

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
Escola de Engenharia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas

Jorge Fernando dos Reis

**ESTUDO NUMÉRICO DA ESTABILIDADE ELÁSTICA DE PLACAS DE AÇO
ENRIJECIDAS UTILIZANDO A GEOMETRIA CLOTHOIDAL COMO
ENRIJECEDOR**

Belo Horizonte

2021

Jorge Fernando dos Reis

Estudo numérico da estabilidade elástica de placas de aço enrijecidas utilizando a geometria clothoidal como enrijecedor.

Versão Final

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia de estruturas.

Orientador: Rodrigo Barreto Caldas

Belo Horizonte
2021

R375e Reis, Jorge Fernando dos.
Estudo numérico da estabilidade elástica de placas de aço enrijecidas utilizando a geometria clothoidal como enrijecedor [recurso eletrônico] / Jorge Fernando dos Reis. - 2021.
1 recurso online (xix, 97 f. : il., color.) : pdf.

Orientador: Rodrigo Barreto Caldas.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Minas Gerais, Escola de Engenharia.

Bibliografia: f. 94-97.

Exigências do sistema: Adobe Acrobat Reader.

1. Engenharia de estruturas - Teses. 2. Conectores de cisalhamento – Teses. 3. Flambagem (Mecânica) – Teses. 4. Placas (Engenharia) - Teses. I. Caldas, Rodrigo Barreto. II. Universidade Federal de Minas Gerais. Escola de Engenharia. III. Título.

CDU: 624(043)



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS



PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE ESTRUTURAS



ATA DA DEFESA DE DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM ENGENHARIA DE ESTRUTURAS Nº: 384 DO ALUNO JORGE FERNANDO REIS

Às **14:00** horas do dia **02** (dois) do mês de **dezembro** de **2021**, reuniu-se, totalmente por videoconferência para atender aos novos protocolos de distanciamento social adotados pelo Governo Federal e pela Prefeitura de Belo Horizonte, que integram medidas para combater o avanço da pandemia de Covid-19, provocada pelo novo coronavírus, a Comissão Examinadora indicada pelo Colegiado do Programa em 30 de novembro de 2021, para julgar a defesa da Dissertação de Mestrado intitulada "**Estudo Numérico da Estabilidade Elástica de Placas de Aço Enrijecidas Utilizando a Geometria Clothoidal como Enrijecedor**", cuja aprovação é um dos requisitos para a obtenção do Grau de MESTRE EM ENGENHARIA DE ESTRUTURAS na área de Estruturas.

Abrindo a sessão, o Presidente da Comissão, **Prof. Dr. Rodrigo Barreto Caldas**, após dar a conhecer aos presentes o teor das Normas Regulamentares passou a palavra ao candidato para apresentação de seu trabalho. Seguiu-se a arguição pelos examinadores, com a respectiva defesa do candidato. Logo após, a Comissão se reuniu, sem a presença do candidato e do público, para julgamento e expedição do resultado final.

Prof. Dr. Rodrigo Barreto Caldas - DEES - UFMG (Orientador)

Prof. Dr. Hermes Carvalho - DEES - UFMG

Profa. Dra. Renata Gomes Lanna da Silva - CEFET-MG

O candidato foi considerado APROVADO, conforme pareceres em anexo.

O resultado final foi comunicado publicamente ao candidato pelo Presidente da Comissão. Nada mais havendo a tratar, o Presidente encerrou a reunião e lavrou a presente ATA, que será assinada por todos os membros participantes da Comissão Examinadora.

Belo Horizonte, 02 de dezembro de 2021.

Observações:

1. A aprovação do candidato na defesa da Dissertação de Mestrado não significa que o mesmo tenha cumprido todos os requisitos necessários para obtenção do Grau de Mestre em Engenharia de Estruturas;
2. Este documento não terá validade sem a assinatura do Coordenador do Programa de Pós-Graduação.



14:05, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Renata Gomes de Lanna da Silva, Usuário Externo**, em 03/12/2021, às 18:23, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Hermes Carvalho, Professor do Magistério Superior**, em 06/12/2021, às 13:07, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Marcelo Greco, Coordenador(a) de curso de pós-graduação**, em 14/01/2022, às 16:25, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufmg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **1127456** e o código CRC **E6D270E2**.

*“Nothing in life is to be feared, it is only to be understood.
Now is the time to understand more, so that we may fear less.”*

Mary Curry

AGRADECIMENTOS

Abro meus agradecimentos referenciando meus pais, Hernani José dos Reis e Maria Aparecida dos Reis, por todo o apoio que me deram em todas as etapas da minha vida, incluindo esse grande desafio que foi o mestrado. Agradeço também por todos os valores idôneos e primorosos transmitidos a mim, compondo a pessoa que eu sou.

Agradeço às minhas irmãs, Camila Aparecida dos Reis e Cláudia Aparecida dos Reis pela parceria e incentivo

Ao meu orientador Rodrigo Barreto Caldas por toda a disposição, atenção e suporte ao longo de todo o labiríntico processo de desenvolvimento e construção dessa pesquisa.

Agradeço aos demais professores que compõem o Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas pelo empenho em transmitir os conhecimentos associados às respectivas disciplinas que lecionam, como também pela prontidão em atender e direcionar mesmo fora de sala de aula.

Agradeço aos meus colegas e amigos de mestrado que, sem abrandar, sofreram, agonizaram e venceram ao meu lado em diversos momentos desafiadores, por assim dizer, que nos deparamos. Cito nominalmente Bernardo, Bianca, Carolina, Denise, José e Laura, que estiveram mais presentes ao longo dessa jornada.

Não poderia deixar de citar e agradecer uma pessoa que surgiu no meio desse processo, me redirecionou e construiu uma sólida relação de cumplicidade e reciprocidade, minha namorada Isabella.

Também agradeço à Universidade Federal de Minas Gerais, abrangendo tanto a instituição como as pessoas que compõem a mesma, e às instituições de fomento à pesquisa e aperfeiçoamento pessoal.

Por fim, direciono meus agradecimentos a todos que cruzaram meu caminho e me impactaram de forma positiva, seja associado ao mestrado ou seja em outras circunstâncias e períodos da minha vida, como meus familiares e amigos, que não citei nominalmente.

RESUMO

O emprego de elementos caracterizados como placas de aço esbeltas é corriqueiro na concepção estrutural de projetos de construção civil, justificado pela alta resistência mecânica, redução do peso próprio e consumo eficiente de material. Assim sendo, o presente trabalho apresenta uma análise comparativa, por meio do Método dos Elementos Finitos (MEF), utilizando o software Abaqus, da estabilidade elástica de placas enrijecidas com enrijecedor de formato plano e clothoidal, sendo o último formato normalmente utilizado como conector de cisalhamento na composição de elementos estruturais mistos de aço e concreto. O estudo avalia casos com diferentes razões de tensões normais, posições do enrijecedor, rigidez relativa à flexão, razão de aspecto entre os lados do painel e diferentes padrões do formato clothoidal, controlado pelo passo e_x . Além disso, também se consideram essas variações para o caso de modelos submetidos ao cisalhamento puro. De maneira geral, constatou-se que para valores elevados de rigidez, isto é, de modo que o enrijecedor se comporta como rígido, não há diferenças significativas no comportamento do painel. Contudo, quando se avalia patamares menores de rigidez, os modelos com enrijecedores de formato composto com parcela plana e clothoidal apresentam melhor desempenho, se comparado ao convencional com apenas parte plana, indicando que a parcela geométrica clothoidal confere acréscimo de rigidez ao enrijecedor em função do seu passo e_x . Diante disso, realizou-se um processo iterativo de maneira a definir uma equação que estabeleceu uma relação entre o trecho clothoidal a uma parcela plana equivalente em função do parâmetro e_x , que se mostrou funcional para todos os parâmetros analisados no estudo. Por fim, os resultados da análise concluíram que enrijecedores com formato clothoidal podem ser utilizados de maneira conservadora como se fossem planos considerando apenas a parcela plana ou com melhor aproveitamento de material utilizando a equação de acréscimo de largura equivalente proposta neste trabalho.

Palavras-chave: Flambagem de placas. Placas enrijecidas. Conector clothoidal.

ABSTRACT

The use of elements characterized as slender steel plates is common in the structural design of civil construction projects, justified by their high mechanical strength, weight reduction and efficient material consumption. Therefore, this work presents a comparative analysis, by means of the Finite Element Method (FEM), of the elastic stability of stiffened plates with flat and clothoidal stiffeners, the latter format being normally used as a shear connector in composite steel and concrete structural elements. The study evaluates cases with different normal stress ratios, stiffener positions, relative bending stiffness, aspect ratio between panel sides, and different patterns of the clothoidal shape, controlled by the e_x step. In addition, these variations are also considered for the case of models subjected to pure shear. In general, it was found that for high stiffness values, i.e., so the stiffener behaves as rigid, there are no significant differences in the behavior of the panel. Nevertheless, when lower ranges of stiffness are considered, the models with clothoidal stiffeners present improved performance when compared to the conventional flat design, indicating that the clothoidal geometric portion confers increased stiffness to the stiffener as a function of its e_x step. Thus, an iterative process was conducted in order to define an equation that established a relationship between the clothoidal section to an equivalent flat portion as a function of the parameter e_x , which proved to be functional for all parameters analyzed in the study. Finally, the results of the analysis concluded that clothoidal shaped stiffeners can be used conservatively as if they were flat, considering only the flat part, or with better material utilization using the equivalent width increment equation proposed in this work.

keywords: Plate buckling. Stiffened plates. Clothoidal composite dowels.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1: Deformações fora do plano em mesas inferiores de viga caixão. Fonte: Vayas e Iliopoulos (2014).	20
Figura 1.2: Construção da Ponte Ribeirão Severo I, em Antônio Dias - MG, utilizando elementos de aço enrijecidos. Fonte: RMG Engenharia.	21
Figura 1.3: Aplicação de placas enrijecidas em perfis de pontes. Fonte: Adaptado de Vayas e Iliopoulos (2014).	22
Figura 1.4: Utilização de conector composite dowels em viga mista de aço e concreto. Fonte: Aprovação técnica Z-26.4-56:2018.	22
Figura 1.5: Enrijecedor com formato clothoidal aplicado em placa esbelta.	23
Figura 2.1: Flambagem de placa retangular simplesmente apoiada comprimida. Fonte: Da Silva e Gervásio (2007).	29
Figura 2.2: k versus α para vários m . Fonte: Timoshenko (1961).	31
Figura 2.3: k versus α para o caso de flexão pura. Fonte: Timoshenko (1961).	31
Figura 2.4: Seções transversais usuais de enrijecedores longitudinais. Fonte: Vayas e Iliopoulos (2014).	33
Figura 2.5: k em função da posição do enrijecedor para várias seções de enrijecedores em placas submetidas à flexão. Fonte: Adapado de Maiorana <i>et al.</i> (2011).	34
Figura 2.6: Seção transversal efetiva do enrijecedor longitudinal. Fonte: EN 1993-1-5:2006	35
Figura 2.7: Modo de flambagem local e global de placa enrijecida submetida à flexão.	36
Figura 2.8: Placa enrijecida submetida à flexão com $\alpha = 1$ para várias rigidezes e posições, indicando a posição ótima como aproximadamente 0,2b. Fonte: Adaptado de Alinia e Moosavi (2008).	37
Figura 2.9: Valores máximos de k em função da rigidez relativa para diferentes razões de aspecto. Fonte: Adaptado de Alinia e Moosavi (2008).	38
Figura 2.10: Posição do enrijecedor em função da rigidez relativa para várias razões de aspecto. Fonte: Adaptado de Alinia e Moosavi (2008).	39
Figura 2.11: k limite em função da posição para variadas razões de tensões. Fonte: Adaptado de Maiorana <i>et al.</i> (2011).	40
Figura 2.12: Modo de flambagem global e local de placa quadrada enrijecida sob cisalhamento puro.	41

Figura 2.13: Comportamento limite de k para painéis enrijecidos submetidos ao cisalhamento puro em função da rigidez relativa para várias razões de aspecto. Fonte: Adaptado de Maiorana <i>et al.</i> (2011).....	41
Figura 2.14: Acréscimo ótimo na tensão crítica de cisalhamento para diferentes razões de aspecto e número de enrijecedores. Fonte: Alinia (2005).....	42
Figura 2.15: Etapas de corte de perfil de aço em formato clothoidal. Fonte: Kozuch e Lorenc (2020).	43
Figura 2.16: Geometria do formato clothoidal. Fonte: Z-26.4-56:2018.....	44
Figura 2.17: Comportamento do tipo a) placa e b) pilar para placas submetidas à compressão. Fonte: Beg <i>et al.</i> (2010)	45
Figura 3.1: Propriedades geométricas do painel enrijecido.....	49
Figura 3.2: Propriedades dos enrijecedores clothoidal e plano.	50
Figura 3.3: Representação de carregamento normal com razão de tensões de: a) $\psi = -1,0$; b) $\psi = -0,5$; c) $\psi = 0,0$; d) $\psi = 0,5$; e) $\psi = 1,0$	52
Figura 3.4: Representação de aplicação de tensões de cisalhamento.	53
Figura 3.5: Condições de contorno dos modelos submetidos a tensões normais.	54
Figura 3.6: Condições de contorno dos modelos submetidos a cisalhamento.....	54
Figura 3.7: Modelos com malha de elementos com tamanho de $b/40$ (50 mm).....	55
Figura 3.8: k versus d/b para $\psi = -1$ entre o modelo numérico e outras referências.	57
Figura 3.9: Comparação de k versus d/b entre o modelo numérico, Maioran <i>et al.</i> e EBplate para: a) $\psi = -0,5$; b) $\psi = 0,0$; c) $\psi = 0,5$; d) $\psi = 1,0$	58
Figura 3.10: k versus d/b do modelo numérico, Maiorana <i>et al.</i> e EBplate para placas enrijecidas submetidas a cisalhamento puro.	60
Figura 4.1: k versus d/b com $\psi = -1,0$ e diferentes valores de γ para os modelos a) Plano; b) CL200; c) CL400.	62
Figura 4.2: Modos de flambagem dos modelos Plano, CL200 e CL400 com $\gamma = 8,4$ e enrijecedor na posição a) $0,15b$; b) $0,25b$	64
Figura 4.3: k versus d/b com $\psi = -0,5$ e diferentes valores de γ para os modelos a) Plano; b) CL200; c) CL400.	65
Figura 4.4: k versus d/b com $\psi = 0,0$ e diferentes valores de γ para os modelos a) Plano; b) CL200; c) CL400.	66
Figura 4.5: k versus d/b com $\psi = 0,5$ e diferentes valores de γ para os modelos a) Plano; b) CL200; c) CL400.	67

Figura 4.6: k versus d/b com $\psi = 1,0$ e diferentes valores de γ para os modelos a) Plano; b) CL200; c) CL400.	68
Figura 4.7: Modos de flambagem com $\psi = 1,0$ e $\gamma = 4,5$ para a) Plano; b) CL200; c) CL400.	68
Figura 4.8: k versus posição para placas enrijecidas com enrijecedores do tipo plano e Clothoidal com: a) $\psi = -1,0$; b) $\psi = -0,5$; c) $\psi = 0,0$; d) $\psi = 0,5$; e) $\psi = 1,0$	70
Figura 4.9: Flambagem local devido à flexão pura ($\psi = -1,0$) de painéis enrijecidos com enrijecedor: a) Plano; b) CL200; c) CL400.	71
Figura 4.10: Flambagem local devido à compressão uniforme ($\psi = 1,0$) de painéis enrijecidos com enrijecedor: a) Plano; b) CL200; c) CL400.	71
Figura 4.11: Coeficiente k versus γ para enrijecedores do tipo chapa, CL200 e CL400.	72
Figura 4.12: Configuração deformada de painéis com $\gamma = 12,4$ submetidos à flexão pura para os modelos: a) Plano; b) CL200; c) CL400.	74
Figura 4.13: k versus γ com $\alpha = 0,6$ para os diferentes formatos de enrijecedor.	75
Figura 4.14: k versus γ com $\alpha = 0,8$ para os diferentes formatos de enrijecedor.	75
Figura 4.15: k versus γ com $\alpha = 1,4$ para os diferentes formatos de enrijecedor.	78
Figura 4.16: k versus γ com $\alpha = 1,8$ para os diferentes formatos de enrijecedor.	78
Figura 4.17: Modos de flambagem global com duas e uma semiondas para os modelos Plano, CL200 e CL400.	80
Figura 4.18: k em função de a com $\gamma = 49,4$ para as diferentes formas de enrijecedor.	81
Figura 4.19: Desformadas para as diferentes formas de enrijecedor para: a) $\alpha = 1,4$; b) $\alpha = 1,8$	82
Figura 4.20: k em função de e_x para vários γ	84
Figura 4.21: k versus d/b de placas submetidas ao cisalhamento para os modelos a) Plano; b) CL200; c) CL400.	85
Figura 4.22: Configuração deformação dos modelos Plano, CL200 e CL400 submetidos ao cisalhamento com $\gamma = 8,4$ e enrijecedor na posição a) $d/b = 0,2$; b) $d/b = 0,4$	86
Figura 4.23: k versus γ de modelos submetidos ao cisalhamento para as três formas de enrijecedor avaliadas.	87
Figura 4.24: Deformadas de painéis submetidos ao cisalhamento com $\gamma = 30,9$ para os modelos a) Plano; b) CL200; c) CL4000.	88
Figura 4.25: k versus γ com $\alpha = 0,6$ para modelos submetidos ao cisalhamento.	89
Figura 4.26: k versus γ com $\alpha = 0,8$ para modelos submetidos ao cisalhamento.	90

Figura 4.27: k versus γ com $\alpha = 1,4$ para modelos submetidos ao cisalhamento.....	91
Figura 4.28: k versus γ com $\alpha = 1,8$ para modelos submetidos ao cisalhamento.....	92
Figura 4.29: k limite em função de α com $\gamma = 73,6$ para modelos submetidos ao cisalhamento.	93
Figura 4.30: Modos de flambagem de modelos submetidos ao cisalhamento com razão de aspecto de a) 0,6; b) 0,8; c) 1,0; d) 1,4; e) 1,8.....	94
Figura 4.31: Largura plana equivalente a geometria clothoidal em função de e_x	97
Figura 4.32: Comparação entre modelos com enrijecedores clothoidal e plano para o caso de $\psi = -1,0$ com diferentes γ e valores de e_x de a) 200; b) 400.....	98
Figura 4.33: Comparação entre modelos com enrijecedores clothoidal e plano para o caso de $\psi = -0,5$ com diferentes γ e valores de e_x de a) 200; b) 400.....	99
Figura 4.34: Comparação entre modelos com enrijecedores clothoidal e plano para o caso de $\psi = 0,0$ com diferentes γ e valores de e_x de a) 200; b) 400.	99
Figura 4.35: Comparação entre modelos com enrijecedores clothoidal e plano para o caso de $\psi = 0,5$ com diferentes γ e valores de e_x de a) 200; b) 400.	100
Figura 4.36: Comparação entre modelos com enrijecedores clothoidal e plano para o caso de $\psi = 1,0$ com diferentes γ e valores de e_x de a) 200; b) 400.	100
Figura 4.37: k em função de γ comparando os modelos CL200 e EQ200.	101
Figura 4.38: k em função de γ comparando os modelos CL400 e EQ400.	102
Figura 4.39: Comparação de k em função de γ entre modelos CL200 e EQ200 para a) $\alpha = 0,6$; b) $\alpha = 0,8$; c) $\alpha = 1,4$; d) $\alpha = 1,8$	103
Figura 4.40: Comparação de k em função de γ entre modelos CL400 e EQ400 para a) $\alpha = 0,6$; b) $\alpha = 0,8$; c) $\alpha = 1,4$; d) $\alpha = 1,8$	105
Figura 4.41: Comparação de k em função de γ para modelos submetidos ao cisalhamento com $e_x = 200$ mm.....	106
Figura 4.42: Comparação de k em função de γ para modelos submetidos ao cisalhamento com $e_x = 400$ mm.....	106
Figura 4.43: Valores verdadeiros de γ para modelos com diferentes enrijecedores.....	108
Figura 4.44: k em função de γ corrigido no caso de flexão pura para diferentes enrijecedores.	109

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1: Valores extatos de k para várias razões de aspecto. Fonte: Timoshenko (1961).	32
Tabela 3.1: Comparação de resultados numéricos e teóricos para placas não enrijecidas.	56
Tabela 3.2: Resultados numéricos de placas enrijecidas com enrijecedoes planos, submetidas à flexão pura em comparação com os estudos de Alinia e Moosavi (2008), Maiorana et al. (2011) e EBPlate.	58
Tabela 3.3: Resultados numéricos e teóricos para placas não enrijecidas sob cisalhamento puro.	59
Tabela 3.4: Resultados numéricos de placas enrijecidas com enrijecedoes planos submetidas ao cisalhamento em comparação com Maiorana et al. (2011) e EBPlate.	60
Tabela 4.1: Relação de k e γ para os modelos Plano, CL200 e CL400.	73
Tabela 4.2: Relação de k e γ com $\alpha = 0,6$ para os modelos Plano, CL200 e CL400.	76
Tabela 4.3: Relação de k e γ com $\alpha = 0,8$ para os modelos Plano, CL200 e CL400.	77
Tabela 4.4: Relação de k e γ com $\alpha = 1,4$ para os modelos Plano, CL200 e CL400.	79
Tabela 4.5: Relação de k e γ com $\alpha = 1,8$ para os modelos Plano, CL200 e CL400.	81
Tabela 4.6: Relação linear de k versus e_x	83
Tabela 4.7: Relação de k e γ para modelos quadrados sob cisalhamento.	88
Tabela 4.8: Relação de k e γ com $\alpha = 0,6$ para modelos submetidos ao cisalhamento. .	90
Tabela 4.9: Relação de k e γ com $\alpha = 0,8$ para os modelos submetidos ao cisalhamento.	91
Tabela 4.10: Relação de k e γ com $\alpha = 1,4$ para os modelos submetidos ao cisalhamento.	92
Tabela 4.11: Relação de k e γ com $\alpha = 1,8$ para os modelos submetidos ao cisalhamento.	93
Tabela 4.12: Relação de resultados do processo iterativo para cada e_x considerado.	96
Tabela 4.13: Relação de k em função de γ para os modelos CL200 e CL400 e os equivalentes EQ200 e EQ400.	102
Tabela 4.14: Relação de k em função de γ para modelos submetidos ao cisalhamento para placas com enrijecedor clothoidal e equivalentes determinados pela Equação 4.2.	107

LISTA DE SÍMBOLOS

Lista de símbolos gregos minúsculos

α = razão de aspecto;

γ = rigidez relativa à flexão;
 γ^* = rigidez relativa ótima;
 ε = fator de escoamento;
 ν = coeficiente de Poisson;
 σ_{cr} = tensão crítica de flambagem devido a tensões normais;
 τ_{cr} = tensão crítica de flambagem devido a tensões cisalhantes;
 φ = rigidez relativa à torção;
 ψ = razão de tensões normais;

Lista de símbolos romanos maiúsculos

A_s = área efetiva do enrijecedor;
 D = rigidez da placa;
 E = módulo de elasticidade do aço;
 G = módulo de elasticidade transversal do aço;
 I_s = momento de inércia do enrijecedor;
 J = momento polar de inércia do enrijecedor;
 N_x = tensão normal na direção longitudinal, x, da placa;

Lista de símbolos romanos minúsculos

a = largura da placa;
 b = comprimento da placa;
 b_s = largura do enrijecedor;
 $b_{s,ef}$ = largura de enrijecedor plano equivalente a um clothoidal;
 $b_{s,eq}$ = extensão plana equivalente à geometria clothoidal em função de e_x ;
 d = posição do enrijecedor em relação à fibra extrema superior da placa;
 e_x = comprimento de um dowel clothoidal;
 f_y = tensão de escoamento do aço;
 k = coeficiente de flambagem;
 k_{CL} = coeficiente de flambagem alvo de iteração
 k_i = coeficiente de flambagem na iteração i
 m = número de semi-ondas na direção longitudinal da placa;
 n = número de semi-ondas na direção transversal da placa;
 t = espessura da placa;

t_s = espessura do enrijecedor;

w = deslocamento lateral ao plano da placa;

SUMÁRIO

RESUMO	IV
ABSTRACT	V
LISTA DE FIGURAS	VI
LISTA DE TABELAS	X
LISTA DE SÍMBOLOS	X
SUMÁRIO.....	XIII
1 INTRODUÇÃO	19
1.1 Disposições gerais	19
1.2 Objetivo	24
1.3 Justificativa.....	25
1.4 Metodologia.....	25
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	28
2.1 Contextualização	28
2.2 Estabilidade Elástica de Placas Não Enrijecidas	28
2.2.1 Tensão crítica de placas submetidas à compressão pura.....	28
2.2.2 Tensão crítica de placas submetidas à flexão.....	31
2.2.3 Tensão crítica de placas submetidas ao cisalhamento puro	31
2.3 Estabilidade de Placas Enrijecidas Longitudinalmente	32
2.3.1 Flambagem de placas enrijecidas submetidas a tensões normais	32
2.3.2 Flambagem de placas enrijecidas submetidas ao cisalhamento	40
2.4 Geometria Clothoidal	43
2.5 Procedimentos para a determinação da flambagem de placas de aço com enrijecedores longitudinais pelo EN 1993-1-5:2006.	45
3 MODELO DE ANÁLISE	48
3.1 Considerações Iniciais	48
3.2 Definição da Geometria.....	48
3.3 Propriedades do material	50
3.4 Carregamento e condições de contorno.....	51

3.5	Elementos finitos e malha.....	55
3.6	<i>Scripts</i>	55
3.7	Validação do modelo numérico	56
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	61
4.1	Análise para diferentes razões de tensões e posições dos enrijecedores	61
4.2	Influência da rigidez associada a forma do enrijecedor em placas submetidas à flexão pura	71
4.3	Influência da razão de aspecto para o caso de flexão pura	74
4.4	Influência de e_x para casos de placas submetidas à flexão	83
4.5	Análise de placas enrijecidas submetidas ao cisalhamento para várias posições de enrijecedores	84
4.6	Influência da rigidez e razão de aspecto associada a forma do enrijecedor em placas submetidas ao cisalhamento puro	86
4.7	Processo Iterativo	95
4.8	Verificação da Equação 4.2 com os modelos com enrijecedores clothoidal....	97
4.9	Aproximação para a rigidez de placas com enrijecedores de formato clothoidal	107
5	CONCLUSÃO	110
6	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	112

1 INTRODUÇÃO

1.1 Disposições gerais

Associado ao fato de proporcionar alta resistência mecânica e eficiente consumo de material, o emprego de elementos caracterizados como placas esbeltas de aço se torna muito oportuno. Esses elementos são tradicionalmente utilizados pela indústria naval e aeroespacial, mas também de forma significativa na construção civil, principalmente em concepções estruturais com a necessidade de vencer grandes vãos, como pontes e viadutos, seja por meio de elementos estruturais de aço ou mistos de aço e concreto.

Sob a ótica da construção civil, durante a expansão rodoviária na Europa, na década de 60, a utilização de vigas caixão na construção de pontes se tornaram muito populares. Contudo, sucessivas falhas ocorreram com esse tipo de estrutura, como em 1969 (*Danube bridge* em Vienna), 1970 (*West Gate bridge* em Melbourne, *Cleddau bridge* em Wales), 1971 (*Rhine bridge* em Koblenz) e 1973 (*Zeulenroda*).

De acordo com Vayas e Iliopoulos (2014), em todos esses acidentes citados, as falhas ocorreram durante o processo construtivo, quando novos segmentos eram incorporados aos já construídos e as causas foram devido à flambagem de placa das mesas inferiores, submetidas a compressão. A Figura 1.1 exemplifica esse fenômeno em mesas inferiores de vigas caixão.

Essas seções transversais de aço, como do tipo caixão ou perfil I, por exemplo, são compostas de elementos conectados que são caracterizados como placas de aço, como as mesas e almas. Dessa forma, há a necessidade de especial atenção com a estabilidade de elementos de aço com elevada esbeltez, pois, em componentes com elevada razão largura/espessura, a flambagem ocorre antes da tensão de escoamento do aço ser atingida, sendo necessária uma análise da estabilidade desses elementos.

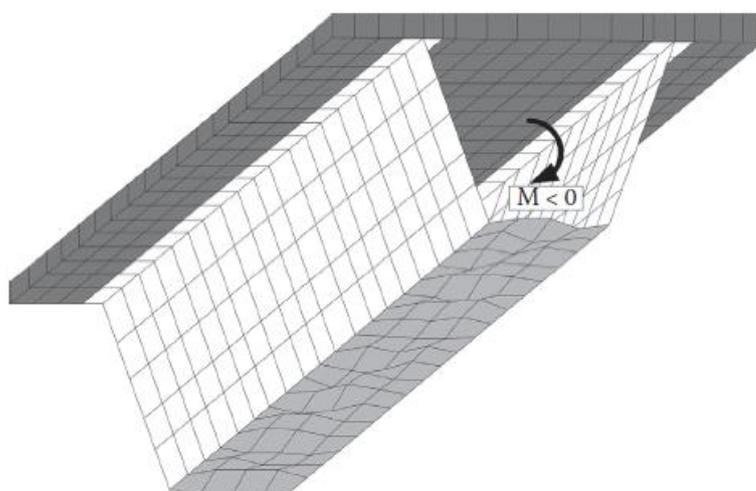


Figura 1.1: Deformações fora do plano em mesa inferior de viga caixão. Fonte: Vayas e Iliopoulos (2014).

A utilização de elementos estruturais com pequenas espessuras é altamente benéfica, reduzindo o consumo material e o peso da estrutura, mas, esses elementos esbeltos são muito suscetíveis aos fenômenos de flambagem de placas. Assim, com o intuito de otimizar a performance de tais elementos, empregam-se reforços transversais e longitudinais, denominados enrijecedores, constituindo estruturas esbeltas de aço denominadas como painéis enrijecidos. A Figura 1.2 mostra a aplicação de enrijecedores em painéis de aço na construção de uma ponte rodoviária com perfis de aço com altura de até 4600 mm e espessuras de alma que variam entre 9,5 e 12,5 mm, localizada no município de Antônio Dias, Minas Gerais.

De maneira geral, os enrijecedores transversais aumentam a capacidade resistente ao cisalhamento, além de funcionar como apoio lateral para os enrijecedores longitudinais e reduzir as deformações distorcionais da seção transversal. Por outro lado, os enrijecedores longitudinais tem a função de aumentar a rigidez, elevando as tensões críticas do painel de aço e conseqüentemente a capacidade resistente às tensões normais e cisalhantes. Ressalta-se que após a tensão crítica elástica ser atingida, a capacidade resistente não é esgotada, restando ainda uma reserva até o colapso.



Figura 1.2: Construção da Ponte Ribeirão Severo I, em Antônio Dias - MG, utilizando elementos de aço enrijecidos. Fonte: RMG Engenharia.

Em geral, boa parte dos estudos e métodos desenvolvidos associados à análise elástica de placas enrijecidas longitudinalmente utilizam como objeto de estudo principal enrijecedores com seção transversal aberta do tipo retangular, isto é, uma chapa plana. Contudo, outros formatos de seção transversal podem ser utilizados, podendo ser de seção aberta, como os tipos T e L ou ainda de seção fechada, que conferem maior rigidez à torção, em formatos retangulares, triangulares e trapezoidais (Figura 1.3).

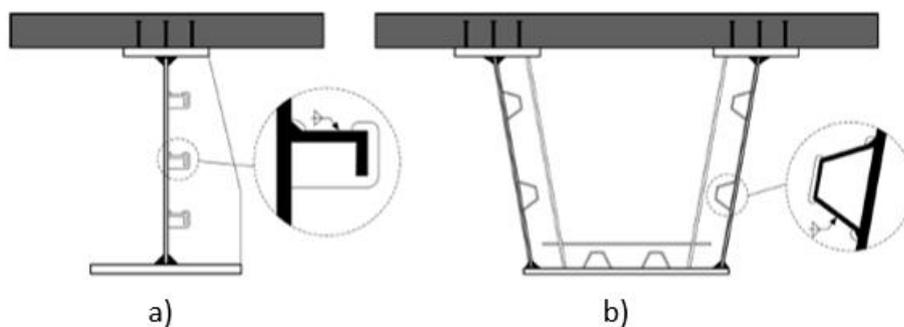


Figura 1.3: Aplicação de placas enrijecidas em perfis de pontes. Fonte: Adaptado de Vayas e Iliopoulos (2014).

A geometria clothoidal vem sendo aplicada em conectores de cisalhamento do tipo composite dowels em estruturas mistas de aço e concreto (Figura 1.4). Esse tipo de conector pode substituir, com melhor desempenho, os tradicionais conectores pino com cabeça (stud bolts) ou ainda ser confeccionado em almas de perfis sem mesas superiores. Feldmann et al. (2016), Kopp et al. (2018) e Kozuch e Lorenc (2020) apresentam significativas contribuições sobre o comportamento e dimensionamento de conectores com geometria clothoidal. Ademais, em 2013 foi concluída a aprovação técnica alemã, atualizada em 2018 Z-26.4-56:2013 que regula a utilização desses conectores.

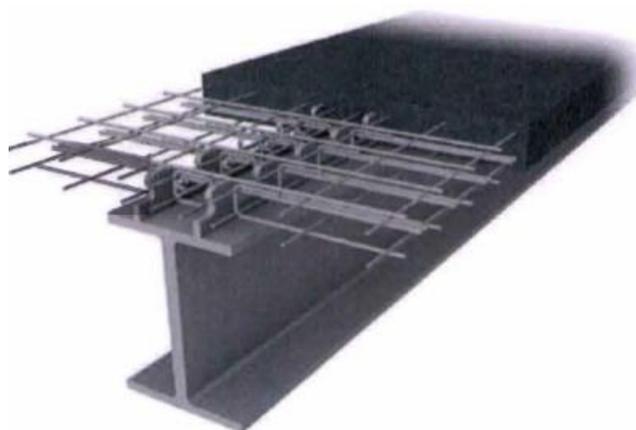


Figura 1.4: Utilização de conector composite dowels em viga mista de aço e concreto. Fonte: Aprovação técnica Z-26.4-56:2018.

Por se tratar de um conector em chapa contínua, o presente trabalho propõe o emprego desse elemento como enrijecedor em estruturas mistas, em situações que antecedem a concretagem, como a fase construtiva. Como exemplo de aplicação tem-se a parte inferior de vigas caixão (Figura 1.3b), com concretagem posterior, nas quais as chapas longitudinais com

formato clothoidal (em substituição ao enrijecedores fechados inferiores da Figura 1.3b) são utilizadas na fase antes da concretagem como enrijecedores (como mostrado na Figura 1.5) e como conectores após a concretagem.

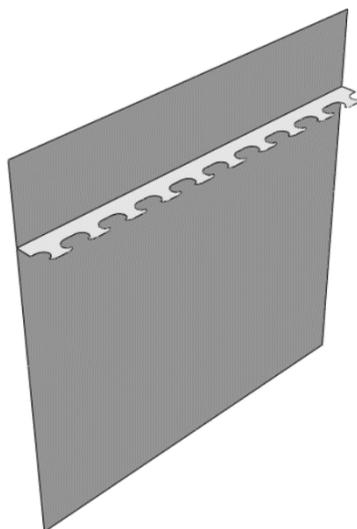


Figura 1.5: Enrijecedor com formato clothoidal aplicado em placa esbelta.

Para a análise de flambagem de placa, é necessário a determinação da tensão crítica de flambagem elástica, estabelecida considerando uma placa ideal, isto é, desconsiderando imperfeições e com comportamento elástico. Essas tensões podem ser determinadas por meio de formulações teóricas, análise experimental e análise numérica. No entanto, para placas enrijecidas se torna cada vez mais complexas as soluções gerais por métodos analíticos, sendo a utilização de métodos numéricos bastante pertinente.

A determinação de tensões críticas é influenciada por diferentes parâmetros. No caso de placas não enrijecidas, essa grandeza depende de fatores como a distribuição de carregamento aplicado e das características geométricas da placa. Para o caso de placas enrijecidas, soma-se a esses fatores a geometria, o número e posição dos enrijecedores empregados.

Com as tensões críticas de flambagem determinadas, se faz necessário a análise da capacidade resistente última da placa. Após a tensão crítica ser atingida, a capacidade resistente não se esgota, ao invés disso, ela continua a crescer até que ocorra o colapso estrutural, esse trecho é chamado de regime pós-crítico.

Conforme Beg *et al.* (2007), no regime pós-crítico, após a ocorrência da flambagem, as tensões de compressão se reorganizam, tendo uma redução na região central do painel, onde ocorrem as deformações devido à flambagem. Em contrapartida, há um aumento das tensões nas extremidades longitudinais apoiadas, caracterizando uma distribuição não linear de tensões.

Devido à complexidade de se trabalhar com uma análise não linear real de tensões, a norma EN 1993-1-5:2006 indica dois métodos simplificados desenvolvidos para o dimensionamento de placas esbeltas: o Método da Largura Efetiva (MLE) e o Método da Tensão reduzida (MTR). O primeiro consiste na redução das dimensões da seção transversal de maneira a compensar os efeitos da flambagem, enquanto que, o segundo estabelece uma tensão média, simplificando a distribuição de tensões reais.

O presente trabalho se integra a um grupo de pesquisas voltado para a estabilidade de placas de aço esbeltas e conexões em estruturas de aço e mistas de aço e concreto. Como exemplos, Cardoso (2018) desenvolveu um modelo de cálculo para conectores em chapa de geometria Crestbond, para transferência de forças em pilares mistos preenchidos com concreto de seções compactas e Santos (2021) expandiu o modelo de cálculo para seções esbeltas, enquanto que Aguiar (2020) propôs um modelo para conectores do tipo chapa com furo e barra passante. Voltado para estabilidade de placas esbeltas, Barbosa (2016) realizou um estudo analítico de almas de vigas de aço enrijecidas longitudinalmente. Ferreira Filho (2019) desenvolveu um estudo numérico de flambagem elástica e capacidade resistente última para placas esbeltas enrijecidas submetidas a tensões normais, cisalhantes e suas interações, enquanto que Melo (2021) realizou um estudo numérico com placas enrijecidas com múltiplos enrijecedores. Além dos trabalhos citados, outros estudos desenvolvidos e em desenvolvimento se enquadram na mesma temática.

1.2 Objetivo

Tem-se como objetivo nesse trabalho a avaliação da estabilidade elástica, por meio de simulações numéricas, do comportamento de placas enrijecidas utilizando enrijecedores com geometria clothoidal em comparação com a forma plana convencional para os principais parâmetros analisados no dimensionamento de painéis enrijecidos, como distribuições de tensões, razão de aspecto, rigidez e posição de enrijecedores.

1.3 Justificativa

Conforme mencionado nas considerações iniciais, a utilização de elementos de placa de aço esbeltos enrijecidos é muito oportuna na relação de custo, consumo de material e desempenho. Além disso, soluções mistas de aço e concreto também são amplamente adotadas na construção civil, se mostrando competitiva inclusive para casos de construção de estruturas como pontes e viadutos. Nesses casos, geralmente se encontram composições de diversas vigas de aço conectadas rigidamente a uma laje de concreto reforçado ou ainda o uso de seção de aço do tipo caixão, também conectado a uma laje de concreto.

Para que esses elementos mistos funcionem de forma integrada, como é proposto, se faz necessário a utilização de conectores de cisalhamento. Em geral, a solução de conexão por meio de pinos com cabeça (*stud bolt*) é amplamente difundida, contudo, pesquisas têm demonstrado grande potencial e vantagens na utilização de conectores contínuos chamados de *composite dowels*, que são itens de aço que utilizam geometrias como clothoidal e *puzzle* para realizar a conexão entre o elemento estrutural de aço e o concreto.

Elementos de aço podem ser submetidos a tensões de compressão ou cisalhamento em diversas situações, em diferentes soluções estruturais, durante transporte e construção, por exemplo. Uma vez que a utilização desses conectores do tipo *composite dowels* tem a função de conector de cisalhamento, o presente trabalho visa avaliar o aproveitamento desses elementos como enrijecedores, associados à diversas condições, possibilitando a utilização dessa função para casos como transporte, montagem e situações que de maneira geral antecedam a cura do concreto.

1.4 Metodologia

A metodologia adotada para a consolidação da avaliação do comportamento da geometria clothoidal como enrijecedor constitui as seguintes etapas:

- 1) Realizar um levantamento bibliográfico abordando os conceitos teóricos de flambagem de placas não enrijecidas, os métodos e estudos desenvolvidos em torno da estabilidade elástica de placas enrijecidas, introdução ao conceito de conectores

do tipo *composite dowels*, com foco no tipo clothoidal e uma breve abordagem da norma europeia EN 1993-1-5:2006 sobre a concepção de placas esbeltas.

- 2) Desenvolver um modelo numérico de análise consistente por meio do software Abaqus baseado nas considerações de estudos anteriores. A consolidação do modelo consiste nas seguintes etapas:
 - a. Construir inicialmente o modelo para placa não enrijecida e validar com resultados teóricos;
 - b. Ampliar o modelo para o caso da placa com enrijecedores de formato plano com base em padrões corriqueiramente utilizados em estudos do tipo;
 - c. Validar o modelo desenvolvido com resultados encontrados por autores de outros estudos e com análises que foram realizadas por meio do software EBPlate, que utiliza método semi-analítico de análise;
 - d. Modificar o modelo desenvolvido para a utilização da geometria clothoidal como enrijecedor;
 - e. Implementar *scripts* utilizando a linguagem Python, tanto para o caso de enrijecedores com formato plano como clothoidal, possibilitando a automatização na concepção, análise e extração de dados dos modelos numéricos. Esses *scripts* foram elaborados de maneira a facilitar uma mudança de parâmetros e a exportação de dados para planilhas eletrônicas.
- 3) Análise comparativa entre painéis enrijecidos com enrijecedores de formato plano e clothoidal em função dos seguintes parâmetros:
 - a. Razões de tensões normais;
 - b. Posição do enrijecedor em relação às tensões normais;
 - c. Rigidez relativa;

- d. Razão de aspecto para o caso de flexão pura;
 - e. Passo e_x para o caso de flexão pura;
 - f. Cisalhamento em função da posição dos enrijecedores;
 - g. Cisalhamento em função da rigidez;
 - h. Cisalhamento em função da razão de aspecto.
- 4) Processo iterativo por meio de análises numéricas e considerando o caso de flexão pura, com base nos resultados encontrados, para definir uma relação de equivalência entre a geometria clothoidal com o padrão plano.
- 5) Verificação da relação estabelecida com base no processo iterativo para diversos casos e parâmetros.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 Contextualização

O ponto de partida de estudos de estabilidade pode ser considerado por Leonard Euler, que propôs a conhecida teoria de pilares, com o intuito de determinar a força crítica elástica de barras axialmente comprimidas e perfeitamente retas.

A partir daí vários estudos foram realizados com objetivo de representar situações mais realistas e abrangentes, como expressões para a flambagem inelástica. Posteriormente, sucessivos trabalhos foram desenvolvidos aperfeiçoando tais teorias e abordando diferentes condições de contorno, carregamento e aplicações com considerações mais complexas, contudo, não serão abordados já que o foco deste trabalho não é a estabilidade global de barras.

No que diz respeito à estabilidade de placas, Bryan (1891) apud Da Silva e Gervásio (2007) foi o primeiro a resolver analiticamente a equação diferencial de deflexão, para o caso de uma placa retangular simplesmente apoiada ao longo de suas bordas e submetida à compressão pura em uma única direção. A partir daí, vários estudos foram conduzidos aperfeiçoando soluções e abordando uma diversidade de casos, como diferentes condições de contorno, distribuição de tensões e propriedades geométricas.

2.2 Estabilidade Elástica de Placas Não Enrijecidas

2.2.1 Tensão crítica de placas submetidas à compressão pura

Para uma placa retangular simplesmente apoiada, ao longo de suas 4 bordas, submetida a forças de compressão uniformemente distribuídas aplicadas em uma direção, denotada por um eixo longitudinal x , conforme representado pela Figura 2.1, a tensão crítica elástica pode ser obtida a partir da solução da seguinte equação diferencial de deflexão:

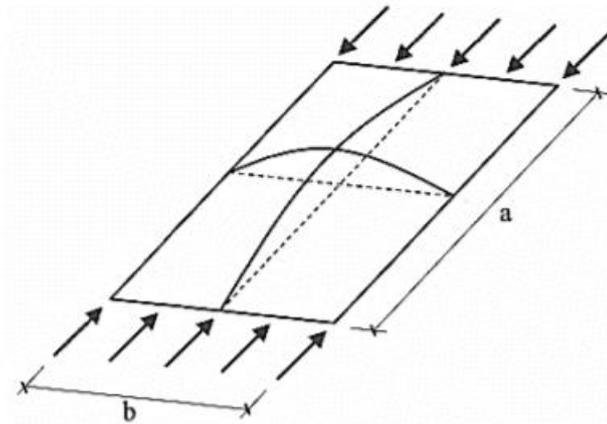


Figura 2.1: Flambagem de placa retangular simplesmente apoiada comprimida. Fonte: Da Silva e Gervásio (2007).

$$D\nabla^4 w = N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (2.1)$$

onde:

N_x é a força na direção longitudinal.

D é a rigidez da placa dada por:

$$D = \frac{E \cdot t^3}{12(1 - \nu^2)} \quad (2.2)$$

sendo

E é o módulo de elasticidade longitudinal do material

t é a espessura da placa

ν é o coeficiente de Poisson

Considerando as condições de contorno como bordas simplesmente apoiadas, a equação diferencial (2.1) tem uma solução do tipo:

$$w = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \operatorname{sen} \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} \quad (2.3)$$

Substituindo-se a solução na equação diferencial e aplicando-se as condições de contorno tem-se para a força crítica:

$$N_{xcr} = \frac{k_{\sigma} \pi^2 D}{b^2} \quad (2.4)$$

A equação (2.4) pode ser escrita para a tensão crítica e substituindo-se a rigidez D da placa pela seguinte forma bem conhecida:

$$\sigma_{cr} = k_{\sigma} \frac{\pi^2 E}{12(1 - \nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 \quad (2.5)$$

onde

k_{σ} é o coeficiente de flambagem elástica dado por:

$$k_{\sigma} = \left(\frac{m}{\alpha} + \frac{n^2 \alpha}{m}\right)^2 \quad (2.6)$$

sendo

α é a razão de aspecto igual a a/b

m é o número de semi-ondas na direção longitudinal, isto é, na direção da compressão

n é o número de semi-ondas na direção transversal da placa

Considerando que sempre ocorre uma semi-onda na direção perpendicular a aplicação da força, o coeficiente de flambagem pode ser determinado em função da razão de aspecto, α , e o número de semi-ondas, m , conforme curvas da Figura 2.2, calculadas por Timoshenko (1961).

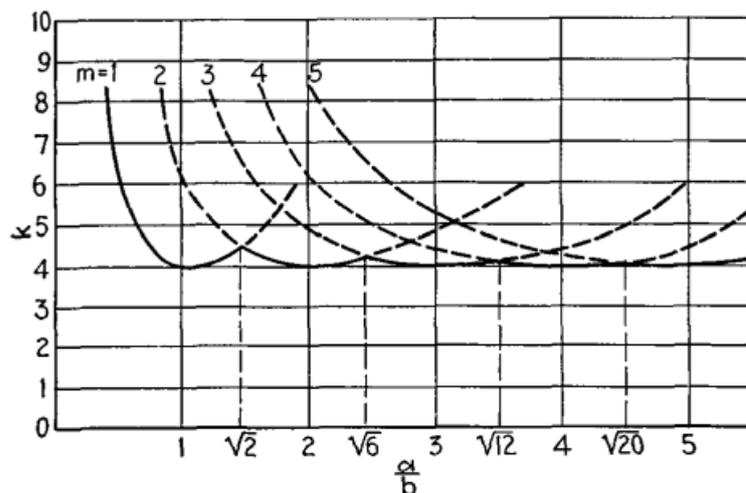


Figura 2.2: k versus α para vários m . Fonte: Timoshenko (1961).

2.2.2 Tensão crítica de placas submetidas à flexão

Para o caso de outras razões tensões normais, além de compressão pura, e abordando casos como de flexão, Timoshenko (1961) resolveu a equação (2.1) considerando um N_x em função de um fator que modifica a tensão ao longo da posição. Considerando as mesmas condições de contorno, isto é, placa simplesmente apoiada, a tensão crítica também é representada pela forma da equação (2.5), com diferentes determinações para o coeficiente de flambagem. O comportamento de k_σ em função de α , considerando valores de m de 1 a 3, para o caso de flexão pura é expresso pela Figura 2.3.

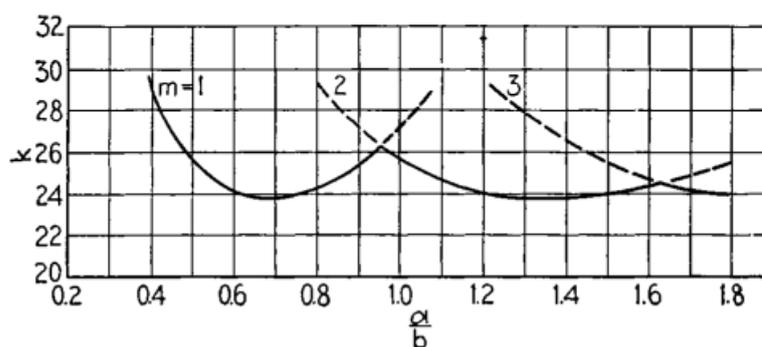


Figura 2.3: k versus α para o caso de flexão pura. Fonte: Timoshenko (1961).

2.2.3 Tensão crítica de placas submetidas ao cisalhamento puro

Segundo Alinia e Moosavi (2009), na análise de flambagem de placas simplesmente apoiadas submetidas ao cisalhamento, é impossível prever o número de meias-ondas dos modos

de flambagem. Contudo, assim como para os casos de tensões normais, a deflexão de uma placa simplesmente apoiada submetida a tensões cisalhantes pode ser representada pela forma da equação (2.3). Stein e Neff (1947) apud Timoshenko (1961) resolveram o problema para tensão crítica de cisalhamento em função do coeficiente de flambagem, k_τ , que é representado pela equação:

$$\tau_{cr} = k_\tau \frac{\pi^2 E}{12(1 - \nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 \quad (2.7)$$

Os valores de k_τ podem ser aproximados em função da razão de aspecto, α , pela seguinte equação:

$$k_\tau = 5,35 + 4/\alpha^2 \quad (2.8)$$

para $\alpha \geq 1$, valores exatos de k_τ para algumas razões de aspecto são apresentados pela Tabela 2.1.

Tabela 2.1: Valores exatos de k para várias razões de aspecto. Fonte: Timoshenko (1961).

a/b	1.0	1.2	1.4	1.5	1.6	1.8	2.0	2.5	3	4
k	9.34	8.0	7.3	7.1	7.0	6.8	6.6	6.1	5.9	5.7

2.3 Estabilidade de Placas Enrijecidas Longitudinalmente

2.3.1 Flambagem de placas enrijecidas submetidas a tensões normais

De acordo com Rockey e Leggett (1962), Chwalla (1936) foi o primeiro a analisar a influência de um enrijecedor longitudinal na flambagem de placas quadradas simplesmente apoiadas submetidas à flexão, considerando um enrijecedor localizado a uma distância de um quarto da borda mais comprimida. Mas foi Massonet (1940-1941) que apresentou uma solução geral relacionando o coeficiente de flambagem com os parâmetros, razão de área entre enrijecedor e placa, rigidez relativa e razão de aspecto para a posição do enrijecedor de 1/4.

Dubas (1948) realizou um estudo de flambagem de placas de aço enrijecidas com enrijecedor localizado a posição de um quinto em relação a borda mais comprimida. Em

comparação com o estudo anterior de Massonet (1940-1941), que considerou a posição de 1/4 em relação a borda comprimida, considerando-se os mesmos parâmetros, foi encontrado um valor máximo do coeficiente de flambagem 37% maior para posição do enrijecedor de 1/5. Evidenciando a substancial influência da posição do enrijecedor no caso de placas enrijecidas submetidas à flexão.

Em geral, a grande maioria dos estudos encontrados na literatura referem-se a enrijecedores com seção transversal retangular, contudo, há vários formatos bastante usuais, que podem ser de seção aberta, como retangular, T e L ou de seção fechada, sendo um dos mais utilizados nesse caso o de seção transversal trapezoidal. Além disso, cita-se ainda os formatos fechados triangular e retangular. Alguns exemplos de seções transversais de enrijecedores são apresentados na Figura 2.4.

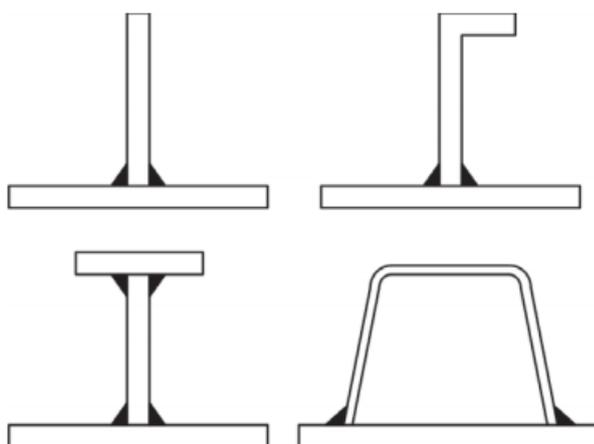


Figura 2.4: Seções transversais usuais de enrijecedores longitudinais.

Fonte:

Vayas e Iliopoulos (2014).

A principal diferença entre os formatos de seção transversal de enrijecedores está associado a rigidez, em particular no caso de seções fechadas que apresentam significativa rigidez à torção, em contrapartida aos enrijecedores de seção aberta que normalmente são considerados com rigidez à torção desprezável. Maiorana *et al.* (2011) realizaram um estudo por meio do método dos elementos finitos (MEF) comparando diversos tipos de seções transversais, dentre abertas e fechadas. O estudo revelou que para o caso de seções fechadas, considerando a mesma área de seção transversal para todos os casos, em painéis submetidos a tensões normais, o coeficiente de flambagem tem um aumento significativo em relação a seções

abertas, conforme demonstrado na Figura 2.5, sendo d a distância do enrijecedor até a borda da placa.

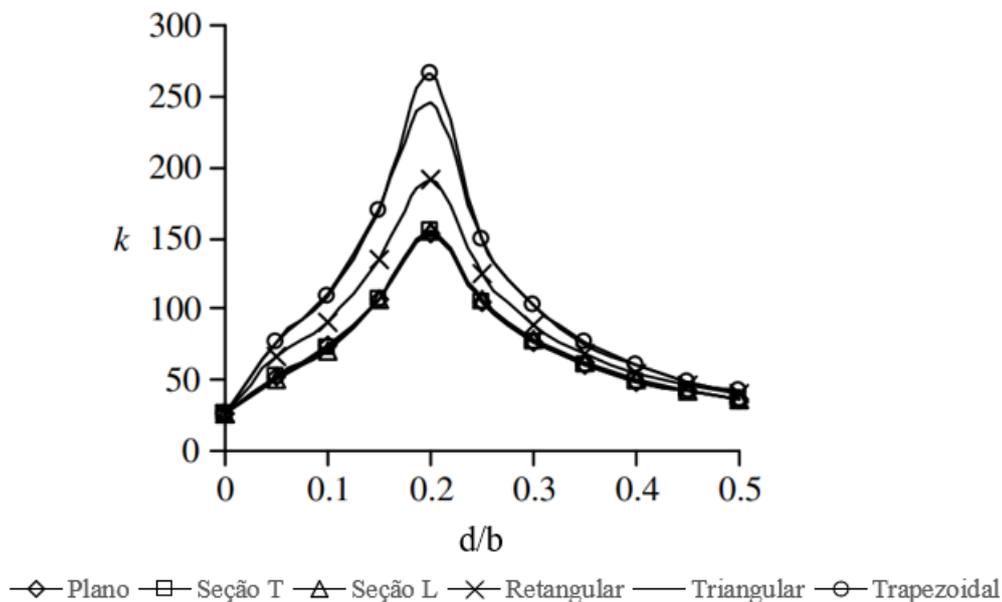


Figura 2.5: k em função da posição do enrijecedor para várias seções de enrijecedores em placas submetidas à flexão. Fonte: Adapado de Maiorana *et al.* (2011).

Uma das propriedades mais determinantes na definição de tensões críticas de painéis enrijecidos é a relação entre a rigidez do enrijecedor e da placa. Como parâmetro adimensional utiliza-se a rigidez relativa à flexão, definida como a razão entre rigidez a flexão do enrijecedor longitudinal e a rigidez a flexão da placa, calculada de acordo com a seguinte equação:

$$\gamma = \frac{EI_s}{bD} \quad (2.9)$$

onde

D é a rigidez da placa determinada pela eq. (2.2)

e I_s é o momento de inércia do enrijecedor longitudinal, que é determinado pela área efetiva do enrijecedor, A_s , composta pela área bruta da seção transversal do enrijecedor acrescida de trecho da seção da placa, adjacente a localização do enrijecedor, definida por uma largura efetiva. De

acordo com a norma EN 1993-1-5:2006, esse comprimento que deve ser somado é dado por $15\epsilon t$ de cada lado (Figura 2.6), sendo $\epsilon = \sqrt{235/f_y}$, onde f_y é dado em MPa.

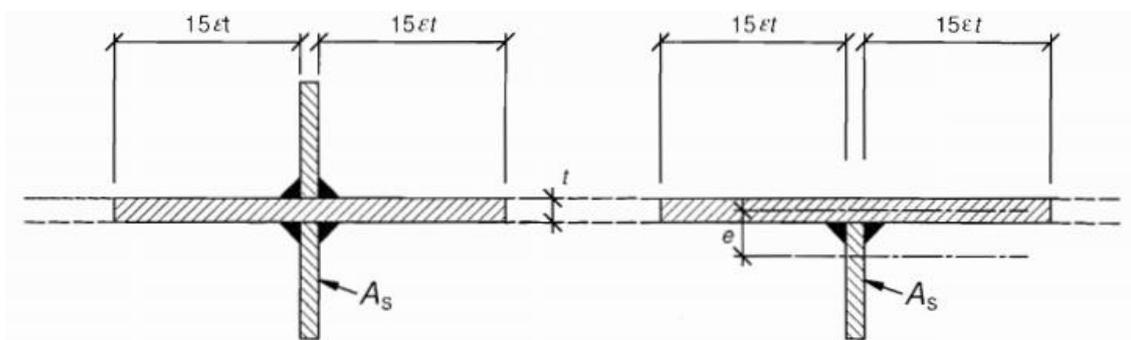


Figura 2.6: Seção transversal efetiva do enrijecedor longitudinal. Fonte: EN 1993-1-5:2006

A rigidez relativa à torção, que pode ser considerada desprezável para o caso de enrijecedores de seção aberta, é definida pela seguinte equação:

$$\varphi = \frac{GJ_s}{bD} \quad (2.9)$$

onde G é o módulo de elasticidade transversal e J é o momento polar de inércia do enrijecedor.

Denomina-se enrijecedor rígido, quando o enrijecedor é dimensionado de maneira a atingir uma rigidez à flexão suficiente para garantir uma linha nodal que se mantém reta durante a flambagem da placa, dividindo o painel em subpainéis. Nesse caso, o modo de flambagem é local dos subpainéis. Já quando o enrijecedor se desloca lateralmente em conjunto com a placa, este é chamado de enrijecedor flexível e o modo de flambagem é global. Sendo assim, a rigidez ótima (ou rigidez mínima) γ^* é tida como o menor valor da rigidez relativa γ para o qual o enrijecedor permanece reto quando a flambagem da placa acontece. A Figura 2.7 apresenta modos de flambagem local e global de placas enrijecidas submetidas à flexão pura com enrijecedores localizados a um quinto da borda mais comprimida.

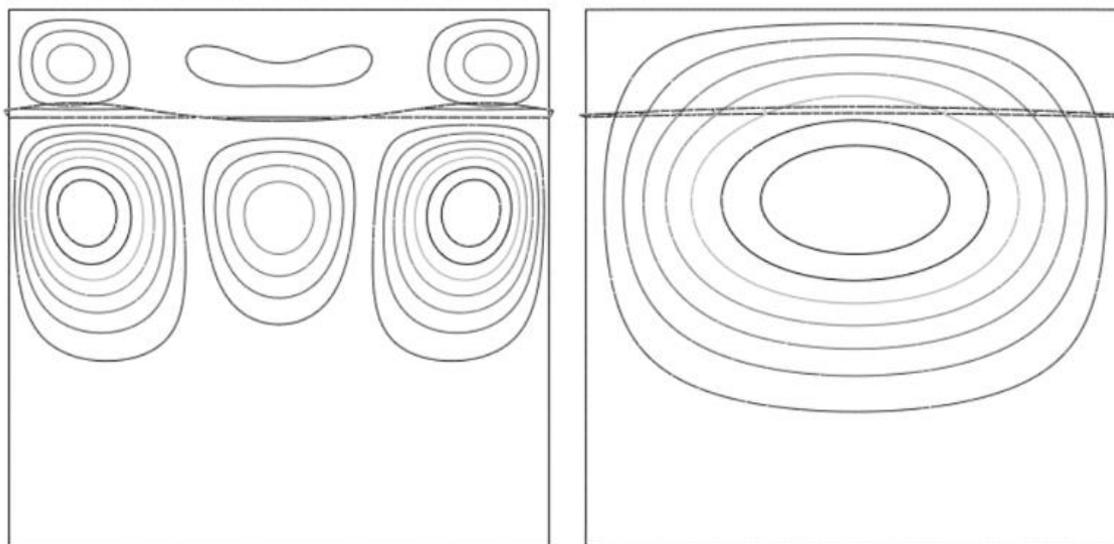


Figura 2.7: Modo de flambagem local e global de placa enrijecida submetida à flexão.

Outro parâmetro que determina diretamente o desempenho de um painel enrijecido é a posição do enrijecedor. Para o caso de compressão pura e cisalhamento a melhor localização é na metade da altura da placa. Contudo, para o caso de flexão pura ou combinação de compressão e flexão, essa posição ótima se desloca em direção à borda mais comprimida. Para o caso de flexão pura, vários autores conduziram diferentes estudos com placas simplesmente apoiadas longitudinalmente enrijecidas e definiram como posição ótima em torno de $0,2b$, ou seja, um quinto da borda mais comprimida (Dubas, 1948, Cooper, 1967 e Alinia e Moosavi, 2008).

O valor de $0,2b$ para a posição ótima é definido para a situação em que a rigidez à flexão tende para a rigidez ótima, pois para o caso de rigidezes menores a posição que leva a maiores valores de coeficiente de flambagem se altera. A Figura 2.8 mostra o comportamento do coeficiente de flambagem em relação a posição para placas quadradas submetidas à flexão.

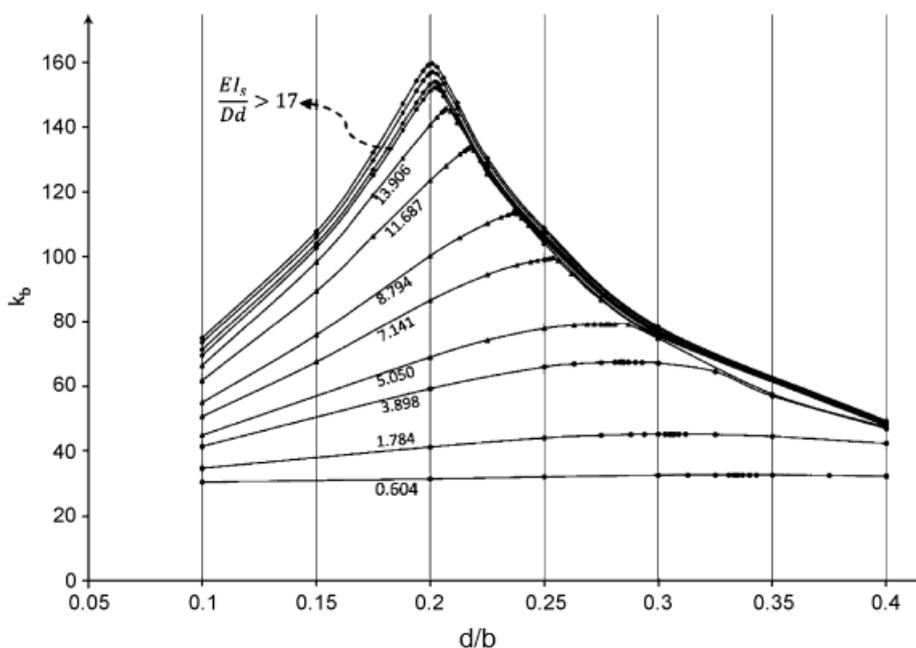


Figura 2.8: Placa enrijecida submetida à flexão com $\alpha = 1$ para várias rigidezes e posições, indicando a posição ótima como aproximadamente $0,2b$. Fonte: Adaptado de Alinia e Moosavi (2008).

Outros autores como Rockey e Leggett (1962) solucionaram o caso de placas com bordas longitudinais fixas e concluíram que a posição adequada para o caso é $0,22b$, enquanto que Azhari e Bradford (1992) realizaram estudo utilizando o método de faixas finitas para o caso almas de vigas I enrijecidas e considerando a influência das mesas como condições de contorno e encontraram como posição ótima resultados entre $0,2b$ e $0,25b$.

Ainda que se tenham trabalhos considerando condições de contorno diferentes de apoios simples nas quatro bordas, como por exemplo no caso de vigas I em que a mesas oferecem maior grau de restrição, o presente estudo considera apenas o caso de bordas simplesmente apoiadas, pois estas condições são de caráter conservador, amplamente considerado em estudos numéricos sobre o tema e pertinentes a proposta de trabalho de se fazer um paralelo entre o enrijecedor plano e clothoidal.

A razão de aspecto é parâmetro preponderante na estabilidade de placas e conforme apresentado no item 2.2 para o caso de placas não enrijecidas, a razão α influencia nos modos de flambagem variando o número de semi-ondas. Para o caso de painéis enrijecidos, além do número de semi-ondas nos modos de flambagem, a razão de aspecto se correlaciona com as propriedades do enrijecedor.

Independentemente da razão de aspecto, α , para o caso de placas enrijecidas com enrijecedores de seção aberta e submetidas à flexão, o coeficiente de flambagem atinge um mesmo patamar limite, aproximadamente. Com a diferença que para se atingir modos de flambagem local para diferentes razões de aspecto, é necessário que a rigidez relativa seja maior para valores de α crescentes. Além de tudo, não há mudança em relação a posição ótima associada a razão de aspecto. As Figuras Figura 2.9 e Figura 2.10 demonstram, numericamente, o comportamento do coeficiente de flambagem e da posição ótima, respectivamente, para diferentes valores de α .

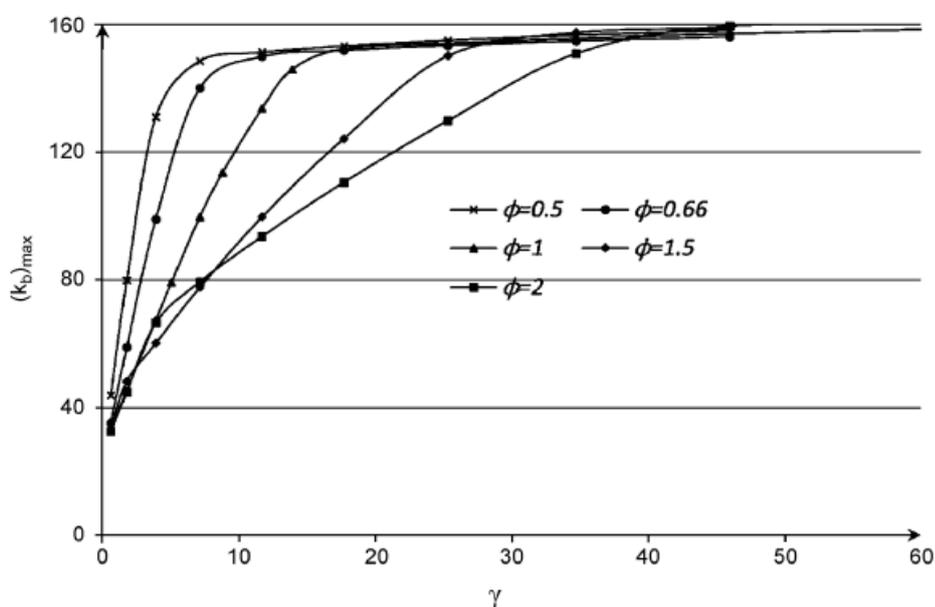


Figura 2.9: Valores máximos de k em função da rigidez relativa para diferentes razões de aspecto.

Fonte: Adaptado de Alinia e Moosavi (2008).

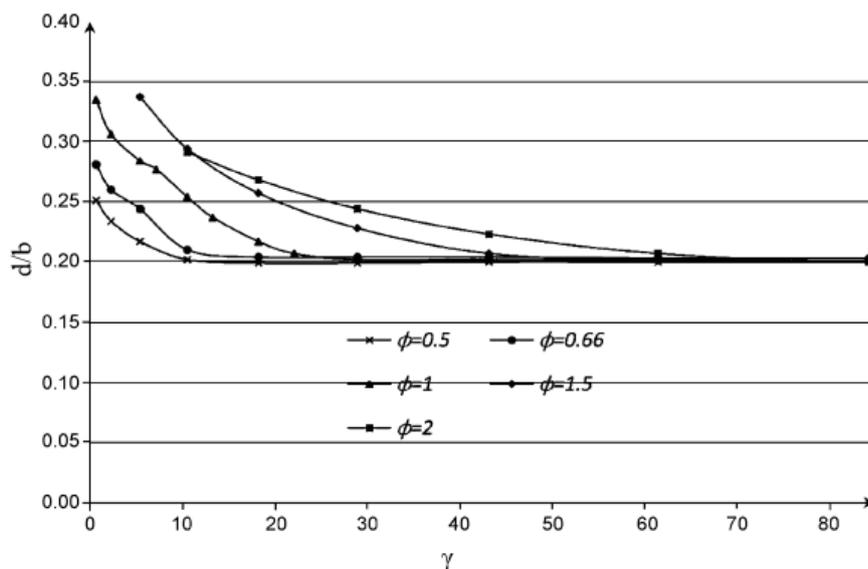


Figura 2.10: Posição do enrijecedor em função da rigidez relativa para várias razões de aspecto. Fonte: Adaptado de Alinia e Moosavi (2008).

Boa parte dos estudos de estabilidade são orientados para placas com regiões comprimidas devido a compressão pura e principalmente à flexão pura, no entanto, ocorrem situações com a combinação entre flexão e compressão. Maiorana *et al.* (2011) compararam o comportamento de placas enrijecidas para variadas razões de tensões normais para diferentes formas de seção de enrijecedores. A Figura 2.11 exibe os valores limites de k em função da posição do enrijecedor com seção retangular para diferentes razões de tensões entre as fibras extremas da placa, sendo -1, flexão pura e 1, compressão pura. O gráfico evidencia o fato de que a resposta de k é muito maior para o caso de flexão pura, que vai diminuindo a medida que a compressão pura vai predominando.

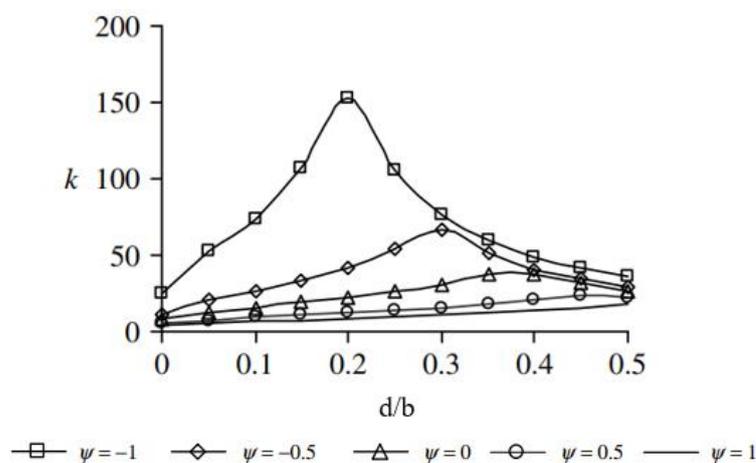


Figura 2.11: k limite em função da posição para variadas razões de tensões. Fonte: Adaptado de Maiorana *et al.* (2011).

Além de parâmetros como a rigidez e a posição de um único enrijecedor, há ainda a possibilidade de se adotar configurações com mais de 1 enrijecedor em regiões comprimidas de placas, possibilitando a divisão do painel em múltiplos subpainéis, a depender do número de enrijecedores. A utilização de múltiplos enrijecedores pode promover o aumento significativo do coeficiente de flambagem.

Rockey e Cook (1965)¹ e Rockey e Cook (1965)², estudaram analiticamente almas de vigas I enrijecidas com dois enrijecedores submetidas à flexão pura e, posteriormente, analisaram a posição ótima de placas enrijecidas com múltiplos enrijecedores (até seis). Enquanto que Vu *et al.* (2019), por meio de análise numérica, analisaram placas enrijecidas com 2 a 6 enrijecedores, determinando a posição ótima para cada caso e, por fim, propondo uma equação para a rigidez mínima em função da razão de aspecto para cada número de enrijecedores.

2.3.2 Flambagem de placas enrijecidas submetidas ao cisalhamento

O caso de placas submetidas ao cisalhamento puro implica na ocorrência de tensões principais iguais de tração e compressão orientadas a um ângulo de 45° em relação ao eixo longitudinal de uma placa retangular. A elevação dessas tensões causa a flambagem da placa e nesse sentido se justifica a utilização de enrijecedores, que tem como intuito uma maior capacidade resistente à flambagem, elevando o valor das tensões críticas. Analogamente ao caso de tensões de compressão aplicadas longitudinalmente, o painel pode apresentar um modo de flambagem global, quando o enrijecedor trabalha como flexível, ou local, quando o enrijecedor é considerado rígido, conforme pode ser visto na Figura 2.12.

Devido a distribuição de tensões de cisalhamento puro, a posição ótima para o enrijecedor é $0,5b$, dividindo o painel em dois subpainéis simétricos. Conforme mencionado no parágrafo anterior, a utilização de enrijecedores tem como objetivo maximizar o desempenho à flambagem do painel, o que similarmente ao caso de tensões normais depende dos parâmetros γ e α .

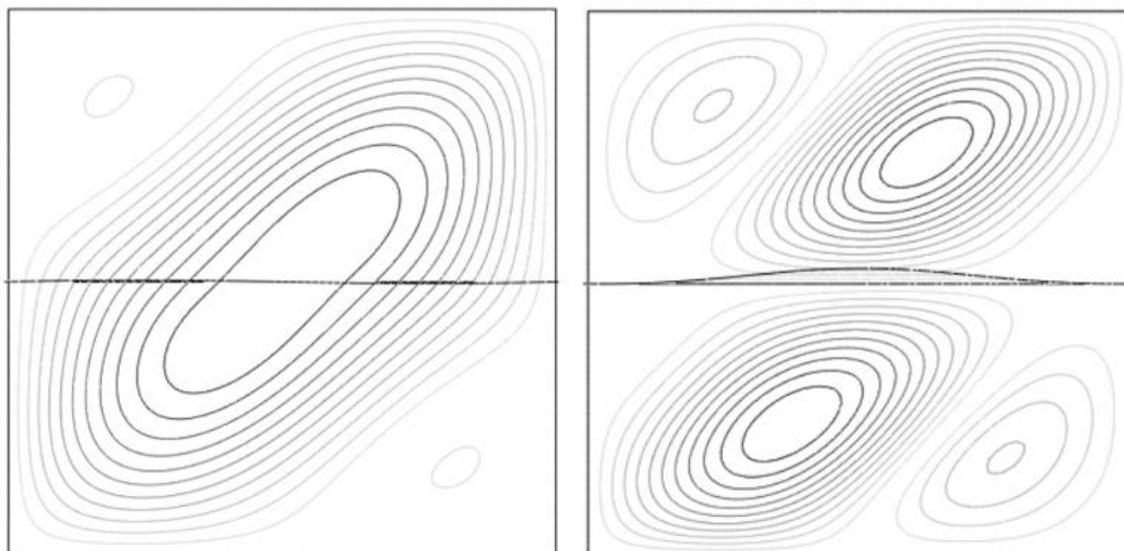


Figura 2.12: Modo de flambagem global e local de placa quadrada enrijecida sob cisalhamento puro.

Mas diferentemente dos painéis enrijecidos submetidos à flexão, para os painéis submetidos ao cisalhamento puro, os valores limites de k variam em função de α , conforme apresentado na Figura 2.13 com base nos resultados do estudo de Maiorana *et al.* (2011).

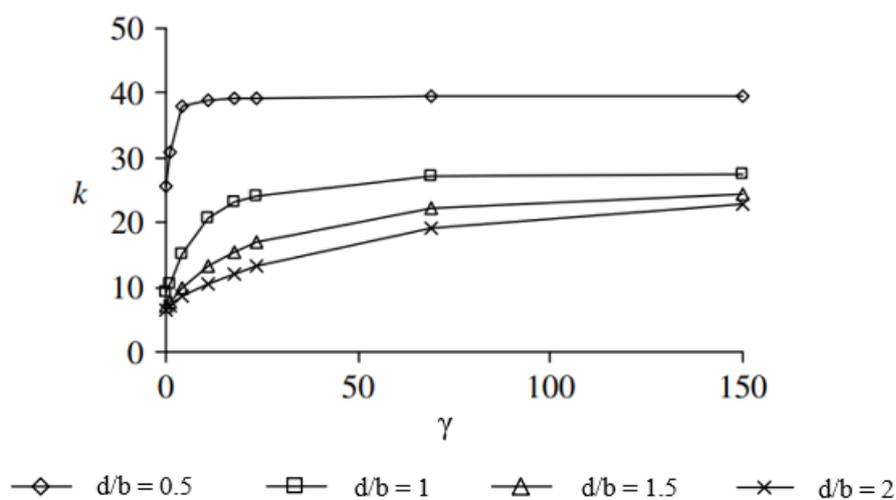


Figura 2.13: Comportamento limite de k para painéis enrijecidos submetidos ao cisalhamento puro em função da rigidez relativa para várias razões de aspecto. Fonte: Adaptado de Maiorana *et al.* (2011).

Assim como para o caso de tensões normais, a distribuição de múltiplos enrijecedores eleva significativamente o coeficiente de flambagem da placa, conforme Alinia (2005), ao analisar placas enrijecidas com um a três enrijecedores. O autor denomina em seu trabalho como placas enrijecidas com enrijecedores transversais, em referência a trechos de almas de

vigas enrijecidas transversalmente, contudo, como as 4 bordas possuem as mesmas condições de contorno (apoio), para o caso de cisalhamento puro nessas condições, na prática não há diferença entre considerar enrijecedor longitudinal ou transversal. A Figura 2.14 aponta o acréscimo de tensão crítica em relação a tensões críticas de placas não enrijecidas em função da razão de aspecto e número de enrijecedores.

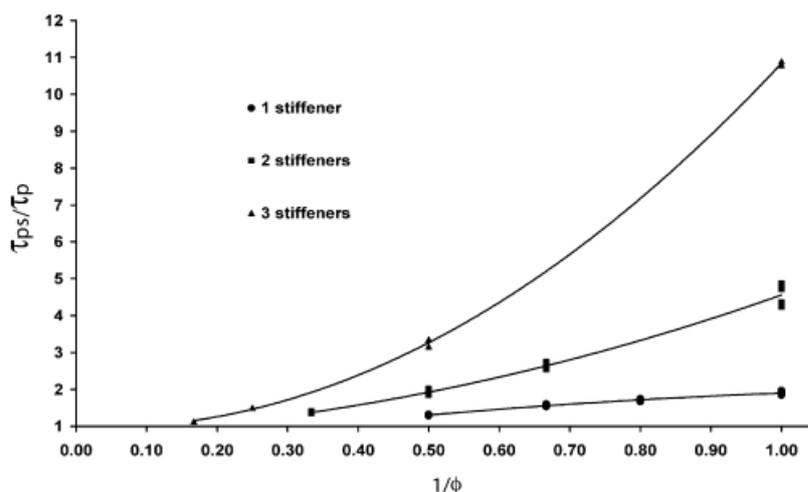


Figura 2.14: Acréscimo ótimo na tensão crítica de cisalhamento para diferentes razões de aspecto e número de enrijecedores. Fonte: Alinia (2005).

Diversos estudos foram conduzidos para situações de placas submetidas à flexão ou cisalhamento, mas também pode ocorrer a combinação entre ambos. Nesse sentido, Alinia e Moosavi (2009) utilizaram o método da energia e o método dos elementos finitos para analisar placas enrijecidas com um enrijecedor submetidas a combinação de flexão e cisalhamento. Posteriormente, Vu *et al.* (2019)² analisaram numericamente a posição ótima para várias razões de aspecto de placas submetidas à combinação de flexão e cisalhamento enrijecida com 1 e 2 enrijecedores.

A abordagem teórica para múltiplos enrijecedores e combinação de tensões de flexão e cisalhamento não será muito aprofundada pelo fato de que não serão diretamente objetos de estudo deste trabalho.

2.4 Geometria Clothoidal

A forma clothoidal foi desenvolvida e estudada com o intuito de funcionar como um eficiente conector de cisalhamento do tipo *composite dowels* entre concreto e aço, tornando o elemento estrutural, como vigas e pilares, um elemento misto de aço e concreto. De acordo com Feldmann, Kopp e Pak (2016) *composite dowels* são conectores de cisalhamento para vigas mistas que consistem em aberturas cortadas em chapas de aço.

Ainda de acordo com os autores, esses conectores podem ser dimensionados ao cisalhamento e a fadiga e sua maior aplicação é orientada para estruturas de pontes, substituindo os conhecidos *stud bolts*. Segundo Kopp *et al.* (2018), a maior vantagem do conector clothoidal em relação ao conector pino com cabeça (*stud bolt*) é a maior capacidade de carga e de deformação, mesmo para concretos de alta resistência, sendo considerado como um conector flexível. Além disso, Feldmann, Kopp e Pak (2016) citam ainda como inovação associada a esse tipo de conector, a possibilidade de não se utilizar a mesa superior de vigas de aço, cortando o topo da alma em formato clothoidal (ou *puzzle*) conectando diretamente ao concreto.

Feldmann, Kopp e Pak (2016) afirmam que o processo de fabricação desse tipo de conector deve ser feito utilizando o método de corte a gás ou a processos de corte similares ao corte a gás em termos de resistência à fadiga. A Figura 2.15 exemplifica os estágios consecutivos para se dividir uma viga I em duas vigas T com bordas de formato clothoidal.



Figura 2.15: Etapas de corte de perfil de aço em formato clothoidal. Fonte: Kozuch e Lorenc (2020).

De acordo com a aprovação técnica alemã Z-26.4-56:2018, a geometria do formato Clothoidal é completamente determinada em função do passo e_x (Figura 2.16), que tem como limite inferior 150 mm e limite superior de 500 mm. Também é definido um intervalo de espessura de aplicação do conector que varia entre 6 e 60 mm, além de outras propriedades associadas a interação com o concreto.

A aprovação técnica alemã Z-26.4-56:2018 também cobre toda a abordagem associada a especificidade dos conectores do tipo *composite dowels* (formas *clothoidal* e *puzzle*). Como o intuito deste trabalho é a análise da forma *clothoidal* atuando como enrijecedor, não são abordadas descrições sobre métodos de dimensionamento, modos de falha e demais aspectos de aplicação como conectores do tipo *composite dowels*.

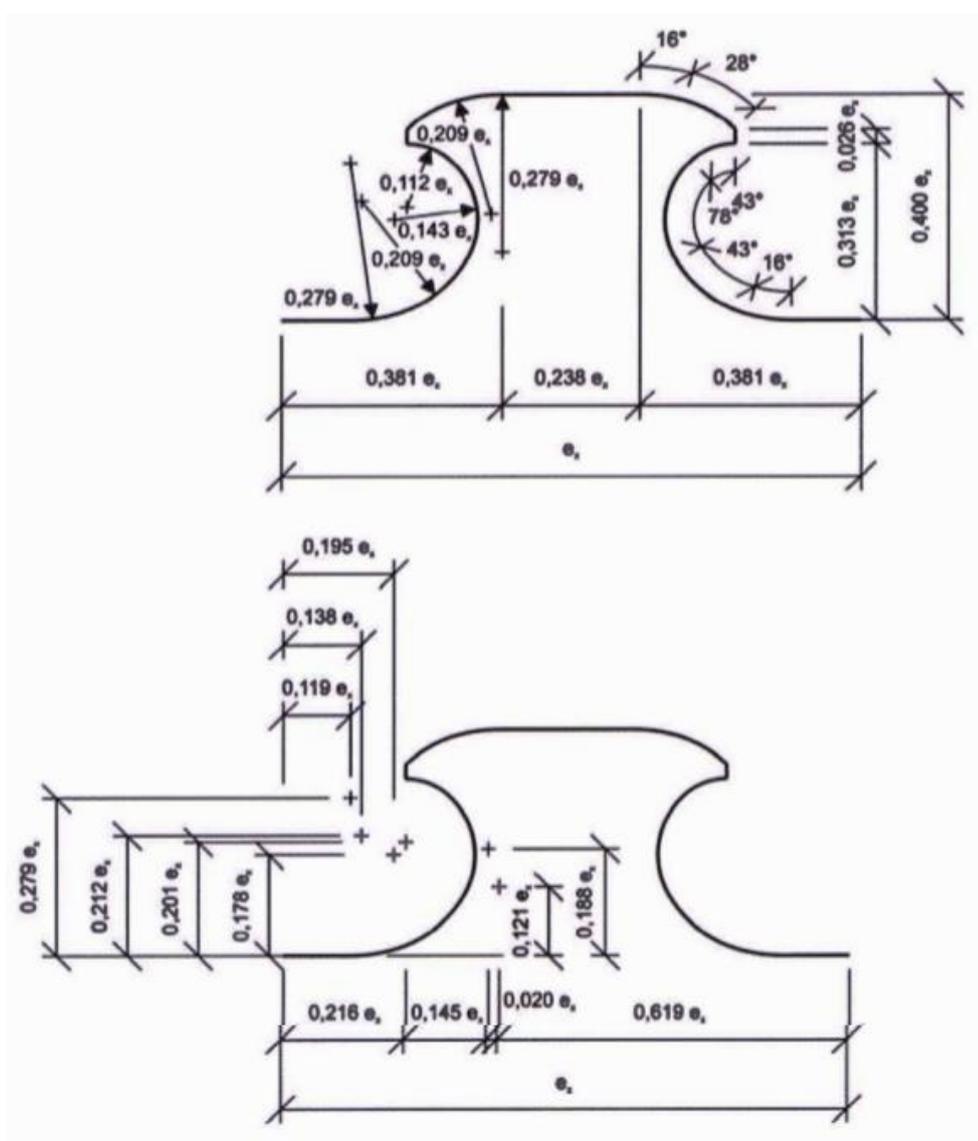


Figura 2.16: Geometria do formato clothoidal. Fonte: Z-26.4-56:2018

2.5 Procedimentos para a determinação da flambagem de placas de aço com enrijecedores longitudinais pelo EN 1993-1-5:2006.

O presente tópico descreve, sucintamente, os tipos de procedimentos para a determinação da flambagem de placas de aço enrijecidas com enrijecedores longitudinais, segundo a norma europeia EN 1993-1-5:2006. O detalhamento sobre os processos analíticos não será apresentado, tendo em vista que, o objetivo deste trabalho é realizar um estudo comparativo numérico da estabilidade elástica de placas com enrijecedores dos tipos clothoidal e plano

A norma EN 1993-1-5:2006 indica procedimentos analíticos para o cálculo da tensão crítica elástica para placas reforçadas com enrijecedores submetidas a esforços normais, nos quais, essas placas enrijecidas podem responder por meio de dois tipos de comportamento, tipo placa ou tipo pilar (Figura 2.17), nesse sentido, a tensão crítica deve ser obtida prevendo os dois modos.

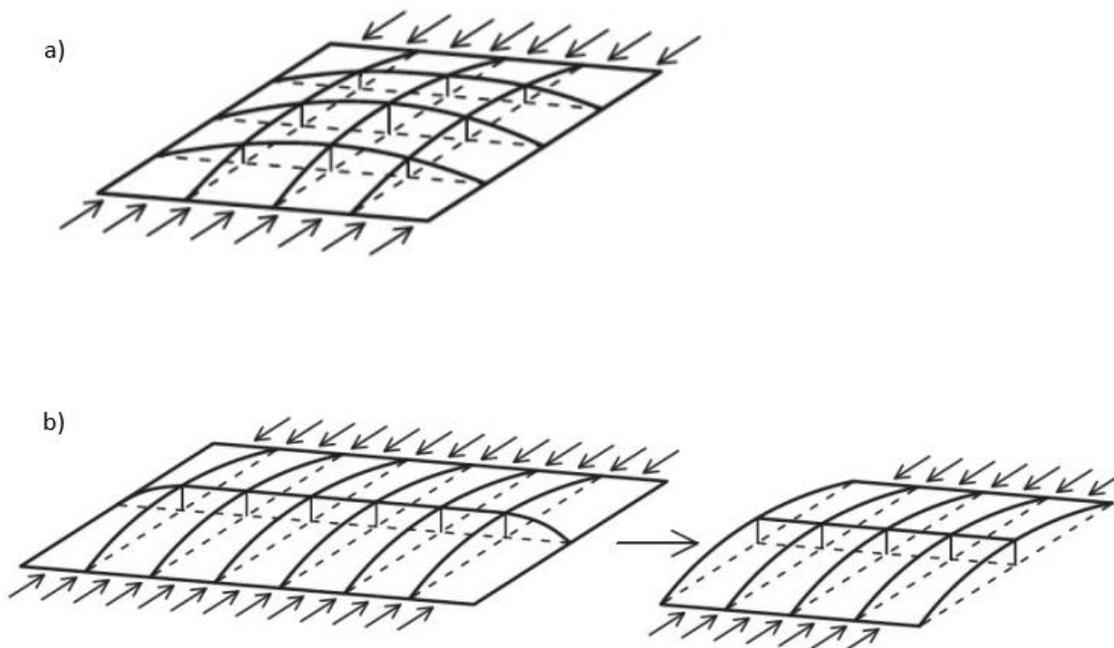


Figura 2.17: Comportamento do tipo a) placa e b) pilar para placas submetidas à compressão. Fonte:

Beg *et al.* (2010)

O comportamento tipo placa ocorre quando a razão de aspecto (a/b) são próximas, caracterizando o comportamento bidimensional, isto é, as condições de contorno da direção paralela às tensões influenciam no comportamento da placa. Nesse caso, soluções mais gerais requerem a utilização de softwares apropriados, sendo apenas alguns casos contemplados com procedimentos aproximados pela norma.

Já o comportamento do tipo pilar está relacionado a mecanismos unidimensionais e a baixa reserva de capacidade resistente no regime pós crítico. Nesse caso se aplica o procedimento preconizado pela norma para a flambagem de pilares, adaptado para as características impostas pela condição do enrijecedor.

Considerando o comportamento tipo placa, a EN 1993-1-5:2006 estabelece dois procedimentos, o primeiro aborda o contexto de painéis submetidos à compressão pura enrijecidos com três ou mais enrijecedores distribuídos simetricamente e o segundo simula a condição de trechos de vigas I enrijecidas com um ou dois enrijecedores localizado na região de compressão.

Em resumo, o caso de placas enrijecidas com um ou dois enrijecedores a norma estabelece o cálculo da tensão crítica global presumindo um comportamento de pilar fictício para uma região composto pelo enrijecedor em conjunto com trechos adjacentes da placa limitado por um apoio elástico contínuo, associado a rigidez conferida pela placa. Quando se utiliza dois enrijecedores, a EN 1993-1-5:2006 estabelece que a tensão crítica é definida analisando-se individualmente cada um dos enrijecedores como pilar fictício e considerando o outro como um apoio rígido e ainda considerando um enrijecedor equivalente fictício combinando os dois enrijecedores. A tensão crítica adotada deve ser o resultado com menor valor entre as três análises.

Quanto a condição de painel sob compressão pura com mais de dois enrijecedores, a norma considera o método da placa ortotrópica, isto é, com rigidezes distintas para cada uma das duas direções, sendo fornecido um método analítico aproximado para obtenção do coeficiente de flambagem.

Além disso, a norma também sugere a utilização de gráficos específicos, programas computacionais especializados e análise via MEF para a determinação do coeficiente de flambagem de placa para casos mais abrangentes.

3 MODELO DE ANÁLISE

3.1 Considerações Iniciais

O método dos elementos finitos (MEF) é uma ferramenta que tem ampla aplicação em diversas atuações da engenharia estrutural. Esse método possibilita resoluções adequadas e bem aproximadas para problemas com solução analítica complexa ou para representação de análises experimentais custosas e trabalhosas. Nesse sentido, uma análise por MEF pode propiciar a compreensão da influência de diversos parâmetros associados a um problema em estudo, sendo razoável a execução de uma grande quantidade de modelos.

Um dos maiores pontos de atenção em relação à construção de um modelo numérico deve ser a definição das suas características, de maneira a representar o mais fidedignamente o problema real. Dentre essas características ressalta-se a escolha do tipo de elemento, o tipo de análise, as condições de contorno, a aplicação de forças, tamanho e distribuição dos elementos finitos no modelo estrutural e demais considerações intrínsecas ao problema em estudo.

Utilizou-se para esse estudo, o software ABAQUS 6.14 que utiliza o mencionado método dos elementos finitos e é amplamente utilizado em problemas de engenharia estrutural, incluindo problemas de estabilidade, como é o caso desse trabalho. O software também oferece uma ampla gama de recursos e integração com outras plataformas, facilitando o desenvolvimento do trabalho.

Para a celeridade e viabilidade das análises, foram elaborados scripts utilizando a linguagem de programação Python 3.8. Isso possibilitou a geração automatizada de modelos numéricos por meio da inserção de listas de parâmetros. Além disso, foi por meio de algoritmos que se estabeleceu um procedimento de iteração para a busca por enrijecedores planos com comportamento equivalente a enrijecedores com geometria clothoidal.

3.2 Definição da Geometria

A definição da geometria do modelo de referência para o estudo foi elaborada considerando condições que se aproximem de padrões na prática, normatizações, estudos científicos similares e, também, que melhor se adequem as características e adaptações do

presente trabalho. Nesse sentido, o modelo padrão (Figura 3.1) foi definido com as seguintes considerações geométricas:

- a) placa retangular com espessura uniforme
- b) a é o comprimento do painel em mm
- c) altura do painel fixa, b , igual a 2000 mm
- d) espessura da placa fixa, t , igual a 6 mm
- e) b_s é a largura do enrijecedor em mm
- f) espessura do enrijecedor fixa, t_s , igual a 10 mm
- g) o comprimento do enrijecedor é igual ao comprimento da placa
- h) d é a posição do enrijecedor em relação à fibra superior da placa

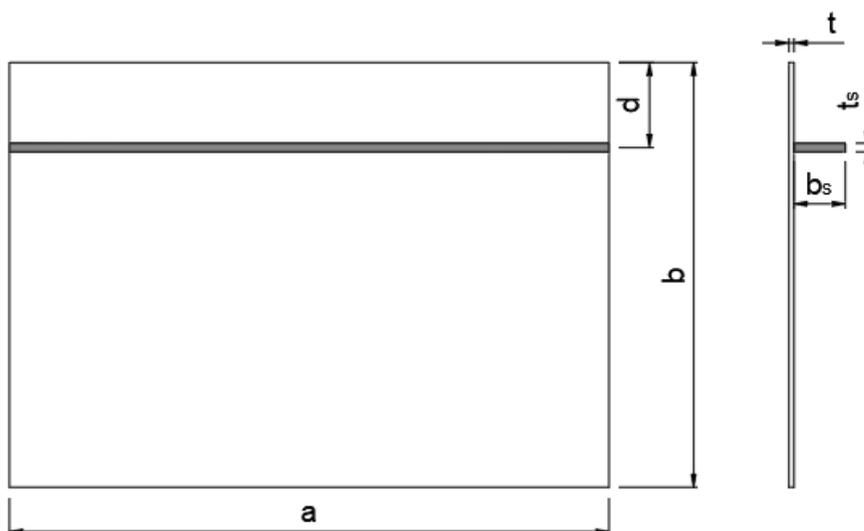


Figura 3.1: Propriedades geométricas do painel enrijecido

Conforme citado anteriormente, as dimensões foram definidas de maneira a se aproximar de padrões usuais e, nesse sentido, o comprimento b foi definido inicialmente igual a 2000 mm por se tratar de um valor de aplicação razoável e, também, considerando o passo e_x , de maneira a não ter um número muito reduzido de “dentes” para maiores valores de e_x .

Como a altura b e a espessura t da placa foram mantidas fixas, por consequência, a esbeltez b/t também é mantida com um valor constante igual a 333,33. Nesse caso, sendo considerada esbelta com base na EN 1993-1-1:2005, que especifica como classe 4 o caso de almas de vigas de aço submetidos à flexão com $b/t > 124\epsilon$. Isso significa que a flambagem local ocorre antes da tensão de escoamento ser atingida.

O enrijecedor clothoidal é composto por uma parte plana associada a uma parte com a geometria determinada em função do parâmetro e_x , conforme definido em 2.4. Tomou-se como definição metodológica a comparação equivalente entre painéis enrijecidos com enrijecedores de formato clothoidal e plano, considerando-se sempre a mesma altura, b_s , para ambos os casos (Figura 3.2).

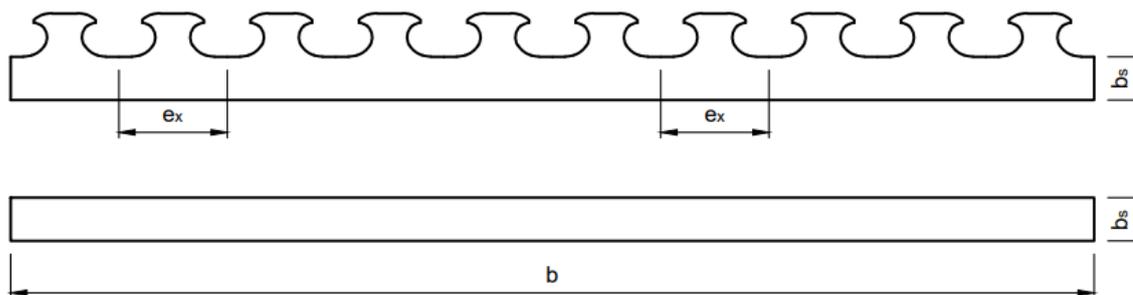


Figura 3.2: Propriedades dos enrijecedores clothoidal e plano.

A rigidez a flexão relativa, γ , determinada pela equação (2.7), é calculada nesse estudo, a princípio, desconsiderando-se a parcela variável da geometria clothoidal no cálculo do momento de inércia do enrijecedor, I_s . Nesse caso, um enrijecedor plano e um enrijecedor clothoidal, independente de e_x e ambos com os mesmos valores de b_s , têm valores iguais de γ .

3.3 Propriedades do material

Por se tratar de uma análise de estabilidade elástica, o comportamento do material é linear e considera-se apenas o trecho da curva tensão *versus* deformação até o patamar de escoamento. No caso, considerou-se um mesmo aço tanto para a placa quanto para os enrijecedores com as seguintes propriedades:

- a) módulo de elasticidade, E , igual a 210.000 MPa
- b) coeficiente de Poisson, ν , igual a 0,3
- c) tensão de escoamento, f_y , igual a 235 MPa

Por ser uma análise elástica, a tensão de escoamento não é usada diretamente nas considerações do modelo, contudo, o valor de f_y é utilizado para o cálculo do parâmetro ε , definido pela norma europeia EN 1993-1-1:2005 e utilizado nesse estudo como referência para

avaliação da esbeltez e no cálculo da rigidez relativa, por meio da definição da largura efetiva que compõe a área, as, do enrijecedor.

3.4 Carregamento e condições de contorno

O estudo considerou painéis longitudinalmente enrijecidos simplesmente apoiados e submetidos a tensões normais e de cisalhamento. Em relação as tensões normais, considerou-se desde o caso de flexão pura, representado pela razão de tensões de compressão e tração, $\psi = -1$, caracterizando a distribuição em que as tensões de tração e compressão são máximas nas fibras extremas opostas e a linha neutra corta o centro da face carregada, passando por distribuições intermediárias com o aumento da parcela de compressão até configurar o estado de compressão pura ($\psi = 1$), caracterizando uma distribuição uniforme de tensões normais ao longo da seção transversal carregada. Quanto as tensões de cisalhamento, considerou-se a situação de cisalhamento puro, isto é, sem a combinação com tensões normais.

Para os casos de tensões normais no modelo numérico, aplicou-se forças distribuídas linearmente utilizando a opção *shell edge load* para modelos do tipo casca, definido por uma equação em função de ψ , ao longo das faces transversais. A Figura 3.3 apresenta modelos de painéis enrijecidos submetidos a tensões normais para os casos de flexão pura, compressão pura e combinações de flexão e compressão.

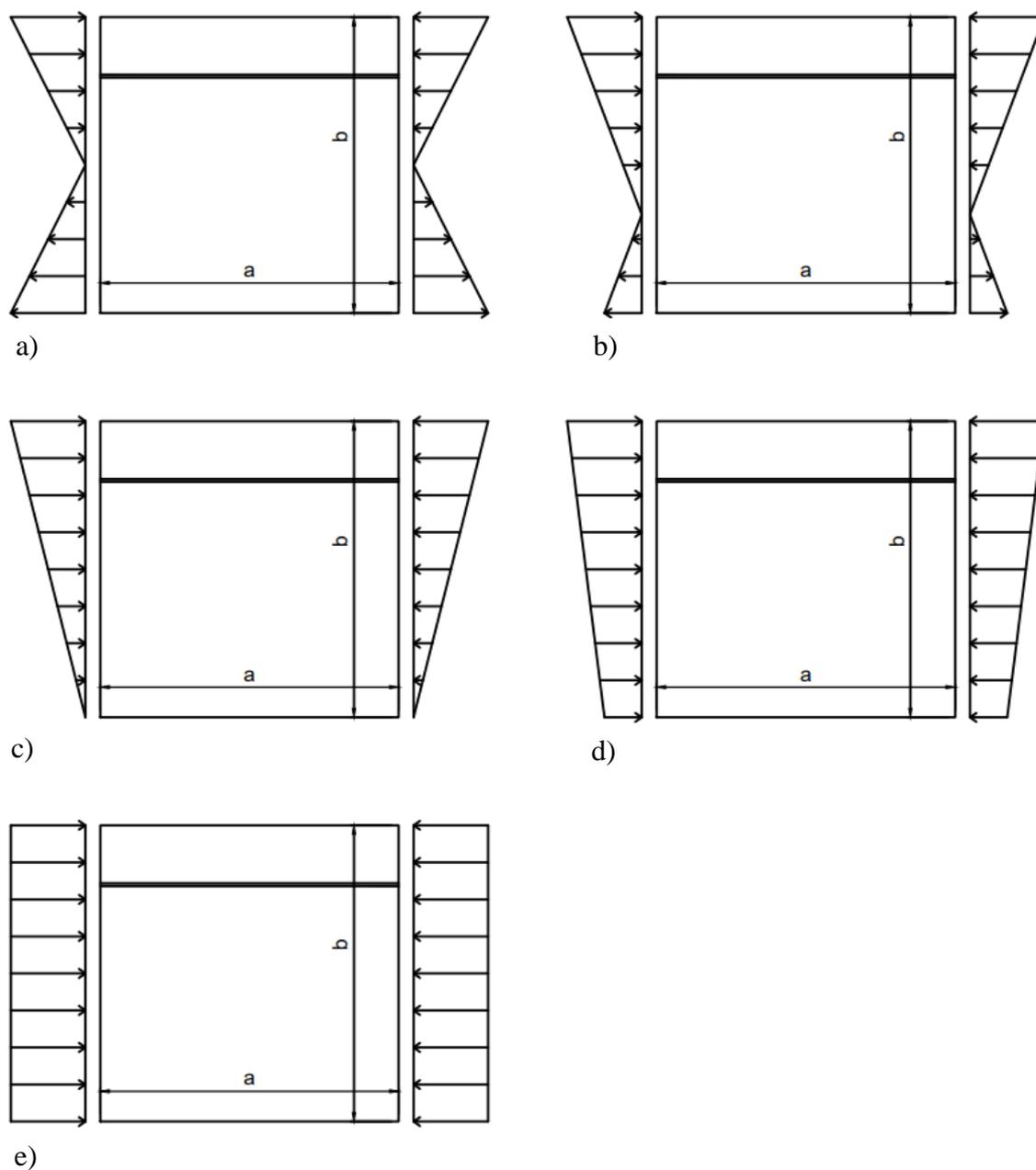


Figura 3.3: Representação de carregamento normal com razão de tensões de: a) $\psi = -1,0$; b) $\psi = -0,5$; c) $\psi = 0,0$; d) $\psi = 0,5$; e) $\psi = 1,0$.

Já para a situação de cisalhamento adotado como constante, foi reproduzido por meio da aplicação de forças uniformemente distribuídas ao longo das quatro bordas da placa, conforme representado na Figura 3.4.

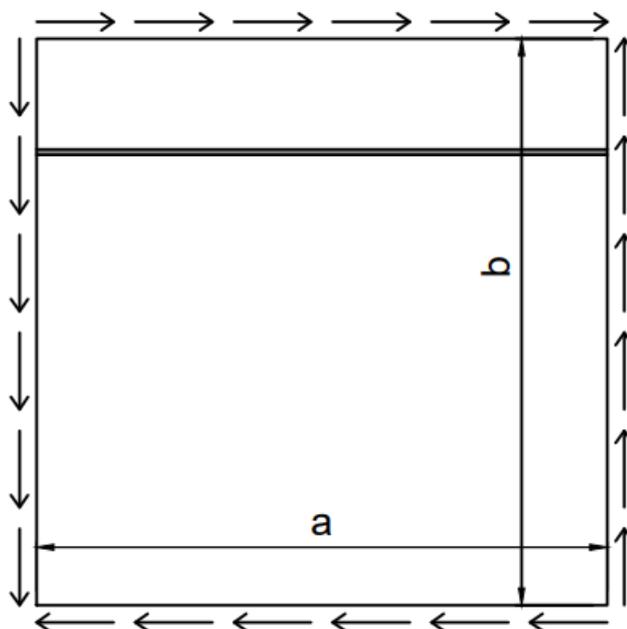


Figura 3.4: Representação de aplicação de tensões de cisalhamento.

As condições de contorno foram adotadas de maneira a simular uma placa apoiada ao longo de suas bordas, atendendo as devidas condições de equilíbrio. Sendo assim, todas as bordas foram restritas na direção normal ao plano da placa (eixo x), além disso, as respectivas rotações associadas aos apoios nas bordas foram restritas, conforme pode ser observado na Figura 3.5. E com o intuito de garantir o equilíbrio do modelo, restringiu-se de maneira simétrica os pontos médios 3 na direção y e 4 na direção z , para os modelos sob efeito de tensões normais. E para o caso de modelos de cisalhamento restringiu-se na direção z o ponto 4, como mostrado na Figura 3.6.

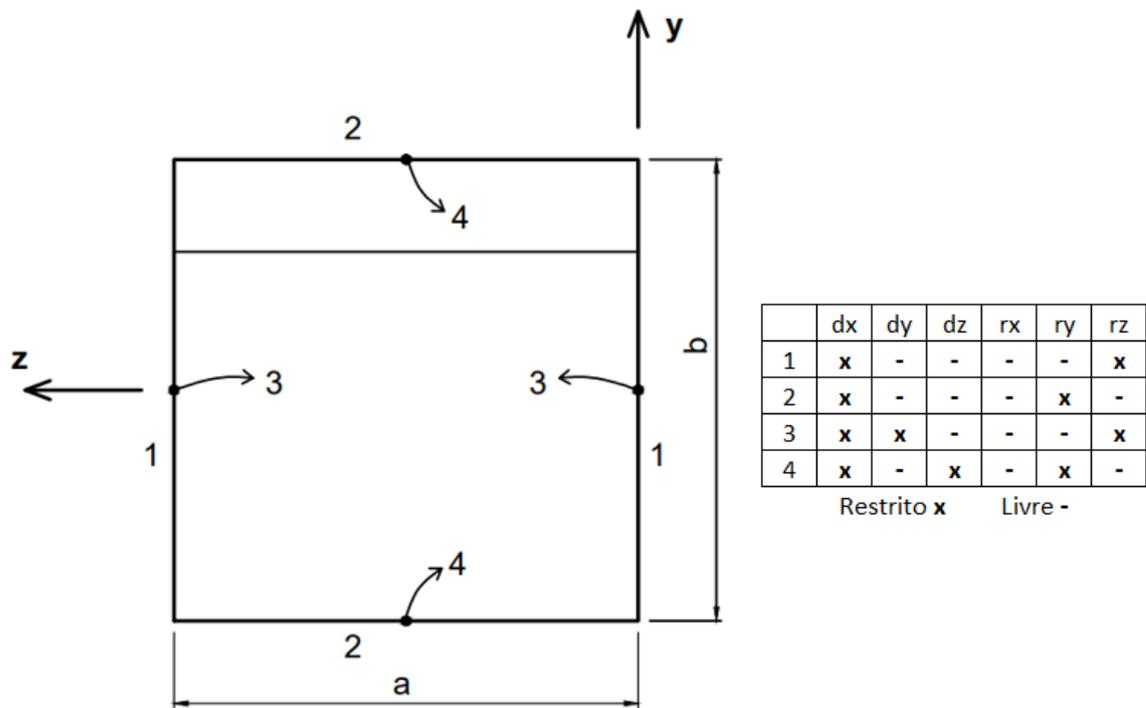


Figura 3.5: Condições de contorno dos modelos submetidos a tensões normais.

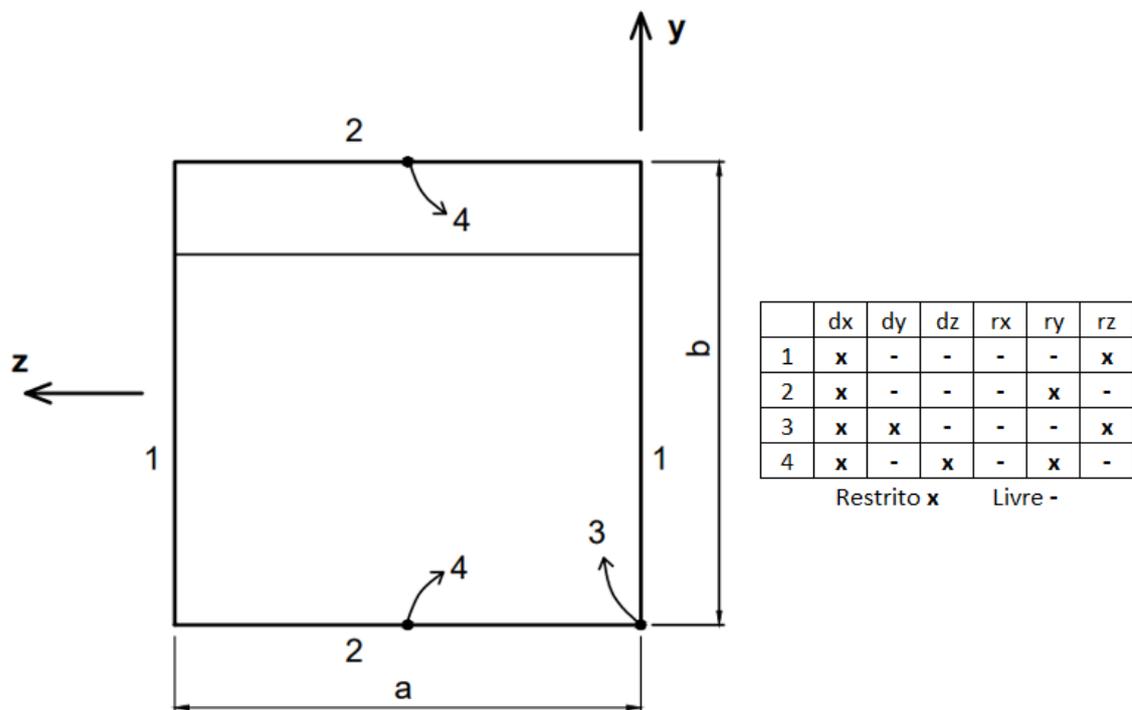


Figura 3.6: Condições de contorno dos modelos submetidos a cisalhamento.

3.5 Elementos finitos e malha

O modelo de painel enrijecido, tanto placa quanto enrijecedor, foram modelados como tipo casca, normalmente adequado para elementos estruturais planos com pequenas espessuras e amplamente utilizado para representar sistemas em aço. Dentre os tipos de elementos finitos do tipo casca disponíveis na biblioteca do Abaqus utilizou-se para os modelos o elemento finito S8R, quadrilateral do tipo casca com 6 graus de liberdade por nó, 8 nós e método de integração reduzida.

Quanto ao tamanho base do elemento, avaliou-se a sensibilidade dos resultados com diferentes tamanhos, referências da literatura, que adotam elementos finitos com lado de $b/20$ a $b/60$ (Alinia e Moosavi, 2008; Maiorana *et al.*, 2011; Vu *et al.*, 2019 e Ferreira Filho, 2019) e ainda considerando as características da geometria clothoidal dos enrijecedores, adotou-se uma malha com elementos de lado iguais a razão $b/40$, o que corresponde a uma dimensão de 50 mm (Figura 3.7).

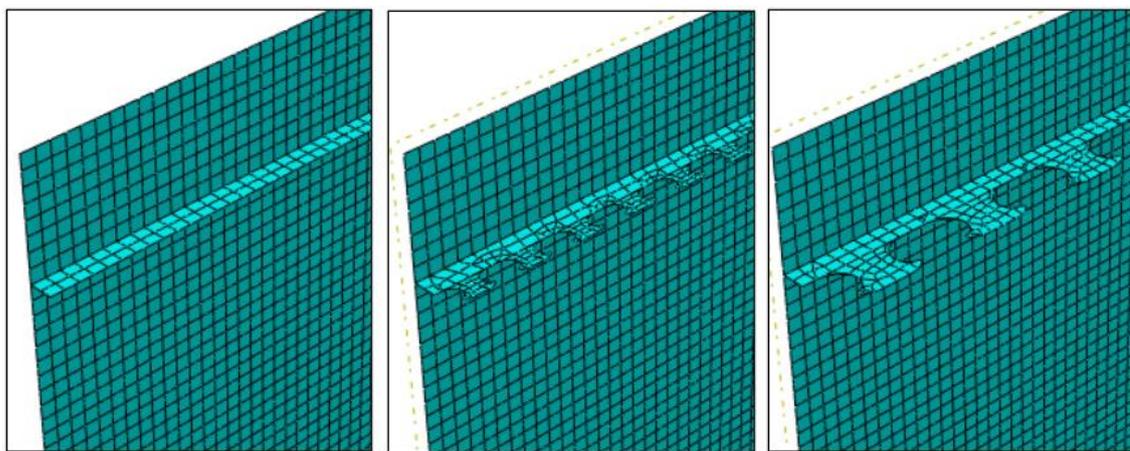


Figura 3.7: Modelos com malha de elementos com tamanho de $b/40$ (50 mm).

3.6 Scripts

Após a validação do modelo numérico, *scripts* utilizando a linguagem de programação Python foram desenvolvidos para facilitar a análise numérica de vários parâmetros. Foram construídos quatro *scripts* bases, dois para implementação de modelos submetidos a tensões normais e dois para modelos submetidos a tensões cisalhantes. Sendo que para cada tipo de

tensão elaborou-se códigos separados para painéis enrijecidos com enrijecedor plano e clothoidal.

A composição de cada script constitui-se da função de reproduzir todas as etapas da análise numérica, desde a construção da geometria, passando pela definição de todas as propriedades e características do modelo até a execução da análise numérica e, por fim, a exportação de autovalores para planilhas externas.

Essas macros possuem listas como dados de entrada, que são preenchidos por parâmetros pertinentes a análise de interesse. Um script para painéis enrijecidos com enrijecedor clothoidal e submetido a tensões normais, por exemplo, têm como parâmetros e_x , ψ , b_s (que determina a variação de γ), d/b e α .

3.7 Validação do modelo numérico

Para a aferição inicial das características definidas no modelo, analisou-se placas não enrijecidas submetidas à flexão pura e compressão uniforme ($\psi = -1$ e $\psi = 1$), comparando os valores obtidos numericamente de coeficiente de flambagem com os resultados teóricos. Para ambos os casos genéricos, os valores numéricos de k coincidiram satisfatoriamente com os valores teóricos, conforme a Tabela 3.1.

Tabela 3.1: Comparação de resultados numéricos e teóricos para placas não enrijecidas.

ψ	α	k_{MEF}	$K_{teórico} - Timoshenko (1961)$	Dif. (%)
-1	1	25,53	25,6	0,27
1	1	4,00	4,00	0

Modelos sob efeito de flexão pura, isto é, $\psi = -1$, para as condições de placa quadrada simplesmente apoiada e longitudinalmente enrijecida em função da variação da posição do enrijecedor, foram validados com os estudos de Alinia e Moosavi (2008), Maiorana *et al.* (2011) e por meio de análises realizadas pelo software EBPlate 2.01. A Figura 3.8 mostra o comportamento comparativo entre curvas em função da posição do enrijecedor, sendo que para o caso de placas não enrijecidas ($d/b = 0,0$) o modelo numérico apresentou diferença relativa de 0,02% em relação aos valores encontrados por Alinia e Moosavi (2008) e, também, pelo EBPlate 2.01, já em relação aos resultados de Maiorana *et al.* (2011), a diferença foi de 1,47%.

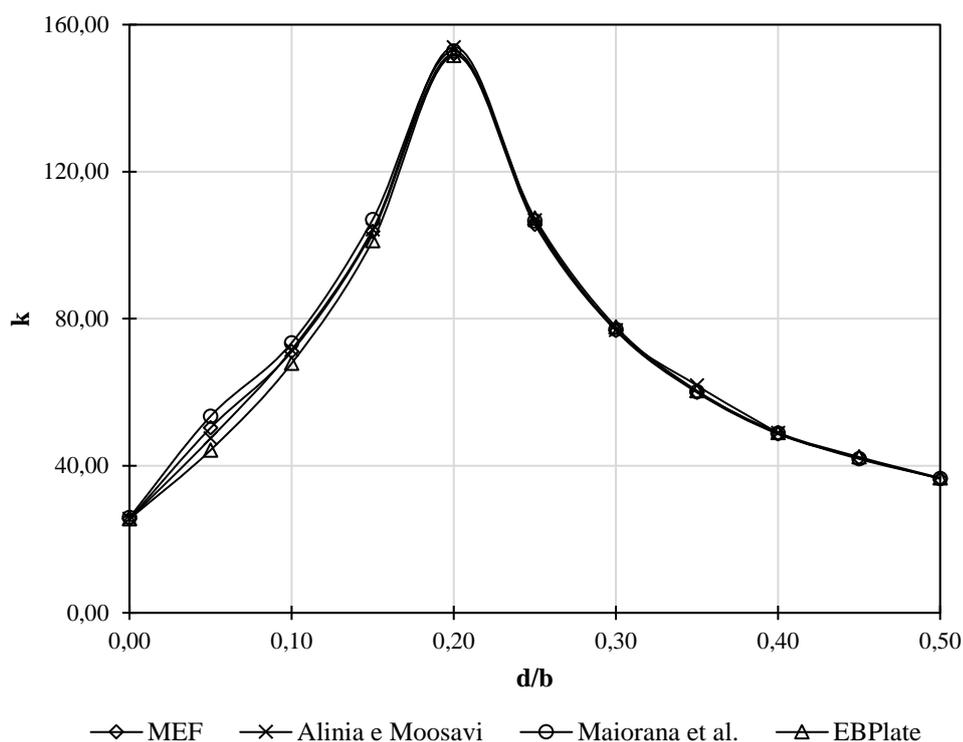


Figura 3.8: k versus d/b para $\psi = -1$ entre o modelo numérico e outras referências.

Considerando o enrijecedor na posição $0,2b$, que representa os maiores valores de k , as diferenças foram de 1,23%, 0,54% e 0,27% comparando os resultados numéricos com Alinia e Moosavi (2008), Maiorana *et al.* (2011) e EBPlate 2.01, respectivamente. Os valores e diferenças encontradas em relação as diferentes fontes e posições do enrijecedor são apresentados na Tabela 3.2.

Como o intuito deste trabalho é fazer um estudo para diferentes parâmetros, validou-se também a modelagem com outras razões de tensões ($\psi = -0,5$ a $\psi = 1$). Nesse caso, os resultados foram comparados com o estudo de Maiorana *et al.* (2011) e com valores obtidos por meio de análise com o software EBPlate 2.01, obtendo-se comportamentos bem próximos para quase todas as situações (Figura 3.9).

Tabela 3.2: Resultados numéricos de placas enrijecidas com enrijecedoes planos, submetidas à flexão pura em comparação com os estudos de Alinia e Moosavi (2008), Maiorana *et al.* (2011) e EBPlate.

d/b	k_{MEF}	$k_{Maiorana}$	Dif. (%)	k_{Alinia}	Dif. (%)	$k_{EBPlate}$	Dif. (%)
0,00	25,53	25,91	1,47	25,53	0,02	25,53	0,02
0,05	50,32	53,49	5,93	47,46	6,02	44,27	13,67
0,10	71,08	73,42	3,19	71,55	0,66	67,84	4,77
0,15	103,76	106,98	3,00	104,27	0,49	101,26	2,48
0,20	152,00	152,82	0,54	153,89	1,23	151,60	0,27
0,25	105,67	106,64	0,92	106,79	1,05	107,39	1,60
0,30	76,78	77,08	0,38	76,94	0,21	77,79	1,30
0,35	59,93	60,13	0,33	61,84	3,09	60,43	0,82
0,40	48,65	48,84	0,38	48,90	0,51	49,02	0,76
0,45	42,14	41,86	0,66	-	-	42,38	0,58
0,50	36,46	36,54	0,23	-	-	36,69	0,63

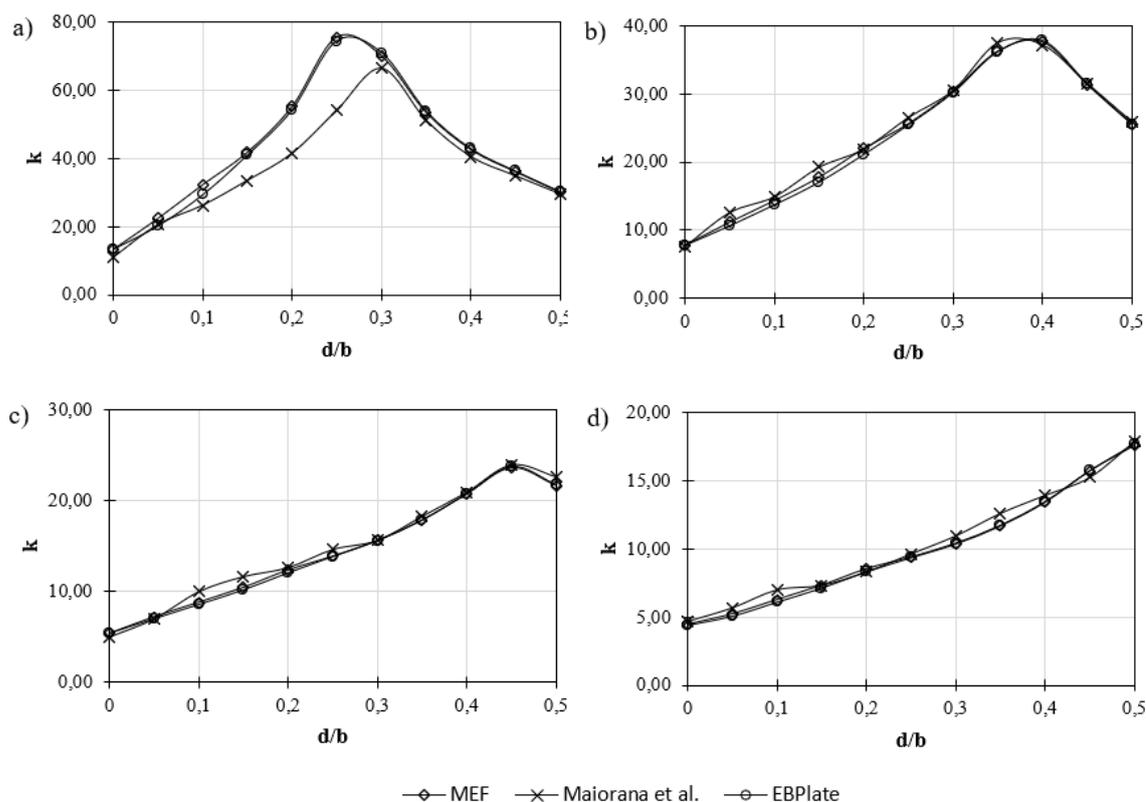


Figura 3.9: Comparação de k versus d/b entre o modelo numérico, Maioran *et al.* e EBplate para: a) $\psi = -0,5$; b) $\psi = 0,0$; c) $\psi = 0,5$; d) $\psi = 1,0$.

As diferenças mais significativas foram encontradas em trecho da curva para $\psi = -0,5$, chegando a 39,68% para o valor do coeficiente de flambagem k no ponto de maior discrepância, na posição 0,25b, se comparado com os resultados obtidos por Maiorana *et al.* Conforme pode ser observado na Figura 3.9.a), houve também uma mudança em relação a posição ótima para o caso, enquanto o modelo numérico e os resultados pelo programa EBPlate indicam um melhor desempenho para o enrijecedor localizado a uma posição próxima de 0,25b em relação a borda mais comprimida, a curva obtida por Maiorana *et al.* tende para um melhor desempenho na posição mais próxima de 0,30b. Contudo, ressalta-se que os resultados foram obtidos por softwares e algumas considerações distintas (forças aplicadas diretamente nos nós, dimensões absolutas dos painéis e número de nós por elemento diferentes), e ainda, os resultados coincidiram para todas as demais comparações, o que significa que tal diferença não indica inconsistência dos modelos.

Para o caso de placas não enrijecidas submetidas a tensões cisalhantes também se comparou o resultado obtido pelo presente trabalho com o valor teórico, conforme apresentado na Tabela 3.3, encontrando uma diferença relativa de 0,18%.

Tabela 3.3: Resultados numéricos e teóricos para placas não enrijecidas sob cisalhamento puro.

	α	k_{MEF}	$K_{teórico} - Timoshenko (1961)$	Dif. (%)
τ	1	9,32	9,34	0,18

Já a validação dos modelos de placas enrijecidas com enrijecedores planos, submetidas ao cisalhamento puro ocorreu confrontando os valores do coeficiente de flambagem em função da posição do enrijecedor com os encontrados no estudo de Maiorana *et al.* e pelo EBPlate, com diferenças relativas em geral abaixo de 2%, com um único caso excepcional, de 3,20%, entre o k numérico e o encontrado por Maiorana *et al.* (Tabela 3.4). Conforme a Figura 3.10, os valores de k aumentaram sucessivamente em função da posição do enrijecedor, atingindo melhor desempenho na posição $d/b = 0,5$, o que era esperado para o caso de cisalhamento.

Tabela 3.4: Resultados numéricos de placas enrijecidas com enrijecidos planos submetidas ao cisalhamento em comparação com Maiorana *et al.* (2011) e EBPlate.

d/b	σ_{cr}	k_{MEF}	$k_{Maiorana}$	Dif. (%)	$k_{EBPlate}$	Dif. (%)
0,0	15,93	9,32	9,32	0,03	9,33	0,02
0,1	20,23	11,84	11,65	1,63	11,85	0,08
0,2	23,71	13,88	13,69	1,38	13,92	0,29
0,3	28,94	16,94	16,80	0,86	17,00	0,34
0,4	36,48	21,36	21,55	0,91	21,18	0,83
0,5	44,79	26,22	27,09	3,20	25,84	1,46

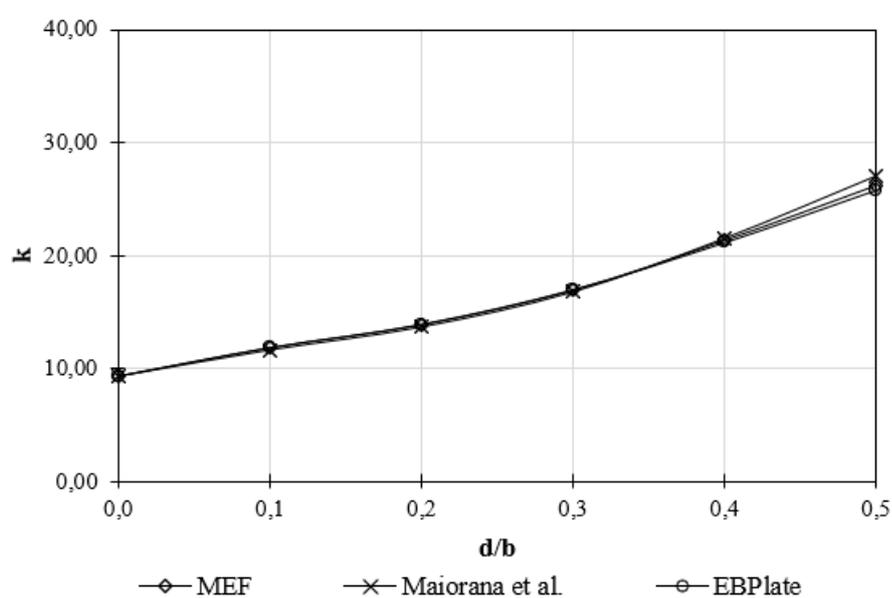


Figura 3.10: k versus d/b do modelo numérico, Maiorana *et al.* e EBplate para placas enrijecidas submetidas a cisalhamento puro.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Para comparar e identificar diferenças no comportamento de painéis enrijecidos com enrijecedores longitudinais e com a geometria clothoidal, as análises foram conduzidas considerando-se, a princípio, dois padrões de enrijecedores clothoidal determinados em função de e_x igual a 200 e 400 mm, nomeados neste trabalho de CL200 e CL400, respectivamente.

A escolha dos valores de e_x foi devida a distribuição próxima aos limites inferiores e superiores apontados pela aprovação técnica Z-26.4-56:2018, apresentados no item 2.4, com o intuito de possibilitar a identificação de alguma possível influência associada a uma diferença significativa no tamanho dos *dowels* de aço do enrijecedor. Além disso, também se considerou o fato de 400 ser múltiplo de 200 e por serem divisores de medidas exatas e apropriadas para o comprimento de placa, a , permitindo disposições com números inteiros de *dowels*.

A composição dos resultados contou com aproximadamente 1800 análises numéricas realizadas, de maneira a avaliar a intervenção dos parâmetros ψ (tensões normais), γ , b/d , α e e_x na flambagem de placas com enrijecedores clothoidal em relação ao de seção retangular convencional.

4.1 Análise para diferentes razões de tensões e posições dos enrijecedores

A primeira etapa de análise avaliou o comportamento dos painéis quadrados ($\alpha = 1,0$) com enrijecedores plano, CL200 e CL400 em função da posição para variados valores de γ e para diferentes razões de tensões, ψ . A Figura 4.1 apresenta o comportamento do coeficiente de flambagem, k , em função da posição do enrijecedor para o caso de flexão de pura ($\psi = -1,0$) considerando uma faixa de γ que varia de 2,1 a 30,9.

Para valores de γ maiores, como 14,0 e 30,9, a posição ótima tende a $0,2b$ para ambos os modelos, ou seja, quando γ se aproxima da rigidez ótima, enquanto que para γ menores essa posição se desloca um pouco se afastando da borda comprimida.

O comportamento entre as três formas é similar, contudo, os modelos CL200 e CL400 tendem a atingir maiores valores de k e mudanças na posição que levam ao maior valor de k em relação ao Plano para um mesmo valor de γ . Essas diferenças entre os modelos Plano e

CL200 e CL400 é uma indicação de que os *dowels* dos enrijecedores conferem alguma rigidez extra, além da parcela plana. Também é constatado que os modelos CL400 apresentam diferenças maiores que o CL200.

As variações nos valores do coeficiente de flambagem são mais substanciais nas regiões próximas a posição ótima, até porque é conhecido que o enrijecedor tem pouco efeito quando localizado distante dessa posição. Além disso, enrijecedores posicionados mais próximos ao centro da placa atingem valores limites de k para menores rigidezes em relação a enrijecedores posicionados mais próximos da borda apoiada da placa.

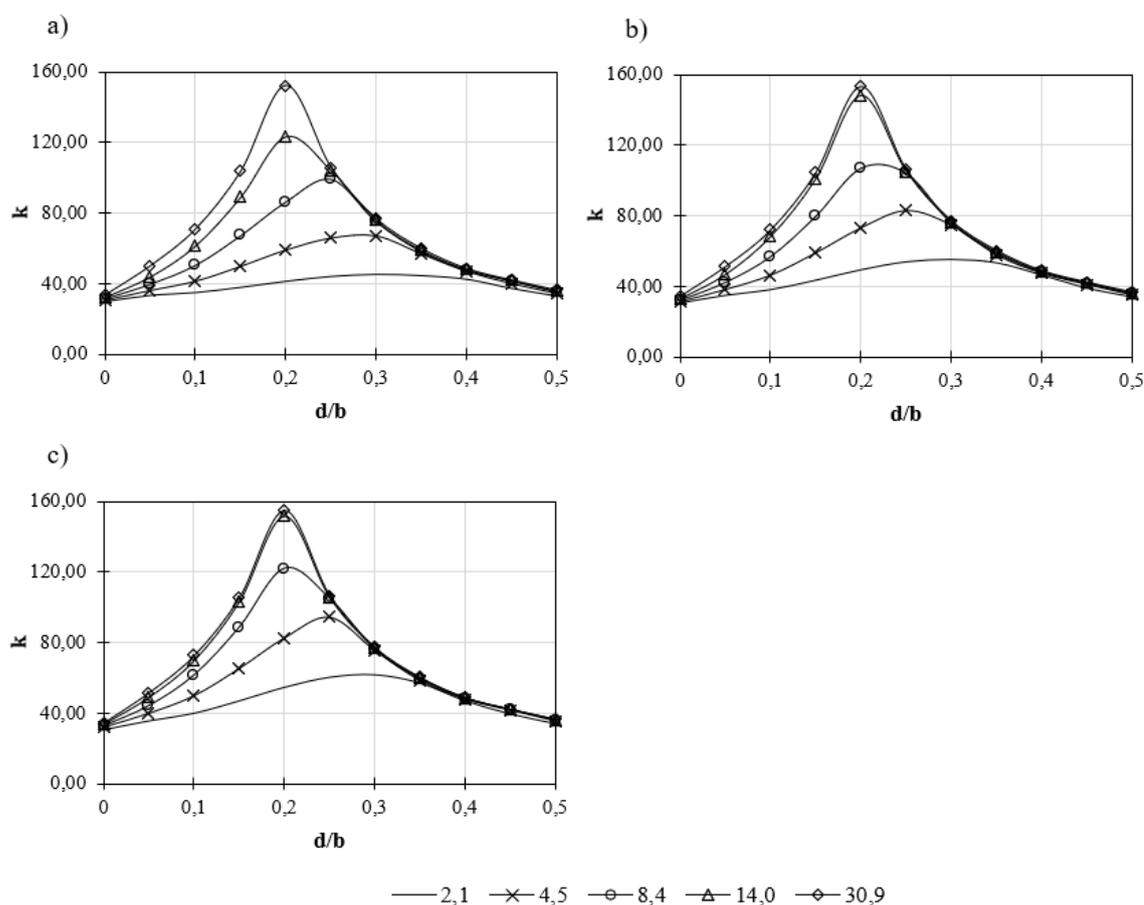


Figura 4.1: k versus d/b com $\psi = -1,0$ e diferentes valores de γ para os modelos a) Plano; b) CL200; c) CL400.

As curvas com $\gamma = 8,4$ exemplificam as mudanças em relação a influência da forma do enrijecedor, para o modelo Plano, a posição de maior k se aproxima de $d/b = 0,25$ com um $k = 99,30$, enquanto que para o modelo CL200 a melhor posição indica ser um valor intermediário entre $0,20$ e $0,25b$, com valor de k situado entre os valores $103,95$ e $106,97$. Já para o painel

CL400, a posição que leva ao maior valor de $k = 121,97$ é algo próximo a $0,2b$, que é a posição ótima para painéis enrijecidos com $\gamma > \gamma^*$, conforme item 2.3.1.

A posição do enrijecedor também exerce influência nos modos de flambagem para valores de rigidez intermediários, isso porque para um mesmo valor de γ , pode ocorrer flambagem local do subpainel superior enquanto que para posições mais próximas da borda ainda apresenta modo de flambagem global, conforme pode ser visto na Figura 4.2 para os modelos CL200 e CL400 com $\gamma = 8,4$ e enrijecedores nas posições a) $0,15b$ e b) $0,25b$. Para o modelo Plano com o mesmo γ , ocorre modo de flambagem global para as duas posições, sendo que para $d/b = 0,25$ os maiores deslocamentos estão concentrados próximos do enrijecedor.

Sob o efeito da forma do enrijecedor nos modos de flambagem, identifica-se uma diferença no número de semi-ondas entre os modelos CL200 e CL400, enquanto o primeiro responde com 4 semi-ondas, o segundo apresenta 5, conforme Figura 4.2. Contudo essas variações não tem influência significativa no valor de k , com diferença relativa de 0,8%.

O mesmo processo de análise de painéis enrijecidos em função da posição para diversos valores de γ e para as três formas de seção transversal de enrijecedor foi realizado para razões de tensões de $\psi = -0,5$ (Figura 4.3), $\psi = 0,0$ (Figura 4.4), $\psi = 0,5$ (Figura 4.5) e $\psi = 1,0$ (Figura 4.6).

De maneira geral, observou-se mudanças similares para as demais razões de tensões, ψ , em relação ao caso de flexão pura ($\psi = -1$) ao se comparar os efeitos das formas CL200 e CL400 em relação ao modelo Plano, resguardando as devidas características associadas a cada distribuição de tensão, como posições de melhor desempenho para os enrijecedores e as variações de k em relação a γ .

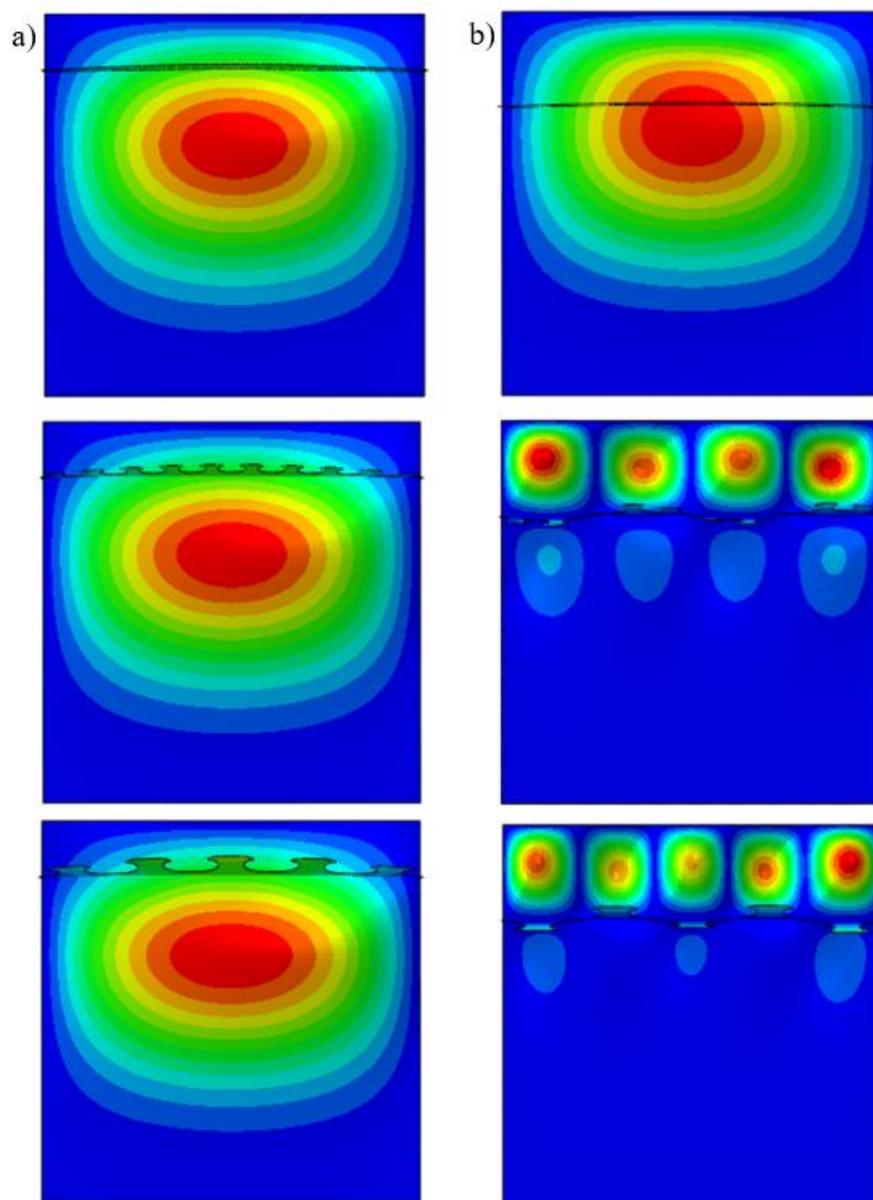


Figura 4.2: Modos de flambagem dos modelos Plano, CL200 e CL400 com $\gamma = 8,4$ e enrijecedor na posição a) $0,15b$; b) $0,25b$.

Em relação ao caso de flexão composta com $\psi = -0,5$ (Figura 4.3), o comportamento foi proporcionalmente análogo em relação a $\psi = -1,0$ e a maior diferença nos valores de k foram encontrados na posição $b/d = 0,3$ e $\gamma = 4,5$ com uma resposta 28,84% maior para o modelo CL200 em relação ao Plano e de 47,80% do modelo CL400 sobre o Plano.

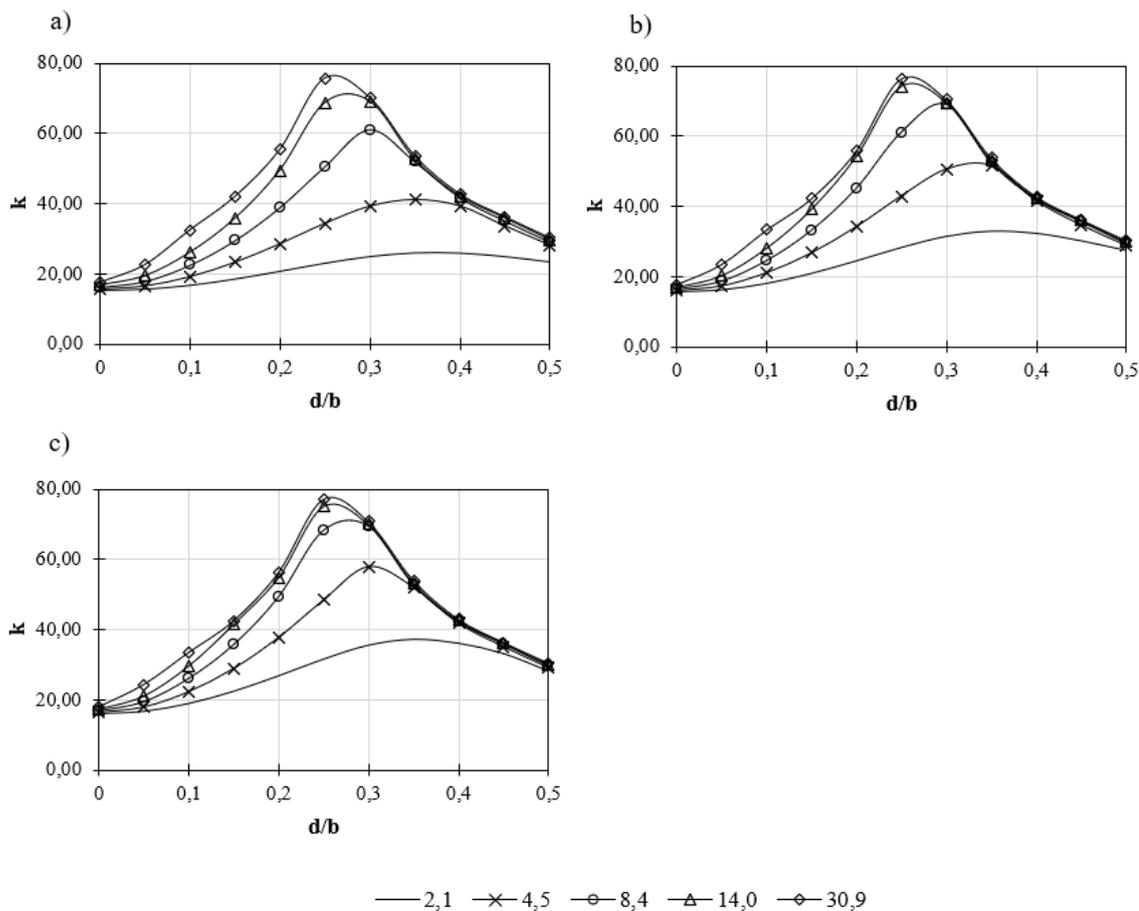


Figura 4.3: k versus d/b com $\psi = -0,5$ e diferentes valores de γ para os modelos a) Plano; b) CL200; c) CL400.

No caso de $\psi = 0,0$ (Figura 4.4), a partir do qual o modelo passa a ser totalmente carregado com distribuições de tensões de compressão, a maior diferença entre os modelos foi identificada na posição $b/d = 0,4$ e para $\gamma = 2,1$ com um acréscimo no valor de k de 28,12% e 44,35% dos modelos CL200 e CL400, respectivamente, em relação ao modelo Plano. Ressalta-se que as variações de k entre os modelos com enrijecedor Clothoidal e plano com $\gamma = 4,5$ foram quase idênticas aos encontrados para $\gamma = 2,1$, com 27,27% entre CL200 e Plano e 44,29% entre CL400 e Plano.

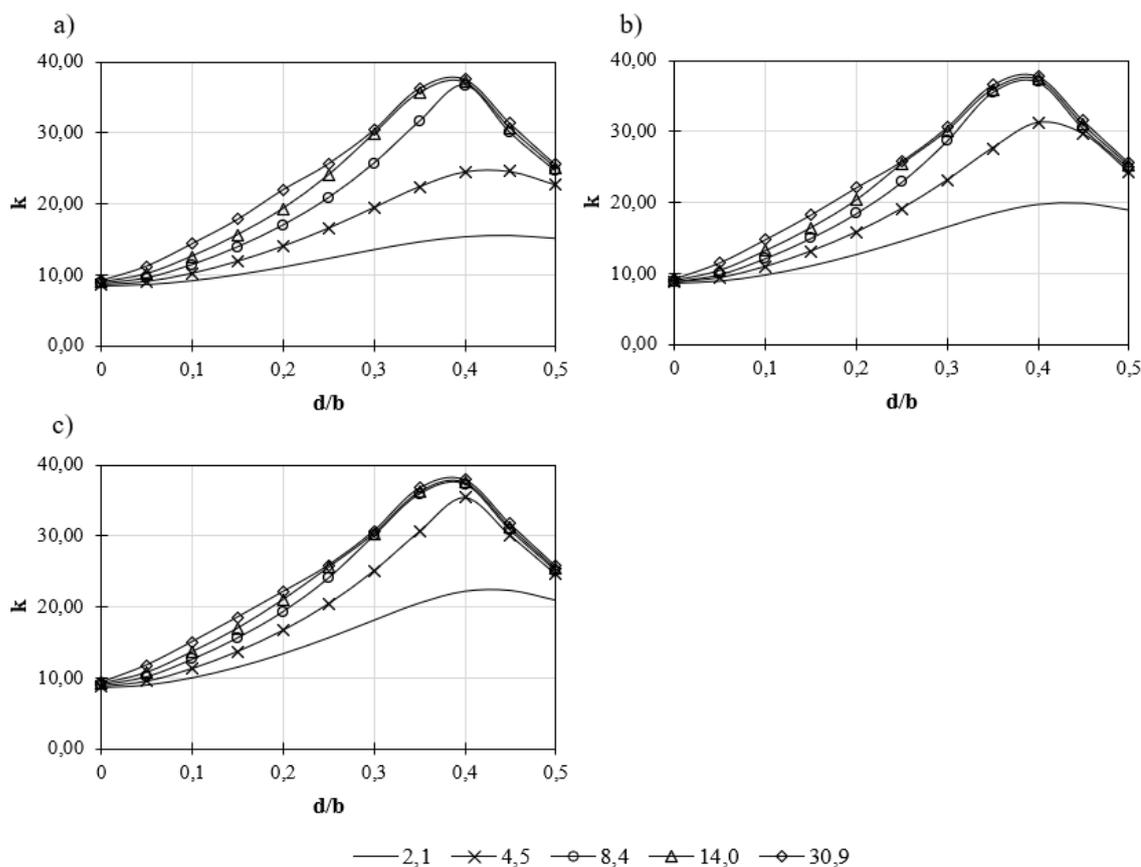


Figura 4.4: k versus d/b com $\psi = 0,0$ e diferentes valores de γ para os modelos a) Plano; b) CL200; c) CL400.

Os modelos com razões de tensões $\psi = 0,5$ (Figura 4.5) apresentaram coeficientes de flambagem com maior diferença entre os formatos de enrijecedores na posição $d/b = 0,45$ e $\gamma = 2,1$, com um acréscimo de 27,89% do modelo CL200 em relação ao Plano e 43,77% do CL400 em relação ao Plano.

Para $\psi = 1,0$, que representa o carregamento de compressão pura (Figura 4.6), situação que é comumente visto na prática. E para esse caso os maiores acréscimos relativos de k foram identificados na posição 0,5b e para $\gamma = 2,1$. As diferenças foram de 28,12% e 44,18% para os modelos CL200 e CL400 em relação ao modelo Plano, respectivamente.

Além disso, nota-se que os valores limites de k são atingidos com valores de γ cada vez menores à medida que a distribuição de tensões vai variando de flexão pura e aumentando a predominância de tensões de compressão. Isso ocorre independente da forma do enrijecedor, apesar de mais acelerado para os casos dos modelos CL200 e CL400, o que pode ser justificado pelo fato dos *dowels* serem desconsiderados no cálculo da rigidez relativa. Como exemplo, o

modelo Plano com $\gamma = 8,4$ e $\psi = -1,0$ leva a um valor máximo de $k = 99,30$ na posição $d/b = 0,25$, o que representa 65,3% do valor limite de $k = 152,00$ encontrado para $\gamma = 30,9$ na posição $d/b = 0,20$. Para $\psi = -0,5$, na mesma comparação, essa proporção passa a ser de 80,5% e segue até chegar a 97,5% para $\psi = 1,0$, quando é perceptível pela Figura 4.6 que a curva de $\gamma = 8,4$ praticamente coincide com as curvas de $\gamma = 14,0$ e $\gamma = 30,9$.

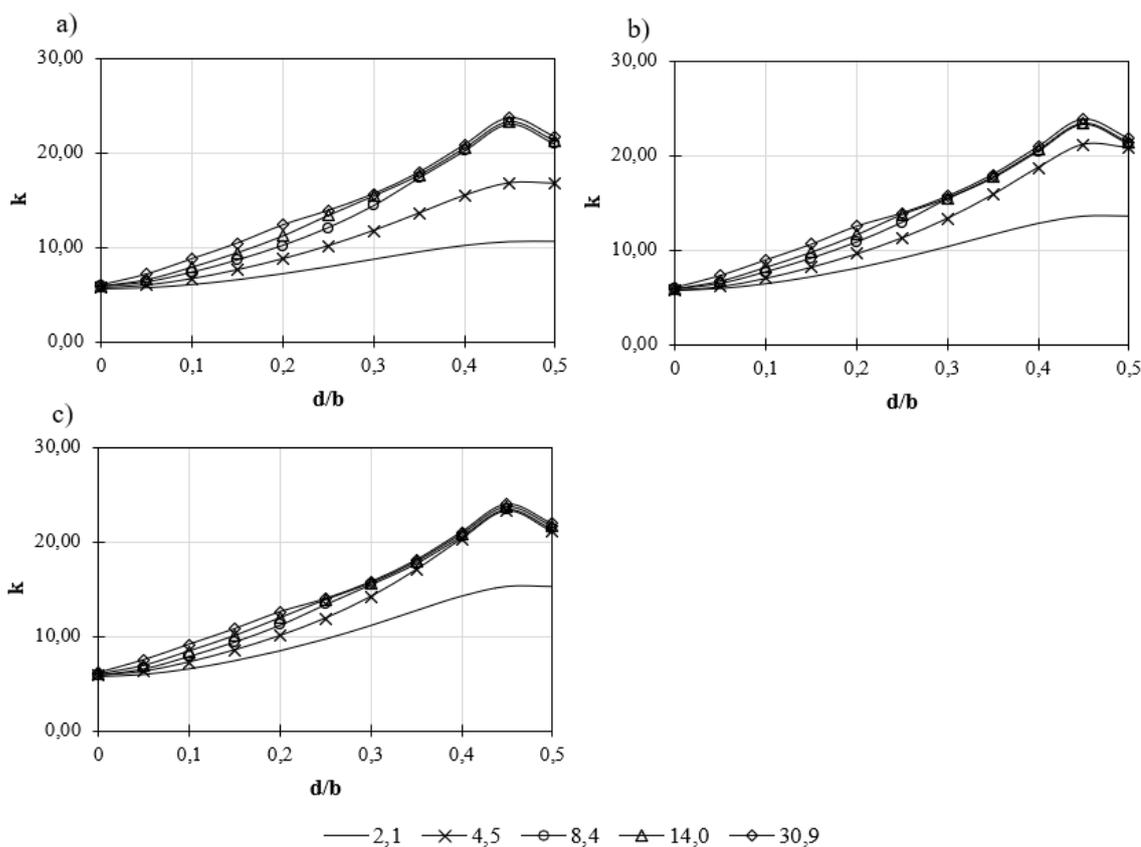


Figura 4.5: k versus d/b com $\psi = 0,5$ e diferentes valores de γ para os modelos a) Plano; b) CL200; c) CL400.

Conforme descrito no parágrafo anterior, para o caso de compressão pura, $\gamma = 8,4$ é suficiente para atingir o limite de k e, conseqüentemente, o modo de flambagem local para os três modelos analisados (Plano, CL200 e CL400). Contudo, isso não ocorre para todos os formatos de enrijecedores considerando $\gamma = 4,5$, o modelo Plano na posição $d/b = 0,5$ tem um $k = 12,75$ e apresenta modo de flambagem global, assim como o modelo CL200, com $k = 16,12$ (26,42% maior que do modelo Plano) na mesma posição. Já o modelo CL400 com o mesmo γ e posição do enrijecedor apresenta modo de flambagem local com $k = 17,26$ (35,37% e 7,07% maior que os modelos Plano e CL200, respectivamente). Os modos de flambagem para os três modelos para $\gamma = 4,5$ e $d/b = 0,5$ são mostrados na Figura 4.7.

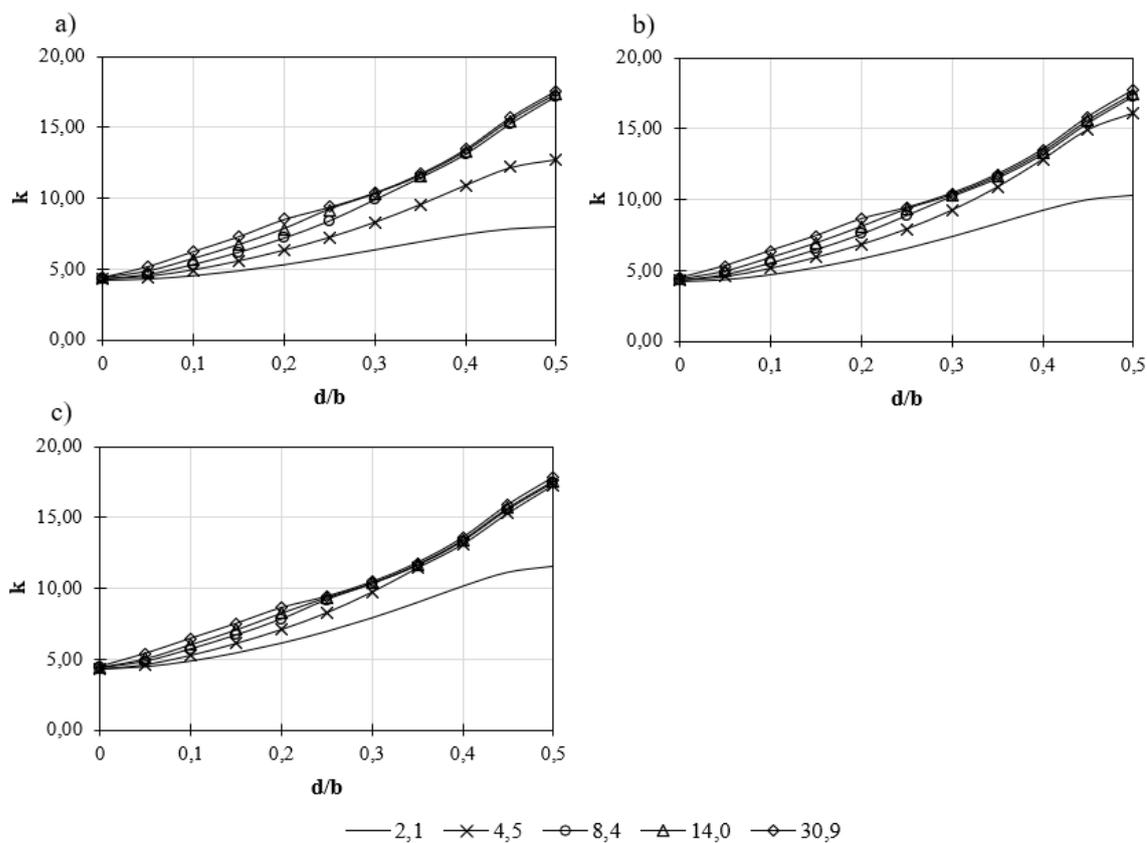


Figura 4.6: k versus d/b com $\psi = 1,0$ e diferentes valores de γ para os modelos a) Plano; b) CL200; c) CL400.

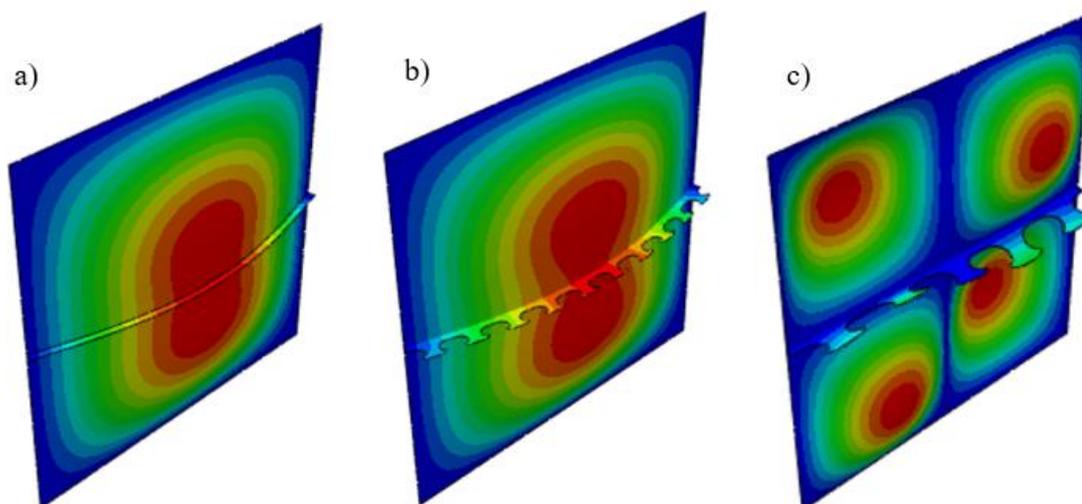


Figura 4.7: Modos de flambagem com $\psi = 1,0$ e $\gamma = 4,5$ para a) Plano; b) CL200; c) CL400.

Apesar do mesmo $\gamma = 4,5$, o modelo CL200 de compressão pura não apresenta o mesmo modo de flambagem nas posições vizinhas $d/b = 0,50$ e $d/b = 0,45$, o primeiro responde com modo de flambagem global, conforme visto na Figura 4.7, enquanto que o segundo apresenta

modo de flambagem local, evidenciando novamente a não homogeneidade de modos de flambagem em função da posição para valores de γ intermediários.

A Figura 4.8 compara as curvas de coeficiente de flambagem em função da posição do enrijecedor para os três tipos de modelos analisados (Plano, CL200 e CL400) e diversas distribuições de tensões, para o caso em que a rigidez é suficientemente alta para que ocorra modo de flambagem local para qualquer que seja a posição do enrijecedor e o coeficiente k atinja valores limites. No caso considerou-se enrijecedores com largura plana $b_s = 80$ mm, obtendo-se um $\gamma = 30,9$.

A comparação indica que, de maneira geral, o comportamento dos modelos CL200 e CL400 é idêntico ao Plano nas condições em que $\gamma > \gamma^*$. Para $\psi = -1,0$, a posição ótima é aproximadamente $0,2b$ para ambos os casos, com $k = 152,00$ para o modelo Plano, $153,35$ para o modelo CL200 e $k = 154,71$ com diferenças de $0,89\%$ e $1,78\%$ entre os modelos CL200 e CL400 em relação ao Plano, respectivamente. A Figura 4.9 expõe a similaridade também entre as deformações para os três modelos.

Ressalta-se que diferentemente do observado anteriormente no exemplo da Figura 4.2, quando houve uma diferença no número de semi-ondas entre os modos locais dos modelos CL200 e CL400 para $\gamma = 8,4$ na posição $d/b = 0,25$, o mesmo não ocorre para $\gamma = 30,9$ na mesma posição. Para o segundo caso, os modos de flambagem são similares, com o mesmo número de semi-ondas, o que indica ser um efeito pontual para valores de γ intermediários.

No caso de $\psi = -0,5$, a posição ótima para todos os modelos foi de aproximadamente $0,25b$, com valores máximos de $k = 75,64$, $76,38$ e $77,15$ para os modelos Plano, CL200 e CL400, respectivamente. As diferenças encontradas foram de aproximadamente 1 e 2% maiores para os modelos CL200 e CL400 em relação ao modelo Plano.

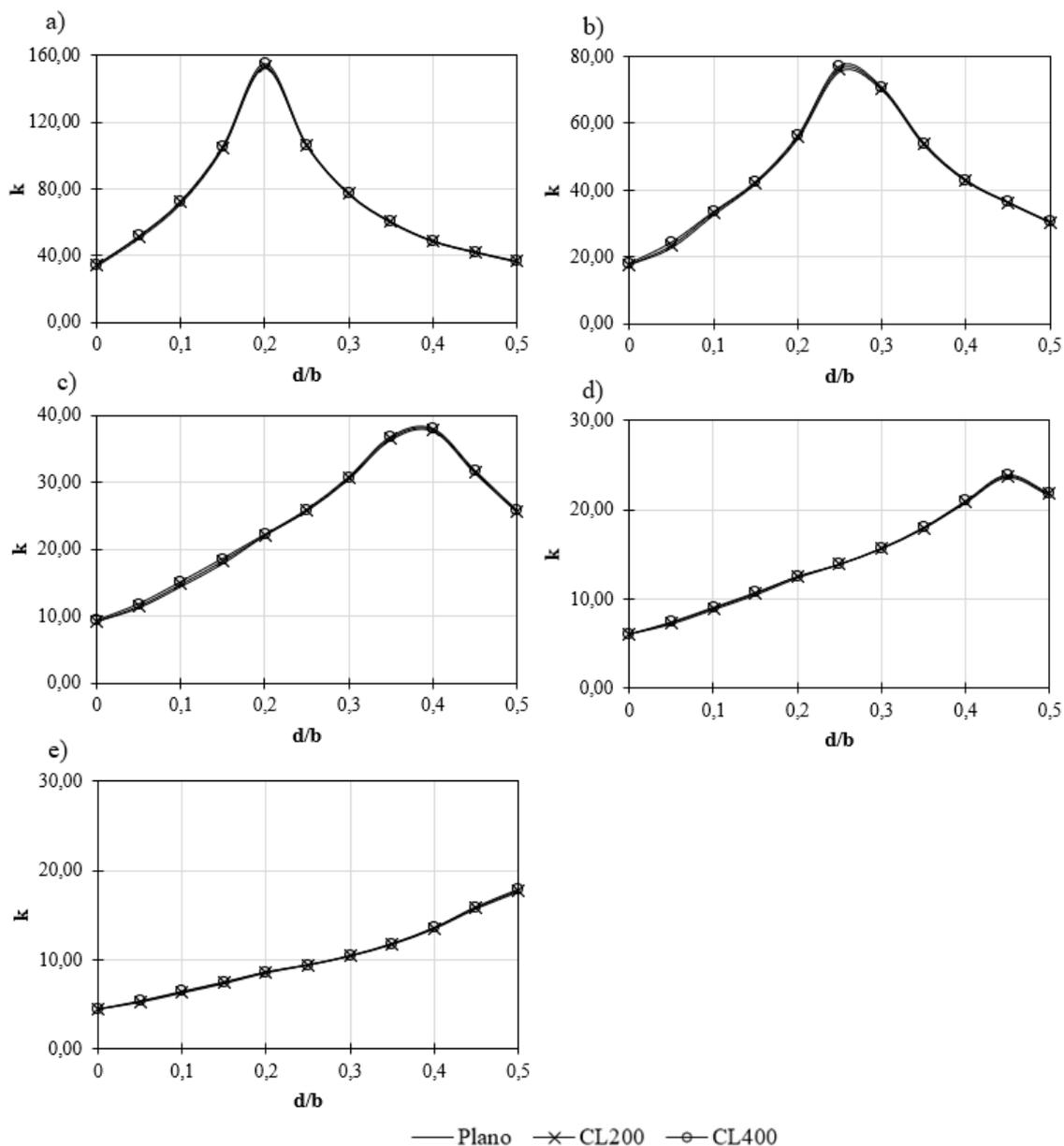


Figura 4.8: k versus posição para placas enrijecidas com enrijecedores do tipo plano e Clothoidal com: a) $\psi = -1,0$; b) $\psi = -0,5$; c) $\psi = 0,0$; d) $\psi = 0,5$; e) $\psi = 1,0$.

As posições ótimas encontradas para os carregamentos representados por $\psi = 0,0$ e $\psi = 0,5$ foram próximas a $d/b = 0,4$ para o primeiro caso e $d/b = 0,45$ para o segundo. Com diferenças nos valores do coeficiente de flambagem entre CL200 e Plano e entre CL400 e Plano de 0,45% e 0,91% para $\psi = 0,0$ e de 0,64% e 1,31% para $\psi = 0,5$.

Por fim, os resultados para $\psi = -1,0$ mantiveram o mesmo padrão sem mudanças significativas entre o modelo com enrijecedor plano e os dois com enrijecedores clothoidal. A

posição ótima foi em $d/b = 0,5$, que é bem conhecida para este caso, as diferenças nos valores k comprando o modelo Plano com CL200 e CL400 foram de 0,65 e 1,34%, respectivamente e também não houve mudança nos modos de flambagem local, conforme Figura 4.10.

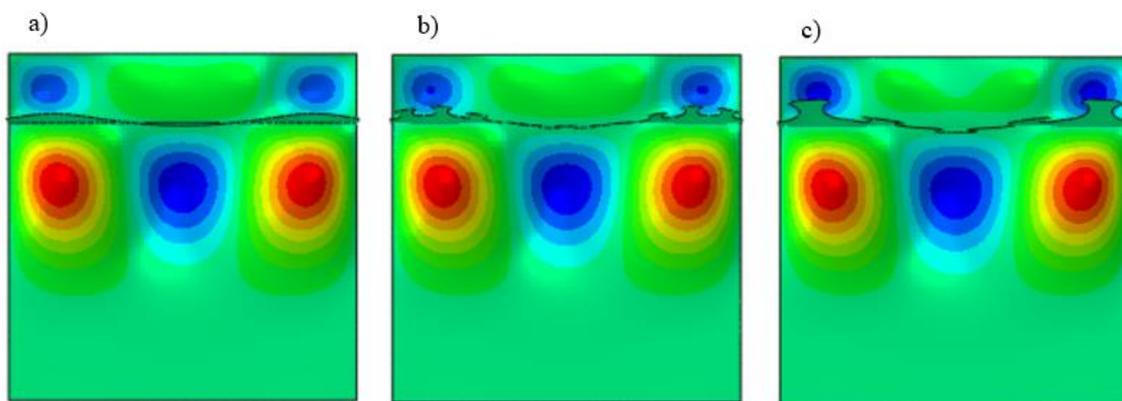


Figura 4.9: Flambagem local devido à flexão pura ($\psi = -1,0$) de painéis enrijecidos com enrijecedor: a) Plano; b) CL200; c) CL400.

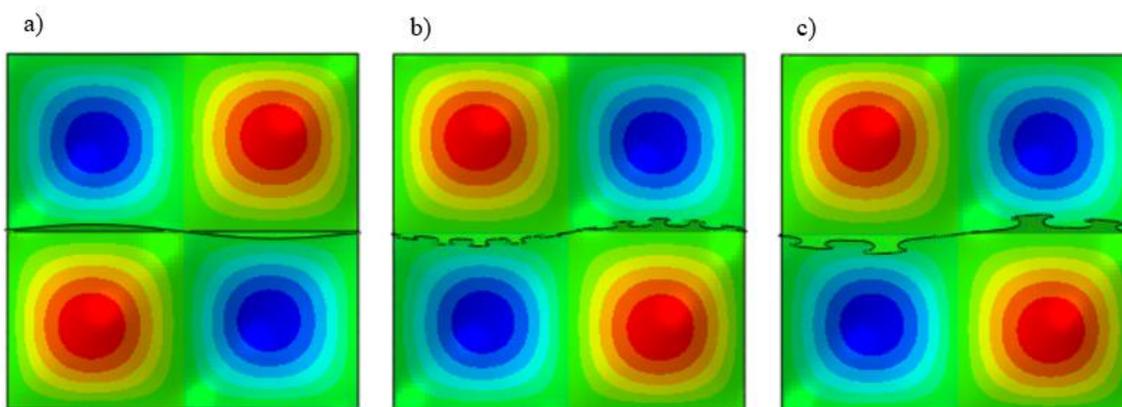


Figura 4.10: Flambagem local devido à compressão uniforme ($\psi = 1,0$) de painéis enrijecidos com enrijecedor: a) Plano; b) CL200; c) CL400.

4.2 Influência da rigidez associada a forma do enrijecedor em placas submetidas à flexão pura

A Figura 4.11 estabelece curvas comparativas de k versus γ para os modelos Plano, CL200 e CL400 para distribuição de tensões de flexão pura ($\psi = -1$) com enrijecedores localizados na posição $d/b = 0,2$. Conforme pode ser observado no gráfico, valores idênticos de γ levam a valores diferentes de k a depender da forma do enrijecedor, o que demonstra a influência dos *dowels* da parcela geométrica clothoidal.

Além disso, fica explicitado na Figura 4.11 um acréscimo nos valores de k em relação as três formas para toda a faixa de valores de γ até que o patamar seja atingido. Partindo, de maneira crescente, do modelo com enrijecedor formado apenas pela parte plana, representado pela curva com menor inclinação, em seguida pela curva intermediária que corresponde ao modelo CL200 e, por fim, a curva com maiores respostas de k , que representa o modelo CL400. Isso sinaliza que, além da parcela geométrica clothoidal influenciar na rigidez, essa influência cresce em função do passo e_x , caracterizado pela diferença entre as curvas CL400 e CL200.

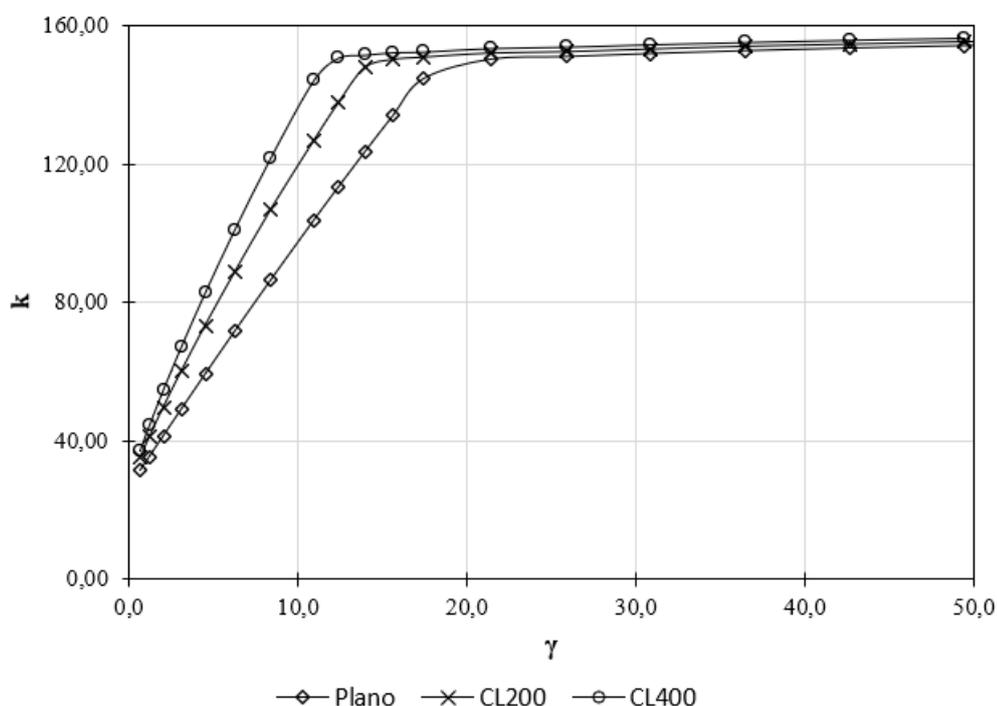


Figura 4.11: Coeficiente k versus γ para enrijecedores do tipo chapa, CL200 e CL400.

A Tabela 4.1 lista os valores de k em função de γ para os modelos Plano, CL200 e CL400 e estabelece as razões de k dos modelos com formato clothoidal em relação ao retangular convencional. Conforme a tabela, a razão k_{CL200}/k_{Plano} mostra uma relação com valores aproximadamente constantes entre 1,20 e 1,24 para uma faixa intermediária de γ , variando de 2,1 a 14,0. Isso não ocorre apenas para valores de γ muito pequenos, como 0,7 e 1,3, que apresentam relações menores e também são valores sem muita aplicação prática. Tendo a característica de valores de b_s bem pequenos (20 e 25 mm) em relação as dimensões da geometria clothoidal, com $e_x = 200$ mm e altura dos *dowels* de 80 mm.

Acima da rigidez relativa de 14,0 a razão volta a diminuir e tende a 1,0, isso porque a partir daí o patamar é alcançado e k passa a não ter mais acréscimos significativos em função do aumento da rigidez. Situação similar é observada para a razão k_{CL400}/k_{Plano} , com a diferença de que a faixa aproximadamente constante é menor, com razões entre 1,37 e 1,41.

Tabela 4.1: Relação de k e γ para os modelos Plano, CL200 e CL400.

γ	k_{Plano}	k_{CL200}	k_{CL400}	k_{CL200}/k_{Plano}	k_{CL400}/k_{Plano}
0,7	31,44	35,27	37,32	1,12	1,19
1,3	35,45	41,31	44,61	1,17	1,26
2,1	41,25	49,63	54,54	1,20	1,32
3,1	49,10	60,23	67,23	1,23	1,37
4,5	59,18	73,36	82,75	1,24	1,40
6,3	71,64	88,84	101,08	1,24	1,41
8,4	86,55	106,97	121,97	1,24	1,41
11,0	103,88	126,97	144,40	1,22	1,39
12,4	113,42	137,76	150,82	1,21	1,33
14,0	123,51	147,94	151,68	1,20	1,23
15,6	134,07	150,32	152,40	1,12	1,14
17,4	144,71	151,00	152,60	1,04	1,05
21,4	150,36	152,17	153,60	1,01	1,02
25,9	151,11	152,58	154,01	1,01	1,02
30,9	152,00	153,35	154,71	1,01	1,02
36,5	152,82	154,14	155,37	1,01	1,02
42,6	153,59	154,76	156,01	1,01	1,02
49,4	154,30	155,47	156,60	1,01	1,01
56,8	154,99	156,01	157,18	1,01	1,01

Ainda, fica evidente que os painéis enrijecidos com as formas clothoidal atingem o patamar limite de k previamente em relação aos painéis com enrijecedores planos e por conseguinte que a forma com $e_x = 400\text{mm}$ apresenta diferença superior à forma com $e_x = 200\text{mm}$. Observa-se que para o modelo CL400, o patamar de k já é alcançado com um $\gamma = 12,4$, para o modelo CL200 esse patamar é alcançado com um γ próximo a 14,0, enquanto que esse limite é atingido para o modelo Plano com um γ entre 17,4 e 21,4.

A Figura 4.12 exemplifica a influência das variações de forma dos enrijecedores para o caso de flexão pura associada à rigidez. Considerando $\gamma = 12,4$, a Figura 4.12.a mostra um modelo com enrijecedor plano levando a um $k = 113,42$ e com modo de flambagem global, a Figura 4.12.b um modelo CL200 com $k = 137,76$ e ainda em modo de flambagem global e a Figura 4.12.c um modelo CL400 com $k = 150,82$ já atingindo o modo de flambagem local.

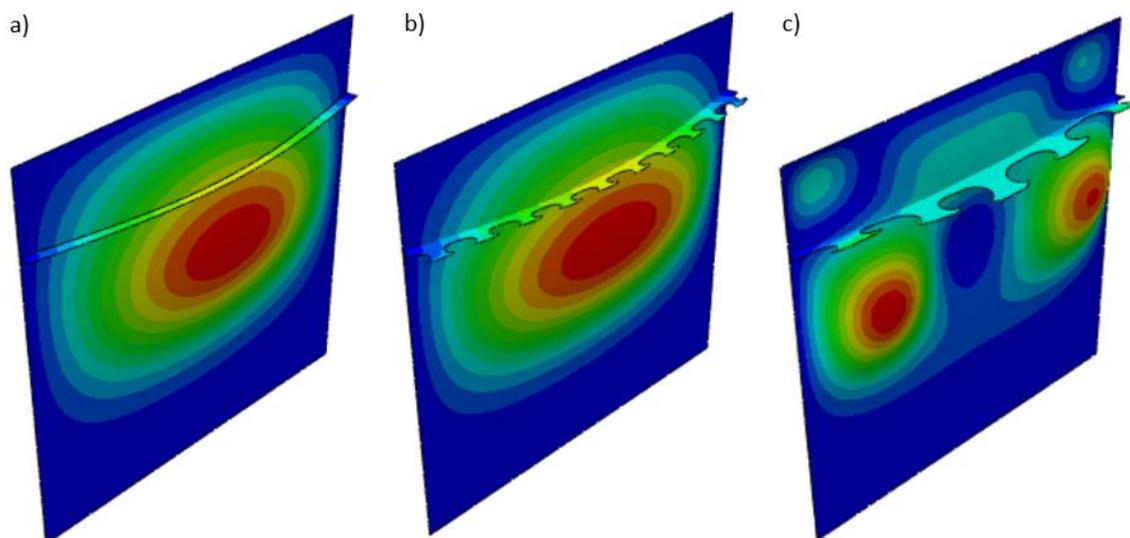


Figura 4.12: Configuração deformada de painéis com $\gamma = 12,4$ submetidos à flexão pura para os modelos: a) Plano; b) CL200; c) CL400.

4.3 Influência da razão de aspecto para o caso de flexão pura

Nesse tópico é analisado o comportamento de painéis enrijecidos submetidos à flexão pura ($\psi = -1,0$) para razões de aspecto, α , diferentes de 1,0 associado as formas dos enrijecedores. Foram simulados modelos com α igual a 0,6, 0,8, 1,4 e 1,8 e enrijecedores com formatos plano e clothoidal, com e_x de 200 e 400 mm, localizados na posição $d/b = 0,2$.

As Figuras Figura 4.13 e Figura 4.14 apresentam as curvas dos modelos Plano, CL200 e CL400 relacionando o coeficiente de flambagem em função da rigidez para $\alpha = 0,6$ (Figura 4.13) e $\alpha = 0,8$ (Figura 4.14). Para ambos os casos, as diferenças causadas pelas diferentes formas dos enrijecedores são análogas as observadas para $\alpha = 1,0$ (conforme visto no item 4.2), em que as formas CL200 e CL400 levam a maiores valores de k para um mesmo valor de γ se comparadas ao formato Plano padrão.

As diferenças em relação a razão de aspecto igual a 1 se manifestam pelo fato dos valores de α menores que 1 (0,6 e 0,8) atingirem o patamar de k com rigidezes relativas menores, o que é uma característica bem conhecida, e nas proporções de acréscimo de k entre as formas para um mesmo γ .

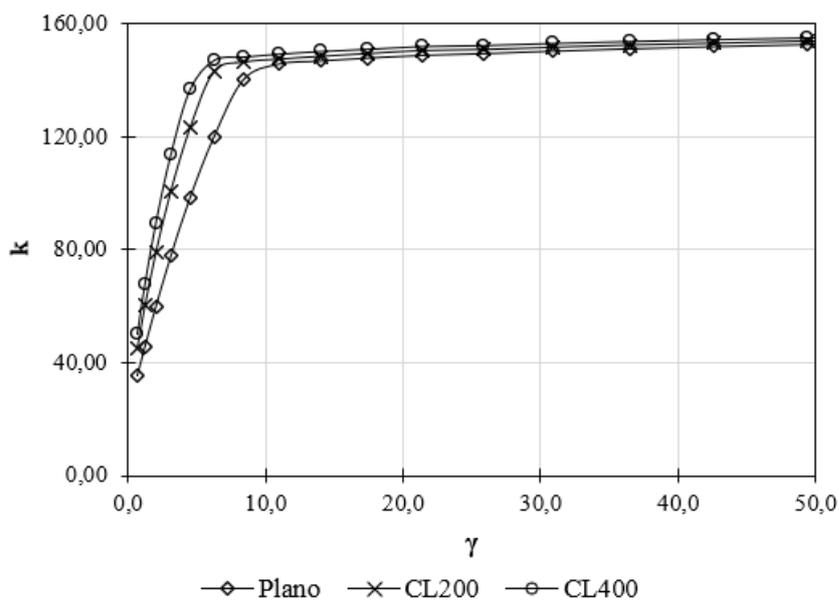


Figura 4.13: k versus γ com $\alpha = 0,6$ para os diferentes formatos de enrijecedor.

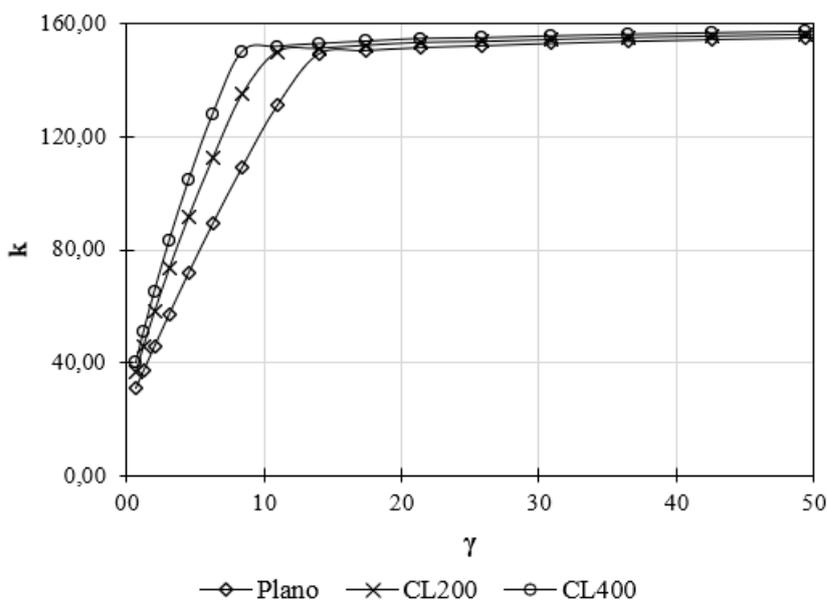


Figura 4.14: k versus γ com $\alpha = 0,8$ para os diferentes formatos de enrijecedor.

As Tabelas Tabela 4.2 e Tabela 4.3 expressam os valores de k em função de γ para os três tipos de modelos simulados e as respectivas razões entre os modelos CL200 e CL400 em

relação ao modelo Plano. Para $\alpha = 0,6$ (Tabela 4.2), as razões de k entre os modelos CL200 e Plano apresentaram valores próximos de 1,30 para uma faixa intermediária até próximo de $\gamma = 6,3$, região em que os valores de k tendem a se estabilizar e não ocorrem aumentos significativos. Já comparando-se os coeficientes de flambagem entre os modelos CL400 e Plano, os maiores acréscimos variam de 1,46 a 1,49 para uma região de γ que varia entre 1,3 e 3,1, passando a diminuir na transição para os patamares de k .

Já para o caso de $\alpha = 0,8$ (Tabela 4.3), a razão k_{CL200}/k_{Plano} apresentou variações entre 1,24 e 1,28 para a faixa de γ entre 1,3 e 8,4, quando esse valor passa a diminuir até se estabilizar em 1,01, enquanto que a razão k_{CL400}/k_{Plano} apresentou valores entre 1,37 e 1,45 para a mesma faixa de γ , posteriormente atingindo estabilidade em 1,02.

Tabela 4.2: Relação de k e γ com $\alpha = 0,6$ para os modelos Plano, CL200 e CL400.

γ	k_{Plano}	k_{CL200}	k_{CL400}	k_{CL200}/k_{Plano}	k_{CL400}/k_{Plano}
0,7	35,57	45,24	50,23	1,27	1,41
1,3	45,75	60,11	67,69	1,31	1,48
2,1	59,88	79,01	89,45	1,32	1,49
3,1	77,73	100,66	113,49	1,30	1,46
4,5	98,40	123,07	136,61	1,25	1,39
6,3	120,10	143,14	147,06	1,19	1,22
8,4	140,24	146,39	148,21	1,04	1,06
11,0	145,72	147,44	149,24	1,01	1,02
14,0	146,81	148,41	150,19	1,01	1,02
17,4	147,83	149,41	150,97	1,01	1,02
21,4	148,78	150,48	151,94	1,01	1,02
25,9	149,42	150,84	152,32	1,01	1,02
30,9	150,28	151,63	153,04	1,01	1,02
36,5	151,09	152,42	153,71	1,01	1,02
42,6	151,87	153,08	154,38	1,01	1,02
49,4	152,61	153,82	155,00	1,01	1,02
56,8	153,31	154,39	155,62	1,01	1,02

Tabela 4.3: Relação de k e γ com $\alpha = 0,8$ para os modelos Plano, CL200 e CL400.

γ	k_{Plano}	k_{CL200}	k_{CL400}	$k_{\text{CL200}}/k_{\text{Plano}}$	$k_{\text{CL400}}/k_{\text{Plano}}$
0,7	31,05	36,78	39,81	1,18	1,28
1,3	37,08	45,85	50,66	1,24	1,37
2,1	45,74	58,07	65,19	1,27	1,43
3,1	57,28	73,40	83,25	1,28	1,45
4,5	71,82	91,69	104,49	1,28	1,45
6,3	89,26	112,39	128,03	1,26	1,43
8,4	109,30	135,09	150,21	1,24	1,37
11,0	131,23	150,18	151,98	1,14	1,16
14,0	149,50	151,40	152,98	1,01	1,02
17,4	150,79	152,44	153,83	1,01	1,02
21,4	151,85	153,48	154,77	1,01	1,02
25,9	152,51	153,81	155,06	1,01	1,02
30,9	153,31	154,49	155,67	1,01	1,02
36,5	154,03	155,18	156,25	1,01	1,01
42,6	154,69	155,70	156,79	1,01	1,01
49,4	155,31	156,30	157,30	1,01	1,01
56,8	155,89	156,76	157,81	1,01	1,01

Com relação as razões de aspectos de 1,4 e 1,8, maiores que 1,0, o comportamento de k em função de γ é demonstrado pelas curvas apresentadas nas Figuras Figura 4.15 e Figura 4.16. O mesmo padrão observado nos casos anteriores em que valores iguais de γ levam a diferentes valores de k , comparando-se modelos Plano com CL200 e CL400, ocorre para uma faixa intermediária. Novamente, associado ao fato de que a parcela da geometria clothoidal foi desconsiderada no cálculo de γ .

Além disso, à medida que os valores de α aumentam, os valores de γ para que o patamar de k seja atingido também aumentam, independentemente da forma do enrijecedor, conforme já é sabido.

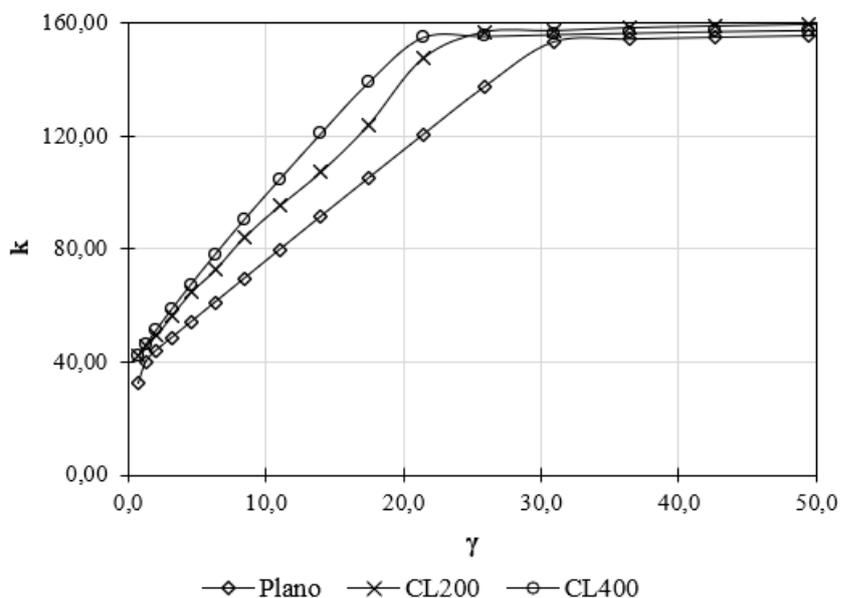


Figura 4.15: k versus γ com $\alpha = 1,4$ para os diferentes formatos de enrijecedor.

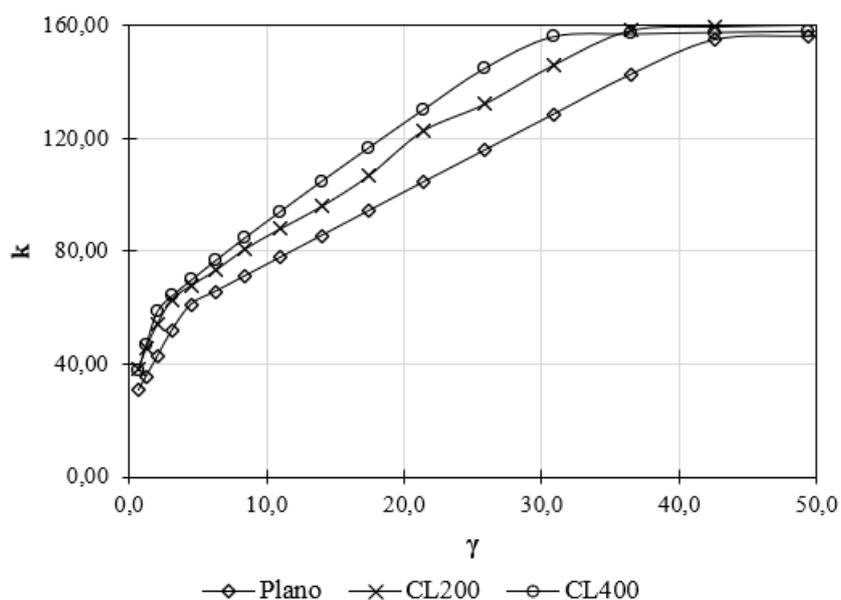


Figura 4.16: k versus γ com $\alpha = 1,8$ para os diferentes formatos de enrijecedor.

Considerando $\alpha = 1,4$ (Tabela 4.4), a razão k_{CL200}/k_{Plano} varia entre 1,12 e 1,22 desde $\gamma = 1,3$ até $\gamma = 25,9$, enquanto que k_{CL400}/k_{Plano} tem valor de 1,15 para $\gamma = 1,3$ e passa a aumentar gradativamente até 1,32 para $\gamma = 17,4$, quando os modelos se aproximam da região de mudança para o patamar de k e essa razão cai até se estabilizar em 1,01.

Tabela 4.4: Relação de k e γ com $\alpha = 1,4$ para os modelos Plano, CL200 e CL400.

γ	k_{Plano}	k_{CL200}	k_{CL400}	$k_{\text{CL200}}/k_{\text{Plano}}$	$k_{\text{CL400}}/k_{\text{Plano}}$
0,7	32,32	42,38	42,13	1,31	1,30
1,3	39,98	45,89	46,10	1,15	1,15
2,1	44,18	49,65	51,56	1,12	1,17
3,1	48,49	56,21	58,63	1,16	1,21
4,5	54,09	64,63	67,43	1,20	1,25
6,3	61,09	72,55	78,06	1,19	1,28
8,4	69,61	84,26	90,53	1,21	1,30
11,0	79,74	95,27	104,66	1,19	1,31
14,0	91,56	107,27	120,88	1,17	1,32
17,4	105,13	123,91	138,93	1,18	1,32
21,4	120,49	147,47	154,93	1,22	1,29
25,9	137,51	156,91	155,40	1,14	1,13
30,9	153,44	157,37	155,98	1,03	1,02
36,5	154,45	158,39	156,54	1,03	1,01
42,6	155,08	159,01	157,05	1,03	1,01
49,4	155,66	159,58	157,51	1,03	1,01
56,8	156,20	160,14	157,99	1,03	1,01

Para o caso de $\alpha = 1,8$ é percebido uma mudança de inclinação nas curvas para ambos os modelos em um trecho inicial. Isso ocorre devido a diferenças nos modos de flambagem global (Figura 4.17). Para valores de γ pequenos, os modelos apresentam modo de flambagem com uma onda e para valores maiores de γ , uma meia onda. O modelo Plano apresenta modo com duas meias ondas até $\gamma = 3,1$, enquanto o mesmo é visto para os modelos CL200 e CL400 até $\gamma = 2,1$.

Quanto as razões de k , as diferenças entre os modelos CL200 e CL400 em relação ao Plano são um pouco maiores para valores pequenos de γ , que chegam a 1,29 para o CL200 sobre o Plano e 1,37 para o CL400. Entre $\gamma = 4,5$ e $\gamma = 36,5$, a razão $k_{\text{CL200}}/k_{\text{Plano}}$ assume valores que variam entre 1,11 e 1,14 (Tabela 4.5), indicando uma tendência constante, enquanto que a razão $k_{\text{CL400}}/k_{\text{Plano}}$ varia entre 1,14 e 1,25 (Tabela 4.5), com tendência mais constante para a faixa de γ que varia entre 11,0 e 30,9.

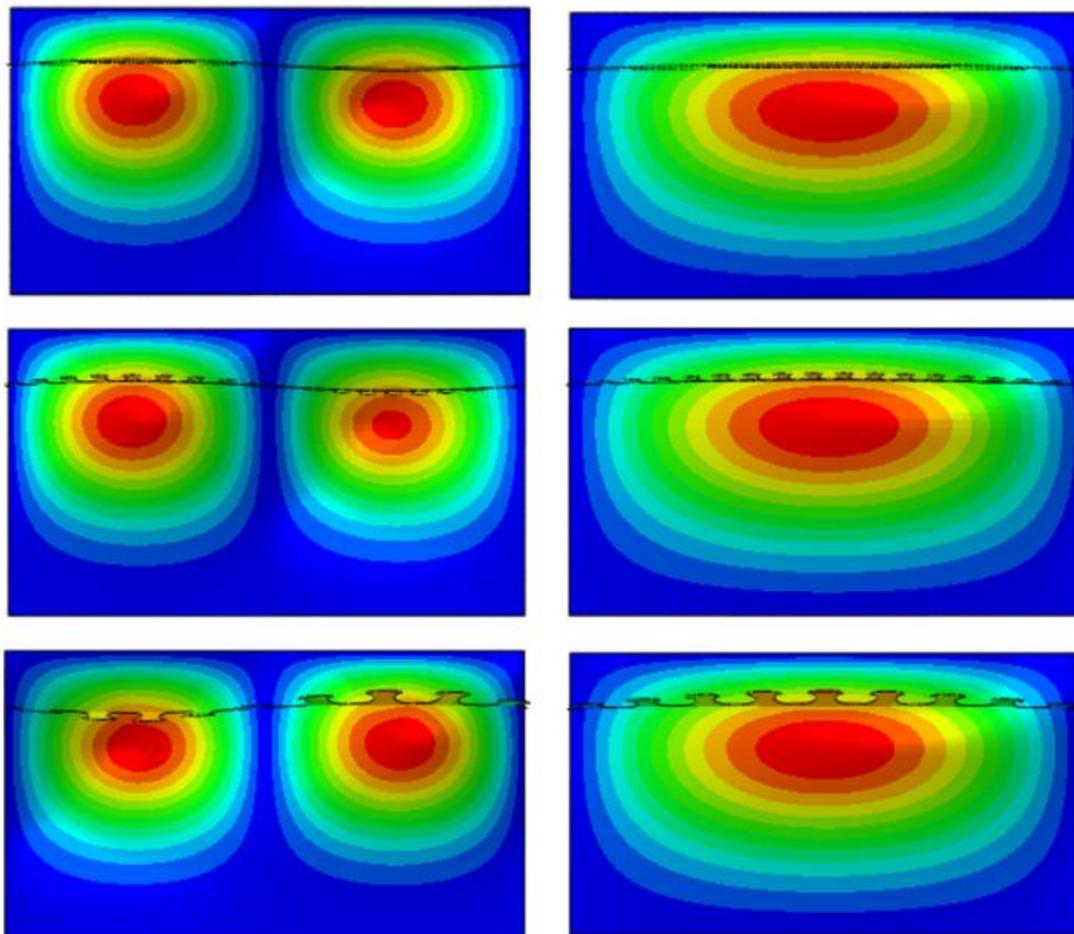


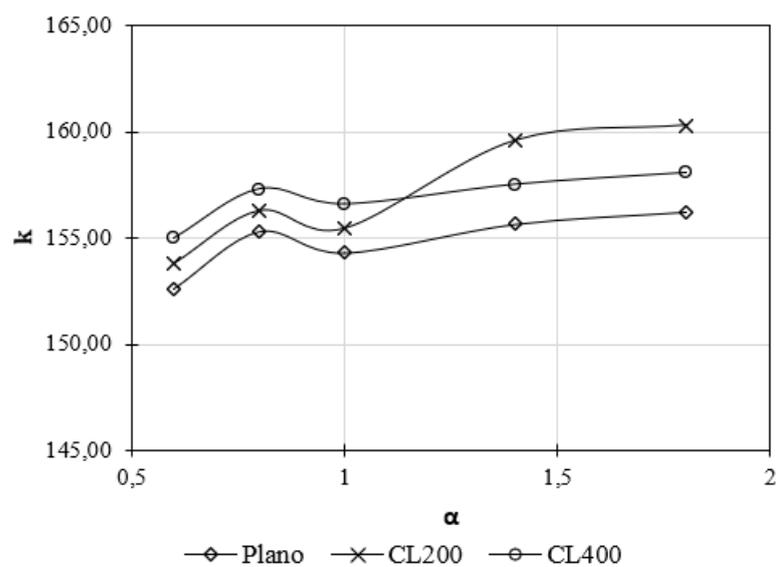
Figura 4.17: Modos de flambagem global com duas e uma semiondas para os modelos Plano, CL200 e CL400.

A Figura 4.18 relaciona o valor limite de k em função da razão de aspecto, α , para um mesmo valor de $\gamma = 49,4$, considerando as três formas de enrijecedores. Ressalta-se que com esse valor γ , todos os modelos se encontram no patamar de k , contudo, para razões de aspectos menores esse patamar já foi atingido para valores de γ bem menores que 49,4, conforme demonstrado nas curvas k versus γ para cada valor de α .

De maneira geral não se identificam diferenças significativas nos limites de k em função de α , apresentando um comportamento aproximadamente constante. Contudo, é observado uma variação mais expressiva na curva dos modelos CL200, que apresentou acréscimo diferenciado em relação aos demais formatos para os valores de $\alpha = 1,0$. Houve uma diferença de 0,87% e 0,58% de k entre $\alpha = 1,0$ e 1,4 para os modelos Plano e CL400, respectivamente, enquanto que a mesma comparação para o modelo CL200 apresenta uma diferença de 2,58%.

Tabela 4.5: Relação de k e γ com $\alpha = 1,8$ para os modelos Plano, CL200 e CL400

γ	k_{Plano}	k_{CL200}	k_{CL400}	$k_{\text{CL200}}/k_{\text{Plano}}$	$k_{\text{CL400}}/k_{\text{Plano}}$
0,7	30,83	38,38	37,89	1,24	1,23
1,3	35,66	45,97	46,66	1,29	1,31
2,1	42,64	54,17	58,55	1,27	1,37
3,1	52,04	62,90	64,23	1,21	1,23
4,5	61,26	67,98	69,86	1,11	1,14
6,3	65,73	73,24	76,72	1,11	1,17
8,4	71,21	80,81	84,80	1,13	1,19
11,0	77,76	87,93	94,02	1,13	1,21
14,0	85,44	95,86	104,69	1,12	1,23
17,4	94,31	106,78	116,70	1,13	1,24
21,4	104,44	122,64	130,12	1,17	1,25
25,9	115,77	132,20	144,80	1,14	1,25
30,9	128,50	146,01	156,09	1,14	1,21
36,5	142,52	158,30	157,05	1,11	1,10
42,6	154,96	159,72	157,59	1,03	1,02
49,4	156,24	160,30	158,06	1,03	1,01
56,8	156,81	160,86	158,50	1,03	1,01

Figura 4.18: k em função de α com $\gamma = 49,4$ para as diferentes formas de enrijecedor.

Não foram identificados elementos que indiquem diferenças no comportamento limite de k associado especificamente as características do enrijecedor do modelo CL200 em relação aos demais para $\alpha = 1,4$ e $1,8$, o que associado a um acréscimo sutil, indica meramente alguma pequena variação devido a efeitos da análise numérica.

Nesse sentido, a Figura 4.19 apresenta as deformadas para ambos os modelos com $\gamma = 49,2$ e $\alpha = 1,4$ e $1,8$. São observadas algumas pequenas alterações de deformações nos modelos CL200 e CL400 em relação ao Plano no caso de $\alpha = 1,8$, contudo, isso se deve a distribuição de malha com certo grau de irregularidade nos enrijecedores com geometria clothoidal. Entretanto, a não homogeneidade das dimensões desses elementos é uma particularidade sem relevância significativa para os resultados das análises.

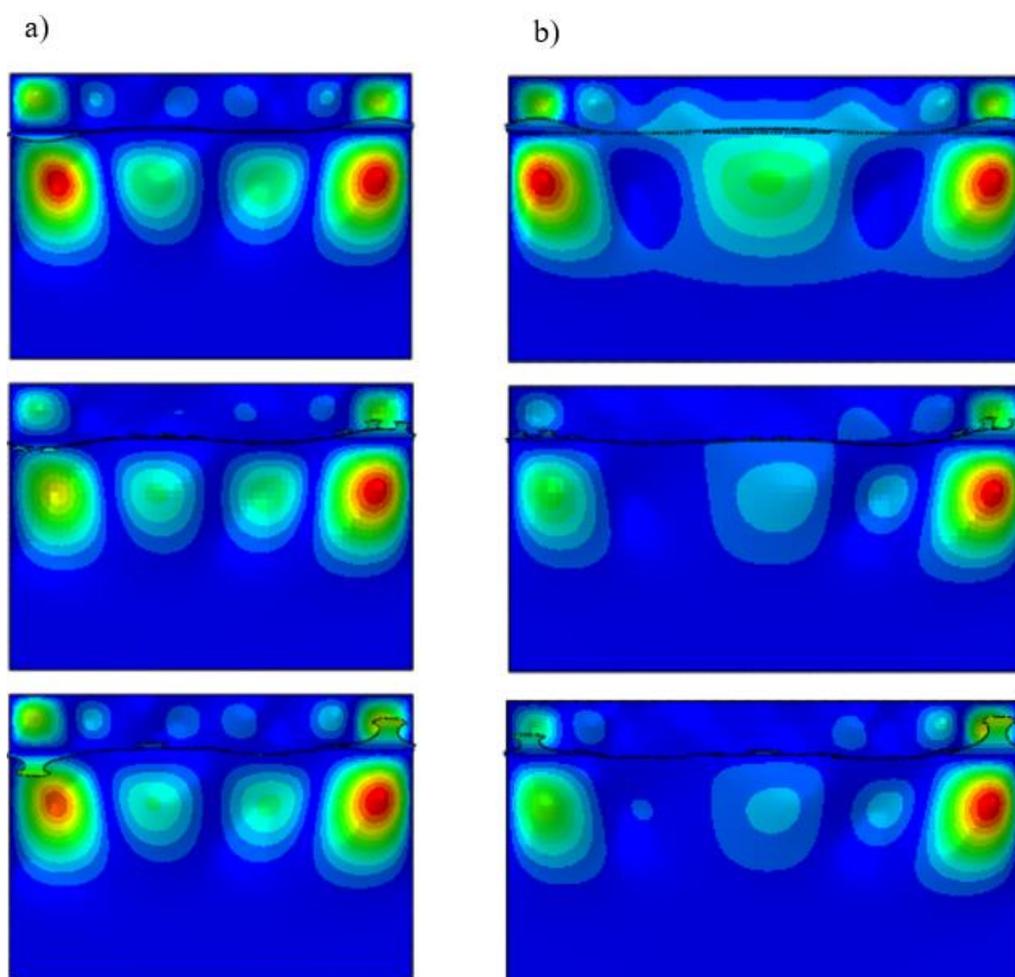


Figura 4.19: Desformadas para as diferentes formas de enrijecedor para: a) $\alpha = 1,4$; b) $\alpha = 1,8$.

4.4 Influência de e_x para casos de placas submetidas à flexão

Conforme observado nos itens anteriores, os modelos CL400 apresentam resultados de k um pouco maiores que os modelos CL200, considerando-se todos os demais parâmetros iguais. As diferenças geométricas entre um enrijecedor com e_x de 400 mm para um de e_x de 200mm se deve ao número de *dowels* e, conseqüentemente, as suas dimensões, que são proporcionais a e_x .

Nesse sentido, avaliou-se a influência de e_x na resposta do coeficiente de flambagem, k , para placas quadradas submetidas à flexão pura com enrijecedores localizados na posição $d/b = 0,2$. Foram analisados modelos com enrijecedores utilizando valores para e_x entre 150 e 500 mm, variando-se a cada 50 mm.

Até esse ponto todos os modelos foram analisados com dimensões da placa múltiplas de 200 e 400 mm, com largura padrão de 2000 mm, mantendo um número inteiro de *dowels*. Nesse sentido, as dimensões da placa foram ajustadas para valores próximos de 2000 mm em função do e_x adotado, de maneira a manter o padrão de número inteiro de *dowels*. Além disso, a largura plana b_s teve pequenas correções nesses modelos para convergir em valores iguais de γ para todos os casos comparados.

A Figura 4.20 correlaciona os resultados de k com o passo e_x para diversos valores de γ , demonstrando um acréscimo consecutivo de k em função de e_x . As curvas também indicam uma variação aproximadamente linear para uma faixa de valores de γ menores abaixo da rigidez ótima, conforme demonstrado pelos coeficientes de determinação (R^2) da Tabela 4.6.

Tabela 4.6: Relação linear de k versus e_x .

γ	coef. angular	R^2
4,5	0,0406	0,987
6,3	0,0586	0,985
8,4	0,0690	0,988
11,0	0,0756	0,979

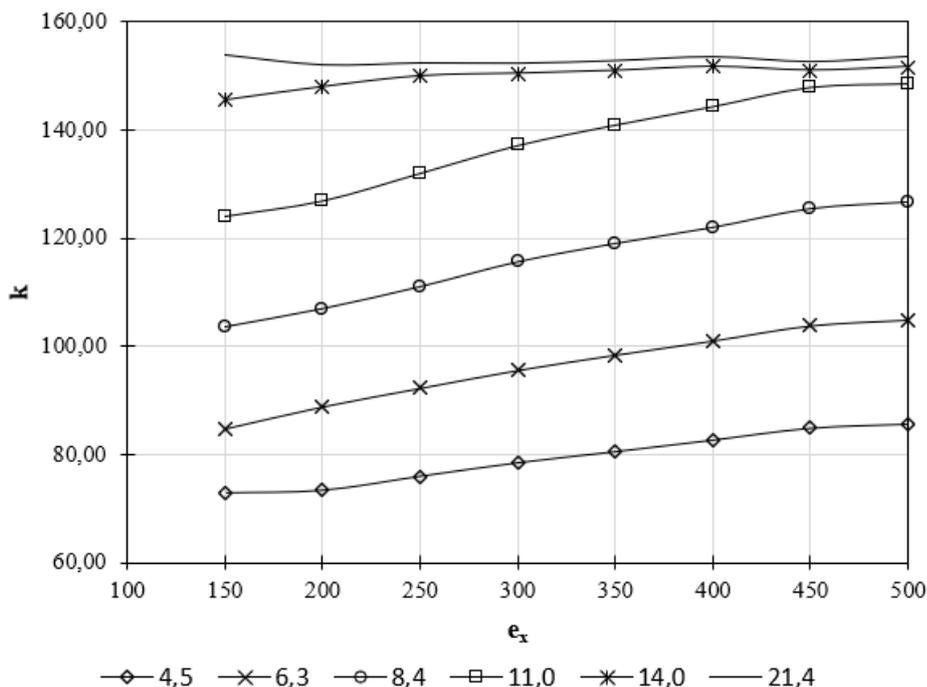


Figura 4.20: k em função de e_x para vários γ .

4.5 Análise de placas enrijecidas submetidas ao cisalhamento para várias posições de enrijecedores

Assim como para os carregamentos de tensões normais, avaliou-se o comportamento de placas quadradas enrijecidas submetidas ao cisalhamento puro em função da posição para várias rigidezes. Considerou-se os mesmos padrões de modelos (Plano, CL200 e CL400) e a mesma faixa de posições. E ainda que se saiba que a posição ótima para o caso seja o enrijecedor localizado no centro na placa ($d/b = 0,5$), a análise considera a possibilidade de aplicação em outras posições, além de avaliar se os modelos com enrijecedores de geometria clothoidal mantêm um padrão de comportamento para diferentes posições.

Nesse sentido, a Figura 4.21 exibe os resultados de k em função de d/b com diversos γ para os modelos Plano, CL200 e CL400. De acordo com o observado na figura, todas as formas apresentam o mesmo padrão de comportamento em função da posição, com os menores valores de k para os casos em que o enrijecedor está mais próximo da borda da placa, aumentando sucessivamente até atingir a posição $d/b = 0,5$.

Além disso, também são observados acréscimos nos valores de k comparando-se os modelos com enrijecedor de formato clothoidal com o plano. As maiores variações relativas ocorrem sempre na posição $0,5b$, sendo que a maior diferença do modelo CL200 em relação ao modelo Plano foi de 12,80% para $\gamma = 4,5$ e de 19,54% para o mesmo valor de γ comparando-se o modelo CL400 com o Plano.

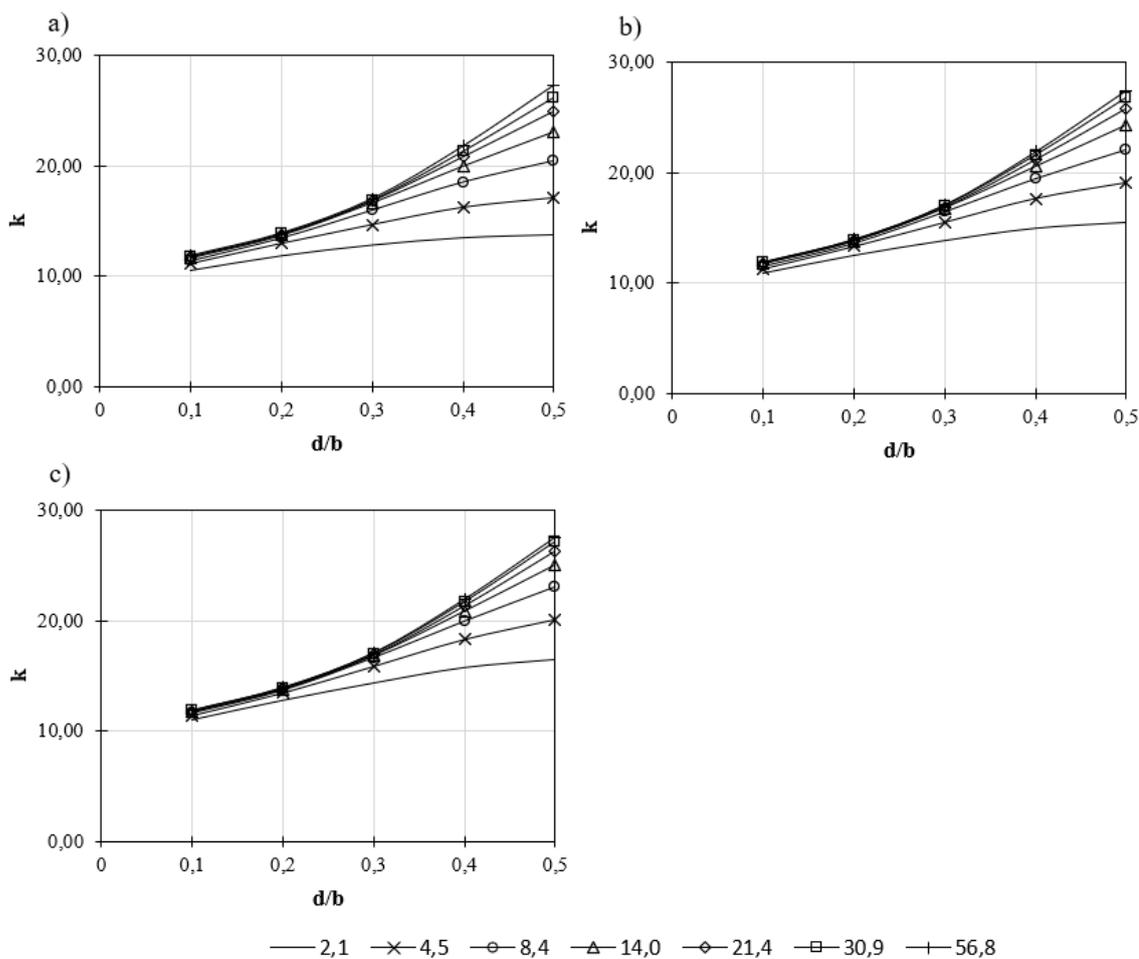


Figura 4.21: k versus d/b de placas submetidas ao cisalhamento para os modelos a) Plano; b) CL200; c) CL400.

A Figura 4.22 exibe as deformadas para os modelos Plano, CL200 e CL400 com um valor intermediário de $\gamma = 8,4$ para as o enrijecedor com posição $d/b = 0,2$ (Figura 4.22.a) e $d/b = 0,4$ (Figura 4.22.b). Para esse valor de γ , ambos os modelos apresentam modo flambagem local no painel inferior com enrijecedor localizado a $0,2b$ da borda superior, enquanto que para a posição $d/b = 0,4$ observa-se flambagem global para as três formas analisadas, contudo é perceptível a tendência de formação de flambagem local, principalmente nos modelos com enrijecedor clothoidal.

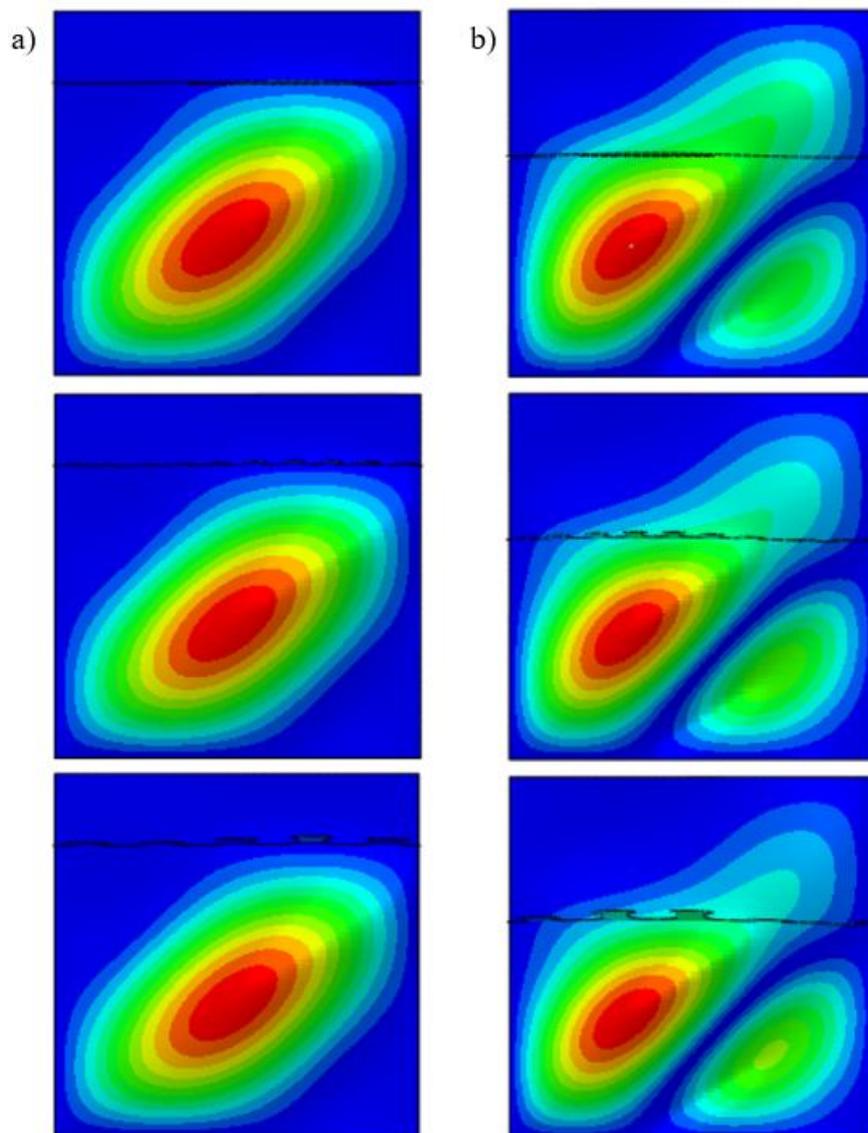


Figura 4.22: Configuração de deformação dos modelos Plano, CL200 e CL400 submetidos ao cisalhamento com $\gamma = 8,4$ e enrijecedor na posição a) $d/b = 0,2$; b) $d/b = 0,4$.

4.6 Influência da rigidez e razão de aspecto associada a forma do enrijecedor em placas submetidas ao cisalhamento puro

Para avaliar a relação da rigidez relativa no comportamento de placas enrijecidas submetidas ao cisalhamento associado aos formatos de enrijecedores clothoidal, simulou-se numericamente modelos com enrijecedores na posição $d/b = 0,5$ para valores de γ que variam de 0,7 a 73,6.

A Figura 4.23 apresenta as curvas de k em função de γ para os modelos Plano, CL200 e CL400. De maneira análoga as tensões normais, o coeficiente de flambagem cresce de acordo com aumento da rigidez até atingir um patamar, quando k passa a não ter mais variações significante. Além disso, permanecem as diferenças entre os modelos com diferentes formas de enrijecedor para um mesmo valor de γ , sendo que essas variações são maiores para os modelos CL400 em relação aos modelos CL200, tendência já observada nos itens anteriores deste capítulo.

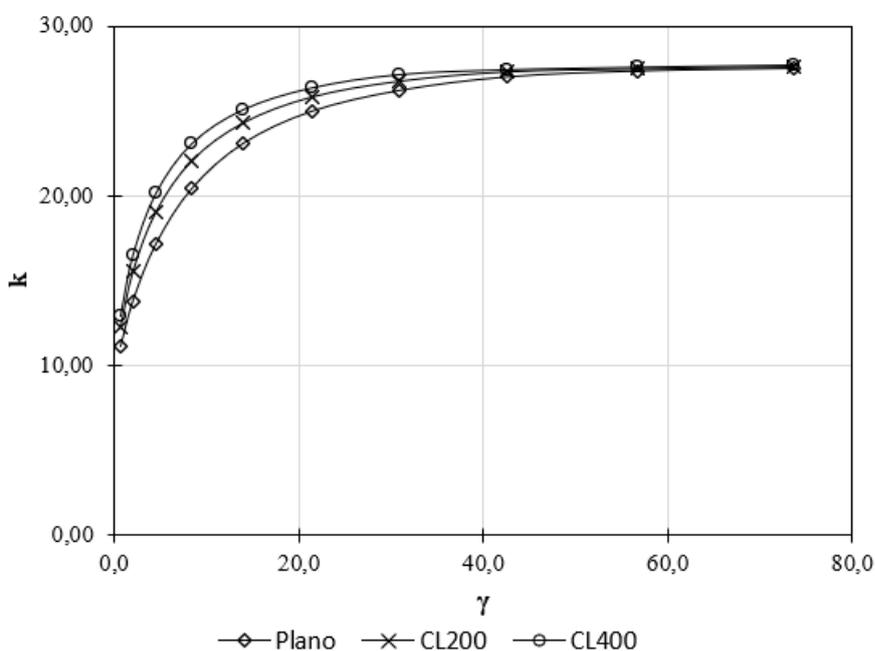


Figura 4.23: k versus γ de modelos submetidos ao cisalhamento para as três formas de enrijecedor avaliadas.

As razões de k entre os modelos CL200 e CL400 em relação aos modelos Plano são indicadas na Tabela 4.7. O acréscimo de k atinge uma taxa máxima de 1,13 para $\gamma = 2,1$ comparando-se os modelos CL200 e Plano, que decresce consecutivamente até atingir a estabilidade, próximo da igualdade, à medida que γ aumenta. O mesmo processo é observado comparando-se os modelos CL400 e Plano, com razão máxima de 1,20, também para $\gamma = 2,1$.

Esse padrão de convergência entre as razões de k para as diferentes formas de enrijecedores ocorre devido as características das curvas em função da rigidez para a situação de cisalhamento, que não apresenta trecho aproximadamente linear para faixas intermediárias de γ , como no caso de flexão pura (Figura 4.11).

Tabela 4.7: Relação de k e γ para modelos quadrados sob cisalhamento.

γ	k_{Plano}	k_{CL200}	k_{CL400}	$k_{\text{CL200}}/k_{\text{Plano}}$	$k_{\text{CL400}}/k_{\text{Plano}}$
0,7	11,11	12,29	12,90	1,11	1,16
2,1	13,80	15,57	16,50	1,13	1,20
4,5	17,17	19,08	20,15	1,11	1,17
8,4	20,44	22,09	23,08	1,08	1,13
14,0	23,09	24,31	25,08	1,05	1,09
21,4	24,99	25,84	26,36	1,03	1,05
30,9	26,22	26,77	27,15	1,02	1,04
42,6	27,03	27,33	27,44	1,01	1,02
56,8	27,37	27,49	27,59	1,00	1,01
73,6	27,53	27,63	27,72	1,00	1,01

A Figura 4.24 exibe as deformadas para os modelos Plano (Figura 4.24.a), CL200 (Figura 4.24.b) e CL400 (Figura 4.24.c) para placas submetidas ao cisalhamento com $\gamma = 30,9$. Apesar dos valores de k serem bem próximos entre os três modelos (conforme apresentado na Tabela 4.7), é possível perceber uma pequena redução nas deformações em certas regiões para os modelos com enrijecedores clothoidal.

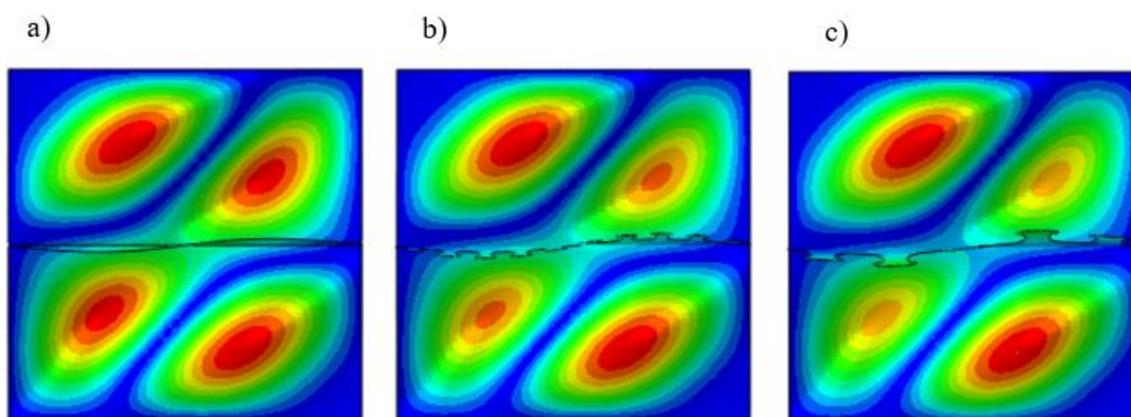


Figura 4.24: Deformadas de painéis submetidos ao cisalhamento com $\gamma = 30,9$ para os modelos a) Plano; b) CL200; c) CL4000.

Para avaliar a influência do formato clothoidal para placas com diferentes razões de aspecto submetidas ao cisalhamento, foram simulados modelos com α iguais a 0,6, 0,8, 1,4 e

1,8 em função de γ com os mesmos padrões de enrijecedores adotados anteriormente, localizados a $d/b = 0,5$.

As Figuras Figura 4.25 e Figura 4.26 expressam comparativamente as curvas de k em função de γ para os três tipos de modelos e para $\alpha = 0,6$ (Figura 4.25) e $\alpha = 0,8$ (Figura 4.26). Similarmente ao observado para os casos de tensões normais, os valores de γ para atingir o patamar de k são menores para razões de aspecto menores, em torno de 14,0 para $\alpha = 0,6$ e de 21,4 para $\alpha = 0,8$.

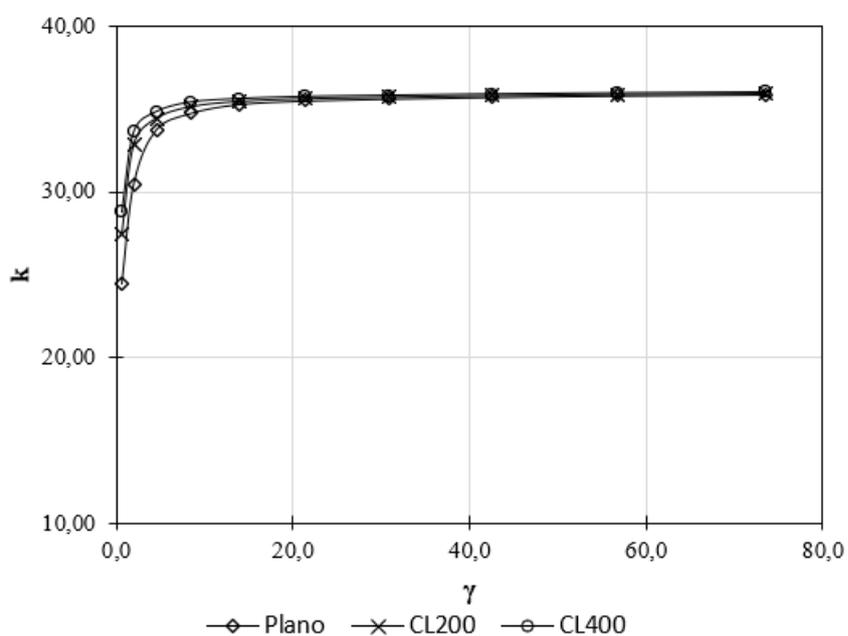


Figura 4.25: k versus γ com $\alpha = 0,6$ para modelos submetidos ao cisalhamento.

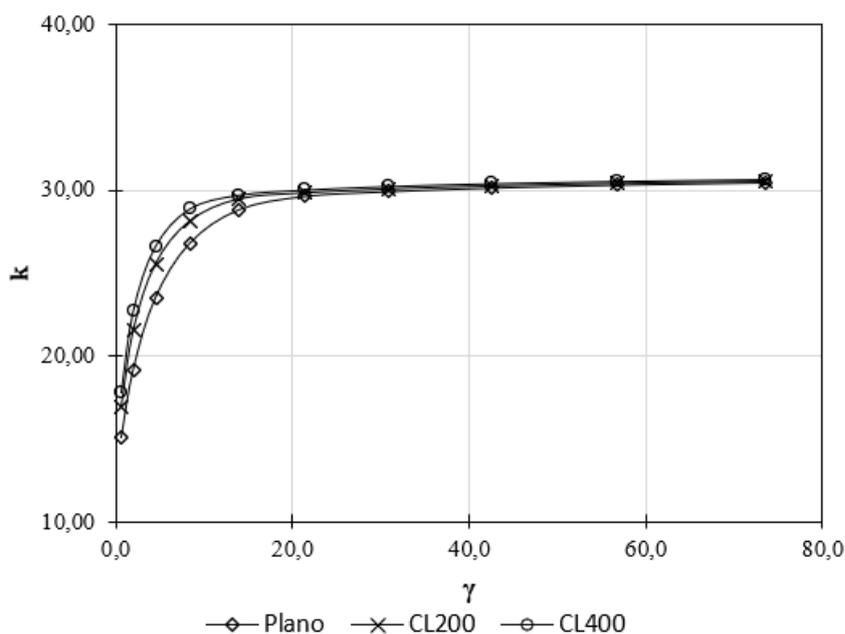


Figura 4.26: k versus γ com $\alpha = 0,8$ para modelos submetidos ao cisalhamento.

A Tabela 4.8 mostra os valores de k para os três modelos em função de γ para a razão de aspecto de 0,6, assim como as razões entre esses valores comparando-se os modelos com enrijecedores de formato clothoidal com o Plano. Conforme a tabela, não há grandes variações de k entre os formatos, sendo algumas diferenças um pouco mais expressivas para valores pequenos de γ . Situação similar pode ser observada na Tabela 4.9, que apresenta os dados de modelos com $\alpha = 0,8$.

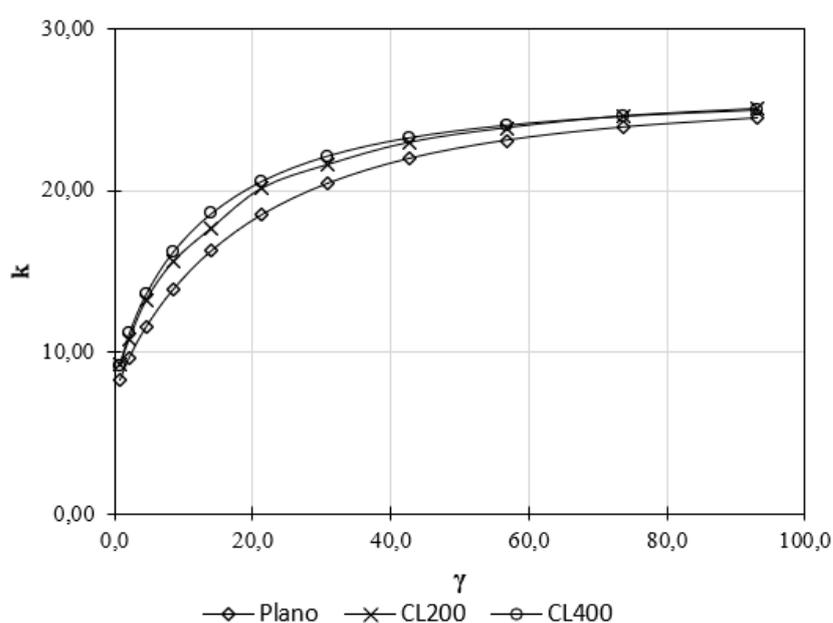
Tabela 4.8: Relação de k e γ com $\alpha = 0,6$ para modelos submetidos ao cisalhamento.

γ	k_{Plano}	k_{CL200}	k_{CL400}	$k_{\text{CL200}}/k_{\text{Plano}}$	$k_{\text{CL400}}/k_{\text{Plano}}$
0,7	24,42	27,45	28,81	1,12	1,18
2,1	30,47	32,87	33,61	1,08	1,10
4,5	33,72	34,43	34,81	1,02	1,03
8,4	34,75	35,14	35,39	1,01	1,02
14,0	35,31	35,47	35,60	1,00	1,01
21,4	35,52	35,63	35,73	1,00	1,01
30,9	35,63	35,72	35,80	1,00	1,00
42,6	35,74	35,81	35,88	1,00	1,00
56,8	35,82	35,88	35,95	1,00	1,00
73,6	35,89	35,95	36,00	1,00	1,00

Tabela 4.9: Relação de k e γ com $\alpha = 0,8$ para os modelos submetidos ao cisalhamento.

γ	k_{Plano}	k_{CL200}	k_{CL400}	$k_{\text{CL200}}/k_{\text{Plano}}$	$k_{\text{CL400}}/k_{\text{Plano}}$
0,7	15,05	16,90	17,83	1,12	1,19
2,1	19,15	21,54	22,71	1,12	1,19
4,5	23,48	25,54	26,58	1,09	1,13
8,4	26,81	28,16	28,87	1,05	1,08
14,0	28,84	29,50	29,71	1,02	1,03
21,4	29,65	29,86	30,02	1,01	1,01
30,9	29,93	30,10	30,23	1,01	1,01
42,6	30,16	30,29	30,40	1,00	1,01
56,8	30,33	30,44	30,54	1,00	1,01
73,6	30,48	30,57	30,66	1,00	1,01

Já as Figuras Figura 4.27 e Figura 4.28 exibem as curvas de k em função de γ para modelos submetidos ao cisalhamento com razões de aspecto maiores que 1,0 ($\alpha = 1,4$ e 1,8). Para ambos os casos permanece a característica de certas diferenças nos valores de k comparando-se os modelos para valores iguais de γ . Observa-se, também, que k não atingi um patamar, completamente, mesmo para valores mais elevados de rigidez, indicando o quanto razão de aspecto influencia no comportamento de placas submetidas ao cisalhamento em função da rigidez relativa.

Figura 4.27: k versus γ com $\alpha = 1,4$ para modelos submetidos ao cisalhamento.

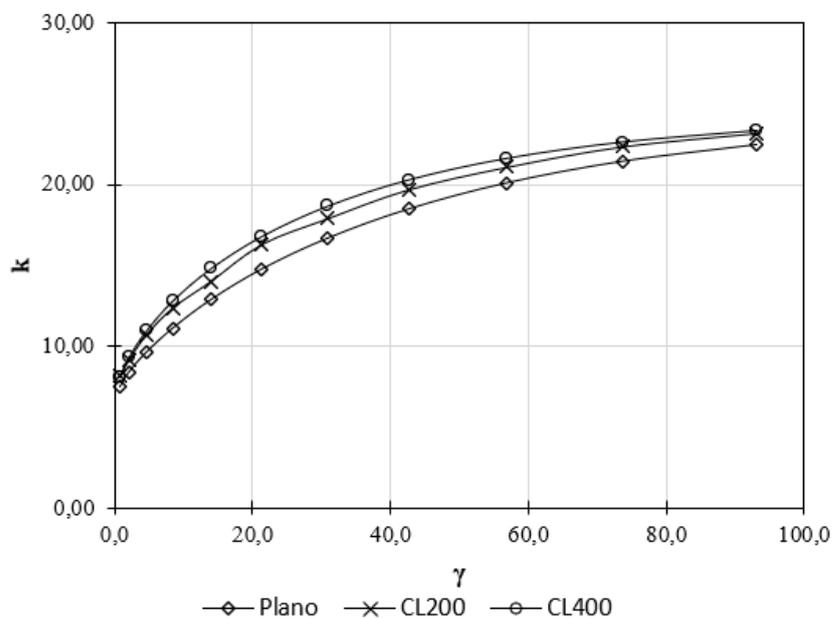


Figura 4.28: k versus γ com $\alpha = 1,8$ para modelos submetidos ao cisalhamento.

Os coeficientes de flambagem e as respectivas razões entre os modelos são expressos para $\alpha = 1,4$ pela Tabela 4.10 e para $\alpha = 1,8$ pela Tabela 4.11. Para o primeiro caso a maior diferença entre os modelos CL200 e Plano é de 1,14 e para os modelos CL400 e Plano de 1,18, ambos para $\gamma = 4,5$. Já para o segundo, a maior razão entre CL200 e Plano é de 1,11 e entre CL400 e Plano esse valor é 1,15.

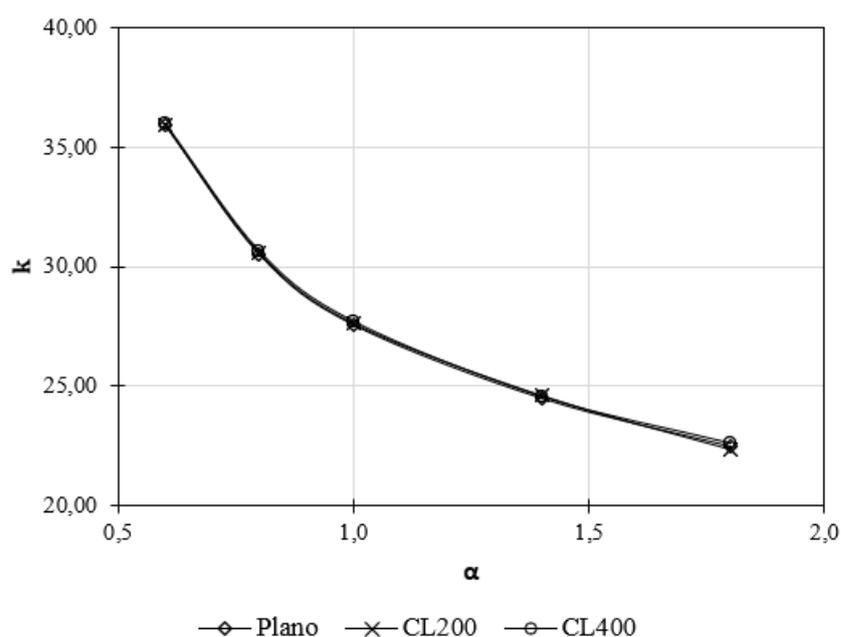
Tabela 4.10: Relação de k e γ com $\alpha = 1,4$ para os modelos submetidos ao cisalhamento.

γ	k_{Plano}	k_{CL200}	k_{CL400}	$k_{\text{CL200}}/k_{\text{Plano}}$	$k_{\text{CL400}}/k_{\text{Plano}}$
0,7	8,26	9,22	9,18	1,12	1,11
2,1	9,64	10,77	11,15	1,12	1,16
4,5	11,56	13,21	13,60	1,14	1,18
8,4	13,85	15,58	16,19	1,12	1,17
14,0	16,24	17,66	18,57	1,09	1,14
21,4	18,50	20,15	20,58	1,09	1,11
30,9	20,42	21,59	22,12	1,06	1,08
42,6	21,95	22,97	23,24	1,05	1,06
56,8	23,08	23,87	24,02	1,03	1,04
73,6	23,88	24,60	24,57	1,03	1,03
93,2	24,45	25,06	24,96	1,02	1,02

Tabela 4.11: Relação de k e γ com $\alpha = 1,8$ para os modelos submetidos ao cisalhamento.

γ	k_{Plano}	k_{CL200}	k_{CL400}	$k_{\text{CL200}}/k_{\text{Plano}}$	$k_{\text{CL400}}/k_{\text{Plano}}$
0,7	7,48	8,14	8,12	1,09	1,09
2,1	8,41	9,12	9,35	1,08	1,11
4,5	9,60	10,66	10,94	1,11	1,14
8,4	11,12	12,35	12,82	1,11	1,15
14,0	12,88	14,00	14,81	1,09	1,15
21,4	14,77	16,30	16,81	1,10	1,14
30,9	16,66	17,89	18,66	1,07	1,12
42,6	18,47	19,68	20,28	1,07	1,10
56,8	20,08	21,07	21,61	1,05	1,08
73,6	21,41	22,35	22,62	1,04	1,06
93,2	22,45	23,19	23,34	1,03	1,04

A Figura 4.29 exibe as curvas para os valores de k em função de α (com $\gamma = 73,6$) para os três modelos analisados submetidos ao cisalhamento, e diferentemente do observado para o caso de flexão pura, os limites de k diminuem progressivamente em função da razão de aspecto. Além disso, não há quaisquer diferenças significativas entre os três modelos.

Figura 4.29: k limite em função de α com $\gamma = 73,6$ para modelos submetidos ao cisalhamento.

Por fim, a Figura 4.30 apresenta os modos de flambagem para modelos enrijecidos submetidos ao cisalhamento com todas as razões de aspecto estudadas para $\gamma = 73,6$, adotando-se como exemplo os modelos CL200. Observa-se que até $\alpha = 1,0$ ocorre modo de flambagem local bem definido, isto é, o enrijecedor é capaz de manter uma linha nodal dividindo totalmente a placa em dois subpainéis. Já para os casos de α iguais a 1,4 e 1,8, essa divisão não é totalmente completa, ocorrendo deformações do conjunto placa e enrijecedor em região no centro do modelo.

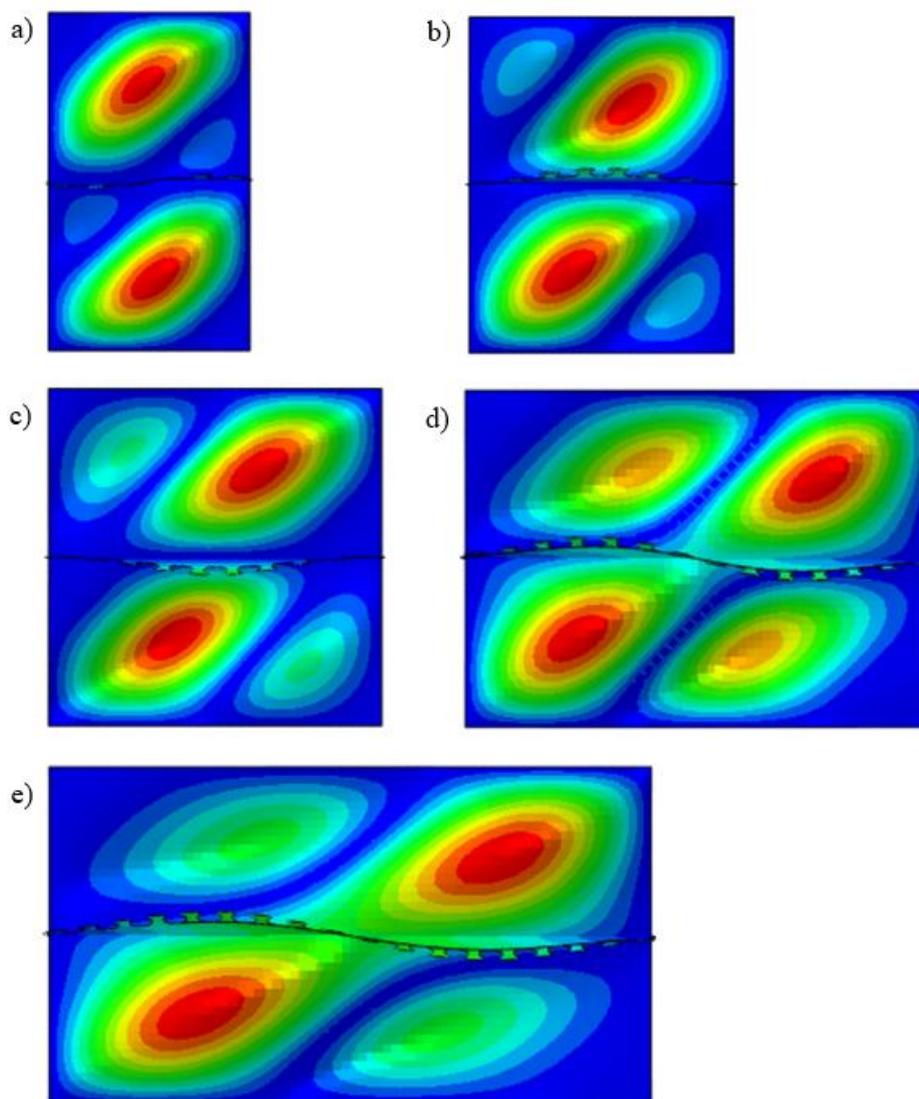


Figura 4.30: Modos de flambagem de modelos submetidos ao cisalhamento com razão de aspecto de a) 0,6; b) 0,8; c) 1,0; d) 1,4; e) 1,8.

4.7 Processo Iterativo

Conforme observado para todos os casos analisados até este ponto no presente trabalho, os modelos enrijecidos com enrijecedores compostos por parcela geométrica clothoidal acrescida à parte plana apresentaram alguma taxa de desempenho em relação ao convencional, de mesma largura plana. O que pode ser explicado pela não computação dessa parcela extra no cálculo de γ , devido a geometria variável e com certo grau de complexidade.

Com base nisso e na avaliação da relação dessas variações com o passo e_x , decidiu-se desenvolver, por meio de simulações numéricas, um processo de iteração para encontrar um enrijecedor plano com largura equivalente a configuração de um enrijecedor clothoidal em função do parâmetro e_x .

O processo consiste na escolha de uma configuração de painel enrijecido, a qual se conhece o valor de k para um modelo com enrijecedor clothoidal com um dado e_x . Adota-se um modelo com enrijecedor plano com as mesmas configurações e, a partir daí, são realizadas novas modelagens com incrementos de largura no enrijecedor até que se obtenha um resultado de k que convirja, dentro de diferenças especificadas, para o valor do modelo original com enrijecedor de geometria clothoidal. Assim, o valor final plano incrementado pode ser considerado como a dimensão plana equivalente a parcela de geometria clothoidal.

Sendo assim, definiu-se um modelo base, caracterizado por placa quadrada submetida à flexão com enrijecedor na posição $d/b = 0,2$ e uma rigidez intermediária de 8,4. O incremento de largura foi definido utilizando uma taxa aproximada correlacionando o acréscimo de k em função da variação de b_s , representado pela seguinte equação:

$$\Delta b_{si} = \frac{(k_{CL} - k_{i-1})}{3} \quad (4.1)$$

O ponto de parada do processo de iterativo foi definido como a diferença relativa entre o coeficiente de flambagem do modelo clothoidal (k_{CL}) e o coeficiente de flambagem de iteração (k_i) sendo menor que 0,1%.

Tabela 4.12 apresenta os resultados finais do processo iterativo para os respectivos valores de e_x , sendo que n é o número de iterações realizadas, $b_{s,ef}$ é a largura de um enrijecedor plano que leva a um mesmo k de um modelo com enrijecedor clothoidal e $b_{s,eq}$ é a largura plana que equivale a parcela clothoidal associado a um dado e_x .

Tabela 4.12: Relação de resultados do processo iterativo para cada e_x considerado.

e_x (mm)	n	b_s (mm)	$b_{s,ef}$ (mm)	k_{CL}	k	$b_{s,eq}$ (mm)	dif k (%)
150	2	51	55,78	103,618	103,665	4,78	0,04
200	4	50	55,81	106,974	106,906	5,81	0,06
250	3	50	56,91	111,033	111,121	6,91	0,08
300	4	51	58,95	115,616	115,669	7,95	0,05
350	3	51	59,82	119,004	119,112	8,82	0,09
400	5	50	59,65	121,970	122,068	9,65	0,08
450	6	52,2	62,69	125,436	125,375	10,49	0,05
500	4	50	60,73	126,663	126,556	10,73	0,08

A partir dos resultados obtidos, plotou-se uma curva de $b_{s,eq}$ em função de e_x , conforme exibido pela Figura 4.31. De acordo com os resultados, observa-se que $b_{s,eq}$ apresentou valores crescentes e com certa tendência linear em função de e_x , sendo que o ponto mais discrepante dessa tendência ocorre para $e_x = 500$ mm, em que $b_{s,eq}$ pouco difere do ponto anterior, $e_x = 450$ mm.

Nesse sentido, estabeleceu-se uma equação linear que estabelece relaciona uma largura plana que equivale a um trecho clothoidal em função de e_x para um enrijecedor composto de uma parcela plana e uma clothoidal. A função linear apresentou um coeficiente de determinação, R^2 , de 0,9834, representada pela seguinte equação:

$$b_{s,eq} = 0,0177e_x + 2,406 \quad (4.2)$$

onde e_x e $b_{s,eq}$ são dados em mm.

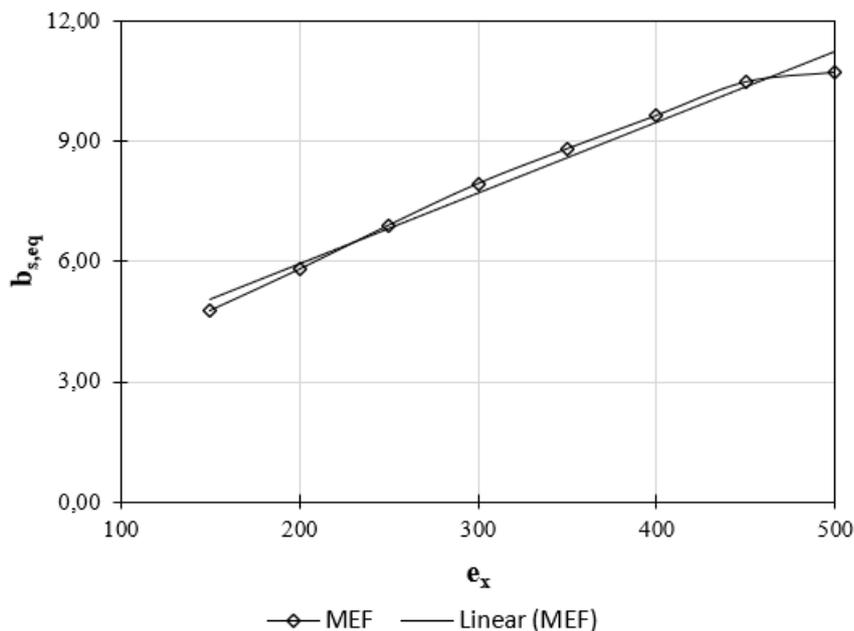


Figura 4.31: Largura plana equivalente a geometria clothoidal em função de e_x .

4.8 Verificação da Equação 4.2 com os modelos com enrijecedores clothoidal

Para avaliar a abrangência da Equação 4.2, comparou-se os resultados dos modelos originais com enrijecedor clothoidal com os respectivos modelos com enrijecedores plano equivalentes, determinados pela Equação 4.2. Essas comparações foram realizadas com base nos mesmos parâmetros e casos avaliados por este trabalho e mantendo os mesmos padrões de modelos com enrijecedores clothoidal, CL200 e CL400.

Ressalta-se que, até este ponto do trabalho, os valores de γ mantém o mesmo padrão de cálculo, determinado com base na largura, b_s , da parte plana dos modelos com enrijecedores clothoidal. Além disso, adotou-se para os modelos com enrijecedores planos determinados utilizando a Equação 4.2 a nomenclatura com prefixo EQ sucedido do valor de e_x utilizado.

A Figura 4.32.a apresenta os resultados comparativos de k em função da posição do enrijecedor entre os modelos CL200 e EQ200 (nomenclatura adotada para os modelos com

enrijecedores calculados pela Equação 4.2), considerando diferentes valores de γ . A maior diferença relativa foi de 1,26%, encontrada para $\gamma = 4,5$ com enrijecedor na posição $d/b = 0,2$. Além disso, todos as demais comparações apresentaram diferenças abaixo de 1%. Analogamente, a Figura 4.32.b apresenta os resultados entre os modelos CL400 e EQ400, sendo a maior diferença de 2,61%, também para o caso de $\gamma = 4,5$ e $d/b = 0,2$.

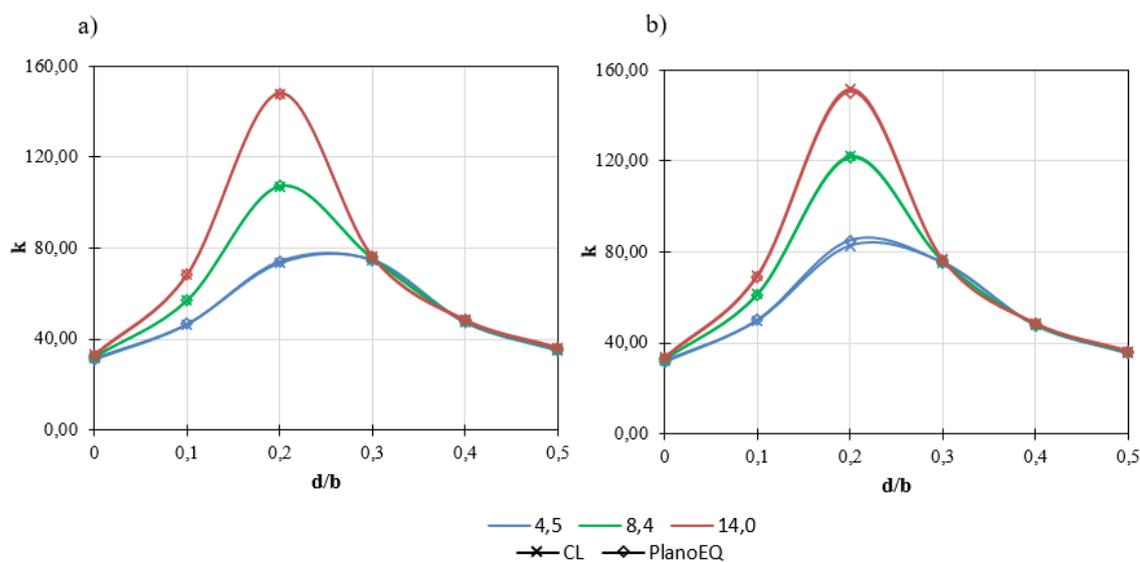


Figura 4.32: Comparação entre modelos com enrijecedores clothoidal e plano para o caso de $\psi = -1,0$ com diferentes γ e valores de e_x de a) 200; b) 400.

Para o caso de razão de tensões igual a $-0,5$, os resultados comparativos de k em função da posição são demonstrados pela Figura 4.33. Sendo que a maior diferença entre o modelo CL200 e seu respectivo plano equivalente foi de 3,19%, com $\gamma = 4,5$ e $d/b = 0,3$. Enquanto que para a mesma comparação para o modelo CL400, a maior diferença relativa foi de 8,05% para a mesma rigidez e posição do enrijecedor da comparação com CL200.

A Figura 4.34 exhibe a relação de k em função da posição do enrijecedor para o caso de $\psi = 0,0$, comparando-se os modelos CL200 e CL400 com seus respectivos equivalentes planos, determinados através da Equação 4.2. Para o primeiro caso, a maior diferença relativa foi de 3,25% para o caso de $\gamma = 4,5$ e na posição $d/b = 0,4$. Enquanto que para o segundo caso, essa diferença foi de 7,89%, também para γ de 4,5 e d/b de 0,4.

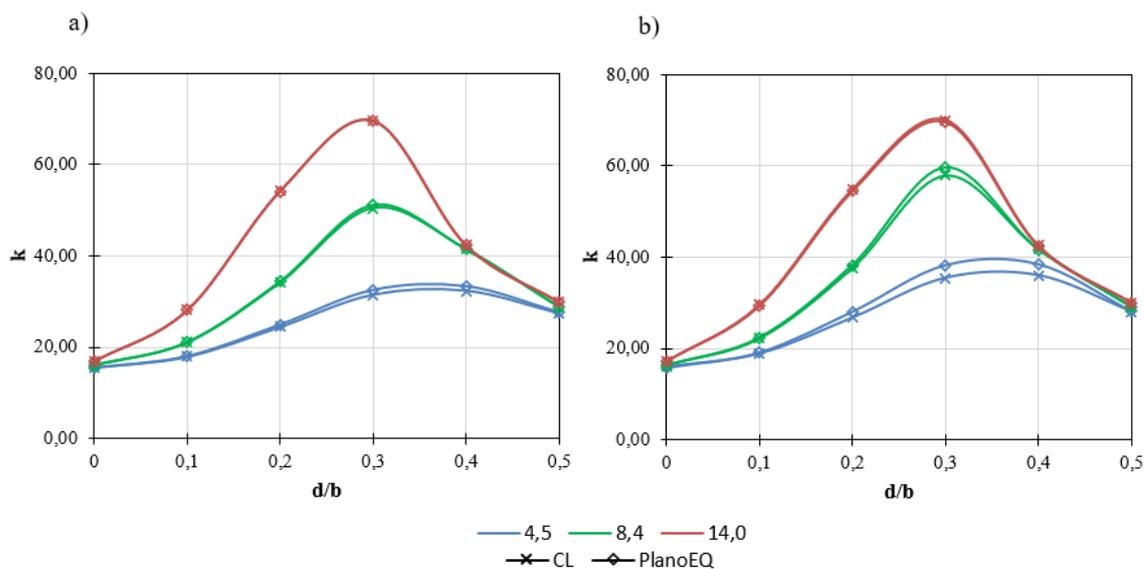


Figura 4.33: Comparação entre modelos com enrijecedores clothoidal e plano para o caso de $\psi = -0,5$ com diferentes γ e valores de e_x de a) 200; b) 400.

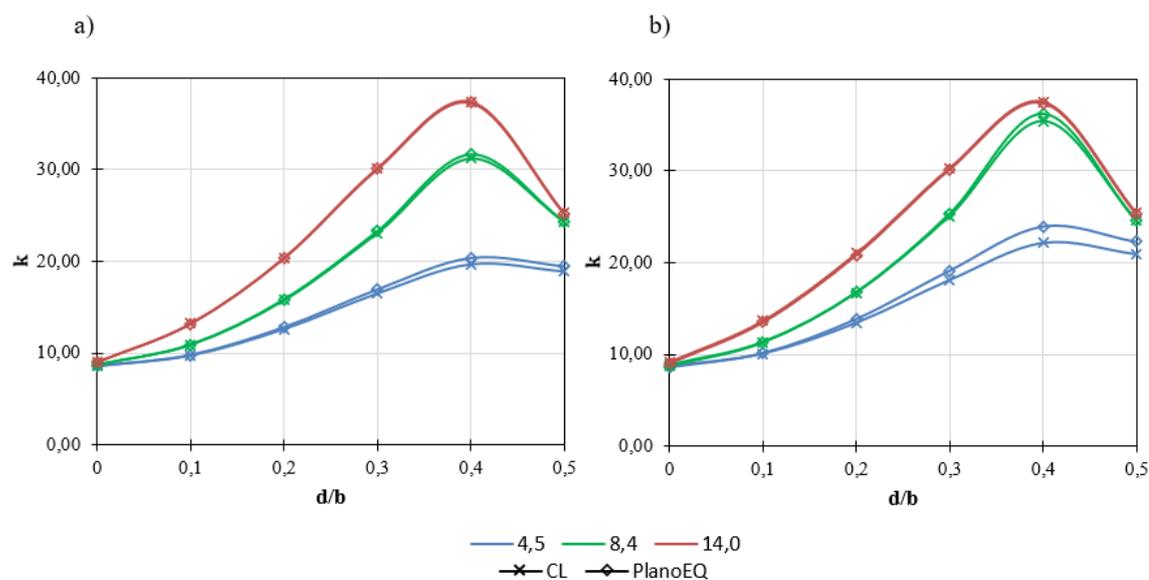


Figura 4.34: Comparação entre modelos com enrijecedores clothoidal e plano para o caso de $\psi = 0,0$ com diferentes γ e valores de e_x de a) 200; b) 400.

Analogamente, a Figura 4.35 apresenta o comparativo entre os modelos com enrijecedores clothoidal e com enrijecedores planos equivalentes, calculados pela Equação 4.2, considerando $\psi = 0,5$. As diferenças entre os modelos CL200 e CL400 e os seus respectivos planos equivalentes são de 3,15% e 7,48%, respectivamente, ambas para $\gamma = 4,5$ e $d/b = 0,5$.

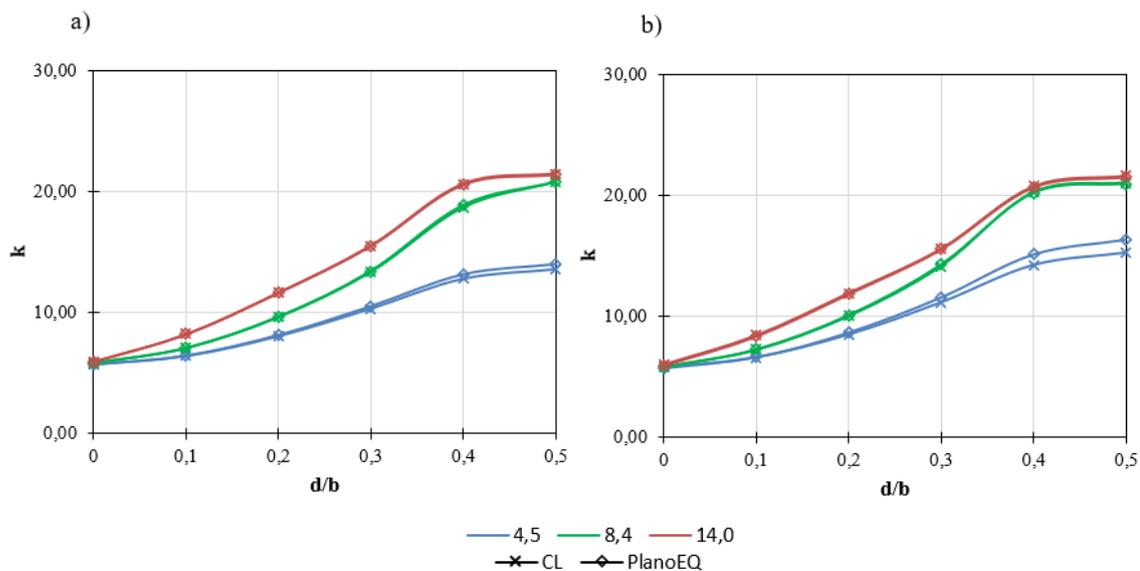


Figura 4.35: Comparação entre modelos com enrijecedores clothoidal e plano para o caso de $\psi = 0,5$ com diferentes γ e valores de e_x de a) 200; b) 400.

Por fim, a Figura 4.36 exibe o mesmo padrão de resultados comparativos das razões de tensões anteriores para o caso de compressão pura, $\psi = 1,0$. Quanto as diferenças entre os modelos, o maior valor encontrado para a comparação com $e_x = 200$ mm foi de 3,23%, enquanto que para $e_x = 400$ mm a maior diferença foi de 7,74%, mais uma vez para o menor valor de γ analisado, igual a 4,5, e para $d/b = 0,5$.

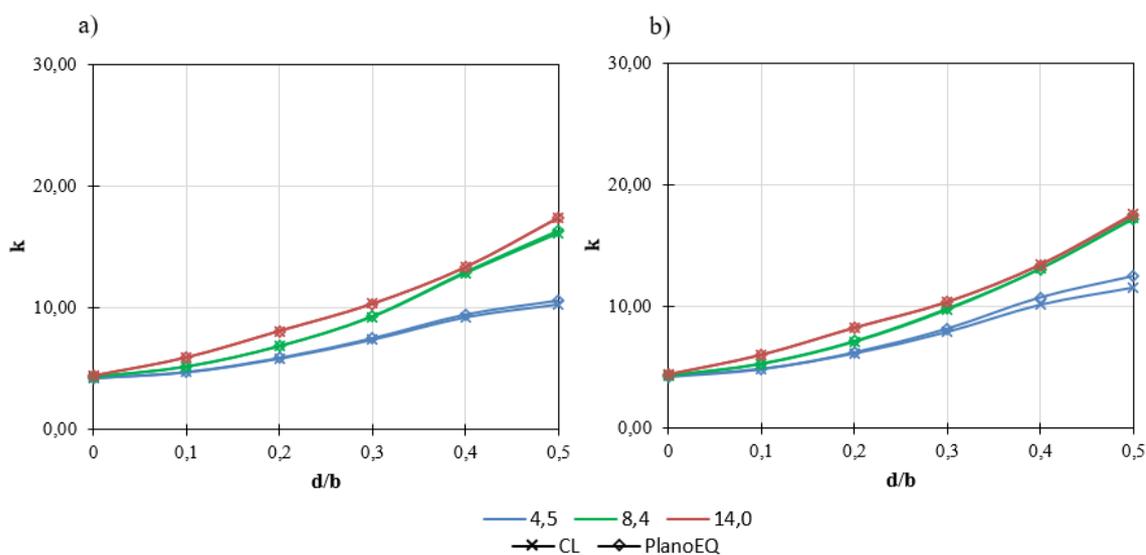


Figura 4.36: Comparação entre modelos com enrijecedores clothoidal e plano para o caso de $\psi = 1,0$ com diferentes γ e valores de e_x de a) 200; b) 400.

Também se avaliou a aplicação da Equação 4.2 para modelos em função da rigidez e para várias razões de aspecto, considerando o caso de flexão pura e para a posição $d/b = 0,2$. Nesse sentido, a Figura 4.37 exibe as curvas de k em função de γ para os modelos CL200 e EQ200 com $\alpha = 1,0$, sendo perceptível a coincidência das curvas. Além disso, as maiores diferenças, da ordem de 3%, ocorrem para valores de γ pequenos, para os demais valores essas diferenças caem para abaixo de 1%, conforme pode ser visto na Tabela 4.13, que apresenta os valores de k e as diferenças entre os modelos com enrijecedor clothoidal e os calculados pela Equação 4.2 para cada valor de γ .

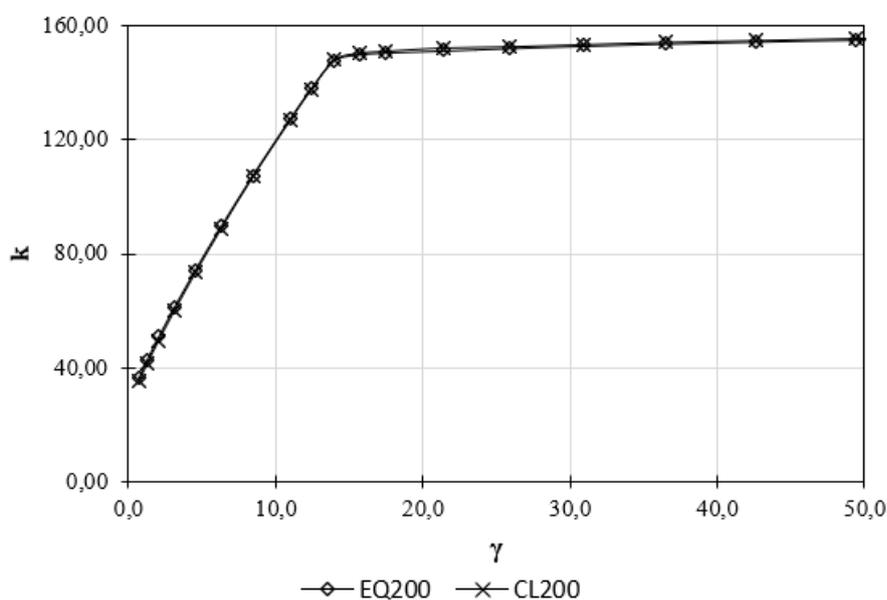
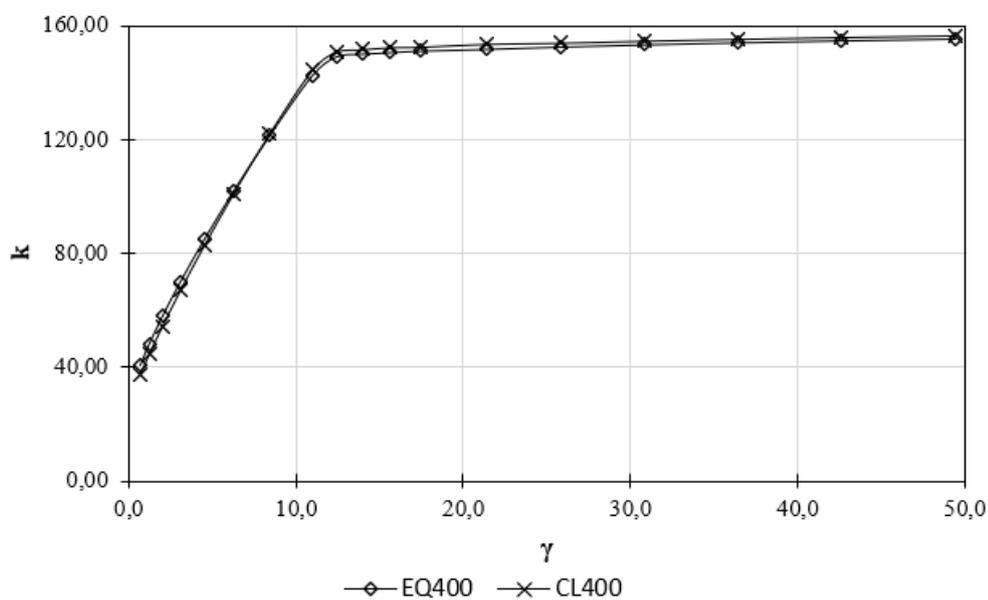


Figura 4.37: k em função de γ comparando os modelos CL200 e EQ200.

Analogamente, a Figura 4.38 estabelece as curvas de k em função de γ para os modelos CL400 e EQ400 submetidos à flexão pura e com $\alpha = 1,0$, apresentando padrão de sobreposição entre essas curvas. Sendo as maiores diferenças encontradas para os menores valores de γ , da ordem de 8% para γ até 1,3. Contudo, conforme pode ser observado na Tabela 4.13, a razão entre os modelos logo diminui e converge para aproximadamente 1,00.

Tabela 4.13: Relação de k em função de γ para os modelos CL200 e CL400 e os equivalentes EQ200 e EQ400.

γ	k_{CL200}	k_{EQ200}	k_{CL400}	k_{EQ400}	k_{EQ200}/k_{CL200}	k_{EQ400}/k_{CL400}
0,7	35,27	36,40	37,32	40,57	1,03	1,09
1,3	41,31	42,58	44,61	48,20	1,03	1,08
2,1	49,63	50,84	54,54	58,05	1,02	1,06
3,1	60,23	61,36	67,23	70,26	1,02	1,05
4,5	73,36	74,28	82,75	84,91	1,01	1,03
6,3	88,84	89,65	101,08	102,00	1,01	1,01
8,4	106,97	107,44	121,97	121,41	1,00	1,00
11,0	126,97	127,47	144,40	142,62	1,00	0,99
12,4	137,76	138,17	150,82	149,29	1,00	0,99
14,0	147,94	147,87	151,68	150,24	1,00	0,99
15,6	150,32	149,94	152,40	150,79	1,00	0,99
17,4	151,00	150,58	152,60	151,28	1,00	0,99
21,4	152,17	151,29	153,60	151,91	0,99	0,99
25,9	152,58	152,16	154,01	152,74	1,00	0,99
30,9	153,35	152,97	154,71	153,51	1,00	0,99
36,5	154,14	153,73	155,37	154,24	1,00	0,99
42,6	154,76	154,44	156,01	154,92	1,00	0,99
49,4	155,47	155,10	156,60	155,56	1,00	0,99

Figura 4.38: k em função de γ comparando os modelos CL400 e EQ400.

A aplicação da Equação 4.2 também foi avaliada para outros valores de α , considerando a comparação de curvas entre os modelos com enrijecedor clothoidal original e os calculados pela equação. A Figura 4.39 apresenta essa comparação para o caso de $e_x = 200$ mm com razões de aspecto de 0,6, 0,8, 1,4 e 1,8.

Para os casos de α iguais a 0,6 (Figura 4.39.a) e 0,8 (Figura 4.39.b), as curvas tiveram uma boa aproximação, sendo que os modelos equivalentes apresentaram valores de k sutilmente maiores que os originais. Para γ igual a 0,7 e 1,3, as diferenças variam de 3 a 6%, já a partir de $\gamma = 3,1$, essas diferenças se estabilizam abaixo de 1%, para ambas as razões de aspecto.

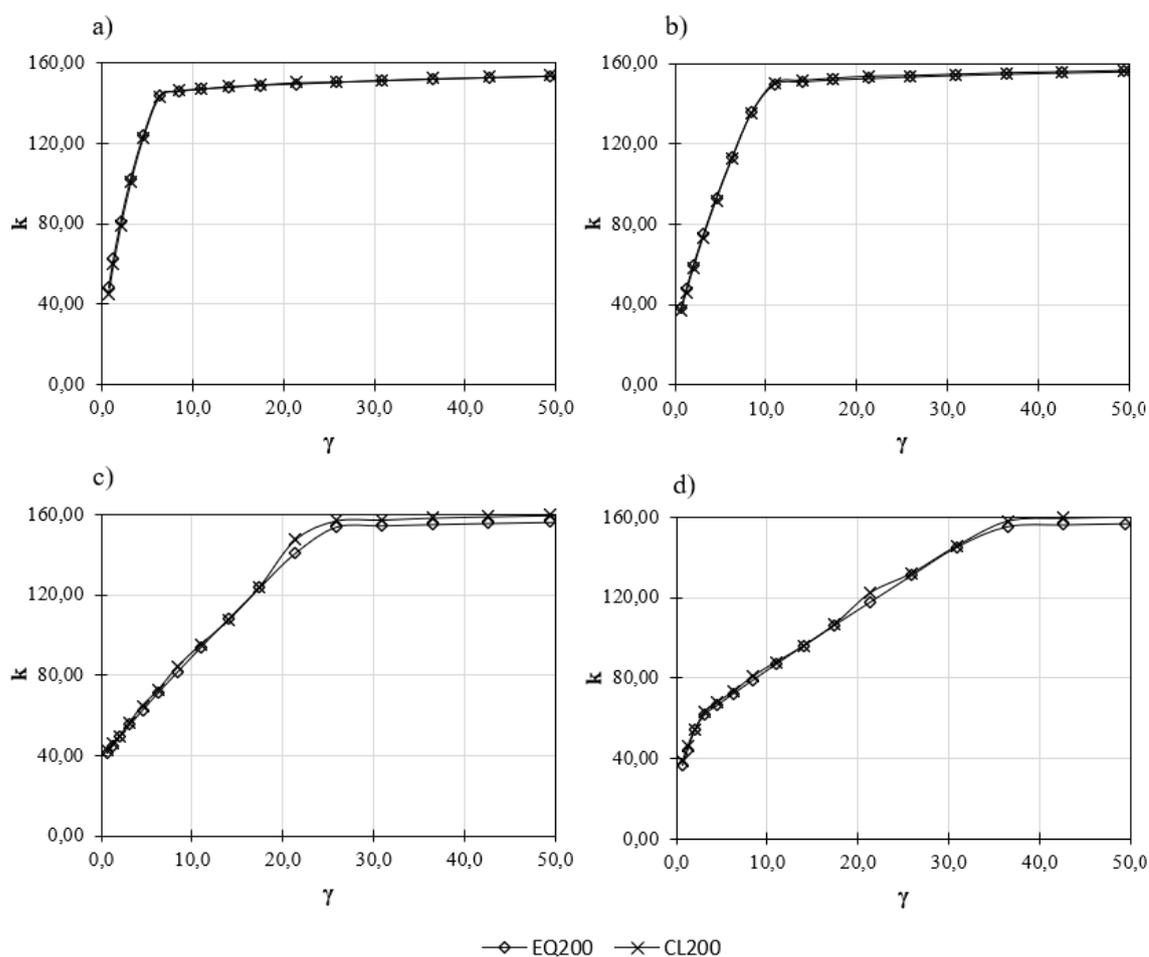


Figura 4.39: Comparação de k em função de γ entre modelos CL200 e EQ200 para a) $\alpha = 0,6$; b) $\alpha = 0,8$; c) $\alpha = 1,4$; d) $\alpha = 1,8$.

Para as razões de aspecto de 1,4 (Figura 4.39.c) e 1,8 (Figura 4.39.d) as curvas foram bem coincidentes, de maneira geral, sem diferenças significativas na comparação do comportamento entre os modelos.

A comparação para os mesmos valores de α para os modelos com a referência de e_x igual a 400 mm é apresentada na Figura 4.40. Nos casos de α iguais a 0,6 e 0,8 os modelos equivalentes com $\gamma = 0,7$ chegaram a apresentar valores de k em torno de 16 e 12% maiores que os modelos originais, sendo que essa diferença reduz sucessivamente até se estabilizar em torno de 1% a partir de $\gamma = 3,1$ para $\alpha = 0,6$ e a partir de $\gamma = 4,5$ para $\alpha = 0,8$.

Para $\alpha = 1,4$, a coincidência entre as curvas foi bem satisfatória, com uma diferença máxima de aproximadamente 4% para valores pequenos de γ e se mantendo abaixo de 1% em boa parte dos pontos. Para o caso de $\alpha = 1,8$, a convergência entre as curvas foi similar, contudo, apresentando diferenças entre 9 e 10% para valores de γ pequenos, como 0,7 e 1,3.

De maneira geral, a comparação das curvas de coeficiente de flambagem em função da rigidez relativa de modelos com enrijecedores clothoidal em relação aos equivalentes determinados pela Equação 4.2 apresentaram boa aproximação para os diferentes valores de α , sendo que algumas variações um pouco mais discrepantes foram identificadas principalmente para os modelos com e_x de 400 mm, para valores pequenos de γ , inclusive sem muita aplicação prática.

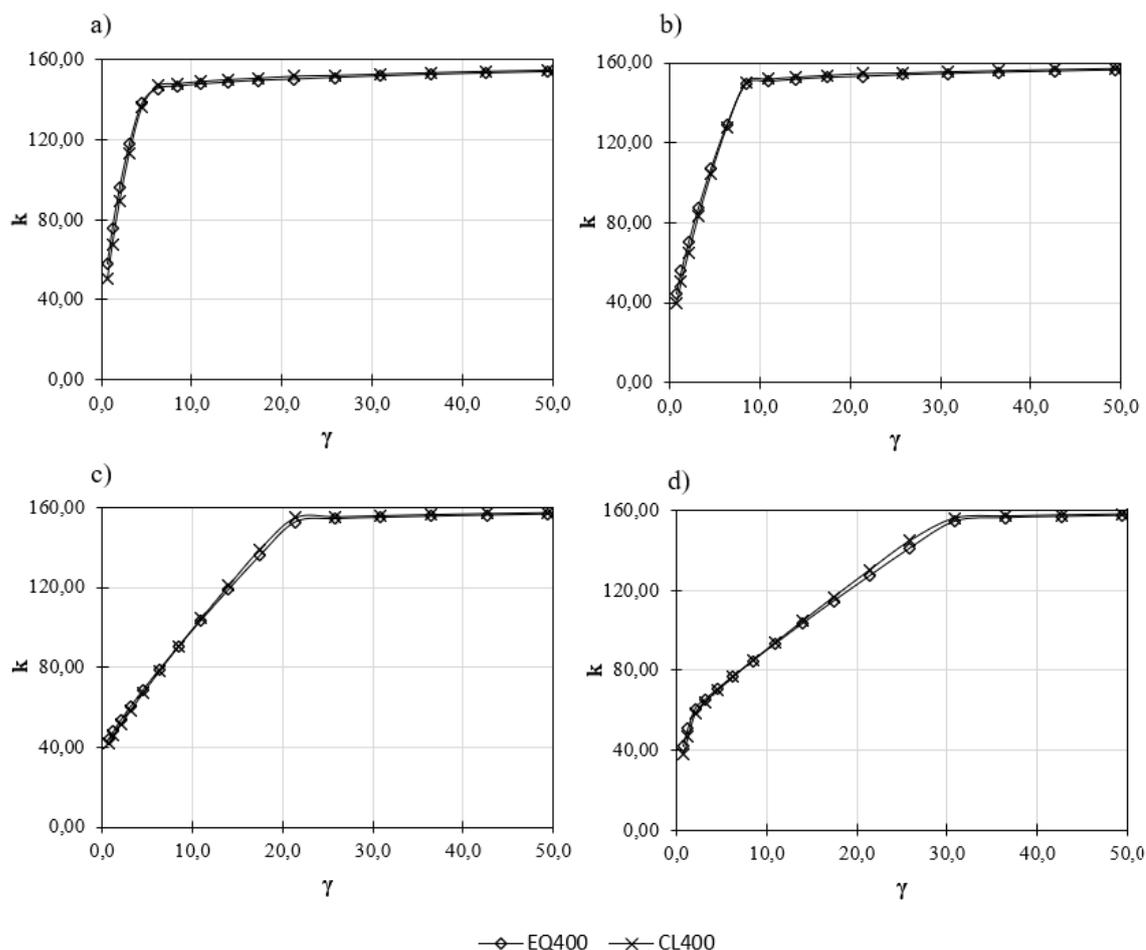


Figura 4.40: Comparação de k em função de γ entre modelos CL400 e EQ400 para a) $\alpha = 0,6$; b) $\alpha = 0,8$; c) $\alpha = 1,4$; d) $\alpha = 1,8$.

Com relação ao cisalhamento, também foram elaboradas curvas de k em função de γ para os modelos originais, com enrijecedor clothoidal, em comparação com os modelos utilizando enrijecedores planos de largura definida pela Equação 4.2, com $\alpha = 1,0$. A Figura 4.41 apresenta essas curvas para os modelos CL200 e EQ200, enquanto que a Figura 4.42 compara os modelos com base em um e_x de 400 mm. Sendo que em ambos os casos é notório a aproximação entre as curvas.

Essa aproximação entre as curvas pode ser aferida por meio da Tabela 4.14, que apresenta os valores de k e as respectivas diferenças entre modelos CL e EQ para valores de e_x igual a 200 mm e 400 mm. Para ambos os casos, as razões entre os modelos originais e os equivalentes são bem próximas a 1,0, indicando que a Equação 4.2 é satisfatória para placas submetidas ao cisalhamento.

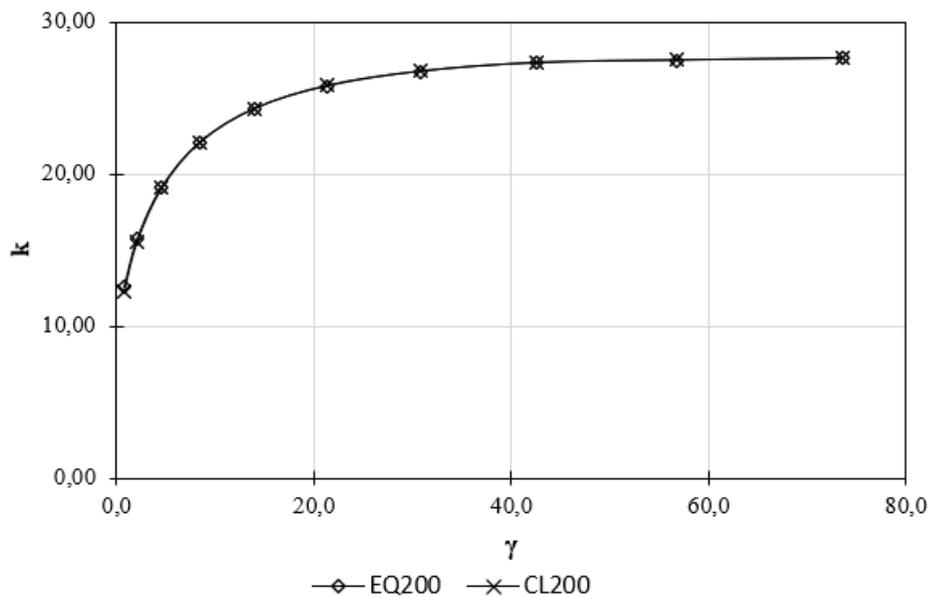


Figura 4.41: Comparação de k em função de γ para modelos submetidos ao cisalhamento com $e_x = 200$ mm.

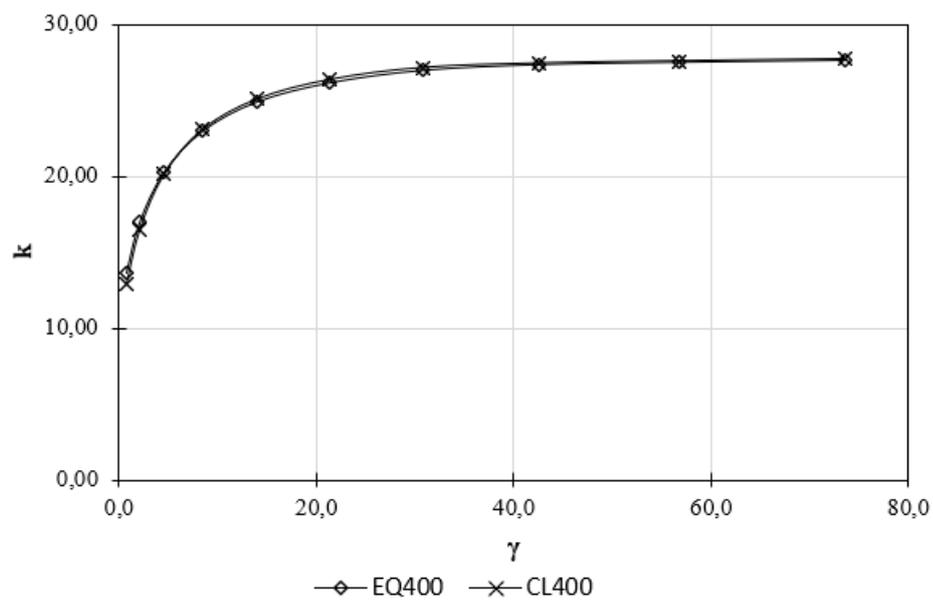


Figura 4.42: Comparação de k em função de γ para modelos submetidos ao cisalhamento com $e_x = 400$ mm.

Tabela 4.14: Relação de k em função de γ para modelos submetidos ao cisalhamento para placas com enrijecedor clothoidal e equivalentes determinados pela Equação 4.2.

γ	k_{CL200}	k_{EQ200}	k_{CL400}	k_{EQ400}	k_{EQ200}/k_{CL200}	k_{EQ400}/k_{CL400}
0,7	12,29	12,59	12,90	13,64	1,02	1,06
2,1	15,57	15,77	16,50	16,99	1,01	1,03
4,5	19,08	19,16	20,15	20,28	1,00	1,01
8,4	22,09	22,11	23,08	22,98	1,00	1,00
14,0	24,31	24,31	25,08	24,91	1,00	0,99
21,4	25,84	25,78	26,36	26,17	1,00	0,99
30,9	26,77	26,74	27,15	27,00	1,00	0,99
42,6	27,33	27,30	27,44	27,37	1,00	1,00
56,8	27,49	27,47	27,59	27,52	1,00	1,00
73,6	27,63	27,61	27,72	27,65	1,00	1,00

4.9 Aproximação para a rigidez de placas com enrijecedores de formato clothoidal

Conforme observado e destacado nos itens anteriores deste capítulo, os modelos com enrijecedores clothoidal, constituídos por uma parte plana e outra definida com a geometria em questão, foram estudados considerando apenas a parte plana do enrijecedor no cálculo da rigidez. Mesmo após a definição da Equação 4.2, que estabelece uma largura plana equivalente a parcela clothoidal, manteve-se essa referência de γ para esses modelos.

Sendo assim, após a verificação de aplicação da Equação 4.2 para diferentes parâmetros, pode-se adotar a rigidez “real” desses modelos como se fosse a rigidez calculada com a largura do enrijecedor equivalente. Figura 4.43 exhibe um comparativo de valores γ entre os modelos Plano, CL200 e CL400 para valores iguais de b_s , considerando diferentes faixas de largura.

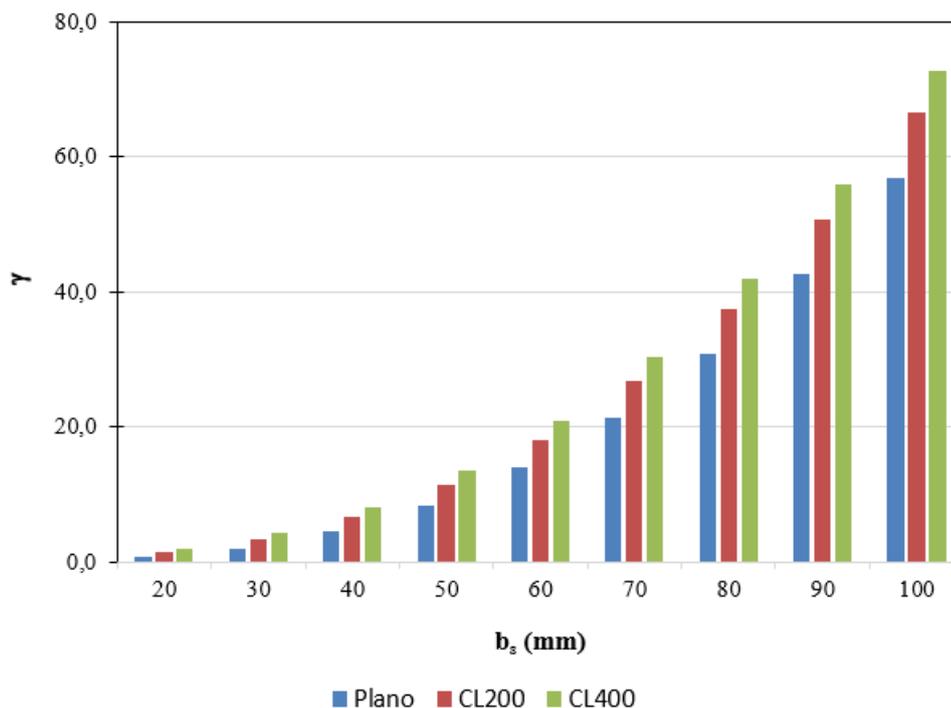


Figura 4.43: Valores verdadeiros de γ para modelos com diferentes enrijecedores.

Por fim, a Figura 4.44 exibe as curvas de k em função γ corrigido para os modelos Plano, CL200 e CL400, considerando o caso de flexão pura com $\alpha = 1,0$ e $d/b = 0,2$. Como pode ser observado na figura, as três curvas tendem a coincidir, diferentemente do observado na Figura 4.11, em que valores iguais de γ levavam a diferentes valores de k . Os valores de k são os mesmos para ambas as figuras, porém os pontos da abscissa foram corrigidos, o que demonstra que os enrijecedores de geometria clothoidal funcionam como o formato retangular com um acréscimo de γ .

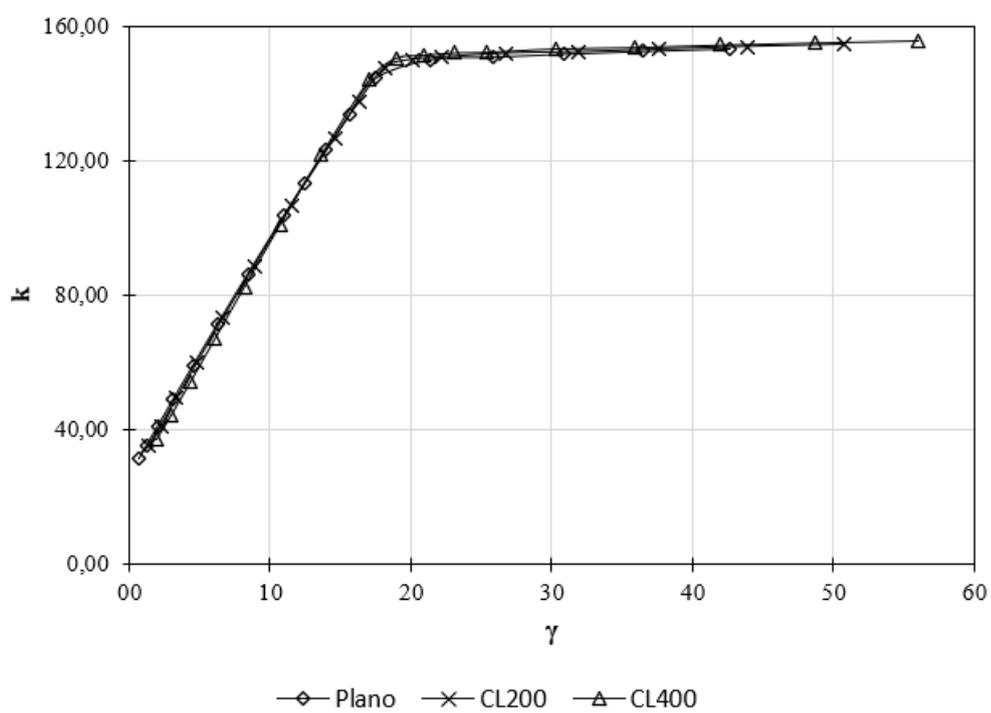


Figura 4.44: k em função de γ corrigido no caso de flexão pura para diferentes enrijecedores.

5 CONCLUSÃO

Conforme os resultados obtidos pelo estudo, constatou-se que painéis enrijecidos com enrijecedores longitudinais de formato clothoidal, isto é, compostos com uma parcela plana e uma parcela clothoidal, não alteram os valores limites do coeficiente de flambagem local, k , na estabilidade elástica de placas, se comparados aos enrijecedores de seção transversal retangular. Isto é identificado independentemente da posição do enrijecedor, razão de tensões normais, razão de aspecto ou mesmo para modelos submetidos ao cisalhamento. Dessa forma, conclui-se que a geometria clothoidal não aumenta e nem diminui o desempenho máximo do painel enrijecido.

Contudo, averiguou-se que modelos utilizando enrijecedores com geometria clothoidal levam a maiores valores de k em relação ao plano para valores iguais de rigidez relativa, considerando faixas em que o enrijecedor atua como flexível e comparando-se os modelos com a mesma largura plana, b_s . Esses acréscimos são justificados pela parcela de rigidez conferida pela geometria clothoidal, inicialmente desconsiderada no cálculo de γ , devido a sua complexidade variável e ao desconhecimento sobre a influência dessa parcela.

Além disso, como já é bem conhecido pela literatura, as análises ressaltaram que a determinação do coeficiente de flambagem, k , é altamente variável em função de diversos parâmetros, como a distribuição e o tipo de tensões, a razão de aspecto, a posição do enrijecedor e a rigidez relativa. E que, de maneira geral, a influência desses parâmetros é idêntica para as formas de enrijecedores utilizadas, resguardando apenas a variação de rigidez conferida pela parcela extra de geometria clothoidal.

Como a maioria das análises foram realizadas considerando dois tipos de enrijecedores com geometria clothoidal, definidos por dois valores de e_x diferentes (200 e 400 mm), para todos os parâmetros considerados, os modelos com $e_x = 400$ mm apresentaram valores de k maiores que os de $e_x = 200$ mm, indicando uma relação de função em relação ao tamanho dos “dentes”. Essa relação foi averiguada ao se analisar modelos quadrados submetidos à flexão pura para vários valores de e_x , resultando em uma associação aproximadamente linear entre k e e_x para situações em que o enrijecedor atua como flexível.

Devido a variabilidade de k em função dos parâmetros, é difícil estabelecer um padrão de acréscimo conferido pelos enrijecedores com geometria clothoidal em relação ao plano. Porém, foram determinadas diferenças em torno de 24% e 40%, para os valores de e_x de 200 e 400 mm, respectivamente, considerando o caso de flexão pura em placas quadradas.

Para outros casos, o percentual de acréscimo de k para os modelos com enrijecedores clothoidal pode variar associado ao comportamento dos parâmetros analisados. Nesse sentido, definiu-se uma equação empírica por meio de análises iterativas que relacionam a parcela geométrica clothoidal com uma largura plana equivalente em função de e_x .

A equação foi utilizada para avaliar sua validade para os diferentes parâmetros estudados nesse trabalho, demonstrando uma boa aproximação para todos os casos, sendo identificado alguns desvios em relação aos modelos originais para valores pequenos de γ , que representam situações com menor possibilidade de aplicação.

Conclui-se que a utilização da geometria clothoidal como enrijecedor pode ser considerada de maneira conservadora como um enrijecedor de seção transversal retangular convencional de largura igual a sua parte plana. Por outro lado, a equação 4.2 pode ser utilizada para o caso de cálculos um pouco mais precisos, como por exemplo para conseguir alguma redução de consumo de material ou ainda para acomodar melhor a concepção do elemento estrutural, compatibilizando a função de enrijecedor e conector. Inclusive, ressalta-se que essas considerações mencionadas se referem a aplicações que preveem a utilização da geometria clothoidal como conector, não fazendo sentido a utilização dessa geometria exclusivamente como um enrijecedor convencional.

O estudo avaliou a estabilidade elástica de placas enrijecidas utilizando a geometria clothoidal como enrijecedor, considerando diversos parâmetros corriqueiramente averiguados e que sabidamente influenciam nesse tipo de fenômeno, possibilitando a compreensão da resposta prévia e geral dessa geometria utilizada com a função de enrijecedor. Nesse sentido, sugere-se a possibilidade de desenvolvimento de trabalhos numéricos e experimentais, inclusive avaliando a capacidade resistente última, de elementos estruturais considerando a aplicação de tal componente atuando em conjunto com a presença de concreto, e exercendo simultaneamente a função de conector e enrijecedor.

6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AGUIAR, O. P. *Conexão de Cisalhamento Constituída por Furos em Chapa Preenchidos com Concreto com Barra Passante: Comportamento em Meio Confinado*. 2020. (Doutorado em Engenharia de Estruturas) - Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2020.

ALINIA, M. M.; *A study into optimization of stiffeners in plates subjected to shear loading*. Thin-Walled Struct. 43 (2005) 845–60.

ALINIA, M. M.; MOOSAVI, S.H. *A parametric study on the longitudinal stiffeners of web panels*, Thin-Walled Struct. 46 (2008) 1213–1223.

ALINIA, M. M.; MOOSAVI, S.H. *Stability of longitudinally stiffened web plates under interactive shear and bending forces*, Thin-Walled Struct. 47 (2009) 53–60.

AZHARI, M.; BRADFORD, M.A. *Local buckling of I-section beams with longitudinal web stiffeners*. Thin-Walled Struct. 15 (1993) 1–13.

BARBOSA, D. A. *Estudo de almas de vigas de aço enrijecidas longitudinalmente*. 2016. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) - Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2016.

BEG, D.; KUHLMANN, U.; DAVAINÉ, L.; BRAUN, B. *Design of plated structures. ECCS Eurocode design manual*. Publication by Ernst & Sohn, 2010.

CARDOSO, H. S. *Avaliação do comportamento de conectores constituídos por chapas de aço com recortes regulares - ênfase em conectores de geometria crestbond aplicados em pilares mistos*. 2018. (Doutorado em Engenharia de Estruturas) - Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2018.

CHWALLA, E.; *Beitrag zur Stabilitätstheorie des Stegbleches vollwandiger Trager*. Der Stahlbau, vol. 9, pp. 161-166, 1936.

CHO, E.Y.; SHIN, D.K. *Elastic web bend-buckling analysis of longitudinally stiffened I-section girders*. Int. J. Steel Struct. 11 (2011) 297–313.

COOPER, P.B. *Strength of longitudinally stiffened plate girders*. J. Struct. Div. 93 (1967).

CTICM; RFS; COMBRI. *EBPlate: elastic buckling of plates*, Software Developed by Centre Technique Industriel de la Construction Metallique (CTICM) in the Frame of the ComBri Project, RFCS Contract n° RFS-CR-03018, 2006.

DA SILVA, L. S.; GERVÁSIO, H. *Manual de dimensionamento de estruturas metálicas: métodos avançados*. CMM, Mem Martins, 2007.

DUBAS, CH. *A contribution to the study of buckling stiffened plates*. Int Assoc Bridge Struct Eng Prelim. 1948

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION – CEN. EN 1993-1-5. *Eurocode 3 – Design of steel structures – part 1-5: general rules - plated structural elements*. 2006.

FELDMANN, M.; KOPP, M.; PAK, D. *Composite dowels as shear connectors for composite beams – background to the German technical approval*. Ernst & Sohn Verlag für Architektur und technische Wissenschaften GmbH & Co. KG, Berlin - Steel Construction 9 (2016), No. 2.

FERREIRA FILHO, J. O. *Estudo numérico sobre o comportamento de vigas de aço com almas esbeltas enrijecidas longitudinalmente*. 2019. Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de Minas Gerais - Programa de Pós-graduação em Engenharia de Estruturas, Belo Horizonte, 2019.

KOPP, M.; WOLTERS, K.; CLABEN, M.; HEGGER, J.; GÜNDEL, M.; GALLWOSZUS, J.; HEINEMEYER, S.; FELDMANN, M. *Composite dowels as shear connectors for composite beams – Background to the design concept for static loading*. J. Constr. Steel Res. 147 (2018) 488–503.

KOZUCH, M.; LORENC, W. *The behavior of clothoid-shaped composite dowels: Experimental and numerical investigations*. J. Constr. Steel Res. 167 (2020) 105962.

MAIORANA, E.; PELLEGRINO, C.; MODENA, C. *Influence of longitudinal stiffeners on elastic stability of girder webs*. J. Constr. Steel Res. 67 (2011) 51–64.

MASSONNET, C.; *La stabilité de l'âme de poutres munies de raidisseurs horizontaux et sollicitées par flexion pure*. Intern. Assoc. Bridge and Structural Eng., Pubs. vol. 6, 1940-41, pp. 233-246.

MELO, B. M. S. *Avaliação do comportamento de chapas enrijecidas por múltiplos enrijecedores longitudinais*. 2021. Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de Minas Gerais - Programa de Pós-graduação em Engenharia de Estruturas, Belo Horizonte, 2021.

ROCKEY, K.C. *Web buckling and the design of web-plates*, Struct. Eng. 36 (1958) 45–60.

ROCKEY, K.C.; LEGGETT, D.M.A. *The buckling of a plate girder web under pure bending when reinforced by a single longitudinal stiffener*. Proc Inst Civ Eng 21 (1962) 161–188.

ROCKEY, K.C.; COOK, I.T. *Optimum reinforcement by two longitudinal stiffeners of a plate subjected to pure bending*. Int. J. Solids Struct. 1 (1965) 79–92.

ROCKEY, K.C.; COOK, I.T. *The buckling under pure bending of a plate girder reinforced by multiple longitudinal stiffeners*. Int. J. Solids Struct. 1 (1965) 147–156.

SANTOS, L. R. *Conectores Composite Dowels Aplicados a Pilares Mistos de Seção Tubular de Aço Esbelta*. 2021. (Doutorado em Engenharia de Estruturas) - Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2021.

SIMULIA, D. S. ABAQUS, User's Manual. Dassault Systems.

TIMOSHENKO, S. P.; *Theory of elastic stability. 2nd Ed.*, McGraw-Hill Co., Inc., New York, N.Y., USA, 1961.

VAYAS, I.; ILIOPOULOS, A. *Design of steel-concrete composite bridges to eurocodes*. CRC Press, 2013

VU, Q.V.; TRUONG, V.H.; PAPAZAFEIROPOULOS, G.; GRACIANO, C.; KIM, S.E. *Bend-buckling strength of steel plates with multiple longitudinal stiffeners*. J. Constr. Steel Res. 158 (2019) 41-52.

VU, Q.V.; PAPAZAFEIROPOULOS, G.; GRACIANO, C.; KIM, S.E. *Optimum linear buckling analysis of longitudinally multi-stiffened steel plates subjected to combined bending and shear*. Thin-Walled Struct. 136 (2019) 235-245.