

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS**  
**ESCOLA DE ENGENHARIA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE ESTRUTURAS**

Tainan Medeiros Brandão

**MODELAGEM COMPUTACIONAL DA COLUNA TORÁCICA EM IDADE  
INFANTIL: avaliação da contribuição da cifose retificada no possível desenvolvimento  
da escoliose idiopática do adolescente.**

Belo Horizonte

2022

Tainan Medeiros Brandão

**MODELAGEM COMPUTACIONAL DA COLUNA TORÁCICA EM IDADE  
INFANTIL: avaliação da contribuição da cifose retificada no possível desenvolvimento  
da escoliose idiopática do adolescente**

**Versão Final**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de “Mestre em Engenharia de Estruturas”.

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Greco

Belo Horizonte, 17 de novembro de 2022

B817m

Brandão, Tainan Medeiros.

Modelagem computacional da coluna torácica em idade infantil  
[recurso eletrônico]: avaliação da contribuição da cifose retificada no  
possível desenvolvimento da escoliose idiopática do adolescente / Tainan  
Medeiros Brandão. - 2022.

1 recurso online (101 f. : il., color.) : pdf.

Orientador: Marcelo Greco.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Minas Gerais,  
Escola de Engenharia.

Apêndice: f. 94-101.

Bibliografia: f. 88-93.

Exigências do sistema: Adobe Acrobat Reader.

1. Engenharia de estruturas - Teses. 2. Coluna vertebral – Teses.  
3. Escoliose – Teses. 4. Método dos elementos finitos - Teses.  
I. Greco, Marcelo. II. Universidade Federal de Minas Gerais. Escola de  
Engenharia. III. Título.

CDU: 624(043)



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS



PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE ESTRUTURAS



## ATA DA DEFESA DE DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM ENGENHARIA DE ESTRUTURAS Nº: 392 DA ALUNA TAINAN MEDEIROS BRANDÃO

Às **9:30** horas do dia **17** do mês de **novembro** de **2022**, reuniu-se, na Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais - UFMG, a Comissão Examinadora indicada pelo Colegiado do Programa em **17 de outubro de 2022**, para julgar a defesa da Dissertação de Mestrado intitulada "**Modelagem Computacional da Coluna Torácica em Idade Infantil: Avaliação da Contribuição da Cifose Retificada no Possível Desenvolvimento da Escoliose Idiopática do Adolescente.**", cuja aprovação é um dos requisitos para a obtenção do Grau de MESTRE EM ENGENHARIA DE ESTRUTURAS na área de ESTRUTURAS.

Abrindo a sessão, o Presidente da Comissão, **Prof. Dr. Marcelo Greco**, após dar a conhecer aos presentes o teor das Normas Regulamentares passou a palavra à candidata para apresentação de seu trabalho. Seguiu-se a arguição pelos examinadores, com a respectiva defesa da candidata. Logo após, a Comissão se reuniu, sem a presença da candidata e do público, para julgamento e expedição do resultado final. Foram atribuídas as seguintes indicações:

**Prof. Dr. Marcelo Greco - DEES-UFMG (Orientador)**

**Prof. Dr. Estevam Barbosa de Las Casas - DEES - UFMG**

**Prof. Dr. Robinson Esteves Santos Pires - Faculdade de Medicina - UFMG**

**Prof. Dr. Carlos Rodrigo de Mello Roesler - UFSC**

Após reunião, a Comissão considerou a candidata APROVADA, conforme pareceres em anexo.

O resultado final foi comunicado publicamente a candidata pelo Presidente da Comissão. Nada mais havendo a tratar, o Presidente encerrou a reunião e lavrou a presente ATA, que será assinada por todos os membros participantes da Comissão Examinadora.

Belo Horizonte, 17 de novembro de 2022.

Observações:

1. A aprovação da candidata na defesa da Dissertação de Mestrado não significa que a mesma tenha cumprido todos os requisitos necessários para obtenção do Grau de Mestre em Engenharia de Estruturas;

2. Este documento não terá validade sem a assinatura e carimbo do Coordenador do Programa de Pós-Graduação



Documento assinado eletronicamente por **Marcelo Greco, Professor do Magistério Superior**, em 17/11/2022, às 11:52, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Estevam Barbosa de Las Casas, Diretor(a)**, em 18/11/2022, às 16:31, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Robinson Esteves Santos Pires, Professor do Magistério Superior**, em 20/11/2022, às 19:11, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Carlos Rodrigo de Mello Roesler, Usuário Externo**, em 30/11/2022, às 18:09, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Felicio Bruzzi Barros, Coordenador(a) de curso de pós-graduação**, em 07/12/2022, às 09:14, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site [https://sei.ufmg.br/sei/controlador\\_externo.php?acao=documento\\_conferir&id\\_orgao\\_acesso\\_externo=0](https://sei.ufmg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0), informando o código verificador **1893259** e o código CRC **40263E9C**.

*Dedico esta dissertação aos meus pais  
Wanderley e Mathilde. Sem eles nada seria  
possível!*

## **AGRADECIMENTOS**

À minha família por todo o suporte nos últimos anos quando o apoio psicológico e emocional foi fundamental para lidar com todas as adversidades encontradas.

Ao meu orientador prof. Dr. Marcelo Greco minha eterna gratidão por ter aceitado conduzir este trabalho e, acima de tudo, por ter sido presente e solícito a todas minhas necessidades.

À Dr. Rozilene Aroeira agradeço imensamente por disponibilizar a geometria da coluna torácica em idade infantil.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo suporte financeiro.

A todo o corpo docente do departamento de Engenharia de Estruturas da UFMG por proporcionar acesso a conteúdo de qualidade mesmo em meio aos contratemplos enfrentados durante a pandemia.

Aos colegas do grupo de biomecânica da UFMG que estão tornando a multidisciplinaridade uma realidade dentro da pós-graduação.

*“Science never solves a problem without creating ten more.”*

*(George Bernard Shaw)*



## RESUMO

A coluna vertebral é uma estrutura complexa e fundamental para o movimento e estabilidade do corpo humano. A escoliose idiopática do adolescente é uma deformidade da coluna vertebral que atinge a população de 10 a 16 anos e não há causa totalmente conhecida. Entretanto, alguns autores atrelaram o desenvolvimento e/ou progressão da doença com a hipocifose na região torácica. O Método dos Elementos Finitos vem sendo largamente utilizado para investigar o comportamento biomecânico da coluna vertebral e são muitos os estudos que tentam entender a mecânica da Escoliose Idiopática do Adolescente. Nesse contexto, o presente estudo se propõe a investigar numericamente, através do Método dos Elementos Finitos, a biomecânica da coluna torácica com geometria infantil, em condição de cifose normal e retificada, sob diversas condições de carregamento. Para melhor entendimento do tema foi elaborada uma revisão bibliográfica sobre a coluna vertebral humana, a Escoliose Idiopática do Adolescente, fundamentos de Mecânica do Contínuo, Método dos Elementos Finitos e estado da arte. Para definição da malha de elementos finitos foi desenvolvido um estudo preliminar da unidade funcional de coluna T7-T8 para estudo de convergência e qualidade de malha. Em seguida foram desenvolvidas as malhas de elementos finitos para os seguimentos em cifose e retificado. As vértebras dos modelos foram simuladas como materiais elásticos lineares e os discos intervertebrais como materiais hiperelásticos isotrópicos. Apesar de saber que os discos intervertebrais são estruturas não lineares com comportamento anisotrópico devido às fibras de colágeno, estudos preliminares aqui efetuados demonstraram que as propriedades isotrópicas hiperelásticas representam mais adequadamente o problema proposto em termos de deformação. Além do carregamento axial fisiológico foram aplicados no platô superior da vértebra T5 momentos de flexão e extensão. Por fim, os resultados mostraram maior instabilidade do segmento retificado, principalmente quando exposto a carregamentos de extensão, com maiores deslocamentos e deformações. Ainda, o deslocamento lateral da coluna, característica da escoliose, foi mais expressivo no segmento retificado, o que intensifica a hipótese de que a retificação da cifose pode estar atrelada ao desenvolvimento e/ou progressão da escoliose. Finalmente, apesar das limitações inerentes a este estudo, a simulação computacional aqui apresentada é coerente com os dados da literatura e se mostra uma ferramenta adequada para estudos biomecânicos da coluna.

Palavras-chave: coluna Vertebral; disco intervertebral; hiperelasticidade; Método dos Elementos Finitos; Escoliose.

## ***ABSTRACT***

The spine is a complex structure that is fundamental to the movement and the stability of the human body. Adolescent Idiopathic Scoliosis is a spinal deformity that affects the population aged between 10 and 16 years with no fully known cause. However, some authors link the development and/or progression of the disease to hypokyphosis in the thoracic region. The Finite Element Method has been widely used to investigate the biomechanical behavior of the spine and there are many studies that try to understand the mechanics of Adolescent Idiopathic Scoliosis. In this context, the present study proposes to numerically investigate, through the Finite Element Method, the biomechanics of the thoracic spine with child geometry for normal and rectified kyphosis conditions, under several loading conditions. For a better understanding of the subject, a literature review was prepared on the human spine, Adolescent Idiopathic Scoliosis, Fundamentals of Continuum Mechanics, Finite Element Method, and state of the art. To define the finite element mesh, a preliminary study of the T7-T8 spine functional unit was developed to study mesh convergence and quality. Then, finite element meshes were developed for the kyphosis and rectified segments. The vertebrae of the models were simulated as linear elastic materials and the intervertebral discs as isotropic hyperelastic materials. Despite knowing that intervertebral discs are non-linear structures with anisotropic behavior due to collagen fibers, preliminary studies carried out here demonstrated that the hyperelastic isotropic properties more adequately represent the proposed problems in terms of deformation. In addition to the physiological axial loading, flexion and extension moments were applied at the top of T5. Finally, the results showed greater instability of the rectified segment, especially when exposed to extension loads, with greater displacements and deformations. Furthermore, a more expressive displacement in the frontal plane was observed in the rectified segment, which intensifies the hypothesis that kyphosis rectification may be linked to the development and/or progression of scoliosis. Finally, despite the limitations inherent to this study, the computer simulation presented here is consistent with the literature data and appears to be a suitable tool for biomechanical studies of the spine.

Keywords: spine; intervertebral disc; hyperelasticity; Finite Element Method; Scoliosis.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2-1. Ilustração demonstrando os termos anatômicos utilizados na descrição da posição ou direção. ....	22
Figura 2-2. Ilustração demonstrando os planos principais do corpo humano vistos na posição anatômica.....	22
Figura 2-3. Ilustração demonstrando a anatomia da coluna vertebral: vistas anterior à esquerda, sagital esquerda ao centro e posterior à direita.....	23
Figura 2-4. Ilustração de uma vértebra típica: (a) Vista superior; (b) Vista lateral.....	24
Figura 2-5. Ilustração de uma UFC composta de duas vértebras, disco e ligamentos.....	26
Figura 2-6. Ilustração demonstrando os movimentos da coluna vertebral.....	27
Figura 2-7. Ilustração da coluna em vista lateral esquerda com indicação de curvas normais.....	28
Figura 2-8. Ilustração esquemática do disco intervertebral: A - Núcleo pulposo ao centro e lamelas formando o anel fibroso; B - Orientação das fibras em $\pm 30^\circ$ com o plano do disco.....	29
Figura 2-9. Esquerda: ilustração de uma coluna com escoliose e rotação das vértebras; Centro: radiografia panorâmica da coluna com escoliose torácica; Direita: radiografia panorâmica da coluna com escoliose lombar.....	30
Figura 2-10. Radiografias panorâmicas da coluna. Escoliose (pré-operatória) à esquerda. Ao centro e direita, vistas frontal e sagital, respectivamente, da coluna após correção parcial da escoliose através de tratamento cirúrgico com a colocação de parafusos pediculares. ....	32
Figura 2-11. Fotografia de paciente em tratamento de escoliose idiopática do adolescente com a utilização de órtese TLSO: a - vista frontal; b - vista posterior.....	32
Figura 2-12. Família de elementos finitos usuais.....	33
Figura 2-13. Geometrias usuais de elementos finitos .....	34
Figura 2-14. Discretização em elementos finitos triangulares de 3 nós de uma placa com furo central.....	34
Figura 2-15. Metodologia básica de análise em <i>software</i> de elementos finitos.....	35
Figura 2-16 - Coordenadas materiais e espaciais.....	38
Figura 2-17. Componentes de tensão nas direções x, y e z.....	40
Figura 2-18. Diagrama de tensão X deformação: A - material elástico dúctil; B - material hiperelástico.....	43

Figura 3-1. Geometria 3D da coluna em condição de cifose normal (esquerda) e retificada (direita).....	51
Figura 3-2. Geometria 3D dos seguimentos em condição de cifose normal (esquerda) e retificada (direita) com vértebras divididas em osso cortical (azul) e osso trabecular (cinza). 52	52
Figura 3-3. Gráfico de tensão mínima principal nas diferentes opções de malha. ....	55
Figura 3-4. Malha de elementos finitos do seguimento em condição de cifose normal (esquerda) e retificada (direita) com ilustração das restrições impostas na face sagital, na base da vértebra T10 e carregamentos aplicados no topo da vértebra T5.....	58
Figura 4-1. Tensão mínima principal devido ao carregamento axial (MPa).....	63
Figura 4-2. Tensão mínima principal devido ao carregamento axial combinado com extensão de 2,0 Nm (MPa). ....	63
Figura 4-3. Tensão mínima principal na região das facetas em função dos momentos.....	64
Figura 4-4. Tensões espúrias na região do contato entre as facetas (MPa).....	64
Figura 4-5. Tensão mínima principal na vértebra T9 em função dos momentos. ....	65
Figura 4-6. Tensão mínima principal na região de osso trabecular em função dos momentos. ....	65
Figura 4-7. Tensão mínima principal na região dos discos em função dos momentos. ....	66
Figura 4-8. Deslocamentos x, y e z devido a carga axial (mm). ....	66
Figura 4-9. Deslocamentos x, y e z devido a carga axial combinada com flexão de 1,0 Nm (mm). ....	67
Figura 4-10. Deslocamentos x, y e z devido a carga axial combinada com extensão de 1,0 Nm (mm).....	67
Figura 4-11. Deslocamento máximo no plano frontal (eixo x) em função dos momentos. ....	68
Figura 4-12. Deslocamento máximo axial (eixo y) em função dos momentos. ....	68
Figura 4-13. Deslocamento máximo sagital (eixo z) em função dos momentos.....	69
Figura 4-14. Deformação mínima principal nos discos em função dos momentos.....	69
Figura 4-15. Deformação mínima principal sob carregamento axial combinado com flexão de 2,0 Nm.....	70
Figura 4-16. Tensão mínima principal devido ao carregamento axial (MPa).....	71
Figura 4-17. Tensão mínima principal devido ao carregamento axial combinado com flexão de 1,0 Nm (MPa). ....	71
Figura 4-18. Tensão mínima principal devido ao carregamento axial combinado com extensão de 1,0 Nm (MPa). ....	72
Figura 4-19. Tensão mínima principal na região das facetas em função dos momentos.....	72

Figura 4-20. Tensão mínima principal na vértebra T9 em função dos momentos.....	73
Figura 4-21. Tensão mínima principal nas regiões de osso trabecular em função dos momentos. .....	73
Figura 4-22. Tensão mínima principal nos discos em função dos momentos.....	74
Figura 4-23. Deslocamentos x, y e z devido a carga axial (mm). ....	74
Figura 4-24. Deslocamentos x, y e z devido carregamento axial e flexão de 1,0 Nmm (mm).75	
Figura 4-25. Deslocamentos x, y e z devido carregamento axial e extensão de 1,0 Nmm (mm). .....	75
Figura 4-26. Deslocamento máximo frontal (eixo x) em função dos momentos. ....	75
Figura 4-27. Deslocamento máximo axial (eixo y) em função dos momentos.....	76
Figura 4-28. Deslocamento máximo sagital (eixo z) em função dos momentos.....	76
Figura 4-29. Deformação mínima principal nos discos sob carregamento axial combinado com flexão de 2,0 Nm.....	77
Figura 4-30. Deformação mínima principal nos discos em função dos momentos.....	77
Figura 4-31. Range Of Motion para as unidades funcionais T6-T7, T7-T8, T8-T9 e T9-10 no estudo de Morita et al. (2014) e no atual modelo proposto.....	79
Figura 4-32. UFC T6-T7 com ligamentos Intertransversário, Interespinhoso e Supraespinhoso. .....	79
Figura 4-33. Curva de Range Of Motion x Momento para a UFC T6-T7 no estudo de Wilke et al. (2017) e no modelo proposto. ....	80
Figura 4-34. Deformação mínima principal máxima nos discos nas condições de cifose normal e retificada versus momento.....	82
Figura 4-35. Deslocamento frontal (x) máximo nas condições de cifose normal e retificada versus momento. ....	83
Figura 4-36. Deslocamento axial (y) máximo nas condições de cifose normal e retificada versus momento.....	83
Figura 4-37. Deslocamento sagital (z) máximo nas condições de cifose normal e retificada versus momento.....	84
Figura A-1. Gráfico de tensão mínima principal máxima devido ao carregamento axial de 0,35 N/mm <sup>2</sup> e flexão/extensão de 1 Nm. ....	95
Figura A-2. Gráfico de tensão mínima principal máxima na vértebra T9 na região de osso cortical devido ao carregamento axial de 0,35 N/mm <sup>2</sup> e flexão/extensão de 1 Nm. ....	96
Figura A-3. Gráfico de tensão mínima principal máxima nas regiões de osso trabecular devido ao carregamento axial de 0,35 N/mm <sup>2</sup> e flexão/extensão de 1 Nm. ....	96

Figura A-4. Gráfico de tensão mínima principal máxima nos discos devido ao carregamento axial de 0,35 N/mm <sup>2</sup> e flexão/extensão de 1 Nm.....	97
Figura A-5. Gráfico de magnitude máxima dos deslocamentos na região de osso cortical devido ao carregamento axial de 0,35 N/mm <sup>2</sup> e flexão/extensão de 1 Nm. ....	97
Figura A-6. Gráfico de magnitude máxima dos deslocamentos na região de osso trabecular devido ao carregamento axial de 0,35 N/mm <sup>2</sup> e flexão/extensão de 1 Nm.....	98
Figura A-7. Gráfico de magnitude máxima dos deslocamentos nos discos devido ao carregamento axial de 0,35 N/mm <sup>2</sup> e flexão/extensão de 1 Nm.....	98
Figura A-8. Gráfico de deformação mínima principal máxima nos discos devido ao carregamento axial de 0,35 N/mm <sup>2</sup> e flexão/extensão de 1 Nm.....	99
Figura A-9. Deformação mínima principal máxima nos discos com modelo constitutivo linear isotrópico.....	99
Figura A-10. Deformação mínima principal máxima nos discos com modelo constitutivo Neo-Hookeano.....	100
Figura A-11. Deformação mínima principal máxima nos discos com modelo constitutivo de Holzapfel-Gasser-Ogden.....	100
Figura A-12. Deformação mínima principal máxima nos discos com modelo constitutivo de Mooney Rivlin.....	101

## **LISTA DE QUADROS**

Quadro 2-1. Descrição dos componentes típicos das vértebras. ....	25
Quadro 2-2. Parâmetros de qualidade de malha mais usuais e suas definições. ....	36

## LISTA DE TABELAS

Tabela 3-1. Opções de malhas adotadas no estudo de convergência.....	53
Tabela 3-2. Propriedades dos materiais das vértebras .....	54
Tabela 3-3. Propriedades dos materiais do disco.....	54
Tabela 3-4. Tipos de elementos finitos e quantidade.....	55
Tabela 3-5. Parâmetros de qualidade de malha – Segmento em Cifose .....	56
Tabela 3-6. Parâmetros de qualidade de malha – Segmento retificado .....	56
Tabela 3-7. Modelos constitutivos e propriedades dos materiais do núcleo pulposo nas diferentes análises. $E$ , $C_{10}$ , $C_{01}$ , $K_1$ e $K_2$ em MPa. ....	59
Tabela 3-8. Modelos constitutivos e propriedades dos materiais do anel fibroso nas diferentes análises. $E$ , $C_{10}$ , $C_{01}$ , $K_1$ e $K_2$ em MPa. ....	59
Tabela 3-9. Propriedades físicas adotadas para modelagem hiperelástica dos discos.....	61



## LISTA DE SÍMBOLOS

### Letras romanas maiúsculas

<b>B</b>	Tensor de deformação de Cauchy-Green à esquerda
<b>C</b>	Tensor de deformação de Cauchy-Green à direita
<b>E</b>	Módulo de elasticidade
<b>F</b>	Tensor gradiente de deformação
<b>I</b>	Tensor identidade
<b>J</b>	Razão volumétrica (Jacobiano)
<b>W</b>	Energia de deformação

### Letras gregas minúsculas

$\varepsilon$	Tensor de deformações infinitesimais
$\lambda$	Primeiro parâmetro de Lamé
$\mu$	Segundo parâmetro de Lamé (módulo de cisalhamento)
$\nu$	Coefficiente de Poisson
$\sigma$	Tensor de Cauchy
$\bar{\sigma}$	Primeiro tensor de Piola-Kirchhoff
$\tilde{\sigma}$	Segundo tensor de Piola-Kirchhoff

## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

CAD	Computer Aided Design
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
C3D4	Elemento tetraédrico de 4 nós
C3D8	Elemento quadrilateral de 8 nós
C3D8RH	Elemento quadrilateral de 8 nós híbrido de integração reduzida
C3D6H	Elemento prisma triangular de 6 nós híbrido
CNPq	Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico
EF	Elementos Finitos
EIA	Escoliose Idiopática do Adolescente
MEF	Método dos Elementos Finitos
NURBS	Non-Uniform Rational Basis Spline
UFC	Unidade Funcional de Coluna

# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO.....</b>	<b>16</b>
1.1	Objetivos .....	17
1.1.1	Objetivos específicos .....	17
1.2	Justificativa.....	18
1.3	Metodologia.....	19
1.4	Estrutura do texto.....	20
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....</b>	<b>21</b>
2.1	Termos anatômicos .....	21
2.2	Anatomia da coluna vertebral.....	23
2.3	Biomecânica da coluna vertebral.....	25
2.3.1	Movimentos da coluna vertebral .....	26
2.3.2	Estabilidade mecânica da coluna vertebral .....	26
2.3.3	Curvas sagitais anatômicas.....	27
2.3.4	Papel dos discos intervertebrais.....	29
2.4	Escoliose .....	30
2.4.1	Escoliose Idiopática .....	31
2.5	Elementos Finitos e parâmetros de qualidade de malha .....	33
2.5.1	Verificação, validação e qualidade de malha .....	36
2.6	Conceitos fundamentais da Mecânica do Contínuo.....	37
2.6.1	Medidas de deformação .....	37
2.6.2	Medidas de tensão.....	39
2.6.3	Relações constitutivas.....	41
2.6.3.1	Modelo constitutivo elástico linear isotrópico.....	41
2.6.3.2	Modelos constitutivos hiperelásticos .....	42
2.7	Estado da arte: estudos biomecânicos da coluna com MEF.....	47
<b>3</b>	<b>SIMULAÇÃO NUMÉRICA DA COLUNA VERTEBRAL.....</b>	<b>50</b>
3.1	Geometria .....	50
3.2	Malha de elementos finitos .....	52
3.3	Condições iniciais e de contorno .....	56
3.4	Propriedades dos materiais.....	58
<b>4</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÃO.....</b>	<b>61</b>
4.1	Segmento em cifose .....	62
4.1.1	Tensão mínima principal.....	62

4.1.2	Deslocamentos.....	66
4.1.3	Deformação mínima principal nos discos.....	67
4.2	Segmento retificado.....	70
4.2.1	Tensão mínima principal.....	70
4.2.2	Deslocamentos.....	74
4.2.3	Deformação mínima principal nos discos.....	77
4.3	Validação.....	78
4.4	Comparação dos resultados.....	81
4.5	Limitações.....	84
<b>5</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>86</b>
5.1	Conclusão.....	86
5.2	Futuros trabalhos.....	87
	<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>88</b>
	<b>APÊNDICE A.....</b>	<b>94</b>

# 1

## INTRODUÇÃO

A coluna vertebral, ou espinha dorsal, é uma estrutura complexa composta por vértebras, discos intervertebrais, ligamentos e músculos. É sua função suportar o peso da cabeça e tronco, proteger a medula espinhal, fornecer um eixo parcialmente rígido e flexível para o corpo, além de exercer papel fundamental na locomoção (MOORE; DALLEY, 2001).

A coluna humana é objeto de diversos estudos devido a sua importância para o movimento e estabilidade do corpo humano. Inúmeras doenças acometem essa região causando variados problemas, desde dores até disfunções que podem influenciar diretamente na função da coluna reduzindo a qualidade de vida das pessoas.

Dentre as muitas doenças que atingem a coluna vertebral estão as deformidades posturais. A Escoliose Idiopática do Adolescente (EIA) é uma deformidade da coluna vertebral que acomete boa parte da população entre 10 e 16 anos e, por isso, há inúmeros estudos biomecânicos envolvendo tal alteração. As causas da EIA não são totalmente definidas e há diversos estudos que investigam os possíveis fatores para o desenvolvimento da doença, dentre os mais destacados estão os fatores genéticos e biomecânicos.

O estudo da mecânica que envolve os sistemas biológicos e os seus efeitos mecânicos no movimento, tamanho, forma e estrutura do corpo é conhecido como biomecânica (LU; CHANG, 2012). A influência mecânica nos sistemas biológicos pode ser encontrada em vários níveis, desde molecular e celular, até o nível de tecido, órgão e sistema. Portanto, o estudo da biomecânica dos seres humanos abrange desde o funcionamento interno de uma célula, as propriedades mecânicas dos tecidos moles e duros, até o desenvolvimento e movimento do sistema Neuro-Musculo-Esquelético do corpo.

Como a EIA acomete a população em idade jovem é comum a dificuldade de estudos biomecânicos *in vitro* devido à ausência de peças anatômicas da coluna vertebral de indivíduos nessa faixa etária. Logo, são necessários meios alternativos para investigação mecânica da doença.

Nas últimas décadas a utilização de análises computacionais utilizando softwares de Elementos Finitos (EF) vem permitindo a análise biomecânica da coluna, tornando possível o estudo dos deslocamentos, deformações e tensões da coluna vertebral quando sujeita a diferentes carregamentos e possibilitando também o melhor entendimento de doenças como a EIA.

Assim sendo, o escopo deste trabalho será desenvolver a simulação computacional de um segmento torácico com geometria em idade infantil em condições de cifose normal e retificada sob diferentes tipos de carregamento por meio do Método dos Elementos Finitos (MEF) e, então, avaliar a influência da geometria retificada no possível desenvolvimento da EIA.

## **1.1 Objetivos**

Analisar numericamente através do MEF um segmento torácico com geometria em idade infantil em condições de cifose normal e retificada sob diversas condições de carregamentos e avaliar a influência da geometria retificada no possível desenvolvimento da EIA.

### **1.1.1 Objetivos específicos**

Como objetivos específicos pretende-se:

- I. Desenvolver melhorias locais nas geometrias 3D dos segmentos T5-T10, em idade infantil, criados anteriormente por Aroeira (2017).
- II. Desenvolver um estudo para avaliar, dentre os modelos constitutivos e propriedades materiais encontrados na literatura, aquele que melhor representa o problema proposto no presente trabalho.
- III. Desenvolver as análises numéricas dos segmentos em condição de cifose normal e retificada sob carregamento axial, flexão e extensão.

- IV. Analisar as tensões, deslocamentos e deformações nos segmentos sob as diferentes condições de carregamentos.
- V. Observar se ocorre a predisposição ao fenômeno da EIA na condição de cifose retificada.

## 1.2 Justificativa

A escoliose idiopática do adolescente é um defeito postural, sem patogênese identificada, de caráter tridimensional com deformação no plano sagital, frontal e rotação axial da coluna vertebral de adolescentes.

A EIA atinge de 1 a 3% da população de 10 a 16 anos (WEINSTEIN et al., 2008) e há um grande volume de estudos investigando esse distúrbio. Ainda não há uma causa totalmente definida para a doença, embora a etiopatogenia atual esteja mais focada em fatores genéticos e bioquímicos. Apesar disso, algumas causas biomecânicas são citadas na literatura e diversos autores (CASTELEIN; VAN DIEËN; SMIT, 2005; ROUSSOULY *et al.*, 2012; WHITE; PANJABI, 1990) atrelaram o desenvolvimento da EIA com a presença de hipocifose na região torácica.

Muitos modelos de elementos finitos da coluna têm sido usados para estudar os resultados da cirurgia de escoliose com diferentes implantes, a causa da escoliose, a biomecânica da sua progressão e a biomecânica da órtese (WANG et al., 2014). A modelagem de elementos finitos também pode melhorar a compreensão do mecanismo de desenvolvimento da escoliose do ponto de vista mecânico.

Aroeira (2017), em sua tese de doutorado, propôs um modelo torácico com retificação da cifose e assimetria ligamentar, a partir de modelagem geométrica baseada na ilustração de uma vértebra típica, com o intuito de compreender o comportamento da coluna torácica de adolescente nessa situação e avaliar o possível desenvolvimento da escoliose.

Contudo, o modelo apresentado não considerou o comportamento material não linear dos discos intervertebrais e as distintas propriedades físicas para as regiões de osso cortical e trabecular por apresentar maior complexidade a modelagem. Além disso, não foram simulados carregamentos cotidianos como flexão e extensão.

Logo, o presente trabalho se propõe, através da geometria inicial desenvolvida por Aroeira (2017), a desenvolver simulação computacional pelo MEF considerando não linearidade dos discos intervertebrais e diferentes propriedades físicas nas regiões de osso cortical e trabecular. Além disso, pretende-se aplicar carregamentos axial, flexão e extensão nos segmentos retificado e em cifose para investigar o comportamento mecânico do modelo da coluna.

### **1.3 Metodologia**

Para maior entendimento do tema, deve ser realizada uma revisão bibliográfica detalhada acerca dos seguintes temas:

- VI. anatomia, biomecânica e propriedades físicas da coluna vertebral;
- VII. escoliose;
- VIII. mecânica do contínuo;
- IX. análise computacional por elementos finitos;
- X. estudos computacionais da coluna vertebral humana utilizando o método dos elementos finitos.

A busca pelas bibliografias foi feita através das seguintes bases de dados: Scholar Google, Scopus, Science Direct, PubMed, periódicos da CAPES e nos repositórios de dissertação e teses de diversas universidades brasileiras e internacionais.

Após estabelecimento de níveis satisfatórios dos conhecimentos citados anteriormente, é necessário estabelecer a análise de uma unidade funcional da coluna torácica em idade infantil no programa Abaqus<sup>®</sup>, fundamentado no Método dos Elementos Finitos, para estudo de convergência e qualidade de malha.

Em seguida, deve-se realizar a análise pelo MEF dos seguimentos torácicos de criança em condição de cifose considerando diversos tipos de materiais para os discos intervertebrais com o intuito de estabelecer o mais adequado para o modelo proposto. Após a definição das propriedades físicas mais apropriadas para os discos deverá ser efetuada a análise numérica dos segmentos torácicos em condição de cifose normal e retificada sob carregamentos axial, flexão e extensão.



Finalmente, há de ser feita a análise dos deslocamentos, tensões e deformações dos modelos, além de observar se houve indícios de que na condição retificada há alguma propensão para o desenvolvimento da EIA.

#### **1.4 Estrutura do texto**

Este trabalho é apresentado em cinco capítulos. O capítulo 1, a introdução, onde é apresentado resumidamente o objetivo, a justificativa e a metodologia do trabalho. O Capítulo 2 compreende toda a revisão bibliográfica necessária sobre a coluna vertebral, a Escoliose Idiopática do Adolescente, fundamentos de Mecânica do Contínuo, Método dos Elementos Finitos e estado da arte. No Capítulo 3 são especificadas todas as etapas realizadas para a obtenção da geometria tridimensional da coluna, geração de malha, propriedades dos materiais e condições de contorno. No capítulo 4 são exibidos os resultados e a discussão. Por fim, no Capítulo 5 são apresentadas as conclusões da pesquisa e propostas para futuros trabalhos.

# 2

## REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1 Termos anatômicos

No presente trabalho serão frequentemente utilizados termos anatômicos universalmente padronizados para identificar superfícies corporais, planos e movimentos. Logo, serão apresentadas as definições necessárias para compreensão do texto seguinte.

Entende-se por posição anatômica aquela cuja pessoa está de pé e ereta com cabeça, olhos, mãos e dedos dos pés direcionados para frente e braços juntos ao corpo (HAMILL; KNUTZEN; DERRICK, 2016).

O termo posterior (ou dorsal) refere-se à face posterior do corpo e anterior (ou ventral) indica a região mais próxima a face frontal do corpo. Inferior refere-se a estruturas mais próximas dos pés e superior às estruturas mais próximas da cabeça (MOORE; DALLEY, 2001). A Figura 2-1 ilustra os termos anatômicos na descrição da posição e direção.

As descrições anatômicas consistem em três planos principais (frontal ou coronal, sagital e transversal ou axial) imaginários que passam através do corpo na posição anatômica. Conforme pode ser visualizado na Figura 2-2, os planos sagitais passam longitudinal e lateralmente através do corpo, quando o plano sagital divide o corpo em metades direita e esquerda, este é chamado de plano sagital médio. Os planos frontais ou coronais são aqueles longitudinais, em ângulos retos com os planos sagitais, que dividem o corpo em partes anterior (frente) e posterior (de trás). Por fim, os planos transversais são fatias horizontais que formam ângulo reto com o eixo longitudinal do corpo (MOORE; DALLEY, 2001).

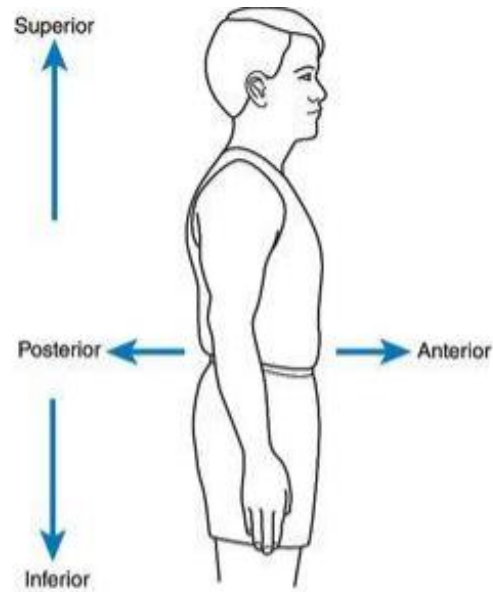


Figura 2-1. Ilustração demonstrando os termos anatômicos utilizados na descrição da posição ou direção.

Fonte: Adaptado de Hamill, Knutzen e Derrick (2016, p.12).

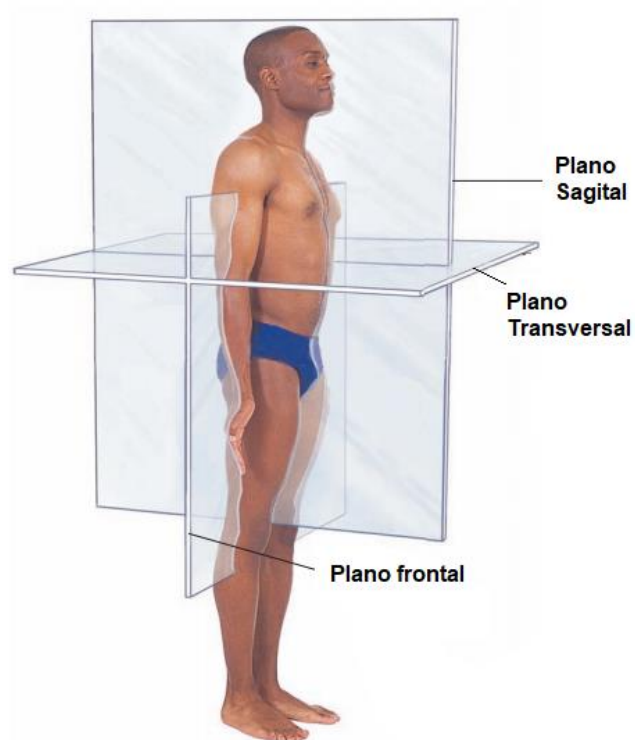


Figura 2-2. Ilustração demonstrando os planos principais do corpo humano vistos na posição anatômica

Fonte: Adaptado de Vanputte *et al.* (2017, p.18).

## 2.2 Anatomia da coluna vertebral

A coluna vertebral humana é considerada uma haste vertical composta por vértebras sobrepostas, conectadas através de discos, ligamentos e músculos. A espinha dorsal estende-se desde o crânio até o cóccix e é composta por 24 vértebras móveis, destas 7 cervicais (C I a CVII), 12 torácicas (T I a TXII), 5 lombares (L I a L V), 5 vértebras sacrais e de 3 a 5 vértebras coccígeas que se fundem formando o cóccix. A Figura 2-3 exhibe a coluna em vistas anterior, lateral esquerda e posterior.

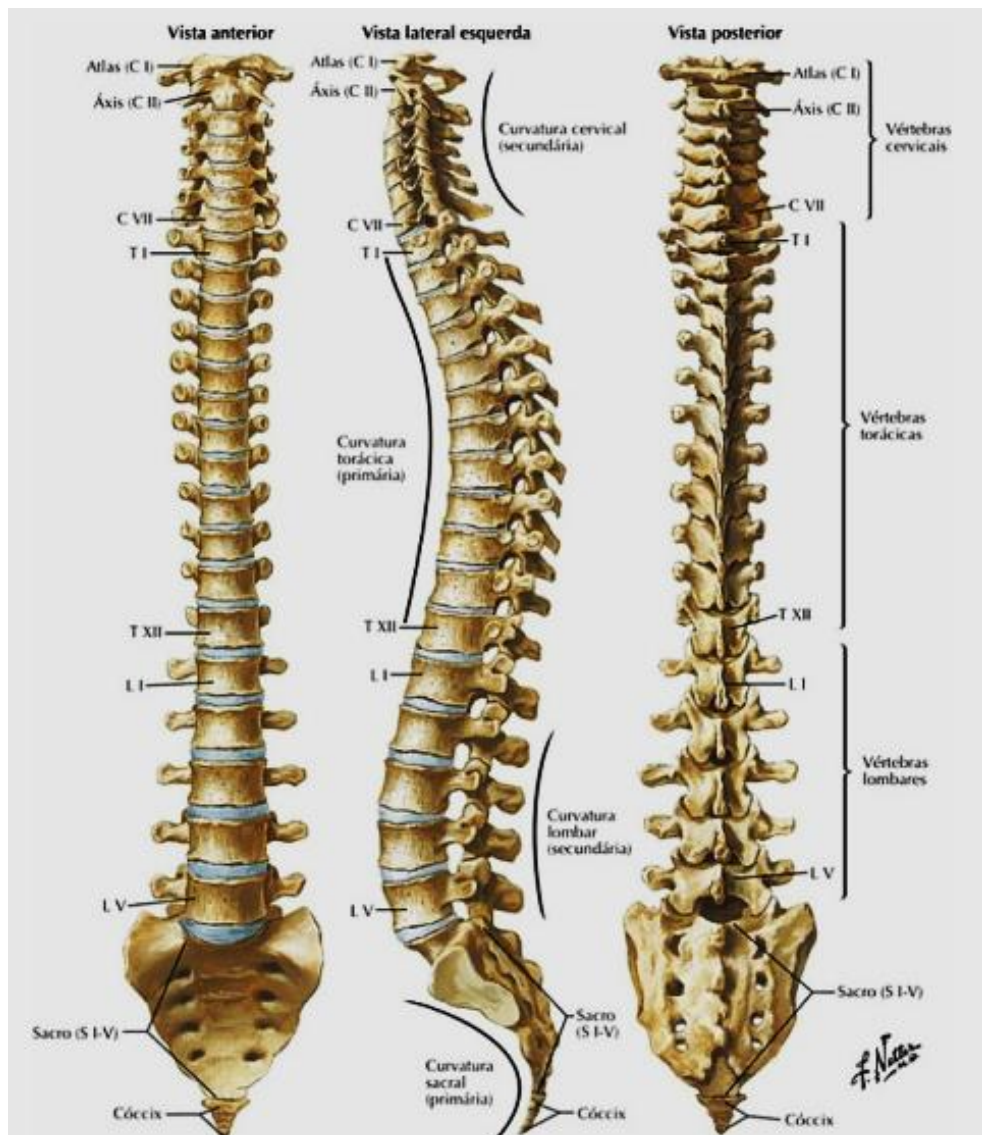


Figura 2-3. Ilustração demonstrando a anatomia da coluna vertebral: vistas anterior à esquerda, sagital esquerda ao centro e posterior à direita.

Fonte: Netter (2015, prancha 153).

O segmento cervical compõe o esqueleto axial do pescoço e suporte da cabeça, o segmento torácico sustenta a cavidade torácica, o segmento lombar suporta a cavidade abdominal e permite mobilidade entre a parte torácica do tronco e a pelve, a região sacral liga a coluna vertebral à cintura pélvica e a zona coccígea possui função no suporte do assoalho pélvico (NATOUR, 2004).

Apesar de haver variação entre os segmentos da coluna, uma vértebra típica é formada por corpo, arco e processos vertebrais, como é indicado na Figura 2-4. O corpo, geralmente em forma cilíndrica, é a parte anterior da vértebra e é constituído por parte externa mais densa formada por osso cortical e parte interna mais porosa formada por osso esponjoso ou trabecular. Os discos intervertebrais se localizam entre os corpos das vértebras e tem função de suportar carga e amortecer impactos (NATOUR, 2004).

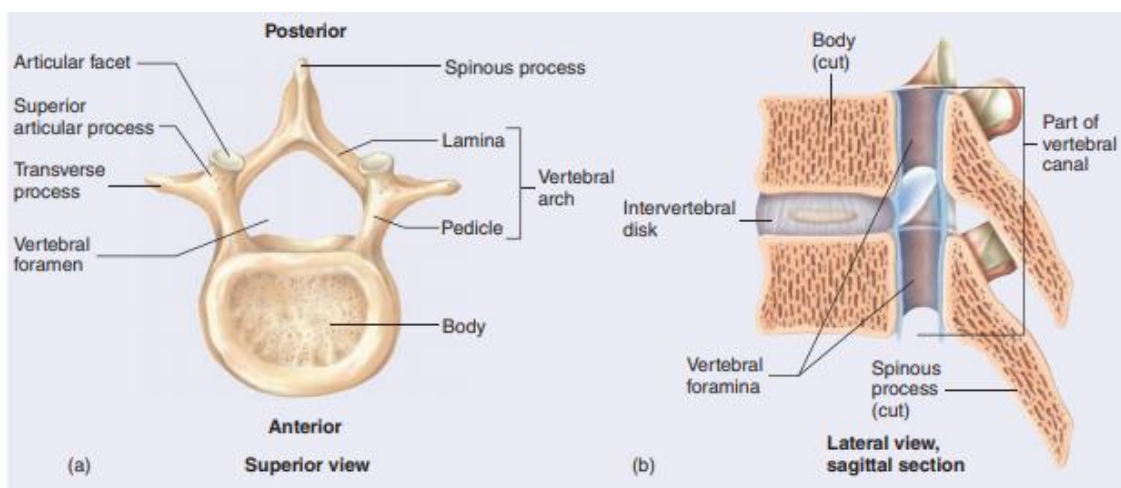


Figura 2-4. Ilustração de uma vértebra típica: (a) Vista superior; (b) Vista lateral.

Fonte: Vanputte *et al.* (2017, p.218)

O arco vertebral forma as paredes laterais e posterior do forame vertebral. Os processos são divididos em espinhoso, transverso e articulares, tem função de fortalecer a coluna e permitir o movimento (NATOUR, 2004; VANPUTTE *et al.*, 2017). O Quadro 2-1 resume a estrutura geral de uma vértebra.

Uma unidade funcional de coluna (UFC), também nomeada como segmento móvel, é composta por duas vértebras unidas pelo disco intervertebral e ligamentos como pode ser observado na figura 2-5.

Quadro 2-1. Descrição dos componentes típicos das vértebras.

<b>Estrutura</b>	<b>Descrição</b>
<b>Corpo</b>	Em forma cilíndrica, é habitualmente a parte com maiores dimensões, com superfícies achatadas que se orientam superior e inferiormente; forma a parede anterior do forame vertebral; os discos intervertebrais localizam-se entre os corpos.
<b>Forame vertebral</b>	Orifício pelo qual passa a medula espinhal; os forames vertebrais adjacentes formam o canal vertebral.
<b>Arco vertebral</b>	Forma as paredes laterais e posterior do forame vertebral; tem diversas apófises e superfícies articulares.
<b>Pedículos</b>	Um de cada lado formam a raiz do arco; formam a parede lateral do orifício vertebral.
<b>Lâminas</b>	Parte posterior do arco; formam a parede posterior do forame vertebral.
<b>Processo transversos</b>	Apófises que se dirigem lateralmente a partir da junção da lâmina com o pedículo; local de inserção muscular.
<b>Processo Espinhoso</b>	Apófise que se dirige posteriormente a partir da junção das duas lâminas; local de inserção de músculos; reforça a coluna vertebral, permitindo-lhe movimento.
<b>Processo articular</b>	Projeções superiores e inferiores contendo facetas articulares onde as vértebras se articulam; fortalecem a coluna vertebral e permitem o movimento.

Fonte: Adaptado de Vanputte *et al.* (2017, p.218).

### 2.3 Biomecânica da coluna vertebral

A biomecânica é uma ciência que aplica leis mecânicas a um organismo vivo em condições normais e anormais, a fim de estudar os aspectos mecânicos e biológicos dos músculos, articulações, ligamentos e suas estruturas circundantes.

A coluna vertebral é uma estrutura com comportamento mecânico em que as vértebras se articulam umas com as outras através das facetas articulares, discos, ligamentos e músculos. A espinha dorsal apresenta três funções principais: proteger a medula espinhal de quaisquer forças e movimentos danosos; suportar o peso da cabeça e do tronco e permitir os movimentos fisiológicos entre cabeça, tronco e pelve (WHITE; PANJABI, 1990).

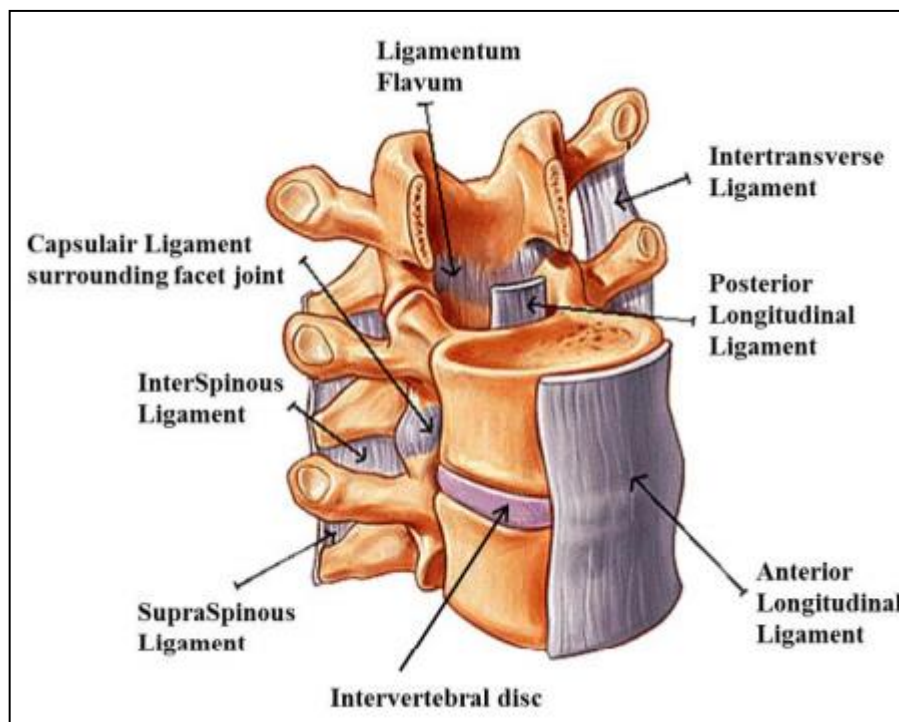


Figura 2-5. Ilustração de uma UFC composta de duas vértebras, disco e ligamentos.

Fonte: Meijer (2011, p13).

### 2.3.1 Movimentos da coluna vertebral

Vértebras adjacentes apresentam apenas movimentos limitados, mas a combinação dos movimentos de todo um segmento é capaz de conferir mobilidade a toda a coluna. São possíveis movimentos de flexão, extensão, rotação axial e flexão lateral (lateralização) conforme é ilustrado na Figura 2-6. A flexão é o movimento mais destacado da coluna vertebral (NATOUR, 2004).

### 2.3.2 Estabilidade mecânica da coluna vertebral

A instabilidade clínica é a incapacidade da coluna de manter, sob cargas fisiológicas, seu padrão de deslocamento, causando assim deformidade estrutural e/ou dor incapacitante (WHITE; PANJABI, 1990) .

Panjabi (1992) divide a estabilidade da coluna em três subsistemas: (1) passivo, composto pelas vértebras, articulações facetárias, discos intervertebrais e ligamentos; (2) ativo, formado pelos

músculos e tendões; e (3) neural, integrado por vários transdutores de força e movimento, localizados nos ligamentos, tendões e músculos, e nos centros de controle neural. Os três subsistemas são funcionalmente interdependentes.



Figura 2-6. Ilustração demonstrando os movimentos da coluna vertebral.

Fonte: Adaptado de Natour (2004, p.36).

### 2.3.3 Curvas sagitais anatômicas

A coluna vista do plano frontal é reta e simétrica. No plano sagital apresenta quatro curvas fundamentais, convexas anteriormente nas regiões cervical e lombar (lordose) e convexas posteriormente nas regiões torácica e sacral (cifose) (Figura 2-7). Segundo White e Panjabi



(1990) essas curvas normais dão à coluna maior flexibilidade, capacidade de absorção de choque aumentada e mantêm rigidez e estabilidade adequada.

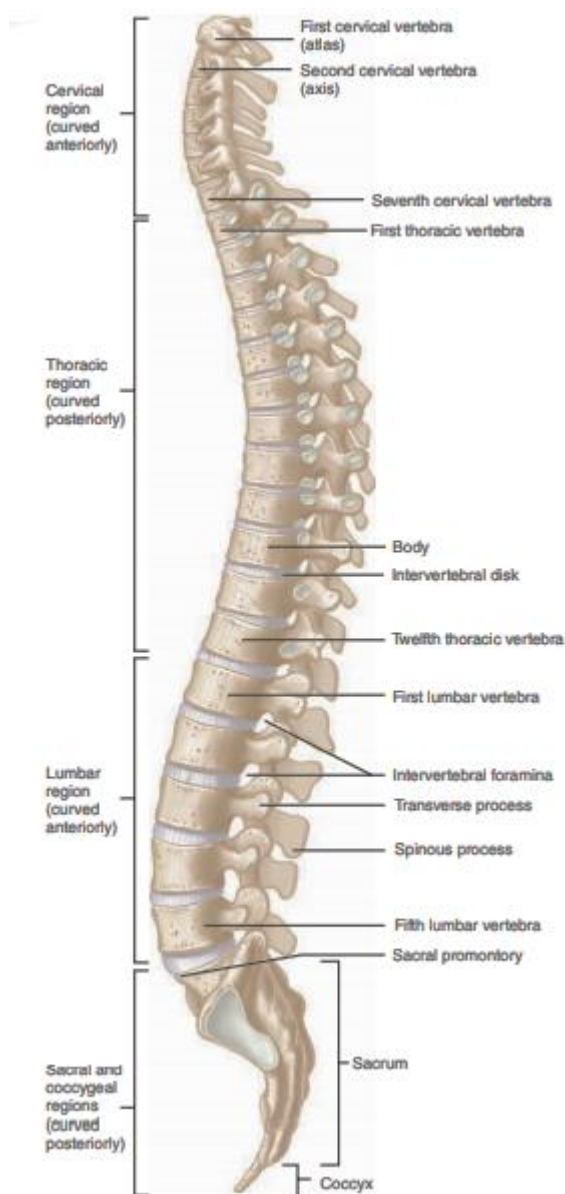


Figura 2-7. Ilustração da coluna em vista lateral esquerda com indicação de curvas normais.

Fonte: Vanputte *et al.* (2017, p.216).

As cifoses torácicas e sacrais são consideradas primárias por serem naturais nos seres humanos desde o nascimento. A cifose torácica primária varia entre 20° e 50° em colunas saudáveis. As lordoses cervicais e lombares são ditas como secundárias por serem adquiridas após o nascimento (AROEIRA, 2017). Mudanças nessas curvas normais da coluna humana podem ser o gatilho para diversos tipos de instabilidades.

### 2.3.4 Papel dos discos intervertebrais

Os discos intervertebrais são estruturas elásticas de comportamento não linear e anisotrópico que fazem a ligação entre vértebras adjacentes e são compostas por núcleo pulposo e anel fibroso. O disco intervertebral suporta em predomínio tensões de compressão, no entanto está sujeito também a momentos, tensões de tração e cisalhamento, a depender do tipo de movimento que a coluna está sujeita (WHITE; PANJABI, 1990).

O disco tem um papel importante na dissipação da energia mecânica da coluna, através das deformações que estes sofrem ao receber as forças solicitantes. Essa função é exercida pela combinação das propriedades incompressíveis do núcleo pulposo, similares a um líquido, e das características elásticas do anel fibroso, atuando de forma conjunta para a dissipação e transmissão de forças (NATOUR, 2004).

O núcleo pulposo, que ocupa o centro do disco em cerca de 30 a 50%, é branco, brilhante e semi-gelatinoso. É altamente elástico e comporta-se como um fluido. Funciona como um eixo de movimento entre as vértebras adjacentes e absorve as forças atuantes (NATOUR, 2004; WHITE; PANJABI, 1990).

O anel fibroso é constituído de lamelas concêntricas de fibras orientadas a 30°, dispostas em forma de espiral, apresentando direção oposta de camada para camada (Figura 2-8). Dentre as funções do anel fibroso estão: ajudar a estabilizar os corpos vertebrais adjacentes; permitir o movimento entre as vértebras; atuar como ligamento acessório; garantir que o núcleo pulposo permaneça em sua posição e amortecer forças atuantes (NATOUR, 2004; WHITE; PANJABI, 1990).

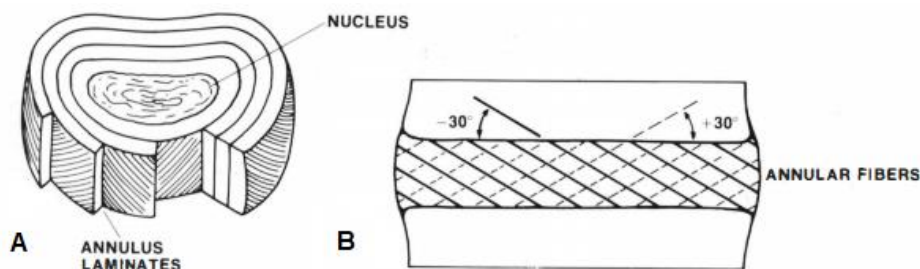


Figura 2-8. Ilustração esquemática do disco intervertebral: A - Núcleo pulposo ao centro e lamelas formando o anel fibroso; B - Orientação das fibras em  $\pm 30^\circ$  com o plano do disco.

Fonte: Adaptado de White e Panjabi (1990, p.5).

## 2.4 Escoliose

As alterações posturais podem ser classificadas em dois tipos: vícios posturais e deformidades posturais. Os vícios posturais são extrínsecos a coluna vertebral e estão situados na musculatura, quadril ou membros inferiores. Não é necessário nenhum procedimento para correção, sendo necessário apenas controle postural do próprio paciente.

As deformidades posturais são alterações intrínsecas e definitivas da coluna vertebral e só podem ser corrigidos através de tratamento médico cirúrgico ou não cirúrgico. Tais defeitos podem ser classificados em escoliose, hipocifose, hipercifose, hipolordose e hiperlordose (NATOUR, 2004).

A escoliose é uma deformidade postural caracterizada pela deformação tridimensional da coluna com deslocamentos laterais no plano frontal e rotação axial da coluna (Figura 2-9). Os mais comuns tipos de escoliose são: idiopática, congênita e degenerativa.



Figura 2-9. Esquerda: ilustração de uma coluna com escoliose e rotação das vértebras; Centro: radiografia panorâmica da coluna com escoliose torácica; Direita: radiografia panorâmica da coluna com escoliose lombar.

Fonte: Meijer (2011, p13).

### 2.4.1 Escoliose Idiopática

A escoliose idiopática é a mais frequente e não tem causa totalmente conhecida. Kouwenhoven e Castelein (2008) fizeram uma revisão de literatura com intuito de mostrar os possíveis fatores intrínsecos ao desenvolvimento da escoliose idiopática, dentre as listadas: genética, distúrbios no crescimento e desenvolvimento da coluna, alterações nos discos intervertebrais e ligamentos.

Zaydman *et al.* (2021) desenvolveram uma revisão de literatura sobre a etiopatogenia da doença dividindo as causas entre biomecânicas/musculoesqueléticas e genéticas. Dentre as hipóteses mais atuais de causa da EIA estão os fatores genéticos que envolvem as proteínas dos tecidos conectivos e genes associados à puberdade e crescimento.

Ademais, com foco nas possíveis causas mecânicas da doença, diversos autores (CASTELEIN; VAN DIEËN; SMIT, 2005; ROUSSOULY *et al.*, 2012; WHITHE; PANJABI, 1990) sugerem que a retificação da coluna em plano sagital pode apresentar maiores chances de desenvolvimento e/ou progressão da deformidade.

A escoliose idiopática é designada por infantil se tem início em crianças até os 3 anos de idade, juvenil entre a faixa etária de 3 e 10 anos e adolescente caso tenha início a partir dos 10 anos de idade (NATOUR, 2004). A escoliose idiopática do adolescente equivale a 80% de todos os casos de escoliose e atinge cerca de 1 a 3% da população entre 10 e 16 anos (AROEIRA, 2017; WEINSTEIN *et al.*, 2008).

A máxima progressão da EIA acontece durante o crescimento corporal, acometendo majoritariamente o sexo feminino. Há indicação cirúrgica quando as curvas alcançam ângulos maiores que 45° (Figura 2-10), em casos de menor deformação a correção ou impedimento da progressão pode ser feita através de órteses (Figura 2-11) (AROEIRA, 2017).



Figura 2-10. Radiografias panorâmicas da coluna. Escoliose (pré-operatória) à esquerda. Ao centro e direita, vistas frontal e sagital, respectivamente, da coluna após correção parcial da escoliose através de tratamento cirúrgico com a colocação de parafusos pediculares.

Fonte: Lonner (2019).

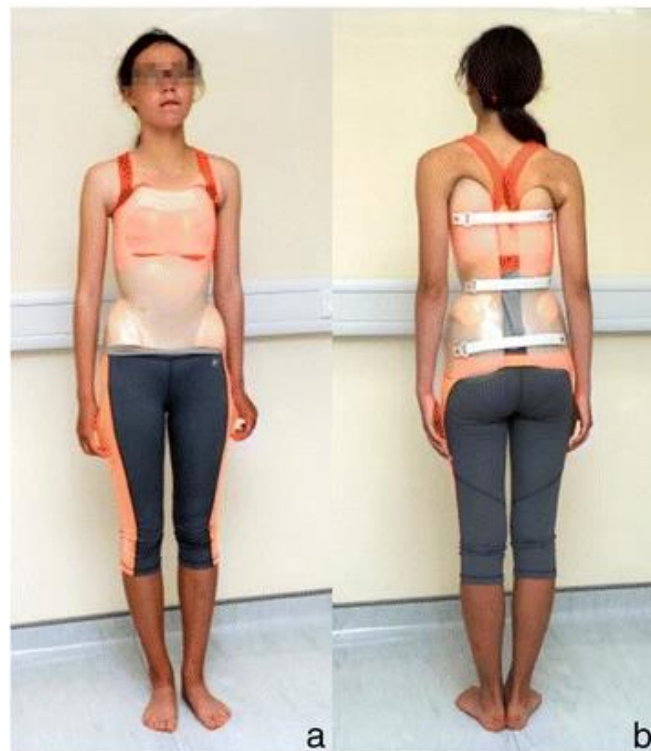


Figura 2-11. Fotografia de paciente em tratamento de escoliose idiopática do adolescente com a utilização de órtese TLSO: a - vista frontal; b - vista posterior.

Fonte: Kwan *et al.* (2017).

## 2.5 Elementos Finitos e parâmetros de qualidade de malha

Muitos fenômenos em engenharia e ciências podem ser descritos em termos de equações diferenciais parciais. O Método dos Elementos Finitos é baseado em aproximações numéricas de domínio (interpolação de funções exatas em determinados pontos nodais, aproximações para continuidades, formulações fraca, forte e híbrida, integração numérica completa e reduzida, entre outras) com as quais essas equações diferenciais parciais podem ser resolvidas de modo aproximado em todo domínio analisado. A ideia básica do MEF é dividir a geometria do problema em elementos finitos (discretos) conectados por nós e, usando funções aproximadoras, obter uma solução estimada (FISH; BELYTSCHKO, 2007).

O MEF é largamente utilizado no campo da mecânica dos sólidos devido à facilidade para tratar geometrias complexas através da discretização em elementos finitos. Em alguns programas comerciais baseados no método é possível discretizar, através da análise Isogeométrica, a geometria gerada com auxílio de um programa CAD (Computer Aided Design) que utiliza o modelo matemático Non-Uniform Rational Basis Spline (NURBS) como modelo matemático para desenvolver as geometrias.

Existem diversos tipos e classificações para os elementos finitos, que devem ser selecionados de acordo com as particularidades de cada problema, as Figuras 2-12 e 2-13 ilustram as famílias e tipos de elementos mais usuais e a figura 2-13 traz um exemplo de discretização com elementos finitos triangulares de três nós de uma placa com furo central.

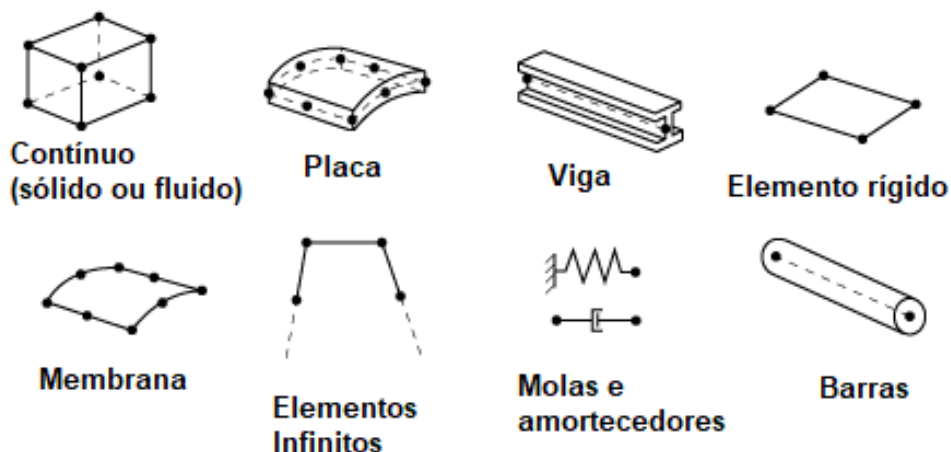


Figura 2-12. Família de elementos finitos usuais.

Fonte: Dassault Systèmes Simulia Corp. (2014).

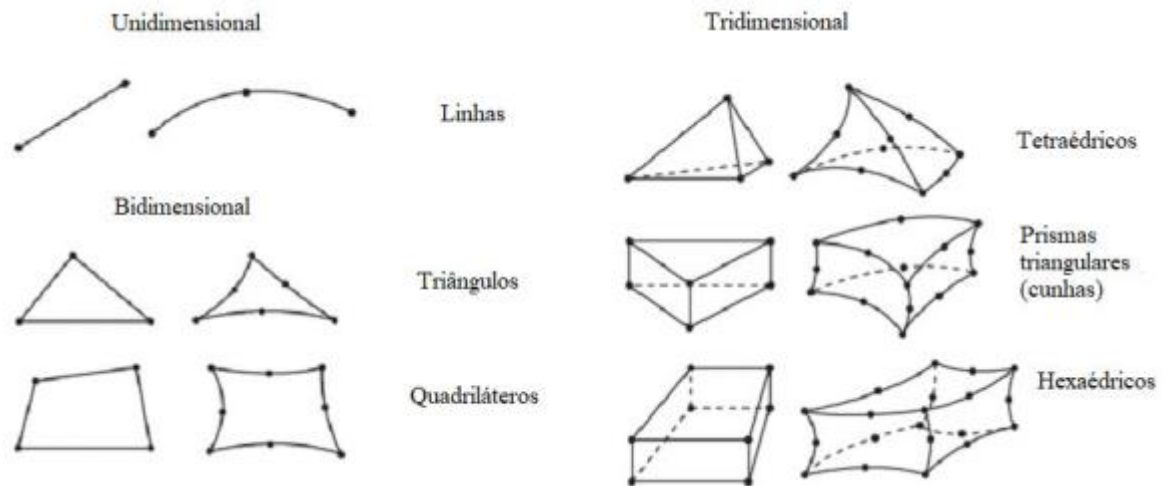


Figura 2-13. Geometrias usuais de elementos finitos

Fonte: Dassault Systèmes Simulia Corp. (2014).

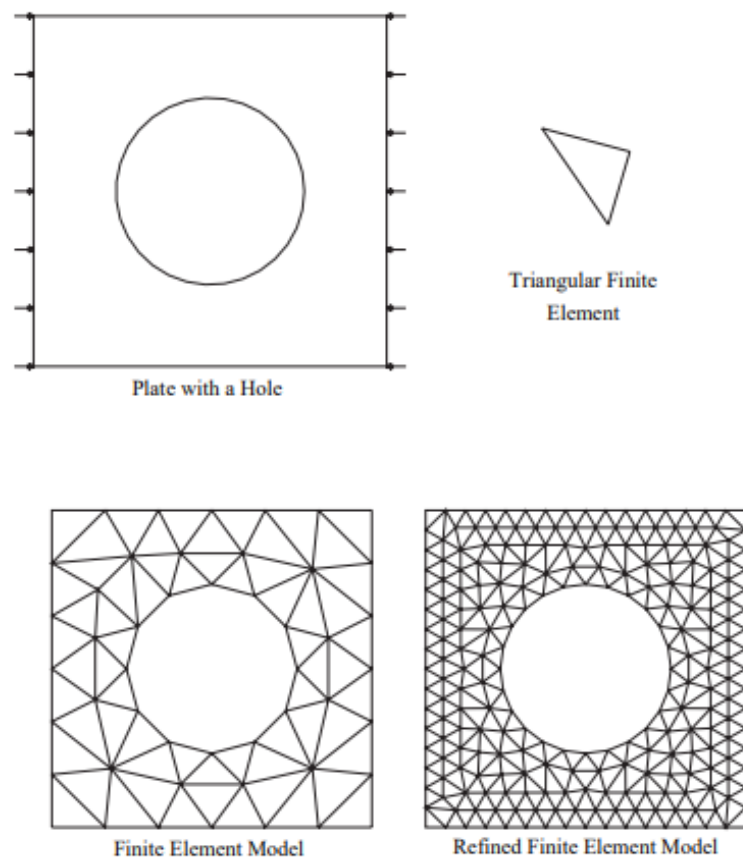


Figura 2-14. Discretização em elementos finitos triangulares de 3 nós de uma placa com furo central.

Fonte: Fish e Belytschko (2007).



As análises por *software* de elementos finitos são divididas em pré-processamento, análise e pós-processamento. Na fase de pré-processamento são definidas as geometrias, os materiais e seções, as condições de contorno e carregamento e a geração das malhas. A etapa de análise envolve o processo de simulação numérica. Por fim, o pós-processamento compõe a apresentação dos resultados da análise. O fluxograma apresentado na Figura 2-15 exemplifica o processo de forma resumida.

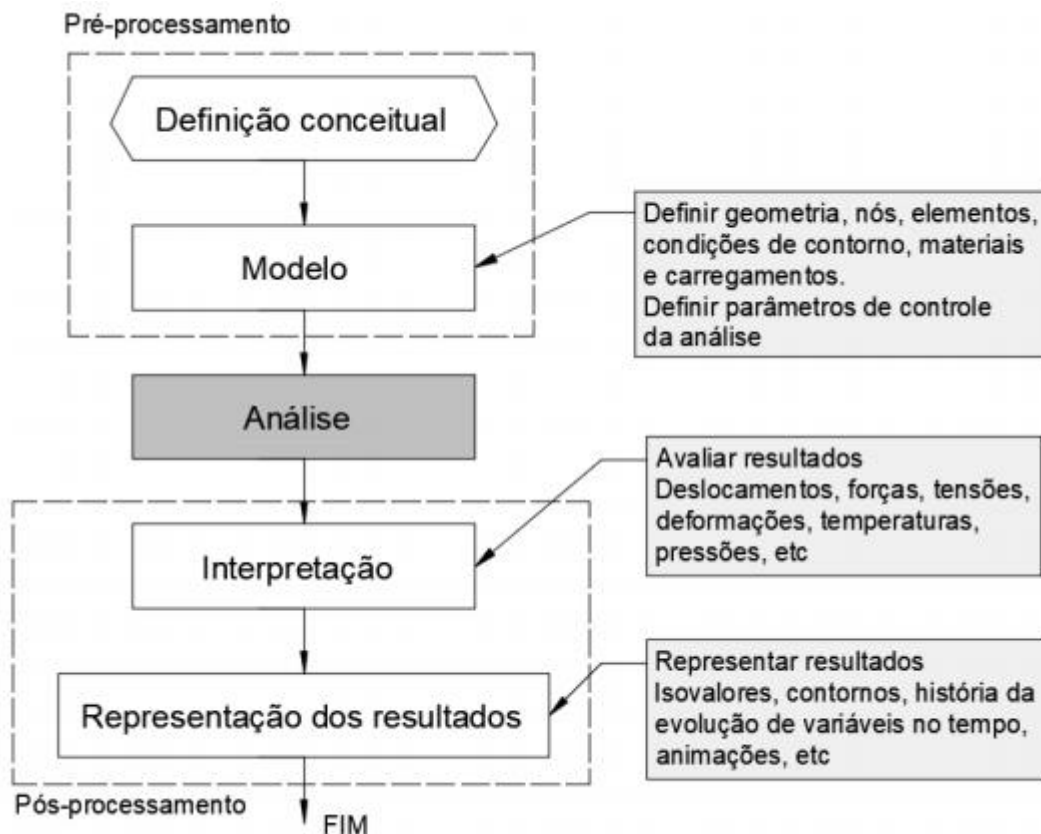


Figura 2-15. Metodologia básica de análise em *software* de elementos finitos.

Fonte: Dias *et al.* (2010).

Existem inúmeros *software* de análise por elementos finitos, dentre os mais conhecidos estão: MSC NASTRAN<sup>®</sup>, Ansys<sup>®</sup>, Femap<sup>®</sup>, HyperWorks<sup>®</sup> e Abaqus<sup>®</sup>. Esses softwares permitem desenvolver a geometria dentro do próprio programa ou importar geometrias CAD complexas de outros softwares de modelagem 3D.

Neste trabalho foi utilizado o programa comercial Abaqus<sup>®</sup>, que apresenta a vantagem de já possuir implementado em seu código o modelo material hiperelástico anisotrópico de



Holzapfel, Gasser e Ogden (2000) que será avaliado como uma das possíveis opções de modelo constitutivo para o anel fibroso dos discos intervertebrais.

### 2.5.1 Verificação, validação e qualidade de malha

A verificação de um modelo é definida como o processo de determinar se o modelo computacional representa com precisão as equações matemáticas subjacentes e suas soluções. A validação é definida como o processo de determinar o grau em que um modelo computacional representa a situação real pretendida. A principal etapa do processo de validação é a comparação dos resultados obtidos pelo modelo com os resultados observados nos experimentos de validação (ASME, 2012).

Quadro 2-2. Parâmetros de qualidade de malha mais usuais e suas definições.

Parâmetro	Descrição
“Aspect Ratio”	É a relação entre a maior e menor aresta do elemento. É recomendado que a relação não seja maior do que 5.
“Jacobian”	Desvio de um elemento de sua forma ideal. O valor jacobiano varia de 0 a 1 onde 1 representa um elemento de forma perfeita. Valores acima de 0,5 são aceitáveis.
“Tetra Collapse”	Nesse critério a altura do elemento tetra é medida de cada um dos quatro nós até sua face oposta, e então dividida pela raiz quadrada da área da face. O valor ideal para o parâmetro é igual a 1 e são aceitáveis valores maiores que 0,1.
“Warpage”	É definido como a quantidade pela qual um elemento, ou a face de elemento sólido, se desvia de ser plana. Esta verificação só se aplica a elementos quadriláteros. Empenamento de até 10° é geralmente aceitável.
“Skew”	Skew para elemento quadrilátero: 90° menos o ângulo mínimo entre as duas linhas que unem os lados médios opostos do elemento. Skew para elemento triangular = 90° menos o ângulo mínimo entre as linhas de cada nó para o lado médio oposto e entre os dois lados médios adjacentes em cada nó do elemento. Ângulos menores que 45° são aceitáveis.
“Volumetric Skew”	Aplicável apenas a elementos tetraédricos. O fator de forma para um elemento é determinado dividindo-se o volume do elemento pelo volume de um tetraedro ideal (equilátero) do mesmo <i>circumradius</i> . No caso de elementos tetraédricos, o <i>circumradius</i> é o raio de uma esfera que passa pelos quatro vértices do tetraedro. Medidas menores que 0,7 são aceitáveis.
“Stretch”	É a medida do alongamento de um dado elemento. O valor ideal é 1,0 e valores acima de 0,2 são aceitáveis.
“Min./Max angle”	Mínimos e máximos ângulos entre as arestas das faces dos elementos. Para elementos quadriláteros os ângulos devem estar entre 45° e 135° e para elementos tetraédricos os valores devem estar entre 20° e 120° graus.

Fonte: Altair (2020).

A qualidade da malha utilizada é outro fator a ser analisado nas modelagens em *software* de elementos finitos, os próprios *software* de modelagem MEF trazem um conjunto de métricas com o intuito de verificar a qualidade da malha utilizada. O HyperMesh, programa utilizado no presente trabalho para geração de malhas, disponibiliza os indicadores de qualidade de malha definidos no Quadro 2-2.

## 2.6 Conceitos fundamentais da Mecânica do Contínuo

O estudo do comportamento mecânico de estruturas, inclusive as biológicas, depende de uma análise cuidada do comportamento dos materiais constituintes. Para tal é necessário o entendimento de conceitos relacionados a Mecânica do Contínuo como deslocamento, deformação e tensão. Por isso, a seguir é apresentada uma breve revisão sobre o assunto baseado nos textos de Mal e Singh (1991), Holzapfel (2000), Marczak e Iturrioz (2006), Jakel (2010) e Argenta (2020).

### 2.6.1 Medidas de deformação

A mecânica do contínuo é baseada na suposição que o material está distribuído continuamente em certa região do espaço. A aplicação de cargas externas causa mudanças na posição relativa das partículas dos materiais.

Imaginando que uma partícula P de um dado material ocupa uma posição  $X$  na configuração inicial (coordenada material ou lagrangiana) no espaço  $R_0$  e que após a aplicação de ações externas essa mesma partícula ocupa a posição  $x$  (coordenadas espaciais ou eulerianas) no espaço  $R_t$  no tempo  $t$ , conforme Figura 2-16. A coordenada espacial ( $x_l$ ) pode ser considerada uma função da coordenada material e do tempo, conforme a seguinte expressão:

$$x_l = x_l(X, t) \quad (2.1)$$

O inverso também é verdadeiro, de forma que:

$$X_k = X_k(x, t) \quad (2.2)$$

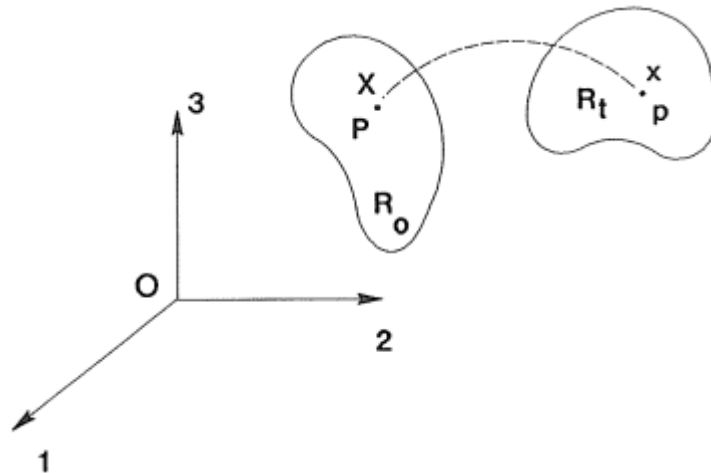


Figura 2-16 - Coordenadas materiais e espaciais.

Fonte: Mal e Singh (1991).

Uma partícula vizinha a P ocupa a posição  $X_k + dX_k$  na posição inicial e  $x_l + dx_l$  na posição final. Logo:

$$dx_l = x_{l,k} dX_k \quad (2.3)$$

A derivada parcial da coordenada espacial com relação a coordenada material é conhecida como tensor gradiente de deformação e é representado pela letra  $\mathbf{F}$ , conforme equação 2.4.

$$\mathbf{F} = F_{lk} = x_{l,k} = \frac{\partial x_l}{\partial X_k} \quad (2.4)$$

O tensor  $\mathbf{F}$  é objetivo e possui a desvantagem de não ser simétrico o que prejudica seu uso como medida de deformação. Todavia, por ser de simples avaliação, é bastante empregado na definição de outras medidas de deformação, como, por exemplo, os tensores de deformação de Cauchy-Green que são simétricos.

Os tensores de deformação de Cauchy-Green admitem a seguinte forma:

$$\mathbf{C} = \mathbf{F}^T \mathbf{F} \quad (2.5)$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{F} \mathbf{F}^T \quad (2.6)$$

e são chamados de tensor à direita ( $\mathbf{C}$ ) e à esquerda ( $\mathbf{B}$ ).

O tensor de Cauchy-Green admite os três invariantes principais dados por:

$$I_1 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 \quad (2.7)$$

$$I_2 = \lambda_1^2 \lambda_2^2 + \lambda_2^2 \lambda_3^2 + \lambda_1^2 \lambda_3^2 \quad (2.8)$$

$$I_3 = \lambda_1^2 \lambda_2^2 \lambda_3^2 = J^2 \quad (2.9)$$

$J$  é a razão volumétrica total (Jacobiano), também dada por  $|\mathbf{F}|$ , que para materiais incompressíveis é igual a 1.

No caso de deformações infinitesimais é possível desprezar as parcelas de segunda ordem dos tensores de deformação. Além disso, não há distinção entre coordenadas naturais e espaciais. Então, chega-se na seguinte expressão:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (2.10)$$

onde:

$\varepsilon_{ij}$  é chamado de tensor de deformações infinitesimais;

$u_{i,j}$  são as derivadas parciais dos deslocamentos em todas as direções.

### 2.6.2 Medidas de tensão

Assim como na deformação, quando se trata de tensão existem várias formas de medidas. Dentre os tensores mais conhecidos estão o de Cauchy e Piola-Kirchhoff.

O tensor de tensão de Cauchy ou tensão verdadeira é medido na condição deformada e é obtido através do vetor de tensões (*traction*). O vetor de tensões em um volume infinitesimal é dado por:

$$t(y_i, e_i) = \sigma_{ij} e_j \quad (2.11)$$

em que  $y_i$  são pontos nas faces normais aos vetores unitários  $e_i$  para dado elemento infinitesimal na condição deformada, conforme exemplifica a Figura 2-17.

O tensor de Cauchy, dado pelo conjunto dos nove componentes  $\sigma_{ij}$ , é simétrico ( $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$ ) e em forma matricial toma a seguinte configuração:

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

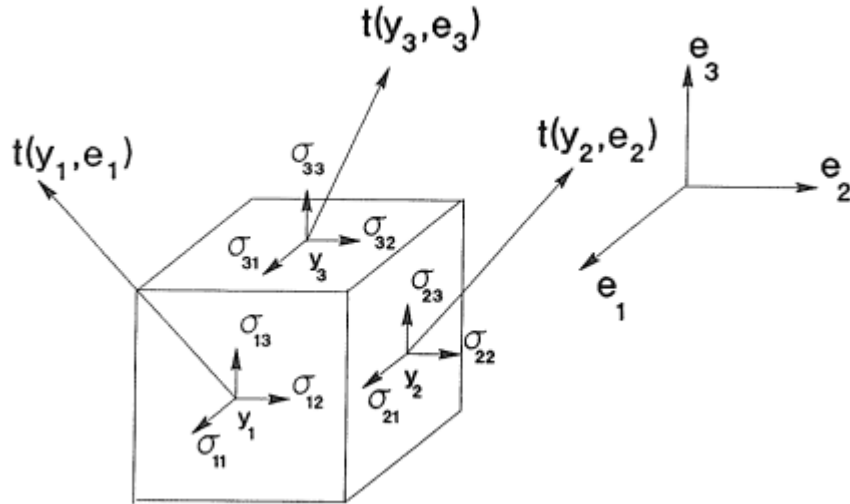


Figura 2-17. Componentes de tensão nas direções x, y e z.

Fonte: Adaptado de Mal e Singh (1991, p.6)

O primeiro tensor de Piola-Kirchhoff é definido como um diferencial de força na condição deformada aplicado em um diferencial de área na condição indeformada e é o par energético conjugado do gradiente de deformação. Pode-se escrever o primeiro tensor de Piola-Kirchhoff em função do tensor de Cauchy como:

$$\bar{\boldsymbol{\sigma}} = |\mathbf{F}|(\mathbf{F}^{-1})^T \boldsymbol{\sigma} \quad (2.13)$$

Cabe observar que:  $J = |\mathbf{F}|$ .

O primeiro tensor de Piola-Kirchhoff não é simétrico, o que torna a manipulação matemática complicada. Então, surge o segundo tensor de Piola-Kirchhoff (par energético conjugado com o tensor das deformações de Green-Lagrange) que é definido como um diferencial de força aplicado em um diferencial de área, ambos na condição deformada. Ademais, o segundo tensor

de Piola-Kirchhoff será simétrico sempre que  $\sigma$  o for. Pode-se escrever o segundo tensor de Piola-Kirchhoff como:

$$\tilde{\sigma} = |F|F^{-1}\sigma(F^{-1})^T \quad (2.14)$$

### 2.6.3 Relações constitutivas

Equações constitutivas são as relações que conectam os campos de deformação e tensão e descrevem a constituição material baseando-se em evidências experimentais. Em seguida serão apresentados os principais modelos constitutivos com relevância para o presente estudo.

#### 2.6.3.1 Modelo constitutivo elástico linear isotrópico

Diversas estruturas são projetadas para sofrer pequenas deformações e, no caso de materiais isotrópicos, são representadas pela seguinte equação constitutiva:

$$\sigma_{ij} = \lambda \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij} \text{ com } i, j, k = 1, 2, 3 \quad (2.15)$$

onde:

$\sigma_{ij}$  é o tensor de tensões;

$\varepsilon_{ij}$  é o tensor de deformações infinitesimais;

$\lambda$  e  $\mu$  são as constantes de Lamé dadas por:

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \quad (2.16)$$

$$\mu = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (2.17)$$

$\nu$  é chamado de coeficiente de Poisson;

$E$  é o módulo de elasticidade.

A relação apresentada na equação 2.15 é conhecida como lei de Hooke em homenagem ao matemático Robert Hooke. O conceito de elasticidade está associado ao fato de um material voltar a seu formato e tamanho original após remoção da carga responsável pela sua deformação. Ainda, se a relação tensão x deformação do material é proporcional, ou seja, se obedece a lei de Hooke, o mesmo pode ser definido como material elástico linear.

Conforme é observado na Figura 2-18A, na região de curva reta há proporcionalidade entre tensão e deformação, logo, se submetido a deformações pequenas, o material pode ser representado pelo modelo constitutivo exibido na equação 2.15.

A constante de Lamé ( $\mu$ ) mostrada na equação 2.17 é também conhecida por módulo de cisalhamento. O módulo de compressibilidade de um material é dado pela seguinte equação:

$$k = \frac{E}{3(1 - 2\nu)} = \lambda + \frac{2}{3}\mu \quad (2.18)$$

Em materiais incompressíveis  $k$  tende ao infinito, ou seja, o denominador da expressão tende a 0. Logo, para esse tipo de material o coeficiente de Poisson é igual a 0,5.

### 2.6.3.2 Modelos constitutivos hiperelásticos

Alguns materiais, apesar de sofrerem deformações bem maiores do que os materiais tradicionais, retornam ao seu formato original após a remoção das forças exercidas. Ainda, esse tipo de material apresenta relação não linear entre tensão e deformação independentemente do nível de solitação imposta e as tensões são determinadas pelo estado de deformação em que se encontram e não pelo histórico ou caminho de deformação. Os materiais com as características citadas acima são denominados hiperelásticos.

Alguns exemplos de materiais hiperelásticos são as borrachas, espumas e tecidos biológicos. A Figura 2-18 mostra gráficos típicos de tensão versus deformação para materiais elásticos (A) e hiperelásticos (B).

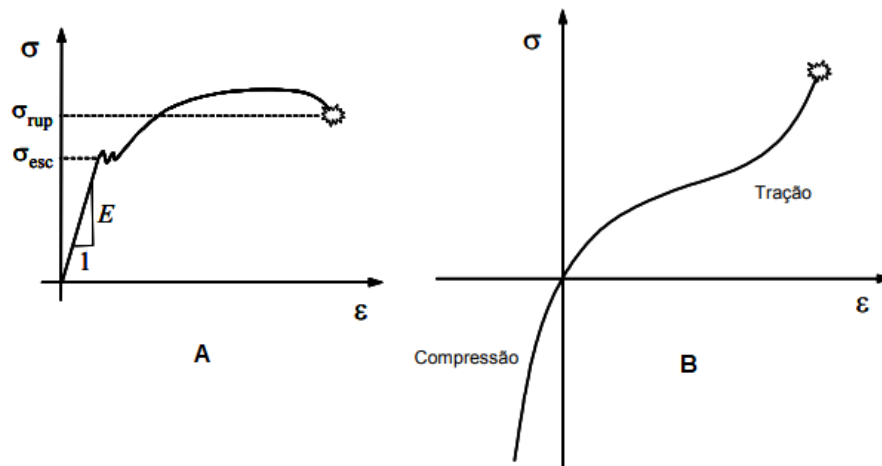


Figura 2-18. Diagrama de tensão X deformação: A - material elástico dúctil; B - material hiperelástico.

Fonte: Adaptado de Marczak e Iturrioz (2006, p.11).

Quando se trata de materiais com comportamento hiperelástico, a lei de Hooke não é aplicável, a forma mais usual de relacionar tensão ( $\sigma_{ij}$ ) e deformação ( $\varepsilon_{ij}$ ) é através da função de energia de deformação, também conhecida como função de energia livre de Helmholtz ( $W$ ):

$$\sigma_{ij} = f\left(\frac{\partial W}{\partial \varepsilon_{ij}}\right) \quad (2.19)$$

A forma mais geral de representar a relação constitutiva de materiais hiperelásticos é através da seguinte equação:

$$\boldsymbol{\sigma} = \beta_0 \mathbf{I} + \beta_1 \mathbf{B} + \beta_{-1} \mathbf{B}^{-1} \quad (2.20)$$

onde:

$\mathbf{I}$  é o tensor identidade,

$\mathbf{B}$  é o tensor de deformações de Cauchy-Green à esquerda

$\beta_0$ ,  $\beta_1$  e  $\beta_{-1}$  são funções dos invariantes de  $\mathbf{B}$  e da função de energia de deformação  $W$ .

Para a realização da modelagem de um material hiperelástico deve-se determinar a função  $W$  apropriada para cada tipo material. Há inúmeros modelos hiperelásticos disponíveis na literatura, sendo esses classificados em duas categorias principais: os modelos fenomenológicos



e os modelos micromecânicos. Os modelos fenomenológicos se baseiam no comportamento do material durante os procedimentos experimentais. Já os modelos micromecânicos baseiam-se na estatística relacionada com os processos químicos de produção do material.

Vários desses modelos são implementados em *software* de EF para caracterizar o comportamento mecânico de materiais hiperelásticos. Como o presente estudo tem como foco a implementação numérica no *software* Abaqus<sup>®</sup>, serão abordados resumidamente a seguir os modelos implementados no programa que foram utilizados com mais frequência na modelagem hiperelástica dos discos intervertebrais em estudos computacionais da coluna humana. Os modelos podem ser expressos em função dos invariantes de deformação,  $W = W(I_1, I_2, I_3)$ , ou através dos estiramentos principais,  $W = W(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$ .

#### 2.6.3.2.1 Modelo de Ogden

O modelo de Ogden (1972) é amplamente utilizado em problemas de grandes deformações já que trabalha adequadamente em deformações maiores de 700% (KUMAR; RAO, 2016). Ainda, o modelo descreve o comportamento não linear de materiais complexos como tecidos biológicos (TEIXEIRA, 2014). A sua função da energia de deformação é dada através dos estiramentos principais ( $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ ) pela seguinte expressão:

$$W = \sum_{i=1}^N \frac{\mu_i}{\alpha_i} (\lambda_1^{\alpha_i} + \lambda_2^{\alpha_i} + \lambda_3^{\alpha_i} - 3) + \sum_{k=1}^N \frac{1}{D_k} (J - 1)^{2k} \quad (2.21)$$

em que:

$$D_1 = \frac{2}{k} \quad (2.22)$$

$$\mu = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \mu_i \alpha_i \quad (2.23)$$

### 2.6.3.2.2 Modelo de Mooney-Rivlin

O modelo de Mooney-Rivlin é baseado no 1º e 2º invariantes de deformação. Há muitas variantes deste modelo a depender do número de termos considerado. O primeiro modelo foi proposto por Mooney (1940) e versões mais genéricas foram sugeridas por Rivlin e Saunders (1951):

I. Expressão de 2 termos:

$$W = C_{10} (I_1 - 3) + C_{01} (I_2 - 3) + \frac{1}{D} (J - 1)^2 \quad (2.24)$$

II. Expressão de 3 termos:

$$W = C_{10} (I_1 - 3) + C_{01} (I_2 - 3) + C_{11} (I_1 - 3)(I_2 - 3) + \frac{1}{D} (J - 1)^2 \quad (2.25)$$

III. Expressão de 5 termos:

$$W = \sum_{i+j=1}^2 C_{ij} (I_1 - 3)^i + (I_2 - 3)^j + \frac{1}{D} (J - 1)^2 \quad (2.26)$$

IV. Expressão de 9 termos:

$$W = \sum_{i+j=1}^3 C_{ij} (I_1 - 3)^i + (I_2 - 3)^j + \frac{1}{D} (J - 1)^2 \quad (2.27)$$

em que:

$$D = \frac{2}{k} \quad (2.28)$$

$$\mu = 2(C_{10} + C_{01}) \quad (2.29)$$

$C_{ij}$  são as constantes de material para uma ordem enésima com  $C_{00} = 0$ . O valor de  $D$  pode ser estimado a partir de dados de testes volumétricos, mas se o material for considerado quase

incompressível,  $D \rightarrow 0$ . Para problemas de solicitação a compressão o modelo é adequado até deformações de 30%. Já em casos de tração o limite pode chegar a 200% (KUMAR, RAO, 2016).

#### 2.6.3.2.3 Modelo Neo-Hookeano

O modelo Neo-Hookeano proposto por Treloar (1943) é um caso particular do modelo de Mooney-Rivlin de dois termos com  $C_{0I}=0$  e  $C_{10}=\frac{\mu}{2}$ . A função da energia de deformação fica em função do 1º invariante e é dada por:

$$W = \frac{\mu}{2} (I_1 - 3) + \frac{1}{D} (J - 1)^2 \quad (2.30)$$

onde  $D$  é dado pela equação 2.28.

Assim como no modelo de Mooney-Rivlin, o modelo é adequado até deformações de 30% (KUMAR, RAO, 2016).

#### 2.6.3.2.4 Holzapfel-Gasser-Ogden

O modelo de Holzapfel-Gasser-Ogden (2000) foi desenvolvido com intuito de simular o comportamento hiperelástico anisotrópico de camadas arteriais com distribuição de fibras de colágeno orientadas. A função de energia de deformação é composta pelos dois primeiros termos referentes a resposta isotrópica baseada no modelo Neo-Hookeano e o terceiro termo que simula o comportamento anisotrópico das fibras de colágeno orientadas.

$$W = C_{10}(\bar{I}_1 - 3) + \frac{1}{D} \left( \frac{J^{el^2} - 1}{2} - \ln J^{el} \right) + \frac{k_1}{2k_2} \sum_{\alpha=1}^N \{ \exp[k_2 \langle \bar{E}_\alpha \rangle^2] - 1 \} \quad (2.31)$$

onde:

$$\bar{E}_\alpha \stackrel{\text{def}}{=} k(\bar{I}_1 - 3) + (1 - 3k)(\bar{I}_{4(\alpha\alpha)} - 1) \quad (2.32)$$

$C_{10}$  se refere a constante material da matriz isotrópica hiperelástica.

$k_1$  e  $k_2$  são constantes materiais referentes as fibras de colágeno.

$k$  varia de 0 a 1/3, sendo 0 fibras completamente alinhadas e 1/3 fibras totalmente dispersas.

Como a parte isotrópica da função é baseada no modelo Neo-Hookeano, estima-se que o seu uso seja adequado em problemas com deformação abaixo dos 30%.

## **2.7 Estado da arte: estudos biomecânicos da coluna com MEF**

O Método dos Elementos Finitos tem sido amplamente utilizado em investigações da coluna vertebral, contribuindo para o entendimento do seu comportamento mecânico. Com o aumento da capacidade computacional, modelos cada vez mais complexos podem ser analisados.

Fagan, Julian e Mohsen (2002) citam em sua pesquisa as principais serventias dos modelos MEF da coluna vertebral: (1) avaliar o comportamento biomecânico de uma coluna saudável; (2) avaliar o desempenho de colunas alteradas por doença, degeneração, envelhecimento, trauma ou cirurgia; (3) fornecer avaliação da coluna com instrumentação espinhal; (4) auxiliar no design e desenvolvimento de dispositivos espinhais.

O primeiro modelo da coluna é datado da década de 50 (LATHAM, 1957) em estudos de assentos ejetáveis, esse modelo utilizou uma simples configuração massa mola para representar o comportamento do conjunto (FAGAN; JULIAN; MOHSEN, 2002). Anos mais tarde, Belytschko, Schwer e Prvizter (1978) desenvolveram um modelo de elementos finitos da coluna para avaliar o comportamento de um piloto sendo ejetado da cabine de um avião. Nesse modelo estavam inclusos as vértebras, pélvis, cabeça, costelas, ligamentos, músculos e tecidos conectivos. Todos os elementos ósseos foram considerados peças rígidas únicas, os ligamentos foram modelados como molas e os discos intervertebrais como vigas.

Dietrich, Kedzior e Zagrajek (1991) criaram um modelo tridimensional completo da coluna. Essa análise incluiu todas as vértebras, os discos com suas características anisotrópicas, ligamentos e todos os músculos. Esse trabalho representou um marco para as análises da biomecânica da coluna, investigando forças e tensões nos diferentes elementos do modelo.

Maurel, Lavaste e Skalli (1997) propuseram dois modelos de uma unidade funcional cervical, o primeiro com geometria reduzida, representado apenas pelo corpo das vértebras e o disco. A

segunda análise era composta por vértebras de geometria completa e disco. Esse trabalho foi muito importante para caracterizar o comportamento das facetas articulares na coluna vertebral.

Qiu e Teo (2004) simularam um segmento torácico completo, com materiais elásticos lineares, submetido a diversos tipos de carregamentos, dentre eles compressão, tração, rotação axial, flexão lateral, flexão e extensão. O objetivo do trabalho foi avaliar amplitude de movimento entre as vértebras T1 e T12 para validar o modelo para futuras análises biomecânicas.

Del Palomar, Calvo e Doblaré (2008) efetuaram a análise de um segmento cervical sob diversos carregamentos como flexão, extensão e rotação axial. Mostrou-se que a utilização de um modelo não linear reforçado com fibra para descrever o comportamento do anel dos discos predizia maiores deformações de cisalhamento máximo do que um isotrópico, sendo, portanto, importante o uso de modelos constitutivos complexos para detectar a aparência de zonas lesadas.

Ruberté, Natarajan e Andersson (2009) investigaram a influência da degeneração do disco em um segmento lombar e chegaram à conclusão de que a alteração de um único disco pode acarretar maior risco de dano aos segmentos adjacentes.

Little e Adam (2009) avaliaram a influência dos tecidos moles na flexibilidade da coluna com escoliose. O núcleo pulposo foi representado como um fluido incompressível e o anel fibroso como fibras embebidas na substância matriz, essa foi representada pelo modelo de Mooney-Rivlin enquanto as fibras foram simuladas como material elástico linear. Os autores concluíram que a redução das fibras de colágeno nos discos intervertebrais alterou minimamente a curva escoliótica, no entanto, influenciaram significativamente na flexibilidade da coluna.

Reis (2015), em sua dissertação de mestrado, simulou, através de elementos finitos, a correção cirúrgica de uma coluna com escoliose, avaliando, por exemplo, as tensões nos contatos entre parafusos e vértebras.

Xie *et al.* (2017) compararam o comportamento mecânico de uma UFC lombar com disco linear e hiperelástico anisotrópico em condição saudável e com hérnia. Não ficou claro a modelagem adotada para o núcleo do disco, entretanto, para o anel fibroso foi considerado o modelo Neo-Hookeano. O trabalho concluiu, baseado em comparação com outros trabalhos, que o modelo hiperelástico caracteriza melhor o comportamento da UFC.

Aroeira (2017), em sua tese de doutorado, propôs um modelo torácico a partir de modelagem totalmente geométrica, com o intuito de compreender o comportamento da coluna torácica de adolescente e avaliar o possível desenvolvimento de escoliose idiopática. Adotou-se nesse trabalho um modelo em elementos finitos de alta fidelidade, em termos de geometria, com detalhamento do arco vertebral, processos espinhosos, facetas articulares e ligamentos, considerando todos os materiais com comportamento elástico linear. No final, se constatou que o segmento em condição de hipocifose com carga ligamentar assimétrica tende a desenvolver a escoliose.

Trautwein (2019) desenvolveu um modelo computacional para a simulação da biomecânica da coluna torácica humana. O modelo incluiu as vértebras, discos intervertebrais e ligamentos. Os parâmetros físicos dos materiais dos ligamentos, discos intervertebrais, e articulações facetarias foram calibrados conforme resultados de testes *in vitro*. O modelo desenvolvido foi capaz de representar os comportamento mecânico da coluna torácica em movimentos de flexão/extensão e flexão lateral.

Por fim, Zhang *et al.* (2021), desenvolveram a simulação computacional da coluna lombar de uma adolescente com escoliose. Este estudo concluiu que a mudança da forma fisiológica das vértebras lombares limita o movimento das vértebras. Ainda, a tensão no disco intervertebral sob rotação é maior do que sob outros tipos de cargas, o que indica que o disco da coluna com escoliose tem maior probabilidade de ser lesionado em movimentos de rotação.

Apesar de haver muitos estudos da coluna com MEF, poucos são desenvolvidos com geometria torácica infantil ou adolescente. Ainda, não foram encontrados na literatura informações sobre as propriedades materiais das colunas em idade jovem. Por isso, ainda há muito o que ser investigado nessa área para que os modelos computacionais sejam mais fidedignos, de forma que possam auxiliar cada vez mais no entendimento mecânico da coluna nessa faixa etária.

# 3

## SIMULAÇÃO NUMÉRICA DA COLUNA VERTEBRAL

Neste tópico será apresentada toda a metodologia desenvolvida para obtenção da geometria, discretização da malha de elementos finitos e simulação numérica da coluna vertebral. A geometria dos segmentos torácicos T5-T10 em idade infantil, em condição de cifose normal e retificada, já desenvolvidos foram disponibilizados por Aroeira (2017). Entretanto, foi necessário desenvolver novas geometrias para os discos intervertebrais, para isso foi adotado o *software* SolidWorks<sup>®</sup>. Para geração da malha de elementos finitos foi escolhido o *software* HyperMesh<sup>®</sup> devido à gama de ferramentas que auxiliam na discretização em elementos finitos de geometrias complexas e a simulação numérica foi desenvolvida no *software* Abaqus<sup>®</sup>. Por fim, para desenvolvimento de todas as etapas deste estudo foi utilizado um *laptop* com processador Intel(R) Core(TM) i5-10210U CPU @ 1.60GHz 2.11 GHz, 8 GB de memória Ram, SSD de 256 GB e placa de vídeo NVIDIA GeForce MX250.

### 3.1 Geometria

Duas geometrias do segmento torácico T5-T10 foram disponibilizadas por Aroeira (2017), uma em condição de cifose normal com ângulo de Cobb igual a  $31,25^\circ$  e outra com completa retificação da cifose. Para desenvolvimento da geometria, Aroeira (2017) adotou os parâmetros morfométricos (MEIJER, 2011) da coluna de uma criança de 10 anos do sexo feminino, idade em que ocorre início do estirão do crescimento e mudança geométrica da coluna.

Os modelos foram exportados com extensão *obj.* e importados no *software* SolidWorks<sup>®</sup>. Ao serem exportadas, as geometrias sofreram algumas alterações e foram necessários alguns ajustes. Em seguida os discos intervertebrais foram descartados e desenvolvidos outros através da ferramenta de extrusão de sólidos de forma que os discos intervertebrais tivessem geometria

mais adequada a divisão entre núcleo pulposo e anel fibroso, além de facilitar a geração da malha de elementos finitos. Logo o modelo foi exportado com extensão parasolid (.x\_t) e importado no Abaqus<sup>®</sup>. A Figura 3-1 mostra as geometrias dos segmentos após o processo.

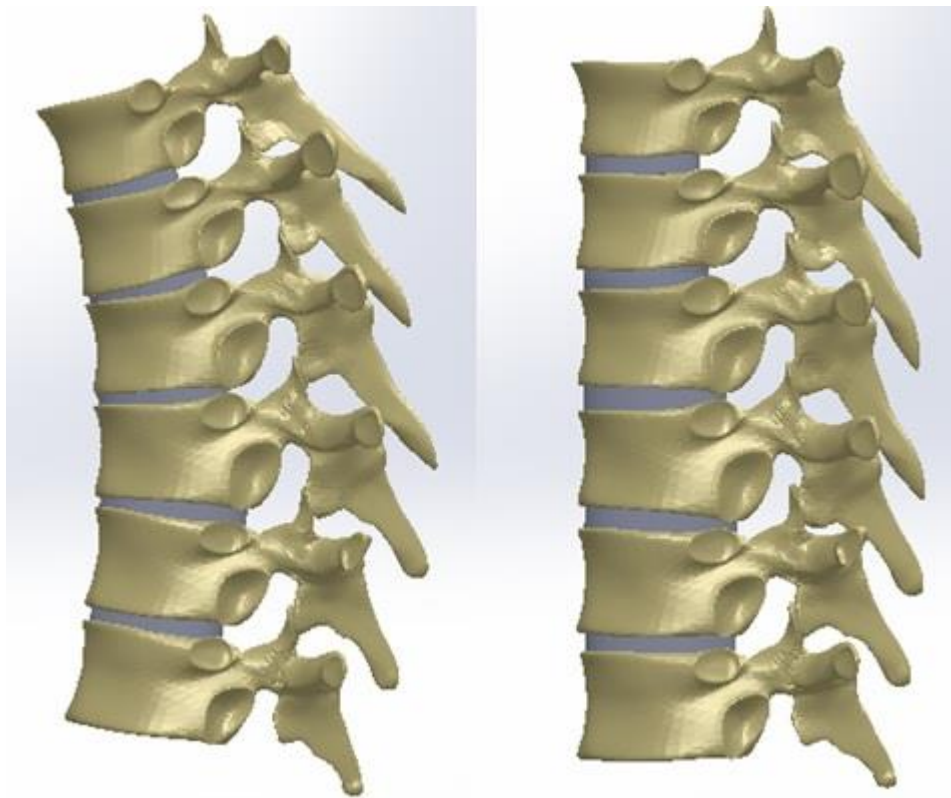


Figura 3-1. Geometria 3D da coluna em condição de cifoze normal (esquerda) e retificada (direita).

No Abaqus<sup>®</sup> as vértebras foram divididas em região de osso cortical, com aproximadamente 1,5 mm de espessura ( TYNDYK *et al.*, 2007), e osso trabecular. Por fim, o modelo foi exportado na extensão ACIS (.sat) para o HyperMesh<sup>®</sup> onde foi realizada a geração da malha de elementos finitos.

Tendo em vista os *hardwares* disponíveis para modelagem numérica e visando uma melhor eficiência computacional, decidiu-se trabalhar apenas com metade do modelo já que existe simetria no plano frontal. A Figura 3-2 apresenta o segmento em condição de cifoze normal à esquerda e cifoze retificada à direita.



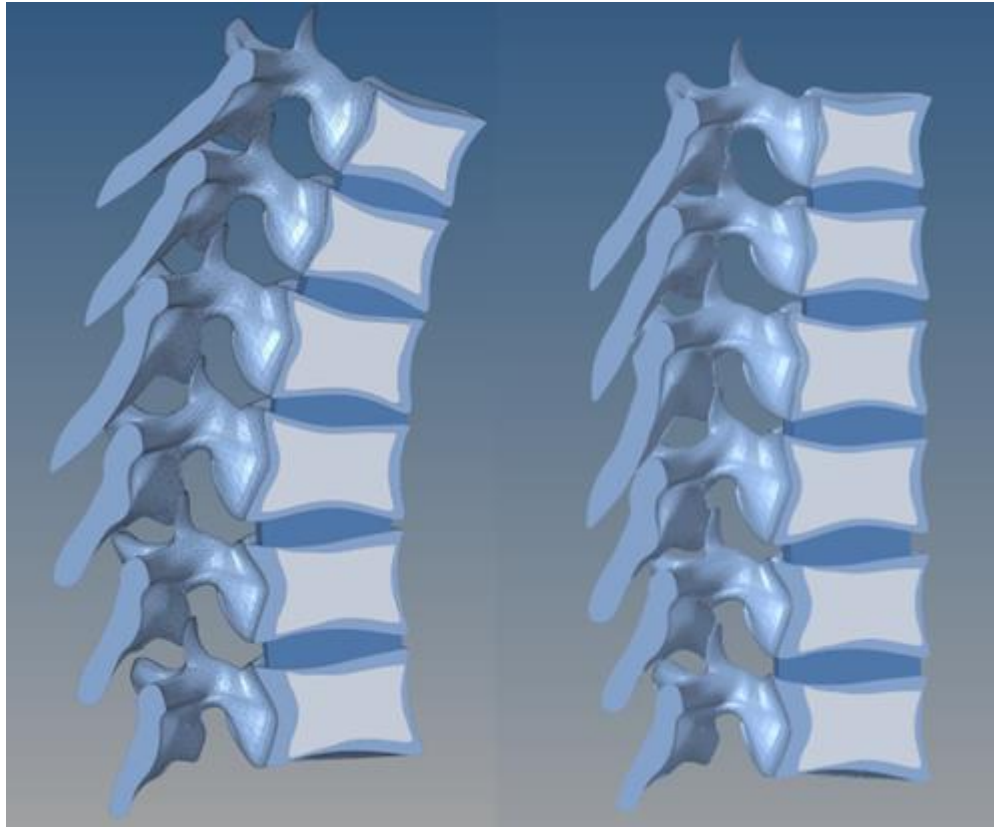


Figura 3-2. Geometria 3D dos segmentos em condição de cifose normal (esquerda) e retificada (direita) com vértebras divididas em osso cortical (azul) e osso trabecular (cinza).

### 3.2 Malha de elementos finitos

Para definição da malha de elementos finitos foi necessário um estudo de convergência. No entanto, efetuar essa análise com o segmento completo demandaria bons recursos computacionais e tempo, já que seria necessário testar vários tamanhos de elementos, desde os mais grosseiros aos mais refinados. Portanto, decidiu-se efetuar a análise de convergência apenas na UFC T7-T8.

O elemento tetraédrico de 4 nós (C3D4) possui a vantagem de ter uma formulação simples e a habilidade de representar regiões irregulares o que torna menor o custo computacional. Entretanto, há limitações para o cálculo de deformações e tensões quando se trata desse elemento, sendo necessário uma malha mais refinada. Já os elementos hexaédricos de 8 nós (C3D8) apresentam melhor comportamento já que possuem mais graus de liberdade. Apesar disso, seu uso em geometrias de maior complexidade pode se tornar um desafio.

Logo, nesse trabalho será adotado malha tetraédrica na região das vértebras, tendo em vista a complexa geometria nessa região, e hexaédrica na região dos discos intervertebrais visando a importância dessas peças na biomecânica da coluna.

Para geração da malha das vértebras foi utilizado a ferramenta “*tetramesh*” do HyperMesh<sup>®</sup> que permite a criação automatizada de malha tetraédrica com ajustes em regiões com geometria complexa. Ao final do processo de obtenção da malha é possível ajustar manualmente regiões onde parâmetros de qualidade de malha não são adequados.

Para desenvolver a malha do disco intervertebral utilizou-se da função “*SolidMap*” do HyperMesh<sup>®</sup> onde, a partir da malha da superfície superior do disco, é possível estender a malha hexaédrica até a superfície inferior. Foi adotado uma malha de tamanho médio 0,5 mm para que fosse possível dividir o anel fibroso em 10 lamelas concêntricas. Vale enfatizar que cerca de 40% do volume do disco foi destinado à porção central do núcleo pulposo ( TYNDYK *et al.*, 2007).

Logo, a fim de estudar a convergência do problema, definiu-se cinco opções de malha, variando-se os tamanhos dos elementos nas regiões de geometria mais complexa, como as articulações facetarias e encontros da região de osso cortical e trabecular. O tamanho dos elementos do disco permaneceu fixo, pois já foram desenvolvidas para obter um número adequado de lamelas. As cinco opções de malhas são apresentadas na Tabela 3-1.

Tabela 3-1. Opções de malhas adotadas no estudo de convergência

<b>Opção de Malha</b>	<b>Região da vértebra</b>	<b>Min. Elem. Size (mm)</b>	<b>Max. Elem. Size (mm)</b>
<b>1</b>	Geral	0,5	1,0
	Facetas	0,5	0,5
<b>2</b>	Geral	0,5	1,0
	Facetas	0,3	0,3
<b>3</b>	Geral	0,5	0,7
	Facetas	0,5	0,5
<b>4</b>	Geral	0,3	0,7
	Facetas	0,3	0,3
<b>5</b>	Geral	0,5	0,5
	Facetas	0,5	0,5

As vértebras foram admitidas como material isotrópico linear, os valores de módulo de elasticidade e Poisson, indicados na Tabela 3-2, foram os mesmos utilizados por Aroeira (2017) no estudo preliminar de uma UFC torácica. Além disso, estas propriedades estão entre as mais usuais dentre as apresentadas por Kurutz (2010) em seu estudo.

Tabela 3-2. Propriedades dos materiais das vértebras

<b>Região</b>	<b>Módulo de elasticidade - E (MPa)</b>	<b>Poisson - <math>\nu</math></b>	<b>Fonte</b>
<b>Osso cortical</b>	12000	0,3	Aroeira (2017)
<b>Osso esponjoso (trabecular)</b>	350	0,3	

O núcleo pulposo foi modelado como um material hiperelástico incompressível, seu comportamento foi representado pelo modelo constitutivo de Mooney Rivlin com dois parâmetros (LALONDE et al., 2010). O anel fibroso foi simulado como um material hiperelástico anisotrópico pelo modelo constitutivo de Holzapfel-Gasser-Ogden com o objetivo de representar as fibras de colágeno, orientadas a  $\pm 30^\circ$  presentes em sua estrutura (CALVO-ECHENIQUE et al., 2018).

Os parâmetros dos materiais utilizados no disco são apresentados na Tabela 3-3. Cabe ainda ressaltar que as propriedades utilizadas nesse estudo preliminar não serão necessariamente as mesmas adotadas para os segmentos completos. Posteriormente, será efetuado um estudo para definição do material mais apropriado ao problema proposto.

Tabela 3-3. Propriedades dos materiais do disco

<b>Região</b>	<b><math>\nu</math></b>	<b><math>C_{10}</math></b>	<b><math>C_{01}</math></b>	<b>D</b>	<b><math>k_1</math></b>	<b><math>k_2</math></b>	<b>Kappa</b>	<b>Fonte</b>
<b>Núcleo Pulposo</b>	0,5	0,4	0,1	0,0004	-	-	-	Lalonde <i>et al.</i> (2010)
<b>Anel fibroso</b>	0,5	0,85	-	0	2,8	90	0	Calvo-Echenique <i>et al.</i> (2018)

Uma carga axial de 185 N foi aplicada distribuída sobre o platô superior da vértebra T7, cerca de 0,25 N/mm<sup>2</sup>. A base da vértebra T8 foi completamente engastada e o contato entre todos os componentes do modelo foram garantidos através de “tie constraints”. O contato entre as facetas foi obtido através de interações superfície-superfície com coeficiente de atrito igual a

0,1 (AROEIRA, 2017). Além disso, na face do plano sagital foram impostas restrições para garantir a simetria do problema.

A Figura 3-3 mostra os valores de máxima compressão encontrados nas vértebras nas diferentes opções de malha testadas. Através dos resultados visualizados é possível concluir que o modelo tende a convergir a partir da malha de opção 3. Assim sendo, optou-se por adotar a malha da opção 4 nas vértebras dos segmentos de coluna torácica visando a convergência e melhor qualidade de malha nas regiões das facetas.

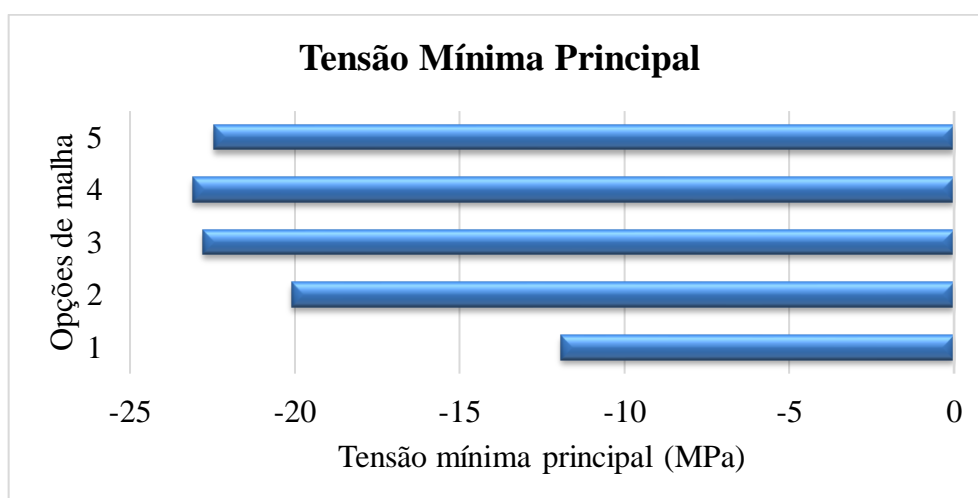


Figura 3-3. Gráfico de tensão mínima principal nas diferentes opções de malha.

A Tabela 3-4 indica os tamanhos dos elementos adotados para discretização em elementos finitos, assim como o tipo e quantidade. Em seguida, nas Tabelas 3-5 e 3-6, os parâmetros de qualidade de malha para os segmentos em condições de cifose normal e retificada são apontados. Ressalta-se que alguns elementos do tipo prisma (C3D6) foram necessários devido à geometria irregular dos discos.

Tabela 3-4. Tipos e quantidade de elementos finitos

Região	Elemento			
	Tamanho (mm)	Tipo	Quantidade	
			Cifose	Retificado
<b>Vértebra</b>	Máx.: 0,7 Mín.: 0,3	C3D4	1126757	1106307
<b>Anel Fibroso</b>	0,5	C3D8RH	15480	21354
<b>Núcleo Pulposo</b>	0,5	C3D8RH	17108	25316
<b>Total de elementos</b>			1159432	1153092

Tabela 3-5. Parâmetros de qualidade de malha – Segmento em Cifose

Região	Parâmetros de qualidade de malha						
	Ratio	Tetra collapse	V. Skew	Stretch	Jacobian	Min. Angle	Max. Angle
Vertebras	>5	<0,1	>0.7	<0.2	<0,5	>20°	<120°
	0,0%	0,0%	1,7%	0,1%	0,0%	1,0%	0,0%
Disco	Ratio	Warp angle	Skew	Stretch	Jacobian	Min. Angle	Max. Angle
	>5	>30°	>45°	<0.2	<0,5	>45°	<135°
	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	1,0%

Tabela 3-6. Parâmetros de qualidade de malha – Segmento retificado

Região	Parâmetros de qualidade de malha						
	Ratio	Tetra collapse	V. Skew	Stretch	Jacobian	Min. Angle	Max. Angle
Vertebras	>5	<0,1	>0.7	<0.2	<0,5	>20°	<120°
	0,0%	0,0%	1,8%	0,5%	0,0%	1,0%	1,0%
Disco	Ratio	Warp angle	Skew	Stretch	Jacobian	Min. Angle	Max. Angle
	>5	>30°	>45°	<0.2	<0,5	>45°	<135°
	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	1,0%

### 3.3 Condições iniciais e de contorno

As forças gravitacionais são solicitações primárias sustentadas pela coluna vertebral na posição ereta. Além disso, esforços de origem muscular e cargas externas contribuem para este carregamento, o que leva a uma carga maior do que a porção do peso corporal localizado acima dele, em um dado segmento móvel (NACHEMSON, 1966).

De acordo com o estudo desenvolvido por De Onis *et al.* (2007) para a Organização Mundial da Saúde (OMS) como referência de massa e altura por idade de crianças e adolescentes em idade escolar, a massa corporal média de uma criança do sexo feminino na idade de 10 anos é cerca de 32kg. Não há uma regra exata para obtenção da carga atuante na coluna nas diversas regiões e vários valores podem ser encontrados na literatura. White (1969) estima que a carga

compressiva na coluna torácica devido ao peso corporal seja de 33% na vértebra T8 e 47% na vértebra T12. Zhang *et al.* (2021) supõem que cerca de 2/3 do peso corporal incide sobre a terceira vértebra lombar. Além disso, a cada segmento de vértebra, no sentido caudal, acrescenta-se 2,6% da carga da vértebra anterior (DRISCOLL *et al.*, 2009).

Logo, adotando o estudo de Zhang *et al.* (2021) como referência, a carga incidente no nível da vértebra L3 de uma criança de 10 anos do sexo feminino seria de aproximadamente 213 N. Considerando que há uma redução de 2,6% em cada segmento de vértebra no sentido cranial, a carga incidente na vértebra T5 seria de aproximadamente 163 N. Desse modo, mostrou-se satisfatório a adoção de uma carga de 170 N distribuída sobre o platô superior da vértebra T5, cerca de 0,35 N/mm<sup>2</sup>, para simular o carregamento axial fisiológico devido ao peso corporal.

Ademais, com o intuito de avaliar o comportamento do modelo sob diferentes movimentos, foram aplicados momentos de flexão e extensão atrelados ao carregamento axial, com os valores de 0,5; 1,0; 1,5 e 2,0 Nm no topo da vértebra T5. Os valores foram estipulados tendo como base os estudos de Panjabi *et al.* (1983) e Trautwein (2019).

A base da vértebra T10 foi completamente engastada e o contato entre todos os componentes do modelo foram garantidos através de “tie constraints”. Esse tipo de restrição permite a união de duas superfícies para que não haja movimento relativo entre elas, embora as malhas criadas nas superfícies das regiões possam ser diferentes (DASSAULT SYSTÈMES SIMULIA CORP., 2014).

O contato entre as facetas foi obtido através de interações superfície-superfície com comportamento tangencial do tipo “Penalty” com coeficiente de atrito igual a 0,1 (AROEIRA, 2017) e comportamento normal do tipo “Hard Contact”. Ainda, na face do plano sagital foram impedidos os deslocamentos na direção x (plano frontal) e rotações em torno das direções y (eixo longitudinal) e z. A Figura 3-4 ilustra o carregamento axial e as restrições impostas.

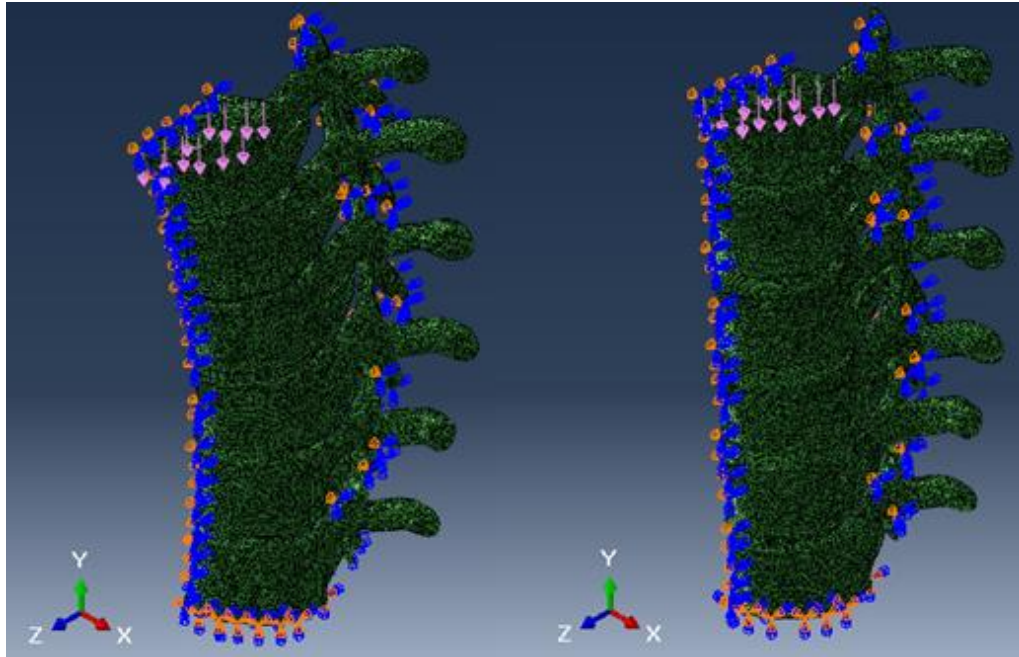


Figura 3-4. Malha de elementos finitos do seguimento em condição de cifose normal (esquerda) e retificada (direita) com ilustração das restrições impostas na face sagital, na base da vértebra T10 e carregamentos aplicados no topo da vértebra T5.

### 3.4 Propriedades dos materiais

Sabe-se que as vértebras são estruturas rígidas que apresentam pequenas deformações. Então, as vértebras, tanto na região do osso cortical quanto no trabecular, foram modeladas como material isotrópico elástico linear com parâmetros de módulo de elasticidade e Poisson previamente apresentados na Tabela 3-2 do item 3.2 deste trabalho. Os parâmetros são pertinentes com os valores de módulo de elasticidade encontrados por Rho, Tsui e Pharr (1997) em experimentos sobre vértebras torácicas de dois cadáveres adultos. Há uma grande dificuldade em encontrar os parâmetros físicos da coluna do adolescente, por isso foram utilizados os dados da coluna do adulto.

A definição de modelos constitutivos para materiais de estruturas biológicas como os discos intervertebrais ainda é um grande desafio encontrado na implementação de modelos numéricos computacionais, especialmente quando se trata de modelagens em idade infantil e adolescente. O disco apresenta um comportamento não linear, anisotrópico, multifásico e viscoelástico que difere dependendo do tipo de carregamento aplicado (COSTI; FREEMAN; ELLIOTT, 2011).

A fim de escolher o modelo constitutivo e parâmetros físicos que melhor representam o problema proposto, foram desenvolvidas quatro análises numéricas iniciais do segmento em condição de cifose normal submetidos a carregamento axial de  $0,35 \text{ N/mm}^2$ , conforme item 3.3. Também foram impostos carregamentos de flexão e extensão de  $1,0 \text{ Nm}$ .

As tabelas 3-7 e 3-8 mostram os modelos constitutivos e as propriedades físicas adotados em cada análise. É importante frisar que nenhuma das propriedades testadas são parâmetros obtidos através de testes da coluna em idade infantil.

Tabela 3-7. Modelos constitutivos e propriedades dos materiais do núcleo pulposo nas diferentes análises. E,  $C_{10}$ ,  $C_{01}$ ,  $K_1$  e  $K_2$  em MPa.

Análise	Modelo	E	$\nu$	$C_{10}$	$C_{01}$	D	Fonte
1	Linear	4,0	0,499	-	-	-	Aroeira (2017)
2, 3 e 4	Mooney-Rivlin	-	0,499	0,4	0,1	0,0004	Lalonde et al. (2010)

Tabela 3-8. Modelos constitutivos e propriedades dos materiais do anel fibroso nas diferentes análises. E,  $C_{10}$ ,  $C_{01}$ ,  $K_1$  e  $K_2$  em MPa.

Análise	Modelo	E	$\nu$	$C_{10}$	$C_{01}$	D	$k_1$	$k_2$	K	Fonte
1	Linear	454	0,3	-	-	-	-	-	-	Aroeira (2017)
2	Neo-Hookeano	-	0,5	0,85	-	0	-	-	-	Shahraki <i>et al.</i> (2015)
3	Holzappel-Gasser-Ogden	-	0,5	0,85	-	0	2,8	90	0	Shahraki <i>et al.</i> (2015)
4	Mooney-Rivlin	-	0,5	9,43	-5,25	0	-	-	-	Pawlikowski, Skalski e Sowiński (2013)

Os resultados das análises são apresentados no apêndice A. Houve uma variação considerável entre as análises se tratando de compressão nas regiões de osso cortical. A compressão máxima na análise 2, hiperelástica isotrópica, supera a tensão da análise 1, elástico linear, em mais de 400% quando aplicado carregamento axial.

Entretanto, notou-se que as máximas compressões ocorriam nos contatos entre as facetas e, a depender do modelo constitutivo adotado, a maior flexibilidade imposta ao modelo pode colaborar para um aumento das tensões nas facetas devido a pequenas penetrações que são



inevitáveis já que as malhas não são idênticas nas superfícies do contato, gerando resultados espúrios de tensão. Logo, se torna menos eficaz a comparação das tensões nessa região.

Portanto, optou-se por comparar os resultados na região anterior de osso cortical da vértebra T9, onde, fora das regiões das facetas, a tensão é máxima. As tensões nas análises 2 e 3, com discos hiperelásticos ainda foram mais acentuadas do que na análise 1, conforme esperado devido aos maiores deslocamentos. Entretanto, as divergências não foram tão discrepantes quanto na região das facetas, sendo a máxima diferença de 16% entre a análise 2 e 1.

Ainda, foram avaliadas as tensões nas regiões de osso trabecular e nos discos intervertebrais. Os valores de tensão também foram maiores nas análises 2 e 3. Observou-se ainda um aumento expressivo da compressão máxima nos discos na análise 3, cerca de 195% maior que na análise 1.

Como esperado, as análises hiperelástica 2, 3 e 4 apresentaram maiores deslocamentos nas diversas regiões do modelo. Ressaltaram-se, entretanto, os deslocamentos nas análises 2 e 3.

Por fim, fez-se necessário a verificação da deformação nos discos, visto que cada modelo constitutivo trabalha adequadamente em uma determinada faixa de deformação, como explicado no item 2.6.3. As deformações dos discos nas análises 2 e 3 passam de 30% e 60%, respectivamente, no carregamento axial combinado com flexão. Sabe-se que função de energia de deformação apresentada no modelo Neo-Hookeano não simula bem o comportamento a partir de 30% de deformação, o que explica a grande variação dos resultados nessas duas análises e torna inviável o uso dos modelos constitutivos das análises 2 e 3 para tratar o problema proposto neste trabalho.

O anel fibroso é constantemente representado como um material anisotrópico compósito com várias camadas de substância matriz hiperelástica reforçadas por fibras orientadas. Entretanto, o modelo constitutivo que representou de maneira mais adequada o problema proposto foi o de Mooney-Rivlin com parâmetros materiais de poliuretano (análise 4) comumente utilizado em próteses para o disco intervertebral. Apesar de não considerar as fibras do anel fibroso, a análise se mostra mais coerente já que as deformações máximas permaneceram dentro de uma faixa de valores aceitável.

O poliuretano é um tipo de polímero com comportamento hiperelástico, este material é amplamente utilizado na indústria médica como material constituinte de diversos dispositivos

médicos, dentre eles próteses para discos intervertebrais. John (2014) elaborou uma revisão de literatura sobre os usos do poliuretano em cirurgias da coluna e vários dispositivos de substituição do disco intervertebral foram citados, entre eles o Bryan Cervical Disc comercializado nos Estados Unidos desde 2009.

Portanto, o modelo constitutivo de Mooney Rivlin será considerado na modelagem dos discos dos seguimentos em condição de cifose normal e retificada sob os diversos tipos de carregamento. As propriedades físicas são evidenciadas na tabela 3-9.

Tabela 3-9. Propriedades físicas adotadas para modelagem hiperelástica dos discos.

<b>Região do disco</b>	<b><math>\nu</math></b>	<b><math>C_{10}</math> (MPa)</b>	<b><math>C_{01}</math> (MPa)</b>	<b>D</b>	<b>Fonte</b>
<b>Núcleo Pulposo</b>	0,499	0,4	0,1	0,0004	Lalonde et al. (2010)
<b>Anel Fibroso</b>	0,5	9,43	-5,25	0	Pawlikowski, Skalski e Sowiński (2013)

É importante ressaltar que foi necessário utilizar formulação híbrida para os elementos dos discos, que utiliza um campo de aproximação para a tensão hidrostática (em um nó no centroide do EF) e outro campo de aproximação para os deslocamentos (em pontos nodais localizados nos vértices dos elementos finitos). Essa formulação é usada quando o comportamento do material é incompressível (coeficiente de Poisson = 0,5) ou muito próximo de incompressível (coeficiente de Poisson > 0,475). Quando se trata de material incompressível, seu volume não se altera quando submetido a carregamentos, portanto, a tensão não pode ser calculada a partir dos deslocamentos dos nós e, conseqüentemente, uma formulação de deslocamento puro é inadequada para qualquer elemento com esse comportamento. Os elementos híbridos incluem um grau de liberdade adicional que determina diretamente a tensão no elemento. Os deslocamentos nodais são usados apenas para calcular as deformações e tensões de cisalhamento (DASSAULT SYSTÈMES SIMULIA CORP., 2014).

# 4

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

Neste item serão apresentados os resultados de tensão mínima principal, deslocamentos e deformação mínima principal obtidos na análise numérica dos seguimentos em condição de cifose normal e retificada nas diferentes condições de carregamentos previamente discutidas no item 3.3. Ainda, salienta-se que os discos intervertebrais foram simulados como materiais isotrópicos hiperelásticos através do modelo de Mooney Rivlin com propriedades físicas de próteses discais de poliuretano, conforme Tabela 3-9 do item 3.4.

### 4.1 Segmento em cifose

#### 4.1.1 Tensão mínima principal

Em todos os casos de carregamento as tensões mínimas principais incidiram sobre as regiões das facetas entre vértebras T5 e T6. Fora da região das facetas, a localização das máximas compressões variou. Para os carregamentos axial, flexão e extensão iguais a 1,0 Nm, as maiores compressões foram encontradas na região anterior do osso cortical da vértebra T9. Já nos carregamentos de extensão com momentos superiores a 1,0 Nm os limites de tensão mínima principal foram observados na parte posterior superior do osso cortical da vértebra T5.

As maiores compressões no disco ocorreram na região anterior entre vértebras T6 e T7 nos carregamentos axiais e de flexão. No movimento de extensão a tendência foi a máxima compressão acontecer na região posterior do disco entre vértebras T5 e T6. As Figuras 4-1 e 4-2 ilustram o comportamento mencionado anteriormente para os carregamentos axial e axial combinado com extensão de 2,0 Nm, respectivamente.

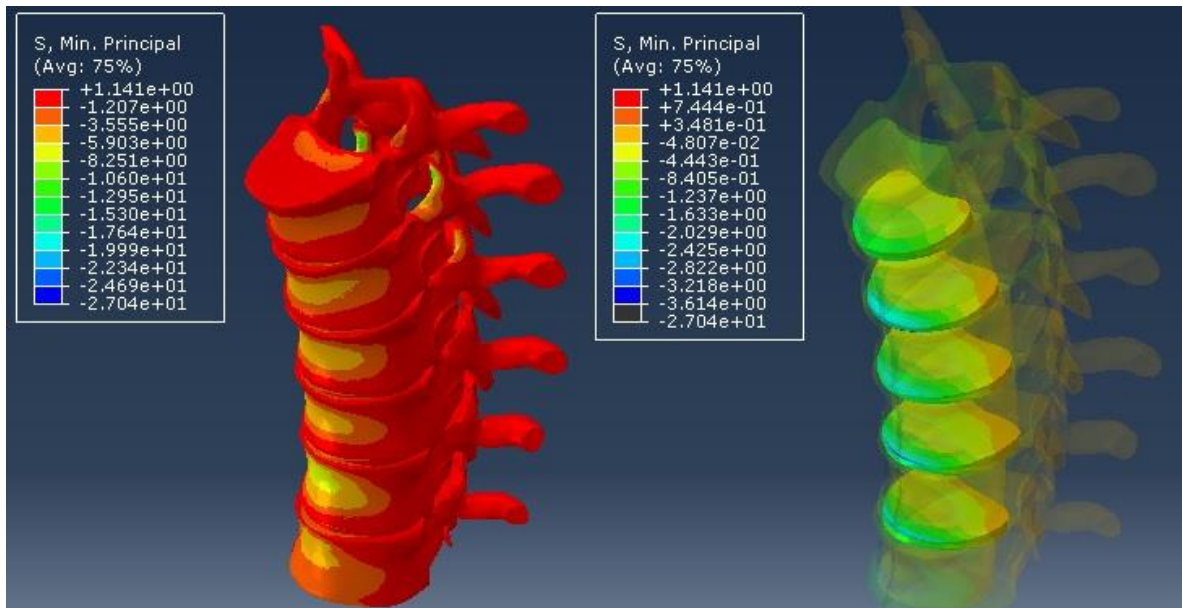


Figura 4-1. Tensão mínima principal devido ao carregamento axial (MPa).

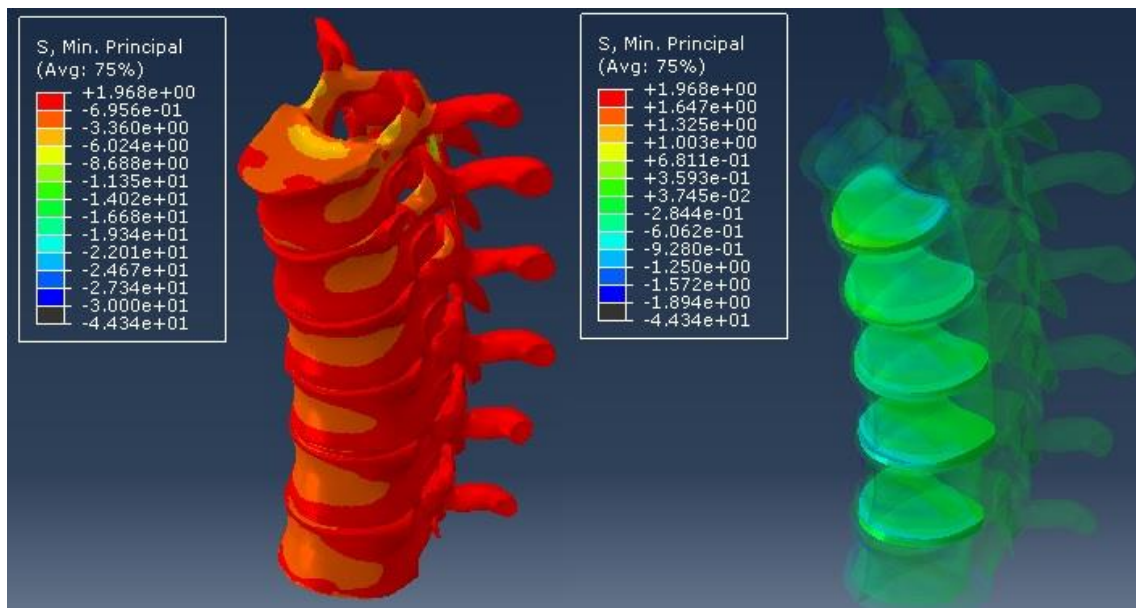


Figura 4-2. Tensão mínima principal devido ao carregamento axial combinado com extensão de 2,0 Nm (MPa).

Observa-se no gráfico da Figura 4-3 que a curva de tensões máximas na região das facetar não é uniforme, apresentando um comportamento divergente. No contato entre superfícies, quando as malhas não são idênticas, pode ocorrer pequenos níveis de penetração entre as regiões dos contatos gerando resultados espúrios de tensão, como nota-se na Figura 4-4, na região do círculo

amarelo evidenciado à direita. Por isso, analisou-se a curva de tensões máximas na vértebra T9, onde as tensões são máximas na região anterior do osso cortical.

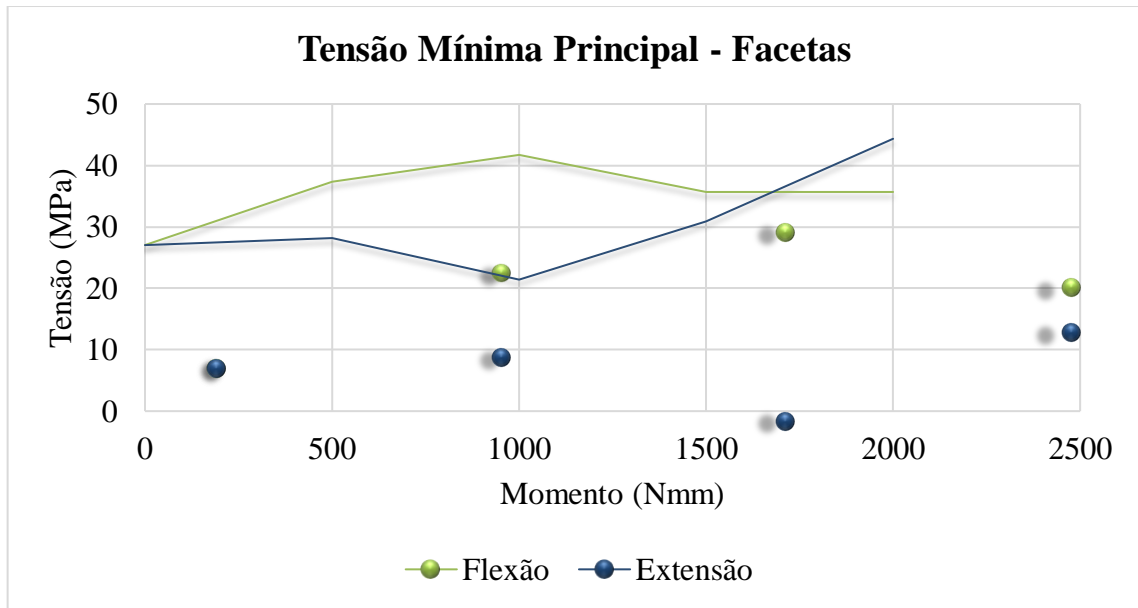


Figura 4-3. Tensão mínima principal na região das facetas em função dos momentos.

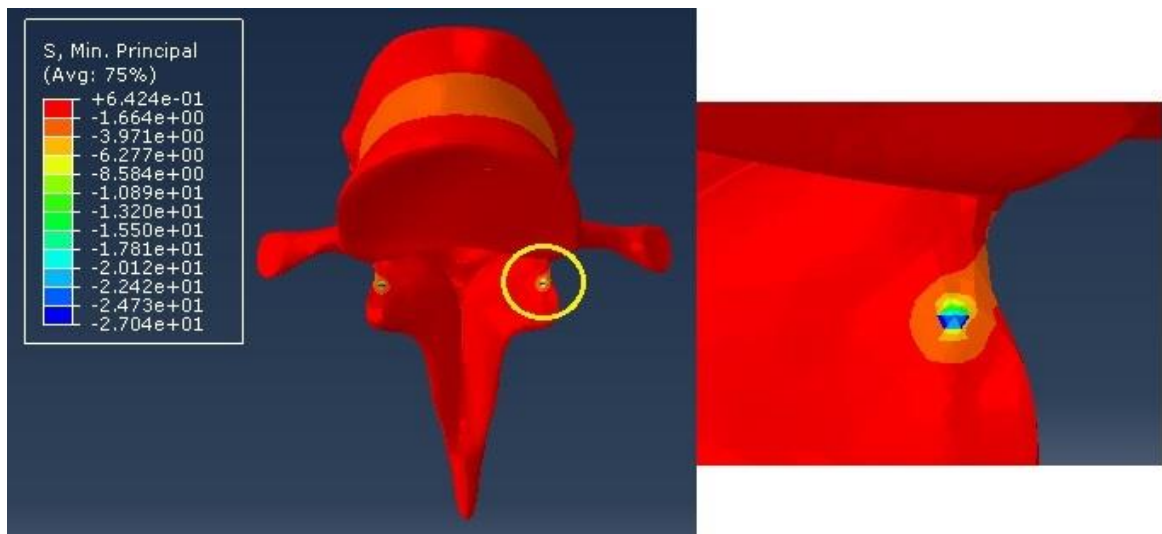


Figura 4-4. Tensões espúrias na região do contato entre as facetas (MPa).

Os gráficos 4-5, 4-6 e 4-7 mostram, respectivamente, as curvas de tensão versus momento na vértebra T9, osso trabecular e discos intervertebrais. Percebe-se que em todas as regiões as tensões são aliviadas quando submetidos ao carregamento de extensão combinado com a carga axial e o contrário acontece com os momentos de flexão.

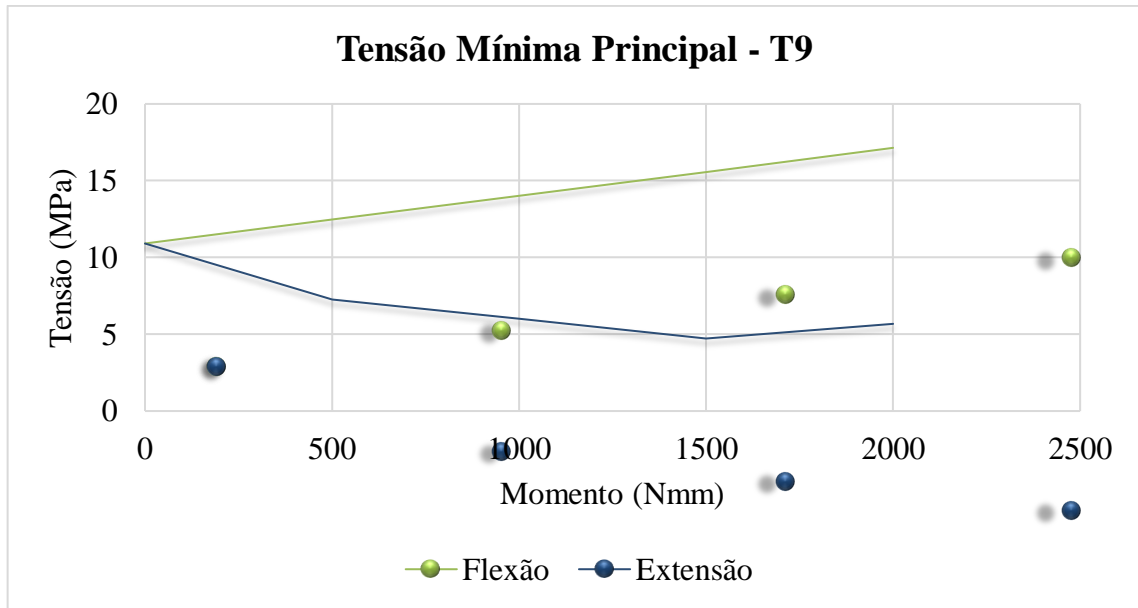


Figura 4-5. Tensão mínima principal na vértebra T9 em função dos momentos.

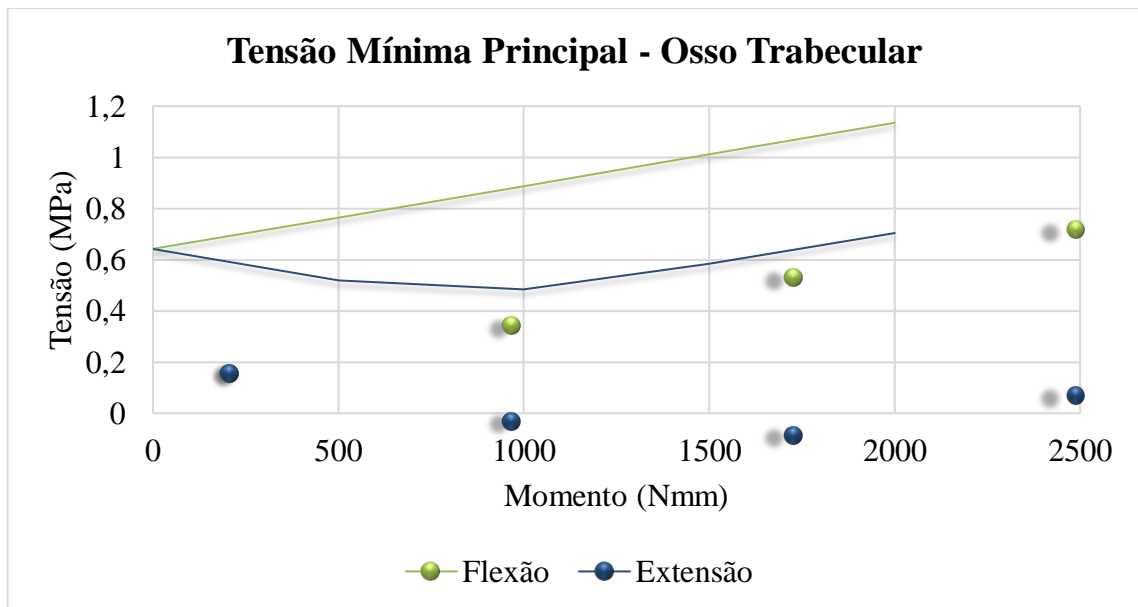


Figura 4-6. Tensão mínima principal na região de osso trabecular em função dos momentos.

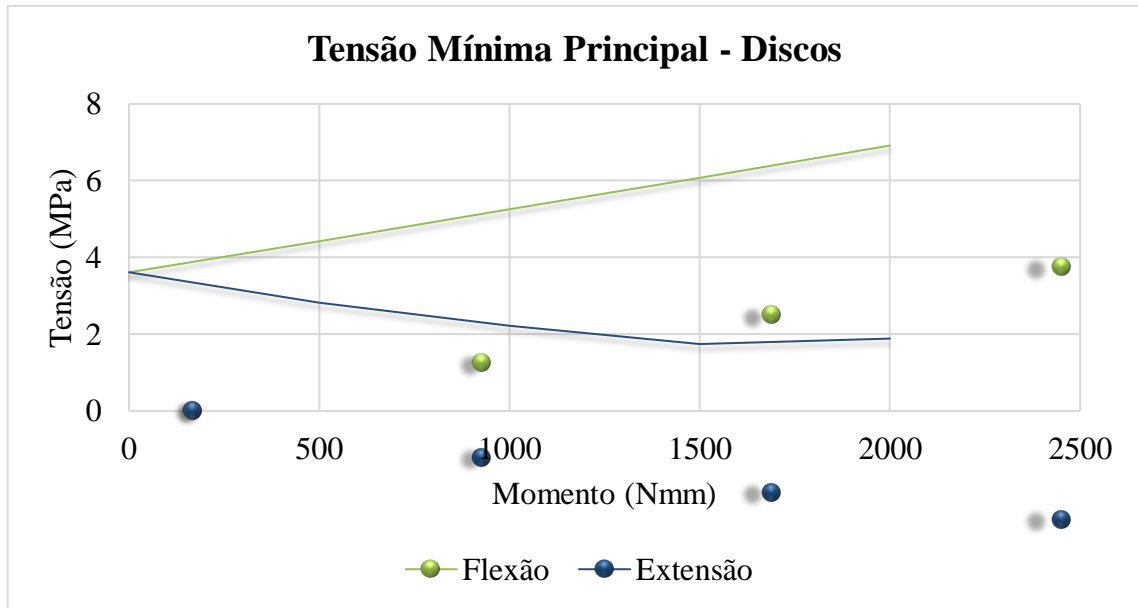


Figura 4-7. Tensão mínima principal na região dos discos em função dos momentos.

#### 4.1.2 Deslocamentos

De modo geral, os deslocamentos máximos nas direções y (axial) e z (sagital) se concentraram nas regiões de osso cortical superiores enquanto os deslocamentos na direção x (frontal) foram máximos nos discos intervertebrais. As Figuras 4-8, 4-9 e 4-10 ilustram os deslocamentos do segmento sob carregamento axial, flexão e extensão de 1,0 Nm, respectivamente.

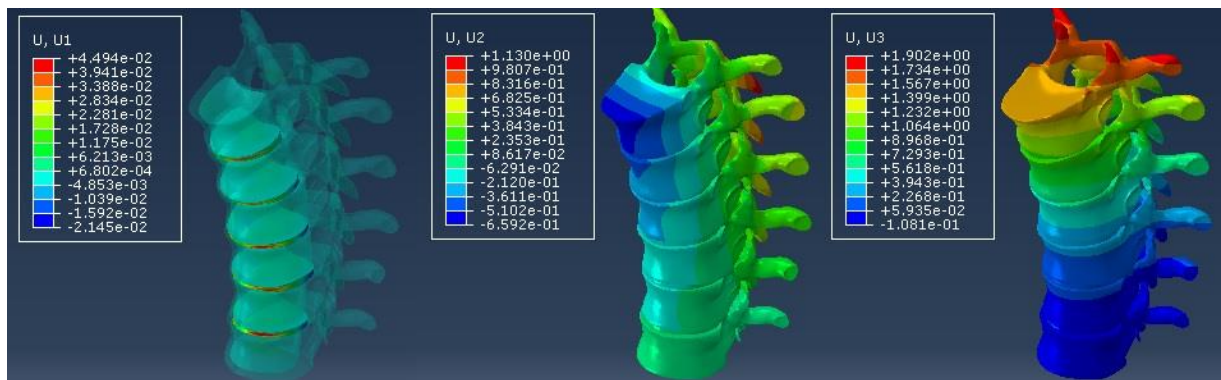


Figura 4-8. Deslocamentos x, y e z devido a carga axial (mm).



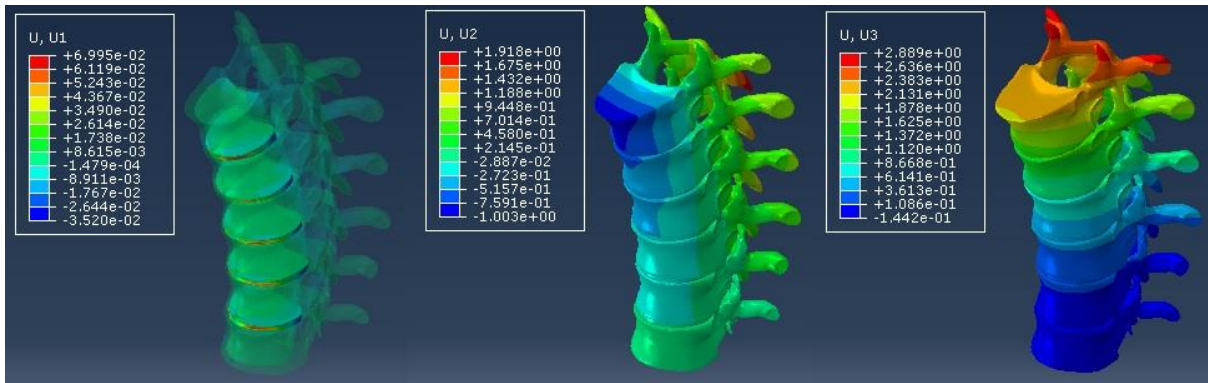


Figura 4-9. Deslocamentos x, y e z devido a carga axial combinada com flexão de 1,0 Nm (mm).

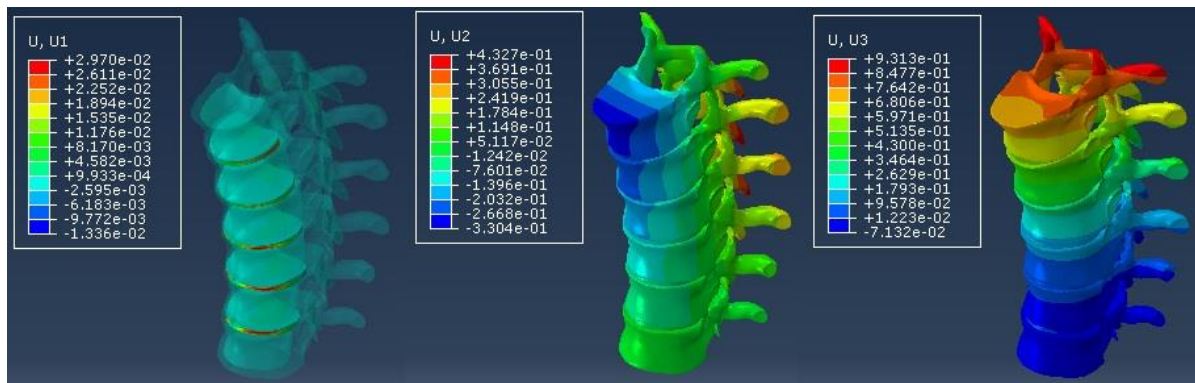


Figura 4-10. Deslocamentos x, y e z devido a carga axial combinada com extensão de 1,0 Nm (mm).

Os gráficos das Figuras 4-11 a 4-13 resumem os resultados encontrados em todas as condições de carregamento. Quando submetido a flexão a tendência do segmento é manter o sentido dos deslocamentos aumentando as magnitudes de forma linear. Já quando aplicado o momento de extensão a tendência do modelo, em termos de deslocamentos y e z, é diminuir a magnitude até inverter os sentidos.

#### 4.1.3 Deformação mínima principal nos discos

A tendência dos discos dos segmentos quando aplicados os momentos de flexão foi o aumento na magnitude da deformação enquanto há tendência de alívio das deformações quando aplicados momentos de extensão, conforme observa-se no gráfico da Figura 4-14. A deformação mínima principal máxima ficou em torno de 12,6% no disco entre vértebra T5 e T6 sob carregamento axial combinado com flexão de 2,0 Nm (Figura 4-15).



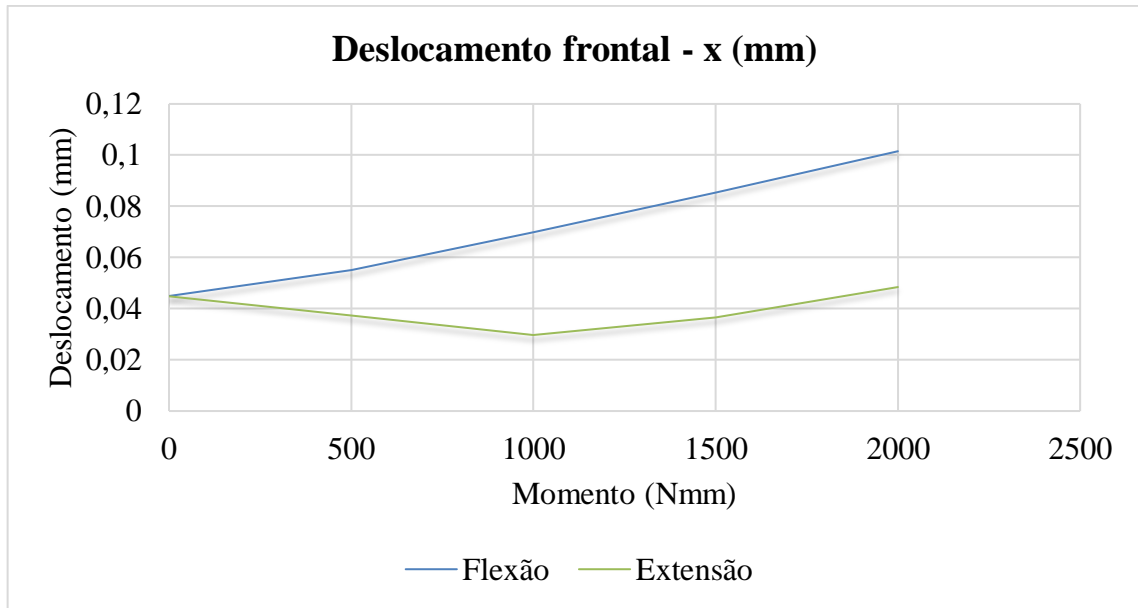


Figura 4-11. Deslocamento máximo no plano frontal (eixo x) em função dos momentos.

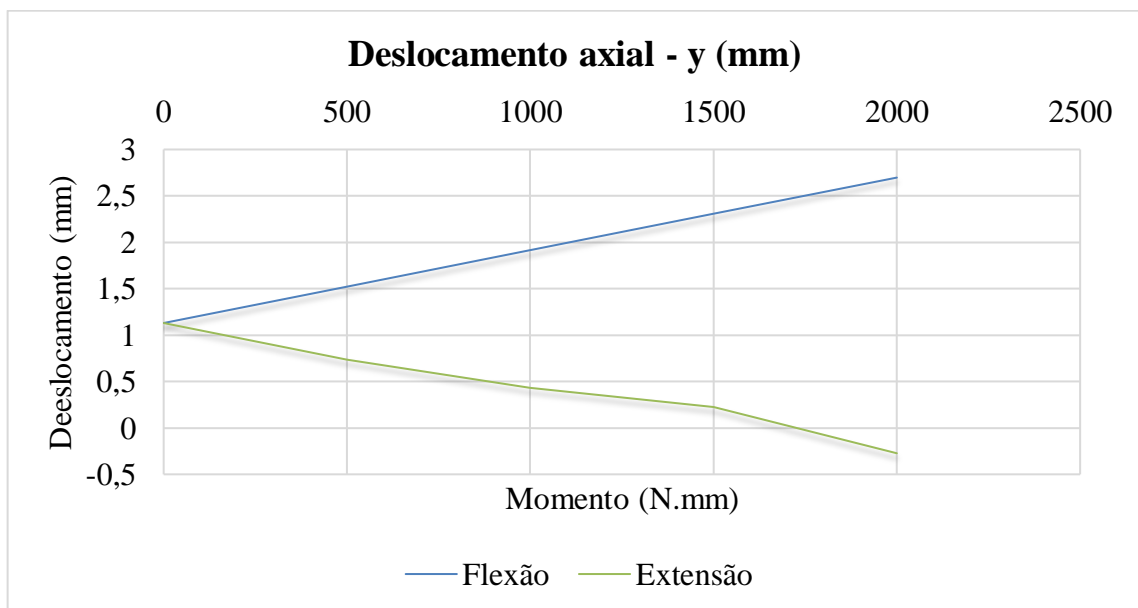


Figura 4-12. Deslocamento máximo axial (eixo y) em função dos momentos.

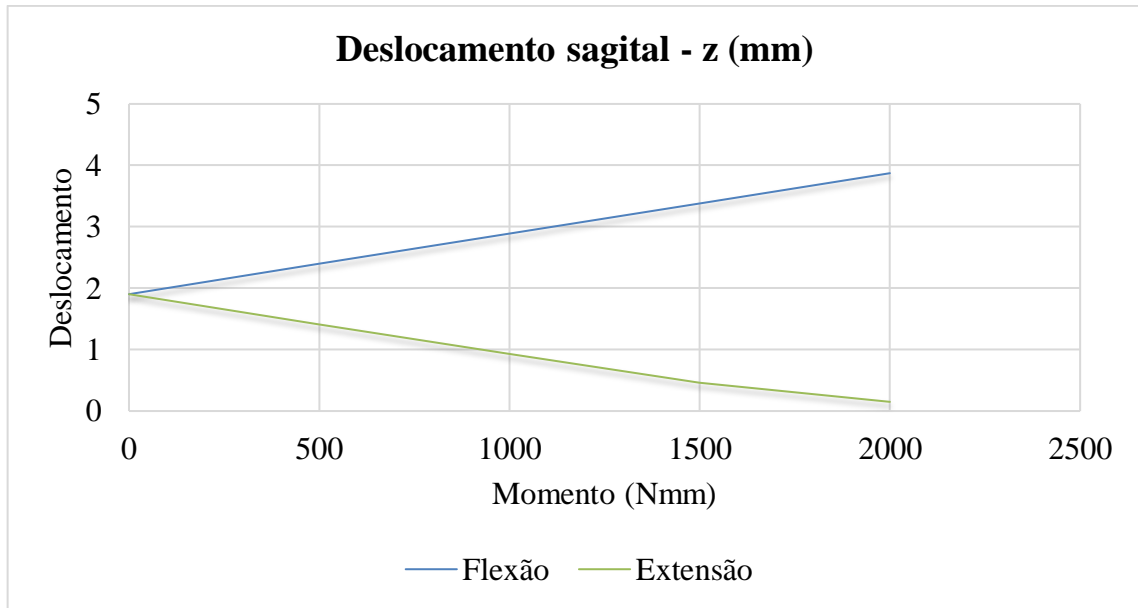


Figura 4-13. Deslocamento máximo sagital (eixo z) em função dos momentos.

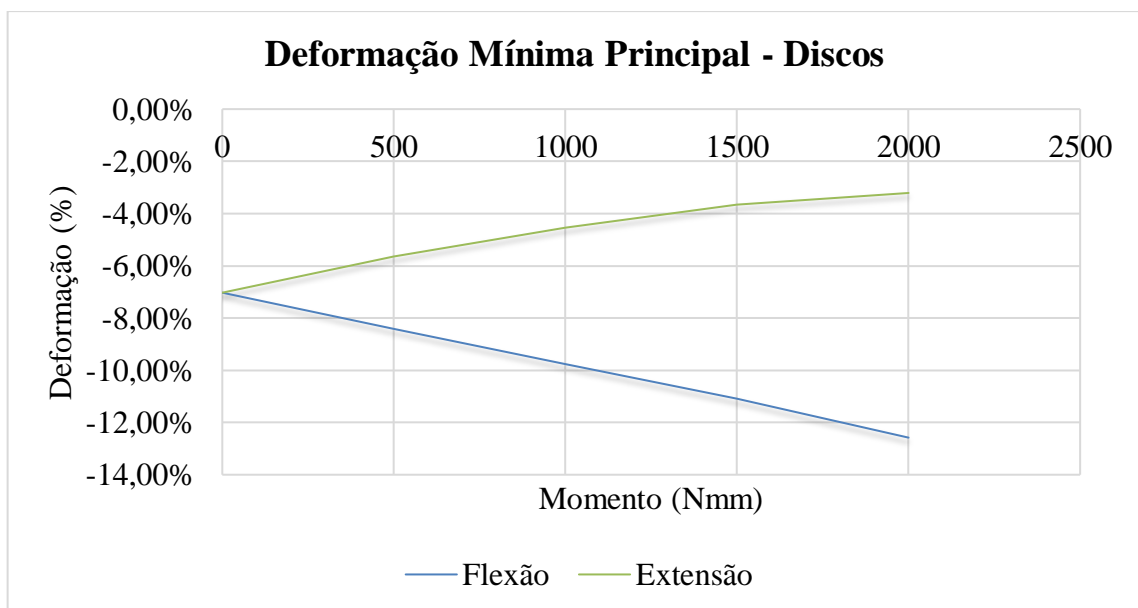


Figura 4-14. Deformação mínima principal nos discos em função dos momentos.

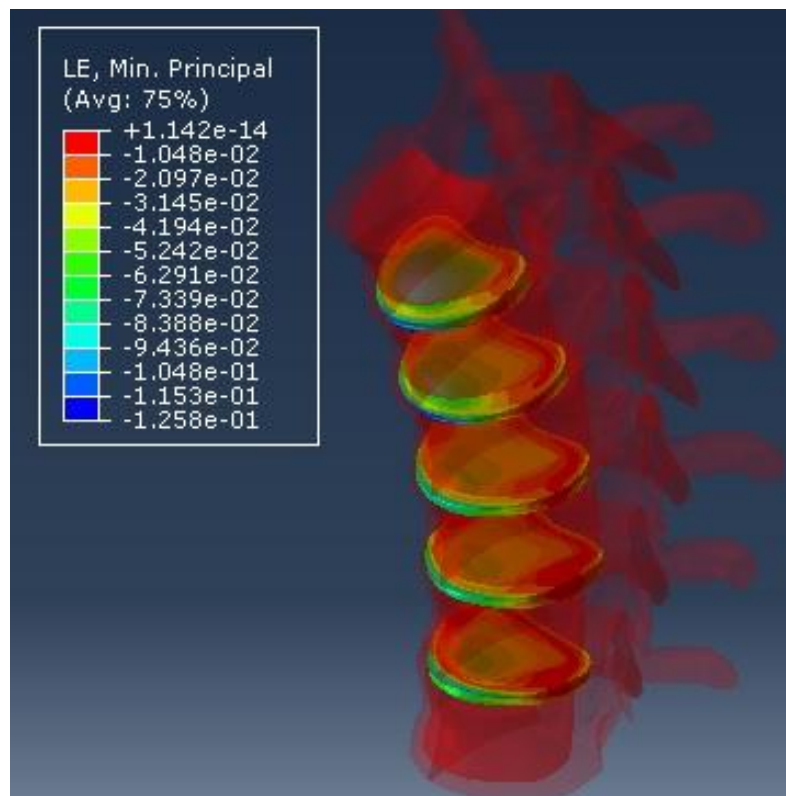


Figura 4-15. Deformação mínima principal sob carregamento axial combinado com flexão de 2,0 Nm.

## 4.2 Segmento retificado

### 4.2.1 Tensão mínima principal

O modelo retificado não apresentou um comportamento padrão de tensões. A depender do carregamento que foi submetido, a localização das tensões máximas era distinta. As Figuras 4-16 a 4-18 permitem observar essa alternância de comportamento, na primeira imagem vemos que o carregamento axial e as máximas compressões se localizam uniformemente nas regiões de osso cortical anterior das vértebras, o mesmo acontece quando é atrelado flexão ao carregamento axial. Já no carregamento axial combinado com momento de extensão a tendência é a máxima compressão se localizar na região posterior das vértebras superiores e facetas.

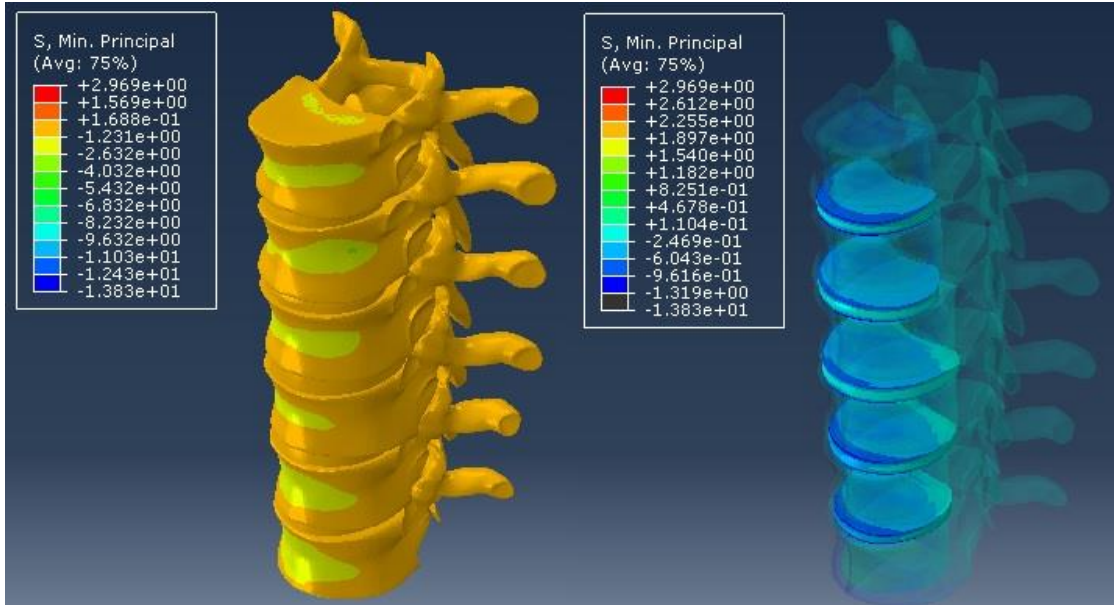


Figura 4-16. Tensão mínima principal devido ao carregamento axial (MPa).

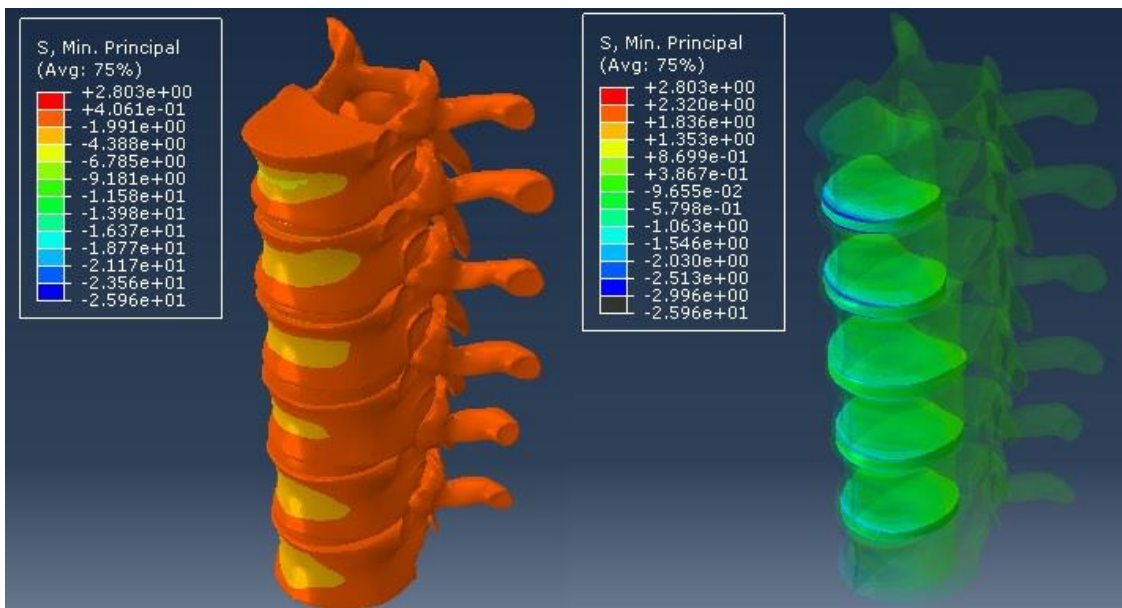


Figura 4-17. Tensão mínima principal devido ao carregamento axial combinado com flexão de 1,0 Nm (MPa).

Ainda, como nota-se no gráfico da Figura 4-19, a curva de tensões na região de osso cortical do modelo retificado quando submetido ao movimento de extensão não é convergente. Isso pode ser explicado, novamente, pela presença de resultados espúrios de tensão devido a pequenas penetrações das superfícies das malhas quando a região das facetar é mais solicitada. Por isso, para melhor visualização dos resultados, foram também analisadas as tensões na

vértebra T9. Entretanto, observou-se uma variação expressiva de tensão quando aplicado momento de flexão acima de 1,0 Nm, conforme ilustrado na Figura 4-20.

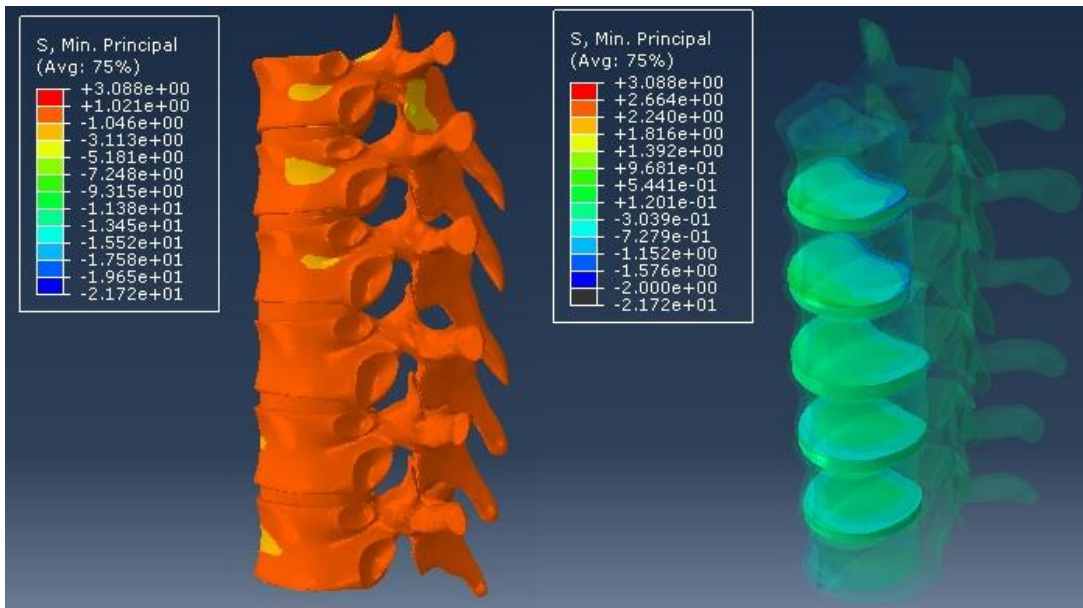


Figura 4-18. Tensão mínima principal devido ao carregamento axial combinado com extensão de 1,0 Nm (MPa).

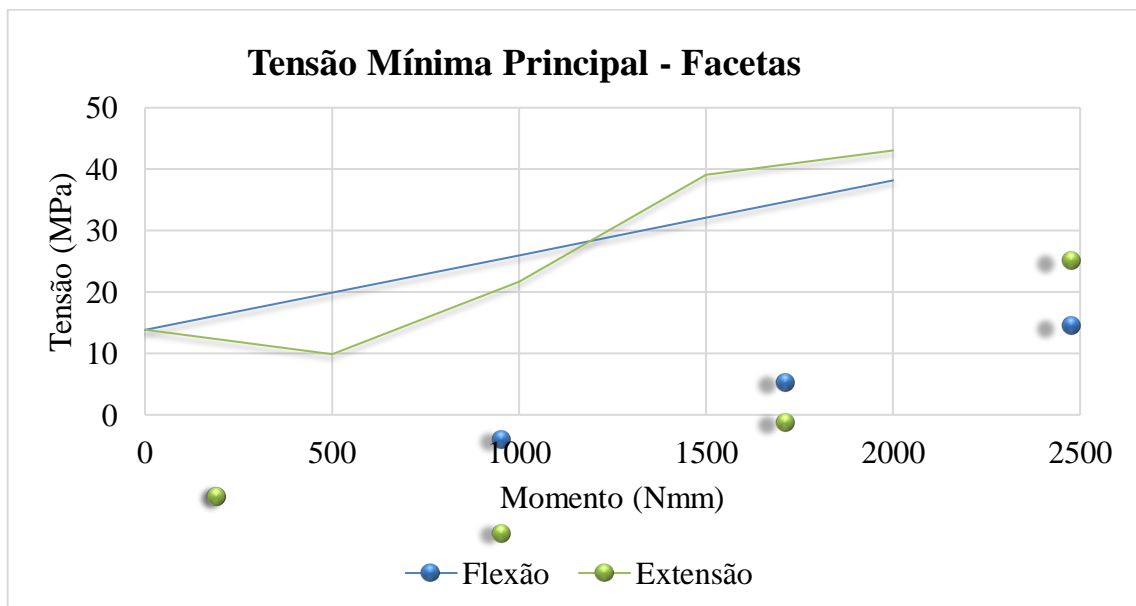


Figura 4-19. Tensão mínima principal na região das facetas em função dos momentos.

Os gráficos das Figuras 4-21 e 4-22 ilustram as tensões mínimas principais nas regiões de osso trabecular e disco intervertebral. A curva de tensão na região de osso trabecular é similar em flexão e extensão. Já os discos intervertebrais sofrem maiores tensões no carregamento de flexão.

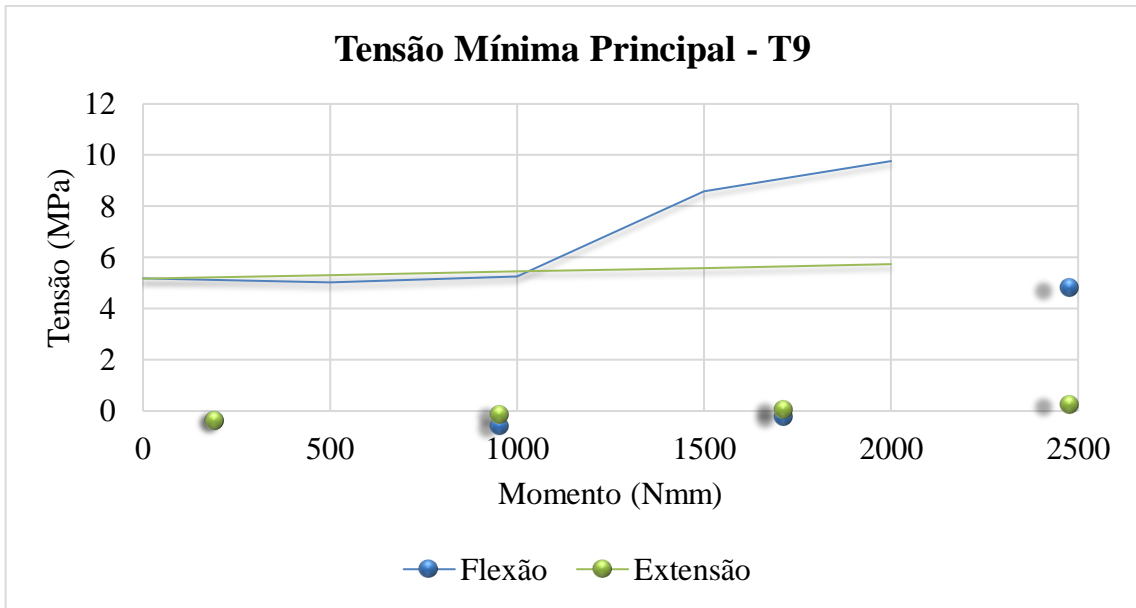


Figura 4-20. Tensão mínima principal na vértebra T9 em função dos momentos.

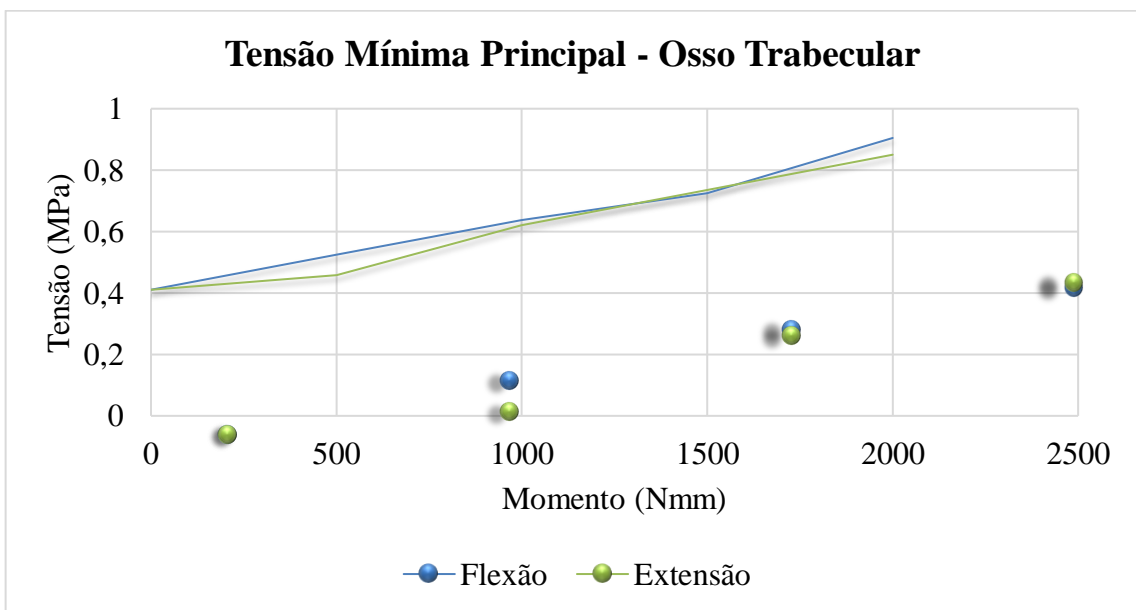


Figura 4-21. Tensão mínima principal nas regiões de osso trabecular em função dos momentos.

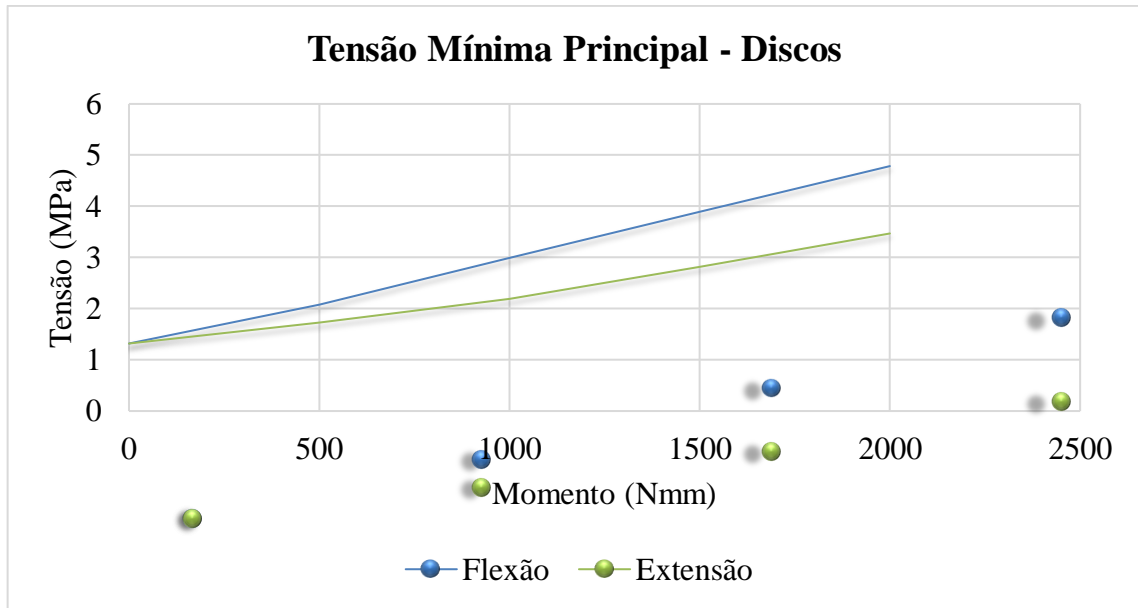


Figura 4-22. Tensão mínima principal nos discos em função dos momentos.

#### 4.2.2 Deslocamentos

Assim como nas tensões, o comportamento dos deslocamentos foi semelhante para os carregamentos axial e de flexão e contrários no carregamento de extensão. Os deslocamentos máximos nas direções y (axial) e z (sagital) se concentraram nas regiões de osso cortical das vértebras superiores e os deslocamentos na direção x (frontal) foram máximos nos discos intervertebrais. As Figuras 4-23 a 4-25 ilustram os deslocamentos do segmento sob carregamento axial, flexão e extensão, respectivamente.

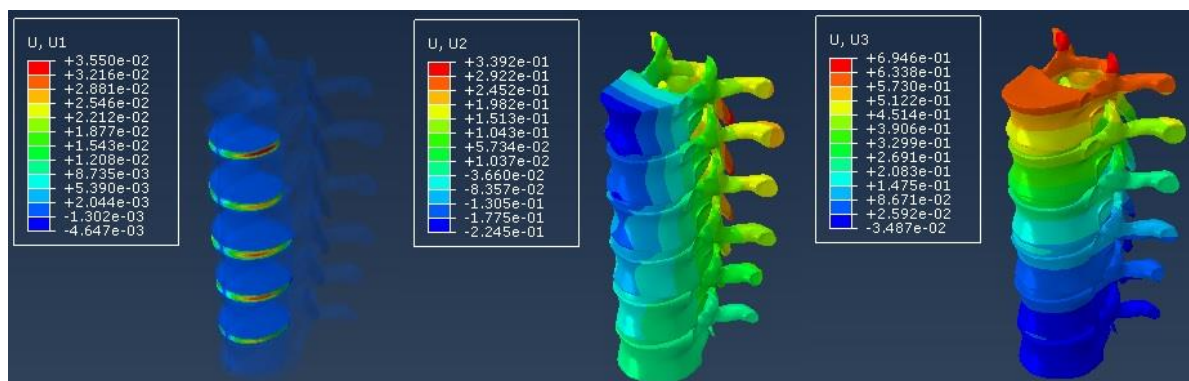


Figura 4-23. Deslocamentos x, y e z devido a carga axial (mm).



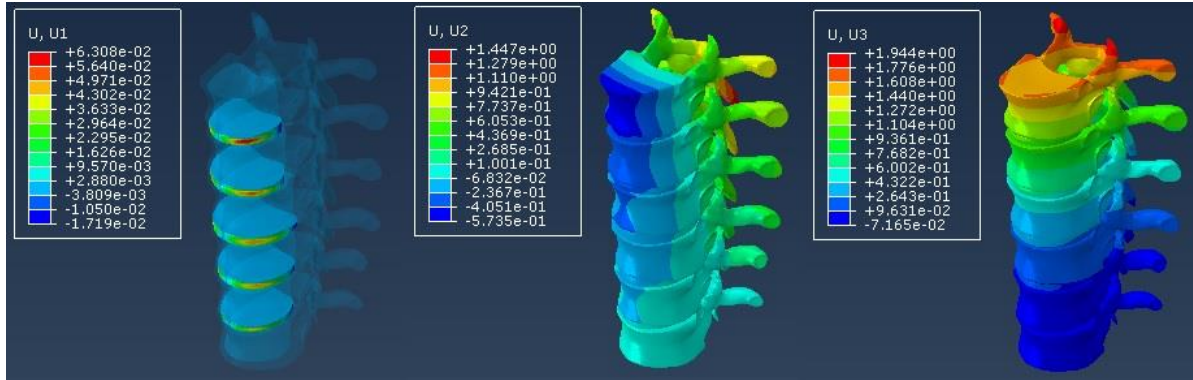


Figura 4-24. Deslocamentos x, y e z devido carregamento axial e flexão de 1,0 Nmm (mm).

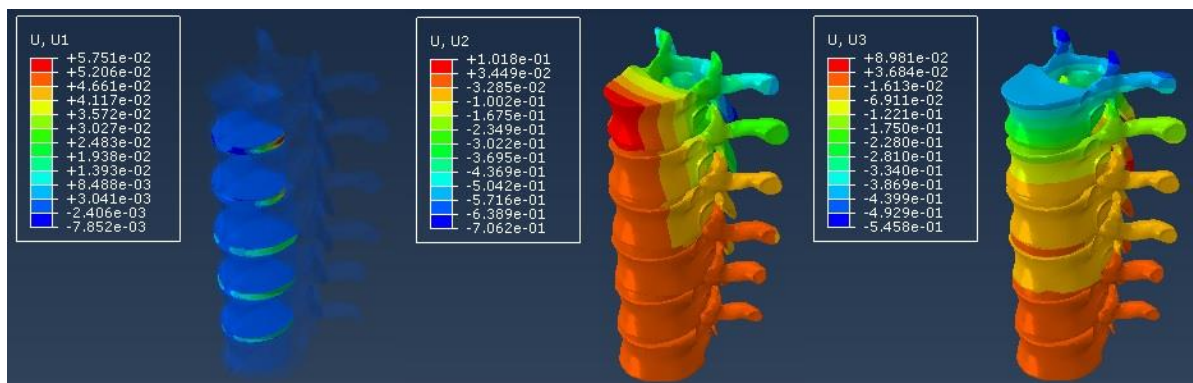


Figura 4-25. Deslocamentos x, y e z devido carregamento axial e extensão de 1,0 Nmm (mm).

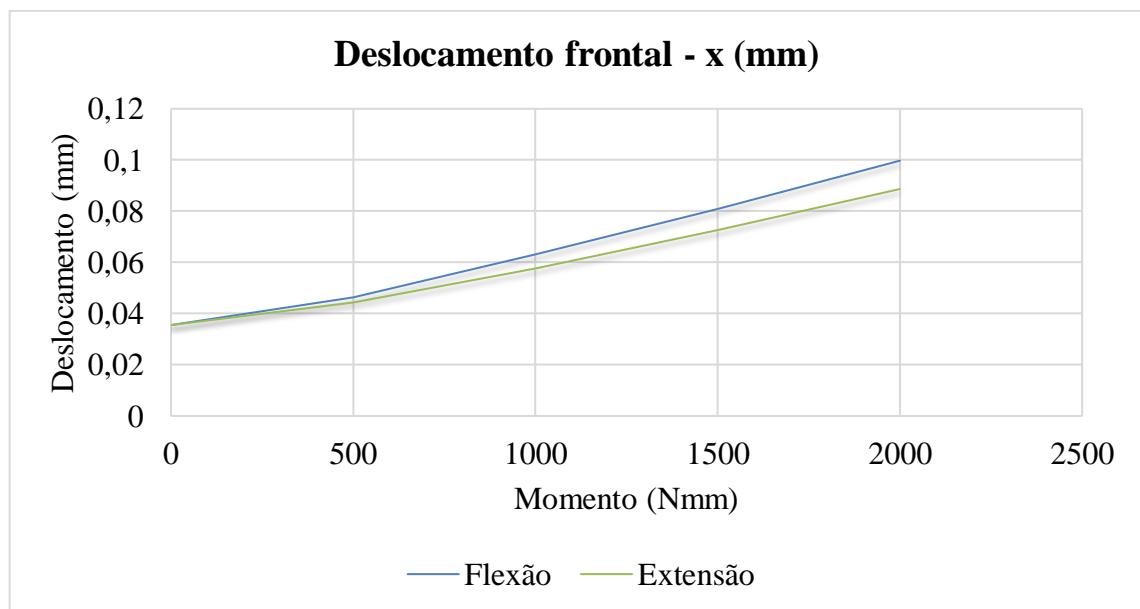


Figura 4-26. Deslocamento máximo frontal (eixo x) em função dos momentos.



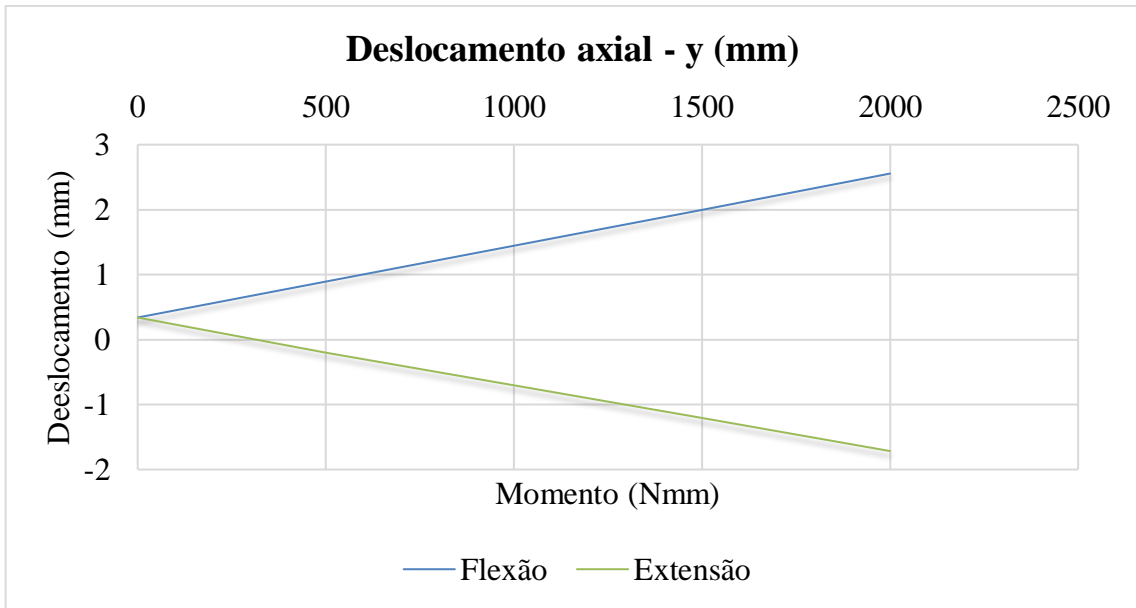


Figura 4-27. Deslocamento máximo axial (eixo y) em função dos momentos.

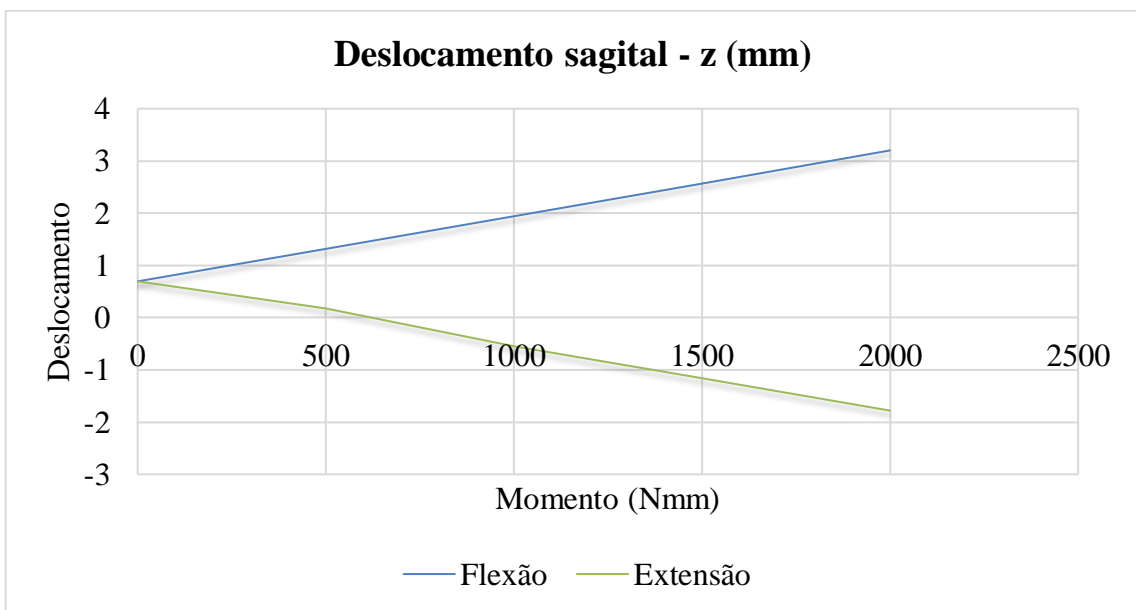


Figura 4-28. Deslocamento máximo sagital (eixo z) em função dos momentos.

Os gráficos das Figuras 4-26 a 4-28 apresentam os deslocamentos nas diferentes condições de carregamento impostas. Quando submetidos a carregamento de flexão combinado com carga axial o comportamento do modelo tende a permanecer o mesmo, entretanto com valores de deslocamento mais acentuados, como esperado. Já quando aplicado o momento de extensão a tendência dos deslocamentos, em y e z, é diminuir a magnitude até inverter os sentidos.

### 4.2.3 Deformação mínima principal nos discos

A deformação mínima principal ficou em torno de 13,7% no disco entre vértebra T5 e T6 sob carregamento axial combinado com flexão de 2 Nm (Figura 4-29).

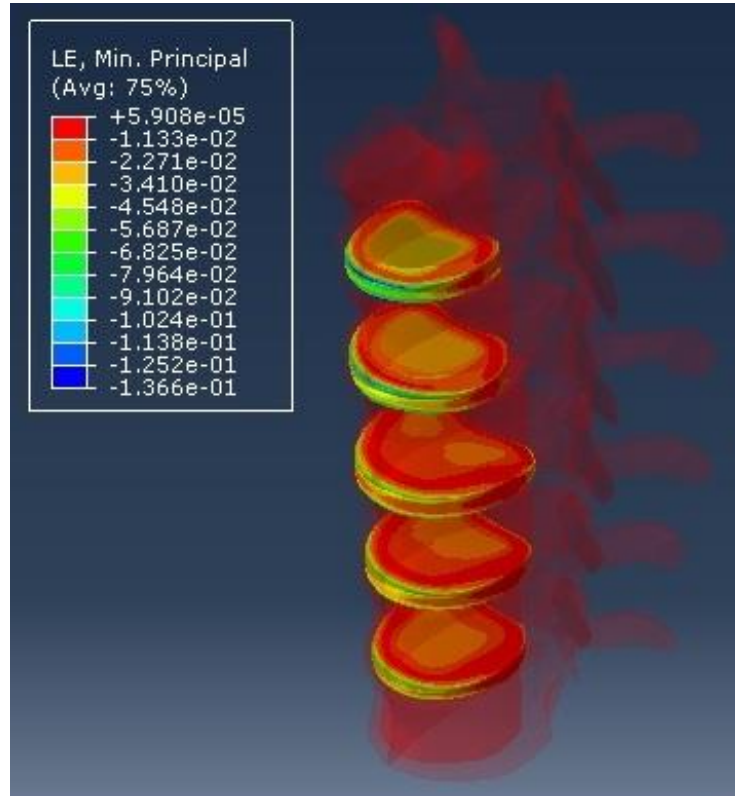


Figura 4-29. Deformação mínima principal nos discos sob carregamento axial combinado com flexão de 2,0 Nm.

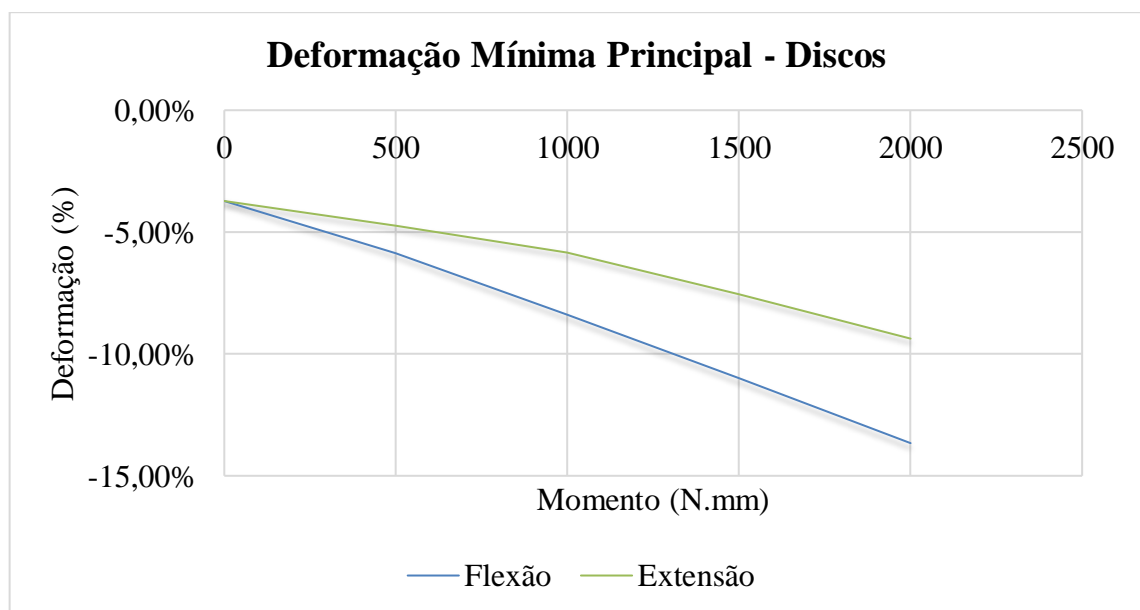


Figura 4-30. Deformação mínima principal nos discos em função dos momentos.

A tendência em ambos os carregamentos foi o aumento na magnitude da deformação conforme os momentos cresciam. Entretanto, a solicitação de extensão gera menores deformações no modelo, como pode-se constatar no gráfico da Figura 4-30.

### 4.3 Validação

Existem vários trabalhos sobre a modelagem da coluna vertebral pelo MEF na literatura, mas cada estudo trata de cargas e simplificações de acordo com os objetivos que neles se propõem. Estudos da coluna torácica são mais raros por se tratar de uma região onde há menor amplitude de movimento e, por consequência, uma menor incidência de doenças. Por isso, são poucos os estudos computacionais, *in vitro* e *in vivo* da coluna torácica. Ainda, com a ausência de informações sobre colunas jovens, tornam-se escassos os estudos sobre a coluna torácica em idade infantil, transformando a etapa de validação em um verdadeiro desafio.

Com exceção do trabalho desenvolvido por Aroeira (2017) não foram encontrados na literatura modelagens computacionais da coluna torácica com geometria em idade infantil. Logo, decidiu-se validar o modelo tendo como base dois trabalhos: o estudo *in vivo* de Morita *et al.* (2014) e a pesquisa *in vitro* desenvolvida por Wilke *et al.* (2017).

A amplitude de movimento, no inglês *Range Of Motion* (ROM), é o grau de amplitude que uma articulação pode atingir em diferentes tipos de movimentos como flexão/extensão, flexão lateral e rotação axial. Morita *et al.* (2014) avaliaram a amplitude da coluna torácica de 50 pacientes com idade média de 55 anos. As amplitudes de movimento em flexão/extensão foram avaliadas através de análise gráfica de imagens adquiridas através de tomografia computadorizada nas posições de máxima flexão e extensão. Wilke *et al.* (2017) desenvolveram um estudo *in vitro* com unidades funcionais de coluna torácica com idade média de 57 anos para avaliar a amplitude de movimento em flexão/extensão, rotação axial e flexão lateral.

Então, para comparação com o estudo de Morita *et al.* (2014) foram impostos momentos de flexão e extensão de 7500 Nmm no segmento em cifose normal e calculadas as amplitudes de movimento nas regiões T6-T7, T7-T8, T8-T9 e T9-10. O gráfico da Figura 4-31 mostra os resultados encontrados no modelo proposto e aqueles obtidos por Morita *et al.* (2014) nas posições de máxima flexão/extensão. Para comparação com a pesquisa de Wilke *et al.* (2017)

foi simulada a UFC T6-T7 (Figura 4-32) com ligamentos Supraespínho, Interespínho e Intertransversário simulados como elementos CONN3D2 axiais não lineares com curva de força/deslocamento baseada do estudo de Schmidt *et al.* (2007). Ainda, nesta simulação foram aplicados momentos de extensão e flexão no topo de T6 variando de -1875 Nmm a 7500 Nmm. O gráfico da Figura 4-33 mostra os resultados encontrados no modelo atual e aqueles obtidos por Wilke *et al.*(2017).

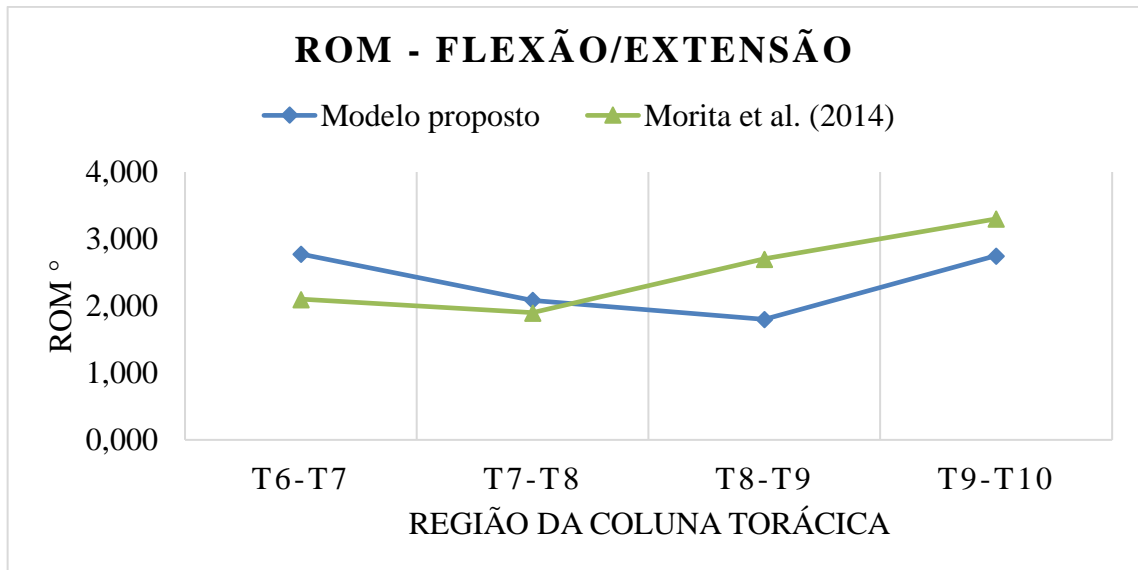


Figura 4-31. Range Of Motion para as unidades funcionais T6-T7, T7-T8, T8-T9 e T9-10 no estudo de Morita et al. (2014) e no atual modelo proposto.

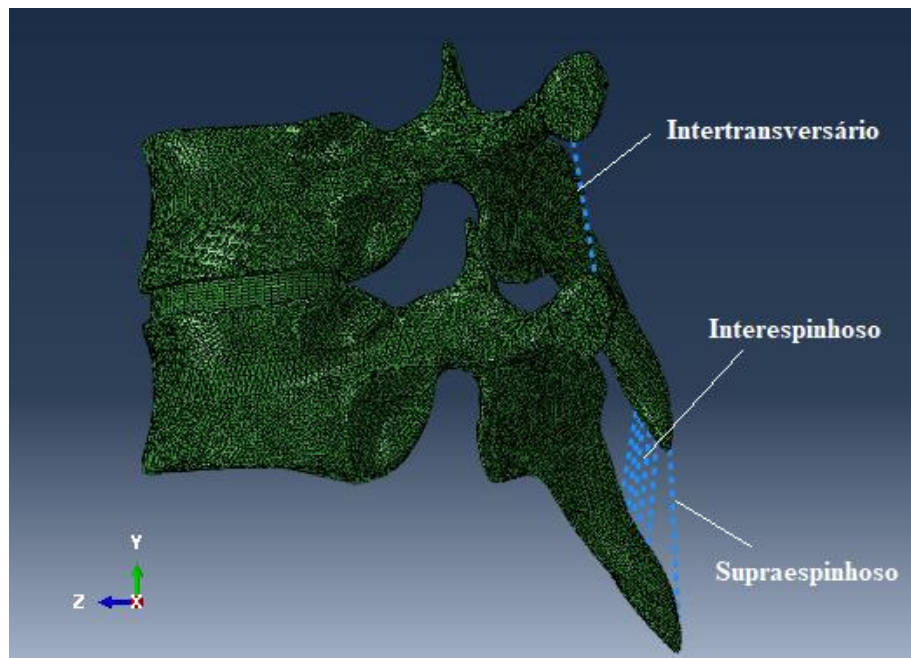


Figura 4-32. UFC T6-T7 com ligamentos Intertransversário, Interspínho e Supraespínho.

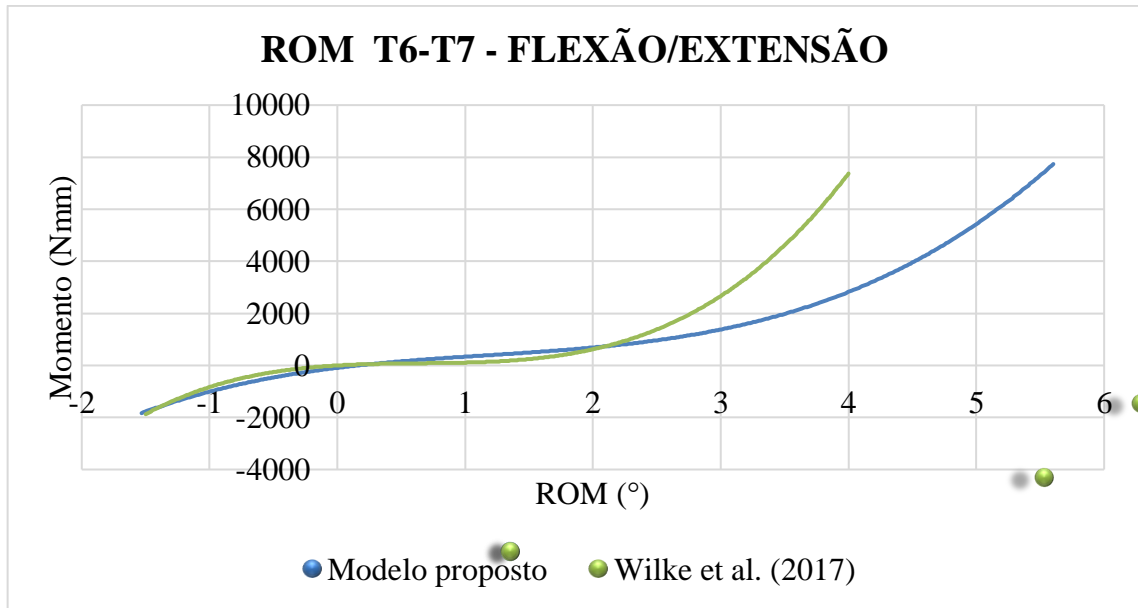


Figura 4-33. Curva de Range Of Motion x Momento para a UFC T6-T7 no estudo de Wilke et al. (2017) e no modelo proposto.

Nota-se na Figura 4-31 as diferenças na curva do modelo proposto e o estudo de Morita *et al.* (2014). Tais divergências eram esperadas visto as diferenças geométricas atrelada a ausência de ligamentos, músculos, caixa torácica e propriedades materiais mais adequadas a realidade. A Figura 4-33 deixa evidente que o modelo atual se mostra mais flexível do que o estudo in vitro, o que pode ser explicado pela geometria em idade infantil além da falta de ligamentos longitudinal anterior, posterior e Flavum. Entretanto, a curva de ROM x Momentos do modelo atual e o estudo de Wilke *et al.* (2017) são similares e fica claro o comportamento não linear da UFC T6-T7, o que indica que o modelo simula adequadamente o comportamento biomecânico da coluna, apesar das limitações.

Além disso, os resultados obtidos na análise do segmento torácico com cifose normal carregado axialmente foram comparados com aqueles obtidos por Aroeira (2017) com a mesma geometria, porém com diferentes condições de contorno. Apesar do comportamento geral do deslocamento ter sido similar em ambos os trabalhos, os valores de deslocamento encontrados no atual estudo foram substancialmente menores, cerca de 400% menor. Esse fato se deve a diferença nas propriedades dos materiais das vértebras, mais rígidas no atual estudo, diferentes elementos finitos adotados nos discos, além de carregamentos distintos. Aroeira (2017), além de considerar uma carga axial 135% maior que a adotada nesse estudo, aplicou cargas assimétricas nos ligamentos, esses que não foram incorporados na geometria atual.

As tensões nos discos intervertebrais foram maiores em cerca de 21% no modelo atual, embora o carregamento tenha sido significativamente menor. Entretanto, esse comportamento já era esperado visto que a hiperelasticidade dos discos foi considerada no estudo aqui apresentado.

A resistência do osso humano depende do tipo de osso, quantidade de massa óssea, do tipo de carga imposta e outros fatores, o que impede que haja um valor de resistência padronizado. Apesar disso, alguns dados encontrados na literatura indicam que o osso cortical pode apresentar resistência última à compressão próxima de até 200 MPa (HAMILL; KNUTZEN; DERRICK, 2016; KATZENBERGER et al., 2020; MORGAN; UNNIKRISNAN; HUSSEIN, 2018) e o osso trabecular pode ter resistência última à compressão de até 4,6 MPa (KEAVENY et al., 2001; LINDAHL, 1976; MORGAN; UNNIKRISNAN; HUSSEIN, 2018; MOSEKILDE; MOSEKILDE; DANIELSEN, 1987). Ainda assim, de acordo com Hamill, Knutzen e Derrick (2016), a fratura do osso pode acontecer devido a um evento traumático isolado ou um acúmulo de microfraturas. Ademais, a avaliação das deformações dos discos pode ser um parâmetro de avaliação da adequação da simulação computacional à realidade. Estudos *in vivo* desenvolvidos por Wilson *et al.* (2021) mostram que a deformação máxima nos discos intervertebrais em flexão/extensão podem chegar a 20%.

Logo, o modelo mostrou-se satisfatório e coerente, com valores de tensão de compressão e deformações abaixo dos limites estabelecidos na literatura e, ainda, baseado nas comparações feitas entre o presente trabalho e dados da literatura, se mostrou capaz de representar o comportamento biomecânico da coluna torácica.

#### **4.4 Comparação dos resultados**

O presente trabalho se propôs a investigar a influência da retificação da cifose do segmento torácico da coluna em idade infantil no desenvolvimento da EIA através de simulação numérica pelo MEF. Para tal, foram considerados as distintas propriedades mecânicas para osso cortical e trabecular, além de implementar modelagem hiperelástica nos discos intervertebrais.

Diversas observações podem ser feitas com base na comparação dos resultados dos modelos nas diferentes condições geométricas. As deformações mínimas principais máximas, observadas no gráfico da Figura 4-34, são mais elevadas na coluna retificada quando submetida a momentos de extensão maiores que 0,5 Nm, cerca de 193% maior quando aplicado um

momento de 2,0 Nm, o que indica maior solicitação nos discos intervertebrais nessa condição de cifose, podendo ser gatilho para alterações na coluna, dado a importância dos discos na estabilidade da coluna vertebral.

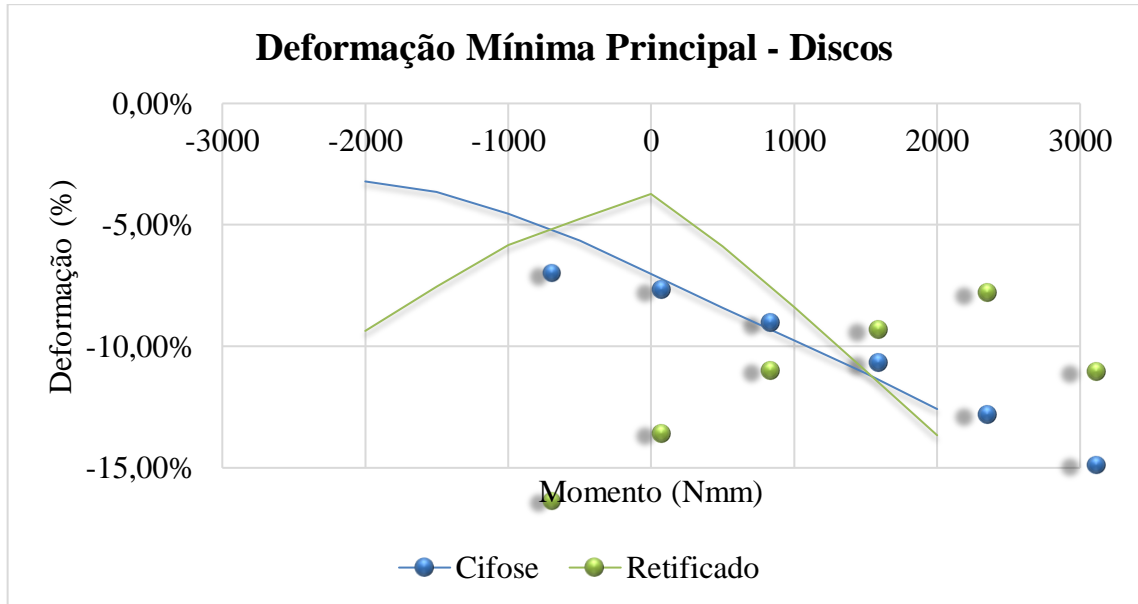


Figura 4-34. Deformação mínima principal máxima nos discos nas condições de cifose normal e retificada versus momento.

O deslocamento frontal (x), visualizado na Figura 4-35, chega a ser 83% maior no segmento retificado quando submetido a carregamento de extensão. Tal resultado indica a predisposição da geometria retificada ao desenvolvimento da EIA, já que o deslocamento lateral no plano frontal é uma das características da escoliose. O mesmo pode ser observado nos deslocamentos vertical (y) e sagital (z), conforme gráficos das Figuras 4-36 e 4-37, respectivamente. Ainda, a inclinação da reta dos deslocamentos quando solicitado a flexão é maior no modelo retificado, o que sugere maiores deslocamentos quando aplicados momentos de flexão maiores que 2,0 Nm.

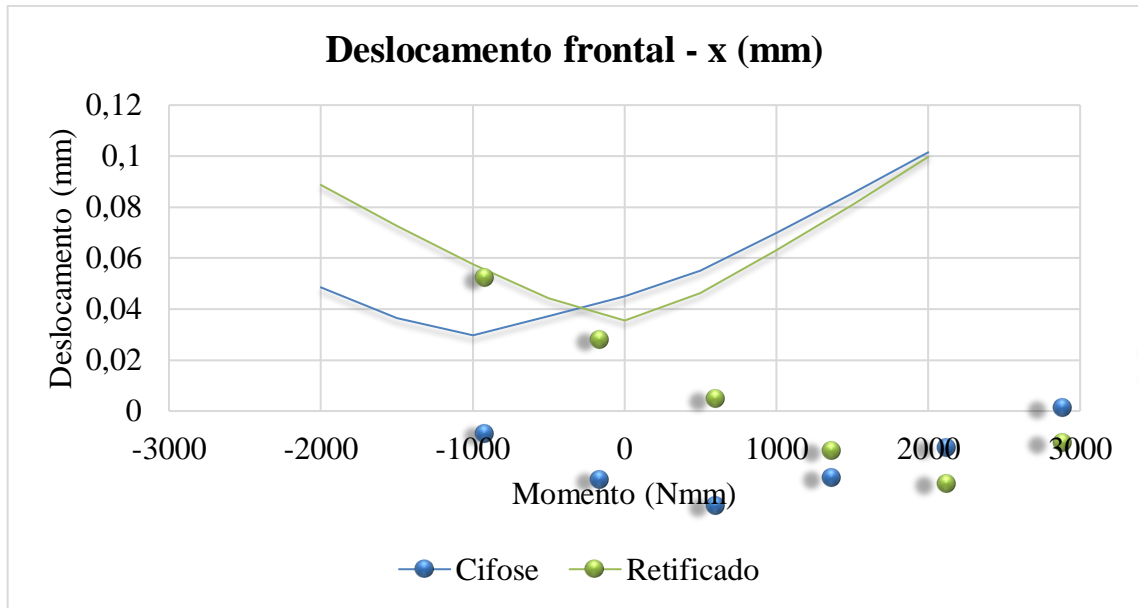


Figura 4-35. Deslocamento frontal (x) máximo nas condições de cifose normal e retificada versus momento.

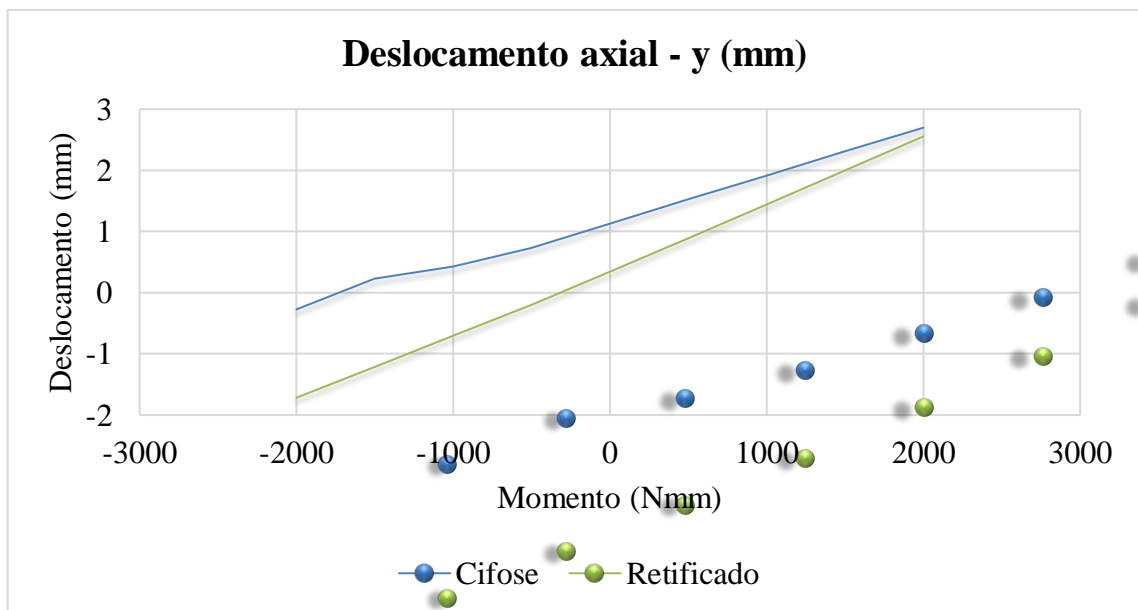


Figura 4-36. Deslocamento axial (y) máximo nas condições de cifose normal e retificada versus momento.



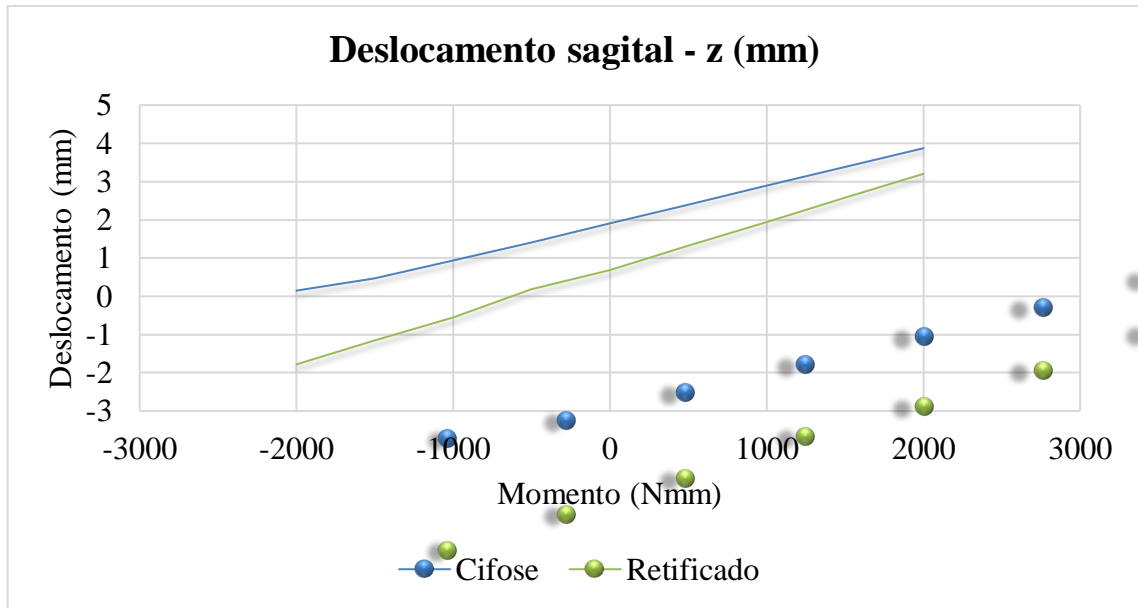


Figura 4-37. Deslocamento sagital (z) máximo nas condições de cifose normal e retificada versus momento.

Os discos são as estruturas responsáveis pela maior absorção de carga da coluna. Além deles, as articulações facetarias apresentam grande contribuição, cerca de 20% de toda a carga da coluna ereta (Aroeira, 2017).

Em termos de tensão, foi difícil investigar as diferenças impostas pela geometria retificada. Entretanto, as tensões máximas na região das facetas foram maiores no segmento em cifose normal. Tal fato leva a crer que na condição de cifose normal as facetas contribuem melhor para a estabilidade da coluna.

## 4.5 Limitações

A maior parte das pesquisas científicas estão sujeitas a limitações e nesse trabalho não foi diferente. Durante o seu desenvolvimento foram encontradas algumas limitações que podem influir nos resultados obtidos e, a depender dos objetivos propostos, pode não representar adequadamente o comportamento biomecânico da coluna.

Foi adotada malha tetraédrica linear nas vértebras devido a complexa geometria, mas a discretização em elementos finitos hexaédricos pode trazer resultados mais apurados para a simulação da coluna. Além disso, o equipamento disponível para a simulação numérica do

modelo não apresentava configurações adequadas à modelagem, o que levou a utilização de simetria do modelo, limitando ao uso de carregamentos também simétricos.

É sabido que o disco intervertebral é uma estrutura viscoelástica anisotrópica com diferentes características em cada região da coluna, entretanto o atual trabalho o considerou como material hiperelástico isotrópico, além de não considerar a placa terminal entre vértebras e discos.

O comportamento mecânico da coluna é garantido quando todos os seus elementos trabalham adequadamente em conjunto. Apesar de ser uma simplificação razoável, não é o mais adequado simular apenas uma região da coluna, o que pode implicar em um comportamento mecânico não condizente com a realidade. Além disso, a imposição do engaste na base de T10 pode influir na estabilidade do modelo, logo, para melhor avaliação da contribuição da cifose retificada, seria necessário adotar um modelo com representação geométrica de todas as regiões da coluna vertebral.

A ausência de ligamentos e tratamento das facetas como estruturas não lineares podem influenciar na fidedignidade do modelo, gerando concentrações de tensão entre as facetas e curvas lineares de tensão e deslocamento, o que não condiz com o comportamento não linear esperado para a coluna.

Finalmente, dados dos materiais de coluna em idade jovem são escassos na literatura e por isso as propriedades utilizadas são de colunas em idade adulta, já que a maior parte dos estudos *in vitro* para identificação de propriedades da coluna são desenvolvidos com peças anatômicas de indivíduos em idade avançada.

Portanto, a solução dessas limitações em futuros trabalhos é imprescindível para a boa compreensão da mecânica da coluna.

# 5

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

### 5.1 Conclusão

Os modelos de elementos finitos oferecem diversas ferramentas alternativas para simular vários parâmetros e condições da coluna vertebral. Assim, os parâmetros experimentais e morfológicos podem ser modificados e testados de maneira reprodutível.

Neste contexto, o trabalho apresentado se propôs a investigar a influência da retificação da cifose do segmento torácico da coluna em idade infantil no desenvolvimento da Escoliose Idiopática do Adolescente através de simulação numérica pelo Método dos Elementos Finitos.

A etapa de validação mostrou que, apesar das limitações, a simulação computacional fornece resultados de *range of motion*, tensão nas vértebras e deformações nos discos compatíveis com a literatura. Dessa forma, o modelo é capaz de prever o comportamento biomecânico da coluna e pode ser útil em diversos tipos de análises e estudos pré-cirúrgicos, sendo capaz de simular os efeitos de diferentes tipos de tratamento.

Finalmente, os parâmetros de tensão, deslocamento e deformação se mostraram adequados para comparação entre as diferentes condições de cifose, sendo possível notar na geometria retificada a pré-disposição ao desenvolvimento da EIA já que as deformações e deslocamentos nessa condição foram destacados. Logo, os resultados confirmam a suposição de que a retificação da cifose seria uma das causas de desenvolvimento e/ou progressão da EIA.

## 5.2 Futuros trabalhos

Outros trabalhos são sugeridos pela autora no sentido de caminhar para um melhor entendimento da coluna vertebral em idade jovem, permitindo assim o desenvolvimento de modelos mais condizentes com a realidade:

- Avaliação das propriedades materiais de tecidos moles, como disco intervertebral e ligamentos, em população de idade jovem.
- Avaliação da amplitude de movimento e deslocamentos de colunas em idade jovem em condições de flexão/extensão, flexão lateral, rotação axial para auxiliar na validação de análises computacionais nessa faixa etária.
- Estudos sobre a carga atuante em diferentes regiões da coluna jovem de modo a auxiliar na correta adoção de carregamentos cotidianos.
- Modelagem computacional musculoesquelética completa considerando a caixa torácica, para que dessa forma seja possível a correta validação com ensaios in vivo, além de obter comportamento mecânico mais realista.
- Melhorias no modelo de elementos finitos atual considerando comportamento viscoelástico anisotrópico do anel fibroso, incluindo ligamentos e aplicação de diferentes carregamentos.

## REFERÊNCIAS

ALTAIR. **Altair HyperMesh 2020 User's Guide**, 2020.

ARGENTA, Marco André. **Mecânica do Contínuo**. 2020. Disponível em: <http://www.estruturas.ufpr.br/material/mecanicaContinuo/>. Acesso em: 19 set. 2022.

AROEIRA, Rozilene Maria Cota. **Estudo biomecânico de coluna torácica de adolescente, em cifose e hipocifose, sob carregamento ligamentar assimétrico: uma possível predição da escoliose idiopática**. 2017. Tese (Doutorado) Engenharia de Estruturas - Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, [S. l.], 2017.

ASME. An Illustration of the Concepts of Verification and Validation in Computational Solid Mechanics. **American Society of Mechanical Engineers**, [S. l.], n. ASME V&V 10.1-2012, 2012.

BELYTSCHKO, T.; SCHWER, L.; PRIVITZER, E. Theory and application of a three-dimensional model of the human spine. **Aviation, space, and environmental medicine**, [S. l.], v. 49, n. 1 Pt. 2, p. 158—165, 1978.

CALVO-ECHENIQUE, Andrea; CEGOÑINO, José; CHUECA, Raúl; PÉREZ-DEL PALOMAR, Amaya. Stand-alone lumbar cage subsidence: A biomechanical sensitivity study of cage design and placement. **Computer Methods and Programs in Biomedicine**, [S. l.], v. 162, p. 211–219, 2018. DOI: 10.1016/j.cmpb.2018.05.022.

CASTELEIN, René M.; VAN DIEËN, Jaap H.; SMIT, Theo H. The role of dorsal shear forces in the pathogenesis of adolescent idiopathic scoliosis - A hypothesis. **Medical Hypotheses**, [S. l.], v. 65, n. 3, p. 501–508, 2005. DOI: 10.1016/j.mehy.2005.03.025.

COSTI, John J.; FREEMAN, Brian J. C.; ELLIOTT, Dawn M. Intervertebral disc properties: Challenges for biodevices. **Expert Review of Medical Devices**, [S. l.], v. 8, n. 3, p. 357–376, 2011. DOI: 10.1586/erd.11.1.

DASSAULT SYSTÈMES SIMULIA CORP. **Abaqus 6.14 Online Documentation**, 2014.

DE ONIS, Mercedes; ONYANGO, Adelheid W.; BORGHI, Elaine; SIYAM, Amani; NISHIDA, Chizuru; SIEKMANN, Jonathan. Development of a WHO growth reference for school-aged children and adolescents. **Bulletin of the World Health Organization**, [S. l.], v. 85, n. 9, p. 660–667, 2007. DOI: 10.2471/blt.07.043497.

DEL PALOMAR, A. Pérez; CALVO, B.; DOBLARÉ, M. An accurate finite element model of the cervical spine under quasi-static loading. **Journal of Biomechanics**, [S. l.], v. 41, n. 3, p. 523–531, 2008. DOI: 10.1016/j.jbiomech.2007.10.012.

DIAS, F. T.; CRUZ, J. P.; VALENTE, R. A. F.; SOUSA, R. J. A. **Método dos Elementos Finitos Técnicas de Simulação Numérica em Engenharia**. 1. ed. Lisboa: ETEP, 2010. 488p.

DIETRICH, M.; KEDZIOR, K.; ZAGRAJEK, T. A Biomechanical Model of the Human Spinal

System. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part H: Journal of Engineering in Medicine**, [S. l.], v. 205, n. 1, p. 19–26, 1991. DOI: 10.1243/PIME\PROC\1991\205\257\02.

DRISCOLL, Mark; AUBIN, Carl Eric; MOREAU, Alain; VILLEMURE, Isabelle; PARENT, Stefan. The role of spinal concave-convex biases in the progression of idiopathic scoliosis. **European Spine Journal**, [S. l.], v. 18, n. 2, p. 180–187, 2009. DOI: 10.1007/s00586-008-0862-z.

FAGAN, M. J.; JULIAN, S.; MOHSEN, A. M. Finite element analysis in spine research. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part H: Journal of Engineering in Medicine**, [S. l.], v. 216, n. 5, p. 281–298, 2002. DOI: 10.1243/09544110260216568.

FISH, Jacob; BELYTSCHKO, Ted. **A first course in finite elements**. 1. ed. Chichester. 319p.

HAMILL, Joseph; KNUTZEN, Kathleen M.; DERRICK, Timothy R. **Bases biomecânicas do movimento humano**. 4. ed. Barueri: Manole, 2016. 490p.

HOLZAPFEL, Gerhard A. **Nonlinear solid mechanics: a continuum approach for engineering**. 1. ed. Chichester: John Wiley & Sons, 2000. 455p.

HOLZAPFEL, Gerhard A.; GASSER, Thomas C.; OGDEN, Ray W. A new constitutive framework for arterial wall mechanics and a comparative study of material models. **Journal of Elasticity**, [S. l.], v. 61, n. 1–3, p. 1–48, 2000. DOI: 10.1023/A:1010835316564.

JAKEL, Roland. **Analysis of Hyperelastic Materials with Mechanics – Theory and Application Examples**<sup>2°</sup> SAXSIM, Chemnitz University of Technology, 2010.

JOHN, Kenneth R. St. The use of polyurethane materials in the surgery of the spine: A review. **Spine Journal**, [S. l.], v. 14, n. 12, p. 3038–3047, 2014. DOI: 10.1016/j.spinee.2014.08.012.

KATZENBERGER, Michael J.; ALBERT, Devon L.; AGNEW, Amanda M.; KEMPER, Andrew R. Effects of sex, age, and two loading rates on the tensile material properties of human rib cortical bone. **Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials**, [S. l.], v. 102, n. April 2019, p. 103410, 2020. DOI: 10.1016/j.jmbbm.2019.103410. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.jmbbm.2019.103410>.

KEAVENY, Tony M.; MORGAN, Elise F.; NIEBUR, Glen L.; YEH, Oscar C. Biomechanics of Trabecular Bone. **Annual Review of Biomedical Engineering**, [S. l.], v. 3, n. 1, p. 307–333, 2001. DOI: 10.1146/annurev.bioeng.3.1.307.

KOUWENHOVEN, Jan Willem M.; CASTELEIN, René M. The pathogenesis of adolescent idiopathic scoliosis: review of the literature. **Spine**, [S. l.], v. 33, n. 26, p. 2898–2908, 2008.

KUMAR, Nomesh; RAO, V. Venkateswara. Hyperelastic Mooney-Rivlin Model: Determination and Physical Interpretation of Material Constants. **MIT International Journal of Mechanical Engineering**, [S. l.], v. 6, n. 1, p. 43–46, 2016.

KURUTZ, Marta. Finite Element Modelling of Human Lumbar Spine. In: MORATAL, David (org.). **Finite Element Analysis**. Rijeka: IntechOpen, 2010. DOI: 10.5772/intechopen.83983.

KWAN, Kenny Yat Hong; CHENG, Aldous C. S.; KOH, Hui Yu; CHIU, Alice Y. Y.;

CHEUNG, Kenneth Man Chee. Effectiveness of Schroth exercises during bracing in adolescent idiopathic scoliosis: Results from a preliminary study-SOSORT Award 2017 Winner. **Scoliosis and Spinal Disorders**, [S. l.], v. 12, n. 1, p. 1–7, 2017. DOI: 10.1186/s13013-017-0139-6.

LALONDE, N. M.; VILLEMURE, I.; PANNETIER, R.; PARENT, Stefan; AUBIN, C. É. Biomechanical modeling of the lateral decubitus posture during corrective scoliosis surgery. **Clinical Biomechanics**, [S. l.], v. 25, n. 6, p. 510–516, 2010. DOI: 10.1016/j.clinbiomech.2010.03.009.

LATHAM, F. A study in body ballistics: seat ejection. **Proceedings Of The Royal Society Of London. Series B - Biological Sciences**, [S. l.], v. 147, n. 926, p. 121–139, 1957. DOI: 10.1098/rspb.1957.0039.

LINDAHL, Olov. Mechanical properties of dried defatted spongy bone. **Acta Orthopaedica**, [S. l.], v. 47, n. 1, p. 11–19, 1976. DOI: 10.3109/17453677608998966.

LITTLE, J. Paige; ADAM, Clayton J. The effect of soft tissue properties on spinal flexibility in scoliosis: Biomechanical simulation of fulcrum bending. **Spine**, [S. l.], v. 34, n. 2, p. 76–82, 2009. DOI: 10.1097/BRS.0b013e31818ad584.

LONNER, Baron S. **Pediatric Scoliosis Surgery Guide**. 2019. Disponível em: <https://www.spineuniverse.com/conditions/scoliosis/pediatric-scoliosis-surgery-guide>. Acesso em: 19 set. 2022.

LU, Tung Wu; CHANG, Chu Fen. Biomechanics of human movement and its clinical applications. **Kaohsiung Journal of Medical Sciences**, [S. l.], v. 28, n. 2 SUPPL., p. S13–S25, 2012. DOI: 10.1016/j.kjms.2011.08.004.

MAL, Ajit K.; SINGH, Sarva Jit. **Deformation of Elastic Solids**. Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1991. 341p.

MARCZAK, R. J.; ITURRIOZ, I. **Caracterização do Comportamento de Materiais Hiperelásticos**. 2006. 137p.

MAUREL, Nathalie; LAVASTE, F.; SKALLI, W. A three-dimensional parameterized finite element model of the lower cervical spine. Study of the influence of the posterior articular facets. **Journal of Biomechanics**, [S. l.], v. 30, n. 9, p. 921–931, 1997. DOI: 10.1016/S0021-9290(97)00056-0.

MEIJER, Gerarda Johanna Maria. **Development of a non-fusion scoliosis correction device**. 2011. Tese (Doutorado), Universidade de Twente, Enschede, 2011.

MOONEY, M. A theory of large elastic deformation. **Journal of Applied Physics**, [S. l.], v. 11, n. 9, p. 582–592, 1940. DOI: 10.1063/1.1712836.

MOORE, Keith L.; DALLEY, Arthur F. **Anatomia orientada para a clínica**. 4. ed. [s.l.: s.n.].

MORGAN, Elise F.; UNNIKRISSAN, Ginu U.; HUSSEIN, Amira I. Bone Mechanical Properties in Healthy and Diseased States. **Annual review of biomedical engineering**, [S. l.], v. 20, p. 119–143, 2018. DOI: 10.1146/annurev-bioeng-062117-121139.

MORITA, Daigo; YUKAWA, Yasutsugu; NAKASHIMA, Hiroaki; ITO, Keigo; YOSHIDA,

Go; MACHINO, Masaaki; KANBARA, Syunsuke; IWASE, Toshiki; KATO, Fumihiko. Range of motion of thoracic spine in sagittal plane. **European Spine Journal**, [S. l.], v. 23, n. 3, p. 673–678, 2014. DOI: 10.1007/s00586-013-3088-7.

MOSEKILDE, Li; MOSEKILDE, Le; DANIELSEN, C. C. Biomechanical competence of vertebral trabecular bone in relation to ash density and age in normal individuals. **Bone**, [S. l.], v. 8, n. 2, p. 79–85, 1987. DOI: 10.1016/8756-3282(87)90074-3.

NACHEMSON, A. Load on lumbar disks in various positions. **Clinical Orthopaedics and Related Research**, [S. l.], v. 45, n. 1, p. 107–122, 1966. DOI: 10.1097/00003086-196600450-00014.

NATOUR, Jamil. **Coluna Vertebral**. 2. ed. São Paulo: etcetera, 2004. 248p.

NETTER, Frank H. **Atlas de Anatomia Humana**. 6. ed. Rio de Janeiro: Saunders Elsevier, 2015. 933p.

OGDEN, R. W. Large deformation isotropic elasticity – on the correlation of theory and experiment for incompressible rubberlike solids. **Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences**, [S. l.], v. 326, n. 1567, p. 565–584, 1972. DOI: 10.1098/rspa.1972.0026.

PANJABI, M. M.; KRAG, M. H.; DIMNET, J. C.; WALTER, S. D.; BRAND, R. A. Thoracic spine centers of rotation in the sagittal plane. **Journal of Orthopaedic Research**, [S. l.], v. 1, n. 4, p. 387–394, 1983. DOI: 10.1002/jor.1100010407.

PANJABI, Manohar M. The Stabilizing System of the Spine. Part I. Function, Dysfunction, Adaptation, and Enhancement. **JOURNAL OF SPINAL DISORDERS & TECHNIQUES**, [S. l.], v. 5, n. 4, p. 383–389, 1992. DOI: 10.1097/00006231-200001000-00003.

PAWLIKOWSKI, Marek; SKALSKI, Konstanty; SOWIŃSKI, Tomasz. Hyper-elastic modelling of intervertebral disc polyurethane implant. **Acta of Bioengineering and Biomechanics**, [S. l.], v. 15, n. 2, p. 43–50, 2013. DOI: 10.5277/abb130205.

QIU, Tian Xia; TEO, Ee Chon. Finite element modeling of human thoracic spine. **Journal of Musculoskeletal Research**, [S. l.], v. 8, n. 4, p. 133–144, 2004. DOI: 10.1142/S0218957704001302.

REIS, Liliana Lages. **Estudo Biomecânico de Coluna com Escoliose Idiopática do Adolescente**. 2015. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Engenharia. Universidade do Porto, Porto, 2015.

RHO, Jae Young; TSUI, Ting Y.; PHARR, George M. Elastic properties of human cortical and trabecular lamellar bone measured by nanoindentation. **Biomaterials**, [S. l.], v. 18, n. 20, p. 1325–1330, 1997. DOI: 10.1016/S0142-9612(97)00073-2.

RIVLIN, R. S.; SAUNDERS, D. W. Large elastic deformations of isotropic materials VII. Experiments on the deformation of rubber. **Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences**, [S. l.], v. 243, n. 865, p. 251–288, 1951. DOI: 10.1098/rsta.1951.0004.



ROUSSOULY, Pierre; LABELLE, Hubert; ROUISSI, Jihane; BODIN, Arnaud. Pre- and post-operative sagittal balance in idiopathic scoliosis: A comparison over the ages of two cohorts of 132 adolescents and 52 adults. **European Spine Journal**, [S. l.], v. 22, n. SUPPL.2, 2012. DOI: 10.1007/s00586-012-2571-x.

RUBERTÉ, Lissette M.; NATARAJAN, Raghu N.; ANDERSSON, Gunnar BJ. Influence of single-level lumbar degenerative disc disease on the behavior of the adjacent segments-A finite element model study. **Journal of Biomechanics**, [S. l.], v. 42, n. 3, p. 341–348, 2009. DOI: 10.1016/j.jbiomech.2008.11.024.

SCHMIDT, Hendrik; HEUER, Frank; DRUMM, Joerg; KLEZL, Zdenek; CLAES, Lutz; WILKE, Hans Joachim. Application of a calibration method provides more realistic results for a finite element model of a lumbar spinal segment. **Clinical Biomechanics**, [S. l.], v. 22, n. 4, p. 377–384, 2007. DOI: 10.1016/j.clinbiomech.2006.11.008.

SHAHRAKI, Narjes Momeni; FATEMI, Ali; GOEL, Vijay K.; AGARWAL, Anand. On the use of biaxial properties in modeling annulus as a Holzapfel-Gasser-Ogden material. **Frontiers in Bioengineering and Biotechnology**, [S. l.], v. 3, n. JUN, p. 1–9, 2015. DOI: 10.3389/fbioe.2015.00069.

TEIXEIRA, TATIANA FILIPA SALGADO DA COSTA. **ESTUDO BIOMECÂNICO DA COLUNA CERVICAL COM PATOLOGIA TATIANA**. 2014. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto, Porto, 2014.

TRAUTWEIN, Hebert Suares. **Desenvolvimento de um modelo em Elementos Finitos da Coluna Torácica**. 2019. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Engenharia, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2019.

TRELOAR, L. R. G. Theory of Large Elastic Deformations. **Nature**, [S. l.], v. 151, n. 3839, p. 616, 1943. DOI: 10.1038/151616a0. Disponível em: <https://doi.org/10.1038/151616a0>.

TYNDYK, M. A.; BARRON, V.; MCHUGH, P. E.; O'MAHONEY, D. Generation of a finite element model of the thoracolumbar spine. **Acta of Bioengineering and Biomechanics**, [S. l.], v. 9, n. 1, p. 35–46, 2007.

VANPUTTE, Cinnamon; REGAN, Jennifer; RUSSO, Andrew; SEELEY, Rod; STEPHENS, Trent; TATE, Philip. **Seeley's Anatomy & Physiology**. 11. ed. Nova Iorque: McGraw Hill, 2017.

WANG, Wenhai; BARAN, George R.; BETZ, Randal R.; SAMDANI, Amer F.; PAHYS, Joshua M.; CAHILL, Patrick J. The Use of finite element models to assist understanding and treatment for scoliosis: A review paper. **Spine Deformity**, [S. l.], v. 2, n. 1, p. 10–27, 2014. DOI: 10.1016/j.jspd.2013.09.007.

WEINSTEIN, Stuart L.; DOLAN, Lori A.; CHENG, Jack C. Y.; DANIELSSON, Aina; MORCUENDE, Jose A. Adolescent idiopathic scoliosis. **The Lancet**, [S. l.], v. 371, p. 1527–1537, 2008. DOI: 10.1016/S0140-6736(08)60658-3.

WHITE, A. A. Analysis of the mechanics of the thoracic spine in man. An experimental study of autopsy specimens. **Acta Orthopaedica Scandinavica, Supplement**, [S. l.], v. 127, p. 1–105, 1969. DOI: 10.3109/ort.1969.40.suppl-127.01.

WHITE, Augustus A.; PANJABI, Manohar M. **Clinical Biomechanics of the Spine**. 2. ed. Philadelphia: Lippincott Williams & Wilkins, 1990. 722p.

WILKE, Hans Joachim; HERKOMMER, Andrea; WERNER, Karin; LIEBSCH, Christian. In vitro analysis of the segmental flexibility of the thoracic spine. **PLoS ONE**, [S. l.], v. 12, n. 5, p. 1–16, 2017. DOI: 10.1371/journal.pone.0177823.

WILSON, Robert L.; BOWEN, Leah; KIM, Woong; CAI, Luyao; SCHNEIDER, Stephanie Ellyse; NAUMAN, Eric A.; NEU, Corey P. In vivo intervertebral disc deformation: intratissue strain patterns within adjacent discs during flexion–extension. **Scientific Reports**, [S. l.], v. 11, n. 1, p. 1–13, 2021. DOI: 10.1038/s41598-020-77577-y.

XIE, Feng; ZHOU, Honghai; ZHAO, Wenju; HUANG, Lixin. A comparative study on the mechanical behavior of intervertebral disc using hyperelastic finite element model. **Technology and Health Care**, [S. l.], v. 25, n. S1, p. S177–S187, 2017. DOI: 10.3233/THC-171320.

ZAYDMAN, Alla M.; STROKOVA, Elena L.; PAHOMOVA, Nataliya Y.; GUSEV, Arkady F.; MIKHAYLOVSKIY, Mikhail V.; SHEVCHENKO, Alexander I.; ZAIDMAN, Michael N.; SHILO, Andrey R.; SUBBOTIN, Vladimir M. Etiopathogenesis of adolescent idiopathic scoliosis: Review of the literature and new epigenetic hypothesis on altered neural crest cells migration in early embryogenesis as the key event. **Medical Hypotheses**, [S. l.], v. 151, p. 110585, 2021. DOI: 10.1016/j.mehy.2021.110585.

ZHANG, Qiaolin; CHON, Teo Ee; ZHANG, Yan; BAKER, Julien S.; GU, Yaodong. Finite element analysis of the lumbar spine in adolescent idiopathic scoliosis subjected to different loads. **Computers in Biology and Medicine**, [S. l.], v. 136, n. 818, p. 104745, 2021. DOI: 10.1016/j.compbiomed.2021.104745.

## APÊNDICE A

Na sequência, serão apresentados os resultados obtidos no estudo de escolha da relação constitutiva e propriedades dos materiais dos discos intervertebrais indicado no item 3.4.

Conforme já mencionado no item 3.4, foram avaliadas quatro diferentes relações constitutivas para os discos intervertebrais. A primeira, linear elástica isotrópica, com propriedades físicas iguais àquelas admitidas por Aroeira (2017) em sua tese de doutorado. Na segunda análise o anel fibroso foi admitido como material hiperelástico Neo-Hookeano com propriedades indicadas Shahraki et al. (2015). As informações de Shahraki et al. (2015) também foram utilizadas no anel fibroso da terceira análise efetuada com o modelo constitutivo hiperelástico anisotrópico de Holzapfel-Gasser-Ogden. Por último, a equação constitutiva de Mooney Rivlin foi avaliada com parâmetros físicos do poliuretano (PAWLIKOWSKI; SKALSKI; SOWIŃSKI, 2013). Nas análises dois, três e quatro o núcleo do disco foi simulado como um material hiperelástico quase incompressível através do modelo de Mooney Rivlin e dados físicos obtidos no texto de Lalonde et al. (2010).

Os gráficos das Figura A-1, A-2, A-3 e A-4 mostram as máximas tensões mínimas principais nas diferentes análises para a região das facetas, vértebra T9, região de osso cortical e discos, respectivamente, sob diferentes condições de carregamentos. Os gráficos visualizados nas Figuras A-5, A-6 e A-7 indicam a magnitude dos máximos deslocamentos nas regiões de osso cortical, trabecular e discos, nessa ordem. Por fim, na Figura A-8 é possível observar as deformações mínimas principais máximas na região dos discos sob os carregamentos aplicados.

A partir da investigação dos resultados nota-se que o modelo elástico linear, como já esperado, não representa adequadamente o comportamento não linear da coluna já que nesta análise os valores de deslocamentos foram reduzidos e as deformações não foram maiores que 1,1% (Figura A-9). Em contrapartida, os modelos hiperelásticos Neo-Hookeano e de Holzapfel-Gasser-Ogden apresentaram altos deslocamentos e deformações que ultrapassam 33% e 64%, respectivamente, quando submetidos a carregamento axial combinado com flexão de 1,0 Nm (Figura A-10 e A-11). Tais deformações estão acima dos 30% recomendados para funcionamento adequado destas relações constitutivas. Por fim, o modelo de Mooney-Rivlin

apresentou valores de deslocamentos superiores ao modelo linear, indicando o comportamento não linear da coluna, e as deformações permaneceram em uma faixa coerente para o modelo, sendo máxima de aproximadamente 10% (Figura A-12).

Nesse contexto, apesar de não representar o caráter anisotrópico do disco, o modelo de Mooney-Rivlin com propriedades materiais de poliuretano para o anel fibroso e o núcleo pulposo com dados de Lalonde et al (2010) são os mais adequados para análise de Elementos Finitos da coluna em idade infantil desenvolvida na atual pesquisa.

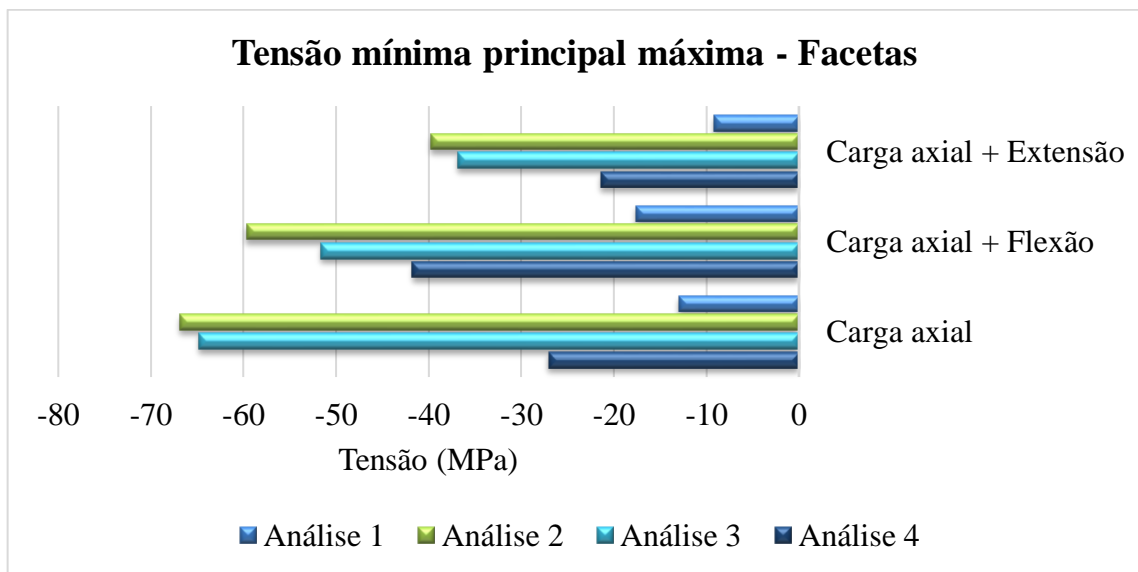


Figura A-1. Gráfico de tensão mínima principal máxima devido ao carregamento axial de 0,35 N/mm<sup>2</sup> e flexão/extensão de 1 Nm.

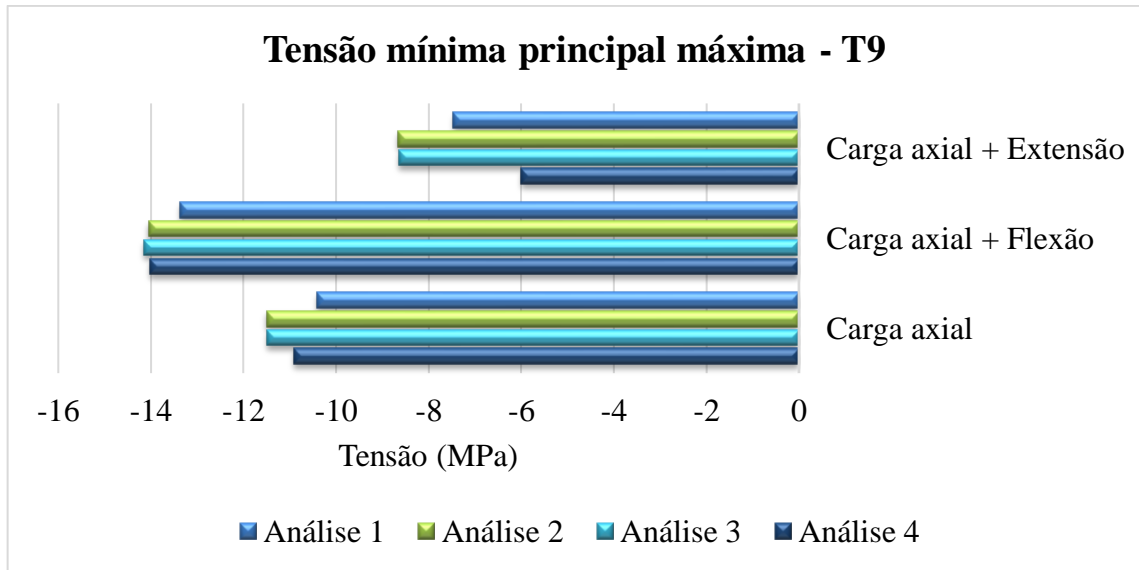


Figura A-2. Gráfico de tensão mínima principal máxima na vértebra T9 na região de osso cortical devido ao carregamento axial de  $0,35 \text{ N/mm}^2$  e flexão/extensão de  $1 \text{ Nm}$ .

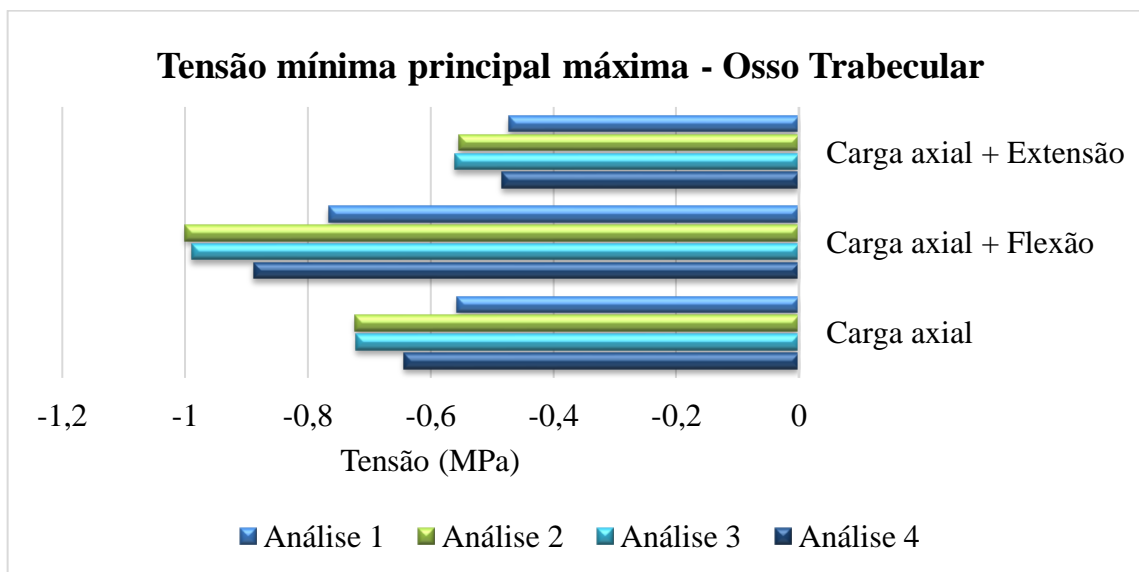


Figura A-3. Gráfico de tensão mínima principal máxima nas regiões de osso trabecular devido ao carregamento axial de  $0,35 \text{ N/mm}^2$  e flexão/extensão de  $1 \text{ Nm}$ .

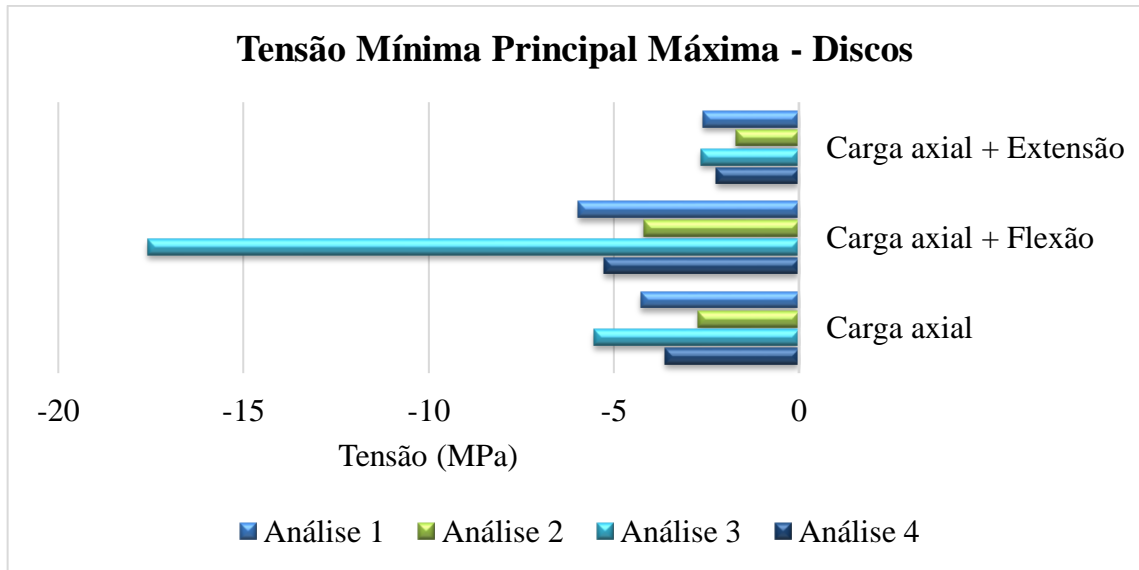


Figura A-4. Gráfico de tensão mínima principal máxima nos discos devido ao carregamento axial de  $0,35 \text{ N/mm}^2$  e flexão/extensão de  $1 \text{ Nm}$ .

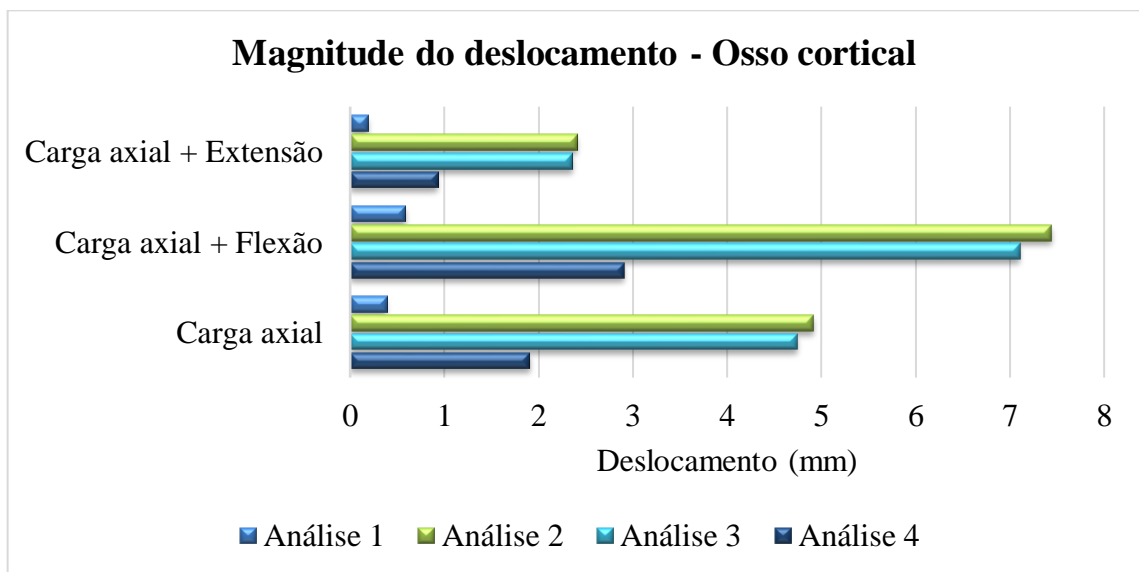


Figura A-5. Gráfico de magnitude máxima dos deslocamentos na região de osso cortical devido ao carregamento axial de  $0,35 \text{ N/mm}^2$  e flexão/extensão de  $1 \text{ Nm}$ .

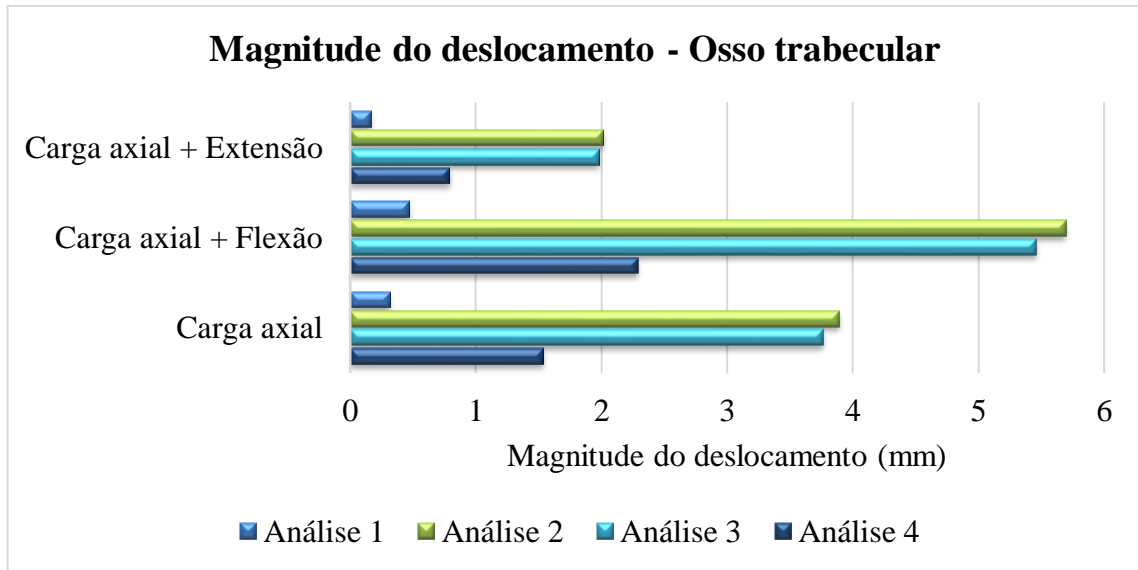


Figura A-6. Gráfico de magnitude máxima dos deslocamentos na região de osso trabecular devido ao carregamento axial de 0,35 N/mm<sup>2</sup> e flexão/extensão de 1 Nm.

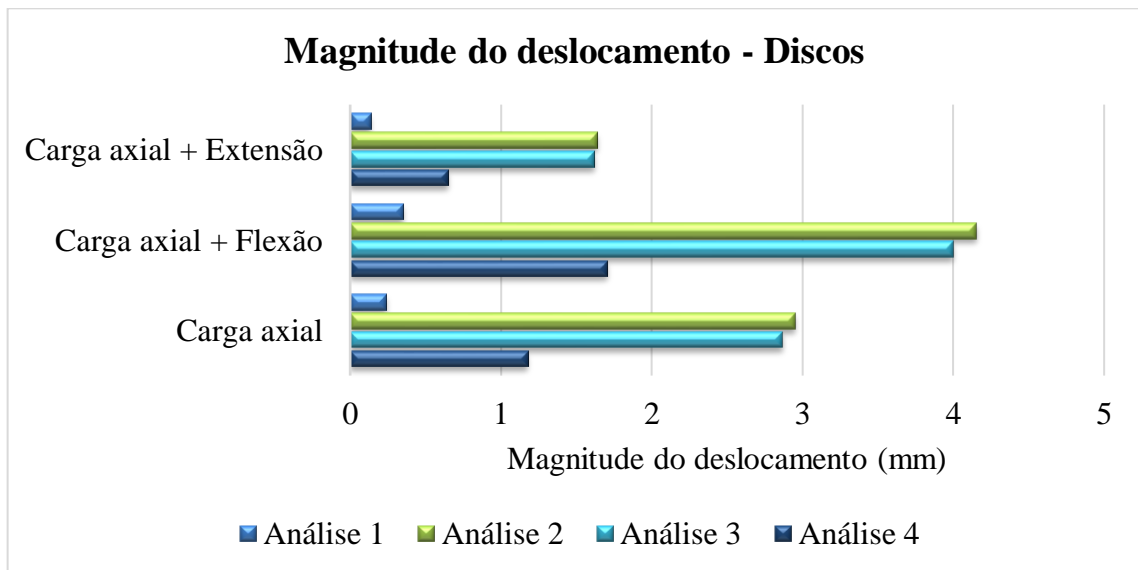


Figura A-7. Gráfico de magnitude máxima dos deslocamentos nos discos devido ao carregamento axial de 0,35 N/mm<sup>2</sup> e flexão/extensão de 1 Nm.

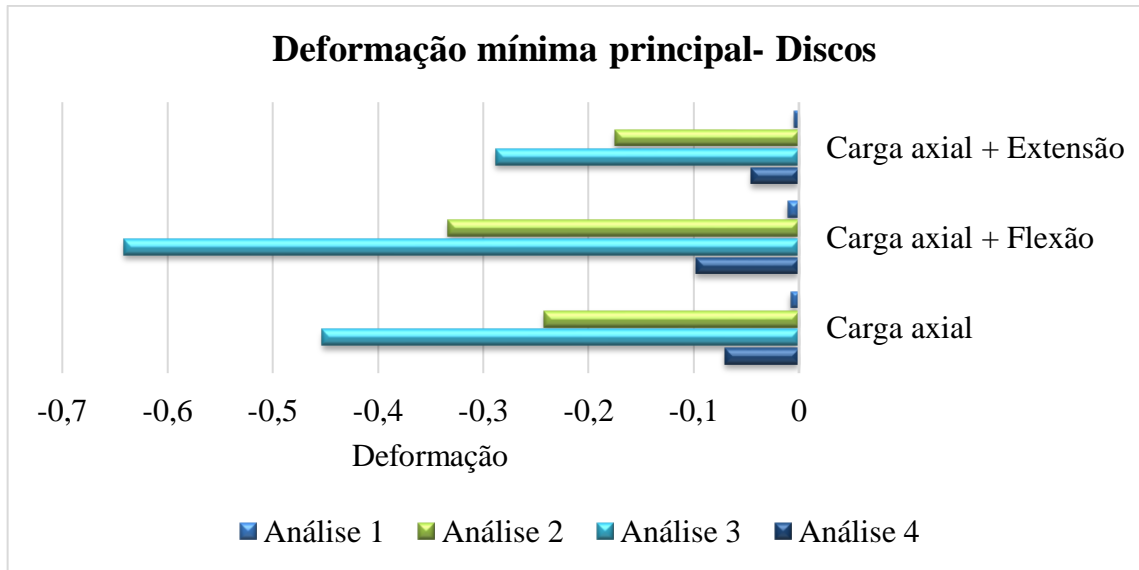


Figura A-8. Gráfico de deformação mínima principal máxima nos discos devido ao carregamento axial de  $0,35 \text{ N/mm}^2$  e flexão/extensão de  $1 \text{ Nm}$ .

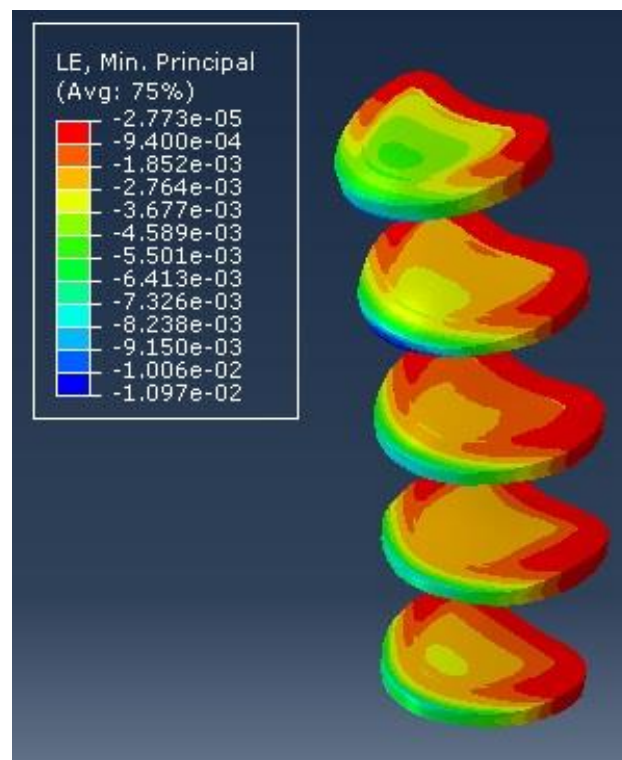


Figura A-9. Deformação mínima principal máxima nos discos com modelo constitutivo linear isotrópico.



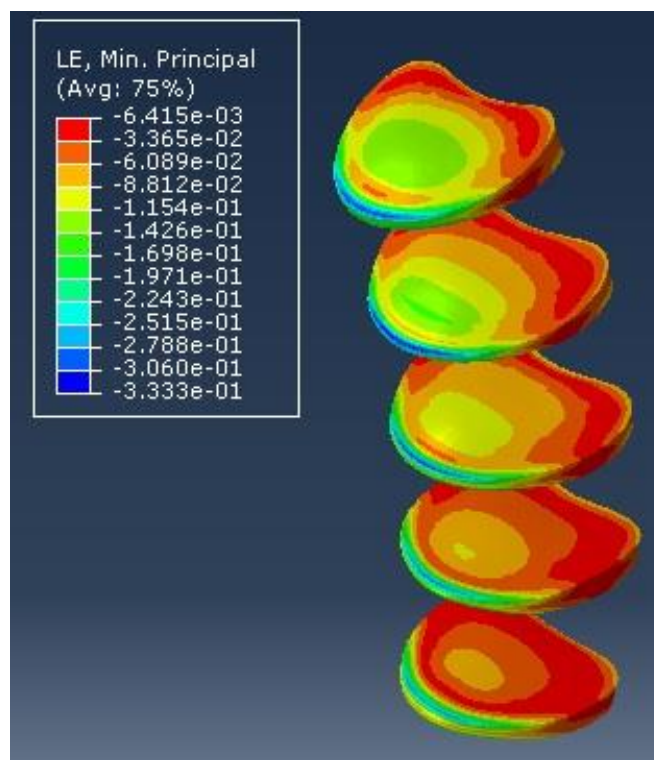


Figura A-10. Deformação mínima principal máxima nos discos com modelo constitutivo Neo-Hookeano.

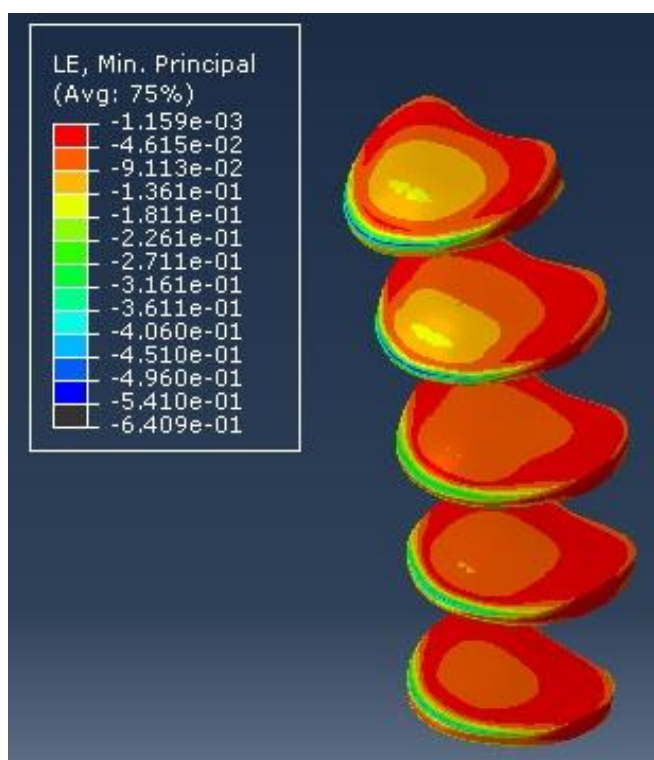


Figura A-11. Deformação mínima principal máxima nos discos com modelo constitutivo de Holzapfel-Gasser-Ogden.

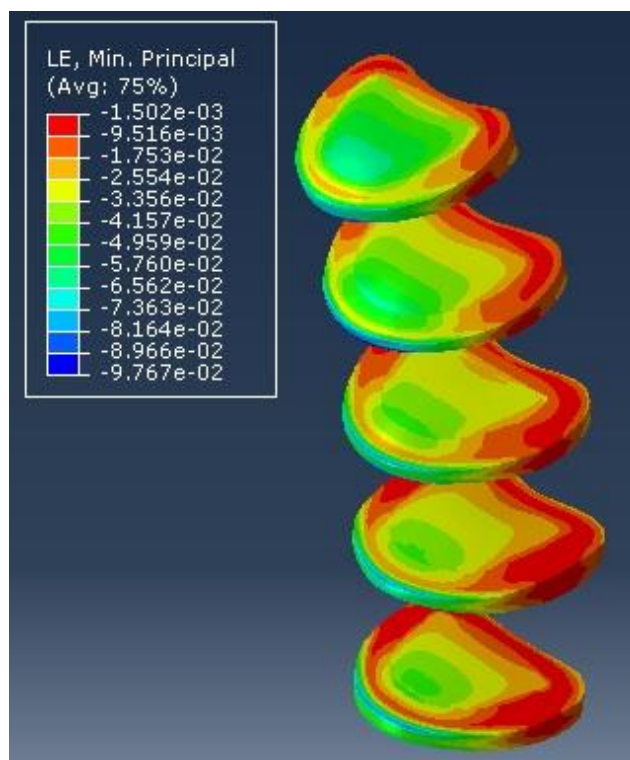


Figura A-12. Deformação mínima principal máxima nos discos com modelo constitutivo de Mooney Rivlin.