UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
Escola de Belas Artes
Programa de Pós-graduação em Artes
Curso de Especialização em Ensino de Artes Visuais e Tecnologias Contemporâneas

Alexandre Gualberto Silva

ARTE VISUAL E MATEMÁTICA: possibilidades práticas das cônicas e quádricas para o ensino de artes visuais e uso de ferramentas computacionais matemáticas

Belo Horizonte
2020

Alexandre Gualberto Silva

ARTE VISUAL E MATEMÁTICA:
possibilidades práticas das cônicas e quádricas para o ensino de artes visuais e uso de ferramentas computacionais matemáticas.

Monografia de Especialização apresentada ao Programa de Pós-graduação em Artes – PPG Artes, do Curso de Especialização em Ensino de Artes Visuais e Tecnologias Contemporâneas – CEEAV, da Escola de Belas Artes – EBA, da Universidade Federal de Minas Gerais – UFMG, como requisito parcial para a obtenção do título de Especialista em Ensino de Artes Visuais e Tecnologias Contemporâneas.

Orientador(a): Mirele Castanheira Brant

Belo Horizonte
2020

Ficha catalográfica
(Biblioteca da Escola de Belas Artes da UFMG)

707 S586a 2020	Silva, Alexandre Gualberto, 1984- Arte visual e matemática [recurso eletrônico] : possibilidades práticas das cônicas e quádricas para o ensino de artes visuais e uso de ferramentas computacionais matemáticas/ Alexandre Gualberto Silva. – 2020. 1 recurso online (48 p. : il.) Orientadora: Mirele Castanheira Brant. Monografia de Especialização apresentada ao Programa de Pós-graduação em Artes - PPG-Artes, do Curso de Especialização em Ensino de Artes Visuais e Tecnologias Contemporâneas - CEEAV, da Escola de Belas Artes da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito parcial para a obtenção do título de Especialista em Ensino de Artes Visuais e Tecnologias Contemporâneas. Inclui bibliografia. 1. Arte – Estudo e ensino. 2. Arte e educação. I. Brant, Mirele Castanheira - II. Universidade Federal de Minas Gerais. Escola de Belas Artes. III. Título.

Ficha catalográfica elaborada por Anderson Moraes Abreu – Bibliotecário – CRB-6/2562

Nome: **Alexandre Gualberto Silva**

ARTE VISUAL E MATEMÁTICA:
possibilidades práticas das cônicas e quádricas para o ensino de artes visuais e uso de ferramentas computacionais matemáticas.

Monografia de Especialização apresentada ao Programa de Pós-graduação em Artes – PPG Artes, do Curso de Especialização em Ensino de Artes Visuais e Tecnologias Contemporâneas – CEEAV, da Escola de Belas Artes – EBA, da Universidade Federal de Minas Gerais – UFMG, como requisito parcial para a obtenção do título de Especialista em Ensino de Artes Visuais e Tecnologias Contemporâneas.

Pelas condições da Banca Examinadora o aluno foi considerado: **APROVADO**.

Mirele Brant

Professora **Mirele Castanheira Brant** – Orientadora - CEEAV/ EBA/ UFMG

Allan Fonseca

Professor **Allan Rodrigo Fonseca Teixeira** – IFMG (Santa Luzia) - Membro da Banca Examinadora

Profa. Patrícia de Paula Pereira
Coordenadora do Curso de Especialização em Ensino de Artes Visuais e Tecnologias Contemporâneas - CEEAV
Programa de Pós-graduação em Artes – PPG-Artes
Escola de Belas Artes/ EBA – UFMG

Belo Horizonte, 01 de julho de 2020.

RESUMO

A arte e a matemática caminham juntas desde sempre. Há possibilidades interdisciplinares latentes em torno desse assunto. A educação urge por um processo de modernização e a utilização de programas de computadores pode ajudar o ensino de artes a modernizar-se, por via da absorção de novas tecnologias como recurso didático pedagógico. As cônicas e quádricas fazem parte do nosso universo visual e podem ser bem exploradas nas aulas de arte, usando computadores e softwares que facilitam o ensino e aprendizagem.

Palavras-chave: GeoGebra, cônicas, quádricas, ensino arte visual.

Abstract

Art and mathematics have been moving together forever. There are latent interdisciplinary possibilities around this subject. Education is urgently needed by a process of modernization and the use of computer programs can help the teaching of arts to modernize, through the absorption of new technologies as a pedagogical didactic resource. Conical and quadruple are part of our visual universe and can be well explored in art classes, using computers and software that facilitate teaching and learning.

Keywords: GeoGebra, conical, quadruple, teaching visual art.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS

INTRODUÇÃO

As relações interdisciplinares entre a arte e a matemática são históricas e perceptíveis. No processo de ensino e aprendizado estas duas áreas se complementam e podem permitir um maior desenvolvimento intelectual, cognitivo e emocional.

As equações da matemática podem gerar desenhos em duas dimensões, como linhas, ou objetos em três dimensões, como por exemplo, uma esfera. Isso pode ser bem explorado no contexto das artes visuais. As equações geram formas que por si só guardam valores estéticos que podem ser apreciados, contextualizados e usados como tema a ser desenvolvido artisticamente.

Por outro lado, as artes visuais mesmo que o autor de uma obra de arte não realize a obra pensando em matemática, as formas contidas no trabalho dele, possuem equações características.

Ao contemplarmos uma obra de arte, podemos fazer análises matemáticas, estabelecendo profundas relações interdisciplinares entre os conteúdos. Isso em sala de aula pode permitir uma valorização da disciplina arte, que na maioria das escolas regulares possui carga horária baixa, e tornar o conteúdo matemático menos enfadonho e contextualizado com a realidade.

Neste trabalho, por mais que diante do olhar leigo, parece abordar um assunto muito complexo, nem de longe aprofunda na matemática. As equações e explicações contidas aqui são rasas e superficiais e em momento algum têm pretensão de ensinar matemática de modo formal. A proposta é, através da matemática e da ferramenta computacional GeoGebra, propor trabalhos artísticos baseados nas equações, suas respectivas formas e possibilidades de fruição que o software permite.

No presente trabalho o conteúdo matemático a ser abordado são as cônicas e quádricas. As cônicas já fizeram parte do currículo do ensino médio, contudo não mais. As quádricas estão contidas nos currículos dos cursos superiores de exatas. Portanto há um caráter antecipativo, propondo que o aluno do nono ano do ensino fundamental estude as cônicas e os alunos do ensino médio, primeiro ano, veja as quádricas.

Para tanto, o programa GeoGebra, é uma ótima ferramenta para a consagração dos objetivos pretendidos por esse projeto. O software é dinâmico, fácil de operar e permite alterações e mudanças nas formas pretendidas. Equações podem ser copiadas e coladas no programa, este gera imagens instantâneas. Suas ferramentas também permitem criar linhas por meio de pontos sem utilização de equações e nas formas em três dimensões fazer alterações nas formas, através de controles deslizantes.

Os trabalhos artísticos, posteriores a visualização das imagens geradas pelas fórmulas, ficam a cargo do professor. As possibilidades de trabalhos artísticos é grande, pois é abordado imagens em duas ou três dimensões.

Dito isso, esta pesquisa pretende levar ao conhecimento dos professores de arte, a possibilidade do uso da matemática e ferramentas computacionais matemáticas, como mais um recurso do conhecimento humano para suas aulas. Uma vez que o software gera imagens em duas ou três dimensões de modo instantâneo, sem a necessidade de um conhecimento profundo sobre matemática. A arte pode ser um motivador para o aluno compreender melhor a matemática e vice-versa.

Sabemos que escolas públicas podem sofrer com a falta de investimento, e muitas não possuem laboratórios de informática. Todavia isso não pode ser impedimento, para projetos como esse, que tentam desenvolver e levar sofisticação a escola. Ações assim, por conseguinte, causam melhorias a educação num todo. O uso de tecnologias por parte de aluno e professor impulsiona um pensamento que estimula o desenvolvimento real das instituições de ensino, principalmente as públicas.

Outro fato cotidiano importante, é que os alunos já portam computadores portáteis, smartphones, e pela pouca idade, nasceram em um mundo digital e geralmente têm facilidade em operar programas de computadores. Isso facilita o desenvolvimento prático do projeto.

CAPÍTULO I – A INTERDISCIPLINARIEDADE QUE PERPASSA O CAMPO DAS ARTES

As disciplinas escolares, deveriam existir em rede e conectadas a outras áreas do conhecimento. A separação das disciplinas; geografia, português, matemática, biologia, entre outras, tem um caráter didático pedagógico, com o intuito de facilitar o ensino e aprendizagem. Contudo, essa separação entre os conteúdos escolares influencia na dinâmica e construção do mundo.

Segundo (Pires, 1998), a divisão do trabalho na produção industrial teve impacto na montagem dos conteúdos curriculares, fragmentando-os. Para (Almeida Filho, 1997), essa divisão curricular faz com que o conhecimento na escola seja estanque, da mesma forma como na indústria, onde o trabalhador é separado em linhas de montagem e o mesmo perde autonomia em suas ações, desumanizando-se e alienando-se em relação ao processo industrial. Na escola, essa alienação nos indivíduos acerca dos conhecimentos estudados é semelhante ao trabalho alienado na indústria. Muitas vezes, o aluno não consegue obter uma visão mais ampla entre os saberes, não estabelecendo relações entre as disciplinas.

No cotidiano, a geração de problemas e novos conhecimentos acontecem simultaneamente, sem distinção entre as disciplinas, sendo que todas elas avançam juntas. Para ilustrar, no que concerne a produção de conhecimentos mútuos, apresentamos o exemplo da relação entre a física e a matemática e em como estas duas áreas interagem. A física ao detectar um fenômeno não estudado ou novo, deve escrevê-lo a partir de regras e equações, necessitando usar o entendimento da matemática e suas ferramentas para formalizar o fenômeno. Por isso, não podemos isolar a física da matemática, pois a interação entre essas disciplinas é fundamental.

É importante, que os educadores relacionem as áreas do conhecimento, atualizando a respeito das conexões entre as matérias escolares. Seguindo esta perspectiva, a escola poderá tornar os alunos mais aptos a entenderem o mundo de um ponto de vista menos fragmentado, criando uma visão mais abrangente e dinâmica do conhecimento.

1.1 Multidisciplinaridade, transdisciplinaridade e interdisciplinaridade: em qual se encaixar?

Segundo Almeida Filho (1997), a multidisciplinaridade trabalha os componentes curriculares próximos, mas não juntos, sendo uma justaposição de disciplinas. De acordo com Pires (1998, p.175)“[...] a multidisciplinaridade, reflexo da multifuncionalidade, também é insuficiente para superar os problemas de fragmentação e desarticulação dos currículos nas escolas.”. Dessa forma, a multidisciplinaridade não aplica ao contexto deste estudo, pois de acordo com FAINGUELERNT e NUNES (ANO, p.18) “A matemática e a arte nunca estiveram em campos antagônicos, pois desde sempre caminharam juntas, aliando razão e sensibilidade”

O conceito de transdisciplinaridade ainda é um conceito que não foi bem estabelecido. Para GRUN(1995), a transdisciplinaridade tem relações com a teoria do holismo, em que se busca um entendimento integral de um fenômeno, fazendo oposição a uma análise mais analítica e específica de um assunto, levando o tema para o lado do complexo. Tendo em vista que o objetivo deste trabalho é discutir a relação entre a arte e a matemática e seu uso nos processos de ensino das duas disciplinas, uma abordagem transdisciplinar não é a mais adequada para a discussão em epígrafe.

“A interdisciplinaridade pode ser tomada como uma possibilidade de quebrar a rigidez dos compartimentos em que se encontram isoladas as disciplinas dos currículos escolares”. (PIRES, 1998, p.177). Nesse contexto, a interdisciplinaridade promove uma superação da super especialização.

É necessário uma integração maior entre os componentes curriculares, dando aos alunos uma perspectiva mais adequada acerca do conhecimento e suas mútuas relações.

Superadas as questões a respeito da multidisplinaridade, transdiscplinaridade e interdisciplinaridade, como mencionado, considero que a interdisciplinaridade possui mais relação com o objetivo desta pesquisa. Este trabalho pode ser considerado transdisciplinar por outros educadores, todavia optamos pelo caráter interdisciplinar.

1.2 Interdisciplinaridade em arte

Não é difícil perceber as possibilidades interdisciplinares da arte. As ciências exatas têm profunda relação com as artes, pois, sem avanços científicos não seria possível, por exemplo, a existência da fotografia e do cinema. Estas duas linguagens são irmãs por essência , sendo a diferença que a fotografia lida com imagens estáticas e o cinema com imagens em movimento.

No caso da fotografia, a utilização de elementos químicos sensíveis à luz foi a grande descoberta propiciando o desenvolvimento desta linguagem. Quando em aula, o (a) professor (a) trata da fotografia, em algum momento poderá tratar dos sais de prata, ou seja, da química e suas descobertas no século XIX. Outro exemplo de possíveis interdisciplinaridades seria com a biologia. Entender o funcionamento do olho humano é parte do entendimento do funcionamento da câmera escura e, por conseguinte da fotografia, contudo, para entender como a imagem se forma dentro do olho humano ou na câmera escura teremos que abordar a física.

Tendo a arte caráter interdisciplinar, é preciso explorar as possibilidades de modo contextualizado. Para isso, os autores dizem:

> Portanto, pensar interdisciplinar é permitir o diálogo de qualquer disciplina com as demais do currículo escolar para promover um trabalho contextualizado. Assim, torna-se importante buscar a criação de um novo conceito de conhecimento propondo a visão de totalidade, para que os alunos possam perceber que a escola, mesmo com disciplinas e conhecimentos fragmentados, pode ser unificada e tornar o aprendizado mais efetivo aplicando-o na vida, pois a sociedade onde vivem possui diversos fatores que são fundamentais para a totalidade. (CALDAS; HOLZER; POPI, 2017, p.166).

A instituição de ensino e os professores devem levar em consideração o que é necessário para o sucesso do trabalho interdisciplinar, os educadores devem estar bem alinhados conceitualmente, como está evidente em (CALDAS; HOLZER; POPI, 2017, p.169) que diz, “Portanto, o primeiro passo para propor a interdisciplinaridade em Arte está relacionado ao trabalho junto aos educadores, para que tenham claro o que é a proposta interdisciplinar.”.

Os autores discorrem sobre o que acontece quando se trabalha de modo integrado.

> Nesse contexto, a arte passará a ser trabalhada de modo integrado no currículo escolar, ultrapassando o trabalho inicial proposto para a disciplina e estimulando uma nova compreensão da realidade, articulando elementos que passam entre, além e através das disciplinas, focando na compreensão da complexidade. (CALDAS; HOLZER; POPI, 2017, p. 167).

Portanto, apenas citar a química para falar de fotografia por si só não é interdisciplinaridade, para tanto o docente precisa entrar mais nas questões dessa disciplina, e estabelecendo laços entre os conteúdos. No texto Interdisciplinaridade em Arte (CALDAS; HOLZER; POPI, 2017) os autores salientam sobre os mitos da interdisciplinaridade:

> Um ponto importante que deve ser destacado é relativo aos mitos sobre a interdisciplinaridade, que vêm da visão de alguns professores de considerarem a utilização de uma disciplina para fundamentar outra como sendo um trabalho interdisciplinar. Como já foi citado anteriormente, utilizar-se de uma disciplina em prol do ensino de outra não caracteriza interdisciplinaridade, visto que esse conceito se qualifica como algo que é comum entre uma ou mais disciplinas, ou campos do conhecimento, ramos de saber, e, dessa forma, possibilita um processo de ligação entre eles. (CALDAS; HOLZER; POPI, 2017, p.167).

CAPÍTULO II – ATRAVESSAMENTOS ENTRE A MATEMÁTICA E AS ARTES.

O ensino formal da matemática costuma seguir livros didáticos, sendo de um modo geral uma aula rígida que se baseia em livro, lápis, papel e quadro. Sendo a aula mais mecânica, pode fazer com que os alunos tenham dificuldades ou considerem tedioso. Huete e Bravo (2006) expressam bem o contexto de aula de matemática que geralmente temos nas escolas;

> [...] a falta de conhecimento ou disposição para o trabalho leva professores de Matemática a organizar a rotina escolar de forma mecânica e desprovida de significado, utilizando somente livros didáticos como referencial de pesquisa; geralmente, optando por um ensino de situações problemáticas onde o único objetivo passa a ser a solução encontrada, distanciando o aluno da real significação do conhecimento científico e deixando as aulas monótonas, sem motivação (HUETE e BRAVO, 2006, p. 8).

A possibilidade da matemática se relacionar com outras áreas do conhecimento, pode tornar o ensino desse conteúdo menos mecânico. Sendo a arte uma disciplina que tem relação com as ciências exatas, podemos trabalha-la no contexto da aula de matemática, inovando e tornando-a mais dinâmica. Nesse escopo, Semmer (2007, p.3) assevera que “As duas disciplinas podem dar suporte uma à outra, e desta forma, as aulas possam se tornar mais interessantes, criativas, inovadoras e significativas.”.

2.1 Como a matemática atravessa a arte

Os gregos consideravam a beleza artística como um produto da matemática, Semmer diz: “[...] para os gregos, o conceito de beleza era o de perfeição matemática, e os filósofos ampliaram este pensamento procurando na natureza a perfeição de formas”. (SEMMER, 2007, p. 15).

Nas artes, a relação dessas duas áreas sempre existiu. Semmer (2007) explicita e salienta artistas em que a matemática está presente em seus trabalhos: “Além de Leonardo da Vinci, Cézanne e Vasarely, outros artistas estabeleceram um diálogo entre a Arte e a Matemática, mas nenhum foi profundo como “Escher” (SEMMER, 2007, p.12). Segundo a autora (2007) “[...] Escher afirmava que se sentia mais matemático do que artista”. O que de fato leva a crer, que tanto a Matemática quanto a Arte podem se conectar sem detrimento de uma ou outra, conferindo obras magníficas, em que a geometria se transforma em arte ou a arte em geometria. Outros autores também citam Escher e as relações que seu trabalho tinha com a matemática, segundo Schattschneider e Walker (1991):

> os desenhos simétricos de Escher foram usados em superfícies planas, que ao serem dobradas adquiriram formas espaciais, que são denominadas de caleidociclos. Tais estruturas formam um círculo tridimensional de tetraedros, que ao serem girados formam e deformam estruturas padronizadas simetricamente e adquirem efeitos geométricos e surpreendentes.[...] as estruturas se parecem com flores desabrochando ou ainda como quebra-luzes de papel dobrável. A autora responsável por cobrir as superfícies dos caleidociclos com as tesselações de Escher escreve sobre suas experimentações de transformar a rede bidimensional para a forma tridimensional, e ainda rotacional (SCHATTSCHNEIDER, WALKER, 1991, p. 6-18, apud, SEMMER, 2007, p.13).

Abaixo apresento um caleidociclo de Escher, ele começa com um desenho.

.

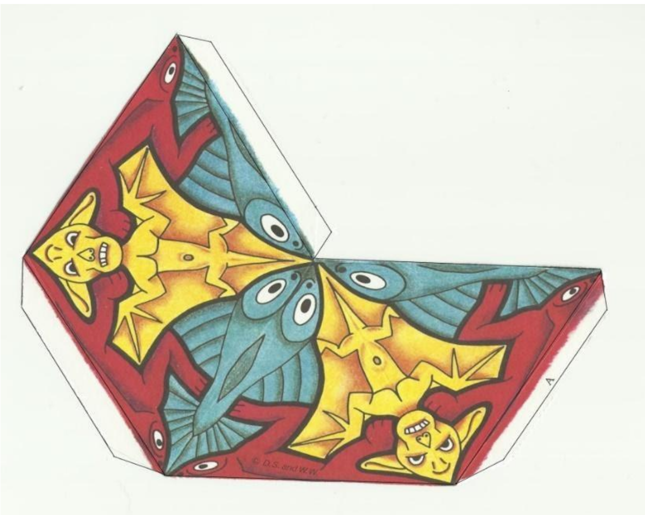

Figura 1: Exemplo dos caleidociclos de M.C.Escher

Fonte: https://comjeitoearte.blogspot.com/2012/06/escher-e-geometria-iv.html

Repete-se o desenho acima duas vezes, dobrando e colando como no exemplo abaixo.

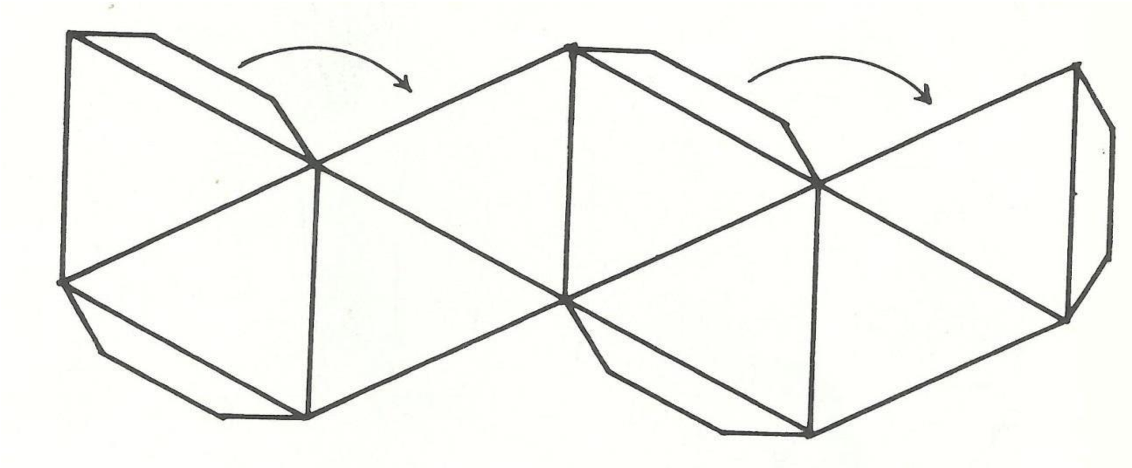

Figura 2: Esquema de dobras

Fonte: https://comjeitoearte.blogspot.com/2012/06/escher-e-geometria-iv.html

Por fim, realizando a dobradura temos o caleidociclo de Escher.

Figura 3: Caleidociclos de M.C.Escher.

Fonte: https://comjeitoearte.blogspot.com/2012/06/escher-e-geometria-iv.html

A arte contemporânea rompeu com alguns aspectos da Arte Moderna, ajudando a configurar uma nova realidade no mundo artístico. No entanto, muitos dos conceitos foram mantidos na Contemporaneidade, como o desejo pelas invenções e experimentações artísticas. Na pintura "*Nu descendo uma* *escada"*, de Marcel Duchamp em 1912, existe a influência tanto do cubismo como do futurismo italiano. Para realizar essa pintura, Duchamp realizou um estudo com uma série de fotografias dele mesmo descendo uma escada, essas fotos foram feitas por Eliot Elisofon em 1952. A partir destas fotografias fez a pintura. No texto de Loyola, Pimentel (2016, p. 46) aborda o uso de novas tecnologias por parte de Duchamp:

> O trabalho de Duchamp é um exemplo de apropriação estética das tecnologias pelos artistas, que estabelece e proporciona hibridismos. A questão sempre estará relacionada ao modo de usar as tecnologias e equipamentos para expressar artisticamente, o que Duchamp fez tão bem com o Nu descendo a escada e que muitos artistas contemporâneos buscam executar no âmbito da arte mediada pelas tecnologias contemporâneas. (Loyola, Pimentel, 2016, p. 46).

Este artista usou a fotografia como fonte de inspiração para sua obra, não somente como inspiração, mas para entender a mecânica e o movimento de um corpo ao descer degraus.

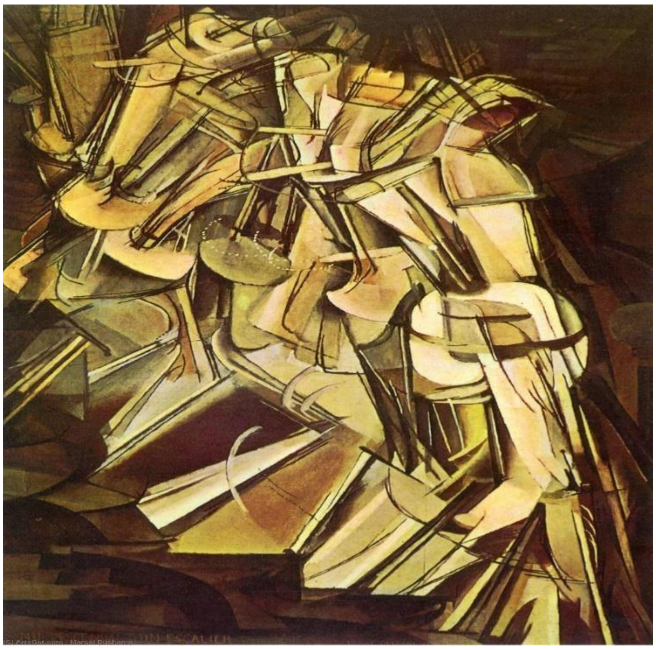

Figura 4: Marcel Duchamp, Nu Descendo uma Escada, PHILADELPHIA MUSEUM OF ART, ano: 1912. óleo sobre tela. Dimensão : 89 x 147 cm.

Fonte: https://pt.artsdot.com/@@/8XYHEB-Marcel-Duchamp-Nu-descendo-a-escada-n%C3%A3o-2-

Abaixo a imagem de como o estudo fotográfico foi feito. Nela podemos perceber que a fotografia foi utilizada para matematizar o movimento do corpo.

Figura 5: Marcel Duchamp descending a staircase – Eliot Elisofon, New York, 1952.
Fonte: https://i.pinimg.com/originals/51/5e/01/515e01dcf298b2362f0a615351cbd2ce.jpg.

Outro artista e também doutor em matemática pela Universidade de Paris (1952), Benoit Mandelbrot, observando a natureza fez estudos acerca da geometria fractal, em meados da década de 1960. Ele percebeu em seus estudos, formas fragmentadas que compõem a natureza, como galhos de árvores e florada da couve-flor. Em 1958 foi trabalhar na IBM, onde ficou 35 anos, tendo acesso aos computadores e usando a computação gráfica para desenvolver melhor seus estudos com os fractais. Para ele, parece haver na natureza um senso matemático natural, tendo os fractais visivelmente relação com a matemática, podendo ser reproduzidos através de softwares segundo Barbosa (2005).

Abaixo um exemplo de fractal. O modo como essa imagem foi construída é totalmente matemático e feita no computador por Benoit. Em outros exemplos semelhantes o autor utiliza cores.

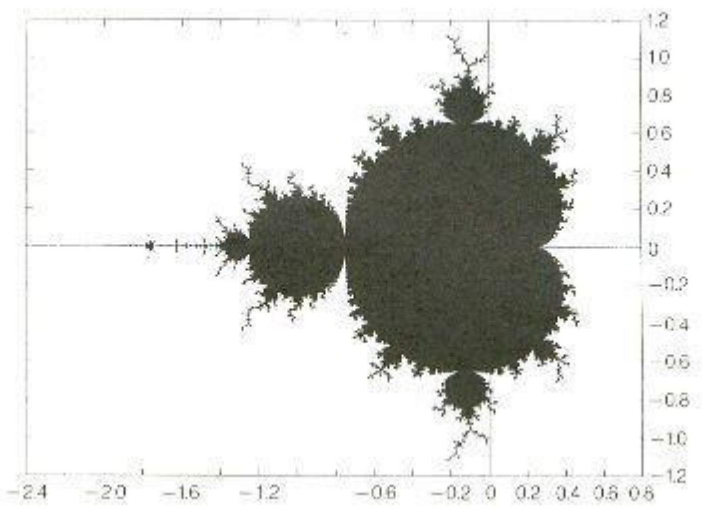

Figura 6: Conjunto de Mandelbrot.

Fonte: http://www.geocities.ws/projeto_caos_ufg/fractais/fractais6.html.

Atualmente, com o advento de programas de computador como CAD's (Desenho assistido por computador) o mundo real em 3 ou 2 dimensões passou a ser influenciado pelo universo virtual. Grandes artistas contemporâneos estão utilizando ferramentas de computador para compor suas obras. Essas ferramentas além de ajudar o sujeito a visualizar a obra previamente, também auxiliam na percepção da mecânica do objeto artístico. Anthony Howe, de Orcas Island do estado de Washington dos Estados Unidos da América, é um escultor cinético que produz artefatos que se movimentam com o ar, como os catadores de ventos ou aero geradores que geram energia. As esculturas de Howe têm movimento, não para gerar eletricidade, mas com a finalidade de produzir efeitos visuais a partir do que os ventos proporcionam ao girar as pás.

É fácil perceber que esse tipo de escultura funciona a partir de conceitos físicos e matemáticos, sem estes, o projeto tende a funcionar de modo inexato, fazendo com que as pás não girem certo, e, por conseguinte o efeito visual pretendido pelo autor possa ser comprometido. Para que não haja erros, as ferramentas computacionais podem simular o movimento da escultura dando assim uma prévia daquilo que irá ocorrer no mundo real.

Anthony Howe em sua escultura Anthea, 2019, logo abaixo, explora bem os conceitos da física. Esta escultura toda em aço inoxidável, gira com os ventos mais leves, contudo suporta ventos fortes.

Figura 7: Anthea 2019.

Fonte: https://www.howeart.net/anthea

Outra escultura deste artista é a obra *About Face III*. Com 110 painéis de aço inoxidável com peso balanceado individualmente e base de alumínio. Esta escultura possui placas que movem-se livremente ao vento.

Figura 8: About Face III.

Fonte: https://www.howeart.net/anthea.

CAPÍTULO III – UMA PROPOSTA DE ENSINO INTERDISCIPLINAR EM ARTES A PARTIR DA MATEMÁTICA

O programa Internacional de Avaliação de Alunos (Programme for International Student Assessment - PISA) coordenado pela Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE) que acontece a cada três anos, avalia o nível educacional de jovens de 15 anos nas áreas de leitura, ciências, matemática. Na prova, feita em 2015, os dados que constam no site do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP-PISA), consideram que, na disciplina de matemática, o Brasil teve um dos piores resultados entre os países avaliados. Entre 72 países ficou em 66ª lugar. Estes dados mostram o quanto à educação brasileira está distante em relação a outros países, ficando atrás não só de países desenvolvidos, mas também de países em desenvolvimento como México, Colômbia, Costa Rica, entre outros.

Em 3 de dezembro de 2019 foi divulgado no site do INEP, a mais recente avaliação do PISA, avaliado em 78 países. O site do INEP diz que: “Quando comparado com os países da América do Sul analisados pelo Pisa, o Brasil é o pior país em matemática, empatado estatisticamente com a Argentina, com 384 e 379 pontos, respectivamente. Uruguai (418), Chile (417), Peru (400) e Colômbia (391) estão à frente” (Site INEP). Assim, ainda que a disciplina de matemática, tenha uma extensa carga horária, o Brasil figura entre as piores posições no PISA. Portanto, propostas de abordagens interdisciplinares podem ser uma boa ferramenta para reversão dos dados e melhoria do modelo de ensino.

O ensino de arte, no que diz respeito à qualidade do ensino, assim como matemática, também lida com problemas escolares. Segundo Subtal (2011, p.10), “O ensino de arte na maior parte dessa história esteve a reboque de demandas políticas econômicas e culturais que nem sempre possibilitaram que ela se estabelecesse no campo escolar como conhecimento importante e significativo”.

Subtal (2011, p.10) constata que: “a área constitui-se em “terra de todos e de ninguém”, isto é, se todas as disciplinas podem trabalhar com arte então qualquer coisa pode assumir o estatuto artístico.”. Na verdade, mesmo com a LDB 9.934/96 a área não ganhou novo status como área de conhecimento dentro da escola e “Parece prevalecer à concepção de arte como produto da genialidade, de dons inatos, ou ligada a ideia de luxo, destinado a poucos e como tal sem função no espaço escolar.” (SUBTAL, 2011, p. 11).

Com esse panorama a respeito da situação do ensino da matemática e da arte, trabalhos interdisciplinares podem ajudar no desenvolvimento de ambas as áreas. Nesse aspecto, a arte pode contribuir para que os alunos tenham mais interesse em entender a matemática, tornando a aula menos enfadonha e lúdica, e a matemática pode dar mais profundidade aos temas da arte, conferindo maior importância para este campo de estudo na escola.

A abordagem da arte no contexto de aula da matemática e a abordagem da matemática e das ciências exatas para explicações do funcionamento da arte são de grande valia para o conhecimento da realidade. Fainguelernt e Nunes (2006) apud Semmer (2007, p. 15) afirma que:

> a riqueza de detalhes de um trabalho artístico oferece uma grande vantagem didática e pedagógica para as aulas de matemática. [...], identifica-se e comprova-se a beleza e a utilização de ideias matemáticas manifestadas em trabalhos artísticos nos quais matemática e arte complementam-se.

O estudo interdisciplinar destas áreas é tão pertinente e importante de se perceber que, Semmer (2007) em seu texto, cita autores que esclarecem bem as ligações entre as duas áreas do saber.

> compreender o ser humano como um todo indivisível é para as autoras, o grande desafio da educação; ampliar o olhar e conceber o ser inteiro, racional, sensível, intuitivo e emocional, dotado de múltiplas capacidades e cujo desenvolvimento cognitivo pode ser ampliado pelo espectro de oportunidades, onde a Matemática – fria e racional- está ligada às Artes – sensível e emocional. (Ormezzano, Santos, 2005, p 84-86, apud, SEMMER, 2007, p.16).

A autora também cita Barbosa (2005) a respeito da necessidade de educadores, relacionarem a arte com a matemática; “a geometria possibilita o surgimento do prazer e gozo que merecem ser explorados por educadores, através da contemplação da harmonia e de contrastes na arte, na pintura ou na arquitetura ou mesmo na própria natureza, com suas simetrias, formas e proporções.” (BARBOSA, 2005, p. 13, apud, SEMMER, 2007, p. 16). Podemos encontrar a matemática no contexto da arte visual, pois todas as formas artísticas, em duas ou três dimensões, possui uma equação que descreve sua forma. Dependendo do formato, pode ser mais fácil ou mais difícil à obtenção exata da equação que rege os contornos, contudo existe no mínimo uma equação que se assemelha visualmente a forma pretendida.

Por fim, Semmer (2007) em sua pesquisa, faz uma citação que embasa bem a discussão entre arte, matemática e suas possibilidades interdisciplinares.

> Tanto Arte quanto Matemática são disciplinas que estimulam o aluno a ter uma visão crítica da realidade, pois Matemática ajuda a estruturar o pensamento e o raciocínio dedutivo, fazendo com que o educando analise e enfrente situações novas, formando uma visão ampla e científica da realidade. A Arte, entretanto, estimula o educando a ter visão de mundo, onde seu estudo proporciona a expansão do universo cultural e abre espaço para conhecer e valorizar a própria cultura, construindo uma identidade social (FAINGUELERNT e NUNES, 2006, p. 15-16 , apud, SEMMER, 2007, p.16).

3.1 O programa GeoGebra

Hencke e Rodrigues (2015) alertam a “ importância de tornar as tecnologias instrumentos meio e não fim da aprendizagem” e completam dizendo que “ É importante expandir o seu uso, pensar em múltiplas relações e possibilidades, romper com o automatismo, o modelo e a regra.” (HENCKE e RODRIGUES, 2015, p.2)

“Expandir o uso das tecnologias significa perceber sua multiplicidade, variabilidade, instabilidade e complexidade, que se manifestam em inúmeras relações transversais e interdisciplinares.” (HENCKE e RODRIGUES, 2015, p.2). Os autores citam outros autores que concordam com a importância e a relevância de usarmos ferramentas computacionais como GeoGebra, dizendo:

> Para Gravina e Basso (2013) o uso de recursos tecnológicos no ensino da matemática apresenta-se como um fator qualitativo da aprendizagem, os autores destacam que para trabalhar com a geometria existe o software livre GeoGebra, disponível em versões para Windows e Linux, sua interface midiática disponibiliza recursos básicos para a construção de figuras a partir de suas propriedades elementares. As escolhas são realizadas com base nos diferentes menus, incluindo: "pontos, retas, círculos, retas paralelas, retas perpendiculares, transformações geométricas" (GRAVINA, BASSO, 2013, p. 15, apud, HENCKE ,RODRIGUES, 2015, p.13)

Hencke e Rodrigues (2015) citam diversos autores, ao dizerem da necessidade dos docentes trabalharem no software para dominarem melhor o programa e sua importância como ferramenta de ensino:

> Interessante observar que o trabalho docente envolve um processo de tentativa, recomeço, erro e acertos, mostrando aos alunos que é imprescindível mexer no *software* para que haja a sua apropriação. Neste movimento de aprendizagem, percebe-se a fala de Gravina, Barreto, Dias e Meier (2013), que valorizam os programas de geometria dinâmica, "com o mouse podemos manipular as figuras que estão na tela do computador, ao aplicar movimento em pontos que são usados na construção" (GRAVINA, BARRETO, DIAS, MEIER, 2013, p. 27, apud, HENCKE, RODRIGUES, 2015, p.16).

Como vivemos em uma sociedade digital e o acesso a computadores como os smartphones é fácil, naturalmente as gerações mais novas possuem mais facilidade em operar programas. Eles puderam perceber as diferenças entre trabalhar analogicamente e digitalmente. Em seu texto os autores dizem:

> O primeiro contato que os alunos tiveram com o *software* foi de livre exploração, verificando as potencialidades de cada comando. Observou-se neste movimento facilidade em descobrir comandos, sem medo de errar, perder o trabalho e precisar recomeçar, junto a tentativas frustradas de produzir uma forma e obter outras. Enquanto os alunos iam explorando o recurso tecnológico, eram continuamente problematizados acerca das diferenças entre trabalhar com o dispositivo digital e produzir um trabalho no formato analógico. (HENCKE, RODRIGUES, 2015, p.17).

Os autores relatam a impressão dos alunos nas aulas de artes visuais, acerca do GeoGebra. A turma é do nono ano do ensino fundamental de uma escola pública estadual.

> De suas falas, podem-se abstrair paradoxos e posições heterogêneas, alguns alunos estavam fascinados com o recurso digital e, aos poucos apresentavam propriedade em utilizar comandos, misturar retas, círculos, e outras formas geométricas básicas, enquanto que alguns preferiram o processo de criação manual e pictórica alegando que era mais fácil colorir. Todos concordaram que com o *software* há melhor resolução, organização das retas, as circunferências não ficam deformadas, é possível aumentar e diminuir o tamanho sem ter que reiniciar todo o processo de construção da imagem. (HENCKE, RODRIGUES, 2015, p.17)

A ferramenta GeoGebra é simples e intuitiva, ao incentivar os alunos a irem além da prática formal da aula de matemática, pode fazer com que eles desenvolvam habilidades no trato com software. Este programa é uma ferramenta computacional matemática. Ele é usado para auxiliar nas aulas de cálculo, pois muitas vezes o aluno, principalmente de nível superior, não consegue enxergar mentalmente o que uma dada equação cria graficamente.

É um programa intuitivo e seu manuseio é fácil, pois a própria ferramenta durante seu uso faz perguntas ou sugere ideias prontas que auxiliam o usuário. Para ilustrar, o usuário encontra uma equação qualquer na internet, copia e cola no espaço apropriado, e automaticamente é gerado uma imagem. Por se tratar de um software específico de matemática, ele consegue distinguir um parâmetro a, b, ou c, de uma variável x, y e z.

Incialmente ao abrir o programa temos essa tela.

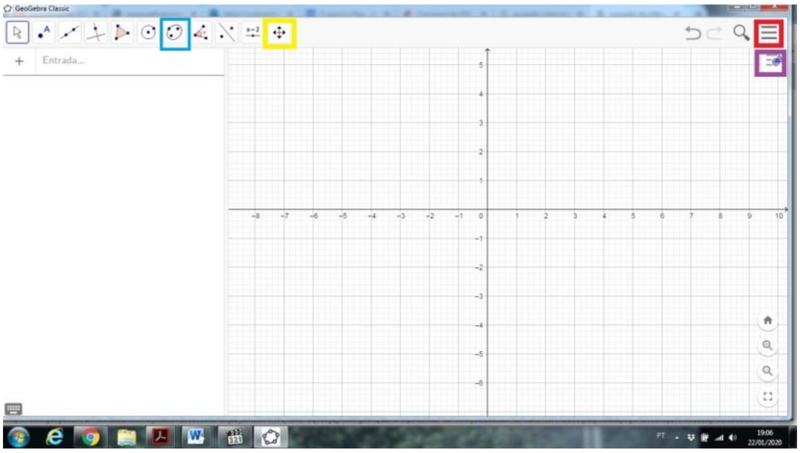

Figura 9: Tela inicial do GeoGebra

Fonte: Elaboração própria.

Nesta imagem existem quatro destaques nas cores; vermelho, roxo, amarelo e azul anil. No canto esquerdo superior tem escrito um "+" e do lado "entrada". Neste lugar você pode escrever ou colar uma equação. Imediatamente é gerado um gráfico. Há também quatro cores que destacam algumas ferramentas. Em vermelho temos:

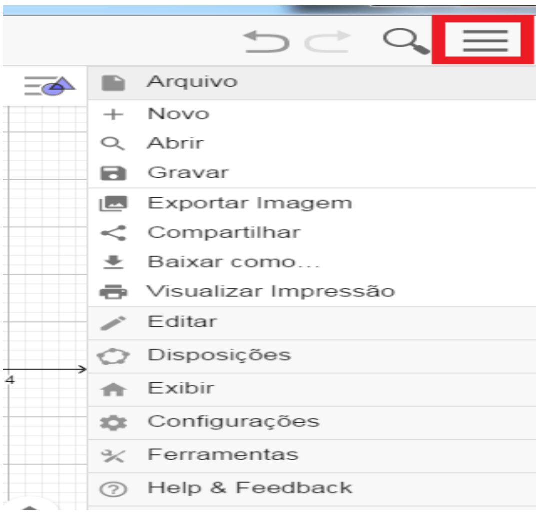

Figura 10: Pressionando o botão em destaque vermelho o usurário tem a parte de operação do arquivo.

Fonte: Elaboração própria.

Em roxo: a opção mais relevante são as janelas 2D e 3D.

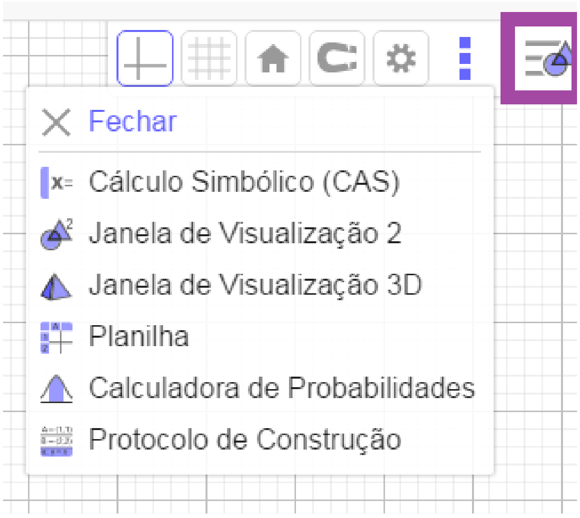

Figura 11: Pressionando a tecla destacada aparecem as opções acima.
Fonte: Elaboração própria.

Em amarelo, na tela inicial do geogebra figura 9, temos o botão de mover, muito útil para a visualização da imagem formada. Se esta estiver em três dimensões à imagem pode ser vista de todos os ângulos possíveis. A possibilidade de vê-la dessa forma traz fruição ao gráfico.

Logo abaixo, em destaque azul com a tecla pressionada, temos está imagem aproximada.

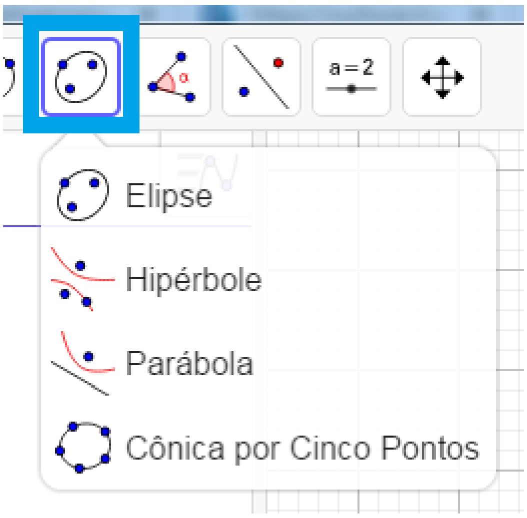

Figura 12: Em destaque em azul, com o botão acionado.
Fonte: Elaboração própria.

Este botão permite escolher a cônica pretendida ou construí-la com cinco pontos. Este botão é muito interessante, pois permite ao usuário construir cônicas a partir de pontos arbitrários. Na construção da cônica com cinco pontos é possível, com o mouse, colocar os pontos e posteriormente move-los. Desta maneira, é possível fazer as cônicas com o arrastar dos pontos de modo lúdico. Esta ferramenta permite a construção das cônicas sem introduzir equação alguma, todavia o programa apresenta a equação que esses cinco pontos formam. O programa, através de equações chega em imagens e de imagens também construímos equações. O GeoGebra permite que o aluno brinque com o software. O programa também permite que cada cônica ou quádricas produzida, tenha cores distintas, para fácil visualização. Além disso, o usuário pode nas janelas de duas dimensões e três, fazer varias imagens ao mesmo tempo.

Da mesma forma que podemos brincar de construir cônicas, o GeoGebra permite que se faça alterações com o mouse nas quádricas. Os parâmetros a, b e c, podem sofrer alterações somente com o mouse. Isso novamente transforma o contato com as quádricas em uma operação mais lúdica.

Abaixo, esta em destaque o controle deslizante. Ao colar uma das equações presentes neste trabalho, e que possuem os parâmetros a, b e c, o GeoGebra automaticamente cria os controles deslizantes associados a cada parâmetro.

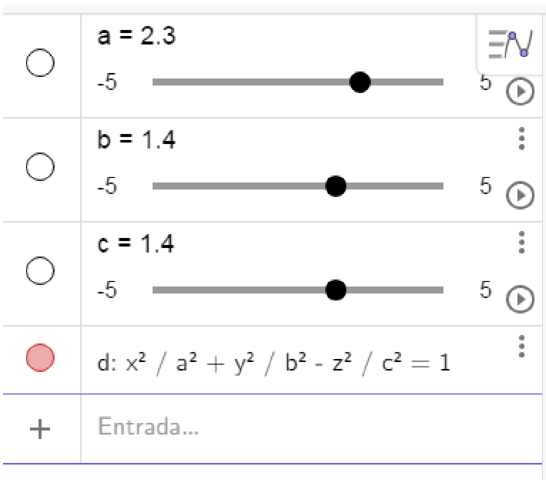

Figura 13: Controles deslizantes.

Fonte: Elaboração própria.

Na imagem acima há três controles deslizantes, a, b e c. ao movermos esta bola preta, podemos alterar a imagem nos três eixos, x, y e z. Formando outras formas a partir de uma equação. Novamente o programa demonstra sua praticidade e capacidade de fruição e torna o aprendizado mais lúdico. Os controles deslizantes também podem ser criados pelo operador.

De modo sucinto será apresentado do que se trata as cônicas e as quádricas. O termo cônica ou seção cônica se origina com curvas que aparecem quando um plano que chamaremos de α, corta um cone circular reto de folha dupla. Abaixo está uma imagem de um cone de folha dupla, retirada do software Geogebra.

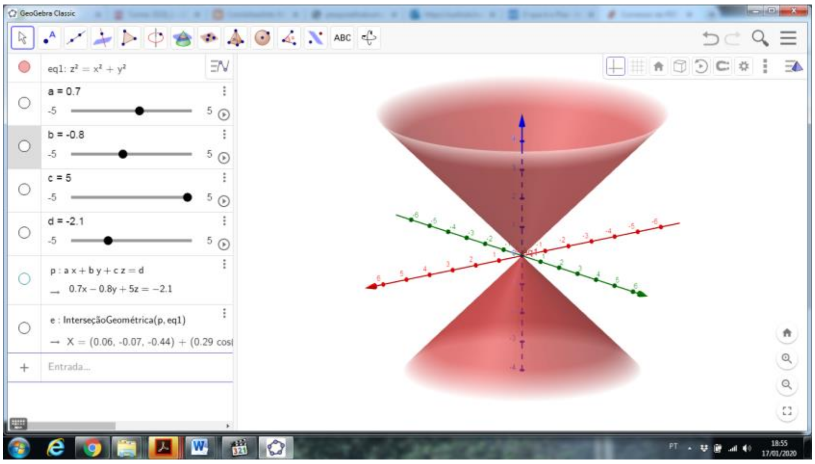

Figura 14: Cone de duas folhas.

Fonte: Elaboração própria.

Nesta imagem não existe o plano que gera as cônicas. As linhas, verde, vermelho e azul com pontos, representam as variáveis que podemos chamar de x, y e z respectivamente. A representação gráfica abaixo está em três dimensões, todavia as cônicas na verdade são representadas em duas dimensões. As cônicas geradas pelo corte do plano α no cone de duas folhas são: circunferência, parábola, elipse e hipérbole.

Abaixo está representado as quatro cônicas formadas com a interceptação do plano no cone de folha dupla. A imagem está dividida em duas linhas e duas colunas. Na primeira linha temos a circunferência e a elipse, na segunda linha a parábola e a hipérbole.

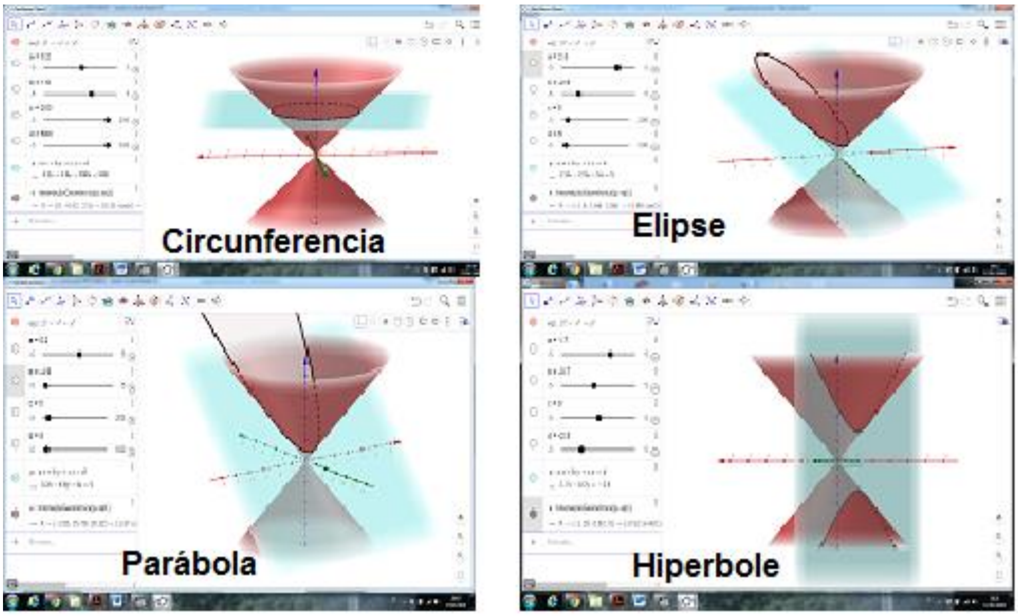

Figura 15: Imagem das 4 cônicas.

Fonte: Elaboração própria.

As cônicas pertencem ao plano em duas dimensões, para melhor representar, ilustro abaixo as mesmas cônicas no plano, respectivamente na ordem da figura anterior acima.

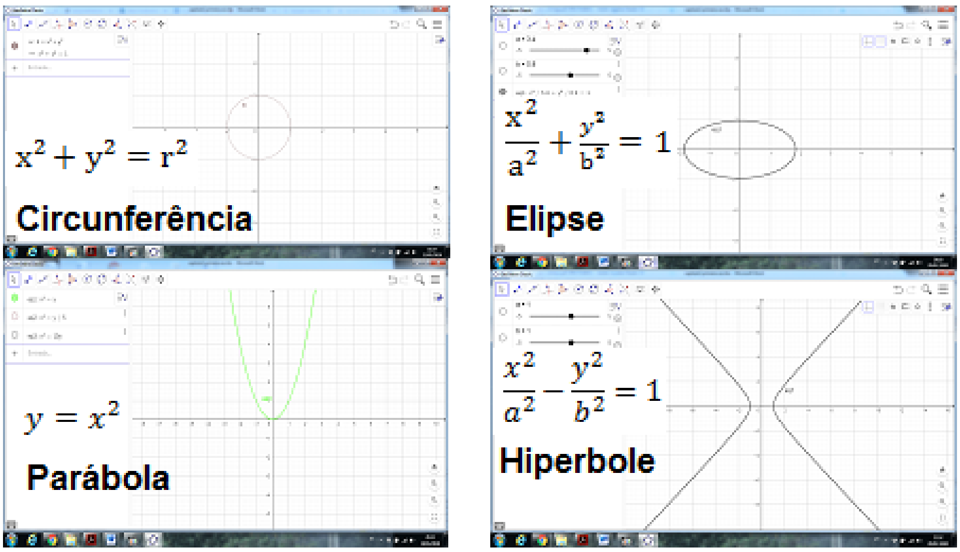

Figura 16: Representação das cônicas no ambiente em duas dimensões.

Fonte: Elaboração própria.

Apresentado a parte gráfica das cônicas, suas respectivas equações são:

Circunferência: $x^2 + y^2 = r^2$, r=raio da circunferência.

Parábola: $y = x^2$.

elipse: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

Hipérbole: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$.

As quádricas ou superfícies quádricas são formas em três dimensões. No caso anterior, as cônicas usam duas variáveis, chamadas de x e y arbitrariamente. Por se tratar do espaço tridimensional temos que adicionar mais uma variável, que chamaremos arbitrariamente de z. Com isso ficamos com as variáveis x, y e z.

As quádricas representadas nas imagens abaixo são: esfera, elipsoide, hiperboloide de uma folha, hiperboloide de duas folhas, paraboloide e paraboloide hiperbólico, respectivamente. E suas equações são:

Esfera: $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$. r=raio da esfera.

Elipsoide: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$

Hiperboloide de uma folha: $\frac{x2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$.

Hiperboloide de duas folhas: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$.

Paraboloide: $\frac{z}{c} = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$.

Paraboloide hiperbólico: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} + z = 0$

Importante salientar que estas quádricas apresentadas possuem variações.

Abaixo a representação gráfica das mesmas.

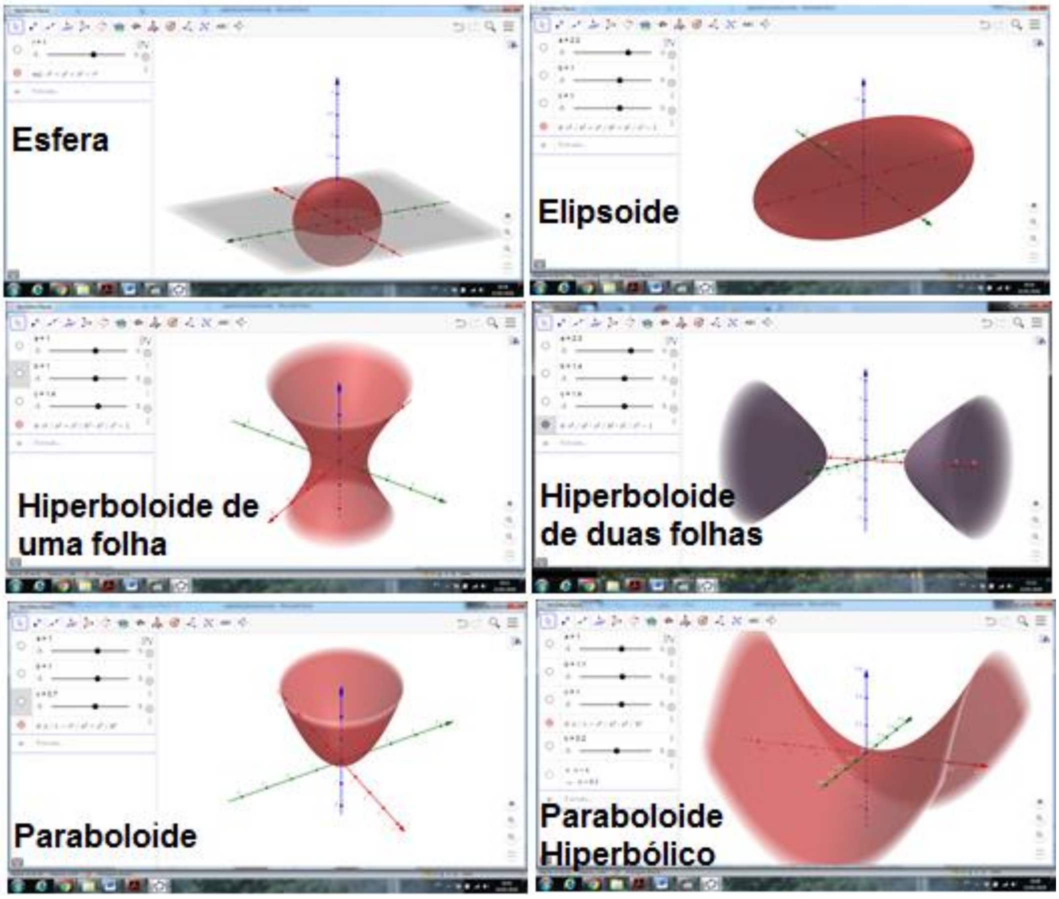

Figura 17: Representação gráfica das quádricas.

Fonte: Elaboração própria

A intenção aqui, no entanto, não é ensinar a manipular o GeoGebra. Este é uma plataforma e dominar o software em sua plenitude demandaria mais tempo ou um trabalho de pesquisa próprio para o tema.

3.2 Uma proposta de ensino em Artes

A proposta interdisciplinar que descrevo constitui-se em usar as cônicas e quádricas como motivadores para fazer arte ou usá-las como base para interpretar matematicamente obras de arte.

O professor irá apresentar visualmente as cônicas e quádricas na forma de equação, sem adentrar nas equações, simplesmente exibi-las. O intuito é o discente saber que equações podem ser usadas para construir desenhos/ gráficos, bastando arbitrariamente substituir valores numéricos na equação. É interessante haver um trabalho em conjunto com um professor de matemática, havendo uma divisão no trabalho e facilitando para o professor de arte, que poderá focar mais na prática artística. Como as escolas são distintas e existem muitas diferenças e variáveis acerca do trabalho docente, pode ocorrer de não haver a possibilidade de mais de um professor abordar o tema e as relações entre a matemática e a arte. Tendo em vista essa situação, é possível que o professor de arte possa desenvolver o projeto sozinho. Para isso basta copiar e colar as equações no programa, pois ele gera imagens de modo fluido, criando controles deslizantes automaticamente, que ajudam a demonstrar variações da mesma imagem e sem dificuldades. Todavia, é inegável que é melhor desenvolver um trabalho em conjunto entre diferentes professores.

Para exemplificar, o professor pode pegar uma cônica simples, como a parábola ($x^2=y$), e junto com os alunos construir uma parábola no plano cartesiano. Não é necessário que o professor construa todas as cônicas e quádricas a mão, pois nas quádricas, em três dimensões é muito difícil elaborar os desenhos. Além disso, o intuito do projeto, do ponto de vista matemático é apenas mostrar a existência deste conteúdo (cônicas e quádricas) e suas possíveis relações interdisciplinares. Desenhar uma parábola no plano cartesiano é muito simples e exige pouco conhecimento matemático por parte do professor. Basta um raso conhecimento para tanto. Novamente, este trabalho poderia ser mais profundo no que diz respeito a matemática, bastando um professor específico da área.

Depois da investigação das equações, o docente, usando computador e um projetor irá exibir o programa GeoGebra, introduzindo as equações pretendidas para a aula no software. Este possui ferramentas que podem variar a imagem, e o aluno pode em seu computador repetir o processo feito pelo professor e brincar com a imagem.

Depois da exibição analógica e digital das cônicas ou quádricas o fazer artístico será posto em prática. No caso das cônicas podemos desenvolver trabalhos em duas dimensões, usando os mais diversos suportes como papel, madeira, placa de argila etc. Porém, como geralmente as cônicas formam as quádricas, podemos a partir dos suportes em duas dimensões, chegar a novos formatos através de recortes. Por exemplo, ao construirmos uma parábola numa cartolina, pode-se fazer um recorte da parábola e assim observarmos ela no espaço, com isso, poderemos montar formas em três dimensões a partir de suportes em duas dimensões. Neste momento da execução do projeto, o professor de arte visual deve usar as mais diversas possibilidades do fazer artístico. No caso das quádricas podemos propor trabalhos usando escultura e modelagem, já que estas ocorrem em ambiente em três dimensões, no espaço.

O GeoGebra tem ferramentas que exportam o arquivo para outros programas. Sendo assim, há possibilidade de usar a imagem em softwares de desenho, ampliando os suportes para fazer arte.

Também podemos a partir de obras de arte sugeridas pelo docente, fazermos estudos das linhas ou formas com os alunos. Eles devem ser capazes de identificar quais equações se aproximam ou predominam em determinada obra de arte. Seria o inverso, da arte para a matemática. Podemos propor também, trabalhos de pesquisa, em que aluno tem que trazer uma obra de arte, consagrada ou não, que usa uma determinada cônica ou quádrica, incentivando a pesquisa. De modo geral, pode ser solicitado que o aluno observe a paisagem visual em que vive, fazendo anotações de onde identificou uma cônica ou quádrica em seu ambiente de vida e convívio. No caso de observar a luz e a sombra, é claro e evidente a presença das cônicas. Devido a isso, é fácil incentivar o aluno a observar o mundo com um olhar artístico e matemático.

Para ilustrar melhor sobre a observação do ambiente visual, a cidade de Brasília, no Distrito Federal, feita por Oscar Niemeyer apresenta um bom exemplo de utilização de cônicas. Segundo Frederico Flósculo, professor do Departamento de Arquitetura e Urbanismo da Universidade de Brasília, em entrevista ao site epoch times, diz:

> A arquitetura dele gira totalmente em torno de círculo, elipse, hipérbole e parábola. Toda a sua arquitetura é baseada em

composições feitas através da combinação das cônicas. Quando você entende o que ele faz, sua obra torna-se geometria pura. É uma forma tão expressiva esteticamente como se ela fosse eterna (Epoch Times, 2012).

A seguir imagens da arquitetura da cidade de Brasília.

Figura 18: Palácio do Planalto com seus pratos paraboloides.

Fonte: https://arquiteturaurbanismotodos.org.br/praca-dos-tres-poderes/

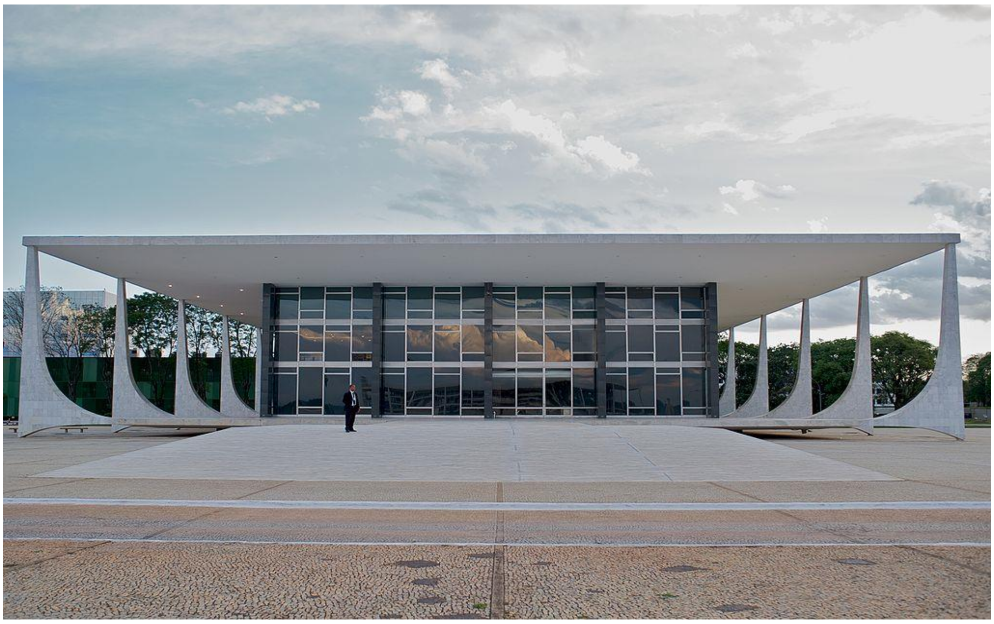

Figura 19: Palácio do Supremo Tribunal Federal com colunas em formas de hipérbole.

Fonte: https://pt.wikipedia.org/wiki/Pal%C3%A1cio_do_Supremo_Tribunal_Federal

Figura 20: Catedral de Brasília com suas colunas externas em forma de parábolas.
Fonte: https://www.segueviagem.com.br/geral/obras-de-oscar-niemeyer-em-brasilia/

O docente deverá usar seus conhecimentos adquiridos em sua formação para sugerir obras de arte que dialoguem com as cônicas e quádricas, como já dito em parágrafos anteriores, fazer a ligação entre as disciplinas de arte e matemática. Essa sugestão de artistas para compor esta proposta de ensino, como exemplo, é extremamente abrangente. Para demonstrar usaremos dois exemplos de artistas consagrados que visualmente podemos detectar cônicas e quádricas. Estes artistas são: Tomie Ohtake e Alexander Calder. A seguir duas obras de cada artista citado respectivamente.

Figura 21: Monumento Tomie Ohtake (2004) em Ipatinga, Minas Gerais.

Fonte: http://obviousmag.org/pintores-brasileiros/tomie_ohtake/as-esculturas-de-tomie-ohtake.html

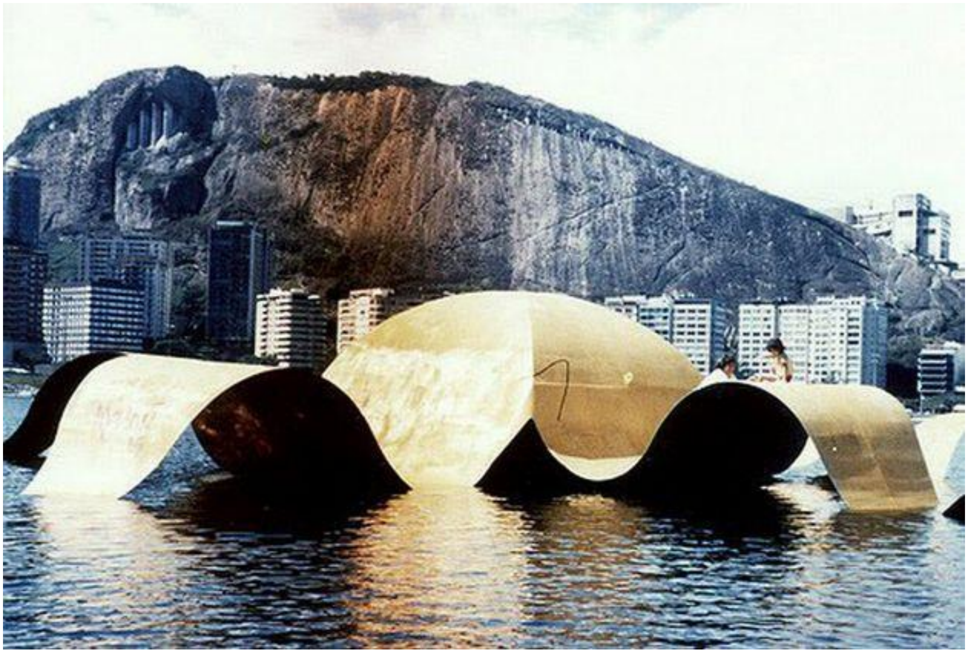

Figura 22: Estrela do Mar (1985).

Fonte: http://obviousmag.org/pintores-brasileiros/tomie_ohtake/as-esculturas-de-tomie-ohtake.html

Figura 23: As três asas (1967). Blå stället, Angered, Gotenburg, Suécia.

Fonte: https://pt.wikipedia.org/wiki/Alexander_Calder#/media/Ficheiro:De_tre_vingarna,_Alexander_Calder.JPG

Figura 24: O tamanduá (1963), Rotterdam , Países Baixos.

Fonte: https://pt.wikipedia.org/wiki/Alexander_Calder#/media/Ficheiro:Calder_Rotterdam.JPG

O professor, dependendo dos recursos e da quantidade de aula, poderá organizar o conteúdo e o modo de trabalhar. Para os alunos o ideal é uma sala de informática.

As cônicas não fazem mais parte do currículo do ensino médio. As quádricas formam uma parte das matérias de cálculo, especificamente em cálculo dois, e são estudadas nos cursos superiores de exatas. Para os anos finais do ensino fundamental (nono ano) é proposto o trabalho com cônicas e no primeiro ano do ensino médio as quádricas. As quádricas também não pertencem ao currículo regular do ensino médio, por isso não é interessante aprofundar nestes conteúdos com a mesma profundidade que no ensino superior. Como dito, é uma antecipação e introdução sendo o objetivo o fazer, apreciar e contextualizar em arte e matemática.

É importante reafirmar que uma obra de arte pode ser também apreciada pelo viés da matemática. Como as quádricas não pertencem ao currículo formal do ensino médio e nem as cônicas ao fundamental, há um caráter de antecipação. Segundo Vygotsky “O bom ensino é aquele que se adianta ao desenvolvimento” (Vygotsky 1984, p. 101).

3.3 Projetos desenvolvidos com o programa GeoGebra

Podemos lidar com software GeoGebra como um jogo. Assim como mencionado por Hencke e Rodrigues (2015), em seu projeto, os alunos lidaram com o programa de um modo lúdico e explorando livremente, Veer e Valsiner (2001) citam Vygotsky:

> No jogo a criança está sempre mais além do que sua média de idade, mais além do que seu comportamento cotidiano [...] O jogo contém, de uma forma condensada, como se estivesse sob o foco de uma lente poderosa, todas as tendências do desenvolvimento; a criança, no jogo, é como se se esforçasse para realizar um salto acima do nível do seu comportamento habitual. (VIGOTSKY, 1988 apud VEER e VALSINER 2001, p.12).

No trabalho apresentado por Hencke e Rodrigues, usaram uma obra de arte para servir como inspiração para os alunos, estes fizeram seus trabalhos e o resultado geral está representado na imagem abaixo.

Figura 25: fotos dos trabalhos realizados, baseados em um artista selecionado pelos professores.
Fonte: HENCKE, RODRIGUES, 2015, p.13

Destes trabalhos foi selecionado um para ser feito no programa GeoGebra. Eles escolheram o da imagem abaixo.

Figura 26: Trabalho escolhido para reprodução no GeoGebra.

Fonte: HENCKE, RODRIGUES, 2015, p.16

Observando a figura acima, a professora desenvolveu o trabalho no GeoGebra passo a passo, mostrando o programa e suas ferramentas aos alunos. O trabalho desenvolvido pela professora pode ser visto na imagem abaixo.

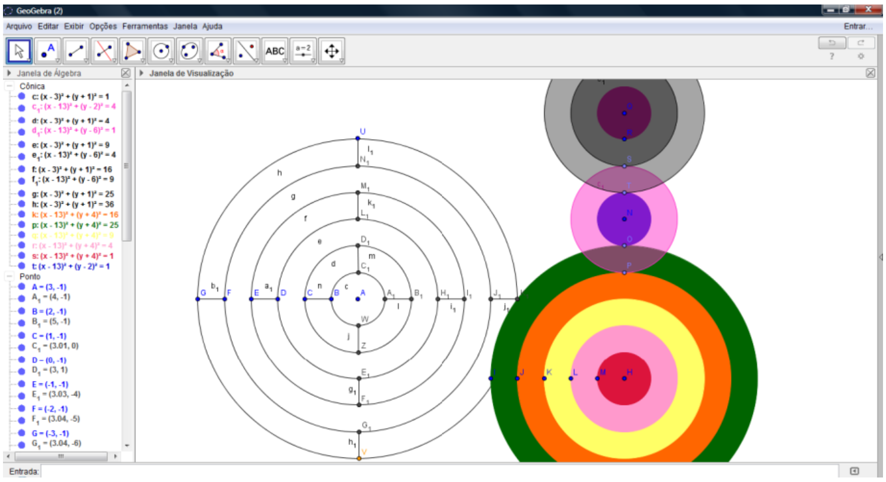

Figura 27: Reprodução no GeoGebra feita pela professora.
Fonte: HENCKE, RODRIGUES, 2015, p.16.

Após a explanação e construção da imagem no software GeoGebra por parte dos alunos, a próxima tarefa foi dividir os alunos em grupos, para interagirem com a ferramenta explorando livremente as capacidades e possibilidades do programa. Cada grupo de 5 a 6 alunos escolheu um trabalho para representar na ferramenta digital, e o resultado foi:

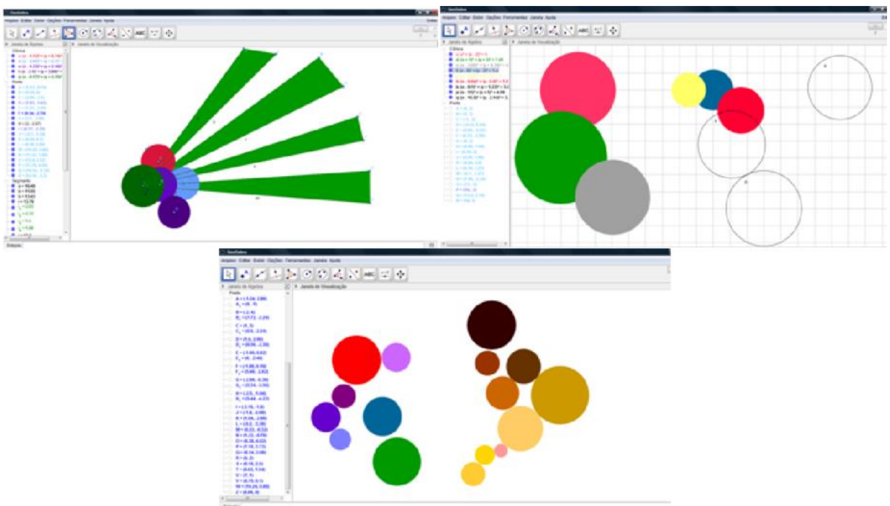

Figura 28: Interfaces iniciais produzidas pelos grupos de alunos no software GeoGebra.
Fonte: HENCKE, RODRIGUES, 2015, p.17.

CONCLUSÃO

Vivemos em um mundo onde tudo é interdisciplinar, transdisciplinar e multidisciplinar, e os conhecimentos sempre estão conectados uns aos outros. Separá-los pode ser didático, na escola isso ocorre por necessidade, contudo, desenvolver trabalhos interdisciplinares ajuda o aluno a reconhecer as disciplinas como um todo indivisível e a valorizá-las mutuamente.

O que motivou este projeto foi pensar às cônicas e as quádricas da matemática no contexto de ensino em artes. Estas, apenas em folha de papel, não propiciam ao aluno uma percepção interdisciplinar capaz de motiva-lo a conhecer o conteúdo de forma artística e matemática. Porém, as ferramentas computacionais tornam este conteúdo mais dinâmico e passível de apreciação. Além disso, estas ferramentas foram concebidas com propósito educacional e usá-las é modernizar o ensino e aprendizagem de artes em sala de aula.

Para uma percepção artística do conteúdo matemático abordado é necessário ver o programa GeoGebra em funcionamento e explorar suas ferramentas. Com isso amplia-se o arcabouço de possibilidades no desenvolvimento analítico e prático da arte.

Para professores de arte, afastados do estudo da matemática, o conteúdo apresentado pode parecer longo, complexo e desinteressante do ponto de vista artístico. Todavia a matemática exposta é simples e tem mais aptidão ilustrativa do que profundidade. O intuito matemático apenas possibilita o aluno ter um contato mais lúdico com as artes usando a matemática como ferramenta.

Se o discente compreender que todas as formas visuais, artísticas ou não, possuem uma equação associada, seu trabalho terá mais êxito. Sua aplicação em sala de aula é muito tranquila, basta baixar o programa gratuitamente na internet, copiar e colar as equações aqui presentes. O programa é intuitivo e modificações ou até mesmo realização de desenhos a partir do mouse, também é possível.

Este trabalho não esgota as possibilidades de associação entre arte e matemática.

Por fim, no site oficial do GeoGebra, há na seção de materiais didáticos existe “1 milhão de atividades gratuitas”(Site GeoGebra) a serem exploradas.

REFERÊNCIAS:

ALMEIDA FILHO, N. **Transdisciplinaridade e Saúde Coletiva**. Ciência & Saúde Coletiva. II (1-2), 1997.

BARBOSA, Ruy Madsen. **Descobrindo a Geometria Fractal para a sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

CALDAS, Felipe Rodrigo. HOLZER, Denise Cristina. POPI, Janice Aparecida. A **Interdisciplinaridade em Arte: Alguma Considerações.** Revista Nupeart. Universidade do Estado de Santa Catarina, UDESC. Centro de Artes – CEART. 2017.

DOWBOR, Ladislau. **Os novos espaços do conhecimento**. 1994. Mimeo . Disponível em:<https://dowbor.org/1995/01/os-novos-espacos-do-conhecimento.html/>. Acesso em 28 jan. 2020.

Esboços de uma Capital: O escultor dos espaços (Parte 7), *Epoch Times , 2012. Disponível em:*< https://www.epochtimes.com.br/esbocos-de-uma-capital-o-escultor-dos-espacos-parte-7/ >. Acesso em: 01 fev. 2020.

FAINGUELERNT, Estela Kaufmann e NUNES, Kátia Regina Ashton**. Fazendo Arte com a Matemática.** Porto Alegre: Artmed, 2006.

Figura 1, 2 e 3: Disponível em<https://comjeitoearte.blogspot.com/2012/06/escher-e-geometria-iv.html>.Acesso em: 07 dez. 2019.

Figura 4: Marcel Duchamp, Nu Descendo uma Escada. Disponível em< https://pt.artsdot.com/@@/8XYHEB-Marcel-Duchamp-Nu-descendo-a-escada-n%C3%A3o-2->. Acesso em: 08 dez. 2019.

Figura 5: Marcel Duchamp descending a staircase – Eliot Elisofon, New York, 1952. Disponivelem:<https://i.pinimg.com/originals/51/5e/01/515e01dcf298b2362f0a615351cbd2ce.jpg>. Acesso em: 08 dez. 2019.

Figura 6: Conjunto de Mandelbrot. Disponivel em:< http://www.geocities.ws/projeto_caos_ufg/fractais/fractais6.html>. Acesso em: 09 dez 2019.

Figura 7: Anthea 2019. Disponível em:<https://www.howeart.net/anthea>. Acesso em: 09 dez. 2019.

Figura 8: About Face III. Disponível em:<https://www.howeart.net/anthea>. Acesso em: 09 dez. 2019.

Figura 18: Palácio do Planalto com seus pratos paraboloides. Disponível< https://arquiteturaurbanismotodos.org.br/praca-dos-tres-poderes/>. Acesso em: 01 ago. 2020.

Figura 19: Palácio do Supremo Tribunal Federal com colunas em formas de hipérbole. Disponível em:< https://pt.wikipedia.org/wiki/Pal%C3%A1cio_do_Supremo_Tribunal_Federal>. Acesso em: 01 ago. 2020.

Figura 20: Catedral de Brasília com suas colunas externas em forma de parábolas. Disponível em:<https://www.segueviagem.com.br/geral/obras-de-oscar-niemeyer-em-brasilia/>. Acesso em: 01 ago 2020.

Figura 21: Monumento Tomie Ohtake (2004) em Ipatinga, Minas Gerais. Disponível em:<http://obviousmag.org/pintores-brasileiros/tomie_ohtake/as-esculturas-de-tomie-ohtake.html>. Acesso em: 01 ago. 2020.

Figura 22: Estrela do Mar (1985). Disponível em:<http://obviousmag.org/pintores-brasileiros/tomie_ohtake/as-esculturas-de-tomie-ohtake.html>. Acesso em: 01 jan. 2020.

Figura 23: As três asas (1967). Blå stället, Angered, Gotenburg, Suécia. Disponível em:<https://pt.wikipedia.org/wiki/Alexander_Calder#/media/Ficheiro:De_tre_vingarna,_Alexander_Calder.JPG>. Acesso em: 01 jan. 2020.

Figura 24: O tamanduá (1963), Rotterdam , Países Baixos. Disponível em:<https://pt.wikipedia.org/wiki/Alexander_Calder#/media/Ficheiro:Calder_Rotterdam.JPG>. Acesso em: 01 ago. 2020.

GeoGebra, Software. Disponível em:< https://www.geogebra.org/?lang=pt>. Acesso em: 05 dez. 2019.

GRAVINA, Maria Alice; BARRETO, Marina Menna; DIAS, Mariângela Torre; MEIER, Melissa. Geometria Dinâmica na Escola. In: GRAVINA, Maria Alice; BÚRIGO, Elisabete Zardo; BASSO, Marcus Vinícius de Azevedo; GARCIA, Vera Clotilde Vanzetto Garcia (org.). **Matemática, Mídias Digitais e Didática - tripé para formação de professores de Matemática.** Curso de Especialização em Matemática, Mídias Digitais e Didática para Educação Básica. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática - Instituto de Matemática. Universidade Federal do Rio Grande do Sul - Universidade Aberta do Brasil, 2013.

GRÜN, M. **Questionando os pressupostos epistemológicos da educação ambiental: a caminho de uma ética**. Porto Alegre. 1995. Dissertação (Mestrado). UFRGS.

HENCKE, J.; RODRIGUES, M.R. **Arte e matemática: aproximações geométricas e o uso de recursos tecnológicos** , Curso de Especialização em Matemática, Mídias

Digitais e Didática para Educação Básica. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática - Instituto de Matemática. Universidade Federal do Rio Grande do Sul - Universidade Aberta do Brasil, 2015.

HUETE SÁNCHEZ J. C.; BRAVO, J. A. Fernández. **O Ensino da Matemática: fundamentos teóricos e bases psicopedagógicas**. Tradução Ernani Rosa. Porto Alegre: Artmed, 2006.

INEP, *resultado*, 2019. Disponível em: < http://portal.inep.gov.br/acoes-internacionais/pisa/resultados > acessado em: 05 jan. 2020.

LOYOLA, Geraldo Freire. PIMENTEL, Lucia Gouvêa. Texto retirado da Tese PROFESSORARTISTAPROFESSOR: **Materiais didático-pedagógicos e ensino-aprendizagem em Arte.** (Doutorado em Artes) Escola de Belas Artes. Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte, MG, 2016.

MANDELBROT, B. **The fractal geometry of nature**. Nova York: W. H. Freeman, 1983.

PIRES, M.F.C. **Reflexões sobre a interdisciplinaridade na perspectiva de integração entre as disciplinas dos cursos de graduação** Revista do IV Circuito PROGRAD: As disciplinas de seu curso estão integradas? UNESP. São Paulo, 1996.

SEMMER. Simone. **Matemática e Arte**. 2007. Disponível em:<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/409-4.pdf >Acesso em: 06 jan. 2020.

SCHATTSCHNEIDER, DORIS E WALKER, WALLACE (1991), **Caleidociclos de M. C. Escher**. Benedi ktaschen: Germany. Dísponivel em:https://comjeitoearte.blogspot.com/2012/06/escher-e-geometria-iv.html Acesso em 20 dez. 2019

VEER, R.; VALSINER, J. **Vigotsky: uma síntese**. 4.ed. São Paulo: Loyola, 2001.

VYGOTSKY, L.S. **Pensamento e linguagem**. Trad. M. Resende, Lisboa, Antídoto, 1979. A formação social da mente. Trad. José Cipolla Neto et alii. São Paulo, Livraria Martins Fontes, 1984.