS; NAPIER-MUNN, 2006).

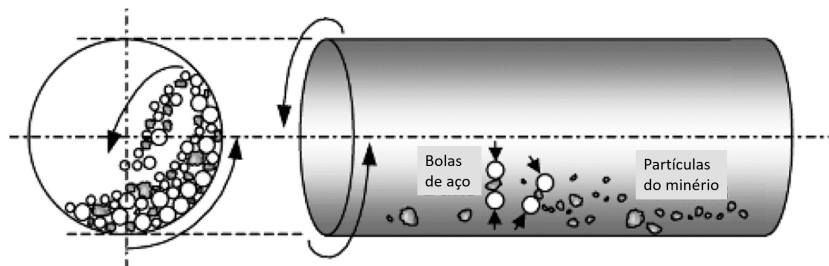


Figura 2.9 – Ilustração da ação de moagem dentro de um moinho de bolas. Adaptado de (GUPTA; YAN, 2006)

A seguir, Wills e Finch (2016) apresentam conceitos e detalhes relacionados ao movimento da carga para moinhos de bolas presentes na Figura 2.10.

Uma das principais variáveis de referência operacional para moinhos de bolas é a **velocidade crítica** (N_c), que corresponde à velocidade na qual há centrifugação e a carga é transportada até o ponto vertical mais alto onde se desprende da carcaça, deixando de seguir o caminho circular. Ela é dada em rotações por minuto (rpm) e é função do diâmetro interno do moinho, D , e do diâmetro do *top size* das bolas, d , ambos em metros (Equação (2.1)).

$$N_c = \frac{42,3}{\sqrt{D - d}} \quad (2.1)$$

A **velocidade de rotação** é referenciada como a velocidade de rotação em relação à velocidade crítica e, na prática, varia de 50% a 90%. Ela tem um papel fundamental na determinação do regime predominante de moagem: cascata ou catarata. Na **cascata**, em velocidades relativamente mais baixas, a carga tende a rolar em direção ao pé do moinho, predominando quebra por abrasão e levando a uma moagem mais fina. Na **catarata**, em velocidades mais altas, a carga é projetada em parábola no sentido do pé da carga, predominando quebra por impacto e levando a uma moagem mais grossa, porém gerando uma faixa mais ampla de tamanhos.

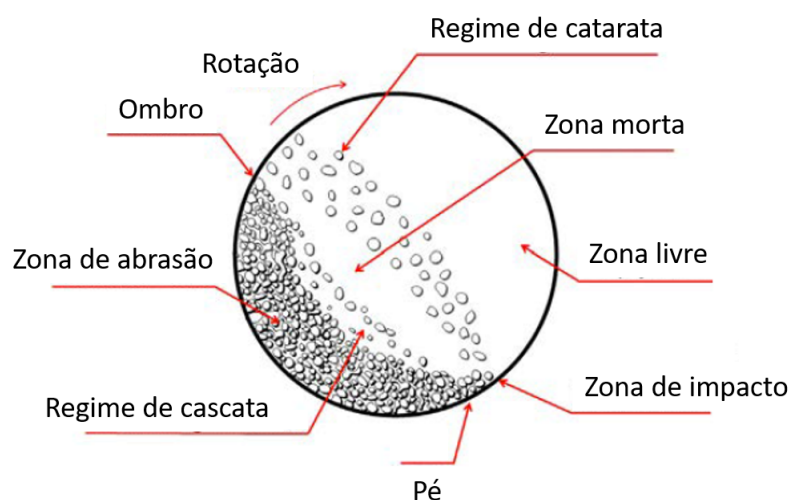


Figura 2.10 – Detalhe do movimento do corpo moedor em moinho de bolas. Adaptado de (WILLS; FINCH, 2016)

A Figura 2.11 mostra um desenho típico de um moinho de bolas cuja descarga é por *overflow* do conteúdo. De acordo com Gupta e Yan (2006), esse tipo de moinho com descarga por *overflow* é indicado para moagens mais finas (75 a 106 μm).

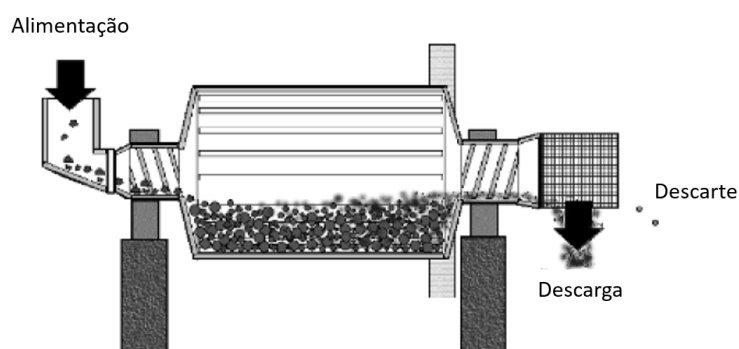


Figura 2.11 – Típico de moinho de bolas por *overflow*. Adaptado de (GUPTA; YAN, 2006)

Os circuitos fechados de moagem podem ser classificados como direto ou reverso dependendo do fluxo de alimentação nova (Figura 2.12). Quando a alimentação nova é direcionada à alimentação do moinho diretamente, é um circuito direto. Quando a

alimentação é classificada e o material mais grosseiro resultado dessa classificação é a alimentação do moinho, o circuito é chamado reverso (MAZZINGHY, 2009).

De acordo com Wills e Napier-Munn (2006), em uma operação em circuito fechado, o objetivo não é reduzir efetivamente todos os tamanhos em uma única etapa, e sim buscar remover o material do circuito assim que ele alcançar a granulometria requerida. Nesse circuito, o material mais grosseiro que retorna ao moinho pelo *undeflow* da classificação é referenciado como *Carga Circulante* e seu valor é expresso como o percentual, em peso, da alimentação nova.

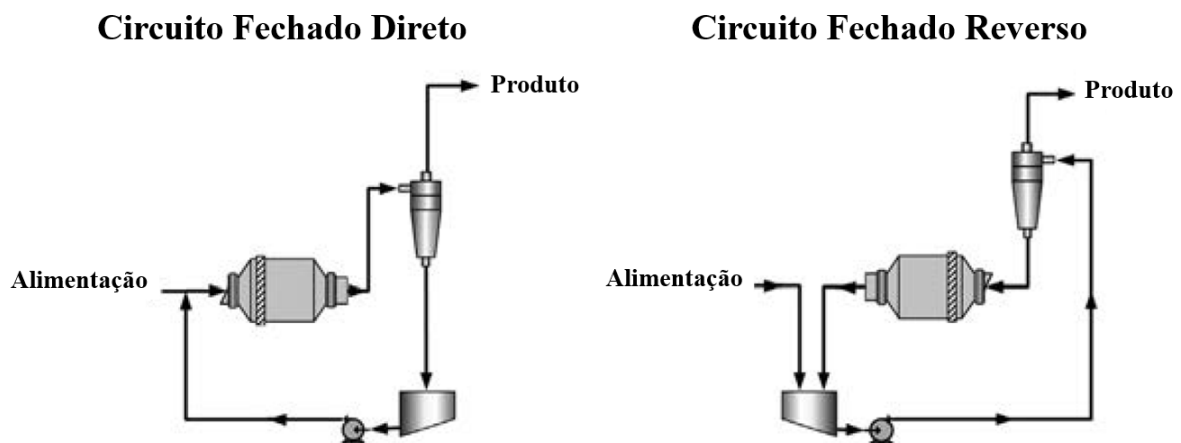


Figura 2.12 – Circuitos fechados direto e reverso de moagem. Adaptado de (WILLS; FINCH, 2016)

2.4.2 Hidrociclone

O hidrociclone, ou ciclone, é um equipamento de classificação usado no beneficiamento mineral que provê a separação em duas classes de polpa com distribuição granulométrica das partículas distintas. Partículas com diâmetros menores têm maior probabilidade de seguirem para o fluxo do *overflow*, enquanto partículas com diâmetros maiores têm maior probabilidade de seguirem para o fluxo do *underflow*.

Svarovsky (2000) apresenta um diagrama esquemático do resultado dos processos de classificação em um hidrociclone na Figura 2.13.

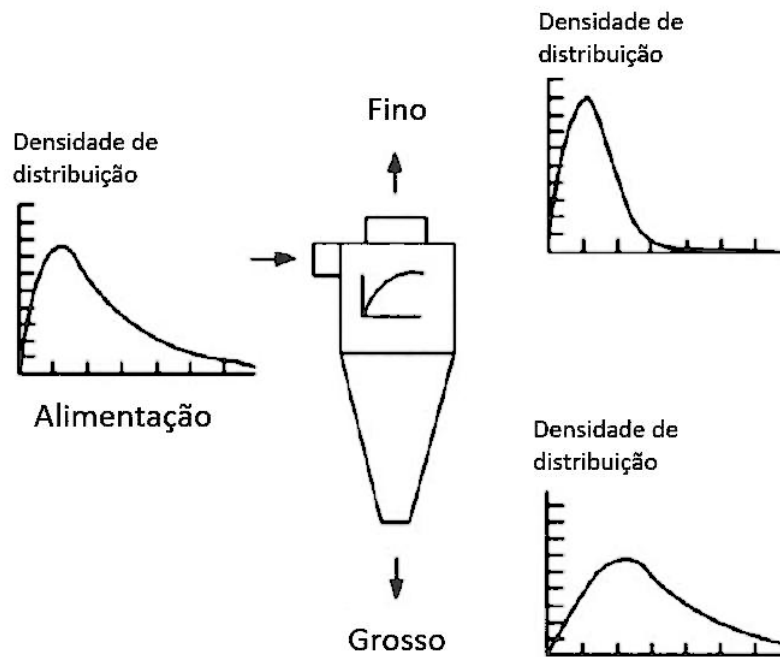


Figura 2.13 – Resultado esquemático dos processos de classificação em um hidrociclone. Adaptado de (SVAROVSKY, 2000)

Wills e Napier-Munn (2006) apresentam detalhes do hidrociclone típico, ilustrados nos elementos da Figura 2.14, que serão detalhados nos parágrafos a seguir.

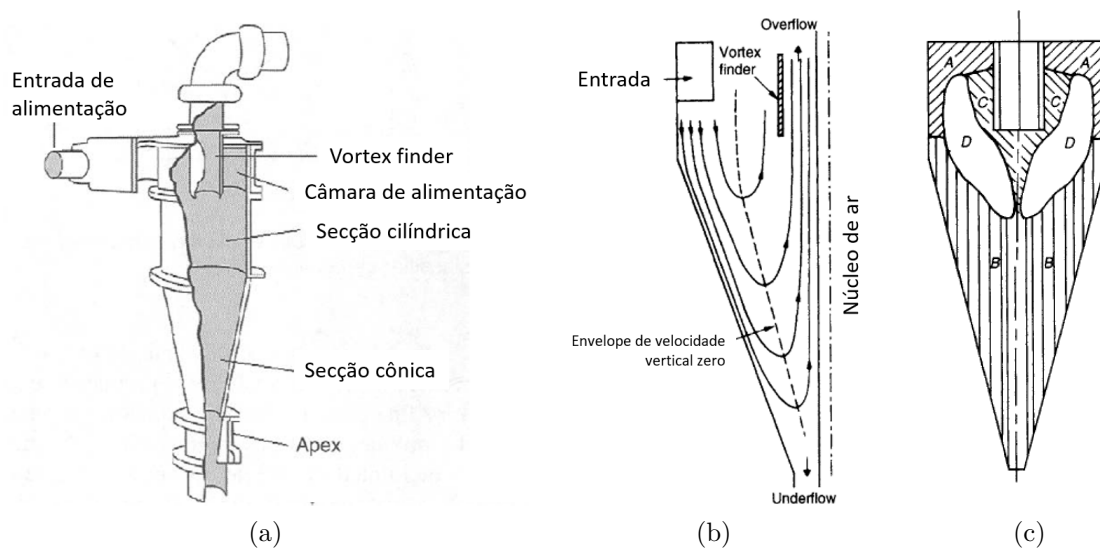


Figura 2.14 – (a) Hidrociclone típico, (b) Distribuição das componentes de velocidade e (c) Regiões de distribuição granulométricas similares. Adaptado de (WILLS; NAPIER-MUNN, 2006)

O hidrociclone, mostrado na Figura 2.14a, é composto por um vaso de seção cônica aberto em seu *apex* (fluxo do *underflow*), unido a um cilindro de seção reta que possui uma entrada para alimentação tangencial. O topo da seção cilíndrica é fechada por um

prato ligado a um tubo montado perpendicularmente para a saída do fluxo do *overflow*. Esse tubo se prolonga para o interior do hidrociclone a fim de evitar o curto-circuito entre a alimentação e o *overflow* e é chamado de *vortex finder*. O fluxo de alimentação é injetado sob pressão na entrada tangencial, gerando um vórtex no ciclone, uma zona de baixa pressão e um núcleo de ar ao longo do eixo vertical, que é conectado à atmosfera pelo *apex*.

A propriedade física que permite ao hidrociclone classificar as partículas por tamanho, forma e densidade, é a resultante das forças opostas geradas durante o movimento do fluido em espiral - força centrífuga (\vec{F}_c) e força de arrasto (\vec{F}_a). Partículas com resultante $\vec{F}_c - \vec{F}_a > 0$ movem-se para a parede do ciclone, onde a velocidade é menor e é direcionada para a abertura do *apex*. Já as partículas com resultante $\vec{F}_c - \vec{F}_a < 0$, movem-se para a região de baixa pressão ao longo do eixo e são arrastadas para o *overflow* através do *vortex finder*.

A Figura 2.14b destaca o núcleo de ar ao longo do eixo vertical, os perfis de velocidade vertical e a região cuja velocidade vertical é nula. Essa região de velocidade nula representa a transição entre os fluxos ascendentes e descendentes no interior do hidrociclone. Partículas atiradas fora do envelope de velocidade nula irão para o *underflow*, enquanto partículas arrastadas para dentro desse envelope irão para o *overflow*. Já partículas presentes no envelope de velocidade nula ($\vec{F}_c - \vec{F}_a = 0$) possuem a mesma probabilidade de ir para o *underflow* quanto para o *overflow*.

Apesar do hidrociclone efetivamente dividir a alimentação em duas classes de produtos com distribuições granulométricas distintas (*underflow* e *overflow*), a Figura 2.14c mostra que em seu interior podem existir quatro regiões com distribuições granulométricas distintas:

- Região A: a região entre a parede da câmara de alimentação e o topo do cilindro contém, essencialmente, material da alimentação ainda não classificado;
- Região B: a região que ocupa grande parte da seção cônica do ciclone contém material de maior granulometria totalmente classificado e assemelha-se ao produto do *underflow*;
- Região C: a região estreita ao redor do *vortex finder* e ao longo do eixo vertical central do ciclone contém material de menor granulometria totalmente classificado e assemelha-se ao produto do *overflow*;
- Região D: região semelhante a um toróide onde a classificação é realizada. Através dessa região as frações de tamanho são radialmente distribuídas, sendo que quanto mais próximo do eixo vertical, menores são as partículas.

Para se obter informações mais detalhadas sobre os perfis de velocidade e de pressão - no tempo e no espaço - no interior do hidrociclone, modelos fluidodinâmicos são simulados por Dinâmica dos Fluidos Computacional (*Computational Fluid Dynamics — CFD*). Murthy e Bhaskar (2012) avaliam as regiões de pressão e velocidade em um estudo por simulação *CFD* e concluem que:

- **Pressões:** os maiores valores de pressão estática estão localizados nas paredes do hidrociclone e aumentam a medida que a distância radial para o eixo central aumenta, sendo que os menores valores são observados na região da abertura do *apex*. E a zona de maior variação de pressão é a região de transição entre o núcleo central de ar e o fluido. Os valores e a representação por gradiente de cores são mostrados na Figura 2.15, que apresenta os contornos de pressão estática no plano vertical central e nos planos radiais.
- **Velocidades verticais:** a Figura 2.16 apresenta os contornos de velocidade no plano vertical central geral em conjunto com as regiões de velocidade vertical positiva (no sentido do *vortex finder* e negativa (no sentido do *apex*). Verifica-se que a região de velocidade positiva está em torno do eixo do hidrociclone. Após essa distância radial, as velocidades se tornam negativas, indicando o fluxo para o *underflow*. Entre essas duas regiões, existe uma região de velocidade nula (assim como mostrado na Figura 2.14b)

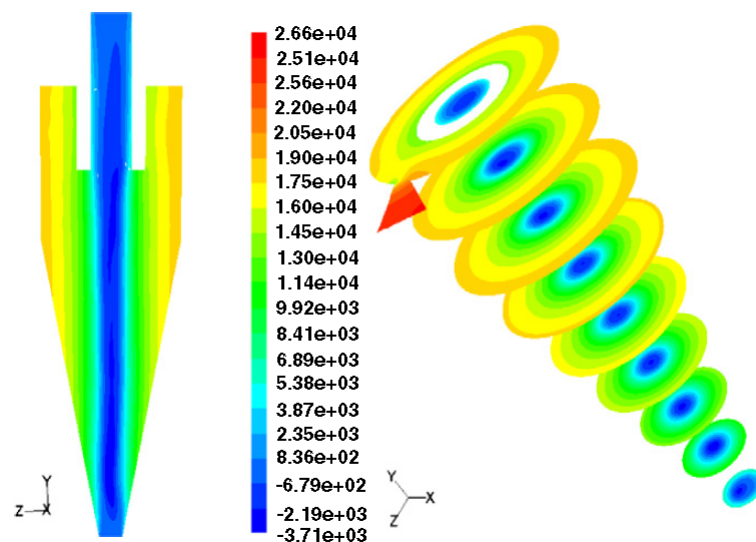


Figura 2.15 – Contornos de pressão estática nos eixos axial e radial no interior do hidrociclone (MURTHY; BHASKAR, 2012)

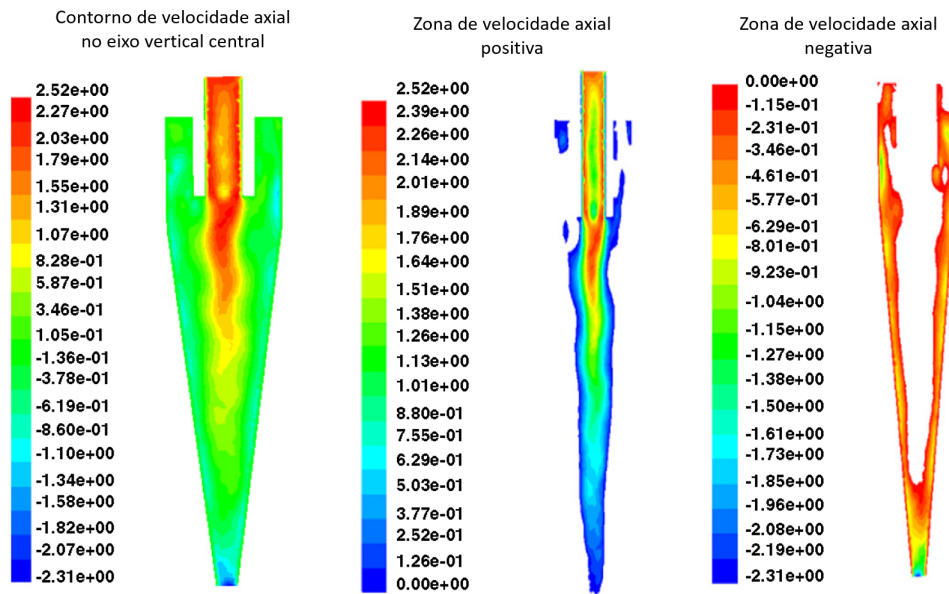


Figura 2.16 – Contornos de velocidade no interior do hidrociclone - detalhe para as zonas de velocidade positiva (no sentido do *vortex finder* e negativa (no sentido do *apex*). Adaptado de (MURTHY; BHASKAR, 2012)

Outra aplicação de *CFD* é apresentada na Figura 2.17 por Neesse et al. (2004). A camada de sedimentação alcança as partes mais altas do hidrociclone com altas concentrações de sólidos na alimentação, alterando a formação e estabilidade do núcleo de ar.

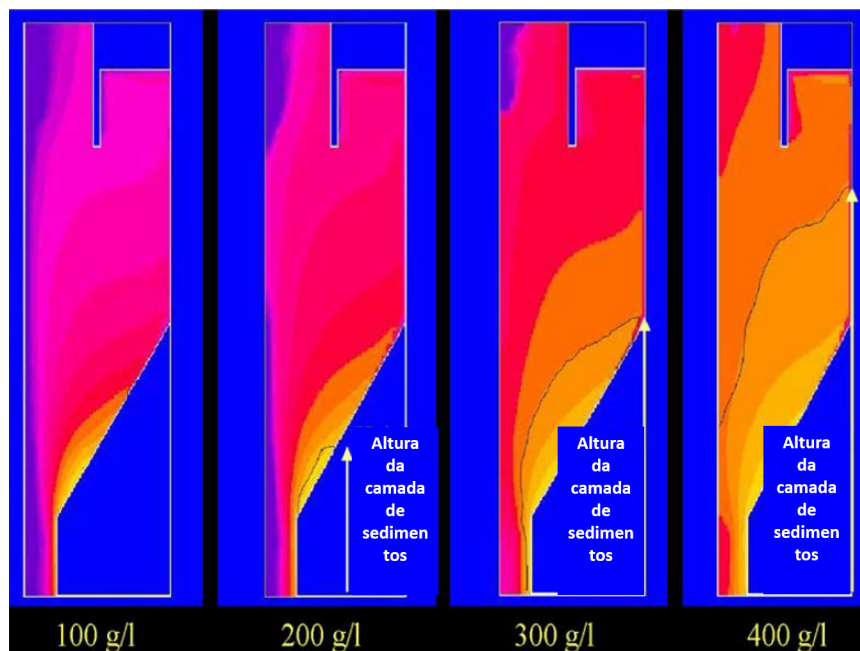


Figura 2.17 – Acúmulo de sedimentos no hidrociclone com o aumento do percentual de sólidos na alimentação. Adaptado de (NEESSE et al., 2004)

Então, Neesse et al. (2004) discutem a forma de descarga do *underflow* avaliando a massa sedimentada armazenada dentro do hidrociclone e a formação do núcleo de ar.

As três formas de descarga: em forma de *spray* (separação diluída), em forma de cordão (separação densa), e em forma intermediária (separação correta) são ilustradas na Figura 2.18.

Na separação diluída, a descarga é em forma de *spray* com o núcleo de ar estendendo até o *underflow*, resultando em baixa concentração de sólidos e em mais partículas finas sendo arrastadas para o *underflow*.

Na separação densa, a descarga é em forma de cordão. Com mais sólidos armazenados na parte cônica do hidrociclone, o núcleo de ar não alcança o *underflow*, oscila intensamente, resultando em alta concentração de sólidos e menos finos no *underflow*.

Já o estado intermediário - de transição entre *spray* e cordão - representa o melhor estado de operação e é instável, variando rapidamente entre *spray* e cordão.

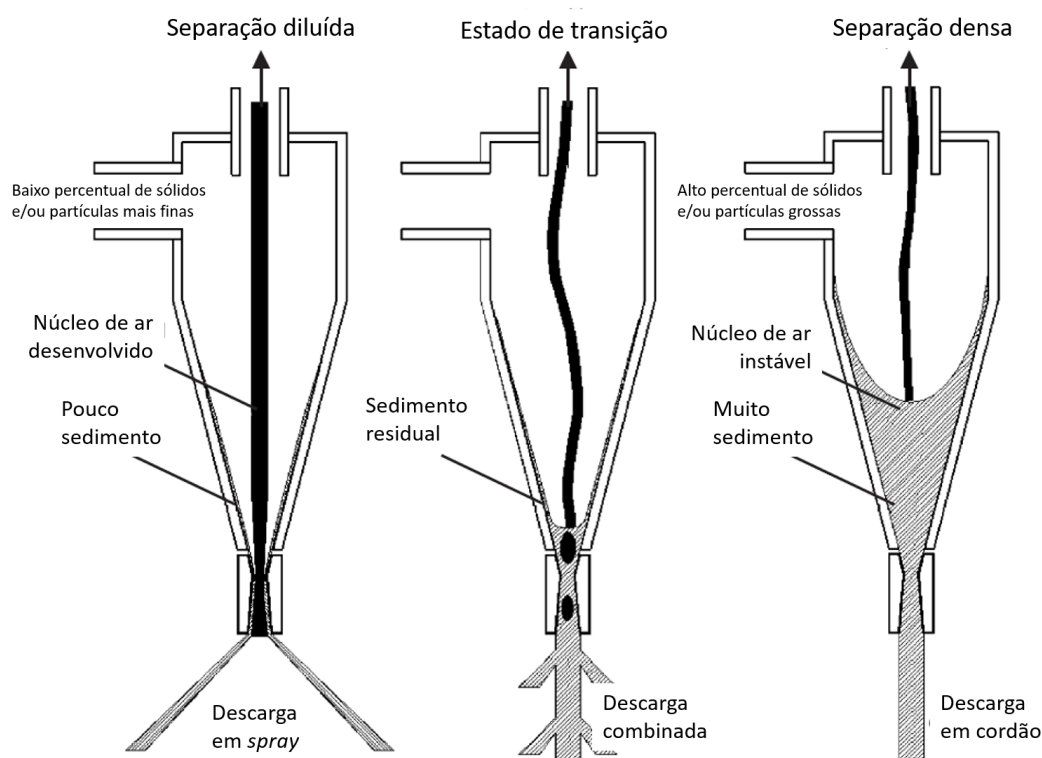


Figura 2.18 – Estados operacionais do hidrociclone observados pelo *underflow*: descarga em *spray*; descarga combinada; descarga em cordão. Adaptado de (NEESSE et al., 2004)

O método mais comum de representar a eficiência de um hidrociclone é a *curva de partição*, que relaciona a fração em peso ou em percentual de cada tamanho de partícula da alimentação que é direcionado ao *apex* ou *underflow*. Svarovsky (1984) (*apud* Wills e Napier-Munn (2006)) define o **tamanho de corte** ou **ponto de separação**, d_{50} , como o tamanho, em μm , no qual 50% das partículas da alimentação se dirigem para o *underflow*. Partículas desse tamanho possuem igual probabilidade de serem direcionadas para o *underflow* ou para o *overflow*.

A Figura 2.19a mostra as curvas de partição ideal e real. Na Figura 2.19b, Plitt e Kawatra (1979) ilustram a diferença: a área entre as curvas representa as partículas finas, menores que d_{50} , que deveriam estar no *overflow* e estão no *underflow*; e as partículas grossas, maiores que d_{50} , que deveriam estar no *underflow* e estão no *overflow*.

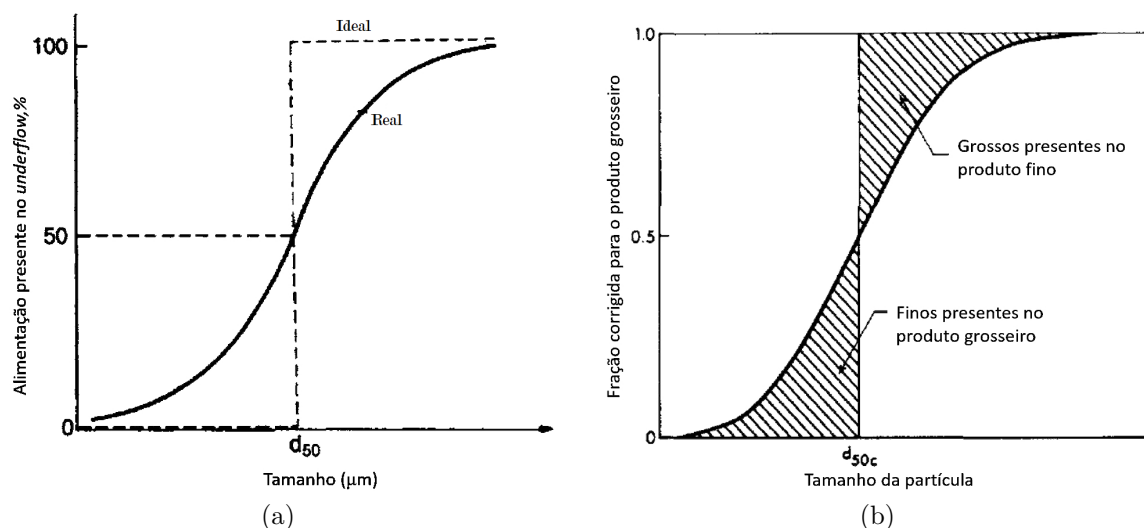


Figura 2.19 – (a) Curva de partição para hidrociclone (real x ideal). Adaptado de (WILLS; NAPIER-MUNN, 2006); (b) Ilustração da área relativa ao material mal classificado. Adaptado de (PLITT; KAWATRA, 1979)

A inclinação da seção central da curva real de partição é chamada de **nitidez de separação** (*sharpness of classification* ou *sharpness of cut*), m . Quanto mais próxima da vertical é a inclinação, maior é a eficiência da classificação.

Muitas vezes a curva de partição é recalculada e definida como corrigida com a introdução do termo d_{50} corrigido, d_{50c} . Essa correção é feita pra excluir o percentual das partículas da alimentação - definido como R_f - que foram para o *underflow* devido ao fenômeno de *curto-circuito* ou *bypass* (representado no diagrama da Figura 2.20). Dessa forma, a curva corrigida descreve o percentual de partículas recuperadas no *underflow* exclusivamente por classificação (Figura 2.21a) (PLITT; KAWATRA, 1979).

Wills e Napier-Munn (2006) apresentam outra curva de separação, denominada *curva de separação reduzida*, que é resultado da normalização de todos os tamanhos presentes no *underflow* pelo d_{50c} (Figura 2.21b). Esse ajuste permite que essa curva de desempenho da classificação possa ser usada após quaisquer mudanças nas condições de operação do ciclone.

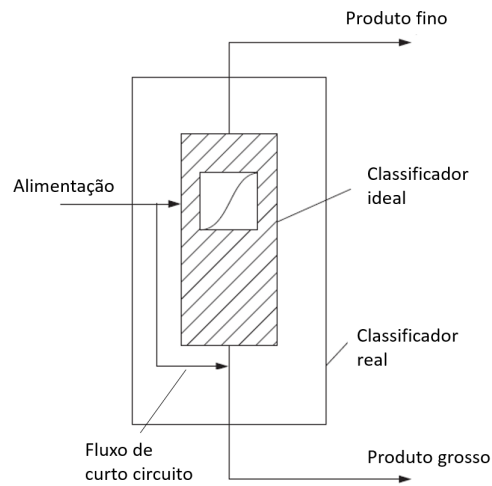
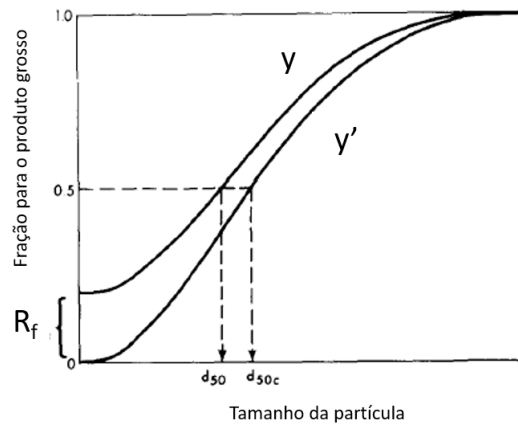
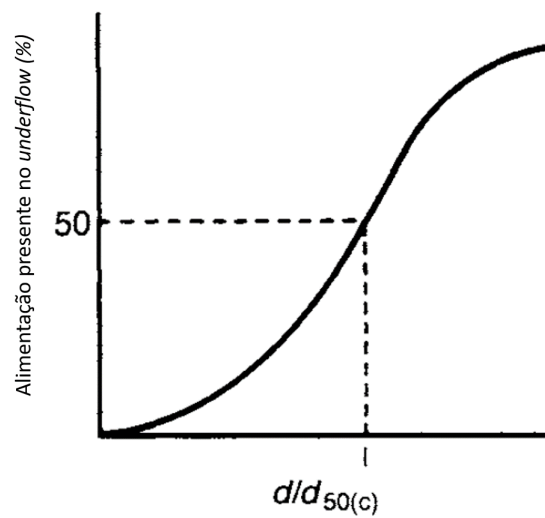


Figura 2.20 – Diagrama de um hidrociclone representando o fenômeno de curto-circuito. Adaptado de (KING, 2001)



(a)



(b)

Figura 2.21 – (a) Curvas de classificação corrigida (y') e não corrigida (y). Adaptado de (PLITT; KAWATRA, 1979), (b) Curva de classificação reduzida (d/d_{50c}). Adaptado de (WILLS; NAPIER-MUNN, 2006)

2.4.3 Variáveis geométricas e operacionais relacionadas à performance do hidrociclone

Avaliando alguns fatores operacionais e geométricos que influenciam a performance do hidrociclone, Wills e Napier-Munn (2006) citam algumas correlações importantes que estão organizadas na Tabela 2.4 e apresentadas na Figura 2.22. A Figura 2.22a detalha a redução do tamanho de corte, d_{50} , com o aumento da taxa de alimentação (ou aumento da pressão na alimentação) devido ao efeito do aumento da força centrífuga que leva partículas mais finas serem direcionadas ao *underflow*; a Figura 2.22b mostra o aumento do tamanho de corte, d_{50} , com o aumento do percentual de sólidos na alimentação; e a Figura 2.22c ilustra o efeito do aumento do diâmetro do *apex*, aumentando a razão da vazão de água para o *underflow* e levando a uma descarga em *spray*.

Ni et al. (2019), em sua revisão sobre otimização de parâmetros geométricos de hidrociclones, considera o ajuste do diâmetro do *apex* como crítico para a performance de separação do hidrociclone e um desafio determinar seu valor ótimo durante o projeto do equipamento. Portanto, formas para manipular/ajustar o diâmetro do *apex* têm sido desenvolvidas, tais como: orifícios controlados pneumaticamente (válvulas) e aberturas ajustáveis mecanicamente.

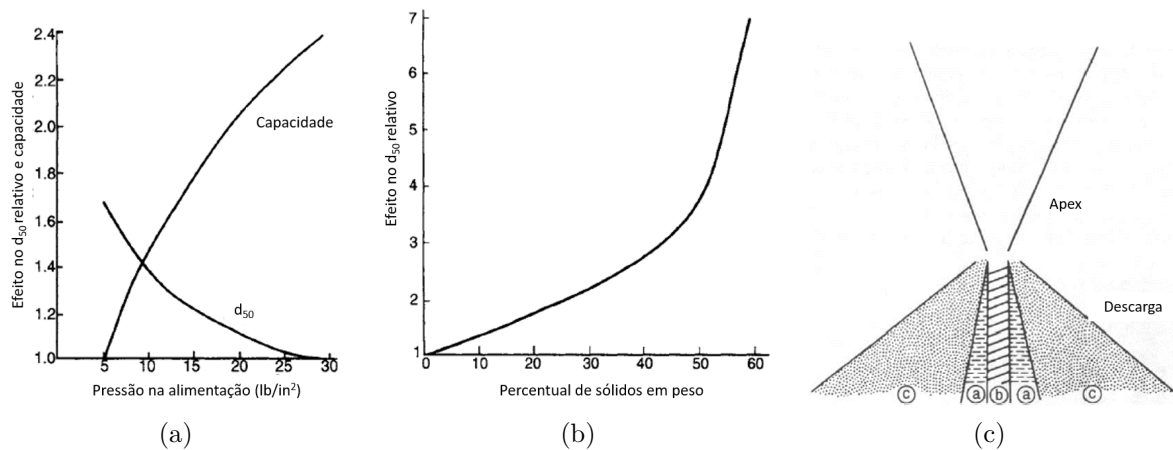


Figura 2.22 – (a) Efeito da pressão na capacidade e tamanho de corte, (b) Efeito da concentração de sólidos no tamanho de corte (c) Efeito do diâmetro do *apex* na forma de descarga do *underflow*: zona a: operação correta; zona b: cordão, *apex* muito pequeno; zona c: excessivamente diluído, *apex* muito grande. Adaptado de (WILLS; NAPIER-MUNN, 2006).

Tabela 2.4 – Efeitos das variáveis operacionais e de projeto (geométricos) no desempenho de hidrociclones (WILLS; NAPIER-MUNN, 2006)

Parâmetro	Correlação
Tamanho de corte	Inversamente proporcional à recuperação de sólidos; Diminui com a taxa da alimentação; Aumenta com o diâmetro do ciclone; Aumenta com o percentual de sólidos na alimentação; Aumenta com a viscosidade da alimentação; Aumenta com menores diâmetros do <i>apex</i> ; Aumenta com maiores diâmetros do <i>vortex finder</i> ; Aumenta com a inclinação do ciclone.
Eficiência da classificação	Diminui com o percentual de sólidos na alimentação; Diminui com a viscosidade da alimentação; Aumenta com a seleção correta do tamanho do ciclone; Aumenta limitando a água para o <i>underflow</i> ; Aumenta com certas geometrias.
Diluição do <i>underflow</i>	Diminui com a taxa da alimentação; Diminui com ciclones inclinados; Aumenta com maiores diâmetros do <i>apex</i> ; Aumenta com menores diâmetros do <i>vortex finder</i> ; Aumenta com o percentual de sólidos na alimentação; Aumenta com a viscosidade da alimentação.
Taxa de alimentação	Diminui com o percentual de sólidos na alimentação; Diminui com a viscosidade da alimentação; Aumenta com a pressão; Aumenta com o diâmetro do ciclone.

2.5 Balanço de massa pelo método de minimização das somas dos quadrados dos resíduos

Wills e Napier-Munn (2006) detalham o Método de Minimização das Somas dos Quadrados dos Resíduos (MMSQR) para reconciliação de dados que utiliza abordagem de mínimos quadrados e multiplicadores de Lagrange para resolver o problema de minimização dos resíduos. Esse método é aplicado aos dados amostrados de granulometria e de massa de forma a se obter dados ajustados do processo com distorções do processo de amostragem minimizadas.

Como o material é transportado no circuito de moagem em polpa (mistura de água e sólidos), as variáveis mais importantes a serem amostradas nos fluxos são: a vazão volumétrica de polpa, que afeta o tempo de residência do circuito; e a quantidade (em peso ou percentual) de sólidos contidos na polpa (WILLS; NAPIER-MUNN, 2006).

Seja k a identificação da amostra que segue até n ($k = 1, 2, \dots, n$), f_k o valor do componente k no fluxo de alimentação; c_k o valor do componente k no fluxo de concentrado; t_k o valor do componente k no fluxo do rejeito; r_k o valor do resíduo gerado pelos

erros experimentais nas medições dos componentes k ; \hat{C} o valor calculado que minimiza os erros; \bar{h} a soma dos quadrados a serem minimizados; f_{k_a} , c_{k_a} e t_{k_a} são os resultados para os ajustes de cada componente k para os três fluxos. A sequência do método está apresentada da Equação (2.2) a Equação (2.7).

No caso do ciclone, f_k é o percentual retido simples da alimentação, c_k é o percentual retido simples do *underflow* e t_k é o percentual retido simples do *overflow*.

$$r_k = f_k - \hat{C}c_k - (1 - \hat{C})t_k \quad (2.2)$$

$$\hat{C} = \frac{\sum_{k=1}^n (f_k - t_k)(c_k - t_k)}{\sum_{k=1}^n (c_k - t_k)^2} \quad (2.3)$$

$$\bar{h} = 1 + \hat{C}^2 + (1 - \hat{C})^2 \quad (2.4)$$

$$f_{k_a} = \frac{r_k}{\bar{h}} \quad (2.5)$$

$$c_{k_a} = -\hat{C} \frac{r_k}{\bar{h}} \quad (2.6)$$

$$t_{k_a} = -(1 - \hat{C}) \frac{r_k}{\bar{h}} \quad (2.7)$$

2.6 Modelagem matemática

Aguirre (2004) define modelos como representações matemáticas que são obtidas para representar o sistema real a partir dos dados gerados pelo próprio sistema. Normalmente, a identificação desses sistemas contém as seguintes etapas: testes dinâmicos e coleta de dados, escolha da representação matemática a ser usada, determinação da estrutura do modelo, estimação de parâmetros e validação do modelo.

Para aplicações de controle, modelos mais simples são normalmente utilizados, pois o foco é conhecer de maneira geral o comportamento dinâmico do processo para que se possa projetar os controladores.

Como definido em Aguirre (2004), a modelagem pode ser classificada como caixa branca, caixa preta ou caixa cinza.

- A modelagem caixa branca levanta o modelo dinâmico do processo a partir de sua física, ou seja, a partir das relações matemáticas que descrevem os fenômenos envolvidos.

- A modelagem caixa preta não considera nenhum tipo de equacionamento dos fenômenos existentes, mas sim a relação causal entre os sinais de saída e entrada do sistema. Assim, os parâmetros do modelo são variáveis de ajuste desse modelo sobre os dados reais, não refletindo as considerações físicas do sistema.
- Já a modelagem caixa cinza é um misto de caixa branca e caixa preta, pois é utilizado um conhecimento prévio da física do sistema e nenhum tipo de equacionamento dos fenômenos existentes é feito.

Concluindo, a modelagem de sistemas dinâmicos tem como objetivo levantar modelos matemáticos que descrevam de maneira satisfatória o comportamento dinâmico desses sistemas.

2.6.1 Modelagem de sistemas de cominuição

Na modelagem de sistemas de cominuição, a ideia básica é obter uma relação matemática entre o tamanho das partículas da alimentação e do produto. Também é necessário levar em consideração todas as variáveis envolvidas na operação, incluindo diversas características do processo e do próprio equipamento.

A teoria de cominuição provê conceitos e equações matemáticas eficientes para projetar sistemas de moagem que gerem produtos adequados diante da alimentação com características mais grosseiras. Além disso, os modelos são as ferramentas para determinar a distribuição de massa-tamanho do produto diante da distribuição massa-tamanho da alimentação e do tempo de moagem conhecidos (AUSTIN, 1971).

A distribuição de tamanhos produzidos a partir de uma única etapa de fragmentação é conhecida como função de quebra, \mathbf{B} , e denota a distribuição relativa de cada fração de tamanho após a quebra. Ela é quadrada ($n \times n$) e os elementos representam a proporção de material que ocorre naquela faixa granulométrica após a quebra. $B(d_i)$ é a proporção de material do tamanho inicial d_j que é menor do que d_i no produto (GUPTA; YAN, 2006).

Assim, os produtos da quebra de material de tamanho 1 são distribuídos b_{21} para o intervalo 2, b_{31} para o intervalo 3, e b_{n1} para o último intervalo. A soma dos valores $b_{i,1}$ para todo i é igual a 1. De maneira similar, a quebra da segunda fração granulométrica gera os produtos distribuídos b_{32} , b_{42} , etc (AUSTIN, 1971).

King (2001) apresenta a função Quebra, $B(x, y)$, nas Equações (2.8) e (2.9), onde n_1 , n_2 , K_5 e δ são parâmetros de ajuste.

$$B(d_i, d_j) = K \left(\frac{d_i}{d_j} \right)^{n_1} + (1 - K) \left(\frac{d_i}{d_j} \right)^{n_2} \quad (2.8)$$

$$K = K_5 \left(\frac{d_j}{5mm} \right)^\delta \quad (2.9)$$

King (2001) apresenta um gráfico típico da função quebra (**B**) em coordenadas $\log_{10} - \log_{10}$ destacando a interpretação geométrica para estimação dos parâmetros K , n_1 e n_2 quando os dados experimentais são disponíveis (Figura 2.23).

Galery et al. (2005) afirmam que os valores típicos de n_1 variam entre 0,5 e 1,5; e os valores de n_2 encontram-se na faixa de 2,5 a 5.

Os parâmetros da função quebra estão associados à diferentes mecanismos de quebra (KING, 2001):

- K : representa a fração do material que sofreu quebra pelo mecanismo de impacto.
- $(1 - K)$: representa a fração do material que sofreu quebra pelos demais mecanismos.
- n_1 : inclinação da reta (a) que extrapola a parte inferior representando a distribuição dos fragmentos resultantes da quebra pelo mecanismo de impacto.
- n_2 : inclinação da reta (b) resultante da diferença entre a curva de quebra B e a reta (a) representando a distribuição dos fragmentos resultantes dos demais mecanismos de quebra.

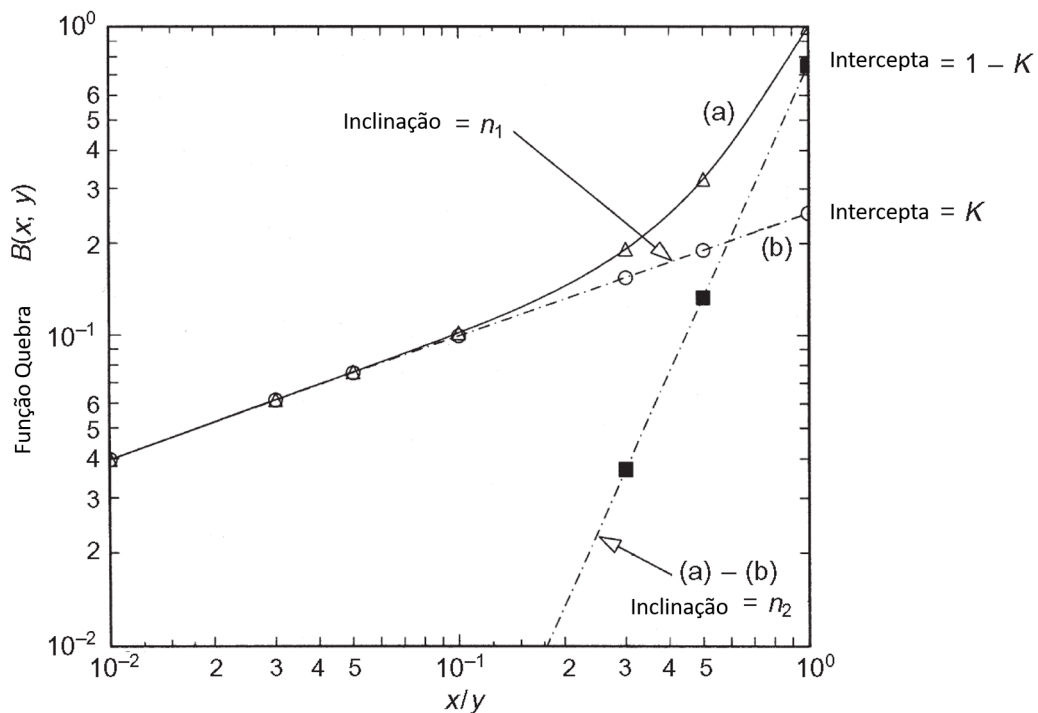


Figura 2.23 – Função Quebra típica apresentando a interpretação gráfica para determinação dos parâmetros K , n_1 e n_2 . Adaptado de (KING, 2001)

King (2001) referencia o modelo de Austin para definir a função seleção, s_j , dada em min^{-1} , como a taxa específica de quebra para um determinado tamanho de partícula j (Equação (2.10))¹, onde $d_j = (d_j \cdot d_{j-1})^{0,5}$, e S_1 , α , Λ e μ são parâmetros de ajuste (d_j e μ em mm). S_1 é o valor da função seleção para o tamanho de partícula igual a 1 mm .

$$s_j = \frac{S_1 d_j^\alpha}{1 + \left(\frac{d_j}{\mu}\right)^\Lambda} \quad (2.10)$$

Galery et al. (2005) afirmam que o parâmetro α é considerado como sendo característico do material, e o parâmetro S_1 é modelado como sendo dependente das condições de moagem, principalmente o diâmetro do moinho e o tamanho das bolas (KING, 2001).

Um gráfico típico da função seleção é mostrado na Figura 2.24, onde são identificadas duas regiões distintas: a região de quebra normal e a região de quebra anormal. Na primeira região - quebra normal - a taxa específica de quebra aumenta linearmente com o aumento do tamanho das partículas. Porém, há um máximo na curva de seleção que marca o início da região de quebra anormal. A partir desse ponto, a medida que as partículas se tornam maiores, a probabilidade de quebra diminui uma vez que a energia do impacto não é suficiente para superar a energia de ruptura, que é maior devido ao maior tamanho e à maior massa desse conjunto de partículas. O ponto da abscissa relacionado à região de inflexão da curva corresponde ao parâmetro μ da função seleção (KING, 2001).

Esses comportamentos distintos são representados na Equação (2.10), onde o numerador corresponde à função linear da quebra normal, e o denominador, à função exponencial da quebra anormal (Equações (2.11) e (2.12), respectivamente).

- **Parcela da Quebra Normal:**

$$s_j = S_1 d_j^\alpha \quad (2.11)$$

- **Parcela da Quebra Anormal:**

$$\frac{1}{1 + \left(\frac{d_j}{\mu}\right)^\Lambda} \quad (2.12)$$

¹ Será adotado s_j para representar a função seleção em substituição a k_j encontrada em King (2001), pois, como demonstrado por Austin (1971), essa substituição é válida ao considerar k_j constante com o tempo.

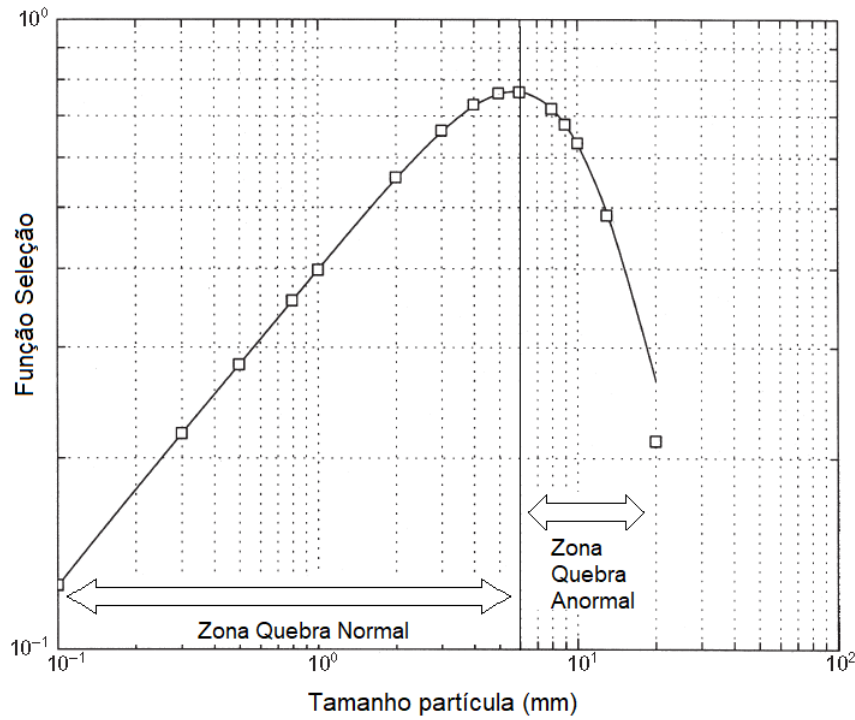


Figura 2.24 – Função Seleção com as regiões de quebra normal e anormal. Adaptado de (KING, 2001)

No caso da presença somente de fratura normal, analisando os valores de μ e Λ - que estão relacionados à região de quebra anormal -, conclui-se que o termo relativo ao decaimento da quebra anormal (Equação (2.12)) tende a 1 e a função seleção se resume ao termo de quebra normal (Equação (2.11)) (GALERY et al., 2005).

A saber:

$$\left[\frac{1}{1 + \left(\frac{d_j}{\mu}\right)^\Lambda} \right] \rightarrow 1$$

em razão de $\left[\left(\frac{d_j}{\mu}\right)^\Lambda \right] \rightarrow 0$, visto que: $0 < d_j < \mu$, $\left(\frac{d_j}{\mu}\right) < 1$ e $\Lambda > 0$.

King (2001) relaciona os parâmetros S_1 , μ e α da função seleção às características típicas do gráfico dessa função, e descreve o seguinte procedimento para estimar esses parâmetros e também o Λ .

1. Estender uma reta A que extrapola a parte inferior da curva tendo como equação a Equação (2.11).
2. S_1 é o avaliado na interseção da Linha A com o tamanho de partícula igual a 1 mm.
3. α corresponde à inclinação da Linha A na escala $\log_{10} - \log_{10}$.

4. Construir a reta B , paralela à reta A , passando pelo ponto f que possui a ordenada igual a $0,5e$ (e corresponde a um valor da função seleção no trecho linear). A interseção da reta B com a curva da função seleção terá como abscissa o valor de μ .
5. Uma vez determinados α e μ , resolver numericamente a Equação (2.13) para determinar Λ .

$$\frac{\mu}{d_{pmax}} = \left(\frac{\lambda}{\alpha} - 1 \right) \frac{1}{\Lambda} \quad (2.13)$$

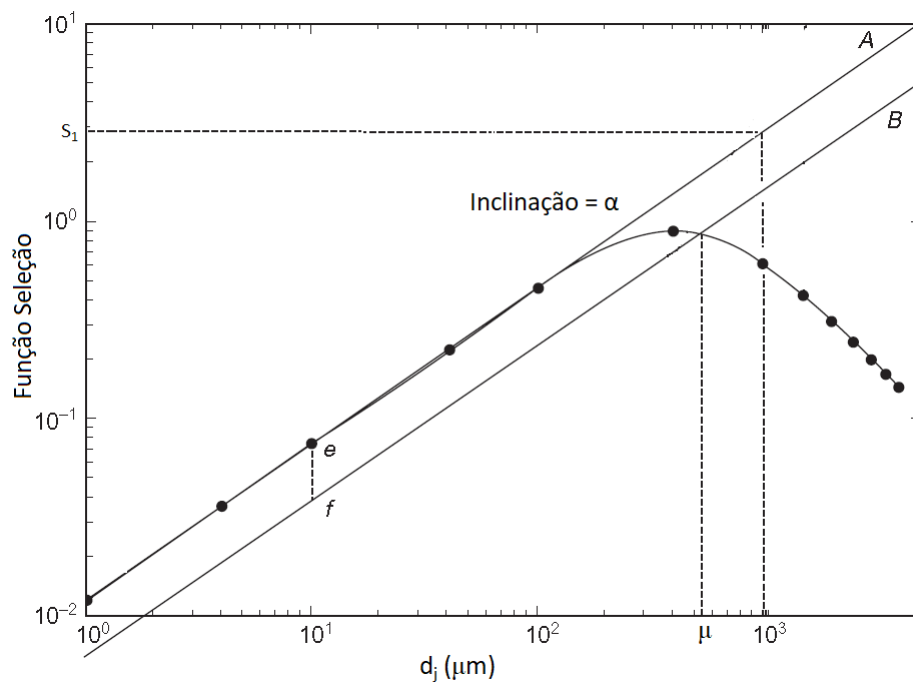


Figura 2.25 – Função Seleção típica apresentando a interpretação gráfica para determinação dos parâmetros S_1 , μ e α . Adaptado de (KING, 2001)

Um outro modelo matemático fenomenológico usado para representar uma moagem contínua de mistura perfeita (Figura 2.26) através de eventos sucessivos de quebra das partículas é o Modelo de Balanço Populacional (MAZZINGHY, 2009).

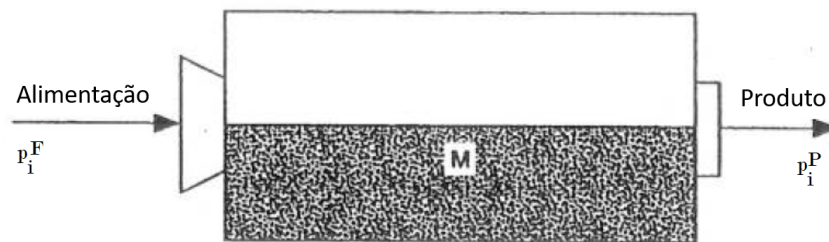


Figura 2.26 – Moinho contínuo de mistura perfeita. Adaptado de (KING, 2001)

Austin (1971) desenvolve o Modelo de Balanço Populacional iniciando pelo percentual acumulado passante $P(x)$ apresentado na Figura 2.27.

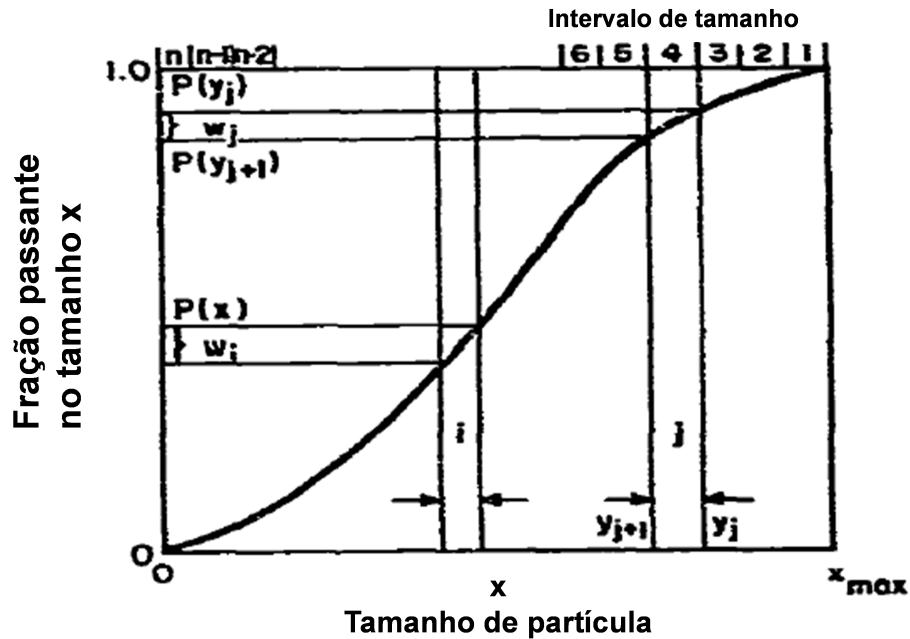


Figura 2.27 – Modelo de distribuição das frações granulométricas. Adaptado de (AUSTIN, 1971)

Observando $P(x)$ e considerando intervalos diferenciais do tamanho das partículas $\delta x \rightarrow 0$, têm-se o $w_i(t)$, que é fração da massa de tamanho i em um dado intervalo de tempo t . Além disso, como o percentual passante $P(x)$ é função do tempo, ele é mais rigorosamente representado por $P(x,t)$ (Equações (2.14) e (2.15)).

$$w_i = d_x P(x) = \frac{\partial P(x,t) dx}{\partial x} \tag{2.14}$$

$$\sum_i^n w_i = \int_0^x d_x P(x) \tag{2.15}$$

A Figura 2.28 ilustra o balanço de material: a massa no intervalo i depois de n estágios de moagem é igual a soma da massa selecionada para a quebra proveniente das frações maiores j que migraram para o intervalo i mais a massa que permaneceu no intervalo i menos a massa selecionada para a quebra que deixará o intervalo i e irá para os demais intervalos. Essa descrição é representada pela Equação (2.16).

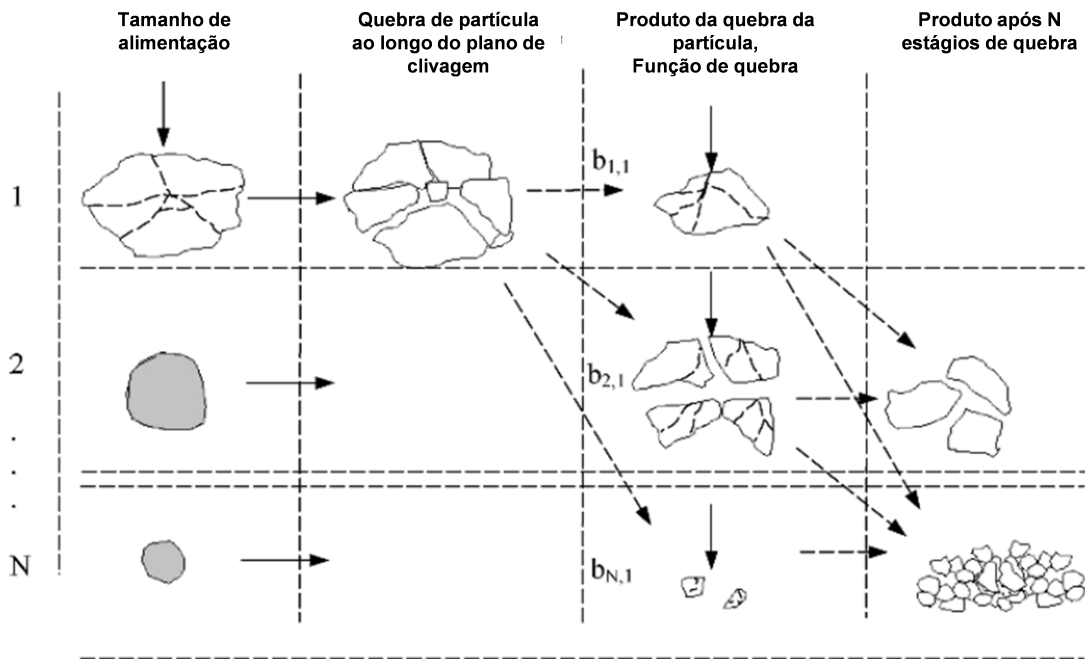


Figura 2.28 – Representação da distribuição de partículas após a quebra. Adaptado de (GUPTA; YAN, 2006)

$$w_i(p) = \left[\sum_{j=i-1}^1 b_{i,j} s_j w_j(p-1) \right] + w_i(p-1) - s_i w_i(p-1) \quad (2.16)$$

Para casos contínuos, é ideal definir a função seleção s_i como uma fração selecionada por unidade de tempo chamada \mathbf{S} (Equação (2.17)).

$$s_i = S_i \Delta t \quad (2.17)$$

Substituindo a Equação (2.17) na Equação (2.16) e rearranjando os termos, tem-se a Equação (2.18).

$$\frac{w_i(p) - w_i(p-1)}{\Delta t} = \left[\sum_{j=i-1}^1 b_{i,j} S_j w_j(p-1) \right] - S_i w_i(p-1) \quad (2.18)$$

No limite quando Δt é pequeno e w não varia muito em Δt , tem-se a Equação (2.19) que descreve o **Modelo de Balanço Populacional**.

$$\frac{\Delta w_i}{\Delta t} = \left[\sum_{j=i-1}^1 b_{i,j} S_j w_j \right] - S_i w_i \quad (2.19)$$

Liu e Spencer (2004) apresentam esse modelo dinâmico em forma matricial (Equação (2.20)).

$$\frac{dW(t)}{dt} = (B(t) - I)S(t)W(t) \quad (2.20)$$

Austin (1971) exemplifica a operação matricial considerando quatro intervalos de tamanho. Na matriz B , $b_{11} = b_{22} = b_{33} = b_{44} = 0$, mas os símbolos foram mantidos para preservar a simetria das expressões.

$$\begin{pmatrix} w_1(1) \\ w_2(1) \\ w_3(1) \\ w_4(1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{11} & 0 & 0 & 0 \\ b_{21} & b_{22} & 0 & 0 \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & 0 \\ b_{41} & b_{42} & b_{43} & b_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & s_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_1(0) \\ w_2(0) \\ w_3(0) \\ w_4(0) \end{pmatrix} + \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} s_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & s_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_4 \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} w_1(0) \\ w_2(0) \\ w_3(0) \\ w_4(0) \end{pmatrix}$$

Shahcheraghi, Mohammadi e Sabeti (2012) mostram que é possível determinar o tempo de moagem comparando-se os dados reais do processo com os dados do modelo de balanço populacional.

2.6.1.1 Modelo para potência de moinho de bolas

Um dos modelos disponíveis para determinar a potência de moinhos de bolas por *overflow* com diâmetro maior que 3,3 metros é descrito por Rowland e apresentado nas Equações (2.21) e (2.22), onde P_M é a potência do moinho em kW , M_B é a massa das bolas em toneladas, D é o diâmetro interno do moinho em m , V_p é a fração do volume do moinho preenchido com bolas, ϕ é a fração da velocidade crítica, F_B é o fator de correção para o tamanho de bolas e d_{max} é o diâmetro máximo das bolas em mm (GUPTA; YAN, 2006; NAPIER-MUNN et al., 1996).

$$\frac{P_M}{M_B} = 4,879D^{0,3}(3,2 - 3V_p)\phi \left[1 - \frac{0,1}{2(9-10\phi)} \right] + F_B \quad (2.21)$$

$$F_B = 1,102 \left[\frac{d_{max} - 12,5D}{50,8} \right] \quad (2.22)$$

2.6.2 Modelagem de hidrociclones

Considerando os modelos para hidrociclones, os principais pontos de interesse para o processo de beneficiamento mineral são: (a) a capacidade de polpa que o ciclone é capaz de tratar, e (b) a qualidade da separação dos produtos (NAGESWARARAO; WISEMAN; NAPIER-MUNN, 2004).

Chen, Zydek e Parma (2000) afirmam que, para se calcular a eficiência da separação de partículas sólidas e as quedas de pressão nos hidrociclones, os modelos normalmente seguem algum dos quatro princípios:

1. **Modelos empíricos:** modelos determinados pelo ajuste das fórmulas aos dados experimentais;
2. **Teoria do equilíbrio de órbitas:** uma partícula atinge a posição radial de equilíbrio no ciclone onde a sua velocidade terminal é igual à velocidade radial do líquido. As partículas nesta fronteira limite irão seguir o fluxo, indo para o *overflow* se o fluxo for em direção ao interior, e indo para o *underflow* caso o fluxo siga em direção ao exterior com a partícula sendo projetada em direção à parede;
3. **Teoria do tempo de residência:** a partícula é considerada separada se ela puder movimentar para a região da parede do ciclone dentro do tempo de residência daquela partícula no hidrociclone;
4. **Teoria de fluxo turbulento em duas fases:** a separação é causada pelo fluxo turbulento perpendicular à direção do campo de força.

Plitt, em 1976, desenvolveu um modelo geral de ciclones combinando os primeiros dados industriais gerados pelo *JKMRC* com os dados do seu próprio laboratório. Esse modelo empírico é um dos mais usados para estudos de simulação de classificação em escala industrial e sofreu poucas alterações desde a sua publicação (NAGESWARARAO; WISEMAN; NAPIER-MUNN, 2004).

Nageswararao, Wiseman e Napier-Munn (2004) e Wills e Napier-Munn (2006) apresentam as equações do modelo de Plitt revisadas, onde d_{50_c} é o tamanho de corte (*cut size*); m é a nitidez de separação (*sharpness of classification*); P é a queda de pressão (*pressure drop*); e S é a razão de vazão volumétrica (*volumetric flow split*) (Equações (2.23), (2.24), (2.25) e (2.26)). Os demais parâmetros estão detalhados na Tabela 2.5 e as dimensões, na Figura 2.29.

$$d_{50_c} = F_1 \left[\frac{39,7 D_c^{0,46} D_i^{0,6} D_o^{1,21} \eta^{0,5} e^{0,063 C_V^P}}{D_u^{0,75} h^{0,38} Q^{0,45} \left[\frac{\rho_s - 1}{1,6} \right]^k} \right] \quad (2.23)$$

$$m = F_2 \left[1,94 \left(\frac{D_c^2 h}{Q} \right)^{0,15} e^{\left(\frac{-1,58S}{1+S} \right)} \right] \quad (2.24)$$

$$P = F_3 \left[\frac{1,88 Q^{1,8} e^{0,0055 C_V^P}}{D_c^{0,37} D_i^{0,94} h^{0,28} (D_u^2 + D_o^2)^{0,87}} \right] \quad (2.25)$$

$$S = F_4 \left[\frac{18,62 \rho_p^{0,24} \left(\frac{D_u}{D_o} \right)^{3,31} h^{0,54} (D_u^2 + D_o^2)^{0,36} e^{0,0054 C_V^P}}{D_c^{1,11} P^{0,24}} \right] \quad (2.26)$$

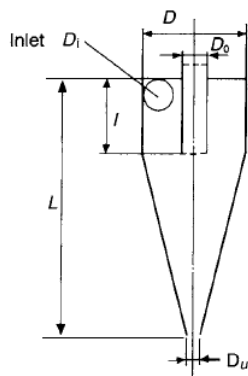


Figura 2.29 – Dimensões típicas do hidrociclone (SVAROVSKY, 2000)

Tabela 2.5 – Parâmetros para as equações do modelo de Plitt

Símbolo	Significado [unidade]
d_{50c}	Tamanho de corte [μm]
m	Nitidez de separação na curva de classificação reduzida (d/d_{50c}) [-]
P	Queda de pressão [κPa]
S	Razão de vazão volumétrica entre <i>underflow</i> e <i>overflow</i> [-]
F_1	Parâmetro de calibração para o tamanho de corte [-]
F_2	Parâmetro de calibração para a nitidez de separação [-]
F_3	Parâmetro de calibração para a queda de pressão [-]
F_4	Parâmetro de calibração para a razão de vazão volumétrica [-]
Q	Vazão volumétrica da alimentação [l/min]
D_c	Diâmetro do ciclone [cm]
D_o	Diâmetro do vortex finder [cm]
D_u	Diâmetro do apêndice [cm]
D_i	Diâmetro da entrada [cm]
h	Altura livre do vortex (distância entre apêndice e o final do vortex finder) [cm]
η	Viscosidade do líquido [cP]
C_V^P	Percentual de sólidos na alimentação em volume [%]
ρ_s	Densidade de sólidos na alimentação [g/cm^3]
ρ_p	Densidade da polpa na alimentação [g/cm^3]
k	Expoente hidrodinâmico (valor padrão para fluxos laminares igual a 0,5)

2.6.3 Modelagem para controle de processos

Como afirmado por Foss (1973), a modelagem de processo é uma etapa crucial para o projeto de sistemas de controle, sendo que modelos dinâmicos trazem mais informações do que modelos estáticos. Porém, considera-se que uma descrição dinâmica completa do processo não é prática e, no final, desnecessária; somente as dinâmicas dominantes devem ser incluídas nos modelos para fins de controle. Sendo assim, deve-se cuidar para que os modelos dinâmicos não possuam parâmetros em excesso, sendo reduzidos - mesmo os de mais alta ordem - a modelos de primeira ou segunda ordem ou integradores, mais tempo morto, conforme os objetivos e os tipos de controle analisados.

2.6.3.1 Modelagem linear de sistemas dinâmicos

Uma representação matemática de modelos lineares é a função de transferência definida como a transformada de Laplace da resposta ao impulso do sistema, para condições iniciais nulas. Para uma função $f(t)$ contínua e limitada, a Equação (2.27) define a transformada de Laplace.

$$L(f(t)) = F(s) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt \quad (2.27)$$

$$\therefore s = \alpha + jw$$

Considerando um sistema linear e invariante no tempo $g(t)$, sua entrada $u(t)$ (ou variável manipulada), e sua saída $y(t)$ (variável controlada), como mostrado na Figura 2.30, pode-se determinar a saída desse sistema resolvendo a integral de convolução mostrada na Equação (2.28).

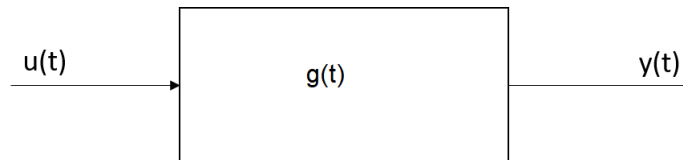


Figura 2.30 – Diagrama de bloco de um sistema dinâmico apresentando o sinal da variável manipulada $u(t)$, o sistema $g(t)$, e o sinal da variável controlada $y(t)$

$$y(t) = u(t) * g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} u(\tau)g(t - \tau)d\tau \quad (2.28)$$

Utilizando a transformada de Laplace na Equação (2.28), a convolução dos sinais no tempo se transforma no produto dos sinais na frequência (Equação (2.29)).

$$Y(s) = U(s)G(s) \quad (2.29)$$

De posse dos sinais de entrada e saída do sistema, é possível determinar a função de transferência do processo como sendo o quociente da transformada do sinal de saída pela transformada do sinal de entrada, com todas as condições iniciais iguais a zero (Equação (2.30)).

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} \quad (2.30)$$

A função de transferência pode ser composta de quatro elementos: pólos, zeros, ganho em estado estacionário e tempo morto.

Um pólo é definido como uma raiz do denominador da função de transferência.

Um zero é definido como uma raiz do numerador da função de transferência.

O ganho em estado estacionário, geralmente representado por K , é igual à variação da saída do sistema pela variação da entrada, em estado estacionário.

O tempo morto ou tempo de transporte, θ , é o tempo que o sistema leva para começar a reagir diante de uma variação em sua entrada. A transformada de Laplace para um tempo morto de θ unidades é definida na Equação (2.31).

$$L(f(t-\theta)) = \int_0^{\infty} f(t-\theta)e^{-st} dt = \int_0^{\infty} f(\tau)e^{-s(\tau+\theta)} d\tau = e^{-s\theta} \int_0^{\infty} f(\tau)e^{-s\tau} d\tau = e^{-s\theta} \cdot F(s) \quad (2.31)$$

2.6.3.2 Sistemas de primeira ordem

Um sistema de primeira ordem pode ser modelado de acordo com a Equação (2.32), onde K é o ganho em estado estacionário do sistema, τ é a sua constante de tempo e θ é o seu tempo morto.

O ganho K corresponde à relação entre a variação da saída do sistema pela variação da entrada em malha aberta.

O tempo morto θ é o tempo que o sistema leva para começar a reagir diante de uma variação em sua entrada.

A constante de tempo τ (também chamado de atraso - *lag*) é o tempo que o sistema leva, descontando o tempo morto, para atingir 63,2% do valor final da sua resposta em malha aberta diante de um degrau na sua entrada. Isso pode ser verificado avaliando-se a Equação (2.33), que é a resposta no tempo para um sistema de primeira ordem: observa-se que, após τ unidades de tempo da resposta ao degrau, a resposta terá atingido 63,2% de sua variação total (AGUIRRE, 2004).

A Figura 2.31 mostra a resposta de um sistema de primeira ordem no tempo.

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{Ke^{-\theta s}}{\tau s + 1} \quad (2.32)$$

$$y(t) = K(1 - e^{-\frac{t-\theta}{\tau}}) \quad (2.33)$$

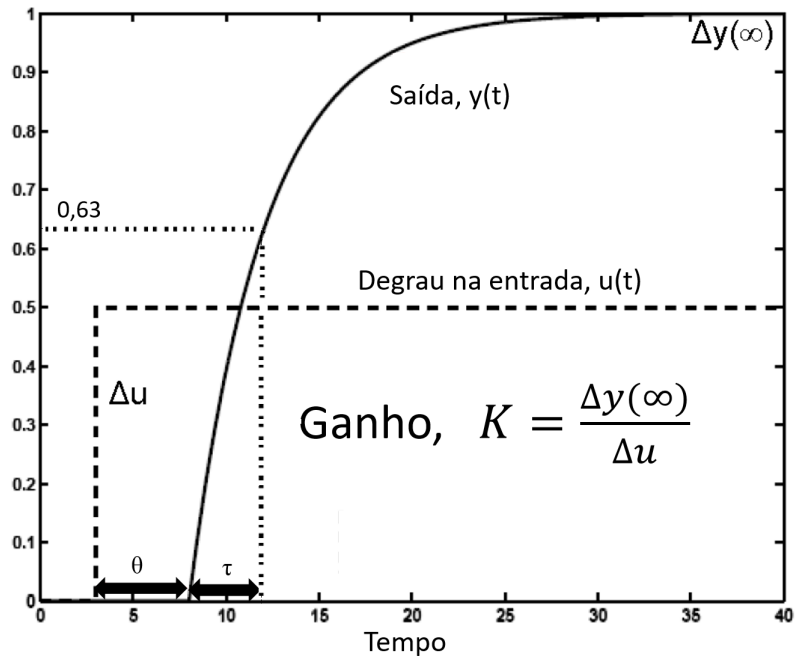


Figura 2.31 – Resposta em malha aberta a uma entrada em degrau para um sistema de primeira ordem e equação do ganho do processo K . Adaptado de (SKOGESTAD; GRIMHOLT, 2012)

2.6.3.3 Sistemas de segunda ordem

Segundo Doebelin (1990), um sistema de segunda ordem pode ser modelado de acordo com as Equações (2.34) e (2.35), onde K é o ganho da planta, w_n é a frequência natural do sistema, ζ é o seu coeficiente de amortecimento, θ é o tempo morto, e τ_1 e τ_2 são as suas constantes de tempo.

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{Kw_n^2}{s^2 + 2\zeta w_n s + w_n^2} \quad (2.34)$$

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{Ke^{-\theta s}}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} \quad (2.35)$$

Modelos do tipo da Equação (2.34) representam sistemas de segunda ordem subamortecidos que, por possuírem pólos complexos conjugados, apresentam oscilações nas suas respostas ao degrau.

Já modelos do tipo da Equação (2.35) representam sistemas de segunda ordem sobreamortecidos que, por possuírem pólos reais, não apresentam oscilações nas suas respostas ao degrau. Sistemas sobreamortecidos ($\zeta > 1,0$) respondem, no tempo, de

acordo com a Equação (2.36).

$$\begin{aligned} \frac{y(t)}{Ku(t)} &= 1 - \frac{\tau_1}{\tau_1 - \tau_2} e^{-\frac{t-\theta}{\tau_1}} + \frac{\tau_2}{\tau_1 - \tau_2} e^{-\frac{t-\theta}{\tau_2}} \\ \therefore \tau_1 &\triangleq \frac{1}{(\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1}) w_n} \\ \therefore \tau_2 &\triangleq \frac{1}{(\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1}) w_n} \end{aligned} \quad (2.36)$$

2.6.3.4 Sistemas integradores

Segundo Åström e Hägglund (2006), processos integradores não atingem estado estacionário em malha aberta. Assintoticamente, a saída irá variar com uma taxa constante após uma variação em degrau em sua entrada. Na prática, processos com constantes de tempo muito longas podem ser modelados como integradores.

Um sistema integrador pode ser modelado de acordo com a Equação (2.37), onde K é o ganho integrador que representa a taxa de variação da saída em estado estacionário após uma variação em degrau da entrada - possui a dimensão de frequência, e θ é tempo morto.

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K e^{-\theta s}}{s} \quad (2.37)$$

2.6.4 Método para determinação de modelos dinâmicos lineares

Para a determinação de modelos será apresentado nesta seção o Método da Resposta Complementar (*percent incomplete response*) e o método para sistemas integradores. Ambos métodos são baseados na resposta em malha aberta para uma variação em degrau na entrada.

Outros métodos alternativos - método das integrais e mínimos quadrados ordinário - estão descritos no Apêndice C.

2.6.4.1 Método da resposta complementar (*percent incomplete response*)

Segundo Doebelin (1990), o método da resposta complementar é aplicável a sistemas de primeira ordem mais tempo morto ou de segunda ordem sobreamortecidos com tempo morto, representados, respectivamente, pelas Equações (2.32) e (2.35).

Em Oliveira et al. (1998), uma descrição sucinta desse método é descrita, como apresentado a seguir.

Aplicando o logarítmo neperiano nos dois lados da Equação (2.36) e já descontando o tempo morto, tem-se:

$$\ln \left(1 - \frac{y(t)}{Ku(t)} \right) = \ln \left(\frac{\tau_1}{\tau_1 - \tau_2} e^{-\frac{t}{\tau_1}} - \frac{\tau_2}{\tau_1 - \tau_2} e^{-\frac{t}{\tau_2}} \right) \quad (2.38)$$

Para $\tau_1 > \tau_2$ e fazendo $t \rightarrow \infty$, encontra-se um tempo tal que:

$$e^{-\frac{t}{\tau_2}} \ll e^{-\frac{t}{\tau_1}} \quad (2.39)$$

Nessas condições, tem-se a Equação (2.40).

$$\ln \left(1 - \frac{y(t)}{Ku(t)} \right) \cong \ln \left(\frac{\tau_1}{\tau_1 - \tau_2} \right) - \frac{1}{\tau_1} t \quad (2.40)$$

Traça-se, então, a curva do logarítmo da “resposta complementar”, $\ln \left(1 - \frac{y(t)}{Ku(t)} \right)$, em função do tempo e, a partir dela, encontra-se a melhor função linear correspondente à assíntota da curva logarítmica para valores elevados de t .

Obtém-se, assim, τ_1 (inverso da inclinação da reta).

Subtraindo-se, então, a contribuição do termo transitório relativo a τ_1 da resposta complementar, obtém-se:

$$\left(\frac{\tau_1}{\tau_1 - \tau_2} e^{-\frac{t}{\tau_1}} \right) - \left(1 - \frac{y(t)}{Ku(t)} \right) = \frac{\tau_2}{\tau_1 - \tau_2} e^{-\frac{t}{\tau_2}} \quad (2.41)$$

Cujo logarítmo neperiano é:

$$\ln \left[\left(\frac{\tau_1}{\tau_1 - \tau_2} e^{-\frac{t}{\tau_1}} \right) - \left(1 - \frac{y(t)}{Ku(t)} \right) \right] = \ln \left(\frac{\tau_2}{\tau_1 - \tau_2} \right) - \frac{1}{\tau_2} t \quad (2.42)$$

Da Equação (2.42), determina-se o valor de τ_2 traçando-se a curva correspondente. De modo análogo ao feito para o cálculo de τ_1 , determina-se a melhor aproximação linear, obtendo-se, assim, τ_2 (inverso da inclinação da reta).

2.6.4.2 Método para sistemas integradores

Skogestad e Grimholt (2012) definem o ganho do processo integrador (K) como a relação entre a variação da saída (Δy) pela variação da entrada (Δu) dividido pelo Δt (descontado o tempo morto, θ) no ponto medido de $y(t)$ conforme apresentado na Figura 2.32.

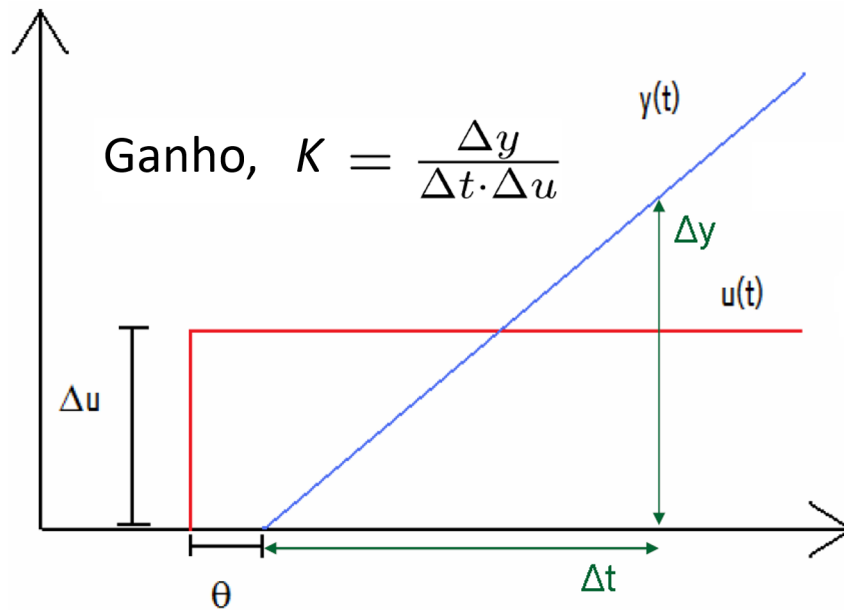


Figura 2.32 – Resposta em malha aberta a uma entrada em degrau para um sistema integrador e equação do ganho do processo K . Adaptado de (SKOGESTAD; GRIMHOLT, 2012)

2.7 Controle de processo

Após a identificação dos modelos dinâmicos lineares dominantes entre as variáveis manipuladas e controladas utilizando técnicas apresentadas na seção 2.6.3.1, as etapas seguintes consistem em implementar e em sintonizar os controladores para que minimizem ou eliminem a diferença entre as referências desejadas e os valores medidos das variáveis de processo na presença de perturbações ou novos valores de referência (WADE, 2004). Para que essa diferença - ou erro de controle - seja pequena ou nula, independente das propriedades do processo, controle por *feedback* pode ser aplicado e realizado por um controlador do tipo *PID* (Proporcional, Integral e Derivativo) (ÅSTRÖM; HÄGGLUND, 2006).

De forma geral, Segundo Larsson e Skogestad (2000), o projeto do sistema de controle pode ser dividido em decisões estruturais, decisões paramétricas e implementação:

1. **Projeto da estrutura de controle (decisões estruturais):** Definir a estratégia de controle baseada nos objetivos de produção e qualidade, nas restrições de processo e nos graus de liberdade de controle utilizando-se a Metodologia de Controle Amplo e as técnicas de Controle Regulatório Básico, Controle Regulatório Avançado (CRA)² ou de Controle Avançado de Processo (CAP)³;
2. **Projeto dos controladores (decisões paramétricas):** Ajustar os controladores

² Tradução para *Advanced Regulatory Control - ARC*

³ Tradução para *Advanced Process Control - APC*

utilizando-se métodos de sintonia baseado nos modelos do processo e nas dinâmicas desejadas para o processo controlado.

3. **Implementação:** Simular e avaliar o desempenho da estrutura de controle com seus controladores ajustados para, posteriormente, implementar no processo real.

2.7.1 Metodologia de controle amplo - *Plantwide Control*

Foss (1973) apontava para a determinação da estrutura de controle como sendo a questão central a ser resolvida pelas novas teorias de controle, especialmente para processos com interação entre muitas variáveis. Até então, as soluções existentes não eram organizadas e eficientes diante da complexidade da tarefa de escolher quais variáveis medir, onde medir, com qual precisão, ou se seria preferível medir outra em substituição; quais variáveis manipular, ou se seria outro conjunto de variáveis manipuladas; e, ao final, determinar as conexões de controle entre elas. Essa tomada de decisão sobre a estrutura de controle deveria ser um método baseado na representação das dinâmicas do processo, nos objetivos de controle e nas restrições, e não em testes de um conjunto de configurações possíveis.

A prática industrial, segundo Larsson e Skogestad (2000), segue as linhas apresentadas por Page Buckley em seu livro *Técnicas de Controle de Processo*⁴, onde opções de controle são detalhadas, mas sem apresentar um procedimento geral sobre estruturação. Soma-se a esse cenário a visão de Godoy e Garcia (2017) de que os projetos de sistemas de controle são realizados baseado em heurísticas adquiridas com experiência e em jornadas de tentativas e erros. Como resultado, essas práticas permitem definir sistemas de controle funcionais, que estabilizam e melhoram o desempenho do processo, porém ganhos significativos poderiam ser alcançados utilizando alguma técnica para estrutura de controle, especialmente em processos de maior complexidade e interação. Por exemplo, Cotabarren et al. (2015) usam simulação para avaliar algumas configurações possíveis variando-se a estrutura de controle entre básico e cascata, e o método de sintonia entre desempenho e robustez para o emparelhamento identificado por *RGA*. A Figura 2.33 retrata o controle em cascata escolhido por apresentar melhor desempenho diante de distúrbios (menores *overshoot* e tempo de estabilização).

⁴ Tradução de *Techniques of Process Control*

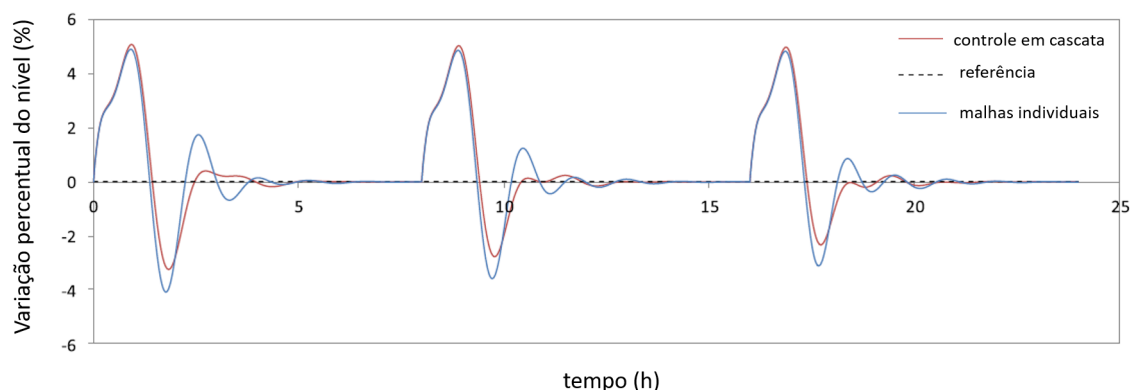


Figura 2.33 – Avaliação do desempenho diante de perturbações considerando controle em cascata e controle básico. Adaptado de (COTABARREN et al., 2015)

Larsson e Skogestad (2000) afirmam que a maior parte das teorias de controle assumem que a estrutura já está definida no início do projeto e, por isso, falham em responder às questões levantadas por Foss (1973)⁵. Então, apresentam o termo Controle Amplo⁶ como a *filosofia de controle* ligada às decisões estruturais sobre a seleção das variáveis manipuladas e medidas, e sobre a decomposição do problema geral em subproblemas menores. Godoy e Garcia (2017) seguem essa definição, e referenciam como Técnicas de Projeto de Controle Amplo aquelas que orientam nas definições das variáveis a serem controladas, a serem medidas, as entradas a serem manipuladas e a nas relações entre elas a serem estabelecidas.

Normalmente, cinco tarefas estão presentes para se alcançar essa estrutura de controle e devem ser realizadas antes do projeto dos controladores (LARSSON; SKOGESTAD, 2000):

1. Seleção das variáveis controladas (CVs) - saídas, variáveis com *setpoints*;
2. Seleção das variáveis manipuladas (MVs) - entradas;
3. Seleção de medições, entradas extras - para propósito de controle incluindo estabilização;
4. Seleção da configuração de controle - uma estrutura interconectando medições, *setpoints* e variáveis manipuladas;
5. Seleção do tipo de controlador - especificação da lei de controle, p. ex.: *PID*, desacopladores, *etc.*

⁵ "Which variables should be measured, which inputs should be manipulated, and what links should be made between these two sets?"

⁶ Tradução para *Plantwide Control*

Vasudevan, Konda e Rangaiah (2009) classificam os métodos de controle amplo pela principal abordagem do método (*approach-based classification*) e pela estrutura de controle aplicada (*structure-based classification*), que é definida em função dos objetivos de controle da planta, conforme representado na Figura 2.34. A maior parte dos métodos são classificados como descentralizados com decomposição vertical baseada na hierarquia de controle.

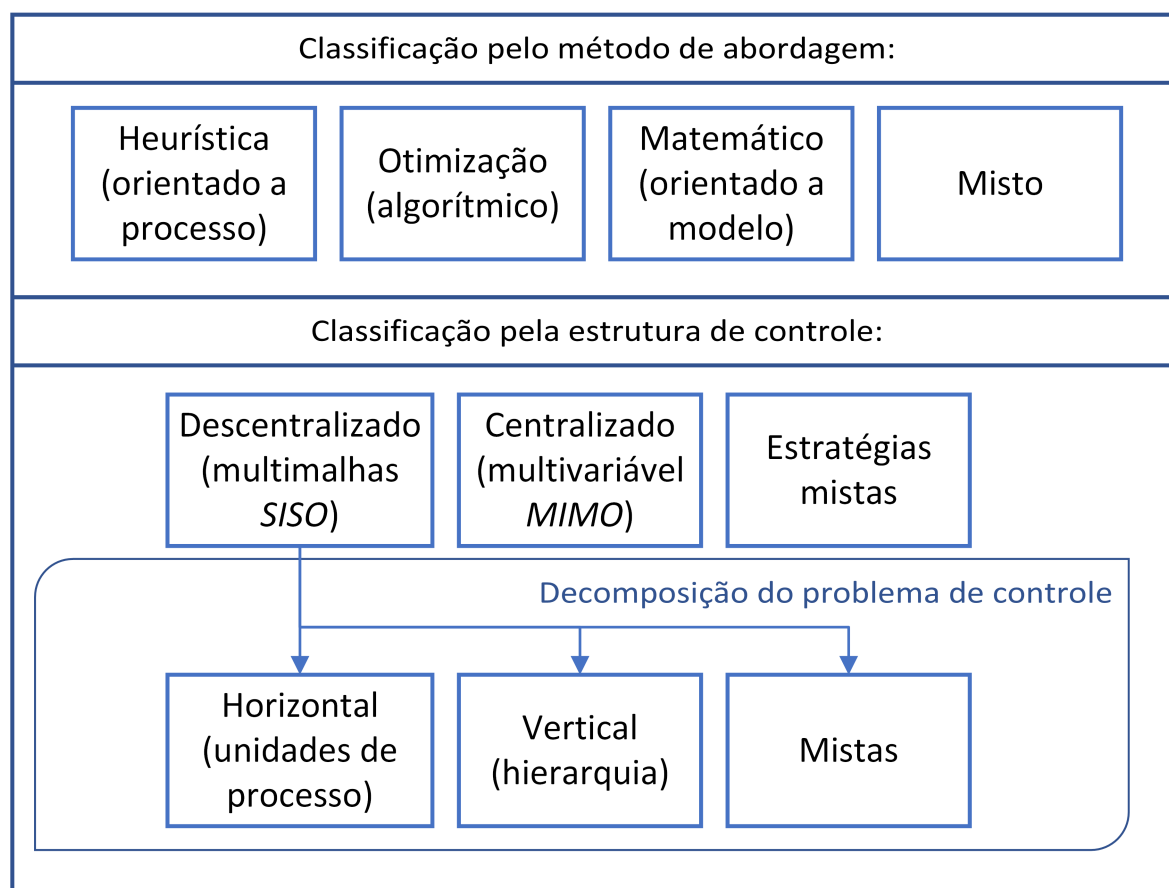


Figura 2.34 – Classificações dos métodos de controle amplo por abordagem e por estrutura de controle

Em termos gerais, essas classificações são descritas por Vasudevan, Konda e Rangaiah (2009) e Godoy e Garcia (2017):

- **Classificações pelo método de abordagem:**

- **Heurística (orientado a processo):** algumas orientações baseadas na experiência são usadas em cada etapa do desenvolvimento do sistema de controle, o que demanda conhecimento do processo e avaliações de engenharia. Apesar de serem métodos geralmente mais fáceis de entender e implementar, possuem a desvantagem de serem puramente baseado em heurística.
- **Otimização:** métodos que integram otimização com implementações de controle e técnicas numéricas como Programação Inteira Mista Linear ou Não

Linear (*MILP* ou *MILNP*) para selecionar estruturas de controle economicamente ótimas. O conceito de controle auto-otimizante está contido nesse tipo de método, isto é, encontrar valores para um conjunto de variáveis controladas que, quando mantidas constantes, levarão ao ajuste ótimo das variáveis manipuladas, e com isso, às condições de operação ótimas. Entretanto, a aplicabilidade desses métodos são questionáveis diante da complexidade inerente envolvida.

- **Matemático (orientado a modelo):** métodos que fazem uso conjunto de modelos dinâmicos e/ou estáticos com ferramentas de controlabilidade (p. ex.: *RGA*) para auxiliar na seleção da estrutura de controle. Deve-se observar que a análise de controlabilidade pode resultar em variáveis controladas que são mais fáceis de controlar, ao invés daquelas que são importantes para controlar.
- **Misto:** buscam combinar as ferramentas dos demais métodos para desenvolver a estrutura de controle.

- **Classificações pela estrutura de controle:**

- **Descentralizado:** envolve a implementação de controladores multimalhas de uma entrada e de uma saída (*SISO*) e *MPCs* que não compartilham nenhum tipo de informação.
 - * **Horizontal:** baseada em unidades de processo.
 - * **Vertical:** baseada na hierarquia.
 - * **Mistas:** aplicação de duas ou mais bases de decomposição.
- **Centralizado:** envolve controladores de múltiplas entradas e múltiplas saídas (*MIMO*).
- **Mistas:** estruturas de controle mistas.

2.7.1.1 Método baseado em análise *top-down* e projeto *bottom-up*

Larsson e Skogestad (2000) desenvolvem um método de controle amplo misto entre abordagem matemática (principal) e heurística (secundária) com estrutura de controle descentralizada e hierárquica que é definida após análise *top-down* e projeto *bottom-up*. Na etapa *top-down*, são determinados os objetivos de controle e avaliados os graus de liberdade, e na etapa *bottom-up*, são projetados as camadas de controle regulatório, supervisão e, se pertinente, de otimização. Ao final, há a validação e simulação da estrutura de controle proposta.

Pode-se afirmar que esse método se destaca devido a quatro pontos principais:

1. **Aplicabilidade e Confiabilidade:** abordagem presente em vários trabalhos que incluem aplicações em processos reais de larga escala (GODOY; GARCIA, 2017).

2. **Referências:** as abordagens *bottom-up* e *top-down* são citadas por Åström e Hägglund (2006) e por Seborg et al. (2011) como base para projetos de estrutura de controle para sistemas complexos.
3. **Diferenciação:** método sistemático que não é fortemente baseado em conhecimento heurístico de processo ou em conhecimento de engenharia de controle (GODOY; GARCIA, 2017).
4. **Método aplicado à circuitos de moagem:** método utilizado por Roux (2016) e Roux, Skogestad e Craig (2016) em circuitos simulados de moagem de bolas.

A organização hierárquica - ou em camadas - na qual um sistema de controle é dividido e separado por escala de tempo é composta por:

- Planejamento e programação (semanas);
- Otimização geral da cadeia de produção (dias);
- Otimização local (horas);
- Controle supervisorio (avançado, preditivo) (minutos);
- Controle regulatório (segundos).

As nomenclaturas e o número de camadas em que essa hierarquia é apresentada varia conforme os autores, mas mantém a coerência com as escalas de tempo e os objetivos de cada camada. Na Figura 2.35 são apresentadas hierarquias típicas de controle presentes nos trabalhos de Larsson e Skogestad (2000), Seborg et al. (2011) e Wade (2004) e as associações das camadas entre elas. Tomando como referência a hierarquia de Seborg et al. (2011) (posicionada ao centro), os níveis 1, 2 e 3 devem prover estabilidade e segurança da planta, e o nível 4 deve focar na otimização das condições operacionais, podendo conter aspectos econômicos nas regras de decisão. Foss (1973) enfatiza que uma operação segura é prioritária diante de mau funcionamento ou falha de qualquer parte do processo ou do sistema de controle.

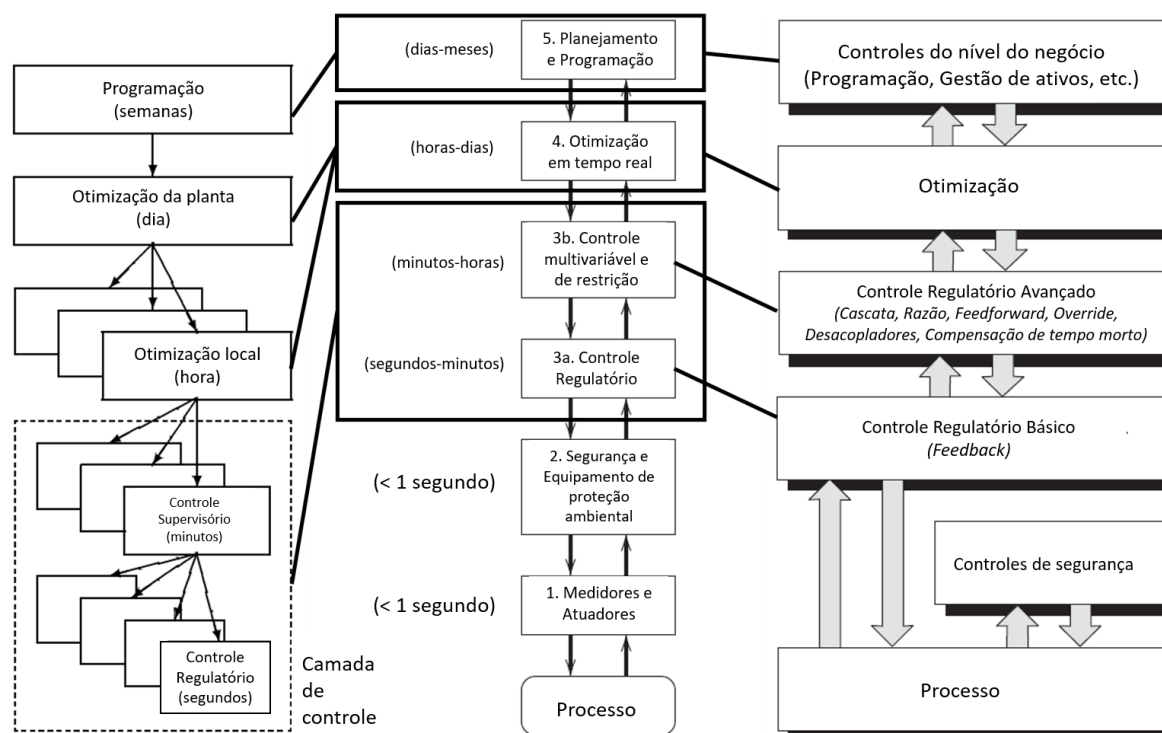


Figura 2.35 – Equivalência entre hierarquias típicas de controle. Adaptado de (LARSSON; SKOGESTAD, 2000), (SEBORG et al., 2011) e (WADE, 2004)

Seborg et al. (2011) reescreveram e reorganizaram a metodologia de Larsson e Skogestad (2000) de forma a torná-la mais explícita e compreensível aos desenvolvedores de projeto de estrutura de controle. Essa metodologia de controle amplo está detalhada a seguir e faz a associação da posição na hierarquia (Figura 2.35) com o número da etapa dentro da metodologia.

METODOLOGIA DE CONTROLE AMPLO (SEBORG et al., 2011):

I. Especifique os objetivos do sistema de controle:

A. Estabeleça os objetivos de produção, econômicos e de controle, incluindo composição e taxa de produção.

B. Identifique as limitações do processo que devem ser satisfeitas, incluindo segurança, meio ambiente e restrições de qualidade.

II. Realize uma análise *top-down*:

A. Identifique as variáveis de processo, graus de liberdade de controle, estrutura de controle, e opções para decomposição:

1. Identifique as variáveis controladas potenciais.
2. Determine como as variáveis controladas podem ser medidas ou inferidas, e identifique outras variáveis de processo a serem medidas.
3. Selecione as variáveis manipuladas potenciais.
4. Realize uma análise preliminar de graus de liberdade (compare o número de

manipuladas potenciais e variáveis controladas).

5. Identifique a fonte e a natureza dos distúrbios significantes que devem ser mitigados.

6. Realize uma análise estrutural baseado em modelos de estado estacionário, selecione as variáveis controladas e manipuladas, e avalie as possibilidades para a decomposição do problema de controle.

B. Estabeleça uma estrutura de controle geral (de forma conceitual).

1. Identifique onde a taxa de produção de cada produto será medido e controlado.

2. Identifique como a qualidade será medida para cada produto, e como a qualidade será controlada.

3. Determine como cada malha de controle de produção/composição será controlada.

4. Especifique como as restrições serão satisfeitas.

5. Determine como os maiores distúrbios serão tratados.

6. Analise o gerenciamento de energia, e indique conceitualmente como ele será controlado.

III. Desenvolva o projeto *bottom-up*:

A. Desenvolva uma estratégia para o controle regulatório.

1. Especifique como o sistema de controle responderá a condições operacionais anormais ou inseguras, e lidar com as restrições.

2. Identifique as malhas de controle para controlar taxa de produção e inventários.

3. Identifique as malhas de controle que irão mitigar os maiores distúrbios.

B. Examine o potencial para aplicação de estratégias de controle avançado.

1. Avalie o uso de estratégias de controle, incluindo *feed forward*, taxa, cascata e sistemas de controle seletivos.

2. Aplique controle MIMO para processos muito interativos.

C. Avalie os benefícios econômicos de otimização em tempo real.

IV. Valide a estrutura de controle proposta:

A. Realize uma análise final sobre os graus de liberdade de controle.

B. Verifique o controle das unidades de processo individuais.

C. Verifique os efeitos das restrições e distúrbios sobre as variáveis manipuladas e controladas.

D. Simule o desempenho do sistema de controle diante de variação das condições iniciais.

2.7.2 Controladores *PID*

Os controladores *PID* são os mais utilizados em circuitos de moagem, ficando destacadamente a frente de controle multivariável, sistemas especialistas, controle por

lógica nebulosa, redes neurais artificiais e controle preditivo baseado em modelos (*MPC*) - conforme apresentado por Wei e Craig (2008) na Figura 2.36. Algumas características positivas do sistema de controle por *feedback* utilizando *PID* trazem sustentação para essa eminente utilização segundo Åström e Hägglund (2006):

- reduz o efeito de distúrbios;
- torna o sistema menos sensível a variações no processo;
- cria relações bem definidas entre variáveis em um sistema.

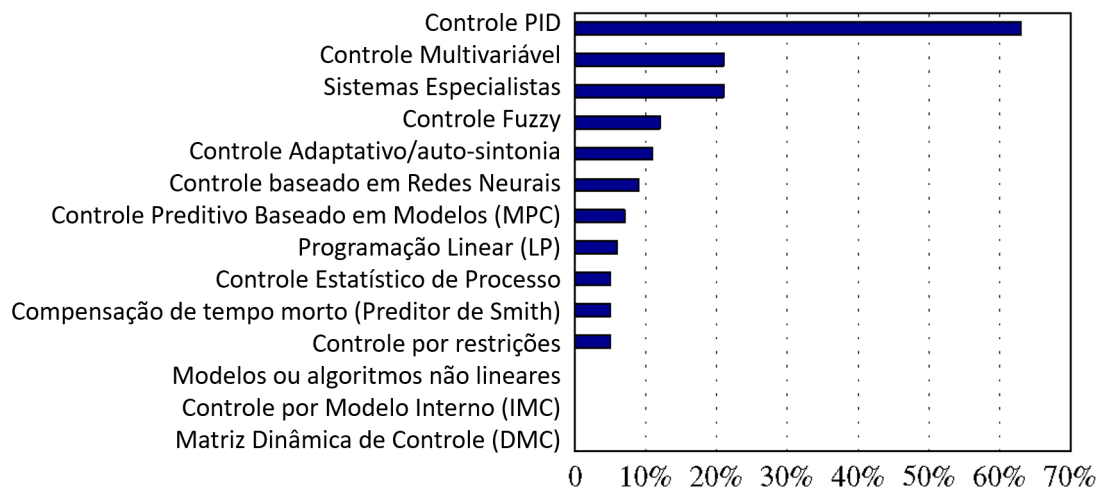


Figura 2.36 – Técnicas de controle usadas em circuito de moagem. Adaptado de (WEI; CRAIG, 2008)

Åström e Hägglund (2006) descrevem a ação de controle do *PID*, $u(t)$, como a soma das ações individuais dos termos Proporcional, Integral e Derivativo conforme apresentado na Equação (2.43) (*PID* com ganhos dependentes no domínio do tempo). O termo Proporcional é a parcela da ação de controle proporcional ao erro ($e(t)$) no momento presente t ; o termo Integral é a parcela da ação de controle que busca tornar nulo o erro em estado estacionário e representa o passado pela integral do erro, e o termo derivativo representa o futuro pela extrapolação linear do erro (o termo $e(t) + T_d \frac{de(t)}{dt}$ é a predição linear do erro T_d unidades de tempo no futuro para um controlador com ações proporcional e derivativa). Os parâmetros do controlador são chamados: ganho proporcional K_c , tempo integral T_i e tempo derivativo T_d . A Figura 2.37 ilustra a atuação do *PID* em função do erro de controle no passado, presente e futuro.

$$u(t) = K_c \left(e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_d \frac{de(t)}{dt} \right) \quad (2.43)$$

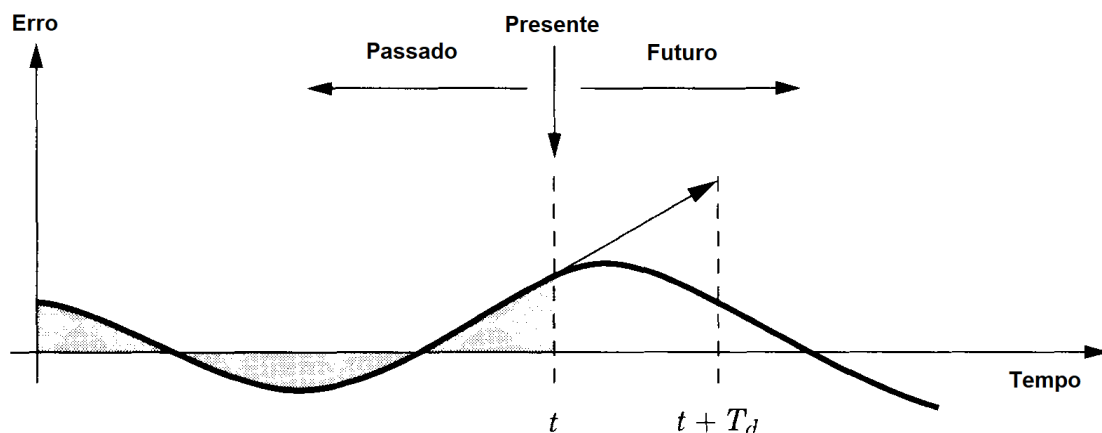


Figura 2.37 – Representação da atuação do *PID* em função do erro de controle no passado (termo Integral), presente (termo Proporcional) e futuro (termo Derivativo). Adaptado de (ÅSTRÖM; HÄGGLUND, 2006)

A representação do controlador *PID*, G_c , indicada na Equação (2.44) é conhecida como controlador *PID* ideal, ou controlador *PID-ISA*, por se tratar de um algoritmo de controle padronizado pela *The Instruments, Systems, and Automation Society - ISA*. Por esse fato, a equação anterior é conhecida também como *PID* padrão. Trata-se de um controlador *PID* não interativo, i.e., em que as três ações de controle (*P*, *I* e *D*) ocorrem sem interação mútua.

$$G_c(s) = K_c \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \quad (2.44)$$

Há várias formas de implementação de um controlador *PID*, e, em muitas delas, as ações de controle interagem entre si, mais propriamente a ação derivativa com a ação integral, o que define um algoritmo um pouco diferente, como pode ser visto em detalhes em Åström e Hägglund (2006).

Åström e Hägglund (2006) afirmam que, de forma geral, a maioria dos processos industriais podem ser controlados razoavelmente bem com controle *PID*. Porém, eles apresentam alguns critérios para avaliar quando o uso de *PID* é aconselhável e quando algum controlador mais sofisticado do que o *PID* deve ser usado.

1. Quando controle *PID* (ou *PI*) deve ser usado:
 - a) De forma geral, quando a dinâmica do processo a ser controlado é simples;
 - b) Em processos com modelos dominantes de primeira ordem mais tempo morto pode-se alcançar qualquer desempenho desejado utilizando-se um controlador *PI*;
 - c) Em processos com modelos dominantes de ordem mais elevada e que não demandam alto desempenho pode-se utilizar um controlador *PI* para reduzir o

erro em estado estacionário e ter uma resposta adequada ao transiente dada pela ação proporcional;

- d) Em processos com modelos dominantes de segunda ordem mais tempo morto pode-se alcançar qualquer desempenho desejado utilizando-se um controlador *PID*;
- e) Em processos com modelos dominantes de ordem mais elevada haveria a limitação do ganho proporcional para um bom controle. Com a ação Derivativa há um aumento do amortecimento, assim, ganhos proporcionais mais altos podem ser usados para acelerar as repostas durante o transiente;
- f) Em processos com modelos de característica de atraso-dominante, $\frac{\theta}{(\theta+\tau)} < 0,5$, a ação Derivativa leva a um significativo aumento de desempenho. Neste caso, deve-se privilegiar a utilização do modelo de segunda ordem mais tempo morto para que o método de sintonia do *PID* seja mais eficiente.

2. Quando um controle mais complexo deve ser usado:

- a) Em processos com modelos dominantes de ordem mais elevada (maior que ordem dois) e que demandam alto desempenho;
- b) Em processos com elevado tempo morto. Deve usar um compensador de tempo morto como, por exemplo, o Preditor de Smith;
- c) Em processos oscilatórios e com baixo nível de amortecimento (não são comuns em aplicações de controle de processo).

2.7.3 Controle regulatório básico e avançado baseados em controladores *PID*

A aplicação de controladores *PID* pode se dar de duas formas:

1. Controle Regulatório Básico: controlador *PID* aplicado de forma isolada, em um único enlace de controle sem conexão com quaisquer outras variáveis do processo;
2. Controle Regulatório Avançado: controlador ou controladores *PID* aplicados de forma combinada, estabelecendo estratégias de controle onde existam conexões entre duas ou mais variáveis de processo.

Wade (2004) define as seguintes estratégias de controle como pertencentes à categoria de Controle Regulatório Avançado e considera o Controlador Preditivo baseado em Modelos, *MPC*, como pertencente à categoria de Controle Avançado de Processo.

1. Controle de razão (*Ratio control*);

2. Controle em cascata (*Cascade control*);
3. Controle por seleção (*Override control*);
4. Controle por faixa (*Split-range control*);
5. Controle antecipatório (*Feedforward control*).

2.7.3.1 Controle de razão

O controle de razão busca manter uma taxa específica (razão) entre um fluxo controlado, chamado de malha secundária, e um fluxo não controlado, chamado de fluxo livre (WADE, 2004). A Figura 2.38 ilustra o controle de razão entre o fluxo controlado por uma malha de vazão (*FIC*), um livre medido (*WIT*) e a razão entre eles (*FY*). A referência para a malha secundária *FIC* corresponde à saída do *FY*, que é o resultado do produto $WIT \cdot FY$.

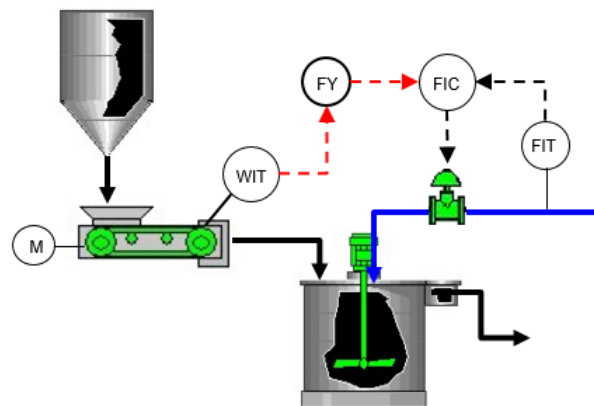


Figura 2.38 – Ilustração do controle de razão: fluxo livre *WIT*, razão *FY* e malha secundária *FIC*

2.7.3.2 Controle em cascata

No controle em cascata, um controlador por *feedback* ajusta a referência (*set point*) de outro controlador por *feedback*. O controlador de mais alto nível é chamado de primário, enquanto o de mais baixo nível é chamado de secundário (WADE, 2004). Uma aplicação típica de controle em cascata é um controlador de nível (*LIC*) gerando a referência para um controlador de vazão (*FIC*), como mostrado na Figura 2.39.

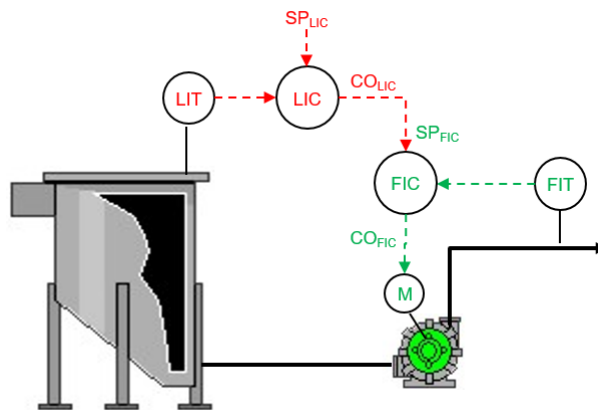


Figura 2.39 – Ilustração do controle em cascata: controlador de nível (*LIC*) gerando a referência para um controlador de vazão (*FIC*)

2.7.3.3 Controle por seleção - *Override*

O controle por seleção (*override*) corresponde a uma estratégia que atua diante de situações anormais de operação para prevenir que algum limite de segurança, de processo ou do equipamento seja excedido. Nessas situações, uma variável secundária do sistema é selecionada para assumir o controle. Quando a situação retorna à situação normal, a variável principal volta a ser objeto do controle do sistema (WADE, 2004). A Figura 2.40 mostra a malha de densidade (*DIC*) sendo responsável pelo controle em situações normais, e a malha de vazão (*FIC*) implementada com a função de proteção, assumindo a ação sobre a velocidade da bomba em situações de vazão baixa para evitar entupimento da linha de bombeamento.

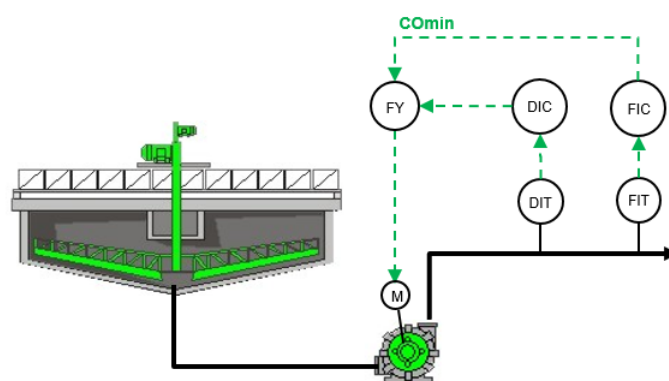


Figura 2.40 – Ilustração do controle por seleção: seleção entre controlador de densidade (*DIC*) e o controlador de vazão (*FIC*)

2.7.3.4 Controle por faixa - *Split-range*

No controle por faixa, a atuação final no processo é compartilhada entre dois elementos finais de controle (dois atuadores) que normalmente possuem características

estáticas e dinâmicas distintas. O chaveamento entre esses atuadores é uma região crítica, podendo causar oscilações e dificuldades. Para minimizar esses efeitos, pode-se utilizar uma zona morta ou uma atuação conjunta em uma faixa de transição (ÅSTRÖM; HÄGG-LUND, 2006).

A Figura 2.41 apresenta um controle de nível por faixa atuando em uma válvula de controle e na velocidade da bomba conforme a regra: se a saída da malha de controle (CO) estiver na faixa de 0% a 20%, atuação sobre a bomba; e se a saída da malha de controle (CO) estiver na faixa de 15% a 100%, atuação sobre a válvula. A operação conjunta na faixa de 15% a 20% tem como objetivo realizar uma transição suave entre os dois elementos de controle.

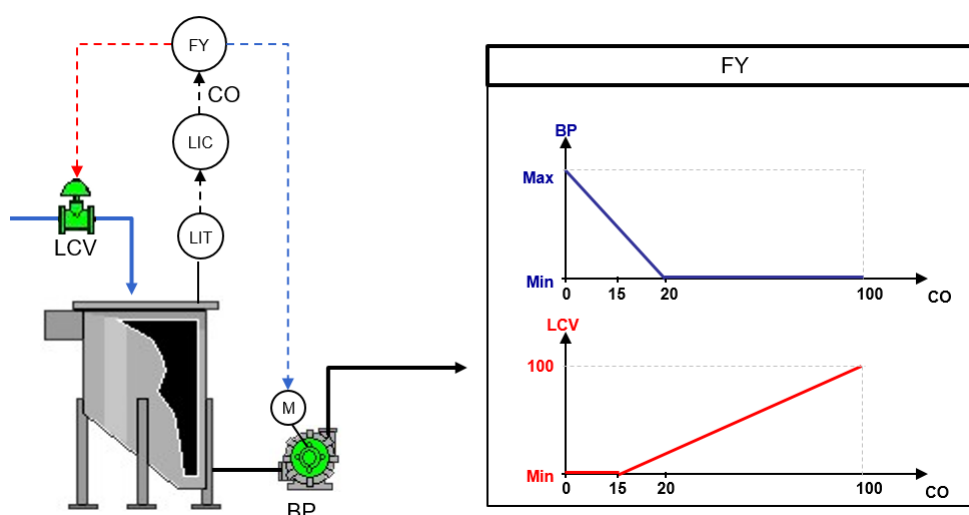


Figura 2.41 – Ilustração do controle por faixa: seleção entre dois elementos finais de controle - posição da válvula de controle e velocidade da bomba, e a regra para chaveamento entre eles

2.7.3.5 Controlador antecipatório - *Feedforward*

O *feed forward* é uma estratégia de controle que busca antecipar os efeitos de uma perturbação medida e tomar ações de controle antes que os efeitos dessa perturbação afetem o sistema. Na prática, o controle *feedforward* é normalmente usado em conjunto com o controle *feedback* (no caso, usando como lei de controle um controlador do tipo *PID*). Essas duas técnicas são complementares, uma vez que o *feedforward* é projetado para reduzir os efeitos dos distúrbios medidos, enquanto o *feedback* procura rejeitar as perturbações não medidas, os erros de medição e as imprecisões dos modelos de processo (SEBORG et al., 2011).

A Figura 2.42 ilustra simplificada a combinação do controle *feedback* de densidade (DIC) por adição de água com o controle *feedforward* baseado na medição da

vazão de entrada (FIT) de um segundo fluxo no tanque: o controlador *feedforward* G_f gera o ajuste na saída do DIC , antecipando o efeito da variação da vazão na densidade.

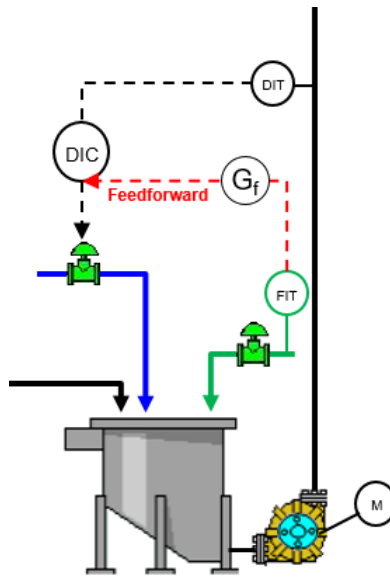


Figura 2.42 – Ilustração da combinação de *feedforward-feedback*: controlador *feedback* para densidade com *feedforward* baseado na medição de vazão de outro fluxo de entrada no tanque

De acordo com Seborg, Edgar e Mellichamp (1989), para que se possa fazer o projeto do controle *feed forward*, é fundamental que se possua pelo menos um modelo aproximado de como a perturbação interfere na variável de processo que se deseja controlar.

Dorf e Bishop (1998) afirmam que esse tipo de controle não afeta a estabilidade do sistema, pois, de acordo com a Regra de Mason, não há formação de novos laços. Isso pode ser verificado na Figura 2.43, que apresenta o diagrama típico de uma arquitetura de controle *feedforward-feedback*, onde D é a variável de distúrbio e as saídas dos controladores *feedforward-feedback* são somados e enviados ao atuador.

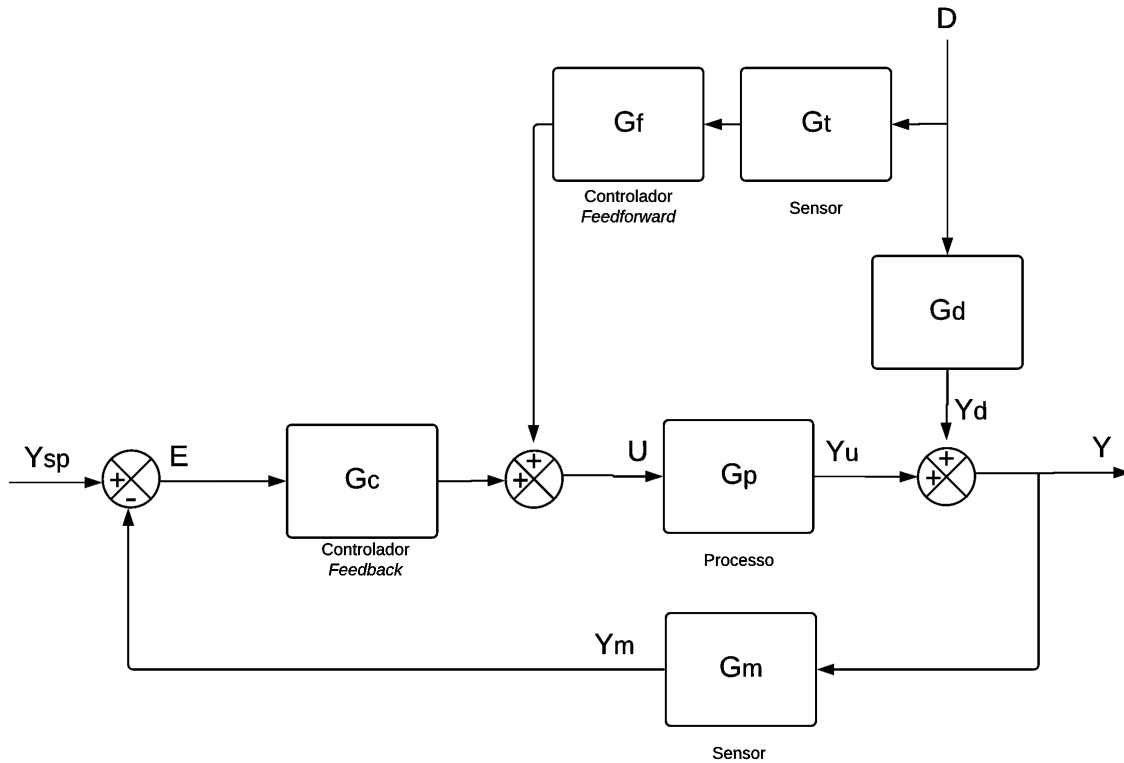


Figura 2.43 – Diagrama de blocos de um sistema de controle típico *feedforward-feedback*. Adaptado de (SEBORG et al., 2011)

A função de transferência em malha fechada para os efeitos do distúrbio (D) na variável controlada (Y) é apresentada na Equação (2.45). Os elementos sensores da variável controlada e da variável de distúrbio são considerados como ganhos unitários devido a sua rápida dinâmica em relação à dinâmica de toda a planta.

$$\frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{G_d + G_f G_p}{1 + G_c G_p} \quad (2.45)$$

Segundo Seborg et al. (2011), para que o sistema produza um controle perfeito, é necessário que a variável controlada permaneça inalterada diante de quaisquer alterações nos valores do distúrbio medido. Essa condição é satisfeita quando o numerador da Equação (2.45) é igual a zero. Dessa forma, o controlador *feedforward* é mostrado a Equação (2.46).

$$G_f = -\frac{G_d}{G_p} \quad (2.46)$$

2.7.4 Sintonia de controladores *PID*

A sintonia de um controlador *PID* corresponde à etapa na qual seus parâmetros - ganho proporcional, K_c , tempo integral, T_i , e tempo derivativo, T_d - serão ajustados para que critérios específicos em malha fechada sejam alcançados. Esses critérios, que

podem ser no domínio do tempo (p. ex., integral do erro de controle) ou no domínio da frequência (p. ex., ganhos de margem e fase), variam conforme o método de sintonia e não necessariamente possuem relação direta com o comportamento dinâmico do sistema em malha fechada (CHEN; SEBORG, 2002).

Åström e Hägglund (2006) ressaltam que, antes de discutir o método de sintonia, é importante avaliar o problema a ser controlado e definir o seu objetivo: buscar desempenho fazendo com que as variáveis de processo sigam uma dada curva de referência ou buscar robustez mantendo essas variáveis próximas aos valores de referência diante de distúrbios ou variações do processo.

Nesse cenário, o método da **Síntese Direta**⁷, descrito por Chen e Seborg (2002), destaca-se por:

1. o projeto do controlador é baseado na especificação da função de transferência desejada em malha fechada, incorporando, dessa forma, a resposta em malha fechada ao projeto do controlador;
2. projeto do controlador pode ser focado em desempenho, ou seja, baseado na resposta ao *set-point*;
3. projeto do controlador pode ser focado em robustez, ou seja, baseado em rejeição aos distúrbios.

Porém, como enfatizado por Chen e Seborg (2002), para processos com modelos de característica de atraso-dominante, ou seja, com $\frac{\theta}{(\theta+\tau)} < 0,5$, esses controladores focados em desempenho levam a respostas lentas na presença de distúrbios.

2.7.4.1 Método da síntese direta para desempenho - resposta ao *set-point*

Ao se analisar o diagrama de blocos padrão de um sistema de controle, como mostrado na Figura 2.44, verifica-se que esse sistema apresenta três componentes que juntos definirão a resposta em malha fechada: o processo a ser controlado (G_p), o elemento sensor (G_m) e o controlador (G_c). Considerando o elemento sensor como apenas um ganho devido a sua rápida dinâmica em relação à dinâmica de toda a planta, resta o processo e o controlador para definirem a resposta em malha fechada (SEBORG et al., 2011). Nesse diagrama, Y_{sp} é o valor referência ou *set point*, e Y é o valor da variável de processo controlada.

⁷ Tradução para o termo *Direct Synthesis*.

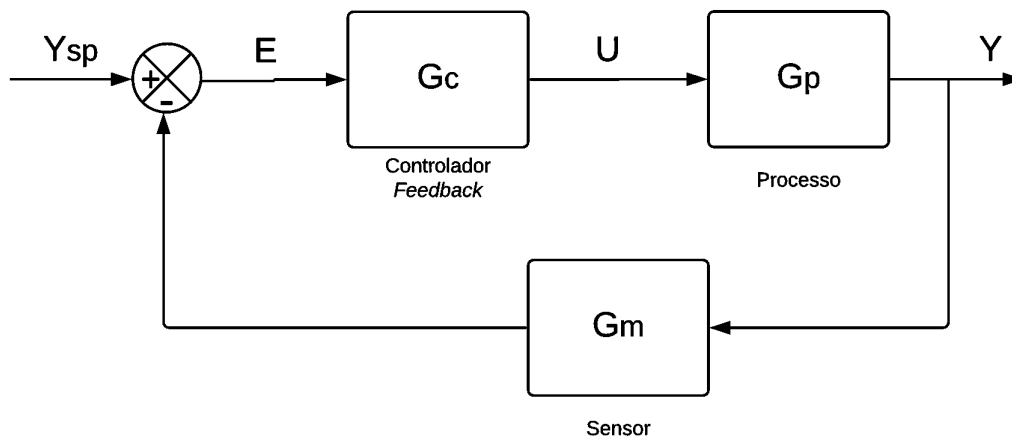


Figura 2.44 – Diagrama de blocos de um sistema de controle padrão. Adaptado de (SEBORG et al., 2011)

Primeiramente, o processo será modelado como um sistema de primeira ordem mais tempo morto (Equação (2.32)) e sua identificação será a partir da resposta ao degrau, como explicado no item 2.6.3.1.

A resposta desejada em malha fechada pode ser definida como, por exemplo, um sistema de primeira ordem mais tempo morto, onde se definem a constante de tempo em malha fechada desejada (τ_c) e o tempo morto desejado (θ_c), desde que seja observada a restrição $\theta_c > \theta$, onde θ é o tempo morto do processo. Assim, baseado no modelo do processo e na resposta desejada do sistema em malha fechada, projeta-se por consequência o controlador capaz de prover tal desempenho.

Utilizando a regra de Mason descrita por Dorf e Bishop (1998), tem-se a resposta em malha fechada deste sistema representada na Equação (2.47).

$$\frac{Y}{Y_{sp}} = \frac{G_c G_p}{1 + G_c G_p} \quad (2.47)$$

Fazendo-se as seguintes manipulações matemáticas, obtém-se a Equação (2.48).

$$\begin{aligned}
 Y(1 + G_c G_p) &= Y_{sp}(G_c G_p) \\
 Y + G_c G_p Y - Y_{sp} G_c G_p &= 0 \\
 G_c(G_p Y - Y_{sp} G_p) &= -Y \\
 G_c &= \frac{-Y}{G_p(Y - Y_{sp})} \\
 G_c &= \frac{1}{G_p} \left(\frac{-\frac{Y}{Y_{sp}}}{\frac{Y}{Y_{sp}} - 1} \right) \\
 \boxed{G_c} &= \frac{1}{G_p} \left(\frac{\frac{Y}{Y_{sp}}}{1 - \frac{Y}{Y_{sp}}} \right)
 \end{aligned} \tag{2.48}$$

Analisando a Equação (2.48), verifica-se que o ganho do controlador é inversamente proporcional ao ganho da planta e que os pólos e zeros do processo são cancelados pelos zeros e pólos do controlador.

Se o processo a ser controlado, G_p , for considerado como sendo um processo de primeira ordem mais tempo morto (Equação (2.32)) e a resposta desejada em malha fechada Y/Y_{sp} mostrada na Equação (2.49), pode-se continuar o desenvolvimento da Equação (2.48) para se encontrar o controlador (Equação (2.50)).

Então, substituindo as Equações (2.32) e (2.49) na Equação (2.48), e considerando a aproximação linear local $e^{-\theta s} \cong 1 - s\theta$ (ANTON, 1999), tem-se o controlador PI via método da síntese direta para um processo de primeira ordem mais tempo morto (Equação (2.50)).

Comparando a Equação (2.50) com a equação de um PID com ganhos dependentes (Equação (2.44)), tem-se o ganho do controlador (Equação (2.51)) e o tempo integral (Equação (2.52)).

$$\frac{Y(s)}{Y_{sp}(s)} = \frac{e^{-\theta_c s}}{\tau_c s + 1} \tag{2.49}$$

$$\begin{aligned}
G_c &= \frac{\tau s + 1}{K e^{-\theta s}} \left(\frac{\frac{e^{-\theta_c s}}{\tau_c s + 1}}{1 - \frac{e^{-\theta_c s}}{\tau_c s + 1}} \right) \\
G_c &= \frac{\tau s + 1}{K e^{-\theta s}} \left(\frac{e^{-\theta_c s}}{\tau_c s + 1 - e^{-\theta_c s}} \right) \\
G_c &= \frac{\tau s + 1}{K e^{-\theta s}} \left(\frac{e^{-\theta_c s}}{\tau_c s + 1 - 1 + s\theta_c} \right) \\
G_c &= \frac{\tau s + 1}{K e^{-\theta s}} \left(\frac{e^{-\theta_c s}}{s(\tau_c + \theta)} \right) \\
G_c &= \frac{\tau s + 1}{K} \left(\frac{1}{s(\tau_c + \theta)} \right) \\
G_c &= (\tau s + 1) \left(\frac{1}{K s(\tau_c + \theta)} \right) \\
G_c &= \frac{\tau s}{K s(\tau_c + \theta)} + \frac{1}{K s(\tau_c + \theta)} \\
\boxed{G_c} &= \frac{\tau}{K(\tau_c + \theta)} \left(1 + \frac{1}{\tau s} \right)
\end{aligned} \tag{2.50}$$

$$K_c = \frac{\tau}{K(\tau_c + \theta)} \tag{2.51}$$

$$T_i = \tau \tag{2.52}$$

Se o processo a ser controlado, G_p , for considerado como sendo um processo de segunda ordem mais tempo morto sobreamortecido (Equação (2.35)) e a resposta desejada em malha fechada Y/Y_{sp} mostrada na Equação (2.49), pode-se continuar o desenvolvimento da Equação (2.48) para se encontrar o controlador *PID* (Equação (2.53)).

Então, substituindo as Equações (2.35) e (2.49) na Equação (2.48), e considerando a aproximação linear local $e^{-\theta s} \cong 1 - s\theta$ (ANTON, 1999), tem-se o controlador via método da síntese direta para um processo de segunda ordem mais tempo morto sobreamortecido (Equação (2.35)).

Comparando a Equação (2.53) com a equação de um *PID* com ganhos dependentes (Equação (2.44)), tem-se o ganho do controlador (Equação (2.54)), o tempo integral

(Equação (2.55)) e tempo derivativo (Equação (2.56)).

$$\begin{aligned}
 G_c &= \frac{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}{K e^{-\theta s}} \left(\frac{\frac{e^{-\theta_c s}}{\tau_c s + 1}}{1 - \frac{e^{-\theta_c s}}{\tau_c s + 1}} \right) \\
 G_c &= \frac{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}{K e^{-\theta s}} \left(\frac{e^{-\theta_c s}}{\tau_c s + 1 - e^{-\theta_c s}} \right) \\
 G_c &= \frac{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}{K e^{-\theta s}} \left(\frac{e^{-\theta_c s}}{\tau_c s + 1 - 1 + s\theta_c} \right) \\
 G_c &= \frac{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}{K e^{-\theta s}} \left(\frac{e^{-\theta_c s}}{s(\tau_c + \theta)} \right) \\
 G_c &= \frac{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}{K} \left(\frac{1}{s(\tau_c + \theta)} \right) \\
 G_c &= \frac{\tau_1 \tau_2 s^2 + s(\tau_1 + \tau_2) + 1}{K s(\tau_c + \theta)} \\
 G_c &= \frac{\tau_1 \tau_2 s^2}{K s(\tau_c + \theta)} + \frac{s(\tau_1 + \tau_2)}{K s(\tau_c + \theta)} + \frac{1}{K s(\tau_c + \theta)} \\
 \boxed{G_c} &= \frac{\tau_1 + \tau_2}{K(\tau_c + \theta)} \left(1 + \frac{1}{(\tau_1 + \tau_2)s} + \frac{\tau_1 \tau_2}{\tau_1 + \tau_2} s \right)
 \end{aligned} \tag{2.53}$$

$$K_c = \frac{\tau_1 + \tau_2}{K(\tau_c + \theta)} \tag{2.54}$$

$$T_i = \tau_1 + \tau_2 \tag{2.55}$$

$$T_d = \frac{\tau_1 \tau_2}{\tau_1 + \tau_2} \tag{2.56}$$

2.7.4.2 Método da síntese direta para robustez - rejeição aos distúrbios

Chen e Seborg (2002) descrevem o projeto do controlador *PID* por Síntese Direta com foco em robustez a partir da função de transferência em malha fechada para o distúrbio (Equação (2.57)) desenvolvida a partir do diagrama de blocos típico mostrado na Figura 2.45. De maneira distinta ao método focado em desempenho, as entradas para o projeto são: a ordem do modelo dinâmico do processo, o tipo de controlador desejado (*PI* ou *PID*) e a constante de tempo em malha fechada (τ_c).

$$\frac{Y}{D} = \frac{G_d}{1 + G_c G_p} \tag{2.57}$$

As equações para o projeto do controlador estão apresentadas na seções 2.7.4.2.1, 2.7.4.2.2, 2.7.4.2.3, 2.7.4.2.4 e 2.7.4.2.5.

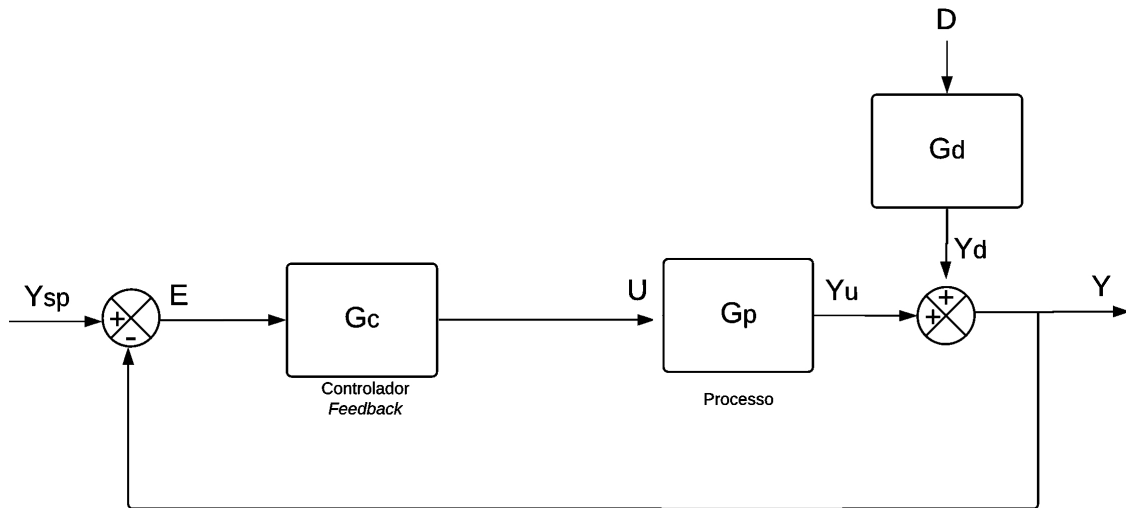


Figura 2.45 – Diagrama de blocos de um sistema de controle típico com perturbação. Adaptado de (SEBORG et al., 2011)

2.7.4.2.1 Controlador *PI* para modelo de primeira ordem mais tempo morto

$$K_c = \frac{1}{K} \frac{\tau^2 + \tau\theta - (\tau_c - \tau)^2}{(\tau_c + \theta)^2} \quad (2.58)$$

$$T_i = \frac{\tau^2 + \tau\theta - (\tau_c - \tau)^2}{\tau + \theta} \quad (2.59)$$

Para elevados valores de τ_c , valores de T_i podem se tornar negativos (anormais). Para evitar essa situação, τ_c deve respeitar a restrição da Equação (2.60).

$$0 < \tau_c < \tau + \sqrt{\tau^2 + \tau\theta} \quad (2.60)$$

2.7.4.2.2 Controlador *PI* para modelo integrador mais tempo morto

$$K_c = \frac{1}{K} \frac{2\tau_c + \theta}{(\tau_c + \theta)^2} \quad (2.61)$$

$$T_i = 2\tau_c + \theta \quad (2.62)$$

2.7.4.2.3 Controlador *PID* para modelo de primeira ordem mais tempo morto

$$K_c = \frac{1}{K} \frac{\left(2\tau\theta + \frac{\theta^2}{2}\right) \left(3\tau_c + \frac{\theta}{2}\right) - 2\tau_c^3 - 3\tau_c^2\theta}{2 \left(\tau_c + \frac{\theta}{2}\right)^3} \quad (2.63)$$

$$T_i = \frac{\left(2\tau\theta + \frac{\theta^2}{2}\right) \left(3\tau_c + \frac{\theta}{2}\right) - 2\tau_c^3 - 3\tau_c^2\theta}{(2\tau + \theta)\theta} \quad (2.64)$$

$$T_d = \frac{3\tau_c^2\tau\theta + \frac{\tau\theta^2}{2} \left(3\tau_c + \frac{\theta}{2}\right) - 2(\tau + \theta)\tau_c^3}{\left(2\tau\theta + \frac{\theta^2}{2}\right) \left(3\tau_c + \frac{\theta}{2}\right) - 2\tau_c^3 - 3\tau_c^2\theta} \quad (2.65)$$

2.7.4.2.4 Controlador *PID* para modelo integrador mais tempo morto

$$K_c = \frac{1}{K} \frac{\theta \left(3\tau_c + \frac{\theta}{2}\right)}{\left(\tau_c + \frac{\theta}{2}\right)^3} \quad (2.66)$$

$$T_i = 3\tau_c + \frac{\theta}{2} \quad (2.67)$$

$$T_d = \frac{\left(\tau_c + \frac{\theta}{2}\right)^3 - 2\tau_c^3}{\theta \left(3\tau_c + \frac{\theta}{2}\right)} \quad (2.68)$$

2.7.4.2.5 Controlador *PID* para modelo de segunda ordem sobreamortecido mais tempo morto

$$K_c = \frac{1}{K} \frac{[(\tau_1 + \tau_2)\theta + \tau_1\tau_2] (3\tau_c + \theta) - \tau_c^3 - 3\tau_c^2\theta}{(\tau_c + \theta)^3} \quad (2.69)$$

$$T_i = \frac{[(\tau_1 + \tau_2)\theta + \tau_1\tau_2] (3\tau_c + \theta) - \tau_c^3 - 3\tau_c^2\theta}{\tau_1\tau_2 + (\tau_1 + \tau_2 + \theta)\theta} \quad (2.70)$$

$$T_d = \frac{3\tau_c^2\tau_1\tau_2 + \tau_1\tau_2\theta(3\tau_c + \theta) - (\tau_1 + \tau_2 + \theta)\tau_c^3}{[(\tau_1 + \tau_2)\theta + \tau_1\tau_2] (3\tau_c + \theta) - \tau_c^3 - 3\tau_c^2\theta} \quad (2.71)$$

2.7.5 Interação em sistemas multivariados

De acordo com Skogestad e Postlethwaite (2007), um sistema multivariado - chamado *MIMO* (*Multi-Input, Multi-Output*), é aquele que, ao se alterar uma entrada, várias saídas do sistema são afetadas. Isto é, há interação entre as entradas e as saídas. Dentro dessa definição, qualquer circuito de moagem é um sistema multivariável.

Yang et al. (2010) representam, nas Figuras 2.46 e 2.47, as relações dinâmicas de um circuito fechado e direto de moagem considerando como entradas: taxa de alimentação do moinho e vazão de água de diluição; como distúrbios: variação da dureza do minério, variação da granulometria na alimentação; e como saídas: granulometria do produto (*overflow* do ciclone) e carga circulante. As funções de transferência $P_{YU}(s)$ relacionam as entradas com as saídas, e as $H_{YD}(s)$, os distúrbios com as saídas.

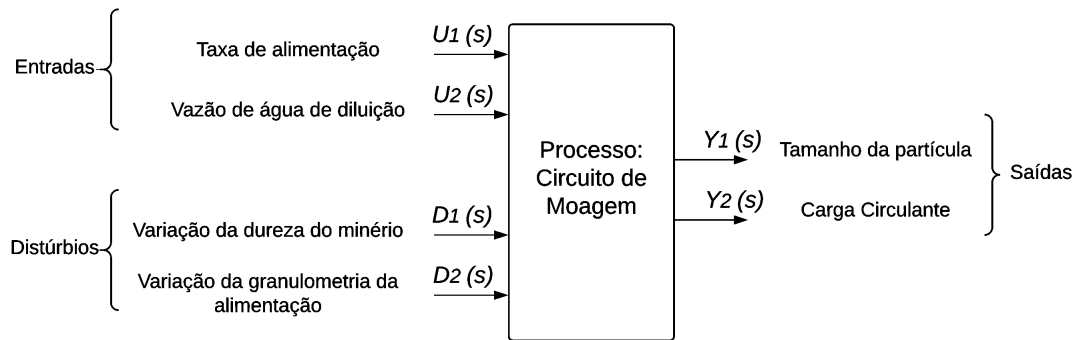


Figura 2.46 – Representação das entradas, distúrbios e saídas de um sistema de moagem multivariado. Adaptado de (YANG et al., 2010)

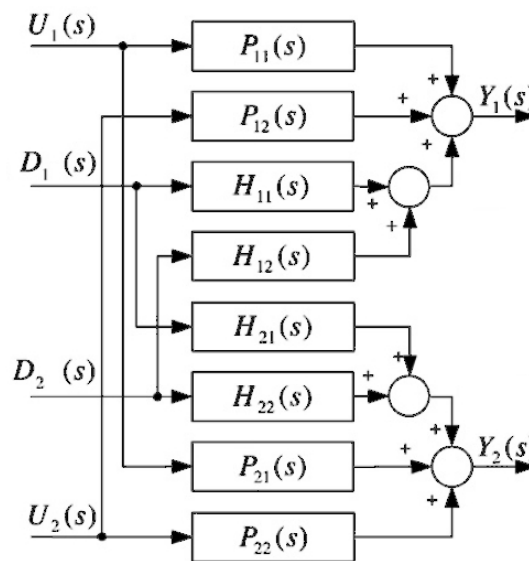


Figura 2.47 – Diagrama de blocos detalhando as funções de transferência entre as entradas (U), os distúrbios (D) e as saídas (Y) em um sistema multivariável. Adaptado de (YANG et al., 2010)

Skogestad e Postlethwaite (2007) e Seborg, Edgar e Mellichamp (1989) definem a Matriz de Ganhos Relativos (*RGA*) como uma forma de quantificar o grau de interação entre as múltiplas entradas e as múltiplas saídas de um sistema. Considerando um processo com n variáveis controladas e n variáveis manipuladas, o ganho relativo, λ_{ij} , entre a variável controlada y_i e a variável manipulada u_j é definida como a razão adimensional de

dois ganhos em estado estacionário (Equação (2.72) para $i = 1, 2, \dots, n$ e $j = 1, 2, \dots, n$). (SEBORG; EDGAR; MELLCHAMP, 1989).

$$\lambda_{ij} \triangleq \frac{\left(\frac{\partial y_i}{\partial u_j}\right)_u}{\left(\frac{\partial y_i}{\partial u_j}\right)_y} = \frac{\text{ganho em malha aberta}}{\text{ganho em malha fechada}} \quad (2.72)$$

Na Equação (2.72), $\left(\frac{\partial y_i}{\partial u_j}\right)_u$ denota a derivada parcial que é avaliada com todas as variáveis manipuladas, exceto u_j , mantidas constantes. Assim, esse termo é o ganho em malha aberta entre u_j e y_i , que corresponde ao elemento K_{ij} . De maneira semelhante, o termo $\left(\frac{\partial y_i}{\partial u_j}\right)_y$ é avaliado com todas as variáveis controladas constantes, exceto y_i . Essa situação é realizada na prática colocando todos os controladores com ação integral em automático, exceto o para y_i . Assim, $\left(\frac{\partial y_i}{\partial u_j}\right)_y$ pode ser interpretado como o ganho em malha fechada que indica o efeito de u_j em y_i quando todas as demais variáveis controladas são mantidas constantes (SEBORG; EDGAR; MELLCHAMP, 1989).

Esses ganhos relativos do sistema podem ser agrupados em uma matriz de ganhos relativos (*RGA*), identificada por Λ .

$$\Lambda = \begin{pmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} & \dots & \lambda_{1j} \\ \lambda_{21} & \lambda_{22} & \dots & \lambda_{2j} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \lambda_{i1} & \lambda_{i2} & \dots & \lambda_{ij} \end{pmatrix}$$

Ao invés de utilizar a definição da Equação (2.72), Erickson e Hedrick (1999) afirmam que a *RGA* pode ser calculada diretamente da matriz de ganhos em estado estacionário K . A *RGA* de uma matriz quadrada não-singular K é uma matriz quadrada definida como a Equação (2.73), onde \times denota a multiplicação elemento a elemento da matriz (produto Hadamard).

$$K = \begin{pmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{pmatrix}$$

$$RGA(K) = \Lambda(K) \triangleq K \times (K^{-1})^T \quad (2.73)$$

Para uma matriz 2 x 2 com elementos K_{ij} , a *RGA* é:

$$\Lambda(K) = \begin{pmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} \\ \lambda_{21} & \lambda_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda_{11} & 1 - \lambda_{11} \\ 1 - \lambda_{11} & \lambda_{11} \end{pmatrix} \therefore \lambda_{11} = \frac{1}{1 - \frac{K_{12}K_{21}}{K_{11}K_{22}}}$$

Algumas propriedades importantes sobre a *RGA* e sobre os elementos λ_{ij} são apresentados por Erickson e Hedrick (1999):

- O ganho relativo é independente da escala, não sendo alterado se as faixas do transmissor ou da variável manipulada mudarem;
- A soma das linhas e das colunas é igual a 1;
- Os ganhos relativos (λ_{ij}) são sensíveis a erros na matriz de ganhos;
- $\lambda_{ij} < 0$: evite emparelhar essas malhas porque, se uma malha estiver em manual, o restante do sistema multimalha pode se tornar instável. O ganho relativo negativo surge porque os ganhos de processo em malha aberta e em malha fechada possuem sinais opostos;
- $\lambda_{ij} = 0$: evite emparelhar essas malhas porque a variável manipulada não tem efeito na variável controlada ou a variável manipulada tem efeito quando as outras malhas estão em automático;
- $\lambda_{ij} = 1$: melhor possibilidade de emparelhamento. A variável de processo somente é afetada por uma alteração na variável manipulada. Entretanto, a variável manipulada pode também afetar outras variáveis de processo (chamado interação em uma via - *one-way interaction*).

2.8 Índice de desempenho de sistemas de controle: integral do erro absoluto - *IAE*

O desempenho de sistemas de controle pode ser realizado quantitativamente por índices que dão ênfase à especificações de sistema importantes, tais como o erro, tempo de assentamento ou critérios de amortecimento, e são usados como base para melhorar o projeto de um sistema ou projetar um sistema de controle. Dentre eles destaca-se o *IAE* - Integral do valor Absoluto do Erro - por possuir, quase sempre, significado prático, e por representar a soma das áreas acima e abaixo da referência (DORF; BISHOP, 1998) (MARLIN, 1995). A Equação (2.74) apresenta esse indicador, onde T é um tempo finito escolhido de modo que a integral tenda a um valor estacionário (por exemplo, igual ao tempo de assentamento).

$$IAE = \int_0^T |e(t)| dt \quad (2.74)$$

2.9 Comentários finais

Neste capítulo foram apresentados conceitos gerais de tratamento de minérios, detalhados os equipamentos moinho e hidrociclone, e exposto o circuito de moagem objeto desse trabalho.

Descreveram-se os modelos matemáticos fenomenológicos de King e do Balanço Populacional para o moinho; de Plitt para a hidrociclone; e a modelagem caixa-preta para identificar os modelos de primeira ou segunda ordem no domínio da frequência que representarão a dinâmica dominante entre as variáveis de entrada e saída existentes no circuito.

Em relação ao controle do processo, apresentaram-se os conceitos de sistemas multivariados, e da matriz de ganhos relativos para quantificar o grau de interação entre as múltiplas entradas e múltiplas saídas.

Para o projeto da estratégia de controle, foram detalhados os passos da metodologia de Controle Amplo, incluindo a análise *top-down* e o projeto *bottom-up*. E, para a avaliação de desempenho de sistemas de controle, foi apresentado o índice *IAE* - Integral do valor Absoluto do Erro.

Esses conceitos são base para a metodologia que se apresenta no próximo capítulo.

3 Metodologia

Apresenta-se a metodologia adotada no desenvolvimento do trabalho, detalhando-se as etapas de preparação dos dados, modelagem e simulação do circuito, modelagem das variáveis de processo, determinação da arquitetura de controle por metodologia de Controle Amplo, projeto dos controladores e, por fim, simulação e avaliação do processo simulado controlado.

3.1 Etapas do trabalho

A metodologia adotada foi estruturada em 6 fases para seu desenvolvimento, como apresentada a seguir e conforme Figura 3.1.

1. **Preparação dos dados:** ajustar os dados amostrados de granulometria, percentuais de sólidos, vazões volumétricas de polpa e vazões mássicas de sólidos utilizando balanço de massa redundante pelo método de minimização das somas dos quadrados dos resíduos. Nesta etapa é utilizado o aplicativo da *Moly-Cop Tools v3.0*^{®1} como ferramenta para execução desse balanço de massa redundante.
2. **Modelagem do circuito com simulação dinâmica:** implementar o simulador dinâmico que represente de forma satisfatória as características operacionais do circuito de moagem real. O modelo de King é usado para modelar o moinho de bolas, e o modelo de Plitt para modelar o hidrociclone. Nesta etapa é utilizado o programa *Ideas v6.0*^{®2}.
3. **Modelagem do processo com simulação dinâmica para fins de controle:** identificar os modelos dinâmicos dominantes por funções de transferência entre as variáveis de entrada e saída do processo simulado. Nesta etapa o *Ideas*[®] é integrado ao *Matlab v2016*^{®3} via protocolo de comunicação *OPC-DA* para que os algoritmos de identificação sejam executados.
4. **Metodologia de Controle Amplo:** avaliar interação entre as variáveis de entrada e saída do processo por *RGA* e definir a arquitetura de controle usando a metodologia de Controle Amplo baseada em análise *top-down* e projeto *bottom-up*.

¹ *Software* de caracterização e avaliação de eficiência operacional para moagem da MolyCOP disponibilizado em <https://molycop.com/what-we-do/molycop-tools/>.

² *Software* de simulação dinâmica da Andritz.

³ *Software* para aplicações matemáticas da MathWorks.

5. **Projeto dos controladores:** projetar os controladores utilizando o método da Síntese Direta seguindo as exigências do processo para desempenho ou robustez, baseado na arquitetura proposta.
6. **Simulação e avaliação do processo controlado:** implementar a camada de controle no *Matlab*[®] seguindo a arquitetura e projeto dos controladores propostos, e avaliar o desempenho do processo controlado diante de diferentes referências para o percentual passante na malha de 75 μm no produto, alterações nas condições da moagem e no número de ciclones operacionais. Nesta etapa *Ideas*[®] é integrado ao *Matlab*[®] via protocolo de comunicação *OPC-DA*.

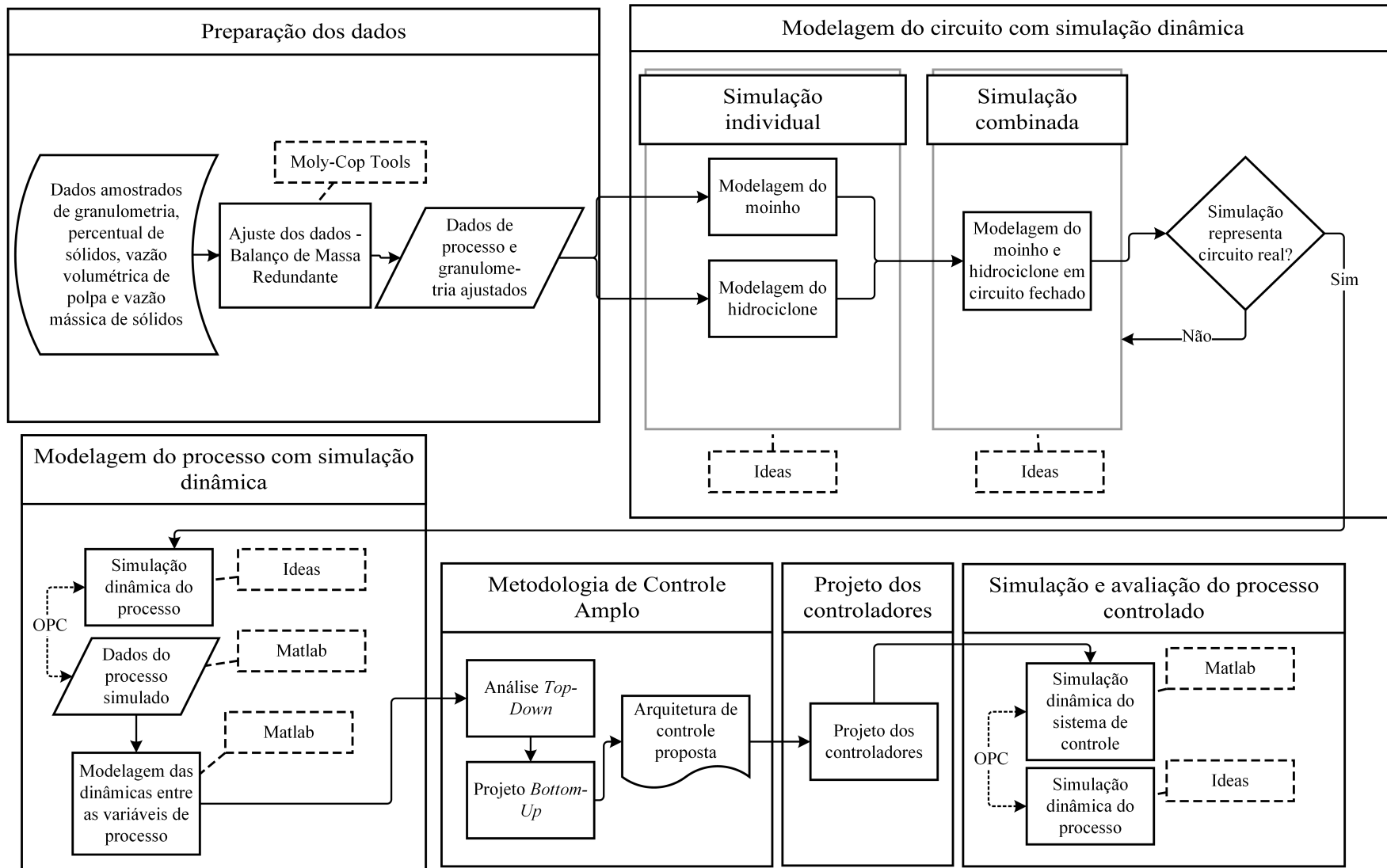


Figura 3.1 – Macrofluxo das fases do trabalho

4 Resultados e discussão

Os resultados obtidos, desde a amostragem até a avaliação de desempenho do circuito controlado simulado, são apresentados neste capítulo.

4.1 Dados de processo amostrados

Nesta seção são apresentados os dados do processo amostrados nos quatro pontos destacados na Figura 4.1, que são: granulometria, percentual de sólidos, vazão volumétrica de polpa e vazão mássica de sólidos.

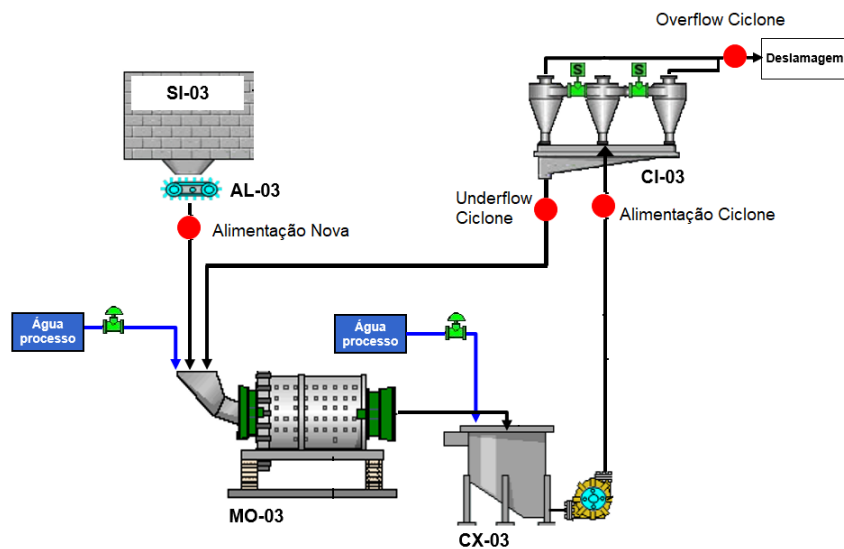


Figura 4.1 – Pontos de amostragem

A Figura 4.2 apresenta o percentual passante para os dados de granulometria amostrados do circuito de moagem.

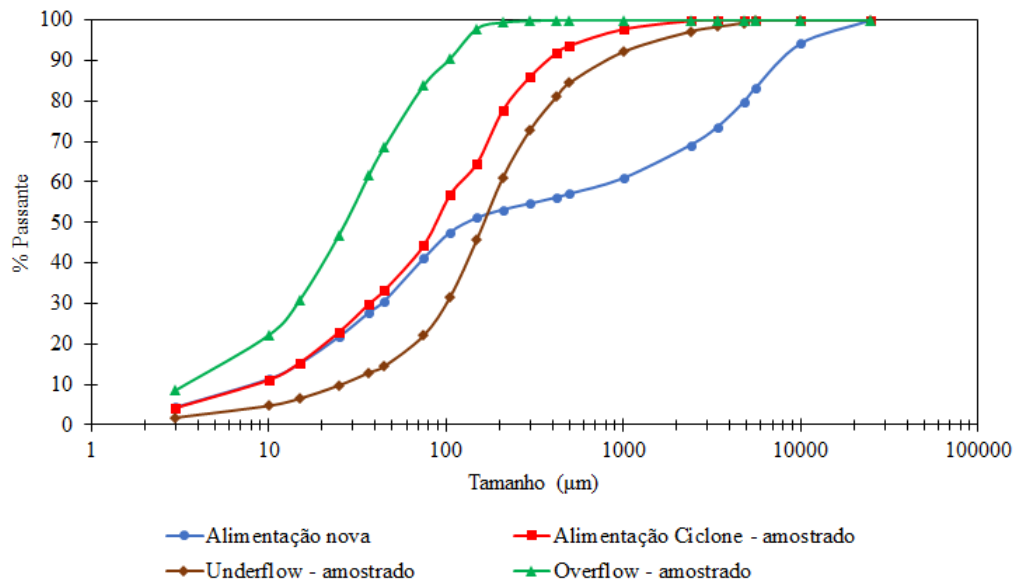


Figura 4.2 – Dados de granulometria amostradas (% Passante)

Na Tabela 4.1 é possível identificar os valores de vazão mássica de sólidos, vazão volumétrica de polpa e percentual de sólidos para cada um dos fluxos do circuito. Adicionalmente, duas informações relevantes são inseridas: potência do moinho e passante em $75 \mu m$ no *overflow* no momento da amostragem.

Tabela 4.1 – Dados dos Fluxos Amostrados, Potência do Moinho e Passante em $75 \mu m$ no *overflow*

Fluxo	Taxa Sólidos t/h	Vazão Polpa m^3/h	Percentual de Sólidos %
Alimentação Nova	790,7	248,3	95,2
Alimentação do Ciclone	2049,2	2129,8	55,5
<i>Underflow</i> do Ciclone	1261,2	691,0	75,4
<i>Overflow</i> do Ciclone	788,1	1438,8	39,0
Potência do moinho		3961 kW	
Passante em $75 \mu m$ no <i>Overflow</i>		83,8 %	

4.2 Dados de processo ajustados

O balanço de massa redundante pelo Método de Minimização das Somas dos Quadrados dos Resíduos por Lagrange, conforme descrito na seção 2.5, é utilizado para ajustar - em conjunto - os dados amostrados de granulometria, percentuais de sólidos, vazões volumétricas de polpa e vazões mássicas de sólidos.

A Figura 4.3 apresenta as granulometrias amostradas e corrigidas pelo Método de Minimização das Somas dos Quadrados dos Resíduos. A granulometria da alimentação nova é mantida constante por ser a amostra mais confiável do circuito, ou seja, ela não é ajustada.

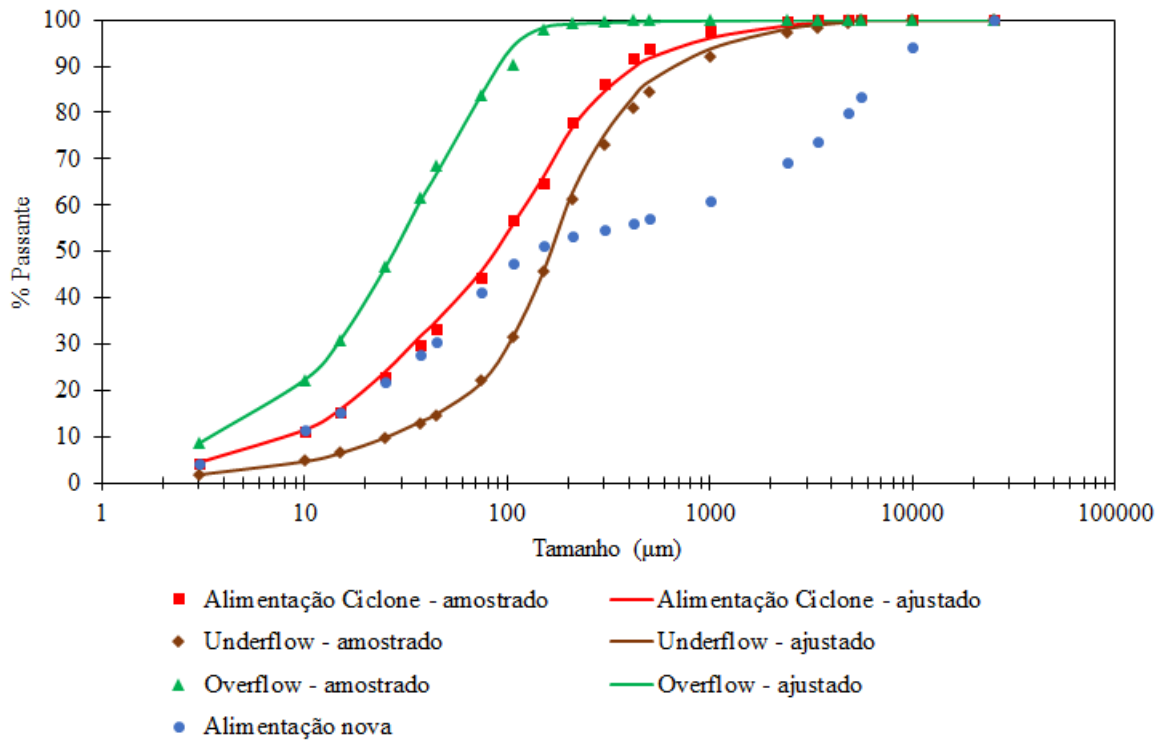


Figura 4.3 – Dados de granulometria amostrados e ajustados (% Passante)

Ao se comparar as curvas de recuperação (partição *underflow*/alimentação) para os dados amostrados e para os dados ajustados mostrados nas Figuras 4.4 e 4.5, respectivamente, constata-se que o balanço de massa redundante torna a recuperação de todas as amostras iguais a 61,2% e com coeficiente de determinação (R^2) igual a 1.

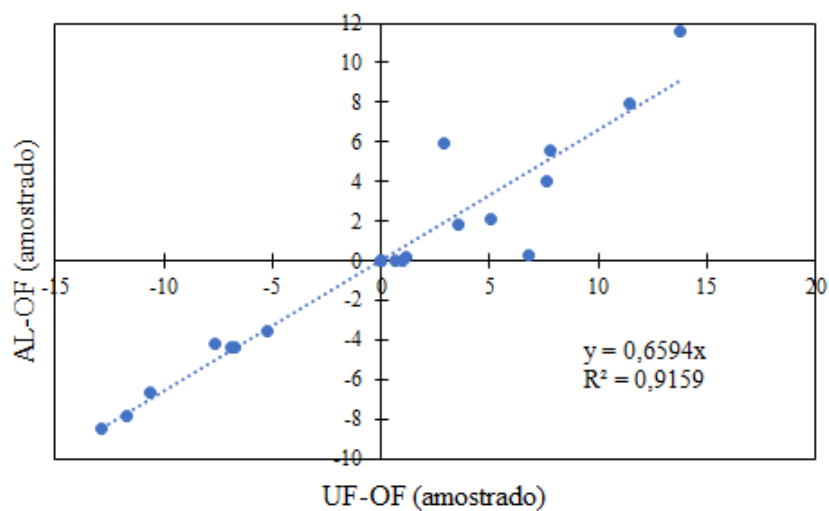


Figura 4.4 – Curva para recuperação *underflow*/alimentação sobre os dados amostrados do ciclone

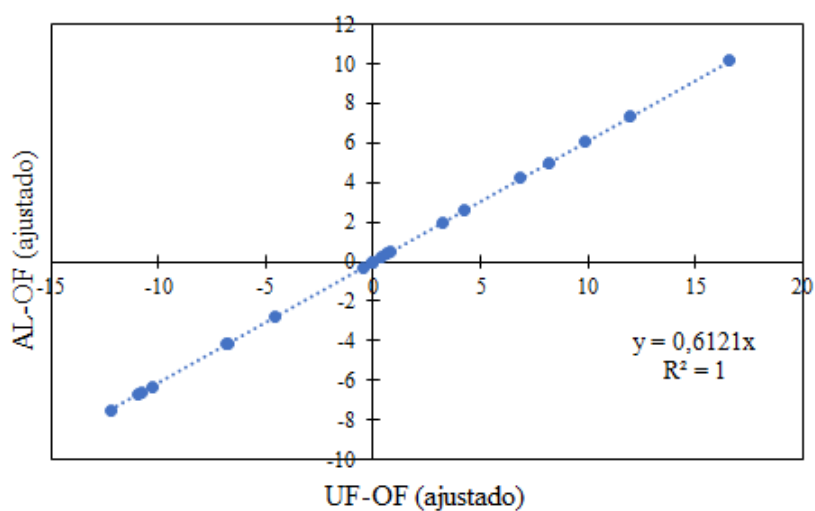


Figura 4.5 – Curva para recuperação *underflow*/alimentação sobre os dados ajustados do ciclone pelo balanço de massa

O resultado do balanço de massa para os fluxos de processo está apresentado na Tabela 4.2.

Tabela 4.2 – Dados dos variáveis de processo amostradas e ajustadas

Variável	Unidade	Amostrado	Ajustado
Percentual de sólidos na alimentação nova	%	95,2	95,2
Vazão volumétrica de polpa na alimentação nova	m^3/h	248,3	259,5
Vazão mássica de sólidos na alimentação nova	t/h	790,7	790,7
Percentual de sólidos na alimentação do ciclone	%	55,5	55,1
Vazão volumétrica de polpa na alimentação do ciclone	m^3/h	2129,8	2227,1
Vazão mássica de sólidos na alimentação do ciclone	t/h	2049,2	2038,3
Percentual de sólidos no <i>underflow</i> do ciclone	%	75,4	74,4
Vazão volumétrica de polpa no <i>underflow</i> do ciclone	m^3/h	691,0	774,8
Vazão mássica de sólidos no <i>underflow</i> do ciclone	t/h	1261,2	1247,6
Percentual de sólidos no <i>overflow</i> do ciclone	%	39,0	39,1
Vazão volumétrica de polpa no <i>overflow</i> do ciclone	m^3/h	1438,8	1452,2
Vazão mássica de sólidos no <i>overflow</i> do ciclone	t/h	788,1	790,7
Percentual passante em $75 \mu m$ no <i>overflow</i> do ciclone	%	83,8	84,1

4.3 Modelagem dos equipamentos do circuito

A modelagem do moinho e do hidrociclone foi realizada em duas etapas distintas e complementares: na **primeira etapa**, foi realizada a calibração **individual** de cada equipamento; e, na **segunda etapa**, o moinho e hidrociclone foram **combinados em circuito fechado** - com os parâmetros iniciais previamente calculados - para refinar o ajuste desses parâmetros considerando os dados ajustados pelo balanço de massa redundante do circuito. Os resultados finais da etapa em circuito fechado estão apresentados nas Seções 4.3.1 e 4.3.2. Na Seção 4.3.3, considerando todo o circuito, as variáveis de processo são avaliadas.

4.3.1 Modelagem do moinho de bolas

Os parâmetros do modelo de King para o moinho - conforme Equações (2.8), (2.9) e (2.10) - estão apresentados na Tabela 4.3, onde podem ser vistos os valores finais da etapa combinada em circuito fechado.

Tabela 4.3 – Resultados dos parâmetros para as equações do modelo de King para o moinho

Função	Parâmetro	Valor final (ajuste em circuito fechado)
Quebra	n_1	0,79
	n_2	1,90
	K_5	0,65
	δ	0,00
Seleção	S_1	3,17
	α	1,50
	Λ	1,55
	μ	1,55

Avaliando a aderência entre as curvas granulométricas das amostras reais e dos modelos de descarga do moinho em circuito fechado (correspondente à alimentação do ciclone) (Figura 4.6), verifica-se que o modelo representa de forma satisfatória os dados reais.

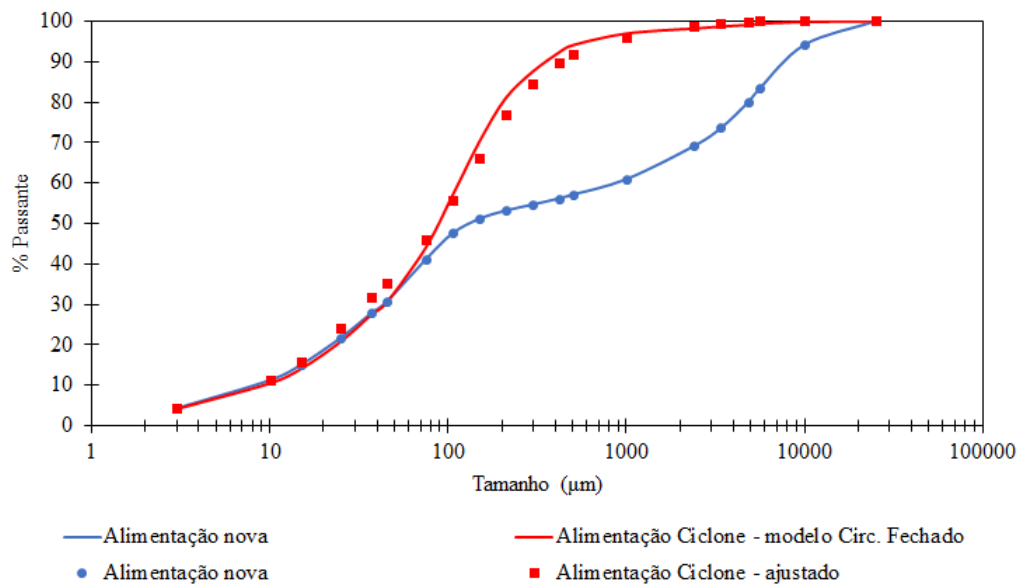


Figura 4.6 – Distribuição de tamanho das partículas para moinho baseado no modelo em circuito fechado - final
 : símbolos são dados e linhas representam o ajuste do modelo

A taxa de quebra do moinho, mostrada na Figura 4.7, possui região de quebra normal e quebra anormal.

Na Figura 4.8 os parâmetros são estimados conforme procedimento representado na Figura 2.25. Podem ser observadas as retas A e B, $\alpha \cong 1,5$, $\mu \cong 1,6mm$ e $S_1 \cong 3,2/min$.

O parâmetro $\Lambda \cong 1,55$ é calculado, então, resolvendo a Equação (2.13).

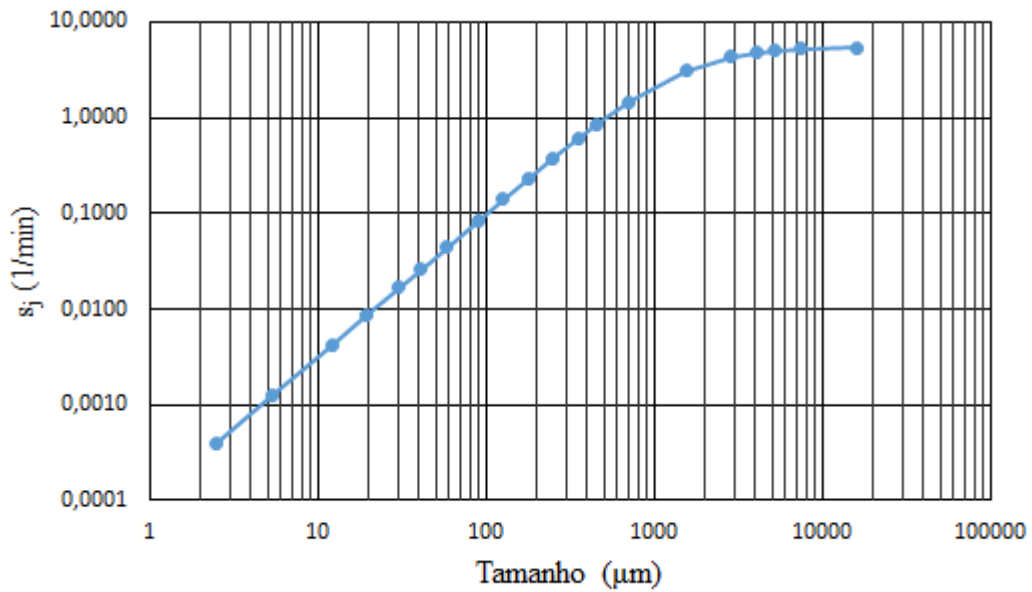


Figura 4.7 – Taxa de quebra do moinho - função Seleção

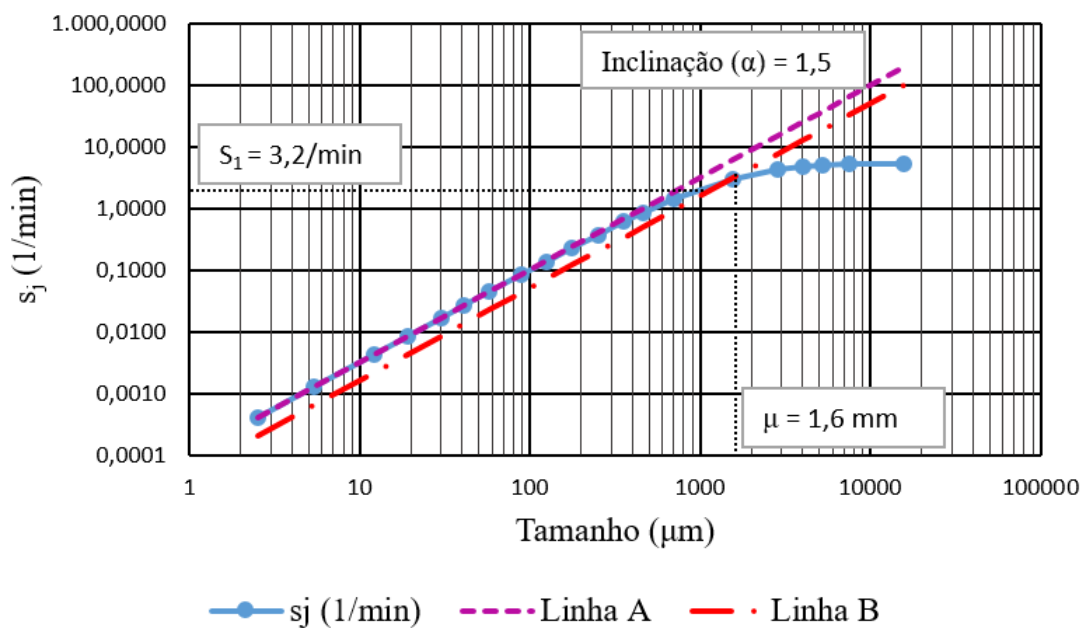


Figura 4.8 – Taxa de quebra do moinho - função Seleção - parâmetros determinados por análise gráfica

A função quebra normalizada **B** é apresentada na Figura 4.9. A sua forma se aproxima da distribuição acumulada característica do mecanismo de quebra por impacto, conforme exposto por King (2001) na Figura 2.8.

Na Figura 4.10, os parâmetros da função quebra são estimados usando a interpretação gráfica detalhada na Figura 2.23. Podem ser observadas as retas *a* e *b*, $K \cong 0,65$, $1 - K \cong 0,35$, $n_1 \cong 0,79$ e $n_2 \cong 1,9$. Portanto, 65% do material sofreu quebra por impacto e 35% sofreu quebra por compressão. A menor inclinação da reta *a* (n_1) significa

que a há fragmentos resultante da quebra por impacto em toda a faixa granulométrica. Já a maior inclinação da reta b (n_2) mostra fragmentos gerados por outros mecanismos de quebra em uma faixa granulométrica mais restrita, gerando menos finos.

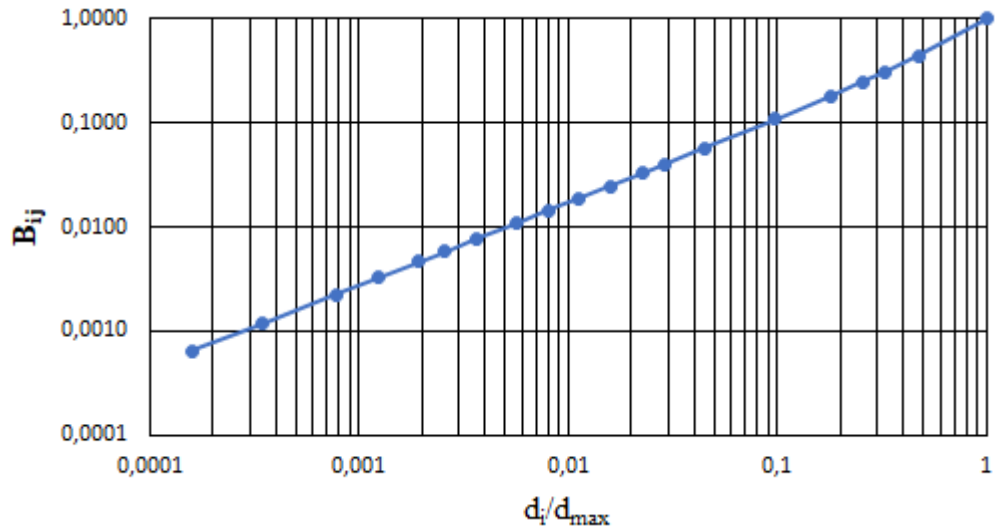


Figura 4.9 – Função quebra normalizada

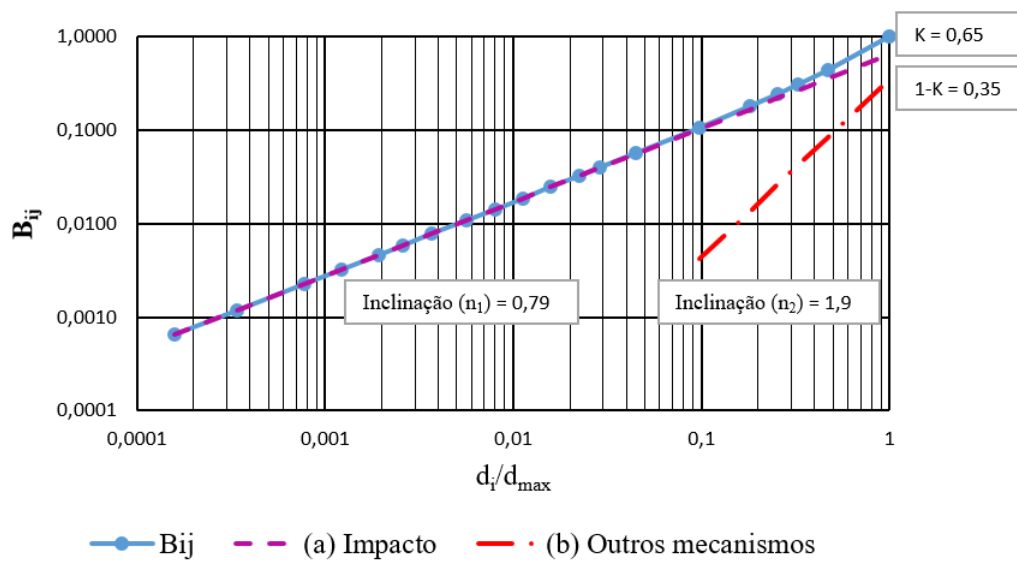


Figura 4.10 – Função quebra normalizada - parâmetros determinados por análise gráfica

4.3.2 Modelagem do hidrociclone

Os parâmetros do modelo de Plitt para o hidrociclone - conforme Equações (2.23), (2.24), (2.25) e (2.26) - estão apresentadas na Tabela 4.4, onde podem ser vistos os valores finais da etapa combinada em circuito fechado.

Tabela 4.4 – Resultados dos parâmetros para as equações do modelo de Plitt para hidrociclones

Parâmetro	Valor final (ajuste em circuito fechado)
$F_1 (d_{50c})$	4,01
$F_2 (m)$	3,10
$F_3 (P)$	1,00
$F_4 (S)$	1,84

Avaliando a aderência entre as curvas granulométricas das amostras reais e dos modelos de alimentação, *underflow* e *overflow* em circuito fechado (Figura 4.11), verifica-se que o modelo representa de forma satisfatória os dados ajustados pelo balanço de massa redundante.

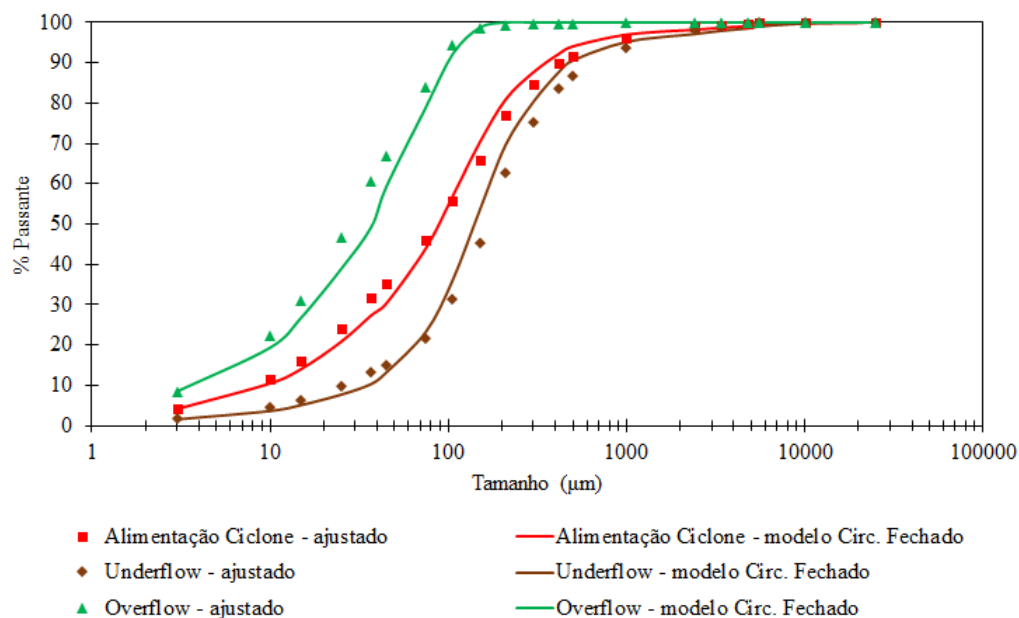


Figura 4.11 – Distribuição de tamanho das partículas para hidrociclone baseado no modelo em circuito fechado - final: símbolos são dados e linhas representam o ajuste do modelo

A curva de classificação do hidrociclone é apresentada na Figura 4.12 de forma sobreposta à curva ideal, que representaria o corte perfeito em d_{50} igual a $88,7 \mu m$. O R_f , que é o percentual das partículas da alimentação que foram para o *underflow* devido ao fenômeno de curto-circuito (sem sofrer classificação), é igual a 23,9 %.

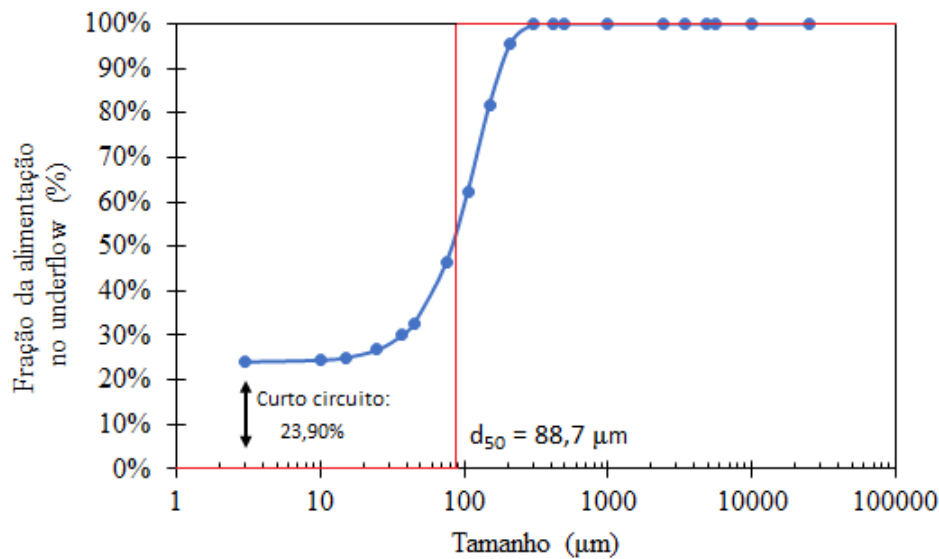


Figura 4.12 – Curva de classificação do hidrociclone

4.3.3 Avaliação das variáveis de processo para o circuito fechado modelado

Avaliando as variáveis de processo simuladas em circuito fechado em relação aos valores do balanço de massa na Tabela 4.5, tem-se o desvio percentual médio absoluto geral igual a 2,0 %. Em especial, destacam-se o percentual passante em $75 \mu\text{m}$ no *overflow* com erro de 6,0 %, ficando em 79,0 % na simulação contra 84,1 % dos dados ajustados; e a vazão mássica no *underflow* do ciclone com erro de 7,2% (maior erro individual dentre as variáveis avaliadas).

Tabela 4.5 – Comparativo entre os resultados das variáveis de processo de referência (variáveis ajustadas e simuladas)

Variável	Unidade	Ajustado	Simulado	Desvio percentual absoluto (%)
Potência do moinho	<i>kW</i>	3960,9 ¹	3969,4	0,2
Percentual de sólidos na alimentação nova	%	95,2	95,2	0,0
Vazão volumétrica de polpa na alimentação nova	m^3/h	259,5	259,6	0,1
Vazão mássica de sólidos na alimentação nova	<i>t/h</i>	790,7	790,7	0,0
Percentual de sólidos na alimentação do ciclone	%	55,1	56,6	2,8
Vazão volumétrica de polpa na alimentação do ciclone	m^3/h	2227,1	2226,9	0,0
Vazão mássica de sólidos na alimentação do ciclone	<i>t/h</i>	2038,3	2128,6	4,4
Percentual de sólidos no <i>underflow</i> do ciclone	%	74,4	77,4	4,0
Vazão volumétrica de polpa no <i>underflow</i> do ciclone	m^3/h	774,8	764,0	1,4
Vazão mássica de sólidos no <i>underflow</i> do ciclone	<i>t/h</i>	1247,6	1337,9	7,2
Percentual de sólidos no <i>overflow</i> do ciclone	%	39,1	39,0	0,4
Vazão volumétrica de polpa no <i>overflow</i> do ciclone	m^3/h	1452,2	1462,9	0,7
Vazão mássica de sólidos no <i>overflow</i> do ciclone	<i>t/h</i>	790,7	790,7	0,0
Percentual passante em $75 \mu\text{m}$ no <i>overflow</i> do ciclone	%	84,1	79,0	6,0

¹3.960,9 *kW* corresponde à potência medida, uma vez que a potência não pode ser ajustada pelo balanço de massas.

Comparando-se as recuperações *underflow*/alimentação para os dados ajustados pelo balanço de massa redundante (Figura 4.5) e para os dados do modelo (simulação em circuito fechado) (Figura 4.13), conclui-se que, por eles serem basicamente iguais, o modelo simulado representa os dados amostrados ajustados.

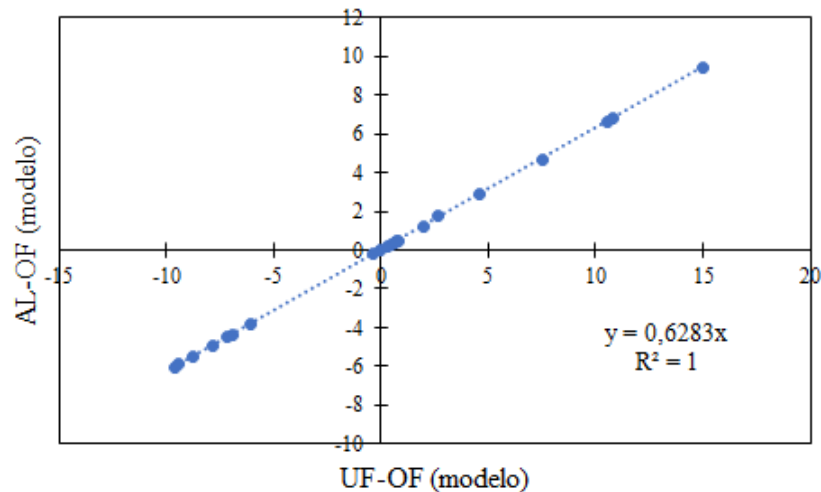


Figura 4.13 – Curva para recuperação *underflow*/alimentação sobre os dados do modelo (circuito fechado simulado)

Dessa forma, pelas avaliações contidas nas seções 4.3.1, 4.3.2 e 4.3.3, conclui-se que os modelos do moinho e do hidrociclone representam satisfatoriamente o circuito fechado real. Portanto, o circuito fechado simulado é o *caso base*. Todas as curvas de distribuição de tamanho dos respectivos modelos para cada fluxo estão apresentadas na Figura 4.14.

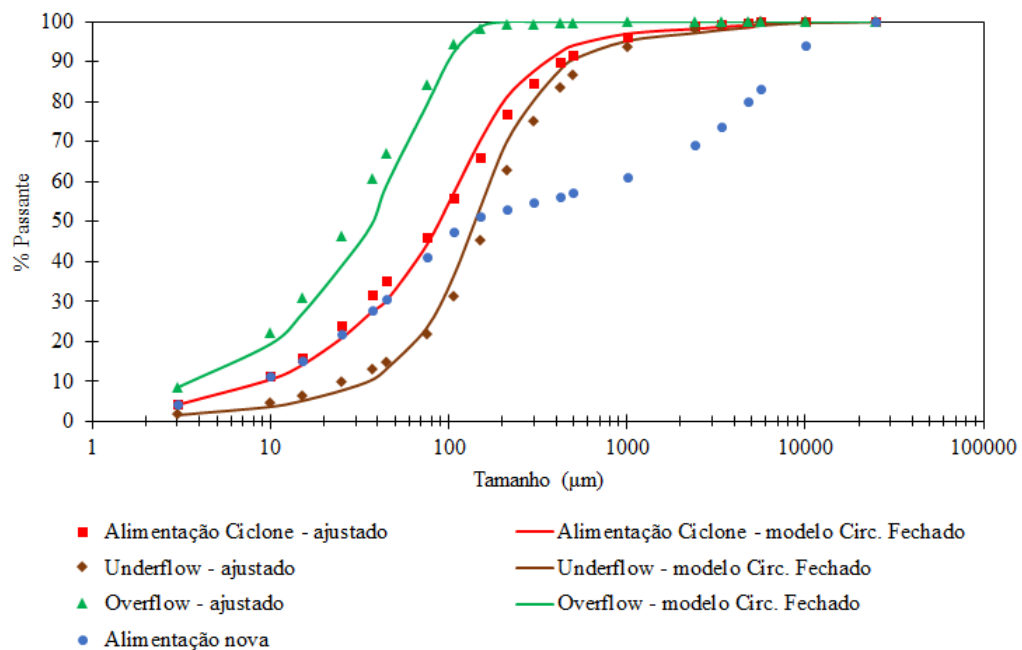


Figura 4.14 – Distribuição de tamanho para todos os fluxos do circuito: símbolos são dados e linhas representam o ajuste do modelo

4.4 Modelagem dinâmica do processo para fins de controle

Os modelos lineares para representação da dinâmica dominante entre as variáveis de entrada e as variáveis de saída são identificados com base em experimentos de resposta ao degrau em malha aberta utilizando-se o método de Skogestad e Grimholt (2012) para sistemas integradores, onde aplica-se uma variação em degrau na entrada durante um determinado tempo e avalia-se a variação da saída nesse período; e o método da resposta complementar para os sistemas de primeira ordem ou de segunda ordem sobreamortecidos mais tempo morto, onde aplica-se uma variação em degrau na entrada e avalia-se a dinâmica da variação da saída até atingir o estado estacionário - como mostrado na seção 2.6.4.

A Tabela 4.6 apresenta os modelos entre as variáveis de entrada e saída compondo uma matriz de 4 entradas e 7 saídas, onde K é o ganho do processo (dimensional - em unidades de engenharia), τ_1 é a primeira constante de tempo (em segundos), τ_2 é a segunda constante de tempo (em segundos) e θ é o tempo morto (em segundos) - conforme detalhado na seção 2.6.3.

Tabela 4.6 – Parâmetros dos modelos do processo

Variáveis de saída	Parâmetros	Variáveis de entrada			
		FCV_MO (%)	WIC_MO_AL (t/h)	FCV_CX (%)	ZCV_CL (")
AIT_CL_OF (% – 75 μ m)	K	-0,023	-0,004	0,179	-3,365
	θ	96,6	576,3	64,7	3,3
	τ_1	184,7	408,0	251,3	78,0
	τ_2	45,4	270,2	127,1	179,9
LIT_CX (%)	K	0,002	0,0002	0,007	-0,0003
	θ	2,0	2,4	1,3	2,0
DIT_BP (kg/m ³)	K	0,567	0,815	-11,035	147,28
	θ	1,6	10,0	3,0	1,2
	τ_1	29,6	279,6	121,3	43,1
	τ_2	6,9	149,9	56,0	5,5
AIT_MO_AL (%)	K	-0,25	0,011	0	0
	θ	1,0	0,7	0	0
	τ_1	1,0	1,8	0	0
	τ_2	0,7	0,8	0	0
FIT_BP (m ³ /h)	K	0,059	0,063	10,825	12,75
	θ	32,3	68,4	14,4	53,8
	τ_1	13,8	276,6	204,9	29,6
	τ_2	9,9	130,4	118,5	16,2
FIT_CX (m ³ /h)	K	0	0	19,75	0
	θ	0	0	1	0
	τ_1	0	0	1,3	0
	τ_2	0	0	0,6	0
FIT_MO (m ³ /h)	K	2,97	0	0	0
	θ	1	0	0	0
	τ_1	1,4	0	0	0
	τ_2	0,8	0	0	0

A Figura 4.15 ilustra o modelo ajustado aos dados de um sistema integrador correspondente à resposta do nível da caixa (LIT_CX) à variação da válvula de controle de vazão de água da caixa (FCV_CX).

A Figura 4.16 ilustra o modelo ajustado aos dados de um sistema de segunda ordem sobreamortecido correspondente à resposta da densidade na saída da bomba de polpa (DIT_BP) à variação da taxa de alimentação nova do moinho (WIC_MO_AL).

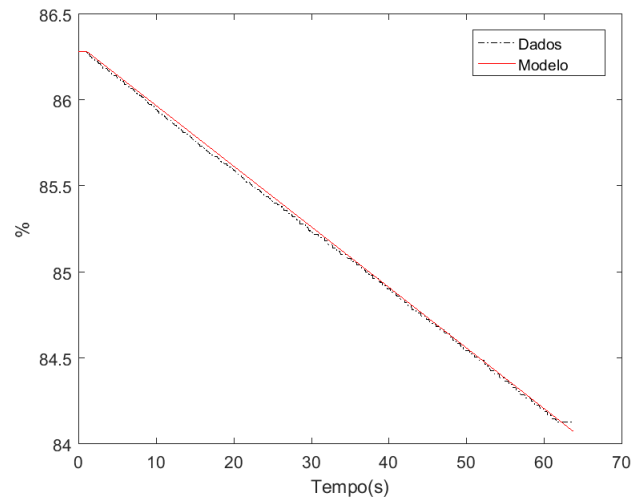


Figura 4.15 – Resposta do nível da caixa (LIT_CX) à variação da válvula de controle de vazão de água da caixa (FCV_CX): linha tracejada indica os dados e linha contínua representa o ajuste do modelo

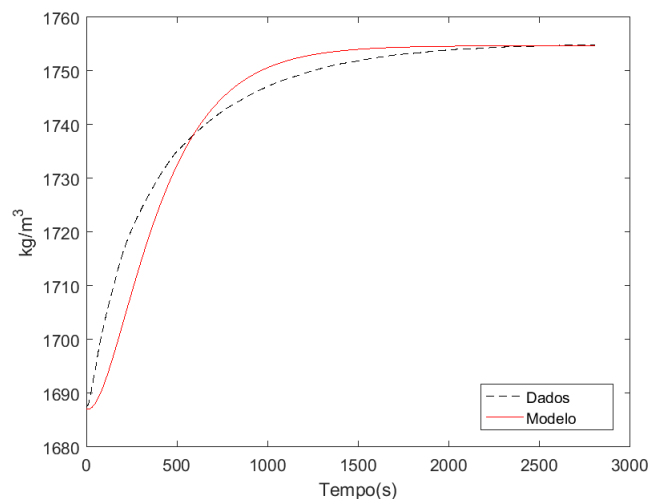


Figura 4.16 – Resposta da densidade na saída da bomba de polpa (DIT_BP) à variação da taxa de alimentação nova do moinho (WIC_MO_AL): linha tracejada indica os dados e linha contínua representa o ajuste do modelo

4.5 Metodologia de controle amplo

Apresentam-se nesta seção as etapas da metodologia de controle amplo aplicadas ao circuito de moagem de bolas em estudo, conforme detalhado na seção 2.7.1.

I. Especificação dos objetivos do sistema de controle:

A. Definição dos objetivos de produção, econômicos e de controle, incluindo composição e taxa de produção.

- O objetivo de produção é adequar a granulometria do minério de ferro para a etapa posterior de concentração, entregando, pelo *overflow* dos ciclones, material com 79% passante em $75 \mu m$.
- O objetivo econômico do circuito de moagem está relacionado às recuperações em massa e metálica do processo posterior de concentração que depende da adequada granulometria fornecida como produto da moagem.
- Os objetivos do sistema de controle são: permitir que os operadores da usina de beneficiamento definam referências para a granulometria do produto da moagem, e que o sistema seja robusto diante de perturbações inerentes ao processo.

B. Identificação das limitações do processo que devem ser satisfeitas, incluindo segurança, meio ambiente e restrições de qualidade.

- O nível da caixa deve ser maior que 40% para evitar danos à bomba de polpa - garantindo segurança ao equipamento e aos operadores de campo -, e menor que 95% para impedir o transbordo da caixa.

II. Análise *top-down*:

A. Identificação das variáveis de processo, graus de liberdade de controle, estrutura de controle, e opções para decomposição:

1. Identificação das variáveis controladas potenciais.

- Vazão volumétrica de água no moinho;
- Percentual de sólidos na alimentação nova do moinho;
- Nível da caixa;
- Vazão volumétrica de água na caixa;
- Vazão volumétrica na saída da bomba de polpa;

- Densidade na saída da bomba de polpa;
- Granulometria no *overflow* do ciclone.

2. Determinação de como as variáveis controladas podem ser medidas ou inferidas, e identificação de outras variáveis de processo a serem medidas.

- A Figura 2.5 apresenta a localização da instrumentação no circuito.

3. Seleção das variáveis manipuladas potenciais.

- Taxa de alimentação nova do moinho;
- Válvula de controle de vazão de água do moinho;
- Válvula de controle de vazão de água da caixa;
- Válvula de controle de abertura do *apex* dos ciclones - o uso dessa variável como manipulada é descrita por Ni et al. (2019) na Seção 2.4.3.

4. Realização da análise preliminar de graus de liberdade (compare o número de manipuladas potenciais e variáveis controladas).

- O grau de liberdade do sistema de controle é igual a 4, pois corresponde ao número de variáveis manipuladas;
- O circuito de moagem possui mais variáveis controladas potenciais (7) do que variáveis manipuladas potenciais (4). Logo, é um circuito multivariável de 4 entradas e 7 saídas (ordem do sistema *MIMO*: 4×7).

5. Identificação da fonte e da natureza dos distúrbios significantes que devem ser mitigados.

- O primeiro distúrbio considerado está associado à variação das condições de moagem, representado pelo parâmetro do modelo de King por S_1 ;
- O segundo distúrbio considerado é a variação do número de ciclones abertos durante a operação do circuito, que pode ser alterado para ajustar a pressão nos ciclones ou corrigir o nível da caixa em situações de transbordo ou nível muito baixo.

6. Realização da análise estrutural baseada em modelos de estado estacionário, seleção das variáveis controladas e manipuladas, e avaliação das possibilidades para a decomposição do problema de controle.

- A decomposição do problema de controle, que tem como objetivo determinar o modelo central do processo para simplificar o problema, é realizada avaliando-se a pertinência de todas as variáveis de entrada e de saída em relação aos objetivos de controle e aos detalhes do processo. Esse modelo central será base para um projeto de controle mais enxuto cujo desempenho será avaliado na etapa posterior de simulação dinâmica. A Tabela 4.7 apresenta as variáveis definidas para o modelo central, alterando a ordem para abordagem do problema de controle de $MIMO 4 \times 7$ para 4×4 .

Tabela 4.7 – Pertinências para a decomposição do problema de controle

Tipo de variável	Nome	Pertinência para decomposição do problema de controle	Variáveis definidas para o modelo central
Variáveis de entrada	FCV_MO	Não reduzir o grau de liberdade do circuito.	FCV_MO
	WIC_MO_AL		WIC_MO_AL
	FCV_CX		FCV_CX
	ZCV_CL		ZCV_CL
Variáveis de saída	AIT_CL_OF	Variável do produto do circuito, sendo o principal objetivo do sistema de controle.	AIT_CL_OF
	LIT_CX	Variável relacionada à restrição do circuito.	LIT_CX
	DIT_BP	Variável relacionada ao percentual de sólidos na alimentação dos ciclones, que impacta no tamanho de corte.	DIT_BP
	AIT_MO_AL	Variável relacionada ao percentual de sólidos da alimentação do circuito.	AIT_MO_AL
	FIT_BP	Variável secundária e desacoplada do circuito devido à velocidade constante da bomba de polpa.	–
	FIT_CX	Variável secundária e diretamente correlacionada à variável de entrada FCV_CX.	–
	FIT_MO	Variável secundária e diretamente correlacionada à variável de entrada FCV_MO.	–

- Considerando o modelo central do processo com 4 entradas e 4 saídas, a análise estrutural de sensibilidade para determinar o emparelhamento para controle entre elas é realizado utilizando a Matriz de Ganhos Relativos (RGA). As Tabelas 4.8 e 4.9 apresentam a matriz de ganhos de processo em estado estacionário e a matriz RGA , respectivamente.

Tabela 4.8 – Matriz de ganhos estacionários

		FCV_MO	WIC_MO_AL	FCV_CX	ZCV_CL
$K =$	AIT_CL_OF	-0,023	-0,004	0,179	-3,365
	LIT_CX	0,002	0,0002	0,007	-0,0003
	DIT_BP	0,567	0,815	-11,035	147,28
	AIT_MO_AL	-0,25	0,011	0	0

Tabela 4.9 – Matriz RGA

		FCV_MO	WIC_MO_AL	FCV_CX	ZCV_CL
$\Lambda =$	AIT_CL_OF	-0,0588	-0,2324	-0,4317	1,7229
	LIT_CX	0,0536	0,1218	0,8263	-0,0016
	DIT_BP	0,0331	1,0827	0,6054	-0,7213
	AIT_MO_AL	0,9721	0,0279	0	0

B. Definição da estrutura de controle geral (de forma conceitual).

- A estrutura de controle proposta é baseada na interpretação do emparelhamento proposto pela RGA.

1. Identificação de onde a taxa de produção de cada produto será medida e controlada.

- A taxa mássica de produção do circuito de moagem é determinada pela balança dinâmica na alimentação nova do moinho (WIC_MO_AL), pois, em equilíbrio, a taxa no *overflow* dos ciclones é igual à taxa de alimentação nova do circuito.
- A taxa de alimentação nova (WIC_MO_AL) será a variável manipulada para o controle da densidade na saída da bomba de polpa (DIT_BP) - controlador DIC_BP.

2. Identificação de como a qualidade será medida para cada produto, e como a qualidade será controlada.

- A granulometria do produto do circuito (AIT_CL_OF) será controlada pela válvula de controle da abertura do *apex* dos ciclones (ZCV_CL) - controlador AIC_CL_OF.

3. Determinação de como cada malha de controle de produção/composição será controlada.

- O percentual de sólidos na alimentação (AIT_MO_AL) será controlado pela válvula de controle de água do moinho (FCV_MO) - controlador AIC_MO_AL.
- O nível da caixa (LIT_CX) será controlado pela válvula de controle de água da caixa (FCV_CX) - controlador LIC_CX.

4. Especificação de como as restrições serão satisfeitas.

- A restrição operacional do nível da caixa (entre 40% e 95%) será satisfeita pelo controlador de nível, que será projetado com foco em robustez para rejeitar perturbações que possam gerar grandes variações dessa variável.

5. Determinação de como os maiores distúrbios serão tratados.

- Os distúrbios serão tratados projetando-se os controladores de densidade, nível e percentual de sólidos na alimentação nova com foco em robustez para rejeitar perturbações. O controlador de granulometria será projetado para ter desempenho (seguir a referência), pois ele será ajustado pelo operador do circuito diante da necessidade do circuito de concentração posterior.

6. Definição do gerenciamento de energia e como será controlado.

- O controle de energia não é escopo deste trabalho.

III. Projeto *bottom-up*:

A. Desenvolvimento da estratégia para o controle regulatório.

1. Especificação de como o sistema de controle responderá a condições operacionais anormais ou inseguras, e lidar com as restrições.

- O nível da caixa deverá possuir um controlador dedicado para evitar situações de nível baixo ou transbordo. Caso ocorram essas situações, um alarme deverá ser implementado para alertar a operação do circuito, que tomará a decisão de alterar o número de ciclones em operação.

2. Identificação das malhas para controlar taxa de produção e inventórios.

- A Tabela 4.10 identifica as malhas de controle e suas respectivas variáveis controladas e variáveis manipuladas (conforme emparelhamento da RGA).

Tabela 4.10 – Identificação das malhas de controle

Malha	Controle do(a)	<i>PV</i>	<i>MV</i>
AIC_MO_AL	Perc. de sólidos na alimentação	AIT_MO_AL	FCV_MO
DIC_BP	Densidade na saída da bomba	DIT_BP	WIC_MO_AL
LIC_CX	Nível da caixa	LIT_CX	FCV_CX
AIC_CL_OF	Granulometria do produto	AIT_CL_OF	ZCV_CL

3. Identificação das malhas de controle que irão mitigar os maiores distúrbios.

- O principal distúrbio - variação na condição de moagem - irá alterar o percentual passante em $75 \mu m$ e o controlador AIC_CL_OF irá atuar para minimizar esse efeito, levando todo o circuito a se reajustar diante da nova condição operacional.

B. Avaliação do potencial para aplicação de estratégias de controle avançado.

1. Avaliação do uso de estratégias de controle, incluindo *feed forward*, taxa, cascata e sistemas de controle seletivos.

- As estratégias de controle avançado podem ser aplicadas, porém, para a estrutura do processo central, as interações entre as entradas e saídas apresentadas pela RGA estão muito bem definidas. Dessa forma, somente serão avaliadas caso a simulação apresente resultados não satisfatórios.

2. Aplicação de controle MIMO para processos muito interativos.

- Conforme resultados apresentados pela RGA, o sistema pode ser controlado por 4 controladores em uma estrutura multimalhas *SISO*.

C. Avaliação dos benefícios econômicos de otimização em tempo real.

- Para se alcançar o objetivo do sistema de controle - ajuste adequado da granulometria do produto -, não será necessária uma camada de otimização. Porém, caso a simulação apresente resultados não satisfatórios, deverá ser reavaliado o benefício da aplicação de técnicas de otimização baseadas em heurísticas.

IV. Validação da estrutura de controle proposta:

- A estrutura de controle proposta está apresentada na Figura 4.17, com destaque para os quatro controladores *SISO*.

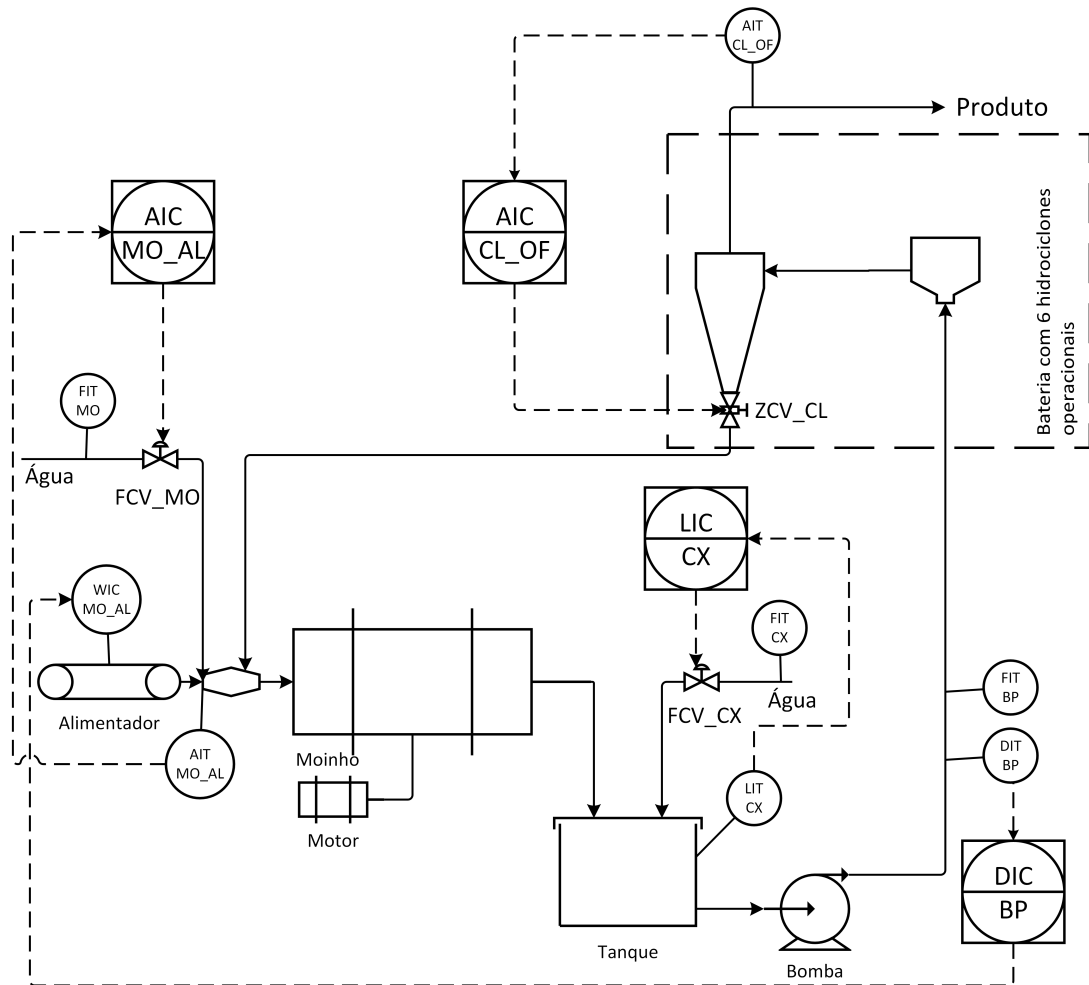


Figura 4.17 – Estrutura de controle proposta

A. Avaliação final sobre os graus de liberdade de controle.

- Todos os graus de liberdade de controle foram utilizados, uma vez que cada uma das quatro malhas de controle alocou uma das quatro variáveis manipuladas disponíveis no circuito.

B. Verificação do controle das unidades de processo individuais.

- Todos os controladores são realizáveis e possuem objetivos de controle individuais bem estabelecidos.

C. Verificação dos efeitos das restrições e distúrbios sobre as variáveis manipuladas e controladas.

- As restrições das variáveis manipuladas consideradas são:

– Taxa de alimentação nova (t/h): $600 \leq WIC_MO_AL \leq 1.100$

- Válvula de controle de vazão de água no moinho (%): $25 \leq FCV_MO \leq 100$
- Válvula de controle de abertura do *apex* ("): $4,5 \leq ZCV_CL \leq 6,5$

D. Simulação do desempenho do sistema de controle diante de variação das condições iniciais.

- Os resultados das simulações estão apresentados na Seção 4.7, após o projeto dos controladores na Seção 4.6.

4.6 Projeto dos controladores

As sintonias dos controladores PID pelo método da Síntese Direta e seus respectivos critérios - como detalhado na Seção 2.7.4 - estão apresentados na Tabela 4.11, onde K_c é o ganho do controlador em unidades de engenharia, T_i é o tempo integral em segundos por repetição, T_d é o tempo derivativo em segundos, e τ_c é a constante de tempo em malha fechada em segundos.

Tabela 4.11 – Sintonia dos controladores

Malha	K_c	T_i	T_d	Critério	τ_c
AIC_MO_AL	-1,12	1,13	0,09	Robustez	1,40
DIC_BP	1,90	407,25	89,44	Robustez	220,00
LIC_CX	19,07	27,30	0,00	Robustez	13,00
AIC_CL_OF	-0,42	257,80	54,38	Desempenho	180,00

4.7 Simulação e avaliação do processo controlado

Nesta seção são apresentados os resultados das simulações dinâmicas com a estrutura de controle proposta implementada. Os testes foram divididos em três grupos: respostas às variações da referência da granulometria no produto, respostas à variação da condição de moagem (perturbação) e respostas à variação do número de ciclones operacionais (perturbação).

4.7.1 Respostas às variações da referência da granulometria no produto

Com o objetivo de avaliar as respostas às variações da referência da granulometria no produto, foram realizados dois testes: variação da referência do percentual passante em $75 \mu m$ de 79% para 81% e de 81% para 77%.

A resposta da malha de granulometria seguiu as novas referências sem oscilações e sem atingir os limites da válvula de controle (Figura 4.18). Os detalhes dessa resposta são apresentados na Figura 4.19. A variação do diâmetro do *apex* gerou variações na densidade, no percentual de sólidos da alimentação nova e no nível - todas corrigidas pelas suas respectivas variáveis manipuladas, sem que atingissem nenhuma das restrições estabelecidas (Figuras 4.20, 4.21 e 4.22).

O desempenho das malhas de controle avaliadas pelo *IAE* estão apresentadas na Figura 4.23, onde destaca-se a malha de densidade (*DIC_BP*) por possuir valores mais significativos do índice devido ao maior desvio acumulado da variável controlada em relação à referência durante a resposta em transiente. As demais malhas possuem indicador com desempenho apropriado.

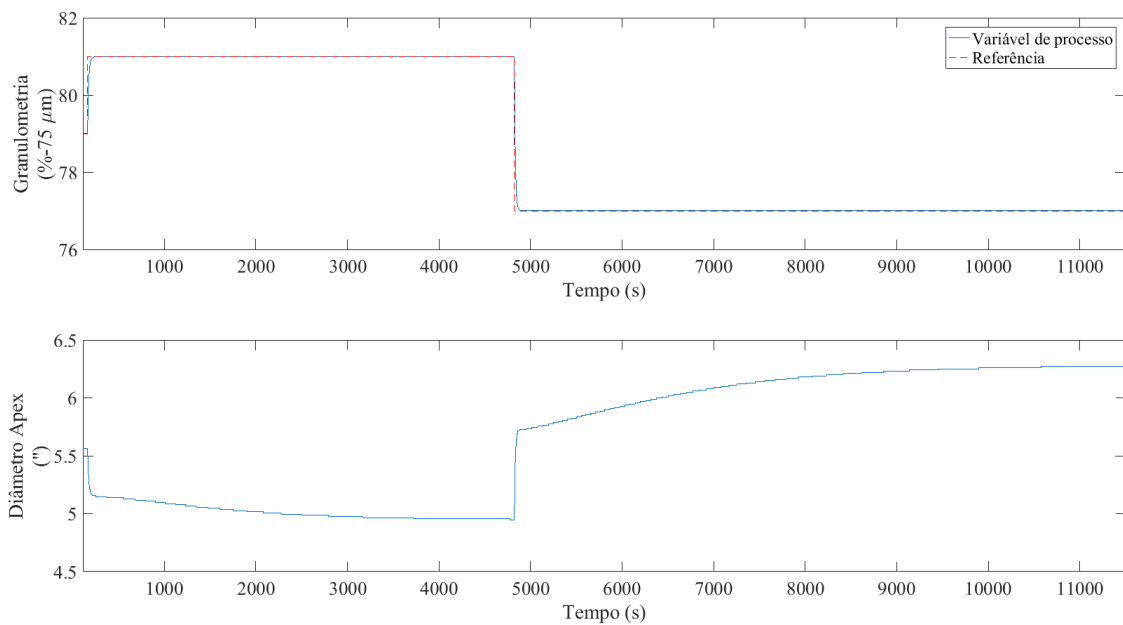


Figura 4.18 – Malha AIC_CL_OF - variação da referência da granulometria de 79% para 81% e de 81% para 77%

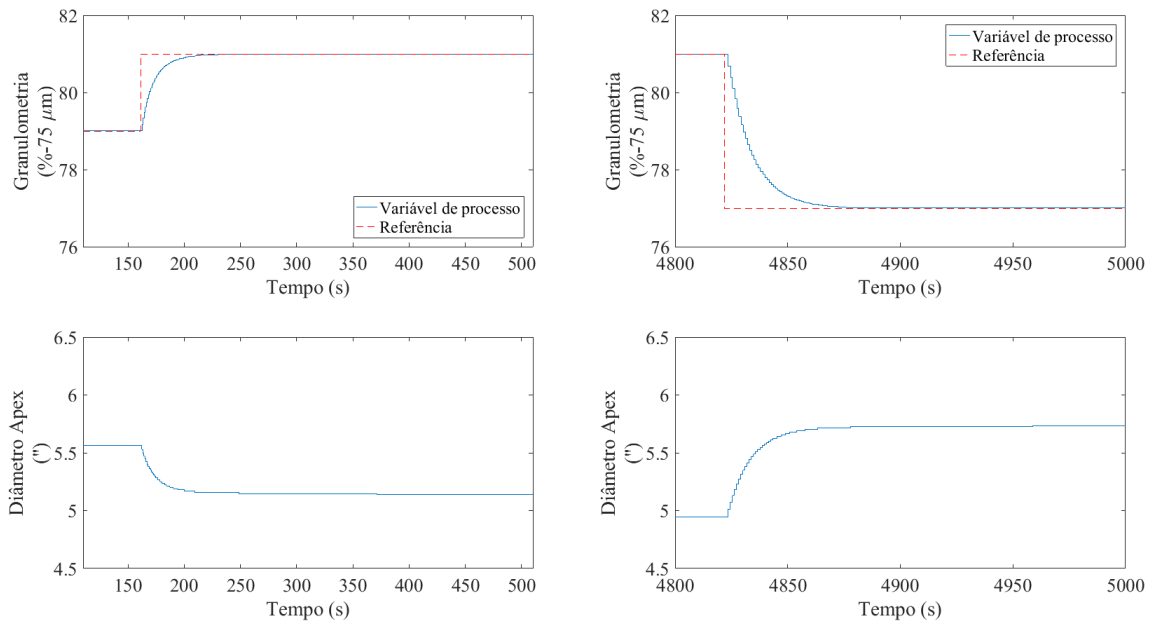


Figura 4.19 – Malha AIC_CL_OF - detalhe da resposta à variação da referência da granulometria de 79% para 81% e de 81% para 77%

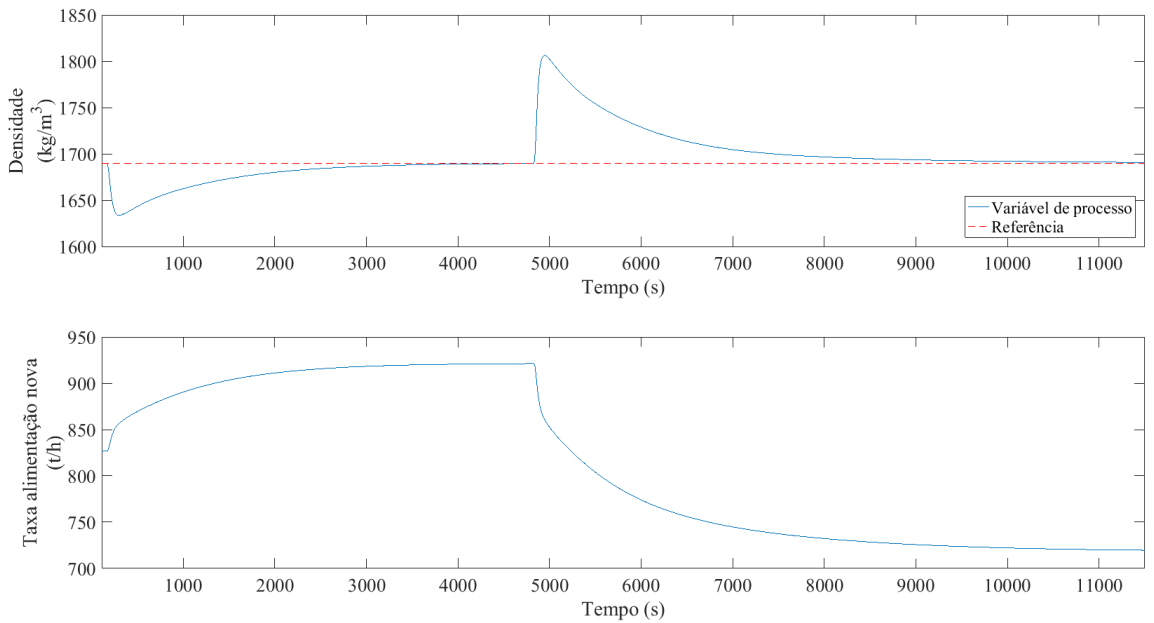


Figura 4.20 – Malha DIC_BP - variação da referência da granulometria de 79% para 81% e de 81% para 77%

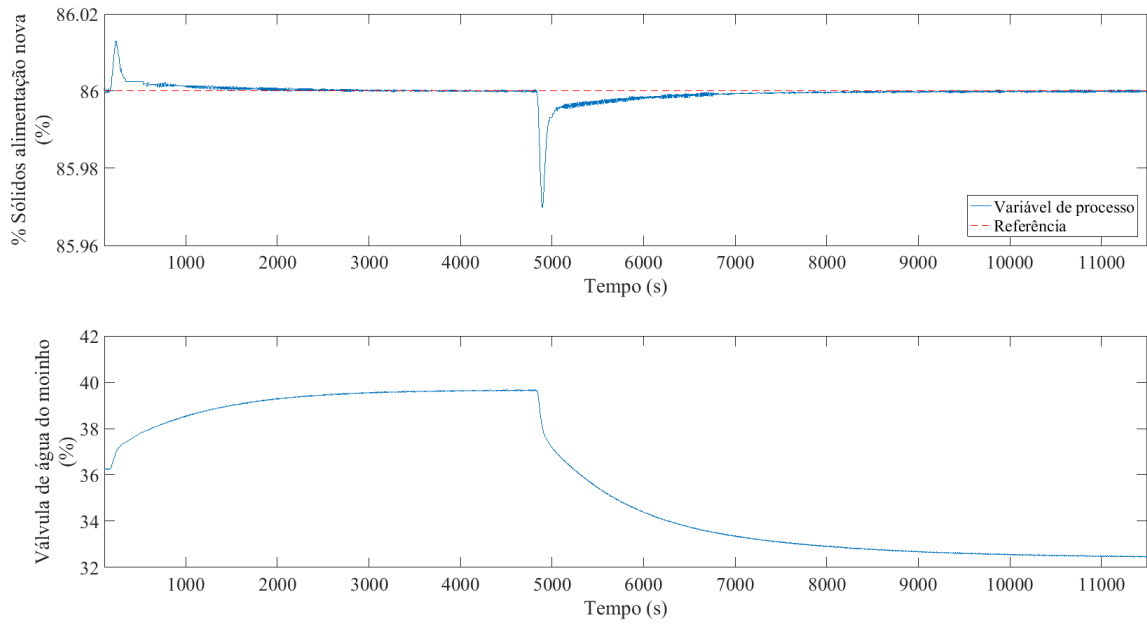


Figura 4.21 – Malha AIC_MO_AL - variação da referência da granulometria de 79% para 81% e de 81% para 77%

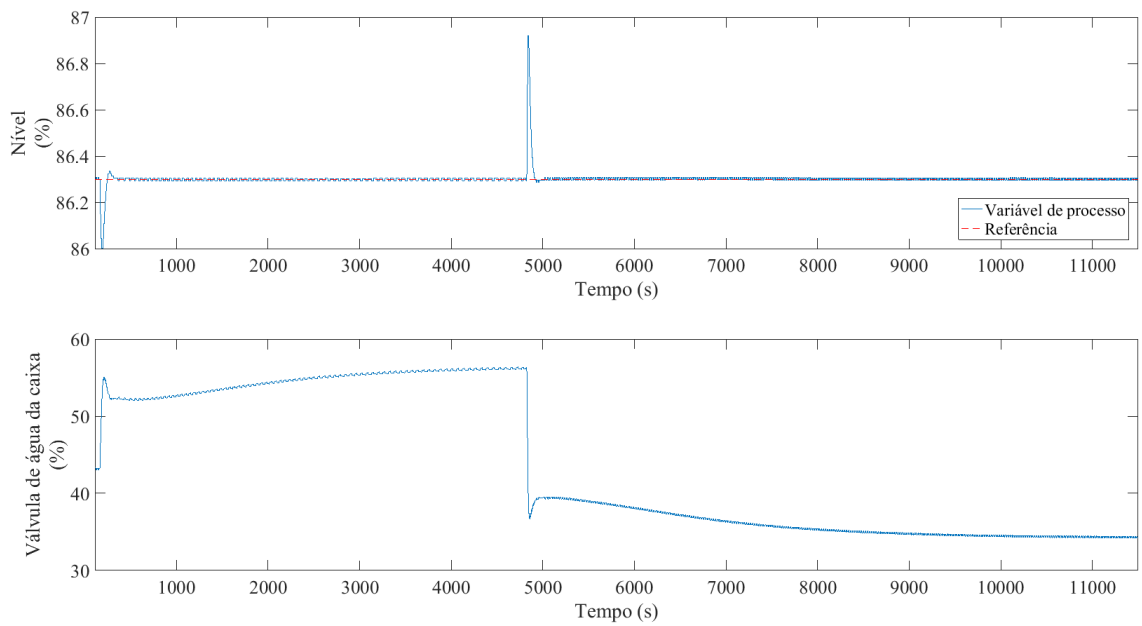


Figura 4.22 – Malha LIC_CX - variação da referência da granulometria de 79% para 81% e de 81% para 77%

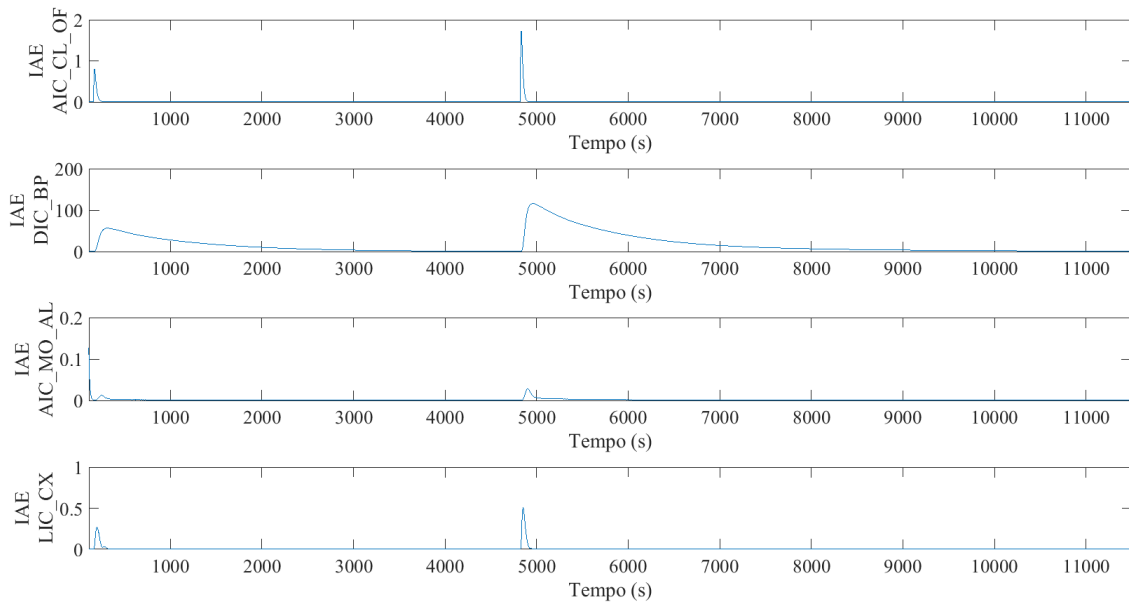


Figura 4.23 – Desempenho das malhas pelo índice IAE - variação da referência da granulometria de 79% para 81% e de 81% para 77%

4.7.2 Respostas à perturbação: variação da condição de moagem

Com o objetivo de avaliar as respostas às variações da condição de moagem, foram realizados dois testes: variação do parâmetro S_1 do modelo do moinho de $3,17 \text{ min}^{-1}$ para $4,0 \text{ min}^{-1}$ e de $4,0 \text{ min}^{-1}$ para $2,38 \text{ min}^{-1}$.

A perturbação gerou efeito direto na malha de granulometria, que atuou sobre o diâmetro do *apex* para retornar ao valor de referência definido para a granulometria (percentual passante em $75 \mu\text{m}$ igual a 79%) sem atingir os limites da válvula de controle (Figura 4.24). Os detalhes dessa resposta são apresentados na Figura 4.25. A variação do diâmetro do *apex* gerou variações na densidade, no percentual de sólidos da alimentação nova e no nível - todas corrigidas pelas suas respectivas variáveis manipuladas, sem que atingissem nenhuma das restrições estabelecidas (Figuras 4.26, 4.27 e 4.28).

O desempenho das malhas de controle avaliadas pelo IAE estão apresentadas na Figura 4.29, onde destaca-se a malha de densidade (DIC_BP) por possuir valores mais significativos do índice devido ao maior desvio acumulado da variável controlada em relação à referência durante a resposta em transiente. As demais malhas possuem indicador com desempenho apropriado.

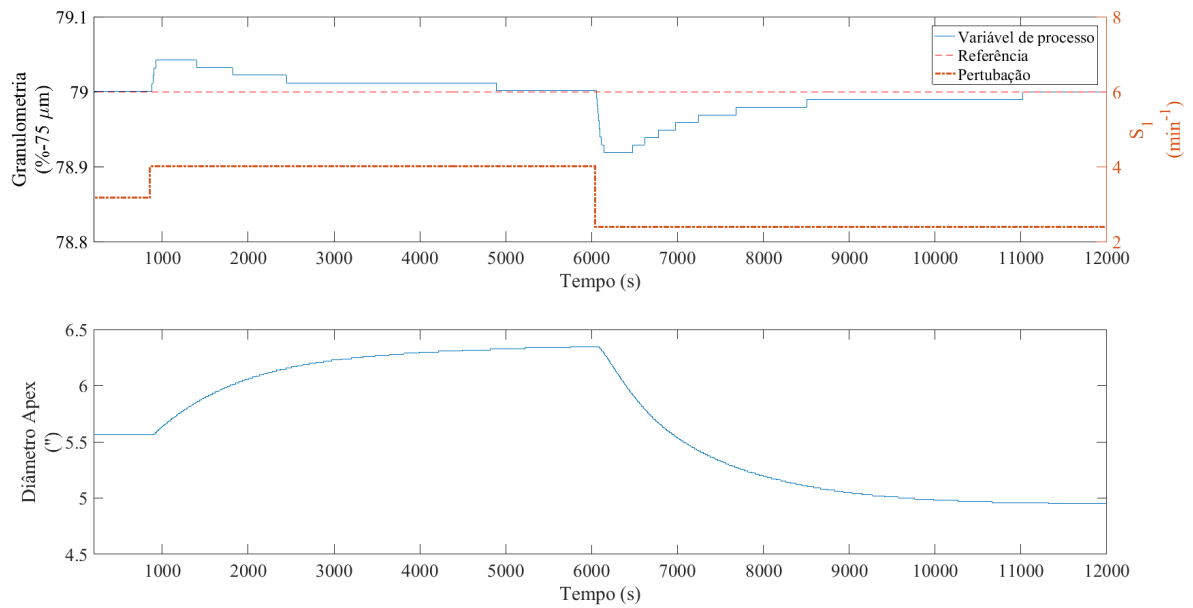


Figura 4.24 – Malha AIC_CL_OF - variação da condição de moagem (S_1) de $3,17 \text{ min}^{-1}$ para $4,0 \text{ min}^{-1}$ e de $4,0 \text{ min}^{-1}$ para $2,38 \text{ min}^{-1}$

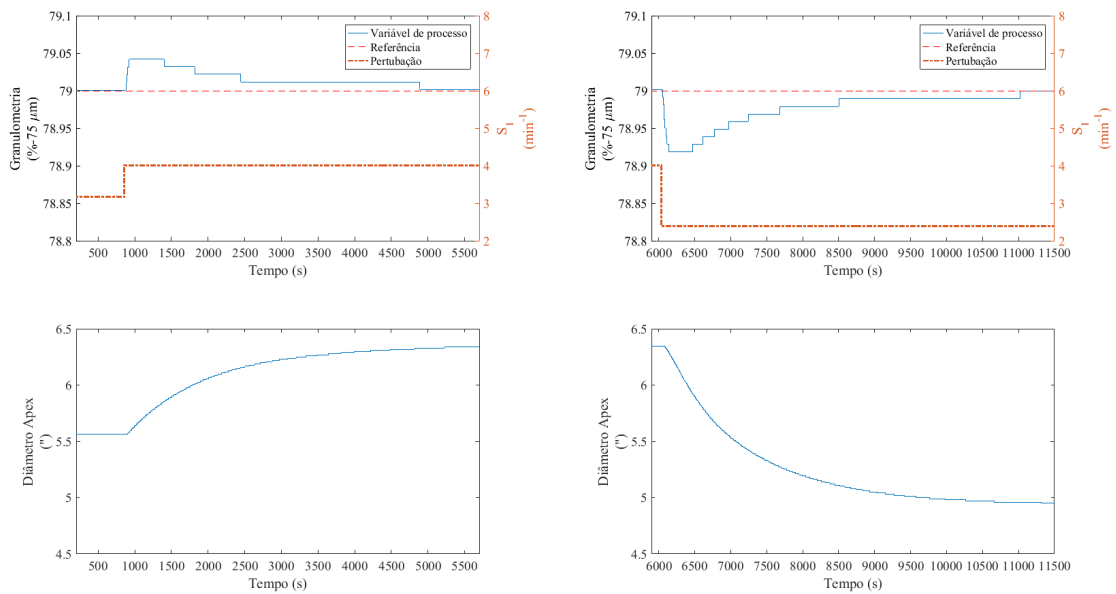


Figura 4.25 – Malha AIC_CL_OF - detalhe da resposta à variação da condição de moagem (S_1) de $3,17 \text{ min}^{-1}$ para $4,0 \text{ min}^{-1}$ e de $4,0 \text{ min}^{-1}$ para $2,38 \text{ min}^{-1}$

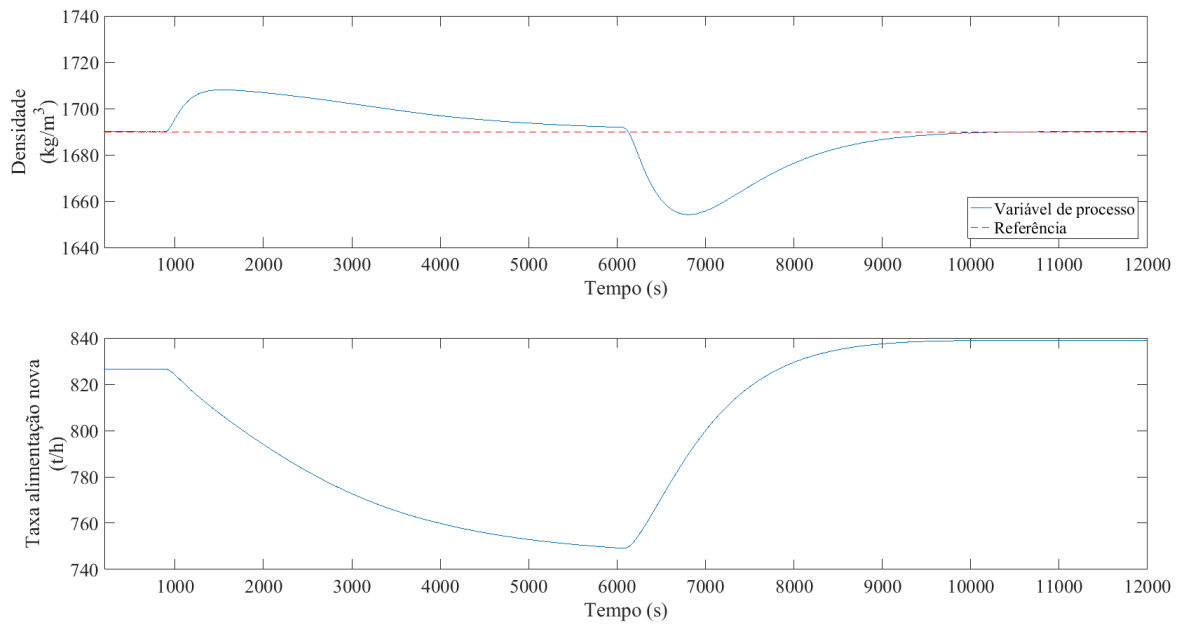


Figura 4.26 – Malha DIC_BP - variação da condição de moagem (S_1) de $3,17 \text{ min}^{-1}$ para $4,0 \text{ min}^{-1}$ e de $4,0 \text{ min}^{-1}$ para $2,38 \text{ min}^{-1}$

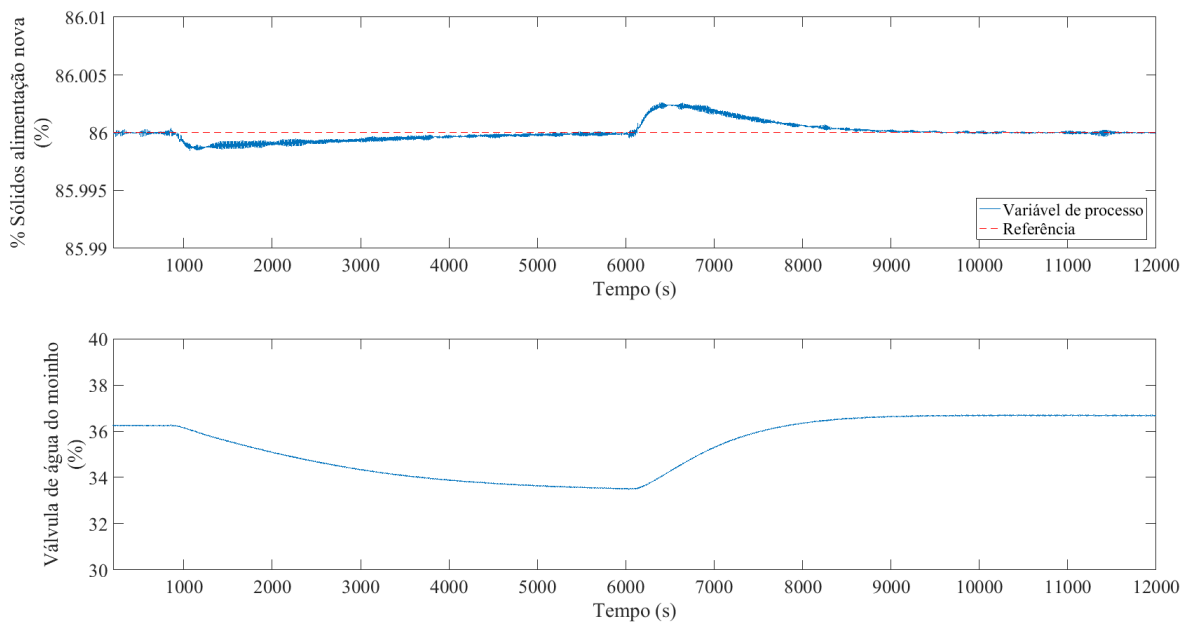


Figura 4.27 – Malha AIC_MO_AL - variação da condição de moagem (S_1) de $3,17 \text{ min}^{-1}$ para $4,0 \text{ min}^{-1}$ e de $4,0 \text{ min}^{-1}$ para $2,38 \text{ min}^{-1}$

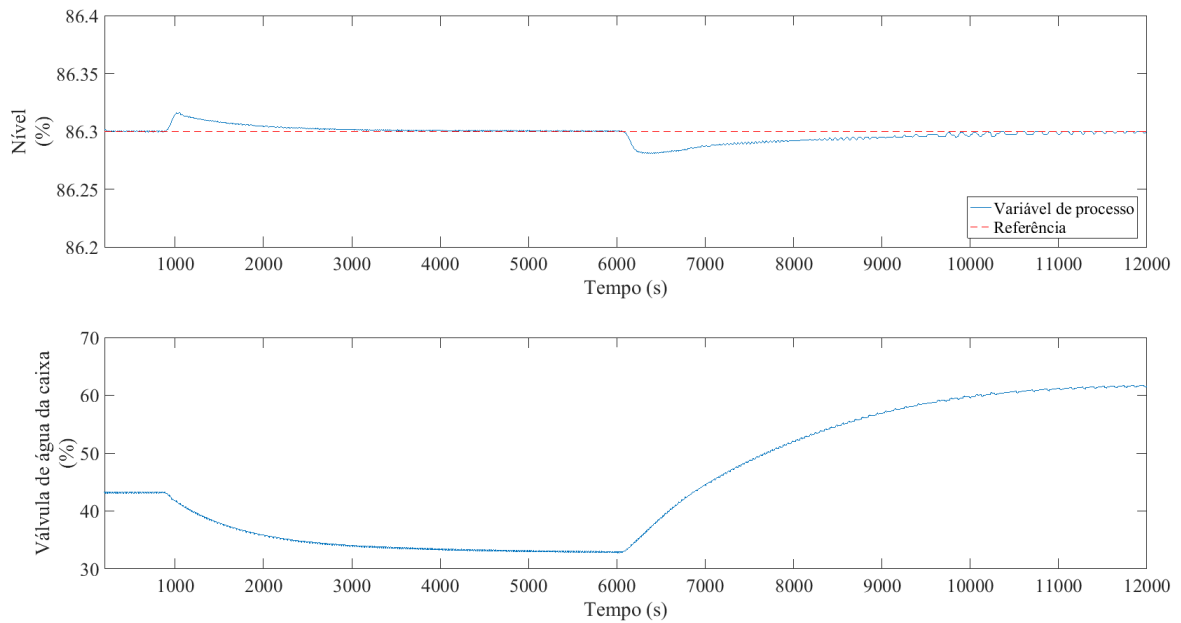


Figura 4.28 – Malha LIC_CX - variação da condição de moagem (S_1) de $3,17 \text{ min}^{-1}$ para $4,0 \text{ min}^{-1}$ e de $4,0 \text{ min}^{-1}$ para $2,38 \text{ min}^{-1}$

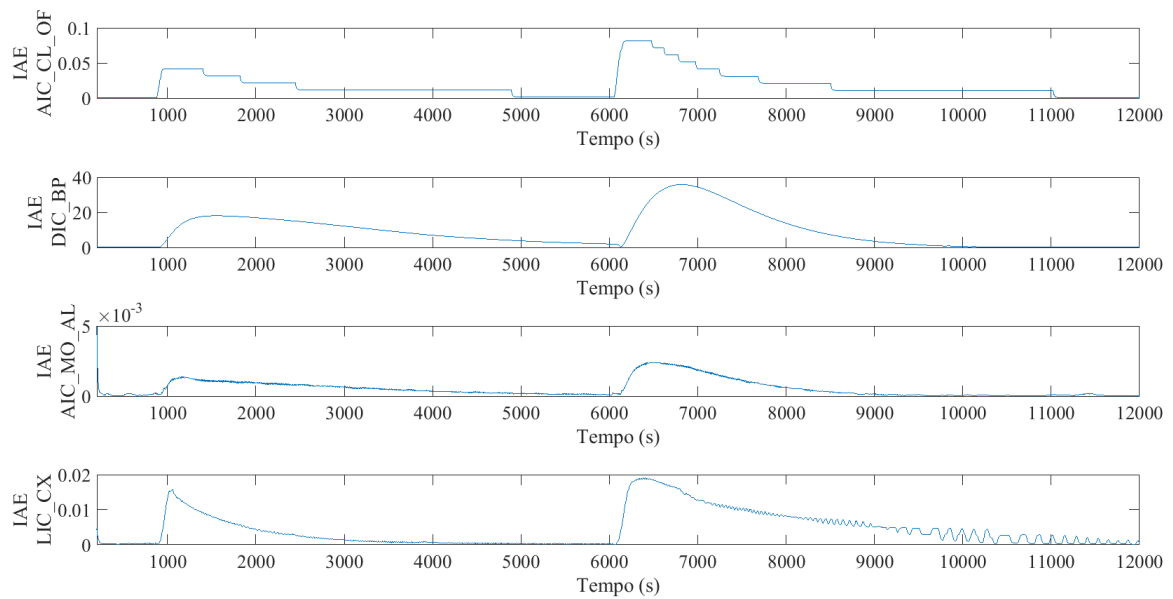


Figura 4.29 – Desempenho das malhas pelo índice IAE - variação da condição de moagem (S_1) de $3,17 \text{ min}^{-1}$ para $4,0 \text{ min}^{-1}$ e de $4,0 \text{ min}^{-1}$ para $2,38 \text{ min}^{-1}$

4.7.3 Respostas à perturbação: variação do número de ciclones operacionais

Com o objetivo de avaliar as respostas às variações do número de ciclones em operação, foram realizados dois testes: variação de 6 para 5 e de 5 para 7.

A perturbação gerou efeito direto na malha de granulometria, que atuou sobre o diâmetro do *apex* para retornar ao valor de referência definido para a granulometria (percentual passante em $75 \mu\text{m}$ igual a 79%) sem atingir os limites da válvula de controle (Figura 4.30). Os detalhes dessa resposta são apresentados na Figura 4.31. A variação do diâmetro do *apex* gerou variações na densidade, no percentual de sólidos da alimentação nova e no nível - todas corrigidas pelas suas respectivas variáveis manipuladas, sem que atingissem nenhuma das restrições estabelecidas (Figuras 4.32, 4.33 e 4.34).

O desempenho das malhas de controle avaliadas pelo *IAE* estão apresentadas na Figura 4.35, onde destaca-se a malha de densidade (*DIC_BP*) por possuir valores mais significativos do índice devido ao maior desvio acumulado da variável controlada em relação à referência durante a resposta em transiente. As demais malhas possuem indicador com desempenho apropriado.

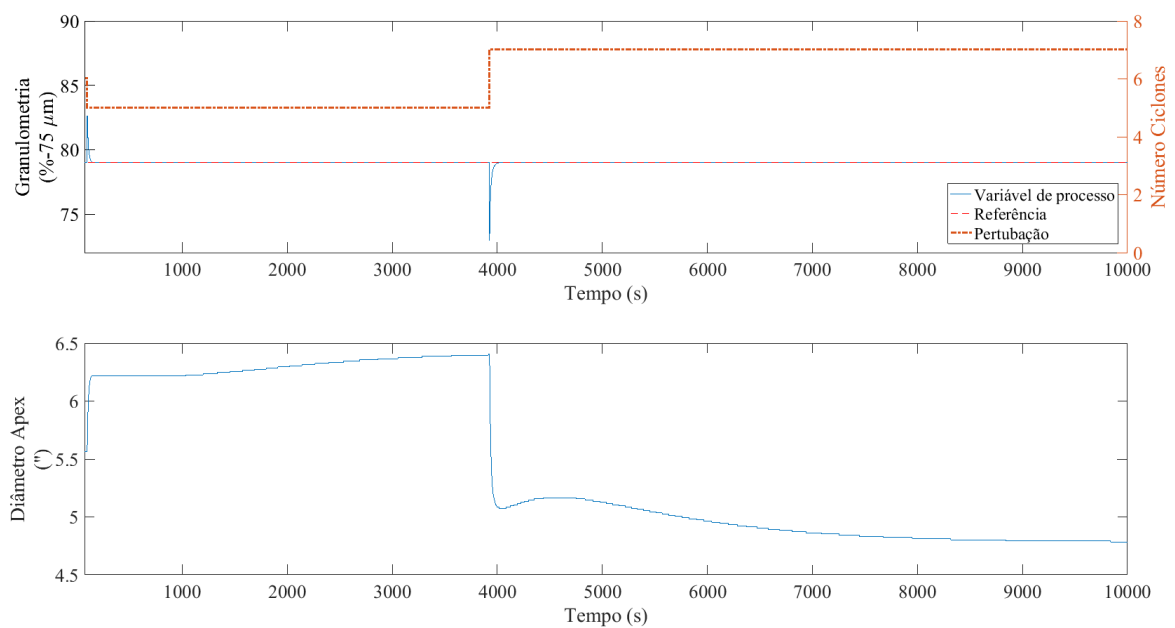


Figura 4.30 – Malha AIC_CL_OF - variação do número de ciclones de 6 para 5 e de 5 para 7

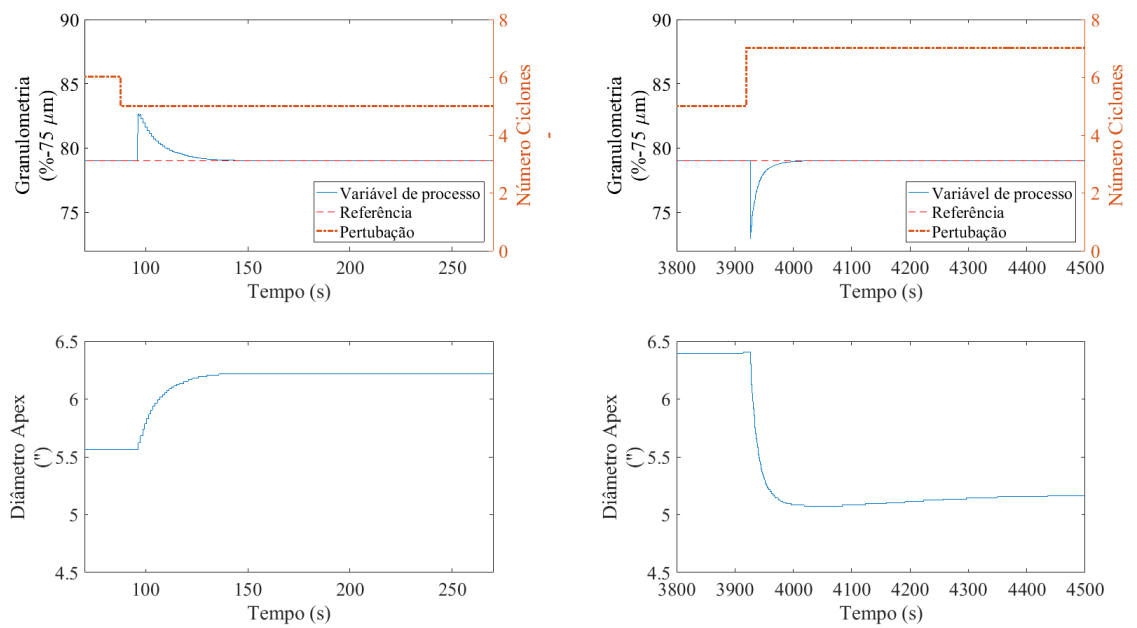


Figura 4.31 – Malha AIC_CL_OF - detalhe da resposta à variação do número de ciclones de 6 para 5 e de 5 para 7

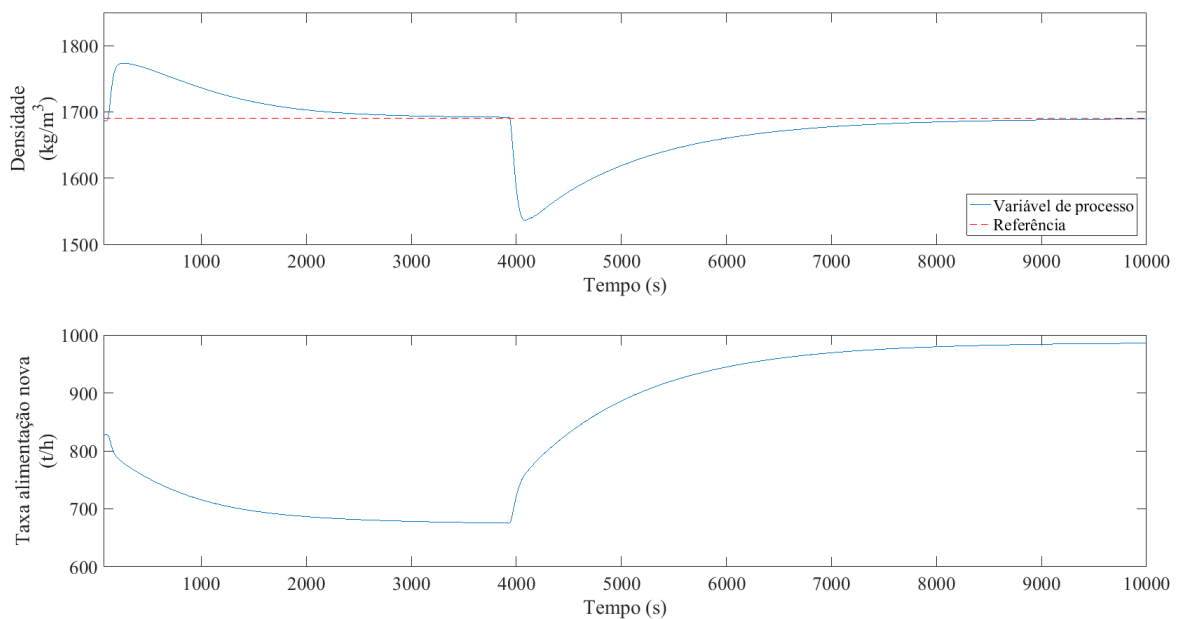


Figura 4.32 – Malha DIC_BP - variação do número de ciclones de 6 para 5 e de 5 para 7

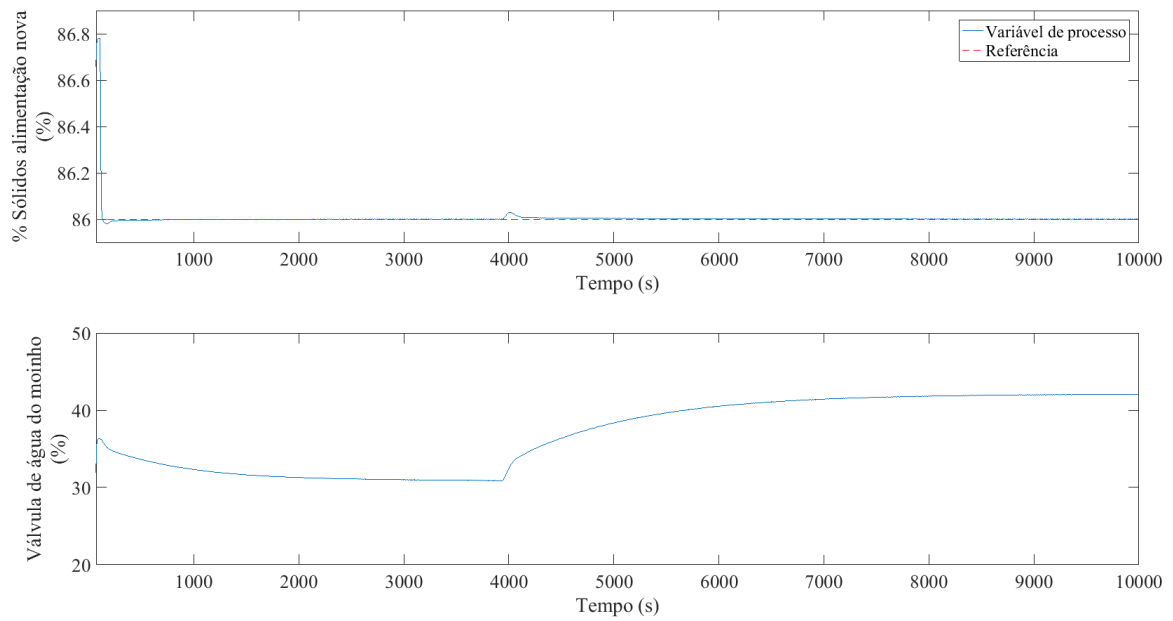


Figura 4.33 – Malha AIC_MO_AL - variação do número de ciclones de 6 para 5 e de 5 para 7

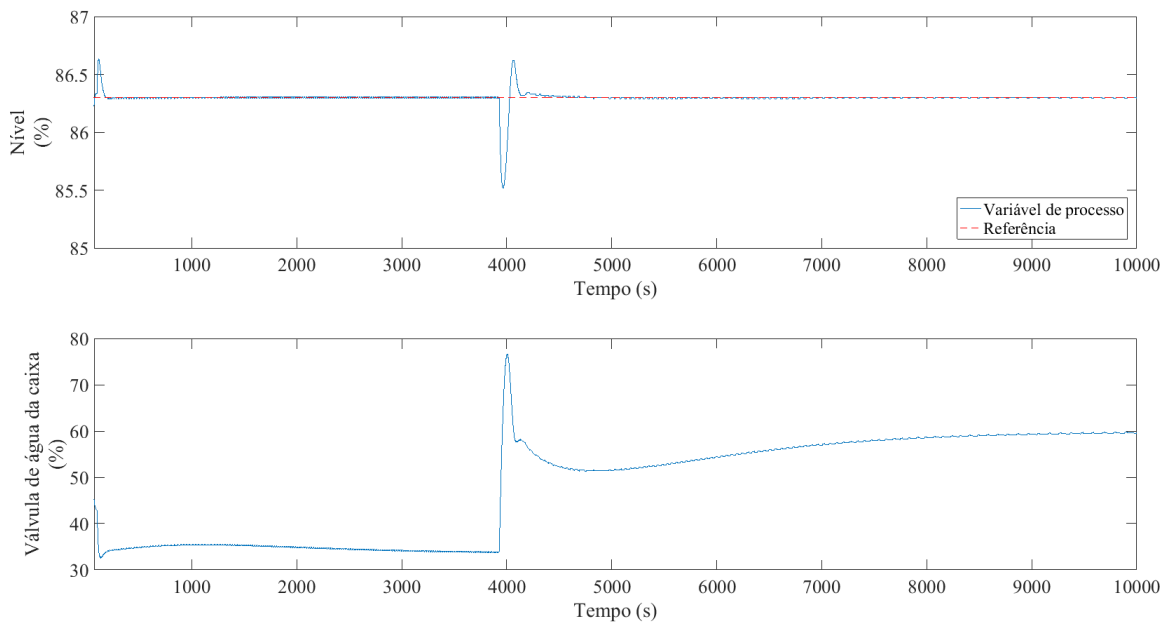


Figura 4.34 – Malha LIC_CX - variação do número de ciclones de 6 para 5 e de 5 para 7

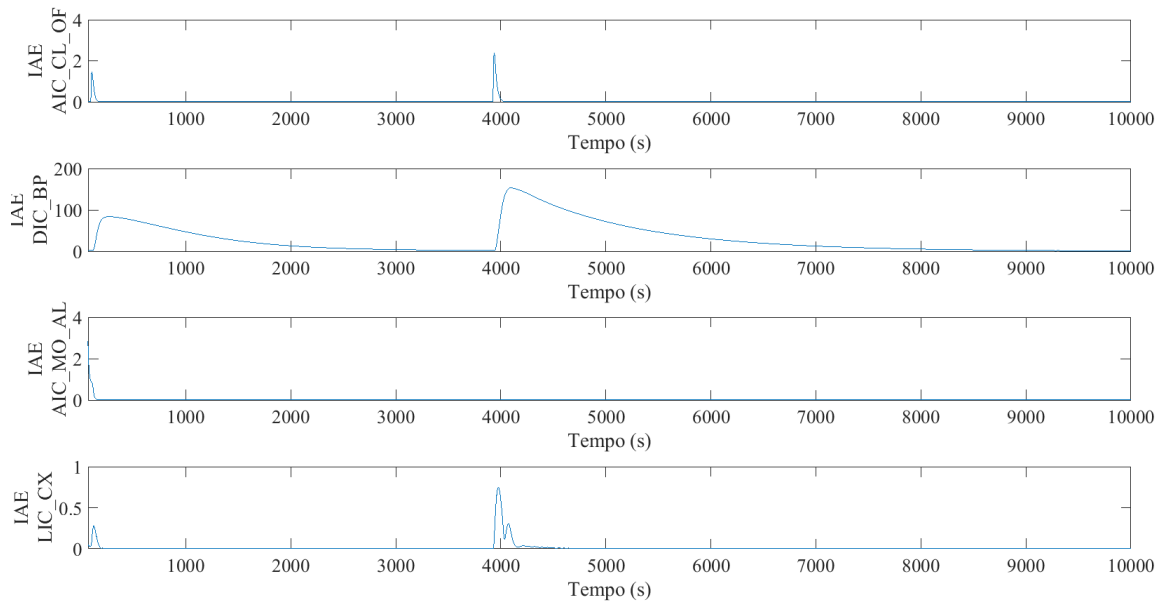


Figura 4.35 – Desempenho das malhas pelo índice IAE - variação do número de ciclones de 6 para 5 e de 5 para 7

4.8 Comentários finais

Neste capítulo estão apresentados os resultados da modelagem e da simulação do circuito. Baseado nos dados amostrados ajustados pelo balanço de massa redundante e características construtivas do moinho e dos hidrociclones, os modelos dos equipamentos foram ajustados no ambiente simulado. Todos os parâmetros foram determinados de tal forma que os dados do circuito simulado se aproximaram dos dados ajustados, tanto em relação à granulometria, quanto em relação às variáveis de processo.

Utilizando o circuito base simulado, testes de identificação de sistemas em malha aberta foram realizados para modelar a dinâmica do processo para fins de controle, obtendo-se os parâmetros dos modelos entre as variáveis de entrada e de saída em uma estrutura $MIMO 4 \times 7$. A metodologia de controle amplo foi aplicada, definindo-se a visão de modelo central do processo como um sistema $MIMO 4 \times 4$ sobre o qual a matriz de ganhos relativos (RGA) foi calculada para a avaliação da sensibilidade e emparelhamento para a definição da estrutura de controle.

O projeto dos controladores foi realizado conforme critérios de desempenho para o controle de granulometria e de robustez para os controles de densidade, nível e percentual de sólidos na alimentação nova.

Ao final, a estrutura de controle foi validada por testes simulados diante das respostas satisfatórias das variações da referência da granulometria no produto e das respostas às variações da condição de moagem (perturbação caracterizada pelo parâmetro S_1 do

modelo do moinho) e do número de ciclones operacionais. O desempenho das malhas de controle, de forma geral, foi satisfatório considerando o índice *IAE*.

5 Conclusões e trabalhos futuros

5.1 Conclusões

Neste trabalho foi apresentado o desenvolvimento de uma estrutura de controle baseada em metodologia de controle amplo para um circuito de moagem simulado e modelado conforme o processo industrial real.

Em relação à modelagem dos equipamentos, constatou-se que os modelos de King para o moinho e de Plitt para o hidrociclone foram eficazes na determinação das curvas granulométricas de descarga do moinho, do *underflow* e do *overflow* do hidrociclone. A simulação dinâmica executada permitiu realizar ajustes finos nos parâmetros dos modelos de King e de Plitt de tal forma que o processo simulado se aproximasse do processo real, onde foram usados como referência os dados ajustados pelo balanço de massa redudante do circuito, conferindo a esse sistema simulado a determinação de caso-base.

Os modelos dinâmicos para fins de controle entre as variáveis de entrada e saída foram definidos por testes em malha aberta no circuito simulado, gerando os dados necessários para a identificação pelos métodos da resposta complementar e método para sistemas integradores.

A metodologia de controle amplo foi aplicada e a estrutura de controle definida como um sistema multimalhas com quatro malhas de controle - malha de controle de granulometria no *overflow* dos ciclones atuando sobre a abertura do *apex*, malha de controle de densidade da alimentação dos ciclones atuando sobre a taxa de alimentação nova, malha de controle de nível da caixa atuando sobre a válvula de controle de água para a caixa e malha de controle do percentual de sólidos na alimentação nova atuando sobre a válvula de controle de água para o moinho. A sintonia desses controladores PID foi realizada conforme critérios de desempenho para o controle de granulometria, e de robustez para os demais controladores.

Ao final, o circuito controlado foi avaliado e validado após respostas satisfatórias nas simulações dinâmicas diante de variações da referência da granulometria no produto, de variações da condição de moagem e do número de ciclones em operação.

A resposta para as perguntas formuladas na etapa de motivação deste trabalho estão respondidas:

1. Qual seria a estrutura de controle a ser implementada baseada em metodologia de Controle Amplo?

- A estrutura de controle - definida utilizando a metodologia de controle amplo e análise de sensibilidade (emparelhamento) por RGA - foi um sistema multi-malhas com quatro controladores - controle de granulometria no *overflow* dos ciclones atuando sobre a abertura do *apex*, controle de densidade da alimentação dos ciclones atuando sobre a taxa de alimentação nova, controle de nível da caixa atuando sobre a válvula de controle de água para a caixa e controle de percentual de sólidos na alimentação nova atuando sobre a válvula de controle de água para o moinho.
2. Quanto à manipulação da abertura do *apex* dos ciclones, poderia ser utilizada como variável manipulada na estrutura de controle?
 - A RGA apontou grande sensibilidade entre a granulometria no *overflow* dos ciclones e a válvula de controle de abertura do *apex*. Ao final, estabeleceu-se o emparelhamento entre essas duas variáveis, definindo-se a malha de controle de granulometria com desempenho satisfatório diante de variações na referência de granulometria, na característica da moagem e no número de ciclones operacionais.

5.2 Trabalhos futuros

Sugere-se como trabalhos futuros:

1. Aplicar o controle de granulometria atuando sobre a abertura do *apex* no circuito real;
2. Estabelecer uma camada de otimização com critérios que relacionem o circuito de moagem e o circuito de concentração;
3. Avançar na aplicação da metodologia de controle amplo para projetar estruturas de controle para diferentes processos de beneficiamento mineral de forma integrada.

Apêndices

APÊNDICE A – Curva da bomba de polpa

A Figura A.1 é a curva da bomba de polpa, que opera com velocidade fixa em 300 rpm.

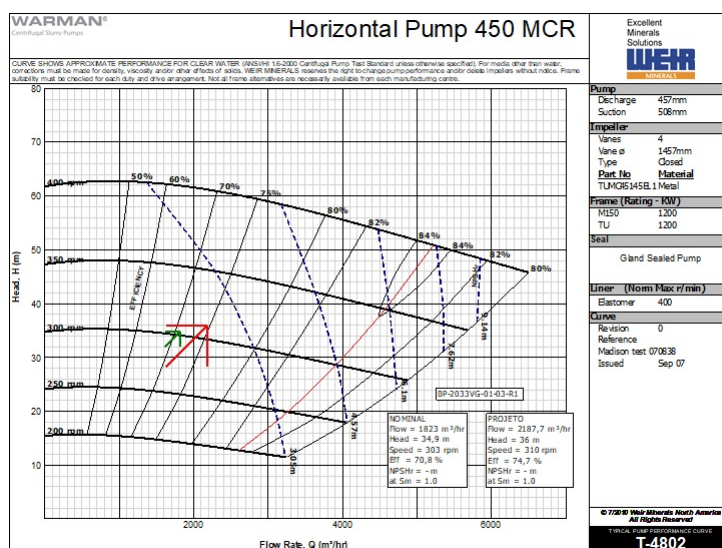


Figura A.1 – Curva da bomba de polpa - rotação de operação: 300 rpm

A Figura A.2 mostra a curva modelada da altura manométrica pela vazão da bomba de polpa para a rotação de 300 rpm.

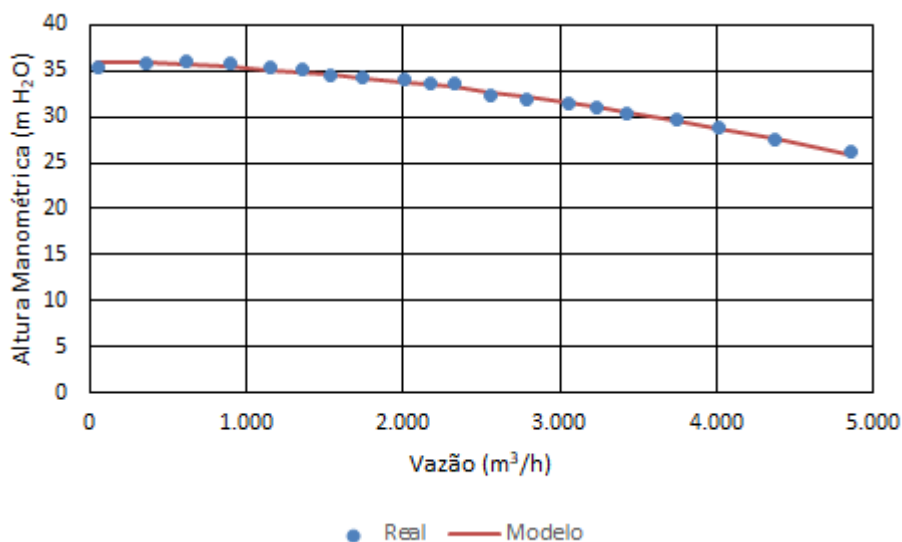


Figura A.2 – Curva da bomba de polpa - real e modelo a 300 rpm

APÊNDICE B – Dados de granulometria

A Tabela B.1 apresenta os dados de granulometria amostrados do circuito de moagem.

Tabela B.1 – Dados de Granulometria Amostradas (% Passante)

Malha μm	% Passante Amostrado			
	Alimentação Nova Moinho	Descarga Moinho Alimentação Ciclone	Underflow Ciclone	Overflow Ciclone
25000	100,0	100,0	100,0	100,0
10000	94,2	100,0	100,0	100,0
5600	83,4	100,0	100,0	100,0
4800	79,9	100,0	99,3	100,0
3400	73,6	100,0	98,3	100,0
2400	69,2	99,8	97,2	100,0
1000	61,0	97,7	92,1	100,0
500	57,1	93,7	84,5	100,0
420	56,2	91,9	81,0	100,0
300	54,7	86,1	73,0	99,8
210	53,2	77,8	61,2	99,4
150	51,2	64,6	45,9	97,9
106	47,6	56,9	31,7	90,5
75	41,1	44,3	22,1	83,8
45	30,6	33,2	14,5	68,6
37	27,8	29,9	12,9	61,8
25	21,8	22,9	9,8	46,9
15	15,1	15,3	6,5	30,8
10	11,3	11,1	4,7	22,1
3	4,3	4,2	1,8	8,5

A Tabela B.2 apresenta as granulometrias amostradas e corrigidas pelo Método de Minimização das Somas dos Quadrados dos Resíduos. A granulometria da alimentação nova é mantida constante por ser a amostra mais confiável do circuito, ou seja, ela não é ajustada.

Tabela B.2 – Dados de granulometria amostrados e ajustados (% Passante)

Malha	% Passante					
	Dados Amostrados			Dados Ajustados		
	Alimentação μm Ciclone	Underflow Ciclone	Overflow Ciclone	Alimentação Ciclone	Underflow Ciclone	Overflow Ciclone
25000	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0
10000	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0
5600	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0
4800	100,0	99,3	100,0	99,7	99,6	100,0
3400	100,0	98,3	100,0	99,3	98,9	100,0
2400	99,8	97,2	100,0	98,8	98,1	100,0
1000	97,7	92,1	100,0	96,1	93,8	99,9
500	93,7	84,5	100,0	91,8	86,7	99,7
420	91,9	81,0	100,0	89,7	83,4	99,6
300	86,1	73,0	99,8	84,5	75,1	99,4
210	77,8	61,2	99,4	76,9	62,8	99,1
150	64,6	45,9	97,9	66,0	45,5	98,4
106	56,9	31,7	90,5	55,8	31,4	94,2
75	44,3	22,1	83,8	45,9	21,7	84,1
45	33,2	14,5	68,6	35,1	14,9	67,0
37	29,9	12,9	61,8	31,6	13,2	60,7
25	22,9	9,8	46,9	24,0	9,8	46,5
15	15,3	6,5	30,8	15,9	6,4	30,9
10	11,1	4,7	22,1	11,5	4,6	22,3
3	4,2	1,8	8,5	4,4	1,8	8,5

APÊNDICE C – Métodos alternativos para determinação de modelos dinâmicos lineares

C.1 Estimador de mínimos quadrados ordinário

De acordo com Ljung (1987), um sistema dinâmico pode ser representado por uma equação diferença linear que relaciona entrada e saída desse sistema, onde o ruído branco $E(t)$ entra como um erro direto na equação diferença, n_a e n_b são o número de entradas e de saídas anteriores que a atual saída depende (Equação (C.1)).

$$y(t) + a_1y(t-1) + \dots + a_{n_a}y(t-n_a) = b_1u(t-1) + \dots + b_{n_b}u(t-n_b) + E(t) \quad (\text{C.1})$$

Definindo Θ como o vetor de parâmetros a se determinar, o vetor φ como o vetor de regressão, o $\xi(t)$ como vetor de erro de predição, a Equação (C.1) pode ser reescrita como a Equação (C.4).

$$\Theta = [a_1 \ a_2 \ \dots \ a_{n_a} \ b_1 \ \dots \ b_{n_b}]^T \quad (\text{C.2})$$

$$\varphi(t) = [-y(t-1) \ \dots \ -y(t-n_a) \ u(t-1) \ \dots \ u(t-n_b)]^T \quad (\text{C.3})$$

$$\hat{y}(t | \Theta) = \varphi^T(t)\Theta + \xi(t) \quad (\text{C.4})$$

É necessário determinar Θ de tal maneira que ele minimize o vetor de erro de predição. Assim, calcula-se Θ para minimizar a função de custo V_n , onde N é o comprimento da sequência de dados e n é o número de regressores que coincide com o número de parâmetros a estimar ($n = \dim[\theta]$).

$$V_n(\Theta) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \frac{1}{2} [y(t) - \varphi^T(t)\Theta]^2 \quad (\text{C.5})$$

$$\hat{\Theta}_N^{LS} = \arg \min V_N(\Theta) \quad (\text{C.6})$$

Assim, o valor de Θ que minimiza o somatório do quadrado dos erros é igual a Equação (C.7).

$$\hat{\Theta}^{LS} = [\varphi^T \varphi]^{-1} \varphi^T y \quad (\text{C.7})$$

C.2 Método das integrais

O método das integrais (método das áreas) é utilizado para a identificação de sistemas de primeira ordem mais tempo morto (ÅSTRÖM; HÄGGLUND, 1995).

De acordo com Jardim (1993), esse método gera resultados imunes a ruídos que possuem média nula por se basear apenas nas integrais dos sinais de entrada e saída do processo.

As equações e desenvolvimento deste método são encontrados em Åström e Hägglund (1995) e em Persechini, Jota e Perez (2004).

Na Equação (C.8), a razão entre os valores finais e iniciais da variável de processo, $y(\infty)$ e $y(0)$, e da variável manipulada, $u(\infty)$ e $u(0)$, resulta no ganho do processo.

$$K = \frac{y(\infty) - y(0)}{u(\infty) - u(0)} \quad (\text{C.8})$$

A constante de tempo τ é dada pela Equação (C.9).

$$\tau = \frac{e}{K} \int_0^{\tau+\theta} y(t) dt \quad (\text{C.9})$$

O tempo morto θ é dado pela Equação (C.10).

$$\theta = \frac{1}{K} \int_0^{\infty} u(t) dt - \frac{1}{K} \int_0^{\infty} y(t) dt - \frac{e}{K} \int_0^{\tau+\theta} y(t) dt \quad (\text{C.10})$$

APÊNDICE D – Avaliação qualitativa sobre utilização de motor com inversor de frequência ou válvulas de controle de abertura do *apex*

O projeto de instrumentação para um circuito de moagem define os instrumentos e os atuadores necessários para que o controle regulatório básico do processo seja eficaz diante dos objetivos operacionais. De forma geral, os principais atuadores aplicados são: válvulas, motores com variação de velocidade por inversores de frequência e alimentadores; e os principais medidores são: vazão volumétrica de água e de polpa, pressão, densidade, nível e granulometria.

Porém, o projeto de todo circuito deve ser analisado sob o viés de viabilidade econômica. Destaca-se, então, a necessidade de definir sobre a utilização de motores acionados por inversor de frequência ou das válvulas de controle de abertura do *apex* como atuadores adicionais para o objetivo de controlar a granulometria do produto. Esses dois típicos de atuadores aumentam o grau de liberdade de controle, porém, em uma análise qualitativa focada em custos e em simplicidade de implantação e manutenção, a aplicação das válvulas de controle de abertura do *apex* se mostra como uma solução mais viável como o atuador adicional para se estabelecer um controle eficaz de granulometria. Os critérios dessa avaliação estão mostrados na Tabela D.1.

Tabela D.1 – Avaliação qualitativa entre atuadores: motor com inversor de frequência e válvula de controle de abertura do *apex*

Critério	Motor com inversor de frequência	Válvula de controle da abertura do <i>apex</i>
Complexidade para instalação e comissionamento	Médio	Baixo
Complexidade para manutenção	Alto	Baixo
Custo de aquisição	Alto	Baixo
Custo de manutenção	Médio	Baixo
Infraestrutura principal adicional	Sala Elétrica	Central de ar para instrumentação (considerando válvulas pneumáticas)

Referências

- AGUIRRE, L. *Introdução à Identificação de Sistemas – Técnicas lineares e não-lineares aplicadas a sistemas reais*. 2. ed. Belo Horizonte: Editora UFMG, 2004.
- ANTON, H. *Cálculo, um novo horizonte*. 6. ed. [S.l.]: Bookman, 1999. v. 2.
- ÅSTRÖM, K. J.; HÄGGLUND, T. *PID Controllers: theory, design and tuning*. 2. ed. [S.l.]: Research Triangle Park, 1995.
- ÅSTRÖM, K. J.; HÄGGLUND, T. *Advanced PID Control*. Estados Unidos: ISA-The Instrumentation, Systems, and Automation Society, 2006. ISBN 1556179421.
- AUSTIN, L. G. A review: Introduction to the Mathematical Description of Grinding as a Rate Process. *Powder Technology*, Elsevier B.V., Netherlands, v. 5, 1971.
- CHEN, D.; SEBORG, D. E. Pi/pid controller design based on direct synthesis and disturbance rejection. *Industrial & engineering chemistry research*, ACS Publications, v. 41, n. 19, p. 4807–4822, 2002.
- CHEN, W.; ZYDEK, N.; PARMA, F. Evaluation of hydrocyclone models for practical applications. *Chemical Engineering*, Elsevier Ltd, v. 80, p. 295–303, 2000.
- COTABARREN, I. M. et al. Feedback control strategies for a continuous industrial fluidized-bed granulation process. *Powder Technology*, Elsevier B.V., v. 283, p. 415–432, 2015. ISSN 0032-5910. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.powtec.2015.06.010>>.
- DOEBELIN, E. *Measurement Systems: Application and Design*. 4. ed. [S.l.]: McGraw-Hill, 1990.
- DORF, R.; BISHOP, R. H. *Sistemas de Controle Modernos*. 8. ed. [S.l.]: LTC, 1998.
- ERICKSON, K. T.; HEDRICK, J. L. *Plant-wide process control*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 1999. v. 4.
- FOSS, A. S. Critique of chemical process control theory. *AIChE Journal*, IEEE Transactions on Automatic Control, v. 19, n. 2, p. 209–214, 1973.
- GALERY, R. et al. Modelagem Matemática da Moagem de Carvão em Moinho de Bolas. XXI ENTMME, Brasil, p. 496–503, 2005.
- GODOY, R. Juliani Correa de; GARCIA, C. Plantwide control: a review of design techniques, benchmarks, and challenges. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, ACS Publications, v. 56, n. 28, p. 7877–7887, 2017.
- GUPTA, A.; YAN, D. *Mineral Processing Design and Operation*. 1. ed. Australia: Elsevier Science, 2006.
- JARDIM, E. *Utilização de controladores PID com sintonia automática e auto-sintonizáveis em processos industriais*. Dissertação (Dissertação de Mestrado) — Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 1993.

- KING, R. *Modeling and Simulation of Mineral Processing Systems*. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2001.
- LARSSON, T.; SKOGESTAD, S. Plantwide control — A review and a new design procedure. *Modeling, Identification and Control*, v. 21, n. 4, p. 209–240, 2000.
- LAURIA, L. C. et al. *Finanças Corporativas: teoria e prática empresarial no Brasil*. Rio de Janeiro: Elsevier, 2008. ISBN 9788535226676.
- LIU, Y.; SPENCER, S. Dynamic simulation of grinding circuits. *Minerals Engineering*, v. 17, p. 1189–1198, 2004. ISSN 08926875.
- LJUNG, L. *System identification: theory for the user*. United States of America: Prentice Hall, 1987. ISBN 0138816409.
- MARLIN, T. E. *Process Control, Designing Processes and Control Systems for Dynamic Performance*. [S.l.]: McGraw-Hill, 1995. ISBN 0070404917.
- MAZZINGHY, D. B. *Modelagem e simulação de circuito de moagem através da determinação dos parâmetros de quebra e da energia específica de fragmentação*. Dissertação (Dissertação de Mestrado) — Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2009.
- MURTHY, Y. R.; BHASKAR, K. U. Parametric cfd studies on hydrocyclone. *Powder Technology*, Elsevier, v. 230, p. 36–47, 2012.
- NAGESWARARAO, K.; WISEMAN, D. M.; NAPIER-MUNN, T. J. Two empirical hydrocyclone models revisited. *Minerals Engineering*, Elsevier Ltd, v. 17, p. 671–687, 2004.
- NAPIER-MUNN, T. J. et al. *Mineral comminution circuits: their operation and optimisation*. Julius Kruttschnitt Mineral Research Centre, University of Queensland, 1996.
- NEESSE, T. et al. Measuring the operating state of the hydrocyclone. *Minerals Engineering*, Elsevier Ltd, v. 17, p. 697–703, 2004.
- NI, L. et al. Optimizing geometric parameters in hydrocyclones for enhanced separations: a review and perspective. *Separation & Purification Reviews*, Taylor & Francis, v. 48, n. 1, p. 30–51, 2019.
- OLIVEIRA, J. et al. Uma metodologia prática e simples para análise e projeto de controladores pid. *V Simpósio Regional de Instrumentação ISA/GRINST*, Belo Horizonte, p. 251–259, 1998.
- PERSECHINI, M.; JOTA, F.; PEREZ, A. Control strategy for a column flotation process. *Control Engineering Practice*, v. 12, p. 963–976, 2004.
- PLITT, L. R.; KAWATRA, S. K. Estimating the cut (d₅₀) size of classifiers without product particle-size measurement. *International Journal of Mineral Processing*, Elsevier Ltd, Netherlands, v. 5, p. 369–378, 1979.
- RAJAMANI, R. K.; HERBST, J. A. Optimal Control of a Ball Mill Grinding Circuit - I. Grinding Circuit Modeling and Dynamic Simulation. *Chemical Engineering Science*, v. 46, n. 3, p. 861–870, 1990.

- RAJAMANI, R. K.; HERBST, J. A. Optimal Control of a Ball Mill Grinding Circuit - II. Feedback and Optimal Control. *Chemical Engineering Science*, v. 46, n. 3, p. 871–879, 1991.
- REIS, L.; JÚNIOR, Ê.; EUZÉBIO, T. Hardware-in-the-loop testing platform of a predictive controller applied to a simulated regrinding circuit. In: *6th International Congress on Automation in Mining. GECAMIN*. [S.l.: s.n.], 2018.
- REIS, L. A. *Controle de um circuito simulado de remoagem de minério de ferro por controle preditivo por modelo*. Dissertação (Dissertação de Mestrado) — Universidade Federal de Ouro Preto e Instituto Tecnológico Vale, Ouro Preto, 2018.
- ROUX, J. D. L. *Grinding mill circuit control from a plant-wide control perspective*. Tese (Doutorado) — University of Pretoria, 2016.
- ROUX, J. D. le; SKOGESTAD, S.; CRAIG, I. K. Plant-wide control of grinding mill circuits: Top-down analysis. *IFAC-PapersOnLine*, Elsevier B.V., v. 49, n. 20, p. 72–77, 2016. ISSN 24058963. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.ifacol.2016.10.099>>.
- SBÁRBARO, D.; VILLAR, R. D. *Advanced control and supervision of mineral processing plants*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2010.
- SEBORG, D.; EDGAR, T.; MELLCHAMP, D. *Process Dynamics and Control*. 1. ed. United States of America: John Wiley and Sons, 1989.
- SEBORG, D. E. et al. *Process Dynamics and Control*. 3. ed. Hoboken, NJ: John Wiley and Sons, 2011. ISBN 9780470128671.
- SHAHCHERAGHI, S. H.; MOHAMMADI, M. R. T.; SABETI, H. Comminution modeling of primary ball mills of miduk copper mine using matlab software. *XXVI International Mineral Processing Congress (IMPC)*, p. 2279–2291, 2012. ISSN 08926875.
- SKOGESTAD, S.; GRIMHOLT, C. The simc method for smooth pid controller tuning. In: *PID Control in the Third Millennium*. [S.l.]: Springer, 2012. p. 147–175.
- SKOGESTAD, S.; POSTLETHWAITE, I. *Multivariable feedback control: analysis and design*. [S.l.]: Wiley New York, 2007. v. 2.
- SVAROVSKY, L. *Hydrocyclones*. Eastbourne: Holt, Rinehart and Winston Ltd, 1984.
- SVAROVSKY, L. Hydrocyclones. In: SVAROVISKY, L. (Ed.). *Solid-Liquid Separation*. 4th. ed. Great Britain: Butterworth-Heinemann, 2000. cap. 6 - Hydrocyclones, p. 191–245. ISBN 0750645687.
- TANO, K. et al. Comparison of control strategies for a hematite processing plant. *Powder Technology*, Elsevier B.V., 1999.
- VASUDEVAN, S.; KONDA, N. M.; RANGAIAH, G. Plant-wide control: methodologies and applications. *Reviews in Chemical Engineering*, De Gruyter, v. 25, n. 5-6, p. 297–338, 2009.
- WADE, H. L. *Basic and advanced regulatory control: system design and application*. 2. ed. [S.l.]: ISA, 2004. ISBN 1556178735.

WEI, D.; CRAIG, I. K. Grinding Mill Circuits - A Survey of Control and Economic Concerns. *17th World Congress of The International Federation of Automatic Control*, Korea, p. 1000–1005, 2008.

WILLS, B.; FINCH, J. *Mineral Processing Technology: An Introduction to the Practical Aspects of Ore Treatment and Mineral Recovery*. 8. ed. [S.l.]: Elsevier Science and Technology Books, 2016. ISBN 780080970530.

WILLS, B.; NAPIER-MUNN, T. *Mineral Processing Technology: An Introduction to the Practical Aspects of Ore Treatment and Mineral Recovery*. 7. ed. [S.l.]: Elsevier Science and Technology Books, 2006. ISBN 0750644508.

YANG, J. et al. Disturbance rejection of ball mill grinding circuits using DOB and MPC. *Powder Technology*, Elsevier B.V., v. 198, n. 2, p. 219–228, 2010. ISSN 00325910. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.powtec.2009.11.010>>.