

**MODELOS E ALGORITMOS PARA PROBLEMAS
DE LOCALIZAÇÃO EM LOGÍSTICA REVERSA.**

ELLEN KENIA FRAGA COELHO

**MODELOS E ALGORITMOS PARA PROBLEMAS
DE LOCALIZAÇÃO EM LOGÍSTICA REVERSA.**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais como requisito parcial para a obtenção do grau de Doutor em Engenharia de Produção.

ORIENTADOR: GERALDO ROBSON MATEUS

Belo Horizonte

Agosto de 2017

© 2017, Ellen Kenia Fraga Coelho.
Todos os direitos reservados.

Kenia Fraga Coelho, Ellen

Modelos e Algoritmos para Problemas de Localização em
Logística Reversa. / Ellen Kenia Fraga Coelho. — Belo
Horizonte, 2017

xxii, 77 f. : il. ; 29cm

Tese (doutorado) — Universidade Federal de Minas Gerais
Orientador: Geraldo Robson Mateus

1. Engenharia de Produção — Teses. I. Orientador.
II. Título.

CDU

[Folha de Aprovação]

Quando a secretaria do Curso fornecer esta folha, ela deve ser digitalizada e armazenada no disco em formato gráfico.

Se você estiver usando o `pdflatex`, armazene o arquivo preferencialmente em formato PNG (o formato JPEG é pior neste caso).

Se você estiver usando o `latex` (não o `pdflatex`), terá que converter o arquivo gráfico para o formato EPS.

Em seguida, acrescente a opção `approval={nome do arquivo}` ao comando `\ppgccufmg`.

Se a imagem da folha de aprovação precisar ser ajustada, use:
`approval=[ajuste] [escala] {nome do arquivo}`
onde *ajuste* é uma distância para deslocar a imagem para baixo e *escala* é um fator de escala para a imagem. Por exemplo:
`approval=[-2cm] [0.9] {nome do arquivo}`
desloca a imagem 2cm para cima e a escala em 90%.

Aos amigos e à família.

Agradecimentos

Os últimos cinco anos, posso afirmar, foram os mais difíceis de toda minha vida. Quase simultaneamente ao meu ingresso no curso de Doutorado, minha mãe foi diagnosticada com o mal de Alzheimer. Lutar essas duas lutas, de uma vez só, se tornou possível apenas pelo fato de que meu orientador é o professor Dr. Geraldo Robson Mateus. Foi uma grande honra conhecê-lo, agradeço imensamente a oportunidade de ter sido sua orientanda. Muito, muito obrigada professor Robson pela compreensão, pela paciência e pelos valorosos conselhos.

Meu muito obrigada aos meus irmãos, Ataliba e Eduardo, nossa união me deu forças para seguir em frente.

Gostaria de agradecer aos meus colegas do Departamento de Engenharia de Produção (DEP-UFMG), pela companhia, pelas risadas e pelas dicas que muito contribuíram para realização deste trabalho.

Ao André, meu namorado, agradeço o companheirismo, o apoio incondicional e o gerador de instâncias.

Agradeço aos membros da banca examinadora professores Dr. Sérgio Ricardo de Souza (CEFET-MG), Dr. André Gustavo dos Santos (UFV), Dr. Maurício Cardoso de Souza (UFMG) e Dr. Ricardo Saraiva de Camargo (UFMG).

Finalmente, gostaria de agradecer aos meus amigos, que sempre acreditaram em mim e estavam disponíveis para proporcionar alguma descontração e boas gargalhadas nos momentos mais críticos.

*“Garbage going nowhere
Soon the dumps will spread to your front door
Lakes and rivers stagnant
Nothing lives or grows like years before
Nature’s disappearing
The world you take for granted ... soon no more.”
(John Mayall - Nature’s Disappearing)*

Resumo

A remanufatura de produtos é uma das mais lucrativas atividades em logística reversa. Executar um plano de negócios, no qual companhias tomem a responsabilidade pelos resíduos gerados por seus produtos no fim da vida útil, envolve a tomada de importantes decisões estratégicas. Um dos desafios do planejamento do fluxo reverso de produtos é decidir onde instalar as facilidades de reprocessamento. Essa decisão influencia diretamente os custos variáveis de transporte e os custos fixos de instalação. O presente trabalho propõe dois diferentes modelos para tentar solucionar problemas de logística reversa. O primeiro deles é um Problema de Localização Capacitado em Logística Reversa (PLC-LR), no qual se assume que o material ofertado em cada centro de coleta é destinado a uma única facilidade de reprocessamento. Essa restrição inclui casos específicos em que não há disponibilidade logística na rede para enviar o material coletado para diferentes locais. Um Problema de Programação Linear Inteira Mista (PPLIM) para o PLC-LR é resolvido por meio da utilização de um algoritmo em dois passos. No primeiro passo, Testes de Redução (TR), que determinam a priori quais facilidades serão abertas ou fechadas, são executados. Se todas as facilidades forem fixadas abertas ou fechadas, então a solução encontrada é ótima. Contudo, nem todas as facilidades podem ter sua condição definida dessa maneira, mas o problema resultante tem um número menor de variáveis e este é resolvido utilizando-se o método de Benders. O conjunto de dados foi gerado aleatoriamente e os resultados demonstram que as técnicas aplicadas são apropriadas, visto que alcançam a solução ótima para todos os problemas de teste.

O segundo modelo é um problema de Cadeia Fechada de Suprimentos (*Closed Looping Supply Chain* - CLSC), um modelo matemático que combina características de alguns modelos clássicos da literatura e a legislação relevante.

Palavras-chave: Logística Reversa, Testes de Fixação de Variáveis, Decomposição de Benders, Algoritmos.

Abstract

Product remanufacturing is one of the most profitable activities in reverse logistics. Running a business plan, in which companies take responsibility for the waste generated at their end-of-life products, involves important strategic decisions. One of the challenges in planning the reverse flow of products is deciding where the reprocessing facilities should be installed. This decision directly influences the transport variable costs and the fixed costs. This work proposes two different models for reverse logistics location problems. The first one is the Capacitated Plant Location Problem in Reverse Logistics (CPL-RL), in which we assume that the offered material of each collection center is taken to a single facility for reprocessing. This assumption includes specific cases where there is no logistic availability in the network to send the collected material to different locations. Mixed Integer Linear Problem (MILP) is solved by using a two steps algorithm. In the first step, reduction tests are performed to determine a priori which facilities will be opened /closed. If all facilities are fixed opened or closed then the solution is optimal. If not all facilities can have their status defined in this way, the resultant problem has a fewer variables and it is solved using a Benders method. The dataset was randomly generated and the results showed that the applied techniques are appropriate, achieving the optimal solution for all test problems.

The second problem is a Closed Looping Supply Chain model (CLSC). It combines characteristics of some classic models of literature and specific legislation.

Keywords: Reverse Logistics, Reduction Tests, Benders Decomposition, Algorithms.

Lista de Figuras

1.1	Economia Circular - retirada de http://www.funverde.org.br/	6
2.1	Estrutura: Oferta - Facilidades - Demanda	12
3.1	Localização dos nós à esquerda e Resultado $W(K1 \cup K2) = 87425$ à direita	25
3.2	Testando facilidades $k1, k2, k3, k4$	25
3.3	Teste para fechar	26
3.4	Solução FCM ($W(K1 \cup K2)$) para Instância 110	32
3.5	Teste aproximado para abrir - facilidade $k6$	33
3.6	Teste para abrir aproximado - facilidade $k7$	34
3.7	Tempo de Execução Algoritmos Teste de Redução Exatos e Aproximados - Instâncias com 200 nós.	36
5.1	Tempo médio de processamento em segundos, (a) 100 nós, (b) 200 nós. . .	50
5.2	GAP entre LS e LI na primeira iteração do Algoritmo de Benders, com e sem a aplicação prévia dos testes de redução.	51
5.3	Número de iterações do Algoritmo de Benders, com e sem a aplicação prévia dos testes de redução.	51
5.4	Tempo médio de processamento do Algoritmo de Benders com e sem a aplicação prévia dos testes de redução, (a) com 100 nós, (b) com 200 nós. .	52
6.1	Reprocessamento de produtos usados - imagens retiradas de http://www.sasierecycling.in	56
6.2	Estrutura: Fábricas - Mercado - Facilidades - Descarte	56
6.3	Comparação dos custos totais e tempo computacional em relação às taxas de retorno para instâncias com final 1	67
6.4	Comparação dos custos totais e tempo computacional em relação às taxas de retorno para instâncias com finais 2 e 3.	67
6.5	Taxas de retorno e Custos Totais para instâncias com 100 nós.	68

Lista de Tabelas

3.1	Parâmetros para o Exemplo 1	24
3.2	Parâmetros para o Exemplo 1	24
3.3	Teste Exato para Abrir - Exemplo 1	26
3.4	Teste Exato para Fechar - Exemplo 1	27
3.5	Parâmetros das Instâncias	28
3.6	Resultados Testes Exatos	30
3.7	Teste Aproximado para Abrir - Exemplo 2	34
3.8	Teste Aproximado para Fechar - Exemplo 3	35
3.9	Resultados Testes de Redução	37
3.10	Resultados Testes de Redução	38
4.1	Resultados Algoritmo Benders	45
5.1	Resultados Algoritmo Testes + Benders	48
5.2	Resultados Algoritmo Testes + Benders	49
6.1	Dimensões das instâncias do problema CLSC	63
6.2	Intervalos de distribuição uniforme para os parâmetros do problema CLSC	64
6.3	Resultados para o problema CLSC	66

Sumário

Agradecimentos	ix
Resumo	xiii
Abstract	xv
Lista de Figuras	xvii
Lista de Tabelas	xix
1 Introdução	1
1.1 Modelos de Localização de facilidades	3
1.2 Modelos de Cadeias de Suprimentos Fechadas	5
1.3 Organização do Trabalho	8
2 O Modelo Matemático PLC-LR	11
3 Testes de Redução	15
3.1 Testes de Redução Exatos	16
3.1.1 Teste para Abrir	19
3.1.2 Teste para Fechar	21
3.1.3 Algoritmo para os Testes de Redução Exatos	22
3.1.4 Geração dos Dados PLC-LR	27
3.1.5 Resultados Testes Exatos	29
3.2 Testes de Redução Aproximados	31
3.2.1 Teste Aproximado para Abrir	31
3.2.2 Teste Aproximado para Fechar	34
3.2.3 Resultados Testes de Redução Aproximados	35
4 Decomposição de Benders para o modelo PLC-LR	39

4.1	O Método de Decomposição de Benders	40
4.2	Decomposição do Modelo PLC-LR	42
4.3	Resultados	44
5	Análise dos Resultados	47
6	Modelo de Cadeia de Suprimentos Fechada CLSC	53
6.1	O Modelo Matemático	58
6.1.1	Descrição do Modelo Matemático CLSC	59
6.2	Geração de dados CLSC	62
6.3	Resultados	64
7	Conclusões	69
	Referências Bibliográficas	71

Capítulo 1

Introdução

“They took all the trees, and put them in a tree museum.”

Joni Mitchell - Big Yellow Taxi

O relatório anual ([Ericsson & Kuehr, 2015](#)) da iniciativa StEP (*Solving the E-waste Problem*) estima que cerca de 42 milhões de toneladas de lixo eletrônico tenham sido produzidos no ano de 2014. Apenas 15% desse montante (aproximadamente 6.5 milhões toneladas) foi coletado e recebeu o tratamento adequado. A previsão é de que haja um aumento de 33% até o ano de 2018 ([Duan et al., 2013](#)). Os governos de países desenvolvidos e em desenvolvimento demonstram certa preocupação com a produção destes resíduos e algumas medidas têm sido tomadas ao longo dos últimos 15 anos.

A União Europeia (UE) foi a pioneira nesse campo e, no início dos anos 2000, estabeleceu três importantes diretivas que se tornaram leis em fevereiro de 2003: a diretiva europeia de resíduos de equipamentos eletro-eletrônicos (*European Waste Electrical and Electronic Equipment Directive* (WEEE)); a diretiva sobre restrições de substâncias perigosas (*Restriction of Hazardous Substances Directive* (RoHS)); e a diretiva sobre o fim da vida útil de veículos automotores (*End-of-Life Vehicles Directive* (ELV)).

A diretiva WEEE estabelece metas de coleta, recuperação e reciclagem de resíduos eletrônicos por habitante por ano.

A diretiva RoHS define restrições para a manufatura de componentes dos aparelhos eletrônicos novos. Ao contrário das duas últimas, a diretiva ELV introduziu, no ano 2000, o conceito de responsabilização dos fabricantes de veículos pelo fim da vida útil de seus produtos. Essa diretiva tem o objetivo de reduzir a exploração mineral, principalmente pela reutilização dos metais pesados e dos diversos componentes utilizados na produção dos veículos. Todas essas leis têm sido revisadas e atualizadas desde que foram implementadas.

Seguindo uma tendência global, em dezembro de 2010, o Governo Brasileiro sancionou a lei nº 12.305/2010 que regula a política nacional de resíduos sólidos. Além dos aspectos legais, a razão para qual as companhias se comprometem com projetos sustentáveis inclui os ganhos financeiros e a publicidade *eco-friendly* (Fleischmann et al., 2000).

A eficiência das atividades de logística reversa está diretamente relacionada às dificuldades em controlar os fluxos de retorno de produtos e materiais; por isso, as companhias tendem a considerar o fluxo reverso de produtos como uma despesa e, conseqüentemente, seus planos de negócios e decisões estratégicas tratam a logística reversa como de prioridade baixa (Saavedra et al., 2013). Por outro lado, empresas que se propõem a pesquisar alternativas para o fluxo reverso de seus produtos podem receber benefícios econômicos se suas estratégias forem bem implementadas. Gerentes devem dar tanta atenção ao fluxo reverso de produto quanto ao fluxo direto, porque, se mal conduzidos, os fluxos reversos podem acarretar queda nos lucros da empresa (Blackburn, 2004).

A logística reversa é uma importante parte da gestão sustentável, pois envolve uma série de atividades que visam garantir que os produtos retornados sejam reprocessados adequadamente ou eliminados de forma responsável (Rogers et al., 1999). Diferentes abordagens podem ser utilizadas para lidar com produtos no fim da vida útil (*end-of-life* (EOL)). As principais delas incluem recondicionamento, reciclagem, reutilização, remanufatura e reparo (Rommert & A., 1999; Saavedra et al., 2013).

As diferenças entre esses processos nem sempre é clara. Na reutilização, os produtos são disponibilizados para uso após passarem por pequenos ajustes; em contrapartida, no recondicionamento, o produto necessita passar por um processo de manutenção que reestabeleça seu funcionamento, mesmo que isso signifique a perda da qualidade desse produto. Na reciclagem, o objetivo é o reaproveitamento da matéria prima, sem conservar nenhuma característica do produto original (Oh & Hwang, 2006). A remanufatura se destaca dentre essas possibilidades de reprocessamento de produtos usados porque ela é o processo que envolve a desmontagem, limpeza, reparo, reposição de partes danificadas e remontagem. Subseqüente a esses procedimentos, os produtos são submetidos aos mesmos testes que um produto novo.

Além disso, a remanufatura é responsável por 0,4% da economia dos Estados Unidos e é uma indústria que fatura aproximadamente US\$ 53 bilhões de dólares ao ano (Steenek & Sarin, 2013). Quando se compara esse faturamento com a produção de computadores e periféricos, que arrecada aproximadamente US\$ 56 bilhões de dólares ao ano (Lund, 1996, 2010), nota-se que existe um forte apelo para que as companhias direcionem seus esforços para a remanufatura.

De acordo com [Giutini & Gaudette \(2003\)](#), o custo de produção de produtos remanufaturados é de aproximadamente 45-60% do custo de produção de um produto novo. Esses produtos remanufaturados são comercializados em mercados específicos, por preços que giram em torno de 50-70% do preço de um produto novo.

[Kerr & Ryan \(2001\)](#) argumentam que a remanufatura é a forma mais eco-eficiente de reutilizar os produtos usados. Entretanto, há muita dificuldade na identificação de produtos remanufaturados, porque alguns produtos reconicionados são comercializados como se fossem remanufaturados. A falta de clareza na terminologia afeta o entendimento dos consumidores sobre os produtos remanufaturados, de modo que os consumidores não têm a clareza dos benefícios de se comprar esse tipo de produto ([Saavedra et al., 2013](#)).

A literatura contém diferentes tipos de estudos sobre remanufatura. Um estudo realizado por [Lee et al. \(2010\)](#), por exemplo, apresentam a desmontagem parcial de materiais como uma alternativa para simplificar a remontagem durante o processo de remanufatura de produtos. Em um estudo recente, [Zeng et al. \(2015\)](#) propuseram uma alternativa econômica substituindo os locais fixos de reprocessamento por containers. Essa proposta pode ser interessante no que diz respeito à mobilidade, mas só é viável quando as demandas por produtos reprocessados são baixas.

1.1 Modelos de Localização de facilidades

Os problemas de localização são comuns na Pesquisa Operacional e abordam aspectos importantes do projeto de uma rede de logística reversa ([Daskin et al., 2005](#); [Eiselt & Marianov, 2011](#))

Em relação à Pesquisa Operacional, são possíveis várias abordagens para auxiliar na tomada de decisões estratégicas. Alguns estudos exploraram o problema de projeto da cadeia de suprimentos, com diferentes objetivos, tais como redesenhar a rede logística para reduzir os custos de transporte dos materiais ([Jayaraman et al., 2003](#)) ou minimizar as emissões de CO_2 ([Kannan et al., 2012](#); [Zhang et al., 2014](#)). De acordo com [Dekker et al. \(2004\)](#), três áreas são consideradas na logística reversa: armazenamento, distribuição e produção. Dentro desses níveis de planejamento, analisar a localização dos pontos de reprocessamento de produtos usados pode contribuir para a melhoria dos sistemas de armazenamento, distribuição e produção, além de propiciar ganhos e competitividade para as empresas.

Diversos autores propuseram modelos de Problemas de Programação Linear Inteira Mista (PPLIM) visando resolver problemas de logística reversa. Os modelos foram

altamente utilizados em problemas de otimização combinatória, permitindo formulações fortes (Glover et al., 2011). Em geral, os pacotes comerciais são utilizados para resolver esses modelos (Alumur et al., 2012; Jayaraman et al., 2003; Salema et al., 2010; Zhou & Wang, 2008).

Em sua formulação básica do Problema de Localização de Facilidades Capacitado (PLC) é composto por um conjunto de potenciais locais onde as facilidades com capacidades pré-definidas podem ser abertas, e um conjunto de pontos de demanda que devem ser atendidos. O objetivo é determinar um subconjunto de facilidades para serem abertas, de maneira que a soma das distâncias e os custos fixos de instalação sejam mínimos.

Quando se trata de logística reversa, o PLC é utilizado com a incorporação de um nível de nós intermediários. Esses nós são compostos pelas facilidades de reprocessamento, este tipo de formulação pode ser encontrada nos seguintes estudos: Jayaraman et al. (2003), Li (2011), Santibanez-Gonzalez & Diabat (2013) e Tragantalerngsak et al. (2000).

Nos dois últimos trabalhos, os autores escolheram métodos exatos. Tragantalerngsak et al. (2000) utilizaram relaxação Lagrangiana combinada com um algoritmo *branch-and-bound*, enquanto Santibanez-Gonzalez & Diabat (2013) usaram o método de decomposição de Benders clássico, com cortes do tipo Pareto-ótimo. Os dois primeiros trabalhos apresentaram abordagens heurísticas para o PLC. Jayaraman et al. (2003) desenvolveram uma Heurística Concentradora (HC) iterativa em duas fases, em que os sub-problemas com conjuntos reduzidos de variáveis de decisão são resolvidos iterativamente até se alcançar a solução viável. Li (2011) utilizou uma heurística por enxames de partículas (PSO).

Outros estudos também usaram técnicas heurísticas para resolver o PLC em três níveis, compostos pelos nós de ofertas, os intermediários e os nós de demanda: Santibanez-Gonzalez & Luna (2012) desenvolveram um algoritmo genético, em que cada cromossomo é gerado em duas fases. Primeiro, é gerada a parte do cromossomo que representa o estado da facilidade, ou seja, se será aberta ou fechada. A segunda parte do cromossomo é obtida resolvendo-se um problema linear de otimização associado ao problema original. Min et al. (2006) escolheram desenvolver um algoritmo genético para um modelo matemático do problema de retornar produtos oriundos de vendas *on-line*. Sun (2012) gerou uma formulação híbrida, usando o procedimento ADD/DROP com uma heurística de busca tabu. Bornstein & Azlan (1998) realizaram testes de redução combinados a uma heurística do tipo *simulated annealing*. As técnicas ADD/DROP de Akinc & Khumawala (1977) são derivadas dos testes de redução, em que a tomada de decisão é baseada em uma comparação entre os custos fixos de

instalação das facilidades e os custos variáveis de transporte dos produtos para o PLC. Um resumo desses métodos é descrito por [Jacobsen \(1983\)](#).

[Domschke & Drexl \(1985\)](#) adicionaram algumas regras de prioridade para assegurar a viabilidade necessária para se executar o procedimento DROP. Por outro lado, [Campêllo & Bornstein \(2001\)](#), [Mateus & Thizy \(1999\)](#) e [Mateus & Bornstein \(1991\)](#), com base nos critérios de dominância entre custos fixos e variáveis e a propriedade de submodularidade, definiram testes exatos e aproximados para a PLC. Uma interpretação econômica desses testes exatos, relacionados ao mercado internacional, pode ser encontrada em [Mateus & Luna \(1992\)](#).

Neste trabalho, será apresentado um algoritmo com dois passos, no qual o primeiro é a aplicação dos testes de redução ao Problema de Localização Capacitado em Logística Reversa (PLC-LR) e no segundo é utilizado o método de Benders para resolver o problema remanescente.

A extensão desse método para o PLC-LR pode ser encontrada no Capítulo 3. O presente estudo fornece modelos e métodos para ajudar as organizações públicas, privadas e mistas a planejarem suas redes logísticas reversas. Uma das principais decisões estratégicas para as empresas de remanufatura é decidir onde estabelecer esses locais de reprocessamento. No presente estudo, propõe-se um Problema de Localização de Facilidades Capacitado para atividades de Logística Reversa (PLC-LR). O modelo foi desenvolvido com base no modelo *Reverse Supply Chain Design Problem* (RSCP) de [Li \(2011\)](#) e [Santibanez-Gonzalez & Diabat \(2013\)](#).

Abordamos casos específicos nos quais os fluxos de retorno provenientes dos centros de coleta são indivisíveis. O objetivo é minimizar os custos de transporte e gerenciamento, bem como os custos fixos de instalação das facilidades de reprocessamento. Apesar de serem propostos modelos clássicos e algoritmos presentes na literatura, eles são estendidos e aprimorados para resolver problemas realísticos. As principais contribuições são a indivisibilidade dos fluxos de centros de coleta para instalações das facilidades de reprocessamento; extensões dos testes de redução para problemas de localização capacitado em três níveis; e a integração entre os testes de redução e a decomposição de [Benders \(1962\)](#).

1.2 Modelos de Cadeias de Suprimentos Fechadas

O atual modelo econômico mundial é baseado em uma economia linear, em que os processos de produção se baseiam em extração, produção e eliminação. Este modelo, aliado ao estilo de vida voltado para o consumo, tem como consequências diretas graves

problemas ambientais e sociais. Uma economia “mais circular” pode ser apresentada como uma importante mudança desse paradigma econômico. Um novo modelo econômico que funcione em circuitos fechados, pautados pela inovação ao longo de todo o processo de produção de bens de consumo, é uma solução alternativa para minimizar os desperdícios de matérias primas. O conceito de economia circular, introduzido no início dos anos 90, é baseado no ciclo biológico em que os resíduos provenientes dos alimentos tornam-se nutrientes para a produção de mais alimentos (Figura 1.1).



Figura (1.1) Economia Circular - retirada de <http://www.funverde.org.br/>

Os benefícios de uma economia circular são unanimidade entre os pesquisadores. Embora não se possa mensurar em termos financeiros as vantagens dessa mudança, a implementação desse modelo econômico é um passo adiante na trajetória rumo à sustentabilidade (Andersen, 2007). O sucesso da implementação do conceito de economia circular em larga escala necessita do apoio de todas as partes interessadas, com ênfase em três aspectos principais: o meio ambiente, os recursos e os benefícios econômicos (Lieder & Rashid, 2016).

Os desafios da economia circular não são baseados somente em modelos e métodos para implementar seus princípios em toda a cadeia de suprimentos. É preciso que existam locais para desmontagem e reutilização de produtos no final da vida útil e informação acerca dos benefícios envolvidos (Adams et al., 2017).

Alguns modelos matemáticos que visam resolver problemas de fluxo reverso e/ou integrá-los ao fluxo direto são abordados em estudos de cadeia de suprimentos fechada (*Closed-Loop Supply Chain* - CLSC). Esses estudos representam parte importante dos trabalhos que podem contribuir para o sucesso de uma mudança de paradigma, fornecendo modelos e métodos e informação. Os modelos CLSC presentes na literatura

apresentam características muito diversas, por tratarem de um problema complexo que envolve diversas variáveis. Cada autor estabelece, para seu modelo matemático, as hipóteses que serão contempladas. As decisões de localização das facilidades de reprocessamento desempenham um papel crítico no projeto estratégico das redes da cadeia de suprimentos (Melo et al., 2009).

Amin & Zhang (2012) propuseram um PPLIM para configurar a rede logística e adicionar ao modelo a condição de que os produtos remanufaturados sejam enviados para o mercado secundário. Barbosa Povia et al. (2010) trabalharam com um modelo estendido de CLSC, adicionando uma demanda específica para produtos remanufaturados. Lu & Bostel (2007) apresentaram um problema de localização de dois níveis, com três tipos de instalações a serem localizadas em um sistema de logística reversa específico. O PPLIM proposto por eles considera fluxos “diretos” e “reversos” e suas interações, problema que foi resolvido por meio de um algoritmo baseado em heurísticas lagrangianas.

Mutha & Pokharel (2009) introduziram um modelo matemático para o projeto de uma rede logística reversa no qual os produtos retornados precisam ser agrupados em um depósito antes de serem enviados para centros de reprocessamento. Esses produtos, após a desmontagem, podem ter suas partes remanufaturadas ou enviadas para o mercado secundário de peças. Pishvae et al. (2010) realizaram um estudo estocástico que combina múltiplas funções objetivo. Amin & Baki (2017) apresentaram um modelo CLSC aplicado no sudoeste de Ontário, no Canadá. Eles propuseram um modelo matemático para CLSC incluindo fatores globais, como taxas de câmbio e leis aduaneiras, cuja solução é baseada em lógica *Fuzzy*. Amin et al. (2017) propuseram uma rede CLSC de manufatura de pneus com base nas opções de recuperação de pneus. O modelo de otimização linear é multiproduto e tem objetivo de maximizar o lucro total. Esse modelo foi aplicado a uma instância realística baseada na cidade de Toronto, no Canadá.

Alternativamente, Bazan et al. (2017) fizeram uma análise crítica da abordagem de otimização tradicional, que minimiza a soma dos custos relacionados à estocagem e transporte. O modelo por eles proposto considera três questões ambientais críticas, que são: a energia utilizada nos processos de produção; as emissões de gases das atividades de produção e transporte; e o número de vezes que os produtos usados podem ser remanufaturados. O trabalho de Beamon (1998) evidenciou a necessidade em se propor um tratamento integrado dos problemas que envolvem cadeias de suprimentos. A proposta é que se explore a estrutura da cadeia de suprimentos, pois essa seria uma abordagem mais integrada ao projeto do sistema de fabricação.

Um novo modelo CLSC é proposto no Capítulo 6. Este modelo contempla diver-

sas das hipóteses aqui elencadas por diferentes autores. Como o que foi proposto no trabalho de [Amin & Zhang \(2012\)](#), considera-se a existência de mercados secundários de peças usadas, no qual, após o reprocessamento, essas peças podem ser enviadas ao mercado secundário ou serem remanufaturadas ([Mutha & Pokharel, 2009](#)). Além disso, admite-se também os locais de descarte, os quais recebem os resíduos provenientes dos centros de reprocessamento e dos locais de coleta de produtos usados. Tais hipóteses podem ser encontradas nos trabalhos de [Lu & Bostel \(2007\)](#) e [Mutha & Pokharel \(2009\)](#). Embora [Barbosa Povoá et al. \(2010\)](#) tenham desenvolvido um modelo CLSC no qual o principal objetivo é determinar quantidades ótimas de produção de produtos remanufaturados e reciclados, nesse trabalho foram consideradas três formas de reaproveitamento: a remanufatura de produtos, a remanufatura de componentes e a recuperação de matérias primas. Nesse contexto, o modelo CLSC que é apresentado no Capítulo 6 também explora as diversas possibilidades envolvidas no processo de reaproveitamento de produtos usados. Considera-se como fluxo direto apenas o envio de produtos novos para o mercado, variando-se as taxas de retorno desses produtos (fluxo reverso) entre 30%, 45% e 60%. Foi gerado aleatoriamente um conjunto com 27 instâncias, que possui variadas configurações em relação aos tamanhos, fluxos reversos, capacidades e custos fixos. O problema foi analisado sob diversos aspectos de interesse, tais como, o impacto do aumento na coleta de produtos usados e da diminuição das capacidades das facilidades nos custos totais do sistema. A resolução do PPLIM mostrou-se complexa e de difícil aplicação para problemas de grande porte e os resultados preliminares dessa abordagem abrem novos caminhos para trabalhos futuros.

1.3 Organização do Trabalho

O trabalho está organizado na seguinte forma: No Capítulo 2 é apresentado do modelo matemático para o PLC-LR.

No Capítulo 3 são apresentados os testes de redução exatos, aproximados e sua extensão para o PLC-LR. A geração das instâncias é detalhada e os resultados computacionais da aplicação dos testes ao PLC-LR são expostos.

No Capítulo 4 é desenvolvida a Decomposição de Benders para o PLC-LR e os resultados dessa abordagem são apresentados.

No Capítulo 5 é detalhado o algoritmo que integra os testes de redução e o método de Benders, os resultados computacionais deste algoritmo são apresentados e comparados com os resultados dos capítulos anteriores.

No Capítulo 6 é apresentado um novo modelo para o problema de cadeia fechada de suprimentos (*Closed Loop Supply Chain* CLSC) e resultados preliminares.

No Capítulo 7 são apresentadas as conclusões e feitas as propostas para trabalhos futuros.

Capítulo 2

O Modelo Matemático PLC-LR

“I know we’ve come a long way. We’re changin’ day to day.”

Cat Stevens - Where do the children play?

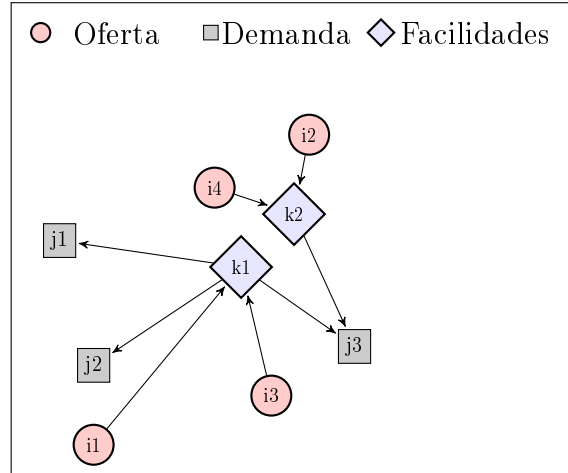
O modelo de programação linear inteira mista para o problema PLC-LR pode ser descrito como um PLC em três níveis, com demanda conhecida. O problema abordado no presente estudo considera um único produto e que o fluxo proveniente dos centros de coleta é indivisível. O primeiro nível é formado pelos pontos de oferta; o nível intermediário é composto pelas facilidades de reprocessamento; e o terceiro nível são os pontos de demanda.

No fluxo reverso de produtos, assume-se que os consumidores deixam seus produtos usados nos centros de coleta, que agrupam esses produtos para serem reprocessados, como computadores, telefones celulares e máquinas copiadoras. Em geral, não há disponibilidade logística para o retorno de produtos usados, por esse motivo optou-se pela indivisibilidade do fluxo no transporte entre os locais de coleta e os centros de reprocessamento. A segunda parte desse processo envolve a triagem do material coletado, os quais são enviados às facilidades de reprocessamento, onde serão limpos, desmontados e separados, de acordo com suas condições. Então, as partes são enviadas aos pontos de demanda e/ou são adequadamente descartados de acordo com a legislação pertinente.

É considerada uma estrutura na qual os clientes (conjunto J) são os locais de demanda por produtos reprocessados, o conjunto I representa os centros de coleta de produtos usados, que atuam como pontos de oferta, e o conjunto K representa os locais candidatos à instalação de facilidades de reprocessamento.

Na Figura 2.1, os produtos recebidos dos nós de oferta ($I = \{i1, i2, i3, i4\}$) chegam às facilidades de reprocessamento ($K = \{k1, k2\}$), onde são reprocessados e redistribuídos para os locais de demanda ($J = \{j1, j2, j3\}$).

Figura (2.1) Estrutura: Oferta - Facilidades - Demanda



Nesse modelo, o fluxo que deixa os locais de oferta I é considerado indivisível e este é destinado para somente uma facilidade de reprocessamento. Uma vez reprocessados, os produtos são enviados aos locais de demanda ou descartados, de acordo com suas condições. É importante ressaltar que a demanda por produtos usados depende do sucesso das atividades de coleta. Entretanto, a oferta pode ser estimada com base no consumo de produtos novos. Cada companhia que tenha interesse na remanufatura pode estabelecer uma quantidade a ser ofertada no fluxo reverso dos seus produtos de acordo com suas vendas e o fim da vida útil de seus produtos.

O modelo matemático proposto visa minimizar os custos envolvidos, tanto os custos variáveis de transporte unitário desses produtos quanto os custos fixos de instalação e gerenciamento das facilidades de reprocessamento.

Os parâmetros e as variáveis de decisão do modelo estão descritos a seguir:

Parâmetros:

$I = \{1 \dots |I|\}$, conjunto de nós de oferta;

$J = \{1 \dots |J|\}$, conjunto de nós de demanda por produtos reprocessados;

$K = \{1 \dots |K|\}$ conjunto de locais candidatos à instalação de facilidades de reprocessamento;

a_i , quantidade de produtos ofertada em $i \in I$;

b_j , quantidade de produtos demandada em $j \in J$;

f_k , custo fixo para instalar a facilidade de reprocessamento $k \in K$;

f_k^m , custo por unidade de produto reprocessado na facilidade $k \in K$;

c_{ik}^0 , custo de transporte por unidade de produto do nó de oferta $i \in I$ à facilidade $k \in K$;

c_{kj}^r , custo de transporte por unidade de produto reprocessado na facilidade $k \in K$ até o nó de demanda j ;

m_k , capacidade de reprocessamento da facilidade localizada em $k \in K$;

Variáveis de decisão:

$w_k \in \{0, 1\}$, $w_k = 1$ se a facilidade k for aberta, $w_k = 0$ caso contrário;

$x_{ik} \in \{0, 1\}$, $x_{ik} = 1$ se a oferta do nó $i \in I$ é atendida pela facilidade de reprocessamento $k \in K$, $x_{ik} = 0$ caso contrário;

$y_{kj} \in \mathbb{R}_+$, fluxo dos componentes reprocessados da facilidade $k \in K$ para o nó de demanda $j \in J$;

As equações (2.1) a (2.8) definem um modelo matemático para o PLC-LR, este modelo foi baseado no modelo RSCP (Santibanez-Gonzalez & Diabat, 2013) e a principal diferença entre eles é a indivisibilidade dos fluxos de produtos retornados.

A formulação é baseada nos modelos clássicos de PLC, com três níveis e fluxo indivisível no primeiro nível. Por simplicidade, optou-se por estabelecer demanda e ofertas iguais.

$$\mathbf{Min} \sum_{k \in K} f_k w_k + \sum_{i \in I} \sum_{k \in K} (c_{ik}^0 + f_k^m) a_i x_{ik} + \sum_{k \in K} \sum_{j \in J} c_{kj}^r y_{kj} \quad (2.1)$$

$$\sum_{i \in I} a_i x_{ik} \leq m_k w_k, \quad \forall k \in K \quad (2.2)$$

$$\sum_{i \in I} a_i x_{ik} = \sum_{j \in J} y_{kj}, \quad \forall k \in K \quad (2.3)$$

$$\sum_{k \in K} y_{kj} = b_j, \quad \forall j \in J \quad (2.4)$$

$$\sum_{k \in K} x_{ik} = 1; \quad \forall i \in I \quad (2.5)$$

$$y_{kj} \geq 0, \quad \forall i \in I, \forall j \in J, \forall k \in K \quad (2.6)$$

$$x_{ik} \in \{0, 1\}, \quad \forall i \in I, \forall k \in K \quad (2.7)$$

$$w_k \in \{0, 1\}, \quad \forall k \in K \quad (2.8)$$

A primeira parte da função objetivo (2.1) minimiza a soma dos custos de instalação (f_k) das facilidades K . A segunda parte busca minimizar a soma dos custos unitários do transporte (c_{ik}^0) dos produtos enviados dos pontos de coleta de produtos usados I para os centros de reprocessamento K e a soma dos custos unitários do reprocessamento (f_k^m) desses produtos em cada facilidade $k \in K$. A terceira parte visa minimizar a soma dos custos de transportar (c_{jk}^r) o material reprocessado em K para os pontos de demanda ou descarte adequado J . As restrições (2.2) garantem que a quantidade de produtos ofertada em I passe apenas por facilidades de reprocessamento já

abertas e com os limites de capacidade respeitados. As restrições (2.3) garantem a conservação do fluxo e que todos os produtos recolhidos passarão por K e serão enviados aos pontos de demanda J . As restrições (2.4) garantem que toda a demanda em J será atendida pelas facilidades de reprocessamento. As restrições (2.5) garantem que os produtos ofertados em $i \in I$ serão destinados a uma única facilidade de reprocessamento. As restrições (2.6, 2.7 e 2.8) definem a não negatividade e integralidade das variáveis do modelo, tais que w e x são binárias e y é não negativa.

O modelo proposto pode ser resolvido por meio de um *software* comercial, que utiliza algoritmos exatos. Contudo, eles são limitados a pequenas e não realísticas instâncias e nem sempre convergem para a solução ótima. Para superar essas limitações, uma possibilidade é utilizar algoritmos exatos, como o algoritmo de Benders (1962). Ou, ao invés de utilizar qualquer uma dessas abordagens, é possível resolver o problema utilizando-se heurísticas gulosas, baseadas nos Testes de Redução, por exemplo.

A primeira proposta é aplicar o método de Benders para o PLC-LR. Uma segunda opção é inicialmente aplicar os Testes de Redução, para fixar um subconjunto de facilidades como abertas ou fechadas e, posteriormente, usar o método de Benders para resolver o problema remanescente. O presente modelo é um PPLIM que será resolvido utilizando-se um algoritmo com dois passos. No primeiro passo, testes de redução serão executados, promovendo cortes no conjunto de soluções viáveis. Tais testes usualmente determinam quais facilidades serão abertas ou fechadas, conforme se verá no Capítulo 3. No segundo passo do algoritmo, se necessário, será usado o método de Benders para resolver o problema resultante do primeiro passo, conforme pode ser visto no Capítulo 4.

Capítulo 3

Testes de Redução

*“Luz do sol
Que a folha traga e traduz
Em verde novo
Em folha, em graça
Em vida, em força, em luz...”*
Caetano Veloso - Luz do Sol

A complexidade do problema PLC-LR está relacionada ao número de variáveis inteiras, especificamente as variáveis de localização w_k . O objetivo principal dos Testes de Redução é exatamente estabelecer, a priori, se uma facilidade será aberta ($w_k = 1$) ou não ($w_k = 0$). Neste caso, a dimensão e a complexidade do problema inteiro será reduzida e a convergência melhorada.

Inicialmente [Efroymsom & Ray \(1966\)](#) e [Khumawala \(1972\)](#) trabalharam sob a perspectiva de que seria possível resolver problemas de localização relaxados por inspeção. Visando acelerar os algoritmos para o PLC, [Akinc & Khumawala \(1977\)](#), [Mateus & Bornstein \(1991\)](#), [Van Roy \(1986\)](#) e [Jacobsen \(1983\)](#) introduziram os testes de redução exatos e aproximados. [Van Roy \(1986\)](#) e [Khumawala \(1972\)](#) combinaram os testes de redução com um algoritmo *Branch-and-Bound*. Apesar de os testes de redução reduzirem o tamanho do problema original, pela redução no número de variáveis inteiras, eles usualmente não são capazes de fixar todas as variáveis inteiras.

O PLC-LR se diferencia dos problemas de localização tradicionais porque, além de ter os conjuntos de nós de oferta e demanda, possui uma camada de nós intermediária que representa as facilidades de reprocessamento. Esse problema também considera os custos de gerenciamento das facilidades e a indivisibilidade dos fluxos de oferta.

O algoritmo desenvolvido tem os testes de redução exatos no primeiro passo e

aplica a decomposição de Benders para resolver o problema remanescente. Os resultados obtidos demonstram que o uso da combinação das duas técnicas é bem sucedido. Em algumas instâncias, a solução ótima é obtida somente com a aplicação dos testes exatos, conforme se vê na Tabela 3.6. Para os demais casos, a redução do tamanho do problema proporcionou mais agilidade ao método de Benders e os problemas foram resolvidos com um tempo computacional reduzido, conforme se verá no Capítulo 5.

Este capítulo 3 está dividido em duas seções: na primeira (Seção 3.1), será apresentada a extensão dos testes de redução exatos para o PLC-LR e os resultados de sua aplicação ao conjunto de dados desenvolvidos na Subseção 3.1.4; na segunda (Seção 3.2), os testes de redução aproximados e seus resultados são mostrados.

3.1 Testes de Redução Exatos

Em linhas gerais, a ideia por trás dos testes de redução é comparar os custos envolvidos no problema e verificar se é vantajoso ou não abrir alguma das facilidades. No PLC-LR há os custos variáveis de transporte, os custos de reprocessamento e os custos fixos de instalação das facilidades. Comparando-se esses custos, será possível estabelecer que algumas facilidades serão abertas/fechadas preliminarmente.

Considere o problema PLC-LR:

$$\text{Min} \sum_{k \in K} f_k w_k + \sum_{i \in I} \sum_{k \in K} (c_{ik}^0 + f_k^m) a_i x_{ik} + \sum_{k \in K} \sum_{j \in J} c_{kj}^r y_{kj} \quad (3.1)$$

$$\sum_{i \in I} a_i x_{ik} \leq m_k w_k, \quad \forall k \in K \quad (3.2)$$

$$\sum_{i \in I} a_i x_{ik} = \sum_{j \in J} y_{kj}, \quad \forall k \in K \quad (3.3)$$

$$\sum_{k \in K} y_{kj} = b_j, \quad \forall j \in J \quad (3.4)$$

$$\sum_{k \in K} x_{ik} = 1; \quad \forall i \in I \quad (3.5)$$

$$y_{kj} \geq 0, \quad \forall i \in I, \forall j \in J, \forall k \in K \quad (3.6)$$

$$x_{ik} \in \{0, 1\}, \quad \forall i \in I, \forall k \in K \quad (3.7)$$

$$w_k \in \{0, 1\}, \quad \forall k \in K \quad (3.8)$$

$$(3.9)$$

Seja V o espaço formado por todas as soluções viáveis x e y para um vetor

$w \in \{0, 1\}$ com dimensão $|K|$.

Dado o conjunto K de locais candidatos à localização das facilidades, considere um subconjunto S de K , tal que a função Z definida em S , $Z(S)$ seja mínima.

A função $Z(S)$ é descrita pela seguinte equação:

$$Z(S) = \begin{cases} \mathbf{Min}_{S \subseteq K} \sum_{k \in S} f_k + \sum_{k \in S} \sum_{i \in I} f_k^m a_i x_{ik} + \sum_{k \in S} \sum_{i \in I} c_{ik}^0 a_i x_{ik} + \sum_{k \in S} \sum_{j \in J} c_{kj}^r y_{kj}, & \text{se } S \neq \emptyset \mid \exists x, y \in V \text{ e } w_k = 1, \forall k \in S \\ \infty, & \text{se } S \neq \emptyset \mid \nexists x, y \in V \text{ e } w_k = 1, \forall k \in S \\ 0, & \text{se } S = \emptyset \end{cases} \quad (3.10)$$

Para simplificar a notação, considere que $C_{ik} = c_{ik}^0 + f_k^m$ para todo par (i, k) ; portanto, $Z(S)$ pode ser reescrita pela seguinte equação:

$$Z(S) = \mathbf{Min}_{w \in V} \sum_{k \in S} f_k + \sum_{k \in S} \sum_{i \in I} C_{ik} a_i x_{ik} + \sum_{k \in S} \sum_{j \in J} c_{kj}^r y_{kj} \quad (3.11)$$

Dividindo-se a função $Z(S)$ em outras duas funções, $W(S)$ e $F(S)$, temos:

$$W(S) = \begin{cases} \mathbf{Min} \sum_{k \in S} \sum_{i \in I} C_{ik} a_i x_{ik} + \sum_{k \in S} \sum_{j \in J} c_{kj}^r y_{kj}, & \text{se } S \neq \emptyset \mid \exists x, y \in V \text{ e } w_k = 1, \forall k \in S \\ \infty, & \text{se } S \neq \emptyset \mid \nexists x, y \in V \text{ e } w_k = 1, \forall k \in S \\ 0, & \text{se } S = \emptyset \end{cases} \quad (3.12)$$

e

$$F(S) = \begin{cases} \mathbf{Min} \sum_{k \in S} f_k, & \text{se } S \neq \emptyset \\ 0, & \text{se } S = \emptyset \end{cases} \quad (3.13)$$

As funções $F(S)$ e $W(S)$ são lineares e convexas, e o valor da função $W(S)$ coincide com a solução ótima do problema de Fluxo de Custo Mínimo (FCM), com a restrição adicional de que o fluxo proveniente de cada nó $i \in I$ da primeira camada deve ser enviado a um único nó $k \in K$. Além disso, $F(S)$ e $W(S)$ são funções submodulares, porque $W(S)$ é o valor da função objetivo de um problema de FCM para o subconjunto $S \subset K$, e $F(S)$ é a soma de constantes f_k . Assim, a função $Z(S)$ também

é submodular por ser combinação linear de funções submodulares. Tais afirmações podem ser encontradas em [Nemhauser et al. \(1978\)](#) e [Wolsey \(1998\)](#).

Assim, as funções $Z(S)$, $W(S)$ e $F(S)$ satisfazem as seguintes propriedades, que são essencialmente complementares às propriedades de submodularidade ([Mateus & Luna, 1992](#)).

Seja R um subconjunto do conjunto S , então:

$$Z(R \cup \{k\}) - Z(R) \geq Z(S \cup \{k\}) - Z(S), \quad \forall R \subseteq S, k \notin S \quad (3.14)$$

$$Z(S - \{k\}) - Z(S) \geq Z(R - \{k\}) - Z(R), \quad \forall R \subseteq S, k \in R \quad (3.15)$$

Algumas observações:

- (i) As propriedades (3.14) e (3.15) são equivalentes.
- (ii) De acordo com a definição (3.12), $W(S)$ é o valor da função objetivo para a solução ótima do problema de FCM em um grafo em camadas, com a primeira camada de oferta, o conjunto de facilidades $S \subseteq K$ e a terceira camada de nós de demanda. O FCM tem restrição adicional de que toda oferta $i \in I$ tem de ser enviada para um único nó $k \in S$.

O conjunto de facilidades candidatas K será particionado em três subconjuntos:

- $K0$ - Conjunto das facilidades fixadas fechadas $w_k = 0$. Inicialmente vazio.
- $K1$ - Conjunto das facilidades fixadas abertas $w_k = 1$. Inicialmente vazio.
- $K2$ - Conjunto das facilidades livres. Inicialmente $K2 = K$.

Utilizando-se as definições (3.10) e (3.12) para Z e W respectivamente, e considerando-se os conjuntos $K0$, $K1$ e $K2$, os problemas $W(\cdot)$ e $Z(\cdot)$ podem ser definidos pelas equações:

$$W(K1 \cup K2) = \left\{ \text{Min} \sum_{k \in (K1 \cup K2)} \sum_{i \in I} C_{ik} a_i x_{ik} + \sum_{k \in (K1 \cup K2)} \sum_{j \in J} c_{kj}^r y_{kj} \right. \quad (3.16)$$

$$Z(K1 \cup K2) = \left\{ \text{Min} \sum_{k \in (K1 \cup K2)} f_k + \sum_{k \in (K1 \cup K2)} \sum_{i \in I} C_{ik} a_i x_{ik} + \sum_{k \in (K1 \cup K2)} \sum_{j \in J} c_{kj}^r y_{kj} \right.$$

(3.17)

Como o conjunto V é formado por todas as soluções viáveis do PLC-LR, o problema $W(K1 \cup K2)$ fornece a solução ótima para o problema de FCM sobre o conjunto $K1 \cup K2$, denotado por $FCM(K1 \cup K2)$. O valor mínimo da função (3.17) ocorre para um subconjunto $S \subseteq (K1 \cup K2)$ e deve ser tal que $S \supseteq K1$.

3.1.1 Teste para Abrir

Para determinar se existe uma facilidade $k \in K2$ que deve ser aberta, e supondo que o problema é viável com o conjunto $K1$ de facilidades, calcula-se a diferença (Δ_k) entre o valor da função objetivo para o problema $FCM(K1 \cup K2)$ e o mesmo problema sem a facilidade k , $FCM(K1 \cup K2 - \{k\})$. Se a diferença $\Delta_k = FCM(K1 \cup K2) - FCM(K1 \cup K2 - \{k\})$ for maior ou igual ao custo fixo (f_k) de instalação da facilidade, então esta facilidade deve ser aberta ($w_k = 1$).

Definição 1 Para todo $k \in K2$, o discriminante

$$\Delta_k = FMC(K1 \cup K2) - FMC(K1 \cup K2 - \{k\})$$

representa a variação nos custos totais de transporte e gerenciamento do problema $FCM(K1 \cup K2)$ associado à desativação da facilidade candidata k .

Observação: Por definição o conjunto $(K1 \cup K2)$ é não crescente em número de elementos. Como a função $W(S)$ é submodular, então pela propriedade (3.15), Δ_k é não decrescente. Portanto, Δ_k é a menor economia possível em relação aos custos variáveis para abrir a facilidade candidata k . Consequentemente, se esta economia mínima for superior ao custo fixo (f_k) de instalação da facilidade candidata, então a facilidade k deve ser aberta.

Teorema 1 Se $\Delta_k \geq f_k$, então a facilidade k deve ser aberta, isto é, $w_k = 1$.

Demonstração

Sejam $\Delta_k = W(K1 \cup K2 - \{k\}) - W(K1 \cup K2)$ e $\Delta_k^* = Z(K1 \cup K2 - \{k\}) - Z(K1 \cup K2)$ em que os valores $W(\cdot)$ e $Z(\cdot)$ são dados por (3.12) e (3.10), respectivamente.

Observe que Δ_k^* é a variação real da função objetivo do problema PLC-LR ao desativar a facilidade k .

O objetivo aqui é mostrar que, se $\Delta_k \geq f_k$ então $\Delta_k^* \geq 0$ é não decrescente e, portanto, k pode ser fixada como aberta. Caso contrário, se $\Delta_k \leq f_k$, teríamos um acréscimo na função objetivo do PLC-LR.

Como o conjunto $K1 \cup K2$ é não crescente, a função $W(\cdot)$ é não crescente e $\Delta_k \geq 0$. Suponha que $\Delta_k > 0$.

Nesse caso, pode-se afirmar que a facilidade k está ativa na solução do problema $FCM(K1 \cup K2)$, ou seja, $k \in S \subseteq (K1 \cup K2)$ é tal que $W(S)$ é mínimo.

Quando k é retirada do conjunto $K1 \cup K2$ e resolve-se o problema $FCM(K1 \cup K2 - \{k\})$, há duas possibilidades:

- (i) Todo fluxo que passa por $k \in (K1 \cup K2)$ será absorvido pelas facilidades ativas em $(K1 \cup K2)$. Logo, a variação da função objetivo do problema original (2.1) é dada por:

$$Z(K1 \cup K2) + \Delta_k - f_k = Z(K1 \cup K2 - \{k\})$$

Se $\Delta_k \geq f_k$, então $Z(K1 \cup K2) \leq Z(K1 \cup K2 - \{k\})$ ou, resumindo, $\Delta_k^* \geq 0$.

- (ii) Todo fluxo que passa por $k \in (K1 \cup K2)$ será absorvido pelas facilidades não ativas em $(K1 \cup K2)$. Considere o conjunto (s_1, s_2, \dots, s_s) das facilidades não ativas em $(K1 \cup K2)$. A variação da função objetivo do PLC-LR é dada por:

$$Z(K1 \cup K2) + \Delta_k + f_{s_1} + f_{s_2} + \dots + f_{s_s} - f_k = Z(K1 \cup K2 - \{k\})$$

em que $f_{s_1}, f_{s_2}, \dots, f_{s_s}$ são os custos fixos de instalação das facilidades não ativas. Sabemos que $f_{s_1}, f_{s_2}, \dots, f_{s_s} \geq 0$, se $\Delta_k \geq f_k$, então $Z(K1 \cup K2) \leq Z(K1 \cup K2 - \{k\})$, ou seja, $\Delta_k^* \geq 0$.

Para completar a demonstração do item (ii), é necessário provar que a retirada de k e a ativação de novas facilidades não tem como consequência a desativação de qualquer facilidade em $(K1 \cup K2)$.

Portanto, considere a facilidade $r \in (K1 \cup K2)$ ativa em $FCM(K1 \cup K2)$, então $\Delta_r = W(K1 \cup K2 - r) - W(K1 \cup K2) \geq 0$

Pela submodularidade de $W(\cdot)$, tem-se que:

$$\Delta'_r = W(K1 \cup K2 - \{k\} - \{r\}) - W(K1 \cup K2 - \{k\}) \geq \Delta_r$$

o que implica que:

$$W(K1 \cup K2 - \{k\} - \{r\}) \geq W(K1 \cup K2 - \{k\})$$

Logo, r não será desativada.

Se $\Delta_k = 0$, e além disso $\Delta_k \geq f_k$, então $f_k = \Delta_k = 0$. Nesse caso, tem-se que $Z(K1 \cup K2) \leq Z(K1 \cup K2 - k)$ ou $\Delta_k^* \geq 0$. Pela submodularidade de $Z(\cdot)$ e o fato de que $(K1 \cup K2)$ é não crescente, pode-se afirmar que $\Delta_k^* \geq 0$ é também não decrescente. Portanto, a economia mínima (Δ_k^*) para abrir a facilidade k é não negativa e a facilidade k deve ser fixada como aberta na solução ótima do PLC-LR. ■

3.1.2 Teste para Fechar

Para determinar se existe uma facilidade $k \in K2$ que deve ser fechada, calcula-se a diferença (Ω_k) entre o valor da função objetivo para o problema $FCM(K1)$, e o mesmo problema adicionando-se a facilidade k de $K2$ que será testada, $FCM(K1 \cup \{k\})$. Se a diferença $\Omega_k = FCM(K1) - FCM(K1 \cup \{k\})$ for menor ou igual ao custo fixo (f_k) de instalação da facilidade, então esta facilidade deve ser fechada ($w_k = 0$).

Definição 2 Para todo $k \in K2$, o discriminante

$$\Omega_k = W(K1) - W(K1 \cup \{k\})$$

representa a variação nos custos totais de transporte e gerenciamento do problema $FCM(K1)$ associada à ativação da facilidade candidata k .

Observação: De acordo com a definição dos conjuntos $K0$, $K1$ e $K2$, o conjunto $K1$ é não decrescente em número de elementos. E, como a função $W(\cdot)$ é submodular, então, pela propriedade (3.15), Ω_k é não crescente. Portanto, Ω_k representa a economia máxima obtida, com relação aos custos variáveis, ao abrir a facilidade k . Consequentemente, se essa economia máxima for menor que o custo fixo (f_k) desta facilidade, então k pode ser fechada, ou seja, $w_k = 0$.

Um ponto importante para a execução do teste para fechar é a necessidade de que haja viabilidade primal do problema $W(K1)$, ou seja, $\sum_{i \in I} a_i \leq \sum_{k \in K1} m_k$ e $\sum_{k \in K1} m_k \geq \sum_{j \in J} b_j$

Teorema 2 Se $\Omega_k \leq f_k$, então a facilidade k é fixada como fechada, isto é, $w_k = 0$.

Demonstração: Seja $\Omega_k = W(K1) - W(K1 \cup \{k\})$ e

$$\Omega_k^* = Z(K1) - Z(K1 \cup \{k\})$$

em que os valores $W(\cdot)$ e $Z(\cdot)$ são dados por (3.12) e (3.10) respectivamente. Note que Ω_k^* é a variação real da função objetivo do problema PLC-LR ao ativar a facilidade k . O objetivo desta demonstração é provar que se, $\Omega_k \leq f_k$, então $\Omega_k^* \leq 0$ e não crescente. Portanto, a facilidade k deve ser fechada, pois, caso contrário, haveria um acréscimo na função objetivo do PLC-LR.

A função $W(K1)$ é não crescente, pois $K1$ é não decrescente, logo $\Omega_k \geq 0$

Suponha que $\Omega_k > 0$. Nesse caso pode-se afirmar que a facilidade k está ativa na solução do problema $FCM(K1 \cup \{k\})$, ou seja, $k \in S \subseteq (K1 \cup \{k\})$, tal que $W(S)$ é mínimo. Portanto, ao adicionar k a $K1$ temos que $Z(K1) - \Omega_k + f_k = Z(K1 \cup \{k\})$.

Se $\Omega_k \leq f_k$, então $Z(K1) \leq Z(K1 \cup \{k\})$, ou seja, $\Omega_k^* \leq 0$.

Suponha, por absurdo, que uma facilidade $l \in K1$ seja desativada quando ocorre a ativação da facilidade k . Então, neste caso, tem-se que $\Omega_k = W(K1 \cup \{k\} - \{l\}) - W(K1 \cup \{k\}) = 0$ devido à submodularidade de $W(\cdot)$, propriedade (3.15).

Por outro lado, tem-se que

$$\Delta_k = W(K1 \cup K2 - \{l\}) - W(K1 \cup K2) \leq W(K1 \cup \{k\} - \{l\}) - W(K1 \cup \{k\}) = \Omega_k = 0.$$

O fato de que $\Delta_k \leq 0 \leq f_k$, pelo teorema (1), implica que a facilidade k não foi aberta anteriormente, logo, k não será desativada.

Se $\Omega_k \leq f_k$ então $\Omega_k^* \leq 0$, devido à submodularidade da função $Z(\cdot)$, e como $K1$ é um conjunto não decrescente em número de elementos, então pode-se afirmar que Ω_k^* é não crescente. A economia máxima ao abrir a facilidade k é não positiva $\Omega_k^* \leq 0$, portanto a facilidade k deve ser fechada. ■

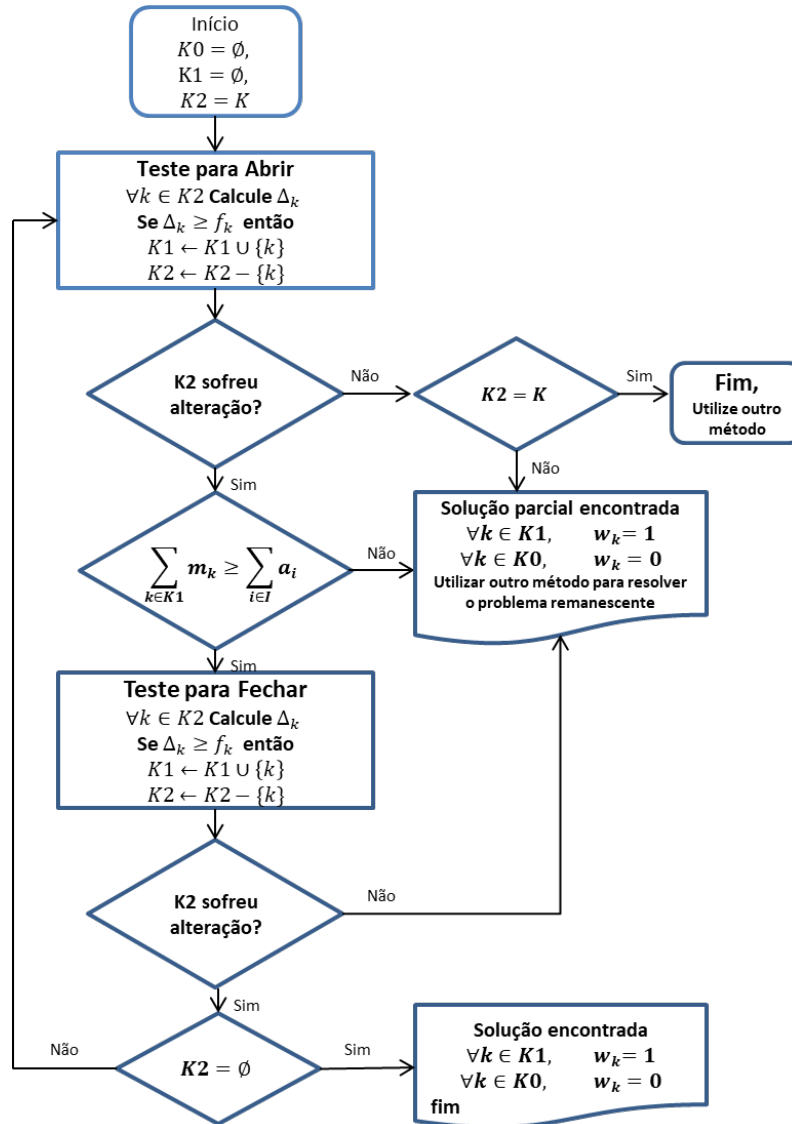
3.1.3 Algoritmo para os Testes de Redução Exatos

O algoritmo para os Testes de Redução exatos pode ser dividido em três partes:

- 1 **Inicialização:** Definição dos conjuntos $K0 = \emptyset$, $K1 = \emptyset$ e $K2 = \{K\}$;
- 2 **Teste para Abrir:** Calcula-se o valor de Δ_k para todo $k \in K2$.
Se $\Delta_k \geq f_k$, então $K1 \leftarrow K1 \cup \{k\}$ e $K2 \leftarrow K2 - \{k\}$;
- 3 **Teste para Fechar:** Calcula-se o valor de Ω_k para todo $k \in K1 \cup K2$.
Se $\Omega_k \leq f_k$, então $K0 \leftarrow K0 \cup \{k\}$ e $K2 \leftarrow K2 - \{k\}$;

Após a execução do teste para fechar, se o conjunto $K2$ estiver vazio, terá sido encontrada a solução ótima para o PLC-LR. Caso contrário, retorna-se ao teste para abrir, repetindo o ciclo até que o conjunto $K2$ não sofra mais nenhuma alteração. Esse procedimento pode ser visualizado no Algoritmo 1.

Algoritmo 1 *Algoritmo Testes de Redução*



Para demonstrar passo a passo a execução dos testes de redução, segue um exemplo ilustrativo do PLC-LR com apenas 15 nós. São seis locais de oferta (conjunto $I = \{i1, i2, i3, i4, i5, i6\}$), quatro facilidades (conjunto $K = \{k1, k2, k3, k4\}$) e cinco locais de demanda (conjunto $J = \{j1, j2, j3, j4, j5\}$).

Exemplo 1 *A instância do exemplo foi gerada da seguinte forma:*

As posições dos nós foram geradas aleatoriamente, em um quadrado de medida 100×100 mm. Os custos variáveis de transporte (c_{ik}^0 e c_{kj}^r) são equivalentes à distância euclidiana entre os nós. Os demais parâmetros, que encontram-se nas Tabelas 3.1 e 3.2, foram escolhidos de forma a garantir a viabilidade da instância.

Tabela (3.1) Parâmetros para o Exemplo 1

Nós de oferta I			Nós de demanda J		
Nó	Posição (mm)	Oferta (a_i)	Nó	Posição (mm)	Demanda (b_j)
i1	(41,98)	215	j1	(93,63)	256
i2	(76,23)	158	j2	(36,53)	256
i3	(96,45)	338	j3	(2,6)	256
i4	(60,84)	111	j4	(47,11)	256
i5	(20,15)	115	j5	(5,40)	256
i6	(76,95)	343			

Tabela (3.2) Parâmetros para o Exemplo 1

Nós intermediários K				
Nó	Posição (mm)	Capacidade (m_k)	Gerenciamento (f_k^m)	Custo fixo (f_k)
k1	(95,17)	1000	2	150
k2	(68,57)	500	1,5	100
k3	(96,86)	1500	3	250
k4	(10,70)	2000	3,5	300

A Figura 3.1 apresenta, à esquerda, a posição dos nós no quadrado de medida 100×100 sobre o qual eles foram distribuídos aleatoriamente, e, à direita, a solução do problema de FCM sobre o conjunto $(K1 \cup K2) = \{k1, k2, k3, k4\}$. O valor da função $W(K1 \cup K2) = 87425$ corresponde ao FCM para todas as facilidades, de acordo com a distribuição do fluxo. Estão ativas no FCM as facilidades $\{k1, k3, k4\}$. A facilidade $k1$ recebe os fluxos de oferta provenientes dos nós $i3$ e $i2$ que, após o reprocessamento, são distribuídos entre os nós $j1$ e $j4$.

A Figura 3.2 demonstra como ocorrem as alterações na distribuição do fluxo do problema de FCM quando se desativa uma das facilidades. No primeiro grafo à esquerda, foi desativada a facilidade $k1$ e o fluxo que era reprocessado nessa facilidade foi desviado para a facilidade $k2$, o que causou um aumento na função objetivo de $\Delta_k = 7332$. Como esse acréscimo foi maior que o custo fixo $f_k = 150$ de se instalar a facilidade $k1$, então, de acordo com o Teorema 1, essa facilidade deve ser aberta. O mesmo ocorreu quando as facilidades $k3$ e $k4$ foram testadas.

Figura (3.1) Localização dos nós à esquerda e Resultado $W(K1 \cup K2) = 87425$ à direita

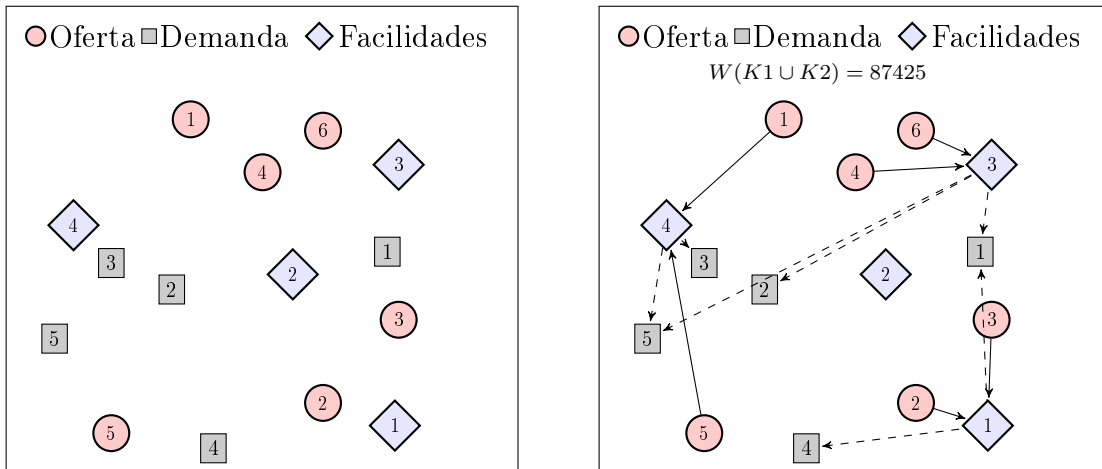
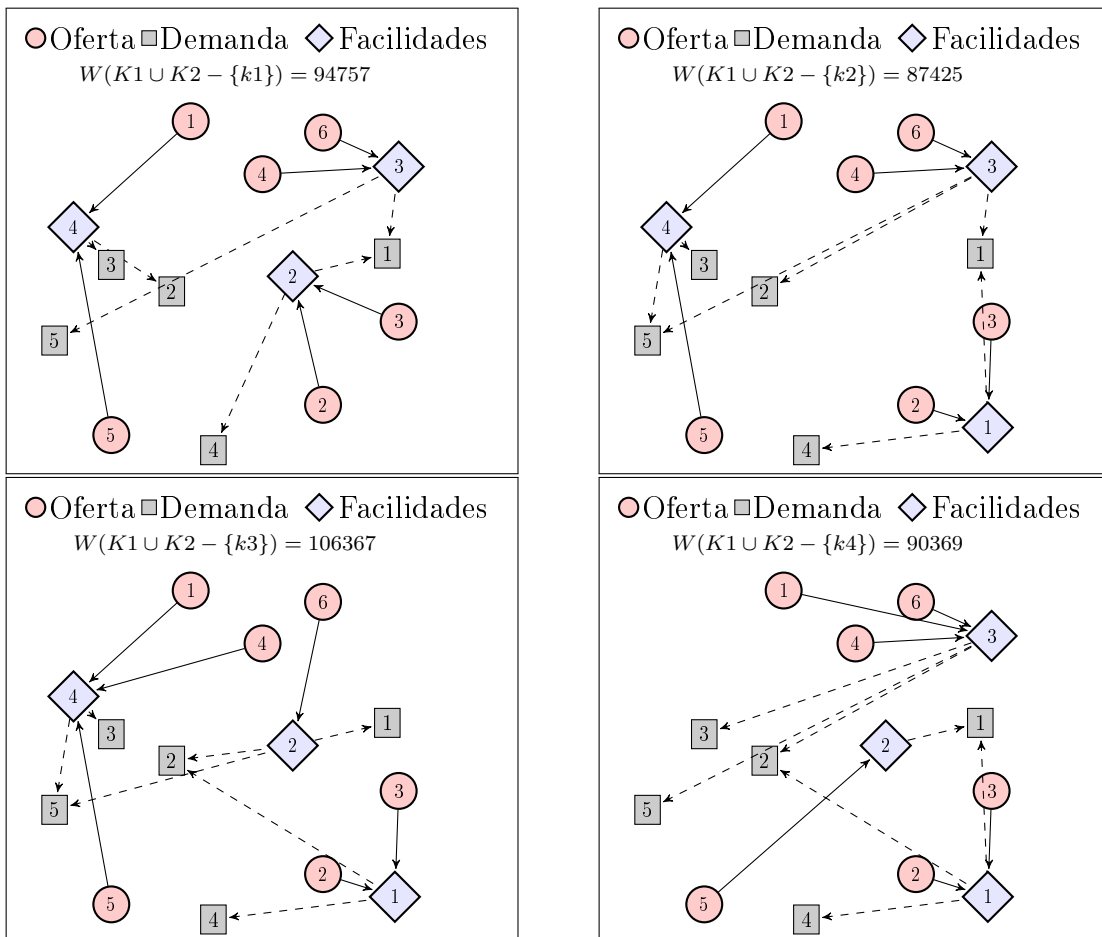


Figura (3.2) Testando facilidades $k1, k2, k3, k4$



Entretanto, quando a facilidade $k2$ é desativada, não há alteração no problema de FCM, pois a mesma não estava ativa no problema $W(K1 \cup K2)$, portanto essa facilidade continua livre e, se houver a viabilidade do problema $W(K1)$, ela será

testada para fechar.

Na Tabela 3.3, encontram-se os resultados obtidos após a execução do teste para abrir. Foram abertas as facilidades $k1$, $k3$ e $k4$. O conjunto das facilidades livres $K2$

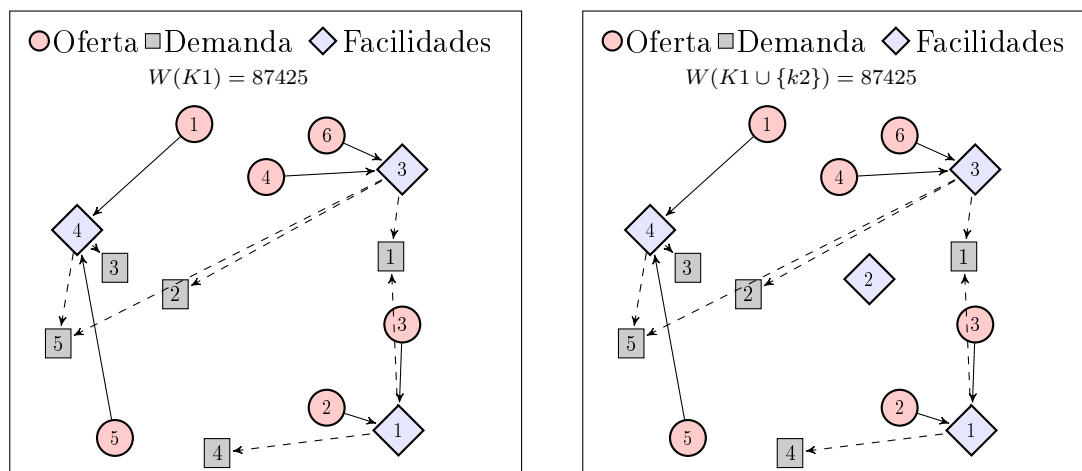
Tabela (3.3) Teste Exato para Abrir - Exemplo 1

Nós intermediários K						
Nó	Posição (mm)	$W(K1 \cup K2)$	$W(K1 \cup K2 - k)$	Δ_k	f_k	$\Delta_k \geq f_k$
k1	(97,17)	87425	94757	7332	150	sim
k2	(68,57)	87425	87425	0	100	não
k3	(98,86)	87425	106367	18942	250	sim
k4	(10,70)	87425	90369	29445	300	sim

foi alterado e tornou-se $K2 = \{k2\}$. O conjunto de facilidades abertas recebeu as três facilidades para as quais $\Delta_k \geq f_k$, dessa forma, $K1 = \{k1, k3, k4\}$.

Para que se possa executar o teste para fechar, é necessário que o problema $W(K1)$ seja viável. Como $\sum_{i \in I} a_i \sum_{j \in J} = 1598$ e $\sum_{k \in K1} b_j = 4500$, então a viabilidade primal está garantida. A aplicação do teste para fechar é análoga à do teste para abrir. Primeiro, calcula-se o valor do problema FCM para o conjunto das facilidades abertas $K1$ e, em seguida, ativa-se, uma por vez, as facilidades que serão testadas. No Exemplo 3.1, restou apenas uma facilidade livre a ser testada no teste para fechar. Dessa forma, serão resolvidos os problemas $W(K1)$ e $W(K1 \cup \{k2\})$, caso $\Omega_k = W(K) - W(K1 \cup \{k2\})$ seja menor ou igual ao custo fixo de instalação da facilidade $k2$, então esta facilidade deve ser fechada.

Figura (3.3) Teste para fechar



A Figura 3.3 e a Tabela 3.4 trazem a distribuição do fluxo no problema FCM sobre o conjunto $K1$. À esquerda e à direita, tem-se o mesmo resultado a despeito da ativação da facilidade $k2$.

Tabela (3.4) Teste Exato para Fechar - Exemplo 1

Nós		intermediários	K			
Nó	Posição (mm)	$W(K1)$	$W(K1 \cup \{k\})$	f_k	Ω_k	$\Omega_k \leq f_k$
k2	(48,10)	347660	347660	10000	0	sim

Portanto, de acordo com o Teorema 2, a facilidade $k2$ deve ser fechada e o conjunto $K2$ ficará vazio ($K2 = \emptyset$). A solução ótima para o PLC-LR é dada por $w = (1, 0, 1, 1)$. Nem sempre será possível determinar a solução ótima para o PLC-LR utilizando-se testes de redução, e nem é este o objetivo. Na Subseção 3.1.5, serão apresentados os resultados da aplicação dos testes de redução exatos para o conjunto de dados desenvolvidos na Subseção 3.1.4. No Capítulo 5, serão apresentados os resultados da aplicação dos testes de redução combinados com o método de Benders para o mesmo conjunto de instâncias.

3.1.4 Geração dos Dados PLC-LR

O conjunto de dados foi gerado aleatoriamente e contém 60 instâncias, com diferentes dimensões entre seus parâmetros. Os resultados mostram que as técnicas usadas são adequadas, atingindo a solução ótima para cada uma das instâncias propostas. Seguindo um procedimento similar ao que foi encontrado no estudo de Jayaraman et al. (2003), os dados para o PLC-LR foram obtidos como se segue:

- Dois conjuntos de dados foram gerados, o primeiro com instâncias de 100 nós ($|I| + |J| + |K| = 100$) e o segundo com 200 nós ($|I| + |J| + |K| = 200$).
- Cada um dos locais de demanda $j \in J$, de reprocessamento $k \in K$ e de oferta $i \in I$, foi localizado aleatoriamente em um quadrado de medida 100×100 .
- Os custos variáveis de transporte dos produtos (c_{ik}^0 e c_{kj}^r) são equivalentes à distância euclidiana entre os nós i e k e entre os nós k e j , respectivamente.
- As quantidades de oferta a_i e de demanda b_j foram determinadas de acordo com uma distribuição uniforme entre um limite superior (LS) e um limite inferior (LI), de acordo com a Tabela 3.5. Para garantir a igualdade $\sum_{i \in I} a_i = \sum_{j \in J} b_j$, foi feito um ajuste manual das grandezas geradas aleatoriamente.

- As dimensões das instâncias no que diz respeito ao número de nós i, j, k , foram escolhidas para contemplar diferentes possibilidades de configurações do problema associado.
- Para instâncias com o mesmo número de nós, os parâmetros são idênticos, exceto pelos custos f_k, f_k^m e pelas capacidades m_k que podem assumir valores Pequenos (P), Médios (M) ou Grandes (G) e foram gerados de acordo com uma distribuição uniforme.
- Para instâncias com custos fixos grandes, cada facilidade tem uma capacidade que varia uniformemente entre $[0.1 \sum_{i \in I} a_i - 0.2 \sum_{i \in I} a_i]$.
- Para instâncias com custos fixos médios, cada facilidade tem uma capacidade que varia uniformemente entre $[0.2 \sum_{i \in I} a_i - 0.3 \sum_{i \in I} a_i]$.
- Para instâncias com custos fixos pequenos, cada facilidade tem uma capacidade que varia uniformemente entre $[0.3 \sum_{i \in I} a_i - 0.4 \sum_{i \in I} a_i]$.

Tabela (3.5) Parâmetros das Instâncias

Ins*	$I \times K \times J$	f_k	a_i	b_j	Ins*	$I \times K \times J$	f_k	a_i	b_j
110	50x10x40	G	[700 - 1000]	[800 - 1200]	210	100x20x80	G	[600 - 1200]	[800 - 1400]
111	50x15x35	G	[100 - 600]	[400 - 600]	211	100x30x70	G	[400 - 800]	[700 - 1000]
112	40x20x40	G	[100 - 400]	[100 - 400]	212	80x40x80	G	[300 - 700]	[300 - 700]
113	40x25x35	G	[200 - 600]	[100 - 700]	213	80x50x70	G	[300 - 1000]	[500 - 1000]
114	60x10x30	G	[800 - 1500]	[1500 - 2500]	214	120x20x60	G	[1000 - 3000]	[3000 - 5000]
115	60x15x25	G	[100 - 500]	[600 - 1200]	215	120x30x50	G	[1000 - 2000]	[2000 - 5000]
116	70x10x20	G	[1500 - 3000]	[7000 - 9000]	216	140x20x40	G	[1000 - 2000]	[4000 - 7000]
117	70x5x25	G	[800 - 2000]	[2500 - 5000]	217	140x10x50	G	[1000 - 2000]	[3000 - 6000]
118	80x10x10	G	[100 - 500]	[2000 - 2800]	218	160x20x20	G	[300 - 500]	[2000 - 6000]
119	80x5x15	G	[2000 - 8000]	[20000 - 45000]	219	160x10x30	G	[500 - 900]	[3000 - 5000]
120	50x10x40	M	[700 - 1000]	[800 - 1200]	220	100x20x80	M	[600 - 1200]	[800 - 1400]
121	50x15x35	M	[100 - 600]	[400 - 600]	221	100x30x70	M	[400 - 800]	[700 - 1000]
122	40x20x40	M	[100 - 400]	[100 - 400]	222	80x40x80	M	[300 - 700]	[300 - 700]
123	40x25x35	M	[200 - 600]	[100 - 700]	223	80x50x70	M	[300 - 1000]	[500 - 1000]
124	60x10x30	M	[800 - 1500]	[1500 - 2500]	224	120x20x60	M	[1000 - 3000]	[3000 - 5000]
125	60x15x25	M	[100 - 500]	[600 - 1200]	225	120x30x50	M	[1000 - 2000]	[2000 - 5000]
126	70x10x20	M	[1500 - 3000]	[7000 - 9000]	226	140x20x40	M	[1000 - 2000]	[4000 - 7000]
127	70x5x25	M	[800 - 2000]	[2500 - 5000]	227	140x10x50	M	[1000 - 2000]	[3000 - 6000]
128	80x10x10	M	[100 - 500]	[2000 - 2800]	228	160x20x20	M	[300 - 500]	[2000 - 6000]
129	80x5x15	M	[2000 - 8000]	[20000 - 45000]	229	160x10x30	M	[500 - 900]	[3000 - 5000]
130	50x10x40	P	[700 - 1000]	[800 - 1200]	230	100x20x80	P	[600 - 1200]	[800 - 1400]
131	50x15x35	P	[100 - 600]	[400 - 600]	231	100x30x70	P	[400 - 800]	[700 - 1000]
132	40x20x40	P	[100 - 400]	[100 - 400]	232	80x40x80	P	[300 - 700]	[300 - 700]
133	40x25x35	P	[200 - 600]	[100 - 700]	233	80x50x70	P	[300 - 1000]	[500 - 1000]
134	60x10x30	P	[800 - 1500]	[1500 - 2500]	234	120x20x60	P	[1000 - 3000]	[3000 - 5000]
135	60x15x25	P	[100 - 500]	[600 - 1200]	235	120x30x50	P	[1000 - 2000]	[2000 - 5000]
136	70x10x20	P	[1500 - 3000]	[7000 - 9000]	236	140x20x40	P	[1000 - 2000]	[4000 - 7000]
137	70x5x25	P	[800 - 2000]	[2500 - 5000]	237	140x10x50	P	[1000 - 2000]	[3000 - 6000]
138	80x10x10	P	[100 - 500]	[2000 - 2800]	238	160x20x20	P	[300 - 500]	[2000 - 6000]
139	80x5x15	P	[2000 - 8000]	[20000 - 45000]	239	160x10x30	P	[500 - 900]	[3000 - 5000]

*Ins = Número da Instância

O conjunto contém 60 instâncias: 30 delas com 100 nós e outras 30 com 200 nós cada. Do número total de instâncias, um terço tem custos fixos grandes, se comparados aos custos variáveis; um terço tem custos fixos médios; e o restante tem custos fixos pequenos. A capacidade de reprocessamento de cada facilidade é inversamente proporcional ao seu custo fixo de instalação. Por exemplo, instâncias que têm custos fixos grandes têm pequena capacidade de reprocessamento. Esta escolha pode parecer contraditória, mas, de acordo com [Alumur et al. \(2012\)](#), a disponibilidade de locais para instalação de facilidades que se encontram próximas aos grandes centros urbanos são menores e estas têm custos fixos de instalação grandes.

Outra configuração com uma relação diretamente proporcional entre as capacidades e os custos foi submetida a testes preliminares. Os resultados são similares em muitos aspectos, mas a seguinte diferença foi observada: problemas envolvendo facilidades com capacidades mais relaxadas são mais facilmente resolvidos. Por esse motivo, custos mais elevados de instalação e menor capacidade de reprocessamento nas facilidades tornam o problema mais complexo do ponto de vista computacional e mais realístico na prática.

3.1.5 Resultados Testes Exatos

Nesta subseção, serão apresentados os resultados obtidos com a execução dos testes de redução exatos (Algoritmo 1). Na Tabela 3.6, encontram-se os resultados dos testes de redução para o conjunto de instâncias geradas na Subseção 3.1.4. Os resultados do lado esquerdo da Tabela 3.6 correspondem às instâncias com 100 nós e, os da direita, são das instâncias com 200 nós. Nas primeira e sexta colunas, estão os nomes das instâncias; nas segunda e sétima colunas estão descritas as cardinalidades do conjunto K de facilidades do PLC-LR para cada uma das instâncias; nas demais colunas $|K0|$, $|K1|$ e $|K2|$, estão descritas a quantidade de elementos existentes, respectivamente em cada conjunto $K1$, $K2$ e $K0$, após a aplicação dos testes de redução. As linhas marcadas em cinza na Tabela 3.6 destacam os casos em que o PLC-LR foram resolvidas apenas aplicando-se os testes de redução. Para as instâncias com 100 nós, foi possível encontrar a solução ótima para quase dois terços delas. Contudo, para as instâncias maiores, com 200 nós, apenas 8 das 30 instâncias propostas foram resolvidas por meio dos testes de redução. Esses resultados demonstram que os testes de redução são adequados ao PLC-LR. Em alguns casos, não foi necessário utilizar o método de Benders, pois o problema foi completamente resolvido pelos testes de redução. Mesmo para as instâncias em que sobraram variáveis livres no conjunto $K2$, houve uma redução significativa no número de variáveis inteiras. Nesses casos, o problema remanescente,

quando resolvido pelo método de Benders, será proporcionalmente mais simples que o problema original. Os resultados da combinação dos testes de redução com o método de Benders podem ser encontrados no Capítulo 5.

Tabela (3.6) Resultados Testes Exatos

Instância	K	K0	K1	K2	T(s)	Instância	K	K0	K1	K2	T(s)
110	10	2	8	0	158.82	210	20	0	3	17	12
111	15	0	7	8	21.28	211	30	0	4	26	340
112	20	0	12	8	189.17	212	40	0	21	19	1107
113	25	22	3	0	1.01	213	50	0	4	46	62248
114	10	0	6	4	10.27	214	20	0	12	8	77060
115	15	0	3	12	11.2	215	30	0	13	17	32605
116	10	3	5	2	1.11	216	20	0	11	3	81351
117	5	0	1	4	0.56	217	10	0	4	6	6
118	10	0	0	10	0.7	218	20	0	6	14	203
119	5	0	1	4	0.33	219	10	0	7	3	9805
120	10	7	3	0	17.07	220	20	7	13	0	3
121	15	10	5	0	18.36	221	30	15	12	3	12
122	20	0	1	19	2.52	222	40	0	5	35	80
123	25	20	5	0	1.32	223	50	32	5	13	77
124	10	3	7	0	5.17	224	20	4	11	5	16
125	15	4	4	7	8.45	225	30	10	20	0	27
126	10	4	6	0	1.62	226	20	0	2	18	4
127	5	2	3	0	0.29	227	10	0	6	4	2
128	10	6	4	0	6.71	228	20	0	2	18	32
129	5	2	3	0	1.45	229	10	0	2	8	2
130	10	4	6	0	1.31	230	20	2	16	2	6
131	15	2	13	0	1.87	231	30	9	21	0	27
132	20	5	12	3	1.32	232	40	14	23	3	82
133	25	8	13	4	2.7	233	50	31	13	6	20
134	10	0	10	0	1.82	234	20	7	13	0	121
135	15	3	12	0	6.88	235	30	3	27	0	12
136	10	0	10	0	0.66	236	20	4	16	0	7
137	5	1	4	0	0.48	237	10	2	8	0	2
138	10	1	9	0	0.64	238	20	11	9	0	3649
139	5	1	4	0	0.37	239	10	4	6	0	23

3.2 Testes de Redução Aproximados

Uma alternativa aos testes de redução exatos são os testes de redução aproximados. Para cada ciclo do Algoritmo 1, é necessário resolver $|K2| + 1$ problemas de FCM, com a restrição adicional de integralidade das variáveis x , nos testes para abrir e $|K2| - |K1| + 1$ desse problema nos testes para fechar. Nesse contexto, encontrar uma forma de calcular Δ_k e Ω_k por meio de problemas lineares mais simples pode ser uma boa alternativa no que diz respeito ao tempo computacional.

É possível estabelecer limites inferiores e superiores para Δ_k e Ω_k , respectivamente. Baseado nos limites propostos por Akinc & Khumawala (1977), serão definidos dois novos testes, para abrir e para fechar facilidades, chamados de Teste de Redução Aproximados. Os limites $\bar{\Delta}_k$ e $\bar{\Omega}_k$ podem ser calculados mais facilmente do que Δ_k e Ω_k , mas essa redução na complexidade dos cálculos tem como contrapartida a perda do poder de poda dos testes aproximados em relação aos testes exatos. O algoritmo utilizado para os testes de redução aproximados é praticamente o mesmo algoritmo utilizado para os testes de redução exatos, pois basta que se troquem os limites Δ_k e Ω_k pelos limites $\bar{\Delta}_k$ e $\bar{\Omega}_k$, respectivamente.

3.2.1 Teste Aproximado para Abrir

O novo limite $\bar{\Delta}_k$ do teste para abrir aproximado é calculado de forma semelhante ao limite Δ_k , relaxando-se as restrições de capacidade das facilidades no conjunto $(K1 \cup K2 - \{k\})$, em que k é a facilidade testada. Esse procedimento equivale a adicionar, para cada facilidade no conjunto $(K1 \cup K2 - \{k\})$, uma outra facilidade artificial (r) com capacidade infinita, de tal forma que os custos permaneçam os mesmos. Seja R o conjunto das facilidades artificiais r , calcula-se $\bar{\Delta}_k$ da seguinte forma:

$$\bar{\Delta}_k = W(K1 \cup K2 \cup R - \{k\}) - W(K1 \cup K2 \cup R) \quad (3.18)$$

Pela propriedade (3.15) é possível afirmar que $\bar{\Delta}_k$ é um limite inferior para Δ_k .

$$\bar{\Delta}_k \leq \Delta_k = W(K1 \cup K2 - \{k\}) - W(K1 \cup K2) \quad (3.19)$$

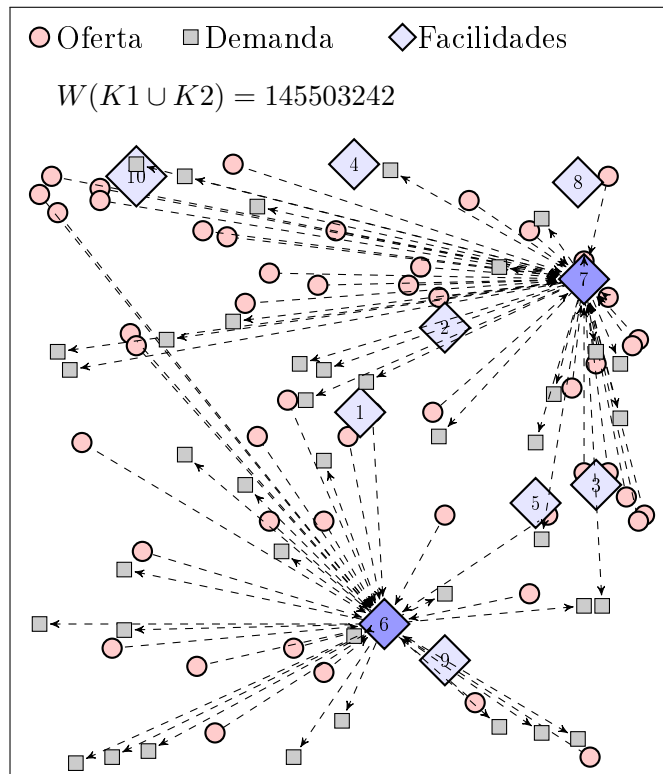
Como $\bar{\Delta}_k$ é menor ou igual à Δ_k , então, pelo Teorema 1, a facilidade k deve ser aberta se $\bar{\Delta}_k \geq f_k$. É fácil ver que, para os casos em que $\Delta_k \geq f_k \geq \bar{\Delta}_k$, a facilidade k seria aberta pelo teste exato, mas continuaria livre pelo teste aproximado.

Contudo, considerando essa perda durante a fixação das variáveis, é possível garantir, pelo Teorema 1, que as facilidades k para as quais $\bar{\Delta}_k$ é maior ou igual à f_k devem ser abertas em uma solução ótima para o PLC-LR.

Exemplo 2 Para demonstrar a diferença entre os testes $\bar{\Delta}_k$ e Δ_k , segue um exemplo ilustrativo do PLC-LR com 100 nós. A instância 110 deste exemplo faz parte do conjunto de instâncias com 100 nós que foi utilizado para os testes computacionais.

A solução ótima para a instância 110 do PLC-LR é dada por $w = (0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0)$. A Figura 3.4 exibe a solução do problema de FCM para a instância 110. Todo o fluxo de produtos passa pelas facilidades $k6$ e $k7$. As demais facilidades estão desativadas.

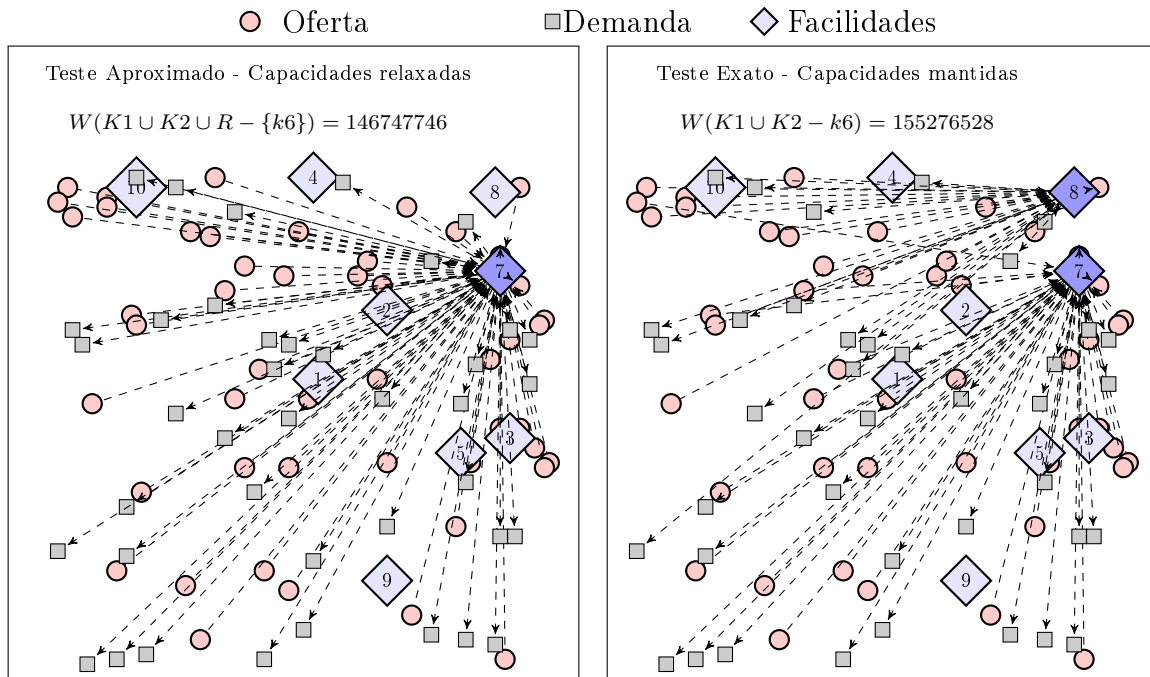
Figura (3.4) Solução FCM ($W(K1 \cup K2)$) para Instância 110



Na Figura 3.4, pode-se verificar que o fluxo foi distribuído entre as facilidades $k6$ e $k7$ para o problema de FCM dado por $W(K1 \cup K2)$ (3.16). Com objetivo de ilustrar a diferença entre os testes de redução exatos e os testes de redução aproximados, as Figuras 3.5 e 3.6 apresentam os testes de redução exato e aproximado para as facilidades $k6$ e $k7$, respectivamente. Na Figura 3.5, à esquerda, está a solução do FCM com as capacidades das facilidades relaxadas (teste aproximado) e, à direita, o FCM com as capacidades das facilidades mantidas. Observa-se que, quando as capacidades do

problema de *FCM* são relaxadas, todo o fluxo tende a se transportar para a facilidade com os menores custos variáveis. Ao se testar a facilidade *k6*, todo fluxo passa a ser atendido pela facilidade *k7*. No teste de redução exato, como a capacidade da facilidade *k7* é preservada, o fluxo restante passa a ser atendido pela facilidade *k8*, aumentando, assim, o valor da função objetivo do problema *FCM*.

Figura (3.5) Teste aproximado para abrir - facilidade *k6*



Na Figura 3.6, pode-se verificar que o mesmo ocorre ao testar a facilidade *k7*. Na figura à esquerda, o fluxo que era reprocessado na facilidade *k7*, na ausência das restrições de capacidade, foi totalmente transferido para a facilidade *k6*. À direita, para o problema capacitado, o fluxo foi atendido pelas facilidades *k6* e *k8*.

Os dados da Tabela 3.7 demonstram que, após a execução dos testes de redução exatos e aproximados, os valores de Δ_k são maiores ou iguais aos valores de $\bar{\Delta}_k$ para todo *k* no conjunto $(K1 \cup K2)$. Mais especificamente, as facilidades que foram abertas *k6* e *k7* foram abertas em ambos os testes. Até mesmo nos casos em que $\bar{\Delta}_k$ é menor que Δ_k , a diferença entre os limites não foi suficiente para que $\bar{\Delta}_k$ fosse menor que o custo fixo f_k . Para a instância 110 e a maioria das instâncias do conjunto de dados, os resultados de ambos os testes foi bastante similar, mas para algumas delas os testes aproximados tiveram resultados inferiores em relação à fixação das variáveis, conforme se vê na Subseção 3.2.3.

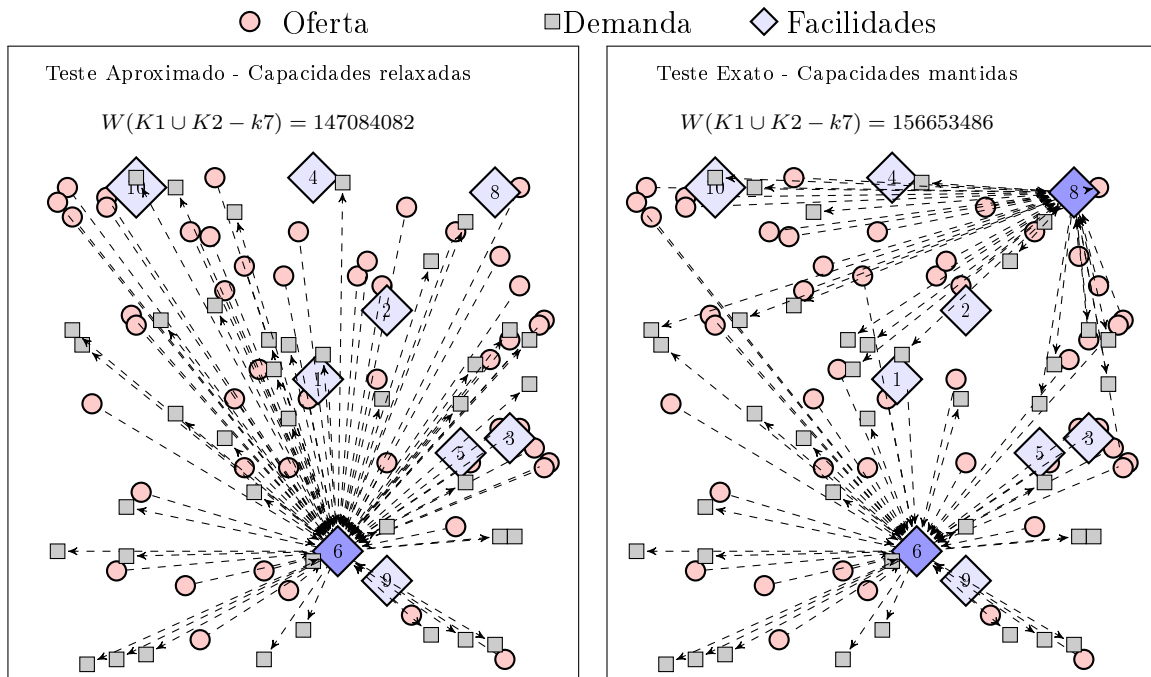
Figura (3.6) Teste para abrir aproximado - facilidade $k7$ 

Tabela (3.7) Teste Aproximado para Abrir - Exemplo 2

Nós intermediários K					
Nó	Posição (mm)	$\bar{\Delta}_k$	Δ_k	f_k	$\bar{\Delta}_k \geq f_k$
k1	(53,58)	0	0	38000	não
k2	(67,72)	0	0	62707	não
k3	(92,46)	0	0	19939	não
k4	(52,99)	0	0	15673	não
k5	(82,43)	0	0	76774	não
k6	(57,23)	1244504	9778775	55851	sim
k7	(90,80)	1580840	11641096	46030	sim
k8	(89,96)	1173	1173	87293	não
k9	(67,17)	0	0	48725	não
k10	(16,97)	0	0	23146	não

3.2.2 Teste Aproximado para Fechar

Os testes aproximados para fechar facilidades no PLC-LR são desenvolvidos de maneira análoga aos testes aproximados para abrir. A ideia é determinar um limite superior para Ω_k que seja calculado de forma mais simples, relaxando-se as restrições de capacidade das facilidades $k \in K1$.

Da mesma forma que foi feito na Subseção 3.2.1, relaxar as restrições de capacidade das facilidades $k \in K1$ do problema de FCM, equivale a adicionar, para cada facilidade

k no conjunto $K1$, uma facilidade artificial r com capacidade infinita.

Seja R o conjunto de todas as facilidades artificiais r . O limite $\bar{\Omega}_k$ é definido por:

$$\bar{\Omega}_k = W(K1) - W(K1 \cup R \cup \{k\}) \quad (3.20)$$

Pela propriedade (3.15), pode-se afirmar que $\bar{\Omega}_k \geq \Omega_k \quad \forall k \in K2$.

Exemplo 3 *Como continuação do Exemplo 2, utilizando a instância 110, serão executados os testes aproximados e exatos para fechar facilidades. Os conjuntos $K1 = \{k6, k7\}$ e $K2 = \{k1, k2, k3, k4, k5, k8, k9, k10\}$ são os conjuntos resultantes dos testes para abrir.*

Nas terceira e quarta colunas da Tabela 3.8, encontram-se os valores dos limites $\bar{\Omega}_k$ e Ω_k para cada uma das facilidades em $K2$. Observa-se que esses valores são todos nulos. Fato este que se justifica, pois, na solução ótima do PLC-LR, para a instância 110, há apenas as facilidades $k6$ e $k7$ ativas. Portanto, a solução do problema FCM não se altera quando desativamos qualquer uma das facilidades do conjunto $K2$, tanto nos testes de redução exatos, quanto nos aproximados.

Tabela (3.8) Teste Aproximado para Fechar - Exemplo 3

Nós intermediários K					
Nó	Posição (mm)	$\bar{\Omega}_k$	Ω_k	f_k	$\bar{\Omega}_k \leq f_k$
k1	(53,58)	0	0	38000	sim
k2	(67,72)	0	0	62707	sim
k3	(92,46)	0	0	19939	sim
k4	(52,99)	0	0	15673	sim
k5	(82,43)	0	0	76774	sim
k8	(89,96)	0	0	87293	sim
k9	(67,17)	0	0	48725	sim
k10	(16,97)	0	0	23146	sim

Após a execução dos testes aproximados para fechar, o conjunto $K2$ ficou vazio, ou seja, a solução ótima para o PLC-LR (instância 110) foi encontrada. Os resultados dos testes de redução aproximados para o conjunto de dados proposto pode ser encontrado na Subseção 3.2.3.

3.2.3 Resultados Testes de Redução Aproximados

Como era esperado, pelo fato de que $\bar{\Delta}_k$ é um limite inferior para Δ_k e que $\bar{\Omega}_k$ é um limite superior para Ω_k , houve uma perda do poder de poda dos testes de redução

aproximados em relação aos testes exatos. Embora, na maioria dos casos, os testes tenham apresentado resultados iguais, para 6 das 30 instâncias com 100 nós e 12 das 30 instâncias com 200 nós os resultados foram diferentes. Nas Tabelas 3.9 e 3.10, o conjunto de instâncias que apresentaram diferenças entre os testes de redução exatos e aproximados estão destacadas na cor cinza. Essas duas tabelas apresentam, à direita, os resultados dos testes de redução exatos e, à esquerda, os resultados dos testes de redução aproximados, para ambos uma coluna adicional ($T(s)$) que apresenta o tempo de execução de cada algoritmo em segundos.

Para todas as linhas destacadas nas Tabelas 3.9 e 3.10, é possível verificar que os testes de redução exatos têm maior poder de fixação de variáveis que os testes de redução aproximados. Em contrapartida, os testes de redução aproximados são processados mais rapidamente que os testes exatos, com algumas exceções. Esses casos excepcionais se devem ao maior número de ciclos de um algoritmo em relação ao outro.

A Figura 3.7 traz uma comparação entre os tempos computacionais de cada um dos testes de redução para as instâncias com 200 nós. Embora haja uma economia considerável, ambos os testes de redução são executados em um tempo computacional razoável. Devido à maior capacidade de fixação de variáveis dos testes de redução exatos, neste trabalho optou-se por adotar os testes exatos combinados com o método de decomposição de Benders, para tratar os problemas de mais difícil resolução. Essa abordagem mostrou-se adequada e bem sucedida. Os resultados dessa combinação entre os dois métodos podem ser conferidos no Capítulo 5.

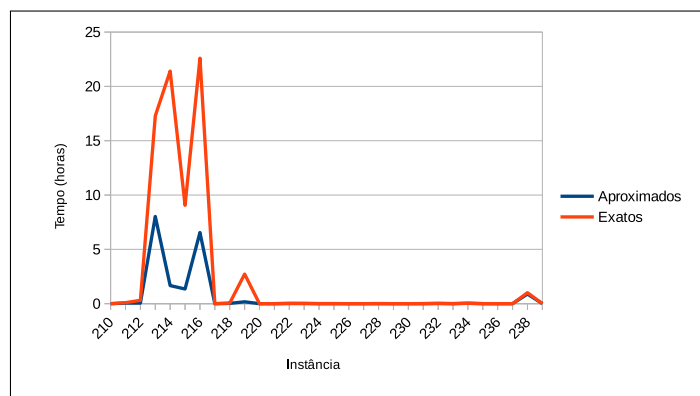


Figura (3.7) Tempo de Execução Algoritmos Teste de Redução Exatos e Aproximados - Instâncias com 200 nós.

Tabela (3.9) Resultados Testes de Redução

Testes de Redução Aproximados						Teses de Redução Exatos					
Inst	K	K0	K1	K2	T(s)	Inst	K	K0	K1	K2	T(s)
110	10	2	8	0	87.07	110	10	2	8	0	158.82
111	15	0	1	14	18.76	111	15	0	7	8	21.28
112	20	0	1	19	65.58	112	20	0	12	8	189.17
113	25	22	3	0	0.92	113	25	22	3	0	1.01
114	10	0	1	9	3.13	114	10	0	6	4	10.27
115	15	0	2	13	9.53	115	15	0	3	12	11.2
116	10	3	4	3	0.91	116	10	3	5	2	1.11
117	5	0	0	5	0.54	117	5	0	1	4	0.56
118	10	0	0	10	0.67	118	10	0	0	10	0.7
119	5	0	1	4	0.30	119	5	0	1	4	0.33
120	10	7	3	0	16.00	120	10	7	3	0	17.07
121	15	10	5	0	21.41	121	15	10	5	0	18.36
122	20	0	1	19	2.03	122	20	0	1	19	2.52
123	25	20	5	0	1.29	123	25	20	5	0	1.32
124	10	3	7	0	4.22	124	10	3	7	0	5.17
125	15	4	4	7	7.61	125	15	4	4	7	8.45
126	10	4	6	0	1.62	126	10	4	6	0	1.62
127	5	2	3	0	0.25	127	5	2	3	0	0.29
128	10	6	4	0	5.57	128	10	6	4	0	6.71
129	5	2	3	0	2.43	129	5	2	3	0	1.45
130	10	4	6	0	1.24	130	10	4	6	0	1.31
131	15	2	13	0	1.71	131	15	2	13	0	1.87
132	20	5	12	3	1.25	132	20	5	12	3	1.32
133	25	8	13	4	2.68	133	25	8	13	4	2.7
134	10	0	10	0	1.60	134	10	0	10	0	1.82
135	15	3	12	0	6.61	135	15	3	12	0	6.88
136	10	0	10	0	0.72	136	10	0	10	0	0.66
137	5	1	4	0	0.58	137	5	1	4	0	0.48
138	10	1	9	0	0.65	138	10	1	9	0	0.64
139	5	1	4	0	0.35	139	5	1	4	0	0.37
Tempo médio (s)					8.91	Tempo médio (s)					15.85

Tabela (3.10) Resultados Testes de Redução

Testes de Redução Aproximados						Teses de Redução Exatos					
Inst	K	K0	K1	K2	T(s)	Inst	K	K0	K1	K2	T(s)
210	20	0	2	18	11.50	210	20	0	3	17	11.67
211	30	0	2	28	193.92	211	30	0	4	26	339.64
212	40	0	4	36	193.74	212	40	0	21	19	1106.71
213	50	0	3	47	28895.04	213	50	0	4	46	62247.77
214	20	0	2	18	5993.62	214	20	0	12	8	77060.30
215	30	0	2	28	4874.52	215	30	0	13	17	32605.46
216	20	0	3	17	23576.26	216	20	0	11	3	81351.49
217	10	0	1	9	0.57	217	10	0	4	6	6.14
218	20	0	2	18	108.62	218	20	0	6	14	203.12
219	10	0	1	9	626.18	219	10	0	7	3	9804.69
220	20	7	13	0	2.65	220	20	7	13	0	2.87
221	30	15	12	3	11.65	221	30	15	12	3	12.20
222	40	0	5	35	83.43	222	40	0	5	35	80.35
223	50	32	5	13	71.34	223	50	32	5	13	76.98
224	20	4	11	5	18.47	224	20	4	11	5	16.21
225	30	10	20	0	27.10	225	30	10	20	0	26.72
226	20	0	2	18	3.25	226	20	0	2	18	3.89
227	10	0	6	4	1.32	227	10	0	6	4	1.63
228	20	0	2	18	27.19	228	20	0	2	18	31.70
229	10	0	1	9	1.44	229	10	0	2	8	1.58
230	20	2	16	2	6.25	230	20	2	16	2	6.33
231	30	9	21	0	27.34	231	30	9	21	0	27.22
232	40	14	22	4	85.30	232	40	14	23	3	82.05
233	50	31	13	6	15.13	233	50	31	13	6	20.11
234	20	7	13	0	164.38	234	20	7	13	0	121.03
235	30	3	27	0	20.24	235	30	3	27	0	11.69
236	20	4	16	0	6.16	236	20	4	16	0	7.06
237	10	2	8	0	1.99	237	10	2	8	0	2.35
238	20	11	9	0	3191.32	238	20	11	9		3648.80
239	10	4	6	0	17.91	239	10	4	6	0	22.55
Tempo médio (s)					2275.26	Tempo médio (s)					8964.68

Capítulo 4

Decomposição de Benders para o modelo PLC-LR

*“Afagar a terra
Conhecer os desejos da terra
Cio da terra, a propícia estação
E fecundar o chão.”*
Chico Buarque - O cio da Terra

A decomposição de [Benders \(1962\)](#) é um método clássico para resolução de problemas de otimização combinatória baseada na projeção das variáveis de grande escala e na geração de restrições. Nesse método, o modelo a ser resolvido é separado em duas formulações mais simples: um Problema Mestre (PM) e um Subproblema (SP). O problema mestre é uma versão relaxada do problema original, que contém somente um subconjunto de variáveis complicantes e restrições. O subproblema é definido pelo problema original, no qual as variáveis inteiras são tratadas como constantes. O método de Benders é baseado na solução iterativa do problema mestre e do subproblema para se obter a solução ótima do modelo original.

O método de decomposição de Benders tem sido utilizado na resolução de diversos problemas de programação linear inteira mista. Para os problemas de localização de facilidades, o método de Benders foi utilizado pelos seguintes pesquisadores: [Geoffrion & Graves \(1974\)](#) utilizaram o algoritmo de Benders para resolver um problema de projeto de cadeia de suprimentos multi-produto em dois níveis; e [Cordeau et al. \(2006\)](#) propuseram um novo modelo para o problema de projeto de rede logística e apresentaram duas abordagens, a primeira integra o método simplex com *Branch-and-Bound* e a segunda é a decomposição de Benders.

Algumas desigualdades são propostas para fortalecer a relaxação do modelo original. Já o conjunto inicial de cortes, obtido por meio da relaxação das restrições de integralidade do problema mestre, é usado para acelerar o algoritmo de Benders. O modelo PLC-LR é baseado no modelo de Cadeia de Suprimentos para Remanufatura (Santibanez-Gonzalez & Diabat (2013)), com características adicionais de que o fluxo proveniente dos locais de ofertas é indivisível. Serão apresentados, neste capítulo, o método de decomposição de Benders (Seção 4.1), a decomposição de Benders para o PLC-LR (Seção 4.2) e os resultados obtidos para o conjunto de dados propostos (Seção 4.3).

4.1 O Método de Decomposição de Benders

Considere o problema genérico (P1), com a seguinte formulação:

(P1)

$$\mathbf{Min} \ c^t x + f^t y \quad (4.1)$$

$$\text{s.a: } Ax + By \geq b \quad (4.2)$$

$$y \in Y \quad (4.3)$$

$$x \geq 0 \quad (4.4)$$

em que a matriz A tem dimensão $m \times n$, x e c são vetores do espaço euclidiano \mathbb{R}^n , que representam as variáveis contínuas e os custos associados a elas, respectivamente. A matriz B possui dimensão $m \times p$, e os vetores y e f contidos em \mathbb{R}^p são as variáveis inteiras e os custos a elas associados e o vetor b que possui dimensão m .

Por hipótese, as variáveis y de (P1) tornam-no um problema difícil de ser resolvido. Em contrapartida, as variáveis x são facilmente tratáveis. Portanto, se tratarem essas variáveis complicadoras y como se fossem constantes, o problema pode ser reduzido ao seguinte problema:

(P2)

$$\mathbf{Min} \ z \quad (4.5)$$

$$\text{s.a: } z - c^t x \geq f^t \bar{y} \quad (4.6)$$

$$Ax \geq b - B\bar{y} \quad (4.7)$$

$$x \geq 0 \quad (4.8)$$

$$\bar{y} \in \bar{Y} \quad (4.9)$$

A ideia central do método de Benders é a projeção. As variáveis x são projetadas para fora do problema original por meio dos multiplicadores u e v , que estão associados às restrições (4.6) e (4.7), respectivamente. Assim, o problema (P2) torna-se um problema nas variáveis u e v .

(P3)

$$\mathbf{Min} z \quad (4.10)$$

$$\text{s.a: } u^i z \geq u^i f^t \bar{y} + (v^i)^t (b - B\bar{y}) \quad i = 1, \dots, n \quad (4.11)$$

$$\bar{y} \in \bar{Y} \quad (4.12)$$

A grande desvantagem deste procedimento é que ele pode gerar um número exponencial de restrições, o que torna sua resolução muito difícil. Além disso, os pontos extremos do poliedro do problema original (P1), e os raios extremos no caso de um politopo convexo não limitado, podem ser representados pela restrição (4.11). Considerando, então, uma ordenação desses pontos e raios extremos, tem-se o seguinte problema mestre:

(PM)

$$\mathbf{Min} z \quad (4.13)$$

$$\text{s.a: } z \geq f^t \bar{y} + (v^i)^t (b - B\bar{y}) \quad i = 1, \dots, q \quad (4.14)$$

$$0 \geq (v^i)^t (b - B\bar{y}) \quad i = q + 1, \dots, r \quad (4.15)$$

$$\bar{y} \in \bar{Y} \quad (4.16)$$

Nesse problema, as restrições do tipo (4.14) são conhecidas como cortes de otimalidade e as restrições do tipo (4.15) são conhecidas como cortes de viabilidade. Para resolver o (PM), é aplicada ao problema uma relaxação, e os cortes (restrições) são adicionados conforme as restrições violadas são identificadas pelo subproblema.

Sub-problema (SP)

$$\mathbf{Max} f^t \bar{y} + (b - B\bar{y})^t u \quad (4.17)$$

$$\text{s.a: } A^t u \leq c \quad (4.18)$$

$$u \geq 0 \quad (4.19)$$

No (SP), a variável y é o parâmetro \bar{y} que foi calculado no (PM). Se o (SP) tem solução viável ótima limitada, uma restrição do tipo (4.14) é adicionada ao (PM). Então, realiza-se o corte de otimalidade e o limite inferior gerado pelo (PM)

é atualizado. Caso a solução do (SP) seja ilimitada, esta é associada a um raio extremo do polítopo do problema original, e é realizado, então, um corte de viabilidade pela adição da restrição do tipo (4.15) ao (PM).

4.2 Decomposição do Modelo PLC-LR

Nesta seção, será apresentada a decomposição de Benders para o PLC-LR. Esse modelo tem dois conjuntos de variáveis inteiras x e w . Pela fixação de ambas como \bar{x} e \bar{w} , pode-se reescrever o PLC-LR como:

$$\sum_{k \in K} f_k \bar{w}_k + \sum_{i \in I} \sum_{k \in K} (c_{ik}^0 + f_k^m) a_i \bar{x}_{ik} + \mathbf{Min} \sum_{k \in K} \sum_{j \in J} c_{kj}^r y_{kj} \quad (4.20)$$

$$\sum_{j \in J} y_{kj} = \sum_{i \in I} a_i \bar{x}_{ik}, \quad \forall k \in K \quad (4.21)$$

$$\sum_{k \in K} y_{kj} = b_j, \quad \forall j \in J \quad (4.22)$$

$$y_{kj} \geq 0, \quad \forall i \in I, \forall j \in J, \forall k \in K \quad (4.23)$$

$$\bar{x}_{ik} \in U, \quad \forall i \in I, \forall k \in K \quad (4.24)$$

$$\bar{w}_k \in U, \quad \forall k \in K \quad (4.25)$$

Em que U é o seguinte conjunto:

$$U = \begin{cases} \sum_{i \in I} a_i \bar{x}_{ik} \leq m_k \bar{w}_k, & \forall k \in K \\ \sum_{k \in K} \bar{x}_{ik} = 1; & \forall i \in I \end{cases} \quad (4.26)$$

Associando-se as variáveis q_k e r_j às restrições (4.21) e (4.22), respectivamente, o problema dual associado ao problema (4.20 à 4.25) é dado pela seguinte formulação:

Sub-problema Dual (SP)

$$\sum_{k \in K} f_k \bar{w}_k + \sum_{k \in K} \sum_{i \in I} (c_{ik}^0 + f_k^m) a_i \bar{x}_{ik} + \mathbf{Max} \sum_{k \in K} \sum_{i \in I} a_i \bar{x}_{ik} q_k + \sum_{j \in J} b_j r_j \quad (4.27)$$

$$r_j + q_k \leq c_{kj}^r \quad \forall j \in J, \forall k \in K \quad (4.28)$$

$$q_k, r_j \text{ livres} \quad \forall k \in K, \forall j \in J \quad (4.29)$$

Dessa forma, o problema mestre é dado pela seguinte formulação:

Problema Mestre (PM)

$$\text{Min} \sum_{k \in K} f_k w_k + \sum_{k \in K} \sum_{i \in I} (c_{ik}^0 + f_k^m) a_i x_{ik} + \eta \quad (4.30)$$

$$\eta \geq \sum_{k \in K} \sum_{i \in I} a_i x_{ik} \bar{q}_k + \sum_{j \in J} b_j \bar{r}_j \quad (4.31)$$

$$w_k, x_{ik} \in U \quad (4.32)$$

Uma restrição do tipo (4.31) é adicionada ao modelo quando o sub-problema dual é resolvido à otimalidade. Esta restrição é chamada de corte de otimalidade.

O Algoritmo 2 é o algoritmo de Benders para o método de decomposição clássico, no qual LS é o limite superior, LI o limite inferior, FO é o valor da função objetivo obtida por meio da solução ótima do (PM) e FOD é o valor da função objetivo obtida por meio da função objetivo do (SP).

Algoritmo 2 *Algoritmo de Benders*

-
- Passo 1** Faça $LI = -\infty$, $LS = +\infty$ e $\bar{w}, \bar{x} \in V$
- Passo 2** Enquanto $LS - LI \geq \varepsilon$ Execute Passos 3-7
- Passo 3** Resolva (SP) (4.27) - (4.29), obtendo o corte de Benders
- Passo 4** Se (SP) teve solução ótima então $LS \leftarrow \min(LS, FOD)$
- Passo 5** Adicione os cortes ao (PM) (4.30)-(4.32)
- Passo 6** Resolva o (PM) (4.30)-(4.32) e atualize os valores de \bar{w} e \bar{x} no (SP).
- Passo 7** Atualize $LI \leftarrow FO$
-

Neste algoritmo, as soluções fornecidas pelo (PM) são viáveis para o PLC-LR, pois a restrição (4.32) garante que as variáveis x e w estejam no conjunto de soluções viáveis V (4.26). Portanto, a solução do (PM) é um limite inferior para a solução do problema PLC-LR. Esse limite inferior é aprimorado iterativamente pela adição de cada corte de Benders (4.31). Quando LI converge para LS, a solução ótima para o PLC-LR é encontrada.

A aplicação do método de Benders para o PLC-LR, de acordo com a decomposição apresentada nesta seção, obteve bons resultados. Somente três instâncias, do conjunto de 60 instâncias, não puderam ser resolvidas utilizando o Algoritmo 2 dentro do limite de tempo pré-estabelecido de 48 horas. Os resultados na Seção 4.3 demonstram que a utilização do método de Benders foi adequada ao problema proposto, mas, com o objetivo de economizar tempo computacional e resolver todos os problemas propostos, a combinação entre os Algoritmos 1 e 2 foi muito bem sucedida (Capítulo 5).

4.3 Resultados

Nesta seção, serão apresentados os resultados computacionais da aplicação do algoritmo de Benders para o conjunto de dados proposto para o PLC-LR.

O Algoritmo 2 foi implementado utilizando-se a linguagem de programação matemática AMPL, e os problemas de programação linear (PM e SP) foram resolvidos por meio do software comercial CPLEX, versão 12.6. Os testes computacionais foram executados em uma máquina de 64 bits, com sistema operacional Ubuntu versão 13,10 com 7.8 GB de memória RAM e processador Intel core *i7 – 2600CPU@3.40GHz* \times 8.

A Tabela 4.1 mostra os resultados do algoritmo de Benders para o conjunto de dados proposto. Essa tabela está dividida da seguinte forma: à esquerda estão os resultados para as instâncias com 100 nós e à direita estão as instâncias com 200 nós. Na primeira coluna, estão os nomes das instâncias; a segunda coluna apresenta o número de iterações do método de Benders, até se alcançar a solução ótima para o PLC-LR; a terceira coluna (GAP Inicial) representa a distância entre o LI e o LS na primeira iteração do método de Benders; e a quarta coluna apresenta o tempo computacional gasto pelo algoritmo e as médias apresentadas são as médias aritméticas de cada um dos parâmetros medidos para cada subconjunto de instâncias.

Uma observação sobre o GAP inicial faz-se necessária. Esta medida é importante para se fazer uma comparação com os resultados do Capítulo 5. Neste capítulo serão apresentados os resultados da combinação entre os testes de redução e o método de Benders. Como a proposta é a redução da complexidade do problema por meio da fixação de variáveis, veremos que o GAP inicial do algoritmo de Benders para o problema resultante dos testes de redução é muito menor do que os GAPs constantes na Tabela 4.1. O algoritmo de Benders obteve a solução ótima para todas as instâncias com 100 nós. Entretanto, para algumas instâncias mais complexas, com 200 nós (211,213 e 214) o algoritmo de Benders não conseguiu alcançar a solução ótima. Para todos os casos o tempo máximo de processamento foi fixado em 48 horas.

O aumento no número de arcos e a diminuição das capacidades das facilidades são fatores complicadores para o PLC-LR. Quando instâncias com tais características são encontradas, alternativas devem ser pensadas a fim de se superarem tais dificuldades. No Capítulo 5 será apresentada a combinação entre os testes de redução e o método de Benders. Esta abordagem se mostrou muito adequada para o PLC-LR e o algoritmo foi capaz de resolver todas as instâncias do conjunto de dados e ao mesmo tempo obter uma diminuição do tempo computacional. Portanto, problemas complexos que não puderam ser resolvidos por outros métodos, com um tempo computacional aceitável, são resolvidos utilizando-se esta combinação.

Tabela (4.1) Resultados Algoritmo Benders

Ins- tância	Itera- ções	GAP Inicial	Tempo Total (s)	Ins- tância	Itera- ções	GAP Inicial	Tempo Total (s)
110	2	9.93%	184.81	210	6	47.45 %	12.81
111	2	13.35%	27.82	211	-	-	-
112	2	22.54%	600.14	212	4	20.55%	7431.94
113	8	33.29%	0.48	213	-	-	-
114	5	13.15%	25.14	214	-	-	-
115	3	41.36%	3.13	215	5	47.77%	46089.57
116	3	24.18%	3.19	216	4	40.53%	119861.64
117	2	25.41%	0.07	217	6	28.19%	14.32
118	2	15.58%	0.71	218	3	19.25%	11382.53
119	7	9.27%	3.66	219	2	13.82%	11178.54
Média	3.6	19.42%	84.92	Média	4.3	28.35%	32659.76
120	3	30.30%	0.66	220	11	32.89%	1.73
121	3	22.48%	1.57	221	48	35.71%	434.21
122	10	31.82%	23.73	222	6	50.16%	137.09
123	3	45.92%	1.58	223	5	43.36%	111.8
124	3	47.92%	0.45	224	30	46.75%	128.53
125	12	36.45%	29.29	225	21	48.25%	48.52
126	5	26.16%	1.01	226	17	40.81%	12534.14
127	5	17.62%	0.12	227	17	29.08%	102.14
128	4	31.07%	5.4	228	4	49.04%	304.59
129	4	26.21%	0.52	229	8	35.15%	23.33
Média	5.2	28.20	6.43	Média	16.7	41.12%	1382.61
130	5	33.77%	0.33	230	25	46.04%	3.65
131	19	44.48%	2.77	231	25	51.75%	24.79
132	12	43.13%	1.49	232	13	57.24%	11.35
133	15	45.70%	2.26	233	15	46.68%	51.93
134	7	49.92%	0.53	234	14	50.60%	175.63
135	12	54.84%	3.14	235	43	64.00%	24.21
136	6	39.99%	0.29	236	33	43.99%	52.61
137	4	32.27%	0.1	237	7	43.31%	0.85
138	8	52.43%	0.43	238	5	44.26%	18631.78
139	5	44.11%	0.17	239	7	42.75%	18.34
Média	9.3	44.06%	1.15	Média	18.7	49.06%	1899.51
Tempo Total			924.99	Tempo Total			262822.12

Capítulo 5

Análise dos Resultados

*“We have a greed with which we have agreed
And you think you have to want more than you need”*

Eddie Vedder - Society

Neste capítulo serão apresentados os resultados computacionais da aplicação do algoritmo em dois passos que utiliza os testes de redução exatos, para fixação prévia das facilidades, seguido do método de Benders para resolução do problema remanescente (Coelho & Mateus, 2017).

O Algoritmo 3, que reúne os dois métodos (testes de redução exatos (Seção 3.1) e o método de Benders (Capítulo 4), é um algoritmo com dois passos. O primeiro passo é a fixação de variáveis, aplicando-se os testes de redução exatos para o conjunto de dados (Algoritmo 1) e o segundo passo é a resolução do problema resultante via método de Benders (Algoritmo 2). No segundo passo, o problema mestre (equações (4.30)-(4.32) e o subproblema de Benders (equações (4.27)-(4.29)) têm suas variáveis inteiras definidas apenas por aquelas variáveis que restaram no conjunto $K2$ após a execução dos testes de redução.

Algoritmo 3 *Algoritmo Testes + Benders*

Passo 1 Execute Algoritmo 1 Testes de Redução exatos

Defina variáveis inteiras do PLC-LR por $W = \{w_k; k \in K2\}$

Passo 2 Execute Algoritmo 2 Método de Benders.

O Algoritmo 3 foi implementado por meio da linguagem de programação AMPL. Os problemas de programação linear foram resolvidos utilizando-se o software CPLEX versão 12.6. Os testes computacionais foram realizados em uma máquina com precisão

de 64 bits, sistema operacional Ubuntu versão 13.10, com 7.8 Gb de memória RAM e processador Intel core *i7 – 2600CPU@3.40GHz* \times 8.

A Tabela 5.1 mostra os resultados para as instâncias cujas facilidades possuem custos fixos grandes e capacidades de reprocessamento pequenas (Instâncias 110-119 e 210-219) e a Tabela 5.2 os resultados para o conjunto de instâncias restante. Na Tabela 5.1, as colunas da esquerda apresentam os resultados do Algoritmo de Benders obtidos no Capítulo 4.

Tabela (5.1) Resultados Algoritmo Testes + Benders

Instâncias	Iterações	GAP Inicial	Tempo Tot.(s)	Instâncias	Testes Tempo(s)	Benders Tempo(s)	GAP Inicial	Benders Iter.	Tempo Tot.(s)
110	2	9.93%	184.81	110	158.82	-	-	-	158.82
111	2	13.35%	27.82	111	21.28	25.51	0.44%	2	46.79
112	2	22.54%	600.14	112	189.17	222.06	2.06%	2	411.23
113	8	33.29%	0.48	113	1.01	-	-	-	1.01
114	5	13.15%	25.14	114	10.27	11.14	3.53%	3	21.41
115	3	41.36%	3.13	115	11.2	4.67	24.10%	2	15.87
116	3	24.18%	3.19	116	1.11	1.62	2.37%	2	2.73
117	2	25.41%	0.07	117	0.56	0.09	11.38%	2	0.65
118	2	15.58%	0.71	118	0.7	0.76	15.58%	2	1.46
119	7	9.27%	3.66	119	0.33	3.01	2.86%	6	3.34
Média	3.60	20.81%	84.92	Média	39.4	33.61	7.46%	2.75	66.33
210	6	47.45 %	12.81	210	11.67	5.83	26.74%	3	17.5
211	-	-	-	211	339.64	11476.74	14.95%	3	11816.38
212	4	20.55%	7431.94	212	1106.71	1904.2	4.07%	2	3010.91
213	-	-	-	213	62247.77	14725.2	27.89%	4	76972.97
214	-	-	-	214	77060.31	9283.04	5.34%	5	96343.34
215	5	47.77%	46089.57	215	32605.46	843.43	18.96%	3	33448.89
216	4	40.53%	119861.64	216	81351.49	11709.48	8.32%	3	93060.97
217	6	28.19%	14.32	217	6.14	4.9	12.93%	3	11.04
218	3	19.25%	11382.53	218	203.12	11246.51	8.91%	3	11449.63
219	2	13.82%	11178.54	219	9804.69	848.03	1.64%	2	10652.72
Média	4.29	28.35%	32659.76	Média*	17869.90	3794.63	11.65%	2.29	21664.52

*A média aritmética dos parâmetros dessas colunas desprezam os valores relativos às instâncias 211,213 e 214 para fins de comparação com o método de Benders

As colunas da direita da Tabela 5.1 apresentam os resultados do Algoritmo 3 (Testes + Benders). Neste caso, o tempo total de execução do algoritmo é a soma direta do tempo de processamento dos testes de redução (Testes Tempo (s)) e do algoritmo de Benders (Benders Tempo (s)). As informações fornecidas por essas tabelas revelam um decréscimo no tempo de processamento dos algoritmos. O tempo médio gasto pelo algoritmo de Benders nos problemas com 200 nós é de 32.659,76 segundos, enquanto o tempo médio do Algoritmo 3 é de somente 21.664,52 segundos.

Uma comparação entre o Algoritmo de Benders (2) e o mesmo algoritmo depois que as facilidades foram fixadas pela aplicação prévia dos testes de redução revela uma redução de quase 90% do tempo de processamento, de 32.659,76 segundos para 3.794,63 segundos. O número de iterações e o GAP inicial, mostrados na Tabela 5.1, também diminuíram quando comparados os valores entre o Algoritmo de Benders e o Algoritmo Testes + Benders.

A Tabela 5.2 apresenta os resultados para os problemas cujos custos fixos e as capacidades das facilidades são equilibrados (Instâncias 120-129 e 220-229) e para os problemas nos quais os custos fixos são pequenos e as capacidades das facilidades são elevadas (Instâncias 130-139 e 230-239). De acordo com os Teoremas 1 e 2, a comparação entre os custos fixos (f_k) e os custos variáveis de uma facilidade w_k determina se essa facilidade será considerada aberta/fechada nos testes de redução. Portanto, quando os custos fixos não são grandes em relação aos custos variáveis no problema PLC-LR, espera-se que seja possível fixar um alto número de variáveis. Nesse caso, foi exatamente o que aconteceu: as instâncias com os custos fixos menores foram quase todas resolvidas no primeiro passo do Algoritmo 3.

Inst	Testes T(s)	Benders T(s)	GAP Inicial	Benders Iter.	Tempo Tot.(s)	Inst	Testes T(s)	Benders T(s)	GAP Inicial	Benders Iter.	Tempo Tot.(s)
120	17.07	-	-	-	17.07	220	2.87	-	-	-	2.87
121	18.36	-	-	-	18.36	221	12.2	414.47	4.73%	47	426.67
122	2.52	24.32	18.96%	10	26.84	222	80.35	118.63	19.73%	6	198.98
123	1.32	-	-	-	1.32	223	76.98	67.55	16.46%	3	144.53
124	5.17	-	-	-	5.17	224	16.21	15.81	2.14%	13	32.02
125	8.45	6.1	6.04%	12	14.55	225	26.72	-	-	-	26.72
126	1.62	-	-	-	1.62	226	3.89	1899.94	16.54%	20	1903.83
127	0.29	-	-	-	0.29	227	1.63	9.62	2.57%	6	11.25
128	6.71	-	-	-	6.71	228	31.7	123.06	31.82%	3	154.76
129	1.45	-	-	-	1.45	229	1.58	2.74	10.55%	4	4.32
Média	6.30	15.21	12.50%	11	9.34	Média	25.41	331.48	13.07%	12.75	290.60
130	1.31	-	-	-	1.31	230	6.33	2.38	0.60%	19	8.71
131	1.87	-	-	-	1.87	231	27.22	-	-	-	27.22
132	1.32	1.38	1.94%	11	2.7	232	82.05	4.83	0.66%	6	86.88
133	2.7	1.09	2.20%	9	3.79	233	20.11	19.92	9.50%	14	40.03
134	1.82	-	-	-	1.82	234	121.03	-	-	-	121.03
135	6.88	-	-	-	6.88	235	11.69	-	-	-	11.69
136	0.66	-	-	-	0.66	236	7.06	-	-	-	7.06
137	0.48	-	-	-	0.48	237	2.35	-	-	-	2.35
138	0.64	-	-	-	0.64	238	3648.8	-	-	-	3648.8
139	0.37	-	-	-	0.37	239	22.55	-	-	-	22.55
Média	1.81	1.24	2.07%	10	2.1	Média	394.92	9.043	3.59%	13	397.63

Tabela (5.2) Resultados Algoritmo Testes + Benders

Uma comparação entre os resultados da Tabela 5.2 e os da Tabela 4.1 (resultados do Algoritmo de Benders - Capítulo 4) revela que a maioria dos problemas foi resolvida no primeiro passo do Algoritmo Testes + Benders. Esse resultado indica uma certa sensibilidade dos testes de redução em relação aos custos fixos de instalação das facilidades. Contudo, a proposta desses testes não é resolver completamente o problema. Parâmetros com dimensões mais balanceadas tornam a fixação de variáveis mais significativa, mas não refletem a realidade do problema, em que os custos de instalação de uma facilidade é elevado e as capacidades de reprocessamento delas são limitadas. Para os problemas com 100 nós (120-139), o tempo de processamento do algoritmo Testes + Benders é maior se comparado ao algoritmo de Benders. Entretanto, esses

problemas são pequenos e mais simples. Como os testes de redução exigem que se resolva um problema de FCM para cada facilidade testada, o tempo de processamento acabou sofrendo esse pequeno acréscimo. Por outro lado, os problemas com 200 nós (220-239) reafirmam as vantagens em se utilizar o Algoritmo 3.

Este subconjunto de instâncias (120-139 e 220-239) foi gerado para diversificar os exemplos do PLC-LR e não tem muita similaridade com os problemas reais. Frequentemente as facilidades de reprocessamento têm custos fixos de instalação mais elevados e esse processo é limitado devido às severas limitações orçamentárias.

Para complementar a análise dos resultados encontrados utilizando-se o Algoritmo 3, as Figuras 5.1 a 5.4 apresentam uma comparação gráfica dos valores médios exibidos nas Tabelas 5.1 e 5.2. Para as instâncias com custos fixos elevados, o tempo médio gasto pelo algoritmo Testes + Benders é muito menor que o tempo gasto pelo Algoritmo de Benders. As Figuras 5.1 mostram que a diferença no tempo é significativa. Contudo, o Algoritmo de Benders gastou menos tempo que o Testes + Benders, como mostrado na Figura 5.1 à esquerda, para as instâncias nas quais os custos fixos são equilibrados ou pequenos. Isto ocorre porque essas instâncias são resolvidas mais facilmente e a execução dos testes de redução adicionam alguns segundos ao processo de resolução. O mesmo ocorre na Figura 5.1 à direita, nas instâncias com 200 nós.

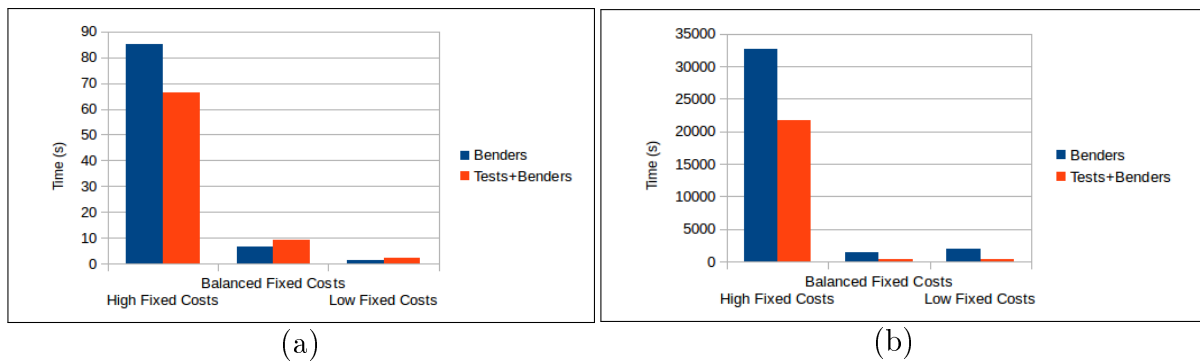


Figura (5.1) Tempo médio de processamento em segundos, (a) 100 nós, (b) 200 nós.

Além do tempo de processamento, outros parâmetros importantes podem ser analisados. As Figuras 5.2 e 5.3 mostram que os GAPs iniciais e o número de iterações do algoritmo de Benders são menores quando os testes de redução são executados primeiro. Além disso, o tempo computacional requerido para resolver as instâncias é reduzido na maioria dos casos, uma vez que o número de iterações e a quantidade de problemas lineares (PM e SP) diminuem. Entretanto, em alguns casos, o valor médio no número de iterações aumenta para o algoritmo Testes + Benders. Essa média se refere a um pequeno conjunto de instâncias, porque no conjunto de problemas, muitas instâncias são resolvidas no primeiro passo do Algoritmo 3. Na Tabela 5.1, analisando-

se caso a caso, após a aplicação dos testes de redução, o número de iterações do algoritmo de Benders decresce ou permanece inalterado para todas as instâncias.

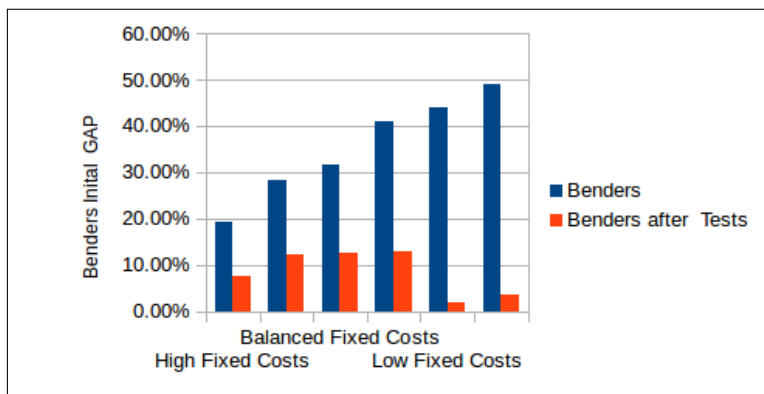


Figura (5.2) GAP entre LS e LI na primeira iteração do Algoritmo de Benders, com e sem a aplicação prévia dos testes de redução.

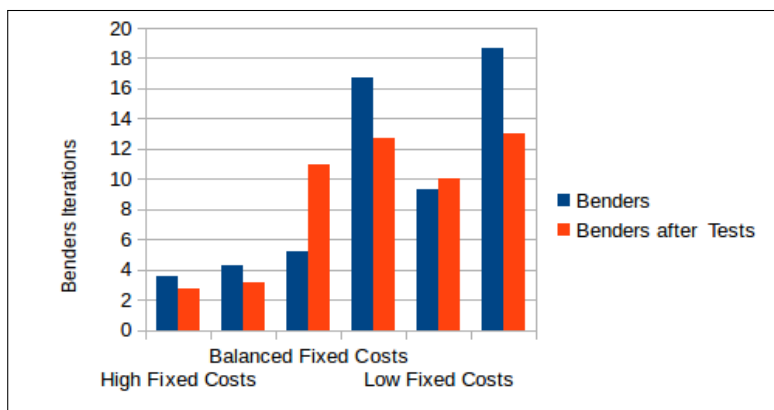


Figura (5.3) Número de iterações do Algoritmo de Benders, com e sem a aplicação prévia dos testes de redução.

Finalmente, na Figura 5.4 os valores médios do tempo de processamento do algoritmo de Benders, com e sem a aplicação prévia dos testes de redução são comparados.

A redução dos GAPs iniciais e do número de iterações do método de Benders no Algoritmo 3 são os responsáveis pela redução no tempo de processamento para todos os casos tratados neste estudo.

O planejamento da implementação de uma rede de logística reversa envolve uma série de variáveis externas e interferências legais. O presente estudo fornece uma análise geral do problema e uma base para futuros estudos de caso. No Capítulo 6, será apresentado um novo modelo para o problema de Cadeia de Suprimentos Fechada (*Closed Loop Supply Chain - CLSC*). Esse modelo foi desenvolvido levando-se em consideração

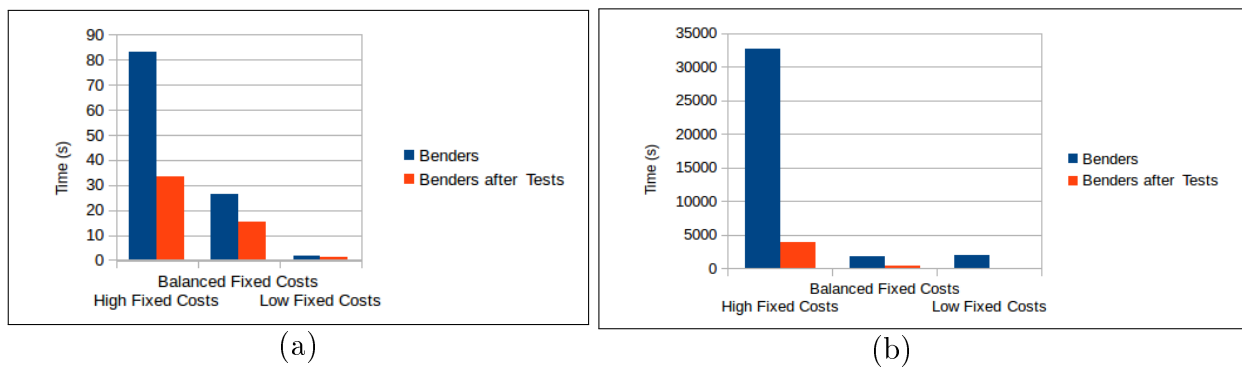


Figura (5.4) Tempo médio de processamento do Algoritmo de Benders com e sem a aplicação prévia dos testes de redução, (a) com 100 nós, (b) com 200 nós.

as características do problema CLSC e as legislações mais desenvolvidas em relação ao reaproveitamento de matéria prima, à preservação ambiental e à gestão dos resíduos sólidos.

Capítulo 6

Modelo de Cadeia de Suprimentos Fechada CLSC

*“O sertão vai virar mar, dá no coração
O medo que algum dia o mar também vire sertão.”*
Sá & Guarabyra - Sobradinho

Com o aumento populacional, a demanda por produtos e serviços também aumenta e desagregar essas tendências é praticamente impossível. Como resultado de uma economia linear, que não facilita o uso sustentável de matérias primas, tem-se consequências adversas para o meio ambiente que incluem danos aos ecossistemas. Uma alternativa seria promover uma economia circular, em que haja o reaproveitamento de materiais por meio da mineração urbana. As oportunidades econômicas e os benefícios ambientais são grandiosos.

Na UE 60% dos materiais descartáveis são destinados a aterros ou são incinerados. Isso ilustra uma perda significativa de valores, bem como a perda da oportunidade de recuperar materiais com um mínimo impacto, se comparado, por exemplo, à extração mineral. De fato, a economia circular em implantação na UE pretende chegar a redução de 48% das emissões de carbono até 2030 e a 83% até 2050, se comparados ao ano de 2012. Por essas razões, as estratégias de uma economia circular são muito atrativas ([Ericsson & Kuehr, 2015](#)).

Como a demanda por produtos eletrônicos tem estado em constante crescimento, seus resíduos podem se tornar substanciais para a economia circular. De acordo com a Universidade das Nações Unidas (UNU), cerca de 42 milhões de toneladas de produtos eletrônicos foram descartados em 2014. O valor aproximado desses produtos é de 48 milhões de euros ([Duan et al., 2013](#)).

O primeiro passo para implementar uma economia circular seria que as empresas se responsabilizassem tanto pelo fluxo direto quanto pelo fluxo reverso de seus produtos. A legislação específica para resíduos sólidos é bastante recente, no mundo todo. A UE foi pioneira na implementação e aplicação dessas políticas e suas diretivas apresentam um caminho que deve ser seguido pelos países que tenham a preservação ambiental como prioridade (Linton et al., 2007).

No Brasil, a política nacional dos resíduos sólidos, Lei 12.305 de 2010, foi um marco importante para estabelecer diretrizes e estimular os processos de reciclagem. Entretanto o sucesso na coleta de materiais metálicos deve-se aos mais de meio milhão de catadores e a cerca de 2400 empresas cooperativas envolvidas na reciclagem e comércio desse material. Por outro lado, a coleta e reciclagem de lixo eletrônico não é tão bem sucedida, pois os resíduos eletrônicos não são considerados valiosos para o mercado brasileiro (de Oliveira et al., 2012).

Países orientais como o Japão também enfrentam problemas com o cumprimento de suas leis. Há duas importantes leis, *Japan's Home Appliances Recycling Law* e *End-of-Life Vehicle Law*, que visam promover a reciclagem de material, mas não há estímulo para tais ações no país (Matsumoto & Umeda, 2011).

Um problema importante e estratégico para as companhias é o projeto da rede logística, geralmente, as decisões do projeto dessas redes envolve a determinação de quantos centros de reprocessamento devem ser instalados e quais devem ser as capacidades de reprocessamento dessas instalações. Em se tratando de logística reversa, o projeto da rede inclui determinar as capacidades de armazenamento e recuperação dos produtos usados, a quantidade de fluxo existente entre as facilidades e onde ficarão os locais para o descarte adequado dos resíduos.

Em geral, um sistema mais complexo é obtido fechando-se o ciclo da cadeia de suprimentos em comparação com a tradicional cadeia linear de suprimentos. A complexidade surge no gerenciamento de estoques de materiais, fluxos de retorno e transporte, no planejamento de recursos, na gestão de fabricação e remanufatura, ao mesmo tempo que nas instalações de produção e na coordenação a rede como um todo (Battini et al., 2017).

Tafaghodi Khajavi et al. (2011) propuseram um PPLIM bi-objetivo que integra os fluxos diretos e reversos numa formulação generalizada para o problema de projeto de uma rede logística. O problema proposto por eles buscou minimizar os custos totais e maximizar a capacidade de resposta do CLSC simultaneamente.

Em um estudo de caso sobre o reaproveitamento de pneus Pedram et al. (2017) propuseram um modelo uma rede CLSC com demanda incerta. O principal objetivo foi maximizar os lucros e proporcionar um suporte para a gestão de resíduos de tal

modo que a poluição gerada fosse mínima. Os resultados obtidos demonstraram que a utilização do modelo CLSC não somente contribui com o meio-ambiente, mas também traz benefícios econômicos aos empresários do setor.

Considerando o problema de projeto de rede logística [Luitel et al. \(2014\)](#) desenvolveram um PPLIM e um processo hierárquico de tomada de decisões. O processo hierárquico e o PPLIM proporcionaram resultados similares. Uma análise de sensibilidade foi realizada para níveis altos, médios e baixos de demanda e retorno de produtos usados.

Dessa forma, com base em estudos anteriores e em metas estabelecidas de retorno de produtos usados, é apresentado um modelo matemático para o problema de cadeia de suprimentos fechada (CLSC). Esse modelo CLSC foi elaborado de forma a tratar os fluxos diretos e reversos dos produtos manufaturados. O objetivo principal é estabelecer os locais de instalação para dois tipos de facilidades, as facilidades de reprocessamento e o locais para o descarte adequado dos materiais que não puderem ser reaproveitados. Trata-se, portanto, de um problema de localização de facilidades bastante complexo, pois além de realizar o balanceamento do fluxo direto de produtos novos, prevê três diferentes alternativas após o reprocessamento dos produtos usados. Os produtos retornados podem ser remanufaturados, ter suas peças e componentes reutilizados no mercado de peças e manutenção (mercado secundário) ou, em último caso, serem adequadamente descartados.

Para determinar o melhor local para construção das facilidades de reprocessamento e de descarte de materiais, são considerados os custos fixos de instalação, os custos variáveis de transporte e os custos de gerenciamento.

Entende-se por custos de gerenciamento os processos realizados durante o reprocessamento, tais como limpeza, desmontagem e separação ([Figura 6.1](#)). Os custos de gerenciamento nos locais de descarte de material referem-se ao manuseio e separação, principalmente no que diz respeito ao descarte de substâncias perigosas.

A [Figura 6.2](#) apresenta a estrutura da rede logística para o problema CLSC. Neste modelo são considerados quatro tipos de locais: as fábricas, o mercado, os centros de reprocessamento e os locais de descarte. As fábricas de produtos novos tem sua localização conhecida, são os locais de fabricação dos produtos que serão enviados ao mercado para comercialização. Afim de simplificar o modelo, o mercado reúne um conjunto de estabelecimentos diversos, são eles, as lojas, os depósitos de venda *online* e os *outlets*. O fluxo de produtos novos entre as fábricas e o mercado consumidor é o fluxo direto, na [Figura 6.2](#) está representado por uma linha sólida.

Uma forma inteligente que as empresas, comprometidas com o meio ambiente, encontraram para estimular o retorno de produtos ao fim de sua vida útil, foi oferecer



Figura (6.1) Reprocessamento de produtos usados - imagens retiradas de <http://www.sasierecycling.in>

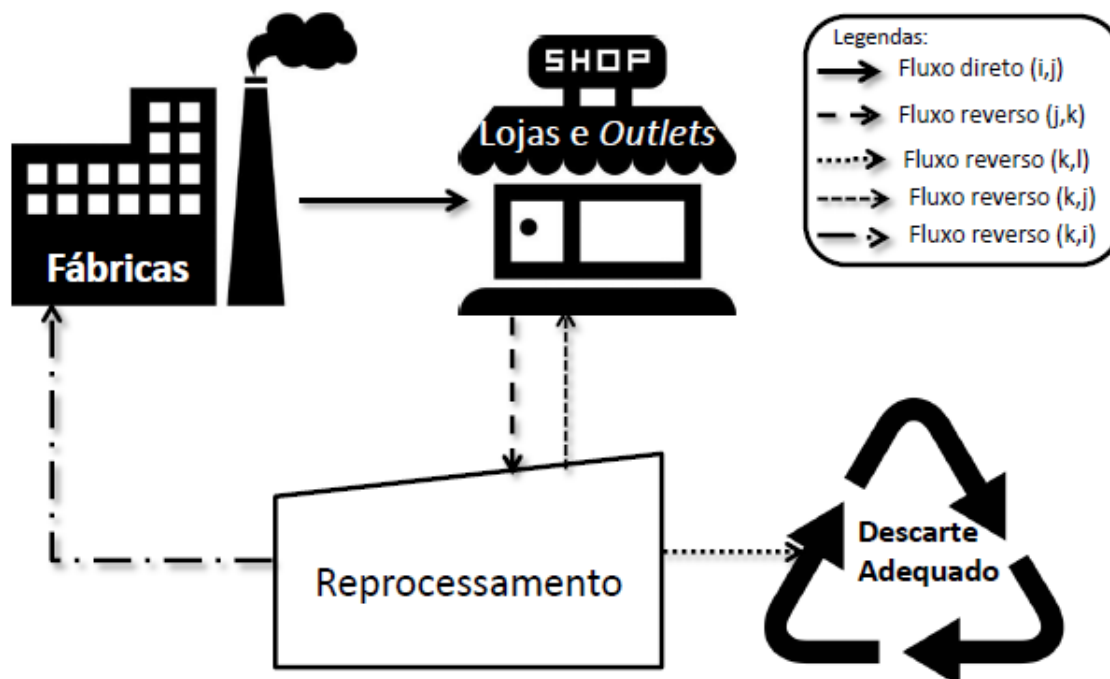


Figura (6.2) Estrutura: Fábricas - Mercado - Facilidades - Descarte

descontos em produtos novos aos clientes que devolverem seus produtos usados. Há também, estabelecimentos que recolhem materiais que possuem substâncias perigosas, tais como pilhas e baterias. Portanto, neste modelo os pontos de coleta para produtos usados encontram-se nos mesmos locais que compõem o mercado.

Outra hipótese pré-estabelecida é a de que haja metas de coleta para produtos

usados, a diretiva WEEE definiu metas de retorno a partir de 30% no ano de 2003 até 65% em 2035 ¹. No modelo matemático serão estabelecidas porcentagens de retorno de $p\%$ desses produtos ao final de sua vida útil. Ou seja, a cada 100 produtos novos que são entregues ao mercado consumidor p produtos usados devem ser coletados. Esses produtos coletados são enviados aos centros de reprocessamento.

Uma vez realizada a coleta, esses produtos serão enviados às facilidades de reprocessamento. Lá os produtos usados serão separados, limpos e de acordo com suas condições eles podem ter três diferentes destinos: Os produtos novos que foram devolvidos por pequenos defeitos de fabricação serão remanufaturados, portanto retornam para as fábricas. As pilhas, baterias, produtos que contenham substâncias perigosas e produtos (ou parte deles) que não puderem ser reaproveitados de alguma forma, serão adequadamente descartados em locais de descarte apropriados. Por último, as peças e partes de produtos que possam ser reaproveitados serão enviados ao mercado de manutenção e peças usadas, por simplicidade admite-se que esse mercado secundário funciona em conjunto com o mercado de produtos novos.

É possível estimar, com base em dados de empresas que já atuam no ramo de reciclagem e remanufatura, quantos produtos, do total de produtos coletados, podem ser remanufaturados, reaproveitados (por separação de peças) ou descartados (pilhas, baterias e resíduos pós reprocessamento). Os parâmetros estimados dependem dos tipos de produtos que fazem parte dessa cadeia de suprimentos, para a modelagem do problema são estabelecidos percentuais que dividem o montante de produtos usados recolhidos.

No processo de desmontagem e separação para reaproveitamento de peças e componentes, conhecendo-se o tipo de produto, pode-se estabelecer quantas peças e componentes são reaproveitáveis. Dessa forma, utilizando-se uma estimativa realista, um produto pode ser dividido em partes que são enviadas ao mercado secundário. Estima-se também a perda de material que são enviadas ao locais de descarte.

Suponha que, por dados históricos da empresa, cerca de 10% de seus produtos apresentem defeitos de fabricação passíveis de reparação. Logo, será considerado no modelo que 10% de todo material coletado devem ser remanufaturados.

Por outro lado, os centros de coleta que recebem pilhas e baterias usadas também podem fornecer dados sobre a quantidade desse tipo de material é recolhido em determinado período de tempo. Portanto, é possível estimar a porcentagem de resíduos tóxicos que passam pelos centros de reprocessamento e são enviados para descarte junto com os resíduos do particionamento dos produtos usados.

¹Waste Management Rules <http://ec.europa.eu/environment>

6.1 O Modelo Matemático

O modelo CLSC proposto foi desenvolvido com base nos seguintes modelos presentes na literatura. A possibilidade de que existam os mercados secundários de peças usadas e produtos remanufaturados está presente nos estudos realizados por [Amin & Zhang \(2012\)](#), [Barbosa Povoá et al. \(2010\)](#) e [Mutha & Pokharel \(2009\)](#). A localização de diferentes tipos de facilidades foi tratada no estudo de [Lu & Bostel \(2007\)](#). Além disso, a diretiva WEEE estabelece que nos próximos anos haja um aumento gradativo nas metas de coleta de produtos usados e também do reaproveitamento de matéria prima.

O seguinte modelo matemático tem por objetivo determinar os melhores locais para se instalar as facilidades de reprocessamento e os pontos adequados para o descarte de resíduos. São levados em consideração os custos fixos de instalação dessas facilidades, os custos variáveis de transporte e os custos variáveis de gerenciamento. Quando tais custos são mínimos, as operações de reaproveitamento de matéria prima tornam-se atrativas aos empresários, fomentando assim as atividades de logística reversa.

Para o modelo proposto são consideradas as seguintes hipóteses:

Os produtos novos produzidos nas fábricas (conjunto de nós I) são enviados para o mercado (conjunto de nós J).

De acordo com as metas de coleta ($p\%$ parâmetro variável), os produtos usados são devolvidos para as lojas (conjuntos de nós J).

O montante dos produtos coletados nas lojas (conjunto de nós J) é totalmente enviado às facilidades de reprocessamento (conjunto de nós K).

Os produtos reprocessados nos centros de reprocessamento (conjunto de nós K) são destinados para três diferentes tipos de locais, de acordo com suas condições após a triagem. Eles podem ser remanufaturados. A remanufatura é o processo pelo qual o produto usado, que foi devolvido por algum defeito de fabricação, é enviado do centro de reprocessamento (locais K) de volta para a fábrica (locais I). Na fábrica, os defeitos são corrigidos, o produto passa pelos mesmos testes de um produto novo e é vendido com preço reduzido (normalmente em *outlets*). No modelo matemático, é considerado que $b^R\%$ de todos os produtos coletados são destinados a remanufatura.

Os produtos usados, por sua vez, passam pelo processo de limpeza e desmontagem. Suas peças são comercializadas no mercado secundário e para prestadores de serviços de manutenção. Esse material é enviado dos centros de reprocessamento de volta ao mercado. O parâmetro $b^P\%$ é o estimador da quantidade de peças que cada produto gera. Este parâmetro é composto pelo produto da porcentagem de produtos recolhidos que serão particionados pela quantidade estimada de peças geradas.

E, por último, quando não há possibilidade de reaproveitamento, os produtos, ou partes deles, serão descartados nos pontos de descarte apropriados (conjunto de nós L). O parâmetro $b^D\%$ representa o percentual mínimo de perda de todo o material recolhido.

6.1.1 Descrição do Modelo Matemático CLSC

Considerando as hipóteses elencadas na Seção 6.1 a formulação do modelo matemático para o problema CLSC é apresentada a seguir. Inicialmente são descritos os parâmetros e as variáveis do modelo, seguidos das equações e inequações que compõem a formulação e finalmente a descrição detalhada da função objetivo e das restrições.

Trata-se de um problema de localização de facilidades capacitado cujo objetivo é estabelecer os melhores locais para se instalar os centros de reprocessamento e os pontos para descarte. Neste problema são considerados os custos fixos de instalação, os custos de transporte de produtos novos e do retorno de produtos usados, além dos custos de gerenciamento das instalações. O objetivo é encontrar os pontos ótimos para instalação dessas facilidades minimizando todos os custos.

Os conjuntos, os parâmetros e as variáveis do modelo estão descritas a seguir:

Conjuntos:

I : Conjunto de Fábricas que tem localização conhecida;

J : Conjunto de pontos que representam o Mercado, formado por lojas, pontos de coleta de produtos usados, *outlets* e o mercado secundário de peças usadas, recicladas e de produtos remanufaturados. A localização desses pontos é conhecida;

K : Conjunto de locais candidatos para a instalação dos Centros de reprocessamento;

L : Conjunto de locais candidatos para a instalação de pontos para Descarte adequado de resíduos;

Parâmetros:

Oferta e Demanda:

a_i - quantidade de mercadorias produzidas nas Fábricas $i \in I$;

b_j - demanda por produtos novos no mercado $j \in J$;

Porcentagem de retorno de produtos usados:

p : Porcentagem de produtos usados devolvidos para serem enviados aos centros de reprocessamento, ($p = 30\%, 45\%$ ou 60%).

b^D : Porcentagem dos produtos reprocessados que se tornaram resíduos e serão descartados nos locais de descarte, ($b^D = 10\%$).

b^R : Porcentagem de produtos devolvidos aos centros de reprocessamento que serão encaminhados para serem remanufaturados, ($b^R = 10\%$).

b^P : Porcentagem de produtos particionados, cujas peças serão encaminhadas para o mercado secundário e de manutenção, ($b^P = 80\% \cdot n^\circ$ de partes). O número de partes é uma estimativa que depende do tipo de produto a ser particionado. Nos testes realizados na Seção 6.3 considera-se que cada produto se divide em 5 partes.

Custos Fixos:

f_k - custo fixo de instalação das facilidades de reprocessamento $k \in K$;

f_l - custo fixo de instalação dos locais de descarte $l \in L$;

Custos Variáveis:

c_{ij} - custo unitário de transporte dos produtos novos das fábricas $i \in I$ para o mercado (lojas) $j \in J$;

c_{jk} - custo unitário de transporte de produtos usados recolhidos nos pontos $j \in J$ até o local de reprocessamento $k \in K$;

c_{kj} - custo unitário de transporte de produtos (partes) recuperados nos locais de reprocessamento $k \in K$, até o mercado $j \in J$;

c_{kl} - custo unitário de transporte de produtos (ou partes) que serão descartados nos locais $l \in L$, após o reprocessamento em $k \in K$;

c_{ki} - custo unitário de transporte de produtos (ou partes) que serão remanufaturados nas fábricas $i \in I$, após o reprocessamento em $k \in K$;

g_k^R - custo unitário de gerenciamento das facilidades de reprocessamento $k \in K$;

g_l^D - custo unitário de gerenciamento dos locais de descarte $l \in L$;

Capacidades dos centros de reprocessamento e dos pontos de descarte de resíduos:

m_k^R - capacidade de reprocessamento do centro localizado em $k \in K$;

m_l^D - capacidade de descarte adequado dos produtos no ponto de descarte $l \in L$;

Variáveis do modelo:

Variáveis Inteiras:

w_k^R - variável binária $w_k^R = 1$ se a facilidade k for aberta, $w_k^R = 0$ caso contrário;

w_l^D - variável binária $w_l^D = 1$ se a facilidade l for aberta, $w_l^D = 0$ caso contrário;

Variáveis de Fluxo:

x_{ij} - Fluxo de produtos novos (em unidades), das fábricas $i \in I$ para o mercado $j \in J$;

y_{jk}^R - Fluxo de produtos usados (em unidades), do mercado (pontos de coleta) $j \in J$ para as facilidades de reprocessamento $k \in K$;

u_{ki}^R - Fluxo dos produtos reprocessados nas facilidades $k \in K$, que serão remanufaturados nas fábricas $i \in I$;

u_{kj}^P - Fluxo das partes dos produtos reprocessados nas facilidades $k \in K$, para o mercado secundário (outlets) $j \in J$;

u_{kl}^D - Fluxo dos produtos (ou partes) reprocessados nas facilidades $k \in K$, que serão descartados nos locais $l \in L$;

As equações (6.1) à (6.11) definem o modelo matemático para o problema CLSC.

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & \sum_{k \in K} f_k w_k^R + \sum_{l \in L} f_l w_l^D + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} c_{ij} x_{ij} + \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} y_{jk}^R (c_{jk} + g_k^R) + \\ & + \sum_{k \in K} \sum_{j \in J} c_{kj} u_{kj}^P + \sum_{k \in K} \sum_{l \in L} (c_{kl} + g_l^D) u_{kl}^D + \sum_{k \in K} \sum_{i \in I} c_{ki} u_{ki}^R \end{aligned} \quad (6.1)$$

$$\sum_{j \in J} y_{jk}^R \leq m_k^R w_k^R, \quad \forall k \in K \quad (6.2)$$

$$\sum_{k \in K} u_{kl}^D \leq m_l^D w_l^D \quad \forall l \in L \quad (6.3)$$

$$\sum_{j \in J} x_{ij} \leq a_i, \quad \forall i \in I \quad (6.4)$$

$$\sum_{i \in I} x_{ij} \geq b_j, \quad \forall j \in J \quad (6.5)$$

$$\sum_{j \in J} y_{jk}^R \geq p \cdot \sum_{i \in I} x_{ij} \quad \forall j \in J \quad (6.6)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{l \in L} u_{kl}^D \geq b^D \cdot \left(p \cdot \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} x_{ij} \right) \quad (6.7)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{i \in I} u_{ki}^R \geq b^R \cdot \left(p \cdot \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} x_{ij} \right) \quad (6.8)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in J} u_{kj}^P \geq b^P \cdot \left(p \cdot \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} x_{ij} \right) \quad (6.9)$$

$$x_{ij}, y_{jk}^R, u_{kj}^P, u_{kl}^D, u_{ki}^R \geq 0, \quad \forall i \in I, \forall j \in J, \forall k \in K, \forall l \in L \quad (6.10)$$

$$w_k^R, w_l^D \in \{0, 1\}, \quad \forall k \in K, \forall l \in L \quad (6.11)$$

A função objetivo (6.1) é composta pela soma dos custos fixos de instalação das facilidades K e dos locais de descarte L ; a soma dos custos de transporte dos produtos

novos de I (fábricas) para J (mercado); a soma dos custos de transporte dos produtos usados de J para os centros de reprocessamento K ; os custos de transporte dos produtos reprocessados em K para os pontos de descarte L , ou para o mercado secundário J , ou para remanufatura nas fábricas I e da soma dos custos de gerenciamento (g_k^R) das facilidades reprocessamento e dos pontos de descarte (g_l^D).

As restrições (6.2) e (6.3) garantem que os produtos enviados para reprocessamento em K e descarte em L , respectivamente, sejam destinados somente a facilidades abertas e que suas capacidades sejam respeitadas.

As restrições (6.4) garantem que os produtos que chegam ao mercado J não excedam a quantidade de produtos fabricados em I .

As restrições (6.5) asseguram que a demanda por produtos novos nos mercados J , será atendida.

As restrições (6.6) asseguram que as metas de retorno de produtos usados sejam cumpridas, ou seja, que no mínimo $p\%$ dos produtos sejam coletados e enviados para os centros de reprocessamento.

As restrições (6.7 a 6.9) garantem que todos os produtos reprocessados e suas respectivas partes, ou serão comercializados em J , ou serão descartados em L , ou serão remanufaturados em I . Note-se que o fluxo de produtos que saem dos centros de reprocessamento K pode ser maior ou igual aos produtos recebidos por K , uma vez que, após a desmontagem, as partes dos produtos originais são contabilizadas como outro produto.

As restrições (6.10) e (6.11) definem as variáveis do modelo, em que duas delas são binárias e as demais seis variáveis são contínuas e não negativas.

O parâmetro p é estipulado de acordo com a expectativa da porcentagem de retorno de produtos usados em relação ao total de produtos novos. As demandas b^D, b^R e b^P são parâmetros baseados nas estimativas percentuais sobre o total de produtos usados reprocessados nas facilidades K . O parâmetro b^D representa o percentual esperado de resíduos que serão gerados após o reprocessamento, o parâmetro b^R é o percentual estimado de produtos usados que são enviados para remanufatura nas fábricas e, por último, o parâmetro b^P é uma estimativa de demanda do mercado secundário de peças usadas.

6.2 Geração de dados CLSC

O conjunto com 27 instâncias foi gerado aleatoriamente, ele conta com instâncias de dimensões variadas entre 25 e 100 nós. Seguindo um procedimento similar ao que

foi encontrado no estudo de [Jayaraman et al. \(2003\)](#), os dados para o CLSC foram obtidos utilizando os seguintes critérios.

As instâncias têm entre 25 ($|I| + |J| + |K| + |L| = 25$) e 100 ($|I| + |J| + |K| + |L| = 100$) nós. Cada um dos nós dos conjuntos I, J, K e L está localizado aleatoriamente em um quadrado de medida 100×100 .

Os custos variáveis de transporte dos produtos (c_{ij} , c_{jk} , c_{ki} , c_{kj} e c_{kl}) são equivalentes à distância euclidiana entre os nós. A porcentagem (p) de produtos usados devolvidos para reprocessamento varia de 30%, 45% ou 60%. As porcentagens utilizadas encontram-se na sétima coluna da Tabela 6.1.

Tabela (6.1) Dimensões das instâncias do problema CLSC

Instâncias	N	$ I $	$ J $	$ K $	$ L $	$p\%$	Capacidades	Custos Fixos
25301	25	4	7	9	5	30%	P	G
25302	25	3	10	8	4		E	E
25303	25	2	8	10	5		G	P
25451	25	4	7	9	5	45%	P	G
25452	25	3	10	8	4		E	E
25453	25	2	8	10	5		G	P
25601	25	4	7	9	5	60%	P	G
25602	25	3	10	8	4		E	E
25603	25	2	8	10	5		G	P
50301	50	8	14	18	10	30%	P	G
50302	50	6	20	16	8		E	E
50303	50	4	16	20	10		G	P
50451	50	8	14	18	10	45%	P	G
50452	50	6	20	16	8		E	E
50453	50	4	16	20	10		G	P
50601	50	8	14	18	10	60%	P	G
50602	50	6	20	16	8		E	E
50603	50	4	16	20	10		G	P
100301	100	16	28	36	20	30%	P	G
100302	100	12	40	32	16		E	E
100303	100	8	32	40	20		G	P
100451	100	16	28	36	20	45%	P	G
100452	100	12	40	32	16		E	E
100453	100	8	32	40	20		G	P
100601	100	16	28	36	20	60%	P	G
100602	100	12	40	32	16		E	E
100603	100	8	32	40	20		G	P

As dimensões das instâncias, no que diz respeito ao número de nós, foram construídas para contemplar diferentes possibilidades de configurações do problema associado e encontram-se descritas nas colunas iniciais da Tabela 6.1.

Os custos fixos de instalação das facilidades de reprocessamento f_k e das facilidades de descarte f_l e as capacidades m_k e m_l assumem valores inversamente proporcionais: Pequenos (P), Equilibrados (E) ou Grandes (G) (últimas colunas da Tabela 6.2). Instâncias com final 1 são as mais complexas, pois tem custos fixos grandes e capacidades pequenas, as de final 2 possuem um custos fixos e capacidades equilibradas, por outro lado aquelas de final 3 são mais simples, pois tem capacidades grandes e custos fixos pequenos.

Tanto os custos fixos de instalação quanto as capacidades dos centros de reprocessamento e dos locais de descarte de resíduos foram determinados por meio de distribuição uniforme nos intervalos descritos na Tabela 6.2.

As quantidades de oferta a_i e de demanda b_j foram determinadas de acordo com uma distribuição uniforme entre um limite superior (LS) e um limite inferior (LI), tais que $a_i \in [LI, LS]$ e $b_j \in [LI, LS]$ de acordo com as duas últimas colunas da Tabela 6.2.

Tabela (6.2) Intervalos de distribuição uniforme para os parâmetros do problema CLSC

n° final instância	f_k (\$) $\times 10^3$	m_k (un.) $\times 10^3$	f_l (\$) $\times 10^3$	m_l (un.) $\times 10^3$	g^l (\$)	g^D (\$)	a_i (un.) $\times 10^3$	b_j (un.) $\times 10^3$
1	[2500,5000]	[5,10]	[4000,8000]	[0.5,1.5]	[1,3]	[1,4]	[15,30]	[10,20]
2	[1250,2500]	[10,20]	[2000,4000]	[1,3]	[1,3]	[1,4]	[20,40]	[8,12]
3	[625,1250]	[30,60]	[1000,2000]	[3,9]	[1,3]	[1,4]	[40,80]	[10,18]

6.3 Resultados

Nesta seção são apresentados os resultados dos testes computacionais do problema CLSC (equações 6.1 a 6.11) para o conjunto de instâncias proposto. Os problemas de programação linear foram resolvidos utilizando-se os softwares AMPL e CPLEX versão 12.6. Os testes computacionais foram realizados em uma máquina com precisão de 64 bits, sistema operacional Ubuntu versão 16.04 LTS, com 11.6 Gb de memória RAM e processador Intel core i5.

A Tabela 6.3 apresenta os resultados obtidos para o conjunto de dados gerados de acordo com os parâmetros descritos na Seção 6.2. As informações disponíveis nesta Tabela são as seguintes, na primeira coluna estão os números das instâncias, na segunda coluna encontram-se as quantidades percentuais de produtos usados que retornam aos

centros de reprocessamento, a terceira e a quinta colunas informam quantos centros de reprocessamento e quantos locais de descarte foram instalados, respectivamente. As colunas 4 e 6 da Tabela 6.3 descrevem a quantidade (em unidades) de produtos que foram reprocessados nos centros de reprocessamento ou descartados nos locais adequados para o descarte de resíduos. Nas duas últimas colunas estão as informações sobre o Custo Total mínimo e o tempo de execução gasto para se atingir a solução ótima utilizando-se o *software* CPLEX.

Foi possível encontrar a solução ótima para todas as instâncias do conjunto. De acordo com os resultados expostos na Tabela 6.3 pode-se inferir que alto custo de instalação dos centros de reprocessamento e dos pontos de descarte são predominantes para o aumento do custo total. Como a instalação dessas facilidades envolvem a compra de terrenos, construções de galpões entre outros gastos. Os resultados sugerem que os locais que comportam galpões com grandes capacidades de reprocessamento e de descarte são opções melhores. Observando-se que as instâncias com final 1 são aquelas cujas facilidades candidatas possuem maior custo fixo de instalação e menores capacidades. Portanto, esses problemas apresentam um custo total muito elevado e são mais difíceis de resolver computacionalmente.

Por outro lado, os problemas que tem capacidades e custos fixos próximos à média dos intervalos adotados na geração de dados (instâncias com final 2), apresentam uma redução significativa nos custos totais e no tempo computacional. O conjunto de problemas que possuem custos fixos de instalação mais baixos e as capacidades das facilidades maiores (instâncias com final 3), apresentam custos totais e tempo de resolução menores. Estes casos distanciam da realidade, uma vez que custos de instalação de facilidades são altos por sua natureza.

Pode-se analisar também o impacto que os fluxos de retorno tem sobre os custos totais da cadeia de suprimentos. As Figuras 6.3 e 6.4 demonstram que, com o aumento percentual dos fluxos de retorno, os custos totais sofrem um aumento significativo devido à incidência dos custos variáveis de transporte e de gerenciamento das facilidades.

Entretanto, em termos de tempos computacionais, o maior impacto foi sofrido pela configuração que estabelece 45% de taxa de retorno de produtos usados. Essa diferença se deve ao fato de que, com uma taxa de retorno alta (60%), é necessário instalar mais centros de reprocessamento e locais de descarte. Dessa forma o problema de fluxo torna-se mais fácil de ser resolvido. Com uma taxa média de retorno (45%) o problema de fluxo é mais complexo, pois o custos de instalação de novas facilidades é alto, então para encontrar a solução ótima com o mínimo de centros instalados possível a escolha dos menores custos de transporte é fundamental. O aumento nos

Tabela (6.3) Resultados para o problema CLSC

Inst.	Porcentagem	Centros Repro.	Unidades Reproc.	Locais Desc.	Unidades Descart.	Custo Total (\$)	Tempo (s)
25301	30%	4	28415	3	2841	27.530.281	31.83
25302	30%	2	21743	1	2174	7.529.948	17.93
25303	30%	1	31134	1	3113	7.246.669	13.28
25451	45%	5	42623	5	4262	44.498.933	50.65
25452	45%	3	32614	2	3261	11.852.423	43.52
25453	45%	1	46701	1	4670	8.018.362	15.95
25601	60%	7	56831	5	5683	53.644.421	26.69
25602	60%	3	43486	3	4348	16.581.245	20.06
25603	60%	2	62269	1	6226	9.592.886	12.74
50301	30%	6	47742	5	4774	48.865.706	61.83
50302	30%	3	52340	2	5234	14.499.862	44.29
50303	30%	2	55188	1	5518	8.142.252	34.13
50451	45%	9	71614	7	7161	76.413.831	136.9
50452	45%	5	78511	4	7851	23.456.557	55.55
50453	45%	2	82782	1	8278	10.282.147	41.71
50601	60%	12	95485	10	9548	106.882.660	132.32
50602	60%	6	104681	5	10468	30.221.596	43.43
50603	60%	3	110377	2	11037	11.786.175	29.8
100301	30%	14	115664	10	11566	111.898.765	816.82
100302	30%	6	101096	5	10109	97.455.260	191.72
100303	30%	4	134586	2	13458	14.163.068	120.93
100451	45%	22	173496	17	17349	182.718.004	1036.58
100452	45%	9	151644	7	15164	149.987.549	544.55
100453	45%	5	201879	3	20187	18.529.981	173.8
100601	60%	30	231328	16	23132	209.654.197	1356.24
100602	60%	12	202192	10	20219	110.226.705	1102.05
100603	60%	6	269172	4	26917	22.133.470	795.4

custos devido à instalação de novas facilidades é alto, mas por outro lado, além do cumprimento da legislação ambiental as empresas podem obter lucros por meio da venda dos produtos remanufaturados, reciclados e com os componentes.

A Figura 6.5 mostra o comportamento dos custos totais e das taxas de retorno para o subconjunto de instâncias que possuem 100 nós. As instâncias com final 3 apresentam os menores custos totais, pois essas são as instâncias cujas facilidades possuem custos fixos baixos e capacidades altas. Nesses casos um menor número de facilidades foram instaladas e, independente das taxas de retorno, os custos totais para essas instâncias são bem menores do que das demais instâncias.

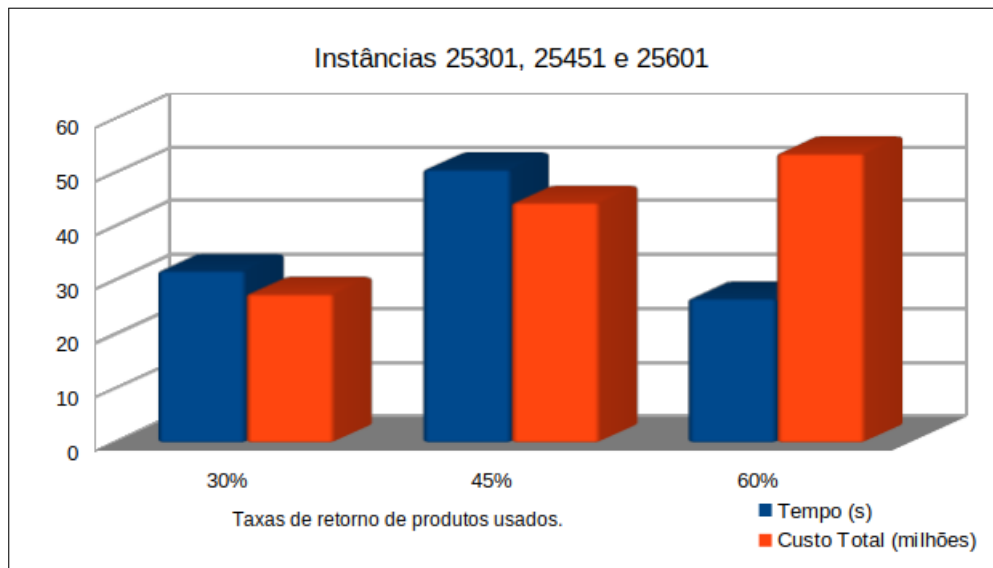


Figura (6.3) Comparação dos custos totais e tempo computacional em relação às taxas de retorno para instâncias com final 1

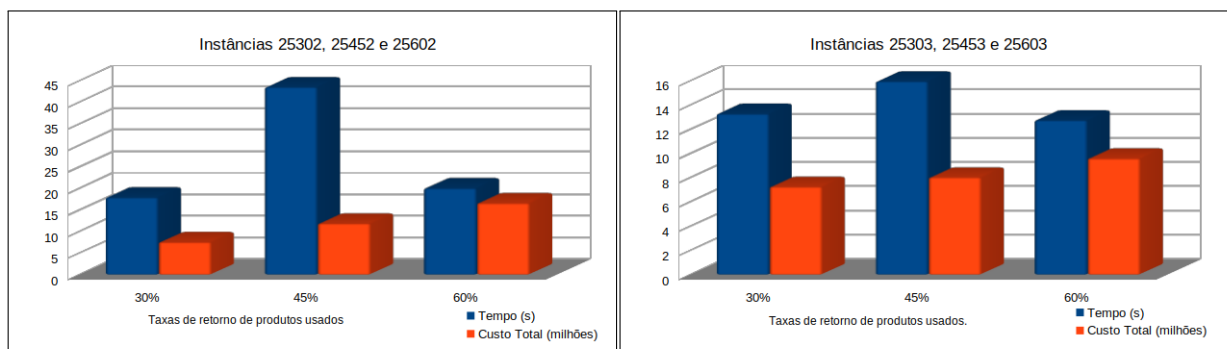


Figura (6.4) Comparação dos custos totais e tempo computacional em relação às taxas de retorno para instâncias com finais 2 e 3.

As instâncias com finais 1 e 2 e taxas de retorno de 45% e 60% são as que apresentam os custos mais altos. No entanto, não há uma diferença significativa entre as de final 1 e as de final 2 para uma mesma taxa de retorno, sugerindo que o cenário com custos fixos e capacidades médios é bastante adequado.

O modelo matemático proposto (equações 6.1 a 6.11) é um modelo genérico e possui diversos parâmetros que podem ser estimados e adaptados permitindo, assim, análises diversas. Nesta Seção foram discutidos alguns aspectos desse modelo para o conjunto de dados gerado. Para trabalhos futuros, além da variação dos parâmetros e aplicação deste modelo para problemas de grande porte, pode-se sugerir uma abordagem multi-período. Os modelos multi-período permitem que se faça a comparação entre os custos fixos de instalação e os custos variáveis de transporte e gerenciamento

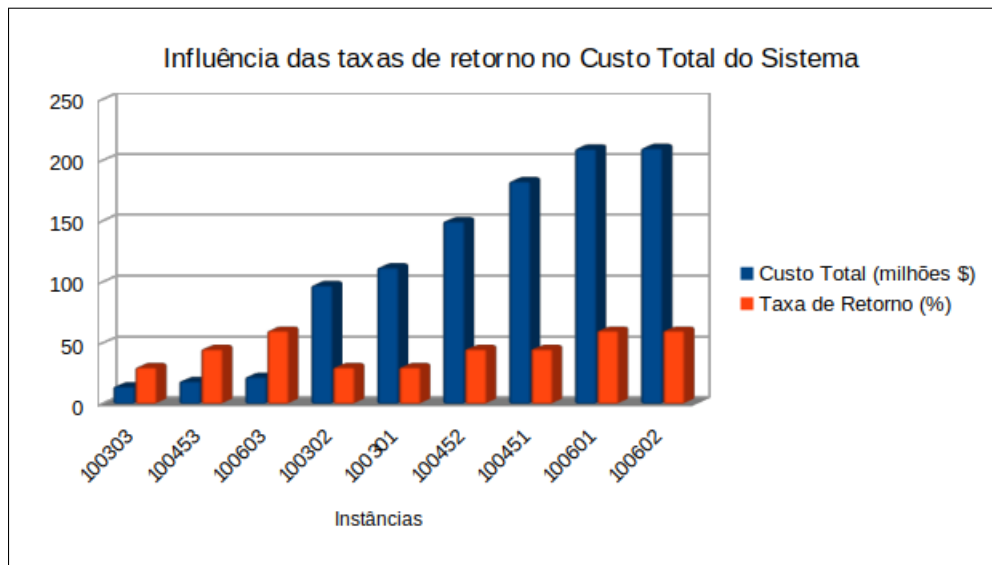


Figura (6.5) Taxas de retorno e Custos Totais para instâncias com 100 nós.

para horizontes temporais de médio ou longo prazos.

Capítulo 7

Conclusões

*“I see skies so blue and clouds of white
The bright blessed days, the dark sacred night
And I think to myself, what a wonderful world.”*

Louis Armstrong - What a Wonderful World

Foram analisados dois modelos matemáticos para problemas que envolvem logística reversa, reaproveitamento de matérias primas e gestão sustentável de recursos. Ambos visam dar suporte a uma importante decisão estratégica para o desenho de uma cadeia de suprimentos, que é a localização de facilidades de reprocessamento e de descarte de resíduos.

Para resolver o problema PLC-LR foram propostos dois algoritmos, o algoritmo de Benders [2](#) e uma combinação do método de Benders e testes para fixação de variáveis em um único algoritmo com dois passos (Algoritmo [3](#)). Um conjunto com 60 instâncias foi gerado aleatoriamente, e a performance dos dois algoritmos foi avaliada usando esse conjunto de problemas. Entre os algoritmos propostos ficou claro que a performance do Algoritmo [3](#) é superior ao Algoritmo de Benders em termos de tempo e esforço computacionais. As dificuldades impostas pelo conjunto de dados gerados são diversificadas e a eficiência dos algoritmos propostos foi demonstrada pelos resultados do Capítulo [5](#). A combinação dos testes e redução com o método de decomposição de Benders permitiu a resolução de todos os problemas propostos, incluindo aqueles que não puderam ser resolvidos diretamente pelo *software* comercial CPLEX e pelo método de Benders puro.

O modelo CLSC é um problema que reúne os fluxos diretos e reversos. Foi gerado aleatoriamente um conjunto com 27 instâncias de pequeno e médio portes, com configurações diversificadas. A análise realizada no Capítulo [6](#) buscou comparar a

influência do aumento dos fluxos de retorno de produtos usados e da instalação de novas facilidades no custo total dos sistema logístico. Demonstrou-se que, no curto prazo, o impacto do custo de abertura de novas facilidades de reprocessamento e centros de descarte de resíduos é demasiado alto quando comparado ao custo de se aumentar os fluxos de retorno de produtos usados. Entretanto, para horizontes de tempo de médio ou longo prazo seria adequado utilizar um modelo multiperíodo.

Para outras abordagens sugerimos com trabalhos futuros os seguintes itens.

Trabalhos Futuros:

- Gerar instâncias de grande porte e adaptar do Algoritmo 3 para o CLSC;
- Adição de cortes ao método de Benders: Adicionar cortes ao método de Benders clássico, que acelerem a convergência entre os limites superior e inferior, como cortes do tipo Pareto-Ótimo, por exemplo;
- Abordagem heurística: Utilizar heurísticas e/ou meta-heurísticas que sejam capazes de fornecer boas soluções para instâncias de grande porte do problema CLSC;
- Adaptação dos modelos para uma abordagem multiperíodos: Estudar os problemas PLC-LR e CLSC ao longo de um horizonte de planejamento de N períodos.
- Estudo de caso: Realizar um estudo de caso, adaptando os modelos matemáticos propostos para demonstrar o quão viáveis e lucrativas podem ser as atividades de reaproveitamento de matérias primas. Este é um importante passo para construção de uma economia circular.

Adicionalmente aos aspectos computacionais, o presente estudo tem relevância social: ele oferece modelos e métodos que podem ajudar organizações públicas, privadas ou de economia mista a planejarem suas redes logísticas, para os fluxos diretos e reversos. Quaisquer esforços nessas áreas, seja em remanufatura, reciclagem ou recondicionamento de produtos usados, previne a geração de resíduos sólidos. Contudo, algumas companhias somente tentam implementar suas redes de fluxo reverso de produtos com objetivo de atender às legislações vigentes (Fleischmann et al. (2000)) mas, se o plano de negócios for bem executado, este segmento pode tornar-se muito lucrativo para essas companhias (Blackburn (2004)).

Referências Bibliográficas

- Adams, K. T.; Osmani, M.; Thorpe, T. & Thornback, J. (2017). Circular economy in construction: current awareness, challenges and enablers. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers - Waste and Resource Management*, 170(1):15–24.
- Akinc, U. & Khumawala, B. M. (1977). An efficient branch and bound algorithm for the capacitated warehouse location problem. *Management Science*, 23(6):585–594.
- Alumur, S. A.; Nickel, S.; da Gama, F. S. & Verter, V. (2012). Multi-period reverse logistics network design. *European Journal of Operational Research*, 220(1):67 – 78. ISSN 0377-2217.
- Amin, S. & Zhang, G. (2012). A proposed mathematical model for closed-loop network configuration based on product life cycle. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 58(5-8):791–801. ISSN 0268-3768.
- Amin, S. H. & Baki, F. (2017). A facility location model for global closed-loop supply chain network design. *Applied Mathematical Modelling*, 41:316 – 330. ISSN 0307-904X.
- Amin, S. H.; Zhang, G. & Akhtar, P. (2017). Effects of uncertainty on a tire closed-loop supply chain network. *Expert Systems with Applications*, 73:82 – 91. ISSN 0957-4174.
- Andersen, M. S. (2007). An introductory note on the environmental economics of the circular economy. *Sustainability Science*, 2(1):133–140. ISSN 1862-4057.
- Barbosa Povoá, A. P.; Gomes Salema, M. I. & Novais, A. Q. (2010). *Design and Planning of Closed-Loop Supply Chains*, pp. 187–218. Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA.
- Battini, D.; Bogataj, M. & Choudhary, A. (2017). Closed loop supply chain (clsc): Economics, modelling, management and control. *International Journal of Production*

- Economics*, 183:319 – 321. ISSN 0925-5273. Closed Loop Supply Chain (CLSC): Economics, Modelling, Management and Control.
- Bazan, E.; Jaber, M. Y. & Zanoni, S. (2017). Carbon emissions and energy effects on a two-level manufacturer-retailer closed-loop supply chain model with remanufacturing subject to different coordination mechanisms. *International Journal of Production Economics*, 183, Part B:394 – 408. ISSN 0925-5273. Closed Loop Supply Chain (CLSC): Economics, Modelling, Management and Control.
- Beamon, B. M. (1998). Supply chain design and analysis:: Models and methods. *International Journal of Production Economics*, 55(3):281–294.
- Benders, J. (1962). Partitioning procedures for solving mixed-variables programming problems. *Numerische Mathematik*, 4(1):238–252. ISSN 0029-599X.
- Blackburn, J.D., G. V.-S. G. V. W. L. (2004). Reverse supply chains for commercial returns. *Numerische Mathematik*, 46(2):6–22.
- Bornstein, C. T. & Azlan, H. B. (1998). The use of reduction tests and simulated annealing for the capacitated plant location problem. *Location Science*, 6(14):67 – 81. ISSN 0966-8349.
- Campêllo, M. & Bornstein, C. T. (2001). Add/drop procedures for the capacitated plant location problem. *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, 7(0):102 – 105. ISSN 1571-0653. Brazilian Symposium on Graphs, Algorithms and Combinatorics.
- Coelho, E. K. F. & Mateus, G. R. (2017). A capacitated plant location model for reverse logistics activities. *Journal of Cleaner Production*, 167:1165 – 1176. ISSN 0959-6526.
- Cordeau, J.-F.; Pasin, F. & Solomon, M. M. (2006). An integrated model for logistics network design. *Annals of Operations Research*, 144(1):59–82. ISSN 1572-9338.
- Daskin, M.; Snyder, L. & Berger, R. (2005). Facility location in supply chain design. Em Langevin, A. & Riopel, D., editores, *Logistics Systems: Design and Optimization*, pp. 39–65. Springer US.
- de Oliveira, C. R.; Bernardes, A. M. & Gerbase, A. E. (2012). Collection and recycling of electronic scrap: A worldwide overview and comparison with the brazilian situation. *Waste Management*, 32(8):1592 – 1610. ISSN 0956-053X.

- Dekker, R.; Fleischmann, M.; Inderfurth, K. & Wassenhove, V. (2004). *Reverse Logistics*, capítulo Quantitative Models for Closed-Loop Supply Chains, p. 436. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1 edição.
- Domschke, W. & Drexl, A. (1985). Add-heuristics' starting procedures for capacitated plant location models. *European Journal of Operational Research*, 21(1):47 – 53. ISSN 0377-2217.
- Duan, H.; Miller, T. R.; Gregory, J. & Kirchain, R. (2013). Quantitative characterization of domestic and transboundary flows of used electronics. Relatório técnico, StEP (Solving the E-waste Problem).
- Efroymson, M. A. & Ray, T. L. (1966). A branch-bound algorithm for plant location. *Operations Research*, 14(3):361–368.
- Eiselt, H. & Marianov, V. (2011). *Foundations of Location Analysis*. International Series in Operations Research & Management Science. Springer. ISBN 9781441975720.
- Ericsson, P. D. & Kuehr, R. (2015). Step - solving the e-waste problem, annual report. Relatório técnico, United Nations University.
- Fleischmann, M.; Krikke, H. R.; Dekker, R. & Flapper, S. D. P. (2000). A characterisation of logistics networks for product recovery. *Omega*, 28(6):653 – 666. ISSN 0305-0483.
- Geoffrion, A. M. & Graves, G. W. (1974). Multicommodity distribution system design by benders decomposition. *Management Science*, 20(5):822–844.
- Giutini, R. & Gaudette, K. (2003). Remanufacturing: The next great opportunity for boosting {US} productivity. *Business Horizons*, 46(6):41 – 48. ISSN 0007-6813.
- Glover, F.; Klingman, D. & Phillips, N. V. (2011). *Front Matter*. John Wiley & Sons, Inc. ISBN 9781118033173.
- Jacobsen, S. K. (1983). Heuristics for the capacitated plant location model. *European Journal of Operational Research*, 12(3):253 – 261. ISSN 0377-2217.
- Jayaraman, V.; Patterson, R. A. & Rolland, E. (2003). The design of reverse distribution networks: Models and solution procedures. *European Journal of Operational Research*, 150(1):128 – 149. ISSN 0377-2217. O.R. Applied to Health Services.

- Kannan, D.; Diabat, A.; Alrefaei, M.; Govindan, K. & Yong, G. (2012). A carbon footprint based reverse logistics network design model. *Resources, Conservation and Recycling*, 67(0):75 – 79. ISSN 0921-3449.
- Kerr, W. & Ryan, C. (2001). Eco-efficiency gains from remanufacturing: A case study of photocopier remanufacturing at fuji xerox australia. *Journal of Cleaner Production*, 9(1):75 – 81. ISSN 0959-6526.
- Khumawala, B. M. (1972). An efficient branch and bound algorithm for the warehouse location problem. *Management Science*, 18(12):B-718–B-731.
- Lee, H. B.; Cho, N. W. & Hong, Y. S. (2010). A hierarchical end-of-life decision model for determining the economic levels of remanufacturing and disassembly under environmental regulations. *Journal of Cleaner Production*, 18(13):1276 – 1283. ISSN 0959-6526.
- Li, N. (2011). Research on location of remanufacturing factory based on particle swarm optimization. Em *Management Science and Industrial Engineering (MSIE), 2011 International Conference on*, pp. 1016–1019.
- Lieder, M. & Rashid, A. (2016). Towards circular economy implementation: a comprehensive review in context of manufacturing industry. *Journal of Cleaner Production*, 115:36 – 51. ISSN 0959-6526.
- Linton, J. D.; Klassen, R. & Jayaraman, V. (2007). Sustainable supply chains: An introduction. *Journal of Operations Management*, 25(6):1075 – 1082. ISSN 0272-6963. Supply Chain Management in a Sustainable Environment Special Issue on Frontiers of Empirical Supply Chain Research.
- Lu, Z. & Bostel, N. (2007). A facility location model for logistics systems including reverse flows: The case of remanufacturing activities. *Computers & Operations Research*, 34(2):299 – 323. ISSN 0305-0548. Reverse Logistics Reverse Logistics.
- Luitel, P.; Lieckens, K. & Vandaele, N. (2014). Reverse logistics supply chain network design: Models and issues. 3:86–103.
- Lund, R. (1996). *The Remanufacturing Industry: Hidden Giant*. Boston University.
- Lund, R. (2010). Remanufacturing - an american perspective. *IET Conference Proceedings*, pp. 1–6(5).

- Magnanti, T. L. & Wong, R. T. (1981). Accelerating benders decomposition: Algorithmic enhancement and model selection criteria. *Operations Research*, 29(3):464–484.
- Mateus, G. & Thizy, J. (1999). Exact sequential choice of locations in a network. *Annals of Operations Research*, 86(0):199–219. ISSN 0254-5330.
- Mateus, G. R. & Bornstein, C. T. (1991). Dominance criteria for the capacitated warehouse location problem. *The Journal of the Operational Research Society*, 42(2):145–149.
- Mateus, G. R. & Luna, H. P. (1992). Decentralized decision-making and capacitated facility location. *The Annals of Regional Science*, 26(4):361–377. ISSN 0570-1864.
- Matsumoto, M. & Umeda, Y. (2011). An analysis of remanufacturing practices in japan. *Journal of Remanufacturing*, 1(1):2. ISSN 2210-4690.
- Melo, M.; Nickel, S. & Saldanha-da Gama, F. (2009). Facility location and supply chain management - a review. *European Journal of Operational Research*, 196(2):401–412.
- Min, H.; Ko, H. J. & Ko, C. S. (2006). A genetic algorithm approach to developing the multi-echelon reverse logistics network for product returns. *Omega*, 34(1):56 – 69. ISSN 0305-0483.
- Mutha, A. & Pokharel, S. (2009). Strategic network design for reverse logistics and remanufacturing using new and old product modules. *Computers & Industrial Engineering*, 56(1):334 – 346. ISSN 0360-8352.
- Nemhauser, G.; Wolsey, L. & Fisher, M. (1978). An analysis of approximations for maximizing submodular set functions. *Mathematical Programming*, 14(1):265–294. ISSN 0025-5610.
- Oh, Y. H. & Hwang, H. (2006). Deterministic inventory model for recycling system. *Journal of Intelligent Manufacturing*, 17(4):423--428. ISSN 1572-8145.
- Papadakos, N. (2008). Practical enhancements to the magnanti–wong method. *Operations Research Letters*, 36(4):444 – 449. ISSN 0167-6377.
- Pedram, A.; Yusoff, N. B.; Udony, O. E.; Mahat, A. B.; Pedram, P. & Babalola, A. (2017). Integrated forward and reverse supply chain: A tire case study. *Waste Management*, 60:460 – 470. ISSN 0956-053X. Special Thematic Issue: Urban Mining and Circular Economy.

- Pishvae, M. S.; Farahani, R. Z. & Dullaert, W. (2010). A memetic algorithm for bi-objective integrated forward/reverse logistics network design. *Computers & Operations Research*, 37(6):1100 – 1112. ISSN 0305-0548.
- Rahmaniani, R.; Crainic, T. G.; Gendreau, M. & Rei, W. (2017). The benders decomposition algorithm: A literature review. *European Journal of Operational Research*, 259(3):801 – 817. ISSN 0377-2217.
- Rogers, D.; Tibben-Lembke, R. & University of Nevada, R. C. f. L. M. (1999). *Going Backwards: Reverse Logistics Trends and Practices*. Reverse Logistics Executive Council. ISBN 9780967461908.
- Rommert, D. & A., V. D. L. E. (1999). Gestion des stocks pour la fabrication et la refabrication simultanées : synthèse de résultats récents. *Logistique Management*, 7(13):61 – 66.
- Saavedra, Y. M.; Barquet, A. P.; Rozenfeld, H.; Forcellini, F. A. & Ometto, A. R. (2013). Remanufacturing in brazil: case studies on the automotive sector. *Journal of Cleaner Production*, 53(0):267 – 276. ISSN 0959-6526.
- Salema, M. I. G.; Barbosa-Povoa, A. P. & Novais, A. Q. (2010). Simultaneous design and planning of supply chains with reverse flows: A generic modelling framework. *European Journal of Operational Research*, 203(2):336 – 349. ISSN 0377-2217.
- Santibanez-Gonzalez, E. D. & Diabat, A. (2013). Solving a reverse supply chain design problem by improved benders decomposition schemes. *Computers & Industrial Engineering*, 66(4):889 – 898. ISSN 0360-8352.
- Santibanez-Gonzalez, E. D. R. & Luna, H. P. (2012). An evolutionary scheme for solving a reverse supply chain design problem. *The International Conference on Artificial Intelligence*, pp. 844–850.
- Steneck, D. W. & Sarin, S. C. (2013). Pricing and production planning for reverse supply chain: a review. *International Journal of Production Research*, 51(23-24):6972–6989.
- Sun, M. (2012). A tabu search heuristic procedure for the capacitated facility location problem. *Journal of Heuristics*, 18(1):91–118. ISSN 1381-1231.
- Tafaghodi Khajavi, L.; Seyed hosseini, M. & Makui, A. (2011). An integrated forward/reverse logistics network optimization model for multi-stage capacitated supply chain. 3:229–235.

- Tragantalerngsak, S.; Holt, J. & Ronnqvist, M. (2000). An exact method for the two-echelon, single-source, capacitated facility location problem. *European Journal of Operational Research*, 123(3):473 – 489. ISSN 0377-2217.
- Van Roy, T. J. (1986). A cross decomposition algorithm for capacitated facility location. *Oper. Res.*, 34(1):145–163. ISSN 0030-364X.
- Wolsey, L. A. (1998). *Integer programming*. Wiley-Interscience, New York, NY, USA.
- Zeng, X.; Song, Q.; Li, J.; Yuan, W.; Duan, H. & Liu, L. (2015). Solving e-waste problem using an integrated mobile recycling plant. *Journal of Cleaner Production*, 90(0):55 – 59. ISSN 0959-6526.
- Zhang, Q.; Shah, N.; Wassick, J.; Helling, R. & van Egerschot, P. (2014). Sustainable supply chain optimisation: An industrial case study. *Computers & Industrial Engineering*, 74(0):68 – 83. ISSN 0360-8352.
- Zhou, Y. & Wang, S. (2008). Generic model of reverse logistics network design. *Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology*, 8(3):71 – 78. ISSN 1570-6672.