

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

Bernardo Pereira Lima Ferreira

Asterossismologia usando dados do TESS de doze
gigantes vermelhas com exoplanetas confirmados

BELO HORIZONTE
2021

Bernardo Pereira Lima Ferreira

Asterossismologia usando dados do TESS de doze gigantes vermelhas com exoplanetas confirmados

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física do Instituto de Ciências Exatas da Universidade Federal de Minas Gerais como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ciências.

Orientador: Maria Cristina de Assis Rabello Soares

Belo Horizonte

2021

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

F383a Ferreira, Bernardo Pereira Lima.
Asterossismologia usando dados do TESS de doze gigantes vermelhas com exoplanetas confirmados / Bernardo Pereira Lima Ferreira. – 2021.
126f., enc. : il.

Orientadora: Maria Cristina de Assis Rabello Soares.
Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de Minas Gerais,
Departamento de Física.
Bibliografia: f. 121-126.

1. Asterossismologia. 2. Estrelas. 3. Fotometria.
I. Título. II. Soares, Maria Cristina de Assis Rabello. III. Universidade
Federal de Minas Gerais, Departamento de Física.

CDU – 523.8 (043)



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

FOLHA DE APROVAÇÃO

A presente dissertação, intitulada “**Asterossismologia usando dados do TESS de doze gigantes vermelhas com exoplanetas confirmados**” de autoria de **BERNARDO PEREIRA LIMA FERREIRA**, submetida à Comissão Examinadora, abaixo-assinada, foi aprovada para obtenção do grau de **MESTRE EM FÍSICA** em 23 de março de 2021.

Belo Horizonte, 23 de março de 2021.

Profa. Maria Cristina de Assis Rabello Soares

Orientadora do estudante

Departamento de Física/UFMG

Prof. Wagner José Corradi Barbosa

Laboratório Nacional de Astrofísica/MCTI

Prof. Luiz Themystokliz Sanctos Mendes

Departamento de Engenharia Eletrônica /UFMG



Documento assinado eletronicamente por **Maria Cristina de Assis Rabello Soares, Professora do Magistério Superior**, em 24/03/2021, às 11:33, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Wagner Jose Corradi Barbosa, Professor do Magistério Superior**, em 24/03/2021, às 12:49, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Luiz Themystokliz Sanctos Mendes, Professor do Magistério Superior**, em 24/03/2021, às 14:08, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufmg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **0639639** e o código CRC **AF6097B5**.

Referência: Processo nº 23072.215628/2021-01

SEI nº 0639639

*Dedico este trabalho à minha tia, Rosário, e ao meu avô, José.
Vocês vivem em tudo o que eu faço.*

Agradecimentos

Esta dissertação é a soma dos esforços de várias pessoas que me ajudaram direta ou indiretamente e, por isso, eu lhes agradeço.

À minha mãe, Raquel, minha avó, Thereza e meu pai, Leonardo, pelo apoio incondicional à minha educação.

À Natália, pelo amor e companheirismo, com os quais eu sempre pude contar.

À professora Maria Cristina Rabello Soares, minha orientadora, que sempre me ajudou a achar o caminho certo e confiou em mim para segui-lo.

Aos meus colegas e amigos, dentro e fora da universidade, que me acompanharam durante esses dois anos.

Aos professores e funcionários do ICEx e, em particular, do Departamento de Física sem os quais esse mestrado jamais teria acontecido.

Ao CNPq, pelo apoio financeiro.

“As estrelas estão vivas, menina. Sabia disso? Tudo lá em cima é vivo e existem grandes propósitos lá fora! O universo está cheio de intenções, entende?” (Philip Pullman, A Bússola de Ouro)

Resumo

A asterossismologia consiste no estudo de oscilações produzidas no interior das estrelas e observadas como variações de brilho ou velocidade radial, tratando-se de uma ferramenta poderosa de se investigar as propriedades da estrutura estelar. Nesta dissertação, analisamos curvas de luz de alta precisão fotométrica, obtidas pela recente missão espacial TESS, para 12 estrelas hospedeiras de exoplanetas que apresentam oscilações do tipo solar, com o objetivo de determinar, com precisão, os valores de seus raios, massas e idades. As oscilações do tipo solar são caracterizadas por modos acústicos ressonantes, cujas frequências dependem das condições do interior estelar, e possuem um espaçamento aproximadamente constante entre modos com ordens radiais adjacentes (n) e mesmo grau angular (ℓ), que recebe o nome de grande separação. Os modos também têm amplitudes moduladas por um envelope gaussiano, centrado na chamada frequência de maior potência. Primeiramente, medimos a grande separação usando dois métodos independentes: (a) ajustando um filtro do tipo pente de Dirac às frequências de oscilação, e (b) tomando o espectro do espectro em uma janela móvel. Em seguida, avaliamos a frequência de maior potência, através da suavização do espectro de frequências com um filtro largo. Finalmente, aplicamos o método de Yale-Birmingham para determinar o raio, a massa e a idade das estrelas analisadas, comparando seus parâmetros asterossismológicos, complementados com outros parâmetros atmosféricos disponíveis na literatura científica, aos modelos de evolução estelar BaSTI. Como resultados deste trabalho, encontramos que as estrelas estudadas têm raios entre $3, 5$ e $10R_{\odot}$, massas entre 1 e $2, 2M_{\odot}$, e idades entre 1 e $11Ga$, sendo a maioria parte do ramo das gigantes vermelhas, e com duas delas estando no ramo horizontal (HD 203949 e 8 UMi). Três das estrelas analisadas (HD 212771, HD 203949 e γ Cep) já tiveram suas oscilações estudadas anteriormente, com resultados consistentes aos obtidos nesta dissertação. Para as nove restantes (HD 135760, HD 33142, HD 27442, HD 120084, HD 98219, HD 96063, HD 30856 e HD 4732), nossos resultados são inéditos e possuem precisão de 3 a 15 vezes maior para os raios e 3 vezes maior para as massas quando comparados a caracterizações não sísmicas. Além disso, as massas e idades obtidas são, em geral, menores e maiores, respectivamente, que as encontradas nesses outros trabalhos, o que pode ser atribuído a uma melhor diferenciação dos modelos quando os parâmetros das oscilações são incluídos na análise. Tais resultados, além de fornecerem um melhor conhecimento dessas estrelas, possibilitam uma melhor caracterização de seus exoplanetas no futuro.

Palavras-chave: Asterossismologia, Estrelas: oscilações, Estrelas: propriedades fundamentais, Técnicas: fotometria

Abstract

Asteroseismology is the study of oscillations produced in the interior of stars and observed as brightness or radial velocity variations and is a powerful tool for investigating the properties of the stellar structure. In this thesis, we analyze high-precision photometric light curves obtained by the recent TESS space mission for 12 exoplanet host stars that show solar-like oscillations to accurately determine their radii, masses, and ages. Solar-like oscillations are characterized by resonant acoustic modes whose frequencies depend on the properties of the stellar interior. They have an almost constant spacing between modes of adjacent radial order (n) and of a given angular degree (ℓ), which is called the large frequency separation. The mode amplitudes are modulated by a Gaussian envelope, whose center is referred to as the frequency of maximum power. First, we measured the large separation using two independent methods: (a) fitting a Dirac comb to the power spectrum and (b) analyzing a moving window in the spectrum of the spectrum. Then, we estimate the frequency of maximum power after smoothing the frequency spectrum with a broad filter. Finally, we applied the Yale-Birmingham method to determine the radii, masses, and ages of the analyzed stars comparing the asteroseismic parameters, including atmospheric parameters obtained from the literature, with the BaSTI stellar evolution grid models. In summary, we found that the analyzed stars have radii between 3.5 and $10R_{\odot}$, masses between 1 and $2.2M_{\odot}$, and ages between 1 and $11Gy$. They are in the red giant branch (RGB), except for two of them (HD 203949 and 8 UMi) which are on the horizontal branch. Three of the analyzed stars (HD 212771, HD 203949, and γ Cep) have already been analyzed and the published results are consistent with ours. For the nine remaining stars (HD 135760, HD 33142, HD 27442, HD 120084, HD 98219, HD 96063, HD 30856, and HD 4732), this work presents their first seismic characterization. Our results for the radii are 3 to 15 times more precise when compared with previous non-seismic analyses. For the masses, the precision is three times larger. In addition, the masses and ages obtained are, in general, smaller and larger, respectively, than those found in other studies, which results from a better differentiation of the models when including the oscillation parameters in the analysis. Our results provide a better estimation of these stars, which allows for a better characterization of their exoplanets.

Keywords: Asteroseismology, Stars: oscillations, Stars: fundamental properties, Techniques: photometry.

Sumário

1	INTRODUÇÃO	12
1.1	Parâmetros estelares na caracterização de exoplanetas	12
1.2	Oscilações do tipo solar	15
1.2.1	Propriedades sísmicas globais	19
1.2.2	Caracterização estelar	26
1.2.3	Evolução estelar	27
1.3	A missão TESS	34
1.3.1	Detalhes da missão	34
1.3.2	Potencial asterossísmico e detectabilidade de oscilações	36
1.4	Objetivos	40
2	BUSCA POR ESTRELAS COM OSCILAÇÕES DO TIPO SOLAR	41
2.1	Obtenção dos espectros a partir das curvas de luz	41
2.1.1	Cálculo e tratamento do fluxo relativo	41
2.1.2	Cálculo do espectro	43
2.1.3	Sumário: protocolo de obtenção de espectros	47
2.2	Busca por osciladores	48
2.3	Resultados e discussão	48
3	DETERMINAÇÃO DAS PROPRIEDADES SÍSMICAS GLOBAIS	53
3.1	Grande Separação de Frequência	53
3.1.1	Resposta do Filtro Correspondente	53
3.1.2	Espectro do Espectro	66
3.1.3	Comparação dos Resultados	76
3.2	Frequência de Maior Potência	78
3.3	Resultados e Discussão	83
4	CARACTERIZAÇÃO DAS ESTRELAS: MODELAGEM BASEADA EM GRADES DE MODELOS ESTELARES	87
4.1	Parâmetros espectroscópicos e paralaxe	88
4.2	Grade de modelos estelares	91
4.3	Metodologia	95
4.4	Resultados e discussão	98
4.4.1	Considerações Gerais	100
4.4.1.1	Análise da TIC 169397663	105
4.4.1.2	Análise da TIC 63905972	107

4.4.1.3	Análise da TIC 257005016	110
4.4.2	Relações de escala	112
4.4.3	Comparação com resultados espectroscópicos	114
5	CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS FUTURAS	118
	Referências	121

1 Introdução

Em 2018, o satélite TESS foi lançado em uma missão homônima de dois anos para monitorar o brilho de centenas de milhares de estrelas em toda a esfera celeste (Ricker et al. 2014). As curvas de luz (séries temporais de brilho em função do tempo) de alta cadência e resolução são geradas com o objetivo principal de encontrar novos exoplanetas, no entanto elas também permitem o estudo de oscilações estelares. O estudo das oscilações de uma estrela, em particular de um tipo especial chamado de oscilação do tipo solar, permite uma caracterização precisa de sua massa, sua idade e, principalmente, seu raio. Se essa estrela também for hospedeira de exoplanetas esses parâmetros são importantes na caracterização desses objetos, de forma que há muita sinergia entre essas áreas (Lundkvist et al. 2018). Este trabalho explora essas sinergias e usa asterossismologia (ramo da astrofísica que estuda as oscilações estelares) para caracterizar estrelas hospedeiras de exoplanetas observadas pelo TESS. Neste capítulo introduzimos os principais conceitos necessários para a realização desta tarefa.

1.1 Parâmetros estelares na caracterização de exoplanetas

Em 1995, Mayor e Queloz publicaram um artigo revelando a descoberta do primeiro exoplaneta orbitando uma estrela semelhante ao Sol (Mayor & Queloz 1995). Esse trabalho marcou o início de uma revolução na astronomia, na qual a nossa capacidade observacional tornou-se grande o bastante para que pudéssemos detectar planetas fora do Sistema Solar. Essa descoberta foi tão importante que rendeu o Prêmio Nobel em Física aos pesquisadores em 2019.

Hoje, o número de exoplanetas conhecidos chega aos milhares: segundo dados do *NASA Exoplanet Archive*¹ (Akeson et al. 2013), 4292 planetas haviam sido detectados e confirmados na literatura científica. A maior parte das descobertas ocorreu pelo satélite Kepler que acumulou 2814 detecções em duas missões consecutivas, Kepler (Borucki et al. 2010) e K2 (Howell et al. 2014). O método empregado para essas descobertas foi o de trânsito, responsável por 3287 detecções no total, no qual busca-se medir a redução no brilho da estrela hospedeira quando um de seus planetas passa na frente dela, fenômeno conhecido como **trânsito planetário**. Este é o mesmo método usado pelo TESS.

Um modelo simples de um trânsito foi proposto por Seager & Mallen-Ornelas (2003) e está ilustrado na Figura 1. Nele, supõe-se que a órbita do planeta é circular, que o planeta é completamente opaco e que o disco planetário passa inteiramente pelo

¹ <https://exoplanetarchive.ipac.caltech.edu/>, acesso em 10/08/2020

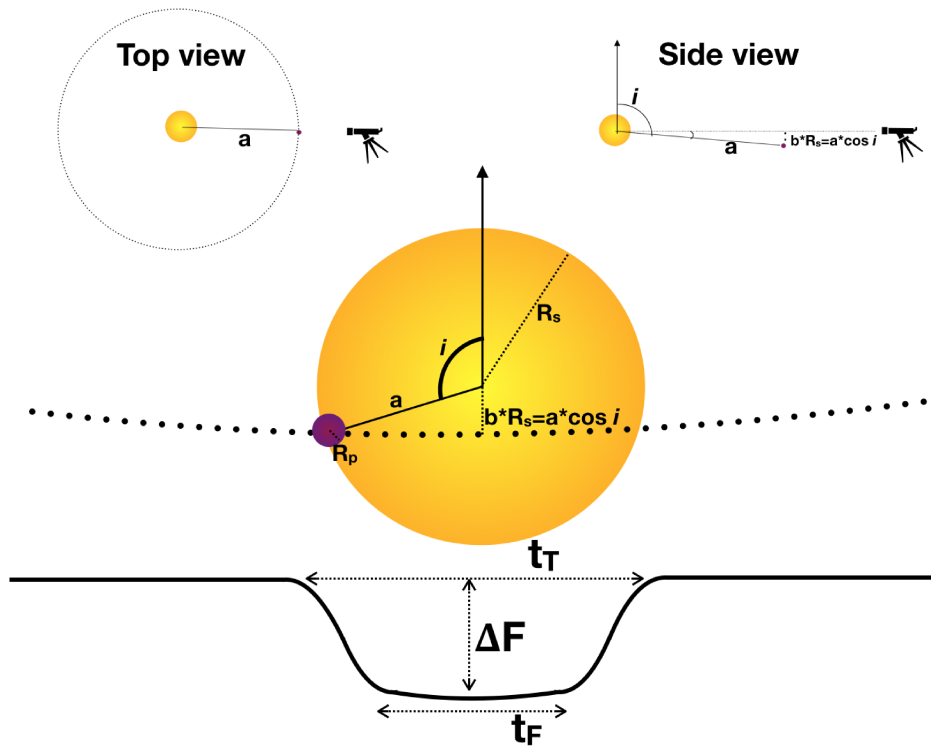


Figura 1 – Esquema do trânsito de um planeta. As imagens no topo mostram diferentes ângulos de visão da órbita. No centro, o ângulo de visão do observador e embaixo, a curva de luz correspondente. Crédito: Figura 2 de Deeg & Alonso (2018)

disco estelar durante o trânsito. A curva de luz de um trânsito é então caracterizada por três parâmetros principais. O primeiro é a **profundidade** ΔF , que representa a redução relativa no brilho da estrela. Supondo que o disco estelar tem um brilho uniforme, a redução no brilho da estrela durante o trânsito é proporcional à área ocultada pelo planeta. Desta forma, a profundidade será diretamente proporcional à razão das áreas do planeta e da estrela, de onde é possível escrever:

$$\frac{R_P}{R_S} = \sqrt{\Delta F} \quad (1.1)$$

onde R_P e R_S são os raios do planeta e da estrela, respectivamente.

Os outros dois parâmetros são o período completo do trânsito t_T e o período em que o planeta está completamente sobreposto ao disco estelar t_F . Existe ainda um parâmetro adicional, o período orbital P do planeta, que pode ser medido se forem observados dois ou mais trânsitos do mesmo planeta. Usando essas quantidades, e a partir de considerações geométricas sobre a órbita circular, é possível escrever o raio da órbita a_{circ} como:

$$\frac{a_{circ}}{R_S} = \frac{\sqrt{(1 + \Delta F^2)^2 - b^2}}{\tan(t_T \pi / P)} \quad (1.2)$$

onde b é o **parâmetro de impacto**, que corresponde à menor distância (em unidades do

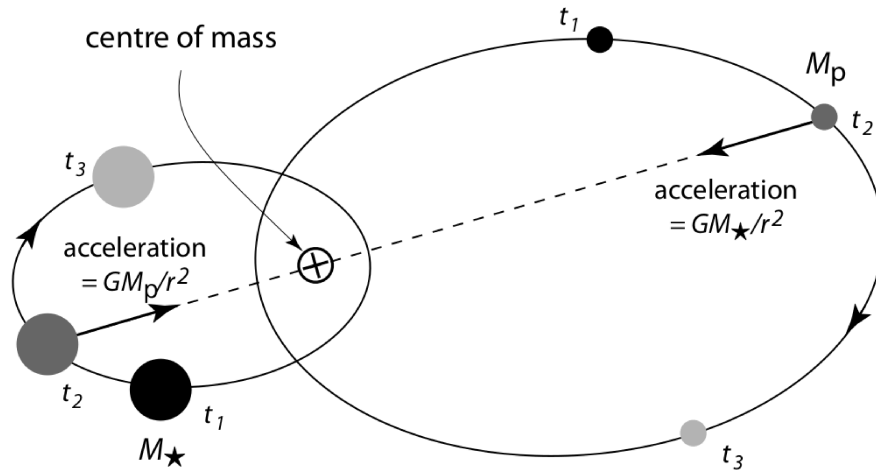


Figura 2 – Esquema exagerado dos movimentos orbitais de dois corpos, no caso, uma estrela (órbita menor) e um planeta (órbita maior). Os objetos são retratados em três instantes diferentes, t_1 , t_2 e t_3 . Crédito: Figura 2.3 de Perryman (2018).

raio estelar) do planeta à estrela, projetada na linha de visão. O parâmetro de impacto também pode ser escrito em termos de ΔF , t_T e t_F a partir de considerações geométricas.

Alternativamente, o valor do semi-eixo maior da órbita a pode ser obtido da Terceira Lei de Kepler, supondo que a massa da estrela M_S é conhecida e que ela é muito maior que a de qualquer planeta no sistema:

$$\frac{a}{R_S} = \left(\frac{P^2 G M_S}{4\pi^2 R_S^3} \right)^{1/3} \quad (1.3)$$

onde $G = 6.67 \times 10^{-11} m^3 kg^{-1} s^{-2}$ é a constante da gravitação universal. Comparando os valores de a e a_{circ} é possível também obter informação sobre a excentricidade da órbita (Kipping 2010).

A análise da curva de luz de um trânsito planetário fornece várias informações sobre o planeta e sua órbita. No entanto, elas só podem ser obtidas se os parâmetros da estrela hospedeira forem conhecidos de antemão, o que também é verdade em modelos de trânsitos planetários mais sofisticados (ver, por exemplo, Perryman 2018). Na Equação 1.1 o raio do planeta é dado como uma razão do raio da estrela e o mesmo ocorre com o raio estimado da órbita na Equação 1.2. Já na Equação 1.3, além de precisarmos do raio da estrela também precisamos conhecer sua densidade média $\bar{\rho}_S \propto M_S/R_S^3$ para obter o valor do semi-eixo maior.

Isso não é uma exclusividade do método de trânsito. Outro método muito comum de detecção de exoplanetas é o da velocidade radial, no qual monitora-se a velocidade radial da estrela via efeito Doppler de alguma linha espectral conhecida e busca-se por variações periódicas produzidas pelo movimento da estrela em torno do centro de massa do sistema, devido a sua interação gravitacional com o planeta, conforme ilustrado na

Figura 2. O método da velocidade radial é comumente usado combinado ao método de trânsito, não só para confirmar a detecção do exoplaneta, mas também por ser capaz de fornecer a sua massa M_P . Supondo $M_S \gg M_P$ é possível mostrar, usando considerações geométricas e as leis de Kepler, que (Torres et al. 2008):

$$\frac{M_P \sin i}{M_J} = 4.919 \times 10^{-3} P^{1/3} (1 - e^2)^{1/2} K_* \left(\frac{M_S}{M_\odot} \right)^{2/3} \quad (1.4)$$

onde i é o ângulo de inclinação da órbita em relação a linha de visão, P o período da órbita, e a excentricidade, K_* a semiamplitude da velocidade da estrela (em metros por segundo), M_P a massa do planeta e M_S a massa da estrela em termos das massas de Júpiter e do Sol, M_J e M_\odot , respectivamente. Novamente percebemos que mesmo que todos os parâmetros orbitais sejam conhecidos, não é possível obter a massa do planeta sem um conhecimento prévio da massa da estrela.

Mais do que conhecer os parâmetros estelares, é preciso que eles sejam precisos. Por exemplo, em 99% dos candidatos a exoplanetas detectados pelo satélite Kepler, a incerteza sobre o raio da estrela é a principal fonte de erro sobre o raio do planeta (Huber 2018). Incertezas no raio e na temperatura efetiva da estrela também podem afetar consideravelmente a determinação dos limites de sua zona habitável, região na qual pode existir água em estado líquido na superfície de um planeta, havendo suficiente pressão atmosférica (Kane 2014). Isso influencia diretamente na busca por planetas onde a vida (como a conhecemos) pode ter surgido.

Assim, o avanço no estudo de exoplanetas gera uma demanda por uma caracterização cada vez mais precisa e completa das estrelas hospedeiras. Nesse sentido, o uso de asterossismologia, principalmente para estrelas com oscilações do tipo solar, vem se mostrando bastante promissor. A análise deste tipo de oscilação permite não só a obtenção de parâmetros estelares relevantes no estudo de exoplanetas, como a massa, o raio e a idade da estrela (que é usada como representativa da idade do sistema), como fornece incertezas comparativamente menores que outros métodos (Lundkvist et al. 2018). Estudos comparativos recentes entre resultados sísmicos e de outros métodos também têm revelado vieses importantes, como a superestimativa das massas por trabalhos espectroscópicos que será discutida em mais detalhes no Capítulo 4.

1.2 Oscilações do tipo solar

Quando pensamos na estrutura de uma estrela é comum nos referirmos a um modelo de equilíbrio, onde a auto-gravidade é balanceada por um gradiente de pressão que, por sua vez, é produzido por um gradiente de temperatura, devido ao transporte de energia das camadas internas (onde ocorrem reações nucleares) para as mais externas. Embora esse modelo explique diversas propriedades que observamos no Sol e em outras

estrelas, o interior estelar é uma região complexa e é possível que pequenos desvios dessa condição surjam ao longo do tempo. Nesse caso, o sistema como um todo responde com forças restauradoras que, como o próprio nome indica, restauram a condição de equilíbrio.

Contudo, em certas estrelas, as condições em seus interiores criam mecanismos que perturbam constantemente essa estrutura de equilíbrio. Nesse caso, surgem oscilações que se propagam como ondas pelo interior estelar. Essas ondas interferem umas com as outras produzindo modos de oscilação ressonantes que chamamos de **oscilações estelares**. Os modos, em geral, são caracterizados pelas principais forças restauradoras que atuam sobre eles. Em especial, existem os **modos p**, formados por ondas acústicas cuja força restauradora vem do gradiente de pressão, e os **modos g**, formados por ondas gravitacionais onde a principal força restauradora vem de variações na flutuabilidade.

O ramo da astrofísica que estuda essas oscilações é a **asterossismologia**. Embora esses modos se originem da estrutura interna da estrela, eles podem ter amplitude considerável na sua superfície e, nesse caso, ser observados como regiões da fotosfera que contraem e expandem. Alternativamente eles podem ser detectados através de pequenas oscilações no brilho da estrela. O estudo das oscilações estelares é importante pois diz muito sobre as estrelas que as apresentam. Este trabalho é focado no uso das oscilações para inferir propriedades globais, especificamente massas, raios e idades, no entanto, elas também são usadas para estudar a estrutura estelar, pois as oscilações observadas na superfície são causadas por ondas que se propagam pelo interior e carregam informação sobre essa região.

Existem muitos tipos de osciladores, dependendo das condições internas da estrela que possibilitam (ou não) a propagação de ondas e criam (ou não) diferentes mecanismos de perturbação do equilíbrio. A Figura 3 mostra esquematicamente a posição de vários desses tipos em um diagrama HR. De particular interesse para este trabalho são as **oscilações do tipo solar**, observadas em estrelas de massas entre $1 - 3M_{\odot}$ na sequência principal, no ramo das subgigantes e em gigantes vermelhas de baixa luminosidade. Como o próprio nome indica, elas também são observadas no Sol. O mecanismo que produz esse tipo de oscilação é o movimento turbulento no envelope convectivo dessas estrelas, que excita tanto ondas acústicas quanto gravitacionais.

Como ondas gravitacionais não se propagam em zonas convectivas, pois não há um meio estratificado para que a flutuabilidade atue como força restauradora, os modos g em oscilações do tipo solar são atenuados nas camadas mais externas e não tem uma amplitude apreciável na superfície da estrela. Os modos p, por outro lado, não têm esse problema, causando oscilações na superfície da estrela que podem ser detectadas. A Figura 4 mostra a componente radial de alguns modos p e modos g simulados para o Sol. Essencialmente, estamos vendo a amplitude das ondas estacionárias ao longo do raio da estrela e é evidente que os modos g sempre são atenuados a partir da zona convectiva, o que não ocorre para os modos p.

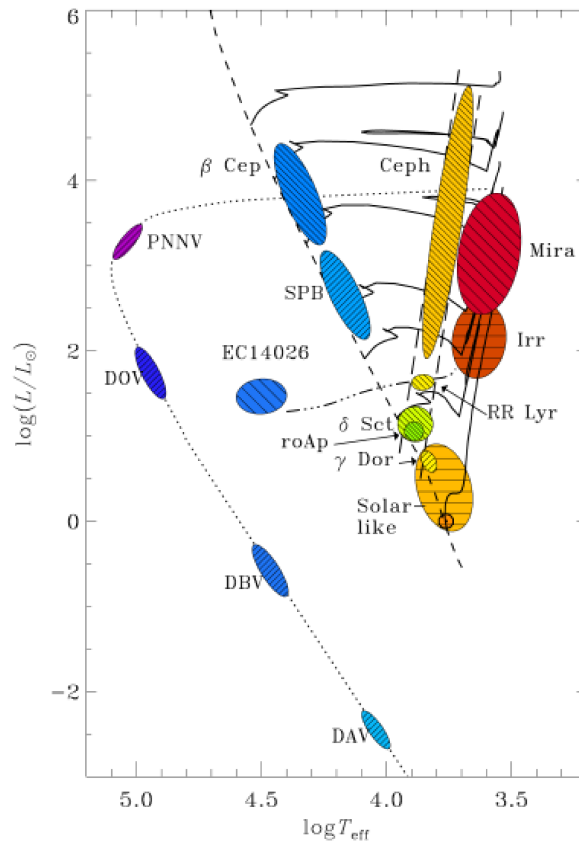


Figura 3 – Tipos de oscilações no diagrama HR. As oscilações do tipo solar estão marcadas pela região laranja, com linhas horizontais (identificadas como *Solar-like*). Crédito: AAVSO (*American Association of Variable Star Observers*, <https://www.aavso.org/mira-variables-period-changes>, acesso em 01/02/2021).

É interessante notar que as frequências dos modos p exibidos na Figura 4 são tipicamente maiores que as frequências dos modos g. Isso é reflexo de uma propriedade mais geral desses modos de oscilação: ondas acústicas se formam com frequências acima de um valor mínimo (a frequência de Lamb), enquanto ondas gravitacionais se formam com frequências abaixo de um valor máximo (a frequência de Brunt-Väisälä). Esses limites dependem das propriedades do interior estelar e dos próprios modos de oscilação.

Para modos de frequência intermediária, é possível que esses limites se cruzem de forma que tenhamos ondas dos dois tipos com frequências similares. Embora modos gravitacionais sejam atenuados na zona convectiva, as ondas dos dois tipos ainda podem interferir umas com as outras dando origem a **modos mistos**, que se comportam como modos g nas camadas internas e modos p nas externas. Isso é especialmente verdade para estágios evolutivos onde a zona convectiva se estende a camadas mais internas, como ilustraremos mais à frente. A Figura 5 apresenta mais alguns exemplos de modos simulados para o Sol, desta vez com frequências intermediárias. É possível ver que, à medida que a frequência dos modos g simulados aumenta e a dos modos p diminui, eventualmente surge

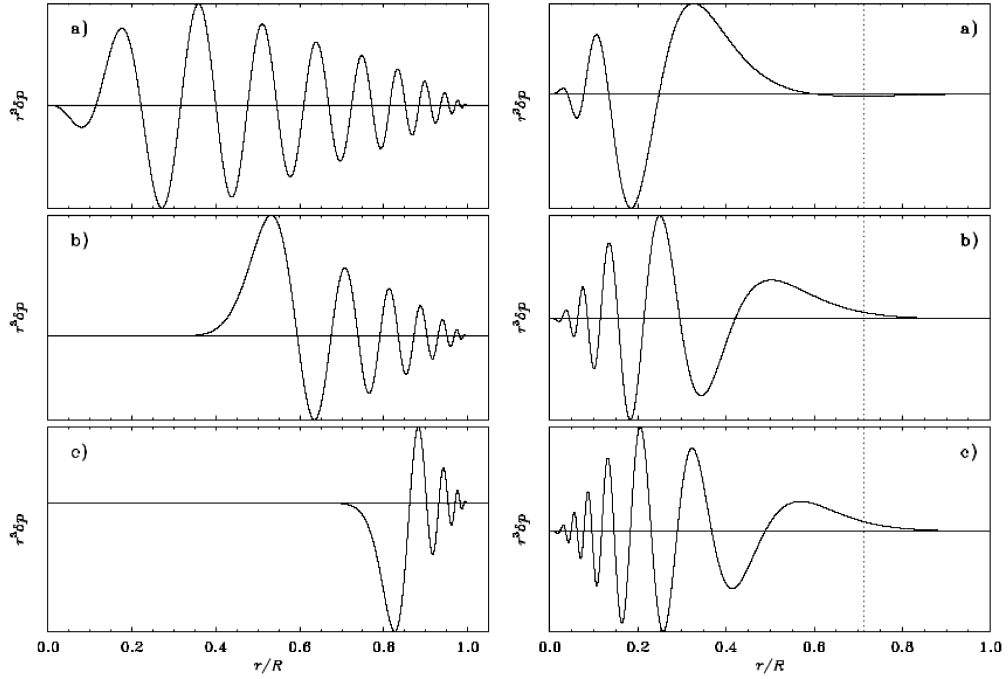


Figura 4 – Amplitudes normalizadas das componente radiais de modos p (esquerda) e modos g (direita) específicos simulados para o Sol, calculados como variações de pressão δp em função do raio r . A linha horizontal corresponde a uma amplitude zero. Nos modos g, a linha pontilhada representa o limite inferior da zona convectiva solar, a partir de onde eles são claramente atenuados. As frequências de cada um estão escritas abaixo. Crédito: Figura 8 de Cunha (2018).

Painel	a)	b)	c)
Modos p (esquerda)	$3038.0\mu Hz$	$2939.2\mu Hz$	$3043.3\mu Hz$
Modos g (direita)	$109.2\mu Hz$	$102.6\mu Hz$	$104.1\mu Hz$

um modo misto (p_1), com características híbridas.

Como mencionamos, o estudo das oscilações do tipo solar de uma estrela fornece informações importantes sobre ela. Por exemplo, a Figura 6 mostra as oscilações da estrela KIC 8379927, observada pelo satélite Kepler. O painel superior exibe a curva de luz dessa estrela, onde percebe-se que o brilho dela oscila ao longo do tempo. Tomando o espectro de frequências dessa série temporal, exibido no painel inferior dessa figura, observa-se a presença de vários picos em frequências discretas, com amplitude modulada por um envelope gaussiano. Esses picos correspondem ao padrão típico dos modos p na superfície dessa estrela. As frequências são de ondas acústica estacionárias (como as mostradas na Figura 4) e as amplitudes são definidas pela natureza estocástica com a qual a convecção excita e amortece os modos. Mathur et al. (2012) ao analisar essas oscilações foi capaz de determinar com bastante precisão a massa e o raio dessa estrela: $M = 1.11 \pm 0.02M_{\odot}$ e $R = 1.09 \pm 0.03R_{\odot}$.

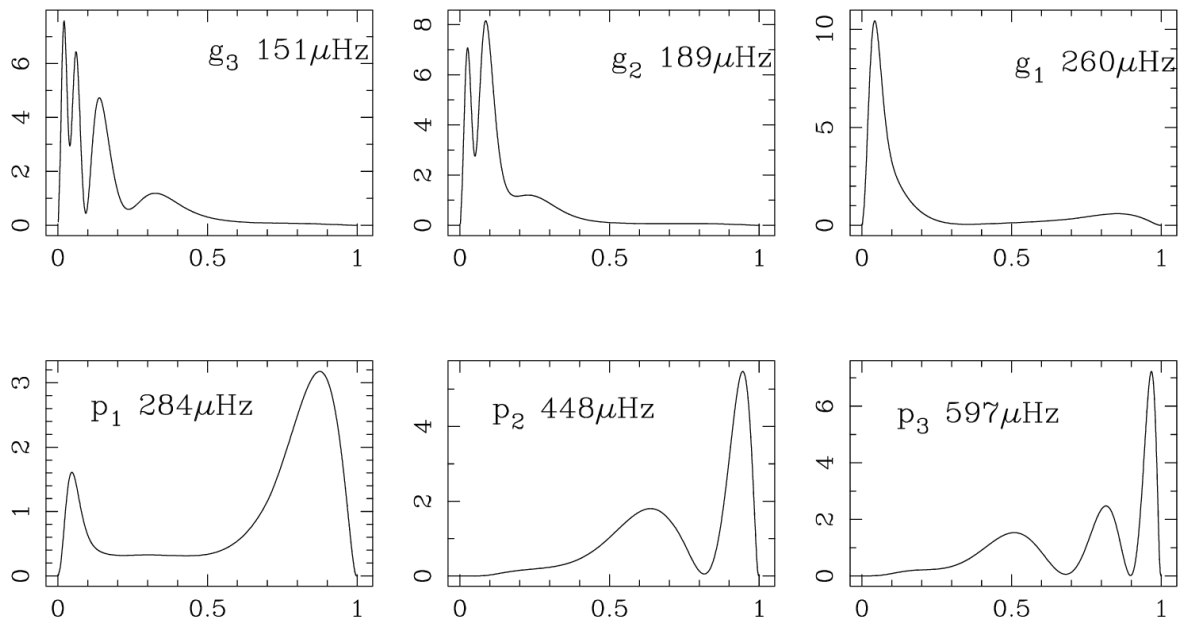


Figura 5 – Amplitude da componente radial de modos de oscilação específicos simulados para o Sol. O eixo vertical descreve a densidade de energia cinética e o horizontal corresponde ao raio. Os modos g_1 , g_2 e g_3 são modos g puros, enquanto os modos p_2 e p_3 são modos p puros, já p_1 é um modo misto. Crédito: Figura 1 de Provost et al. (2000).

O estudo de oscilações, como as da KIC 8379972, avançou muito nos últimos anos em grande parte devido à presença de observatórios espaciais dedicados a monitorar o brilho de estrelas, como o próprio satélite Kepler e agora o TESS. Esses satélites possibilitaram, e ainda possibilitam, observar oscilações estelares com alta qualidade para milhares de estrelas.

Desde já ficam evidentes algumas das sinergias entre a asterossismologia e a caracterização de exoplanetas. As oscilações podem ser observadas e analisadas nas mesmas curvas de luz que são usadas para encontrar planetas. Mais do que isso, como ilustrado no caso específico da KIC 8379972, a análise dessas oscilações forneceram valores precisos para a massa e o raio dessa estrela. Como vimos na seção anterior, se essa estrela possuísse exoplanetas, esses parâmetros seriam importantes para uma caracterização também precisa deles. Ao longo desta seção discutiremos mais sobre as propriedades das oscilações do tipo solar, em particular dos modos p, e como elas podem ser usadas para caracterizar estrelas.

1.2.1 Propriedades sísmicas globais

Do ponto de vista teórico, oscilações estelares são descritas como perturbações lineares e adiabáticas de um modelo de estrutura estelar em equilíbrio termomecânico (para uma discussão detalhada, ver Aerts et al. 2010). Adicionando essas perturbações às equações típicas da estrutura estelar, encontramos que elas satisfazem uma equação

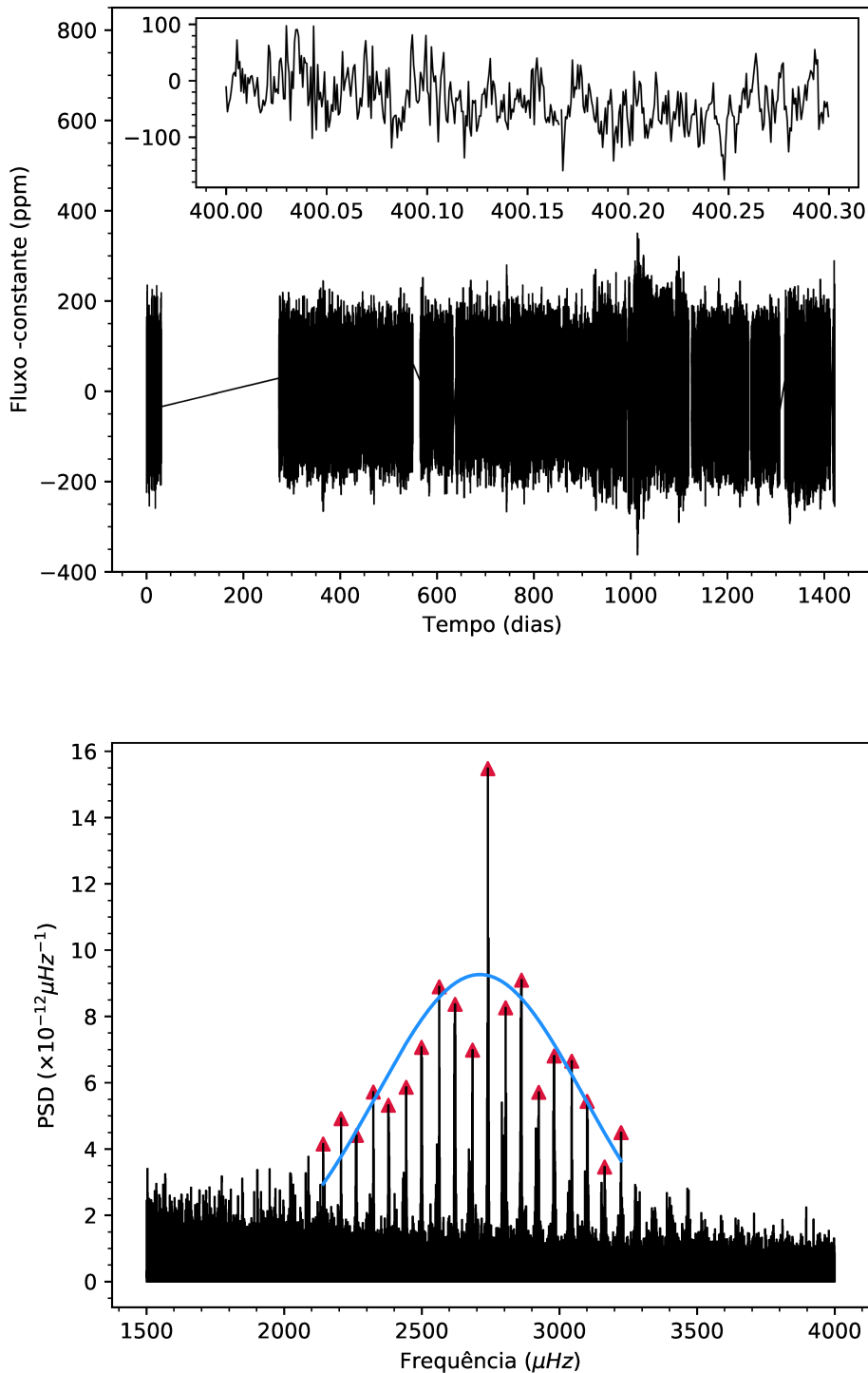


Figura 6 – No topo, a curva de luz da estrela KIC 8379927 retirada da plataforma KASOC (*Kepler Asteroseismic Science Operations Center*), o gráfico interno é um *zoom* em $t = 400$ dias para destacar o efeito das oscilações na curva de luz. Embaixo, o espectro correspondente, calculado via FFT pelo próprio KASOC. Triângulos em vermelho representam os picos da oscilação e em azul há um ajuste gaussiano desses pontos, que mostra o envelope. As oscilações dessa estrela foram analisadas por Mathur et al. (2012).

de autovalor, com soluções não triviais para apenas algumas frequências. Essas soluções correspondem às ondas estacionárias que discutimos anteriormente. A solução analítica dessas equações não é possível sem que algumas aproximações sejam feitas, por isso a Figura 4 mostra exemplos simulados. No caso específico de modos p, uma aproximação importante para as suas frequências é a de Tassoul (1980):

$$\nu_{n,\ell} \approx \Delta\nu_0 \left(n + \frac{\ell}{2} + \alpha + \frac{1}{4} \right). \quad (1.5)$$

Nesta expressão, n e ℓ são inteiros que caracterizam os modos e recebem o nome de ordem radial e grau angular, respectivamente (por razões a serem dadas adiante). Essa aproximação é feita para $n \gg \ell$. α é uma constante que depende das propriedades na superfície da estrela e $\Delta\nu_0$ recebe o nome de **grande separação de frequência** (ou apenas grande separação), e é igual ao inverso do tempo que uma onda sonora leva para viajar do centro à superfície da estrela e voltar:

$$\Delta\nu_0 = \left(2 \int_0^R \frac{dr}{c} \right)^{-1} \quad (1.6)$$

c é a velocidade do som no interior estelar e, tipicamente, uma função de r . Os índices n e ℓ são usados mesmo fora dessa aproximação, tanto para modos p quanto para modos g, sendo que nestes últimos convencionou-se $n < 0$. O módulo de n representa o número de “nós” de um modo na direção do raio da estrela, daí a origem de seu nome. Um nó corresponde a uma região onde a amplitude da oscilação é sempre nula naquela direção. Na Figura 4, por exemplo, o valor de $|n|$ de cada modo é igual ao número de vezes que a curva intercepta a linha horizontal.

Já o grau angular ℓ vem da componente angular das perturbações, que pode ser escrita na forma de harmônicos esféricos $Y_\ell^m(\theta, \phi)$. Ele representa o número de nós na superfície da estrela que, nesse caso, são circunferências onde a amplitude das oscilações na direção angular é sempre nula. A Figura 7 contém alguns exemplos de harmônicos esféricos onde vê-se que, quanto maior o valor de ℓ , mais regiões oscilando em fases diferentes existem. Isso faz com que somente modos com valores baixos de ℓ (especialmente $\ell = 0$ e $\ell = 1$) sejam detectados em estrelas que não o Sol, visto que o brilho que observamos nessas estrelas é uma combinação das contribuições de toda a sua superfície. Deste modo, para modos de ℓ maiores, as contribuições de regiões distintas acabam se anulando e a amplitude medida para os modos torna-se cada vez menor.

O índice m que aparece na Figura 7 e nos harmônicos esféricos varia de $-\ell \leq m \leq \ell$ e é degenerado na Equação 1.5, significando que modos de m distintos têm a mesma frequência. Na prática, essa degenerescência é rompida se a solução de equilíbrio não for esféricamente simétrica, o que ocorre por exemplo quando não é possível ignorar os efeitos da rotação da estrela. Nesse caso, modos com m distintos se separam em torno do valor de $\nu_{n,\ell}$. Essa separação contudo é bem pequena, da ordem de m/P_{rot} , onde P_{rot} é o período

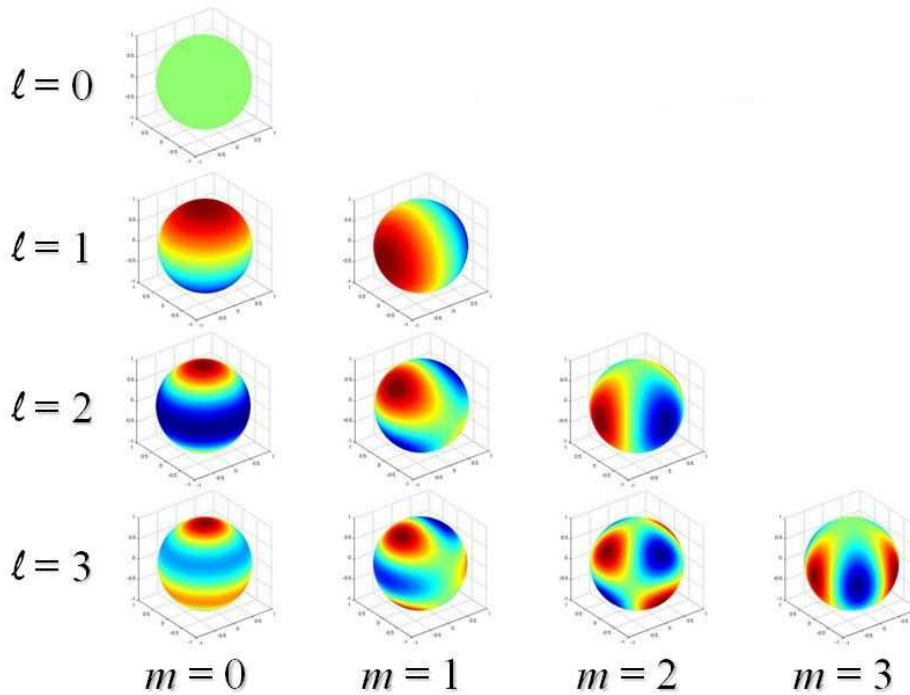


Figura 7 – Exemplos de esféricos harmônicos Y_ℓ^m para ℓ entre 0 e 3. Para cada grau angular, todos os valores não negativos de m são mostrados. Regiões vermelhas e azuis representam variações de sinais opostos. No contexto de oscilações estelares, $\ell = 0$ representa uma oscilação radial e esféricamente simétrica. Já para $\ell = 1$ a oscilação ocorre com fases opostas em hemisférios distintos, e assim por diante. Crédito: Figura 3 de Cunha (2018).

de rotação da estrela. No caso do Sol, por exemplo, onde $P_{rot} \approx 27$ dias, ela é da ordem de $0.4 \mu\text{Hz}$.

Se, quando observamos estrelas como fontes pontuais de luz, somente os modos de ℓ mais baixo podem ser observados, a Equação 1.5 deve prever razoavelmente bem a posição das frequências de oscilação, já que ela é válida no regime com $n \gg \ell$. Segundo essa equação, $\Delta\nu_0$ é a separação em frequência de modos de mesmo ℓ e valores consecutivos de n . A separação entre picos de mesmo n e valores de ℓ consecutivos, por sua vez, também seria constante e igual à metade desse valor. Finalmente, todos os modos com o mesmo valor de $n + \ell/2$ seriam degenerados, ou seja, todos os graus angulares pares e ímpares teriam a mesma frequência de $\ell = 0$ e $\ell = 1$, respectivamente. O resultado disso seria uma estrutura periódica de picos de oscilação no espectro, com espaçamento constante e igual a $\Delta\nu_0/2$.

Na prática isso não é bem verdade: na Figura 8 estão exibidos os picos de oscilação do tipo solar observados no Sol, com os índices ℓ correspondentes. É possível ver que existem alguns desvios às previsões feitas anteriormente. O mais significativo corresponde à presença dos picos em $\ell = 2$ e $\ell = 3$, que deveriam ser degenerados em $\ell = 0$ e $\ell = 1$,

segundo a Equação 1.5. Essa quebra de degenerescência dos graus angulares pode ser incorporada adicionando uma correção à Equação 1.5: $\delta\nu_{n,\ell} = \nu_{n,\ell} - \nu_{n-1,\ell+2}$. Esse termo recebe o nome de **pequena separação**. Quando lidando com espectros de outras estrelas, essa correção muitas vezes não é necessária. Mesmo na Figura 8 é possível ver que a amplitude dos modos com $\ell = 2$ e $\ell = 3$ é bem menor que com $\ell = 0$ e $\ell = 1$. A relação sinal-ruído nesse caso só é tão alta pois o monitoramento de brilho (ou velocidade radial) feito para o Sol é de altíssima qualidade. No caso de outras estrelas, a amplitude desses modos é bem mais próxima do nível do ruído.

Também observamos desvios nas posições e distâncias relativas entre modos de diferentes ℓ , o que pode ser visto com facilidade no diagrama de *echelle* da Figura 8. Se a

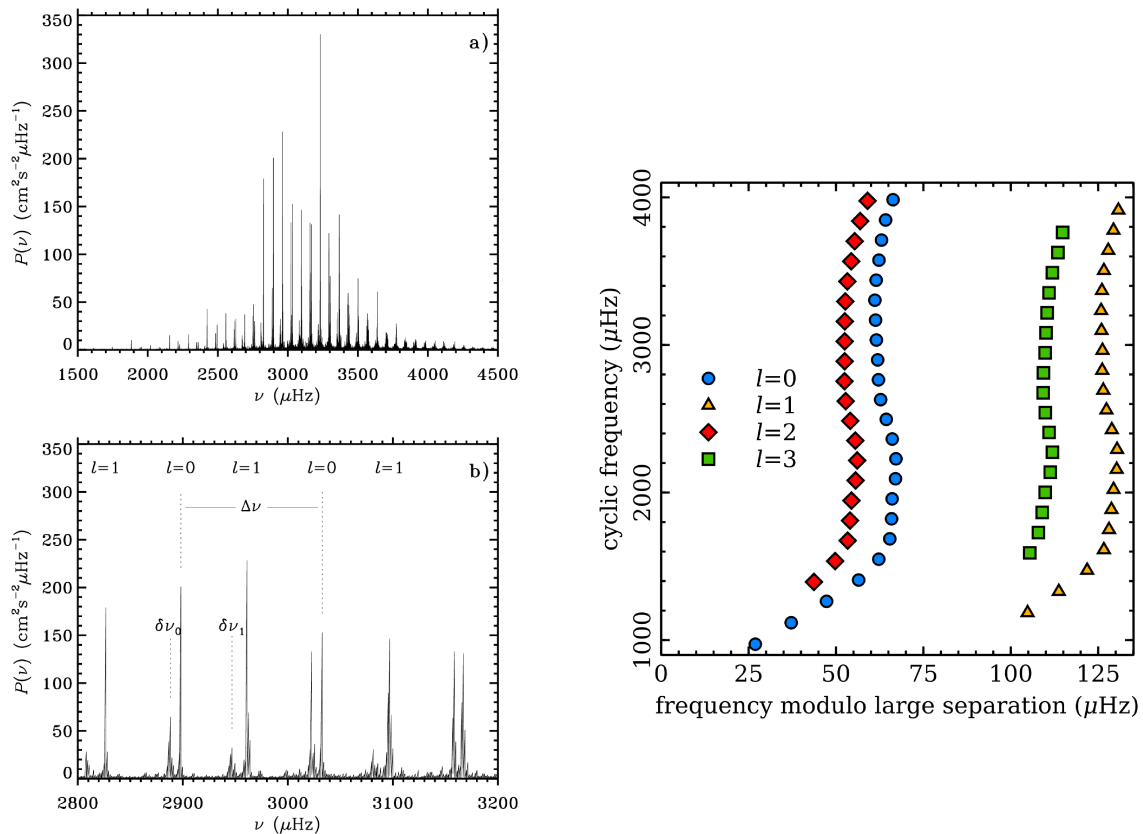


Figura 8 – Nos painéis da esquerda, as oscilações do tipo solar observadas para o Sol. No painel superior uma visão mais abrangente e no painel inferior uma visão expandida em torno de $3000\mu\text{Hz}$. Os graus angulares $\ell = 0$ e $\ell = 1$ dos picos estão indicados e os picos menores próximos desses modos correspondem a $\ell = 2$ e $\ell = 3$, respectivamente. $\Delta\nu$ e $\delta\nu$ referem-se à grande separação e à pequena separação. Crédito: Figura 1 de Christensen-Dalsgaard (2019). Na figura da direita, um diagrama de *echelle* das oscilações solares. Este diagrama é construído dividindo o espectro em segmentos de mesma largura, $\nu = y + \Delta\nu_0 \cdot x$, e registrando as frequências y e x dos picos de oscilação nos eixos vertical e o horizontal, respectivamente. Crédito: Warrickball, CC BY-SA 4.0, via *Wikimedia Commons* (https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Bison_echelle.png, acesso em 01/02/2021).

Equação 1.5 fosse exata, os pontos ficariam alinhados verticalmente no diagrama. Ainda assim, é possível notar que a partir de uma certa frequência (da ordem de $1500\mu Hz$) esses desvios tornam-se bem pequenos.

Outro parâmetro importante em um espectro de oscilações do tipo solar é a **frequência de maior potência**, denominada ν_{\max} , que corresponde à frequência do máximo do envelope gaussiano que modula a amplitude dos picos de oscilação. Como já mencionamos, essa modulação surge da maneira estocástica com a qual a convecção excita os modos acústicos. Juntas, ν_{\max} e $\Delta\nu_0$ são as **propriedades sísmicas globais** das oscilações do tipo solar. A primeira nos dá ideia da localização das oscilações no espectro, e a segunda, do espaçamento entre os seus picos.

Essas quantidades não são completamente independentes: verifica-se observacionalmente que elas estão relacionadas, ao menos aproximadamente, por uma lei de potências da forma $\Delta\nu_0 \propto \nu_{\max}^a$, com $a \approx 0.8$. Isso implica que quanto maior a frequência das oscilações, mais espaçados serão os seus picos. Usando os valores observados para o Sol ($\Delta\nu_{0,\odot} \approx 135\mu Hz$ e $\nu_{\max,\odot} \approx 3050\mu Hz$) como constantes de proporcionalidade, podemos escrever:

$$\frac{\Delta\nu_0}{\Delta\nu_{0,\odot}} = \left(\frac{\nu_{\max}}{\nu_{\max,\odot}} \right)^a \Rightarrow \Delta\nu_0^{\text{Stello}} = C \nu_{\max}^a. \quad (1.7)$$

Essa relação empírica foi proposta inicialmente por Stello et al. (2009), ajustada para uma amostra de 55 estrelas, que resultou em $C = (0.263 \pm 0.009)\mu Hz$ e $a = 0.772 \pm 0.005$ (para $\Delta\nu_0$ e ν_{\max} em μHz), com diferenças entre os valores previstos e observados para $\Delta\nu_0$ de -15% e $+10\%$ nas frequências mais baixas e 5% nas mais altas. Desde então, oscilações do tipo solar foram observadas em milhares de novas estrelas, graças especialmente ao satélite Kepler, cujas curvas de luz também permitem esse tipo de estudo. Por esse motivo é interessante verificar como essa relação continua válida para dados mais modernos.

Faremos isso usando os catálogos APOKASC, que combinam parâmetros asterossísmicos obtidos pelo KASC (*Kepler Asteroseismology Science Consortium*) a partir de curvas de luz obtidas pela missão Kepler (Borucki et al. 2010), com parâmetros espectroscópicos vindos do projeto APOGEE (*Apache Point Observatory Galactic Evolution Experiment*, Majewski et al. 2017) para a caracterização das estrelas. Empregaremos duas versões do catálogo, a primeira (APOKASC-1) contendo 415 estrelas anãs e subgigantes (Serenelli et al. 2017) e a segunda (APOKASC-2) contendo 6676 objetos mais evoluídos (Pinsonneault et al. 2018).

A Figura 9 mostra um gráfico de $\Delta\nu_0 \times \nu_{\max}$ para os dois catálogos e compara os valores medidos com os previstos pela Equação 1.7. Ela contém também um histograma da diferença relativa entre o valor observado de $\Delta\nu_0$ e o previsto por essa mesma equação, dado ν_{\max} . É possível concluir que, ao menos qualitativamente, a equação ainda descreve bem a relação entre as duas grandezas. Para oscilações de frequência mais baixa, ela tende

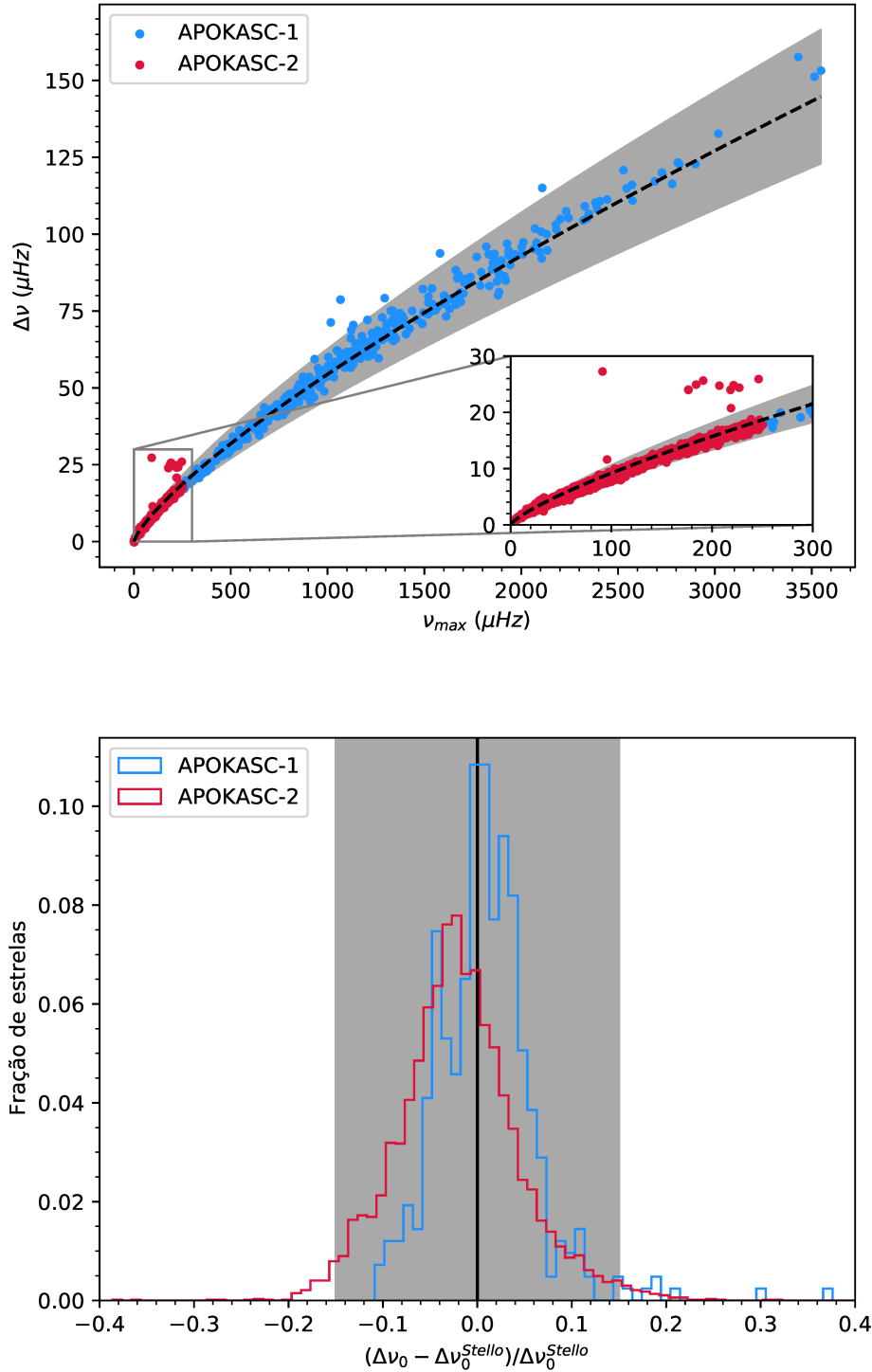


Figura 9 – Em cima, gráfico de $\Delta\nu_0 \times \nu_{\max}$ para os catálogos APOKASC. A linha tracejada corresponde à relação empírica expressa na Equação 1.7. Embaixo, histogramas da diferença relativa entre o valor observado da grande separação e o valor previsto pela Equação 1.7, que chamamos de $\Delta\nu_0^{\text{Stello}}$. Em ambas as figuras, a região cinza representa uma diferença relativa de até 15%. Para ν_{\max} as incertezas são da ordem de $0.1\mu\text{Hz}$ no APOKASC-2, e entre 10 e $150\mu\text{Hz}$ no APOKASC-1. Já para $\Delta\nu_0$ as incertezas são da ordem de $0.1\mu\text{Hz}$ no APOKASC-2 e entre 1 e $4\mu\text{Hz}$ no APOKASC-1.

a superestimar um pouco o valor da grande separação, o que é evidenciado principalmente na distribuição das diferenças relativas no APOKASC-2, que é centrada em um valor negativo. Isso já havia sido sugerido em Stello et al. (2009) ao observar uma incerteza assimétrica para frequências menores.

Em relação à dispersão, verificamos que ela é maior que a inicialmente prevista para algumas estrelas, especialmente em frequências mais baixas. Para o APOKASC-2, por exemplo, existem alguns pontos bem distantes da incerteza máxima, embora eles sejam uma fração bem pequena do total. Para o catálogo APOKASC-1, 98.8% das estrelas estão dentro do erro de 15% observado em Stello et al. (2009). Já para o APOKASC-2, esse valor é de 95.2%. Desta forma, a Equação 1.7 segue reproduzindo aproximadamente como a grande separação cresce com a frequência de maior potência, ainda que a incerteza associada possa ser considerada muito grande para algumas aplicações.

1.2.2 Caracterização estelar

As propriedades sísmicas globais estão relacionadas com parâmetros estelares por relações de proporcionalidade bem estabelecidas, obtidas através de considerações termodinâmicas gerais sobre as propriedades do interior estelar como cavidade ressonante de ondas acústicas. Usando os valores desses parâmetros para o Sol, essas proporções podem ser reescritas na forma de relações de escala.

Por exemplo, a definição de grande separação (Equação 1.6) implica que ela é inversamente proporcional ao tempo que uma onda sonora leva para viajar do centro à superfície da estrela. Isso significa que essa quantidade é proporcional à velocidade do som média no interior estelar, dividida pelo raio da estrela. Fazendo considerações termodinâmicas sobre a velocidade do som é possível mostrar então que $\Delta\nu_0$ é proporcional à raiz quadrada da densidade média da estrela $\bar{\rho}$:

$$\Delta\nu_0 \propto \sqrt{\bar{\rho}} \propto \left(\frac{M}{R^3}\right)^{1/2} \Rightarrow \frac{\Delta\nu_0}{\Delta\nu_{0,\odot}} = \left(\frac{M}{M_\odot}\right)^{1/2} \left(\frac{R}{R_\odot}\right)^{-3/2} \quad (1.8)$$

onde M e R são a massa e o raio da estrela e o índice \odot indica os valores solares de referência.

Considerações similares para a frequência de maior potência mostram que ela é proporcional à gravidade superficial g da estrela dividida pela raiz quadrada da sua temperatura efetiva T_{eff} (temperatura de um corpo negro com as mesmas dimensões da estrela que emite a mesma quantidade de energia eletromagnética):

$$\nu_{\text{max}} \propto \frac{g}{\sqrt{T_{\text{eff}}}} \propto \frac{M}{R^2\sqrt{T_{\text{eff}}}} \Rightarrow \frac{\nu_{\text{max}}}{\nu_{\text{max},\odot}} = \left(\frac{M}{M_\odot}\right) \left(\frac{R}{R_\odot}\right)^{-2} \left(\frac{T_{\text{eff}}}{T_{\text{eff},\odot}}\right)^{-1/2}. \quad (1.9)$$

Demonstrações completas dessas relações podem ser vistas em Kjeldsen & Bedding (1995). As equações 1.8 e 1.9 podem ser invertidas isolando a massa e o raio, resultando em:

$$\frac{M}{M_{\odot}} = \left(\frac{\nu_{\max}}{\nu_{\max,\odot}} \right)^3 \left(\frac{\Delta\nu_0}{\Delta\nu_{0,\odot}} \right)^{-4} \left(\frac{T_{\text{eff}}}{T_{\text{eff},\odot}} \right)^{3/2}, \quad (1.10)$$

$$\frac{R}{R_{\odot}} = \left(\frac{\nu_{\max}}{\nu_{\max,\odot}} \right) \left(\frac{\Delta\nu_0}{\Delta\nu_{0,\odot}} \right)^{-2} \left(\frac{T_{\text{eff}}}{T_{\text{eff},\odot}} \right)^{1/2}. \quad (1.11)$$

As equações 1.10 e 1.11 são uma maneira direta de se determinar a massa e o raio de uma estrela a partir das suas propriedades sísmicas globais, supondo que a sua temperatura efetiva seja conhecida. Naturalmente, sua validade depende da precisão das relações de escala expressas nas equações 1.8 e 1.9, o que é um assunto pesquisado até hoje, como mostra a Figura 10. As comparações mostram que os valores são consistentes, dentro dos limites das incertezas entre os valores medidos e aqueles determinados por meio dessas relações.

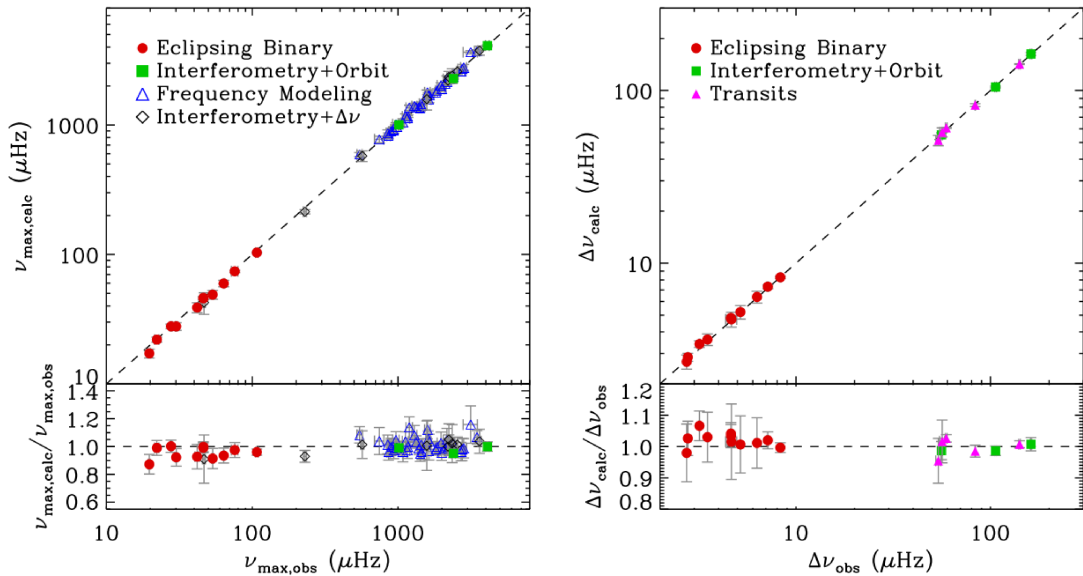


Figura 10 – À esquerda, um teste empírico da relação de escala expressa na Equação 1.9: valores medidos diretamente para ν_{\max} ($\nu_{\max,obs}$) são comparados com valores calculados a partir de massas e raios obtidos por diferentes métodos ($\nu_{\max,calc}$), indicados pela legenda do gráfico. À direita o mesmo teste para $\Delta\nu_0$ (Equação 1.8). A linha tracejada em ambos os gráficos indica a relação 1:1. As comparações mostram que os valores são consistentes, dentro dos limites de incerteza. Crédito: Figura 2 de Lundkvist et al. (2018).

1.2.3 Evolução estelar

As oscilações do tipo solar são observadas em um grupo relativamente restrito de estrelas, como pode ser concluído observando a Figura 3. Ainda assim, ele não é

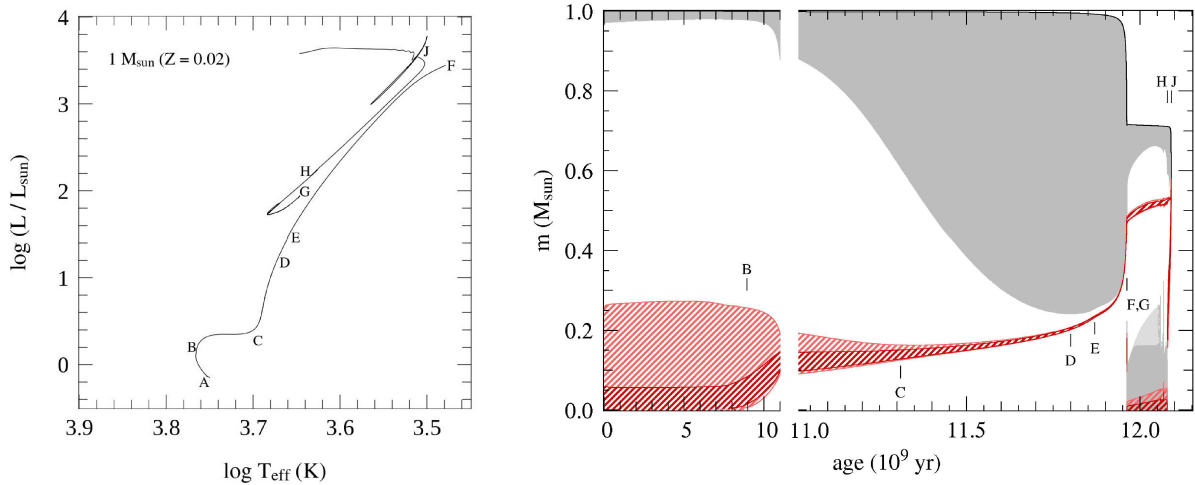


Figura 11 – À esquerda, um diagrama HR mostrando a sequência evolutiva de uma estrela de $1M_{\odot}$ e metalicidade $Z = 0.02$. À direita um diagrama de Kippenhahn descrevendo a estrutura estelar ao longo da sequência evolutiva. Áreas em cinza correspondem a zonas convectivas (e semi-convectivas em cinza claro). Áreas vermelhas correspondem a regiões de produção de energia nuclear. A taxa de produção de energia por unidade de massa é $> 5L/M$ nas regiões escuras, e $> L/M$ nas claras. As letras indicam certas etapas da evolução que estão descritos ao longo do texto. A linha preta é a massa total da estrela. Crédito: Figura 10.5 de Pols (2011).

homogêneo, sendo formado por estrelas de massas entre $1 - 3M_{\odot}$ que podem estar na sequência principal, no ramo das subgigantes, no ramo das gigantes vermelhas ou no ramo horizontal. As características de estrelas em estágios evolutivos diferentes podem variar bastante e, como mostram as Equações 1.8 e 1.10, essas variações têm efeito nas propriedades das oscilações. Portanto, é interessante discutir como as oscilações do tipo solar mudam ao longo da evolução estelar.

Antes disso, contudo, é importante conhecer as diferenças entre as etapas evolutivas mencionadas anteriormente. Para isso, faremos uma revisão conceitual sobre alguns aspectos da teoria da estrutura e evolução estelar (Kippenhahn et al. 1990), tomando como exemplo o caso específico de uma estrela com uma massa solar. A Figura 11 mostra sua evolução a partir de dois diagramas. O primeiro é um diagrama HR tradicional, onde a evolução é descrita pela sequência evolutiva da estrela, que ocorre no sentido de A a J. O segundo é um diagrama de Kippenhahn: no eixo vertical é exibida a massa parcial da estrela, que nos dá uma ideia da sua estrutura radial², e, no eixo horizontal, a idade. Juntos, estes gráficos informam sobre a evolução da estrela na superfície (que observamos diretamente) e no seu interior, respectivamente.

A **sequência principal** corresponde ao período evolutivo entre os pontos A e B da Figura 11. Ela é caracterizada pela conversão estável de hidrogênio em hélio no núcleo

² Se dividimos a estrela em cascas esféricas concêntricas, cada casca de raio r engloba uma massa parcial $m(r)$, nesse sentido, a massa parcial é essencialmente uma coordenada radial.

da estrela via cadeia p-p (para estrelas de baixa massa) ou ciclo CNO (para $M \gtrsim 1.3M_{\odot}$). A evolução nesse estágio é lenta (como pode ser visto na escala do painel da direita da Figura 11) e regida predominantemente pela diminuição na concentração de hidrogênio nas camadas internas. O reflexo na superfície da estrela é um aumento gradual do raio, da temperatura efetiva e, conseqüentemente, da luminosidade. O ponto A, que marca o início da queima estável de hidrogênio no núcleo estelar, recebe o nome de “sequência principal de idade zero” ou ZAMS (*Zero Age Main Sequence*). Já o ponto B é caracterizado pelo esgotamento no hidrogênio no centro da estrela e o início da formação de um núcleo de hélio inerte.

Do ponto de vista estrutural, verifica-se a presença do envelope convectivo na região mais externa, que produz as oscilações do tipo solar. Esse envelope é formado pela alta opacidade dessa região, causada pelas temperaturas relativamente mais baixas das camadas externas, que favorecem absorções do tipo ligado-livre e ligado-ligado. Desta forma, o transporte radiativo não é eficiente, o que cria um gradiente intenso de temperatura que leva às condições necessárias para o transporte de energia via convecção. Uma diferença importante que ocorre em estrelas com massas $\gtrsim 1.3M_{\odot}$ é que não há a formação desse envelope, mas sim de um núcleo convectivo. Isso é devido ao intenso fluxo de energia no centro dessas estrelas, pois a taxa de produção de energia via ciclo CNO tem uma dependência muito forte com a temperatura. Nesse caso, o transporte radiativo não é suficiente e novamente surgem as condições para que a convecção ocorra. Por outro lado, não há convecção nas camadas externas pois a temperatura é comparativamente alta, resultando em uma opacidade mais baixa. Sem os envelopes convectivos, essas estrelas não apresentam oscilações do tipo solar, embora possam mostrar outros tipos de oscilação estelar como mostra a Figura 3.

O estágio evolutivo seguinte corresponde ao **ramo das subgigantes** que fica entre os pontos B e C na Figura 11. Nesse estágio há uma transição suave da queima de hidrogênio no centro da estrela para uma camada externa. Sem as reações nucleares, o núcleo da estrela tende a se tornar isotérmico e começa a colapsar, devido a ausência do gradiente de temperatura que produzia o gradiente de pressão que, por sua vez, sustentava o núcleo. Na região externa à camada de queima nuclear, por outro lado, ocorre o contrário: ela expande, resultando em um aumento do raio da estrela. Esse comportamento oposto de regiões internas e externas à camada de reações nucleares recebe o nome de “princípio do espelho”. A expansão e conseqüente resfriamento das camadas externas favorece a expansão do envelope convectivo. O aumento da densidade do núcleo faz com que a pressão de degenerescência dos elétrons cresça até que a região se torne completamente degenerada, no ponto C.

A partir desse ponto começa o **ramo das gigantes vermelhas**. A pressão de degenerescência sustenta o núcleo, mas ele segue contraindo devido à acreção de massa

pela camada de queima de hidrogênio, que vai se deslocando para regiões mais externas à medida que o combustível nuclear se esgota. Como essas regiões são cada vez menos densas, a taxa de reação por unidade de massa aumenta, para manter a produção de energia necessária para sustentar a estrela. Isso aumenta a temperatura da camada e, por consequência, do núcleo, que é isotérmico. Enquanto isso, as camadas mais externas seguem expandindo e a luminosidade aumenta. O envelope convectivo também expande e, no ponto D, ele alcança uma região onde, na sequência principal, havia queima nuclear. Ocorre então um fenômeno conhecido como “dragagem”, onde a convecção mistura o material enriquecido criando uma descontinuidade na distribuição radial de elementos químicos. No ponto E a camada de queima de hidrogênio chega nessa descontinuidade encontrando uma região com mais hidrogênio, o que causa uma breve redução nas taxas de reação nuclear e na luminosidade da estrela. Esse fenômeno não pode ser visto na sequência da Figura 11 devido à escala do gráfico, mas aparece em algumas das sequências mostradas na Figura 40, do Capítulo 4 (sequências de 1, 1.25, e $1.5M_{\odot}$, próximo à $T_{eff} = 4600K$).

Nesse estágio evolutivo as camadas externas são tão frias que mesmo nas estrelas com $M \gtrsim 1.3M_{\odot}$ surge um envelope convectivo, e a estrutura torna-se similar à vista na Figura 11. Nesse caso, podemos ver oscilações do tipo solar nessas estrelas. A partir de um certo ponto, porém, a densidade das estrelas no ramo das gigantes vermelhas se torna tão pequena que não existem mais condições para a produção e propagação desse tipo de oscilação, embora existam outros, como mostra a Figura 3.

O ramo das gigantes vermelhas acaba no ponto F, quando o núcleo atinge uma temperatura alta o suficiente para que haja a ignição das reações nucleares de queima do hélio no centro. Esse fenômeno é chamado de *flash* do hélio. A queima inicialmente não é estável e cria um rearranjo na estrutura estelar. O envelope expande, tornando-se não degenerado e, pelo princípio do espelho, as camadas externas contraem. A evolução prossegue no ponto G, onde há queima estável de hélio no núcleo da estrela e de hidrogênio na camada. Esse estágio vai até o ponto H, no qual o hélio no núcleo se esgota, e recebe o nome de **ramo horizontal**. Há pouca evolução na superfície nesse período, mas as condições voltam a ser adequadas para a produção de oscilações do tipo solar. O nome “ramo horizontal” decorre dessa etapa apresentar uma luminosidade aproximadamente constante em estrelas de baixa massa, como pode ser visto na Figura 40, nas sequências com menos de $2M_{\odot}$. Isso ocorre pois a principal contribuição para a luminosidade dessas estrelas vem da queima de hélio, e o *flash* do hélio nessas estrelas ocorre para uma massa do núcleo aproximadamente constante ($\approx 0.45M_{\odot}$). Existe ainda uma sub-região do ramo horizontal chamada de **red clump** (“agrupamento vermelho”) que ocorre para estrelas de metalicidade solar, cujas propriedades do envelope externo também são parecidas e, portanto, se acumulam em uma região de mesma temperatura efetiva ($T_{eff} \approx 5000K$).

A partir daí a evolução segue para o ramo assintótico das gigantes (entre H e J)

e, finalmente, para a formação de uma anã branca. Essas regiões também não têm as condições necessárias para a formação de oscilações do tipo solar, embora novamente existam outros tipos de oscilações que podem ser estudados nessas estrelas (ver Figura 3).

Na discussão anterior vimos diversas instâncias em que o estágio evolutivo da estrela cria ou não condições para a presença de oscilações do tipo solar (e até outros tipos de oscilação). Observamos também que há uma tendência quase constante de expansão da estrela, que se torna cada vez menos densa. Há uma exceção importante durante o *flash* do hélio, mas nesse caso a estrela já estava fora da região de observação das oscilações do tipo solar e essa contração permite que voltemos a observá-las. Como mostra a Equação 1.8, $\Delta\nu_0$ é proporcional à densidade média da estrela e, conseqüentemente, a grande separação deve ser menor em objetos mais evoluídos. Combinando isso com a Equação 1.7, que mostra que ν_{\max} aumenta conforme $\Delta\nu_0$ aumenta, vemos que o mesmo deve ocorrer com a frequência de maior potência. Assim, objetos mais evoluídos têm oscilações com picos menos espaçados e ocorrendo em frequências menores. Isso pode ser visto na prática, usando os catálogos APOKASC-1 e APOKASC-2. A Figura 12 apresenta o diagrama HR das estrelas desses catálogos, onde é visível a redução de ν_{\max} conforme avançamos para regiões cada vez mais evoluídas.

Um outro exemplo pode ser visto na Figura 13 onde selecionamos três estrelas com massas semelhantes, mas raios distintos. Nela também fica claro que, quanto mais evoluída a estrela (o que nesse caso pode ser avaliado pelo quão grande é o seu raio, pois elas tem essencialmente a mesma massa), menor a frequência das oscilações e o espaçamento dos seus modos de oscilação. Outro detalhe que é possível notar nessa figura 13 é que a amplitude das oscilações é maior para os objetos mais evoluídos. Esse comportamento de fato é mais geral e é previsto pela relação de proporcionalidade (Chaplin et al. 2011):

$$A_{\max} \propto R^2 T_{\text{eff}}^{1/2} \quad (1.12)$$

onde A_{\max} é a amplitude máxima dos modos radiais ($\ell = 0$). A forte dependência dessa quantidade com o raio faz com que a amplitude aumente conforme avançamos da sequência principal ao ramo das gigantes vermelhas (mesmo considerando a redução na temperatura efetiva).

Essa diferença de amplitudes tem efeitos práticos na detectabilidade das oscilações, como ilustraremos a seguir. O catálogo APOKASC-1 possui um parâmetro chamado **razão altura-fundo**, ou HBR (*Height-to-Background Ratio*), definida como a razão entre o excesso de potência do pico em ν_{\max} e a contribuição do “fundo” nessa mesma frequência, isto é, de tudo o que não vem das oscilações (Mosser et al. 2012). Na prática a HBR é uma medida da relação sinal-ruído pois, quanto maior o seu valor, mais destacados estão os picos no espectro. A Figura 14 mostra como essa quantidade varia de acordo com ν_{\max} para as estrelas desse catálogo, vemos que há uma tendência geral de redução do valor da HBR conforme ν_{\max} aumenta. Isso é uma consequência da redução da amplitude dos picos.

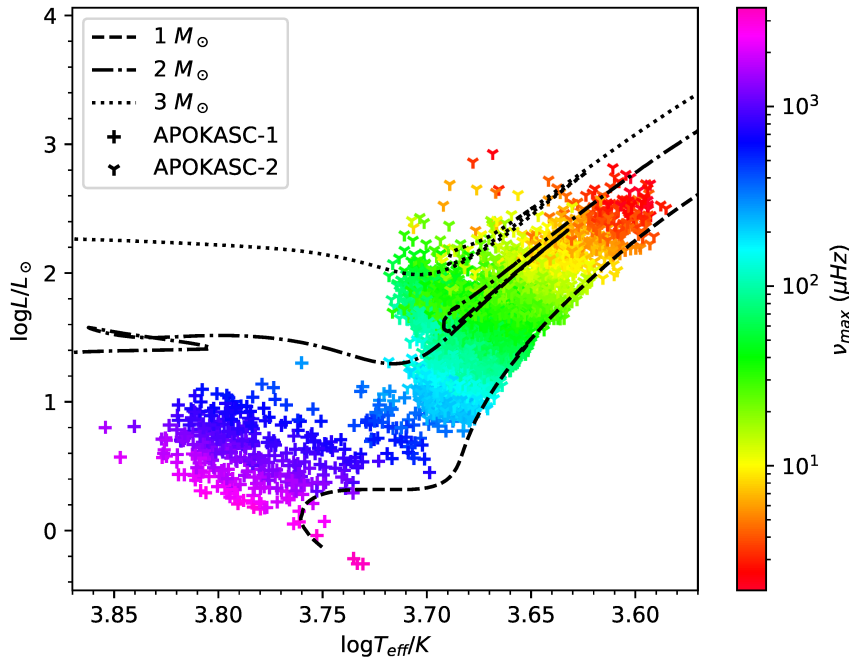


Figura 12 – Diagrama HR usando os catálogos APOKASC-1 e APOKASC-2. As luminosidades foram calculadas a partir da Lei de Stefan-Boltzmann usando a temperatura efetiva, obtida espectroscopicamente, e o raio obtido da análise asterossísmica. As cores indicam o valor medido para ν_{max} . As linhas pretas correspondem a seqüências evolutivas calculadas pelo PARSEC³ (*PAdova and TRieste Stellar Evolution Code*, Bressan et al. 2012). Cada linha corresponde a uma seqüência de massa diferente (1 , 2 e $3M_{\odot}$), mas com mesma composição inicial, $Y = 0.284$ e $Z = 0.02$.

Assim, oscilações de menor frequência ($\nu_{\text{max}} \lesssim 500\mu\text{Hz}$) são, em geral, mais fáceis de se detectar do que as de maior frequência.

Por fim, uma consequência interessante das oscilações em gigantes vermelhas é que todos os seus modos não radiais ($\ell > 1$) são mistos (Christensen-Dalsgaard et al. 2020), isto é, eles não se comportam como modos p puros (ver Figura 5). Isso é explicado pela extensão da zona convectiva dessas estrelas, que se torna bem maior nessa fase evolutiva. Dessa forma, a região de atenuação dos modos gravitacionais é menor, permitindo que eles interajam com modos acústicos nas camadas externas. A Equação 1.5 ainda reproduz bem o comportamento dos modos $\nu_{n,0}$ dessas estrelas, mas, para os demais, podem surgir desvios. Entre os modos mistos dominados pelo comportamento acústico (chamados modos p - m), a aproximação ainda segue prevendo suas frequências, mas, nesse caso, o índice n refere-se apenas aos nós da parte acústica. Por outro lado, nos modos dominados pelo comportamento gravitacional (modos g - m), suas frequências serão estimadas por outra relação, típica para modos g (Tassoul 1980).

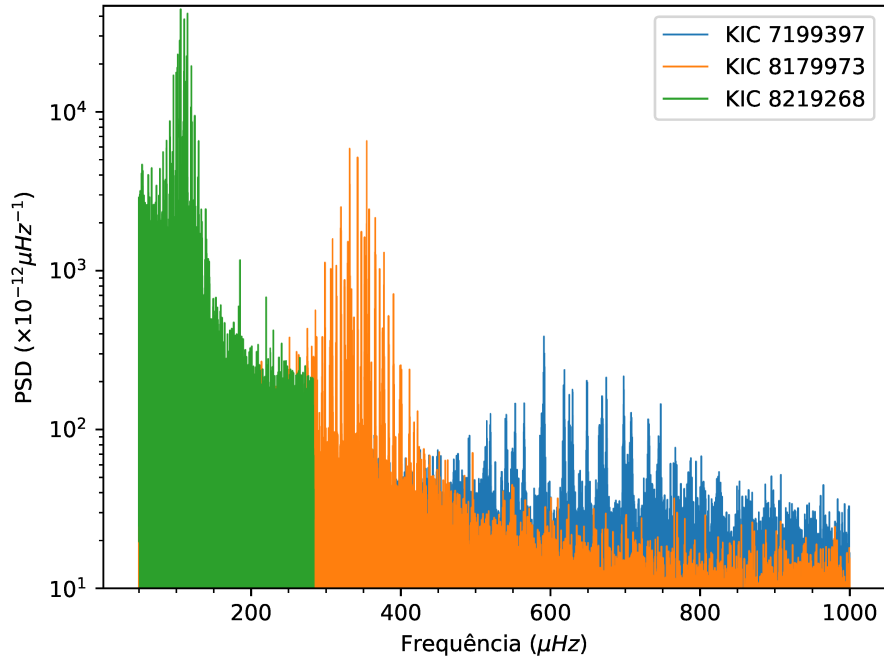


Figura 13 – Espectros de três estrelas observadas pelo Kepler, obtidos através da plataforma KASOC. As propriedades desses objetos são (Huber et al. 2013):

KIC	$\Delta\nu_0$ (μHz)	ν_{\max} (μHz)	M (M_{\odot})	R (R_{\odot})
7199397	38.63 ± 0.68	643 ± 17	1.330 ± 0.069	2.527 ± 0.059
8179973	22.93 ± 0.13	341.8 ± 6.4	1.327 ± 0.094	3.585 ± 0.090
8219268	9.39 ± 0.22	108.9 ± 3.0	1.344 ± 0.169	6.528 ± 0.352

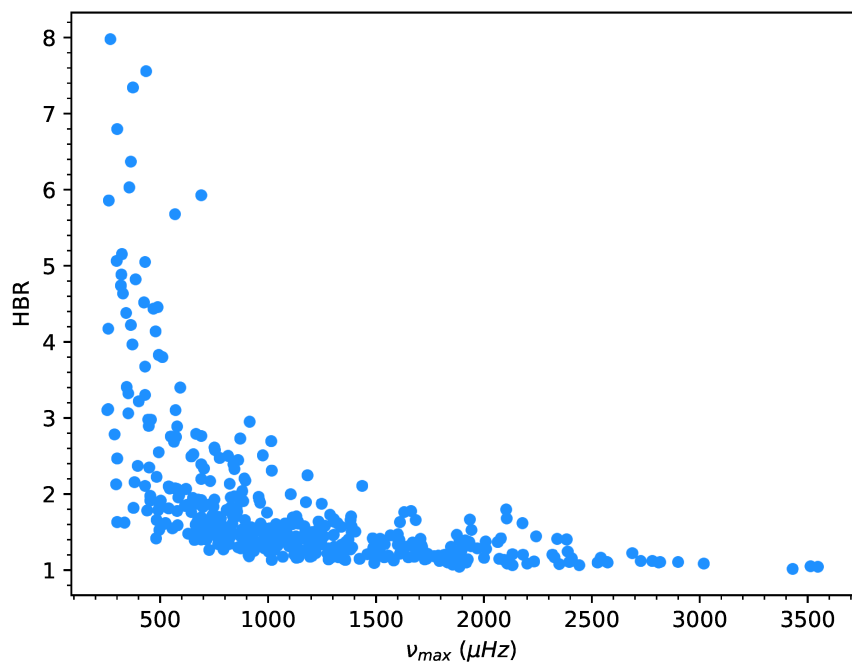


Figura 14 – HBR em função de ν_{\max} para as estrelas do catálogo APOKASC-1.

1.3 A missão TESS

Tanto o estudo de oscilações estelares quanto o de exoplanetas (e as sinergias entre ambos) avançaram muito nos últimos anos graças a observatórios espaciais dedicados ao monitoramento do brilho de estrelas com alta precisão e cadência. Mencionamos nessa introdução, em diversos momentos, os dados do satélite Kepler. Esse satélite foi lançado em 7 de março de 2009 para uma missão de mesmo nome (Borucki et al. 2010), na qual observou uma região fixa do céu próxima à constelação de Cygnus (Cisne). O satélite consistia de um telescópio Schmidt com abertura $0.95m$ e campo de visão de $105deg^2$, conectado a um fotômetro formado por 42 CCDs, lidos a cada 6.5 segundos para evitar saturação. Os dados eram então integrados para produzir curvas de luz de 1 minuto (para alvos pré-selecionados) ou 30 minutos. O ruído fotométrico típico era de 30 partes por milhão (para 6.5 horas de integração) para estrelas de magnitude em torno de 12, considerando uma banda própria K_P , entre 420 e $900nm$, aproximadamente uma combinação das bandas R e V de Johnson-Cousins (Gilliland et al. 2011, 2015).

A missão durou aproximadamente quatro anos, quando precisou ser interrompida após um problema no controle de posicionamento do satélite, que o impedia de manter um apontamento fixo. Uma nova missão, de nome K2 (Howell et al. 2014), foi então iniciada, na qual o satélite usou o remanescente de seu sistema de posicionamento para observar várias regiões da esfera celeste, por aproximadamente 80 dias cada. Finalmente, em 2018 as atividades do satélite foram encerradas, devido à falta de combustível.

A base de dados produzida pelo satélite Kepler permitiu a detecção de quase 3000 exoplanetas, como mencionamos anteriormente, e também possibilitou o estudo de oscilações do tipo solar em milhares de estrelas como evidenciado nos catálogos APOKASC-1 e 2. Suas curvas de luz são objeto de pesquisa até hoje, e, devido ao enorme sucesso das missões, um novo satélite, com propósito similar, foi lançado em 18 de abril de 2018. Trata-se do satélite **TESS** (*Transiting Exoplanet Survey Satellite*), enviado em uma missão homônima para monitorar o brilho de centenas de milhares de estrelas com o propósito de descobrir novos exoplanetas. As curvas de luz produzidas pela missão também oferecem uma oportunidade única de se encontrar e estudar oscilações do tipo solar em novas estrelas e, por esse motivo, serão empregadas neste trabalho. Nesta seção, descrevemos alguns detalhes específicos da missão e de seus dados.

1.3.1 Detalhes da missão

A missão TESS tem uma abordagem diferente das suas antecessoras. Primeiramente, ela aposta na observação de alvos 10 a 100 vezes mais brilhantes, para facilitar observações futuras por observatórios espaciais ou terrestres. Além disso, ela cobre uma área 400 vezes maior que a observada pela missão Kepler, correspondente a quase toda a esfera celeste.

Para isso, ao invés de manter seu apontamento fixo por um longo período de tempo, diferentes regiões são observadas por intervalos mais curtos.

O satélite possui quatro câmeras equipadas, cada uma, com 4 CCDs. As câmeras têm lentes de 10.5cm de diâmetro, campo de visão de 24deg^2 e estão posicionadas de forma a produzir um campo de visão total de $24^\circ \times 96^\circ$, o que permite dividir a esfera celeste em 26 regiões de mesmo tamanho, chamadas setores observacionais. Cada hemisfério possui 13 setores que excluem o plano da eclíptica e se interceptam conforme se aproximam dos polos. Cada setor é observado por dois períodos orbitais do satélite, o que corresponde a aproximadamente 27.4 dias. Após esse tempo, o satélite desloca o apontamento para o próximo setor. Mais detalhes sobre o satélite são dados na Figura 15. Entre 2018 e 2020 todos os 26 setores foram observados (tempo da missão nominal), e, atualmente, o satélite está reobservando cada um deles (missão estendida).

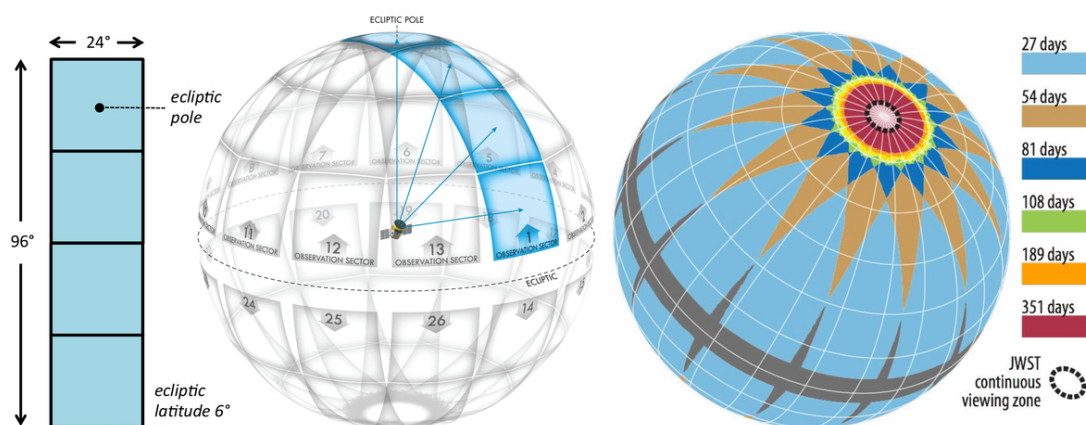


Figura 15 – À esquerda, as dimensões angulares de um setor do satélite TESS, com cada quadrado correspondendo à região observada por uma das câmeras. Ao centro, a posição dos 26 setores na esfera celeste. À direita, o período de observações contínuas de cada região da esfera celeste, levando em conta a interseção entre os setores. A linha pontilhada delimita a região que poderá ser observada pelo Telescópio Espacial James Webb. Crédito: Figura 7 de Ricker et al. (2014).

O monitoramento do brilho é feito com observações fotométricas periódicas. Os CCDs são lidos a cada 2 segundos (para evitar saturação) e os dados são integrados para produzir curvas de luz de cadência de 30 minutos ou 2 minutos. Esta última é feita para alvos pré-selecionados, que oferecem chances altas de detecção de trânsitos de exoplanetas (Stassun et al. 2018). Os dados são enviados à Terra uma vez por período orbital, quando o satélite se aproxima do perigeu. Durante esse intervalo, cuja duração é de 4 a 16 horas, a antena do TESS é apontada para a Terra e, por isso, a coleta de dados é interrompida.

Os dados são tornados públicos a cada quatro meses e podem ser encontrados no *Barbara A. Mikulski Archive for Space Telescopes*⁴ (MAST). Estão disponíveis tanto o

⁴ Disponível em: <https://mast.stsci.edu/portal/Mashup/Clients/Mast/Portal.html>.

fluxo original vindo da fotometria de abertura, quanto uma versão corrigida de alguns erros instrumentais, chamada de **fluxo PDCSAP** (*Pre-Search Data Conditioned Sample Aperture Photometry*).

A fotometria é feita usando um filtro próprio que vai de 600 nm à 1000nm centrado no filtro I_c de Johnson-Cousins, e cuja resposta espectral pode ser vista na Figura 16. Já a a precisão fotométrica é estimada em $200ppm$ para estrelas com $I_c \approx 10$ (Sullivan et al. 2015). Um detalhamento das diferentes fontes de ruído pode ser visto na Figura 17. Para as estrelas mais brilhantes, a precisão fotométrica é essencialmente definida pelo ruído sistemático assumido do satélite, que vem principalmente das variações aleatórias em seu apontamento (*jitter*). Como os *pixels* dos CCDs têm sensibilidade variável, a movimentação das imagens nos detectores leva a mudanças no brilho medido. Para objetos menos brilhantes, outras fontes de ruído começam a se tornar mais importantes.

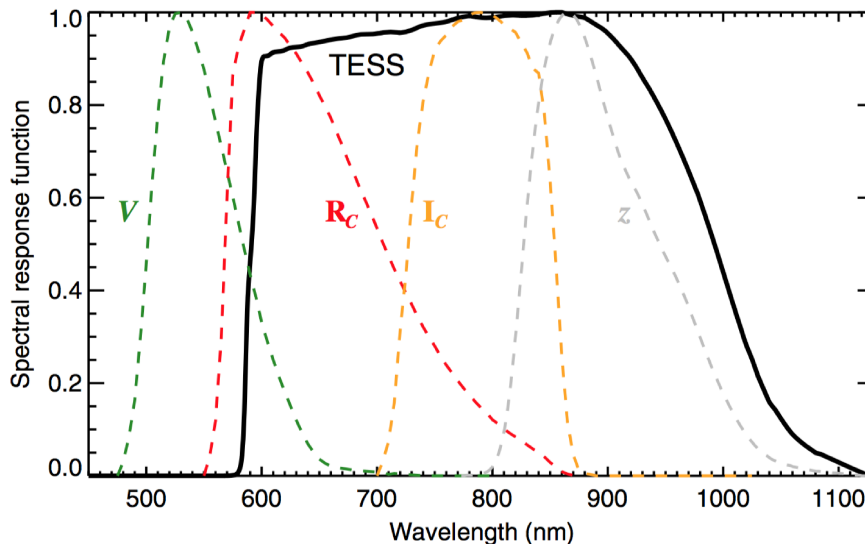


Figura 16 – Resposta espectral do filtro usado pelo satélite TESS comparada com a de outros filtros, especificamente os filtros V , R_C e I_C de Johnson-Cousins e o filtro z da *Sloan Digital Sky Survey*. Crédito: Figura 1 de Ricker et al. (2014).

1.3.2 Potencial asterossísmico e detectabilidade de oscilações

A missão TESS tem um grande potencial para detectar oscilações do tipo solar em estrelas com exoplanetas. Campante et al. (2016) estimou que a missão encontraria até três vezes mais osciladores do tipo solar em estrelas hospedeiras de planetas do que o satélite Kepler. Considerando apenas hospedeiras conhecidas (ignorando novas detecções de exoplanetas), os autores estimaram que oscilações do tipo solar seriam encontradas em mais de 100 anãs e gigantes vermelhas observadas pelo TESS na cadência de dois minutos.

Para fazer essas estimativas, os autores consideraram a amplitude estimada dos picos de oscilação da estrela, comparada a outras contribuições que poderiam mascarar as

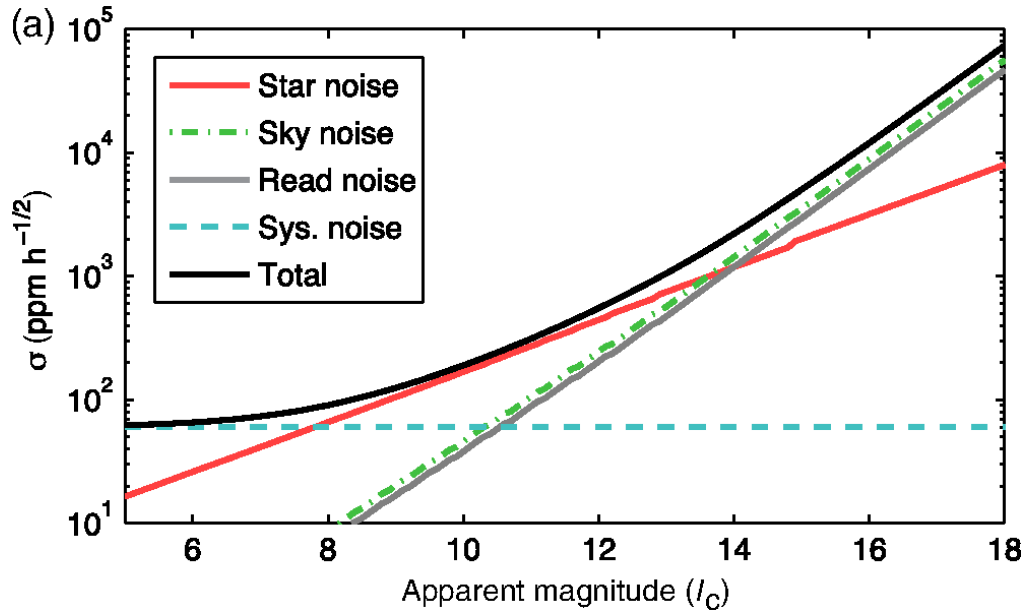


Figura 17 – Desempenho fotométrico (em unidades de parte por milhão por hora^{1/2}) estimado para o satélite TESS em função da magnitude I_C do objeto observado. Para uma estrela com uma dada magnitude I_C , um sinal menor que a linha preta estaria abaixo no nível do ruído. Diferentes contribuições são consideradas: *star noise* refere-se ao ruído aleatório da emissão da estrela de interesse, *sky noise* ao ruído da emissão de outras fontes (luz zodiacal e estrelas não resolvidas). Já *read noise* vem do detector. Finalmente, *sys. noise* refere-se ao ruído sistemático do satélite, comentado no texto. Crédito: Figura 8(a) de Ricker et al. (2014).

oscilações, como a granulação e a própria precisão fotométrica do satélite (estimada na Figura 17). Com base nisso, é possível calcular qual o brilho aparente mínimo que a estrela deve ter para que suas oscilações tenham amplitude acima do nível do ruído e possam ser detectadas. A Figura 18 mostra essa análise considerando quatro cenários, variando a presença de ruído sistemático (σ_{sys}) vindo da fotometria e o número de setores observados. Em relação ao ruído, os autores testaram o caso ideal com ruído sistemático nulo, $\sigma_{sys} = 0$ e um caso considerado extremo com $\sigma_{sys} = 60 ppm \cdot h^{1/2}$, valor também assumido por Ricker et al. (2014). Já em relação ao número de setores, os autores supõem 27 ou 371 dias de observações contínuas, o que corresponde aproximadamente a uma estrela observada em apenas um setor ou em 13 setores, que é o máximo possível (ver Figura 15).

Nota-se que em todos os casos a magnitude aparente máxima aumenta consideravelmente conforme seguimos as sequências evolutivas, com a diferença entre uma estrela na sequência principal e no ramo das gigantes vermelhas chegando a 9 magnitudes. Como o esperado, a detectabilidade aumenta na ausência de ruído sistemático e quando mais setores são observados. No entanto, chama a atenção que o impacto desses fatores é muito maior na sequência principal.

Para essas estrelas, mesmo no caso ideal onde não há ruído sistemático, o brilho

aparente mínimo para que suas oscilações sejam detectadas precisa ser consideravelmente maior que o de uma estrela de mesma massa no ramo das gigantes. Mais do que isso, a presença de ruído sistemático impediria a detecção de oscilações nessa região, exceto em casos muito específicos para estrelas mais massivas, próximas ao ramo das subgigantes e observadas em séries temporais de 361 dias.

Por outro lado, para estrelas no ramo das gigantes vermelhas, as alterações são de apenas algumas ordens na magnitude aparente máxima. Essa maior detectabilidade é atribuída à maior amplitude das oscilações encontradas nesses objetos, conforme mostrado pela Equação 1.12. Mesmo que essas estrelas tenham brilhos aparentes relativamente pequenos, as oscilações ainda terão amplitude suficiente para serem detectadas pelo satélite TESS.

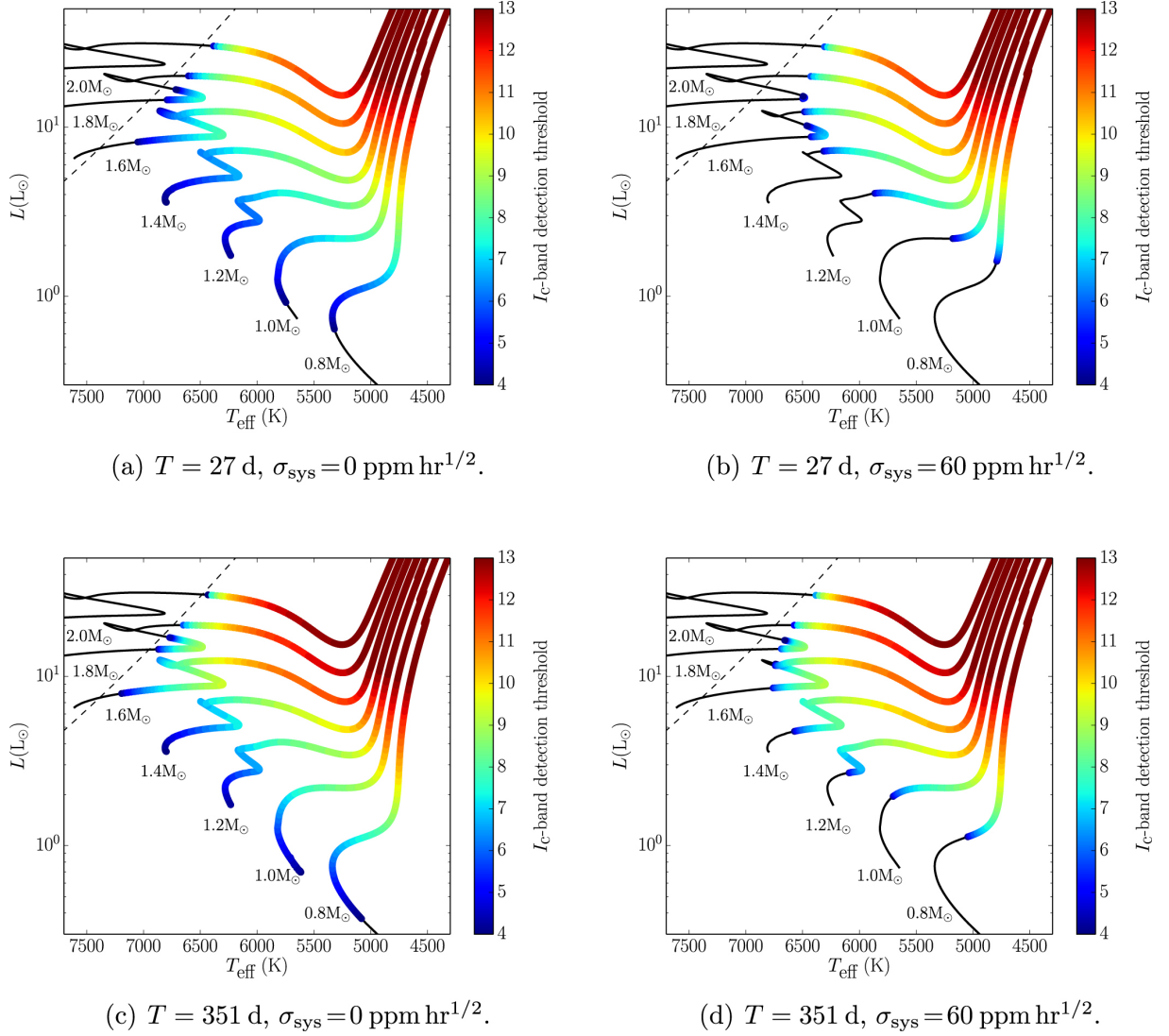


Figura 18 – Diagrama HR com seqüências evolutivas com calibração solar de estrelas de diferentes massas. As cores mostram a magnitude máxima necessária, na banda I_C , que uma estrela naquela posição precisa ter para que suas oscilações do tipo solar possam ser detectadas em uma curva de luz do satélite TESS com cadência de 2 minutos. Quatro cenários são propostos, variando a presença ou não de ruído sistemático nos dados (σ_{sys}) e o número de setores observados (um ou 13). Regiões das seqüências evolutivas onde não há cor (linhas pretas) não são detectáveis. A linha pontilhada representa o limite vermelho da faixa de instabilidade das δ -Scuti (ver Figura 3). Crédito: Figura 5 de Campante et al. (2016).

1.4 Objetivos

O objetivo desse trabalho é desenvolver uma metodologia completa de caracterização asterossísmica de osciladores do tipo solar e aplicá-la a estrelas com exoplanetas observadas pelo TESS. Os dados do TESS foram escolhidos pois fornecem de forma inédita curvas de luz de alta cadência e precisão fotométrica para centenas de milhares de estrelas. Para fazer isso, a análise é dividida em três etapas.

A primeira, descrita no Capítulo 2, consiste em encontrar osciladores do tipo solar em estrelas com exoplanetas conhecidos e observadas pelo TESS na cadência de dois minutos. Isso é feito inspecionando visualmente o espectro das curvas de luz, buscando pelo padrão típico das oscilações do tipo solar mostrado nas Figuras 6 e 13. Encontramos 12 estrelas com oscilações do tipo solar com boa relação sinal-ruído, das quais nove ainda não tiveram suas oscilações estudadas na literatura científica.

A segunda etapa é caracterizar de forma criteriosa as oscilações do tipo solar dessas estrelas, medindo suas propriedades sísmicas globais. Para a grande separação adaptamos dois métodos independentes e bem estabelecidos na literatura da área, propondo algumas modificações. Para a frequência de maior potência, usamos uma metodologia também já consolidada. Os respectivos procedimentos e seus resultados estão detalhados no Capítulo 3.

Finalmente, a terceira etapa é usar os resultados anteriores para caracterizar as estrelas, conforme descrito no Capítulo 4. A ideia é comparar as propriedades sísmicas medidas anteriormente, complementadas por outros parâmetros observacionais, a uma grade de modelos de evolução estelar. Ao final, esse procedimento nos permite determinar massas, raios e idades das estrelas com boa precisão. Identificamos dez estrelas como parte do ramo das gigantes vermelhas, sendo uma delas mais evoluída que as demais. As duas restantes estão no *red clump* do ramo horizontal. Todos os parâmetros determinados nessa etapa são relevantes para o estudo dos planetas que orbitam essas estrelas e a metodologia desenvolvida nesse trabalho tem potencial para ser aplicada para novos osciladores no futuro.

2 Busca por estrelas com oscilações do tipo solar

A primeira etapa deste trabalho é encontrar, entre as estrelas com exoplanetas conhecidos e que foram observadas pelo TESS, aquelas que apresentam oscilações do tipo solar. Para isso, analisamos todas as curvas de luz do TESS com cadência de 2 minutos disponíveis no MAST das estrelas com exoplanetas confirmados, segundo o *Exoplanet Archive*¹. No total, isso corresponde a 961 curvas de luz de 584 estrelas. Nesse capítulo discutiremos o processo de busca por osciladores entre elas.

Entre as estrelas citadas existem diferentes tipos espectrais, alguns para os quais não se espera encontrar oscilações do tipo solar. Ainda assim, como no *Exoplanet Archive* essa informação não estava disponível para todas as estrelas, optamos por analisá-las indiscriminadamente. Consultando os valores de temperatura efetiva fornecidos pela própria fotometria do TESS, observamos que 85% das estrelas analisadas têm temperaturas efetivas entre $3.60 \leq \log T_{\text{eff}} \leq 3.85$, que é o intervalo onde oscilações do tipo solar são observadas (ver Figura 12). De toda forma, como os 15% restantes representam um número relativamente pequeno de estrelas, as incluímos na metodologia de busca que descreveremos neste capítulo.

2.1 Obtenção dos espectros a partir das curvas de luz

Para procurar e analisar as oscilações, é necessário antes calcular o espectro das séries temporais observadas. Nessa seção descrevemos como isso foi feito para as estrelas mencionadas anteriormente.

2.1.1 Cálculo e tratamento do fluxo relativo

Cada curva de luz disponível refere-se a uma estrela e a um setor específico. O fato de termos 377 curvas de luz a mais que estrelas indica que algumas delas foram observadas em mais de um setor. As curvas de luz são séries temporais de aproximadamente 27.4 dias com uma cadência de 2 minutos, contendo o fluxo tratado da estrela em função do tempo que, como mencionamos na Seção 1.3, é o valor medido na fotometria de abertura corrigido de erros instrumentais. A Figura 19 mostra esse fluxo para uma das estrelas cujos dados analisamos, a TIC 198079199. Ela contém seis curvas de luz de seis setores distintos (2, 3, 4, 5, 8 e 12) e mostra ainda a câmera e o CCD do TESS que fez a fotometria da estrela.

¹ Em março de 2020.

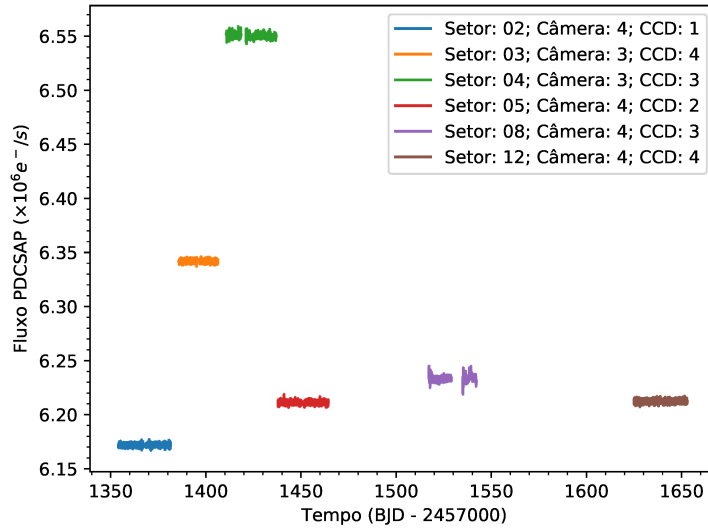


Figura 19 – Fluxo PDCSAP em função do tempo da estrela TIC 198079199.

O valor absoluto do fluxo é aproximadamente constante em cada setor, mas varia consideravelmente entre um e outro. Isso é explicado pela reorientação do satélite entre setores, que faz com que a mesma estrela incida em *pixels* distintos de um certo CCD ou até em outro CCD, com sensibilidade diferente (Lund et al. 2016). Por exemplo, no setor 2 a TIC 198079199 foi observada pelo CCD 1 da câmera 2, já no setor seguinte ela foi observada pelo CCD 3 da câmera 4, e assim por diante. Para corrigir essas diferenças, substituímos o fluxo absoluto $F(t)$ de cada setor pelo fluxo relativo $f(t)$, definido como:

$$f(t) = \frac{F(t)}{\text{mediana}[F(t)]} - 1. \quad (2.1)$$

Usamos a mediana, e não a média, por ela ser mais robusta a valores anômalos, isto é, pontos muito desviados do valor central. A Figura 20 mostra o fluxo relativo em função do tempo para a TIC 198079199. Nela é possível ver que o brilho dessa estrela oscila com amplitude da ordem de 0.05%, o que corresponde a um valor dez vezes maior que o erro observacional associado ao fluxo. Uma outra vantagem de se usar o fluxo relativo é que, por oscilar em torno de zero, ele não introduz um sinal extra no espectro.

Antes que possamos de fato analisar os espectros dessas séries temporais, existem algumas correções que podem ser aplicadas para melhorar a qualidade dos dados. Especificamente, nos referimos à remoção de pontos anômalos e de possíveis variações de longo período, com durações muito maiores que as típicas para oscilações do tipo solar (de no máximo algumas horas). Essas correções não são feitas no cálculo do fluxo PDCSAP pois podem acabar mascarando fenômenos interessantes para outros tipos de estudo, como o de *flares* estelares, que precisam dos pontos anômalos.

A Figura 21 mostra novamente a curva de luz da TIC 198079199 em termos do fluxo relativo, destacando os fenômenos que mencionamos anteriormente. Os pontos anômalos,

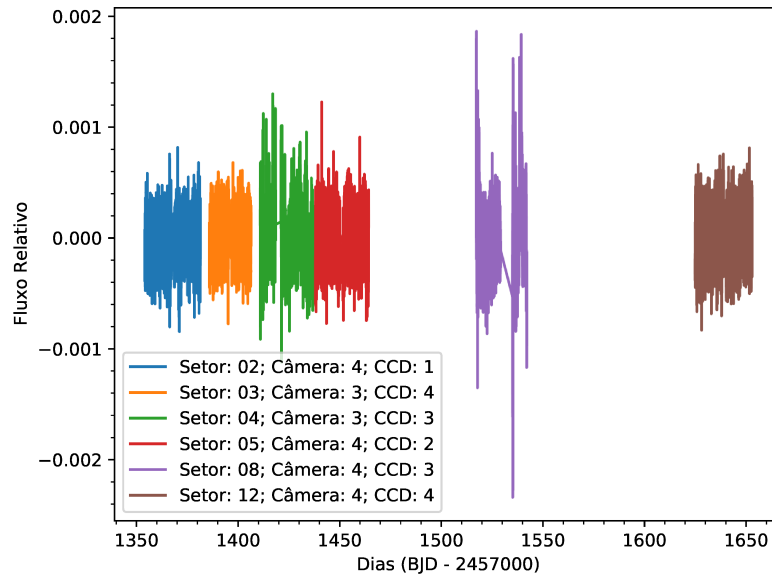


Figura 20 – Fluxo relativo em função do tempo da estrela TIC 198079199.

marcados com um x , são definidos como todos os pontos onde o fluxo relativo é maior que 3 vezes o desvio padrão do setor, $f(t) > 3\sigma[f(t)]$. Já as variações de longo período, mostradas pelas linhas, são calculadas ajustando um polinômio de primeiro grau aos dados do setor, desconsiderando os pontos anômalos. Vemos que todos os setores apresentam pontos anômalos, enquanto somente o setor 8 mostra uma tendência apreciável de crescimento do fluxo relativo em função do tempo. No caso específico desse setor isso pode ser explicado por uma anomalia registrada no CCD 3 da Câmera 4². De toda forma, esses fenômenos não são relevantes para o estudo de oscilações do tipo solar e portanto corrigi-los remove sinais indesejados do espectro.

A correção é feita simplesmente removendo os pontos anômalos da série temporal e, em seguida, ajustando e subtraindo uma reta aos dados para remover as variações de longo prazo. Nos casos onde não há uma variação apreciável, estamos simplesmente subtraindo mais uma vez o valor central dos dados. A versão final, corrigida, da curva de luz da TIC 198079199 pode ser vista no primeiro painel da Figura 22, que discutiremos mais a frente. A mesma correção é aplicada para todas as 961 curvas de luz analisadas.

2.1.2 Cálculo do espectro

De posse das curvas de luz corrigidas, partimos para o cálculo dos espectros. A ferramenta que empregaremos para isso é o **periodograma de Lomb-Scargle**, próprio para lidar com séries temporais discretas. Nele, o espectro de potência $P(\nu)$ da curva de

² Informações sobre os dados de cada setor, incluindo uma lista de anomalias podem ser encontradas em: https://archive.stsci.edu/tess/tess_drn.html

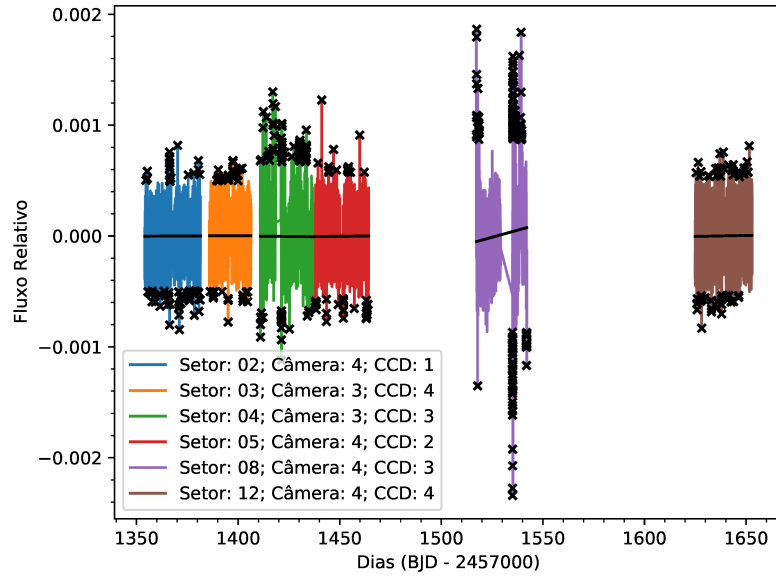


Figura 21 – Fluxo relativo em função do tempo da estrela TIC 198079199. O símbolo “x” representa pontos cujo valor absoluto é três vezes maior que o desvio padrão do setor e as retas são um ajuste linear dos dados do setor, desconsiderando os pontos anteriores.

luz é definido como:

$$\begin{aligned}
 P(\nu) = & \frac{1}{2} \left(\sum_i f_i \cos(2\pi\nu[t_i - \tau(\nu)]) \right)^2 / \sum_n \cos^2(2\pi\nu[t_i - \tau(\nu)]) \\
 & + \frac{1}{2} \left(\sum_i f_i \sin(2\pi\nu[t_i - \tau(\nu)]) \right)^2 / \sum_n \sin^2(2\pi\nu[t_i - \tau(\nu)]).
 \end{aligned} \tag{2.2}$$

Aqui, f_i é o fluxo relativo corrigido do i -ésimo ponto da série temporal, correspondente ao instante t_i . Adotaremos o índice i daqui para frente para reforçar que estamos lidando com pontos discretos. Já $\tau(\nu)$ é dado por:

$$\tau(\nu) = \frac{1}{4\pi\nu} \arctan \left(\frac{\sum_i \sin(4\pi\nu t_i)}{\sum_i \cos(4\pi\nu t_i)} \right). \tag{2.3}$$

Uma descrição completa da teoria do periodograma de Lomb-Scargle pode ser vista em VanderPlas (2018). Na prática faremos os cálculos usando o comando `LombScargle` da biblioteca `astropy` (VanderPlas et al. 2012; VanderPlas & Ivezić 2015), que recebe a série temporal discreta $\{t_i, f_i\}$ e produz um espectro também discreto $\{\nu_j, P_j\}$ calculado pela equação 2.2.

Os limites de um espectro são definidos pelas propriedades da série temporal. A frequência mínima está relacionada ao tamanho da série, pois não é possível medir períodos maiores que a duração dos dados. Já a frequência máxima está relacionada à cadência dos dados, pois não é possível medir períodos menores que metade da taxa de amostragem. Assim, uma série temporal finita (de duração T) e discreta (de cadência Δt) terá um

espectro com frequências ν restritas entre $1/T \leq \nu \leq 1/(2\Delta t)$. O tamanho finito da série temporal também tem um impacto na resolução do espectro, que é $\Delta f = 1/T$. Esses limites podem ser alterados artificialmente, adicionando pontos à série temporal. Por exemplo, é possível interpolar os dados para aumentar a cadência da série e, com isso, a frequência máxima. Outra possibilidade é adicionar zeros ao final da série para aumentar sua duração e, conseqüentemente, diminuir a frequência mínima e a resolução do espectro. A função `LombScargle` faz isso calculando um espectro entre $1/T \leq \nu \leq 5/(2\Delta t)$ com cadência escolhida heurísticamente, para otimizar a visualização dos picos.

No contexto das curvas de luz do TESS, para uma estrela com um setor observado por 27.4 dias, com cadência de 2 minutos, teríamos um espectro entre $0.42\mu Hz$ e $20833\mu Hz$. Na prática, é mais apropriado usar o limite original do espectro como frequência máxima para fins de análise, no caso $4166\mu Hz$, pressupondo um caso ideal onde a cadência e a duração do setor são fixas.

Sabemos porém que, na realidade, isso não ocorre. A cadência do satélite TESS em condições normais é quase constante, com variações da ordem de milissegundos (0.0005%). No entanto, existem saltos para valores maiores devido à remoção dos pontos anômalos e intervalos sem coleta de dados. Estes intervalos ocorrem por dois motivos: o primeiro é algum problema na detecção, que normalmente não dura mais de 30 minutos; o segundo é quando o satélite se alinha para transmitir os dados de volta à Terra. Nesse caso, ele passa horas sem fazer medidas. Isso acontece uma vez em cada setor, o que introduz um salto brusco na cadência durante esse período, e na transição entre setores, o que efetivamente reduz a duração das séries temporais (esses intervalos podem ser vistos na Figura 22, a ser discutida mais a frente).

A presença desses intervalos sem pontos nas séries temporais pode introduzir sinais indesejados no espectro, o que é especialmente verdade para estrelas com mais de um setor observado, pois há mais períodos de transmissão de dados para a Terra. Além disso, é possível que uma estrela seja observada em setores não consecutivos (como é o caso da própria TIC 198079199). Neste caso, surgem intervalos sem pontos com semanas de duração. Para evitar esses problemas, nós interpolamos linearmente cada setor para uma cadência constante. Se apenas um setor foi observado, foi adotada a mediana da cadência dos dados. Por outro lado, se mais de um setor foi observado, usamos a média das medianas da cadência de cada setor. Finalmente, calculamos os periodogramas de Lomb-Scargle nas séries interpoladas.

Para as estrelas com mais de um setor observado, calculamos ainda o espectro médio, usando os espectros de cada setor. Para garantir que eles teriam pontos nas mesmas frequências, preenchemos as curvas de luz de cada setor com zeros até que elas tivessem o mesmo tamanho, adicionando os novos pontos ao final de cada série temporal. O espectro médio tem uma resolução menor que a do espectro calculado usando a série

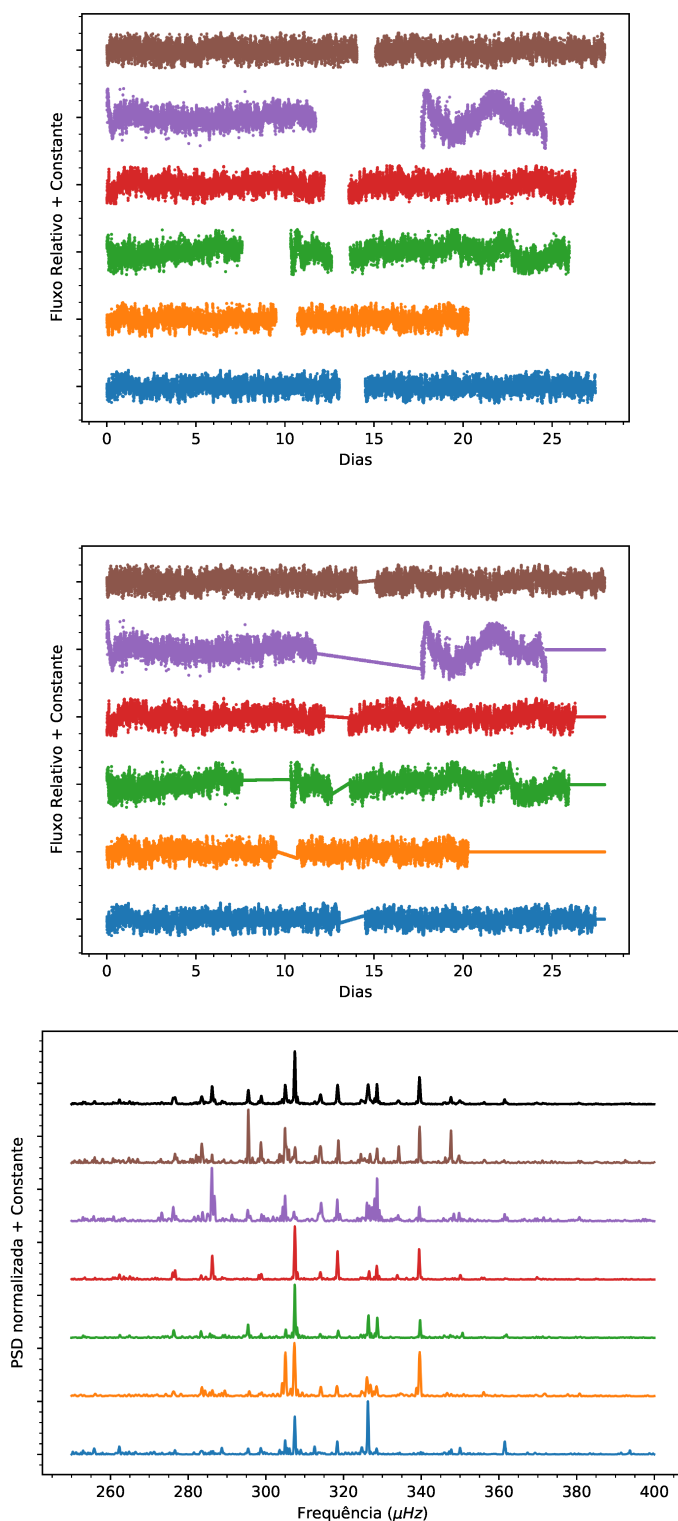


Figura 22 – No topo, as curvas de luz corrigidas para cada setor da TIC 198079199. No centro, as mesmas curvas de luz, agora interpoladas e preenchidas com zeros. As lacunas presentes nas curva de luz e as diferenças de tamanho entre setores são resultado do período em que o satélite enviava os dados para a Terra. Embaixo, os espectros correspondentes (normalizados para facilitar a visualização) e, em preto, o espectro médio.

temporal completa. No entanto, evitamos os efeitos indesejados dos intervalos sem dados e melhoramos a relação sinal-ruído dos picos de oscilação, já que eles aparecem nos espectros de todos os setores, enquanto o ruído varia aleatoriamente. Mostramos cada passo desse procedimento para a TIC 198079199 na Figura 22. Essa é uma das estrelas para a qual encontramos oscilações do tipo solar, cujos picos são mostrados no último painel dessa figura.

2.1.3 Sumário: protocolo de obtenção de espectros

Ao longo dessa seção discutimos um procedimento para transformar as séries de fluxo PDCSAP em função do tempo de uma estrela em um espectro de frequências, próprio para a busca e o estudo de oscilações estelares. Usamos a TIC 198079199 como exemplo, mas o método é geral. Por isso, reproduzimos aqui o passo a passo que pode ser adotado para qualquer estrela para a qual se tenha um certo número de curvas de luz do fluxo PDCSAP, de um ou mais setores:

1. **Cálculo do fluxo relativo:** o primeiro passo é calcular, para cada setor individualmente, o fluxo relativo, usando a Equação 2.1.
2. **Tratamento do fluxo relativo:** em seguida *outliers* devem ser removidos, eliminando todos os pontos da série cujo valor absoluto seja 3 vezes maior que o desvio padrão do setor. Variações de longo prazo são então corrigidas, ajustando e subtraindo uma reta aos dados de cada setor.
3. **Interpolação do fluxo relativo:** define-se a cadência ideal como a média das medianas dos passos temporais de cada setor. Cada setor é interpolado linearmente usando essa cadência ideal.
4. **Preenchimento da série temporal:** cada setor é deslocado temporalmente de forma a começar em $t_0 = 0$. Em seguida, zeros são adicionados ao final da série temporal até que ela tenha o mesmo número de pontos que o maior setor observado.
5. **Cálculo do espectro:** o espectro é finalmente calculado para cada setor usando o periodograma de Lomb-Scargle. O espectro final é a média dos espectros de cada setor.

Essa metodologia foi aplicada para as 961 curvas de luz mencionadas no início deste capítulo, resultando em 584 espectros, um para cada estrela. Nota-se que ela pode ser aplicada mesmo para estrelas com apenas um setor observado: no passo 3 a cadência ideal reduz-se à mediana do passo temporal, no passo 4 não há preenchimento da série temporal, e, no 5, o espectro do setor já é o final.

2.2 Busca por osciladores

Nem todos os espectros produzidos anteriormente apresentam oscilações, e, mesmo entre aqueles que as possuem, elas podem ter amplitudes abaixo do nível do ruído. Assim, precisamos agora encontrar os osciladores do tipo solar dentro da amostra de estrelas observadas pelo TESS e com exoplanetas confirmados. A busca de osciladores é um problema atual em asterossismologia, e metodologias diferentes têm sido desenvolvidas com esse propósito.

Métodos automáticos de busca de oscilações do tipo solar tentam determinar as propriedades sísmicas globais nos espectros de frequência de estrelas que ocupam regiões do diagrama HR onde elas são tipicamente observadas (p. ex. Huber et al. 2013; Verner et al. 2011). Mais recentemente, vêm surgindo também esforços para detectar e classificar osciladores usando aprendizado de máquina aplicado diretamente às curvas de luz (p. ex. Bugnet et al. (2019)). O uso dessa segunda abordagem foge ao escopo desse trabalho. Já a primeira só seria possível se já possuíssemos uma metodologia de medição das propriedades sísmicas globais, o que não é verdade. Desenvolvê-la é um dos objetivos deste trabalho e tema do próximo capítulo.

Uma alternativa seria desenvolver um procedimento de busca usando um conjunto de estrelas já analisadas em outros trabalhos como Mathur et al. (2012) ou Huber et al. (2013) com dados da missão Kepler. No entanto, considerando o prazo para a finalização dessa dissertação, dificilmente teríamos tempo de aplicar os resultados para as estrelas do TESS e perderíamos a oportunidade de trabalhar com dados tão recentes e, potencialmente, fazer uma análise asterossísmica inédita.

Por esse motivo, optamos por uma abordagem direta para a busca de osciladores do tipo solar. Os 584 espectros foram inspecionados visualmente, um a um, buscando pelo padrão típico de oscilações do tipo solar, isto é, picos discretos modulados por um envelope gaussiano. Esse método, embora simples, também apresenta suas dificuldades, como discutiremos na próxima seção.

2.3 Resultados e discussão

Ao final da busca encontramos 12 estrelas com oscilações do tipo solar com picos claramente acima do nível de ruído. Na Tabela 1 estão exibidos os objetos que encontramos em termos de seus identificadores TIC, do catálogo do TESS (*TESS Input Catalog*), e HD, do catálogo Henry Draper, bem como estão as frequências ao redor das quais as oscilações foram encontradas na inspeção visual. Para duas estrelas, a TIC 257005016 e a TIC 367912480, outros nomes, pelos quais elas são mais conhecidas, foram apresentados.

A Figura 23 mostra as curvas de luz e os espectros das estrelas da Tabela 1,

TIC	Nome alternativo	Região de oscilações
12723961	HD 212771	$225\mu Hz$
129649472	HD 203949	$30\mu Hz$
148153804	HD 135760	$200\mu Hz$
169397663	HD 33142	$275\mu Hz$
198079199	HD 27442	$300\mu Hz$
257005016	HD 133086, 8 UMi	$45\mu Hz$
284181945	HD 120084	$70\mu Hz$
367912480	HD 222404, γ Cep	$180\mu Hz$
437246853	HD 98219	$275\mu Hz$
53178442	HD 96063	$250\mu Hz$
612908	HD 30856	$175\mu Hz$
63905972	HD 4732	$180\mu Hz$

Tabela 1 – Lista das estrelas para as quais encontramos oscilações e frequência no espectro em torno da qual elas foram encontradas.

onde é possível ver algumas dificuldades de se encontrar oscilações do tipo solar. Por exemplo, para a TIC 612908 (Figura 23[k]), a relação sinal-ruído dos picos de oscilação é bem baixa. Quando olhamos para o espectro como um todo, chega a ser difícil vê-las, especialmente pois a escala do gráfico é dominada pelo ruído nas frequências mais baixas. Quando ignoramos as frequências abaixo de $100\mu Hz$ o excesso de potências fica mais claro. Por outro lado, isso não pode ser feito para todos os espectros. Três das estrelas da Tabela 1 tiveram oscilações do tipo solar encontradas em frequências abaixo desse valor: a TIC 129649472, a TIC 257005016 e a TIC 284181945 (Figuras 23[b], 23[f] e 23[g], respectivamente). Encontrar oscilações nessa faixa de frequências pode ser desafiador, pois os picos são muito pouco espaçados e o excesso de potência é facilmente confundido com o ruído das frequências baixas. Isso é especialmente verdade se consideramos que o intervalo de interesse completo vai até $\approx 4000\mu Hz$.

A Figura 24 ilustra essa dificuldade, mostrando os espectros da TIC 198079199 e da TIC 129649472 até $4000\mu Hz$. Estas são, respectivamente, as estrelas com as oscilações de maior e menor frequências encontradas neste trabalho, segundo a Tabela 1. Para a TIC 198079199 é fácil discernir entre o excesso de potência devido às oscilações do tipo solar e o ruído nas frequências mais baixas. O mesmo já não pode ser feito para a TIC 129649472, na qual somente inspecionando mais de perto essa região (como é feito na Figura 23[b]) é possível encontrar as oscilações.

Como mostrado na Tabela 1, encontramos oscilações do tipo solar com frequências entre 30 e $300\mu Hz$. Isso indica que essas estrelas são mais evoluídas, provavelmente subgigantes e gigantes vermelhas, como mostra a Figura 12. Já era esperado que oscilações fossem mais fáceis de se encontrar nessas estrelas, como discutido no final da Seção 1.3, pois elas tendem a ter uma amplitude maior, o que gera uma relação sinal-ruído tipicamente mais alta (ver a Equação 1.12 e as figuras 14 e 18).

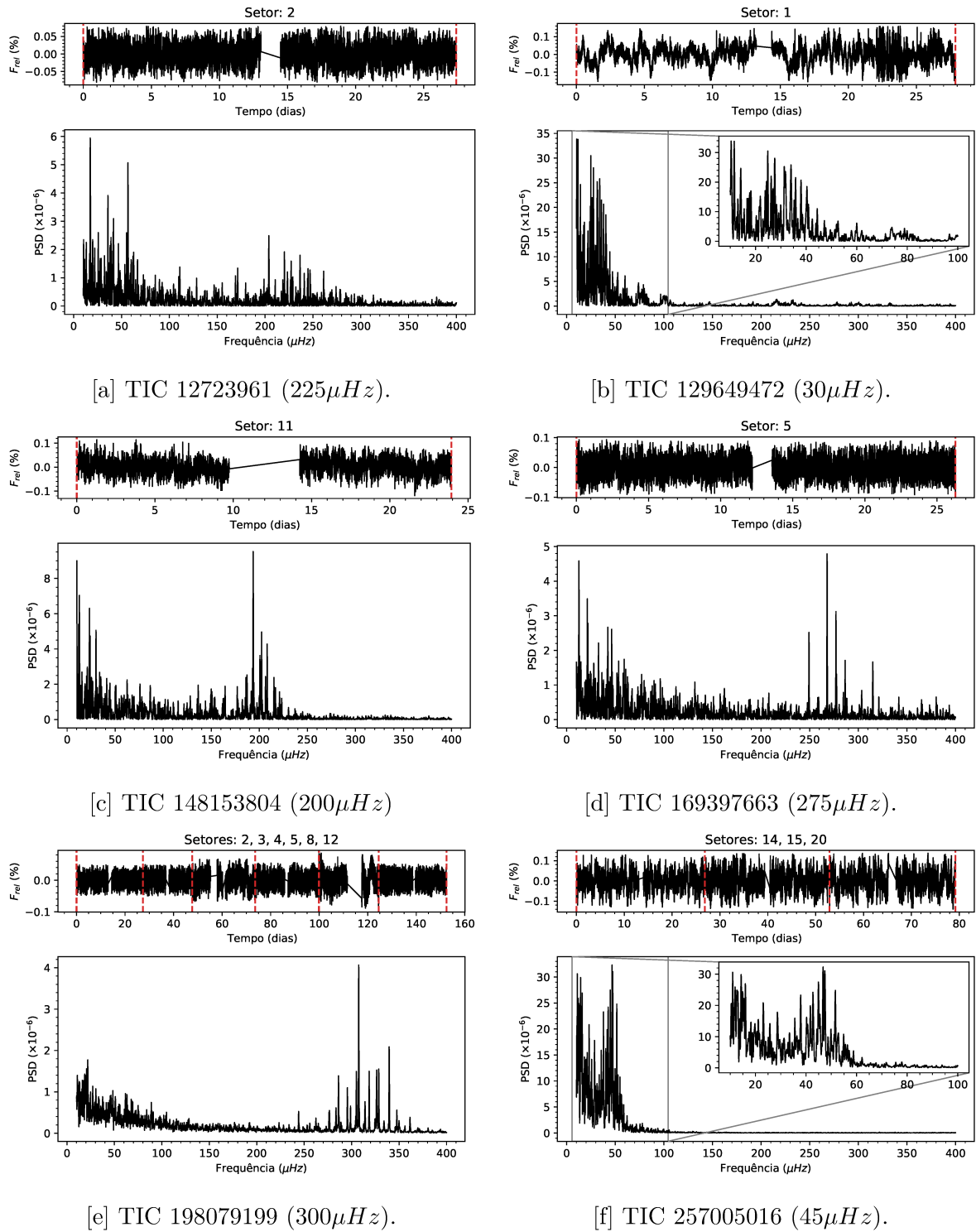
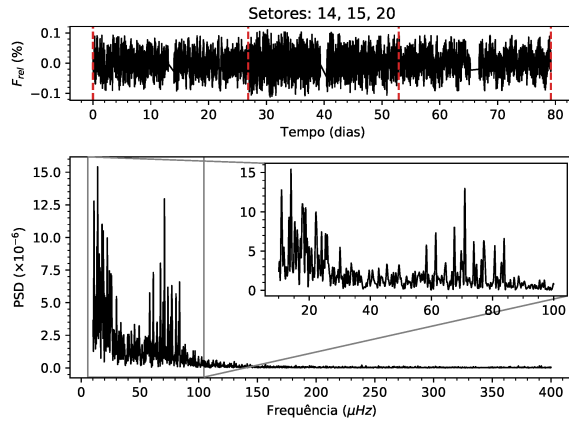
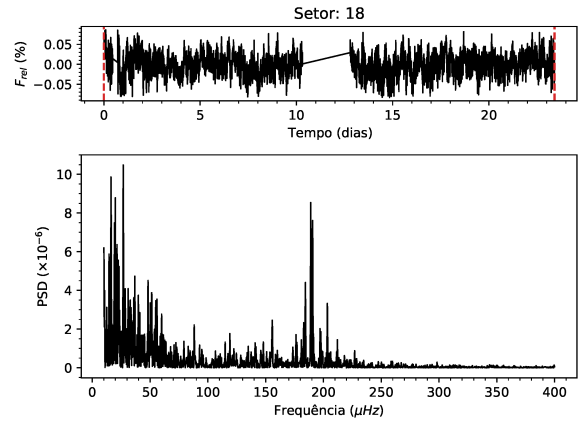


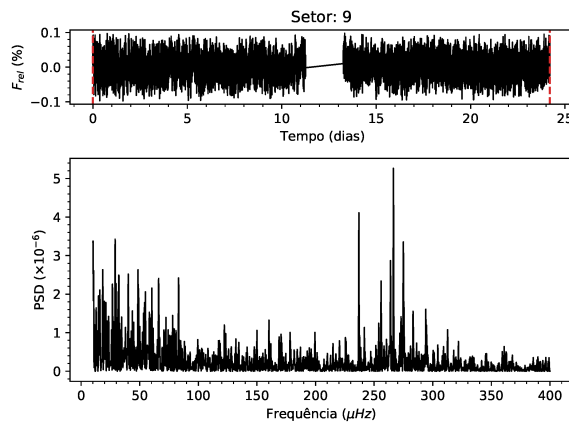
Figura 23 – Os painéis superiores contém as curvas de luz interpoladas das estrelas, com linhas vermelhas delimitando os intervalos observados de cada setor, deslocados para ficar lado a lado. Os painéis inferiores apresentam os espectros de cada estrela, entre 10 e $600\mu Hz$. Gráficos internos foram criados para facilitar a visualização para a TIC 129649472, a TIC 257005016 e a TIC 284181945, pois suas oscilações estão muito concentradas em baixas frequências, e na TIC 612908, pela baixa relação sinal-ruído dos picos de oscilação (Figuras 23[b], 23[f], 23[g] e 23[k], respectivamente). Nas legendas também estão indicadas as frequências onde oscilações do tipo solar foram observadas (ver Tabela 1).



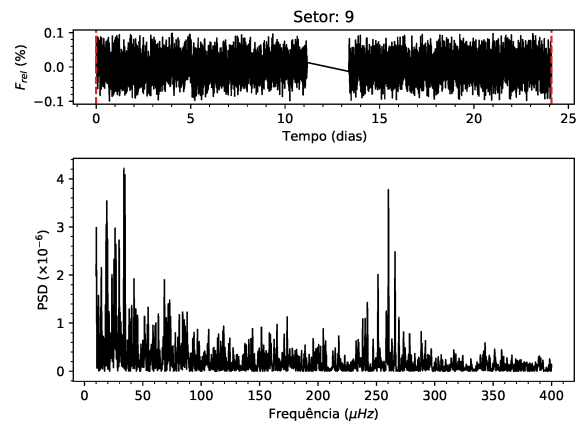
[g] TIC 284181945 ($70 \mu\text{Hz}$).



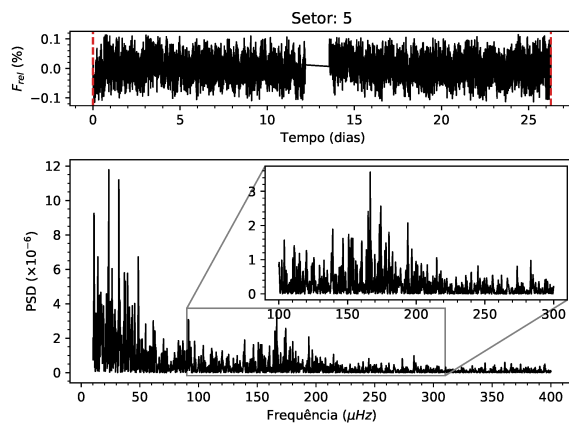
[h] TIC 367912480 ($180 \mu\text{Hz}$).



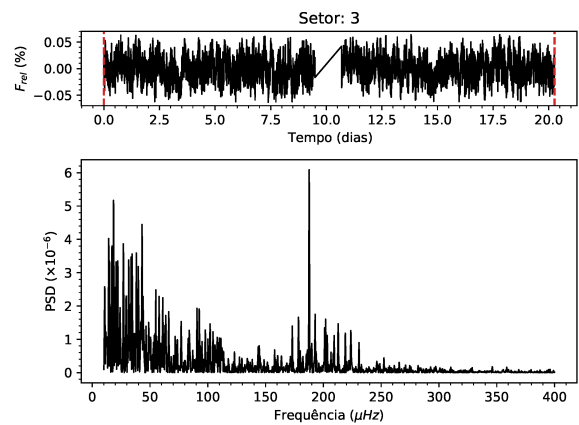
[i] TIC 437246853 ($275 \mu\text{Hz}$).



[j] TIC 53178442 ($250 \mu\text{Hz}$).



[k] TIC 612908 ($175 \mu\text{Hz}$).



[l] TIC 63905972 ($180 \mu\text{Hz}$).

Figura 23 – Continuação.

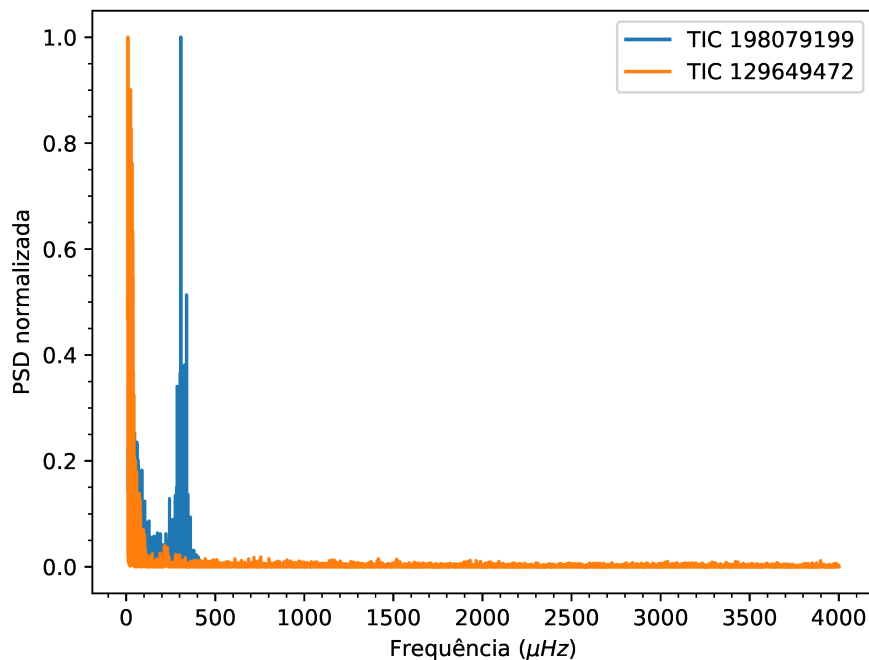


Figura 24 – Espectros normalizados da TIC 198079199 e da TIC 129649472.

Após uma revisão bibliográfica³ sobre as oscilações das estrelas da Tabela 1, encontramos que a TIC 12723961 teve suas oscilações estudadas por Campante et al. (2017) e North et al. (2017) com dados da missão K2 (Howell et al. 2014) e, finalmente, em Campante et al. (2019). Este último trabalho foi o primeiro a usar dados do TESS e também inclui a primeira análise das oscilações da TIC 129649472. Já as oscilações da TIC 367912480 foram estudadas por Stello et al. (2017) com dados do telescópio SONG (Andersen et al. 2014) e por Malla et al. (2020), complementando esse trabalho com dados do TESS. Usaremos os resultados mais recentes sobre essas três estrelas (que envolveram dados do TESS) nos próximos capítulos, para comparar com os nossos próprios resultados, obtidos por meio das metodologias desenvolvidas neste trabalho. Para os nove objetos restantes, não havendo novas publicações, esta será a sua primeira caracterização sísmica.

³ Pesquisa feita em 06 de Janeiro de 2021.

3 Determinação das Propriedades Sísmicas Globais

Agora que temos uma lista de estrelas com oscilações do tipo solar, precisamos analisar essas oscilações antes que possamos determinar os parâmetros estelares. No contexto dessa dissertação, isso significa medir as **propriedades sísmicas globais**, descritas na seção 1.2. São elas a **grande separação de frequência** $\Delta\nu_0$ e a **frequência de maior potência** ν_{\max} . Ao longo desse capítulo, descreveremos os métodos usados para determinar essas grandezas e os resultados obtidos.

3.1 Grande Separação de Frequência

O primeiro parâmetro que iremos determinar será a grande separação. Para isso, usaremos dois métodos independentes que se valem do fato de que as frequências de um espectro de oscilações do tipo solar tem um espaçamento aproximadamente constante de $\Delta\nu_0/2$, como expresso pela Equação 1.5. A Figura 25 ilustra essa premissa para a KIC 8379972 (apresentada primeiramente na Figura 6). Em vermelho, vemos o espaçamento entre picos consecutivos do seu espectro de oscilação, onde nota-se que ele oscila em torno de um valor constante, da ordem de $60\mu Hz$. Em azul, temos o espaçamento entre picos alternados, que fica sempre próximos $120\mu Hz$. Esse valor coincide com o medido para a sua grande separação, $\Delta\nu_0 = 120.86 \pm 0.43\mu Hz$ (Mathur et al. 2012).

Em geral, não é tão simples identificar os picos de oscilação no espectro de frequências de uma estrela como foi feito para a KIC 8379972. Desvios à Equação 1.5, sinais espúrios e uma baixa relação sinal-ruído tornam esse tipo de análise direta inviável, levando à necessidade de desenvolver métodos mais sofisticados, como os que serão apresentados a seguir. Ainda assim, essas análises também exploram a existência dessa estrutura semi-periódica de picos no espectro.

3.1.1 Resposta do Filtro Correspondente

Começamos apresentando o método da **Resposta do Filtro Correspondente**, ou MFR (*Matched Filter Response*). A premissa desta análise, introduzida por Christensen-Dalsgaard et al. (2007), é aplicar um filtro do tipo “pente de Dirac” ao espectro e tentar alinhá-lo aos picos de oscilação do tipo solar. Um “pente de Dirac” é uma distribuição formada por um conjunto de funções Delta de Dirac igualmente espaçadas. Assim, uma vez que tenhamos alinhado o filtro às oscilações, poderíamos determinar a grande separação pelo espaçamento do pente.

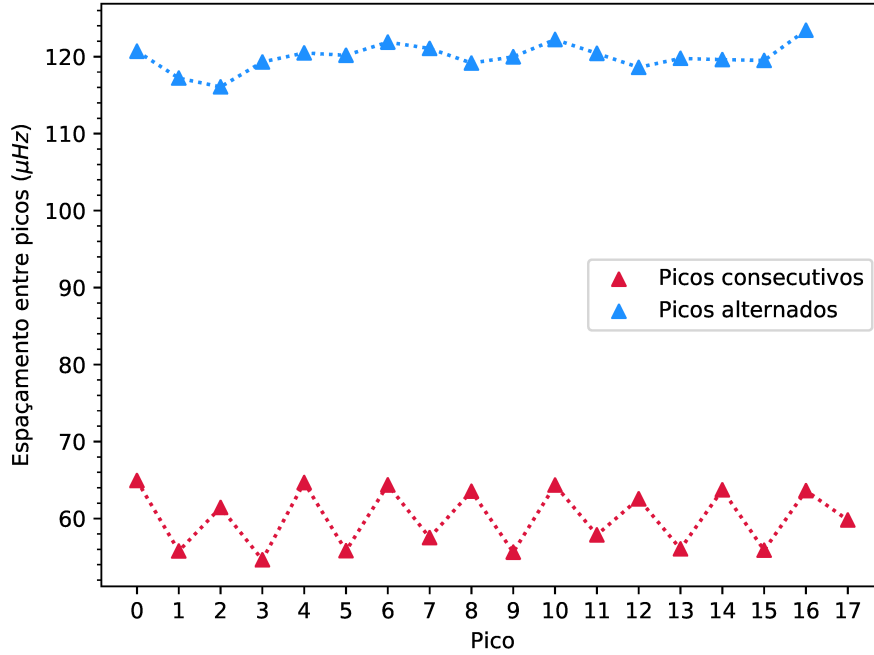


Figura 25 – Espaçamento entre picos consecutivos e alternados do espectro da estrela KIC 8379927. Os pontos usados para o cálculo dos espaçamentos são os mesmos destacados em vermelho na Figura 6.

A forma de fazer esse alinhamento muda de acordo com a metodologia. Gilliland et al. (2010) propõem integrar o espectro após aplicar o filtro, ou seja, somar as potências do espectro nas frequências ν_k do pente:

$$\mathcal{F}(\nu_k) = \sum_{k=-k_{\max}}^{k_{\max}} P(\nu_k) \quad (3.1)$$

\mathcal{F} corresponde à MFR, $P(\nu)$ representa a potência do espectro e k_{\max} determina o número de funções Delta do filtro, igual a $2k_{\max} + 1$. Variando as frequências ν_k , se o espectro apresenta oscilações do tipo solar, a função $\mathcal{F}(\nu_k)$ apresentará um máximo quando $\nu_k = \nu_{n,\ell}$, isto é, quando o filtro se alinhar às frequências de oscilação $\nu_{n,\ell}$.

É necessário testar vários filtros diferentes até que se faça o alinhamento. Para escolher as frequências ν_k de cada teste, Gilliland et al. (2010) buscam emular a Equação 1.5, fazendo:

$$\nu_k = \Delta\nu(n' + k/2 + \epsilon_0) \quad (3.2)$$

Assim, o método é função de quatro parâmetros livres ($\Delta\nu$, n' , ϵ_0 e k_{\max}) e testar vários filtros significa variar esses parâmetros. $\Delta\nu$ é o valor de teste da grande separação e é variado livremente dentro do intervalo em que se espera medir essa grandeza. Já ϵ_0 reproduz o termo $\alpha + 1/4$ e é variado entre 1 e 1.5, valores típicos encontrados em modelos estelares (Christensen-Dalsgaard 2004). Para evitar as inconveniências de lidar com ϵ_0

como um parâmetro livre seleciona-se, para cada $\Delta\nu$, o valor máximo de \mathcal{F} após se testar todos os valores de ϵ_0 . Já k_{\max} é fixado em 5, de forma que 11 frequências sejam somadas. Por fim n' é um semi-inteiro escolhido antes do método começar e deve ser um valor aproximadamente igual ao esperado para as ordens radiais n das oscilações. Isso é feito para que a soma $n' + k/2$ reproduza a soma $n + \ell/2$ da Equação 1.5, lembrando que picos de amplitude apreciável em um espectro de oscilações do tipo solar têm, em geral, $\ell = 0$ e 1.

A Figura 26 mostra uma aplicação deste método para a KIC 8379972, cujas oscilações do tipo solar já foram mostradas na Figura 6. Já havíamos estimado o valor de sua grande separação olhando para o espaçamento dos seus picos de oscilação, encontrando $\Delta\nu_0 \approx 120\mu Hz$ (Figura 25). Note que a MFR confirma essa estimativa, que sabemos estar próxima do valor medido para essa estrela ($\Delta\nu_0 = 120.86 \pm 0.43\mu Hz$, Mathur et al. 2012). Os valores de n' usados estão indicados na figura em questão e são os mesmos apresentados em Gilliland et al. (2010), sendo próximos dos valores de n observados nos modos solares.

A principal dificuldade de se implementar essa abordagem é a escolha do parâmetro n' . Analisando a Equação 3.2, conclui-se que essa quantidade tem um papel importante na determinação da posição das frequências do filtro, para um dado valor de teste da

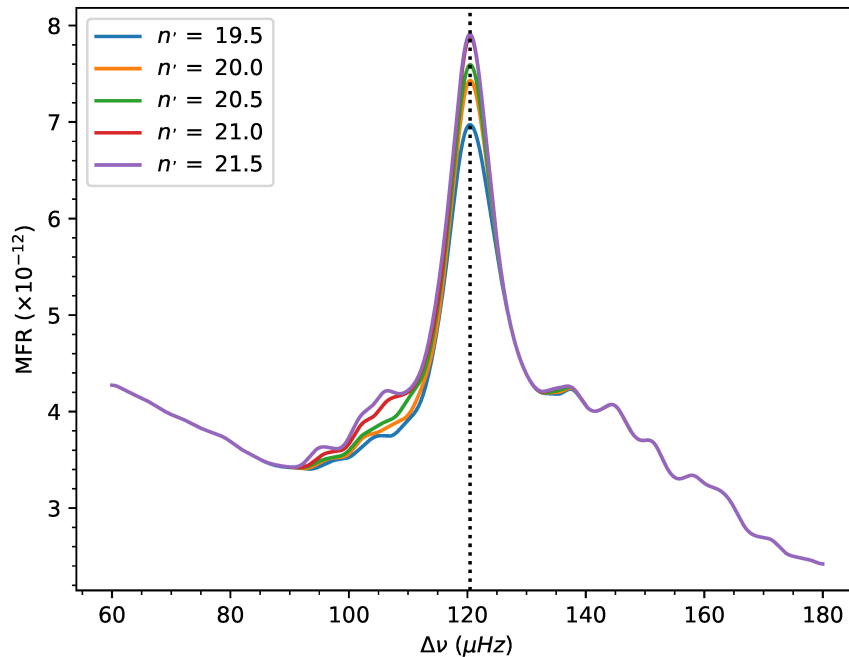


Figura 26 – MFR como definida por Gilliland et al. (2010) aplicada à estrela KIC 8379972 (ver Figura 6) para cinco valores de n' . A linha pontilhada é a média dos máximos das cinco curvas apresentadas e ocorre em $120.41\mu Hz$. A posição dos picos das MFRs é consistente com o valor medido para a grande separação dessa estrela por Mathur et al. (2012), de $120.86 \pm 0.43\mu Hz$.

grande separação. Uma escolha inadequada desse parâmetro pode fazer com que, quando estivermos próximos do valor correto de $\Delta\nu$ para a grande separação de uma certa estrela, o filtro esteja muito distante das oscilações. Nesse caso, o alinhamento do filtro com os picos de oscilação não ocorreria e nenhum máximo seria encontrado.

Exemplos práticos disso são mostrados na Figura 27 para as estrelas TIC 12723961 e a TIC 129649472. Para ambas, os valores de suas grandes separações são conhecidos pela análise de Campante et al. (2019). Assim, podemos inserir esses valores na Equação 3.2 e ver por qual região do espectro o filtro passaria, dependendo da escolha de n' . Em ambos os casos vê-se que, se mantivéssemos o valor de $n' = 19.5$, usado na Figura 26, o filtro estaria em frequências mais altas que a dos picos de oscilação, quando o valor correto da grande separação estivesse sendo testado. Para a TIC 12723961 um valor mais adequado seria $n' = 13$, já para a TIC 129649472, um valor ainda menor, de $n' = 6.5$, é necessário para promover o alinhamento do filtro com os picos de oscilação.

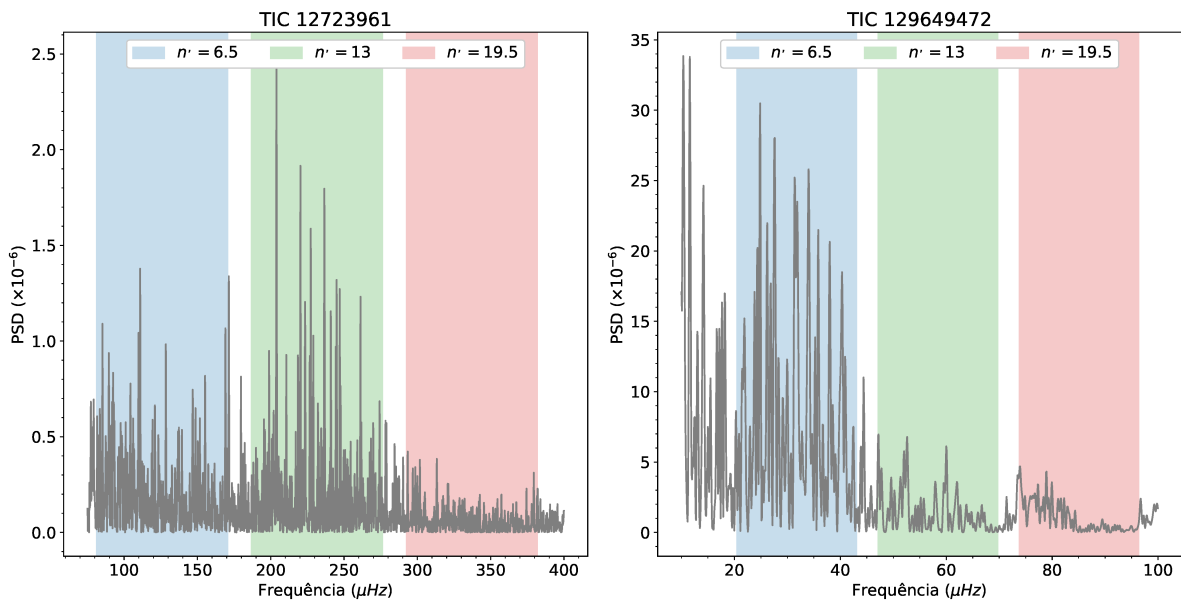


Figura 27 – Espectros das estrelas TIC 12723961 (esquerda) e da TIC 129649472 (direita) na região das suas oscilações. As regiões coloridas indicam as posições pelas quais filtros com $k_{\max} = 5$ e n' igual aos valores indicados pelas cores passariam, quando o valor de teste da grande separação fosse igual ao medido por Campante et al. (2019).

A origem dessa diferença está no fato de que a posição dos picos de oscilação varia de forma não linear com o valor da grande separação, como expresso na Equação 1.7. Em contrapartida, pela Equação 3.2 a posição das frequências do filtro é diretamente proporcional ao valor de teste da grande separação. Assim, é necessário variar n' para compensar essa diferença de escala. O uso de valores “solares” para n' funciona com a KIC 8379972 pois suas propriedades sísmicas estão próximas dos valores medidos para o Sol ($\Delta\nu_0 \approx 120\mu Hz$, para esta estrela, enquanto $\Delta\nu_{0,\odot} \approx 135\mu Hz$). Considerando as

frequências em que encontramos as oscilações das estrelas deste trabalho (Tabela 1), não é esperado que isso se repita para elas.

Para contornar essa dificuldade e desenvolver um método aplicável a estrelas em diferentes estágios evolutivos, propomos uma reparametrização da Equação 3.2, isto é, da definição das frequências do filtro. Ao invés de usar os parâmetros n' , $\Delta\nu$ e ϵ_0 , que tentam reproduzir a Equação 1.5, definimos o filtro em termo de ν_0 e $d\nu$ que são, respectivamente, a posição do seu centro e o espaçamento entre as suas funções Delta de Dirac:

$$\nu_k = \nu_0 + k \cdot d\nu. \quad (3.3)$$

Fazendo isso, podemos variar ν_0 e $d\nu$ livremente dentro de um intervalo de interesse. Se houverem oscilações do tipo solar neste intervalo, o alinhamento entre o filtro e os picos de oscilação ocorrerá quando ν_0 se alinhar a um pico qualquer e, ao mesmo tempo, quando $d\nu$ for igual ao espaçamento típico das oscilações, isto é $\Delta\nu_0/2$. Na prática, outras frações da grande separação também promovem o alinhamento de frequências do filtro com os picos de oscilação, mas com um aproveitamento menor. A Figura 28 ilustra esse procedimento esquematicamente.

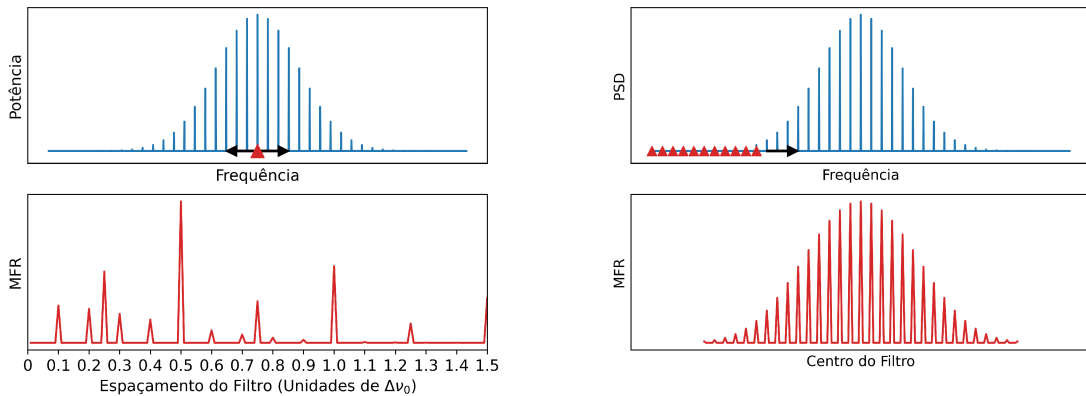


Figura 28 – Diagrama ilustrando o funcionamento da MFR descrita neste trabalho. Nos painéis superiores, estão azul gráficos esquemáticos de oscilações do tipo solar. Os triângulos vermelhos representam a posição inicial do filtro em duas situações distintas. Na esquerda o centro do filtro é colocado alinhado ao pico central de oscilação. O espaçamento do filtro é inicialmente nulo e é aumentado. A cada passo, o valor correspondente da MFR é registrado no gráfico inferior. Nota-se que picos surgem em diversas frações de $\Delta\nu_0$, mas o mais expressivo ocorre em $\Delta\nu_0/2$. Na direita, o centro do filtro é colocado distante do centro das oscilações, com um espaçamento igual a $\Delta\nu_0/2$. O filtro vai então sendo deslocado para frequências mais altas, e o valor da MFR vai sendo computado no painel de baixo. Nota-se que vários picos aparecem, sempre que há um alinhamento entre o filtro e os picos de oscilação.

Aplicaremos esse procedimento às 12 estrelas encontradas no capítulo anterior. Para isso, variamos o centro do filtro entre 10 e $500\mu Hz$ e o espaçamento entre 0 e $30\mu Hz$.

Esses valores foram escolhidos levando em conta as frequências para as quais as oscilações foram observadas (Tabela 1) e os valores esperados para $\Delta\nu_0$, usando a Equação 1.7 como referência. A princípio, se tivéssemos estrelas com oscilações de frequência mais alta, elas poderiam ser facilmente incluídas estendendo os intervalos. O passo entre os valores testados é igual a própria resolução do espectro, isto é, variamos os parâmetros ponto a ponto. Além disso, mantivemos a escolha de usar 11 funções delta no filtro.

O painel superior da Figura 29 para cada estrela mostra o resultado da aplicação dessa formulação da MFR para as estrelas desse trabalho. O intervalo mostrado é menor que o usado para os cálculos, para facilitar a visualização. Diferente da Figura 26, a MFR é uma função de duas variáveis ($d\nu, \nu_0$), ao invés de uma só, pois nessa formulação o espaçamento e o centro são variados explicitamente, enquanto na formulação de Gilliland et al. (2010) a escolha prévia de n' e o cálculo do máximo de \mathcal{F} após a variação de ϵ_0 reduzem a MFR a uma função apenas do valor de teste da grande separação.

Em todos os gráficos, é possível ver a presença de vários máximos locais (regiões escuras) para um mesmo espaçamento $d\nu$ e valores distintos de ν_0 . Esse é o padrão de alinhamento do filtro com os picos de oscilação que esperamos encontrar, conforme mostrado na Figura 28. Os triângulos coloridos indicam as posições dos centros do filtro para as quais identificamos esses máximos.

O painel central para cada estrela da Figura 29 contém as MFRs unidimensionais, em função apenas do espaçamento, para esses valores de ν_0 , com as cores de cada curva correspondendo aos triângulos do painel superior. A linha pontilhada é a média das funções. Nesses painéis, a presença do máximo em $d\nu = \Delta\nu_0/2$ é ainda mais evidente. Em alguns deles, é possível ainda perceber picos menos intensos em outras frações de $\Delta\nu_0$, o que também é previsto na Figura 28. Alguns exemplos são o pico em $\Delta\nu_0/4$ na TIC 198079199 (Figura 29[e]) e na TIC 612908 (29[k]) e o pico em $\Delta\nu_0$ na TIC 284181945 (Figura 29[g]) e na TIC 63905972 (Figura 29[l]).

Para obter o valor final da grande separação dessa estrela, consideramos a média das MFRs unidimensionais para os centros do filtro onde os máximos locais foram encontrados. Calculamos a meia altura do pico em $d\nu = \Delta\nu_0/2$ e identificamos os pontos à direita e a esquerda do máximo mais próximos desse valor. Então, definimos $\Delta\nu_0/2$ como a média das frequências dentro desses limites e a incerteza como a de suas diferenças (ou seja, a largura à meia altura), como mostrado no painel inferior para cada estrela da Figura 29. A linha preta mostra a MFR média (a mesma mostrada no painel central, como uma linha pontilhada) e a linha vermelha mostra a meia altura do pico em $\Delta\nu_0/2$. Os pontos em verde representam aqueles dentro da largura a meia altura (marcada pela barra cinza), e os azuis, os demais. Os resultados dessa metodologia para as 12 estrelas analisadas estão na Tabela 2.

Antes de encerrarmos essa discussão, existem algumas questões que merecem ser

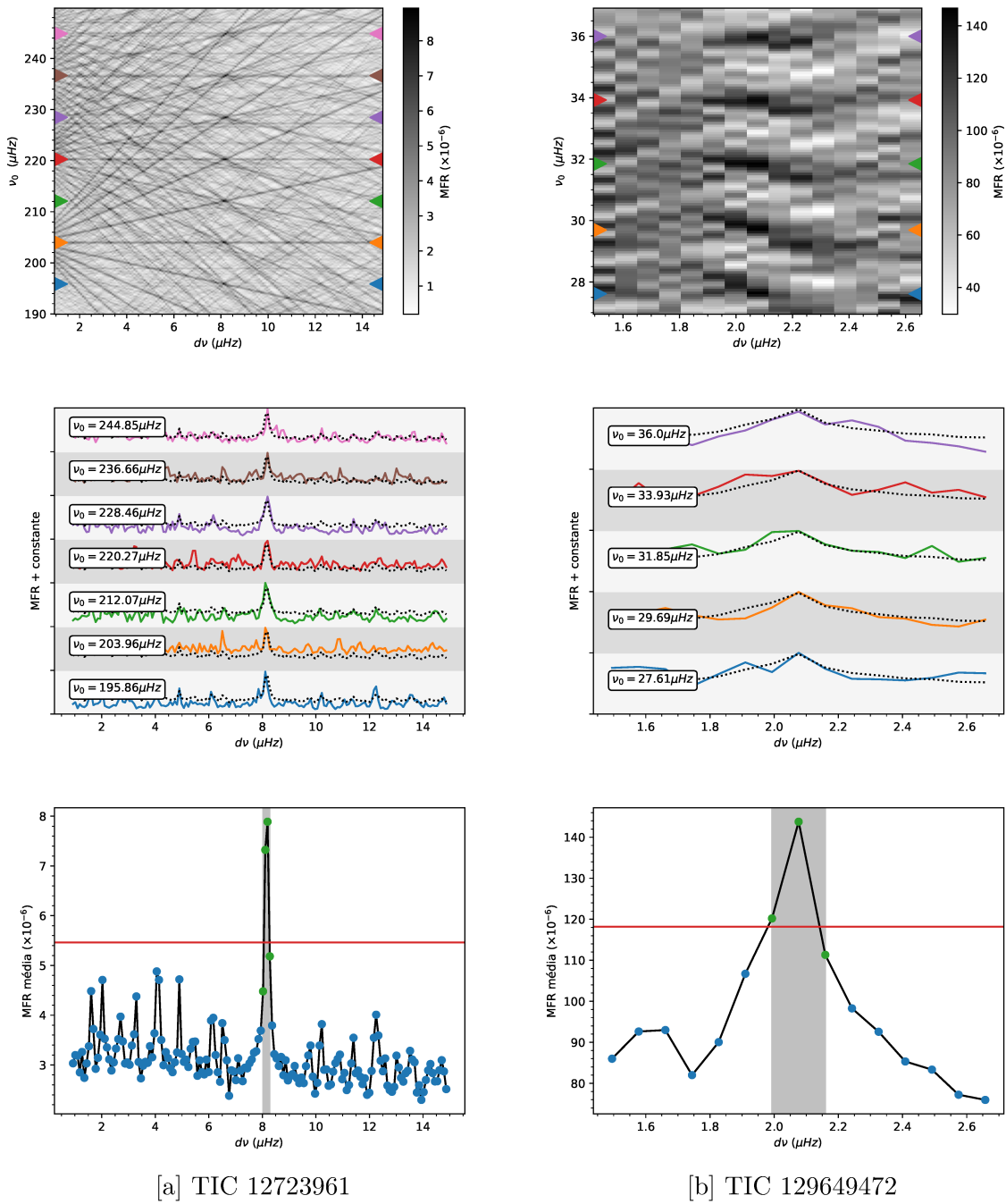
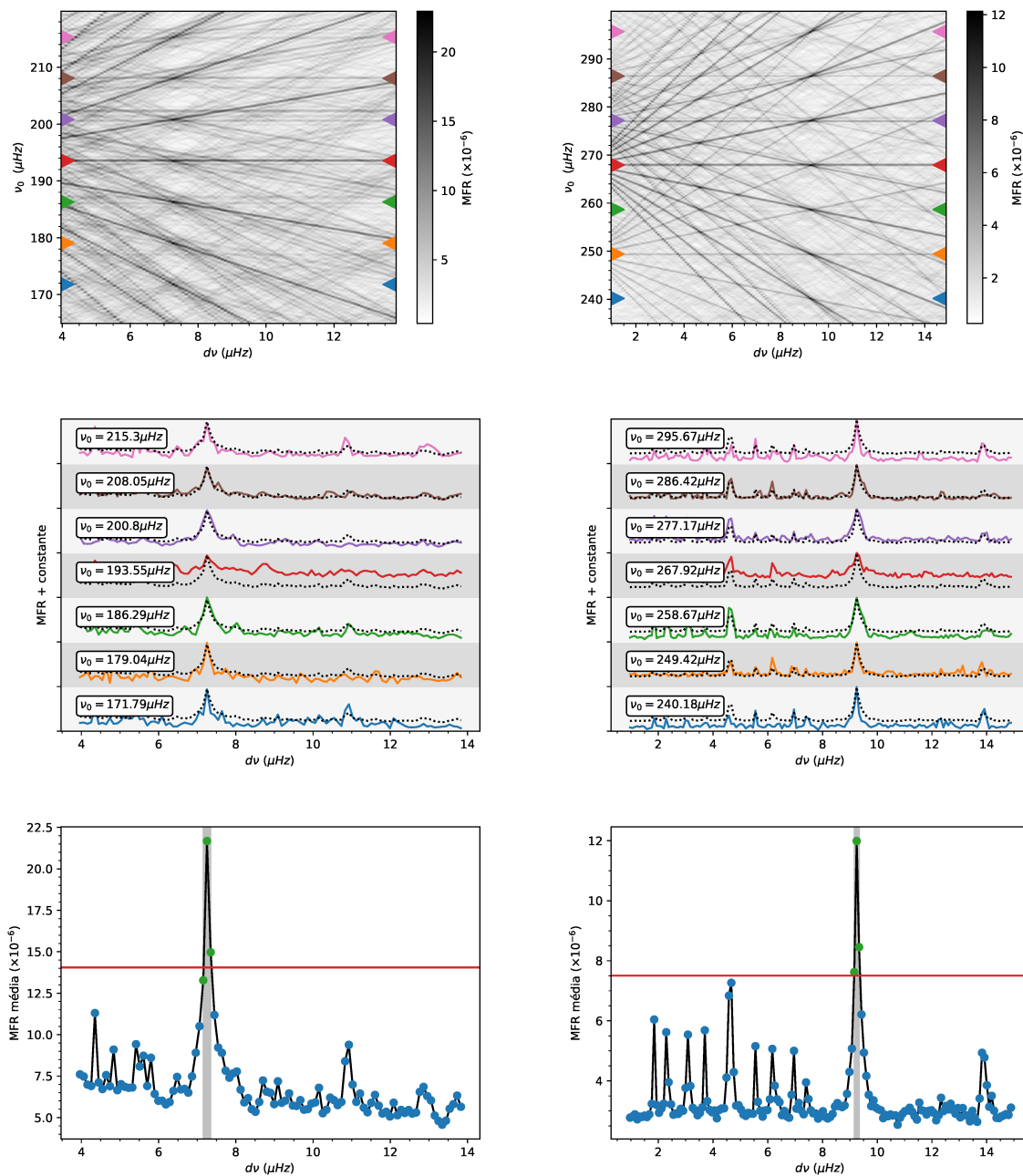


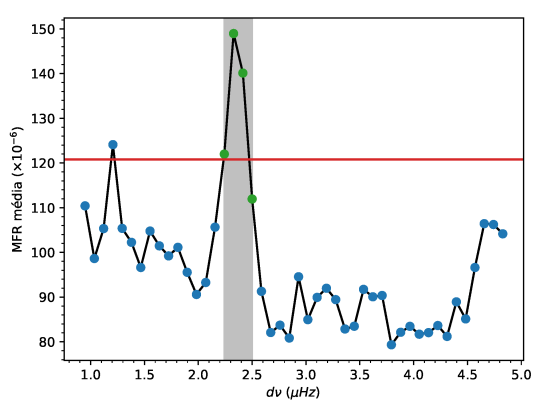
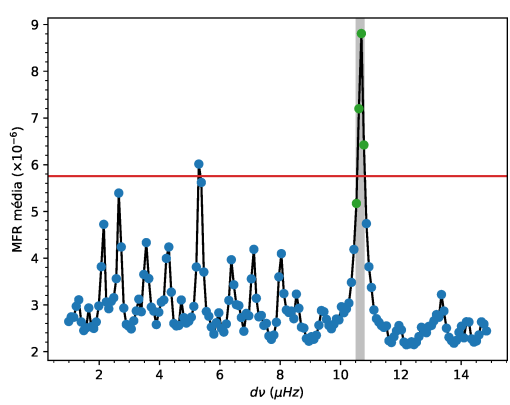
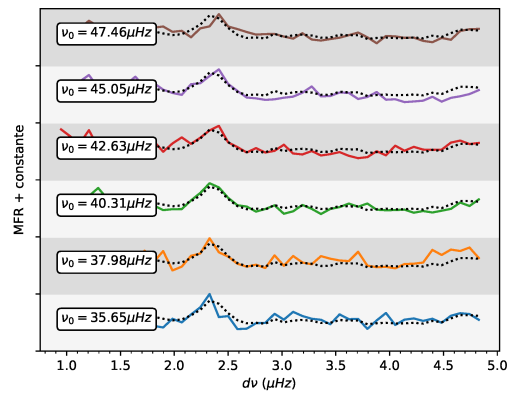
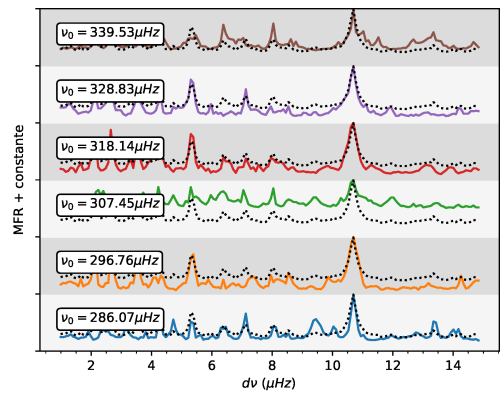
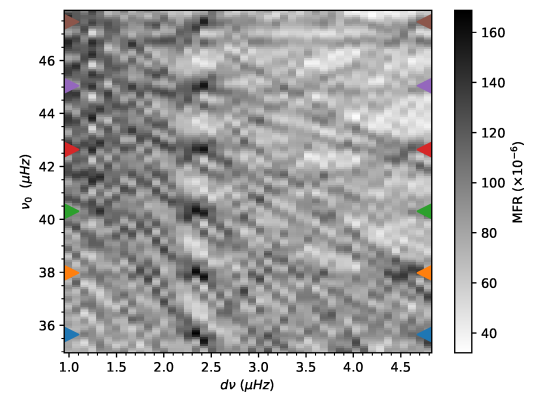
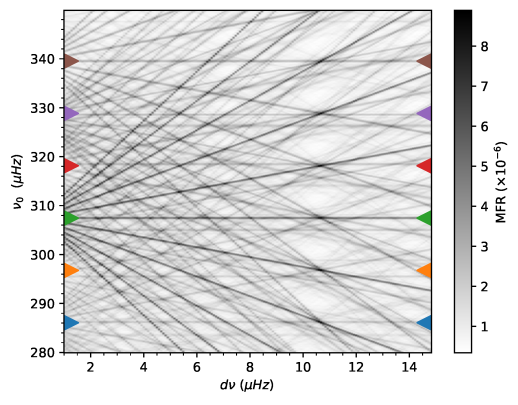
Figura 29 – Há três painéis para cada estrela nesta figura. No painel superior está a MFR como função do centro e espaçamento do filtro. Os intervalos foram escolhidos para facilitar a visualização. Triângulos coloridos marcam os valores de ν_0 onde máximos locais foram encontrados. No painel do centro, a MFR é exibida como função apenas do espaçamento para esses valores de ν_0 , e as cores correspondem às dos triângulos. A linha pontilhada é a média dessas séries. Por fim, os painéis inferiores mostram novamente a MFR média. Em vermelho, a meia altura do pico máximo, em verde, os pontos dentro da largura à meia altura desse pico (indicada em cinza) e, em azul, os pontos fora desse intervalo.



[c] TIC 148153804

[d] TIC 169397663

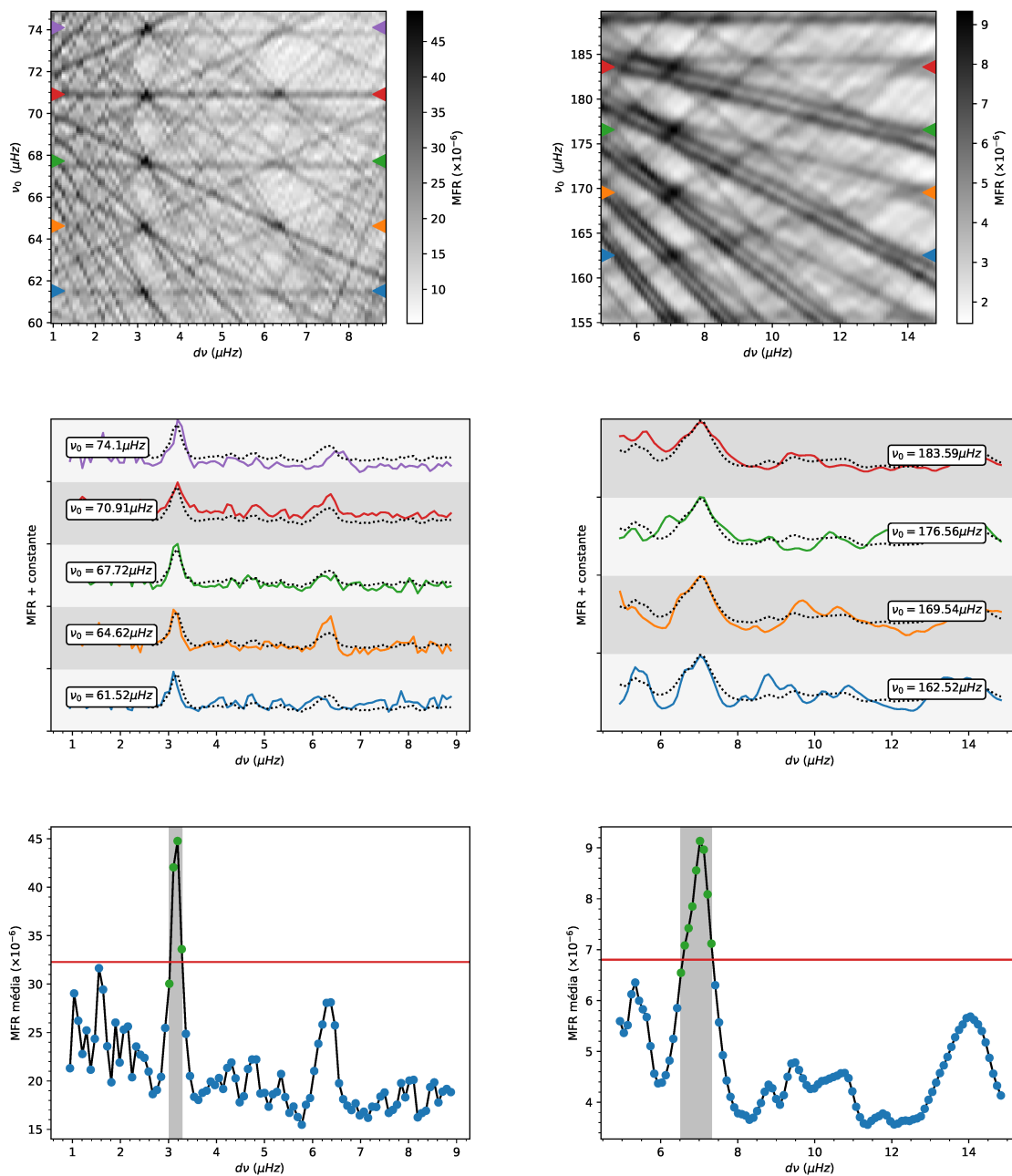
Figura 29 – Continuação.



[e] TIC 198079199

[f] TIC 257005016

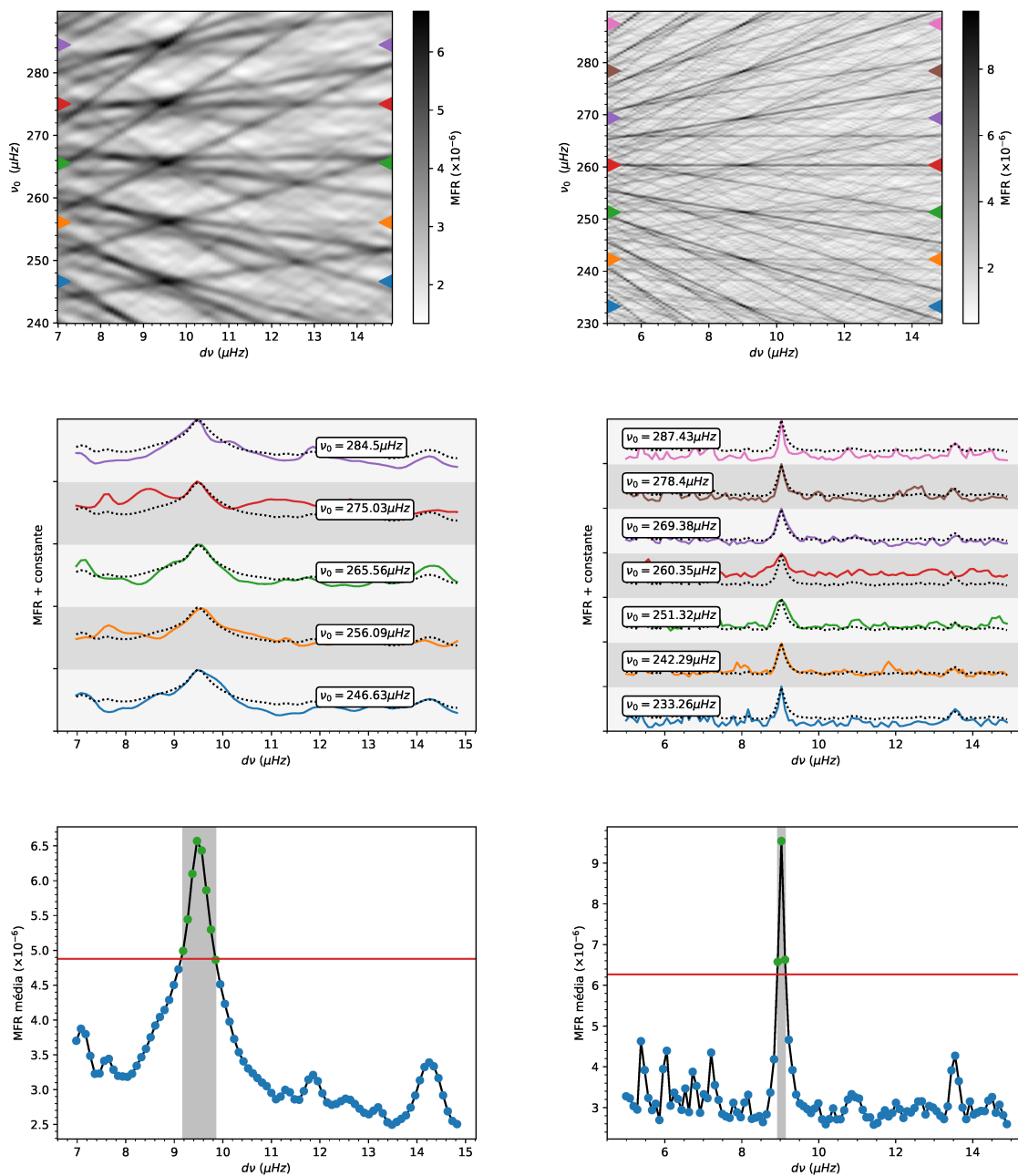
Figura 29 – Continuação.



[g] TIC 284181945

[h] TIC 367912480

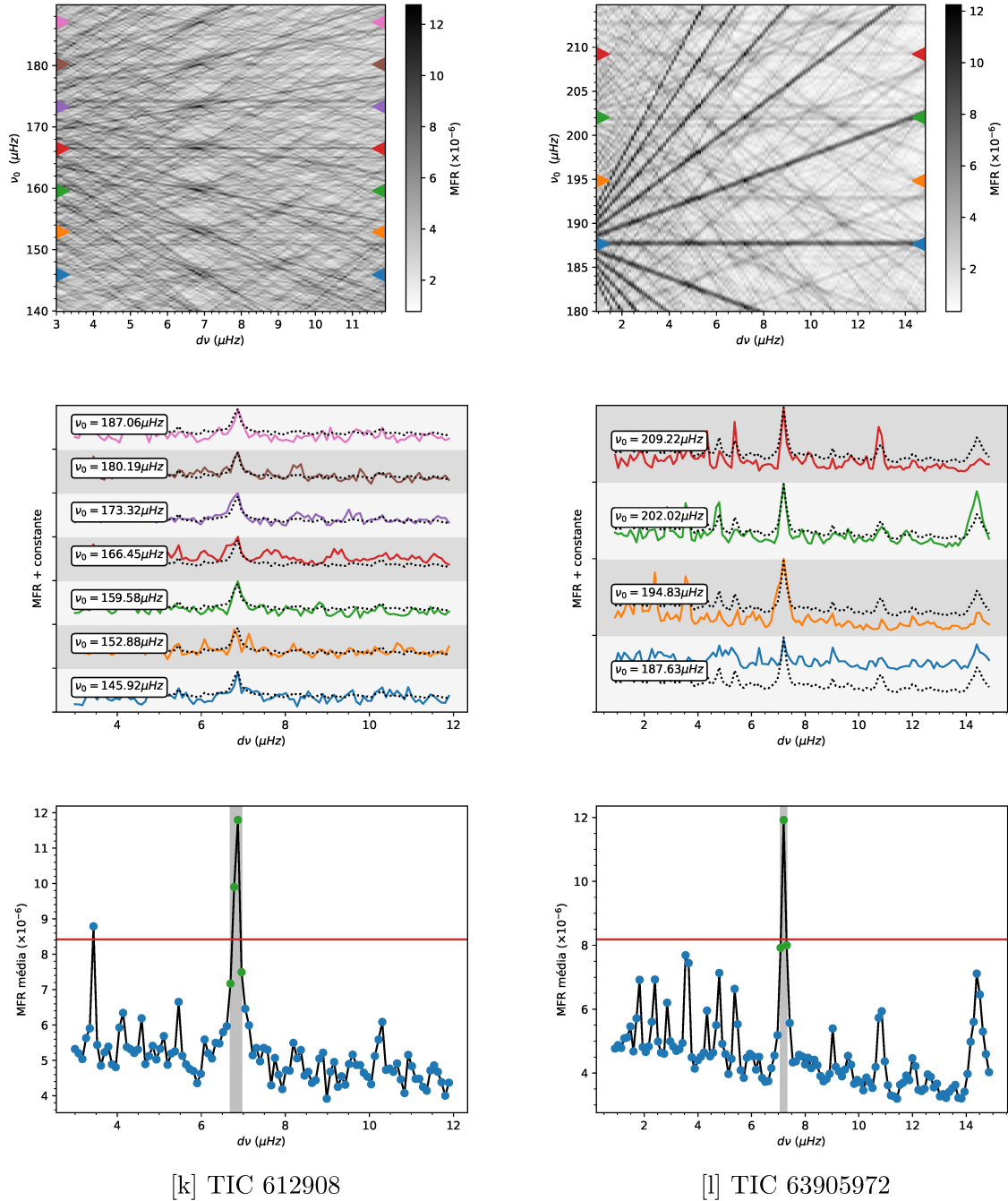
Figura 29 – Continuação.



[i] TIC 437246853

[j] TIC 53178442

Figura 29 – Continuação.



[k] TIC 612908

[l] TIC 63905972

Figura 29 – Continuação.

comentadas. A primeira, e mais importante, diz respeito à **suavização dos espectros**. Gilliland et al. (2010), antes de calcular a MFR, suavizam o espectro usando um filtro gaussiano. Esse procedimento consiste em convoluir o espectro com uma função gaussiana de forma que, se $P(\nu)$ representa o espectro de potência, sua versão suavizada $P_s(\nu)$ é dada por:

$$P_s(\nu) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int d\nu' P(\nu') \exp\left[-\frac{(\nu - \nu')^2}{2\sigma^2}\right]. \quad (3.4)$$

Em outras palavras, a suavização faz com que o valor do espectro em uma dada frequência seja igual a média dos valores na sua vizinhança, ponderada por um peso gaussiano. O fato do valor em cada ponto ser influenciado pelo valor daqueles a sua volta faz com que variações locais se tornem menos abruptas, efetivamente suavizando o espectro. A justificativa para isso, neste contexto, é alargar os picos de oscilação e mitigar o efeito de possíveis desvios das posições previstas pela Equação 1.5, que, como sabemos, é uma expressão aproximada. A própria MFR mostrada na Figura 3.2 foi calculada usando um espectro suavizado com $\sigma = 3\mu Hz$.

Na nossa análise, nós evitamos usar esse recurso por três motivos. O primeiro foi não fazer alterações desnecessárias no espectro, assumindo que já fosse possível determinar a grande separação no espectro original. O segundo foi que a suavização, embora melhore a qualidade do sinal, alarga os picos e resulta em um aumento da incerteza sobre a grande separação. Finalmente, o terceiro motivo é que a suavização pode descaracterizar as oscilações se não for feita de forma adequada. Isso é especialmente verdade para objetos evoluídos, como os deste trabalho, cujos picos de oscilação são pouco espaçados. Se um filtro muito largo for utilizado, é possível que os picos se combinem e o padrão de oscilações desapareça.

Assim, optamos por só suavizar as estrelas para as quais não fosse possível encontrar máximos locais usando o espectro original e, mesmo assim, usamos a menor largura possível para o filtro. Isso se fez necessário para apenas duas estrelas, a TIC 367912480 e a TIC 437246853, para as quais usamos um filtro gaussiano com $\sigma = 0.5\mu Hz$. O impacto da suavização na MFR dessas estrelas pode ser visto claramente comparando as Figuras 29[h] e 29[i] com as demais da Figura 29, bem como nas incertezas da grande separação dessas estrelas mostradas na Tabela 2.

As outras questões que gostaríamos discutir dizem respeito a algumas propriedades da MFR que são observadas quando a calculamos como uma função de duas variáveis ν_0 e $d\nu$. A primeira é a presença de “ranhuras” nos resultados, retas cujo valor da função é maior que no entorno, observadas em praticamente todas as MFRs nos painéis superiores da Figura 29. Essas ranhuras ocorrem devido a picos de oscilação particularmente intensos. Quando a função Delta de Dirac no centro do filtro se alinha com esse(s) pico(s), independente da posição dos demais haverá uma contribuição expressiva para a MFR, dando origem às retas horizontais. Já as retas inclinadas surgem do alinhamento das funções Delta de

Dirac fora do centro. Quando uma função Delta de Dirac à esquerda do centro do filtro se alinha com um pico intenso uma reta de inclinação positiva aparece e, de forma similar, retas de inclinação negativa surgem quando o alinhamento se dá por uma função Delta de Dirac à direita do centro.

A TIC 63905972 é um caso particularmente intenso desse fenômeno. Na Figura 23[l] vemos que seu espectro tem um pico de oscilação muito maior que os demais. Já no painel de cima da Figura 29[l] vemos que esse pico causa ranhuras bem expressivas na MFR, ao ponto de ser difícil visualizar os máximos locais nessa estrela. Felizmente, isso não foi um problema quando buscamos pelos máximos usando os valores da MFR diretamente (e não por inspeção visual) e conseguimos medir a grande separação para essa estrela. Inclusive as projeções unidimensionais da MFR nos painéis central e inferior da Figura 29[l] mostram claramente a presença dos máximos.

Por fim, é interessante notar que, quando olhamos para as MFRs nos valores de ν_0 onde há um máximo local, a altura do valor máximo em $\Delta\nu_0/2$ pode variar consideravelmente. Isso é melhor visto nos painéis centrais da Figura 29, para todas as estrelas. Na prática o que muda não é o tamanho do máximo em si, mas sim a posição do ruído de fundo do sinal, pois, para cada uma dessas curvas unidimensionais, o valor do espectro em ν_0 é somado à MFR, introduzindo um valor constante que depende da posição do centro do filtro. O valor nos picos é parecido pois a diferença entre MFRs unidimensionais vizinhas vem simplesmente das funções Delta nas extremidades do filtro.

3.1.2 Espectro do Espectro

Apesar da boa determinação da grande separação obtida com a MFR, implementamos um método adicional, bastante usado na literatura científica (p. ex. Mathur et al. 2010), para comparação com os resultados obtidos anteriormente. Ele consiste em calcular o **espectro do espectro**, que chamaremos de PS2. A ideia é que se observe na PS2 um pico em $\Delta\nu_0/2$ pois, segundo a Equação 1.5, os picos de oscilação têm um espaçamento aproximadamente constante e igual a esse valor. Portanto, existe uma estrutura quase periódica que deve aparecer como um pico no espectro do espectro.

A Figura 30 ilustra uma aplicação deste método para a KIC 8379927, cujas oscilações foram mostradas na Figura 6. Nela, vê-se claramente a presença de um pico em $60\mu Hz$, o que é compatível com o valor da grande separação dessa estrela medido por Mathur et al. (2012). Uma característica importante dessa metodologia é que a qualidade do sinal melhora consideravelmente quando o cálculo do espectro do espectro é limitado à região de oscilações, conforme ilustrado nessa figura, quando comparamos a PS2 em laranja, calculada só nas oscilações, com a em azul, calculada usando todo o espectro.

Esse fenômeno é especialmente importante para estrelas mais evoluídas, como as

deste trabalho, pois suas oscilações ocupam uma região bem pequena do espectro (ver a Figura 23). Uma abordagem direta para resolver esse problema seria selecionar visualmente os intervalos para cada estrela e calcular a PS2 dentro deles, como foi feito na Figura 30. No entanto, é mais relevante buscar uma solução mais automática e que não dependa de critérios subjetivos.

Com isso em mente, propomos começar a análise varrendo o espectro usando uma janela móvel. Para cada posição da janela calcula-se uma PS2 e, ao final, analisamos cada uma delas. O esperado é que, quando uma ou mais janelas passarem pela região de oscilações, um pico em $\Delta\nu_0/2$ seja visível em suas PS2's. Finalmente, podemos medir o valor final da grande separação usando uma combinação de todas essas janelas. Para fazer isso, contudo, precisamos antes definir a posição da primeira janela, a largura das janelas, o passo entre janelas consecutivas e um critério de parada.

Começando com a largura, não é adequado usar um valor fixo, pois, como sabemos, o espaçamento dos picos de oscilação cresce com a sua posição no espectro (como visto nas Figuras 9 e 13). Isso significa que uma janela apropriada para uma frequência mais

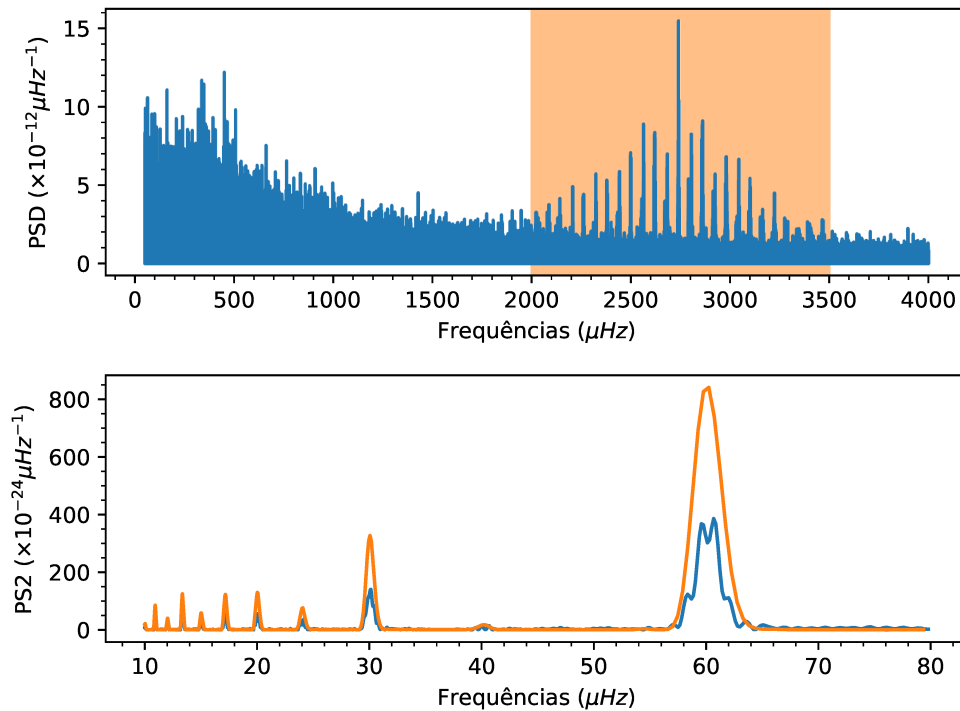


Figura 30 – Na parte superior, a PSD (*Power Spectral Density*) da estrela KIC 8379927 e, na parte inferior, a PS2 (espectro do espectro) correspondente. A PS2 em azul foi calculada usando todo o espectro, e a em laranja, usando somente a região destacada na PSD. A posição do maior pico é consistente com o valor medido para a grande separação dessa estrela por Mathur et al. (2012), de $\Delta\nu_0/2 = 60.43 \pm 0.22 \mu Hz$. Os demais picos ocorrem para outras frações de $\Delta\nu_0$.

baixa pode se mostrar pequena demais em frequências maiores, e vice-versa. Uma solução natural, que propomos para esta análise, é fazer com que a largura da janela aumente com a posição do seu centro seguindo a mesma proporção verificada empiricamente para $\Delta\nu_0$ e ν_{\max} , expressa pela Equação 1.7. Assim, se a janela i corresponde à parte do espectro contida entre $\nu_c(i) - \Delta\nu_{\text{janela}}(i) \leq \nu \leq \nu_c(i) + \Delta\nu_{\text{janela}}(i)$, então:

$$\Delta\nu_{\text{janela}}(i) = k \cdot \Delta\nu_{0,\odot} \left(\frac{\nu_c(i)}{\nu_{\max,\odot}} \right)^{0.8} \quad (3.5)$$

onde k é um número positivo que precisa ser escolhido. Isso garante que a largura da janela aumente conforme o próprio espaçamento dos picos de oscilação cresça. Neste trabalho, usaremos $k = 5$, de forma que nossas janelas tenham dimensões comparáveis com às do filtro usado no cálculo da MFR. Após vários testes com diferentes valores, percebemos que esse valor forneceu os melhores resultados.

Quanto ao passo, é interessante que as janelas tenham alguma superposição. Desta forma, caso picos em frequências semelhantes sejam vistos em duas ou mais janelas vizinhas, teremos confiança de que eles vieram das oscilações e não de uma configuração específica de uma janela. Também seria interessante que o passo aumentasse com a largura das janelas, pois do contrário, ele pode gerar deslocamentos desprezíveis para janelas largas ou saltos muito grandes em janelas pequenas. Após alguns testes, optamos por:

$$\nu_c(i+1) = \nu_c(i) + \frac{\Delta\nu_{\text{janela}}(i)}{2}. \quad (3.6)$$

Por fim, para a posição da primeira janela e para o critério de parada, tendo em mente a posição das oscilações observadas para as estrelas deste trabalho (Tabela 1), escolhemos fazer o centro da janela inicial ($i = 0$) em $\nu_c(0) = 40\mu Hz$ e calcular a PS2 enquanto o centro das janelas for menor que $500\mu Hz$, totalizando 14 janelas. É muito simples estender esse método para frequências mais altas, caso necessário, bem como variar o tamanho e a densidade de janelas.

O painel superior para cada estrela da Figura 31 mostra o espectro das estrelas deste trabalho, com linhas coloridas indicando o intervalo das diferentes janelas definidas anteriormente. O painel central mostra as PS2's correspondentes, com as cores iguais as das janelas usadas para calculá-las. Para facilitar a análise dos 14 espectros diferentes, limitamos o intervalo exibido da PS2 de cada janela: usamos a Equação 1.7 para calcular os valores esperados para a grande separação se $\nu_{\max} = \nu_c(i) \pm \Delta\nu_{\text{janela}}(i)$ e exibimos a PS2 somente entre frequências de metade desses valores.

Analisando esses dois painéis de cada estrela na Figura 31, fica claro que, quando as janelas passam pela região de oscilação no espectro, picos bem claros se formam nas PS2's correspondentes. Em muitos casos também é comum observar vários picos nas PS2's de janelas de frequência mais baixa, o que reflete o comportamento do próprio espectro, que é bastante ruidoso nessas frequências, pois recebe contribuições de vários outros fenômenos,

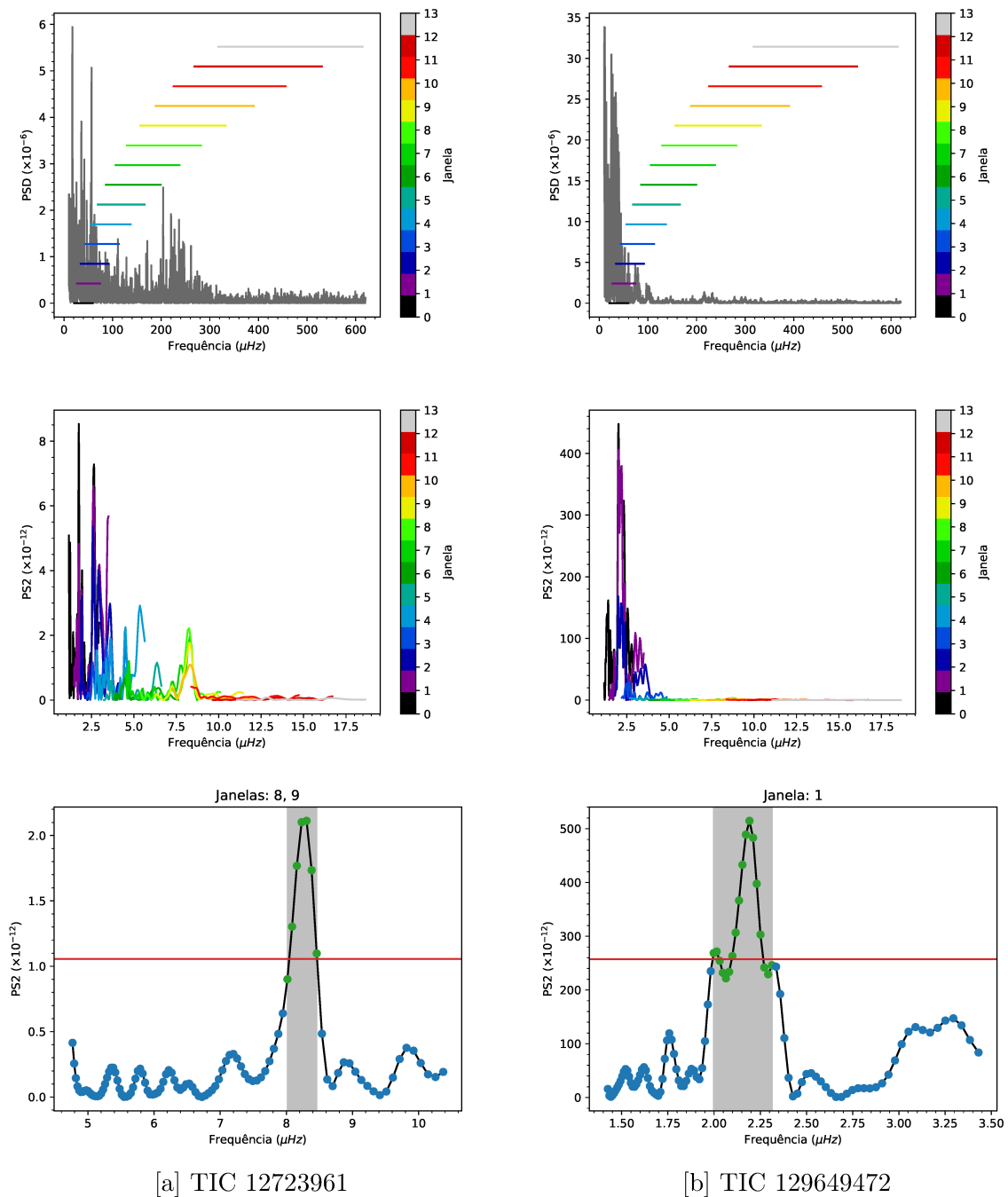
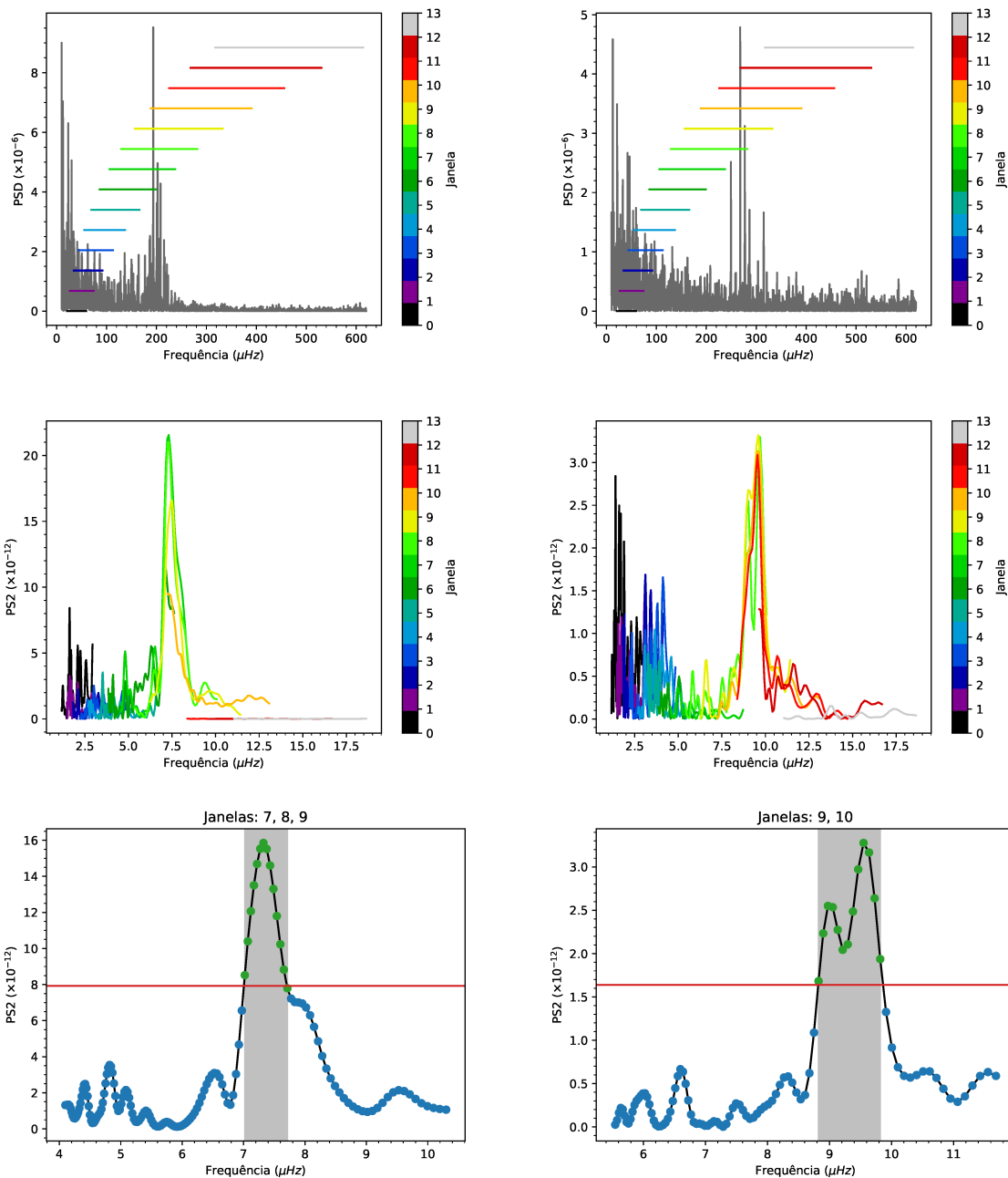


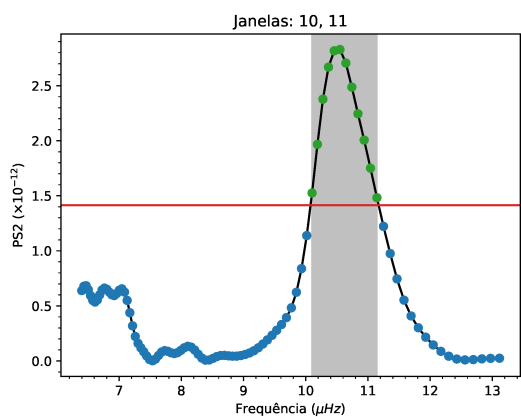
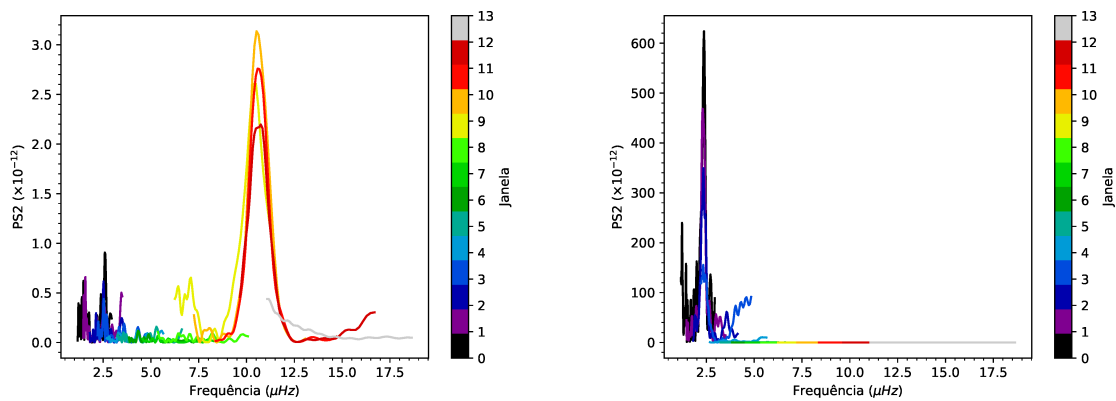
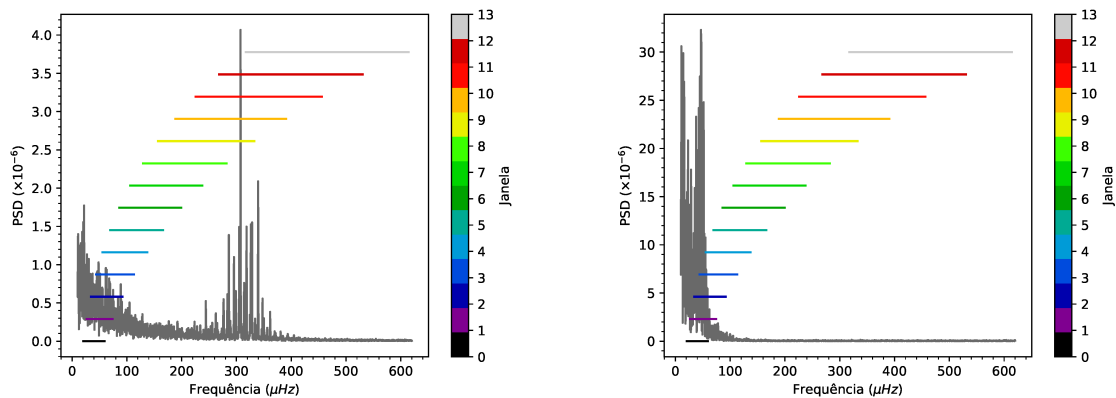
Figura 31 – Há três painéis para cada estrela nesta figura. O painel superior apresenta o espectro da estrela, com as linhas coloridas representando os intervalos de cada janela, conforme definidos no texto. No painel central estão as PS2s correspondentes, com cores iguais representando janelas iguais (indicadas nas laterais desses painéis). Por fim, o painel inferior exhibe a PS2 calculada usando o intervalo de frequência combinado das janelas para as quais picos foram observados no painel anterior, excluindo as extremidades. Da mesma forma que na Figura 29, a linha vermelha representa a meia altura do pico máximo, em verde, estão os pontos dentro da largura à meia altura desse pico (indicada em cinza) e, em azul, os pontos fora desse intervalo.



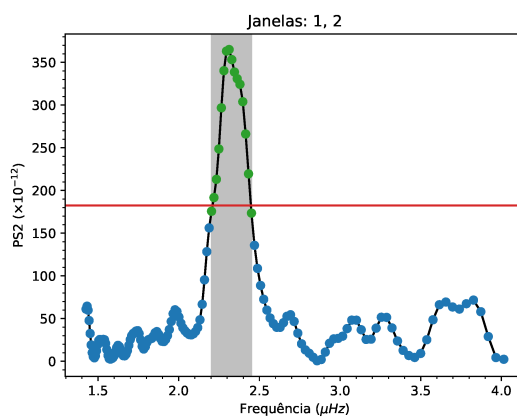
[c] TIC 148153804

[d] TIC 169397663

Figura 31 – Continuação.

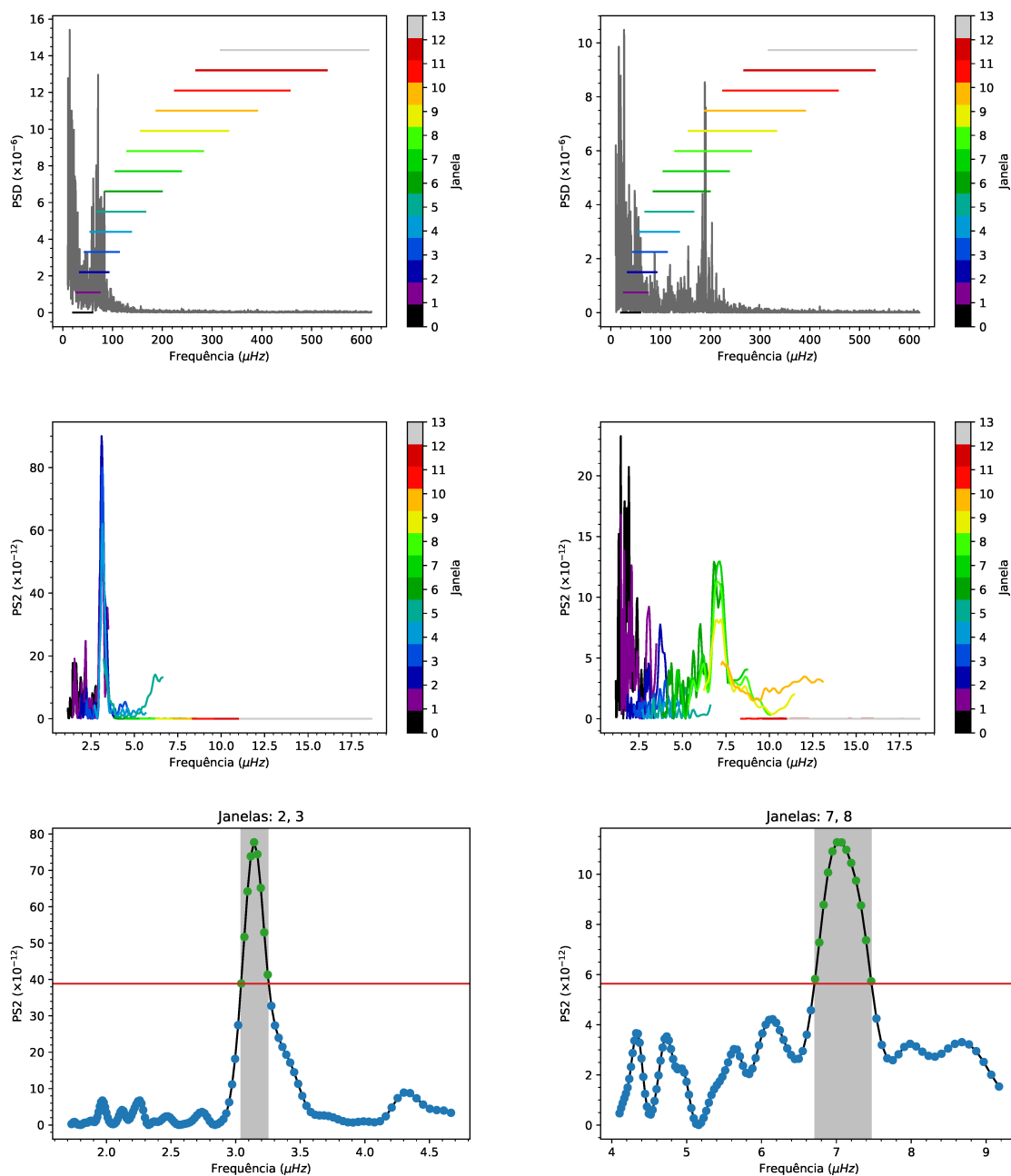


[e] TIC 198079199



[f] TIC 257005016

Figura 31 – Continuação.



[g] TIC 284181945

[h] TIC 367912480

Figura 31 – Continuação.

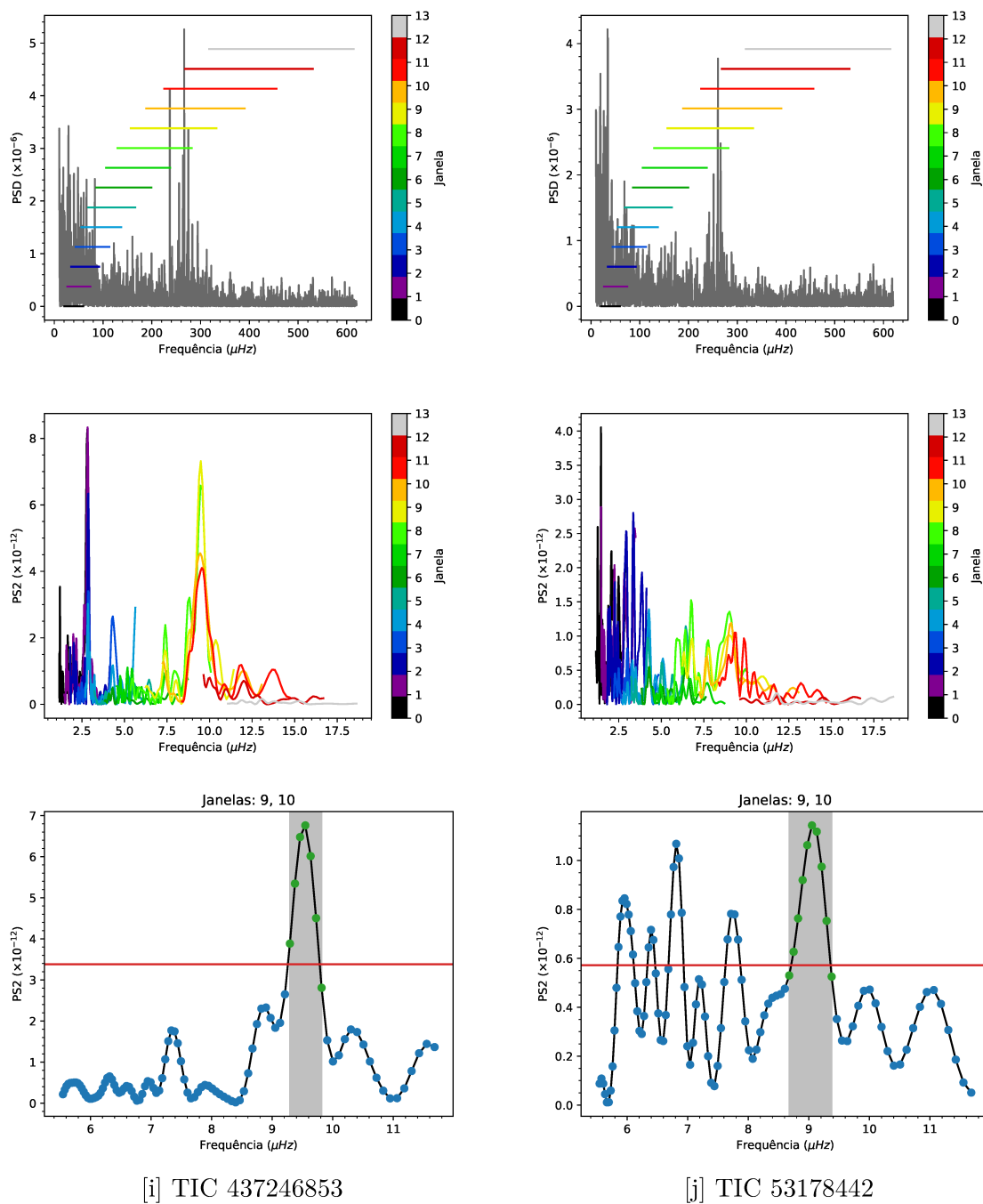
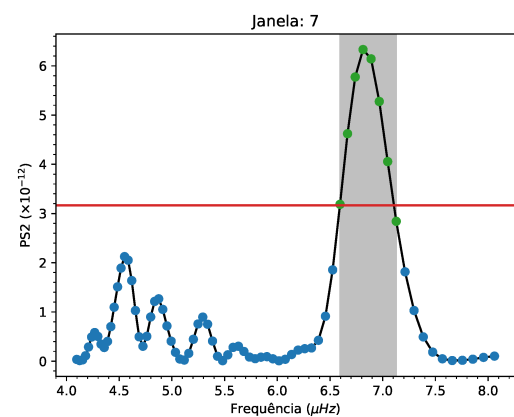
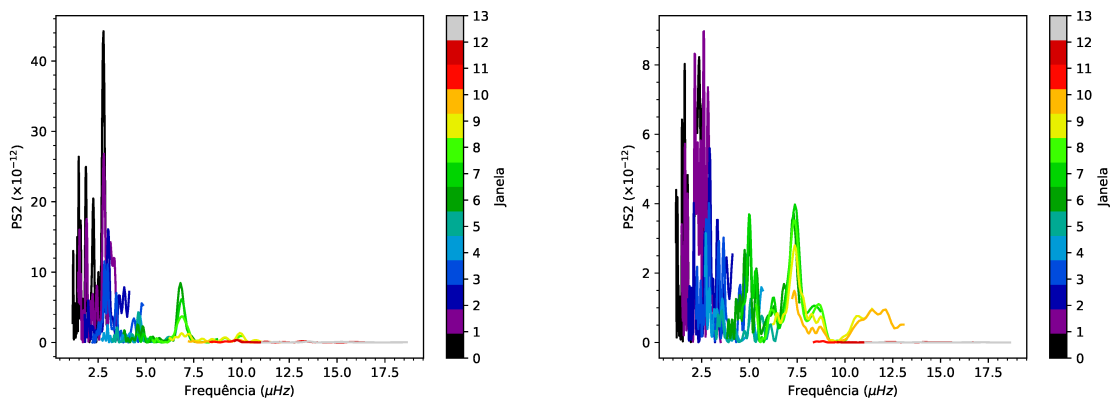
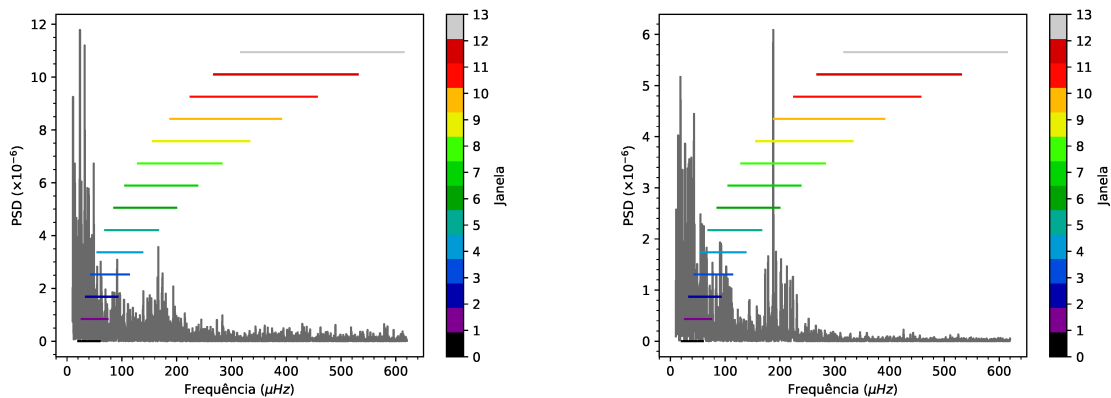
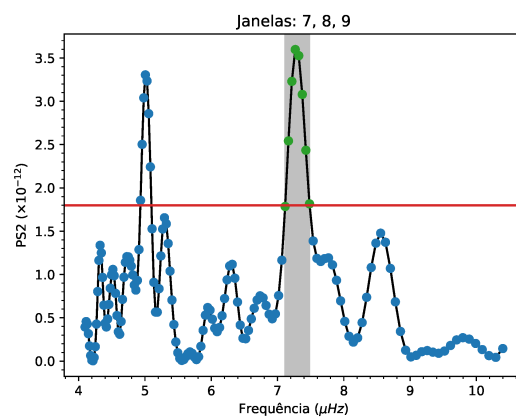


Figura 31 – Continuação.



[k] TIC 612908



[l] TIC 63905972

Figura 31 – Continuação.

como regiões ativas e granulação (Harvey 1985). Por isso, é importante avaliar as duas figuras simultaneamente. Em geral, os picos ruidosos das frequências mais baixas não se repetem em janelas consecutivas, o que é um bom critério para diferenciá-los dos picos de oscilação, onde isso ocorre.

É necessário agora medir um valor definitivo para a grande separação, a partir dos resultados parciais de cada janela. Para fazer isso, repetiremos o cálculo da PS2 uma última vez, utilizando os intervalos combinados das janelas para as quais identificamos um sinal vindo das oscilações. Excluimos, porém, as duas janelas nas extremidades pois elas normalmente só incluem parcialmente as oscilações e, portanto, costumam ter sinais de menor qualidade. Uma vez feito esse cálculo, determinamos $\Delta\nu_0/2$ usando o mesmo procedimento da seção anterior, para o pico da MFR, identificando os pontos dentro da largura à meia altura. Isso é mostrado no painel inferior para cada estrela da Figura 31. Os resultados estão compilados na Tabela 2 e, em geral, são satisfatórios, embora existam alguns casos que mereçam ser comentados.

Na TIC 169397663 (Figura 31[d]) observamos que a PS2 apresenta picos duplicados, com amplitudes bem próximas. Isso provavelmente é resultado de desvios à Equação 1.5, que fazem com que não haja uma estrutura perfeitamente regular de picos de oscilação.

Na TIC 53178442 (Figura 31[j]), identificamos o pico em $\Delta\nu_0/2$ como estando em torno de $9\mu Hz$. No entanto, a PS2 nesse caso tem vários picos em frequências mais baixas, o que diminui a confiança no resultado. Como pode ser visto na Tabela 2, pelo resultado da MFR, esse é de fato o valor correto para metade da grande separação dessa estrela. Essa é uma das vantagens de se usar métodos independentes, como discutiremos na próxima seção. A presença desses outros máximos pode ser atribuída à baixa relação-sinal ruído do pico em $\Delta\nu_0/2$ dessa estrela. Comparando a PS2 final da TIC 53178442 com a de outras estrelas cujas PS2's foram calculadas no mesmo intervalo, como a TIC 169397663 (Figura 31[d]) e a TIC 437246853 (Figura 31[i]), vemos que a amplitude do pico dessa estrela é bem menor que nas demais.

Por fim, a TIC 63905972 (Figura 31[l]) apresenta um problema similar. Neste caso, identificamos $\Delta\nu_0/2 \approx 7.5\mu Hz$. No entanto, há um pico bastante intenso em $5\mu Hz$ que poderia ser confundido com a grande separação dessa estrela. Novamente, a comparação com a MFR resolve a ambiguidade. Da mesma forma que com a TIC 53178442, o problema pode ser explicado pela baixa relação sinal-ruído da PS2, nesse caso comparando com a amplitude do pico da TIC 14853804, cuja PS2 final foi calculada no mesmo intervalo (painel inferior da Figura 31[c]).

3.1.3 Comparação dos Resultados

O uso de métodos independentes para a determinação da grande separação é importante para que possamos comparar os resultados. Se eles discordarem, podemos descobrir algum erro sistemático em alguma das metodologias aplicadas (ou em ambas), e, caso contrário, adicionamos confiança nas determinações da grande separação. Isso é especialmente importante nos casos em que um método chega a uma determinação ambígua ou não muito clara. Pelos resultados da Tabela 2, já observamos que a MFR e a PS2 fornecem resultados equivalentes para a grande separação das 12 estrelas desse trabalho. A Figura 32 ilustra isso com mais clareza, exibindo os resultados da PS2 em função daqueles obtidos via MFR, onde pode-se ver que eles se ajustam bem à reta $y = x$. Isso é um bom indício de que as determinações da grande separação feitas neste trabalho estão corretas.

É interessante notar também como esses métodos se complementam. Para as estrelas TIC 367912480 e TIC 437246853 (MFR's nas Figuras 29[h] e 29[i]; PS2's nas Figuras 31[h] e 31[i], respectivamente), lembramos que foi necessário suavizar os espectros para medir a grande separação usando a MFR, o que poderia gerar dúvidas quanto a essa determinação. Essas dúvidas são eliminadas quando medimos valores consistentes para $\Delta\nu_0$ usando a PS2 sem nenhuma dificuldade. De forma similar, o pico duplo na TIC 169397663 e a baixa

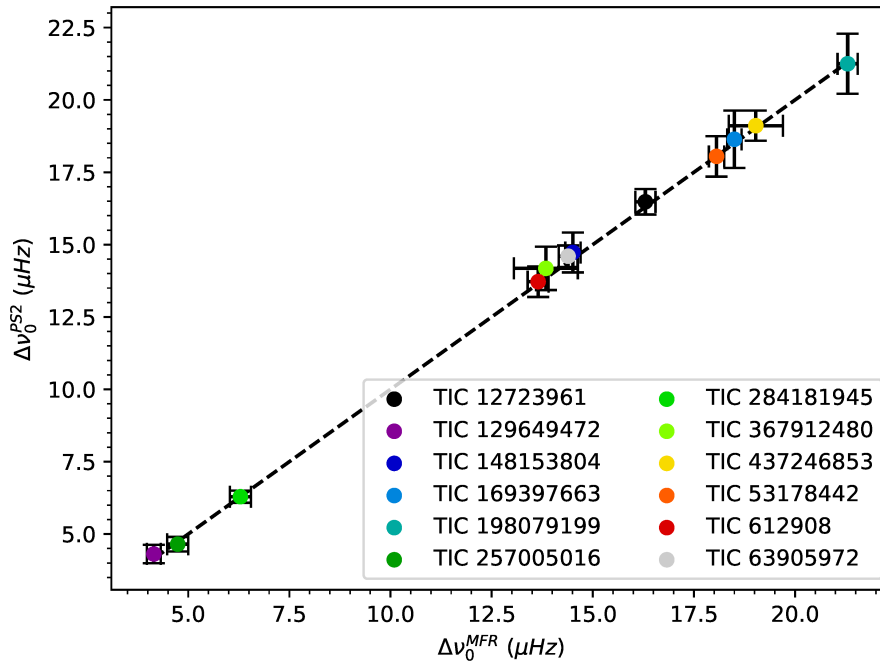


Figura 32 – Comparação entre os resultados para a grande separação obtidos via MFR ($\Delta\nu_0^{MFR}$) e via PS2 ($\Delta\nu_0^{PS2}$). A linha pontilhada indica a reta $\Delta\nu_0^{MFR} = \Delta\nu_0^{PS2}$.

relação sinal-ruído nas PS2's da TIC 53178552 e da TIC 63905972 (Figuras 31[d], 31[j] e 31[l], respectivamente) também geram dúvidas quanto aos resultados obtidos para essas estrelas, o que é solucionado vendo os máximos claros nas mesmas frequências das MFR's dessas estrelas (Figuras 29[d], 29[j] e 29[l], respectivamente).

Comparando a precisão dos resultados, observamos que, para $\Delta\nu_0 > 10\mu Hz$, as incertezas vindas da PS2 tornam-se sistematicamente maiores que as incertezas vindas da MFR, como está exibido na Figura 33. As únicas exceções são a TIC 367912480 e a TIC 437246853, isto é, as estrelas para as quais foi necessário suavizar o espectro no cálculo da MFR. Como já discutimos, a suavização alarga os picos e aumenta a incerteza, de modo que isso já era esperado. As incertezas tipicamente maiores dos resultados obtidos via PS2 podem ser explicadas pelo fato de que um espectro é sempre calculado na unidade inversa da série original. Isso significa que o espectro de uma série temporal terá unidades de tempo^{-1} . Da mesma forma, a PS2, isto é, o espectro de um espectro, terá unidade de tempo. Por outro lado, a grande separação é expressa em unidades de frequência. A inversão da unidade da PS2 para o cálculo da grande separação cria uma tendência de aumento da incerteza de $\Delta\nu_0$ com a frequência, que vai além das propriedades das oscilações em si.

Por outro lado, a MFR é calculada ponto a ponto no espectro. Portanto, a única fonte sistemática de incerteza, que não vem da natureza das oscilações é a resolução

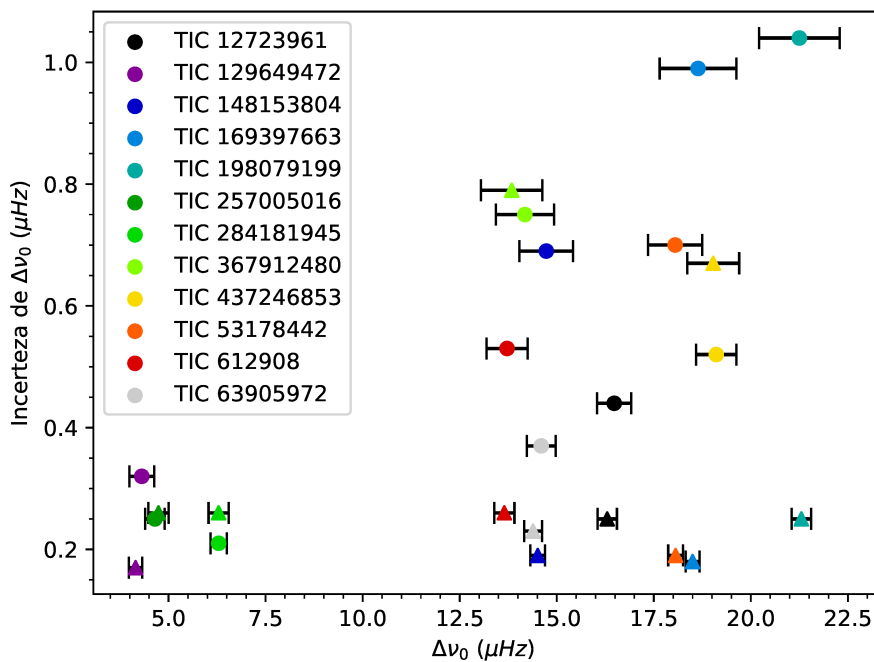


Figura 33 – Incerteza dos nossos resultados da grande separação em função do próprio valor de $\Delta\nu_0$ para as estrelas deste trabalho. Os círculos indicam resultados obtidos usando a PS2, e os triângulos vêm da MFR.

espectral. Esta, por sua vez, é aproximadamente a mesma para todas as estrelas deste trabalho, já que mesmo para aquelas com mais de um setor observado, tomamos a média dos espectros de cada setor, ao invés de calcular o espectro da série temporal completa. Isso leva a incertezas comparativamente menores e mais consistentes entre estrelas diferentes, conforme observado na Figura 33. Por esse motivo, usaremos os resultados da MFR nas análises a serem feitas adiante.

3.2 Frequência de Maior Potência

Feitas as determinações da grande separação, partimos agora para a segunda propriedade sísmica global, a frequência de maior potência. Para medir essa quantidade nas 12 estrelas deste trabalho, usaremos uma metodologia semelhante à aplicada por Stello et al. (2017) e Malla et al. (2020), adaptada à realidade disponíveis para estas estrelas. O processo começa com o cálculo do envelope das oscilações, que é feito suavizando o espectro com um filtro gaussiano. Discutimos o que significa essa operação na seção anterior (Equação 3.4), mas diferentemente dela, a ideia aqui é fazer uma suavização muito forte, filtrando os picos de oscilação individuais e deixando apenas o perfil do envelope.

Nesse processo, a escolha da largura do filtro é importante: se fizermos a média em um intervalo muito pequeno, manteremos a estrutura dos picos. Por outro lado, se usarmos um intervalo muito grande, a média receberá muita contribuição do fundo e fará envelope desaparecer. Malla et al. (2020) empregam um filtro com largura à meia altura igual a quatro vezes a grande separação da estrela analisada, os autores também testam outras larguras, entre $2\Delta\nu_0$ e $6\Delta\nu_0$, e reportam que não há mudanças muito expressivas no valor medido para a frequência de maior potência. O uso da grande separação como unidade de largura típica para a suavização do espectro na medição de ν_{\max} também pode ser visto em outras metodologias, como Mathur et al. (2012). Para o presente trabalho, adotamos um filtro gaussiano com $\sigma = \Delta\nu_0$, usando os valores de grande separação medidos na Subseção 3.1.1, obtidos via MFR. Tal escolha foi feita baseada na nitidez do envelope das oscilações após a suavização.

Para medir a frequência de maior potência em si, usamos as janelas definidas na Seção 3.1.2 para o cálculo da PS2. Começamos identificando a região das oscilações nos espectros originais, usando o intervalo da janela onde os picos estão mais centralizados (ver o primeiro painel de cada estrela da Figura 31). Identificamos também uma região de “vizinhança”, correspondente aos limites das duas janelas adjacentes. Assim, por exemplo, se as oscilações de uma estrela estão mais centralizadas na janela 10, consideramos esse intervalo de frequência como a região das oscilações. A vizinhança iria então dos limites da janela 10 até os limites das janelas 9 e 11.

Em seguida, aplicamos o mesmo procedimento descrito em Stello et al. (2017) e

Malla et al. (2020): no espectro suavizado, uma reta é ajustada aos dados na região da vizinhança e então subtraída dos dados na região das oscilações, para remover o ruído de fundo. Em seguida, ν_{\max} é identificada como a frequência do máximo do espectro suavizado após a subtração. A Figura 34 apresenta os resultados deste procedimento, com cada painel mostrando o espectro original (preto) e suavizado (azul), no intervalo identificado para a vizinhança e para as oscilações (destacado em cinza). A linha pontilhada azul corresponde à reta ajustada e subtraída do espectro suavizado, e a vermelha ao valor encontrado para ν_{\max} . A região vermelha corresponde à incerteza atribuída para ν_{\max} , como descreveremos a seguir.

Para a determinação dos erros, Malla et al. (2020) definem uma incerteza percentual geral a partir da análise da estrela com a série temporal mais extensa de sua amostra, a ϵ Tau ($\nu_{\max} \approx 57\mu Hz$), observada por 110 dias. A série foi dividida em intervalos menores, de aproximadamente 10 dias e, para cada um, repetiu-se o cálculo de ν_{\max} . Ao final, avaliou-se o desvio percentual médio dos valores parciais em relação ao obtido com a série completa. O resultado foi 5%, e esse valor foi atribuído como a incerteza da frequência de maior potência para todas as estrelas analisadas.

Entre as estrelas analisadas nesta dissertação, a maioria foi observada em apenas um setor, de forma que as séries têm, em média, 25 dias de duração. Desta forma, é difícil reproduzir a análise descrita anteriormente. Existem, porém, três exceções: a TIC 198079199, observada em seis setores (aproximadamente 150 dias, ver Figura 23[e]) e a TIC 257005016 e TIC 284181945, ambas observadas em três setores (aproximadamente 80 dias, ver Figuras 23[f] e 23[g], respectivamente). Para estas estrelas, podemos fazer uma análise semelhante. Devido ao intervalo sem pontos no meio de cada setor (para transmissão de dados para a Terra), dividimos cada setor em apenas dois intervalos, com um pouco mais de 10 dias e repetimos o cálculo do espectro e a determinação de ν_{\max} descrita nesta seção para então calcular o desvio percentual médio. Obtivemos 1.4% para a TIC 198079199 ($\nu_{\max} \approx 315\mu Hz$), 4.7% para a TIC 257005016 ($\nu_{\max} \approx 45\mu Hz$) e 6.6% para a TIC 284181945 ($\nu_{\max} \approx 70\mu Hz$).

Nota-se que a dispersão da TIC 198079199 é cerca de três vezes menor que a da TIC 257005016 e cinco vezes menor que a da TIC 284181945, o que levanta a questão se isso estaria relacionado ao valor da frequência de maior potência dessas estrelas. Para investigar se há uma tendência de decaimento da dispersão em função da frequência de maior potência, seria necessário considerar várias estrelas, com diferentes valores de ν_{\max} e séries temporais longas o bastante para permitir o cálculo de médias significativas. Infelizmente, como mencionamos, não dispomos disso. Ainda assim, é possível fazer uma análise qualitativa. Repetimos o procedimento descrito anteriormente e calculamos os desvios relativos do valor de ν_{\max} para fragmentos da curva de luz total de todas as estrelas deste trabalho. Os resultados estão exibidos na Figura 35 e revelam que, de fato,

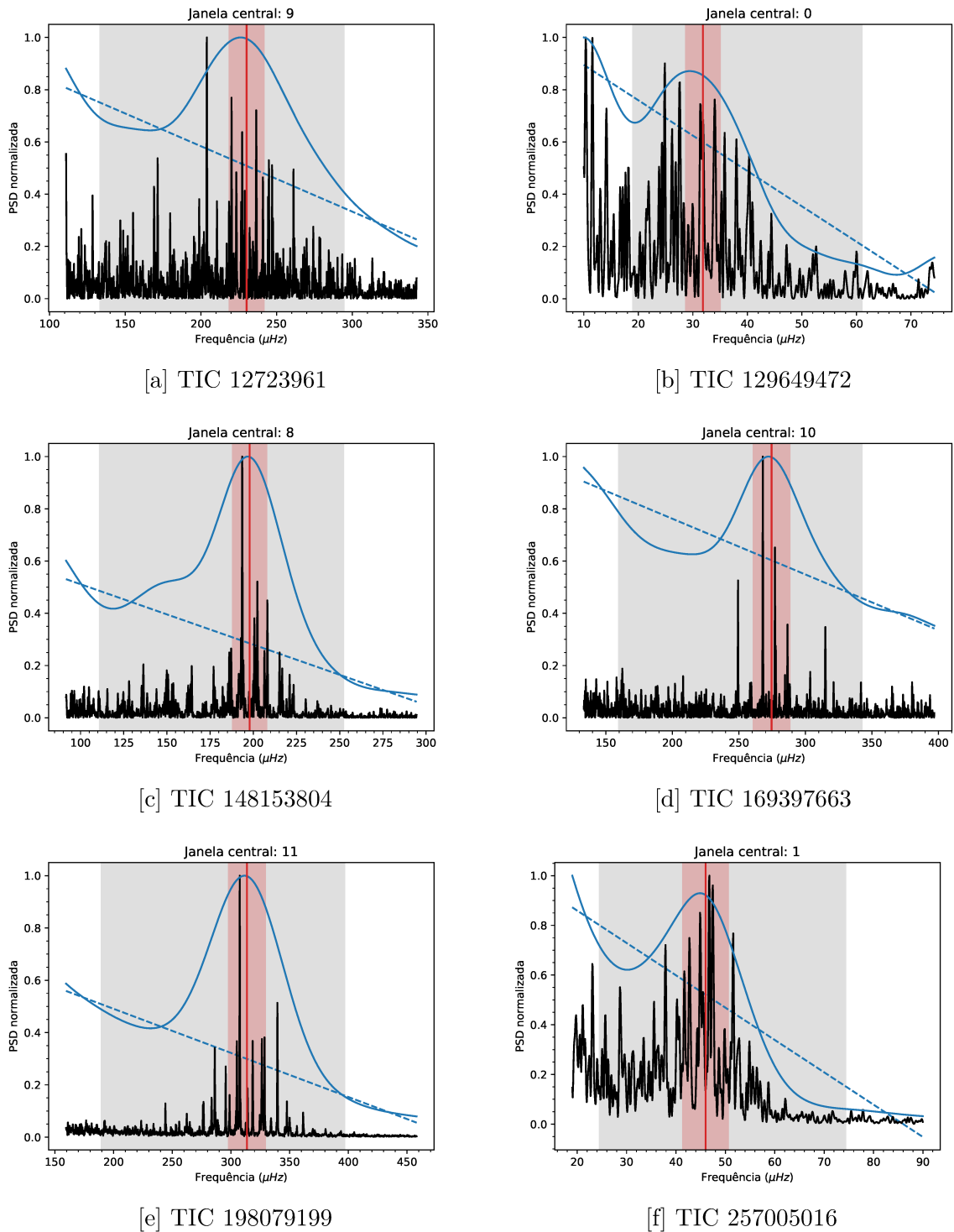
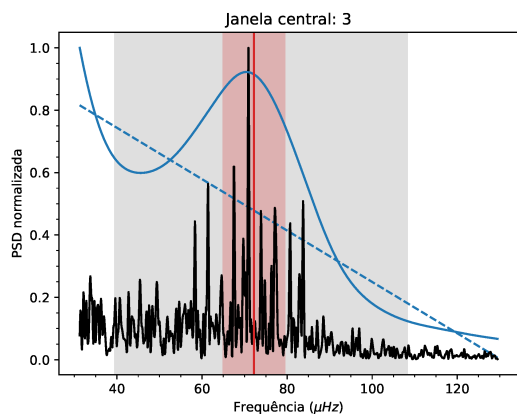
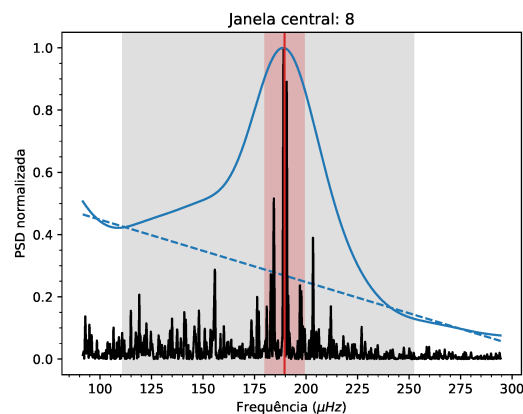


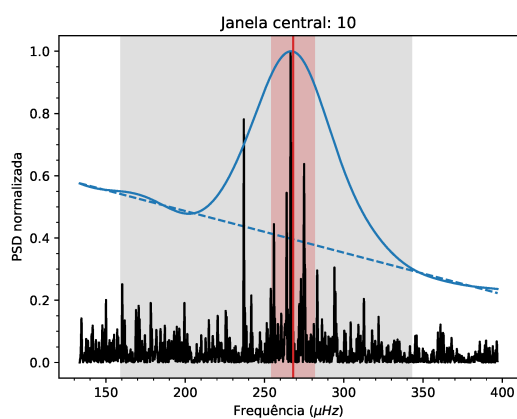
Figura 34 – Em cada painel, a curva preta indica o espectro de cada estrela na região analisada, conforme discutido no texto, já a curva azul representa o espectro suavizado. A linha tracejada, por sua vez, mostra o ajuste linear do ruído de fundo dos dados. Tanto o espectro original quanto o suavizado foram normalizados para que a potência máxima de cada um seja igual a 1. A linha e a barra vermelha representam, respectivamente, o valor atribuído à frequência de maior potência da estrela e sua incerteza. A região cinza corresponde ao intervalo da janela para o qual as oscilações do espectro original estão mais bem centralizadas (painel superior da Figura 31).



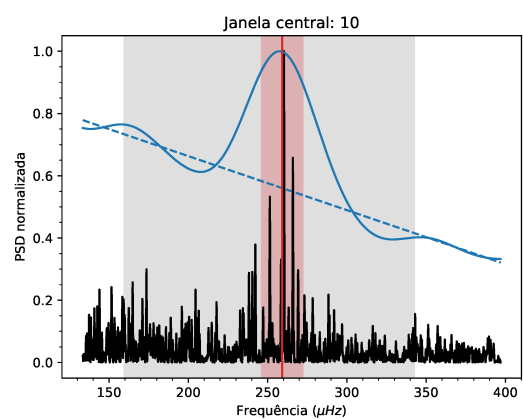
[g] TIC 284181945



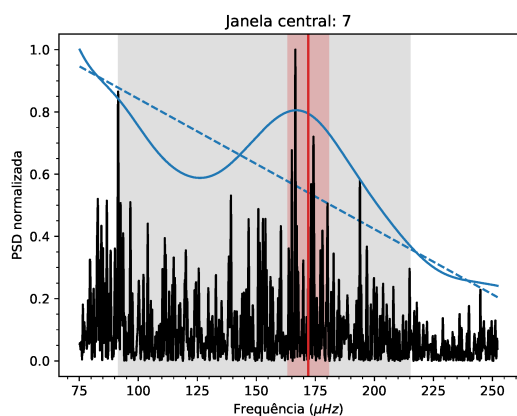
[h] TIC 367912480



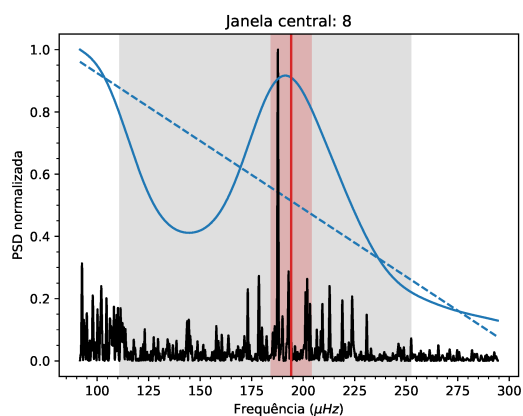
[i] TIC 437246853



[j] TIC 53178442



[k] TIC 612908



[l] TIC 63905972

Figura 34 – Continuação.

o desvio relativo é tipicamente menor para estrelas com $\nu_{\max} > 100\mu\text{Hz}$, nunca excedendo a incerteza de 5% atribuída por Malla et al. (2020). Para as estrelas com $\nu_{\max} < 100\mu\text{Hz}$, contudo, ocorre o contrário.

Como não seria adequado calcular uma incerteza para cada estrela, pois as médias daquelas observadas em apenas um setor teriam apenas dois pontos, vamos atribuir duas incertezas percentuais aos nossos resultados, dependendo do valor medido para ν_{\max} . Uma possibilidade seria usar o mesmo procedimento feito por Malla et al. (2020) e considerar os desvios médios das séries mais longas como representativos das demais estrelas. Isso significaria, por exemplo, atribuir uma incerteza de 1.5% para estrelas com $\nu_{\max} > 100\mu\text{Hz}$ e 6.5% para $\nu_{\max} < 100\mu\text{Hz}$.

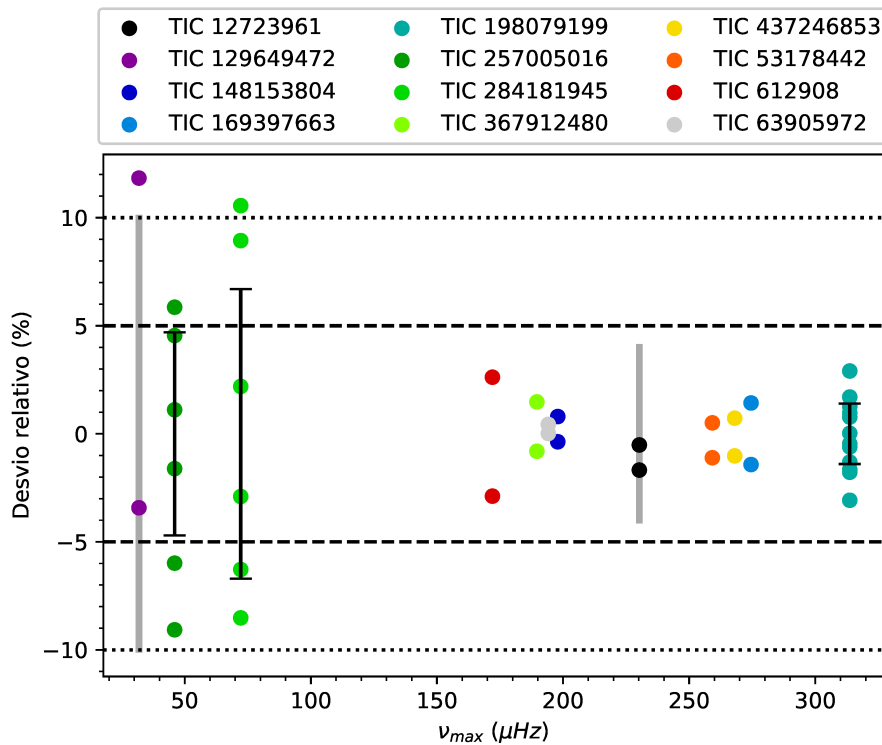


Figura 35 – Desvio percentual dos valores da frequência de maior potência encontrados para cada estrela deste trabalho, usando espectros de segmentos menores da curva de luz, em função dos próprios valores medidos para ν_{\max} . As barras de erro sobre os dados da TIC 198079199, TIC 257005016 e TIC 284181945 representam os desvios médios. As barras cinza sobre os dados da TIC 12723961 e TIC 129649472 são as incertezas percentuais obtidas por Campante et al. (2019) para essas estrelas. As linhas representam as incertezas adotadas nesse trabalho: a pontilhada de 5%, para $\nu_{\max} > 100\mu\text{Hz}$, e a tracejada de 10%, para $\nu_{\max} < 100\mu\text{Hz}$.

Essa abordagem, contudo, levaria a incertezas consideravelmente menores que outras análises asterossísmicas. Consideremos, por exemplo, Campante et al. (2019) que analisou as oscilações de duas das estrelas deste trabalho: a TIC 12723961 ($\nu_{\max} \approx 230\mu\text{Hz}$) e a TIC 129649472 ($\nu_{\max} \approx 30\mu\text{Hz}$), usando dados do TESS. Para determinar a frequência

de maior potência dessas estrelas, foram empregados oito métodos independentes de medir essa quantidade e, depois, considerou-se a média dos resultados. Esse tipo de análise foge ao escopo desse trabalho, mas resultou em uma incerteza de 4% para a TIC 12723961 e de 10% para a TIC 129649472. Por um lado, isso reforça a tendência de diminuição da incerteza para valores maiores da frequência de maior potência, por outro, esses valores são respectivamente três e duas vezes maiores que os que iríamos atribuir para os nossos resultados, se adotássemos os valores descritos anteriormente.

O uso de vários métodos leva em conta o fato de que, diferentemente da grande separação, cuja relação com os modos de oscilação é dada pela Equação 1.5, existe mais de uma maneira de se definir a frequência de maior potência, já que existem várias formas de se determinar o envelope que modula a amplitude dos modos. Nesse sentido, a comparação entre abordagens diferentes leva a uma avaliação mais robusta da incerteza sobre essa grandeza. Para evitar uma superestimativa da precisão dos resultados deste trabalho, o que teria um efeito concreto na análise a ser apresentada no próximo capítulo, adotaremos incertezas comparáveis às de Campante et al. (2019) e Malla et al. (2020): 5% para $\nu_{\max} > 100\mu\text{Hz}$ e 10% para $\nu_{\max} < 100\mu\text{Hz}$, refletindo a tendência observada de que estrelas com ν_{\max} menor têm incertezas maiores para essa quantidade. Os resultados estão compilados na Tabela 2.

3.3 Resultados e Discussão

Este capítulo foi dedicado à determinação das propriedades sísmicas globais das 12 estrelas para as quais oscilações do tipo solar foram encontradas no Capítulo 2. Na Seção 3.1 adotamos dois métodos distintos, a MFR e a PS2, para medir a grande separação $\Delta\nu_0$ e, ao final, comparamos os resultados, que são consistentes. Na Seção 3.2, adaptamos o método usado por Stello et al. (2017) e Malla et al. (2020) para medir a frequência de maior potência ν_{\max} das oscilações. Os resultados estão compilados na Tabela 2.

Essa tabela mostra também resultados de outras análises sísmicas, para três estrelas: a TIC 12723961, a TIC 129649472 (analisadas por Campante et al. 2019) e a TIC 367912480 (analisada por Malla et al. 2020). Como já comentamos, Campante et al. (2019) obtiveram os parâmetros sísmicos de suas estrelas usando uma combinação de oito métodos diferentes e, depois, calculando a média entre os resultados. Já Malla et al. (2020) usaram o método descrito na Seção 3.2 para medir a frequência de maior potência. Para a grande separação, os autores calcularam a autocorrelação do espectro na região das oscilações, explorando, da mesma forma que os métodos usados nesta dissertação, a estrutura semi-periódica dos picos de oscilação expressa pela Equação 1.5.

Os resultados dos trabalhos citados são consistentes com as determinações feitas nesta dissertação, como mostra a Tabela 2, estando todos dentro dos limites das incertezas

observacionais. Para a grande separação, por meio da MFR, obtivemos incertezas um pouco maiores que as de Campante et al. (2019) para a TIC 12723961 e a TIC 129649472. A diferença é maior para a TIC 367912480, o que é explicado por esta ter sido uma das estrelas para a qual foi necessário suavizar o espectro. Para a frequência de maior potência, adotamos incertezas consistentes com Campante et al. (2019) e Malla et al. (2020).

Uma avaliação interessante que podemos fazer dos resultados desta dissertação é verificar como eles se ajustam à Equação 1.7, que expressa a relação empírica entre $\Delta\nu_0$ e ν_{\max} , discutida no Capítulo 1. A Figura 36 mostra um gráfico dos valores obtidos nesta dissertação para essas quantidades. Fazendo um ajuste para uma função do tipo $\Delta\nu_0 \propto \nu_{\max}^a$ obtemos:

$$\Delta\nu_0 = (0.28 \pm 0.03)\mu Hz (\nu_{\max}/\mu Hz)^{0.75 \pm 0.02} \quad (3.7)$$

Os resultados são próximos dos obtidos por Stello et al. (2009), indicados na Equação 1.7, embora levem a valores menores para a grande separação que os previstos originalmente. Isso poderia indicar a existência de algum erro sistemático nos resultados da Tabela 2.

No entanto, comparando nossa análise com a de Stello et al. (2009), uma diferença importante é que todas as estrelas usadas para o ajuste da Equação 3.7 têm $\Delta\nu_0 < 25\mu Hz$, e aproximadamente um terço das estrelas analisadas por Stello et al. (2009) possuem valores para a grande separação acima desse limite. Na análise feita para o catálogo APOKASC-2 no Capítulo 1, encontramos que a Equação 1.7 superestimava os valores da grande separação das estrelas deste catálogo, o que era visto principalmente na distribuição das diferenças relativas da Figura 9, que não era centrada em zero. Fazendo a mesma análise para a Equação 3.7, que acabamos de obter, não observamos esse desvio (painel

TIC	$\Delta\nu_0$ (μHz)			ν_{\max} (μHz)	
	MFR	PS2	Outros*		Outros*
12723961	16.30 ± 0.25	16.48 ± 0.44	$16.25 \pm 0.19^{(a)}$	230 ± 12	$226.6 \pm 9.4^{(a)}$
129649472	4.15 ± 0.17	4.31 ± 0.32	$4.10 \pm 0.14^{(a)}$	31.9 ± 3.2	$31.6 \pm 3.2^{(a)}$
148153804	14.51 ± 0.19	14.73 ± 0.69	–	197.9 ± 9.9	–
169397663	18.50 ± 0.18	18.64 ± 0.99	–	275 ± 14	–
198079199	21.30 ± 0.25	21.25 ± 1.04	–	314 ± 16	–
257005016	4.74 ± 0.26	4.65 ± 0.25	–	46.0 ± 4.6	–
284181945	6.29 ± 0.26	6.29 ± 0.21	–	72.2 ± 7.2	–
367912480	13.84 ± 0.79	14.18 ± 0.75	$14.28 \pm 0.58^{(b)}$	189.6 ± 9.5	$185 \pm 9^{(b)}$
437246853	19.03 ± 0.67	19.11 ± 0.52	–	268 ± 13	–
53178442	18.06 ± 0.19	18.05 ± 0.70	–	259 ± 13	–
612908	13.65 ± 0.26	13.72 ± 0.53	–	172.0 ± 8.6	–
63905972	14.39 ± 0.23	14.60 ± 0.37	–	194.1 ± 9.7	–

Tabela 2 – Propriedades sísmicas globais obtidas para as estrelas analisadas. *Análises sísmicas usadas para comparação: ^(a) Campante et al. (2019) e ^(b) Malla et al. (2020)

interno da Figura 36). Portanto, as diferenças entre o ajuste feito nesta dissertação e o originalmente feito por Stello et al. (2009) não são um sinal de um erro sistemático em nossos resultados, mas sim de que a Equação 3.7 é mais adequada para oscilações de baixa frequência. Mais do que isso, o fato do ajuste feito com os dados obtidos neste trabalho reproduzir melhor o comportamento das estrelas do catálogo APOKASC-2 é um bom indicativo de que os valores da Tabela 2 estão corretos.

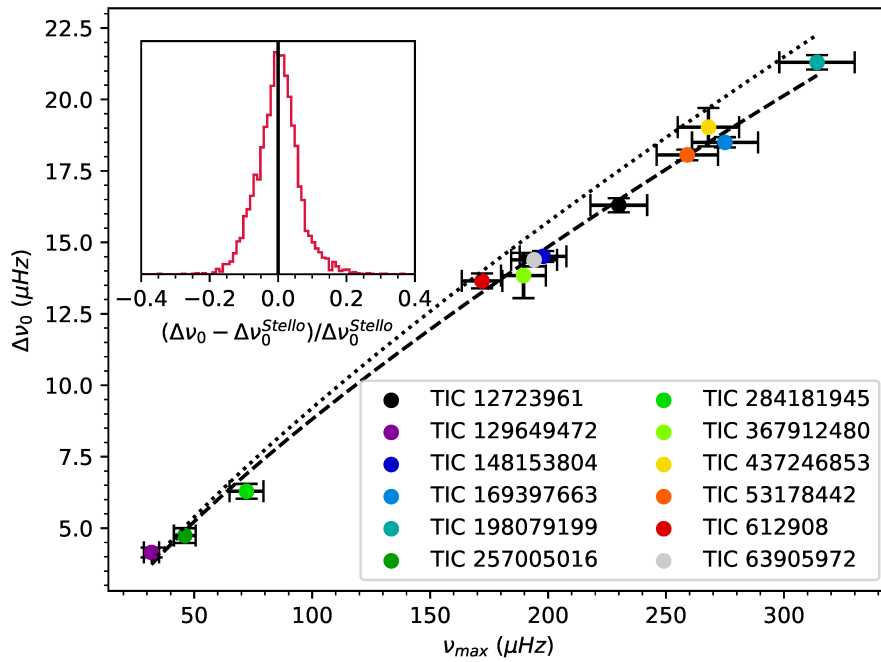


Figura 36 – Valores obtidos para a grande separação (via MFR) em função dos obtidos para a frequência de maior potência para as estrelas deste trabalho. A linha tracejada mostra um ajuste dos resultados para uma função $\Delta\nu_0 \propto \nu_{\max}^a$ e a linha pontilhada representa a Equação 1.7. O resultado está expresso na Equação 3.7. No gráfico interno, a diferença relativa entre os resultados para $\Delta\nu_0$ medidos nas estrelas do catálogo APOKASC-2 (apresentado no Capítulo 1) e os obtidos usando a Equação 3.7. Comparando com a Figura 9, vemos que a relação obtida neste trabalho reproduz melhor os valores da grande separação observadas para as estrelas desse catálogo.

Verificando os valores da Tabela 1 pode-se perceber que as propriedades sísmicas das estrelas deste trabalho são consideravelmente menores que as do Sol, onde $\Delta\nu_{0,\odot} \approx 135\mu Hz$ e $\nu_{\max,\odot} \approx 3050\mu Hz$. Em particular, os valores da grande separação são de 6 a 30 vezes menores que o solar. Segundo a equação 1.8, isso significa que a densidade média dessas estrelas é de 36 a 900 vezes menor que a do Sol, confirmando o que já havíamos sugerido no final do Capítulo 2, baseado apenas na posição das oscilações no espectro, quanto ao fato de que essas estrelas estão em estágios mais evoluídos.

O fato de estarmos lidando com estrelas evoluídas significa que as oscilações que

analisamos neste capítulo envolvem uma combinação de modos p puros (se $\ell = 0$) e modos mistos (caso contrário), conforme discutido na Seção 1.2. Isso significa que desvios à Equação 1.5 são mais comuns nessas estrelas, o que nos ajuda a entender as diferenças qualitativas que podem ser observadas entre seus espectros (Figura 23) e o da KIC 8379927 (Figura 6), cujas propriedades são muito mais próximas das solares: $\nu_{\max} = 2880 \pm 65 \mu\text{Hz}$ e $\Delta\nu_0 = 120.86 \pm 0.43$ (Mathur et al. 2012). Nota-se que, para esta última, as frequências de oscilação são muito mais bem definidas no espectro, ao ponto que fomos capazes de obter uma estimativa razoável para sua grande separação simplesmente identificando a posição dos picos e calculando suas distâncias (Figura 25). Essa identificação seria bem mais complexa para as estrelas deste trabalho. Ainda assim, a estrutura formada pelos modos p com $\ell = 0$ e pelos modos p - m (que têm um comportamento dominado pela parte acústica), que obedece a Equação 1.5, nos permite medir as propriedades sísmicas globais.

A dificuldade na análise de oscilações do tipo solar em estrelas da sequência principal está no fato de que, em geral, a amplitude de suas oscilações é comparativamente pequena (Equação 1.12). Isso leva a uma relação sinal-ruído dos picos mais baixa, como já mostramos na Figura 14. Assim, espectros como o da KIC 8379927 não são comuns nessa faixa de frequência. Uma evidência disso é que não encontramos nenhuma estrela desse tipo na inspeção visual descrita no Capítulo 2.

No próximo capítulo, usaremos os valores sísmicos globais que medimos para as 12 estrelas deste trabalho, apresentados na Tabela 2, para estimar seus parâmetros estelares, em particular, a massa M , o raio R e a idade t . No caso da grande separação, como mencionamos no final da Seção 3.1, usaremos os valores mais precisos da MFR. Ainda assim, ressaltamos a importância de se usar a PS2 como ferramenta de verificação independente dos resultados.

4 Caracterização das Estrelas: Modelagem Baseada em Grades de Modelos Estelares

Como vimos no Capítulo 1, as propriedades sísmicas globais $\Delta\nu_0$ e ν_{max} podem ser usadas, juntamente com a temperatura efetiva T_{eff} , para se obter a massa (Equação 1.10) e o raio (Equação 1.11) de uma estrela com oscilações do tipo solar. Essa abordagem, embora bastante direta, tem algumas desvantagens. A principal é que seus resultados são imprecisos, devido a uma propagação não física dos erros observacionais, causada por se assumir que os parâmetros dessas equações são independentes ((Basu et al. 2012)), o que sabemos que não é verdade. Dada a massa e o raio de uma estrela, por exemplo, a teoria da estrutura e evolução estelar permite prever quais os valores possíveis para sua temperatura efetiva.

Se esse conhecimento é incorporado à análise, é possível fazer uma caracterização mais precisa e completa da estrela considerada. Daí surgem os métodos de **Modelagem Baseada em Grades de Modelos Estelares** (ou GBM, do inglês *Grid-Based Modeling*). A ideia é comparar parâmetros observacionais medidos para uma dada estrela aos valores simulados em uma grade de modelos de evolução estelar. Identificando os modelos com os parâmetros mais próximos, seus valores de massa e raio são usados para inferir essas quantidades para a estrela com precisão consideravelmente maior que simplesmente usando as Equações 1.10 e 1.11. Além disso, a idade da estrela também pode ser determinada a partir dos modelos de maneira similar.

Existem várias metodologias de análise por GBM usadas na literatura. Entre elas, muda a forma com que os parâmetros observacionais são comparados aos modelos e também os códigos de estrutura e evolução estelar empregados para produzir as grades. Embora os fundamentos da teoria sejam os mesmos (ver, por exemplo, Kippenhahn et al. 1990), existem diferentes abordagens para a equação de estado no interior estelar, para a modelagem da atmosfera, para o tratamento da convecção e a inclusão, ou não, de efeitos como perda de massa ou rotação. É comum que metodologias distintas sejam empregadas para se considerar o impacto dessas abordagens no resultado final.

Nesta dissertação, usaremos a **metodologia de Yale-Birmingham** (ou método YB), proposta em Basu et al. (2010) e Gai et al. (2011), para comparar os parâmetros observacionais aos parâmetros dos modelos. Para as grades de modelos estelares, usaremos a grade pública **BaSTI**¹ (Hidalgo et al. 2018). Essa combinação foi usada, por exemplo, por Hekker & Ball (2014) para caracterizar duas estrelas, com boa precisão. O método YB é usado em vários outros trabalhos de caracterização sísmica, por exemplo: Mathur

¹ a *BAG os Stellar Tracks and Isochrones*, disponível em: <http://basti-iac.oe-abruzzo.inaf.it/>

et al. (2012), Huber et al. (2013), Serenelli et al. (2017) e Campante et al. (2019). A grade BaSTI também é comumente usada com essa finalidade, dentre os trabalhos citados anteriormente, Huber et al. (2013) e Serenelli et al. (2017) incluem-na na análise.

4.1 Parâmetros espectroscópicos e paralaxe

A premissa básica da caracterização estelar por GBM é a comparação entre um conjunto de parâmetros observacionais medidos para uma estrela de interesse com aqueles correspondentes em uma grade de modelos estelares. A primeira questão que surge, portanto, é quais grandezas, dentre as várias que podem ser medidas para uma estrela, devem ser usadas na comparação. Naturalmente, uma análise sísmica deve incluir parâmetros sísmicos, como $\Delta\nu_0$ e ν_{max} . No entanto, verifica-se que só essas grandezas não são suficientes para se fazer uma caracterização estelar precisa, visto que existe uma grande variedade de estrelas distintas com propriedades sísmicas globais próximas.

Essa insuficiência é ilustrada na Figura 37, que contém diagramas massa-raio das estrelas do catálogo APOKASC-2, apresentado no Capítulo 1. Em cada painel, estão destacadas as estrelas cujos valores de $\Delta\nu_0$ e ν_{max} , medidos no catálogo, estão dentro da margem de erro observacional dos valores medidos nesta dissertação (indicados na Tabela 2). Percebe-se que existe uma variação considerável nos valores de massas e raios para um dado par $\Delta\nu_0$ e ν_{max} , especialmente quanto a massa e para objetos mais evoluídos. Isso significa que as propriedades sísmicas globais não são suficientes para diferenciar estrelas ao ponto de permitir uma caracterização precisa de suas massas, raios e, eventualmente, idades. São necessários, portanto, mais parâmetros observacionais de comparação. O método YB usa, além de $\Delta\nu_0$ e ν_{max} , a temperatura efetiva T_{eff} , a metalicidade $[Fe/H]$ e a distância d da estrela.

A temperatura efetiva e a metalicidade são comumente usados em análises de GBM, por exemplo, todos os trabalhos citados na introdução desse capítulo usam esses parâmetros, independentemente da metodologia empregada. A distância, por sua vez, é um parâmetro representativo da luminosidade da estrela, segundo Basu et al. (2010), ela é importante para a caracterização de gigantes vermelhas, pois elas possuem um intervalo estreito de temperaturas e seus raios são muito sensíveis à luminosidade da estrela.

A ideia da distância como grandeza representativa da luminosidade da estrela parte da noção de que, dado o brilho intrínseco de um objeto, seu brilho aparente será função apenas da distância entre ele e o observador (ignorando qualquer efeito de extinção da luz). Assim, suponha que conheçamos a distância observada de uma estrela d^{obs} e seu brilho aparente, medido na forma de uma magnitude aparente em uma banda qualquer m^{obs} . Considere que tenhamos ainda uma grade de modelos, para cada um dos quais foi calculada a magnitude absoluta na mesma banda M_i^{teo} (i representa o i -ésimo modelo da

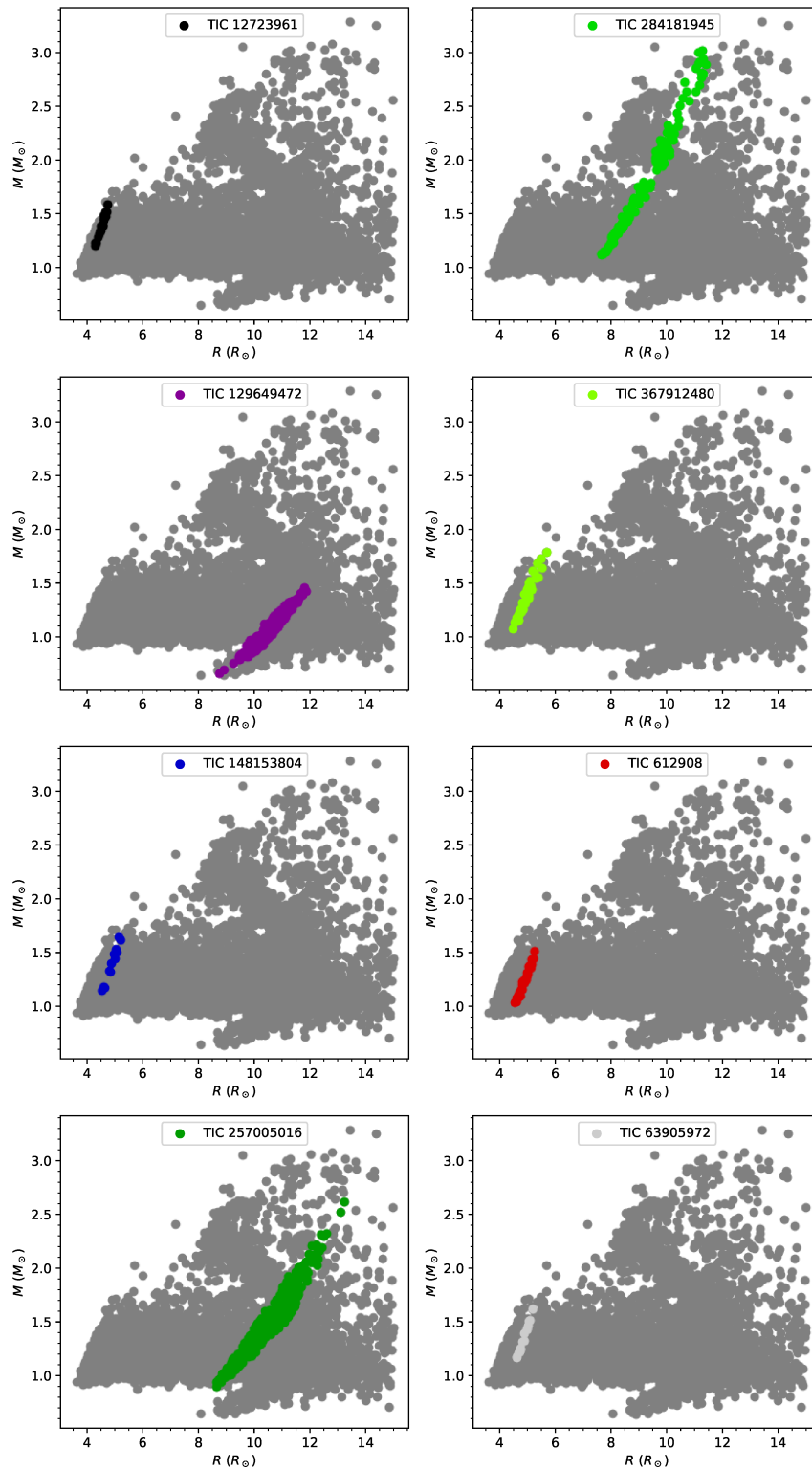


Figura 37 – Diagramas massa-raio usando dados do catálogo APOKASC-2. Em cinza, estão apresentados os valores medidos pelo catálogo para todas as estrelas contidas nele. Já em cores, estão as estrelas cujos valores das suas propriedades sísmicas globais, medidas no catálogo, estão dentro da margem de erro dos valores medidos nesta dissertação para oito estrelas específicas, uma em cada painel. Para as quatro estrelas não incluídas, seus valores de $\Delta\nu_0$ e ν_{max} estão além do coberto pelo catálogo.

grade). Podemos definir uma distância teórica d_i^{teo} usando a expressão do **módulo de distância**:

$$d_i^{teo} = 10^{0.2(m^{obs} - M_i^{teo}) + 1}. \quad (4.1)$$

Assumindo que não há extinção, a comparação dos valores de d_i^{teo} e d^{obs} é equivalente a comparar o valor da magnitude absoluta de cada modelo com a magnitude absoluta da estrela M^{obs} , pois $d^{obs} = 10^{0.2(m^{obs} - M^{obs}) + 1}$. Se $d_i^{teo} > d^{obs}$, o modelo i tem um brilho intrínseco maior que o da estrela. Da mesma forma, um modelo com $d_i^{teo} < d^{obs}$ é menos luminoso. Nesse sentido, é possível substituir a distância por algum outro parâmetro que carregue a mesma função, como a paralaxe, a magnitude absoluta ou a própria luminosidade (como Campante et al. (2019) fazem na análise da TIC 12723961 e da TIC 129649472).

Assim, precisamos complementar as propriedades sísmicas que medimos no Capítulo 3 com medidas das temperaturas efetivas, metalicidades e distâncias das 12 estrelas deste trabalho. Fazer essa determinação requer um outro conjunto de técnicas observacionais que fogem ao escopo desse trabalho. Felizmente, todas as estrelas foram observadas pelo satélite GAIA, de onde podemos obter valores precisos de suas paralaxes. Além disso, como todas elas são hospedeiras conhecidas de exoplanetas, o que aumenta o interesse nesses objetos, elas já foram analisadas em trabalhos espectroscópicos, que nos permitem obter medidas de suas temperaturas efetivas e metalicidades.

Na Tabela 3 estão compilados diversos parâmetros observacionais que serão relevantes na nossa análise. Para as paralaxes e magnitudes aparentes (de onde obteremos as distâncias observacional e teórica, respectivamente) usamos dados da *Data Release 2* do GAIA (Gaia DR2, Brown et al. 2018; Prusti et al. 2016). Já para os parâmetros espectroscópicos usamos diversas fontes, devidamente citadas na tabela. Além dos parâmetros de comparação, incluímos as estimativas desses trabalhos para as massas, os raios e as idades das estrelas, quando disponíveis, e o valor da gravidade superficial, que usaremos para comparação com os nossos resultados.

TIC	Gaia DR2		Trabalhos espectroscópicos							
	p (marsec)	G (mag)	T_{eff} (K)	$\log g$ (cgs)	$[Fe/H]$ (dex)	t (Gyr)	M (M_{\odot})	R (R_{\odot})	Instrumento	Fonte
12723961	8.968 ± 0.044	7.352	5085 ± 25	3.52 ± 0.05	-0.13 ± 0.03	1.92 ± 0.46	1.60 ± 0.13	4.26 ± 0.59	FEROS	(a)
129649472	12.69 ± 0.12	5.256	4618 ± 113	2.36 ± 0.28	0.17 ± 0.07	–	2.74 ± 0.73	–	FEROS	(b)
148153804	12.685 ± 0.041	6.752	4850 ± 100	3.1 ± 0.2	0.20 ± 0.13	–	1.74 ± 0.21	5.77 ± 0.53	múltiplos	(c)
169397663	8.210 ± 0.039	7.713	5009 ± 15	3.49 ± 0.07	0.00 ± 0.05	2.03 ± 0.48	1.60 ± 0.13	4.22 ± 0.57	FEROS	(a)
198079199	54.71 ± 0.16	4.063	4961 ± 28	3.76 ± 0.05	0.26 ± 0.07	2.89 ± 0.06	1.46 ± 0.01	3.18 ± 0.08	HARPS	(a)
257005016	6.123 ± 0.024	6.559	4847.4 ± 7.5	2.57 ± 0.03	-0.03 ± 0.02	1.7 ± 0.2	1.8 ± 0.1	9.9 ± 0.4	BOES	(d)
284181945	9.676 ± 0.048	5.635	4892 ± 23	2.81 ± 0.06	0.09 ± 0.04	1.02 ± 0.22	2.12 ± 0.13	9.13 ± 0.42	ÉLODIE	(a)
367912480	73.83 ± 0.37	2.804	4764 ± 112	3.10 ± 0.27	0.13 ± 0.06	–	1.26 ± 0.14	–	SARG	(e)
437246853	8.766 ± 0.044	7.791	4946 ± 25	3.50 ± 0.07	-0.02 ± 0.05	2.41 ± 0.69	1.52 ± 0.14	4.52 ± 0.70	FEROS	(a)
53178442	7.112 ± 0.067	7.970	5125 ± 15	3.63 ± 0.05	-0.19 ± 0.05	2.92 ± 0.81	1.39 ± 0.12	3.33 ± 0.45	FEROS	(a)
612908	7.593 ± 0.032	7.658	4943 ± 15	3.38 ± 0.05	-0.12 ± 0.05	3.89 ± 1.22	1.31 ± 0.11	4.15 ± 0.45	FEROS	(a)
63905972	18.224 ± 0.056	5.633	4989 ± 15	3.46 ± 0.04	0.15 ± 0.02	1.47 ± 0.20	1.81 ± 0.09	4.94 ± 0.34	EBASIM	(a)

Tabela 3 – Parâmetros observacionais das estrelas analisadas nesta dissertação. Referências: (a) Jofré et al. (2015); (b) Sousa et al. (2018); (c) Jones et al. (2016), instrumentos usados: FEROS, FECH e CHIFRON; (d) Lee et al. (2015); (e) Mortier et al. (2013).

Para calcular a distância observacional d e sua incerteza σ_d a partir das paralaxes p e suas incertezas σ_p , usamos as equações tradicionais:

$$d_{[\text{parsec}]} = \frac{1}{p_{[\text{arcsec}]}} \quad ; \quad \sigma_d = \frac{\sigma_p}{p^2}. \quad (4.2)$$

Esse método de cálculo de distâncias, embora simples, pode não ser o mais recomendado, como discutido e Bailer-Jones (2015) Luri et al. (2018). Se o valor medido para a paralaxe é interpretado como o máximo da distribuição da probabilidade do seu valor real, com largura proporcional à incerteza, então a distribuição de probabilidade do valor real da distância seria assimétrica e máxima em um valor menor que o previsto pela Equação 4.2. Embora existam abordagens que permitem levar essa assimetria em conta, seus efeitos se tornam relevantes apenas para paralaxes com incertezas relativas maiores que 20%. As paralaxes da Tabela 3 todas têm incertezas relativas menores ou da ordem de 1% e, portanto, não há necessidade desse tipo de análise e a Equação 4.2 será suficiente.

Oito das 12 estrelas desse trabalho tiveram os parâmetros espectroscópicos retirados de Jofré et al. (2015). Escolhemos preferencialmente essa fonte pela precisão de seus resultados para T_{eff} e por conter estimativas da massa, do raio e da idade das estrelas, o que permite uma comparação mais completa. Em linhas gerais, todos os trabalhos espectroscópicos citados na Tabela 3 usaram uma abordagem semelhante para caracterizar as estrelas. Parâmetros atmosféricos (T_{eff} , $[Fe/H]$ e $\log g$) são obtidos pelas análises das linhas do ferro neutro (FeI) e do ferro uma vez ionizado ($FeII$). Já massas, raios e idades são determinados pela comparação desses parâmetros com sequências evolutivas, algo não muito distante da GBM apresentada nesse capítulo, mas sem incluir os parâmetros sísmicos. Para essa parte da análise são necessárias também magnitudes aparentes e distâncias e, todas essas referências usam magnitudes V do Hipparcos (Perryman et al. 1997) e suas paralaxes revisadas por Van Leeuwen (2007).

4.2 Grade de modelos estelares

Com os dados das Tabelas 2 e 3 temos todos os parâmetros observacionais necessários para implementar o método YB. No entanto, isso é apenas metade do trabalho. Precisamos também de uma grade de modelos estelares que simule, para cada modelo, os mesmos parâmetros, bem como as massas, raios e idades que desejamos determinar para as estrelas. Como mencionamos na introdução desse capítulo, usaremos a grade BaSTI, descrita em Hidalgo et al. (2018), para comparação. Essa grade foi usada em vários trabalhos recentes com esse propósito, como Huber et al. (2013), Hekker & Ball (2014) e Serenelli et al. (2017). O nome BaSTI refere-se tanto ao conjunto de modelos gerados quanto ao código de evolução estelar usado para calculá-los (BaSTI versão 2.0), que é uma evolução independente do código FRANEC (*Frascati Raphson Newton Evolutionary Code*, Degl’Innocenti et al. 2008), com opacidades das tabelas OPAL (Iglesias & Rogers 1996) para $T_{\text{eff}} > 10^4 K$ e

das tabelas de Ferguson et al. (2005) para valores menores. Equações de estado vêm do código FreeEOS² (Irwin 2012) e taxas de reações nucleares vêm da base de dados NACRE (Angulo et al. 1999), com três exceções (Cyburt & Davids 2008; Formicola et al. 2004; Hammer et al. 2005).

Para calcular a perda de energia por neutrinos, são usadas as taxas de Haft et al. (1994) suplementadas pelas de Munakata et al. (1985). Já para condições de contorno na atmosfera, é adotado o modelo semi-empírico de Vernazza et al. (1981). A convecção é tratada usando a teoria do comprimento de mistura por Böhm-Vitense (1958) com o formalismo descrito em Weiss et al. (2004). O parâmetro do comprimento de mistura α_{ML} é fixado em 2.006 seguindo a calibração do modelo solar padrão. Para a distribuição de elementos pesados, existem duas opções: a primeira é a “mistura solar”, baseada nas abundâncias solares de Caffau et al. (2011), suplementadas pelas de Lodders et al. (2010), com $Z = Z_{\odot}$ e $(Z/X)_{\odot} = 0.0209$. A segunda opção é a “mistura α -enriquecida” que leva em conta o excesso, em relação ao Sol, dos valores de $[\alpha/Fe]$ (com α denotando os “elementos α ”: O, Ne, Mg, Si, S, Ar, Ca e Ti) observados em estrelas de População II do campo, em aglomerados globulares e no bojo da Via Láctea. Os detalhes desta mistura para a versão mais recente do código BaSTI ainda não foram publicados; para a versão anterior, ver Pietrinferni et al. (2006).

Para cada opção de mistura, existem 22 metalicidades diferentes ($-3.20 \leq [Fe/H] \leq 0.45$) e cada uma possui 56 sequências evolutivas com massas iniciais entre 0.1 e $15M_{\odot}$, que vão desde a pré-sequência principal até o ramo assintótico das gigantes ou a ignição do carbono no núcleo de estrelas mais massivas. Para estrelas de massa muito baixa, cujo tempo de vida na fase de queima de hidrogênio no núcleo é maior que a idade do universo, a evolução é interrompida precocemente, quando a fração de massa de hidrogênio no centro fica da ordem de 0.3. O espaçamento em massa entre as sequências da grade varia, aumentando com a sua massa inicial. Cada sequência é normalizada para conter 2100 pontos, de forma a garantir que “momentos-chave” ocorram sempre na mesma posição. Por exemplo, o máximo da temperatura efetiva na sequência principal sempre ocorre no 350º modelo. Segundo os autores, isso facilita o cálculo de isócronas e permite a interpolação de sequências entre os valores simulados (Hidalgo et al. 2018).

Para esta dissertação, usamos a grade com a distribuição solar de elementos pesados e com a formulação mais simples: sem levar em conta difusão, *overshooting* ou perda de massa (embora seja possível adicionar esses fenômenos e planejemos avaliar seus impactos no futuro). Para as metalicidades, usamos seis valores distintos: $[Fe/H] = -0.30, -0.20, -0.08, +0.06, +0.15, +0.30$, que são os valores disponíveis dentro do intervalo de metalicidades observadas para as estrelas analisadas nesta dissertação. A Figura 38 mostra as metalicidades da grade e das estrelas deste trabalho conforme a Tabela 3. Nota-se que,

² Disponível em: <http://freeeos.sourceforge.net/>

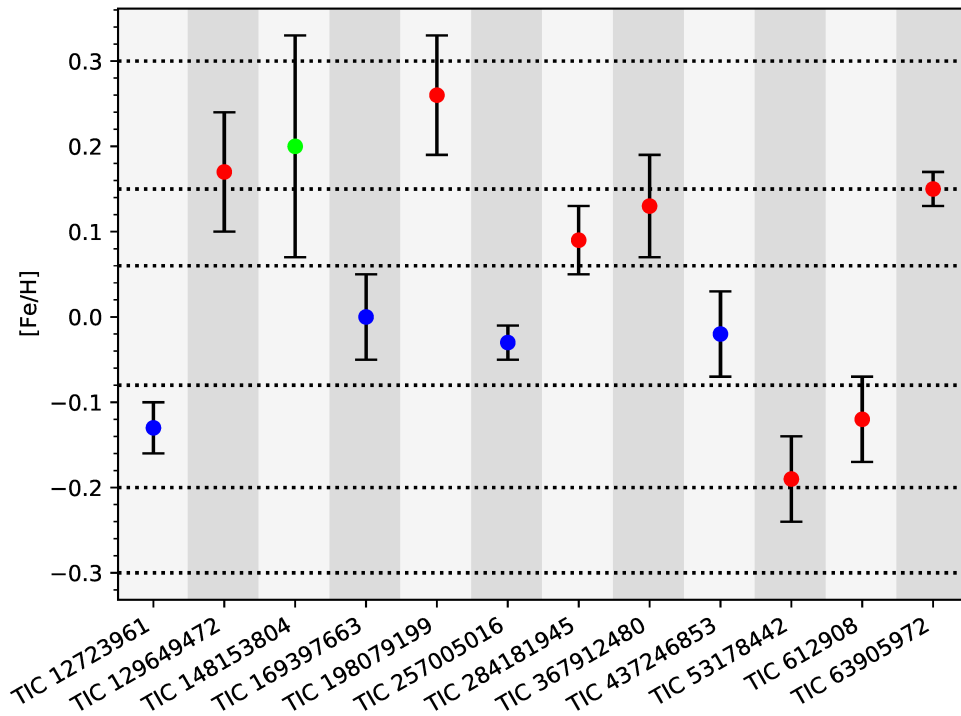


Figura 38 – Metalicidades das 12 estrelas analisadas nesta dissertação, conforme os valores da Tabela 3. As linhas pontilhadas correspondem aos seis valores disponíveis para a grade BaSTI. As cores de cada ponto representam o número de metalicidades da grade a até 1 erro observacional do valor medido para aquela estrela: azul corresponde a nenhuma metalicidade, vermelho a uma e verde a duas.

para quatro estrelas, (TIC 12723961, TIC 169397663, TIC 257005016 e TIC 437212480) nenhuma das metalicidades disponíveis da grade está dentro de seus respectivos erros observacionais e, portanto, elas ficam entre dois valores possíveis.

Para as massas, usamos valores entre 0.8 e $3M_{\odot}$. Esses limites foram escolhidos levando em conta o intervalo em que se espera encontrar oscilações do tipo solar, (ver Figura 37). O espaçamento típico entre as sequências simuladas nesse intervalo é de $0.1M_{\odot}$. Para obtermos uma densidade maior de modelos, incluímos sequências interpoladas disponíveis na própria plataforma da grade BaSTI, reduzindo o espaçamento para $0.01M_{\odot}$. Desta forma temos 220 sequências de massas diferentes para cada valor de metalicidade, com 2100 modelos cada. De acordo com a normalização das sequências, a fase de pré-sequência principal acaba no 100º modelo, que corresponde à ZAMS (*Zero-Age Main Sequence*). Tendo em vista que não estamos interessados nessa etapa evolutiva, só consideramos os modelos a partir do centésimo. Removemos também todos os modelos com idades maiores que $14Gyr$ (aproximadamente 150 mil), já que nosso interesse é compará-los com estrelas reais, cuja idade é, portanto, menor que a do universo.

Para cada modelo, que indicaremos pelo índice i , a grade fornece o valor de sua

idade (t_i^{teo}), massa (M_i^{teo}), luminosidade (L_i^{teo}), temperatura efetiva ($T_{\text{eff},i}^{teo}$) e metalicidade ($[Fe/H]_i^{teo}$). Pela discussão na seção anterior, isso significa que ainda não temos todos as informações necessárias para ajustar os parâmetros observacionais. É necessário calcular, para cada modelo, o valor de suas distâncias (d_i^{teo}) e das suas propriedades sísmicas globais ($\Delta\nu_i^{teo}, \nu_{\text{max},i}^{teo}$), para que possamos comparar esses valores com os medidos para as estrelas, bem como o valor de seus raios, já que estamos interessados em determinar essa quantidade para as estrelas analisadas nesta dissertação.

Começando com o raio, a Lei de Stefan-Boltzmann foi usada para calculá-lo em função da temperatura efetiva e luminosidade de cada modelo:

$$L = 4\pi\sigma R^2 T_{\text{eff}}^4 \Rightarrow \left(\frac{R_i^{teo}}{R_{\odot}}\right) = \left(\frac{L_i^{teo}}{L_{\odot}}\right)^{1/2} \left(\frac{T_{\text{eff},i}^{teo}}{T_{\text{eff},\odot}}\right)^2. \quad (4.3)$$

Já para a grande separação e frequência de maior potência, usamos as Equações 1.8 e 1.9, respectivamente, inserindo os valores do raio, da massa e da temperatura efetiva dos modelos. Como os modelos não têm erros observacionais, não precisamos nos preocupar com a propagação não física das incertezas mencionada no início deste capítulo e, assim, as relações tornam-se bem mais precisas, como discutido em Basu et al. (2010). Um fator que potencialmente melhora a precisão das relações de escala é a escolha adequada da constante de proporcionalidade, isto é, dos valores solares de referência. Para esta análise, usaremos os mesmos adotados para o catálogo APOKASC-2 (Pinsonneault et al. 2018), apresentado no Capítulo 1: $\Delta\nu_{0,\odot} = 135.146\mu\text{Hz}$ e $\nu_{\text{max},\odot} = 3076\mu\text{Hz}$.

Finalmente, descrevemos o procedimento para calcular as distâncias dos modelos. A ideia é usar a Equação 4.1, para tal, precisamos antes calcular a magnitude absoluta dos modelos em alguma banda a partir da luminosidade da estrela. No caso escolhemos usar a banda G do Gaia, cujos valores de magnitude aparente para cada estrela analisada nesta dissertação já estão compilados na Tabela 3. Assim, adotamos o seguinte passo a passo:

1. Convertemos as luminosidades de cada modelo em magnitudes absolutas bolométricas $M_{\text{bol},i}^{teo}$, por meio da comparação com o valor solar:

$$M_{\text{bol},i}^{teo} = -2.5 \log \frac{L_i^{teo}}{L_{\odot}} + M_{\text{bol},\odot} \quad (4.4)$$

Para a magnitude solar adotamos a mesma convenção de Casagrande & Vandenberg (2014): $M_{\text{bol},\odot} = 4.75$.

2. A seguir, calculamos a correção bolométrica para cada modelo (BC_i) na banda G do Gaia. Usamos para isso as tabelas de correções bolométricas desta banda calculadas por Casagrande & Vandenberg (2018), que são construídas a partir da

grade MARCS³, de espectros estelares sintéticos, conforme descrito em Casagrande & Vandenberg (2014). Além das tabelas, os autores disponibilizam uma rotina de interpolação⁴, que permite determinar a correção bolométrica desejada, dadas a temperatura efetiva, a metalicidade e a gravidade superficial da estrela de interesse. Neste caso, como desejamos calcular correções para os modelos da grade, inserimos os valores de $T_{eff,i}^{teo}$, $[Fe/H]_i^{teo}$ e $\log g_i^{teo} \equiv \log(M_i^{teo}/R_i^{teo^2}) + \log g_{\odot}$, com M_i^{teo} e R_i^{teo} em unidades solares. As tabelas de Casagrande & Vandenberg (2018) têm um limite máximo de temperatura efetiva de $8000K$, de forma que não é possível fazer esse cálculo para modelos com $T_{eff,i}^{teo} > 8000K$. Consultando a Tabela 3, vemos que isso não será um problema para as estrelas analisadas nesta dissertação. De modo mais geral, o mesmo pode ser dito para outras estrelas com oscilações do tipo solar: na Figura 12, por exemplo, todas as estrelas têm $T_{eff} < 7500K$.

3. De posse das correções bolométricas estimamos a magnitude absoluta $M_{G,i}^{teo}$ dos modelos na banda G do Gaia:

$$M_{G,i} = M_{bol,i} - BC_i. \quad (4.5)$$

Vale notar que este é o caminho inverso da aplicação tradicional da correção bolométrica, onde se usa o valor de BC para converter uma magnitude absoluta em alguma banda em uma magnitude bolométrica, para assim se estimar a luminosidade da estrela. No contexto desta dissertação, os modelos já fornecem as luminosidades e o que precisamos é a magnitude na banda G para comparação com os valores medidos para as estrelas que queremos analisar.

4. Finalmente, usamos a Equação 4.1 para calcular a distância de cada modelo. Esse passo precisa ser feito para cada estrela analisada, pois inclui o valor da magnitude aparente G^{obs} medida para cada uma. Antes, porém, aplicamos uma correção dada por Casagrande & Vandenberg (2018) a esse valor: $G = 0.0505 + 0.9966G^{obs}$, necessária no cálculo das correções bolométricas. Depois disso, obtemos:

$$d_i^{teo} = 10^{0.2(G - M_{G,i}) + 1}. \quad (4.6)$$

Com isso, temos todos os parâmetros dos modelos necessários para a aplicação do método YB, que será descrito na próxima seção.

4.3 Metodologia

A partir das seções anteriores, temos todo necessário para implementar o método YB de modelagem baseada em grades. A premissa é comparar as propriedades sísmicas

³ Disponível em: <https://marcs.astro.uu.se/>

⁴ Disponível em: <https://github.com/casaluca/bolometric-corrections>

globais ($\Delta\nu_0, \nu_{max}$), os parâmetros atmosféricos ($T_{\text{eff}}, [Fe/H]$) e as distâncias medidas para as estrelas analisadas nesta dissertação com os valores calculados nos modelos. Após essa comparação, as massas, raios e idades das estrelas são inferidos a partir dos valores dessas grandezas para os modelos mais próximos. Nesta seção, descrevemos como isso é feito de forma concreta, seguindo o procedimento proposto por Basu et al. (2010).

Para fazer a comparação entre os parâmetros observados e os modelos, o método YB usa a **Função de Verossimilhança** \mathcal{L} , definida da seguinte maneira: seja $\{q^{obs}\}$ um conjunto de parâmetros observacionais medidos para uma estrela com incertezas $\{\sigma_q\}$, e seja $\{q_i^{teo}\}$ o conjunto correspondente dos mesmos parâmetros calculados para o i -ésimo modelo de uma grade de modelos estelares; a função de verossimilhança é dada por:

$$\mathcal{L}_i(\{q^{obs}, \sigma_q\}) = \prod_{\{q\}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{q^{obs} - q_i^{teo}}{\sigma_q} \right)^2 \right] \quad (4.7)$$

onde o produtório é feito sobre cada parâmetro de comparação considerado. A Função de Verossimilhança consiste, portanto, de um produto de gaussianas, cujos expoentes avaliam a distância dos parâmetros do modelo i aos parâmetros observacionais, em unidades do erro observacional. Quanto mais próximos os parâmetros de um modelo aos medidos para uma estrela, maior será o valor de \mathcal{L}_i , que atinge um valor máximo $\mathcal{L}_i = 1$, quando $q^{obs} = q_i^{teo}$ para todos os parâmetros. O uso do erro observacional na equação é importante para adicionar uma tolerância maior ao que consideramos um “modelo próximo” dependendo da precisão do parâmetro observacional.

O método YB é baseado no cálculo da Função de Verossimilhança usando os cinco parâmetros citados na introdução deste capítulo: $\{q\} = \{\Delta\nu_0, \nu_{max}, T_{\text{eff}}, [Fe/H], d\}$. A partir desta função é possível atribuir um peso à cada modelo, proporcional à sua proximidade com a estrela de interesse, e usando esses pesos, inferir a massa, raio e idade dessa estrela. O processo é feito seguindo os seguintes passos:

1. **Seleção de modelos:** para um dado conjunto de parâmetros observacionais medidos para uma estrela de interesse e uma grade de modelos, calcula-se, pela Equação 4.7, a Função Verossimilhança de todos os modelos que satisfazem $|q^{obs} - q_i^{teo}| < 3\sigma_q$, para todo q . Esses modelos serão utilizados para inferir a massa, o raio e a idade da estrela. A necessidade dessa restrição diz respeito ao passo seguinte, mas ela também é conveniente pois poupa tempo computacional, já que reduz o número de modelos considerados.
2. **Média ponderada:** usando os modelos i que satisfazem o critério acima, calcula-se então a média ponderada dos parâmetros p_i que se deseja determinar para a estrela:

$$\bar{p} = \frac{\sum_i \mathcal{L}_i(\{q\}) p_i^{teo}}{\sum_i \mathcal{L}_i(\{q\})} \quad (4.8)$$

onde $\{p\} = \{M, R, t_{\text{idade}}\}$, isto é, a massa, o raio e a idade.

Assim, os parâmetros de interesse da estrela são calculados a partir de todos os modelos da grade que satisfazem o critério do item anterior. Quanto mais próximos os parâmetros de um dado modelo dos valores observacionais, maior será a sua contribuição para o valor final. No entanto, ainda há espaço para que modelos além do mais próximo contribuam, o que é importante, pois é preciso lembrar que não só os parâmetros observacionais contém incertezas, como a grade também tem um número finito de pontos, já que é calculada para massas específicas e com passos temporais finitos entre modelos consecutivos. Desta forma, não há, em geral, um modelo que reproduz exatamente as propriedades da estrela, e a média ponderada estima o melhor parâmetro a partir das informações disponíveis.

Daí vem a importância da restrição do item anterior. Ela é feita para evitar que modelos não representativos da estrela (com $|q^{\text{obs}} - q_i^{\text{teo}}| \gg \sigma_q$) desloquem a média de maneira espúria. Embora a média ponderada naturalmente atribua um peso menor a esses modelos, a densidade de modelos da grade pode ser grande o bastante para produzir alguma contribuição inapropriada.

3. **Adição de ruído e repetição:** uma parte importante do método YB é a geração de 10.000 conjuntos de parâmetros de entrada adicionais, a partir da adição de diferentes realizações aleatórias de ruído gaussiano r_q com $\sigma = \sigma_q$ aos parâmetros observacionais:

$$q^{\text{obs}} + r_q(\sigma_q). \quad (4.9)$$

Para cada realização, repetem-se os passos 1 e 2, substituindo os parâmetros observacionais q^{obs} pelos valores da equação acima. Explicaremos a importância disso no passo seguinte.

4. **Determinação de parâmetros estelares:** por fim, os valores para a massa, o raio e a idade da estrela de interesse (e suas incertezas), são determinados a partir da distribuição dos resultados das 10.001 médias ponderadas calculadas nas repetições do passo 2. O valor final para um parâmetro p será a mediana dessas médias ponderadas \bar{p} , enquanto sua incerteza será dada pelas distâncias desse valor até os percentis 16% e 84% da distribuição.

A repetição do cálculo, substituindo os parâmetros observacionais pelos seus valores acrescidos de ruído, é importante pois permite levar em conta que a relação entre os parâmetros de comparação e as massas, raios e idades das estrelas é extremamente não-linear. Isso significa que mesmo pequenas mudanças nos parâmetros de entrada podem levar a resultados consideravelmente distintos. Assim, os resultados finais são mais robustos que os obtidos se a média ponderada fosse realizada apenas uma vez.

Além disso, é justamente a existência de uma distribuição dos parâmetros de interesse que permite a atribuição de uma incerteza aos mesmos. Devido à não-linearidade que acabamos de comentar, embora as distribuições dos parâmetros de entrada sejam normais, as dos resultados não serão. É por isso que se usam percentis e não um ajuste gaussiano para se determinar as incertezas. Os percentis 16% e 84% não são escolhidos por acaso: eles emulam o limite 1σ de uma gaussiana, de forma que aproximadamente 68% dos resultados de cada média ponderada estejam entre esses valores.

Usando os parâmetros observacionais das Tabelas 2 e 3 e os parâmetros teóricos dos modelos descritos na seção anterior, aplicamos essa metodologia que para as 12 estrelas analisadas nesta dissertação. Os resultados serão discutidos na próxima seção. Em geral, o critério apresentado no passo 1 do método YB faz com que apenas algumas centenas de modelos contribuam para cada média ponderada, o que pode parecer surpreendente, considerando que a grade que usamos tem 2.407.183 modelos. Isso enfatiza a importância de se usar uma grade densa, pois, do contrário, não será possível realizar médias robustas, com muitos pontos, e com modelos próximos aos parâmetros observacionais.

Para três estrelas, TIC 129649472, TIC 257005016 e TIC 284181945, o número de modelos contribuindo para as médias salta para os milhares. Não por coincidência essas são as estrelas mais evoluídas desta dissertação, como veremos na seção seguinte. Simulações de evolução estelar, em geral, usam um passo temporal dinâmico entre modelos consecutivos para garantir a convergência em fases particularmente instáveis (nas quais reduz-se o passo temporal), e, ao mesmo tempo, poupar esforço computacional em períodos estáveis (nos quais aumenta-se o passo). Estágios mais evoluídos tendem a ser mais complexos devido à dinâmica das reações nucleares no interior estelar. Assim, o passo temporal é reduzido e, com isso, há mais modelos disponíveis para o cálculo das médias ponderadas.⁷

4.4 Resultados e discussão

A Tabela 4 mostra os resultados da análise de GBM descrita na seção anterior para as 12 estrelas analisadas nesta dissertação. A maioria dela têm massas entre 1 e $1.35M_{\odot}$, com duas exceções: a TIC 63905972 e a TIC 287181945, que são mais massivas. Os raios, por sua vez, estão todos acima de $3.5R_{\odot}$, evidenciando mais uma vez que essas estrelas estão em estágios evolutivos mais avançados, pós-sequência principal. Em geral, a distribuição dos raios fica entre 3.5 e $5R_{\odot}$, havendo porém um salto para a TIC 129649472, a TIC 257005016 e a TIC 284181945, cujos valores estão em torno de $10R_{\odot}$, sendo próprios de estrelas mais evoluídas no ramo das gigantes vermelhas ou do ramo horizontal, com densidades centenas de vezes menores que a do Sol. Nota-se que isso se traduz diretamente

TIC	Este trabalho			Outras análises sísmicas			
	$R (R_{\odot})$	$M (M_{\odot})$	$t (Ga)$	$R (R_{\odot})$	$M (M_{\odot})$	$t (Ga)$	
12723961	$4.41^{+0.05}_{-0.03}$	$1.30^{+0.06}_{-0.03}$	$3.82^{+0.31}_{-0.39}$	4.61 ± 0.09	1.42 ± 0.07	2.90 ± 0.47	(a)
129649472	$10.42^{+0.31}_{-0.21}$	$1.08^{+0.04}_{-0.03}$	$10.9^{+1.2}_{-1.9}$	10.93 ± 0.54	1.23 ± 0.15	6.45 ± 2.79	(a)
	–	–	–	10.34 ± 0.55	1.00 ± 0.16	7.29 ± 3.06	(a)
148153804	$4.65^{+0.04}_{-0.06}$	$1.18^{+0.04}_{-0.04}$	$7.45^{+0.74}_{-0.58}$	–	–	–	
169397663	$4.14^{+0.06}_{-0.03}$	$1.34^{+0.08}_{-0.03}$	$3.75^{+0.27}_{-0.44}$	–	–	–	
198079199	$3.53^{+0.03}_{-0.03}$	$1.13^{+0.03}_{-0.03}$	$8.04^{+0.55}_{-0.57}$	–	–	–	
257005016	$10.23^{+0.03}_{-0.03}$	$1.21^{+0.04}_{-0.02}$	$5.71^{+0.39}_{-0.53}$	–	–	–	
284181945	$9.72^{+0.12}_{-0.13}$	$2.15^{+0.04}_{-0.05}$	$0.84^{+0.05}_{-0.04}$	–	–	–	
367912480	$4.77^{+0.06}_{-0.06}$	$1.25^{+0.05}_{-0.04}$	$5.8^{+0.74}_{-0.65}$	–	1.20 ± 0.22	–	(b)
437246853	$3.85^{+0.05}_{-0.04}$	$1.17^{+0.06}_{-0.04}$	$6.3^{+0.74}_{-0.70}$	–	–	–	
53178442	$4.11^{+0.04}_{-0.03}$	$1.27^{+0.06}_{-0.03}$	$3.84^{+0.32}_{-0.40}$	–	–	–	
612908	$4.76^{+0.04}_{-0.04}$	$1.13^{+0.05}_{-0.04}$	$6.6^{+0.67}_{-0.68}$	–	–	–	
63905972	$5.02^{+0.03}_{-0.03}$	$1.58^{+0.03}_{-0.06}$	$2.4^{+0.23}_{-0.16}$	–	–	–	

Tabela 4 – Resultados da nossa análise para os raios, massas e idades das estrelas analisadas nesta dissertação. Nas colunas à direita, resultados de outros trabalhos sísmicos. As referências são: (a) Campante et al. (2019) e (b) Malla et al. (2020). Para a TIC 129649472 os autores encontraram uma ambiguidade na determinação dos resultados final, portanto apresentamos os dois conjuntos de valores obtidos. Mais detalhes são discutidos no texto.

nos valores das propriedades sísmicas globais dessas três estrelas, vistos por exemplo na Figura 36, que são bem menores que os das demais.

A Tabela 4 mostra também os resultados obtidos por outras análises sísmicas para as massas, raios e idades das estrelas TIC 12723961, TIC 129649472 e TIC 367912480. As duas primeiras foram estudadas por Campante et al. (2019), com dados do TESS, que usaram cinco metodologias independentes de análise de GBM (uma delas, o método de YB) e consideraram a média dos resultados de cada uma para obter os valores finais. Já a TIC 367912480 foi analisada por Malla et al. (2020), usando dados do TESS e do SONG. A análise sísmica nesse caso foi limitada a medir as propriedades sísmicas globais e a usar a Equação 1.10 para determinar a massa dessa estrela.

Para a TIC 12723961, nossos resultados para a massa e o raio são ligeiramente menores que os obtidos por Campante et al. (2019), mas se aproximam nos limites da incerteza. No caso da idade ocorre o oposto, com nosso resultado sendo maior, mas também convergindo quando consideradas as incertezas.

Para a TIC 129649472, Campante et al. (2019) encontraram uma ambiguidade na

determinação das propriedades dessa estrela, o que não ocorreu na nossa análise, como será mostrado mais a frente. Resultados diferentes foram obtidos supondo que a estrela estivesse no ramo das gigantes vermelhas e o no *red clump* (“agrupamento vermelho”), do ramo horizontal. Os valores estão apresentados nessa ordem na Tabela 4. Os autores encontraram alguma evidência de que o segundo resultado é o mais provável, mas não chegaram a uma definição. De toda forma, nossos resultados estão de acordo com as duas determinações, embora mais alinhados com os obtidos para o *red clump*. A concordância é melhor para a massa e para o raio do que para a idade, mas, em todos os casos, os resultados se aproximam nos limites das incertezas.

Comparando os erros atribuídos aos parâmetros, os valores encontrados neste trabalho são, em geral, menores que os de Campante et al. (2019). Isso é consequência do fato de que a análise desses autores usa mais de uma metodologia de GBM e, ao calcular o valor final, propaga o erro de cada uma, levando a resultados com incertezas maiores, porém mais robustas. A consideração dos resultados de mais de uma grade é uma perspectiva importante para este trabalho.

Comparando agora os nossos resultados para a TIC 367912480 com os de Malla et al. (2020), vemos que nossos valores para a massa estão de acordo com os desse trabalho. Como nesse caso os autores apenas usam as relações de escala, nossa análise é mais completa e mais .

Diferenças entre os resultados obtidos nesta dissertação e outros trabalhos são esperadas, levando em conta que metodologias diferentes foram usadas para se determinar os parâmetros estelares. De toda forma, em todos os casos, as incertezas são suficientes para que consideremos as determinações consistentes. O fato de nossos resultados reproduzirem bem os encontrados por outras análises sísmicas é importante para que tenhamos confiança nos valores da Tabela 4 para as nove estrelas para as quais esse tipo de estudo ainda não foi feito. Ao longo desta seção analisaremos aspectos específicos dos nossos resultados e os compararemos com aqueles fornecidos por outras metodologias. O objetivo é não só verificar a sua consistência, como também mostrar as vantagens da análise de GBM empregada nesta dissertação.

4.4.1 Considerações Gerais

A Figura 39 mostra as distribuições dos resultados para a massa, o raio e a idade de cada uma das 10.001 médias ponderadas feitas para cada estrela, usando diferentes parâmetros de entrada, que são os valores observacionais medidos acrescidos de ruído, conforme descrito na Seção 4.3. Em geral, as distribuições são bem comportadas, no sentido de que a maioria dos resultados estão concentrados em torno de certo valor e, à medida que nos afastamos dele, há cada vez menos resultados.

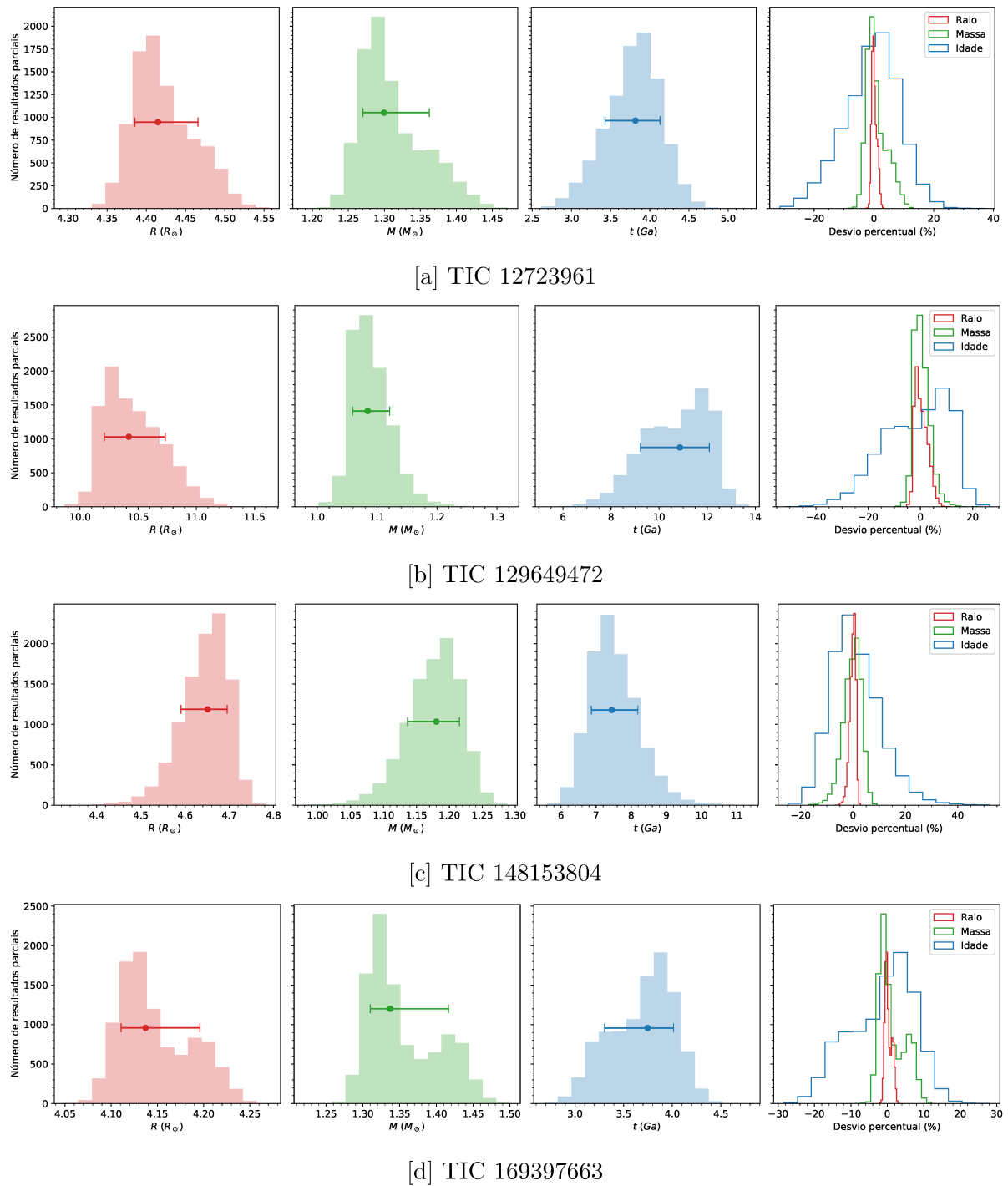
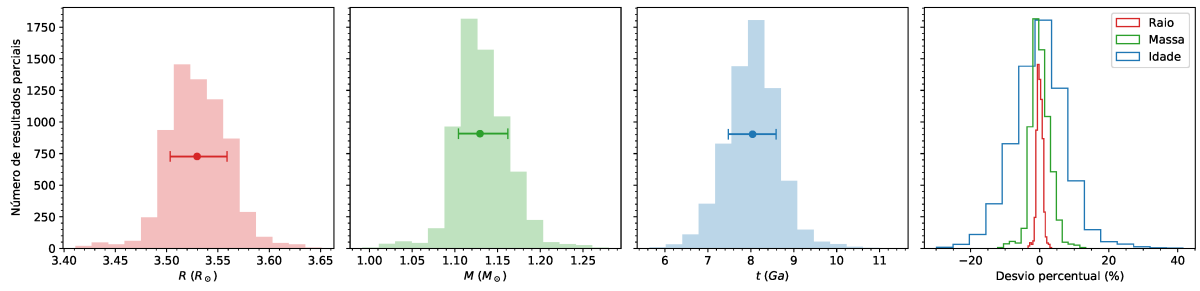
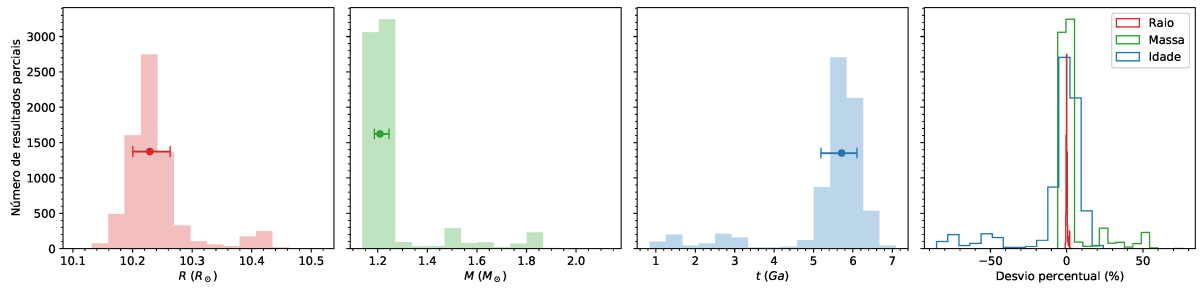


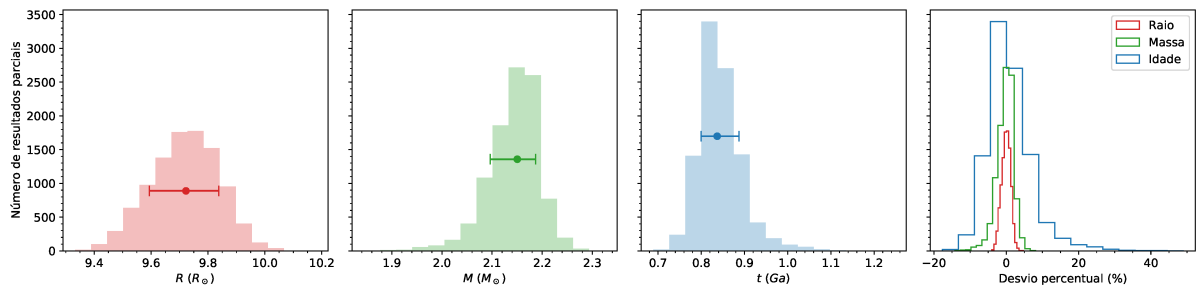
Figura 39 – Há quatro painéis para cada estrela nesta figura. Os três primeiros mostram as distribuições dos 10.001 resultados das médias ponderadas descritas na Seção 4.3 para os raios, as massas e as idades (nesta ordem). Os pontos indicam o resultado final e sua incerteza, conforme exibido na Tabela 4. No painel mais à direita mostramos a superposição das três distribuições, em função do desvio relativo em relação ao valor final.



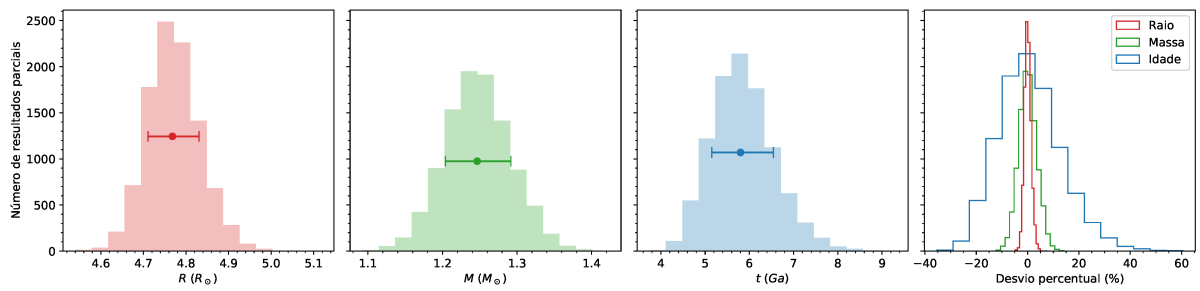
[e] TIC 198079199



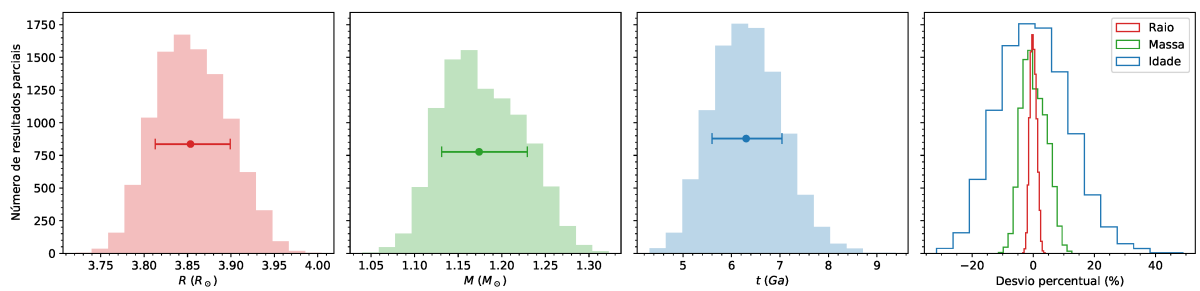
[f] TIC 257005016



[g] TIC 284181945



[h] TIC 367912480



[i] TIC 437246853

Figura 39 – Continuação.

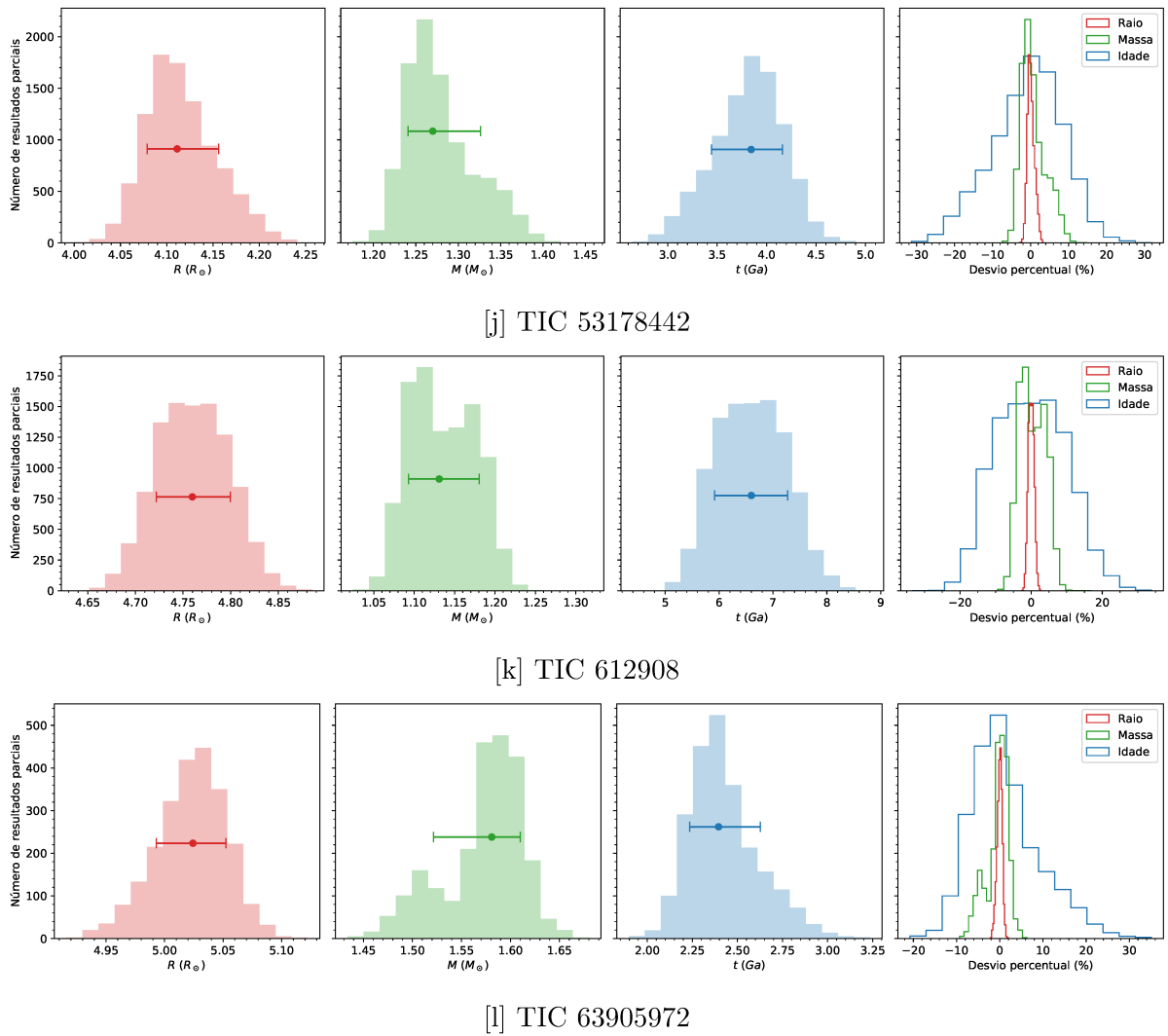


Figura 39 – Continuação.

Existem, contudo, algumas exceções: a TIC 1693976663 (Figura 39[d]), a TIC 257005016 (Figura 39[f]) e a TIC 63907663 (Figura 39[l]) apresentam distribuições com máximos locais em mais de um valor, o que pode levar a resultados finais ambíguos ou, pelo menos, com incertezas maiores. Elas serão analisadas em detalhe no final dessa seção. Nota-se que tal ambiguidade não ocorre para a TIC 129649472 (Figura 39[b]), cuja distribuição, embora assimétrica, possui um máximo claro e sem indícios de uma segunda solução.

Assimetrias nos resultados das médias ponderadas também aparecem em várias outras estrelas, cujas distribuições decaem com velocidades diferentes para valores menores e maiores que o do máximo global. Isso é uma consequência da não linearidade entre os parâmetros de comparação e os parâmetros de interesse (massa, raio e idade), e produz as incertezas assimétricas da Tabela 4, ilustradas também na Figura 39. Ainda sobre a precisão dos resultados, mostrada no último painel de cada estrela da Figura 39, vê-se que, em todos os casos, as distribuições são mais concentradas para os raios, depois para as

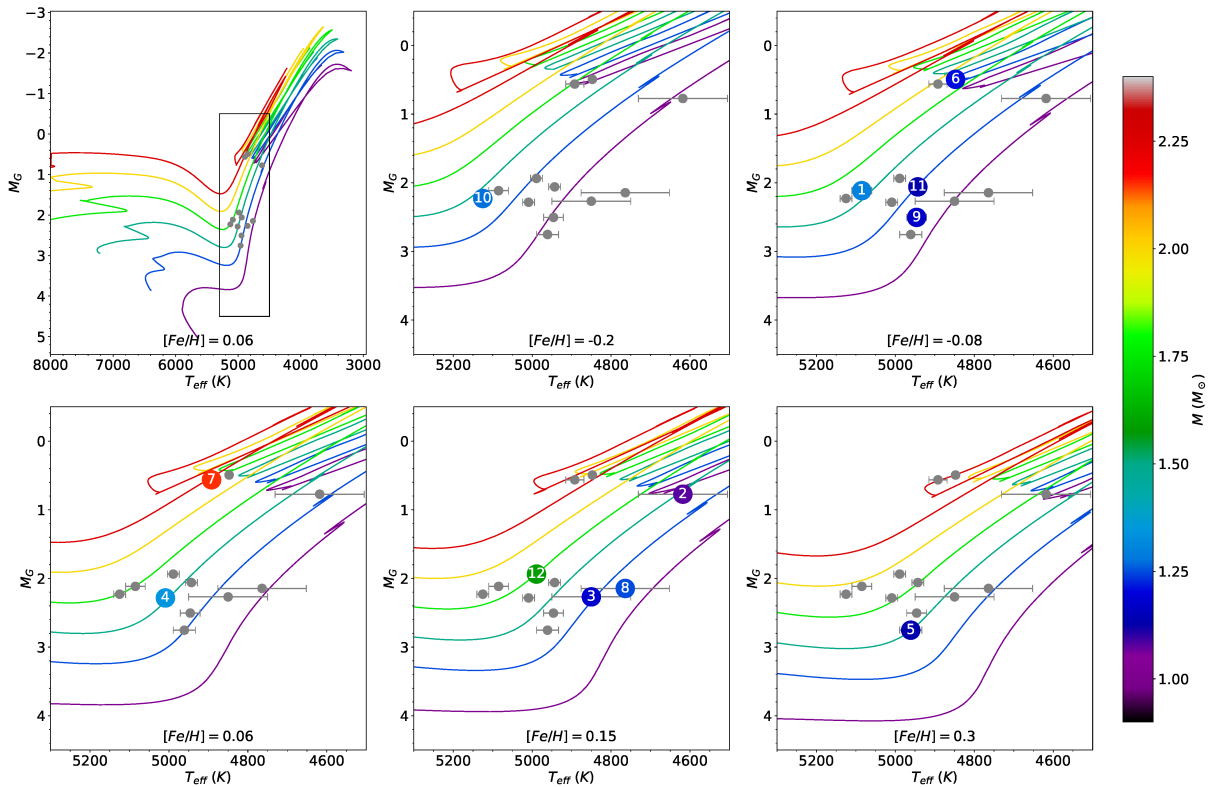


Figura 40 – Cada painel contém um diagrama HR (magnitude absoluta na banda G do Gaia em função da temperatura) com linhas indicando seqüências evolutivas específicas da grade, para metalicidades diferentes (massas $M = 1.00, 1.25, 1.50, 1.75, 2.00$ e $2.25M_{\odot}$, metalicidades indicadas no inferior de cada painel). Os pontos correspondem às estrelas analisadas nesta dissertação, repetidos, em cinza, para todos os painéis. Os painéis superiores mostram uma região mais ampla do diagrama, e o retângulo inscrito indica os limites dos painéis seguintes. Nestes, os pontos são coloridos quando a metalicidade das seqüências é a mais próxima do valor medido espectroscopicamente para a estrela (Tabela 3). As cores dos pontos referem-se às massas medidas nesta dissertação (Tabela 4). As estrelas estão identificadas pelos índices:

1	TIC 12723961	5	TIC 198079199	9	TIC 437246853
2	TIC 129649472	6	TIC 257005016	10	TIC 53178442
3	TIC 148153804	7	TIC 284181945	11	TIC 612908
4	TIC 169397663	8	TIC 367912480	12	TIC 63905972

massas e por fim para as idades, onde a dispersão é considerável. Isso tem relação direta com o tamanho da incerteza encontrada para cada uma dessas grandezas.

A Figura 40, por sua vez, compara, em um diagrama HR, a posição das estrelas deste trabalho com seqüências evolutivas de diferentes metalicidades. Os valores para a magnitude absoluta das estrelas foram calculados usando os dados de distância e magnitude aparente da Tabela 3. O painel superior esquerdo, que mostra o diagrama em um intervalo mais amplo, fornece uma noção melhor do estágio evolutivo das estrelas que analisamos: a maioria delas se encontra no começo do ramo das gigantes vermelhas, logo após o ramo

das subgigantes. Três objetos, contudo, estão em regiões mais evoluídas do diagrama: a TIC 129649472, a TIC 257005016 e a TIC 284181945. As duas primeiras convergem para soluções no ramo horizontal e a última, para uma solução mais avançada no ramo das gigantes vermelhas. Tudo isso está de acordo com as discussões feitas desde o começo desta dissertação. Lembramos que, na comparação com a análise de Campante et al. (2019), os resultados desta dissertação concordavam melhor com aqueles que supunham que a TIC 129649472 estava no *red clump*.

Comparando as massas das estrelas obtidas pela análise de GBM com a das sequências evolutivas mais próximas, em geral há uma boa concordância, o que é esperado, considerando a descrição do método YB feita na Seção 4.3. Para três estrelas, TIC 12723961, TIC 169397663 e TIC 198079199, observamos que as sequências cujas massas melhor reproduzem os valores que encontramos neste trabalho não são aquelas com metalicidades mais próximas dos valores da Tabela 3. Isso é explicado pelo fato do método YB levar em conta mais parâmetros de comparação do que os exibidos na Figura 40, que não mostra as propriedades sísmicas globais. Assim, é possível que sequências de uma metalicidade mais distante possam ajustar melhor esses parâmetros e, portanto, contribuir com um peso maior nas médias ponderadas. Isso é especialmente verdade nos casos em que nenhuma das metalicidades disponíveis da grade reproduzem bem o valor observado para a estrela. Seria interessante verificar se essas diferenças se repetem quando avaliamos seus resultados usando outra grade de modelos. Em caso positivo, pode ser necessário reavaliar seus parâmetros espectroscópicos.

4.4.1.1 Análise da TIC 169397663

Analisando a distribuição dos resultados das médias ponderadas para o raio da TIC 169397663 (Figura 39[d]) pode-se observar que existem dois máximos: um maior, em torno de $4.12R_{\odot}$, e outro menor, em torno de $4.20R_{\odot}$. O mesmo ocorre com as distribuições da massa (mais intenso em $1.32M_{\odot}$, menos em $1.42M_{\odot}$) e da idade (mais intenso em $3.90Ga$, menos em $3.22Ga$), embora para esta última, os picos estejam mais sobrepostos, devido à sua largura.

A hipótese mais natural para explicar esse comportamento é a de que as médias ponderadas estão convergindo para duas soluções distintas, uma mais provável, correspondente aos valores dos picos mais intensos nas distribuições, e outra menos provável, correspondente aos picos menos intensos. Aqui, probabilidade é associada ao fato de mais ou menos médias ponderadas convergirem para um certo valor. Se esse for o caso, as distribuições das massas, raios e idades devem estar correlacionadas, de forma que, se, para uma dada realização dos parâmetros de entrada (que correspondem aos parâmetros observados acrescidos de ruído), o valor obtido para a massa estiver em torno de $1.32M_{\odot}$, então o resultado para o raio deve estar próximo de $4.12R_{\odot}$, e o para a idade, de $3.90Ga$. Da

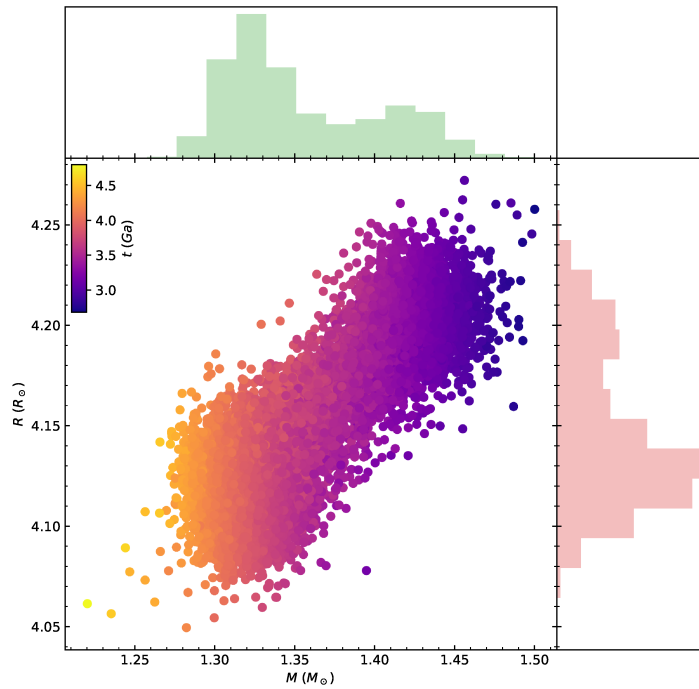


Figura 41 – No painel central estão representadas os raios e as massas resultantes das médias ponderadas de cada realização dos parâmetros de entrada (valor observado acrescido de ruído) da TIC 169397663, com as cores indicando as idades. Nos painéis externos, acima e à direita, são apresentados os histogramas dessas grandezas (também exibidos na Figura 39[d]).

mesma forma, se uma dada realização fornecer uma massa em torno de $1.42M_{\odot}$, o resultado para o raio deve estar próximo de $4.20R_{\odot}$ e o para a idade, de $3.22Ga$. Essa hipótese é confirmada avaliando a Figura 41, que exhibe os resultados das médias ponderadas para a massa, o raio e a idade de cada realização dos parâmetros de entrada. É clara a tendência dos resultados de se acumularem em duas soluções distintas, que correspondem aos picos nos histogramas da Figura 39[d].

Podemos agora nos perguntar qual é a origem dessas duas soluções. Consultando a Figura 38, observa-se que a grade que utilizamos não possui nenhuma metalicidade representativa do valor observado para essa estrela, de $[Fe/H] = 0.00 \pm 0.05$. De fato os dois valores mais próximos são $[Fe/H]_i^{teo} = 0.06$ e -0.08 , ambos fora da margem de erro observacional. Assim, uma possibilidade é que as duas soluções venham de sequências evolutivas com metalicidades distintas. A Figura 42 corrobora com essa ideia, apresentando a distribuição do número de resultados das médias ponderadas em função do valor de entrada da metalicidade e do valor obtido para a massa. Percebe-se que, à medida que o valor da metalicidade de entrada aumenta, o resultados migram da solução de massa mais baixa para de massa mais alta.

Mais do que isso, para $[Fe/H]^{obs} < -0.09$ e $[Fe/H]^{obs} > 0.07$ os resultados de cada

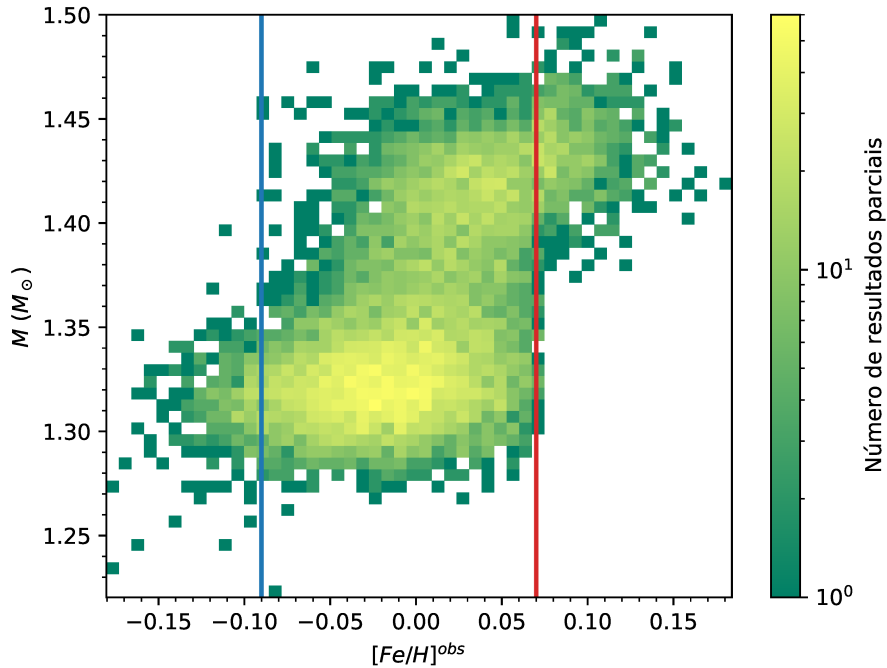


Figura 42 – Distribuição dos resultados obtidos em cada média ponderada em função do resultado da massa resultante de cada uma e do valor de entrada para a metalicidade da estrela TIC 169397663, que consiste do valor observacional acrescido de ruído. A linha azul corresponde a uma metalicidade $[Fe/H] = -0.09$, e a vermelha, $[Fe/H] = 0.07$.

média ponderada convergem para apenas uma das soluções, respectivamente $M \approx 1.32M_{\odot}$ e $M \approx 1.42M_{\odot}$. Esses são justamente os limites até onde os modelos com $[Fe/H]_i^{teo} = 0.06$ e $[Fe/H]_i^{teo} = -0.08$ podem contribuir para as médias ponderadas dessa estrela, pois no método YB só são incluídos modelos que satisfazem $|q^{obs} - q^{teo}| < 3\sigma_q$ para todo q , incluindo, portanto, a metalicidade. Assim, é possível concluir que a solução de menor massa, tida como mais provável, vem da contribuição de modelos com metalicidade negativa (em particular $[Fe/H]_i^{teo} = -0.08$), enquanto a outra solução vem da contribuição dos modelos de metalicidade positiva (em particular $[Fe/H]_i^{teo} = 0.06$).

Para remover a ambiguidade sobre a determinação dos parâmetros dessa estrela, o primeiro passo seria incluir modelos de metalicidade intermediária. De toda forma, embora os valores finais para o raio, massa e idade estejam mais próximos da solução tida como mais provável, suas incertezas abrangem as duas, que são relativamente próximas. Assim, consideramos que não é necessário separar o resultado em duas determinações distintas.

4.4.1.2 Análise da TIC 63905972

A TIC 63905972 possui dois máximos locais na distribuição dos resultados das médias ponderadas para sua massa. O maior ocorre em torno de $1.60M_{\odot}$, e o menor em

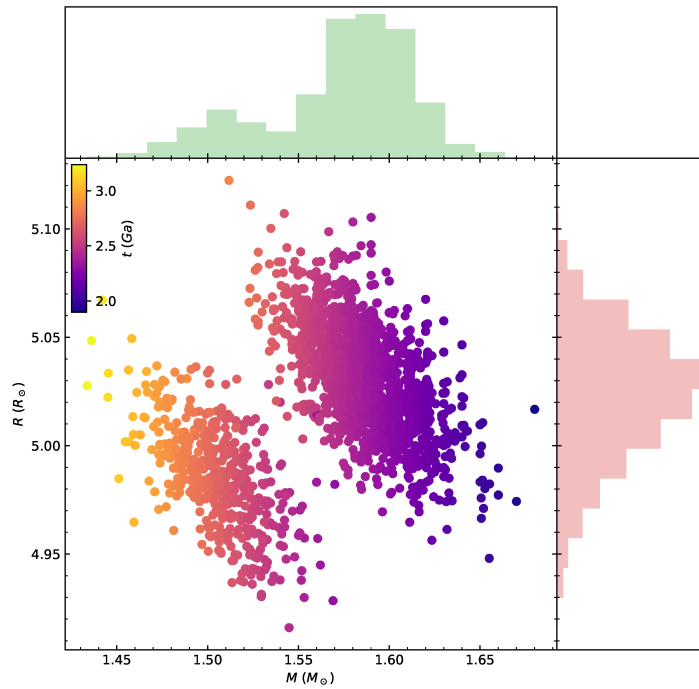


Figura 43 – No painel central estão representadas os raios e as massas resultantes das médias ponderadas de cada realização dos parâmetros de entrada (valor observado acrescido de ruído) da TIC 63905972, com as cores indicando as idades. Nos painéis externos, acima e à direita, são apresentados histogramas dessas grandezas (também exibidos na Figura 39[1]).

torno de $1.51M_{\odot}$ (Figura 39[1]). Empregando a mesma análise feita anteriormente para a TIC 169397663, vemos que esses resultados correspondem a duas soluções distintas, conforme ilustrado na Figura 43. A solução de menor massa tem também raio e idade tipicamente menores, embora haja uma grande interseção entre elas, o que produz apenas assimetrias nas distribuições finais. É interessante notar também que, diferentemente do caso anterior, as duas soluções estão separadas uma da outra, não havendo casos intermediários.

A origem dessas duas soluções também pode ser atribuída à contribuições de modelos de metalicidades distintas, como será mostrado a seguir. A Figura 44 mostra a distribuição do número de resultados das médias ponderadas para a massa, dependendo do valor de entrada da metalicidade. Observa-se que, para valores de entrada da metalicidade maiores que $[Fe/H]^{obs} > 0.12$, as médias convergem para a solução de massa maior, enquanto para $[Fe/H]^{obs} < 0.12$, elas tendem para a solução menos massiva. Considerando a metalicidade medida para esta estrela ($[Fe/H] = 0.15 \pm 0.02$), os valores disponíveis de metalicidades da grade, e o critério do método YB de só incluir modelos com $|q^{obs} - q^{teo}| < 3\sigma_q$, as médias ponderadas calculadas para valores de entrada da metalicidade maiores que $[Fe/H]^{obs} > 0.12$ só recebem contribuições dos modelos com $[Fe/H]_i^{teo} = 0.15$. Para

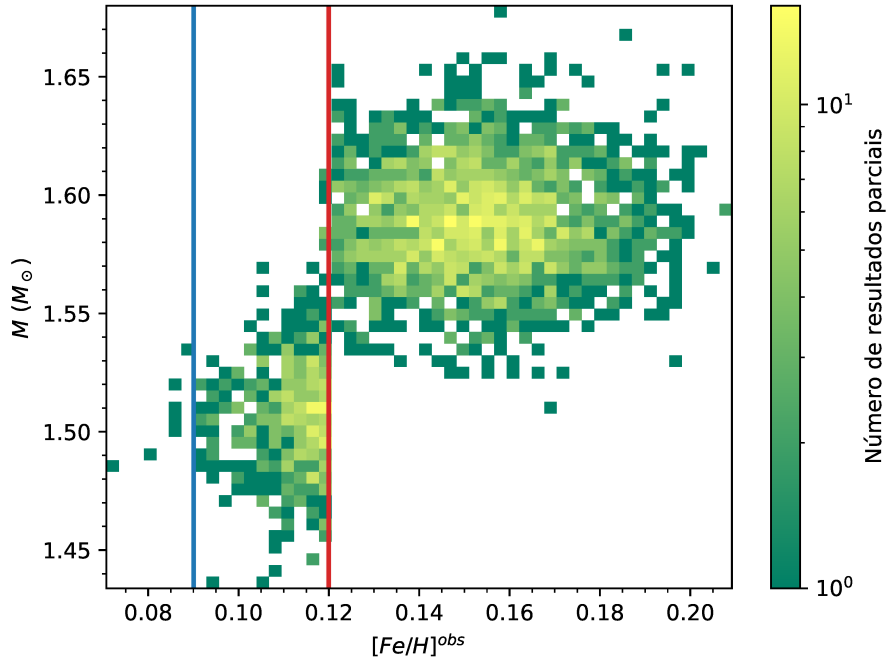


Figura 44 – Distribuição dos resultados obtidos em cada média ponderada em função do resultado para a massa de cada uma e do valor de entrada para a metalicidade da estrela TIC 63905972, que consiste do valor observacional acrescido de ruído. A linha azul corresponde a uma metalicidade $[Fe/H] = 0.09$ e a vermelha, $[Fe/H] = 0.12$.

valores de entrada da metalicidade entre $0.09 < [Fe/H]^{obs} < 0.12$ é possível que modelos com $[Fe/H]_i^{teo} = 0.06$ também participem das médias e, finalmente, para $[Fe/H]^{obs} < 0.09$, modelos com $[Fe/H]_i^{teo} = 0.06$ se tornam os únicos a participar das médias ponderadas.

A solução menos provável portanto pode ser atribuída à contribuições dos modelos com metalicidade $[Fe/H]_i^{teo} = 0.06$ e a mais provável, aos modelos com $[Fe/H]_i^{teo} = 0.15$. O resultado é a mesma ambiguidade observada no caso anterior. No entanto, é interessante destacar que, mesmo havendo um intervalo em que modelos com as duas metalicidades participam dos cálculos, o resultado converge imediatamente para a solução com $M \approx 1.51M_{\odot}$ assim que os modelos com $[Fe/H]_i^{teo} = 0.06$ se tornam disponíveis. Isso não é o que ocorre na Figura 42 para a TIC 169397663, onde há um intervalo onde o resultado final pode assumir valores tanto de uma solução quando da outra. Essa mudança brusca na convergência é o que explica a ausência de modelos intermediários entre as duas soluções na Figura 44.

A discussão do parágrafo anterior sugere que modelos com $[Fe/H]_i^{teo} = 0.06$ têm parâmetros observacionais mais próximos aos medidos para essa estrela do que os modelos com $[Fe/H]_i^{teo} = 0.15$, de forma que eles recebem um peso maior no cálculo das médias ponderadas. A princípio isso não é o esperado levando em conta o valor medido para a

metalidade dessa estrela ($[Fe/H] = 0.15 \pm 0.02$). Nesse caso, seria interessante avaliar o resultado com uma outra grade de modelos, para verificar se o mesmo fenômeno se repete. Em caso positivo, é possível que o valor medido para os parâmetros espectroscópicos dessa estrela não sejam os mais adequados. Em relação ao resultado final, novamente a incerteza é suficiente para abranger as duas soluções, portanto, não é necessário separar em determinações distintas.

4.4.1.3 Análise da TIC 257005016

A TIC 257005016 apresenta distribuições com máximos intensos, mas também com algumas poucas médias ponderadas convergindo para outros valores (Figura 39[f]). Nas distribuições da massa e da idade, existem dois valores além do máximo principal, enquanto na do raio, apenas um. Fazendo a mesma análise das Figuras 41 e 43, buscando pelas correlações entre esses valores, identifica-se que as médias ponderadas convergem para três soluções distintas. A primeira, correspondente ao máximo global da distribuição, tem massa em torno de $1.2M_{\odot}$, raio em torno de $10.25R_{\odot}$ e idade acima de $6Ga$. A segunda tem massa por volta de $1.55M_{\odot}$, raio em torno de $10.42R_{\odot}$ e idade de aproximadamente $3Ga$. Finalmente, a terceira tem massa em torno de $1.85M_{\odot}$, raio em torno de $10.3R_{\odot}$ e idade por volta de $1.5Ga$. Não aparecem três picos na distribuição do raio, pois a primeira e a terceira soluções se sobrepõem nesse caso.

A metalidade dessa estrela, de acordo com a Tabela 3, é $[Fe/H] = -0.03 \pm 0.02$, o que a coloca em uma situação similar a da TIC 169397663: nenhuma das metalidades da grade estão dentro do limite do seu erro observacional, e as duas mais próximas novamente são $[Fe/H]_i^{teo} = 0.06$ e -0.08 (ver Figura 38). No entanto, nesse caso, só a metalidade não é capaz de explicar todas as soluções. A Figura 45 mostra os valores da massa obtidos para cada média ponderada em função dos valores de entrada da grande separação e da metalidade. A solução com $M \approx 1.55M_{\odot}$ aparece quando $[Fe/H]^{obs} > 0$. Por outro lado, as outras duas soluções aparecem para $[Fe/H]^{obs} < -0.02$, sendo que a de maior massa ocorre para valores de grande separação tipicamente maiores que a de menor massa.

Os limites para a metalidade citados anteriormente coincidem com os limites até onde os modelos com $[Fe/H]_i^{teo} = 0.06$ e $[Fe/H]_i^{teo} = -0.08$ podem contribuir nas médias ponderadas dessa estrela, respectivamente, o que explica a ausência de resultados com metalidades intermediárias na Figura 45: não existe, nessa região, nenhum modelo que satisfaça o critério $|q^{obs} - q^{teo}| < 3\sigma_q$ discutido na Seção 4.3. Além disso, observando os valores $[Fe/H]^{obs}$ nessa figura podemos afirmar que todas as médias ponderadas calculadas para $[Fe/H]^{obs} > 0$ envolvem apenas modelos da grade com $[Fe/H]_i^{teo} = 0.06$. De forma similar, todos as médias com $[Fe/H]^{obs} < -0.02$ só envolvem modelos com $[Fe/H]_i^{teo} = -0.08$ (pois os demais modelos estão todos a mais de três erros observacionais desses valores).

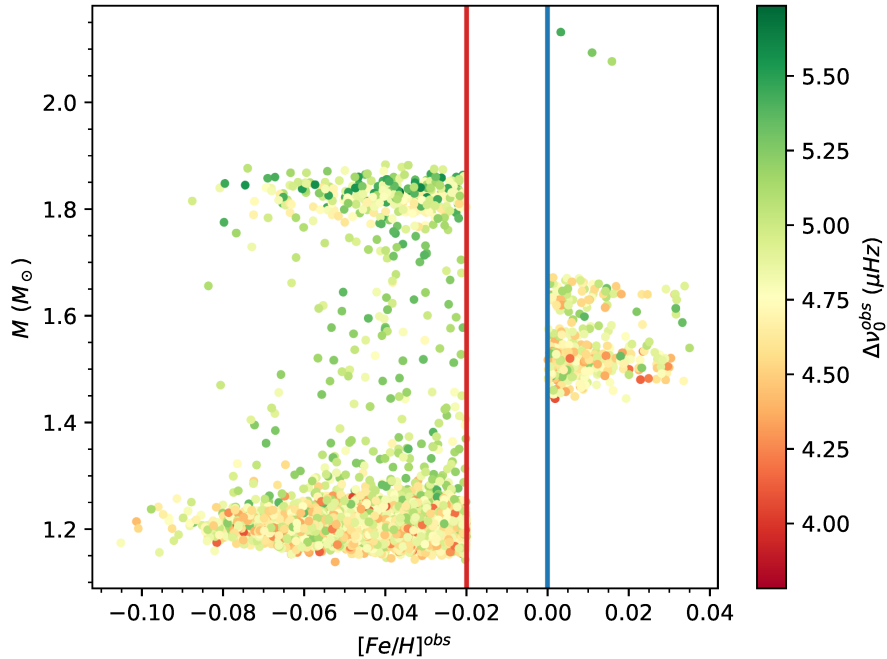


Figura 45 – Valores da massa obtida por cada média temporada em função dos valores de entrada usados para a metalicidade e para a grande separação (cor dos pontos). A linha azul corresponde a uma metalicidade $[Fe/H] = 0.00$ e a vermelha, $[Fe/H] = -0.02$.

Desta forma, pode-se concluir que a solução de massa intermediária vêm das contribuições dos modelos da grade $[Fe/H]_i^{teo} = 0.06$. A ambiguidade é, portanto, semelhante aos dois casos anteriores. As outras duas soluções, por sua vez, vêm de contribuições dos modelos $[Fe/H]_i^{teo} = -0.08$. O fato da solução com a maior massa ocorrer para valores maiores de $\Delta\nu_0^{obs}$ é consequência dela ser mais densa, já que os raios das duas são semelhantes (ver Equação 1.8). Como não é possível atribuir essa ambiguidade à contribuições de modelos de metalicidades distintas, ela deve estar relacionada a dois estágios evolutivos diferentes.

A Figura 46 permite investigar isso mais a fundo, exibindo duas seqüências evolutivas da grade com metalicidade $[Fe/H]_i^{teo} = -0.08$ e massas correspondentes às duas soluções observadas à esquerda da linha vermelha na Figura 45. Nota-se que próximo aos parâmetros observacionais da TIC 257005016, as duas seqüências se interceptam, produzindo a ambiguidade observada para essa estrela. Avaliando a etapa evolutiva no ponto em que as seqüências se tocam, observamos que, para a de $1.85M_{\odot}$, os modelos estão na fase ascendente do ramo das gigantes vermelhas. Já para a seqüência de $1.2M_{\odot}$, os modelos estão na fase de queima de hélio no núcleo, no ramo horizontal. Essas são as mesmas etapas evolutivas encontradas por Campante et al. (2019) ao analisar a TIC 129649472. Nesse caso, a solução mais provável (com mais médias ponderadas) corresponde

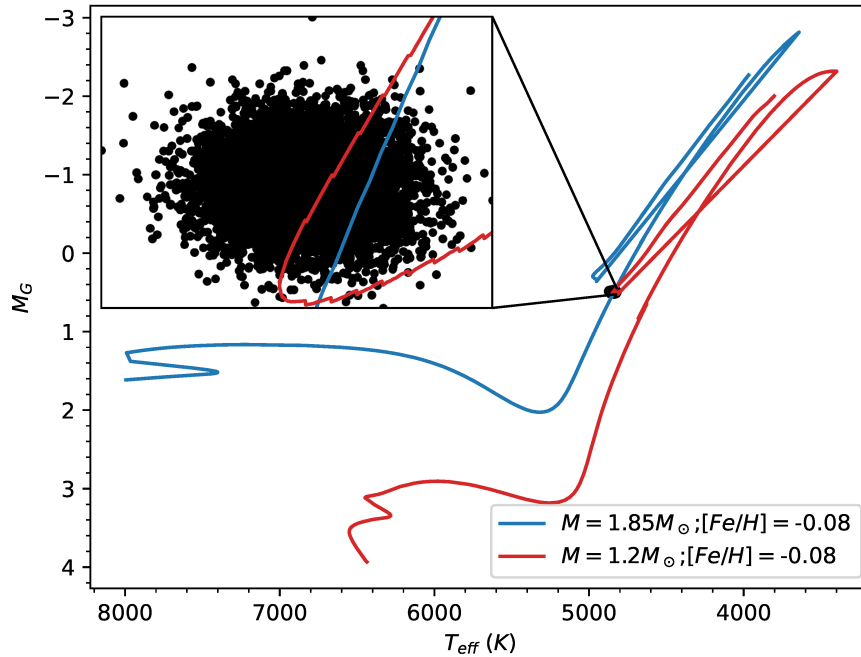


Figura 46 – Diagrama HR de duas sequências evolutivas da grade com metalicidade $[Fe/H] = -0.08$ e massas indicadas por suas cores. No gráfico interno uma região ampliada, mostrando a interseção entre as duas sequências. Os pontos representam a distribuição dos 10.001 parâmetros de entrada usados no cálculo das médias ponderadas da TIC 257005016.

à segunda, do ramo horizontal.

Para resolver completamente as ambiguidades nas soluções dessa estrela o primeiro passo seria avaliar os resultados usando modelos com metalicidade intermediária. A partir daí poderíamos estudar com mais detalhe as diferentes sequências que contribuem para a solução final. Mesmo assim, como visto em Campante et al. (2019), a análise sísmica pode não ser suficiente para diferenciar o estágio evolutivo da estrela. Para esta dissertação, manteremos a solução mostrada na Tabela 4, calculada usando a mediana e os percentis de toda a distribuição, sob a justificativa de que, como a grande maioria das médias ponderadas convergiram para a solução principal, as outras contribuições menos prováveis afetam pouco o resultado final.

4.4.2 Relações de escala

Como mencionamos na introdução deste capítulo, a análise de GBM surge como uma alternativa ao uso direto das relações de escala para caracterizar uma estrela a partir de suas propriedades sísmicas. Os benefícios são resultados mais completos e precisos, pois o conhecimento moderno sobre estrutura e evolução estelar é incorporado na caracterização. Veremos agora algumas vantagens práticas desse tipo de análise, comparando os

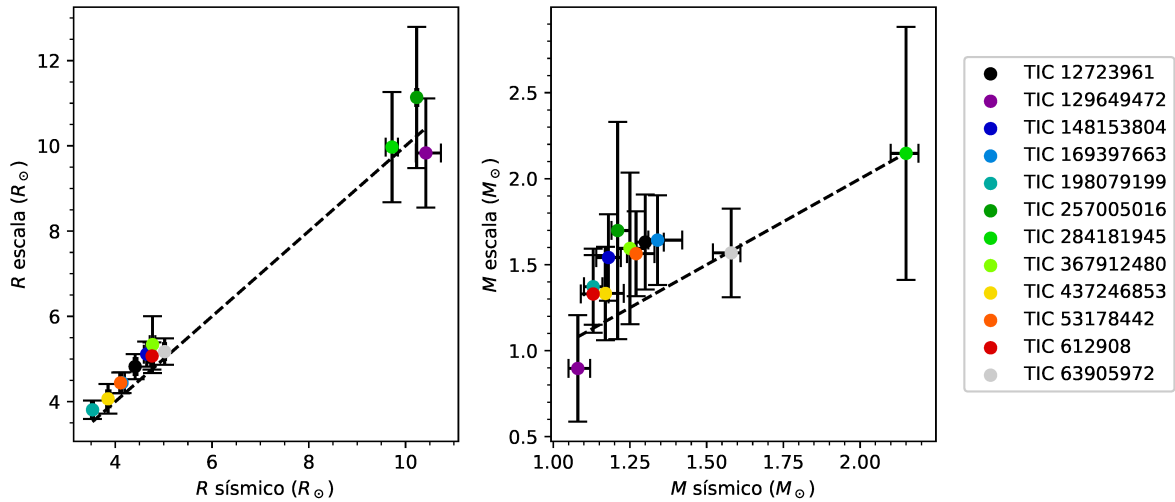


Figura 47 – Comparação entre os resultados obtidos para os raios e as massas das estrelas desta dissertação obtidas pela análise de GBM feita nesta dissertação (Tabela 4) e pelas relações de escala (Equações 1.10 e 1.11). A linha tracejada representa a reta $y = x$.

resultados da Tabela 4 com os que seriam obtidos se simplesmente inserimos os parâmetros observacionais das estrelas nas Equações 1.10 e 1.11.

A primeira vantagem é que a análise de GBM permite estimar a idade das estrelas, algo que não é possível através das equações anteriores. A idade é um parâmetro relevante para o entendimento da evolução do sistema como um todo, especialmente porque essas estrelas são hospedeiras de exoplanetas. Assim, ser capaz de obtê-la é um ganho importante.

Os benefícios também se estendem às determinações das massas e dos raios, como mostra a Figura 47, que compara os resultados obtidos para essas grandezas vindos da análise de GBM com os vindos das relações de escala. O uso de modelos estelares e a introdução de mais parâmetros de comparação (metallicidade e distância, representativa da luminosidade) leva a determinações consideravelmente mais precisas, o que pode ser observado comparando o tamanho das barras de erro. Isso ocorre pois, ao tratar os parâmetros observacionais como independentes, as relações de escala levam a uma propagação exagerada dos erros. Muitas das combinações de massa e raio possíveis dentro das incertezas atribuídas por essas equações não são compatíveis com as outras propriedades observadas para a estrela. A análise de GBM considera esses fatores, ao trabalhar apenas com modelos previstos pela teoria da estrutura e evolução estelar. O resultado são determinações bem mais precisas das massas e raios da estrela.

Além disso, observa-se também que os resultados vindos da análise de GBM são ligeiramente menores que aqueles obtidos pelas equações de escala (em média, para a TIC 129649472 ocorre o contrário), embora as diferenças estejam dentro das incertezas. Esses desvios podem ser explicados pelo fato das Equações 1.8 e 1.9 sempre incluírem

razões da massa e do raio da estrela, de forma que é possível variar esses parâmetros simultaneamente até certo ponto sem que as propriedades sísmicas sejam muito afetadas. Como a análise de GBM incorpora mais parâmetros observacionais e leva em conta como eles interagem entre si, e com os parâmetros de interesse (através da comparação com modelos), ela fornece resultados com mais embasamento físico.

4.4.3 Comparação com resultados espectroscópicos

Encerramos este capítulo com a comparação entre os resultados obtidos nesta dissertação com os obtidos por análises espectroscópicas. Para isso, nos referimos a duas figuras, que ilustram os resultados das Tabelas 3 e 4. A Figura 48 mostra gráficos dos resultados de trabalhos espectroscópicos para o raio, massa e a idade das estrelas em termos dos obtidos nesta dissertação. Lembramos que estes resultados vieram das mesmas referências usadas na obtenção da temperatura efetiva e da metalicidade das estrelas. Já a Figura 49 mostra as incertezas obtidas para cada uma dessas grandezas nas duas análises.

Começando com os raios, vê-se que, de modo geral, os resultados das análises sísmica e espectroscópica são bem consistentes. A principal diferença, que mostra a vantagem da caracterização usando asterossismologia, está nas incertezas: os resultados sísmicos para os raios têm erros muito menores que os espectroscópicos. Isso é significativo pois, como discutido no Capítulo 1, a incerteza sobre o raio estelar é uma das principais (quando não a principal) fonte de erro sobre o raio planetário. Portanto, a melhora na precisão do raio das estrelas é significativa para o estudo de seus exoplanetas, tendo impacto na determinação de seus raios e parâmetros orbitais.

Partindo agora para as massas, nota-se que a análise sísmica fornece resultados sistematicamente menores que trabalhos espectroscópicos. As incertezas também são consideravelmente menores, embora o ganho não seja tão expressivo quanto no caso anterior. Para as idades vemos o fenômeno oposto, com os resultados sísmicos sendo sistematicamente maiores que os espectroscópicos. Quanto às incertezas, não há uma melhora significativa: para algumas estrelas as incertezas vindas da análise sísmica são menores e, para outras, maiores. A diferença entre resultados sísmicos e espectroscópicos para massas e idades já foi observada na literatura científica recente sobre o tema e Malla et al. (2020) faz uma revisão interessante sobre o assunto, compilando resultados de diferentes trabalhos. Para entender a origem dessa diferença é preciso lembrar como são feitas as determinações espectroscópicas de massas, raios e idades.

O procedimento tipicamente não é muito diferente da modelagem baseada em grade apresentada neste capítulo: a ideia continua sendo comparar um conjunto de parâmetros observacionais com uma grade de modelos de evolução estelar. A diferença, evidentemente, é que trabalhos espectroscópicos não usam as propriedades sísmicas na comparação que, em geral, se limita à temperatura efetiva, à metalicidade e à magnitude absoluta em

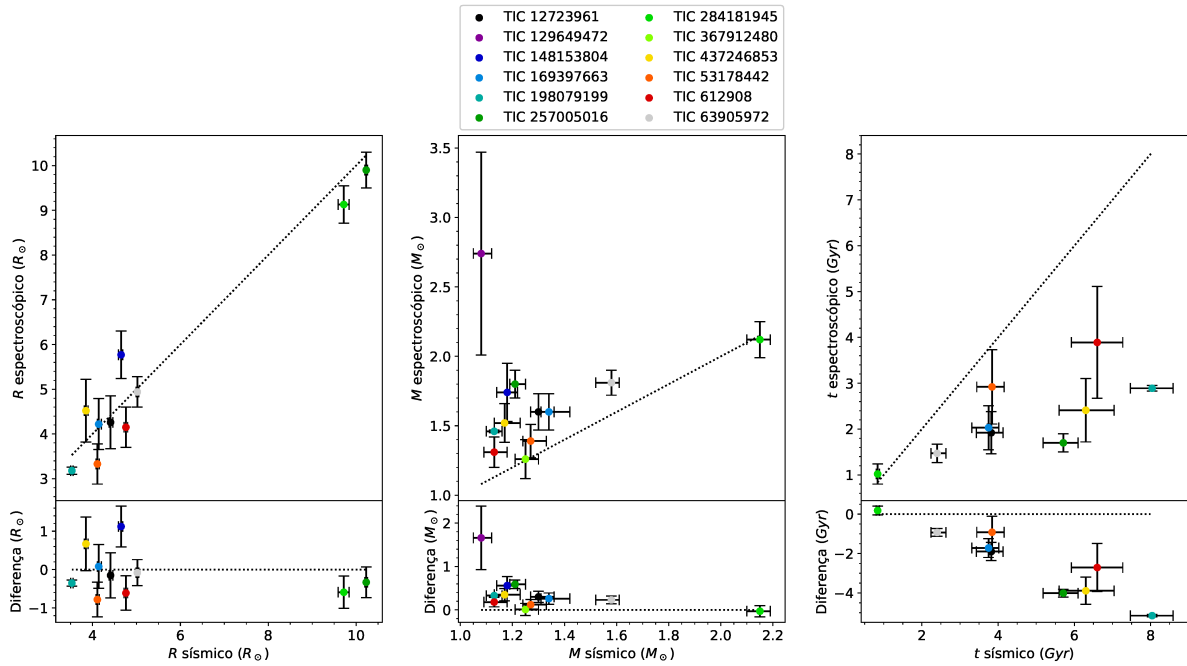


Figura 48 – Comparação dos resultados obtidos para os raios, massas e idades das estrelas deste trabalho obtidos pela nossa análise sísmica e por trabalhos espectroscópicos (referências na Tabela 3).

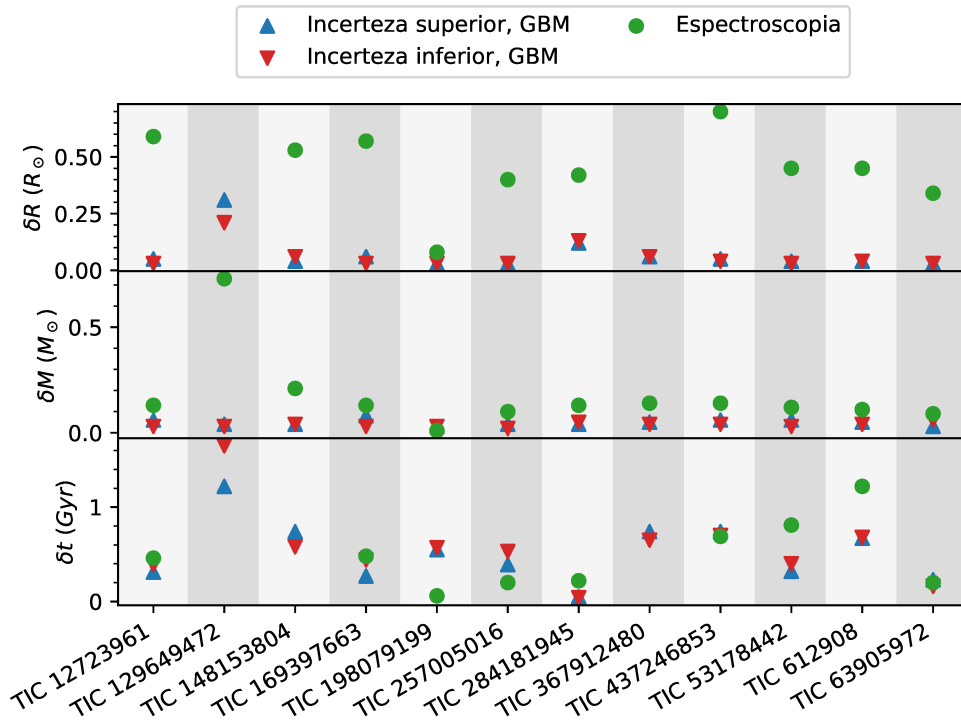


Figura 49 – Comparação das incertezas obtidas para os raios (δR), massas (δM) e idades (δt) das estrelas desta dissertação obtidas pela análise sísmica e por trabalhos espectroscópicos (referências na Tabela 3).

alguma banda. Com menos parâmetros de comparação, não é possível diferenciar tão bem grupos de estrelas distintos e, portanto, a análise acaba sendo menos precisa, incluindo mais modelos de sequências evolutivas diferentes. É especialmente difícil nesse tipo de estudo, diferenciar sequências de estrelas menos massivas, de evolução mais lenta, de sequências de estrelas mais massivas, de evolução mais rápida, principalmente no ramo das gigantes vermelhas, onde as temperaturas efetivas de sequências evolutivas distintas podem ficar muito próximas.

Esse cenário leva a ambiguidades semelhantes à observada para a TIC 257005016: a Figura 46 é um exemplo de duas sequências de massas diferentes se interceptando e fazendo com que as médias ponderadas convirjam para soluções tanto no ramo horizontal quanto no ramo das gigantes vermelhas. A diferença é que, neste caso, os parâmetros sísmicos permitem identificar a solução de ramo horizontal como a mais provável. Quando apenas os parâmetros espectroscópicos são levados em conta, o que se observa é uma tendência de se superestimar a massa (Lloyd 2011; Malla et al. 2020).

A introdução das propriedades sísmicas globais como parâmetros de comparação ajuda a remover essa ambiguidade pois, como mostram as relações de escala expressas pelas Equações 1.8 e 1.9, $\Delta\nu$ e ν_{max} são sensíveis à massa das estrelas, para valores próximos de raio e temperatura efetiva. Isso leva a uma melhor diferenciação das sequências evolutivas nas comparações com as grades de modelos, evitando, ao menos parcialmente, os problemas anteriores. Uma evidência de que as diferenças entre a análise feita nesta dissertação e análises espectroscópicas realmente vêm de uma ambiguidade entre modelos mais massivos, de evolução mais rápida, e menos massivos, de evolução mais lenta, é que em estrelas onde os resultados concordam para a massa, eles também o fazem para a idade, o que ocorre para a TIC 284181945 e para a TIC 53178442, como pode ser visto na Figura 48.

A massa da estrela hospedeira é importante para a determinação da massa planetária. Ela também entra no cálculo da densidade média da estrela, que é usada na determinação de parâmetros orbitais. Portanto, essa diferença somada ao ganho de precisão mencionado anteriormente, são importantes para a caracterização dos planetas. O aumento na idade também significa que o sistema como um todo teve mais tempo para evoluir do que os resultados espectroscópicos indicam, o que é importante para modelos de evolução. Desta forma, uma melhor determinação dessa grandeza é outro mérito da análise sísmica.

Por fim, uma última comparação que pode ser feita entre os resultados desta dissertação e os de trabalhos espectroscópicos é entre os valores para a gravidade superficial. Na análise espectroscópica, $\log g$ é obtido diretamente das observações, a partir da análise das linhas espectrais, de forma que esse parâmetro estaria isento dos vieses discutidos anteriormente. A Figura 50 mostra a comparação entre as gravidades superficiais exibidas na Tabela 3, para os trabalhos espectroscópicos, e as obtidas nesta dissertação, a partir das massas e raios da Tabela 4. Observa-se que para sete estrelas (TIC 12723961, TIC

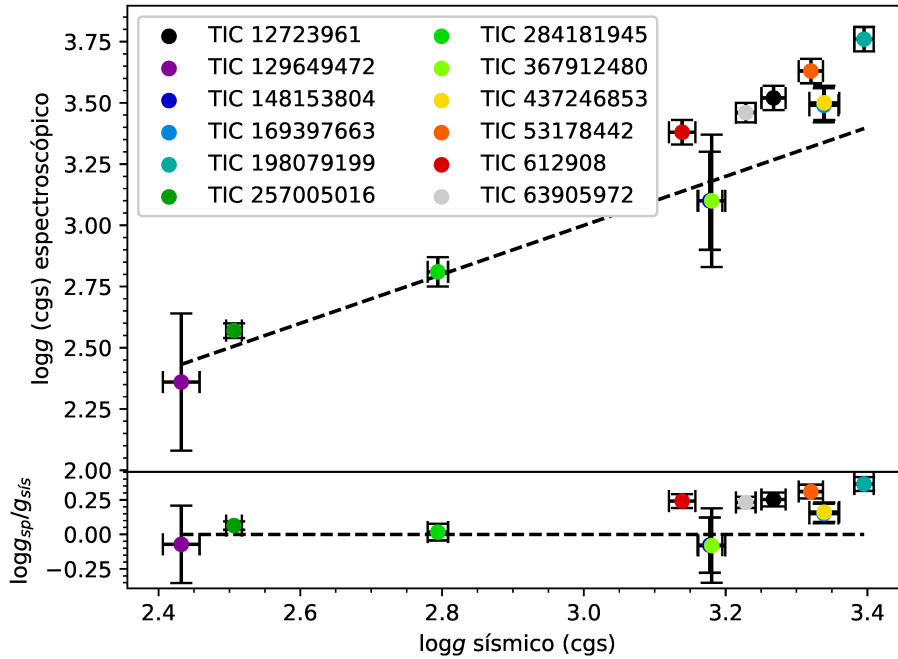


Figura 50 – No painel superior estão os valores do logaritmo da gravidade superficial ($\log g$) obtidos por trabalhos espectroscópicos (g_{sp} , ver Tabela 3) em função dos valores encontrados nesta dissertação, a partir das massas e dos raios da Tabela 4 ($g_{sis} \propto M/R^2$). No painel inferior a diferença entre os dois valores. Em ambos os painéis, a linha tracejada representa $g_{sp} = g_{sis}$

169397663, TIC 198079199, TIC 437246853, TIC 53178442, TIC 612908 e TIC 63905972) os valores espectroscópicos são sistematicamente maiores que os aqui encontrados. O desvio é aproximadamente constante, de $\log g_{sp} - \log g_{sis} \approx 0.25$ e não era esperado. Para as demais estrelas (TIC 129649472, TIC 148153804, TIC 257005016, TIC 284181945 e TIC 367912480) os resultados concordam bem.

Consultando a Tabela 3, verifica-se que todas as estrelas para as quais o desvio foi observado tiveram seus parâmetros retirados da mesma referência, Jofré et al. (2015). Seis delas tiveram espectros obtidos pelo mesmo instrumento (FEROS, a exceção é a TIC 63905972, com espectro obtido pelo EBASIM). Em contrapartida, as estrelas cujos resultados estão em boa concordância com os desta dissertação, tiveram seus valores de gravidade superficial retirados de várias fontes diferentes, sendo uma delas do próprio Jofré et al. (2015) (TIC 284181945, a única cujo espectro foi coletado usando o instrumento ELODIE). A consistência com trabalhos diversos sugere que o desvio observado não vem de um erro sistemático na análise sísmica feita nesta dissertação, no entanto, ainda é necessário investigar mais a fundo a origem da diferença nos sete casos onde ela foi identificada.

5 Conclusões e Perspectivas Futuras

Neste trabalho usamos asterossismologia para caracterizar estrelas com exoplanetas, observadas pela missão TESS, e que apresentam oscilações do tipo solar. Começamos com uma busca por essas oscilações entre as estrelas com exoplanetas confirmados e observadas pela missão TESS na cadência de 2 minutos, conforme descrito no Capítulo 2. Ao final, selecionamos 12 estrelas com boa relação sinal-ruído dos picos de oscilação no espectro de frequências de suas curvas de luz. As frequências nas quais as oscilações ocorrem permitem identificar essas estrelas como mais evoluídas, pós-sequência principal. Nove delas não tiveram suas oscilações analisadas na literatura científica e outras três foram usadas para comparação e validação da nossa análise.

Determinamos então as propriedades sísmicas globais das doze estrelas, que são a grande separação, isto é, o espaçamento de modos acústicos de mesmo grau angular e ordens radiais consecutivas, e a frequência de maior potência, que corresponde ao centro do envelope gaussiano que modula a amplitude dos modos de oscilação no espectro. O procedimento é descrito no Capítulo 3. Para a grande separação empregamos dois métodos distintos e estabelecidos na literatura científica: a Resposta do Filtro Correspondente (Gilliland et al. 2010) e o espectro do espectro (e.g. Mathur et al. 2012). Para ambos, propomos algumas modificações que facilitam sua aplicação em oscilações de diferentes frequências. Os resultados obtidos são consistentes entre si e, para as três estrelas cujas oscilações já foram analisadas, eles concordam, dentro das incertezas, com os obtidos por outros trabalhos (Campante et al. 2019; Malla et al. 2020). Isso também é verdade para a determinação da frequência de maior potência, que foi feita adaptando o método usado por Stello et al. (2017) e Malla et al. (2020). Ajustando uma lei de potências aos resultados obtidos nesta dissertação para essas grandezas, vê-se que a relação obtida é semelhante à encontrada por Stello et al. (2009), porém ela é mais adequada para oscilações de baixa frequência.

Finalmente, determinamos com bastante precisão as massas, os raios e as idades das estrelas usando a análise de modelagem baseada em grade de modelos estelares, conforme explicado no Capítulo 4. Para isso adaptamos o método de Yale-Birmingham (Basu et al. 2010) para comparar os parâmetros observacionais com os simulados por modelos de evolução estelar e inferir os resultados desejados. Para a grade de modelos estelares, empregamos a BaSTI (Hidalgo et al. 2018). Além dos parâmetros sísmicos determinados nesta dissertação, usamos também dados espectroscópicos encontrados na literatura para a temperatura efetiva e a metalicidade, bem como magnitudes aparentes e paralaxes obtidas pelo GAIA para fazer a comparação com os modelos.

Comparando com os outros trabalhos sísmicos citados anteriormente, os resultados são consistentes, dentro dos limites de incerteza. Já em relação aos trabalhos espectroscópicos de referência, os raios obtidos nesta dissertação são consistentes, enquanto as massas são sistematicamente menores e as idades maiores. Em termos das incertezas, há um ganho considerável de precisão para os valores das massas e principalmente dos raios. A superestimativa de massas e subestimativa de idades de caracterizações espectroscópicas, quando comparada a resultados sísmicos, é uma tendência comum na literatura recente sobre o assunto (ver Malla et al. 2020). Ela pode ser explicada por uma dificuldade de trabalhos espectroscópicos em diferenciarem sequências mais massivas, de evolução mais rápida, de sequências menos massivas, de evolução mais lenta. Essa dificuldade é resolvida com a introdução dos parâmetros sísmicos na comparação. O ganho na precisão do raio das estrelas é importante para melhorar a determinação do raio dos planetas, bem como do tamanho da sua órbita. Os novos resultados para massas podem ser usados para corrigir e melhorar a precisão nas massas dos planetas e também têm impacto nos seus parâmetros orbitais. Finalmente, as novas idades dão uma ideia do tempo que o sistema como um todo teve para evoluir.

A partir dos resultados obtidos para essas estrelas podemos confirmar que todas elas estão em estágios evolutivos pós-sequência principal e ramo das subgigantes. Nove delas estão no início do ramo das gigantes vermelhas, enquanto uma (TIC 284181945) está mais avançada nesse estágio. As duas estrelas restantes (TIC 129649472 e TIC 257005016) foram identificadas como estrelas do *red clump*, no ramo horizontal. Em três casos (TIC 169397663, TIC 257005016 e TIC 63905972) a análise abre margem para outras soluções menos prováveis. Essas soluções, em geral, vêm das contribuições de modelos com metalicidades distintas, portanto, o primeiro passo para solucionar tais ambiguidades seria adicionar modelos com uma cobertura maior de metalicidades do que a grade utilizada. No caso da TIC 257005016 há também uma ambiguidade entre estágios evolutivos distintos: com modelos do ramo horizontal e do ramo das gigantes vermelhas contribuindo para o resultado final (embora este último o faça em escala muito menor).

Esta dissertação deixa algumas perspectivas para estudos futuros. Em curto prazo, seria interessante usar uma grade nova de modelos para a análise, pois, como acabamos de discutir, a cobertura de metalicidades da grade atual se mostra insuficiente em alguns casos. Além disso, existe a questão de como a introdução de modelos fisicamente mais complexos (com difusão, perda de massa e/ou *overshooting* convectivo) impacta nos resultados. Mesmo que não haja diferença expressiva, o uso de uma segunda grade de modelos é importante na confirmação dos resultados.

Em médio prazo, é possível revisitar o problema da busca de osciladores. Embora a inspeção visual seja fácil e rápida de se fazer, ela certamente não é o método mais eficiente, especialmente para espectros mais ruidosos. Assim, é provável que um mecanismo mais

robusto de busca possa encontrar mais osciladores. Uma possibilidade seria usar a PS2 em janela móvel descrita no Capítulo 3. Poderíamos, por exemplo, registrar quantas janelas consecutivas têm picos em frequências próximas e associar isso à probabilidade de existirem oscilações do tipo solar naquela região.

Por fim, a longo prazo é possível aprimorar e acrescentar novas metodologias, tanto de obtenção das propriedades sísmicas globais, quanto de modelagem baseada em grade. Isso levaria a resultados cada vez mais robustos. Além disso, a busca por novos osciladores continua sendo importante à medida que a missão TESS e futuras missões, como a PLATO, continuam encontrando novas estrelas hospedeiras de exoplanetas. A capacidade da análise sísmica de fornecer resultados precisos faz com que sua demanda tenda a continuar alta nos próximos anos.

Referências

- Aerts, C., Christensen-Dalsgaard, J., & Kurtz, D. W. 2010, *Asteroseismology* (Springer Science & Business Media) Citado na página 19.
- Akeson, R., Chen, X., Ciardi, D., et al. 2013, *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 125, 989 Citado na página 12.
- Andersen, M., Grundahl, F., Christensen-Dalsgaard, J., et al. 2014, *RevMexAA (Serie de Conferencias)*, 45, 83 Citado na página 52.
- Angulo, C., Arnould, M., Rayet, M., et al. 1999, *Nuclear Physics A*, 656, 3 Citado na página 92.
- Bailer-Jones, C. A. 2015, *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 127, 994 Citado na página 91.
- Basu, S., Chaplin, W. J., & Elsworth, Y. 2010, *The Astrophysical Journal*, 710, 1596 Citado 5 vezes nas páginas 87, 88, 94, 96 e 118.
- Basu, S., Verner, G. A., Chaplin, W. J., & Elsworth, Y. 2012, *The Astrophysical Journal*, 746, 76 Citado na página 87.
- Böhm-Vitense, E. 1958, *Zeitschrift für Astrophysik*, 46, 108 Citado na página 92.
- Borucki, W. J., Koch, D., Basri, G., et al. 2010, *Science*, 327, 977 Citado 3 vezes nas páginas 12, 24 e 34.
- Bressan, A., Marigo, P., Girardi, L., et al. 2012, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 427, 127 Citado na página 32.
- Brown, A., Vallenari, A., Prusti, T., et al. 2018, *Astronomy & astrophysics*, 616, A1 Citado na página 90.
- Bugnet, L., García, R., Mathur, S., et al. 2019, *Astronomy & Astrophysics*, 624, A79 Citado na página 48.
- Caffau, E., Ludwig, H.-G., Steffen, M., Freytag, B., & Bonifacio, P. 2011, *Solar Physics*, 268, 255 Citado na página 92.
- Campante, T., Schofield, M., Kuszlewicz, J. S., et al. 2016, *The Astrophysical Journal*, 830, 138 Citado 2 vezes nas páginas 36 e 39.
- Campante, T. L., Corsaro, E., Lund, M. N., et al. 2019, *The Astrophysical Journal*, 885, 31 Citado 13 vezes nas páginas 52, 56, 82, 83, 84, 88, 90, 99, 100, 105, 111, 112 e 118.

- Campante, T. L., Veras, D., North, T. S., et al. 2017, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 469, 1360 Citado na página 52.
- Casagrande, L. & VandenBerg, D. A. 2014, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 444, 392 Citado 2 vezes nas páginas 94 e 95.
- Casagrande, L. & VandenBerg, D. A. 2018, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society: Letters*, 479, L102 Citado 2 vezes nas páginas 94 e 95.
- Chaplin, W. J., Kjeldsen, H., Bedding, T. R., et al. 2011, *The Astrophysical Journal*, 732, 54 Citado na página 31.
- Christensen-Dalsgaard, J. 2004, *Solar Physics*, 220, 137 Citado na página 54.
- Christensen-Dalsgaard, J. 2019, *Lecture notes on stellar oscillations*, <https://users-phys.au.dk/jcd/oscilnotes/> Citado na página 23.
- Christensen-Dalsgaard, J., Aguirre, V. S., Cassisi, S., et al. 2020, *Astronomy & Astrophysics*, 635, A165 Citado na página 32.
- Christensen-Dalsgaard, J., Arentoft, T., Brown, T., et al. 2007, *Comm. in Asteroseismology*, 150 Citado na página 53.
- Cunha, M. S. 2018, *Asteroseismology and Exoplanets: Listening to the Stars and Searching for New Worlds*, 27 Citado 2 vezes nas páginas 18 e 22.
- Cyburt, R. H. & Davids, B. 2008, *Physical Review C*, 78, 064614 Citado na página 92.
- Deeg, H. J. & Alonso, R. 2018, *Handbook of Exoplanets*, 117 Citado na página 13.
- Degl'Innocenti, S., Moroni, P. P., Marconi, M., & Ruoppo, A. 2008, *Astrophysics and Space Science*, 316, 25 Citado na página 91.
- Ferguson, J. W., Alexander, D. R., Allard, F., et al. 2005, *The Astrophysical Journal*, 623, 585 Citado na página 92.
- Formicola, A., Imbriani, G., Costantini, H., et al. 2004, *Physics Letters B*, 591, 61 Citado na página 92.
- Gai, N., Basu, S., Chaplin, W. J., & Elsworth, Y. 2011, *The Astrophysical Journal*, 730, 63 Citado na página 87.
- Gilliland, R. L., Chaplin, W. J., Dunham, E. W., et al. 2011, *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 197, 6 Citado na página 34.
- Gilliland, R. L., Chaplin, W. J., Jenkins, J. M., Ramsey, L. W., & Smith, J. C. 2015, *The Astronomical Journal*, 150, 133 Citado na página 34.

- Gilliland, R. L., McCullough, P. R., Nelan, E. P., et al. 2010, *The Astrophysical Journal*, 726, 2 Citado 5 vezes nas páginas 54, 55, 58, 65 e 118.
- Haft, M., Raffelt, G., & Weiss, A. 1994, *The Astrophysical Journal*, 425, 222 Citado na página 92.
- Hammer, J., Fey, M., Kunz, R., et al. 2005, *Nuclear Physics A*, 758, 363 Citado na página 92.
- Harvey, J. 1985, in *Future missions in solar, heliospheric & space plasma physics*, Vol. 235 Citado na página 75.
- Hekker, S. & Ball, W. 2014, *Astronomy & Astrophysics*, 564, A105 Citado 2 vezes nas páginas 87 e 91.
- Hidalgo, S. L., Pietrinferni, A., Cassisi, S., et al. 2018, *The Astrophysical Journal*, 856, 125 Citado 4 vezes nas páginas 87, 91, 92 e 118.
- Howell, S. B., Sobeck, C., Haas, M., et al. 2014, *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 126, 398 Citado 3 vezes nas páginas 12, 34 e 52.
- Huber, D. 2018, in *Asteroseismology and exoplanets: listening to the stars and searching for new worlds* (Springer), 119–135 Citado na página 15.
- Huber, D., Chaplin, W. J., Christensen-Dalsgaard, J., et al. 2013, *The Astrophysical Journal*, 767, 127 Citado 4 vezes nas páginas 33, 48, 88 e 91.
- Iglesias, C. A. & Rogers, F. J. 1996, *The astrophysical journal*, 464, 943 Citado na página 91.
- Irwin, A. W. 2012, *Astrophysics Source Code Library*, ascl Citado na página 92.
- Jofré, E., Petrucci, R., Saffe, C., et al. 2015, *Astronomy & Astrophysics*, 574, A50 Citado 3 vezes nas páginas 90, 91 e 117.
- Jones, M., Jenkins, J. S., Brahm, R., et al. 2016, *Astronomy & Astrophysics*, 590, A38 Citado na página 90.
- Kane, S. R. 2014, *The Astrophysical Journal*, 782, 111 Citado na página 15.
- Kippenhahn, R., Weigert, A., & Weiss, A. 1990, *Stellar structure and evolution*, Vol. 192 (Springer) Citado 2 vezes nas páginas 28 e 87.
- Kipping, D. M. 2010, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 407, 301 Citado na página 14.

- Kjeldsen, H. & Bedding, T. 1995, *Astronomy and Astrophysics*, 293, 87 Citado na página 27.
- Lee, B.-C., Park, M.-G., Lee, S.-M., et al. 2015, *Astronomy & Astrophysics*, 584, A79 Citado na página 90.
- Lloyd, J. P. 2011, *The Astrophysical Journal Letters*, 739, L49 Citado na página 116.
- Lodders, K., Goswami, A., & Reddy, B. 2010, *Solar System Abundances of the Elements (Astrophysics & Space Sciences Proceedings)*(Berlin: Springer), 379 Citado na página 92.
- Lund, M. N., Handberg, R., Kjeldsen, H., Chaplin, W. J., & Christensen-Dalsgaard, J. 2016, arXiv preprint arXiv:1610.02702 Citado na página 42.
- Lundkvist, M. S., Huber, D., Aguirre, V. S., & Chaplin, W. J. 2018, arXiv preprint arXiv:1804.02214 Citado 3 vezes nas páginas 12, 15 e 27.
- Luri, X., Brown, A., Sarro, L., et al. 2018, *Astronomy & Astrophysics*, 616, A9 Citado na página 91.
- Majewski, S. R., Schiavon, R. P., Frinchaboy, P. M., et al. 2017, *The Astronomical Journal*, 154, 94 Citado na página 24.
- Malla, S. P., Stello, D., Huber, D., et al. 2020, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 496, 5423 Citado 12 vezes nas páginas 52, 78, 79, 82, 83, 84, 99, 100, 114, 116, 118 e 119.
- Mathur, S., García, R., Régulo, C., et al. 2010, *Astronomy & Astrophysics*, 511, A46 Citado na página 66.
- Mathur, S., Metcalfe, T., Woitaszek, M., et al. 2012, *The Astrophysical Journal*, 749, 152 Citado 11 vezes nas páginas 18, 20, 48, 53, 55, 66, 67, 78, 86, 87 e 118.
- Mayor, M. & Queloz, D. 1995, *Nature*, 378, 355 Citado na página 12.
- Mortier, A., Santos, N., Sousa, S., et al. 2013, *Astronomy & Astrophysics*, 557, A70 Citado na página 90.
- Mosser, B., Elsworth, Y., Hekker, S., et al. 2012, *Astronomy & Astrophysics*, 537, A30 Citado na página 31.
- Munakata, H., Kohyama, Y., & Itoh, N. 1985, *The Astrophysical Journal*, 296, 197 Citado na página 92.
- North, T. S., Campante, T. L., Miglio, A., et al. 2017, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 472, 1866 Citado na página 52.

- Perryman, M. 2018, *The Exoplanet Handbook* (Cambridge University Press) Citado na página 14.
- Perryman, M., Lindegren, L., Kovalevsky, J., et al. 1997, *Astronomy and Astrophysics-A&A*, 323, 49 Citado na página 91.
- Pietrinferni, A., Cassisi, S., Salaris, M., & Castelli, F. 2006, *The Astrophysical Journal*, 642, 797 Citado na página 92.
- Pinsonneault, M. H., Elsworth, Y. P., Tayar, J., et al. 2018, *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 239, 32 Citado 2 vezes nas páginas 24 e 94.
- Pols, O. R. 2011, *Stellar Structure and Evolution*, https://www.astro.ru.nl/~onnop/education/stev_utrecht_notes/ Citado na página 28.
- Provost, J., Berthomieu, G., & Morel, P. 2000, *Astronomy and Astrophysics*, 353, 775 Citado na página 19.
- Prusti, T., De Bruijne, J., Brown, A. G., et al. 2016, *Astronomy & Astrophysics*, 595, A1 Citado na página 90.
- Ricker, G. R., Winn, J. N., Vanderspek, R., et al. 2014, *Journal of Astronomical Telescopes, Instruments, and Systems*, 1, 014003 Citado 4 vezes nas páginas 12, 35, 36 e 37.
- Seager, S. & Mallen-Ornelas, G. 2003, *The Astrophysical Journal*, 585, 1038 Citado na página 12.
- Serenelli, A., Johnson, J., Huber, D., et al. 2017, *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 233, 23 Citado 3 vezes nas páginas 24, 88 e 91.
- Sousa, S., Adibekyan, V., Delgado-Mena, E., et al. 2018, *Astronomy & Astrophysics*, 620, A58 Citado na página 90.
- Stassun, K. G., Oelkers, R. J., Pepper, J., et al. 2018, *The Astronomical Journal*, 156, 102 Citado na página 35.
- Stello, D., Chaplin, W., Basu, S., Elsworth, Y., & Bedding, T. 2009, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society: Letters*, 400, L80 Citado 5 vezes nas páginas 24, 26, 84, 85 e 118.
- Stello, D., Huber, D., Grundahl, F., et al. 2017, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 472, 4110 Citado 4 vezes nas páginas 52, 78, 83 e 118.
- Sullivan, P. W., Winn, J. N., Berta-Thompson, Z. K., et al. 2015, *The Astrophysical Journal*, 809, 77 Citado na página 36.

- Tassoul, M. 1980, *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 43, 469 Citado 2 vezes nas páginas 21 e 32.
- Torres, G., Winn, J. N., & Holman, M. J. 2008, *The Astrophysical Journal*, 677, 1324 Citado na página 15.
- Van Leeuwen, F. 2007, *Astronomy & Astrophysics*, 474, 653 Citado na página 91.
- VanderPlas, J., Connolly, A. J., Ivezić, Ž., & Gray, A. 2012, in 2012 conference on intelligent data understanding, *IEEE*, 47–54 Citado na página 44.
- VanderPlas, J. T. 2018, *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 236, 16 Citado na página 44.
- VanderPlas, J. T. & Ivezić, Ž. 2015, *The Astrophysical Journal*, 812, 18 Citado na página 44.
- Vernazza, J., Avrett, E., & Loeser, R. 1981, *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 45, 635 Citado na página 92.
- Verner, G., Elsworth, Y., Chaplin, W., et al. 2011, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 415, 3539 Citado na página 48.
- Weiss, A., Hillebrandt, W., Thomas, H.-C., & Ritter, H. 2004, *Cox and Giuli's Principles of Stellar Structure* Citado na página 92.