

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS**  
**Curso de Pós-Graduação em Engenharia Metalúrgica, Materiais e de Minas**  
**Mestrado Profissional**

Rick Marcel da Silva Lima

**“OTIMIZAÇÃO DOS PROCESSOS DE MOAGEM E FLOTAÇÃO UTILIZANDO O  
MODELO DO BALANÇO POPULACIONAL POR CLASSES DE TAMANHO,  
MINERAL E LIBERAÇÃO DO MINÉRIO DE GRAFITA”**

Belo Horizonte

2021

Rick Marcel da Silva Lima

**“OTIMIZAÇÃO DOS PROCESSOS DE MOAGEM E FLOTAÇÃO UTILIZANDO O  
MODELO DO BALANÇO POPULACIONAL POR CLASSES DE TAMANHO,  
MINERAL E LIBERAÇÃO DO MINÉRIO DE GRAFITA”**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Engenharia Metalúrgica, Materiais e de Minas da UFMG – Mestrado Profissional da Universidade Federal de Minas Gerais como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia Metalúrgica, Materiais e de Minas.

Orientador: Dr. Luiz Claudio Monteiro  
Montenegro

Coorientador: Dr. Roberto Galery

Belo Horizonte

2021

L732o

Lima, Rick Marcel da Silva.

Otimização dos processos de moagem e concentração por flotação por classes de tamanho, mineral e liberação de minério de grafita [recurso eletrônico] / Rick Marcel da Silva Lima. – 2021.

1 recurso online (101 f. : il., color.) : pdf.

Orientador: Luiz Claudio Monteiro Montenegro.

Coorientador: Roberto Galery.

Dissertação (mestrado profissional) - Universidade Federal de Minas Gerais, Escola de Engenharia.

Bibliografia: f. 99-101..

1. Engenharia de minas - Teses. 2. Tecnologia mineral - Teses.  
3. Flotação - Teses. 4. Moagem - Teses. 5. Otimização - Teses.  
I. Montenegro, Luiz Cláudio Monteiro. II. Galery, Roberto. III. Universidade Federal de Minas Gerais. Escola de Engenharia. IV. Título.

CDU: 622(043)



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS**  
**ESCOLA DE ENGENHARIA**  
Curso de Pós-Graduação em Engenharia Metalúrgica,  
Materiais e de Minas da UFMG - Mestrado Profissional

UF **m** G

**OTIMIZAÇÃO DOS PROCESSOS DE MOAGEM E  
CONCENTRAÇÃO POR FLOTAÇÃO POR CLASSES DE TAMANHO,  
MINERAL E LIBERAÇÃO DE MINÉRIO DE GRAFITA**

**RICK MARCEL DA SILVA LIMA**

Dissertação submetida à Comissão Examinadora designada pelo Colegiado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia Metalúrgica, Materiais e de Minas da UFMG – Mestrado Profissional da Universidade Federal de Minas Gerais como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Metalúrgica, Materiais e de Minas.

Aprovada em 30 de abril de 2021.

Por:

Prof. Dr. Luiz Claudio Monteiro Montenegro (UFMG)  
Orientador

Prof. Dr. Roberto Galery (UFMG)

Prof. Dr. Gilberto Rodrigues da Silva (UFMG)

Prof. Noeber Maciel Orsine (UFMG)



À Priscilla (Morinho) e Arthur (Tutu), minha esposa e filho, pelo amor, amizade e pelo apoio incondicional e sempre me apoiarem nos estudos.

## **AGRADECIMENTOS**

O autor agradece a todos aqueles que, direta ou indiretamente, colaboraram na preparação deste trabalho e, em particular:

Aos professores Roberto Galery, Luiz Claudio Monteiro MONTENEGRO e Gilberto Rodrigues Silva, pela orientação e amizade.

A João Carlos, Wilson e Bolivar pela parceria e amizade ao longo dessa caminhada do mestrado que trilhamos juntos.

Agradeço também a Syrah Resources:

Ercílio Rangel e Lusitana Pinheiro pelo suporte durante os testes de laboratório.

Noeber Orsine (Tinó) pelo incentivo.

Mathew Tidswell (Mat) pela oportunidade e confiança.

## RESUMO

Atualmente, somente 60% de toda a produção de Finos (SyrFin) da Syrah apresenta teor de carbono que atende as especificações de mercado. Isto tem gerado uma perda de arrecadação e um aumento nos custos. A adequação do produto às especificações de mercado necessariamente passa pela otimização do processo de moagem e concentração. A otimização de processos de moagem e concentração por flotação é um desafio. Na etapa de moagem o transporte de massa ocorre entre as classes de tamanho, mineral e liberação. O transporte de massa entre as classes de tamanho, mineral e liberação depende das características dos minerais presentes, bem como, das condições operacionais do processo. Na concentração por flotação não há transporte significativo de massa entre as classes, mas o fluxo é dividido, segundo as características de tamanho, mineral e liberação e das condições operacionais do processo, compondo os fluxos de concentrado e rejeito. Para determinar o grau de moagem mais adequado ao processo, é necessário conhecer o impacto da moagem nas operações de concentração. Quando o projeto envolve a otimização de mais de uma etapa, como é o caso, o problema torna-se infinitamente maior obrigando a uma abordagem mais segura e menos dispendiosa do que a simples realização direta de ensaios em laboratório. A simulação apresentou-se como a melhor alternativa para a otimização. Com a aplicação do modelo do balanço populacional por classes de tamanho e liberação foi possível determinar que a hidrofobicidade da grafita é o suficiente para explicar o transporte de massa do mineral de ganga nas faixas mais grosseiras para o concentrado. Em outras palavras o mineral de ganga é conduzido para o flotado associado a parte hidrofóbica da grafita. Ao ignorar a liberação a conclusão seria que há um excesso de coletor. Quando na verdade tratava-se de um problema de moagem. A abordagem correta do problema permitiu, no teste otimizado, uma recuperação de grafita acima de 93% e teores de carbono acima de 91%.

Palavras-chave: processamento mineral, balanço de massa, balanço populacional, classes, simulação, flotação, moagem, liberação

## ABSTRACT

Currently, only 60% of all Syrah's Fines (SyrFin) production has a carbon content that meets market specifications. This has generated a loss of revenue and an increase in costs. The adequacy of the product to market specifications necessarily involves the optimization of the grinding and concentration process. The optimization of milling and concentration processes by flotation is a challenge. In the grinding stage, mass transport takes place between size classes, mineral and liberation. The mass transport between size classes, mineral and liberation depends on the characteristics of the minerals present, as well as the operational conditions of the process. In concentration by flotation there is no significant mass transport between the classes, but the flow is divided, according to the characteristics of size, mineral and liberation and the operational conditions of the process, composing the concentrate and tailings flows. To determine the most suitable grinding degree for the process, it is necessary to know the impact of grinding on concentration operations. When the project involves the optimization of more than one step, as is the case, the problem becomes infinitely greater, requiring a safer and less expensive approach than the simple direct test done in laboratory. Simulation presented itself as the best alternative for optimization. With the application of the population balance model by size classes and liberation, it was possible to determine that the hydrophobicity of graphite is sufficient to explain the gangue mineral mass transport in the coarser classes to the concentrate. In other words, the gangue mineral is led to the concentrate associated with the hydrophobic part of the graphite. By ignoring the liberation, the conclusion would be that there is an excess of collector. When in fact it was a grinding problem. The correct approach to the problem allowed, in the optimized test, a graphite recovery above 93% and carbon contents above 91%.

Keywords: Mineral Processing, Mass Balance, Population Balance, Simulation, Flotation, Grinding, Liberation

## LISTA DE FIGURAS

Figura 3.1 - Localização do Projeto de Grafita em Moçambique .....	18
Figura 3.2 - Fluxograma de Processamento de Grafita .....	20
Figura 3.3 - Circuito de Moagem Flotação .....	21
Figura 3.4 - Estrutura da grafita. Os átomos de carbono formam anéis hexagonais contidos num mesmo espaço plano, formando lâminas que se mantêm juntas por forças de atração mútua. (Adaptado de Mundo Educação) .....	22
Figura 3.5 – Grafita Natural .....	22
Figura 3.6 – Relação entre as classes de tamanho – i e a medidas de distribuição granulométrica por peneiramento.....	25
Figura 3.7 - Análise granulométrica (Grafita).....	26
Figura 3.8 – As medidas da classe de tamanho liberação– ijk e a medidas de distribuição granulométrica por peneiramento (MONTENEGRO, 2020). .....	29
Figura 3.9 - Diagrama de Andrews-Mika de uma amostra de taconita (CETEM/MCT, 2010)..	29
Figura 3.10 - Liberação de diferentes texturas para vários processos de concentração/hidrometalurgia (Adaptado de Mariano (2016)).....	31
Figura 3.11 - Formatos característicos da Função Distribuição de Probabilidade Beta. (Santos,2018). .....	32
Figura 3.12 - Partículas contendo dois minerais com distintas proporções (adaptado de Spencer e Sutherland, 2000) .....	33
Figura 3.13 - Variedade de texturas minerais que seriam associadas a possíveis seções em uma sequência de partículas compostas por dois minerais (adaptado de Spencer e Sutherland, 2000) .....	33
Figura 3.14 – Níveis do balanço de Massa.....	34
Figura 3.15 - Transporte de massa entre as classes de tamanho (nível 3), mineral (nível 4) e liberação (nível 5).....	35
Figura 3.16 – Divisão de fluxos no processo de flotação.....	35
Figura 3.17 - Caracterização para o balanço de massa por classe de tamanho (i), mineral (j), e liberação (k) nos níveis 1, 2, 3, 4 e 5 .....	38
Figura 3.17 - Faixa de potência e redução de tamanho teóricos para os diferentes tipos de Moinhos (Fonte: Basic in Mineral Processing).....	42
Figura 3.18 - Movimento da carga de Bolas (adapadtado de Wills, 2006).....	43
Figura 3.19 - Variação da velocidade específica de quebra com o tamanho das partículas(adaptado de Austin, 1984).....	46
Figura 3.20 - Função Quebra, $B_{i,j}$ (adaptado de Austin, 1984).....	47
Figura 3.21 - Equações de transporte de massa no nível 3 entre as classes de tamanho(i). .....	49

Figura 3.22 - Equações de transporte de massa no nível 4 entre as classes de tamanho(i) e mineral(j). .....	49
Figura 3.23 - Equações de transporte de massa no nível 5 entre as classes de tamanho(i), mineral(j) e liberação(k) partículas mistas.....	50
Figura 3.24 - Equações de transporte de massa no nível 5 entre as classes de tamanho(i), mineral(j) e liberação(k) partículas livres. ....	50
Figura 3.25 - Diagrama esquemático de uma célula de flotação convencional .....	51
Figura 3.26 - Fluxograma de Flotação .....	51
Figura 3.27 - Mineral hidrofílico e Hidrofóbico .....	54
Figura 3.28 - Padrão de fluxo típico em uma Célula de Flotação mecânica.....	54
Figura 3.29 – Ciclo de uma partícula na fase de polpa (adaptado de King et al, 1974).....	55
Figura 3.30 - Transporte de massa no processo de flotação (adaptado de Laplante et al., 1989).	56
Figura 3.31 - Representação esquemática dos efeitos da flotação verdadeira e do arraste mecânico nas zonas de coleta e espuma (MONTENEGRO, 2001).....	57
Figura 3.32 - Representação das classes de tamanho, mineral e liberação na alimentação da flotação .....	58
Figura 3.33 - Flotabilidade por classes de tamanho i e mineral j.....	59
Figura 3.34 - A relação entre a velocidade superficial do ar $J_g$ , velocidade superficial de bolhas, flotabilidade $P_{ij}$ e a constante cinética. ....	67
Figura 3.35 – Efeito da dosagem do coletor sobre a recuperação por flotação verdadeira do mineral j na classe de tamanho i na zona de coleta (MONTENEGRO, 2001).....	68
Figura 3.36 - Efeito do aumento do diâmetro de bolha sobre a recuperação por flotação verdadeira do mineral j na classe de tamanho i na zona de coleta (MONTENEGRO, 2001).....	68
Figura 3.37 - Efeito do aumento da densidade da partícula a recuperação por flotação verdadeira do mineral j na classe de tamanho i na zona de coleta (MONTENEGRO, 2001).....	69
Figura 3.38 - Efeito do aumento da viscosidade da polpa a recuperação por flotação verdadeira do mineral j na classe de tamanho i na zona de coleta (MONTENEGRO, 2001).....	69
Figura 3.39 - Representação esquemática dos mais importantes mecanismos de colisão (Plate e Schulze, 1991). ....	70
Figura 3.40 - Dependência das forças de adesão e desagregação sobre o tamanho das partículas considerando dois minerais um mais hidrofóbico, mineral (1) e outro menos hidrofóbico, mineral (2). .....	71
Figura 3.41 - Bombeamento da água da polpa para a espuma (Savassi, Alexander, Franzidis e Manlapig, 1998). ....	75
Figura 3.42 - Balanço de massa da água no processo de flotação considerando o reciclo da água da região da espuma (zona de limpeza) para a polpa (zona de coleta). ....	76
Figura 3.43 - Coletor alterando/modificando superfície mineral .....	52

Figura 3.44 - Molécula heteropolar.....	53
Figura 3.45 - Ação do Espumante (WILLS, 2006).....	53
Figura 4.1 - Fluxograma simplificado do circuito PreCleaner da Syrah.....	79
Figura 4.2 - Fluxograma do circuito utilizado para a preparação das amostras para a realização dos testes na célula de flotação de laboratório e para a caracterização. ....	81
Figura 4.3 - Peneiramento combinado realizado para a análise granulométrica.....	82
Figura 4.4 – Diagrama esquemático do circuito montado para a calibração dos parâmetros dos modelos do balanço populacional.....	83
Figura 4.5 – Moinho de bolas de Laboratório (PLASTICO+HACKETT) .....	84
Figura 4.6 - Célula de flotação FLSmidth modelo ESSA FTM100.....	85
Figura 4.7 – Balanços de massa do Moinho e Flotação.....	87
Figura 4.8 – Uso da função bela para a reconciliação do grau de liberação glij e teor gij na classe de tamanho 300µm.....	92
Figura 5.1 - Distribuição granulométrica entre os valores calculados diretamente pelo fechamento do balanço de massa simples da divisão dos fluxos concentrado e rejeito dos testes de flotação e o gerado pelo modelo do balanço populacional (transporte entre as classes) para o minério, grafita e mineral de ganga. ....	97
Figura 5.2 - Distribuição granulométrica do produto da moagem e da alimentação da flotação - minério. ....	98
Figura 5.3 - Distribuição granulométrica do produto da moagem e da alimentação da flotação – grafita. ....	99
Figura 5.4 - Distribuição granulométrica do produto da moagem e da alimentação da flotação – mineral de ganga. ....	100
Figura 5.5 – Função seleção do minério (i), da grafita (ij) e do mineral de ganga (ij).....	101
Figura 5.6 – Grau de liberação como função do tamanho da partícula.....	102
Figura 5.7 - Distribuições do mineral grafita (j) nas classes de tamanho (i) 300µm, 180 µm,150 µm, 100 µm, 45 µm e 0 µm nas classes de liberação (k) – 0%, 5%, 15%, 25%, 35%, 45%, 55%, 65%, 75%, 85%, 95% e 100% de grafita em massa na partícula.....	103
Figura 5.8 - Impacto da moagem no grau de liberação da grafita no minério.....	104
Figura 5.9 - Impacto da moagem no grau de liberação do mineral de ganga no minério. ....	105
Figura 5.10 - Impacto da moagem no grau de liberação do mineral do mineral-minério e mineral de ganga no minério.....	105
Figura 5.11 - Impacto da moagem na recuperação do mineral, mineral-minério e mineral de ganga no minério, mineral minério e mineral de ganga por faixa de tamanho.....	107
Figura 5.12 - As curvas de recuperação por flotação verdadeira na zona de coleta e espuma e o arraste mecânico na zona de coleta e espuma.....	108

Figura 5.13 – Distribuições das classes de liberação alimentação e concentrado - Separação das classes de liberação Impacto da moagem no grau de liberação da grafita no minério.....	109
Figura 5.14 – Distribuições das classes de liberação alimentação e concentrado - Separação das classes de liberação Impacto da moagem no grau de liberação da grafita no minério.....	110
Figura 5.15 – Distribuições das classes de liberação alimentação e concentrado - Separação das classes de liberação Impacto da moagem no grau de liberação da grafita no minério.....	111
Figura 5.16 – Distribuições das classes de liberação alimentação e concentrado - Separação das classes de liberação Impacto da moagem no grau de liberação da grafita no minério.....	112
Figura 5.17 – Distribuições das classes de liberação alimentação e concentrado - Separação das classes de liberação Impacto da moagem no grau de liberação da grafita no minério.....	113



## LISTA DE TABELAS

Tabela 3.I - Modelos de Distribuição de Granulométrica (Spotswood, 1982).....	27
Tabela 3.II - Equações do balanço de massa nos níveis 1, 2, 3, 4 e 5 nas classes de tamanho (i), mineral (j) e liberação (k).....	36
Tabela 3.III - Equações de recuperação 360 graus nos níveis 1, 2, 3, 4 e 5 nas classes de tamanho(i), mineral(j) e liberação(k).....	37
Tabela 3.IV - Equações de recuperação nos níveis 1, 2, 3, 4 e 5 nas classes de tamanho(i), mineral(j) e liberação(k). ....	38
Tabela 4.I – Condições Operacionais da Moagem.....	84
Tabela 4.II – Condições operacionais da flotação.....	85

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO.....</b>	<b>16</b>
<b>2</b>	<b>OBJETIVOS .....</b>	<b>17</b>
<b>3</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....</b>	<b>18</b>
3.1	SYRAH RESOURCES.....	18
3.2	GRAFITA.....	22
3.3	CONCEITOS BÁSICOS DO MODELO DO BALANÇO POPULACIONAL.....	23
3.3.1	NÍVEIS NO BALANÇO DE MASSA.....	23
3.3.2	NÍVEL 1 - VAZÃO DA POLPA .....	23
3.3.3	NÍVEL 2 - VAZÃO DO MINÉRIO.....	24
3.3.4	NÍVEL 3 - DISTRIBUIÇÃO GRANULOMÉTRICA – CLASSE DE TAMANHO ( <i>i</i> ) 24	
3.3.5	NÍVEL 3 - ANÁLISE MINERALÓGICA / ANÁLISE QUÍMICA - CLASSE DO MINERAL ( <i>j</i> ).....	27
3.3.6	NÍVEL 4 - ANÁLISE MINERALÓGICA / ANÁLISE QUÍMICA POR CLASSE DE TAMANHO - MINERAL ( <i>j</i> ) NA CLASSE DE TAMANHO ( <i>i</i> ).....	27
3.3.7	NÍVEL 4 - LIBERAÇÃO - CLASSES DE LIBERAÇÃO ( <i>k</i> ) DO MINERAL ( <i>j</i> ) NA CLASSE DE TAMANHO ( <i>i</i> ) .....	28
3.3.7.1	FUNÇÃO BETA .....	31
3.3.7.2	NÍVEL 4 - LIBERAÇÃO - CLASSES DE LIBERAÇÃO ( <i>k</i> ) DO MINERAL ( <i>j</i> ) NA CLASSE DE TAMANHO ( <i>i</i> ) – ERROS ESTEREOLÓGICOS .....	32
3.3.7.3	RELAÇÃO DOS NÍVEIS DO BALANÇO DE MASSA POLPA, MINÉRIO, MINERAL, DISTRIBUIÇÃO GRANULOMÉTRICA E LIBERAÇÃO.....	34
3.4	COMINUIÇÃO .....	39
3.5	PROCESSOS DE MOAGEM .....	40
3.6	MODELAGEM E SIMULAÇÃO DOS PROCESSOS DE MOAGEM .....	43
3.6.1	MODELOS MATEMÁTICOS .....	43
3.6.2	MODELO DO BALANÇO POPULACIONAL .....	43
3.6.3	FUNÇÃO SELEÇÃO OU VELOCIDADE ESPECÍFICA DE QUEBRA .....	45
3.6.4	FUNÇÃO QUEBRA .....	47
3.6.5	METODOLOGIAS UTILIZADAS PARA A DETERMINAÇÃO DE PARÂMETROS DE QUEBRA, $B_{11}$ E $S_{11}$ .....	48
3.7	FLOTAÇÃO .....	51
3.7.1	FLOTAÇÃO VERDADEIRA.....	54
3.7.1.1	MODELAGEM DA FLOTAÇÃO VERDADEIRA .....	63
3.7.1.2	MODELAGEM DO ARRASTE .....	74

3.7.2	REAGENTES.....	52
3.7.2.1	COLETORES.....	<b>Erro! Indicador não definido.</b>
3.7.2.2	ESPUMANTES.....	53
<b>4</b>	<b>METODOLOGIA.....</b>	<b>78</b>
4.1	AMOSTRAGEM DA MOAGEM PRECLEANER DA SYRAH .....	79
4.1.1	PREPARAÇÃO E CARACTERIZAÇÃO DAS AMOSTRAS OBTIDAS DA MOAGEM PRECLEANER DA SYRAH .....	80
4.1.2	TESTES DE MOAGEM E FLOTAÇÃO EM ESCALA DE LABORATÓRIO PARA A CALIBRAÇÃO DO MODELOS DO BALANÇO POPULACIONAL.....	83
4.1.3	CONDIÇÕES OPERACIONAIS.....	84
4.1.3.1	MOAGEM.....	84
4.1.3.2	FLOTAÇÃO.....	85
4.1.4	BALANÇO DE MASSA SISTÊMICO APLICADO AO PROCESSAMENTO MINERAL – PROCESSO DE MOAGEM E FLOTAÇÃO.....	86
<b>5</b>	<b>RESULTADOS .....</b>	<b>96</b>
5.1	MOAGEM - TRANSPORTE DE MASSA QUE OCORRE ENTRE AS CLASSES DE TAMANHO (NÍVEL 3-i), MINERAL (NÍVEL 4-ij), LIBERAÇÃO (NÍVEL 4-ijk)96	
5.2	FLOTAÇÃO - TRANSPORTE DE MASSA DAS CLASSES DE TAMANHO (NÍVEL 3- i), MINERAL (NÍVEL 4-ij), LIBERAÇÃO (NÍVEL 4-ijk) NO PROCESSO.....	106
<b>6</b>	<b>CONCLUSÕES.....</b>	<b>114</b>
<b>7</b>	<b>REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>115</b>

## 1 INTRODUÇÃO

A Syrah Resources Limited é uma empresa australiana de mineração. O Projeto Balama em Moçambique possui um minério de alto teor de carbono. É a maior mina de grafita natural do mundo. As operações em Balama começaram no início de 2018 com previsão lavra de 40 anos. A Syrah produziu mais de 100.000 toneladas de grafite no primeiro ano completo de operações para se tornar o maior produtor mundial. Atualmente, somente 60% de toda a produção de Finos (SyrFin) da Syrah Resources Limited apresenta teor de carbono que atende as especificações de mercado. Isto tem gerado uma perda de arrecadação e um aumento nos custos. O processo de produção dos Finos consiste, basicamente, nas etapas de moagem, classificação e concentração por flotação. A adequação do produto às especificações de mercado necessariamente passa pela otimização dessas etapas.

O mais confiável, para otimização das etapas de moagem, classificação e concentração por flotação, é através de ensaios experimentais diretos em escala industrial. Entretanto, os custos envolvidos inviabilizam essa abordagem. Assim, ensaios devem ser conduzidos em escala de laboratório para selecionar as alternativas com maior chance de sucesso, descartando as alternativas que teriam um impacto negativo em escala industrial. Quando o projeto envolve a otimização de mais de uma etapa do processo, como é o caso, o problema torna-se infinitamente maior, obrigando a uma abordagem mais segura e menos dispendiosa do que a simples realização direta de ensaios em laboratório. Nesse caso, a simulação apresenta-se como a melhor alternativa para a otimização de processos. Para servir de suporte à tomada de decisão, a simulação deve ser coerente com a conservação de massa, com os dados experimentais e com eventos fenomenológicos de cada etapa do processamento mineral. Modelos fenomenológicos de balanço populacional aplicados a moagem e flotação serão utilizados para a simulação do processo, pois contém uma descrição detalhada dos mecanismos que ocorrem no interior do equipamento diferentemente dos modelos empíricos. Os modelos empíricos demandam uma maior quantidade de dados experimentais para a sua calibração e apresentam menor confiabilidade de previsão quando comparados aos modelos fenomenológicos. Além disto os parâmetros dos modelos empíricos não têm, em geral, maior sentido físico, ao contrário dos parâmetros dos modelos fenomenológicos, os quais permitem medida direta.

## **2 OBJETIVOS**

Otimização dos processos de moagem e flotação utilizando o modelo do balanço populacional por classes de tamanho, mineral e liberação do minério de grafita visando alcançar os resultados de projeto de teor de carbono 69% de grafita, na flotação Cleaner 1 com a maior recuperação possível.



Isto tem gerado uma perda de arrecadação e um aumento nos custos, pois desses 40% de produto fora de especificação, parte recebe classificação de produto com valor de mercado baixo ou é reprocessado aumentando seu custo unitário que é de aproximadamente 400 USD/t e preço de venda que é de aproximadamente 500 USD/t. Uma vez que o produto é reprocessado, o processo de ensacamento será realizado novamente, sendo que apenas o saco (Big bag) custa 30 USD. A definição de reprocessamento e reclassificação dos Big bags é dada pela área comercial conforme mercado, baseado na demanda de clientes/mercado e preço.

O processamento do minério de grafita se dá basicamente a partir da combinação de etapas de cominuição (britagem, moagem, remoagem, etc), flotação, separação sólido-líquido (ciclonação, filtração, peneiramento a úmido, etc.) e peneiramento a seco. Tal combinação deveria proporcionar uma separação do mineral de interesse de seus contaminantes gerando um produto de valor econômico dentro das especificações de mercado.

A planta de processamento de grafita foi projetada para processar 2.0 Mtpa ROM e produzir 0.380 Mtpa de concentrado de grafita com carbono de grafita >95% TGC (Carbono Grafítico Total).

A figura 3.2 ilustra o fluxograma completo, que consiste das seguintes operações unitárias:

- Britagem primária;
- Britagem de recirculação
- Moagem Primária
- Moagem secundária
- Moinhos de Polimento
- Células de Atrição
- Classificador Espiral
- Flotação
- Filtração
- Secagem
- Ensacamento

A figura 3.3 ilustra o fluxograma combinado de Moinhos de Polimento PreCleaner e Flotação de grafita a ser estudado.

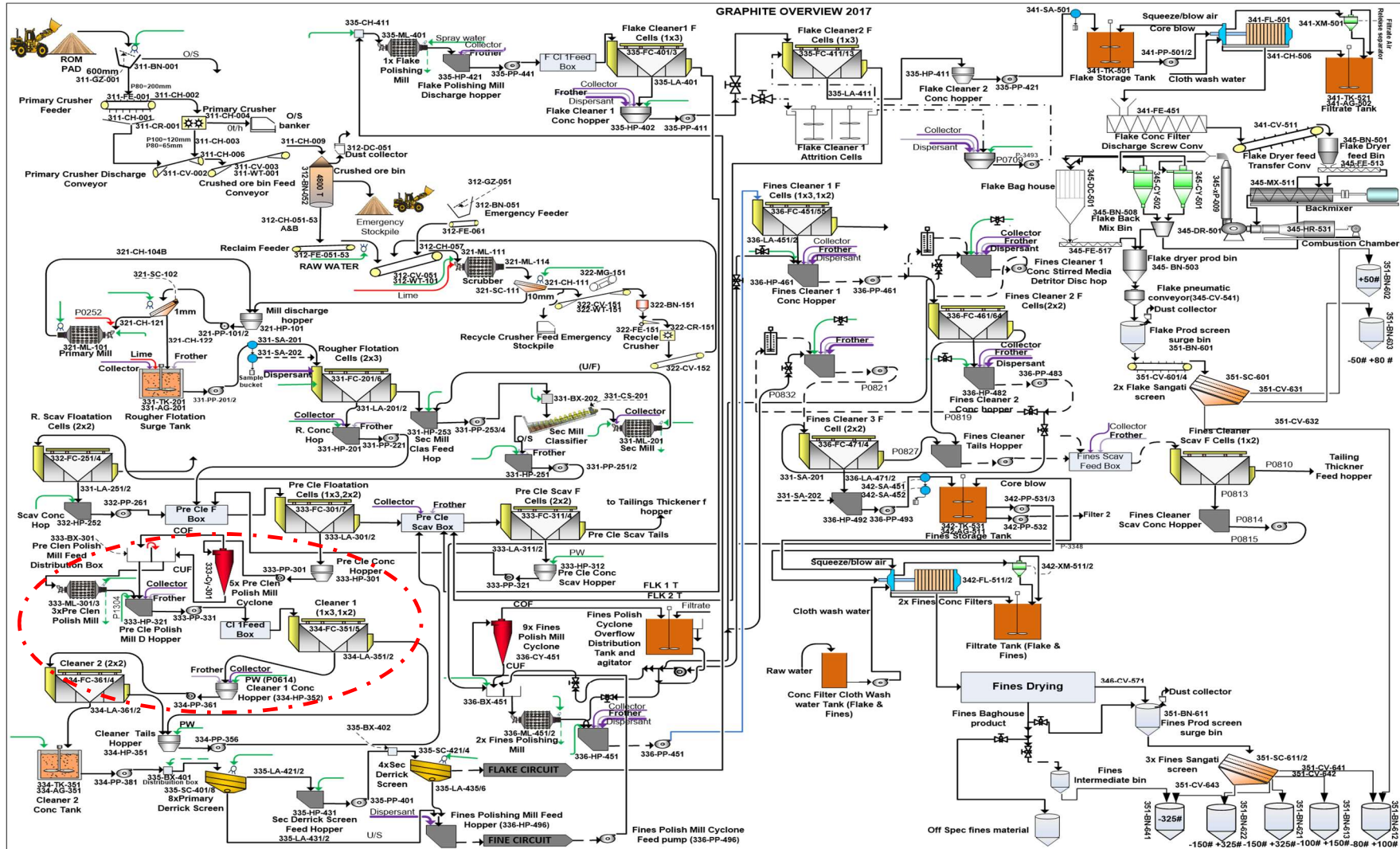


Figura 3.2 - Fluxograma completo de Processamento de Grafita.



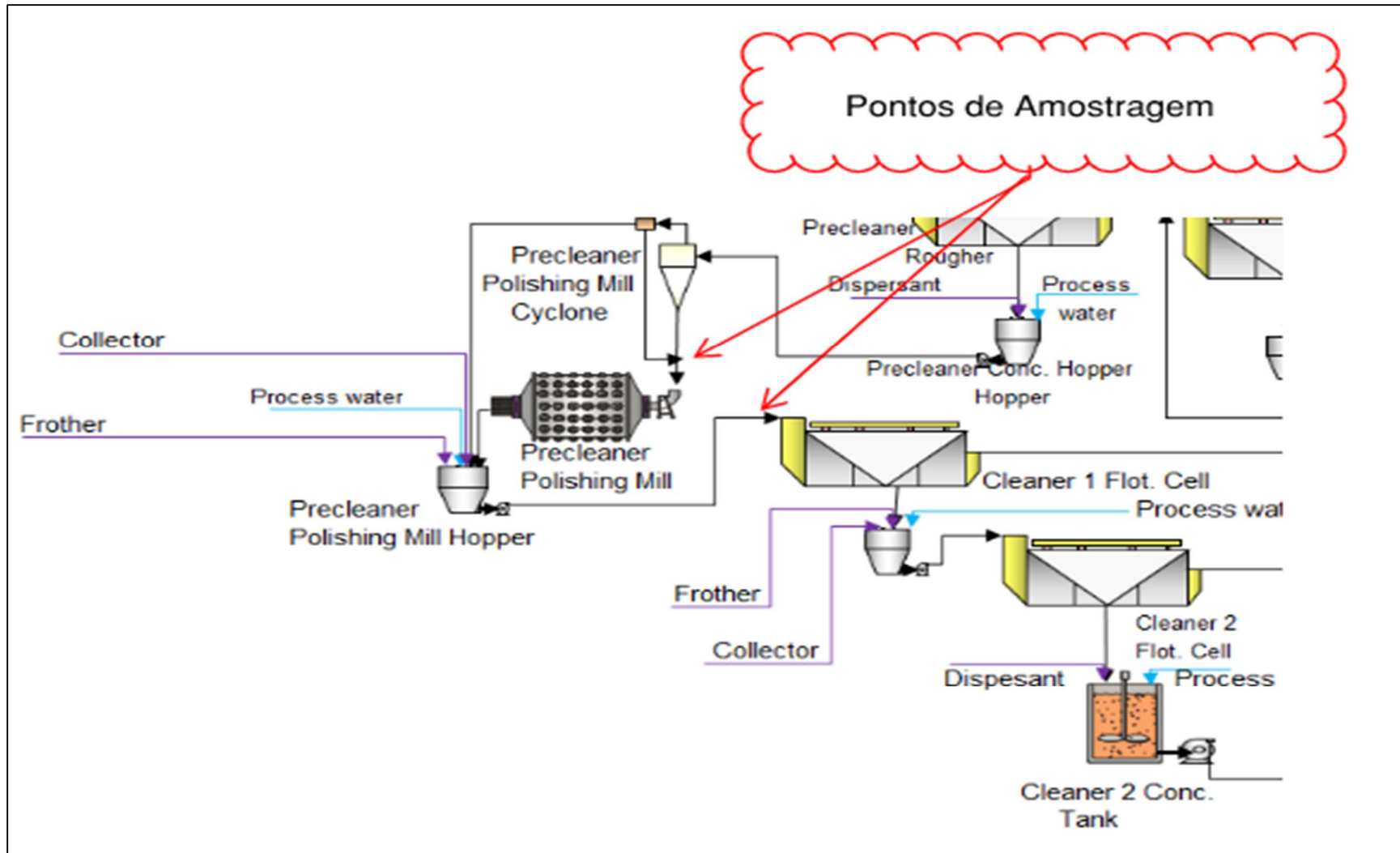


Figura 3.3 - Circuito de Moagem Flotação.

### 3.2 GRAFITA

O carbono é um dos elementos que apresentam alotropia e, por isso, pode ser encontrado em diferentes formas, dependendo do alótropo em questão. Entre as formas alotrópicas do carbono, as mais conhecidas são a grafita e o diamante. A grafita é uma das formas alotrópicas do elemento Carbono C (FERREIRA, 2020). A estrutura básica da grafita consiste em grupos hexagonais de átomos de carbono os quais forma grades planares estáveis com ligações fracas entre camadas (forças de Van der Waals) (Figura 3.4).

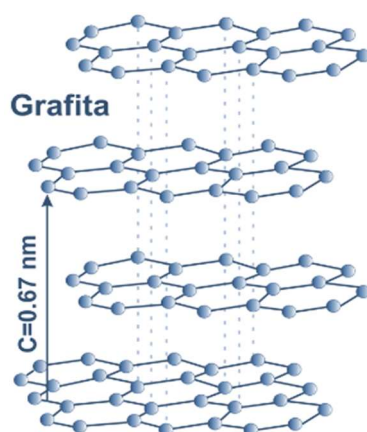


Figura 3.4 - Estrutura da grafita. Os átomos de carbono formam anéis hexagonais contidos num mesmo espaço plano, formando lâminas que se mantêm juntas por forças de atração mútua. (Adaptado de Mundo Educação).

A grafita natural (Figura 3.5) representa a ocorrência do elemento químico carbono na sua forma nativa. O mineral pode ser classificado em três tipos comerciais: grafita em flocos, em veio cristalino e amorfa, por fim, subdivididos em vários “graus” baseando-se no teor de carbono, tamanho da partícula e tipos de impurezas. A grafita natural tem a sua equivalente comercial que é a grafita sintética (Sampaio, Andrade, Paiva, & Dutra, 2008).



Figura 3.5 – Grafita Natural.

### 3.3 CONCEITOS BÁSICOS DO MODELO DO BALANÇO POPULACIONAL

#### 3.3.1 NÍVEIS NO BALANÇO DE MASSA

Neste trabalho abordaremos o balanço de massa sob a perspectiva de níveis de balanço de massa. A partir do primeiro para o quinto nível, os fluxos são caracterizados em relação aos seus constituintes ou propriedades. A polpa nível 1, é dividida em sólidos (tamanho  $i$ , mineral  $j$ ) e líquidos no nível 2. Os sólidos são caracterizados em seus componentes de tamanho  $i$  e mineral  $j$  no terceiro nível. No quarto nível os componentes dos sólidos são divididos em sub-componentes tais como: mineral  $j$  na classe de tamanho  $i$  de partícula. No quinto nível os componentes são novamente estratificados por classe de liberação, tamanho e mineral.

#### 3.3.2 NÍVEL 1 - VAZÃO DA POLPA

A polpa é a mistura entre minério e água. As equações de balanço de massa e medidas da polpa são apresentadas abaixo:

$$M_p = M_s + M_w$$

$M_p$ ,  $M_s$  e  $M_w$  - Vazão em massa  $\left(\frac{\text{unidade de massa}}{\text{unidade de tempo}}\right)$  ou Massa em (unidade de massa) da polpa ( $p$ ), minério ( $s$ ), e água ( $w$ ) respectivamente.

$$M_w = V_s + V_w$$

$V_p$ ,  $V_s$  e  $V_w$  - Vazão em  $\left(\frac{\text{unidade de volume}}{\text{unidade de tempo}}\right)$  ou Volume (unidade de volume) da polpa, minério e água respectivamente.

$\rho_p = \frac{M_p}{V_p}$ ,  $\rho_s = \frac{M_s}{V_s}$  e  $\rho_w = \frac{M_w}{V_w}$  - densidade  $\left(\frac{\text{unidade de massa}}{\text{unidade de volume}}\right)$  da polpa, minério e água respectivamente.

$$g_w = \frac{M_w}{M_p} \text{ - umidade da polpa}$$

$$g_s = \frac{M_s}{M_p} \text{ - fração de sólidos em massa}$$

$$g_{sv} = \frac{V_s}{V_p} \text{ - fração de sólidos em volume}$$

Assim temos:

$$M_p = V_p \cdot \rho_p$$

$$M_s = M_p \cdot g_s$$

$$M_w = M_p \cdot g_w$$

Em escala industrial, normalmente a unidade de massa é a tonelada ( $t$ ) e unidade de volume é o metro cúbico ( $m^3$ ). Em escala de laboratório normalmente a unidade de massa é o grama ( $g$ ) e a unidade de volume o ( $cm^3$ ).

### 3.3.3 NÍVEL 2 - VAZÃO DO MINÉRIO

A polpa é a mistura entre minério e água. O minério é a associação de um ou mais minerais cuja exploração, processamento e comercialização geram lucros para o empreendimento. As equações de balanço de massa e medidas do minério são apresentadas abaixo:

$$M_s = \sum M_i$$

$$M_s = \sum M_j$$

$M_s$ ,  $M_i$  e  $M_j$ - Vazão em massa  $\left(\frac{\text{unidade de massa}}{\text{unidade de tempo}}\right)$  ou Massa em (*unidade de massa*) do minério ( $s$ ), minério na classe de tamanho ( $i$ ) e o mineral ( $j$ ) respectivamente. O minério é a soma de todos os minerais presentes e a soma de todas as classes de tamanho.

### 3.3.4 NÍVEL 3 - DISTRIBUIÇÃO GRANULOMÉTRICA – CLASSE DE TAMANHO (i)

Partículas em uma planta de processamento nunca são de uma granulometria única e sim de diferentes tamanhos. As partículas apresentam-se também em diferentes formatos, o que acaba contribuindo para que a caracterização de granulometria não seja uma tarefa fácil.

A caracterização de uma amostra de acordo com o tamanho é chamada de análise granulométrica, e, em processamento mineral, é primeiramente utilizada para se obter informações sobre granulometria individual e distribuição granulométrica em um fluxo do processo (Gupta & Yan, 2006).

A análise granulométrica é importante na caracterização tecnológica de minérios, no controle de qualidade de um produto para comercialização, na seleção de equipamentos ou em processamento mineral.

Vários métodos foram desenvolvidos para essa finalidade, quase sempre, baseados na similaridade geométrica ou hidrodinâmica das partículas. Na análise granulométrica por peneiramento, método mais antigo e bastante utilizado na prática laboratorial, alguns fatores podem influenciar o resultado, como o tempo de peneiramento e a massa de material a ser analisada; pode ser a seco, a úmido ou combinado,

o que depende da característica do material a ser ensaiado. A análise granulométrica por peneiramento é entendida como um processo separação de partículas por tamanho, sendo compreendido em escala laboratorial até a faixa granulométrica de 37 micrometros. A determinação das faixas de tamanho das partículas é feita por meio de uma série de aberturas de peneiras que mantém entre si uma relação constante, podendo o processamento fino ser realizado a seco ou a úmido (SAMPAIO, FRANÇA; BRAGA, 2007).

A equação de balanço de massa e medida da classe de tamanho (i) é apresentada abaixo e também na figura 3.6:

$$g_i = \frac{M_i}{M_s} - \text{fração retida simples}$$

$$g_{>i} = \sum_1^i \frac{M_i}{M_s} - \text{fração retida acumulada}$$

$$g_{<i} = 1 - \sum_1^i \frac{M_i}{M_s} - \text{fração passante}$$

Classe de tamanho i	Intervalo da Classe de tamanho i (µm)	Tamanho médio da classe i (µm)	fração retida simples	fração retida acumulada	fração passante
i	i	$d_i = \frac{d_{i+1} + d_i}{2}$	$g_i = \frac{M_i}{M_s}$	$g_{>i} = \sum_1^i \frac{M_i}{M_s}$	$g_{<i} = 1 - \sum_1^i \frac{M_i}{M_s}$
1	212 – 300	256	$g_1$	$g_{>1} = \sum_1^1 \frac{M_i}{M_s}$	$g_{<1} = 1 - \sum_1^1 \frac{M_i}{M_s}$
2	150 – 212	181	$g_2$	$g_{>2} = \sum_1^2 \frac{M_i}{M_s}$	$g_{<2} = 1 - \sum_1^2 \frac{M_i}{M_s}$
3	106 – 150	128	$g_3$	$g_{>3} = \sum_1^3 \frac{M_i}{M_s}$	$g_{<3} = 1 - \sum_1^3 \frac{M_i}{M_s}$
4	75 – 106	90,5	$g_4$	$g_{>4} = \sum_1^4 \frac{M_i}{M_s}$	$g_{<4} = 1 - \sum_1^4 \frac{M_i}{M_s}$
5	53 – 75	64	$g_5$	$g_{>5} = \sum_1^5 \frac{M_i}{M_s}$	$g_{<5} = 1 - \sum_1^5 \frac{M_i}{M_s}$
6	38 – 53	45,5	$g_6$	$g_{>6} = \sum_1^6 \frac{M_i}{M_s}$	$g_{<6} = 1 - \sum_1^6 \frac{M_i}{M_s}$
7	0 – 38	19	$g_7$	$g_{>7} = \sum_1^7 \frac{M_i}{M_s} = 1$	$g_{<7} = 1 - \sum_1^7 \frac{M_i}{M_s} = 0$

Figura 3.6 – Relação entre as classes de tamanho – i e a medidas de distribuição granulométrica por peneiramento.

A figura 3.7 abaixo apresenta os resultados de uma análise granulométrica da amostra de grafita de Balama, Moçambique.

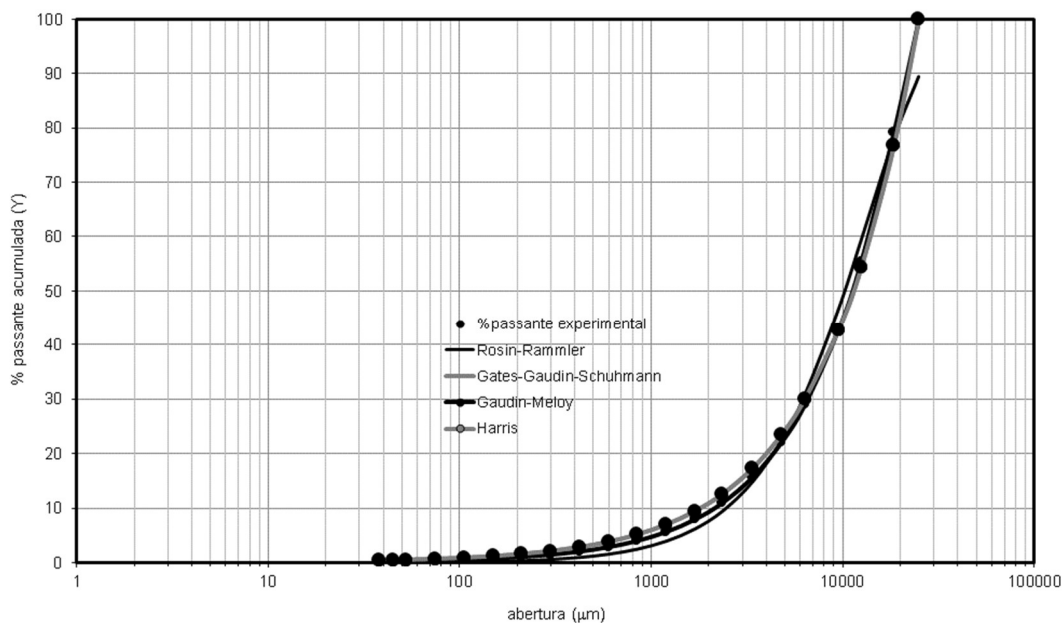


Figura 3.7 - Análise granulométrica (Grafita).

A análise de tamanho de partícula das alimentações e produtos de um circuito de beneficiamento mineral é de suma importância para dimensionar e prever a performance dos equipamentos e estabelecer o grau de liberação dos minerais de interesse da ganga em vários tamanhos de partícula. Conhecer bem essa variável é fator chave para se obter a máxima eficiência possível.

Vários modelos matemáticos foram desenvolvidos para se estimar a distribuição de tamanhos de um determinado material. Dentre os diversos métodos de cálculo da proporção acumulada versus o tamanho de partícula, os mais comuns foram estabelecidos por Rosin-Rammler (Rosin and Rammler, 1933), Gates-Gaudin-Schuhmann (Schuhmann, 1940), Gaudin-Meloy (Gaudin, 1962) e Harris de 3 parâmetros (Harris, 1969). A fórmula de cada um desses modelos é mostrada na Tabela 3.I:

Tabela 3.I - Modelos de Distribuição de Granulométrica (Spotswood, 1982).

	Fração Passante Acumulada, $g_{<i}$	Significado de $d^*$ na equação
Rosin-Rammler	$1 - e\left(-\frac{d}{d^*}\right)^s$	Tamanho em que $g_{<i}$ é igual a 0,632
Gates-Gaudin-Schuhmann	$\left(\frac{d}{d^*}\right)^n$	Tamanho máximo da partícula.
Gaudin-Meloy	$1 - \left[1 - \left(\frac{d}{d^*}\right)\right]^n$	Tamanho máximo da partícula.
Harris de 3 parâmetros	$1 - \left[1 - \left(1 - \frac{d}{d^*}\right)^s\right]^n$	Tamanho máximo da partícula.

De posse de dados de distribuição granulométrica obtidos em laboratório, é possível calibrar os modelos acima e verificar qual melhor se adequa à distribuição granulométrica do material.

### 3.3.5 NÍVEL 3 - ANÁLISE MINERALÓGICA / ANÁLISE QUÍMICA - CLASSE DO MINERAL (*j*)

A quantidade e/ou porcentagem de um mineral pode ser determinada pela dosagem do teor do principal elemento químico do mineral ou do elemento existente exclusivamente no mineral.

$$g_j = \frac{M_j}{M_s} \text{ - teor do mineral } j$$

### 3.3.6 NÍVEL 4 - ANÁLISE MINERALÓGICA / ANÁLISE QUÍMICA POR CLASSE DE TAMANHO - MINERAL (*j*) NA CLASSE DE TAMANHO (*i*)

A quantidade e/ou porcentagem de um mineral pode ser determinada pela dosagem do teor do principal elemento químico do mineral ou do elemento existente exclusivamente no mineral na classe de tamanho *i*.

$$M_{ij} \text{ - Vazão em } \left(\frac{t}{h}\right) \text{ ou Massa } t \text{ do mineral } j \text{ da classe de tamanho } i$$

$$V_{ij} \text{ - Vazão em } \left(\frac{m^3}{h}\right) \text{ ou volume } m^3 \text{ do mineral } j \text{ da classe de tamanho } i$$

$$g_{ij} = \frac{M_{ij}}{M_i} \text{ - teor do mineral } j \text{ na classe de tamanho } i$$

$$g_{ijv} = \frac{V_{ij}}{V_i} \text{ - teor do mineral } j \text{ na classe de tamanho } i \text{ em volume}$$

### 3.3.7 NÍVEL 4 - LIBERAÇÃO - CLASSES DE LIBERAÇÃO (*k*) DO MINERAL (*j*) NA CLASSE DE TAMANHO (*i*)

A recuperação de minerais utilizando operações de concentração é baseado em métodos que separam partículas utilizando suas propriedades físicas ou químicas. Minerais individuais podem ser separados completamente somente se cada partícula contém apenas 1 (um) mineral. Dois minerais em uma única partícula não serão separados utilizando apenas o método físico de separação. A individualização dos minerais contidos em partículas é conhecida como liberação. Entretanto, na prática, os processos de cominuição que são utilizados para redução de materiais brutos para o estágio de partículas, são em sua maioria, não seletivos e, fora alguns casos incomuns, as partículas formadas em sua maioria, consistem em uma mistura de componentes minerais que estão presentes no minério de origem (King, 2001).

A liberação, ainda é pouco entendida pela maioria dos pesquisadores nesta área que inclui medição, previsão e simulação. Os três problemas são distintos, mas correlacionados e dependem de técnicas de análise de imagens. (CETEM/MCT, 2010).

A medição via MEV (microscópio eletrônico de varredura) envolve as seguintes etapas:

- Montagem de amostra em epóxi;
- Desbaste e polimento;
- Recobrimento condutor;
- Aquisição de imagens;
- Processamento de imagens;
- Medição de espectros de liberação (Figura 3.12);

A equação de balanço de massa e medida da classe de tamanho (*ijk*) é apresentada abaixo:

$$g_{ijk} = \frac{M_{ijk}}{M_i} - \text{teor da partícula da classe de liberação } k \text{ do mineral } j \text{ na classe de tamanho } i$$

$$g_{ijk_v} = \frac{V_{ijk}}{V_i} - \text{teor da partícula da classe de liberação } k \text{ do mineral } j \text{ na classe de tamanho } i \text{ em volume}$$



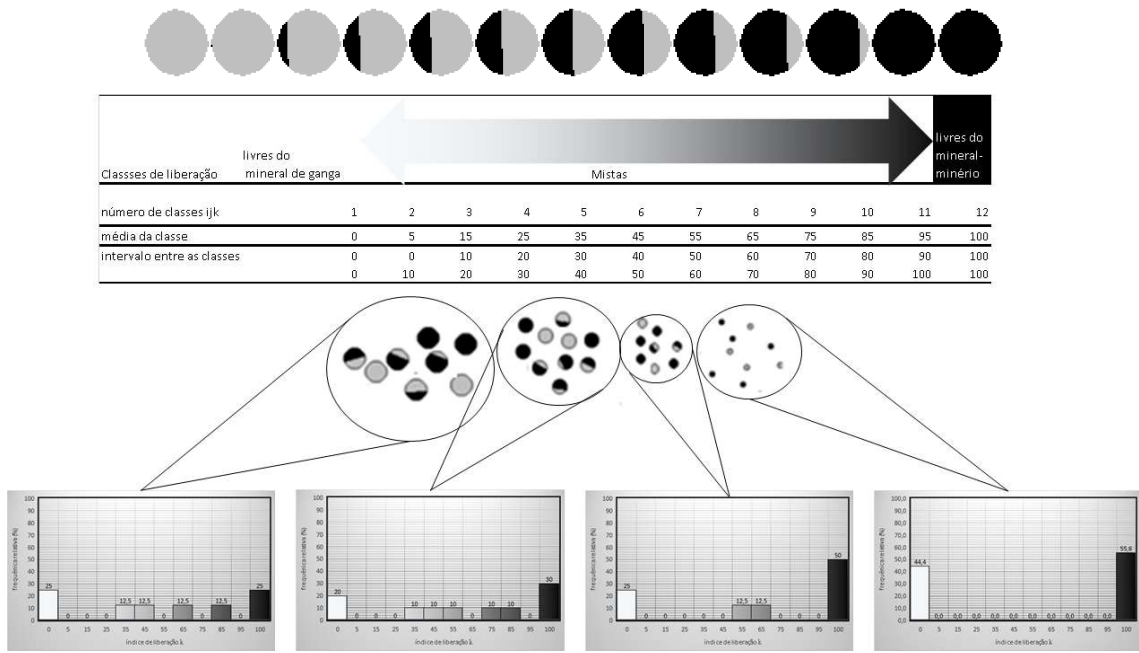


Figura 3.8 – As medidas da classe de tamanho liberação– ijk e a medidas de distribuição granulométrica por peneiramento (MONTENEGRO, 2020).

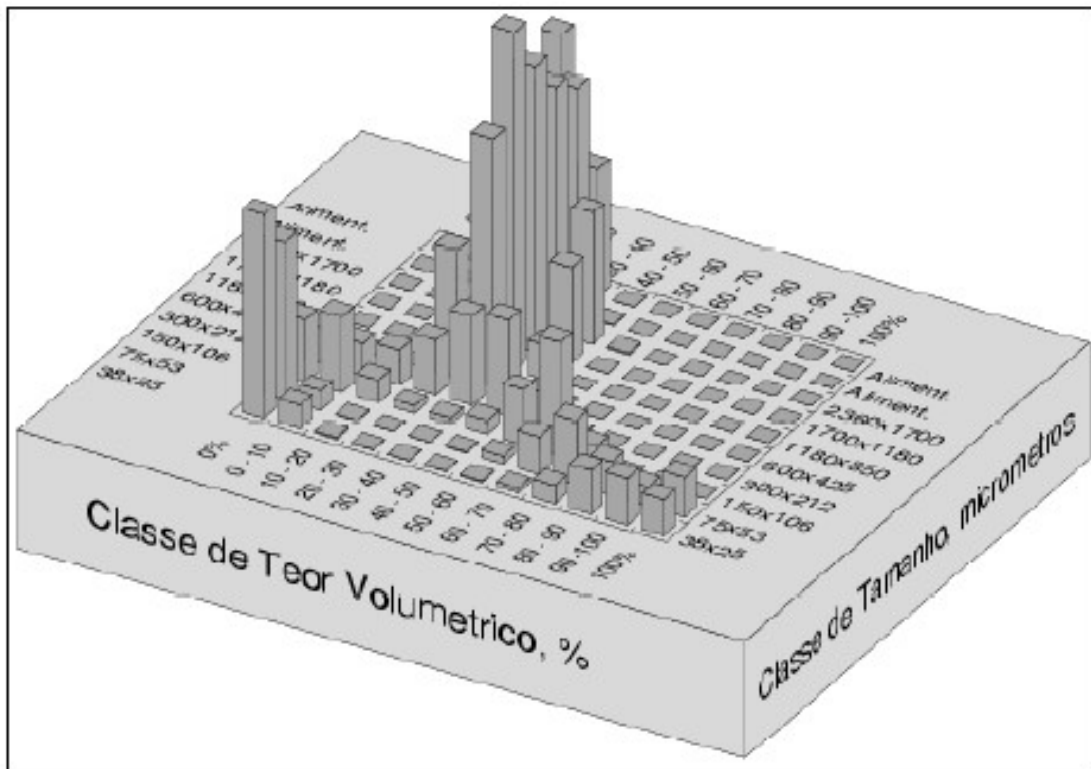


Figura 3.9 - Diagrama de Andrews-Mika de uma amostra de taconita (CETEM/MCT, 2010).

A determinação do grau de liberação por contagem sistemática das partículas minerais ao microscópio se faz pelo exame de certa quantidade de partículas, de cada fração granulométrica do material fragmentado, identificando as partículas uma a uma, registrando o número de partículas livres de

determinada espécie e avaliando a quantidade de partículas mistas. Esse método tem a vantagem de acarretar um exame minucioso das partículas mistas, o que é indispensável para a previsão do comportamento das mesmas frente ao processo. Porém é muito trabalhoso porque exige a contagem de um grande número de partículas.

Segundo Gaudin (1939) a quantificação da liberação de uma dada espécie mineral em um dado sistema é feita através do grau de liberação pode ser definido como sendo:

$$gl_{ij} = \frac{100 \cdot g_{ijk}}{\sum_{k=5}^{k=100} k \cdot g_{ijk}} \times 100 \quad (3.1)$$

Onde:

$gl_{ij}$  = grau de liberação do mineral j na classe de tamanho i;

$100 \cdot g_{ijk}$  = massa do mineral j que ocorre como partícula livre na classe de tamanho i;

$\sum_{k=5}^{k=100} k \cdot g_{ijk}$  = massa total do mineral j na classe de tamanho i-  $M_{ij}$ ;

A medição da liberação de minerais avançou nos últimos anos com a aplicação na indústria de sistemas automatizados de mineralogia baseados em MEV, que são utilizados para reunir características mineralógicas quantitativas em seções polidas de amostras. O desenvolvimento de modelos que preveem a liberação tem sido um processo contínuo (Mariano, 2016).

O custo e a complexidade em medir o espectro de liberação têm limitado o uso das classes de liberação em plantas de processamento mineral.

Alternativamente, o tamanho econômico de liberação pode ser obtido de ensaios de moagem e concentração, ao serem avaliados energia consumida, teor e recuperação.

A Figura 3.10 ilustra as respostas de recuperação de diferentes partículas não liberadas a vários processos de concentração. É possível perceber a importância de se determinar a composição de partículas e as características de textura dos minérios alimentados nos processos de concentração, a fim de otimizar a recuperação e minimizar o consumo de energia devido à redução desnecessária de tamanho (Mariano, 2016).




	Qual textura de partícula permite que a fase de valor seja recuperada? (Todas as partículas possuem o mesmo teor)		
Partículas típicas de mineral de valor (fase escura) e ganga (fase clara) apresentada em seções transversais			
por flotação	✓ Recuperado	✗ Não Recuperado	✗ Não Recuperado
por separação em meio denso	✓ Recuperado	✓ Recuperado	✓ Recuperado
por lixiviação	✓ Recuperado	✗ Não Recuperado	✗ Não Recuperado

Figura 3.10 - Liberação de diferentes texturas para vários processos de concentração/hidrometalurgia (Adaptado de Mariano (2016)).

### 3.3.7.1 FUNÇÃO BETA

Desenvolvida por Thomas Bayes, a função beta é uma função de distribuição, cujo objetivo é estimar probabilidade real de um evento, a partir da frequência de ocorrência de evento em um número finito de observações (Santos, 2018). Esta função pode ser aplicada para descrever a ocorrência de um determinado evento em um número finito de observações, uma vez que, sabe-se a partir das Lei dos Grandes Números, que a probabilidade real só é atingida quando determinado experimento é repetido por uma quantidade de vezes que tende ao infinito.

A função beta permite determinar a chance de se atingir a probabilidade real  $p$  de um determinado evento  $m$  em função de um número de observações  $n$ . Para valores de  $n$  muito altos, sabe-se que essa chance irá convergir para o valor  $p$ , conforme Equação 3.2:

$$Beta(m, n) = \int_0^1 p^{m-1} \cdot (1 - p)^{n-1} \cdot dp; m > 0; n > 0 \quad (3.2)$$

Dentre as diversas aplicações desta distribuição de probabilidades, pode-se destacar sua utilização para o cálculo de liberação de minerais (Santos, 2018). Considerando-se que o teor  $k$  da partícula da classe de liberação  $k$  do mineral  $j$  na classe de tamanho  $i$  real das partículas,  $g_{ijk}$ , é o dado a ser alcançado por número infinito de observações, a fórmula da função beta pode ser descrita como:

$$g_{ijk} = Beta(a, b) = \int_0^1 k^{a-1} \cdot (1 - k)^{b-1} \cdot dk; m > 0; n > 0 \quad (3.3)$$

Em que  $a$  e  $b$  são parâmetros característicos a serem determinados para cada caso. A Figura 3.11 apresenta alguns dos diversos formatos possíveis para a curva beta.

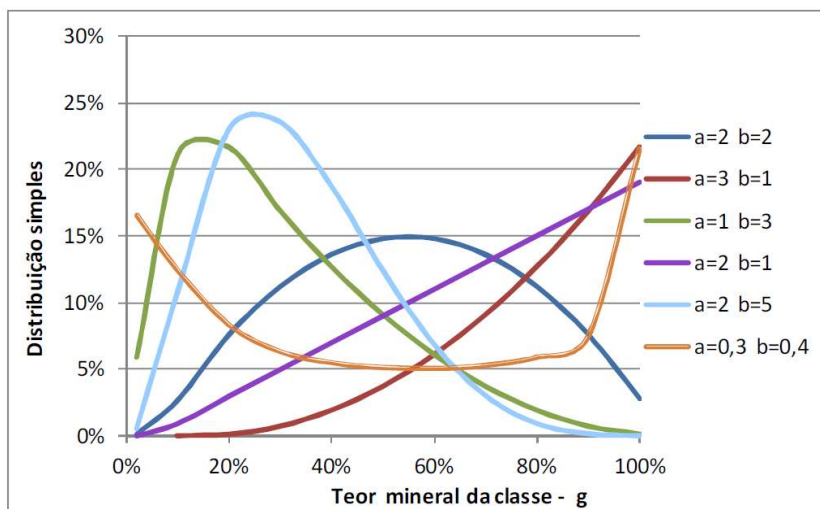


Figura 3.11 - Formatos característicos da Função Distribuição de Probabilidade Beta. (Santos,2018).

A função beta é definida para o intervalo  $0 < k < 1$ , equivalente ao teor igual a zero (ganga) ou teor igual a 1 (minério totalmente liberado), onde matematicamente a função não é aplicável. Dessa forma, é possível concluir que a função beta é válida para partículas mistas. Utilizar a curva beta para representar a mineralogia de um determinado material equivale a obter os parâmetros a e b da curva que melhor se ajustem aos dados mineralógicos obtidos experimentalmente de modo que o teor calculado a partir da ponderação desta distribuição, seja compatível com o teor mineral na fração do tamanho.

### 3.3.7.2 NÍVEL 4 - LIBERAÇÃO - CLASSES DE LIBERAÇÃO (k) DO MINERAL (j) NA CLASSE DE TAMANHO (i) – ERROS ESTEREOLÓGICOS

Apesar de as literaturas abordarem o nível 4 apenas como ij, abordaremos o nível 4 também como ijk. Isto faz-se necessário, devido nossa simulação considerar toda a massa retida na peneira e não somente a massa de uma partícula mineral j em específico, cujo a soma seria apenas massa total do mineral j. Erros estereológicos ocorrem devido a medidas de liberação que variam para uma mesma partícula, de acordo com a posição em que a seção polida é cortada (Spencer e Sutherland, 2000). A figura 3.12 apresenta uma foto de partículas que permite visualizar parcialmente a distribuição mineral tridimensional. A figura 3.13 ilustra a variedade de texturas minerais que seriam associadas a possíveis seções, contendo dois minerais.

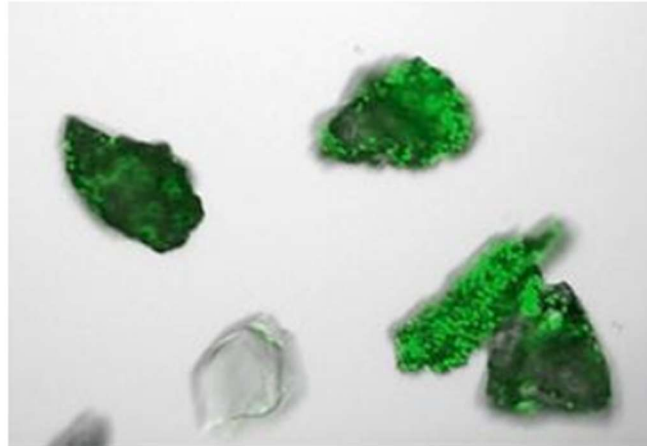


Figura 3.12 - Partículas contendo dois minerais com distintas proporções (adaptado de Spencer e Sutherland, 2000).

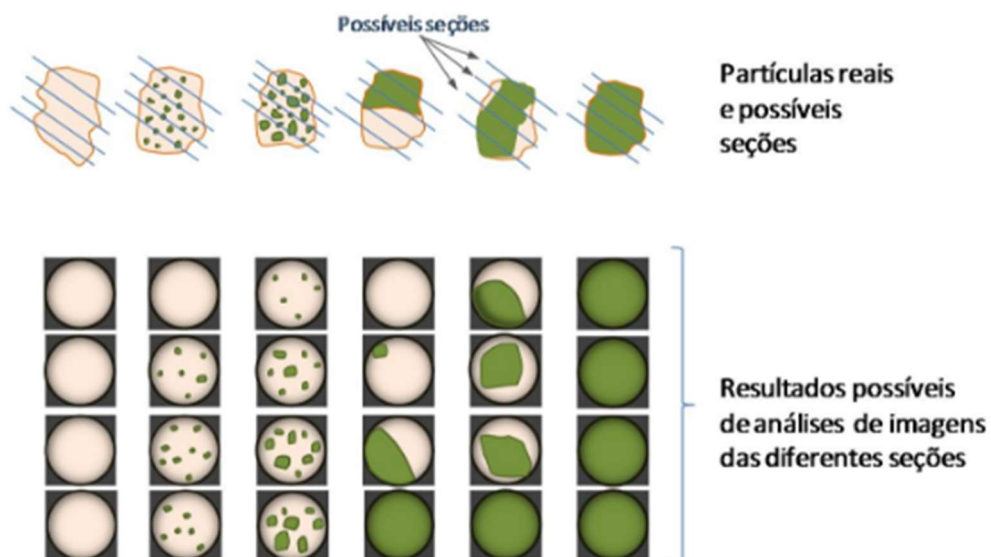


Figura 3.13 - Variedade de texturas minerais que seriam associadas a possíveis seções em uma sequência de partículas compostas por dois minerais (adaptado de Spencer e Sutherland, 2000).

O erro esteriológico limita o fechamento do balanço de massa por meio das classes de liberação. Savassi (2006) apresenta um método para a reconciliação de classes de tamanho-liberação em que os dados metalúrgicos são balanceados sequencialmente, de acordo com a hierarquia – balanços de massa (nível 2) e metalúrgicos globais (nível 3) feitos primeiramente e utilizados como condição restritiva para os balanços da mineralogia por fração granulométrica (nível 4). O fechamento da mineralogia por fração granulométrica (nível 4) é utilizado para restringir o balanço de massa da liberação. Embora os resultados sejam matematicamente coerentes, eles não apresentam vínculo com os eventos fenomenológicos de quebra e liberação.

### 3.3.7.3 RELAÇÃO DOS NÍVEIS DO BALANÇO DE MASSA POLPA, MINÉRIO, MINERAL, DISTRIBUIÇÃO GRANULOMÉTRICA E LIBERAÇÃO

A figura 3.14 apresenta a relação dos níveis do balanço de massa.

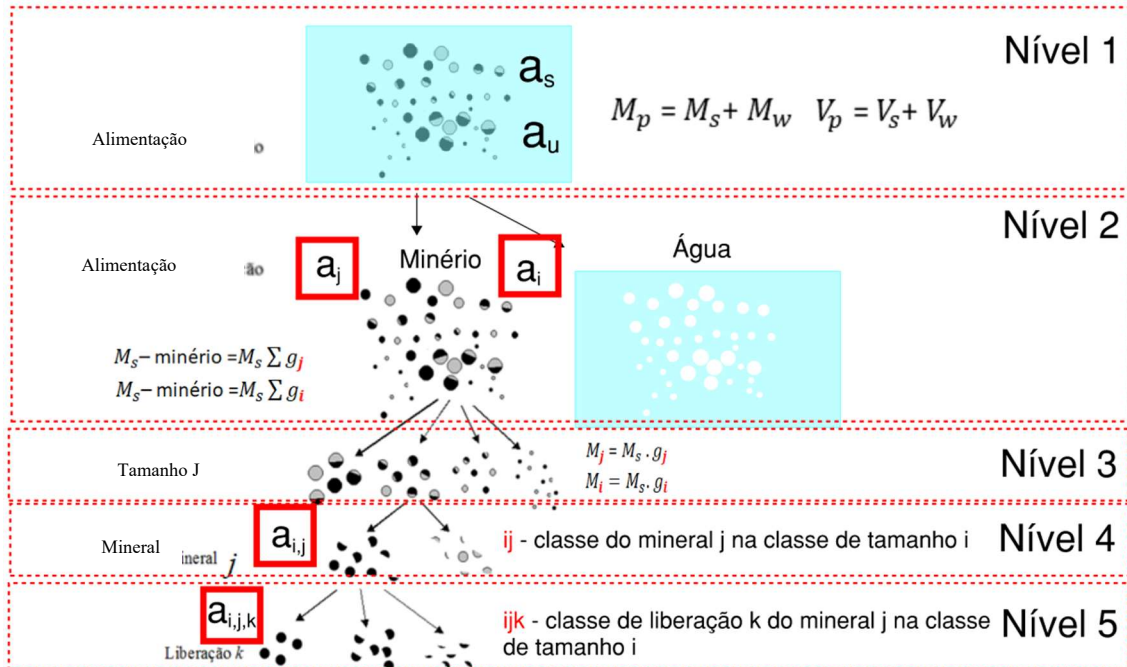


Figura 3.14 – Níveis do balanço de Massa.

Nas etapas de britagem e moagem o transporte de massa ocorre entre as classes de tamanho (nível 3-i), mineral (nível 4-ij), liberação (nível 4-ijk) e liberação (nível 5) (figura 3.15). Nas etapas de peneiramento, classificação, concentração e separação sólido-líquido não há transporte significativo de massa entre as classes  $ijk$ , o que ocorre nestes casos é uma divisão de fluxo compondo os produtos oversize, undersize, overflow, underflow, concentrado, rejeito, de sólidos (underflow) e de líquido (overflow). A figura 3.16 apresenta a divisão de fluxos que ocorre na flotação, onde temos uma alimentação que será dividida em concentrado e rejeito. Em todos os casos, seja o transporte entre as classes ou a separação entre os fluxos, existem leis probabilísticas baseadas em modelos fenomenológicos que determinam como esses eventos ocorrem. No capítulo 3.4, de modelagem e simulação dos processos de moagem, e 3.5, de flotação, iremos abordar o processo de transporte de massa entre as classes.

A figura 3.17 apresenta a caracterização para o balanço de massa por classe de tamanho (i), mineral (j), e liberação (k) nos níveis 1, 2, 3, 4 e 5. As tabelas 3.II, 3.III e 3.IV apresentam as equações fundamentais de transporte de massa por classe de tamanho (i), mineral (j), e liberação (k) nos níveis 1, 2, 3, 4 e 5.

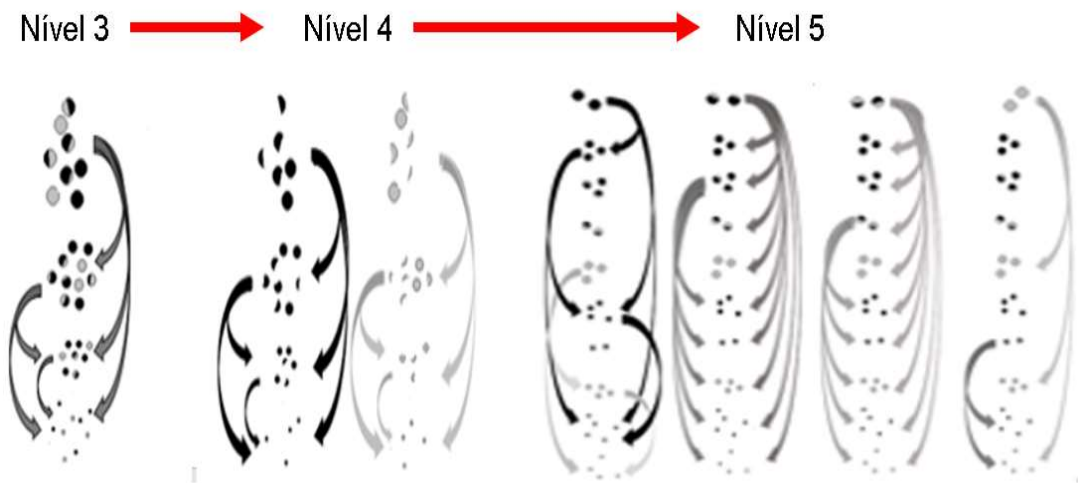


Figura 3.15 - Transporte de massa entre as classes de tamanho (nível 3), mineral (nível 4) e liberação (nível 5).

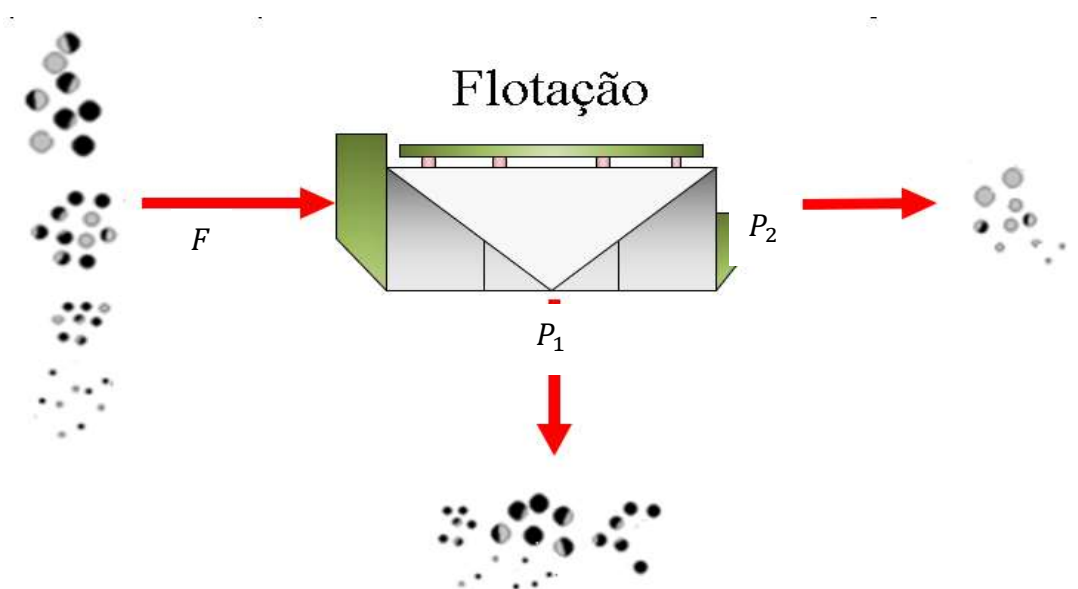


Figura 3.16 – Divisão de fluxos no processo de flotação.

Tabela 3.II - Equações do balanço de massa nos níveis 1, 2, 3, 4 e 5 nas classes de tamanho (i), mineral (j) e liberação (k).

Nível	Descrição	Equações de vazão
1	Polpa	$M_{pF} - M_{pp1} - M_{pp2} = 0$
2	Água	$g_{wF} \cdot M_{pF} - g_{wp1} \cdot M_{pp1} - g_{wp2} \cdot M_{pp2} = 0$ $M_{wF} - M_{wp1} - M_{wp2} = 0$
	Minério	$g_{sF} \cdot M_{pF} - g_{sp1} \cdot M_{pp1} - g_{sp2} \cdot M_{pp2} = 0$ $M_{sF} - M_{sp1} - M_{sp2} = 0$
3	classe de tamanho i	$g_{iF} \cdot M_{sF} - g_{ip1} \cdot M_{sp1} - g_{ip2} \cdot M_{sp2} = 0$ $M_{iF} - M_{ip1} - M_{ip2} = 0$
	classe mineral j	$g_{jF} \cdot M_{sF} - g_{jp1} \cdot M_{sp1} - g_{jp2} \cdot M_{sp2} = 0$ $M_{jF} - M_{jp1} - M_{jp2} = 0$
4	mineral j na classe de tamanho i	$g_{ijF} \cdot M_{iF} - g_{ijp1} \cdot M_{ip1} - g_{ijp2} \cdot M_{ip2} = 0$ $M_{ijF} - M_{ijp1} - M_{ijp2} = 0$
5	liberação k do mineral j na classe de tamanho i	$g_{ijkF}^* \cdot M_{ijF} - g_{ijkp1}^* \cdot M_{ijp1} - g_{ijkp2}^* \cdot M_{ijp2} = 0$ $M_{ijkF}^* - M_{ijkp1}^* - M_{ijkp2}^* = 0$

Tabela 3.III - Equações de recuperação nos níveis 1, 2, 3, 4 e 5 nas classes de tamanho(i), mineral(j) e liberação(k).

Nível	Descrição	Equações de recuperação
1	Polpa	$R_p = \frac{M_{pp1}}{M_{pF}}$
2	Água	$R_w = \frac{M_{wp1}}{M_{wF}} = \frac{g_{wp1} \cdot M_{pp1}}{g_{wF} \cdot M_{pF}}$
	Minério	$R_s = \frac{M_{sp1}}{M_{sF}} = \frac{g_{sp1} \cdot M_{pp1}}{g_{sF} \cdot M_{pF}}$
3	classe de tamanho i	$R_i = \frac{M_{ip1}}{M_{iF}} = \frac{g_{ip1} \cdot M_{sp1}}{g_{iF} \cdot M_{sF}} = \frac{g_{ip1} \cdot g_{sp1} \cdot M_{pp1}}{g_{iF} \cdot g_{sF} \cdot M_{pF}}$
	classe mineral j	$R_j = \frac{M_{jp1}}{M_{jF}} = \frac{g_{jp1} \cdot M_{sp1}}{g_{jF} \cdot M_{sF}} = \frac{g_{jp1} \cdot g_{sp1} \cdot M_{pp1}}{g_{jF} \cdot g_{sF} \cdot M_{pF}}$
4	mineral j na classe de tamanho i	$R_{ij} = \frac{M_{ijp1}}{M_{ijF}} = \frac{g_{ijp1} \cdot M_{ip1}}{g_{ijF} \cdot M_{iF}} = \frac{g_{ijp1} \cdot g_{ip1} \cdot g_{sp1} \cdot M_{pp1}}{g_{ijF} \cdot g_{iF} \cdot g_{sF} \cdot M_{pF}}$
5	classe de liberação k do mineral j na classe de tamanho i	$R_{ijk} = \frac{M_{ijkp1}}{M_{ijkF}} = \frac{g_{ijkp1} \cdot M_{ip1}}{g_{ijkF} \cdot M_{iF}}$ $= \frac{g_{ijkp1} \cdot g_{ip1} \cdot g_{sp1} \cdot M_{pp1}}{g_{ijkF} \cdot g_{iF} \cdot g_{sF} \cdot M_{pF}}$



Tabela 3.IV - Equações de recuperação 360 graus nos níveis 1, 2, 3, 4 e 5 nas classes de tamanho(i), mineral(j) e liberação(k).

Nível	Descrição	Equações de distribuição
1	Polpa	$1 = R + (1 - R)$
2	Água	$w_f = w_c \cdot R + w_t \cdot (1 - R)$ $1 = R_w + (1 - R_w)$
	Minério	$s_f = s_c \cdot R + s_t \cdot (1 - R)$ $1 = R_s + (1 - R_s)$
3	classe de tamanho i	$g_{iF} \cdot M_{SF} - g_{iP1} \cdot M_{SP1} - g_{iP2} \cdot M_{SP2} = 0$ $1 - R_{iP1} - R_{iP2} = 0$
	classe mineral j	$g_{jF} \cdot M_{SF} - g_{jP1} \cdot M_{SP1} - g_{jP2} \cdot M_{SP2} = 0$ $1 - R_{jP1} - R_{jP2} = 0$
4	mineral j na classe de tamanho i	$g_{ijF} \cdot g_{iF} \cdot M_{SF} - g_{ijP1} \cdot g_{iP1} \cdot M_{SP1} - g_{ijP2} \cdot g_{iP2} \cdot M_{SP2} = 0$ $1 - R_{ijP1} - R_{ijP2} = 0$
5	liberação k do mineral j na classe de tamanho i	$g_{ijkF} \cdot g_{iF} \cdot M_{SF} - g_{ijkP1} \cdot g_{iP1} \cdot M_{SP1} - g_{ijkP2} \cdot g_{iP2} \cdot M_{SP2} = 0$ $1 - R_{ijkP1} - R_{ijkP2} = 0$

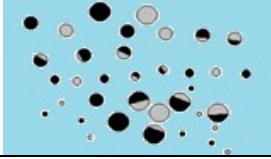
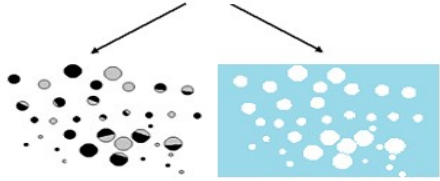
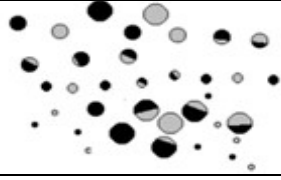
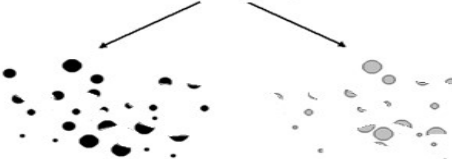
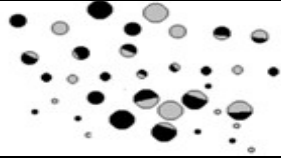
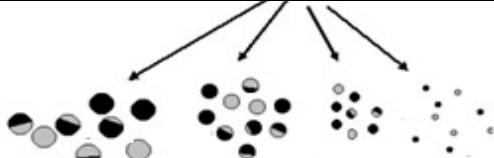
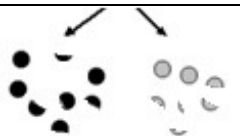

Nível		Descrição
1		
1	Probabilidade - $P$	$P$
2		
2	Probabilidade - $P_{sw}$	$P_s$ $P_w$
		
	Probabilidade - $P_s$	$P_s$
		
	Probabilidade - $P_j$	$P_1$ $P_2$
		
	Probabilidade - $P_s$	$P_s$
		
	Probabilidade - $P_i$	$P_1$ $P_2$ $P_3$ $P_4$
		
	Probabilidade - $P_{ij}$	$P_{2,1}$ $P_{2,2}$
		
	Probabilidade - $P_{ijk}$	$P_{2,1,1}$ $P_{2,1,2}$ $P_{2,1,3}$ $P_{2,1,4}$ $P_{2,1,5}$

Figura 3.17 - Caracterização para o balanço de massa por classe de tamanho (i), mineral (j), e liberação (k) nos níveis 1, 2, 3, 4 e 5.

### 3.4 COMINUIÇÃO

A cominuição ou fragmentação é o processo de diminuição do tamanho das partículas de minério, ao mesmo tempo liberando-as, gerando novas superfícies para posteriores reações químicas e para que os processos de separação subsequentes sejam realizados com maior facilidade.

Os primeiros estágios de cominuição visam tornar mais fácil o manuseio e transporte do material explorado. Embora em muitos casos é possível extrair o minério através de escavação livre, mas quando não é possível, a utilização de explosivos é necessária na Mineração para remoção dos minérios de seu local natural, e detonação pode ser dita como o primeiro estágio de cominuição. Já quando falamos em cominuição dentro das usinas de beneficiamento, este inicia-se como uma sequência de processos de britagem e moagem.

A britagem é realizada através de compressão do minério contra superfícies rígidas, ou através de impacto contra superfícies em um caminho restrito rígido. Já o processo de moagem é realizado através de abrasão, compressão e impacto do minério através do livre movimento de corpo moedores como barras, bolas ou pebbles (WILLS, 2006).

A distribuição granulométrica dos produtos resultantes dos processos de cominuição são essenciais para indústria mineral, afetando diretamente a eficiência dos processos de concentração subsequentes (Figueira, de Almeida, & da Luz, 2004).

O material utilizado nos circuitos de britagem é mais grosseiro (ROM), os meios de fragmentação utilizados normalmente são de compressão ou impacto (Chaves & Peres, 2003). Haja visto o tipo de material ser grosseiro, a energia aplicada nas partículas ocorre individualmente, conseqüentemente a energia aplicada por partícula é muito alta, mas a energia total é baixa (Kelly & Spottiswood, 1982).

### 3.5 PROCESSOS DE MOAGEM

A Moagem é a última etapa da cominuição, podendo ser a úmida ou a seca. Onde a liberação dos minerais ocorre, ou seja, a individualização dos minerais presentes.

As primeiras observações a serem verificadas em um moinho são suas dimensões (diâmetro e comprimento) e potência. As principais variáveis a serem controladas são: porcentagem de enchimento, velocidade de rotação e porcentagem de sólidos da polpa alimentada.

A moagem geralmente é o maior consumidor de energia, respondendo por até 50% do consumo de energia de um concentrador. Como é esse o processo que permite alcançar a liberação de valores da ganga, é também o processo essencial para a separação eficiente dos minerais, e costuma-se dizer que é a chave para um bom processamento mineral. Para produzir concentrados limpos com pouca contaminação com minerais de ganga, é necessário moer o minério finamente o suficiente para liberar os metais associados (WILLS, 2006).

A moagem fina, no entanto, aumenta os custos de energia e pode levar à produção de partículas muito finas “lama” que podem ser perdidas no rejeito. A moagem torna-se, portanto, um compromisso entre concentrados limpos (de alta qualidade), custos operacionais e perdas de minerais finos. Se o minério é de baixo teor e os minerais têm tamanho de grão muito pequeno e são disseminados na rocha, os custos de energia da moagem e as perdas de finos podem ser elevados, a menos que exista uma grande disparidade nas propriedades diferenciadoras dos minerais minérios e os minerais de ganga (WILLS, 2006).

A moagem como processo isolado tem por objetivo:

- Liberação
- Ajuste de Granulometria
- Criação de áreas de superfícies

Os processos de moagem podem ocorrer tanto em via úmida, onde o material é misturado com água de modo a formar uma polpa, quanto em via seca, onde o material sofre o processo de redução de tamanho a seco (Mazzinghy, 2009).

Além da presença ou ausência de água, os processos de moagem ainda podem ser classificados em aberto e fechado.

- Circuito aberto: alimentação direta, e descarga sem retorno.
- Circuito fechado: descarga do moinho alimenta equipamento de classificação e o undersize retorna para alimentar o moinho. Material irá retornar para moinho até que esteja dentro dos parâmetros.

Quando o circuito de moagem está configurado como circuito fechado, este pode ainda ser classificado em:

- Direto: O produto da moagem alimenta o classificador, cujo underflow alimenta o moinho juntamente com a alimentação nova do circuito. .
- Reverso: A alimentação nova do circuito e o produto da moagem são direcionados para o classificador, cujo underflow alimenta o moinho.

Outros conceitos importantes são:

Carga circulante: oversize do classificador que retorna à alimentação do moinho, para cálculos essa carga circulante geralmente é representada como porcentagem da alimentação nova do moinho.

Os objetivos desses circuitos que envolvem carga circulante são: garantir granulometria máxima na alimentação do moinho e diminuir a geração de finos dentro do moinho.

Grande parte dos processos de moagem são encontrados via úmido e a porcentagem de sólidos geralmente deve estar entre 50 e 60%. A água de adição na alimentação do moinho afeta não somente o tempo de residência das partículas dentro do moinho, mas também a viscosidade e a densidade da polpa, o que acaba afetando também o revestimento do moinho e corpo moedores (Chaves & Peres, 2003).

Os processos de cominuição possuem limitações em termos de redução granulométrica e, devido ao próprio design, e restrições em termos de tempo de residência para o material passante. O processo de Moagem ocorre em locais grandes e espaçosos devido ao tamanho dos equipamentos, o tempo de residência é maior e pode ser facilmente ajustado durante a operação (Metso Corporation, 2018).

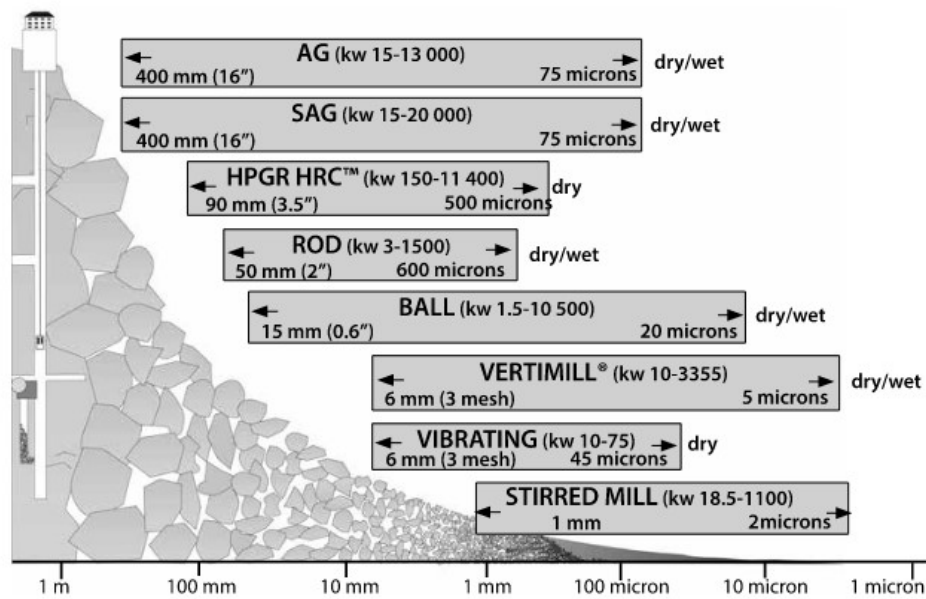


Figura 3.18 - Faixa de potência e redução de tamanho teóricas para os diferentes tipos de Moinhos (Fonte: Basic in Mineral Processing).

Pesquisadores das teorias clássicas observaram experimentalmente que a energia necessária para proporcionar fraturas em uma partícula que se deseja quebrar é inversamente proporcional ao tamanho. Ou seja, quanto menor a partícula, mais energia é necessária.

Conforme o processo de redução do tamanho de uma partícula ocorre, uma energia incremental  $dE$  é necessária para produzir uma mudança  $dx$ , no tamanho. Assim, pode-se relacionar estas variações através da equação 3.4:

$$dE = -k \frac{dx}{x^n} \quad (3.4)$$

$E$  = energia aplicada a uma massa unitária do material;

$x$  = diâmetro das partículas;

$K$  e  $n$  = constantes dependentes do material

No processo de moagem a fragmentação ocorre através da movimentação da carga moedora, que normalmente é constituída por bolas de dimensões variadas, compostas por ligas metálicas. Nesses moinhos, denominados moinhos de bolas, podem ocorrer dois tipos de regimes de movimentação: cascata (menor velocidade), catarata (maior velocidade).

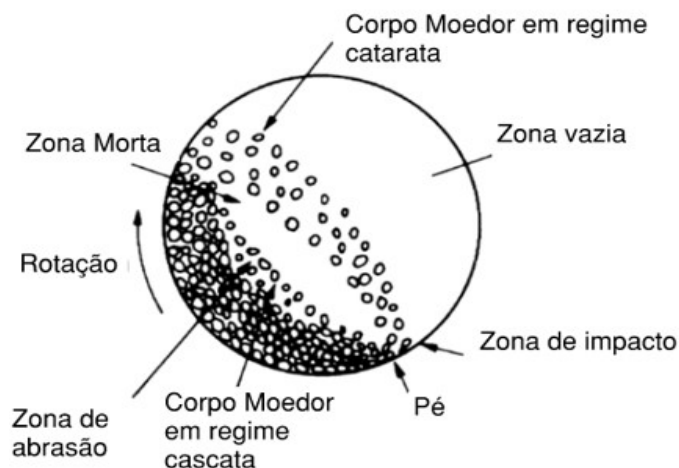


Figura 3.19 - Movimento da carga de Bolas (adaptado de Wills, 2006).

Uma atenção deve ser dada a velocidade crítica que ocorre no ponto de mudança de trajetória parabólica para circular.

### 3.6 MODELAGEM E SIMULAÇÃO DOS PROCESSOS DE MOAGEM

#### 3.6.1 MODELOS MATEMÁTICOS

A modelagem, pode ser aplicada em um vasto número de problemas. O objetivo mais importante de um modelo matemático é permitir entender o sistema real de forma simples ou então de maneira mais completa, de modo que o modelo possa ser o mais próximo da realidade possível (Sodré, 2007). Entretanto, quanto mais complexo é o modelo maior e o custo da sua implementação. A escolha do modelo vai depender do erro desejado e do problema que ele se propõe a dar suporte no processo de tomada de decisão.

#### 3.6.2 MODELO DO BALANÇO POPULACIONAL

Os modelos matemáticos baseados nas equações de balanço populacional têm sido bastante utilizados na modelagem, simulação e otimização do processo de moagem industrial de minérios. Modelos estes baseados em dois parâmetros que descrevem os processos de quebra: velocidade de fragmentação (Função Seleção,  $S_j$ ) e distribuição dos fragmentos (Função Quebra,  $b_{ij}$ ).

Tomando como base o modelo do balanço populacional, diversos pesquisadores (Austin *et al.*, 1984, Whiten, 1972, Herbst e Fuerstenau, 1973) desenvolveram metodologias semelhantes, apenas com algumas particularidades com relação a sua aplicação. Na prática, o balanço populacional aplicado à cominuição se torna um balanço de massas por classes de tamanho de partículas e sua utilização depende

da caracterização de funções que descrevem o movimento da massa através das classes de tamanho como, por exemplo, as funções de distribuição de quebra e seleção (de Carvalho, 2009).

Epstein (1947) inicialmente descreveu o modelo do balanço populacional como um processo de moagem através do qual eventos sucessivos de quebra das partículas ocorrem. Cada um dos sub-processos da moagem (fragmentação do material, redistribuição dos fragmentos, transporte e classificação das partículas dentro do moinho) é representado por equações descritivas (Montenegro L. M., 1997).

- i. Função de Seleção ou Velocidade Específica de Quebra – é a velocidade com que as partículas contidas em um intervalo granulométrico são fragmentadas e atravessam o seu limite inferior;
- ii. Função Distribuição ou Função de Quebra – é a estequiometria da fragmentação, ou seja, como se dá a distribuição do material proveniente de um dado intervalo de tamanho quando este se quebra;
- iii. Função de Classificação ou Coeficiente de Difusão – representa o movimento diferencial das partículas para dentro e para fora de um sistema contínuo de moagem, sendo dependente do tamanho das partículas;
- iv. Tempo de Residência ou Tempo de Permanência – essa variável diz respeito ao fato de as partículas da alimentação não possuírem exatamente a mesma velocidade ao longo do moinho, havendo sempre mistura no sentido axial.

Resumidamente o modelo do balanço populacional para moagem (Reid, 1965) é dado pela Equação 3.5 abaixo:

$$\frac{dm_i(E)}{dE} = -S_i m_i(E) + \sum_{j=1}^{i-1} b_{i,j} S_j m_j(E) \quad (3.5)$$

onde,

$m_i(E)$  - fração em massa de partículas contidas na classe de tamanho  $i$  para o consumo de energia  $E$ ;

$S_i$ , - taxa específica de quebra das partículas de tamanho  $i$ ;

$b_{i,j}$ , é a distribuição dos fragmentos, chamada de função quebra. Essa função representa a fração de material do tamanho superior  $j$  que após a quebra se dirigiu para o tamanho  $i$  (MONTENEGRO, 2015).

A energia específica de moagem para pequenos moinhos pode ser obtida pela equação de Rowland.



$$kWh/t = \frac{6,3 \times D^{0,3} \times \text{sen} \left( 51 - 22 \left( \frac{2,44 - D}{2,44} \right) \right) \times (3,2 - 3V_p) \times C_s \times \left( 1 - \frac{0,1}{2^{(9-10C_s)}} \right) \times P_b \times t}{P_c} \quad (3.6)$$

onde,

D – diâmetro (m)

V<sub>p</sub> – fração do moinho ocupado pelas bolas

P<sub>c</sub> – massa do minério (t)

C<sub>s</sub> – fração da velocidade crítica

P<sub>b</sub> – massa da carga de bolas (t)

t – tempo (horas)

### 3.6.3 FUNÇÃO SELEÇÃO OU VELOCIDADE ESPECÍFICA DE QUEBRA

Função de Seleção ou Velocidade Específica de Quebra é a velocidade com que as partículas contidas em um intervalo granulométrico são fragmentadas e atravessam o seu limite inferior.

A moagem do material na classe de tamanho *i* é caracterizada pelo desaparecimento de parte das partículas que pertenciam a uma determinada classe e pelo surgimento de fragmentos menores, os quais serão acrescentados a classes mais finas. Com isso, podemos observar o transporte de massa entre as classes. A taxa específica de quebra é um parâmetro que pode ser obtido através de testes cinéticos de moagem (MONTENEGRO, 2015)

Conforme apresentado na equação 3.7, a velocidade de quebra é dependente da massa de material contida no intervalo e obedece a uma cinética de quebra de primeira ordem.

$$\frac{dm_i(E)}{dt} = -S_i m_i(E) \quad (3.7)$$

Para diversas faixas de tamanho, a forma funcional, discretizada, da taxa específica de quebra pode ser representada pela equação 3.8:

$$S_i = a \cdot \left( \frac{x_i}{x_m} \right)^\alpha \cdot Q_i \quad (3.8)$$

Onde,

$a$  = constante modelada que é em função das condições de moagem. Sua unidade é  $\text{kwh/t}^{-1}$ . Modelado como sendo dependente das condições de moagem.

$x_m$  = tamanho de partícula no qual  $S_i$  é máximo ( $\mu\text{m}$ );

$x_i$  = tamanho de partícula do limite superior do intervalo de tamanho  $i$  ( $\mu\text{m}$ );

$\alpha$  = trata-se de um parâmetro característico do material (seu valor varia entre 0,5 e 1,5).

$Q_i$  – é um fator de correção para fraturas anormais (Para tamanhos maiores de partículas, é frequentemente observado que a taxa de desaparecimento do intervalo superior de tamanho não segue uma lei de primeira ordem, diminuindo com o aumento de tamanho. (Figura 3.19)

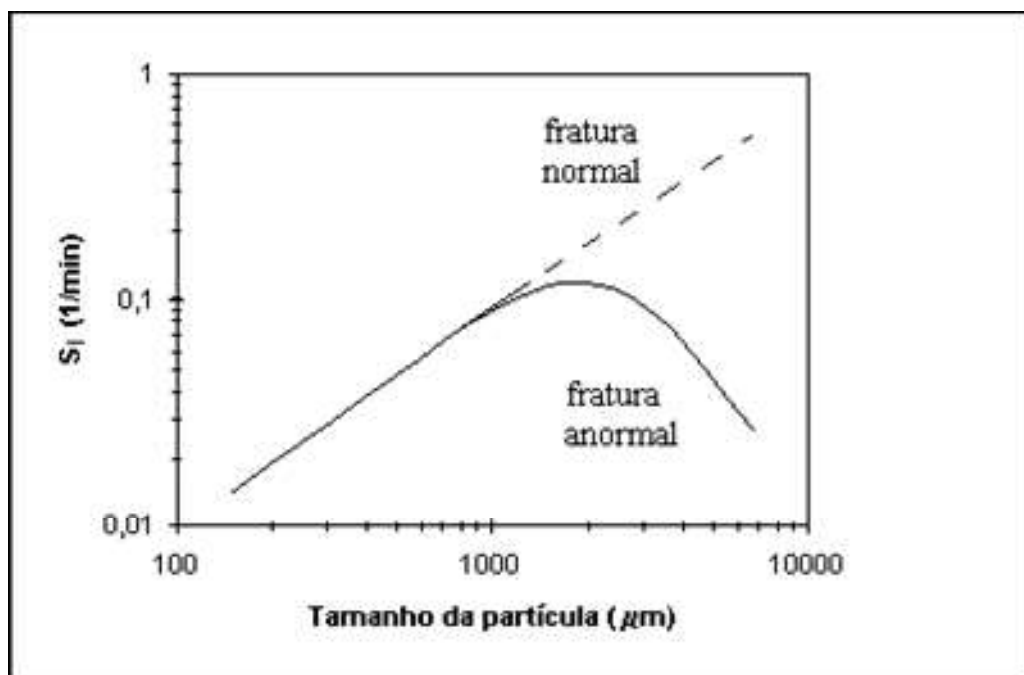


Figura 3.20 - Variação da velocidade específica de quebra com o tamanho das partículas(adaptado de Austin, 1984)

Na prática, os valores de  $Q_i$  podem ser calculados pela seguinte relação empírica:

$$Q_i = \frac{1}{1+(x_i/\mu)^\Lambda} \quad \Lambda > 0 \quad (3.9)$$

### 3.6.4 FUNÇÃO QUEBRA

Quando o material de tamanho  $j$  é cominuído, é produzida uma distribuição granulométrica completa de partículas menores, sendo que estas se misturam à carga do moinho, sendo submetidas a novas quebras posteriores. Define-se como função de quebra a distribuição granulométrica das partículas provenientes da quebra primária de uma partícula maior. Na forma de distribuição granulométrica acumulada, define-se a função de quebra  $B_{ij}$ , que é a fração de material do tamanho  $j$  que se quebrou, indo aparecer em tamanhos menores que  $x_i$ , que é o tamanho superior do intervalo  $i$ .

Quando um material de um determinado tamanho se quebra, produz-se uma distribuição granulométrica completa de partículas menores. Define-se como função quebra a distribuição granulométrica das partículas provenientes da quebra primária de uma partícula maior.

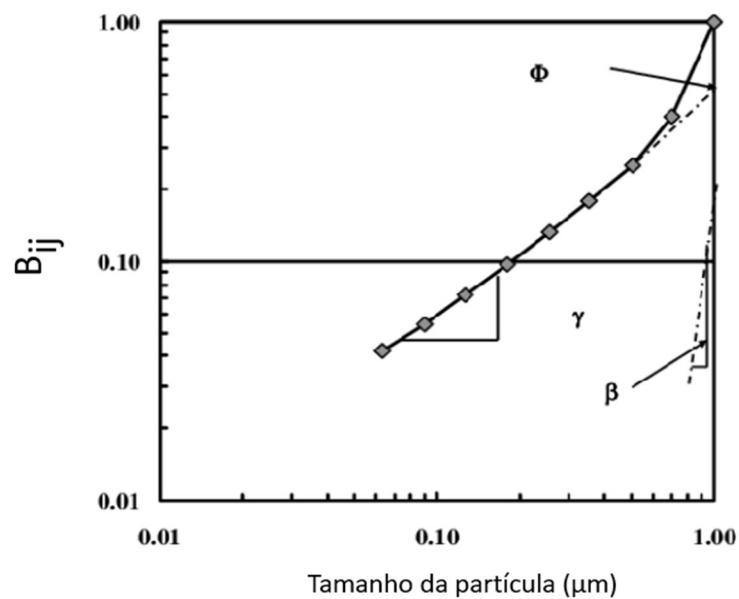


Figura 3.21 - Função Quebra,  $B_{i,j}$  (adaptado de Austin, 1984)

Os valores de  $B_{ij}$  podem ser ajustados por uma relação empírica feita da soma de duas funções lineares em escala log-log, que será:

$$B_{ij} = \Phi_j \left( \frac{x_{i-1}}{x_j} \right)^\gamma + (1 - \Phi_j) \left( \frac{x_{i-1}}{x_j} \right)^\beta, 0 \leq \Phi_j \leq 1 \quad (3.10)$$

### 3.6.5 METODOLOGIAS UTILIZADAS PARA A DETERMINAÇÃO DE PARÂMETROS DE QUEBRA, $B_{ij}$ E $S_i$ :

- Utilização de técnicas do retro cálculo;
- Aplicação de técnicas não lineares de otimização;
- Testes de moagem de longa duração.

Neste trabalho foi utilizado a técnica de retro cálculo que é baseado em técnicas não lineares de otimização.

Com os valores obtidos experimentalmente da recuperação do mineral  $j$  no intervalo de tamanho  $i$  e os valores obtidos pelo modelo podemos calibrar os parâmetros do modelo. A função objetivo assume a seguinte forma:

$$FO = \sum_{i=1}^{n_i} \left( (w_{i,j})_{exp} - (w_{i,j})_{cal} \right)^2 \quad (3.11)$$

onde  $(w_{i,j})_{cal} = F(W_{c(i,j)}, W_{f(i,j)}, W_{Entc(i,j)}, W_{Entf(i,j)})$  é a fração em massa calculada do mineral  $j$  no intervalo de tamanho  $i$ . Caso existam dados suficientes para o cálculo da variância nas medidas de  $(w_{i,j})_{exp}$  a equação acima assume a seguinte forma:

$$FO = \sum_{i=1}^{n_i} \frac{\left( (w_{i,j})_{exp} - (w_{i,j})_{cal} \right)^2}{V_{i,j}} \quad (3.12)$$

onde  $V_{i,j}$  é a variância da fração em massa do mineral  $j$  no intervalo de tamanho  $i$ . Infelizmente raramente é possível estimar a variância da recuperação.

Após a calibração, o simulador pode ser utilizado para prever o desempenho da planta em estudo. Informações como a recuperação de um dado mineral, teor e distribuição granulométrica podem ser facilmente obtidas através de algumas equações de balanço de massa.

As figuras 3.21, 3.22, 3.23 e 3.24 apresentam as equações do modelo do balanço populacional aplicados aos níveis 3, 4 e 5.

$$\frac{dm_i(E)}{dE} = -S_i m_i(E) + \sum_{x=1}^{i-1} b_{i,x} S_x m_x(E)$$

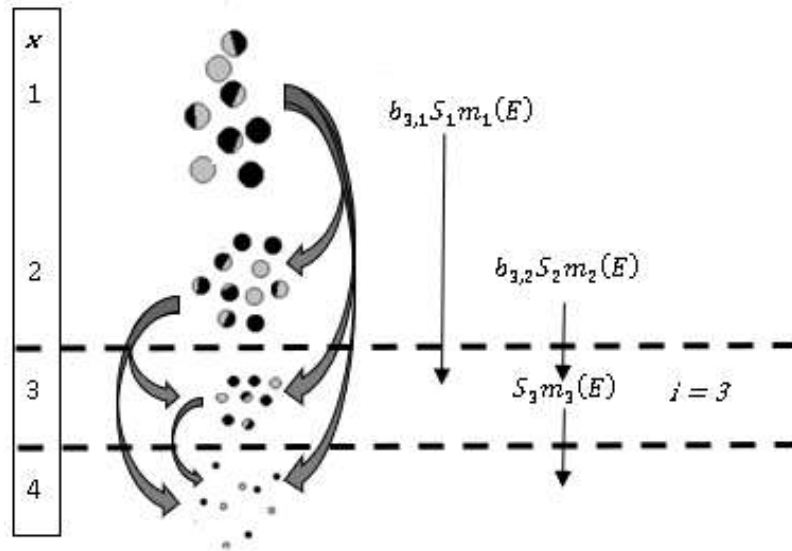


Figura 3.22 - Equações de transporte de massa no nível 3 entre as classes de tamanho(i).

$$\frac{dm_{i,j}(E)}{dE} = -S_{i,j} m_{i,j}(E) + \sum_{x=1}^{i-1} b_{i,j,x} S_{j,x} m_{j,x}(E)$$

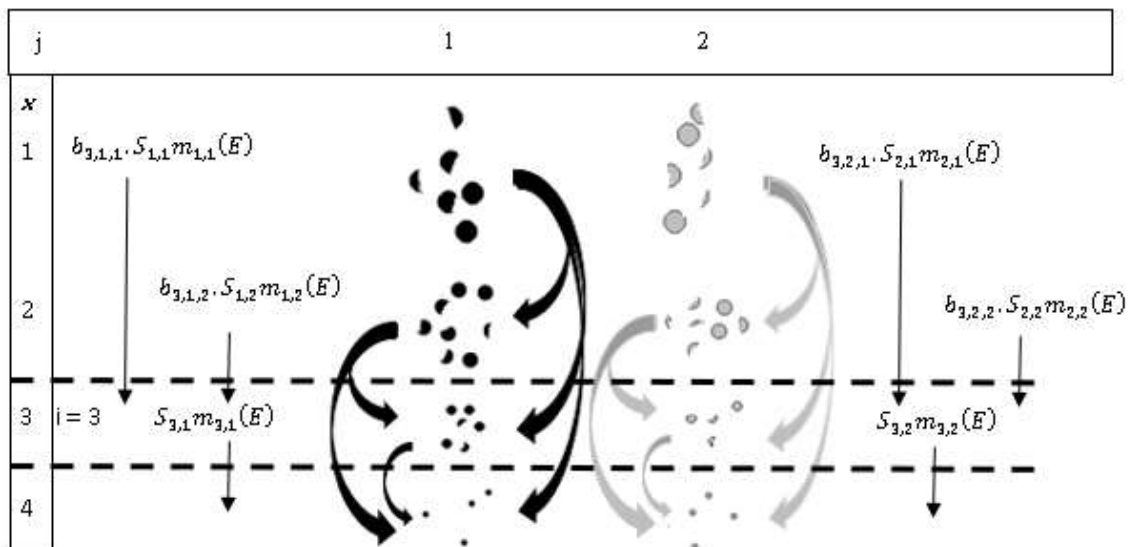


Figura 3.23 - Equações de transporte de massa no nível 4 entre as classes de tamanho(i) e mineral(j).

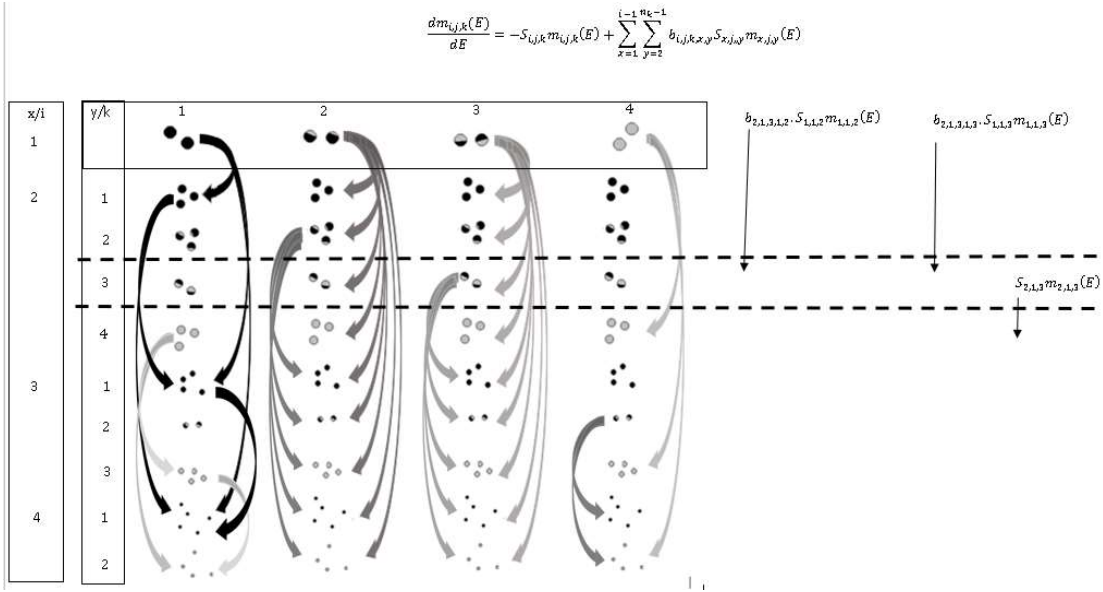


Figura 3.24 - Equações de transporte de massa no nível 5 entre as classes de tamanho(i), mineral(j) e liberação(k) partículas mistas.

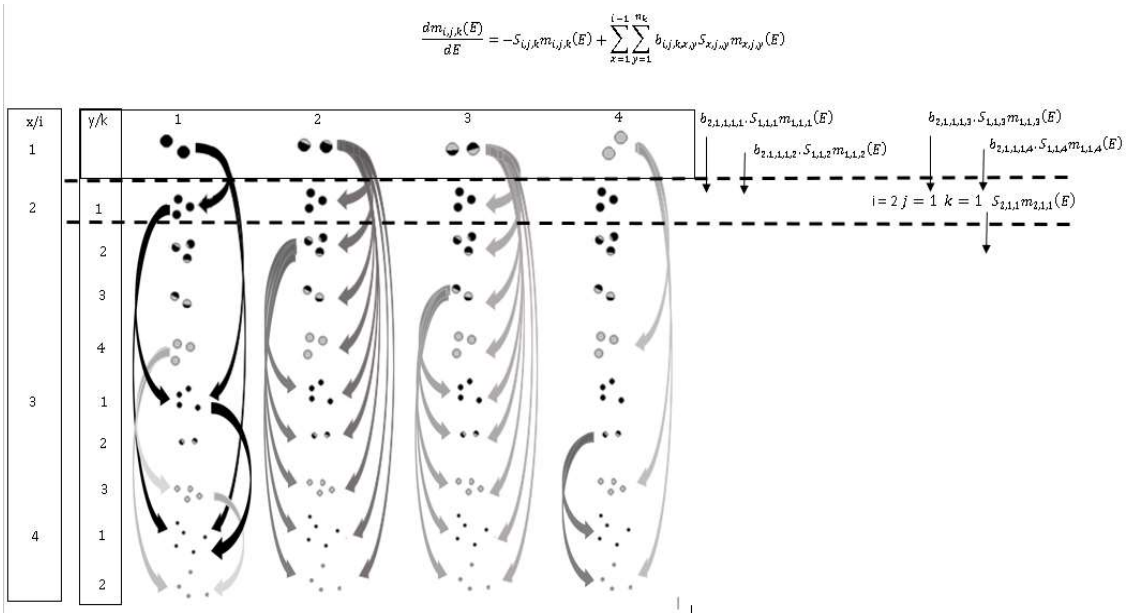


Figura 3.25 - Equações de transporte de massa no nível 5 entre as classes de tamanho(i), mineral(j) e liberação(k) partículas livres.

### 3.7 FLOTAÇÃO

Flotação é um processo físico-químico que explora as diferenças nas características de superfície existentes entre várias espécies minerais para separação entre minerais-minério e ganga. Trata-se do método de concentração mais utilizado no processamento mineral. Esse método destaca-se pela sua alta capacidade de recuperação de partículas finas, elevada flexibilidade e sua capacidade de operar com grandes volumes de material.

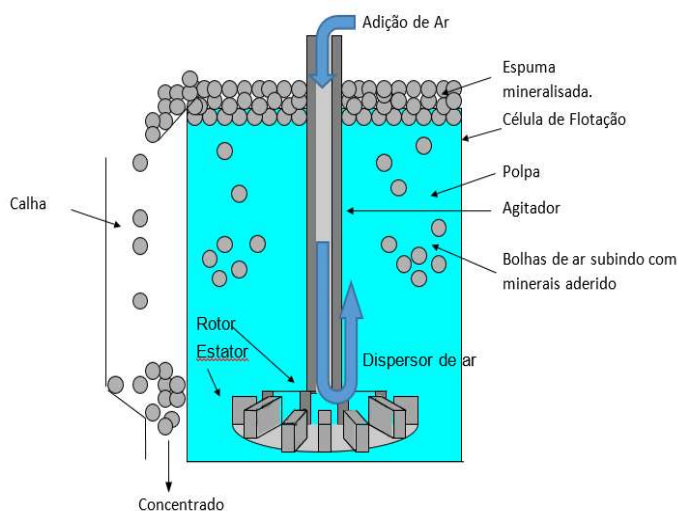


Figura 3.26 - Diagrama esquemático de uma célula de flotação convencional.

No processo de flotação nos referimos ao que entra na flotação de Alimentação (A), aos materiais desejados Concentrado (C) e minerais de ganga de Rejeito (E) (Figura 3.26).

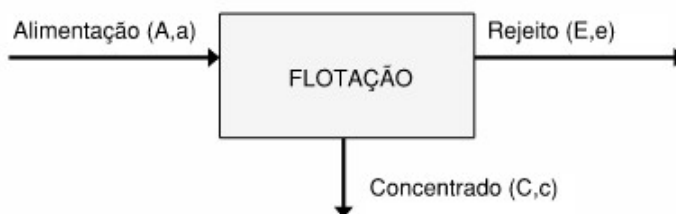


Figura 3.27 - Fluxograma de Flotação

Em uma célula de flotação (Figura 3.25), a partícula pode atingir a camada de espuma por meio de dois mecanismos. As partículas podem ser carregadas para a camada de espuma através da aderência bolha de ar e partícula (flotação verdadeira), ou isso pode ocorrer através de arraste mecânico onde partículas encontram-se encurraladas e suspensas na água entre bolhas.

### 3.7.1 REAGENTES

No processo de flotação há a aplicação de diferentes reagentes, todos tem um objetivo em comum que é modificar as propriedades de interface, a escolha dos reagentes depende do mineral em específico e da mistura a ser tratada.

As condições das propriedades da polpa na alimentação da flotação, uma mistura de minérios suspensos em água, dificilmente estarão prontos para flotação. O condicionamento de reagentes antes da flotação de grafita agora é considerado prática padrão e é um importante fator de diminuição do tempo de flotação. Este é talvez a mais econômica maneira de aumentar a capacidade de flotação (WILLS, 2006).

Os reagentes mais usuais no processo de flotação de grafita são:

1. Moduladores de coleta
2. Espumantes

#### 3.7.1.1 MODULADORES DE COLETA

Os moduladores de coletora são reagentes tenso ativos que atuam na interface sólido-líquido (figura 3.43), modificando a superfície mineral, que passa de caráter hidrofílico para hidrofóbico.

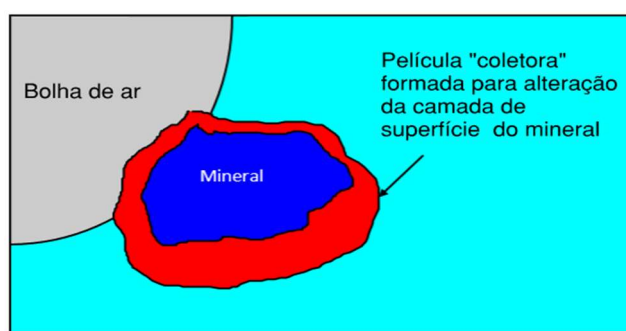


Figura 3.28 - Coletor alterando/modificando superfície mineral

Os coletores são quimicamente classificados como surfatantes, cujas moléculas orgânicas contêm, ao mesmo tempo, longas cadeias apolares de hidrocarbonetos e uma extremidade polar (Figura 3.44). Pode se dizer que se trata de moléculas de caráter duplo (anfipáticas), consistindo de um grupo não polar e um grupo polar. O grupo não polar não possui um dipolo permanente e



representa a porção hidrofóbica da molécula, sendo geralmente um hidrocarboneto. O grupo polar possui um momento de dipolo permanente e representa a porção hidrofílica da molécula.

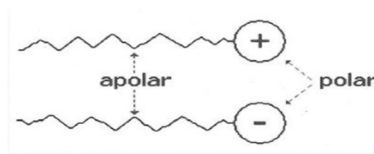


Figura 3.29 - Molécula heteropolar.

O coletor adsorve na superfície mineral formando uma película hidrofóbica evitando assim a hidratação da superfície, permitindo a adesão das partículas à bolha de ar, enquanto as partículas cobertas por moléculas de água, permanecem na polpa até a descarga.

### 3.7.1.2 ESPUMANTES

Espumantes são geralmente reagentes orgânicos heteropolares de superfície-ativa, capazes de adsorverem na interface líquido-ar, reduzindo a tensão superficial, criando condições propícias para a geração de espuma. São constituídos de um grupo não-iônico polar, geralmente  $-OH$ , e outro apolar, uma cadeia hidrocarbônica ramificada.

Espumantes são adicionados para estabilização da formação de bolhas na fase de polpa (Figura 3.45), para criar uma estabilidade razoável da espuma permitindo uma drenagem seletiva da espuma e da ganga que foi arrastada e para aumentar a cinética da flotação (WILLS, 2006).

Quando moléculas de superfície-ativa interagem com água, os dipolos da água combinam-se rapidamente com grupos polares e hidratam-se, mas praticamente não há interação com grupos hidrocarbonetos, que são direcionados para a fase de ar. Desse modo, a estrutura heteropolar da molécula espumante leva à sua adsorção, isso é, as moléculas concentram-se na interface líquido-ar com os grupos não polares orientados em direção ao ar e os grupos polares em direção à água.

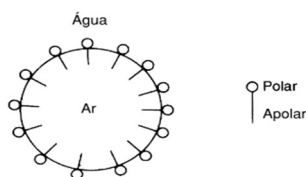


Figura 3.30 - Ação do Espumante (WILLS, 2006).

### 3.7.2 FLOTAÇÃO VERDADEIRA

A flotação verdadeira é seletiva entre partículas hidrofóbicas e hidrofílicas. O processo ocorre quanto as partículas ou por suas características naturais ou modificadas ficam aderidas as bolhas de ar.

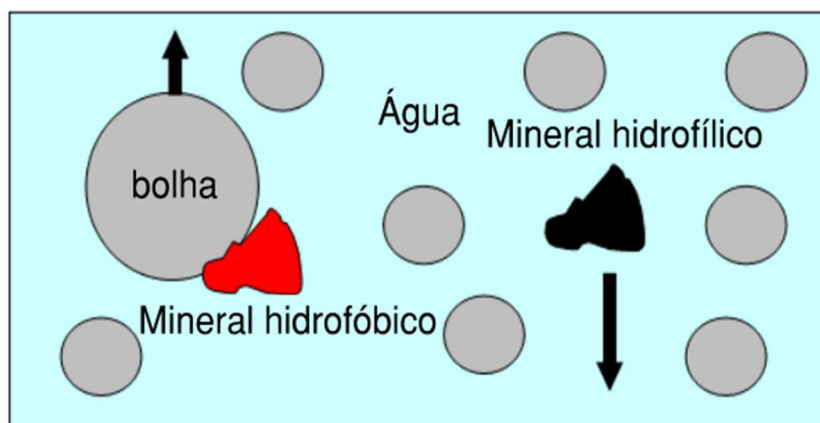


Figura 3.31 - Mineral hidrofílico e Hidrofóbico.

Na flotação verdadeira, os minerais hidrofóbicos dispersos, no meio aquoso, são coletados por bolhas de ar (Figura 3.27) e arrastados à superfície, sendo removidos na camada de espumas por transbordo ou mecanicamente. Os minerais hidrofílicos permanecem na fase aquosa acompanhando o fluxo de água (CETEM/MCT, 2010).



Figura 3.32 - Padrão de fluxo típico em uma Célula de Flotação mecânica.

Uma vez que as superfícies dos minerais selecionados são transformadas em hidrofóbicas por condicionamento de reagentes previamente selecionados, as partículas hidrofóbicas aderem as bolhas que são geradas ou introduzidas dentro da polpa (Figura 3.28) e são carregadas para parte superior da célula de flotação, formando uma camada de espuma acima da polpa sendo assim separadas das partículas hidrofílicas. Na figura 3.29 é representado o ciclo de uma partícula na fase de polpa, onde é possível verificar as partículas aderindo a bolha (flotação verdadeira).

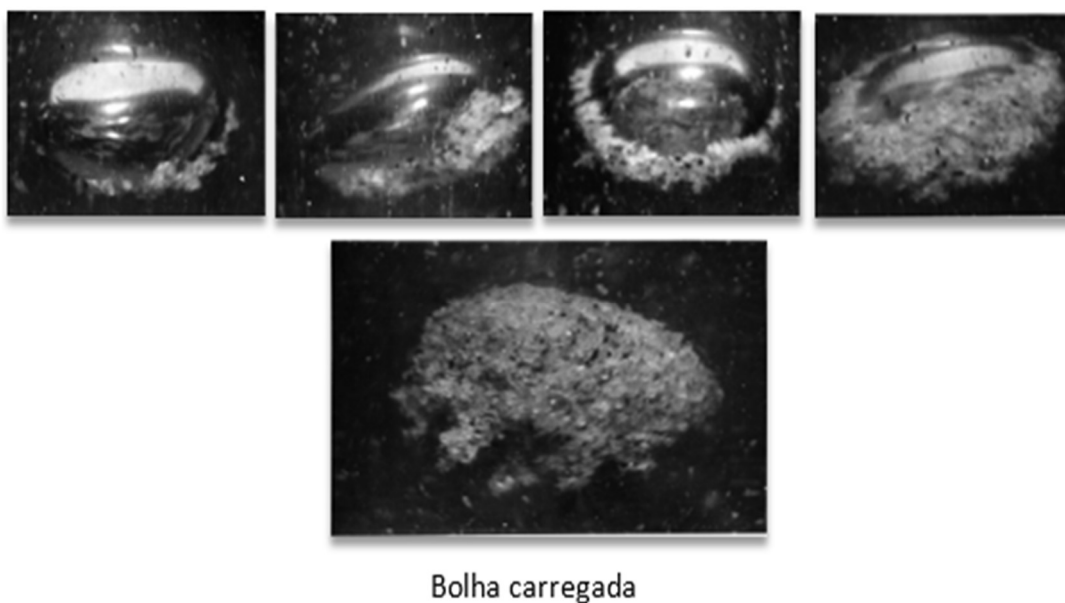


Figura 3.33 – Ciclo de uma partícula na fase de polpa (adaptado de King *et al.*, 1974)

Ao contrário da flotação verdadeira, o arraste mecânico não é seletivo. Partículas são empurradas carregadas sem distinção de minerais de interesse ou mineral de ganga. No processo de arraste mecânico, partículas com baixa inércia simplesmente seguem o fluxo de água para o flotado ou afundado independentemente de alguma propriedade superficial. O arraste mecânico torna-se um problema mais sério quando são processados minerais de granulometria muito fina. Pode-se obter uma redução do arraste mecânico limitando a recuperação da água proveniente da alimentação (a origem do arraste mecânico) por meio de um controle nos fatores operacionais que afetam a recuperação de água, tais como, o controle do tempo de residência da polpa e da espuma, a vazão do gás, área global da superfície de bolhas e características de drenagem da espuma (MONTENEGRO, 2001).

Em qualquer tipo de equipamento utilizado na flotação, há uma série de mecanismos de transporte de massa os quais estão diretamente relacionados com o teor e recuperação do concentrado. Os principais mecanismos de transporte de massa são a adesão da partícula na superfície da bolha

(flotação verdadeira) e o arraste mecânico (Figura 3.30). O transporte de massa por adesão e arraste mecânico pode ser dividido nas seguintes etapas (MONTENEGRO, 2001):

1. Adesão entre bolhas e partículas hidrofóbicas na região de polpa;
2. Arraste mecânico de partículas suspensas na região de polpa independente da hidrofobicidade;
3. Desprendimento de parte das partículas na região da espuma devido à coalescência e/ou colapso das bolhas (as partículas desprendidas ficam suspensas entre as bolhas juntamente com as transportadas por arraste mecânico);
4. Drenagem de água e de parte das partículas suspensas entre as bolhas na região de espuma.
5. Transporte de partículas aderidas às bolhas para o concentrado;
6. Transporte de água e partículas suspensas entre as bolhas para o concentrado (inclui partículas desprendidas).

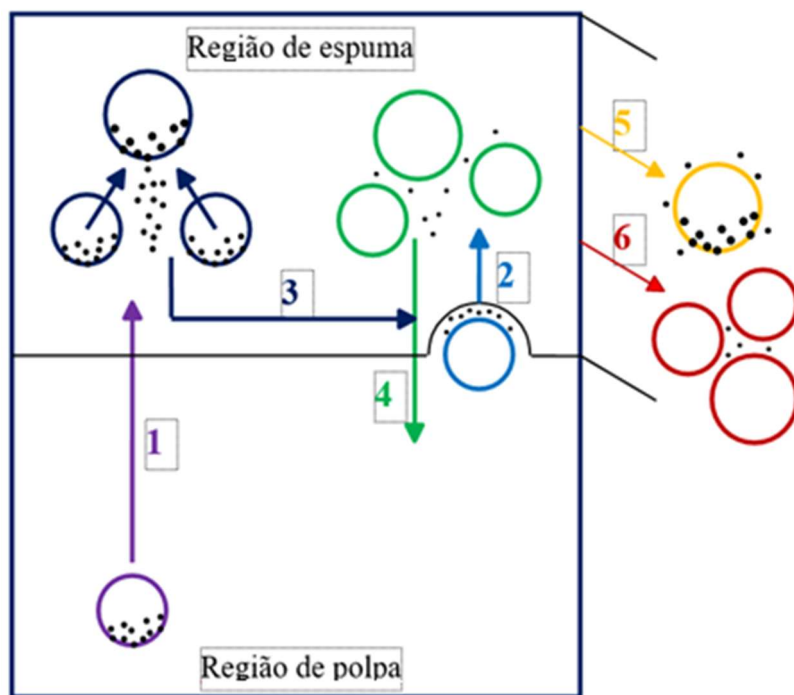


Figura 3.34 - Transporte de massa no processo de flotação (adaptado de Laplante *et al.*, 1989).

MONTENEGRO (2001) elaborou uma representação esquemática para descrever o processo de recuperação de partículas durante a flotação verdadeira e arraste mecânico (Figura 3.31).

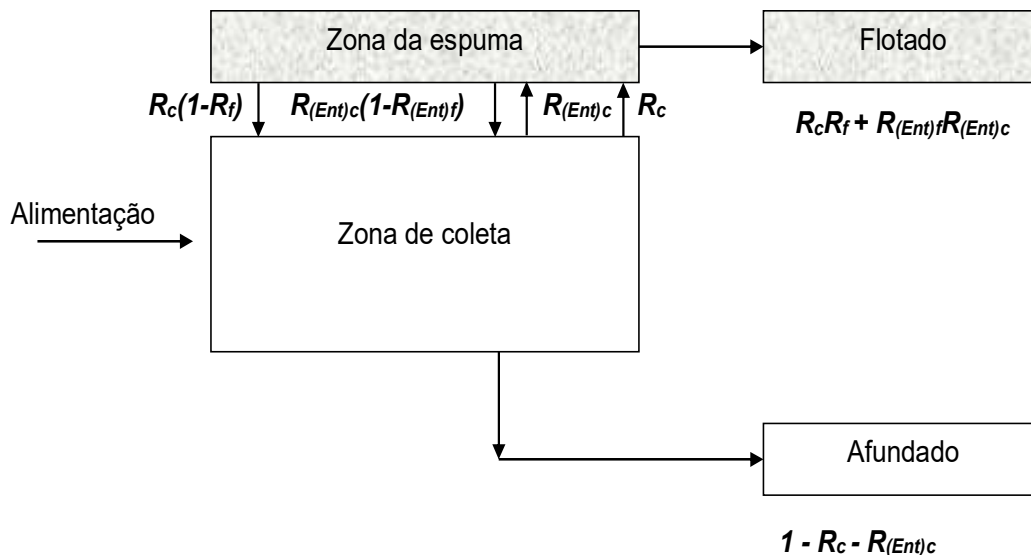


Figura 3.35 - Representação esquemática dos efeitos da flotação verdadeira e do arraste mecânico nas zonas de coleta e espuma (MONTENEGRO, 2001).

$$R = \frac{R_c R_f + R_{(Ent)c} R_{(Ent)f}}{R_c R_f + R_{(Ent)c} R_{(Ent)f} + 1 - R_c - R_{(Ent)c}} \quad (3.13)$$

Onde:

F = alimentação da zona de coleta

$R_c$  = recuperação da zona de coleta por flotação verdadeira

$R_f$  = recuperação da zona de espuma por flotação verdadeira

$R_{(ent)c}$  = recuperação da zona de coleta por arraste mecânico

$R_{(ent)f}$  = recuperação da zona de espuma por arraste mecânico

Na alimentação da flotação temos diferentes partículas com diferentes características, tais como: partículas de minerais diversos, livres e mistas e de diferentes tamanhos. Portanto, apresentarão comportamentos diferentes relativos a flotabilidade (Figura 3.32). Para calcular a recuperação de um mineral  $j$  no intervalo de tamanho  $i$  na classe de liberação  $k$  (nível 5) podemos utilizar a equação 3.14.

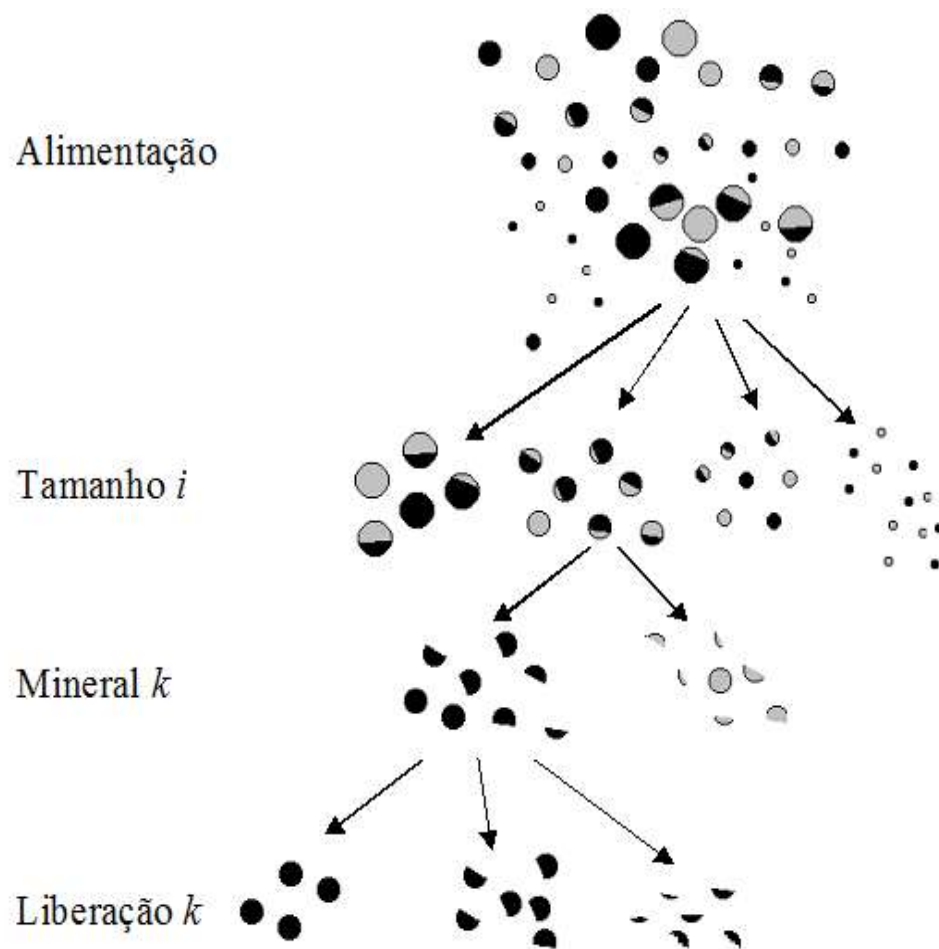


Figura 3.36 - Representação das classes de tamanho, mineral e liberação na alimentação da flotação

$$R_{ijk} = \frac{R_{c(ijk)}R_{f(ijk)} + R_{(Ent)c(ijk)}R_{(Ent)f(ijk)}}{R_{c(ijk)}R_{f(ijk)} + R_{(Ent)c(ijk)}R_{(Ent)f(ijk)} + 1 - R_{c(ijk)} - R_{(Ent)c(ijk)}} \quad (3.14)$$

A figura (3.33) mostra a distribuição da flotabilidade por classes de tamanho. A distribuição da flotabilidade por classes de tamanho é uma simplificação do modelo apresentado por King (1976) e Savassi (1995).

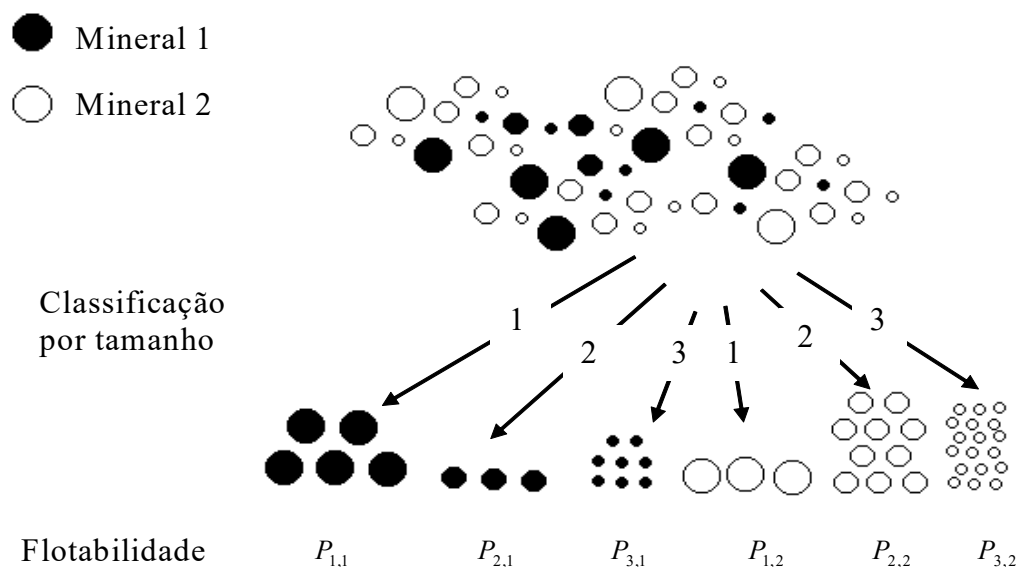


Figura 3.37 - Flotabilidade por classes de tamanho  $i$  e mineral  $j$ .

A recuperação do mineral  $j$  no intervalo de tamanho  $i$  pode ser obtida pela seguinte equação:

$$R_{i,j} = \frac{R_{c(i,j)}R_{f(i,j)} + R_{(Ent)c(i,j)}R_{(Ent)f(i,j)}}{R_{c(i,j)}R_{f(i,j)} + R_{(Ent)c(i,j)}R_{(Ent)f(i,j)} + 1 - R_{c(i,j)} - R_{(Ent)c(i,j)}} \quad (3.15)$$

onde  $R_{i,j}$  é a recuperação do mineral  $j$  no intervalo de tamanho  $i$ ;  $R_{c(i,j)}$  é a recuperação na zona de coleta do mineral  $j$  no intervalo de tamanho  $i$ ;  $R_{f(i,j)}$  é a recuperação na zona de limpeza (espuma) do mineral  $j$  no intervalo de tamanho  $i$ ;  $R_{Ent(i,j)c}$  é a recuperação por meio de arraste mineral  $j$  no intervalo de tamanho  $i$  para a zona de coleta;  $R_{Ent(i,j)f}$  é a recuperação por meio de arraste mineral  $j$  no intervalo de tamanho  $i$  para a zona de limpeza. Para partículas maiores do que  $40\mu\text{m}$  a recuperação por arraste  $R_{ent}$  pode ser considerada desprezível. Assim para tamanhos superiores a  $40\mu\text{m}$  a equação (3.15) torna-se:

$$R_{i,j} = \frac{R_{c(i,j)}R_{f(i,j)}}{R_{c(i,j)}R_{f(i,j)} + 1 - R_{c(i,j)}} \quad (3.16)$$

Quando não é possível a determinação ou quando a perda de material na zona de limpeza (espuma) pode ser considerada desprezível podemos considerar que  $R_f = 1$  e assim a equação (3.16) torna-se:

$$R_{i,j} = R_{c(i,j)} \quad (3.17)$$

A equação (3.17) raramente pode ser aplicada para a flotação em coluna. A espuma torna-se uma barreira física, e nem todas as partículas que chegam até ela, aderidas ou não na bolha, conseguirão ultrapassar. O efeito disso é a recirculação interna apresentada na figura (3.30) que não deve ser ignorada quando se avalia o desempenho da célula, e muito menos quando se deseja fazer a modelagem da célula para efeito de simulação ou dimensionamento.

Para que o modelo possa ser utilizado é necessário o cálculo dos seus parâmetros. Essa parte do trabalho, de preferência, não deve ocupar um volume de trabalho muito exaustivo. A aplicabilidade de qualquer modelo depende de como os seus parâmetros são obtidos. O principal ponto deste trabalho é a determinação de um método que permita de maneira fácil a caracterização da flotabilidade dos minerais.

A metodologia proposta para simulação de uma planta para um dado mineral tem três elementos principais:

- i. amostragem da planta e coleta das informações necessárias ao modelo (concentração e tipo de reagentes utilizado, vazão dos fluxos, tempo de residência, vazão do ar, fração volumétrica do gás, altura da camada de espuma, variáveis geométricas da célula etc.) com o objetivo da caracterização da flotabilidade nas células de flotação industrial, que vai ser usada para quantificar o comportamento do mineral ou fluxo que em estudo.
- ii. caracterização da flotabilidade em escala de laboratório;
- iii. desenvolvimento de um modelo e um simulador que possa ser utilizado para prever o desempenho da planta em estudo;
- iv. elaboração de um algoritmo para escalonamento que possa prever o desempenho de outras células de flotação.

A caracterização da flotabilidade envolve: a realização de testes de flotação em um determinado equipamento, determinação dos valores dos parâmetros dos modelos, estimativas dos efeitos da espuma e do arraste. Com os resultados obtidos segue uma segunda etapa que é a elaboração de um algoritmo para modelar o desempenho da flotação, por fim, é realizada a simulação da flotação via computador. Para elaboração de um algoritmo de escalonamento é necessário a realização de testes em células industriais com a mesma amostra utilizada para os testes em escala de laboratório. Nessas condições as variáveis de fluxo são reduzidas para porcentagem de sólidos e tipo/concentração de reagentes. Assim, o escalonamento torna-se função das variáveis do equipamento, ou seja, função da velocidade superficial de bolhas  $S_b$ . Se as condições das variáveis



de fluxo forem mantidas constantes, a própria calibração da flotabilidade será utilizada para o escalonamento. A calibração do modelo para condições industriais e em laboratório é fundamental para o desenvolvimento do modelo de escalonamento.

Com os valores obtidos experimentalmente da recuperação do mineral  $j$  no intervalo de tamanho  $i$  e os valores obtidos pelo modelo podemos calibrar os parâmetros do modelo. A função objetivo assume a seguinte forma:

$$FO = \sum_{i=1}^{n_i} \left( (R_{i,j})_{exp} - (R_{i,j})_{cal} \right)^2 \quad (3.18)$$

onde  $(R_{i,j})_{cal} = F(R_{c(i,j)}, R_{f(i,j)}, R_{Entc(i,j)}, R_{Entf(i,j)})$  é a recuperação calculada do mineral  $j$  no intervalo de tamanho  $i$ . Caso existam dados suficientes para o cálculo da variância nas medidas de  $(R_{i,j})_{exp}$  a equação acima assume a seguinte forma:

$$FO = \sum_{i=1}^{n_i} \frac{\left( (R_{i,j})_{exp} - (R_{i,j})_{cal} \right)^2}{V_{i,j}} \quad (3.19)$$

onde  $V_{i,j}$  é a variância da recuperação do mineral  $j$  no intervalo de tamanho  $i$ . Infelizmente raramente é possível estimar a variância da recuperação.

Após a calibração o simulador pode ser usado para prever o desempenho da planta em estudo. Informações como a recuperação de um dado mineral, teor e distribuição granulométrica podem ser facilmente obtidas através de algumas equações de balanço de massa.

A recuperação total do mineral  $j$  pode ser calculada pela seguinte equação:

$$R_j = \sum_{i=1}^{n_i} m_{F(i,j)} R_{i,j} \quad (3.20)$$

onde  $R_j$  é a recuperação total do mineral  $j$  no intervalo de tamanho  $i$ ;  $R_{i,j}$  é a recuperação do mineral  $j$  no intervalo de tamanho  $i$ ;  $m_{F(i,j)}$  é a fração granulométrica do mineral  $j$  no intervalo de tamanho  $i$  na alimentação;  $n_i$  é o número de intervalos de tamanho.

O teor do mineral  $j$  no intervalo de tamanho  $i$  pode ser obtido pela seguinte equação:

$$T_{i,j} = \frac{100}{\frac{1}{R_{i,j}a_{i,j}} \sum_{j=1}^{n_m} R_{i,j}a_{i,j}} \quad (3.21)$$

onde  $T_{i,j}$  é o teor do mineral  $j$  no intervalo de tamanho  $i$ ;  $R_{i,j}$  é a recuperação do mineral  $j$  no intervalo de tamanho  $i$ ;  $a_{i,j}$  é o teor do mineral  $j$  no intervalo de tamanho  $i$  na alimentação.

A seguinte equação serve para calcular o teor global do mineral  $j$ :

$$T_j = \frac{\sum_{i=1}^{n_i} m_{C(i)} T_{i,j}}{\sum_{j=1}^{n_m} \sum_{i=1}^{n_i} m_{C(i)} T_{i,j}} \quad (3.22)$$

onde  $T_j$  é o teor global do mineral  $j$ ;  $m_{C(i)}$  é a fração granulométrica no intervalo  $i$ ;  $n_m$  é o número de espécies minerais;  $n_i$  é o número de intervalos de tamanho.

A fração granulométrica de cada intervalo de tamanho  $i$  pode ser obtida pela seguinte equação:

$$m_{C(i)} = \frac{\sum_{j=1}^{n_m} R_{i,j}a_{i,j}}{\sum_{i=1}^{n_i} \sum_{j=1}^{n_m} R_{i,j}a_{i,j}} \quad (3.23)$$

onde  $m_{C(i)}$  é a fração granulométrica no intervalo  $i$ ;  $R_{i,j}$  é a recuperação do mineral  $j$  no intervalo de tamanho  $i$  e  $a_{i,j}$  é o teor do mineral  $j$  no intervalo de tamanho  $i$  na alimentação.

Como os parâmetros do modelo são obtidos por meio da recuperação de cada mineral por faixa granulométrica uma maior atenção deve ser tomada:

- i. na amostragem dos fluxos;
- ii. na coleta de informações pertinentes aos fluxos (reagentes, porcentagem de sólidos, minerais presentes, etc);
- iii. na realização da análise granulométrica;
- iv. na medida das variáveis operacionais que são necessárias para o cálculo do tempo de residência do ar na zona de coleta, tamanho médio de bolhas e velocidade superficial de bolhas.

Cada uma dessas etapas pode determinar a viabilidade da obtenção dos parâmetros do modelo para simulação do processo de flotação.

### 3.7.2.1 MODELAGEM DA FLOTAÇÃO VERDADEIRA

A recuperação na zona de coleta tem sido fruto de pesquisas de muitos autores (Lynch *et al.*, 1981; Apling e Ersayin, 1986; Forsdyke, 1985; Geidel, 1995; Dobby e Finch, 1986; Mankosa *et al.*, 1988). De acordo com o regime de mistura e das informações disponíveis os seguintes modelos podem ser usados na modelagem da zona de coleta: pistão (equação 3.32), baixa mistura (equação 3.28), modelo com dispersão axial (equação 3.29), e mistura perfeita (equação 3.27). O valor da constante cinética de flotação e consequentemente o valor da flotabilidade vai depender da escolha do modelo que irá representar a zona de coleta. Se todas as informações necessárias tiverem disponíveis o modelo de pistão com dispersão deve ser utilizado já que é o único que vincula as variáveis operacionais e as de projeto (comprimento, altura da célula) com o regime de fluxo.

Uma forma modificada da equação apresentada por Moys (1978) (MONTENEGRO, Savassi e Peres, 2001) foi utilizada para a modelagem da zona de limpeza (espuma). Dependendo das forças de adesão das partículas e da presença de mecanismos que favoreçam a desagregação (coalescência, colapso de bolhas e água de lavagem) as partículas podem passar da superfície da bolha para a fase líquida da espuma.

$$R_f = \exp(-\varphi_{i,j}\lambda_{ar}) \quad (3.24)$$

onde  $\varphi_{i,j}$  representa a constante de desprendimento na região da espuma do mineral  $j$  no intervalo de tamanho  $i$  e  $\lambda_{ar}$  é o tempo médio de residência do ar na espuma. Segundo Szatkowski (1987) o tempo de residência do ar na espuma pode ser estimado por:

$$\lambda_{ar} = \frac{h_f}{J_g} \quad (3.25)$$

onde  $h_f$  é a altura da camada de espuma e  $J_g$  é a velocidade superficial do gás.

Na espuma ocorre o processo inverso ao da zona de coleta, ou seja, a partícula já está aderida nas bolhas e as bolhas começam a coalescer e/ou entrar em colapso. No processo de coalescência e drenagem da água os fatores que influenciam na estabilidade do agregado partícula-bolha são importantes na determinação dos valores da constante de desagregação (Yianatos, Finch e Laplante, 1987). Para bolhas completamente carregadas qualquer coalescência leva a perda de partículas para a espuma. A capacidade de carregamento das bolhas raramente atinge o seu valor máximo, podendo assim a bolha coalescer sem a perda efetiva de partículas. O principal mecanismo que atua na zona de limpeza é o colapso das bolhas. No processo de colapso todas as partículas, independentemente dos fatores que influenciam na estabilidade do agregado partícula-bolha, são conduzidas à fase líquida. Quando a bolha se quebra todas as partículas são levadas para a fase líquida e a sua recuperação vai depender da recuperação da água e da classificação da partícula em função do seu tamanho e densidade. Portanto a recuperação na zona de limpeza vai depender da constante de desprendimento, do tempo de residência na espuma e da probabilidade da partícula depois de ser transferida para a fase líquida ainda assim ser enviada para o transbordo. A equação (3.26) mostra os valores da constante de desagregação  $\varphi_{i,j}$  na zona da espuma como função do tamanho da partícula:

$$\varphi_{i,j} = \varphi_j \left[ 1 - \exp \left( -0,693 \left( \frac{d_i}{d_{50}} \right)^{m_f} \right) \right] \quad (3.26)$$

onde  $\varphi_{i,j}$  é a constante de desprendimento do mineral  $j$  no intervalo de tamanho  $i$ ;  $\varphi_j$  é a constante de desprendimento característica do mineral  $j$ ;  $d_i$  é o tamanho da partícula;  $d_{50}$  é o diâmetro da partícula no qual 50% do material desprendido da bolha ainda consegue alcançar o transbordo;  $\tau_f$  é o tempo de residência na zona de limpeza (espuma);  $m_f$  é a eficiência de classificação da espuma. O segundo termo da equação representa o material que se desprendeu da espuma, mas que ainda pode ser coletado de acordo com a sua probabilidade de classificação para o flotado. Levando-se em consideração o regime de mistura e as informações disponíveis as seguintes equações podem ser utilizadas para a modelagem da zona de coleta:

Pistão (Lynch *et al.*, 1981)

$$R_{c(i,j)} = R_{c(i,j)\infty} \left( 1 - e^{-k_{c(i,j)}\tau_{c(i,j)}} \right) \quad (3.27)$$

Mistura perfeita (Lynch *et al.*, 1981)

$$R_{c(i,j)} = \frac{k_{c(i,j)}\tau_{c(i,j)}}{1+k_{c(i,j)}\tau_{c(i,j)}} \quad (3.27)$$

Baixa mistura (Apling e Ersayin, 1986; Forsdyke, 1985; Geidel, 1995).

$$R_{c(i,j)} = 1 - \frac{1-\exp(-2k_{c(i,j)}\tau_{c(i,j)})}{2k_{c(i,j)}\tau_{c(i,j)}} \quad (3.28)$$

Modelo de dispersão axial (Dobby e Finch, 1986; Mankosa *et al.*, 1988)

$$R_{c(i,j)} = 1 - \frac{4a \exp(1/2N_d)}{(1+a)^2 \exp(a/2N_d) - (1-a) \exp(-a/2N_d)} \quad (3.29)$$

Onde:

$$N_d = \frac{0,063 d_c \left( \frac{J_g}{1,6} \right)^{0,3}}{\left[ \left( \frac{J_{sl}}{1 - \epsilon_g} \right) + U_{sp} \right] H_c} \quad (3.30)$$

$$a = (1 + 4k_{c(i,j)}\tau_{c(i,j)}N_d)^{1/2} \quad (3.31)$$

Regime pistão (Lynch *et al.*, 1981)

$$R_{c(i,j)} = 1 - \exp(-k_{c(i,j)}\tau_{c(i,j)}) \quad (3.32)$$

A constante cinética de flotação pode ser obtida pela seguinte equação (Dobby e Finch, 1987):

$$k_{c(i,j)} = S_b P_{i,j} \quad (3.33)$$

Sendo:

$$S_b = \frac{1 J_g}{4 d_b} \quad (3.34)$$

$$P_{i,j} = P_{i,j_c} P_{i,j_a} P_{i,j_e}$$

Onde,

$P_{i,j}$  é a flotabilidade do mineral  $j$  no intervalo de tamanho  $i$ .

$P_{i,j_c}$  = probabilidade de colisão do mineral  $j$  no intervalo de tamanho  $i$

$P_{i,j_a}$  = probabilidade de adesão do mineral  $j$  no intervalo de tamanho  $i$

$P_{i,j_e}$  = probabilidade de estabilização mineral  $j$  no intervalo de tamanho  $i$

onde  $S_b$  é a velocidade superficial de bolhas e  $P_{i,j}$  é a flotabilidade do mineral  $j$  no intervalo de tamanho  $i$ .

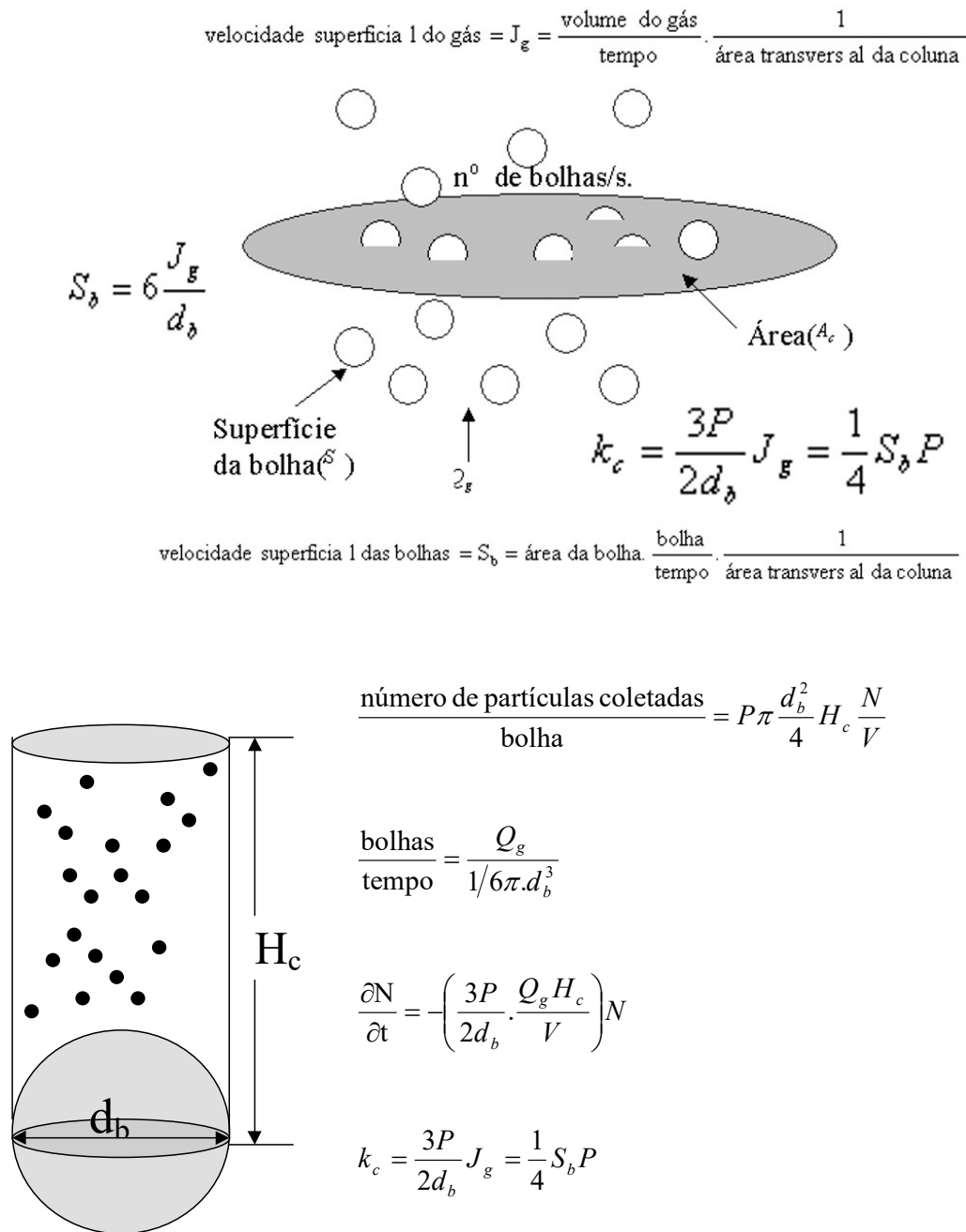


Figura 3.38 - A relação entre a velocidade superficial do ar  $J_g$ , velocidade superficial de bolhas, flotabilidade  $P_{i,j}$  e a constante cinética.

A relação entre a flotabilidade  $P_{i,j}$  e o tamanho de partícula pode ser obtido pela seguinte equação:

$$P_{i,j} = P_{1,j} \left( \frac{x_i}{x_m} \right)^\alpha \cdot \frac{1}{1 + (x_i/\mu)^\lambda} \quad (3.35)$$

Onde,

$P_{1,j}$ ,  $x_m$ ,  $\alpha$ ,  $\mu$ ,  $\Lambda$  = são parâmetros que dependem das condições operacionais, projeto e das características do mineral;

$x_i$  = tamanho de partícula do limite superior do intervalo de tamanho  $i$  ( $\mu\text{m}$ );

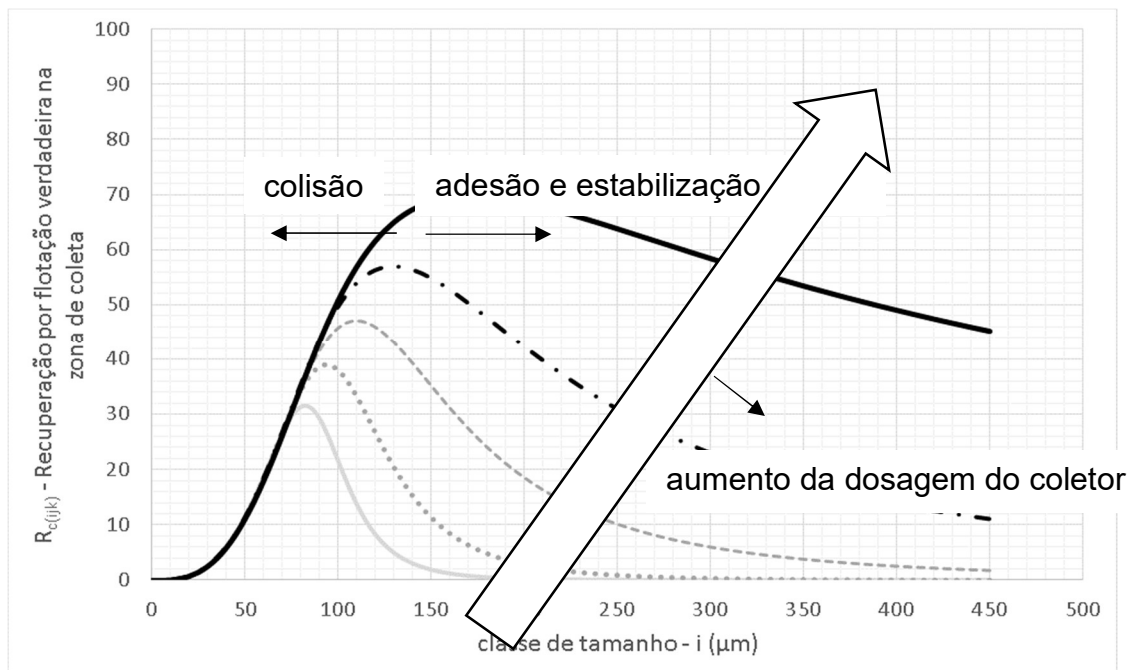


Figura 3.39 – Efeito da dosagem do coletor sobre a recuperação por flotação verdadeira do mineral  $j$  na classe de tamanho  $i$  na zona de coleta (MONTENEGRO, 2001).

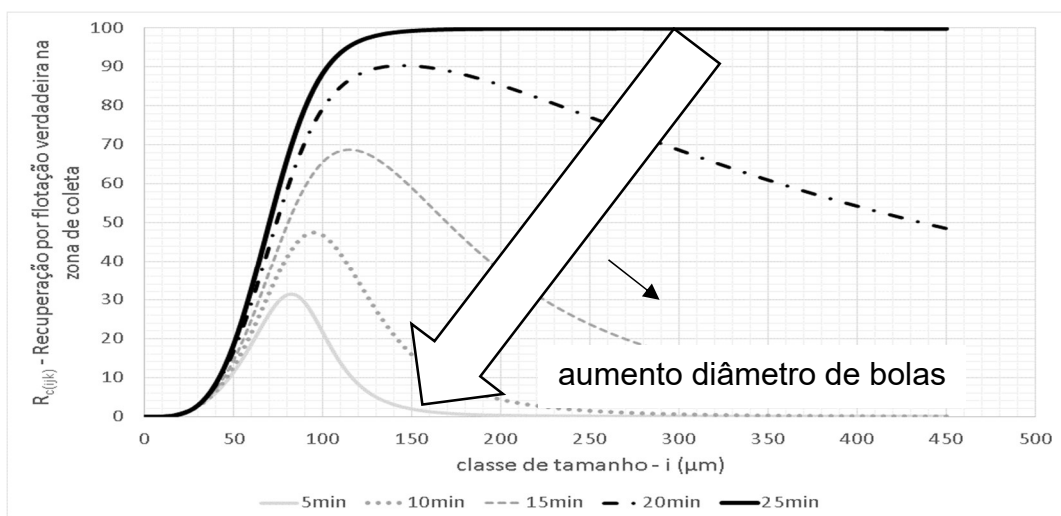


Figura 3.40 - Efeito do aumento do diâmetro de bolha sobre a recuperação por flotação verdadeira do mineral  $j$  na classe de tamanho  $i$  na zona de coleta (MONTENEGRO, 2001).



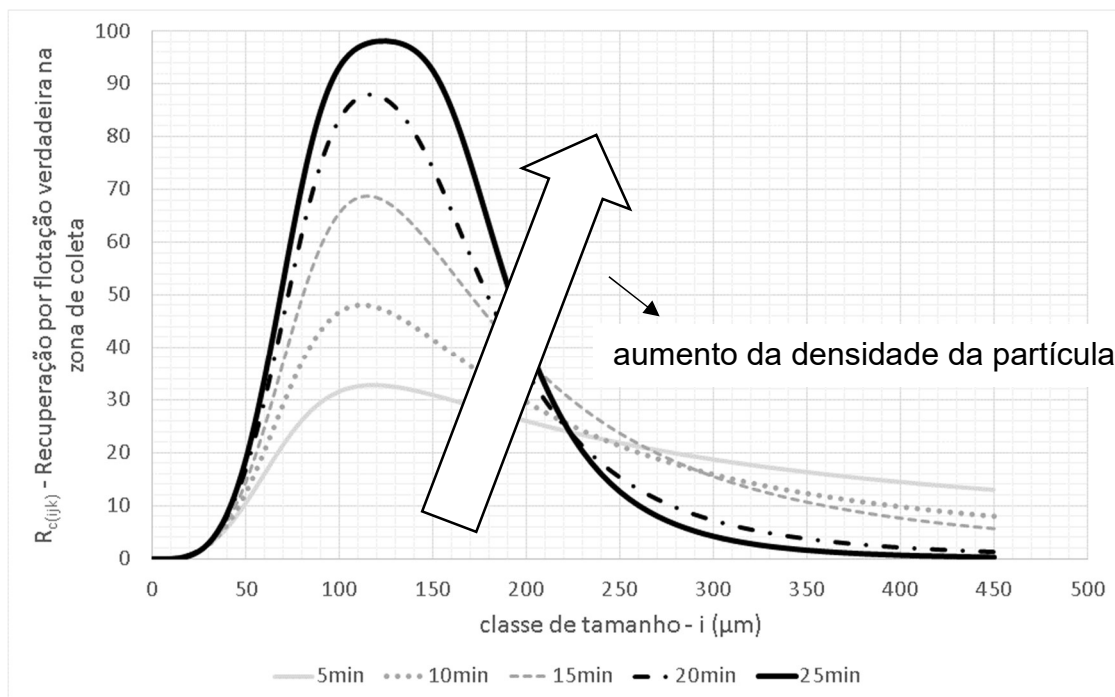


Figura 3.41 - Efeito do aumento da densidade da partícula a recuperação por flotação verdadeira do mineral  $j$  na classe de tamanho  $i$  na zona de coleta (MONTENEGRO, 2001).

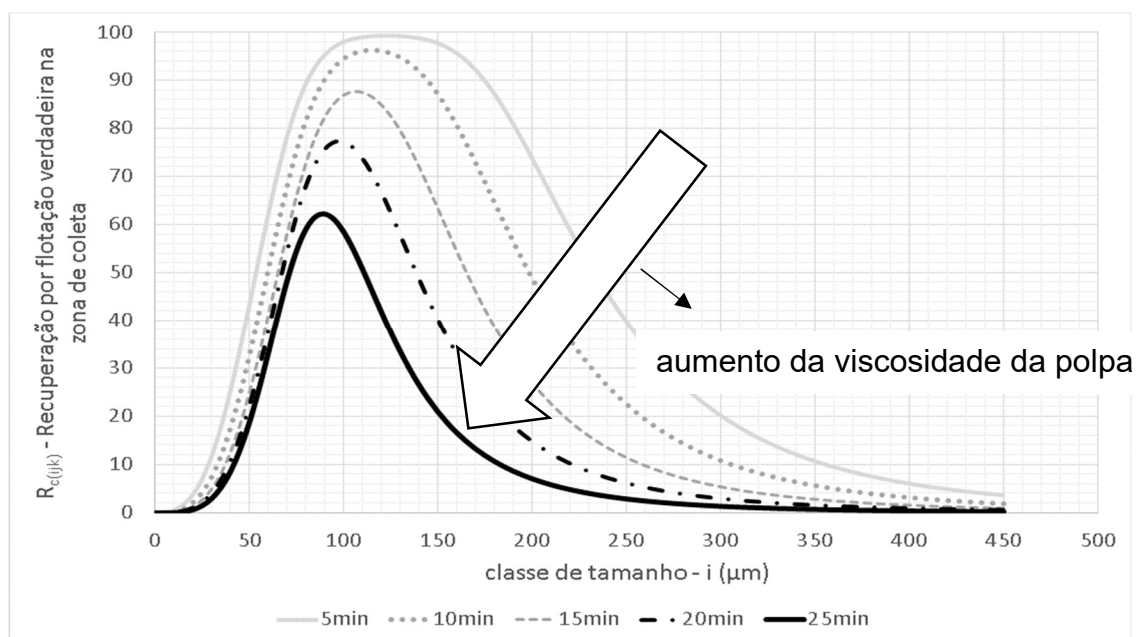


Figura 3.42 - Efeito do aumento da viscosidade da polpa a recuperação por flotação verdadeira do mineral  $j$  na classe de tamanho  $i$  na zona de coleta (MONTENEGRO, 2001).

A colisão (Figura 3.39) entre partícula e bolha é um estágio que limita a taxa de flotação. A intensidade das colisões é determinada pelas características da partícula, tais como, tamanho, densidade e padrão do fluxo presente na célula de flotação. A colisão não depende das propriedades químicas das partículas ou reagentes.

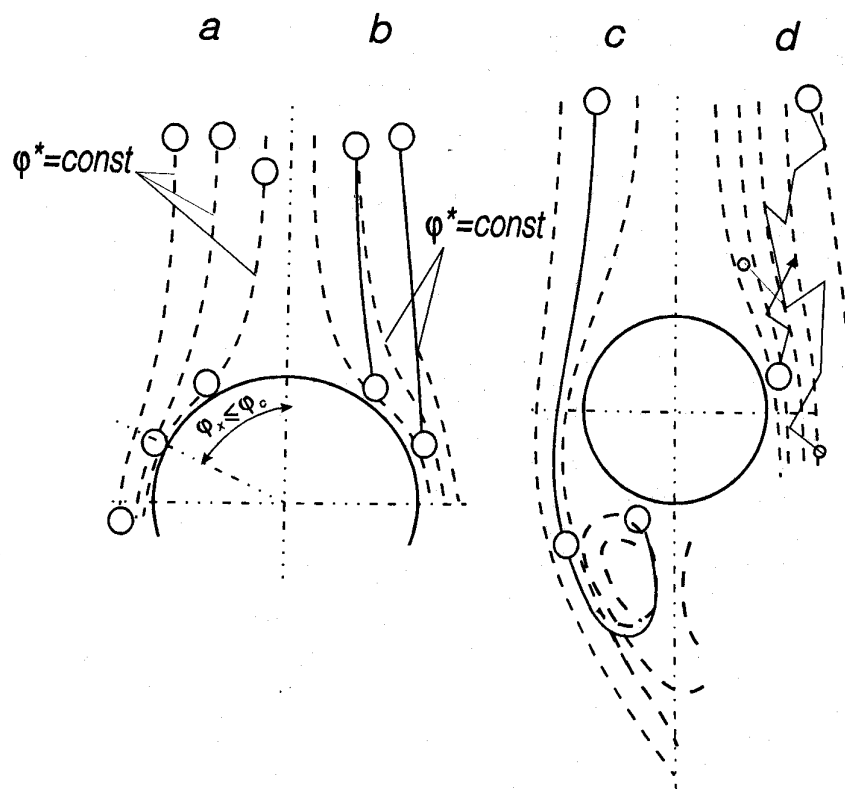


Figura 3.43 - Representação esquemática dos mais importantes mecanismos de colisão (Plate e Schulze, 1991).

Os mecanismos de colisão atuam de forma diferente na flotação convencional e na flotação em coluna: em um regime de mistura intensiva a colisão entre a partícula e a bolha deve ocorrer devido ao seu movimento relativo, que é determinado pela turbulência. Neste caso, o mecanismo de interceptação é o mais provável. Em condições de menor turbulência o mecanismo de assentamento devido à inércia gravitacional é o que predomina.

No processo de contato da partícula com a superfície da bolha, o filme do líquido entre a partícula e a bolha torna-se cada vez mais fino até romper-se. Um perímetro onde as três fases entram em contato é formado. O estudo deste agregado formado entre a partícula e a bolha leva em consideração a relação entre tempo de contato ou deslizamento da partícula e a bolha  $\tau_c$  e o tempo de indução  $\tau_i$ . O tempo de indução compreende o tempo de diminuição da espessura do filme do líquido, a formação das três fases e um período para alcançar um valor de equilíbrio.

Algumas vezes a primeira parte é confundida com  $\tau_i$  não levando em consideração o tempo para as três fases entrarem em equilíbrio.

A probabilidade da partícula e da bolha formarem um agregado é igual a 1, quando  $\tau_c > \tau_i$ , e igual a 0, quando  $\tau_c < \tau_i$ .

A seletividade da flotação é determinada não somente pela intensidade do processo de coleta, mas também pela probabilidade de a partícula desprender-se da bolha antes do agregado ser recuperado pela espuma. Para o agregado partícula-bolha permanecer estável durante a sua trajetória para a espuma, a força de adesão deve ser maior do que a soma de todas as forças externas que atuam sobre o agregado. Assim torna-se necessário considerar balanço de forças que atuam na partícula na interface líquido-gás para o cálculo da probabilidade do agregado permanecer estável  $P_{stab}$  (figura 3.39).

Segundo os dados fornecidos por Dukhin e Rulev (1987), as forças de desagregação dependem do tamanho e da densidade das partículas, sendo independentes da composição mineral. As forças de adesão para as partículas mais hidrofóbicas e menos hidrofóbicas são diferentes. A figura 3.40 mostra o efeito do tamanho da partícula sobre as forças de adesão e desagregação para dois tipos de minerais diferentes. Assim, existe um intervalo de tamanho  $d_{p1} \leq d_p \leq d_{p2}$ , no qual é possível a separação dos minerais.

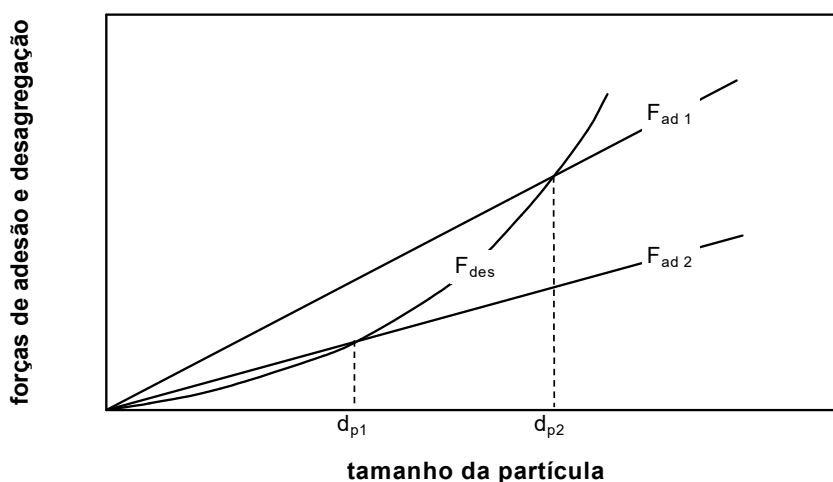


Figura 3.44 - Dependência das forças de adesão e desagregação sobre o tamanho das partículas considerando dois minerais um mais hidrofóbico, mineral (1) e outro menos hidrofóbico, mineral (2).

As equações de balanço de forças mostram que a estabilidade do agregado partícula-bolha e a seletividade da flotação dependem não somente do ângulo de contato, mas também, da tensão de superfície da bolha. Os valores das forças de desagregação de natureza hidrodinâmica  $F_{des}$  são determinadas pela estrutura do fluxo na célula. Por esta razão, a seletividade da flotação pode mudar com a mudança de escala, o que representa uma das maiores dificuldades no escalonamento (Kelebek *et al.*, 1987).

Segundo Jiang (1991) o aumento na velocidade do gás  $v_g$  resulta no aumento da probabilidade de destruição do agregado partícula-bolha. Dados experimentais sugerem que a relação entre a probabilidade de desagregação e o tamanho da partícula seja representado pela seguinte relação:

$$P_{des} \approx d_p^{3/2} \quad (3.36)$$

Além da flotação verdadeira, ou seja, a flotação como resultado de cada subprocesso apresentado existe o arraste hidráulico de partículas finas para espuma. Este subprocesso não foi estudado ainda em detalhes. A maior parte dos pesquisadores considera que a recuperação por arraste é proporcional à recuperação da água que se direciona para o flotado. O processo de arraste, também, será alvo de considerações nas seções seguintes.

O tempo de residência das partículas na célula de flotação depende da taxa de sedimentação, sendo assim, o tempo de residência das partículas depende do seu tamanho e de sua densidade. Para partículas com baixa densidade e/ou pequeno diâmetro o seu tempo de residência aproxima-se do tempo de residência do líquido. As partículas maiores ou mais densas têm um tempo de residência inferior ao tempo de residência do líquido. Partículas maiores que 100  $\mu$ m têm um tempo de residência igual ou menor do que 50% do tempo de residência do líquido (Dobby e Finch, 1986). O tempo médio de residência das partículas na zona de coleta pode ser calculado através da seguinte equação:

$$\tau_c = \tau_l \left[ \frac{J_{sl}/(1-\varepsilon_g)}{\frac{J_{sl}}{(1-\varepsilon_g)} + U_{sp}} \right] \quad (3.37)$$

onde  $J_{sl}$  é a velocidade superficial da polpa;  $\varepsilon_g$  é a fração volumétrica do gás;  $U_{sp}$  é a velocidade relativa entre o líquido e o sólido e  $\tau_l$  é o tempo médio de residência do líquido na zona de coleta, dado por:

$$\tau_l = [h_c A_c / (1 - \varepsilon_g)] / Q_t \quad (3.38)$$

onde  $\tau_l$  é o tempo de residência da fase líquida;  $A_c$  é a área da seção transversal da célula;  $h_c$  é a altura da zona de coleta;  $\varepsilon_g$  é a fração volumétrica do gás “hold up” e  $Q_t$  é a vazão volumétrica de polpa da fração que se dirige para o afundado.

O valor da velocidade relativa  $U_{sp}$  das partículas e pode ser estimado usando-se a seguinte equação:

$$U_{sp} = \frac{g d_c^2 (\rho_l - \rho_{sl}) (1 - \varepsilon_s)^{2,7}}{18 \mu_f (1 + 0,15 Re_p^{0,687})} \quad (3.39)$$

onde  $\rho_l$  e  $\rho_{sl}$  são as densidades do líquido e da polpa, respectivamente;  $Re_p$  é o número de Reynolds da partícula e  $\mu_f$  é a viscosidade do líquido. A seguinte equação pode ser usada para o cálculo de  $Re_p$ :

$$Re_p = \frac{[d_p U_{sp} \rho_l (1 - \varepsilon_s)]}{\mu_f} \quad (3.40)$$

A fração volumétrica dos sólidos pode ser obtida pela seguinte equação:

$$\varepsilon_s = \frac{1}{1 + \left(\frac{100}{C_s} - 1\right) \frac{\rho_s}{\rho_l}} \quad (3.41)$$

onde  $C_s$  é a fração em massa de sólidos,  $\rho_s$  e  $\rho_l$  são respectivamente a densidade dos sólidos e a densidade do líquido.

### 3.7.2.2 MODELAGEM DO ARRASTE

A importância do arraste tem sido destacada em diversos trabalhos (Engelbrecht *et al.*, 1975; Bishop *et al.*, 1976; Lynch *et al.*, 1981; Trahar, 1981; Wark, 1981; Warren, 1985; Kirjavainen *et al.*, 1988; Smith *et al.*, 1989; Ross, 1990; Ross, 1991). Para a modelagem do processo de arraste é necessária uma determinação acurada da recuperação da água. Entretanto não têm sido dada suficiente atenção para o desenvolvimento de um modelo que represente a recuperação da água na zona de coleta e na zona de espuma. Existem poucos trabalhos na literatura abordando a questão (Woodburn e Loveday, 1965; Hemming, 1980; Laplante *et al.*, 1983; Subrahmanyam e Foursberg, 1988; Malysa, 1993). De acordo com dados experimentais, o comportamento da água na zona de coleta segue a equação de primeira ordem (Gülosoy, Ersayin e Sahin, 1998).

$$R_{a_c} = 1 - \exp(-\tau_{a_c} k_{a_c}) \quad (3.42)$$

onde  $R_{a_c}$  é a recuperação da água da zona de coleta,  $\tau_{a_c}$  é o tempo de residência da água na zona de coleta e  $k_{a_c}$  é a constante cinética de recuperação da água.

O tempo médio de residência do líquido na zona de coleta pode ser obtido através da seguinte equação:

$$\tau_{a_c} = [H_c(1 - \varepsilon_g - \varepsilon_s)]/J_l \quad (3.43)$$

onde  $J_l$  é a velocidade superficial do líquido,  $\varepsilon_g$  e  $\varepsilon_s$  são respectivamente a fração volumétrica do líquido e a fração volumétrica dos sólidos e  $\tau_{a_c}$  é o tempo médio de residência do líquido na zona de coleta. A fração volumétrica dos sólidos pode ser obtida pela equação (3.41).

A constante cinética de recuperação da água na zona de coleta pode ser obtida pela seguinte relação:

$$k_{a_c} = 1/4 I_{a_c} S_b \quad (3.44)$$

onde  $S_b$  é a velocidade superficial de bolhas e  $I_{a_c}$  é uma constante que representa o coeficiente de arraste da água pelas bolhas.

A figura (3.41) mostra como acontece o bombeamento da água da zona de coleta para a zona de espuma.

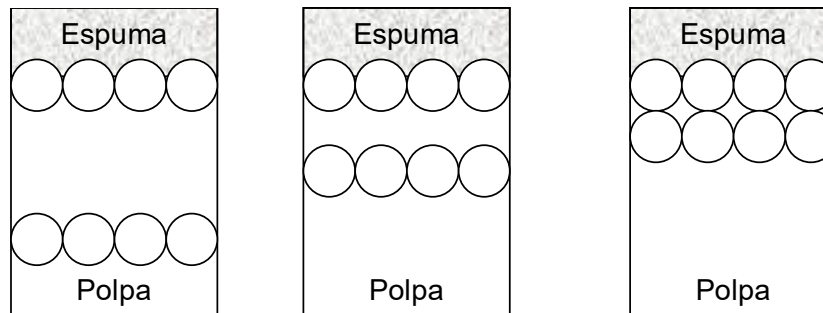


Figura 3.45 - Bombeamento da água da polpa para a espuma (Savassi, Alexander, Franzidis e Manlapig, 1998).

A recuperação da água na zona de espuma pode ser obtida pela equação proposta por Moys (1978):

$$R_{af} = \exp(-\delta\lambda_{ar}) \quad (3.45)$$

onde  $\delta$  é a constante de drenagem na região da espuma e  $\lambda_{ar}$  é o tempo médio de residência do ar na espuma.

Segundo Szatkowski (1987), o tempo de residência do ar na espuma pode ser estimado por:

$$\lambda_{ar} = \frac{h_f}{J_g} \quad (3.46)$$

onde  $h_f$  é a altura da camada de espuma e  $J_g$  é a velocidade superficial do gás.

Como no caso das partículas existe um ciclo da água da zona de limpeza (espuma) para a zona de coleta. A figura (3.36) mostra o balanço de massa da água no processo de flotação em coluna. Deve-se lembrar que para o caso estudado não havia a água de lavagem por isso a água de lavagem não está representada na figura (3.36). A recuperação total da água  $R_a$  pode ser obtida por meio da seguinte equação:

$$R_a = \frac{R_{ac}R_{af}}{R_{ac}R_{af}+1-R_{ac}} \quad (3.47)$$

Com os valores de recuperação da água  $R_{a(exp)}$  obtidos experimentalmente e os valores obtidos pelo modelo  $R_{a(cal)}$  podemos obter os valores dos parâmetros  $\delta$  e  $I_{ac}$  através da seguinte função objetivo:

$$FO = \sum_{i=1}^{n_t} (R_{a(exp)} - R_{a(cal)})^2 \quad (3.48)$$

onde  $R_{a(cal)} = F(\delta, I_{ac})$  é a recuperação da água e  $n_t$  é o número de testes realizados. Caso existam dados suficientes para o cálculo da variância nas medidas de  $R_{a(exp)}$  a equação acima assume a seguinte forma:

$$FO = \sum_{i=1}^{n_t} \frac{(R_{a(exp)} - R_{a(cal)})^2}{V} \quad (3.49)$$

onde  $V$  é a variância da recuperação da água obtida experimentalmente. Infelizmente raramente é possível estimar a variância da recuperação da água.

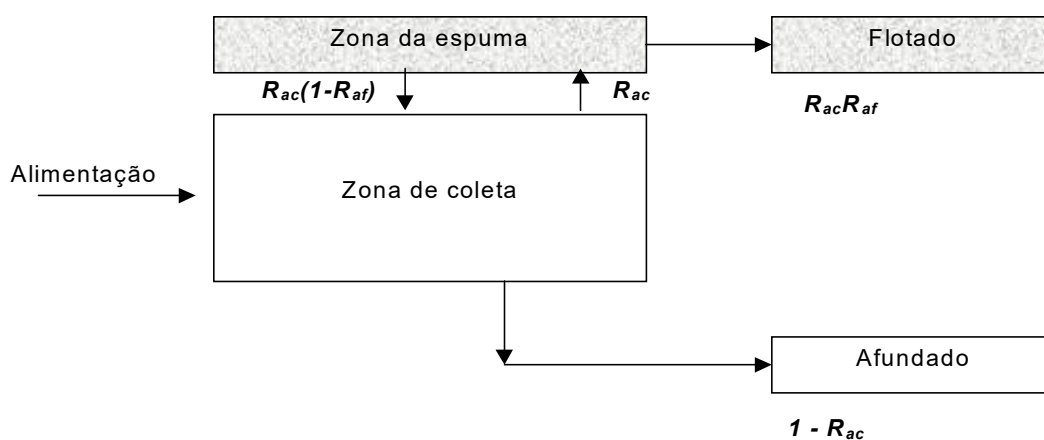


Figura 3.46 - Balanço de massa da água no processo de flotação considerando o reciclo da água da região da espuma (zona de limpeza) para a polpa (zona de coleta).

Com a modelagem da recuperação da água é possível determinar a recuperação por arraste na zona de coleta através da seguinte equação:

$$R_{(Ent)c(i,j)} = \xi_{i,j} R_{ac} \quad (3.50)$$

onde  $R_{(Ent)c(i,j)}$  é a recuperação por arraste na zona de coleta e  $\xi_{i,j}$  é o grau de arraste do mineral  $j$  no intervalo de tamanho  $i$ .



A relação do grau de arraste com o tamanho da partícula pode ser obtida por uma equação de classificação (Plitt e Kawatra, 1979; Lynch e Rao, 1965; Savassi, Alexander, Franzidis e Manlapig, 1998):

$$\xi_{i,j} = \exp\left(-0,693 \frac{d_i}{d_{50Ent(j)}}\right)^{m_{Ent(j)}} \quad (3.51)$$

onde  $d_i$  é o diâmetro da partícula no intervalo  $i$ ,  $d_{50Ent(j)}$  é o diâmetro no qual o grau de arraste do mineral  $j$  assume o valor de 0,5 e  $m_{Ent(j)}$  é uma constante que representa a eficiência de classificação por arraste do mineral  $j$ . A figura (3.34) mostra como o grau de arraste varia com o valor de  $m_{Ent}$  e  $d_{50}$ .

Segundo Yianatos (1987), a classificação do material arrastado ocorre na região de coleta. Assim, podemos considerar que as partículas arrastadas seguem o fluxo de água de volta para a zona de coleta. A recuperação por arraste na zona de espuma pode ser obtida através da seguinte equação.

$$R_{(Ent)f(i,j)} = R_{af} \quad (3.52)$$

onde  $R_{(Ent)f}$  é a recuperação por arraste na zona de espuma e  $R_{af}$  é a recuperação da água na zona espuma.

## 4 METODOLOGIA

A caracterização da flotabilidade e da função quebra e seleção do minério do minério de grafita, obtido no underflow do hidrociclone no circuito de concentração pré cleaner da usina de processamento mineral da Syrah (Balama) conforme figura (4.1), compreendeu as seguintes etapas:

- i. amostragem e coleta de informações pertinentes ao modelo da Moagem PreCleaner da Syrah;
- ii. preparação e caracterização das amostras coletadas na Moagem PreCleaner da Syrah;
- iv. realização dos testes de moagem e flotação em escala de laboratório;
- v. preparação e caracterização dos produtos dos testes de moagem e flotação;
- vi. balanços de massa dos testes;
- vii. calibração dos modelos de moagem e flotação;
- viii. simulação do circuito de concentração pré-cleaner;

Nas próximas seções serão descritos os materiais e a metodologia utilizada para a amostragem industrial, preparação e caracterização das amostras, realização dos cálculos, implementação do simulador e calibração do modelo e finalmente a simulação do processo de moagem e concentração de flotação.

#### 4.1 AMOSTRAGEM DA MOAGEM PRECLEANER DA SYRAH

A moagem Precleaner da SYRAH é composto por três moinhos de bolas de polimento. Nesta etapa não há adição de reagentes o que é realizado no primeiro estágio (etapa “rougher”). A figura (4.1) apresenta o fluxograma simplificado do circuito “precleaner” da SYRAH.

A caracterização da amostra obtida da SYRAH pode ser considerada como o primeiro passo para calibração do modelo.

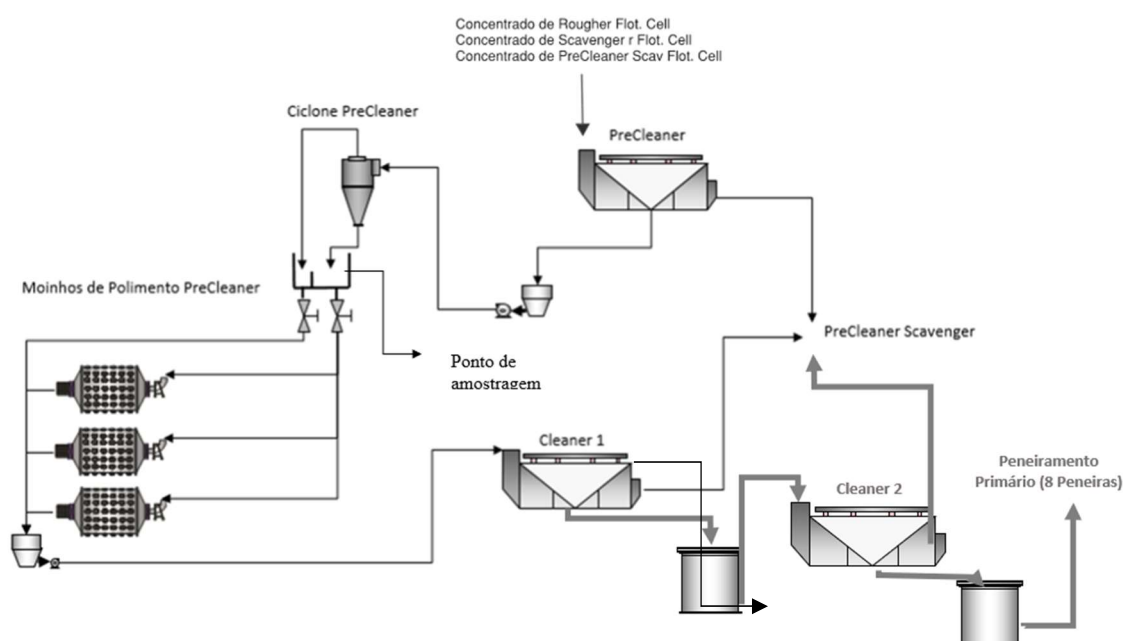


Figura 4.1 - Fluxograma simplificado do circuito PreCleaner da Syrah

#### **4.1.1 PREPARAÇÃO E CARACTERIZAÇÃO DAS AMOSTRAS OBTIDAS DA MOAGEM PRECLEANER DA SYRAH**

O presente trabalho foi baseado no minério de grafita da mina de Balama pertencentes a SYRAH. O material coletado na alimentação dos moinhos PreCleaner da SYRAH, o qual passou pelas seguintes etapas de preparação: secagem, homogeneização e quarteamento. Para evitar alguma alteração nas características de natureza físico-química a secagem da amostra foi realizada em estufa na temperatura de 105° a 110°.

Após a etapa de secagem o minério foi colocado em uma superfície limpa e com o auxílio de uma pá o material foi revolvido e homogeneizado. A operação de homogeneização tem como objetivo a desagregação das partículas contribuindo para minimização do erro de segregação. As amostras foram ensacadas para futura utilização nos testes em escala de laboratório. Uma amostra foi tomada de forma aleatória para o prosseguimento da amostragem para obtenção de amostras para análise granulométrica, química e mineralógica, utilizando divisor de rifles, cone e quarteamento. A figura (4.2) mostra as etapas realizadas para preparação das amostras.

Para a caracterização granulométrica das amostras foram utilizadas peneiras redondas com diâmetro de 200mm e altura de 50mm (Série ASTM). Foram realizados ensaios para determinar a massa da amostra de material a ser analisada e o tempo necessário para o peneiramento.

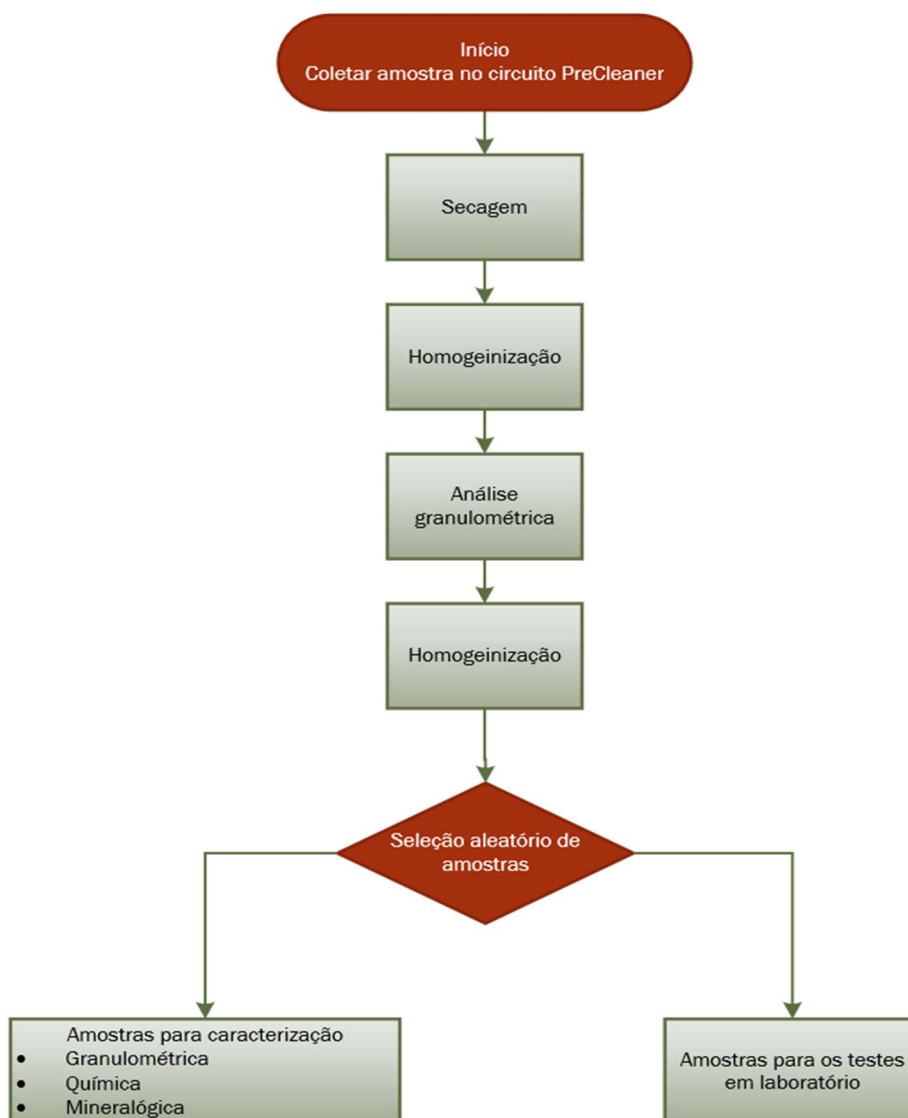


Figura 4.2 - Fluxograma do circuito utilizado para a preparação das amostras para a realização dos testes na célula de flotação de laboratório e para a caracterização.

A quantidade de material que alimenta a peneira é um fator que afeta os resultados do peneiramento. Segundo Gaudin (1939), a massa de material que deve ser ensaiada pode ser obtida pela seguinte fórmula:

$$m = 3 \left( \frac{d_i + d_s}{2} \right) \cdot \rho_s \cdot A \quad (4.1)$$

onde  $m$  é a massa de material máxima que pode ficar retida em uma peneira após o término do peneiramento;  $d_i$  é a abertura (cm) da peneira do teste;  $d_s$  é a abertura (cm) da peneira no intervalo superior;  $\rho_s$  é o peso específico do minério (g/cm<sup>3</sup>);  $A$  é a área da peneira (cm<sup>2</sup>).

O tempo de peneiramento é um fator crítico para a eficiência do peneiramento. O tempo adequado de peneiramento é determinado através de estudos cinéticos. Se insuficiente, não permite a passagem dos finos através da abertura da peneira, e resultados não consistentes são obtidos. Se excessivo, pode levar à abrasão e à quebra de partículas. O tempo de peneiramento para os testes de grafita no laboratório da Syrah foram 6 minutos para 50g e 10 minutos para 100g, foram determinados realizando teste cinético, onde as amostras eram pesadas em intervalos de 5min. O tempo necessário para o peneiramento é obtido quando a massa passante não varia mais que 1%.

Foram realizados testes de análise granulométrica utilizando a massa total das amostras com as seguintes peneiras 300 $\mu$ m, 180 $\mu$ m, 150 $\mu$ m, 106 $\mu$ m, 75 $\mu$ m e 45 $\mu$ m (figura 4.3) para uma determinação mais precisa da massa de material retida nessas faixas e para obtenção de massa suficiente para as análises químicas.

Além da amostra global, cada intervalo de tamanho de cada amostra foi enviado para análise química. Os métodos de análises químicas utilizados foram:

Carbono Total %TC (LECO SC832)

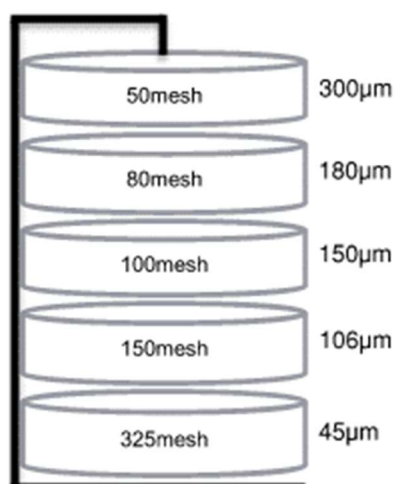


Figura 4.3 - Peneiramento combinado realizado para a análise granulométrica.

Estes teores foram utilizados para calcular a mineralogia. Para o balanço de massa a grafita é a origem de todo carbono e o mineral de ganga é 100- grafita. Para análise mineralógica para determinação das classes de liberação foi utilizado o método de Gaudin para as frações granulométricas 1000 $\mu$ m, 500 $\mu$ m, 210 $\mu$ m, 75 $\mu$ m.

#### 4.1.2 TESTES DE MOAGEM E FLOTAÇÃO EM ESCALA DE LABORATÓRIO PARA A CALIBRAÇÃO DO MODELOS DO BALANÇO POPULACIONAL

A figura 4.4 apresenta esquematicamente o circuito montado para a calibração dos parâmetros dos modelos do balanço populacional. Os seguintes testes foram realizados:

- Testes cinéticos de moagem com 5 min (0,984 kwh/t), 10 min (1,968 kwh/t), 15 min (2,952 kwh/t), 20 min (3,936 kwh/t) e 25 min (4,920 kwh/t) utilizando bolas de cerâmica de 15 a 20mm
- Após Moagem, executar flotação com os produtos dos moinhos e fazer caracterização granulométrica e teor de carbono global e das frações em 45, 100, 150, 180 e 300  $\mu\text{m}$ .

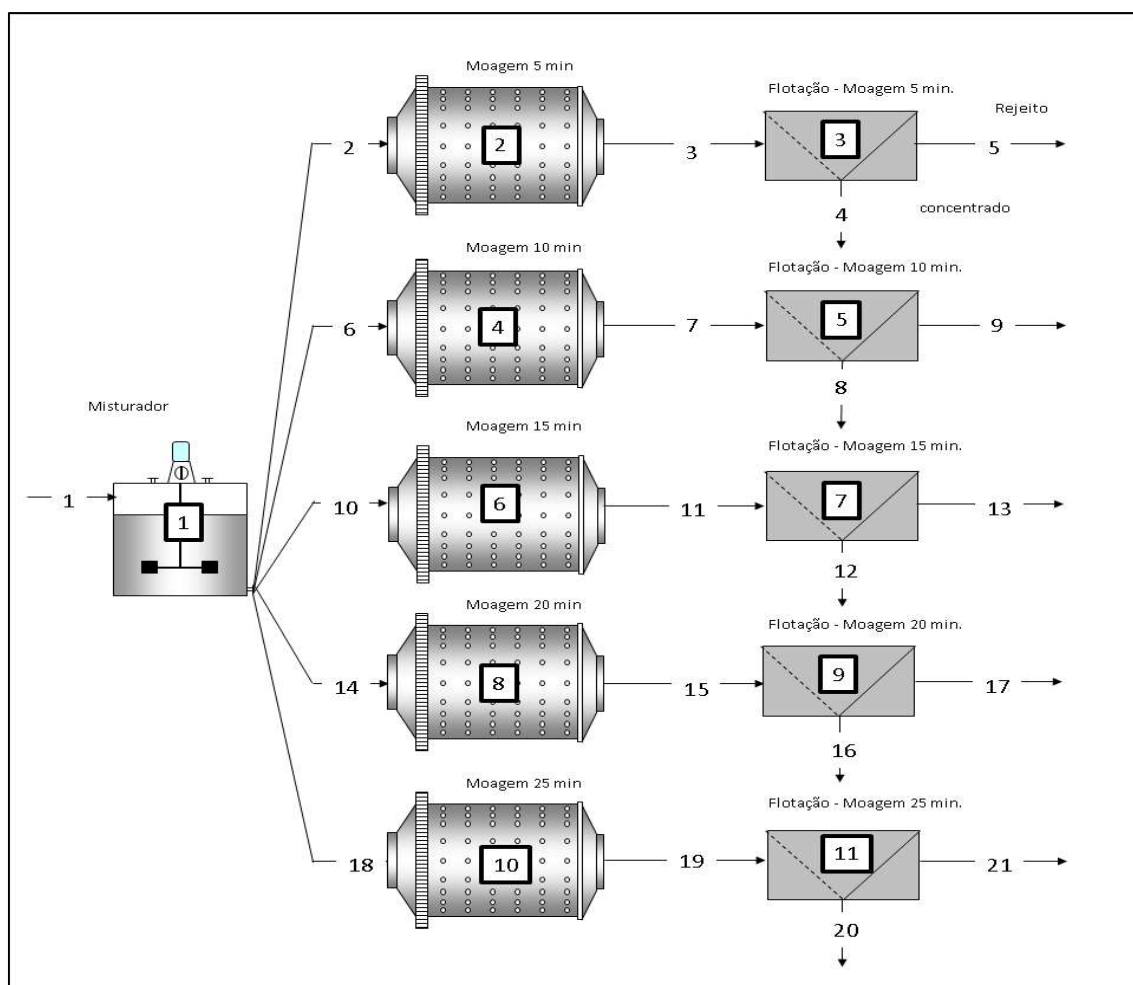


Figura 4.4 – Diagrama esquemático do circuito montado para a calibração dos parâmetros dos modelos do balanço populacional.

### 4.1.3 CONDIÇÕES OPERACIONAIS

#### 4.1.3.1 MOAGEM



Figura 4.5 – Moinho de bolas de Laboratório (PLASTICO+HACKETT).

Dimensões do moinho de laboratório

Diâmetro 30 cm

Comprimento 60 cm

Tabela 4.I – Condições Operacionais da Moagem.

Condições operacionais da Moagem	Valor
Massa de minério (g)	582,3
Polpa (L)	2
% sólidos	25
Esferas de porcelana de 15 a 20mm	7



### 4.1.3.2 FLOTAÇÃO

Os experimentos foram conduzidos com a máquina de flotação Labtech ESSA FTM 100 de laboratório. A célula de flotação possui as dimensões conforme figura 4.6 abaixo.

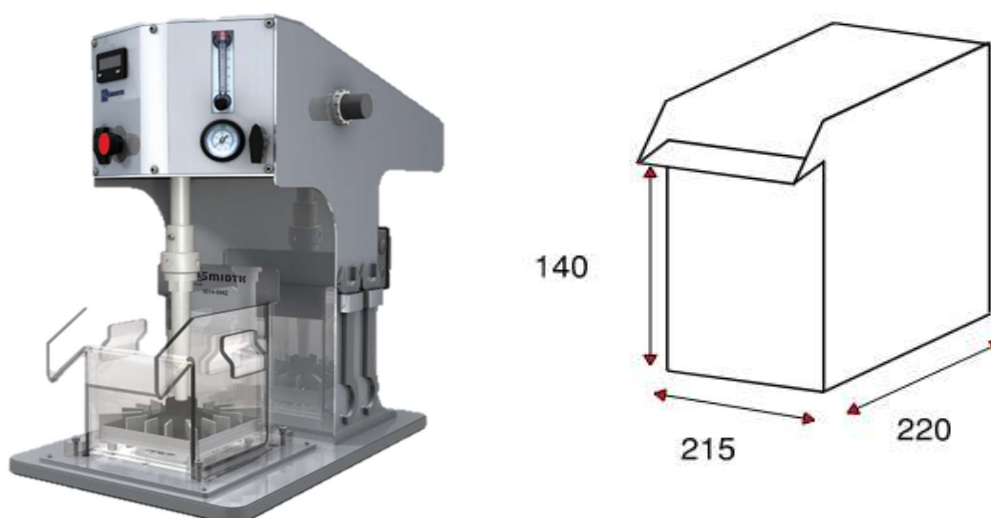


Figura 4.6 - Célula de flotação FLSmidth modelo ESSA FTM100.

Tabela 4.II – Condições operacionais da flotação.

Condições operacionais da Flotação	Valor
pH	7
% sólidos	10,9
tempo de condicionamento do óleo diesel (min)	5
tempo de condicionamento do Mibicol (min)	5
Tempo de coleta(min)	10
ar (cm <sup>3</sup> /s)	133,3
rotação (rpm)	700
Polpa (L)	5
293 g/t – minério de Mibicol puro	293
óleo diesel (g/t)	352

#### 4.1.4 BALANÇO DE MASSA SISTÊMICO APLICADO AO PROCESSAMENTO MINERAL – PROCESSO DE MOAGEM E FLOTAÇÃO

O balanço de massa sistêmico aplicado ao processamento mineral permite a reconciliação de dados do transporte de massa que ocorre entre as classes de tamanho (nível 3-i), mineral (nível 4-ij), liberação (nível 4-ijk) e liberação (nível 5) e onde ocorre a divisão de fluxo compondo os produtos oversize, undersize, overflow, underflow, concentrado, rejeito, de sólidos (underflow) e de líquido (overflow). Os dados de distribuição granulométrica e química por faixa não foram medidos diretamente nos fluxos 3, 7, 11, 15 e 19. É possível calcular a distribuição granulométrica e a química por faixa de tamanho tanto pelo moinho (balanço de massa entre as classes de tamanho (nível 3-i), mineral (nível 4-ij), liberação (nível 4-ijk) e liberação (nível 5)), quanto pela divisão de fluxos entre o concentrado e rejeito que ocorre no processo de flotação recompondo a alimentação (produto da moagem) (figura 4.7). Teoricamente os resultados deveriam ser iguais. Entretanto devido a erros de amostragem e medida os resultados raramente são compatíveis. De qualquer forma, seja o transporte entre as classes ou a separação entre os fluxos, existem leis probabilísticas baseadas em modelos fenomenológicos que determinam como esses eventos ocorrem. Assim uma coerência com o processo pode ser obtida através da avaliação do balanço de massa levando em consideração os eventos fenomenológicos de transporte de massa que acontecem tanto na moagem quanto na flotação (MONTENEGRO, 2002; SANTOS, 2018; SAVASSI, 2000; HERBST e FUERTENAU, 1980; LEITE, 1991; LYNCH, 1977, 1981; MADUREIRA C.M & LEITE, MRM, 1982, 1991, MADUREIRA C.M.N. & REGUEIRAS P., 1972, 1988, MADUREIRA, 1972, 1978, 1988, 1992).

No balanço de massa sistêmico o fechamento respeita as características de cada equipamento. Significando que o nó do balanço de massa não é apenas uma conexão, mas um equipamento e como tal segue as regras de transporte de massa regida pelo modelo do balanço populacional de moagem e flotação. A metodologia consiste em calibrar os parâmetros dos modelos tendo como dados de entrada as medidas de massa (polpa, sólidos, água), % sólidos, química, distribuição granulométrica, química por faixa de tamanho. São os níveis de 1 a 4. Entretanto o nível 4 não caracteriza o “real” transporte de massa que é de fato o transporte de massa que ocorre nas classes de liberação. O transporte de massa no nível 5 é a causa dos eventos que ocorrem nos níveis precedentes. Devido ao erro estereológico, erros de amostragem e o custo das análises de liberação raramente medidas de liberação são utilizadas no modelo do balanço populacional que alteram as características do fluxo (britadores e moinhos) ou em equipamentos que separam

fluxos, como é o caso dos processos de concentração. Para suprir esta falta as classes de liberação foram geradas através a curva de distribuição beta para todas as faixas de tamanho. As classes de liberação obtidas para cada faixa de tamanho entram como condição de contorno nos modelos de moagem e flotação. Os modelos são calibrados com as informações disponíveis nos níveis anteriores, ou seja, níveis 1, 2, 3, 4. O objetivo é utilizar a maior confiança na obtenção dos dados em medidas dos níveis precedentes associando o que realmente acontece nos equipamentos, ou seja, o transporte de massa nas classes de liberação. A modelagem das classes de liberação será realizada de forma binária, ou seja, a grafita como mineral-minério e (100-grafita) como mineral de ganga.

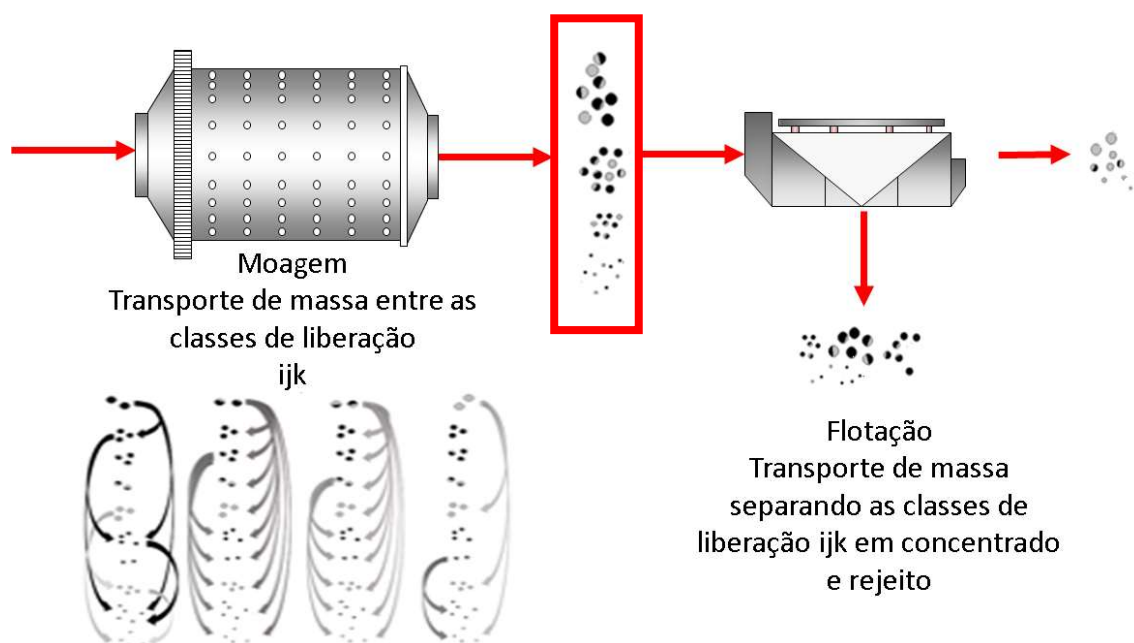


Figura 4.7 – Balanços de massa do Moinho e Flotação.

A primeira consideração é que o grau de liberação, para mesmo moinho e condições operacionais, somente depende do tamanho da partícula, ou seja, o grau de liberação das classes de tamanho  $i$  não dependem do tempo de moagem. Embora o grau de liberação na faixa permaneça o mesmo. O grau de liberação total é dependente do tempo de moagem (Barbery, 1991). A premissa viabiliza a utilização do modelo do balanço populacional, aplicados a moinhos, para classes de liberação. Como a massa de um determinado mineral sempre é deslocada para que o grau de liberação do mineral não mude na faixa de tamanho basta simular a massa de um determinado mineral que entra na faixa de tamanho, ou seja, a simulação no nível 4 –  $ij$  pode ser aplicada diretamente no nível 4 ( $ijk$ ) ou 5 ( $*ijk$ ). Outro esclarecimento importante é que a simulação é

realizada no nível 4 (ijk). Como os resultados do nível 4 (ijk) ou 5 (\*ijk) são redundantes somente serão apresentados os resultados no nível 4 (ijk).

Os modelos do balanço populacional utilizados para o fechamento do balanço de massa foram apresentados na revisão bibliográfica. Para utilizar os modelos apresentados na revisão bibliográfica haveria a necessidade de calcular a função seleção e a função quebra. O problema é que funções quebra e funções seleção diferentes podem ser soluções para os mesmos resultados obtidos experimentalmente. Em outras palavras é possível obter o mesmo resultado considerando que o minério quebra mais rápido (função seleção – cinética de quebra), mas quebra mais grosseiro (função quebra – estequiometria da quebra) ou ao contrário. (SGS, 2016; LEITE, 1991; MONTENEGRO, 2002; SANTOS, 2018; SAVASSI, 2000; HERBST et al, 1980; LYNCH, 1977, 1981, MADUREIRA & LEITE, 1982, 1991; MADUREIRA & REGUEIRAS, 1972, 1988; MADUREIRA, 1972, 1978, 1988, 1992,). Devido a esse grau de liberdade existente entre a função quebra e a função seleção foi utilizada a forma acumulada do modelo que elimina o cálculo da função quebra. Na forma de distribuição acumulada a solução do modelo do balanço populacional é simplificada para um modelo de cinética de primeira ordem. Os modelos assumem a forma:

Modelo do balanço populacional nível 3 (i) – classe de tamanho i

$$\frac{dm_i(E)}{dE} = -S_i m_i(E) + \sum_{x=1}^{i-1} b_{i,x} S_x m_x(E) \quad (4.2)$$

$$\frac{dm_{>i}(E)}{dE} = -S_{>i} m_{>i}(E) \quad (4.3)$$

$$g_{>i} = g_{>i}(0) e^{-S_{>i} E} \quad (4.4)$$

$$S_{>i} = a_{>i} \left( \frac{x_i}{x_m} \right)^{\alpha_{>i}} \cdot Q \quad (4.5)$$

$$Q_{>i} = \frac{1}{1+(x_i/\mu_{>i})^{\Lambda_{>i}}} \quad \Lambda_{>i} > 0 \quad (4.6)$$

Modelo do balanço populacional nível 4 (ij) – mineral j na classe de tamanho i

$$\frac{dm_{ij}(E)}{dE} = -S_{ij} m_{ij}(E) + \sum_{x=1}^{i-1} b_{ijx} S_{jx} m_{jx}(E) \quad (4.7)$$

$$\frac{dm_{>ij}(E)}{dE} = -S_{>ij} m_{>ij}(E) \quad (4.8)$$

$$g_{>ij} = g_{>ij}(0) e^{-S_{>ij} E} \quad (4.9)$$

$$S_{>ij} = a_{>ij} \left( \frac{x_i}{x_m} \right)^{\alpha_{>ij}} \cdot Q \quad (4.10)$$

$$Q_{>ij} = \frac{1}{1+(x_i/\mu_{>ij})^{\Lambda_{>ij}}} \quad \Lambda_{>ij} > 0 \quad (4.11)$$

Modelo do balanço populacional nível 4 (ijk) – mineral j na classe de tamanho i classes de liberação k = 0 e k = 100 (partículas liberadas);

$$\frac{dm_{ijk}(E)}{dE} = -S_{ijk}m_{ijk}(E) + \sum_{x=1}^{i-1} \sum_{y=2}^{n_k-1} b_{ijkxy} S_{xjy} m_{xjy}(E) \quad (4.12)$$

$$\frac{dm_{>ij}(E)}{dE} = -S_{>ijk}m_{>ijk}(E) \quad (4.13)$$

$$g_{>ijk} = g_{>ijk}(0)e^{-S_{>ijk}E} \quad (4.14)$$

$$S_{>ijk} = a_{>ijk} \left( \frac{x_i}{x_m} \right)^{\alpha_{>ijk}} \cdot Q \quad (4.15)$$

$$Q_{>ijk} = \frac{1}{1+(x_i/\mu_{>ijk})^{\Lambda_{>ijk}}} \quad \Lambda > 0 \quad (4.16)$$

Modelo do balanço populacional nível 4 (ijk) – mineral j na classe de tamanho i classes de liberação k = 5 a k = 95 (partículas mistas);

$$\frac{dm_{ijk}(E)}{dE} = -S_{ijk}m_{ijk}(E) + \sum_{x=1}^{i-1} \sum_{y=2}^{n_k-1} b_{ijkxy} S_{xjy} m_{xjy}(E) \quad (4.17)$$

$$\frac{dm_{>ij}(E)}{dE} = -S_{>ijk}m_{>ijk}(E) \quad (4.18)$$

$$g_{>ij} = g_{>ijk}(0)e^{-S_{>ijk}E}$$

$$S_{>ijk} = a_{>ijk} \left( \frac{x_i}{x_m} \right)^{\alpha_{>ijk}} \cdot Q \quad (4.19)$$

$$Q_{>ijk} = \frac{1}{1+(x_i/\mu_{>ijk})^{\Lambda_{>i}}} \quad \Lambda > 0 \quad (4.20)$$

Modelo do balanço populacional nível 4 (ijk) – mineral j na classe de tamanho i classes de liberação k = 0 e k = 100 (partículas mistas);

$$\frac{dm_{ijk}(E)}{dE} = -S_{ijk}m_{ijk}(E) + \sum_{x=1}^{i-1} \sum_{y=1}^{n_k} b_{ijkxy} S_{xjy} m_{xjy}(E) \quad (4.21)$$

$$\frac{dm_{>ijk}(E)}{dE} = -S_{>ijk}m_{>ij}(E) \quad (4.22)$$

$$g_{>ijk} = g_{>ijk}(0)e^{-S_{>ijk}E} \quad (4.23)$$

$$S_{>ijk} = a_{>ijk} \left( \frac{x_i}{x_m} \right)^{\alpha_{>ijk}} \cdot Q \quad (4.24)$$

$$Q_{>ijk} = \frac{1}{1 + (x_i/\mu_{>ijk})^{\Lambda_{>ijk}}} \quad \Lambda > 0 \quad (4.25)$$

Usando a premissa que o grau de liberação, para mesmo moinho e condições operacionais, somente depende do tamanho da partícula, ou seja, o grau de liberação das classes de tamanho  $i$  não dependem do tempo de moagem. Desta forma o modelo do balanço populacional no nível 4 (ij) é o único que precisa ser calibrado. Pois o nível 3 (i) é simplesmente a soma da moagem do mineral minério (grafita) e mineral de ganga. E o nível 4 (ijk) liberação é calibrado pelo grau de liberação na faixa de tamanho e o teor na faixa de tamanho. A calibração do modelo do balanço populacional no nível 4 (ijk) vai depender então da reconciliação dos dados no nível 4 (ij). Que será abordado a seguir.

A função proposta para descrever o grau de liberação como função do tamanho da partícula é uma adaptação do modelo de Rosin-Rammler comumente utilizado para descrever distribuição granulométricas e curvas de partição. O modelo permite interpolação e extrapolação dos resultados obtidos experimentalmente. Neste caso, em particular, foi obrigatório já que as peneiras utilizadas na determinação da liberação não foram as mesmas utilizadas para os testes de moagem e flotação. Entretanto, como todo modelo empírico, as interpolações tendem a ser mais confiáveis que a extrapolações. Assim as extrapolações, quando possível, devem ser evitadas.

Para calibração do modelo a média da classe de liberação foi utilizada e não a abertura da peneira. Mas se trata da característica da mesma classe. A mudança foi necessária, pois a classe de tamanho zero sempre teria 100% de recuperação o que nem sempre é verdade. A classe zero é o minério que passa pela peneira de  $45\mu\text{m}$  e fica retida no fundo. Pelo mesmo motivo o procedimento foi adotado para a simulação da flotação.

A equação 4.26 apresenta o modelo proposto para determinar o grau de liberação em função da faixa de tamanho.

$$GL = \exp^{-0,693 \left( \frac{d_i}{d_{l50}} \right)^m} \cdot (1 - \Delta) + \Delta \quad (4.26)$$

Onde

$d_i$  – tamanho médio da classe de tamanho  $i$ ;

$dl_{50}$  – tamanho médio em que 50% das partículas estão liberadas para  $\Delta = 0$  ;

$\Delta$  - limite inferior do grau de liberação (varia de 0 a 1);

Para a reconciliação da massa entre os níveis e as distribuições de liberação  $g_{ijk}$  a curva beta foi utilizada (Barbery, 1991; King, 2001). Desta forma as distribuições de liberação  $g_{ijk}$  geradas estão condicionadas ao fechamento do balanço de massa no nível 4 (mineral j na classe de tamanho i) e por consequência aos níveis 2 e 3.

$$g_{ijk} = \text{Beta}(a, b) = \int_0^1 k^{a-1} \cdot (1 - k)^{b-1} \cdot dg; \quad m > 0; n > 0 \quad (4.27)$$

$$gl_{ij} = \frac{100 \cdot g_{ijk}}{\sum_{k=5}^{k=100} k \cdot g_{ijk}} \times 100$$

$$gl_{ij} = \frac{100 \cdot g_{ijk}}{\sum_{k=5}^{k=100} k \cdot g_{ijk}} \times 100$$

$$g_{ij} = \frac{\sum_{k=5}^{k=100} k \cdot g_{ijk}}{100}$$

Assim tanto o grau de liberação  $gl_{ij}$  e o teor do mineral j na classe de tamanho i  $g_{ij}$  são dependentes dos parâmetros a e b da função beta.

A figura 4.8 apresenta um exemplo dos parâmetros calculados para o ajuste do grau de liberação e teor na classe de tamanho 300 $\mu\text{m}$ .

Para utilizar a função beta para as 12 classes de tamanho é necessário fazer uma mudança de escala já que a função não está definida em 0 e 1, ou seja, 0 a 100 será definido entre 0,00000001 e 0,999999999. Na prática não há limitação para o uso da função beta para descrever as 12 classes de tamanho. A figura 2 apresenta o ajuste dos dados com a utilização da função beta.

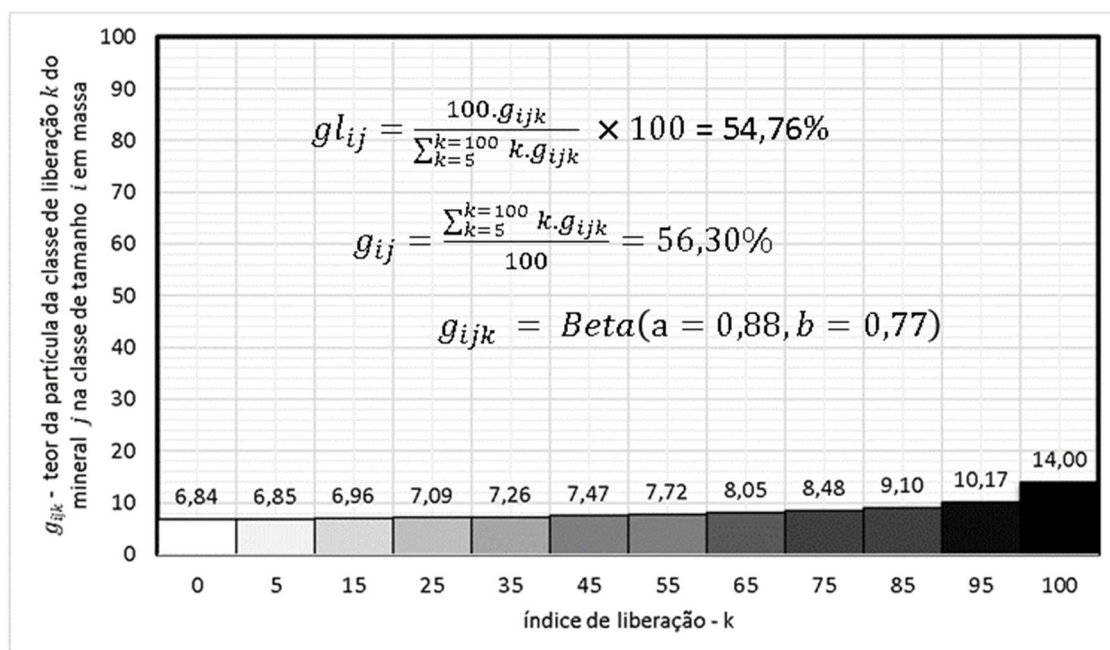


Figura 4.8 – Uso da função beta para a reconciliação do grau de liberação  $g_{lij}$  e teor  $g_{ij}$  na classe de tamanho 300 $\mu$ m.

Com a calibração do nível 4 (ij) e a reconciliação dos dados tanto o grau de liberação  $g_{lij}$  quanto o teor do mineral j na classe de tamanho i  $g_{ij}$  pela função beta foi possível gerar os dados apresentados nos resultados de moagem.

A validação do modelo de transporte de massa das classes de liberação no processo de flotação também será por meio do nível no nível 4-ij. O modelo propõe separar as classes de liberação que foram geradas pelo modelo do balanço populacional aplicado ao processo de moagem. A premissa é que as partículas mistas ( $k = 5\%$ ,  $15\%$ , ...,  $85\%$  e  $95\%$ ) terão um comportamento intermediário entre a partículas livres do mineral-minério ( $k = 100\%$ ) e partículas livres do mineral de ganga ( $k=0\%$ ). É uma suposição razoável, mas de difícil comprovação prática direta. Somente com a utilização de ensaios de liberação medidas diretamente na massa ou volume da partícula será possível validar os modelos que descrevem liberação. Entretanto os modelos podem ser validados pela capacidade de gerar alternativas viáveis ao processamento mineral e descartar aquelas que teriam um impacto negativo. Assim somente o uso e a aplicação dos seus resultados darão sua efetiva credibilidade. As mesmas considerações feitas para o modelo do balanço populacional aplicado a moagem são necessárias aqui. Os erros de medida e amostragem em todos os níveis impactam a qualidade do modelo. No processo de moagem foram necessários calibrar 14 parâmetros para descrever os 5 testes de moagem (7 para grafita e 7 para o mineral de ganga) na flotação são necessários a calibração 22 parâmetros (10 para grafita, 10 para o mineral de ganga



e 2 para a água) para cada teste totalizando 110 parâmetros para os 5 testes de moagem e flotação. Além de infinitas restrições o que mostra a complexidade do processo de flotação. É esperado que a moagem tenha influência sobre todos os mecanismos de transporte que ocorrem na flotação, flotação verdadeira na zona de coleta, flotação verdadeira na zona de espuma, arraste mecânico na zona de coleta e finalmente arraste mecânico na zona de espuma. Da mesma forma que acontece com a função quebra e seleção várias combinações entre flotação verdadeira na zona de coleta, flotação verdadeira na zona de espuma, arraste mecânico na zona de coleta e finalmente arraste mecânico na zona de espuma podem gerar o mesmo resultado. O ideal seria calibrar todos os parâmetros ao mesmo tempo usando restrições que limitassem as possíveis soluções. O problema é que o aplicativo solver utilizado para a calibração dos modelos e fechamento do balanço de massa comporta 100 variáveis de decisão (os parâmetros dos modelos) e 200 restrições simples (limites dos parâmetros) ou 100 restrições de processo o que impediu esta abordagem. Assim o modelo do balanço populacional aplicado a flotação foi calibrado para cada ensaio de moagem. A vantagem é que os modelos ficaram muito mais flexíveis, mas praticamente invalidam a comparação entre os parâmetros gerados por um ensaio e outro. A outra desvantagem é que modelos muito flexíveis tendem a se ajustar aos dados independentemente do erro experimental associado. O modelo ideal é aquele que descarta resultados que não estão de acordo com os eventos fenomenológicos do processo, mesmo que isso signifique uma menor aderência com os dados experimentais.

Para tentar compensar, mesmo que parcialmente, a deficiência do aplicativo algumas restrições serão utilizadas:

- A soma da recuperação por flotação verdadeira e o arraste mecânico na zona de coleta devem ser no máximo igual a 100%. Esta restrição é obrigatória para se calibrar o modelo. Já que não é possível recuperações acima de 100%.
- A recuperação por arraste da grafita na zona de coleta e na zona de espuma ser maior do que a do mineral de ganga.
- As recuperações por arraste (zona de coleta e zona de espuma) das partículas mistas dependem da proporção volumétrica entre a grafita e o mineral de ganga.

O modelo do balanço populacional utilizado para a flotação foi apresentado na revisão bibliográfica sem nenhuma modificação. O modelo de cinética de primeira ordem tipo pistão foi utilizado para descrever a flotação verdadeira na zona de coleta. Os modelos são reapresentados abaixo.

**Flotação**

$$R_{ijk} = \frac{R_{c(i,j,k)}R_{f(ijk)} + R_{(Ent)c(ijk)}R_{(Ent)f(ijk)}}{R_{c(ijk)}R_{f(ijk)} + R_{(Ent)c(ijk)}R_{(Ent)f(ijk)} + 1 - R_{c(ijk)} - R_{(Ent)c(ijk)}} \quad (4.28)$$

**Flotação verdadeira**

Flotação verdadeira na zona de coleta:

$$R_{c(ijk)} = R_{c(ijk)\infty} (1 - e^{-k_{c(ijk)}\tau_{c(ijk)}}) \quad (4.29)$$

Flotação verdadeira na zona de espuma:

$$R_f = \exp(-\varphi_{i,j}\lambda_{ar}) \quad (4.30)$$

$$\varphi_{i,j} = \varphi_j \left[ 1 - \exp\left(-0,693 \left(\frac{d_i}{d_{50}}\right)^{m_f}\right) \right] \quad (4.31)$$

**Arraste mecânico:**

Recuperação da água:

$$R_a = \frac{R_{ac}R_{af}}{R_{ac}R_{af} + 1 - R_{ac}}$$

Recuperação da água na zona de coleta:

$$R_{ac} = 1 - \exp(\tau_{ac}k_{ac}) \quad (4.32)$$

Recuperação da água na zona de espuma:

$$R_{af} = \exp(-\delta\lambda_{ar}) \quad (4.33)$$

Arraste mecânico na zona de coleta:

$$R_{(Ent)c(ijk)} = \xi_{ijk}R_{ac} \quad (4.34)$$

$$\xi_{ijk} = \exp\left(-0,693 \frac{d_i}{d_{50Ent(j)}}\right)^{m_{Ent(j)}}$$

Arraste mecânico na zona de espuma:

$$R_{(Ent)f(ijk)} = R_{af} \tag{4.35}$$

A calibração dos modelos foi realizada conforme a revisão bibliográfica. E os resultados são apresentados na próxima seção.

## 5 RESULTADOS

### 5.1 MOAGEM - TRANSPORTE DE MASSA QUE OCORRE ENTRE AS CLASSES DE TAMANHO (NÍVEL 3-i), MINERAL (NÍVEL 4-ij), LIBERAÇÃO (NÍVEL 4-ijk)

A figura 5.1 apresenta as curvas de distribuição granulométrica comparando os valores calculados diretamente pelo fechamento do balanço de massa dos fluxos concentrado e rejeito dos testes de flotação recompondo a alimentação e o gerado pelo modelo do balanço populacional (transporte entre as classes) para o minério, grafita e mineral de ganga (valores simulados). No caso da grafita não existe conflito entre o transporte de massa do moinho e da flotação. Entretanto o minério e o mineral de ganga respectivamente apresentaram menor correlação entre os dados. O resultado é consequência da propagação do erro. O balanço de massa do circuito de flotação foi realizado com base na análise química da grafita. Assim já era esperado um erro maior para o mineral de ganga e menor para o mineral minério. As figuras 5.2 a 5.3 apresentam os resultados da % retida acumulada e a correlação entre os valores obtidos por simulação e os por balanço de massa da flotação. A figura 5.5 apresenta a função seleção ou velocidade específica de quebra do minério (i), da grafita (ij) e do mineral de ganga. É nítido a diferença de cinética entre a grafita e o mineral de ganga. A cinética de quebra do mineral corresponde ao transporte de massa entre as classes de tamanho e mineral da grafita e dos minerais de ganga. De acordo com o relatório de variabilidade da SGS Canada (2016), a grafita apresenta menor cinética de quebra e a sua distribuição é mais fina do que a do mineral de ganga no início da moagem.

Há uma boa correlação entre os dados experimentais e simulados, entretanto a correlação não é o único parâmetro para avaliar um modelo. Modelos que são utilizados para fechamento de balanço de massa devem gerar resultados quantitativos. A análise da inclinação e da intercepção da reta gerada com os dados experimentais (flotação) e de moagem (simulação) são parâmetros mais adequados para a validação do modelo. Se a inclinação tende para 1 e o a intercepção tende para zero o modelo é adequado para gerar resultados quantitativos. A validação do modelo também depende da precisão esperada dos resultados e do risco envolvido na tomada de decisão. Como os resultados do minério e mineral de ganga apresentam variações consideráveis a simulação deve ser avaliada de forma mais qualitativa que quantitativa. A simulação é uma poderosa ferramenta de tomada de decisão. Entretanto não é o processo real e a qualidade das decisões envolvidas é diretamente proporcional a qualidade da amostragem e medidas dos dados experimentais.

Se o exposto é valido para simulações de nível 3-i e nível 4-ij um cuidado muito maior deve ser tomado com as simulações de liberação nível 4 – ijk e 5 - \*ijk.

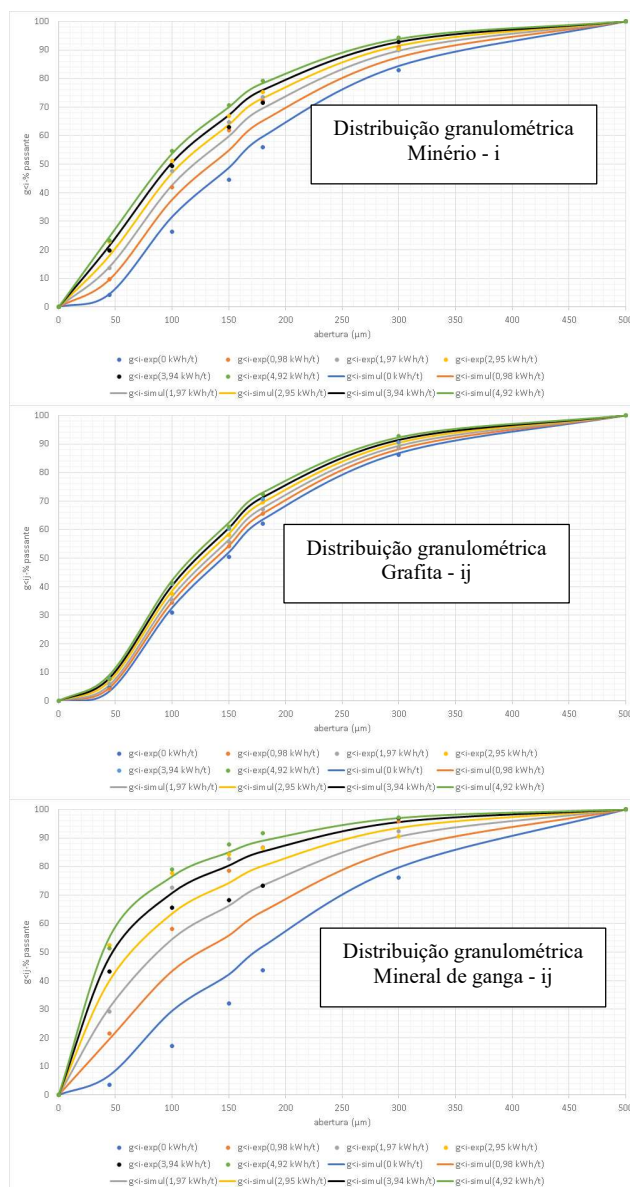


Figura 5.1 - Distribuição granulométrica entre os valores calculados diretamente pelo fechamento do balanço de massa simples da divisão dos fluxos concentrado e rejeito dos testes de flotação e o gerado pelo modelo do balanço populacional (transporte entre as classes) para o minério, grafita e mineral de ganga.

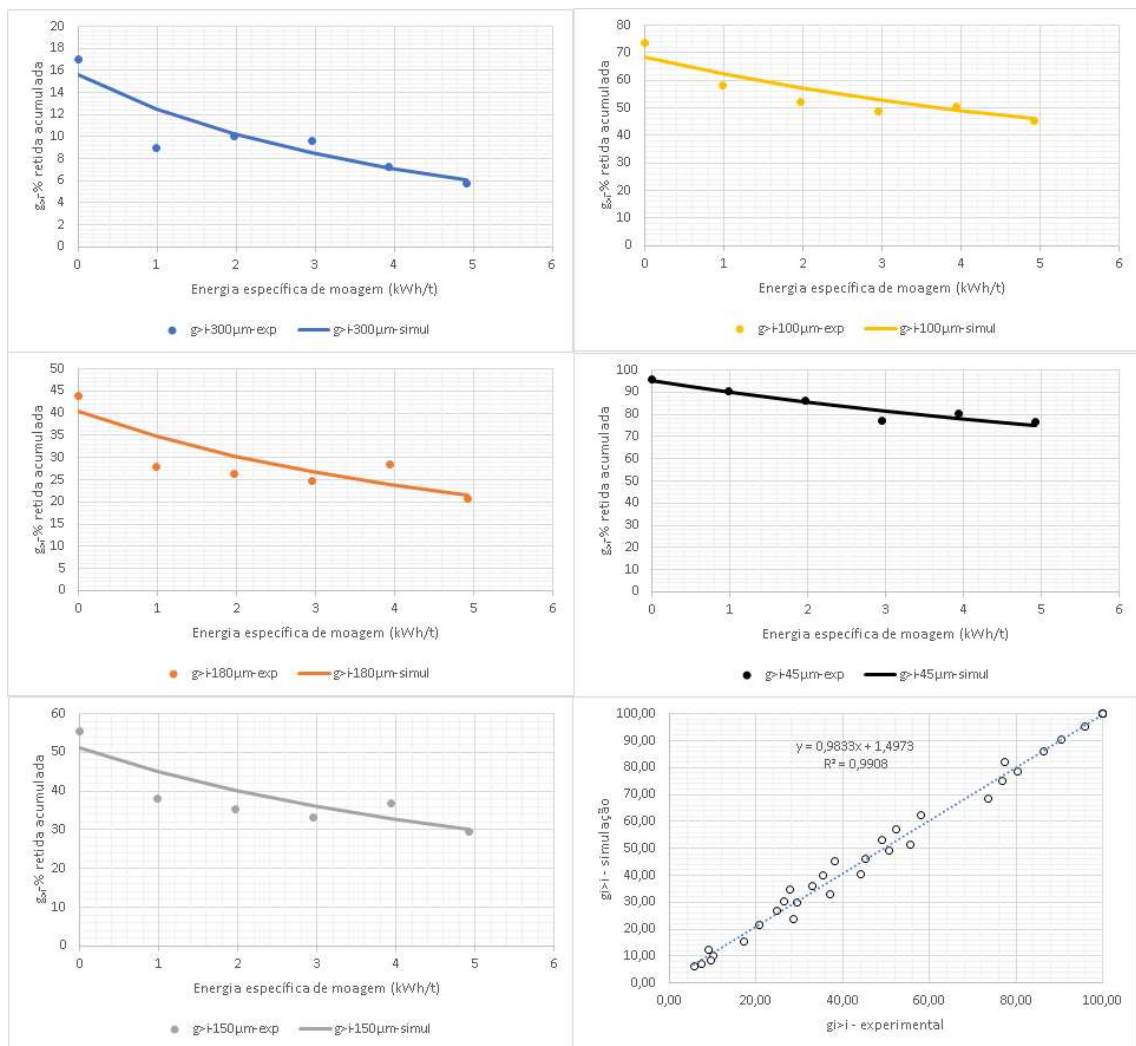


Figura 5.2 - Distribuição granulométrica do produto da moagem e da alimentação da flotação - minério.

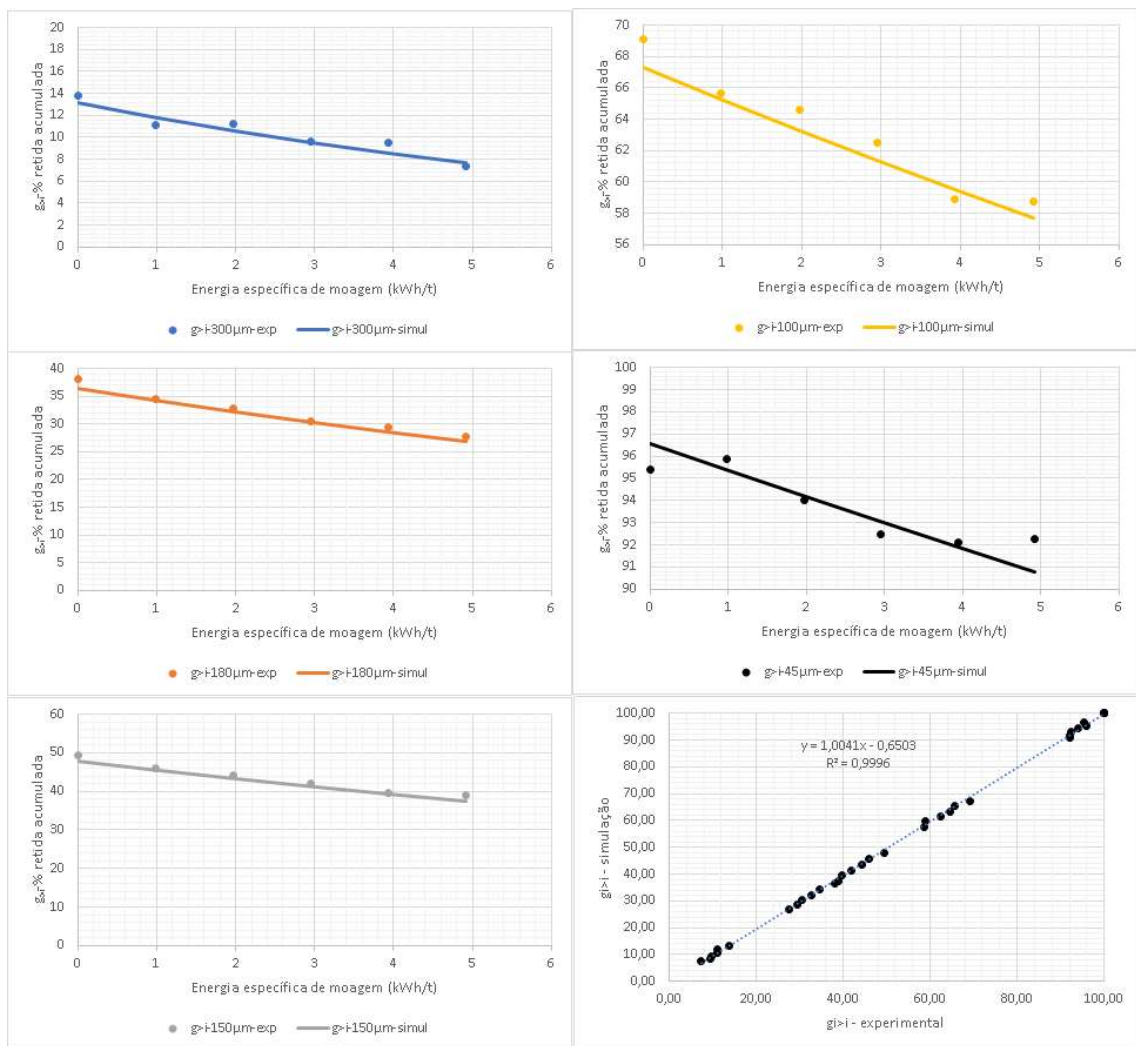


Figura 5.3 - Distribuição granulométrica do produto da moagem e da alimentação da flotação – grafita.

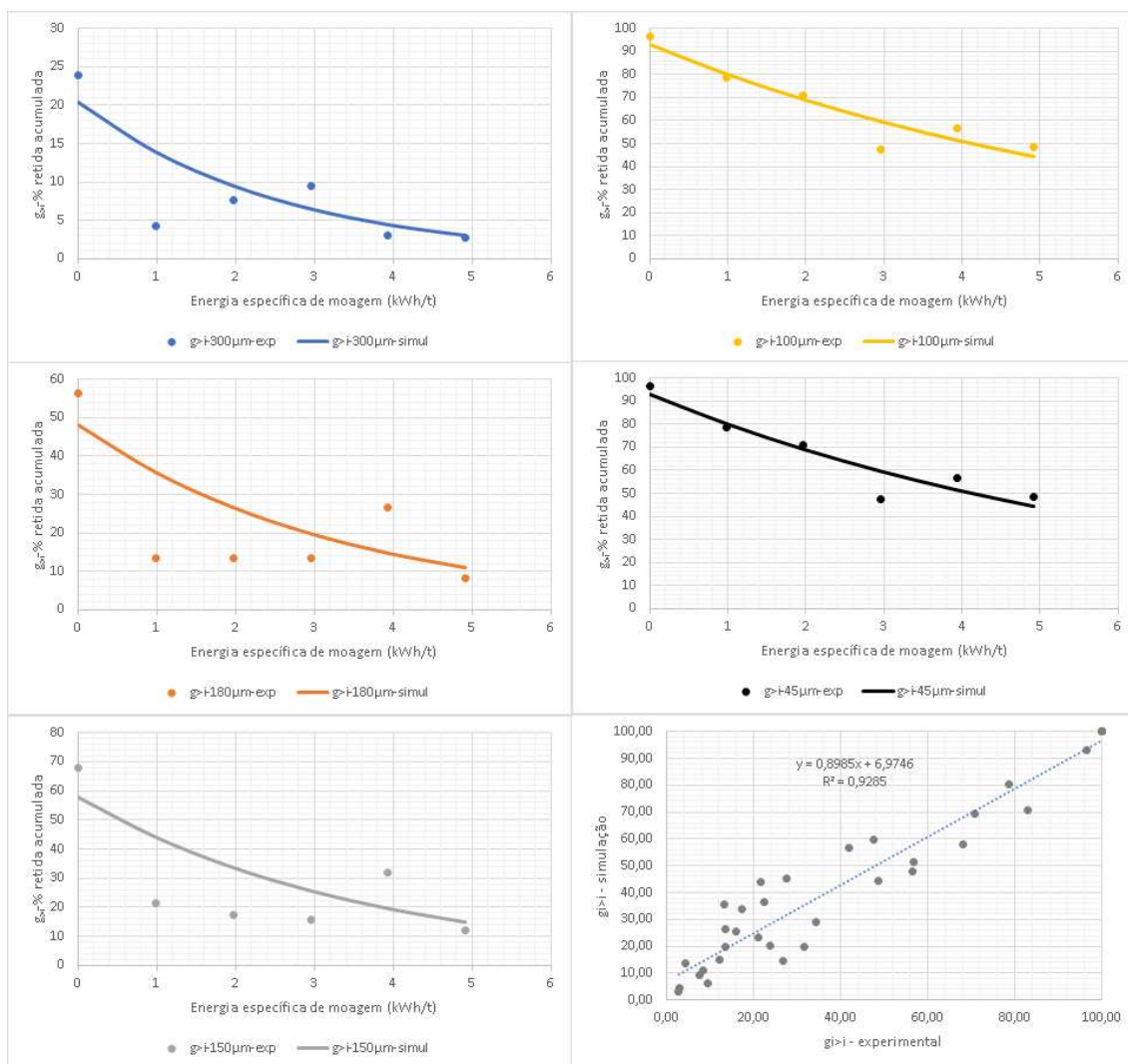


Figura 5.4 - Distribuição granulométrica do produto da moagem e da alimentação da flotação – mineral de ganga.



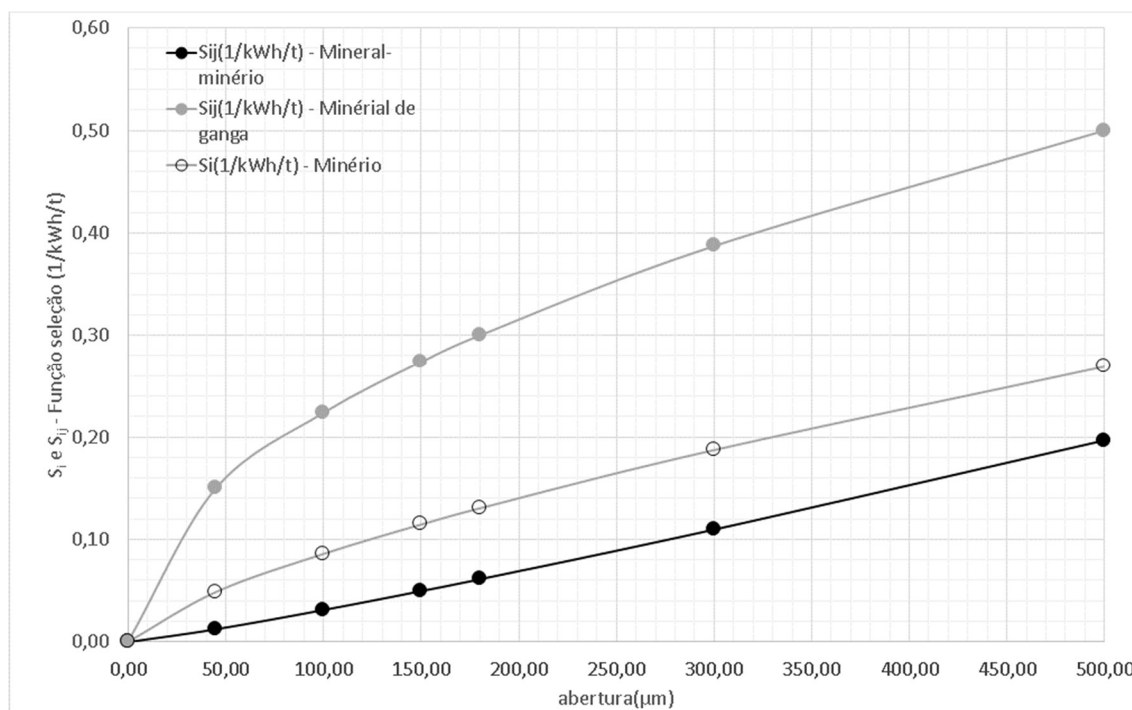


Figura 5.5 – Função seleção do minério (i), da grafita (ij) e do mineral de ganga (ij).

A figura 5.6 apresenta o cálculo das distribuições de liberação efetuado pelo modelo modificado de Rosin-Rammler. Com reconciliação das distribuições de liberação (ijk) obtidas em todas as classes de tamanho i (figura 5.7) foi possível determinar o impacto da moagem sobre liberação do minério.

A figura 5.8 e 5.9 apresentam o impacto da moagem no grau de liberação da grafita e mineral de ganga global no minério em função da energia específica de moagem. A figura 5.8 e 5.9 representa a soma de todas as massas nas classes de liberação k em todas as aberturas. É o teor da classe de liberação k no minério. A taxa com que a grafita quebra, ou seja, transfere massa de uma classe de tamanho mais grosseira para as mais finas define a taxa de aumento do grau de liberação por kWh/t. Veja que o mineral de ganga libera em uma taxa maior do que a da grafita (figura 5.10).

Os processos de quebra nas classes de tamanho, mineral e minério geram consequências nos processos de concentração. O impacto da moagem na flotação será assunto da próxima seção de resultados.

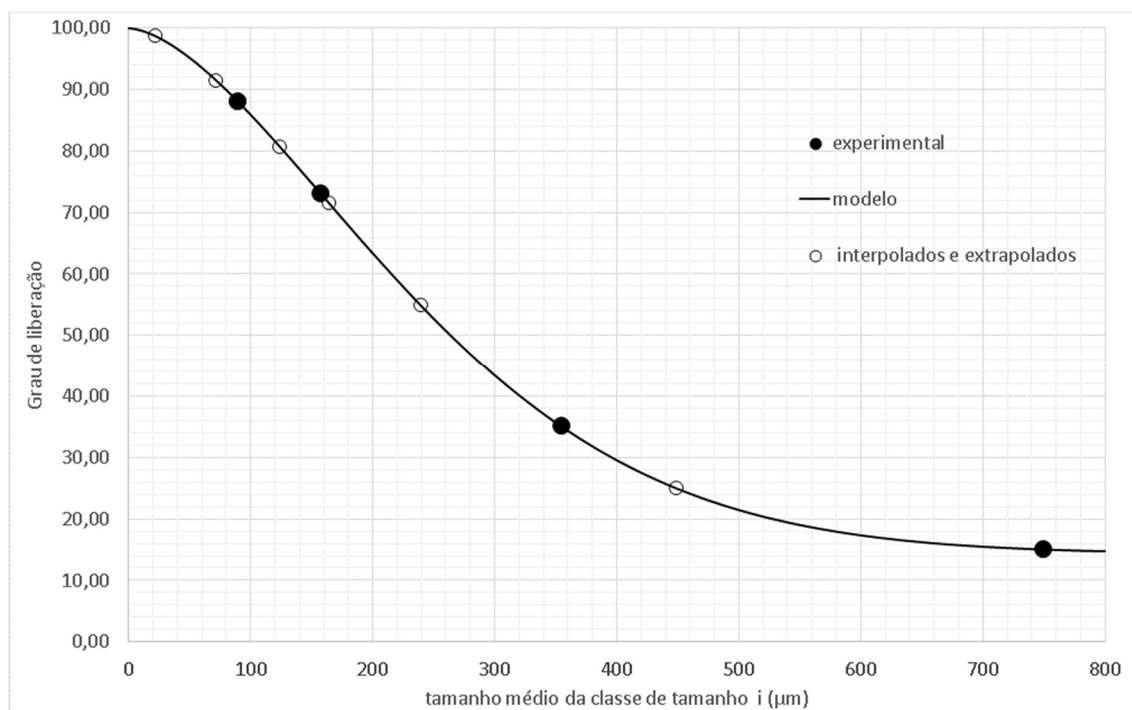


Figura 5.6 – Grau de liberação como função do tamanho da partícula

As figuras de 5.7 apresentam as distribuições do mineral grafita (j) nas classes de tamanho  $300\mu\text{m}$ ,  $180\mu\text{m}$ ,  $150\mu\text{m}$ ,  $100\mu\text{m}$ ,  $45\mu\text{m}$  e  $0\mu\text{m}$  (i) nas classes de liberação (k) – 0%, 5%, 15%, 25%, 35%, 45%, 55%, 65%, 75%, 85%, 95% e 100% de grafita em massa na partícula.

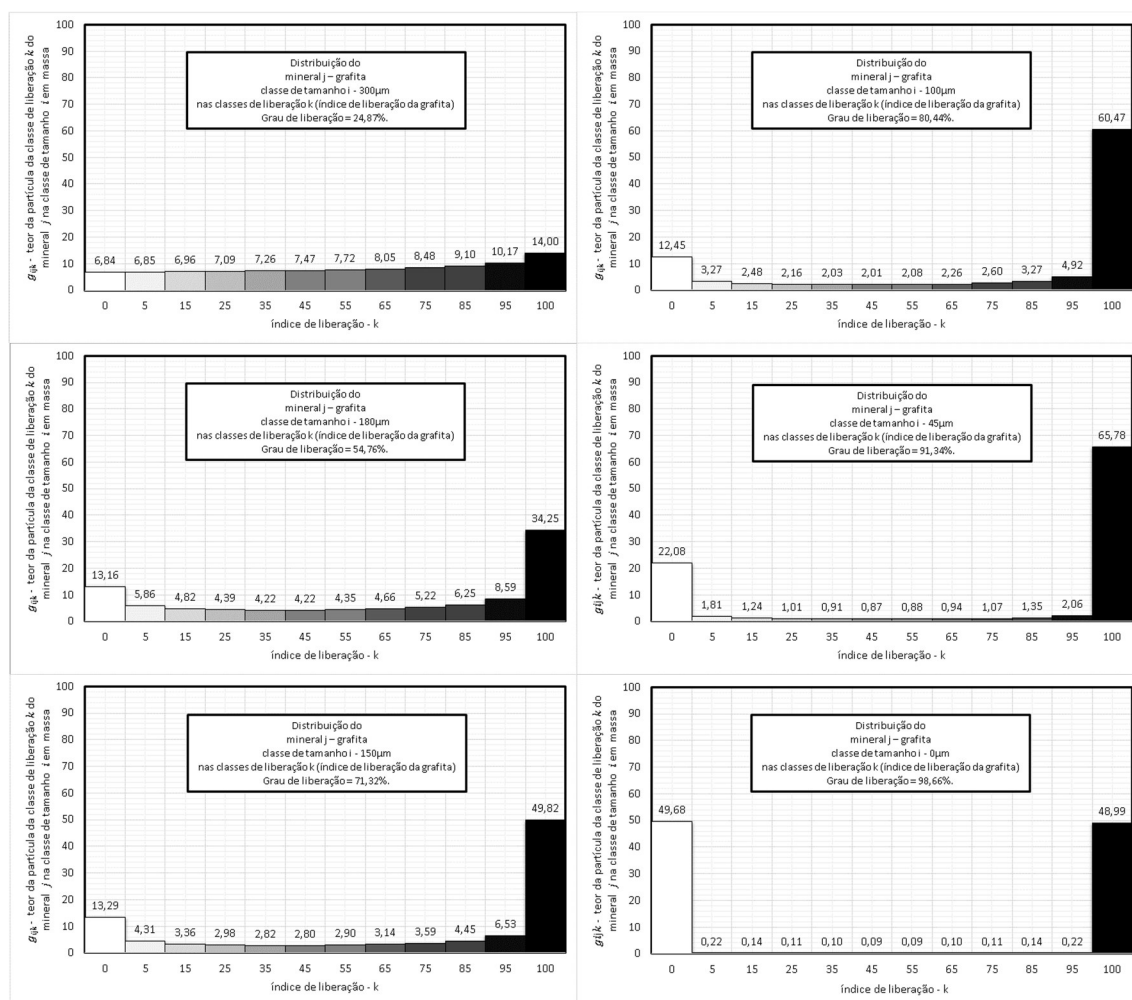


Figura 5.7 - Distribuições do mineral grafita (j) nas classes de tamanho (i) 300µm, 180 µm, 150 µm, 100 µm, 45 µm e 0 µm nas classes de liberação (k) – 0%, 5%, 15%, 25%, 35%, 45%, 55%, 65%, 75%, 85%, 95% e 100% de grafita em massa na partícula.

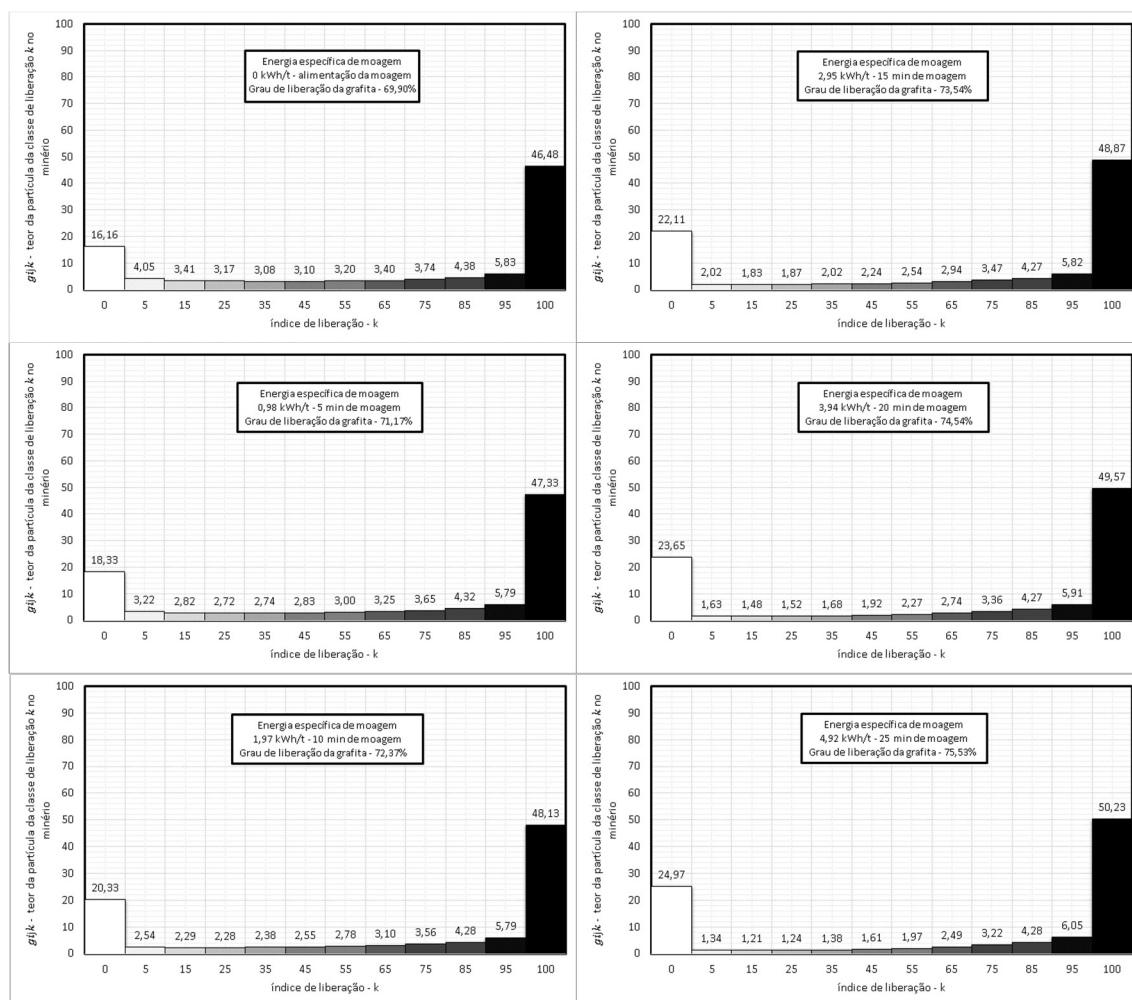


Figura 5.8 - Impacto da moagem no grau de liberação da grafita no minério.

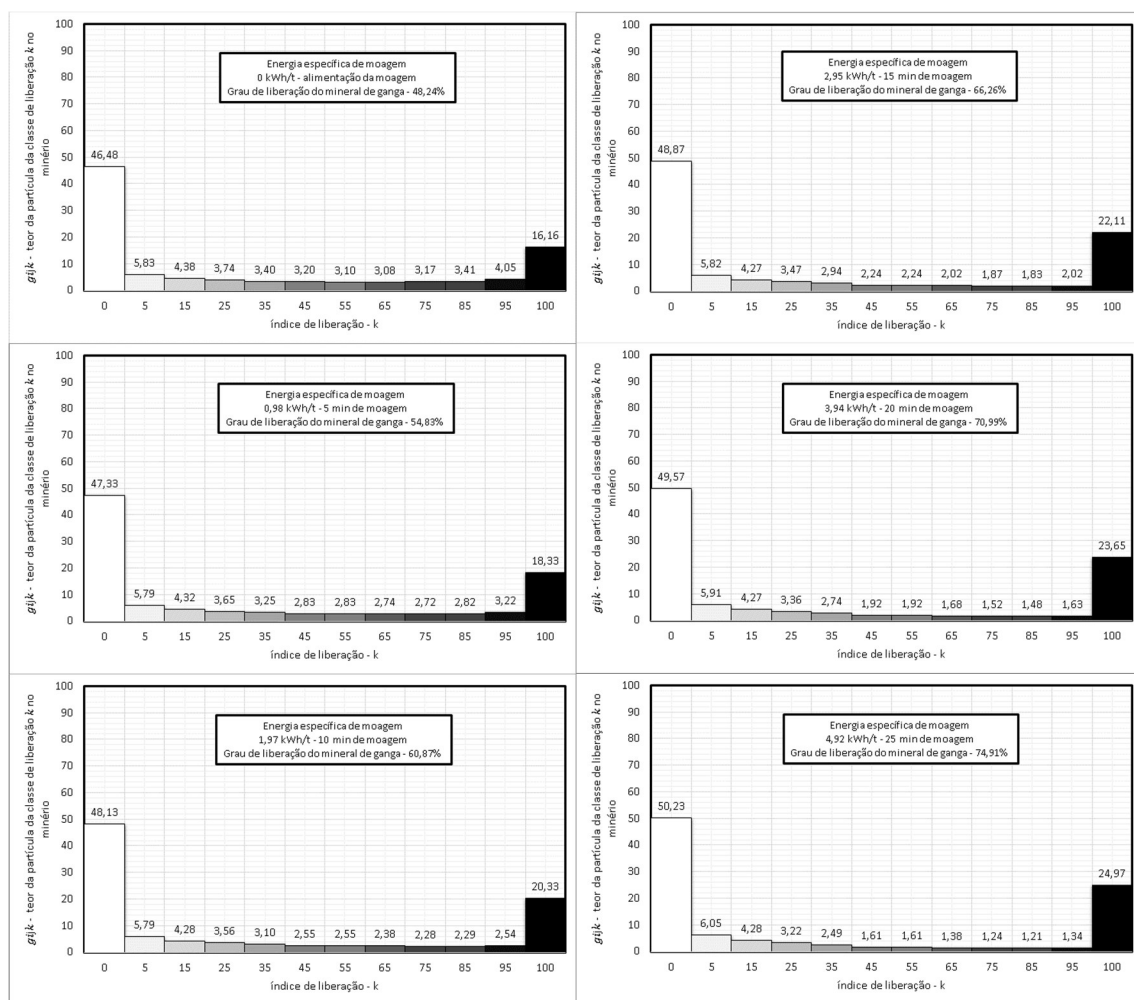


Figura 5.9 - Impacto da moagem no grau de liberação do mineral de ganga no minério.

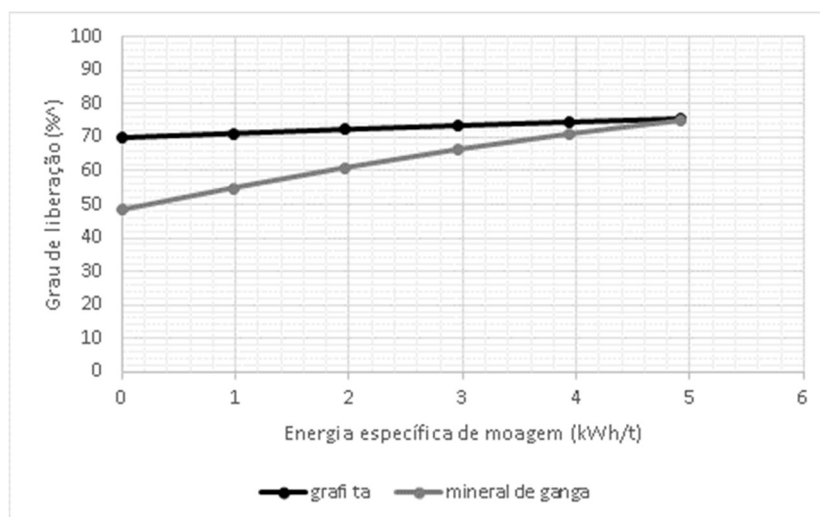


Figura 5.10 - Impacto da moagem no grau de liberação do mineral do mineral-minério e mineral de ganga no minério.

## **5.2 FLOTAÇÃO - TRANSPORTE DE MASSA DAS CLASSES DE TAMANHO (NÍVEL 3-i), MINERAL (NÍVEL 4-ij), LIBERAÇÃO (NÍVEL 4-ijk) NO PROCESSO.**

A figura 5.11 apresenta os resultados de simulação pelo modelo do balanço populacional por classe de liberação 4 (ijk) e experimentais 4 (ij). A simulação do processo de flotação por meio das classes de liberação apresenta boa correlação com os dados experimentais. Assim como da modelagem da moagem por classes de liberação há maior variabilidade no mineral de ganga. Além dos motivos descritos na seção anterior podemos ressaltar que na flotação são as partículas livres e mistas que compõem o concentrado e rejeito. Por exemplo, ao direcionar uma partícula com 25% de grafita para o concentrado estamos levando junto 75% de mineral de ganga. Diferente da simulação em que usamos a química por faixa granulométrica nível 4 (ij) em que as recuperações do mineral minério e do mineral de ganga são independentes. Pode-se observar que a maior divergência entre os dados experimentais e o simulado encontra-se exatamente nas faixas de tamanho com menor liberação, mais especificamente, a classe de tamanho 300 $\mu$ m (tamanho médio de 450 $\mu$ m) para os ensaios 10, 15, 20min. O grau de liberação para esta faixa é de 24,87% para a grafita. Somente direcionando partículas mistas para o concentrado o processo alcança as recuperações acima de 82% que foram obtidas para a grafita nesta faixa de tamanho para os ensaios de moagem 10, 15, 20. Necessariamente são transportados tanto mineral de ganga quanto mineral minério para o concentrado. Quanto mais próximo o modelo estiver das recuperações experimentais da grafita maior o erro para o mineral de ganga e vice-versa. Essa rigidez do modelo reduz significativamente a correlação entre os dados experimentais e os simulados. Por outro lado, pode ser uma ferramenta para validar o grau de liberação na faixa de tamanho.

Devido ao fato da recuperação do mineral minério e de ganga serem dependentes, no modelo do balanço populacional por classes de tamanho e liberação, permite entender o comportamento do mineral de ganga em faixas de tamanho em que somente a flotação verdadeira é possível. No caso, em particular, a hidrofobicidade da grafita é o suficiente para explicar o transporte de massas do mineral de ganga nas faixas mais grosseiras. Em outras palavras o mineral de ganga é conduzido para o flotado associado a parte hidrofóbica da grafita.

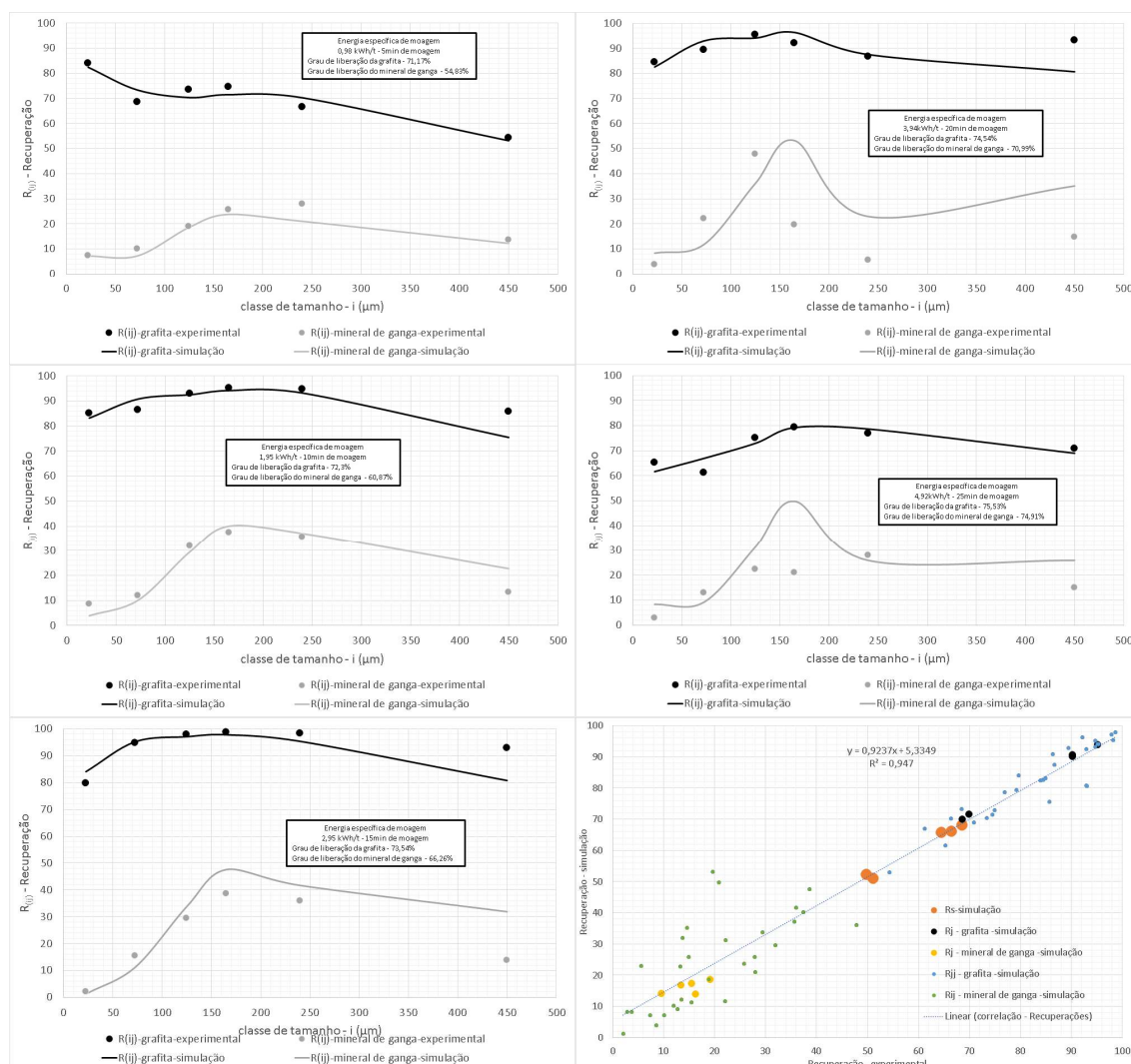


Figura 5.11 - Impacto da moagem na recuperação do mineral, mineral-minério e mineral de ganga no minério, mineral minério e mineral de ganga por faixa de tamanho.

Conforme discutido na metodologia o modelo do balanço populacional aplicado ao processo de flotação apresenta um grau de liberdade considerável. Assim outras soluções também seriam possíveis para se ajustar aos dados experimentais. As curvas de recuperação por flotação verdadeira na zona de coleta e espuma e o arraste mecânico na zona de coleta e espuma representam (figura 5.12) uma dessas possíveis soluções. A recuperação da grafita por flotação verdadeira na zona de coleta encontrasse acima de 60% e, com exceção do tempo de moagem 5min, não apresenta declínio na recuperação de partículas grossas. A moagem interfere nas características do minério, assim tem influência em todos os mecanismos de transporte de massa que ocorre na flotação. No caso da flotação verdadeira na zona de coleta podemos dizer que o aumento da área superficial específica é o principal fator. Como a dosagem do coletor é a mesma para todos os testes era esperando que o aumento da área superficial específica reduziria a hidrofobicidade da grafita. Maior superfície menor hidrofobicidade. Entretanto nos testes

realizados há um aumento da recuperação da grafita com o aumento da área superficial até o tempo de 15min quando há um declínio da recuperação da grafita com a moagem. O fato da grafita ter baixa cinética de quebra pode ter contribuído para este fato. O relatório de variabilidade da SGS Canada (2016), apresentou o mesmo resultado. Há outras justificativas possíveis como o excesso de coletor e a ativação da superfície da grafita com a moagem. As recuperações na zona de espuma estão dentro do esperado para testes de bancada. A maior recuperação por arraste mecânico da zona de coleta da grafita é uma premissa do modelo. As recuperações na zona de espuma dependem do colapso das bolhas e da recuperação da água, assim não é esperado seletividade no transporte de massa. De uma maneira geral somente o grau de arraste mecânico das partículas finas apresenta alguma variação.

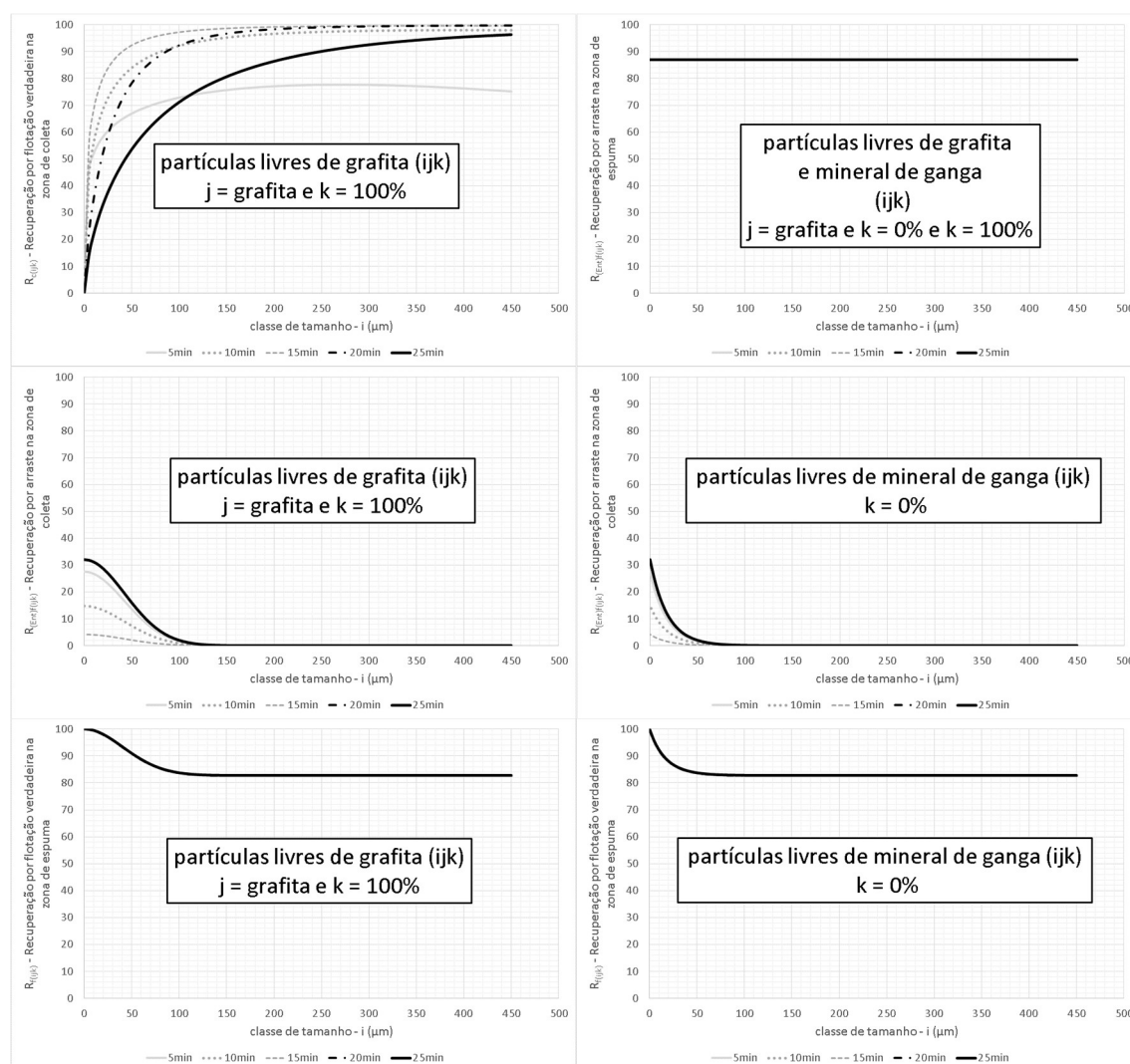


Figura 5.12 - As curvas de recuperação por flotação verdadeira na zona de coleta e espuma e o arraste mecânico na zona de coleta e espuma.



As figuras 5.13 a 5.17 apresentam as distribuições de liberação para a alimentação e concentrado dos testes de flotação realizados. As partículas com teor de grafita em 65% até 100% estão sendo concentradas (direcionadas para o flotado) enquanto as partículas com teor de grafita de 0 a 55% estão sendo concentradas no rejeito.

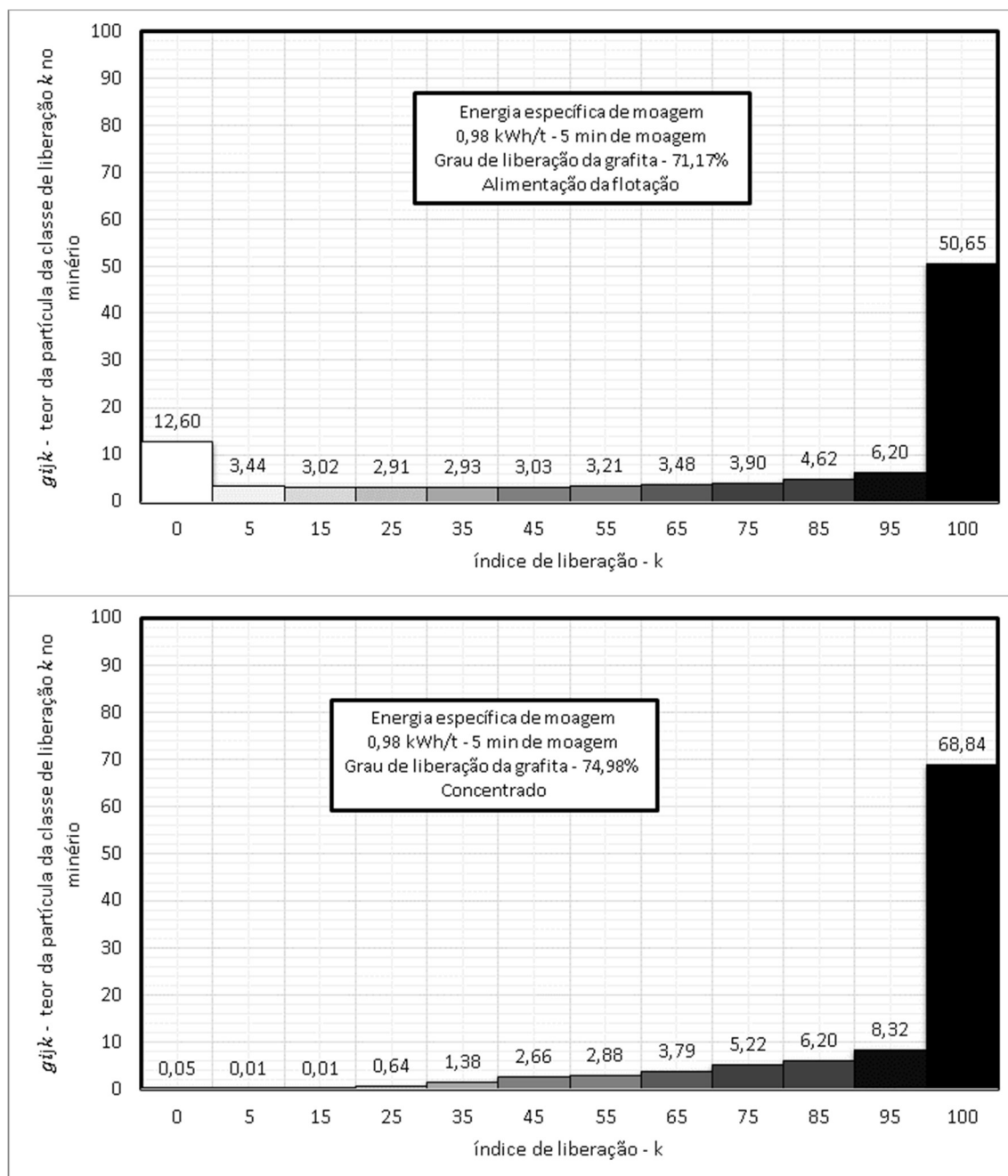


Figura 5.13 – Distribuições das classes de liberação alimentação e concentrado - Separação das classes de liberação Impacto da moagem no grau de liberação da grafita no minério.

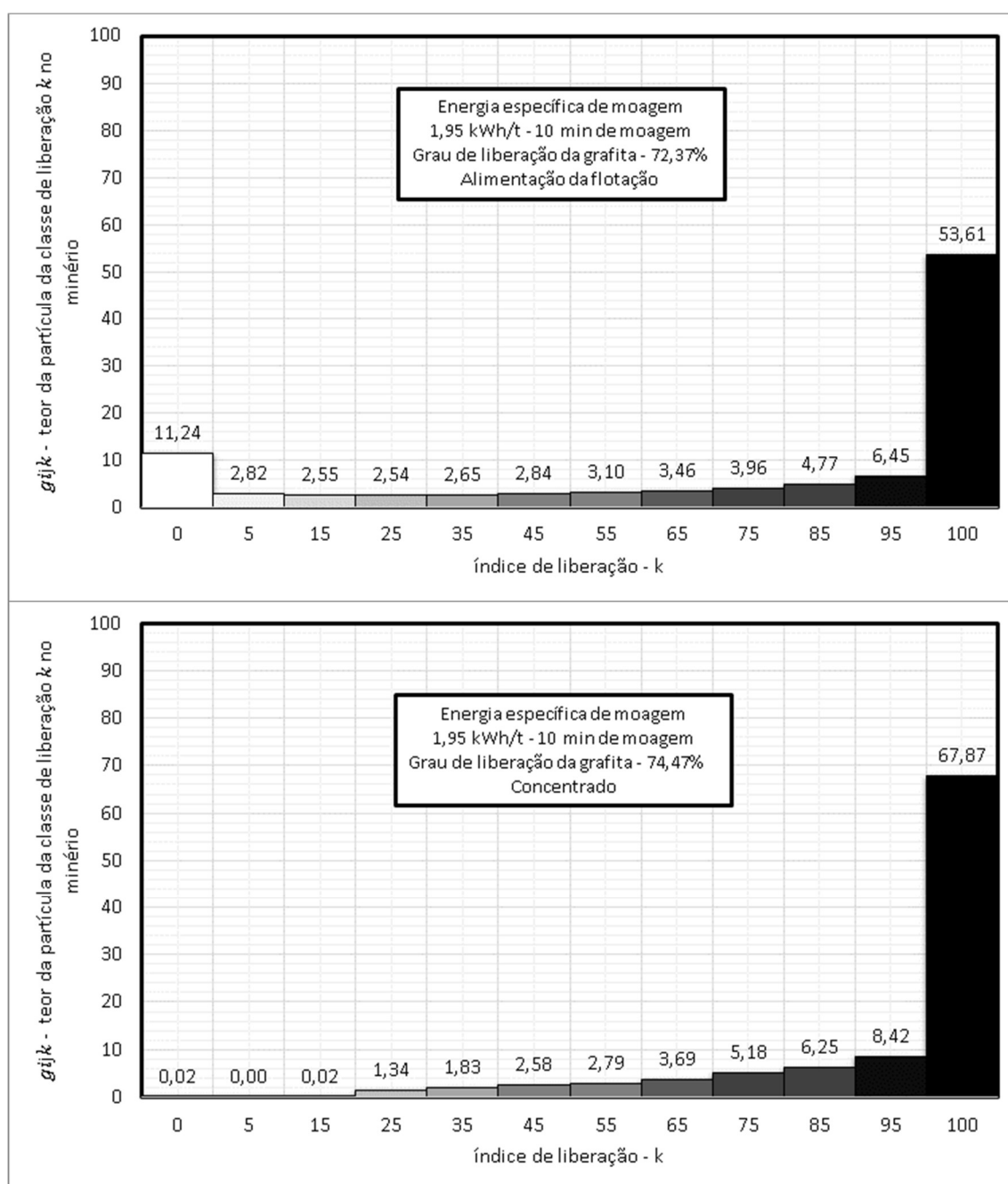


Figura 5.14 – Distribuições das classes de liberação alimentação e concentrado - Separação das classes de liberação Impacto da moagem no grau de liberação da grafita no minério.

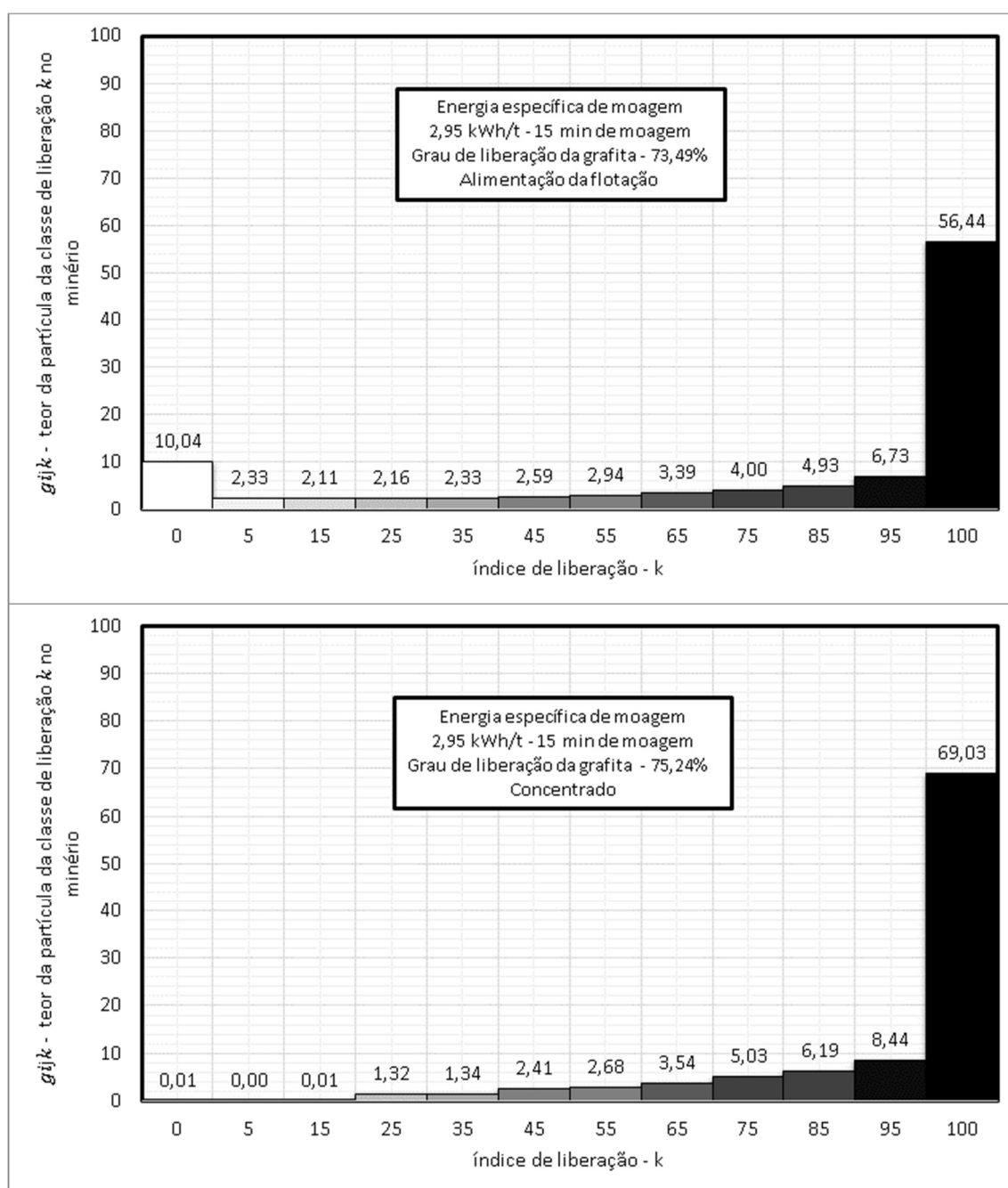


Figura 5.15 – Distribuições das classes de liberação alimentação e concentrado - Separação das classes de liberação Impacto da moagem no grau de liberação da grafita no minério.

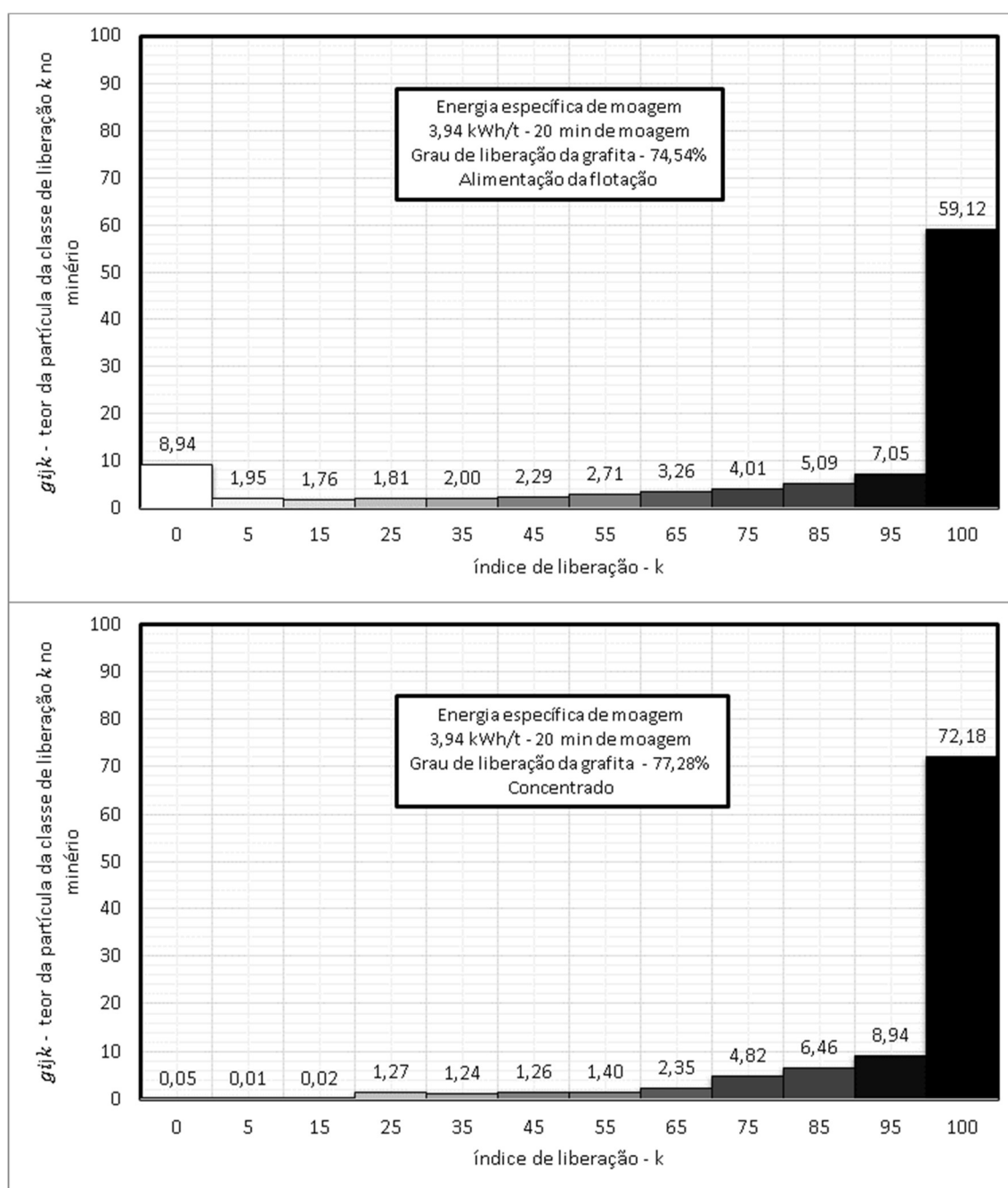


Figura 5.16 – Distribuições das classes de liberação alimentação e concentrado - Separação das classes de liberação Impacto da moagem no grau de liberação da grafita no minério.

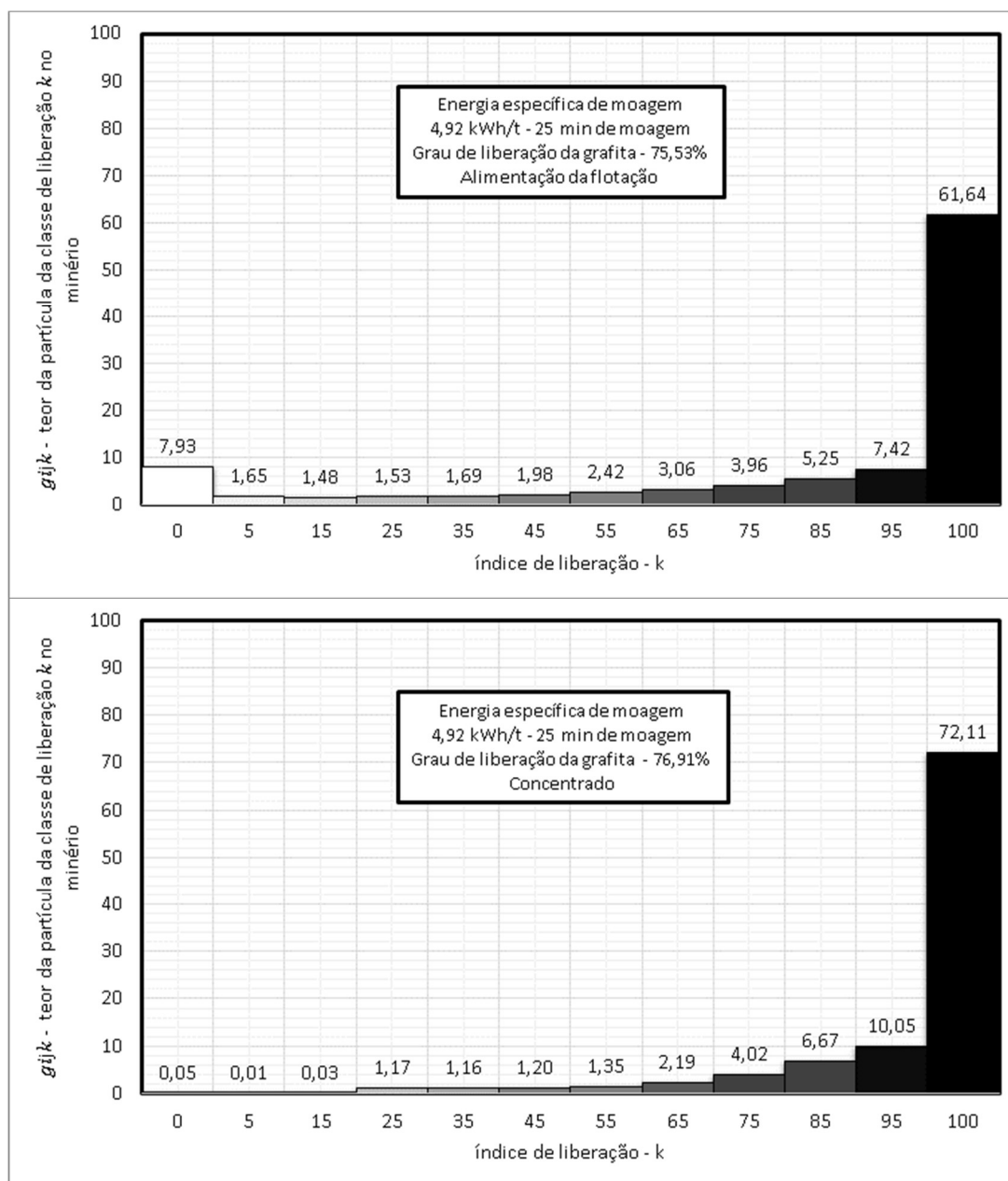


Figura 5.17 – Distribuições das classes de liberação alimentação e concentrado - Separação das classes de liberação Impacto da moagem no grau de liberação da grafita no minério.

A especificação do teor da grafita na etapa pré-cleaner de 69% de grafita. Todos os testes realizados apresentaram teor acima da especificação da etapa. De fato, o teor a alimentação já se encontra próximo da especificação.

Os resultados sugerem que a moagem em 15 min apresenta a melhor recuperação e o teor de grafita acima de 92%. Os testes realizados em laboratório devem ser otimizados via simulação e em testados em escala piloto.

## 6 CONCLUSÕES

A simulação das etapas de moagem e flotação em classes de liberação permite a otimização de dois processos complementares. A moagem determina as características do fluxo que alimenta a flotação e, por si só, já representaria parcela significativa do desempenho do processo de flotação. A dependência da flotação da liberação do material e da distribuição granulométrica evidenciam a sinergia entre os dois processos.

Os modelos apresentaram boa correlação entre os dados. Entretanto a correlação não é o único parâmetro para avaliar um modelo. Modelos que são utilizados para fechamento de balanço de massa devem gerar resultados quantitativos. A análise da inclinação e da intercepção da reta gerada com os dados experimentais (flotação) e de moagem (simulação) são parâmetros mais adequados para a validação do modelo. Se a inclinação tende para 1 e o a intercepção tende para zero o modelo é adequado para gerar resultados quantitativos. A validação do modelo também depende da precisão esperada dos resultados e do risco envolvido na tomada de decisão. Como os resultados do minério e mineral de ganga apresentam variações consideráveis a simulação deve ser avaliada de forma mais qualitativa que quantitativa. A simulação é uma poderosa ferramenta de tomada de decisão. Entretanto não é o processo real e a qualidade das decisões envolvidas é diretamente proporcional a qualidade da amostragem e medidas dos dados experimentais.

Devido ao fato da recuperação do mineral minério e de ganga serem dependentes, no modelo do balanço populacional por classes de tamanho e liberação, permite entender o comportamento do mineral de ganga em faixas de tamanho em que somente a flotação verdadeira é possível. No caso, em particular, a hidrofobicidade da grafita é o suficiente para explicar o transporte de massas do mineral de ganga nas faixas mais grosseiras. Em outras palavras o mineral de ganga é conduzido para o flotado associado a parte hidrofóbica da grafita.

Em todos os testes realizados e simulados a especificação na etapa foi alcançada, ou seja, 69% de grafita. No teste otimizado a recuperação de grafita ficou aproximadamente em 95,3% (resultado experimental) e 93,8 (resultado simulado).

Os modelos podem ser e devem ser validados pela capacidade de gerar alternativas viáveis ao processamento mineral e descartar aquelas que teriam um impacto negativo. Assim somente o uso e a aplicação dos seus resultados darão sua efetiva credibilidade.

## 7 REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AUSTIN, L. G., KLIMPEL, R. R., LUCKIE, P. T. Process Engineering of Size Reduction. 1984. SME AIME, 79-117p.
- BARBERY, G. Mineral Liberation. Measurement, Simulation and Practical Use in Mineral Processing. Editions GB, Quebec, 1991.
- CHAVES, A. P. Teoria e Prática do Tratamento de Minérios. 2.ed. São Paulo: Signus, 2002. Vol.1.
- CHAVES, A. P.; PERES, A. E. C. Teoria e Prática do Tratamento de Minérios. São Paulo: Signus, 2003. Vol.3.
- DE CARVALHO, R. M. Desenvolvimento de modelo matemático generalizado da cominuição. Rio de Janeiro: Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2009. 118p (Dissertação, Mestrado em Engenharia Metalúrgica e de materiais).
- EPSTEIN, B. The material description of certain breakage mechanisms leading to the logorithmic-normal distribution. Journal of the Franklin Institute, 1947. 471-477p.
- FERREIRA, V.R. "Carbono", Brasil Escola. Disponível em:  
<<https://brasilecola.uol.com.br/quimica/carbono.htm>>. Acesso em 23 de junho de 2020
- FIGUEIRA, H. V. O.; DE ALMEIDA, S. L. M.; DA LUZ, A. B. Cominuição. CETEM. Tratamento de Minérios. 5.ed. Rio de Janeiro: CETEM, 2004. cap.4: p.113-194.
- GUPTA, A; YAN, D. Introduction to mineral processing design and operations. Perth: elsevier, 2006. 704p.
- HERBST, J. A. & FUERSTENAU, D. W. Mathematical Simulation of Dry Ball Milling Using Specific Power Information, Trans. AIME/SME, 254, pp. 343-348, 1973.
- KELLY, E. G.; SPOTTISWOOD, D. J. Introduction to Mineral Processing. New York: John Wiley & Sons, 1982.
- KING, R. P. Modeling and Simulation of Mineral Processing System. 1.ed. Salt Lake City: Butterworth-Heinemann, 2001.
- LEITE, M.R.M., 1991, Liberation by Size Reduction, Cotisequences and Improvements on Flotation Kinetics". Kluwer Academic Publishers, NATO ASI Series E: Applied Sciences, Vol. 208, Netherlands.
- LYNCH, A., JOHNSON, N., MANLAPIG, E., & THORNE, C. Mineral and Coal Flotation Circuits Their Simulation and Control. (D. Fuerstenau, Ed.) Amsterdam: Elsevier, 1981.
- LYNCH, A. J. Mineral Crushing and Grinding Circuits Their Simulation, Optimizations, Design and Control, Elsevier Scientific Publishing Company, Amsterdam, Oxford, New York, pp. 137-162, 1977.
- LUZ, A.B et al. Tratamento de Minérios 2010. 5.ed. Rio de janeiro: CETEM/MCT, 2010. 932p.
- MADUREIRA, C.M.N., 1978, "Teor, Calibre, Libertação: um Tratamento Estocático do Problema Fundamental da Preparação de Minérios". 2º Congresso da Ordem dos Engenheiros, Porto, Portugal.
- MADUREIRA, C.M.N. et al, 1988, "Size, Grade and Liberation: a Stochastic Approach to the Fundamental Probleni of Mineral Processing", XVI International Mineral Processing Congress, Stockholm. Elsevier ScienGe Publishers, Amsterdam
- MARIANO, R. A. Measurement and Modelling of the Liberation and Distribution. Australia: The University of Queensland, 2016. 287p (Tese, Doutorado em Engenharia Metalúrgica).
- MAZZINGHY, D. MODELAGEM E SIMULAÇÃO DE CIRCUITO DE MOAGEM. Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2009. 128p. (Dissertação, Mestrado em Engenharia de Minas).
- METSO CORPORATION. Basics in Mineral Processing. 11.ed. Metso Corporation, 2018. 334p.
- MONTENEGRO, L. C. M. Aplicação de Métodos Numéricos na Simulação da Moagem em Moinho de Bolas Utilizando o Modelo do Balanço Populacional. Belo Horizonte: Universidade Federal de Minas Gerais, 1997. 125.p (Dissertação, Mestrado em Engenharia Metalúrgica e de Minas).

- MONTENEGRO, L. C. M. Efeito das condições operacionais sobre a relação teor-recuperação na flotação de minérios de ferro. Belo Horizonte: Universidade Federal de Minas Gerais, 2001. 125p. (Tese, Doutorado em Engenharia Metalúrgica e de Minas)
- MONTENEGRO, L. C. M.; GALERY, R. Estudo De Otimização da Carga de Bolas na Moagem Por Meio De Modelo De Balanço Populacional - Parte 1. Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte. 2015.
- MORAES, M. N.; BRANDÃO , P. G. Avaliação de Moagem em Circuito Aberto e com Peneira de Alta Frequência para Minério de Magnesita. Belo Horizonte, p.132. 2017.
- NGUBELANGA, S. Balama Graphite Project: Plant Site Infrastructure Geotechnical Report. Melbourne: Monash University, 2014. 246p.
- SAMPAIO, J. A. et al. Grafita, Grafita, 2005. p.471-488
- SANTOS, N. A. Modelamento de Flotação por Classes de Tamanho e Liberação. Belo Horizonte: Universidade Federal de Minas Gerais, 2018. 203p. (Tese, Doutorado em Engenharia Metalúrgica e de Minas)
- SAVASSI, O. Estimating the recovery of size-liberation classes in industrial flotation cells: A simple technique for minimizing the propagation of the experimental error. *Int. J. Miner. Process*, 85– 92, 2006.
- SAVASSI, O., ALEXANDER, D., FRANZIDIS, J., & MANLAPIG, E. An empirical model for entrainment in industrial flotation plants. *Minerals Engineering*, 11, pp. 243-256,1998.
- SGS CANADA. The variability testing of thirtyfive samples from the Balama graphite projec. Ontario, Canada, 2016. 53p.
- SODRÉ, U. Modelos matemáticos. Londrina, UEL, 2007. 26p.
- VALADÃO, G. E. S.; ARAUJO, A. C. Introdução ao Tratamento de Minérios. Belo Horizonte: UFMG, 2007. 233p.
- WILLS, B.A.; MUNN, T.J. *Mineral Processing Technology*. 7.ed. 2006. 444p
- YAVANOVIC, A. P. Engenharia da cominuição e moagem em moinhos tubulares., Belo Horizonte, 2004. p. 399.