

**Universidade Federal de Minas Gerais**  
**Instituto de Ciências Exatas**  
**Departamento de Estatística**

Victor Afonso Dantas Guimarães

**IMPLANTAÇÃO DE CONTROLE ESTATÍSTICO EM UM PROCESSO DE  
SOLDAGEM MAG DE UMA EMPRESA DO RAMO AUTOMOTIVO**

Belo Horizonte

2021

Victor Afonso Dantas Guimarães

**IMPLANTAÇÃO DE CONTROLE ESTATÍSTICO EM UM PROCESSO DE  
SOLDAGEM MAG DE UMA EMPRESA DO RAMO AUTOMOTIVO**

Monografia de especialização apresentada ao Instituto de Ciências Exatas da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito parcial à obtenção do título de Especialista em Estatística.

Orientador: Prof. Dr. Roberto da Costa Quinino

Belo Horizonte

2021

2021, Victor Afonso Dantas Guimarães  
Todos os direitos reservados

Guimarães, Victor Afonso Dantas.

G963i Implantação de controle estatístico em um processo de soldagem MAG de uma empresa do ramo automotivo [manuscrito]. / Victor Afonso Dantas Guimarães — 2021. 81 f. il.

Orientador: Roberto da Costa Quinino;  
Monografia (especialização) - Universidade Federal de Minas Gerais, Instituto de Ciências Exatas, Departamento de Estatística.  
Referências 70-72.

1. Estatística. 2. Controle estatístico de processo 3. Soldagem. I. Quinino, Roberto da Costa. II. Universidade Federal de Minas Gerais, Instituto de Ciências Exatas, Departamento de Estatística. III. Título.

CDU 519.2 (043)

Ficha catalográfica elaborada pela bibliotecária Belkiz Inez Rezende Costa CRB 6ª Região nº 1510



**Universidade Federal de Minas Gerais**  
**Instituto de Ciências Exatas**  
**Departamento de Estatística**  
**Programa de Pós-Graduação / Especialização**  
Av. Pres. Antônio Carlos, 6627 - Pampulha  
31270-901 – Belo Horizonte – MG

E-mail: [pgest@ufmg.br](mailto:pgest@ufmg.br)  
Tel: 3409-5923 – FAX: 3409-5924

## **ATA DO 224ª. TRABALHO DE FIM DE CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM ESTATÍSTICA DE VICTOR AFONSO DANTAS GUIMARÃES.**

Aos vinte e quatro dias do mês de maio de 2021, às 17:00 horas, com utilização de recursos de videoconferência a distância, reuniram-se os professores abaixo relacionados, formando a Comissão Examinadora homologada pela Comissão do Curso de Especialização em Estatística, para julgar a apresentação do trabalho de fim de curso do aluno **Victor Afonso Dantas Guimarães**, intitulado: *“Implantação de controle estatístico em um processo de soldagem MAG de uma empresa do ramo automotivo”*, como requisito para obtenção do Grau de Especialista em Estatística. Abrindo a sessão, o Presidente da Comissão, Professor Roberto da Costa Quinino – Orientador, após dar conhecimento aos presentes do teor das normas regulamentares, passou a palavra ao candidato para apresentação de seu trabalho. Seguiu-se a arguição pelos examinadores com a respectiva defesa do candidato. Após a defesa, os membros da banca examinadora reuniram-se sem a presença do candidato e do público, para julgamento e expedição do resultado final. Foi atribuída a seguinte indicação: o candidato foi considerado Aprovado condicional às modificações sugeridas pela banca examinadora no prazo de 30 dias a partir da data de hoje por unanimidade. O resultado final foi comunicado publicamente ao candidato pelo Presidente da Comissão. Nada mais havendo a tratar, o Presidente encerrou a reunião e lavrou a presente Ata, que será assinada por todos os membros participantes da banca examinadora. Belo Horizonte, 24 de maio de 2021.

Prof. Roberto da Costa Quinino (Orientador)  
Departamento de Estatística / ICEX / UFMG

Prof. Danilo Gilberto de Oliveira Valadares  
Departamento de Estatística / ICEX / UFMG

Prof. Lupércio França Bessegato  
Departamento de Estatística / UFJF



**Universidade Federal de Minas Gerais**  
**Instituto de Ciências Exatas**  
**Departamento de Estatística**  
**Programa de Pós-Graduação / Especialização**  
Av. Pres. Antônio Carlos, 6627 - Pampulha  
31270-901 – Belo Horizonte – MG

E-mail: [pgest@ufmg.br](mailto:pgest@ufmg.br)  
Tel: 3409-5923 – FAX: 3409-5924

## **DECLARAÇÃO DE CUMPRIMENTO DE REQUISITOS PARA CONCLUSÃO DO CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM ESTATÍSTICA.**

Declaro para os devidos fins que **Victor Afonso Dantas Guimarães**, número de registro 2018697140, cumpriu todos os requisitos necessários para conclusão do curso de Especialização em Estatística. Como seu orientador, recebi a versão final do trabalho de conclusão de curso e aprovei a versão final. O trabalho foi apresentado no dia 24 de maio de 2021 com o título “*Implantação de controle estatístico em um processo de soldagem MAG de uma empresa do ramo automotivo*”.

Belo Horizonte, 25 de junho de 2021

**Prof. Roberto da Costa Quinino**  
**Coordenador do curso de**  
**Especialização em Estatística**  
**Departamento de Estatística / UFMG**

*Prof. Roberto da Costa Quinino*  
Coordenador da Comissão  
do Curso de Especialização  
em Estatística

## AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço a Deus, aos meus pais, meus irmãos, meus avós, minha namorada pelo carinho, incentivo e compreensão, ao meu professor orientador Roberto Quinino, às secretárias do programa de pós-graduação, aos meus velhos e novos amigos, a todos os professores e colegas pelos conhecimentos adquiridos e convivência durante o curso de especialização.

## RESUMO

No atual momento econômico, caracterizado pela grande competitividade no mercado, as empresas buscam cada vez mais aperfeiçoar seus processos produtivos para atender às exigências dos clientes.

Programas e ferramentas de qualidade são implementados para proporcionarem redução de índices de produtos não conformes, eliminação de desperdícios e diminuição da variabilidade do processo.

Nesse sentido, os métodos estatísticos de controle da qualidade ganham destaque, uma vez que apresentam uma dimensão quantitativa da variabilidade de um processo, sendo possível acompanhar o seu desempenho ao longo do tempo, verificando se está sob controle ou não, e tomar decisões para mantê-lo dentro dos parâmetros especificados.

O presente trabalho apresenta uma aplicação do controle estatístico de processo em um processo de soldagem MAG. Foram utilizados gráficos de controle e índices de capacidade para avaliar o processo produtivo de uma empresa automotiva.

**Palavras-chave:** qualidade, variabilidade, controle estatístico de processo, soldagem, gráfico de controle, índices de capacidade de processo.

## ABSTRACT

In the current economic moment, characterized by great market competitiveness, companies have been increasingly looking for improve their production processes to meet customer requirements.

Quality programs and tools are implemented to provide a reduction in nonconformity product indices, elimination of waste and decrease in the process variability.

In this way, the statistical methods of quality control gain emphasis since they represent a quantitative dimension of the variability of a process, being possible to monitor its performance over time, checking if it is under control or not and make decisions to maintain it within the specified parameters.

The present study presents an application of statistical process control in a MAG welding process. Control charts and capability indices were used to evaluate the production process of an automotive company.

Key-words: Quality, variability, statistical process control, welding, control chart, process capability indices.



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Exemplo de perfis de solda inadequados.....	14
Figura 2: Dimensões da solda.....	15
Figura 3: Processo sob controle estatístico.....	17
Figura 4: Processo fora de controle com alteração na média dos dados.....	18
Figura 5: Processo fora de controle com alteração na média e dispersão dos dados .....	18
Figura 6: Principais ferramentas do CEP .....	20
Figura 7: Exemplos de Histogramas .....	21
Figura 8: Exemplo de folha de controle.....	22
Figura 9: Exemplo de Gráfico de Pareto .....	23
Figura 10: Exemplo de diagrama de causa e efeito .....	24
Figura 11: Exemplo de diagrama de concentração de defeitos.....	24
Figura 12: Exemplo de diagrama de dispersão .....	25
Figura 13: Exemplos de diagrama de dispersão com correlação positiva, negativa e nula .....	26
Figura 14: Exemplos de diagrama de dispersão com correlação forte e fraca.....	26
Figura 15: Exemplo de gráfico de controle.....	27
Figura 16: Exemplo de gráfico de distribuição normal.....	30
Figura 17: Exemplo de gráfico de probabilidade normal com valores padronizados.	31
Figura 18: Gráfico de controle com padrão corrida .....	35
Figura 19: Gráfico de controle com padrão cíclico .....	36
Figura 20: Gráfico de controle com padrão mistura .....	36
Figura 21: Gráfico de controle com deslocamento no nível do processo .....	37
Figura 22: Gráfico de controle apresentando tendência.....	37
Figura 23: Gráfico de controle com padrão de estratificação .....	38
Figura 24: Regras de decisão conforme Western Electric Handbook .....	39
Figura 25: Regras de zonas da Western Electric .....	39
Figura 26: Regras sensibilizantes para gráficos de controle .....	40
Figura 27: Esquema de Gráfico de Controle .....	41
Figura 28: Limites naturais de tolerância com distribuição normal .....	42
Figura 29: Diferença entre as classificações de capacidade de processo .....	45
Figura 30: Soldagem por deformação .....	47

Figura 31: (a) Esquema da soldagem por fusão. (b) Macrografia de uma junta .....	47
Figura 32: Processos de soldagem e afins segundo a AWS.....	48
Figura 33: Esquema de soldagem MIG/MAG.....	49
Figura 34: Alguns tipos de defeitos .....	51
Figura 35: Perfil de solda e suas dimensões.....	52
Figura 36: Tipos de penetração de solda .....	53
Figura 37: Variáveis medidas no corpo de prova .....	54
Figura 38: Teste de normalidade para garganta de solda.....	57
Figura 39: Teste de normalidade para perna de solda no material 1 .....	58
Figura 40: Teste de normalidade para perna de solda no material 2 .....	58
Figura 41: Teste de normalidade para penetração de solda no material 1 .....	59
Figura 42: Teste de normalidade para penetração de solda no material 2 .....	59
Figura 43: Carta de controle $\bar{x}$ -R para garganta de solda.....	60
Figura 44: Carta de controle $\bar{x}$ -R para perna de solda no material 1 .....	60
Figura 45: Carta de controle $\bar{x}$ -R para perna de solda no material 2.....	61
Figura 46: Carta de controle $\bar{x}$ -R para penetração de solda no material 1 .....	62
Figura 47: Carta de controle $\bar{x}$ -R para penetração de solda no material 2 .....	63
Figura 48: Resultado de capacidade de processo para garganta de solda.....	64
Figura 49: Resultado de capacidade de processo para perna de solda no material 1 .....	64
Figura 50: Resultado de capacidade de processo para perna de solda no material 2 .....	65
Figura 51: Resultado de capacidade de processo para penetração de solda no material 1.....	66
Figura 52: Resultado de capacidade de processo para penetração de solda no material 2.....	66

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Valores mínimos recomendados para $C_p$ .....	43
Tabela 2: Classificação do processo em relação a sua capacidade .....	44
Tabela 3: Especificações técnicas dimensionais da solda .....	55
Tabela 4: Medições garganta de solda (G) .....	56
Tabela 5: Índices de capacidade para as variáveis de solda .....	67
Tabela 6: Intervalos de confiança para $C_p$ e $C_{pk}$ .....	68

## SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO .....	13
2 OBJETIVOS .....	15
2.1 Objetivo Geral .....	15
2.2 Objetivos Específicos .....	15
3 JUSTIFICATIVA .....	16
4 REFERENCIAL TEÓRICO .....	16
4.1 Controle Estatístico de Processo .....	16
4.1.1 Ferramentas do Controle Estatístico de Processo .....	19
4.1.1.1 Histograma .....	20
4.1.1.2 Folha de controle .....	21
4.1.1.3 Gráfico de Pareto .....	22
4.1.1.4 Diagrama de causa e efeito .....	23
4.1.1.5 Diagrama de concentração de defeito .....	24
4.1.1.6 Diagrama de dispersão .....	25
4.1.1.7 Gráfico de controle .....	26
4.1.2 Aplicação de gráficos de controle como ferramenta do CEP .....	27
4.1.2.1 Conceitos iniciais .....	27
4.1.2.2 Normalidade dos dados .....	29
4.1.2.3 Gráficos de controle $\bar{x}$ e R .....	31
4.1.2.3.1 Cálculo dos limites de controle para os gráficos $\bar{x}$ e R .....	32
4.1.2.4 Análise de padrões em gráficos de controle .....	34
4.1.3 Índices de Capacidade de Processo .....	41
4.1.4 Intervalos de confiança e testes sobre razões da capacidade de um processo .....	45
4.2 O processo de soldagem .....	46

4.2.1 Definição de soldagem .....	46
4.2.2 Formação da junta soldada .....	47
4.2.3 Processo de soldagem GMAW .....	48
4.2.4 Variáveis do processo de soldagem GMAW.....	51
4.2.5 Dimensionamento de características da solda .....	52
5 METODOLOGIA.....	53
5.1 Caracterização da empresa em estudo .....	53
5.2 Processo de soldagem.....	53
5.3 Obtenção dos dados .....	54
5.4 Construção dos gráficos de controle $\bar{x}$ e R .....	55
5.5 Análise do processo.....	56
6. RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	56
7. CONCLUSÃO.....	68
8 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	70
<b>APÊNDICE A – Medições perna de solda no material 1 (P1) .....</b>	<b>73</b>
<b>APÊNDICE B – Medições perna de solda no material 2 (P2) .....</b>	<b>74</b>
<b>APÊNDICE C – Medições penetração de solda no material 1 (P CH 1) .....</b>	<b>75</b>
<b>APÊNDICE D – Medições penetração de solda no material 2 (P CH 2) .....</b>	<b>76</b>
<b>APÊNDICE E – Demonstrações do cálculo dos intervalos de confiança .....</b>	<b>77</b>
<b>ANEXO A – Fatores para construção de gráficos de controle para variáveis ...</b>	<b>79</b>
<b>ANEXO B – Tabela da distribuição Qui-Quadrado .....</b>	<b>80</b>
<b>ANEXO C – Tabela da distribuição normal – valores de <math>P(0 \leq Z \leq z_0)</math>.....</b>	<b>81</b>

## 1 INTRODUÇÃO

A globalização e a competitividade trazem grandes desafios para as indústrias, onde acredita-se que processos com um custo da má qualidade menor obtém maior lucro devido à redução ou eliminação de perdas nos processos produtivos.

Além de perdas financeiras, as empresas também recebem penalizações por parte do cliente ou de órgãos certificadores, reclamações, gastos milionários com campanhas de *recall*, perda de imagem e não podemos deixar de citar que produtos não conformes podem trazer riscos para o consumidor. Cada vez mais as empresas investem em processos mais capazes, como, por exemplo, processos automáticos, semiautomáticos e utilização de dispositivos que identificam e segregam automaticamente um produto que não esteja em conformidade com as especificações.

A implantação de programas e ferramentas de qualidade podem contribuir na redução de índices de produtos não conformes, de inspeções no processo produtivo, eliminação de desperdícios e diminuição da variabilidade do processo. Para Montgomery citado por Silveira e Werner (2011), a qualidade é contrária a variabilidade do processo, sendo imprescindível a redução da variação das características do processo e produto para se obter níveis satisfatórios de qualidade. Segundo Montgomery (2019), a obtenção de um alto nível de qualidade no processo, seja em um produto ou serviço, se torna uma grande vantagem competitiva.

A variabilidade das características de qualidade não pode ser totalmente eliminada, mas pode ser conhecida e controlada. No entanto, a variabilidade de um processo somente é explicada pela estatística (Vieira, 2012). A utilização de técnicas estatísticas para melhoria da qualidade vem se consagrando desde a era de Walter A. Shewhart em 1924, quando o conceito de gráficos de controle foi criado (Montgomery, 2019).

O Controle Estatístico do Processo, CEP, é uma coleção de ferramentas extremamente úteis na resolução de problemas. Os gráficos de controle, especificamente, são utilizados com objetivo de obter estabilidade no processo produtivo reduzindo sua variabilidade. Além disso, a análise de capacidade do processo é realizada conjuntamente para avaliar se o processo é capaz de operar em conformidade com as especificações em que foram projetados (Qiu, 2014; Montgomery, 2019). No entanto, para Oakland e Oakland (2019), o CEP não é só um conjunto de ferramentas, mas sim uma estratégia para redução dos maiores

problemas de qualidade: variações nos materiais, nos métodos de produção, nos componentes dos produtos, no tempo de entrega de mercadorias, nas atitudes dos colaboradores, enfim, em diversas áreas.

O processo de soldagem é um exemplo de procedimento que possui várias causas de variação, sendo, composição, classe e espessura do metal de base, tipo de solda, consumíveis, posição de soldagem, corrente, tensão e velocidade de soldagem e tipo de deposição de material (Marques, Modenesi e Bracarense, 2009).

Todos estes parâmetros resultam em variações da estrutura típica ou esperada da junta soldada, conhecidas como descontinuidades, que podem ser prejudiciais para a funcionalidade da junta e resultar em defeitos que, devido aos riscos de mal desempenho e alto custo de ações corretivas, devem ser evitados por meio de um controle rigoroso do processo (Marques, Modenesi e Bracarense, 2009).

Segundo Marques, Modenesi e Bracarense (2009), existem três categorias básicas de descontinuidades baseadas no livro *Welding Inspection* da *American Welding Society* que são descontinuidades dimensionais, estruturais e propriedades inadequadas.

As descontinuidades dimensionais são classificadas em distorção, formato incorreto da junta, dimensão e perfil incorreto da solda, sendo a dimensão e perfil da solda, foco do presente estudo. Conforme Figura 1, pode-se observar alguns exemplos de perfis inadequados (Marques, Modenesi e Bracarense, 2009).

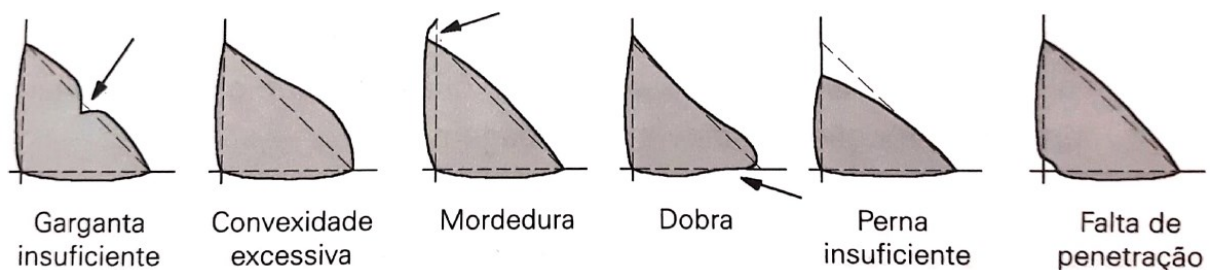


Figura 1: Exemplo de perfis de solda inadequados  
Fonte: Marques, Modenesi e Bracarense, 2009

Um perfil inadequado da solda pode ser atribuído aos parâmetros de soldagem inadequados, e podem causar problemas estruturais, como, por exemplo, fragilização do produto (Marques, Modenesi e Bracarense, 2009).

Para avaliar o perfil de uma solda, que está intimamente relacionado com sua qualidade e segurança, além de uma avaliação visual rigorosa, é necessário dimensionar algumas variáveis. Conforme Figura 2, existem vários termos para definir

as características técnicas da solda e as variáveis usualmente medidas são garganta de solda, perna de solda, penetração e convexidade (Marques, Modenesi e Bracarense, 2009).

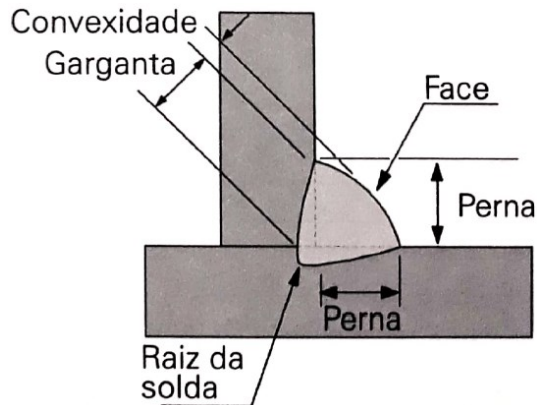


Figura 2: Dimensões da solda  
Fonte: Marques, Modenesi e Bracarense, 2009

No presente trabalho, foi aplicada uma ferramenta do Controle Estatístico de Processo, com objetivo de analisar a variabilidade do processo de soldagem, em relação às características dimensionais, em uma empresa do segmento automotivo.

## 2 OBJETIVOS

### 2.1 Objetivo Geral

Avaliar o processo de soldagem MAG realizado em uma empresa do setor automotivo aplicando cartas de controle nas características dimensionais da solda.

### 2.2 Objetivos Específicos

- Apresentar um estudo de caso realizado no setor automotivo.
- Aplicar os gráficos de controle como ferramenta do controle estatístico de processo.
- Avaliar a capacidade do processo de soldagem MAG.



### 3 JUSTIFICATIVA

A soldagem é o processo de união de metais mais utilizado industrialmente, devido a sua versatilidade, em termos de tipos de ligas, disponibilidade de processos e espessuras de componentes que podem ser unidos e elevada produtividade, por ser, no geral, um processo semiautomático. Sua utilização é viável tanto em operações simples como também na fabricação de estruturas com elevado peso e processos com elevado grau de responsabilidade, como na indústria automotiva, ferroviária e de construção.

No entanto, os processos de soldagem causam efeitos mecânicos e metalúrgicos nos componentes que, juntamente com defeitos de qualidade da solda podem prejudicar o desempenho e causar falha da junta soldada, colocando em risco a funcionalidade do produto e a integridade do consumidor.

Sendo assim, o presente trabalho é justificado pela importância de se controlar as características do processo de soldagem, afim de reduzir a variabilidade do processo e garantir a qualidade e segurança de componentes automotivos.

### 4 REFERENCIAL TEÓRICO

#### 4.1 Controle Estatístico de Processo

O início formal do Controle Estatístico de Processo ocorreu em 1924, quando Walter A. Shewhart introduziu o conceito de gráfico de controle nos Laboratórios da Companhia Telefônica Bell, uma ferramenta para uso no chão de fábrica de fácil construção e utilização. Em 1928, Harold F. Dodge e Harry G. Romig refinaram conceitos de amostragem com base estatística e métodos de inspeção. O trabalho destes três homens contribuiu muito para a base do controle estatístico da qualidade moderno (Costa, Epprecht e Carpinetti, 2018; Montgomery e Runger, 2018; Montgomery, 2019).

Shewhart defendia que por mais bem projetado e controlado que seja, qualquer processo possui sua variabilidade natural. Trata-se de um conjunto de pequenas interferências essencialmente inevitáveis e inerentes ao processo, conhecidas como

causas aleatórias<sup>1</sup> de variação, contra as quais não se pode atuar. Quando o processo está sob efeito apenas de sua variabilidade natural, devido a tais causas aleatórias, é dito que ele está sob controle estatístico ou em controle, como mostrado na Figura 3 (Costa, Epprecht e Carpinetti, 2018; Montgomery, 2019).

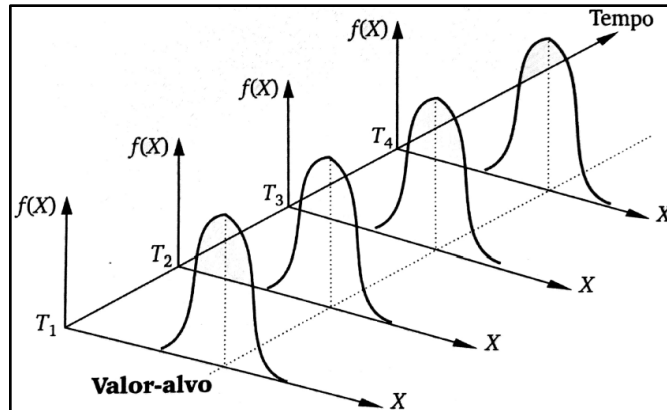


Figura 3: Processo sob controle estatístico  
Fonte: Costa, Epprecht e Carpinetti, 2018

Podem surgir outras interferências no processo, decorrentes de fontes como máquinas desajustadas, matéria prima fora das especificações, erro operacional, método de operação mal definido, entre outras. Essas, chamadas de causas atribuíveis<sup>2</sup> de variação, causam variabilidade maior na característica de qualidade do produto e tem o efeito de deslocar a distribuição dos dados do valor alvo (Figura 4) ou aumentar sua dispersão (Figura 5), ocasionando um nível insatisfatório de desempenho no processo. Portanto, um processo que opera na presença de causas atribuíveis de variação está fora de controle (Costa, Epprecht e Carpinetti, 2018; Montgomery, 2019).

<sup>1</sup> A terminologia causa aleatória foi desenvolvida por Shewhart e atualmente alguns autores usam a terminologia causa comum.

<sup>2</sup> O termo causa atribuível também foi desenvolvido por Shewhart e hoje alguns autores usam a terminologia causa especial.

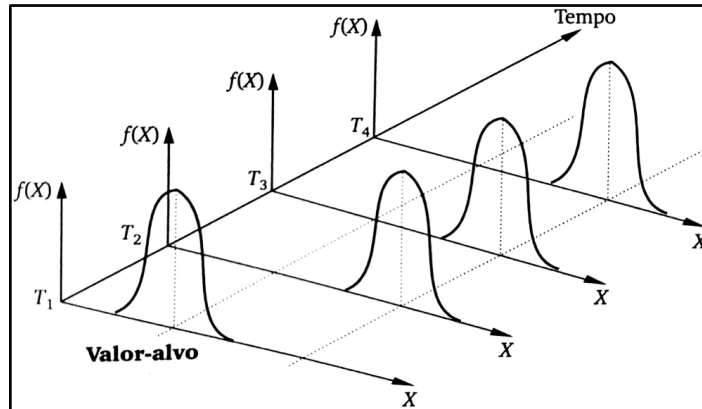


Figura 4: Processo fora de controle com alteração na média dos dados  
Fonte: Costa, Epprecht e Carpinetti, 2018

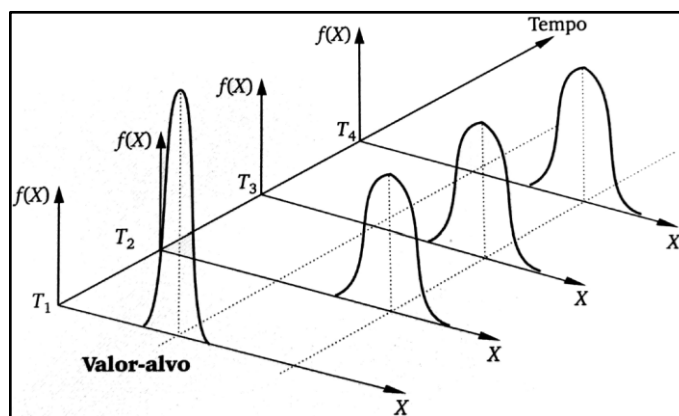


Figura 5: Processo fora de controle com alteração na média e dispersão dos dados  
Fonte: Costa, Epprecht e Carpinetti, 2018

A melhoria da qualidade envolve um conjunto de ações para garantir que os produtos e serviços apresentem conformidade com as exigências de legislação, clientes e procedimentos internos. Como a variabilidade é inversamente proporcional à qualidade, é imprescindível conhecimentos de técnicas estatísticas para identificar e controlar a variabilidade (Vieira, 2012; Montgomery, 2019).

O Controle Estatístico de Processo, visa a obtenção da estabilidade do processo através da redução da variabilidade entre as unidades produzidas. O processo deve operar com pequenas variações próximas das especificações para determinada característica de qualidade do produto (Montgomery, 2019).

Assim, é possível aumentar a produtividade dos processos, reduzindo suas perdas internas, por refugo, retrabalho e inspeções e externas, devoluções de produto, reclamações de clientes, serviços em garantia, além de aumentar a satisfação do cliente (Wetherill e Brown, 1991; Gama, 2015).

Segundo Qiu (2014), o CEP aplicado em um processo de produção pode ser dividido em duas fases. Na fase inicial, a performance do processo ainda não é

conhecida e o objetivo é o ajuste do mesmo para torná-lo estável. Para isso, é produzido um determinado número de unidades e são coletados e analisados os valores das características de interesse. Feito isso, se o processo aparentar uma performance instável, deve-se descobrir a causa raiz e realizar as devidas correções. Este procedimento deve ser repetido até se obter um processo sob controle.

Uma vez operando em condições estáveis, são coletados dados para estimativa do modelo de distribuição dos dados relativos às características de interesse. Obtido o modelo, inicia-se a segunda fase do CEP, que se baseia em monitoramento em tempo real do processo produtivo (Qiu, 2014).

Segundo Qiu (2014), este monitoramento online do processo é conhecido como a segunda fase do CEP, onde as ações corretivas são efetivadas em tempo real quando é detectada alguma variação significativa na distribuição dos dados. É emitido um sinal para que o processo seja interrompido e identificada a causa da variação com o objetivo de levar o sistema a um estado aceitável o mais rápido possível, antes que muitas unidades não conformes sejam produzidas (Qiu, 2014; Mitra, 2016; Montgomery e Runger, 2018).

Nas duas fases, várias ferramentas estatísticas são utilizadas. Entre elas, os gráficos de controle são especialmente úteis porque são projetados para detectar qualquer performance do processo fora de controle (Qiu, 2014).

#### 4.1.1 Ferramentas do Controle Estatístico de Processo

Existem sete ferramentas principais do CEP que são aplicadas para coletar, apresentar e analisar os dados objetivando a melhoria contínua da qualidade e produtividade por meio da redução da variabilidade (Figura 6) (Oakland e Oakland, 2019):

1. Histogramas – Qual a distribuição dos dados?
2. Folha de controle – Qual a frequência de ocorrência?
3. Gráfico de Pareto – Quais são os maiores problemas?
4. Diagrama de causa e efeito – Quais são as causas dos problemas?
5. Diagrama de concentração do defeito – Onde ocorrem os problemas?
6. Diagrama de dispersão – Qual a relação entre os fatores analisados?
7. Gráfico de controle – Quais variações devem ser controladas?

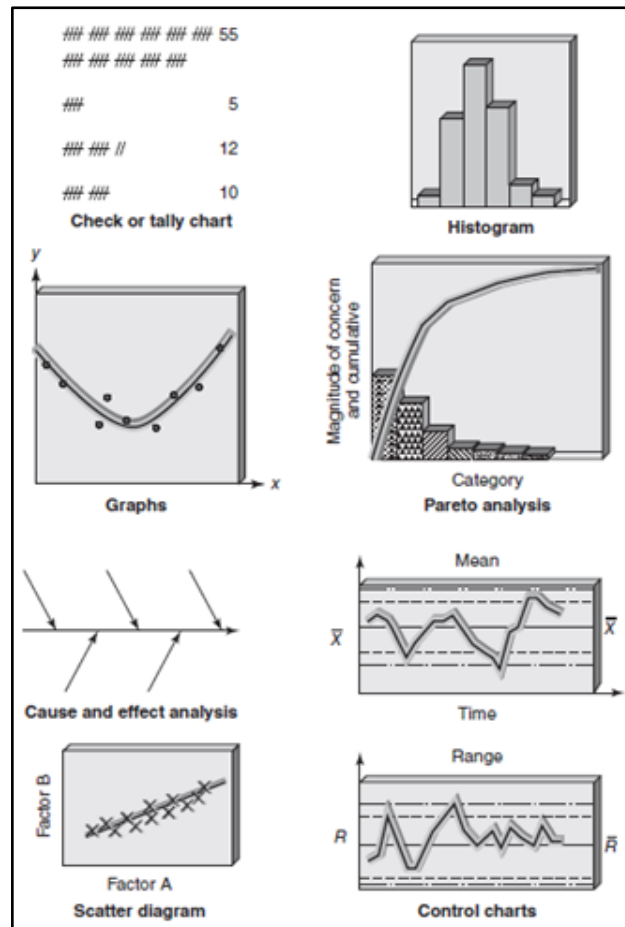


Figura 6: Principais ferramentas do CEP  
 Fonte: Adaptado de Oakland e Oakland, 2019

#### 4.1.1.1 Histograma

Difícilmente pode-se conhecer o processo apenas observando os dados individuais coletados durante o mesmo, pois tais dados são frequentemente volumosos. Os histogramas resumem esses dados e os apresentam em um formato que nos permite tirar conclusões sobre a condição do processo (Mitra, 2016).

O histograma é uma ferramenta de análise utilizada para representar dados quantitativos, mostrar a distribuição dos mesmos, verificar se o processo está centrado no valor nominal e estudar sua dispersão (Vieira, 2012).

Os dados plotados no histograma são subdivididos em classes ou células de tamanhos iguais no eixo horizontal. O eixo vertical geralmente representa a quantidade de observações em cada classe. Os valores das frequências das classes são representados por barras (Mitra, 2016).

O formato do histograma, com frequências altas no meio do gráfico e frequências mais baixas para valores distantes da tendência central é muito comum. Essa constatação é a base da famosa distribuição normal (Samohyl, 2009).

Os dados plotados no histograma podem ter diferentes padrões, por exemplo, distribuição normal, assimétrica positiva, assimétrica negativa, em platô, com dois picos ou bimodal (Figura 7) (Vieira, 2012).

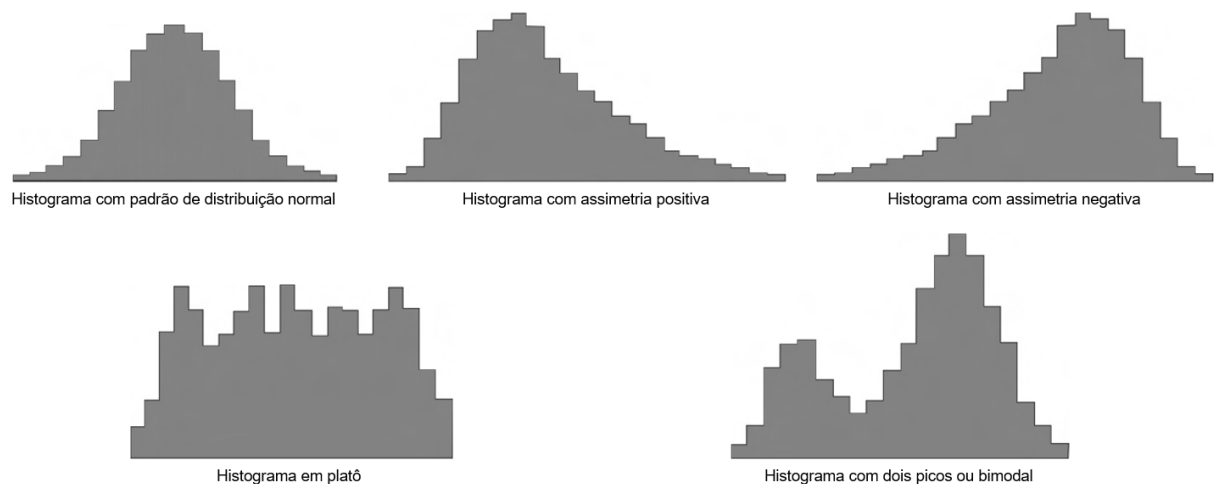


Figura 7: Exemplos de Histogramas  
Fonte: Adaptado de Vieira, 2012

#### 4.1.1.2 Folha de controle

A folha de controle é uma ferramenta utilizada para coleta de dados. São usadas para monitorar um processo de produção, registrar problemas de qualidade e segurança, estudar a distribuição de uma variável, identificar a localização de defeitos e levantar suas causas (Vieira, 2012). Esta ferramenta, conforme apresentado na Figura 8, não possui um formato específico e é estruturada conforme necessidade de aplicação, por isso, é uma ferramenta de grande flexibilidade de uso (Carvalho e Paladini, 2012).

Por meio da coleta de dados históricos e atuais do processo é possível realizar pesquisas de tendências ou outros padrões significativos. Por exemplo, se muitos defeitos ocorrem em um dia específico da semana, ou período do ano, em determinado turno de produção, é possível identificar causas a serem investigadas (Montgomery, 2019).

FOLHA DE CONTROLE: DEFEITOS DE ACABAMENTO						
Operador			Hora			
Máquina			Data			
Turno			Anotado por			
Nº da peça	Saliência	Aspereza	Risco	Mancha	Cor	Outro
Total						

Figura 8: Exemplo de folha de controle  
Fonte: Adaptado de Vieira, 2012

#### 4.1.1.3 Gráfico de Pareto

O gráfico de Pareto é uma ferramenta relativamente nova na área de controle estatístico de processo, mas um conceito já consagrado na área de economia. Por volta de 1896, Vilfredo Pareto, um economista italiano, estimou que 80% das propriedades italianas pertenciam a 20% da população. Uma distribuição similar foi empiricamente descoberta em outros campos, por exemplo, 80% dos defeitos de um produto são provocados por 20% das causas e 80% das reclamações são realizadas por 20% dos clientes. Essas observações ficaram conhecidas como a Lei de Pareto ou regra 80/20 (Kang e Kvam, 2011; Oakland e Oakland, 2019).

O gráfico de Pareto é baseado em um gráfico de barras onde são dispostas em ordem decrescente da esquerda para a direita, levando em consideração a frequência de ocorrência das perdas, e visualmente possibilita o estabelecimento de prioridades, pois estabelece a ordem em que as perdas devam ser atacadas (Vieira, 2012).

Segundo Oakland e Oakland (2019), a análise de Pareto para identificar a ordem de priorização pode ser realizada de duas formas, a primeira pela frequência de ocorrência do problema e a segunda pelo custo. Já para Vieira (2012), além disso, utiliza-se a análise de Pareto para priorizar a tomada de ações de acordo com a importância prática no uso do produto.

Esta ferramenta é bastante utilizada em serviços. É uma excelente ferramenta para analisar problemas de faltas de funcionários, de desistências de consultas, de reclamações em hotéis, de entregas erradas de mercadorias e conforme apresentado na Figura 9, pode-se observar diversos erros no registro de dados dos clientes, onde nome do comprador é a informação mais registrada errada (Vieira, 2012).

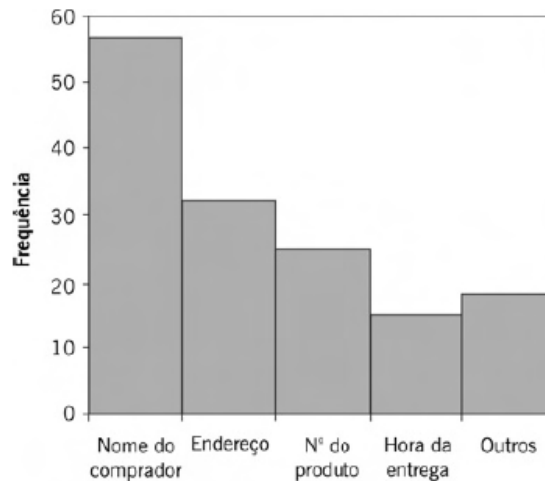


Figura 9: Exemplo de Gráfico de Pareto  
Fonte: Vieira, 2012

#### 4.1.1.4 Diagrama de causa e efeito

O diagrama de causa e efeito, também chamado de diagrama *Fishbone* ou diagrama de Ishikawa, em referência ao engenheiro japonês Kaoru Ishikawa que o desenvolveu em 1943, é utilizado para identificar e listar várias causas potenciais ou reais de um determinado problema ou efeito e ajuda a identificar as razões de um processo fora de controle (Mitra, 2016).

As causas primárias, conforme mostrado na Figura 10, são denominadas material, máquina, mão-de-obra, método, meio ambiente e medição, onde, através de um *brainstorming* são classificadas as causas potenciais e identificada a causa raiz do problema (ou efeito) relacionada a uma das áreas citadas acima (Kang e Kvam, 2011).

O diagrama de causa e efeito é uma das ferramentas mais aplicadas para resolução de problemas (Kang e Kvam, 2011). Um diagrama de causa e efeito bem detalhado, ou seja, onde se explora as causas primárias ramificando-as em causas secundárias, e assim por diante, auxilia de forma eficiente a localização e reparação de defeitos (Vieira, 2012; Montgomery, 2019).



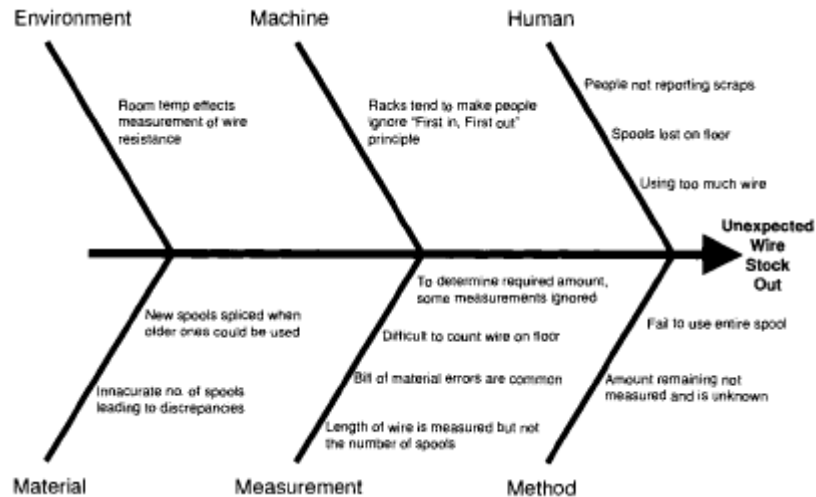


Figura 10: Exemplo de diagrama de causa e efeito  
 Fonte: Kang e Kvam, 2011

#### 4.1.1.5 Diagrama de concentração de defeito

Um diagrama de concentração de defeitos é um esquema ou croqui do produto, apresentando todas as vistas relevantes, com os defeitos de maior ocorrência mostrados na peça. Esse diagrama é usado para determinar quais defeitos ocorrem no produto e se algum defeito é observado mais frequentemente em um ponto específico do produto (Montgomery e Runger, 2018). Assim, para Montgomery (2019), a utilização deste diagrama permite a identificação de padrões de localização de defeitos, que fornecem informações bastante úteis sobre suas causas.

Conforme o diagrama de concentração de defeito abaixo apresentado na Figura 11, pode-se dizer que o defeito solda insuficiente se concentra mais nas regiões frontal e direita do esquema.

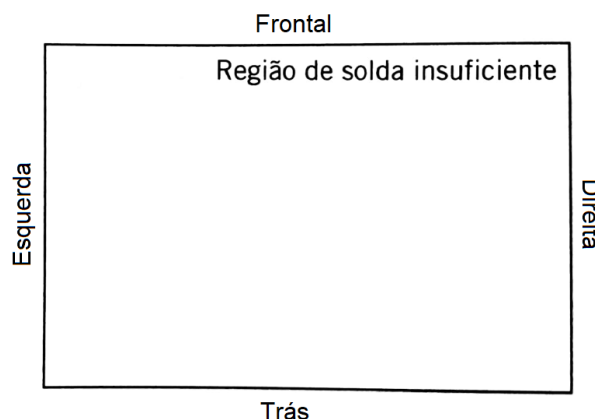


Figura 11: Exemplo de diagrama de concentração de defeitos  
 Fonte: Adaptado de Montgomery e Runger, 2018

#### 4.1.1.6 Diagrama de dispersão

O diagrama de dispersão é uma técnica utilizada para analisar a relação entre duas variáveis. Os dados para a construção do diagrama são coletados em pares, que são chamados de dados bivariados  $(x_i, y_j)$ , e em períodos determinados. A curva decorrente da associação de  $x$  e  $y$  permite a análise de possíveis relações entre as variáveis (Carvalho e Paladini, 2012).

Gráficos de dispersão são frequentemente usados como acompanhamento de uma análise de causa e efeito. Quando se analisa processos, a relação entre uma variável controlável e uma característica de qualidade desejada é frequentemente importante. Portanto, conhecendo este relacionamento, pode-se definir uma variável controlável para alcançar o resultado desejado na característica de saída do processo (Mitra, 2016).

Conforme diagrama de dispersão abaixo (Figura 12), pode-se dizer que quanto maior o tempo de armazenamento, menor é o teor de vitamina C presente em determinado produto.

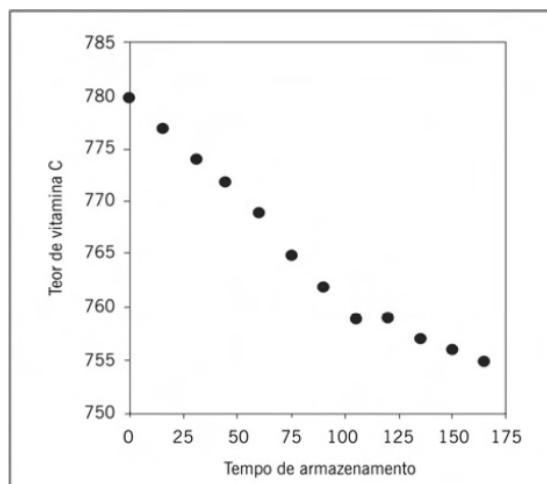


Figura 12: Exemplo de diagrama de dispersão  
Fonte: Vieira, 2012

Para analisar um diagrama de dispersão, deve-se observar a direção dos pontos, onde são classificados em correlação positiva, correlação negativa e correlação nula (Figura 13), e a dispersão dos mesmos (Figura 14), que fornece o grau de correlação entre as variáveis (forte ou fraca) (Vieira, 2012).

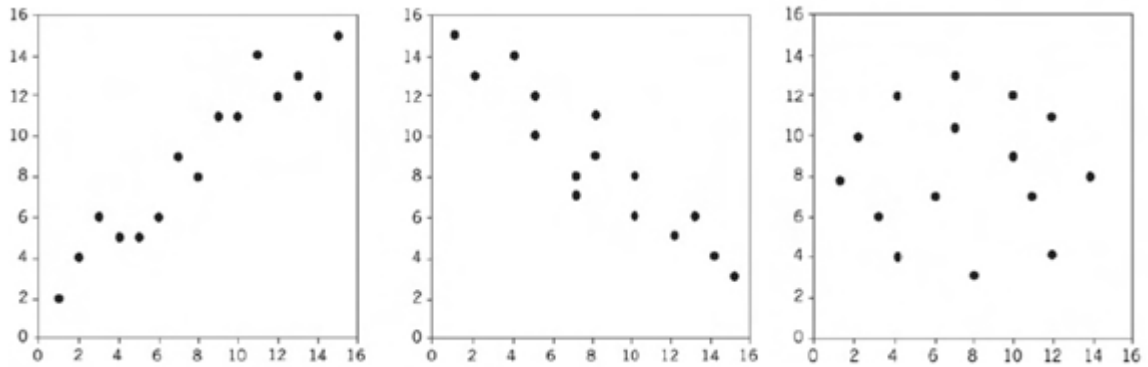


Figura 13: Exemplos de diagrama de dispersão com correlação positiva, negativa e nula

Fonte: Vieira, 2012

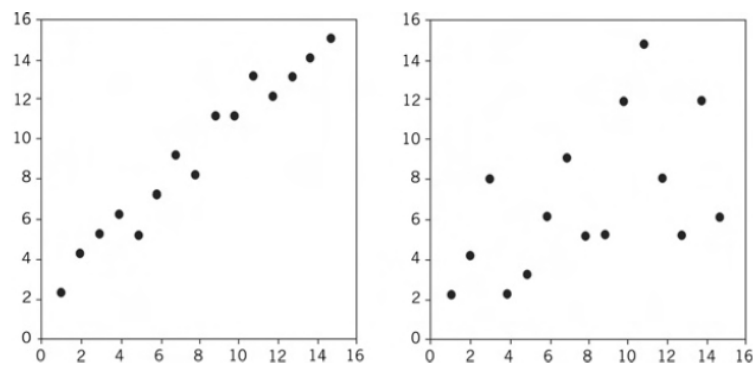


Figura 14: Exemplos de diagrama de dispersão com correlação forte e fraca

Fonte: Vieira, 2012

#### 4.1.1.7 Gráfico de controle

Entre essas ferramentas, o gráfico de controle é o mais sofisticado tecnicamente (Montgomery, 2019). Para Costa, Epprecht e Carpinetti (2018), a principal ferramenta utilizada para monitorar os processos e sinalizar a presença de causas especiais de variação são os gráficos de controle.

Os gráficos de controle são utilizados para acompanhar o desempenho de um processo ao longo do tempo, analisar tendências e verificar se está sob controle estatístico ou não, a partir da definição de uma faixa de controle aceitável (Henning, *et al.* 2014). Os gráficos de controle estabelecem uma linha de centralidade do processo e limites de controle, conforme apresentado na Figura 15 (Slack, Harrison e Johnston, 2009).

Os gráficos de controle permitem o monitoramento de variáveis (características quantitativas) ou atributos (características qualitativas) que determinam o desempenho do processo. Além disso, apresenta vantagens como prevenção da incidência de defeitos, evita ajustes desnecessários no processo, proporciona

aumentos de produtividade e fornece uma perspectiva da situação atual dos processos (Pires, 2000).

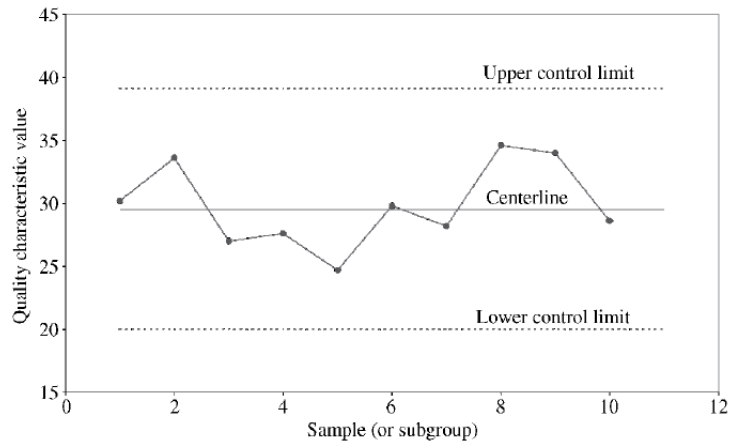


Figura 15: Exemplo de gráfico de controle  
Fonte: Mitra, 2016

#### 4.1.2 Aplicação de gráficos de controle como ferramenta do CEP

##### 4.1.2.1 Conceitos iniciais

No contexto da manufatura, independentemente dos controles e calibrações de equipamentos, monitoramentos do processo e treinamento dos colaboradores, sempre haverá uma variação aleatória natural, como um ruído não-controlável, que é inerente ao processo (Devore, 2006).

Há, entretanto, outras fontes de variação que podem ter impacto na qualidade dos itens produzidos e podem ser atribuídas a material inadequado, ajuste de máquinas incorreto e erros dos mais diversos tipos no decorrer do processo. Os gráficos de controle fornecem um mecanismo para reconhecer situações em que tais causas atribuíveis de variação podem afetar adversamente a qualidade do produto (Devore, 2006).

O gráfico de controle é usado para tomar decisões sobre o processo em relação a uma característica de controle, ou seja, analisar se o processo está sob controle ou fora de controle em relação a essa característica. O termo em controle significa que há apenas variação natural presente e o processo é considerado previsível. Fora de controle significa que existe uma variação de causa atribuível, além da variação inerente ao processo e o mesmo é considerado imprevisível (Sower, 2014).

Vale ressaltar que o gráfico de controle apenas detectará causas atribuíveis, sendo necessário a tomada de ações para eliminar tais causas. É importante descobrir a causa raiz relacionada ao problema e atacá-la efetivamente, pois uma solução paliativa não resultará em melhoria real de longo prazo. O desenvolvimento de um sistema de ações corretivas eficazes é essencial para uma implementação eficaz do CEP (Montgomery, 2019)

Quando coletamos dados de um processo para criar um gráfico de controle, é possível mostrar graficamente a existência de variação na forma da distribuição dos dados. A amostragem deve ocorrer regularmente, por exemplo, de hora em hora, a cada meia hora ou até mesmo uma vez por turno e ter respaldo no histórico do processo e nos problemas já encontrados e resolvidos (Samohyl, 2009; Sower, 2014).

O gráfico de controle é uma representação gráfica do comportamento da característica de qualidade medida em amostras aleatórias do processo. Este gráfico delimita a região em que os valores da característica da qualidade, ou de estimativas de parâmetros de sua distribuição de probabilidades como a média ou o desvio padrão amostrais, devem permanecer enquanto o processo estiver sob controle estatístico (Mingoti e Yasukawa, 2008).

Basicamente, o gráfico de controle consiste na plotagem de três linhas representando os limites de controle, um superior (LCS) e um inferior (LCI), e a média ou alvo do processo (LC), e dos pontos que representam as médias de amostras dos subgrupos (Samohyl, 2009).

Os limites de controle calculados para média do processo no caso em que a distribuição da característica de qualidade é normal são dados pela Equação 1.

$$LSC = \mu + k\sigma \tag{1}$$

$$LIC = \mu - k\sigma$$

Onde  $\mu$  e  $\sigma$  são a média e o erro padrão da estatística de teste respectivamente e  $k$  é a distância dos limites de controle em relação à linha central, expressa em unidades de desvio padrão. Um valor utilizado comumente é  $k=3$ , em que a porcentagem de ocorrência de "alarmes falsos", que é o surgimento de pontos amostrais fora dos limites de controle quando o processo está sob controle estatístico,

é delimitada em 0,27%, ou seja, quando os dados apresentam distribuição normal, utilizando  $k=3$ , significa que 99,73% dos valores populacionais caem dentro dos limites  $3\sigma$  (Mingoti e Yasukawa, 2008; Montgomery, 2019).

Tradicionalmente, os limites de controle ficam a uma distância de três desvios-padrão da média ou alvo do processo, originalmente sugerida por Shewhart. Embora o uso de exatamente três desvios-padrão seja arbitrário, na prática funciona bem na maioria dos casos (Samohyl, 2009).

Segundo Mingoti e Yasukawa (2008 apud Montgomery, 2004), o gráfico de controle é associado a um teste de hipótese em que pontos amostrais entre os limites de controle equivalem a não rejeitar a hipótese de que o processo está sob controle estatístico, enquanto que pontos fora desses limites equivalem a rejeitar esta hipótese.

Os gráficos de controle podem ser classificados em dois tipos gerais. Gráfico de controle para variáveis, em que a característica de qualidade é expressa em alguma escala contínua de medida e descrita com uma medida de tendência central e uma medida de variabilidade. O gráfico  $\bar{x}$ , em geral, é utilizado para monitorar a tendência central enquanto gráficos baseados na amplitude (R) ou no desvio padrão (s) da amostra são usados para controlar a variabilidade. Existem também os gráficos de controle para atributos, em que a característica de qualidade não é medida em escala quantitativa e sim qualitativa, onde cada unidade é classificada em conforme ou não conforme com base em algum atributo (Montgomery e Runger, 2018).

A utilização dos gráficos de controle contribui para melhoria da produtividade, previne a ocorrência de defeitos, evita ajustes desnecessários no processo, fornece informações sobre diagnóstico de desempenho, estima a capacidade do processo e possibilita verificar se as melhorias executadas foram eficientes (Vieira, 2012; Montgomery e Runger, 2018).

#### 4.1.2.2 Normalidade dos dados

A distribuição normal é uma das mais importantes da estatística e é considerada, com frequência, como o modelo probabilístico apropriado para uma variável. A importância dessa distribuição se dá, principalmente, pelo fato de que muitos fenômenos naturais têm distribuição normal ou aproximadamente normal. Além disso, o Teorema Limite Central estabelece que a soma de diversas variáveis aleatórias independentes tende a apresentar comportamento normal e essa

aproximação melhora à medida que o número de observações aumenta. Para a construção dos gráficos de controle, supõe-se que a distribuição da característica de qualidade, seja normal (Almeida e Atuncar, 2010; Montgomery, 2019).

Segundo Mitra (2016 apud Duncan, 1986), para amostras grandes ou pequenas, com uma distribuição populacional unimodal e próxima de simétrica, conforme Figura 16, o teorema do limite central afirma que se a estatística traçada for uma média da amostra, ela tenderá a ter uma distribuição normal.

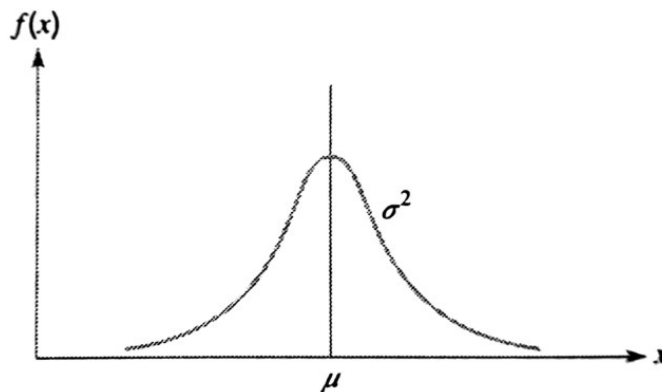


Figura 16: Exemplo de gráfico de distribuição normal  
Fonte: Montgomery, 2019

Sendo assim, antes de elaborar os gráficos de controle, é necessário conhecer a distribuição dos dados amostrais. Para verificar a normalidade dos dados, várias técnicas podem ser utilizadas, como histogramas, testes não paramétricos (Anderson-Darling, Kolmogorov-Smirnov ou Shapiro-Wilk) ou gráficos de probabilidade (Q-Q plot ou papel de probabilidade) (Gama, 2015).

O gráfico de probabilidade, conforme Figura 17, é um método para determinar se os dados da amostra obedecem a uma distribuição normal, baseada no exame visual subjetivo dos dados. Se a distribuição normal descrever adequadamente os dados, os pontos no gráfico de probabilidade se distribuirão ao longo de uma linha reta (Montgomery e Runger, 2018).

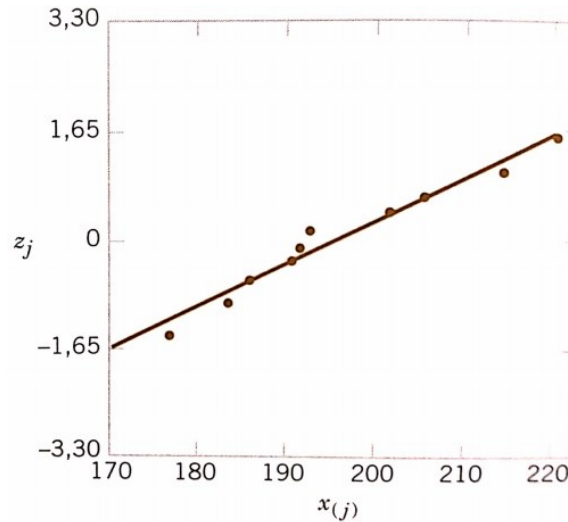


Figura 17: Exemplo de gráfico de probabilidade normal com valores padronizados  
 Fonte: Montgomery e Runger, 2018

Em relação aos testes não paramétricos, as técnicas de Anderson-Darling e Kolmogorov-Smirnov são mais adequadas para amostras maiores que 50, enquanto o teste de Shapiro-Wilk se adapta melhor para amostra menores que 50 (Miot, 2017).

Os testes não paramétricos testam a hipótese nula que uma amostra, retirada de uma população, tenha distribuição normal. Para realizá-los devemos formular as seguintes hipóteses:

$$\begin{cases} H_0: A amostra segue uma distribuição normal \\ H_1: A amostra não segue uma distribuição normal \end{cases}$$

Em seguida, deve-se estabelecer o nível de significância do teste ( $\alpha$ ), normalmente 0,05, calcular a estatística de teste e comparar o valor p com o nível de significância e assim não rejeitar ou rejeitar  $H_0$ .

Se valor p é maior que o nível de significância, não se rejeita  $H_0$ , ou seja, a amostra segue uma distribuição normal. Caso contrário, se valor p for menor que o nível de significância, rejeita-se  $H_0$ , ou seja, a amostra não segue uma distribuição normal.

#### 4.1.2.3 Gráficos de controle $\bar{x}$ e R

Nos gráficos de controle para variáveis a característica a ser controlada é expressa como um número em uma escala contínua de medida. Neste caso,



descreve-se tal característica como uma medida de tendência central, a média ( $\mu$ ) e uma de variabilidade, sigma ( $\sigma$ ) (Oliveira *et al.*, 2013).

Para elaboração dos gráficos, podem ocorrer duas situações distintas: quando não há valores de referência ( $\mu$  e  $\sigma$ ) e quando valores de referência são conhecidos (Oliveira *et al.*, 2013).

Inicialmente, na fase I de utilização dos gráficos de controle, os valores de referência podem ser determinados por dados históricos coletados do processo, a fim de se obter os limites de controle tentativos. Entretanto, estes indicarão se o processo estava ou não sob controle no período em que os dados foram coletados e servirão para verificar se esses limites tentativos são confiáveis e apropriados para o monitoramento da produção futura (Montgomery, 2019).

Se o processo se apresentar estável e com comportamento aleatório, na fase II, os limites de controle são estabelecidos e o processo pode ser monitorado comparando a característica de amostras extraídas do processo com os limites de controle. Vale ressaltar que antes de monitorar o processo, deve-se ter certeza de que o mesmo se encontra sob controle (Montgomery, 2019).

Na prática,  $\mu$  e  $\sigma$  não são conhecidos e precisam ser estimados a partir de amostras ou subgrupos preliminares, retiradas na fase I, quando o processo supostamente estava sob controle. Tais estimativas devem se basear em, pelo menos, 25 amostras com 3 a 5 réplicas cada (Oliveira *et al.*, 2013).

#### 4.1.2.3.1 Cálculo dos limites de controle para os gráficos $\bar{x}$ e R

De acordo com Oliveira *et al.* (2013), supõe-se uma característica monitorada com distribuição normal, média  $\mu$  e desvio padrão  $\sigma$ , ambos conhecidos. Se amostras de tamanho  $n$  são extraídas dessa população, a distribuição das médias amostrais é normal com média  $\mu_x = \mu$  e desvio padrão  $\sigma_x = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ .

Quando os valores de referência ( $\mu$  e  $\sigma$ ) não são conhecidos, para determiná-los, supõe-se que há  $m$  subgrupos, cada um com  $n$  réplicas da característica monitorada. O melhor estimador para a média do processo,  $\mu$ , é a média geral baseada nas médias das réplicas de cada subgrupo, conforme Equação 2.

$$\bar{\bar{x}} = \frac{\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3 + \dots + \bar{x}_m}{m} \quad (2)$$

A média geral é usada como linha central no gráfico  $\bar{x}$ .

Para se determinar uma estimativa para o desvio padrão, pode-se utilizar as amplitudes (R) dos  $m$  subgrupos, em que a amplitude é a diferença do maior e o menor valor de cada subgrupo. Considerando  $x_1, x_2, \dots, x_n$  um subgrupo com  $n$  réplicas, a amplitude R é a diferença entre a maior e a menor medida. Assim  $R = x_{m\acute{a}x} - x_{m\acute{i}n}$ . Obtidas as amplitudes dos  $m$  subgrupos,  $R_1, R_2, R_3, \dots, R_m$ , o melhor estimador para R é a média geral dessas amplitudes, conforme Equação 3.

$$\bar{R} = \frac{R_1 + R_2 + R_3 + R_m}{m} \quad (3)$$

O desvio padrão pode ser estimado de acordo com a Equação 4.

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2} \quad (4)$$

Em que  $d_2$  é um fator de correção de viés encontrado no Anexo A, dependente do número de réplicas e que corresponde à média da distribuição da amplitude relativa.

Assim, usando  $\bar{\bar{x}}$  é possível construir os limites de controle do gráfico  $\bar{x}$ , considerando a Equação 5.

$$\begin{aligned} LSC &= \mu + 3 \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} = \bar{\bar{x}} + 3 \frac{\bar{R}}{d_2 \sqrt{n}} \\ LC &= \mu = \bar{\bar{x}} \\ LIC &= \mu - 3 \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} = \bar{\bar{x}} - 3 \frac{\bar{R}}{d_2 \sqrt{n}} \end{aligned} \quad (5)$$

Considerando  $A_2 = \frac{3}{d_2 \sqrt{n}}$  como uma constante tabelada (Anexo A) dependente de  $n$ , e substituindo na Equação 5, os limites de controle do gráfico  $\bar{x}$  se reduzem conforme Equação 6:

$$\begin{aligned}
 LSC &= \bar{\bar{x}} + A_2 \bar{R} \\
 LC &= \bar{\bar{x}} \\
 LIC &= \bar{\bar{x}} - A_2 \bar{R}
 \end{aligned}
 \tag{6}$$

Já para o gráfico R, os limites de controle podem ser expressos pela Equação 7, considerando  $\bar{R}$  como uma estimativa da amplitude média e  $d_3 \frac{\bar{R}}{d_2}$  como uma estimativa do desvio padrão de R, em que  $d_3$  é uma constante tabelada (Anexo A), dependente do número de réplicas e que corresponde ao desvio padrão da distribuição da amplitude relativa. Assim temos:

$$\begin{aligned}
 LSC &= \bar{\bar{R}} + 3d_3 \frac{\bar{R}}{d_2} \\
 LC &= \bar{\bar{R}} \\
 LIC &= \bar{\bar{R}} - 3d_3 \frac{\bar{R}}{d_2}
 \end{aligned}
 \tag{7}$$

Considerando:

$1 + 3 \frac{d_3}{d_2} = D_4$  e  $1 - 3 \frac{d_3}{d_2} = D_3$  (constantes tabeladas dependentes de  $n$  disponíveis no Anexo A), os limites de controle do gráfico R se reduzem conforme Equação 8. Essas constantes são para tornar as estimativas não viciadas.

$$\begin{aligned}
 LSC &= D_4 \bar{R} \\
 LC &= \bar{\bar{R}} \\
 LIC &= D_3 \bar{R}
 \end{aligned}
 \tag{8}$$

#### 4.1.2.4 Análise de padrões em gráficos de controle

Em um gráfico de controle, duas situações podem indicar uma condição fora de controle: quando um ou mais pontos se localizarem além dos limites de controle ou quando os pontos exibirem um padrão de comportamento. Os padrões de comportamento não são aleatórios, como é de se esperar que seja a distribuição dos pontos acima e abaixo da linha central, dentro dos limites (Montgomery e Runger, 2018).

Na interpretação dos padrões do gráfico  $\bar{x}$  deve-se garantir que o gráfico R esteja sob controle. Algumas causas atribuíveis de variação podem influenciar o comportamento de ambos os gráficos assim, eliminando primeiro tais causas do gráfico R, possivelmente o gráfico  $\bar{x}$  terá o padrão não aleatório eliminado (Montgomery, 2019).

Um dos padrões que pode ser observado é chamado de corrida (*Run*) (Figura 18), e pode ser definido como uma sequência de observações do mesmo tipo, em que os pontos aumentam ou diminuem de magnitude. Dependendo da direção dos pontos, esse arranjo é chamado de corrida para cima ou corrida para baixo (Montgomery e Runger, 2018).

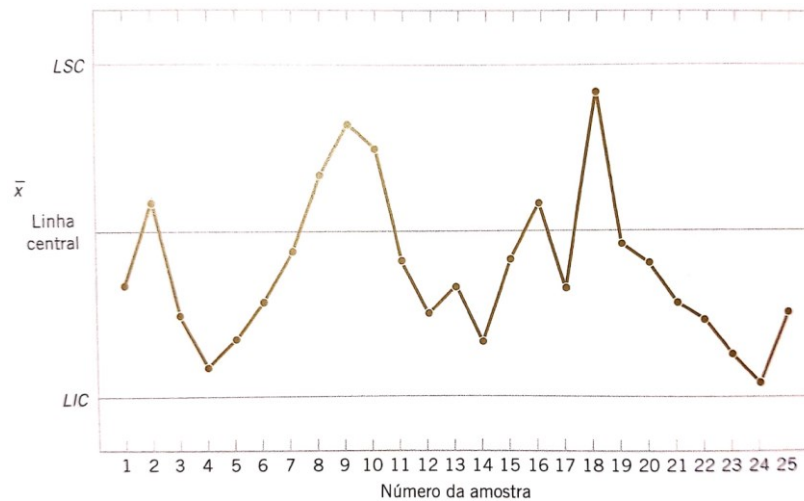


Figura 18: Gráfico de controle com padrão corrida  
Fonte: Montgomery e Runger, 2018

Outro padrão que indica algum problema no processo é o padrão cíclico (Figura 19). Tal padrão é gerado no gráfico  $\bar{x}$  por mudanças ambientais sistemáticas, como temperatura, troca regular de operador, oscilação de parâmetros no equipamento de produção. Já no gráfico R, o padrão cíclico surge pelo planejamento da manutenção, fadiga do operador ou desgaste do equipamento, resultando em grande variabilidade no processo (Montgomery, 2019).

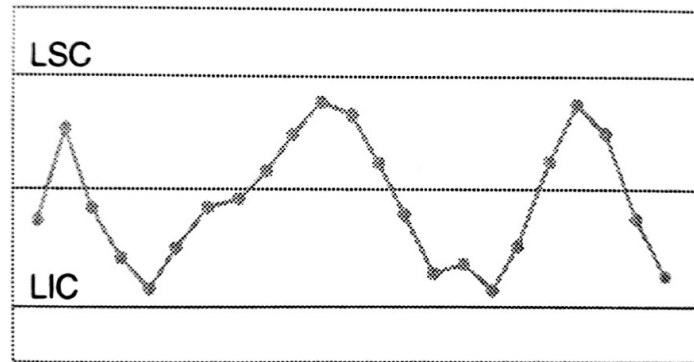


Figura 19: Gráfico de controle com padrão cíclico  
Fonte: Montgomery, 2019

O padrão formado quando os pontos tendem a ficar próximos ou levemente fora dos limites de controle e com poucos pontos próximos da linha central é denominado mistura conforme Figura 20. Este padrão é causado pela superposição de duas ou mais distribuições que geram a saída do processo e também ocorre quando há diversas saídas para o produto, como por exemplo máquinas paralelas (Montgomery, 2019).

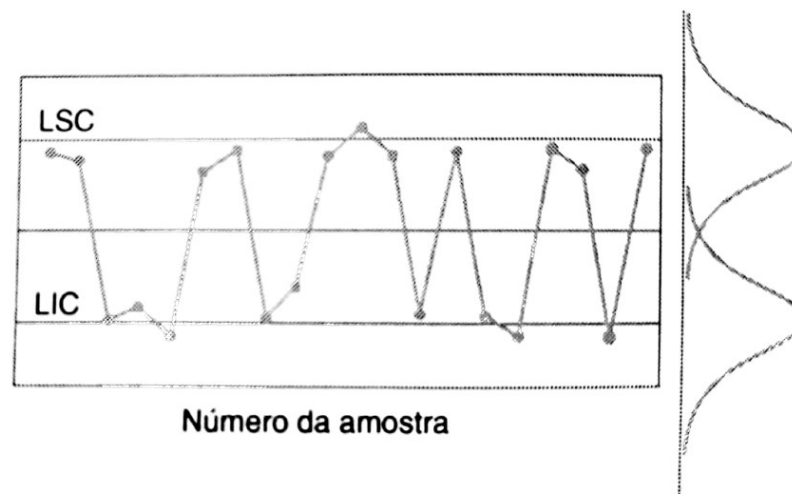


Figura 20: Gráfico de controle com padrão mistura  
Fonte: Montgomery, 2019

O deslocamento no nível do processo (Figura 21) é um padrão resultante de alguma mudança no processo que desloca o patamar dos dados como, novos trabalhadores, alteração nos métodos, matéria prima ou máquinas e mudança de especificação (Montgomery, 2019).

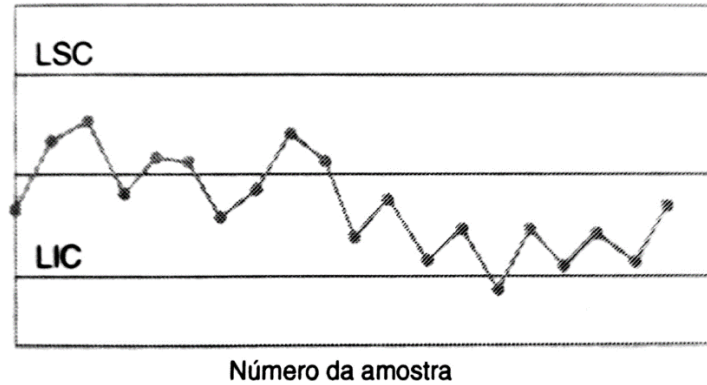


Figura 21: Gráfico de controle com deslocamento no nível do processo  
Fonte: Montgomery, 2019

Já a tendência, exibida na Figura 22, é caracterizada por um movimento contínuo em uma direção, em geral decorrente de um desgaste gradual de algum componente crítico do processo ou devido a causas humanas, como fadiga do operador ou presença de um supervisor (Montgomery, 2019).

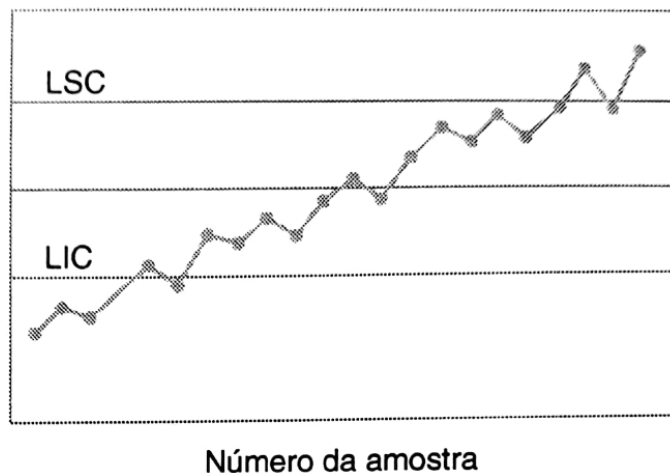


Figura 22: Gráfico de controle apresentando tendência  
Fonte: Montgomery, 2019

Por último, tem-se a estratificação (Figura 23), que é a tendência dos pontos se agruparem em torno da média de forma equivocada, apresentando grande falta de variação natural no processo. Uma das causas deste comportamento é o dimensionamento incorreto dos limites de controle ou quando o processo de amostragem é feito de forma errada (Montgomery, 2019).

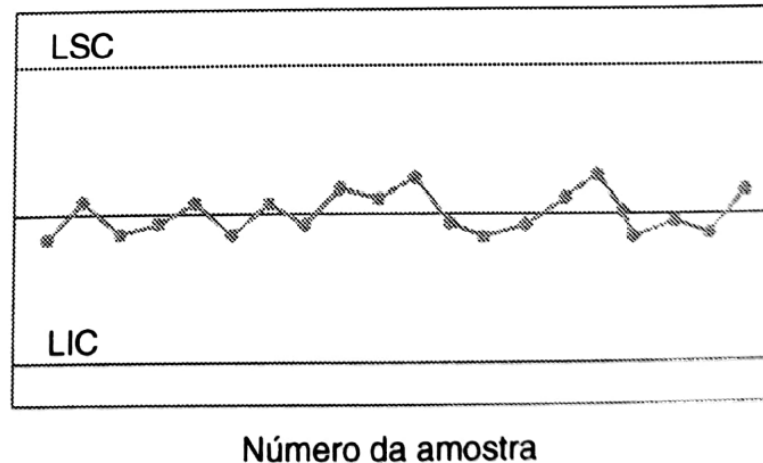


Figura 23: Gráfico de controle com padrão de estratificação  
Fonte: Montgomery, 2019

Reconhecer e analisar os padrões de comportamento dos gráficos de controle é uma tarefa ainda mais difícil do que elaborá-los. Identificar as causas destes padrões não aleatórios requer, além de conhecimentos estatísticos, conhecimento do processo, equipamentos e métodos (Mitra, 2016).

Uma alternativa bastante utilizada são os gráficos de controle com memória, CUSUM (Soma Acumulada), EWMA (Média Móvel Exponencialmente Ponderada) e GWMA (Média Móvel de Ponderação Geral) que acumulam as medições recentes com medições anteriores e, com isso, detectam pequenas e moderadas mudanças dos parâmetros de um processo (Alves, Zago, Henning e Samohyl, 2011).

Qiu (2014) cita o livro *Western Electric Handbook* (1956) como sendo um conjunto de regras de decisão para detectar padrões não aleatórios de comportamento, conforme mostrado na Figura 24. De acordo com o livro o processo se encontra fora de controle quando:

- i. Um ponto se situar fora dos limites 3-sigma;
- ii. Dois ou três pontos consecutivos se localizarem além do limite 2-sigma;
- iii. Quatro de cinco pontos consecutivos ficarem a uma distância de 1-sigma ou além da linha central;
- iv. Oito pontos consecutivos caírem em um lado da linha central.

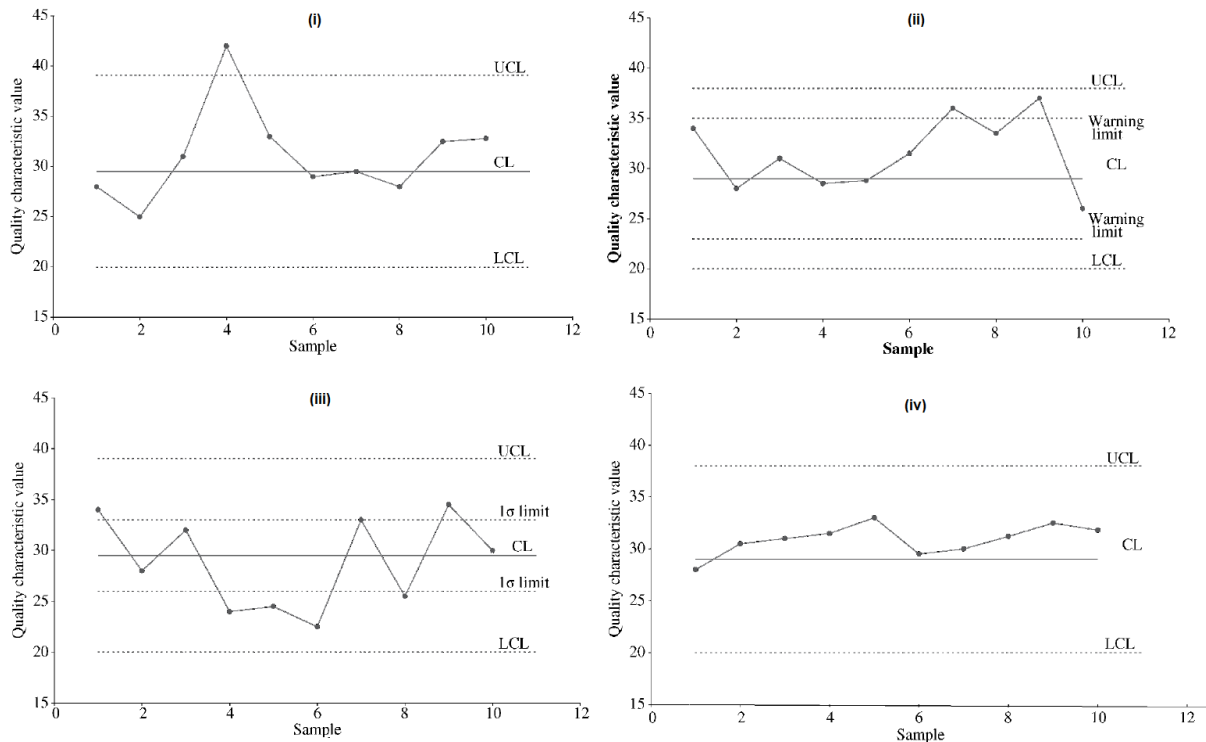


Figura 24: Regras de decisão conforme *Western Electric Handbook*  
 Fonte: Adaptado de Mitra, 2016

Os limites 1, 2 e 3-sigmas dividem o gráfico de controle em três zonas (A, B e C), em cada lado da linha central. Assim as regras estabelecidas pela *Western Electric* ficaram conhecidas como Regas de Zonas para gráficos de controle, conforme Figura 25 (Montgomery, 2019).

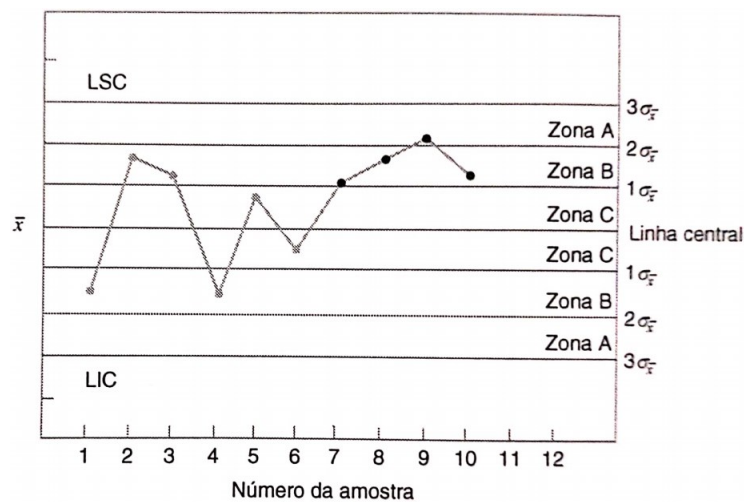


Figura 25: Regras de zonas da *Western Electric*  
 Fonte: Montgomery, 2019



Além disso, existem as Regras Sensibilizantes para gráficos de controle que são bastante utilizadas na prática. De acordo com a Figura 26, se um ou mais critérios forem observados, o processo está fora de controle (Montgomery, 2019).

Sinal de Ação-Padrão:	1. Um ou mais pontos fora dos limites de controle	} Regras da Western Electric
	2. Dois ou três pontos consecutivos fora dos limites de alerta dois sigmas, mas ainda dentro dos limites de controle.	
	3. Quatro ou cinco pontos consecutivos além dos limites de um sigma.	
	4. Uma sequência de oito pontos consecutivos de um mesmo lado da linha central.	
	5. Seis pontos em uma sequência sempre crescente ou decrescente.	
	6. Quinze pontos em sequência na zona C (tanto acima quanto abaixo da linha central).	
	7. Quatorze pontos em sequência alternadamente para cima e para baixo.	
	8. Oito pontos em sequência de ambos os lados da linha central com nenhum na zona C.	
	9. Um padrão não usual ou não aleatório nos dados.	
	10. Um ou mais pontos perto de um limite de alerta ou de controle.	

Figura 26: Regras sensibilizantes para gráficos de controle  
Fonte: Montgomery, 2019

Essas regras são úteis para aumentar a sensibilidade a mudanças pequenas no processo e atuar mais rapidamente sobre causas especiais, pois permitem que sejam detectadas com mais facilidade do que seriam se o critério utilizado fosse somente a extrapolação dos limites de controle 3-sigmas, porém o uso destas regras também torna o processo mais suscetível à falsos alarmes (Montgomery, 2019).

Para Oakland e Oakland (2019), uma carta de controle é um dispositivo destinado a ser usado pelos operadores, onde o processo é realizado. Sendo assim, do ponto de vista operacional, existem três zonas que determinam ações necessárias, dependendo da localização dos pontos, como mostra a Figura 27:

1. Zona estável (apenas causas comuns de variação): Continue ou não faça nada;
2. Zona de aviso (talvez mostre causas especiais de variação): Tenha cuidado e procure mais informações;
3. Zona de ação (presença de causas especiais de variação): Tome uma atitude, investigue ou, quando apropriado, ajuste o processo.

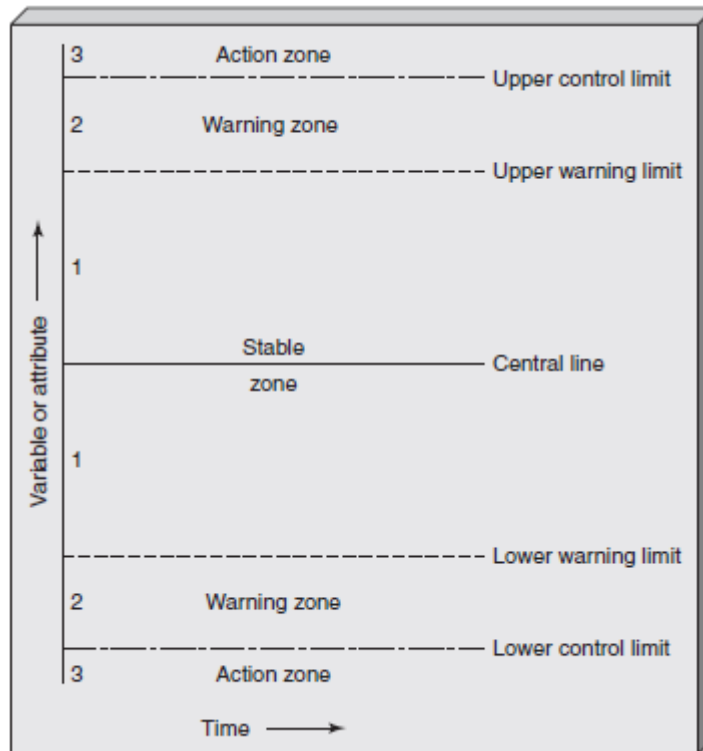


Figura 27: Esquema de Gráfico de Controle  
Fonte: Oakland e Oakland, 2019

#### 4.1.3 Índices de Capacidade de Processo

A análise da capacidade do processo diz respeito a quantificação da variabilidade do processo em relação as exigências ou especificações do produto. Pode-se definir a análise de capacidade do processo como um estudo formal para se estimar a capacidade do processo, ou seja, sua capacidade de produzir itens em conformidade com as especificações (Costa, Epprecht e Carpinetti, 2018; Montgomery, 2019).

Frequentemente, utiliza-se a dispersão de seis sigmas na distribuição da característica de qualidade para determinar a capacidade de um processo. Os limites naturais de tolerância do processo usam este conceito de seis sigma para determinar os limites naturais superior (LSNT) e inferior (LINT) da tolerância, conforme Equação 9 (Montgomery, 2019):

$$LSNT = \mu + 3\sigma \quad (9)$$

$$LINT = \mu - 3\sigma$$

Em que  $\mu$  representa a média e  $\pm 3\sigma$  está relacionado com a dispersão seis sigma.

Os limites naturais de tolerância incluem 99,73% da variável, ou seja, apenas 0,27% fica fora dos limites (Figura 28), o que corresponde 2.700 peças não conformes por milhão (Montgomery, 2019).

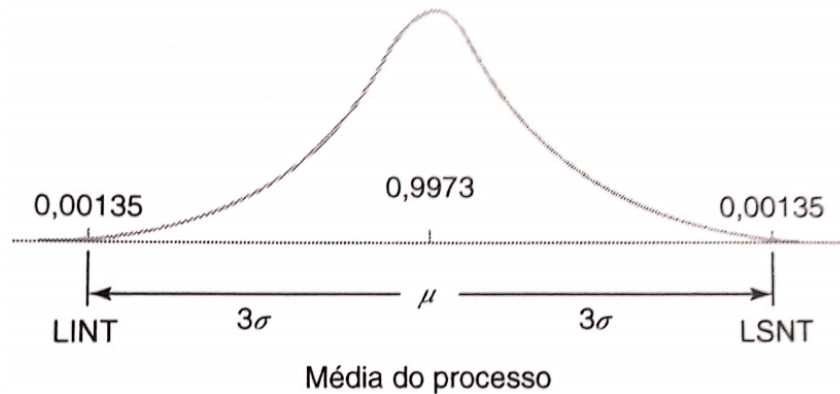


Figura 28: Limites naturais de tolerância com distribuição normal  
Fonte: Montgomery, 2019

No entanto, convém utilizar uma forma simples e quantitativa de expressar a capacidade do processo, definida para uma característica da qualidade que possua limites de especificação, como por exemplo os índices de capacidade (Montgomery, 2019).

Os índices de capacidade do processo (ICPs) são medidas adimensionais utilizadas para determinar o potencial do processo em atender as especificações de engenharia. Quanto maior seu valor, melhor o processo consegue atendê-las. Existem vários tipos de índices de capacidade, entre eles os índices  $C_p$  e  $C_{pk}$  estão entre os mais utilizados (Costa, Epprecht e Carpinetti, 2018).

Vale ressaltar que, para aplicação dos índices de capacidade é necessário garantir que a característica de qualidade tenha distribuição normal e que o processo esteja sob controle estatístico (Montgomery, 2019).

O índice  $C_p$  relaciona a dispersão do processo com amplitude da especificação. Ele não analisa se o processo está centrado dentro das especificações, ou seja, é insensível a mudanças na média do processo conforme mostra a Equação 10 (Mundwiller, 2017; Costa, Epprecht e Carpinetti, 2018).

$$Cp = \frac{LSE - LIE}{6\sigma} \quad (10)$$

Em que LSE e LIE são os limites superior e inferior de especificação respectivamente.

O índice Cp é bastante utilizado na indústria, no entanto, como o desvio padrão do processo ( $\sigma$ ) quase sempre é desconhecido, é necessário substituí-lo por uma estimativa. Frequentemente utiliza-se uma estimativa do desvio padrão conhecida como desvio padrão amostral ( $\hat{\sigma}$ ), dado pela Equação 11:

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2} \quad (11)$$

Em que  $\bar{R}$  é a média das amplitudes dos dados e  $d_2$  é uma constante tabelada conforme já mencionado (Anexo A). Assim, obtém-se uma estimativa  $\widehat{Cp}$  de  $Cp$ , conforme Equação 12 (Montgomery, 2019).

$$\widehat{Cp} = \frac{LSE - LIE}{6\hat{\sigma}} \quad (12)$$

Kotz e Johnson (1993 apud Montgomery, 1985) cita os valores mínimos recomendados para Cp conforme Tabela 1.

Tabela 1: Valores mínimos recomendados para Cp

Tipo de Processo	Valor mínimo recomendado de Cp
Processo existente	1,33
Novo processo	1,50
Características de segurança, força ou parâmetro crítico em processos existentes	1,50
Características de segurança, força ou parâmetro crítico em processos novos	1,67

Fonte: Kotz e Johnson, 1993

A capacidade do processo Cp não leva em conta a localização da média em relação as especificações, ou seja, mede simplesmente a dispersão das

especificações em relação a variação natural do processo (dispersão seis sigmas). No entanto, se o processo estiver descentralizado, sua capacidade real é menor do que o valor indicado, ou seja, o  $C_p$  é uma medida de capacidade potencial. Sendo assim, é necessário estabelecer outro índice de capacidade que leva em conta a média, denominado  $C_{pk}$ , sendo, uma medida da capacidade real do processo (Montgomery e Runger, 2018; Montgomery, 2019)

O  $C_{pk}$  é uma medida da variação do processo em relação às especificações e localização da média do mesmo conforme mostra a Equação 13 (Mundwiller, 2017).

$$C_{pk} = \min\left(\frac{LSE - \mu}{3\sigma}, \frac{\mu - LIE}{3\sigma}\right) \quad (13)$$

É possível perceber que o  $C_{pk}$  nada mais é que uma razão unilateral da capacidade do processo, calculada relativamente ao limite de especificação mais próximo da média (Montgomery, 2019).

Conforme mencionado anteriormente para o índice  $C_p$ , na maioria dos casos, os parâmetros do processo são desconhecidos, sendo necessário estima-los, sendo assim, o mesmo se aplica para o  $C_{pk}$  (Equação 14).

$$\widehat{C}_{pk} = \min\left(\frac{LSE - \bar{x}}{3\hat{\sigma}}, \frac{\bar{x} - LIE}{3\hat{\sigma}}\right) \quad (14)$$

Onde  $\bar{x}$  é a estimativa da média do processo.

A partir dos valores de  $C_p$  e  $C_{pk}$ , os processos são classificados como capazes ou não de atender as especificações requeridas. A Tabela 2 resume tal classificação (Costa, Epprecht e Carpinetti, 2018).

Tabela 2: Classificação do processo em relação a sua capacidade

Classificação	Valor de $C_p$ ou $C_{pk}$	Itens fora das especificações
Capaz	$\geq 1,33$	70
Parcialmente capaz	$1,00 \leq C_p$ ou $C_{pk} < 1,33$	De 70 a 2700
Incapaz	$< 1,00$	Mais de 2700

Fonte: Adaptado de Costa, Epprecht e Carpinetti, 2018

A Figura 29 exemplifica as três classificações de capacidade de processo mencionadas acima. O processo A é um processo capaz, que está centrado, dentro dos limites de especificação e com pequena variabilidade. O processo B é parcialmente capaz, sendo que opera próximos aos limites de especificação. O processo C é um processo incapaz, em que uma pequena parte dos dados está fora dos limites (Costa, Epprecht e Carpinetti, 2018).

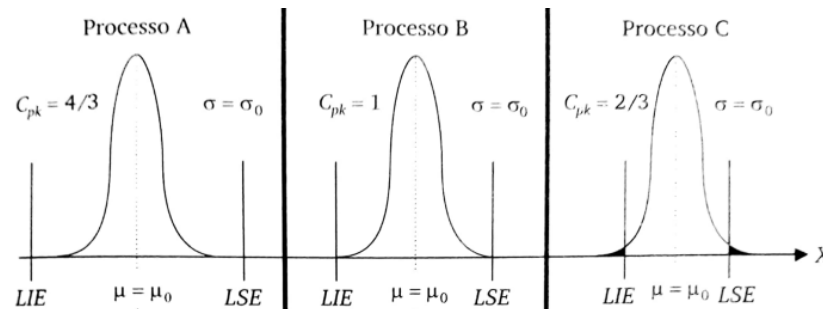


Figura 29: Diferença entre as classificações de capacidade de processo  
Fonte: Costa, Epprecht e Carpinetti, 2018

Existem outras três técnicas que são utilizadas para realizar a análise de capacidade de um processo: histogramas ou gráficos de probabilidade, gráficos de controle e experimentos planejados (Montgomery, 2019).

Os gráficos de controle são considerados como a técnica principal da análise de capacidade de processo, pois são muito eficientes na apresentação de padrões sistemáticos na saída do processo e permite tanto a análise instantânea da variabilidade quanto ao longo do tempo, no caso de os dados serem coletados em diferentes períodos de tempo, como turnos ou dias diferentes (Montgomery, 2019).

A análise de capacidade é de grande importância para melhoria da qualidade. Pode ser utilizada para prever até que ponto o processo manterá as especificações, auxiliar na sua modificação, especificar as exigências de desempenho para um novo equipamento e reduzir a variabilidade do processo (Montgomery, 2019).

#### 4.1.4 Intervalos de confiança e testes sobre razões da capacidade de um processo

A utilização dos índices de capacidade estimados são simplesmente estimativas pontuais do processo e estão sujeitas a variação estatística. Assim, a estimativa de um parâmetro pontual gera uma certa incerteza, pois o parâmetro estimado pode variar de amostra para amostra. Portanto, construir um intervalo (com

base nos dados amostrais) ao qual o verdadeiro valor do parâmetro tenha uma alta chance de pertencer, é mais eficaz do que gerar somente uma estimativa pontual (Pinheiro, *et al.*, 2012; Montgomery, 2019).

O intervalo estimado para o parâmetro da variável de interesse é conhecido como intervalo de confiança, e é construído de modo que contenha e delimite o parâmetro da população (Montgomery e Runger, 2018).

Uma forma de se calcular o intervalo de confiança é utilizando a Equação 15 para Cp e a Equação 16 para Cpk (Montgomery, 2019).

$$\widehat{Cp} \sqrt{\frac{X_{1-\alpha/2, n-1}^2}{n-1}} \leq Cp \leq \widehat{Cp} \sqrt{\frac{X_{\alpha/2, n-1}^2}{n-1}} \quad (15)$$

$$\widehat{Cpk} \left[ 1 - Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{1}{9n\widehat{Cpk}^2} + \frac{1}{2(n-1)}} \right] \leq Cpk \leq \widehat{Cpk} \left[ 1 + Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{1}{9n\widehat{Cpk}^2} + \frac{1}{2(n-1)}} \right] \quad (16)$$

Em que  $X_{1-\alpha/2, n-1}^2$  e  $X_{\alpha/2, n-1}^2$  são pontos percentuais da distribuição Qui-Quadrado, que podem ser consultados no Anexo B e  $Z_{\alpha/2}$  é o ponto percentual da distribuição normal, que pode ser consultado no Anexo C.

## 4.2 O processo de soldagem

### 4.2.1 Definição de soldagem

A soldagem é um método de união de metais obtido pela aproximação dos átomos ou moléculas dos materiais a serem unidos para formação de ligações metálicas. Além disso, também é utilizada para deposição de material sobre uma superfície a ser recuperada ou para revestimento (Marques, Modenesi e Bracarense, 2009).

É uma operação que objetiva a união de duas ou mais peças garantindo a continuidade das propriedades físicas e químicas, sem mudanças abruptas das propriedades ao longo da junta soldada (Marques, Modenesi e Bracarense, 2009).

Segundo a Associação Americana de Soldagem (AWS), a soldagem é definida como um processo de união de materiais para obter a coalescência localizada de

metais e não-metaís, produzida por aquecimento, com ou sem utilização de pressão e, ou, material de adição (Marques, Modenesi e Bracarense, 2009).

#### 4.2.2 Formação da junta soldada

Existem dois métodos principais para formação da junta soldada, que originam os dois grandes grupos de processos de soldagem. O primeiro consiste na deformação das superfícies de contato permitindo a aproximação dos átomos, podendo ser aquecidas ou não, conforme Figura 30 (Marques, Modenesi e Bracarense, 2009).

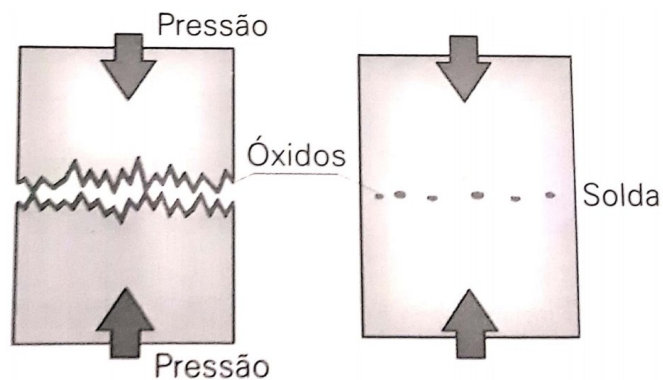


Figura 30: Soldagem por deformação  
Fonte: Marques, Modenesi e Bracarense, 2009

O segundo método é baseado na aplicação localizada de calor na região da junta até a fusão do metal de base e do metal de adição, formando a solda ou o cordão com a solidificação do metal fundido, conforme Figura 31 (Marques, Modenesi e Bracarense, 2009).

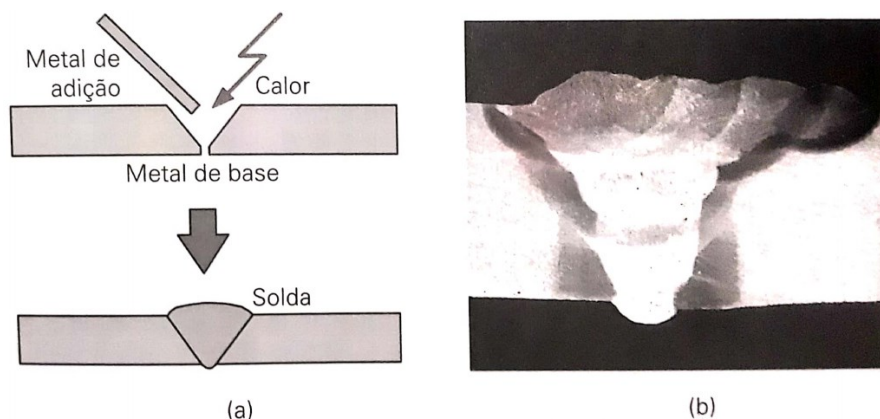


Figura 31: (a) Esquema da soldagem por fusão. (b) Macrografia de uma junta  
Fonte: Marques, Modenesi e Bracarense, 2009



Segundo Marques, Modenesi e Bracarense (2009), existem vários outros processos de soldagem que são apresentados na Figura 32.

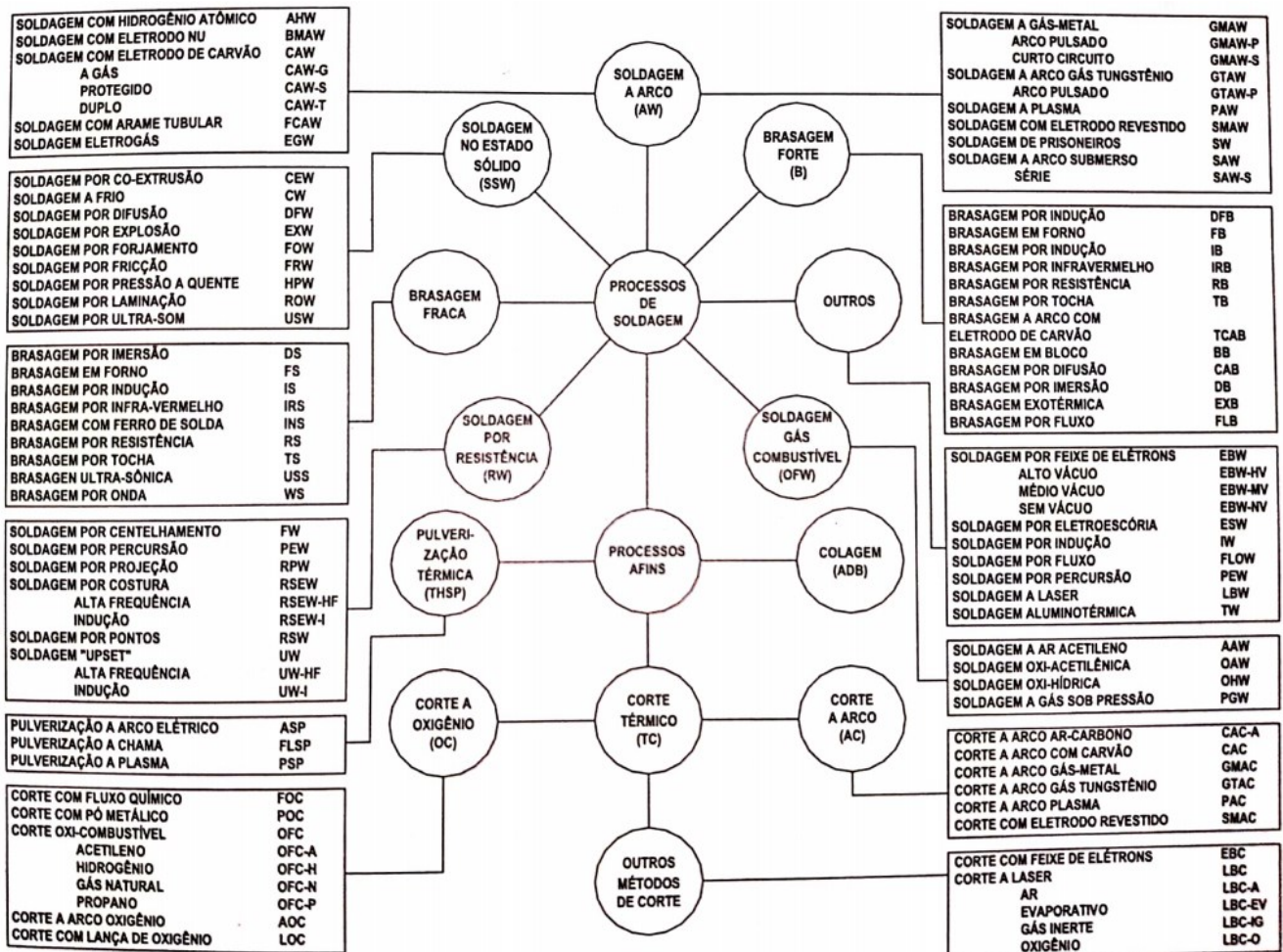


Figura 32: Processos de soldagem e afins segundo a AWS  
Fonte: Marques, Modenesi e Bracarense, 2009

O enfoque deste trabalho será o processo de soldagem por fusão a arco com proteção gasosa (*Gas Metal Arc Welding – GMAW*).

#### 4.2.3 Processo de soldagem GMAW

A soldagem a arco com proteção gasosa utiliza um arco elétrico estabelecido entre um eletrodo consumível e a peça. A proteção deste arco e da região da solda é feita por mistura de gases que podem ser inertes ou ativos. Quando a proteção usada é inerte, denomina-se processo MIG (*Metal Inert Gas*) e quando a proteção é ativa,

denomina-se MAG (*Metal Active Gas*) conforme Figura 33 (Marques, Modenesi e Bracarense, 2009).

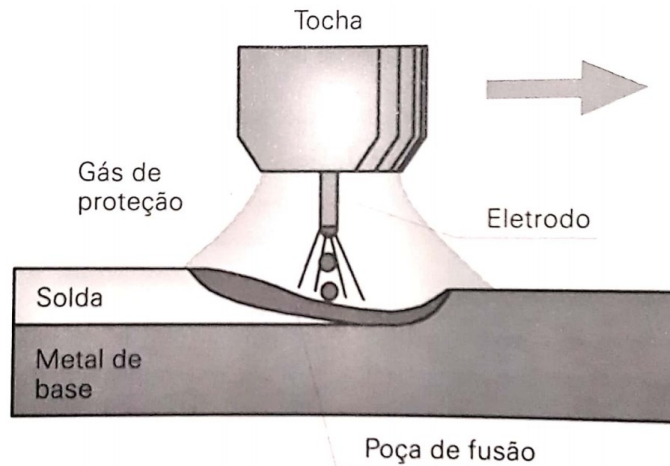


Figura 33: Esquema de soldagem MIG/MAG  
Fonte: Marques, Modenesi e Bracarense, 2009

O processo de soldagem MIG/MAG é um processo normalmente semiautomático no qual um consumível é alimentado de forma contínua para manter o arco, com a utilização de um gás de proteção para estabilidade e direcionamento do arco e proteção da poça de fusão da atmosfera. O consumível, metal de adição, é utilizado na forma de arame sólido ou tubular, que entrará em fusão pela energia transferida do bico de contato para a peça a ser soldada (Bonanni, 2005).

Em geral o processo MIG/MAG é utilizado para a soldagem em todas as posições e em materiais com diversas espessuras, tanto em metais ferrosos como não ferrosos (Nilo Júnior, 2003).

Para Nilo Júnior (2003), em resumo, algumas vantagens do processo MIG / MAG são:

- Elevada velocidade de soldagem;
- Alta taxa de deposição de material;
- Ausência de formação de escória;
- Maior uniformidade na penetração da raiz da solda em relação ao processo com eletrodo revestido;
- Diminuição dos problemas de distorção e tensões residuais;
- Visibilidade total da poça de fusão;
- Possibilidade de controlar a penetração;

- Facilidade de execução da soldagem.

Já as desvantagens são:

- Maior velocidade de resfriamento por não haver escória, o que aumenta a ocorrência de trincas;
- A soldagem deve ser protegida da corrente de ar;
- A operação não é fácil em locais pequenos, de difícil acesso, pois o bocal da solda precisa ficar próximo da região da solda;
- Incidência de respingos de solda;
- Grande emissão de raios ultravioleta;
- Equipamento de soldagem mais caro e complexo que em outros processos.

Em geral, quando se utiliza eletrodos consumíveis, a forma como ocorre a transferência do metal de adição para a poça de fusão, que posteriormente dará origem a junta soldada, é de grande importância pois afeta várias características do processo. As formas de transferência mais tradicionais são por curto-circuito, transferência globular e transferência por “spray”. Outros métodos foram desenvolvidos mais recentemente e utilizam maiores níveis de energia, como o modo pulsado e o modo de transferência por tensão superficial (Bonanni, 2005).

O método por curto-circuito usa baixos valores de tensão e corrente e é usado na união de peças de pequena espessura. Neste método, uma gota de metal se forma na ponta do eletrodo e vai aumentando de diâmetro até tocar na poça de fusão (Marques, Modenesi e Bracarense, 2009).

A transferência globular utiliza valores intermediários de tensão e corrente, formando arcos mais estáveis, porém com transferência de metal mais imprevisível. O diâmetro das gotas transferidas diminui com o aumento da corrente até que, acima de determinada faixa de valores, ocorre uma mudança no modo de transferência, que passa de globular para “spray”. Neste modo, as gotas são pequenas e numerosas e o arco é bastante estável, praticamente sem ocorrência de respingos (Marques, Modenesi e Bracarense, 2009).

#### 4.2.4 Variáveis do processo de soldagem GMAW

Diversas variáveis influenciam nas características da junta soldada, como a corrente, a tensão, a velocidade de soldagem, o comprimento e diâmetro do eletrodo, a inclinação da tocha de soldagem e a proteção gasosa (Nilo Júnior, 2003).

As variáveis do processo determinam as características finais da junta, como dimensões, acabamento, propriedades estruturais e mecânicas. Definem também a possibilidade de ocorrência de alguns tipos de defeitos, como trincas, poros, mordeduras, falta de penetração, pernas insuficientes e outros, conforme Figura 34. Cada uma dessas variáveis pode ser controlada separadamente, porém todas estão interligadas, visto que o efeito de uma está diretamente relacionado com a atuação da outra (Nilo Júnior, 2003).

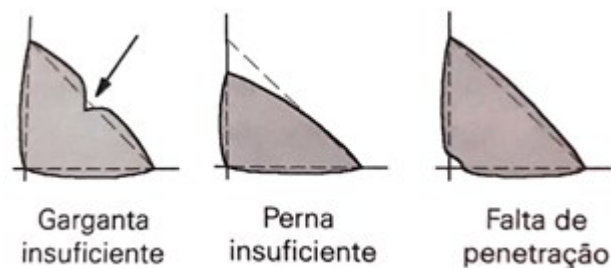


Figura 34: Alguns tipos de defeitos  
Fonte: Marques, Modenesi e Bracarense, 2009

A corrente de soldagem influencia diretamente na penetração, sendo que um aumento da corrente gera um aumento da penetração. Já a baixa tensão de soldagem gera um cordão mais estreito, enquanto a alta tensão tende a alargar e achatá-lo, além de aumentar a incidência de respingos de solda. A velocidade de soldagem está diretamente relacionada com a penetração e a largura do cordão de solda, sendo que, quanto maior for a velocidade menor será a penetração e mais estreito será o cordão. A inclinação da tocha é um outro parâmetro que influencia na geometria do cordão de solda, principalmente no que diz respeito às dimensões e penetração do cordão (Okumura e Taniguchi, 1982; Nilo Júnior, 2003).

A primeira finalidade dos gases é proteger a região soldada dos efeitos dos gases atmosféricos, os quais são compostos principalmente por oxigênio, nitrogênio e hidrogênio. Além disso, o tipo de gás tem influência nas características do arco, na

transferência do metal, na penetração, largura, formato e propriedades do cordão (Nilo Júnior, 2003).

#### 4.2.5 Dimensionamento de características da solda

Uma estrutura soldada deve ter um perfil adequado e suas dimensões dentro das tolerâncias exigidas nos desenhos, projetos, contratos e normas. Juntas soldadas com dimensões menores do que o especificado deixam de atender requisitos como a resistência mecânica de um conjunto, e maiores que o especificado, levam ao desperdício de consumíveis e possibilidade de ocorrência de distorção no material (Modenesi, 2001).

As dimensões de uma solda, conforme Figura 35, podem ser verificadas por meio de gabaritos de solda e microscópio (Modenesi, 2001).

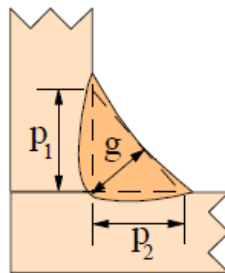


Figura 35: Perfil de solda e suas dimensões  
Fonte: Modenesi, 2001

De acordo com Carvalho (1999), a perna é a medida do cateto de um filete de solda e a garganta é a distância entre a face da solda e a raiz da solda.

A penetração de solda refere-se ao enchimento da raiz da junta, ou seja, é a profundidade atingida pela zona fundida no metal de base (Figura 36). É uma característica amplamente influenciada por várias variáveis do processo. Assim, é importante medir a penetração nos metais base para verificar se os valores estão dentro do especificado, garantindo a união dos metais de forma adequada e segura (Carvalho, 1999; Marques, Modenesi e Bracarense, 2009).

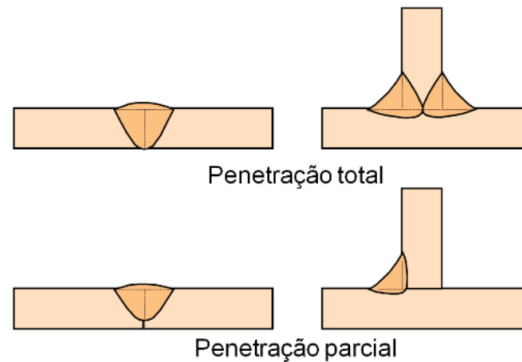


Figura 36: Tipos de penetração de solda  
Fonte: Simon *et al.*, 2012

## 5 METODOLOGIA

### 5.1 Caracterização da empresa em estudo

A empresa estudada localiza-se em Contagem – MG, é classificada como de grande porte e fabrica diversos tipos de componentes automotivos, ferramentais, conjuntos e sistemas completos de produtos. Com experiência ao longo de quatro décadas atendendo às principais montadoras automotivas do país, fornece produtos e serviços para a indústria automotiva com alto grau de sofisticação tecnológica em seus processos produtivos, o que inclui equipamentos automatizados e robotizados, uso de softwares industriais e sistemas para controle da qualidade.

### 5.2 Processo de soldagem

O processo em estudo consiste em um conjunto formado por 5 componentes soldados em uma linha de produção com operações envolvendo processos de solda, fresagem, rastreabilidade e inspeção.

Entre esses componentes soldados, 2 componentes são considerados críticos, ou seja, a soldagem entre eles é considerada uma característica chave no processo. Assim, devido à necessidade de um maior controle de sua variabilidade, tal característica foi selecionada para estudo, para avaliar se as características dimensionais da solda estão conformes e em controle.

O processo de união destes componentes é a soldagem a arco com proteção gasosa ativa (MAG), parâmetros controlados e transferência de material tipo globular

tendendo a spray. O processo ocorre de forma robotizada, assim, o operador não tem influência sobre o posicionamento do eletrodo.

Ao final deste processo de solda, é feita uma inspeção em 100% das peças antes de se realizar a próxima operação, para avaliar o aspecto da solda e tomar as medidas necessárias em caso de não conformidade detectadas visualmente.

### 5.3 Obtenção dos dados

Para realizar as medições, as peças foram preparadas previamente. Inicialmente, no laboratório de metalografia, foram cortadas em pequenos corpos de prova com o auxílio de uma máquina de corte plasma e serra fita para facilitar o manuseio. Em seguida, os corpos de prova foram lixados em uma lixadeira de bancada e polidos em uma politriz metalográfica para expor o interior da junta da solda. Após o polimento, a superfície foi submetida a um ataque químico, utilizando solução Nital 20% (ácido nítrico e álcool etílico) para revelar a macroestrutura da junta soldada. Em seguida, foi utilizado um microscópio digital manual de alta resolução com conexão USB e software para captura de imagens e realização de medições.

As variáveis medidas foram garganta de solda (G), perna de solda no material 1 (P1), perna de solda no material 2 (P2), penetração de solda no material 1 (P CH 1) e penetração de solda no material 2 (P CH 2) conforme mostra a Figura 37.

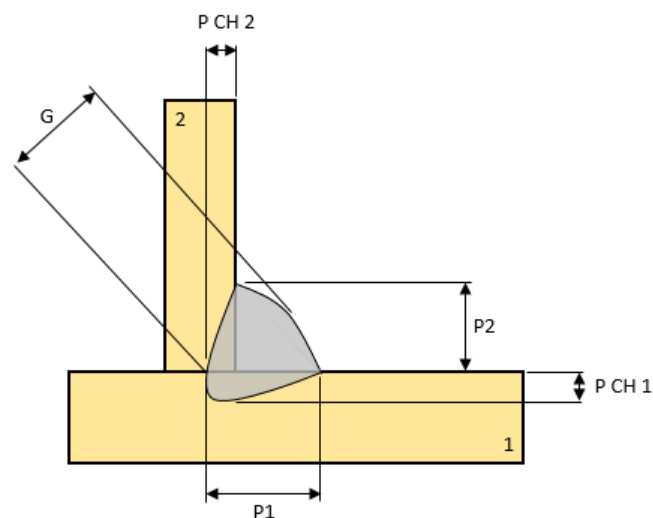


Figura 37: Variáveis medidas no corpo de prova  
Fonte: Elaborada pelo autor

As especificações técnicas internas para tais características seguem na Tabela 3.

Tabela 3: Especificações técnicas dimensionais da solda

Variável	Especificação (em mm)
Garganta de solda (G)	5,00 ± 2,00
Perna de solda no material 1 (P1)	7,00 ± 2,00
Perna de solda no material 2 (P2)	6,00 ± 1,50
Penetração de solda no material 1 (P CH 1)	1,50 ± 1,00
Penetração de solda no material 2 (P CH 2)	1,50 ± 1,00

Fonte: Elaborado pelo autor

Para a construção dos gráficos de controle  $\bar{x}$  e R do processo foram selecionadas 30 amostras, em subgrupos de 3 amostras, para medição das características mencionadas acima. Cada amostra é representada por um corpo de prova.

Assim, os dados foram obtidos para cada característica separadamente e foram utilizados para elaborar os gráficos de controle, do ponto de vista dimensional, do processo de soldagem.

#### 5.4 Construção dos gráficos de controle $\bar{x}$ e R

Foi utilizado o software Minitab® para realizar as análises estatísticas. O mesmo foi criado com o objetivo de ser utilizado no processo de tomada de decisões pautadas em análises e estudos estatísticos complexos de maneira fácil e acessível. Atualmente, o Minitab® é um dos mais utilizados por setores de qualidade e melhoria contínua, pois possui um nível de aplicação muito maior para ferramentas estatísticas da qualidade.

Inicialmente foi feito o teste de normalidade dos dados, utilizando a técnica Anderson-Darling. Em seguida foram gerados os gráficos de controle para cada variável dimensionada.



## 5.5 Análise do processo

Primeiramente, a análise do processo foi realizada com base no comportamento dos gráficos de controle em relação aos padrões observados e localização dos pontos nas diferentes zonas para avaliar se o processo estava sob controle. Em seguida, foi avaliada a capacidade do processo utilizando os índices Cp e Cpk para verificar se o processo é capaz de atender as especificações técnicas.

## 6. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os resultados das medições das variáveis garganta de solda, perna de solda no material 1, perna de solda no material 2, penetração de solda no material 1 e penetração de solda no material 2, e suas respectivas médias e amplitudes entre os subgrupos amostrais, são apresentados na Tabela 4 e posteriormente nos Apêndices A, B, C e D, onde todas as medições são em milímetros (mm).

Tabela 4: Medições garganta de solda (G)

Amostra	X1	X2	X3	$\bar{X}$	R
1	5,02	4,63	6,25	5,30	1,62
2	5,06	4,76	6,87	5,56	2,11
3	3,57	4,97	6,00	4,85	2,43
4	5,46	4,49	5,38	5,11	0,97
5	5,10	6,12	5,93	5,72	1,02
6	3,79	4,56	4,23	4,19	0,77
7	4,89	5,26	6,31	5,49	1,42
8	4,78	4,52	6,50	5,27	1,98
9	3,96	4,30	6,12	4,79	2,16
10	5,24	5,22	6,33	5,60	1,11
11	5,02	4,35	6,58	5,32	2,23
12	4,06	4,81	5,24	4,70	1,18
13	4,89	5,24	4,96	5,03	0,35
14	3,87	4,49	6,17	4,84	2,30
15	4,43	4,46	5,63	4,84	1,20
16	6,11	5,16	5,13	5,47	0,98
17	4,36	5,19	6,04	5,20	1,68
18	4,83	5,63	5,63	5,36	0,80
19	4,74	4,54	5,45	4,91	0,91
20	4,17	4,55	6,99	5,24	2,82
21	4,11	5,88	6,13	5,37	2,02
22	5,33	4,78	4,92	5,01	0,55
23	4,01	4,98	6,36	5,12	2,35
24	5,02	5,38	5,04	5,15	0,36

25	5,03	4,94	5,23	5,07	0,29
26	3,95	4,62	6,40	4,99	2,45
27	5,46	4,36	5,12	4,98	1,10
28	4,86	4,81	5,74	5,14	0,93
29	5,68	4,49	5,01	5,06	1,19
30	3,91	3,85	4,89	4,22	1,04

Fonte: Elaborado pelo autor

Foi efetuado teste de normalidade utilizando a técnica Anderson-Darling e o resultado obtido é mostrado na Figura 38.

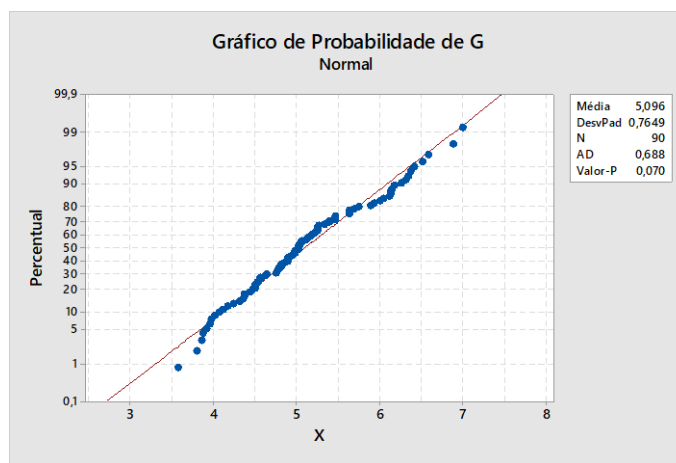


Figura 38: Teste de normalidade para garganta de solda  
Fonte: Elaborado pelo autor

Com base no valor-p acima, 0,070, não se rejeita  $H_0$  em favor de  $H_1$  ao nível de significância de 5%, ou seja, pode-se considerar que os dados referentes a garganta de solda seguem uma distribuição normal.

Para a variável perna de solda no material 1 foi efetuado teste de normalidade utilizando a técnica Anderson-Darling e o resultado obtido é mostrado na Figura 39.

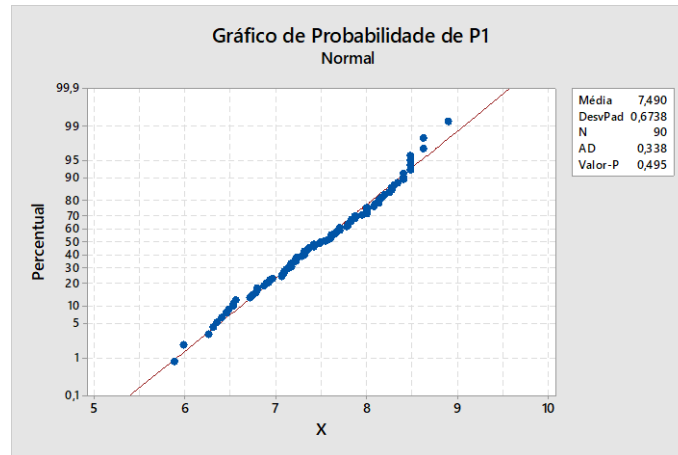


Figura 39: Teste de normalidade para perna de solda no material 1  
Fonte: Elaborado pelo autor

Com base no valor-p acima, 0,495, não se rejeita  $H_0$  em favor de  $H_1$  ao nível de significância de 5%, ou seja, pode-se considerar que os dados referentes a perna de solda no material 1 seguem uma distribuição normal.

Para a variável perna de solda no material 2 foi efetuado teste de normalidade utilizando a técnica Anderson-Darling e o resultado obtido é mostrado na Figura 40.

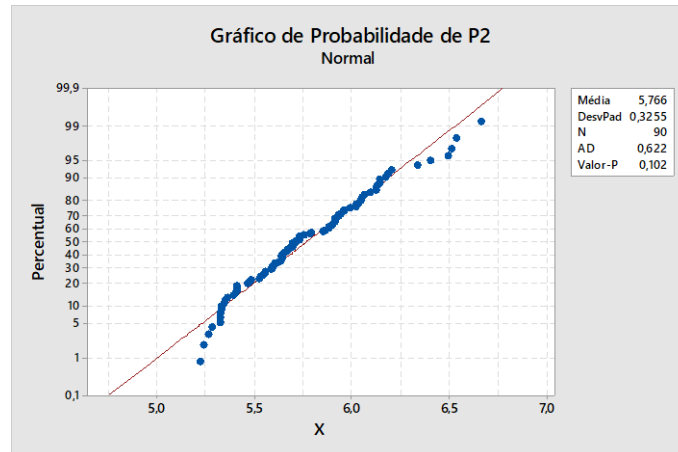


Figura 40: Teste de normalidade para perna de solda no material 2  
Fonte: Elaborado pelo autor

Com base no valor-p acima, 0,102, não se rejeita  $H_0$  em favor de  $H_1$  ao nível de significância de 5%, ou seja, pode-se considerar que os dados referentes a perna de solda no material 2 seguem uma distribuição normal.

Para a variável penetração de solda no material 1 foi efetuado teste de normalidade utilizando a técnica Anderson-Darling e o resultado obtido é mostrado na Figura 41.

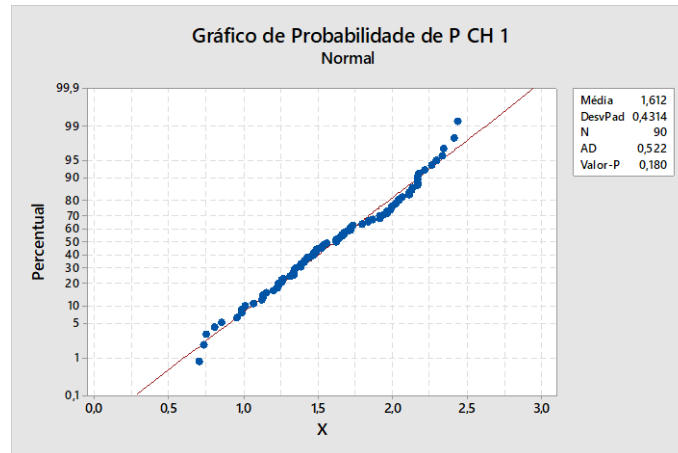


Figura 41: Teste de normalidade para penetração de solda no material 1  
Fonte: Elaborado pelo autor

Com base no valor-p acima, 0,180, não se rejeita  $H_0$  em favor de  $H_1$  ao nível de significância de 5%, ou seja, pode-se considerar que os dados referentes a penetração de solda no material 1 seguem uma distribuição normal.

Para a variável penetração de solda no material 2 foi efetuado teste de normalidade utilizando a técnica Anderson-Darling e o resultado obtido é mostrado na Figura 42.

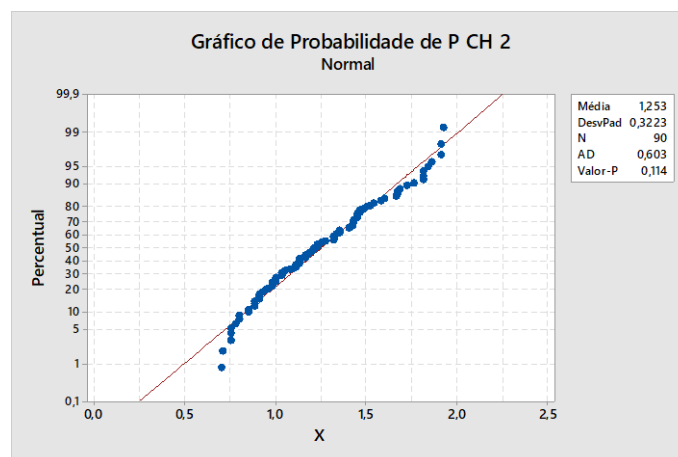


Figura 42: Teste de normalidade para penetração de solda no material 2  
Fonte: Elaborado pelo autor

Com base no valor-p acima, 0,114, não se rejeita  $H_0$  em favor de  $H_1$  ao nível de significância de 5%, ou seja, pode-se considerar que os dados referentes a penetração de solda no material 2 seguem uma distribuição normal.

Assim, como todas as variáveis apresentaram distribuição normal, é possível aplicar as cartas de controle no processo. As cartas de controle  $\bar{X}$  e R para as variáveis são apresentadas nas Figuras 43 a 47.

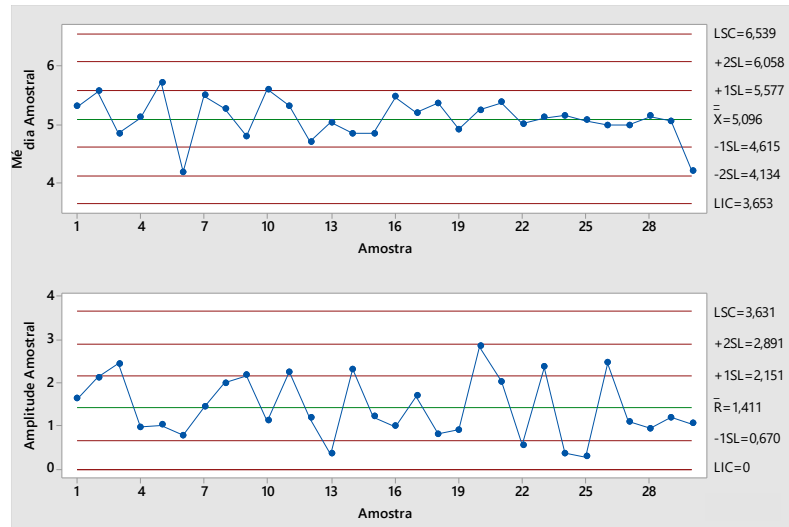


Figura 43: Carta de controle  $\bar{X}$ -R para garganta de solda  
Fonte: Elaborado pelo autor

Analisando a carta de controle  $\bar{x}$  para garganta de solda, tem-se como LC =  $\bar{\bar{X}}$  = 5,096, LSC=6,539 e LIC=3,653. Pode-se observar que nenhum ponto extrapolou os limites  $3\sigma$  (LSC e LIC), entretanto, foi possível identificar um padrão de estratificação do ponto 22 ao 29 e a presença de 15 pontos consecutivos em 1 desvio padrão da linha central (acima e abaixo da LC), do ponto 11 ao ponto 25, enquadrando-se em uma das regras sensibilizantes apresentadas.

Já na carta de controle R, tem-se como LC =  $\bar{R}$  = 1,411, LSC=3,631 e LIC=0,000. Pode-se observar que nenhum ponto extrapolou o LSC e os dados não apresentaram grande amplitude dentro dos subgrupos.

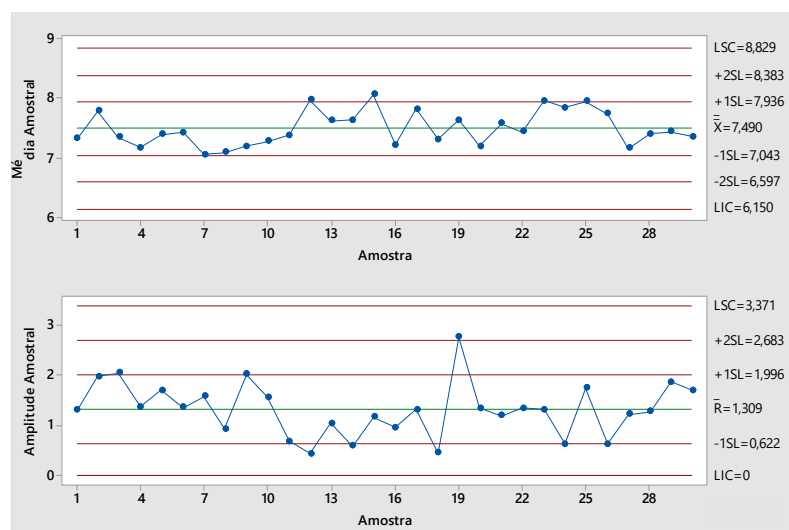


Figura 44: Carta de controle  $\bar{X}$ -R para perna de solda no material 1  
Fonte: Elaborado pelo autor

Analisando a carta de controle  $\bar{x}$  para perna de solda no material 1, tem-se como LC =  $\bar{\bar{X}} = 7,490$ , LSC=8,829 e LIC=6,150. Pode-se observar que nenhum ponto extrapolou os limites  $3\sigma$ , entretanto, foi possível identificar a presença de 8 pontos consecutivos em um lado da linha central, sendo do ponto 3 ao ponto 10, enquadrando-se em uma das regras sensibilizantes apresentadas.

Já na carta de controle R, tem-se como LC =  $\bar{R} = 1,309$ , LSC=3,371 e LIC=0,000. Pode-se observar que nenhum ponto extrapolou o LSC, os dados não apresentaram grande variação dentro dos subgrupos e as amplitudes dos subgrupos amostrais estão relativamente próximas à amplitude média. Em relação ao ponto 19, localizado um pouco acima do limite  $2\sigma$ , foi realizado uma análise no processo e não foi identificado causa atribuível de variação que caracteriza uma situação fora de controle, portanto optou-se por continuar as medições até o final do estudo.

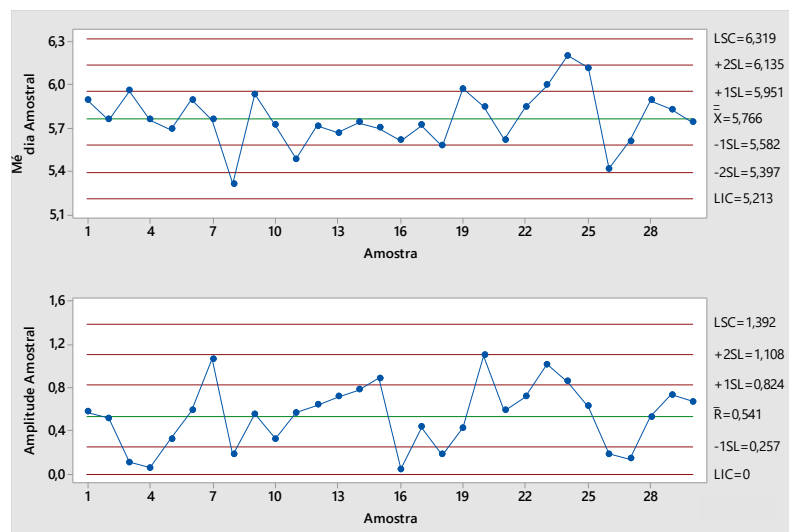


Figura 45: Carta de controle  $\bar{X}$ -R para perna de solda no material 2  
Fonte: Elaborado pelo autor

Analisando a carta de controle  $\bar{x}$  para perna de solda no material 2, tem-se como LC =  $\bar{\bar{X}} = 5,766$ , LSC=6,319 e LIC=5,213. Pode-se observar que nenhum ponto extrapolou os limites  $3\sigma$ , entretanto, foi possível identificar a presença de 8 pontos consecutivos em um lado da linha central, do ponto 10 ao ponto 17, enquadrando-se em uma das regras sensibilizantes apresentadas.

Já na carta de controle R, tem-se como LC =  $\bar{R} = 0,541$ , LSC=1,392 e LIC=0,000. Pode-se observar que nenhum ponto extrapolou o LSC e os dados não apresentaram grande variação dentro dos subgrupos.

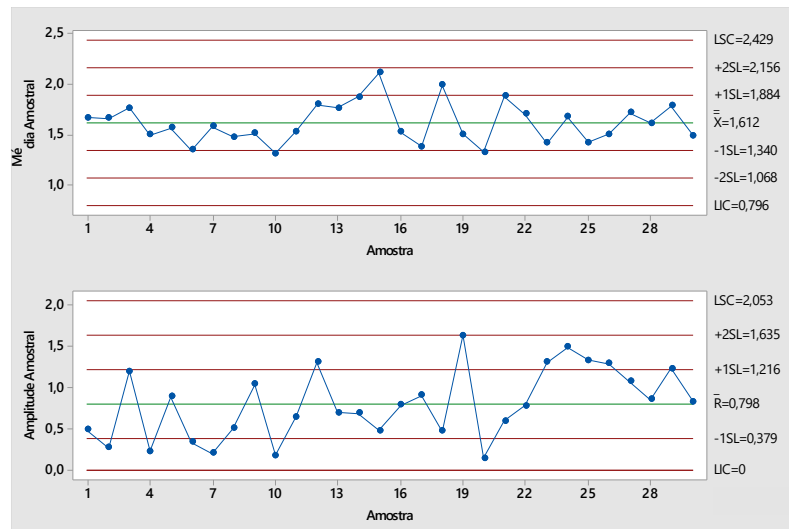


Figura 46: Carta de controle  $\bar{X}$ -R para penetração de solda no material 1  
Fonte: Elaborado pelo autor

Analisando a carta de controle  $\bar{x}$  para penetração de solda no material 1, tem-se como  $LC = \bar{\bar{X}} = 1,612$ ,  $LSC=2,429$  e  $LIC=0,796$ . Pode-se observar que nenhum ponto extrapolou os limites  $3\sigma$ , entretanto, foi possível identificar um padrão de corrida para cima pouco acentuado entre os pontos 10 e 15 e a presença de 8 pontos consecutivos em um lado da linha central, do ponto 4 ao ponto 11, enquadrando-se em uma das regras sensibilizantes apresentadas.

Já na carta de controle R, tem-se como  $LC = \bar{R}=0,798$ ,  $LSC=2,053$  e  $LIC=0,000$ . Pode-se observar que nenhum ponto extrapolou o LSC, foi identificado 8 pontos consecutivos em um mesmo lado da linha central do ponto 23 ao 30 e os dados não apresentaram grande variação dentro dos subgrupos.

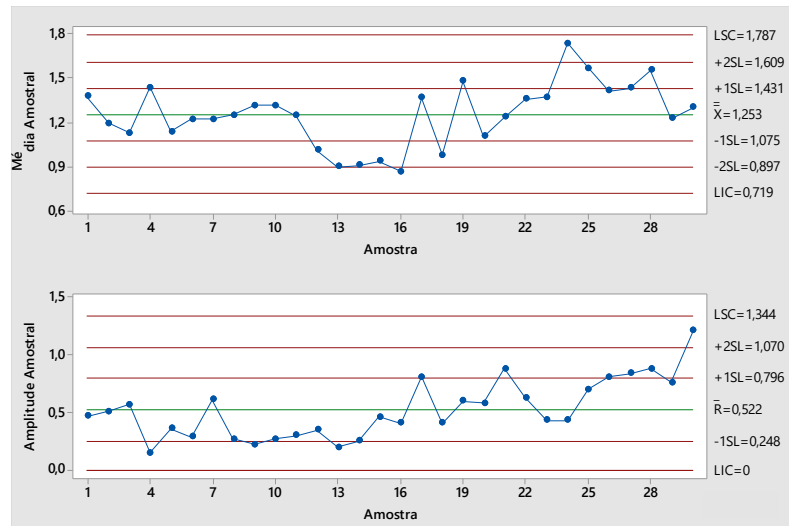


Figura 47: Carta de controle  $\bar{X}$ -R para penetração de solda no material 2  
Fonte: Elaborado pelo autor

Analisando a carta de controle  $\bar{x}$  para penetração de solda no material 2, tem-se como  $LC = \bar{\bar{X}} = 1,253$ ,  $LSC = 1,787$  e  $LIC = 0,719$ . Pode-se observar que nenhum ponto extrapolou os limites  $3\sigma$ , entretanto, foi possível identificar um padrão de deslocamento do nível do processo entre os pontos 13 e 28 e a presença de 4 de 5 pontos com mais de 1 desvio padrão da linha central (em um lado da LC), do ponto 12 ao ponto 16 e o 18, enquadrando-se em uma das regras sensibilizantes apresentadas.

Já na carta de controle R, tem-se como  $LC = \bar{R} = 0,522$ ,  $LSC = 1,344$  e  $LIC = 0,000$ . Pode-se observar que nenhum ponto extrapolou o LSC, foi identificado 8 pontos consecutivos em um mesmo lado da linha central do ponto 8 ao 15 e os dados não apresentaram grande variação dentro dos subgrupos.

Avaliando o processo de soldagem em relação as suas características dimensionais, optou-se por declarar o processo sob controle, uma vez que, os padrões observados nas cartas de controle não comprometem a qualidade do produto final.

Com o objetivo de verificar se o processo atende às especificações técnicas apresentadas anteriormente na Tabela 3, foram calculados os índices de capacidade do processo. Os índices de capacidade são apresentados nas Figuras 48 a 52 e as variáveis medidas serão classificadas seguindo a Tabela 2.



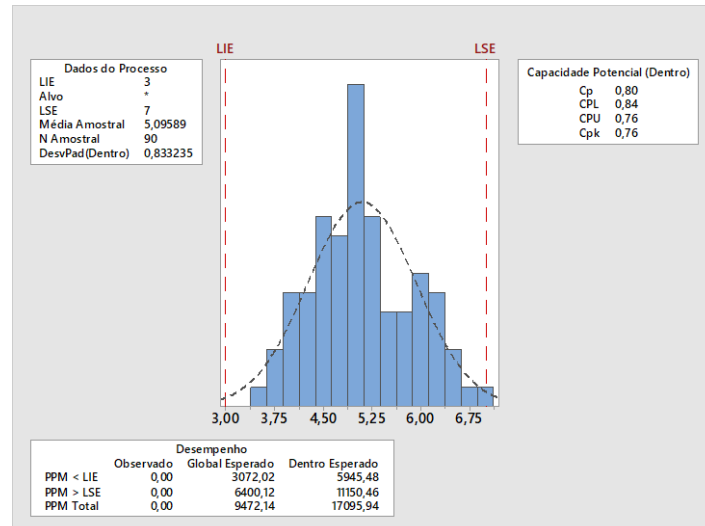


Figura 48: Resultado de capacidade de processo para garganta de solda  
Fonte: Elaborado pelo autor

Os índices de capacidade para garganta de solda, apresentado na Figura 48, demonstram um processo incapaz, onde temos  $C_p=0,80$  e  $C_{pk}=0,76$ . Analisando o histograma, pode-se observar que a média amostral está centralizado no valor nominal especificado, porém o processo apresenta variabilidade excessiva dentro dos limites de especificação, ou seja, os dados contêm valores muito próximos dos limites de especificação. Estima-se que em 1.000.000 de observações será produzido um total de 17.095 peças fora dos limites de especificação.

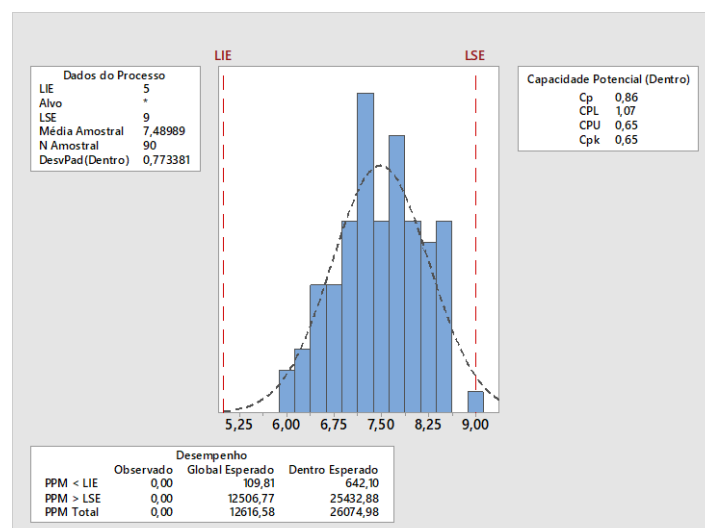


Figura 49: Resultado de capacidade de processo para perna de solda no material 1  
Fonte: Elaborado pelo autor

Os índices de capacidade para perna de solda no material 1, apresentado na Figura 49, demonstram um processo incapaz, onde temos  $C_p=0,86$  e  $C_{pk}=0,65$ .

Analisando o histograma, pode-se observar que a média amostral não está centralizado no valor nominal especificado e o processo apresenta variabilidade excessiva, ou seja, os dados contêm valores muito próximos do limite superior de especificação. Estima-se que em 1.000.000 de observações será produzido um total de 26.074 peças fora dos limites de especificação.

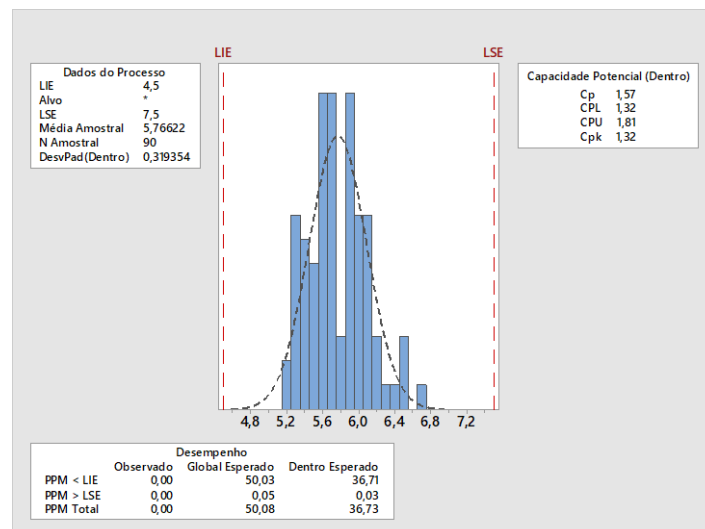


Figura 50: Resultado de capacidade de processo para perna de solda no material 2  
Fonte: Elaborado pelo autor

Os índices de capacidade para perna de solda no material 2, apresentado na Figura 50, demonstram um processo parcialmente capaz, onde temos  $C_p=1,57$  e  $C_{pk}=1,32$ . Analisando o histograma, pode-se observar que a média amostral está centralizada no valor nominal especificado e o processo apresenta pequena variabilidade dentro dos limites de especificação. Estima-se que em 1.000.000 de observações será produzido um total de 36 peças fora dos limites de especificação.

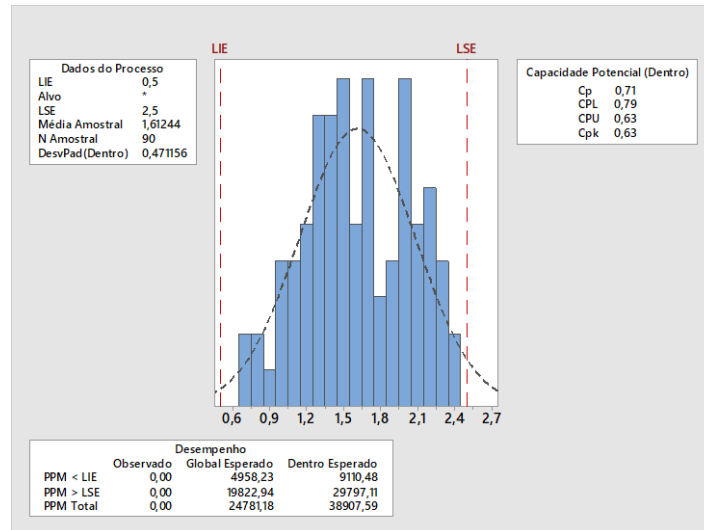


Figura 51: Resultado de capacidade de processo para penetração de solda no material 1  
Fonte: Elaborado pelo autor

Os índices de capacidade para penetração de solda no material 1, apresentado na Figura 51, demonstram um processo incapaz, onde temos  $C_p=0,71$  e  $C_{pk}=0,63$ . Analisando o histograma, pode-se observar que a média amostral está centralizada no valor nominal especificado, porém o processo apresenta variabilidade excessiva, ou seja, os dados contêm valores muito próximos dos limites de especificação. Estima-se que em 1.000.000 de observações será produzido um total de 38.907 peças fora dos limites de especificação.

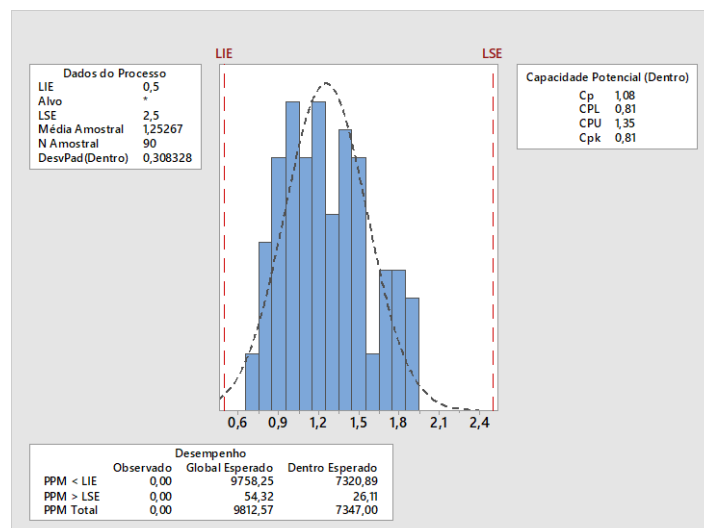


Figura 52: Resultado de capacidade de processo para penetração de solda no material 2  
Fonte: Elaborado pelo autor

Os índices de capacidade para penetração de solda no material 2, apresentado na Figura 52, demonstram um processo incapaz, onde temos  $C_p=1,08$  e  $C_{pk}=0,81$ .

Analisando o histograma, pode-se observar que a média amostral não está centralizada no valor nominal especificado e o processo apresenta variabilidade excessiva, ou seja, os dados contêm valores muito próximos do limite inferior de especificação. Estima-se que em 1.000.000 de observações será produzido um total de 7.347 peças fora dos limites de especificação.

Avaliando o processo de soldagem em relação às suas especificações técnicas, optou-se por declarar o processo incapaz, uma vez que, os índices de capacidade de processo mínimos não foram alcançados (Tabela 5).

Tabela 5: Índices de capacidade para as variáveis de solda

Variável	Cp	Cpk
Garganta de solda (G)	0,80	0,76
Perna de solda no material 1 (P1)	0,86	0,65
Perna de solda no material 2 (P2)	1,57	1,32
Penetração de solda no material 1 (P CH 1)	0,71	0,63
Penetração de solda no material 2 (P CH 2)	1,08	0,81

Fonte: Elaborado pelo autor

Como os cálculos de Cp e Cpk são estimativas pontuais, ou seja, podem variar de acordo com a coleta de novas amostras, optou-se por criar os intervalos de confiança para cada variável utilizando as equações 15 e 16.

Intervalo de confiança para garganta de solda:

$$\widehat{Cp} \sqrt{\frac{X^2_{1-\alpha/2, n-1}}{n-1}} \leq Cp \leq \widehat{Cp} \sqrt{\frac{X^2_{\alpha/2, n-1}}{n-1}}$$

$$0,80 \sqrt{\frac{X^2_{1-0,05/2, 30-1}}{30-1}} \leq Cp \leq 0,80 \sqrt{\frac{X^2_{0,05/2, 30-1}}{30-1}}$$

$$0,80 \sqrt{\frac{X^2_{0,975, 29}}{29}} \leq Cp \leq 0,80 \sqrt{\frac{X^2_{0,025, 29}}{29}}$$

$$0,80 \sqrt{\frac{16,05}{29}} \leq Cp \leq 0,80 \sqrt{\frac{45,72}{29}}$$

$$0,59 \leq Cp \leq 1,00$$

$$\widehat{Cpk} \left[ 1 - Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{1}{9n\widehat{Cpk}^2} + \frac{1}{2(n-1)}} \right] \leq Cpk \leq \widehat{Cpk} \left[ 1 + Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{1}{9n\widehat{Cpk}^2} + \frac{1}{2(n-1)}} \right]$$

$$0,76 \left[ 1 - 1,96 \sqrt{\frac{1}{9 \times 30 \times 0,76^2} + \frac{1}{2(30-1)}} \right] \leq Cpk \leq 0,76 \left[ 1 + 1,96 \sqrt{\frac{1}{9 \times 30 \times 0,76^2} + \frac{1}{2(30-1)}} \right]$$

$$0,53 \leq Cpk \leq 0,99$$

Para as demais variáveis, as demonstrações do cálculo dos intervalos de confiança encontram-se no Apêndice E.

Os resultados dos intervalos de confiança para cada variável encontram-se resumidos na Tabela 6.

Tabela 6: Intervalos de confiança para Cp e Cpk

Variável	Cp	Intervalo de Confiança		Cpk	Intervalo de Confiança	
Garganta de solda (G)	0,80	0,59	1,00	0,76	0,53	0,99
Perna de solda no material 1 (P1)	0,86	0,63	1,08	0,65	0,44	0,85
Perna de solda no material 2 (P2)	1,57	1,16	1,97	1,32	0,95	1,68
Penetração de solda no material 1 (P CH 1)	0,71	0,53	0,89	0,63	0,43	0,83
Penetração de solda no material 2 (P CH 2)	1,08	0,80	1,36	0,81	0,56	1,05

Fonte: Elaborado pelo autor

Analisando os intervalos de confiança pode-se perceber que o processo, de modo geral, ainda não é capaz de alcançar as especificações técnicas, uma vez que o índice de capacidade mínimo aceitável não está contido nos intervalos, exceto para a variável perna de solda no material 2.

## 7. CONCLUSÃO

Com a aplicação dos gráficos de controle no processo de soldagem MAG em relação as suas características dimensionais, conclui-se que o processo realizado pela empresa está sob controle, uma vez que, não foram observadas causas atribuíveis de variação nas características medidas e os padrões observados foram considerados como aceitáveis no decorrer da operação.

Porém, avaliando a capacidade do processo, para determinar seu potencial em atender as especificações técnicas, conclui-se que o mesmo é incapaz, uma vez que

os índices de capacidade mínimos não foram alcançados, mesmo com a utilização de intervalos de confiança para os índices de capacidade.

Apesar do processo ser classificado como incapaz, analisando os gráficos de controle percebe-se que o processo é estável, assim, não é necessário atuar corretivamente sobre o mesmo, apenas atentar para o monitoramento eficiente na etapa de inspeção visual, realizada ao final da soldagem para avaliar o aspecto da solda e realizar correções em caso de ocorrência de defeitos na superfície do cordão de solda, afim de evitar a má qualidade da junta soldada.

Recomenda-se alocar esforços na elaboração de projetos de melhoria *Six Sigma* focados em diminuir a variação e alcançar a centralização no valor nominal das características dimensionais do processo de soldagem, com o objetivo de aumentar a capacidade do processo em atender as especificações técnicas de solda.

## 8 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMEIDA, Clódio Pereira de; ATUNCAR, Gregório Saraiva. **Estatística e Probabilidade para Engenharias**. Notas de aula – Departamento de Estatística – UFMG, Belo Horizonte. 2010.

ALVES, Custodio da Cunha; ZAGO, Vincenzo Augusto; HENNING, Elisa; SAMOBYL, Robert Wayne. **Aplicação de gráficos de controle com memória para o monitoramento de processos industriais: um estudo comparativo**. In: XLIII SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL, 43, 2011, Ubatuba, ago. 2011, p. 1061-1072.

BONANNI, Carlos Gustavo. **Uso combinado das técnicas DOE e Simulação Monte Carlo em um processo de soldagem MIG/MAG pulsado**. – Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, Itajubá: UNIFEI, 2005.

CARVALHO, Marly Monteiro de; PALADINI, Edson Pacheco. **Gestão da Qualidade: Teoria e Casos**. 2. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2012.

CARVALHO, Messias José de. **Orientações práticas de soldagem em aço inox**. Acesita, 1999.

COSTA, Antonio Fernando Branco; EPPRECHT, Eugenio Kahn; CARPINETTI, Luiz Cesar Ribeiro. **Controle estatístico de qualidade**. 2. ed. [10. reimpr]. São Paulo: Atlas, 2018.

DEVORE, Jay L. **Probabilidade e estatística: para engenharia e ciências**. Tradução Joaquim Pinheiro Nunes da Silva. 7. Ed. São Paulo: Cengage Learning, 2006.

GAMA, Pedro Henrique Antonaci. **Controle estatístico de processos aplicado ao setor de comércio de buchas vegetais**. 2015. 40 f. Trabalho de conclusão de curso (Especialização em Estatística – Ênfase em Indústria e Mercado) – Departamento de Estatística – UFMG, Belo Horizonte, 2015.

HENNING, Elisa; WALTER, Olga Maria Carvalho Formigoni; SOUZA, Nadine Santos de; SAMOBYL, Robert Wayne. **Um estudo para a aplicação de gráficos de controle estatístico de processo em indicadores de qualidade da água potável**. *Sistemas & Gestão*, v. 9, n.1, p. 2-13, 2014.

KANG, Chang W.; KVAM, Paul H. **Basic Statistical Tools for Improvement Quality**. New Jersey: Wiley, 2011.

KOTZ, Samuel; JOHNSON, Norman L. **Process capability indices**. 1. ed. London: Chapman & Hall, 1993.

MARQUES, Paulo Villani; MODENESI, Paulo José; BRACARENSE, Alexandre Queiroz. **Soldagem: fundamentos e tecnologia**. 3. ed. Atualizada – Belo Horizonte: Editora UFMG, 2009.

MINGOTI, Sueli A., YASUKAWA, Fabiane R. S. **Uma comparação de gráficos de controle para a média de processos autocorrelacionados**. SISTEMAS & GESTÃO, v.3, n. 1, p.55-73, 2008.

MIOT, Hélio Amante. **Avaliação da normalidade dos dados em estudos clínicos e Experimentais**. J Vasc Bras, v.16, n.2, p. 88-91 UNESP - Faculdade de Medicina de Botucatu - Departamento de Dermatologia e Radioterapia – São Paulo, 2017.

MITRA, Amitava. **Fundamentals of quality control and improvement**. 4. Ed. New Jersey: Wiley, 2016.

MODENESI, Paulo José. **Soldagem I: Descontinuidades e Inspeção em Juntas Soldas**. Notas de aula – Departamento de Engenharia Metalúrgica e de Materiais – UFMG, Belo Horizonte. 2001.

MONTGOMERY, Douglas C. **Introdução ao controle estatístico da qualidade**. Tradução e revisão técnica Ana Maria Lima de Farias, Vera Regina Lima de Farias e Flores. 7. ed. – [Reimpr]. Rio de Janeiro: LTC, 2019.

MONTGOMERY, Douglas C; RUNGER, George C. **Estatística aplicada e probabilidade para engenheiros**. Tradução Verônica Calado. 6. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2018.

MUNDWILLER, Stephen. **Statistical Process Control: a pragmatic approach**. Boca Raton: CRC Press, Taylor & Francis Group, 2017.

NILO JÚNIOR, Luciano Pinho. **Otimização de um processo de solda MIG/MAG para aplicação na indústria automobilística através da utilização da técnica do projeto e análise de experimentos**. – Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, Itajubá: UNIFEI, 2003.

OAKLAND, John; OAKLAND, Robert. **Statistical Process Control**. 7. ed. Abingdon: Routledge, 2019.

OKUMURA, Toshie; TANIGUCHI, Célio. **Engenharia de soldagem e aplicações**. Rio de Janeiro: LTC, 1982.

OLIVEIRA, Camila Cardoso; GRANATO, Daniel; CARUSO, Miriam Solange; SAKUMA Alice Momoyo. **Manual para elaboração de cartas de controle para monitoramento de processos de medição quantitativos em laboratórios de ensaio**. Governo do Estado de São Paulo. Secretaria de Saúde. Coordenadoria de Controle de Doenças. 1ª ed. São Paulo: Instituto Adolfo Lutz, 2013.



- PINHEIRO, João Ismael D.; CARVAJAL, Santiago S. Ramírez; CUNHA, Sonia Baptista da; GOMES, Gastão Coelho. **Probabilidade e Estatística: Quantificando a Incerteza**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2012.
- PIRES, Verônica Tassinari. **Implantação do Controle Estatístico de Processo em uma empresa de manufatura de óleo de arroz** – Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, Porto Alegre: UFRGS, 2000.
- QIU, Peihua. **Introduction to Statistical Process Control**. Boca Raton: CRC Press, 2014.
- SAMOHYL, Robert Wayne. **Controle Estatístico de Qualidade**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2009.
- SLACK, Nigel; HARRISON, Alan; JOHNSTON, Robert. **Administração da Produção**. São Paulo: Atlas, 2009.
- SILVEIRA, Eduardo Freitas da; WERNER, Liane. **Proposta de método de priorização de processos a serem monitorados no controle estatístico de processo: uma aplicação em trocador de calor**. Revista Produção Online, v.11, n.1, p. 116-135, mar. 2011.
- SIMON, Fabiana Camila; LORIS, Marcelo; PERIN, Tiago; ALVES, Valtair de Jesus. **Análise prática de penetração de solda em aço 1045**. 2º SIEF – Semana Internacional das Engenharias da FAHOR. Horizontina – RS, 2012.
- SOWER, Victor E. **Statistical Process Control for Managers**. 1. ed. New York: Business Expert Press, 2014.
- VIEIRA, Sônia. **Estatística para a Qualidade**. 2. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2012.
- WETHERILL, G. Barrie; BROWN, Don W. **Statistical Process Control: Theory and practice**. 1. ed. Springer Science+Business Media, 1991.

**APÊNDICE A – Medições perna de solda no material 1 (P1)**

Amostra	X1	X2	X3	$\bar{X}$	R
1	7,13	6,77	8,07	7,32	1,30
2	8,33	6,52	8,48	7,78	1,96
3	7,28	6,35	8,39	7,34	2,04
4	7,21	6,47	7,83	7,17	1,36
5	6,91	6,79	8,48	7,39	1,69
6	7,33	6,79	8,14	7,42	1,35
7	7,11	6,25	7,82	7,06	1,57
8	7,23	6,55	7,48	7,09	0,93
9	7,60	5,98	7,99	7,19	2,01
10	6,86	6,71	8,27	7,28	1,56
11	7,61	6,93	7,59	7,38	0,68
12	8,09	7,69	8,12	7,97	0,43
13	8,12	7,09	7,64	7,62	1,03
14	7,49	7,41	7,99	7,63	0,58
15	8,47	7,31	8,39	8,06	1,16
16	7,22	6,74	7,69	7,22	0,95
17	7,81	7,16	8,47	7,81	1,31
18	7,54	7,09	7,31	7,31	0,45
19	8,62	5,88	8,39	7,63	2,74
20	7,19	6,53	7,86	7,19	1,33
21	7,06	8,24	7,41	7,57	1,18
22	6,96	7,06	8,29	7,44	1,33
23	7,94	7,31	8,62	7,96	1,31
24	7,56	7,77	8,19	7,84	0,63
25	7,79	7,16	8,89	7,95	1,73
26	7,99	7,36	7,86	7,74	0,63
27	7,35	6,45	7,67	7,16	1,22
28	7,16	6,89	8,16	7,40	1,27
29	7,65	6,40	8,26	7,44	1,86
30	7,79	6,30	7,99	7,36	1,69

Fonte: Elaborado pelo autor

**APÊNDICE B – Medições perna de solda no material 2 (P2)**

Amostra	X1	X2	X3	$\bar{X}$	R
1	6,12	6,02	5,54	5,89	0,58
2	5,93	5,41	5,93	5,76	0,52
3	5,94	5,91	6,02	5,96	0,11
4	5,79	5,75	5,73	5,76	0,06
5	5,59	5,58	5,91	5,69	0,33
6	6,03	6,12	5,53	5,89	0,59
7	5,69	6,33	5,26	5,76	1,07
8	5,33	5,40	5,22	5,32	0,18
9	6,20	5,64	5,96	5,93	0,56
10	5,73	5,88	5,55	5,72	0,33
11	5,34	5,28	5,85	5,49	0,57
12	6,05	5,41	5,68	5,71	0,64
13	6,04	5,32	5,65	5,67	0,72
14	5,71	5,36	6,14	5,74	0,78
15	5,73	5,24	6,13	5,70	0,89
16	5,62	5,64	5,59	5,62	0,05
17	5,78	5,47	5,91	5,72	0,44
18	5,60	5,48	5,66	5,58	0,18
19	6,06	5,71	6,14	5,97	0,43
20	5,67	5,39	6,49	5,85	1,10
21	5,32	5,91	5,63	5,62	0,59
22	5,89	5,46	6,18	5,84	0,72
23	5,64	5,69	6,66	6,00	1,02
24	6,53	5,67	6,40	6,20	0,86
25	5,95	5,88	6,51	6,11	0,63
26	5,52	5,33	5,41	5,42	0,19
27	5,55	5,69	5,60	5,61	0,14
28	6,17	5,86	5,64	5,89	0,53
29	5,35	6,09	6,04	5,83	0,74
30	5,99	5,32	5,90	5,74	0,67

Fonte: Elaborado pelo autor

**APÊNDICE C – Medições penetração de solda no material 1 (P CH 1)**

Amostra	X1	X2	X3	$\bar{X}$	R
1	1,67	1,42	1,91	1,67	0,49
2	1,67	1,52	1,79	1,66	0,27
3	1,62	1,23	2,43	1,76	1,20
4	1,47	1,40	1,63	1,50	0,23
5	1,13	1,54	2,02	1,56	0,89
6	1,40	1,15	1,49	1,35	0,34
7	1,45	1,62	1,66	1,58	0,21
8	1,52	1,20	1,71	1,48	0,51
9	2,16	1,25	1,12	1,51	1,04
10	1,26	1,43	1,25	1,31	0,18
11	1,31	1,33	1,96	1,53	0,65
12	0,98	2,29	2,12	1,80	1,31
13	1,91	2,04	1,34	1,76	0,70
14	2,16	1,98	1,47	1,87	0,69
15	2,41	1,93	1,99	2,11	0,48
16	1,22	2,01	1,35	1,53	0,79
17	1,86	1,33	0,95	1,38	0,91
18	2,11	2,16	1,69	1,99	0,47
19	1,48	0,70	2,33	1,50	1,63
20	1,38	1,23	1,38	1,33	0,15
21	1,66	1,71	2,26	1,88	0,60
22	1,55	1,39	2,17	1,70	0,78
23	2,11	0,80	1,33	1,41	1,31
24	0,85	1,83	2,34	1,67	1,49
25	2,06	0,73	1,48	1,42	1,33
26	1,73	0,75	2,04	1,51	1,29
27	1,96	1,06	2,13	1,72	1,07
28	1,72	1,13	1,99	1,61	0,86
29	2,16	0,98	2,21	1,78	1,23
30	1,62	1,01	1,84	1,49	0,83

Fonte: Elaborado pelo autor

**APÊNDICE D – Medições penetração de solda no material 2 (P CH 2)**

Amostra	X1	X2	X3	$\bar{X}$	R
1	1,13	1,40	1,60	1,38	0,47
2	1,25	1,42	0,91	1,19	0,51
3	0,88	1,45	1,05	1,13	0,57
4	1,45	1,35	1,50	1,43	0,15
5	1,13	1,32	0,96	1,14	0,36
6	1,03	1,32	1,32	1,22	0,29
7	1,23	1,52	0,91	1,22	0,61
8	1,32	1,35	1,08	1,25	0,27
9	1,33	1,42	1,20	1,32	0,22
10	1,43	1,16	1,35	1,31	0,27
11	1,18	1,43	1,13	1,25	0,30
12	0,93	1,23	0,88	1,01	0,35
13	0,78	0,95	0,98	0,90	0,20
14	0,98	1,00	0,75	0,91	0,25
15	0,85	0,75	1,21	0,94	0,46
16	0,80	0,70	1,11	0,87	0,41
17	1,58	1,66	0,85	1,36	0,81
18	1,16	0,75	1,03	0,98	0,41
19	1,21	1,81	1,41	1,48	0,60
20	0,88	0,98	1,46	1,11	0,58
21	1,23	1,68	0,80	1,24	0,88
22	1,18	1,76	1,13	1,36	0,63
23	1,11	1,54	1,46	1,37	0,43
24	1,91	1,48	1,81	1,73	0,43
25	1,16	1,67	1,86	1,56	0,70
26	1,00	1,81	1,43	1,41	0,81
27	1,00	1,45	1,84	1,43	0,84
28	1,03	1,91	1,72	1,55	0,88
29	0,91	1,10	1,67	1,23	0,76
30	0,71	1,27	1,92	1,30	1,21

Fonte: Elaborado pelo autor

## APÊNDICE E – Demonstrações do cálculo dos intervalos de confiança

Intervalo de confiança para perna de solda no material 1:

$$\widehat{Cp} \sqrt{\frac{X_{1-\alpha/2, n-1}^2}{n-1}} \leq Cp \leq \widehat{Cp} \sqrt{\frac{X_{\alpha/2, n-1}^2}{n-1}}$$

$$0,86 \sqrt{\frac{16,05}{29}} \leq Cp \leq 0,86 \sqrt{\frac{45,72}{29}}$$

$$0,63 \leq Cp \leq 1,08$$

$$\widehat{Cpk} \left[ 1 - Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{1}{9n\widehat{Cpk}^2} + \frac{1}{2(n-1)}} \right] \leq Cpk \leq \widehat{Cpk} \left[ 1 + Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{1}{9n\widehat{Cpk}^2} + \frac{1}{2(n-1)}} \right]$$

$$0,65 \left[ 1 - 1,96 \sqrt{\frac{1}{9 \times 30 \times 0,65^2} + \frac{1}{58}} \right] \leq Cpk \leq 0,65 \left[ 1 + 1,96 \sqrt{\frac{1}{9 \times 30 \times 0,65^2} + \frac{1}{58}} \right]$$

$$0,44 \leq Cpk \leq 0,85$$

Intervalo de confiança para perna de solda no material 2:

$$\widehat{Cp} \sqrt{\frac{X_{1-\alpha/2, n-1}^2}{n-1}} \leq Cp \leq \widehat{Cp} \sqrt{\frac{X_{\alpha/2, n-1}^2}{n-1}}$$

$$1,57 \sqrt{\frac{16,05}{29}} \leq Cp \leq 1,57 \sqrt{\frac{45,72}{29}}$$

$$1,16 \leq Cp \leq 1,97$$

$$\widehat{Cpk} \left[ 1 - Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{1}{9n\widehat{Cpk}^2} + \frac{1}{2(n-1)}} \right] \leq Cpk \leq \widehat{Cpk} \left[ 1 + Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{1}{9n\widehat{Cpk}^2} + \frac{1}{2(n-1)}} \right]$$

$$1,32 \left[ 1 - 1,96 \sqrt{\frac{1}{9 \times 30 \times 1,32^2} + \frac{1}{58}} \right] \leq Cpk \leq 1,32 \left[ 1 + 1,96 \sqrt{\frac{1}{9 \times 30 \times 1,32^2} + \frac{1}{58}} \right]$$

$$0,95 \leq Cpk \leq 1,68$$

Intervalo de confiança para penetração de solda no material 1:

$$\widehat{Cp} \sqrt{\frac{X_{1-\alpha/2, n-1}^2}{n-1}} \leq Cp \leq \widehat{Cp} \sqrt{\frac{X_{\alpha/2, n-1}^2}{n-1}}$$

$$0,71 \sqrt{\frac{16,05}{29}} \leq Cp \leq 0,71 \sqrt{\frac{45,72}{29}}$$

$$0,53 \leq Cp \leq 0,89$$

$$\widehat{Cpk} \left[ 1 - Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{1}{9n\widehat{Cpk}^2} + \frac{1}{2(n-1)}} \right] \leq Cpk \leq \widehat{Cpk} \left[ 1 + Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{1}{9n\widehat{Cpk}^2} + \frac{1}{2(n-1)}} \right]$$

$$0,63 \left[ 1 - 1,96 \sqrt{\frac{1}{9 \times 30 \times 0,63^2} + \frac{1}{58}} \right] \leq Cpk \leq 0,63 \left[ 1 + 1,96 \sqrt{\frac{1}{9 \times 30 \times 0,63^2} + \frac{1}{58}} \right]$$

$$0,43 \leq Cpk \leq 0,83$$

Intervalo de confiança para penetração de solda no material 2:

$$\widehat{Cp} \sqrt{\frac{X_{1-\alpha/2, n-1}^2}{n-1}} \leq Cp \leq \widehat{Cp} \sqrt{\frac{X_{\alpha/2, n-1}^2}{n-1}}$$

$$1,08 \sqrt{\frac{16,05}{29}} \leq Cp \leq 1,08 \sqrt{\frac{45,72}{29}}$$

$$0,80 \leq Cp \leq 1,36$$

$$\widehat{Cpk} \left[ 1 - Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{1}{9n\widehat{Cpk}^2} + \frac{1}{2(n-1)}} \right] \leq Cpk \leq \widehat{Cpk} \left[ 1 + Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{1}{9n\widehat{Cpk}^2} + \frac{1}{2(n-1)}} \right]$$

$$0,81 \left[ 1 - 1,96 \sqrt{\frac{1}{9 \times 30 \times 0,81^2} + \frac{1}{58}} \right] \leq Cpk \leq 0,81 \left[ 1 + 1,96 \sqrt{\frac{1}{9 \times 30 \times 0,81^2} + \frac{1}{58}} \right]$$

$$0,56 \leq Cpk \leq 1,05$$

## ANEXO A – Fatores para construção de gráficos de controle para variáveis

Observações na Amostra, n	Gráfico para Médias				Gráfico para Desvios-padrão				Gráfico para Amplitudes							
	Fatores para Limites de Controle		Fatores para Linha Central		Limites de Controle		Fatores para Linha Central		Fatores para Limites de Controle		Fatores para Linha Central					
	A	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	c <sub>4</sub>	1/c <sub>4</sub>	B <sub>3</sub>	B <sub>4</sub>	B <sub>5</sub>	B <sub>6</sub>	d <sub>3</sub>	D <sub>1</sub>	D <sub>2</sub>	D <sub>3</sub>	D <sub>4</sub>		
2	2,121	1,880	2,659	0,7979	1,2533	0	3,267	0	2,606	1,128	0,8865	0,853	0	3,686	0	3,267
3	1,732	1,023	1,954	0,8862	1,1284	0	2,568	0	2,276	1,693	0,5907	0,888	0	4,358	0	2,574
4	1,500	0,729	1,628	0,9213	1,0854	0	2,266	0	2,088	2,059	0,4857	0,880	0	4,698	0	2,282
5	1,342	0,577	1,427	0,9400	1,0638	0	2,089	0	1,964	2,326	0,4299	0,864	0	4,918	0	2,114
6	1,225	0,483	1,287	0,9515	1,0510	0,030	1,970	0,029	1,874	2,534	0,3946	0,848	0	5,078	0	2,004
7	1,134	0,419	1,182	0,9594	1,0423	0,118	1,882	0,113	1,806	2,704	0,3698	0,833	0,204	5,204	0,076	1,924
8	1,061	0,373	1,099	0,9650	1,0363	0,185	1,815	0,179	1,751	2,847	0,3512	0,820	0,388	5,306	0,136	1,864
9	1,000	0,337	1,032	0,9693	1,0317	0,239	1,761	0,232	1,707	2,970	0,3367	0,808	0,547	5,393	0,184	1,816
10	0,949	0,308	0,975	0,9727	1,0281	0,284	1,716	0,276	1,669	3,078	0,3249	0,797	0,687	5,469	0,223	1,777
11	0,905	0,285	0,927	0,9754	1,0252	0,321	1,679	0,313	1,637	3,173	0,3152	0,787	0,811	5,535	0,256	1,744
12	0,866	0,266	0,886	0,9776	1,0229	0,354	1,646	0,346	1,610	3,258	0,3069	0,778	0,922	5,594	0,283	1,717
13	0,832	0,249	0,850	0,9794	1,0210	0,382	1,618	0,374	1,585	3,336	0,2998	0,770	1,025	5,647	0,307	1,693
14	0,802	0,235	0,817	0,9810	1,0194	0,406	1,594	0,399	1,563	3,407	0,2935	0,763	1,118	5,696	0,328	1,672
15	0,775	0,223	0,789	0,9823	1,0180	0,428	1,572	0,421	1,544	3,472	0,2880	0,756	1,203	5,741	0,347	1,653
16	0,750	0,212	0,763	0,9835	1,0168	0,448	1,552	0,440	1,526	3,532	0,2831	0,750	1,282	5,782	0,363	1,637
17	0,728	0,203	0,739	0,9845	1,0157	0,466	1,534	0,458	1,511	3,588	0,2787	0,744	1,356	5,820	0,378	1,622
18	0,707	0,194	0,718	0,9854	1,0148	0,482	1,518	0,475	1,496	3,640	0,2747	0,739	1,424	5,856	0,391	1,608
19	0,688	0,187	0,698	0,9862	1,0140	0,497	1,503	0,490	1,483	3,689	0,2711	0,734	1,487	5,891	0,403	1,597
20	0,671	0,180	0,680	0,9869	1,0133	0,510	1,490	0,504	1,470	3,735	0,2677	0,729	1,549	5,921	0,415	1,585
21	0,655	0,173	0,663	0,9876	1,0126	0,523	1,477	0,516	1,459	3,778	0,2647	0,724	1,605	5,951	0,425	1,575
22	0,640	0,167	0,647	0,9882	1,0119	0,534	1,466	0,528	1,448	3,819	0,2618	0,720	1,659	5,979	0,434	1,566
23	0,626	0,162	0,633	0,9887	1,0114	0,545	1,455	0,539	1,438	3,858	0,2592	0,716	1,710	6,006	0,443	1,557
24	0,612	0,157	0,619	0,9892	1,0109	0,555	1,445	0,549	1,429	3,895	0,2567	0,712	1,759	6,031	0,451	1,548
25	0,600	0,153	0,606	0,9896	1,0105	0,565	1,435	0,559	1,420	3,931	0,2544	0,708	1,806	6,056	0,459	1,541

Para n &gt; 25.

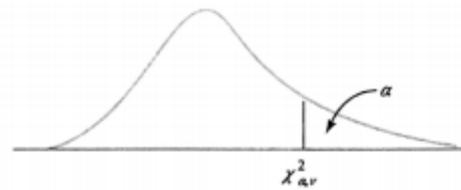
$$A = \frac{3}{\sqrt{n}} \quad A_3 = \frac{3}{c_4 \sqrt{n}} \quad c_4 = \frac{4(n-1)}{4n-3}$$

$$B_3 = 1 - \frac{3}{c_4 \sqrt{2(n-1)}} \quad B_4 = 1 + \frac{3}{c_4 \sqrt{2(n-1)}}$$

$$B_5 = c_4 - \frac{3}{\sqrt{2(n-1)}} \quad B_6 = c_4 + \frac{3}{\sqrt{2(n-1)}}$$



## ANEXO B – Tabela da distribuição Qui-Quadrado



$\nu$	0,995	0,990	0,975	0,950	0,500	0,050	0,025	0,010	0,005
1	0,00 +	0,00 +	0,00 +	0,00 +	0,45	3,84	5,02	6,63	7,88
2	0,01	0,02	0,05	0,10	1,39	5,99	7,38	9,21	10,60
3	0,07	0,11	0,22	0,35	2,37	7,81	9,35	11,34	12,84
4	0,21	0,30	0,48	0,71	3,36	9,49	11,14	13,28	14,86
5	0,41	0,55	0,83	1,15	4,35	11,07	12,38	15,09	16,75
6	0,68	0,87	1,24	1,64	5,35	12,59	14,45	16,81	18,55
7	0,99	1,24	1,69	2,17	6,35	14,07	16,01	18,48	20,28
8	1,34	1,65	2,18	2,73	7,34	15,51	17,53	20,09	21,96
9	1,73	2,09	2,70	3,33	8,34	16,92	19,02	21,67	23,59
10	2,16	2,56	3,25	3,94	9,34	18,31	20,48	23,21	25,19
11	2,60	3,05	3,82	4,57	10,34	19,68	21,92	24,72	26,76
12	3,07	3,57	4,40	5,23	11,34	21,03	23,34	26,22	28,30
13	3,57	4,11	5,01	5,89	12,34	22,36	24,74	27,69	29,82
14	4,07	4,66	5,63	6,57	13,34	23,68	26,12	29,14	31,32
15	4,60	5,23	6,27	7,26	14,34	25,00	27,49	30,58	32,80
16	5,14	5,81	6,91	7,96	15,34	26,30	28,85	32,00	34,27
17	5,70	6,41	7,56	8,67	16,34	27,59	30,19	33,41	35,72
18	6,26	7,01	8,23	9,39	17,34	28,87	31,53	34,81	37,16
19	6,884	7,63	8,91	10,12	18,34	30,14	32,85	36,19	38,58
20	7,43	8,26	9,59	10,85	19,34	31,41	34,17	37,57	40,00
25	10,52	11,52	13,12	14,61	24,34	37,65	40,65	44,31	46,93
30	13,79	14,95	16,79	18,49	29,34	43,77	46,98	50,89	53,67
40	20,71	22,16	24,43	26,51	39,34	55,76	59,34	63,69	66,77
50	27,99	29,71	32,36	34,76	49,33	67,50	71,42	76,15	79,49
60	35,53	37,48	40,48	43,19	59,33	79,08	83,30	88,38	91,95
70	43,28	45,44	48,76	51,74	69,33	90,53	95,02	100,42	104,22
80	51,17	53,54	57,15	60,39	79,33	101,88	106,63	112,33	116,32
90	59,20	61,75	65,65	69,13	89,33	113,14	118,14	124,12	128,30
100	67,33	70,06	74,22	77,93	99,33	124,34	129,56	135,81	140,17

$\nu$  = graus de liberdade

Fonte: Adaptado com permissão de *Biometrika Tables for Statisticians*, Vol. 1, 3ª ed., de E. S. Pearson e H. O. Hartley, Cambridge University Press, Cambridge, 1966.

