

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS – UFMG
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS – ICEx
Programa de Pós-graduação em Física

Davi Bicalho da Silva

**UMA NOVA DESCRIÇÃO PARA NANOILHAS MAGNÉTICAS:
ESTUDO DINÂMICO**

BELO HORIZONTE
2020

DAVI BICALHO DA SILVA

**UMA NOVA DESCRIÇÃO PARA NANOILHAS
MAGNÉTICAS: ESTUDO DINÂMICO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física do Instituto de Ciências Exatas da Universidade Federal de Minas Gerais como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ciências.

Orientador: LUCAS ALVARES DA SILVA MÓL

Belo Horizonte

2020

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

S586n Silva, Davi Bicalho da.
Uma nova descrição para nanoilhas magnéticas: estudo dinâmico / Davi Bicalho da Silva. – 2020.
45f., enc. : il.

Orientador: Lucas Álvares da Silva Mól.
Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de Minas Gerais,
Departamento de Física.
Bibliografia: f. 37-41.

1. Dinâmica de spins, teses. 2. Simulação (Computadores). 3. Monopolos magnéticos.

I. Título. II. Mól, Lucas Álvares da Silva. III. Universidade Federal de Minas Gerais, Departamento de Física.

CDU – 537.6 (043)

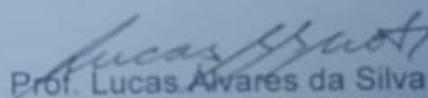


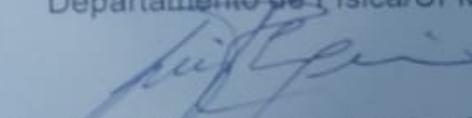
Universidade Federal de Minas Gerais
Instituto de Ciências Exatas
Programa de Pós-Graduação em Física
Caixa Postal 702
30.123-970 Belo Horizonte - MG - Brasil

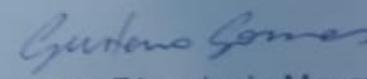
Telefone (xx) (31) 3499 5637
(xx) (31) 3499 5633
Fax (xx) (31) 3499 5688
(xx) (31) 3499 5600
e-mail pgfisica@fisica.ufmg.br

ATA DA SESSÃO DE ARGUIÇÃO DA 638ª DISSERTAÇÃO DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA DEFENDIDA POR DAVI BICALHO DA SILVA, orientado pelo professor Lucas Álvares da Silva Mol para obtenção do grau de **MESTRE EM FÍSICA**. Às 09:00 horas de doze de março de 2020, na sala 4129 do Departamento de Física da UFMG, reuniu-se a Comissão Examinadora, composta pelos professores **Lucas Álvares da Silva Mol** (Orientador - Departamento de Física/UFMG), **Luis Eugênio Fernandez Outon** (Departamento de Física/UFMG) e **Gustavo Fóscolo de Moura Gomes** (Departamento de Ciências Exatas /UNIMONTES) para dar cumprimento ao Artigo 37 do Regimento Geral da UFMG, submetendo o bacharel **DAVI BICALHO DA SILVA** à arguição de seu trabalho de dissertação, que recebeu o título de **"Uma Nova Descrição para Nanoilhas Magnéticas: Estudo Dinâmico"**. Às 14:00 horas do mesmo dia o candidato fez uma exposição oral de seu trabalho durante aproximadamente 50 minutos. Após esta, os membros da comissão prosseguiram com a sua arguição e apresentaram seus pareceres individuais sobre o trabalho, concluindo pela aprovação do candidato.

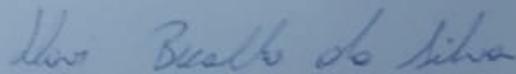
Belo Horizonte, 12 de março de 2020.


Prof. Lucas Álvares da Silva Mol
Orientador do estudante
Departamento de Física/UFMG


Prof. Luis Eugênio Fernandez Outon
Departamento de Física/UFMG


Prof. Gustavo Fóscolo de Moura Gomes
Departamento de Ciências Exatas/UNIMONTES

Candidato



Agradecimentos

Aos meus pais, por sempre me apoiarem no que eu escolhi como profissão, por sempre estarem ao meu lado, e por tudo que fizeram por mim nesses 25 anos de vida. Obrigado! Também aos meus familiares, por sempre me incentivarem a seguir em frente com meus estudos.

Agradeço ao Professor Lucas Mól por ter me aceito inicialmente como aluno de iniciação científica e por fim como aluno de mestrado. Obrigado por ter tido toda essa paciência comigo. Também aos demais professores do Departamento de Física da UFMG, pelo tempo gasto para nos passar parte dos seus conhecimentos, que foram essenciais para minha formação.

À Beatriz Capra, minha namorada, por me fazer feliz, por estar sempre ao meu lado nesse processo e me manter na linha. Também à sua mãe, Tálita Capra, por me receber muito bem em sua casa e pelo seu grande apoio.

Aos meus amigos da graduação e da Pós, do laboratório de Simulação e de outros cursos, mesmo eu sendo bem reservado e não interagindo muito.

Ao CNPq e à FAPEMIG, pelo suporte financeiro.

*A atração do conhecimento seria mínima, se não houvesse tanto pudor
a vencer no caminho até ele
(Friedrich Nietzsche)*

Resumo

Neste trabalho estudamos um novo modelo para representação de nanoilhas magnéticas. Especialmente, procuramos por um modelo que possa reproduzir resultados experimentais concretos e, ao mesmo tempo, que tenha um custo computacional baixo. Estudamos um sistema com geometria quadrada formado por nanoilhas planares alongadas onde pudemos então observar picos de ressonância característicos dos centros e das pontas das nanoilhas, assim como o aparecimento de picos devido às excitações lineares (strings) onde observa-se excitações coletivas que se comportam como monopolos magnéticos nos gelos de spin artificiais. Todo o trabalho foi feito utilizando simulações computacionais onde o método principal foi o de Dinâmica de Spins e métodos de análise de dados computacionais, ambos escritos em FORTRAN90.

Palavras-chave: Dinâmica de Spins. Simulação computacional. Gelos de Spins artificiais. Monopolos Magnéticos.

Abstract

In this work we study a new model for the representation of magnetic nanoislands. Especially, we are looking for a model that reproduces concrete experimental results and that at the same time has a low computational cost. We studied a system with square geometry formed by elongated planar nanoislands where we could observe characteristic resonance peaks of the centers and tips of the nanoislands, as well as the appearance of peaks due to the linear excitations (strings) where we observe collective excitations that behave as magnetic monopoles in artificial spin ice. All the work was done using computational simulations where the main method was the Spins Dynamics and computational data analysis methods, both written in FORTRAN90.

Keywords: Spin dynamics. Computer simulation. Artificial Spin Ice. Magnetic monopoles.

Sumário

1	INTRODUÇÃO	10
2	REVISÃO DE CONCEITOS DO MAGNETISMO	12
2.1	Momentos magnéticos e Magnetização	12
2.2	Interação de Troca	13
2.3	Interação Dipolar	14
2.4	Interação Zeeman	15
2.5	Anisotropia Magnetocristalina	15
2.6	Frustração geométrica e Gelos de Spins	15
2.7	Proposta da dissertação	17
3	MODELO PROPOSTO E SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL	19
3.1	Simulação Micromagnética	20
3.2	Modelo Teórico	25
3.3	Dinâmica de Magnetização	27
3.4	Simulação Computacional	29
3.4.1	Método de Runge-Kutta de 4ª ordem	29
3.4.2	Método de Previsão e Correção de Adams-Bashforth-Moulton de 4ª ordem	30
3.5	Detalhes sobre a simulação	31
4	RESULTADOS	33
4.1	Nanoilha isolada	33
4.2	Dinâmica de uma rede quadrada de gelo de spin	35
5	CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS	39
	REFERÊNCIAS	41

1 Introdução

Na Grécia antiga, um fenômeno chamou a atenção dos filósofos da época (??). Tales de Mileto, século VI A.C., observou pedras que tinham a capacidade de se atraírem mutuamente e de atrair objetos de ferro. Tales defendia que essa pedra possuía uma espécie de "alma" que atraía a "vida" nestes objetos. Hoje, sabemos que essa pedra é um óxido de ferro conhecido como magnetita. Porém, foi apenas em 1600 que Willian Gilbert publicou o primeiro trabalho importante sobre magnetismo, conhecido como "De Magnete, Magneticisque Corporibus, et de Magno Magnete Tellure" (??), onde a Terra foi tratada como um grande magneto.

Com a teoria da Eletricidade devido a Coulomb, em 1750, e com a Eletrodinâmica de Oersted, em 1820, com as observações de Faraday no final de XIX e com a robusta formulação matemática de Maxwell pouco após o que hoje chamamos de Eletromagnetismo foi muito bem estabelecido. Várias aplicações tecnológicas então foram desenvolvidas, possibilitando a criação de muitos dos dispositivos que temos hoje em dia.

Com o advento da Física Moderna, o progresso científico possibilitou avanços em automação e comunicação. Podemos dar parte dos créditos ao nanomagnetismo (????), que será nosso foco neste trabalho.

O estudo de objetos magnéticos em escalas nanométricas ocupa grande espaço na pesquisa nos ultimos anos, pelo grande interesse em criar dispositivos cada vez menores (??). Com o avanço tecnológico, hoje podemos criar materiais formados por arranjos geométricos de nanoilhas monodomínios por meio de técnicas de litografia (??????), onde podemos escolher suas direções preferenciais de forma que o sistema apresente frustração geométrica (????). Estes sistemas conhecidos como Gelos de Spin foram estudados por Wang et. al.(??), onde o estudo dos acoplamentos dipolares para determinada geometria mostraram a emergência de excitações topológicas conhecidos como monopolos de Nambu (??).

Estes sistemas são amplamente estudados teoricamente utilizando, principalmente, métodos computacionais (????????) devido à dificuldade de se tratar as interações magnéticas entre os elementos de forma analítica. Dentre os métodos computacionais utilizados, dois se destacam: Dinâmica de Spins e Métodos de Monte Carlo. O primeiro tem como objetivo o estudo da dinâmica do sistema, como a reversão de magnetização e a ressonância ferromagnética (??), enquanto o segundo tem como objetivo o estudo macroscópico (termodinâmico) destes sistemas, método amplamente utilizado no estudo de transições de fase(??).

Neste trabalho, utilizaremos o método de Dinâmica de Spins (??) para estudar o

aparecimento de picos de ressonância ferromagnética devido a defeitos topológicos (??) em sistemas geometricamente frustrados, conhecido como gelos de spin artificiais, assim como a reversão de magnetização destes ao aplicarmos campos magnéticos externos. O estudo termodinâmico está em desenvolvimento, com o intuito de resolver algumas incoerências encontradas ao decorrer do trabalho.

Esta dissertação será dividida da seguinte forma. No capítulo 1 apresentamos uma revisão dos conceitos de magnetismo. No capítulo 2 apresentamos o modelo proposto assim como o método utilizado no trabalho. No capítulo 3 apresentamos os resultados para os picos de ressonância. No capítulo 4 será feita uma pequena discussão sobre os resultados a cerca das curvas de histerese e, por fim, no apresentaremos as conclusões e perspectivas sobre trabalhos futuros.

2 Revisão de conceitos do Magnetismo

Nos deparamos com a ideia de magnetismo ainda no século VI, quando *Tales de Mileto* observou a atração entre Magnetita com pedaços de ferro e com pedaços da própria magnetita. Acreditava-se que existia um tipo de "alma" que criava uma certa vida nos pedaços de ferro. Hoje conhecemos esses fenômenos de forma bem diferente, partindo das equações de Maxwell, que explicam não só a eletricidade e o magnetismo, mas também nos mostra como ondas eletromagnéticas funcionam. Ressalta-se, no entanto, que o entendimento das propriedades magnéticas dos materiais demanda ainda um conhecimento e tratamento adequado de fenômenos quânticos que estão por trás do surgimento do comportamento ferromagnético, por exemplo.

O campo magnético é, por sua vez, um conceito fundamental do magnetismo: é um campo de forças que descreve uma propriedade do espaço na vizinhança, ou de cargas em movimento, ou de ímãs. Podemos detectar sua presença por meio de forças exercidas em fios por onde passa uma corrente elétrica.

Vemos também que certos materiais se comportam de maneiras diferentes na presença de campos magnéticos. Podemos separar esses materiais em três classes tradicionais, dependendo de seu comportamento magnético: diamagnetos, paramagnetos e ferromagnetos. Os diamagnetos são repelidos de uma região onde existe um gradiente de campo intenso, os paramagnetos são atraídos e os ferromagnetos são fortemente atraídos por estes gradientes de campos. Os efeitos observados nos ferromagnetos são muito mais evidentes do que nos outros tipos, que precisam de equipamentos mais sensíveis. Neste trabalho, estamos interessados em materiais ferromagnéticos, cujas interações básicas serão revisadas a seguir.

2.1 Momentos magnéticos e Magnetização

Sabemos que um elétron individual (??), em movimento no átomo gera uma corrente elétrica, possuindo também um momento angular orbital. Assim, se um determinado elétron possui momento angular $\hbar\vec{l}$, o momento magnético associado é:

$$\vec{\mu}_l = -\frac{|e|\hbar}{2m_e}\vec{l} = -\mu_B\vec{l} \quad (2.1)$$

onde μ_B é o magnéton de Bohr, m_e a massa do elétron e \hbar a constante de Planck normalizada. Como o elétron possui um spin intrínseco, o momento magnético associado a este spin é:

$$\vec{\mu}_s = -g_e\frac{|e|\hbar}{2m_e}\vec{s} = -g_e\mu_B\vec{l} \quad (2.2)$$

onde g_e é o fator g de Landé para o elétron.

Se um átomo possui mais de um elétron, então o momento angular orbital total e o momento angular de spin total são dados por:

$$\vec{L} = \sum_i \vec{l}_i \quad (2.3)$$

$$\vec{S} = \sum_i \vec{s}_i \quad (2.4)$$

onde a soma é feita sobre todos os elétrons. Devido a interação Spin-Órbita, o momento angular total é dado pelas regras de Hund, sendo $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$ o momento angular total. Porém, na teoria quântica do magnetismo, o comportamento ferromagnético vem dos momentos magnéticos associados aos spins dos elétrons, sendo então o momento magnético associado ao momento angular de spin total \vec{S} dos elétrons de um átomo dado por:

$$\vec{m} = -\gamma\vec{S} = -\frac{g_e\mu_b}{\hbar}\vec{S} \quad (2.5)$$

onde γ é a razão giromagnética do elétron.

Em um determinado volume ΔV , a magnetização de um material é definida como:

$$\vec{M} = \frac{1}{\Delta V} \sum_i \vec{m}_i \quad (2.6)$$

Assim, o campo magnético \vec{B} , na presença de um material magnético, é dado por:

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) \quad (2.7)$$

onde \vec{H} é o campo magnético auxiliar.

2.2 Interação de Troca

Na teoria de Weiss, o campo molecular que descreve o ferromagnetismo ficou sem explicação até o aparecimento da mecânica quântica. Assim, o fenômeno por trás do ordenamento de íons magnéticos é conhecido como interação de troca de origem eletrostática devido a indistinguibilidade dos elétrons (princípio de exclusão de Pauli). Com isso, a autofunção total do elétron deve ser antissimétrica, sendo então uma interação apenas de partículas próximas. Existem duas categorias principais de interações de troca: a intra-atômica que favorece o alinhamento do spin e é responsável pelas regras de Hund, e a interação inter-atômica que governa o alinhamento relativo do spin ¹ nos íons vizinhos ou átomos. Podemos escrever essas interações de forma semelhante, sendo seu hamiltoniano dado por:

$$H_{ij} \sim -J_{ij}\vec{m}_i \cdot \vec{m}_j \quad (2.8)$$

¹Neste trabalho utilizaremos a aproximação semiclássica para os spins, onde estes são partículas magnéticas representadas por vetores clássicos com três dimensões.

onde J_{ij} é uma "constante de troca" e não depende da orientação relativa entre os spins.

Se temos uma distribuição discreta e localizada de spins, podemos escrever o hamiltoniano como:

$$H \sim - \sum_{i,j} J_{ij} \vec{m}_i \cdot \vec{m}_j \quad (2.9)$$

onde a soma é feita sobre os primeiros vizinhos. Desse modo, podemos considerar que $J_{ij} = J_{ji} = J$ para os primeiros vizinhos e $J_{ij} = J_{ji} = 0$ caso contrário. O hamiltoniano real fica então (????)

$$H_{troca} = - \frac{J}{2\hbar^2} \sum_{\langle i,j \rangle} \vec{m}_i \cdot \vec{m}_j \quad (2.10)$$

Este hamiltoniano descreve o que chamamos de **modelo de Heisenberg isotrópico** e é amplamente utilizado em simulações micromagnéticas (??).

A constante de troca J define o quão forte é a interação, o que é característico de cada material. Caso $J > 0$, o sistema converge para uma configuração onde os spins estejam paralelos uns aos outros, caracterizando um comportamento ferromagnético. Para $J < 0$ a energia é minimizada para alinhamentos antiparalelos, caracterizando materiais antiferromagnéticos. Vemos então como este termo de troca é responsável pelo ordenamento magnético, porém não há uma direção preferencial para o alinhamento, uma vez que tratamos do hamiltoniano isotrópico.

2.3 Interação Dipolar

Como sabemos do eletromagnetismo básico, um momento magnético num sítio "i" (para efeitos práticos considerado como um dipolo pontual) induz em sua vizinhança um campo magnético dado por (??)

$$\vec{B}_i(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi r^3} [3(\vec{m}_i \cdot \hat{r})\hat{r} - \vec{m}_i] \quad (2.11)$$

onde \vec{r} é uma posição genérica. Assim, a energia de interação dipolo-dipolo para um segundo momento magnético \vec{m}_j na posição \vec{r} é dado por:

$$E_{ij} = \frac{\mu_0}{4\pi r^3} [\vec{m}_i \cdot \vec{m}_j - 3(\vec{m}_i \cdot \hat{r})(\vec{m}_j \cdot \hat{r})] \quad (2.12)$$

A partir da equação 2.12 podemos escrever o hamiltoniano da interação dipolar considerando uma distribuição discreta de N momentos magnéticos localizados na forma:

$$H_{dip} = D \sum_{i=1}^N \sum_{j \neq i}^N \frac{[\vec{m}_i \cdot \vec{m}_j - 3(\vec{m}_i \cdot \hat{r}_{ij})(\vec{m}_j \cdot \hat{r}_{ij})]}{r_{ij}^3} \quad (2.13)$$

onde definimos a constante dipolar como $D = \frac{\mu_0}{4\pi}$ que sempre será positiva. Para o primeiro termo de 2.13, a energia é minimizada quando os spins se alinham antiparalelamente enquanto o segundo termo tende a alinhá-los na direção que os une.

2.4 Interação Zeeman

Na existência de um campo magnético externo, a energia de um momento magnético individual é:

$$E = -\vec{m} \cdot \vec{B}^{ext} = -\mu_0 \vec{m} \cdot \vec{H}^{ext} \quad (2.14)$$

que gera um torque no momento magnético, que tende a alinhá-lo paralelamente ao campo externo.

Se temos uma distribuição discreta de momentos magnéticos, podemos escrever o hamiltoniano de interação Zeeman como (??):

$$H_{Zee} = -\mu_0 \sum_{i=1}^N \vec{m}_i \cdot \vec{H}^{ext} \quad (2.15)$$

onde \vec{H}_i^{ext} é o campo externo na posição do i-ésimo momento magnético.

2.5 Anisotropia Magnetocristalina

As interações básicas de um ferromagneto foram descritas nas seções anteriores porém, vamos tratar de uma energia que será parte fundamental no trabalho. A anisotropia magnetocristalina tem origem nos campos moleculares existentes no interior do material e gera uma orientação de preferência para os momentos magnéticos. Essas direções são, geralmente, o eixo principal das redes cristalinas (??). Assim, surge uma direção preferencial para magnetização que de forma genérica será representado pelo versor \hat{n} . Desta forma, podemos escrever

$$H_{Anis} = -A \sum_{i=1}^N (\vec{m}_i \cdot \hat{n})^2 \quad (2.16)$$

onde A é a constante (positiva) de anisotropia. Esta anisotropia favorece a orientação dos spins na direção \hat{n} , independente do sentido do spin (??).

2.6 Frustração geométrica e Gelos de Spins

Em alguns sistemas que apresentam interações competitivas (como interações de troca) e que possuem estados fundamentais degenerados, observamos o que chamamos de "frustração geométrica". Esta ocorre quando um certo arranjo dos spins de uma rede impede que a energia seja minimizada simultaneamente em todo sistema, como no caso proposto por Wannier (??) em 1950 (figura 1) onde os spins tipo Ising estão acoplados antiferromagneticamente. Observamos que quando dois dos spins estão alinhados antiparalelamente, o terceiro não terá um alinhamento antiparalelo simultâneo com os outros dois spins.

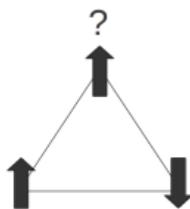


Figura 1 – Rede triangular de spins tipo Ising acoplados antiferromagneticamente. Existem 6 diferentes configurações que minimizam a energia do sistema.

Em 2008, Castelnovo et.al. (??) investigaram a existência de uma quase-partícula que apresentava características do tipo monopolos magnéticos, um fenômeno emergente que aparece em sistemas de muitos corpos fortemente ligados. No caso do estudo de Castelnovo, as entidades fundamentais que compõem o sistema eram dipolos magnéticos (partículas) que se fracionalizam em monopolos magnéticos (??????) (quase partículas).

Os primeiros materiais estudados que apresentavam esses monopolos magnéticos são os materiais cristalinos com rede do tipo pirocloro (figura 2). Aqui os íons são representados como spins tipo Ising que interagem por meio da troca e dipolar e estão sujeitos a uma forte anisotropia magnetocristalina que definem sua direção.

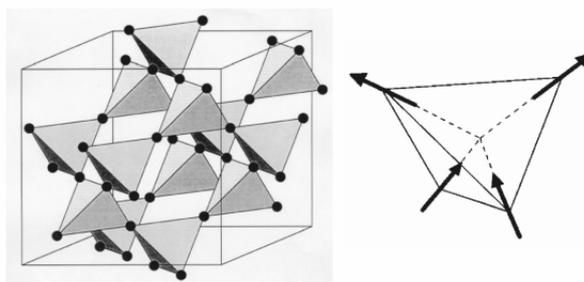


Figura 2 – Rede pirocloro (à esquerda) formado por tetraedros de íons de terra rara (à direita) onde as setas representam um spin direcionado ao longo do eixo que conecta os vértices ao centro dos tetraedros.

Os íons magnéticos se comportam de maneira similar ao gelo de água (figura 3). Observamos no gelo de água que a configuração de menor energia ocorre quando há dois oxigênios e dois hidrogênios próximos ao centro do tetraedro. Do mesmo modo, a configuração de menor energia na representação de spins ocorre quando há dois spins apontando para dentro e dois para fora (figura 3). Como há grande semelhança entre o gelo de água e os materiais estudados por Castelnovo, estes ficaram conhecidos como "Gelos de Spin" (??????).

Em 2006, Wang et.al (??) realizaram um trabalho pioneiro onde foi construído o primeiro sistema artificial com propriedades de frustração geométrica semelhante à existente nos gelos de spin estudados por Castelnovo. Estes sistemas eram compostos

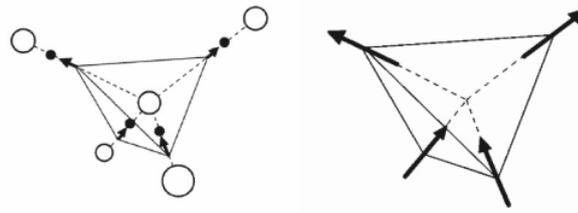


Figura 3 – Na esquerda temos a estrutura do gelo da água onde os círculos abertos representam o oxigênio e os pretos o hidrogênio, enquanto na direita temos a representação do esquema "two-in-two-out" .

por nanoilhas alongadas de Permalloy (ligas de Ferro e Níquel), onde as ilhas estavam dispostas em uma rede quadrada como na figura 4. Devido às dimensões das nanoilhas (80nm x 220nm x 25nm), estas apresentavam monodomínios e eram representadas como spins tipo Ising, onde a magnetização ocorre apenas numa determinada direção, possuindo sentido positivo ou negativo. Esse tratamento através de spins tipo Ising ainda é muito utilizado, porém em 2015, Gliga et.al (??) mostraram que há uma quebra de simetria nas bordas das nanoilhas devido à geometria e interações dipolares entre as ilhas, resultando em uma diferença razoável no espectro de ressonância da rede. Voltaremos neste assunto mais a frente.

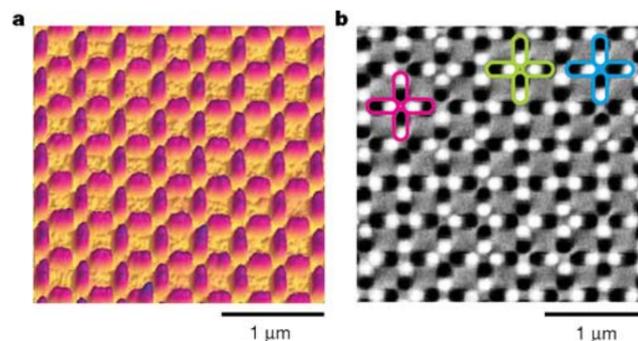


Figura 4 – Rede frustrada proposta por Wang. Em (a) e (b) temos, respectivamente, as imagens AFM e MFM da rede criada. Em (b) podemos observar os polos norte e sul de cada nanoilha. Retirado de (??).

2.7 Proposta da dissertação

Neste trabalho, usando simulações numéricas de dinâmica de spin, estudamos um modelo efetivo para nanoilhas magnéticas que engloba tanto o aspecto Ising apresentado por estas nanoilhas, assim como outros graus de liberdade observados nestas nanoilhas que levam a quebras de simetria e adicionam uma complexidade a mais ao sistema. Para isto estudamos o estado fundamental de uma nanoilha isolada na ausência de campo magnético externo via simulação micromagnética utilizando o simulador OOMMF (??). A

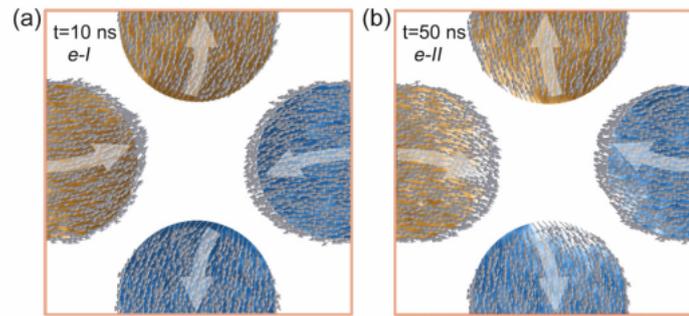


Figura 5 – Possível configuração degenerada da rede quadrada tratada por Gliga. Retirado de(??).

partir dos resultados obtidos, montamos um modelo efetivo para o estudo de um sistema composto por várias nanoilhas interagentes, observando sua magnetização, histerese e picos de ressonância característicos(??).

A proposta deste trabalho surgiu a partir dos trabalhos realizados por Gliga (??) e Rougemaille et.al (??), onde estudos por meio de simulações micromagnéticas mostraram que a quebra de simetria do sistema devido aos graus de liberdade internos da nanoilha levam a uma complexidade adicional ao sistema.

Tal estudo se faz necessário uma vez que o custo computacional de simulações micromagnéticas capazes de capturar as propriedades de um sistema contendo milhares de nanoilhas é proibitivo. Assim, estudos que visem obter as propriedades de uma rede de nanoilhas como as fabricadas experimentalmente demandam o uso de modelos efetivos que possam ser simulados de forma adequada permitindo explorar as propriedades do sistema mesmo antes de sua confecção experimental, que demanda recursos consideráveis. Na ausência de tais modelos efetivos na literatura, iremos propor nesse trabalho um modelo efetivo no intuito de capturar as principais consequências da não uniformidade da magnetização das nanoilhas. Para tanto, iremos comparar nossos resultados para o modelo efetivo com alguns existentes na literatura no intuito de validá-lo.

3 Modelo proposto e Simulação Computacional

Em dimensões nanométricas (centenas de nanômetros), uma nanoilha real possui um número muito grande de momentos magnéticos atômicos. Assim, o estudo analítico exato destes sistemas se torna muito complicado, para não dizer impossível nestes casos. Assim, diversas aproximações são empregadas nos estudos analíticos, tanto de nanoilhas isoladas quanto de conjuntos de nanoilhas. De fato, ao se tratar de nanoilhas isoladas, consoma-se tratá-las como um meio contínuo, desprezando assim a granulação intrínseca à constituição das nanoilhas.

Experimentalmente falando, o estudo de sistemas magnéticos em escala nanométrica tem crescido de forma clara, devido à crescente busca por tecnologias mais eficientes e em tamanhos cada vez menores. Assim, buscas experimentais são fundamentais para o entendimento destes sistemas, corroborando estudos teóricos no que se diz respeito a modelos que buscam simplificar estes sistemas. Porém, há ainda um grande desafio na fabricação dos sistemas, suas geometrias, seus tamanhos etc, que diminui a variedade de experimentos possíveis para um determinado sistema.

Recorremos então a um método que tem ganho um espaço crescente nos pesquisas em Física (e em outras ciências), que são as Simulações Computacionais. Com estas, podemos criar sistemas baseados em experimentos reais ou ate mesmo em ideias propostas, que não necessariamente condizem com a realidade. Tais estudos numéricos nos permitem fazer previsões e nos fornecem resultados que podem ser facilmente comparados a resultados experimentais ou modelos analíticos. Outro fato é que as simulações nos poupam de gastar tempo, material e dinheiro na montagem de grandes laboratórios para diversos tipos de pesquisa. Precisamos apenas de um computador para montar um grande laboratório e de modelos adequados ao problema que pretende-se abordar.

Uma diversidade de métodos de simulação, tratamento de dados, visualização, etc, podem ser encontrados na literatura ou em bancos de dados na internet. Neste trabalho, utilizamos um código desenvolvido pelo autor no Laboratório de Simulações do Departamento de Física da UFMG, escrito em *FORTRAN90* e que é baseado no método conhecido como **Dinâmica de Spins**. Apresentamos aqui o modelo proposto e a metodologia utilizada para o desenvolvimento do trabalho.

3.1 Simulação Micromagnética

O estudo de sistemas ferromagnéticos pode ser feito a partir de vários modelos diferentes. Introduzindo simplificações suficientes a um modelo, podemos descrever o sistema com uma precisão limitada pela escala e pelas dificuldades de cálculos analíticos mais precisos. Com isso em mente, grande parte da comunidade científica que estuda tais sistemas utilizam a teoria ou **aproximação micromagnética** (??????????).

No micromagnetismo, uma amostra é descrita por um campo clássico de vetores de magnetização $\vec{M}(\vec{r}, t)$, que representa as médias espaciais dos momentos magnéticos atômicos. Aqui a magnetização é considerada contínua na amostra, podendo variar suavemente em direção. Com isso, pode-se particionar a amostra em células de tamanhos específicos, onde é feita uma aproximação do momento magnético a partir do volume da célula

$$\vec{M}_i = \frac{\vec{m}_i}{V_{cel}} \quad (3.1)$$

onde V_{cel} é o volume da célula de partição e \vec{m}_i é o momento magnético da célula.

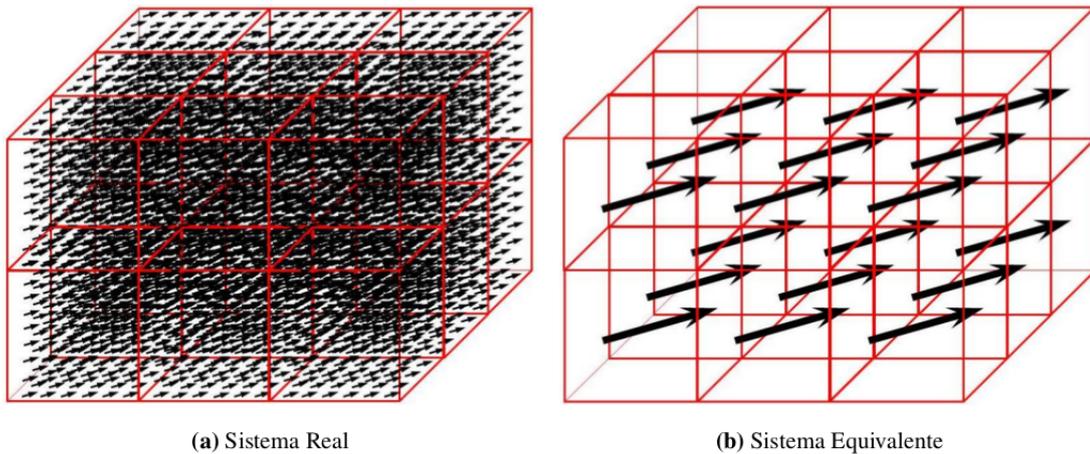


Figura 6 – (a) Sistema real, possuindo vários momentos magnéticos atômicos por célula. (b) Sistema equivalente, onde os vários momentos magnéticos atômicos são substituídos por um único momento magnético resultante no centro da célula. (Retirado de (??))

Observando a figura 6, vemos que há uma diminuição substancial de momentos magnéticos considerados, onde conseqüentemente há uma diminuição das interações a se considerar no cálculo numérico.

Como o objetivo aqui é de representar um material real devemos considerar parâmetros reais do material. Nesse ponto, a magnetização local da célula leva o termo de magnetização de saturação

$$\vec{M}_i = M_s \vec{m}_i \quad (3.2)$$

onde \vec{m}_i agora é um vetor unitário. Do mesmo modo, as interações devem seguir os parâmetros reais do material, como o **comprimento de troca**, **parâmetro de amortecimento**, **parâmetro de rede real**, etc. Não entraremos em mais detalhes sobre as aproximações micromagnéticas mas podemos encontrar um ótimo trabalho em (??).

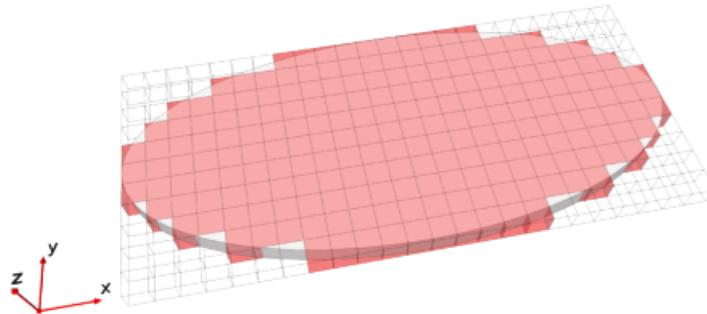


Figura 7 – Discretização de uma nanoilha elíptica monocamada por células cúbicas. A espessura é variada adicionando camadas ao sistema. Figura adaptada de (??)

Vamos considerar agora uma nanoilha alongada e isolada de dimensões $290 \times 130 \times 20 \text{ nm}^3$ (figura 8) composta por "Permalloy-79" (liga de Ferro e Níquel), onde queremos conhecer o estado fundamental e o comportamento desta sob efeito de um campo magnético externo. Utilizaremos para tal estudo o simulador micromagnético OOMMF, projeto desenvolvido pelo NIST ¹ e de grande utilidade ².

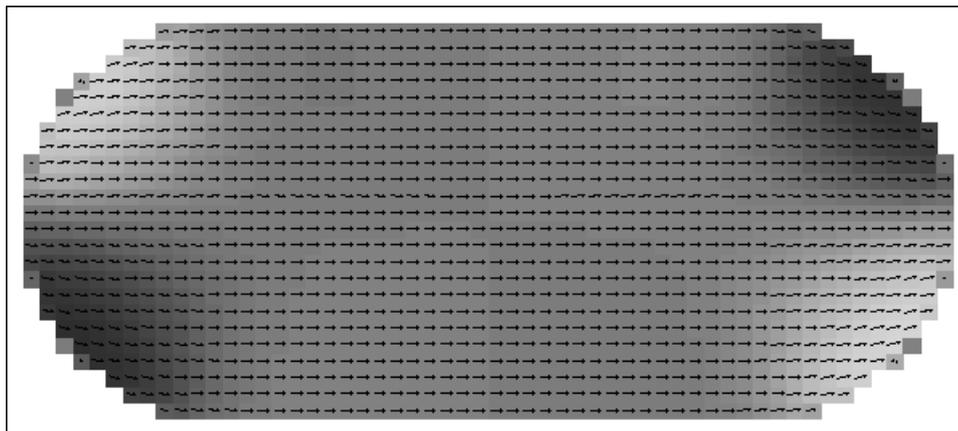


Figura 8 – Nanoilha alongada discretizada no simulador OOMMF ((??)).)

No OOMMF, inicialmente a nanoilha é gerada com magnetização aleatória. Aplica-se, adiabaticamente, um campo magnético na direção desejada (no caso +x), permitindo que a magnetização relaxe naturalmente. Obtemos então a figura 8 onde a magnetização

¹<https://www.nist.gov/>

²O simulador Mumax3 também poderia ter sido utilizado, porém houveram complicações na instalação tanto no computador pessoal quanto nos computadores do laboratório. Mais informações em <https://mumax.github.io/>

está praticamente alinhada ao eixo x. Queremos então encontrar o estado fundamental a partir desta configuração. Reduzindo o campo adiabaticamente, o sistema relaxa para a configuração tipo Ising (figura 9) com energia total equivalente à $(1.97799 \pm 0.00001)J/m^3$.

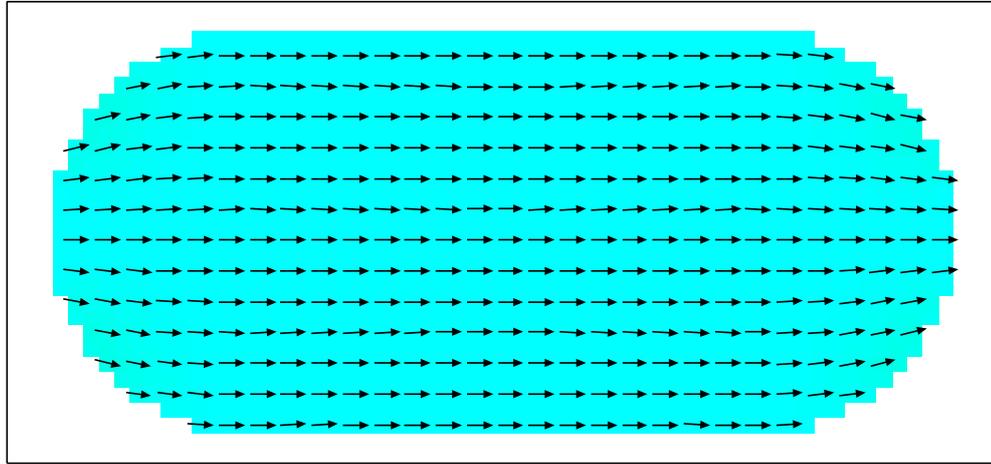


Figura 9 – Configuração final da nanoilha após o campo ser removido adiabaticamente.

Ao retirar o campo magnético externo abruptamente, o sistema relaxa para um estado tipo "S" (figura 10) com energia total $(1.97103 \pm 0.00002)J/m^3$. Porém foi obtido o estado tipo Ising em algumas das simulações seguindo este processo (por volta de 35%).

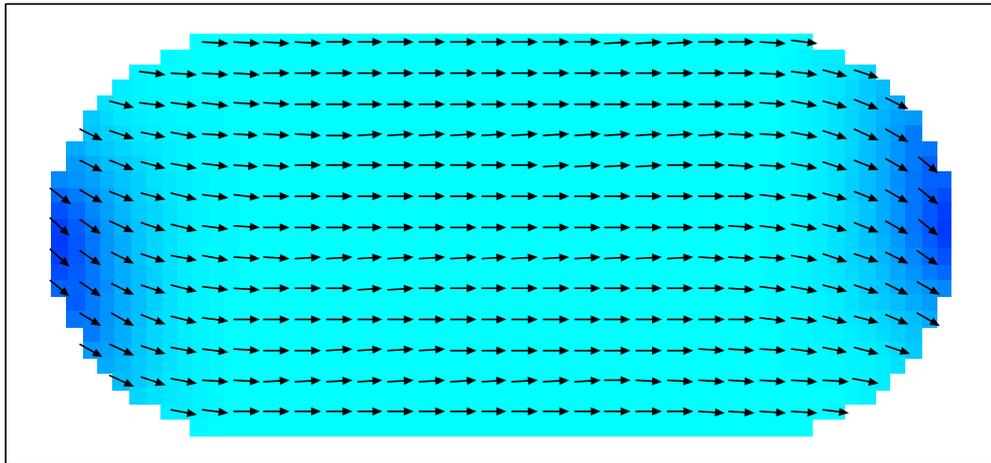


Figura 10 – Configuração final da nanoilha após o campo ser removido abruptamente.

Podemos então observar que o estado tipo "S" possui uma energia total menor que a do estado tipo Ising porém este ocorre com menor frequência visto que não foram observados estados tipo "S" no primeiro procedimento. Este resultado é esperado devido à geometria da nanoilha que favorece a magnetização no eixo maior da nanoilha. Um terceiro estado, de energia $(3.3130 \pm 0.0003)J/m^3$, foi observado sendo este do tipo "C" porém

muito menos frequente que os outros dois e a partir de perturbações não consideradas anteriormente (figura 11).

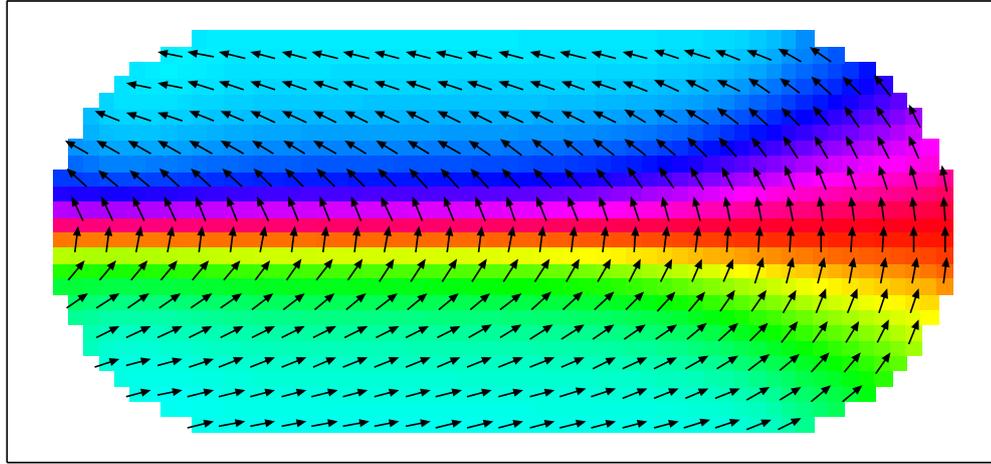


Figura 11 – Configuração final da nanoilha após o campo ser removido abruptamente e com perturbações no eixo y.

Passamos agora ao estudo da reversão de magnetização desta nanoilha. Para isto, aplicamos um campo magnético externo em diferentes direções (figura 12), com perfil triangular, adiabaticamente à amostra. Nos resultados pudemos observar o aparecimento de vórtices, movimento coerente dos momentos magnéticos, entre outros, porém esta variedade é reduzida já que estudamos um valor específico para a espessura da nanoilha³.

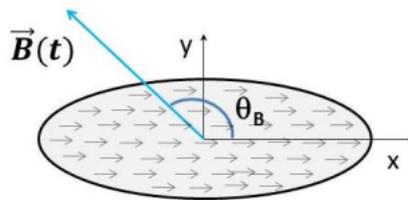


Figura 12 – Vista esquemática da direção do campo magnético aplicado, definida pelo ângulo θ_b .

Observamos que as curvas de histerese são bem simétricas e com um comportamento simples. O campo coercivo de $\theta_b = 15.0^\circ$ é maior que $\theta_b = 1.0^\circ$, o que não era esperado. Porém, observando a configuração momentos antes da reversão da magnetização (figura 14 (a)) vemos que a estrutura interna da nanoilha passa por um estado intermediário complexo, onde a energia é muito grande, além da forte anisotropia apresentada, forçando os spins centrais a permanecerem parcialmente alinhados com o eixo principal da nanoilha (comparado aos spins das laterais).

³Em outros trabalhos (??) foram observados diferentes estruturas dependentes da espessura da amostra

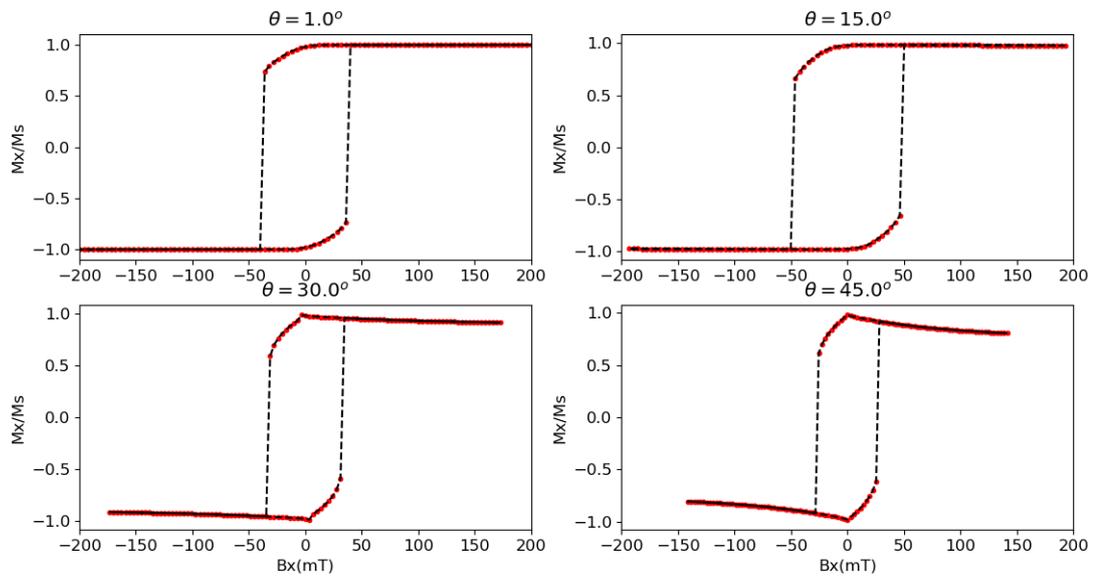


Figura 13 – Ciclos de histerese para diferentes ângulos θ_b .

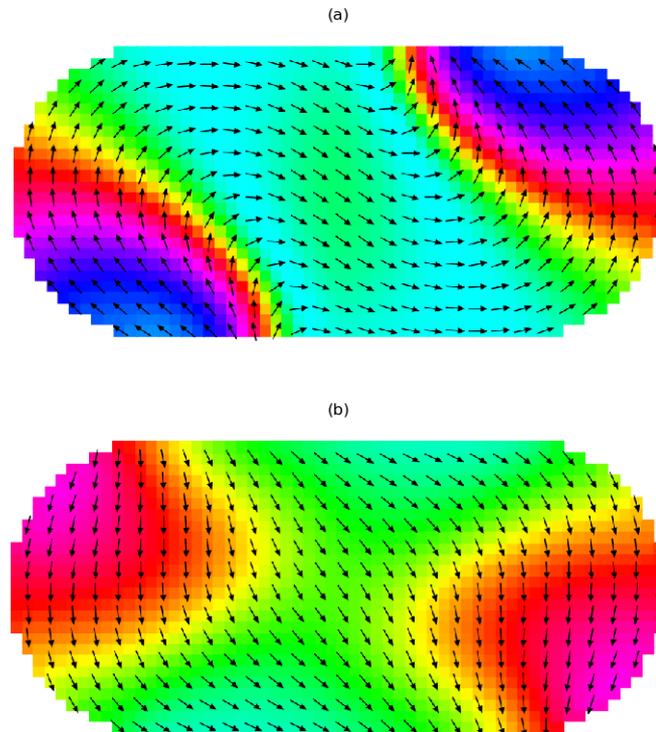


Figura 14 – Imagens instantâneas para $\theta_b = 15.0^\circ$ (a) e $\theta_b = 45.0^\circ$ (b).

3.2 Modelo Teórico

O modelo aqui proposto se baseia nas configurações observadas nas figuras 9 e 10. Simular uma nanoilha real levando em consideração toda os detalhes internos é uma tarefa muito complicada, para não dizer impossível mesmo para simulações micromagnéticas. O modelo de Ising não é viável para descrever esse comportamento interno da nanoilha na presença de um campo magnético externo devido sua simplicidade. Mesmo o modelo de Heisenberg simples não consegue reproduzir grandes resultados observados na literatura (??). Com base nestas observações, o modelo aqui apresentado possui uma proximidade maior com a realidade do que o modelo de Ising e Heisenberg simples, porém não tão detalhado como um modelo micromagnético.

Observando a figura 10 vemos que as extremidades da nanoilha sofrem uma maior variação de magnetização maior que a região central desta. Uma aproximação direta seria trocar todo o conjunto de spins do modelo micromagnético por três spins apenas: um spin tipo Ising no centro e dois do tipo Heisenberg posicionados nas extremidades. Esse modelo, intitulado "1I-2H" (figura 15), é descrito por três hamiltonianos: **Interação de Troca** (2.10), **Interação Dipolar** (2.13) e **Interação Zeeman** (2.15). Espera-se que este modelo consiga reproduzir todos os resultados que o modelo de Ising consegue descrever e, além disso, outras informações antes só observadas em modelos micromagnéticos. Porém, observando a figura 14, vemos que o spins tipo Ising não é ideal para descrever esta nanoilha devido à deflexão dos spins mais centrais desta.

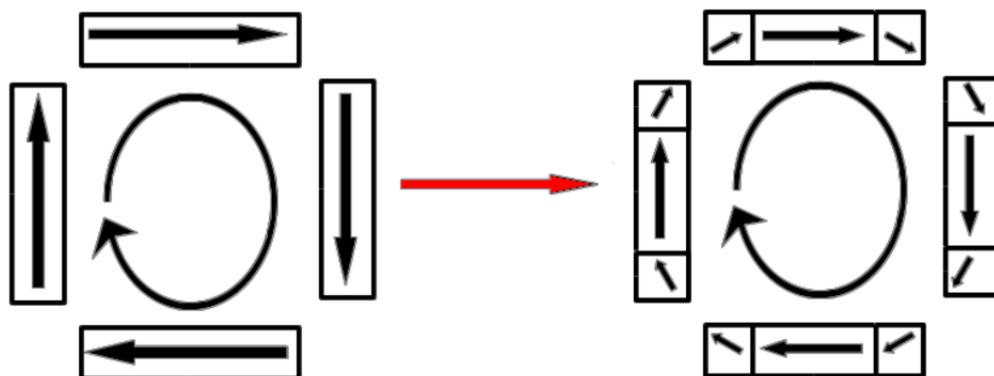


Figura 15 – De Ising para 1I-2H.

Uma segunda modificação pode ser feita trocando o spin Ising por um outro spin Heisenberg, onde agora o modelo é intitulado "3H". Nesse caso devemos adicionar uma quarta interação ao modelo, que é a **Anisotropia Magnetocristalina** (2.16) atuante no spins central. Desse modo, o modelo "3H" (figura 16) consegue agora reproduzir os comportamentos observados anteriormente.

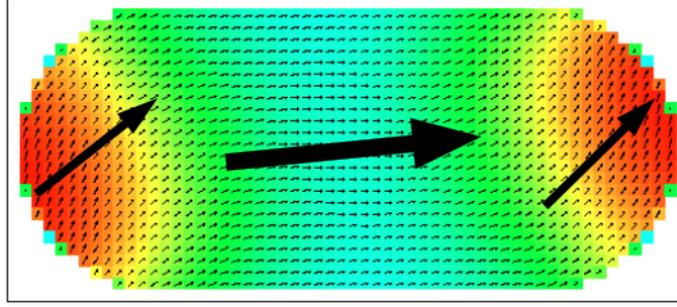


Figura 16 – Comparação entre o modelo micromagnético e o modelo proposto neste trabalho.

O hamiltoniano completo e ajustado para o modelo "3H" pode ser escrito como ⁴

$$H = -J \sum_{\langle i,j \rangle} \vec{S}_i \cdot \vec{S}_j - D \sum_{i,j \neq i} \frac{3(\vec{S}_i \cdot \hat{r}_{ij})(\vec{S}_j \cdot \hat{r}_{ij}) - \vec{S}_i \cdot \vec{S}_j}{r_{ij}^3} - A \sum_i (\vec{S}_i \cdot \hat{n})^2 - Z \sum_i \vec{S}_i \cdot \vec{H}_i^{ext} \quad (3.3)$$

A interação de troca atua entre um spin lateral e o central mas não há interação entre os dois laterais. A interação dipolar dentro da nanoilha é desconsiderado porém é considerado em um sistema contendo várias nanoilhas, onde cada spin de cada nanoilha interage com os todos os outros spins. O terceiro termo é uma forte anisotropia magneto-cristalina que atua apenas nos spins centrais de cada nanoilha, forçando este a permanecer (anti)paralelo ao vetor \hat{n} (este depende do tipo de rede estudada). Por fim, a interação do campo magnético externo atua sobre todos os spins do sistema.

Vale ressaltar que os spins das laterais possuem módulo diferente do spin central, onde estes dependem do tamanho da nanoilha estudada. Considerando uma nanoilha genérica de comprimento "l", largura "w" e espessura "t" que estão espaçadas entre si por uma distância "d" (figura 17), os módulos dos spins centrais (S_p) e laterais (S_l) são dados por

$$S_p = \frac{\pi w^2}{4} + w(l - w) \quad (3.4)$$

$$S_l = \frac{\pi w^2}{8} \quad (3.5)$$

A posição dos spins laterais em relação ao spin central está relacionada ao "centro de massa" do semicírculo das laterais, sendo então

$$\alpha = \frac{1}{2}(l - w) + \frac{2w}{3\pi} \quad (3.6)$$

onde α será somado à posição do spin central.

⁴As constantes obtidas no capítulo 1 foram englobadas em uma única para cada tipo de interação.

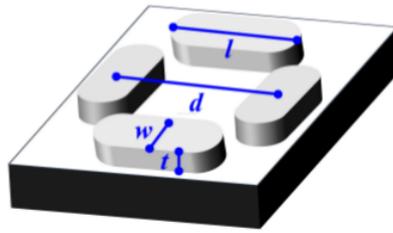


Figura 17 – Diagrama esquemático de uma rede quadrada. As nanoilhas são idênticas e possuem comprimento "l", largura "w" e espessura "t". A constante de rede "d" é tomada como a distância centro-a-centro entre as nanoilhas adjacentes. Retirado de (??).

Para este trabalho, escolhemos estudar inicialmente a rede quadrada (figura 18), onde seu comportamento é bem conhecido, tanto no aspecto termodinâmico quanto no dinâmico (??????????).

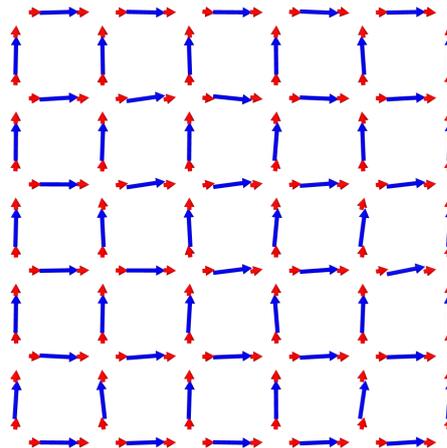


Figura 18 – Estado final do modelo proposto após um tempo de simulação.

3.3 Dinâmica de Magnetização

Na **Dinâmica de Spins**, a evolução temporal do sistema é descrita pela equação de Heisenberg. A princípio não consideraremos efeitos quânticos, assim os operadores de spin podem ser tratados como vetores tridimensionais clássicos. A partir de uma determinada configuração inicial, a evolução temporal é obtida por meio da solução numérica do sistema de equações diferenciais.

Vamos agora considerar a equação

$$\frac{d\vec{S}_i}{dt} = \gamma \vec{S}_i \times \vec{B}_i, \quad (3.7)$$

onde o campo \vec{B}_i é o campo magnético efetivo atuando no spin i , obtido pelo Hamiltoniano do sistema e γ é uma constante de proporcionalidade. Vemos que esta equação descreve a precessão de Larmor clássica de um dipolo em torno de um campo magnético efetivo local. Como estamos no limite clássico, podemos relacionar o momento magnético e o momento de angular de spin por $\vec{m} = -\gamma\vec{S}$, onde \vec{m} é um vetor tridimensional. Assim, podemos escrever a equação acima como

$$\frac{1}{\gamma} \frac{d\vec{m}_i}{dt} = -\mu_0(\vec{m}_i \times \vec{H}_i), \quad (3.8)$$

onde $\vec{B}_i = \mu_0\vec{H}_i$. Esta é conhecida como a equação de Landau-Lifshitz (LL) (??), proposta em 1935 por Landau e Lifshitz. Porém, utilizando esta equação, o momento magnético i precessa indefinidamente em torno do campo efetivo, sem uma perda de energia. Foi Gilbert (??), em 1955, que modificou a equação de LL para descrever materiais que possuem dissipação de energia. Assim, com o novo termo de Gilbert, a equação ficou conhecida como Landau-Lifshitz-Gilbert (LLG), escrita como

$$\frac{1}{\gamma} \frac{d\vec{m}_i}{dt} = -\mu_0(\vec{m}_i \times \vec{H}_j) + \frac{\alpha}{|\vec{m}_i|\gamma} \left(\vec{m}_i \times \frac{d\vec{m}_i}{dt} \right), \quad (3.9)$$

onde α é uma constante de "damping" ou parâmetro de amortecimento.

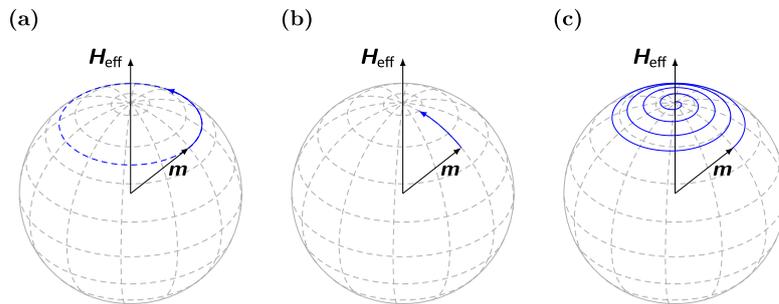


Figura 19 – Evolução temporal de um único momento magnético, conforme descrito pela equação de Landau-Lifshitz-Gilbert. O movimento pode ser dividido em uma parte precessional e uma parte amortecedora. (a) Movimento de precessão em torno do campo efetivo. (b) Movimento amortecido. A magnetização relaxa em direção ao campo efetivo. (c) Movimento resultante, incluindo precessão e amortecimento. Imagem disponível em <http://micromagnetics.org/micromagnetism/>.

A equação 3.9 é conhecida como a forma implícita da equação LLG, já que temos um termo $\frac{d\vec{m}_i}{dt}$ do lado direito da equação. Podemos reescrever esta equação de forma explícita como

$$\frac{1}{\gamma} \frac{d\vec{m}_i}{dt} = -\frac{\mu_0}{1 + \alpha^2} \left[(\vec{m}_i \times \vec{H}_i) + \frac{\alpha}{|\vec{m}_i|} \vec{m}_i \times (\vec{m}_i \times \vec{H}_i) \right] \quad (3.10)$$

Esta equação descreve a evolução temporal de um único spin tridimensional, representando então três equações acopladas a serem resolvidas, uma para cada componente de \vec{m}_i . Para

uma rede composta por N nanoilhas, onde cada nanoilha possui três spins, teremos então um conjunto de 6N equações diferenciais acopladas a resolver, levando a uma complexidade ao sistema que restringe a solução a métodos numéricos.

Podemos obter o campo efetivo \vec{H}_i diretamente do hamiltoniano do sistema por meio de

$$\vec{H}_i = -\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial H}{\partial \vec{m}_i} \quad (3.11)$$

onde a partir de H obtemos a energia de uma configuração inicial qualquer do sistema. A partir da configuração inicial, a dinâmica futura do sistema pode ser obtida pela integração numérica do conjunto de equações correspondentes que será discutido a seguir.

3.4 Simulação Computacional

Com base no hamiltoniano 3.3 e com a equação 3.11, podemos escrever o campo efetivo local como

$$\vec{H}_i = J \sum_{\langle i,j \rangle} \vec{S}_j + D \sum_{i,j \neq i} \frac{3(\vec{S}_j \cdot \hat{r}_{ij})\hat{r}_{ij} - \vec{S}_j}{r_{ij}^3} + 2A \sum_i (\vec{S}_i \cdot \hat{n})\hat{n} + Z\vec{H}_i^{ext} \quad (3.12)$$

A versão adimensional da equação de Landau-Lifshitz-Gilbert pode ser escrita como (??)

$$\frac{d\vec{m}_i}{dt} = -\frac{1}{1+\alpha^2} \left[(\vec{m}_i \times \vec{H}_i) + \frac{\alpha}{|\vec{m}_i|} \vec{m}_i \times (\vec{m}_i \times \vec{H}_i) \right] \quad (3.13)$$

Para integrar estas equações diferenciais acopladas, usamos os métodos de Runge-Kutta e o Preditor-Corretor, ambos de 4ª ordem. Faremos uma breve descrição destes métodos.

3.4.1 Método de Runge-Kutta de 4ª ordem

Necessitamos de um método que consiga conservar o módulo dos spins e que tenha um erro computacional pequeno. O método de Runge-Kutta (??) cumpre estes pré-requisitos, gerando um erro computacional na ordem de δx^4 , onde δx é o intervalo de integração. Assim, o método de Runge-Kutta de 4ª ordem é expresso por

$$y_{n+1} \approx y_n + \frac{\delta x}{6} (f_n + 2f_{n+1} + 2f_{n+2} + f_{n+3}) \quad (3.14)$$

onde

$$\begin{aligned} f_n &= f(x_n, y_n); \\ f_{n+1} &= f\left(x_n + \frac{\delta x}{2}, y_n + \frac{\delta x}{2} f_n\right); \\ f_{n+2} &= f\left(x_n + \frac{\delta x}{2}, y_n + \frac{\delta x}{2} f_{n+1}\right); \\ f_{n+3} &= f(x_n + \delta x, y_n + \delta x f_{n+2}). \end{aligned}$$

onde $f(x, y) = \frac{dy}{dx}$.

Então, para este método, devemos calcular pelo menos três vezes as derivadas para cada uma das 6N equações diferenciais. Isso leva ao cálculo de 36N campos efetivos por passo para cada nanoilha, sendo um custo computacional muito elevado.

Uma alternativa é a utilização de métodos de passos múltiplos como o Preditor-Corretor. Porém, para este método precisamos inicializar as derivadas previamente. Neste ponto que utilizamos o método de Runge-Kutta de 4ª ordem. Este passo ficará mais claro a seguir.

3.4.2 Método de Previsão e Correção de Adams-Bashforth-Moulton de 4ª ordem

Como objetivo do trabalho, queremos um modelo e método efetivo que diminuam o tempo computacional da simulação. O método de passo múltiplo conhecido como método de Adams-Bashforth-Moulton (??) cumpre este requisito, onde precisamos calcular apenas duas vezes as derivadas, num total de 18N cálculos de campo efetivo por nanoilha.

O método consiste em conhecer previamente quatro configurações anteriores, f_{n-3} , f_{n-2} , f_{n-1} e f_n . Assim, o algoritmo de Adams-Bashforth prevê uma configuração nova para o sistema por meio de

$$m_{n+1} \approx m_n + \frac{\delta x}{24}(55f_n - 59f_{n-1} + 37f_{n-2} - 9f_{n-3}). \quad (3.15)$$

Conhecendo esta configuração aproximada, recalculamos o campo efetivo H_{n+1} e então f_{n+1} . Utilizando o algoritmo de Adams-Moulton, corrigimos o resultado anterior por meio de

$$m_{n+1} \approx m_n + \frac{\delta x}{24}(9f_{n+1} + 19f_n - 5f_{n-1} + f_{n-2}). \quad (3.16)$$

Resumindo, podemos usar o método de Runge-Kutta de 4ª ordem para obter as quatro primeiras configurações temporais do sistema. A partir daí, utilizamos o método Preditor-Corretor até o fim da simulação. Isso gera uma diminuição substancial no tempo de computação.

Por fim, como os dois métodos são de 4^a ordem, os erros resultantes são da ordem de δx^5 . Nesse trabalho utilizamos um passo de tempo de $\delta x = 0.001$, onde os erros acumulados são da ordem de 10^{-15} .

3.5 Detalhes sobre a simulação

Para organizar todos os pontos considerados neste trabalho, esta seção apresenta um resumo sucinto do modelo e dos métodos de simulação usado no trabalho. Serão rerepresentadas as equações e relações fundamentais do método. Vale ressaltar que todos os procedimentos e códigos foram desenvolvidos pelo grupo de simulação computacional do Departamento de Física da UFMG, utilizando a linguagem Fortran90 e todas as simulações foram feitas nos computadores do laboratório de Simulação em Física do grupo.

Nosso modelo considera que cada nanoilha é composta por três spins tipo Heisenberg cujas posições e módulos dependem das dimensões de uma nanoilha real. A direção preferencial do spin central é dada por um versor \hat{n} que também representa a direção do eixo principal da nanoilha. O hamiltoniano do sistema é então escrito como

$$H = -J \sum_{\langle i,j \rangle} \vec{S}_i \cdot \vec{S}_j - D \sum_{i,j \neq i} \frac{3(\vec{S}_i \cdot \hat{r}_{ij})(\vec{S}_j \cdot \hat{r}_{ij}) - \vec{S}_i \cdot \vec{S}_j}{r_{ij}^3} - A \sum_i (\vec{S}_i \cdot \hat{n})^2 - Z \sum_i \vec{S}_i \cdot \vec{H}_i^{ext} \quad (3.17)$$

que nos dá diretamente a energia do sistema estudado. A partir de uma configuração inicial, calculamos o campo efetivo local por meio de

$$\vec{H}_i = -\frac{\partial H}{\partial \vec{S}_i} = J \sum_{\langle i,j \rangle} \vec{S}_j + D \sum_{i,j \neq i} \frac{3(\vec{S}_j \cdot \hat{r}_{ij})\hat{r}_{ij} - \vec{S}_j}{r_{ij}^3} + 2A \sum_i (\vec{S}_i \cdot \hat{n})\hat{n} + Z \vec{H}_i^{ext} \quad (3.18)$$

. Vale lembrar que o primeiro termo (interação de troca) ocorre apenas entre um spin lateral e o spin central, o segundo termo (interação dipolar) ocorre entre um spin de uma nanoilha com todos os outros spins de todas as outras nanoilhas, o terceiro termo (anisotropia magnetocristalina) ocorre apenas no spin central de cada nanoilha e, por fim, o ultimo termo (interação Zeeman) ocorre entre um campo magnético externo e todos os spins de todas as nanoilhas da rede.

A evolução temporal das componentes de cada spin é obtido pela integração numérica da equação de Landau-Lifshitz-Gilbert adimensional

$$\frac{d\vec{S}_i}{dt} = -\frac{1}{1 + \alpha^2} \left[(\vec{S}_i \times \vec{H}_i) + \frac{\alpha}{|\vec{S}_i|} \vec{S}_i \times (\vec{S}_i \times \vec{H}_i) \right] \quad (3.19)$$

onde α é o parâmetro de amortecimento considerado. Por fim, a integração do conjunto de equações é feito a partir do método Predictor-Corretor de 4^a ordem, lembrando que este é inicializado pelo método de Runge-Kutta de 4^a ordem.

Com os métodos de integração implementados, um programa separado gera uma configuração inicial, sendo este armazenado em um arquivo separado. O programa principal então calcula os campos iniciais, onde um campo externo pode ou não existir. No decorrer da simulação, informações como configuração, energias e magnetização são armazenadas em um arquivo para um processamento futuro. Os parâmetros utilizados na simulação estão listados abaixo.

Tabela 1 – Parâmetros utilizados na simulação

Coprimento da Ilha (l)	290nm
Largura da Ilha (w)	130nm
Espessura da Ilha (t)	20nm
Parâmetro de rede (d)	390nm
Parâmetro de Troca	15.0 (unidades de energia)
Parâmetro Dipolar	1.0 (unidades de energia)
Parâmetro de Anisotropia	27.0 (unidades de energia)
Parâmetro Zeeman	1.0 (unidades de energia)
Passo de tempo	0.0001
Constante de amortecimento	0.001

Por fim, para a análise dos resultados, implementamos um algoritmo de **Fast Fourier Transform** (FFT) (??) para analisar o aparecimento de picos de ressonância a partir da magnetização total da amostra. Passamos agora À discussão dos resultados obtidos para o modelo.

4 Resultados

Neste capítulo, apresentamos os resultados numéricos para o modelo proposto. Focamos em obter os picos de ressonância do sistema e de sua suas propriedades sob efeito de campo magnético externo, como a histerese.

4.1 Nanoilha isolada

Inicialmente, estudamos uma nanoilha isolada de dimensões $290 \times 130 \times 20 \text{ nm}^3$ a fim de determinar os parâmetros das interações. Alguns destes parâmetros foram escolhidos de forma arbitrária como o coeficiente de damping $\alpha = 0.001$ e o passo de integração $\delta x = 0.0001$. Devemos então determinar as constantes de troca (J), dipolar (D), anisotropia magnetocristalina (A) e zeeman (Z) para o nosso modelo que forneçam um comportamento similar ao obtido ao simular uma nanoilha com as mesma dimensões no OOMMF. De início podemos escolher a constante dipolar e zeeman arbitrariamente também, sendo que "D" será nossa referência para "J" e "A", e para "Z" podemos fazer um ajuste de escala dependente do campo externo aplicado. Esta é uma tarefa tediosa já que não utilizamos técnicas sofisticadas de análise de dados, como inteligência artificial. Com base na histerese obtida pelo simulador OOMMF (figura 13) procuramos ajustar os parâmetros de modo a reproduzir estes gráficos ¹. Para isto foram realizadas diversas simulações com diferentes parâmetros de troca e anisotropia.

Vemos que há uma grande diferença entre a histerese obtida pelo simulador OOMMF para o nosso modelo porém isso é justificável pois, além de ser um modelo mais simples, no processo de reversão da magnetização os spins passam por um estado onde o produto escalar entre o spin central e o versor de anisotropia é praticamente zero ($\vec{S}_p \cdot \hat{n} \approx 0.0$). Isso diverge do que vemos na figura 14 e o que vemos na literatura (????) e nos leva a procurar uma nova abordagem (trataremos deste assunto nas conclusões).

Tendo todos os parâmetros determinados procuramos saber mais sobre a dinâmica da nanoilha. Como o intuito do trabalho é diminuir o tempo computacional, devemos procurar meios de diminuir cálculos desnecessários como, por exemplo, passos de integração desnecessários. Para isso, utilizamos o mesmo método de termalização do OOMMF onde a integração numérica termina quando o torque total atinge um determinado valor. Definimos este valor como sendo $\tau_{min} = |\vec{S} \times \vec{B}_{efetivo}| = 10^{-5}$ o que nos leva a um total de aproximadamente **1060000** passos de integração (figura 21).

¹Há um grande problema no método de simulação para este caso. Para a reversão da magnetização, os spins devem passar por um estado proibido ou muito improvável que discutiremos mais a frente.

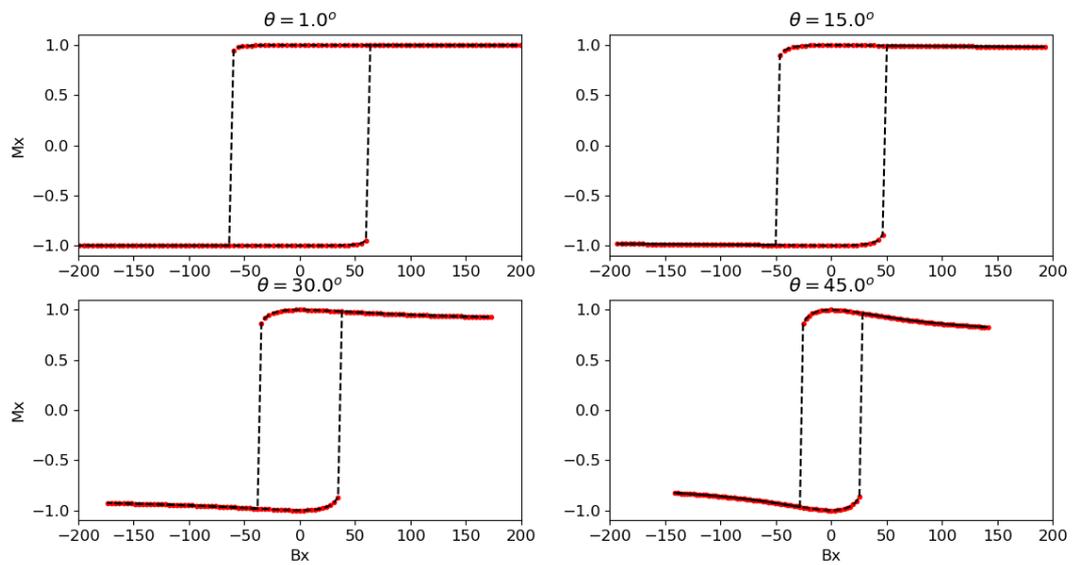


Figura 20 – Histerese de uma nanoilha isolada. Os parâmetros obtidos aqui foram $J = 15.0$ e $A = 27.0$.

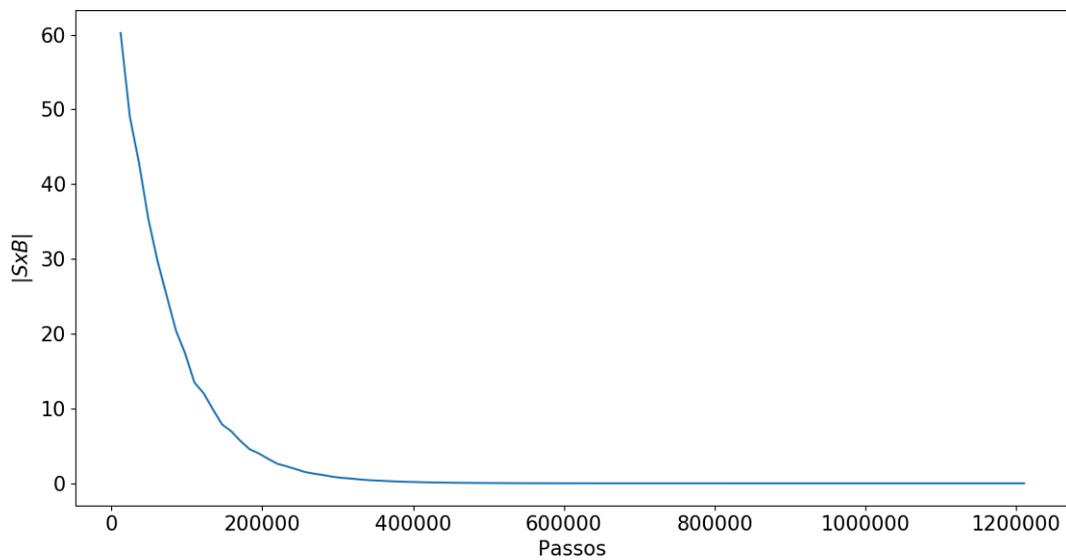


Figura 21 – Torque em função dos passos de integração.

Para uma nanoilha isolada utilizando nosso modelo não são obtidos maiores detalhes por sua simplicidade, assim passamos agora ao estudo de uma rede quadrada contendo algumas nanoilhas.

4.2 Dinâmica de uma rede quadrada de gelo de spin

Em 2013, Gliga et.al. (??) estudaram uma rede quadrada de gelo de spin por meio da simulação micromagnética onde mostraram que os defeitos topológicos possuem uma assinatura distinta no espectro de ressonância, podendo ser um meio de analisar qualitativamente e quantitativamente os monopolos magnéticos e cordas (????) de um sistema experimental. Porém esta abordagem ainda é pouco explorada mas possui várias aplicações.

Vamos então investigar o espectro de frequência dos automodos, ou ressonâncias, dos defeitos topológicos nesta rede quadrada. Gliga et.al estudou uma rede contendo 112 nanoilhas de Permalloy utilizando simulações micromagnéticas baseadas na equação de Landau-Lifshitz-Gilbert. Cada elemento possui dimensões $290 \times 130 \times 20 \text{ nm}^3$ com espaçamento de rede de 390nm. Nossa rede é composta por 220 nanoilhas com as mesmas dimensões ² (figura 22). Para o estado de referência, a partir da configuração inicial vista a baixo, saturamos um campo magnético ao longo da direção (11) (ou a 45° do eixo x) e, assim, removemos este adiabaticamente até o sistema relaxar para uma configuração orientada ao longo do eixo +y na vertical e +x na horizontal.

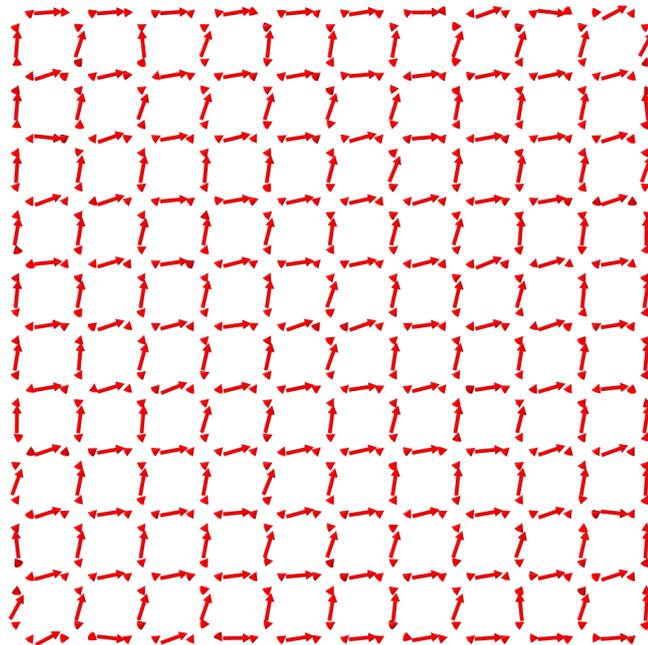


Figura 22 – Imagem instantânea no processo de remoção do campo externo.

Após este processo, um pulso magnético é aplicado na direção (11) onde, por meio da magnetização total em relação ao eixo (11) é medida por um longo período. A partir desta magnetização no tempo, uma transformada de Fourier é feita, obtendo então o

²Aqui foi feita uma normalização dos módulos dos spins e das dimensões envolvidas.

espectro de excitação do estado de referência (figura 23). Os dois primeiros picos são devido aos spins laterais de cada nanoilha. Os picos entre 8.0 e 10.0 aparecem devido ao acoplamento magnético dos spins centrais e laterais, possuindo uma oscilação de ordem superior devido às arestas dos elementos individuais. Por fim, o pico de maior intensidade, entre 10.0 e 12.0, corresponde à ressonância ferromagnética ao qual as oscilações são aproximadamente uniformes no interior dos elementos.

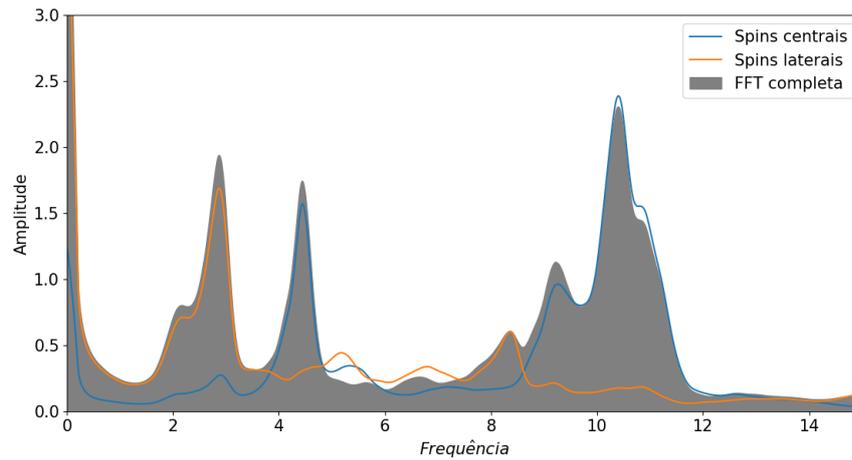


Figura 23 – Espectro de frequências para o estado de referência da rede quadrada. A curva azul representa os modos referentes à magnetização total dos spins centrais de cada nanoilha, enquanto a curva em laranja representa os modos referentes à magnetização total dos spins laterais de cada nanoilha. O gráfico preenchido é a soma destas duas parcelas.

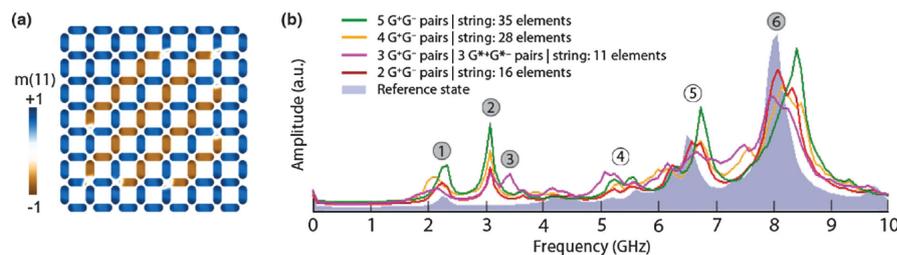


Figura 24 – (a) Rede simulada por Gliga et.al. possuindo 112 elementos magnéticos. Esta contém quatro pares monopolo-antimonopolo conectados por cordas do tipo Dirac estendidas sobre 28 elementos. (b) Evolução da dinâmica do espectro de magnetização com o aumento do tamanho das cordas e número de pares de monopolos-antimonopolos, comparados ao estado de referência. Os rótulos sombreados correspondem às assinaturas dos defeitos topológicos. Retirado de (??).

Adicionando defeitos à rede (aqui, entendemos como defeito excitações localizadas que retiram o sistema de um estado completamente alinhado na direção (11)) e aplicando o mesmo pulso aplicado ao estado de referência, obtemos as assinaturas dos

pares de monopolo-antimonopolo no nosso modelo. Abaixo podemos observar como fica a configuração das nanoilhas tanto no aspecto vetorial quanto na intensidade do campo magnético.

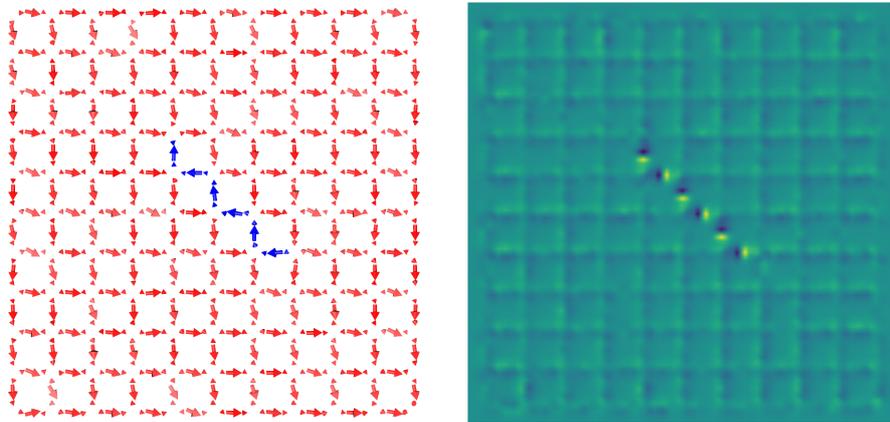


Figura 25 – Defeito de tamanho 6 na rede quadrada. Na esquerda podemos observar a configuração instantânea dos spins que compõem a rede, enquanto do lado direito temos o campo magnético resultante obtido ao subtrair o campo devido ao estado de referência do campo devido à configuração observada à esquerda.

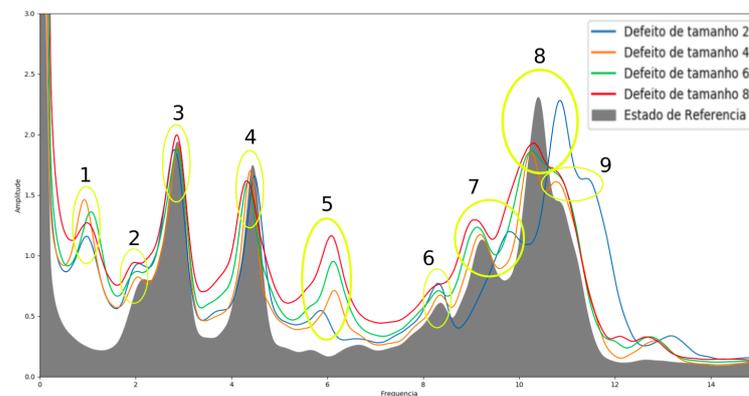


Figura 26 – Comparação entre os picos de ressonância para diferentes tamanhos de defeitos.

Na figura 26 observamos o aparecimento de duas regiões onde não existiam picos antes. Em (1) temos o aparecimento de um modo associado às oscilações dos pares de monopolo-antimonopolos. Este modo é próximo ao modo associado às bordas das nanoilhas porém são localizados espacialmente nos monopolos. Em (5) observamos o aparecimento de picos associados ao tamanho das cordas que ligam os monopolos, crescendo a medida que as cordas aumentam. O pico (8) sofre uma separação e um deslocamento em relação ao estado de referência no defeito de tamanho 2. Nesse aspecto, não encontramos motivo para

este acontecimento, a não ser pela proximidade dos monopolos, o que poderia adicionar graus de liberdade não observados nas outras situações.

No artigo de referência foram adicionados mais de um par de monopolo-antimonopolo em uma amostra, o que apresenta novos picos de ressonância no sistema. Porém, ao fazer isto no nosso modelo, obtemos um espectro muito confuso e sem nenhuma informação relevante (figura 27), além de que a amostra simulada se desfaz após algum tempo de simulação ou seja, os defeitos incluídos se desfazem e se dissipam através da rede. Os dados gerados nesta simulação mostram que a energia do sistema não se conserva e, mesmo com a constante de damping presente e aumentada, a energia do sistema cresce e este não chega a um estado de equilíbrio.

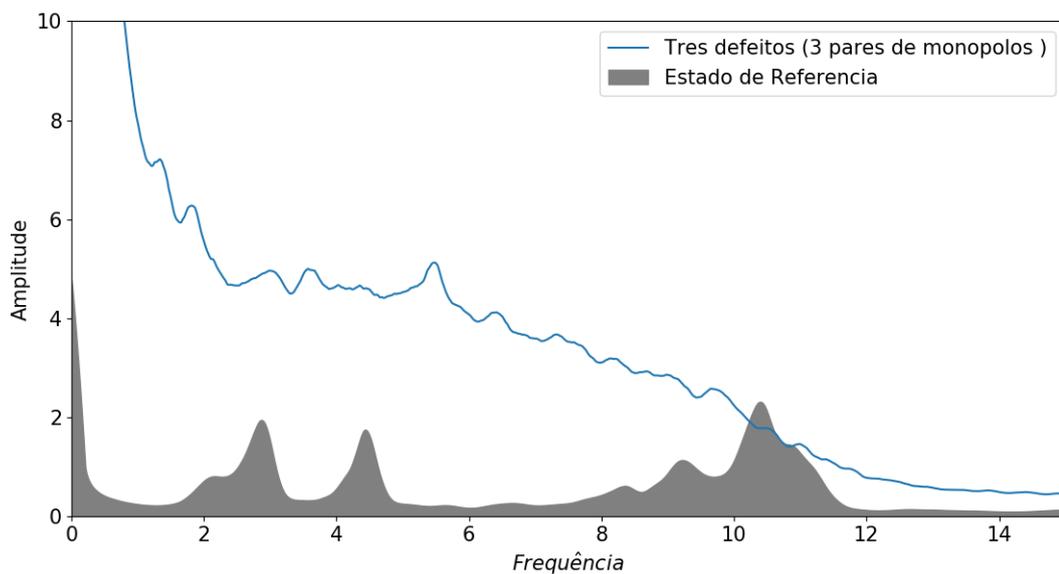


Figura 27 – Amostra contendo três pares de monopolo-antimonopolos.

5 Conclusões e perspectivas

Conforme proposto, estudamos um modelo efetivo para nanoilhas magnéticas a partir da dinâmica de spins. A comparação entre os resultados obtidos e os resultados de referência, tanto no caso da histerese de uma nanoilha isolada quanto para os picos de ressonância dos defeitos na rede, mostra que o modelo pode ser utilizado como representação de sistemas reais em laboratórios, o que os é de grande interesse nesse momento.

Estudamos via simulações micromagnéticas a reversão de magnetização de uma nanoilha isolada e assim pudemos gerar um modelo efetivo que apresenta comportamento semelhante ao micromagnético. No estudo dos espectros de ressonância, onde comparamos nossos resultados com a referência (??), observamos picos que aparecem em regiões já esperadas, que não seriam observados pelo modelo de Ising nem de Heisenberg puro.

Porém, a abordagem computacional para este modelo não se mostrou completamente adequada, o que foi observado já no prazo final do trabalho. A dinâmica real das nanoilhas não é condizente com um estado que tenha grande magnetização numa direção perpendicular ao eixo maior da nanoilha, porém esse é um estado que necessariamente tem que ser acessado na dinâmica do modelo da forma como fizemos, já que os spins centrais devem, em algum momento, mudar seu sentido de magnetização. A figura abaixo mostra a histerese da rede estudada utilizando ainda dinâmica de spins, onde podemos observar grandes semelhanças aos resultados da literatura (????). Assim, as perspectivas deste trabalho indicam que um tratamento através de métodos de Monte Carlo, por exemplo, pode ser mais adequada, mesmo ao considerarmos estes sistemas fora do equilíbrio. Outra possibilidade é a utilização de métodos multiescala que pudessem ser capazes de simular a dinâmica do sistema sem deixar de levar em conta importantes efeitos entrópicos.

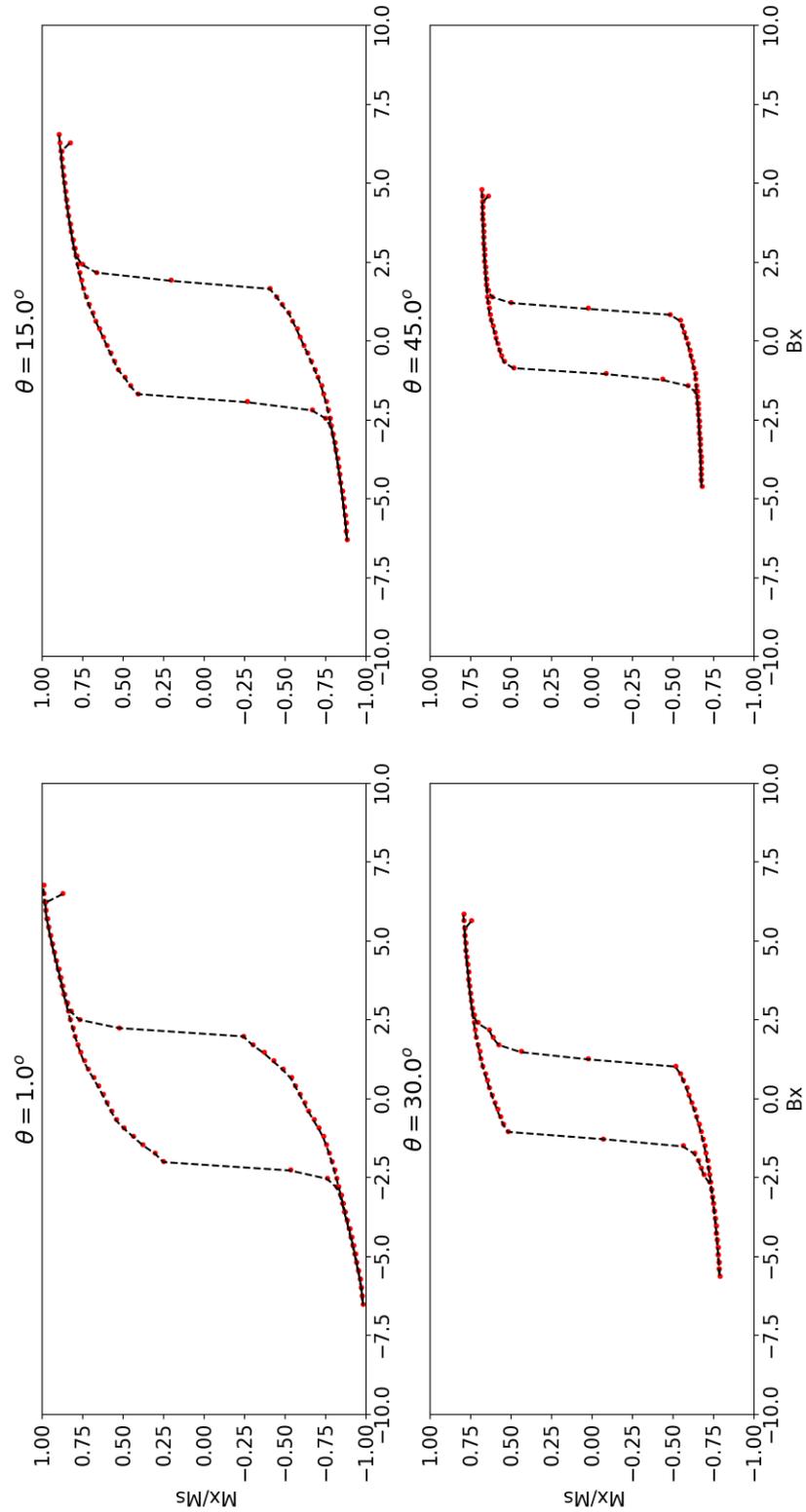


Figura 28 – Histerese da rede contendo 220 nanoilhas. Observa-se que o campo coercivo é menor para a rede do que para uma nanoilha isolada.

Referências

- H. W. Meyer, *A History of Electricity and Magnetism*. Burndy Library, 1971. Citado na página 10.
- W. Gilbert, *De magnete, magneticisque corporibus, et de magno magnete tellure*. Petrus Short, 1956. Citado na página 10.
- C. A. Ross, S. Haratani, and M. Shima, “Magnetic behavior of lithographically patterned particle arrays (invited),” *Journal of Applied Physics*, vol. 91, p. 6848, 2002. Citado na página 10.
- J. Martin, J. Nogues, K. Liu, J. Vicent, and I. K. Schuller, “Ordered magnetic nanostructures: fabrication and properties,” *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 256, pp. 449–501, 2003. Citado na página 10.
- R. P. Cowburn, “Room temperature magnetic quantum cellular automata,” *Science*, vol. 287, pp. 1466–1468, 2000. Citado na página 10.
- R. P. Cowburn, D. K. Koltsov, A. O. Adeyeye, and M. E. Welland, “Single-domain circular nanomagnets,” *Physical Review Letters*, vol. 83, pp. 1042–1045, 1999. Citado na página 10.
- T. Shinjo, “Magnetic vortex core observation in circular dots of permalloy,” *Science*, vol. 289, pp. 930–932, 2000. Citado na página 10.
- J. Rocha, P. Coura, S. Leonel, R. Dias, and B. Costa, “Diagram for vortex formation in quasi-two-dimensional magnetic dots,” *Journal of Applied Physics*, vol. 107, pp. 053903 – 053903, 04 2010. Citado na página 10.
- A. P. Ramirez, “Strongly geometrically frustrated magnets,” *Annual Review of Materials Science*, vol. 24, pp. 453–480, 1994. Citado na página 10.
- R. Moessner, “Magnets with strong geometric frustration,” *Canadian Journal of Physics*, vol. 79, pp. 1283–1294, 2001. Citado na página 10.
- R. F. Wang, C. Nisoli, R. S. Freitas, J. Li, W. McConville, B. J. Cooley, M. S. Lund, N. Samarth, C. Leighton, and V. H. Crespi, “Artificial ‘spin ice’ in a geometrically frustrated lattice of nanoscale ferromagnetic islands,” *Nature*, vol. 439, pp. 303–306, 2006. Citado 3 vezes nas páginas 10, 16 e 17.
- Y. Nambu, “Strings, monopoles, and gauge fields,” *Physical Review D*, vol. 10, pp. 4262–4268, 1974. Citado 2 vezes nas páginas 10 e 16.
- J. P. Rino and B. V. da Costa, *ABC da Simulação Computacional*. 1ª ed., 2013. Citado na página 10.
- D. P. Landau and K. Binder, *A Guide to Monte Carlo Simulations in Statistical Physics*. CUP, 3ed. ed., 2009. Citado na página 10.

- D. Frenkel and B. Smit, *Understanding molecular simulation: from algorithms to applications*. Computational science series 1, Academic Press, 2nd ed ed., 2002. Citado na página 10.
- M. P. Allen and D. J. Tildesley, *Computer simulation of liquids*. Oxford University Press, USA, 1989. Citado na página 10.
- D. S. Vieira Júnior, S. A. Leonel, R. A. Dias, D. Toscano, P. Z. Coura, and F. Sato, “Ground state study of the thin ferromagnetic nano-islands for artificial spin ice arrays,” *Journal of Applied Physics*, vol. 116, p. 093901, 2014. Citado 4 vezes nas páginas 10, 20, 21 e 29.
- M. E. J. Newman and G. T. Barkema, *Monte Carlo Methods in Statistical Physics*. Clarendon Press; Oxford University Press, 1999. Citado na página 10.
- D. P. Landau and M. Krech *Journal of Physics: Condensed Matter*, vol. 11, pp. R179–R213, jan 1999. Citado na página 10.
- S. Gliga, A. Kákay, R. Hertel, and O. G. Heinonen, “Spectral analysis of topological defects in an artificial spin-ice lattice,” *Physical Review Letters*, vol. 110, p. 117205, 2013. Citado 6 vezes nas páginas 11, 18, 25, 35, 36 e 39.
- J. M. D. Coey, *Magnetism and Magnetic Materials*. Cambridge University Press, 2010. Citado na página 12.
- S. R. Salinas, *Introdução a física estatística vol. 09*. Edusp, 1997. Citado na página 14.
- D. Toscano, “Estudo via simulação computacional da dinâmica da magnetização em nanomagnetos contendo uma distribuição de impurezas magnéticas,” 2015. Citado na página 14.
- S. Dattagupta, *A Paradigm Called Magnetism*. World Scientific, 2008. Citado na página 14.
- D. J. Griffiths, *Introduction to Electrodynamics*. Prentice Hall, 3rd ed ed., 1999. Citado na página 14.
- R. R. Eisberg R., *Quantum physics: Of atoms, molecules, solids, nuclei, and particles*. Wiley, 2ed ed., 1985. Citado na página 15.
- K. De’Bell, A. B. MacIsaac, and J. P. Whitehead, “Dipolar effects in magnetic thin films and quasi-two-dimensional systems,” *Review of Modern Physics*, vol. 72, pp. 225–257, 2000. Citado na página 15.
- M. Bander and D. L. Mills, “Ferromagnetism of ultrathin films,” *Phys. Rev. B*, vol. 38, pp. 12015–12018, Dec 1988. Citado na página 15.
- G. H. Wannier, “Antiferromagnetism. the triangular ising net,” *Phys. Rev. B*, vol. 7, pp. 5017–5017, Jun 1973. Citado na página 15.
- C. Castelnovo, R. Moessner, and S. L. Sondhi, “Magnetic monopoles in spin ice,” *Nature*, vol. 451, pp. 42–45, 2008. Citado na página 16.
- M. J. P. Gingras, “Observing monopoles in a magnetic analog of ice,” *Science*, vol. 326, pp. 375–376, 2009. Citado na página 16.

- G. C. Lau, R. S. Freitas, B. G. Ueland, B. D. Muegge, E. L. Duncan, P. Schiffer, and R. J. Cava, “Zero-point entropy in stuffed spin-ice,” *Nature Physics*, vol. 2, pp. 249–253, 2006. Citado na página 16.
- S. T. Bramwell and M. J. P. Gingras, “Cheminform abstract: Spin ice state in frustrated magnetic pyrochlore materials,” *ChemInform*, vol. 33, 2002. Citado na página 16.
- M. Harris, S. Bramwell, T. Zeiske, D. McMorro, and P. King, “Magnetic structures of highly frustrated pyrochlores,” *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 177-181, pp. 757–762, 1998. Citado na página 16.
- S. Gliga, A. Kákay, L. J. Heyderman, R. Hertel, and O. G. Heinonen, “Broken vertex symmetry and finite zero-point entropy in the artificial square ice ground state,” *Phys. Rev. B*, vol. 92, p. 060413, Aug 2015. Citado 2 vezes nas páginas 17 e 18.
- M. Donahue and D. Porter, *OOMMF User’s Guide, Version 1.0*. National Institute of Standards and Technology, Gaithersburg, MD (Sept 1999), 1999. Citado 3 vezes nas páginas 17, 20 e 21.
- N. Rougemaille, F. Montaigne, B. Canals, M. Hehn, H. Riahi, D. Lacour, and J.-C. Toussaint, “Chiral nature of magnetic monopoles in artificial spin ice,” *New Journal of Physics*, vol. 15, p. 035026, 2013. Citado na página 18.
- C. Miehe and G. Ethiraj, “A geometrically consistent incremental variational formulation for phase field models in micromagnetics,” *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 245-246, 2012. Citado na página 20.
- W. DoIrng, “Point singularities in micromagnetism,” *Journal of Applied Physics*, vol. 39, p. 1006, 1968. Citado na página 20.
- A. Vansteenkiste, J. Leliaert, M. Dvornik, M. Helsen, F. Garcia-Sanchez, and B. Van Waeyenberge, “The design and verification of mumax3,” *AIP Advances*, vol. 4, p. 107133, 2014. Citado na página 20.
- A. Makarov, *Modeling of Emerging Resistive Switching Based Memory Cells*. PhD thesis, 03 2014. Citado na página 21.
- D. S. Vieira Júnior, S. A. Leonel, R. A. Dias, D. Toscano, P. Z. Coura, and F. Sato, “Magnetization reversal study of the permalloy thin elliptical nano-islands,” *Journal of Applied Physics*, 2015. Citado na página 23.
- E. Iacocca and O. Heinonen, “Topologically nontrivial magnon bands in artificial square spin ices with dzyaloshinskii-moriya interaction,” *Phys. Rev. Applied*, vol. 8, p. 034015, Sep 2017. Citado na página 27.
- G. M. Wysin, W. A. Moura-Melo, L. A. S. Mól, and A. R. Pereira, “Dynamics and hysteresis in square lattice artificial spin ice,” *New Journal of Physics*, vol. 15, p. 045029, 2013. Citado na página 27.
- C. Phatak, M. Pan, A. K. Petford-Long, S. Hong, and M. De Graef, “Magnetic interactions and reversal of artificial square spin ices,” *New Journal of Physics*, vol. 14, p. 075028, 2012. Citado na página 27.

- R. F. Wang, J. Li, W. McConville, C. Nisoli, X. Ke, J. W. Freeland, V. Rose, M. Grimsditch, P. Lammert, V. H. Crespi, and P. Schiffer, “Demagnetization protocols for frustrated interacting nanomagnet arrays,” *Journal of Applied Physics*, vol. 101, p. 09J104, 2007. Citado na página 27.
- A. Remhof, A. Schumann, A. Westphalen, H. Zabel, N. Mikuszeit, E. Y. Vedmedenko, T. Last, and U. Kunze, “Magnetostatic interactions on a square lattice,” *Physical Review B*, vol. 77, p. 134409, 2008. Citado na página 27.
- G. Möller and R. Moessner, “Artificial square ice and related dipolar nanoarrays,” *Physical Review Letters*, vol. 96, p. 237202, 2006. Citado na página 27.
- L. Landau and E. Lifshitz, “On the theory of the dispersion of magnetic permeability in ferromagnetic bodies,” in *Perspectives in Theoretical Physics*, pp. 51–65, Elsevier, 1992. Citado na página 28.
- T. L. Gilbert, “A phenomenological theory of damping in ferromagnetic materials,” *IEEE transactions on magnetics*, vol. 40, no. 6, pp. 3443–3449, 2004. Citado na página 28.
- W. H. Press, B. P. Flannery, S. A. Teukolsky, and W. T. Vetterling, *Numerical recipes in Fortran 77*. Cambridge University Press, 2 ed., 1992. Citado 2 vezes nas páginas 29 e 32.
- D. Kincaid, D. R. Kincaid, and E. W. Cheney, *Numerical analysis: mathematics of scientific computing*, vol. 2. American Mathematical Soc., 2009. Citado na página 30.
- Y. Li, G. W. Paterson, G. M. Macauley, F. S. Nascimento, C. Ferguson, S. A. Morley, M. C. Rosamond, E. H. Linfield, D. A. MacLaren, R. Macêdo, C. H. Marrows, S. McVitie, and R. L. Stamps, “Superferromagnetism and domain-wall topologies in artificial “pinwheel” spin ice,” *ACS Nano*, vol. 13, no. 2, pp. 2213–2222, 2019. PMID: 30588800. Citado na página 33.
- I. R. B. Ribeiro, F. Nascimento, S. Ferreira, W. Moura-Melo, C. Costa, J. Borme, P. Freitas, G. Wysin, C. De Araujo, and A. Pereira, “Realization of rectangular artificial spin ice and direct observation of high energy topology,” *Scientific reports*, vol. 7, no. 1, pp. 1–9, 2017. Citado na página 33.
- L. A. Mól, R. L. Silva, R. C. Silva, A. R. Pereira, W. A. Moura-Melo, and B. V. Costa, “Magnetic monopole and string excitations in two-dimensional spin ice,” *Journal of Applied Physics*, vol. 106, p. 063913, 2009. Citado na página 35.
- R. C. Silva, R. J. C. Lopes, L. A. S. Mól, W. A. Moura-Melo, G. M. Wysin, and A. R. Pereira, “Nambu monopoles interacting with lattice defects in a two-dimensional artificial square spin ice,” *Phys. Rev. B*, vol. 87, p. 014414, Jan 2013. Citado na página 35.
- Y. Li, G. Gubbiotti, F. Casoli, S. Morley, F. Gonçalves, M. Rosamond, E. Linfield, C. Marrows, S. Mcvitie, and R. Stamps, “Thickness dependence of spin wave excitations in an artificial square spin ice-like geometry,” *Journal of Applied Physics*, vol. 121, p. 103903, 03 2017. Citado na página 39.
- M. Pohlit, F. Porrati, M. Huth, Y. Ohno, H. Ohno, and J. Müller, “Nanocluster building blocks of artificial square spin ice: Stray-field studies of thermal dynamics,” *Journal of Applied Physics*, vol. 117, no. 17, p. 17C746, 2015. Citado na página 39.