

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
Instituto de Ciências Exatas
Programa de Especialização em Estatística

Luciana Henriques Canaan

**EFICIÊNCIA NA APLICAÇÃO DOS RECURSOS PÚBLICOS DA
SAÚDE PELOS MUNICÍPIOS MINEIROS**

Belo Horizonte
2022

Luciana Henriques Canaan

**EFICIÊNCIA NA APLICAÇÃO DOS RECURSOS PÚBLICOS DA
SAÚDE PELOS MUNICÍPIOS MINEIROS**

Monografia de Especialização apresentada
ao Programa de Pós-Graduação em
Estatística da Universidade Federal de
Minas Gerais como requisito parcial para
obtenção do título da Especialização em
Estatística.

Orientador: Guilherme Lopes de Oliveira

**Belo Horizonte
2022**

2022, Luciana Henriques Canaan.
Todos os direitos reservados

Canaan, Luciana Henriques..

C212e Eficiência na aplicação dos recursos públicos da saúde
pelos municípios mineiros [manuscrito] / Luciana
Henriques Canaan.. — 2022.
42.f. il.

Orientador: Guilherme Lopes de Oliveira.
Monografia (especialização) - Universidade Federal
de Minas Gerais, Instituto de Ciências Exatas,
Departamento de Estatística.
Referências 40-41.

1. Estatística. 2. Análise envoltória de dados 3.
Auditoria. 4. Saúde pública - Investimentos – Minas
Gerais. I. Oliveira, Guilherme Lopes de. II. Universidade
Federal de Minas Gerais, Instituto de Ciências Exatas,
Departamento de Estatística .III. Título.

CDU 519.2 (043)

Ficha catalográfica elaborada pela bibliotecária Belkiz Inez Rezende Costa
CRB 6/1510 Universidade Federal de Minas Gerais - ICEx



Universidade Federal de Minas Gerais
Instituto de Ciências Exatas
Departamento de Estatística
Programa de Pós-Graduação / Especialização
Av. Pres. Antônio Carlos, 6627 - Pampulha
31270-901 – Belo Horizonte – MG

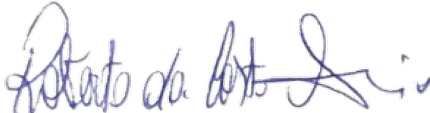
E-mail: pgest@ufmg.br
Tel: 3409-5923 – FAX: 3409-5924

ATA DO 241ª. TRABALHO DE FIM DE CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM ESTATÍSTICA DE LUCIANA HENRIQUES CANAAN.

Aos dezenove dias do mês de abril de 2022, às 15:00 horas, com utilização de recursos de videoconferência a distância, reuniram-se os professores abaixo relacionados, formando a Comissão Examinadora homologada pela Comissão do Curso de Especialização em Estatística, para julgar a apresentação do trabalho de fim de curso da aluna **Luciana Henriques Canaan**, intitulado: *“Eficiência na aplicação dos recursos públicos da saúde pelos municípios mineiros”*, como requisito para obtenção do Grau de Especialista em Estatística. Abrindo a sessão, o Presidente da Comissão, Professor Guilherme Lopes de Oliveira – Orientador, após dar conhecimento aos presentes do teor das normas regulamentares, passou a palavra à candidata para apresentação de seu trabalho. Seguiu-se a arguição pelos examinadores com a respectiva defesa da candidata. Após a defesa, os membros da banca examinadora reuniram-se sem a presença da candidata e do público, para julgamento e expedição do resultado final. Foi atribuída a seguinte indicação: a candidata foi considerada Aprovada condicional às modificações sugeridas pela banca examinadora no prazo de 30 dias a partir da data de hoje por unanimidade. O resultado final foi comunicado publicamente ao candidato pelo Presidente da Comissão. Nada mais havendo a tratar, o Presidente encerrou a reunião e lavrou a presente Ata, que será assinada por todos os membros participantes da banca examinadora. Belo Horizonte, 19 de abril de 2022.


Prof. Guilherme Lopes de Oliveira (Orientador)
Departamento de Computação/CEFET-MG

Prof. Marcelo Azevedo Costa
Departamento de Engenharia de Produção / UFMG


Prof. Roberto da Costa Quinino
Departamento de Estatística / UFMG




Universidade Federal de Minas Gerais
Instituto de Ciências Exatas
Departamento de Estatística
Programa de Pós-Graduação / Especialização
Av. Pres. Antônio Carlos, 6627 - Pampulha
31270-901 – Belo Horizonte – MG

E-mail: pgest@ufmg.br
Tel: 3409-5923 – FAX: 3409-5924

DECLARAÇÃO DE CUMPRIMENTO DE REQUISITOS PARA CONCLUSÃO DO CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM ESTATÍSTICA.

Declaro para os devidos fins que **Luciana Henriques Canaan**, número de registro 2020705847, cumpriu todos os requisitos necessários para conclusão do curso de Especialização em Estatística, entregando a versão final do trabalho de conclusão de curso para seu orientador, o professor Guilherme Lopes de Oliveira, que aprovou a versão final. O trabalho foi apresentado no dia 19 de abril de 2022 com o título *“Eficiência na aplicação dos recursos públicos da saúde pelos municípios mineiros.”*.

Belo Horizonte, 05 de maio de 2022


Prof. Roberto da Costa Quinino
Coordenador do curso de
Especialização em Estatística
Departamento de Estatística / UFMG

Prof. Roberto da Costa Quinino
Coordenador da Comissão
do Curso de Especialização
em Estatística

Resumo

Este trabalho analisa a eficiência dos gastos públicos relacionados à função Saúde, no âmbito dos municípios de Minas Gerais, empenhados durante o exercício de 2020. Foram empregadas as técnicas Data Envelopment Analysis (DEA) e Free Disposal Hull (FDH), métodos não paramétricos de análise de fronteira, com utilização de programação linear e análise de agrupamentos. O objetivo principal é entender a eficiência dos gastos em saúde a partir da comparação do desempenho de certos indicadores de cada município, resultando em uma ferramenta que pode auxiliar na fiscalização e controle deste tipo de despesa.

Palavras-chave: Análise Envoltória de Dados; Auditoria; Eficiência de Gastos com Saúde; Minas Gerais.

Abstract

This work analyzes the efficiency of public expenditures related to the health function, within the scope of the municipalities of Minas Gerais, committed during the year 2020. For doing so, we applied non-parametric linear programming models known as Data Envelopment Analysis (DEA) and Free Disposal Hull (FDH) as well as cluster analysis. The main goal is to understand the efficiency of health expenditures, which is done by comparing performance indicators of each municipality, resulting in a tool that can support financial audits of this type of expense.

Keywords: *Audit; Data Envelopment Analysis; Health Expenditure Efficiency; Minas Gerais.*

Lista de Figuras

1	Fronteira de Eficiência: Exemplo hipotético da fronteira de eficiência (linha sólida) com base no produto e insumo de três unidades produtivas A, B e C.	13
2	Fronteira de Eficiência: Exemplo da fronteira de eficiência obtida pelo modelo CCR com base em um insumo e dois produtos de N=8 agências bancárias.	18
3	Fronteira de Eficiência: Exemplo da fronteira de eficiência pelo modelo FDH com base em um insumo e dois produtos de N=8 agências bancárias.	20
4	Análise de pertinência - Método Fuzzy	31
5	Distribuição dos municípios de Minas Gerais conforme os grupos formados pelo método K-médias com $c = 7$ grupos. As variáveis Leitos e Profissionais foram consideradas na construção dessa visualização.	32
6	Distribuição geográfica dos municípios e clusters	32
7	Esquema de análise dos grupos	35
8	Mapa da eficiência	35
9	Distribuição da eficiência	37
10	Mapa do excesso de gastos	37
11	Mapa do percentual dos empenho em saúde definido como excesso	38
12	Mapa dos municípios com melhores práticas	39

Lista de Tabelas

1	Exemplo de N=8 agências bancárias com P=2 produtos e I=1 insumo. .	17
2	Projeção na fronteira - orientação ao <i>input</i>	18
3	Correlação entre variáveis candidatas a output	26
4	Estatísticas descritivas dos dados demográficos	28
5	Estatísticas descritivas dos dados da infraestrutura de Saúde	28
6	Estatísticas descritivas dos dados de indicadores de Saúde	28
7	Estatísticas descritivas dos dados das taxas dos gastos na função saúde	29
8	Medidas de similaridade do método Ward (escolha do número <i>c</i> de clusters)	30
9	Comparação dos métodos de agrupamento avaliados	30
10	Estatísticas descritivas dos grupos	33
11	Municípios <i>outliers</i> identificados pelo modelo de supereficiência (mse) .	34
12	Eficiência nos grupos — Abordagem hierárquica	36
13	Eficiência nos grupos — Abordagem clássica	36
14	Distribuição dos municípios por classe de eficiência	36

Sumário

1	Introdução	11
2	Métodos	12
2.1	Análise Envoltória de Dados	12
2.1.1	Aplicação em auditorias e avaliações de políticas públicas . . .	14
2.1.2	Modelos DEA	15
2.1.3	Modelo FDH	18
2.1.4	Identificação de <i>outliers</i>	20
2.2	Análise de Agrupamentos	21
2.3	Base de dados	24
3	Análise dos dados municipais em MG em 2020	27
3.1	Estatísticas Descritivas	27
3.2	Definição do agrupamento dos municípios	29
3.2.1	Descrição dos grupos	33
3.3	Análise Envoltória de Dados	33
3.3.1	Aplicação do modelo de supereficiência para identificação de <i>outliers</i>	34
3.3.2	Aplicação do modelo FDH (<i>Free Disposal Hull</i>)	34
3.4	Melhores práticas	38
4	Considerações finais	39
	Referências	40
	Apêndice: Código fonte do exemplo das Agências Bancárias	42

1 Introdução

A crise sanitária, social e econômica que abateu o mundo em 2020 gerou impactos poucas vezes antes observados na história. No Brasil, diversas ações de suporte financeiro aos Estados e Municípios foram promovidas pela Secretaria do Tesouro Nacional (STN) e outros órgãos do Ministério da Economia no combate à pandemia de COVID-19. Verbas da ordem de dezenas de bilhões de reais foram transferidas aos Estados, Distrito Federal e Municípios para enfrentamento da emergência de saúde pública.

Nesse contexto do aumento de repasses de verbas, torna-se ainda mais importante o acompanhamento da aplicação dos recursos públicos, fundamental para que se possa avaliar a eficiência das políticas públicas na saúde. O relatório da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), *A Health at a Glance: Latin American and Caribe* para o ano de 2020, avaliou os progressos realizados com vistas a garantir sistemas de saúde eficazes, acessíveis e resilientes. Segundo o documento, nos países avaliados, gastar melhor com saúde é tão importante quanto gastar mais (OECD, 2020).

A qualidade do gasto público compreende essencialmente a racionalização e priorização da eficiência, da eficácia e da sustentabilidade das políticas públicas. O princípio fundamental da administração pública da eficiência, inserido na Constituição Federal em 1998, diz respeito à relação entre os produtos (bens e serviços) gerados por uma atividade e os custos dos insumos empregados em um determinado período (LIMA, 2009). Seu objetivo é assegurar que os serviços públicos sejam prestados com adequação às necessidades da sociedade que os custeia (PAULO, 2000). O Manual de Auditoria Operacional (BRASIL, 2020) destaca ainda que os produtos (bens e serviços ofertados) podem ser entendidos como resultados imediatos e que a eficiência pode ser examinada sob duas perspectivas: minimização do custo total ou dos meios necessários para obter a mesma quantidade e qualidade de produto; ou otimização da combinação de insumos para maximizar o produto quando o gasto total está previamente fixado.

É fácil perceber que o conceito de eficiência na administração pública pode ser relacionado ao conceito de eficiência técnica definido na metodologia *Data Envelopment Analysis* (DEA). A definição geral de eficiência técnica de uma organização ou atividade produtiva, quando se comparam duas ou mais dessas organizações, está relacionada à produção de um bem ou serviço com a menor utilização possível de recursos, ou seja, a eficiência técnica reflete a habilidade de uma organização obter a máxima produção a partir de um conjunto dado de insumos (GOMES, 2020). Este último é o conceito de eficiência que servirá de base para a análise proposta nesta monografia.

O objetivo deste trabalho é avaliar se os recursos públicos empenhados na saúde são aplicados eficientemente pelos municípios mineiros, mensurando a eficiência técnica dos gastos públicos em saúde, por meio da metodologia DEA; apontar os *benchmarks* (municípios de referência para seus pares); e identificar quais municípios são mais eficientes/ineficientes em transformar insumos (recursos financeiros) em resultados (a qualidade geral da saúde da população).

2 Métodos

Para avaliar a eficiência dos gastos na saúde, este trabalho relaciona as despesas empenhadas pelos municípios mineiros na função saúde com indicadores de saúde municipais para o exercício de 2020.

2.1 Análise Envoltória de Dados

Foi utilizada a metodologia DEA, Análise Envoltória de Dados, para calcular o índice de eficiência para as despesas empenhadas. Com o uso desta técnica, objetiva-se avaliar o desempenho de organizações e atividades, essencialmente por meio de medidas de eficiência técnica (GOMES, 2020).

A DEA consiste em uma técnica matemática, não paramétrica, que utiliza a programação linear para estimar uma fronteira de produção a partir de um conjunto de dados relativos a insumos e produtos. A base para a análise envoltória de dados encontra-se na teoria da produção microeconômica. Johann-Heinrich foi um dos primeiros a formular a teoria da produtividade marginal, o princípio da substituição entre fatores de produção e a teoria da localização agrícola (THÜNEN, 1862). Entretanto, as primeiras formulações da DEA surgem apenas na década de 1950 e têm como precursoras as contribuições da teoria da produção que ocorrem concomitantemente às reflexões sobre métodos matemáticos de programação que surgiram com a busca por alocação eficiente de recursos na economia. Em 1935, John von Neumann desenvolve um modelo de programação de expansão da economia e em 1947 é desenvolvido o modelo de programação linear com o método denominado *simplex*. Os mentores da DEA atribuem as condições de seu desenvolvimento ao artigo de Michael James Farrell, *The Measurement of Productive Efficiency*, de 1957, em que o autor tentava desenvolver métodos melhores para avaliar a produtividade que combinassem múltiplos insumos para criar um indicador único de medida de eficiência (GOMES, 2020).

A análise envoltória é uma técnica usada para avaliação da eficiência relativa de um conjunto de unidades decisórias, como organizações e programas e objetiva medir a eficiência relativa em um grupo de unidades tomadoras de decisão (*Decision Making Units – DMU*), também chamadas unidades decisórias. A DMU transforma um conjunto de entradas em um conjunto de saídas e a técnica constrói uma fronteira de eficiência com base nas unidades mais eficientes nessa transformação. Considera-se mais eficiente uma unidade que produz maior quantidade de produtos com a mesma quantidade de insumos ou que utiliza menos insumos para produzir a mesma quantidade de produtos. Outra vantagem é a possibilidade de identificação de boas práticas, pois destaca as unidades mais eficientes, que podem ser usadas como *benchmarking* para a melhoria do desempenho das demais (BRASIL, 2018).

No lugar dos termos produtos e insumos, é comum serem empregados, respectivamente, os termos *outputs* (saídas) e *inputs* (entradas), porque o conceito de eficiência está diretamente relacionado com a noção de processo. Os insumos (*inputs*) são as entradas do processo, é aquilo que será consumido (transformado) para gerar o

produto ou serviço. Eles podem ser matérias-primas ou, também, produtos acabados ou intermediários ou, ainda, serviços ou informações (saídas) de outros processos. Produtos (*outputs*) são os resultados de um processo. De maneira mais abrangente, pode ser um serviço, uma informação, um material, um equipamento ou um indicador. Apesar de o foco da DEA ser a avaliação da eficiência, é preciso destacar que o termo é usado amplamente, não apenas no sentido de eficiência produtiva, que envolveria uma relação entre insumos e produtos. A técnica também pode ser usada com indicadores de efetividade (BRASIL, 2020).

A fronteira de eficiência hipotética ilustrada na Figura 1 representa o máximo de produtos (y) que se obtém com um determinado nível de insumos (x) em uma determinada unidade produtiva, ou seja, ela representa o atual estágio tecnológico dessa indústria. As unidades eficientes são aquelas que se posicionam sobre a fronteira representada por uma linha sólida ("A" e "B"). Entretanto, é preciso destacar que isso não significa que elas sejam perfeitas, sem desperdícios, mas, sim, que conseguem produzir o máximo possível, dadas suas restrições. A unidade que está abaixo da fronteira ("C") é ineficiente e sua produtividade média é menor que no ponto A ou B. Caso a unidade "C" deseje alcançar a fronteira de eficiência, há duas opções:

- i. ela pode reduzir seus custos até se igualar à unidade "A". Esta escolha é denominada **orientada a insumo** (*inputs*);
- ii. ou, então, ela pode aumentar sua produção, mantendo os custos, se equiparando à unidade "B". Esta escolha é denominada **orientada a produto** (*outputs*).

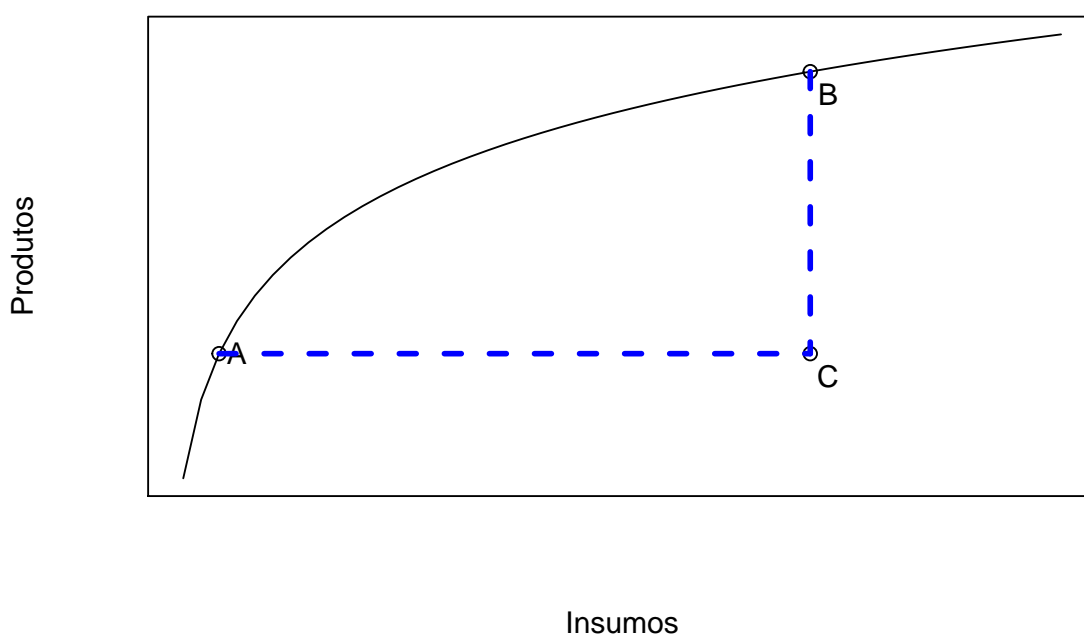


Figura 1: Fronteira de Eficiência: Exemplo hipotético da fronteira de eficiência (linha sólida) com base no produto e insumo de três unidades produtivas A, B e C.

A comparação é um fator importante na análise da eficiência, pois a avaliação do desempenho de uma unidade decisória só tem significado quando os dados são

confrontados com um padrão de comparação (sejam outras unidades decisórias ou a mesma unidade em períodos anteriores). Assume-se que todas as unidades comparadas pela DEA devem ser homogêneas, ou seja, estar sobre as mesmas condições de contorno. A partir daí a DEA é aplicada sobre os dados para construir a fronteira de eficiência, formada pelas unidades mais eficientes, ou seja, com a melhor relação entre insumo e produto, definindo, então, a posição das demais unidades em relação a essa fronteira. Ela se chama envoltória, por a fronteira ser criada de maneira a envolver todas as DMUs, ou seja, nenhuma DMU pode ficar além da curva (todas ficam abaixo da curva).

Os resultados da aplicação da DEA, então, permitem que se separe as unidades eficientes das ineficientes, fornecendo um índice da eficiência relativa para cada unidade, que indica quanto uma unidade ineficiente está afastada da unidade eficiente. Além disso, fornece as metas para que as DMUs ineficientes se tornem eficientes e quais são os *benchmarks* para cada DMU.

No presente trabalho, para que seja avaliada a eficiência do gasto e considerando que ele seja a única entrada do método, a metodologia pressupõe uma imposição de orientação para o insumo (*input*), pois, considerando o resultado obtido pelo município, expresso nos indicadores de saúde, as unidades na fronteira indicam o que era esperado para unidades com o mesmo nível de gasto. Então, se um município gastou mais e não chegou no mesmo patamar de qualidade, considera-se que os gastos empenhados em saúde não foram tão eficientes quanto poderiam ter sido.

2.1.1 Aplicação em auditorias e avaliações de políticas públicas

Uma auditoria operacional é composta por oito fases. O início da auditoria se acontece com a seleção de temas a serem abordados. Escolhido um tema, elabora-se, no planejamento, o projeto de auditoria, cuja finalidade é detalhar os objetivos do trabalho, as questões a serem investigadas, os procedimentos a serem desenvolvidos e os resultados esperados com a realização da auditoria. Na execução, é efetuada a coleta e análise das informações que fundamentarão as respostas às questões de auditoria e subsidiarão a elaboração do relatório destinado a comunicar os achados e as conclusões do trabalho. Por fim, depois que o relatório é apreciado pelo Tribunal de Contas, decorrido determinado prazo para que o gestor implemente as recomendações e determinações, é feito o monitoramento, cujo objetivo é acompanhar as providências adotadas pelo auditado, além de aferir o benefício decorrente de sua implementação.

A utilização da DEA pode ocorrer em diversas dessas fases. A técnica pode ser aplicada no planejamento, como, por exemplo, na seleção da amostra de unidades a serem auditadas. Com base no *ranking* de eficiência gerado pela DEA, podem ser selecionadas para execução da auditoria as unidades com menor eficiência. Segundo o Manual de Auditoria Operacional do Tribunal de Contas da União (TCU) (BRASIL, 2020), “pela sua natureza, as auditorias operacionais são mais abertas a julgamentos e interpretações e seus relatórios, conseqüentemente, são mais analíticos e argumentativos”. Assim, a utilização de técnicas como a DEA traria uma maior consistência para as análises realizadas nas auditorias, pois os argumentos teriam o suporte de dados

quantitativos adicionais.

Outra possível aplicação da DEA seria no monitoramento. Segundo o Manual de Auditoria Operacional do TCU (BRASIL, 2020), “monitoramento é a verificação do cumprimento das deliberações do TCU e dos resultados delas advindos, com o objetivo de verificar as providências adotadas e aferir seus efeitos”. A DEA é utilizada em muitos estudos visando comparar a eficiência de uma mesma unidade decisória em momentos distintos no tempo, buscando verificar se houve melhora na eficiência. Assim, ela poderia informar, no monitoramento, se as recomendações e determinações propostas resultaram em melhoria da eficiência da organização ou do programa auditado.

Neste trabalho, a técnica foi aplicada com o intuito de desenvolver um indicador de eficiência dos gastos empenhados na função saúde nos municípios de Minas Gerais durante o exercício de 2020. Trata-se, pois, de uma ferramenta prática para auxiliar no aperfeiçoamento da fiscalização por parte dos órgãos de controle, em especial o Tribunal de Contas do Estado de Minas Gerais (TCE-MG), possibilitando a identificação tanto de municípios ineficientes quanto na identificação de boas práticas.

2.1.2 Modelos DEA

No trabalho original de Charnes, Cooper e Rhodes (1978) foi desenvolvido o modelo CCR, nomeado a partir das iniciais dos autores: CCR. Esse modelo assume que existem retornos constantes de escala, ou seja, que a produção aumenta/diminui na mesma proporção com que os insumos aumentam/diminuem (GOMES, 2020). O grande diferencial do trabalho foi introduzir a programação linear, transformando o problema do cálculo da eficiência em um problema de otimização.

Considerando-se que existem N DMUs utilizando I insumos na fabricação de P produtos; que $h_0 \geq 0$ corresponde ao nível de eficiência da DMU que está sob análise, denotada pelo sub-índice 0 (ao longo da análise, todas as DMUs serão a DMU_0 em algum momento); que X e Y identificam, respectivamente, os insumos e os produtos; e que v_i e μ_p correspondem aos pesos dos insumos e produtos, respectivamente, sendo $i = 1, \dots, I$ e $p = 1, \dots, P$; Rondon (2011) define o modelo de programação linear CCR na abordagem orientada a insumos na forma dos multiplicadores da seguinte forma:

$$h_0 = \max \sum_{p=1}^P \mu_p Y_{p0}, \quad (1)$$

sujeito a:

$$\sum_{i=1}^I v_i X_{i0} = 1; \quad (2)$$

$$\sum_{p=1}^P \mu_p Y_{pn} - \sum_{i=1}^I v_i X_{in} \leq 0, \quad n = 1, \dots, N; \quad (3)$$

$$\mu_p \geq 0, \quad p = 1, \dots, P \quad (4)$$

e

$$v_i \geq 0, i = 1, \dots, I. \quad (5)$$

Vale destacar que todas as DMUs da amostra uma hora serão a DMU₀ e que a DMU₀ mantém o seu índice k original na restrição dada pela Equação (3).

No modelo CCR de programação linear conhecido como modelo dos multiplicadores, dado pelas Equações (1) a (5), o objetivo é determinar os valores dos pesos μ_p , $p = 1, \dots, P$, e v_i , $i = 1, \dots, I$, de forma a maximizar a soma ponderada dos *outputs* (*output* “virtual”) dividida pela soma ponderada dos *inputs* (*input* “virtual”) da DMU em estudo (CASADO, 2009). Esse procedimento deverá ser repetido para cada DMU analisada e através dos valores encontrados para os pesos (multiplicadores), determina-se o valor das eficiências relativas de cada DMU.

Na programação linear, para todo problema existe um outro problema a ele associado chamado *Dual*. O problema original é chamado *Primal*. Os resultados da função objetivo do Primal e do Dual são iguais e, portanto, eles fornecem possibilidades complementares de análise. As variáveis do Primal se tornam restrições no Dual; as restrições se tornam variáveis e, se o problema do Primal é de maximização, do Dual será de minimização. O Dual permite: encontrar as metas para que cada DMU ineficiente se torne eficiente; achar quais unidades eficientes são *benchmarks* das unidades ineficientes; identificar unidades falsamente eficientes; e permite determinar os retornos de escala.

Na análise envoltória de dados, o modelo na forma dos multiplicadores tem seu Dual chamado “forma do envelope”. Busca-se, quando orientado ao *input* a maior redução possível para o vetor de *inputs*, no conjunto de possibilidade de produção. O modelo CCR orientado a *input* pode ser expresso na forma do envelope da seguinte maneira:

$$\min \theta_0 \quad (6)$$

sujeito a

$$\sum_{n=1}^N \lambda_n Y_{pn} \geq Y_{p0}, p = 1, \dots, P; \quad (7)$$

$$\theta_0 X_{i0} - \sum_{n=1}^N \lambda_n X_{in} \geq 0, i = 1, \dots, I; \quad (8)$$

e

$$\lambda_n \geq 0, n = 1, \dots, N, \quad (9)$$

onde $\theta_0 \geq 0$ representa a eficiência da DMU em análise (DMU₀) e λ_k representa a contribuição da DMU_k na definição do alvo (fronteira “virtual”) com que será comparada a DMU₀.

Pela sua construção, o modelo Dual apresentará uma menor quantidade de restrições ($I + P < N + 1$), pois o modelo DEA exige que o número de DMUs (N) seja maior que o número de variáveis ($I + P$). Por esta razão e por ter solução computacional mais simples, o modelo Dual (envelope) tem preferência sobre o modelo primal (multiplicadores) (MARIANO, 2020).

Para exemplificar esse modelo, considere um cenário com $N=8$ agências bancárias (DMUs) em que a produção de cada uma delas é medida pelo número de transações e número de serviços completados (produtos/*outputs*) pelo número de empregados (insumo/*input*), ilustrados na Tabela 1. Nas duas últimas colunas são apresentadas as proporções que medem o desempenho de cada agência em relação aos produtos (transações e serviços).

Tabela 1: Exemplo de $N=8$ agências bancárias com $P=2$ produtos e $I=1$ insumo.¹

Agência	Empregados	Transações	Serviços	Transações por empregado	Serviços por empregado
A	18	125	50	6,94	2,78
B	16	44	20	2,75	1,25
C	17	80	55	4,71	3,24
D	11	23	12	2,09	1,09
E	19	57	66	3	3,47
F	15	45	44	3	2,93
G	19	50	20	2,63	1,05
H	9	55	34	6,11	3,78

¹ Exemplo adaptado de GOMES (2020)

Observa-se na Tabela 1 que a Agência A tem a maior proporção de transações por empregado, enquanto a Agência H possui a maior proporção de serviços por empregado. Quando se consideram vários insumos e produtos, diferentes proporções resultam em diferentes conjuntos de situações, tornando-se difícil combinar esses conjuntos em um único para se avaliar as eficiências relativas.

Aplicando-se o modelo CCR na forma de envelope (Dual) orientado ao, chega-se ao resultado expresso na Tabela 2. As Agências A e H foram consideradas eficientes, conforme a coluna “Eficiência”. Para que as agências ineficientes (agências bancárias com medida de eficiência menor do que 1) atinjam o objetivo de aumentar a eficiência quando comparadas com as agências eficientes, elas devem, no caso da orientação ao *input*, reduzir seus insumos até atingir a fronteira de possibilidades de produção máxima, considerando a mesma produção em termos do número de transações e serviços, assim como indicado na linha tracejada do ponto C ao ponto A na Figura 1. Assim, para se tornarem agências eficientes, elas poderiam reduzir o número de empregados para o valor que consta na coluna “Alvo”.

Tabela 2: Projeção na fronteira - orientação ao *input*

Agência	Eficiência	Empregados	Alvo
A	1	18	18
B	0,41	16	6,55
C	0,86	17	14,56
D	0,32	11	3,56
E	0,92	19	17,47
F	0,78	15	11,65
G	0,38	19	7,2
H	1	9	9

A Figura 2 ilustra a fronteira de eficiência obtida nesse exemplo, em que as DMUs A e H foram consideradas eficientes pelo modelo CCR. Conforme esperado, a fronteira obtida pelo modelo CCR é convexa e não necessariamente é definida apenas pelas DMUs observadas mas também por DMUs “virtuais”.

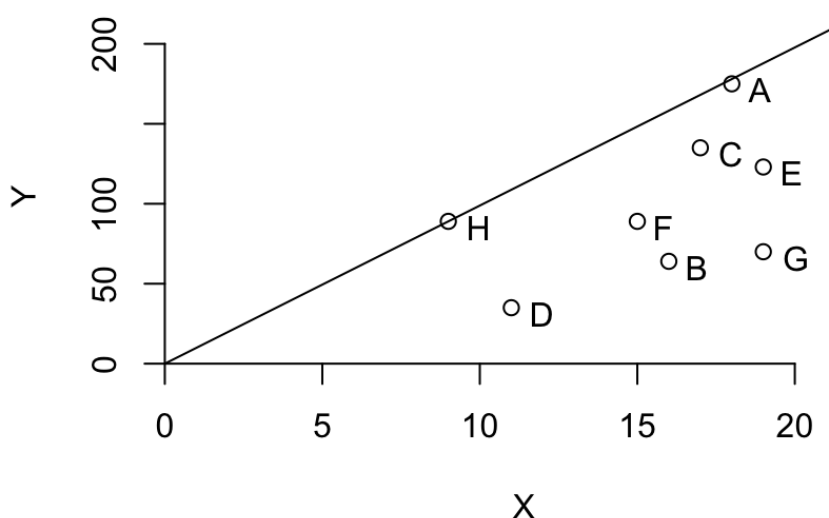


Figura 2: Fronteira de Eficiência: Exemplo da fronteira de eficiência obtida pelo modelo CCR com base em um insumo e dois produtos de N=8 agências bancárias.

2.1.3 Modelo FDH

O modelo *Free Disposal Hull* (FDH), também chamado modelo Envoltório com Livre Disposição, pode ser encarado como um caso especial do modelo DEA e tem como principal diferença em relação aos outros modelos de DEA o abandono do pressuposto da convexidade da fronteira (GOMES, 2020). Enquanto o DEA impõe convexidade ao conjunto de produção, isto é, assume que a fronteira é composta pelas unidades eficientes bem como as combinações lineares entre elas, o método FDH

não faz nenhuma restrição nesse aspecto. Dessa forma, garante que a avaliação da eficiência seja afetada apenas pelos desempenhos efetivamente observados, sem a criação de pontos com eficiência de unidades virtuais. A eficiência, então, se baseia em relações de dominância. Diz-se que uma DMU A domina uma DMU B apenas quando todos os *outputs* de A são maiores que os de B e todos os *inputs* de A são menores que os de B. Uma DMU que não é dominada por nenhuma outra é, então, considerada eficiente.

Muito embora se reconheça que o FDH tende a ser condescendente no cálculo do nível de eficiência, quando comparado com os resultados de outras abordagens DEA (LIMA, 2017), a possibilidade de identificar as municipalidades com gastos ineficientes a partir de *benchmarks* reais permite uma maior transparência nas evidências encontradas, minimizando contestações das unidades ineficientes.

A abordagem FDH consiste na otimização do seguinte problema de programação linear, aqui escrito na forma do envelope:

$$\min \theta_0 \quad (10)$$

sujeito a

$$\sum_{n=1}^N \lambda_n Y_{pn} \geq Y_{p0}, \quad p = 1, \dots, P; \quad (11)$$

$$\theta_0 X_{i0} - \sum_{n=1}^N \lambda_n X_{in} \geq 0, \quad i = 1, \dots, I \quad (12)$$

$$\sum_{n=1}^N \lambda_n = 1 \quad (13)$$

e

$$\lambda_n \in \{0, 1\}, \quad n = 1, \dots, N, \quad (14)$$

onde $\theta_0 \geq 0$. A restrição dada na Equação (14) impõe que cada λ_n , $n = 1, \dots, N$, seja igual a 0 ou igual a 1. Essa condição, em conjunto com a imediatamente anterior, Equação (13), implica que apenas uma DMU servirá de referência para a aferição do grau de eficiência da DMU₀ que está sob análise. A definição dessa DMU de referência se dá no contexto da resolução do problema de programação linear exposto acima. Essa restrição implica que a eficiência de uma DMU obtida a partir do estimador FDH é igual ou superior à eficiência dessa mesma DMU conforme os estimadores DEA convencionais (MARIANO, 2020).

A Figura 3 ilustra a aplicação do modelo FDH aplicado aos dados do exemplo utilizado na Seção 2.1.2 envolvendo N=8 agências bancárias. Conforme esperado, a fronteira obtida pelo FDH tem a forma de degraus e é necessariamente definida pelas DMUs observadas.

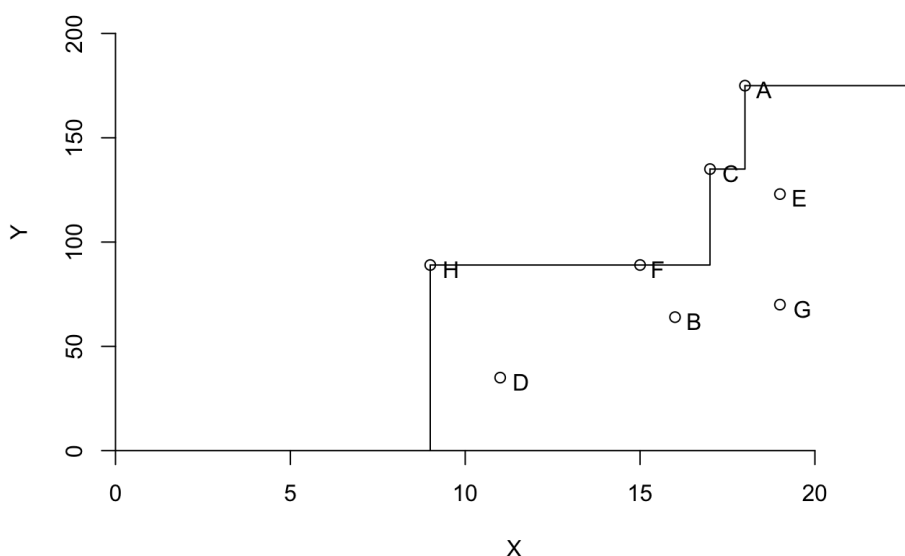


Figura 3: Fronteira de Eficiência: Exemplo da fronteira de eficiência pelo modelo FDH com base em um insumo e dois produtos de N=8 agências bancárias.

2.1.4 Identificação de *outliers*

A construção de fronteiras de eficiência com utilização de abordagens não paramétricas é dada a partir dos valores extremos do espaço dimensional de *inputs* e *outputs* que compõem o modelo. Dessa forma, para minimizar o problema de observações atípicas (*outliers*), o presente estudo usa o modelo de supereficiência (MSE) proposto por (ANDERSON, 1993) para discriminar as unidades apontadas como tecnicamente eficientes. Considerando possíveis imprecisões nos dados declarados pelos municípios, fato melhor abordado na seção de dados, é relevante a adoção de alguma estratégia que trate dos possíveis *outliers*.

Os modelos convencionais de análise de fronteira avaliam a eficiência de uma observação relativa a um conjunto de referência que compreende todas as observações da amostra, incluindo ela própria (LIMA, 2017). Em contrapartida, o modelo de supereficiência exclui cada observação de seu próprio conjunto de referência, de modo que é possível obter escores de eficiência que variam de zero a mais infinito. Banker e Chang (BANKER, 2006) afirmam que o MSE é indicado para situações em que algumas observações podem estar contaminadas e, conseqüentemente, erroneamente classificadas como eficientes. O primeiro passo no método identifica como *outliers* aquelas observações cujos escores de supereficiência superam um nível pré-determinado, indicando serem mais susceptíveis a apresentarem contaminação pela baixa qualidade de dados. No caso do presente trabalho, esta é uma etapa fundamental. A base é composta principalmente de informações declaradas pelos municípios, em que, notoriamente, percebe-se uma baixa qualidade, com diversos campos faltantes e valores de cuja ordem de grandeza deduzem-se erros de digitação. A eliminação dos *outliers*, então,

se faz necessária para evitar que esses dados erroneamente declarados contaminem a eficiência das demais unidades.

Após a exclusão dos *outliers*, a etapa posterior desta análise visa adotar as abordagens convencionais de análise envoltória, mais especificamente, por meio da aplicação do modelo FDH (Seção 2.1.3).

2.2 Análise de Agrupamentos

Na etapa de seleção das DMUs, a DEA pressupõe a existência de homogeneidade entre elas, em termos da natureza das operações que elas realizam e das condições sobre as quais elas atuam. Fatores que diferenciam as DMUs e impactam a eficiência devem ser considerados no modelo. No contexto abordado neste trabalho, por exemplo, unidades de saúde localizadas em municípios com poucos hospitais credenciados pelo Sistema Único de Saúde (SUS) estão sujeitas a uma série de fatores que afetam as condições com que o sistema de saúde público oferta seus serviços. Caso a infraestrutura não seja considerada nos insumos, o resultado da DEA pode não refletir a eficiência na utilização dos recursos, mas o fato de a DMU dispor de mais recursos que as outras.

Considerando a grande heterogeneidade existente nos municípios de Minas Gerais, optou-se pelo agrupamento das DMUs com infraestrutura semelhante ainda antes da remoção dos *outliers* e da realização da DEA. Para isso, foi utilizada a Análise de Agrupamentos (*Clusters*), também conhecida como análise de conglomerados, cujo objetivo é dividir os elementos da população em grupos de forma que os elementos pertencentes a um mesmo grupo sejam similares entre si e os elementos em grupos diferentes sejam heterogêneos em relação às características (variáveis) que neles foram avaliadas (MINGOTI, 2007).

A repartição (ou agrupamento) é feito utilizando-se a informação das p-variáveis medidas nos elementos amostrais. Métodos computacionais são empregados para obter-se a repartição dos dados. Entende-se que elementos similares apresentam valores numéricos semelhantes nas variáveis medidas nos elementos amostrais. Nesse sentido, quanto menor a distância entre os elementos amostrais, maior é a semelhança (ou similaridade) entre eles. É necessário ter métodos que comparem os elementos amostrais identificando aqueles similares e que, portanto, poderiam ser alocados num mesmo grupo (MINGOTI, 2007).

As técnicas de análise de agrupamento são classificadas em dois tipos: técnicas hierárquicas e não-hierárquicas, sendo que as hierárquicas são classificadas em aglomerativas e divisivas.

As técnicas hierárquicas aglomerativas partem do princípio que no início do processo do agrupamento tem-se tantos conglomerados quanto o número de elementos da amostra, ou seja, cada elemento do conjunto observado é considerado com um conglomerado isolado. Em cada passo do algoritmo, os elementos amostrais vão sendo agrupados, formando novos conglomerados até o momento em que todos os elementos considerados estão em um único grupo (MINGOTI, 2007).

Os métodos não-hierárquicos são métodos que pretendem encontrar diretamente uma partição de N elementos em c grupos (*clusters*), de modo que a partição satisfaça dois requisitos básicos: "coesão" interna (ou "semelhança" interna) e isolamento (ou separação) dos *clusters* formados. Eles diferem dos métodos hierárquicos em muitos aspectos, mas um fator importante é que o número de *clusters* c precisa ser pré-especificado *a priori*.

O **método de Ward** é uma técnica hierárquica aglomerativa fundamentada na mudança de variação entre os grupos e dentro dos grupos que estão sendo formados em cada passo do agrupamento. Em cada passo do algoritmo, calcula-se a soma de quadrados dentro de cada conglomerado, a qual é equivalente ao quadrado da distância Euclidiana de cada elemento amostral pertencente ao conglomerado em relação ao vetor de médias do conglomerado. São combinados, então, os dois conglomerados que resultam no menor valor da soma de quadrados total dentro de cada grupo (MINGOTI, 2007). Com isso, a partição escolhida em cada passo é aquela que resulta no menor valor de variabilidade global.

Para se determinar o número c de *clusters* da partição final no método de Ward, em geral, deve-se observar no histórico do agrupamento os passos nos quais houve uma mudança acentuada em medidas de qualidade da partição. Duas medidas muito utilizadas são o coeficiente de correlação intra-classe R^2 e a estatística Pseudo-F, os quais são dados por

$$R^2 = \frac{SSE}{SST} \quad \text{e} \quad Pseudo - F = \frac{SSE/(c-1)}{SSD/(N-c)} = \frac{(N-c)}{(c-1)} \left(\frac{R^2}{1-R^2} \right), \quad (15)$$

onde SST representa a soma de quadrados (variabilidade) total dos dados; SSE representa a soma de quadrados (variabilidade) entre os *clusters*; N representa o número de elementos na amostra e c corresponde ao número de *clusters* da partição. O coeficiente

de correlação intra-classe R^2 representa a proporção da variabilidade total dos dados, explicada pela partição em c grupos. Quanto maior seu valor, melhor é a partição em termos estatísticos. A estatística Pseudo-F é função do R^2 e considera o valor do número de grupos c da partição. Quanto maior o Pseudo-F, melhor é a partição em termos estatísticos. Valores elevados dessa estatística indicam que os *clusters* formados tem vetores de médias bem distintos. É útil para comparar partições com número de grupos diferentes (MINGOTI, 2007).

O **método das K-Médias** é uma técnica não-hierárquica bastante utilizada em que cada elemento amostral é alocado no *cluster* cujo centroide (vetor de médias amostral) é o mais próximo do vetor de valores observados para o respectivo elemento. Escolhem-se c centroides, chamados sementes, para iniciar o processo. Cada elemento é comparado com cada centroide inicial e alocado no grupo cuja distância for a menor. Recalculam-se os valores dos centroides para cada novo grupo formado e repete-se a comparação. Esses passos são então repetidos até que não haja realocação de elementos amostrais nos vários grupos (MINGOTI, 2007).

Assim como o método das K-Médias, o **método Fuzzy** é uma técnica não-hierárquica baseada em um processo iterativo, que requer do usuário a pré-especificação do número c de grupos a ser utilizado. Ao contrário do método das K-Médias, que fornece como resultado uma partição em que cada elemento pertence a um único *cluster*, no método *Fuzzy*, para cada elemento amostral estima-se a probabilidade de que o mesmo pertença a cada um dos c *clusters* da partição. Um critério que pode ser utilizado para se determinar a partição final é alocar cada elemento amostral àquele conglomerado para o qual a probabilidade de pertencimento é maior (MINGOTI, 2007).

2.3 Base de dados

A escolha das variáveis utilizadas na DEA não deve ser efetuada sem critérios. É preciso que os insumos e produtos tenham relação direta entre si. Os produtos devem ter origem na transformação dos insumos escolhidos, isto é, deve haver uma relação de causalidade. A análise DEA é uma técnica matemática que irá apresentar um resultado independentemente de os dados acerca dos insumos e produtos estarem corretos ou não. É preciso evitar, também, que a inclusão de muitas variáveis no modelo faça com que a DEA atribua escore 1,00 a muitas DMUs, fazendo com que seu poder discriminatório seja reduzido. Existe uma recomendação empírica para que o número de DMUs seja, no mínimo, o dobro do número total de insumos e produtos (GOMES, 2020).

De acordo com (GOMES, 2020), os procedimentos para a seleção das variáveis podem ser resumidos em:

- ▶ Estudo detalhado do setor, ramo e atividade em análise;
- ▶ Consulta a especialistas sobre quais são as variáveis relevantes;
- ▶ Utilização de número restrito de variáveis, apenas as mais relevantes - o uso indiscriminado de variáveis acaba por fazer com que muitas DMUs sejam consideradas indevidamente eficientes;
- ▶ Verificação da intercorrelação entre as variáveis, excluindo aquelas que tiverem forte correlação entre pares de insumos ou produtos (sugestão de exclusão de variáveis com correlação acima de 0,8);
- ▶ Utilização de modelos de medidas específicas;
- ▶ Utilização de análise de componentes principais e análise fatorial.

A primeira etapa do estudo envolveu, então, estudar o universo dos municípios mineiros. Para isso, foram utilizados os dados demográficos.

Dados demográficos:

- ▶ Área: Área territorial brasileira — km² — 2020 — Fonte: IBGE;
- ▶ População: Estimativas da população residente com data de referência 1.º de julho de 2020 — Fonte: IBGE;
- ▶ Densidade demográfica: Razão calculada entre população e área — hab./km² — elaboração própria;
- ▶ Escolarização: [população residente no município de 6 a 14 anos, matriculada no ensino regular/total de população residente no município de 6 a 14 anos] x 100 — Fonte: IBGE;
- ▶ IDHm: Índice de desenvolvimento humano municipal : Programa das Nações Unidas para o Desenvolvimento - PNUD
- ▶ PIB per capita: PIB per capita Fonte: IBGE

- Taxa de esgotamento sanitário: Esgotamento sanitário adequado: [população total residente nos domicílios particulares permanentes com esgotamento sanitário do tipo rede geral e fossa séptica / População total residente nos domicílios particulares permanentes] x 100, 2019. Fonte: IBGE

Considerando o tema analisado e o universo do controle externo, foi escolhido como *input* o valor da despesa empenhada pelos municípios. O empenho representa o primeiro estágio da despesa orçamentária. É registrado no momento da contratação do serviço, aquisição do material ou bem, obra e amortização da dívida. Segundo o art. 58 da Lei n.º 4.320/1964, é o ato emanado de autoridade competente que cria para o Estado obrigação de pagamento pendente ou não de implemento de condição. Consiste na reserva de dotação orçamentária para um fim específico.

Em relação aos *outputs*, foi feito um estudo do tema da saúde e em consulta com técnicos do Tribunal de Contas do Estado de Minas Gerais (TCE-MG), foram indicadas as diretrizes de saúde da OCDE, utilizadas no TCE-MG como direcionamento das ações de fiscalização.

Dentre os indicadores elencados pelo relatório da *A Health at a Glance: Latin American and Caribe* (OECD, 2020), foi realizada uma pesquisa para identificar quais estavam disponíveis no âmbito dos municípios de Minas Gerais. Além de alguns indicadores estarem disponíveis somente no nível estadual, outras partes desses indicadores encontravam-se muito desatualizados, devido à ausência de realização de censo no Brasil. Assim, a base de dados municipais foi inicialmente composta por:

Indicadores de infraestrutura:

- Quantidade de profissionais credenciados pelo SUS no ano de 2020, mês a mês (fonte: DATASUS, exercício 2020);
- Quantidade de estabelecimentos credenciados pelo SUS no ano de 2020, mês a mês (fonte: DATASUS, exercício 2020);
- Quantidade de leitos de internação e ambulatório disponíveis no SUS no ano de 2020, mês a mês (fonte: DATASUS, exercício 2020);
- População estimada: número de habitantes estimados para 2020 (fonte: IBGE, exercício 2020).

Os dados de profissionais, estabelecimentos e leitos credenciados ao SUS variam em disponibilidade ao longo do ano. Para representar a infraestrutura durante o exercício de 2020, optou-se por considerar a soma dos profissionais, estabelecimentos e leitos ao longo do ano.

Indicadores globais da Saúde Municipal

- Mortalidade infantil: número de óbitos de crianças de 0 a 12 meses a cada 1000 nascidos vivos; (fonte: DATASUS)

- ▶ Mortalidade de menores de 5 anos: número de óbitos de crianças de 1 a 4 anos a cada 1000 nascidos vivos; (fonte: DATASUS)
- ▶ Morbidade no SUS: número de óbitos a cada 1000 internações; (fonte: DATASUS)
- ▶ Cobertura vacinal: número de doses aplicadas, da dose indicada (1a., 2a., 3a. dose ou dose única, conforme a vacina) para todas as vacinas ofertadas pelo SUS, dividida pela população alvo, multiplicado por 100 (fonte: DATASUS)

Para os três primeiros indicadores, foi necessária a realização de uma mudança de escala, por serem indicadores que se deseja minimizar, ao contrário da cobertura vacinal. Tal mudança foi feita multiplicando-se tais valores por -1. Dessa forma, considera-se que maximizar a eficiência acarreta a minimização tanto das mortalidades quanto da morbidade no SUS.

Além disso, como esses indicadores seriam usados como *outputs*, foi avaliada a correlação entre as variáveis disponíveis. A Tabela 3 mostra a correlação entre as variáveis. As variáveis taxa de mortalidade infantil e taxa de mortalidade menor que 5 anos são altamente correlacionadas (correlação maior que 0,8). Por este motivo, a variável taxa de mortalidade menor que 5 anos foi removida da análise.

Tabela 3: Correlação entre variáveis candidatas a output

	cobertura vacinal	mortalidade infantil	mortalidade <5 anos	morbidade SUS
cobertura vacinal	1,00	0,08	-0,10	-0,06
mortalidade infantil	-0,08	1,00	-0,91	0,05
mortalidade <5 anos	-0,10	-0,91	1,00	-0,05
morbidade SUS	-0,06	0,05	-0,05	1,00

Taxas de gastos

- ▶ Valor previsto: valor previsto para despesas na função saúde (fonte: Dados abertos do TCE-MG, exercício 2020)
- ▶ Despesas empenhadas: despesas empenhadas na função saúde (fonte: Dados abertos do TCE-MG, exercício 2020)
- ▶ Despesas liquidadas: despesas liquidadas na função saúde (fonte: Dados abertos do TCE-MG, exercício 2020)
- ▶ Despesas pagas: despesas pagas na função saúde (fonte: Dados abertos do TCE-MG, exercício 2020)

O empenho da despesa é o ato emanado por autoridade que cria para o Estado obrigação de pagamento. Por esse motivo, a variável escolhida como *input* foi a despesa **empenhada**. As despesas foram consideradas em taxa por 1000 habitantes para evitar que municípios com orçamentos maiores dominem as análises.

3 Análise dos dados municipais em MG em 2020

Nesta seção serão apresentados os resultados da análise dos dados municipais de Minas Gerais em 2020, incluindo análise descritiva, agrupamento e aplicação da DEA. Para todas as etapas da análise, utilizou o *software* R (R Core Team, 2020). A clusterização se baseou nos pacotes NbClust (CHARRAD et al., 2014) e ppclust (CE-BECI, 2019) e os resultados da DEA foram obtidos por meio do pacote Benchmarking (BOGETOFT; OTTO, 2020).

3.1 Estatísticas Descritivas

Dentre os 853 municípios de Minas Gerais (MG), foram identificados dois municípios que não fizeram a declaração de gastos com saúde no exercício de 2020: Belo Horizonte e Manhumirim. Por esse motivo, eles foram retirados da análise e considerados como de altíssimo risco. No caso da aplicação prática da técnica em uma auditoria, recomenda-se que estes sejam os primeiros municípios a serem auditados.

As medidas descritivas das variáveis do conjunto de dados constituído pelos 851 municípios analisados são apresentadas nas Tabelas 4, 5, 6 e 7.

Ao analisar os dados demográficos da Tabela 4, observa-se a existência de uma grande discrepância entre as dimensões analisadas. O universo contempla desde municípios muito pequenos em área, como Santa Cruz de Minas, com apenas 3,56 km² até municípios bastante grandes como João Pinheiro, o maior município mineiro, com mais de 10 000 km², ou seja, cerca de 3 000 vezes maior que o primeiro. Quanto à população, a discrepância é de cerca de 900 vezes entre Uberlândia e Serra da Saudade, município menos populoso de MG com menos de 1 000 habitantes.

Mesmo quando se avalia a densidade demográfica, uma primeira tentativa de diminuir a discrepância entre essas duas primeiras variáveis, observa-se uma variação de cerca de 2200 vezes entre os municípios mais e menos densos do estado. A escolarização é o indicador que menos variou entre os municípios analisados, seguida pelo IDHm. Já o PIB per capita acompanhou a tendência de discrepância, mostrando valores 53 vezes superiores entre o primeiro e o último município, assim como a taxa de esgotamento sanitário, cuja variação entre o melhor e pior município é da ordem de 330 vezes.

Tabela 4: Estatísticas descritivas dos dados demográficos

	Média	Desvio padrão	Mínimo	Máximo
Área	688,60	966,75	3,56	10 727,10
População	22 030,90	54 056,43	776,00	699 097,00
Densidade demográfica	56,87	192,44	1,36	3 090,33
Escolarização	97,44	1,69	83,90	100,00
IDHm	0,67	0,05	0,53	0,81
PIB per capita	20 006,28	22 217,54	6 298,48	337 288,81
Taxa de esgotamento sanitário	59,08	25,69	0,30	98,40

Em relação às estatísticas descritas dos dados da infraestrutura de saúde, a discrepância foi um pouco mais discreta, mas, ainda assim, importante, como detalhado na Tabela 5. Chama a atenção que alguns municípios chegaram a contar com 125 leitos do SUS no ano, enquanto outro não chegaram a ter nenhum leito ofertado pelo SUS.

Tabela 5: Estatísticas descritivas dos dados da infraestrutura de Saúde

	Média	Desvio padrão	Mínimo	Máximo
Profissionais credenciados ao SUS	149	49,4	56,9	466
Estabelecimentos credenciados ao SUS	20	9,7	4,2	73
Leitos do SUS	14	15,0	0,0	125

A situação de discrepância também foi observada nos dados dos indicadores de saúde (Tabela 6). Destaca-se a existência de municípios com praticamente nenhuma cobertura vacinal e alguns deles que nem ao menos possuem leitos para atendimento.

Tabela 6: Estatísticas descritivas dos dados de indicadores de Saúde

	Média	Desvio padrão	Mínimo	Máximo
Cobertura vacinal	85,14	22,93	2,28	210,88
Mortalidade infantil	-11,86	14,61	-125,00	0
Mortalidade de menores de 5 anos	-13,92	16,22	-142,86	0,0
Morbidade hospitalar no SUS	-0,06	0,02	-0,14	0,0

Por fim, os dados referentes às taxas dos gastos na função saúde corroboraram para a constatação da enorme heterogeneidade entre os municípios (Tabela 7), com variações da ordem de 10 vezes. Ou seja, significa que um determinado município pode ter um gasto até 10 vezes superior por habitante do que outro.

Ao se observar tamanha heterogeneidade, o agrupamento dos municípios tornou-se passo fundamental para prosseguir com a análise.

Tabela 7: Estatísticas descritivas dos dados das taxas dos gastos na função saúde

	Média	Desvio padrão	Mínimo	Máximo
Gastos previstos	1 065 064	439 177	459 428	4 687 517
Valor empenhado	1 124 617	434 346	513 437	4 601 422
Valor liquidado	1 103 235	426 854	483 406	4 578 184
Valor pago	1 072 319	421 221	462 500	4 569 434

3.2 Definição do agrupamento dos municípios

Conforme o relatório da OCDE (OECD, 2020), o acesso aos cuidados de saúde depende, em primeiro lugar, da disponibilidade de recursos suficientes para prestar os cuidados necessários. Por esse motivo, para ser possível avaliar municípios com as mesmas condições de oferta de saúde, optou-se por agrupá-los segundo a infraestrutura de saúde. Dessa forma, foram utilizadas para a *clusterização* as variáveis Profissionais, Estabelecimentos e Leitos.

Para o agrupamento foi usada inicialmente uma solução de análise de *cluster* para estimar o valor de número de grupos pelo método hierárquico de Ward de mínima variância, baseado na distância Euclidiana ao quadrado (veja Seção 2.2). Importante ressaltar que, devido ao grande volume de elementos na base de dados, 851 municípios, foi definido que o número máximo desejável de grupos deveria ser 20.

Na Tabela 8 são exibidos os valores de algumas medidas de qualidade das partições formadas com a utilização do método de Ward, dentre elas o R^2 e Pseudo-F definidos na Equação (15). Ao avaliar esses valores, nota-se que há um salto bastante grande nas medidas de similaridade, sobretudo na distância Euclidiana ao quadrado (“Distância²”) quando se vai de 7 para 6 grupos e mais ainda quando se passa de 6 para 5 grupos. Isso indica que $c = 7$ ou $c = 6$ são valores plausíveis para o número de grupos na partição final com base nesse método hierárquico.

O resultado do agrupamento pelo método Ward não se mostrou totalmente adequado. Apesar dos valores altos de R^2 e Pseudo-F, uma proporção muito grande de municípios fica concentrada em poucos grupos grandes, não sendo suficiente para considerar que houve uma boa separação dos perfis. Como o método de Ward não se mostrou satisfatório o suficiente, optou-se, sem seguida, por utilizar o método das K-médias usando como semente inicial o vetor de médias dos *clusters* gerados anteriormente pelo método de Ward. Para fins de comparação, o método Fuzzy também foi aplicado, neste caso usando as sementes geradas pelo método das K-médias.

Pela comparação dos resultados com $c = 7$ e $c = 6$ exibidos na Tabela 9, optou-se por prosseguir a análise com $c = 7$ grupos, pois garante que as unidades nos grupos são mais similares entre si enquanto os grupos são mais heterogêneos entre si. Além disso, as unidades ficam mais distribuídas entre os grupos gerados (grupos compostos por menos unidades).

Adicionalmente, foi feita a análise de pertinência para avaliação do resultado do método Fuzzy. No agrupamento *Fuzzy*, um objeto pode pertencer a mais de um

Tabela 8: Medidas de similaridade do método Ward (escolha do número c de clusters)

	Grupos	Distância	Distância ²	R^2	Pseudo-F
20	20	109	11 922	93	604
19	19	116	13 465	93	610
18	18	130	16 774	93	613
17	17	131	17 180	92	619
16	16	134	17 982	92	627
15	15	138	19 183	91	638
14	14	162	26 170	91	642
13	13	182	33 138	90	641
12	12	204	41 606	89	636
11	11	206	42 383	88	640
10	10	215	46 272	87	648
9	9	215	46 365	86	670
8	8	226	50 863	85	701
7	7	234	54 934	84	748
6	6	270	72 931	83	803
5	5	357	127 583	80	840
4	4	466	217 566	75	859
3	3	577	332 415	68	909
2	2	931	866 405	50	840
1	1	1 528	2 335 174	0	0

Tabela 9: Comparação dos métodos de agrupamento avaliados

Método	Pseudo-F	R^2	# Menor Grupo	# Maior Grupo
c=6				
Método de Ward	803	83	22	236
K-Médias	901	84	26	248
Fuzzy	886	84	26	254
c=7				
Método de Ward	748	84	22	236
K-Médias	840	86	26	245
Fuzzy	843	86	26	213

grupo, mas com diferentes graus de pertinência. Conforme ilustrado na Figura 4, aparentemente os grupos ficaram bem formados, pois os grupos em que os municípios foram alocados foram aqueles com maior probabilidade de pertinência.

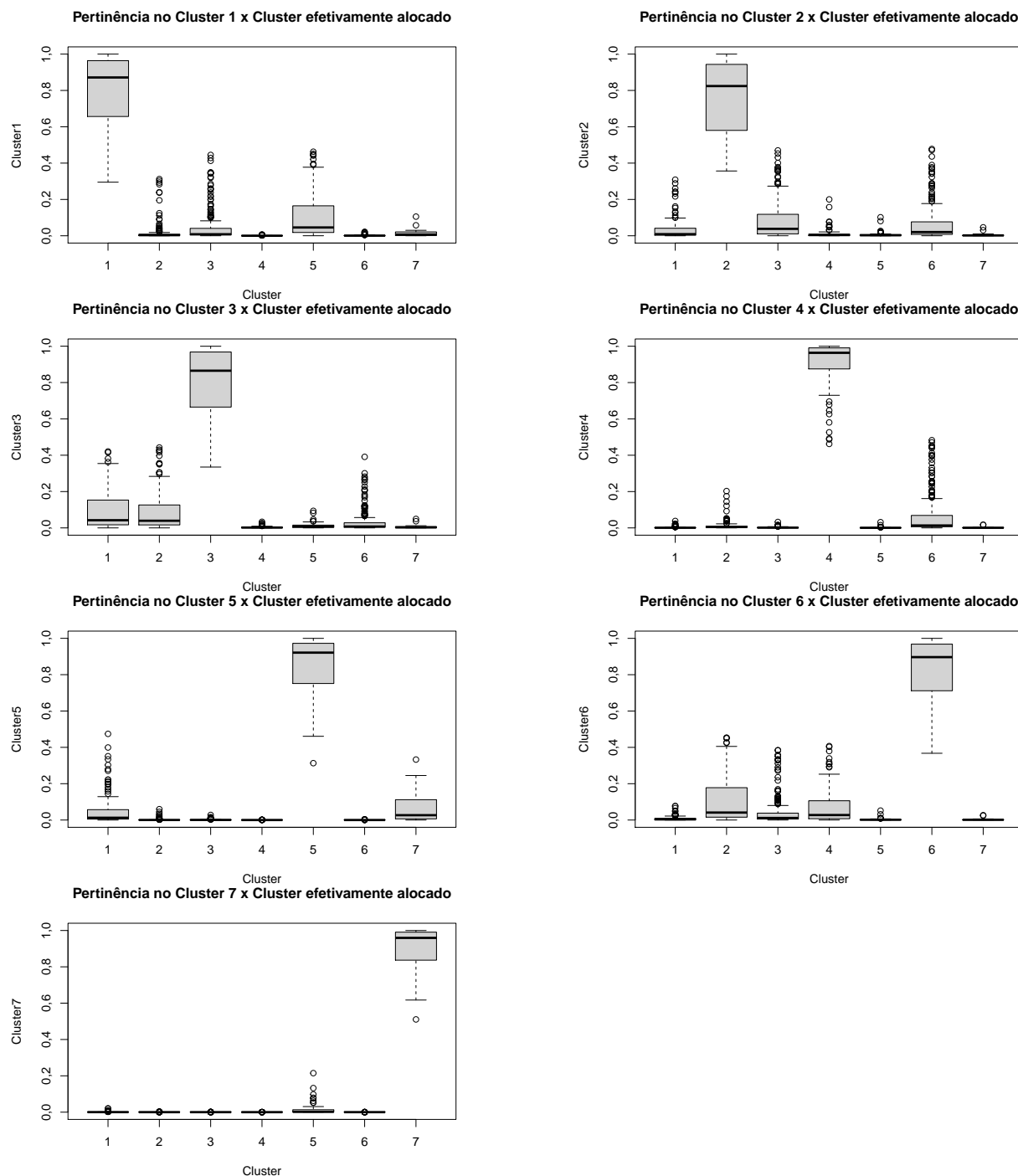


Figura 4: Análise de pertinência - Método Fuzzy

Como não houve praticamente nenhuma diferença entre os métodos das K-médias e o método *Fuzzy*, devido a uma maior simplicidade do método, optou-se por prosseguir a análise utilizando-se o agrupamento pelo método das K-médias. A Figura 5 ilustra a distribuição dos municípios de Minas Gerais conforme os *clusters* obtidos. Ressalta-se que para representar graficamente a distribuição dos municípios pelos *clusters*) na Figura 5, apenas foram usadas apenas as variáveis Leitos e Profissionais.

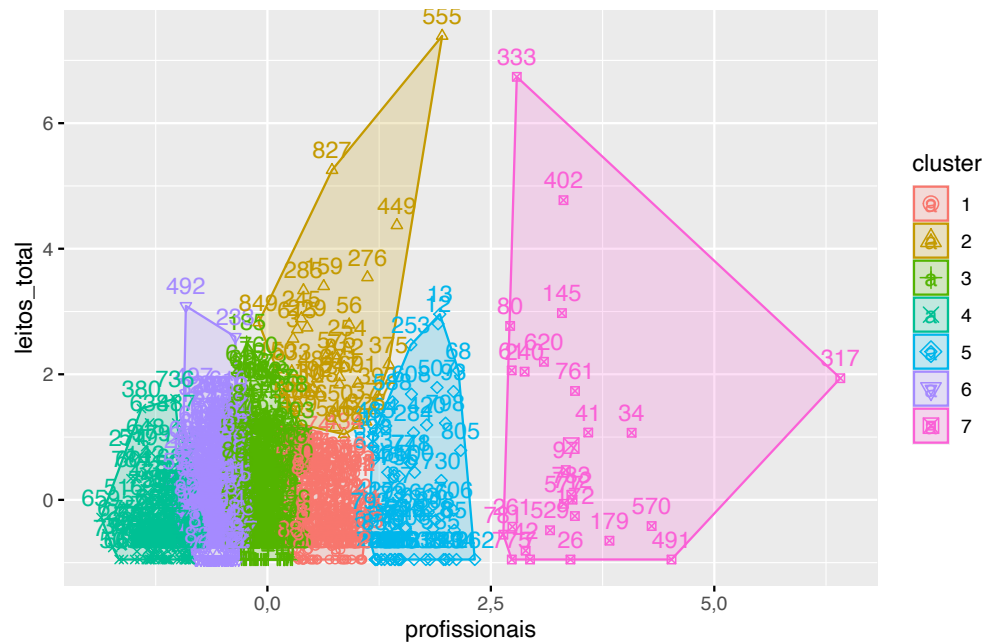


Figura 5: Distribuição dos municípios de Minas Gerais conforme os grupos formados pelo método K-médias com $c = 7$ grupos. As variáveis Leitos e Profissionais foram consideradas na construção dessa visualização.

A Figura 6 traz o mapa dos municípios de Minas Gerais e a sua distribuição geográfica conforme os *clusters* formados pelo método K-médias com $c = 7$. Nota-se que não há um padrão espacial muito aparente determinado pela partição.

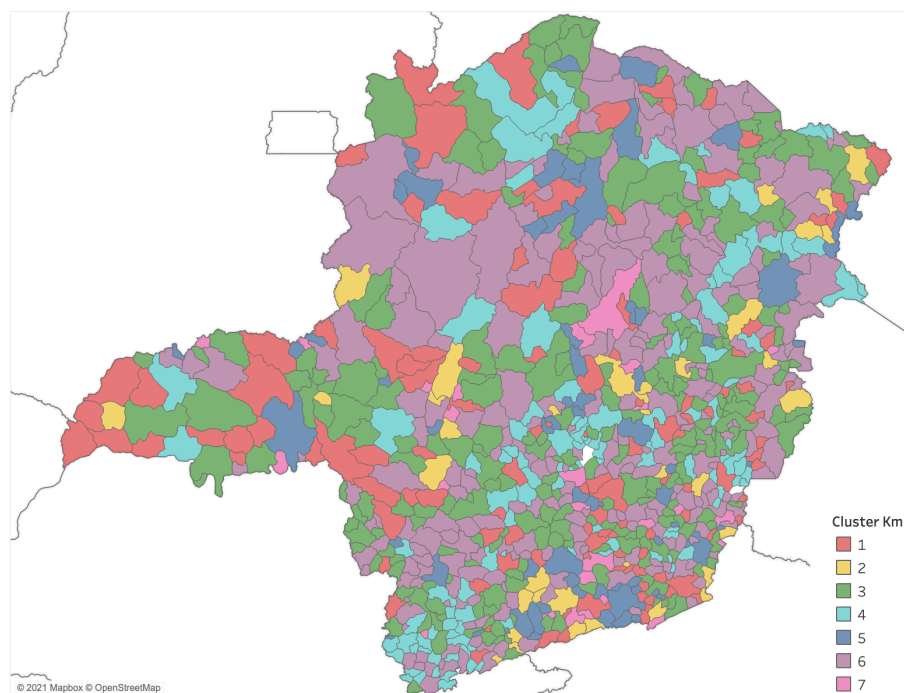


Figura 6: Distribuição geográfica dos municípios e clusters

3.2.1 Descrição dos grupos

Com a ajuda das estatísticas descritivas de cada grupo, demonstradas na Tabela 10, conseguimos descrevê-los, ordenando-os da melhor para a pior infraestrutura. O Grupo 7 é o que possui, na média, os municípios com melhor infraestrutura, tendo mais profissionais, leitos e estabelecimentos credenciados ao SUS por 1000 habitantes. No outro extremo, está o Grupo 4, com as menores taxas de infraestrutura de saúde. Os Grupos 1 e 2 possuem infraestrutura intermediária, sendo que o segundo grupo supera o primeiro por ter um número superior de leitos, apesar de números similares de profissionais.

Tabela 10: Estatísticas descritivas dos grupos

	n	Média	Desvio-padrão	Mínimo	Máximo
profissionais1	121	180	11,3	162,8	203
profissionais2	36	184	20,8	144,0	246
profissionais3	236	147	8,6	132,7	165
profissionais4	119	90	11,4	56,9	106
profissionais5	68	227	15,6	204,8	264
profissionais6	245	119	8,1	101,8	133
profissionais7	26	317	38,9	279,4	466
estabelecimentos1	121	23	12,0	5,2	70
estabelecimentos2	36	23	9,8	7,2	54
estabelecimentos3	236	19	8,4	5,8	66
estabelecimentos4	119	15	7,3	4,2	44
estabelecimentos5	68	23	10,2	7,8	64
estabelecimentos6	245	18	7,6	6,3	53
estabelecimentos7	26	33	14,3	15,6	73
leitos_total1	121	10	8,4	0,0	28
leitos_total2	36	49	19,0	29,9	125
leitos_total3	236	14	12,1	0,0	52
leitos_total4	119	7	8,6	0,0	38
leitos_total5	68	14	15,7	0,0	59
leitos_total6	245	13	11,5	0,0	60
leitos_total7	26	27	29,0	0,0	115

Dessa forma, partindo da pior para a melhor infraestrutura, os grupos podem ser ordenados da seguinte maneira:

Grupo 4 < Grupo 6 < Grupo 3 < Grupo 2 < Grupo 1 < Grupo 5 < Grupo 7

Essa ordem hierárquica será usada para a aplicação da análise envoltória. Para fins de comparação, a DEA também foi feita para os dados sem considerar o agrupamento, o que chamamos *análise clássica*.

3.3 Análise Envoltória de Dados

Após a criação dos grupos, procedeu-se à análise DEA. Inicialmente, foi utilizado o modelo de supereficiência para a identificação dos *outliers*, seguido pela aplicação do modelo FDH orientado a *input* para obter os escores de eficiência dos municípios.

3.3.1 Aplicação do modelo de supereficiência para identificação de *outliers*

A construção de fronteiras de eficiência com utilização de abordagens não paramétricas, como DEA e FDH, é dada a partir dos valores extremos do espaço dimensional de *inputs* e *outputs* que compõem o modelo. Por isso, a determinação dos índices de eficiência pode ser substancialmente afetada pela presença de *outliers*. De acordo com LIMA (2017), de modo a evitar esta influência, deve-se utilizar o modelo de supereficiência para classificar e identificar unidades supereficientes em relação ao restante dos dados, classificadas como tal aquelas que apresentaram índice de supereficiência igual ou superior a 2.

Foram encontrados 26 municípios supereficientes, os quais são listados na Tabela 11. Recomenda-se que, em um trabalho de auditoria, esses municípios sejam auditados, pelo risco que representam. Estas DMUs foram retiradas da amostra a fim de que não venham gerar distorções na determinação da fronteira de eficiência, visto que o escopo central do trabalho é identificar as unidades com piores relações de insumos e necessidades locais.

Tabela 11: Municípios *outliers* identificados pelo modelo de supereficiência (mse)

Município	Eficiência	Município	Eficiência
1 Alagoa	Inf	14 Morro da Garça	2,92
2 Alfredo Vasconcelos	Inf	15 Naque	Inf
3 Capetinga	Inf	16 Pedro Teixeira	Inf
4 Chapada Gaúcha	Inf	17 Perdões	Inf
5 Claraval	Inf	18 Rio Doce	Inf
6 Coroaci	Inf	19 Rio Paranaíba	2,19
7 Desterro de Entre Rios	Inf	20 Santa Bárbara do Leste	Inf
8 Grupiara	Inf	21 Santa Cruz de Minas	Inf
9 Gurinhatã	Inf	22 São Gonçalo do Abaeté	Inf
10 Itambé do Mato Dentro	Inf	23 Senhora do Porto	Inf
11 Joanésia	Inf	24 Serra da Saudade	Inf
12 Lagoa da Prata	Inf	25 Toledo	Inf
13 Leandro Ferreira	2,00	26 Turvolândia	Inf

3.3.2 Aplicação do modelo FDH (*Free Disposal Hull*)

Realizados estes procedimentos para refinamento da amostra, utilizou-se a abordagem DEA para determinação dos indicadores relativos de eficiência.

A partir do agrupamento, foram calculados os escores de eficiência técnica, identificando os parceiros de excelência (*benchmarks*) do Grupo 4, separadamente. Em seguida, são reunidas em um único conjunto, as DMUs dos dois primeiros grupos (Grupo 4 e Grupo 6) e, novamente, calculados os escores de eficiência e parceiros de excelência. Sucessivamente novos conjuntos são formados fazendo a união dos grupos já incluídos com o próximo grupo segundo a hierarquia definida na Seção 3.2.1. Finalmente, um sétimo conjunto é formado, integrando-se todas as DMUs em análise. A Figura 7 ilustra o esquema utilizado na análise.

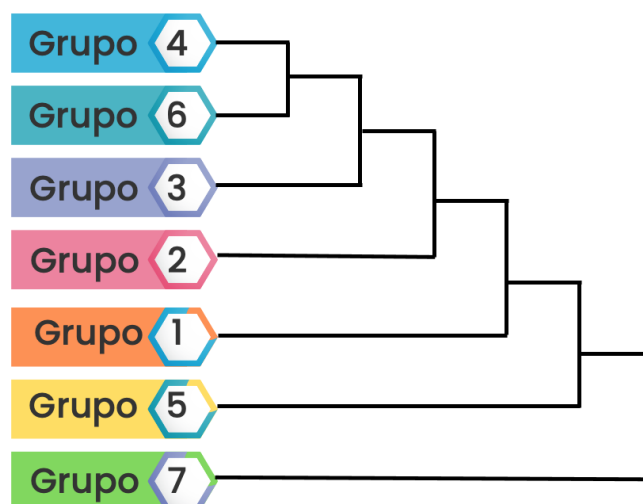


Figura 7: Esquema de análise dos grupos

Apesar de uma unidade poder participar do esquema de análise envoltória diversas vezes, o resultado considerado é aquele referente à primeira vez em que seu grupo é analisado. Ou seja, para uma unidade do Grupo 4, que participou de todas as rodadas, apenas a eficiência obtida na primeira rodada é considerada no resultado.

Como resultado, a Figura 8 exibe a distribuição geográfica dos municípios e suas respectivas eficiências. Na Tabela 12 encontram-se algumas estatísticas descritivas da eficiência em cada *cluster*.

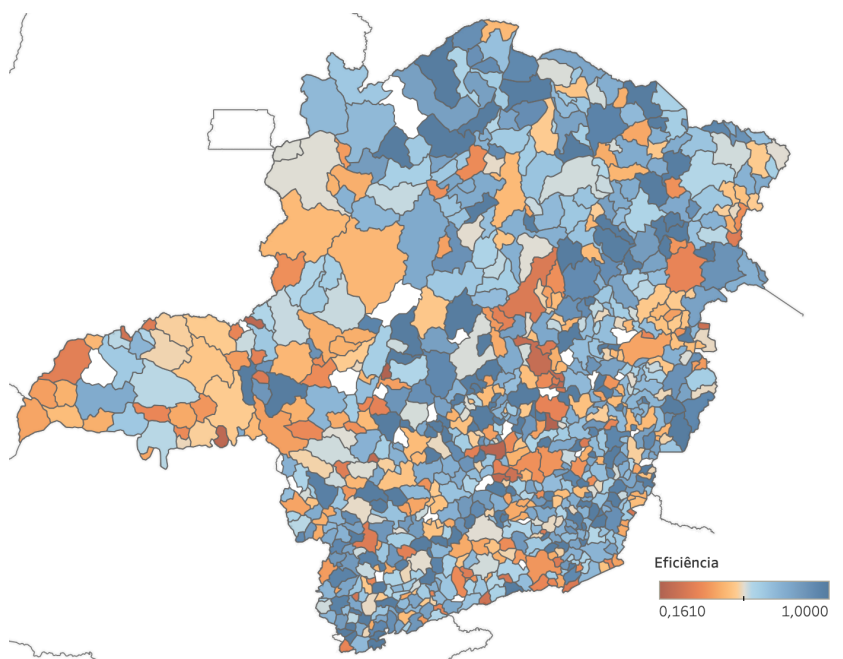


Figura 8: Mapa da eficiência

Tabela 12: Eficiência nos grupos — Abordagem hierárquica

	Média	Desvio padrão	Mínimo	Máximo
Grupo 1	0,56	0,17	0,17	1,00
Grupo 2	0,57	0,22	0,23	1,00
Grupo 3	0,66	0,17	0,33	1,00
Grupo 4	0,82	0,14	0,51	1,00
Grupo 5	0,51	0,20	0,20	1,00
Grupo 6	0,77	0,17	0,37	1,00
Grupo 7	0,36	0,17	0,16	0,86

Esta abordagem foi comparada com a abordagem clássica, sem divisão em grupos (Tabela 13). O que se observa, é que a quebra em grupos é ligeiramente mais condescendente com unidades do Grupo 4, que possuem menor infraestrutura de saúde (conforme a hierarquia definida na Seção 3.2.1), e que possuem, em média, valores de eficiência ligeiramente superiores aos obtidos pela abordagem clássica.

Tabela 13: Eficiência nos grupos — Abordagem clássica

	Média	Desvio padrão	Mínimo	Máximo
Grupo 1	0,56	0,17	0,17	1,00
Grupo 2	0,57	0,22	0,23	1,00
Grupo 3	0,66	0,17	0,33	1,00
Grupo 4	0,80	0,14	0,47	1,00
Grupo 5	0,51	0,20	0,20	1,00
Grupo 6	0,77	0,16	0,37	1,00
Grupo 7	0,36	0,17	0,16	0,86

A Tabela 14 mostra a distribuição dos municípios por classe de eficiência, conforme os resultados do modelo DEA. Do total de 799 municípios da amostra final, 616 se localizam abaixo da fronteira de eficiência, correspondente a 79% das unidades, apresentando indícios de desvios ou má aplicação de recursos na rubrica em análise.

Tabela 14: Distribuição dos municípios por classe de eficiência

Classe	Número de Municípios	Percentual
0 a 0,1	0	0,00
0,1 a 0,2	4	0,48
0,2 a 0,3	15	1,82
0,3 a 0,4	57	6,91
0,4 a 0,5	102	12,36
0,5 a 0,6	139	16,85
0,6 a 0,7	134	16,24
0,7 a 0,8	137	16,61
0,8 a 0,9	85	10,30
0,9 a 1	152	18,42

Na Figura 9 os municípios foram plotados ordenados conforme o *cluster*, apenas com o propósito de demonstrar a distribuição da eficiência dentro de cada *cluster*.

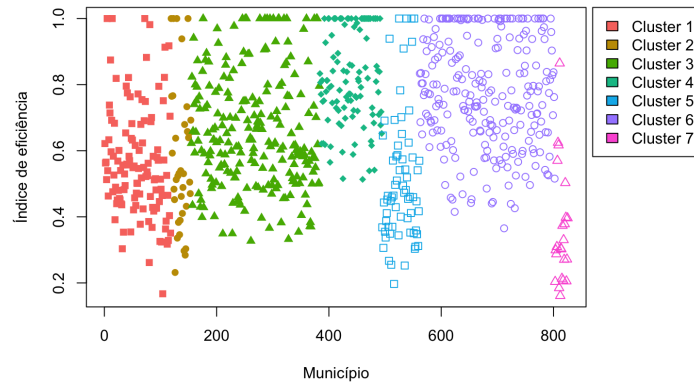


Figura 9: Distribuição da eficiência

A Figura 10 permite visualizar a distribuição dos municípios conforme o excesso de gastos e maiores excessos em valores absolutos, conforme apurado através da metodologia FDH. Por excesso de gasto, considera-se o valor que determinado município poderia ter gastado a menos para atingir os indicadores obtidos. Para isso, consideram-se municípios que conseguiram atingir o mesmo patamar de indicadores. Observa-se que, ao considerar o valor bruto empenhado em excesso, alguns municípios, como os indicados na Figura 10, se destacam dos demais.

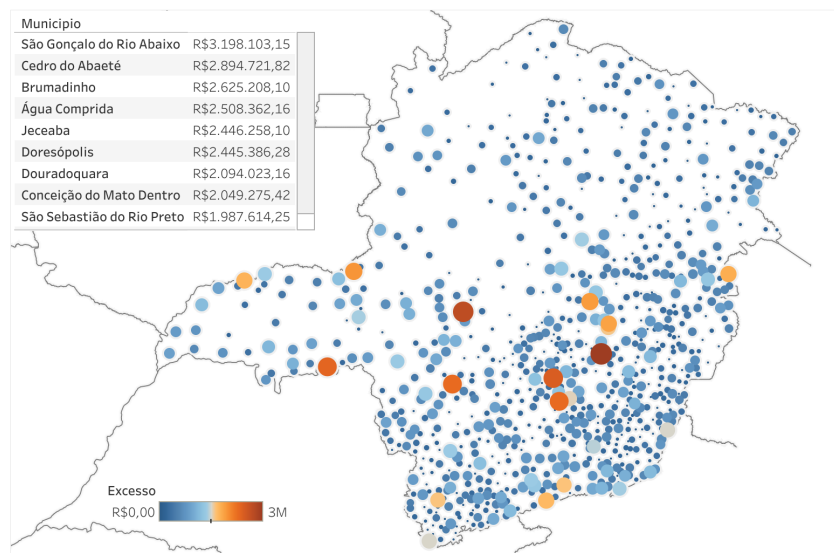


Figura 10: Mapa do excesso de gastos

A Figura 11 permite visualizar a distribuição dos municípios conforme a taxa de excesso de gastos, ou seja, o percentual do valor empenhado considerado como excesso, bem como os municípios com as maiores taxas.

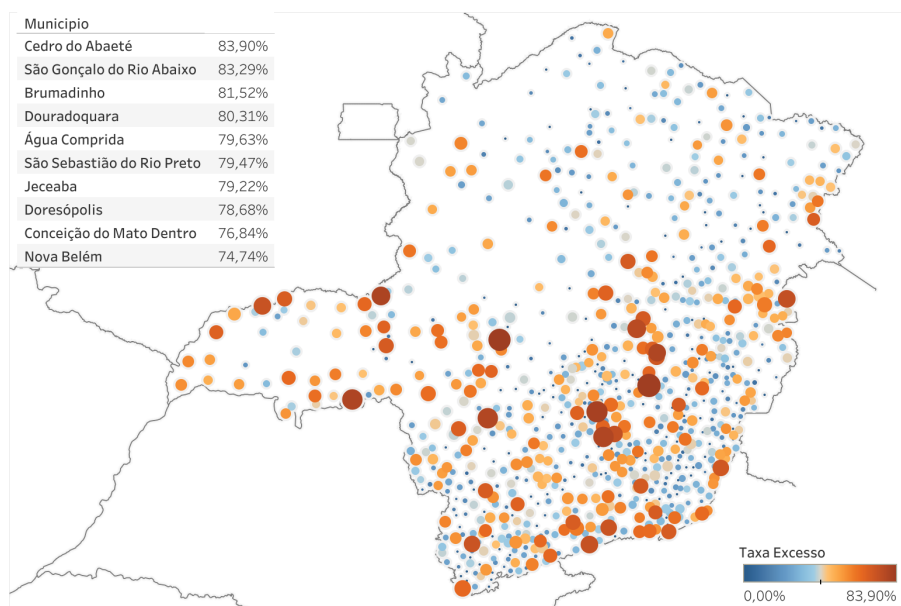


Figura 11: Mapa do percentual dos empenho em saúde definido como excesso

3.4 Melhores práticas

Para determinar os municípios com as melhores práticas, utilizou-se o conceito de parceiro de excelência (*benchmark*). Um município é considerado parceiro de excelência para outro caso tenha empenhado menos despesas, embora apresente indicadores de saúde iguais ou superiores.

Assim, considerou-se que apresentam as melhores práticas aqueles municípios considerados *benchmarking* para o maior número de municípios (Figura 12). Foram encontrados 49 que são *benchmarking* para pelo menos outro município além dele mesmo. Os municípios considerados *benchmarking* para os maiores números de municípios estão listados na Figura 12.

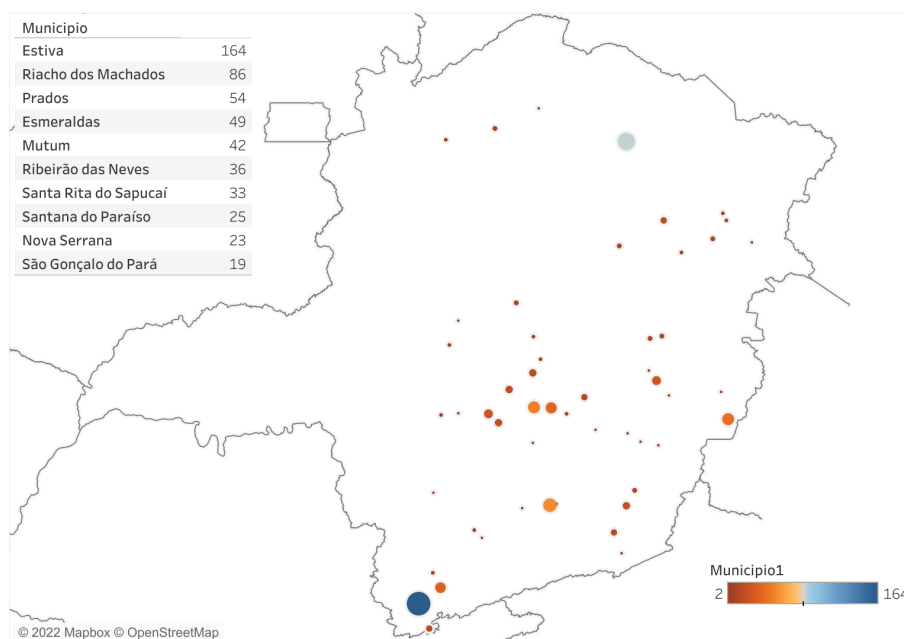


Figura 12: Mapa dos municípios com melhores práticas

4 Considerações finais

O presente trabalho objetivou estabelecer um indicador de eficiência dos gastos com saúde por parte dos municípios mineiros, relacionados às despesas empenhadas no ano de 2020, o que possibilita mensurar o excesso de gastos de cada um deles. Para tanto, utilizaram-se as abordagens DEA e FDH.

Saliente-se que, em consequência das limitações da base de dados, os indicadores calculados pelo DEA e FDH devem ser utilizados com cautela, pois os modelos matemáticos utilizados são determinísticos, e não estatísticos, dependentes, assim, da qualidade dos dados para um resultado confiável. As ineficiências aferidas podem indicar má gestão ou desvio de recursos, mas também podem resultar de erros na mensuração dos dados. Variáveis omitidas e possíveis erros na apuração das despesas dos municípios podem comprometer a representatividade das estimativas de eficiência.

Entretanto, apesar das limitações, o estudo permite avaliar as despesas de uma maneira mais ampla e utilizando poucos recursos, a partir das informações fornecidas pelas próprias prefeituras, alertando aos órgãos de controle, como o Tribunal de Contas do Estado, para possíveis casos de irregularidades na aplicação dos recursos, os quais devem ser apurados com o auxílio de informações complementares que permitam confirmar tal diagnóstico.

Como trabalhos futuros, sugere-se que seja feita uma validação da metodologia, tanto para a classificação dos municípios ineficientes quanto para a indicação das boas práticas. Adicionalmente, sugere-se a criação de um modelo de regressão que relacione aspectos sociais, geográficos e políticos dos municípios com a taxa de excesso de gastos apurada através da metodologia FDH.

Referências

ANDERSON, N. C. P. P. A procedure for ranking efficient units in data envelopment analysis. *Management Science*, INFORMS, v. 39, n. 10, p. 1261–1264, 1993. ISSN 00251909, 15265501. Disponível em: <<http://www.jstor.org/stable/2632964>>.

BANKER, H. C. R. D. The super-efficiency procedure for outlier identification, not for ranking efficient units. *European Journal of Operational Research*, v. 175, n. 2, p. 1311–1320, 2006. ISSN 0377-2217. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S037722170500531X>>.

BOGETOFT, P.; OTTO, L. *Benchmarking with DEA and SFA*. [S.l.], 2020. R package version 0.29.

BRASIL. *Análise Envoltória de Dados em Auditoria. Relatório Técnico*. Brasília: Tribunal de Contas da União, 2018.

BRASIL. *Manual de auditoria operacional*. 4a.. ed. Brasília: Tribunal de Contas da União, 2020.

CASADO, F. L. Análise envoltória de dados: Conceitos, metodologia e estudo da arte na educação superior. *Revista Sociais e Humanas*, v. 20, n. 1, p. 59–71, dez. 2009. Disponível em: <<https://periodicos.ufsm.br/sociaisehumanas/article/view/907>>.

CEBECI, Z. Comparison of internal validity indices for fuzzy clustering. *Journal of Agricultural Informatics*, n. 2, p. 1–14, 2019.

CHARRAD, M. et al. NbClust: An R package for determining the relevant number of clusters in a data set. *Journal of Statistical Software*, v. 61, n. 6, p. 1–36, 2014. Disponível em: <<http://www.jstatsoft.org/v61/i06/>>.

GOMES, C. M. de C. F. A. P. *Introdução à Análise Envoltória de Dados*. second. [S.l.]: UFV, 2020.

LIMA, L. H. *Controle Externo*. Elsevier Editora, 2009. ISBN 978-8535234978. Disponível em: <<https://lead.to/amazon/com/?op=bt&la=pt&cu=brl&key=8535234977>>.

LIMA, R. M. de. *Ineficiência Técnica das Prefeituras do Estado da Paraíba na Alocação de Recursos para aquisição de combustíveis*. Dissertação (Mestrado) — UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA – UFPB, 2017.

MARIANO, E. B. *Introdução à Análise Envoltória de Dados. Disciplina EAD*. [S.l.]: USP, 2020.

MINGOTI, S. A. *Análise de Dados Através de Métodos de Estatística Multivariada. Uma Abordagem Aplicada (Em Português do Brasil)*. [S.l.]: UFMG, 2007.

OECD. *Health at a Glance: Latin America and the Caribbean 2020*. Paris: OECD Publishing, 2020. ISBN 978-92-64-83524-5.

PAULO, M. A. V. *Direito Administrativo Descomplicado*. Editora Método, 2000. ISBN 978-8530979478. Disponível em: <<https://lead.to/amazon/com/?op=bt&la=pt&cu=brl&key=8530979478>>.

R Core Team. *R: A Language and Environment for Statistical Computing*. Vienna, Austria, 2020. Disponível em: <<https://www.R-project.org/>>.

THÜNEN, J. H. von. *Der isolierte Staat in Beziehung auf Landwirtschaft und Nationalökonomie*. [S.l.]: G. Fischer Jena, 1862.

Apêndice

Código fonte do exemplo das Agências Bancárias

Neste Apêndice encontra-se o código-fonte utilizado para o desenvolvimento das análises, em especial, o exemplo com as eficiências das agências bancárias. Para o desenvolvimento, foi utilizado o *software* R (R Core Team, 2020), por meio do pacote *Benchmarking* (BOGETOFT; OTTO, 2020).

```
1 require(Benchmarking)
2 empregados<-c(18,16,17,11,19,15,19,9)
3 transacoes<-c(125,44,80,23,57,45,50,55)
4 servicos<-c(50,20,55,12,66, 44, 20,34)
5
6 dados<-data.frame(LETTERS[1:length(empregados)],empregados,transacoes,servicos)
7 x<- with(dados, cbind(empregados))
8 y<-with(dados, cbind(transacoes,servicos))
9
10 CCR.in<-dea(x,y, RTS="crs", ORIENTATION = "in")
11
12 dea.plot(x,y,RTS="crs", ORIENTATION = "in-out", txt=LETTERS[1:8])
```