

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
Escola de Engenharia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Pedro Henrique Feres Campos

**Otimização do planejamento da
operação hidro-energética para o curto
prazo**

Belo Horizonte

2022

Pedro Henrique Feres Campos

**Otimização do planejamento da operação
hidro-energética para o curto prazo**

Dissertação de Mestrado submetida à Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Rodney Rezende Saldanha, Dr.

Coorientador: Prof. Douglas Alexandre Gomes Vieira, Dr.

Belo Horizonte

2022

C198o Campos, Pedro Henrique Feres.
Otimização do planejamento da operação hidro-energética para curto prazo [recurso eletrônico]/ Pedro Henrique Feres Campos. - 2022.
1 recurso online (61 f. : il., color.) : pdf.

Orientador: Rodney Rezende Saldanha.
Coorientador: Douglas Alexandre Gomes Vieira.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Minas Gerais, Escola de Engenharia.

Bibliografia: f. 59-61.
Exigências do sistema: Adobe Acrobat Reader.

1. Engenharia Elétrica - Teses. 2. Otimização – Teses.
I. Saldanha, Rodney Rezende. II. Vieira, Douglas Alexandre Gomes.
III. Universidade Federal de Minas Gerais. Escola de Engenharia.
IV. Título.

CDU: 621.3(043)

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA
ELÉTRICA**

FOLHA DE APROVAÇÃO

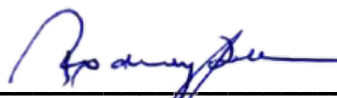
**"Otimização do Planejamento da Operação Hidroenergética
para o Curto Prazo"**

Pedro Henrique Feres Campos

Dissertação de Mestrado submetida à Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

Aprovada em 21 de fevereiro de 2022.

Por:



Prof. Dr. Rodney Rezende Saldanha
DEE (UFMG) - Orientador



Prof. Dr. Douglas Alexandre Gomes Vieira
Diretor Executivo - ENACOM - CEFETMG - Coorientador



Prof. Dr. Carlos Andrey Maia
DEE (UFMG)

Prof. Dr. Vinícius Mariano Gonçalves
DEE (UFMG)

Prof. Dr. Adriano Chaves Lisboa
Diretor Técnico - GAIA - CEFETMG



Dr. Lucas Sirimarco Moreira Guedes
Coordenador de Pesquisa e Desenvolvimento - ENACOM

Para minha família.

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus que possibilitou essa oportunidade, e a toda minha família pelo suporte.

Agradeço à ENACOM que foi imprescindível para a elaboração desse projeto, de fato, o que está nesse texto é o relatório de um trabalho em conjunto, agradeço aos meus líderes Douglas, Gustavo e Matheus, por todas as discussões e aprendizados. Agradeço também a todos que passaram pela equipe do PROGEN / HPO junto comigo, em especial Laís, Igor, Thiago, Ana, PO, Rafaela, Rafael, José, Emerson, Tâmara, Israel, Bruna, Priscilla, Matheus e Jerson.

Ademais, um grande obrigado ao meu orientador Rodney, pela sua empolgação contagiante e pelos seus ensinamentos.

Por fim, um agradecimento especial também à Cemig, que acreditou no projeto em questão, de fato as discussões com a equipe de PO/PE com Diogo, Flávia, Lucas e Jeanne, ajudaram na criação de um algoritmo academicamente interessante, mas a maior contribuição é sua utilização na prática.

Resumo

O planejamento da operação hidro-energética busca definir a produção energética das usinas hidrelétrica para o dia seguinte considerando uma discretização semi-horária. Por se tratar de um horizonte reduzido é interessante uma modelagem detalhada do problema em questão, considerando todas as dificuldades das funções não lineares envolvidas e as restrições operativas pertinentes.

Nesse sentido, o trabalho em questão utiliza uma estratégia de decomposição a fim de alcançar uma produção factível e ótima para cada usina de uma cascata qualquer. A implementação realizada considera as principais restrições das usinas (incluindo *unit commitment*), e dois principais objetivos (maximizar potência e volume final), além de incluir indiretamente o desejo de produzir mais potência em intervalos de carga com demanda mais elevada, realizando uma modulação da resposta final.

Ademais, além de assertiva e detalhada, a resposta final é alcançada rapidamente, possibilitando a utilização da estratégia pelos programadores energéticos como um meio de auxílio a tomada de decisão.

Palavras-chave: Otimização; Hidroelétrica; Simulador; Decomposição; Planejamento de curto prazo; Planejamento hidro-energético.

Abstract

The hydro power short term planning aims to define the production of hydroelectric plants for the next day in a semi hourly granularity. Due to the limited horizon, the problem must have a detailed model, considering all non linear functions involved and operational restrictions.

In this sense, the present work uses a decomposition strategy in order to define a production that's feasible and optimal for each power plant of some cascade. The method considers the main restrictions (including unit commitment), and two main objectives (maximize power and volume), in addition to consider indirectly the desire to produce more power in high load intervals, achieving a power modulation in the final response.

Furthermore, besides assertive and detailed, the final response is achieved quickly, allowing the use of the strategy by the energetic programmers as a decision support tool.

Keywords: Optimization; Hydroelectric; Simulator; Decomposition; Short-term planning; Hydro-energetic planning

Lista de Ilustrações

Figura 1 – Os principais componentes de uma usina típica (adaptado de Filho [2003]).	18
Figura 2 – Exemplo da evolução da cota montante para usina de Três Marias.	19
Figura 3 – Exemplo da evolução da cota jusante para usina de Três Marias.	20
Figura 4 – Exemplo de curva colina (retirado de Filho [2003]).	23
Figura 5 – Esquemático de usina com TVR.	25
Figura 6 – Exemplo de restrições cadastradas no sistema HPO Energy [2022].	27
Figura 7 – Exemplo de restrições cadastradas no sistema HPO Energy [2022].	28
Figura 8 – Exemplo de restrições cadastradas no sistema HPO Energy [2022].	28
Figura 9 – Exemplo de restrições cadastradas no sistema HPO Energy [2022].	29
Figura 10 – Esquemático de uma possível cascata de usinas: os triângulos indicam usinas com reservatório e os círculos são usinas fio d’água (retirado de Guedes et al. [2017]).	29
Figura 11 – Fluxo do simulador utilizado.	35
Figura 12 – Heurística utilizada para resolver problema secundário.	37
Figura 13 – Tela de edição de demandas, retirado do <i>software</i> HPO Energy [2022].	39
Figura 14 – Tela de edição de demandas exibindo quebra de restrições, retirado do <i>software</i> Energy [2022].	40
Figura 15 – Tela de resultado da simulação, retirado do <i>software</i> Energy [2022].	40
Figura 16 – Fluxo do otimizador.	41
Figura 17 – Resultado da simulação em Funil com α_i igual a 0 e β_i igual a 0.	45
Figura 18 – Resultado da simulação em Funil com α_i igual a 0,1 e β_i igual a 0.	46
Figura 19 – Resultado da simulação em Funil com α_i igual a 0,3 e β_i igual a 0.	46
Figura 20 – Resultado da simulação em Funil com α_i igual a 0,1 e β_i igual a +0,2.	47
Figura 21 – Resultado da simulação em Funil com α_i igual a 0,1 e β_i igual a -0,2.	48
Figura 22 – Avaliação de f para um cenário da usina de Salto Grande, considerando uma discretização de 0,01 para α	50
Figura 23 – Resultado considerando $\bar{\alpha}_i$ antes de implementar a restrição.	55
Figura 24 – Resultado considerando $\bar{\alpha}_i$ com a restrição implementada.	55
Figura 25 – Resultado considerando $\bar{\alpha}_i$ antes de implementar a restrição.	56
Figura 26 – Resultado considerando $\bar{\alpha}_i$ com a restrição implementada.	57

Figura 27 – Resultado considerando $\bar{\alpha}_i$ antes de implementar as equações relacionadas a v_i	58
Figura 28 – Resultado considerando $\bar{\alpha}_i$ considerando equações relacionadas a v_i	59
Figura 29 – Resultado considerando $\bar{\alpha}_i$ antes de implementar a restrição relacionada ao volume máximo.	60
Figura 30 – Resultado considerando $\bar{\alpha}_i$ com a restrição relacionada ao volume máximo.	60
Figura 31 – Resultado completo da simulação para cenário com nível inicial baixo e afluência de $750\text{m}^3/\text{s}$	66
Figura 32 – Resultado completo da simulação para cenário com nível inicial alto e afluência de $750\text{m}^3/\text{s}$	67
Figura 33 – Diferença de volume final entre simulação e otimização.	68
Figura 34 – Diferença de potência produzida entre simulação e otimização.	69
Figura 35 – Distribuição dos tempos de execução de cada usina para experimento 2.	70
Figura 36 – Amostragem das fronteiras Pareto considerando cenários de Igarapava com volume inicial baixo.	71
Figura 37 – Amostragem das fronteiras Pareto considerando cenários de Igarapava com volume inicial elevado.	71
Figura 38 – Fronteira considerando 3 critérios, cenários com $h_0 = 512, 1$	72
Figura 39 – Detalhamento da resposta de dois pontos da fronteira Pareto exibida na Figura 38b.	72

Lista de Tabelas

Tabela 2 – Resumo das faixas operativas de uma unidade geradora da usina de Camargos.	26
Tabela 3 – Resumo da revisão de literatura.	31
Tabela 4 – Horários dos patamares de carga utilizados.	44
Tabela 5 – Resultados para usina de Igarapava considerando cenários com reservatório inicial próximo de vazio ($h_0 = 511,9\text{m}$). Os volumes são dados em hm^3 , Energia em MWh e ϕ em m^3/s	65
Tabela 6 – Resultados para usina de Igarapava considerando cenários com reservatório inicial próximo de cheio ($h_0 = 512,1\text{m}$). Os volumes são dados em hm^3 , Energia em MWh e ϕ em m^3/s	65

Lista de Símbolos

Conjuntos

T	conjunto com o intervalo de simulação completo
T_l	conjunto contendo os instantes de patamar leve
T_m	conjunto contendo os instantes de patamar médio
T_p	conjunto contendo os instantes de patamar pesado

Índices

i	índice para as usinas hidrelétricas (<i>hydroelectric power plant</i>)
j	índice para as unidades geradoras de uma usina
t	índice de períodos de tempo
\underline{t}	índice para o tempo inicial
\bar{t}	índice para o tempo final
t_w	índice de períodos de tempo na janela considerada

Parâmetros

f	funções objetivo
g	aceleração da gravidade (m/s^2)
\underline{h}_i	nível mínimo de armazenamento normal (NA mínimo) do reservatório i (m)
\bar{h}_i	nível máximo de armazenamento normal (NA máximo) do reservatório i (m)
\bar{i}	número total de usinas da cascata
\bar{j}_i	quantidade de unidades geradoras da usina i
m_l	tamanho do patamar leve
$m_{l,w}$	tamanho do patamar leve na janela considerada
m_m	tamanho do patamar médio
$m_{m,w}$	tamanho do patamar médio na janela considerada
m_p	tamanho do patamar pesado
$m_{p,w}$	tamanho do patamar pesado na janela considerada
$o_{j,i,t}$	variável binária que indica se a unidade geradora j , da usina i pode ou não ser operada no instante t

$\bar{p}_{j,i}$	potência máxima da unidade j , usina i (MW)
$\underline{p}_{j,i}$	potência mínima da unidade j , usina i (MW)
$\hat{p}_{j,i}$	potência produzida na unidade j , usina i quando operada na maior eficiência (MW)
$\check{p}_{i,t}$	demanda de potência da usina i , intervalo de tempo t (MW)
\underline{q}_i	vazão defluente mínima da usina i (m ³ /s)
\bar{q}_i	vazão defluente máxima da usina i (m ³ /s)
\bar{s}_i	vazão vertida máxima da usina i (m ³ /s)
$\check{s}_{i,t}$	demanda de vertimento da usina i , intervalo de tempo t (m ³ /s)
$\underline{u}_{j,i}$	vazão turbinada mínima da usina i , unidade geradora j (m ³ /s)
$\bar{u}_{j,i}$	vazão turbinada máxima (<i>maximum swallowing</i>) da usina i , unidade geradora j (m ³ /s)
$\hat{u}_{j,i}$	vazão turbinada da unidade j usina i quando operada na maior eficiência (m ³ /s)
\underline{v}_i	volume mínimo do reservatório i (hm ³)
\bar{v}_i	volume máximo do reservatório i (hm ³)
\check{v}_i	demanda de volume da usina i (hm ³)
$\gamma_{i,t}$	afluência natural na usina i no tempo t (m ³ /s)
Δ	duração do período de tempo entre os intervalos t (s)
ζ	diferença entre o tamanho do patamar pesado e do patamar leve
$\eta(\cdot)_{j,i}$	curva colina (<i>hill-curve</i>) da unidade j , usina i
κ	peso específico da água
ρ	densidade da água (kg/m ³)
τ_i	tempo relativo de viagem (<i>water delay</i>) entre a usina i e a próxima a jusante
$\phi_{i,t}$	afluência total na usina i no tempo t (m ³ /s)
$\tilde{\phi}_i$	afluência total média na usina i (m ³ /s)
ω_i	função que avalia o conjunto de restrições da usina i

Variáveis

A	espaço factível da variável α
$h_{br,i,t}$	altura (<i>height</i>) de queda bruta do reservatório i , instante t (m)
$h_{jus,i,t}$	cota jusante (<i>downstream</i>) ou canal de fuga (<i>tailrace</i>) da usina i , instante t (m)
$h_{loss,i,t}$	altura de perdas hidráulicas (<i>hydraulic loss</i>) do reservatório i , instante t (m)
$h_{mont,i,t}$	cota do nível de água na montante (<i>upstream</i>) de i , no instante t (m)
$p_{j,i,t}$	potência produzida na unidade j , usina i , instante t (MW)

$q_{i,t}$	vazão defluente da usina i , instante t , $q_i = u_i + s_i$ (<i>outflow</i> ou <i>discharge</i>) (m^3/s)
$s_{i,t}$	vazão vertida (<i>spilled flow</i>) da usina i no instante t (m^3/s)
$u_{j,i,t}$	vazão turbinada (<i>discharge</i>) da usina i , unidade geradora j , tempo t (m^3/s)
$\check{u}_{i,t}$	demanda de vazão da usina i , instante t (m^3/s)
$v_{i,t}$	volume do reservatório i no instante t (hm^3)
α_i	variável de otimização relacionada ao perfil da demanda
$\bar{\alpha}_i$	valor máximo de α_i considerando cenário atual para usina i
$\underline{\alpha}_i$	valor mínimo de α_i considerando cenário atual para usina i
β_i	variável de otimização relacionada ao volume final
$\delta_{i,t}$	altura de queda líquida (<i>net water head</i>) do reservatório i no instante t (m)
σ_i	volume total que irá ser turbinado pela usina i (hm^3)
$\bar{\sigma}_i$	valor máximo de σ_i considerando cenário atual para usina i
$\underline{\sigma}_i$	valor mínimo de σ_i considerando cenário atual para usina i

Sumário

1	Introdução	16
1.1	Objetivos	17
1.2	Estrutura da Monografia	17
2	Revisão teórica	18
2.1	Modelagem da geração hidrelétrica	18
2.1.1	Reservatório	19
2.1.2	Canal de fuga	20
2.1.3	Casa de força	20
2.1.4	Conduto forçado	21
2.1.5	Função de geração	22
2.1.5.1	Equacionamento	22
2.1.5.2	Modelagem do rendimento	23
2.1.6	Restrições	23
2.1.6.1	Restrições de altura	24
2.1.6.2	Restrições de vazão	24
2.1.6.3	Vazão no TVR	24
2.1.6.4	Taxa de variação	25
2.1.6.5	Faixa operativa	26
2.1.6.6	Manutenções programadas	26
2.1.6.7	Restrições de Potência	26
2.1.6.8	Restrições condicionais	27
2.1.6.9	Exemplos	27
2.2	Modelagem do balanço hídrico	29
2.2.1	Modelagem em tempo discreto	30
2.2.2	Modelagem em tempo contínuo	30
2.3	Estado da arte	31
3	Metodologia	34
3.1	Problema secundário - simulador	34
3.1.1	Modelagem matemática	36
3.1.2	Sistema HPO Energy [2022]	38
3.2	Problema primário - otimizador	41
4	Modelagem matemática	43
4.1	Parametrização da demanda	43
4.1.1	Patamares de carga	44
4.1.2	Exemplos práticos	44
4.1.3	Acoplamento com o longo prazo	48

4.2	Problema de otimização mono objetivo	49
4.2.1	Restrições de σ_i	51
4.2.1.1	Restrições dinâmicas	52
4.2.2	Restrições de α_i	54
4.2.2.1	Impacto do engolimento máximo \bar{u}_i	54
4.2.2.2	Impacto da vazão mínima \underline{u}_i	55
4.2.2.3	Impacto do volume mínimo \underline{v}_i	57
4.2.2.4	Impacto do volume máximo \bar{v}_i	59
4.2.2.5	Resumo	61
4.2.3	Restrição de penalidade	61
4.3	Modelagem multi objetivo	62
5	Resultados e discussão	64
5.1	Mono objetivo	64
5.1.1	Experimento 1	64
5.1.1.1	Resultados	65
5.1.2	Experimento 2	67
5.1.2.1	Resultados	68
5.1.2.2	Tempo de execução	69
5.2	Multi objetivo	70
6	Conclusões	74
6.1	Propostas de Continuidade	74
	Referências	76

Capítulo 1

Introdução

O setor de energia elétrica é extremamente importante para a economia de um país. Qualquer mal funcionamento pode impactar fortemente as cidades e indústrias. Tendo isso em mente, é necessário um planejamento rápido e preciso por parte desse setor, a fim de atingir a demanda necessária todos os dias. No planejamento de curto prazo, deve-se definir a potência de cada usina para o dia seguinte (D+1) com uma discretização semi-horária, tarefa essa que possui diversos desafios e envolve diferentes responsáveis, os dois majoritários sendo o agente de geração e o Operador Nacional do Sistema (ONS) [Operador Nacional do Sistema Elétrico - ONS \[2017\]](#).

As hidrelétricas são uma fonte energética extremamente importante, ainda sendo uma das fontes renováveis mais utilizadas no mundo [Agency \[2021\]](#), e a mais utilizada pela matriz elétrica brasileira [Energética \[2019\]](#). Um ponto interessante de se ressaltar é que, apesar de outras fontes renováveis (como solar e eólica) estarem apresentando um crescimento mais expressivo [Agency \[2021\]](#), elas não devem substituir a geração hidrelétrica, uma vez que esta possui características interessantes para a segurança da rede, principalmente relacionado à possibilidade de modulação, sendo capaz de estabilizar possíveis flutuações na carga [Zhang et al. \[2022\]](#).

Nesse sentido torna-se essencial uma modelagem fidedigna da produção hidroenergética, tal fato por si só já é um desafio, visto que a modelagem detalhada resulta em um problema não linear, descontínuo e que envolve variáveis inteiras [Skjelbred et al. \[2020\]](#). Além disso, diversos trabalhos da literatura mostram que a simplificação do problema, sendo por linearização de alguma variável ou pelo não detalhamento da usina em nível de unidades geradoras, resulta em diversos problemas em uma possível implementação real [Kong et al. \[2020\]](#), [Skjelbred et al. \[2020\]](#).

Outro grande desafio está relacionado às particularidades das usinas, que possuem diferentes restrições operativas dependendo do ambiente que estão inseridos. Um estudo realizado por [Energy \[2020\]](#) mostra como as restrições operativas são uma dificuldade do planejamento de curto prazo.

1.1 Objetivos

O trabalho em questão estabelece como objetivo definir uma modelagem capaz de resolver o problema de planejamento hidroenergético de curto prazo, resultando em uma resposta eficiente e factível em relação às restrições operativas citadas anteriormente, possibilitando a utilização da solução final do otimizador na programação real.

Outro ponto desejado em relação ao modelo desenvolvido é que ofereça uma resposta rápida, tendo em vista que esse planejamento deve ser utilizado todos os dias, e o tempo curto que os agentes de geração possuem para realizar a comunicação com o ONS, conforme detalhado em [do Sistema Elétrico \[2020\]](#).

Em suma, os objetivos podem ser resumidos nos seguintes tópicos:

- Modelagem completa do problema físico a ser tratado, considerando alocação ótima da produção entre as turbinas (*unit commitment*) e restrições operativas;
- Fornecimento de uma resposta eficiente para o programador, com pouca ou nenhuma interferência do usuário na tomada de decisão;
- Execução rápida, por volta de 1 minuto.

1.2 Estrutura da Monografia

O trabalho em questão é organizado da seguinte forma: o [Capítulo 2](#) explica o problema a ser tratado em detalhe e realiza uma revisão de literatura, sendo interessante para leitores com pouco conhecimento do assunto; o [Capítulo 3](#) apresenta de maneira mais superficial como o problema foi resolvido, e o [Capítulo 4](#) passa pelos detalhes da implementação realizada.

Alguns testes considerando dados de usinas reais são apresentados no [Capítulo 5](#), bem como uma análise estatística dos resultados quando pertinente. Por fim, no [Capítulo 6](#) são tiradas as conclusões do trabalho.

Capítulo 2

Revisão teórica

O capítulo em questão busca oferecer ao leitor o referencial teórico necessário para o entendimento do problema, tanto em relação às particularidade físicas de uma cascata de hidrelétricas, quanto ao estado da arte em relação ao planejamento hidro-energético considerando um horizonte de curto prazo.

2.1 Modelagem da geração hidrelétrica

A geração hidrelétrica é resultado da transformação de energia potencial hidráulica em energia elétrica. A [Figura 1](#) apresenta um esquemático de uma usina hidrelétrica. A água do reservatório é conduzida sob pressão através de condutos forçados até as unidades geradoras (UGs) localizadas na casa de força. Na casa de força a água aciona a rotação das lâminas das turbinas, que estão conectadas a geradores que convertem energia cinética em energia elétrica. Depois de passar pelas turbinas, a água retorna ao rio através do canal de fuga.

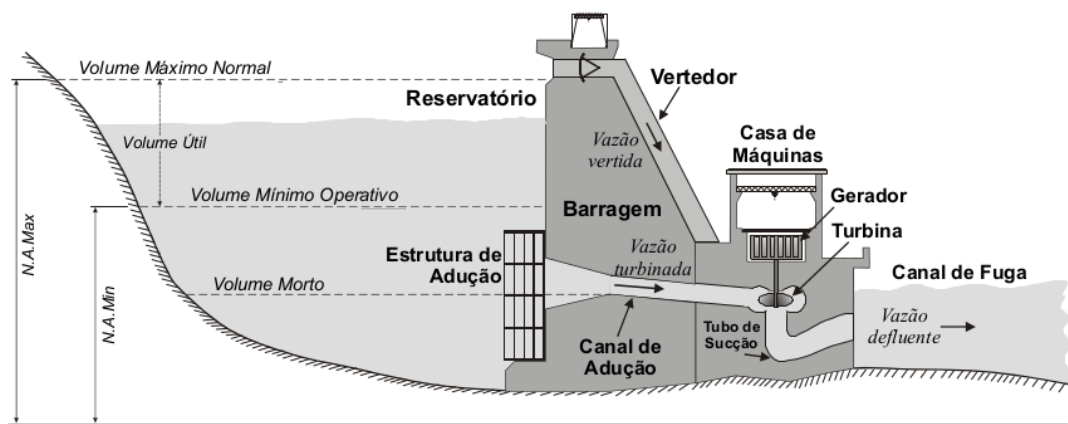


Figura 1 – Os principais componentes de uma usina típica (adaptado de [Filho \[2003\]](#)).

Alguns componentes comuns de uma usina merecem uma atenção especial para modelar o problema em questão, estes serão detalhados a seguir.

2.1.1 Reservatório

Além de armazenar a água, o reservatório permite a formação do desnível necessário para aumentar a energia potencial da água e a regularização da vazão dos rios em períodos de chuva e estiagem. Para se calcular esse desnível nos reservatórios é necessário utilizar uma equação que relaciona o volume com a altura da água determinada pela estrutura física deste. O planejamento dessa estrutura é importante para se obter maior aproveitamento do volume de água na geração de energia potencial. A altura da água no reservatório é chamada de altura ou cota montante (*upstream*), e no Brasil é definida pelo Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS) por um polinômio de grau 4 em função do volume do reservatório, como explicado por [Guedes et al. \[2016\]](#). Cada reservatório possui um a_0 , a_1 , a_2 , a_3 e a_4 , tal que

$$h_{mont,i} = a_0 + a_1v_i + a_2v_i^2 + a_3v_i^3 + a_4v_i^4, \quad (2.1)$$

onde $h_{mont,i}$ é a altura a montante e v_i o volume do reservatório i .

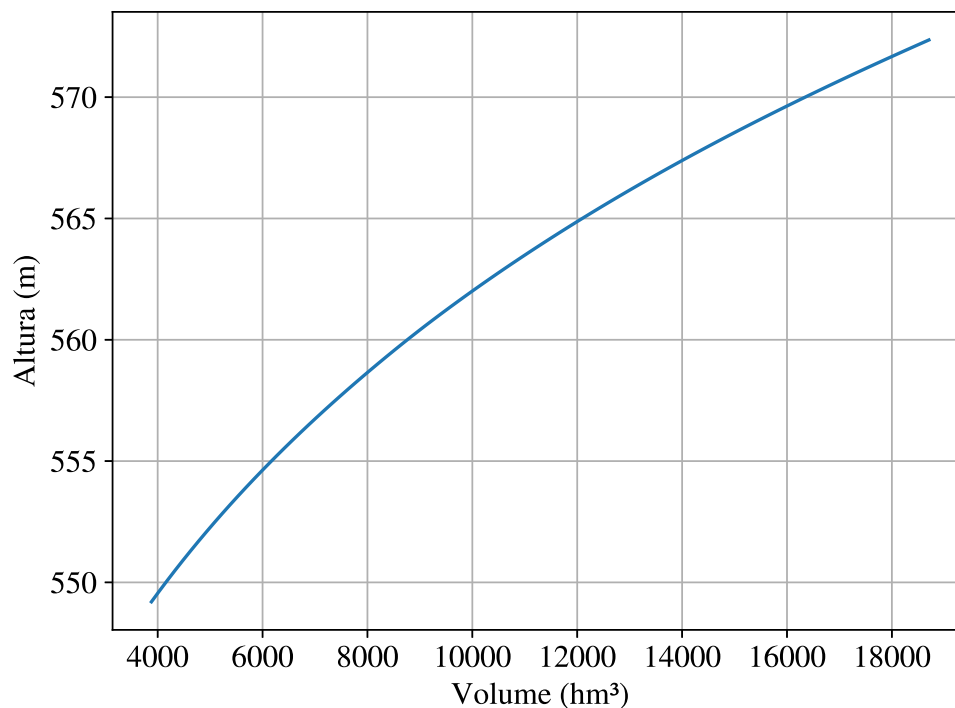


Figura 2 – Exemplo da evolução da cota montante para usina de Três Marias.

Existem ainda outras formas interessantes de representar essa relação entre a altura montante e o volume do reservatório, muitos agentes optam por utilizar a curva CAV, que corresponde a uma tabela com diversos pares de valores de volume e altura, possibilitando a obtenção de uma função do tipo $h_{mont,i} = f(v_i)$ através de uma interpolação linear dos pontos.

Vale ressaltar também que a relação entre volume e altura é bijetiva, sendo possível realizar também o cálculo inverso.

2.1.2 Canal de fuga

É o canal ao final do vertedouro e da turbina, onde a vazão defluente é direcionada para voltar ao curso natural do rio. É parte fundamental da geração de energia, já que o que causa a energia potencial é a diferença entre o nível de água neste canal e o nível do reservatório. A altura no canal de fuga, chamada de altura jusante (*downstream*), é uma função da vazão defluente (ou seja, a soma das vazões vertidas e turbinadas), já que esse volume de água levado pela vazão influencia no volume do canal. No Brasil, essa altura, assim como a altura montante, é definida por padrão por um polinômio de grau 4 em função da vazão. Sendo assim, toda usina possui a_0 , a_1 , a_2 , a_3 e a_4 , tal que:

$$h_{jus,i} = a_0 + a_1q_i + a_2q_i^2 + a_3q_i^3 + a_4q_i^4, \quad (2.2)$$

onde $h_{jus,i}$ é a altura a jusante e q_i é a vazão defluente total considerada.

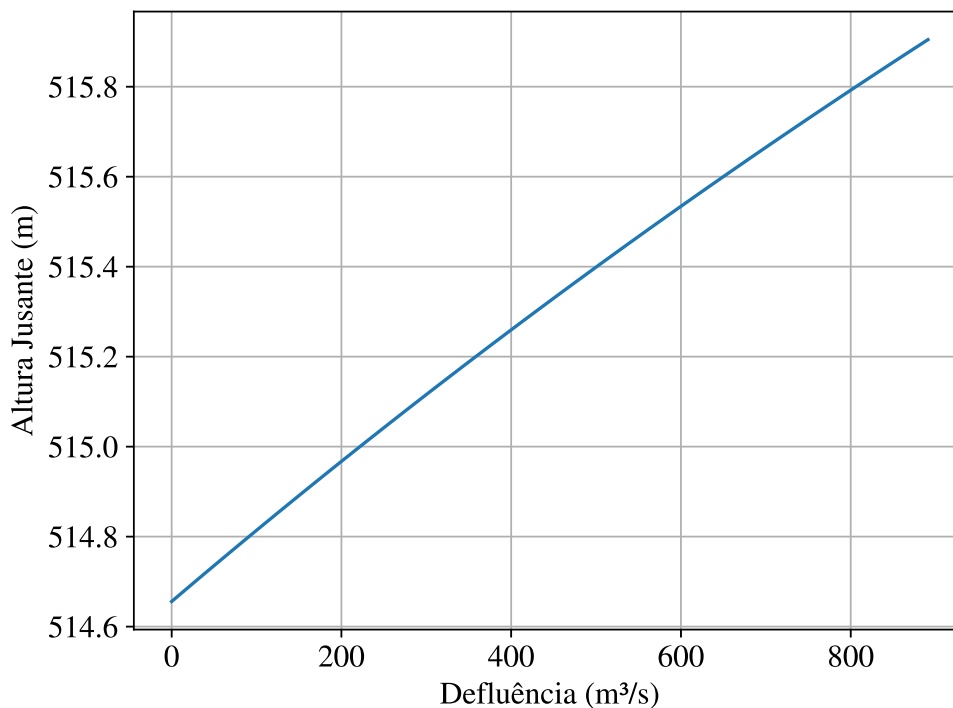


Figura 3 – Exemplo da evolução da cota jusante para usina de Três Marias.

2.1.3 Casa de força

A casa de força, ou casa de máquinas, é o lugar onde se encontra efetivamente a geração elétrica da usina. Os geradores ficam na casa de força e transformam a energia

cinética de rotação da turbina em energia elétrica. Uma explicação detalhada sobre turbinas será realizada na seção 2.1.5.

2.1.4 Conduto forçado

Os condutos forçados, também conhecidos como condutos sob pressão ou canal de adução, são as tubulações onde o líquido escoar sob uma pressão diferente da atmosférica. É por onde a vazão turbinada passa, após passar pelas turbinas, o tubo de sucção reduz a velocidade da água e a leva até o canal de fuga.

Vale ressaltar que nesse conduto acontece grande parte da perda de energia por questões físicas de atrito ou mudanças na forma e direção do conduto. Chamadas de perdas hidráulicas, elas influenciam no rendimento da produção da usina.

Em geral essas perdas são representadas por um valor em altura, existindo diversas modelagens possíveis. A primeira delas é o modelo de perda hidráulica constante, no qual o valor da perda é assumido como uma constante média com pouca precisão:

$$h_{loss,i} = \text{constante.} \quad (2.3)$$

Esse modelo é utilizado quando não é possível obter muitas informações sobre as perdas por falta de estudos ou planejamento de longo prazo, ou para projetos em que outras perdas são mais relevantes. Outro modelo é o de perda hidráulica proporcional à queda bruta, no qual a função da perda hidráulica é aproximada por uma equação do tipo:

$$h_{loss,i} = \lambda_i h_{br,i}, \quad (2.4)$$

onde λ_i é uma constante positiva relacionada a usina i e $h_{br,i}$ é a queda bruta, calculada por

$$h_{br,i} = h_{mont,i} - h_{jus,i}. \quad (2.5)$$

O último modelo é o de perda hidráulica proporcional ao quadrado da vazão turbinada por cada UG $u_{j,i}$:

$$h_{loss,j,i} = \lambda_{j,i} u_{j,i}^2. \quad (2.6)$$

Nesse modelo, leva-se em consideração a vazão turbinada, pois ela é diretamente proporcional à velocidade de escoamento, que é parte do que define a perda hidráulica nas estruturas em questão. Perceba que esse caso possibilita perdas diferentes para cada turbina j , nas modelagens anteriores pode-se considerar apenas uma perda igual para todas as turbinas da usina em questão.

Após calculada a perda hidráulica $h_{loss,j,i}$, é possível calcular a queda líquida δ_i da usina subtraindo essa perda da queda bruta, conforme:

$$\delta_{j,i} = h_{br,i} - h_{loss,j,i}, \quad (2.7)$$

esse valor é utilizado para calcular a potência produzida por cada unidade geradora.

Vale ressaltar que é interessante um modelo capaz de considerar todas as possibilidades de perda hidráulica, uma vez que o ideal é utilizar a modelagem mais detalhada, pela equação (2.6), entretanto a definição do parâmetro $\lambda_{j,i}$ necessita de um estudo detalhado da usina em questão, algo custoso e que nem sempre é realizado especialmente para usinas em que a perda hidráulica não é tão considerável.

2.1.5 Função de geração

A geração de energia elétrica propriamente dita é realizada por dois componentes principais de uma usina: a turbina hidráulica e um gerador acoplado, este conjunto denomina-se unidade geradora (UG). Vale ressaltar que uma usina possui diversas UGs.

As turbinas hidráulicas têm como função transformar a energia potencial da água armazenada em energia cinética rotacional, que será posteriormente transformada em energia elétrica pelo gerador. Como qualquer transformação de energia, tal processo está sujeito a diversas perdas, que podem ser minimizadas com um projeto correto, levando em consideração as condições naturais (em geral, a altura do reservatório e a vazão que será turbinada) para escolher a turbina adequada. Tal processo de escolha foge do escopo do trabalho e não será detalhado, maiores detalhes podem ser encontrados em Filho [2003] e Pereira [2015].

2.1.5.1 Equacionamento

A potência produzida por uma turbina hidráulica pode ser calculada por

$$p_{j,i} = \kappa u_{j,i} \delta_{j,i} \mu_{j,i}, \quad (2.8)$$

onde κ uma constante que depende da densidade de água e da aceleração da gravidade

$$\kappa = 10^{-6} \rho g, \quad (2.9)$$

sendo o 10^{-6} usualmente utilizado para que a resposta já esteja em MW. A variável $u_{j,i}$ corresponde à vazão turbinada pela UG j da usina i , $\delta_{j,i}$ corresponde à queda líquida da mesma unidade, cujo cálculo foi detalhado na subseção 2.1.4, e $\mu_{j,i}$ é o rendimento da unidade geradora em questão, parâmetro detalhado a seguir.

A equação (2.8) mostra como calcular a potência de uma turbina, para calcular a potência total da usina basta somar o valor produzido por cada unidade geradora

$$p_i = \sum_{j=1}^{\bar{j}_i} p_{j,i}, \quad (2.10)$$

sendo que \bar{j}_i é o número de turbinas da usina i .

2.1.5.2 Modelagem do rendimento

Pode ser considerado como o fator chave na resolução do *unit commitment*, a modelagem mais completa desse parâmetro é a utilização da curva colina (*hill curve*), que corresponde a uma função $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, que informa o rendimento da turbina para uma condição de queda líquida e vazão turbinada, ou seja

$$\mu_{j,i} = f(\delta_{j,i}, u_{j,i}). \quad (2.11)$$

A Figura 4 mostra um exemplo de curva colina. Como pode-se ver, ela possui um comportamento não linear e um ponto de máxima eficiência, geralmente chamado de ponto de operação. Vale ressaltar que este ponto não possui necessariamente a maior produção energética, lembrando da equação (2.8), caso a vazão aumente, e a altura permaneça constante (ou vice-versa), a potência produzida pode ser maior, mesmo com a perda de eficiência, significando que a turbina irá utilizar mais água por MW produzido.

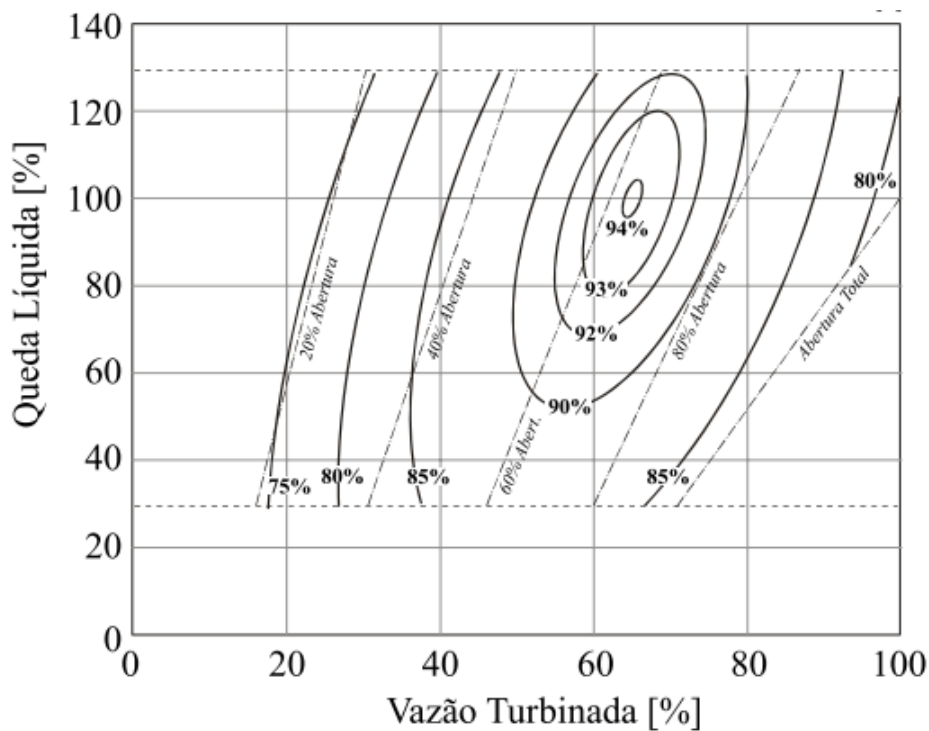


Figura 4 – Exemplo de curva colina (retirado de Filho [2003]).

2.1.6 Restrições

Existem diversas restrições que devem ser consideradas no planejamento energético de uma usina, seja para impedir dano ambiental à bacia, danos físicos à barragem ou aos equipamentos utilizados. As principais restrições serão detalhada a seguir.

2.1.6.1 Restrições de altura

Em geral está relacionada à estrutura física do reservatório, que possui uma altura máxima permitida de cota montante $\bar{h}_{mont,i}$ para garantir a segurança da barragem. Além disso, existe também uma cota mínima $\underline{h}_{mont,i}$ para garantir que a água pode ser corretamente captada pelo canal de adução, relacionado ao volume morto do reservatório em questão.

2.1.6.2 Restrições de vazão

Podem existir para todas as vazões relacionadas a uma usina: turbinada, vertida e defluência total; e podem ser estabelecidos tanto valor mínimo quanto máximo, de acordo com as particularidades da usina em questão.

As restrições de defluência em geral estão relacionadas ao risco ambiental que a usina pode causar. Pode-se estabelecer um valor de defluência mínima \underline{q}_i para que não haja prejuízo na ictiofauna na jusante do aproveitamento e no uso compartilhado da água; além disso existe também uma vazão máxima \bar{q}_i que evita inundações de cidades e estradas a jusante da usina.

As restrições na vazão turbinada em geral estarão relacionada aos limites das UGs da usina ou relacionadas ao canal de adução.

Por último, restrições da vazão vertida podem se relacionar ao TVR, detalhado no próximo tópico, ou podem estar relacionados à construção das comportas da usina. É relativamente comum usinas que podem ter vertimento igual a 0 (comportas totalmente fechadas), mas na necessidade de algum vertimento, exigindo a abertura das comportas, possui um valor mínimo para o vertimento, resultando em uma faixa ineficaz de vertimento entre 0 e esse valor mínimo.

2.1.6.3 Vazão no TVR

Algumas usinas possuem um trecho de vazão reduzida (TVR) ou alça de vazão reduzida. Ele consiste basicamente de um trecho de água entre a barragem e a casa de força onde o rio flui de maneira mais natural. Se torna necessário por razões ambientais, o conduto forçado reduz a distância e mantém a queda a fim de produzir mais energia, mas o leito natural do rio possui um desnível menor e uma vazão mais suave. A [Figura 5](#) representa os componentes explicados previamente numa usina, ênfase para o TVR, que percorre uma distância maior que o canal de adução.

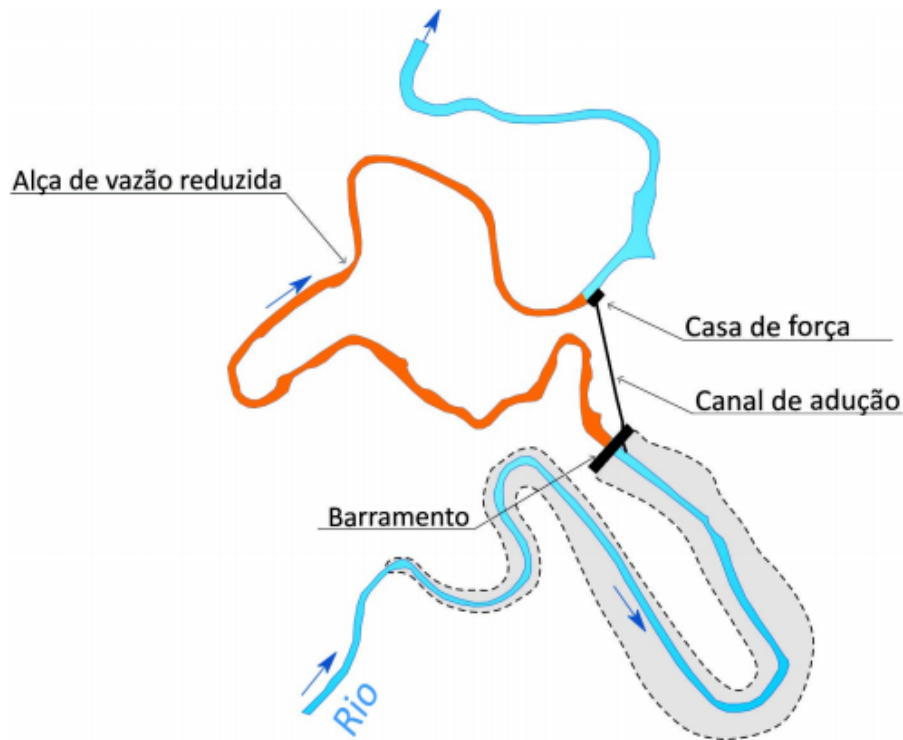


Figura 5 – Esquemático de usina com TVR.

Na modelagem essa restrição se transforma em um valor de vertimento mínimo \underline{s}_i , visto que a quantidade de água que passa pelo TVR não é aproveitada para produzir energia.

2.1.6.4 Taxa de variação

Em muitos aproveitamentos há um limite para a taxa de variação da vazão defluente, de forma a restringir a formação de ondas ao longo do curso do rio, as quais dificultam a navegação, atividades de lazer, entre outras.

Além disso pode existir uma taxa de variação máxima para a altura montante, necessário para evitar um deplecionamento excessivo do nível do reservatório.

Um ponto intrigante é que essa restrição possui múltiplas variações de acordo com as especificidades da usina em questão, não só em relação à variável afetada, podendo ser vazão (ou potência), e nível montante; mas também em relação ao intervalo analisado, podendo ser horário ou até diário. Dessa forma, torna-se necessário uma modelagem capaz de considerar essas diversas variações com sucesso.

2.1.6.5 Faixa operativa

Estão relacionadas às limitações físicas de cada unidade geradora, em geral são modeladas através de uma tabela que informa, para cada condição de altura, qual o intervalo de potência factível.

Tabela 2 – Resumo das faixas operativas de uma unidade geradora da usina de Camargos.

Queda bruta h_{br} (m)	Faixas de geração (MW)	
	Proibida	Permitida
28,5 a 27,6	$p_{j,i} < 9,0$ e $p_{j,i} > 23,0$	$9,0 \leq p_{j,i} \leq 23,0$
27,5 a 26,6	$p_{j,i} < 8,5$ e $p_{j,i} > 22,5$	$8,5 \leq p_{j,i} \leq 22,5$
⋮	⋮	⋮
15,5 a 15,0	$p_{j,i} < 3,0$ e $p_{j,i} > 10,0$	$3,0 \leq p_{j,i} \leq 10,0$
14,9 a 14,0	$p_{j,i} < 3,0$ e $p_{j,i} > 9,0$	$3,0 \leq p_{j,i} \leq 9,0$

A [Tabela 2](#) apresenta um resumo das faixas operativas para a unidade geradora 1 (UG 1) da usina de Camargos. Como pode ser observado, as faixas operativas impõem restrições dinâmicas de acordo com o estado atual do reservatório. Vale ressaltar que tal restrição pode gerar diversas complicações na modelagem e otimização do problema, incluindo descontinuidades na função de geração [Finardi and da Silva \[2006\]](#).

2.1.6.6 Manutenções programadas

É de suma importância garantir o bom funcionamento da usina, qualquer quebra de equipamento é crítica pois coloca em xeque o atendimento à carga do sistema. Nesse sentido, manutenções preventivas nos equipamentos da usina são fundamentais.

Em geral o equipamento mais crítico que deve ser considerado são as unidades geradoras (UGs), que durante a sua manutenção devem permanecer desligadas, afetando a potência que pode ser produzida pela usina durante o intervalo de manutenção.

2.1.6.7 Restrições de Potência

Apesar das faixas operativas representarem bem os limites de potência de cada UG, ainda podem existir restrições externas para a potência produzida pela usina como um todo (tanto valor mínimo quanto máximo), podendo estar relacionada a alguma questão interna da casa de força da usina em questão, ou até algo externo relacionado à transmissão e operação do sistema como um todo.

Principalmente em relação a essas restrições externas, podem ocorrer inclusive restrições de potência que envolvem mais de uma usina, é relativamente comum a ONS exigir uma potência mínima ou máxima em um certo intervalo para a soma da produção de duas usinas geograficamente próximas.

2.1.6.8 Restrições condicionais

Outro ponto complicador é o fato de que existem restrições que só são válidas para certas condições do cenário em questão.

Essas condições podem estar relacionadas à variáveis do problema em questão, algumas usinas por exemplo, podem ter uma taxa de variação maior de acordo com o valor de defluência do dia em questão.

Outras restrições são cíclicas, sendo condicionadas ao horário do dia ou à época do ano, algo muito comum pois a operação de uma usina pode ser fortemente impactada pela época de chuvas ou pela piracema.

2.1.6.9 Exemplos

O software Hydropower Optimizer (HPO) [Energy \[2022\]](#) modela todos esses tipos de restrições, bem como suas possíveis condições, alguns exemplos são exibidos para mostrar a variedade de possíveis restrições, além dar uma noção de como o cadastro é realizado.

Tipo de restrição	Condição	Verificação	Valor	Unidade	Descrição		
Potência Máxima	Potência	Maior Que	399	MW	Potência máxima instalada violada!	Não Violável	Editar
Vazão Vertida	Vazão Vertida Vazão Vertida	Maior Que Menor Que	0 101	m³/s m³/s	Em caso de vertimento, vazão vertida mínima deve ser de 101 m³/s	Violável	Editar
Vazão Defluente	Vazão Defluente	Maior Que	2000	m³/s	Ot. Alerta - Necessária comunicação à prefeitura e/ou COMDEC e CEDEC	Violável	Editar
Vazão Defluente	Vazão Defluente	Maior Que	300	m³/s	Op. Atenção - Necessidade de comunicação à CEDEC e comunidade a jusante	Violável	Editar

Figura 6 – Exemplo de restrições cadastradas no sistema HPO [Energy \[2022\]](#).

A [Figura 6](#), por exemplo, mostra uma restrição de potência máxima, duas restrições de defluência máxima, o que é um pouco curioso em relação a modelagem matemática, mas que é bem comum no sistema em questão, uma vez que existem restrições que podem ser violadas em alguns casos, e cabe ao programador energético (com a ajuda do *software*) realizar uma análise crítica para permitir ou não essa violação. Por último existe também uma restrição de vertimento que estabelece uma vazão vertida mínima de 101, caso o vertimento seja maior que 0, em termos práticos essa restrição estabelece que a usina pode

ter nulo, mas caso exista algum vertimento, este deve ser no mínimo igual a 101 (algo bem comum conforme detalhado sobre as restrições de vazão anteriormente).

Na Figura 7, além de uma restrição de defluência máxima, tem-se diversas restrições de taxa de variação de defluência que devem ser analisadas para todo o dia, sendo que seus valores são condicionados de acordo com o valor da ultima vazão defluente realizada. Outro exemplo de restrição condicional é exibido pela Figura 8, mas desta vez relacionado a um intervalo de tempo específico no qual a usina deve operar com um vertimento mínimo de 142.

[Cadastrar Restrições](#)

Vazão Defluente	Vazão Defluente	Maior Que	700	m³/s	Vazão de restrição violada - danos em propriedades situadas a jusante de Itutinga (Ibituruna)	Violável	Editar
Taxa de Variação Diária	Última Vazão Defluente	Maior Que	1300	m³/s	Taxa de variação diária violada - 350 m³/s por dia se 1300 < Qd <= 1600 m³/s	Não Violável	Editar
	Última Vazão Defluente	Menor Que	1600	m³/s			
	Vazão Defluente	Maior Que	350	m³/s			
	Intervalo: 48	Sinal: M					
Taxa de Variação Diária	Última Vazão Defluente	Maior Que	1000	m³/s	Taxa de variação diária violada - 300 m³/s por dia se 1000 < Qd <= 1300 m³/s	Não Violável	Editar
	Última Vazão Defluente	Menor Que	1300	m³/s			
	Vazão Defluente	Maior Que	300	m³/s			
	Intervalo: 48	Sinal: M					
Taxa de Variação Diária	Última Vazão Defluente	Maior Que	700	m³/s	Taxa de variação diária violada - 250 m³/s por dia se 700 < Qd <= 1000 m³/s	Não Violável	Editar
	Última Vazão Defluente	Menor Que	1000	m³/s			
	Vazão Defluente	Maior Que	250	m³/s			
	Intervalo: 48	Sinal: M					
Taxa de Variação Diária	Última Vazão Defluente	Maior Que	400	m³/s	Taxa de variação diária violada - 200 m³/s por dia se 400 < Qd <= 700 m³/s	Violável	Editar
	Última Vazão Defluente	Menor Que	700	m³/s			
	Vazão Defluente	Maior Que	200	m³/s			
	Intervalo: 48	Sinal: M					

Figura 7 – Exemplo de restrições cadastradas no sistema HPO Energy [2022].

Tipo de restrição	Condição	Verificação	Valor	Unidade	Descrição		
Potência Máxima (Múltiplas usinas)	Data e Hora	Entre	22/03/2021-08:00 - 02/04/2021-23:59	NA	bi cos 0261/2021 - LD TRES CORACOES 2 - VARGINHA 2 138KV - 22/03 à 02/04/2021	Não Violável	Editar
	Potência	Menor Que	20	MW			
Justificativa: GERAÇÃO UH FUNIL GRANDE: >= 60 MW DE 8:00 ÀS 23:59 (SGI DIÁRIO); GERAÇÃO UH ITUTINGA + CAMARGOS: >= 20 MW DE 8:00 ÀS 23:59 (SGI DIÁRIO)							

Figura 8 – Exemplo de restrições cadastradas no sistema HPO Energy [2022].

Por último, a Figura 9 mostra um exemplo de restrição que relaciona variáveis de diferentes usinas, nesse caso, um valor máximo para a soma das potências de Funil e Itutinga durante um certo intervalo de tempo.

Tipo de restrição	Condição	Verificação	Valor	Unidade	Descrição	
Vazão Vertida	Data	Entre	31/03/2021 - 31/03/2021	NA	Vertimento semanal	Não Violável Editar
	Hora	Entre	10:00 - 16:00	NA		
	Vazão Vertida	Menor Que	142	m³/s		
Justificativa: Limpeza do TVR						
Vazão Defluente	Vazão Defluente	Menor Que	80	m³/s	Vazão defluente mínima	Violável Editar
Justificativa: Vazão instantânea não pode ser inferior a 80 m³/s.						
Potência Máxima	Potência	Maior Que	330	MW	Potência máxima instalada violada!	Não Violável Editar

Figura 9 – Exemplo de restrições cadastradas no sistema HPO Energy [2022].

2.2 Modelagem do balanço hídrico

Uma importante restrição natural, que deve ser considerada na modelagem da geração hidrelétrica, é o balanço hídrico das usinas. Ele consiste basicamente no fato de que o volume final do reservatório de uma usina qualquer deve ser igual ao volume inicial somado a vazão natural de uma usina, $\gamma_{i,t}$ e subtraindo as perdas (vazão defluente $q_{i,t}$ e outros fatores como evaporação).

Quando se tem usinas em cascata (no mesmo rio), deve-se ter mais atenção, pois a operação de usinas a montante influencia nos reservatórios das usinas a jusante, isto é, a vazão defluente de uma usina interfere na próxima usina da cascata, conforme a Figura 10 ilustra.

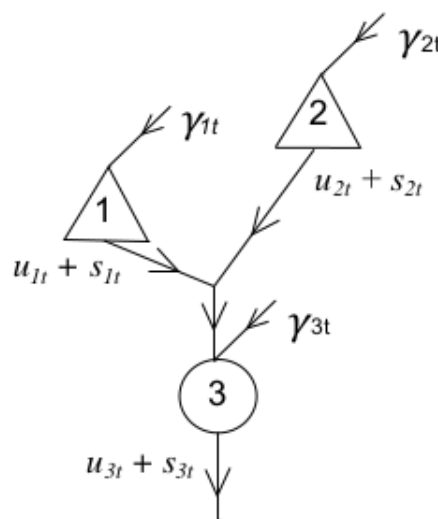


Figura 10 – Esquemático de uma possível cascata de usinas: os triângulos indicam usinas com reservatório e os círculos são usinas fio d'água (retirado de Guedes et al. [2017]).

Realizando uma análise mais cuidadosa da [Figura 10](#), pode-se ver que a vazão total que chega na usina 3 não depende apenas da sua afluência natural γ_3 , mas também da vazão defluente das usinas 1 e 2, que estão a montante. Para esse caso em específico, a vazão total que chega na usina 3 é $\gamma_{3,t} + q_{1,t} + q_{2,t}$, lembrando que $q_{i,t}$ corresponde à vazão defluente de uma certa usina ($q_{i,t} = u_{i,t} + s_{i,t}$).

2.2.1 Modelagem em tempo discreto

Esta seção apresenta o equacionamento do balanço hídrico considerando o tempo de viagem modelado como uma variável discreta [Guedes et al. \[2015\]](#). A equação de balanço hídrico em uma cascata de hidrelétricas, para uma usina i qualquer pode ser dada como:

$$v_{i,t} = v_{i,t-1} + \Delta(\phi_{i,t} - q_{i,t}) \quad \forall i, t \quad (2.12)$$

$$\phi_{i,t} = \gamma_{i,t} + \sum_{k \in \Omega_i} q_{k,t-\tau_k}, \quad (2.13)$$

onde $v_{i,t}$ corresponde ao volume da usina i em um instante t qualquer, $\gamma_{i,t}$ é a vazão natural da usina i no período t , Ω_i é o conjunto das usinas imediatamente a montante da usina i , Δ é a duração entre t e $t - 1$, dimensionado de maneira coerente de acordo com as unidades de volume e vazão utilizados, $\tau_k \in \mathbb{N}^+$ é o tempo relativo de viagem entre a usina k e a usina diretamente a jusante. A variável $\phi_{i,t}$ corresponde a vazão afluenta total do reservatório em questão.

2.2.2 Modelagem em tempo contínuo

Corresponde a modelagem mais adequada para essa restrição física, considerando o tempo de viagem entre as usinas como uma variável contínua [Guedes et al. \[2016\]](#), ou seja, o valor de τ não precisa ser um múltiplo da granularidade utilizada. O balanço do volume permanece sendo calculado pela equação (2.12), entretanto o cálculo da afluência total de cada reservatório $\phi_{i,t}$ é alterado de acordo com a seguinte equação:

$$\phi_{i,t} = \gamma_{i,t} + \sum_{k \in \Omega_i} (1 + \lfloor \tau_k \rfloor - \tau_k) q_{k,t-\lfloor \tau_k \rfloor} + (\tau_k - \lfloor \tau_k \rfloor) q_{k,t-1-\lfloor \tau_k \rfloor} \quad (2.14)$$

onde $\gamma_{i,t}$ é a vazão natural da usina i no período t , Ω_i é o conjunto das usinas imediatamente a montante da usina i , Δ é a duração entre t e $t - 1$, τ_k é o tempo relativo de viagem entre a usina k e as usinas diretamente a jusante, e o operador $\lfloor \cdot \rfloor$ arredonda o argumento para o maior inteiro que não excede o argumento. O tempo de viagem foi considerado não negativo, como detalhado em [Tong et al. \[2013\]](#).

2.3 Estado da arte

Apesar de ser um problema clássico já tratado na literatura, a otimização do planejamento hidroenergético ainda é um assunto em alta, tendo ganhado ainda mais destaque no âmbito brasileiro após o ONS passar a utilizar o modelo DESSEM no planejamento da operação e na formação de preços para o curto prazo, em 1^o de janeiro de 2020 [de Minas e Energia / Gabinete do Ministro \[2019\]](#).

Um ponto interessante é que o problema pode ser tratado para diferentes horizontes de tempo, tendo certas especificidades interessantes para cada um, como o trabalho em questão foca no curtíssimo prazo, a revisão foca em artigos que tratam especificamente desse tema. O primeiro aspecto particular do problema no curto prazo é bem tratado por [Kong et al. \[2020\]](#), que realiza uma extensa revisão de literatura sobre o tema, e destaca para a importância de uma modelagem detalhada do problema, considerando as particularidades de cada unidade geradora.

A [Tabela 3](#) mostra um resumo dos principais artigos analisados, ressaltando a estratégia de otimização utilizada e a função objetivo a ser otimizada, bem como explicita se o artigo tratou o problema a nível de unidade geradora.

Tabela 3 – Resumo da revisão de literatura.

Artigo	Método de otimização	Função objetivo	Modelagem por UG
Marcelino et al. [2021]	<i>Multi-objective Evolutionary Swarm Hybridization</i>	Maximizar a energia produzida e o nível de água dos reservatórios	Sim
Yang et al. [2022]	<i>Standard shuffled frog leaping algorithm</i> e programação dinâmica	Minimizar o gasto de água	Sim
Skjelbred et al. [2020]	MINLP	Maximizar lucro da venda de produção energética somado ao lucro futuro de armazenar água subtraindo o custo de acionamentos	Sim
Yang et al. [2020]	<i>Particle swarm optimization (PSO)</i>	Maximizar geração total e geração garantida	Não
Guedes et al. [2016]	MILP	Maximizar energia armazenada final	Sim

Dal' Santo and Simões Costa [2016]	MINLP	Minimizar perdas de performance e custos de acionamentos / desligamentos	Sim
Glotic and Zamuda [2015]	Algoritmo de evolução diferencial	Minimizar a diferença do volume final em relação a uma meta	Não
Xu et al. [2015]	NSGA-II	Maximizar energia armazenada e minimizar a defluência	Não
Finardi and Scuzziato [2014]	Relaxação Lagrangiana	Minimizar turbinada total e acionamentos / desligamentos	Sim
Tong et al. [2013]	MILP	Maximizar lucro (retorno estimado pela produção subtraindo o custo de acionamentos / desligamentos)	Sim
Cristian Finardi and Reolon Scuzziato [2013]	Relaxação Lagrangiana e Lagrangiano aumentado	Minimizar turbinada total e acionamentos / desligamentos	Sim
Lima et al. [2013]	MINLP	Maximizar lucro (retorno da venda de energia subtraindo o custo de acionamentos)	Sim
Catalão et al. [2010]	MINLP	Maximizar valor econômico futuro da água armazenada somado ao lucro da produção energética do horizonte em questão	Não
Finardi and da Silva [2006]	Relaxação Lagrangiana	Maximizar lucro relacionado à energia produzida	Sim
Soares [1997]	Relaxação Lagrangiana	Minimizar uma soma ponderada entre perdas na geração e na transmissão energética	Sim

O primeiro ponto que pode ser observado a partir da [Tabela 3](#) é que a maioria dos artigos analisados trata o problema considerando a modelagem mais detalhada a nível de unidades geradoras, concordando com a conclusão dada por [Kong et al. \[2020\]](#). Tal fato é consolidado ao analisar também outros artigos, [Tong et al. \[2013\]](#) faz uma análise interessante de possíveis erros que a linearização de certas variáveis do problema pode causar, [Lu et al. \[2015\]](#) e [Cordova et al. \[2014\]](#) possuem alguma lógica para resolver a alocação ótima de unidades geradoras (*unit commitment*), problema tratado em detalhe por outros autores [Dal' Santo and Simões Costa \[2016\]](#), [Cristian Finardi and Reolon Scuzziato \[2013\]](#), [Mendonça et al. \[2019a\]](#).

Um fato interessante é que muitos trabalhos possuem uma função objetivo composta por mais de um termo, tal fato mostra que o problema em questão possui uma natureza multi objetivo, entretanto a quantidade de artigos que trata esse fator diretamente na modelagem do problema é menor, da tabela anterior, apenas os trabalhos [Xu et al. \[2015\]](#), [Yang et al. \[2020\]](#) e [Marcelino et al. \[2021\]](#) propõem uma abordagem multi objetivo. O restante dos artigos que apresentam mais de um termo utilizam uma modelagem mono objetivo cuja função é a soma ponderada entre cada um dos termos desejados.

Outro ponto de atenção é que diversos trabalhos utilizam alguma estratégia para decompor o problema em questão, além dos artigos que utilizaram a relaxação Lagrangiana, pode-se ressaltar o trabalho de [Guedes et al. \[2016\]](#) que utiliza o MILP em conjunto com uma heurística para resolver o *unit commitment*. [Yang et al. \[2022\]](#) também realizou uma divisão interessante do problema, resolvendo separadamente o problema de *unit commitment* e a distribuição de carga (demanda) entre cada usina.

Capítulo 3

Metodologia

Uma vez que o problema foi compreendido, o capítulo em questão busca detalhar a solução desenvolvida. Um ponto essencial é que a modelagem realizada divide o problema em dois grandes blocos: problema secundário (simulador) e problema primário (otimizador), estes serão detalhados a seguir.

3.1 Problema secundário - simulador

Corresponde a um simulador hidro-energético capaz de informar com precisão o comportamento das cascatas de hidrelétricas dado um cenário definido [Energy \[2022\]](#). O simulador utilizado leva em consideração os seguintes pontos para modelar cada usina:

- Funções não lineares para representar as cotas montante e jusante;
- Perdas hidráulicas no canal de adução;
- Curva colina da turbina hidráulica;
- Curva de rendimento do gerador;
- Faixa operativa das UGs;
- Configuração da cascata e tempos de viagem;
- Restrições operacionais.

Dessa forma o simulador busca modelar o problema da forma mais detalhada possível, algo essencial para o planejamento de curto prazo, conforme explicado anteriormente na [seção 2.3](#). Ademais, o simulador permite a exploração de cenários, considerando os seguintes parâmetros de entrada:

- Volume inicial;

- Afluência natural;
- Demanda.

O diagrama da [Figura 11](#) mostra com clareza as principais entradas e saídas do modelo do simulador. Vale ressaltar que nas informações de saída, tanto a vazão turbinada e a potência produzida por cada usina já possuem a informação por unidade geradora, mas a demanda informada como entrada é passada apenas para cada usina.

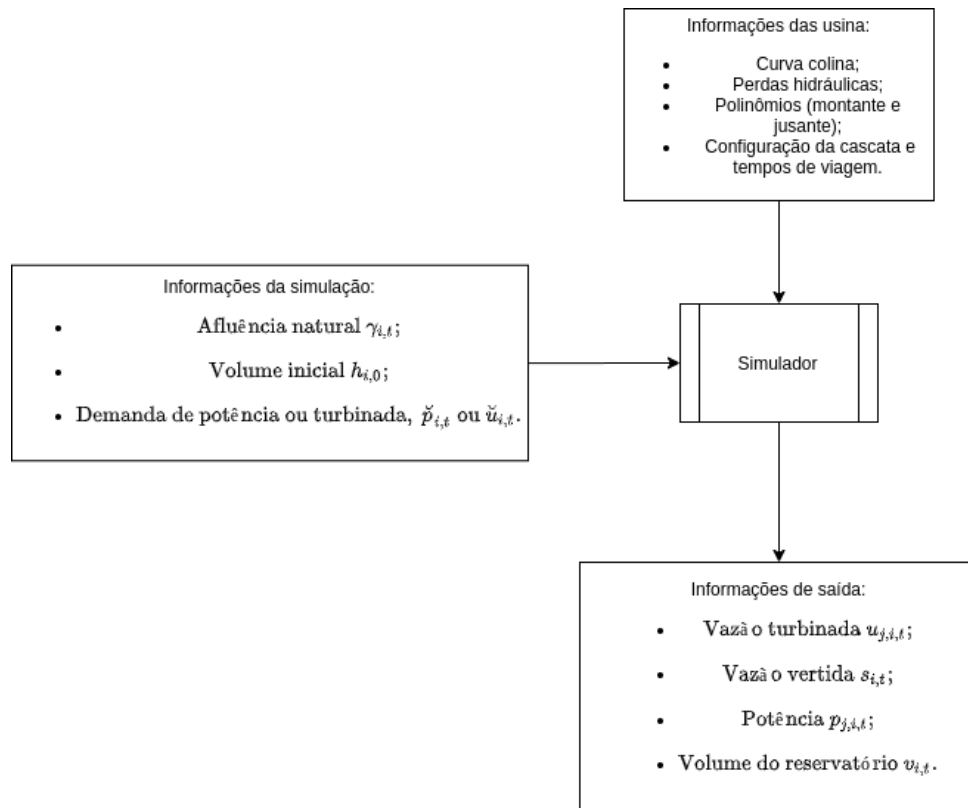


Figura 11 – Fluxo do simulador utilizado.

Todas as informações de entrada do simulador, com exceção da demanda a ser produzida, podem ser previamente cadastradas, obtidas através de um supervisor ou prevista.

Em relação à demanda, corresponde ao parâmetro chave a ser definido pelos agentes, não deve-se confundir essa demanda de vazão ou potência com a demanda de carga do sistema, esta restrição não foi considerada no modelo uma vez que cabe ao ONS e não aos agentes de geração garantir esse atendimento, entretanto trabalhos futuros poderiam acoplar essa restrição no modelo em questão. A demanda no modelo em pauta pode ser entendido como uma meta de produção a ser atendida por cada usina em cada instante de tempo, a modelagem completa é discutida posteriormente.

O simulador em estudo atua portanto como uma ferramenta de auxílio à tomada de decisão para o programador energético, permitindo-o informar como entrada diversos

valores de demanda desejados, e ter como resposta o comportamento da cascata analisada para a demanda em questão, incluindo não só informações de nível e vazão, mas também de possíveis restrições operativas.

3.1.1 Modelagem matemática

Apesar do trabalho em questão focar na descrição do problema primário, é importante ressaltar que o simulador hidroenergético utilizado como problema secundário também consiste de um problema de otimização complexo, o termo simulador foi aproveitado por ser muito utilizado nesse meio e ainda será empregado no decorrer do texto para evitar confusões com o problema primário a ser explicado posteriormente.

O problema em foco possui 3 objetivos conforme a equação (3.1) mostra, a heurística utilizada resolve esse problema de forma lexicográfica

$$\text{minimize } z = \begin{bmatrix} \omega_i(x_{i,t}) \\ \|u_{i,t} - \check{u}_{i,t}\|_1 \\ -\sum_{j=1}^{\bar{j}_i} u_{j,i,t} \mu_{j,i,t} \end{bmatrix}, \quad (3.1)$$

sendo z o vetor de objetivos, e x o conjunto de variáveis de decisão (a vazão turbinada por cada UG $u_{j,i,t}$, e a vazão vertida $s_{i,t}$).

O primeiro critério corresponde a função de restrições de cada usina ω_i , de forma que qualquer resposta factível possui $\omega_i(x_{i,t}) = 0$. Vale ressaltar que no caso do cenário em questão não possibilitar respostas factíveis, o modelo estabelece uma ordem de prioridades entre cada restrição.

O segundo critério corresponde ao atendimento à demanda informada $\check{u}_{i,t}$, dessa forma, como o único critério mais importante que esse corresponde às restrições, qualquer demanda factível será atendida de forma precisa. Em outras palavras, o modelo só irá ter uma produção diferente da demanda para atender restrições, e ainda assim, a restrição será respeitada de forma a minimizar o desvio em relação a demanda.

Por último, o terceiro critério busca garantir a melhor alocação de vazão entre as unidades geradoras, de forma a atender a demanda de turbinada enquanto maximiza a potência total produzida por elas. Para atingir esse objetivo foi desenvolvida uma heurística para resolver o *unit commitment*, definindo quantas unidades geradoras (UGs) devem ser acionadas, e também a produção de cada uma delas, mais detalhes sobre o algoritmo utilizado são dados por [Mendonça et al. \[2019a\]](#).

Uma heurística própria foi desenvolvida a fim de resolver o problema dado por (3.1), a [Figura 12](#) mostra esse algoritmo de forma simplificada.

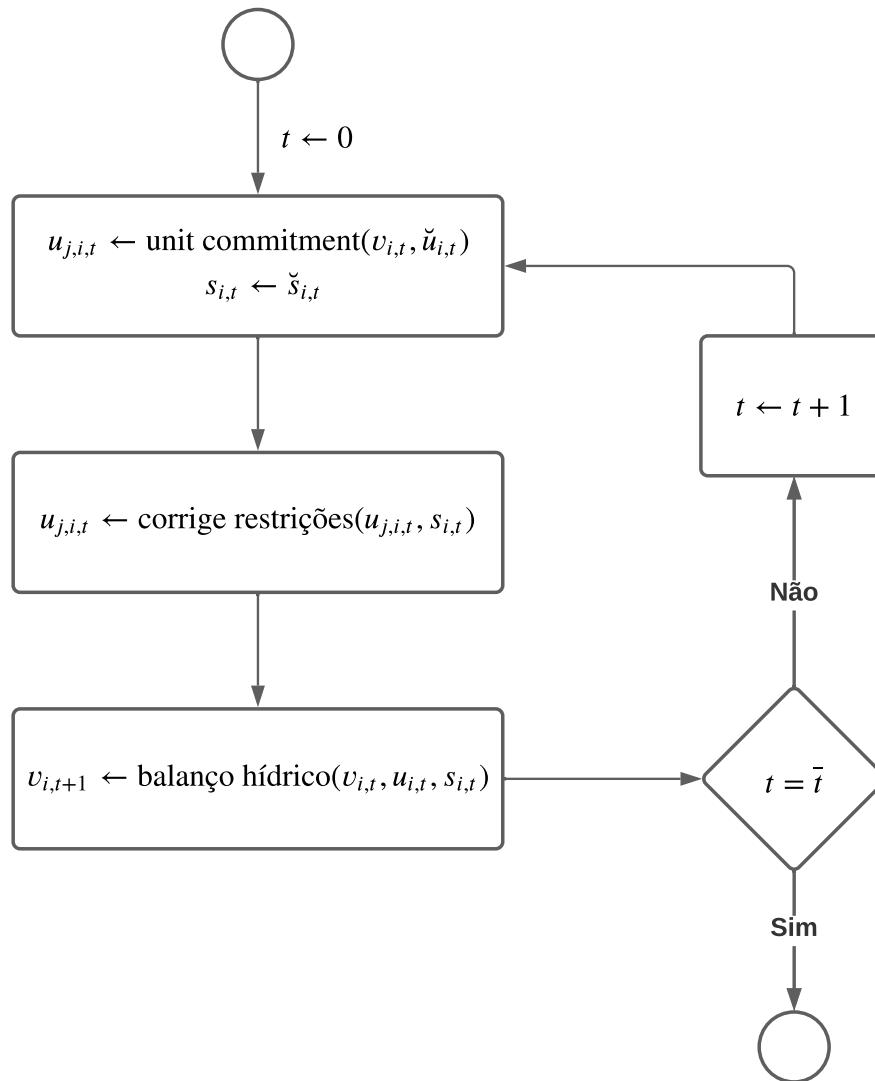


Figura 12 – Heurística utilizada para resolver problema secundário.

Um ponto de atenção é o fato da resolução ser feita para cada instante t começando de $t = 0$, em termos práticos isso resulta em um algoritmo que corrige a demanda apenas a partir do instante de violação. Em termos práticos esse comportamento nem sempre resulta em uma resposta com a melhor correção possível, por outro lado é uma simplificação interessante que permite uma execução mais rápida, o que é preferível dado que posteriormente o problema primário deve avaliar diversas instâncias do simulador em questão. Outra vantagem interessante é que o algoritmo possui garantia de convergência, uma vez que cada um dos blocos isolados também possuem essa garantia.

Outro ponto notável é que o algoritmo de *unit commitment* utilizado no simulador considera as manutenções programadas, não acionando as turbinas que estão passando por manutenção e ajustando a potência das outras UGs se necessário. Ademais, a fim de minimizar a quantidade de acionamentos e desligamentos de turbina, o algoritmo prioriza

certas turbinas de acordo com a seguinte ordem de prioridade:

1. Turbinas que podem operar no instante de tempo atual, ou seja $o_{j,i,t} = 1$ para o instante t analisado;
2. Turbinas que estavam ligadas no instante anterior, ou seja $u_{j,i,t-1} > 0$ para o instante t analisado;
3. A potência no ponto de máxima eficiência, ou seja, turbinas com $\hat{p}_{j,i}$ maior serão acionadas primeiro;
4. Turbinas que estão longe de serem desligadas devido à manutenção programada;
5. Turbinas com valor de perda hidráulica menor, possibilitando uma maior queda líquida, conforme explica [subseção 2.1.4](#).

3.1.2 Sistema HPO Energy [2022]

O simulador energético desenvolvido, devido à seu alto nível de detalhamento, já era um produto consolidado utilizado na prática por diversas usinas do SIN antes mesmo do desenvolvimento do módulo de otimização.

Além de todo o cadastro relacionado a cada usina que deve ser simulada, incluindo suas restrições operativas (exemplos apresentados na [subseção 2.1.6](#)), cabe ao operador definir também a demanda de cada usina, a [Figura 13](#) mostra a tela utilizada para definir essa demanda.

Programação (MW) Simulação (Geração) Concluída 29/01/2022 - 10:42

29/01/2022 30/01/2022 Simular Geração

Horas	Camargos				Itutinga					Funil					
	Atual		Sugerido		ONS	Atual		Sugerido		ONS	Atual		Sugerido		
	G	V	G	V	G	G	V	G	V	G	G	V	G	V	
Média	0,0	0,0	8,0	0,0	0,0	2,48	0,0	10,5	0,0	0,0	23,12	0,0	67,82	0,0	
00:00/00:30	0,0	0,0	8,0	0,0	0,0	17,0	0,0	17,0	0,0	0,0	130,0	1	0,0	102,0	0,0
00:30/01:00	0,0	0,0	8,0	0,0	0,0	17,0	0,0	17,0	0,0	0,0	130,0	0,0	130,0	0,0	0,0
01:00/01:30	0,0	0,0	8,0	0,0	0,0	17,0	0,0	17,0	0,0	0,0	130,0	0,0	130,0	0,0	0,0
01:30/02:00	0,0	0,0	8,0	0,0	0,0	17,0	0,0	17,0	0,0	0,0	130,0	0,0	130,0	0,0	0,0
02:00/02:30	0,0	0,0	8,0	0,0	0,0	17,0	0,0	17,0	0,0	0,0	130,0	0,0	130,0	0,0	0,0
02:30/03:00	0,0	0,0	8,0	0,0	0,0	17,0	0,0	17,0	0,0	0,0	145,5	0,0	145,5	0,0	0,0
03:00/03:30	0,0	0,0	8,0	0,0	0,0	17,0	0,0	17,0	0,0	0,0	157,0	0,0	157,0	0,0	0,0
03:30/04:00	0,0	0,0	8,0	0,0	0,0	0,0	2	0,0	8,5	0,0	157,2	0,0	157,2	0,0	0,0
04:00/04:30	0,0	0,0	8,0	0,0	0,0	0,0	1	0,0	8,5	0,0	0,0	4	0,0	112,2	0,0
04:30/05:00	0,0	0,0	8,0	0,0	0,0	0,0	1	0,0	8,5	0,0	0,0	3	0,0	67,2	0,0
05:00/05:30	0,0	0,0	8,0	0,0	0,0	0,0	1	0,0	8,5	0,0	0,0	3	0,0	25,0	0,0

Figura 13 – Tela de edição de demandas, retirado do *software* HPO Energy [2022].

Vale ressaltar a discretização semi horária, conforme padrão utilizado pelo ONS, e também a presença de diversas usinas na mesma tela, o que é interessante devido ao balanço hídrico. As usinas que ficam na mesma tela são programadas juntas pois possuem tempo de viagem curto, de forma que a vazão da usina mais a montante impacta nas próximas. Além de permitir o *input* da demanda, a tela também mostra os instantes com quebra de restrições e mostra uma resposta sugerida que tende ser factível, respeitando a restrição violada pela resposta a esquerda. Na [Figura 14](#) pode-se ver em detalhe quais restrições foram violadas para um certo instante de tempo.

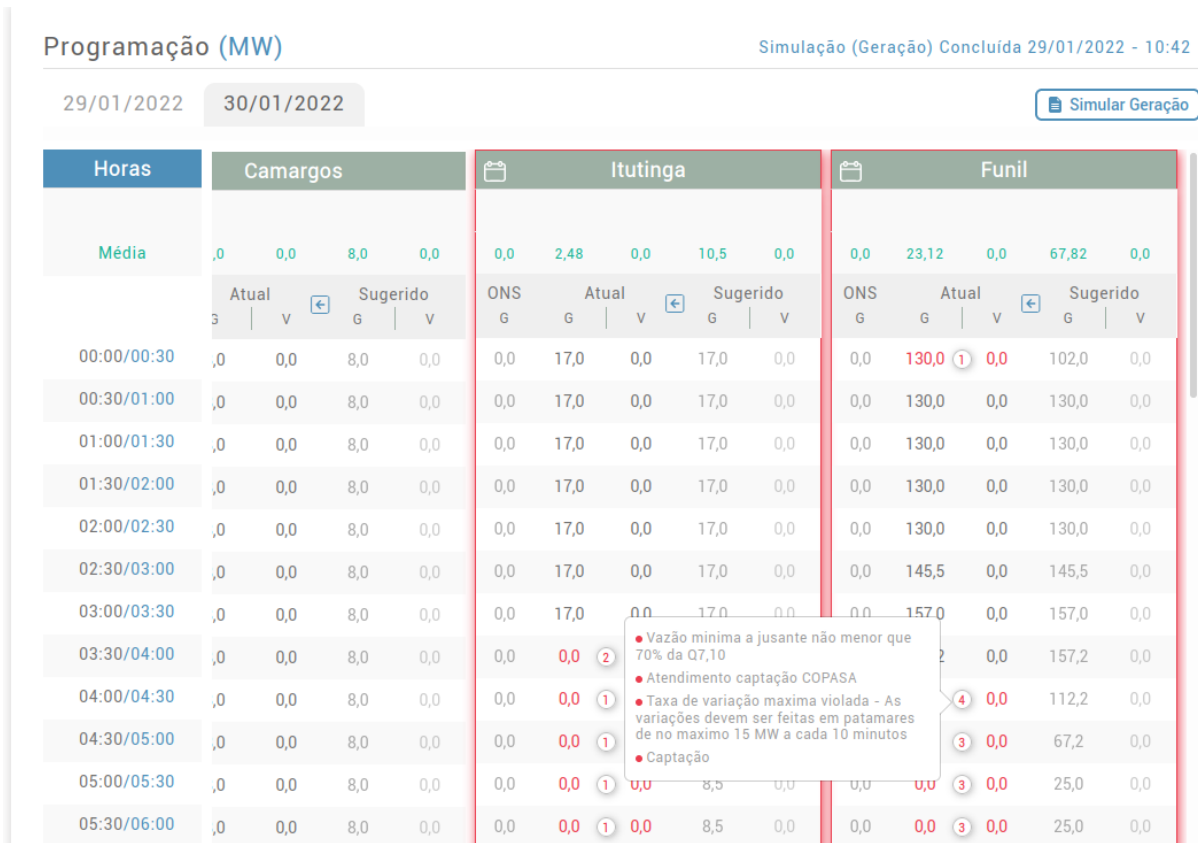


Figura 14 – Tela de edição de demandas exibindo quebra de restrições, retirado do *software Energy* [2022].

Por último pode-se ver na *Figura 15* uma outra tela que mostra a evolução do nível do reservatório e da geração (ou vazão) durante o intervalo simulado.

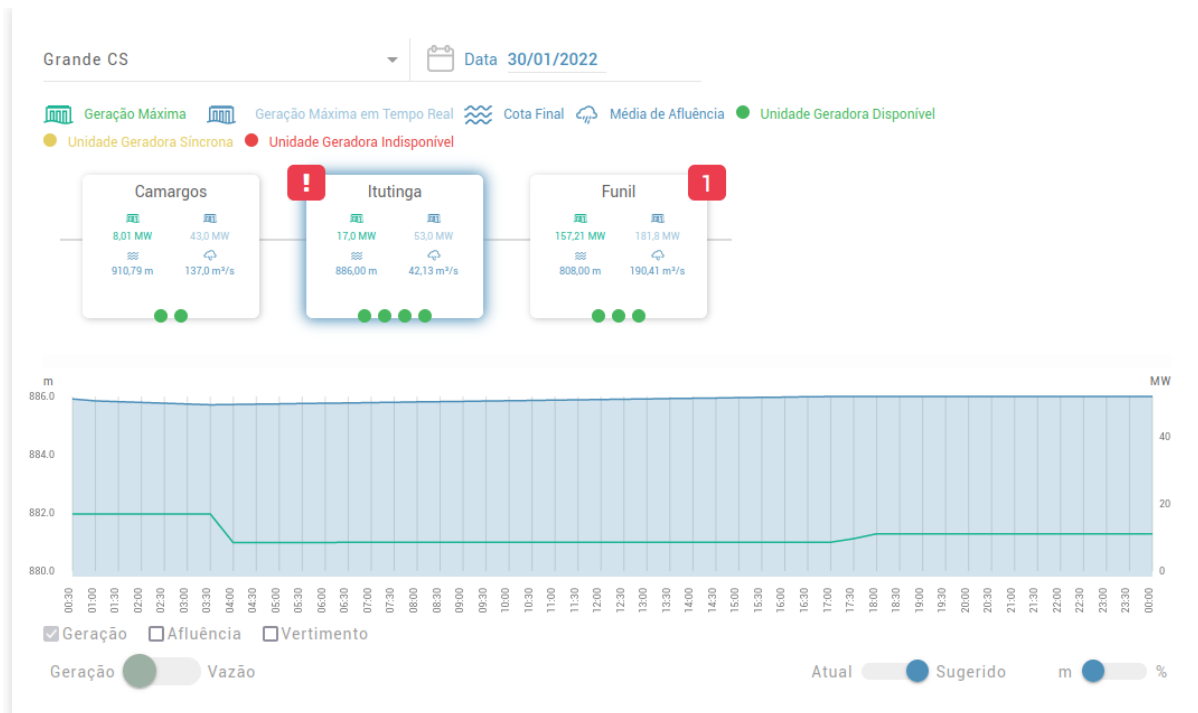


Figura 15 – Tela de resultado da simulação, retirado do *software Energy* [2022].

3.2 Problema primário - otimizador

Consiste no problema principal analisado no trabalho em questão, busca alterar a demanda passada para o simulador (problema secundário) e avaliar a resposta obtida a fim de verificar qual seria o valor de produção ótimo. O diagrama da Figura 16 mostra o fluxo de maneira simplificada.

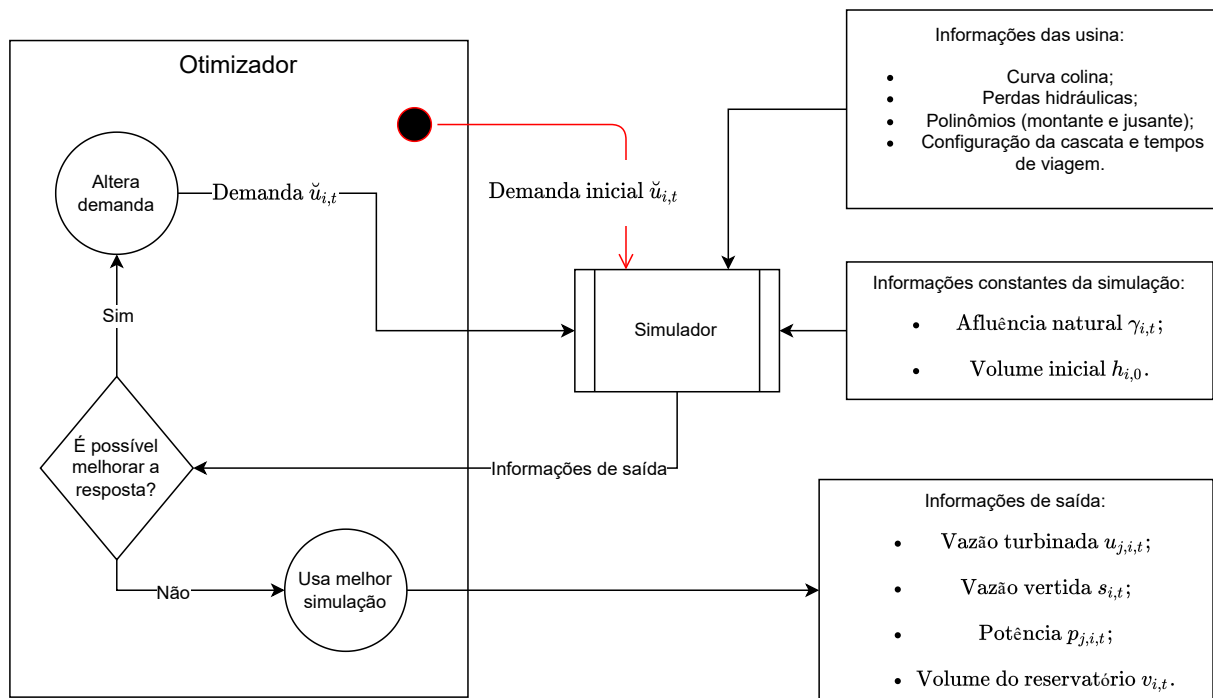


Figura 16 – Fluxo do otimizador.

A montagem do problema dessa forma possui diversas vantagens, ao utilizar simulador detalhado anteriormente, o problema de otimização não precisa renunciar a precisão de sua resposta, uma vez que o simulador é o mais detalhado possível, por conseguinte oferecendo mais confiança na solução final do otimizador.

Outra vantagem interessante é em relação ao tempo de execução, que tende a ser menor para cada bloco visto que cada subproblema considera menos variáveis e restrições em comparação com um único problema que considera tudo. Além disso o primário poderia paralelizar diversas execuções do secundário, avaliando diversas possíveis soluções ao mesmo tempo, possibilitando uma execução ainda mais rápida.

O maior desafio do algoritmo a ser desenvolvido no problema primário pode ser resumido em duas perguntas:

- Como avaliar se uma resposta é boa?
- Como alterar a demanda de forma a obter uma resposta melhor?

Essas perguntas não são facilmente respondidas devido à natureza multiobjetivo do problema:

$$\text{minimize } \{f_1, f_2\} \quad (3.2)$$

$$f_1 = - \sum_{t=1}^{\bar{t}} p_{i,t} \quad (3.3)$$

$$f_2 = -v_i \bar{t}. \quad (3.4)$$

Deseja-se produzir a maior potência possível (f_1), entretanto também é interessante obter o maior volume final possível (f_2), pois um volume mais elevado de água pode ser entendido como uma maior reserva de energia a ser gerada no futuro. Esse *tradeoff* existente entre os dois objetivos é extremamente complexa, dependendo da usina e das condições do cenário em questão pode-se priorizar f_1 ou f_2 .

Além dos dois objetivos bem definidos, existem alguns outros fatores que devem ser considerados na resposta final. A equipe de planejamento em geral deseja uma resposta que considere patamares de potência, de forma a evitar acionamentos e desligamentos excessivos de turbinas, bem como facilitar a operação em tempo real. Além disso, deve-se levar em conta que certos horários do dia possuem uma demanda energética mais elevada, inclusive refletindo no preço de energia no curto prazo, nesses horários é interessante para o agente que haja uma produção mais elevada.

Vale ressaltar que diferente do problema secundário, que recebia a demanda de vazão turbinada como um parâmetro a ser atendido, no problema primário a demanda é uma variável artificial a ser definida, percebe-se que as informações de saída são exatamente iguais ao do problema secundário (Figura 11), entretanto agora a resposta não depende de um preenchimento manual por parte do programador, conforme mostrava a Figura 13.

Como o objetivo principal do trabalho em questão é esmiuçar sobre a implementação proposta para o problema primário, toda a modelagem matemática é detalhada a parte no Capítulo 4 a seguir, buscando responder as duas perguntas levantadas anteriormente.

Capítulo 4

Modelagem matemática

Tendo bem claro como o problema foi dividido, o capítulo em questão busca especificar a solução implementada para o módulo de otimização (problema primário).

4.1 Parametrização da demanda

Vale lembrar, de acordo com o que foi mostrado nas figuras 11 e 16, que a demanda de vazão turbinada pode ser entendida de duas formas diferentes: para o simulador, ela é parâmetro, identificando a vazão turbinada que o usuário gostaria de realizar (lembrando que corresponde a um valor para cada usina em cada instante de tempo, ou seja, 48 valores de demanda para uma usina considerando a granularidade semi horária); todavia ela se torna a variável controlada pelo problema de otimização, uma vez que todas as outras variáveis do modelo são determinadas a partir dela pelo simulador.

As equações a seguir definem uma maneira de parametrizar a demanda entre os patamares de carga, de acordo com duas variáveis de controle, α_i e β_i , salientando que este equacionamento é uma abordagem original do trabalho desenvolvido.

$$\check{u}_{i,t} = (1 - \alpha_i + \beta_i)\tilde{\phi}_i, \quad \forall t \in T_l, \quad (4.1)$$

$$\check{u}_{i,t} = (1 + \beta_i)\tilde{\phi}_i \quad \forall t \in T_m, \quad (4.2)$$

$$\check{u}_{i,t} = (1 + \alpha_i + \beta_i)\tilde{\phi}_i \quad \forall t \in T_p, \quad (4.3)$$

onde \check{u} é a demanda de vazão turbinada (parâmetro de entrada do problema secundário), $\tilde{\phi}_i$ é a média da afluência total (afluência natural somado à defluência das usinas a montante) considerando o horizonte simulado, T_l , T_m e T_p são os instantes relacionados a cada patamar de carga.

O primeiro ponto a ser notado é que quanto maior a afluência média $\tilde{\phi}_i$, a demanda tende a ser também mais elevada. Já as variáveis α_i e β_i alteram características da resposta,

de forma que toda a demanda de cada usina é parametrizada em apenas duas variáveis livres, ou seja, o problema primário deve definir apenas dois valores para cada usina (α_i e β_i), e não mais os 48 valores de demanda \check{u}_i . O impacto dessas variáveis na resposta final é detalhado posteriormente na [subseção 4.1.2](#), além de algumas derivações matemática úteis para a resposta final.

4.1.1 Patamares de carga

Pode-se classificar os patamares de carga como Leve, Médio e Pesado. Em que leve refere-se a horários do dia em que se observam os menores consumos de energia elétrica, médio são os horários do dia de consumo mediano e pesado são os horários nos quais o consumo é alto e podem ocorrer picos [Rocha \[2017\]](#).

Tais patamares eram considerados na definição dos preços de curto prazo através do Preço de Liquidação das Diferenças (PLD), apesar de atualmente ser utilizado o PLD horário, sua tendência ainda acompanha os patamares (sendo mais elevado nos horários de carga alta e mais barato nos horário de carga leve).

Os instantes de cada patamar podem ser escolhidos a priori e na aplicação realizada podem ser variados pelo usuário (sendo que a modelagem desenvolvida permite qualquer configuração de horário para os 3 patamares), os testes a serem apresentados posteriormente no trabalho em questão utilizam um dos patamares definidos pela ANEEL, conforme a [Tabela 4](#) mostra [Megawhat \[2022\]](#).

Tabela 4 – Horários dos patamares de carga utilizados.

Variável	Horas consideradas
T_l	$[0, 8[$
T_m	$[8, 10[\cup [18, 24[$
T_p	$[10, 18[$

Apesar da possibilidade de variar os instantes de cada patamar, a modelagem proposta possui como limitação a definição de no máximo 3 patamares, esta é uma simplificação válida pois resulta em certas propriedades interessantes a serem detalhadas posteriormente, o que por consequência possibilita uma resposta final eficiente e uma execução rápida. Ainda que seja matematicamente possível estabelecer uma resposta com um patamar para cada granularidade, este comportamento não reflete bem a operação real da usina, mas de qualquer forma, estratégias com um número de patamares maior poderiam ser posteriormente exploradas.

4.1.2 Exemplos práticos

Ambas as variáveis α_i e β_i possuem significância física que podem ser assimiladas a características do sistema.

A variável α_i representa o quão distantes os patamares de carga são entre si. Dessa forma, para α_i igual a 0, tem-se todos os patamares iguais, com uma demanda *flat*. Para α_i com valor máximo, tem-se a maior diferença possível (considerando uma demanda factível) entre os patamares, ou seja, um valor maior de vazão foi tirado do patamar leve e passado para o patamar pesado. Maiores detalhes relacionados aos limites de α_i são explicados na subseção 4.2.2.

Os resultados de simulação abaixo ilustram as grandezas na usina de Funil de acordo com a variação desse parâmetro. A demanda *flat*, para o α_i igual a 0, é apresentada na Figura 17. Para um α_i igual a 0,1 e um β_i igual a 0, na Figura 18, é possível visualizar de forma clara a presença dos patamares de carga, dado que o α_i é maior que 0. Outro resultado, apresentado na Figura 19, é o resultado para α_i igual a 0,3, onde é possível observar o quão influente é esse parâmetro nas diferenças entre os patamares de carga, em comparação com o resultado anterior.

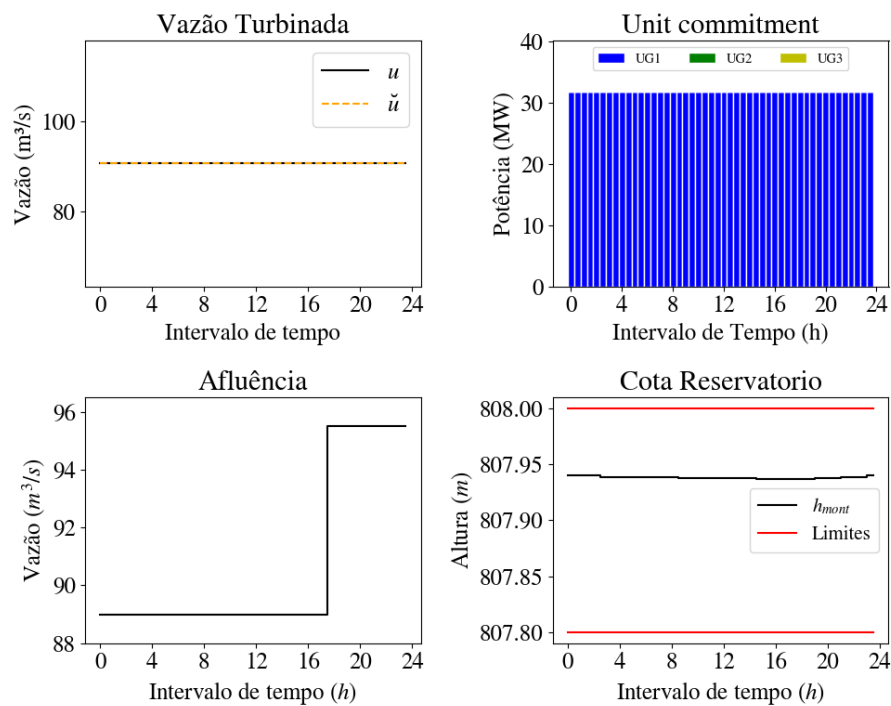


Figura 17 – Resultado da simulação em Funil com α_i igual a 0 e β_i igual a 0.

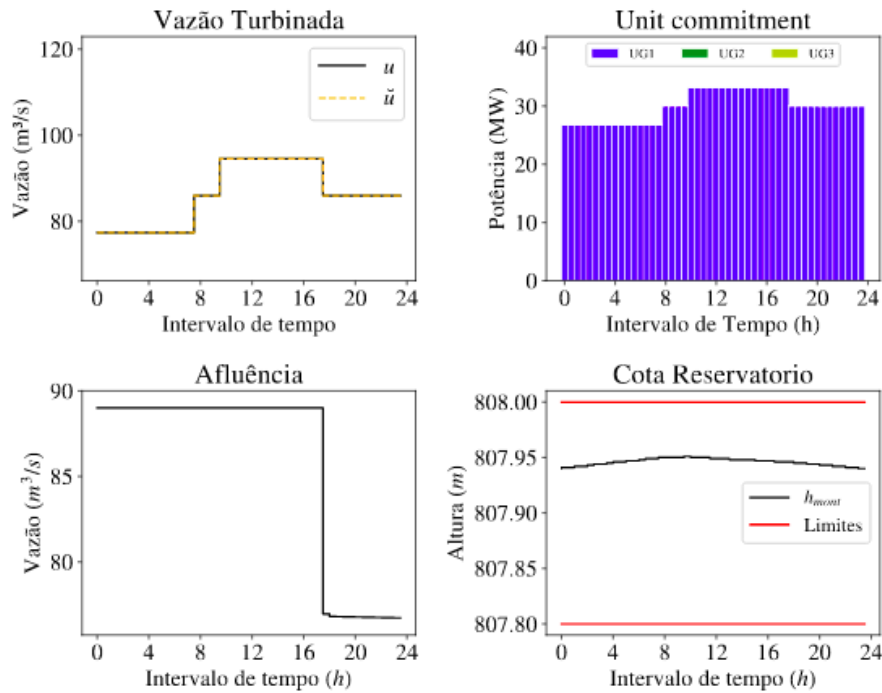


Figura 18 – Resultado da simulação em Funil com α_i igual a 0,1 e β_i igual a 0.

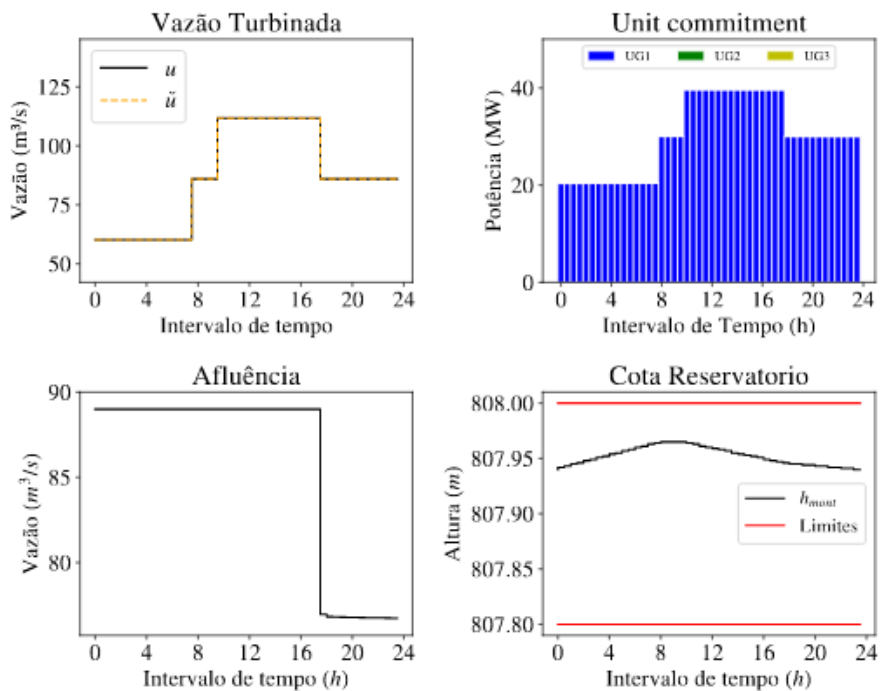


Figura 19 – Resultado da simulação em Funil com α_i igual a 0,3 e β_i igual a 0.

Enquanto a variável α_i caracteriza a forma da demanda, a variável β_i representa o quanto deverá ser variada a cota do reservatório pelo otimizador. Isso pode ser visualizado pelas equações de (4.1) a (4.3), onde o β_i é somado a cada um dos patamares de carga, deslocando todos eles igualmente. Dessa forma, para essa variável assumindo valor 0, tem-se

a cota final do reservatório com o mesmo valor com o qual ela iniciou, como mostrado nos resultados das figuras 17 a 19.

Para valores positivos, obtêm-se uma vazão total superior à média da afluência, por consequência o resultado possui um volume final é menor que o inicial, o seja, uma quantidade de água do reservatório é utilizado para realizar vazão turbinada. O resultado de simulação na figura 20 ilustra um cenário da usina de Funil, para α_i igual a 0,1 e β_i igual a +0,2, pode-se observar claramente o nível do reservatório ao final da simulação é menor, como esperado para um β_i de valor positivo.

A observação oposta pode ser feita para o resultado apresentado na figura 21, que possui β_i igual a -0,2, cujo nível final é maior que o nível inicial. Valores de β negativos resultam em um vazão turbinada em média menor que a afluência, dessa forma, certa quantidade da água que chega é "utilizada" pelo reservatório, aumentando seu nível.

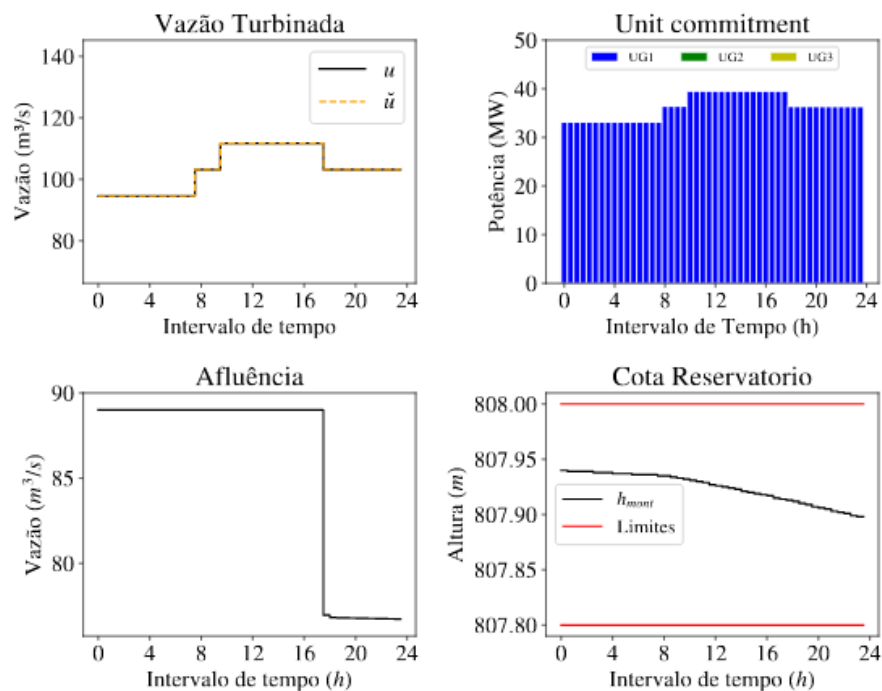


Figura 20 – Resultado da simulação em Funil com α_i igual a 0,1 e β_i igual a +0,2.

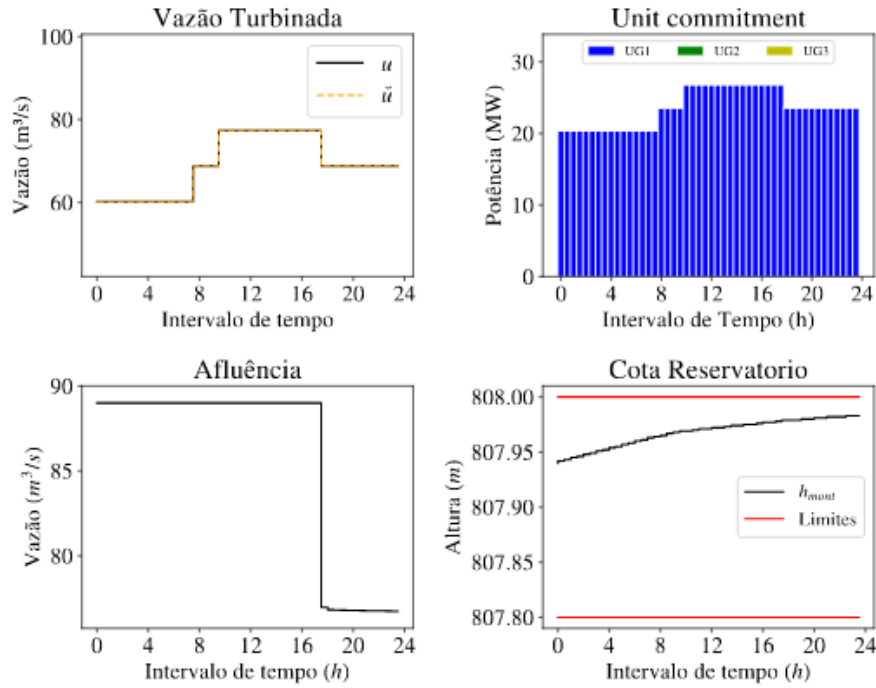


Figura 21 – Resultado da simulação em Funil com α_i igual a 0,1 e β_i igual a -0,2.

4.1.3 Acoplamento com o longo prazo

O parâmetro β_i possui uma correspondência direta com o nível final do reservatório, como visto nos resultados apresentados anteriormente.

De fato, é possível calcular, analiticamente, qual o β_i correspondente a um valor de volume final previamente informado, este é dado pela meta de volume \check{v}_i , um valor que pode vir de uma análise em longo prazo das usinas (podendo ser mensal, anual ou até plurianual dependendo da capacidade do reservatório em questão), que estabelecem uma curva guia para o volume final do reservatório a cada dia.

Lembrando as equações de balanço hídrico (2.12), pode-se definir a quantidade total de água a ser turbinada σ_i de forma a atingir a meta de volume estipulada

$$\sigma_i = \Delta \left(\sum_{t=1}^{\bar{t}} (\phi_{i,t}) - \bar{t} \underline{s}_i \right) + v_{i,0} - \check{v}_i, \quad (4.4)$$

onde Δ é a duração do período de tempo entre os intervalos, $\phi_{i,t}$ é toda a vazão que chega em uma usina ao longo de um período t , $v_{i,0}$ é o volume inicial da usina i e \underline{s}_i corresponde ao vertimento mínimo da usina em questão, sendo 0 caso não exista nenhuma restrição relacionada. Dessa forma todo o volume dado por σ_i será convertido em vazão turbinada, ou seja,

$$\sigma_i = \Delta \sum_{t=1}^{\bar{t}} \check{u}_{i,t}. \quad (4.5)$$

Substituindo as equações (4.1) a (4.3) em (4.5) tem-se

$$m_l((1 - \alpha_i + \beta_i)\tilde{\phi}_i) + m_m((1 + \beta_i)\tilde{\phi}_i) + m_p((1 + \alpha_i + \beta_i)\tilde{\phi}_i) = \frac{\sigma_i}{\Delta}. \quad (4.6)$$

Sendo que m_l , m_m e m_p correspondem ao tamanho dos patamares leve, médio e pesado, respectivamente. Lembrando que a soma do tamanho de todos os patamares resulta no horizonte completo $m_l + m_m + m_p = \bar{t}$ e estabelecendo a diferença entre os patamares pesado e leve como

$$\zeta = m_p - m_l, \quad (4.7)$$

pode-se manipular a equação de forma a isolar a variável β_i :

$$\beta_i = \left(\left(\frac{\sigma_i}{\Delta} - \zeta \alpha_i \tilde{\phi}_i \right) \frac{1}{\sum_{t=0}^{\bar{t}} \phi_{i,t}} \right) - 1. \quad (4.8)$$

4.2 Problema de otimização mono objetivo

Tendo em vista que o valor de σ_i pode ser dado pelo acoplamento de longo prazo, sendo calculado analiticamente a partir de uma meta de volume previamente informada \check{v}_i , a única variável a ser otimizada é o α_i de cada usina. Dessa forma tem-se o seguinte problema de otimização:

$$\min_{\alpha_i} f(\alpha_i) \quad (4.9)$$

$$\text{sujeito a } \alpha_i \in A_i. \quad (4.10)$$

Sendo f a função objetivo a ser definida, e A_i o espaço factível de α_i para o cenário analisado.

Vale ressaltar que esse problema de otimização é válido apenas para uma usina, entretanto certas usinas devem ser otimizadas em conjunto (devido ao balanço hídrico, as usinas a montante impactam nas próximas, conforme detalhado na seção 2.2). Nesse caso optou-se por criar \bar{i} problemas de otimização isolados (um para cada usina da cascata), e começar resolvendo a partir da usina mais a montante, pois tendo a sua defluência definida, a afluência da próxima usina pode ser calculada antes da montagem do problema, e a otimização é realizada como se fosse uma usina isolada por vez.

Em relação a função objetivo, lembrando os dois objetivos explicitados em (3.3) e (3.4), pode-se perceber que f_2 não faz sentido considerando a análise com uma meta de volume, uma vez que o volume final torna-se uma restrição a ser atendida, e não mais um objetivo. Nesse sentido a função de (4.9) pode ser dada exatamente pela equação (3.3), maximizar a produção total da usina no horizonte considerado:

$$f = - \sum_{t=1}^{\bar{t}} p_{i,t}, \quad (4.11)$$

lembrando que $p_{i,t}$ representa a potência produzida pela usina i em um instante de tempo t .

Sendo assim, um teste inicial pode ser realizado para verificar graficamente como a função objetivo varia dado um cenário da usina de Salto Grande (já com a meta definida), para diversos valores de α_i , optou-se pela usina de Salto Grande devido a sua complexidade, esta possui 4 turbinas, sendo dois pares com diferentes curva colina, dando uma ideia do comportamento da função no pior caso.

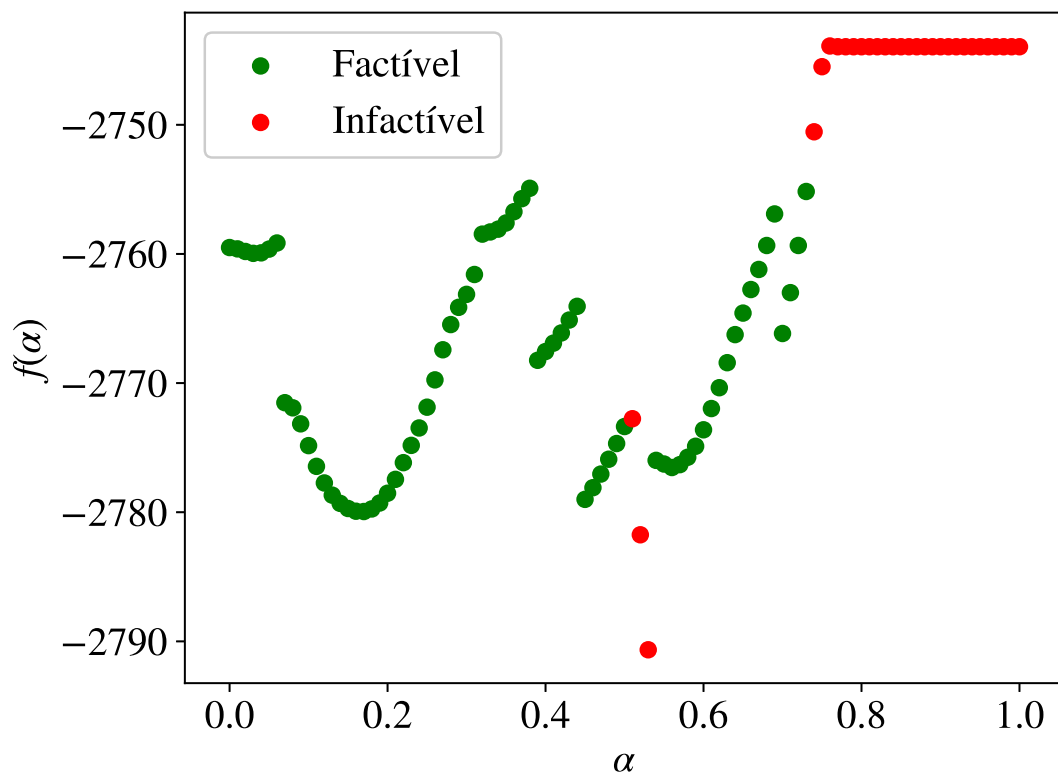


Figura 22 – Avaliação de f para um cenário da usina de Salto Grande, considerando uma discretização de 0,01 para α .

O gráfico exibido na [Figura 22](#) mostra o comportamento não linear e multi modal da função, em grande parte relacionada a não linearidade da função de geração energética, ao *unit commitment*, que gera resultados com diferente número de UGs acionadas para cada α_i , e também devido às restrições operativas, que podem mudar o comportamento da vazão realizada em relação a demanda.

Em vista desse comportamento optou-se por utilizar um algoritmo de secção áurea multimodal, proposto por [Mendonça \[2019\]](#). Dessa forma, lembrando do fluxograma da [Figura 16](#), cada avaliação de f corresponde a uma avaliação de demanda do simulador como caixa preta.

Interessante pensar que as duas principais perguntas do bloco otimizador (como

alterar a demanda e como avaliar se uma resposta), são realizadas pela função objetivo definida e pelo próprio algoritmo da secção áurea, que também possui um critério de parada bem definido (inclusive com garantia de convergência) e escolhe novos valores de $alpha_i$ a serem avaliados. Por último, vale ressaltar que o algoritmo proposto por Mendonça [2019] pode ser utilizado também em problemas que não tem um comportamento multimodal como mostrado na Figura 22, neste caso encontra-se mesma resposta dada pela secção áurea clássica.

Em relação aos limites de α_i , considerou-se o intervalo entre 0 e 1 pois estes correspondem aos limites mais extremos da variável α_i (para o β_i igual a 0), sendo que 0 corresponde a menor modulação (produção *flat*) e 1 seria um cenário extremo com produção 0 durante o patamar leve e o patamar pesado turbinando o dobro do médio (qualquer valor de α maior que 1 resultaria em uma demanda negativa na carga leve). Todavia percebe-se alguns pontos ainda inactíveis, ou seja, a demanda informada não foi atendida completamente pelo simulador devido a alguma restrição operativa, nesses casos, a meta de volume final não é atendida. Dessa forma algumas tratativas foram realizadas para definir de forma mais assertiva o conjunto A_i , que representa o espaço factível de α_i , estas são detalhadas na subsecção 4.2.2.

4.2.1 Restrições de σ_i

É importante definir bem o espaço factível da variável tendo como base o cenário analisado, uma vez que a meta de volume é uma entrada manual do usuário e portanto está sujeito a inactibilidades que podem impactar negativamente na resposta final.

Sabendo que em cenários com patamares de diferentes tamanhos o valor de β_i depende de cada α_i , conforme equação (4.8), optou-se por limitar a variável σ_i , ou seja:

$$\underline{\sigma}_i \leq \sigma_i \leq \bar{\sigma}_i. \quad (4.12)$$

Esses limites podem ser calculados dado os parâmetros de entrada do cenário em questão, de acordo com as equações (4.13) a (4.19). Dessa forma o primeiro passo do algoritmo é realizar esse cálculo, e em seguida verificar se o σ_i da meta informada (calculado pela equação (4.4)) está dentro do limite factível.

$$\underline{\sigma}_i = \max \begin{cases} 0 & (4.13) \\ \Delta \left(\left(\sum_{t=1}^{\bar{t}} \phi_{i,t} \right) - \bar{t} \underline{s}_i \right) + v_{i,0} - \bar{v}_i & (4.14) \\ \bar{t} \Delta u_i & (4.15) \\ \Delta \left(\bar{t} \underline{q}_{i,t_w} + \frac{\tilde{\phi}_i \alpha_i (\bar{t} (m_{l,w} - m_{p,w}) + \zeta t_w)}{t_w} \right) \quad \forall t_w \in T. & (4.16) \end{cases}$$

$$\bar{\sigma}_i = \min \begin{cases} \Delta \left(\sum_{t=1}^{\bar{t}} \phi_{i,t} - \bar{t} \underline{s}_i \right) + v_{i,0} - \underline{v}_i & (4.17) \\ \bar{t} \Delta \bar{u}_i & (4.18) \\ \Delta \left(\bar{t} \bar{q}_{i,t_w} + \frac{\tilde{\phi}_i \alpha_i (\bar{t} (m_{l,w} - m_{p,w}) + \zeta t_w)}{t_w} \right) \quad \forall t_w \in T. & (4.19) \end{cases}$$

A equação (4.13) indica que o volume que sai do reservatório é sempre positivo, pois vazão turbinada negativa não é fisicamente possível (salvo em usinas com bombeamento, algo não considerado na modelagem). Quando $\sigma_i = 0$, tem-se como resultado $\beta = -1$ e $\check{u}_{i,t} = 0 \quad \forall t$, ou seja, toda a água que chega da afluência será aproveitada para subir o nível do reservatório. É interessante se pensar que um valor de σ negativo indica uma meta de volume inactível, maior do que a maior altura que pode ser atingida pelo cenário em questão.

Em relação às equações (4.14) e (4.17), limita-se o volume de saída mínimo de forma a não violar o nível máximo ou mínimo do reservatório (\bar{v}_i e \underline{v}_i) ao final do dia. Por exemplo uma meta de volume acima de \bar{v}_i é inactível. Lembrando que $\phi_{i,t}$ é a afluência total da usina em cada instante t , \bar{t} é o instante final da simulação, e Δ é a duração dos instantes de acordo com a granularidade. A variável \underline{s}_i corresponde ao vertimento mínimo da usina em questão, que em geral está relacionado a restrições de TVR (trecho de vazão reduzida).

Em seguida, as equações (4.15) e (4.18) limitam o volume de saída em relação a vazão mínima e máxima da usina em questão (\underline{u}_i e \bar{u}_i). A título de exemplo, quando σ_i é limitado por (4.15), tem-se que $\check{u}_{i,t} = \underline{u}_i \quad \forall t$ (considerando $\alpha = 0$).

4.2.1.1 Restrições dinâmicas

As equações (4.16) e (4.19) são um pouco diferentes das outras pois dependem substancialmente da dinâmica da afluência durante o horizonte de simulação. Nesse ponto, pegou-se como base uma ideia intrigante apresentada por [Coelho et al. \[2020\]](#).

Lembrando da equação básica do balanço hídrico, detalhada na [seção 2.2](#)

$$v_{i,t+1} = v_{i,t} + \Delta(\phi_{i,t} - q_{i,t}), \quad (4.20)$$

e considerando uma defluência constante durante o intervalo simulado, ou seja, $q_{i,t} = q_i \quad \forall t \in T$, pode-se estabelecer uma forma de calcular o volume para qualquer instante t_w pertencente a uma janela do intervalo, a partir do volume inicial $v_{i,0}$

$$v_{i,t_w} = v_{i,0} + \Delta \left(\sum_{t=1}^{t_w} (\phi_{i,t} - t_w q_i) \right). \quad (4.21)$$

Dessa forma, lembrando da limitação de volume mínimo

$$v_{i,t_w} \geq \underline{v}_i \quad \forall t_w \in T, \quad (4.22)$$

pode-se substituir (4.22) em (4.21) e isolar a variável q_i

$$v_{i,0} + \Delta \left(\sum_{t=1}^{t_w} (\phi_{i,t}) - t_w q_i \right) \geq \underline{v}_i \quad (4.23)$$

$$q_i \leq \frac{v_{i,0} - \underline{v}_i}{\Delta t_w} + \frac{\sum_{t=1}^{t_w} \phi_{i,t}}{t_w}. \quad (4.24)$$

De maneira análoga, considerando a restrição de volume máximo \bar{v}_i , obtém-se uma equação similar

$$q_i \geq \frac{v_{i,0} - \bar{v}_i}{\Delta t_w} + \frac{\sum_{t=1}^{t_w} \phi_{i,t}}{t_w}. \quad (4.25)$$

Pegando como base a limitação de defluência da equação (4.24) pode-se estabelecer uma janela e definir uma limitação de defluência para cada valor de t_w , ou seja

$$\bar{q}_{i,t_w} = \frac{v_{i,0} - \underline{v}_i}{\Delta t_w} + \frac{\sum_{t=1}^{t_w} \phi_{i,t}}{t_w}. \quad (4.26)$$

Considerando inicialmente um caso sem vertimento, pode-se estabelecer que

$$\sum_{t=1}^{t_w} \check{u}_{i,t} \leq t_w \bar{q}_{i,t_w}, \quad (4.27)$$

e substituindo (4.42) em (4.27) tem-se

$$\beta \leq \frac{\bar{q}_{i,t_w}}{\tilde{\phi}_i} + \frac{\alpha(m_{l,w} - m_{p,w})}{t_w} - 1. \quad (4.28)$$

Por fim, substituindo β de acordo com a equação (4.8),

$$\sigma_i \leq \Delta \left(\bar{q}_{i,t_w} + \frac{\tilde{\phi}_i \alpha_i (\bar{t}(m_{l,w} - m_{p,w} + \zeta t_w))}{t_w} \right), \quad (4.29)$$

alcançando a equação (4.19). A equação (4.16) é obtida por cálculos similares considerando os valores de \underline{q}_{i,t_w} .

Em cenários que exigem um vertimento constante maior que 0, ou seja, $s_{i,t} = \underline{s}_i \quad \forall t \in T$, pode-se alterar a equação (4.26) para já considerar esse vertimento

$$\bar{q}_{i,t_w} = \frac{v_{i,0} - \underline{v}_i}{\Delta t_w} + \frac{t_w \underline{s}_i + \sum_{t=1}^{t_w} \phi_{i,t}}{t_w}. \quad (4.30)$$

Outro ponto que vale ressaltar é que como as equações finais (4.19) e (4.16) dependem do valor de α_i , o cálculo é realizado considerando $\bar{\alpha}_i$ e $\underline{\alpha}_i$, e toma-se o maior valor para a restrição de $\underline{\sigma}_i$ ou o menor valor para a restrição de $\bar{\sigma}_i$. Além disso, vale ressaltar que o cálculo realizado para todo t_w representa um calculo diferente para cada meia hora (dada a granularidade considerada), neste caso toma-se novamente o valor máximo ou mínimo para definir o valor final dos limites $\bar{\sigma}_i$ e $\underline{\sigma}_i$.

4.2.2 Restrições de α_i

As restrições da variável α correspondem ao intervalo de busca do algoritmo (restrição de caixa), ou seja, busca-se definir um intervalo tal que

$$\underline{\alpha}_i \leq \alpha_i \leq \bar{\alpha}_i, \quad (4.31)$$

sendo que diferentes restrições físicas do modelo resultam em algumas equações para os valores de $\underline{\alpha}_i$ e $\bar{\alpha}_i$.

4.2.2.1 Impacto do engolimento máximo \bar{u}_i

Sabendo que a demanda na carga pesada sempre será maior ou igual ao patamar leve, e que a demanda nunca poderá ser maior que o engolimento máximo (do contrário teria-se uma simulação com demanda infactível), pode-se dizer que:

$$(1 + \alpha_i + \beta_i)\tilde{\phi}_i \leq \bar{u}_i \quad \forall i \implies \alpha_i \leq \bar{u}_i/\tilde{\phi}_i - (1 + \beta_i) \quad (4.32)$$

Substituindo (4.8) na equação 4.32 obtém-se:

$$\alpha_i \leq \frac{\bar{u}_i}{\tilde{\phi}_i} - \left(1 + \left(\left(\frac{v_{s,i}}{\Delta} - \zeta\alpha_i\tilde{\phi}_i \right) \frac{1}{\sum_{t=1}^{\bar{t}} \phi_{i,t}} \right) - 1 \right) \quad (4.33)$$

Desenvolvendo a equação, isolando α_i e usando 4.34 encontra-se a restrição 4.35.

$$\frac{\zeta\tilde{\phi}_i}{\sum_{t=1}^{\bar{t}} \phi_{i,t}} = \zeta/\bar{t} \quad (4.34)$$

$$\alpha_i \leq \frac{\frac{\bar{u}_i}{\tilde{\phi}_i} - \frac{\sigma_i}{\Delta \sum_{t=1}^{\bar{t}} \phi_{i,t}}}{1 - \zeta/\bar{t}} \quad (4.35)$$

Tem-se portanto uma restrição de $\bar{\alpha}_i$, as figuras 23 e 24 mostram graficamente o efeito dessa restrição.

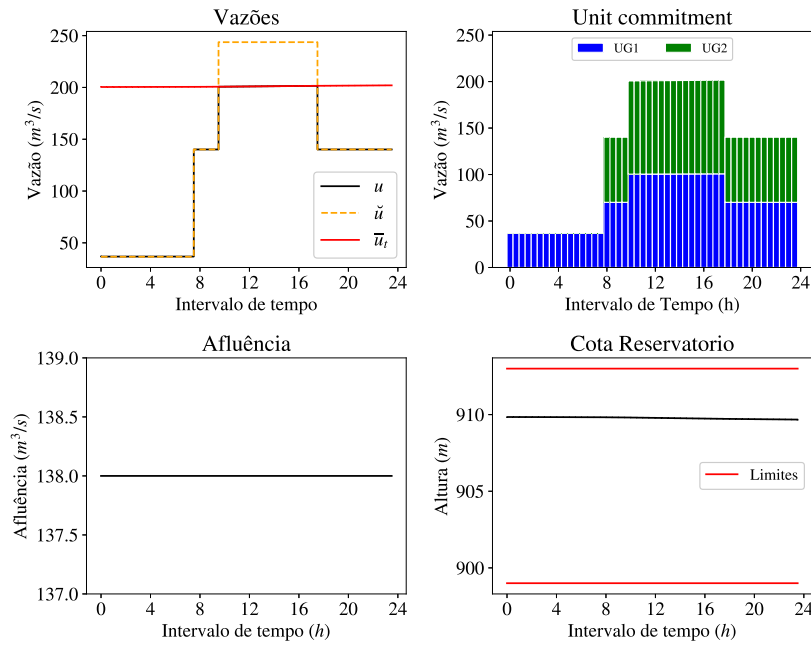


Figura 23 – Resultado considerando $\bar{\alpha}_i$ antes de implementar a restrição.

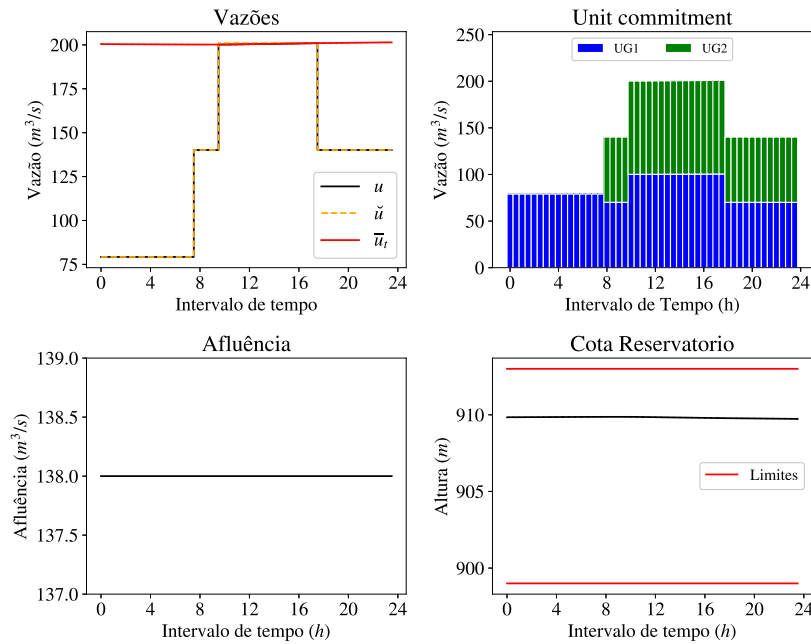


Figura 24 – Resultado considerando $\bar{\alpha}_i$ com a restrição implementada.

4.2.2.2 Impacto da vazão mínima \underline{u}_i

De maneira análoga à restrição anterior, uma simulação com demanda menor que a vazão mínima da usina em questão é infactível, ou seja:

$$(1 - \alpha_i + \beta_i)\tilde{\phi}_i \geq \underline{u}_i \quad \forall i \implies \alpha_i \leq (1 + \beta_i) - \underline{u}_i/\tilde{\phi}_i. \quad (4.36)$$

Substituindo o valor de β_i , da equação 4.8 obtemos:

$$\alpha_i \leq \left(1 + \left(\frac{v_{s,i}}{\Delta} - \zeta \alpha_i \tilde{\phi}_i\right) \frac{1}{\sum_{t=1}^{\bar{t}} \phi_{i,t}}\right) - 1 - \underline{u}_i / \tilde{\phi}_i \quad (4.37)$$

Desenvolvendo a equação, isolando α_i e usando 4.34 encontra-se a restrição 4.38, mais um valor possível de $\bar{\alpha}_i$.

$$\alpha_i \leq \frac{\frac{\sigma_i}{\Delta \sum_{t=1}^{\bar{t}} \phi_{i,t}} - \frac{\underline{u}_i}{\tilde{\phi}_i}}{1 + \zeta / \bar{t}}. \quad (4.38)$$

As figuras 25 e 26 mostram exemplos de casos com e sem a restrição apresentada.

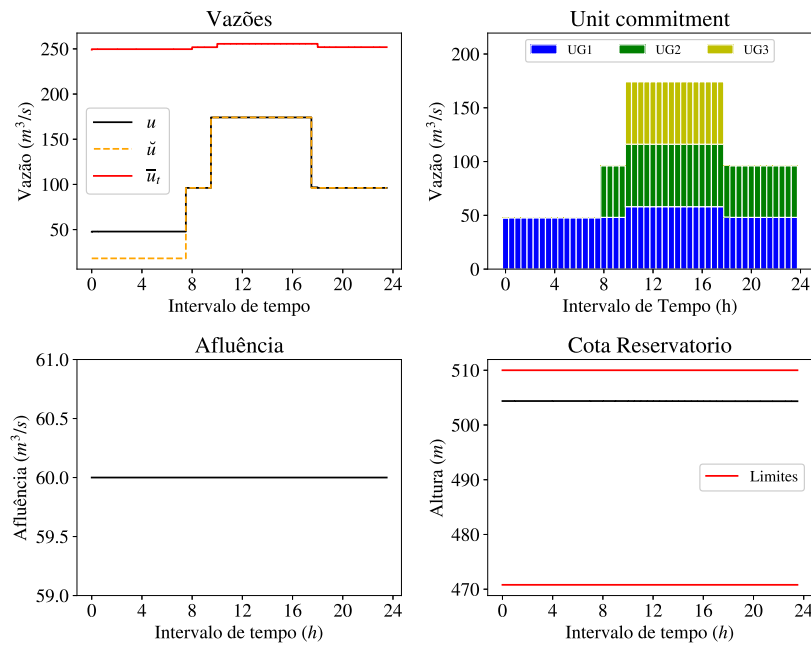
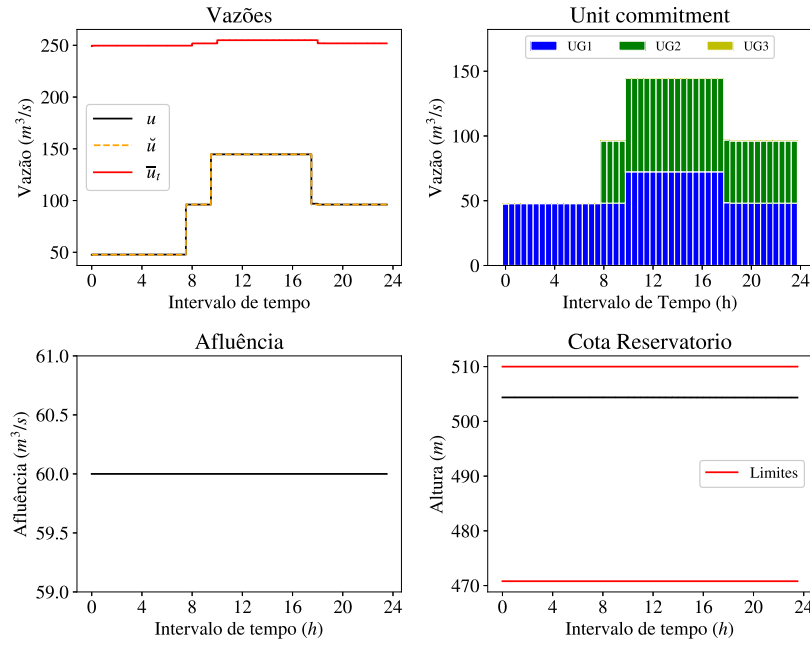


Figura 25 – Resultado considerando $\bar{\alpha}_i$ antes de implementar a restrição.


 Figura 26 – Resultado considerando $\bar{\alpha}_i$ com a restrição implementada.

4.2.2.3 Impacto do volume mínimo v_i

Em relação ao volume mínimo v_i de cada usina, deseja-se que

$$v_{i,0} + \Delta \sum_{t=1}^{t_w} (\phi_{i,t} - q_{i,t}) \geq v_i \quad \forall t_w \in T, \quad (4.39)$$

ou seja, nenhum instante do horizonte de simulação pode possuir volume menor que o mínimo.

Sabendo que $q = u + s$, e supondo que a vazão realizada é igual a demanda de vazão \check{u} dada pelas equações (4.1) a (4.3), pode-se desenvolver o somatório de defluência presente na equação como

$$\sum_{t=1}^{t_w} q_{i,t} = \sum_{t=1}^{t_w} (\check{u}_{i,t} + s_{i,t}) \quad (4.40)$$

$$\sum_{t=1}^{t_w} q_{i,t} = m_{l,w}(1 - \alpha + \beta)\tilde{\phi}_i + m_{m,w}(1 + \beta)\tilde{\phi}_i + m_{p,w}(1 + \alpha + \beta)\tilde{\phi}_i + \sum_{t=1}^{t_w} s_{i,t} \quad (4.41)$$

$$\sum_{t=1}^{t_w} q_{i,t} = (m_{p,w} - m_{l,w})\alpha\tilde{\phi}_i + t_w(1 + \beta)\tilde{\phi}_i. \quad (4.42)$$

Onde $m_{p,w}$ é o tamanho do patamar pesado dentro da janela, ou seja, até um instante t_w qualquer ($T_{p,w} = T_p \cap [0, t_w]$). Os valores de $m_{l,w}$ e $m_{m,w}$ são análogos.

Substituindo (4.42) em (4.39) e considerando que o vertimento realizado será sempre igual ao mínimo, de forma a não violar restrições, $s_{i,t} = \underline{s}_i \quad \forall t \in T$, tem-se

$$(m_{l,w} - m_{p,w})\alpha \geq \frac{v_i - v_{i,0} + \Delta(t_w \underline{s}_i - \sum_{t=1}^{t_w} \phi_{i,t})}{\Delta \tilde{\phi}_i} + t_w(1 + \beta). \quad (4.43)$$

Substituindo (4.8) em (4.43):

$$(m_{l,w} - m_{p,w})\alpha \geq \frac{v_i - v_{i,0} + \Delta(t_w \underline{s}_i - \sum_{t=1}^{t_w} \phi_{i,t})}{\Delta \tilde{\phi}_i} + t_w \left(\frac{\sigma_i}{\Delta \sum_{t \in T} \phi_{i,t}} - \frac{\zeta \alpha}{\bar{t}} \right) \quad (4.44)$$

$$(m_{l,w} - m_{p,w} + (\zeta t_w / \bar{t}))\alpha \geq \frac{\bar{t}(v_i - v_{i,0} + \Delta(t_w \underline{s}_i - \sum_{t=1}^{t_w} \phi_{i,t})) + t_w \sigma_i}{\Delta \sum_{t \in T} \phi_{i,t}}. \quad (4.45)$$

Portanto, dependendo do instante t_w analisado, e dos valores de $m_{l,w}$, $m_{p,w}$ e ζt_w , tem-se uma mudança do sinal de α_i , e conseqüentemente uma mudança na direção da inequação final, gerando tanto uma restrição de $\underline{\alpha}_i$ quanto uma restrição de $\bar{\alpha}_i$.

A seguir (figuras 27 e 28) são apresentados exemplos práticos do impacto dessa restrição.

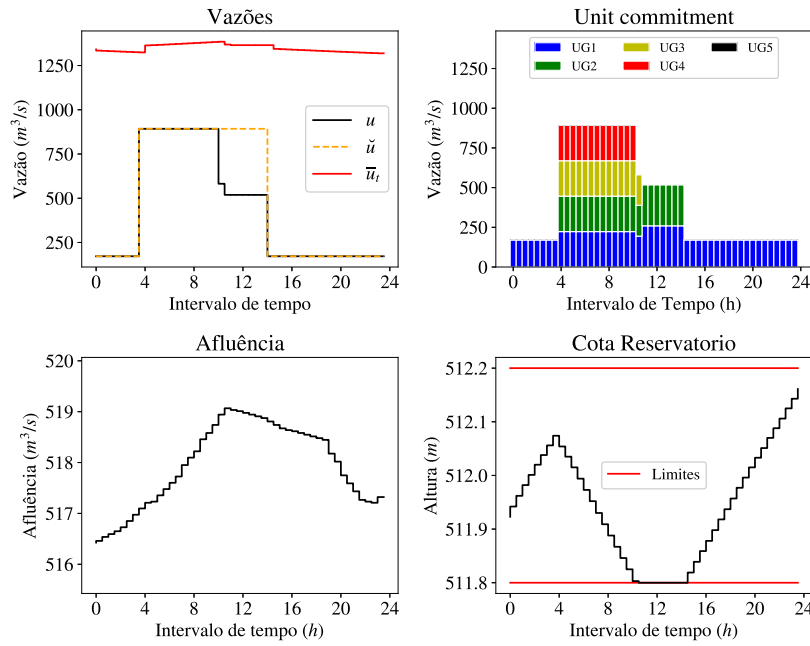
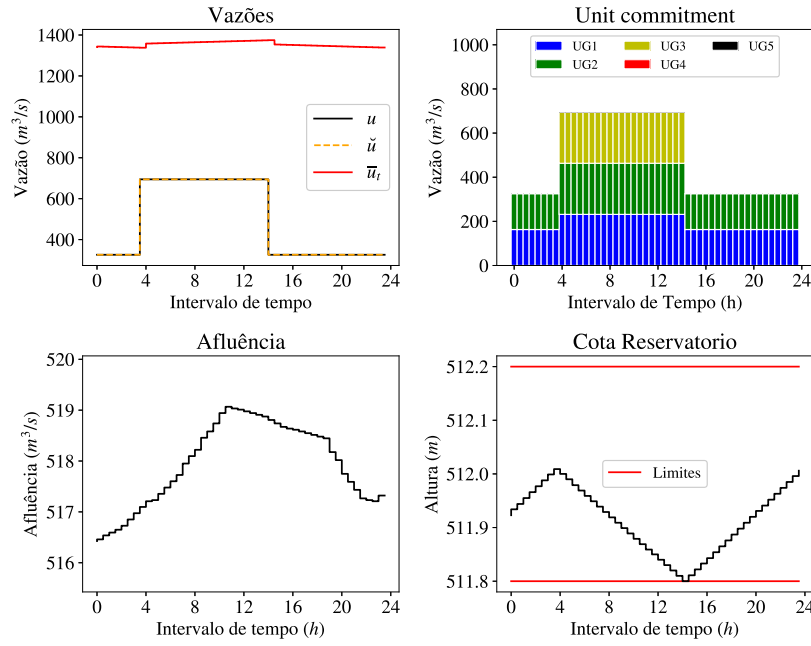


Figura 27 – Resultado considerando $\bar{\alpha}_i$ antes de implementar as equações relacionadas a \underline{v}_i .


 Figura 28 – Resultado considerando \bar{v}_i considerando equações relacionadas a \underline{v}_i .

4.2.2.4 Impacto do volume máximo \bar{v}_i

Deseja-se que

$$v_{i,0} + \Delta \sum_{t=0}^{t_w} (\phi_{i,t} - q_{i,t}) \leq \bar{v}_i. \quad (4.46)$$

De maneira análoga ao cálculo anterior, do impacto de \underline{v}_i , pode-se substituir $q_{i,t}$ de acordo com a equação (4.42), dessa forma tem-se

$$(m_{l,w} - m_{p,w})\alpha \leq \frac{\bar{v}_i - v_{i,0} + \Delta(t_w \underline{s}_i - \sum_{t=1}^{t_w} \phi_{i,t})}{\Delta \tilde{\phi}_i} + t_w(1 + \beta). \quad (4.47)$$

Substituindo (4.8) em (4.47):

$$(m_{l,w} - m_{p,w})\alpha \leq \frac{\bar{v}_i - v_{i,0} + \Delta(t_w \underline{s}_i - \sum_{t=1}^{t_w} \phi_{i,t})}{\Delta \tilde{\phi}_i} + \frac{t_w \sigma_i}{\Delta \sum_{t \in T} \phi_{i,t}} - \frac{\zeta t_w \alpha}{\bar{t}} \quad (4.48)$$

$$(m_{l,w} - m_{p,w} + (\zeta t_w / \bar{t}))\alpha \leq \frac{\bar{t}(\bar{v}_i - v_{i,0} + \Delta(t_w \underline{s}_i - \sum_{t=1}^{t_w} \phi_{i,t})) + t_w \sigma_i}{\Delta \sum_{t \in T} \phi_{i,t}}. \quad (4.49)$$

Dessa forma, mais duas restrições de α , no valor mínimo, e no valor máximo, são criadas. As imagens 29 e 30 mostram exemplos práticos

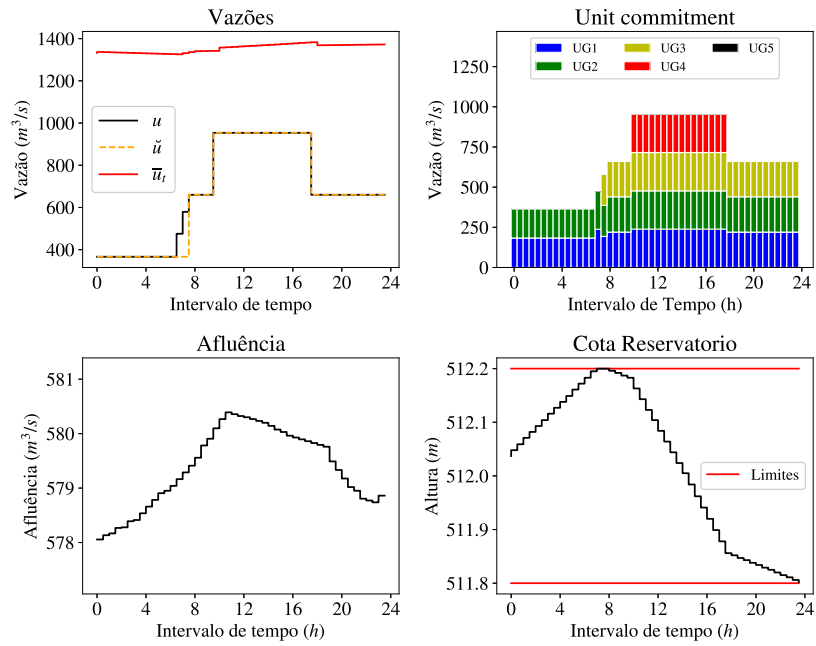


Figura 29 – Resultado considerando \bar{u}_i antes de implementar a restrição relacionada ao volume máximo.

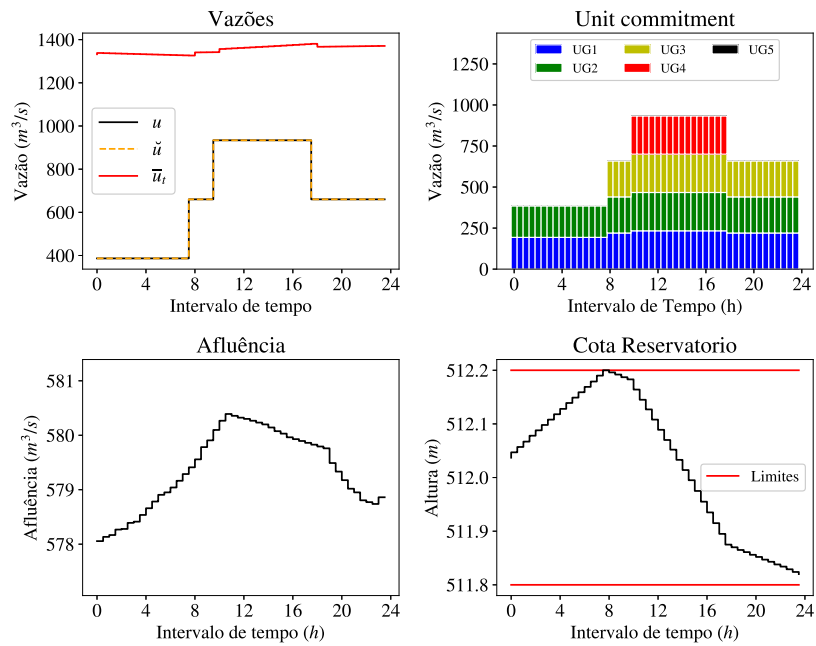


Figura 30 – Resultado considerando \bar{u}_i com a restrição relacionada ao volume máximo.

4.2.2.5 Resumo

Dessa forma todas as restrições podem ser resumidas nas equações apresentadas abaixo:

$$\alpha_i = \max \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ \frac{\sigma_i}{\Delta \sum_{t=1}^{\bar{t}} \phi_{i,t}} - \frac{\bar{u}_i}{\tilde{\phi}_i} \\ \frac{\bar{t}(\underline{v}_i - v_{i,0} + \Delta(t_w \underline{s}_i - \sum_{t=1}^{t_w} \phi_{i,t})) + t_w \sigma_i}{\Delta \sum_{t \in T} \phi_{i,t} (m_{l,w} - m_{p,w} + (\zeta t_w / \bar{t}))} \\ \quad \text{se } m_{l,w} - m_{p,w} + \frac{\zeta t_w}{\bar{t}} > 0 \quad \forall t_w \in T \\ \frac{\bar{t}(\bar{v}_i - v_{i,0} + \Delta(t_w \underline{s}_i - \sum_{t=1}^{t_w} \phi_{i,t})) + t_w \sigma_i}{\Delta \sum_{t \in T} \phi_{i,t} (m_{l,w} - m_{p,w} + (\zeta t_w / \bar{t}))} \\ \quad \text{se } m_{l,w} - m_{p,w} + \frac{\zeta t_w}{\bar{t}} < 0 \quad \forall t_w \in T \end{array} \right. \quad (4.50)$$

$$\alpha_i = \min \left\{ \begin{array}{l} \frac{\bar{u}_i}{\tilde{\phi}_i} - \frac{\sigma_i}{\Delta \sum_{t=1}^{\bar{t}} \phi_{i,t}} \\ \frac{\sigma_i}{\Delta \sum_{t=1}^{\bar{t}} \phi_{i,t}} - \frac{\underline{u}_i}{\tilde{\phi}_i} \\ \frac{\bar{t}(\bar{v}_i - v_{i,0} + \Delta(t_w \underline{s}_i - \sum_{t=1}^{t_w} \phi_{i,t})) + t_w \sigma_i}{\Delta \sum_{t \in T} \phi_{i,t} (m_{l,w} - m_{p,w} + (\zeta t_w / \bar{t}))} \\ \quad \text{se } m_{l,w} - m_{p,w} + \frac{\zeta t_w}{\bar{t}} > 0 \quad \forall t_w \in T \\ \frac{\bar{t}(\underline{v}_i - v_{i,0} + \Delta(t_w \underline{s}_i - \sum_{t=1}^{t_w} \phi_{i,t})) + t_w \sigma_i}{\Delta \sum_{t \in T} \phi_{i,t} (m_{l,w} - m_{p,w} + (\zeta t_w / \bar{t}))} \\ \quad \text{se } m_{l,w} - m_{p,w} + \frac{\zeta t_w}{\bar{t}} < 0 \quad \forall t_w \in T. \end{array} \right. \quad (4.51)$$

$$\alpha_i = \min \left\{ \begin{array}{l} \frac{\bar{u}_i}{\tilde{\phi}_i} - \frac{\sigma_i}{\Delta \sum_{t=1}^{\bar{t}} \phi_{i,t}} \\ \frac{\sigma_i}{\Delta \sum_{t=1}^{\bar{t}} \phi_{i,t}} - \frac{\underline{u}_i}{\tilde{\phi}_i} \end{array} \right. \quad (4.52)$$

$$\alpha_i = \min \left\{ \begin{array}{l} \frac{\bar{t}(\bar{v}_i - v_{i,0} + \Delta(t_w \underline{s}_i - \sum_{t=1}^{t_w} \phi_{i,t})) + t_w \sigma_i}{\Delta \sum_{t \in T} \phi_{i,t} (m_{l,w} - m_{p,w} + (\zeta t_w / \bar{t}))} \\ \quad \text{se } m_{l,w} - m_{p,w} + \frac{\zeta t_w}{\bar{t}} > 0 \quad \forall t_w \in T \\ \frac{\bar{t}(\underline{v}_i - v_{i,0} + \Delta(t_w \underline{s}_i - \sum_{t=1}^{t_w} \phi_{i,t})) + t_w \sigma_i}{\Delta \sum_{t \in T} \phi_{i,t} (m_{l,w} - m_{p,w} + (\zeta t_w / \bar{t}))} \\ \quad \text{se } m_{l,w} - m_{p,w} + \frac{\zeta t_w}{\bar{t}} < 0 \quad \forall t_w \in T. \end{array} \right. \quad (4.53)$$

$$\alpha_i = \min \left\{ \begin{array}{l} \frac{\bar{t}(\bar{v}_i - v_{i,0} + \Delta(t_w \underline{s}_i - \sum_{t=1}^{t_w} \phi_{i,t})) + t_w \sigma_i}{\Delta \sum_{t \in T} \phi_{i,t} (m_{l,w} - m_{p,w} + (\zeta t_w / \bar{t}))} \\ \quad \text{se } m_{l,w} - m_{p,w} + \frac{\zeta t_w}{\bar{t}} > 0 \quad \forall t_w \in T \\ \frac{\bar{t}(\underline{v}_i - v_{i,0} + \Delta(t_w \underline{s}_i - \sum_{t=1}^{t_w} \phi_{i,t})) + t_w \sigma_i}{\Delta \sum_{t \in T} \phi_{i,t} (m_{l,w} - m_{p,w} + (\zeta t_w / \bar{t}))} \\ \quad \text{se } m_{l,w} - m_{p,w} + \frac{\zeta t_w}{\bar{t}} < 0 \quad \forall t_w \in T. \end{array} \right. \quad (4.54)$$

A restrição (4.50), diferente das apresentadas anteriormente, não está relacionada à restrições físicas do problema, mas impede que a demanda do patamar leve seja maior que a demanda da carga pesada, garantindo essa característica desejada na resposta.

4.2.3 Restrição de penalidade

As equações apresentadas anteriormente modelam com sucesso as restrições detalhadas na [subseção 2.1.6](#), a única exceção é a faixa operativa das turbinas, cuja modelagem considerando apenas um valor mínimo e máximo de vazão turbinada para a usina \bar{u}_i e \underline{u}_i não consegue representar corretamente o comportamento físico da usina.

Nesse ponto, tendo em vista que o simulador utilizado (problema secundário) modela corretamente as faixas operativas, produzindo a menor vazão maior que a demanda informada no caso desta ser inactível em relação às faixas, torna-se possível verificar o quanto cada resposta se desviou da demanda informada. Tal restrição foi modelada então como uma função de penalidade da função objetivo da seguinte forma:

$$f = f_1 \left(1 - \frac{\sum_{t=1}^{\bar{t}} \min(1, |u_{i,t} - \check{u}_{i,t}|)}{\bar{t}} \right). \quad (4.58)$$

Onde f é a função objetivo final, e f_1 é a função objetivo não penalizada, relacionada à maximização da potência total, $\check{u}_{i,t}$ corresponde a demanda informada para cada instante de tempo, vide equações (4.1) a (4.3), e $u_{i,t}$ é a vazão realmente praticada pelo simulador.

Dessa forma, em um cenário que a demanda informada é completamente factível, tem-se $u_{i,t} = \check{u}_{i,t} \forall t$, e a fração da equação (4.58) será igual a 0, de forma que a função f será igual a f_1 nesses casos.

Entretanto qualquer instante de tempo com vazão diferente da demanda, indicando alguma correção por parte do simulador para garantir uma resposta factível em relação à faixa operativa, resulta em uma penalidade. No caso extremo em que todos os instantes possuem vazão diferente da demanda, tem-se o numerador da fração igual \bar{t} , e $f = f_1(1 - 1) = 0$, em um caso intermediário, em que metade dos instantes não atendem a demanda, tem-se $f = f_1(1 - 0.5) = \frac{f_1}{2}$, por exemplo.

4.3 Modelagem multi objetivo

Certas usinas não possuem um planejamento de longo prazo bem definido, usinas a fio d'água podem possuir regulação mensal ou até diária em certos casos, nesse sentido, uma meta de altura desejada ao final do dia pode não ser tão clara.

Dessa forma, uma abordagem que trata o volume final ainda como um objetivo, assim como apresentado na equação (3.2), pode ser útil para a programação energética.

Lembrando das restrições relacionadas a variável σ , detalhadas na [subseção 4.2.1](#), é possível descobrir os pontos de vértice de cada um dos objetivos, ou seja

$$\text{para } \sigma_i = \bar{\sigma}_i \Rightarrow f_1 = \bar{f}_1 \text{ e } f_2 = \underline{f}_2 \quad (4.59)$$

$$\text{para } \sigma_i = \underline{\sigma}_i \Rightarrow f_1 = \underline{f}_1 \text{ e } f_2 = \bar{f}_2, \quad (4.60)$$

lembrando que f_1 corresponde à maximização da potência produzida, e f_2 é a maximização do volume final do reservatório. Além disso, qualquer valor factível de σ_i de acordo com a equação (4.12), irá resultar em um valor de f_2 , tal que $\underline{f}_2 \leq f_2 \leq \bar{f}_2$.

Dessa forma o algoritmo proposto utiliza o método de escalarização ϵ -restrito para amostrar a fronteira Pareto ótima, de acordo com os seguintes procedimentos:

1. Encontrar intervalo factível de σ_i para o cenário em questão;
2. Amostrar n valores nesse intervalo;
3. Resolver problema mono objetivo resultante (4.9) de cada valor amostrado;
4. Analisar fronteira amostrada.

Vale ressaltar que as restrições detalhadas nas [subseção 4.2.1](#) e [subseção 4.2.2](#) permanecem iguais ao resolver cada problema na etapa 3.

Capítulo 5

Resultados e discussão

Alguns experimentos foram realizados considerando dados reais de algumas usinas hidrelétricas a fim de verificar se os resultados podem trazer algum ganho prático na etapa de planejamento de curto prazo. Foram realizados experimentos para cada uma das modelagens propostas (mono e multi objetivo).

5.1 Mono objetivo

5.1.1 Experimento 1

O experimento em questão busca avaliar a resposta do algoritmo em cenários bem controlados, variando o nível inicial do reservatório e a afluência total da usina de Igarapava. Consiste de uma usina fio d'água (limites do reservatório entre 511,8 e 512,2m) e com 5 turbinas de 42MW cada.

A fim de se estabelecer uma solução de referência, utilizou-se também uma estratégia *naive* que busca realizar uma produção constante durante o dia (*flat*) operando uma certa quantidade de turbinas no ponto de máxima eficiência. A quantidade de turbinas a ser acionada é escolhida baseada na afluência total, a fim de ainda garantir uma produção que não viole os limites do reservatório. Vale ressaltar que essa estratégia *naive* já apresenta uma resposta interessante pois possui a menor perda em relação à eficiência das unidades geradoras.

Dessa forma os testes seguem os seguintes procedimentos

1. Execução do método *naive* para o cenário em questão;
2. Salvar volume final da usina e energia total produzida;
3. Execução do método de otimização mono objetivo considerando o volume final do *naive* como volume meta;

4. Salvar volume final e energia total produzida pela otimização;
5. Comparação dos resultados.

Em relação aos cenários, foram feitas 10 variações, considerando 5 valores de afluência entre 250 e 1250m³/s (valores comuns variando entre cenário chuvoso e seco), e dois valores de nível inicial, considerando o reservatório próximo de estar vazio e próximo do cheio.

5.1.1.1 Resultados

As tabelas 5 e 6 mostram os principais resultados para o experimento em questão.

Tabela 5 – Resultados para usina de Igarapava considerando cenários com reservatório inicial próximo de vazio ($h_0 = 511,9\text{m}$). Os volumes são dados em hm³, Energia em MWh e ϕ em m³/s.

Cenário	$\phi = 250$	$\phi = 500$	$\phi = 750$	$\phi = 1000$	$\phi = 1250$
Volume final <i>naive</i>	208,904	209,559	210,198	210,813	211,393
Volume final otimização	208,904	209,559	210,198	210,813	211,394
Energia total <i>naive</i>	911,416	1806,899	2687,974	3556,495	4414,659
Energia total otimização	911,453	1812,129	2698,676	3573,262	4426,339

Tabela 6 – Resultados para usina de Igarapava considerando cenários com reservatório inicial próximo de cheio ($h_0 = 512,1\text{m}$). Os volumes são dados em hm³, Energia em MWh e ϕ em m³/s.

Cenário	$\phi = 250$	$\phi = 500$	$\phi = 750$	$\phi = 1000$	$\phi = 1250$
Volume final <i>naive</i>	215,475	216,137	216,789	217,428	218,049
Volume final otimização	215,475	216,137	216,789	217,428	218,049
Energia total <i>naive</i>	921,323	1826,998	2718,403	3597,117	4464,947
Energia total otimização	921,362	1827,222	2719,119	3599,355	4468,964

Pode-se perceber que o volume final da otimização consegue alcançar o volume meta informado e produzir uma energia total maior que o método *naive*, em outras palavras, a otimização proposta utiliza a mesma quantidade de água e produz uma energia superior em comparação com a estratégia *naive*.

Percebe-se também que as duas estratégias possuem uma energia mais próxima nos casos com o nível inicial alto, enquanto os cenários com o reservatório começando vazio conseguiu produzir uma quantidade mais considerável de energia em comparação com o *naive*.

Analisando em detalhe algumas respostas pode-se entender melhor alguns pontos, a [Figura 31](#) mostra o resultado das duas estratégias em detalhe, como esperado a abordagem *naive* possui uma produção constante durante o dia, enquanto a resposta da otimização

possui uma modulação da produção durante o dia, produzindo mais potência na carga pesada e menos na carga leve, resultando inclusive em um diferente número de unidades acionadas entre cada patamar de carga.

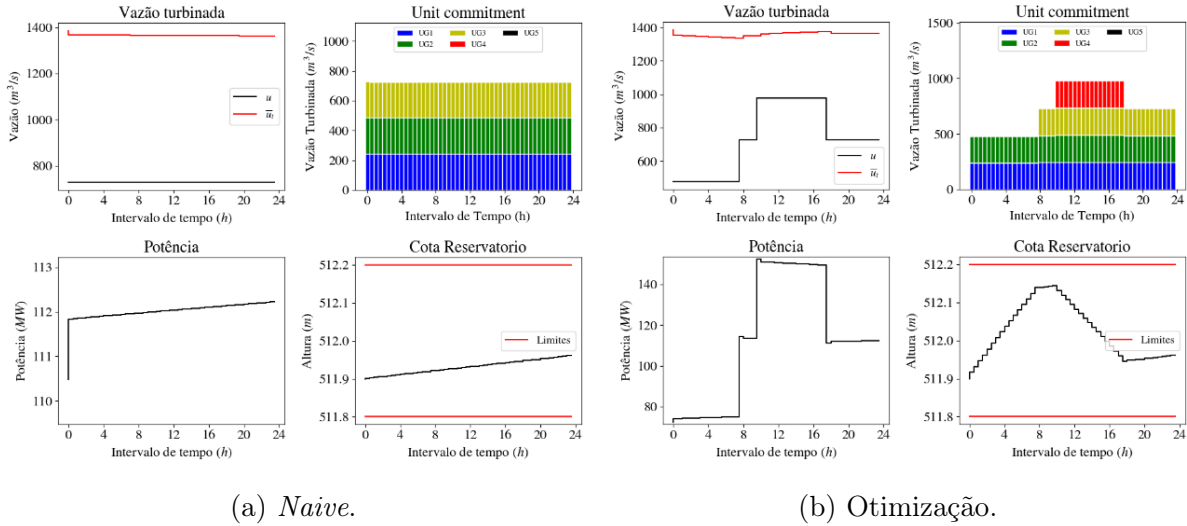
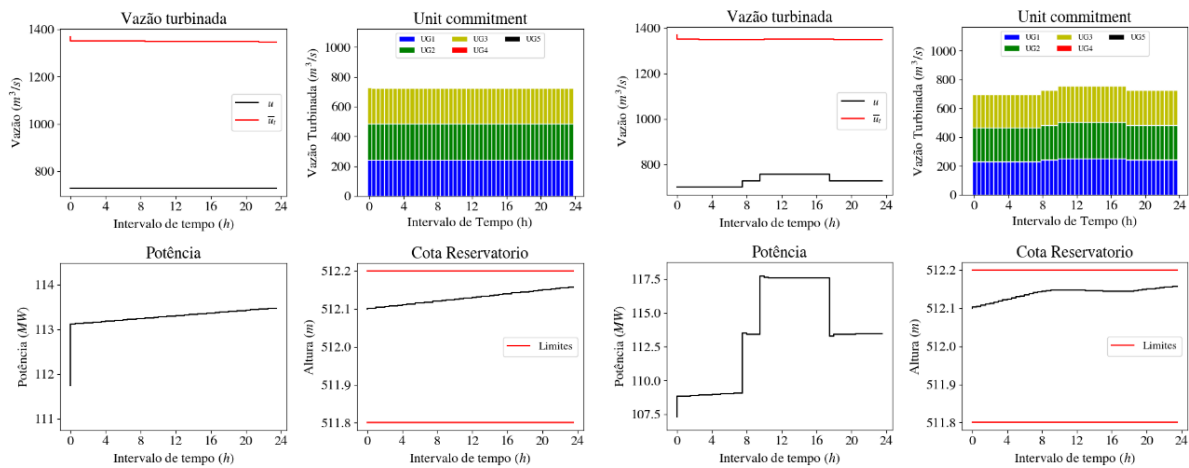


Figura 31 – Resultado completo da simulação para cenário com nível inicial baixo e afluência de $750\text{m}^3/\text{s}$.

É interessante ressaltar também a diferença na evolução do reservatório de cada estratégia, enquanto a *naive* tem um crescimento mais constante do reservatório, a otimização possui um excursionamento considerável do reservatório durante o dia, com um crescimento considerável no intervalo de carga leve, de forma que no início da carga pesada o reservatório está bem mais cheio. Se lembrarmos da equação da função de geração de uma hidrelétrica (2.8), vemos que pode-se aumentar a potência produzida com um valor de queda líquida δ maior, que está diretamente relacionado ao nível do reservatório, essa dependência é justamente o que resultou na maior energia produzida pela otimização.

Para se ter uma estimativa do quanto essa energia a mais representa em dinheiro, considerando um valor de PLD de $545,60\text{R}\$/\text{MWh}$ e os $10,7\text{MWh}$ produzidos a mais nesse cenário, tem-se uma diferença de $\text{R}\$5.837,92$ para esse dia simulado. Outro ponto interessante a ser considerando é que a resposta da otimização produz mais energia durante a carga pesada, quando o PLD tende a ser mais caro, considerando por exemplo o PLD horário do dia 30/09/2021, dados disponibilizados em CCEE [2022], a diferença no em reais seria de $\text{R}\$15.206,88$, quase o triplo do valor ao considerar apenas o PLD médio.

Analisando em detalhe uma resposta dos cenários com nível inicial alto, mostrado na Figura 32, pode-se ver uma resposta mais próxima entre as duas estratégias. Nesse caso com o nível já elevado, a otimização não consegue alcançar uma resposta com grande modulação, visto que um excursionamento maior nesse caso poderia violar o nível máximo. Tal fato explica o porquê desses cenários não possuírem tanta diferença em relação ao *naive* para a energia total.

(a) *Naive*.

(b) Otimização.

Figura 32 – Resultado completo da simulação para cenário com nível inicial alto e afluência de $750\text{m}^3/\text{s}$.

5.1.2 Experimento 2

O experimento em questão busca comparar a estratégia de otimização proposta com a maneira clássica de realizar a programação, em que o tomador de decisão utiliza diretamente o simulador (problema secundário) e avalia manualmente a resposta obtida, alterando a demanda, também manualmente, quando necessário. Os testes seguiram a seguinte metodologia:

1. Aquisitar dados de programação definidos pelo tomador de decisão, obtendo potência total de cada cascata e volume final de cada usina;
2. Chamar otimizador passando como volume meta, o valor de volume final obtido pela simulação;
3. Obter volume final e potência total da otimização.

Dessa forma, tem-se informação suficiente para realizar uma análise comparativa entre as duas estratégias (otimizador e usuário como tomador de decisão) considerando cenários reais de programação. De forma análoga à análise do experimento anterior, busca-se verificar basicamente dois pontos principais:

1. O módulo otimizador consegue convergir para o volume informado na meta?
2. O módulo otimizador apresenta algum ganho de potência?

5.1.2.1 Resultados

Os testes foram feitos considerando uma coleta de 6 dias, para 8 cascatas diferentes, variando entre 1 e 3 usinas cada. Removendo alguns casos em que a simulação realizada pelo tomador de decisão foi ineficaz, tem-se um total de 14 usinas analisadas e 45 cenários diferentes no total.

Realizando primeiramente a comparação em relação ao volume final de cada usina da cascata, a [Figura 33](#) mostra a diferença entre as duas estratégias. Percebe-se que a maioria dos casos de teste apresentou uma diferença do volume final igual a 0, mostrando que a restrição de volume meta consegue ser alcançada pela estratégia.

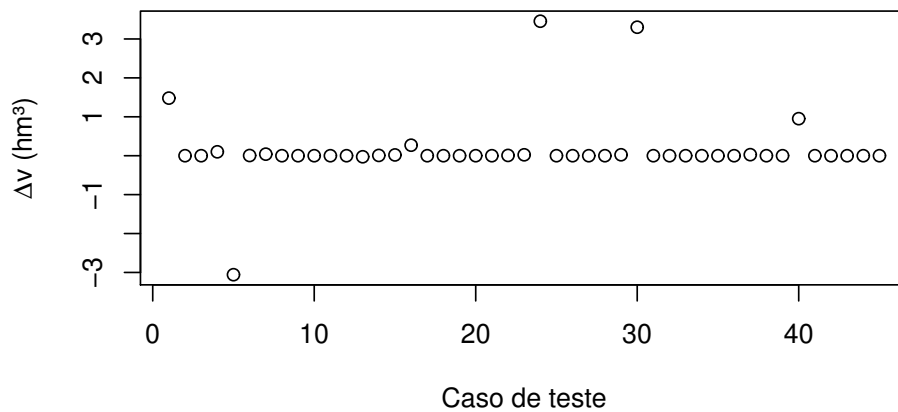


Figura 33 – Diferença de volume final entre simulação e otimização.

Apenas 5 pontos apresentaram uma diferença considerável (maior que 0.5 hm³), analisando em detalhe estes casos, percebe-se que a diferença no volume sempre ocorre em apenas uma das usinas da cascata, para efeito da análise em questão, o caso de teste foi desconsiderado nas análises posteriores, a fim de não influenciar na análise da potência.

Em relação à diferença na produção de potência, o *boxplot* da [Figura 34](#) mostra os resultados para os dados considerados.

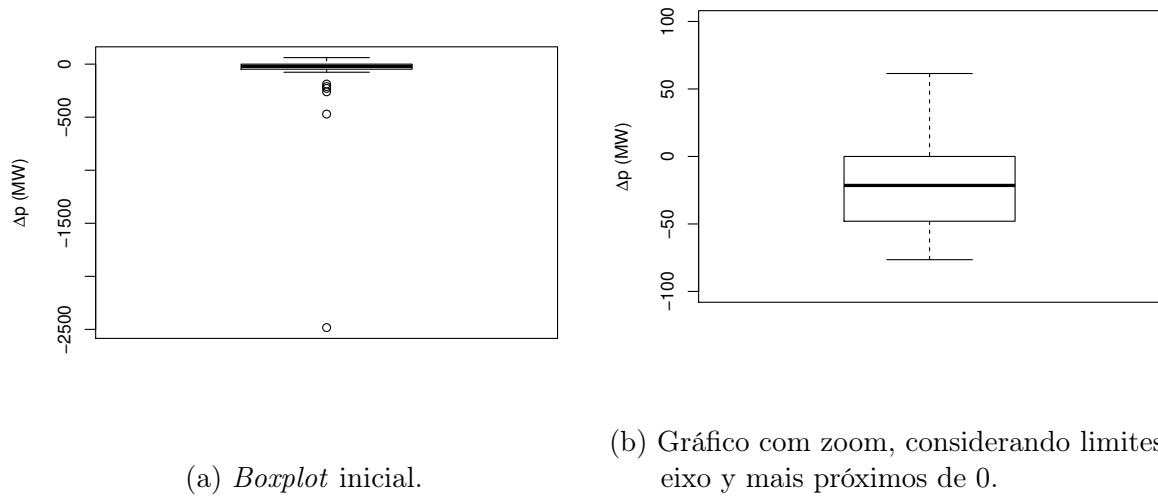


Figura 34 – Diferença de potência produzida entre simulação e otimização.

Percebe-se que as duas estratégias são bem próximas, mas com uma maior concentração de casos em nos valores negativos (em que a otimização teve uma potência maior que a simulação). Ademais percebe-se alguns *outliers* de módulo mais considerável nos valores negativos (indicando casos específicos em que a otimização teve um ganho muito maior que a simulação).

Realizando uma análise mais detalhada, foi elaborado o seguinte teste de hipótese:

$$\begin{cases} H_0 : \mu(p_1) \geq \mu(p_2) \\ H_1 : \mu(p_1) < \mu(p_2), \end{cases} \quad (5.1)$$

onde p_1 corresponde à potência da simulação, e p_2 é a potência da otimização. Em outras palavras, a hipótese nula corresponde que a média da potência do simulador é maior ou igual à resposta da otimização, e a hipótese alternativa é que a resposta da otimização é melhor. Pode-se entender que as informações de cada cenário como afluência natural e nível inicial, além da meta de volume, representam as variáveis aleatórias do teste em questão.

Testando primeiro a normalidade dos dados utilizando o teste de Shapiro-Wilk, esta é rejeitada com p-valor de $1,5 \cdot 10^{-12}$. Nesse sentido, optou-se pelo teste não paramétrico de Wilcoxon pareado, uma vez que a comparação entre dois cenários diferentes não faz sentido. Este rejeitou a hipótese nula com p-valor de $3,6 \cdot 10^{-5}$, mostrando que a otimização realmente produz uma potência maior.

5.1.2.2 Tempo de execução

A execução desse experimento foi feita em uma máquina local com processador Intel I5, sétima geração, e RAM de 16GB. O *boxplot* da [Figura 35](#) mostra o comportamento

do algoritmo em relação ao tempo de execução de cada usina, vale ressaltar que a execução ainda foi realizada por cascata, então o tempo total de execução da cascata foi dividido pelo número de usinas, a fim de possibilitar essa análise por usina.

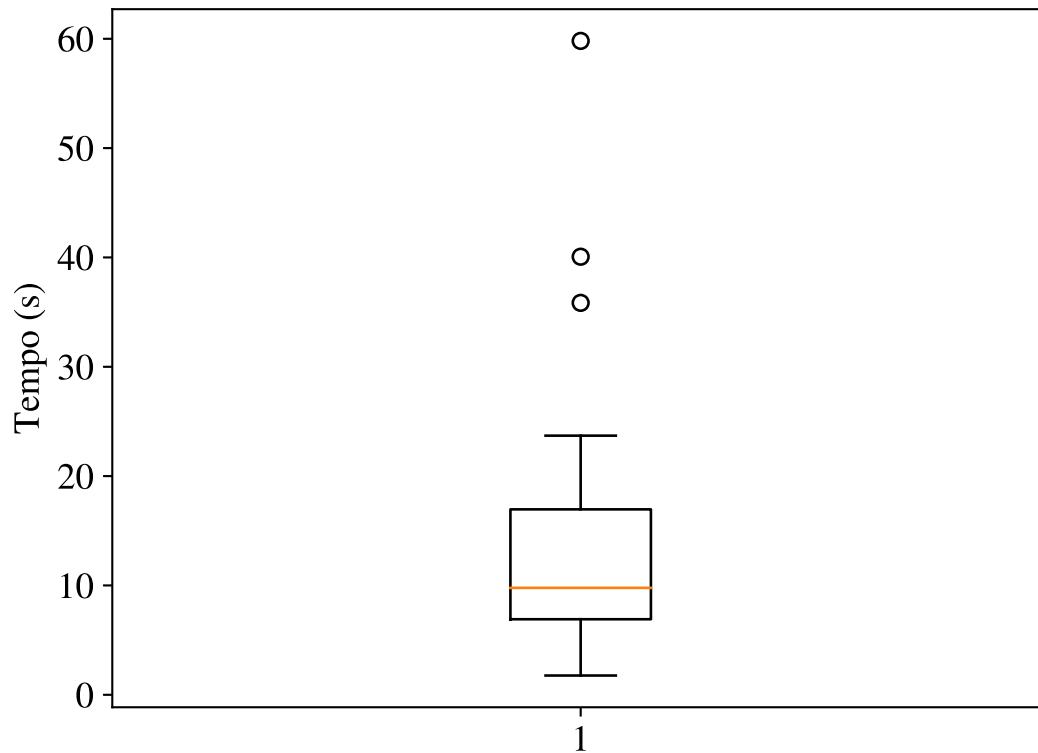


Figura 35 – Distribuição dos tempos de execução de cada usina para experimento 2.

Percebe-se que via de regra o tempo está abaixo dos 30 segundos para cada usina, com apenas 3 *outliers* que possuem tempo superior. Lembrando que as cascatas analisadas variam entre 1 e 3 usinas, o tempo total de cascata em geral será inferior a um minuto e meio, atendendo a necessidade de uma otimização rápida.

5.2 Multi objetivo

Realizando uma análise similar a do experimento 1 da estratégia mono objetivo, mas agora sem a necessidade de definir previamente um valor de meta de volume. Foram considerados alguns cenários variando a afluência e o nível inicial para usina de Igarapava, optou-se por utilizá-la por ser a usina a fio d'água com maior número de unidades geradora (5 UGs), tendo um nível de complexidade interessante.

As figuras 36 e 37 mostram os resultados obtidos para os cenários analisados.

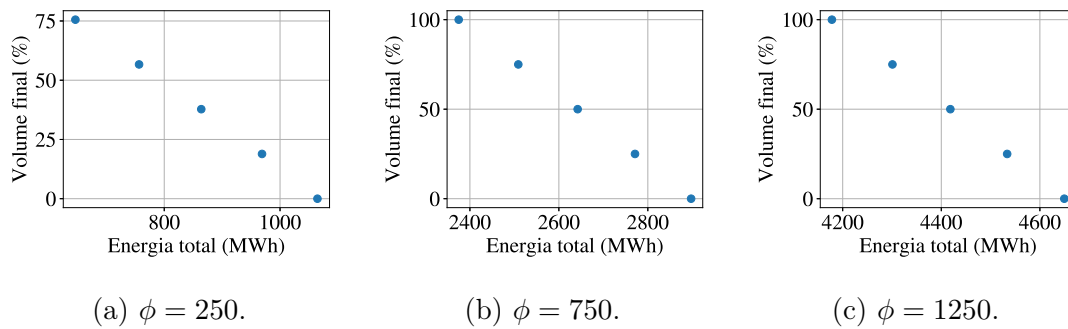


Figura 36 – Amostragem das fronteiras Pareto considerando cenários de Igarapava com volume inicial baixo.

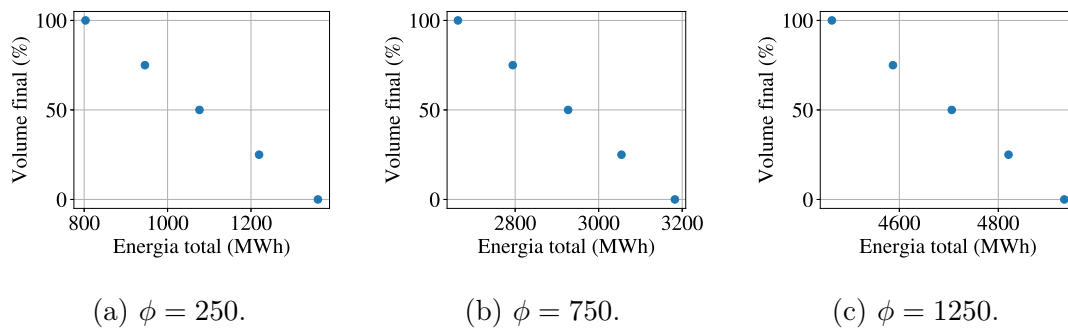
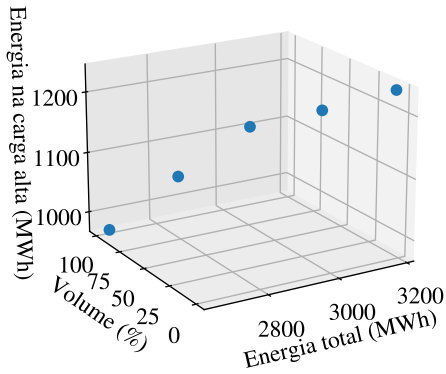


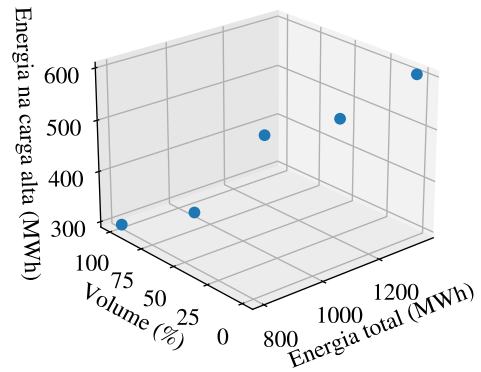
Figura 37 – Amostragem das fronteiras Pareto considerando cenários de Igarapava com volume inicial elevado.

Pode-se ver, conforme esperado, o comportamento multi objetivo do problema explicitado em (3.2): quanto maior a energia a ser produzida, maior a quantidade de água utilizada. A vantagem dessa estratégia é informar de maneira gráfica esse *trade off*, dando um maior embasamento para o programador energético no processo de tomada de decisão.

Outra vantagem desse processo é que tendo a fronteira Pareto amostrada com os dois objetivos principais, é possível acoplar novos critérios a análise em questão. Conforme citado anteriormente outro ponto desejado em relação a resposta é produzir mais energia na carga pesada, a Figura 38 mostra dois exemplos da mesma fronteira exibida anteriormente, mas agora com esse terceiro critério no eixo z.



(a) Cenário com $\phi = 750$.



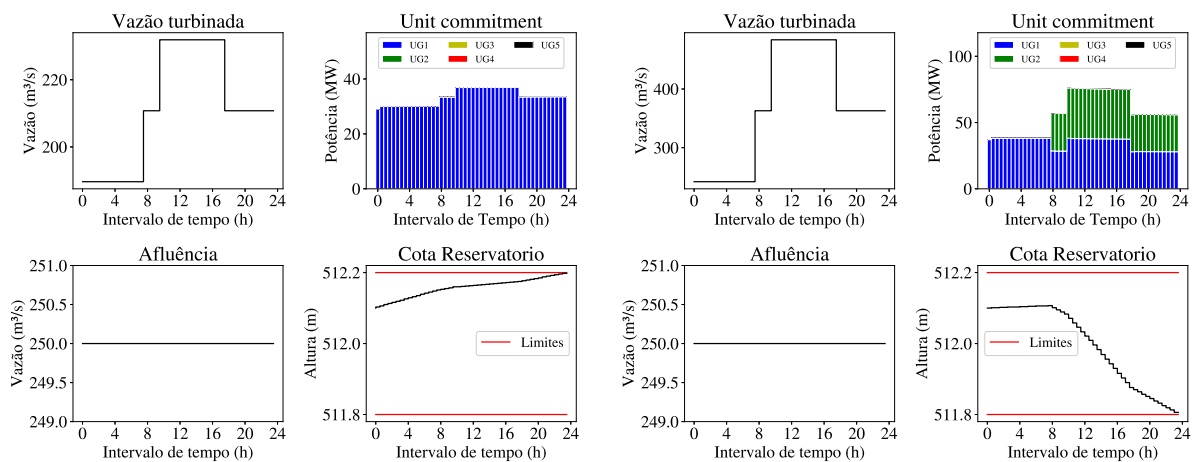
(b) Cenário com $\phi = 250$.

Figura 38 – Fronteira considerando 3 critérios, cenários com $h_0 = 512, 1$.

Analisando a [Figura 38a](#) percebe-se que a energia produzida na carga alta tende a crescer junto com a energia total, o que faz sentido, visto que esse novo objetivo corresponde a apenas uma parcela do primeiro.

Na [Figura 38b](#) percebe-se a mesma relação, entretanto algo interessante pode ser observado comparando os segundo e terceiro pontos (da esquerda para direita), ocorre um salto em relação a energia na carga alta.

A análise detalhada de cada ponto amostrado pode explicar claramente esse comportamento, as figuras [39a](#) e [39b](#) mostram detalhes da resposta obtida como a modulação, a evolução do reservatório e a alocação de unidades geradoras (*unit commitment*).



(a) Primeiro ponto, da esquerda para direita.

(b) Quinto ponto, da esquerda para direita.

Figura 39 – Detalhamento da resposta de dois pontos da fronteira Pareto exibida na [Figura 38b](#).

Percebe-se que o primeiro ponto convergiu para uma resposta com pouca modula-

ção (variação pequena da produção no dia), o que resultou em um despacho com apenas uma unidade geradora (UG), por outro lado, o quinto ponto obteve uma modulação mais elevada, que necessitou de duas UGs em certos instantes. A diferença entre os pontos 2 e 3 ocorre justamente devido a isso, o ponto 2, assim como o ponto 1, convergiu para uma resposta que utiliza apenas uma turbina, já o ponto 3 tem uma resposta mais próxima do ponto 5, necessitando de duas turbinas em alguns instantes.

Capítulo 6

Conclusões

O trabalho em questão realiza uma revisão do problema de planejamento hidroenergético de curto prazo, e propõe duas estratégias de otimização para resolver o problema.

A estratégia mono objetivo apresentou ganhos interessantes ao comparar com uma estratégia *naive* em testes iniciais, e também mostrou um ganho ao ser avaliado em comparação com a programação real realizada por um tomador de decisão. Percebe-se que a restrição modelada a partir da meta de volume final consegue ser alcançada pela resposta enquanto fornece um ganho de energia a ser produzida no dia.

A estratégia multi objetivo mostrou de forma bem clara através da fronteira Pareto estimada a natureza multi objetivo do problema, e a sua independência de um valor de meta de volume previamente informado pode ser interessante para a análise de algumas usinas, atuando como uma ferramenta de auxílio a tomada de decisão do programador energético. Ademais o acoplamento de mais critérios ao analisar a fronteira obtida pode trazer ainda mais ganhos à essa análise, conforme o exemplo mostrado nos resultados.

6.1 Propostas de Continuidade

Apesar do trabalho ter resultado em uma implementação para um *software* de programação energética utilizado na prática, foram identificados algumas limitações da estratégia que poderiam ser mais exploradas em trabalhos futuros.

A primeira delas é a questão da otimização das cascatas separar um problema de otimização isolado para cada usina. Tal fato funciona bem para a maioria das cascatas analisadas, entretanto certas usinas possuem um efeito de remanso considerável, quando o nível do reservatório da usina imediatamente a jusante impacta no polinômio da altura jusante da usina em questão [Khenayfis \[2017\]](#). Algo análogo ocorre também em usinas com muita interação entre si, por exemplo as usinas de Belo Monte e Pimental, que possuem um canal de derivação entre seus reservatórios, tal fato dificulta uma simulação fidedigna de uma das usinas isoladamente. Nesse sentido, modificações da estratégia em questão

para simular a cascata como um todo, ou algumas estimativas de variáveis chave poderiam ser mais exploradas para essas cascatas mais complexas.

Além disso, alguns objetivos não foram tratados na modelagem, os dois principais que poderiam resultar em um ganho interessante são o custo de acionamentos / desligamentos de UGs.

Por último, tanto o simulador quanto o otimizador utilizados consideram cenários determinísticos, entretanto alguns estudos mostram que as incertezas inerentes do problema, como a incerteza da afluência e do nível inicial do reservatório por exemplo, podem impactar também a programação no curto prazo [Mendonça et al. \[2019b\]](#), algo que poderia ser considerado em futuras implementações.

Referências

- I. E. Agency. Renewables 2021, 2021. Disponível em <https://www.iea.org/reports/renewables-2021>.
- J. P. Catalão, H. M. Pousinho, and V. M. Mendes. Mixed-integer nonlinear approach for the optimal scheduling of a head-dependent hydro chain. *Electric Power Systems Research*, 2010. ISSN 03787796. doi: 10.1016/j.epsr.2009.12.015.
- CCEE. Painel de preços, 2022. Disponível em <https://www.ccee.org.br/precos/painel-precos>.
- T. S. F. Coelho, M. d. O. Mendonça, D. Martins, G. Silva, and D. A. G. Vieira. Método matheurístico para a otimização do planejamento da operação de uma usina hidrelétrica. *Matheuristic method for optimizing the planning of the operation of a hydroelectric plant. XXVII SIMPEP Simpósio de Engenharia de Produção*, 2020.
- M. M. Cordova, E. C. Finardi, F. A. Ribas, V. L. De Matos, and M. R. Scuzziato. Performance evaluation and energy production optimization in the real-time operation of hydropower plants. *Electric Power Systems Research*, 2014. ISSN 03787796. doi: 10.1016/j.epsr.2014.06.012.
- E. Cristian Finardi and M. Reolon Scuzziato. Hydro unit commitment and loading problem for day-ahead operation planning problem. *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, 2013. ISSN 01420615. doi: 10.1016/j.ijepes.2012.07.023.
- T. Dal’ Santo and A. Simões Costa. Hydroelectric unit commitment for power plants composed of distinct groups of generating units. *Electric Power Systems Research*, 2016. ISSN 03787796. doi: 10.1016/j.epsr.2016.03.037.
- M. de Minas e Energia / Gabinete do Ministro. Portaria nº 301, de 31 de julho de 2019, 2019. Disponível em <https://www.in.gov.br/web/dou/-/portaria-n-301-de-31-de-julho-de-2019-208356624>.
- O. N. do Sistema Elétrico. Submódulo 4.5 programação diária da operação, 2020. Disponível em http://apps08.ons.org.br/ONS.Sintegre.Proxy/ecmprsite/ecmfragmentsdocuments/Subm%C3%B3dulo%204.5-RS_2020.12.pdf.

- E. D. P. Energética. Matriz energética e elétrica, 2019. Disponível em <https://www.epe.gov.br/pt/abcdenergia/matriz-energetica-e-eletrica>.
- O. Energy. Planejamento energético e restrições operativas: Como o dessem se comporta?, 2020. Disponível em <https://optimalenergy.com.br/whitepaperhpo/>.
- O. Energy. Hydropower optimizer, 2022. Disponível em <https://optimalenergy.com.br/optimal-energy/hydropoweroptimizer/>.
- D. d. S. Filho. *Dimensionamento de usinas hidroelétricas através de técnicas de otimização evolutiva*. PhD thesis, Universidade de São Paulo, 2003.
- E. C. Finardi and E. L. da Silva. Solving the hydro unit commitment problem via dual decomposition and sequential quadratic programming. *IEEE Transactions on Power Systems*, 2006. ISSN 08858950. doi: 10.1109/TPWRS.2006.873121.
- E. C. Finardi and M. R. Scuzziato. A comparative analysis of different dual problems in the lagrangian relaxation context for solving the hydro unit commitment problem. *Electric Power Systems Research*, 107:221–229, 2014. ISSN 03787796. doi: 10.1016/j.epsr.2013.10.015. URL <http://dx.doi.org/10.1016/j.epsr.2013.10.015>.
- A. Glotić and A. Zamuda. Short-term combined economic and emission hydrothermal optimization by surrogate differential evolution. *Applied Energy*, 2015. ISSN 03062619. doi: 10.1016/j.apenergy.2014.12.020.
- L. Guedes, P. De Mendonca Maia, A. Lisboa, D. Vieira, and R. Saldanha. A Unit Commitment Algorithm and a Compact MILP Model for Short-Term Hydro-Power Generation Scheduling. *IEEE Transactions on Power Systems*, 2016.
- L. S. M. Guedes, D. A. G. Vieira, A. C. Lisboa, and R. R. Saldanha. A continuous compact model for cascaded hydro-power generation and preventive maintenance scheduling. *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, 2015.
- L. S. M. Guedes, A. C. Lisboa, D. A. G. Vieira, P. M. Maia, and R. R. Saldanha. Hydro generation scheduling: nonlinear programming and optimality conditions. 2017.
- L. d. S. Khenayfis. *Proposta de nova metodologia para determinação das relações vazão-cota de jusante em aproveitamento hidrelétricos brasileiros*. PhD thesis, Escola Politécnica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2017.
- J. Kong, H. I. Skjelbred, and O. B. Fosso. An overview on formulations and optimization methods for the unit-based short-term hydro scheduling problem. *Electric Power Systems Research*, 178(September), 2020. ISSN 03787796. doi: 10.1016/j.epsr.2019.106027.

- R. M. Lima, M. G. Marcovecchio, A. Q. Novais, and I. E. Grossmann. On the computational studies of deterministic global optimization of head dependent short-term hydro scheduling. *IEEE Transactions on Power Systems*, 2013. ISSN 08858950. doi: 10.1109/TPWRS.2013.2274559.
- P. Lu, J. Zhou, C. Wang, Q. Qiao, and L. Mo. Short-term hydro generation scheduling of Xiluodu and Xiangjiaba cascade hydropower stations using improved binary-real coded bee colony optimization algorithm. *Energy Conversion and Management*, 91:19–31, 2015. ISSN 01968904. doi: 10.1016/j.enconman.2014.11.036.
- C. Marcelino, G. Leite, C. Delgado, L. de Oliveira, E. Wanner, S. Jiménez-Fernández, and S. Salcedo-Sanz. An efficient multi-objective evolutionary approach for solving the operation of multi-reservoir system scheduling in hydro-power plants. *Expert Systems with Applications*, 185:115638, 2021.
- Megawhat. Horário fora de ponta, 2022. Disponível em <https://megawhat.energy/verbetes/20904/horario-fora-de-ponta>.
- M. Mendonça, P. H. Campos, D. Vieira, G. Silva, D. Martins, E. Costa, and R. Saldanha. Heurística para unit commitment de turbinas hidráulicas distintas que visa maximizar a eficiência de geração de uma usina hidrelétrica e minimizar o ligamento/desligamento de máquinas considerando indisponibilidades programadas. *XXV Snp tee Seminário Nacional De Produção E Transmissão De Energia Elétrica*, 2019a.
- M. Mendonça, L. Gomes, P. H. Campos, E. Costa, T. Coelho, D. Vieira, and D. Martins. Programação diária da operação considerando incertezas de defluência de usinas a montante operadas por outras empresas. *XXV Snp tee Seminário Nacional De Produção E Transmissão De Energia Elétrica*, 2019b. ISSN 1098-6596.
- M. d. O. Mendonça. *Aperfeiçoamentos em métodos de otimização sem derivadas*. PhD thesis, Universidade Federal de Minas Gerais, 2019. URL <https://www.ppgee.ufmg.br/defesas/1744M.PDF>.
- Operador Nacional do Sistema Elétrico - ONS. Programação diária da operação eletroenergética. Submódulo 8.1. Technical report, 2017.
- B. Pereira. *Modelagem matemática para otimização de um potencial hidráulico utilizando turbinas Francis e Kaplan*. PhD thesis, Universidade Estadual Paulista, 2015.
- G. V. S. Rocha. *Sistema inteligente de suporte a análise da qualidade da energia elétrica em regime permanente*. PhD thesis, Universidade Federal do Pará, 2017.
- H. I. Skjeltbred, J. Kong, and O. B. Fosso. Dynamic incorporation of nonlinearity into MILP formulation for short-term hydro scheduling. *International Journal of Electrical Power*

- and Energy Systems*, 116:105530, 2020. ISSN 01420615. doi: 10.1016/j.ijepes.2019.105530. URL <https://doi.org/10.1016/j.ijepes.2019.105530>.
- S. Soares. Minimum loss predispach model for hydroelectric power systems. *IEEE Transactions on Power Systems*, 1997. ISSN 08858950. doi: 10.1109/59.630464.
- B. Tong, Q. Zhai, and X. Guan. An MILP based formulation for short-term hydro generation scheduling with analysis of the linearization effects on solution feasibility. *IEEE Transactions on Power Systems*, 2013. ISSN 08858950. doi: 10.1109/TPWRS.2013.2274286.
- B. Xu, P. A. Zhong, Z. Stanko, Y. Zhao, and W. W. Yeh. A multiobjective short-term optimal operation model for a cascade system of reservoirs considering the impact on long-term energy production. *Water Resources Research*, 51(5):3353–3369, 2015. ISSN 19447973. doi: 10.1002/2014WR015964.
- Z. Yang, K. Yang, Y. Wang, L. Su, and H. Hu. Multi-objective short-term hydropower generation operation for cascade reservoirs and stochastic decision making under multiple uncertainties. *Journal of Cleaner Production*, 276, 2020. ISSN 09596526. doi: 10.1016/j.jclepro.2020.122995.
- Z. Yang, Y. Wang, and K. Yang. The stochastic short-term hydropower generation scheduling considering uncertainty in load output forecasts. *Energy*, 241:122838, 2022.
- Z. Zhang, X. Wu, S. Liao, and C. Cheng. An ultra-short-term scheduling model for cascade hydropower regulated by multilevel dispatch centers suppressing wind power volatility. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 134:107467, 2022.