

LTV-MPC: UMA NOVA ABORDAGEM PARA A TEMPORIZAÇÃO SEMAFÓRICA URBANA A PARTIR DE CONTROLE PREDITIVO

RAMON DA CUNHA LOPES*, MARCIO FANTINI MIRANDA[†], PAULO EDUARDO MACIEL DE ALMEIDA*

**Lab. de Sist. Inteligentes / CEFET-MG
Av. Amazonas, 7675 - CEP: 30.510-000
Belo Horizonte, Minas Gerais, Brasil*

[†]*UFMG
Av. Antonio Carlos, 6627 - CEP: 31270-901
Belo Horizonte, Minas Gerais, Brasil*

Emails: ramon@decom.cefetmg.br, fantini@ufmg.br, pema@lsi.cefetmg.br

Abstract— This article proposes a new approach to employ model based predictive control (MPC) applied to signal timing of urban roads. The proposed technique, so-called LTV-MPC (linear time-varying MPC) is based on real time updating of the process model used by MPC, developed from data collected in the links of the roads in the area under study. Simulation experiments are presented to compare the performances of LTV-MPC with those of a robust MPC, recently proposed in the literature. The obtained results indicate that LTV-MPC is superior and, the most important, the existing stability regions for LTV-MPC project are more abundant in the parameters variation plan than for its counterpart robust MPC controller project.

Keywords— Model Predictive Control, Adaptive Control, Smart Cities, Control Theory.

Resumo— Este artigo propõe uma nova abordagem para o emprego de controle preditivo baseado em modelo (MPC, do termo em inglês "Model Predictive Control") aplicado na temporização semafórica de vias urbanas. A técnica proposta, denominada LTV-MPC (linear time-varying MPC), se baseia na atualização em tempo real do modelo de processo usado pelo MPC, a partir de dados coletados nos trechos das próprias vias na região em estudo. São apresentados experimentos em simulação que comparam os desempenhos do LTV-MPC e de um MPC robusto proposto recentemente. Os resultados obtidos indicam que o desempenho do LTV-MPC é superior e, o mais importante, as regiões de estabilidade existentes para o seu projeto são mais abundantes em um plano de variação de parâmetros de projetos dos dois controladores.

Palavras-chave— Controle preditivo, controle adaptativo, cidades inteligentes, teoria de controle.

1 Introdução

O aumento de usuários das vias públicas e o impacto direto na economia global (David et al., 2012) têm motivado os pesquisadores na investigação de soluções para o problema de congestionamento no tráfego urbano. Algumas das técnicas mais utilizadas são: Sistemas de Informação Georeferenciadas (GIS) (Halaoui, 2010), inteligência artificial (Clymer, 2003), (Leal et al., 2013), (Dias et al., 2008), teoria dos grafos (Galín et al., 2011), sistemas dinâmicos de tempo real (VanDaniker, 2008) e técnicas de controle avançado como Model Predictive Control (MPC) (Tettamanti et al., 2011), (Le et al., 2013). Estudos sobre garantia de chaveamento globalmente assintoticamente estabilizante entre modelos tratam de restrições de tempo mínimo para este chaveamento e os tipos de estruturas que permitem a estabilização (Lofberg, 2003).

Este trabalho utiliza a representação de redes de tráfego urbano por meio de um grafo orientado, como em (Tettamanti, 2014). Este diagrama facilita a compreensão dos fluxos de veículos e da sequência de temporização semafórica nos cruzamentos. Uma boa medida do fluxo do trânsito coordenado com os *splits* (tempos de verde nos semáforos) em conjunto com uma lei de controle

adequada e um esquema de projeto eficiente podem levar a bom desempenho na operação das redes de tráfego urbano. A nossa principal contribuição para esta ideia é a proposição de uma abordagem variante no tempo, adaptada a cada ciclo semafórico, de um sistema de controle preditivo robusto.

A estrutura do texto consiste da seção 2 que faz uma revisão histórica subdividida em três etapas: os conceitos básicos do MPC, uma fundamentação sobre os Sistemas Inteligentes de Tráfego (ITS) e a evolução das aplicações do MPC no contexto dos ITS. A seção 3 descreve o modelo utilizado para representar os trechos de vias e seus cruzamentos com intersecção, o modelo de controlador proposto neste trabalho, seguido da descrição da metodologia. As seções 4 e 5 apresentam os resultados, análises e conclusões, respectivamente.

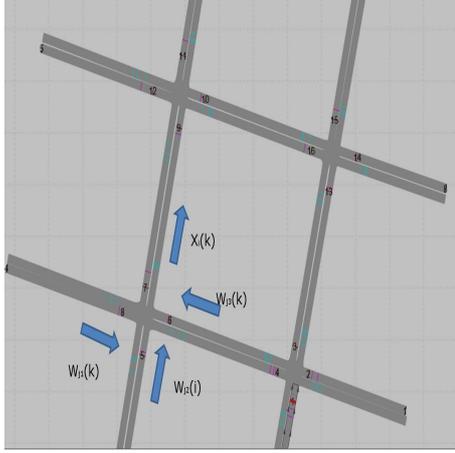
2 Fundamentação teórica

2.1 Tráfego Urbano

Um modelo genérico de rede de tráfego (Papageorgiou et al., 2003) pode ser usado para descrever a representação em espaço de estados como é detalhado na próxima seção. O modelo representará uma região com quatro

cruzamentos, cada um tendo acesso a quatro segmentos de mão dupla como visto na Figura 1.

Figura 1: Região com quatro cruzamentos



2.2 Controle Preditivo Robusto

O MPC (Model Predictive Control, do termo em língua inglesa) é uma abordagem atual de controle preditivo baseado em um modelo para o qual espera-se que seja reduzida a estimativa para a saída do sistema controlado em relação a uma referência com o mínimo esforço de controle (Garcia et al., 1989). Um conceito simplificado de robustez, segundo (Garcia et al., 1989), consiste de preservar a qualidade do desempenho de um sistema realimentado quando a planta real for diferente do modelo utilizado. Para dar um sentido de robustez ao MPC, neste trabalho, atualizamos o modelo com uma identificação dos parâmetros da função de transferência em cada movimento de via em tempo real a para que se adapte, representando a dinâmica observada no conjunto de dados medidos no sistema de tráfego.

Estes sistemas de controle apresentam boas propriedades de estabilidade e optimalidade (Mayne et al., 2000) mesmo quando são impostas restrições nos sinais de controle. Seja o sistema discreto com m entradas (Wang, 2009) do tipo:

$$\begin{cases} x_i(k+1) = a_i x_i(k) + b_i u_i(k) + b_{d_i} \sum_{j \neq i}^m \omega_j(k) \\ y_i(k) = c_i x_i(k) + d_i u_i(k) + d_{d_i} \sum_{j \neq i}^m \omega_j(k), \end{cases} \quad (1)$$

considerando $x_i(k)$ a variável de estado, $y_i(k)$ a quantidade de veículos no i -ésimo trecho de via, $\omega_j(k)$ a entrada de distúrbio das outras vias j do mesmo cruzamento, no tempo k . O parâmetro b_i pondera o sinal de controle u_i (tempo de verde do semáforo), b_{d_i} é um parâmetro que acopla a influência de distúrbio das vias adjacentes j sobre a via i e o parâmetro c_i pondera o estado atual para a saída $y_i(k)$.

Como não existe acoplamento direto da entrada com a saída do sistema, tem-se que $d_i = 0$.

O controle preditivo faz uso das diferenças das variáveis $x_i(k)$, $u_i(k)$ e $\omega_i(k)$ dos dois lados da equação (1), daí resulta:

$$\begin{aligned} x_i(k+1) - x_i(k) &= a_i(x_i(k) - x_i(k-1)) + \\ &+ b_i(u_i(k) - u_i(k-1)) + \\ &+ b_{d_i}(\sum_{j \neq i}^m \omega_j(k) - \sum_{j \neq i}^m \omega_j(k-1)) \end{aligned} \quad (2)$$

Mudando as variáveis para representar a variação, faz-se $\Delta x_i(k+1) = x_i(k+1) - x_i(k)$, $\Delta x_i(k) = x_i(k) - x_i(k-1)$, $\Delta u_i(k) = u_i(k) - u_i(k-1)$, e reescreve-se a representação em espaço de estados na forma padrão do MPC como (Wang, 2009):

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x_i(k+1) \\ \Delta x_i(k+1) \\ y_i(k+1) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A & \\ c_i a_i & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i(k) \\ \Delta x_i(k) \\ y_i(k) \end{bmatrix} + \\ &+ \begin{bmatrix} B \\ c_i b_i \end{bmatrix} \Delta u_i(k) + \begin{bmatrix} B_w \\ c_i b_{d_i} \end{bmatrix} \epsilon(k) \\ y_i(k) &= \begin{bmatrix} C \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i(k) \\ \Delta x_i(k) \\ y_i(k) \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (3)$$

com $\epsilon(k) = \sum_{j \neq i}^m \omega_j(k) - \sum_{j \neq i}^m \omega_j(k-1)$, que permite formular uma função de custo do tipo:

$$J_i = (R_s - y_i)^T (R_s - y_i) + \Delta u_i^T R \Delta u_i, \quad (4)$$

sendo o sinal de setpoint igual a

$$R_s^T = \overbrace{[1 \ 1 \ \dots \ 1]}^{N_p} r_i(k). \quad (5)$$

sendo $R = r_w I_{N_c \times N_c}$ uma matriz diagonal com $r_w \geq 0$ um parâmetro de sintonia para o desempenho em malha fechada. Nesse trabalho considerou-se $r_w \leq 0.7$. Para as simulações considerou-se $r_i(k)$ (o que equivale a um setpoint igual a um carro por segundo).

Escrevendo-se as variáveis de estados $x_i(k+1|k)$ até $x_i(k+N_p|k)$ como variáveis futuras em um horizonte de predição dado por N_p baseadas, tem-se os vetores:

$$\begin{aligned} Y &= [y_i(k+1|k) \ y_i(k+2|k) \ y_i(k+3|k) \ \dots \ y_i(k+N_p|k)]^T \\ \Delta U &= [\Delta u_i(k) \ \Delta u_i(k+1) \ \Delta u_i(k+2) \ \dots \ \Delta u_i(k+N_c-1)]^T \end{aligned}$$

sendo N_c o horizonte de controle ($N_c \leq N_p$).

Utiliza-se uma função objetivo para um controle que minimize a ponderação da saída e do

esforço de controle e $Y = Fx_i(k) + \Phi \Delta U$. A lei de controle ótimo é obtida fazendo-se $\frac{\partial J_i}{\partial \Delta u_i} = 0$ que resulta em:

$$\Delta u_i = (\Phi^T \Phi + R)^{-1} \Phi^T (R_s - F(x_i(k)) - \sum_{j \neq i}^m \omega_j(k)), \quad (6)$$

sendo,

$$F = \begin{bmatrix} ca \\ ca^2 \\ ca^3 \\ \vdots \\ ca^{N_P} \end{bmatrix}, \quad \Phi = \begin{bmatrix} cb & 0 & 0 & \dots & 0 \\ ca^2b & cb & 0 & \dots & 0 \\ ca^3b & cab & cb & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ ca^{N_P-1}b & ca^{N_P-2}b & ca^{N_P-3}b & \dots & ca^{N_P-N_{c_b}}b \end{bmatrix} \quad (7)$$

O sistema de controle proposto calcula tempos de verde que tendem a minimizar o fluxo de veículos médio nas vias consideradas, levando em conta as demandas atuais e futuras da infraestrutura medidas em cada trecho de via e em suas imediações.

3 Proposição do LTV-MPC

3.1 Modelagem do Controle LTV-MPC

Repetimos neste ponto a equação (3), modificada pela inserção do parâmetro (γ) no autovalor a_i para representar a atualização do modelo a cada iteração. Essa atualização é feita usando-se o método dos mínimos quadrados, como explicado na próxima seção. Matematicamente, esta é uma contribuição inédita deste trabalho, que garante uma melhor adaptabilidade do modelo a variações instantâneas no tráfego local da região sob controle e, portanto, melhora a qualidade da representação no modelo das condições reais do fluxo de veículos nas vias. Esta abordagem então é denominada de MPC linear variante no tempo ou, na sigla em língua inglesa, LTV-MPC.

$$\left\{ \begin{array}{l} \begin{bmatrix} \Delta x_i(k+1) \\ y_i(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_i^\gamma & 0 \\ c_i a_i & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_i(k) \\ y_i(k) \end{bmatrix} + \\ \quad + \begin{bmatrix} b_i \\ c_i b_i \end{bmatrix} \Delta u_i + \begin{bmatrix} b_{d_i} \\ c_i b_{d_i} \end{bmatrix} \epsilon(k) \\ y_i(k) = [0 \quad 1] \begin{bmatrix} \Delta x_i(k) \\ y_i(k) \end{bmatrix}, \end{array} \right. \quad (8)$$

na qual $\epsilon(k) = \omega_i(k) - \omega_i(k-1)$.

3.2 Estabilidade do Controle LTV-MPC

A estabilidade do controle MPC pode ser obtida a partir do cálculo dos autovalores da matriz A aumentada da representação em espaço de estados

discreta mostrada na equação (8). Uma contribuição relevante deste trabalho é a modificação da estrutura do MPC. Para a ação de controle insere-se um procedimento de identificação aproximada de parâmetros do modelo dinâmico realizado a cada ciclo semaforico. Este procedimento utiliza o método dos mínimos quadrados para uma função de transferência de segunda ordem discreta da qual extrai-se o pólo dominante que será usado como uma aproximação de primeira ordem de cada via. O sistema utilizado para comparação foi adaptado de (Lofberg, 2003). O modelo proposto considera incertezas politópicas representadas com o autovalor a_i^γ foi substituído por a_i^Δ , como mostra a equação (9), assumindo o valor nominal e o mesmo valor somado à incerteza, ou seja, os dois vértices da incerteza são: $\mathcal{A} = \{a_i^\gamma, a_i^\Delta = a_{\gamma i} + \Delta_i\}$.

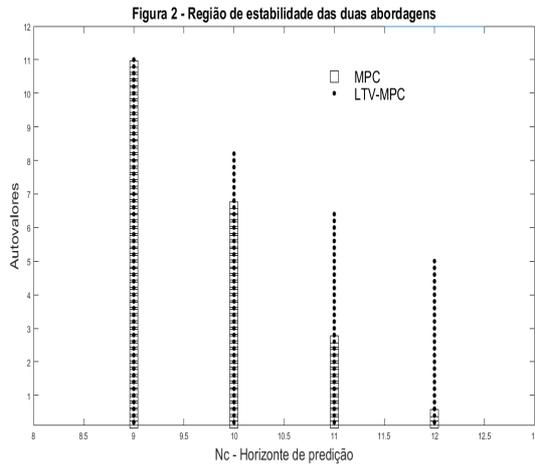
$$\left\{ \begin{array}{l} \begin{bmatrix} \Delta x_i(k+1) \\ y_i(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_i^\Delta & 0 \\ c_i a_i & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_i(k) \\ y_i(k) \end{bmatrix} + \\ \quad + \begin{bmatrix} b_i \\ c_i b_i \end{bmatrix} \Delta u_i + \begin{bmatrix} b_{d_i} \\ c_i b_{d_i} \end{bmatrix} \epsilon(k) \\ y_i(k) = [0 \quad 1] \begin{bmatrix} \Delta x_i(k) \\ y_i(k) \end{bmatrix}. \end{array} \right. \quad (9)$$

Para cada simulação de 100 iterações realizada em um computador pessoal com processador Intel(R) Core(TM)2 Duo CPU T6400 2GHz e 4.00 GB de memória RAM, foram arbitrados o autovalor e a incerteza e comparados com o controlador LTV-MPC aqui proposto, que tem seu modelo dinâmico atualizado a cada iteração. Foi testado um horizonte de predição N_P de nove a treze passos a frente, sendo que antes de nove passos os dois modelos têm comportamento muito próximo e acima de doze passos o algoritmo de otimização se torna infactível para os dois sistemas, como mostrado na Figura 2. Fica claro, pelo gráfico, que as regiões de estabilidade do LTV-MPC são mais frequentes do que as regiões de estabilidade do MPC convencional devido à factibilidade, no plano de variação de parâmetros de projeto estudado.

O sistema proposto mostrou-se mais robusto à variação dos parâmetros do que a formulação elaborada segundo o modelo de incertezas politópicas, garantindo estabilidade em regiões mais extensas de variação destes parâmetros. A variação dos parâmetros, na prática significa mudança no perfil de uso das vias públicas em função de "horários de rush", fluxo de veículos e pedestres devidos a modificações nas vias públicas para manutenção e outras contingências que alteram o modelo dinâmico do tráfego.

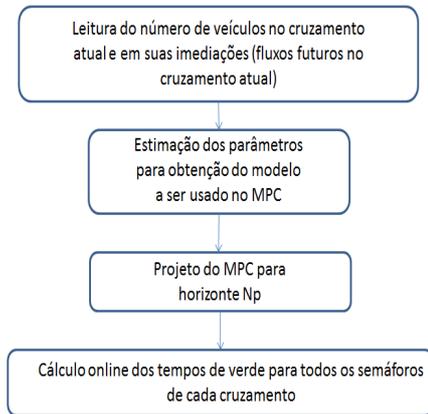
3.3 Sintonia Online do Controlador LTV-MPC

A solução para o problema da sintonia do MPC em tempo real é feita em duas etapas, que consistem da identificação dos parâmetros da matriz



A_M^7 da equação 8, seguida do projeto do MPC. O algoritmo para simulação do controle semafórico proposto é visto no fluxograma da Figura 3.

Figura 3: Fluxograma dos passos do LTV-MPC



Alguns trabalhos têm tratado sobre a obtenção de modelos melhores para a sintonia do MPC em processos industriais, como em (Roy and Kar, 2016) e algumas de suas referências. Estes estudos tratam de uma projeção à frente para a obtenção de um modelo cujos parâmetros sejam mais ajustados à dinâmica do sistema sob controle. Este trabalho baseia-se na coleta online de dados de fluxo de veículos nas vias para a obtenção dos regressores da equação a seguir, usando o método dos mínimos quadrados.

Considere o modelo ARX (do inglês autoregressive with exogenous inputs):

$$A(q)y(k) = B(q)u(k) + \nu(k) \quad (10)$$

fazendo-se $\nu \approx 0$ para o contexto deste estudo, a razão entre os vetores de saída $y(k)$ e de entrada $u(k)$ permitirão obter pelo método dos mínimos quadrados, ver exemplo no Apêndice A, a função de transferência:

$$G(q) = \frac{B(q)}{A(q)}, \quad (11)$$

sendo $A(q)$ e $B(q)$ polinômios contendo zeros e pólos discretos da função de transferência, enquanto q é um operador de atraso, exemplo: $y(k)q^{-1} = y(k-1)$. Colocando na forma matricial, permite obter $y = \Psi\theta$, da qual aproxima-se:

$$\hat{\theta} = [\Psi^T \Psi]^{-1} \Psi^T y, \quad (12)$$

sendo $\hat{\theta}$ o vetor dos regressores aproximado, Ψ os dados coletados de entrada e y os dados de saída.

Neste trabalho aproximou-se a função de transferência para um sistema de segunda ordem. Calculados os regressores que aproximam o comportamento da dinâmica para um modelo ARX de segunda ordem, que é aproximado, neste trabalho, para um modelo de primeira ordem cujo pólo é o pólo dominante obtido da função de transferência identificada pelos regressores. Este procedimento é feito em cada ciclo semafórico do sistema de tráfego. Observa-se que estes ciclos têm duração variando entre 70 e 150s para a imensa maioria dos cruzamentos urbanos. Este tempo é suficiente para avaliar a realização de um novo projeto de MPC e a adaptação periódica do sistema de controle às condições de tráfego atuais.

Os regressores do passo anterior definem o modelo dinâmico utilizado pelo LTV-MPC para resolver a equação (6) com um limitante τ , tal que:

$$(\Phi\Phi^T + \bar{R})\Delta u_i - \Phi(r_i(k) - x_i(k)) \succ \tau, \quad (13)$$

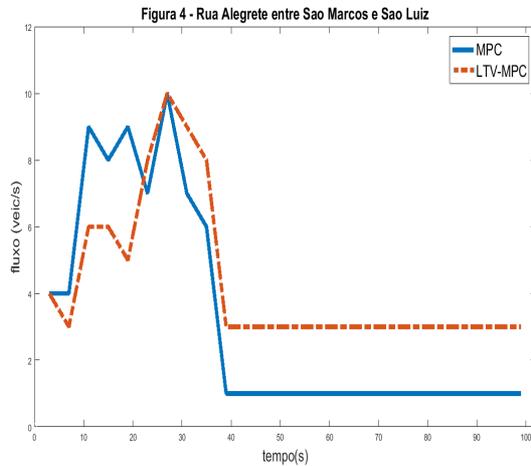
e utilizando o complemento de Schur (Boyd and Vandenberghe, 2004) e impondo-se a restrição das vias adjacentes do mesmo cruzamento por uma limitante superior de tempo de verde como *LMS*, tem-se:

$$\begin{aligned} & \min_{u_i} \tau \\ \text{s.a. : } & \begin{pmatrix} \tau & * \\ (\Phi\Phi^T + \bar{R})u_i - \Phi(r_i(k) - x_i(k)) & I \end{pmatrix} \succeq 0 \\ & \begin{pmatrix} I & * \\ u_i & LMS - \sum_{j \neq i}^m u_j \end{pmatrix} \succeq 0. \end{aligned} \quad (14)$$

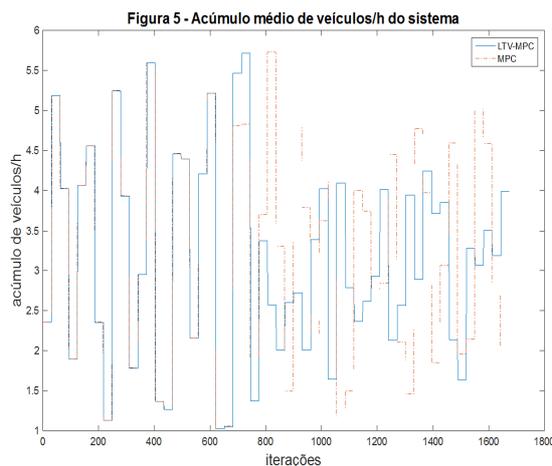
4 Experimentos e discussão de resultados

Foram realizadas 100 simulações em uma região contendo quatro cruzamentos de mão dupla totalizando vinte e quatro segmentos de vias, conforme

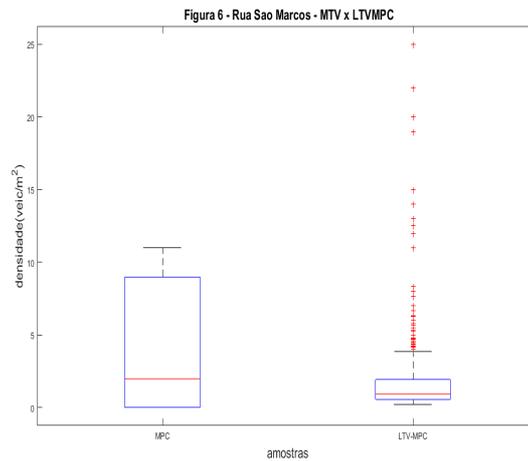
visto na Figura 1. Na iteração 34 foi imposta uma restrição de 50% do fluxo de veículos em todas as vias para testar a robustez à variação de parâmetros sobre os dois modelos testados e a Figura apresenta a resposta do sistema de controle a esta restrição.



Uma comparação entre os resultados do MPC e do LTV-MPC quanto ao acúmulo médio de veículos parados nas vias apresenta uma ligeira redução da solução aqui proposta, em relação ao MPC com modelo fixo, como se vê na Figura 5, medidas no simulador Vissim. Por outro lado, a densidade de veículos foi levemente reduzida com a aplicação do LTV-MPC, o que sugere que ele de fato conseguiu otimizar o uso da infraestrutura existente a partir da abordagem de controle preditivo sintonizada a cada ciclo semafórico, como mostra a Figura 6.



A maioria das vias sofreu pequenas melhorias ou manteve-se com os mesmos níveis para os dois métodos utilizados. A figura 4 apresenta um fluxo comparativo de veículos utilizando o MPC e o LTV-MPC, apresentando o segundo controlador um desempenho melhor do que o primeiro.



5 Conclusões

As contribuições relevantes deste trabalho são resumidas nos seguintes tópicos:

- tratamento de distúrbios locais com rápida adaptação em situações emergenciais e possíveis alterações dos parâmetros das vias ou mudança que alterem capacidade ou sentido das vias públicas;
- possibilidade de implementação de sistemas preditivos que possam antecipar possíveis congestionamentos futuros, inserindo tais restrições futuras de vias como horizonte de previsão das vias adjacentes;
- formulação de um sistema de controle preditivo com sintonia em tempo real realizada a cada ciclo semafórico das vias de tráfego controladas;
- garantia de extensas regiões de estabilidade para a nova abordagem proposta, quando comparada com a abordagem MPC convencional.

Estes resultados apresentados são preliminares e serão confirmados a partir de ferramentas comerciais de simulação de tráfego e em regiões mais abrangentes. Além disso, novas leis de controle serão estudadas, por exemplo para levar em conta a otimização do uso preditivo da infraestrutura em situações de exceção como horários de pico, grandes eventos de tráfego e outros tipos de distúrbios comuns em grandes centros urbanos.

6 Apêndice A

Os controladores MPC utilizados para controle de tráfego urbano geralmente utilizam modelos fixos de primeira ordem, como em (Tettamanti, 2014). Por este motivo, faremos, neste trabalho, uma aproximação de cada movimento (segmento de via) para uma função discreta de segunda ordem

