

**ANÁLISE NUMÉRICA DA FLAMBAGEM LATERAL DA ALMA DE  
VIGAS DE AÇO DE SEÇÃO I**

**Luiza Milene de Freitas**

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE ESTRUTURAS

**"ANÁLISE NUMÉRICA DA FLAMBAGEM LATERAL DA ALMA  
DE VIGAS DE AÇO DE SEÇÃO I"**

Luiza Milene de Freitas

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de "Mestre em Engenharia de Estruturas".

Comissão Examinadora:

---

Prof. Dr. Ricardo Hallal Fakury  
DEES - UFMG (Orientador)

---

Profa. Dra. Ana Lydia Reis de Castro e Silva  
DEES-UFMG (Coorientadora)

---

Prof. Dr. Armando Cesar Campos Lavall  
DEES - UFMG

---

Profa. Dra. Adenilcia Fernanda Grobério Calenzani  
UFES

Belo Horizonte, 21 de junho de 2018

F866a

Freitas, Luiza Milene de.

Análise numérica da flambagem lateral da alma de vigas de aço de seção I [manuscrito] / Luiza Milene de Freitas. – 2018. vi, 107 f., enc.: il.

Orientador: Ricardo Hallal Fakury.

Coorientadora: Ana Lydia Reis de Castro e Silva.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Minas Gerais, Escola de Engenharia.

Anexos: f. 81-107.

Bibliografia: f. 79-80.

1. Engenharia de estruturas - Teses. 2. Aço - Estruturas - Teses. 3. Flambagem (Mecânica) - Teses. 4. Vigas - Teses. I. Fakury, Ricardo Hallal. II. Castro e Silva, Ana Lydia Reis de. III. Universidade Federal de Minas Gerais. Escola de Engenharia. IV. Título.

CDU: 624(043)

# DEDICATÓRIA

Aos meus pais, Marcos e Agda,  
e ao meu irmão Vinícius

## **AGRADECIMENTOS**

Ao meu pai Marcos Antônio de Freitas e à minha mãe Agda Elizete Pena Freitas, pelo amor incondicional, pela longanimidade, por me apoiarem na dedicação exclusiva ao Curso de Mestrado e pelo exemplo, me mostrando desde pequena a importância do conhecimento.

Ao meu irmão Vinicius Benunes de Freitas, pela paciência e pela amizade.

Ao meu orientador Prof. Ricardo Hallal Fakury e à coorientadora Prof<sup>a</sup>. Ana Lydia Reis de Castro e Silva, pela amizade, confiança, disposição e pelas contribuições para o meu aprendizado acadêmico.

Aos amigos que fiz no Curso de Mestrado e em Belo Horizonte, pela companhia e pelo auxílio nos estudos, em especial a Glaucimar Dutra, Lorena Leocadio, Thaianne Simonette e Thais Azevedo.

Aos professores e funcionários do Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas e do Departamento de Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia da UFMG, pela contribuição para minha formação acadêmica.

Ao CNPq, pelo apoio ao desenvolvimento da pesquisa.

## RESUMO

Neste trabalho vigas de aço de seção transversal I sob ação de uma força transversal localizada em uma das mesas foram estudadas com relação ao modo de colapso denominado flambagem lateral da alma. Nesse modo de colapso, a alma perde estabilidade e movimenta-se lateralmente, fazendo com que a mesa oposta à de atuação da força (mesa tracionada) também se movimente na mesma direção.

Inicialmente foi feita uma breve descrição dos principais estudos relacionados a esse estado-limite último disponíveis na literatura científica. O procedimento de cálculo das normas de projeto norte-americana ANSI/AISC 360-16 e brasileira ABNT NBR 8800:2008, para determinação da força localizada resistente (ambas adotam o mesmo procedimento) foi apresentado, indicando suas incertezas.

Uma modelagem numérica pelo método dos elementos finitos, usando o programa ABAQUS, foi desenvolvida e aferida para obtenção da força localizada crítica e da força localizada última de vigas de aço biapoiadas com seção I duplamente simétrica com comportamentos elástico e inelástico, respectivamente. Foram analisadas vigas com a mesa carregada com rotação livre e impedida em todo o seu comprimento.

Com essa modelagem, realizou-se um estudo paramétrico, a partir do qual foram obtidos resultados que mostraram como os parâmetros geométricos da viga influem no valor das forças crítica e última e permitiram uma avaliação dos resultados do procedimento normativo e das equações propostas na literatura. Além disso, com os valores obtidos para o comportamento inelástico, foram ilustrados as distribuições de tensões e o comportamento das vigas.

Concluiu-se que os valores obtidos pelas normas de projeto são quase sempre conservadores e que as equações propostas nas pesquisas disponíveis até agora não são capazes de fornecer resultados satisfatórios para a força localizada resistente. Por fim foram desenvolvidas novas equações, derivadas do ANSI/AISC 360-16, que forneceram valores menos conservadores e se mostraram uma alternativa mais precisa para a obtenção dessa força.

Palavras-chave: Estruturas de aço, Vigas de aço, Forças localizadas, Flambagem lateral da alma.

## ABSTRACT

In this work, I beams were studied under the action of a transversal concentrated force in one of the flanges, with relation to the mode of collapse denominated sideways web buckling. In this collapse mode, the web loses stability and moves laterally, causing the flange opposite to this force (tension flange) also to move in the same direction.

Initially a brief description of the main studies available in the scientific literature related to this ultimate limit state was made. The design specification presented by the American standard ANSI/AISC 360-16 and Brazilian standard ABNT NBR 8800:2008, for the determination of the resistant force (both use the same procedure) was presented, pointing its uncertainties.

A numerical modeling using the finite element method, with ABAQUS program, was developed and calibrated to obtain critical and ultimate forces by the simply supported double symmetric I beams. These beams were analyzed with the loaded flange with free rotation and with rotation prevented throughout its length.

Based on this model, a parametric study was made, from which results were obtained and it was shown how the geometric parameters of the beam influence the value of the critical and ultimate concentrated forces and an evaluation of the results of the normative procedure and the equations proposed in the literature were done. In addition, with the values obtained for the inelastic behavior, stress distributions and the behavior of the beams were illustrated.

Finally, it was concluded that the values obtained by design procedures are almost always conservative and that the equations proposed in the researches available so far are not able to provide satisfactory results for the resistant concentrated force. Also, equations derive from ANSI/AISC 360-16 were developed showing that less conservative values are provided by them, and that they can be used as an alternative to the standard procedure.

Keywords: Steel structures, Steel beams, Concentrated forces, Sidesway web buckling.

## LISTA DE SÍMBOLOS

$b_f$ : largura da mesa;

$c_b$ : distância do eixo da seção transversal da viga a um plano na semiespessura da mesa inferior;

$E$ : módulo de elasticidade do aço;

$h$ : distância entre as faces internas das mesas;

$I$ : momento de inércia da seção transversal em relação ao eixo de flexão;

$I_f$ : momento de inércia da mesa tracionada;

$k_b$ : rigidez da mola linear que atua na mesa tracionada;

$L_1$ : distância entre os pontos de inflexão da viga;

$L$ : comprimento da viga;

$M_N$ : momento negativo na extremidade;

$P_{AISC}$ : força crítica obtida pela norma norte-americana;

$P_{BFU}$ : força de flambagem para vigas apoiadas com rotação da mesa carregada livre;

$P_{BFU\alpha}$ : força de flambagem com momento na extremidade variando e rotação da mesa carregada livre;

$P_{Cr}$ : força de crítica;

$P_E$ : força de flambagem de Euler;

$P_{EQUAÇÕES}$ : força crítica obtida neste trabalho pelas equações propostas;

$P_{ESTE TRABLHO}$ : força crítica ou última obtida neste trabalho pela análise numérica;

$P_{FTU}$ : força de flambagem para vigas simplesmente apoiadas com rotação da mesa carregada livre;

$P_{LOC}$ : força de flambagem;

$P_{TOPKAYA}$ : força crítica obtida pela equação de Topkaya (2006);

$R_d$ : força resistente de cálculo;

$R_n$ : força resistente nominal à flambagem;

$t_f$ : espessura da mesa;

$t_w$ : espessura da alma;

$\alpha$ : coeficiente que representa o momento negativo na extremidade igual a  $M_N/(PL/8)$ ;

$\beta$ : fator adimensional de Lagerqvist e Johansson;

$\nu$ : coeficiente de Poisson do aço;

$\gamma_{a1}$ : coeficiente de ponderação na norma brasileira;

$\phi$ : fator de resistência da norma norte-americana.

## **LISTA DE ABREVIATURAS**

ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas

AISC – American Institute of Steel Construction

ANSI – American National Standards Institute

ELU – Estado-Limite Último

EN – European Standard

NBR – Norma Brasileira

# SUMÁRIO

AGRADECIMENTOS.....	i
RESUMO.....	ii
ABSTRACT.....	iii
LISTA DE SÍMBOLOS.....	iv
LISTA DE ABREVIATURAS.....	vi
<b>1 INTRODUÇÃO.....</b>	<b>1</b>
1.1 Considerações Gerais.....	1
1.2 Flambagem Lateral da Alma.....	2
1.3 Fabricação de Perfis I e Imperfeições Iniciais.....	3
1.4 Objetivos.....	4
1.5 Justificativa.....	4
1.6 Metodologia.....	5
<b>2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....</b>	<b>6</b>
2.1 Considerações Gerais.....	6
2.2 Summers e Yura (1982).....	8
2.3 Mullin e Cheng (1995).....	13
2.4 Grondin e Cheng (1999).....	15
2.5 Topkaya (2006).....	19
<b>3 NORMAS VIGENTES.....</b>	<b>21</b>
3.1 Considerações Gerais.....	21
3.2 ANSI/AISC 360-16.....	21
3.3 ABNT NBR 8800:2008.....	28
<b>4 ANÁLISE NUMÉRICA.....</b>	<b>29</b>
4.1 Considerações Gerais.....	29
4.2 Propriedades do Material.....	29
4.3 Condições de Contorno e Carregamento.....	32
4.4 Vigas Analisadas.....	34
4.5 Determinação do Elemento e da Malha.....	35
4.6 Calibração do Modelo Elástico.....	36
4.6.1 Considerações Iniciais.....	36

4.6.2	Vigas com a Mesa Carregada com Rotação Impedida.....	37
4.6.3	Vigas Com a Mesa Carregada com Rotação Livre .....	42
4.7	Calibração do Modelo Inelástico.....	47
<b>5</b>	<b>RESULTADOS .....</b>	<b>49</b>
5.1	Considerações Gerais.....	49
5.2	Força Crítica de Vigas com Rotação da Mesa Carregada Impedida .....	50
5.2.1	Modos de Flambagem .....	50
5.2.2	Influência da Alma .....	51
5.2.3	Influência da Mesa Tracionada .....	52
5.2.4	Influência do Comprimento da Viga.....	53
5.2.5	Avaliação do Procedimento Normativo (ANSI/AISC 360-16).....	54
5.2.6	Avaliação da Equação de Topkaya (2006).....	55
5.3	Força Última de Vigas com Rotação da Mesa Carregada Impedida.....	56
5.3.1	Avaliação do ANSI/AISC 360-16.....	56
5.3.2	Informações Relevantes .....	57
5.4	Força Crítica de Vigas com Rotação da Mesa Carregada Livre .....	59
5.4.1	Modos de Flambagem .....	59
5.4.2	Influência da Alma .....	60
5.4.3	Influência da Mesa Tracionada .....	61
5.4.4	Influência do Comprimento da Viga.....	62
5.4.5	Avaliação do Procedimento Normativo (ANSI/AISC 360-16).....	62
5.4.6	Avaliação da Equação de Topkaya (2006).....	63
5.5	Força Última de Vigas com Rotação da Mesa Carregada Livre .....	65
5.5.1	Avaliação do AISC.....	65
5.5.2	Avaliação da Equação de Grondin e Cheng (1999) .....	65
5.5.3	Informações Relevantes .....	66
5.6	Influência da Restrição à Rotação para Mesa Carregada .....	65
<b>6</b>	<b>PROPOSIÇÃO DE PROCEDIMENTO DE CÁLCULO .....</b>	<b>71</b>
6.1	Considerações Gerais.....	71
6.2	Procedimento Proposto .....	71
6.3	Avaliação do Procedimento .....	72
<b>7</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>76</b>
7.1	Conclusões .....	77
7.2	Sugestões para Estudos Futuros .....	77

# 1

## INTRODUÇÃO

### 1.1 Considerações Gerais

Os perfis de aço de seção I (ou simplesmente perfis I) são usualmente utilizados nas estruturas como vigas. Esses perfis quase sempre são dispostos de modo que os esforços solicitantes de flexão ocorram em relação ao eixo x (eixo perpendicular à alma), que é o eixo centroidal principal de maior inércia da seção transversal.

Muitas vezes, uma força localizada atua diretamente na mesa do perfil, comprimindo sua alma. Nas edificações, esse tipo de solicitação ocorre especialmente nas vigas principais que apoiam vigas secundárias sobre sua face superior (Figura 1.1.a), nas vigas de transição que apoiam pilares (Figura 1.1.b) e nas vigas de rolamento que recebem as rodas da ponte rolante (Figura 1.1.c).



(a) Viga principal apoiando viga secundária (extraído de Fakury *et al.*, 2016)



(b) Viga de transição apoiando pilar (extraído de Fakury *et al.*, 2016)



(c) Viga de rolamento suportando rodas de ponte rolante.

Figura 1.1 - Situações práticas de atuação de força localizada

As forças localizadas podem causar quatro modos de colapso: (i) escoamento local da alma (Figura 1.2.a); (ii) enrugamento da alma (Figura 1.2.b); (iii) flambagem lateral da alma (Figura 1.2.c), e; (iv) flambagem da alma por compressão (Figura 1.2.d). O último modo ocorre apenas

quando há forças que comprimem a alma atuando nas duas mesas, situação menos comum na prática.

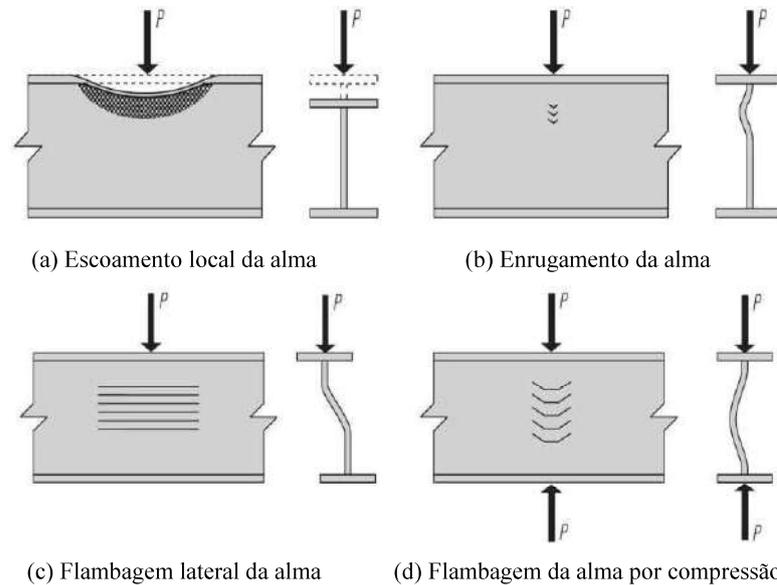


Figura 1.2 - Estados limites-últimos causados por forças localizadas (extraído de Fakury *et al.*, 2016)

## 1.2 Flambagem Lateral da Alma

A flambagem lateral da alma, tratada neste trabalho, é um estado-limite último (ELU) causado por uma força localizada atuante em uma das mesas de um perfil I, comprimindo sua alma (na prática, quase sempre, a força atua na mesa superior do perfil I). Neste ELU, a alma comprimida é desestabilizada pelas tensões normais transversais geradas pela força e move-se lateralmente, levando a mesa tracionada a movimentar-se na mesma direção (Figura 1.3).

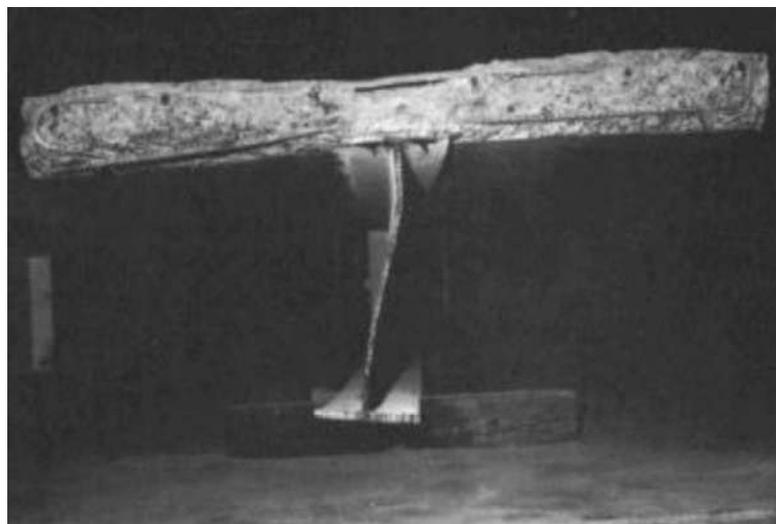


Figura 1.3 - Movimento lateral da alma e da mesa tracionada da viga (Daniels e Fisher, 1967)

### 1.3 Fabricação de Perfis I e Imperfeições Iniciais

Os perfis I podem ser fabricados pelo processo de laminação a quente ou pelo processo de soldagem. Sucintamente, no primeiro processo, os perfis são obtidos pela redução gradativa da seção transversal, a partir de um bloco, por meio da passagem entre pares de cilindros paralelos. Já no segundo processo, os perfis são produzidos a partir de chapas, resultantes de laminação a quente, que são cortadas, geralmente com maçarico, nas dimensões de projeto e unidas umas às outras por meio de solda elétrica.

Em decorrência dos processos de fabricação, aparecem nos perfis as imperfeições iniciais, de material e geométricas. A imperfeição de material é caracterizada pelas tensões residuais, que são tensões internas auto equilibradas, normais e de cisalhamento, oriundas do resfriamento não uniforme do perfil após sua fabricação, que envolve altas temperaturas, e da propriedade do aço de, ao resfriar, sofrer contração de volume e aumento de resistência e rigidez.

As tensões residuais normais decorrem do resfriamento não uniforme da seção transversal, que faz com que as regiões que resfriam primeiro se contraíam e fiquem mais rígidas e, ao restringir a contração das outras partes, fiquem submetidas à compressão, sendo que, por equilíbrio, essas outras partes ficam submetidas à tração.

Nos perfis I laminados, as regiões que resfriam primeiro e ficam comprimidas se situam nas extremidades das mesas e no centro da alma (Figura 1.4.a). Nos perfis I soldados, as extremidades junto aos cortes das chapas e as regiões da solda entre as mesas e a alma recebem calor e resfriam por último e ficam tracionadas (Figura 1.4.b).

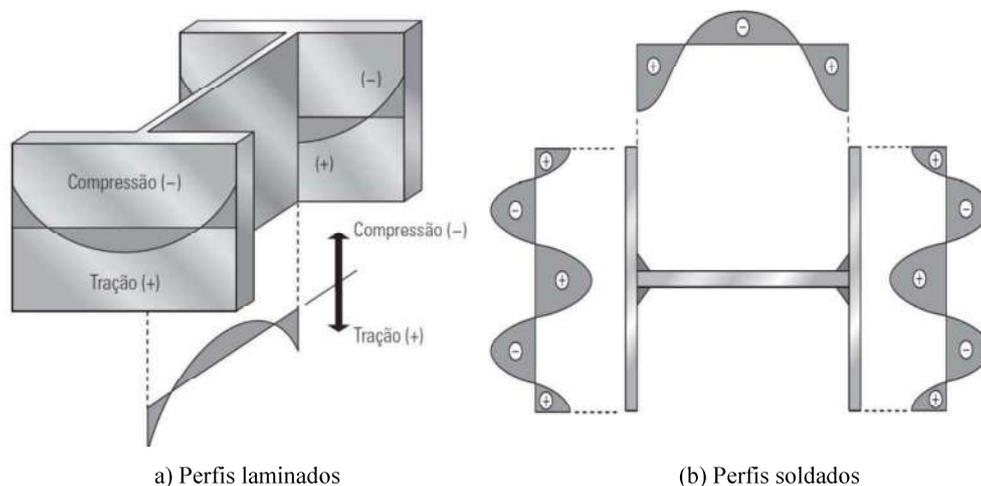


Figura 1.4 - Distribuições típicas de tensões residuais normais (Adaptado de Fakury *et al.*, 2016)

As tensões residuais de cisalhamento decorrem do resfriamento não uniforme ao longo do comprimento do perfil, e têm valores bastante inferiores às tensões residuais normais.

As imperfeições geométricas são caracterizadas pela não retilinearidade da barra ao longo de seu comprimento e distorções nas dimensões da seção transversal, sendo decorrentes de imprecisões inerentes ao processo de fabricação. As imperfeições máximas permitidas são estipuladas em normas. No Brasil, a ANBT NBR 15980:2011 estabelece essas imperfeições para os perfis laminados e a ABNT NBR 5884:2013 para os perfis soldados.

## **1.4 Objetivos**

Este trabalho tem como objetivo a realização de um estudo paramétrico da flambagem lateral da alma de perfis I, feito por meio de análises numéricas, com a utilização do programa computacional ABAQUS (Hibitt *et al.*, 2013), para a determinação da influência de cada parâmetro da seção transversal e do comprimento da viga na sua capacidade resistente.

Adicionalmente, com os resultados do estudo, avaliar o procedimento de cálculo proposto pela norma norte-americana ANSI/AISC 360-16 e pela norma brasileira ABNT NBR 8800:2008 (ambas adotam o mesmo procedimento) e equações propostas na literatura com relação à flambagem lateral da alma, visando propor ajustes nas formulações existentes.

## **1.5 Justificativa**

Vigas sob ação de forças transversais localizadas em uma das mesas são muito comuns na prática. Atualmente sabe-se que esse tipo de solicitação pode levar a três modos de colapso, conforme citado no Subitem 1.1.

Segundo Topkaya (2006), o escoamento local da alma e o enrugamento da alma têm sido estudados extensivamente e os procedimentos normativos para a determinação da força resistente de cálculo para esses modos de colapso são satisfatórias. Por outro lado, segundo esse mesmo autor, para a flambagem lateral da alma a norma de projeto norte-americana do AISC fornece valores extremamente conservadores, já que pouco tem sido estudado para quantificar esse modo de colapso.

A existência de poucos estudos a respeito da flambagem lateral da alma é justificada pelo seu descobrimento tardio, documentado inicialmente em 1967, e por ser considerado como estado

limite-último pela norma norte-americana apenas a partir do ano de 1986. Desde então, poucos estudos significativos foram realizados e praticamente nada foi alterado no procedimento normativo.

## 1.6 Metodologia

As seguintes etapas foram realizadas para alcançar os objetivos:

- 1) revisão bibliográfica sobre a flambagem lateral da alma para o melhor conhecimento do estado-da-arte das pesquisas sobre o fenômeno;
- 2) revisão bibliográfica do procedimento normativo fornecido pela norma norte-americana ANSI/AISC 360-16 e pela norma brasileira ABNT NBR8800:2008 (ambas utilizam o mesmo procedimento) para a determinação da força resistente de cálculo para a flambagem lateral da alma;
- 3) desenvolvimento de modelos numéricos de vigas simplesmente apoiadas, pelo programa ABAQUS (Hibitt *et al.*, 2013), capazes de simular a flambagem lateral da alma em regime elástico para a obtenção da força crítica e, em regime inelástico, da força última;
- 4) realização de uma análise paramétrica, a partir do processamento do modelo, variando todas as dimensões da seção transversal e o comprimento da viga para a obtenção da influência de cada parâmetro;
- 5) avaliação do procedimento de cálculo proposto pelo procedimento normativo e pela literatura por meio de comparação com os resultados da análise numérica;
- 6) elaboração de equações para a determinação da força resistente para a flambagem lateral da alma para vigas com a mesa carregada com rotação impedida e com rotação livre.

# 2

## REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1 Considerações Gerais

Diferentes aspectos relativos ao comportamento de vigas de aço submetidas a forças localizadas têm interessado um grande número de pesquisadores pelo mundo. Assim, a quantidade de pesquisas realizadas para esse tipo de solicitação é extensa.

Nos primeiros ensaios realizados para o estudo da capacidade resistente de vigas de aço sob ação de uma força transversal localizada comprimindo a alma, os modos de colapso observados foram o enrugamento da alma e o escoamento local da alma. Apenas em 1967, nos ensaios realizados por Daniels e Fisher (1967), com objetivo de determinar a capacidade resistente de uma viga mista simplesmente apoiada submetida a uma força localizada, que o fenômeno onde a mesa tracionada movia-se lateralmente foi primeiramente documentado (Figura 1.3).

Um pouco antes, Basler *et al.* (1960) haviam apresentado uma teoria simplista para a determinação da força localizada crítica (neste trabalho, o termo força crítica refere-se sempre à força de flambagem elástica), considerada por eles como correspondente à força de colapso, incorporada pela especificação de projeto de estruturas de aço norte-americana da época, editada pelo AISC (*American Institute of Steel Construction*), desprezando a possibilidade da ocorrência do movimento lateral da mesa tracionada. Essa teoria, conforme se comprovou posteriormente, fornecia valores significativamente maiores que a força crítica real, ou seja, não conservadores.

Na teoria de Basler *et al.* (1960), a alma é isolada e considerada como uma barra comprimida engastada na extremidade superior (onde atua a força localizada) e simplesmente apoiada na extremidade inferior (Fig. 2.1.a). Assume-se que a mesa superior (comprimida) esteja impedida de se deslocar lateralmente e girar, e que a mesa inferior (tracionada) esteja simplesmente

apoiada na direção transversal. A distribuição de tensões abaixo do ponto de aplicação da força localizada é suposta numa largura  $h$  igual à altura da alma e considerada empiricamente como triangular (Fig. 2.1.b), em que a tensão é máxima na extremidade superior (junto à força) e nula na outra extremidade. Observa-se que, a rigor, essa teoria não trata do problema da flambagem lateral da alma, uma vez que o deslocamento lateral da mesa tracionada encontra-se impedido, mas sim de um modo de flambagem local da alma.

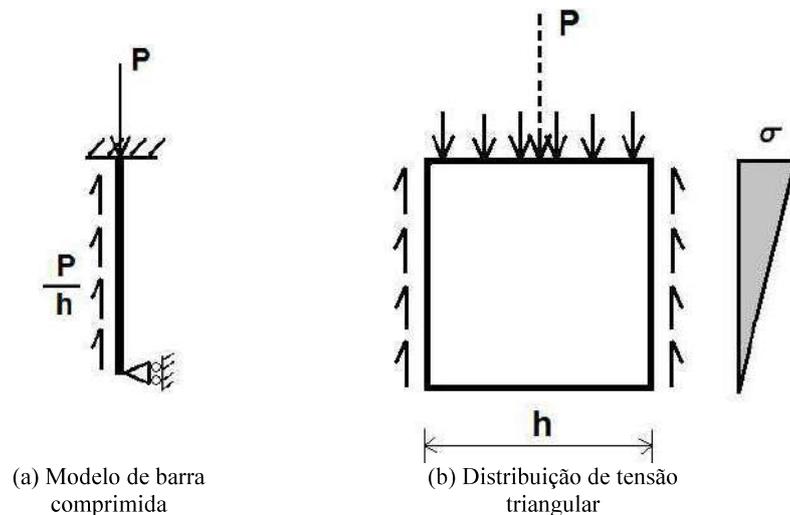


Figura 2.1 - Teoria de Basler *et al.* (1960)

As especificações do AISC foram baseadas na teoria de Basler *et al.* (1960) até o ano de 1986, quando um estudo conduzido por Summers e Yura (1982) foi adotado. Nesse estudo, os autores demonstraram que a teoria de Basler *et al.* (1960) levava a resultados significativamente maiores que a força de colapso real.

O estudo de Summers e Yura (1982), apresentado no Item 2.2, continua a ser utilizado pelo AISC até os dias de hoje (encontram-se no recém-editado ANSI/AISC 360-16 – ver Capítulo 3) para a determinação da força localizada resistente à flambagem lateral da alma, embora novas pesquisas mostrem que os valores advindos desse estudo são conservadores.

Adicionalmente, nos itens 2.3, 2.4 e 2.5 são apresentados os estudos de Mullin e Cheng (1995), Grondin e Cheng (1999) e Topkaya (2006), respectivamente, mais recentes que os anteriormente mencionados e considerados relevantes para o desenvolvimento deste trabalho.

## 2.2 Summers e Yura (1982)

No estudo de Summers e Yura (1982), ensaios experimentais feitos com vigas de material acrílico de seção transversal I, submetidas a uma força localizada no meio do vão, foram estudados de forma analítica e computacional.

Inicialmente, estudos numéricos preliminares foram realizados considerando a teoria de Yura (1970), que fazia uma pequena alteração na teoria de Basler *et al.* (1960), acrescentando uma mola de translação no apoio da mesa tracionada, a fim de considerar seu movimento lateral. Com os resultados, duas condições de contorno foram utilizadas para os ensaios de um modelo de viga em material acrílico, além das condições estipuladas para os apoios. Na primeira, a mesa carregada foi impedida de mover-se lateralmente no meio do vão e, no segundo, além do ponto de atuação da força, essa restrição foi acrescentada à mesa superior a um quarto do vão a partir das duas extremidades.

Os resultados esperados no estudo preliminar não ocorreram. Na primeira situação, não houve movimento da mesa tracionada e, na segunda, o movimento dessa mesa ocorreu para uma força significativamente maior que a prevista, indicando a necessidade de melhorar a teoria de Yura (1970).

Duas alterações foram feitas. Na primeira, a distribuição de tensão foi determinada de modo mais preciso por um programa de elementos finitos (SAP IV), conforme é mostrado na Figura 2.2.a. Na segunda, molas de rotação foram colocadas nas extremidades da alma como condição de contorno para representar a restrição à rotação fornecida pela mesa carregada (Figura 2.2.b).

Embora essas alterações tenham levado a resultados melhores, ainda não permitiram obter a força de flambagem satisfatoriamente, e por isso, o estudo prosseguiu.

Uma análise paramétrica foi realizada com 64 vigas com o programa de elementos finitos BASP (*Buckling Analysis of Stiffened Plates*), especializado em flambagem lateral de vigas com seção transversal simétrica em relação a um plano na semiespessura da alma.

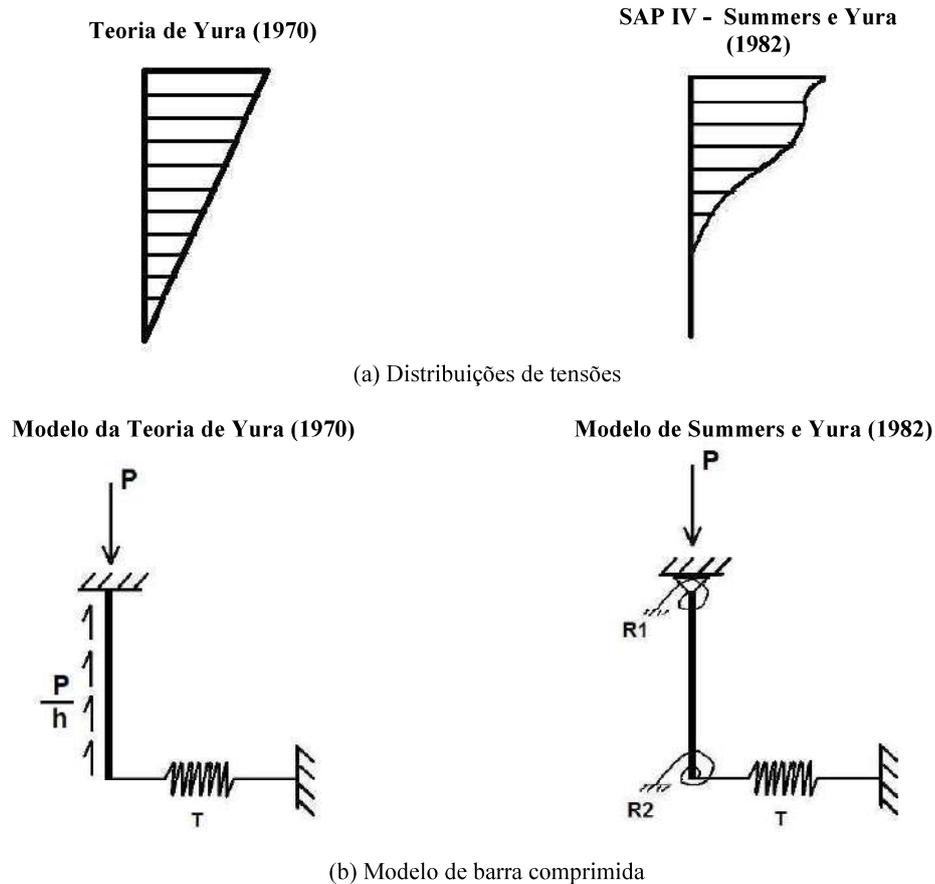


Figura 2.2 - Melhorias aplicadas à teoria de Yura (1970)

As condições de contorno utilizadas para o estudo paramétrico foram: (i) restrição ao deslocamento lateral ao longo da mesa carregada; (ii) força aplicada na mesa carregada na seção central da viga; (iii) restrição à rotação no ponto de aplicação da força transversal (Ver Figura 2.3). Foram consideradas a variação do comprimento, restrição ao movimento lateral na seção central da mesa tracionada, o tipo de apoio nas extremidades (biengastado, simplesmente apoiado ou com momento negativo), além das dimensões da seção transversal

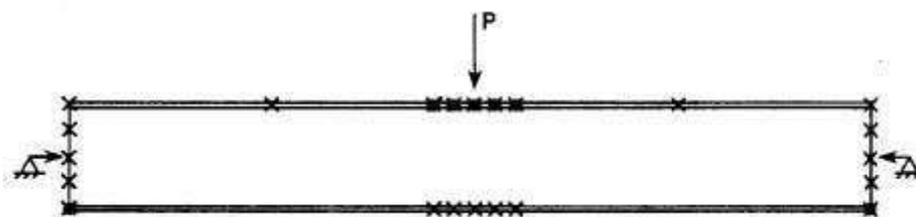


Figura 2.3 - Condições de contorno utilizadas no estudo paramétrico (Summers e Yura (1982))

A modelagem numérica (Figura 2.4) empregou elementos quadráticos para a alma e elementos lineares para as mesas e eventuais enrijecedores transversais, a fim de reduzir o esforço computacional sem que houvesse perda significativa na precisão dos resultados.

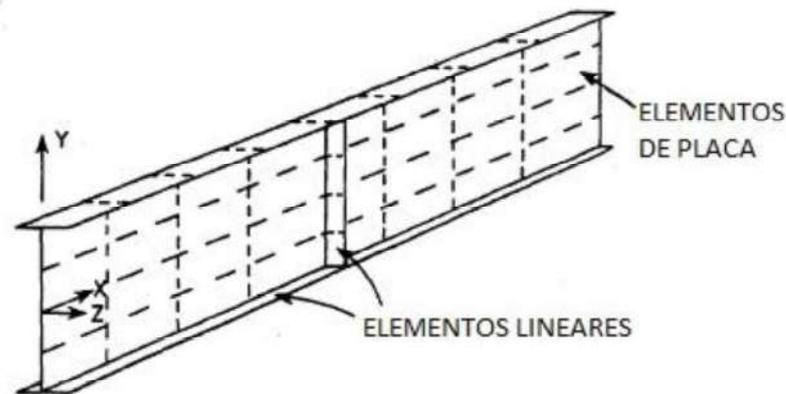


Figura 2.4 - Modelagem das vigas no BASP (Summers e Yura, 1982)

Além disso, foi feita calibração com os resultados obtidos nos ensaios experimentais com modelos em escala reduzida feitas de material acrílico. A característica de apresentar imperfeições do material inspirou um novo modelo com uma translação lateral inicial da mesa tracionada significativa. Com os resultados obtidos do ensaio, os pesquisadores indicaram que vigas de almas pouco esbeltas – razão entre altura e espessura da alma,  $h/t_w$ , menor que 50 – podem escoar no ponto de aplicação da força localizada, causando o colapso com essa força consideravelmente inferior ao valor que causaria flambagem elástica. Isso ocorre porque o escoamento na junção alma-mesa causa uma zona de plasticidade nessa região e a alma deixa de ser restringida à rotação pela mesa (Figura 2.5). Além das imperfeições iniciais, Summers e Yura (1982) chamaram a atenção para um possível efeito de resistência pós-flambagem nas vigas, porém pelo programa utilizado somente contemplar análise linear, essa resistência não pôde ser determinada.

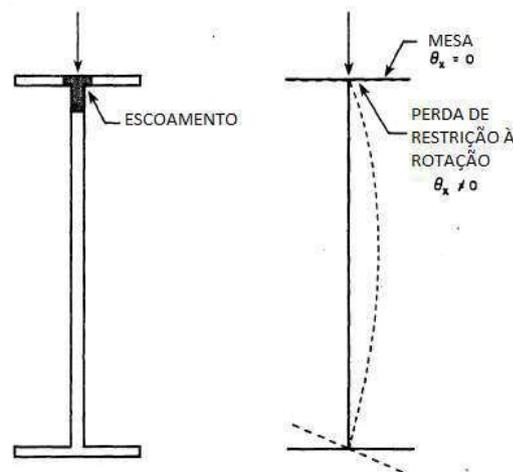


Figura 2.5 - Efeito da plasticidade na restrição à rotação da alma. (Summers e Yura, 1982)

Baseando-se nos resultados obtidos nos ensaios e análises computacionais, equações para

prever a força de flambagem de vigas simplesmente apoiadas, biengastadas e com qualquer grau de restrição à rotação nos apoios, foram desenvolvidas como segue:

- para vigas simplesmente apoiadas:

- com a mesa inferior (tracionada) impedida de se deslocar lateralmente:

$$P_{LOC} = \frac{\frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t_w}{h}\right)^2}{\sqrt{\left(\frac{h L}{318 I}\right)^2 + \left(\frac{1}{8,2 t_w h}\right)^2}} \quad (2.1)$$

- com a mesa inferior (tracionada) livre para se deslocar lateralmente:

$$P_{TFU} = 0,80 P_{LOC} \quad (2.2)$$

- para vigas biengastadas:

- com a mesa inferior (tracionada) impedida de se deslocar lateralmente:

$$P_{LOC} = \frac{\frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t_w}{h}\right)^2}{\sqrt{\left(\frac{h L_1}{318 I}\right)^2 + \left(\frac{1}{8,2 t_w h}\right)^2}} \quad (2.3)$$

- com a mesa inferior (tracionada) livre para se deslocar lateralmente:

- se  $100 < h/t_w \leq 200$

$$P_{BFU} = 0,80 P_{LOC} \quad (2.4)$$

- se  $h/t_w > 200$

$$P_{BFU} = \frac{8 \sigma_{fc} I}{L c_b} \quad (2.5)$$

- para vigas com momento negativo aplicado nas extremidades:

- com a mesa inferior (tracionada) impedida de se deslocar lateralmente:

$$P_{LOC} = \frac{\frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t_w}{h}\right)^2}{\sqrt{\left(\frac{h L_1}{318 I}\right)^2 + \left(\frac{1}{8,2 t_w h}\right)^2}} \quad (2.6)$$

- com a mesa inferior (tracionada) livre para se deslocar lateralmente:

$$P_{BFU\alpha} = \alpha P_{BFU} + (1 - \alpha)P_{FTU} \quad (2.7)$$

sendo

$$\alpha = 8 \frac{M_N}{PL} > 1 \quad (2.8)$$

Nessas equações,  $L_1$  é a distância entre os pontos de inflexão da viga,  $M_N$  é o momento negativo atuante nas extremidades,  $P_{BFU}$  é a força de flambagem para vigas biengastadas com rotação da mesa carregada livre,  $P_{BFU\alpha}$  é a força de flambagem com momento na extremidade variando e rotação da mesa carregada livre,  $P_{FTU}$  é a força de flambagem para vigas simplesmente apoiadas com rotação da mesa carregada livre,  $P_{LOC}$  é a força de flambagem,  $c_b$  é a distância do eixo da seção transversal da viga a um plano na semiespessura da mesa inferior,  $t_w$  é a espessura da alma,  $h$  é a distância entre as faces internas das mesas,  $E$  é o módulo de elasticidade do aço,  $I$  é o momento de inércia da seção transversal em relação ao eixo de flexão,  $L$  é o comprimento da viga,  $\nu$  é o coeficiente de Poisson do aço e  $\alpha$  é o coeficiente que representa o momento negativo na extremidade igual a  $M_N/(PL/8)$ .

Validando-se as equações desenvolvidas e com a análise do estudo paramétrico, Summers e Yura (1982) concluíram que:

- quando a mesa inferior, tanto para vigas simplesmente apoiadas quanto para biengastadas, é impedida de se deslocar lateralmente no ponto de atuação da força localizada, a flambagem local da alma pode ocorrer. As tensões de flexão nesse ponto, assim como tensões verticais, influenciam bastante a flambagem da alma;
- se a mesa tracionada de uma viga simplesmente apoiada não é travada no ponto de atuação da força localizada, o movimento lateral dessa mesa pode ocorrer junto com

uma distorção local da alma. O movimento da mesa tracionada reduz a força de flambagem em cerca de 20%;

- se o escoamento da viga na junção alma-mesa ocorrer, a restrição à rotação nesse ponto pode ser perdida. Nesse caso, forças de flambagem menores são esperadas. Geralmente, vigas esbeltas permanecem elásticas ao flambarem, enquanto as mais robustas ficam inelásticas sob a força e devem ser examinadas cuidadosamente;
- as vigas com momento negativo atuante nas extremidades são mais sucessíveis ao movimento lateral da mesa tracionada.

### **2.3 Mullin e Cheng (1995)**

No estudo de Mullin e Cheng (1995), 14 barras com seção I foram ensaiadas sob ação de uma força localizada e apresentaram o fenômeno de movimento lateral da mesa tracionada. Os ensaios foram divididos em dois grupos, o primeiro com vigas em escala reduzida feitas de estireno e o segundo com vigas em escala real de aço. Todas as vigas foram simplesmente apoiadas nas extremidades, com momento negativo atuando nos apoios e a mesa carregada teve a rotação impedida.

O estireno foi o material escolhido para as vigas em escala reduzida por ser um material termoplástico menos suscetível a deformações que o material acrílico utilizado por Summers e Yura (1982). As nove vigas ensaiadas com esse material são uma combinação de três modelos de diferentes espessuras de mesa com esbeltez variando de 45 a 55.

Nos ensaios, o carregamento foi feito com incremento de 5% da força última obtida por análise computacional e, ao atingir esta força de flambagem, as vigas foram descarregadas e reutilizadas devido ao comportamento elástico-linear do material. Dessa maneira, as vigas foram aferidas e constatando-se a ausência de deformações, os três modelos tiveram a largura da mesa cortadas e foram novamente ensaiadas, sendo esse processo repetido por duas vezes, obtendo-se assim os 9 espécimes.

Para os ensaios em escala real foram escolhidas duas seções transversais de vigas de aço, perfis W 360 x 33 com comprimentos de 6.261 mm e 5.039 mm e perfis W 360 x 39 com comprimentos de 7.282 mm, 6.261 mm e 5.039 mm.

Medidores de tensão foram incorporados a essas vigas para melhor entendimento da distribuição das tensões e medidores de deformação também foram utilizados em locais críticos. Assim foi possível obter os deslocamentos laterais da alma, pontos de inflexão, distribuições de tensões e demais dados para a melhor compreensão do fenômeno. Na Figura 2.6 é apresentado um exemplo dos deslocamentos laterais medidos em uma das vigas.

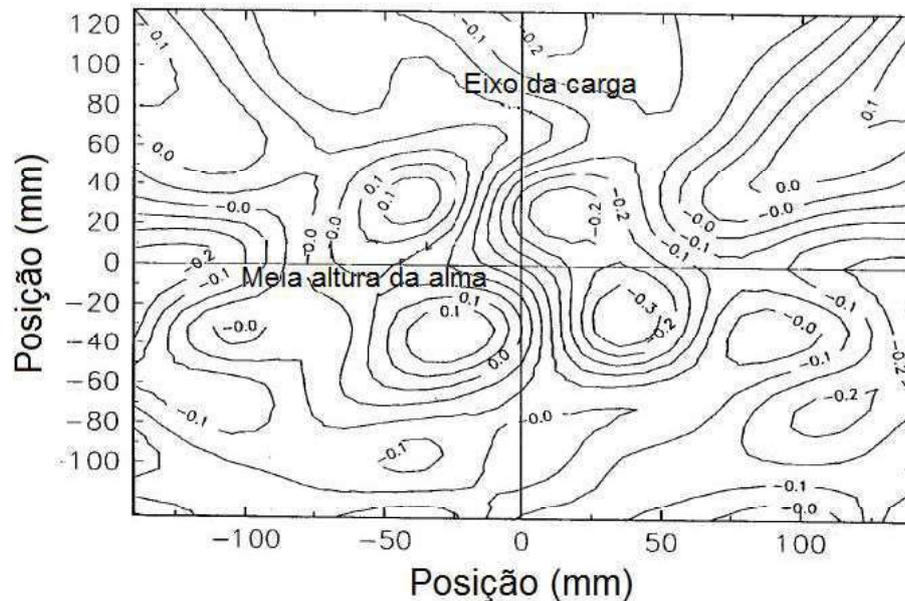


Figura 2.6 - Ilustração do contorno de deslocamentos laterais obtidos pelos medidores na alma de uma das vigas ensaiadas (Mullin e Cheng, 1995)

Os resultados obtidos nos ensaios das vigas de estireno e de aço foram diferentes no âmbito de precisão em relação ao estudo computacional tanto para o valor da força última como para o formato da flambagem. Enquanto nas vigas de estireno a força última variou de 71,4% a 114% e o modo de flambagem convergiu, nas de aço a média foi de apenas 28,3% para a força e a previsão do modo de flambagem foi correta apenas em três das cinco vigas.

Nas vigas de estireno foram apontados dois fatores para a falta de precisão, que são a malha grosseira utilizada no programa de elementos finitos e a presença de imperfeições iniciais.

Com a diferença significativa das forças últimas para as vigas de aço, os pesquisadores concluíram que os resultados foram afetados pelo efeito do escoamento do material. Nos ensaios, o carregamento das vigas foi interrompido para evitar esse escoamento ou tiveram comportamento levemente inelástico, enquanto os modelos de elementos finitos assumiram comportamento totalmente elástico e, portanto, previram apenas a força de flambagem elástica.

Além disso, os autores observaram que, nos ensaios em escala real, a tensão vertical na alma

foi significativamente maior que o assumido pela Teoria de Yura (1970) indicando que essa distribuição não é triangular.

A análise dos resultados evidenciando o comportamento parcialmente inelástico e diferente distribuição de tensões verticais dos ensaios em escala real possibilitou o desenvolvimento de uma equação que previa esse tipo de comportamento.

## 2.4 Grondin e Cheng (1999)

Grondin e Cheng (1999) realizaram um estudo em que o movimento lateral da mesa tracionada de vigas simplesmente apoiadas foi analisado tanto de maneira experimental quanto numérica, com a consideração dos efeitos das tensões residuais e das imperfeições geométricas iniciais. O programa experimental foi feito com quatro vigas de diferentes comprimentos e com duas seções transversais, as dos perfis laminados W 360 x 33 e W 360 x 39.

A fim de criar um sistema estrutural suscetível à flambagem lateral da alma, as condições de contorno nos experimentos promoviam momento negativo na viga e suportes laterais foram utilizados nas mesas comprimidas para prevenir a flambagem lateral com torção, enquanto as mesas tracionadas estavam livres para se movimentar (ver Figura 2.7).

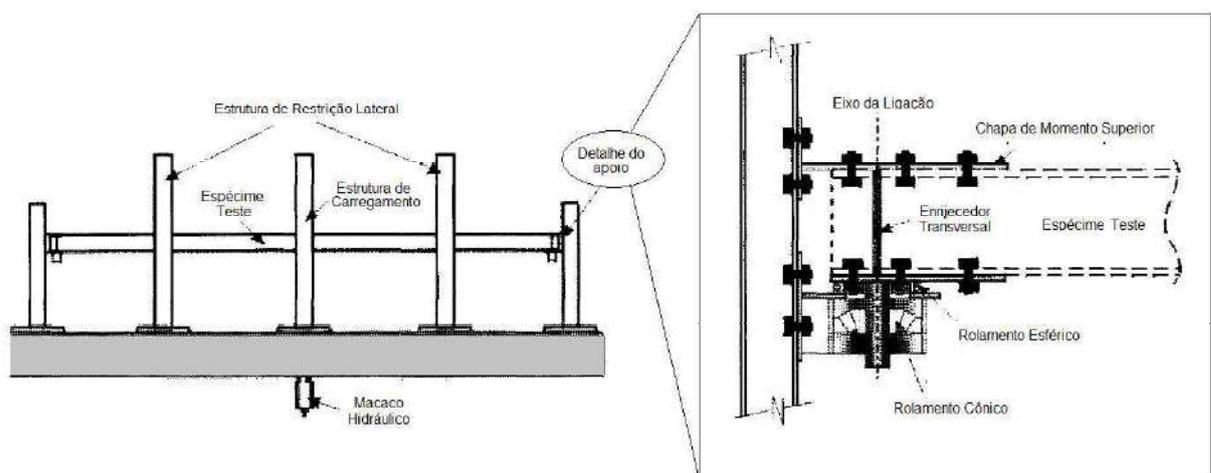


Figura 2.7 – Desenho esquemático das condições de contorno utilizadas para o ensaio experimental (Adaptado de Grondin e Cheng 1999)

Uma força localizada transversal foi aplicada no meio do vão das vigas e leitores de tensão foram colocados na alma, sob o ponto de atuação da força, para determinar a distribuição de tensões. Outros leitores também foram colocados por toda a extensão da viga para determinar

os pontos de inflexão. Translações foram medidas na alma e na mesa inferior ao longo da viga.

As vigas testadas experimentalmente foram modeladas (Figura 2.8) e analisadas utilizando o programa comercial de elementos finitos ABAQUS (Hibitt *et al.*, 2013), com 1.024 elementos de casca S4R, que possui 4 nós com seis graus de liberdade e integração reduzida. O material foi simulado como elastoplástico com resistência ao escoamento,  $f_y$ , de 300 MPa. Os critérios de von Mises e um modelo constitutivo de *kinematic strain-hardening* foram implementados.

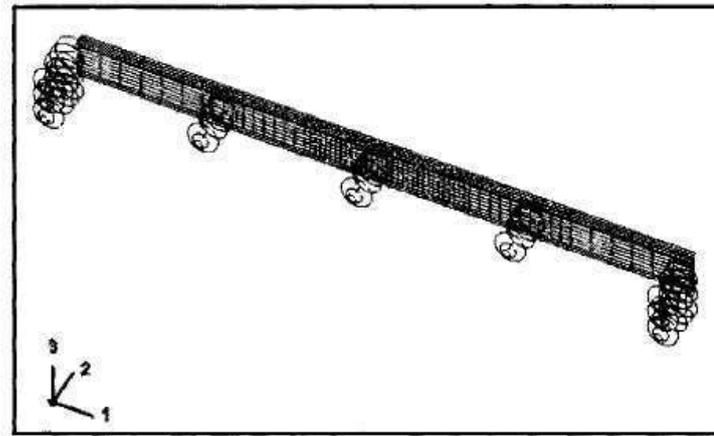


Figura 2.8 - Barra modelada no software ABAQUS (Grondin e Cheng, 1999)

Para modelar uma série completa de comportamentos de pré- e pós-flambagem, a solução encontrada pelos pesquisadores foi a de controle de força padrão, de *Newton-Raphson* e, posteriormente, para atingir a força última, o método de Riks.

Além disso, elementos de mola foram utilizados nos pontos de restrição lateral para simular a flexibilidade da interação alma-mesa e, para os apoios, foram implementadas molas nas mesas superior e inferior para simular a rigidez das ligações das barras testadas. As rigidezes dessas molas foram calculadas com base nos pontos de inflexão medidos nos ensaios.

As tensões residuais e as imperfeições geométricas iniciais das vigas ensaiadas não foram medidas, por isso, fez-se a consideração de tensão residual máxima de 30% da resistência ao escoamento do aço, como mostra a Figura 2.9, sendo simuladas numericamente na forma de distribuição de temperatura. Para as imperfeições iniciais, foram adotados valores com a magnitude máxima no meio do vão de 0,1% do comprimento da viga, também conforme a Figura 2.9.

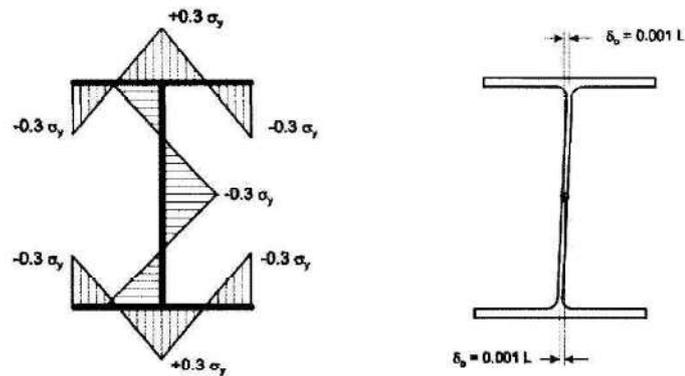


Figura 2.9 - Tensões residuais (à esquerda -  $\sigma_y$  é a resistência ao escoamento do aço) e imperfeição geométrica (à direita) adotadas no estudo (Grondin e Cheng, 1999)

Como resultado, com uma única exceção, as forças últimas dos ensaios experimentais ficaram abaixo das obtidas pelo método dos elementos finitos. Os autores consideraram que essa diferença pode ter sido causada pelos efeitos causados pelos momentos negativos nos apoios, que diminuem consideravelmente a força resistente, e pela falta de precisão das tensões residuais e imperfeições geométricas iniciais adotadas.

De posse da distribuição padrão de tensões obtidas nos ensaios das quatro vigas, Grondin e Cheng (1999) propuseram distribuições de tensões verticais quadráticas, cúbicas e exponenciais sob a força para o desenvolvimento de expressões simplificadas, usando um modelo de barra comprimida para a alma similar ao proposto por Summers e Yura (1982).

As mudanças feitas no modelo foram a adição de molas rotacionais nas partes superior e inferior da barra para simular a restrição à rotação proporcionada pelas mesas e o acréscimo de uma mola linear na mesa superior para modelar a restrição flexível lateral observada nas vigas (Figura 2.10).

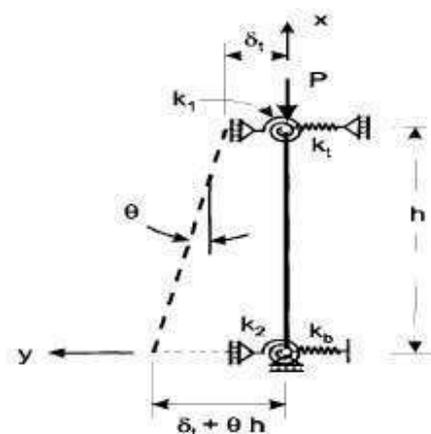


Figura 2.10 - Modelo modificado de flambagem (Grondin e Cheng, 1999)

A força crítica foi calculada para cada distribuição de tensão na alma usando o princípio de conservação de energia e pode ser expressa por:

$$P_{cr} = A k_b h \left( 1 - \frac{k_b}{k_t + k_b} + \frac{k_1 + k_2}{k_b h^2} \right) \quad (2.9)$$

com

$$k_b = \frac{C E t_f b_f^3}{12 L^3} \quad (2.10)$$

$$k_{1,2} = 0,5128 E \frac{b_f t_f^3}{L} \quad (2.11)$$

em que  $C$  é um coeficiente correspondente ao tipo de fixação de extremidade da mesa tracionada, dependente do tipo de apoio da viga (ver Item 3.2),  $k_b$  é a rigidez lateral da mesa inferior e  $k_t$  é a rigidez lateral da mesa superior. Os termos  $k_1$  e  $k_2$  referem-se à rigidez das molas angulares da alma superior e inferior, respectivamente. A constante  $A$  varia conforme a distribuição de tensões, sendo igual a 2,0 para distribuição linear, 3,0 para quadrática, 3,15 para cúbica e 3,45 para exponencial. A rigidez  $k_t$  deve refletir a rigidez da mesa superior e do seu travamento lateral.

Com exceção da distribuição linear de tensões, todos os modelos numéricos superestimaram a força resistente das vigas para os espécimes ensaiados. Entretanto, é importante destacar que o tipo de apoio utilizado nos ensaios diminuiu essa força resistente.

Um novo estudo paramétrico foi conduzido, sem a atuação de momentos negativos na extremidade, para a validação da equação que foi subdividida em três a fim de representar cada tipo de distribuição, com uma apresentação similar às equações presentes na norma norte-americana (ver Subitem 3.2). Dentre as distribuições, a exponencial obteve uma representação mais precisa, sendo dada por:

$$P_{cr} = 11.500 \frac{t_w^3 t_f}{h^2} \left[ 0,4 \left( \frac{h/t_w}{L/b_f} \right)^3 \right] \quad (2.12)$$

Destaca-se que os resultados são obtidos por essa equação em quilonewtons, para as medidas de comprimento fornecidas em milímetros. Assim como nas equações propostas pelo

procedimento normativo (ver capítulo 3), considera-se que para vigas em que o momento solicitante for maior que o de início do escoamento, o valor obtido deve ser reduzido pela metade, para consideração do efeito do escoamento.

## 2.5 Topkaya (2006)

No estudo de Topkaya (2006), foram desenvolvidas novas equações para a força localizada resistente, com relação ao estado-limite último de flambagem lateral da alma de vigas simplesmente apoiadas, por meio de análise numérica.

O estudo foi realizado com o programa comercial ANSYS, em que os autovalores foram obtidos através de análise linearizada de flambagem, utilizando-se de modelagem com a interação dos elementos de alma e mesa a partir do método dos elementos finitos. Para tal, um elemento de casca de 8 nós e integração reduzida foi utilizado.

Foi feito um estudo paramétrico com 2.000 vigas geradas a partir da combinação de cinco esbeltezes de alma, variando de 50 a 250, quatro esbeltezes de mesa, variando de 2,5 a 10, e com cinco comprimentos, com a razão  $L/d$  de 1 a 16.

Para a força crítica de flambagem de vigas simplesmente apoiadas com a rotação da mesa carregada livre, obteve-se:

$$P_{cr} = \left[ 2,8 \left( \frac{L}{h} \right)^{-1} + 3,4 \left( \frac{L}{h} \right)^{0,1} \left( 1 - e^{-\sqrt{\beta}} \right) \right] \frac{\pi^2 E}{12(1 - \nu^2)} \frac{t_w^3}{h} \quad (2.13)$$

em que  $\beta$  é um fator adimensional proposto por Lagerqvist e Johansson (1996) que expressa a influência das mesas na flambagem da alma. Esse fator é dado por:

$$\beta = \frac{b_f t_f^3}{h_w t_w^3} \quad (2.14)$$

Para a força crítica de flambagem de vigas simplesmente apoiadas com a rotação da mesa carregada impedida, chegou-se a:

$$P_{cr} = \left[ 5,4 \left( \frac{L}{h} \right)^{-0,5} + 2,2 \left( \frac{L}{h} \right)^{0,3} \left( 1 - e^{-\sqrt{\beta}} \right) \right] \frac{\pi^2 E}{12(1 - \nu^2)} \frac{t_w^3}{h} \quad (2.15)$$

As comparações entre as forças resistentes obtidas pelas equações desenvolvidas e os resultados

apresentados pelo método dos elementos finitos são dadas na Figura 2.11. Observa-se uma convergência significativa, e o autor considerou isso um indicativo que as equações são boas alternativas para os valores conservadores fornecidos pela norma norte-americana de projeto de estruturas de aço de edificações.

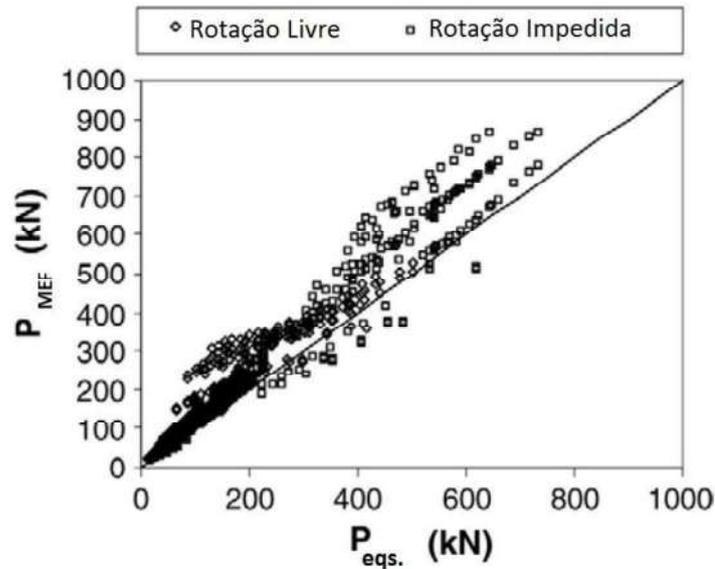


Figura 2.11 - Comparação entre os resultados obtidos pelas equações de Topkaya e o método dos elementos finitos (Topkaya, 2006)

Topkaya (2006), adicionalmente, apresentou soluções para o caso de vigas com momentos negativos nas extremidades, porém indicando que o uso das equações se restringe apenas a alguns modelos do estudo. Além disso, o autor concluiu que dependendo do grau de restrição nos apoios, as vigas com momentos negativos atuantes na extremidade apresentam flambagem lateral com torção antes da flambagem lateral da alma.

# 3

## NORMAS VIGENTES

### 3.1 Considerações Gerais

Neste item são apresentados os procedimentos de cálculo para o estado limite último denominado flambagem lateral da alma, objeto deste estudo, pelas normas norte-americana ANSI/AISC 360:1 e brasileira ABNT NBR 8800:2008.

Na norma europeia EN 1993-1-5:2006, a determinação da força resistente é baseada nos estudos realizados por Lagerqvist e Johansson (1996). Nesse procedimento de cálculo considera-se a interação entre os modos de falha dados pelo escoamento, enrugamento e flambagem, sendo todos realizados para uma única verificação e por esse motivo o Eurocode não foi introduzido neste estudo.

### 3.2 ANSI/AISC 360-16

Desde 1986, a especificação norte-americana do AISC para edificações com estrutura de aço fornece a força localizada resistente para flambagem lateral da alma por meio de equações simples obtidas com base no trabalho de Summers e Yura (1982). Assim, os valores da força resistente se mantêm praticamente inalterados até a norma atual, publicada em 2016, a ANSI/AISC 360-16.

Topkaya (2006) descreve que durante o desenvolvimento das equações do AISC, assumiu-se que uma parte da alma, com largura igual à altura, era efetiva para suportar a força localizada aplicada (Figura 3.1). Essa parte da alma foi então isolada e analisada como uma barra comprimida com uma extremidade na mesa comprimida da viga (mesa onde atua a força localizada) e outra extremidade na mesa tracionada. Em termos de condições de contorno, considerou-se do lado da mesa comprimida translação lateral impedida e rotação livre ou

impedida e o efeito da restrição da mesa tracionada foi representado por uma mola de translação com rigidez  $k$  (Figura 3.2). A tensão normal transversal causada pela força localizada ao longo da altura da alma foi considerada com distribuições linear, quadrática e cúbica, por meio da introdução de forças cortantes verticais conservativas (direção de atuação invariável) colocadas ao longo da altura da alma (Figura 3.2).

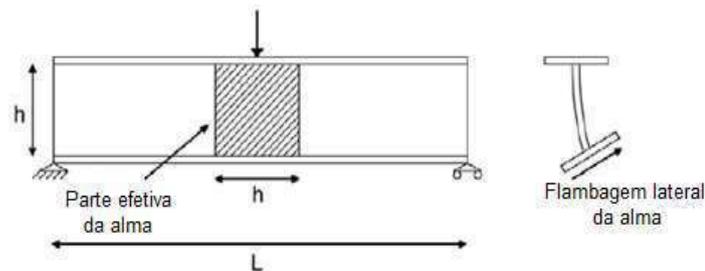


Figura 3.1 - Parte da alma efetiva e flambagem lateral da alma (Topkaya, 2006)

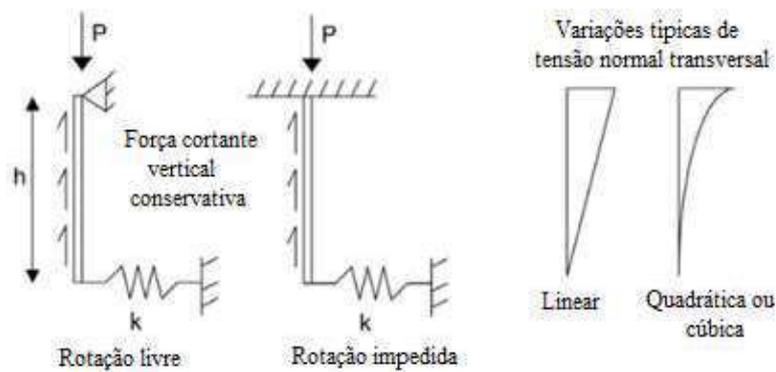


Figura 3.2 - Modelo de barra comprimida adotada pelo AISC (Topkaya, 2006)

Conforme Topkaya (2006), para as três distribuições assumidas para a tensão normal transversal, a força crítica de flambagem da barra comprimida (alma da viga),  $P_{cr}$ , foi obtida de forma adimensional (dividida pela força de flambagem de Euler de uma coluna birrotulada com altura igual à sua largura,  $P_E$ ) em função da rigidez da mola linear que simula a restrição da mesa tracionada,  $k$ , multiplicada pela altura da alma  $h$  e dividida por  $P_E$  (a grandeza  $kh/P_E$  é denominada rigidez lateral adimensional da mesa). Os resultados são apresentados nas figuras 3.3 e 3.4 para os casos de a mesa carregada estar com rotação livre e impedida, respectivamente. Para as duas condições de contorno, a força crítica aumenta à medida que a tensão normal transversal varia de linear para cúbica. A resposta de todas as curvas é não linear e atinge assintoticamente um valor máximo, igual à força crítica de flambagem para uma situação em que não há movimento lateral da mesa tracionada e a alma flamba entre as mesas, para cada uma das variações de tensão normal transversal.

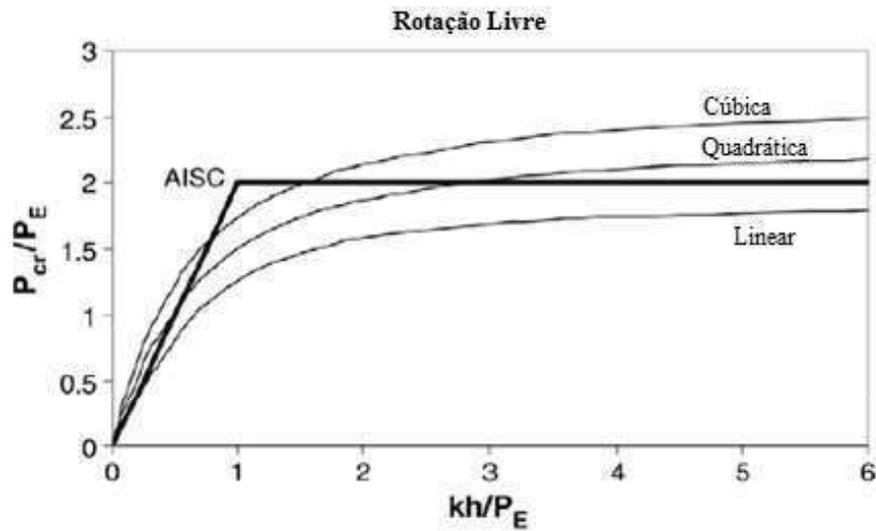


Figura 3.3 - Variação da força crítica de flambagem com a rigidez da mola para a mesa carregada com rotação livre (Topkaya, 2006)

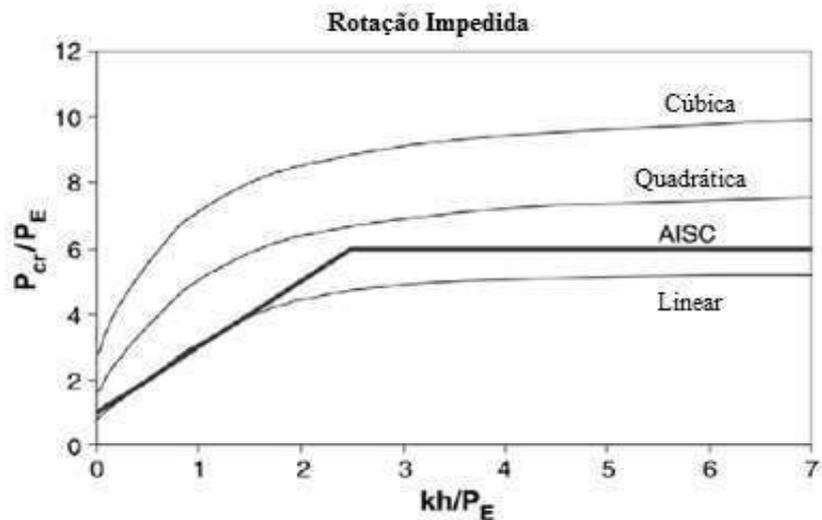


Figura 3.4 - Variação da força crítica de flambagem com a rigidez da mola para a mesa carregada com a rotação impedida (Topkaya, 2006)

Ainda conforme Topkaya (2006), as equações do AISC foram desenvolvidas com base na variação linear da tensão normal transversal e estão apresentadas também nas figuras 3.3 e 3.4. Por essas figuras infere-se que, para a mesa comprimida com rotação livre adotou-se uma variação hipotética entre as distribuições linear, quadrática e cúbica, embora mantendo a inclinação inicial da linear, e para a mesa comprimida com rotação impedida, entre as distribuições linear e quadrática, mas também mantendo uma inclinação inicial próxima da linear.

Mullin e Cheng (1995) apresentaram a Figura 3.5, comparando as curvas de variação linear da tensão normal transversal de Summers e Yura (1982) com as equações do AISC para rotação

da mesa comprimida livre e impedida. Nessa figura, de fato, observa-se uma aproximação muito boa entre as curvas dos dois pesquisadores e da norma norte-americana.

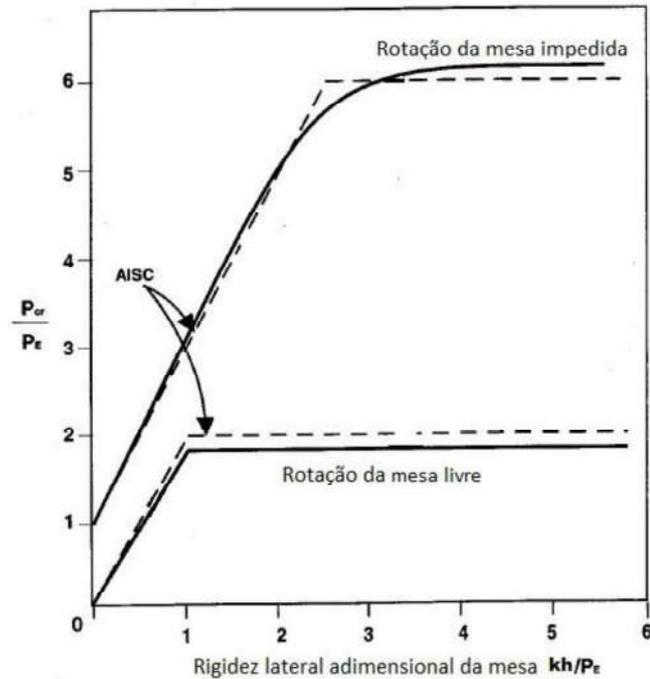


Figura 3.5 - Comparação entre as curvas de variação linear da tensão de Summers e Yura (1982) e as equações do AISC (Mullin e Cheng, 1995)

Para o caso da mesa carregada com rotação livre, com base na Figura 3.3, a força crítica de flambagem,  $P_{cr}$ , pode ser expressa como:

$$\frac{P_{cr}}{P_E} = \frac{2 kh}{P_E} \leq 2 \quad (3.1)$$

A rigidez da mola pode ser derivada da rigidez lateral da mesa tracionada como segue:

$$k = \frac{CEt_f b_f^3}{12 L^3} \quad (3.2)$$

A equação do ANSI/AISC 360-16, e de seus antecessores desde 1986, para a força resistente nominal à flambagem pode ser obtida rearranjando os termos na Equação (3.1), sendo apresentada a seguir:

$$P_{cr} = \frac{C_r t_w^3 t_f}{h^2} \left[ 0,4 \left( \frac{h/t_w}{L/b_f} \right)^3 \right] \quad (3.3)$$

em que

$$C_r = \frac{CE}{2,4} \quad (3.4)$$

Um valor de  $C_r$  de  $6,6 \times 10^6$  MPa é usado assumindo para  $C$  uma fixação de extremidade intermediária para a mesa tracionada, igual a 80. O valor de  $C_r$  é reduzido à metade, ou seja, se torna igual a  $3,3 \times 10^6$  MPa, nos casos em que o momento fletor solicitante de cálculo na posição da força localizada é maior que o momento correspondente ao início do escoamento. O limite na Equação (3.1), lembrando que  $P_E = \pi^2 EI/h^2$  com  $I = h t_w^3/12$ , pode então ser escrito como:

$$\frac{C}{\pi^2} \left( \frac{h/t_w}{L/b_f} \right)^3 \frac{t_f}{h} \leq 1 \quad (3.5)$$

Usando o valor aproximado de  $h/t_f$  de 40, que é válido para a maioria das vigas econômicas, e com  $C$  igual a 80, o limite para a flambagem lateral da alma se torna:

$$\left( \frac{h/t_w}{L/b_f} \right) \leq 1,7 \quad (3.6)$$

Se esse limite é excedido, considera-se que flambagem lateral da alma não ocorre e a alma flamba sem movimento da mesa tracionada.

Para o caso da mesa carregada com rotação impedida, com base na Figura 3.4, a força crítica de flambagem pode ser expressa como:

$$\frac{P_{cr}}{P_E} = 1 + \frac{2 kh}{P_E} \leq 6 \quad (3.7)$$

Por meio de um rearranjo similar, a equação do ANSI/AISC 360-16 se torna:

$$F_{Rd} = \frac{C_r t_w^3 t_f}{h^2} \left[ 1 + 0,4 \left( \frac{h/t_w}{L/b_f} \right)^3 \right] \quad (3.8)$$

O limite para a flambagem lateral da alma para o caso em que a mesa carregada tem a rotação impedida fica igual a:

$$\left( \frac{h/t_w}{L/b_f} \right) \leq 2,3 \quad (3.9)$$

Topkaya (2006) reitera que o AISC adota um modelo muito simples para determinar a força resistente das vigas à flambagem lateral da alma, razão pela qual suas equações possuem várias lacunas, como:

- para o caso da mesa carregada com rotação livre, a Equação (3.3) fica independente da espessura da alma  $e$ , portanto, não reflete o efeito da rigidez à flexão desse elemento;
- não levam em conta a influência do momento fletor na tensão de flexão atuante na seção transversal sob a força localizada, apesar de sua importância ter sido apontada por Summers e Yura (1982);
- fornecem estimativas conservadoras da capacidade resistente conforme o estudo de Grondin e Cheng (1999), apesar de a Equação (3.8) não levar em conta explicitamente o efeito da espessura da alma;
- não distinguem vigas com uma força localizada com momento fletor negativo ou positivo nas extremidades, apesar de Summers e Yura (1982) terem mostrado que vigas com momentos negativos nas extremidades são mais suscetíveis à flambagem lateral da alma.

Mullin e Cheng (1995) mencionam ainda que os resultados das equações do AISC têm as imprecisões de considerar, para todas as vigas, a razão entre a altura da alma e espessura da mesa ( $h/t_f$ ) de 40, e de substituir a solução não dimensional das curvas de Summers e Yura (1982) por uma reta (figuras 3.3 e 3.4).

O conservadorismo atribuído às equações do AISC foi provado pelos ensaios com momento negativo atuando na extremidade de Grondin e Cheng (1999) e por Topkaya (2006) conforme Tabela 3.1 e Figura 3.6, respectivamente.

Tabela 3.1 - Valores obtidos pelos ensaios de Grondin e Cheng (1999) e pela equação do AISC

<b>Espécime</b>	<b>Ensaio (kN)</b>	<b>AISC (kN)</b>	$\Delta$
<b>1</b>	112	61	183%
<b>2</b>	135	46	293%
<b>3</b>	137	80	171%
<b>4</b>	170	150	113%

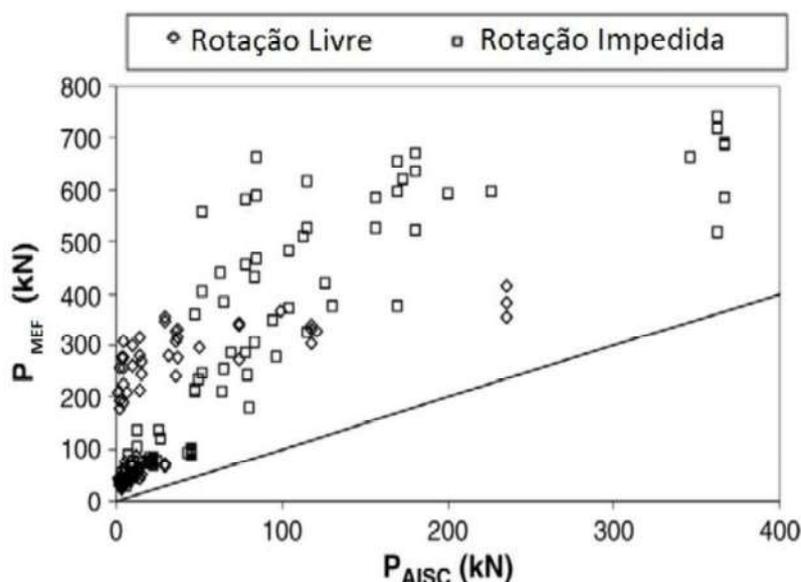


Figura 3.6 - Comparação entre os resultados obtidos pelo AISC e pelo método dos elementos finitos (Topkaya, 2006)

Além das incertezas e lacunas supracitadas, não pode deixar de ser mencionado que as equações do ANSI/AISC 360-16 são baseadas na teoria da flambagem linear elástica, ao passo que, muitas vezes, as vigas podem experimentar escoamento devido aos altos momentos atuando na seção sob a força localizada. Quando isso ocorre, Topkaya (2006) comenta que as equações desenvolvidas superestimam grosseiramente a capacidade de flambagem das vigas. Esse autor ainda explicita que as vigas podem possuir uma resistência pós-flambagem que necessita de investigação.

O ANSI/AISC 360-16 representa a força resistente nominal à flambagem por  $R_n$  (e não  $P_{cr}$ ) e estipula que força resistente de cálculo é igual a:

$$R_d = \phi R_n \quad (3.10)$$

onde  $\phi$  é o coeficiente de ponderação da resistência, igual a 0,85.

Na hipótese de a força localizada de cálculo atuante exceder a força resistente de cálculo, o ANSI/AISC 360-16 prescreve que:

- para o caso da mesa carregada com rotação livre, devem ser colocados no ponto de atuação da força localizada travamentos contra deslocamentos laterais nas duas mesas;
- para o caso da mesa carregada com rotação impedida, pode ser colocado no ponto de atuação

da força localizada travamento contra deslocamento lateral na mesa tracionada, ou enrijecedores transversais de ambos os lados da alma ou chapas de reforço da alma.

### 3.3 ABNT NBR 8800:2008

A norma brasileira ABNT NBR 8800:2008 adota a mesma teoria do ANSI/AISC 360-16. Assim, fornece os seguintes valores para a força resistente de cálculo das vigas com relação à flambagem lateral da alma:

- para o caso da mesa carregada com rotação livre

$$F_{Rd} = \frac{C_r t_w^3 t_f}{\gamma_{a1} h^2} \left[ 0,37 \left( \frac{h/t_w}{L/b_f} \right)^3 \right] \quad (3.11)$$

- para o caso da mesa carregada com rotação impedida

$$F_{Rd} = \frac{C_r t_w^3 t_f}{\gamma_{a1} h^2} \left[ 0,94 + 0,37 \left( \frac{h/t_w}{L/b_f} \right)^3 \right] \quad (3.12)$$

Pode-se constatar que as equações (3.11) e (3.12) fornecem os mesmos resultados finais das equações (3.3) e (3.8) da norma norte-americana, uma vez que o coeficiente de ponderação da resistência da norma brasileira,  $\gamma_{a1}$ , é igual a 1,10 ( $1/\phi = 1/0,85 = 1,176$ ;  $1,176/\gamma_{a1} = 1,176/1,10 = 1,07$ ;  $0,40/1,07 = 0,37$ ;  $1,00/1,07 \cong 0,94$ ).

A única diferença entre as normas brasileira e norte-americana é que a primeira, na hipótese de a força localizada de cálculo atuante exceder a força resistente de cálculo, para o caso da mesa carregada com rotação impedida, não prevê a solução por meio de chapas de reforço da alma.

# 4

## ANÁLISE NUMÉRICA

### 4.1 Considerações Gerais

A modelagem das vigas neste trabalho foi realizada por meio do programa comercial ABAQUS (Hibitt *et al.*, 2013), capaz de efetuar análises numéricas a partir do método dos elementos finitos (MEF) baseando-se na aproximação das condições de equilíbrio de um corpo conforme as equações de Lagrange a partir do Princípio dos Trabalhos Virtuais (PVT).

Neste capítulo são apresentados os parâmetros utilizados para o desenvolvimento dos modelos numéricos a fim de representar com confiabilidade a flambagem lateral da alma. Aqui são discutidas as definições das propriedades do material, condições de contorno e carregamento, imperfeições de material e geométricas, refinamento da malha e a calibração do modelo, tendo como referência a viga padrão estabelecida neste estudo: perfil PS 800 x 320 x 16 x 9,5 (altura da seção transversal,  $d$ , igual a 800 mm; largura das mesas,  $b_f$ , igual a 320 mm; espessura das mesas,  $t_f$ , igual a 16 mm; espessura da alma,  $t_w$ , igual a 9,5 mm) com comprimento de 12 m.

### 4.2 Propriedades do Material

Neste estudo, as propriedades do aço foram consideradas conforme Earls (1999), que adotou uma maneira simplificada de representar as características mecânicas desse material através da consideração do comportamento elastoplástico trilinear, conforme a Figura 4.1. No diagrama de tensão-deformação dessa figura, pode-se observar o comportamento elástico do aço, que perdura até que a resistência ao escoamento  $f_y$  seja alcançada, logo após, as seções I a III, que correspondem ao comportamento inelástico do aço em que são levadas em conta a fase de encruamento e a resistência à ruptura  $f_u$ .

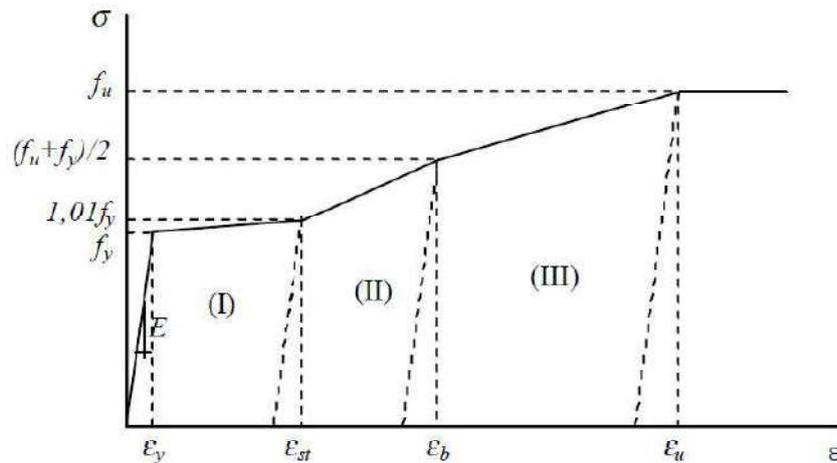


Figura 4.1 - Diagrama tensão x deformação elasto-plástico tri-linear (CASTRO e SILVA, 2006)

No presente estudo, o aço estrutural utilizado como referência foi o ASTM A572-GRAU 50. Assim, as propriedades mecânicas utilizadas foram: módulo de elasticidade  $E$  igual a 200.000 MPa, coeficiente de Poisson  $\nu$  igual a 0,3, resistência ao escoamento ( $f_y$ ) de 345 MPa e resistência à ruptura ( $f_u$ ) de 450 MPa, com as deformações  $\epsilon_y$ ,  $\epsilon_{st}$ ,  $\epsilon_b$  e  $\epsilon_u$  iguais a 0, 0,01726, 0,05394 e 0,15719, respectivamente, conforme diagrama real desenvolvido a partir do diagrama tensão-deformação apresentado por SALMON & JOHNSON (1990).

As imperfeições iniciais foram assumidas no sentido do modo crítico de flambagem, obtido na análise linearizada de flambagem. Para as tensões residuais, foi adotada a mesma distribuição utilizada por CASTRO e SILVA (2006) para perfis soldados, em que as tensões residuais são dadas a partir dos estudos de MC FALLS E TALL (1969), segundo a Figura 4.2.

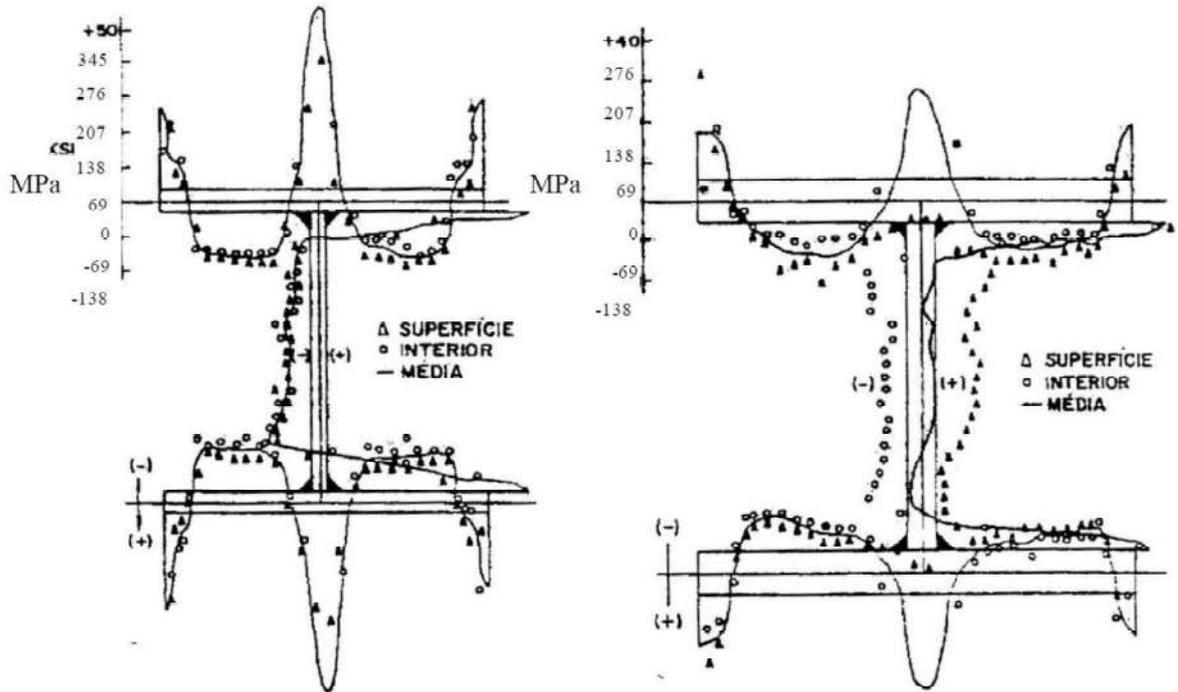


Figura 4.2 - Variação das distribuições de tensões residuais para perfis soldados (Mc Falls e Tall, 1969 *apud* Castro e Silva, 2006)

Para essa representação de distribuição de tensões residuais, Castro e Silva (2006) considerou valores médios para as tensões de modo que dependessem apenas da resistência ao escoamento do aço, sem levar em conta a espessura das placas. Dessa forma, a distribuição foi calculada para as vigas com a obtenção de resultantes nulos para forças e momentos, e os valores resultantes obtidos foram introduzidos nos elementos da seção transversal ao longo do comprimento da viga (Figura 4.3).

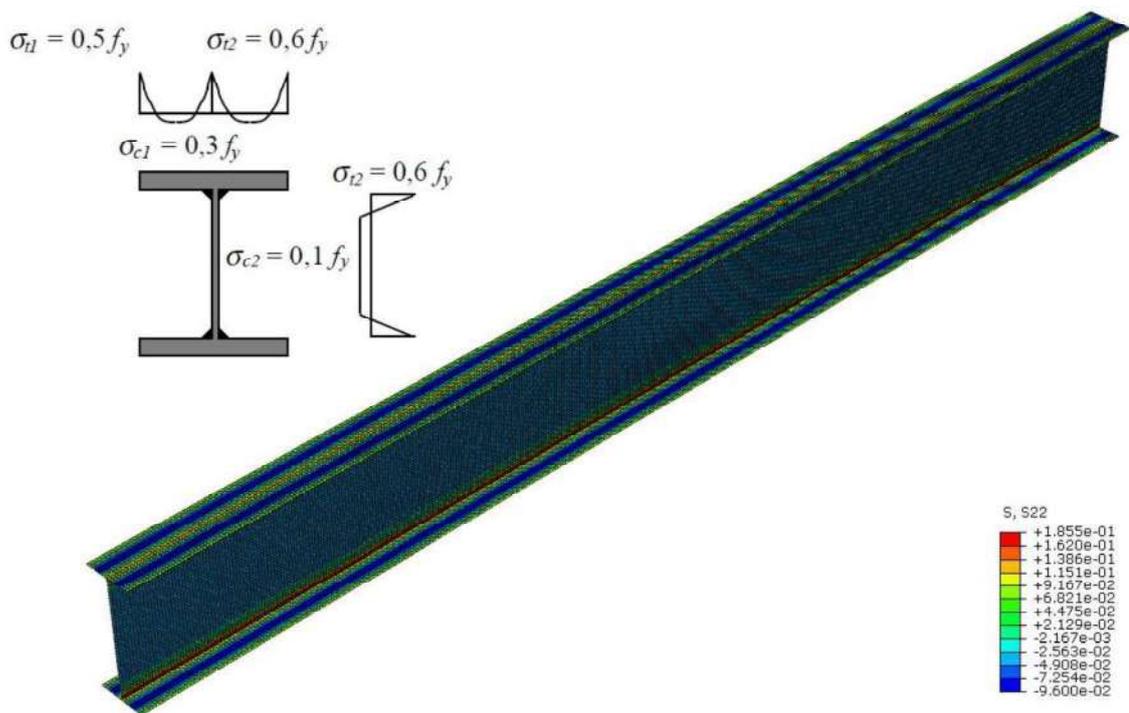


Figura 4.3 - Seção transversal com a distribuição de tensões residuais utilizada por Castro e Silva (2006) e o modelo numérico com as respectivas tensões introduzidas ao longo do comprimento da viga

### 4.3 Condições de Contorno e Carregamento

As condições de contorno para simulação do vínculo de garfo dos apoios, como se vê na Figura 4.4, consistem na restrição da rotação em relação ao eixo z (eixo longitudinal) e ao deslocamento lateral na direção do eixo x (eixo da seção transversal perpendicular à alma) em todos os nós da seção transversal nas extremidades da viga e, para simulação do apoio rotulado, na restrição ao deslocamento na direção do eixo y (eixo da seção transversal situado no plano médio da alma) nos nós das extremidades da alma. Os demais deslocamentos foram considerados livres.

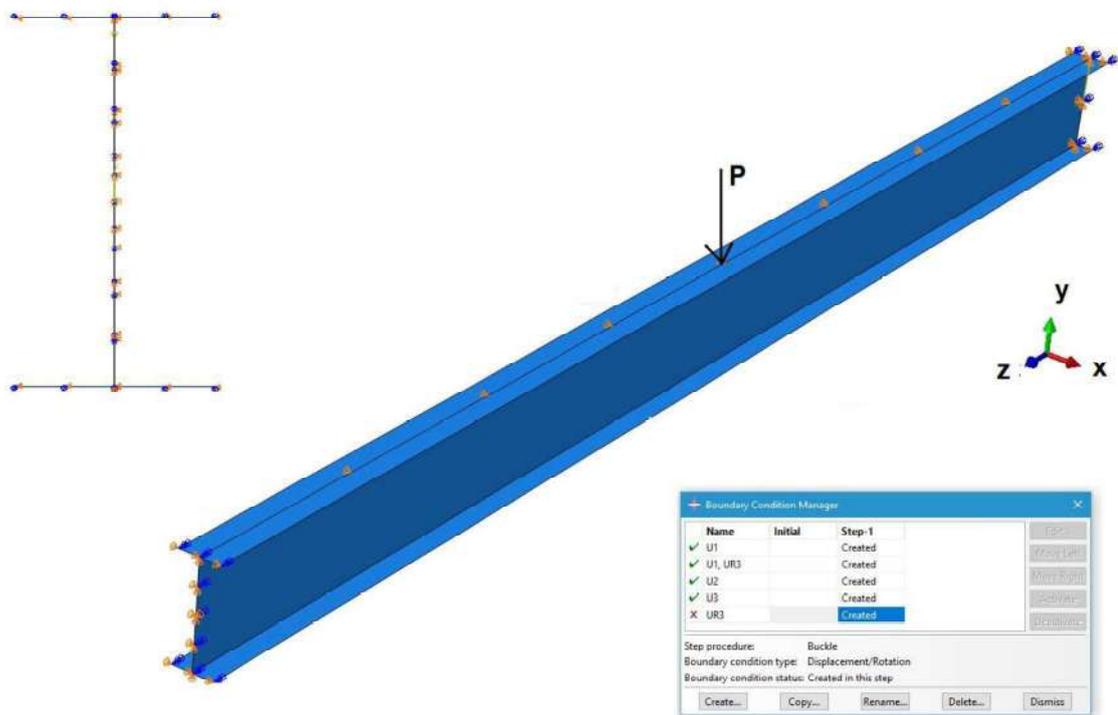


Figura 4.4 - Condições de contorno aplicadas no modelo numérico

A mesa onde atua a força localizada foi considerada com o deslocamento lateral (na direção do eixo x) impedido tanto para vigas com a mesa carregada com rotação livre, quanto para vigas com a mesa carregada com rotação impedida em relação ao eixo longitudinal. Essa consideração, utilizada também por outros autores (ver Capítulo 2), permite que o fenômeno da flambagem lateral da alma ocorra, sem interferência de outros modos de instabilidade, como a flambagem lateral com torção. Nas vigas com a mesa carregada com rotação impedida em torno do eixo z, esse impedimento foi imposto ao longo de todo o comprimento (as análises numéricas mostraram não haver diferença significativa de resultado impedindo a rotação apenas na seção de atuação da força localizada ou em toda a viga).

Para simular o carregamento, inicialmente, para os modelos elásticos, foi aplicada uma força unitária no meio do vão da mesa superior da viga. Dessa forma, foram executadas análises linearizadas de estabilidade e obtidos os autovalores, correspondentes à força crítica de flambagem da viga, com os respectivos autovetores, correspondentes aos deslocamentos do modo de flambagem, no caso deste estudo, a flambagem lateral da alma.

Em seguida, para a obtenção da força última, foi considerado o comportamento elastoplástico

do material e foram introduzidas imperfeições geométricas iniciais ao modelo, correspondentes a uma porcentagem dos deslocamentos do modo de flambagem obtido na análise linearizada elástica com valor de  $L/1.000$ . A força aplicada no meio do vão passou a ser o valor correspondente ao autovalor obtido na análise linearizada. Foram indicados o valor máximo de fator de proporcionalidade da força e o valor de deslocamento máximo do nó de controle para acompanhamento e controle da curva força *versus* deslocamento.

Como resultado o programa fornece um fator de proporcionalidade de força, correspondente a força aplicada, aquela do modelo elástico, e o deslocamento obtido a cada incremento de força no nó de controle, que no caso deste trabalho é o ponto da mesa tracionada de maior deslocamento lateral (eixo x) no modo crítico de flambagem da análise elástica (ver figura 4.5).

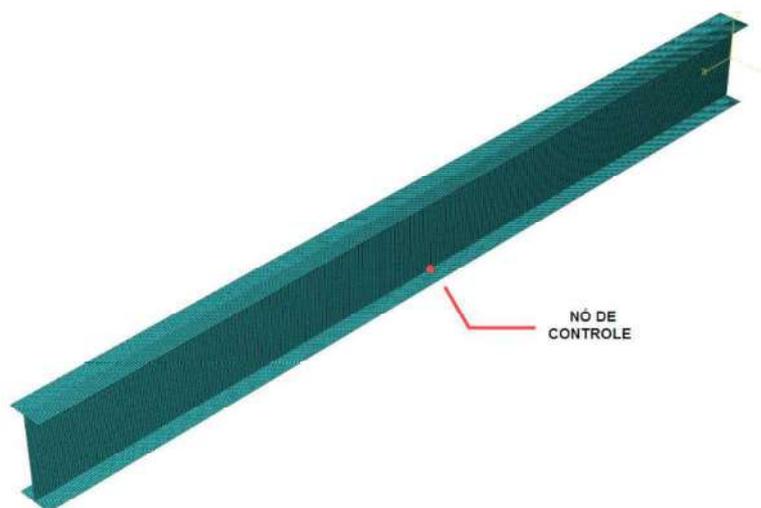


Figura 4.5 - Nó de controle considerado nas análises numéricas

#### 4.4 Vigas Analisadas

Com o intuito de englobar um grande arranjo de valores de parâmetros, considerou-se a variação de todas as dimensões da seção transversal, além do comprimento da viga, partindo da viga padrão.

Dessa forma, variou-se a altura do perfil ( $d$ ) para 1.000 mm e 600 mm, a largura das mesas ( $b_f$ ) para 230 mm e 140 mm, a espessura da alma ( $t_w$ ) para 8 mm, 12,5 mm e 16 mm, a espessura das mesas ( $t_f$ ) para 22,4 mm e 31,5 mm, e nove valores de comprimento cobrindo uma faixa da razão entre o vão da viga e a altura da seção transversal ( $L/d$ ) de 10 a 30 para modelos elásticos. Para modelos inelásticos, foram considerados cinco valores de comprimento cobrindo a mesma

faixa da razão  $L/d$  entre 10 e 30 (Tabela 4.1).

Tabela 4.1 - Síntese da combinação de parâmetros

$d$ (mm)	$t_f$ (mm)	$t_w$ (mm)	$b_f$ (mm)	$L/d$
1.000	16	8	140	10
800	22,4	9,5	230	12,5/15
600	31,5	12,5	320	...
-	-	16	-	30

A combinação entre os perfis, resultantes da variação dos valores das dimensões da seção transversal e da razão  $L/d$ , gerou 432 vigas para análises com comportamento elástico e 112 vigas para análises com comportamento inelástico.

#### 4.5 Descrição do Elemento e da Malha

As vigas foram modeladas com o elemento de casca S4 do programa ABAQUS (Hibitt *et al.*, 2013). Esse elemento é comumente utilizado na modelagem de vigas sob flexão, como pode-se observar em Abreu (2011), Bezerra (2011) e Silva (2017). Além disso, ele é muito similar ao S4R utilizado por Grondin e Cheng (1999), pois ambos possuem quatro nós com curvatura dupla, deformação finita e seis graus de liberdade por nó, sendo três referentes à translação e três à rotação. A única diferença entre os elementos é que a integração é reduzida para o SR4 e completa para o S4.

Para a determinação do tamanho do elemento foi realizada uma avaliação da influência do refinamento da malha de elementos finitos, em que buscou-se observar a precisão dos resultados da força crítica em função do tempo de processamento para as vigas com a mesa carregada com rotação impedida ( $P_{cr-RI}$ ) e livre ( $P_{cr-RL}$ ).

Os resultados, mostrados na Tabela 4.2, indicam boa convergência para todos os tamanhos de elementos analisados para o comportamento elástico e, portanto, foi utilizado o elemento de lados iguais a 20 mm.

Tabela 4.2- Estudo de refinamento de malha para o comportamento elástico

Tamanho do Lado do Elemento (mm)	$P_{cr-RI}$ (kN)	Tempo	$\Delta$	$P_{cr-RL}$ (kN)	Tempo	$\Delta$
5	998,10	2hrs 42min 15s	-	527,34	2hrs 4min 50s	-
10	998,29	27min 2s	0,02%	527,48	26min 33s	0,03%
20	998,91	8min 21s	0,08%	527,88	7min 27s	0,10%
25	999,35	4min 39s	0,13%	528,15	4min 55s	0,15%
50	1002,20	2min 16s	0,41%	529,51	1 min 15s	0,41%

Para o comportamento inelástico foi utilizado o mesmo tamanho do elemento do modelo elástico, entretanto, observou-se que para as demais larguras das mesas das vigas estudadas houve a formação de elementos de tamanho irregular tornando a malha não uniforme. Dessa forma, foi adotado a divisão de dezesseis elementos ao longo da mesa, o mesmo número de divisões utilizado na viga padrão.

## 4.6 Calibração do Modelo Elástico

### 4.6.1 Considerações Iniciais

Na literatura científica não existem resultados devidamente comprovados a respeito do cálculo da força localizada crítica em regime elástico que possam servir como instrumentos de calibração do modelo desenvolvido no presente trabalho. Sobre isso, inclusive, Topkaya (2006) informa que os resultados dos autores anteriores não devem servir como referência. No entanto, os resultados numéricos desse próprio autor não podem ser utilizados com precisão, pois são apresentados na forma de um conjunto de pontos obtidos de diversas vigas (ver Figura 3.6), que não têm seu detalhamento fornecido.

Dessa forma, para a calibração, além das equações da norma norte-americana, as equações (2.13) e (2.15) também foram analisadas, pois representam de modo aproximado os resultados numéricos do estudo de Topkaya (2006), embora essas equações forneçam alguns resultados incoerentes que serão melhor discutidos a seguir.

Na calibração, a influência de cada parâmetro é estudada para 18 vigas avaliadas derivadas da viga padrão deste estudo, variando-se todas as dimensões da seção transversal e o seu comprimento, considerando a mesa carregada com rotação impedida e livre.

## 4.6.2 Vigas com a Mesa Carregada com Rotação Impedida

### 4.6.2.1 Resultados do AISC, de Topkaya (2006) e Deste Estudo

Na Tabela 4.3 são apresentadas as 18 vigas derivadas da viga padrão, juntamente com as forças críticas obtidas pelo AISC, por Topkaya (2006) e por este estudo. Observa-se que o AISC quase sempre fornece resultados conservadores e que há uma boa convergência entre os modelos analisados com as equações de Topkaya (2006) para a razão  $L/d$  de 16, com algumas exceções causadas por incoerências existentes nessas equações.

Tabela 4.3 - Valores obtidos para a calibração de vigas com a mesa carregada com rotação impedida

Viga	Dimensões						Força Crítica (kN)		
	$d$ (mm)	$t_f$ (mm)	$t_w$ (mm)	$b_f$ (mm)	$L$ (mm)	$L/d$	AISC	Topkaya	Este Estudo
RI-01	600	16	9,5	320	12.000	15	734	1.425	1.563
<b>RI-02</b>	800	16	9,5	320	12.000	15	785	989	1.017
RI-03	1.000	16	9,5	320	12.000	15	894	751	957
<b>RI-02</b>	800	16	9,5	320	12.000	15	785	989	1.017
RI-04	800	22,4	9,5	320	12.000	15	1.098	1.133	1.186
RI-05	800	31,5	9,5	320	12.000	15	1.545	1.209	1.275
RI-06	800	16	8	320	12.000	15	727	639	747
<b>RI-02</b>	800	16	9,5	320	12.000	15	785	989	1.017
RI-07	800	16	12,5	320	12.000	15	966	1.928	1.520
RI-08	800	16	16	320	12.000	15	1.321	3.441	1.951
RI-09	800	16	9,5	140	12.000	15	196	846	265
RI-10	800	16	9,5	230	12.000	15	381	933	613
<b>RI-02</b>	800	16	9,5	320	12.000	15	785	989	1.017
RI-11	800	16	9,5	320	8.000	10	2.311	968	1.207
RI-12	800	16	9,5	320	10.000	12,5	1.253	977	1.148
<b>RI-02</b>	800	16	9,5	320	12.000	15	785	989	1.017
RI-13	800	16	9,5	320	14.000	17,5	547	1.003	912
RI-14	800	16	9,5	320	16.000	20	413	1.018	715
RI-15	800	16	9,5	320	18.000	22,5	332	1.033	594
RI-16	800	16	9,5	320	20.000	25	281	1.048	518
RI-17	800	16	9,5	320	22.000	27,5	246	1.062	465
RI-18	800	16	9,5	320	24.000	30	222	1.077	424

Para melhor ilustrar a razão pela qual os resultados fornecidos pelas equações do AISC e de Topkaya (2006) não são capazes de representar com precisão a força crítica para a flambagem lateral da alma, são definidos nos subíntes a seguir como cada parâmetro influi nessa força,

destacando-se os pontos de incoerência.

#### 4.6.2.2 Influência da Espessura da Alma

Na Figura 4.6 são mostrados os valores da força localizada crítica obtidos segundo este trabalho e as equações de Topkaya (2006) e do ANSI/AISC 360-16, variando-se a espessura da alma do perfil padrão.

Observa-se que os resultados deste trabalho se aproximam muito dos de Topkaya (2006), com a força crítica sempre se elevando com o aumento da espessura da alma, uma vez que esse aumento eleva substancialmente a rigidez lateral desse elemento. Observa-se também que a equação do AISC fornece quase sempre resultados bastante inferiores aos deste trabalho e, ainda, muito pouco dependentes da espessura da alma, o que contradiz o senso lógico e ainda Summers e Yura (1982), que afirmaram que essa espessura tem participação relevante no valor da força crítica.

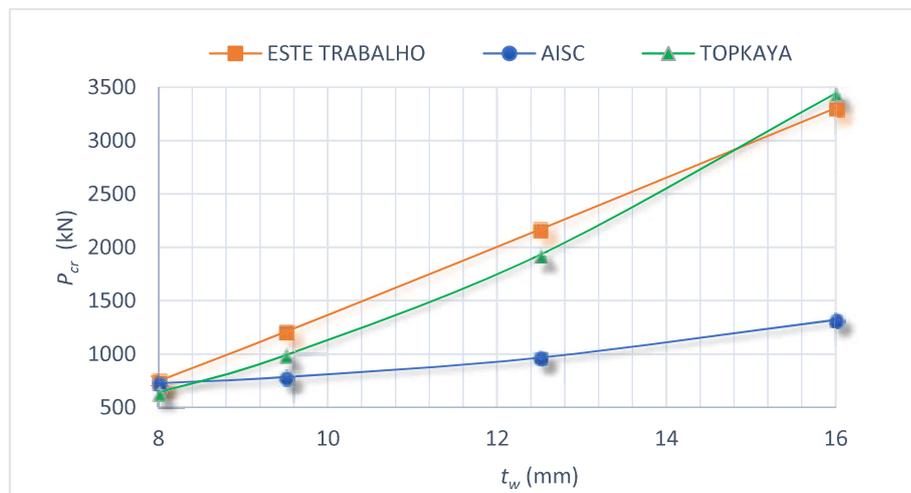


Figura 4.6 - Força crítica em função da variação da espessura da alma para a viga padrão com a mesa carregada com rotação impedida

#### 4.6.2.3 Influência da Altura da Alma

Os resultados obtidos neste trabalho para a viga padrão, variando-se a altura da alma, são apresentados na Figura 4.7 (nessa figura, consta a altura total da seção transversal como indicativa da altura da alma), juntamente com os resultados de Topkaya (2006) e do AISC.

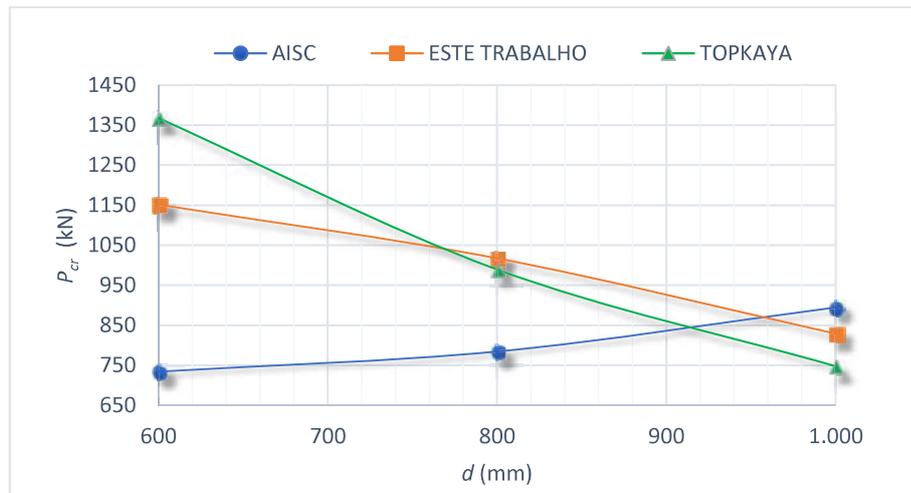


Figura 4.7 - Força crítica em função da variação da altura da alma para a viga padrão com a mesa carregada com rotação impedida

Verifica-se que as forças críticas obtidas neste trabalho e no trabalho de Topkaya (2006) ficaram bastante próximas e consistentes com a afirmação de Summers e Yura (1982) de que a força resistente decresce quase linearmente com o aumento da altura da alma. Os resultados fornecidos pelo AISC, no entanto, são conservadores na maioria da faixa estudada, e opostos aos outros, com a elevação do valor da força resistente com o aumento da altura da alma. Isso parece inconsistente, uma vez que o aumento da altura da alma reduz proporcionalmente sua rigidez.

#### 4.6.2.4 Influência da Espessura das Mesas

Para a viga padrão deste estudo, variando-se a espessura das mesas, foram obtidos os valores da força crítica mostrados na Figura 4.8, juntamente com os valores de Topkaya (2006) e do AISC. Obviamente, sempre a força crítica se eleva, pois com o aumento dessa espessura, a inércia da mesa tracionada em relação ao seu eixo de maior inércia aumenta. É possível perceber novamente uma boa convergência entre os resultados deste trabalho e os de Topkaya (2006), embora os primeiros estejam um pouco superiores aos últimos. Os resultados fornecidos pelo AISC foram bastante discordantes, com a espessura da mesa exercendo uma influência muito mais significativa no valor da força crítica. Por essa razão, a força crítica do AISC para menores espessuras da mesa é inferior, mas a partir de determinada espessura se torna superior aos valores obtidos neste trabalho e por Topkaya (2006).

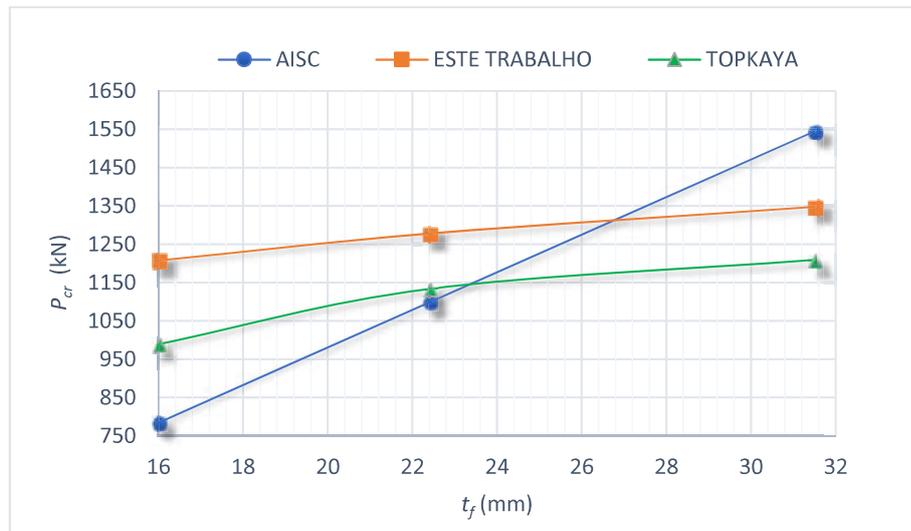


Figura 4.8 - Força crítica em função da variação da espessura das mesas para a viga padrão com a mesa carregada com rotação impedida

#### 4.6.2.5 Influência da Largura das Mesas

Os valores da força crítica obtidos neste trabalho do estudo paramétrico para a viga padrão, variando-se a largura das mesas, são apresentados na Figura 4.9, juntamente com os valores de Topkaya (2006) e do AISC. Nota-se, como era de se esperar, que sempre a força crítica se eleva com o aumento dessa largura, uma vez que inércia da mesa tracionada em relação ao seu eixo de maior inércia também aumenta. Mais uma vez, observa-se o conservadorismo do procedimento de cálculo adotado pelo AISC, e ainda certa convergência entre os resultados deste trabalho e de Topkaya (2006). Nota-se que, no entanto, para Topkaya (2006), a largura das mesas tem pouca influência nos resultados, o que parece pouco consistente.

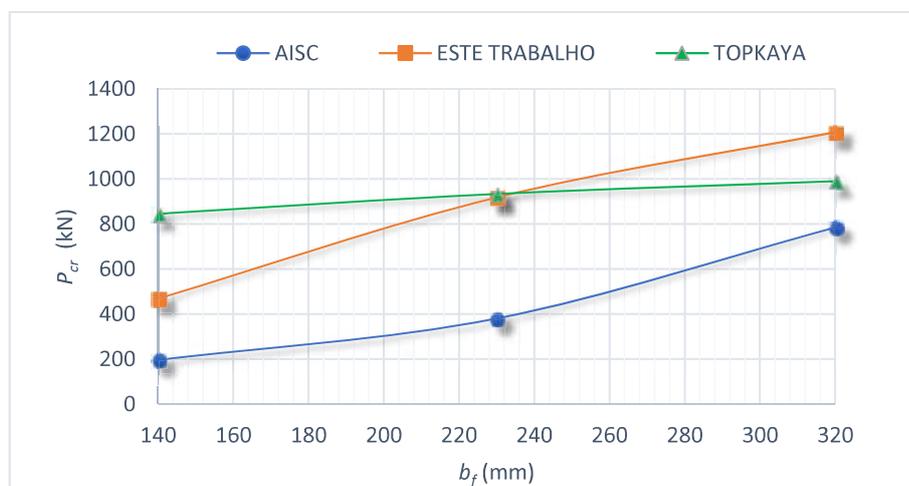


Figura 4.9 - Força crítica em função da variação da largura das mesas para a viga padrão com a mesa carregada com rotação impedida

#### 4.6.2.6 Influência do Comprimento da Viga

Os valores da força crítica obtidos na viga padrão, alterando-se o comprimento da viga entre 10 e 30 vezes a altura da seção transversal são apresentados na Figura 4.10, juntamente com os valores de Topkaya (2006) e do AISC.

Percebe-se que a equação de Topkaya (2006) conduz a um comportamento incoerente, proporcionando aumento da força resistente com a elevação do comprimento da viga. No entanto, deve ser observado que essa equação só pode ser considerada válida para o comprimento da viga  $L$  máximo de 12,8 m (ver destaque na Figura 4.10), pois Topkaya (2006) limitou seu estudo a um valor de  $L/d$  igual a 16 (no caso da viga padrão adotado neste trabalho, que possui altura da seção  $d$  igual a 800 mm, o limite de  $L$  é igual a 12,8 m). Apesar disso, mesmo na faixa de validade, como pode ser visto na Fig. 16 onde o comprimento de 12,8 m é destacado, essa incoerência se manifesta. Os resultados deste trabalho parecem mais consistentes, com a redução da força resistente com o aumento do comprimento, comportamento que também aparece no procedimento do AISC. Nota-se que os valores da força crítica do AISC são maiores que os deste trabalho até a razão  $L/d$  de aproximadamente 13,5 (correspondente ao vão,  $L$ , de 10,4 m – ver destaque na Figura 4.10), e depois ficam menores. Entretanto, deve ser mencionado que para esses casos em que os resultados do AISC são maiores, a norma norte-americana indica que o fenômeno não tem a possibilidade de ocorrer, conforme a Equação (3.9).

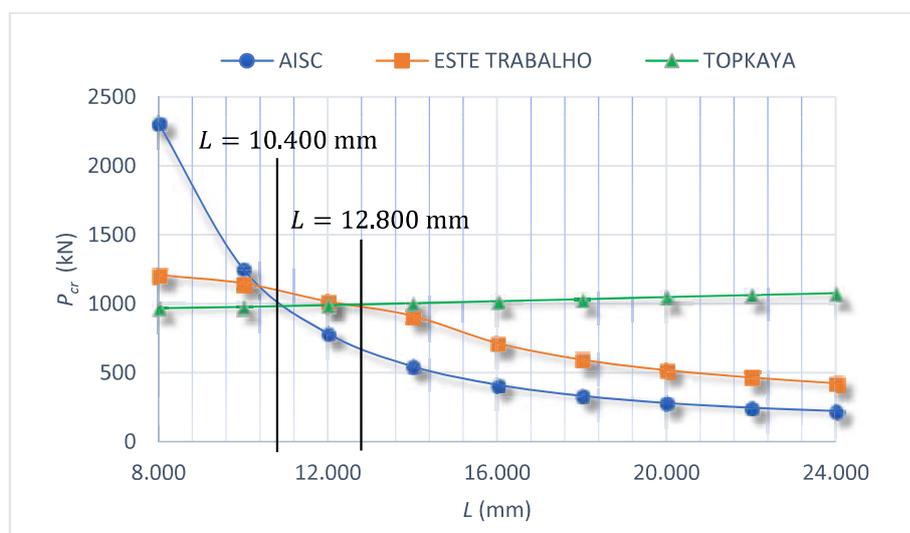


Figura 4.10 - Força crítica em função da variação do comprimento da viga para a viga padrão com a mesa carregada com rotação impedida

### 4.6.3 Vigas Com a Mesa Carregada com Rotação Livre

#### 4.6.3.1 Resultados do AISC, de Topkaya (2006) e Deste Estudo

Na Tabela 4.4 são apresentadas as 18 vigas derivadas da viga padrão, juntamente com as forças críticas obtidas pelo AISC, por Topkaya (2006) e por este estudo. Observa-se que Topkaya (2006) quase sempre fornece resultados superiores e que o AISC, de maneira geral, fornece valores próximos aos obtidos neste estudo quando são excluídas as vigas marcadas com asterisco, pois para essas vigas a Equação (3.6) é falsa, ou seja, o limite de 1,7 é ultrapassado. Essa equação é aquela que determina a probabilidade ou não da ocorrência da flambagem lateral, embora seja importante enfatizar que o movimento lateral da mesa tracionada ocorreu em todas as vigas estudadas.

Tabela 4.4 - Valores obtidos para a calibração de vigas com a mesa carregada com rotação livre

Viga	Dimensões						Força Crítica (kN)		
	$d$ (mm)	$t_f$ (mm)	$t_w$ (mm)	$b_f$ (mm)	$L$ (mm)	$L/d$	AISC	Topkaya	Este Estudo
RL-01	600	16	9,5	320	12.000	15	482	981	474
<b>RL-02</b>	800	16	9,5	320	12.000	15	643	683	528
RL-03*	1.000	16	9,5	320	12.000	15	803	516	517
<b>RL-02</b>	800	16	9,5	320	12.000	15	643	683	528
RL-04	800	22,4	9,5	320	12.000	15	900	812	859
RL-05	800	31,5	9,5	320	12.000	15	1.265	881	1.029
RL-06*	800	16	8	320	12.000	15	643	451	440
<b>RL-02</b>	800	16	9,5	320	12.000	15	643	683	528
RL-07	800	16	12,5	320	12.000	15	643	1.262	585
RL-08	800	16	16	320	12.000	15	643	2.106	653
RL-09	800	16	9,5	140	12.000	15	54	554	92
RL-10	800	16	9,5	230	12.000	15	239	632	246
<b>RL-02</b>	800	16	9,5	320	12.000	15	643	683	528
RL-11*	800	16	9,5	320	8.000	10	2.169	675	696
RL-12*	800	16	9,5	320	10.000	12,5	1.111	679	671
<b>RL-02</b>	800	16	9,5	320	12.000	15	643	683	528
RL-13	800	16	9,5	320	14.000	17,5	405	688	369
RL-14	800	16	9,5	320	16.000	20	271	693	270
RL-15	800	16	9,5	320	18.000	22,5	190	698	206
RL-16	800	16	9,5	320	20.000	25	139	702	163
RL-17	800	16	9,5	320	22.000	27,5	104	707	132
RL-18	800	16	9,5	320	24.000	30	80	711	110

Da mesma forma que no subitem 4.6.2, a seguir são discutidos os resultados obtidos pelas equações do AISC e de Topkaya (2006), juntamente com os deste trabalho, indicando as inconsistências, com base na influência de cada parâmetro no valor da força crítica.

#### 4.6.3.2 Influência da Espessura da Alma

Na Figura 4.11 são mostrados os valores da força localizada crítica obtidos segundo este trabalho e as equações de Topkaya (2006) e do ANSI/AISC 360-16, variando-se a espessura da alma da viga padrão.

Observa-se que os resultados deste trabalho se aproximam muito dos da equação do AISC, embora para esta equação, inconsistentemente, a força crítica independe da espessura da alma, ou seja, ela não leva em conta que essa espessura altera a rigidez lateral da alma. Observa-se também que a equação de Topkaya (2006) fornece quase sempre resultados bastante superiores aos demais, exatamente porque considera-se que a rigidez da alma seja um fator de enorme influência para o ganho na capacidade resistente. Essa influência muito pronunciada parece se tratar de um equívoco pelo fato de a mesa carregada estar com rotação livre.

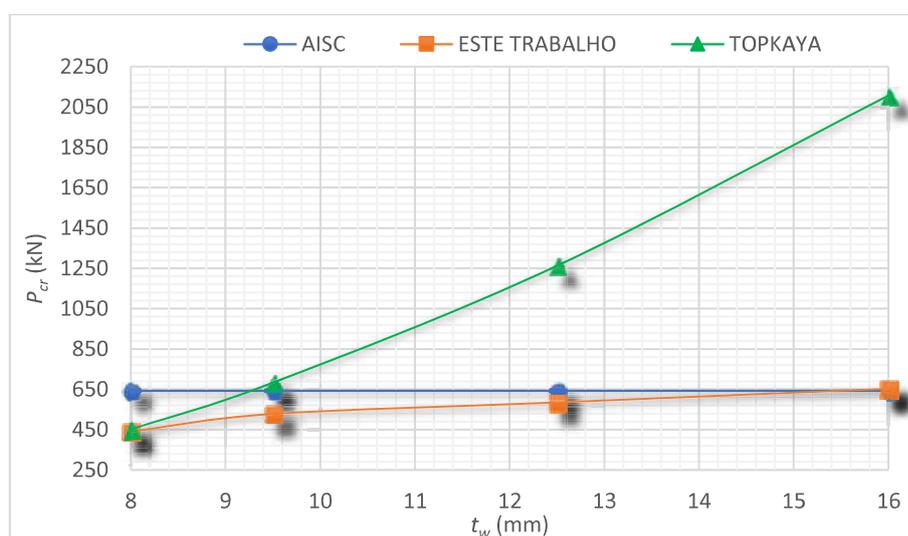


Figura 4.11 - Força crítica em função da variação da espessura da alma para a viga padrão com mesa carregada com rotação livre

#### 4.6.3.3 Influência da Altura da Alma

Os resultados obtidos neste trabalho para a viga padrão, variando-se a altura da alma, são apresentados na Figura 4.12 (nessa Figura, consta a altura total da seção transversal como indicativa da altura da alma), juntamente com os resultados de Topkaya (2006) e do AISC.

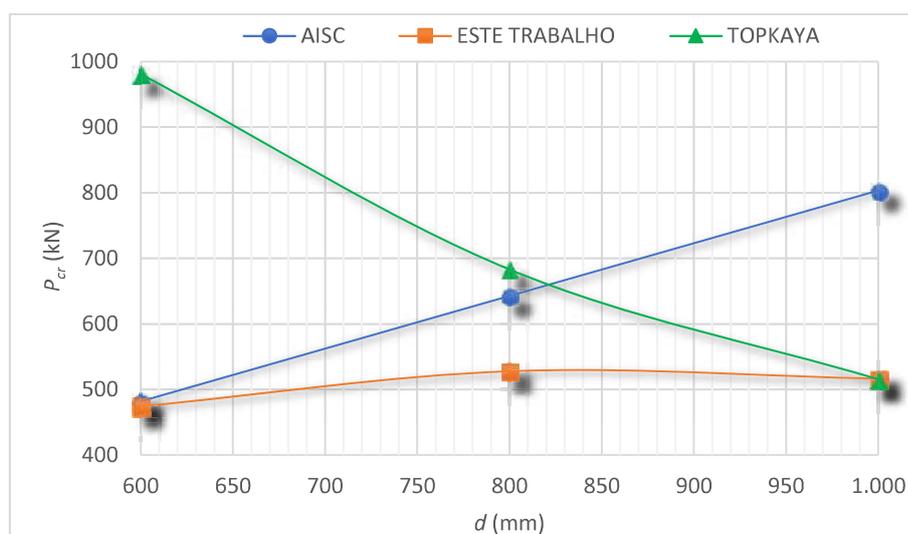


Figura 4.12 - Força crítica em função da variação da altura da alma para a viga padrão com mesa carregada com rotação livre

Verifica-se que novamente Topkaya (2006) considera que a rigidez da alma tem enorme influência nos resultados, mesmo com a mesa carregada com rotação livre, visto que há uma queda brusca da força crítica à medida que a altura da alma aumenta. Os resultados fornecidos pelo AISC, no entanto, apresentam tendência inversa e, assim como para as vigas com mesa carregada com rotação impedida, aparentemente inconsistente em que a força crítica aumenta substancialmente com a perda da rigidez da alma. Observa-se ainda que os resultados do AISC e de Topkaya (2006) são bastante superiores aos obtidos neste trabalho, com a diferença que, os do AISC vão se distanciando dos deste trabalho à medida que a altura da alma se eleva e os de Topkaya (2006), à medida que essa altura se reduz.

#### 4.6.3.4 Influência da Espessura da Mesa

Para a viga padrão deste estudo, variando-se a espessura das mesas, neste trabalho foram obtidos os valores da força crítica mostrados na Figura 4.13, juntamente com os valores de Topkaya (2006) e do AISC. Obviamente, sempre a força crítica se eleva, pois com o aumento dessa espessura, o momento de inércia da mesa tracionada em relação ao seu eixo de maior inércia aumenta. É possível perceber uma boa convergência entre os resultados deste trabalho e os de Topkaya (2006), embora sua equação considere um ganho menos expressivo na força crítica com aumento da espessura. Os resultados fornecidos pelo AISC ficaram próximos, porém, discordantes, com a espessura da mesa exercendo uma influência muito significativa no valor da força crítica. Por essa razão, a força crítica do AISC para menores espessuras da mesa é inferior, mas a partir de determinada espessura se torna superior aos valores obtidos neste

trabalho e por Topkaya (2006).

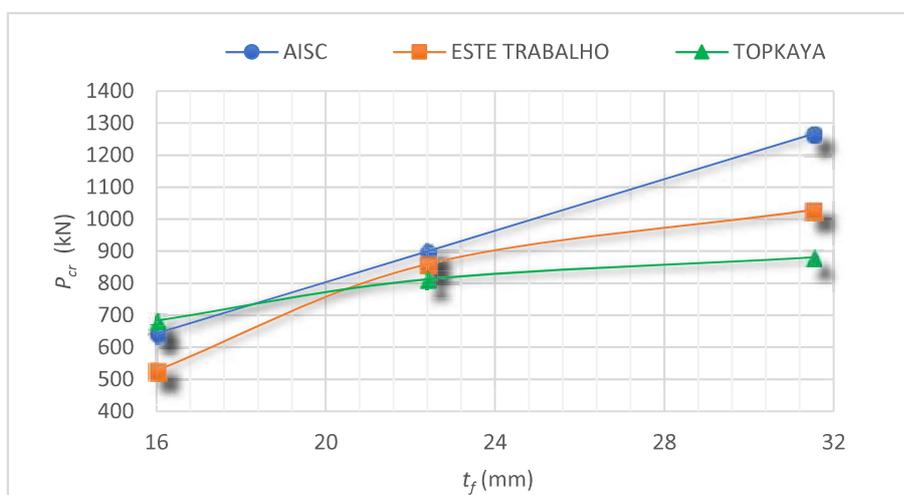


Figura 4.13 - Força crítica em função da variação da espessura das mesas para a viga padrão com mesa carregada com rotação livre

#### 4.6.3.5 Influência da Largura da Mesa

Os valores da força crítica obtidos neste trabalho a partir do estudo paramétrico tendo por base a viga padrão, variando-se a largura das mesas, são apresentados na Figura 4.14, na qual são mostrados também os valores de Topkaya (2006) e do AISC. Nota-se que a força crítica se eleva sempre, pois devido ao aumento da largura, o momento de inércia da mesa tracionada em relação ao seu eixo de maior inércia aumenta substancialmente. Mais uma vez, observa-se a proximidade dos resultados obtidos neste estudo com o procedimento de cálculo adotado pelo AISC, e ainda que os resultados obtidos por Topkaya (2006) são muito superiores aos demais. Nota-se que, novamente, para Topkaya (2006), a largura das mesas tem pouca influência nos resultados, o que parece pouco consistente.

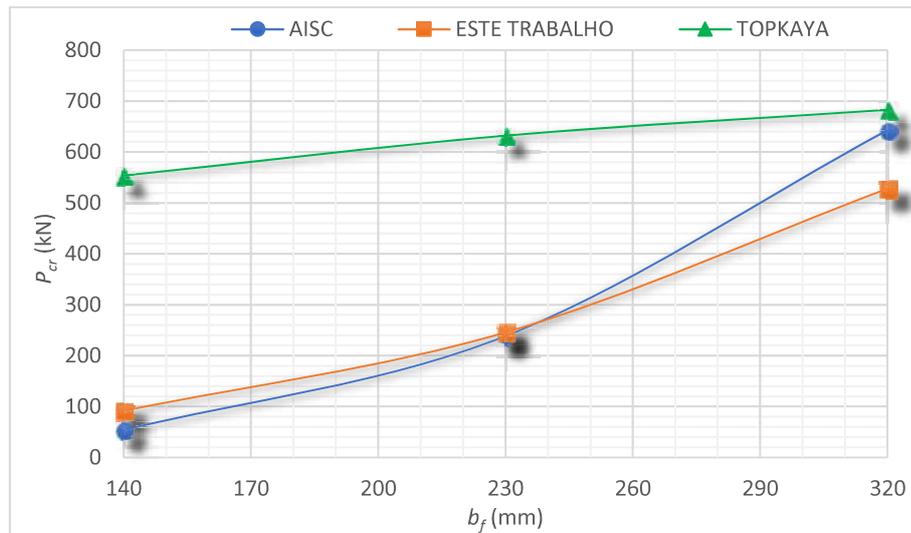


Figura 4.14 - Força crítica em função da variação da largura das mesas da viga padrão com mesa carregada com rotação livre

#### 4.6.3.6 Influência do Comprimento da Viga

Os valores da força crítica obtidos na viga padrão, alterando-se o comprimento dessa viga entre 10 e 30 vezes a altura da seção transversal são apresentados na Figura 4.15, juntamente com os valores de Topkaya (2006) e do AISC.

Percebe-se que a equação de Topkaya (2006) conduz novamente a um comportamento incoerente, proporcionando aumento da força resistente com a elevação do comprimento da viga. E, assim como para vigas com a rotação da mesa carregada impedida, mesmo sendo considerado o comprimento dentro da faixa de validade de sua equação (até 12,8 m – ver destaque na Figura 4.15), essa incoerência se manifesta. Os resultados deste trabalho parecem mais consistentes, com a redução da força resistente com o aumento do comprimento, comportamento que também aparece no procedimento do AISC.

Nota-se que os valores da força crítica do AISC são maiores que os deste trabalho até a razão  $L/d$  de aproximadamente 18 (no caso, corresponde ao comprimento,  $L$ , de 14,4 m – ver destaque na Figura 4.15), e depois ficam praticamente iguais. Entretanto, deve ser mencionado que para valores de comprimento menores que 14,4 m, a norma norte-americana indica que o fenômeno não tem a possibilidade de ocorrer, conforme a Equação (3.6).

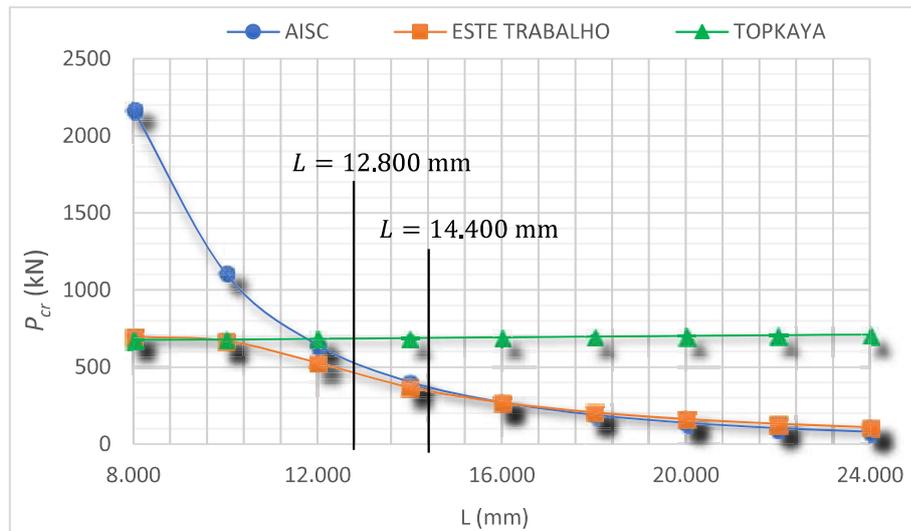


Figura 4.15 - Força crítica em função da variação do comprimento da viga para a viga padrão com mesa carregada com rotação livre

#### 4.7 Calibração do Modelo Inelástico

Diferentemente das análises elásticas, para a determinação da força última há resultados que são apresentados de maneira clara no trabalho de Grondin e Cheng (1999), em que são fornecidos no total 32 vigas com a mesa carregada com rotação livre. Além disso, o modelo numérico usado pelos pesquisadores é bem descrito, como foi visto no Item 2.4, com a indicação das dimensões da viga, tensões residuais, imperfeição geométrica e condições de contorno.

Dessa forma todas as 32 vigas foram analisadas e os resultados obtidos são dados na Tabela 4.5 em que pode-se observar uma boa convergência entre os resultados obtidos por este trabalho ( $P_{ET}$ ) e por Grondin e Cheng (1999) ( $P_{GC}$ ).

Tabela 4.5 - Resultados obtidos na calibração do modelo

Viga	Dimensões					Força Última		
	$d$ (mm)	$t_f$ (mm)	$t_w$ (mm)	$b_f$ (mm)	$L$ (mm)	Grondin e Cheng $P_{GC}$ (kN)	Este Trabalho $P_{ET}$ (kN)	$\frac{P_{ET} - P_{GCG}}{P_{ET}}$
R1	300	10	5	100	6.000	91	84	7,60%
R2	300	10	10	100	6.000	117	110	5,56%
R3	300	20	5	100	6.000	162	144	10,98%
R4	300	20	10	100	6.000	191	172	9,77%
R5	300	10	5	150	6.000	124	114	8,19%
R6	300	10	10	150	6.000	150	138	7,76%
R7	300	20	5	150	6.000	228	198	13,23%
R8	300	20	10	150	6.000	259	227	12,50%
R9	600	10	5	100	6.000	180	149	17,25%
R10	600	10	10	100	6.000	315	309	1,85%
R11	600	20	5	100	6.000	283	225	20,66%
R12	600	20	10	100	6.000	459	421	8,18%
R13	600	10	5	150	6.000	220	193	12,11%
R14	600	10	10	150	6.000	387	363	6,16%
R15	600	20	5	150	6.000	336	263	21,85%
R16	600	20	10	150	6.000	594	512	13,83%
R17	300	10	5	100	8.000	68	63	7,76%
R18	300	10	10	100	8.000	86	82	4,54%
R19	300	20	5	100	8.000	122	109	10,52%
R20	300	20	10	100	8.000	142	142	-0,30%
R21	300	10	5	150	8.000	93	86	7,33%
R22	300	10	10	150	8.000	112	105	6,15%
R23	300	20	5	150	8.000	172	154	10,33%
R24	300	20	10	150	8.000	194	174	10,05%
R25	600	10	5	100	8.000	148	154	4,03%
R26	600	10	10	100	8.000	219	221	1,09%
R27	600	20	5	100	8.000	242	199	17,78%
R28	600	20	10	100	8.000	339	324	4,39%
R29	600	10	5	150	8.000	188	192	2,33%
R30	600	10	10	150	8.000	289	276	4,56%
R31	600	20	5	150	8.000	309	243	21,50%
R32	600	20	10	150	8.000	447	412	7,73%

# 5

## RESULTADOS

### 5.1 Considerações Gerais

Neste capítulo os resultados obtidos com a análise numérica são debatidos de modo a fazer uma caracterização da influência de cada parâmetro da seção transversal e do comprimento da viga na força localizada crítica e última referente à flambagem lateral da alma. Esses resultados também são confrontados com os obtidos pelas equações propostas pela literatura e pela norma norte-americana ANSI/AISC 360-16, lembrando que, como explicitado no Item 3.2, os resultados dessa norma são iguais aos da norma brasileira ABNT NBR 8800:2008.

Para as vigas em que foi feita análise linearizada de flambagem para obtenção da força crítica e mesa carregada com a rotação impedida ou livre, os resultados da análise numérica obtidos neste estudo são comparados com os fornecidos pelas equações propostas por Topkaya (2006) e pela norma norte-americana (essas equações fornecem a resistência última como sendo a força crítica), desconsiderando evidentemente a redução decorrente do fator  $C_r$ .

Para as vigas em que se fez análise não linear para obtenção da força última e mesa carregada com a rotação impedida ou livre, os resultados foram comparados com os da norma norte-americana, dessa vez com a consideração da redução do fator  $C_r$  quando o momento solicitante é superior ao momento de início ao escoamento. Para as vigas com a mesa carregada com rotação livre, os resultados deste trabalho também foram comparados com a Equação (2.12), proposta por Grondin e Cheng (1999).

São também fornecidas informações relevantes a respeito do comportamento inelástico das vigas, para ilustrar como a força última foi obtida a partir da análise não linear e como se deu a distribuição de tensões ao longo da viga.

É importante esclarecer que as vigas que não se enquadram nos limites de aplicabilidade das equações (3.6) e (3.9) não foram consideradas nesses resultados, embora essas apresentassem o modo de falha do estudo.

## 5.2 Força Crítica de Vigas com Rotação da Mesa Carregada Impedida

### 5.2.1 Modos de Flambagem

Na análise dos modelos numéricos desenvolvidos neste trabalho, foram identificados na seção transversal de atuação da força localizada os dois modos de flambagem lateral da alma para a mesa carregada com rotação impedida (Figura 5.1) indicados por Summers e Yura (1982) e Mullin e Cheng (1995).

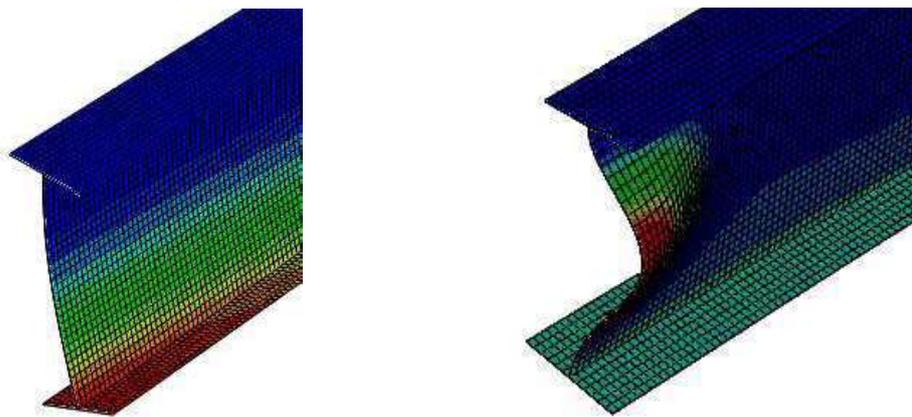


Figura 5.1 - Modos de flambagem lateral da alma (seção de atuação da força localizada)

Ao longo de seu comprimento, foram observadas situações em que a mesa tracionada apresentava de uma a quatro semiondas laterais (Figura 5.2), dependendo da esbeltez da alma ( $h/t_w$ ) e da razão entre o comprimento e a altura da seção transversal ( $L/d$ ). Como ilustração, tendo por referência a viga padrão estudada, nas vigas de razões  $L/d$  de 17,5 a 30 a mesa tracionada passou a apresentar duas semiondas e quando a razão  $L/d$  de 30 é combinada com valores de esbeltez menores que 64, mais semiondas ao longo da viga passaram a ser apresentadas.

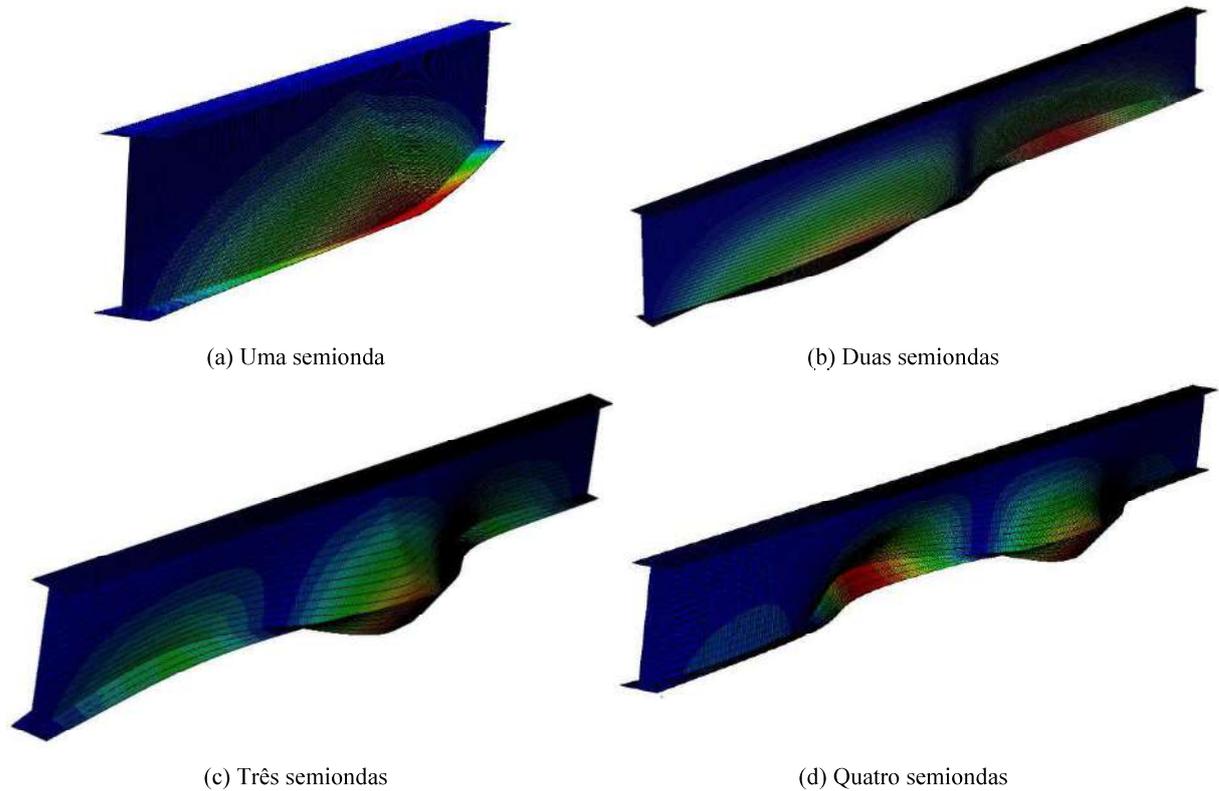


Figura 5.2 - Modos globais da flambagem lateral da alma

### 5.2.2 Influência da Alma

A altura da alma ( $h$ ) é um parâmetro muito influente no valor da força localizada crítica da viga, uma vez que, segundo Summers e Yura (1982), ela determina a magnitude das tensões normais atuantes, e também pelo fato de a esbeltez da alma ( $h/t_w$ ) estar relacionada diretamente com as tensões de cisalhamento.

Para caracterizar a influência da alma na capacidade resistente das vigas para a flambagem lateral da alma, foram traçados gráficos relacionando a esbeltez da alma e a força crítica obtida na análise numérica deste estudo, mostrados na Figura 5.3. Para se ter uma boa base de comparação, nesses gráficos aparece a viga padrão, com altura total da seção transversal igual a 800 mm, e duas outras vigas com alturas diferentes, uma maior (altura de 1.000 mm) e outra menor (altura de 600 mm).

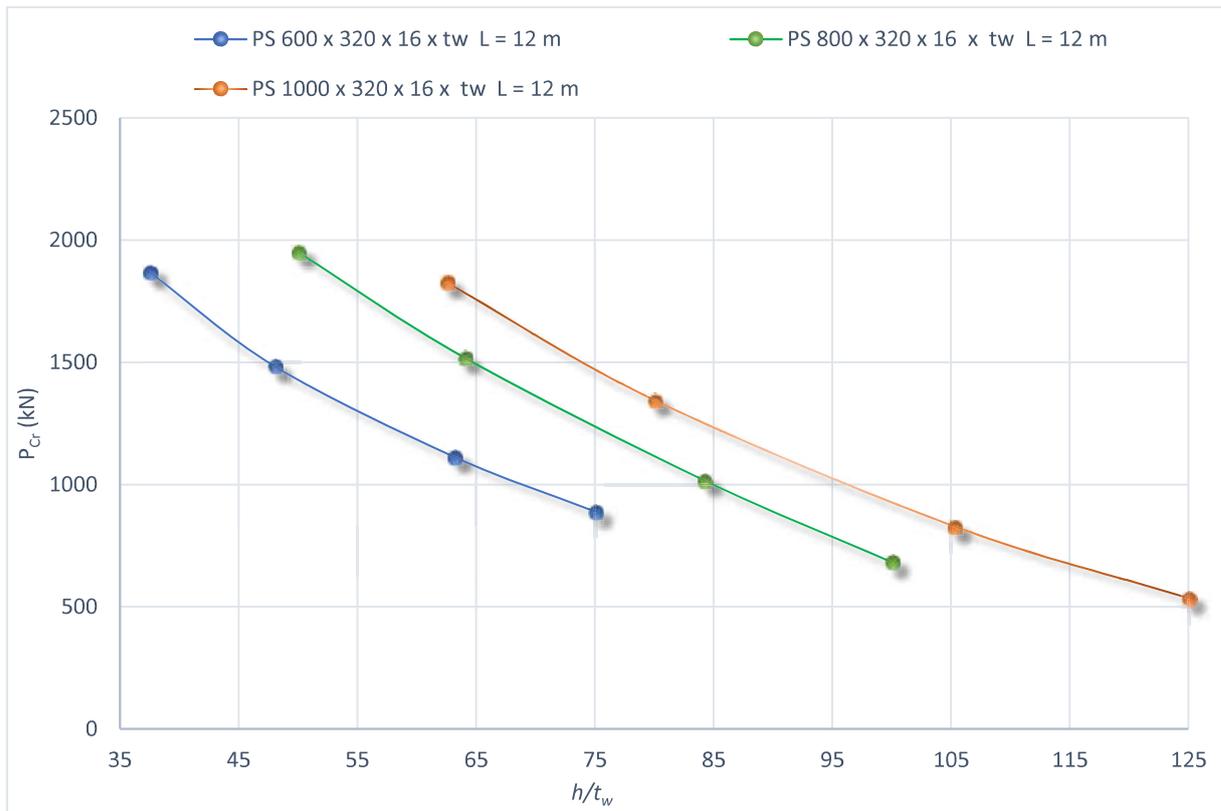


Figura 5.3 - Força crítica em função da esbeltez da alma para vigas com a mesa carregada com rotação impedida

Observa-se que, obviamente, a força crítica diminui substancialmente à medida que a esbeltez da alma aumenta tendo em vista a perda da rigidez, reafirmando a incoerência do procedimento normativo de fornecer resultados em que a força crítica aumenta de maneira pouco expressiva à medida que a espessura da alma se eleva ou ainda aumenta com a elevação da altura da alma (mantendo a espessura), como comentado nos itens 4.6.1.1 e 4.6.1.2.

### 5.2.3 Influência da Mesa Tracionada

Para analisar a influência da rigidez lateral proveniente da mesa tracionada, variou-se a largura e a espessura dessa mesa – e também da mesa comprimida, uma vez que o perfil é duplamente simétrico.

A Figura 5.4 mostra gráficos da força crítica obtida neste estudo em função do momento de inércia da mesa tracionada em relação ao eixo que passa pelo plano médio da alma ( $I_f$ ), através da variação da largura e da espessura da mesa, para a viga padrão e duas outras vigas com alturas diferentes, uma maior (altura de 1.000 mm) e outra menor (altura de 600 mm) – no gráfico as indicações das seis vigas com as incógnitas  $b_f$  e  $t_f$  referem-se às variações da largura

e da espessura da mesa, respectivamente. Nota-se que há um ganho relevante na força crítica à medida que a inércia aumenta, que se mostra mais expressivo principalmente para vigas com almas menos esbeltas. Nas curvas há uma sobreposição, visto que as vigas com parâmetros variantes, PS 800 x  $b_f$  x 16 x 9,5 e PS 800 x 320 x  $t_f$  x 9,5 assumem as mesmas características quando o  $b_f$  é 320 mm e  $t_f$  é 16 mm, valores utilizados para viga padrão deste estudo.

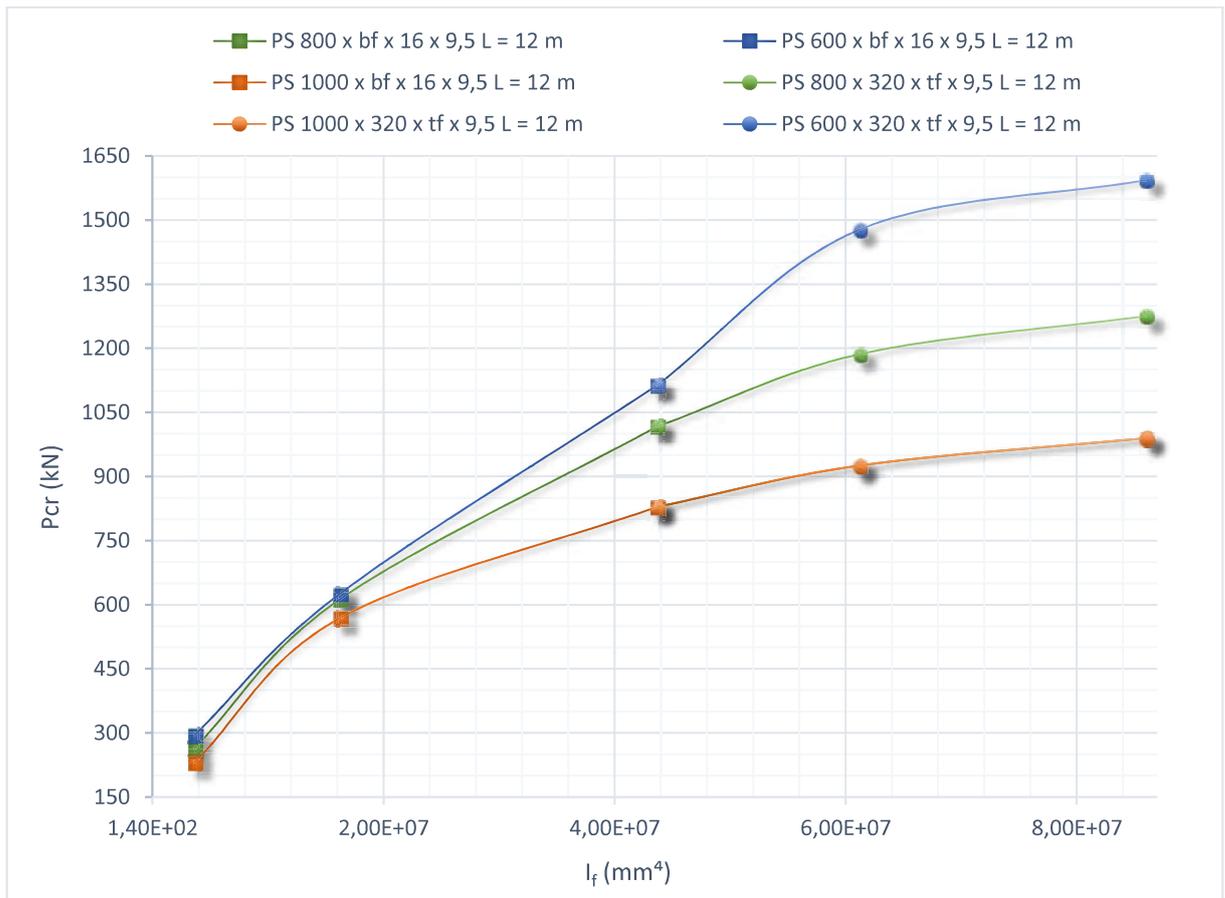


Figura 5.4 – Força crítica em função do momento de inércia da seção efetiva da mesa tracionada para vigas com a mesa carregada com rotação impedida

### 5.2.4 Influência do Comprimento da Viga

Os valores da força crítica obtidos para vigas do estudo, alterando-se o comprimento da viga entre 10 e 30 vezes a altura da seção transversal, são apresentados na Figura 5.5. Percebe-se que o aumento desse comprimento influi diretamente na perda da capacidade resistente das vigas analisadas.

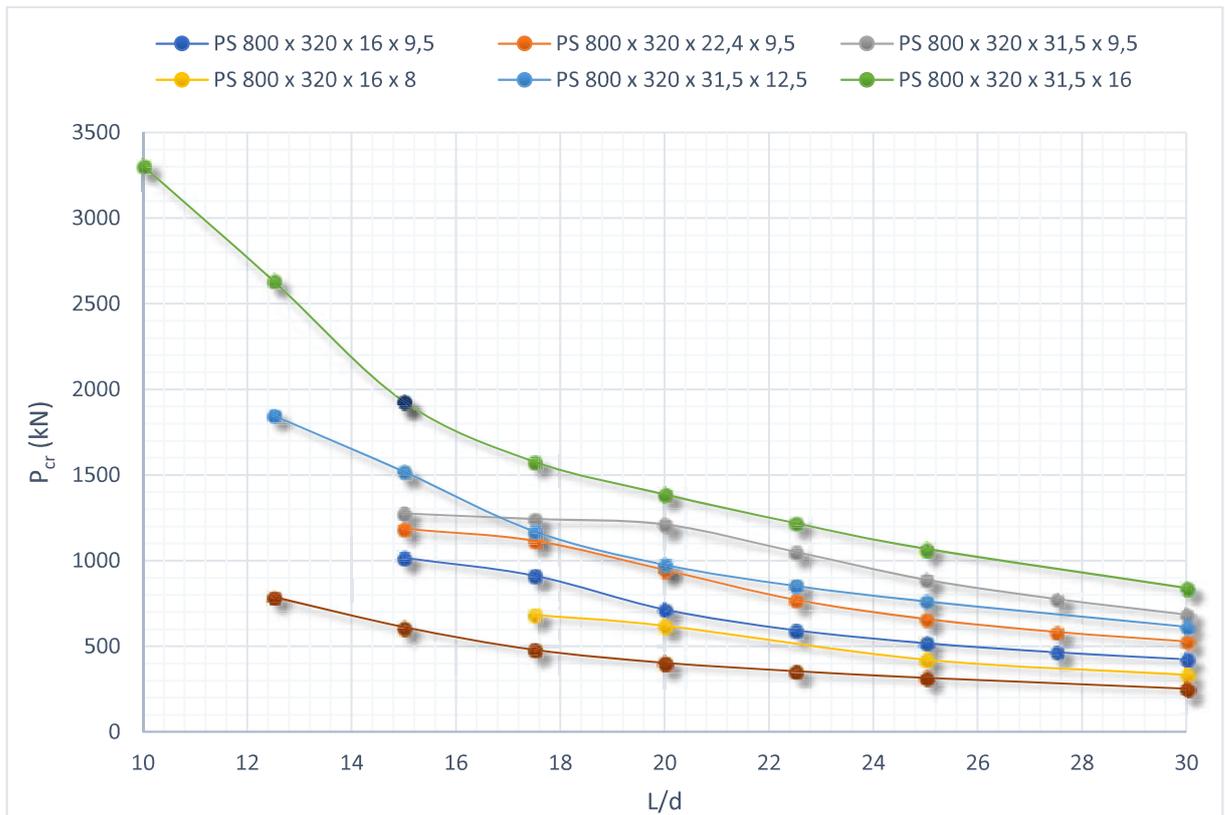


Figura 5.5 - Força crítica em função do comprimento de vigas com a mesa carregada com rotação impedida

### 5.2.5 Avaliação do Procedimento Normativo (ANSI/AISC 360-16)

Todos os valores da força crítica obtidos neste trabalho são apresentados na Figura 5.6, juntamente com os valores do ANSI/AISC 360-16. Nota-se que grande parte dos resultados da norma norte-americana são inferiores aos valores obtidos neste estudo, o que indica seu conservadorismo (os valores normativos chegam a ser 68% inferiores aos obtidos pela análise numérica).

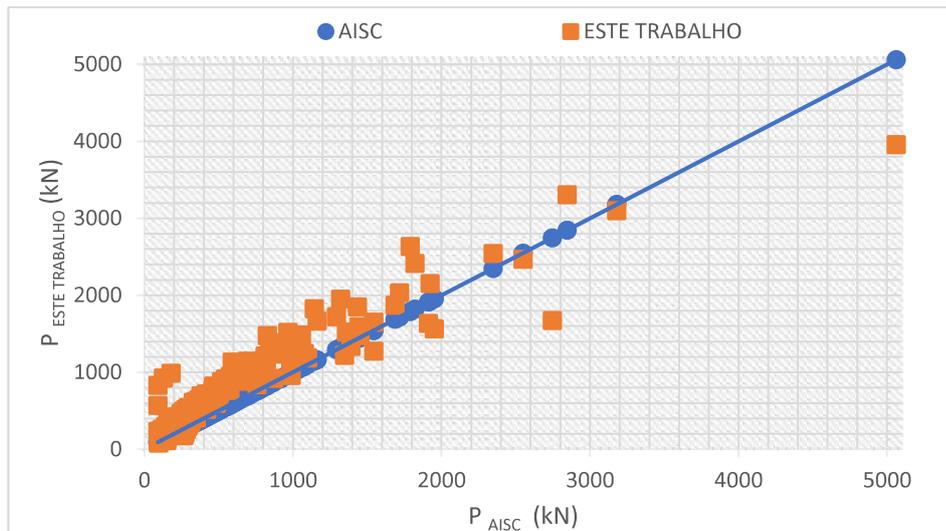


Figura 5.6 - Comparação dos resultados obtidos pelo procedimento normativo e este trabalho para vigas com a mesa carregada com rotação impedida

Embora a análise da contribuição dos parâmetros tenha sido realizada no Subitem 4.6.1, é importante sintetizar que:

- para a alma, a Equação (3.8) não considera que o aumento da sua espessura corresponda a um ganho significativo na força resistente (igual à força crítica), e ainda, para a altura da alma, observa-se um comportamento incoerente, pois à medida que a alma fica mais esbelta a força resistente aumenta, mesmo que de forma pouco expressiva;
- para a mesa tracionada, a norma considera que a espessura exerce uma influência muito mais significativa no valor da força crítica.

### 5.2.6 Avaliação da Equação de Topkaya (2006)

Todos os valores da força crítica obtidos no estudo paramétrico deste trabalho, são apresentados na Figura 5.7, juntamente com os valores de Topkaya (2006) dados pela Equação (2.15), com exceção de vigas com a razão  $L/d$  superior a 16, que não foram consideradas pelo autor. Nota-se que parte significativa dos resultados desse autor se aproximam dos resultados das análises deste trabalho, entretanto alguns resultados se mostram bastante superiores. Esses resultados mais divergentes ocorrem principalmente para vigas com almas menos esbeltas, entre 64 e 37,5, e com mesas mais esbeltas, a partir de 14. De qualquer forma, a equação de Topkaya (2006) pode ser uma alternativa ao conservadorismo normativo, porém deve ser usada com cautela na faixa mencionada.

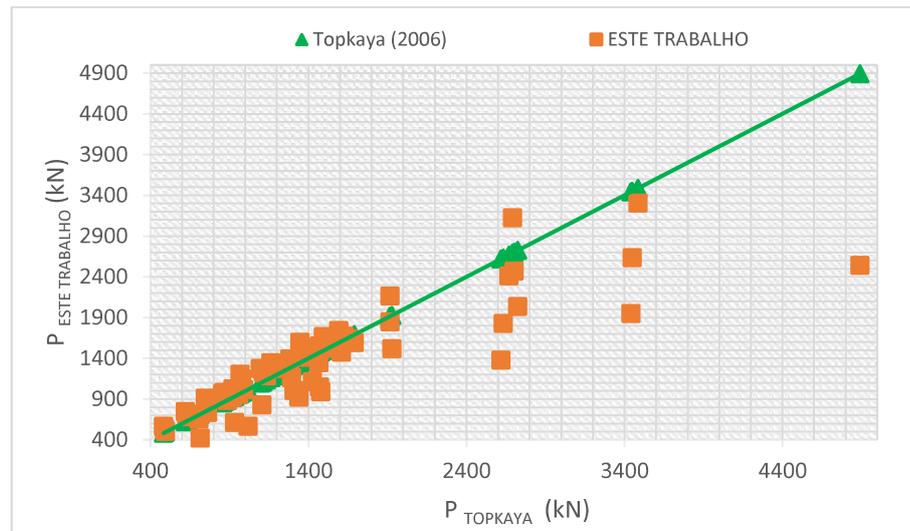


Figura 5.7 - Comparação dos resultados obtidos pela equação de Topkaya (2006) e este trabalho para vigas com a mesa carregada com rotação impedida

### 5.3 Força Última de Vigas com Rotação da Mesa Carregada Impedida

#### 5.3.1 Avaliação do ANSI/AISC 360-16

Todos os valores da força última obtidos neste trabalho do estudo paramétrico são apresentados na Figura 5.8, juntamente com os valores do ANSI/AISC 360-10. Nota-se que com a redução decorrente do coeficiente  $C_r$ , devida à consideração do momento de escoamento, os valores obtidos pelo procedimento normativo tornaram-se ainda mais conservadores.

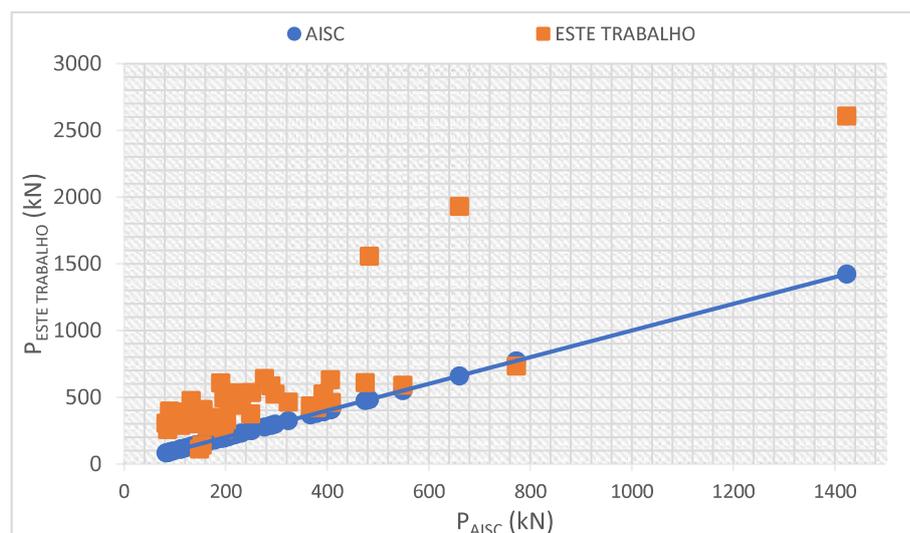


Figura 5.8 - Comparação dos resultados obtidos neste trabalho com procedimento normativo para vigas com a mesa carregada com rotação impedida

### 5.3.2 Informações Relevantes

Para ilustrar como foi obtido o valor da força última a partir da análise numérica não linear, a Figura 5.9 mostra a curva da força *versus* o deslocamento lateral do nó de controle (ver Subitem 4.3) para a viga padrão do estudo. Também são apresentadas a distribuição de tensão ao longo da viga quando a força última é alcançada (Figura 5.10) e a deformada (Figura 5.11).

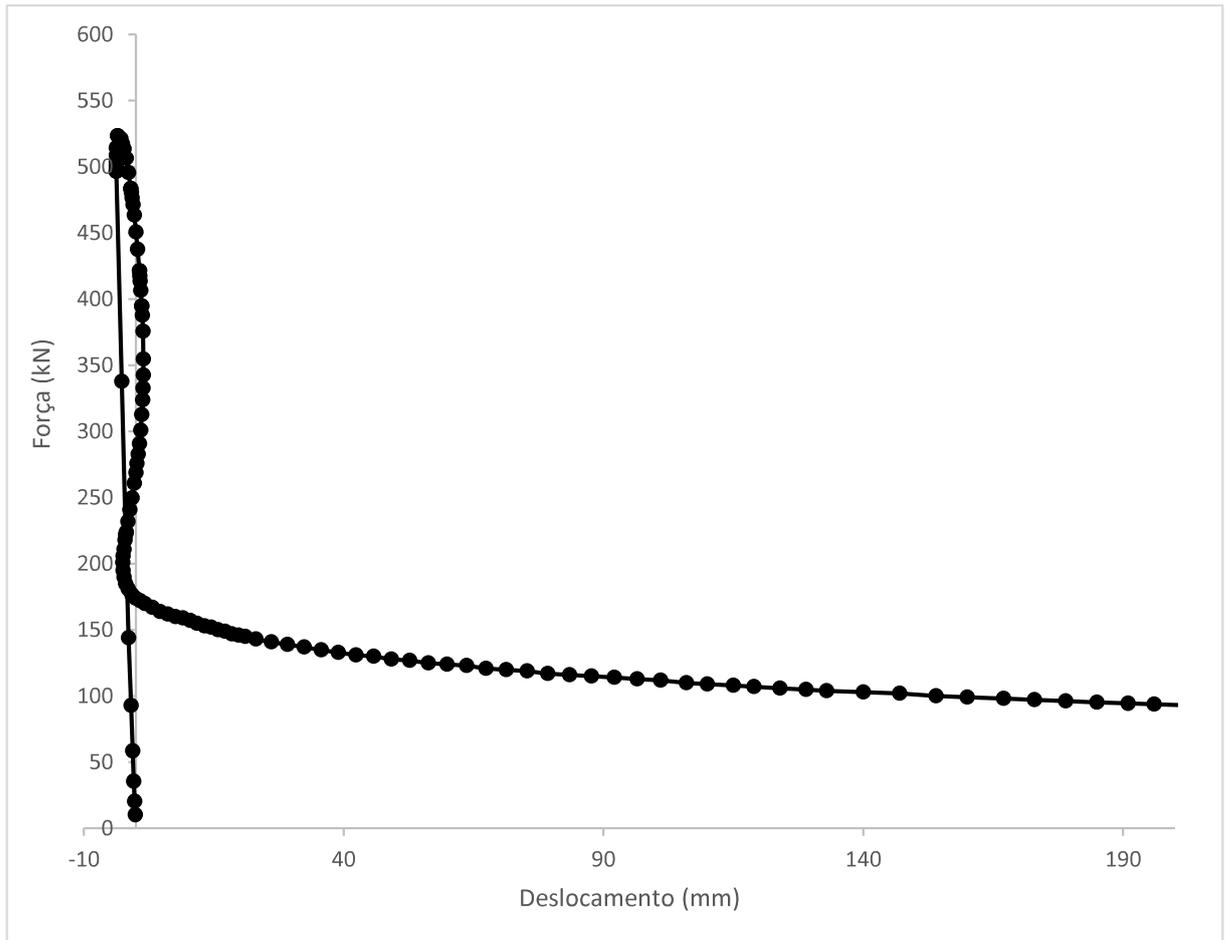


Figura 5.9 - Curva de força última *versus* deslocamento para a viga padrão com a mesa carregada com rotação impedida

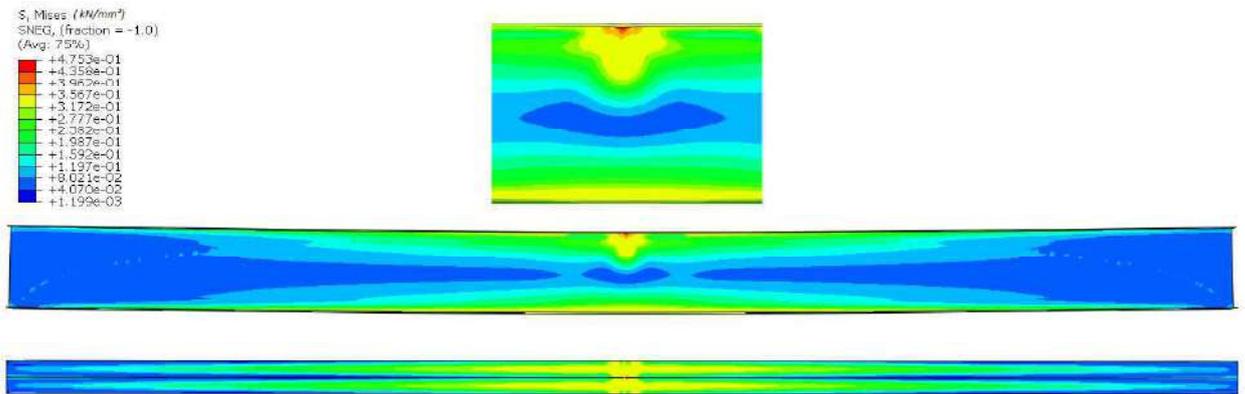


Figura 5.10 - Distribuição de tensões de von Mises da viga padrão com a mesa carregada com rotação impedida

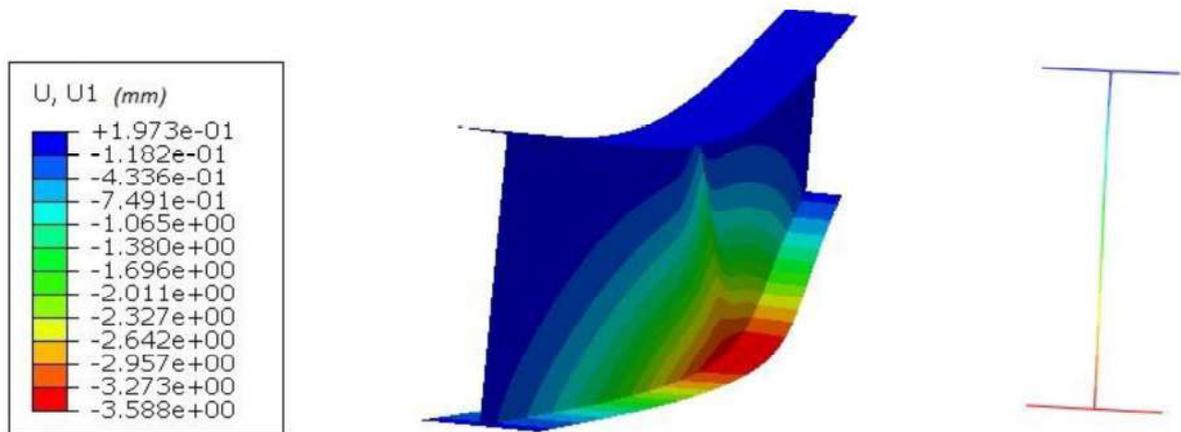


Figura 5.11 - Deformada da viga padrão com a mesa carregada com rotação impedida após alcançar a capacidade resistente

Nota-se que a flambagem ocorreu em regime inelástico, pois as tensões ultrapassam a resistência ao escoamento do aço,  $f_y$ , igual a 345 MPa, quando a força última é alcançada (ver Figura 5.10). Como a força está pontualmente aplicada, as altas tensões levam ao escoamento da junção alma-mesa, fazendo com que alma fique instável e isso é refletido no deslocamento da mesa tracionada. Observando a Figura 5.9, é possível notar que há inicialmente o comportamento esperado, ou seja, à medida que a força cresce, o deslocamento também cresce até a ocorrência da flambagem lateral da alma, definindo assim a força última (Figura 5.12.a). Em seguida a alma começa a flambar localmente (Figura 5.12.b) fazendo com que a mesa recue para o outro sentido, desestabilizando a alma, até que as tensões sejam redistribuídas (figuras 5.12.c e 5.12.d) e a mesa volte a deslocar de maneira contínua no sentido inicial (Figura 5.12.e).

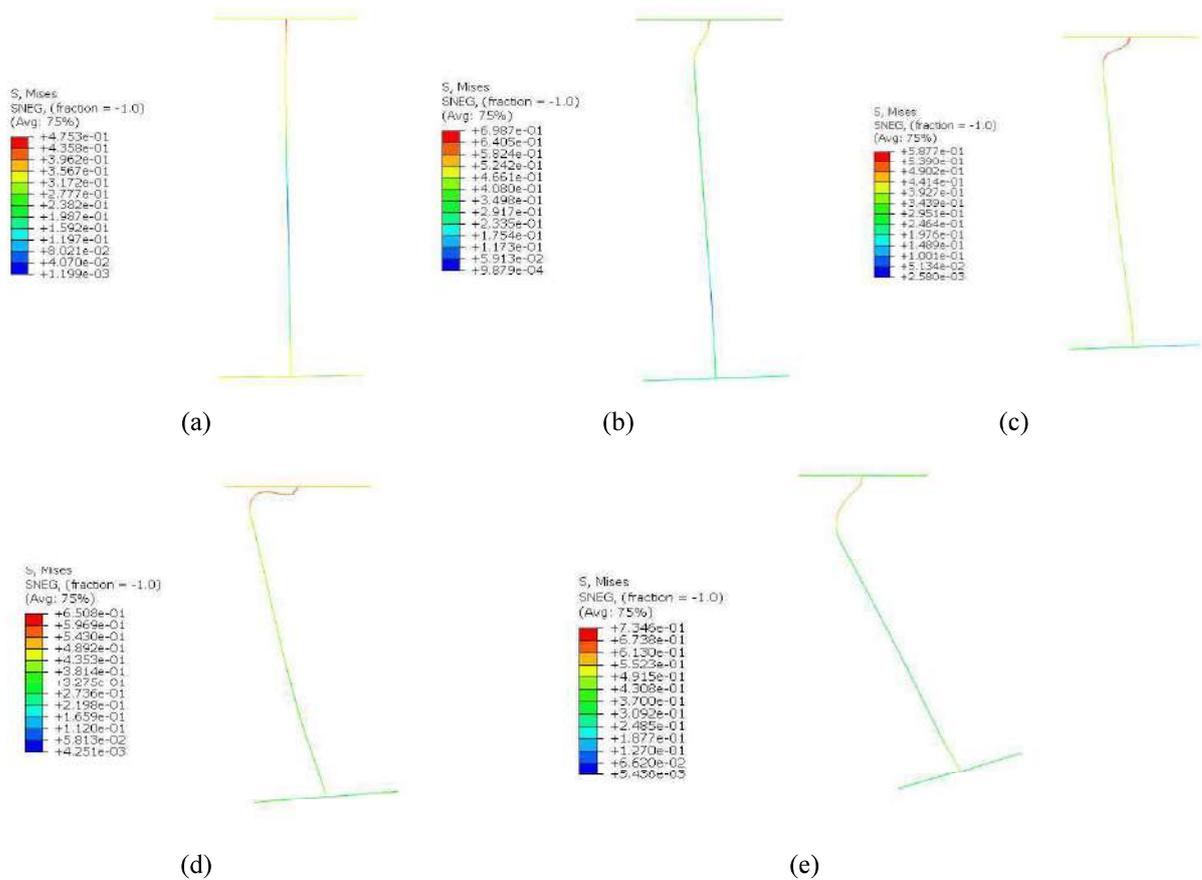


Figura 5.12 – Distribuição de tensões de von Mises ao longo da análise numérica para vigas com a mesa carregada com rotação impedida

## 5.4 Força Crítica de Vigas com Rotação da Mesa Carregada Livre

### 5.4.1 Modos de Flambagem

Na análise dos modelos numéricos desenvolvidos neste trabalho, foram identificados os dois modos de flambagem lateral da alma para a mesa carregada com rotação livre (Figura 5.13) indicados por Summers e Yura (1982) e Mullin e Cheng (1995). Diferentemente dos modelos com a mesa carregada impedida de rotacionar, não houve a formação de semiondas laterais ao longo das vigas.

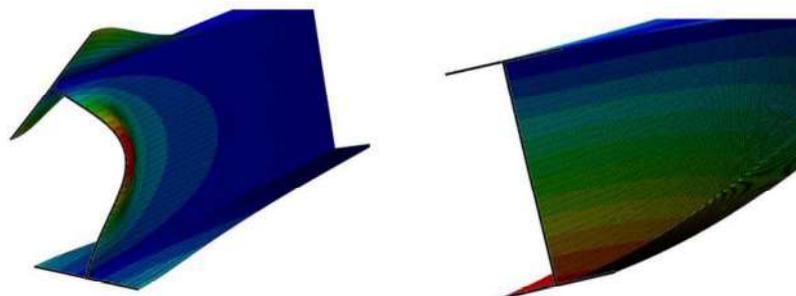


Figura 5.13 - Modos de flambagem lateral da alma para a mesa carregada com rotação livre

### 5.4.2 Influência da Alma

Para caracterizar a influência da alma na capacidade resistente das vigas para a flambagem lateral da alma, foram traçados gráficos relacionando a esbeltez da alma e a força crítica obtida na análise numérica deste estudo, mostrados na Figura 5.14. Para se ter uma boa base de comparação, no gráfico aparece a viga padrão, com altura total da seção transversal igual a 800 mm, e duas outras vigas com alturas diferentes, uma maior (altura de 1.000 mm) e outra menor (altura de 600 mm). Destaca-se que a viga padrão apresentada tem o comprimento de 18 metros pois, para a variação da esbeltez da alma, o limite da Equação (3.6) para a determinação da ocorrência da flambagem lateral da alma foi ultrapassado para o valor de 12 metros.

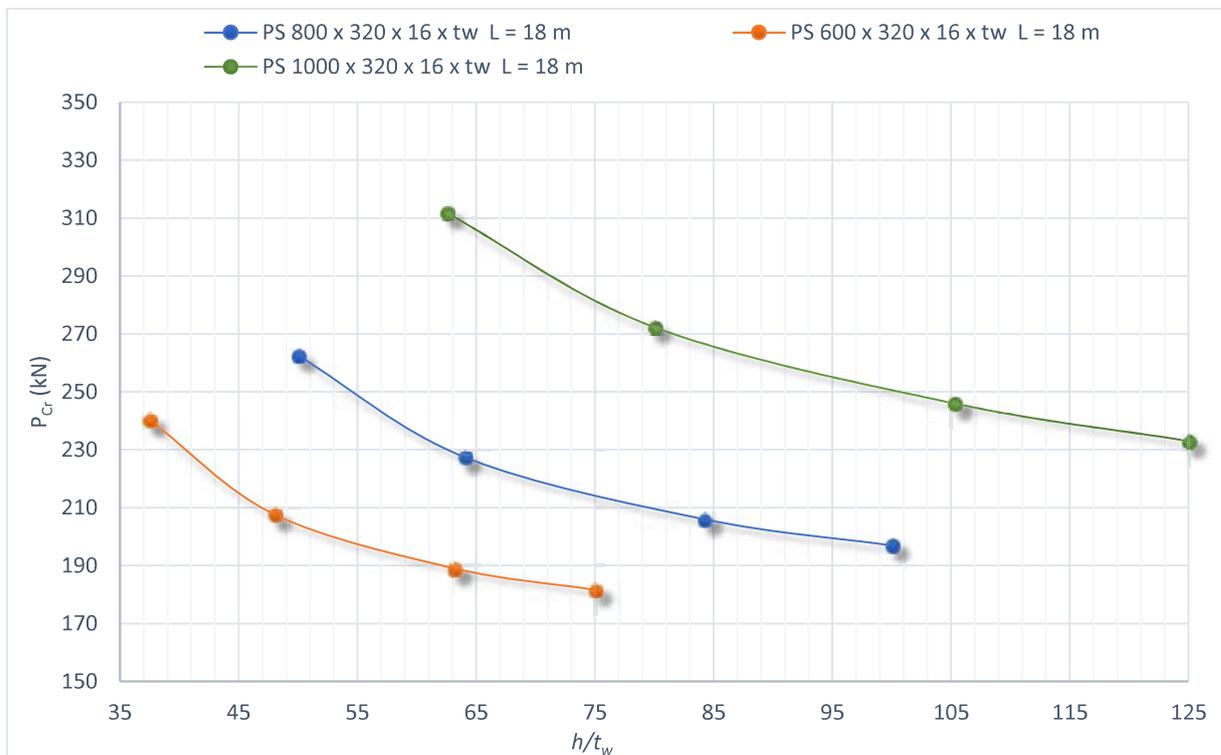


Figura 5.14 - Força crítica em função da esbeltez da alma para vigas com a mesa carregada com rotação livre

Observa-se que a força crítica diminui à medida que a esbeltez da alma aumenta, embora, de forma menos expressiva que para as vigas com a mesa carregada com rotação impedida, visto que a alma está livre para se deslocar. Os resultados obtidos reafirmam as observações feitas nos subitens 4.6.2.1 e 4.6.2.2, pois a influência da alma não é muito significativa como considerado por Topkaya (2006), porém não pode ser desprezada como no ANSI/AISC 360-16.

### 5.4.3 Influência da Mesa Tracionada

Para analisar a influência da rigidez lateral proveniente da mesa tracionada, variou-se a largura e a espessura dessa mesa e também da mesa comprimida, uma vez que o perfil é duplamente simétrico.

A Figura 5.15 mostra gráficos da força crítica obtida neste estudo em função do momento de inércia da mesa tracionada em relação ao eixo que passa pelo plano médio da alma ( $I_f$ ), para diversas vigas com a seção transversal da viga padrão (altura de 800 mm), mas com duas outras alturas, uma maior (altura de 1.000 mm) e outra menor (altura de 600 mm) – no gráfico as indicações das seis vigas com as incógnitas  $b_f$  e  $t_f$  referem-se às variações da largura e da espessura da mesa, respectivamente. Destaca-se, novamente, que a viga padrão apresentada tem o comprimento de 18 metros pelos motivos apresentados em no Subitem 5.4.2.

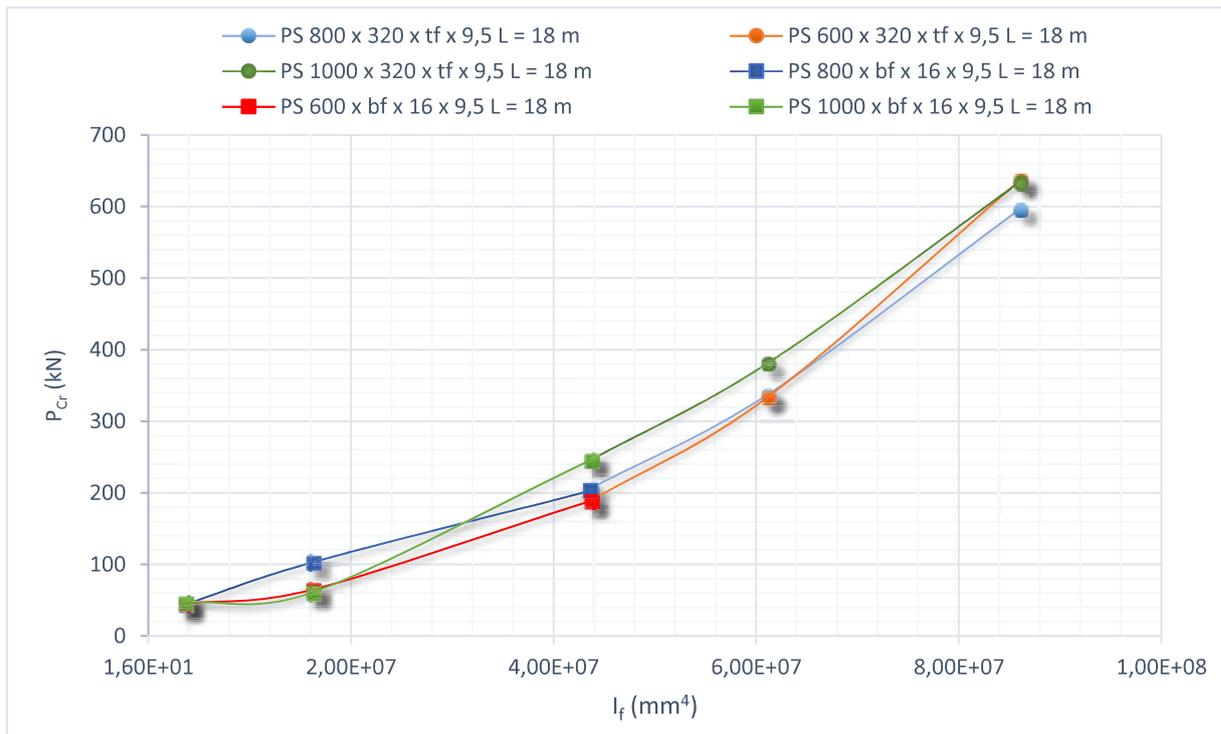


Figura 5.15 - Força crítica em função do momento de inércia da seção efetiva da mesa tracionada para vigas com a mesa carregada com rotação livre

No gráfico percebe-se que há um ganho relevante na força crítica à medida que a inércia da mesa aumenta, sendo esse aumento ainda mais expressivo para as vigas com a mesa carregada com rotação livre que naquelas com essa mesa com a rotação impedida. Nas curvas há uma sobreposição, visto que as vigas com parâmetros variantes, PS 800 x  $b_f$  x 16 x 9,5 e PS 800 x 320 x  $t_f$  x 9,5 assumem as mesmas características quando o  $b_f$  é 320 mm e  $t_f$  é 16 mm, valores

utilizados para viga padrão deste estudo.

#### 5.4.4 Influência do Comprimento da Viga

Os valores da força crítica obtidos para vigas do estudo, alterando-se o comprimento da viga entre 10 e 30 vezes a altura da seção transversal, são apresentados na Figura 5.16. Percebe-se que novamente o aumento desse comprimento influi diretamente na perda da capacidade resistente das vigas analisadas.

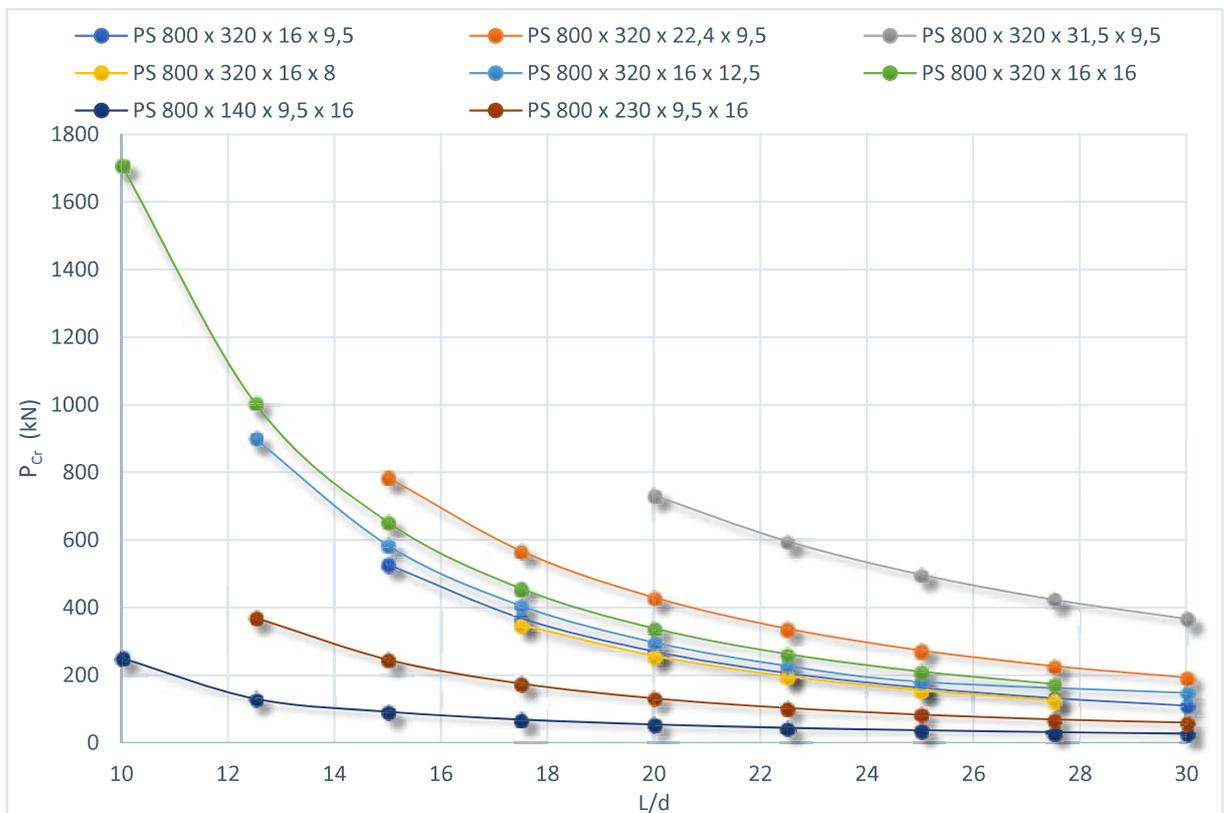


Figura 5.16 - Força crítica em função do comprimento de vigas com a mesa carregada com rotação livre

#### 5.4.5 Avaliação do Procedimento Normativo (ANSI/AISC 360-16)

Todos os valores da força crítica obtidos neste trabalho do estudo paramétrico são apresentados na Figura 5.17, juntamente com os valores do ANSI/AISC 360-16. Nota-se que a maior parte dos resultados da norma norte-americana são inferiores aos valores obtidos neste estudo, o que indica seu conservadorismo (os valores normativos chegam a ser 87% inferiores aos obtidos pela análise numérica).

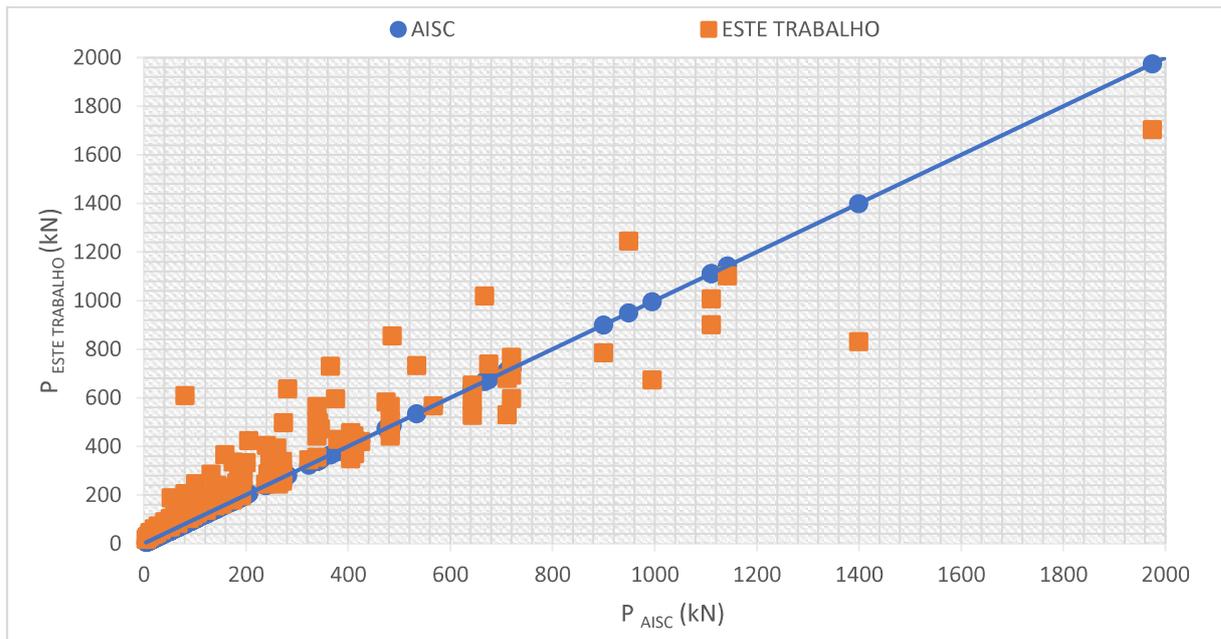


Figura 5.17 - Comparação dos resultados obtidos pelo procedimento normativo e este trabalho para vigas com a mesa carregada com rotação livre

Embora a análise da contribuição dos parâmetros tenha sido realizada no item 4.6.2, é importante sintetizar que:

- para a alma, a Equação (3.3) não considera que o aumento da espessura não interfere na força resistente da viga, e ainda, para a altura da alma, assume um comportamento incoerente, pois à medida que essa altura aumenta, a força resistente também aumenta, mesmo que de forma menos expressiva que para as vigas com a rotação da mesa carregada impedida. Dessa forma, para alguns resultados de vigas com alma mais esbelta e de menor comprimento a norma norte-americana pode fornecer valores menos conservadores, como pode-se observar na Figura 5.17;
- para a mesa, a norma norte-americana considera que a espessura exerce uma influência muito mais significativa no valor da força crítica, embora a maior parte dos casos observa-se que para a variação dos parâmetros da mesa os resultados obtidos foram inferiores aos deste estudo, com algumas poucas exceções – esses resultados podem ser vistos na Tabela A.1 do Anexo A.

#### 5.4.6 Avaliação da Equação de Topkaya (2006)

Todos os valores da força crítica obtidos neste trabalho do estudo paramétrico são apresentados na Figura 5.18, juntamente com os valores de Topkaya (2006) fornecidos pela Equação (2.13), com exceção de vigas com a razão  $L/d$  superior a 16, que não foram estudadas pelo autor.

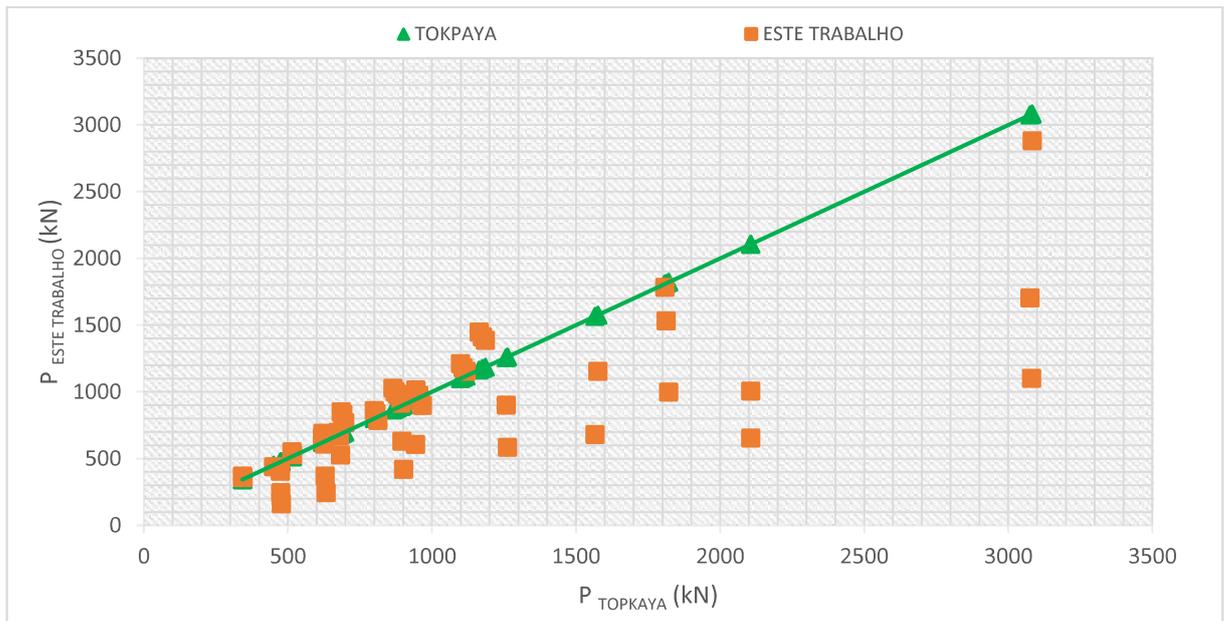


Figura 5.18 - Comparação dos resultados obtidos pela equação de Topkaya (2006) e este trabalho para vigas com a e mesa carregada com rotação livre

Nota-se que a maior parte dos resultados obtidos neste estudo são inferiores aos valores fornecidos pela equação proposta por Topkaya (2006). A obtenção de valores superestimados também foi observada para as vigas de Grondin e Cheng (1999), como pode ser visto na Tabela 5.1. Nessa tabela também foram excluídas as vigas que não possuíam a razão  $L/d$  delimitada pelo estudo de Topkaya e aquelas que não obedeciam a Equação (3.6), assim como considerado pelo autor para a obtenção da Equação (2.13). Também foi desconsiderado o fator de redução ao escoamento, limitando-se apenas a valores com a consideração do comportamento elástico.

Tabela 5.1 – Valores obtidos por Grondin e Cheng (1999) e Topkaya (2006)

Perfil	Dimensões					Força Crítica (kN)	
	$h$ (mm)	$t_f$ (mm)	$t_w$ (mm)	$b_f$ (mm)	$L$ (mm)	Grondin e Cheng (1999)	Topkaya (2006)
R10	600	10	10	100	6.000	128	517
R12	600	20	10	100	6.000	255	967
R14	600	10	10	150	6.000	432	592
R16	600	20	10	150	6.000	862	1.060
R25	600	10	5	100	8.000	54	122
R26	600	10	10	100	8.000	54	508
R27	600	20	5	100	8.000	99	167
R28	600	20	10	100	8.000	108	972
R30	600	10	10	150	8.000	182	585
R32	600	20	10	150	8.000	364	1.068

## 5.5 Força Última de Vigas com Rotação da Mesa Carregada Livre

### 5.5.1 Avaliação do AISC

Todos os valores da força última obtidos no estudo paramétrico deste trabalho são apresentados na Figura 5.19, juntamente com os valores do ANSI/AISC 360-16. Nota-se que com a redução do coeficiente  $C_r$ , devida à consideração do momento de escoamento, os valores obtidos pelo procedimento normativo tornaram-se ainda mais conservadores.

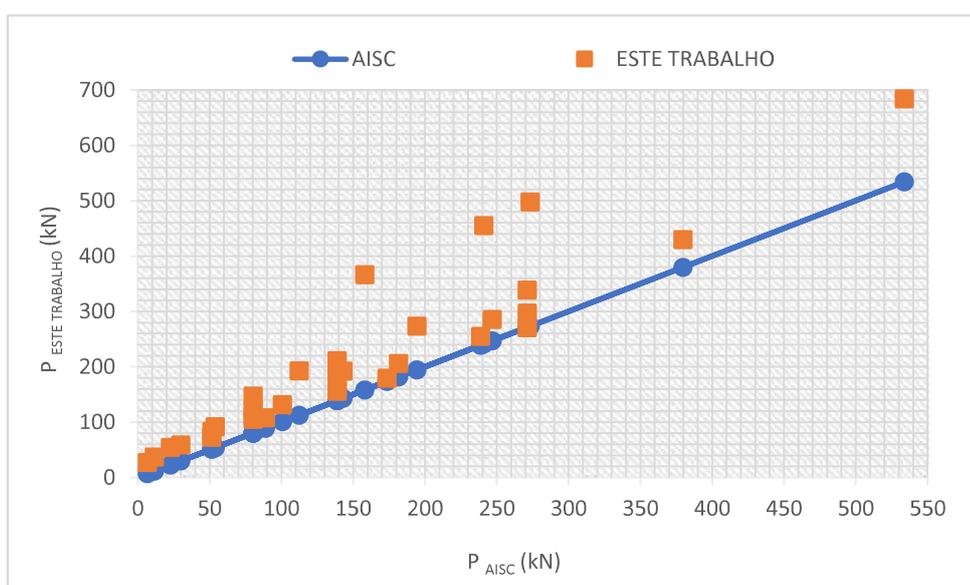


Figura 5.19 - Comparação dos resultados obtidos neste estudo com procedimento do ANSI/AISC 360-16 para vigas com a mesa carregada com rotação livre

### 5.5.2 Avaliação da Equação de Grondin e Cheng (1999)

Todos os valores da força última obtidos neste trabalho do estudo paramétrico são apresentados na Figura 5.20, juntamente com os valores obtidos pela Equação (2.12), proposta por Grondin e Cheng (1999). Nota-se que os resultados obtidos para a força última segundo esses autores estão quase sempre próximos dos determinados neste estudo, embora sejam em sua maioria superiores.

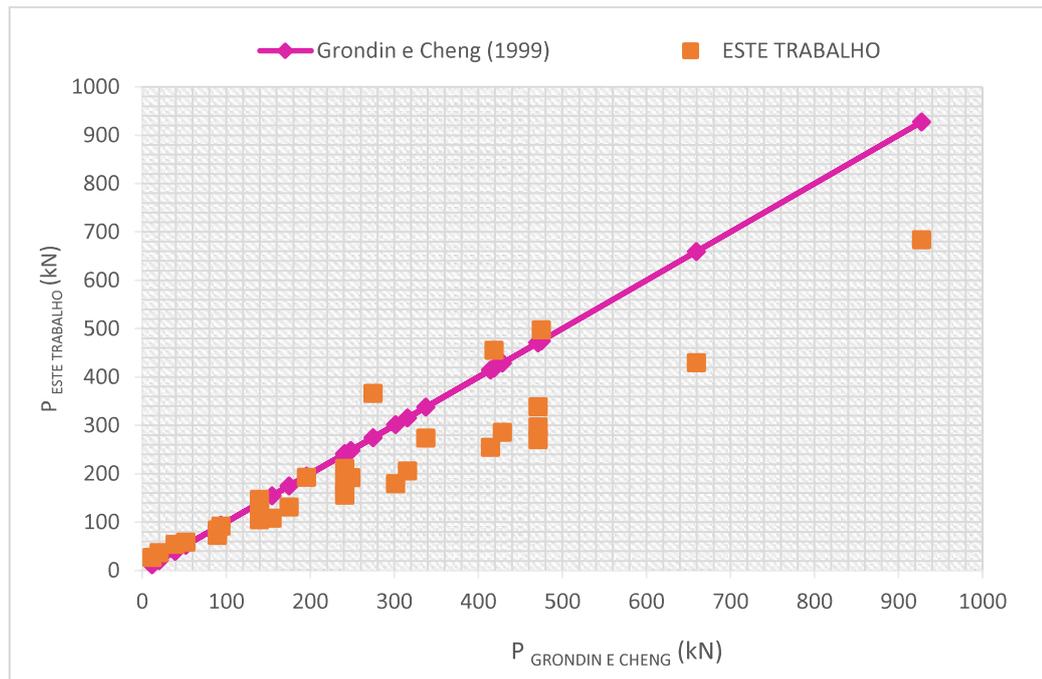


Figura 5.20 - Comparação dos resultados obtidos neste estudo com procedimento de cálculo de Grondin e Cheng (1999) para vigas com a mesa carregada com rotação livre

É importante lembrar que a Equação (2.12), assim como o procedimento do ANSI/AISC 360-10, considera que a espessura da alma não influi no ganho da capacidade resistente das vigas, ademais a equação proposta pelos autores consiste na substituição do fator  $C_r$  de  $6,6 \times 10^6$  MPa para  $11,5 \times 10^6$  MPa, com base na análise da distribuição exponencial de tensões, fazendo com que os valores obtidos pela sua equação sejam 1,724 vezes superiores aos obtidos pelo AISC. Além disso, os perfis analisados pelos autores consideraram a distribuição de tensões residuais para perfis laminados, enquanto que neste estudo os perfis tomados como base são soldados.

### 5.5.3 Informações Relevantes

Para ilustrar como foi obtido o valor da força última a partir da análise numérica não linear, a Figura 5.21 mostra a curva da força *versus* o deslocamento lateral do nó de controle para a viga padrão do estudo. Também são apresentadas a distribuição de tensão ao longo da viga quando a força última é alcançada (Figura 5.22) e a deformada (Figura 5.23).

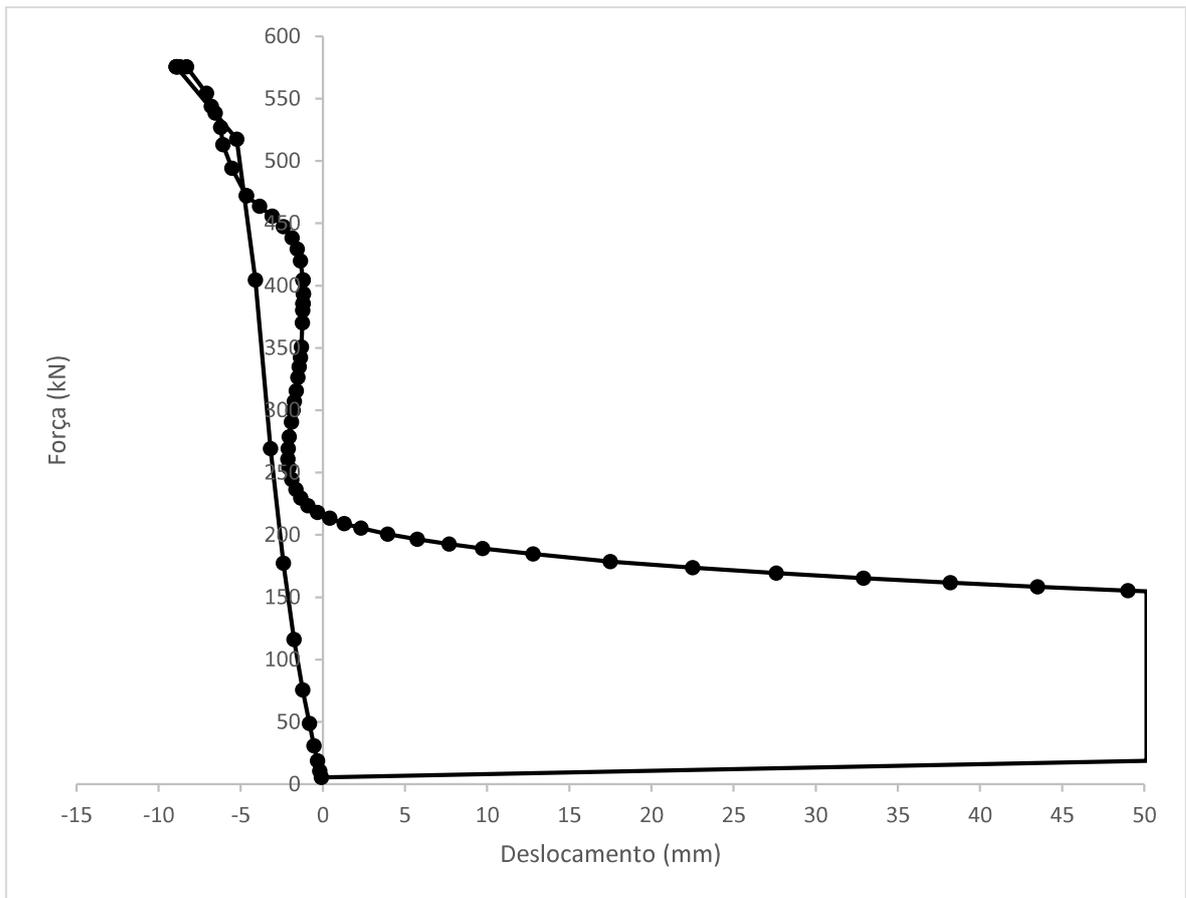


Figura 5.21 - Curva de força última *versus* deslocamento para a viga padrão com a mesa carregada com rotação livre

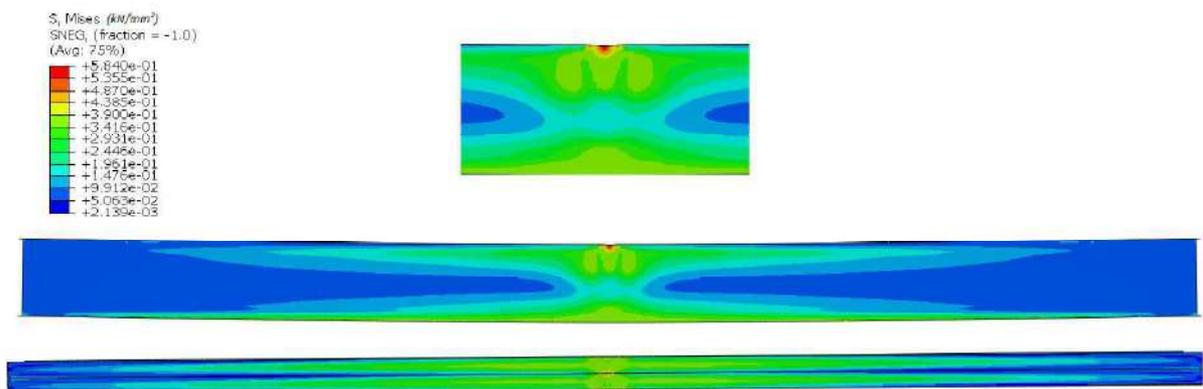


Figura 5.22 - Distribuição de tensões de von Mises da viga padrão com a mesa carregada com rotação livre

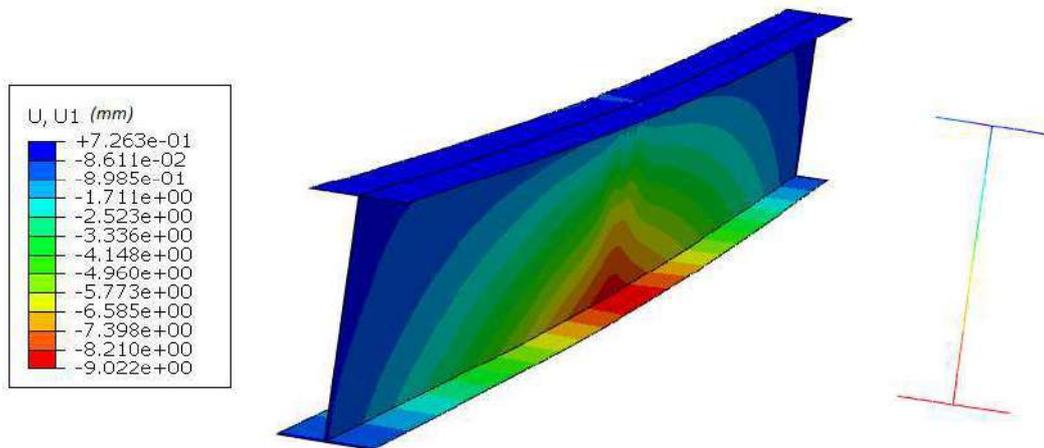


Figura 5.23 - Deformada da viga padrão com a mesa carregada com rotação livre após alcançar a força última

Nota-se que a flambagem ocorreu em regime inelástico, pois as tensões ultrapassam a resistência ao escoamento do aço,  $f_y$ , igual a 345 MPa, quando a força última é alcançada (ver Figura 5.22). Da mesma forma que no Subitem 5.3.2, como a força está pontualmente aplicada, as altas tensões levam ao escoamento da junção alma-mesa, fazendo com que a alma fique extremamente instável já que está livre para deslocar (ver Figura 5.24). Observando a Figura 5.21, é possível notar que há, novamente, no início, o comportamento esperado, ou seja, a medida que a força cresce o deslocamento cresce, apresentando o respectivo modo de colapso (flambagem lateral da alma) quando a força última é alcançada (Figura 5.24.a), mas logo após a alma começa a escoar e se deformar (Figura 5.24.b) e isso faz com que a mesa tracionada também fique instável. Com a distribuição de tensões (figuras 5.24.c e 5.24.d), a alma passa a flambar localmente levando a mesa tracionada a deslocar de maneira contínua no outro sentido (Figura 5.24.e).

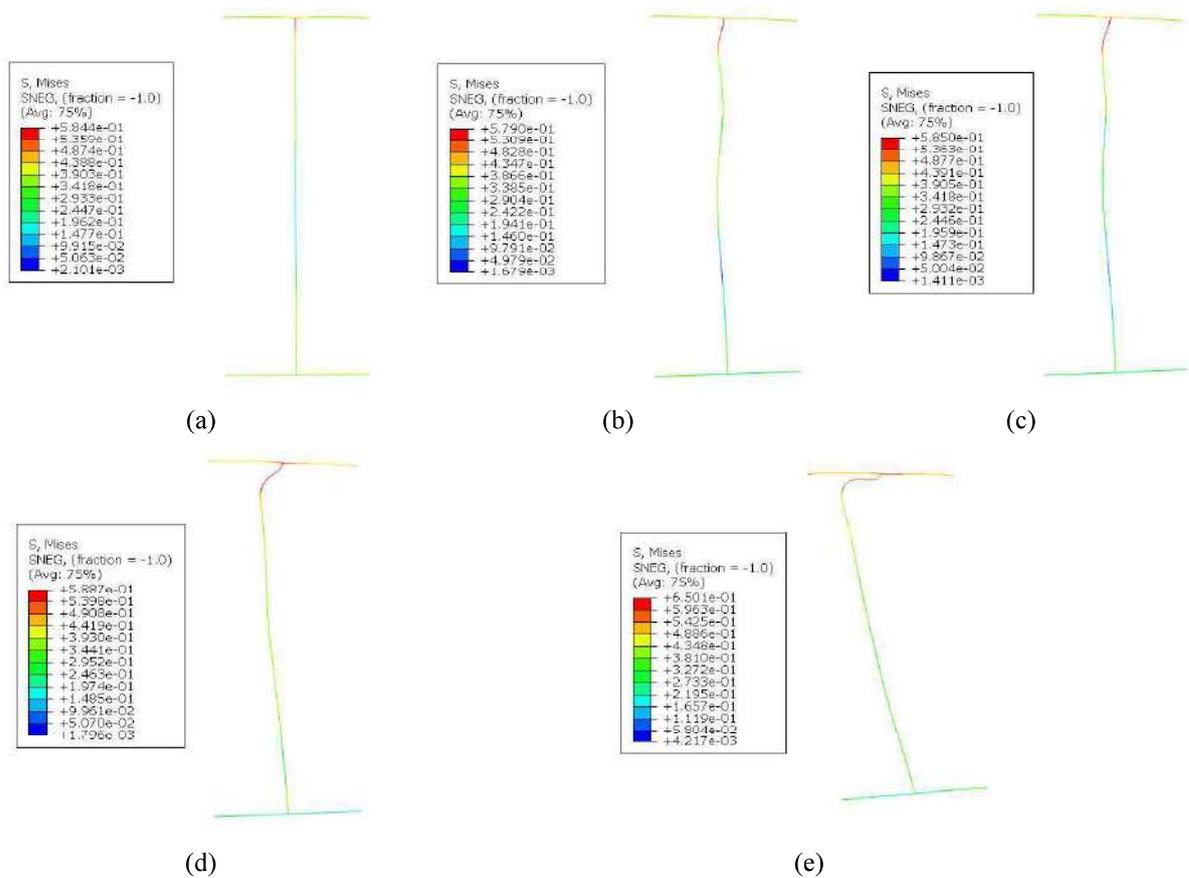


Figura 5.24 – Distribuição de tensões de flexão ao longo da análise numérica para vigas com a mesa carregada com rotação impedida

## 5.6 Influência da Restrição à Rotação para Mesa Carregada

A influência da rotação da mesa carregada para as vigas analisadas é ilustrada na Figura 5.25, em que a reta representa a força crítica obtida para vigas com a rotação da mesa carregada impedida, e os pontos são dados pelo encontro entre a força crítica obtida para vigas com a rotação da mesa carregada impedida, indicada por  $P_{\text{ROTAÇÃO IMPEDIDA}}$ , e a força crítica para vigas com a rotação da mesa carregada livre, indicada por  $P_{\text{ROTAÇÃO LIVRE}}$ .

Nota-se na figura que todos os pontos se encontram abaixo da reta, indicando que há um ganho considerável na capacidade resistente da viga com a restrição à rotação da mesa carregada, visto que, essa condição de contorno faz com que a viga fique mais rígida e, portanto, mais resistente. De maneira geral, a restrição à rotação aumentou em aproximadamente 56% a força resistente das vigas analisadas neste estudo, sendo que este ganho variou entre 17% e 84%.

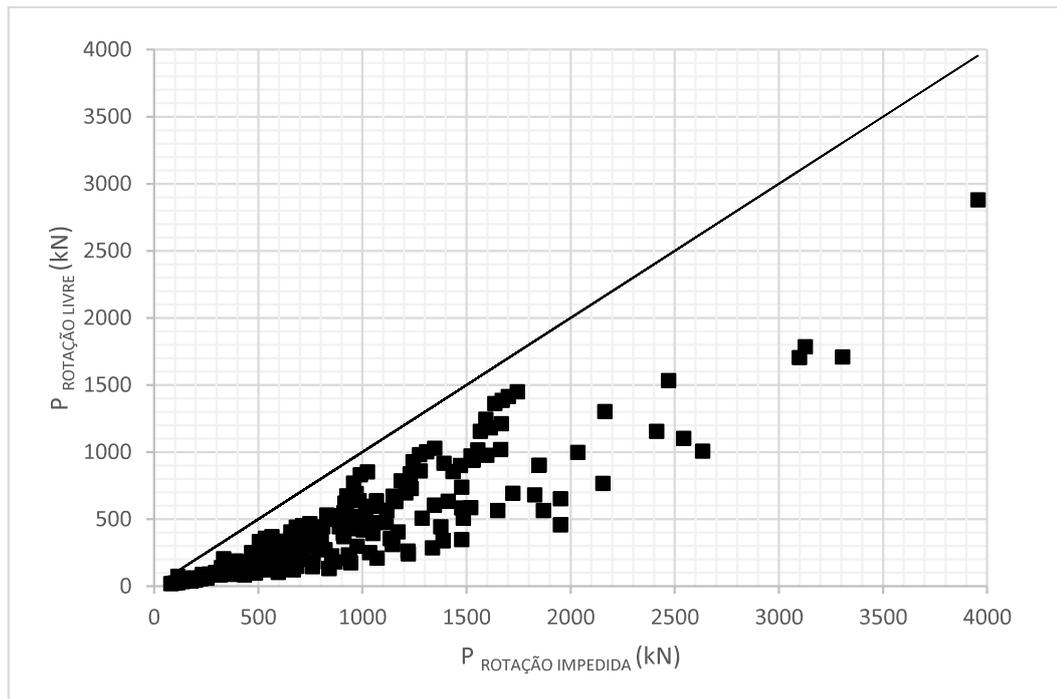


Figura 5.25 – Força crítica de vigas com a mesa carregada com rotação livre em função da força crítica de vigas com a mesa carregada com rotação impedida

# 6

## PROPOSIÇÃO DE PROCEDIMENTO DE CÁLCULO

### 6.1 Considerações Gerais

Com base nos resultados apresentados no Capítulo 5, um procedimento de cálculo para a obtenção da força resistente para o estado-limite último flambagem lateral da alma, para vigas de seção I duplamente simétricas com a mesa carregada com rotação impedida e livre, válido inclusive para o regime inelástico, é proposto neste capítulo.

Na elaboração do procedimento, procurou-se uma solução simples, que permitisse uma utilização fácil na prática, com bom nível de precisão em relação aos valores obtidos na análise numérica, em detrimento de soluções mais sofisticadas. Assim, partiu-se das equações da norma norte-americana ANSI/AISC 360-16, procurando apenas melhorar suas duas maiores inconsistências, que são a desconsideração da influência da espessura da alma nas vigas com a mesa carregada com rotação livre e a obtenção de resultados muito conservadores com a redução à metade do coeficiente  $C_r$  nas análises em regime inelástico.

Com as alterações indicadas, são obtidos valores da força resistente mais próximos dos da análise numérica e, portanto, menos conservadores que os do procedimento normativo.

### 6.2 Procedimento Proposto

Na elaboração do procedimento proposto, como já foi explicitado, assumiu-se como base as prescrições da norma norte-americana ANSI/AISC 360-16, obtendo-se um valor corrigido para a razão  $\left(\frac{h/t_w}{L/b_f}\right)$  e considerando o valor fixo de  $3,3 \times 10^6$  MPa para o coeficiente  $C_r$ , que torna-se

independente do momento de início do escoamento.

O valor corrigido para a razão  $\left(\frac{h/t_w}{L/b_f}\right)$ , denominado aqui  $\left(\frac{h/t_w}{L/b_f}\right)_{cor}$ , foi obtido por meio de ajustes sucessivos até que os resultados finais da força resistente se aproximassem dos valores da análise numérica.

Com base no exposto, foram obtidos os seguintes valores para  $\left(\frac{h/t_w}{L/b_f}\right)_{cor}$  e para a força localizada resistente nominal ( $F_{Rk}$ ):

- para vigas com a mesa carregada com rotação impedida:

$$\left(\frac{h/t_w}{L/b_f}\right)_{cor} = 2,6 \left(\frac{h/t_w}{L/b_f}\right)^{0,7} \quad (6.1)$$

e, considerando a Equação (3.8)

$$F_{Rd} = \frac{C_r t_w^3 t_f}{h^2} \left[ 1 + 1,04 \left(\frac{h/t_w}{L/b_f}\right)^{2,1} \right] \quad (6.2)$$

- para vigas com a mesa carregada com rotação livre:

$$\left(\frac{h/t_w}{L/b_f}\right)_{cor} = 3,2 \left(\frac{h/t_w}{L/b_f}\right)^{0,7} \quad (6.3)$$

e, considerando a Equação (3.3)

$$F_{Rd} = \frac{C_r t_w^3 t_f}{h^2} \left[ 1,28 \left(\frac{h/t_w}{L/b_f}\right)^{2,1} \right] \quad (6.4)$$

### 6.3 Avaliação do Procedimento

Os resultados obtidos pelas equações propostas, (6.2) e (6.4), foram comparados com os obtidos pela análise numérica deste estudo e o procedimento de cálculo normativo para vigas com a mesa carregada com rotação impedida (Figura 6.1) e para vigas com a mesa carregada com rotação livre (ver Figura 6.2).

Nessas duas figuras é possível observar que os resultados obtidos pelas equações propostas são mais satisfatórios que os do procedimento normativo, visto que se aproximam mais da reta “este trabalho” que representa as forças últimas obtidas nas análises numéricas. Acrescenta-se ainda que para o caso da mesa carregada com a rotação impedida, o desvio padrão entre os resultados obtidos na análise numérica e pela equação proposta foi de 229,03 kN, com erro padrão de 36,21 kN. Da mesma maneira, para o caso da mesa carregada com a rotação livre, o desvio padrão entre os resultados obtidos na análise numérica e pela equação proposta foi de 69,56 kN e o erro padrão de 12,11 kN, o que indica uma boa convergência, principalmente para as vigas com a mesa carregada com rotação livre.

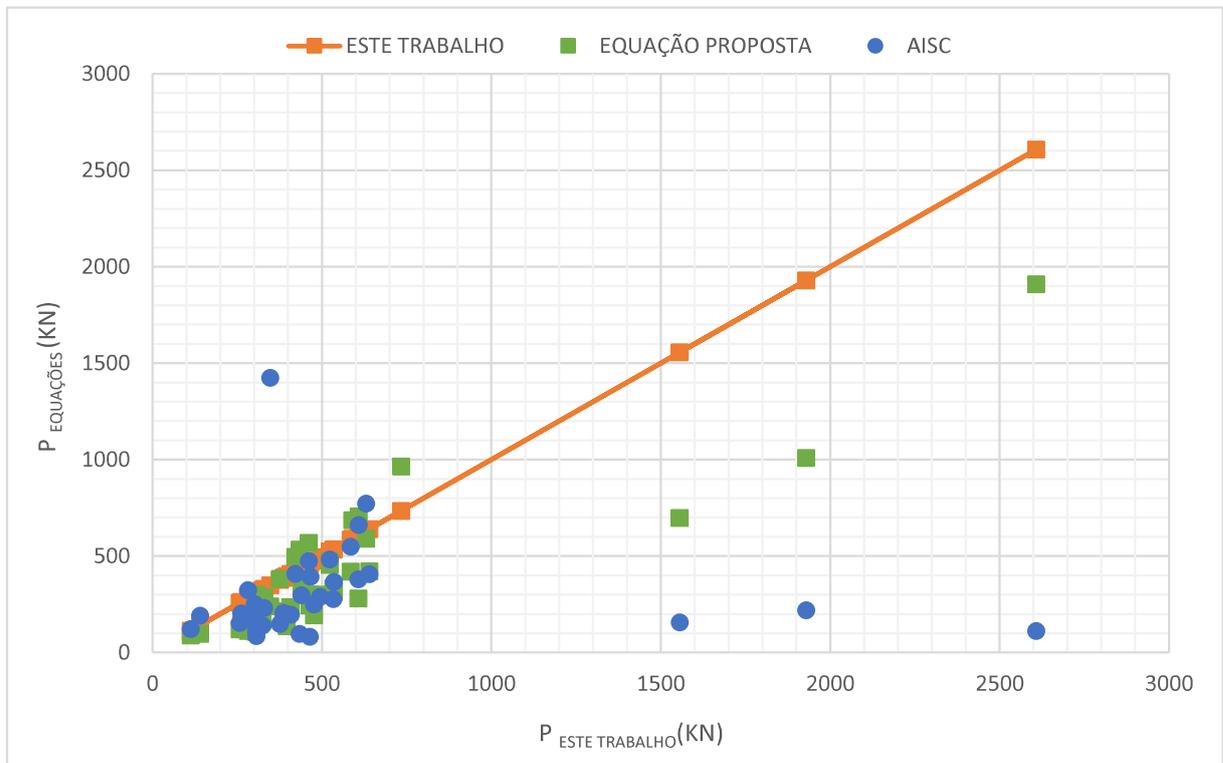


Figura 6.1 - Comparação dos resultados obtidos com a análise numérica deste trabalho, pela equação proposta e pelo procedimento normativo para vigas com a mesa carregada com rotação impedida

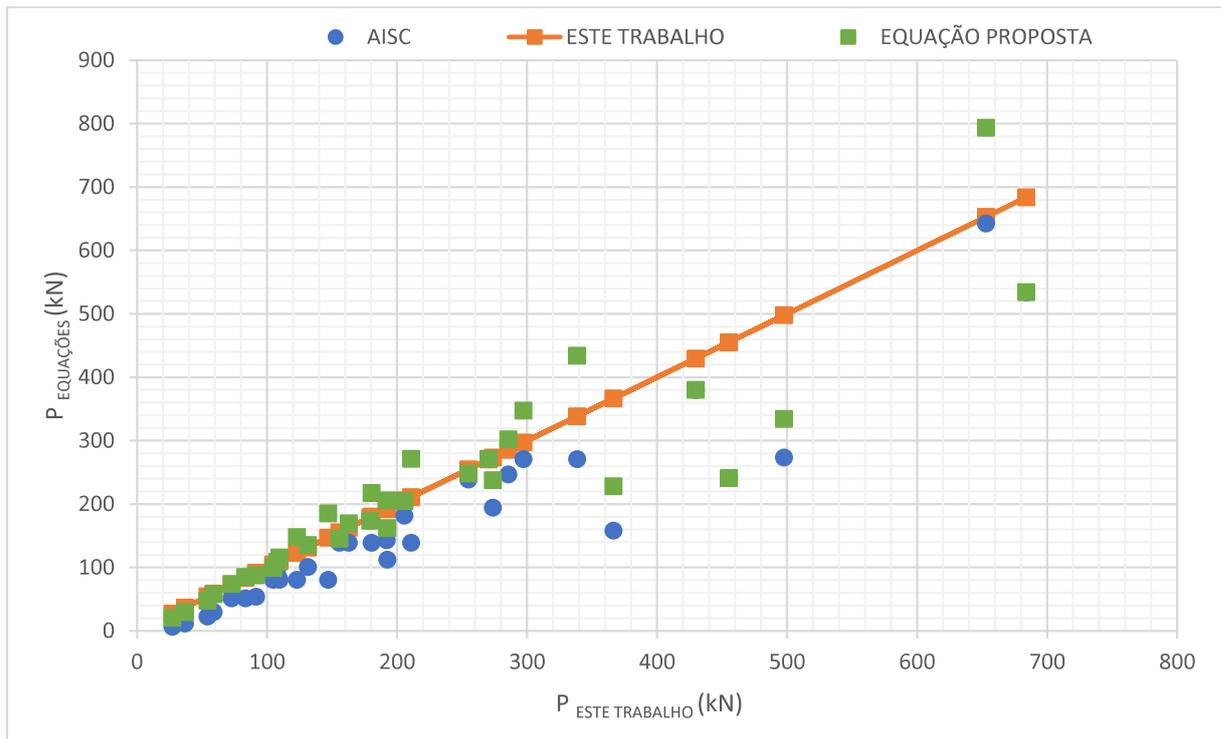


Figura 6.2 - Comparação dos resultados obtidos com a análise numérica deste trabalho, pela equação proposta e pelo procedimento normativo para vigas com a mesa carregada com rotação livre

Adicionalmente, os resultados obtidos pela Equação (6.2), para vigas com a mesa carregada com rotação livre, foram comparados com os obtidos pela análise numérica de Grondin e Cheng (1999) e pela equação desenvolvida por esses autores (Figura 6.3). Nota-se que os pontos referentes à equação proposta deste estudo estão próximos à reta que representa os valores obtidos pela análise numérica de Grondin e Cheng (1999). Lembra-se que Grondin e Cheng (1999) não estudaram as vigas com a mesa carregada com rotação impedida.

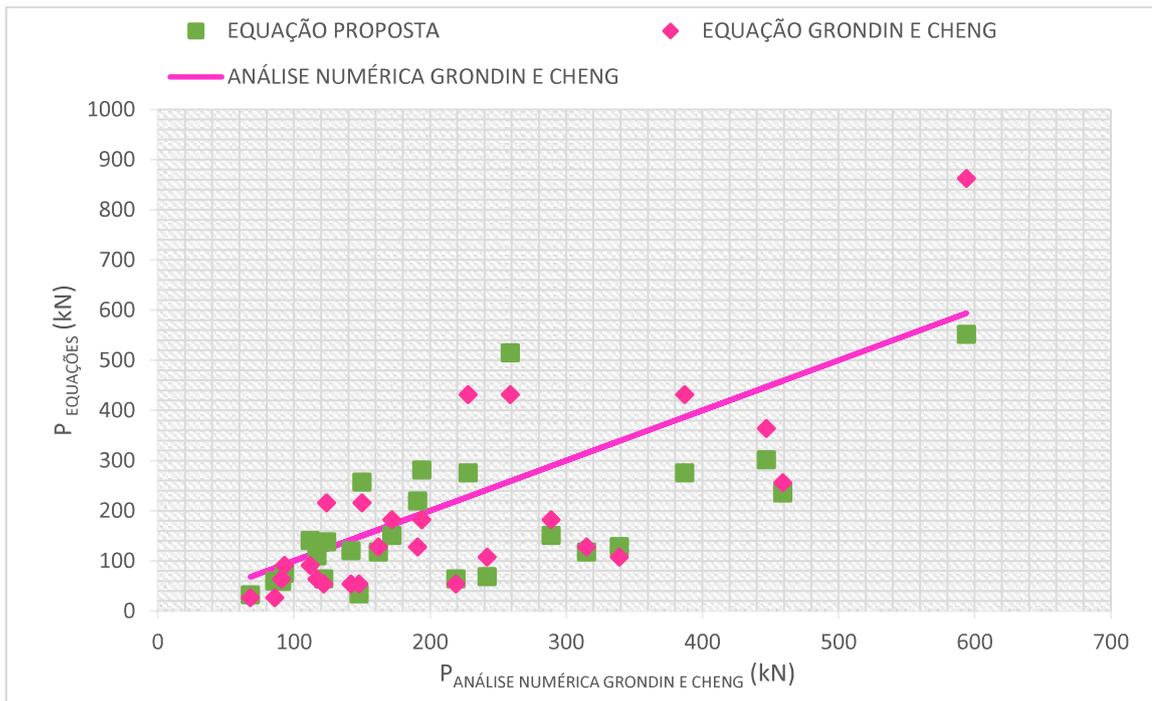


Figura 6.3 - Comparação dos resultados obtidos neste trabalho e com a análise numérica e a equação proposta por Grondin e Cheng (1999) para vigas com a mesa carregada com rotação livre

É importante destacar que a formulação proposta corrige resultados incoerentes fornecidos pelo procedimento normativo, assunto já tratado anteriormente, uma vez que:

- leva em conta haver ganho na força resistente com o aumento da espessura da alma para vigas com a mesa carregada com rotação livre;
- permite reduzir a influência da espessura da mesa na determinação da força resistente;
- leva em conta que o aumento da altura da alma é pouco significativo para a determinação da força resistente de vigas com a rotação da mesa carregada livre e tem relevância para as vigas com a mesa carregada com rotação impedida.

# 7

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

### 7.1 Conclusões

Neste trabalho, inicialmente, procurou-se dar uma visão histórica do tratamento da flambagem lateral da alma em vigas de aço desde a década de 1960, abrangendo o procedimento das normas de projeto de estruturas de aço norte-americana (ANSI/AISC 360-16) e brasileira (ABNT NBR 8800:2008) – ambas adotam praticamente o mesmo procedimento, desenvolvido em 1986, portanto há mais de trinta anos. Mostrou-se que o procedimento dessas normas para determinação da força resistente se limita à obtenção da força crítica, com a introdução de um ajuste pouco fundamentado para o caso de o colapso ocorrer em regime inelástico, e apresenta muitas inconsistências e lacunas. Mostrou-se ainda que os estudos recentes não são muitos, e ainda não fornecem uma formulação definitiva para o problema, o que tornam necessárias novas pesquisas.

Procurando avançar no sentido de uma maior compreensão do fenômeno da flambagem lateral da alma, foi desenvolvida e aferida aqui uma modelagem numérica utilizando o MEF, com o uso do programa ABAQUS (Hibitt *et al.*, 2013), para obtenção da força localizada crítica (análise linearizada de flambagem) e da força última (análise inelástica de estabilidade), ou força resistente, de vigas de aço biapoiadas com seção I duplamente simétrica e vínculos de garfo nos apoios. Considerou-se sempre a força localizada na seção central das vigas, e a mesa superior, na qual atua a força localizada, contida contra deslocamento lateral, e a rotação dessa mesa impedida ou livre ao longo de seu comprimento. Com a modelagem, foi feito um estudo paramétrico, onde foram avaliadas as influências na flambagem lateral da alma da espessura e da altura da alma, da espessura e da largura da mesa tracionada e do comprimento da viga. Os resultados obtidos com a modelagem de vigas deste trabalho foram comparados graficamente

com a equação proposta por Topkaya (2006), por Grodin e Cheng (1999) e com os do procedimento normativo.

A realização das análises numéricas possibilitou a caracterização de como cada parâmetro influi na força crítica de flambagem lateral da alma. Comprovou-se também que de maneira geral, o procedimento normativo fornece valores conservadores, sendo exceção os casos com mesas muito pouco esbeltas, almas muito esbeltas e vigas muito curtas.

Também foi demonstrado que os valores fornecidos pela equação de Topkaya (2006) para a mesa carregada com rotação impedida são satisfatórios dentro de sua faixa de aplicação, ou seja, nas vigas em que a razão entre o comprimento da viga e a altura da seção transversal não ultrapasse 16.

Para as vigas com a mesa carregada com rotação livre, tanto as equações propostas por Topkaya (2006) e Grodin e Cheng (1999) não foram capazes de determinar com precisão a força resistente das vigas, fornecendo valores superiores aos obtidos neste estudo.

Duas novas equações foram propostas, uma para a mesa carregada impedida de rotacionar e outra para a mesa carregada com rotação livre, tendo como referência o procedimento da norma norte-americana. Essas novas equações possibilitaram a obtenção de valores da força resistente mais próximos dos da análise numérica e, portanto, menos conservadores que os do procedimento normativo.

## **7.2 Sugestões para Trabalhos Futuros**

O estudo da flambagem lateral da alma feita neste trabalho evidencia a carência de ensaios experimentais para o melhor entendimento desse modo de colapso, visto que os poucos existentes na literatura foram executados há longo tempo e não são conclusivos ou devidamente abrangentes, e quase sempre com momento negativo aplicado na extremidade.

Embora neste trabalho se tenha chegado a expressões para obtenção da força localizada resistente, essas expressões podem ainda ser melhoradas a partir de estudos de regressão mais elaborados e de análises numéricas calibradas com novos ensaios, cuja necessidade já foi explicitada.

Destaca-se ainda que os estudos feitos neste trabalho consideram situações com a força

localizada na seção central das vigas, sendo esta a única ação atuante. Considera ainda vigas biapoiadas com vínculos de garfo nas extremidades. Assim, considera-se importante avaliar outras posições da força atuante, além de situações com diferentes diagramas de momento fletor.

Um outro estudo interessante refere-se à eficácia da utilização dos métodos para evitar a flambagem lateral da alma indicados pelas normas de projeto, como os travamentos contra deslocamento lateral da mesa tracionada, chapas de reforço na alma e enrijecedores transversais.

Finalmente, recomenda-se que o estado-limite de flambagem lateral da alma seja também estudado em situação de incêndio.

## REFERÊNCIAS

ABNT NBR 15980:2011: Perfis laminados de aço para uso estrutural – Dimensões e tolerâncias. Rio de Janeiro: Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT), 2011.

ABNT NBR 5884:2013: Perfil I estrutural de aço soldado por arco elétrico – Requisitos. Rio de Janeiro: Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT), 2013.

ABNT NBR 8800:2008: Projeto de Estruturas de Aço e de Estruturas Mistas de Aço e Concreto de Edifícios. Rio de Janeiro: Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT), 2008.

ABREU, L. M. P. Determinação do momento fletor resistente à flambagem lateral com torção de vigas de aço celulares. Dissertação de mestrado, Programa de Pós-graduação em Engenharia de Estruturas – Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2011.

ANSI/AISC 360-16: Specification for Structural Steel Building. Chicago, EUA: American Institute of Steel Construction (AISC), 2016.

BASLER, K., YEN, B. T., MUELLER, J. A., THURLIMANN, B. Web buckling tests on Welded Plate Girders, Bulletin, 1960; No. 64, Welding Research Council, New York.

BEZERRA, E. M. Determinação do momento fletor resistente à flambagem lateral com torção de vigas de aço casteladas. Dissertação de mestrado, Programa de Pós-graduação em Engenharia de Estruturas – Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2011.

CASTRO E SILVA, A. L. R. Análise numérica não-linear da flambagem local de perfis de aço estrutural submetidos à compressão uniaxial. Tese de doutorado, Programa de Pós-graduação em Engenharia de Estruturas – Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2016.

DANIELS, J.H, FISHER, J. W. Static behavior of composite beams with variable load position. Report no 324.3. Fritz Engineering Laboratory, Lehigh University; 1967.

EN 1993-1-5: 2006, EUROCODE 3: Design of steel structures – Part 1-5: Plated structural elements. Bruxelas: European Committee for Standardization, 2006.

FAKURY, R.H.; CASTRO E SILVA, A.L.R.; CALDAS, R.B. Dimensionamento de elementos estruturais de aço e mistos de aço e concreto. São Paulo. Pearson, 2016.

GRONDIN, G. Y., GHENG, J. J. R. Sidesway web buckling of steel beams. Engineering Journal, AISC 1999, 36(4):169-79.

HIBBITT; KARLSSON; SORENSEN. ABAQUS/Standard – User’s Manual. USA, 2005. 2013

LAGERQVIST, O., JOHANSSON, B. Resistance of I-girders to concentrated loads. Journal of Constructional Steel Research 1996; 39 (2):87-119.

MC FALLS, R. K. E TALL, L. A study of welded columns manufactured from flame cut plates- Welding Journal / AWS, Abril, 1969; pp. 141-153.

MULLIN, D., CHENG, J. J. R. The effect of tension flange movement on the strength of point-loaded I-beams. Structural Engineering Report Np. 208. Edmonton, Alberta; 1995.

SALMON, C.G.; JOHNSON, J.E. Steel Structures, Design and Behaviour, Ed. Harper & Row, New York, 1990.

SILVA. C. C. Estudo da influência da distorção da alma no momento crítico elástico de flambagem lateral com torção de vigas de aço de alma não esbelta com seção i. Dissertação de mestrado, Programa de Pós-graduação em Engenharia de Estruturas – Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2017.

SUMMERS, P. A., YURA, J. A. The behavior of beams subjected to concentrated loads. Report no 82-5. Phil M. Ferguson Structural Engineering Laboratory, University of Texas at Austin; 1982.

TOPKAYA, C. A. numerical study on linear bifurcation web buckling of steel I-beams in the sidesway mode. Engineering Structures. Ankara, Turkey, 2006.

YURA, J. A. Web behaviour of concentrated loads in steel beams. Annual Meeting of the column Research Council, March 24-25, 1970. St. Louis, Missouri.

## **ANEXO A**

### **RESULTADOS DO ESTUDO PARAMÉTRICO**

Todos os resultados do estudo paramétrico apresentado no Capítulo 5 são apresentados neste anexo. As vigas com o comportamento do aço limitado ao regime elástico com a mesa carregada com rotação impedida e livre são mostradas na Tabela A.1, e aquelas com a consideração do comportamento inelástico do aço na Tabela A.2, sendo considerado para essas análises o valor máximo igual ao elástico.

Nas tabelas os perfis com a letra A representam as vigas com a mesa carregada com rotação impedida e, com a letra B, as vigas com a mesa carregada com rotação livre. A determinação da possibilidade de ocorrer ou não flambagem lateral segundo a norma norte-americana ANSI/AISC 360-10, dada pela razão  $\left(\frac{h/t_w}{L/b_f}\right)$ , é indicada nas tabelas com a cor vermelha para valores que essa norma considera que a flambagem lateral da alma não ocorre para nenhum caso, ou seja, quando essa razão é excedida para ambos os casos. A cor amarela representa os casos em que a flambagem ocorre apenas para vigas com a mesa carregada com rotação impedida e, a cor verde, os casos em que a flambagem, ocorre tanto para vigas com a rotação da mesa carregada impedida quanto livre.

Nas tabelas também é possível observar os modos de flambagem (MF) que cada viga apresentou, sendo indicados conforme os números da Figura A.1. Outras vigas, que são representadas por 1-S, indicam que houve a formação de duas ou mais semiondas laterais ao longo da mesa tracionada e aquelas com asterisco (1-S\*), além de apresentarem a formação de semiondas, também tiveram indícios de efeitos locais em sua configuração deformada.

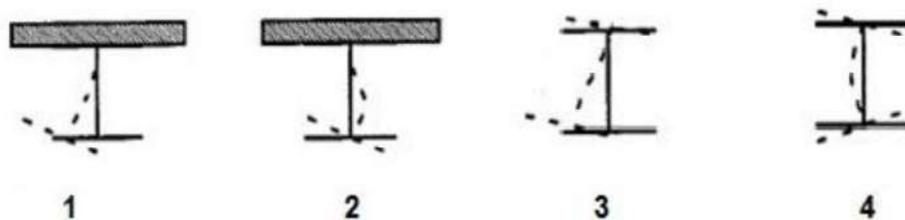


Figura A.7.1 – Modos de flambagem apresentados (Adaptado Mullin e Cheng, 1995)

Tabela A.1 - Resultados obtidos para análises de vigas limitadas ao regime elástico do aço

Perfil	Dimensões					$\left(\frac{h/t_w}{L/b_f}\right)$	Força Crítica (kN)				MF
	$d$ (mm)	$t_f$ (mm)	$t_w$ (mm)	$b_f$ (mm)	$L$ (mm)		AISC	Topkaya (2006)	Equação Proposta	Este Trabalho	
A01	800	16	9,5	320	8000	3,37	2311	968	1016	1207	2
A02	800	22,4	9,5	320	8000	3,37	3236	1095	1423	1278	2
A03	800	31,5	9,5	320	8000	3,37	4550	1163	2001	1348	2
A04	800	16	9,5	320	10000	2,69	1253	977	663	1148	1
A05	800	22,4	9,5	320	10000	2,69	1754	1113	928	1230	2
A06	800	31,5	9,5	320	10000	2,69	2466	1185	1304	1309	2
A07	800	16	9,5	320	12000	2,25	785	989	474	1017	1
A08	800	22,4	9,5	320	12000	2,25	1098	1133	664	1186	2
A09	800	31,5	9,5	320	12000	2,25	1545	1209	934	1275	2
A10	800	16	9,5	320	14000	1,92	547	1003	363	912	1-S
A11	800	22,4	9,5	320	14000	1,92	765	1154	508	1117	1
A12	800	31,5	9,5	320	14000	1,92	1076	1234	714	1243	2
A13	800	16	9,5	320	16000	1,68	413	1018	291	715	1-S
A14	800	22,4	9,5	320	16000	1,68	578	1175	408	946	1-S
A15	800	31,5	9,5	320	16000	1,68	813	1258	574	1212	2
A16	800	16	9,5	320	18000	1,50	332	1033	243	594	1-S
A17	800	22,4	9,5	320	18000	1,50	465	1195	340	772	1-S
A18	800	31,5	9,5	320	18000	1,50	654	1281	479	1052	1-S
A19	800	16	9,5	320	20000	1,35	281	1048	209	518	1-S
A20	800	22,4	9,5	320	20000	1,35	393	1215	293	660	1-S
A21	800	31,5	9,5	320	20000	1,35	553	1304	411	889	1-S
A22	800	16	9,5	320	22000	1,22	246	1062	184	465	1-S
A23	800	22,4	9,5	320	22000	1,22	345	1235	257	584	1-S
A24	800	31,5	9,5	320	22000	1,22	485	1326	362	777	1-S
A25	800	16	9,5	320	24000	1,12	222	1077	165	424	1-S
A26	800	22,4	9,5	320	24000	1,12	311	1254	231	528	1-S
A27	800	31,5	9,5	320	24000	1,12	438	1347	325	685	1-S
A28	800	16	8	320	8000	4,00	2254	620	852	747	2
A29	800	16	12,5	320	8000	2,56	2492	1916	1372	2165	1
A30	800	16	16	320	8000	2,00	2847	3485	1850	3306	1
A31	800	16	8	320	10000	3,20	1195	629	549	714	2
A32	800	16	12,5	320	10000	2,05	1434	1916	919	1849	1
A33	800	16	16	320	10000	1,60	1789	3450	1285	2634	1-S
A34	800	16	8	320	12000	2,67	727	639	388	683	2
A35	800	16	12,5	320	12000	1,71	966	1928	678	1520	1-S
A36	800	16	16	320	12000	1,33	1321	3441	984	1951	1-S
A40	800	16	8	320	16000	2,00	356	660	231	620	1-S
A41	800	16	12,5	320	16000	1,28	594	1963	444	975	1-S

A42	800	16	16	320	16000	1,00	949	3462	691	1387	1-S
A46	800	16	8	320	20000	1,60	224	682	161	422	1-S
A47	800	16	12,5	320	20000	1,02	462	2006	338	763	1-S
A48	800	16	16	320	20000	0,80	817	3506	560	1070	1-S
A52	800	16	8	320	24000	1,33	165	702	123	334	1-S
A53	800	16	12,5	320	24000	0,85	404	2051	282	614	1-S
A54	800	16	16	320	24000	0,67	758	3560	489	841	1-S
A55	800	16	9,5	140	8000	1,47	324	840	238	468	3-S
A56	800	16	9,5	230	8000	2,42	947	918	543	918	3
A59	800	16	9,5	140	12000	0,98	196	846	142	265	1-S
A60	800	16	9,5	230	12000	1,61	381	933	273	613	1-S
A63	800	16	9,5	140	16000	0,74	165	861	110	191	1-S
A64	800	16	9,5	230	16000	1,21	243	957	181	404	1-S
A67	800	16	9,5	140	20000	0,59	154	880	95	143	1-S
A68	800	16	9,5	230	20000	0,97	193	982	140	317	1-S
A71	800	16	9,5	140	24000	0,49	149	899	88	114	1-S
A72	800	16	9,5	230	24000	0,81	172	1007	118	253	1-S
A73	600	16	9,5	320	6000	3,37	4109	1345	1807	1597	2
A74	600	22,4	9,5	320	6000	3,37	5752	1494	2529	1668	2
A75	600	31,5	9,5	320	7500	2,69	4384	1592	2319	1744	2
A76	600	16	9,5	320	7500	2,69	2227	1361	1178	1531	2
A77	600	22,4	9,5	320	7500	2,69	3117	1521	1649	1614	2
A78	600	31,5	9,5	320	7500	2,69	4384	1592	2319	1701	2
A79	600	16	9,5	320	9000	2,25	1395	1381	843	1471	2
A80	600	22,4	9,5	320	9000	2,25	1953	1550	1181	1566	2
A81	600	31,5	9,5	320	9000	2,25	2746	1625	1660	1672	2
A82	600	16	9,5	320	10500	1,92	972	1403	645	1412	1-S
A83	600	22,4	9,5	320	10500	1,92	1361	1579	903	1521	2
A84	600	31,5	9,5	320	10500	1,92	1913	1658	1270	1636	2
A85	600	16	9,5	320	12000	1,68	734	1425	518	1114	1-S*
A86	600	22,4	9,5	320	12000	1,68	1028	1609	725	1477	2
A87	600	31,5	9,5	320	12000	1,68	1446	1691	1020	1594	2
A88	600	16	9,5	320	13500	1,50	591	1447	432	1134	1-S*
A89	600	22,4	9,5	320	13500	1,50	827	1637	605	1477	2
A90	600	31,5	9,5	320	13500	1,50	1163	1723	851	1665	2
A91	600	16	9,5	320	15000	1,35	499	1469	371	790	1-S*
A92	600	22,4	9,5	320	15000	1,35	699	1665	520	1044	1-S
A93	600	31,5	9,5	320	15000	1,35	983	1753	731	1435	1-S
A94	600	16	9,5	320	16500	1,22	438	1491	327	707	1-S
A95	600	22,4	9,5	320	16500	1,22	613	1693	458	908	1-S
A96	600	31,5	9,5	320	16500	1,22	862	1783	644	1235	1-S
A97	600	16	9,5	320	18000	1,12	395	1512	293	635	1-S*

A98	600	22,4	9,5	320	18000	1,12	553	1719	411	801	1-S
A99	600	31,5	9,5	320	18000	1,12	778	1812	578	1068	1-S
A100	600	16	8	320	6000	4,00	4007	855	1515	949	2
A101	600	16	12,5	320	6000	2,56	4431	2691	2439	3127	1-S*
A102	600	16	16	320	6000	2,00	5062	4914	3289	3956	1-S*
A103	600	16	8	320	7500	3,20	2125	868	976	984	2
A104	600	16	12,5	320	7500	2,05	2549	2701	1634	2470	1-S*
A105	600	16	16	320	7500	1,60	3180	4886	2284	3098	1-S*
A106	600	16	8	320	9000	2,67	1293	883	690	916	2
A107	600	16	12,5	320	9000	1,71	1717	2724	1205	2035	1-S*
A108	600	16	16	320	9000	1,33	2348	4891	1749	2543	1-S*
A109	600	16	8	320	10500	2,29	870	898	520	921	2
A110	600	16	12,5	320	10500	1,46	1294	2754	952	1722	1-S*
A111	600	16	16	320	10500	1,14	1925	4913	1432	2155	1-S*
A112	600	16	8	320	12000	2,00	633	914	411	890	2
A113	600	16	12,5	320	12000	1,28	1057	2786	789	1485	1-S*
A114	600	16	16	320	12000	1,00	1687	4946	1229	1870	1-S*
A115	600	16	8	320	13500	1,78	489	930	338	810	1-S
A116	600	16	12,5	320	13500	1,14	913	2820	679	1287	1-S*
A117	600	16	16	320	13500	0,89	1544	4985	1092	1650	1-S*
A118	600	16	8	320	15000	1,60	397	945	286	670	1-S
A119	600	16	12,5	320	15000	1,02	821	2855	601	1145	1-S
A120	600	16	16	320	15000	0,80	1452	5028	995	1477	1-S
A121	600	16	8	320	16500	1,45	336	960	247	577	1-S
A122	600	16	12,5	320	16500	0,93	760	2890	544	1035	1-S
A123	600	16	16	320	16500	0,73	1391	5073	924	1336	1-S
A124	600	16	8	320	18000	1,33	293	974	219	512	1-S
A125	600	16	12,5	320	18000	0,85	717	2924	501	938	1-S
A126	600	16	16	320	18000	0,67	1348	5120	870	1220	1-S*
A127	600	16	9,5	140	6000	1,47	575	1180	422	764	1
A128	600	16	9,5	230	6000	2,42	1684	1282	966	1393	1
A129	600	16	9,5	140	7500	1,18	418	1185	311	521	1-S
A130	600	16	9,5	230	7500	1,94	985	1294	652	1161	1
A131	600	16	9,5	140	9000	0,98	348	1195	253	408	1-S
A132	600	16	9,5	230	9000	1,61	677	1310	485	1004	1-S
A133	600	16	9,5	140	10500	0,84	313	1208	218	344	1-S
A134	600	16	9,5	230	10500	1,38	519	1328	385	762	1-S
A135	600	16	9,5	140	12000	0,74	293	1222	195	295	1-S
A136	600	16	9,5	230	12000	1,21	431	1347	322	626	1-S
A137	600	16	9,5	140	13500	0,65	281	1237	180	255	1-S
A138	600	16	9,5	230	13500	1,08	378	1367	279	542	1-S
A139	600	16	9,5	140	15000	0,59	273	1252	169	222	1-S

A140	600	16	9,5	230	15000	0,97	344	1386	249	483	1-S
A141	600	16	9,5	140	16500	0,54	268	1267	162	196	1-S
A142	600	16	9,5	230	16500	0,88	321	1405	227	435	1-S
A143	600	16	9,5	140	18000	0,49	264	1283	156	176	1-S
A144	600	16	9,5	230	18000	0,81	305	1424	210	392	1-S
A145	1000	16	9,5	320	10000	3,37	1479	747	650	911	1-S
A146	1000	22,4	9,5	320	10000	3,37	2071	857	911	970	1-S
A147	1000	31,5	9,5	320	10000	3,37	2912	923	1280	1025	1-S
A148	1000	16	9,5	320	12500	2,69	802	753	424	829	1-S
A149	1000	22,4	9,5	320	12500	2,69	1122	870	594	925	1-S
A150	1000	31,5	9,5	320	12500	2,69	1578	940	835	990	1-S
A151	1000	16	9,5	320	15000	2,25	502	761	304	736	1-S
A152	1000	22,4	9,5	320	15000	2,25	703	885	425	884	1-S
A153	1000	31,5	9,5	320	15000	2,25	989	959	598	957	1-S
A154	1000	16	9,5	320	17500	1,92	350	771	232	625	1-S
A155	1000	22,4	9,5	320	17500	1,92	490	901	325	800	1-S
A156	1000	31,5	9,5	320	17500	1,92	689	978	457	925	1-S
A157	1000	16	9,5	320	20000	1,68	264	781	187	495	1-S
A158	1000	22,4	9,5	320	20000	1,68	370	917	261	647	1-S
A159	1000	31,5	9,5	320	20000	1,68	520	997	367	882	1-S
A160	1000	16	9,5	320	22500	1,50	213	792	156	417	1-S
A161	1000	22,4	9,5	320	22500	1,50	298	932	218	534	1-S
A162	1000	31,5	9,5	320	22500	1,50	419	1016	306	718	1-S
A163	1000	16	9,5	320	25000	1,35	180	803	134	367	1-S
A164	1000	22,4	9,5	320	25000	1,35	252	947	187	461	1-S
A165	1000	31,5	9,5	320	25000	1,35	354	1033	263	611	1-S
A166	1000	16	9,5	320	27500	1,22	158	813	118	367	1-S
A167	1000	22,4	9,5	320	27500	1,22	221	962	165	410	1-S
A168	1000	31,5	9,5	320	27500	1,22	310	1051	232	538	1-S
A169	1000	16	9,5	320	30000	1,12	142	824	106	115	1-S
A170	1000	22,4	9,5	320	30000	1,12	199	977	148	373	1-S
A171	1000	31,5	9,5	320	30000	1,12	280	1068	208	483	1-S
A172	1000	16	8	320	10000	4,00	1443	482	545	566	2
A173	1000	16	12,5	320	10000	2,56	1595	1470	878	1554	1
A174	1000	16	16	320	10000	2,00	1822	2668	1184	2413	1
A175	1000	16	8	320	12500	3,20	765	488	352	535	2
A176	1000	16	12,5	320	12500	2,05	918	1466	588	1346	1
A177	1000	16	16	320	12500	1,60	1145	2632	822	1827	1
A178	1000	16	8	320	15000	2,67	466	495	248	506	2
A179	1000	16	12,5	320	15000	1,71	618	1471	434	1050	1-S
A180	1000	16	16	320	15000	1,33	845	2618	630	1377	1-S
A181	1000	16	8	320	17500	2,29	313	503	187	477	2
A182	1000	16	12,5	320	17500	1,46	466	1481	343	821	1-S

A183	1000	16	16	320	17500	1,14	693	2617	516	1144	1-S
A184	1000	16	8	320	20000	2,00	228	511	148	424	1-S
A185	1000	16	12,5	320	20000	1,28	380	1493	284	692	1-S
A186	1000	16	16	320	20000	1,00	607	2623	443	933	1-S
A187	1000	16	8	320	22500	1,78	176	519	122	345	1-S
A188	1000	16	12,5	320	22500	1,14	329	1507	245	609	1-S
A189	1000	16	16	320	22500	0,89	556	2634	393	869	1-S
A190	1000	16	8	320	25000	1,60	143	527	103	295	1-S
A191	1000	16	12,5	320	25000	1,02	296	1522	217	544	1-S
A192	1000	16	16	320	25000	0,80	523	2648	358	760	1-S
A193	1000	16	8	320	27500	1,45	121	534	89	261	1-S
A194	1000	16	12,5	320	27500	0,93	274	1537	196	486	1-S
A195	1000	16	16	320	27500	0,73	501	2664	333	669	1-S
A196	1000	16	8	320	30000	1,33	106	542	79	236	1-S
A197	1000	16	12,5	320	30000	0,85	258	1553	181	435	1-S
A198	1000	16	16	320	30000	0,67	485	2682	313	597	1-S
A199	1000	16	9,5	140	10000	1,47	207	645	152	323	1-S
A200	1000	16	9,5	230	10000	2,42	606	706	348	656	1
A201	1000	16	9,5	140	12500	1,18	150	643	112	232	1-S
A202	1000	16	9,5	230	12500	1,94	355	709	235	569	1
A203	1000	16	9,5	140	15000	0,98	125	645	91	188	1-S
A204	1000	16	9,5	230	15000	1,61	244	715	174	423	1-S
A205	1000	16	9,5	140	17500	0,84	113	650	78	158	1-S
A206	1000	16	9,5	230	17500	1,38	187	723	139	336	1-S
A207	1000	16	9,5	140	20000	0,74	105	655	70	134	1-S
A208	1000	16	9,5	230	20000	1,21	155	731	116	286	1-S
A209	1000	16	9,5	140	22500	0,65	101	661	65	115	1-S
A210	1000	16	9,5	230	22500	1,08	136	740	100	252	1-S
A211	1000	16	9,5	140	25000	0,59	98	668	61	101	1-S
A212	1000	16	9,5	230	25000	0,97	124	749	90	224	1-S
A213	1000	16	9,5	140	27500	0,54	96	674	58	89	1-S
A214	1000	16	9,5	230	27500	0,88	116	758	82	199	1-S
A215	1000	16	9,5	140	30000	0,49	95	681	56	80	1-S
A216	1000	16	9,5	230	30000	0,81	110	767	76	178	1-S
A217	1000	16	9,5	320	12000	2,81	894	242	458	957	1-S
B01	800	16	9,5	320	8000	3,37	2169	675	1163	696	4
B02	800	22,4	9,5	320	8000	3,37	3037	799	1629	859	4
B03	800	31,5	9,5	320	8000	3,37	4271	865	2291	1029	4
B04	800	16	9,5	320	10000	2,69	1111	679	728	671	4
B05	800	22,4	9,5	320	10000	2,69	1555	805	1019	838	4
B06	800	31,5	9,5	320	10000	2,69	2187	873	1434	1002	4
B07	800	16	9,5	320	12000	2,25	643	683	497	528	3

B08	800	22,4	9,5	320	12000	2,25	900	812	695	786	3
B09	800	31,5	9,5	320	12000	2,25	1265	881	978	981	4
B10	800	16	9,5	320	14000	1,92	405	688	359	369	3
B11	800	22,4	9,5	320	14000	1,92	567	819	503	568	3
B12	800	31,5	9,5	320	14000	1,92	797	889	707	929	3
B13	800	16	9,5	320	16000	1,68	271	693	271	270	3
B14	800	22,4	9,5	320	16000	1,68	380	826	380	430	3
B15	800	31,5	9,5	320	16000	1,68	534	896	534	732	3
B16	800	16	9,5	320	18000	1,50	190	698	212	206	3
B17	800	22,4	9,5	320	18000	1,50	267	832	297	338	3
B18	800	31,5	9,5	320	18000	1,50	375	904	417	596	3
B19	800	16	9,5	320	20000	1,35	139	702	170	163	3
B20	800	22,4	9,5	320	20000	1,35	194	838	238	274	3
B21	800	31,5	9,5	320	20000	1,35	273	911	334	498	3
B22	800	16	9,5	320	22000	1,22	104	707	139	132	3
B23	800	22,4	9,5	320	22000	1,22	146	844	195	227	3
B24	800	31,5	9,5	320	22000	1,22	205	917	274	424	3
B25	800	16	9,5	320	24000	1,12	80	711	116	110	3
B26	800	22,4	9,5	320	24000	1,12	112	850	162	193	3
B27	800	31,5	9,5	320	24000	1,12	158	923	228	367	3
B28	800	16	8	320	8000	4,00	2169	445	997	467	4
B29	800	16	12,5	320	8000	2,56	2169	1257	1489	1303	4
B30	800	16	16	320	8000	2,00	2169	2116	1860	1709	3
B31	800	16	8	320	10000	3,20	1111	448	624	453	4
B32	800	16	12,5	320	10000	2,05	1111	1258	932	901	3
B33	800	16	16	320	10000	1,60	1111	2106	1164	1007	3
B34	800	16	8	320	12000	2,67	643	451	425	440	4
B35	800	16	12,5	320	12000	1,71	643	1262	636	585	3
B36	800	16	16	320	12000	1,33	643	2106	794	653	3
B37	800	16	8	320	14000	2,29	405	455	308	349	3
B38	800	16	12,5	320	14000	1,46	405	1269	460	406	3
B39	800	16	16	320	14000	1,14	405	2112	574	457	3
B40	800	16	8	320	16000	2,00	271	458	232	257	3
B41	800	16	12,5	320	16000	1,28	271	1276	347	297	3
B42	800	16	16	320	16000	1,00	271	2120	434	339	3
B43	800	16	8	320	18000	1,78	190	462	182	197	3
B44	800	16	12,5	320	18000	1,14	190	1284	271	227	3
B45	800	16	16	320	18000	0,89	190	2129	339	263	3
B46	800	16	8	320	20000	1,60	139	465	146	156	3
B47	800	16	12,5	320	20000	1,02	139	1291	217	180	3
B48	800	16	16	320	20000	0,80	139	2139	272	211	3
B49	800	16	8	320	22000	1,45	104	468	119	126	3
B50	800	16	12,5	320	22000	0,93	104	1299	178	147	3

B51	800	16	16	320	22000	0,73	104	2149	222	174	3
B52	800	16	8	320	24000	1,33	80	471	99	206	3
B53	800	16	12,5	320	24000	0,85	80	1306	148	610	3
B54	800	16	16	320	24000	0,67	80	2159	185	130	3
B55	800	16	9,5	140	8000	1,47	182	551	205	251	3
B56	800	16	9,5	230	8000	2,42	805	627	582	610	3
B57	800	16	9,5	140	10000	1,18	93	551	128	130	3
B58	800	16	9,5	230	10000	1,94	412	629	364	371	3
B59	800	16	9,5	140	12000	0,98	54	554	87	92	3
B60	800	16	9,5	230	12000	1,61	239	632	248	246	3
B61	800	16	9,5	140	14000	0,84	34	556	63	69	3
B62	800	16	9,5	230	14000	1,38	150	636	180	175	3
B63	800	16	9,5	140	16000	0,74	23	560	48	54	3
B64	800	16	9,5	230	16000	1,21	101	641	136	131	3
B65	800	16	9,5	140	18000	0,65	16	563	37	44	3
B66	800	16	9,5	230	18000	1,08	71	645	106	103	3
B67	800	16	9,5	140	20000	0,59	12	566	30	37	3
B68	800	16	9,5	230	20000	0,97	52	649	85	83	3
B69	800	16	9,5	140	22000	0,54	9	570	25	31	3
B70	800	16	9,5	230	22000	0,88	39	653	69	69	3
B71	800	16	9,5	140	24000	0,49	7	573	20	27	3
B72	800	16	9,5	230	24000	0,81	30	657	58	59	3
B73	600	16	9,5	320	6000	3,37	3856	954	2068	976	4
B74	600	22,4	9,5	320	6000	3,37	5399	1099	2896	1212	4
B75	600	31,5	9,5	320	6000	3,37	7592	1164	4072	1450	4
B76	600	16	9,5	320	7500	2,69	1974	959	1295	938	4
B77	600	22,4	9,5	320	7500	2,69	2764	1108	1812	1182	4
B78	600	31,5	9,5	320	7500	2,69	3887	1175	2549	1414	4
B79	600	16	9,5	320	9000	2,25	1143	966	883	899	4
B80	600	22,4	9,5	320	9000	2,25	1600	1118	1236	1155	4
B81	600	31,5	9,5	320	9000	2,25	2250	1186	1738	1386	4
B82	600	16	9,5	320	10500	1,92	720	974	639	634	4
B83	600	22,4	9,5	320	10500	1,92	1007	1127	894	971	4
B84	600	31,5	9,5	320	10500	1,92	1417	1196	1257	1362	4
B85	600	16	9,5	320	12000	1,68	482	981	482	474	3
B86	600	22,4	9,5	320	12000	1,68	675	1137	675	739	3
B87	600	31,5	9,5	320	12000	1,68	949	1207	950	1246	3
B88	600	16	9,5	320	13500	1,50	339	988	377	356	3
B89	600	22,4	9,5	320	13500	1,50	474	1146	527	582	3
B90	600	31,5	9,5	320	13500	1,50	667	1217	742	1019	3
B91	600	16	9,5	320	15000	1,35	247	995	302	281	3
B92	600	22,4	9,5	320	15000	1,35	346	1155	423	473	3

B93	600	31,5	9,5	320	15000	1,35	486	1226	594	854	3
B94	600	16	9,5	320	16500	1,22	185	1002	247	228	3
B95	600	22,4	9,5	320	16500	1,22	260	1163	346	394	3
B96	600	31,5	9,5	320	16500	1,22	365	1235	487	730	3
B97	600	16	9,5	320	18000	1,12	143	1008	206	189	3
B98	600	22,4	9,5	320	18000	1,12	200	1170	288	334	3
B99	600	31,5	9,5	320	18000	1,12	281	1243	405	636	3
B100	600	16	8	320	6000	4,00	3856	620	1772	657	4
B101	600	16	12,5	320	6000	2,56	3856	1809	2648	1784	4
B102	600	16	16	320	6000	2,00	3856	3083	3307	2881	4
B103	600	16	8	320	7500	3,20	1974	624	1109	638	4
B104	600	16	12,5	320	7500	2,05	1974	1813	1657	1532	4
B105	600	16	16	320	7500	1,60	1974	3075	2070	1704	4
B106	600	16	8	320	9000	2,67	1143	629	756	620	4
B107	600	16	12,5	320	9000	1,71	1143	1822	1130	999	3
B108	600	16	16	320	9000	1,33	1143	3081	1411	1102	3
B109	600	16	8	320	10500	2,29	720	634	547	597	3
B110	600	16	12,5	320	10500	1,46	720	1833	818	693	3
B111	600	16	16	320	10500	1,14	720	3092	1021	767	3
B112	600	16	8	320	12000	2,00	482	640	413	443	3
B113	600	16	12,5	320	12000	1,28	482	1844	618	507	3
B114	600	16	16	320	12000	1,00	482	3107	771	565	3
B115	600	16	8	320	13500	1,78	339	644	323	443	3
B116	600	16	12,5	320	13500	1,14	339	1856	482	507	3
B117	600	16	16	320	13500	0,89	339	3122	602	565	3
B118	600	16	8	320	15000	1,60	247	649	259	269	3
B119	600	16	12,5	320	15000	1,02	247	1868	387	312	3
B120	600	16	16	320	15000	0,80	247	3138	483	348	3
B121	600	16	8	320	16500	1,45	185	654	212	219	3
B122	600	16	12,5	320	16500	0,93	185	1879	316	249	3
B123	600	16	16	320	16500	0,73	185	3154	395	286	3
B124	600	16	8	320	18000	1,33	143	658	176	182	3
B125	600	16	12,5	320	18000	0,85	143	1890	264	208	3
B126	600	16	16	320	18000	0,67	143	3170	329	240	3
B127	600	16	9,5	140	6000	1,47	323	793	364	346	4
B128	600	16	9,5	230	6000	2,42	1432	892	1034	916	4
B129	600	16	9,5	140	7500	1,18	165	795	228	219	3
B130	600	16	9,5	230	7500	1,94	733	896	647	631	3
B131	600	16	9,5	140	9000	0,98	96	799	156	153	3
B132	600	16	9,5	230	9000	1,61	424	902	441	420	3
B133	600	16	9,5	140	10500	0,84	60	804	113	115	3
B134	600	16	9,5	230	10500	1,38	267	908	319	299	3

B135	600	16	9,5	140	12000	0,74	40	809	85	90	3
B136	600	16	9,5	230	12000	1,21	179	915	241	225	3
B137	600	16	9,5	140	13500	0,65	28	814	66	73	3
B138	600	16	9,5	230	13500	1,08	126	921	188	176	3
B139	600	16	9,5	140	15000	0,59	21	819	53	61	3
B140	600	16	9,5	230	15000	0,97	92	928	151	142	3
B141	600	16	9,5	140	16500	0,54	16	824	44	47	3
B142	600	16	9,5	230	16500	0,88	69	934	124	106	3
B143	600	16	9,5	140	18000	0,49	12	829	36	45	3
B144	600	16	9,5	230	18000	0,81	53	939	103	189	3
B145	1000	16	9,5	320	10000	3,37	1388	514	745	551	4
B146	1000	22,4	9,5	320	10000	3,37	1944	621	1042	690	4
B147	1000	31,5	9,5	320	10000	3,37	2733	685	1466	852	4
B148	1000	16	9,5	320	125000	0,27	1	609	4	531	4
B149	1000	22,4	9,5	320	125000	0,27	1	747	5	674	4
B150	1000	31,5	9,5	320	125000	0,27	1	829	7	831	4
B151	1000	16	9,5	320	15000	2,25	411	519	318	352	3
B152	1000	22,4	9,5	320	15000	2,25	576	631	445	527	3
B153	1000	31,5	9,5	320	15000	2,25	810	697	626	770	4
B154	1000	16	9,5	320	17500	1,92	259	523	230	246	3
B155	1000	22,4	9,5	320	17500	1,92	363	636	322	382	3
B156	1000	31,5	9,5	320	17500	1,92	510	703	453	634	3
B157	1000	16	9,5	320	20000	1,68	174	526	174	180	3
B158	1000	22,4	9,5	320	20000	1,68	243	641	243	288	3
B159	1000	31,5	9,5	320	20000	1,68	342	709	342	498	3
B160	1000	16	9,5	320	22500	1,50	122	530	136	137	3
B161	1000	22,4	9,5	320	22500	1,50	171	646	190	226	3
B162	1000	31,5	9,5	320	22500	1,50	240	715	267	404	3
B163	1000	16	9,5	320	25000	1,35	89	533	109	109	3
B164	1000	22,4	9,5	320	25000	1,35	124	651	152	183	3
B165	1000	31,5	9,5	320	25000	1,35	175	720	214	337	3
B166	1000	16	9,5	320	27500	1,22	67	537	89	88	3
B167	1000	22,4	9,5	320	27500	1,22	93	655	125	152	3
B168	1000	31,5	9,5	320	27500	1,22	131	726	175	286	3
B169	1000	16	9,5	320	30000	1,12	51	540	74	73	3
B170	1000	22,4	9,5	320	30000	1,12	72	659	104	129	3
B171	1000	31,5	9,5	320	30000	1,12	101	731	146	247	3
B172	1000	16	8	320	10000	4,00	1388	342	638	369	4
B173	1000	16	12,5	320	10000	2,56	1388	944	953	1016	4
B174	1000	16	16	320	10000	2,00	1388	1576	1190	1155	3
B175	1000	16	8	320	12500	3,20	711	344	399	358	4
B176	1000	16	12,5	320	12500	2,05	711	943	597	605	3

B177	1000	16	16	320	12500	1,60	711	1566	745	681	3
B178	1000	16	8	320	15000	2,67	411	347	272	331	3
B179	1000	16	12,5	320	15000	1,71	411	946	407	392	3
B180	1000	16	16	320	15000	1,33	411	1564	508	443	3
B181	1000	16	8	320	17500	2,29	259	349	197	233	3
B182	1000	16	12,5	320	17500	1,46	259	950	294	272	3
B183	1000	16	16	320	17500	1,14	259	1566	368	312	3
B184	1000	16	8	320	20000	2,00	174	352	149	171	3
B185	1000	16	12,5	320	20000	1,28	174	955	222	200	3
B186	1000	16	16	320	20000	1,00	174	1571	278	233	3
B187	1000	16	8	320	22500	1,78	122	354	116	131	3
B188	1000	16	12,5	320	22500	1,14	122	960	174	153	3
B189	1000	16	16	320	22500	0,89	122	1577	217	181	3
B190	1000	16	8	320	25000	1,60	89	357	93	103	3
B191	1000	16	12,5	320	25000	1,02	89	966	139	122	3
B192	1000	16	16	320	25000	0,80	89	1583	174	146	3
B193	1000	16	8	320	27500	1,45	67	359	76	84	3
B194	1000	16	12,5	320	27500	0,93	67	971	114	100	3
B195	1000	16	16	320	27500	0,73	67	1590	142	122	3
B196	1000	16	8	320	30000	1,33	51	362	64	69	3
B197	1000	16	12,5	320	30000	0,85	51	976	95	84	3
B198	1000	16	16	320	30000	0,67	51	1597	119	103	3
B199	1000	16	9,5	140	10000	1,47	116	414	131	138	3
B200	1000	16	9,5	230	10000	2,42	515	474	372	406	3
B201	1000	16	9,5	140	125000	0,12	0	481	1	88	3
B202	1000	16	9,5	230	125000	0,19	0	558	2	245	3
B203	1000	16	9,5	140	15000	0,98	34	415	56	62	3
B204	1000	16	9,5	230	15000	1,61	153	478	159	163	3
B205	1000	16	9,5	140	17500	0,84	22	417	41	47	3
B206	1000	16	9,5	230	17500	1,38	96	480	115	116	3
B207	1000	16	9,5	140	20000	0,74	15	419	31	37	3
B208	1000	16	9,5	230	20000	1,21	64	483	87	87	3
B209	1000	16	9,5	140	22500	0,65	10	421	24	30	3
B210	1000	16	9,5	230	22500	1,08	45	487	68	68	3
B211	1000	16	9,5	140	25000	0,59	7	423	19	25	3
B212	1000	16	9,5	230	25000	0,97	33	490	54	55	3
B213	1000	16	9,5	140	27500	0,54	6	426	16	21	3
B214	1000	16	9,5	230	27500	0,88	25	492	44	46	3
B215	1000	16	9,5	140	30000	0,49	4	428	13	19	3
B216	1000	16	9,5	230	30000	0,81	19	495	37	39	3
B217	1000	16	9,5	320	12000	2,81	803	516	508	517	4

Tabela A.2 – Resultados obtidos para análises de vigas com a consideração do comportamento inelástico do aço

Perfil	Dimensões					$\left(\frac{h/t_w}{L/b_f}\right)$	Força Última (kN)				MF
	$d$ (mm)	$t_f$ (mm)	$t_w$ (mm)	$b_f$ (mm)	$L$ (mm)		AISC	Grondin e Cheng (1999)	Equação Proposta	Este Trabalho	
A01	800	16	9,5	320	8000	3,37	2311	3768	1016	568	2
A02	800	22,4	9,5	320	8000	3,37	3236	5276	1423	702	2
A03	800	31,5	9,5	320	8000	3,37	4550	7419	2001	828	2
A07	800	16	9,5	320	12000	2,25	785	1117	474	523	2
A08	800	22,4	9,5	320	12000	2,25	1098	1563	664	589	2
A09	800	31,5	9,5	320	12000	2,25	1545	2198	934	734	2
A13	800	16	9,5	320	16000	1,68	207	471	291	466	1-S
A14	800	22,4	9,5	320	16000	1,68	289	659	408	584	1-S
A15	800	31,5	9,5	320	16000	1,68	813	927	574	631	2
A19	800	16	9,5	320	20000	1,35	140	241	209	386	1-S
A20	800	22,4	9,5	320	20000	1,35	197	338	293	494	1-S
A21	800	31,5	9,5	320	20000	1,35	276	475	411	640	1-S
A25	800	16	9,5	320	24000	1,12	111	140	165	324	1-S
A26	800	22,4	9,5	320	24000	1,12	156	195	231	408	1-S
A27	800	31,5	9,5	320	24000	1,12	219	275	325	534	1-S
A28	800	16	8	320	8000	4,00	2254	3768	852	484	2
A29	800	16	12,5	320	8000	2,56	2492	3768	1372	819	1
A30	800	16	16	320	8000	2,00	1424	3768	1850	2608	1
A34	800	16	8	320	12000	2,67	727	1117	388	411	2
A35	800	16	12,5	320	12000	1,71	483	1117	678	1556	1
A36	800	16	16	320	12000	1,33	660	1117	984	2199	1
A40	800	16	8	320	16000	2,00	356	471	231	348	1
A41	800	16	12,5	320	16000	1,28	297	471	444	523	1
A42	800	16	16	320	16000	1,00	475	471	691	608	1
A46	800	16	8	320	20000	1,60	224	241	161	289	1
A47	800	16	12,5	320	20000	1,02	231	241	338	439	1
A48	800	16	16	320	20000	0,80	408	241	560	461	1
A52	800	16	8	320	24000	1,33	83	140	123	306	1
A53	800	16	12,5	320	24000	0,85	202	140	282	330	1
A54	800	16	16	320	24000	0,67	379	140	489	421	1
A55	800	16	9,5	140	8000	1,47	162	316	238	548	3-S
A56	800	16	9,5	230	8000	2,42	947	1399	543	581	3
A59	800	16	9,5	140	12000	0,98	98	93	142	261	1-S
A60	800	16	9,5	230	12000	1,61	190	415	273	608	1-S
A63	800	16	9,5	140	16000	0,74	82	39	110	188	1-S
A64	800	16	9,5	230	16000	1,21	121	175	181	390	1-S
A67	800	16	9,5	140	20000	0,59	77	20	95	141	1-S

A68	800	16	9,5	230	20000	0,97	97	90	140	307	1-S
A71	800	16	9,5	140	24000	0,49	74	12	88	112	1-S
A72	800	16	9,5	230	24000	0,81	86	52	118	257	1-S
A73	600	16	9,5	320	6000	3,37	4109	6699	1807	556	2
A79	600	16	9,5	320	9000	2,25	1395	1985	843	521	1
A85	600	16	9,5	320	12000	1,68	367	837	518	434	1-S
A91	600	16	9,5	320	15000	1,35	250	429	371	376	1-S
A97	600	16	9,5	320	18000	1,12	198	248	293	307	1-S
A145	1000	16	9,5	320	10000	3,37	1479	2412	650	570	2
A151	1000	16	9,5	320	15000	2,25	502	715	304	535	1
A157	1000	16	9,5	320	20000	1,68	132	301	187	476	1-S
A163	1000	16	9,5	320	25000	1,35	90	154	134	396	1-S
A169	1000	16	9,5	320	30000	1,12	71	89	106	301	1-S
A217	1000	16	9,5	320	12000	2,81	894	1396	458	579	1
B01	800	16	9,5	320	8000	3,37	2169	3768	1163	550	4
B02	800	22,4	9,5	320	8000	3,37	3037	5276	1629	682	4
B03	800	31,5	9,5	320	8000	3,37	4271	7419	2291	834	4
B07	800	16	9,5	320	12000	2,25	643	1117	497	575	3
B08	800	22,4	9,5	320	12000	2,25	900	1563	695	632	3
B09	800	31,5	9,5	320	12000	2,25	1265	2198	978	723	4
B13	800	16	9,5	320	16000	1,68	136	471	271	270	3
B14	800	22,4	9,5	320	16000	1,68	380	659	380	430	3
B15	800	31,5	9,5	320	16000	1,68	534	927	534	684	3
B19	800	16	9,5	320	20000	1,35	69	241	170	163	3
B20	800	22,4	9,5	320	20000	1,35	97	338	238	274	3
B21	800	31,5	9,5	320	20000	1,35	137	475	334	498	3
B25	800	16	9,5	320	24000	1,12	40	140	116	110	3
B26	800	22,4	9,5	320	24000	1,12	56	195	162	193	3
B27	800	31,5	9,5	320	24000	1,12	79	275	228	367	3
B28	800	16	8	320	8000	4,00	2169	3768	997	471	4
B29	800	16	12,5	320	8000	2,56	2169	3768	1489	690	4
B30	800	16	16	320	8000	2,00	1085	3768	1860	1027	3
B34	800	16	8	320	12000	2,67	643	1117	425	408	4
B35	800	16	12,5	320	12000	1,71	321	1117	636	585	3
B36	800	16	16	320	12000	1,33	321	1117	794	653	3
B40	800	16	8	320	16000	2,00	271	471	232	257	3
B41	800	16	12,5	320	16000	1,28	136	471	347	297	3
B42	800	16	16	320	16000	1,00	136	471	434	339	3
B46	800	16	8	320	20000	1,60	69	241	146	156	3
B47	800	16	12,5	320	20000	1,02	69	241	217	180	3
B48	800	16	16	320	20000	0,80	69	241	272	211	3
B52	800	16	8	320	24000	1,33	40	140	99	105	3
B53	800	16	12,5	320	24000	0,85	40	140	148	123	3

B54	800	16	16	320	24000	0,67	40	140	185	147	3
B55	800	16	9,5	140	8000	1,47	91	316	205	206	3
B56	800	16	9,5	230	8000	2,42	403	1399	582	610	3
B59	800	16	9,5	140	12000	0,98	27	93	87	92	3
B60	800	16	9,5	230	12000	1,61	119	415	248	255	3
B63	800	16	9,5	140	16000	0,74	23	39	48	54	3
B64	800	16	9,5	230	16000	1,21	50	175	136	131	3
B67	800	16	9,5	140	20000	0,59	12	20	30	37	3
B68	800	16	9,5	230	20000	0,97	26	90	85	83	3
B71	800	16	9,5	140	24000	0,49	7	12	20	27	3
B72	800	16	9,5	230	24000	0,81	15	52	58	59	3
B73	600	16	9,5	320	6000	3,37	3856	6699	2068	556	4
B79	600	16	9,5	320	9000	2,25	1143	1985	883	147	4
B85	600	16	9,5	320	12000	1,68	241	837	482	455	3
B91	600	16	9,5	320	15000	1,35	123	429	302	286	3
B97	600	16	9,5	320	18000	1,12	71	248	206	192	3
B145	1000	16	9,5	320	10000	3,37	1388	2412	745	532	4
B151	1000	16	9,5	320	15000	2,25	411	715	318	352	3
B157	1000	16	9,5	320	20000	1,68	174	301	174	179	3
B163	1000	16	9,5	320	25000	1,35	89	154	109	108	3
B169	1000	16	9,5	320	30000	1,12	51	89	74	73	3
B217	1000	16	9,5	320	12000	2,81	803	1396	508	522	3