



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA**  
**MECÂNICA**

Rangel Moura Barbosa

**APLICAÇÃO CONJUNTA DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS E DA**  
**ANÁLISE ESTATÍSTICA DE ENERGIA AO ESTUDO VIBROACÚSTICO DE**  
**ESTRUTURAS ACOPLADAS**

Belo Horizonte

2021

Rangel Moura Barbosa

**APLICAÇÃO CONJUNTA DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS E DA  
ANÁLISE ESTATÍSTICA DE ENERGIA AO ESTUDO VIBROACÚSTICO DE  
ESTRUTURAS ACOPLADAS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Eduardo Bauzer Medeiros

Belo Horizonte

2021

B238a

Barbosa, Rangel Moura.

Aplicação conjunta do método dos elementos finitos e da análise estatística de energia ao estudo vibroacústico de estruturas acopladas [recurso eletrônico] / Rangel Moura Barbosa. - 2021.

1 recurso online (110 f.: il.,color.) : pdf.

Orientador: Eduardo Bauzer Medeiros.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Minas Gerais, Escola de Engenharia.

Bibliografia: f. 105-110.

Exigências do sistema: Adobe Acrobat Reader.

1. Engenharia mecânica - Teses. 2. Acoplamentos – Teses.  
3. Método dos elementos finitos – Teses. 4. Vibração – Teses.  
I. Medeiros, Eduardo Bauzer. II. Universidade Federal de Minas Gerais. Escola de Engenharia. III. Título.

CDU: 621(043)



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

FOLHA DE APROVAÇÃO

**APLICAÇÃO CONJUNTA DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS E DA ANÁLISE ESTATÍSTICA DE ENERGIA  
AO ESTUDO VIBROACÚSTICO DE ESTRUTURAS ACOPLADAS**

**RANGEL MOURA BARBOSA**

Dissertação submetida à Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Minas Gerais, constituída pelos Professores: Dr. Eduardo Bauzer Medeiros (Orientador - Departamento de Engenharia Mecânica/UFMG), Dr. Alexander Mattioli Pasqual (Instituto Tecnológico de Aeronáutica - ITA) e Dr. Marcus Antônio Viana Duarte (Universidade de Uberlândia/UFU), como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de "Mestre em Engenharia Mecânica", na área de concentração de "Projeto e Sistemas".

Dissertação aprovada no dia 28 de julho de 2021.



Documento assinado eletronicamente por **Eduardo Bauzer Medeiros, Presidente de comissão**, em 16/08/2021, às 09:09, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Alexander Mattioli Pasqual, Usuário Externo**, em 17/08/2021, às 10:01, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Marcus Antonio Viana Duarte, Usuário Externo**, em 20/08/2021, às 08:48, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site [https://sei.ufmg.br/sei/controlador\\_externo.php?acao=documento\\_conferir&id\\_orgao\\_acesso\\_externo=0](https://sei.ufmg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0), informando o código verificador **0896120** e o código CRC **0CF9DC46**.

Aos meus pais, Valdete dos Reis Barbosa  
e Evanilton José Alves Barbosa.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço primeiro a Deus, por ter me mantido na trilha certa no desenvolvimento da pesquisa com saúde e forças até o final.

Aos meus pais Evanilton e Valdete, que sempre estiveram ao meu lado me apoiando ao longo de toda a minha trajetória. Aos meus irmãos Larissa e Samuel, pela amizade e pelos bons momentos compartilhados. Agradeço também ao apoio de todos meus familiares que trouxeram um sentido muito especial a essa conquista, famílias Moura e Barbosa.

Aos meus colegas de curso, em especial ao José e a Lidianne pelas trocas de conhecimento e ajuda mútua. Agradeço também ao meu orientador Eduardo Bauzer, pelos ensinamentos e que apesar da intensa rotina de sua vida acadêmica aceitou me orientar nesta pesquisa. Ao professor Guilherme Papini, pelos ensinamentos e apoio na realização do estágio acadêmico.

A CNPq agradeço pela concessão da bolsa que permitiu minha dedicação aos estudos. Por último, quero agradecer à Universidade Federal de Minas Gerais e aos professores do programa de pós-graduação em Engenharia Mecânica.

## RESUMO

Desenvolveu-se uma metodologia para caracterizar o comportamento vibroacústico de painéis. A Análise Estatística de Energia (SEA) foi escolhida tendo em mente aplicações típicas de engenharia, particularmente aquelas frequentemente encontradas em veículos rodoviários e aéreos. O objetivo é desenvolver uma ferramenta que proporcione a flexibilidade necessária tanto na configuração quanto na escolha dos parâmetros sistema analisado. O SEA foi implementado em combinação com procedimentos do Método de Elementos Finitos (FEM) para melhorar a capacidade de lidar com uma variedade de configurações diferentes, levando também em consideração a faixa de frequência, sendo o SEA a escolha para problemas de alta frequência.

A metodologia abordou o problema levando-se em consideração como os parâmetros influentes, tais como: amortecimento, densidade modal, condições de contorno e a excitação, modificam a energia transmitida pela estrutura. O objetivo pretendido foi a determinação de como as ondas de flexão se propagam através de estruturas acopladas, uma consideração crucial em problemas vibroacústicos.

A metodologia foi implementada em uma configuração de painel típica para a qual os resultados experimentais de outros autores estavam prontamente disponíveis, fornecendo assim um meio de validação adicional. A configuração analisada consistiu em dois painéis conectados a 90 graus por meio da chamada junção L, considerando uma ligação contínua. Utilizou-se a abordagem de onda e a análise estatística de energia experimental (ESEA) com FEM, a fim de investigar a influência dos parâmetros do modelo e para cada condição de simulação escolhida, no que diz respeito às variáveis do nível de energia transmitido e ao fator de acoplamento.

A análise da transmissão aerotransportada no painel também foi investigada, introduzindo as considerações relacionadas aos diferentes caminhos de transmissão associados ao fator de acoplamento.

Finalmente, a metodologia proposta permite a determinação de como o procedimento de configuração e simulação afetam os resultados finais, proporcionando uma ferramenta útil de análise e projeto vibroacústico.

Palavras chaves: Vibroacústica. Fator de acoplamento. Análise estatística de energia. Método dos elementos finitos.

## ABSTRACT

A methodology to characterize the vibro-acoustic behavior of panels has been developed. The Statistical Energy Analysis (SEA) was chosen having in mind typical engineering applications, particularly those often found in road and aerial vehicles. The objective is to develop a tool that provides the needed flexibility in both configuration and in the choice of parameters for the analyzed system. SEA was implemented combined with Finite Element Method (FEM) procedures in order to improve the ability to cope with a variety of different configurations, also taking into account the frequency range, SEA being the choice for high frequency problems.

The methodology addresses the problem taking into account how the influencing parameters, e.g.: damping, modal density, boundary conditions and the excitation, modify the energy transmitted through the structure. The targeted focus was the determination of how flexural (bending) waves propagate through coupled structures, a crucial consideration in vibro-acoustic problems.

The methodology has been implemented in a typical panel configuration for which experimental results from other authors were readily available, thus providing an additional validation means. The analyzed configuration consisted of two panels connected at 90 degrees using the so-called L junction, considering a line connection. Both wave approach and the experimental statistical energy analysis (ESEA) with FEM were used, in order to investigate the influence of the model parameters and for each chosen simulation condition, with respect to the transmitted energy level variables and the coupling factor.

Airborne transmission analysis in the panel was also investigated, introducing the considerations related to different transmission paths associated with the coupling factor.

Finally, the proposed methodology enables the determination of how the configuration and simulation procedure affect the results hopefully providing a useful analysis and design vibro-acoustic tool.

Keywords: Vibro-acoustics. Coupling factor. Statistical energy analysis. Finite element method.



## LISTA DE FIGURAS

Figura 3.1 - Sistema com 1 grau de liberdade.....	25
Figura 3.2 - Resposta do sistema subamortecido .....	27
Figura 3.3 - Resposta dos sistemas criticamente amortecido e super amortecido....	28
Figura 3.4 - Mobilidade de um sistema com 1GDL .....	30
Figura 3.5 - Forças, deslocamentos e sistema de coordenadas da placa.....	32
Figura 3.6 - Modelo SEA de dois subsistemas.....	38
Figura 3.7 - Geometrias em 3D e 2D .....	45
Figura 3.8 - Método da banda de meia potência .....	53
Figura 3.9 - Transmissão e reflexão de ondas na junção entre duas placas .....	56
Figura 3.10 - Decomposição de um número de onda acústico incidente .....	63
Figura 3.11 - Relação entre as velocidades de propagação da onda sonora e da onda de flexão no painel .....	64
Figura 3.12 - Cancelamento em uma superfície harmonicamente excitada.....	67
Figura 3.13 - Áreas efetivas de radiação para modos na condição:(a), (b) e (c).....	67
Figura 3.14 - Modelo SEA de três subsistemas .....	69
Figura 3.15 - Incidência oblíqua em uma partição flexível.....	70
Figura 3.16 - Perda de transmissão com o ângulo de incidência.....	71
Figura 4.1 - Modelo SEA para transmissão por via aérea .....	79
Figura 4.2 - Painéis ligados em 90°.....	80
Figura 4.3 - Comparação entre a abordagem de onda em SEAlab e o implementado .....	81
Figura 4.4 - Coeficiente de transmissão pelo ângulo de incidência.....	81
Figura 4.5 - Elemento Shell 181 .....	82
Figura 4.6 - Modelo FEM discretizado.....	83
Figura 5.1 - Modelo SEA no software SEAM.....	85
Figura 5.2 - Densidade modal dos espaços acústicos por SEAlab e por SEAM.....	86
Figura 5.3 - Perda de transmissão por SEAlab, SEAM e Lei da massa .....	87
Figura 5.4 - Comparativo dos caminhos de transmissão de energia a câmara de recepção.....	88
Figura 5.5 - Densidade modal do painel por meio analítico e numérico .....	89
Figura 5.6 - Diferença entre 5 conjuntos de excitações ROTR ( $\eta=0.04$ ).....	91
Figura 5.7 - Resultados de 5 conjuntos de excitações ROTR e o valor médio.....	91

Figura 5.8 - Erro associado a malha .....	92
Figura 5.9 - Erro médio associado a malha.....	93
Figura 5.10 - Resultados de 5 conjuntos de excitações ROTR e o valor médio (bordas livres).....	94
Figura 5.11 - Comparação entre abordagem de onda e ESEA (Bordas livres e simplesmente apoiadas) .....	95
Figura 5.12 - Diferença de energia entre os painéis por SEA e FEM (Bordas livres e simplesmente apoiadas) .....	96
Figura 5.13 - Comparação entre abordagem de onda e ESEA (Diferentes DLF, bordas simplesmente apoiadas) .....	97
Figura 5.14 - Diferença de energia entre os painéis por SEA e FEM (Diferentes DLF, bordas simplesmente apoiadas).....	98
Figura 5.15 - Comparação entre ESEA matricial e simplificado.....	99
Figura 5.16 - Comparação entre modelos com junção livre e simplesmente apoiada .....	101

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ACLF	Fator aparente de perda por acoplamento (Aparent coupling loss factor)
CLF	Fator de perda por acoplamento (Coupling loss factor)
DLF	Fator de perda por amortecimento (Damping loss factor)
ESEA	Análise experimental de energia (Experimental statistical energy analysis)
FEM	Método dos elementos finitos (Finite element method)
GDL	Graus de liberdade
NAH	Near-field acoustic holography
ROTR	Rain on the roof
SEA	Análise estatística de energia (Statistical energy analysis)
SIL	Speech Interference Level

## LISTA DE SIMBOLOS

### Alfabeto Latino

A	Área
B	Rigidez a flexão da placa
$c_0$	Velocidade da onda no fluido
$c_c$	Amortecimento crítico
$c_g$	Velocidade de grupo
$c_{b,l,t}$	Velocidade de fase
$E_e$	Módulo de elasticidade
E	Energia
$f$	Frequência
$f_c$	Frequência crítica
$F_x, F_y, F_z$	Força nas direções x, y e z
G	Módulo de cisalhamento
H	Espessura
I	$\sqrt{-1}$
i, j, k	Índice de subsistemas
$k_{indice}$	Número de onda
$n(\omega)$	Densidade modal
M	Massa
M	Momento
P	Perímetro
PT	Perda de transmissão
T	Tempo
TR	Tempo de reverberação
V	Volume
Y	Mobilidade pontual

## Alfabeto Grego

$\alpha$	Amplitude da onda
$\varepsilon$	Densidade de energia
$\zeta$	Fator de amortecimento
$\eta_{ij}$	Fator de perda por acoplamento
$\eta_d$	Fator de perda por amortecimento
$\eta_{tl}$	Fator de perda total
$\eta$	Deslocamento para fora do plano da placa
$\lambda$	Comprimento de onda
$\nu$	Coefficiente de Poisson
$\xi_x, \xi_y$	Deslocamento no plano da placa
$\Pi$	Potência
$\rho_0$	Densidade do fluido
$\rho$	Densidade do material
$\sigma$	Eficiência de radiação
$\omega$	Frequência angular

## SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO .....	14
1.1 Motivação .....	16
1.2 Objetivos.....	17
1.2.1 Objetivos Gerais.....	17
1.2.2 Objetivos Específicos .....	18
1.3 Organização do trabalho .....	18
2 TRABALHOS ANTERIORES.....	20
3 ANÁLISE ESTATÍSTICA DE ENERGIA.....	25
3.1 Vibrações em estruturas .....	25
3.1.1 Vibração livre em sistema com 1 GDL .....	25
3.1.2 Vibração forçada em sistema com 1 GDL.....	28
3.1.3 Campo de vibração em placas isotrópicas.....	30
3.1.3.1 Ondas de flexão.....	31
3.1.3.2 Ondas no plano .....	32
3.1.3.3 Transmissão de energia de vibração entre placas .....	33
3.2 Análise estatística de energia .....	35
3.2.1 Subsistemas.....	36
3.2.2 Energia e potência de entrada em subsistemas .....	37
3.2.3 Modelo SEA .....	38
3.2.4 Acurácia e hipóteses em SEA.....	40
3.2.5 Vantagens e desvantagens.....	43
3.3 Determinação da densidade modal.....	44
3.3.1 Procedimento analítico.....	44
3.3.1.1 Placa isotrópica .....	45
3.3.1.2 Espaço acústico.....	46
3.3.2 Procedimento experimental.....	48

3.3.2.1 Método da contagem .....	48
3.3.2.2 Método da mobilidade .....	49
3.4 Determinação do fator de perda por amortecimento .....	50
3.4.1 Método do decaimento .....	50
3.4.2 Método da potência de entrada .....	51
3.4.3 Método da banda de meia potência .....	52
3.5 Determinação do fator de perda por acoplamento .....	53
3.5.1 Acoplamento entre estruturas .....	54
3.5.1.1 Coeficiente de transmissão .....	54
3.5.1.2 Abordagem de onda .....	56
3.5.2 Acoplamento entre estrutura e espaço acústico .....	61
3.5.2.1 Eficiência de radiação .....	62
3.5.2.1.1 Frequência crítica .....	62
3.5.2.1.2 Placa infinita .....	64
3.5.2.1.3 Cancelamento e modos de borda e canto .....	66
3.5.2.2 Procedimento experimental .....	68
3.5.2.3 Acoplamento não ressonante entre espaços acústicos .....	69
3.6 Análise estatística de energia experimental (ESEA) .....	72
3.6.1 Formulação matricial ESEA .....	72
3.6.2 Formulação simplificada ESEA .....	73
3.6.3 Fator aparente de perda por acoplamento (ACLF) .....	73
3.7 Utilização do método dos elementos finitos .....	74
3.7.1 Método dos elementos finitos e ESEA .....	75
4 METODOLOGIA .....	77
4.1 Subsistemas analisados .....	77
4.2 Transmissão por via aérea .....	78
4.3 Transmissão por via estrutural .....	79

4.3.1 Abordagem de onda.....	80
4.3.2 ESEA .....	82
5 ANÁLISE DE RESULTADOS .....	85
5.1 Transmissão de energia painel - espaços acústicos .....	85
5.2 Transmissão de energia painel - painel .....	89
6 CONCLUSÃO.....	102
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	105



## 1 INTRODUÇÃO

Ondas mecânicas estão presentes em nosso dia a dia e em uma série de aplicações práticas, sendo caracterizadas por perturbações ondulatórias em um meio físico. Possivelmente a manifestação mais comum deste comportamento é representada pela onda sonora. Do ponto de vista de percepção, o som pode ser interpretado como uma perturbação neuro-psico-fisiológica. Isto significa que a onda sonora produz um estímulo de percepção que pode variar do agradável ao desconfortável e doloroso (GRIFFIN, 1990).

Em Engenharia, a análise destes fenômenos normalmente se inicia com um estudo de um modelo ondulatório em que as propriedades físicas caracterizam um determinado comportamento. Em algumas aplicações práticas, este comportamento é então associado à resposta de percepção do indivíduo. Uma destas manifestações é designada por “ruído”. O ruído audível pode ser definido como um som indesejável proveniente de algum fenômeno físico, a depender de sua intensidade pode gerar desconforto, interferência na comunicação e até a fadiga em profissionais que atuem sob sua influência (SMITH, 1989).

Na abordagem psicoacústica, o objetivo é correlacionar a resposta ao estímulo a uma caracterização ondulatória do fenômeno, usando para tanto uma série de parâmetros objetivos. Exemplos típicos são a ponderação A, que ajusta o nível de pressão sonora conforme ao percebido pelo ouvido humano nas diferentes faixas de frequência, e o Speech Interference Level (SIL) que trata da qualidade de comunicação de voz. Esta análise tem grande importância em estudo de conforto e avaliação de qualidade sonora, para uma série de aplicações (MIXSON *et al.*, 1991).

Uma vez que a geração da onda sonora está sempre associada à movimentação mecânica de algum meio, existe sempre uma movimentação na forma de vibração na origem, o que significa que para a completa caracterização do problema é feita a chamada análise vibroacústica. Esta análise costuma ser bastante complexa, com mudanças de meio físico, acoplamentos mecânicos diversos, constituindo uma cadeia de elos mutuamente interferentes.

Dentre os tipos de análises muito eficientes para se conseguir analisar esta situação, destacam-se algumas. A análise estatística de energia (SEA ou “Statistical Energy Analysis”) é particularmente adaptada a este tipo de estudo por permitir uma generalização no percurso de propagação da energia. Outras formas de análise com

o uso de analogias físicas para análise, como a holografia acústica (“near field acoustic Holography – NAH”), é particularmente interessante para caracterização de fontes sonoras complexas. Em alguns casos a resolução numérica diretamente das equações constitutivas pode ser interessante.

Uma aplicação típica de grande importância ocorre em veículos de transporte, em que a presença do ruído pode se tornar pronunciável por conta dos diferentes mecanismos de acoplamento e excitação que podem ocasioná-lo. Pesquisas que visam traçar alternativas para o tratamento do ruído a esses casos são recorrentes, e seus resultados são o que possibilitam a aceitação positiva dos veículos pelos usuários (GEORGIEV *et al.*, 2006).

Essas pesquisas partem da consideração de fatores que influem no comportamento do ruído e dentre esses, as fontes de emissão. Em automóveis são fontes o motor, o contato entre pneu/pavimentação e a passagem de ar externamente a estrutura, por exemplo (WANG, 2010). Em aeronaves o sistema de propulsão, o escoamento aerodinâmico e o funcionamento dos sistemas elétricos e hidráulicos instalados na aeronave (SMITH, 1989).

As características dessas fontes auxiliam na definição das análises. Na flutuação de pressão sobre a superfície da aeronave, por exemplo, que possui muitas componentes de frequência e varia ainda com as dimensões e a velocidade da aeronave, é possível perceber a necessidade da análise em ampla faixa de frequência (SMITH, 1989).

Outro fator que guia os estudos é quanto a transmissão, que está associada a forma como o ruído se propaga da fonte até o interior do veículo. Isso possibilita classificar a transmissão como sendo por via aérea, ou por via estrutural.

A transmissão por via aérea resulta da passagem do ruído pelo ar da parte externa para a parte interna da cabine/habitáculo. Enquanto que a transmissão estrutural é ocasionada pela transmissão de energia vibracional ao longo da estrutura, sendo dissipada no interior da cabine como energia sonora.

A transmissão em ambos os casos pode ocorrer por diferentes caminhos. Na via aérea a energia sonora pode entrar por painéis da lateral ou do teto do veículo, por exemplo. Enquanto que na via estrutural podem haver vários percursos para vibração da fonte até o alcance da cabine, tendo alguns mais e outros menos propícios (MIXSON *et al.*, 1991).

Por isso, antes da aplicação de um tratamento de controle de ruído é importante a identificação dos caminhos de maior influência ao nível de ruído total na cabine, assim como a possível caracterização de cada caminho (ZHANG *et al.*, 2016). O tratamento de um painel da superfície lateral do veículo, que é um caminho a entrada de ruído, é a abordagem empregada em muitos trabalhos.

Nesse caso, a análise do painel possibilita verificar a eficiência que esse presta a atenuação do ruído que vem de fora, e a observar aspectos construtivos que possibilitariam reduzir a dissipação da energia vibracional em energia acústica na cabine. Esses conhecimentos viabilizam a adoção de medidas de atenuação de ruído para o componente, mensurando os prós e contras.

Como dito anteriormente, a análise tende a ser feita em uma ampla faixa de frequência, o que conduz o estudo a frequências elevadas. Nessas faixas, a análise estatística de energia (SEA) têm sido amplamente empregada. O SEA avalia o fluxo de energia entre as subdivisões do sistema principal (subsistemas) por meio da utilização de parâmetros dinâmicos que caracterizam cada subsistema (BARBOSA *et al.*, 2021).

Pela utilização de SEA, as características de um painel metálico quanto a aspectos da transmissão de energia por vias aéreas e estruturais é estudada no presente trabalho. As dimensões e características do painel adotado visam assemelhar ao encontrado em veículos e aeronaves, embora possa também auxiliar em outros estudos, como no de painéis utilizados em edifícios.

## **1.1 Motivação**

A qualidade sonora é aspecto fundamental em projeto de veículos. A qualidade confere não só conforto, mas também estabelece inteligibilidade e sensação de segurança (WANG, 2010). Em sistemas mais completos existe também a correlação com a sonorização do veículo, com a relação sinal/ruído fundamental também para a comunicação. Deste modo, mostra-se necessária a redução do ruído audível no interior de veículos.

No entanto, medidas de controle de ruído podem resultar em penalidades como aumento de peso da estrutura, redução de volume da cabine ou perda de desempenho, por exemplo. Por essa razão, o tratamento de ruído requer

continuamente mais pesquisas para alcance das melhores soluções (MIXSON *et al.*, 1991).

A complexidade cada vez maior dos projetos com uma série de acoplamentos, vem aumentando proporcionalmente a necessidade de se realizar um estudo do comportamento vibroacústico nos veículos terrestres e aéreos. Nesses estudos o método SEA têm sido amplamente utilizado, por permitir uma integração eficiente na transmissão de percursos e camadas múltiplas.

Dentre as principais tarefas em SEA estão a modelagem e a obtenção dos parâmetros do sistema, que obtidos de forma acurada possibilitam os êxitos nas predições. Deste modo, o cálculo dos fatores de acoplamento está entre os maiores esforços direcionados em SEA (BARBOSA *et al.*, 2021).

A análise desse parâmetro por métodos numéricos é sugerida na literatura, o que pode ser uma alternativa prática a realização de procedimentos experimentais. Deste modo, características do sistema que podem influir ao fator de acoplamento e a outros parâmetros poderiam ser avaliadas para a melhor definição do modelo de SEA.

Sintetizando o exposto nos parágrafos anteriores, a realização desse estudo em painéis que se assemelham aos encontrados em veículos de transporte, pode ser benéfica ao desenvolvimento de projetos e a condução de estudos acerca do controle de ruído. Em complemento a essa abordagem, a exposição de características vibroacústicas dos painéis auxiliaria a visualização do comportamento do sistema na prática.

## **1.2 Objetivos**

### **1.2.1 Objetivos Gerais**

Desenvolver uma metodologia que permita caracterizar vibroacusticamente estruturas do tipo painel. Em particular desenvolver tais procedimentos com suporte da análise estatística de energia (SEA), avaliando o comportamento dos sistemas analisados com observação a suas propriedades e configurações incluindo situações de maior complexidade construtiva.

### 1.2.2 Objetivos Específicos

- Desenvolver procedimentos próprios de SEA, utilizando open source e/ou desenvolvendo o próprio método com programação;
- Particularizar para um caso específico que permita a verificação de resultados, visando a aplicação em veículos terrestres e aéreos;
- Analisar a característica modal de um painel e dos espaços acústicos por meio da densidade modal;
- Explicitar a relação das características da transmissão de energia por via aérea com a faixa de frequência e com as características do painel;
- Analisar a transmissão estrutural de ondas de flexão entre painéis, por meio do fator de perda por acoplamento;
- Aplicar diferentes abordagens ao fator de perda por acoplamento, analisando características de influência em cada caso;
- Analisar a relação de energia entre o painel excitado e o painel em que a energia é transmitida, por meio de SEA e de FEM comparando os métodos.

### 1.3 **Organização do trabalho**

O trabalho é composto por 6 capítulos. O primeiro corresponde a introdução, em que aspectos gerais são pontuados para apresentação da motivação e dos objetivos gerais e específicos.

O segundo capítulo trata de pesquisas anteriores, que serviram para delimitar as abordagens do presente trabalho. São citados os tratamentos utilizados por alguns autores bem como conclusões obtidas por esses.

No terceiro capítulo, são apresentados conceitos e aspectos gerais das ferramentas utilizadas na pesquisa. A análise estatística de energia é apresentada com alguns dos procedimentos analíticos e experimentais empregados no método. Também é exposta a utilização da análise estatística de energia experimental junto ao método dos elementos finitos.

No quarto capítulo a metodologia é apresentada, em que as dimensões e características dos espaços acústicos e dos painéis utilizados são expostas. Nessa passagem os softwares utilizados e considerações gerais aos cálculos analíticos são

abordados. As definições nessa etapa estão associadas aos conceitos do terceiro capítulo.

No quinto capítulo, são expostos os resultados obtidos pelo seguimento da metodologia. Análises são realizadas pela observação dos resultados gráficos gerados e conclusões iniciais são formuladas nesse momento.

No sexto capítulo, as conclusões gerais acerca dos resultados são formuladas complementando o introduzido no capítulo anterior. No sexto capítulo além das conclusões são expostas também sugestões para o desenvolvimento de trabalhos futuros.

## 2 TRABALHOS ANTERIORES

Abordagens numéricas, analíticas e experimentais são utilizadas nos estudos que tratam do ruído. Devido à complexidade de alguns aspectos desse estudo, a possibilidade de utilização de mais de uma abordagem é vantajosa por viabilizar a validação de resultados.

Na pesquisa de Unruh (1980), dados medidos de uma cabine de aeronave de pequeno porte foram utilizados para validar o modelo numérico por ele apresentado. O objetivo da pesquisa era determinar os requisitos necessários para um modelo em elementos finitos que realizasse a predição da transmissão estrutural na aeronave. O autor obteve bons resultados na comparação entre as abordagens, de todo modo, com o aumento da frequência observou a redução na acurácia da análise numérica.

Zhang *et al.* (2016) também utilizou medições em um veículo real, em que uma das cabines de um trem-bala foi analisada por medições do nível de pressão sonora e simulada pela análise estatística de energia. Os valores medidos e preditos apresentaram boa concordância, o que possibilitou ao autor validar os resultados.

Foi também explorada na pesquisa os caminhos que possuem maior influência ao nível do ruído no interior da cabine, que como dito pelo autor, possibilita na decisão do melhor tratamento ao ruído.

De todo modo, existem situações em que as medições nos espaços reais não são possíveis. Nesses casos são desejáveis simplificações que deixem os estudos aplicáveis, pois nem sempre todos os recursos estarão disponíveis. Simplificações para análise de ruído em cabines de veículos de transporte foram exploradas por diferentes autores.

Em um de seus trabalhos, Georgiev *et al.* (2006) utilizou um modelo simplificado de uma cabine de automóvel para verificar o ruído associado a vibração em baixa e média frequência. Para esse modelo foram realizadas simulações numéricas (FEM), procedimentos experimentais e realizados cálculos analíticos com o objetivo de validar os resultados.

As comparações possibilitaram demonstrar algumas características de cada uma das abordagens além de limites aceitáveis para a simplificação da análise, até o ponto em que a acurácia dos resultados não fosse muito comprometida. As simplificações assumidas foram em consideração aos cálculos analíticos e a faixa de

frequência trabalhada no modelo, de modo que correspondesse a determinada faixa de frequência do veículo real.

Outra modificação também tratada na análise observou a influência da espessura do assoalho do veículo no nível do ruído, o que possibilitou aproximar o modelo, e conseqüentemente os resultados, a um veículo real.

Na pesquisa realizada por Krylov *et al.* (2017) a simplificação da análise também foi trabalhada com um modelo em menor escala, nesse caso de uma aeronave (A330-200). O objetivo do estudo era a medição do ruído na cabine do modelo em escala gerado pela vibração imposta por um shaker. Essa excitação foi aplicada em diferentes pontos do modelo, assim como as medições do nível de pressão sonora foram realizadas em diferentes pontos. Junto ao procedimento experimental a análise numérica (FEM) do modelo também foi utilizada para validação dos resultados.

No trabalho o autor pontua o cuidado a ser observado com a escala, que tende a interferir na acurácia, assim como os materiais de construção do modelo, a faixa de frequência a ser trabalhada e a complicação do tratamento do amortecimento nesse caso, que tende a não representar o encontrado no caso real. São pontuadas também a influência das condições de contorno aplicadas ao modelo no momento do experimento e os cuidados com as limitações numéricas em FEM, como no refino da malha e a faixa de frequência.

De todo modo, o autor infere que o experimento do modelo possibilitou a análise com componentes importantes da aeronave que influem nos resultados, como a empenagem e a asa. Com os resultados experimentais e numéricos foi concluído que a utilização conjunta de ambos os procedimentos pôde ser aplicada com sucesso.

No trabalho de Peiffer (2016), são expostas estratégias de simulação que auxiliam na interpretação experimental. Com a pesquisa, o autor aponta métodos de simulação para predição do ruído no interior de aeronaves, abordando os desafios da modelagem, da obtenção das propriedades dos materiais, da abordagem experimental adequada para verificação do modelo, assim como a abordagem mais adequada a simulação. De acordo com as características dinâmicas da estrutura analisada, Peiffer (2016) estabeleceu faixas de frequência a abordagens determinísticas, estatísticas ou de ambos os métodos em conjunto.

A última abordagem é a híbrida (FEM/SEA), que foi trabalhada por Pirk *et al.* (2015) para análise na faixa de média frequência da carenagem de um veículo



lançador de satélite. Na pesquisa, o autor propõe uma metodologia de análise em consideração as propriedades da estrutura, com a análise híbrida aplicada no intervalo entre a análise em FEM (baixa frequência) e em SEA (alta frequência).

Analisando o nível de pressão sonora na cabine de uma aeronave em faixas de média a elevada frequência, Petrone *et al.* (2019) pôde empregar SEA individualmente. Na pesquisa, a variação dos resultados foi percebida pela análise da estrutura com elementos primários e posteriormente com a inclusão de outros componentes (elementos de controle de ruído).

No estudo do ruído, a aplicação dessas ferramentas pode ser tratada por abordagens que simplifiquem ainda mais as análises, que partem do conhecimento das trajetórias que mais contribuem a transmissão. Por esse raciocínio, muitas pesquisas buscam tratar um único componente da estrutura que seja um dos principais caminhos de transmissão.

Campolina (2012) pontua que o conhecimento do modo no qual o painel da fuselagem se comporta sob excitação e os aspectos para sua modelagem, servem de ponto de partida a muitos estudos e tratamentos de ruído. Em sua pesquisa, Campolina (2012) investigou a perda de transmissão de painéis lisos de alumínio e materiais compósitos em modelos SEA, também realizando experimentos em ambos os casos.

No mesmo estudo o autor também analisou a transmissão de energia em um sistema de painel duplo, em que o contato entre os painéis era realizado por um elo estrutural. Por meio de SEA, o autor caracterizou os caminhos de transmissão de energia: (1) via aérea, do espaço externo para a interno; (2) via estrutural, entre os painéis através do elo. Dentre os resultados, o autor destacou a importância da frequência crítica no que tange as características da transmissão de energia.

O desenvolvimento de análises similares em modelos com outras características também é tratado em muitas pesquisas, que possuem o intuito de aumentar a abrangência do método (SEA). Na pesquisa de Rietdijk (2013), etapas da implementação em open source de SEA com a inclusão de modelos compósitos é tratada.

Na pesquisa de Renji (2021), um modelo SEA que trate de uma estrutura com massa não uniformemente distribuída é apresentado. Na pesquisa o autor trata de um painel com componentes embutidos que lhe acrescentam massa de modo não uniforme, é então proposto pelo autor a consideração desses componentes como

subsistemas no modelo trabalhado. Spelman *et al.* (2015) apresenta uma extensão não linear a teoria de SEA para um painel.

Esses trabalhos demonstram a grande aplicabilidade de SEA, mas que para a acurácia dos resultados em sua predição exige atenção com alguns aspectos do sistema. Le Bot *et al.* (2010) pesquisa a validade de SEA pela análise dimensional nas equações governantes de placas e pela obtenção de parâmetros adimensionais, a partir dos quais os domínios de validade de SEA foram estabelecidos. Por esse procedimento o autor introduziu um diagrama de validade as análises.

Dentre os parâmetros do sistema diretamente aplicados aos cálculos que requerem atenção em sua obtenção, podem ser citados: densidade modal; o fator de perda por acoplamento; fator de perda por amortecimento. Alguns trabalhos apresentam formulações para a obtenção desses termos, que também são comumente trabalhados por procedimentos experimentais.

Para avaliar resultados da perda de transmissão de um painel, Lenzi (2009) utilizou procedimentos experimentais para obtenção dos parâmetros de SEA. Gomes *et al.* (2006) realizou algo similar, em que comparou diferentes formulações da literatura com resultados experimentais.

Nessas situações é válido atentar-se a condução das práticas experimentais. No trabalho apresentado por Vatti (2009), alguns dos diferentes procedimentos experimentais e considerações para aplicação dos mesmos são expostas. No trabalho, a acurácia dos procedimentos foi demonstrada como dependente dos níveis de amortecimento, da resolução em frequência analisada, número de pontos de medição dentre outros fatores.

De todo modo, em situações em que os procedimentos experimentais não sejam aplicáveis por algum motivo, os parâmetros de SEA podem ser verificados por meio de procedimentos numéricos junto aos analíticos. Mace *et al.* (2000) sugere a aplicação de FEM a obtenção dos fatores de perda por acoplamento na transmissão estrutural.

Fredo (1997) realiza esse procedimento, em que observou as diferenças entre essa e a abordagem comumente aplicada ao fator de perda por acoplamento em SEA. O autor pontua que o procedimento numérico pode auxiliar na validação da abordagem de onda aplicada a sistemas individuais. Na pesquisa também investigou a densidade modal.

Winter *et al.* (2014) aplica procedimentos de SEA aos resultados de pós-processamento de FEM, procedimento chamado "SEA-like approach" pelo autor. Pelo procedimento são obtidos valores de acoplamento a um sistema composto por madeiras laminadas conectadas por parafusos, os valores são comparados com os resultados experimentais.

Simmons (1991) também utiliza FEM para analisar a diferença de energia entre painéis pela transmissão de ondas de vibração através da junção. A análise serviu de caminho a obtenção do fator de perda por acoplamento, em que o autor pontua que é adequado a essa análise a utilização de modelos reduzidos do sistema em FEM, pelas limitações do método.

Nos trabalhos de Wang *et al.* (2016) e Pankaj *et al.* (2013), o fator de perda por acoplamento também é avaliado em FEM. É tratada a transmissão de energia por ondas de flexão entre painéis ligados a 90°, em que os painéis são excitados por uma força pontual. São avaliadas as influências de alguns fatores, como o amortecimento e o comprimento da junção.

Essas pesquisas auxiliam na aplicação de metodologia adequada ao estudo de subsistemas em SEA, em que o êxito nos resultados também passa pela definição adequada dos modelos de análise nos softwares aplicados.

Cordioli *et al.* (2008) por meio de procedimento experimental, conseguiu expor a importância da modelagem adequada da estrutura. Em seu estudo a influência do tipo de contato entre a fuselagem e o piso de uma aeronave (ligados por vários pontos ou pelo comprimento) é demonstrada. Essa mudança proporcionou diferentes previsões na pesquisa, por influir principalmente ao fator de perda por acoplamento.

### 3 ANÁLISE ESTATÍSTICA DE ENERGIA

#### 3.1 Vibrações em estruturas

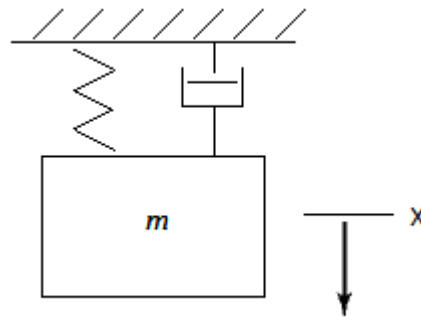
##### 3.1.1 Vibração livre em sistema com 1 GDL

A Figura 3.1 ilustra um sistema com um grau de liberdade, em que a equação de movimento é expressa por:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = f(t) \quad (3.1)$$

Na equação,  $x$  representa o deslocamento da massa ( $m$ ), a constante de amortecimento é representada por  $c$ , a rigidez por  $k$  e  $f(t)$  é um carregamento dinâmico.

Figura 3.1 - Sistema com 1 grau de liberdade



Fonte: Elaborado pelo autor

Considerando esse sistema sob influência de amortecimento viscoso, que ocorre em sistemas mecânicos que vibram em um meio fluído como o ar por exemplo, e em vibração livre ( $f(t) = 0$ ), a solução para o deslocamento ( $x$ ) pode ser assumida na forma (RAO, 2008):

$$x(t) = C e^{st} \quad (3.2)$$

Em que  $C$  e  $s$  são constantes indeterminadas. Pela aplicação da equação (3.2) na (3.1), é obtida a equação característica:

$$ms^2 + cs + k = 0 \quad (3.3)$$

Em que as raízes são:

$$s_{1,2} = -\frac{c}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}} \quad (3.4)$$

Deste modo, a solução geral da equação de movimento será uma combinação de duas soluções:

$$x(t) = C_1 e^{s_1 t} + C_2 e^{s_2 t} \quad (3.5)$$

Em que  $C_1$  e  $C_2$  são constantes arbitrárias determinadas pelas condições iniciais. Na análise do comportamento do sistema, a equação (3.5) é empregada em conjunto com o fator de amortecimento ( $\zeta$ ), o último que é a razão entre amortecimento ( $c$ ) e amortecimento crítico ( $c_c$ ):

$$\zeta = \frac{c}{c_c} \quad (3.6)$$

Em que o amortecimento crítico é igual ao valor do amortecimento para o qual o termo dentro da raiz na equação (3.4) é nulo.

$$c_c = 2m \sqrt{\frac{k}{m}} = 2m\omega_n \quad (3.7)$$

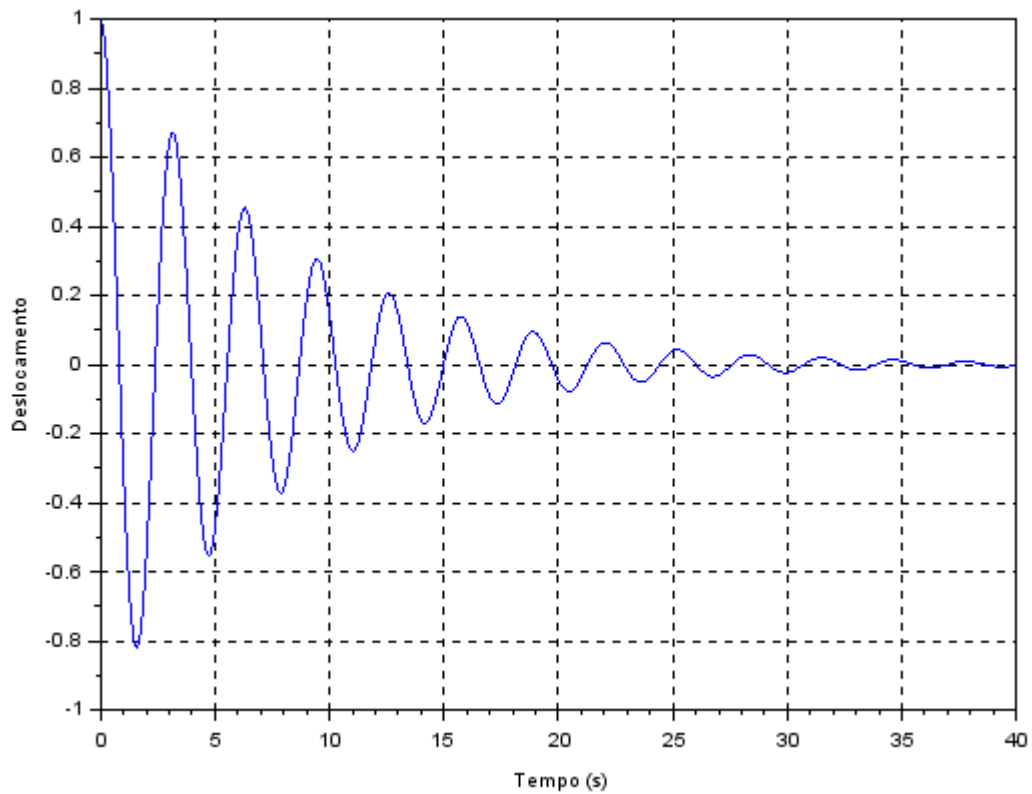
Em consideração aos valores de  $\zeta$ , três casos podem ser destacados as respostas do sistema. Para  $0 < \zeta < 1$ , a solução derivada da equação (3.5) é da forma:

$$x(t) = C_1 e^{(-\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1})\omega_n t} + C_2 e^{(-\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1})\omega_n t} \quad (3.8)$$

O expresso na equação (3.8) representa um sistema subamortecido, que é importante ao estudo vibroacústico por resultar em movimento oscilatório associado a energia de vibração (RAO, 2008). A resposta desse sistema é apresentada na

Figura 3.2.

Figura 3.2 - Resposta do sistema subamortecido



Fonte: Elaborado pelo autor

As outras expressões que derivam da equação (3.5) são correspondentes aos casos criticamente amortecidos ( $\zeta=1$ ), que a solução é da forma:

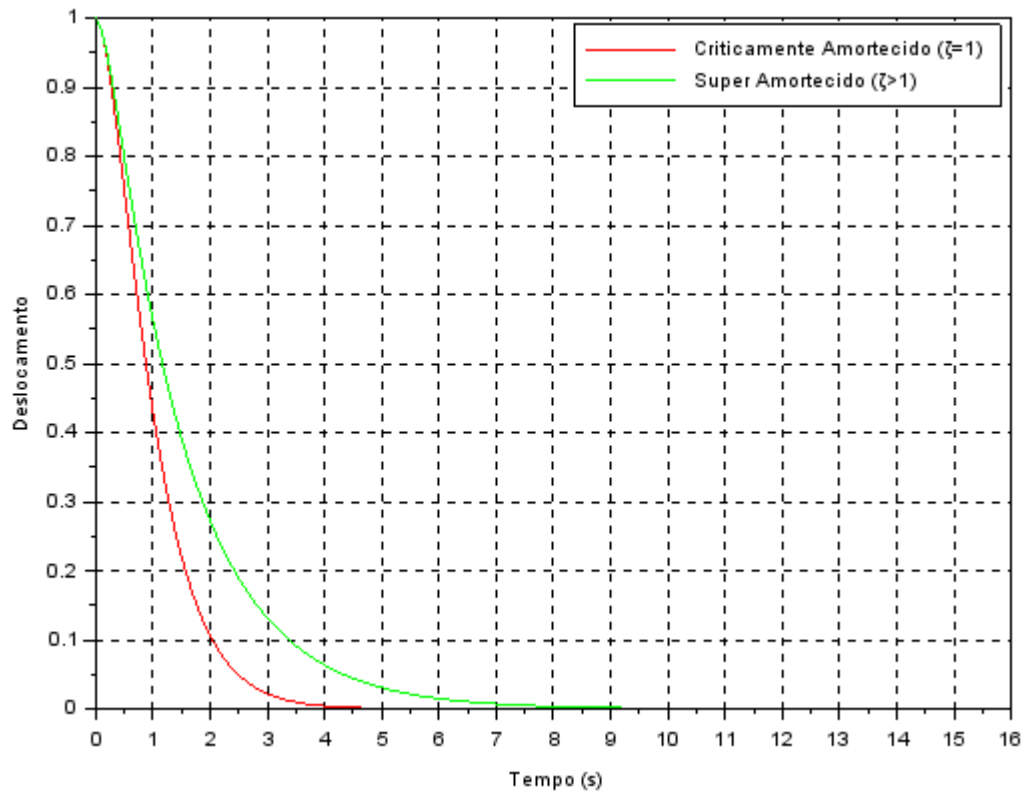
$$x(t) = (C_1 + C_2 t)e^{-\omega_n t} \quad (3.9)$$

E superamortecido ( $\zeta>1$ ), que a solução é expressa por:

$$x(t) = C_1 e^{(-\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1})\omega_n t} + C_2 e^{(-\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1})\omega_n t} \quad (3.10)$$

A Figura 3.3 ilustra a plotagem dessas soluções.

Figura 3.3 - Resposta dos sistemas criticamente amortecido e super amortecido



Fonte: Elaborado pelo autor

### 3.1.2 Vibração forçada em sistema com 1 GDL

Em um sistema com um grau de liberdade sob vibração forçada ( $f(t) \neq 0$ ), a equação de movimento é apresentada na equação (3.1) e repetida a abaixo.

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = f(t)$$

Visto que essa equação é não-homogênea sua solução geral é a soma de duas parcelas, da solução homogênea com a solução particular.

$$x(t) = x_h(t) + x_p(t) \quad (3.11)$$

A solução homogênea é similar a desenvolvida no tópico anterior, ao decorrer do tempo a resposta devido a essa parcela é reduzida pelo amortecimento. Deste modo, após certo tempo a resposta do sistema é dominada pela solução particular.

A força na forma complexa é expressa na equação (3.12), e a solução particular tem a forma apresentada na equação (3.13).

$$f(t) = F e^{i\omega t} \quad (3.12)$$

$$x_p(t) = X e^{i\omega t} \quad (3.13)$$

A substituição dessas equações ( $f(t)$ ,  $x_p$ ) na equação de movimento (3.1), possibilita que sejam estabelecidas relações entre a resposta e a força.

$$\frac{X}{F} = \frac{1}{(k - m\omega^2) + ic\omega} \quad (3.14)$$

Pelo desenvolvimento da equação (3.14) com o emprego da razão  $\omega/\omega_n$ , a magnitude da relação entre velocidade e força é dada por (FAHY, 2001):

$$|Y| = \frac{\omega}{M\omega_n^2 [(1 - (\omega/\omega_n)^2)^2 + 4(\omega/\omega_n)^2 \zeta^2]^{1/2}} \quad (3.15)$$

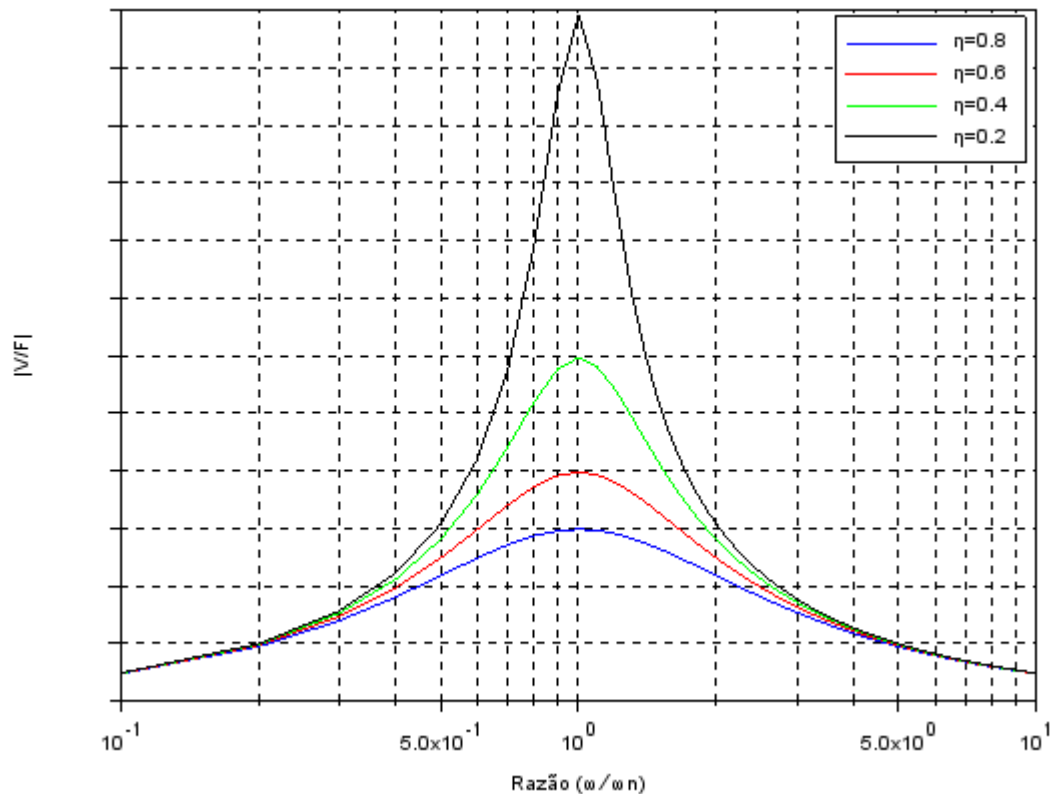
Na plotagem do gráfico de mobilidade é possível observar a variação da magnitude com tanto com a frequência como pelo amortecimento, como demonstrado na Figura 3.4.

Na figura está empregado o fator de perda ( $\eta$ ), parâmetro não dimensional comumente empregado na literatura em vibroacústica, que possui a relação  $\eta = 2\zeta$ . É observado que o valor máximo das respostas ocorre próximo a frequência natural não amortecida ( $\omega_n$ ) quando o amortecimento crítico é consideravelmente inferior a 1.

As frequências  $\omega_n \left(1 + \frac{\eta}{2}\right)$  e  $\omega_n \left(1 - \frac{\eta}{2}\right)$  correspondem aos limites da banda de meia potência, fora da qual o amortecimento não apresenta influência considerável sobre a resposta. A energia dissipada pelo amortecedor viscoso em um sistema sujeito a uma força aleatória com o espectro de pelo menos 2 bandas de meia potência entorno da frequência de ressonância será de  $\eta\omega_n \bar{E}$ , em que  $\bar{E}$  é a média de energia armazenada no tempo (FAHY, 2001).



Figura 3.4 - Mobilidade de um sistema com 1GDL



Fonte: Elaborado pelo autor

O introduzido nesses tópicos serve de base aos conceitos trabalhados na análise estatística de energia, apresentada em seção posterior.

### 3.1.3 Campo de vibração em placas isotrópicas

Nas placas isotrópicas a energia de vibração está contida nas ondas longitudinal (Também nomeadas “quasi-longitudinal” por apresentarem uma parcela de deslocamento lateral), nas ondas de cisalhamento e nas ondas de flexão. Na propagação das duas primeiras o deslocamento ocorre no plano da placa, sendo ditas ondas no plano. Nas ondas de flexão o deslocamento é para fora do plano da placa.

A caracterização desses deslocamentos é realizável pela aplicação das equações de movimento. Este é um procedimento importante por, dentre outros fatores, possibilitar o entendimento dos mecanismos de transferência de energia entre estruturas acopladas.

São apresentadas a seguir as equações de movimento para o caso de placas uniformes, isotrópicas e finas (em que o comprimento da onda de flexão é maior que a espessura da placa), derivações demonstradas por Cremer *et al.* (2005).

### 3.1.3.1 Ondas de flexão

Para onda de flexão em deslocamento no plano x-y, a equação de movimento é expressa em coordenada retangular cartesiana como (FAHY, 2001):

$$B \nabla^4 \eta + \rho h \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = 0 \quad (3.16)$$

Em que

$$\nabla^4 = \frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4}{\partial y^4} \quad (3.17)$$

Na equação (3.16), o fato das ordens das derivadas temporal e espacial serem diferentes traduzem o movimento da onda como dispersivo (CREMER *et al.*, 2005). Que caracteriza a dependência da velocidade da onda de flexão com a frequência.

A solução da equação de movimento (3.16) pode ser expressa por:

$$\eta(x, y, t) = \alpha_1 \exp[k(y \cos \theta + x \sin \theta + i \omega t)] \quad (3.18)$$

Em que  $\alpha_1$  representa a amplitude da onda. A aplicação da equação (3.18) na equação (3.16) resulta na expressão que caracteriza a propagação da onda em determinada direção, expressa como:

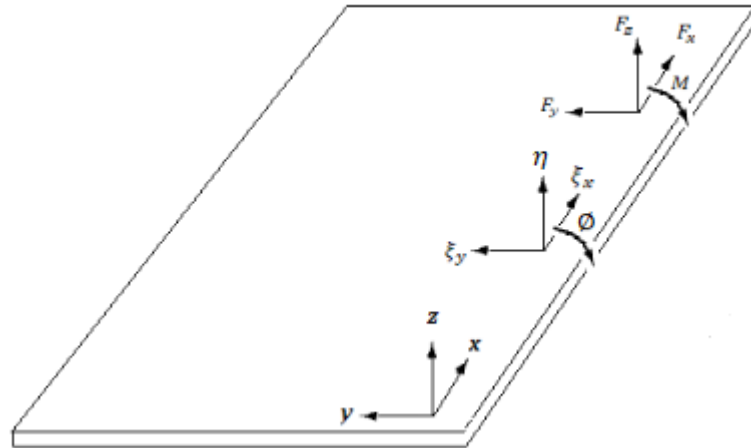
$$\begin{aligned} \eta(x, y, t) = & \alpha_1 * \exp[ik_B (y \cos \theta + x \sin \theta + i \omega t)] + \alpha_2 * \exp[-ik_B (y \cos \theta + x \sin \theta + i \omega t)] \\ & + \alpha_3 * \exp[k_B (y \cos \theta + x \sin \theta + i \omega t)] + \alpha_4 * \exp[-k_B (y \cos \theta + x \sin \theta + i \omega t)] \end{aligned} \quad (3.19)$$

Em que

$$k_B = \left( \frac{\rho h \omega^2}{B} \right)^{0.25} \quad (3.20)$$

E na expressão  $B = E_e h^3 / 12(1 - \nu^2)$ . Na equação (3.19), estão presentes tanto onda propagante ( $ik_B$ ) como não propagante (“near-field”,  $k_B$ ), a última que decae exponencialmente com a distância. Os sinais (+/-) indicam o sentido da propagação. A Figura 3.5 ilustra a placa com a indicação dos eixos coordenados.

Figura 3.5 - Forças, deslocamentos e sistema de coordenadas da placa



Fonte: Elaborado pelo autor

### 3.1.3.2 Ondas no plano

Para ondas no plano, as equações de movimento derivadas por Cremer *et al.* (2005) são apresentadas como:

$$\left( \frac{E_e}{(1 - \nu^2)} \frac{\partial^2}{\partial y^2} + G \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \rho h \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \xi_y + \frac{E_e}{2(1 - \nu)} \frac{\partial^2 \xi_x}{\partial x \partial y} = 0 \quad (3.21)$$

$$\left( \frac{E_e}{(1 - \nu^2)} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + G \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \rho h \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \xi_x + \frac{E_e}{2(1 - \nu)} \frac{\partial^2 \xi_y}{\partial x \partial y} = 0 \quad (3.22)$$

A solução para essas equações aplica um deslocamento potencial ( $\Phi$ ) e uma função escalar ( $\Psi$ ), de modo a desacoplar os deslocamentos no plano (BOSMANS *et al.*, 1997).

$$\xi_y = \frac{\partial \Phi}{\partial y} - \frac{\partial \Psi}{\partial x} \quad (3.23)$$

$$\xi_x = \frac{\partial \Phi}{\partial x} + \frac{\partial \Psi}{\partial y} \quad (3.24)$$

Na propagação de onda no plano em um ângulo  $\theta$ , os termos  $\Phi$  e  $\Psi$  são expressos por:

$$\Phi(x, y, t) = \{\alpha_1 \exp[ik_l(y \cos \theta + x \sin \theta)] + \alpha_2 \exp[-ik_l(y \cos \theta + x \sin \theta)]\} \exp(i\omega t) \quad (3.25)$$

$$\Psi(x, y, t) = \{\alpha_3 \exp[ik_t(y \cos \theta + x \sin \theta)] + \alpha_4 \exp[-ik_t(y \cos \theta + x \sin \theta)]\} \exp(i\omega t) \quad (3.26)$$

Em que  $k_l$  e  $k_t$  são números de onda:

$$k_l = \omega \sqrt{\frac{\rho(1 - \nu^2)}{E_e}} \quad (3.27)$$

$$k_t = \omega \sqrt{\frac{2\rho(1 + \nu)}{E_e}} \quad (3.28)$$

### 3.1.3.3 Transmissão de energia de vibração entre placas

Para a caracterização e o estudo de propagação de ondas em placas isotrópicas, mais termos são derivados a partir das relações anteriores. Termos como a velocidade de fase e a velocidade de grupo.

A velocidade de fase caracteriza o deslocamento do pico da onda, sendo determinada pela relação entre frequência e número de onda (LYON *et al.*, 1995):

$$c_{ph} = \frac{\omega}{k} \quad (3.29)$$

Em que  $\omega$  é a frequência angular e  $k$  o número de onda.

A velocidade de fase em ondas longitudinais, de flexão e de cisalhamento são as apresentadas pelas equações (3.30), (3.31) e (3.32), respectivamente.

$$c_l = \sqrt{\frac{E_e}{\rho(1 - \nu^2)}} \quad (3.30)$$

$$c_b = \sqrt[4]{\frac{\omega^2 B}{\rho h}} \quad (3.31)$$

$$c_t = \sqrt{\frac{E_e}{2\rho(1 - \nu)}} \quad (3.32)$$

A velocidade de grupo está associada a velocidade de propagação de energia na onda e é definido por (LYON *et al.*, 1995):

$$c_g = \frac{\partial \omega}{\partial k} \quad (3.33)$$

Nas ondas longitudinal e de cisalhamento a velocidade de grupo é similar a velocidade de fase, enquanto que na onda de flexão a velocidade de grupo é 2 vezes a velocidade de fase:

$$c_{gl} = c_l = \sqrt{\frac{E_e}{\rho(1 - \nu^2)}} \quad (3.34)$$

$$c_{gb} = 2c_b = 2 \sqrt[4]{\frac{\omega^2 B}{\rho h}} \quad (3.35)$$

$$c_{gt} = c_t = \sqrt{\frac{E_e}{2\rho(1 - \nu)}} \quad (3.36)$$

Esses termos caracterizam a propagação de ondas em placas isotrópicas, uma das etapas para a análise da transferência de energia de vibração entre placas. Na etapa seguinte, segue-se ao estabelecimento de condições de continuidade e equilíbrio ao contato placa-placa.

Para as condições de equilíbrio utiliza-se do conhecimento das forças atuantes na junção. No caso da propagação de ondas com deslocamentos fora do plano da placa surgem momento e força, expressos por (TIMOSHENKO et al., 1959):

$$M = B \left( \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} \right) \quad (3.37)$$

$$F_z = -B \left[ \frac{\partial^3 \eta}{\partial y^3} + (2 - \nu) \frac{\partial^3 \eta}{\partial y \partial x^2} \right] \quad (3.38)$$

No caso de ondas no plano da placa as forças associadas ao movimento são formuladas como:

$$F_y = \frac{E_e h}{(1 - \nu^2)} \left( \frac{\partial \xi_y}{\partial y} + \nu \frac{\partial \xi_x}{\partial x} \right) \quad (3.39)$$

$$F_x = Gh \left( \frac{\partial \xi_y}{\partial x} + \frac{\partial \xi_x}{\partial y} \right) \quad (3.40)$$

As forças e os deslocamentos associados a essas condições, são apresentados na Figura 3.5.

### 3.2 Análise estatística de energia

Uma estrutura sob influência de um carregamento dinâmico pode ter seu comportamento predito pelo estudo de seus modos vibratórios junto a suas condições de contorno. Esse tipo de análise é usualmente conduzido pela aplicação de métodos determinísticos, como o método dos elementos finitos (FEM) e o método dos elementos de contorno (BEM), especialmente em faixas de baixas e médias frequências.

À medida que a análise considera faixas de frequências mais elevadas, em que os resultados de métodos determinísticos tendem a aumentar as incertezas, o método conhecido como Análise Estatística de Energia (SEA) tem sido aplicado (FAHY, 1994).

A análise estatística de energia recebe esse nome pois, segundo Lyon *et al.* (1995): Análise, estabelece que é uma estrutura de estudo e não uma técnica particular; estatística, enfatiza que o sistema estudado é assumido como membro de uma população de sistemas similares, tendo distribuição conhecida de seus parâmetros dinâmicos; energia, remete a variável principal de análise.

A análise estatística de energia foi desenvolvida por volta de 1960, diante da necessidade da predição da resposta vibracional de veículos destinados ao lançamento de satélites. Embora os métodos computacionais fossem disponíveis, esses permitiam o estudo apenas em modos de baixa ordem (FAHY, 1994).

### 3.2.1 Subsistemas

Em SEA, as parcelas do sistema que apresentam grupos de modos similares são denominadas subsistemas. Para uma sala pode ser citado o subsistema acústico, no caso de uma placa os subsistemas de onda longitudinal, de flexão e de cisalhamento (OLIAZADEH *et al.*, 2019).

Na definição dos subsistemas são observados critérios de similaridade e significância. A similaridade indica que é esperado que os modos do subsistema apresentem acoplamento a modos de outros subsistemas, amortecimento e excitação pela fonte aproximadamente iguais, sendo esses critérios atendidos os modos apresentarão energia de vibração similares. A significância indica que os modos desempenham um papel importante na transmissão, dissipação ou armazenamento de energia (LYON *et al.*, 1995).

Complementando a ideia do parágrafo anterior, pode ser concluído que o fluxo de energia em um modelo de SEA está associado as respostas dos modos ressonantes dos subsistemas (VATTI, 2011). Pode ser adicionado também que há a suposição de que os modos de uma mesma banda de frequência em um subsistema possuem a mesma energia, é a equipartição da energia (BURROUGHS, 1997).

Por esse raciocínio fica evidente a importância dos modos ressonantes na análise, que são relacionados a frequência por meio da densidade modal, dada por:

$$n(\omega) = \frac{N}{\Delta\omega} \quad (3.41)$$

Em que  $N$  representa o número de modos e  $\Delta\omega$  a faixa de frequência.

A quantidade de modos por frequência no subsistema varia com o tipo e as dimensões do subsistema, além da faixa de frequência trabalhada. Valores elevados de densidade modal são favoráveis para o alcance de resultados mais acurados pelo método, procedimentos a obtenção desse parâmetro são tratados em tópico posterior.

### 3.2.2 Energia e potência de entrada em subsistemas

A energia nos subsistemas de SEA está relacionada a pressão sonora nos espaços acústicos e a velocidade de vibração nas estruturas. A energia em um subsistema acústico é calculada por:

$$E = \frac{\langle p^2 \rangle v}{\rho_0 c_0^2} \quad (3.42)$$

Em que  $\langle p^2 \rangle$  é a pressão sonora r.m.s. do espaço,  $v$  o volume,  $\rho_0$  a densidade do fluido e  $c_0$  a velocidade de onda no meio.

Para o caso da vibração de um subsistema estrutural, como um painel, a relação a ser utilizada é da forma:

$$E = m \langle v^2 \rangle \quad (3.43)$$

Em que,  $m$  é a massa do subsistema e  $\langle v^2 \rangle$  é a velocidade r.m.s. da superfície.

A potência de entrada no modelo de SEA, é definida pela transferência de energia de uma fonte externa para o subsistema. Existem diferentes maneiras de excitar o subsistema, dentre elas, por força pontual e por campo sonoro difuso (JOHANSSON *et al.*, 2010).

A excitação por força pontual pode ser descrita por:

$$\Pi_{in} = \frac{1}{2} |F|^2 * Re\{Y\} \quad (3.44)$$



Em que,  $F$  é a força e  $Y$  é a mobilidade pontual.

No caso da fonte sonora, a excitação é dada por:

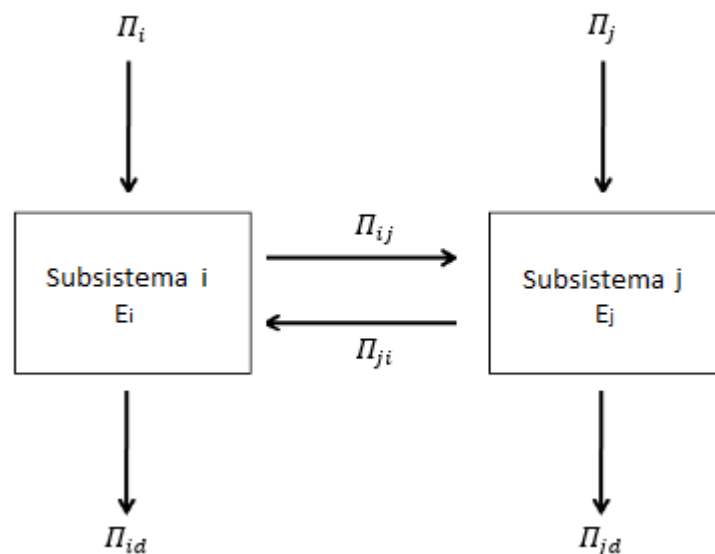
$$\Pi_{in} = \frac{\langle p^2 \rangle \sigma c_0^2 n(f)}{4\pi f^2 \rho h} \quad (3.45)$$

Em que,  $n(f)$  é a densidade modal da estrutura,  $\sigma$  é a eficiência de radiação,  $f$  é a frequência,  $\rho$  e  $h$  a densidade e a espessura da placa, respectivamente.

### 3.2.3 Modelo SEA

Um modelo SEA é composto pelos subsistemas, por mecanismos de transferência de energia entre os subsistemas, por mecanismos de perda de energia (amortecimento) e por fontes externas de excitação. A Figura 3.6 ilustra um modelo genérico.

Figura 3.6 - Modelo SEA de dois subsistemas



Fonte: Elaborado pelo autor

No modelo da figura os subsistemas  $i$  e  $j$  são diretamente excitados pelos fluxos de energia  $\Pi_i$  e  $\Pi_j$ , fornecidos pelas fontes externas. A energia adquirida pelos subsistemas flui ao longo do modelo, com a transmissão de energia entre eles e a dissipação.

O balanço de energia é expresso por:

$$\Pi_i + \Pi_{ji} = \Pi_{ij} + \Pi_{id} \quad (3.46)$$

$$\Pi_j + \Pi_{ij} = \Pi_{ji} + \Pi_{jd} \quad (3.47)$$

No qual  $\Pi_{ij}$  representa o fluxo de energia estabelecido entre os subsistemas, que é calculado como:

$$\Pi_{ij} = \omega \eta_{ij} E_i \quad (3.48)$$

Em que  $\eta_{ij}$  é o fator de perda por acoplamento e representa a taxa de troca de energia entre os subsistemas, o termo  $E_i$  é a energia do subsistema  $i$ .

O fator de perda por acoplamento é estabelecido de acordo com o sentido do fluxo de energia, no caso da equação (3.48) do subsistema  $i$  para o subsistema  $j$ . Para o sentido contrário pode ser aplicada a relação de reciprocidade, que relaciona o fator de perda por acoplamento a densidade modal por:

$$n_i \eta_{ij} = n_j \eta_{ji} \quad (3.49)$$

O termo  $\Pi_{jd}$  da equação (3.47) indica as perdas de energia do subsistema para o meio. Os mecanismos de perda podem estar associados a viscosidade ou a fricção, por exemplo, ou até mesmo a radiação sonora. Essa energia não retorna ao sistema e é expressa por:

$$\Pi_{id} = \omega \eta_{id} E_i \quad (3.50)$$

O termo  $\eta_{id}$  é o denominado fator de perda por amortecimento e na maior parte dos casos é obtido por meio de procedimentos experimentais.

Com a utilização das equações anteriores, as equações (3.46) e (3.47) podem ser reescritas na forma:

$$\begin{bmatrix} \Pi_i \\ \Pi_j \end{bmatrix} = \omega \begin{bmatrix} (\eta_{id} + \eta_{ij}) & -\eta_{ji} \\ -\eta_{ij} & (\eta_{jd} + \eta_{ji}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_i \\ E_j \end{bmatrix} \quad (3.51)$$

Essa matriz pode ainda ser expressa de outro modo pela substituição dos termos da diagonal da matriz pelo fator de perda total, dado por:

$$\begin{aligned} \eta_{tli} &= (\eta_{id} + \eta_{ij}) \\ \eta_{tlj} &= (\eta_{jd} + \eta_{ji}) \end{aligned} \quad (3.52)$$

Reescrevendo a matriz:

$$\begin{bmatrix} \Pi_i \\ \Pi_j \end{bmatrix} = \omega \begin{bmatrix} \eta_{tli} & -\eta_{ji} \\ -\eta_{ij} & \eta_{tlj} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_i \\ E_j \end{bmatrix} \quad (3.53)$$

#### 3.2.4 Acurácia e hipóteses em SEA

A acurácia dos resultados obtidos com a aplicação de SEA tende a ser maior caso alguns aspectos sejam observados. Podem ser pontuados:

##### - Excitação estatisticamente independente aos subsistemas

Nessa condição os modos dos subsistemas são excitados de forma similar e a energia é injetada por igual nos pontos de excitação. Assim, a consideração de energias similares entre os modos do subsistema é satisfeita (YIN, 2012).

##### - Fator de sobreposição modal (Modal overlap)

Associado a densidade modal e a largura da banda de meia potência, introduzida na seção 3.1.2. (produto da frequência de ressonância com o amortecimento modal). O fator de sobreposição modal é calculado como:

$$\text{Modal overlap} = \omega \eta_d n(\omega) \quad (3.54)$$

Esse fator pode ser visto como a indicação do número médio de ressonâncias modais dentro da banda de meia potência do modo central (FAHY, 2001). É utilizado para verificar a adequação das hipóteses de SEA, servindo de critério a escolha de

uma frequência mínima para qual a análise é válida. Alguns autores buscam descrever esse valor, Johansson *et al.* (2010) cita acima de 1 como adequado, em que a resposta do sistema seria controlada pelo amortecimento.

#### - Acoplamento

Dependendo da relação entre fator de perda por acoplamento e fator de perda por amortecimento, o acoplamento entre subsistemas pode ser caracterizado como forte ou fraco. No caso de o valor do fator de perda por amortecimento ser muito maior do que o valor do fator de perda por acoplamento, o sistema possui acoplamento fraco ( $\eta_{ij} \ll \eta_{id}$ ). Essa situação pode ser ilustrada em um modelo com 2 subsistemas, em que a potência é fornecida a ambos e as energias serão:

$$E_1 = \left[ \frac{\Pi_1}{\omega} + E_2 \eta_{21} \right] \frac{1}{\eta_{1d} + \eta_{12}} \quad (3.55)$$

$$E_2 = \left[ \frac{\Pi_2}{\omega} + E_1 \eta_{12} \right] \frac{1}{\eta_{2d} + \eta_{21}} \quad (3.56)$$

Como o amortecimento é maior que o acoplamento, as equações (3.55) e (3.56) podem ser reescritas como:

$$E_1 \simeq \frac{\Pi_1}{\omega \eta_{1d}} \quad (3.57)$$

$$E_2 \simeq \frac{\Pi_2}{\omega \eta_{2d}} \quad (3.58)$$

Em que pode ser concluído que os subsistemas tendem a não interferir na energia e assim no movimento um do outro. Isso resulta em modos de características locais nos subsistemas.

No caso de o valor do fator de perda por acoplamento ser muito maior que o valor do fator de perda por amortecimento ( $\eta_{ij} \gg \eta_{id}$ ), o sistema é fortemente acoplado. Nesse caso as equações (3.55) e (3.56) podem ser reescritas como:

$$E_1 \simeq \frac{\Pi_1}{\omega\eta_{12}} + \frac{E_2 n_1}{n_2} \quad (3.59)$$

$$E_2 \simeq \frac{\Pi_2}{\omega\eta_{21}} + \frac{E_1 n_2}{n_1} \quad (3.60)$$

No acoplamento forte a energia flui facilmente e os subsistemas tendem a apresentar a mesma energia, assim os modos são de características globais (BURROUGHS *et al.*, 1997).

Em SEA os campos vibracionais de subsistemas adjacentes são considerados estatisticamente independentes, o que não é seguido por modos globais (FAHY, 2004). Sistemas com o acoplamento forte são reportados com maiores tendências a resultados errôneos e por esses motivos o sistema com o acoplamento fraco é o mais adequado em SEA.

#### - Tamanho dos subsistemas

Por conta do amortecimento, a energia transportada pela onda tende a decair ao longo do comprimento do subsistema. Para evitar a redução elevada de energia é estabelecido um comprimento máximo, calculado por (LYON *et al.*, 1995):

$$l < \frac{c_g}{2\pi f\eta_d} \quad (3.61)$$

Uma formulação alternativa a essa consideração é proposta por Yin (2012), dada por:

$$d_{mfp} \leq \frac{1.2c_g}{\pi f\eta_d} \quad (3.62)$$

Em que  $d_{mfp}$  é o mean free patch, que caracteriza a distância média que a onda percorrer de uma borda da placa até outra borda de acoplamento a outro subsistema. Esse termo é calculado como:

$$d_{mfp} = \frac{\pi A}{P} \quad (3.63)$$

Em que  $A$  é a área e  $P$  o perímetro da placa. Essa segunda formulação é a utilizada nas definições dos subsistemas no presente trabalho.

No caso da espessura, a consideração concerne a observação de limites a utilização da teoria de placas finas. Nessa consideração, a relação entre o comprimento da onda de flexão e a espessura da placa é descrita por:

$$\lambda > 6h \quad (3.64)$$

Além desses fatores pode ser ainda citado como adequado que o acoplamento entre os subsistemas seja linear e conservativo, de modo que não haja parcela de amortecimento no acoplamento.

### 3.2.5 Vantagens e desvantagens

Podem ser citadas como vantagens em SEA:

- Favorece a identificação de caminhos que influenciam mais ou menos a passagem de energia dentro do sistema, pela análise dos subsistemas (LYON *et al.*, 1995);
- O número de divisões do sistema (subsistemas) não depende da faixa de frequência. Assim o modelo para alta frequência é relativamente pequeno em relação a outros métodos;
- Alguns dados de entrada podem ser determinados analiticamente, como no caso da densidade modal;
- A aplicação experimental para obtenção dos dados de entrada também é possível, como para o fator de perda por amortecimento e a densidade modal.

Podem ser citadas como desvantagens em SEA:

- As respostas são estatísticas e estão sujeitas a incertezas, especialmente em faixas de frequência de baixa densidade modal;

- Os resultados são em termos de médias da resposta no espaço e na frequência, não sendo obtida uma resposta em uma frequência e em um local específico (VATTI, 2011);
- As equações do método assumem campos reverberantes aos subsistemas. Em estruturas/espacos muito amortecidos, como cavidades com materiais de absorção, as características afastam-se de campo reverberante e as equações de SEA podem não ser aplicáveis.

### **3.3 Determinação da densidade modal**

A densidade modal de um subsistema em SEA pode ser trabalhada em abordagem analítica, experimental ou numérica. Muitos trabalhos utilizam mais de uma dessas abordagens para comparação/validação dos resultados (CLARKSON *et al.*, 1981).

O analítico é empregado em casos de geometrias simplificadas, em que as formulações são desenvolvidas e apresentadas na literatura. No experimental, os métodos da mobilidade e da contagem dos modos são os comumente aplicados. Enquanto que no numérico a estrutura é discretizada em componentes equivalentes de massa e mola para determinação das frequências naturais, que são utilizadas para a contagem dos modos.

Com o intuito de expor conceitos presentes em alguns desses tratamentos, serão apresentados nos subtópicos seguintes formulações analíticas relativas a subsistemas de geometria simplificada, assim como aspectos gerais de métodos experimentais.

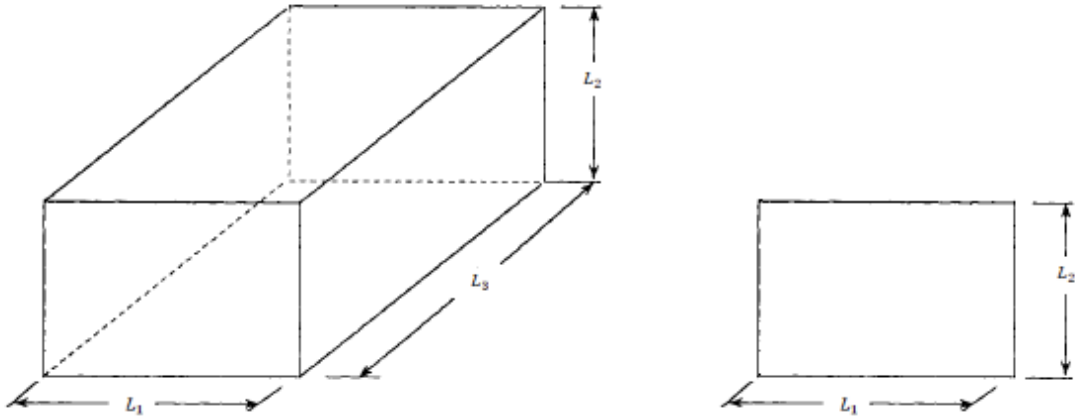
#### **3.3.1 Procedimento analítico**

As equações de densidade modal são derivadas da aplicação das relações de dispersão para ondas livres nos subsistemas (JOHANSSON *et al.*, 2011).

No desenvolvimento das equações são consideradas geometrias genéricas aos subsistemas em 1D, 2D ou 3D. No caso 2D de uma estrutura, em que largura e comprimento são consideravelmente maiores que a espessura, a geometria genérica

utilizada é uma placa retangular. No caso de um espaço acústico 3D um paralelepípedo, como representado na Figura 3.7.

Figura 3.7 - Geometrias em 3D e 2D



Fonte: Elaborado pelo autor

### 3.3.1.1 Placa isotrópica

A densidade modal da placa da Figura 3.7, pode ser obtida pelo desenvolvimento da equação do número de onda:

$$k_{m,n} = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{L_1} - \frac{\delta_1\pi}{L_1}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{L_2} - \frac{\delta_2\pi}{L_2}\right)^2} \quad (3.65)$$

Em que  $\delta_1$  e  $\delta_2$  são termos de correção, dependentes das condições de contorno. As variáveis  $m$  e  $n$  são os números dos modos ao longo das medidas  $L_1$  e  $L_2$  da placa, respectivamente.

A quantidade de modos presentes abaixo de um valor específico do número de onda ( $k$ ) é obtido da equação (3.65) quando esta é resolvida para  $n$ , conforme:

$$N(k) = \frac{L_2}{\pi} \sum_{m=0}^{m_{\text{máx}}} \sqrt{k^2 - \left[(m - \delta_1) \frac{\pi}{L_1}\right]^2} + \delta_2 \simeq \frac{Ak^2}{4\pi} + \Gamma Pk \quad (3.66)$$

Em que  $\Gamma$  representa as condições de contorno,  $P$  o perímetro,  $A$  a área. A equação (3.66) demonstra que o número de modos será o resultado da soma de todos



os valores possíveis para  $m$ , que terá como valor máximo ( $m_{m\acute{a}x}$ ) aquele em que o termo dentro da raiz ainda seja positivo.

A equação de densidade modal é obtida pela derivação da equação (3.66) em relação frequência ( $\omega$ ).

$$n(\omega) = \frac{dN}{dk} \frac{dk}{d\omega} \simeq \frac{A\omega}{2\pi c_{ph} c_g} + \Gamma' P \quad (3.67)$$

Em que  $\Gamma'$  representa as condições de contorno,  $c_g$  velocidade de grupo,  $c_{ph}$  velocidade de fase. Em subsistemas conectados, as condições de contorno costumam alterar com a frequência e por isso o termo  $\Gamma'$  é usualmente assumido como nulo.

Nos modos de flexão, em que a velocidade de grupo é o apresentado na equação (3.35), a fórmula da densidade modal será:

$$n(\omega) = \frac{A\sqrt{3}}{2\pi h C_l} \quad (3.68)$$

Em que  $C_l$  é a velocidade longitudinal da onda,  $h$  a espessura da placa. Nos modos longitudinais e cisalhantes o procedimento é similar. Nesses modos as velocidades de grupo são apresentadas nas equações (3.34) e (3.36), e as densidades modais serão, respectivamente:

$$n(\omega) = \frac{\omega A}{2\pi C_l^2} \quad (3.69)$$

$$n(\omega) = \frac{\omega A}{2\pi C_t^2} \quad (3.70)$$

### 3.3.1.2 Espaço acústico

A densidade modal do espaço acústico da Figura 3.7, pode ser obtida pelo desenvolvimento da equação do número de onda:

$$k = \sqrt{\left(\frac{i\pi}{L_1} - \frac{\delta_1\pi}{L_1}\right)^2 + \left(\frac{m\pi}{L_2} - \frac{\delta_2\pi}{L_2}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{L_3} - \frac{\delta_3\pi}{L_3}\right)^2} \quad (3.71)$$

Em que  $\delta_1$ ,  $\delta_2$  e  $\delta_3$  são termos de correção, dependentes das condições de contorno. As variáveis  $i$ ,  $m$  e  $n$  são os números dos modos ao longo das medidas  $L_1$ ,  $L_2$  e  $L_3$  do espaço, respectivamente.

A função de contagem dos modos é obtida por procedimento similar ao descrito para a placa, sendo da forma:

$$N(k) = \frac{L_3}{\pi} \sum_{i=0}^{i_{\text{máx}}} \sum_{m=0}^{m_{\text{máx}}} \sqrt{k^2 - \left[(i - \delta_1) \frac{\pi}{L_1}\right]^2 - \left[(m - \delta_2) \frac{\pi}{L_2}\right]^2} + \delta_3 \simeq \frac{Vk^3}{6\pi^2} + \Gamma_1 Ak^2 + \Gamma_2 Pk \quad (3.72)$$

Em que  $\Gamma_1$  e  $\Gamma_2$  representam as condições de contorno,  $P$  o perímetro,  $A$  a área e  $V$  o volume. Nesse caso os termos  $i$  e  $m$  variam até valores em que o termo dentro da raiz ainda seja positivo.

A equação de densidade modal é obtida pela derivação da equação (3.72) em relação a frequência ( $\omega$ ), na forma:

$$n(\omega) = \frac{dN}{dk} \frac{dk}{d\omega} = \frac{V\omega^2}{2\pi^2 c_{ph}^2 c_g} + \Gamma'_1 \frac{A\omega}{c_g} + \Gamma'_2 P \quad (3.73)$$

Em que  $\Gamma'_1$  e  $\Gamma'_2$  representam as condições de contorno. Em subsistemas conectados essas condições de contorno costumam alterar com a frequência e por isso são usualmente assumidos como nulos.

Uma expressão mais acurada para densidade modal do espaço considera também os modos tangenciais e axiais, sendo expressa por (GERGES, 2000):

$$n(\omega) = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{2V\omega f}{c_0^3} + \frac{A\omega}{4c_0^2} + \frac{P}{8c_0} \right) \quad (3.74)$$

Em que  $c_0$  é a velocidade do som no fluido. À medida que a frequência aumenta a densidade modal passa a ser dominada pelos modos oblíquos (FAHY, 2001).

Dependendo da frequência e da profundidade de um subsistema acústico este pode se comportar como 2D, o que ocorre em frequências abaixo de (JOHANSSON *et al.*, 2010):

$$f = \frac{c_0}{2L_3} \quad (3.75)$$

Em que  $L_3$  é a profundidade do espaço. Nesse caso a densidade modal será obtida por:

$$n(\omega) = \frac{A\omega}{2\pi c_0^2} + \frac{P}{2\pi c_0} \quad (3.76)$$

### 3.3.2 Procedimento experimental

Nos casos em que a geometria do sistema possui um formato complexo, podem não haver formulações analíticas para obtenção da densidade modal. Nesse caso são empregados procedimentos experimentais, como os métodos da contagem e o da mobilidade, que são amplamente empregados.

#### 3.3.2.1 *Método da contagem*

No método da contagem o sistema é excitado de forma que a função de resposta em frequência represente os modos presentes na banda analisada. Os picos da FRF, que representam os modos, são então contados e relacionados com as faixas de frequência sendo assim obtida a densidade modal.

Para observar o maior número de modos possíveis as excitações podem ser aplicadas em bordas livres do sistema, por exemplo, em que as respostas tendem a ser mais pronunciadas. Para evitar que modos passem despercebidos, o procedimento deve ser repetido para mais pontos de excitação e resposta (LYON *et al.*, 1995).

A complicação da contagem surge nas faixas de frequências de alta densidade modal, em que ocorre a sobreposição dos modos e torna a tarefa de contagem difícil

de ser realizada. Outro empecilho é quando o amortecimento do sistema é elevado, o que diminui os picos dos modos e dificulta a identificação (RENJI, 2000).

Deve também ser observada a condição de contorno aplicada ao sistema, pois dependendo do contorno pode-se criar um mecanismo de perda de energia que dificulta a identificação de modos pelo aumento do amortecimento.

### 3.3.2.2 Método da mobilidade

A aplicação da mobilidade para determinação da densidade modal é baseada na equação apresentada por Clarkson *et al.* (1981):

$$n(f) = 4m\{Re\langle Y(f) \rangle\} \quad (3.77)$$

Em que  $m$  é a massa da estrutura,  $\langle Y(f) \rangle$  é a média espacial da mobilidade pontual.

O resultado é coerente para o sistema caso haja pelo menos 5 frequências naturais na faixa de frequência analisada, as propriedades da estrutura sejam uniformes e o valor de amortecimento seja baixo (CLARKSON *et al.*, 1981).

Os elementos de medição acoplados ao sistema interferem nos resultados da mobilidade e assim também na densidade modal. Pelo proposto por Renji (2000) *apud* Brown *et al.* (1985) o valor da mobilidade pode ser corrigido pela equação a seguir.

$$Y_{cor} = \frac{Y_m}{1 - (Y_m/Y_M)} \quad (3.78)$$

Em que  $Y_m$  é a mobilidade medida. A mobilidade dos elementos acoplados ao sistema é  $Y_M$ , que pode ser determinada experimentalmente ou pela equação (3.79), em que  $m_e$  é a massa dos elementos.

$$Y_M = \frac{1}{j\omega m_e} \quad (3.79)$$

A equação acima é válida para valores de frequência até a ressonância dos elementos.

### 3.4 Determinação do fator de perda por amortecimento

O fator de perda total representa a saída de energia do subsistema, conforme apresentado nas equações de SEA da seção 3.2. Isto ocorre por meio de: (1) atrito interno e perdas viscosas, (2) radiação acústica, (3) condições de contorno e (4) acoplamentos com outros subsistemas (CAMPOLINA, 2012).

Esse fator é composto por duas parcelas, a do fator de perda por amortecimento e a do fator de perda por acoplamento. A parcela do amortecimento é comumente tratada pela abordagem experimental, uma vez que a abordagem analítica não abrange a todos os casos em estruturas e espaços acústicos.

Em algumas situações o conhecimento empírico também é aplicado, quando não há possibilidade de realização de experimentos, por exemplo. Em que o amortecimento é estimado com base em valores obtidos de experimentos em estruturas ou espaços similares aos analisados (CREMER *et al.*, 2005).

De todo modo, a aplicação experimental é preponderante nas pesquisas, conduzida por técnicas como: (1) Método do decaimento (Decay rate Method), (2) Método da potência de entrada (Power Input Method), (3) Método da banda de meia potência (Half-Power Bandwidth).

#### 3.4.1 Método do decaimento

No método, o amortecimento é obtido pelo decaimento da resposta transiente do sistema. Esse comportamento é provocado pela excitação da estrutura até a estabilização da resposta, e em seguida, a interrupção da fonte. De forma alternativa, o sistema pode ser excitado por uma força impulsiva.

Para acurácia do método, é adequado que a fonte favoreça a excitação dos modos na faixa de frequência em análise em igual intensidade. Além disso, as excitações e medições devem ser realizadas em diferentes pontos, de modo que o resultado represente o sistema espacialmente por meio da média dos valores (LYON *et al.*, 1995).

A curva de decaimento da resposta transiente do sistema pelo tempo é proporcional a  $e^{(-\pi f \eta_d t)}$ , em que  $f$  é a frequência,  $\eta_d$  o fator de perda por amortecimento e  $t$  o tempo.

O fator de perda por amortecimento pode ser obtido por:

$$\eta = \frac{DR}{27.3f} \quad (3.80)$$

Na equação o termo DR é relativo à curva de decaimento em dB/s e  $f$  a frequência central da banda analisada. Quando a faixa de excitação imposta ao sistema excita diferentes modos é assumido que todos esses modos apresentem o mesmo valor de amortecimento, o que é conveniente em SEA.

Em ambientes acústicos, em que é comumente empregado o tempo de reverberação do espaço (tempo em que a pressão sonora decai em 60dB), é aplicada a equação (3.81) para o cálculo do amortecimento.

$$\eta = \frac{2.2}{f * T_R} \quad (3.81)$$

Em que  $T_R$  é o tempo de reverberação.

A desvantagem do método está no fato da curva de decaimento ser mais influenciada pelo modo de maior valor de amortecimento. Se esse modo não representar adequadamente a estrutura, pode conduzir uma conclusão inadequada (CLARKSON *et al.*, 1981).

### 3.4.2 Método da potência de entrada

O método utiliza da potência dissipada e da potência total do sistema para obtenção do amortecimento, baseada no balanço de energia de SEA para um sistema isolado. Deste modo, a potência dissipada no sistema é considerada igual a potência de entrada e o cálculo do amortecimento é expresso por (VATTI, 2011):

$$\eta = \frac{\Pi_{diss}}{\Pi_{tot}} = \frac{\Pi_{in}}{\omega E} \quad (3.82)$$

Em um sistema estrutural, a potência de entrada é obtida pela medição simultânea da força e da velocidade no ponto de entrada de energia (CARFAGNI *et al.*, 1999), expressa pela equação (3.44) e repetida a seguir.

$$\Pi_{in} = \frac{1}{2} |F|^2 Re\{Y\}$$

A potência total do sistema é aproximada pela energia cinética, o que é próximo a realidade em frequências de ressonância em sistemas pouco amortecidos. Vatti (2011) pontua que o erro por essa suposição é próximo de 0,5% em um nível de amortecimento de 10% (0,01).

Carfagni *et al.* (1999) complementa que os resultados tendem a ser mais acurados em faixas de frequência com densidade modal elevada, por em ressonância a equivalência entre energia total e cinética ser maior. A energia é expressa na equação (3.43) e repetida a seguir.

$$E = m\langle v^2 \rangle$$

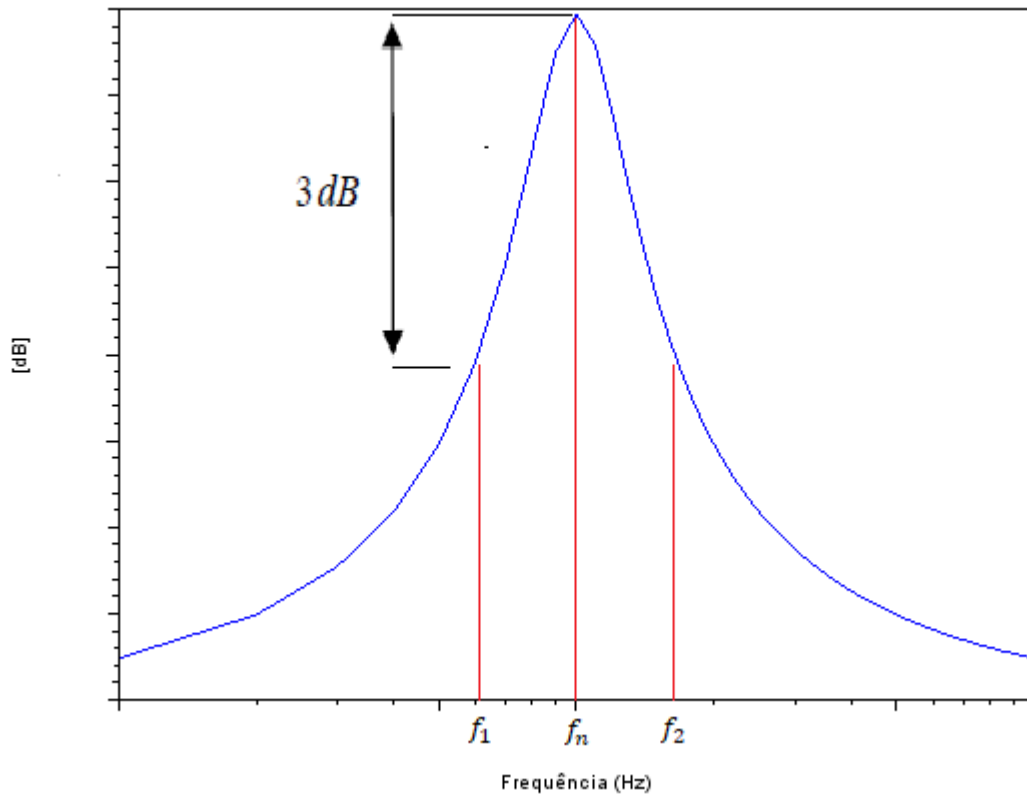
### 3.4.3 Método da banda de meia potência

O método da banda de meia potência avalia o amortecimento pela utilização da função de resposta em frequência do sistema. No procedimento é avaliado o amortecimento de um modo por vez, pela utilização de sua frequência de ressonância e de duas frequências adjacentes (CREMER *et al.*, 2005):

$$\eta = \frac{\Delta f}{f_n} = \frac{f_2 - f_1}{f_n} \quad (3.83)$$

Na equação os termos  $f_1$  e  $f_2$  são as frequências adjacentes e representam as frequências nas quais a amplitude da resposta decai em 3dB em relação a resposta na ressonância. A Figura 3.8 ilustra o gráfico com essas frequências.

Figura 3.8 - Método da banda de meia potência



Fonte: Elaborado pelo autor

Assim como detalhado nos outros métodos, nesse também é conveniente a realização das medições em diferentes pontos de excitação, sendo o valor final do amortecimento tratado como a média dos resultados para que erros experimentais possam ser reduzidos.

No caso de um sistema em que o espaçamento entre os modos é pouco, esse procedimento experimental é complicado de ser utilizado, pela dificuldade de diferenciar os modos e as variações de amplitude nas laterais.

### 3.5 Determinação do fator de perda por acoplamento

Como introduzido na seção 3.2.3, o fator de perda por acoplamento está associado a transferência de energia entre os subsistemas, e é correspondente a segunda parcela do fator de perda total.

Algebricamente a função do acoplamento pode ser observada novamente na equação (3.84), que estabelece o fluxo de energia entre 2 subsistemas.



$$\Pi_{12} = \omega \eta_{12} n(\omega)_1 \left( \frac{E_1}{n(\omega)_1} - \frac{E_2}{n(\omega)_2} \right) \quad (3.84)$$

Em que  $\eta_{ij}$  é o fator de perda por acoplamento e a razão  $\frac{E_i}{n(\omega)_i}$  é a energia modal.

Assim, para o conhecimento do processo de transferência de energia entre subsistemas, como na equação (3.84), se torna indutivo o estudo de abordagens ao fator de perda por acoplamento.

Esse estudo pode ser conduzido pela caracterização da junção, definição das propriedades e dos tipos de subsistemas conectados, dentre outros aspectos. Nos subtópicos seguintes, alguns dos conceitos a obtenção desse parâmetro de SEA são expostos.

### 3.5.1 Acoplamento entre estruturas

#### 3.5.1.1 *Coefficiente de transmissão*

A transmissão de ondas em discontinuidades de estruturas, como ocorre nas junções entre placas, é usualmente mensurada pelo coeficiente de transmissão (LANGLEY *et al.*, 1990). Em SEA, esses coeficientes são frequentemente empregados para obtenção do fator de perda por acoplamento.

Considerando-se um campo de onda difuso em uma placa, a energia distribuída a diferentes direções é descrita pela intensidade de energia (LYON *et al.*, 1995).

$$dI(\theta) = \varepsilon c_g D(\theta) \frac{d\theta}{\theta_{tot}} \quad (3.85)$$

Em que  $\varepsilon$  é a densidade de energia (energia por unidade de área),  $c_g$  a velocidade de grupo,  $D(\theta)$  é uma função de ponderação associada a probabilidade de direções de propagação de ondas e  $\theta_{tot}$  é a faixa total do ângulo  $\theta$ . Em placas isotrópicas  $D(\theta)$  é assumido como 1.

Na incidência de um conjunto de ondas na junção entre duas placas, o termo de intensidade é aplicado para o estabelecimento da equação que representa a parcela de energia transmitida de 1 para 2 (além da parcela de energia refletida).

A energia transmitida é apresentada por:

$$d\Pi_{12} = \tau_{12}(\theta)L \cos \theta dI(\theta) \quad (3.86)$$

Em que  $L \cos \theta$  representa a projeção da intensidade sobre a junção e  $\tau_{12}(\theta)$  a razão entre energia transmitida e a incidente. Utilizando a equação (3.85), a (3.86) pode ser reescrita como:

$$\Pi_{12} = \frac{E c_g L}{\pi S} \int_0^{\pi/2} \tau_{12}(\theta) \cos \theta d\theta \quad (3.87)$$

Relembrando da relação existente entre o termo de acoplamento e a energia transmitida da equação (3.48), repetida abaixo:

$$\eta_{12} = \frac{\Pi_{12}}{\omega E_1}$$

O fator de acoplamento pode ser expresso como:

$$\eta_{12} = \frac{c_g L}{\omega \pi S} \bar{\tau}_{12} \quad (3.88)$$

Em que,

$$\bar{\tau}_{12} = \int_0^{\pi/2} \tau_{12}(\theta) \cos \theta d\theta \quad (3.89)$$

É a média-angular do coeficiente de transmissão.

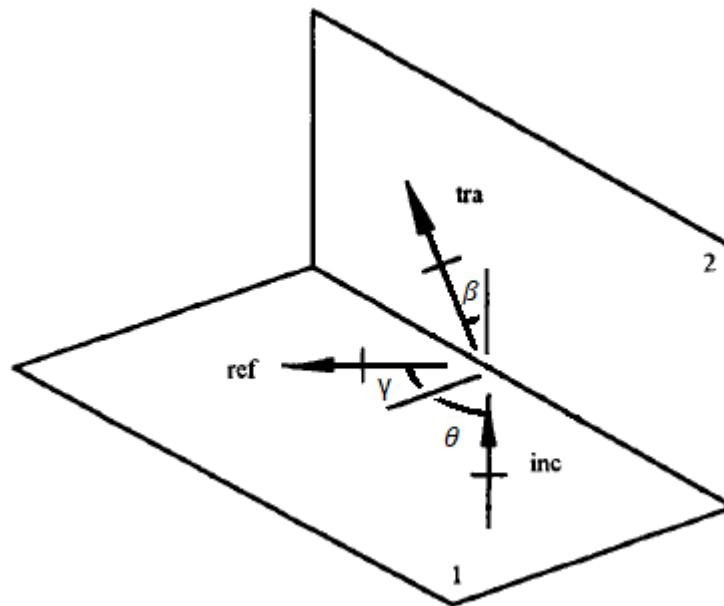
Esse coeficiente é obtido por 3 abordagens principais: abordagem de mobilidade; abordagem modal; abordagem de onda.

### 3.5.1.2 Abordagem de onda

A abordagem de onda é a empregada no presente trabalho para os cálculos dos coeficientes de transmissão. Nessa abordagem, campos vibracionais são modelados pela superposição de ondas que se propagam em placas semi-infinitas, e a transferência de energia entre as placas é obtida das relações entre as ondas incidentes com as ondas de transmissão e reflexão geradas na junção (JOHANSSON *et al.*, 2010).

A Figura 3.9 ilustra as ondas de incidência, transmissão e reflexão entre placas, em que a transmissão e a reflexão surgem em decorrência da incidência de ondas na junção.

Figura 3.9 - Transmissão e reflexão de ondas na junção entre duas placas



Fonte: Adaptado de (LYON *et al.*, 1995)

Na figura também estão explicitados os ângulos associados a propagação da onda incidente ( $\theta$ ), da transmitida ( $\beta$ ) e da refletida ( $\gamma$ ). A relação entre os dois primeiros ângulos pode ser determinada pela lei de Snell, apresentada na equação (3.90).

$$k_{B1} \sin \theta = k_{B2} \sin \beta \quad (3.90)$$

No caso em que o número de onda da onda incidente é superior ao número de onda da onda transmitida, haverá um ângulo máximo até o qual a energia é transmitida. A equação (3.90) também é aplicada para determinação desse limite, chamado de “cut-off angle” e calculado da seguinte forma (YIN, 2012):

$$\theta = \sin^{-1} \left( \frac{k_{B2}}{k_{B1}} \right) \quad (3.91)$$

Além dessa relação de ângulos, a transmissão de ondas é também caracterizada pelas condições de continuidade e equilíbrio assumidas na junção. Na presente pesquisa são abordados 2 casos, no primeiro há deslocamentos no plano e rotação na junção e no segundo caso, deslocamentos no plano são restringidos e há apenas rotação na junção.

- Apenas flexão:

As condições estabelecidas na junção para transmissão de apenas ondas de flexão são expressas nas equações (3.92) - (3.93) (BOSMANS *et al.*, 1997).

(Continuidade)

$$\begin{aligned} \eta_1 \sin \theta_p &= 0 \\ \eta_2 &= \eta_1 \cos \theta_p \\ \phi_1 &= \phi_2 \end{aligned} \quad (3.92)$$

(Equilíbrio)

$$\sum_n M_{xn} = 0 \quad (3.93)$$

Em que  $\theta_p$  é o ângulo entre placas e o índice  $n$  o número de placas.

Ao se assumir uma onda de flexão com amplitude  $A_{amp}$  se propagando em uma placa em direção a junção, a equação dessa onda incidente pode ser expressa por:

$$\eta_1 = A_{amp} \exp(ik_{B1} \cos \theta y - ik_{B1} \sin \theta x + i\omega t) \quad (3.94)$$

A Figura 3.9 ilustra a junção entre as duas placas, em que a onda incidente parte da placa 1. Desta forma, a onda de reflexão estará presente na placa 1 e a onda de transmissão na placa 2.

Observando a continuidade na junção, é possível notar que as ondas refletidas e transmitidas também possuem a dependência  $\exp(-ik_{B1} \sin \theta x + i\omega t)$ . Assumindo a dependência na direção em  $y$  como  $\exp(\mu_B y)$ , as ondas de reflexão e transmissão serão expressas como (LANGLEY et al., 1990):

$$\eta_{ref} = \alpha \exp(\pm \mu_B y_1 - ik_{B1} \sin \theta x + i\omega t) \quad (3.95)$$

$$\eta_{trans} = \alpha \exp(\pm \mu_B y_2 - ik_{B1} \sin \theta x + i\omega t) \quad (3.96)$$

Assim, aplicando as equações (3.95) e (3.96) na equação de movimento (3.16), o termo  $\mu_B$  é representado por:

$$\mu_{B1} = \pm i \sqrt{k_B^2 - k_{B1}^2 \sin^2 \theta} \quad (3.97)$$

$$\mu_{B2} = \pm \sqrt{k_B^2 - k_{B1}^2 \sin^2 \theta} \quad (3.98)$$

Como demonstrado nas equações,  $\mu_B$  possui 4 soluções. O par de valores imaginários representa ondas que se propagam no eixo “ $y$ ” e o par de valores reais ondas que decaem exponencialmente com a distância também no eixo “ $y$ ” (near-field). O deslocamento resultante em cada placa será composto por essas duas parcelas, real e imaginária.

No que diz respeito aos sinais de  $\mu_B$ , são referentes ao sentido do decaimento da resposta. Para a junção proposta da Figura 3.9, em que as coordenadas das placas são ilustradas na Figura 3.5, a reflexão e a transmissão nas placas 1 e 2, respectivamente, terão valores negativos de  $\mu_B$ . Uma vez que a resposta deve decair a partir da junção, tendo em consideração o sistema de coordenada de cada placa ( $y_1$  e  $y_2$ ).

O deslocamento resultante em cada placa será descrito pela observação dos tipos de onda presentes. Portanto, no caso da placa 1 o deslocamento resultante será descrito pela onda incidente e pela onda refletida, na seguinte forma.

$$\eta_1 = [A_{amp} \exp(ik_{B1} \cos \theta y_1) + \alpha_1 \exp(\mu_{B1} y_1) + \alpha_2 \exp(\mu_{B2} y_1)] \exp(-ik_{B1} \sin \theta x + i\omega t) \quad (3.99)$$

Para a placa 2, o deslocamento é descrito pela onda transmitida.

$$\eta_2 = [\alpha_3 \exp(\mu_{B1} y_2) + \alpha_4 \exp(\mu_{B2} y_2)] \exp(-ik_{B1} \sin \theta x + i\omega t) \quad (3.100)$$

- Com flexão e ondas no plano:

Na outra característica de contorno adotada a junção, há transmissão de ondas no plano entre as placas. As condições de equilíbrio e continuidade assumidas na junção nesse caso são expostas por Bosmans *et al.* (1997) como:

(Continuidade)

$$\begin{aligned} \xi_{y2} &= \xi_{y1} \cos \theta_p + \eta_1 \sin \theta_p \\ \eta_2 &= -\xi_{y1} \sin \theta_p + \eta_1 \cos \theta_p \\ \xi_{x1} &= \xi_{x2} \\ \phi_1 &= \phi_2 \end{aligned} \quad (3.101)$$

(Equilíbrio)

$$\begin{aligned} \sum_n (F_{yn} \cos \theta_p - F_{zn} \sin \theta_p) &= 0 \\ \sum_n (F_{yn} \sin \theta_p + F_{zn} \cos \theta_p) &= 0 \\ \sum_n F_{xn} &= 0 \\ \sum_n M_{xn} &= 0 \end{aligned} \quad (3.102)$$

Com essas configurações de contorno ao se considerar uma onda de flexão que se propaga e incide na junção, esta ocasionará a transmissão e reflexão tanto de onda de flexão como de ondas no plano.

As ondas no plano refletidas e transmitidas são apresentadas como:

$$\Phi_1 = \alpha_5 \exp(-i\mu_{l1}y) \exp(-ik_{B1}x \sin \theta + i\omega t) \quad (3.103)$$

$$\Psi_1 = \alpha_6 \exp(-i\mu_{t1}y) \exp(-ik_{B1}x \sin \theta + i\omega t) \quad (3.104)$$

$$\Phi_2 = \alpha_7 \exp(-i\mu_{l2}y) \exp(-ik_{B1}x \sin \theta + i\omega t) \quad (3.105)$$

$$\Psi_2 = \alpha_8 \exp(-i\mu_{t2}y) \exp(-ik_{B1}x \sin \theta + i\omega t) \quad (3.106)$$

Os termos  $\mu_l$  e  $\mu_t$  são obtidos pela aplicação das equações acima, nas equações (3.23) e (3.24). A utilização do resultado nas equações (3.21) e (3.22) proporciona as seguintes expressões:

$$\mu_l = \sqrt{k_l^2 - (k_B \sin \theta)^2} \quad (3.107)$$

$$\mu_t = \sqrt{k_t^2 - (k_B \sin \theta)^2} \quad (3.108)$$

Pela resolução das equações de equilíbrio e continuidade, as amplitudes das ondas ( $\alpha$ ) são obtidas. Junto ao ângulo de orientação da onda e outras propriedades das placas, as potências refletidas e transmitidas na junção podem ser calculadas por meio das equações (3.109) - (3.111).

$$P_B = \left( \frac{\rho h \omega^3 \alpha^2}{k_B} \right) \cos \beta \quad (3.109)$$

$$P_L = \frac{1}{2} \rho h \omega^3 k_L \alpha^2 \cos \beta \quad (3.110)$$

$$P_T = \frac{1}{2} \rho h \omega^3 k_T \alpha^2 \cos \beta \quad (3.111)$$

Cada uma dessas expressões corresponde a um tipo de onda. Nessas o termo  $\beta$  é relativo à orientação da onda transmitida, calculada pela lei de snell.

O coeficiente de transmissão será a razão entre a potência do tipo de onda transmitida (ou refletida) e a potência da onda incidente na junção, sendo expresso como  $\tau_{pr}^{ij}(\omega, \theta)$ . Este termo indica a dependência da transmissão com o tipo de onda ( $p, r$ ), a placa ( $i, j$ ), a orientação da onda incidente ( $\theta$ ) e a frequência ( $\omega$ ). Em que  $i, p$  correspondem a placa com a onda incidente e  $j, r$  a placa que recebe a transmissão de energia.

No caso de junção conservativa, a equação abaixo é satisfeita.

$$\sum_r \sum_j \tau_{pr}^{ij}(\omega, \theta) = 1 \quad (3.112)$$

Calculando a média-angular do coeficiente de transmissão pela equação (3.89), o fator de acoplamento pode ser obtido pela equação (3.88).

### 3.5.2 Acoplamento entre estrutura e espaço acústico

A transmissão ressonante de energia entre um subsistema acústico e um subsistema estrutural em SEA é tratada pela aplicação da eficiência de radiação, dada por (LEPPINGTON *et al.*, 1982):

$$\sigma = \frac{\Pi_{12}}{\rho_0 c_0 A \langle v^2 \rangle} \quad (3.113)$$

Em que  $\rho_0$  é a densidade do fluido,  $c_0$  é a velocidade do som e  $A$  a área da superfície da estrutura. O fator de acoplamento entre os subsistemas pode ser obtido pela aplicação da equação (3.113) e (3.43) na equação (3.48), por conveniência as duas últimas repetidas a seguir:

$$E_1 = m \langle v^2 \rangle$$



$$\Pi_{12} = \omega \eta_{12} E_1$$

Esse procedimento conduz a equação do fator de perda por acoplamento, expressa por:

$$\eta_{12} = \frac{\rho_0 c_0 \sigma}{\omega \rho h} \quad (3.114)$$

Para obtenção do acoplamento, a eficiência de radiação pode ser determinada por meio das diferentes formulações propostas na literatura (GOMES *et al.*, 2006). Nos tópicos seguintes, são tratados aspectos gerais que rodeiam esses estudos.

### 3.5.2.1 Eficiência de radiação

A radiação sonora da vibração de placas é guiada por 2 fenômenos principais: o cancelamento e a característica dispersiva da onda de flexão (FAHY, 2001). O último favorece o estabelecimento de uma frequência crítica (ou a mais baixa frequência de coincidência) ao sistema, que relaciona a onda acústica e a onda de flexão.

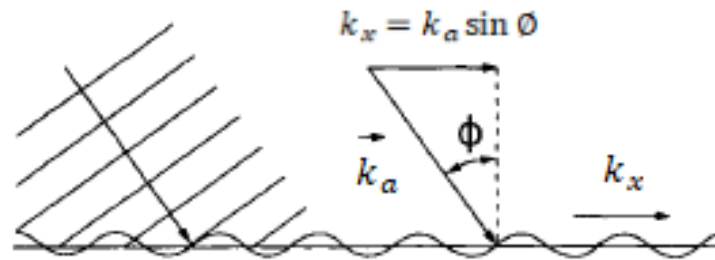
Nas formulações da eficiência de radiação a influência da frequência crítica é destacável, no qual os cálculos para a eficiência são conduzidos de forma diferentes para valores de frequência acima, abaixo ou igual a frequência crítica.

#### 3.5.2.1.1 Frequência crítica

Na frequência crítica um componente do número de onda acústico apresenta o mesmo valor do número de onda de flexão da placa. A relação é demonstrada na Figura 3.10.

A menor frequência em que  $k_a \sin \varnothing = k_b$  é correspondente ao ângulo de 90°, sendo essa frequência denominada frequência crítica ou menor frequência de coincidência.

Figura 3.10 - Decomposição de um número de onda acústico incidente



Fonte: Adaptado de (FAHY, 2001)

No ponto de frequência crítica os comprimentos de onda são iguais ( $\lambda_B = \lambda_a$ ), em que (CREMER *et al.*, 2005):

$$\lambda_B = \frac{2\pi}{\omega^{1/2}} \sqrt{\frac{B}{\rho h}} \quad (3.115)$$

$$\lambda_a = \frac{c_0}{f_c} \quad (3.116)$$

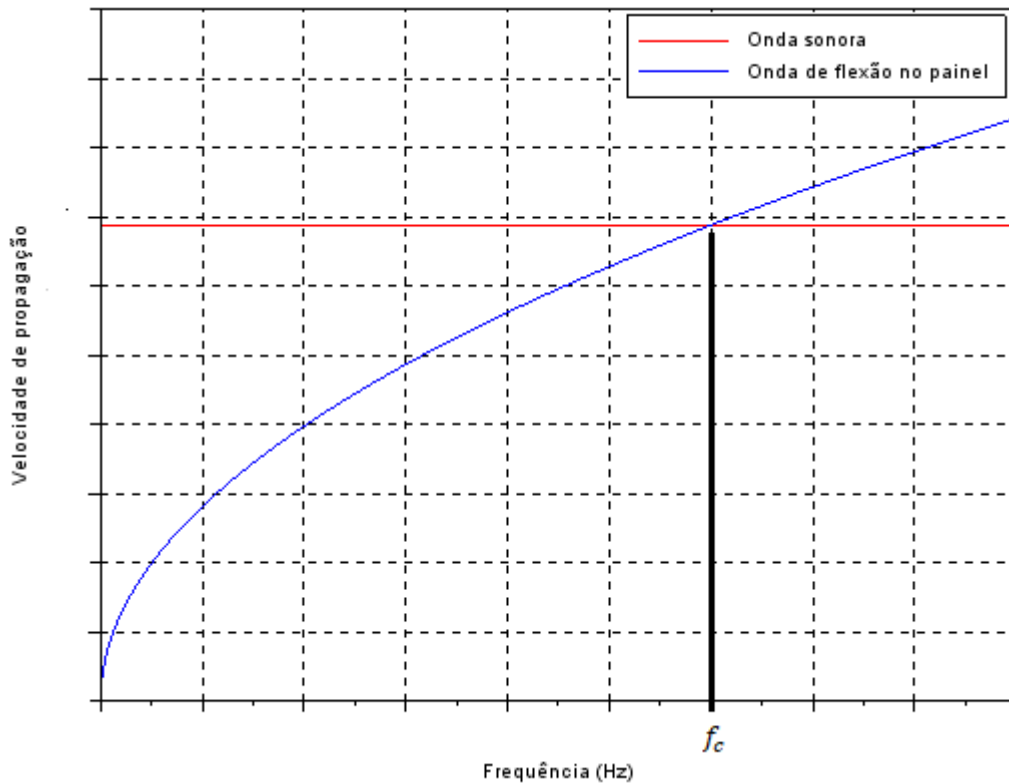
Sendo  $B$  rigidez a flexão,  $f_c$  a frequência crítica. Com a utilização das equações (3.115) e (3.116) a frequência crítica é obtida por:

$$f_c = \frac{c_0^2}{2\pi} \sqrt{\frac{\rho h}{B}} \quad (3.117)$$

Acima dessa frequência a velocidade de flexão é maior do que a velocidade acústica e a relação entre os números de onda  $k_b < k_a$ . Abaixo da frequência crítica a velocidade de flexão é menor do que a velocidade da onda acústica e a relação entre os números de onda  $k_b > k_a$  (PRICE *et al.*, 1970). A Figura 3.11 ilustra a relação entre as velocidades.

Esse conhecimento serve de alicerce ao estabelecimento de equacionamentos para eficiência de radiação, o que pode ser complementado pela análise de uma placa infinita.

Figura 3.11 - Relação entre as velocidades de propagação da onda sonora e da onda de flexão no painel



Fonte: Elaborado pelo autor

### 3.5.2.1.2 Placa infinita

Uma placa infinita vibrando transversalmente representa um caso elementar que possibilita o desenvolvimento de análises de radiação em sistemas mais complexos, por essa razão é indutiva uma breve abordagem (CREMER *et al.*, 2005).

Tendo-se uma placa infinita que vibra com a velocidade da equação (3.118), o resultado esperado para a pressão sonora é o demonstrado pela equação (3.119).

$$v(x) = v_0 e^{-jk_B x} \quad (3.118)$$

$$p(x, y) = p_0 e^{-j(k_B x + k_y y)} \quad (3.119)$$

A expressão da pressão sonora da equação (3.119) deve satisfazer a equação da onda:

$$\nabla^2 p + k_0^2 p = 0 \quad (3.120)$$

A aplicação da pressão sonora (3.119) na equação da onda leva ao estabelecimento da relação:

$$k_y^2 = k_0^2 - k_B^2 \quad (3.121)$$

A expressão da pressão sonora também deve atender a expressão para a componente normal da velocidade, conduzindo a:

$$\frac{-1}{j\omega\rho_0} \left[ \frac{\partial p}{\partial y} \right]_{y=0} = \frac{p_0 k_y}{\omega\rho_0} e^{-jk_B x} \rightarrow p_0 = \frac{v_0 \rho_0 c_0 k_0}{k_y} \quad (3.122)$$

Substituindo a equação (3.122) na equação (3.119):

$$p(x, y) = \frac{v_0 \rho_0 c_0}{\sqrt{1 - k_B^2/k_0^2}} e^{-j(k_B x + \sqrt{k_0^2 - k_B^2} y)} \quad (3.123)$$

A equação (3.123) pode ser reescrita em função do ângulo entre a onda acústica e a onda de flexão da placa, que em relação aos números de onda é expresso como:

$$\frac{k_B}{k_0} = \sin \varnothing \quad (3.124)$$

Nos casos em que o número de onda acústico for maior, a equação (3.123) é reescrita como:

$$p(x, y) = \frac{v_0 \rho_0 c_0}{\cos \varnothing} e^{-j(k_B x + k_0 y \cos \varnothing)} \quad (3.125)$$

Essa condição ocorre acima da frequência crítica e a eficiência de radiação é calculada como:

$$\sigma = \frac{k_0}{\sqrt{k_0^2 - k_B^2}} \quad (3.126)$$

Nos casos em que o número de onda acústico for menor do que o número de onda da placa, a equação (3.123) é reescrita como:

$$p(x, y) = \frac{jv_0\rho_0c_0}{\sqrt{(k_B^2/k_0^2) - 1}} e^{-\left(jk_Bx + \sqrt{(k_B^2/k_0^2) - 1}\right)} \quad (3.127)$$

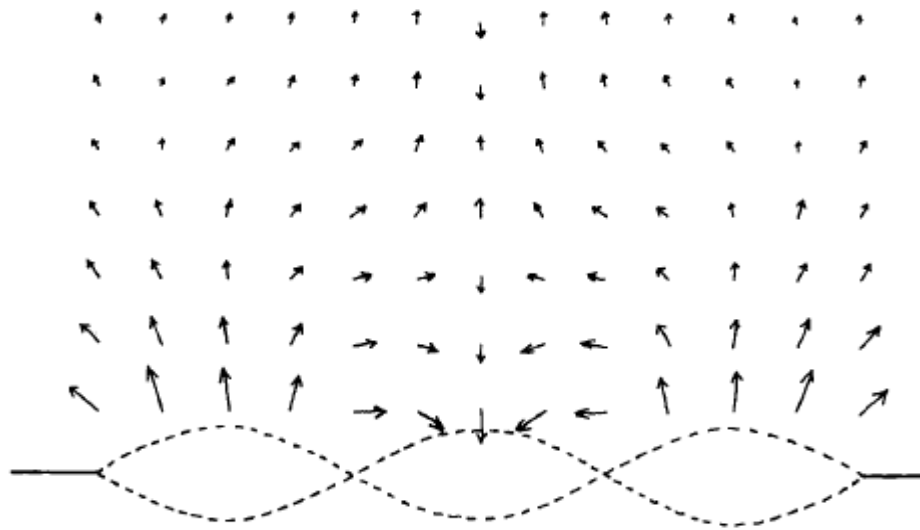
É a condição que ocorre abaixo da frequência crítica, tendo a pressão sonora uma característica de decaimento exponencial com a distância da placa. Nesse caso a velocidade da placa e a pressão sonora estão defasados 90° em fase, tendo a eficiência de radiação valor nulo e não haverá potência radiada (CREMER *et al.*, 2005).

### 3.5.2.1.3 Cancelamento e modos de borda e canto

O cancelamento é o outro fenômeno que fora anteriormente citado como fator de influência a radiação sonora. Em uma superfície com movimento vibratório, o cancelamento surge em decorrência da proximidade entre regiões que deslocam o fluido em sentidos opostos (FAHY, 2001). Essa interação é ilustrada na Figura 3.12, e seu efeito é a redução da eficiência de compressão do fluido e assim a redução da radiação sonora.

O cancelamento ocorre abaixo da frequência crítica e na teoria de placa infinita o cancelamento é total, resultando em energia de radiação nula. No caso de placas finitas os contornos suprimem o cancelamento, que não ocorre de maneira total. A atuação dos contornos origina então a radiação em quinas e bordas, que variam com os valores do número de onda da placa em relação ao número de onda acústico (LENZI, 2009).

Figura 3.12 - Cancelamento em uma superfície harmonicamente excitada



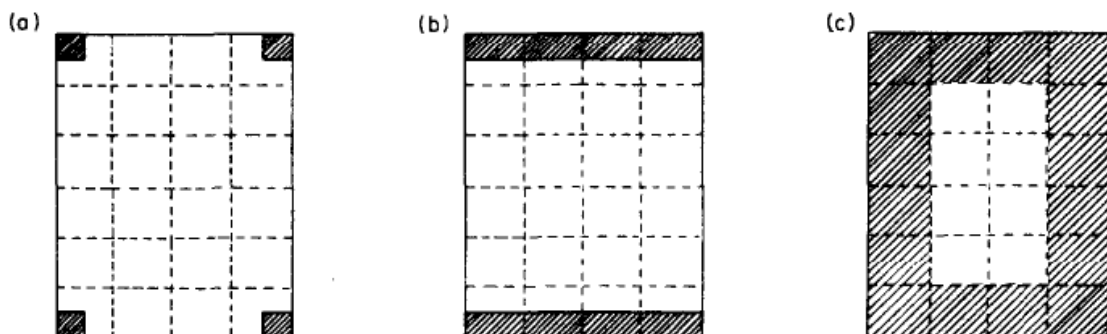
Fonte: Adaptado de (FAHY, 2001)

Em uma placa finita simplesmente apoiada, um modo que possui ambos componentes do número de onda de flexão maior do que o número de onda acústico, é um modo de quina. Esse modo não produz efeito elevado a radiação, é apresentado na Figura 3.13 como condição (a).

Um modo que apresente um componente do número de onda de flexão maior e outro componente menor do que o número de onda acústico, apresenta o modo de borda. Essa situação é apresentada na Figura 3.13 como condição (b).

O modo que apresenta ambos os componentes do número de onda de flexão menores que o número de onda acústico, apresenta o modo de borda com características mais pronunciadas de radiação, como ilustrado na Figura 3.13 pela condição (c).

Figura 3.13 - Áreas efetivas de radiação para modos na condição:(a), (b) e (c)



Fonte: Adaptado de (CROCKER *et al.*, 1969)

Na Figura 3.13 as linhas tracejadas representam os nós dos painéis e os espaços hachurados são áreas efetivas de radiação.

### 3.5.2.2 Procedimento experimental

As formulações da eficiência de radiação que derivam dos conceitos expostos, são apresentadas em diferentes pesquisas como por Leppington *et al.* (1984) e Maidanik (1962).

De todo modo, também é possível a aplicação de procedimentos experimentais para determinação desse termo. A abordagem experimental da eficiência de radiação acompanha ao equacionamento utilizado em SEA, em que um sistema acústico e um sistema estrutural podem ser relacionados por:

$$\begin{bmatrix} \eta_{11} + \eta_{12} & -\eta_{21} \\ -\eta_{12} & \eta_{21} + \eta_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Pi_1/\omega \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.128)$$

No sistema em consideração o termo  $\eta_{12}$  é relativo ao acoplamento entre o espaço acústico e a estrutura, e pode ser obtido em função das outras variáveis utilizando-se da relação de reciprocidade:

$$\eta_{12} = \frac{\eta_{22} E_2}{E_1 - \frac{n_1}{n_2} E_2} \quad (3.129)$$

No procedimento experimental é comum o posicionamento da estrutura de modo que ambos os lados possam radiar energia de igual maneira. No caso de um painel, por exemplo, isso resultaria em uma radiação no interior do espaço acústico de  $2\eta_{ij}$ . Deste modo, associando a equação (3.114) com a equação (3.129), o valor da eficiência de radiação é obtido como (CAMPOLINA, 2012):

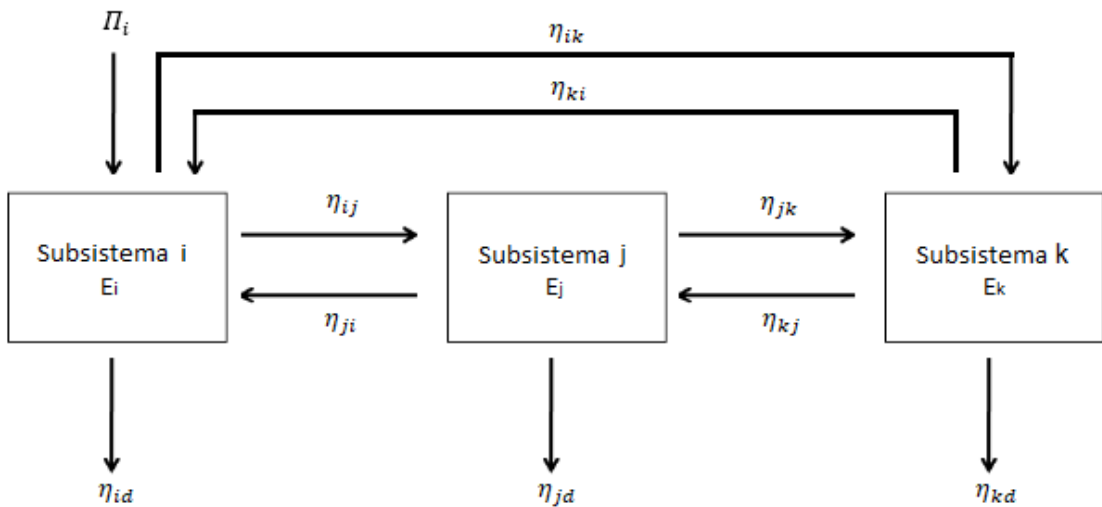
$$\sigma = \frac{1}{2} \frac{n_2 \eta_{22} E_2}{n_2 E_1 - n_1 E_2} \frac{\omega m_1}{\rho_0 c_0 A_1} \quad (3.130)$$

Em que  $m_1$  é a massa e  $A_1$  a área do painel.

### 3.5.2.3 Acoplamento não ressonante entre espaços acústicos

A transferência direta de energia entre subsistemas acústicos é a transmissão denominada não ressonante. Nesse processo a energia ressonante da placa que divide os espaços não é envolvida, esse mecanismo é ilustrado na Figura 3.14. Em que os subsistemas k e i são espaços acústicos e o subsistema j a placa.

Figura 3.14 - Modelo SEA de três subsistemas



Fonte: Elaborado pelo autor

A transmissão não ressonante é destacável nas frequências em que as propriedades de radiação ressonante da placa são baixas, como ocorre em frequências abaixo da crítica (SZECHENYI, 1971).

Em SEA, o fator de acoplamento entre 2 espaços acústicos nesse caminho de transmissão é apresentado por Craik (2003):

$$\eta_{ik} = \frac{c_0 A_j \tau_j}{4\omega V_i} \quad (3.131)$$

Em que  $A_j$  é a área da placa entre os espaços,  $\tau_j$  é o coeficiente de transmissão não ressonante da placa e  $V_i$  é o volume do espaço  $i$ .

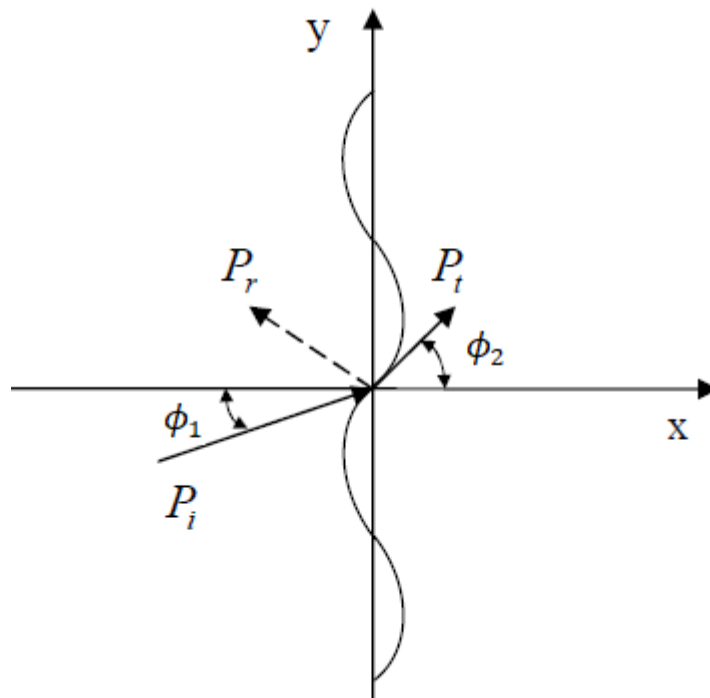
O coeficiente de transmissão é tratado em diferentes trabalhos na literatura, relacionado a perda de transmissão por (CRAIK, 2003):



$$PT = 10 \log_{10}(1/\tau) \text{ dB} \quad (3.132)$$

O estudo desse coeficiente pode partir da análise da Figura 3.15, que ilustra uma onda plana com incidência oblíqua em uma partição flexível. A depender da faixa de frequência analisada e da incidência, o coeficiente pode assumir diferentes formulações.

Figura 3.15 - Incidência oblíqua em uma partição flexível



Fonte: Adaptado de (LENZI, 2009)

No caso de uma partição infinita, uniforme e fina entre dois espaços acústicos, o coeficiente de transmissão é apresentado em relação a frequência crítica como (FAHY, 2001):

$$\tau(\phi) = \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{\omega m \cos \phi}{2\rho_0 c}\right)^2\right]} \quad \omega < \omega_c$$

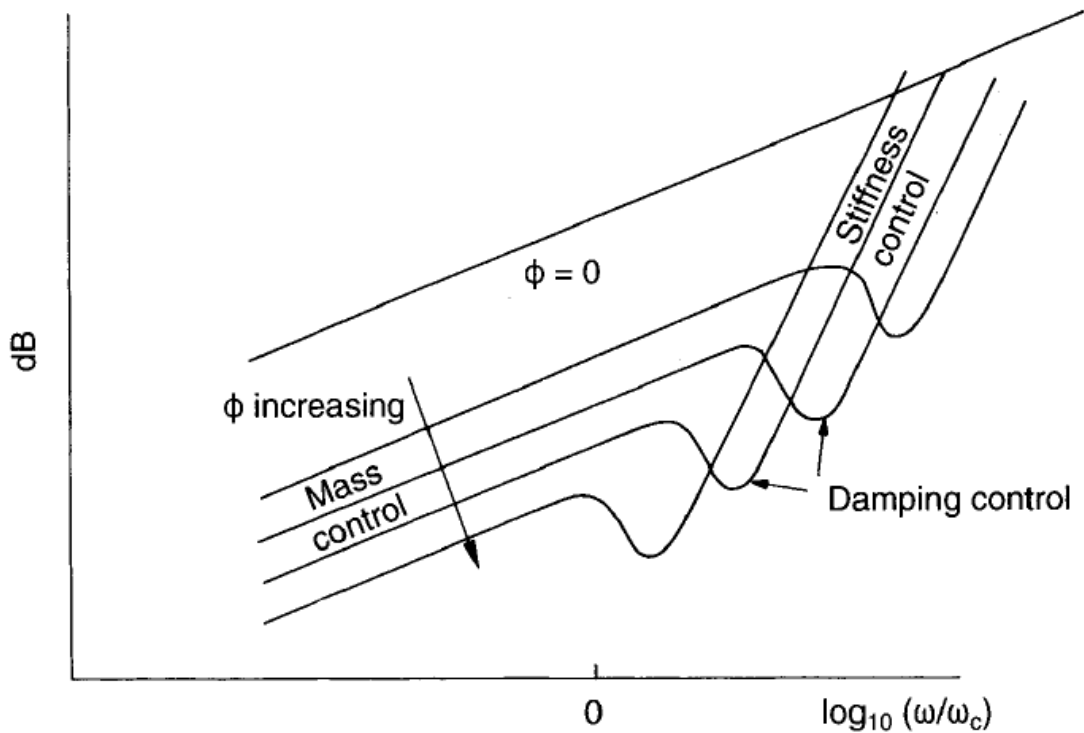
$$\tau(\phi) = \frac{1}{\left(1 + \frac{\eta \omega m \cos \phi}{2\rho_0 c}\right)} \quad \omega = \omega_c$$

$$\tau(\phi) = \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{Bk^4 \sin^4 \phi \cos \phi}{2\rho_0 c \omega}\right)^2\right]} \quad \omega > \omega_c$$

(3.133)

Em que  $\phi$  é o ângulo de incidência. A variação do coeficiente de transmissão com a frequência estabelece diferentes regiões de controle de massa, de rigidez ou de amortecimento, como ilustrado no gráfico da Figura 3.16 por meio da perda de transmissão. Neste é observável também a influência do ângulo de incidência.

Figura 3.16 - Perda de transmissão com o ângulo de incidência



Fonte: Adaptado de (FAHY, 2001)

No caso de um campo acústico difuso, em que ondas planas incidem de diferentes direções com a mesma probabilidade e com fase aleatória, o coeficiente de transmissão é expresso pela equação (3.134).

$$\tau_d = \frac{\int_0^{\pi/2} \tau(\phi) \sin \phi \cos \phi d\phi}{\int_0^{\pi/2} \sin \phi \cos \phi d\phi} = \int_0^{\pi/2} \tau(\phi) \sin 2\phi d\phi \quad (3.134)$$

Pela abordagem empírica, a formulação conhecida como lei da massa é amplamente utilizada para o cálculo da perda de transmissão. É apresentada por Craik (2003) conforme a equação (3.135).

$$PT = 10 \log_{10} \left( \left( \frac{\omega \rho_s}{2 \rho_0 c_0} \right)^2 \frac{1}{\pi} \right) \quad (3.135)$$

Em que  $\rho_s$  é a densidade superficial da placa que divide os espaços. A lei da massa não considera as dimensões finitas e as características elásticas do painel entre os espaços acústicos, mas os valores obtidos com sua aplicação são bons em relação aos obtidos por procedimentos experimentais (GOMES *et al.*, 2007).

Há também outras teorias para a transmissão não ressonante, como a desenvolvida por Leppington *et al.* (1987) por exemplo, em que outras características da placa são incluídas.

### 3.6 Análise estatística de energia experimental (ESEA)

A condução de experimentos para caracterização dos parâmetros de SEA é de prática usual, como pontuado para a densidade modal e o fator de perda por amortecimento. De igual modo, para o fator de acoplamento procedimentos experimentais podem também ser empregados, como na análise estatística de energia experimental (ESEA) (THITE *et al.*, 2007).

#### 3.6.1 Formulação matricial ESEA

Em ESEA, cada subsistema é excitado por vez. Em cada uma dessas excitações a resposta gerada em cada subsistema é obtida na forma da média espacial de energia (YIN, 2012). Esses dados são utilizados de entrada a matriz em ESEA, demonstrada na equação (3.136) (HOPKINS, 2009).

$$\begin{bmatrix} \sum_{n=1}^N \eta_{1n} & -\eta_{21} & \cdots & -\eta_{N1} \\ -\eta_{12} & \sum_{n=1}^N \eta_{2n} & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \\ -\eta_{1n} & \cdots & & \sum_{n=1}^N \eta_{Nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{11} & E_{12} & \cdots & E_{1N} \\ E_{21} & E_{22} & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \\ E_{N1} & \cdots & & E_{NN} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Pi_{in,1}/\omega & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \Pi_{in,2}/\omega & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & 0 & & \Pi_{in,N}/\omega \end{bmatrix}$$

(3.136)

Por meio da manipulação da equação (3.136), os valores dos fatores de acoplamento são obtidos.

### 3.6.2 Formulação simplificada ESEA

ESEA pode também ser aplicado de modo simplificado pela utilização das equações de SEA. Considerando-se dois subsistemas acoplados em que ocorre entrada de energia apenas em um deles, o fator de acoplamento é obtido por (CRAIK, 1982):

$$\eta_{ij} = \frac{E_j(\eta_{jd} + \eta_{ji})}{E_i} \quad (3.137)$$

No caso de subsistemas similares, a equação (3.137) pode ser reescrita conforme proposto por Wang *et al.* (2016):

$$\eta_{ij} = \eta_{ji} = \frac{E_j \eta_{jd}}{E_i - E_j} \quad (3.138)$$

### 3.6.3 Fator aparente de perda por acoplamento (ACLF)

A realização de experimentos para coleta dos dados necessários em ESEA, por vezes é substituída pela aplicação do método dos elementos finitos (FEM), como reportado na literatura. Como justificativa a essa escolha está a dificuldade evitada de tempo e custos com a implantação e condução de procedimentos experimentais.

O fator de acoplamento obtido pela abordagem determinística é usualmente chamado de fator aparente de perda por acoplamento (ACLF), com o intuito de distingui-lo do fator de perda por acoplamento (CLF) obtido pela abordagem analítica. Essa distinção busca explicitar diferenças entre as abordagens.

No caso do CLF, os conceitos adotados conduzem a valores invariantes com as condições de contorno e com a forma geométrica do subsistema. Isto o sugere como um fator de caracterização de estruturas similares, conjuntos.

Enquanto que o ACLF é sensível as alterações do comportamento dinâmico da estrutura, causado por variações na geometria e nas condições de contorno.

Parâmetros que influem nas frequências naturais e nas formas modais (FREDO, 1997). Deste modo, o ACLF é referido a aplicação em casos individuais de estruturas.

Fredo (1997) também aponta como causa da divergência entre os valores das duas abordagens a definição e aplicação da força, o amortecimento do subsistema, além da parcela de energia não ressonante automaticamente incluída aos cálculos do ACLF e desprezada nos cálculos do CLF.

Nesse ponto é importante expor uma complicação associada ao ESEA e relatada em algumas pesquisas, são os valores negativos obtidos ao ACLF. Esse fato é atribuído a parcela de energia não ressonante do subsistema por Fredo (1997). Yin (2012) detalha que é uma questão associada a matriz da equação (3.136) mal condicionada. Na presente pesquisa, valores negativos foram descartados sendo adotado novo conjunto de excitação para simulação.

### **3.7 Utilização do método dos elementos finitos**

O método dos elementos finitos (FEM) é um método numérico utilizado no estudo de diferentes problemas de engenharia (LOGAN, 2015). É amplamente aplicado em análises de vibração, impacto e tensão em estruturas, por apresentar facilidades de: definição de carregamentos; definição de condições de contorno; inclusão de efeitos dinâmicos; modelagem de estruturas de formatos irregulares; dentre outras.

No método, a estrutura é dividida em parcelas menores (elementos finitos) processo denominado discretização. Neste formato, os elementos são ligados por pontos nodais e a informação proveniente do conjunto de elementos é condensada em matrizes de massa e rigidez. Assim, a resposta da estrutura completa é obtida a partir da combinação das equações dos elementos.

A acurácia dos resultados em FEM requer cautela com alguns aspectos, dentre eles, o número/tamanho de elementos em que a estrutura é discretizada. A malha mais refinada (com elementos menores) proporciona melhores resultados. No entanto, com elementos menores é maior a demanda por recurso computacional.

Devida atenção também deve ser atribuída a faixa de análise, pois mais elevadas as frequências, mais sensíveis os resultados de FEM são as formas da estrutura (WANG *et al.*, 2016). É recomendado o estudo de parcelas menores e bem

definidas de modelos complexos, o que simplifica a definição de formato e condições de contorno do modelo e evita discrepâncias entre o que é analisado e a realidade.

De igual modo, é importante a escolha correta do elemento a ser utilizado nas simulações, usualmente guiada por orientações expostas pelos softwares.

### 3.7.1 Método dos elementos finitos e ESEA

Com a definição do modelo da estrutura e especificação de carregamentos em FEM, as respostas em termos de deslocamento dos elementos são obtidas. Para determinação da energia de vibração da estrutura, esses deslocamentos são utilizados na equação (3.139) (STEEL *et al.*, 1994).

$$E = \frac{1}{2} \omega^2 \sum_{n=1}^N m_n \eta_n^2 \quad (3.139)$$

Em que  $\eta_n$  é o deslocamento do elemento para fora do plano da placa e  $m_n$  a massa do elemento.

Enquanto que a entrada de energia gerada pela aplicação da força aos nós é obtida pela equação (3.140) (YIN, 2012).

$$\Pi_{in} = \frac{\omega}{2} \sum_{n=1}^N (Im\{F\} * Re\{\eta_{nó}\} - Re\{F\} * Im\{\eta_{nó}\})_n \quad (3.140)$$

Em que  $F$  é a força aplicada ao nó e  $\eta_{nó}$  o deslocamento resultante neste nó.

Para verificar o erro associado a malha utilizada, pode-se aplicar a formulação apresentada na equação (3.141). Nesse procedimento, a energia de entrada é comparada com a energia do sistema.

$$e_{malha}(\%) = \frac{|\Pi_{out} - \Pi_{in}|}{\Pi_{in}} * 100 \quad (3.141)$$

Em que  $\Pi_{out} = \omega \eta_d E$ .

Valores entre 0% e 40% para a equação (3.141), são considerados indicadores de tamanho adequado de malha (YIN, 2012). Deste modo, a acurácia e a eficiência computacional relacionadas ao tamanho dos elementos da malha podem ser equilibradas.

## 4 METODOLOGIA

Na presente seção são descritos os procedimentos adotados para a caracterização vibroacústica de um painel de alumínio, utilizando-se dos conceitos expostos nas seções anteriores. As propriedades do painel adotado buscaram aproximar a painéis presentes em veículos e cujo emprego objetivou a validação dos procedimentos propostos.

Com os procedimentos foram explorados alguns aspectos da transmissão estrutural de vibração entre painéis, assim como a transmissão de energia entre painel e espaço acústico.

### 4.1 Subsistemas analisados

As dimensões dos painéis são verificadas pelo requisito de SEA exposto na seção 3.2.4 (Subsistemas com campo reverberante e baixo decréscimo de energia ao longo do comprimento). Por meio desse critério são adotados aos painéis as propriedades e dimensões expostas na tabela 1, em que as propriedades coincidem com as apresentadas no software open source SEA lab para o alumínio.

Tabela 1: Propriedades e dimensões dos painéis de teste para validação do procedimento

Largura	0.9 m
Comprimento	1.0 m
Espessura	0.002 m
Densidade	2700 kg/m <sup>3</sup>
Coefficiente de Poisson	0.3296
Módulo de Elasticidade	71 GPa

Em auxílio a caracterização vibroacústica dos painéis, nos softwares de SEA são adotados espaços acústicos com as características apresentadas na Tabela 2.

As dimensões e os valores de amortecimento dos espaços acústicos adotados visam aproximar as características reais de uma câmara reverberante, por serem usuais em práticas experimentais de SEA. Os dados adotados são baseados nos valores apresentados por Silva (2009), que dizem respeito a câmaras reverberantes presentes em laboratórios da UFSC.



Tabela 2: Dimensões dos espaços acústicos

	Câmara de Emissão	Câmara de Recepção
Largura	7.49 m	7.90 m
Comprimento	7.49 m	5.60 m
Altura	2.63 m	4.50 m

## 4.2 Transmissão por via aérea

A transmissão de energia entre painel e espaços acústicos é estudada pelos softwares SEALab e SEAM.

O SEALab é um código implementado em MATLAB desenvolvido na CHALMERS UNIVERSITY OF TECHNOLOGY. Aplica a análise estatística de energia a subsistemas de placa e espaços acústicos. Possui a vantagem de ser um código aberto, o que possibilita melhor entendimento dos procedimentos de cálculo.

O SEAM é um software comercializado pela Altair Engineering, Inc. É utilizado para predição de ruído no interior de automóveis, aeronaves, análise de ruído em indústrias, dentre outros. É implementado com base na análise estatística de energia.

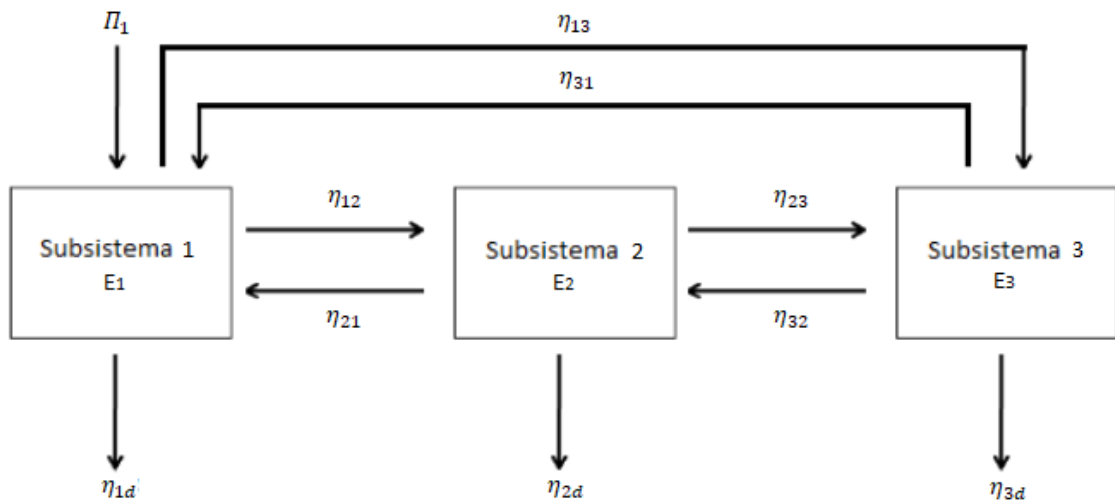
Os subsistemas são incluídos nos softwares conforme as características expostas nas tabelas 1 e 2, e a energia de entrada é de 1W/banda no subsistema correspondente a câmara de emissão. As bandas analisadas são de terço de oitava na faixa de 100 a 10000 Hz.

Pelos resultados é analisada a perda de transmissão, que é obtida aos valores do SEALab pela equação a seguir (GOMES, 2007):

$$PT = 10 \log \left( \frac{E_1}{E_3} \right) - 10 \log \left( \frac{V_1}{V_3} \right) + 10 \log \left[ \frac{A_2}{0.161V_3} \left( \frac{2.2}{f\eta_{3d}} \right) \right] \quad (4.1)$$

Em que os índices 1, 3 e 2 são relativos à câmara de emissão, a câmara de recepção e o painel que separa os espaços, respectivamente. Essa montagem é ilustrada na Figura 4.1, em que os subsistemas apresentam os seguintes valores de amortecimento:  $\eta_{1d} = 0.0008$ ,  $\eta_{2d} = 0.04$  e  $\eta_{3d} = 0.0016$ .

Figura 4.1 - Modelo SEA para transmissão por via aérea



Fonte: Elaborado pelo autor

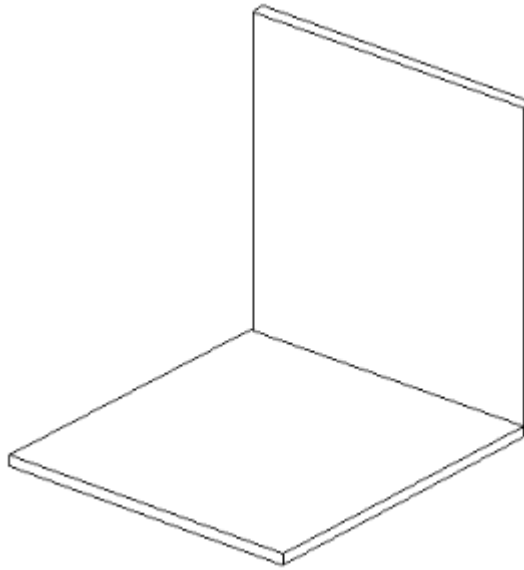
### 4.3 Transmissão por via estrutural

Para o estudo da transmissão estrutural entre painéis é utilizado o fator de acoplamento. Esse termo é investigado por 2 diferentes procedimentos, com o intuito de se obter conclusões a partir das comparações. São estes procedimentos: implementação da abordagem de onda; aplicação de ESEA junto a aplicação de FEM.

Em ESEA fatores de influência aos resultados são também investigados, são estes: as condições de contorno; o fator de perda por amortecimento; a forma de aplicação da excitação sobre a estrutura; o método simplificado ESEA. Deste modo, são observadas as diferenças relativas entre os 2 procedimentos, além dessas variações em ESEA.

Nas análises os painéis formam uma junção em “L”, optada por ser comum em montagens de aeronaves e veículos. Essa junção é representada por uma ligação em linha (contínua) entre os painéis, que são conectadas pela largura (0.9m). A Figura 4.2 ilustra a ligação entre os painéis.

Figura 4.2 - Painéis ligados em 90°



Fonte: Elaborado pelo autor

#### 4.3.1 Abordagem de onda

Na abordagem de onda os equacionamentos expostos na seção 3.5.1.2 são implementados em MATLAB. Inicialmente para condição de transmissão de ondas de flexão e no plano, para validação dos cálculos junto ao software SEAlab. A comparação entre os resultados é apresentada na Figura 4.3, que expressa a adequação dos cálculos.

Posteriormente, o código é modificado para condições de contorno dos painéis para transmissão de apenas ondas de flexão. O gráfico do coeficiente de transmissão pelo ângulo de incidência obtido para esse caso é expresso na Figura 4.4.

O coeficiente de transmissão na última situação independe da frequência, conforme apontado por Yin (2012), e em ambos os códigos é verificada a característica conservativa da junção, estabelecida na equação (3.112) e repetida a seguir.

$$\sum_r \sum_j \tau_{pr}^{ij}(\omega, \theta) = 1$$

Figura 4.3 - Comparação entre a abordagem de onda em SEAlab e o implementado

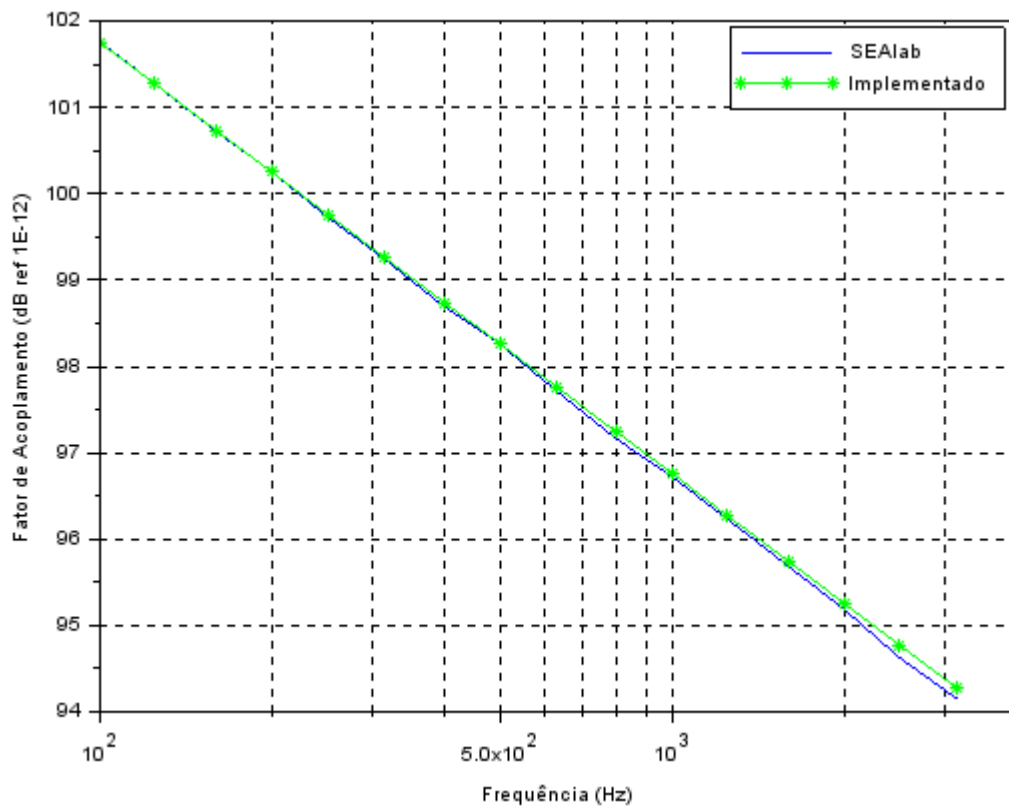
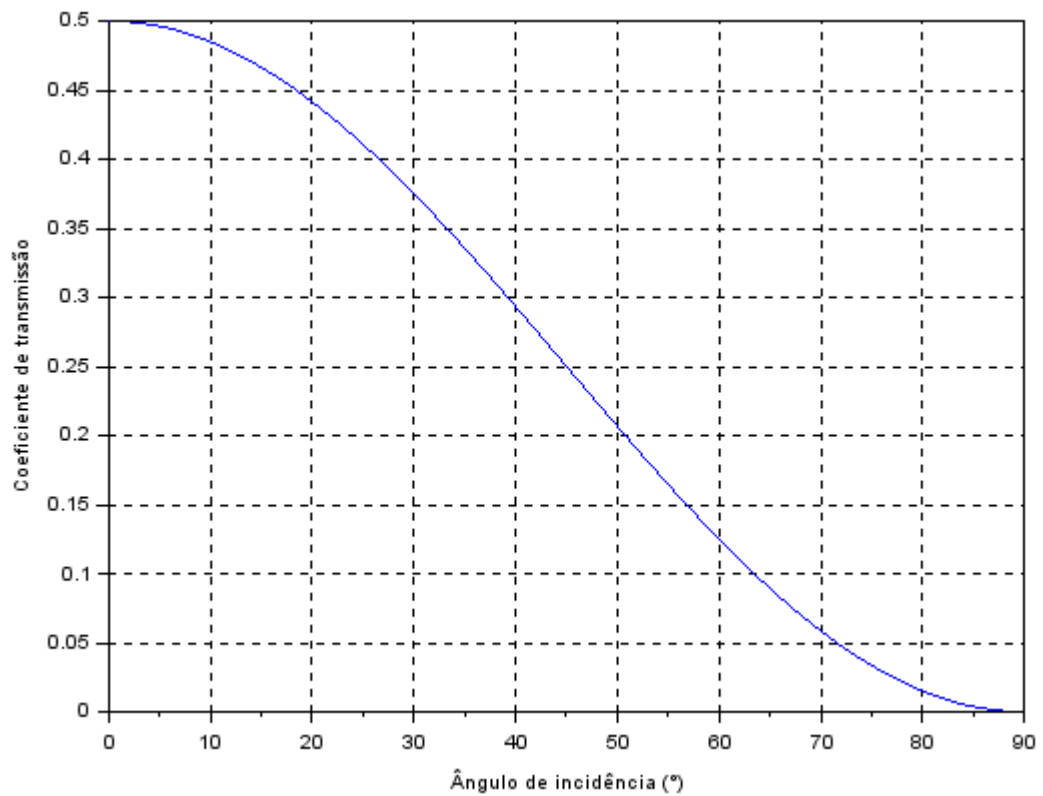


Figura 4.4 - Coeficiente de transmissão pelo ângulo de incidência



Pelo exposto na seção 3.5.2, é perceptível a relevância das ondas de flexão no mecanismo de troca de energia com o meio acústico. Pois apresenta menor impedância mecânica tendo elevada resposta a excitações vibracionais e impondo maiores deslocamentos ao fluido (FAHY, 2001). Por esse motivo é a transmissão desse tipo de onda o investigado no trabalho.

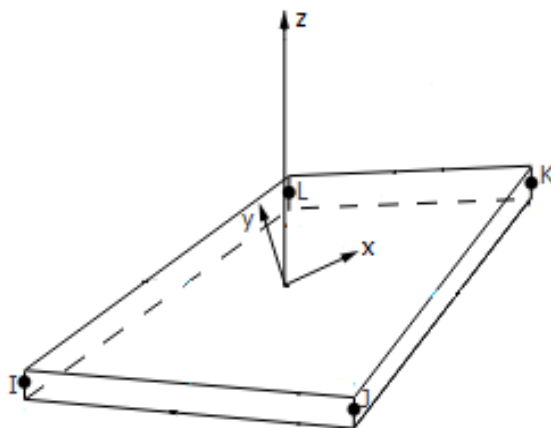
#### 4.3.2 ESEA

Para o método dos elementos finitos é empregado o software Ansys 17.0. na plataforma APDL (Ansys Parametric Design Language), que oferece conveniências para criação de parametrizações, macros, operações matemáticas complexas, dentre outros.

No software a simulação é iniciada na seção de pré-processamento, com a definição da geometria, acoplamento entre as estruturas, escolha do elemento, discretização da malha.

O elemento adotado as simulações é o shell 181, que é adequado a análise de estruturas finas a moderadamente espessas. Possui 4 nós com 6 graus de liberdade em cada: translação nas direções x, y e z além de rotações sobre cada um desses eixos (ANSYS SOFTWARE). A Figura 4.5 ilustra o elemento.

Figura 4.5 - Elemento Shell 181

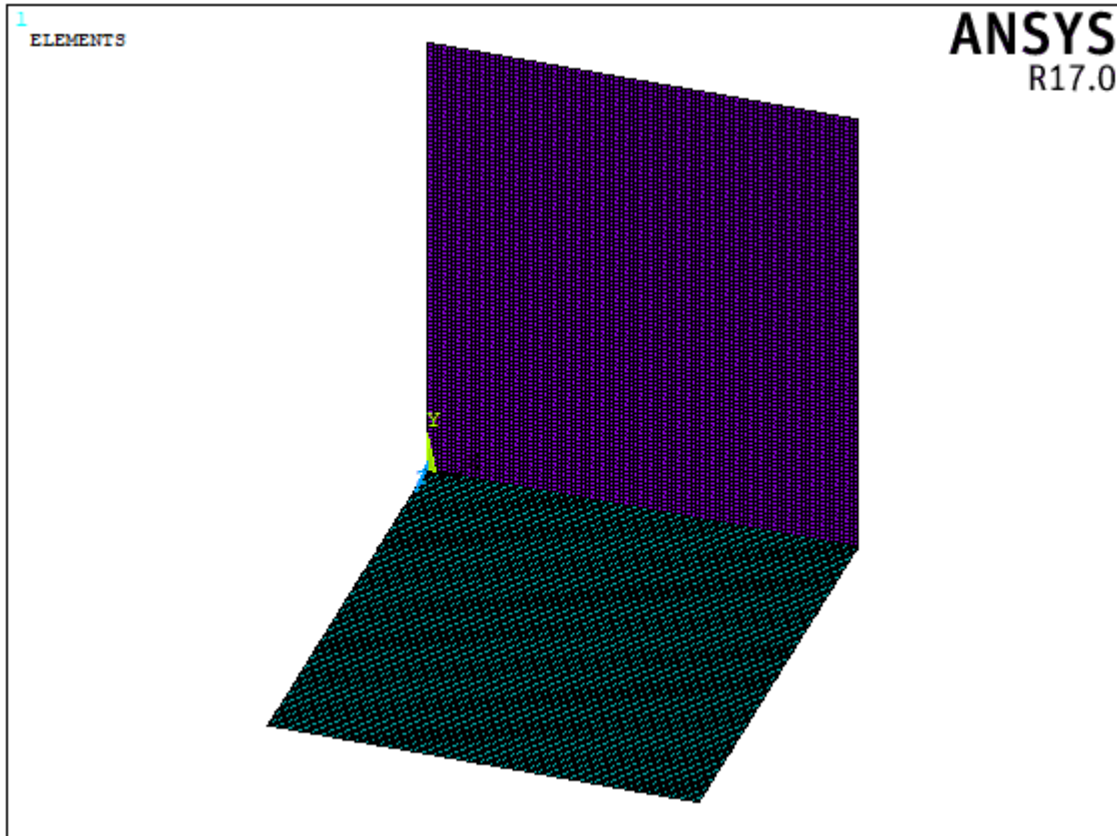


Fonte: Adaptado de (ANSYS SOFTWARE)

Para discretização da malha é observado o critério recomendado por Pankaj *et al.* (2018), de pelo menos 6 elementos por comprimento de onda na faixa de

frequência trabalhada. Assim, o tamanho de elemento empregado nas simulações é de 0.01m o que resulta em 9000 elementos em cada um dos painéis e 18291 nós ao todo. A Figura 4.6 ilustra o modelo discretizado.

Figura 4.6 - Modelo FEM discretizado



Ainda na seção de pré-processamento o carregamento é definido. A excitação do modelo é tratada por rain on the roof (ROTR), que de forma idealizada possibilita a excitação de modos locais da estrutura de igual maneira, inserindo energia por igual entre os modos (MACE *et al.*, 2000).

Essa excitação é aproximada no modelo FEM por forças não correlacionadas atuando nos nós do painel. Nesse procedimento as forças são aplicadas em todos os nós do painel, com exceção dos próximos e dos presentes nas restrições de deslocamento (totalizando 7719 pontos de excitação). As forças apresentam amplitude unitária, mas as fases são distintas.

Esse procedimento é realizado em um painel por vez para obtenção dos termos da matriz ESEA, sendo que os vetores de forças aplicadas em ambos os painéis são os mesmos.

O amortecimento é introduzido ao modelo por meio do fator de amortecimento ( $\zeta$ ), tendo em vista a relação existente entre este termo e o fator de perda por amortecimento ( $\eta=2\zeta$ ). Quanto as condições de contorno, são estabelecidas pela inclusão de restrições a deslocamento de nós e elementos.

Após a definição do modelo utiliza-se a seção solução do software. Nesta etapa a análise modal é realizada para obtenção de frequências naturais e formas modais da estrutura. Posteriormente, esses resultados são utilizados na análise harmônica pelo método de superposição modal, que emprega a soma de modos fatorados da estrutura para o cálculo da resposta.

Na análise harmônica as respostas são obtidas entre intervalos de 10Hz dentro da faixa de frequência de 90 a 3550 Hz. Posteriormente esses resultados individuais são utilizados para obtenção de valores médios dentro das bandas de 1/3 de oitava.

Os dados gerados nas simulações são processados em 3 ambientes: No próprio Ansys pela seção de pós-processamento com a criação de macros (Fortran), o que proporciona a redução do tempo gasto nas análises; pela utilização do software Excel, caminho de comunicação com o Ansys APDL; pela utilização do software MATLAB, conveniente a análise de resposta dos elementos da malha e criação de resultados gráficos.

Os cálculos aplicados aos dados são os requeridos a aplicação de ESEA e a análise do erro da malha, expostos na seção 3.7.

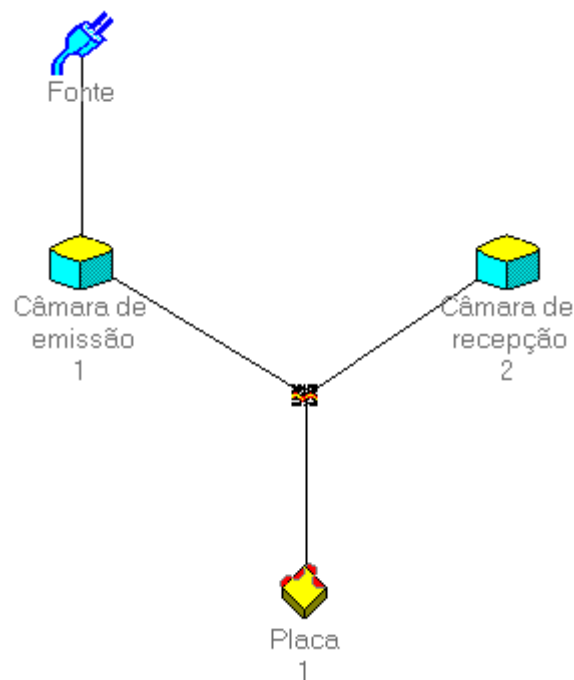
## 5 ANÁLISE DE RESULTADOS

Nesta seção são apresentados os resultados obtidos seguindo-se a metodologia proposta, organizados nos subtópicos de: transmissão de energia painel-espacos acústicos; transmissão de energia painel-painel.

### 5.1 Transmissão de energia painel - espacos acústicos

Os modelos criados nos softwares de SEA possuem subsistemas com as propriedades expostas nas tabelas 1 e 2. O modelo criado no software SEAM é ilustrado na Figura 5.1.

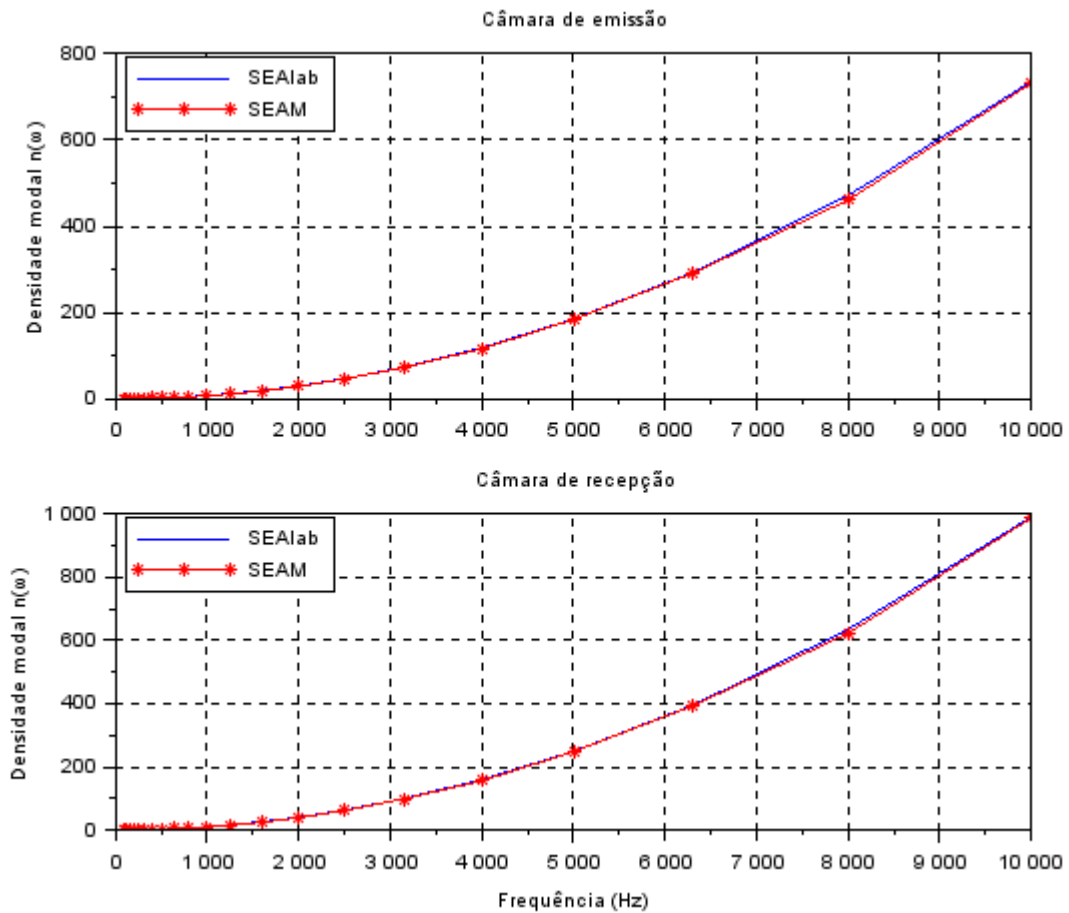
Figura 5.1 - Modelo SEA no software SEAM



Com a entrada de energia de 1W/banda na câmara de emissão e aplicação do comando de solução, as respostas em bandas de terço de oitava foram obtidas nas saídas dos softwares, assim como as características dos subsistemas. Dentre essas características está a densidade modal a qual os valores obtidos nos softwares foram similares, conforme exposto na figura Figura 5.2.



Figura 5.2 - Densidade modal dos espaços acústicos por SEALab e por SEAM

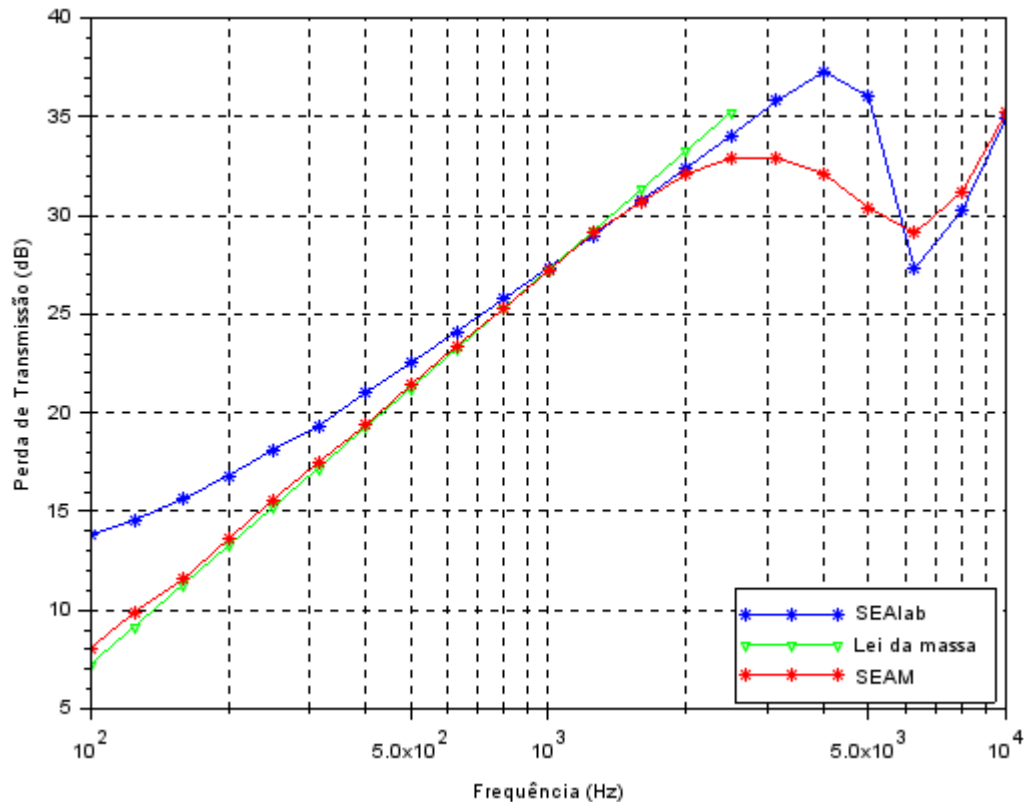


É válido destacar que os cálculos aplicados em SEALab são similares aos apresentados em seção 3.3.1 do trabalho, disto pode-se inferir que a proximidade entre as curvas indica que ambos os softwares consideram modos tangenciais, axiais e oblíquos em toda a faixa de frequência. Também pode ser pontuado que divergências entre os resultados finais dos softwares não devem estar associadas ao tratamento das características modais dos espaços acústicos.

Quanto as respostas associadas a energia nos softwares, estas foram empregadas para obtenção da perda de transmissão. Em SEAM o cálculo é diretamente realizado pelo programa, no caso do SEALab foi aplicada a equação (4.1). O gráfico da Figura 5.3 expõe os dados obtidos.

No gráfico também estão representados os valores da equação (3.135) da lei da massa, desenvolvida por abordagem empírica. Pelas curvas é perceptível em frequências mais baixas a maior proximidade da lei da massa com o software SEAM e com o aumento da frequência, a curva de SEALab se aproximando de ambas.

Figura 5.3 - Perda de transmissão por SEAlab, SEAM e Lei da massa

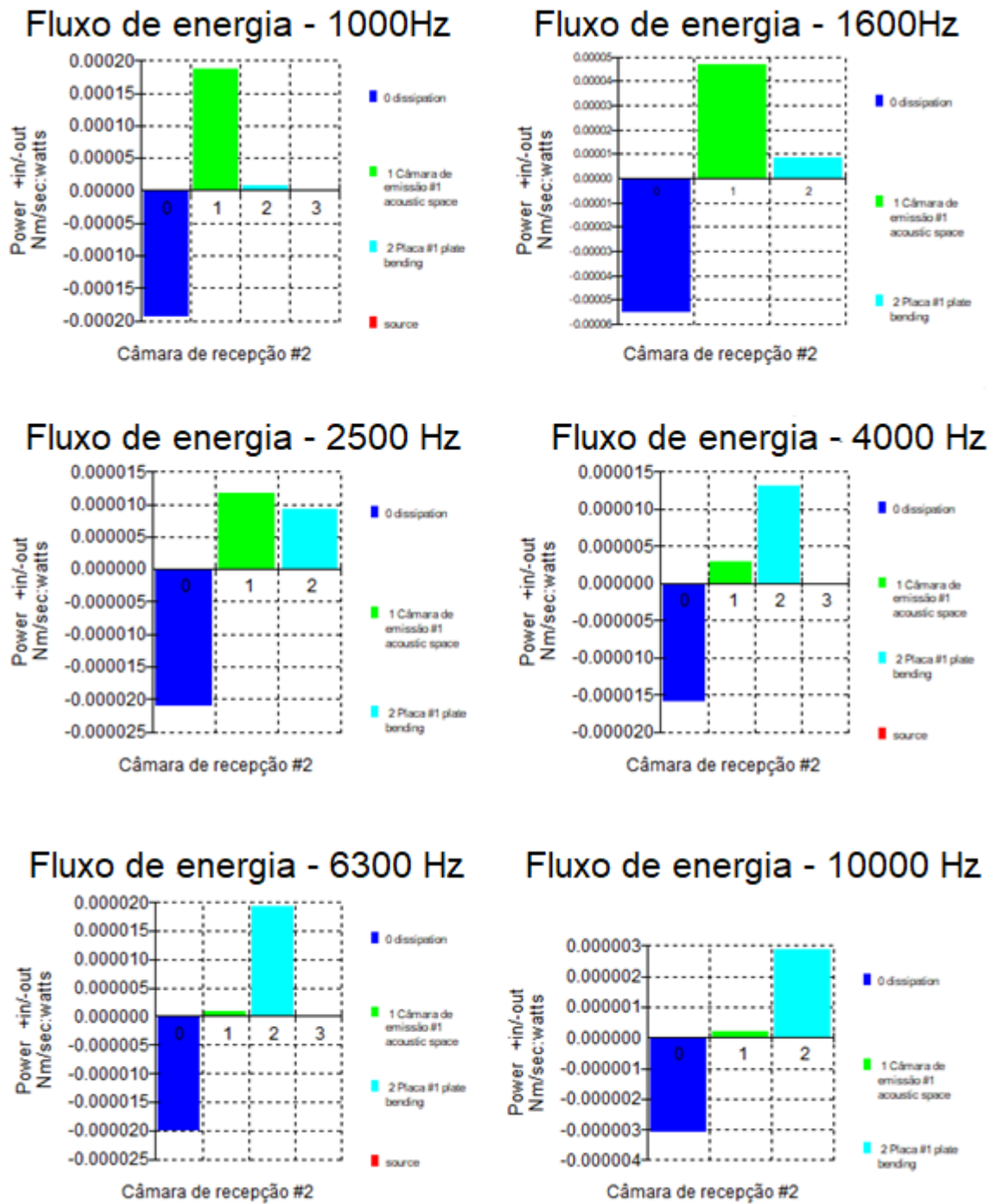


Na banda próxima de 6000 Hz há uma queda acentuada dos valores de PT, que pela literatura está associada a frequência crítica do painel. Essa frequência calculada pela equação (3.117) é de 5971,03 (Hz), próximo ao decaimento apresentado no gráfico. Após esse decréscimo os valores de PT dos softwares voltam a se aproximar, sendo próxima de 1 dB a diferença na banda de 8000 Hz e ainda menor em 10000 Hz.

A análise do comportamento do sistema pela perda de transmissão, pode ser complementada pela observação dos caminhos de transmissão de energia junto a faixa de frequência analisada. Na Figura 5.4 são investigados dois caminhos pelo SEAM, a transmissão não ressonante e a ressonante.

Pela figura é verificada a maior influência do caminho não ressonante em frequências mais baixas, assim, a diferença entre os softwares nessa faixa na Figura 5.3 parece estar associada a forma como é tratada a transmissão não ressonante em cada caso. Com o aumento da frequência passa a dominar o caminho ressonante, principalmente próximo ao valor da frequência crítica.

Figura 5.4 - Comparativo dos caminhos de transmissão de energia a câmara de recepção



Isso corresponde ao exposto na pesquisa de Campolina (2012) a respeito de caminhos de transmissão de energia. Em que a transmissão não ressonante tem destaque em baixas frequência e a transmissão ressonante com destaque próxima a frequência crítica do painel.

## 5.2 Transmissão de energia painel - painel

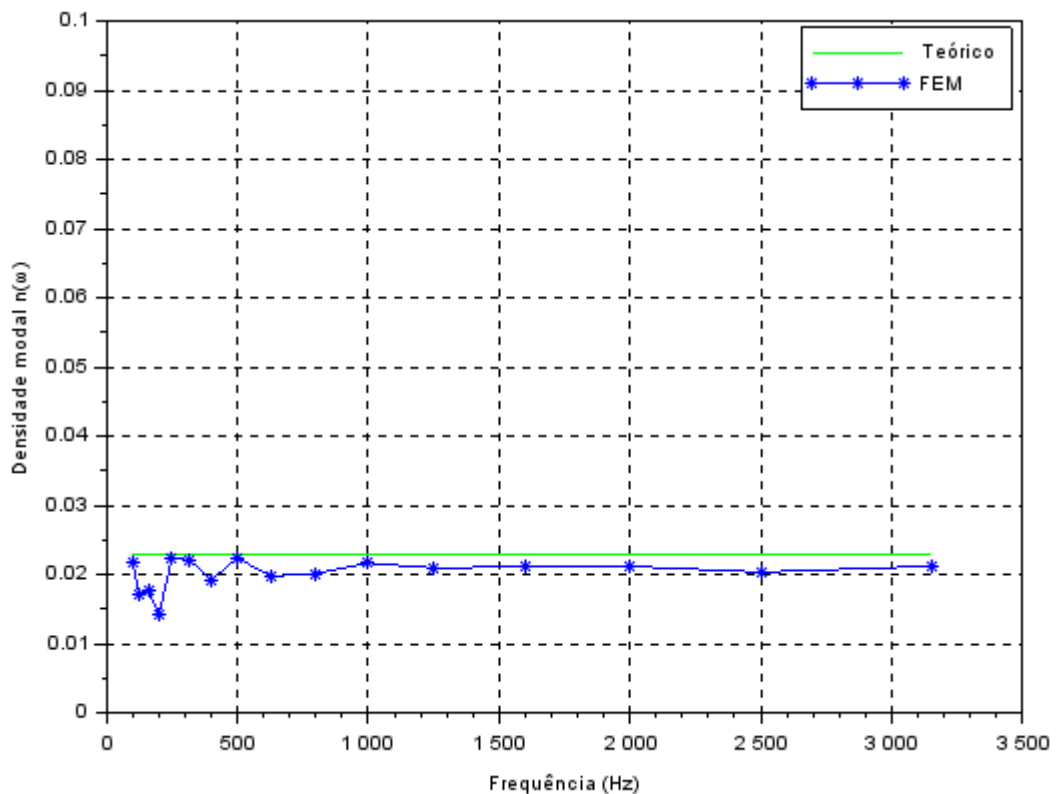
Conforme expresso na metodologia, a transmissão estrutural é analisada na pesquisa utilizando-se do fator de perda por acoplamento. Antes, porém, a característica modal do painel é analisada por meio da densidade modal, pelo emprego da equação (3.68) e pela aplicação de FEM.

### - Densidade modal analítica e numérica (FEM)

Nessa análise o modelo em FEM possui as mesmas características do modelo descrito para ESEA na metodologia, no entanto, é composto por um único painel com as bordas simplesmente apoiadas.

A comparação dos resultados é exposta na Figura 5.5, em que nas baixas frequências a curva obtida em FEM apresenta oscilações, mas ainda próxima da curva teórica. Em frequências mais elevadas as oscilações reduzem e as curvas estão mais próximas.

Figura 5.5 - Densidade modal do painel por meio analítico e numérico



A densidade modal é dependente da geometria e das condições de contorno consideradas em FEM. De todo modo, é notado com o aumento da frequência a convergência da densidade modal em FEM a determinado valor, mais especificamente ao representado pela curva teórica de  $n(\omega) = 0.0228$ .

Desta forma, parece factível o emprego das características modais dos painéis estudados em frequências elevadas pela aplicação da equação (3.68), em que não há considerações quanto as condições de contorno, confirmando o exposto por Fredo (1997).

#### - Influência da força

A forma como a força é aplicada na estrutura em FEM é dita um fator de influência aos resultados de ACLF por Fredo (1997). Em consideração a esse aspecto, é indutiva a observação da influência da força no procedimento de ESEA.

Para isso os nós dos painéis são excitados conforme descrito na seção 4.3.2, por meio de 5 conjuntos de excitações ROTR. Esses conjuntos são obtidos de forma randômica e são utilizados em todas as análises posteriores em FEM.

Tendo a montagem dos painéis as características expostas na metodologia, utilizando-se o fator de perda por amortecimento de  $\eta_d = 0.04$ , bordas e junção na condição simplesmente apoiadas, a comparação entre as diferentes excitações é apresentada na Figura 5.6.

Pela comparação entre as curvas é perceptível a sensibilidade dos resultados de ACLF à definição das forças. A diferença entre os valores é mais acentuada nas frequências mais baixas, enquanto que com o aumento da frequência a diferença é reduzida. Por esse fator, a utilização de apenas um conjunto de excitação a estrutura poderia conduzir a resultados pouco conclusivos.

Nesse caso, torna-se indutiva a análise dos valores médios de ACLF entre as diferentes excitações. A Figura 5.7 ilustra a curva com valores médios de ACLF para o caso anterior e a comparação com os conjuntos de excitações.

Conforme esperado os valores médios reduzem as oscilações excessivas dos resultados, o que aparenta conduzir a uma representação mais adequada do sistema. Deste modo, valores médios entre os resultados dos 5 conjuntos de excitações são adotados nas análises seguintes de ACLF.

Figura 5.6 - Diferença entre 5 conjuntos de excitações ROTR ( $\eta=0.04$ )

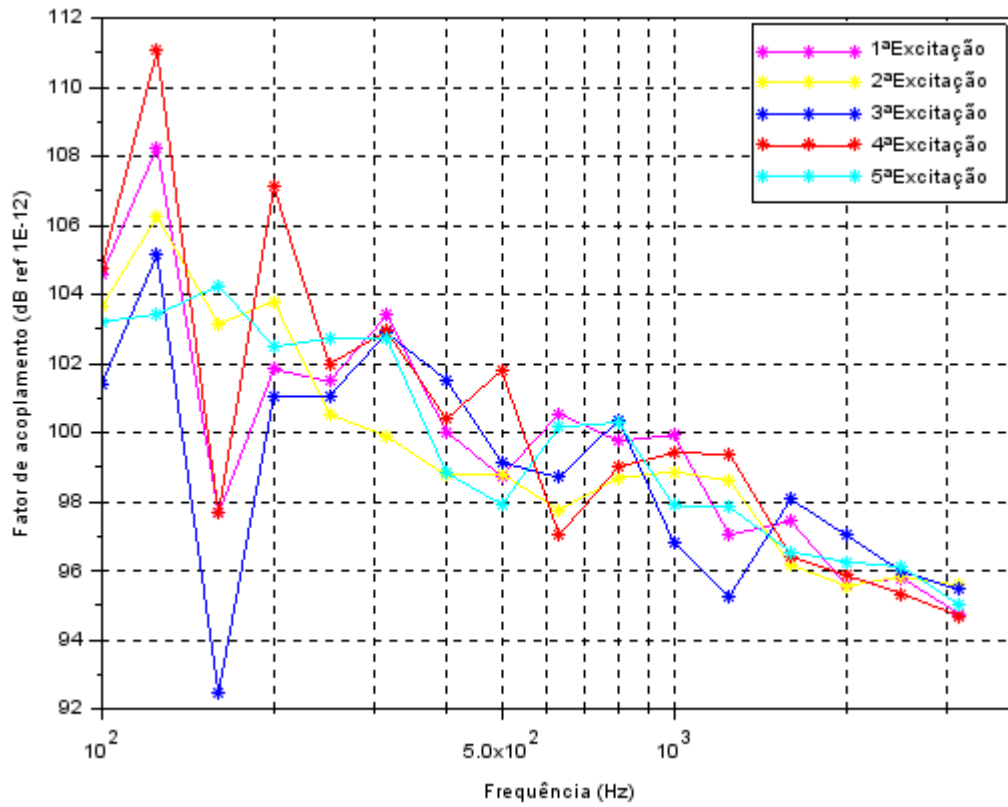
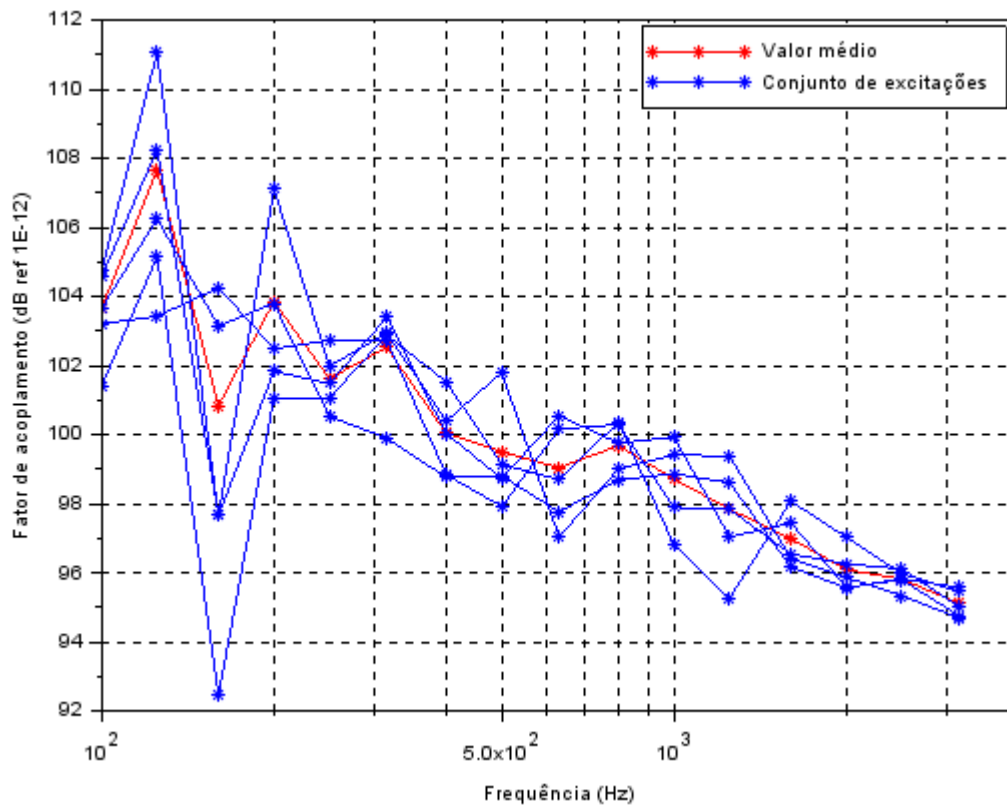


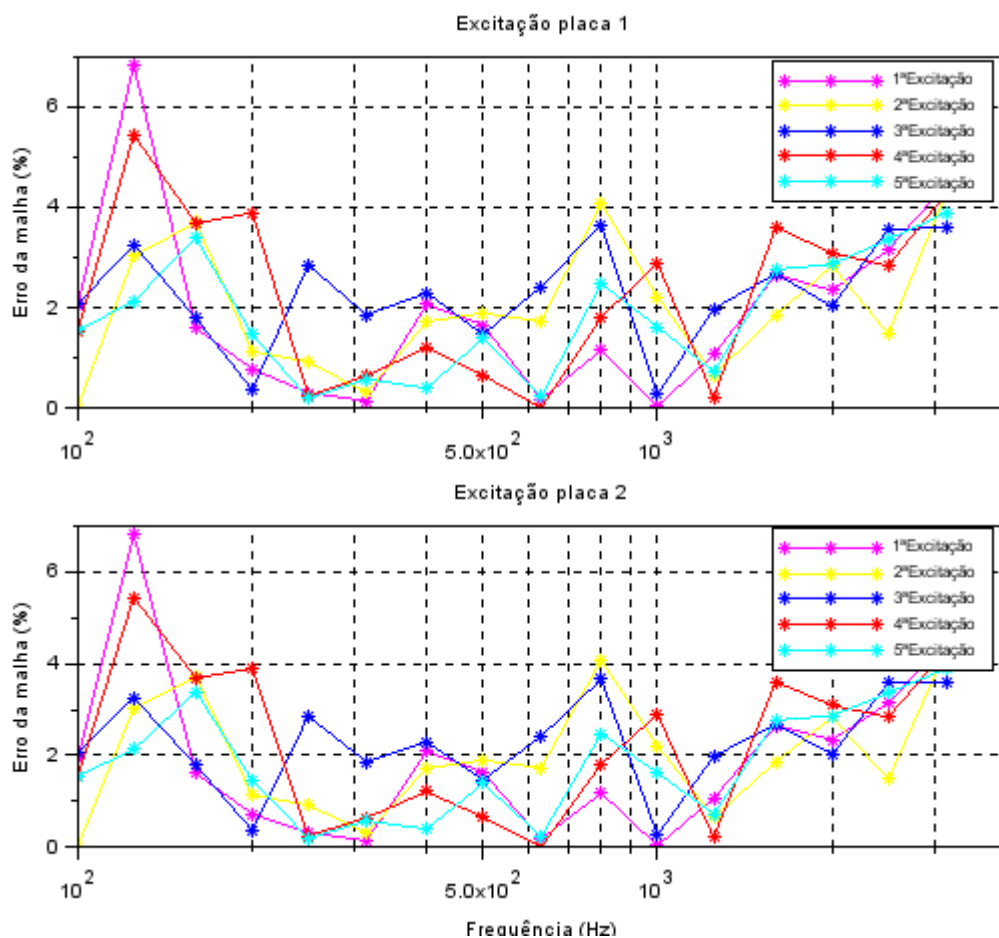
Figura 5.7 - Resultados de 5 conjuntos de excitações ROTR e o valor médio



### - Análise da malha

A análise da malha auxilia na aplicação adequada de FEM e, conseqüentemente, ao alcance de resultados pertinentes no estudo. Esse recurso é empregado em todas as análises da pesquisa conforme descrito na seção 3.7.1, de forma paralela a obtenção dos valores de acoplamento. A Figura 5.8 ilustra o erro da malha para o modelo introduzido nos gráficos anteriores.

Figura 5.8 - Erro associado a malha



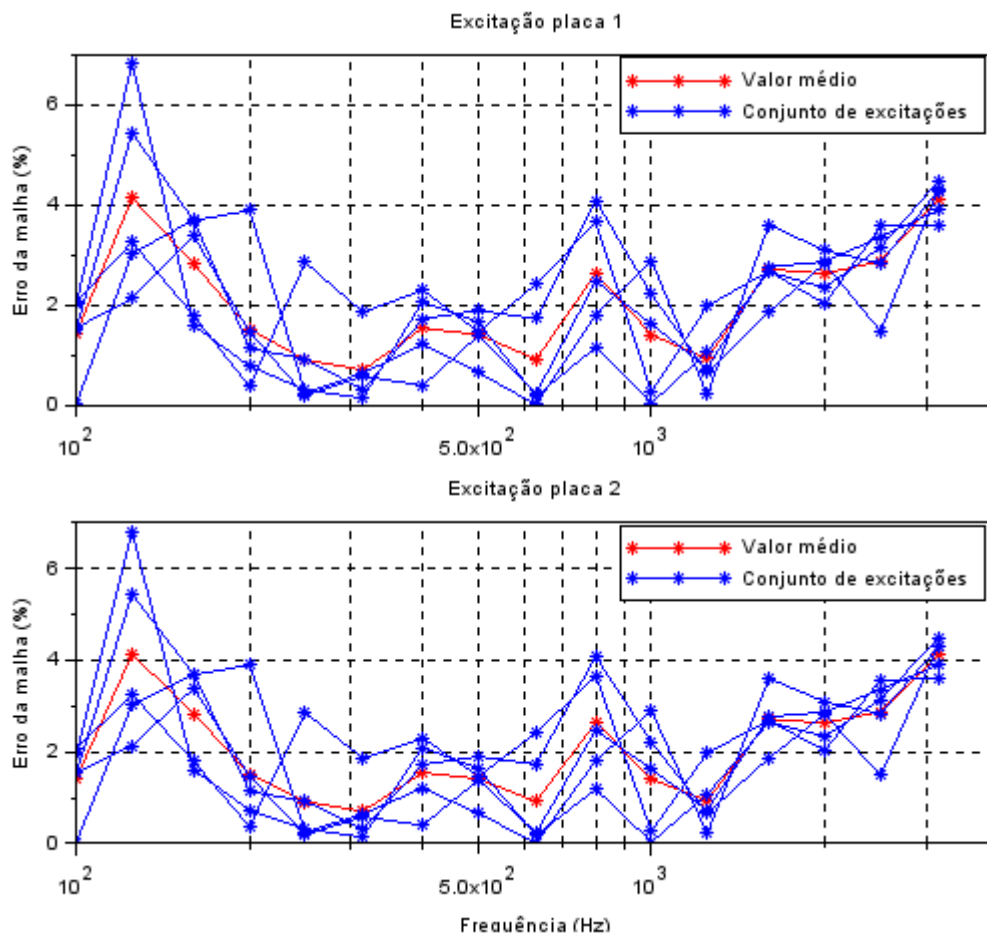
Pelo observado nas comparações da Figura 5.6 e da Figura 5.7, é também esperado um erro associado a malha diferente entre os conjuntos de excitações ROTR. Isto é observado na Figura 5.8, que apresenta no gráfico superior a excitação aplicada no painel horizontal e no gráfico inferior a excitação aplicada no painel vertical da junção em “L”, montagem apresentada na Figura 4.2.

Os gráficos da Figura 5.8 se assemelham, pois, o conjunto de forças aplicadas em ambos os painéis é similar. Além disso, pelos painéis serem de mesmas dimensões as forças foram aplicadas em nós correspondentes entre eles (mesmas

forças em mesmas coordenadas), o que proporcionou entrada de energia e respostas similares ao sistema. Esse comportamento também é observado nas análises seguintes.

Como feito anteriormente, nesse ponto também é indutivo o emprego do valor médio para análise do erro da malha. A Figura 5.9 expõe as comparações entre os resultados das diferentes excitações e do valor médio para os casos dos gráficos da Figura 5.8.

Figura 5.9 - Erro médio associado a malha



Relembrando o exposto na seção 3.7.1, a malha é adequada para valores de erro inferiores a 40% (YIN, 2012). Por esse critério e pela verificação da Figura 5.9, a malha esteve apropriada.

#### - Influência das condições de contorno

Alterando-se as restrições de deslocamento das bordas dos painéis em FEM e procedendo com ESEA, é observada a influência das condições de contorno sobre os



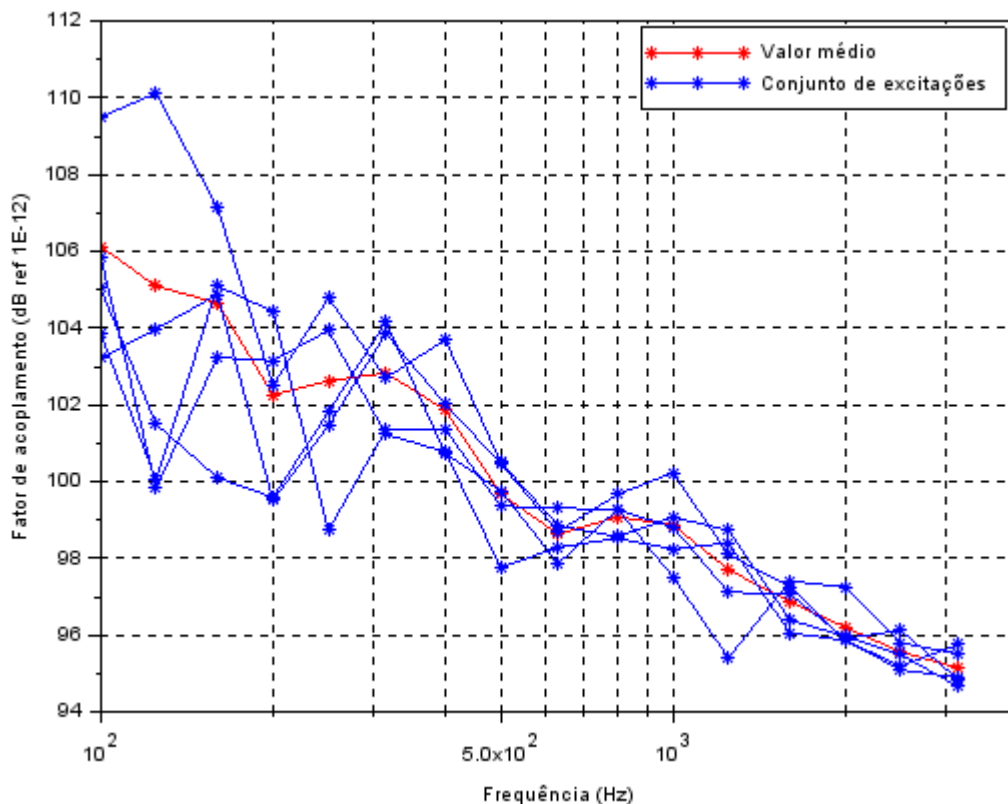
resultados. Diferentes pesquisas investigaram esse fator utilizando de comparações entre a abordagem de onda e o ESEA (WANG *et al.*, 2016), (PANKAJ *et al.*, 2013).

Esse procedimento comparativo é empregado no presente estudo. A abordagem de onda foi desenvolvida pelo exposto na seção 3.5.1.2, a qual não é afetada pelas condições de contorno da estrutura. O modelo ESEA foi desenvolvido para os casos de bordas livres e bordas simplesmente apoiadas nos painéis, com fator de perda por amortecimento de  $\eta_d = 0.04$ .

Na condição de contorno de bordas livres há restrição de translação nos 3 eixos apenas na junção e as demais bordas dos painéis são livres. A condição com as bordas simplesmente apoiadas é a mesma introduzida na análise da malha e das forças, em que todas as bordas e a junção são restritas de translações. Nessas configurações os painéis são excitados pelos 5 conjuntos de ROTR.

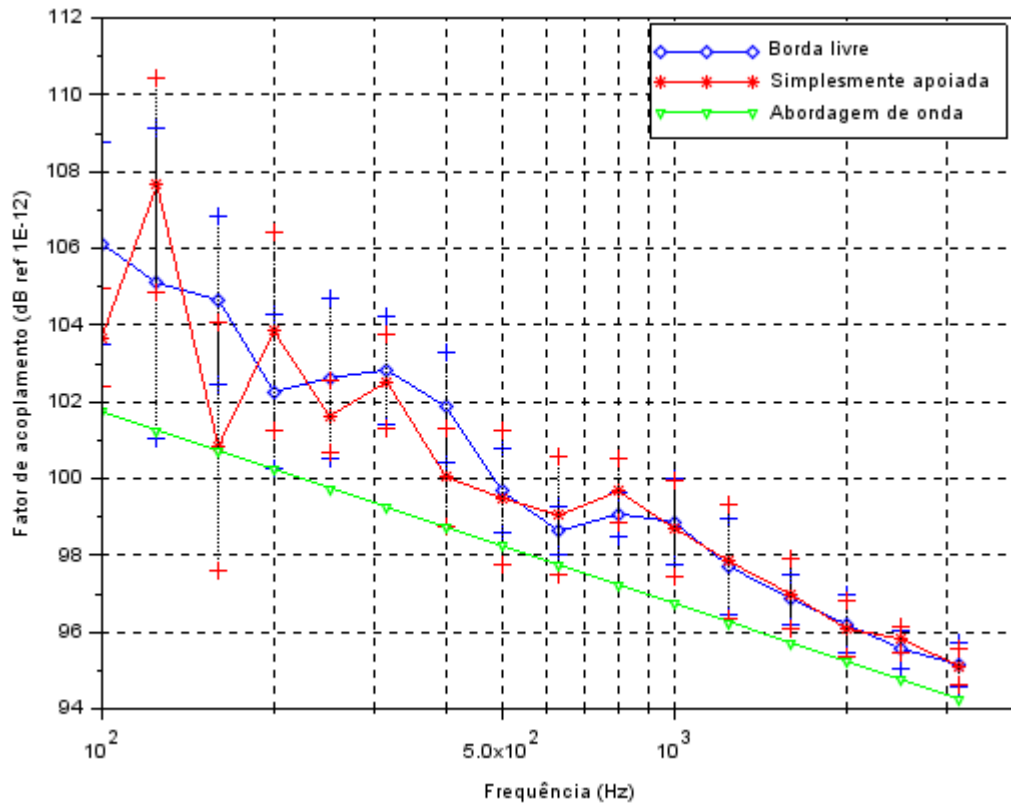
A Figura 5.10 apresenta os valores de ACLF obtidos para cada conjunto de excitação e o valor médio para condição de bordas livres. Em frequências mais baixas é visível a maior oscilação dos resultados e com o aumento da frequência oscilações mais brandas.

Figura 5.10 - Resultados de 5 conjuntos de excitações ROTR e o valor médio (bordas livres)



Empregando o valor médio a análise comparativa é estabelecida entre os procedimentos na Figura 5.11 em que, considerando o tamanho da amostra, são também apresentados os intervalos de confiança de 95% pela utilização do coeficiente de t-student.

Figura 5.11 - Comparação entre abordagem de onda e ESEA (Bordas livres e simplesmente apoiadas)



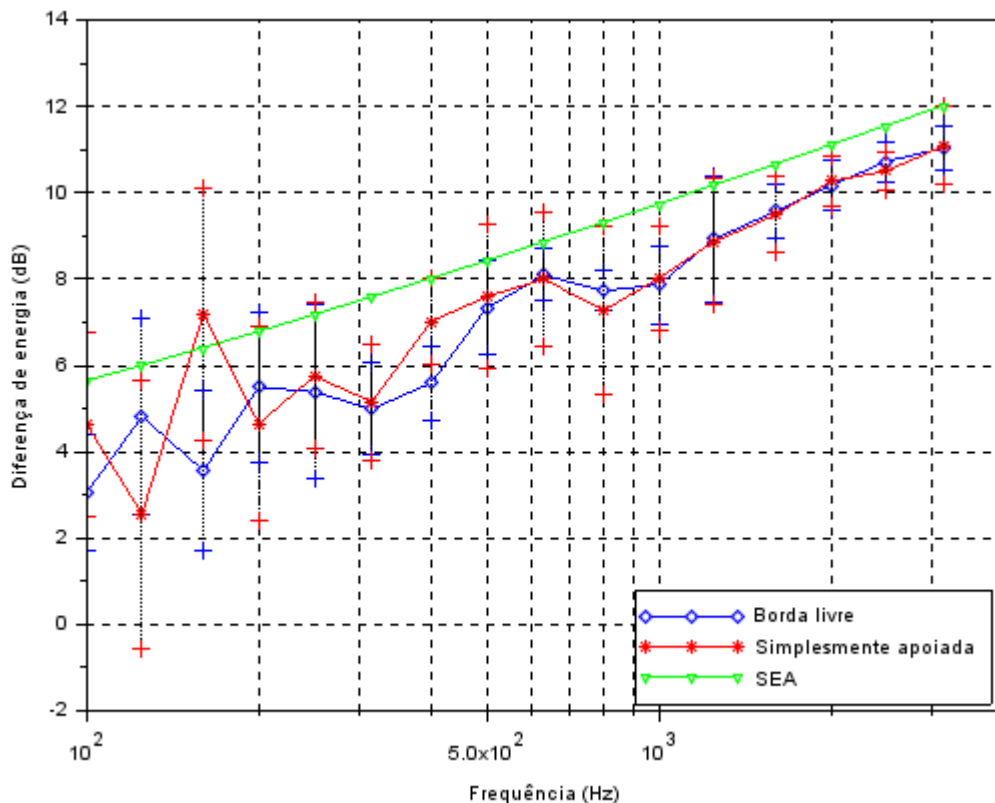
Pela Figura 5.11 é verificada a influência mais pronunciada das condições de contorno em frequências mais baixas, em que as diferenças entre as curvas “simplesmente apoiada” e “borda livre” são maiores. Isto pode ser consequência da maior influência de modos globais nessa faixa de frequência, que pela modificação das condições de contorno também são alterados.

À medida que a frequência é elevada ocorre a aproximação das duas curvas, o que sugere a diminuição da influência da condição de contorno. Em faixas de frequências mais elevadas o comportamento da estrutura é guiado principalmente por modos locais, o que pode ser a causa da redução dessa influência (WANG *et al.*, 2016).

Com o aumento da frequência ocorre também a aproximação de ambas as curvas à abordagem de onda.

O comportamento observado no acoplamento reflete na diferença de energia entre os painéis. Pela utilização dos resultados dos procedimentos anteriores, essa diferença é apresentada na Figura 5.12.

Figura 5.12 - Diferença de energia entre os painéis por SEA e FEM (Bordas livres e simplesmente apoiadas)



A Figura 5.12 apresenta algo similar ao gráfico de acoplamentos, em que a diferença entre as condições de contorno é acentuada em faixas inferiores de frequência, chegando à diferença de 3 dB na banda de 160 Hz. Com o aumento da frequência essa diferença é significativamente reduzida. As relações com a abordagem de onda (SEA) também são similares.

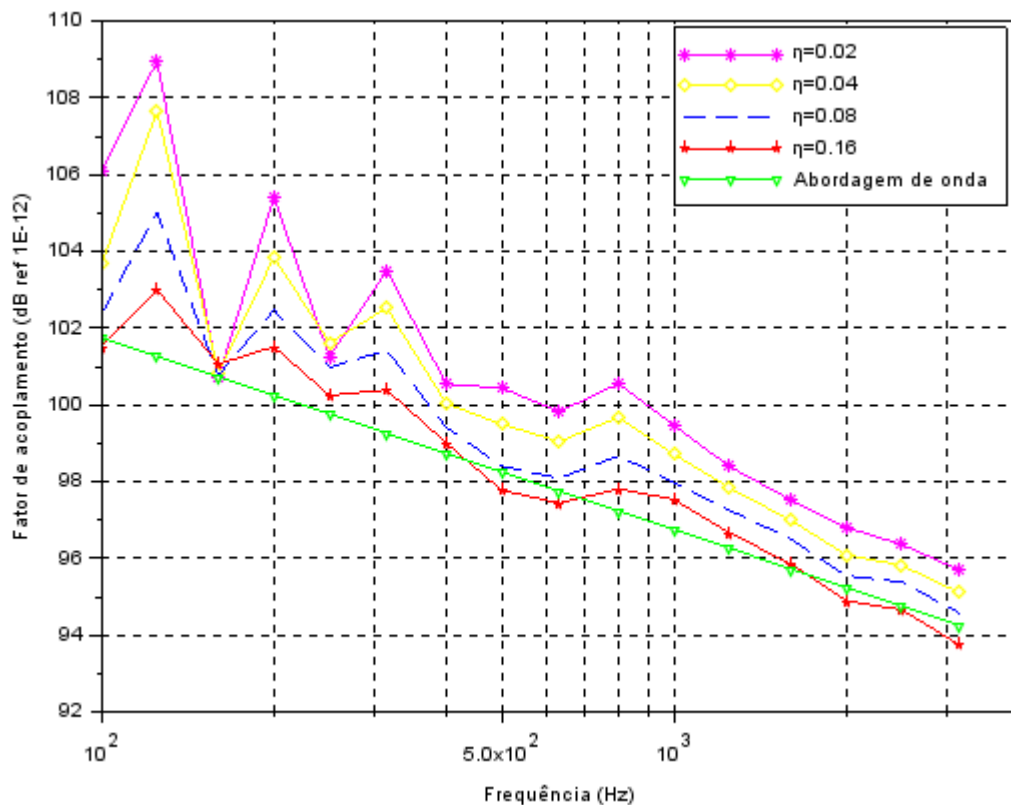
#### - Influência do amortecimento

Na abordagem de onda o amortecimento não é diretamente tratado e não influi aos valores de CLF. Em ESEA o amortecimento pode ser introduzido pelas definições do modelo em FEM (SIMMONS, 1991), sendo os valores ( $\eta_d$ ) adotados na pesquisa de 0.02, 0.04, 0.08 e 0.16.

A definição do amortecimento, do tamanho dos subsistemas, além da faixa de frequência de análise em SEA, requerem atenção ao critério exposto na seção 3.2.4. Na análise seguinte para alguns valores do fator de perda por amortecimento, a faixa de frequência é superior a estipulada por aquele critério. No entanto, são analisados com o objetivo de se estabelecer comparações entre resultados de acoplamento.

Os resultados gerados em ESEA para os diferentes amortecimentos são apresentados na Figura 5.13.

Figura 5.13 - Comparação entre abordagem de onda e ESEA (Diferentes DLF, bordas simplesmente apoiadas)



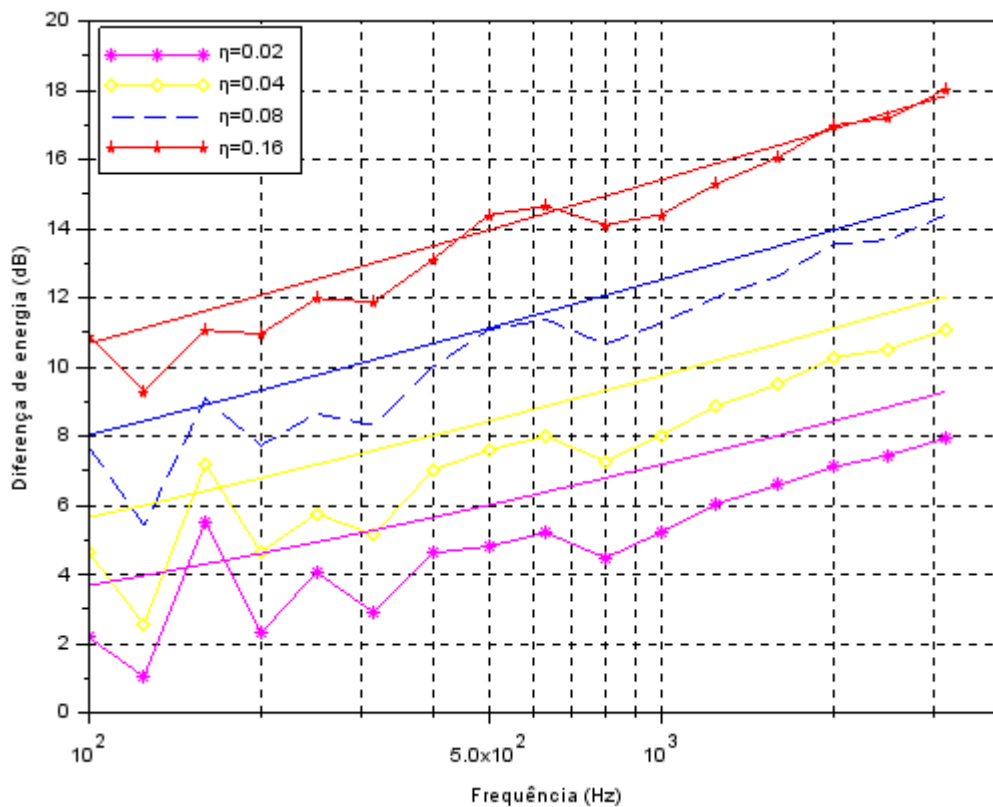
Na figura é observado que as curvas associadas aos amortecimentos apresentam comportamento similares de oscilação ao longo da faixa de frequência. É também perceptível na região de baixa frequência que possuem um distanciamento maior em relação a abordagem de onda. Esse comportamento é também descrito por Fredo (1997), que pontua que nessa região considerações utilizadas em subsistemas SEA podem ser inadequadas.

Com o aumento da frequência as curvas apresentam a tendência de aproximarem-se aos resultados da abordagem de onda.

Na faixa de frequência da Figura 5.13 é também observada a proporcionalidade entre o aumento do amortecimento com a proximidade à abordagem de onda. Disto pode-se inferir o valor de  $\eta_d = 0.16$  como o mais próximo dessa abordagem, que ao longo de toda faixa de frequência apresentou a maior diferença a essa curva inferior a 2 dB.

Quanto a diferença de energia entre os painéis para cada caso, esta é exposta no gráfico da Figura 5.14 em que as linhas contínuas são referentes a SEA.

Figura 5.14 - Diferença de energia entre os painéis por SEA e FEM (Diferentes DLF, bordas simplesmente apoiadas)



A proximidade entre os resultados segue o apresentado nas curvas de acoplamento. Em que valores mais elevados de amortecimento ( $\eta_d$ ) são os mais próximos dos respectivos valores em SEA pela aplicação da abordagem de onda.

Com os resultados expressos fica explícito a influência fator de perda por amortecimento na transmissão de energia entre subsistemas, assim como relatado por Pankaj *et al.* (2013).

Nos gráficos da Figura 5.13 e da Figura 5.14 os intervalos de confiança não são apresentados, pois a presença de muitos dados poderia dificultar a visualização

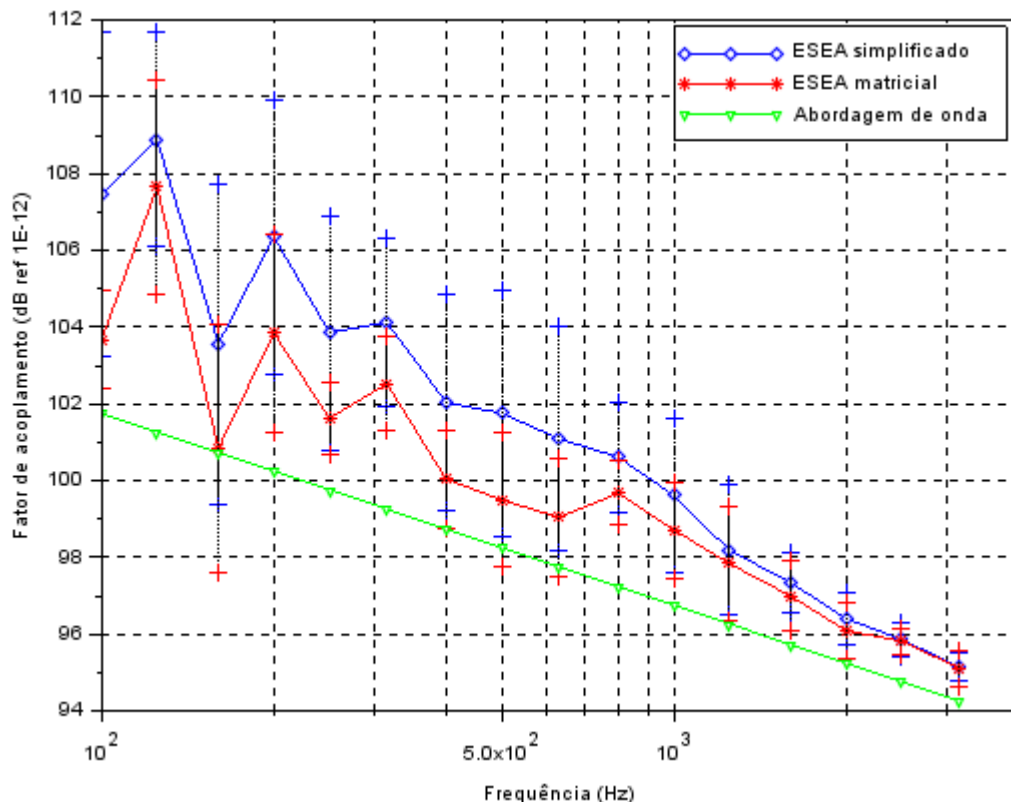
dos valores médios. De todo, tanto aos valores de acoplamento da Figura 5.13 quanto aos valores de diferença de energia entre painéis da Figura 5.14, os intervalos de confiança são maiores em baixa frequência e diminuem em frequências elevadas.

#### - Análise pela formulação simplificada de ESEA

Em alternativa a forma matricial de ESEA existe a forma simplificada do método, que possibilita a obtenção dos resultados de forma mais ágil. Em vistas as considerações inclusas nesse procedimento simplificado, divergências em relação aos resultados da formulação matricial podem ocorrer.

Com o intuito de verificar as variações entre os procedimentos a análise comparativa foi estabelecida. Na montagem os painéis possuem bordas e junção simplesmente apoiadas e  $\eta_d = 0.04$ . Os resultados são apresentados na Figura 5.15, junto a abordagem de onda.

Figura 5.15 - Comparação entre ESEA matricial e simplificado



Na figura é observado que em frequências mais baixas a diferença entre os métodos é mais acentuada, alcançando cerca de 3 dB na banda de 160 Hz. A

disparidade entre os resultados nessa faixa pode estar relacionada a observação feita por Hopkins (2009), de que no ESEA simplificado a equipartição de energia modal entre os subsistemas tem que ser evitada.

Pelo indicado nas análises anteriores em FEM, as maiores diferenças de energia entre os painéis ocorreram em frequências mais elevadas. De fato, no aumento da frequência a diferença entre os métodos é significativamente reduzida na Figura 5.15, sendo cerca de 1dB em 800Hz e ocorrendo a sobreposição das curvas nas bandas de 2500 e 3150 Hz.

Isso indica que o procedimento simplificado de ESEA poderia propiciar resultados próximos da qualidade do procedimento matricial para a montagem analisada na faixa de 800 a 3150Hz.

#### - Conversão de ondas na junção

A conversão de ondas na junção entre painéis tende a ocorrer pela remoção das restrições de deslocamento nessa ligação. Essa situação é analisada em ESEA em um modelo com perda por amortecimento  $\eta_d = 0.04$  e com todas as bordas simplesmente apoiadas, com exceção da junção que não possui restrições.

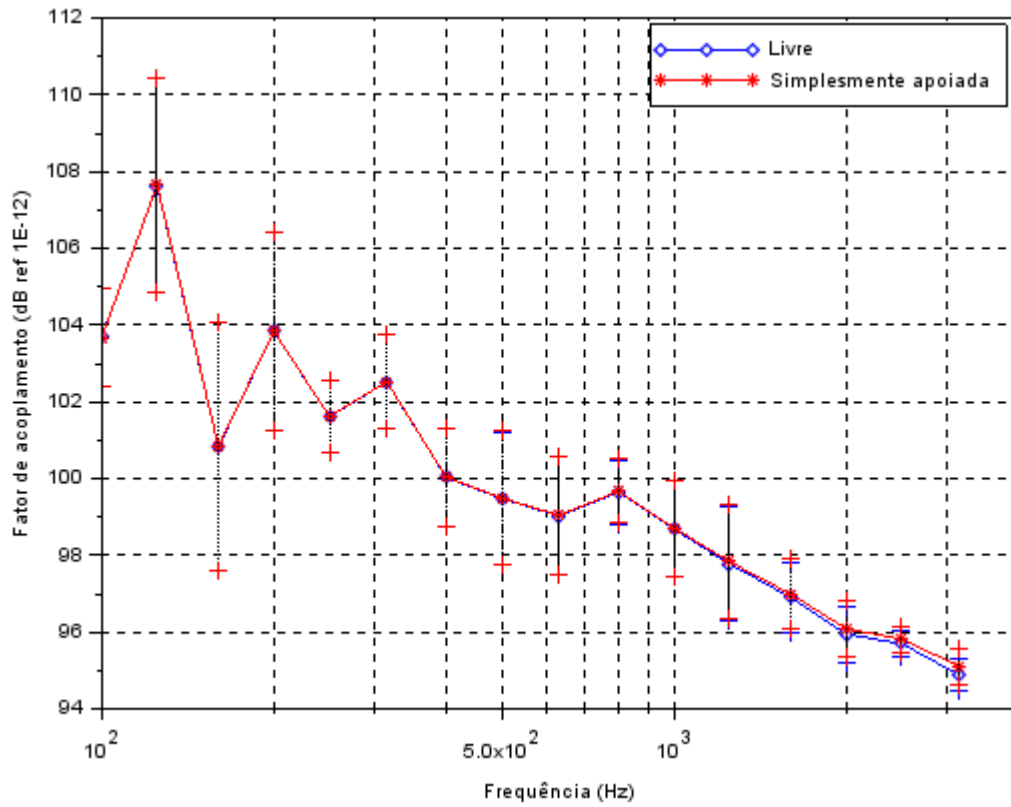
Inicialmente foi analisado o erro associado a malha que, diferente do que poderia ser esperado, não deferiu muito dos valores obtidos no modelo com transmissão de apenas ondas de flexão. Comportamento similar ao observado por Yin (2012).

Posteriormente, os acoplamentos associados a transmissão de ondas de flexão foram obtidos ao modelo. Os resultados são plotados na Figura 5.16, com comparação aos acoplamentos do modelo com apenas ondas de flexão.

No gráfico, as curvas se sobrepõem por praticamente toda faixa de frequência analisada. Isso conduz a ideia de que a presença de ondas no plano na montagem estudada, não alteraria em tanto a forma como as ondas de flexão são transmitidas de um painel a outro através junção na faixa de frequência observada.

A partir da banda de 1250 Hz, ligeiras divergências entre as curvas podem ser notadas. Sugerindo que em frequências mais elevadas esse fator pode ser de maior influência a montagem. Na abordagem teórica, essa diferença estaria associada ao aumento do número de modos no plano em frequências elevadas.

Figura 5.16 - Comparação entre modelos com junção livre e simplesmente apoiada





## 6 CONCLUSÃO

Desenvolveu-se de forma bem sucedida uma metodologia baseada na análise estatística de energia (SEA) para análise vibroacústica de painéis. Sua implementação em uma estrutura típica sobre as quais existiam resultados experimentais permitiu as seguintes conclusões.

No modelo composto de subsistemas acústicos e subsistema de placa no estudo da transmissão por via aérea, as características modais dos espaços acústicos nos softwares utilizados foram similares em toda a faixa de frequência analisada. Deste modo, a forma como é tratada a densidade modal parece bem estabelecida entre os requisitos de SEA seguidos por ambos os softwares e cuja utilização da formulação analítica referida aos modos oblíquos, axiais e tangenciais permitem que estes requisitos também sejam atendidos.

Por conta da similaridade dos valores de densidade modal dos softwares, a formulação do fator de perda por acoplamento pôde ser destacada como responsável por diferenças entre as predições, o que expressa a relevância do estudo de abordagens a esse fator.

As divergências entre as predições foram observadas nas curvas de perda de transmissão. Nessa representação foi possível também se notar a relevância da frequência crítica na análise, uma vez que nesta frequência as curvas de perda de transmissão descreveram uma queda acentuada.

Por fim, pela análise dos caminhos de transmissão foi possível observar a maior influência da transmissão não ressonante em frequências mais baixas que a crítica, enquanto que em frequências mais próximas e acima, maior relevância da transmissão ressonante.

Estas constatações sugerem que essa análise serviria de ponto de partida ao tratamento de ruído, por estabelecer os caminhos preferenciais e guiar estratégias de controle de acordo com a frequência. Por meio desses resultados também foi explicitado o comportamento esperado aos fatores de acoplamento em relação a frequência crítica.

No estudo da transmissão estrutural foram aplicados softwares de FEM, SEA e abordagens analíticas. O intuito principal foi verificar a influência de características dos painéis sobre a aplicação de SEA, com essa finalidade o fator de perda por acoplamento foi parâmetro mais investigado.

O estudo foi iniciado pela análise das características modais do painel, por meio dos procedimentos numérico e analítico. Os resultados das abordagens foram similares, em que as condições de contorno foram simplesmente apoiadas em todas as bordas do painel em FEM.

A proximidade entre os resultados sugere que o modelo empregado em FEM represente uma geometria simplificada, conforme o assumido na abordagem analítica, e possa ser tratado por essa última em um modelo de SEA, observando-se a faixa de frequência trabalhada.

Posteriormente, foi empregada a abordagem de onda e o procedimento em ESEA com a aplicação de FEM para o estudo do fator de perda por acoplamento. Foi investigada a transmissão de ondas de flexão, por sua importância aos fenômenos vibroacústicos.

No procedimento ESEA/FEM foram analisadas as influências da força, do amortecimento e das condições de contorno. Verificou-se que existe a necessidade de se aplicar diferentes conjuntos de excitação para cálculo de valores médios ao acoplamento, sem os quais a representação do sistema fica prejudicada.

O estudo do amortecimento indicou a maior proximidade entre os resultados de acoplamento ESEA/FEM e a abordagem de onda para os maiores valores do fator de perda por amortecimento. Os valores dessas abordagens também tenderam a convergir em frequências mais elevadas.

Acredita-se que isso possa ser um indicativo de dificuldades presentes na abordagem de onda para o cálculo do fator de acoplamento em estruturas com valores de amortecimento reduzidos, especialmente em baixas frequências.

As condições de contorno empregadas (bordas simplesmente apoiadas, bordas livres) apresentaram maiores diferenças em baixas frequências, enquanto que em frequências elevadas valores similares. Isso é indicativo da necessidade de tratamento do contorno, com maior ou menor cautela, de acordo com a faixa de frequência.

A tendência de aproximação entre o fator de acoplamento do procedimento ESEA/FEM em relação a abordagem de onda foi novamente percebida em frequências elevadas. Isso indica a possibilidade de emprego dos dois procedimentos em conjunto, em que seria possível o estabelecimento de uma frequência de transição a cada caso para melhor aplicação de um ou outro procedimento, a depender da análise.

Os resultados com as características analisadas em ESEA/FEM, apontam também para a possibilidade de se avaliar a aplicabilidade da abordagem de onda ao caso individual (em que a montagem possua condições específicas de geometria e contorno, por exemplo). Deste modo, particularidades de diferentes montagens podem passar por esse estudo antes de serem aplicadas em SEA, com isso acredita-se que os resultados da metodologia aplicada auxiliem no desenvolvimento de análises.

Em relação a passagem de ondas no plano pela junção em ESEA/FEM, foi fator verificado com pouca influência na transmissão de ondas de flexão ao sistema trabalhado. Variações brandas surgiram em frequências mais elevadas, sugerindo essa faixa como a qual esse fator deve ser melhor atentado.

Também foi investigada a aplicabilidade de ESEA simplificado, que proporcionaria maior agilidade na obtenção dos resultados. Os valores de acoplamento obtido por esse procedimento indicam que é necessária cautela em relação as energias modais dos subsistemas, que devem diferir em determinado nível. À medida que essa diferença de energia aumentou na análise, os resultados do método simplificado aproximaram-se aos valores do método matricial.

#### - Trabalhos futuros

Em relação a trabalhos futuros, pode ser sugerido o estudo conjunto das duas parcelas de transmissão de ruído apresentadas na presente pesquisa. Em um sistema com ambos os mecanismos, pode-se realizar a análise de caminhos preferenciais de passagem de energia e avaliar-se possíveis tratamentos. Nessa pesquisa é também interessante a inclusão de procedimentos experimentais, usualmente aplicados em SEA.

Em relação a aplicação de FEM em estudo similar ao desenvolvido, pode-se aplicar elemento dos softwares com características distintas ao utilizado e realizar o estudo da influência das ondas no plano sob a transmissão de flexão em montagens com outras características.

Pode também ser sugerido a análise dos fatores de perda por acoplamento ao sistema de transmissão de energia por via aérea.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. ANSYS SOFTWARE, Release 17.0, Help System, Mechanical APDL Documentation, ANSYS, Inc.
2. BARBOSA, R.M.; MEDEIROS, E.B.; Numerical estimation of the coupling loss factor for L-joined plates. *In: 27th International Congress on Sound and Vibration, 2021.*
3. BARBOSA, R.M.; MEDEIROS, E.B.; Damping influence in predictions of energy transmission between coupled plates. *In: 47th Convegno Nazionale, Associazione Italiana di Acustica, 2021.*
4. BOSMANS, I.; VERMEIR, G. Diffuse transmission of structure-borne sound at periodic junctions of semi-infinite plates. *Journal of the Acoustical Society of America*, v.101(6), p.3443-3456, 1997.
5. BROWN, K. T.; NORTON M. P. Some comments on the experimental determination of modal densities and loss factors for statistical energy analysis applications. *Journal of sound and vibration*. v.102, p.588-594, 1985.
6. BURROUGHS, C.B.; FISCHER, R.W.; KERN, F.R. An introduction to statistical energy analysis. *Journal of the Acoustical Society of America*, v.101(4), p.1779-1789, 1997.
7. CAMPOLINA, B. Vibroacoustic modelling of aircraft double-walls with structural links using Statistical Energy Analysis (SEA). 2012. Tese (Acoustics) - Université de Sherbrooke; Université Pierre et Marie Curie, Paris, 2012.
8. CARFAGNI, M.; PIERINI, M. Determining the loss factor by the power input method (PIM) Part 1: Numerical investigation. *Journal of vibration and acoustics*, v.121, p.417-421, 1999.
9. CLARKSON, B.L; POPE, R.J. Experimental determination of modal densities and loss factors of flat plates and cylinders. *Journal of sound and vibration*, v.77(4), p.535-549, 1981.
10. CORDIOLI, J.A. et al. SEA modeling and experimental validation of structure-borne noise paths in an aircraft fuselage. *In: XVII Congresso e Exposição Internacionais da Tecnologia da Mobilidade, 2008-36-0066, São Paulo, SAE Technical paper series, 2008.*

11. CRAIK, R.J.M. The prediction of sound transmission through buildings using statistical energy analysis. *Journal of sound and vibration*, v.82(4), p.505-516, 1982.
12. CRAIK, R.J.M. Non-resonant sound transmission through double walls using statistical energy analysis. *Applied Acoustics*, v.64, p.325-341, 2003.
13. CREMER, L.; HECKL, M.; PETERSSON, B.A.T. *Structure-Borne Sound: Structural Vibrations and Sound Radiation at Audio Frequencies*. 3rd ed. Berlin: Springer-Verlag, 2005. 607p.
14. CROCKER, M.J.; PRICE, A.J. Sound transmission using statistical energy analysis. *Journal of sound and vibration*, v.9(3), p.469-486, 1969.
15. FAHY, F.J. Statistical energy analysis: a critical overview. *Philosophical Transactions of the Royal Society A*, v.346, p.431-447, 1994.
16. FAHY, F. *Foundations of engineering acoustics*. Cornwall UK: Elsevier Academic Press, 2001. 443p.
17. FAHY, F.J. A note on the subdivision of a volume of air in a vehicle enclosure into sea subsystems. *Journal of sound and vibration*, v.271, p.1170-1174, 2004.
18. FREDO, C. R. A SEA-like approach for the derivation of energy flow coefficients with a finite element model. *Journal of Sound and Vibration*, v.199(4), p.645-666, 1997.
19. GEORGIEV, V. B.; KRYLOV, V. V.; WINWARD, R. E. T. B. Simplified modelling of vehicle interior noise: comparison of analytical, numerical and experimental approaches. *Low Frequency Noise: Vibration and Active Control*, v.25(2), p.69-92, 2006.
20. GERGES, N. Y. S. *Ruído: Fundamentos e Controle*. 2nd ed. Florianópolis: Editora NR, 2000, 600p.
21. GOMES, C.H.; GERGES, S.N.Y.; JORDAN, R. Measurements and SEA modeling of the sound transmission of ribbed-stiffened panels. *In: XV Congresso e Exposição internacionais de tecnologia da mobilidade*, 2006-01-2551, São Paulo, SAE Technical paper series, 2006.

22. GOMES, C.H.; GERGES, S.N.Y.; JORDAN, R. Measurements and SEA modeling of the sound transmission of ribbed-stiffened panels. *In: Proceedings of the XII International Symposium on Dynamic Problems of Mechanics*, Ilhabela SP, 2007.
23. GRIFFIN, M.J. Handbook of Human Vibration. London: Academic Press Limited, 1990.
24. HOPKINS, C. Experimental statistical energy analysis of coupled plates with wave conversion at the junction. *Journal of Sound and Vibration*, v.322, p.155-166, 2009.
25. JOHANSSON D.; COMNELL P. Statistical Energy Analysis software: Development and implementation of an open source code in Matlab/Octave. 2010. Master's Thesis (Sound and Vibration) - Chalmers University of Technology, Goteborg, 2010.
26. KRYLOV, V.V.; GEORGIEV, V. B.; JENSEN, K.A. Numerical and Experimental Modelling of Structure-borne Aircraft Interior Noise. *Noise Theory and Practice*, v.3(2), p.2-16, 2017.
27. LANGLEY, R. S.; HERON, K. H. Elastic wave transmission through plate/beam junctions. *Journal of Sound and Vibration*, v.143(2), p.241-253, 1990.
28. LE BOT, A.; COTONI, V. Validity diagrams of statistical energy analysis. *Journal of Sound and Vibration*, v.329, p.221-235, 2010.
29. LENZI, M. S. Modelos vibroacústicos de altas frequências de painéis aeronáuticos de compósitos. 2009. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2009.
30. LEPPINGTON, F.G.; BROADBENT E.G.; HERON, K.H. The acoustic radiation efficiency of rectangular panels. *In: Proceedings of the royal society A*, 382, London, 1982, p.245-271.
31. LEPPINGTON, F.G.; BROADBENT E.G.; HERON, K.H. Acoustic radiation from rectangular panels with constrained edges. *In: Proceedings of the royal society A*, 393, London, 1984, p.67-84.

32. LEPPINGTON, F. G. et al. Resonant and non-resonant acoustic properties of elastic panels. *In: Proceedings of the royal society A*, 412, London, 1987, p.309-337.
33. LOGAN, D. L. *A First Course in the Finite Element Method*. 6th ed. Boston: Cengage Learning, 2015.
34. LYON, R. H.; DEJONG, R. G. *Theory and application of statistical energy analysis*. 2nd ed. Newton: Butterworth-Heinemann, 1995. 277p.
35. MACE, B. R.; SHORTER, P. J. Energy flow models from finite element analysis. *Journal of sound and vibration*, v.233(3), p.369-389, 2000.
36. MAIDANIK, G. Response of Ribbed Panels to Reverberant Acoustic Fields. *Journal of the Acoustical Society of America*, v.34(6), p.809-826, 1962.
37. MIXSON, J. S.; WILBY J. F. Interior Noise. *Aeroacoustics of Flight Vehicles: Theory and Practice*, v.2, p.271-355, 1991.
38. OLIAZADEH, P.; FARSHIDIANFAR, A.; CROCKER, M. J. Study of sound transmission through single- and double-walled plates with absorbing material: Experimental and analytical investigation. *Applied Acoustics*, v.145, p.7-45, 2019.
39. PANKAJ, A. C.; SASTRY, S.; MURIGENDRAPPA, S. M. A comparison of different methods for determination of coupling factor and velocity response of coupled plates. *Journal of Vibroengineering*, v.15(4), p.1885-1897, 2013.
40. PANKAJ, A. C.; SHIVAPRASAD M. V.; MURIGENDRAPPA, S. M. Determination of apparent coupling factors for adhesive bonded acrylic plates using SEAL approach. *In: AIP Conference Proceedings*, 1943, 2018.
41. PEIFFER, A. Full frequency vibro-acoustic simulation in the aeronautics industry. *In: Proceedings of ISMA*, 2016.
42. PETRONE, G. et al. A Statistical Energy Analysis (SEA) model of a fuselage section for the prediction of the internal Sound Pressure Level (SPL) at cruise flight conditions. *Aerospace science and technology*, v.88, pp.340-349, 2019.
43. PIRK, R.; SOUTO, C. D. Deterministic, Hybrid and Statistical Vibro-Acoustic Models - a Methodology to Determine the VLS Payload Fairing Acoustic Behavior. *J. Aerosp. Technol. Manag.*, v.7, pp.101-109, 2015.

44. PRICE, A.J.; CROCKER, M.J. Sound transmission through double panels using statistical energy analysis. *Journal of the Acoustical Society of America*, v.47(3), p.683-693, 1970.
45. RAO, S. *Vibrações Mecânicas*. 4<sup>a</sup> ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2008.
46. RENJI, K. Experimental modal densities of honeycomb sandwich panels at high frequencies. *Journal of sound and vibration*, v.237(1), p.67-79, 2000.
47. RENJI, K. Application of statistical energy analysis (SEA) in estimating acoustic response of panels with non-uniform mass distribution. *International Journal of Acoustics and Vibration*, v.26(1), pp.80-87, 2021.
48. RIETDIJK, F. Development of a Statistical Energy Analysis implementation with an emphasis on composite laminates. 2013. Master's Thesis (Sound and Vibration) - Chalmers University of Technology, Goteborg, 2013.
49. SILVA, M. M. Simulação Empregando Análise Estatística de Energia (SEA) e Verificação Experimental de Perda de Transmissão Sonora de um Painel Sanduíche. 2009. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2009.
50. SIMMONS, C. Structure-borne sound transmission through plate junctions and estimates of sea coupling loss factors using the finite element method. *Journal of sound and vibration*, v.144(2), p.215-227, 1991.
51. SMITH, M. J. T. *Aircraft noise*. Cambridge UK: Cambridge University Press, 1989. 359p.
52. SPELMAN, G. M.; LANGLEY R. S. Statistical energy analysis of nonlinear vibrating systems. *Phil. Trans. R. Soc. A*, v.373, 2015.
53. STEEL, J. A.; CRAIK, R. J. M. Statistical energy analysis of structure-borne sound transmission by finite element methods. *Journal of Sound and Vibration*, v.178(4), p.553-561, 1994.
54. SZECHENYI, E. Sound Transmission Through Cylinder Walls Using Statistical Considerations. *Journal of Sound and Vibration*, v.19 (1), p.83-94, 1971.
55. THITE, A. N.; MACE, B. R. Robust estimation of coupling loss factors from finite element analysis. *Journal of sound and vibration*, v.303, p.814-831, 2007.



56. TIMOSHENKO, S.; WOINOWSKY-KRIEGER. Theory of plates and shells. 2nd ed. New York: McGRAW-HILL, 1959.
57. UNRUH, J. F. Structural-Borne Noise Prediction for a Single Engine General Aviation Aircraft. *In: AIAA 6th Aeroacoustics Conference*, 80-1037, Hartford, 1980.
58. VATTI, K. K. Damping estimation of plates for statistical energy analysis. 2011. Master's Thesis - University of Kansas, 2011.
59. WANG, X. Vehicle noise and vibration refinement. Cornwall UK: Woodhead Publishing Limited, 2010.
60. WANG, C. et al. Research on high frequency vibro-acoustic response of typical structure based on finite element method. *Journal of Vibroengineering*, v.10, p.436-441, 2016.
61. WINTER, C. et al. Modelling the sound transmission across junctions of building components by energy influence coefficients. *In: Proceedings of the 9th International Conference on Structural Dynamics, Porto, EUROLYN*, 2014.
62. YIN, J. Structure-borne sound transmission between isotropic, homogeneous plates and periodic ribbed plates. 2012. Thesis - University of Liverpool, Liverpool, 2012.
63. ZHANG, J. et al. SEA and contribution analysis for interior noise of a high-speed train. *Applied Acoustics*, v.112, p.158-170, 2016.