

# REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DO RACIOCÍNIO MATEMÁTICO NOS ANOS INICIAIS

Geovana Kelly Lino da Silva  
Vivian Stephany Silva Andrade Santos  
Centro Pedagógico da Escola de Educação Básica e Profissional da UFMG  
Orientadoras: Maria Carolina da Silva Caldeira <mariacarolinasilva@hotmail.com>  
Tânia Aretuza Ambrizi Gebara <taretuza@outlook.com>  
Co-orientador: Seme Gebara Neto

## RESUMO

O presente artigo trata de um relato de experiência desenvolvido a partir do Grupo de Trabalho Diferenciado (GTD) que acontece semanalmente como uma das ações do Projeto de Extensão “Descobridores da Matemática – Problemas de Olimpíadas de Matemática para Crianças” com estudantes cuja faixa etária compreende 8 e 9 anos, e que cursam o 3º ano do ensino fundamental. O projeto é fruto de uma parceria entre o Centro Pedagógico da Escola de Educação Básica e Profissional da UFMG e o Instituto de Ciências Exatas – Departamento de Matemática e tem como objetivo geral o desenvolvimento de um trabalho contínuo de maneira a construir um banco de problemas e sistematizar as reflexões sobre as estratégias utilizadas pelas crianças para resolução de problemas. Este relato abordará reflexões sobre as representações gráficas construídas por crianças pequenas dos anos iniciais para sistematizar o raciocínio lógico matemático no processo de resolução de problemas. Trata-se de um primeiro contato com desafios e problemas olímpicos no campo da matemática que visam aprimorar a comunicação em métodos de resolução desde a mais tenra idade, e foi observado que as crianças compreendem a importância do registro e o fazem com qualidade crescente.

**PALAVRAS - CHAVE:** ensino fundamental; estratégias metodológicas; resolução de problemas.

## Introdução

O “Grupo de Trabalho Diferenciado (GTD) – Descobridores da Matemática” é uma das ações do Projeto de Extensão “Problemas de Olimpíadas de Matemática para Crianças”, fruto de uma parceria entre o Instituto de Ciências Exatas - ICEx/UFMG (Departamento de Matemática) e o Centro Pedagógico da Escola de Educação Básica e Profissional da UFMG – CP/EBAP/UFMG, com foco no trabalho com crianças dos 3º, 4º e 5º ano do Ensino Fundamental (EF). Além das ações de ensino, o Projeto prevê a pesquisa, análise e criação de problemas adequados, análise das estratégias desenvolvidas pelas crianças e análise da utilização de

problemas em sala de aula, abrangendo assim atividades de ensino, pesquisa e extensão. Envolve professores das unidades citadas e alunos de graduação, especialmente licenciandos em Matemática.

O trabalho com resolução de problemas desse tipo nos primeiros anos do ensino fundamental ainda é relativamente raro, pois as grandes olimpíadas de Matemática no Brasil, notadamente a Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas – OBMEP ([www.obmep.org.br](http://www.obmep.org.br)) e a Olimpíada Brasileira de Matemática ([www.obm.org.br](http://www.obm.org.br)), têm como foco inicial crianças do 6º ano. Para a faixa de escolaridade de interesse deste Projeto, o que existe hoje com razoável alcance é o Canguru de Matemática (<http://www.cangurudematematicabrasil.com.br>), com provas de múltipla escolha das quais podem participar alunos a partir do 3º ano do EF, cujos problemas buscam muito mais o raciocínio lógico do que a execução de um algoritmo, são enunciados com qualidade e esmero, mas dado que são questões fechadas, não permitem totalmente a análise das estratégias utilizadas pelas crianças tanto para resolver o problema como para comunicá-las. A novidade em 2018, recentemente divulgada pela OBMEP, é uma prova do nível A, dirigida aos 4º e 5º anos do EF, mas também com provas de múltipla escolha.

O projeto atualmente vem sendo denominado “Descobridores da Matemática” e além das ações de ensino, prevê a pesquisa, análise, adaptação e criação de problemas adequados, análise das estratégias desenvolvidas pelas crianças para resolver os problemas e para comunicar como pensaram para isso, e ainda a análise da utilização desse tipo de problema em sala de aula como método de ensino, abrangendo assim atividades de ensino, pesquisa e extensão. Envolve professores do Centro Pedagógico e do Departamento de Matemática da UFMG e alunos de graduação, especialmente licenciandos em Matemática.

No tocante à organização do trabalho pedagógico, cabe destacar que a matriz curricular do CP/UFMG contempla uma parte comum e uma parte diversificada. O projeto atua nos momentos de GTD, ou seja, nos Grupos de Trabalho Diferenciado – GTDs pertencentes à parte diversificada do currículo. Os GTDs são organizados a partir de reagrupamentos dos alunos em pequenos grupos por interesse ou por demandas de aprendizagem. Além disso, consideram a participação direta dos estudantes, em seus planejamentos, têm foco no aluno considerando o seu interesse e suas necessidades pedagógicas. A oferta dos GTDs é realizada por monitores em formação e seus respectivos orientadores.

O presente artigo tratará das representações gráficas do raciocínio matemático das crianças, com idade entre oito e nove anos e cursando o 3º ano do 1º Ciclo. Quando se trabalha resolução de problemas com crianças estamos estimulando-as a pensar em estratégias, em diferentes formas de solução, o que proporciona situações de

aprendizado dos conteúdos matemáticos. Segundo Smole (2001), trabalhar com problemas em sala de aula significa mobilizar um conjunto de habilidades, pois

a partir da associação entre a perspectiva metodológica de Resolução de problemas e a comunicação, podemos verificar que o aluno, enquanto resolve situações-problema, aprende matemática, desenvolve procedimentos e modos de pensar, desenvolve habilidades básicas como verbalizar, ler, interpretar e produzir textos em matemática e nas áreas de conhecimento envolvidas nas situações propostas. Simultaneamente, adquire confiança em seu modo de pensar e autonomia para investigar e resolver problemas. (SMOLE, 2001, p. 95)

A criança dos anos iniciais, em geral expressa suas soluções de maneiras diversas, desde o uso de formas simples por meio de desenhos e esquemas até representações gráficas de seu raciocínio de maneiras inimagináveis. O imaginário de uma criança faz com que ela utilize não apenas o lápis e o papel para estruturar o pensamento abstrato, mas a criança opera por meio de gestos, desenhos, materiais concretos entre outras formas para explicar como resolveu o problema que lhe foi apresentado. A respeito do registro das crianças para resolver problemas, Smole (2001) afirma que

é preciso lembrar que, quando as crianças registram o que pensam e suas soluções para os problemas, não há uma ordenação partindo-se da oralidade para o desenho e do desenho para a escrita; essas três formas de expressão convivem juntas, e as crianças fazem uso de uma ou outra de acordo com suas necessidades e possibilidades. (SMOLE, 2001, p 131)

Cada criança tem uma forma de pensar e de agir, por isso durante a aplicação das atividades no Projeto Descobridores da Matemática, um dos princípios é a liberdade que a criança tem para resolver o problema da forma que achar conveniente naquele momento, da maneira que for mais confortável. Este princípio rege as ações e define um diferencial da ação de extensão universitária. Comungamos das concepções de Smole (2001) a esse respeito:

em nossa experiência com resolução de problemas nas séries iniciais, temos visto que tão importante quanto o tipo de problemas a ser trabalhado e a compreensão do texto é a atenção que devemos dar aos diferentes modos pelos quais as crianças podem resolver problemas, acreditamos que este é um caminho que contribui muito para que tal ato seja um processo de investigação, no qual o aluno se posicione com autonomia e confiança e possa combinar seus conhecimentos para resolver a situação apresentada. (SMOLE, 2001, p. 121)

Este artigo traz um relato de experiência sobre a análise das várias formas que as crianças utilizam para sistematizar seu raciocínio a partir da representação gráfica para a resolução um mesmo problema. Cabe destacar que a resolução de problemas em Matemática não se limita em aplicar um problema para a criança e a criança resolver aquele problema ou que todo problema terá uma solução numérica.

É preciso dar espaço para que a criança possa criar, formular hipóteses, refletir e discutir sobre o que produziu.

O artigo está estruturado em três partes. Na primeira parte apresentaremos dois problemas que foram propostos às crianças no 1º semestre de 2018. Na segunda, faremos a análise e a discussão das diferentes estratégias utilizadas pelas crianças para a resolução desses problemas e finalizaremos tecendo considerações indicativas sobre as representações gráficas para o desenvolvimento do raciocínio matemático nos anos iniciais no ensino fundamental.

## Dois problemas propostos às crianças

### Desafio dos Palitos

O jogo dos palitos é mundialmente conhecido como “QUEBRA-CABEÇA DOS PALITOS” é um jogo que chama bastante a atenção das crianças e tem o formato de desafio. Por meio do jogo trabalha-se o raciocínio lógico e é possível analisar as estratégias utilizadas para resolver o problema. É de fácil acesso, pois basta ter em mãos alguns palitos. O objetivo do jogo é mudar a orientação de um peixe representado por palitos, movendo-se apenas três palitos, como indica a figura 1.

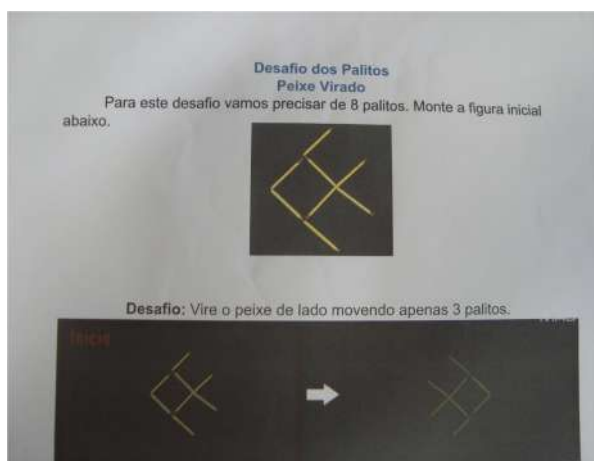
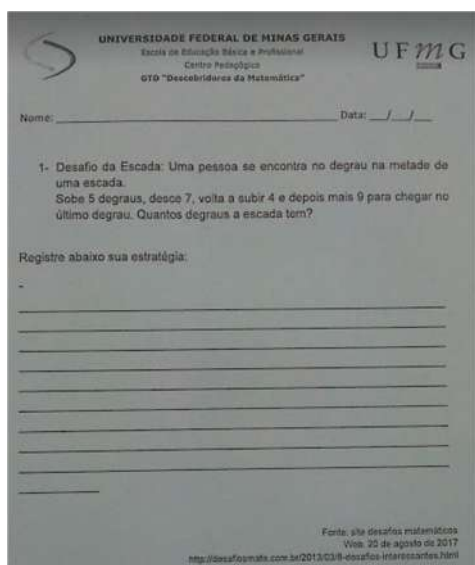


Figura 1: Desafio dos Palitos. Fonte: Acervo do Projeto.

## Jogo da escada

O Desafio da Escada é um problema clássico aplicado para todas as faixas etárias. É um problema que não se limita apenas a sala de aula, as crianças podem “experimentar” a própria escada da escola. O objetivo do jogo é descobrir quantos degraus tem a escada a partir das informações fornecidas no enunciado do problema.



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS  
Faculdade de Educação Básica e Profissional  
Centro Pedagógico  
GTB "Descebridade da Matemática" UFMG

Nome: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_

1- Desafio da Escada: Uma pessoa se encontra no degrau na metade de uma escada.  
Sobe 5 degraus, desce 7, volta a subir 4 e depois mais 9 para chegar no último degrau. Quantos degraus a escada tem?

Registre abaixo sua estratégia:

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Fonte: site desafios matemáticos  
Vol. 25 de agosto de 2017  
<http://desafiosmat.com.br/2013/03/8-desafios-interessantes.html>

Matriz do Desafio da Escada. Fonte: Acervo do Projeto.

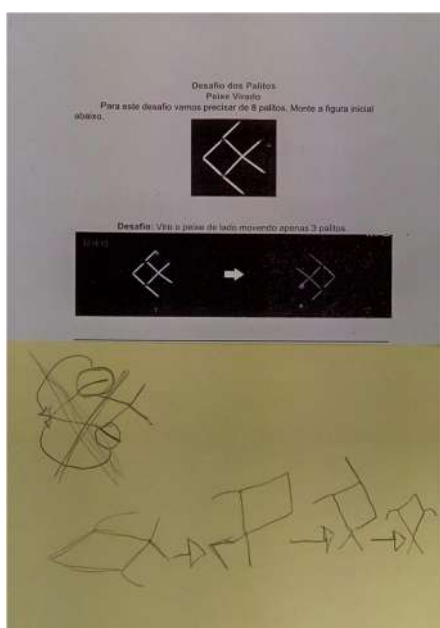
## Análise e discussão das diferentes estratégias utilizadas pelas crianças

Pretende-se neste item mostrar como cada criança tem a sua maneira de resolver o problema, às vezes apesar de utilizarem o mesmo método para resolver o problema cada um tem uma linha de raciocínio diferente. Smole auxilia-nos nas reflexões sobre o pensamento matemático produzido pelas crianças quando diz:

[...] um olhar mais voltado para o processo e o raciocínio utilizado pelas crianças revela-nos que elas estão em busca de um caminho próprio e que resolver um problema, nesse momento está muito longe da tarefa de identificação do algoritmo que solucione a situação apresentada. Para elas, não é estranho fazer um desenho na tentativa de encontrar a solução; muito pelo contrário, tal ação surge naturalmente, sendo vista como um caminho viável para se chegar a solução. (SMOLE, 2001, p.122)

## Desafio dos Palitos

O Desafio dos Palitos ou “Jogo do Peixinho” foi o primeiro desafio aplicado no GTD, portanto, trata-se de um dos primeiros contatos das crianças com a ideia de registrar no papel suas estratégias no contexto do trabalho desenvolvido com elas. No início houve um pouco de dificuldade por parte das crianças, pois não sabiam por onde começar e achavam que tinha uma maneira correta de fazer o registro. Logo foram surgindo perguntas: “Pode fazer por desenhos?” “Posso escrever?” “Posso enumerar?”. Aos poucos foram ficando mais auto confiantes. As crianças usaram palitos para montar a figura inicial ilustrada e a partir dali, mexendo no seus próprios palitos, tentaram resolver o problema. Somente após é que foram solicitados a comunicar graficamente seu raciocínio.

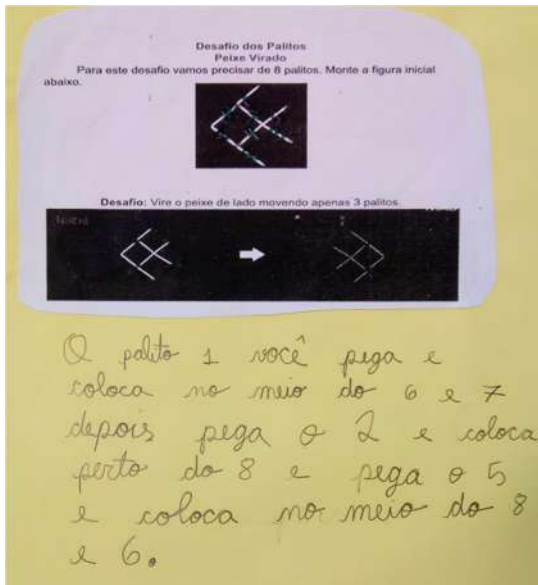


Registro do estudante Antônio. Fonte: Acervo do Projeto.

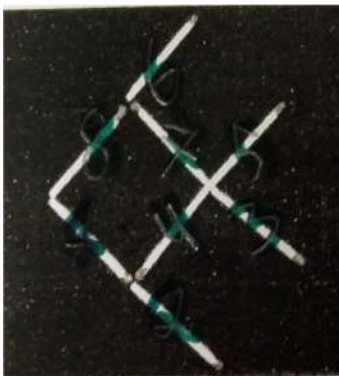
Antônio recorreu ao desenho para registrar sua solução, podemos ver no lado esquerdo uma primeira tentativa que ele acabou abandonando. Abaixo ele desenhou o peixinho e através de setas foi mostrando cada etapa para mudar o peixe de direção como solicitado no enunciado. Antônio é uma criança que tem boa desenvoltura muito grande com as explicações orais, conseguiu explicar satisfatoriamente como fez a sequência de movimentos, mas ainda pode avançar na representação escrita de suas ideias.

Outra produção que merece destaque é a da estudante Gabriela. Após resolver o desafio com os palitos, ela olhou para o desenho e numerou cada palito como é

possível ver na imagem, a seguir. A estudante foi escrevendo como e para onde ela movimentava o material, ela registrou cada movimento feito e a posição que ela colocava cada palito. É muito interessante a forma como Gabriela usou para registrar sua solução, ela conseguiu visualizar que enumerando os palitos, poderia descrever precisamente a sequência de movimentos que utilizara para resolver o desafio.

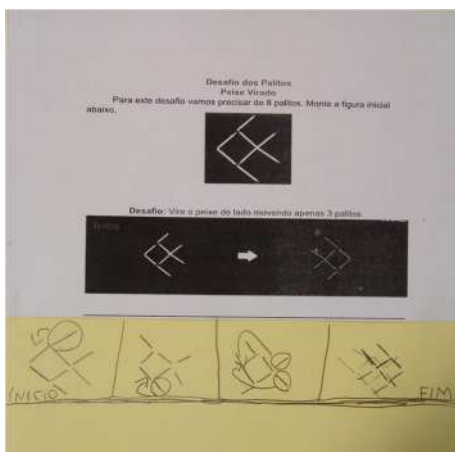


Registro da estudante Gabriela Maria. Fonte: Acervo do Projeto.



Registro da estudante Gabriela Maria. Fonte: Acervo do Projeto.

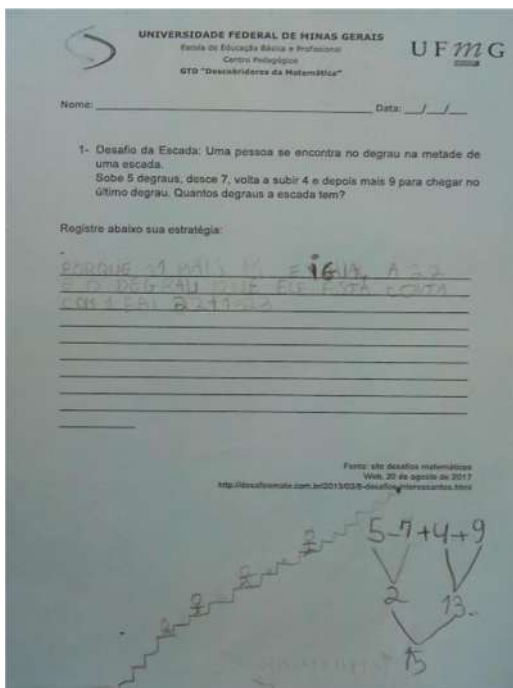
Já o estudante Ruan, após ter resolvido algumas vezes o desafio do peixinho, usou desenhos para registrar sua estratégia, dividiu em passos e com um círculo e a setinha foi mostrando quais palitos movia de um lugar para o outro.



Registro do estudante Ruan Fonte: Acervo do Projeto.

## Desafio da escada

Antônio trouxe o desenho para auxiliá-lo no processo, fez uma escada e um bonequinho, foi lendo e movimentando o bonequinho descendo e subindo e somando quando subia e subtraindo quando descia, porém pelo fato de ainda não saber sobre números negativos acabou errando o cálculo, como mostra a imagem. Ele escreveu “porque 11 mais 11 é igual a 22 e o degrau que ele está conta com 1 e aí  $22 + 1 = 23$ ”.



Registro do estudante Antônio. Fonte: Acervo do Projeto.



Gabriela separou por etapas e assim foi escrevendo cada passo executado, recorreu à soma e subtração para representar quando subia e descia, percebeu que ele estava no meio e por isso precisava somar mais um degrau.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS  
 UFMG  
 Instituto de Educação Básica e Profissional  
 Centro Pedagógico  
 GTD "Desafios Matemáticos"

Nome: Gabriela Morais Data: 22/12/17

1- Desafio da Escada: Uma pessoa se encontra no degrau na metade de uma escada.  
 Sobe 5 degraus, desce 7, volta a subir 4 e depois mais 9 para chegar no último degrau. Quantos degraus a escada tem? 25

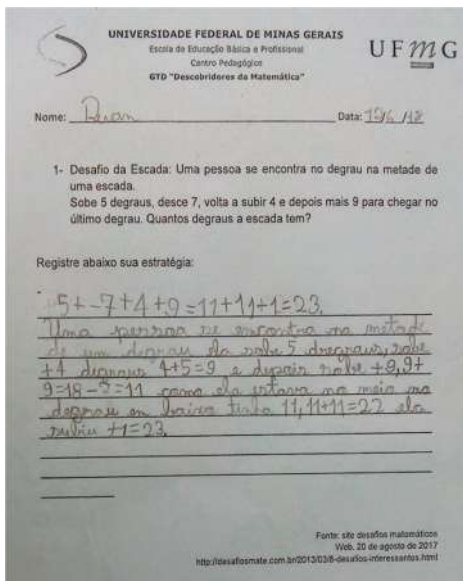
Registre abaixo sua estratégia:

Ela está no meio não 5 degraus  
 7 no 4 + 3 = 10 ou nos 4 no meio  
 a primeira tem 11 e acima também tem  
 11. Então: 25  
 $5 - 7 + 4 + 9 + 11 = 22$

Faça site desafios matemáticos  
 Web: 20 de agosto de 2017  
<http://desafiosmat.com.br/2015/03/0-desaafao-2015-08-20.html>

Figura 8: Registro da estudante Gabriela. Fonte: Acervo do Projeto.

Ruan recorreu à soma para representar quando a pessoa subia os degraus e a subtração para representar quando ele descia, primeiramente ele somou todos que a pessoa subiu, depois ele subtraiu desse valor os degraus que a pessoa desceu e por fim, de algum modo ele entende que como a pessoa estava no meio ele precisava somar mais um degrau no valor total. Porém ele escreveu na última linha “ela subiu mais um”. Acreditamos que ele de fato tenha entendido, embora seu argumento não esteja totalmente claro. A hipótese “...como ela estava no meio no degrau em baixo tinha 11...”, escrita por Ruan, poderia estar melhor escrita: “como ela estava no meio, tinha 11 degraus embaixo”.



Registro do aluno Ruan. Fonte: Acervo do Projeto.

Podemos notar, a despeito do desinteresse natural das crianças em registrar um pensamento após o problema ter sido resolvido, que os registros foram feitos, incentivados talvez pela ênfase dada por nós na importância da sistematização.

### Considerações indicativas

Como podemos ver através das análises realizadas, apesar das crianças estarem iniciando nesse tipo de registro, isto é, de descrever uma sequência de conclusões e os respectivos argumentos, percebemos as características e métodos que cada uma costuma recorrer para resolver e registrar os problemas. Notamos no caso do Antônio como ele ampliou seu repertório de estratégias, tanto na resolução dos problemas, como em sua comunicação, desde o registro do Jogo do Peixinho, que foi dado em um dos primeiros encontros, ao Desafio da Escada, algumas semanas depois. Ele continuou utilizando o recurso do desenho, agora com mais clareza e, além disso, passa a utilizar também a escrita. As monitoras que acompanharam de perto a execução das atividades perceberam que Antônio e outras crianças utilizam bastante a oralidade para explicar a resolução dos problemas. Como Kátia Stocco Smole menciona,

na escola, a oralidade é um recurso de comunicação mais acessível, que todos os alunos podem utilizar, seja em matemática ou em qualquer outra área do conhecimento. Ela é um recurso de comunicação simples, ágil e direto que permite revisões praticamente instantâneas, podendo ser truncada e reiniciada assim que se percebe uma falha ou inadequação. Independente da idade e da série escolar, a oralidade é o único recurso quando a escrita e as representações gráficas ainda não são dominadas ou

não permitem demonstrar toda a complexidade do que foi pensado.  
(SMOLE, 2001, p.17)

Por isso, para não perder cada forma de registro da criança, usamos a tecnologia como aliada, registrando por vídeo as soluções quando essas vêm em grande parte na oralidade.

A efetividade do trabalho fica também caracterizada porque em geral percebemos as crianças vão aos poucos entendendo que o meio de comunicação gráfico, seja por desenhos ou por escrito, documenta seu raciocínio e permite que possa ser lido por seus próprios pares, configurando uma produção autoral. Isso as coloca como sujeitos ativos do processo de ensino e aprendizagem, instrumentalizando-as para anos escolares subsequentes e até mesmo para situações da vida fora da escola.

### **Referências bibliográficas**

SMOLE, K. S. e DINIZ, M. I. (org.). Ler, Escrever e Resolver Problemas. Porto Alegre: Artmed, 2001.