

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
Programa de Pós Graduação em Engenharia Mecânica

Juliana Aparecida de Araújo

Modelagem matemática e otimização de motores
***Stirling* de pistão livre**

Belo Horizonte

2022

Juliana Aparecida de Araújo

Modelagem matemática e otimização de motores *Stirling* de pistão livre

VERSÃO FINAL

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Minas Gerais como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Fabrício José Pacheco Pujatti'

Belo Horizonte

2022

A663m Araújo, Juliana Aparecida de.
Modelagem matemática e otimização de motores stirling com pistão livre [recurso eletrônico] / Juliana Aparecida de Araújo. - 2022.
1 recurso online (95 f. : il., color.) : pdf.

Orientador: Fabrício José Pacheco Pujatti.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Minas Gerais, Escola de Engenharia.

Bibliografia: f. 89-95.
Exigências do sistema: Adobe Acrobat Reader.

1. Engenharia mecânica - Teses. 2. Modelagem matemática - Teses. 3. Algoritmos genéticos - Teses. 4. Otimização multiobjetivo - Teses. 5. Algoritmos - Teses. I. Pujatti, Fabrício José Pacheco. II. Universidade Federal de Minas Gerais. Escola de Engenharia. III. Título.

CDU: 621 (043)



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
ESCOLA DE ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

FOLHA DE APROVAÇÃO

MODELAGEM MATEMÁTICA E OTIMIZAÇÃO DE UM MOTOR STIRLING DE PISTÃO LIVRE

JULIANA APARECIDA DE ARAÚJO

Dissertação submetida à Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Minas Gerais, constituída pelos Professores: Dr. Fabrício José Pacheco Pujatti (Orientador - Departamento de Engenharia Mecânica/UFMG), Dr. Rudolf Huebner (Departamento de Engenharia Mecânica/UFMG), Dr. Matheus Pereira Porto (Departamento de Engenharia Mecânica/UFMG) e Dr. René Nardi Rezende (Inotech), como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de "**Mestre em Engenharia Mecânica**", na área de concentração de "**Energia e Sustentabilidade**".

Dissertação aprovada no dia 19 de agosto de 2022.



Documento assinado eletronicamente por **Fabrício Jose Pacheco Pujatti, Professor do Magistério Superior**, em 26/08/2022, às 09:08, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Matheus Pereira Porto, Servidor(a)**, em 26/08/2022, às 10:28, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Rudolf Huebner, Professor do Magistério Superior**, em 26/08/2022, às 13:43, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Rene Nardi Rezende, Usuário Externo**, em 06/09/2022, às 09:59, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufmg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **1705978** e o código CRC **4B7DE322**.

Agradecimentos

Agradeço à minha família por todo suporte, apoio e paciência. Ao meu pai por me auxiliar com minhas engenhocas. À minha mãe pelo cuidado e carinho. Ao meu irmão pela compreensão com minha ausência. Às minhas avós por acreditarem. Aos professores pelo compartilhamento de conhecimento. Ao orientador pela supervisão. Ao Dr. Rene por apontar o caminho para essas e outras máquinas maravilhosas.

Resumo

Os motores *Stirling*, especialmente aqueles de configurações de pistão livre, possuem inúmeras vantagens que os tornam promissores para aplicações de refrigeração como o ultra-congelamento, aplicações em sistemas espaciais, micro sistema de calor e energia combinados (CHP) e aplicações navais como os utilizados em submarinos. A configuração de motores *Stirling* de pistão livre é atualmente a configuração mais lucrativa e promissora. Apesar disso, a tecnologia ainda possui limitações quanto a sua aplicação porque ainda não foi totalmente desenvolvida. Para superar esses desafios e avançar no desenvolvimento dos motores *Stirling*, métodos matemáticos preditivos de alta precisão são necessários para a modelagem do funcionamento para fins de projeto. As dificuldades na descrição da operação do motor limitaram a tecnologia a modelos mais simples e com muitas simplificações dos processos reais complexos que ocorrem no motor. Entre esse extenso conjunto de considerações necessárias a modelagem de motores *Stirling* destaca-se a análise combinada entre os processos térmicos de operação do motor e da dinâmica de funcionamento dos pistões. Resultando, portanto, no aumento da precisão da predição dos parâmetros de projeto necessários ao bom desempenho do motor. A principal contribuição deste trabalho foi a adoção de uma abordagem que permite a modelagem simultânea do processo de trabalho dos motores *Stirling* de pistão livre e da dinâmica de funcionamento dos pistões aplicados a modelos de motores *Stirling* de segunda ordem e a modelagem de condições de regime quase permanente. A otimização de doze parâmetros geométricos por meio da aplicação da abordagem de algoritmos genéticos e algoritmos multiobjetivo enxame de partículas foi aplicado ao modelo numérico de regime quase permanente desenvolvido. A previsão do modelo resultou em uma diferença de apenas 4.1% da potência experimental e de 0.7% de eficiência obtidos através de testes experimentais da literatura. A geometria otimizada produziu 1419,0 W de potência e eficiência de 39,7% com o uso do algoritmo genético e potência de 1227,8 W e eficiência térmica de 39,9% com o uso do algoritmo MOPSO.

Palavras-chave: Algoritmo Enxame de Partículas. Algoritmo Genético. Algoritmo Multi-Objetivo. Modelagem regime quase permanente. Motores *Stirling* de pistão livre. Otimização multiobjetivo. .

Abstract

Stirling engines, especially those with free piston configurations, have numerous advantages that make them promising for refrigeration applications, cryogenics, space systems applications, micro Combined Heat and Power (CHP) and naval applications such as those used in submarines. The free-piston Stirling engine configuration is currently the most profitable and promising configuration. Despite this, the technology still has limitations regarding its application because it has not yet been fully developed. To overcome these challenges and advance the development of Stirling engines, high-precision predictive mathematical methods are needed to model the functioning for design purposes. Difficulties in describing the operation of the engine limited the technology to simpler models with many simplifications of the real complex processes that take place in the engine. Among this extensive set of considerations needed to improve the Stirling engine performance, highlights the required to perform a combined analysis of the engine thermal operating process and the pistons operating dynamics. Resulting, therefore, in high prediction accuracy of the design parameters necessary for the good performance of the engine. The main contribution of this work was the adoption of an approach that allows the simultaneous modeling of the work process of free-piston Stirling engines and the dynamics of piston operation applied to second-order Stirling engine modeling and the modeling of operating conditions in quasi-steady approach. The optimization of ten geometric parameters through the application of genetic algorithms optimization and multi-objective particle swarm algorithm was applied to the numerical model of quasi-steady conditions developed. The prediction model resulted in an error in power of only 4.1% and 0.7% of efficiency. The optimized geometry produced 1419.0 W of power and efficiency of 39.7% when using the genetic algorithm and power of 1227,8.0 W and thermal efficiency of 39,9% using the MOPSO algorithm.

Keywords: Free piston Stirling engine. Genetic Algorithm. Multi-Objective Algorithm. Multi-objective Optimization. Particle Swarm Algorithm. Quasi steady modeling.

Lista de figuras

Figura 1 – Ciclo P x V <i>Stirling</i> Teórico	21
Figura 2 – Configurações principais dos motores <i>Stirling</i>	22
Figura 3 – Motor <i>Stirling</i> Alfa	23
Figura 4 – Movimentação Motor <i>Stirling</i> Alfa	23
Figura 5 – Motor <i>Stirling</i> de dupla ação	24
Figura 6 – Movimentação motor <i>Stirling</i> Beta	25
Figura 7 – Motor <i>Stirling</i> tipo gama	26
Figura 8 – Motor <i>Stirling</i> com pistão livre tipo gama	26
Figura 9 – Movimentação de um motor <i>Stirling</i> gama com pistão livre	27
Figura 10 – Motor <i>Stirling</i> com pistão livre RE 1000	29
Figura 11 – Classificação modelos termodinâmicos de motores <i>Stirling</i>	29
Figura 12 – Diagrama esquemático modelo isotérmico: divisão em três volumes de controle do motor <i>Stirling</i>	32
Figura 13 – Diagrama fasorial do motor <i>Stirling</i> beta ou gama	34
Figura 14 – Relação volume e ângulos no motor <i>Stirling</i> tipo beta ou gama	35
Figura 15 – Volumes utilizados na modelagem de motores <i>Stirling</i> no método <i>Schmidt</i>	37
Figura 16 – Relações trigonométricas	38
Figura 17 – Diagrama esquemático modelo adiabático: divisão em cinco volumes de controle do motor <i>Stirling</i>	40
Figura 18 – Diagrama de distribuição de temperatura nos volumes de controle do motor <i>Stirling</i> no modelo termodinâmico de regime quase permanente	54
Figura 19 – Diagrama do motor FPSE	55
Figura 20 – Representação do algoritmo enxame de partículas	69
Figura 21 – Metodologia	73
Figura 22 – Diagrama descritivo modelo FPSE RE 1000 regime quase permanente	74
Figura 23 – Diagrama representativo do algoritmo genético	75
Figura 24 – Diagrama algoritmo multiobjetivo enxame de partículas (MOPSO)	76
Figura 25 – Amplitude do deslocador e do pistão na frequência 30 Hz	77
Figura 26 – Velocidade do deslocador e do pistão na frequência 30 Hz	78
Figura 27 – Diagrama pressão-volume total do FPSE RE 1000	79
Figura 28 – Queda de pressão no motor <i>Stirling</i> a pistão livre	79
Figura 29 – Variação da temperatura do fluido de trabalho para modelo regime quase permanente	80
Figura 30 – Massa de fluido de trabalho na modelagem de volume de controle em regime quase permanente	81

Figura 31 – Vazão mássica do fluido de trabalho na modelagem de volumes de controle no modelo regime quase permanente	81
Figura 32 – Variação do volume do fluido de trabalho na câmara de expansão e câmara de compressão na modelagem em regime quase permanente do FPSE RE 1000	82
Figura 33 – Gráfico resultante da otimização do modelo termodinâmico do regime quase permanente do motor FPSE RE 1000 utilizando algoritmo genético	83
Figura 34 – Potência e eficiência resultante da otimização do modelo termodinâmico de regime quase permanente do motor FPSE RE 1000 utilizando algoritmo genético	83
Figura 35 – Gráfico resultados da otimização multiobjetivo enxame de partículas da potência e eficiência do motor FPSE RE 1000	84
Figura 36 – Gráfico Fronteira de Pareto resultante otimização modelo regime quase permanente do motor FPSE RE 1000 utilizando algoritmo multiobjetivo enxame de partículas	85

Lista de tabelas

Tabela 1 – Dados utilizados no motor <i>Stirling</i> FPSE RE 1000	30
Tabela 2 – Algoritmo genético e expressões.	72
Tabela 3 – Variação mínima e máxima dos parâmetros utilizados na otimização com algoritmo genético e algoritmo multiobjetivo enxame de partículas	75
Tabela 4 – Validação do modelo termodinâmico em regime quase permanente FPSE RE 1000	82
Tabela 5 – Valores otimizados dos parâmetros geométricos do motor <i>Stirling free piston</i> RE 1000 após aplicação do algoritmo multiobjetivo enxame de partículas e algoritmo genético	86

Lista de abreviaturas e siglas

A_{wg}	Área de contato entre fluido de trabalho e as paredes do motor <i>Stirling</i>
A_{wgh}	Área de contato entre fluido de trabalho e a parede do espaço de aquecimento
A_{wgk}	Área de contato entre o fluido de trabalho e a parede do espaço de resfriamento
C_f	Fator de atrito por cisalhamento
CHP	<i>Combined Heat and Power</i>
C_{ref}	Fator de atrito de Reynolds
c_p	Calor específico a pressão constante
c_v	Calor específico a volume constante
FPSE	<i>Free Piston Stirling Engine</i>
freq	Frequência
GA	<i>Genetic Algorithm</i>
h	Entalpia específica
m_c	Massa do fluido de trabalho na câmara de compressão
m_k	Massa do fluido de trabalho no refrigerador
m_r	Massa do fluido de trabalho no regenerador
m_h	Massa do fluido de trabalho no aquecedor
m_e	Massa do fluido de trabalho na câmara de expansão
NTU	Número de Unidades de Transferência
P_{med}	Pressão média
Q_c	Calor transferido entre fluido de trabalho e espaço de compressão
Q_e	Calor transferido entre fluido de trabalho e espaço de expansão
Q_{rloss}	Calor cedido ao ambiente
R	Constante dos gases

MOPSO	Multiobjetive Particle Swarm
LTD	Low Temperature Difference
Nu	Número de <i>Nusselt</i>
Re	Número de <i>Reynolds</i>
Pr	Número de <i>Prandt</i>
St	Número de <i>Stanton</i>
PSVL	<i>Polytropic analysis of Stirling engine with various losses</i>
T_c	Temperatura do fluido de trabalho na câmara de compressão
T_k	Temperatura do fluido de trabalho no refrigerador
T_r	Temperatura do fluido de trabalho no regenerador
T_h	Temperatura do fluido de trabalho no aquecedor
T_e	Temperatura do fluido de trabalho na câmara de expansão
T_c	Temperatura do fluido de trabalho na câmara de compressão
T_{ck}	Temperatura superfície de controle entre câmara de compressão e refrigerador
T_{he}	Temperatura superfície de controle entre aquecedor e câmara de expansão
u	Energia interna específica
V_c	Volume de compressão
V_k	Volume do resfriador
V_r	Volume do regenerador
V_h	Volume do aquecedor
V_e	Volume de expansão
V_{clc}	Volume da folga câmara de compressão
V_{cle}	Volume da folga câmara de expansão
V_{swc}	Volume varrido de compressão
V_{swe}	Volume varrido de expansão
W	Trabalho

Lista de símbolos

ρ	Massa específica
ε	Efetividade
η	Eficiência
μ	Viscosidade dinâmica
τ	Tensão de cisalhamento entre camadas adjacentes do fluido
κ	Divisão entre c_p e c_v
\dot{m}	Vazão mássica
\dot{Q}	Taxa de transferência de calor

Sumário

1	INTRODUÇÃO	16
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	19
2.1	Histórico	19
2.2	Fundamentos Teóricos	20
2.2.1	Ciclo Termodinâmico <i>Stirling</i> Teórico	20
2.2.2	Descritivo	22
2.2.2.1	Motor <i>Stirling</i> Alfa:	23
2.2.2.2	Motor <i>Stirling</i> Beta	25
2.2.2.3	Motor <i>Stirling</i> Gama	26
2.2.2.4	Motor <i>Stirling</i> pistão livre RE 1000	28
2.2.3	Modelagem de Motores <i>Stirling</i>	28
2.2.4	Método <i>Schmidt</i>	31
2.2.5	Modelo Adiabático	40
2.2.5.1	Equações Diferenciais Relevantes	42
2.2.5.2	Câmara de compressão	43
2.2.5.3	Câmara de expansão	44
2.2.5.4	Câmara de aquecimento ou aquecedor	44
2.2.5.5	Câmara de resfriamento ou refrigerador	45
2.2.5.6	Regenerador	45
2.2.5.6.1	Resumo equações do Método adiabático	46
2.2.6	Simple Model	47
2.2.6.1	Parâmetros escalares	48
2.2.6.2	Análise <i>Simple</i> do Refrigerador e Aquecedor não ideais	49
2.2.6.3	Análise <i>Simple</i> do Regenerador	50
2.2.6.4	Análise <i>Simple</i> e Perdas por bombeamento	51
2.3	Modelo regime quase permanente ou <i>quasi-steady model</i>	53
2.3.1	O modelo	53
2.4	Otimização	67
2.4.1	Algoritmo enxame de partículas (PSO)	67
2.4.2	Algoritmo Multiobjetivo	69
2.4.2.1	Algoritmo Multiobjetivo Enxame de Partículas (MOPSO)	70
2.4.3	Algoritmo Genético (GA)	71
3	METODOLOGIA	73

3.1	Desenvolvimento	73
3.1.1	Simulação numérica Método regime quase permanente	73
3.1.2	Simulação numérica das otimizações	74
4	RESULTADOS	77
4.1	Resultados modelagem	77
4.2	Resultados otimizações	82
5	CONCLUSÃO	87
	REFERÊNCIAS	89

1 Introdução

A demanda por energia cresce constantemente desde a revolução industrial no século XVIII. Gigantescos investimentos em pesquisas são realizados todos os anos na procura de novas tecnologias que permitam o melhor aproveitamento da energia de fontes já existentes, melhorias nos processos de produção e, principalmente, otimização da eficiência e performance das máquinas responsáveis pela produção de energia (GEISELMAN *et al.*, 2020).

Simultaneamente a necessidade de produção de quantidades cada vez maiores de energia, há a necessidade de preservação do meio ambiente, combate ao aquecimento global, ao efeito estufa e adequação às normas e lei ambientais cada vez mais restritivas. Dessa forma, esses grandes desafios globais possibilitaram que a energia renovável se destacasse como uma solução viável para algumas das grandes questões da humanidade, na atualidade, relacionadas a busca da segurança energética e atendimento da demanda energética crescente (SHAHSAVARI; AKBARI, 2018).

Nesse contexto, o estudo dos motores *Stirling* novamente desperta grande atenção e interesse de pesquisadores e investidores como uma tecnologia de conversão de energia promissora devido as suas características únicas e alta eficiência. Por definição os motores *Stirling* são máquinas térmicas do tipo pistão em que as variações de pressão que atuam nos pistões são produzidas pelo movimento alternado do fluido de trabalho entre as extremidades de um cilindro que apresenta uma grande diferença de temperatura (QIU; SOLOMON, 2018).

Esse motor possui baixa liberação de contaminantes na atmosfera uma vez que o fluido de trabalho esta confinado em seu interior e podem utilizar praticamente qualquer fonte de energia como combustível uma vez que tratam-se de motores de combustão externa. Esses motores são altamente adaptáveis e funcionais ao uso de energia solar, biomassa, geotérmica, nuclear e cogeração (HABIBOLLAHZADE *et al.*, 2018).

Os motores *Stirling* foram inventados em 1816 por *Robert Stirling*. Desde sua invenção, diversos estudos foram realizados para caracterizar seu funcionamento, permitir predições, otimizar sua performance pelo uso de modelos matemáticos e algoritmos. O primeiro desses modelos foi desenvolvido por *Schmidt* em 1871 e dividia o motor em três espaços onde o fluido de trabalho permanecia isotérmico e se encontrava na mesma temperatura da parede dos três trocadores de calor. A variação do volume do fluido de trabalho nesse modelo é senoidal (ZHU *et al.*, 2018).

No entanto, em altas velocidades essa simplificação resulta em distorção significativa da modelagem do funcionamento dos motores *Stirling*, já que o gás possui comportamento próximo ao adiabático sob essa condição. Com o objetivo de desenvolver uma análise mais próxima da realidade do funcionamento dos motores *Stirling*, *Finkelstein* desenvolveu um modelo de

segunda ordem que considerava os processos de compressão e expansão como adiabáticos e trocadores de calor isotérmicos (FINKELSTEIN, 1960).

Em 1984, *Urieli e Berchowitz* fizeram melhoramentos no modelo adiabático de *Finkelstein* dividindo o motor em cinco espaços distintos, adiabáticos e trocadores de calor não ideais. Esse método é conhecido como análise *Simple*. Esse modelo serviu como base para o desenvolvimento de vários outros que o sucederam. Posteriormente, *Babaelahi e Sayyaadi* incrementaram o modelo *Simple* considerando outras perdas de calor associadas, vazamentos, perdas por transporte de calor e desenvolveram o modelo conhecido como *Simple II* (WANG *et al.*, 2021).

Após alguns anos, *Babaelahi e Sayyaadi* desenvolveram um novo modelo que considerava a compressão e expansão politrópicas e corrigia os resultados das predições com subtração dos valores de diversas irreversibilidades internas, inclusive o estrangulamento de pressão nos trocadores de calor, atrito mecânico e movimento finito dos pistões. Esse modelo é conhecido como PSVL (*Polytropic analysis of Stirling engine with various losses*) e utiliza equações diferenciais simplificadas para calcular as perdas de calor e massa por vazamentos e um sistema de equações diferenciais ordinárias resolvidas pelo método *Runge-Kutta* de quarta ordem (HOSSEINZADE; SAYYAADI; BABAELAH, 2015). A utilização dos conceitos da termodinâmica do tempo finito em combinação com a análise adiabática originou o modelo de predição de motores *Stirling* conhecido como CAFS (*Combined Adiabatic-Finite Speed Thermal model*) que apresentou considerável precisão (ALFARAWI, 2020).

O modelo em regime quase permanente destaca-se entre os demais devido a sua alta precisão na predição de parâmetros. Ele apresenta pequeno número de simplificações e considerações de perdas térmicas como perda de calor por condução externa e interna, por convecção e perda por efeito de transporte também chamada *shuttle*. Os resultados desses modelos podem ser ainda mais precisos e otimizados quando são associados a algoritmos de otimização como por exemplo, o algoritmo genético, algoritmos enxame de partículas, têmpera simulada ou o algoritmos multi-objetivos (AHMED; HULIN; KHAN, 2019).

Recentemente, bons resultados foram obtidos na predição de parâmetros do motor *Stirling* através do uso de uma técnica que combinava a análise da função descritiva do motor e as equações dinâmicas que governavam o seu funcionamento. Posteriormente, o algoritmo genético foi usado para prever os parâmetros operacionais e geométricos importantes de um FPSE. Posteriormente, o trabalho gerado e a potência de saída do motor *Stirling* de pistão livre foram preditos através dos parâmetros simulados (ZARE; TAVAKOLPOUR-SALEH; SANGDANI, 2020).

A alta precisão do modelo de regime quase permanente foi demonstrada por (SOWALE; KOLIOS, 2018) que realizou a análise numérica nos trocadores de calor de um motor *Stirling* de pistão livre e desenvolveu uma comparação entre a potência de saída do motor *Stirling* no modelo adiabático e a potência de saída do mesmo motor FPSE utilizando o modelo de regime

quase permanente. O modelo de regime quase permanente apresentou valor potência predita 135W maior que o valor do modelo adiabático e precisão da predição da potência e eficiência maior que 99%.

Uma modelagem e otimização da potência de entrada, capacidade de resfriamento e coeficiente de desempenho de um resfriador por meio da implementação de um modelo isotérmico acoplado a um algoritmo conhecido como Multiobjetivo Enxame de Partículas ou MOPSO (*Multi-Objective Particle Swarm Optimization*) foram desenvolvidos. Os resultados usando a otimização multi-objetivo foram comparados com os resultados utilizando otimização de objetivo único e revelaram que o COP (Coeficiente de Performance) e a capacidade de resfriamento foram aumentados em 42%, enquanto o valor da potência de entrada diminuiu em 59,3% (WANG *et al.*, 2021).

O objetivo deste trabalho é o desenvolvimento e validação de um modelo termodinâmico e matemático em regime quase permanente de alta precisão aplicado a um motor *Stirling* com pistão livre e a otimização de doze parâmetros geométricos desse motor com a utilização de algoritmo genético e algoritmo multiobjetivo enxame de partículas.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Motores *Stirling* são máquinas térmicas de ciclo fechado, alto rendimento e combustão externa que funcionam com praticamente todos os combustíveis. Seu rendimento depende principalmente de uma diferença de temperatura, podendo ser acionado por energia solar, biomassa, biocombustíveis, calor residual liberado por outras máquinas, energia nuclear e até mesmo a queima de combustíveis fósseis. Essas máquinas são capazes de converter o calor de uma fonte externa em energia mecânica e quando acopladas a um gerador conseguem produzir energia elétrica (GAROFALO *et al.*, 2020).

2.1 Histórico

O primeiro motor *Stirling* foi patenteado em 1816 por *Robert Stirling* sob o n° 4081. Na época os motores *Stirling* eram apresentados como uma alternativa aos motores a vapor convencionais cujo funcionamento não oferecia segurança aos trabalhadores. Os antigos motores a vapor eram susceptíveis a explosão devido as altas temperatura e pressão do vapor no seu interior. Esses motores a vapor antigos provocavam facilmente explosões e um grande número de acidentes ocorreu nessa época (KONGTRAGOOL; WONGWISES, 2003).

No século XVIII, diversos motores *Stirling* foram projetados e construídos. Alguns construtores como o engenheiro sueco e inventor *John Ericsson* obtiveram grande sucesso na venda desses motores. Milhares de unidades de motores *Stirling* principalmente para a Inglaterra e Estados Unidos foram efetuadas nessa época. A produção atingiu o seu auge em 1850. Algumas décadas depois, em 1876, foi inventado o motor Otto e posteriormente em 1893 surgiu o motor diesel. Ambos motores possuíam melhor desempenho e capacidade do que os motores *Stirling* antigos (KODAKOGLU, 2017).

O motor *Stirling* desde sua criação teve inserção reduzida no mercado automobilístico. A eficiência do motor Otto esta diretamente relacionada a altas taxas de compressão enquanto a eficiência do motor *Stirling* depende principalmente da diferença de temperatura entre câmara quente e fria. Assim, devido as dificuldades de vedação do fluido de trabalho e limitações nos materiais construtivos dos cilindros utilizados na época, eles não suportavam as temperaturas e pressões necessárias para seu bom funcionamento. Em 1930, os motores *Stirling* foram superados pelos motores Otto e diesel que possuem menor preço, maior eficiência e não apresentavam problemas com o controle de velocidade e partida lenta como ocorria nos motores *Stirling* (DIAS *et al.*, 2016).

Apesar das limitações apresentadas pela tecnologia *Stirling* na época, a *Philips Research Laboratory* continuou pesquisando esses motores com o objetivo de construir pequenos protótipos

que pudessem suprir a demanda de energia em áreas que não possuíam o fornecimento regular de energia da rede convencional. Na década de 50 com a descoberta dos transistores, melhorias nas baterias e a invenção do mecanismo rômico de acionamento de motores que possibilitaram o alcance de maiores potências pelos motores *Stirling*. Na década de 60, *William Beale* inventou o motor *Stirling* conhecido como *free-piston* ou pistão livre e fundou a empresa *Sunpower*. Os motores *Stirling* produzidos pela *Sunpower* tinham como principal aplicação a produção de energia em missões espaciais e eram acionados por energia nuclear ou diesel, também produziam geradores elétricos acoplados aos motores e acionados por energia solar (STRAUSS, 2013).

Na década de 70, a parceria entre a *Philips Research* e a Ford produziram uma nova geração de motores *Stirling* que tinham como objetivo a aplicação na propulsão de espaçonaves, submarinos, navios e para produção energia estática. Em 1971, *Ford Motor Company*, a *Philips* e a Nasa formaram uma parceria para produzir novos motores *Stirling* que agregassem o avanço tecnológico em materiais dessa época aos novos projetos. Parcerias no desenvolvimento dos motores *Stirling* ocorreram entre a *Philips*, Ford, a Europa e o Departamento de Energia dos EUA (ABETE, 2013).

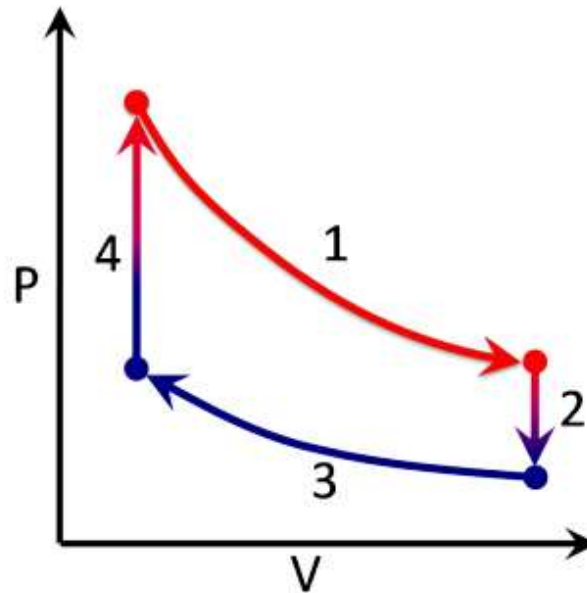
Nos dias atuais, a tecnologia *Stirling* pode ser encontrada em miniaturas em coração artificial, fonte de energia no espaço, refrigeração subaquática, na geração de energia elétrica em locais remotos ou isolados. São utilizados também em refrigeração, criogenia, bombas de calor e bombas de água (ALFARAWI, 2017). Esta tecnologia esta presente na indústria automobilística auxiliando os sistemas de navegação de carros, foi também utilizada nos modelos *AMC Spirit* (1979) equipados com o motor *Stirling* P40. A GM (*General Motors*) atualmente pesquisa o desenvolvimento de um motor híbrido para seus veículos e produziu o motor conhecido como Gen2 *Stirling* HEV (ABETE, 2013).

2.2 Fundamentos Teóricos

2.2.1 Ciclo Termodinâmico *Stirling* Teórico

Os motores *Stirling* apresentam alta eficiência térmica. Essa característica peculiar em parte é justificada pelas semelhanças entre o ciclo térmico teórico *Stirling* e *Carnot*. Enquanto o ciclo teórico *Stirling* apresenta dois processos isotérmicos e dois processos a volume constante, o ciclo de *Carnot* consiste de duas transformações isotérmicas e duas transformações adiabáticas. Na prática, é inviável a transferência de calor isotérmica reversível pois seriam necessários permutadores de calor gigantescos e o tempo necessário para a realização desse processo seria muito longo. Nos processos reais, os ciclos térmicos são concluídos numa fração de segundo e não demandam tanto tempo ou trocadores de calor de grande tamanho para ocorrer (SILVA, 2019).

O ciclo *Stirling* teórico esta representado na Fig. 1.

Figura 1 – Ciclo P x V *Stirling* Teórico

Fonte: (SILVA, 2019)

O ciclo *Stirling* ideal é dividido em quatro etapas: (LUO *et al.*, 2020)

1. Expansão isotérmica: Expansão do fluido de trabalho que ocorre com temperatura constante devido a transferência de calor de uma fonte externa. Assim, sob a condição de temperatura constante, o volume do gás no interior do cilindro aumenta e o valor da pressão diminui. O pistão se move em direção ao ponto morto inferior. O calor absorvido pelo sistema é convertido em trabalho pelo pistão.
2. Resfriamento isocórico: O fluido de trabalho perde calor para o ambiente num processo a volume constante. O ponto morto inferior foi alcançado pelo pistão de trabalho ao mesmo tempo que o pistão deslocador forçava a passagem do fluido de trabalho através do regenerador onde ocorreu o pré arrefecimento do gás pois parte de seu calor foi liberado na entrada do regenerador.
3. Compressão isotérmica: Nessa etapa, o fluido de trabalho foi resfriado ao mesmo tempo que o seu volume foi reduzido mas a temperatura permanece constante no modelo ideal. O trabalho realizado pelo pistão foi representado na área sob o diagrama $P \times V$, indicado no ponto 3. O gás vindo do regenerador foi pré-resfriado e será comprimido sob temperatura constante ocorrendo liberação de calor na câmara fria. O pistão de trabalho iniciou movimento rumo ao ponto morto superior comprimindo o fluido de trabalho. Nesta etapa, o volume do fluido de trabalho foi reduzido e a pressão aumentou. Parte do calor do fluido foi liberada na fonte fria.
4. Aquecimento isocórico: Processo no qual a adição e rejeição de calor ocorreram a volume constante. Durante essa etapa, o pistão de trabalho que estava localizado no ponto máximo

do ponto morto superior enquanto o pistão deslocador movimentava-se rumo ao ponto morto inferior forçando a passagem do fluido de trabalho pelo regenerador onde ocorreu o pré-aquecimento devido a absorção do calor armazenado pelo regenerador.

Diversas perdas de energia, vazamentos do fluido de trabalho, atrito do pistão e do deslocador, perda de calor, irreversibilidades no processo de regeneração e perda de pressão no regenerador resultam em uma diminuição significativa da eficiência do motor *Stirling* que ocorrem nos processos reais sendo responsáveis pela diminuição da eficiência desses motores reais quando comparados ao ideais (ÇINAR *et al.*, 2018).

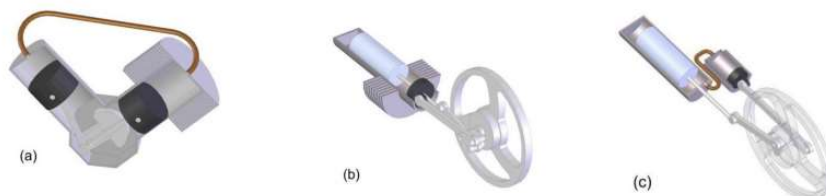
2.2.2 Descritivo

Motores *Stirling* são máquinas térmicas que utilizam o calor produzido por uma fonte externa e o transfere para um fluido de trabalho no estado gasoso confinado em seu interior que inicia alternadamente compressão e expansão devido a sua passagem através das câmara fria, câmara quente e regenerador (SATRIA *et al.*, 2020).

Os fluidos de trabalho comumente utilizados são o ar, hélio ou hidrogênio. São motores simples, com poucas peças. As principais partes são: a câmara quente, câmara fria, pistão de potência e deslocador e o regenerador. De acordo com a posição da câmara quente, câmara fria e regenerador são classificados em três configurações principais: tipo alfa, tipo beta e tipo gama (YE *et al.*, 2020).

Apesar de todos os motores *Stirling* apresentarem o mesmo ciclo térmico, eles são classificados em três configurações principais de acordo com o posicionamento dos pistões e trocadores de calor. Assim existe a configuração alfa, beta e gama como representado na Fig. 2. O índice (a) indica o motor *Stirling* alfa, o índice (b) indica o motor *Stirling* beta e o índice (c) indica o motor *Stirling* gama (TAKI; RHAZI; MEJDOUB, 2021).

Figura 2 – Configurações principais dos motores *Stirling*

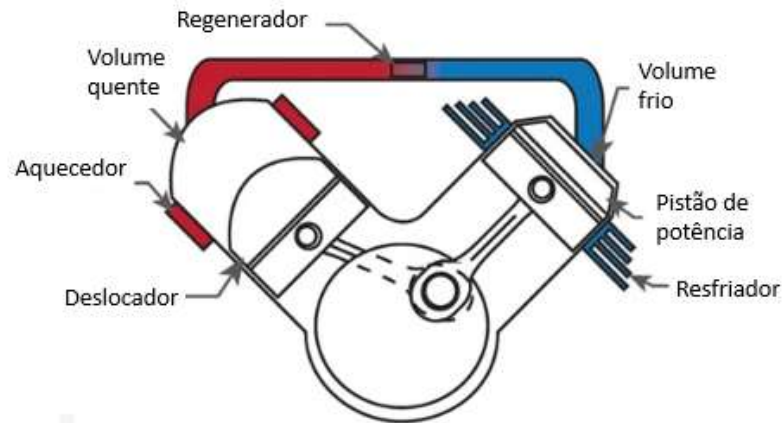


Fonte: (TAKI; RHAZI; MEJDOUB, 2021)

2.2.2.1 Motor *Stirling* Alfa:

A configuração alfa apresenta dois cilindros e dois pistões que são posicionados em série através da configuração cilindro quente, regenerador e cilindro frio. O deslocador produz o movimento mecânico e está localizado no interior do cilindro quente, enquanto o pistão de potência produz compressão e descompressão no interior do cilindro frio. A configuração alfa é a mais simples entre os motores *Stirling*, no entanto, necessita que ambos os cilindros sejam vedados para evitar vazamentos em ambos (ALMAJRI; MAHMOUD; AL-DADAH, 2017a). A Fig. 3 representa um motor *Stirling* alfa.

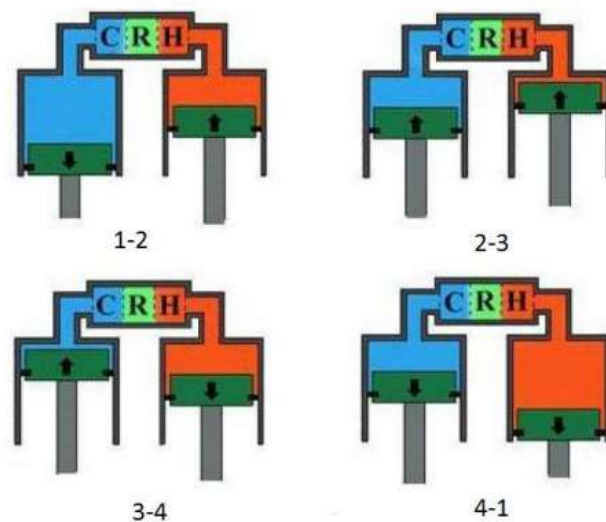
Figura 3 – Motor *Stirling* Alfa



Fonte: (RANIERI; PRADO; MACDONALD, 2018)

Pautz (2013) descreveu a movimentação do motor *Stirling* alfa a medida que ocorrem as etapas do ciclo térmico de *Stirling*. Essas etapas estão demonstradas na Fig. 4.

Figura 4 – Movimentação Motor *Stirling* Alfa



Fonte: (PAUTZ, 2013)

1→2: Compressão Isotérmica: O pistão e o deslocador iniciaram movimento em direção ao ponto morto superior promovendo a compressão do fluido de trabalho que mantém sua temperatura constante ao mesmo tempo que calor foi liberado para o ambiente.

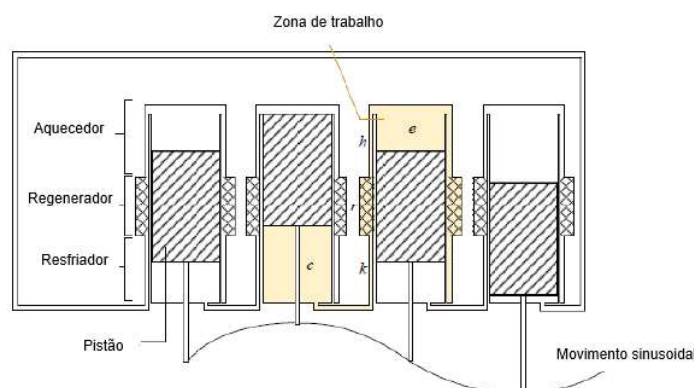
2→3: Aquecimento a volume constante: O pistão de potência alcançou o ponto morto superior, enquanto o deslocador move-se em direção ao seu ponto morto inferior. Assim, o fluido de trabalho partiu do cilindro frio, atravessa o regenerador, e alcançou o cilindro quente recebendo calor da fonte externa e incrementando a pressão do sistema.

3→4: Expansão Isotérmica: Tanto deslocador como o pistão de potência seguiram em direção ao ponto morto inferior, realizando trabalho através da expansão do fluido confinado no interior do motor *Stirling*. Esta etapa ocorreu a temperatura constante, uma vez que a expansão iniciou-se devido ao calor absorvido de uma fonte externa.

4→1: Rejeição de calor a volume constante: O deslocador segue em direção ao ponto morto inferior, simultaneamente, o pistão de potência movimentou-se na direção do ponto morto superior. Assim, o fluido de trabalho atravessou a conexão entre os dois cilindros e alcançou o cilindro frio onde liberou calor na câmara de fria e diminui a pressão interna do sistema até a condição 1. O ciclo repetiu alternadamente.

O motor *Stirling* alfa também pode ser combinado em uma configuração compacta de múltiplos cilindros, permitindo uma saída de potência específica extremamente alta. Os quatro cilindros estão interconectados, de modo que a câmara de expansão de um cilindro foi conectada a câmara de compressão do cilindro adjacente. O cilindro frio, o regenerador e o cilindro quente ficam posicionados em série. Os pistões adjacentes apresentam uma diferença de fase de 90 graus devido ao movimento senoidal puro causado pela placa oscilante que aciona os pistões. O termo 'dupla ação' ocorre porque as pressões exercidas nas faces superior e inferior do pistão interferem em seu movimento (CHENG; TAN, 2020). A configuração compacta foi representada na Fig. 5.

Figura 5 – Motor *Stirling* de dupla ação



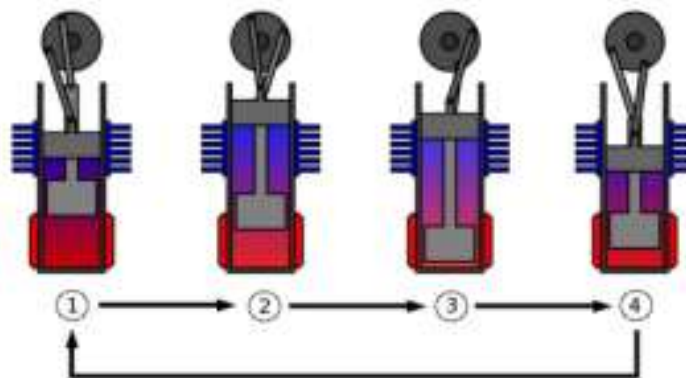
Fonte: (CHENG et al., 2020) adaptado.

2.2.2.2 Motor *Stirling* Beta

A configuração beta apresenta apenas um único cilindro no interior do qual estão localizados o pistão de potência e o deslocador. A função do deslocador é movimentar o fluido de trabalho em volume constante, e deslocá-lo entre a câmara quente, regenerador e câmara fria. Assim, o fluido de trabalho se comprime quando está na câmara de compressão fria e se expande quando esta na câmara de expansão quente (LI; GROSU; LI, 2017a). Alguns dos motores *Stirling* mais famosos da história possuíam a configuração beta, por exemplo, o primeiro motor *Stirling* patenteado por *Robert Stirling* era um motor tipo Beta e o motor utilizado por *Gustav Schmidt* para realizar a primeira análise térmica desses motores era um motor *Stirling* tipo beta conhecido como *Lehmann*.

O movimento do motor *Stirling* beta foi descrito na Fig. 6.

Figura 6 – Movimentação motor *Stirling* Beta



Fonte: (SILVA, 2019) adaptado

1→2 Expansão isotérmica: O deslocador se moveu em direção ao ponto morto inferior devido a expansão do fluido de trabalho que absorveu calor de uma fonte externa. Parte do calor absorvido pelo sistema foi convertido em trabalho pelo pistão.

2→3 Resfriamento isocórico: O ponto morto inferior foi alcançado pelo pistão de potência ao mesmo tempo que o deslocador obriga a passagem do fluido de trabalho através do regenerador onde ocorreu o pré arrefecimento do gás pois parte de seu calor foi liberado na entrada do regenerador.

3→4 Compressão isotérmica: O pistão de potência movimentou rumo ao ponto morto superior até uma posição intermediária, comprimindo o fluido de trabalho. Nesta etapa, o volume do fluido de trabalho foi reduzido e a pressão aumentou. Parte do calor do fluido foi liberada para a fonte fria.

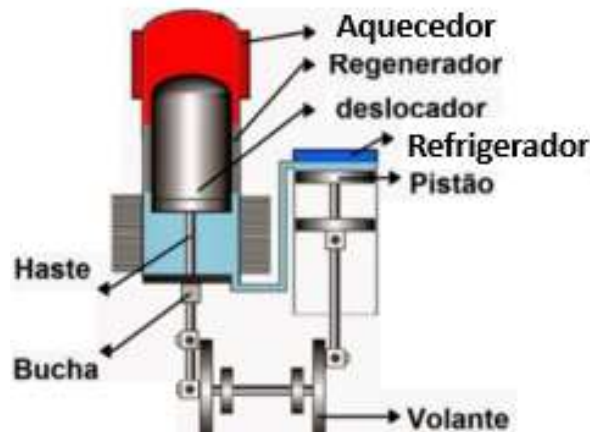
4→1 Aquecimento isocórico: Durante essa etapa, o pistão de potência esta localizado no ponto máximo do ponto morto superior enquanto o deslocador movimentou rumo ao ponto

morto inferior forçando a passagem do fluido de trabalho pelo regenerador onde ocorreu o pré-aquecimento devido a absorção do calor armazenado pelo regenerador. O fluido de trabalho foi aquecido através de uma fonte de calor externa de temperatura T (Quente) e se expande. A expansão impulsionou o deslocador até a posição inferior.

2.2.2.3 Motor *Stirling* Gama

A configuração gama apresenta algumas similaridades com o modelo beta pois possui um pistão de potência e um deslocador. Mas apresenta dois cilindros como a configuração alfa (IPCI, 2021). A Fig. 7 apresenta um motor *Stirling* de configuração gama com acionamento por manivela. O pistão e o deslocador foram alojados em dois cilindros que apresentam fase de 90 graus e estão conectados através de um tubo e pelo regenerador (SOARES, 2018).

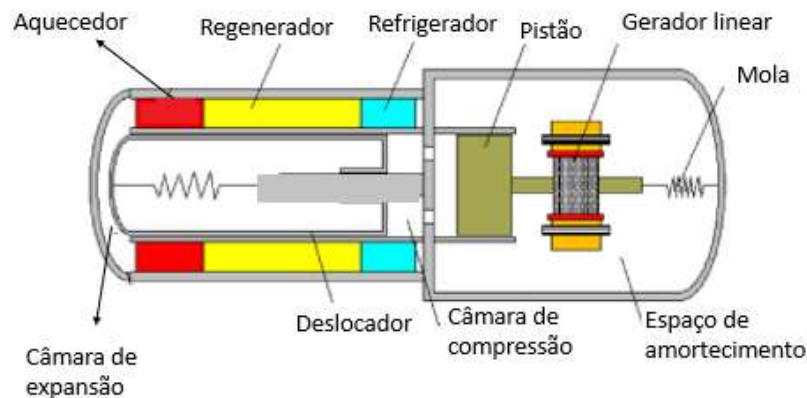
Figura 7 – Motor *Stirling* tipo gama



Fonte:(SOARES, 2018) adaptado

A Fig. 8 ilustra um motor *Stirling* gama com pistão livre.

Figura 8 – Motor *Stirling* com pistão livre tipo gama

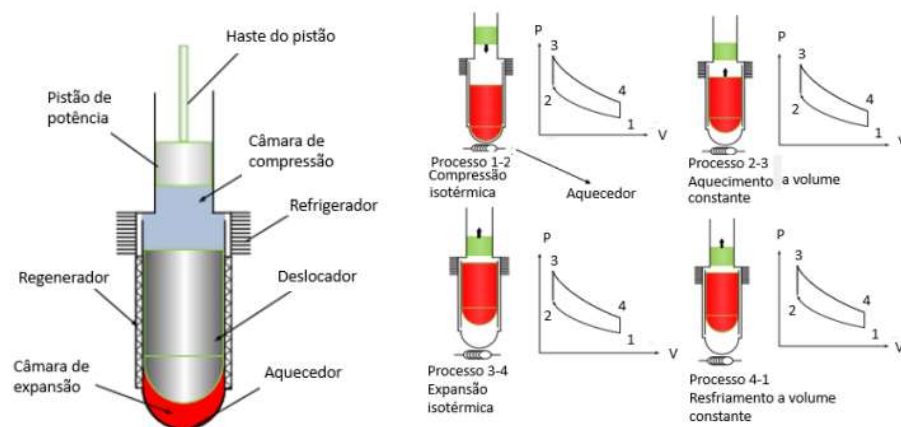


Fonte:(YE *et al.*, 2020) adaptado

Os motores *Stirling* também são classificados em dois grupos: motores cinemáticos e motores de pistão livre. Nos motores *Stirling* cinemáticos há a presença de um mecanismo de acionamento que pode ser manivela (NOORBAKHS; MORADI, 2020), acionamento rômbo (EROL; DOĞAN; ÇALIŞKAN, 2021), alavanca ou mecanismo *ross-yoke* (BATAINEH, 2018). O funcionamento dos motores de pistão livre ocorre devido ao movimento do pistão impulsionado por molas ou a própria pressão do fluido de trabalho que produzem a sincronização do pistão e do deslocador (IPCI, 2020).

A Fig. 9 mostra as etapas de funcionamento de um motor *Stirling* gama com pistão livre e mostra seus componentes internos. O funcionamento de um motor *Stirling* de pistão livre pode ser descrito conforme as etapas 1-4 descritas (KWANKAOMENG; SILPSAKOOLSOOK; SAVANGVONG, 2014):

Figura 9 – Movimentação de um motor *Stirling* gama com pistão livre



Fonte:(KWANKAOMENG; SILPSAKOOLSOOK; SAVANGVONG, 2014) adaptado

1. Processo 1-2: Compressão isotérmica. No início do ciclo de compressão o deslocador permanece no BDC devido ao seu próprio peso. O pistão de potência movimenta-se para baixo e a medida que aproxima-se do BDC ele comprime quase todo o fluido de trabalho em direção a parte superior do deslocador resultando no aumento de pressão indicado em 1-2 que ocorre a temperatura constante.
2. Processo 2-3: Aquecimento a volume constante. A alta pressão exercida no deslocador provoca seu levantamento possibilitando a transferência de parte do fluido de trabalho para a câmara de expansão, aumentando ainda mais a pressão para que o deslocador permaneça no TDC. O deslocador empurra parte do fluido de trabalho em direção ao aquecedor passando pelo regenerador, que já havia armazenado calor anteriormente, cuja extremidade já se encontra previamente aquecida. O calor cedido pelo regenerador aumenta a temperatura e pressão do fluido de trabalho de 2 para 3 a volume constante, enquanto o pistão de potência permanece estacionário em seu BCD.

3. Processo 3-4: Expansão isotérmica. Após o deslocador haver empurrado a totalidade do fluido de trabalho para o aquecedor, ocasionando aumento correspondente na pressão máxima, ele permanece em repouso em seu TDC. O fluido de trabalho que está localizado no aquecedor expande-se até que a pressão P_4 seja atingida enquanto o processo a temperatura constante 3-4 é mantido no aquecedor. O aumento da pressão do fluido de trabalho empurra o pistão de potência de BDC em direção a TDC exercendo força e produzindo energia mecânica. A área sob o processo 3-4 indica o trabalho realizado pelo fluido de trabalho.
4. Processo 4-1: Resfriamento a volume constante. Após o pistão de potência atingir o TDC, ele permanece estacionário e posteriormente movimenta-se para sua posição anterior BDC sob a ação de seu próprio peso e a ação da sucção produzida pelo vácuo criado pela queda de pressão. Enquanto isso, o deslocador movimenta-se de TDC para BDC e transfere parte do fluido de trabalho para o refrigerador onde ocorrerá a queda de pressão e um vácuo parcial, através do regenerador, provocando queda na temperatura e pressão do fluido de trabalho a volume constante representado em 4-1. Ocorre a transferência de calor do fluido de trabalho para a extremidade do regenerador.

2.2.2.4 Motor *Stirling* pistão livre RE 1000

O motor *Stirling* de pistão livre RE 1000 foi projetado e construído pela empresa *Sunpower Inc.*, Athens, Ohio. Na década de 80, diversos testes de performance foram realizados nesse motor *Stirling* pela NASA *Lewis Research Center*. Atualmente, os dados desse motor são amplamente utilizados como referência para validação de códigos de modelagem de motores *Stirling* e avaliação de componentes experimentais (SCHREIBER; GENG; LORENZ, 1986). O motor *Stirling* FPSE RE 1000 está representado na Fig. 10.

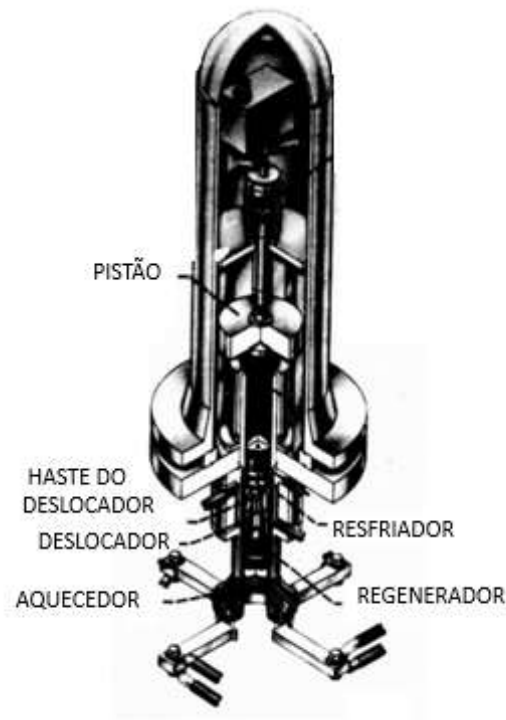
As características principais do motor FPSE RE 1000 estão demonstradas na Tab. 1.

2.2.3 Modelagem de Motores *Stirling*

Diversos métodos matemáticos de análise e modelagem do motor *Stirling*, com diferentes considerações e simplificações existem na literatura. Esses métodos geralmente foram classificados em níveis e organizados conforme o grau de complexidade dos modelos (MARI *et al.*, 2021).

(DYSON; WILSON; TEW, 2004) relataram que desde a criação dos motores *Stirling* em 1816, diversos métodos matemáticos e termodinâmicos foram desenvolvidos para correlacionar os diferentes parâmetros desses motores, realizar previsões de performance e possibilitar o aumento do seu rendimento. Assim, existiam muitas técnicas de análise e classificação de motores *Stirling*. No critério desenvolvido por (DYSON; WILSON; TEW, 2004), os motores

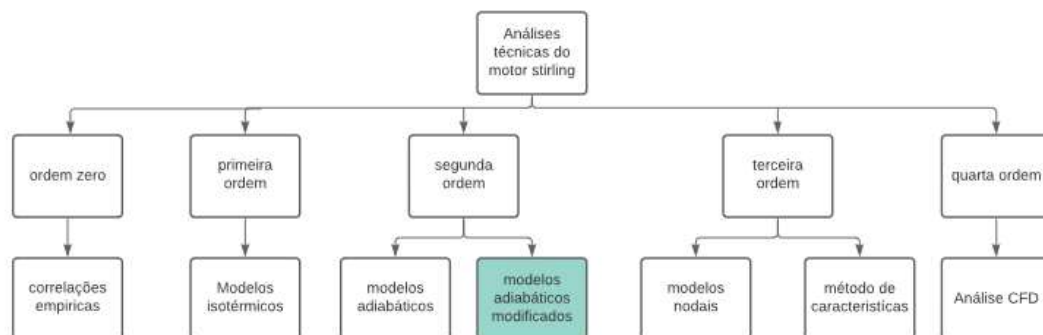
Figura 10 – Motor *Stirling* com pistão livre RE 1000



Fonte:(SCHREIBER; GENG; LORENZ, 1986)

Stirling foram classificados em quatro diferentes ordens. As classificações dos motores *Stirling* foram representadas no diagrama da Fig. 11.

Figura 11 – Classificação modelos termodinâmicos de motores *Stirling*



Fonte: (DYSON; WILSON; TEW, 2004) adaptado

Os modelos de ordem zero utilizavam correlações empíricas para realizar a predição da performance do motor *Stirling* válidas somente para certas geometrias e algumas faixas de operação. Eram úteis para o esboço preliminar dos motores *Stirling* e predição da potência de saída e eficiência mas não possibilitavam correlações entre a geometria e a performance do motor. Correspondiam a modelagem preliminar dos motores experimentais e foi representada pelo número de *Beale* sendo aperfeiçoado posteriormente por *Senft* (UDEH *et al.*, 2020).

Os modelos de primeira ordem utilizaram a análise ideal que realizava a predição da

Tabela 1 – Dados utilizados no motor *Stirling* FPSE RE 1000

Geral	Dados
Fluido de trabalho	Hélio
Pressão média	$p_{mean} = 7,1 \text{ MPa}$
Temperatura aquecedor	$T_h = 814.3 \text{ K}$
Temperatura refrigerador	$T_k = 322.8 \text{ K}$
Geométrico	
Volume do refrigerador	$V_k = 20.4 \text{ cm}^3$
Volume do regenerador	$V_r = 56.4 \text{ cm}^3$
Volume do aquecedor	$V_h = 27.3 \text{ cm}^3$
Área da haste do deslocador	$A_r = 2.2 \text{ cm}^2$
Área frontal do pistão	$A_p = 25.7 \text{ cm}^2$
Folga espaço de expansão	18.6 mm
Folga espaço de compressão	18.3 mm
Massas	
Pistão	$M_p = 6.2 \text{ kg}$
Deslocador	$M_d = 0.4 \text{ kg}$
Estrutura	$M_c = 416.0 \text{ kg}$
Dinâmica	
Amplitude do pistão	$X_p = 11.45 \text{ mm}$
Amplitude do deslocador	$X_d = 12.3 \text{ mm}$
Coefficiente amortecimento deslocador	$CH_{dc} = 85,3 \text{ Ns/m}$
Coefficiente amortecimento pistão	$C_{pc} = 461,5 \text{ Ns/m}$

Fonte: (URIELI; BERCHOWITZ, 1984) adaptado

performance teórica ideal do motor *Stirling* considerando temperatura constante e eliminando o coeficiente de transferência de calor por convecção. Esse método é utilizado principalmente na análise inicial de motores *Stirling* e era representado pelo modelo criado por *Gustav Schmidt* em 1871 (EL-GHAFOUR; EL-GHANDOUR; MIKHAEL, 2019). Esse método foi amplamente utilizado devido a facilidade de resolução das equações que possuíam muitas simplificações matemáticas resultantes das considerações de variação de volume senoidal e paredes dos compartimentos isotérmicas. Apesar disso, possibilitava prever a potência, trabalho e fluxo de calor com relativa precisão (MOTAMEDI; AHMADI; JOKAR, 2018).

Os modelos de segunda ordem foram amplamente utilizados porque apresentavam precisão aceitável, baixo custo computacional e excelente potencial para otimização. Modelos numéricos constituídos por equações diferenciais que representam os processos. O modelo era constituído de uma análise inicial simplificada do ciclo termodinâmico sendo realizado uma estimativa do calor e do trabalho. Posteriormente, eram consideradas as perdas de energia e calor isoladamente devido as irreversibilidades do processo e seus valores eram diretamente subtraídos da análise inicial. Também permite a inclusão das perdas de energia em conjunto com as equações diferenciais mas com aumento do custo computacional. Possuíam uma boa precisão e eram muito utilizados em estudos de correlação de parâmetros de projeto e otimização (LI;

GROSU; LI, 2017b).

Urieli e Berchowitz (1984) contribuiu amplamente para o melhoramento dos modelos de segunda ordem através do uso de equações diferenciais para representar os processos térmicos adiabáticos nas câmaras e sua resolução numérica através do método de *Runge-Kutta* de quarta ordem. (CHAHARTAGHI; SHEYKHI, 2018) afirmou que *Urieli e Berchowitz* adicionaram ao seu novo modelo adiabático considerações relacionadas a perdas de energia devido a efeitos térmicos no motor. A queda de pressão do fluido de trabalho, recuperação não ideal no regenerador e a aplicação de correções na temperatura da câmara de aquecimento e do resfriador, irreversibilidades dos regeneradores, trocadores de calor não ideais e queda de pressão no regenerador). O modelo adiabático proposto por *Urieli e Berchowitz* é conhecido como *Simple Analysis* porque segundo os seus criadores seria ainda necessário a adição de novas perdas térmicas e mecânicas nesse modelo.

O modelo de terceira ordem foi constituído pela aplicação das técnicas de divisão do motor em diversos nós e na aplicação do método de elementos finitos. As equações diferenciais de conservação da massa, momento e energia foram aplicadas nesses volumes de controle. Diversas perdas de energia e calor foram consideradas isoladamente e nas equações governantes do modelo. A complexidade do modelo foi incrementada e a precisão em relação aos demais métodos anteriores era maior (QIU *et al.*, 2021).

O modelo de quarta ordem foi representado pela simulação da dinâmica dos fluidos através de computador (CFD). Essa técnica possibilita o estudo detalhado sobre o padrão de fluxo, temperatura e distribuições de pressão no interior do motor. Devido ao custo computacional, essa abordagem pode ser inviável para algumas aplicações. A especificidade também era um fator que aumentava o custo dessa análise pois é necessário a realização de uma nova simulação aplicada cada novo projeto (HACHEM *et al.*, 2018).

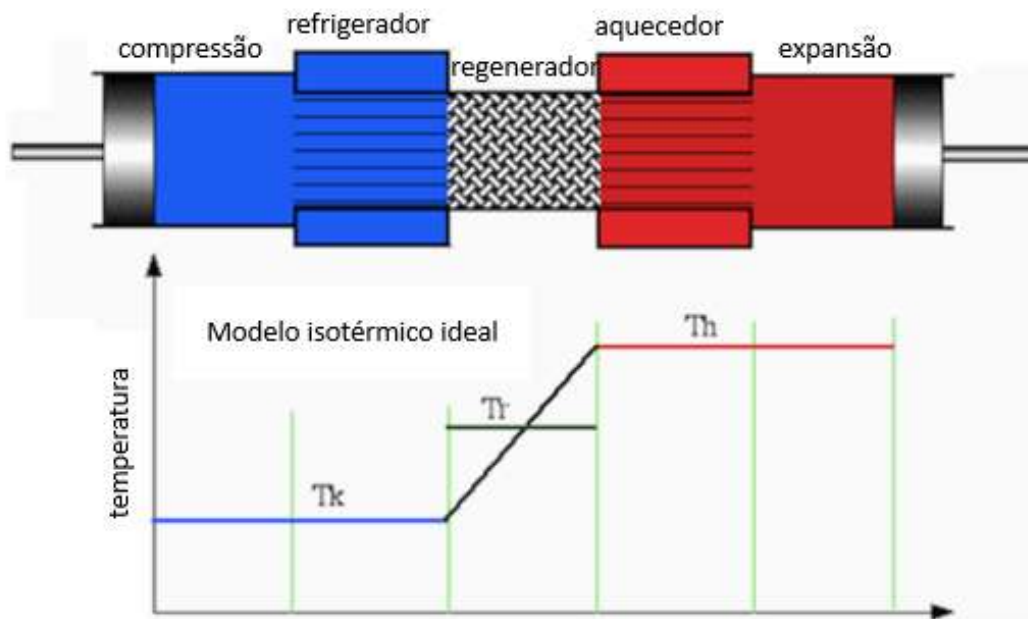
2.2.4 Método *Schmidt*

Em 1871 foi publicado o estudo da análise isotérmica ideal do motor *Stirling* por *Gustav Schmidt*. Esse método forneceu uma solução fechada para as equações descritivas desse motor, sendo utilizado como análise inicial para modelagem de motores *Stirling* que descrevem o funcionamento do motor de forma mais realista que o modelo isotérmico ideal. *Schmidt* analisou o problema da variação senoidal do volume do fluido de trabalho na câmara de expansão e na câmara de compressão do motor *Stirling* (DOBRE *et al.*, 2020). Uma representação esquemática do modelo isotérmico de *Schmidt* foi demonstrado na Fig. 12.

As seguintes simplificações foram consideradas nesse modelo (DOBRE *et al.*, 2020):

1. A pressão instantânea constante ao longo do motor,
2. O fluido de trabalho considerado como um gás ideal,

Figura 12 – Diagrama esquemático modelo isotérmico: divisão em três volumes de controle do motor *Stirling*



Fonte: (DYSON; WILSON; TEW, 2004)

3. Conservação da quantidade de massa do fluido de trabalho,
4. Ausência de vazamento,
5. Temperatura constante da parede do cilindro,
6. Movimento do pistão de potência e do deslocador é senoidal,
7. Temperatura constante do fluido na câmara quente e na câmara fria,
8. Velocidade de rotação constante,
9. Regeneração ideal

De acordo com (QIU *et al.*, 2021) outras premissas também foram consideradas nesse modelo:

1. A câmara de compressão e o refrigerador foram ambos considerados como um único volume de controle a mesma temperatura T_c .
2. A câmara de expansão e o aquecedor eram ambos considerados como um único volume de controle a mesma temperatura T_h .
3. A temperatura no interior do regenerador variou linearmente na faixa entre T_c e T_h devido as condições de transferência de calor no interior do regenerador.

4. O fluido de trabalho era um gás ideal com calor específico constante.
5. A pressão interna instantânea variou apenas em função do tempo.
6. Variação de volume senoidal na câmara de expansão e câmara de compressão.

As premissas anteriores foram a base do modelo *Schmidt*. De acordo com a lei da conservação da energia, essas simplificações conduziram a conclusão que o aquecedor e o refrigerador possuem transferência de calor líquido nula para o fluido de trabalho durante o ciclo de funcionamento do motor. Na câmara de expansão ocorreu a transferência de calor para o fluido de trabalho e na câmara de compressão o calor foi liberado. Esses volumes de controle não foram especificamente projetados para essa finalidade, exceto, nos motores *Stirling* de Baixo Diferencial de Temperatura (LTD) (KHANJANPOUR *et al.*, 2021). O fluido de trabalho foi considerado um gás ideal e as grandezas estão relacionadas como demonstrado Eq. 2.1 A pressão no interior do motor foi considerada uniforme e varia com o ângulo θ . O método de *Schmidt* foi desenvolvido de acordo com o equacionamento descrito em (URIELI; BERCHOWITZ, 1984).

A pressão, volume, massa e temperatura estão relacionadas pela Lei dos gases ideais, Eq. 2.1:

$$pV = mRT \quad (2.1)$$

Os volumes do fluido de trabalho no interior da câmara de compressão V_c e refrigerador V_k foram mantidos a temperatura constante T_c . Logo, aplicando a equação dos gases ideais, as massas do fluido de trabalho na câmara de compressão m_c e refrigerador m_k foram calculadas com as Eq. 2.2 e Eq. 2.3:

$$m_c = \frac{pV_c}{RT_c} \quad (2.2)$$

$$m_k = \frac{pV_k}{RT_k} \quad (2.3)$$

Os volumes do fluido de trabalho no interior da câmara de expansão V_e e no aquecedor V_h foram mantidos a temperatura constante T_h . Logo, aplicando a equação dos gases ideais, as massas do fluido de trabalho na câmara de expansão m_e e no aquecedor m_h foram dadas pelas Eq. 2.4 e Eq. 2.5:

$$m_e = \frac{pV_e}{RT_e} \quad (2.4)$$

$$m_h = \frac{pV_h}{RT_h} \quad (2.5)$$

A temperatura no interior do volume de controle do regenerador V_r variou linearmente de T_c até T_h . A massa m_r no interior do regenerador foi calculada pela Eq. 2.6:

$$m_r = \frac{p V_r \ln\left(\frac{T_h}{T_c}\right)}{R T_h} \quad (2.6)$$

A massa total M no interior do motor *Stirling* permaneceu constante e não foram considerados os vazamentos do fluido de trabalho. A massa total M foi dada pela Eq. 2.7:

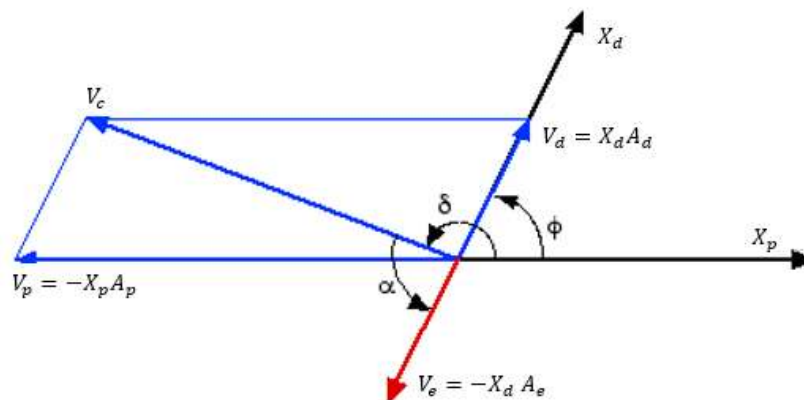
$$M = m_c + m_k + m_r + m_h + m_e \quad (2.7)$$

Considerações sobre a variação dos volumes nas câmaras de expansão e câmara de compressão dos motores *Stirling* beta, gama e pistão livre.

Os motores alfa, beta e gama devido a diferença de suas configurações apresentam diferenças significativas na variação do volume durante a movimentação do fluido de trabalho. O modelo alfa possui um pistão de potência e um deslocador que atuam em cilindros diferentes. Assim, o pistão de potência e o deslocador controlam de forma independente suas respectivas câmaras de compressão e câmara de expansão. Então o deslocador interfere somente na variação do volume na câmara de expansão V_e e o pistão de potência interfere somente na variação do volume da câmara de compressão V_c no motor *Stirling* tipo alfa (URIELI; BERCHOWITZ, 1984).

Os motores *Stirling* beta e gama apresentam variações de volume mais complexas ao longo do funcionamento do motor, pois o movimento do deslocador também produz interferência na variação do volume da câmara de compressão. A Fig. 13 representa os ângulos utilizados na modelagem de motores *Stirling* com o uso do método de *Schmidt*.

Figura 13 – Diagrama fasorial do motor *Stirling* beta ou gama



Fonte:(URIELI; BERCHOWITZ, 1984) adaptado

Considera-se: ϕ é o ângulo de avanço de fase do deslocador em relação ao pistão de potência; δ é o ângulo de fase do avanço do volume de compressão em relação ao pistão de

potência; α é o ângulo do avanço de fase do volume de expansão em relação ao volume da câmara de compressão.

O volume da câmara de compressão são calculados respectivamente com uso das Eq: 2.8, Eq: 2.9:

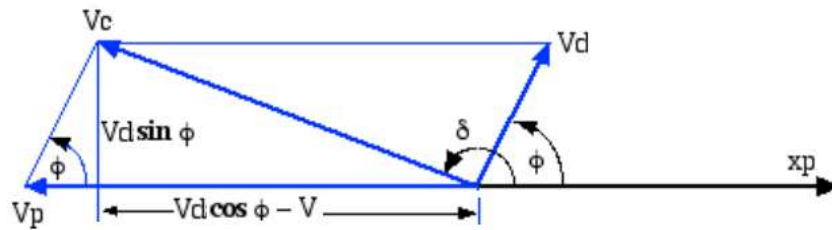
$$V_c = V_{c0} - V_p \cos \theta + V_d \cos(\theta + \varphi) \quad (2.8)$$

$$V_c = V_{c0} + (V_d \cos \varphi - V_p) \cos \theta - (V_d \sin \varphi) \sin \theta \quad (2.9)$$

Motor *Stirling* gama:

A relação entre os volumes da câmara de compressão e câmara de expansão com os ângulos estão representadas na Fig. 14.

Figura 14 – Relação volume e ângulos no motor *Stirling* tipo beta ou gama



Fonte:(URIELI; BERCHOWITZ, 1984) adaptado

As Eq. 2.10, Eq. 2.11, Eq. 2.12, Eq. 2.13, 2.14 mostram relações matemáticas que possibilitam o cálculo do volume de compressão nos motores *Stirling* cinemáticos com configuração gama.

$$V_c = V_{c0} + V_c \cos(\theta + \delta) \quad (2.10)$$

$$V_c = V_{c0} + V_c (\cos \theta \cos \delta - \sin \theta \sin \delta) \quad (2.11)$$

$$V_c \cos \delta = V_d \cos \varphi - V_p \quad (2.12)$$

$$V_c \sin \delta = V_d \sin \varphi \quad (2.13)$$

$$V_c = \sqrt{V_p^2 - 2(V_p V_d \cos(\varphi)) + V_d^2} \quad (2.14)$$

O ângulo δ foi calculado com a Eq.2.15.

$$\delta = \arctan \frac{(V_d \sin(\phi))}{(V_d \cos(\phi) - V_p)} \quad (2.15)$$

Finalmente, o volume da câmara de compressão e o volume da câmara de expansão podem ser calculados com o uso da Eq. 2.16 e Eq. 2.17

$$V_c = V_{c0} + V_e \cos(\theta + \delta - \alpha) = V_{clc} + V_{swc}(1 + \cos(\theta + \delta))/2 \quad (2.16)$$

$$V_e = V_{e0} \cos(\theta + \delta + \alpha) = V_{cle} + V_{swe}(1 + \cos(\theta + \delta + \alpha))/2 \quad (2.17)$$

Considerou-se $\alpha = \pi + \varphi - \delta$

Motor *Stirling* com pistão livre

As Eq. 2.18 e Eq. 2.19 mostram respectivamente o volume do pistão de potência e o volume do deslocador do motor *Stirling* com pistão livre:

$$V_p = X_p(A_p - A_r) \quad (2.18)$$

$$V_d = X_d(A_d - A_r) \quad (2.19)$$

As Eq. 2.20 e Eq. 2.21 mostram respectivamente o volume da câmara de expansão e o volume da câmara de compressão do motor *Stirling* com pistão livre:

$$V_e = X_d(A_d) \quad (2.20)$$

$$V_c = \sqrt{V_p^2 - 2(V_p V_d \cos(\phi)) + V_d^2} \quad (2.21)$$

A conversão de ϕ_d de graus para radianos foi calculada com uso da Eq. 2.22.

$$\phi = \frac{\phi_d \pi}{180} \text{ radianos} \quad (2.22)$$

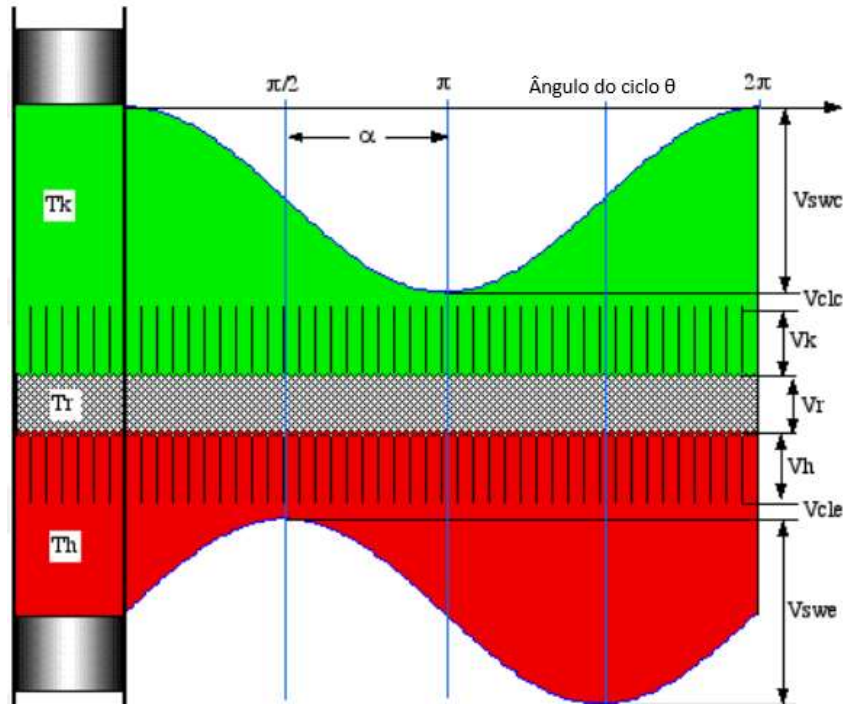
O ângulo δ foi calculado utilizando a Eq.2.15. Considerou-se: $V_{swc} = 2V_c$; $V_{swe} = 2V_e$;
 $\alpha = \pi + \varphi - \delta$

Os demais cálculos são comuns as três configurações de motores *Stirling*.

A Fig. 15 representa os volumes calculados no método *Schmidt* para a modelagem de motores *Stirling*.

A pressão do motor *Stirling* é obtida com uso da Eq. 2.23

Figura 15 – Volumes utilizados na modelagem de motores *Stirling* no método *Schmidt*



Fonte:(URIELI, 2010) adaptado

$$P = \frac{MR}{\left[s + \left(\frac{V_{swe} \cos \alpha}{2T_h} + \frac{V_{swc}}{2T_k} \right) \cos \theta - \left(\frac{V_{swe} \sin \alpha}{2T_h} \right) \sin \theta \right]} \quad (2.23)$$

$$s = \left[\frac{V_{swc}}{2T_k} + \frac{V_{clc}}{T_k} + \frac{V_k}{T_k} + \frac{V_r \ln(T_h T_k)}{(T_h - T_k)} + \frac{V_h}{T_h} + \frac{V_{swe}}{2T_h} + \frac{V_{cle}}{T_e} \right] \quad (2.24)$$

$$\beta = \arctan \left(\frac{V_{swe} \sin \alpha / T_h}{V_{swe} \cos \alpha / T_h + V_{swc} / T_k} \right) \quad (2.25)$$

$$c = \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{V_{swe}}{T_h} \right)^2 + 2 \frac{V_{swe} V_{swc}}{T_h T_k} \cos \alpha + \left(\frac{V_{swc}}{T_k} \right)^2} \quad (2.26)$$

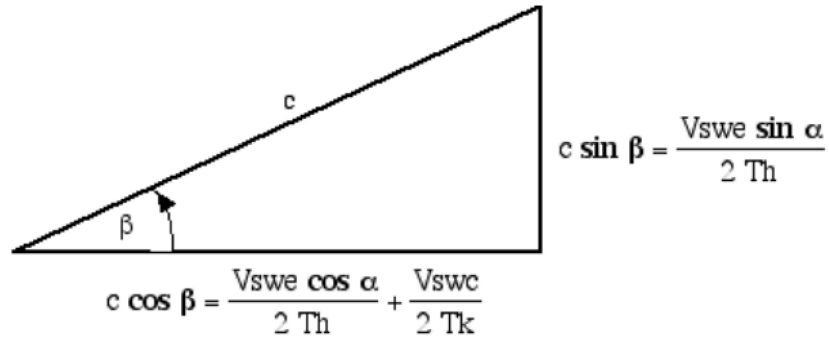
Com o uso da trigonometria as variáveis podem ser combinadas para simplificação dos cálculos. A Fig. 16 mostra as relações entre as variáveis trigonométricas.

As relações trigonométricas para simplificação dos cálculos foram mostradas nas Eq. 2.27 e Eq. 2.28:

$$c \sin \beta = \frac{V_{swe} \sin \alpha}{2T_h} \quad (2.27)$$

$$c \cos \beta = \frac{V_{swe} \cos \alpha}{2T_h} + \frac{V_{swc}}{2T_k} \quad (2.28)$$

Figura 16 – Relações trigonométricas



Fonte:(URIELI; BERCHOWITZ, 1984) adaptado

$$\beta = \frac{V_{swe} \sin \alpha / T_h}{V_{swe} \cos \alpha / T_h + V_{swc} / T_k} \quad (2.29)$$

$$c = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{V_{swe}^2}{T_h} + 2 \frac{V_{swe} V_{swc}}{T_h T_k} \cos \alpha + \frac{V_{swc}^2}{T_k}} \quad (2.30)$$

Substituindo-se β e c na equação da pressão, obteve-se:

$$p = \frac{MR}{s(1 + b \cos \theta)} \quad (2.31)$$

Considerou-se: $\varphi = \theta + \beta$ e $b = c/s$

As pressões mínimas e máxima foram calculadas com o uso da Eq. 2.32 e Eq. 2.33:

$$P_{min} = \frac{MR}{s(1 + b)} \quad (2.32)$$

$$P_{max} = \frac{MR}{s(1 - b)} \quad (2.33)$$

A pressão média do ciclo é calculada com a Eq. 2.34.

$$P_{med} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} p d\phi \quad (2.34)$$

Substituindo os valores e resolvendo a integral, resulta:

$$P_{med} = \frac{MR}{(s\sqrt{1 - b^2})} \quad (2.35)$$

$$W_e = Q_e = \int_0^{2\pi} \left(p \frac{dV_e}{d\theta} \right) d\theta \quad (2.36)$$

$$W_c = Q_c = \int_0^{2\pi} \left(p \frac{dV_c}{d\theta} \right) d\theta \quad (2.37)$$

Derivando-se as Eq. 2.20 e Eq. 2.21 e substituindo seus valores nas equações das integrais do trabalho na câmara de compressão e expansão Eq. 2.30 e Eq. 2.31 e considerando o intervalo entre zero e 2π , obteve-se:

$$W_c = \frac{MRV_{swc}}{2s} \int_0^{2\pi} \frac{\text{sen}\theta}{1 + b \cos(\beta + \theta)} d\theta \quad (2.38)$$

$$W_e = \frac{MRV_{swe}}{2s} \int_0^{2\pi} \frac{\text{sen}(\alpha + \theta)}{1 + b \cos(\beta + \theta)} d\theta \quad (2.39)$$

Solucionando-se as integrais da Eq. 2.38 e Eq. 2.39, o valor do trabalho na câmara de expansão e o trabalho na câmara de compressão são calculados conforme mostrado na Eq. 2.40 e na Eq. 2.41.

$$W_e = \frac{\pi V_{swe} p_{med} \sin(\beta - \alpha) (\sqrt{1 - b^2} - 1)}{b} \quad (2.40)$$

$$W_c = \frac{\pi V_{swc} p_{med} \sin \beta (\sqrt{1 - b^2} - 1)}{b} \quad (2.41)$$

A diferença entre o trabalho realizado na câmara de expansão e na câmara de compressão resulta no trabalho líquido. O trabalho líquido é calculado com a Eq. 2.42.

$$W_{total} = W_c + W_e \quad (2.42)$$

Eficiência Termodinâmica

A eficiência termodinâmica foi associada com trabalho líquido e perda de calor no ciclo:

$$\eta = \frac{W_{liq}}{(Q_h + Q_e)} \quad (2.43)$$

Assim, a eficiência térmica encontrada foi igual a eficiência térmica do ciclo de *Carnot*.

$$\eta = \frac{W_{liq}}{W_e} = 1 - \frac{T_c}{T_h} \quad (2.44)$$

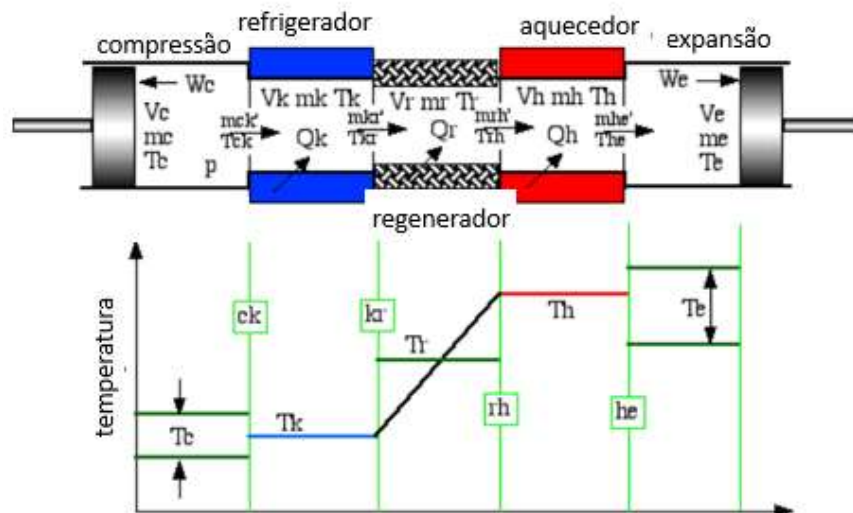
Uma das premissas do modelo de *Schmidt* foi a consideração que todos os volumes de controle do motor *Stirling* são isotérmicos, o que simplificou a equação da conservação da massa

já que as massas do fluido de trabalho que movem-se para dentro e para fora dos respectivos volumes de controle devem possuir sempre a mesma temperatura do próprio volume de controle. Assim, o transporte líquido de energia por ciclo desses fluxos de massa teriam valor nulo para cada volume de controle considerado isoladamente. Outra conclusão obtida a partir da análise das equações do modelo de *Schmidt* foi que o trabalho no refrigerador, regenerador e aquecedor possuem valor nulo uma vez que os volumes dessas câmaras não variam com o tempo ($dV = 0$ em $\int p dV$). Aplicou-se a equação da conservação de energia para calcular a perda de calor em cada um dos cinco volumes de controle do motor *Stirling*. Assim, considerou-se: $Q_c = W_c$; $Q_k = W_k = 0$; $Q_h = W_h = 0$; $Q_e = W_e$; $Q_r = W_r = 0$.

2.2.5 Modelo Adiabático

A representação gráfica do modelo adiabático do motor *Stirling* foi representada na Fig.17. Na aplicação da modelagem adiabática dos motores *Stirling*, foram considerados cinco volumes de controle conectados em série. O volume de compressão, V_c , volume do refrigerador, V_k , o volume do regenerador, V_r , o volume do aquecedor, V_h e o volume de expansão, V_e foram indicados respectivamente.

Figura 17 – Diagrama esquemático modelo adiabático: divisão em cinco volumes de controle do motor *Stirling*.



Fonte: (URIELI, 2010) adaptado

(BABAELAH; SAYYAADI, 2014) afirmou que as seguintes premissas foram adotadas no modelo adiabático dos motores *Stirling*:

1. Processos térmicos considerados estacionários.
2. A velocidade angular do motor *Stirling* era constante.
3. Os fluidos de trabalho comportavam-se como gases ideais no interior dos motores.

4. O motor trabalhou com compressão adiabática e os compartimentos de expansão e compressão eram adiabáticos.
5. Pressão instantânea de compressão e expansão nos espaços eram uniformes.
6. As temperaturas do fluido de trabalho no refrigerador e aquecedor foram considerados isotérmicos nesses compartimentos.
7. O fluido de trabalho no regenerador variou de forma linear conforme representado na Fig. 17.
8. Desprezou-se a energia cinética e potencial dos fluxos dos fluidos de trabalho.
9. A transferência de calor foi considerada apenas no aquecedor e no refrigerador, sendo desprezada nas demais câmaras.
10. A equação da conservação da massa total foi válida no interior do motor, logo não houve variação da quantidade de massa ao longo do tempo.
11. Transferência de calor entre as câmaras de compressão e expansão e a perda de calor para o meio externo foram desprezadas.
12. Foram desconsiderados os vazamentos do fluido de trabalho para o exterior do motor.

A câmara de compressão e a câmara de expansão foram redivididos em volumes V_{clc} e V_{cle} . O volume do regenerador variou com o tempo e os demais volumes permaneceram constantes em seus subespaços V_{swc} e V_{swe} . As variações de V_{swc} e V_{swe} durante um ciclo (zero e 2π) evidenciaram a interferência dos acionamentos mecânicos utilizados no movimento do fluido de trabalho. O motor girou em velocidade constante evidenciando que o tempo e o ângulo da manivela estavam relacionados entre si e apresentaram proporcionalidade, já que as quedas de pressão devido a resistências de fluxo e diferenciais de pressão (necessários para acelerar o fluido de trabalho) foram desprezadas (ARAOZ *et al.*, 2015).

A partir das hipóteses simplificadoras do modelo adiabático concluiu-se que a pressão em um dado instante apresentou o mesmo valor em qualquer lugar dentro do motor e variou apenas com o tempo. O vazamento do fluido de trabalho, inclusive no cárter, foi considerado zero. Assim, as energias cinéticas do gás de trabalho foram negligenciadas na lei da conservação da energia. Devido a simplificação de câmara de compressão e expansão adiabática, concluiu-se que nenhum calor foi trocado nessas duas câmaras entre o gás e as paredes circundantes, inclusive com as superfícies do pistão (MIDDLETON; NOBES, 2021).

A temperatura nessas câmaras eram uniforme, mas variou durante um ciclo devido às mudanças na pressão, volume e o movimento alternativo do fluido de trabalho em direção as demais câmaras. As condições de transferência de calor no interior do motor *Stirling* adiabático

eram suficientes para manter o fluido dentro do espaço do refrigerador e do aquecedor em temperatura uniforme constante e assegura a distribuição linear da temperatura no interior do regenerador que variou na faixa entre os dois extremos de sua fronteira (DING *et al.*, 2018).

Para desenvolver o modelo adiabático foi utilizado o equacionamento desenvolvido por (HERZOG, 2015). Hélio foi usado como fluido de trabalho e a lei dos gases ideais foi aplicada relacionando a pressão P , o volume V , a massa M e a temperatura T entre si através da constante específica dos gases R . Utilizando a Eq. 2.1 dos gases ideais e a equação que relaciona o calor específico a volume constante, calor específico a pressão constante e a constante específica dos gases ideais R , obteve-se:

$$c_p - c_v = R \quad (2.45)$$

A taxa de variação do calor específico a pressão constante em relação ao calor específico a volume constante, foi dada pela Eq. 2.46. O valor de κ foi igual a 1.4 para o ar e para o hélio.

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v} \quad (2.46)$$

Assim, a energia interna específica, u , de um gás ideal a temperatura T é calculada conforme a Eq. 2.47:

$$u = c_v(T - T_0) \quad (2.47)$$

Considerando que a entalpia específica fornecida pela Eq. 2.48:

$$h = c_p T - c_v T_0 \quad (2.48)$$

2.2.5.1 Equações Diferenciais Relevantes

A base das equações diferenciais do modelo adiabático eram as premissas assumidas no modelo, a equação da conservação da energia e equação da conservação da massa específica. Assim, a equação da conservação da massa específica aplicada ao motor *Stirling* forneceu a Eq. 2.49:

$$dm_c + dm_k + dm_h + dm_e + dm_r = 0 \quad (2.49)$$

Através da Eq. 2.49 foi possível afirmar que a entrada de massa na câmara interna do motor ($dm > 0$) correspondia a saída de massa de uma outra câmara interna anterior do motor ($dm < 0$).

Considerando a equação da conservação da energia aplicada a um volume de controle arbitrário 's' conectado a um volume de controle 's1' e um volume de controle 's2', obteve-se:

$$d(m_s u_s) = dQ_s - p dV_s + h_{s1} dm_{s1} + h_{s2} dm_{s2} \quad (2.50)$$

O termo $h_{s1} dm_{s1}$ representa a energia que entrou no volume de controle 's' vinda do volume de controle vizinho 's1' através do fluido de trabalho. O termo h_{s1} representou a entalpia no volume de controle 's1': caso $dm_{s1} < 0$ (massa sai do volume de controle 's1'). A partir da equação da conservação da massa específica Eq. 2.49, obteve-se:

$$dm_s = dm_{s1} + dm_{s2} \quad (2.51)$$

A Eq. 2.1 genérica foi aplicada a todos os volumes de controle considerados. Para a câmara de compressão e expansão, considerou-se a transferência de calor nula e portanto $dQ_s = 0$, e apenas uma conexão com a câmara adjacente. Para o refrigerador, regenerador e aquecedor os volumes eram constantes. Portanto, $dV_s = 0$ para esses volumes de controle.

2.2.5.2 Câmara de compressão

A equação dos gases ideais aplicada a câmara de compressão resultou em:

$$pV_c = m_c R T_c \quad (2.52)$$

Diferenciando-se a Eq. 2.52, obteve-se:

$$R T_c dm_c = V_c dp + p dV_c - m_c R dT_c \quad (2.53)$$

Considerando-se a Eq. 2.50 e aplicando as propriedades adiabáticas a um volume de controle que possui como vizinhança exclusivamente o refrigerador, a equação da energia foi simplificada e resultou:

$$d(m_c u_c) = -p dV_c + h_{ck} dm_c. \quad (2.54)$$

Substituindo-se o valor de $u_c = c_v(T_c - T_0)$ e $h_{ck} = (c_p T_{ck} - c_v T_0)$ em: $m_c c_v dT_c + c_v(T_c - T_0) dm_c = -p dV_c + (c_p T_{ck} - c_v T_0) dm_c$. Cancelou-se T_0 , substituindo e rearranjando:

$$m_c c_v dT_c = -p dV_c + (c_p T_{ck} - c_v T_c) dm_c \quad (2.55)$$

O valor da temperatura T_{ck} representou o valor da temperatura na fronteira entre a câmara de compressão e o refrigerador. Assim, as condições da Eq. 2.56 e Eq. 2.57 foram válidas:

$$T_{ck} = T_k \text{ se } dm_c > 0 \quad (2.56)$$

$$T_{ck} = T_c \text{ se } dm_c < 0 \quad (2.57)$$

Isolou-se o termo dT_c na Eq. 2.55 e substituindo-se na Eq. 2.53 após rearranjos algébricos, obteve-se o valor do termo dm_c que foi substituído na Eq. 2.49 da conservação da massa específica.

$$dm_c = \frac{(\kappa P dV_c + V_c dp)}{\kappa R T_{ck}} \quad (2.58)$$

2.2.5.3 Câmara de expansão

A análise da câmara de expansão foi semelhante a análise da câmara de compressão. Assim, a equação dos gases ideais aplicada às variáveis da câmara de expansão resultou:

$$pV_e = m_e R T_e \quad (2.59)$$

$$m_e c_v dT_e = -p dV_e + (c_p T_{eh} - c_v T_e) dm_e \quad (2.60)$$

Assim, as condições da temperatura T_{eh} foram válidas na fronteira entre a câmara de expansão e do aquecedor conforme a Eq. 2.61 e Eq. 2.62:

$$T_{eh} = T_h \text{ se } dm_e > 0 \quad (2.61)$$

$$T_{eh} = T_e \text{ se } dm_e < 0 \quad (2.62)$$

$$dm_e = \frac{(\kappa P dV_e + V_e dP)}{(\kappa R T_{eh})} \quad (2.63)$$

2.2.5.4 Câmara de aquecimento ou aquecedor

A análise do aquecedor foi igual a análise do refrigerador.

$$dm_h = \left(\frac{V_h}{R T_h} \right) dP \quad (2.64)$$

$$dQ_h = c_p (T_{eh} - T_h) dm_e - R T_h dm_h \quad (2.65)$$

O valor de T_{eh} foi obtido através das Eq. 2.61 e Eq. 2.62.

2.2.5.5 Câmara de resfriamento ou refrigerador

A equação dos gases ideais aplicada as variáveis do refrigerador:

$$pV_k = m_k R T_k \quad (2.66)$$

De acordo com as premissas do modelo, volume e temperatura eram constantes no refrigerador. Diferenciando-se a Eq. 2.66 e isolando-se o termo dm_k , resultou:

$$dm_k = \left(\frac{V_k}{R T_k} \right) dP \quad (2.67)$$

Assim, a Eq. 2.67 pode ser substituída na Eq. 2.49 da conservação da massa específica, auxiliando o cálculo do valor dP . A transferência de calor do refrigerador foi determinada a partir da equação da conservação da energia, Eq. 2.50.

O volume e a temperatura foram considerados constantes e possibilitaram o cálculo da energia interna e as entalpias em termos de capacidades térmicas específicas do refrigerador. Considerou-se que a temperatura do fluido de trabalho trocado entre o refrigerador e o regenerador possuía sempre o valor T_k .

$$dQ_k = c_v (T_k - T_0) dm_k + (c_p T_{ck} - c_v T_0) dm_c - (c_p T_k - c_v T_0) (dm_k + dm_c) \quad (2.68)$$

A soma dos valores de $(dm_k + dm_c)$ representou a perda de massa do refrigerador e da câmara de compressão combinados transportando energia ao regenerador. Assim, nas equações a temperatura de referência T_0 foi cancelada e os termos foram reagrupados:

$$dQ_k = c_p (T_{ck} - T_k) dm_c - R T_k dm_k \quad (2.69)$$

2.2.5.6 Regenerador

A análise do regenerador no método adiabático ideal foi semelhante a análise do regenerador no método de *Schmidt*. Destaca-se que no método de *Schmidt* a temperatura adjacente ao regenerador era T_c , mas no método adiabático ideal, a temperatura adjacente ao regenerador é T_k . A temperatura efetiva do regenerador foi calculada com o uso da Eq. 2.70:

$$T_r = \frac{(T_h - T_k)}{\ln\left(\frac{T_h}{T_k}\right)} \quad (2.70)$$

Assim, através do uso da lei dos gases ideais e considerando-se a distribuição de temperatura linear no regenerador e invariável no tempo, possibilitou o cálculo da massa no interior do

regenerador. O volume V_r foi considerado constante, logo, a variação da massa no interior do regenerador estava relacionada a variação da pressão:

$$dm_r = \left(\frac{V_r}{RT_r} \right) dp \quad (2.71)$$

Considerou-se no modelo adiabático, a equação da conservação da energia, a transferência de calor do fluido de trabalho com as paredes do motor *Stirling*, a variação da energia interna (devido a variação da massa) e a energia transportada pelo fluido de trabalho deslocado entre o regenerador e suas câmaras adjacentes, refrigerador e aquecedor.

$$dQ_r = c_v T_r dm_r + c_p T_k (dm_k + dm_c) + c_p T_h (dm_h + dm_e) \quad (2.72)$$

2.2.5.6.1 Resumo equações do Método adiabático

Substituindo as Eq. 2.58, Eq. 2.63, Eq. 2.64, Eq. 2.67, Eq. 2.71, na equação da conservação da massa Eq. 2.49, obteve-se o valor da variação total da pressão dP :

$$dP = \frac{-P \left(\frac{dV_c}{T_{ck}} + \frac{dV_e}{T_{eh}} \right)}{\frac{V_c}{\kappa T_{ck}} + \frac{V_e}{\kappa T_{eh}} + \frac{V_k}{T_k} + \frac{V_r}{T_r} + \frac{V_h}{T_h}} \quad (2.73)$$

A geometria do sistema motor forneceu o valor de V_c e V_e e possibilitou o cálculo das equações diferenciais dos volumes de controle da câmara de compressão e câmara de expansão. Esses valores podem ser obtidos do método de *Schmidt* conforme mostrado na Eq. 2.16 e Eq. 2.17. Os ângulos utilizados nas fórmulas foram mostrados na Fig. 13.

Integrou-se a Eq. 2.20 e Eq. 2.21. Observou-se que as temperaturas T_{ck} e T_{eh} variaram a medida que o ângulo θ avançou no seu curso conforme as condições indicadas:

$$T_{ck} = T_k \text{ se } dm_c > 0 \quad (2.74)$$

$$T_{ck} = T_c \text{ se } dm_c < 0 \quad (2.75)$$

$$T_{eh} = T_h \text{ se } dm_e > 0 \quad (2.76)$$

$$T_{eh} = T_e \text{ se } dm_e < 0 \quad (2.77)$$

Os valores da temperatura da câmara de expansão e da temperatura da câmara de compressão deveriam ser previamente conhecidos. As temperaturas na câmara de compressão e no

aquecedor foram calculados com o uso da equação dos gases ideais. O fluxo de massa na câmara de expansão dm_e e o fluxo de massa na câmara de compressão dm_c também precisaram ser calculados. Esses valores foram obtidos com a utilização da integração simultânea das Eq. 2.78 e Eq. 2.79:

$$dm_c = \frac{(\kappa p dV_c + V_c dp)}{(\kappa R T c k)} \quad (2.78)$$

$$dm_e = \frac{(\kappa p dV_e + V_e dp)}{(\kappa R T e h)} \quad (2.79)$$

$$m_e c_v dT_e = -p dV_e + (c_p T_{eh} - c_v T_e) dm_e \quad (2.80)$$

$$m_c c_v dT_c = -p dV_c + (c_p T_{ck} - c_v T_c) dm_c \quad (2.81)$$

2.2.6 Simple Model

A análise *Simple* é um método desenvolvido por Israel *Urieli* e *Berchowitz* que utiliza o modelo Adiabático Ideal como base para realizar predições de desempenho mais realistas de três câmaras do motor *Stirling*, considerando a transferência de calor e queda de pressão nos trocadores de calor. Segundo os autores, o nome do método "Análise *Simple*" foi escolhido para o modelo na intenção de indicar que embora fosse um método que possibilitasse a consideração de perdas de calor anteriormente ignoradas, o método possuía muitas simplificações e deveria ser aprimorado no futuro.

Características do modelo *Simple* (CHEN; GRIFFIN, 1983):

1. Aproximação por partes através da divisão do motor em cinco volumes de controle distintos.
2. Utilização de conjunto de equações diferenciais ordinárias e a transformação de todos os diferenciais em quocientes de diferença, exceto para a variável de tempo.
3. Resolução das equações diferenciais ordinárias através do método *Runge Kutta* de quarta ordem com condição inicial estacionária.
4. O modelo computacional realiza um esquema de convergência que ajusta as temperaturas da matriz no final de cada ciclo de acordo com o calor líquido transferido nos volumes de controle. A convergência ocorreu normalmente em 10 ciclos.
5. Análises com o uso de gráficos tridimensionais que evidenciam o comportamento da temperatura, fluxo e perfis de pressão ao longo do ciclo possibilitando assim mais informações sobre o comportamento dos motores *Stirling*.

6. Apresenta predições com pequena margem de erro comparadas aos valores experimentais em casos onde a potência líquida de saída seja pequena.

2.2.6.1 Parâmetros escalares

A performance de um motor *Stirling* depende de um grande número de parâmetros envolvidos no seu processo de funcionamento e de sua geometria. Assim, a análise adimensional foi utilizada nos estudos de convecção forçada e movimento dos fluidos oscilatórios para reduzir o número de parâmetros a um número aceitável. Esse grupo básico de variáveis sem dimensão possibilitou o uso de dados experimentais em vários contextos distintos (KAYS; LONDON, 1984). De acordo com (ORGAN, 1997) os principais adimensionais utilizados nos estudos dos motores *Stirling* são:

1. Número de *Reynolds*: Adimensional que relacionou a força de inércia de um fluido e sua força de viscosidade. Amplamente utilizado na mecânica dos fluidos sendo relacionado a definição do regime de escoamento.

$$Re = \frac{\rho u D_h}{\mu} \quad (2.82)$$

Considerou-se: ρ a massa específica do fluido de trabalho; μ viscosidade dinâmica do fluido de trabalho; u a velocidade do fluido; D_h é o diâmetro hidráulico

2. Número de *Stanton* - Adimensional utilizado em casos de fluxos de calor por convecção forçada que relaciona a quantidade de calor transferida ao fluido de trabalho e a capacidade térmica do fluido.

$$St = \frac{h.L}{\rho V D_h c_p} \quad (2.83)$$

Considerou-se: h coeficiente de transferência de calor; c_p calor específico do fluido de trabalho; A_{wg} área molhada parede do fluido de trabalho; D_h diâmetro hidráulico

O diâmetro hidráulico foi calculado pela Eq. 2.84::

$$D_h = \frac{4V}{A_{wg}} \quad (2.84)$$

O número de *Stanton* foi calculado pela Eq. 2.85:

$$St = \frac{A}{A_{wg}} \left(\frac{T_0 - T_i}{T_w - T} \right) \quad (2.85)$$

O número de *Stanton* relacionou-se com o fator de atrito pela Eq. 2.86:

$$St = \frac{C_f}{2} \quad (2.86)$$

3. Número de Unidades de Transferência: parâmetro adimensional utilizado para calcular a transferência de calor em trocadores de calor. Permite soluções adimensionais em função do Número de *Stanton*.

$$NTU = \frac{hA_{wg}}{\rho u c_p A} = St \frac{A_{wg}}{A} \quad (2.87)$$

4. Número de *Prandt*: adimensional que relacionou a taxa de difusão viscosa e a taxa de difusão térmica nos fluidos.

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{\mu c_p}{k} \quad (2.88)$$

O número de *Prandt* também foi representado pela Eq. 2.89:

$$Pr = \frac{c_p \mu}{\alpha} \quad (2.89)$$

Considerou-se: c_p calor específico (J/kg.K); α difusividade térmica (Ns/m^2); μ viscosidade dinâmica (Ns/m^2); ν difusividade do momento ou viscosidade cinemática (m^2/s); ρ densidade (kg/m^3); k condutividade térmica (W/mK)

5. Número de *Nusselt*: adimensional que relacionou a transferência de calor por convecção com a transferência de calor por condução.

$$Nu = \frac{hL}{k} \quad (2.90)$$

Considerou-se: k condutividade térmica do fluido de trabalho (W/mK); L comprimento característico; h coeficiente de transferência de calor por convecção (W/m^2K)

O número de *Nusselt* foi relacionado com outros três adimensionais: número de *Stanton*, número de *Prandt* e número de *Reynolds*.

$$Nu = St Pr Re \quad (2.91)$$

2.2.6.2 Análise *Simple* do Refrigerador e Aquecedor não ideais

A performance de motores *Stirling* reais é prejudicada pelo fato da temperatura média efetiva do fluido de trabalho nos aquecedores apresentarem menor valor que a temperatura da parede dessas câmaras. Fenômeno semelhante ocorre nos refrigeradores dos motores *Stirling*

não ideais, pois a temperatura média efetiva do fluido de trabalho dos refrigeradores é maior que a temperatura média da parede dos refrigeradores (MUNIR *et al.*, 2020).

Com o objetivo de minimizar esse problema foi desenvolvido uma técnica de resolução iterativa de predição da diferença de temperatura entre o fluido de trabalho e a temperatura da parede. Destaca-se que o uso desse método também é normalmente aplicado em outros modelos mais complexos. No caso do *Simple Model* foi considerado o cálculo da diferença de temperatura entre a parede do aquecedor e refrigerador e a temperatura do fluido de trabalho variando ao longo do ângulo de deslocamento do pistão durante um ciclo. Alguns modelos mais complexos consideram a variação dessa temperatura do fluido de trabalho ao longo do tempo (URIELI, 2010).

Iniciou-se a análise com um balanço da transferência de calor no aquecedor e no refrigerador, considerando-se a equação da transferência de calor por convecção e divisão dessa equação pela frequência.

$$Q_k - Q_{rloss} = \frac{h_k A_{wgk} (T_{wk} - T_k)}{freq} \quad (2.92)$$

$$Q_h - Q_{rloss} = \frac{h_h A_{wgh} (T_{wh} - T_h)}{freq} \quad (2.93)$$

Isolando-se o termo da temperatura, obteve-se:

$$T_k = \frac{T_{wk} - (Q_k - Q_{rloss})freq}{h_k \cdot A_{wgk}} \quad (2.94)$$

$$T_h = \frac{T_{wh} - (Q_h + Q_{rloss})freq}{h_h \cdot A_{wgh}} \quad (2.95)$$

Considerou-se: h_h coeficiente de troca de calor no aquecedor (W/m^2K); h_k coeficiente de troca de calor no refrigerador (W/m^2); Q_{rloss} perda de calor no regenerador (J/K); T_{wh} temperatura da parede no aquecedor (K); T_{wk} temperatura da parede no refrigerador (K); A_{wg} área da superfície livre (m^2); $freq$ (Hz).

Assim a equação da temperatura foi resolvida de forma iterativa até a convergência de T_k e T_h . A perda de calor do fluido de trabalho para o ambiente foi avaliada em função da efetividade do regenerador e o calor no refrigerador e aquecedor foram obtidos ao longo das iterações da temperatura. A partir da obtenção desses valores, o Número de *Reynolds* médio e o coeficiente de transferência de calor foram obtidos (URIELI, 2010).

2.2.6.3 Análise *Simple* do Regenerador

O regenerador é um componente essencial nos motores *Stirling* sendo responsável por parcela significativa da performance dessas máquinas térmicas. A efetividade dos motores

Stirling no modelo *Simple* foi calculada através da divisão da quantidade de calor transferido da matriz do regenerador para o hélio durante uma passagem simples do fluido pelo regenerador e a quantidade de calor transferido no regenerador considerando-se o modelo adiabático ideal.

$$\eta = \frac{\eta_i}{\left[1 + \left(\frac{Q_{ri}}{Q_{hi}}\right)(1 - \varepsilon)\right]} \quad (2.96)$$

$$\dot{Q} = cp\dot{m}(T_{h1} - T_{h2}) = 2hA_{wg}\Delta T \quad (2.97)$$

Através da combinação das Eq. 2.96 e Eq. 2.97, resultou:

$$\varepsilon = \left(\frac{1}{1 + \frac{2\Delta T}{(T_{h1} - T_{h2})}}\right) \quad (2.98)$$

Substituindo-se a efetividade na equação Eq. 2.97:, obteve-se:

$$\varepsilon = \frac{1}{\left(1 + \frac{cp\dot{m}}{hA_{wg}}\right)} \quad (2.99)$$

O Número de Unidades de Transferência foi dado pela Eq. 2.100::

$$NTU = \frac{hA_{wg}}{cp\dot{m}} \quad (2.100)$$

Substituindo-se o NUT na Eq. 2.99, obteve-se o valor da efetividade:

$$\varepsilon = \frac{NTU}{1 + NTU} \quad (2.101)$$

2.2.6.4 Análise *Simple* e Perdas por bombeamento

Os trocadores de calor reais apresentam queda de pressão interna devido a perda de energia por atrito pelo contato durante a movimentação do fluido de trabalho. Esse fenômeno também conhecido como *pumping loss* resulta na diminuição da potência do motor *Stirling* (MUNIR *et al.*, 2020). Para calcular o efeito da perda de calor total por bombeamento foram somadas as perdas de calor por bombeamento presente nos três trocadores de calor do motor de acordo com o método da superposição. O valor do trabalho do ciclo foi recalculado e o valor da perda de calor por bombeamento foi isolado (MAJIDNIYA *et al.*, 2020).

$$W = W_e + W_c = \oint p dV_c + \oint (p - \sum \Delta p) dV_e \quad (2.102)$$

$$W = \oint p(dV_c + dV_e) - \oint \sum \Delta p dV_e = W_i - \Delta W \quad (2.103)$$

$$\Delta W = \int_0^{2\pi} \left(\sum_1^3 \Delta p_i \frac{dV_e}{d\theta} \right) d\theta \quad (2.104)$$

A tensão de cisalhamento no escoamento em fluidos newtonianos foi representada pela Eq. 2.105:

$$\tau = -\mu \frac{du}{dz} \quad (2.105)$$

A força de arrasto por cisalhamento foi representado pelas Eq. 2.106, Eq. 2.107:

$$F = \tau A_w g \quad (2.106)$$

$$F = \frac{4\tau V}{D_h} \quad (2.107)$$

Considerou-se: D_h representou diâmetro hidráulico e V é o volume vazio Para superfícies circulares considerou-se o diâmetro hidráulico igual ao diâmetro interno do tubo.

O coeficiente de atrito do escoamento do fluido devido ao arrasto por cisalhamento foi representado pela Eq. 2.108:

$$C_f = \frac{\tau}{0.5\rho u^2} \quad (2.108)$$

A força de arrasto por cisalhamento do fluido foi representado pela Eq. 2.109:

$$F = \frac{2C_f \rho u^2 V}{D_h} \quad (2.109)$$

O valor da força de arrasto por atrito foi igual e oposta à força produzida pela queda de pressão nos trocadores de calor do motor *Stirling* sob condições de regime quase permanente.

$$F + \Delta p A = 0 \quad (2.110)$$

Substituindo-se a força de cisalhamento Eq. 2.108 na Eq. 2.110, obteve-se:

$$\Delta p + \frac{2C_f \rho u^2 V}{D_h A} = 0 \quad (2.111)$$

Observou-se que a queda de pressão na Eq. 2.111: assumiu valores positivos ou negativos de acordo com a direção do escoamento do fluido de trabalho. Assim, com o objetivo de evitar a violação da lei da conservação da quantidade de movimento, calculou-se o chamado atrito de *Reynolds* fornecido pela Eq. 2.112:

$$C_{ref} = Re C_f \quad (2.112)$$

Substituindo-se o *Número de Reynolds* na equação do coeficiente de atrito por cisalhamento, obteve-se a variação da pressão com a Eq. 2.113:

$$\Delta p = \frac{-2C_{ref}\mu uV}{D_h^2 A} \quad (2.113)$$

Observou-se que o valor da variação da pressão durante o movimento dos fluido de trabalho estava relacionado com a direção do escoamento de hélio, portanto assumia valores negativos ou positivos. A perda de pressão nos trocadores de calor foi mostrada no modelo de regime quase permanente.

2.3 Modelo regime quase permanente ou *quasi-steady model*

Os motores *Stirling* foram desenvolvido em 1816. Desde sua criação vários pesquisadores realizaram diversas tentativas de descobrir a relação entre seus parâmetros geométricos e operacionais. Essas tentativas tinham como objetivo descrever e realizar predições acuradas do seu desempenho. Dessa forma diferentes modelos térmicos e matemáticos foram desenvolvidos e geralmente utilizados na modelagem e otimização da eficiência e potência desses motores (ORGAN, 1992).

Nesse contexto, o modelo de motor *Stirling* em regime quase permanente destacou-se devido a sua alta precisão de predição ocasionada pela redução do número de simplificações presentes nos modelos mais simples (ALMAJRI; MAHMOUD; AL-DADAH, 2017b). Hipóteses como a variação da temperatura em todos os trocadores de calor e nas paredes do motor, equacionamento de diversas perdas térmicas e queda de pressão em todos os trocadores de calor foram adotadas nesse modelo. Também a possibilidade do uso de maior número de volumes de controle para representar o motor *Stirling* e a consideração do atrito do movimento dos pistões e perdas dinâmicas do processo (PARLAK *et al.*, 2009).

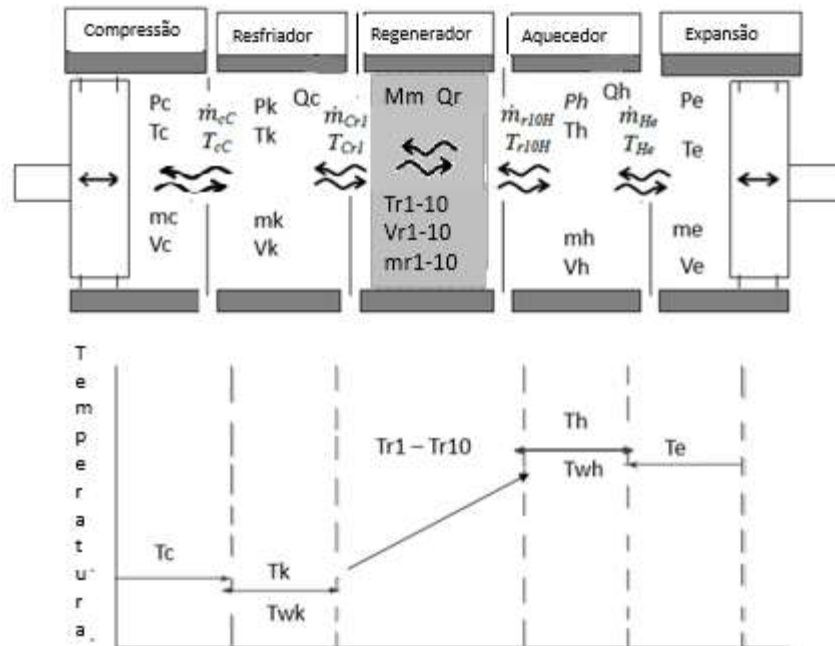
2.3.1 O modelo

O motor *Stirling* foi dividido em quatorze volumes de controle: câmara de expansão, câmara de compressão, aquecedor, refrigerador e o regenerador foi dividido em dez volumes de controles distintos. Essa maior divisão do volume de controle possibilitou uma análise mais acurada do funcionamento do motor, uma vez que o regenerador era um componente essencial para a performance ótima do motor. A Fig. 18 representa os volumes de controle considerados no modelo de regime quase permanente desenvolvidos neste trabalho.

Considerações do modelo do regime quase permanente (SOWALE, 2015):

1. A massa do fluido de trabalho no interior do motor era constante.

Figura 18 – Diagrama de distribuição de temperatura nos volumes de controle do motor *Stirling* no modelo termodinâmico de regime quase permanente



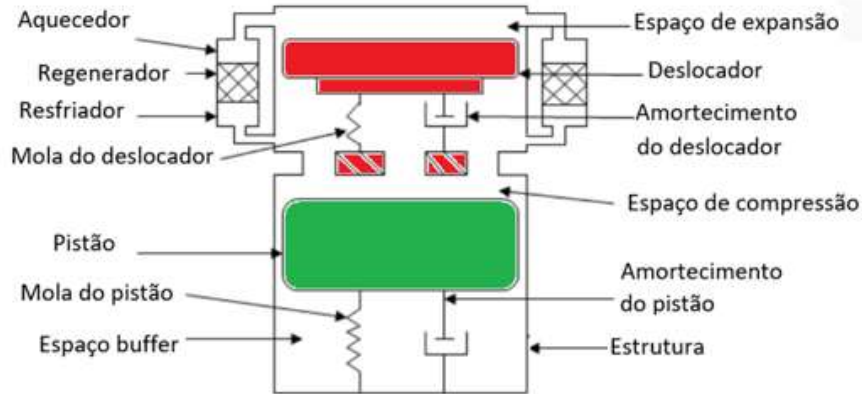
Fonte: (SOWALE, 2015) adaptado

2. O fluido de trabalho no interior de cada volume de controle comportou-se como gás ideal.
3. Utilizou-se o princípio da superposição para calcular separadamente as perdas de calor no motor.
4. As temperaturas das paredes circundantes do volume do fluido de trabalho variaram com o tempo.
5. A variação da pressão em cada volume de controle foi constante.
6. As perdas de pressão foram consideradas separadamente.
7. A pressão de amortecimento também chamada de pressão *bounce* do deslocador e do pistão de potência foram calculadas com as Eq. 2.124, Eq. 2.125 respectivamente.
8. Movimento unidirecional do pistão de potência e deslocador.

O funcionamento do pistão de potência e do deslocador do motor *Stirling* de pistão livre (FPSE) foi representado no diagrama da Fig. 19.

Duas equações diferenciais foram obtidas a partir da segunda lei de Newton representando o movimento dinâmico do deslocador e do pistão de potência dentro dos cilindros. O movimento do deslocador e do pistão de potência foram representados respectivamente como as Eq. 2.116 e Eq. 2.117.

Figura 19 – Diagrama do motor FPSE



$$\Sigma F = M\ddot{x} \quad (2.114)$$

$$F + F_{\text{amortecimento}} + F_{\text{mola}} = M\ddot{x} \quad (2.115)$$

O movimento do deslocador e do pistão de potência foi mostrado pela

$$m_d \ddot{x}_d + k_d x_d + C_d \dot{x}_d = P(A_d) \quad (2.116)$$

Considerou-se : k_d constante de mola do deslocador; CH_{dc} constante de amortecimento do deslocador.

Movimento do pistão

$$m_p \ddot{x}_p + k_p x_p + C_{pc} \dot{x}_p = A_p(P - P_b) \quad (2.117)$$

Considerou-se: k_p constante de mola do pistão de potência; C_{pc} constante de amortecimento do pistão de potência.

As temperaturas do fluido de trabalho na câmara de expansão e câmara de compressão foram calculadas pelas Eq. 2.118, Eq. 2.119:

$$dT_e = T_e \left(\frac{dp}{p} + \frac{dV_e}{V_e} - \frac{dm_e}{m_e} \right) \quad (2.118)$$

$$dT_c = T_c \left(\frac{dp}{p} + \frac{dV_c}{V_c} - \frac{dm_c}{m_c} \right) \quad (2.119)$$

O volume na câmara de expansão e o volume na câmara de compressão foram calculadas com o uso das Eq. 2.120, Eq. 2.121:

$$V_e = V_{cle} + X_d A_d \quad (2.120)$$

$$V_c = (V_{clc} + X_p A_p) - (A_d - A_{dr}) X_d \quad (2.121)$$

Considera-se A_{dr} é a área da haste do deslocador.

A variação dos volumes nas câmaras de expansão e compressão foram calculadas com o uso das Eq. 2.122, Eq. 2.123:

$$\frac{dV_e}{dt} = Vel_p(A_d) \quad (2.122)$$

$$\frac{dV_c}{dt} = Vel_p(A_p) - Vel_d(A_d - A_{dr}) \quad (2.123)$$

A soma dos volumes nas câmaras de compressão e expansão, no aquecedor, no refrigerador e nos dez volumes de controle resultam no volume total do motor *Stirling*.

A pressão de amortecimento ou pressão *bounce* do deslocador foi calculada utilizando Eq. 2.124:

$$Pb_d = P_m \left(1 + \frac{C_p}{C_v} \left(\frac{A_{dr} X_d}{V_{do}} \right) \right) \quad (2.124)$$

A pressão de amortecimento ou pressão *bounce* do pistão de potência foi calculada utilizando Eq. 2.125:

$$Pb_p = P_{med} \left(1 + \frac{C_p}{C_v} \left(\frac{A_p X_p}{V_{bo}} \right) \right) \quad (2.125)$$

Considera-se P_{med} igual a pressão média.

A pressão total característica do modelo de regime quase permanente é dada pela Eq. 2.126:

$$P = \frac{MR}{\left(\frac{V_c}{T_{ck}} + \frac{V_k}{T_k} + \frac{V_r}{T_r} + \frac{V_h}{T_h} + \frac{V_e}{T_{he}} \right)} \quad (2.126)$$

A variação da pressão total no motor *Stirling* de pistão livre considerando todas as perdas térmicas e perdas de energia por atrito é calculada com o uso da Eq. 2.127:

$$\frac{dP}{dt} = \frac{1}{C_v V t} \left[R(dQ_h + \Sigma dQ_r + dQ_k - \Sigma dQ_{diss} - dQ_{rest} - dQ_{shuttle}) - C_p \left(P_e \frac{dV_e}{dt} + P_c \frac{dV_c}{dt} \right) \right] \quad (2.127)$$

Considerou-se: $\Sigma dQ_{diss} = dQ_{hdiss} + dQ_{rdiss} + dQ_{kdiss}$

A velocidade do pistão e do deslocador foram calculadas utilizando as Eq. 2.128 e Eq. 2.129:

$$\frac{dX_p}{dt} = Vel_p \quad (2.128)$$

$$\frac{dX_d}{dt} = Vel_d \quad (2.129)$$

As acelerações do deslocador e do pistão de potência durante o movimento alternativo no interior do cilindro do motor foram calculadas utilizando as Eq. 2.130 e Eq. 2.131:

$$\frac{dVel_d}{dt} = -Vel_d \left(\frac{CHdc}{M_d} \right) + \frac{A_{dr}}{M_d} \left[P_c - P_m \left(1 + \frac{C_p}{C_v} \cdot \left(\frac{A_{dr} X_d}{V_{d0}} \right) \right) \right] + \frac{\Delta P(A_d)}{M_d} \quad (2.130)$$

$$\frac{dVel_p}{dt} = -Vel_p \left(\frac{C_{pc} + CHpc}{M_p} \right) + \left\{ \left[P_c - P_m \left(1 + \left(\frac{C_p}{C_v} \cdot \frac{A_p X_p}{V_{b0}} \right) \right) \right] \frac{A_p}{M_p} \right\} \quad (2.131)$$

Considerou-se: $V_{b0}=20.500e^{-6}$ e $V_{d0}=31,79e^{-6}$. A relação entre vazão mássica e temperatura na fronteira do volume de controle entre câmara de compressão e refrigerador foi representada por:

Se $\dot{m}_{ck} > 0$ então $T_{ck} = T_c$; se $\dot{m}_{ck} < 0$ então $T_{ck} = T_k$

A relação entre vazão mássica e temperatura na fronteira entre os volumes de controle do aquecedor e câmara de expansão foi representada por:

Se $\dot{m}_{he} > 0$ então $T_{he} = T_h$; se $\dot{m}_{he} < 0$ então $T_{he} = T_e$

A relação entre vazão mássica e temperatura na fronteira entre o décimo volume de controle do regenerador e volume de controle do aquecedor foi representada por:

Se $\dot{m}_{r10h} > 0$ então $T_{r10h} = T_{r10}$; se $\dot{m}_{r10h} < 0$ então $T_{r10h} = T_h$

Considerou-se: \dot{m}_{r10h} é a vazão mássica na fronteira entre o décimo volume de controle do regenerador e o volume de controle do aquecedor; T_{r10h} é a temperatura da massa fluindo entre o décimo volume de controle do regenerador e o aquecedor; T_{rh} temperatura da fronteira entre o décimo volume de controle do regenerador e o aquecedor.

A temperatura na fronteira entre o décimo volume de controle do regenerador e o aquecedor foi calculada com uso da Eq. 2.132:

$$T_{r10h} = \frac{3(T_{r10} - T_{r9})}{2} \quad (2.132)$$

A variação da temperatura dos volumes de controle do regenerador foi calculada através da média aritmética entre o volume de controle considerado e o volume de controle posterior ao volume de controle em estudo no regenerador. A equação geral da variação da temperatura no interior do regenerador foi calculada com uso da Eq. 2.133:

$$T_{r(j)-r(j+1)} = \frac{(T_r(j) + T_r(j+1))}{2} \quad (2.133)$$

Considerou-se: $T_{r(j)}$ temperatura do fluido de trabalho no volume de controle j do regenerador; $T_{r(j+1)}$ temperatura do fluido de trabalho no volume de controle $(j+1)$, ou seja, do volume de controle posterior ao considerado no regenerador; j quantidade total de volumes de controle distintos do regenerador variando entre 1 e 10.

A vazão mássica na fronteira entre o refrigerador e o primeiro volume de controle do regenerador foi calculada através da relação:

$$\text{Se } \dot{m}_{kr1} > 0 \text{ então } T_{kr1} = T_k; \text{ se } \dot{m}_{kr1} < 0 \text{ então } T_{kr1} = T_{r1}$$

Considerou-se: \dot{m}_{kr1} vazão mássica na fronteira entre o refrigerador e o primeiro volume de controle do regenerador; T_{kr1} temperatura na fronteira entre o refrigerador e o primeiro volume de controle do regenerador; T_k temperatura no refrigerador; T_{r1k} temperatura entre o primeiro volume de controle do regenerador e do refrigerador.

O cálculo da temperatura da fronteira entre o primeiro volume de controle do regenerador e do refrigerador foi realizado através da Eq. 2.134:

$$T_{r1k} = \frac{3T_{r1} - T_{r2}}{2} \quad (2.134)$$

A vazão mássica na fronteira entre a câmara de compressão e o refrigerador depende do sentido do fluxo do fluido de trabalho e foi calculada com uso das relações:

$$\text{Se } \dot{m}_{ck} > 0 \text{ então } T_{ck} = T_c; \text{ se } \dot{m}_{ck} < 0 \text{ então } T_{ck} = T_k$$

Considerou-se: \dot{m}_{ck} vazão mássica na fronteira entre o refrigerador e a câmara de compressão; T_{ck} temperatura da fronteira entre o refrigerador e a câmara de compressão; T_c temperatura da câmara de compressão.

A equação da conservação da energia foi aplicada em todos os volumes de controle do motor *Stirling*. Assim, Eq. 2.135, Eq. 2.136, Eq. 2.137 representam respectivamente a equação

da conservação de energia da câmara de compressão, no refrigerador, e no primeiro volume de controle do regenerador.

$$C_v \frac{d(m_c T_c)}{dt} = -\dot{m}_{ck} C_p T_{ck} - \frac{dW_c}{dt} \quad (2.135)$$

$$C_v \frac{d(m_k T_k)}{dt} = dQ_k - dQ_{kdiss} + \dot{m}_{ck} C_p T_{ck} - \dot{m}_{kr1} C_p T_{kr1} \quad (2.136)$$

$$C_v \frac{d(m_{r1} T_{r1})}{dt} = dQ_{r1} - dQ_{r1diss} + \dot{m}_{kr1} C_p T_{kr1} - \dot{m}_{r(1)r(2)} C_p T_{r(1)r(2)} \quad (2.137)$$

A Eq. 2.138 representou a equação geral da conservação de energia do segundo volume de controle do regenerador até o décimo volume de controle do regenerador:

$$C_v \frac{d(m_{r(j)} T_{r(j)})}{dt} = dQ_{r(j)} - dQ_{r(j)diss} + \dot{m}_{r(j-1)r(j)} C_p T_{r(j-1)r(j)} - \dot{m}_{r(j)r(j+1)} C_p T_{r(j)r(j+1)} \quad (2.138)$$

A Eq. 2.139, Eq. 2.140, Eq. 2.141 representaram respectivamente as equações da conservação de energia do décimo volume de controle do regenerador, do aquecedor e da câmara de expansão.

$$c_v \frac{d(m_{r10} T_{r10})}{dt} = dQ_{r10} - dQ_{r10diss} + \dot{m}_{r9r10} c_p T_{r9r10} - \dot{m}_{r10h} c_p T_{r10h} \quad (2.139)$$

$$c_v \frac{d(m_h T_h)}{dt} = dQ_h - dQ_{hdiss} + \dot{m}_{r10h} c_p T_{r10h} - \dot{m}_{he} c_p T_{he} \quad (2.140)$$

$$c_v \frac{d(m_e T_e)}{dt} = \dot{m}_{he} c_p T_{he} - \frac{dW_e}{dt} \quad (2.141)$$

Considerou-se: \dot{m}_c vazão mássica do fluido de trabalho no refrigerador; W_c trabalho na câmara de compressão; W_e é o trabalho na câmara de expansão; Q_c calor transferido na câmara de compressão; Q_r calor transferido no regenerador; Q_h é o calor transferido no aquecedor; Q_{kdiss} calor dissipativo perdido devido ao atrito no refrigerador; $Q_{r(j)diss}$ calor dissipativo perdido devido ao atrito nos volumes de controle do regenerador; Q_{hdiss} calor dissipativo perdido devido ao atrito no aquecedor.

As equações de conservação de energia para cada volume de controle foram combinadas com a equação do gás ideal, a equação do trabalho resultante na expansão e compressão e as

equações de propriedades do fluido de trabalho ($R = c_p - c_v$ e $\kappa = c_p/v_v$). Assim, combinando-se a equação do gás ideal ($PV=mRT$) e do trabalho produzido na câmara de expansão e na câmara de compressão, resultou. A variação do trabalho na câmara de compressão foi dada pela Eq. 2.142:

$$\frac{dW_c}{dt} = P_c \frac{dV_c}{dt} \text{ e } \frac{dW_e}{dt} = P_e \frac{dV_e}{dt} \quad (2.142)$$

Considerando-se as equações das propriedades dos fluidos de trabalho e substituindo-se na equação da vazão mássica na fronteira entre a câmara de compressão e o refrigerador, resultou:

$$\dot{m}_{ck} = -\frac{1}{RT_{ck}} \left(P_c \frac{dV_c}{dt} + \frac{V_c}{\kappa} \frac{dp}{dt} \right) \quad (2.143)$$

A vazão mássica na fronteira entre o refrigerador e o primeiro volume de controle do regenerador foi dada pela Eq. 2.144:

$$\dot{m}_{kr1} = \frac{1}{RT_{kr1}} \left(\frac{R}{C_p} dQ_k - \frac{R}{C_p} dQ_{kdiss} - \frac{V_k}{\kappa} \frac{dp}{dt} + R\dot{m}_{ck} T_{ck} \right) \quad (2.144)$$

A vazão mássica na fronteira entre o primeiro volume de controle do regenerador e o segundo volume de controle do regenerador foi calculada pela Eq. 2.145:

$$\dot{m}_{r1r2} = \frac{1}{RT_{r1r2}} \left(\frac{R}{C_p} dQ_{r1} - \frac{R}{C_p} dQ_{r1diss} - \frac{V_{r1}}{\kappa} \frac{dp}{dt} + R\dot{m}_{kr1} T_{kr1} \right) \quad (2.145)$$

Para calcular a vazão mássica do segundo até o décimo volume de controle do regenerador utiliza-se a Eq. 2.146:

$$\dot{m}_{r(j)r(j+1)} = \frac{1}{RT_{r(j)r(j+1)}} \left(\frac{R}{C_p} dQ_{r(j)} - \frac{R}{C_p} dQ_{r(j)diss} - \frac{V_{r(j)}}{\kappa} \frac{dp}{dt} + R\dot{m}_{r(j-1)r(j)} T_{r(j-1)r(j)} \right) \quad (2.146)$$

A Eq. 2.147, Eq. 2.148 representaram respectivamente as equações das vazões mássicas na fronteira entre o décimo volume de controle do regenerador e o aquecedor e a vazão mássica na fronteira entre o aquecedor e a câmara de expansão.

$$\dot{m}_{r10h} = \frac{1}{RT_{r10h}} \left(\frac{R}{C_p} dQ_{r10} - \frac{R}{C_p} dQ_{r10diss} - \frac{V_{r10}}{\kappa} \frac{dp}{dt} + R\dot{m}_{r9r10} T_{r9r10} \right) \quad (2.147)$$

$$\dot{m}_{he} = \frac{1}{RT_{he}} \left(\frac{R}{C_p} dQ_h - \frac{R}{C_p} dQ_{hdiss} - \frac{V_{r10}}{\kappa} \frac{dp}{dt} + R\dot{m}_{r10h} T_{r10h} \right) \quad (2.148)$$

A derivada da equação da conservação da energia aplicada a matriz do regenerador, resultou:

$$\frac{dT_m}{dt} = -dQ_r \frac{1}{\dot{m}_m C_p} \quad (2.149)$$

A equação geral da conservação da energia aplicada a cada volume de controle da matriz do regenerador resultou:

$$\frac{dT_{m(j)}}{dt} = -dQ_{r(j)} \frac{1}{\dot{m}_{m(j)} C_p} \quad (2.150)$$

Em cada volume de controle do motor *Stirling*, aplicou-se a equação de conservação de massa. A Eq. 2.151, Eq. 2.152, Eq. 2.153 representam respectivamente a variação da massa na câmara de compressão, variação da massa na câmara de resfriamento, variação da massa no primeiro volume de controle do regenerador.

$$\frac{dm_c}{dt} = -\dot{m}_{ck} \quad (2.151)$$

$$\frac{dm_k}{dt} = \dot{m}_{ck} - \dot{m}_{kr1} \quad (2.152)$$

$$\frac{dm_{r1}}{dt} = \dot{m}_{kr1} - \dot{m}_{r1r2} \quad (2.153)$$

Nos dez volumes de controle distintos do regenerador, a variação da massa em função do tempo foi calculada de maneira geral através da Eq. 2.154:

$$\frac{dm_{r(j)}}{dt} = \dot{m}_{r(j-1)r(j)} - \dot{m}_{r(j)r(j+1)} \quad (2.154)$$

Aplicou-se a equação de conservação de massa nos demais volumes de controle do motor *Stirling*. Assim, Eq. 2.155, Eq. 2.156, Eq. 2.157 representam respectivamente a variação da massa no décimo volume de controle do regenerador, variação da massa no aquecedor, variação da massa na câmara de expansão.

$$\frac{dm_{r10}}{dt} = \dot{m}_{r9r10} - \dot{m}_{r10h} \quad (2.155)$$

$$\frac{dm_h}{dt} = \dot{m}_{r10h} - \dot{m}_{he} \quad (2.156)$$

$$\frac{dm_e}{dt} = \dot{m}_{he} \quad (2.157)$$

As Eq. 2.158, Eq. 2.169, Eq. 2.170, Eq. 2.171 representam a temperatura do fluido de trabalho no interior dos volumes de controle do motor *Stirling* respectivamente da câmara de compressão, da câmara de expansão, aquecedor, refrigerador. A Eq. 2.165 representa a equação geral para cálculo da temperatura nos volumes de controle do regenerador.

$$T_c = \frac{P_c V_c}{R m_c} \quad (2.158)$$

$$T_e = \frac{P_e V_e}{R m_e} \quad (2.159)$$

$$T_h = \frac{P_h V_e}{R m_h} \quad (2.160)$$

$$T_k = \frac{P_k V_k}{R m_k} \quad (2.161)$$

$$T_{r(j)} = \frac{P_{r(j)} V_{r(j)}}{R m_{r(j)}} \quad (2.162)$$

Queda de pressão no aquecedor, refrigerador e no regenerador foi calculada junto com a queda de pressão nas câmaras de expansão e câmara de compressão. A equação geral da queda de pressão no aquecedor e no refrigerador foi dada pela Eq. 2.163:

$$\Delta P = \frac{2 f_c \mu \rho V}{A_{freesurf} D_h^2} \quad (2.163)$$

Considerou-se: ρ igual a densidade do fluido de trabalho; f_c fator de atrito; V velocidade do fluido de trabalho; $A_{freesurf}$ área livre da superfície; μ é viscosidade do fluido de trabalho; D_h diâmetro hidráulico

A queda de pressão total nos trocadores foi igual a soma da queda de pressão no aquecedor, resfriador e regenerador.

O valor do coeficiente de atrito do regenerador foi calculado através da aplicação da correlação de *Tanaka* para fluxo oscilatório (TANAKA; YAMASHITA; CHISAKA, 1990):

$$f_{cr} = \frac{175}{Re_r} + 1.6 \quad (2.164)$$

Considerou-se: Re_r o valor máximo de *Reynolds* no regenerador. O valor do coeficiente de atrito do resfriador foi calculado através da aplicação da correlação de *Kay & London* para fluxo unidirecional (COSTA *et al.*, 2014):

$$\text{Se } Re_k < 2000 \rightarrow f_{ck} = 16;$$

$$\text{Se } 2000 \leq Re_k \leq 4000 \rightarrow f_{ck} = 7.3439 \times 10^{-4} Re_k^{1.3142};$$

$$\text{Se } Re_k > 4000 \rightarrow f_{ck} = 0.0791 Re_k^{0.75};$$

O valor do coeficiente de atrito do aquecedor e o coeficiente de atrito no refrigerador foram calculados através da aplicação da correlação de *Kay & London* para fluxo unidirecional:

$$\text{Se } Re_h < 2000 \rightarrow f_{ch} = 16;$$

$$\text{Se } 2000 \leq Re_h \leq 4000 \rightarrow f_{ch} = 7.3439 \times 10^{-4} Re_h^{1.3142};$$

$$\text{Se } Re_h > 4000 \rightarrow f_{ch} = 0.0791 Re_h^{0.75};$$

A pressão instantânea do fluido de trabalho no refrigerador foi calculada através da soma da pressão do volume de controle anterior ao volume de controle em estudo com a média da variação de pressão do resfriador. A pressão instantânea no refrigerador foi dada pela Eq. 2.165:

$$P_k = P_c + \frac{\Delta P_k}{2} \quad (2.165)$$

Considerou-se: ΔP_k a queda de pressão no refrigerador.

A pressão instantânea do fluido de trabalho no primeiro volume de controle do regenerador foi calculada através da soma da pressão do volume de controle anterior ao volume de controle em estudo com a média da variação da pressão do volume de controle anterior ao volume de controle em estudo com a média aritmética da variação da pressão do volume de controle em estudo. Destaca-se que esse padrão de cálculo da pressão instantânea manteve-se nos demais volumes de controle exceto nos volumes de controle das extremidades do motor *Stirling*. A pressão instantânea do fluido de trabalho no primeiro volume de controle do regenerador foi calculada pela Eq. 2.166:

$$P_{r1} = P_k + \frac{\Delta P_k}{2} + \frac{\Delta P_{r(1)}}{2} \quad (2.166)$$

Para todos os demais volume de controle do regenerador utilizou-se a Eq. 2.167 para o cálculo da pressão instantânea:

$$P_{r(j)} = P_{r(j-1)} + \frac{\Delta P_{r(j-1)}}{2} + \frac{\Delta P_{r(j)}}{2} \quad (2.167)$$

A pressão instantânea do fluido de trabalho no aquecedor foi calculada através da Eq. 2.168:

$$P_h = P_{r10} + \frac{\Delta P_{r10}}{2} + \frac{\Delta P_h}{2} \quad (2.168)$$

A pressão instantânea do fluido de trabalho na câmara de expansão foi calculada através da soma entre a pressão do volume de controle do aquecedor com a média aritmética da variação

da pressão do aquecedor com o uso da Eq. 2.169:

$$P_e = P_h + \frac{\Delta P_h}{2} \quad (2.169)$$

Considerou-se que a pressão instantânea da câmara de compressão foi aproximadamente igual a pressão do motor *Stirling*. Assim, $P_c = P$. O coeficiente de transferência de calor das superfícies do aquecedor foi calculado através do uso da correlação para fluxo unidirecional de *Dittus-Boelter* (THOMAS; BARTH, 2017). O coeficiente de transferência de calor do aquecedor foi calculado com uso da Eq. 2.170:

$$h_h = \frac{0.23 Re_h^{0.8} Prd^{0.4}}{Dh_h} \quad (2.170)$$

Considerou-se: Dh_h é o diâmetro hidráulico do aquecedor; Re_h número de *Reynolds* do aquecedor; Prd número de *Prandt*.

A taxa de transferência de calor do aquecedor foi calculada pelo uso da Eq. 2.171:

$$dQ_h = h_h A_{surf h} (T_{wh} - T_h) - dQ_{hlir} \quad (2.171)$$

Considerou-se: dQ_{hdiss} o calor perdido devido a condução interna unidirecional de calor da parte do aquecedor com a maior temperatura e a parte do aquecedor com a menor temperatura; $A_{surf h}$ área molhada da câmara de aquecimento; h_h coeficiente de transferência de calor por convecção do aquecedor; T_{wh} temperatura da parede do aquecedor; T_h temperatura do aquecedor.

O coeficiente de transferência de calor do refrigerador foi calculado em função do número de *Reynolds* do refrigerador considerando-se as condições:

Se $Re_k < 2300$

$$h_k = \frac{Nu_k k}{Dh_k} \quad (2.172)$$

Se $Re_k \geq 2300$

$$h_k = \frac{0.023 (Re_k)^{0.8} Prd^{0.3} k}{Dh_k} \quad (2.173)$$

Considerou-se: Dh_k diâmetro hidráulico do refrigerador; k condutividade térmica do refrigerador; Re_k número de *Reynolds* do refrigerador.

A taxa de transferência de calor no refrigerador foi calculada da seguinte forma:

$$dQ_k = h_k A_{surf k} (T_{wk} - T_k) - dQ_{kdiss} \quad (2.174)$$

Considerou-se: dQ_{kdiss} o calor perdido devido a condução de calor interna unidirecional da parte do refrigerador com a maior temperatura e a parte do refrigerador com a menor temperatura.

O coeficiente de transferência de calor no regenerador foi calculado utilizando-se a correlação de Tanaka:

$$h_r(i) = \frac{Nu_r k_i}{Dh_r} \quad (2.175)$$

$$Nu = 0.33(Re_r)^{0.67} \quad (2.176)$$

Considerou-se: Dh_r diâmetro hidráulico do regenerador; k_i condutividade térmica do volume de controle i do regenerador.

$$dQ_r = \varepsilon h_{r(j)} A_{surfr(j)} (T_{m(j)} - T_{r(j)}) - dQ_{r(j)lir} \quad (2.177)$$

Considerou-se: ε emissividade; h_r coeficiente de transferência de calor do regenerador; $A_{surfr(j)}$ área livre da superfície do regenerador no respectivo volume de controle; dQ_{rdiss} perda de calor devido a transferência de calor por condução a partir da região de maior temperatura do regenerador para a região de menor temperatura do regenerador; j quantidade de volumes de controle do regenerador variando entre 1 e 10.

O calor dissipado devido a condução externa e interna e a perda de calor por transporte ou *shuttle* foram quantificados no modelo de regime quase permanente. A perda de calor por condução interna do refrigerador foi calculada pela Eq. 2.178:

$$dQ_{kdiss} = \frac{k_k A_k}{l_k (T_{kr1} - T_{ck})} \quad (2.178)$$

Considerou-se: k_k condutividade térmica do refrigerador; A_k área transversal do refrigerador; l_k largura do refrigerador.

A equação usada para determinar a perda de calor interna por condução unidimensional ao longo do comprimento do aquecedor foi dada pela Eq. 2.179:

$$dQ_{hdiss} = \frac{k_h A_h}{l_h (T_{rr1} - T_{kr1})} \quad (2.179)$$

Considerou-se: k_h condutividade térmica do aquecedor; A_h área transversal do aquecedor; l_h largura do aquecedor.

A equação usada para determinar a perda de calor por condução interna unidimensional ao longo do comprimento do primeiro volume de controle do regenerador foi dada pela Eq. 2.180:

$$dQ_{r1diss} = \frac{k_r A_r}{l_{r1} (T_{rr1} - T_{kr1})} \quad (2.180)$$

Para o segundo volume de controle do regenerador até o nono volume de controle do regenerador, a perda de calor por condução unidimensional foi dada pela Eq. 2.181:

$$dQ_{r(j)diss} = \frac{k_r A_r}{l_r(j) (T_{rr(j+1)} - T_{rr(j)})} \quad (2.181)$$

A equação usada para determinar a perda de calor interna por condução unidimensional ao longo do último volume de controle do regenerador foi dada pela Eq. 2.182:

$$dQ_{r10diss} = \frac{k_r A_r}{l_{r10} (T_{r10h} - T_{rr9})} \quad (2.182)$$

Considerou-se

k_r condutividade térmica do regenerador; A_r área transversal do regenerador; l_{r10} largura do décimo volume de controle do regenerador

A perda de calor por condução externa foi representada pela transferência de calor que ocorreu entre o meio ambiente onde o motor estava inserido e a região do regenerador com maior temperatura. A perda de calor por condução externa foi calculada com uso da Eq. 2.183.

$$dQ_{r1ext} = (1 - \epsilon) h_{r(j)} A_{surfr(j)} (T_{m(j)} - T_{r(j)}) \quad (2.183)$$

A perda de calor por transporte ou perda *shuttle* foi calculada pela Eq. 2.184:

$$dQ_{shuttle} = \frac{0.4 X_d^2 k_f d_d}{\Delta P g L_d} \quad (2.184)$$

Considerou-se: X_d amplitude do deslocador; k_f condutividade térmica do fluido de trabalho; d_d diâmetro do deslocador; L_d comprimento do deslocador.

O trabalho total no ciclo do motor *Stirling* foi determinado:

$$W_t = \int_0^t \left(P_e \frac{dV_e}{dt} + P_c \frac{dV_c}{dt} \right) \quad (2.185)$$

A potência total calculada no motor *Stirling* foi:

$$P_i = W_i \text{ freq} \quad (2.186)$$

Considerou-se: f como a frequência do motor *Stirling* (Hz).

2.4 Otimização

Os algoritmos de otimização são cada vez mais utilizados nos estudos e pesquisas de diferentes áreas da ciência devido principalmente a ampla aplicabilidade, alta precisão de resultados na resolução de problemas complexos e replicabilidade. Entre as otimizações existentes destacam-se os algoritmos evolucionários que permitem o processamento de soluções simultâneas possibilitando assim uma perspectiva ampla no espaço de busca (SILVA *et al.*, 2018).

Os algoritmos evolucionários são técnicas meta heurísticas de busca e solução de problemas. Dentre os algoritmos evolucionários destacam-se os algoritmos genéticos que realizam uma busca das melhores soluções através de populações selecionadas por um método semelhante ao processo de seleção natural descrito por *Charles Darwin*. Enquanto os algoritmos evolucionários meta heurísticos possuem como base o comportamento social de grupos de animais que podem ser abelhas, pássaros, peixes ou formigas. Os algoritmos evolucionários podem ser adaptados para contemplar técnicas de estimativas de parâmetros multi-objetivas ou uni-objetivas. Atualmente as técnicas multi-objetivas são mais utilizadas devido a possibilidade de exploração de características conflitantes dos dados presentes nos modelos mais complexos (BOZORG-HADDAD; SOLGI; LOÁICIGA, 2017).

Entre as vantagens dos algoritmos evolucionários destacaram-se (BARROS, 2007):

1. Possibilidade de paralelização que resultou na diminuição do custo computacional do processamento;
2. Excelente performance em problemas que possuem muitos ótimos locais devido a ampla capacidade de busca e perspectiva global dos problemas;
3. Funções objetivas mesmo que não fossem côncavas, convexas ou contínuas sendo processadas normalmente;
4. Dispensa da obrigatoriedade do conhecimento prévio do domínio da busca.

2.4.1 Algoritmo enxame de partículas (PSO)

O algoritmo enxame de partículas (*Particle swarm optimization*) é uma técnica meta heurística que possui inspiração no comportamento e no movimento sincronizado de grupos de pássaros durante sua procura por habitação ou comida. O movimento individual de cada

agente do grupo depende da sua própria experiência e da experiência do grupo. O movimento das partículas percorrendo o espaço de busca foi descrito em função da posição e da velocidade de cada partícula (pássaro) ao longo do tempo necessário para encontrar a solução ótima (ninho) (SOOD; PANCHAL, 2020).

A equação da velocidade correspondeu a capacidade do espaço de pesquisa da partícula e controlou as alterações da posição das partículas. Essa equação foi subdividida em três partes. O termo inicial correspondeu a velocidade anterior do conjunto de partículas. O segundo termo era conhecido como termo cognitivo e correspondeu a experiência individual da partícula. O terceiro termo era conhecido como termo social e correspondeu a experiência coletiva do enxame de partículas (JORDEHI; JASNI, 2013).

$$v_i(t+1) = v_i(t) + Ar_1(pbest_i(t) - x_i(t)) + Br_2(gbest(t) - x_i(t)) \quad (2.187)$$

Considerou-se: $(pbest_i(t) - x_i(t))$ representou a experiência da própria partícula; $pbest_i$ representou o melhor individual atingido pela partícula, ou seja, a melhor posição alcançada pelo indivíduo; $(gbest(t) - x_i(t))$ representou a parte social do conjunto; A e B eram constantes positivas que controlavam as trocas das experiências locais e globais das partículas; c_1 e c_2 eram valores aleatórios na faixa entre $[0,1]$.

A medida que aumentou o número de iterações, o valor da velocidade total da partícula foi alterado devido ao melhor posicionamento individual que explorava os melhores valores encontrados pelas próprias partícula e ao melhor posicionamento global alcançado pelo bando e que representava a melhor solução encontrada pela colônia. A posição da partícula era atualizada pela seguinte equação (BARBOSA, 2021):

$$x_i(t+1) = x_i(t) + \gamma v_i(t) + \epsilon(t) \quad (2.188)$$

Considerou-se: γ é o coeficiente que controla o valor da velocidade da partícula e que varia na faixa entre 0 e 1; ϵ representa o fator de turbulência que possibilita a partícula percorrer de melhor maneira o espaço de busca, evitando assim os ótimos locais.

A velocidade da partícula foi atualizada através da seguinte equação:

$$v_i(t+1) = Wv_i(t) + Ac_1(pbest_i(t) - x_i(t)) + Bc_2(gbest(t) - x_i(t)) \quad (2.189)$$

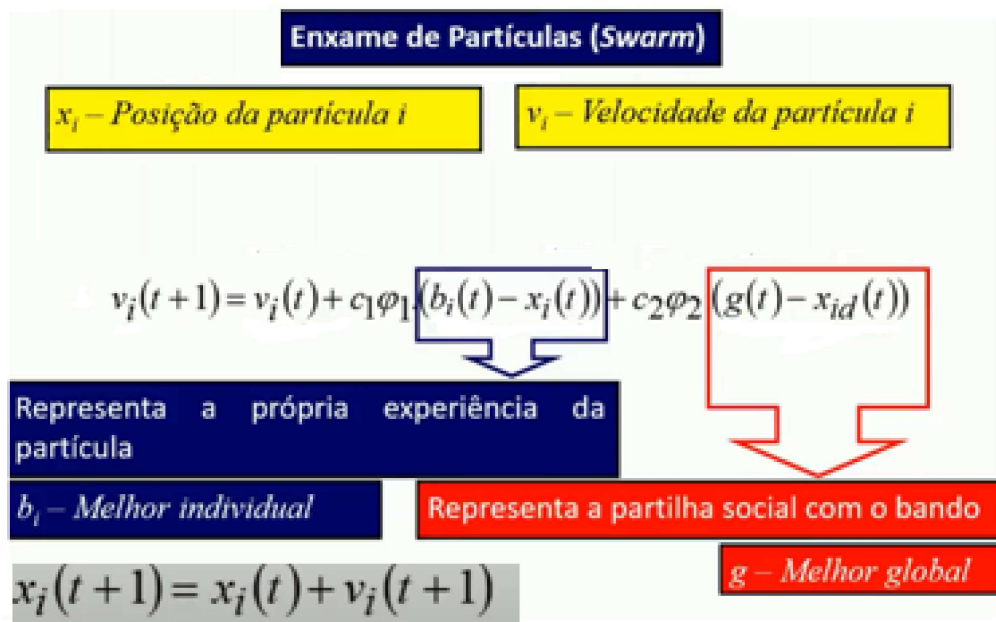
Considerou-se: W representou o fator de inércia da partícula.

A diferenciação da fase exploratória do algoritmo e da fase de especialização da busca do algoritmo dependia do valor do fator de inércia. Então esse fator foi responsável pela troca de experiências locais e globais do PSO. Geralmente, esse coeficiente possuía um valor mais elevado que decrescia ao longo da busca (HODASHINSKY, 2021).

Entre as vantagens do algoritmo PSO destacaram-se a grande capacidade de percorrer o espaço de busca evitando-se assim soluções inadequadas devido a valores ótimos locais.

A Fig. 20 mostra os elementos do algoritmo enxame de partículas.

Figura 20 – Representação do algoritmo enxame de partículas



2.4.2 Algoritmo Multiobjetivo

O algoritmo multiobjetivo pode ser definido como um conjunto de comandos que possui como objetivo realizar uma busca por um vetor de variáveis de decisão que atendam restrições previamente impostas enquanto uma função vetorial cujos elementos constituem a função objetiva é otimizada. Essas funções objetivo representam critérios conflitantes entre si, portanto, para maximizá-las ou minimizá-las é necessário que todos os valores da solução sejam aceitáveis a todas as funções (CHIANDUSSI G.; VAREGIO, 2012). Assim, o resultado da otimização multiobjetivo não consiste em uma solução única mas é composto por um conjunto de soluções denominado soluções não dominadas. O conjunto de soluções não dominadas presente no espaço objetivo constitui a Frente de Pareto cuja criação constitui a atividade fim da otimização multiobjetivo (SUBRAMANIAN *et al.*, 2021). A representação algébrica desse algoritmo é:

$$\left[\begin{array}{l} \text{Min ou Max } A = (f_1(x), f_2(x), f_3(x), \dots, f_n(x)) \\ g(x) \leq b \text{ e } x \in X \end{array} \right] \quad (2.190)$$

Considerou-se: $g(x) \leq b$ e $x \in X$ representaram as restrições; X representou o espaço de soluções viáveis sendo $x = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \in X$ é o vetor das variáveis de decisão; Z

representou a imagem de X no espaço de objetivos; $f = (f_1(x), f_2(x), f_3(x), \dots, f_n(x)) \in A$ é o vetor dos objetivos.

2.4.2.1 Algoritmo Multiobjetivo Enxame de Partículas (MOPSO)

O desafio dos problemas de otimização multiobjetivos estavam relacionados ao amplo espaço de varredura caracterizado por soluções de complexidade combinatórias. Além disso a quantidade de dimensões presentes nos problemas reais aumentam em conjunto com o aumento da quantidade de funções objetivo. Assim, utiliza-se o conceito de heurística onde serão escolhidas soluções aproximadas que cumprem os requisitos do Tomador de Decisão (MOCTEZUMA, 2021).

Uma técnica muito utilizada para encontrar a Frente de Pareto consiste na utilização em conjunto do algoritmo multiobjetivo com de métodos estocásticos, principalmente algoritmos evolucionários como por exemplo, enxame de partículas, têmpera simulada, algoritmo genético ou busca tabu (PAQUETTE, 2020). A distância do grupo de soluções dominantes em relação ao grupo de soluções Pareto-ótimo é diminuída pela utilização da metaheurística acoplada ao algoritmo de otimização multiobjetivo. Além disso, a metaheurística combinada com o algoritmo multiobjetivo permite a melhora da distribuição das soluções no grupo dominante resultante (COELLO *et al.*, 2020).

O algoritmo MOPSO apresenta semelhanças ao algoritmo enxame de partículas (PSO) quanto ao comportamento da movimentação e compartilhamento de informações das partículas. Em ambos algoritmos como resultado do armazenamento das memórias das melhores posições e velocidades obtidas, a movimentação das partículas ocorreu em direção às melhores partículas globais e também em direção aos seus próprios melhores individuais (HABIB *et al.*, 2020).

O algoritmo multiobjetivo diferencia-se do algoritmo PSO devido a consideração de critérios diversos para determinar e definir os seus melhores valores locais e global. As soluções não dominantes são armazenadas em um sub-enxame denominado repositório. Para escolher os melhores valores locais (Pbest) ocorrendo uma relação de dominância entre as partículas que são determinadas com base em regras probabilísticas (FREITAS; LOPES; MORGADO-DIAS, 2020).

Um elemento importante do algoritmo multiobjetivo era a dominância de Pareto. Pelo critério de Pareto considera-se que uma solução viável J domina uma solução viável Y caso a solução J possuía pelo menos um valor igual a Y em relação a cada objetivo ou quando a solução J possuía pelo menos um valor menor que a solução Y em relação a pelo menos um objetivo do problema. Representou-se algebricamente a dominância de Pareto através das seguintes equações para quaisquer dois vetores de parâmetros (CHHABRA *et al.*, 2018):

$$\vec{a} \prec \vec{b} \text{ implica que o vetor } \vec{b} \text{ domina } \vec{a} \text{ se e somente se } \vec{f}(\vec{a}) < \vec{f}(\vec{b})$$

$$\vec{a} \preceq \vec{b} \text{ implica que o vetor } \vec{b} \text{ domina fracamente } \vec{a} \text{ se e somente se } \vec{f}(\vec{a}) \leq \vec{f}(\vec{b})$$

Uma solução x^* era classificada como Pareto ótima caso não existisse outra solução $x \in x^*$ que dominasse x^* . As demais soluções eram conhecidas como não dominantes e foram distribuídas na figura através dos círculos na figura (IANNONI; MORABITO, 2006). As demais soluções eram conhecidas como não dominantes e foram distribuídas na figura através dos círculos na figura (IANNONI; MORABITO, 2006).

2.4.3 Algoritmo Genético (GA)

A otimização através do uso de algoritmos evolucionários é um método estocástico que possui como base a seleção natural que ocorre normalmente na natureza. Esse método foi desenvolvido em 1975 por *Holland* e comprovado por *Goldberg* em 1989. Nesse método a regra da natureza de sobrevivência do indivíduo mais apto foi aplicada sobre uma população de variáveis aleatórias com o objetivo de se alcançar a evolução na população (HUSSAIN; MUHAMMAD, 2020).

Algoritmos genéticos são métodos de busca que possuem como base a evolução natural e a recombinação genética. Esse algoritmo possui fundamentação na teoria de *Darwin* que considerava a reprodução e sobrevivência de indivíduos mais adaptados ao ambiente como característica dominante. Nesse algoritmo ocorreu a simulação da sobrevivência do indivíduo mais apto ao longo das gerações. Assim, as gerações possuíam linhas de caracteres alinhadas que se assemelham aos cromossomos do DNA. Os indivíduos eram considerados como pontos de procura e possíveis solução para a busca, por isso, passaram por um processo de evolução ao longo das etapas do algoritmo (MIKKULAINEN; FORREST, 2021).

A base dessa evolução consistia na ideia que os indivíduos competiam por recursos e os indivíduos melhores adaptados produziram mais descendentes que os indivíduos não adaptados. Os genes dos indivíduos melhores sucedidos iam se propagar pelas populações e produziam novos indivíduos com melhores características que os indivíduos antecessores. Assim, ao longo das gerações as populações iam se tornar cada vez mais adaptadas ao seu meio (SIEJA; WACH, 2019).

O critério de parada ocorreria quando a solução seguinte não apresentasse diferença significativa em relação a geração anterior. Cada indivíduo seria mantido em um espaço de procura e representaria uma possível solução sendo codificado como um vetor de tamanho finito. Nesse modelo, os cromossomos eram as soluções e os genes eram as variáveis (BORGE, 2017).

Comparações e pontuações eram atribuídas para as soluções ou genes de cada geração. Os indivíduos com maiores pontuações foram combinados para formar uma nova geração com melhores características. Quando a futura geração não apresentava diferença significativa em seus genes em relação a geração anterior ocorria a convergência do sistema determinada pelo seu critério de parada (DARANI; KAEDI, 2017).

O processo de criação de uma nova população ocorria inicialmente com a geração de

uma população aleatória. Depois, ocorria a seleção dos indivíduos mais adaptados através de pontuações. Então ocorria o cruzamento dos indivíduos melhores qualificados e a mutação aleatória era introduzida nas populações permitindo modificações aleatórias nos indivíduos e possibilitando novas soluções (SAIDI; BOUAGUEL; ESSOUSSI, 2019).

Conceitos importantes dos algoritmos genéticos (LEE, 2018):

1- Operador de seleção: Permitiu que os indivíduos fossem selecionados atribuindo preferência para os indivíduos melhores qualificados.

2- Operador de cruzamento: Permitiu que o local de cruzamento ao longo da sequência de dados fosse escolhido de maneira aleatória.

3- Operador de mutação: Alguns indivíduos das populações deveriam ter uma porção de genes trocados aleatoriamente para manter a diversidade e evitar a convergência para mínimos locais.

A Tab. 2 representou alguns dos parâmetros do algoritmo genético

Tabela 2 – Algoritmo genético e expressões.

Parâmetros	Expressões
População	$\text{rand}(Pop_{num}; Var_{num})$
<i>Fitness value</i>	$\frac{1}{1+maxvalue-value}$
Número de cromossomos sobreviventes	N_{sc}
Taxa de seleção	S_{rate}
Potência indicada	$f(\text{Cromossomos})=f(L_h; L_r; L_k; C_{pc}; C_d; N_h; N_t; W_r; d_r; d_h)$

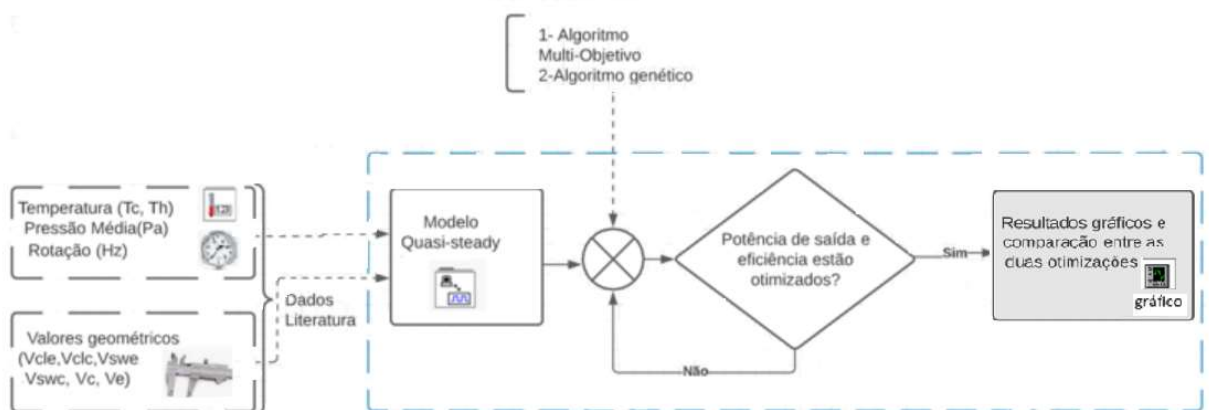
Diversas vantagens destacaram-se no uso de algoritmos genéticos em comparação com outros métodos de otimização (KRAITONG, 2012):

1. Possibilidade de utilização de variáveis contínuas ou discretas.
2. Ausência de requisitos para as informações resultantes no GA.
3. Possibilidade de utilização de um grande número de variáveis.
4. Diminuição do custo computacional devido ao uso da paralelização da busca.
5. A função objetivo em algoritmos genéticos pode ser não apenas uma função analítica, mas também ser utilizada na forma de dados numéricos ou experimentais.

3 METODOLOGIA

Este trabalho inicialmente introduziu os princípios de funcionamento dos motores *Stirling* com foco no motor FPSE (*Free Piston Stirling Engine*) RE 1000. Os modelos termodinâmicos mais utilizados na modelagem dessa categoria de motores foram apresentados. A revisão da literatura foi realizada e posteriormente o modelo em regime quase permanente foi desenvolvido no *matlab* utilizando valores das entradas obtidos da literatura. O algoritmo de otimização multiobjetivo enxame de partículas foi aplicado a dez parâmetros geométricos do modelo em regime quase permanente para otimizar sua performance. Posteriormente, o algoritmo genético também foi aplicado a esses dez parâmetros para otimizar potência e eficiência. Finalmente, os resultados gráficos foram apresentados e o resultado das duas otimizações analisados e comparados. A metodologia de trabalho adotada foi representada na Fig. 21:

Figura 21 – Metodologia



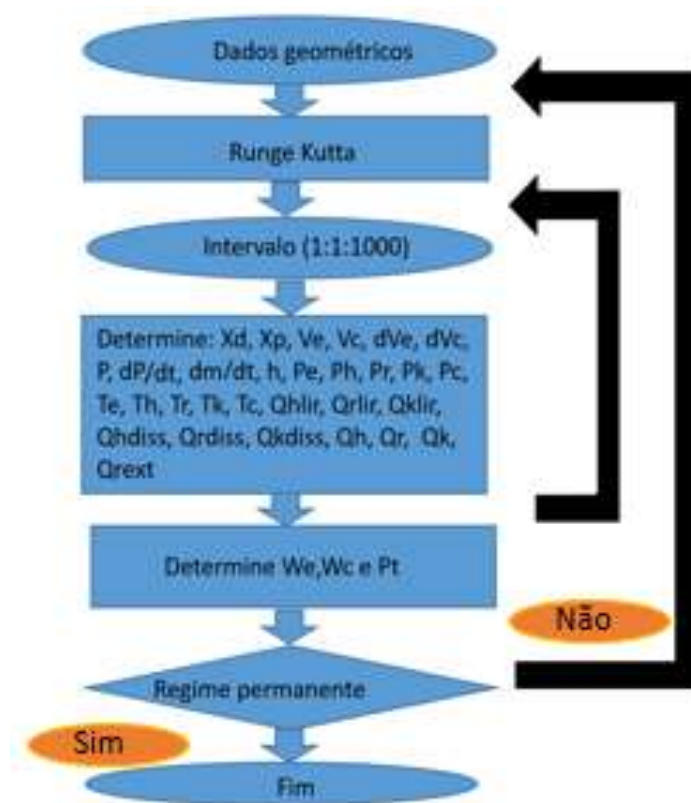
3.1 Desenvolvimento

3.1.1 Simulação numérica Método regime quase permanente

Inicialmente, os valores de entrada do modelo obtidos na literatura e descritos na Tab. 1 foram inseridos no modelo desenvolvido no programa *matlab*. Os parâmetros constantes foram introduzidos no modelo e os parâmetros variáveis foram calculados. As temperaturas iniciais em todos os volumes de controle foram definidas. Utilizou-se interpolação linear entre as temperaturas do volumes de controle do regenerador e os valores das temperaturas do aquecedor e do resfriador. Utilizou-se o método *Runge Kutta* para resolução das equações diferenciais e equações semelhantes às descritas na revisão bibliográfica do modelo de regime quase permanente foram empregadas com o objetivo de se obter os resultados de desempenho do motor *Stirling* com

pistão livre. A Fig. 22 mostra as etapas do modelo matemático de regime quase permanente. Foram adotadas as condições operacionais e valores geométricos disponibilizados na Tab. 1. Assim, o hélio foi o fluido de trabalho selecionado. A temperatura inicial do aquecedor foi 814,3 K e a temperatura inicial do refrigerador foi 322,8 K. A pressão máxima adotada de 7,1 MPa e a frequência 30 Hz.

Figura 22 – Diagrama descritivo modelo FPSE RE 1000 regime quase permanente



3.1.2 Simulação numérica das otimizações

A otimização dos parâmetros de projeto do motor FPSE-1000 foi realizada através da aplicação de algoritmo genético juntamente com o modelo de fluxo quase permanente. O objetivo da otimização foi maximizar o valor da potência do motor FPSE RE 1000 por meio da seleção de parâmetros de projeto com seus respectivos valores variando dentro dos limites superior e inferior indicados na Tab. 3. A otimização do algoritmo genético foi realizada com uma taxa de seleção de 0,5 e uma taxa de mutação de 0,2 com um tamanho de população de 30. As etapas do algoritmo de otimização GA (algoritmo genético) utilizadas esta mostrada na Fig. 23.

O modelo de regime quase permanente também foi utilizado em conjunto com o algoritmo MOPSO visando a otimização dos parâmetros de projeto do motor FPSE-1000 possibilitando a comparação de resultados da potência, eficiência e valores da geometria obtidos com o uso de diferentes algoritmos de otimização. Os valores dos limites superior e inferior dos parâmetros

Tabela 3 – Variação mínima e máxima dos parâmetros utilizados na otimização com algoritmo genético e algoritmo multiobjetivo enxame de partículas

Parâmetros	Valor mínimo	Valor máximo
Diâmetro do aquecedor	1,6 mm	4.0 mm
Número de tubos aquecedor	30	50
Comprimento do regenerador	10,0 mm	150,0 mm
Comprimento do refrigerador	60,0 mm	80,0 mm
Amortecimento pistão	350,0 Ns/m	900,0 Ns/m
Amortecimento deslocador	60,0 Ns/m	300,0 Ns/m
Diâmetro do regenerador	60,0 mm	190,0 m
Número de tubos do refrigerador	120	180
Espessura do slot do refrigerador	0,4 mm	1,0 mm
comprimento aquecedor	170mm	310mm
Diâmetro do fio	0,05 mm	0,90 mm
Profundidade slot refrigerador	2mm	4mm

Figura 23 – Diagrama representativo do algoritmo genético



de projeto foram os mesmos indicados na Tab. 3. A Fig. 24 mostra as etapas do algoritmo multiobjetivo enxame de partículas desenvolvido.

Figura 24 – Diagrama algoritmo multiobjetivo enxame de partículas (MOPSO)



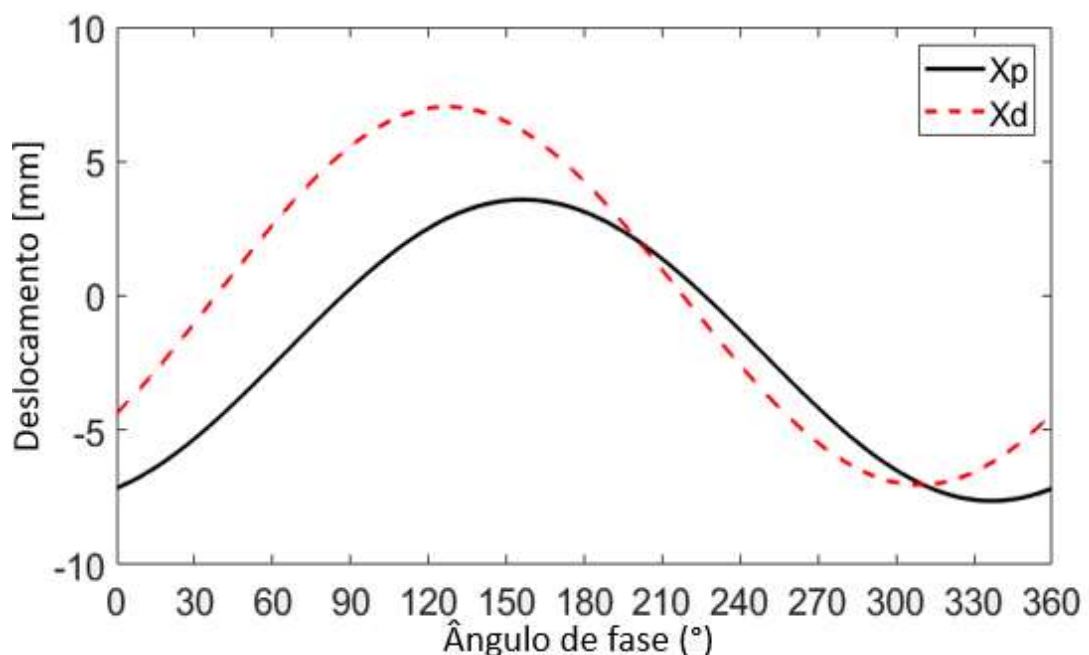
4 Resultados

4.1 Resultados modelagem

Os gráficos obtidos após a aplicação da modelagem em regime quase permanente realizado no programa *matlab* do motor FPSE RE 1000. Foram adotadas as etapas descritas no diagrama da Fig.22 e utilizadas as equações descritas na revisão bibliográfica do modelo de regime quase permanente. As condições operacionais e geometria descritas na Tab. 1 foram utilizadas. A potência de saída resultante foi 1041,0 W e eficiência de 33.7%.

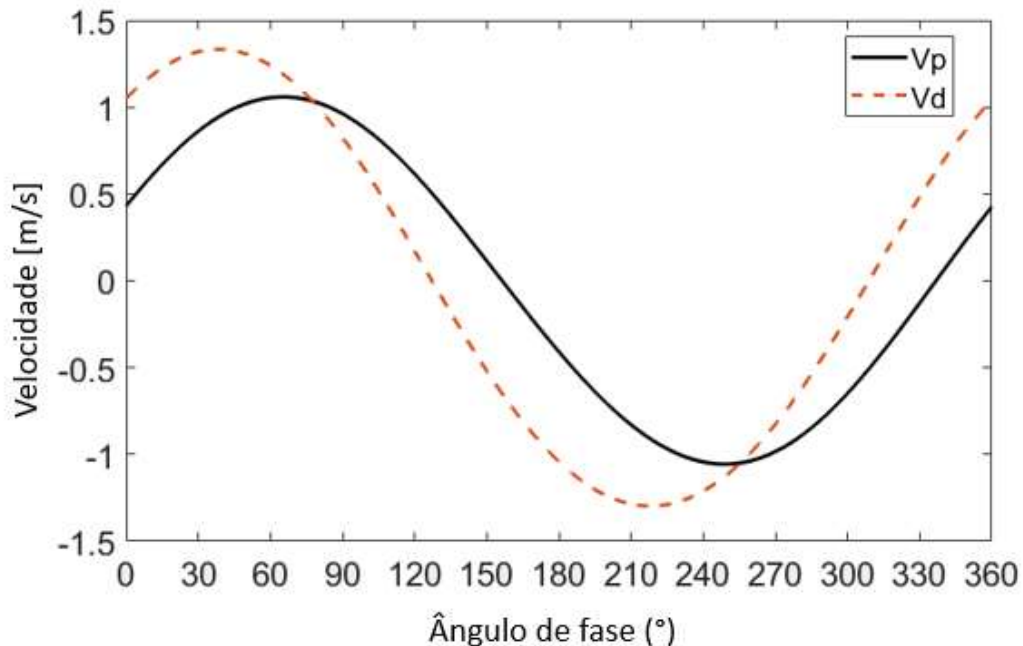
O deslocamento do deslocador e do pistão de potência durante um ciclo de operação foi representado na Fig. 25. Inicialmente, os valores X_p e X_d foram fornecidos pela Tabela 1, mas à medida que as condições de regime quase permanente foram alcançadas, as amplitudes do pistão de potência e do deslocador estabilizaram em um certo valor mais baixo. O movimento periódico do deslocador no cilindro apresentou deslocamento máximo e mínimo de 7,0 mm e -4 mm respectivamente. O pistão de potência apresentou deslocamento máximo e mínimo de 4,0 mm e -6,0 mm respectivamente. O símbolo '–' indicava que o fluxo se movia de cima para baixo. As folgas acima do pistão de força e do deslocador indicaram a presença de um volume morto considerável durante a operação do motor. As diferenças nos valores de amplitude do pistão e do deslocador destacaram a rigidez e o amortecimento da mola durante o movimento. As posições do pistão de potência e do deslocador no ponto morto superior e inferior no cilindro foram relacionadas aos valores máximo e mínimo de suas amplitudes.

Figura 25 – Amplitude do deslocador e do pistão na frequência 30 Hz



Variações nas velocidades do pistão de potência e do deslocador são mostradas na Fig. 26. O pistão de potência e o deslocador apresentaram velocidade máxima de aproximadamente $1,1 \text{ m/s}$ e $1,4 \text{ m/s}$ respectivamente durante a operação do motor FPSE RE 1000 considerando escoamento em regime quase-permanente.

Figura 26 – Velocidade do deslocador e do pistão na frequência 30 Hz

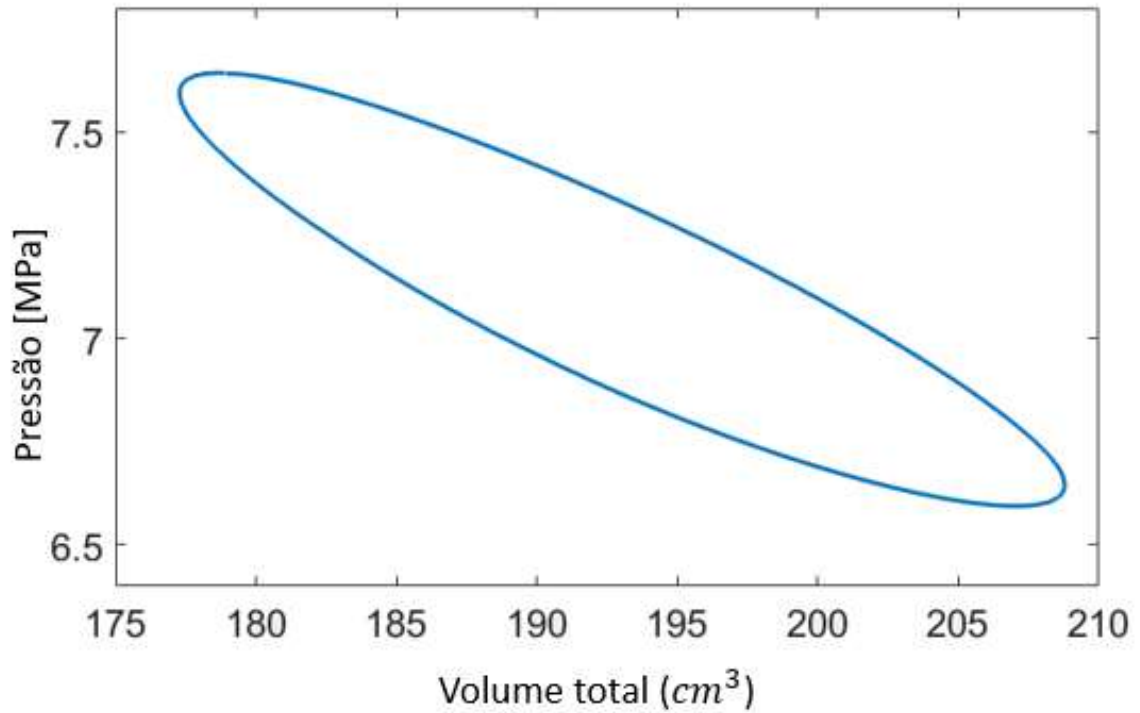
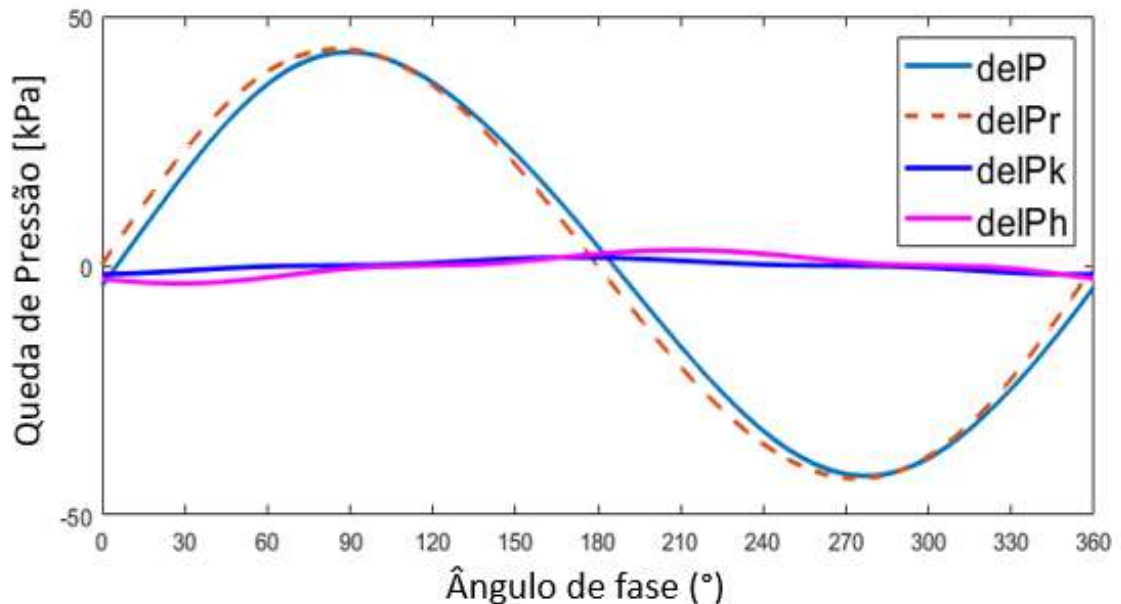


A variação total do volume ficou na faixa de $183,0 \text{ cm}^3$ e $215,0 \text{ cm}^3$ e a pressão operacional média foi de $6,6 \text{ MPa}$. O trabalho indicado desses diagramas P-V foi de $36,1 \text{ J}$ enquanto a potência de saída indicada gerada foi de $1041,0 \text{ W}$ com eficiência térmica de $33,7\%$. A Fig. 27 apresentou o diagrama de pressão-volume total do motor FPSE RE 1000 produzindo $1041,0 \text{ W}$ de potência.

A queda de pressão dos trocadores de calor foi representada na Fig. 28. Considera-se delP é a queda de pressão total; delPr é a queda de pressão do regenerador; delPk é a queda de pressão do refrigerador e delPh é a queda de pressão do aquecedor. A queda de pressão nos trocadores de calor foi quase constante com pequena variação. O regenerador apresentou a maior queda de pressão principalmente devido ao atrito do fluido de trabalho com o fio regenerador. A queda de pressão média do regenerador foi de 45 kPa .

A variação de temperatura ao longo de todo o ciclo de operação do motor *Stirling* foi representada na Fig. 29. As curvas da Fig. 29 parte (a) mostraram a variação de temperatura no aquecedor (T_h); temperatura do 10° volume de controle do regenerador (T_{r10}); temperatura da câmara de expansão (T_e). A faixa de temperatura da parte quente do motor *Stirling* ficou entre $823,0 \text{ K}$ e $750,0 \text{ K}$. O aquecedor apresentou a maior temperatura seguida da temperatura da câmara de expansão que estava localizada entre o aquecedor e o regenerador. A temperatura média da câmara de expansão foi de $791,0 \text{ K}$. A figura 29 parte (b) mostrou a variação de

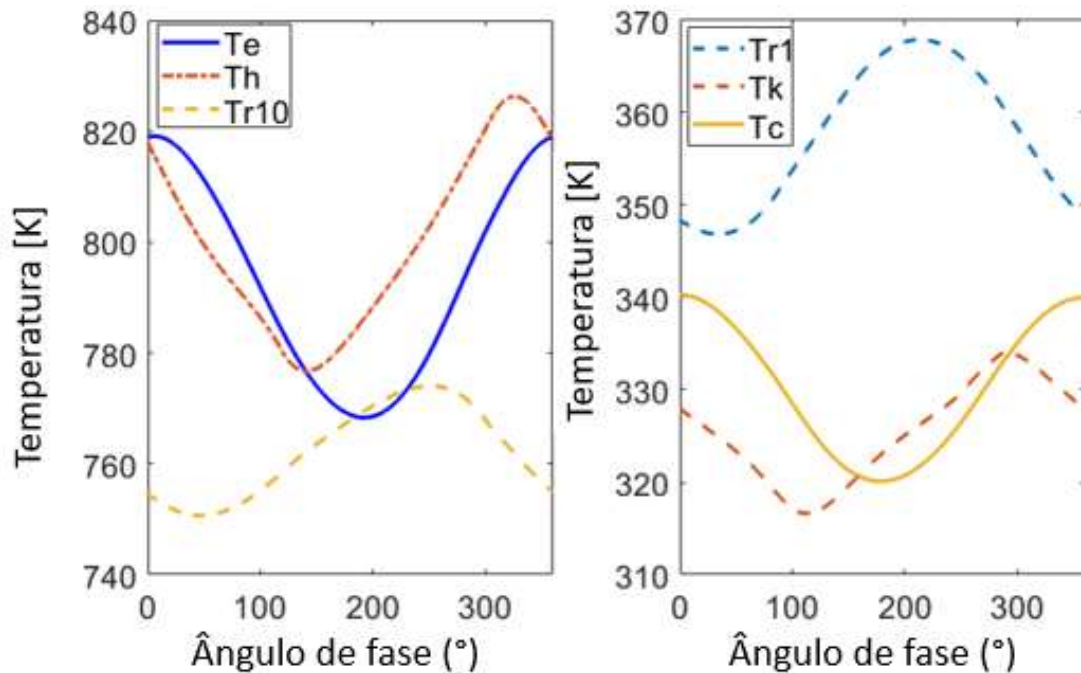
Figura 27 – Diagrama pressão-volume total do FPSE RE 1000

Figura 28 – Queda de pressão no motor *Stirling* a pistão livre

temperatura no primeiro volume de controle do regenerador T_{r1} , temperatura no refrigerador (T_k) e temperatura na câmara de compressão (T_c). A faixa de temperatura da parte fria do motor *Stirling* estava entre 370,0 K e 318,0 K. A temperatura média da câmara de compressão foi de 330,0 K. O 10º volume de controle do regenerador localizado na fronteira com a câmara de expansão apresentou temperatura média de aproximadamente 760,0 K. O primeiro volume de controle do regenerador localizado na fronteira com a câmara de compressão apresentou

temperatura média de aproximadamente 360,0 K.

Figura 29 – Variação da temperatura do fluido de trabalho para modelo regime quase permanente



A variação da massa do fluido de trabalho ao longo do ciclo que ocorreu nos volumes de controle foi mostrada na Fig. 30.

De acordo com a lei de conservação da massa, a massa total do fluido de trabalho permaneceu constante durante todo o ciclo. A proximidade entre as curvas m_{r1} e m_{r2} indicou continuidade e que o próximo controle de volume do regenerador recebeu a massa do anterior. Os trocadores de calor apresentaram pequenas variações de massa. A câmara de compressão apresentou a maior quantidade de massa (3,8-5,0 kg) devido a sua menor temperatura. A massa do fluido de trabalho da câmara de expansão variou na faixa entre 1,5-3,0 kg.

A vazão mássica do fluido de trabalho nos trocadores de calor nas fronteiras dos volumes de controle foram indicados na Fig. 31. Nesta figura \dot{m}_{ck} era a vazão mássica da câmara de compressão para o refrigerador; \dot{m}_{kr1} era a vazão mássica do refrigerador para o primeiro controle de volume do regenerador; \dot{m}_{r1r2} era a vazão mássica do primeiro volume de controle do regenerador para o segundo volume de controle do regenerador; \dot{m}_{r10h} era vazão mássica do décimo volume de controle do regenerador para o aquecedor e \dot{m}_{he} era a vazão mássica do aquecedor para a câmara de expansão. Os comportamentos das curvas indicaram a continuidade do fluxo de massa. O valor da vazão mássica nas fronteiras dos volumes de controle depende da direção do escoamento.

A variação dos volumes das câmaras de expansão e compressão foram representadas na Fig. 32. A câmara de expansão apresentou a maior variação de volume que ficou na faixa entre 35-64 cm^3 . O fluxo de massa da câmara de compressão variou na faixa entre 38-55 cm^3 . O

Figura 30 – Massa de fluido de trabalho na modelagem de volume de controle em regime quase permanente

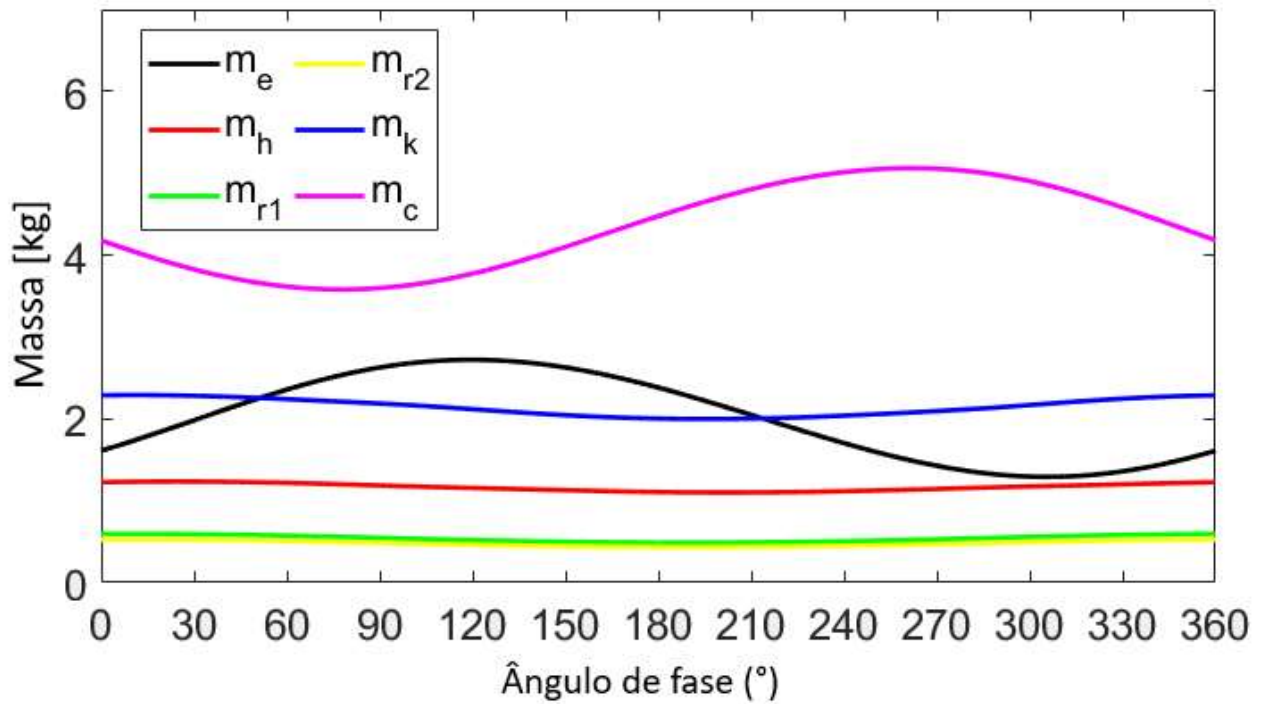
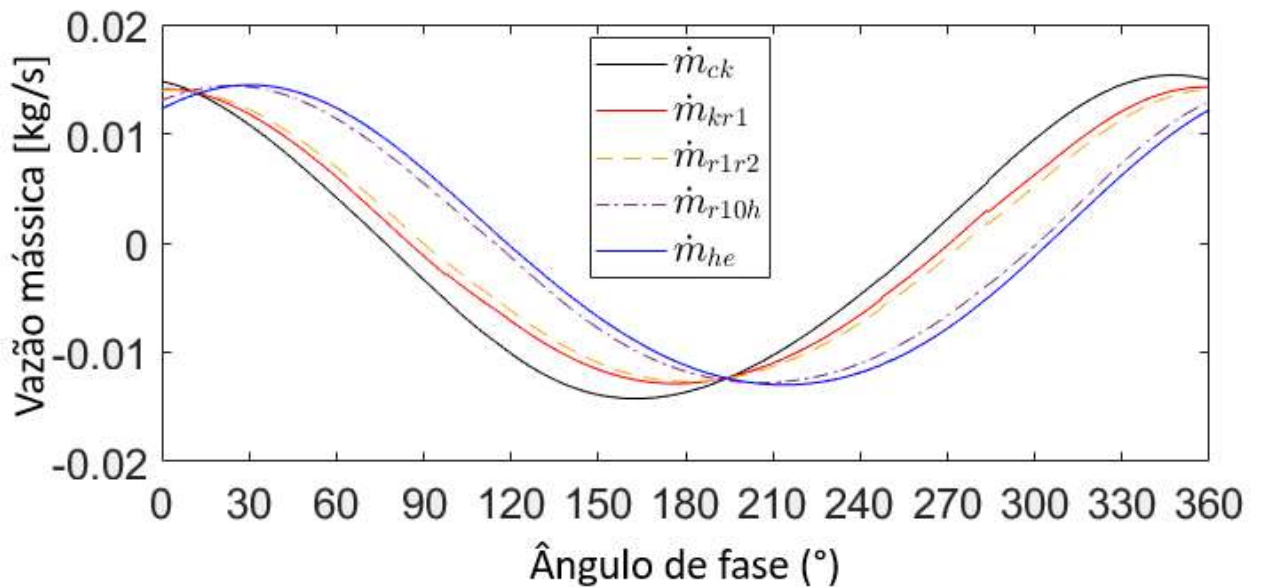


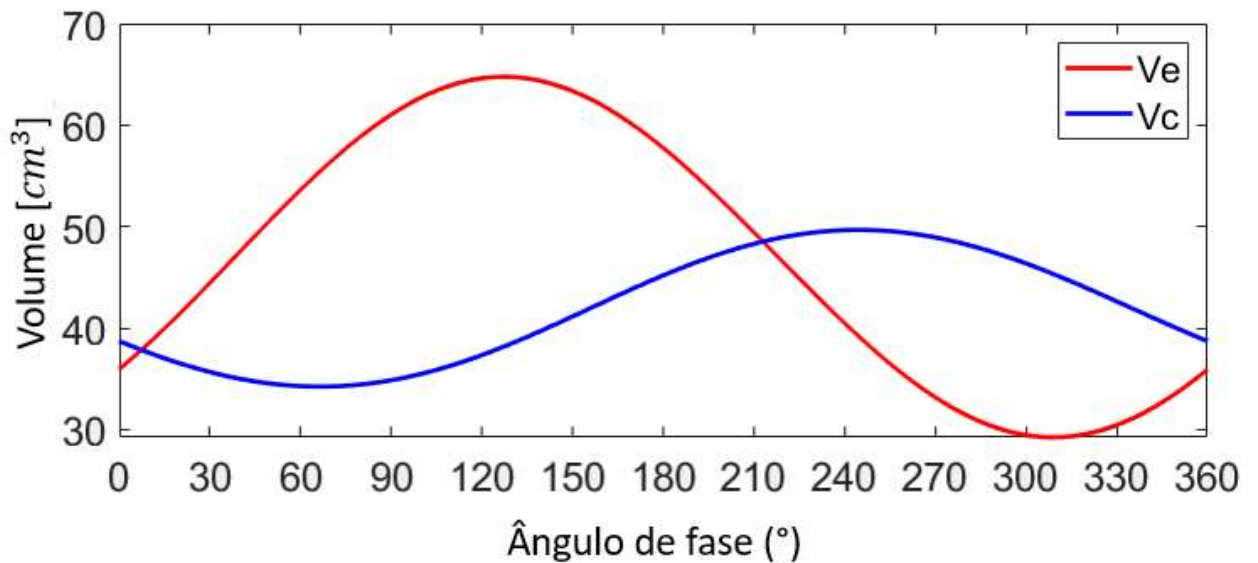
Figura 31 – Vazão mássica do fluido de trabalho na modelagem de volumes de controle no modelo regime quase permanente



volume da câmara de expansão aumentou quando o volume da câmara de compressão diminuiu devido aos movimentos intermitentes do pistão e do deslocador no interior do cilindro.

A potência prevista através do modelo quase permanente usando o conjunto de entradas disponíveis na Tab. 1 e frequência de 30 Hz foi apresentada na Tab. 4. O valor da potência

Figura 32 – Variação do volume do fluido de trabalho na câmara de expansão e câmara de compressão na modelagem em regime quase permanente do FPSE RE 1000



requerida nestas condições foi obtido através de testes experimentais disponíveis na literatura (URIELI; BERCHOWITZ, 1984). A diferença no valor entre a potência entre o valor requerido experimental e o valor da predição do modelo foi 4,1%.

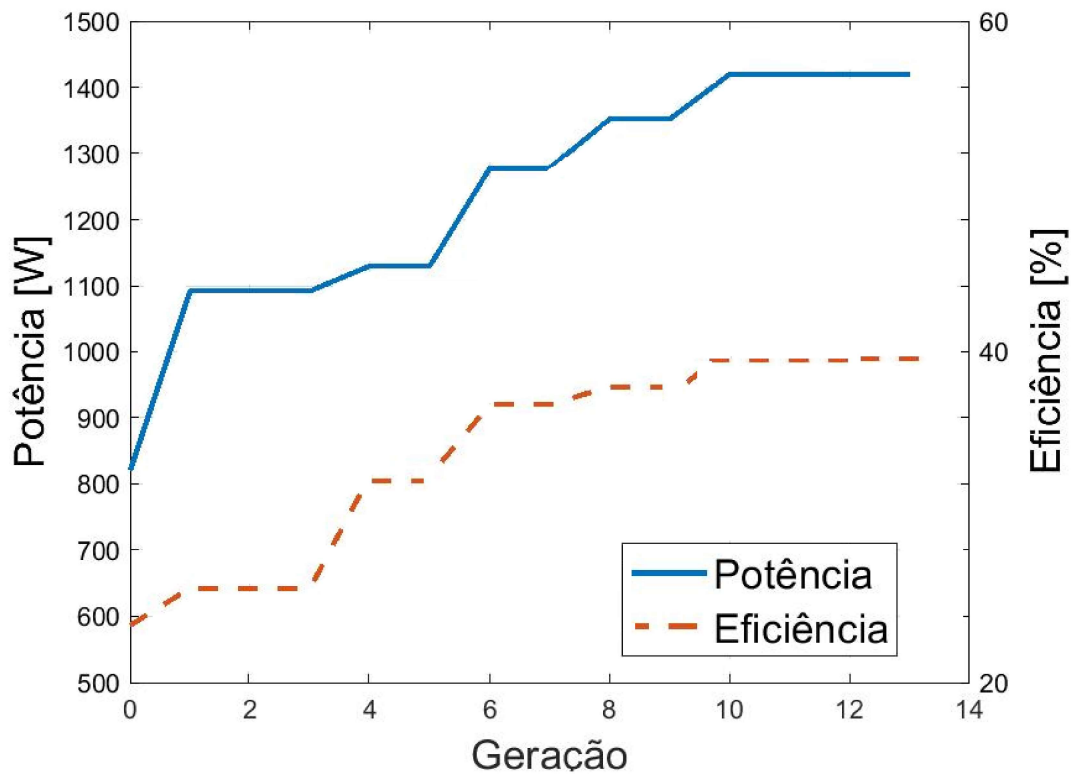
Tabela 4 – Validação do modelo termodinâmico em regime quase permanente FPSE RE 1000

Parâmetros	Experimental	Modelo
Frequência (Hz)	30,0	30,0
Potência (W)	1000,0	1041,0

4.2 Resultados otimizações

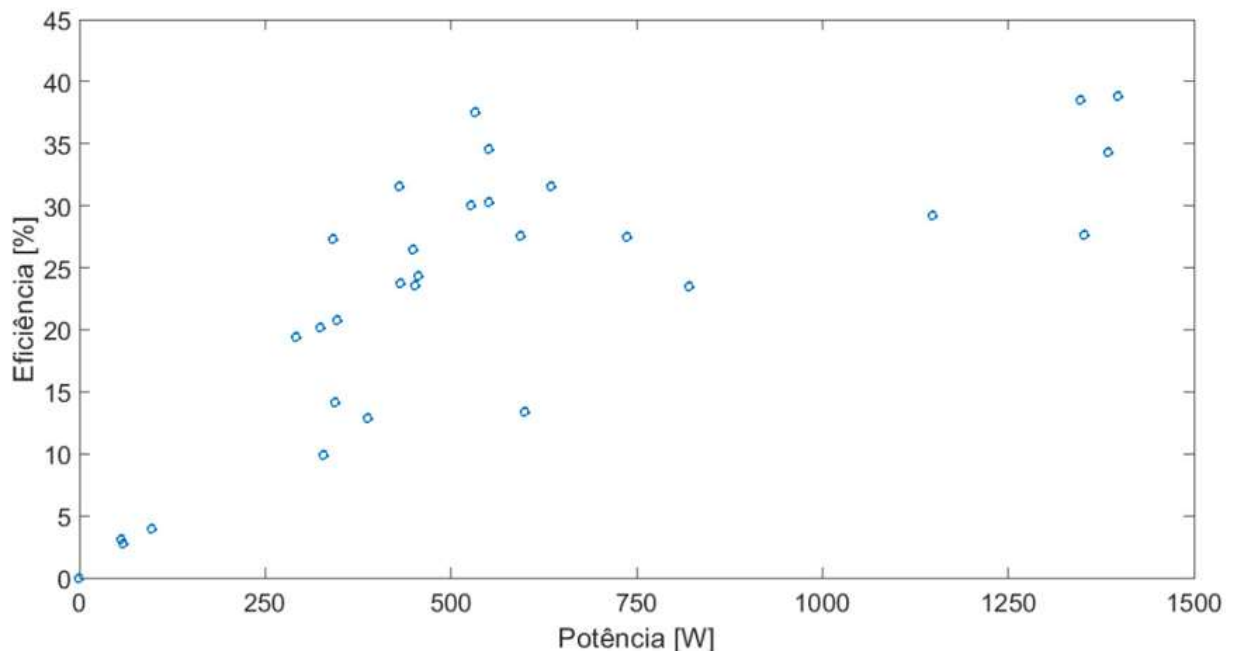
Os gráficos obtidos com o uso da otimização através de algoritmos genéticos foram representados na Fig. 33. Observou-se que a potência aumentou de forma acentuada durante a primeira geração até o valor da potência atingir 1100 W e eficiência 25,0%. Ambos os valores mantiveram-se até a terceira geração. Na quarta geração, a potência teve um pequeno aumento de 50W e a eficiência alcançou o valor de 32%. Na sexta geração a potência e eficiência tiveram um aumento acentuado atingindo o valor de 1280W e eficiência de 36%. Na sétima geração a potência aumentou 80W e a eficiência apresentou um aumento de 1%. Os valores mantiveram-se estáveis até a nona geração na qual a potência aumentou até atingir o valor de 1419,7W e a eficiência 39,7%. Ambos valores mantiveram-se ao longo das demais gerações até a finalização da otimização. Assim, a potência máxima ocorreu na décima geração. Os parâmetros que possibilitaram essa maximização de valores da potência e eficiência foram mostradas na Tab. 5. Os resultados da variação no valor da potência e eficiência do motor em função das gerações obtidos após a otimização foram representados na Fig. 33.

Figura 33 – Gráfico resultante da otimização do modelo termodinâmico do regime quase permanente do motor FPSE RE 1000 utilizando algoritmo genético



Os resultados da otimização do algoritmo genético também foram plotados conforme mostrado na Fig. 34 para melhor visualização de todos os valores obtidos ao longo das gerações.

Figura 34 – Potência e eficiência resultante da otimização do modelo termodinâmico de regime quase permanente do motor FPSE RE 1000 utilizando algoritmo genético

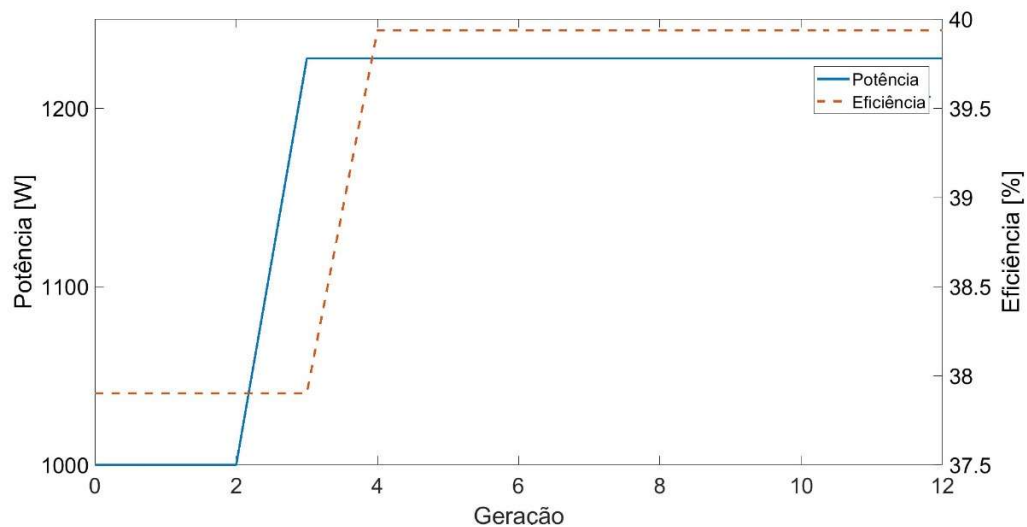


A Fig. 35 representou os resultados obtidos após a aplicação do algoritmo multiobjetivo enxame de partículas no modelo termodinâmico de regime quase permanente do motor FPSE.

Observou-se que a potência atingiu o valor de 1000W na primeira geração e eficiência de 37,8%. Esse valor da potência manteve-se até a segunda geração na qual ocorreu um aumento acentuado da potência atingindo o valor de 1227,8W. A potência manteve-se estável em 1227,8W até o final da otimização. O valor da eficiência manteve-se em 37,8% até a terceira geração na qual ocorreu um aumento acentuado atingindo o valor de 39,9%.

Comparando a terceira e a quarta geração do algoritmo MOPSO percebe-se que apesar da potência apresentar o mesmo valor em ambas gerações, a eficiência apresenta menor valor na terceira geração do que na quarta. Esse comportamento caracteriza a dominância fraca dos parâmetros da quarta geração em relação aos parâmetros da geração anterior. Assim, os valores da potência e eficiência da quarta geração foram selecionados como os valores ótimos da otimização multiobjetivo enxame de partículas devido a sua melhor relação entre os parâmetros de eficiência e potência em relação as gerações anteriores.

Figura 35 – Gráfico resultados da otimização multiobjetivo enxame de partículas da potência e eficiência do motor FPSE RE 1000

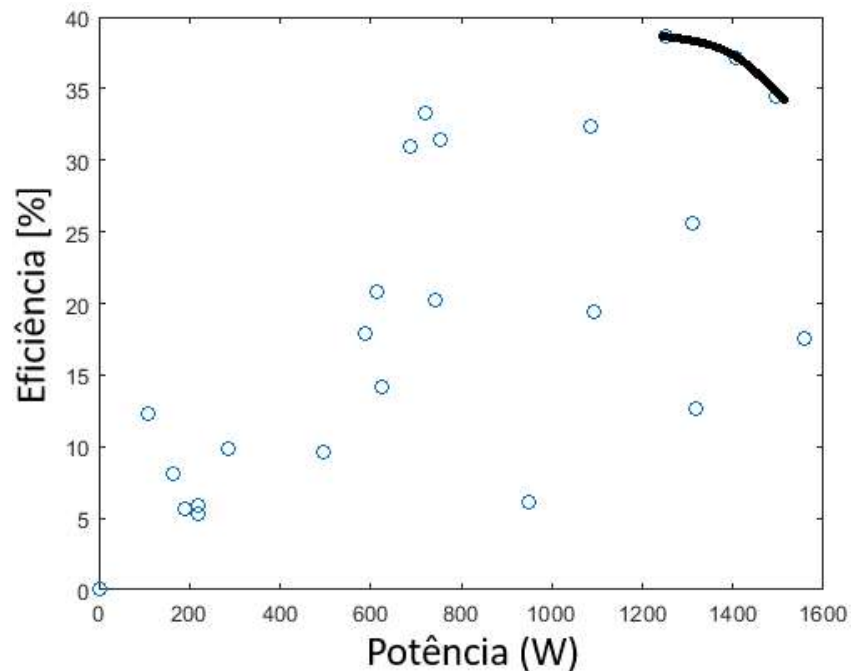


A plotagem dos resultados da otimização do algoritmo multiobjetivo enxame de partículas permitiu a observação da Fronteira de Pareto criada com os resultados encontrados. Assim os valores presentes nessa linha correspondem aos parâmetros não dominados da otimização e representaram os melhores resultados encontrados através da seleção com o uso do Método de Pareto. A Fronteira de Pareto foi representada na Fig. 36.

A comparação entre valores geométricos obtidos após a aplicação da otimização multiobjetivo enxame de partículas e os valores da otimização com uso de algoritmo genético e os valores originais dos parâmetros do motor FPSE RE 1000 estão representados na Tab. 5.

Discussão dos resultados

Figura 36 – Gráfico Fronteira de Pareto resultante otimização modelo regime quase permanente do motor FPSE RE 1000 utilizando algoritmo multiobjetivo enxame de partículas



Observa-se aumento da potência através do uso de algoritmo genético da ordem de 41,9%. E aumento da potência com uso do algoritmo multiobjetivo da ordem de 22,7%. Valores acentuados para o aumento da potência e eficiência eram esperados, pois o FPSE RE 1000 foi um dos primeiros motores com pistão livre a ser desenvolvido e por isso foi superdimensionado. Além disso, o FPSE RE 1000 apresenta configuração variável o que possibilitou no projeto que as dimensões dos componentes internos fossem superdimensionados para possibilitar a mudança interna de configuração.

O algoritmo multiobjetivo normalmente apresenta menor potência que o algoritmo genético, pois na otimização multiobjetivo são consideradas as interferências simultâneas tanto da potência como da eficiência nos resultados ocasionando predições mais próximos dos valores reais.

O aumento do diâmetro do fio do regenerador justifica-se pela otimização da relação entre os coeficientes de transferência de calor por convecção e o coeficiente de transferência de calor por condução que caracterizam o raio crítico do fio do regenerador. Além disso, tanto a convecção quanto a condução tiveram seus valores aumentados devido à área do regenerador otimizada.

O aumento da área de transferência de calor, diminuição do volume morto e aumento da amplitude dos pistão de potência e do deslocador

A comparação entre valores geométricos obtidos após a aplicação da otimização multiobjetivo enxame de partículas e os valores da otimização com uso de algoritmo genético e os

valores originais dos parâmetros do motor FPSE RE 1000 estão representados na Tab. 5

Tabela 5 – Valores otimizados dos parâmetros geométricos do motor *Stirling free piston* RE 1000 após aplicação do algoritmo multiobjetivo enxame de partículas e algoritmo genético

Parâmetros	FPSE RE 1000	GA	MOPSO
Diâmetro do aquecedor (mm)	2,4	2,7	2,0
Número de tubos do aquecedor	34	37	44
Comprimento do regenerador (mm)	65,0	117,0	145,0
Comprimento do refrigerador (mm)	79,2	77,8	74,5
Comprimento do aquecedor	183	300	381
Amortecimento pistão (Ns/m)	461,5	813,9	868,9
Amortecimento deslocador (Ns/m)	85,3	163,1	129,1
Diâmetro do regenerador (m)	71,8	115,8	121,9
Número de tubos do refrigerador	135	141	113
Espessura do slot do refrigerador (mm)	0,5	0,6	0,9
Profundidade do slot do refrigerador (mm)	3,8	2,9	2,4
Diâmetro do fio (mm)	0,09	0,60	0,80

5 Conclusão

O modelo termodinâmico quase estacionário permitiu a predição de parâmetros de desempenho do motor *Stirling* de pistão livre com alta precisão. A potência de saída prevista pelo modelo foi de 1041,0 W enquanto que a potência requerida de acordo com os valores experimentais na literatura foi de 1000,0 W. A divergência entre o valor da potência prevista pelo modelo de regime quase permanente e a potência requerida de acordo com valores experimentais foi de 4,1%. A eficiência estimada do modelo quase estacionário foi de 33,7% enquanto a eficiência experimental requerida foi de 33,0%.

O algoritmo multiobjetivo aplicado ao modelo quase estacionário resultou no valor de potência igual a 1227,8W e eficiência de 39,9%. Assim, a quarta geração foi selecionada como o melhor resultado de otimização usando o algoritmo MOPSO devido à sua maior eficiência térmica. O conjunto de doze parâmetros geométricos resultantes obtidos através da quarta geração do algoritmo multiobjetivo foi selecionado como a melhor configuração do MOPSO, pois resultou em alta potência e eficiência ao mesmo tempo.

Comparando-se a performance do motor *Stirling* após a otimização com algoritmo genético e com o algoritmo multiobjetivo enxame de partículas concluí-se que o algoritmo genético resultou uma menor eficiência (39,7%) mas maior potência (1419,7 W). A otimização com algoritmo multiobjetivo enxame de partículas resultou eficiência (39,9%) e potência (1227,8 W). O custo computacional da otimização multiobjetivo foi menor que o custo computacional do algoritmo genético. A otimização multiobjetivo atingiu seu valor ótimo em menor tempo que o algoritmo genético.

Os doze parâmetros geométricos foram otimizados principalmente em função do aumento da área de transferência de calor, aumento das amplitudes do deslocador e do pistão de potência, diminuição do volume morto, aumento da robustez do regenerador e aumento da razão entre coeficiente de transferência de calor por convecção e coeficiente de transferência de calor por condução.

O número de tubos da câmara de aquecimento foi menor com o conjunto de geometria selecionado com o uso do algoritmo genético do que com o conjunto de geometria selecionado com o uso do MOPSO.

Contribuições do trabalho

Este trabalho ofereceu contribuições para o conhecimento aprofundado da geometria e funcionamento dos motores *Stirling* de pistão livre. Percebe-se que poucos estudos foram realizados nos motores *Stirling* com foco na produção de modelos matemáticos avançados que

apresentassem menor quantidade de simplificações e resultados mais próximos do funcionamento dos processos reais do motor. Trabalhos considerando a otimização de modelos termodinâmicos de regime quase permanente nos quais foram aplicados algoritmos de otimização são ainda mais raros. A otimização da estrutura já existente de um motor *Stirling* é justificada pela possibilidade de um melhor aproveitamento da capacidade já existente sem grande exigência de aumento de custos. No contexto atual onde a busca por novas fontes de energia e otimização das atuais máquinas de geração mostram-se essenciais a sociedade, o estudo de motores *Stirling* é um tema de interesse da sociedade em geral e governos que queiram atender a crescente demanda por energia limpa e renovável. O Brasil como um país que não domina completamente a tecnologia dos motores *Stirling* necessita de novos estudos nessa área que possam futuramente contribuir para o desenvolvimento dessa tecnologia no território nacional. O estudo e fabricação de motores *Stirling* nacionais justifica-se pelo fato que os motores *Stirling* já são utilizados em diversos países em aplicações na conquista espacial, submarinos, robótica, crio-refrigeração e produção de energia *off grid*.

Sugestões de trabalhos futuros:

1. Elaboração de uma modelagem para o motor considerando condições politrópicas nas câmaras.
2. Otimização com o uso de outros algoritmos e outras meta heurísticas como por exemplo, *simulated annealing* ou *ant colony*.
3. Testes de novas formas de modelagem da perda de pressão nos trocadores de calor.
4. Aplicação do modelo termodinâmico de regime quase permanente em outras configurações dos motores *Stirling*.
5. Aplicação do modelo termodinâmico de regime quase permanente em motores *Stirling* de menor massa onde a vibração e movimento da estrutura devam ser modeladas.
6. Teste de sensibilidade do modelo através do uso de diferentes correlações experimentais para o regenerador e limites do número de *Reynolds* de outros autores.

Referências

- ABETE, A. J. *Testing and Optimization of the performance of a Stirling engine*. 2013.
- AHMED, F.; HULIN, H.; KHAN, A. M. Numerical modeling and optimization of beta-type stirling engine. *Applied Thermal Engineering*, Elsevier, v. 149, p. 385–400, 2019.
- ALFARAWI, S. Thermodynamic analysis of rhombic-driven and crank-driven beta-type stirling engines. *International Journal of Energy Research*, Wiley Online Library, v. 44, n. 7, p. 5596–5608, 2020.
- ALFARAWI, S. S. *Modelling and optimization of High Temperature Difference (HTD) gamma-type Stirling engine prototype*. Tese (Doutorado) — University of Birmingham, 2017.
- ALMAJRI, A. K.; MAHMOUD, S.; AL-DADAH, R. Modelling and parametric study of an efficient alpha type stirling engine performance based on 3d cfd analysis. *Energy Conversion and Management*, v. 145, p. 93–106, 2017.
- ALMAJRI, A. K.; MAHMOUD, S.; AL-DADAH, R. Modelling and parametric study of an efficient alpha type stirling engine performance based on 3d cfd analysis. *Energy conversion and management*, Elsevier, v. 145, p. 93–106, 2017.
- ARAOZ, J. A.; CARDOSO, E.; SALOMON, M.; ALEJO, L.; FRANSSON, T. H. Development and validation of a thermodynamic model for the performance analysis of a gamma stirling engine prototype. *Applied Thermal Engineering*, Elsevier, v. 83, p. 16–30, 2015.
- BABAE LAHI, M.; SAYYAADI, H. Simple-ii: a new numerical thermal model for predicting thermal performance of stirling engines. *Energy*, Elsevier, v. 69, p. 873–890, 2014.
- BARBOSA, R. J. S. *Controlo de navegação de um robô móvel diferencial através de algoritmos evolutivos*. Tese (Doutorado), 2021.
- BARROS, F. V. F. *Uso de algoritmos evolucionários na calibração de modelos hidrológicos e na operação de sistemas de reservatórios*. 2007.
- BATAINEH, K. Mathematical formulation of alpha-type stirling engine with ross yoke mechanism. *Energy*, Elsevier, v. 164, p. 1178–1199, 2018.
- BORGE, K. S. H. *Heuristic solution approach to simultaneous optimization of heat and work integration-A two-level optimization model using genetic algorithms to establish the energy target for maximum heat and work recovery*. Dissertação (Mestrado) — NTNU, 2017.
- BOZORG-HADDAD, O.; SOLGI, M.; LOÁICIGA, H. A. *Meta-heuristic and evolutionary algorithms for engineering optimization*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2017.
- CHAHARTAGHI, M.; SHEYKHI, M. Energy and exergy analyses of beta-type stirling engine at different working conditions. *Energy conversion and management*, Elsevier, v. 169, p. 279–290, 2018.
- CHEN, N.; GRIFFIN, F. *Review of stirling-engine mathematical models*. [S.l.], 1983.

- CHENG, C.-H.; TAN, Y.-H. Numerical optimization of a four-cylinder double-acting stirling engine based on non-ideal adiabatic thermodynamic model and scgm method. *Energies*, Multidisciplinary Digital Publishing Institute, v. 13, n. 8, p. 2008, 2020.
- CHHABRA, J. K. *et al.* Fp-abc: Fuzzy-pareto dominance driven artificial bee colony algorithm for many-objective software module clustering. *Computer Languages, Systems & Structures*, Elsevier, v. 51, p. 1–21, 2018.
- CHIANDUSSI G., C. M. F. S.; VARESI, F. E. Comparison of multi-objective optimization methodologies for engineering applications. *Computers & Mathematics with Applications*, Elsevier, p. 912–942, 2012.
- ÇINAR, C.; AKSOY, F.; SOLMAZ, H.; YILMAZ, E.; UYUMAZ, A. Manufacturing and testing of an α -type stirling engine. *Applied Thermal Engineering*, Elsevier, v. 130, p. 1373–1379, 2018.
- COELLO, C. A. C.; BRAMBILA, S. G.; GAMBOA, J. F.; TAPIA, M. G. C.; GÓMEZ, R. H. Evolutionary multiobjective optimization: open research areas and some challenges lying ahead. *Complex & Intelligent Systems*, Springer, v. 6, n. 2, p. 221–236, 2020.
- COSTA, S.-C.; TUTAR, M.; BARRENO, I.; ESNAOLA, J.-A.; BARRUTIA, H.; GARCÍA, D.; GONZÁLEZ, M.-A.; PRIETO, J.-I. Experimental and numerical flow investigation of stirling engine regenerator. *Energy*, Elsevier, v. 72, p. 800–812, 2014.
- DARANI, Z. S.; KAEDI, M. Improving the interactive genetic algorithm for customer-centric product design by automatically scoring the unfavorable designs. *Human-centric Computing and Information Sciences*, SpringerOpen, v. 7, n. 1, p. 1–18, 2017.
- DIAS, L. V. R. *et al.* Modelagem e análise experimental de um protótipo didático de motor stirling. Universidade Federal de Goiás, 2016.
- DING, G.; CHEN, W.; ZHENG, T.; LI, Y.; JI, Y. Volume ratio optimization of stirling engine by using an enhanced model. *Applied Thermal Engineering*, Elsevier, v. 140, p. 615–621, 2018.
- DOBRE, C.; GROSU, L.; COSTEA, M.; CONSTANTIN, M. Beta type stirling engine. schmidt and finite physical dimensions thermodynamics methods faced to experiments. *Entropy*, Multidisciplinary Digital Publishing Institute, v. 22, n. 11, p. 1278, 2020.
- DYSON, R.; WILSON, S.; TEW, R. Review of computational stirling analysis methods. In: *2nd International Energy Conversion Engineering Conference*. [S.l.: s.n.], 2004. p. 5582.
- EL-GHAFOUR, S.; EL-GHANDOUR, M.; MIKHAEL, N. Three-dimensional computational fluid dynamics simulation of stirling engine. *Energy conversion and management*, Elsevier, v. 180, p. 533–549, 2019.
- EROL, D.; DOĞAN, B.; ÇALIŞKAN, S. The investigation of an energetic and exergetic performance characteristics of a beta-type stirling engine with a rhombic drive mechanism. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, Springer, v. 43, n. 4, p. 1–19, 2021.
- FINKELSTEIN, T. *Generalized thermodynamic analysis of Stirling engines*. [S.l.], 1960.

FREITAS, D.; LOPES, L. G.; MORGADO-DIAS, F. Particle swarm optimisation: A historical review up to the current developments. *Entropy*, Multidisciplinary Digital Publishing Institute, v. 22, n. 3, p. 362, 2020.

GAROFALO, E.; BEVIONE, M.; CECCHINI, L.; MATTIUSI, F.; CHIOLERIO, A. Waste heat to power: Technologies, current applications, and future potential. *Energy Technology*, Wiley Online Library, v. 8, n. 11, p. 2000413, 2020.

GEISELMAN, G. M.; KIRBY, J.; LANDERA, A.; OTOUPAL, P.; PAPA, G.; BARCELOS, C.; SUNDSTROM, E. R.; DAS, L.; MAGURUDENIYA, H. D.; WEHRS, M. *et al.* Conversion of poplar biomass into high-energy density tricyclic sesquiterpene jet fuel blendstocks. *Microbial cell factories*, BioMed Central, v. 19, n. 1, p. 1–16, 2020.

HABIB, M.; ALJARAHAH, I.; FARIS, H.; MIRJALILI, S. Multi-objective particle swarm optimization for botnet detection in internet of things. In: *Evolutionary machine learning techniques*. [S.l.]: Springer, 2020. p. 203–229.

HABIBOLLAHZADE, A.; GHOLAMIAN, E.; HOUSHFAR, E.; BEHZADI, A. Multi-objective optimization of biomass-based solid oxide fuel cell integrated with stirling engine and electrolyzer. *Energy conversion and management*, Elsevier, v. 171, p. 1116–1133, 2018.

HACHEM, H.; GHEITH, R.; ALOUI, F.; NASRALLAH, S. B. Technological challenges and optimization efforts of the stirling machine: A review. *Energy conversion and management*, Elsevier, v. 171, p. 1365–1387, 2018.

HERZOG, S. Z. *Things of interest!* 2015. Last accessed 20 April 2021. Disponível em: <<http://zigherzog.net/stirling/index.html>>.

HODASHINSKY, I. A. Methods for improving the efficiency of swarm optimization algorithms. a survey. *Automation and Remote Control*, Springer, v. 82, n. 6, p. 935–967, 2021.

HOSSEINZADE, H.; SAYYAADI, H.; BABAELAHI, M. A new closed-form analytical thermal model for simulating stirling engines based on polytropic-finite speed thermodynamics. *Energy conversion and management*, Elsevier, v. 90, p. 395–408, 2015.

HUSSAIN, A.; MUHAMMAD, Y. S. Trade-off between exploration and exploitation with genetic algorithm using a novel selection operator. *Complex & intelligent systems*, Springer, v. 6, n. 1, p. 1–14, 2020.

IANNONI, A.; MORABITO, R. Modelo hipercubo integrado a um algoritmo genético para análise de sistemas médicos emergenciais em rodovias. *Gestao e Producao*, v. 13, 04 2006.

IPCI, D. Thermodynamic-dynamic analysis of gamma type free-piston stirling engine charged with hydrogen gas as working fluid. *International Journal of Green Energy*, Taylor & Francis, v. 17, n. 12, p. 805–815, 2020.

IPCI, D. Thermodynamic analysis of a gamma-type stirling engine driven by scotch yoke mechanism. *International Journal of Green Energy*, Taylor & Francis, v. 18, n. 2, p. 144–155, 2021.

JORDEHI, A. R.; JASNI, J. Parameter selection in particle swarm optimisation: a survey. *Journal of Experimental & Theoretical Artificial Intelligence*, Taylor & Francis, v. 25, n. 4, p. 527–542, 2013.

- KAYS, W. M.; LONDON, A. L. Compact heat exchangers. McGraw-Hill, New York, NY, 1984.
- KHANJANPOUR, M. H.; RAHNAMA, M.; JAVADI, A. A.; AKRAMI, M.; TAVAKOLPOUR-SALEH, A. R.; IRANMANESH, M. An experimental study of a gamma-type mtd stirling engine. *Case Studies in Thermal Engineering*, Elsevier, v. 24, p. 100871, 2021.
- KODAKOGLU, F. Performance analysis on free-piston linear expander. 2017.
- KONGTRAGOOL, B.; WONGWISES, S. A review of solar-powered stirling engines and low temperature differential stirling engines. *Renewable and Sustainable energy reviews*, Elsevier, v. 7, n. 2, p. 131–154, 2003.
- KRAITONG, K. *Numerical modelling and design optimisation of Stirling engines for power production*. [S.l.]: University of Northumbria at Newcastle (United Kingdom), 2012.
- KWANKAOMENG, S.; SILPSAKOOLSOOK, B.; SAVANGVONG, P. Investigation on stability and performance of a free-piston stirling engine. *Energy Procedia*, Elsevier, v. 52, p. 598–609, 2014.
- LEE, C. K. H. A review of applications of genetic algorithms in operations management. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, Elsevier, v. 76, p. 1–12, 2018.
- LI, R.; GROSU, L.; LI, W. New polytropic model to predict the performance of beta and gamma type stirling engine. *Energy*, v. 128, p. 62–76, 2017. ISSN 0360-5442. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0360544217305637>>.
- LI, R.; GROSU, L.; LI, W. New polytropic model to predict the performance of beta and gamma type stirling engine. *Energy*, Elsevier, v. 128, p. 62–76, 2017.
- LUO, B.; ZOU, P.; JIANG, T.; GAO, Q.; LIU, J. Decoupled duplex stirling machine: Conceptual design and theoretical analysis. *Energy Conversion and Management*, Elsevier, v. 210, p. 112704, 2020.
- MAJIDNIYA, M.; BOILEAU, T.; REMY, B.; ZANDI, M. Nonlinear modeling of a free piston stirling engine combined with a permanent magnet linear synchronous machine. *Applied Thermal Engineering*, Elsevier, v. 165, p. 114544, 2020.
- MARI, M. A.; MEMON, Z. A.; SHAIKH, P. H.; MIRJAT, N. H.; SOOMRO, M. I. A review study on mathematical modeling of solar parabolic dish-stirling system used for electricity generation. *International Journal of Energy Research*, Wiley Online Library, v. 45, n. 13, p. 18355–18391, 2021.
- MIDDLETON, S. M.; NOBES, D. S. Approximations for use in cycling thermodynamic systems: Applications for stirling engines. In: *Proceedings of the Canadian Society for Mechanical Engineering International Congress 2021*. Charlottetown, PE, Canada: [s.n.], 2021.
- MIKKULAINEN, R.; FORREST, S. A biological perspective on evolutionary computation. *Nature Machine Intelligence*, Nature Publishing Group, v. 3, n. 1, p. 9–15, 2021.
- MOCTEZUMA, L. A. Towards universal eeg systems with minimum channel count based on machine learning and computational intelligence. NTNU, 2021.

- MOTAMEDI, M.; AHMADI, R.; JOKAR, H. A solar pressurizable liquid piston stirling engine: Part 1, mathematical modeling, simulation and validation. *Energy*, Elsevier, v. 155, p. 796–814, 2018.
- MUNIR, U.; KAMRAN, M. S.; SHAH, A. N.; FARHAN, M.; ANWAR, Z. Cfd methodology for simulating pumping loss from displacer and piston seals of free piston stirling engine. *Thermal Science*, n. 00, p. 295–295, 2020.
- NOORBAKSH, M.; MORADI, H. R. Design and optimization of multi-stage manufacturing process of stirling engine crankshaft. *SN Applied Sciences*, Springer, v. 2, n. 1, p. 1–14, 2020.
- ORGAN, A. J. *Thermodynamics and gas dynamics of the Stirling cycle machine*. [S.l.]: Cambridge University Press, 1992.
- ORGAN, A. J. *The regenerator and the stirling engine*. 1997.
- PAQUETTE, R. R. Optimization of airfield parking and fuel asset dispersal to maximize survivability and mission capability level. 2020.
- PARLAK, N.; WAGNER, A.; ELSNER, M.; SOYHAN, H. S. Thermodynamic analysis of a gamma type stirling engine in non-ideal adiabatic conditions. *Renewable Energy*, Elsevier, v. 34, n. 1, p. 266–273, 2009.
- PAUTZ, E. R. *Estudo e projeto de um motor stirling*. 2013.
- QIU, H.; WANG, K.; YU, P.; NI, M.; XIAO, G. A third-order numerical model and transient characterization of a β -type stirling engine. *Energy*, Elsevier, v. 222, p. 119973, 2021.
- QIU, S.; SOLOMON, L. Free-piston stirling engine generators. *Energy conversion-current technologies and future trends*, IntechOpen, v. 7, p. 105–25, 2018.
- RANIERI, S.; PRADO, G.; MACDONALD, B. Efficiency reduction in stirling engines resulting from sinusoidal motion. *Energies*, v. 11, p. 2887, 10 2018.
- SAIDI, R.; BOUAGUEL, W.; ESSOUSSI, N. Hybrid feature selection method based on the genetic algorithm and pearson correlation coefficient. In: *Machine Learning Paradigms: Theory and Application*. [S.l.]: Springer, 2019. p. 3–24.
- SATRIA, D.; ROSYADI, I.; LUSIANI, R.; LISTIJORINI, E. Design of machine element in alpha type stirling machine innovation design based on plastic waste. In: IOP PUBLISHING. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. [S.l.], 2020. v. 909, n. 1, p. 012034.
- SCHREIBER, J.; GENG, S.; LORENZ, G. *RE-1000 free-piston Stirling engine sensitivity test results. Final report*. [S.l.], 1986.
- SHAHSAVARI, A.; AKBARI, M. Potential of solar energy in developing countries for reducing energy-related emissions. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, v. 90, p. 275–291, 2018. ISSN 1364-0321. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1364032118301527>>.
- SIEJA, M.; WACH, K. The use of evolutionary algorithms for optimization in the modern entrepreneurial economy: interdisciplinary perspective. *Entrepreneurial Business and Economics Review*, Cracow University of Economics, v. 7, n. 4, p. 117–130, 2019.

SILVA, M. A. L.; SOUZA, S. R. de; SOUZA, M. J. F.; FILHO, M. F. de F. Hybrid metaheuristics and multi-agent systems for solving optimization problems: A review of frameworks and a comparative analysis. *Applied Soft Computing*, Elsevier, v. 71, p. 433–459, 2018.

SOARES, V. S. R. *CONFIGURAÇÃO DE UM MOTOR STIRLING GAMA E ANÁLISE OPERACIONAL*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2018.

SOOD, M.; PANCHAL, V. K. Meta-heuristic techniques for path planning: recent trends and advancements. *International Journal of Intelligent Systems Technologies and Applications*, Inderscience Publishers (IEL), v. 19, n. 1, p. 36–77, 2020.

SOWALE, A.; KOLIOS, A. J. Numerical analysis of the adiabatic and quasi steady model of free piston stirling engine. In: EDP SCIENCES. *MATEC Web of Conferences*. [S.l.], 2018. v. 198, p. 04005.

SOWALE, A. O. *Modelling and Optimisation of a Free Piston Stirling Engine for Micro-CHP Applications*. [S.l.]: University of Northumbria at Newcastle (United Kingdom), 2015.

STRAUSS, J. M. *Direct piston displacement control of free-piston Stirling engines*. Tese (Doutorado) — Stellenbosch: Stellenbosch University, 2013.

SUBRAMANIAN, S.; SANKARALINGAM, C.; ELAVARASAN, R. M.; VIJAYARAGHAVAN, R. R.; RAJU, K.; MIHET-POPA, L. An evaluation on wind energy potential using multi-objective optimization based non-dominated sorting genetic algorithm iii. *Sustainability*, Multidisciplinary Digital Publishing Institute, v. 13, n. 1, p. 410, 2021.

TAKI, O.; RHAZI, K. S.; MEJDOUB, Y. A study of stirling engine efficiency combined with solar energy. *Advances in Science, Technology and Engineering Systems Journal* , v. 6, n. 2, p. 837–845, 2021.

TANAKA, M.; YAMASHITA, I.; CHISAKA, F. Flow and heat transfer characteristics of the stirling engine regenerator in an oscillating flow. *JSME international journal. Ser. 2, Fluids engineering, heat transfer, power, combustion, thermophysical properties*, The Japan Society of Mechanical Engineers, v. 33, n. 2, p. 283–289, 1990.

THOMAS, S.; BARTH, E. J. Multi-stage modeling of a stirling thermocompressor. In: AMERICAN SOCIETY OF MECHANICAL ENGINEERS. *Fluid Power Systems Technology*. [S.l.], 2017. v. 58332, p. V001T01A060.

UDEH, G. T.; MICHAÏLOS, S.; INGHAM, D.; HUGHES, K. J.; MA, L.; POURKASHANIAN, M. A new non-ideal second order thermal model with additional loss effects for simulating beta stirling engines. *Energy Conversion and Management*, Elsevier, v. 206, p. 112493, 2020.

URIELI, I. *The Stirling Engine Analysis (Web Publications)*. 2010. Last accessed 06 October 2022. Disponível em: <ohio.edu/mechanical/stirlin.html>.

URIELI, I.; BERCHOWITZ, D. M. *Stirling cycle engine analysis*. [S.l.: s.n.], 1984.

WANG, L.; ZHENG, P.; JI, Y.; CHEN, X. Multi-objective optimization of a stirling cooler using particle swarm optimization algorithm. *Science and Technology for the Built Environment*, Taylor & Francis, n. just-accepted, p. 1–18, 2021.

YE, W.; ZHANG, T.; WANG, X.; LIU, Y.; CHEN, P. Parametric study of gamma-type free piston stirling engine using nonlinear thermodynamic-dynamic coupled model. *Energy*, Elsevier, v. 211, p. 118458, 2020.

ZARE, S.; TAVAKOLPOUR-SALEH, A.; SANGDANI, M. Investigating limit cycle in a free piston stirling engine using describing function technique and genetic algorithm. *Energy Conversion and Management*, Elsevier, v. 210, p. 112706, 2020.

ZHU, S.; YU, G.; JONGMIN, O.; XU, T.; WU, Z.; DAI, W.; LUO, E. Modeling and experimental investigation of a free-piston stirling engine-based micro-combined heat and power system. *Applied energy*, Elsevier, v. 226, p. 522–533, 2018.