

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

Departamento de Estatística - ICEX
Curso de Especialização em Estatística

RODRIGO GOMES CARDOSO

MÉTODOS PROBABILÍSTICOS PARA AVALIAÇÃO DE EMPRESAS

Belo Horizonte – MG

2022

RODRIGO GOMES CARDOSO

MÉTODOS PROBABILÍSTICOS PARA AVALIAÇÃO DE EMPRESAS

Versão Final

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de especialização em Estatística da Universidade Federal de Minas Gerais, para obtenção do Certificado de Especialista.

Orientadora: Profa. Edna Afonso Reis

Cardoso, Rodrigo Gomes.

C268m Métodos probabilísticos para avaliação de empresas
[manuscrito] / Rodrigo Gomes Cardoso — 2022.
28f. il.

Orientadora: Edna Afonso Reis.

Monografia (especialização) - Universidade Federal de
Minas Gerais, Instituto de Ciências Exatas, Departamento
de Estatística.

Referências: 28.

1. Estatística. 2. Monte Carlo, Método de. 3. Avaliação
de empresas. 4.. Fluxo de caixa. I. Reis, Edna Afonso. II.
Universidade Federal de Minas Gerais, Instituto de
Ciências Exatas, Departamento de Estatística .III.Título.

CDU 519.2 (043)



Universidade Federal de Minas Gerais
Instituto de Ciências Exatas
Departamento de Estatística
Programa de Pós-Graduação / Especialização
Av. Pres. Antônio Carlos, 6627 - Pampulha
31270-901 – Belo Horizonte – MG

E-mail: pgest@ufmg.br
Tel: 3409-5923 – FAX: 3409-5924

ATA DO 242ª. TRABALHO DE FIM DE CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM ESTATÍSTICA DE RODRIGO GOMES CARDOSO.

Aos três dias do mês de junho de 2022, às 14:00 horas, com utilização de recursos de videoconferência a distância, reuniram-se os professores abaixo relacionados, formando a Comissão Examinadora homologada pela Comissão do Curso de Especialização em Estatística, para julgar a apresentação do trabalho de fim de curso do aluno Rodrigo Gomes Cardoso, intitulado: “*Métodos probabilísticos para avaliação de empresas*”, como requisito para obtenção do Grau de Especialista em Estatística. Abrindo a sessão, a Presidente da Comissão, Professora Edna Afonso Reis – Orientadora, após dar conhecimento aos presentes do teor das normas regulamentares, passou a palavra ao candidato para apresentação de seu trabalho. Seguiu-se a arguição pelos examinadores com a respectiva defesa do candidato. Após a defesa, os membros da banca examinadora reuniram-se sem a presença do candidato e do público, para julgamento e expedição do resultado final. Foi atribuída a seguinte indicação: o candidato foi considerado Aprovado condicional às modificações sugeridas pela banca examinadora no prazo de 30 dias a partir da data de hoje por unanimidade. O resultado final foi comunicado publicamente ao candidato pela Presidente da Comissão. Nada mais havendo a tratar, a Presidente encerrou a reunião e lavrou a presente Ata, que será assinada por todos os membros participantes da banca examinadora. Belo Horizonte, 03 de junho de 2022.

Prof.ª Edna Afonso Reis (Orientadora)
Departamento de Estatística / UFMG

Documento assinado digitalmente
gov.br ILKA AFONSO REIS
Data: 03/06/2022 15:32:38-0300
Verifique em <https://verificador.iti.br>

Prof.ª Ilka Afonso Reis
Departamento de Estatística / UFMG

Prof. Roberto da Costa Quinino
Departamento de Estatística / UFMG

RESUMO

A correta avaliação de uma empresa é passo importante para que os investidores possam alocar seus recursos no mercado de capitais em busca de um retorno compatível com o risco a ser tomado. Ao incorporarmos o risco dentro do processo decisório, podemos utilizar ferramentas estatísticas para auxiliar na tomada de decisão. Assim, neste trabalho, modelamos a distribuição de probabilidade para os preços da ação da mineradora brasileira Vale utilizando-se simulações de Monte Carlo. Dentre as variáveis independentes utilizadas no modelo destacamos os preços internacionais do minério de ferro e custo de capital, para os quais também foram definidas distribuições de probabilidade. A metodologia utilizada para modelagem foi a construção do fluxo de caixa da empresa na perpetuidade. Este fluxo foi descontado ao custo de capital para termos o valor presente do negócio. Por fim, comparamos os preços atuais das ações da Vale negociados na Bolsa de Valores de Nova Iorque com a distribuição obtida na simulação. O resultado encontrado sugere que o preço da ação negociada se encontra em patamares interessantes para compra.

Palavras-chave: Avaliação de Empresas. Vale SA. Simulação de Monte Carlo, Fluxo de Caixa Descontado

ABSTRACT

A correct company valuation is an important step for any investor to allocate his resources searching a balanced equilibrium between risk and return. When risk is incorporated in the decision framework, we can use statistical tools to help the decision-making process. In this paper we took the Brazilian mining company Vale and modeled using Monte Carlo simulations the intrinsic value of the stock price. Among the independent variable that probability distributions were allocated in the model we highlight the international prices of iron ore and weighted average cost of capital. The valuation model used in this paper was based on the projection of the company cash flow in perpetuity, discounted at estimated the cost of capital. After estimating the probability distribution of the intrinsic value of the stock, we compared with the current price being negotiated in the New York Stock Exchange Market. The result suggests that actual prices are attractive to invest in the company.

Keywords: Valuation. Vale SA. Monte Carlo Simulation, Discounted Cash Flow

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Evolução do PIB per Capta e Expectativa de Vida da População Mundial.....	9
Figura 2: Fluxograma para Escolha da Distribuição de Probabilidades.....	15
Figura 3: Fluxograma para Modelagem da Companhia Vale.....	17
Figura 4: Correlação EBIT, Preço, Volume	21
Figura 5: Preços Internacionais do Minério de Ferro	22
Figura 6: Histograma Preços Internacionais Minério de Ferro	22
Figura 7: Histograma e Distribuição Teórica Lognormal	23
Figura 8: Distribuição Lognormal para Preços do Minério de Ferro	23
Figura 9: Resultados da Regressão Linear	24
Figura 10: Análise dos Resíduos	24
Figura 11: Distribuição dos Valores Esperados para o Lucro Operacional da Vale	25
Figura 12: Distribuição de Probabilidade para a Taxa Livre de Risco.....	25
Figura 13: Distribuição para o Risco de Prêmio para Investimento em Ações.....	26
Figura 14: Distribuição de Probabilidade para o Custo Ponderado de Capital (WACC).....	27
Figura 15: Distribuição de Probabilidade para o Valor dos Ativos Operacionais da Vale	27
Figura 16: Distribuição dos Valores por Ação Resultantes do Modelo	28

LISTA DE TABELAS

Quadro 1: Descrição das variáveis do modelo	18
Quadro 2: Dados Financeiros Históricos da Vale SA	19
Quadro 3: Histórico das Variáveis para Dimensionamento do Lucro Operacional	21

SUMÁRIO

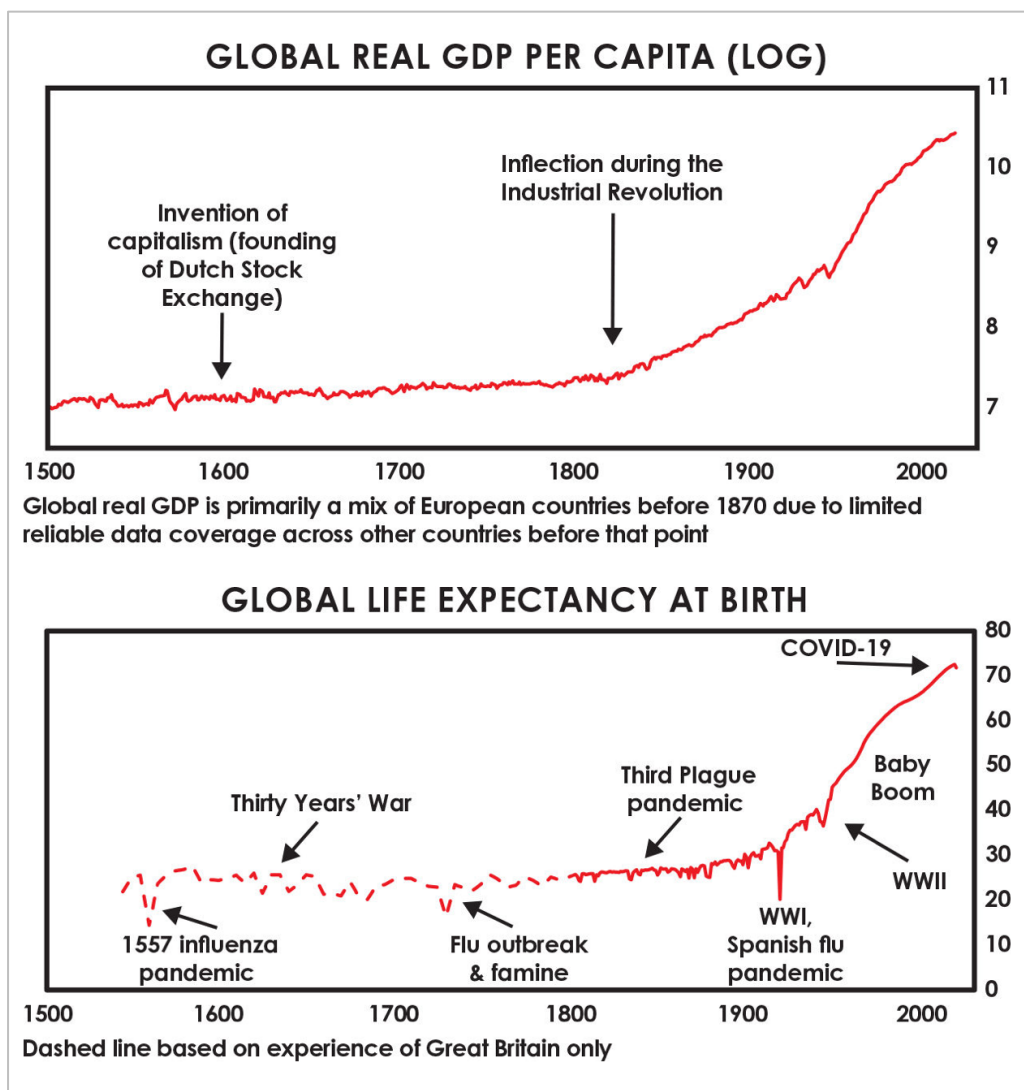
1. Introdução e Objetivos	9
2. Referencial Teórico.....	11
2.1. Modelo Econômico-Financeiro para determinação do valor de uma empresa.....	11
2.1.1. Fluxo de Caixa Livre para a Firma (FCFF)	11
2.1.2. Custo Médio Ponderado de Capital (WACC)	12
2.1.3. Crescimento (g)	12
2.1.4. Valor da Firma	13
2.1.5. Equação do Modelo.....	13
2.1.6. Valor da ação.....	13
2.2. Modelo probabilístico para determinação do valor intrínseco de uma empresa	13
3. Metodologia	16
4. Desenvolvimento.....	18
4.1. Descrição das variáveis do modelo	18
4.2. Desempenho histórico da companhia vale	19
4.3. Variáveis com estimativas pontuais.....	20
4.4. Variáveis com distribuição de probabilidade	20
4.4.1. Modelagem da variável EBIT (LUCRO Operacional).....	20
4.4.2. Modelagem da variável WACC.....	25
4.5. Simulação de Monte Carlo	27
5. Considerações Finais	28
6. Referências	29

1. INTRODUÇÃO E OBJETIVOS

Os últimos dois séculos foram de notáveis avanços para a população mundial. A invenção do capitalismo seguido pela revolução industrial foram as grandes forças que impulsionaram a melhoria das condições de vida, saúde e educação da população. O poder econômico até então baseado na posse de terras, migrou para uma economia industrial onde capitalistas empreendedores passaram a dominar os meios de produção (DALIO, 2021).

Podemos ver na figura abaixo a evolução do PIB per capita (Global Real GDP per Capta) ao longo dos anos enquanto o segundo mostra a evolução da expectativa de vida (Global Life Expectancy) da população mundial (DALIO, 2021).

Figura 1: Evolução do PIB per Capta e Expectativa de Vida da População Mundial



A invenção do capitalismo pode ser associada à fundação da primeira bolsa de valores pelos holandeses, que eram a potência hegemônica à época. Assim, foram emitidas ações da Companhia Holandesa das Índias Orientais que passaram a ser negociadas da Bolsa de Valores de Amsterdã. A emissão dessas ações foi usada para financiar as viagens da companhia em busca de especiarias onde os investidores recebiam em contrapartida um percentual dos lucros gerados pela operação.

Iniciou-se então um mercado organizado de capitais onde pessoas com recurso financeiro disponível poderiam financiar empreendimentos em troca de participação nos lucros gerados pela companhia investida. Esta é a base do capitalismo moderno, onde indivíduos podem investir seu capital livremente, buscando as melhores oportunidades para o seu capital ponderando o risco e retorno do investimento escolhido.

O mercado de capitais se ampliou com a abertura de bolsas de valores por todo o mundo, mas foi só em 1939 que um professor da Columbia Business School, Benjamin Graham publicou o livro “Security Analysis” (GRAHAM; DODD, 1934) onde sugeria um método para calcular o valor intrínseco das ações negociadas no mercado de capitais. Em tese, o investidor deveria investir somente em companhias com ações negociadas abaixo do valor intrínseco calculado.

Para o cálculo do valor intrínseco de uma empresa, existe teoria econômica robusta segundo a qual, a partir da estimativa do fluxo de caixa futuro, é possível modelar o valor da empresa. Para os cálculos realizados neste trabalho, foi usada metodologia e conceitos publicados pelo Professor Aswath Damodaran da “Stern School of Business” (DAMODARAN, 2012).

De forma simplificada, o valor intrínseco de uma empresa (variável dependente) é calculado a partir de todos os fluxos de caixa futuros que (espera-se) essa empresa irá gerar trazidos a valor presente pelo custo do capital. Na modelagem desse fluxo de caixa, variáveis independentes que afetam o resultado da empresa são escolhidas e valores (únicos e fixos) são estabelecidos pelo analista para cada uma delas. Como exemplos de variáveis independentes, temos a taxa de crescimento para os próximos anos da empresa, crescimento da economia, câmbio etc.

O resultado deste processo é um valor intrínseco único que acaba por criar uma falsa impressão de exatidão. No entanto, as incertezas inerentes à projeção de eventos futuros podem ser incorporadas ao modelo através do uso de métodos probabilísticos. O professor Damodaran em seu livro “The Dark Side of Valuation” explora no capítulo “ Probabilistic Valuation: Scenario

Analysis, Decision Trees, and Simulations” (DAMODARAN, 2018a, p. 75) os diversos métodos probabilísticos que podem ser utilizados para tratar a incerteza contida nas projeções.

Em resumo, o objetivo deste trabalho é modelar a distribuição de probabilidade para os preços da ação da mineradora Vale utilizando-se simulações de Monte Carlo, nas quais valores fixos das variáveis relacionadas a esses preços serão substituídos por distribuições de probabilidades.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

Esta seção é iniciada com uma breve descrição do modelo econômico-financeiro escolhido para valorização da empresa. Em seguida é apresentado o modelo probabilístico e simulação propostos para lidar com as incertezas das variáveis independentes do modelo.

2.1. MODELO ECONÔMICO-FINANCEIRO PARA DETERMINAÇÃO DO VALOR DE UMA EMPRESA

2.1.1. FLUXO DE CAIXA LIVRE PARA A FIRMA (FCFF)

A modelagem do valor intrínseco de uma companhia pode ser feita a partir do Fluxo de Caixa para a Firma (FCFF) ou para os acionistas (FCFE). No primeiro, estima-se o fluxo de caixa disponível para credores e acionistas, já no segundo estima-se o fluxo de caixa disponível somente para os acionistas. O valor da empresa estimado pelos dois métodos deve ser o mesmo, mas as variáveis que compõem o modelo são diferentes. Neste trabalho utilizaremos o Fluxo de Caixa para a Firma que pode ser definido pela fórmula (DAMODARAN, 2012, p. 381):

$$FCFF = EBIT \times (1 - Aliq Imposto) + Dep - Capex - \Delta Cap Giro \quad (\text{Equação 1})$$

Simplificando,

$$FCFF = EBIT \times (1 - Aliq Imposto) - Reinvestimento \quad (\text{Equação 2})$$

Sendo:

EBIT: Lucro Operacional ou Resultado antes de Impostos e Taxas

Aliq Imposto: Alíquota Efetiva ou Nominal de Impostos sobre o Lucro

Dep: Depreciação Amortização

Capex: Investimento em Imobilizado

Cap Giro: Variação da necessidade de capital de giro nas operações

Reinvestimento: *Depreciação - Capex - \Delta Cap Giro*

2.1.2. CUSTO MÉDIO PONDERADO DE CAPITAL (WACC)

Quando o fluxo de caixa utilizado no modelo é o fluxo para a firma (FCFF), a taxa de desconto utilizada para trazer o fluxo a valor presente deve ser a taxa ponderada entre o custo de capital do acionista e dos credores e pode ser definida pela fórmula (DAMODARAN, 2012, p. 220):

$$WACC = Ke \times \frac{E}{D+E} + Kd \times \frac{D}{D+E} \quad (\text{Equação 3})$$

Sendo:

Ke: Custo de Capital dos Acionistas

Kd: Custo de Capital da Dívida

E: Total de Capital dos Acionistas Investido

D: Total de Dívida da empresa

O custo de capital dos acionistas pode ser definido pela fórmula:

$$Ke = \text{taxa livre de risco} + \text{Beta} * \text{Prêmio de Risco} \quad (\text{Equação 4})$$

De forma que o WACC pode ser reescrito como:

$$WACC = (\text{Taxa livre de risco} + \text{Beta} * \text{Prêmio de Risco}) \times \frac{E}{D+E} + Kd \times \frac{D}{D+E} \quad (\text{Equação 5})$$

2.1.3. CRESCIMENTO (G)

O crescimento de uma empresa pode ser estimado a partir da modelagem do crescimento do lucro operacional. O crescimento possível para uma empresa está relacionado ao retorno sobre o capital investido e o percentual do lucro operacional que será reinvestido no negócio. Em outras palavras, empresas que fazem uso eficiente do seu capital (altas margens) e reinvestem o lucro obtido no negócio devem crescer mais que empresas ineficientes ou que não reinvestem seu lucro no próprio negócio. Assim a equação para projeção do crescimento de uma empresa a partir do seu lucro operacional (EBIT) pode se descrita como (DAMODARAN, 2012, p. 290):

$$\text{Crescimento}_{EBIT} = g = \text{Taxa Reinvestimento} \times \text{Retorno Capital} \quad (\text{Equação 6})$$

Sendo:

$$\text{Taxa Reinvestimento} = \frac{\text{Capex} - \text{Depreciacao} + \Delta \text{Cap Giro}}{EBIT(1 - \text{Aliq Imposto})} \quad (\text{Equação 7})$$

$$\text{Retorno Capital} = \frac{EBIT(1 - \text{Aliq Imposto})}{\text{Patrimonio Liquido} + \text{Divida} - \text{Caixa}} = \frac{EBIT(1 - \text{Aliq Imposto})}{\text{Capital Investido}} \quad (\text{Equação 8})$$

Tanto a taxa de reinvestimento quanto o retorno sobre o capital devem ser os valores projetados para o futuro da empresa e não os valores passados.

2.1.4. VALOR DA FIRMA

O valor dos ativos operacionais de uma empresa é resultante da soma de todos os fluxos de caixa futuros descontados a uma taxa equivalente ao custo de capital. Para empresas maduras, com fluxo de caixa e crescimento estáveis podemos simplificar este cálculo pelo uso do modelo de Gordon (DAMODARAN, 2012, p. 324):

$$\text{Valor da Firma} = \frac{FCFF \times (1+g)}{(WACC-g)} \quad (\text{Equação 9})$$

2.1.5. EQUAÇÃO DO MODELO

Assim, a partir das equações 1 a 9 podemos construir a equação do nosso modelo onde o valor dos ativos operacionais pode ser calculado com a equação:

$$\text{Valor dos Ativos Operacionais} = \frac{(EBIT \times (1 - \text{Aliq Imposto})) \times \left(1 - \frac{g}{EBIT \times (1 - \text{Aliq Imposto}) / \text{Capital Investido}\right) \times (1+g)}{(WACC-g)} \quad (\text{Equação 10})$$

2.1.6. VALOR DA AÇÃO

O valor da ação pode ser encontrado a partir da equação abaixo:

$$\text{Valor Ação} = \frac{\text{Valor dos Ativos Operacionais} + \text{Caixa} - \text{Divida} + \text{Investimento em Controladas} - \text{Participação de Minoritários}}{\text{Número de Ações em Circulação}} \quad (\text{Equação 11})$$

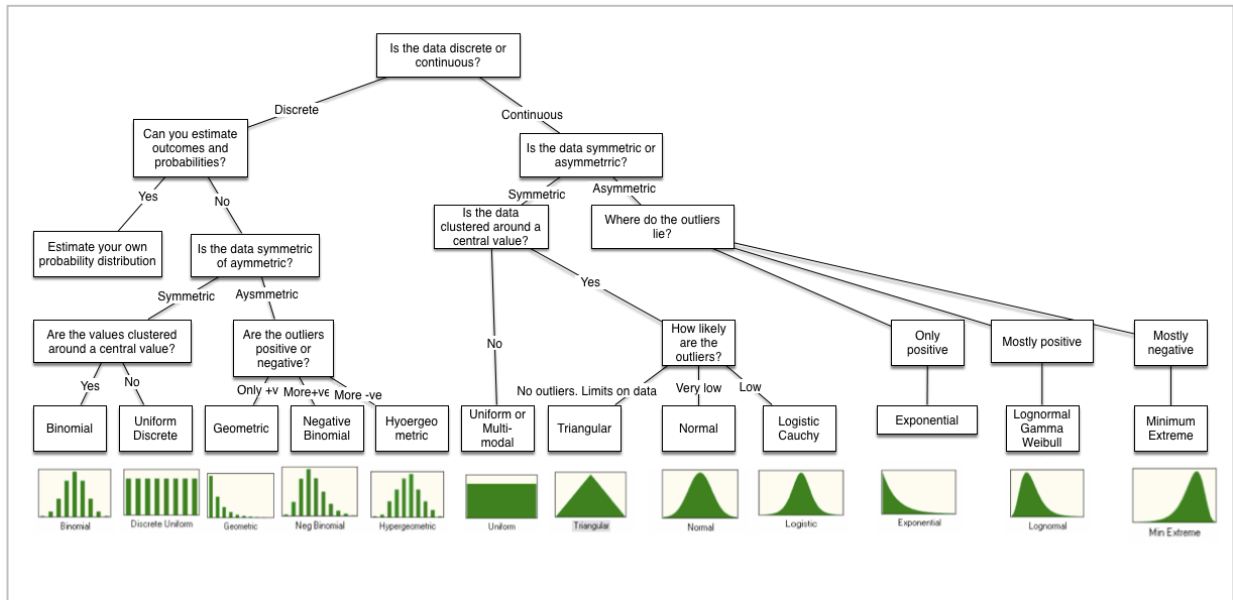
2.2. MODELO PROBABILÍSTICO PARA DETERMINAÇÃO DO VALOR INTRÍNSECO DE UMA EMPRESA

Ao calcularmos o valor dos ativos operacionais da empresa através da equação 10 definimos valores pontuais para cada uma das variáveis independentes e temos um resultado único para o valor da firma. Uma maneira mais informativa seria, ao invés de usarmos um valor esperado único para cada uma das variáveis, usarmos distribuições de probabilidade para as variáveis mais relevantes. Através do uso de Simulações de Monte Carlo, teríamos ao final uma distribuição de probabilidades para a variável dependente.

Damodaran sugere a sequência a seguir para as simulações (DAMODARAN, 2012, p. 908):

1. *Determinar as variáveis probabilísticas:* As variáveis dependentes do modelo possuem graus de incerteza diferentes na sua projeção. Assim, nem todas as variáveis precisam ser tratadas de forma probabilística. Além disso, de acordo com a equação 10, podemos ver que algumas variáveis têm uma maior influência ou peso no resultado do modelo. A primeira etapa então consiste em escolher quais variáveis independentes do modelo receberão uma distribuição de probabilidade na modelagem enquanto as demais variáveis receberão estimativas pontuais.
2. *Definir a distribuição de probabilidade:* A melhor distribuição de probabilidade para cada variável pode ser definida a partir de três caminhos:
 - i. *Dados Históricos:* Para variáveis que possuem histórico longo e confiável, podemos plotar um histograma e, a partir destes dados tentar encontrar distribuições que tenham um comportamento compatível com os dados históricos.
 - ii. *Dados Transversais:* Algumas variáveis podem ser substituídas por dados disponíveis de variáveis semelhantes. Por exemplo, para uma empresa sem dados históricos de lucro operacional, poderíamos utilizar os dados de empresas estabelecidas do mesmo segmento.
 - iii. *Distribuição de Probabilidade:* A partir do comportamento esperado da variável, podemos escolher uma distribuição de probabilidade para a qual esperamos os dados terão uma melhor aderência. Damodaran sugere o fluxo a seguir para escolha da melhor distribuição para as variáveis do modelo (DAMODARAN, 2018b, p. 62):

Figura 2: Fluxograma para Escolha da Distribuição de Probabilidades



3. *Verifique a correlação ente as variáveis:* Na hipótese de termos duas variáveis no modelo que são correlacionadas, é necessário um cuidado adicional. Uma opção é escolher a variável mais relevante e deixar ela variar na modelagem, a outra opção é tratar de forma explícita a variável correlacionada. Um exemplo clássico seria a inflação e taxa de juros. Sabemos que num ambiente inflacionário a taxa de juros sobe.
4. *Simulação de Monte Carlo:* Em primeiro lugar, escolhemos o número de simulações desejada para nosso modelo. A partir da distribuição de probabilidade escolhida para cada variável, simulamos um conjunto de possíveis valores para estas variáveis. Extraímos então de forma aleatória um valor de cada variável e calculamos a partir da equação 10 o resultado para o valor dos ativos operacionais da empresa. Este procedimento é repetido de acordo com o número de simulações escolhido e o resultado de cada simulação registrado. Ao final teremos uma distribuição de probabilidade para os valores esperados do ativo operacional da empresa.

Importante notar que a distribuição de probabilidade não deve ser considerada como única opção. Em casos binários, onde o resultado é sucesso ou fracasso, a melhor opção é a utilização de árvores de probabilidade. Um clássico exemplo seria o de indústrias farmacêuticas, que têm projetos onde drogas são testadas e o progresso para a próxima fase depende do sucesso na etapa anterior.

5. Para a estimativa dos valores de variáveis independentes a partir de dados de mercado podemos usar o modelo de regressão linear a partir de informações disponíveis. Por exemplo, utilizar os preços futuros de mercado de commodities para estimar o resultado operacional de uma companhia. O modelo de regressão linear deve respeitar as seguintes premissas:

- i. Existir uma relação linear entre a variável dependente e independente;
- ii. A variância dos erros do modelo deve ser constante (homocedasticidade);
- iii. Erros do modelo não devem ser correlacionados (distribuídos de forma independente);
- iv. Erros do modelo devem ser normalmente distribuídos.

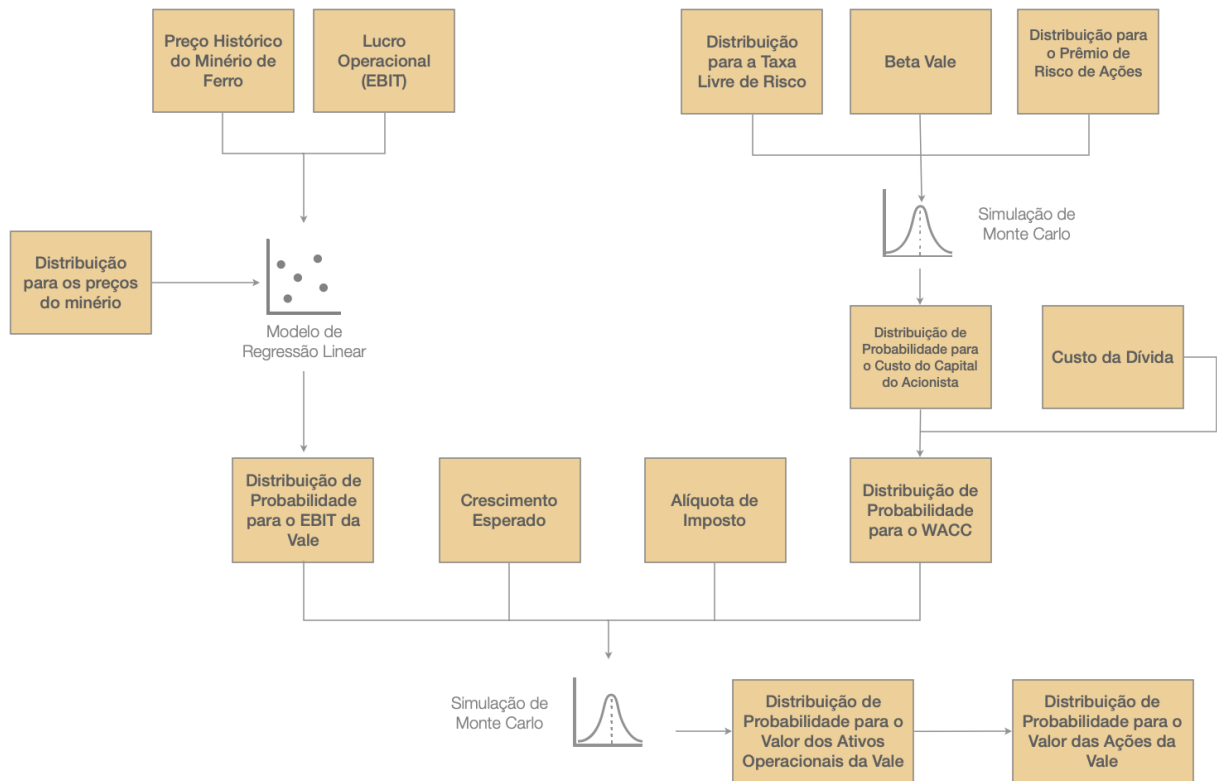
3. METODOLOGIA

O desenvolvimento do processo de determinação do valor intrínseco da companhia será ilustrado a partir dos dados da companhia de mineração brasileira Vale. A empresa foi escolhida por estar listada no mercado de capitais brasileiro e americano além de possuir as informações econômico-financeiras disponíveis no seu site de relacionamento com investidores. A avaliação será feita em dólares americanos, já que a empresa possui a maior parte das suas receitas provenientes de exportações.

De acordo com a equação 10, as variáveis que compõem o modelo são: lucro operacional (EBIT), alíquota de impostos, capital investido, crescimento projetado, custo de capital. As variáveis lucro operacional e custo de capital serão modeladas com distribuições de probabilidade, para as demais variáveis estimativas pontuais serão utilizadas. Assim, a análise do valor da empresa será feita em quatro etapas: inicialmente serão apresentados os valores históricos de desempenho financeiro da companhia, na segunda etapa serão definidas e modeladas as variáveis que receberão estimativas pontuais; a terceira fase consiste em definir e modelar as variáveis que receberão uma distribuição de probabilidade; a quarta fase consiste em realizar simulações de Monte Carlo para construção de uma distribuição de probabilidade para o valor da empresa.

O fluxograma das etapas descritas pode ser visto na figura abaixo:

Figura 3: Fluxograma para Modelagem da Companhia Vale



Com todas as variáveis do modelo definidas, podemos obter os valores esperados para os ativos operacionais da empresa através da simulação de Monte Carlo. A simulação consiste em retirarmos de forma aleatória uma amostra de cada variável do modelo. Algumas variáveis têm estimativas pontuais, outras possuem uma distribuição de probabilidades associada. Com estas variáveis, calculamos o valor dos ativos operacionais de acordo com a equação 10. Este processo é repetido quantas vezes necessário, no nosso caso foram feitas 1.000 simulações. Com o aumento de simulações a contribuição marginal para a precisão do modelo cai. Damodaran sugere que o número de simulações deve ser determinado pelas seguintes variáveis (DAMODARAN, 2012, p. 911):

- Número de variáveis com distribuições de probabilidade: Quanto maior o número de variáveis com distribuições, maior será o número de simulações necessárias.
- Características das distribuições de probabilidade: Quanto maior a diversidade das distribuições alocadas ao modelo, maior será o número de simulações necessárias.
- Amplitude da distribuição de saída dos dados: Quanto maior a hipotética amplitude de saída dos dados, maior o número de simulações necessárias para o modelo.

4. DESENVOLVIMENTO

4.1. DESCRIÇÃO DAS VARIÁVEIS DO MODELO

A descrição e análise da importância das variáveis na equação é feita na tabela abaixo:

Quadro 1: Descrição das variáveis do modelo

Variável	Descrição	Análise da variável
EBIT	Resultado antes de impostos e juros; se aproxima ou, em muitos casos, é igual ao lucro operacional	Importante variável do modelo, em geral fortemente influenciada pelo preço e volume de venda. Foi modelada para a Vale através de modelo de regressão linear a partir dos preços internacionais do minério
Alíquota Imposto	Alíquota do Imposto de Renda e Contribuição Social	Valor determinado pela legislação federal com alíquota de 34%
Capital Investido	Capital investido na empresa pelos acionistas e credores	Valor disponível nas demonstrações financeiras publicadas da companhia. Consiste na soma do valor contábil das dívidas e patrimônio líquido deduzido dos recursos com liquidez em caixa
g	Crescimento na Perpetuidade	É o crescimento previsto para o fluxo de caixa. Numa empresa madura como a Vale, com fluxo medido em dólares americanos o crescimento pode ser estimado pela inflação americana ou título de 10 anos do governo americano
WACC	Custo de Capital	Representa o retorno ponderado exigido pelos credores e acionistas da empresa para manter o capital alocado. Está relacionada à alavancagem financeira da empresa, retorno dos títulos do tesouro americano, risco da empresa em relação ao mercado e retorno adicional exigido pelo investidor para investir no mercado de ações

4.2. DESEMPENHO HISTÓRICO DA COMPANHIA VALE

Os dados históricos da Vale foram compilados a partir das demonstrações financeiras publicadas e pode ser resumido na tabela abaixo:

Quadro 2: Dados Financeiros Históricos da Vale SA

Ano	Milhões de Dólares		Aliquota Imposto Efetiva	Retorno Capital Investido
	EBIT	Capital Investido		
1997	982	9.925	18,70%	8,04%
1998	1.090	9.135	18,70%	9,70%
1999	1.316	6.690	18,70%	15,99%
2000	1.509	7.267	18,70%	16,88%
2001	1.337	7.567	18,70%	14,36%
2002	1.812	6.503	18,70%	22,65%
2003	1.644	8.489	18,70%	15,74%
2004	3.123	9.549	18,70%	26,59%
2005	5.432	14.185	18,70%	31,13%
2006	7.637	36.378	18,70%	17,07%
2007	13.194	50.198	18,70%	21,37%
2008	15.698	46.323	18,70%	27,55%
2009	6.057	66.969	18,70%	7,35%
2010	23.033	88.528	18,70%	21,15%
2011	30.206	97.897	18,70%	25,09%
2012	13.434	99.508	18,70%	10,98%
2013	17.596	88.603	18,70%	16,15%
2014	8.186	77.906	18,90%	8,52%
2015	2.734	60.938	18,96%	3,64%
2016	8.150	66.099	15,00%	10,48%
2017	11.630	62.933	20,00%	14,78%
2018	13.242	54.514	21,40%	19,09%
2019	6.859	45.540	25,80%	11,18%
2020	12.823	35.590	22,40%	27,96%
2021	27.693	37.183	22,00%	58,09%

Sendo:

$$\text{Capital Investido} = \text{Dívida Bruta} + \text{Patrimônio Líquido} - \text{Caixa}$$

$$\text{Retorno Capital Investido} = \frac{\text{ebit} \times (1 - \text{taxa efetiva impostos})}{\text{capital investido}}$$

4.3. VARIÁVEIS COM ESTIMATIVAS PONTUAIS

O valor escolhido para a alíquota de impostos é de 34%, que é a alíquota de impostos vigente atualmente no País. Vemos pelos dados apresentados no Quadro 2 que a alíquota efetiva da empresa nos últimos anos como resultado de benefícios fiscais e diferimentos têm ficado ao redor de 22%. Como a premissa da valorização da empresa é para a perpetuidade, utilizaremos a alíquota na legislação de forma conservadora, pressupondo que os benefícios e diferimentos não são sustentáveis a longo prazo.

O valor fixado para o capital investido será de US\$50 bilhões, compatível com o histórico dos últimos anos apresentado nas demonstrações financeiras da companhia. Este valor é um pouco acima dos números registrados nos anos de 2020 e 2021, mas será utilizado, de forma a mitigar o abrupto aumento de geração de caixa da companhia gerado pelo desbalanceamento das cadeias de suprimento globais causado pela pandemia COVID-19 que elevou os preços internacionais do minério de ferro.

O valor do crescimento na perpetuidade será de 2%, que é a expectativa de crescimento para a economia americana. Foram utilizados os parâmetros da economia dos EUA para o dimensionamento desta variável em função da utilização da moeda “Dólares Americanos” nas demonstrações financeiras. O crescimento da empresa deve já que nenhuma empresa poderia crescer indefinidamente a taxas superiores à da economia.

4.4. VARIÁVEIS COM DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADE

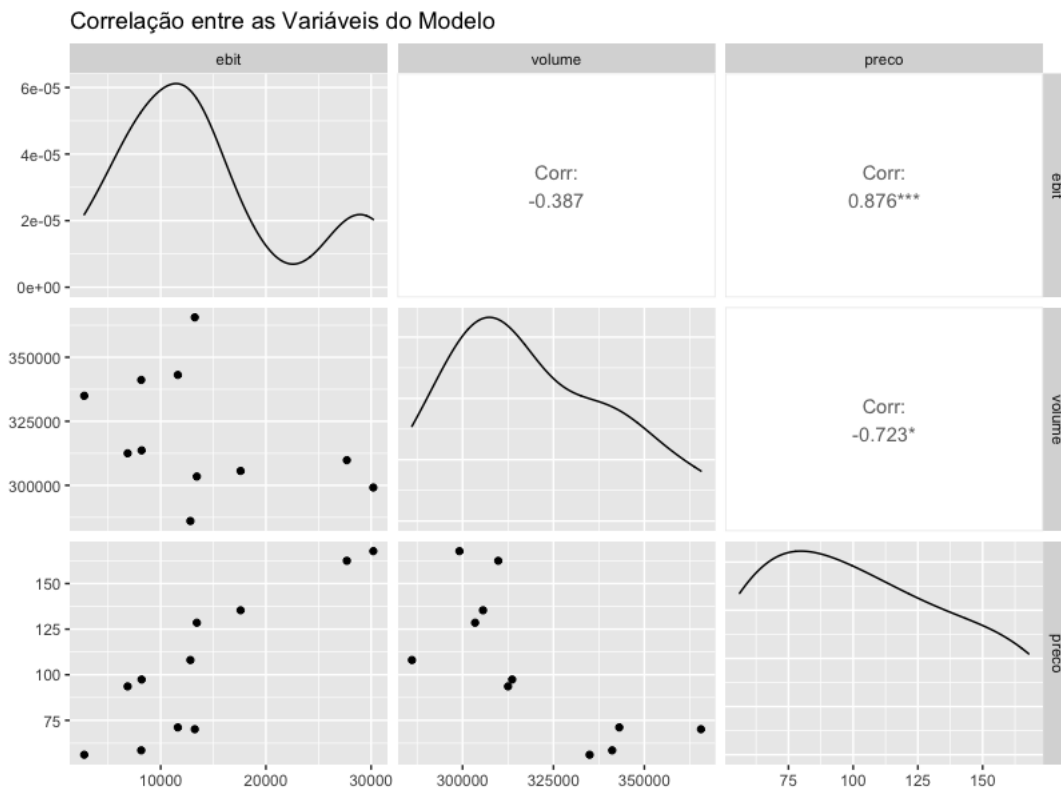
4.4.1. MODELAGEM DA VARIÁVEL EBIT (LUCRO OPERACIONAL)

Para uma empresa de commodities minerais como a Vale, espera-se que o Lucro Operacional tenha uma forte correlação com os preços internacionais do Minério de Ferro e volume de produção da companhia. No Quadro 3 podemos ver os dados históricos para as variáveis escolhidas. A produção comercializada nos últimos dez anos se manteve estável, oscilando em torno de 300 milhões de toneladas. Já os preços do minério no mercado internacional variaram fortemente com um valor mínimo de 56 dólares em 2015 e máximo de 168 dólares em 2011.

Quadro 3: Histórico das Variáveis para Dimensionamento do Lucro Operacional

Histórico das Variáveis do Modelo			
Ano	EBIT Milhões de US\$	Milhões de Ton Comercializadas	Preço US\$ Minério de Ferro
2011	30.206	299	168
2012	13.434	303	129
2013	17.596	306	135
2014	8.186	314	97
2015	2.734	335	56
2016	8.150	341	59
2017	11.630	343	71
2018	13.242	366	70
2019	6.859	313	94
2020	12.823	286	108
2021	27.693	310	162

A matriz de correlação entre as variáveis pode ser vista na Figura 4. Vemos que correlação entre o preço e o lucro operacional (EBIT) foi considerada significativa, com um valor de 0,876.

Figura 4: Correlação EBIT, Preço, Volume

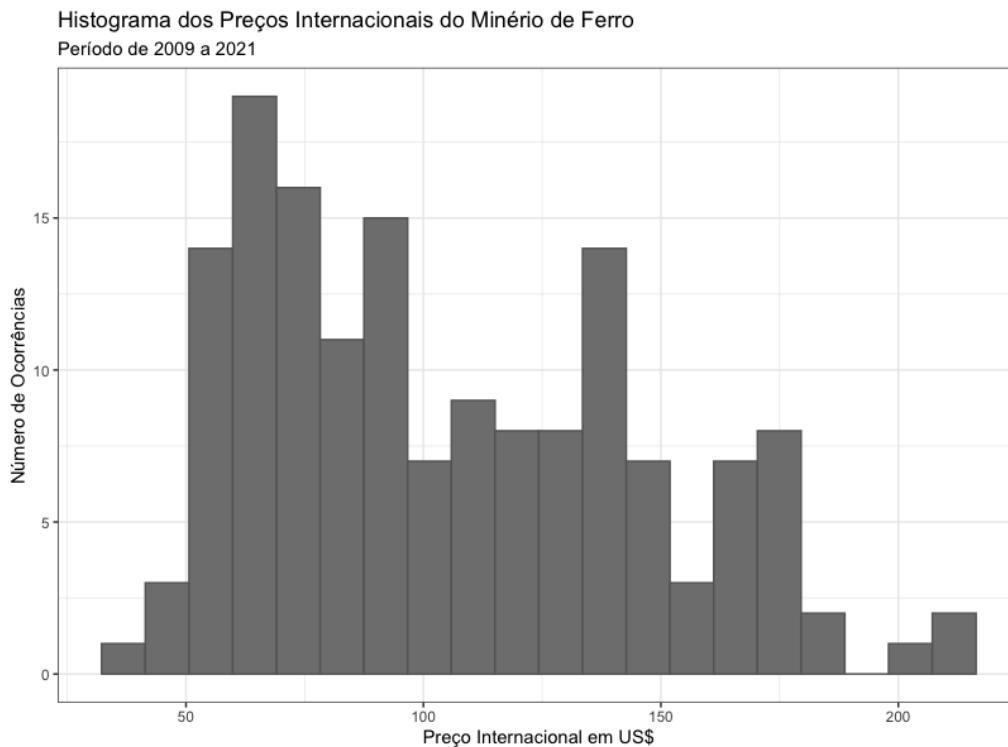
Em vista da alta correlação e significância entre os preços internacionais do minério de ferro e o resultado operacional da Vale, iremos modelar a distribuição de probabilidades para os preços do minério a partir de dados históricos e, a partir deste resultado dimensionar a distribuição para o resultado operacional da companhia.

O comportamento histórico dos preços do minério no mercado internacional pode ser visto nos gráficos abaixo:

Figura 5: Preços Internacionais do Minério de Ferro

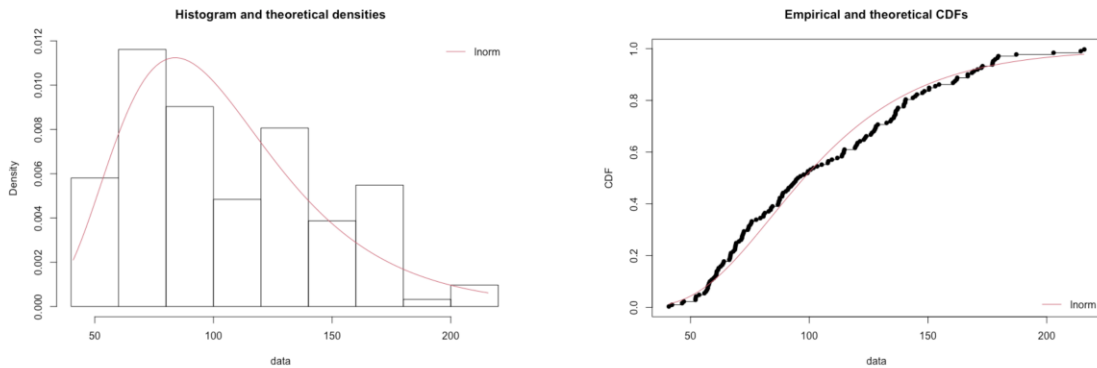


Figura 6: Histograma Preços Internacionais Minério de Ferro



A partir dos dados históricos dos preços do minério de ferro, estimamos uma distribuição de probabilidade teórica usando o pacote *fitdistrplus*. A distribuição escolhida a partir do fluxo proposto na figura 2 foi a *lognormal*. Os resultados da distribuição teórica fornecido pelo software são apresentados na figura abaixo.

Figura 7: Histograma e Distribuição Teórica Lognormal

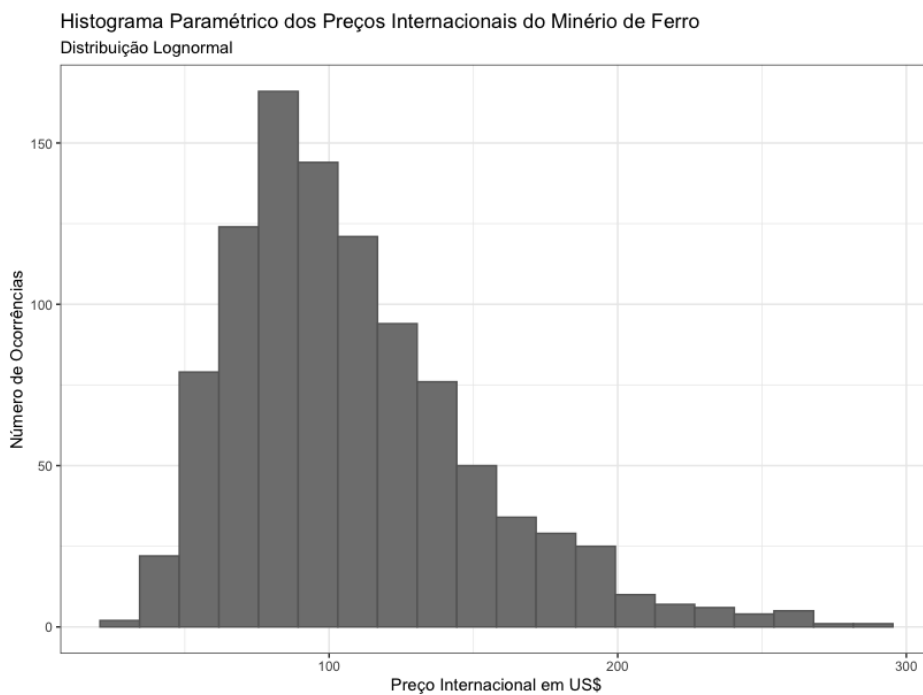


Os parâmetros para gerarmos a distribuição lognormal encontrados foram:

$$\mathit{meanlog} = 4,5829885 \text{ e } \mathit{sdlog} = 0,3918476$$

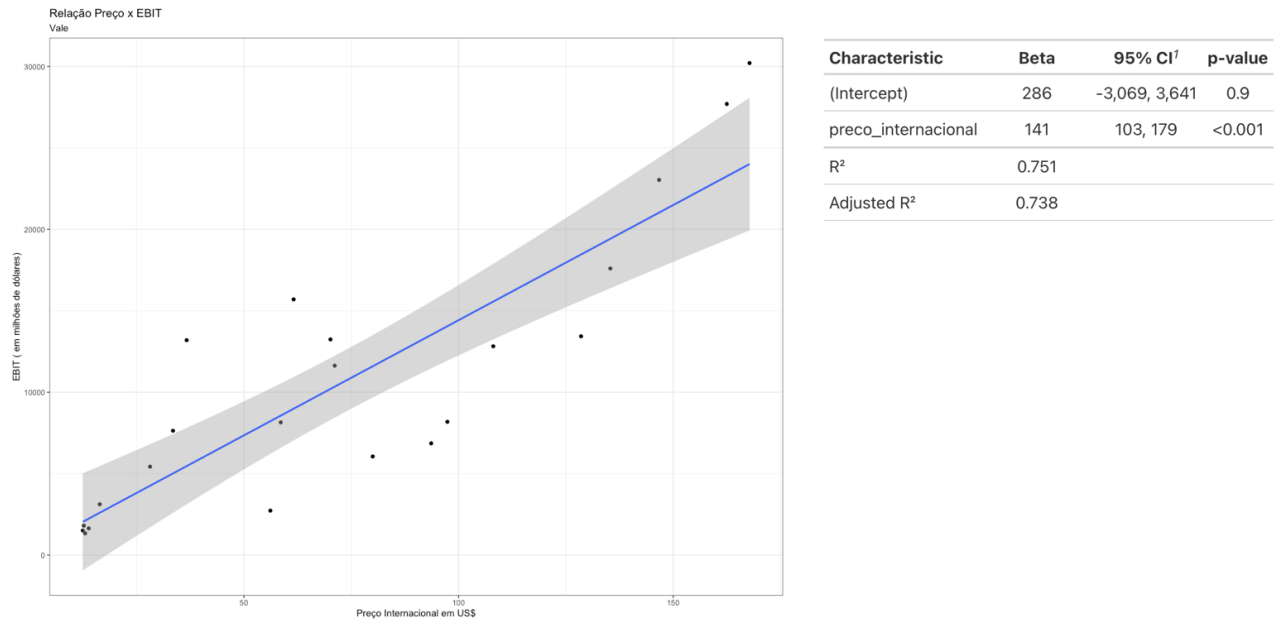
A partir dos parâmetros acima, geramos 1.000 amostras aleatórias de uma distribuição lognormal utilizando a função *rlnorm*. O resultado encontra-se no histograma abaixo:

Figura 8: Distribuição Lognormal para Preços do Minério de Ferro



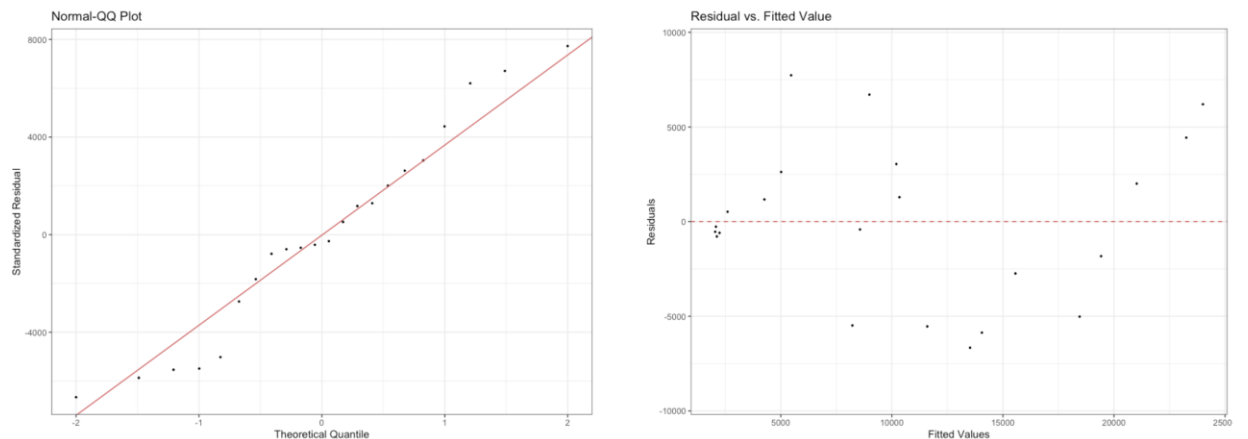
Como nosso modelo não usa como variável independente o preço do minério de ferro, mas sim o lucro operacional da companhia, faremos uma regressão entre preços do minério no mercado internacional e lucro operacional (EBIT) da Vale. Os resultados da regressão encontram-se na figura abaixo e foram ajustados a partir dos dados disponíveis no Quadro 3:

Figura 9: Resultados da Regressão Linear



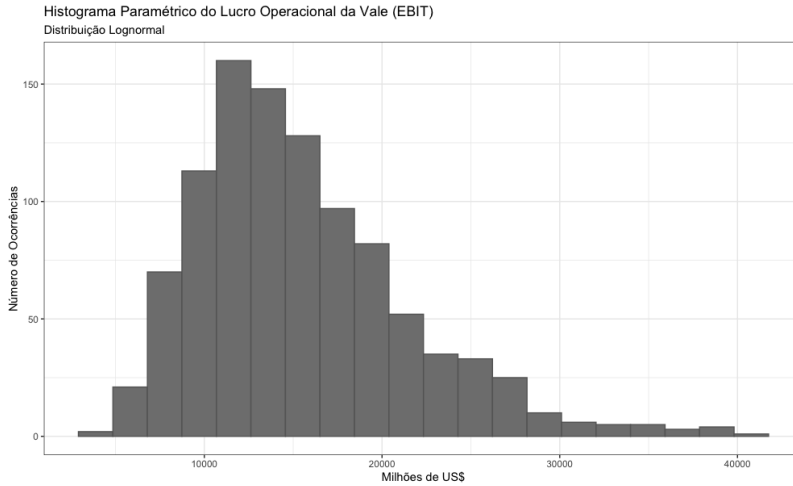
Uma análise visual dos resíduos apresentados na Figura 10 apresenta períodos de erros totalmente positivos com outros totalmente negativos. Embora essa não seja uma situação ideal, relaxaremos essa premissa e consideraremos a regressão válida para nosso modelo de previsão do lucro operacional a partir dos preços do minério de ferro.

Figura 10: Análise dos Resíduos



Assim, a partir da distribuição paramétrica dos preços do minério de ferro e da equação da regressão linear podemos gerar os valores esperados para a distribuição dos resultados operacionais (EBIT) da Vale. Os resultados podem ser vistos no histograma abaixo e possuem uma distribuição lognormal:

Figura 11: Distribuição dos Valores Esperados para o Lucro Operacional da Vale

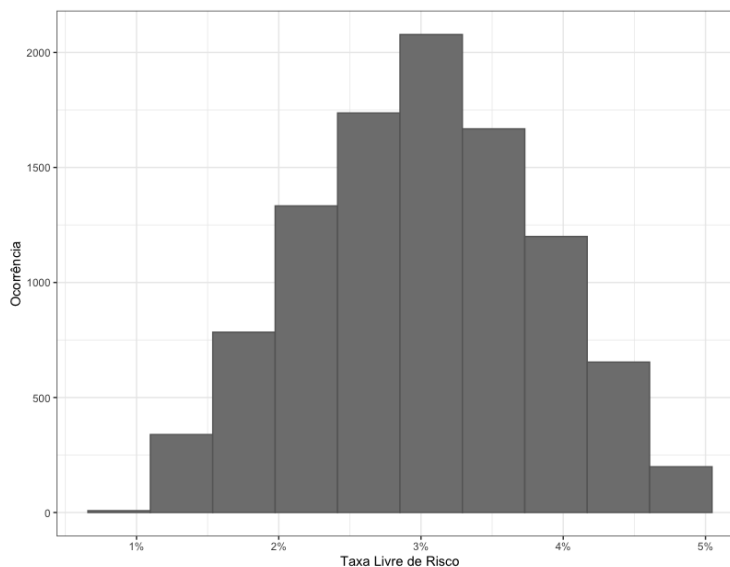


4.4.2. MODELAGEM DA VARIÁVEL WACC

O WACC ou custo ponderado de capital foi definido através da Equação 5. As variáveis que compõem a equação podem assim ser definidas:

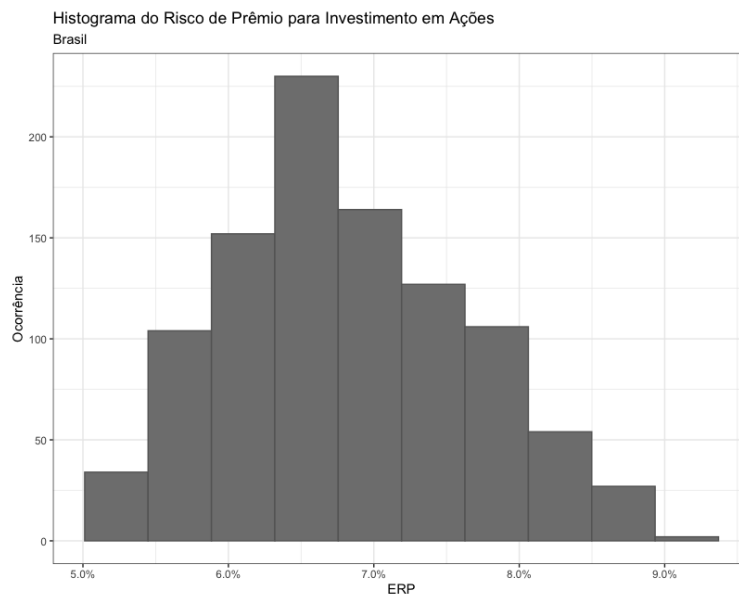
1. *Taxa Livre de Risco*: A referência para a taxa livre de risco são os títulos do governo americano de 10 anos denominados T-Bonds. A distribuição escolhida para a taxa livre de risco foi a triangular, com moda de 3%, mínimo de 1% e máximo de 5%. O resultado encontra-se na figura abaixo:

Figura 12: Distribuição de Probabilidade para a Taxa Livre de Risco



2. *Beta*: É o risco relativo que determinada ação possui em relação ao mercado. Se uma empresa possuir maior risco que o mercado, terá um *Beta* maior que 1, se tiver risco menor que o mercado terá um *Beta* menor que 1. Damodaran sugere que o *Beta* seja calculado a partir de informações disponíveis no site: <https://www.stern.nyu.edu/~adamodar/pc/datasets/betas.xls>. O *Beta* utilizado para a Vale foi de 1,26
3. *Prêmio de Risco*: É quanto o investidor médio exige de retorno adicional para investir no mercado acionário, deixando de investir nos títulos do tesouro americano considerados livre de risco. Os valores históricos podem ser encontrados no site do Professor Damodaran: <https://www.stern.nyu.edu/~adamodar/pc/datasets/histimpl.xls>. A distribuição escolhida foi a triangular com moda = 6.5%, valor mínimo de 5% e máximo de 9%.

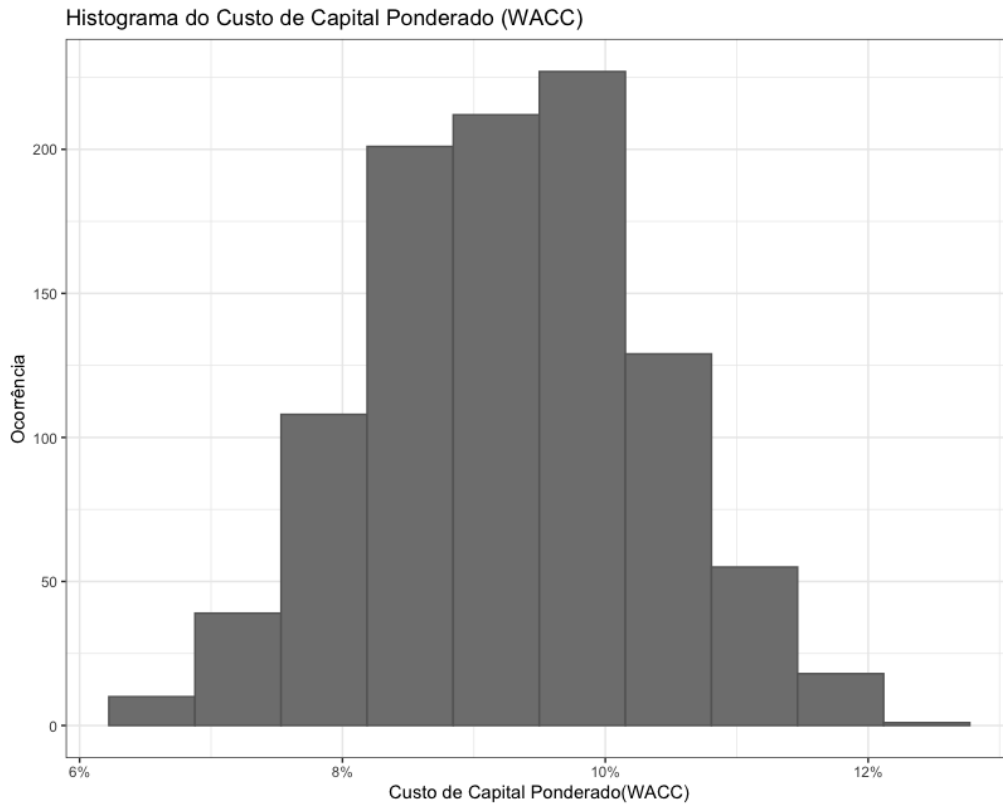
Figura 13: Distribuição para o Risco de Prêmio para Investimento em Ações



4. $\frac{D}{D+E}$: É a proporção de dívida no total de capital da companhia. Pode ser retirado diretamente das demonstrações financeiras da Vale e em 2021 era de 28%
5. $\frac{E}{D+E}$: É a proporção de equidade no total de capital da companhia. Pode ser retirado diretamente das demonstrações financeiras da Vale e em 2021 era de 72%

O resultado para a distribuição de probabilidade para o Custo Ponderado de Capital (WACC) pode ser visto na figura abaixo:

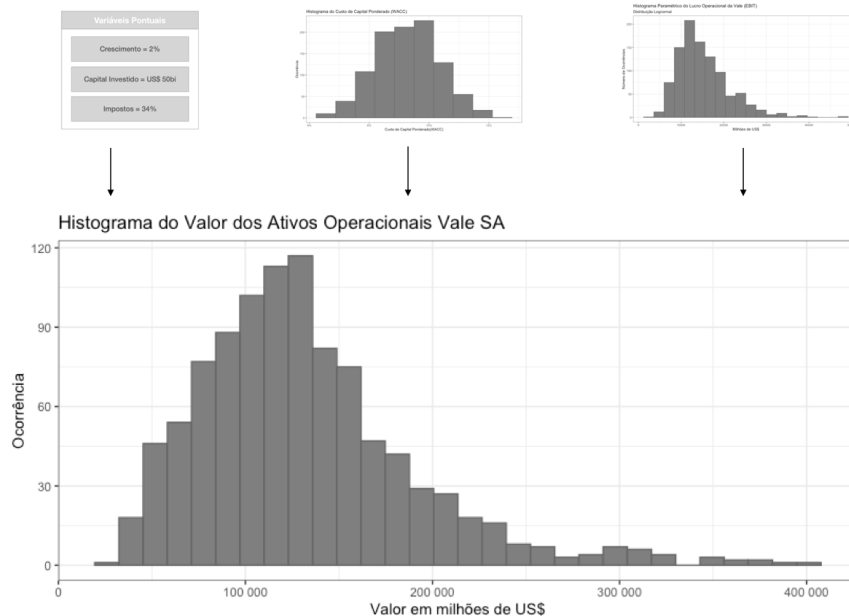
Figura 14: Distribuição de Probabilidade para o Custo Ponderado de Capital (WACC)



4.5. SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO

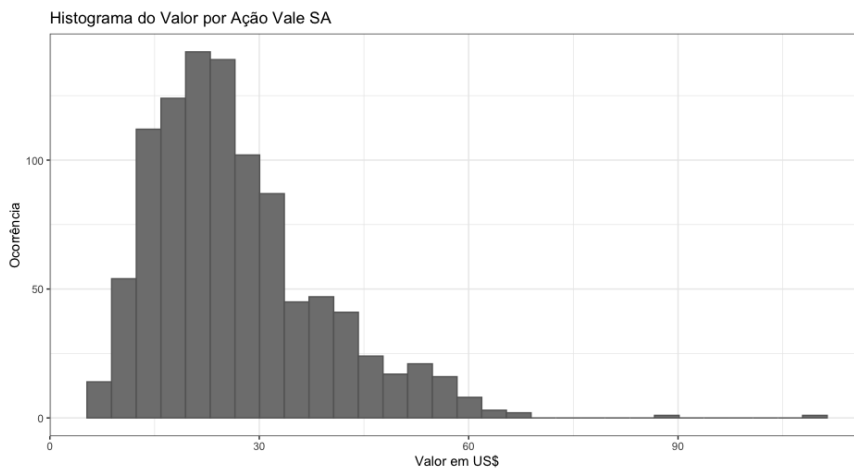
Com todos os parâmetros definidos nas seções anteriores, utilizou-se de Simulações de Monte Carlo para obtenção de uma distribuição de probabilidades para os valores esperados dos ativos operacionais da mineradora Vale. Os resultados encontram-se na figura abaixo:

Figura 15: Distribuição de Probabilidade para o Valor dos Ativos Operacionais da Vale



O valor dos ativos operacionais foi então convertido no valor por ação da empresa através da equação 11. O resultado pode ser visto na figura abaixo:

Figura 16: Distribuição dos Valores por Ação Resultantes do Modelo



5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O preço atual negociado na bolsa de valores de Nova Iorque é de US\$16,70. Na análise tradicional de avaliação de empresas, temos somente um valor pontual calculado pelo analista para compararmos com o valor negociado em bolsa das ações da companhia. Utilizando modelos probabilísticos como o utilizado neste trabalho temos, além de uma simulação mais robusta, a probabilidade dentro da distribuição obtida além da possibilidade de cálculo de um intervalo de confiança a partir do desvio padrão dos dados calculados. No nosso exemplo, temos para o preço de ação modelado a seguinte análise descritiva para o valor das ações:

Média	US\$ 26,90
Desvio Padrão	US\$ 12,00
Primeiro Quartil	US\$ 18,70
Mediana	US\$ 25,20
Terceiro Quartil	US\$ 32,50

Assim, de acordo com o modelo proposto o preço de US\$16,70 estaria no primeiro quartil sugerindo com segurança a recomendação de compra para a ação. De acordo com a modelagem proposta teríamos 20,45% de probabilidade de preços inferiores a US\$16,70 e 79,55% de preços acima deste valor.

6. REFERÊNCIAS

DALIO, R. **Principles for dealing with the changing world order**. London: Simon & Schuster, 2021. 557 pages : illustrations (colour) p. 9781471196690

1471196690.

DAMODARAN, A. **Investment valuation : tools and techniques for determining the value of any asset**. 3rd ed. Hoboken, N.J.: Wiley, 2012. xv, 974 p. p. (Wiley finance series. 9781118011522 (hardback)

111801152X (hardback).

DAMODARAN, A. **The dark side of valuation : valuing young, distressed, and complex businesses**. Third edition. ed. New York: Pearson Education, Inc., 2018a. xxii, 771 pages p. 9780134854106.

DAMODARAN, A. **Facing Up to Uncertainty: Using Probabilistic Approaches in Valuation**. p. 65. 2018b. (3237778).

GRAHAM, B.; DODD, D. L. **Security Analysis. [On the choice of investments.]**. New York: McGraw-Hill Book Co, 1934. xi, 725 pages p.