

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

Instituto de Ciências Exatas

**A Transformada de Hough aplicada à Difração de
Elétrons Retroespalhados**

Breno Barbosa Moreira

Belo Horizonte

Junho 2012

Breno Barbosa Moreira

A Transformada de Hough aplicada à Difração de Elétrons Retroespalhados

Monografia apresentada ao Programa de Pós-graduação em Matemática para Professores com Ênfase em Cálculo da Universidade Federal de Minas Gerais UFMG, como requisito parcial à obtenção do título de Especialista em Educação Matemática.

Orientadora: Karla Balzuweit

Belo Horizonte

Universidade Federal de Minas Gerais

Junho de 2012

Breno Barbosa Moreira

A Transformada de Hough aplicada à Difração de Elétrons Retroespalhados

Monografia apresentada à Banca
Examinadora, como exigência parcial à obtenção
do Título de especialista em Matemática com
ênfase em Cálculo pela Universidade Federal de
Minas Gerais

Data de apresentação: ___/___/___

Resultado: _____

Banca examinadora:

Prof. Dr. Carlos Henrique Costa Moreira _____

Profa. Dra. Karla Balzuweit _____

Prof. Dr. Paulo Antônio Fonseca Machado _____

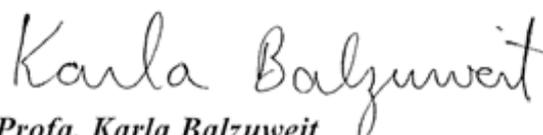
Belo Horizonte

Universidade Federal de Minas Gerais

Junho de 2012

ATA DA 138ª MONOGRAFIA DO CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM MATEMÁTICA PARA PROFESSORES, APRESENTADA PELA ALUNO BRENO BARBOSA MOREIRA

Aos dezessete dias do mês de agosto de 2012, às 14h00, na Sala 3060, reuniram-se os professores abaixo relacionados, formando a Comissão Examinadora homologada pela Comissão do Curso de Especialização em Matemática para Professores, para julgar a apresentação da monografia do aluno **Breno Barbosa Moreira**, intitulada: "*A transformada de Hough aplicada a difração de elétrons retroespalhados*", como requisito para obtenção do Grau de Especialista em Matemática, com ênfase em Cálculo. Abrindo a sessão, a Senhora Presidente da Comissão, Profa. Karla Balzuweit, após dar conhecimento aos presentes do teor das normas regulamentares, passou a palavra ao aluno para apresentação de seu trabalho. Seguiu-se a arguição pelos examinadores com a respectiva defesa do aluno. Após a defesa, os membros da Comissão Examinadora reuniram-se sem a presença do aluno e do público, para julgamento e expedição do resultado final. Foi atribuída a seguinte indicação: o aluno foi considerado **Aprovado**, por unanimidade, com nota 90 e conceito A. O resultado final foi comunicado publicamente ao aluno pelo Senhor Presidente da Comissão. Nada mais havendo a tratar, o Presidente encerrou a reunião e lavrou a presente ata, que será assinada por todos os membros participantes da Comissão Examinadora. Belo Horizonte, 17 de agosto de 2012.



Profa. Karla Balzuweit
Orientador



Prof. Paulo Antônio Fonseca Machado
Examinador



Prof. Carlos Henrique Costa Moreira
Examinador

SUMÁRIO

1 – INTRODUÇÃO	10
2 – CRISTALOGRAFIA	12
2.1 – SIMETRIA	14
2.2 – DISTÂNCIA ENTRE DOIS PONTOS	18
2.3 – ELEMENTOS DE SIMETRIA E OPERAÇÕES DE SIMETRIA	19
2.3.1 – SIMETRIA AXIAL OU SIMETRIA DE REFLEXÃO	19
2.3.2 – SIMETRIA DE ROTAÇÃO	20
2.3.3 – SIMETRIA DE REFLEXÃO DESLIZANTE	21
2.3.4 – SIMETRIA DE ROTO-INVERSÃO	22
2.3.5 – SIMETRIA TRANSLACIONAL OU SIMETRIA DE TRANSLAÇÃO	22
2.4 – DIREÇÕES CRISTALINAS E EIXOS CRISTALOGRÁFICOS	23
2.5 – ÍNDICES DE MILLER	24
2.6 – SISTEMAS E REDES CRISTALINAS	25
2.6.1 – SISTEMA CRISTALINO TRICLÍNICO	28
2.6.2 – SISTEMA CRISTALINO MONOCLÍNICO	29
2.6.3 – SISTEMA CRISTALINO ORTORRÔMBICO	29
2.6.4 – SISTEMA CRISTALINO TETRAGONAL	30
2.6.5 – SISTEMA CRISTALINO HEXAGONAL	31
2.6.6. – SISTEMA CRISTALINO CÚBICO	32
2.6.7 – SISTEMA CRISTALINO ROMBOÉDRICO	33
2.7 – MATERIAIS CRISTALINOS, POLICRISTALINOS E AMORFOS	34
3 – DIFRAÇÃO	36

4 – MICROSCÓPIO ELETRÔNICO DE VARREDURA	41
4.1 – GERAÇÃO DOS SINAIS	43
4.1.1 – CANHÃO	43
4.1.2 – COLUNA	44
4.1.3 – O FEIXE DE ELÉTRONS	45
4.1.4 – BRILHO	46
4.1.5 – COERÊNCIA	47
4.1.6 – INTERAÇÃO FEIXE-AMOSTRA	48
4.1.7 – SINAIS GERADOS	48
4.1.8 – IMAGEM DIGITAL	51
5 – DIFRAÇÃO DE ELÉTRONS RETROESPALHADOS (EBSD)	53
6 – TRANSFORMADA DE HOUGH	56
6.1 – DEMONSTRAÇÃO E UTILIZAÇÃO DA TRANSFORMADA DE HOUGH	59
7 – APLICAÇÃO DA TRANSFORMADA DE HOUGH NA TÉCNICA DE EBSD	64
8 – CONCLUSÃO	66
9 – BIBLIOGRAFIA	68

AGRADECIMENTOS

Esta monografia tem como finalidade complementar as atividades acadêmicas do curso de especialização, trata-se de um trabalho de caráter individual que sem a Fé em Deus, a orientação da Professora Karla, minha esposa e meu filho, aos pesquisadores e amigos Douglas R. Miquita e a Marília S. de Magalhães, seria complicado de ser realizado, assim, desejo esboçar o meu agradecimento àqueles que se esforçaram de alguma forma para contribuir com este trabalho:

A Deus, em quem tenho fé. Fé que me fortalece a cada desafio.

À minha esposa Lúcia, por todo carinho.

Ao meu filho Ian, que cedeu momentos em família para que eu pudesse estudar.

À Profa. Karla, orientadora, que, desde o primeiro dia de trabalho no Centro de Microscopia, preocupou-se com a minha capacitação e sempre me incentivou e continua incentivando para que eu não pare de aprender.

Aos amigos Marília e Douglas, que não mediram esforços e tiveram bastante paciência comigo.

Agradeço ao Centro de Microscopia da UFMG pelo uso de suas instalações e pela oportunidade de estudar a difração de elétrons retroespalhados e consequentemente, a transformada de Hough, tema desta monografia.

Muito obrigado a todos.

RESUMO

Esta monografia tem como objetivo tratar da utilização da Transformada de Hough aplicada à Difração de Elétrons Retroespalhados (EBSD). A técnica de EBSD utilizada no microscópio eletrônico de varredura está baseada na interação do feixe de elétrons com a amostra. Esta interação gera, entre outros fenômenos, uma difração dos elétrons característica do sistema cristalino e respectivos parâmetros de rede da fase analisada da amostra. Atualmente, a difração de elétrons (EBSD) é uma das mais importantes e poderosas técnicas de análise de grãos nas áreas minero-metalúrgica e em de ciências de materiais.

As imagens produzidas são analisadas por um software que utiliza a Transformada de Hough como ferramenta fundamental para tratar os dados. Devido à eficácia desta Transformada em detectar formas geométricas, é possível aplica-la no desenvolvimento de programas que permitem, a partir da indexação dos planos cristalográficos, a identificação de fases e contornos de grãos, análise textural, entre outros aspectos.

Este texto procura tratar de forma resumida os conhecimentos matemáticos e físicos que permitem compreender a utilização da Transformada de Hough em difração de elétrons retroespalhados.

Palavras-chave: EBSD; elétrons retroespalhados; difração; Transformada de Hough.

ABSTRACT

This monograph aims to address the use of the Hough Transform applied to Electron Backscattered Diffraction (EBSD). The EBSD technique used in the scanning electron microscope is based on the interaction of the electron beam with the sample. Among other phenomena, this interaction causes a diffraction of electrons due to the crystalline characteristic of the analyzed phase. Electron diffraction (EBSD) is nowadays one of the most important and powerful techniques to analyze grains in the mineral, metallurgical and material science areas.

The images produced are analyzed by a software that uses the Hough Transform as a fundamental tool to index data. Due to the effectiveness of this transform to detect geometric shapes, after indexing crystallographic planes, it allows phase and grain boundary identification, texture analysis, and other features.

This monograph seeks to address briefly the physical and mathematical knowledge to understand how helpful it is to use the Hough Transform for EBSD.

Keywords: EBSD; backscattered electrons; diffraction; Hough Transform.

1 - INTRODUÇÃO

Desde o momento em que a humanidade deixou a vida nômade para cultivar seus alimentos, criar animais e passou a acompanhar o ciclo das estações, começou a desenvolver a ciência de forma empírica. Esta racionalização da própria natureza permitiu que pequenas aldeias se tornassem vilas, e, posteriormente, cidades. Este desenvolvimento social nem sempre esteve associado ao desenvolvimento científico; em certos momentos, alguns credos religiosos restringiram e puniram aqueles que buscavam o desenvolvimento intelectual; mesmo assim, as religiões não privaram a humanidade de diversos avanços. O anseio pelo conhecimento não parou, novos desafios ainda estão por vir. O que prevalece é o desejo de compreender nossa existência diante deste vasto universo e dentro de nosso próprio planeta. O interesse em conhecer o pequeno mundo ao nosso redor instigou a criação de ferramentas que possibilitassem a abertura de uma nova fronteira. Esta fronteira aberta permitiu que com novos olhos o espaço passasse a ser explorado. Possibilitou que, através de lupas e microscópios, minúsculos seres vivos fossem observados.

A necessidade de desenvolver materiais e caracterizá-los mais detalhadamente possibilitou o surgimento de novas ferramentas, tais como os microscópios eletrônicos de transmissão e de varredura. Atualmente, estes equipamentos podem gerar aumentos com resolução na ordem de subunidade de Ångström (Å). Desta forma, criando nanopartículas, construindo microprocessadores, desvendando a estrutura de vírus e bactérias, dentre outras coisas, a microscopia eletrônica é uma técnica de auxílio imprescindível à pesquisa do mundo moderno. Mas, principalmente, permitiu visitar todo um universo de possibilidades e descobertas. Perguntas foram respondidas, muitas outras surgiram e ainda surgirão. Alguns exemplos podem ser destacados: a partir da identificação de minerais e microestruturas, composição química e análise textural de uma rocha, além do emprego de outros estudos, tenta-se entender sua gênese; a análise das microestruturas de uma chapa metálica, aliada a ensaios de desempenho do material, pode mostrar como tais microestruturas influenciam a qualidade do metal avaliado e assim por diante. Desafios como estes motivaram o desenvolvimento de conhecimentos científicos fantásticos. A estrutura da matéria já provocava reflexões desde o tempo da Grécia antiga.

Alguns filósofos da Grécia Antiga aceitavam a existência de estruturas tão pequenas, a ponto de serem indivisíveis, as quais foram denominadas átomos (a palavra *átomo*, em grego, significa indivisível). Experiências na primeira metade do século XX mostraram que o átomo é divisível, porém a palavra continuou sendo usada para designar estas pequenas estruturas. A microscopia eletrônica é uma das técnicas através da qual é possível estudar materiais em sua escala atômica, ou seja, como os átomos estão organizados na matéria. Na literatura, existem várias definições para caracterização de materiais, as quais dependem do enfoque adotado. Sob a ótica da Engenharia e das Ciências de Materiais, pode-se conceituar *“A caracterização descreve os aspectos de composição e estrutura (incluindo defeitos) dos materiais, dentro de um contexto de relevância para um processo, produto ou propriedade em particular”*¹.

Novos desafios foram lançados e as Ciências aplicadas, como a Geologia, passaram a realizar estudos que possibilitaram analisar minerais. Estas análises identificam os elementos químicos presentes, as fases, imagens de morfologia, contraste químico, textura. A cristalografia é a ciência que estuda como os átomos dos materiais são organizados no espaço e é possível definir uma unidade mínima, chamada célula unitária que se repete no espaço. Quando o arranjo cristalino se estende por uma distância muito maior que o tamanho da célula unitária é conceituado como aquele arranjo que define um grão. Em um grão todas as células unitárias possuem a mesma orientação, (quando ocorre da presença de um grão vizinho, é porque neste grão vizinho as células unitárias possuem uma orientação diferente). Esta mudança na orientação é medida em graus e pequenas variações podem ser detectadas. *“Em 1924, um metalurgista alemão Wever, utilizou pela primeira vez a projeção estereográfica para representar a textura. Figura de pólos foi o nome dado a esta forma de representar a textura em um material. Já nos anos 50 do século passado com a utilização da difração de raio-X e de contadores eletrônicos foi possível realizar o levantamento experimental das figuras de pólos iniciando-se assim, estudos com a intenção de fazer uma quantificação a distribuição de orientações dos grãos em materiais policristalinos”*². Ainda nos anos 20 do século passado, Thomson e Davison³ compartilharam o prêmio Nobel de 1937 pela observação da difração de elétrons em cristais e a determinação do comprimento de onda associado ao elétron. E é esta técnica, a difração de elétrons, que vai permitir a obtenção de dados para serem analisados com o auxílio da Transformada de Hough. .

Essencialmente diversas áreas na Geologia e na Engenharia trabalham com amostras

compostas de grãos de composição e orientação variada. O conhecimento da forma do grão, sua composição química e sua orientação cristalina ajudam a revelar, por exemplo, a gênese da rocha de onde a amostra foi extraída, ou auxilia no processo industrial de manufatura de diversos tipos de aço para que este tenha o melhor desempenho possível na sua função fim. A análise de textura e fases ocorre quando uma amostra inclinada a 70° recebe a energia de um feixe de elétrons dentro de um microscópio eletrônico de varredura (MEV). Um detector capta os elétrons que interagiram com a amostra através de um processo de difração. Esta técnica é conhecida como Difração de elétrons retroespalhados: Electron BackScattered Diffraction (EBSD). Utilizando-se esta técnica é possível determinar a orientação dos grãos que compõem o mineral. Os elétrons difratados geram um sinal que é trabalhado por uma eletrônica e chegam a um software que realiza comparações com o banco de dados para identificar principalmente fases e orientações. Este software de aquisição de dados processa estas imagens utilizando a Transformada de Hough. Assim, gerando uma nova imagem que permite posteriormente trabalhar os dados mais detalhadamente para cada estudo particular.

Este texto traz uma rápida revisão sobre cristalografia: simetrias, isometrias, cristais, eixos cristalográficos e estruturas cristalinas, difração, o microscópio eletrônico de varredura e a Transformada de Hough. Através destas breves linhas procura-se mostrar como a Transformada de Hough é implementada em um software possibilitando realização de tarefas que até a alguns poucos anos atrás era uma árdua e complexa tarefa.

2 - CRISTALOGRAFIA

Através das observações de minerais, a cristalografia nasceu e está intimamente ligada aos mesmos, pois, através de sua observação, o estudo empírico foi desenvolvido; entretanto, foi através da matemática, especificamente com o estudo das simetrias, que ganhou corpo formal e teórico. Vários séculos de desenvolvimento levaram a teoria dos grupos cristalográficos, junto com os métodos de difração e espalhamento de raios-X, a criar uma ciência multidisciplinar por excelência. A cristalografia é uma ciência experimental que tem como objeto de estudo a disposição dos átomos em sólidos. Um cristal é um sólido no qual os seus constituintes (átomos e/ou moléculas) formam uma estrutura com geometria específica,

organizados em um padrão tridimensional bem definido, que se repete no espaço.

A partir da segunda metade do século XVII, estudos mais detalhados sobre a ocorrência das faces de diversos cristais e as relações angulares entre as foram desenvolvidos. O dinamarquês Nicolaus Steno, em 1669⁴, publicou o resultado de suas observações em centenas de cristais de quartzo. Ele percebeu a ocorrência de um comportamento padrão em certas estruturas: ângulos entre algumas faces se repetiam, mesmo que estas faces variassem no tamanho. Em 1772⁴, Jean-Baptiste Romé de l'Isle, um século após Steno ter publicado suas observações, publicou um estudo mais detalhado sobre a relação entre os ângulos das faces dos cristais. Estes comportamentos obedecem a padrões descritos de forma matemática através da Teoria de Grupo de Espaço.

Em matemática e geometria, um grupo de espaço descreve um conjunto de simetrias, que em cristalografia ocorrem em três dimensões, dividindo o espaço em domínios discretos repetitivos. Materiais com uma organização repetitiva dos átomos ou moléculas possuem estrutura cristalina ou policristalina. Se esta organização está completamente ausente, o material é amorfo. Para que se possa compreender isto, é preciso entender o conceito de célula unitária, bases, redes de Bravais, grupo de ponto e de espaço.

O arranjo cristalino de uma mesma substância pode ocorrer não necessariamente de modo semelhante, por exemplo, o carbono pode se organizar na forma de diamante ou grafita. Grafita possui uma estrutura hexagonal já o diamante tem uma estrutura cúbica de face centrada, onde cada átomo está ligado a outros quatro átomos. Neste exemplo, a forma, as orientações cristalográficas e o número de faces são diferentes.

Apesar de existir tal variedade de organização molecular, existem relações estreitas estabelecidas por leis fundamentais que mostram todas as possibilidades de estruturas cristalinas:

- lei da constância dos ângulos;
- lei da racionalidade ou lei dos parâmetros;
- lei das zonas;
- lei da simetria.

Assim, os cristais da mesma espécie apresentam sempre a mesma simetria, independentemente de suas formas externas. Os sistemas cristalinos são definidos a partir de três eixos a , b e c e suas relações angulares (α , β e γ), detalhados no item 2.6.

2.1 - SIMETRIA

Atualmente, a ideia de localizar posições utilizando-se números é muito comum. A partir de um Sistema de Posicionamento Global (*Global Positioning System, GPS*), a altitude e as coordenadas de um ponto são determinadas (longitude e latitude). Porém, tal ideia nasceu muitos séculos atrás: ao se procurar um livro em uma estante, uma cadeira em um teatro ou até mesmo uma cidade em um mapa, emprega-se o conceito de linhas horizontais e verticais, obtendo-se uma posição única do objeto. Em cada sistema de posicionamento, há uma escala ou métrica para se determinar a localização, p. ex., em um teatro, a posição B-8 pode significar fileira (linha) B e cadeira (coluna) número 8. Em relação à localização geográfica, são empregadas medidas feitas em graus, longitude e latitude. Muitas vezes, estes sistemas se misturam, pois, dependendo do objetivo, é necessária uma resposta em sistema de medida diferente que, em geral, precisa ser padronizado, ou seja, necessita de uma origem e de unidades.

No século XVII, o filósofo e matemático francês René Descartes (1596-1650)⁵ percebeu que a matemática poderia sistematizar a determinação de posições a partir de retas. Um breve relato sobre a vida de René Descartes parece ser uma justa homenagem a pessoa que tanto contribuiu para a humanidade. Citamos abaixo alguns dados bibliográficos de Descartes.

“René Descartes, filósofo e matemático, nasceu em La Haye, conhecida, desde 1802, por "La Haye-Descartes", na Touraine, cerca de 300 quilômetros a sudoeste de Paris, em 31 de março de 1596, e veio a falecer em Estocolmo, Suécia, a 11 de fevereiro de 1650. Pertenceu a uma família de posses, dedicada ao comércio, ao direito e à medicina. O pai, Joachim Descartes, advogado e juiz, possuía terras e o título de escudeiro, primeiro grau de nobreza, e era Conselheiro no Parlamento de Rennes, na vizinha província da Bretanha, que constitui o extremo noroeste da França.

Escreveu muitos trabalhos relacionados com a matemática e a filosofia e sua crescente fama chamou a atenção da jovem princesa Cristina, da Suécia, na época com 20 anos, que lhe pediu para ministrar-lhe aulas de filosofia. Foi em Estocolmo que veio a falecer.

Abaixo estão listadas alguns dos pensamentos de Descartes:

Penso, logo existo...

Daria tudo que sei pela metade do que ignoro.

Eleva a tal ponto a tua alma, que as ofensas não a possam alcançar.

O alimento da juventude é a ilusão.

Viver sem filosofar é, propriamente, ter os olhos fechados, sem tratar de abri-los jamais.

Deve-se evitar toda "precipitação" e todo o "preconceito" ao se analisar um assunto e só ter por verdadeiro o que for claro e distinto.

As maiores almas são tanto capazes dos maiores vícios como das maiores virtudes.

A razão ou o juízo é a única coisa que nos faz homens e nos distingue dos animais.

Descartes foi um dualista. Isto significa dizer que ele acreditou que a mente e o corpo são duas espécies de coisas bastante distintas, dois tipos do que ele chamava de "substância".

Para Descartes, a mente humana (ou consciência) e a realidade externa são dois reinos separados e autônomos, nenhum sendo dependente do outro. Embora ele não tenha negado que a mente seja capaz de compreender objetos externos a ela, aquilo de que estamos imediatamente conscientes, para Descartes, não são os objetos externos, mas apenas representações mentais, ou idéias, produzidas pela nossa própria mente. A mente, portanto, tem contato com o mundo externo apenas através de idéias, que são representações mentais dos objetos externos...⁶.

Em um destes seus trabalhos matemáticos Descartes utilizou retas numeradas e perpendiculares entre si, gerando o que chamamos hoje de plano ou espaço cartesiano. Na reta horizontal, a partir de um ponto central, chamado de origem, os números positivos ficam à direita e os números negativos, à esquerda. Já na reta vertical, a partir também deste ponto central ou origem, os pontos acima da reta horizontal são os números positivos; abaixo da reta horizontal, ficam os números negativos. Usualmente, a reta que está na posição horizontal é chamada de eixo x ou eixo das abscissas. Aquela que está na posição vertical é denominada eixo y ou eixo das ordenadas.

Na figura 1, observa-se a representação do plano cartesiano, onde são apresentadas duas retas numeradas; cada marcação corresponde a um número inteiro equidistante de seu antecessor e de seu predecessor, cada número compreende uma posição a qual é definida como um par ordenado (x,y) e determina um único ponto.

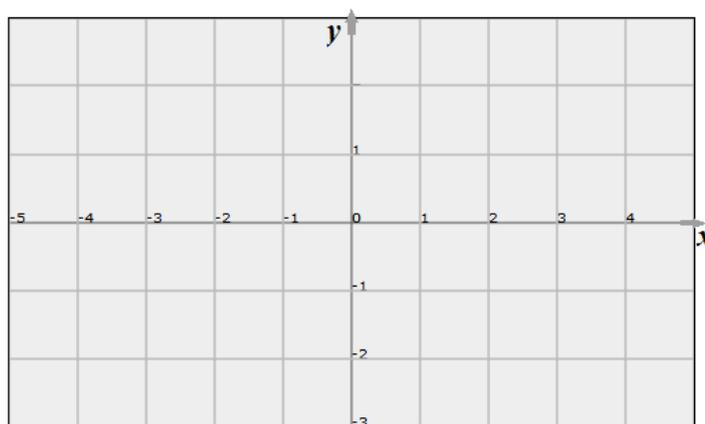


Figura 1 – Plano cartesiano

A simetria é uma ferramenta matemática e ao mesmo tempo uma maneira de se definir beleza, proporcionando uma maneira privilegiada de perceber alguns encantos da natureza, na qual podem ser observados padrões de simetria em construções feitas por insetos, nas formas de animais e plantas e nos seres humanos. O cérebro humano percebe o padrão de simetria e normalmente associa a beleza a esta simetria encontrada, sua compreensão possibilita apreciar a complexidade de estruturas invisíveis aos olhos, como moléculas e átomos. A figura 2 apresenta alguns exemplos de simetria na natureza.

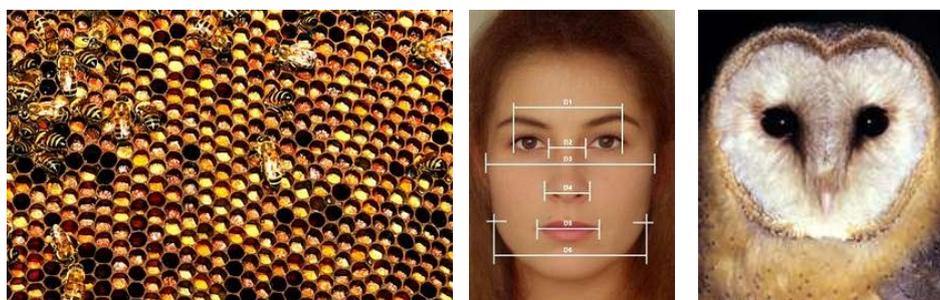


Figura 2 – Exemplos de simetria na natureza⁷

Mas o que é simetria? O dicionário Houaiss⁸ descreve: “Do grego *summetría*, ‘justa proporção’. Conformidade, em medida, forma e posição relativa, entre as partes dispostas em cada lado de uma linha divisória, um plano médio, um centro ou eixo”.

O dicionário Aurélio⁹ descreve como sendo: “Do grego *summetría*, ‘justa proporção’. Correspondência, em grandeza, forma e posição relativa, de partes situadas em lados opostos de uma linha ou plano médio, ou, ainda, que se acham distribuídas em volta de um centro ou eixo”.

Expressar esta explicação matematicamente é um pouco mais difícil, embora seja fácil reconhecer e compreender simetrias intuitivamente. No entanto, utilizando-se o plano cartesiano, a ideia básica fica mais clara. Desenhando-se uma figura no plano, pode-se se dizer que ela possui simetria caso seja dividida em partes e tal modo que, a partir desta divisão, as partes coincidam perfeitamente quando sobrepostas. Na física, considera-se que um sistema possui simetria se após uma mudança, tal sistema permanece inalterado.

“O sistema de coordenadas que definimos é chamado sistema de coordenadas retangulares ou sistema de coordenadas cartesianas em homenagem ao matemático e filósofo francês René Descartes que primeiro definiu um sistema de coordenadas no plano, estabelecendo as bases de um novo ramo da Matemática chamado, hoje, Geometria Analítica. Parte do mérito da descoberta da Geometria Analítica deve ser creditada também, outro francês, Pierre Fermat (1601, 1665) que estabeleceu os mesmos princípios, mais ou menos na mesma época que Descartes.

*O plano, munido deste sistema de coordenadas, é usualmente chamado plano coordenado ou plano cartesiano e é denotado pelo símbolo R^2 .*¹⁰

O plano cartesiano com o eixo das abscissas (x) e o eixo das ordenadas (y), normalmente está dispostos na posição indicada na figura 3 e é dividido em quatro regiões, denominadas quadrantes, aqui indicados pelos símbolos i , ii, iii, iv, respectivamente.

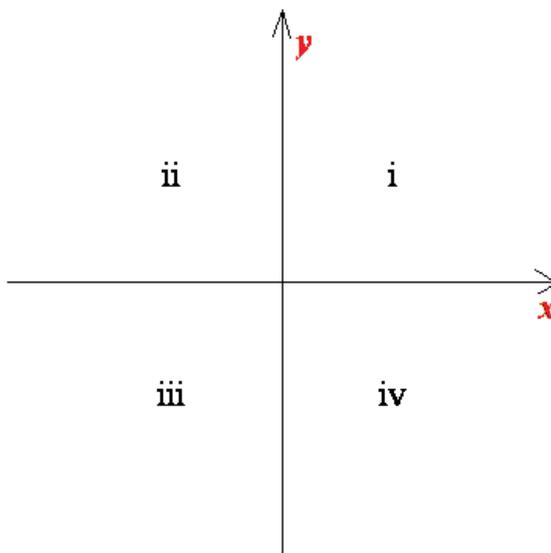


Figura 3 - Divisão do plano cartesiano em quadrantes

O primeiro quadrante é o conjunto de todos os pontos (x , y) do plano para os quais

$$x > 0 \text{ e } y > 0;$$

O segundo quadrante é o conjunto de todos os pontos (x , y) do plano para os quais

$$x < 0 \text{ e } y > 0;$$

O terceiro quadrante é o conjunto de todos os pontos (x, y) do plano para os quais

$$x < 0 \text{ e } y < 0;$$

O quarto quadrante é o conjunto de todos os pontos (x, y) do plano para os quais

$$x > 0 \text{ e } y < 0.$$

Até o momento foi tratada a representação do ponto, entretanto, não somente onde se encontra o ponto é importante, dentro de simetria é preciso definir as distâncias, as quais devem ser preservadas nas operações de translação, rotação, reflexão axial e reflexão deslizante.

2.2 - DISTÂNCIA ENTRE DOIS PONTOS

No plano, a distância entre dois pontos $P_1=(x_1, y_1)$ e $P_2=(x_2, y_2)$ representada por P_1P_2 é definida pela equação: $P_1P_2 = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$

Esta equação é facilmente explicada através da Geometria Plana, observando-se que o comprimento do segmento P_1P_2 é a medida da hipotenusa de um triângulo retângulo cujos catetos medem $(x_1 - x_2)$ e $(y_1 - y_2)$ como se vê na figura 4.

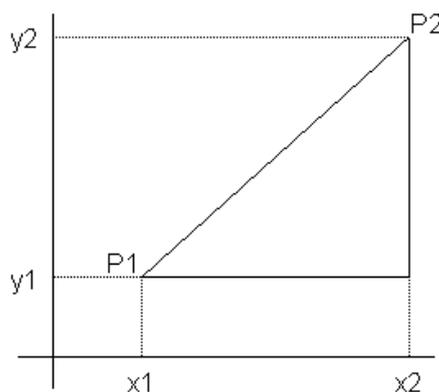


Figura 4 – Distância entre dois pontos em um plano cartesiano

2.3 – ELEMENTOS DE SIMETRIA E OPERAÇÕES DE SIMETRIA

A compreensão de operações de simetria, como translação, rotação, reflexão axial e reflexão deslizante, requer a definição de elementos de simetria e vice-versa. Desta forma, na falta de um significado independente, ambas devem ser consideradas juntas. Isometria é uma transformação que mantém as distâncias entre pontos. Ou seja, os segmentos da figura transformada são geometricamente iguais aos da figura original, podendo variar a direção e o sentido; enquanto os ângulos internos são mantidos. Existem isometrias simples e isometrias compostas. As isometrias simples são aquelas nas quais apenas uma transformação ocorre, por ex., apenas rotação. Já uma transformação composta é quando são aplicadas múltiplas transformações, tais como: rotação seguida de uma reflexão. É importante salientar que todas estas operações de simetria são válidas no espaço \mathbf{R}^2 e \mathbf{R}^3 .

2.3.1 - SIMETRIA AXIAL OU SIMETRIA DE REFLEXÃO

Simetrias de reflexão são aquelas que representam as imagens refletidas em relação a um plano (**plano de simetria**), como se este plano de reflexão fosse um espelho, a partir do qual, cada ponto fica a uma mesma distância (figura 5).

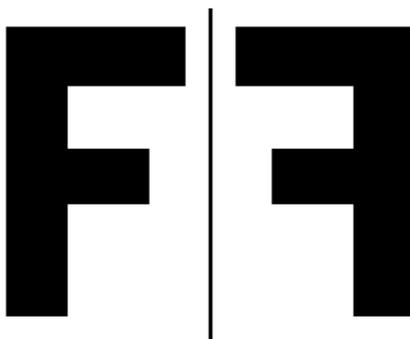


Figura 5 – Plano de reflexão ou espelho¹¹.

Assim, cada ponto fica à mesma distância do plano de reflexão como pode-se perceber na figura acima. No plano cartesiano fica mais fácil de perceber esta operação de simetria.

Utilizando o plano cartesiano para realizar a reflexão pode-se ver o resultado desta transformação. A figura 6 é formada inicialmente no primeiro quadrante (cor azul). A reflexão

em relação ao eixo y leva a imagem para o quadrante ii (cor vermelha). Da mesma forma, uma reflexão do triângulo azul em relação ao eixo x leva a imagem ao quadrante iv (cor verde). Pode-se perceber que a figura manteve todas as suas dimensões (comprimento dos lados e abertura dos ângulos, as figuras são congruentes).

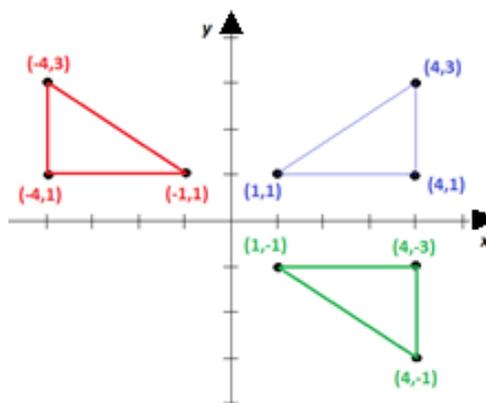


Figura 6 – Exemplo de reflexão em relação ao eixo y e ao eixo x ¹².

2.3.2 - SIMETRIA DE ROTAÇÃO

O movimento de rotação ocorre quando um objeto é girado a partir de um determinado ângulo em relação a um eixo imaginário. Alguns exemplos de simetria a partir do movimento de rotação:

- se uma estrela for girada em 72° , mantendo-se o ponto central sem mudança de coordenadas, a imagem não se modificará (figura 7);
- ainda no caso da estrela (figura 7), se um giro de 180° for efetuado em relação ao eixo y , ocorrerá também a simetria de rotação;

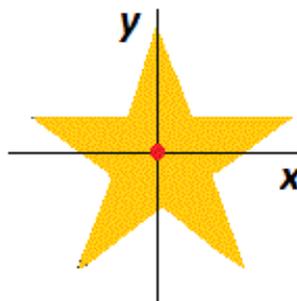


Figura 7 – Eixo de rotação¹².

- de outra forma, pode-se efetuar a rotação de um objeto a partir de 90° da origem (figura 8).

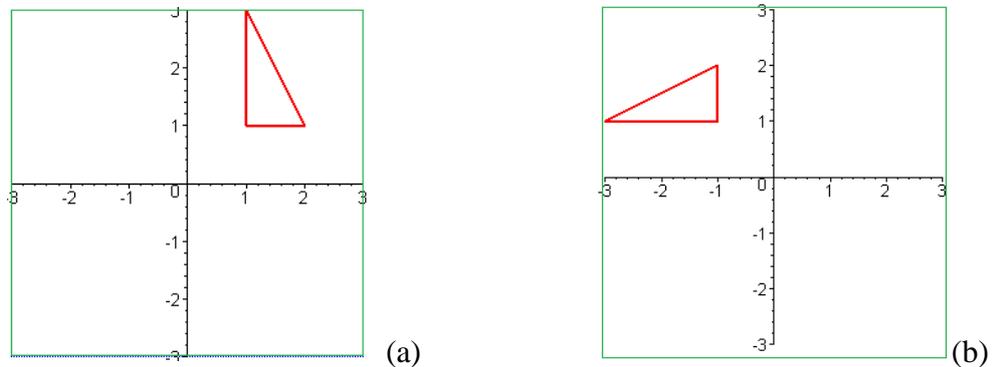


Figura 8 – Rotação de 90° (sentido horário) em relação à origem¹².

Rotacionando-se a figura 8a de 90° em relação à origem é obtido a figura 8b.

2.3.3 – SIMETRIA DE REFLEXÃO DESLIZANTE

É uma operação obtida através da combinação de reflexão com translação. Primeiro ocorre à reflexão em relação a um plano, em seguida, uma translação paralela a este plano. Na figura 9a, observa-se o objeto na posição original; após as operações de reflexão e translação, obtém-se a imagem da figura 9b.

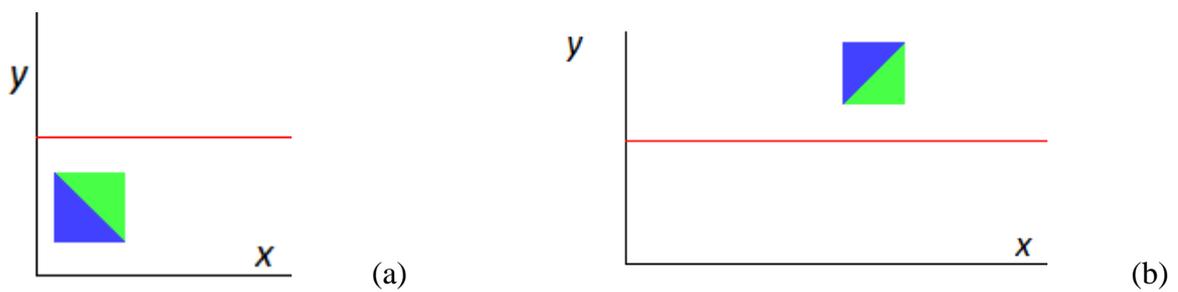


Figura 9 – Exemplo de simetria de reflexão deslizante¹¹.

2.3.4 - SIMETRIA DE ROTOINVERSÃO

É uma operação obtida através da combinação de rotação com a reflexão. Primeiro ocorre a rotação em torno de um ponto fixo i em relação ao plano xy , em seguida uma inversão paralela ao eixo z (figura 10). Importante: Embora a operação de rotação associada à reflexão também seja uma operação de simetria, o termo “rotoinversão” refere-se à combinação de rotação em torno de um eixo com inversão em relação a um ponto sobre o eixo (centro de simetria).

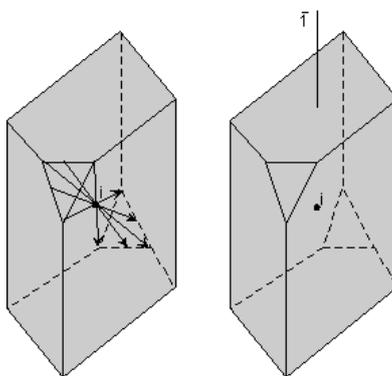


Figura 10 – Exemplo de rotoinversão¹³.

2.3.5 - SIMETRIA TRANSLACIONAL OU SIMETRIA DE TRANSLAÇÃO

As simetrias de translação são aquelas onde a ideia de movimento ocorre, pois cada ponto é deslocado igualmente para uma nova posição. Na figura 11, o triângulo é deslocado do quadrante i para o quadrante ii . Para isso, o número 7 foi somado aos valores das abscissas, enquanto as posições na vertical permaneceram inalteradas. Da mesma forma, pode-se fazer esta operação em relação à posição vertical, mantendo-se os valores das abscissas.

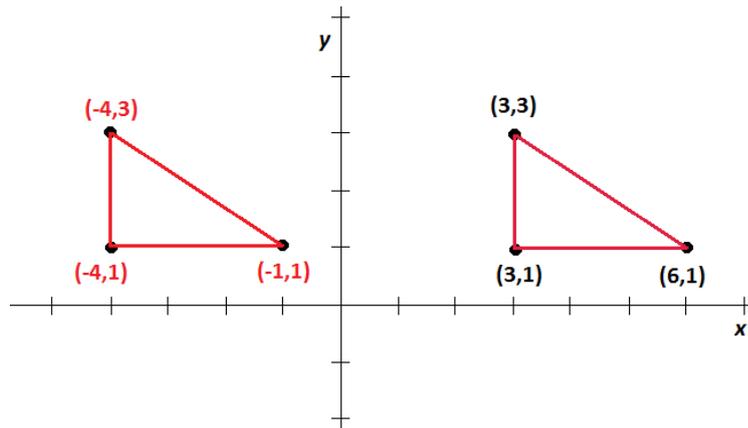


Figura 11 – Exemplo de translação¹².

2.4 – DIREÇÕES CRISTALINAS E EIXOS CRISTALOGRÁFICOS

A escolha dos eixos coordenados sempre que possível, é feita com sistema de referência cartesiano (o sistema convencional de coordenadas x , y , z). Pode ser visto na figura 12 que, x , y , e z definem os eixos de um sistema de coordenadas cartesiano em 3D. A escolha de uma origem é completamente arbitrária, uma vez que cada ponto do reticulado cristalino é idêntico. A designação de pontos, direções e planos específicos fixados no espaço absoluto será alterada caso a origem seja mudada, entretanto, todas as designações serão autoconsistentes se partirem da origem como uma referência.

As direções a , b e c podem ser definidas como os vetores da célula unitária de um cristal (figura 12). Qualquer linha (ou direção) do sistema de coordenadas pode ser especificada através de dois pontos:

- um deles é a origem do sistema de coordenadas, $(0,0,0)$ por convenção;
- o outro é um ponto do cristal, (u, w, v) , que pode ser obtido deslocando-se o primeiro ponto de uma distância ma , nb ou oc na direção especificada a partir de $(0,0,0)$, $\{m,n,o\} \subset \mathbb{Z}$.

Definem-se os planos cristalográficos com o auxílio de parênteses e as direções perpendiculares aos planos com o auxílio de colchetes. Alguns exemplos:

- a direção $[100]$ é perpendicular ao plano (100) em um sistema cúbico;

Exemplo: Dada uma origem qualquer, haverá sempre uma direção [100] definida univocamente, e [110] sempre fará exatamente o mesmo ângulo com a direção [100].

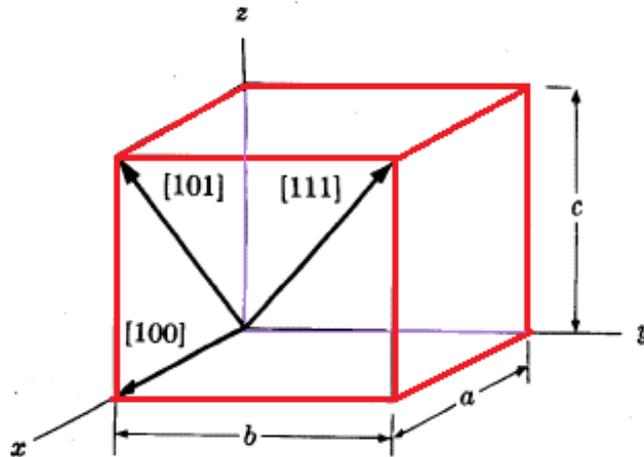


Figura 12 – Sistema de eixos cartesianos mostrando os eixos cristalográficos a, b e c e as direções [100], [101] e [111]¹⁴.

2.5 – ÍNDICES DE MILLER

Os índices de Miller compreendem uma forma de representação de planos — (hkl) ou, para um conjunto de planos, $\{hkl\}$ — e direções cristalográficas — $[uvw]$ ou para um conjunto de direções, $\langle uvw \rangle$. Cada face de um sólido cristalino é representada pelos menores números inteiros formados pelo valor recíproco da intersecção que cada plano (face) faz com os eixos cristalográficos (p. ex., plano (111), figura 13). As direções são representadas por um vetor a partir de uma origem “O” e terminam em uma coordenada conhecida a partir desta origem (p. ex., direção [111], figura 13), seus valores também são definidos como os menores números inteiros recíprocos.

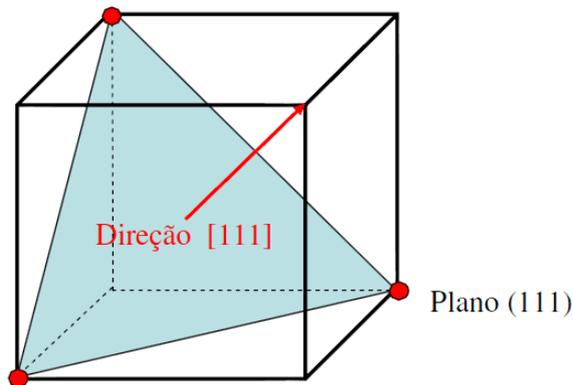


Figura 13 – Direções dos eixos cristalinos mostrando o plano (111) e a direção [111]¹⁵.

2.6 – SISTEMAS E REDES CRISTALINAS

Uma estrutura cristalina é o conjunto de uma rede de pontos regularmente espaçados com uma distribuição apropriada dos átomos chamada de base. Os materiais cristalinos são aqueles que possuem uma distribuição característica e regular de seus átomos em que o menor arranjo possível constitui uma célula unitária, a qual obedece às operações de simetria. Neste sentido, no espaço tridimensional, são possíveis sete estruturas (tabela 1) a partir dos quais quatorze arranjos são definidos, 14 redes de Bravais. A partir das operações de simetria, são possíveis 32 classes (grupos de ponto) que, por sua vez, suportam 230 grupos espaciais²³.

O pesquisador Auguste Bravais (*Annonay, 23 de Agosto de 1811 — Le Chesnay, 30 de março de 1863*) foi um físico francês e foi ele quem preconizou os diagramas básicos das estruturas que atualmente são chamadas de redes de Bravais. Citamos abaixo alguns dados bibliográficos de Auguste Bravais.

“Auguste Bravais estudou no Collège Stanislas, em Paris, ingressando na École Polytechnique de Paris em 1829. Ao terminar seus estudos ingressou na armada, recebendo carta patente de oficial. Embarcou depois no Finistère, em 1832, e depois no Loiret, tendo participado em trabalhos de hidrografia nas costas da Argélia. Participou também na expedição do Recherche, enviado a Spitzberg e à Lapônia em socorro do Lilloise.

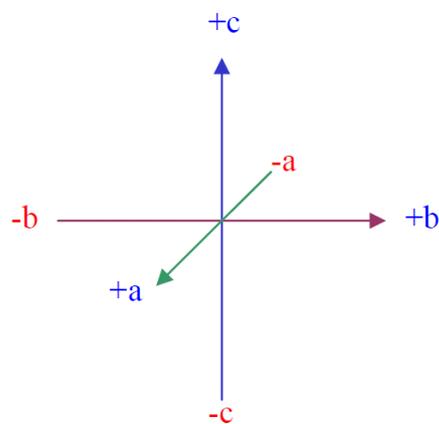
A partir de 1840 passa a ministrar um curso de matemática aplicada à astronomia na Faculté des sciences de Lyon. Lecionou física na École Polytechnique, entre 1845 e 1856, data em que foi substituído por Henri Hureau de Sénarmont.

Bravais publicou uma memória sobre cristalografia em 1847, que o celebrou.

Foi membro fundador da Société Météorologique, e sucedeu ao almirante Albin Reine Roussin como sócio da Académie des Sciences em 1854. Também se interessou por magnetismo, pela origem das auroras polares, por meteorologia, geobotânica, astronomia e hidrografia.”¹⁴

Os sistemas cristalinos cúbico (ou isométrico), tetragonal, hexagonal, trigonal, ortorrômbico, monoclínico e triclínico são gerados a partir do empilhamento de quatro tipos de redes planas: oblíqua, retangular, quadrada e hexagonal. Dentre tais sistemas, aqueles denominados triclínico, monoclínico, hexagonal e trigonal não possuem uma métrica cartesiana.

A célula unitária pode ser descrita pelos parâmetros de rede a , b e c e seus respectivos ângulos α , β e λ como mostrado na (figura 14).



Eixos cristalográficos de um cristal hipotético

Figura 14 (a) Eixos cristalográficos em uma métrica cartesiana – os eixos a , b e c coincidem com as direções cartesianas x , y e z .¹⁶

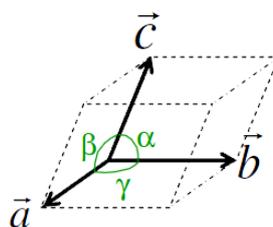


Figura 14(b)- Parâmetros de rede de um cristal hipotético¹³.

Cada estrutura cristalina possui direções e planos atômicos próprios. Estas características influenciam diretamente as propriedades de um material o comportamento do material, determinando sua rigidez, opacidade, cor, comportamentos elétricos, magnéticos entre outros.

Para que se consiga encontrar as localizações das partículas (átomos, íons ou

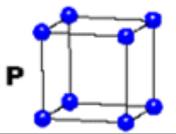
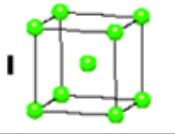
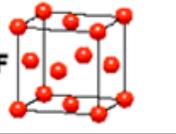
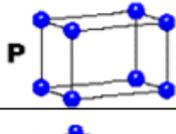
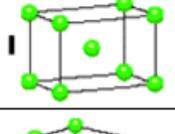
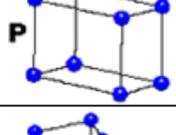
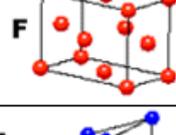
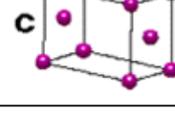
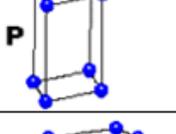
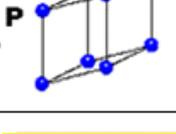
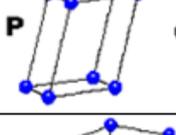
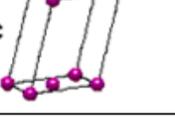
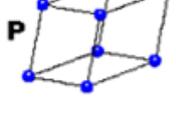
moléculas) nas células unitárias, estabelecem-se 14 estruturas cristalinas básicas, denominadas redes de Bravais. Cada rede compõe um arranjo infinito de pontos discretos, com disposição e orientações idênticas seja qual for o ponto especial de onde a rede é observada. Praticamente todos os materiais cristalinos até agora identificados pertencem a um dos 14 arranjos tridimensionais correspondentes às estruturas cristalinas básicas de Bravais (exceções conhecidas: quasicristais, descobertos na década de 80 do século XX por Shechtman¹⁸).

O conjunto das 14 redes de Bravais convoluído com os 32 grupos de ponto constitui 230 grupos de espaço.

Tabela 1 – Classificação dos sistemas cristalinos¹⁹.

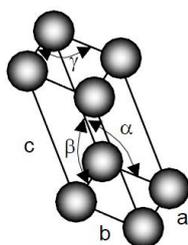
Sistema Cristalino	Simetria característica	Simetria	Parâmetros da cela unitária	Número de parâmetros independentes
Triclínico	1× 1-vez	-1	$a \neq b \neq c; \alpha \neq \beta \neq \gamma$	6
Monoclínico	1× 2-vezes	$2/m$	$a \neq b \neq c; \alpha = \gamma = 90^\circ; \beta > 90^\circ$	4
Ortorrômbico	3× 2-vezes	mmm	$a \neq b \neq c; \alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$	3
Tetragonal	1× 4-vezes	$4/mmm$	$a = b \neq c; \alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$	2
Trigonal	1× 3-vezes	$6/mmm$ (P) $3m$ (R)	$a = b = c, \alpha = \beta = 90^\circ, \gamma = 120^\circ$	2
Hexagonal	1× 6-vezes	$6/mmm$	$a = b \neq c, \alpha = \beta = 90^\circ, \gamma = 120^\circ$	2
Cúbico	4× 3-vezes	$m3m$	$a = b = c, \alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$	1

Tabela 2 – As 14 Redes de Bravais¹⁹.

CÚBICO $a=b=c$ $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$	P 	I 	F 	
TETRAGONAL $a=b \neq c$ $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$	P 	I 		
ORTORÓMBICO $a \neq b \neq c$ $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$	P 	I 	F 	C 
HEXAGONAL $a=b \neq c$ $\alpha = \beta = 90^\circ$ $\gamma = 120^\circ$	P 	TRIGONAL $a=b=c$ $\alpha = \beta = \gamma \neq 90^\circ$	P 	
MONOCLÍNICO $a \neq b \neq c$ $\alpha = \gamma = 90^\circ$ $\beta \neq 120^\circ$	P 	C 	<div style="border: 1px solid black; background-color: yellow; padding: 5px;"> Tipos de células P = primitiva I = corpo centrado F = face centrada C = uma face centrada </div>	
TRICLÍNICO $a \neq b \neq c$ $\alpha \neq \beta \neq \gamma \neq 90^\circ$	P 			

2.6.1 - SISTEMA CRISTALINO TRICLÍNICO

No sistema triclinico, as dimensões dos eixos cristalográficos (por convenção, $c < a < b$) e os ângulos formados entre tais direções são diferentes (figura 21). Como exemplos de minerais formados neste sistema, destacam-se as seguintes fases silicáticas²⁰: cianita (Al_2SiO_5) e diversos feldspatos — plagioclásios ($\text{NaAlSi}_3\text{O}_8$ - $\text{CaAl}_2\text{Si}_2\text{O}_8$) e microclina (KAlSi_3O_8).



TRICLÍNICO

Figura 21 – Rede triclinica,²¹.

2.6.2 – SISTEMA CRISTALINO MONOCLÍNICO

A célula unitária monoclinica caracteriza-se pelas dimensões diferentes de seus três eixos cristalográficos, cujos ângulos $\gamma (a \wedge b)$ e $\alpha (c \wedge b)$ correspondem a 90° ; enquanto $\beta (a \wedge c)$ é maior do que 90° . A célula unitária desse sistema tem um eixo de simetria binário (direção perpendicular ao plano de reflexão), que por convenção é considerado o eixo cristalográfico **b**. Neste plano de simetria, estão contidos os eixos cristalográficos **a** e **c**, perpendiculares ao eixo **b**, o qual coincide com um das direções X, Y ou Z. Diversos exemplos de minerais formados neste sistema cristalino compreendem silicatos¹⁸ piroxênios (augita, diopsídio, *etc.*); anfibólios (tremolita-actinolita, hornblenda, *etc.*); micas (muscovita, biotita, *etc.*); feldspato alcalino: ortoclásio (KAlSi_3O_8); grupo do epidoto (epidoto, allanita, *etc.*) e titanita (CaTiSiO_5). Dentre os minerais de outras classes, podem ser citados²⁰: arsenopirita (FeAsS); gipso ($\text{CaSO}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$), gibbsita ($\text{Al}(\text{OH})_3$) e calaverita (Au,AgTe_2)²¹.

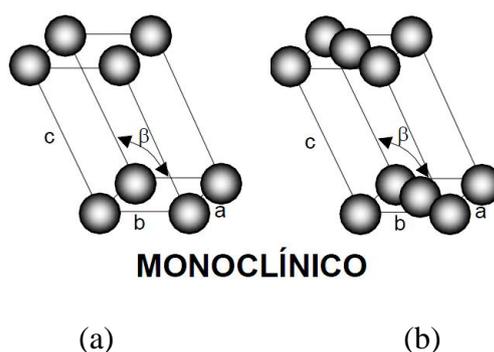


Figura 20 - Redes monoclinicas: (a) simples, (b) centrada²¹.

2.6.3 - SISTEMA CRISTALINO ORTORRÔMBICO

A célula unitária ortorrômbica caracteriza-se por três eixos cristalográficos, perpendiculares entre si, cujas dimensões são diferentes (por convenção: em geral, $c < a < b$). A figura 18 mostra a organização dos retículos ortorrômbicos e, na figura 19, apresentam-se algumas de suas formas. Vários silicatos são formados neste sistema cristalino²⁰: antofilita (mineral do grupo dos anfibólios); enstatita (mineral do grupo dos piroxênios); olivinas — Mg_2SiO_4 (forsterita) e Fe_2SiO_4 (faialita); andaluzita — Al_2SiO_5 ; sillimanita — Al_2SiO_5 e

topázio — $\text{Al}_2[\text{SiO}_4](\text{OH},\text{F})_2$. Minerais de outras classes também podem apresentar este arranjo cristalino²⁰: enxofre (S); barita (BaSO_4) e goethita ($\alpha\text{-FeOOH}$).

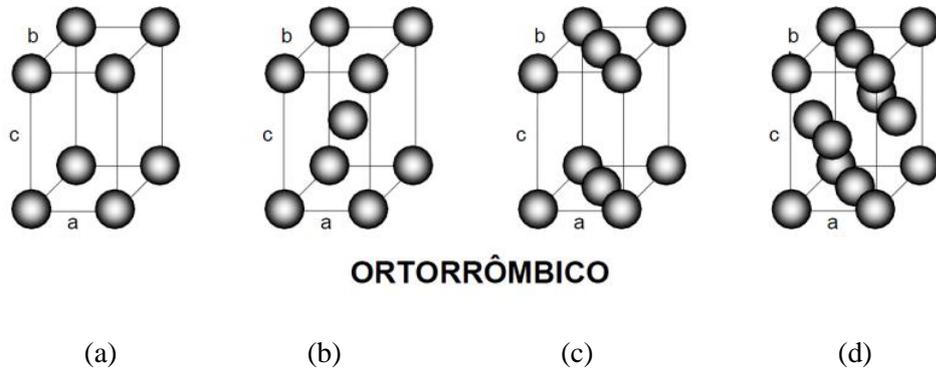


Figura 18 - Redes ortorrômbricas: (a) simples; (b), de corpo centrado, (c) de face centrada e (d) de faces centradas²¹.



Figura 19 – Exemplos de formas do sistema ortorrômbrico²⁴.

2.6.4. - SISTEMA CRISTALINO TETRAGONAL

A célula unitária deste sistema cristalino é caracterizada por possuir seus eixos ortogonais entre si, porém, apenas os eixos horizontais apresentam o mesmo comprimento; enquanto o eixo vertical c possui tamanho diferente (figura 16). A figura 17 mostra algumas formas comuns do sistema tetragonal. Alguns exemplos²² de minerais formados neste sistema são: calcopirita (CuFeS_2), cassiterita (SnO_2), pirolusita (MnO_2), rutilo (TiO_2), scheelita (CaWO_4) e zircão (ZrSiO_4).

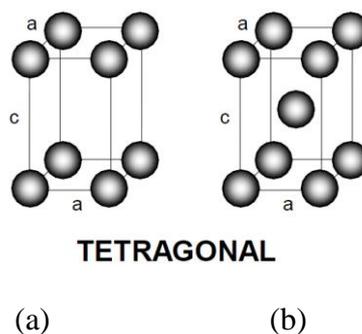


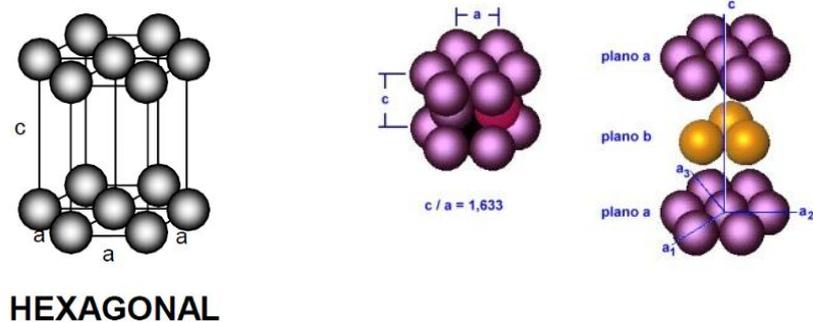
Figura 16 - Redes tetragonais: (a) simples, (b) de corpo centrado²¹.



Figura 17 – Redes tetragonais em um sólido²⁴.

2.6.5. - SISTEMA CRISTALINO HEXAGONAL

A estrutura hexagonal é representada por quatro eixos cristalográficos no plano horizontal, encontram-se a_1 , a_2 e a_3 , os quais possuem as mesmas dimensões e formam ângulos de 120° (entre suas extremidades positivas); o eixo vertical, ortogonal aos eixos basais, é denominado c . Na estrutura simples, existem seis átomos nos vértices e um no centro de cada face horizontal (figura 22a). Enquanto a rede hexagonal compacta apresenta um plano de três átomos entre dois hexágonos (figura 22b). Os minerais quartzo- β (SiO_2) e berilo ($\text{Be}_3\text{Al}_2\text{Si}_6\text{O}_{18}$) destacam-se como silicatos formados neste sistema cristalino²⁰. Dentre os sulfetos²², ressalta-se molibdenita (MoS_2). Além dessas fases, podem ser citadas²²: grafita C e apatita — $\text{Ca}_5(\text{PO}_4)_3(\text{OH},\text{F},\text{Cl})$. A estrutura hexagonal também pode ser observada nos metais berílio, magnésio, cobalto, cádmio, titânio, *etc.*



(a)

(b)

Figura 22 – (a) Rede hexagonal simples²¹ e (b) rede hexagonal compacta²⁵.

Neste caso, o parâmetro de rede a é diferente do parâmetro c . Os ângulos basais são novamente iguais a 120° e os verticais de 90° . A estrutura Hexagonal pode ser observada no berílio, berquélio, lítio, magnésio, cádmio, cobalto, titânio, etc.

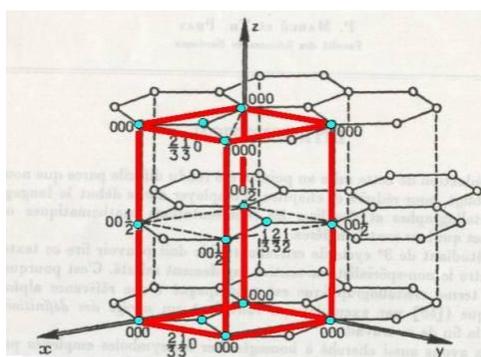
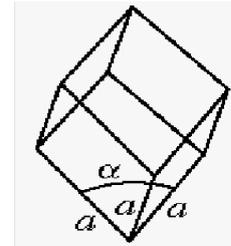
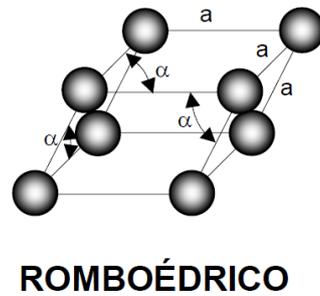


Figura 23 – Célula unitária da rede hexagonal da grafita²⁶.

2.6.6. - SISTEMA CRISTALINO CÚBICO

A célula unitária cúbica caracteriza-se por três eixos cristalográficos de mesmo tamanho e perpendiculares entre si (figura 15). Uma vez que os três eixos possuem o mesmo tamanho, os cristais do sistema isométrico são equidimensionais nas três direções cristalográficas, ou seja, não são alongados ou achatados. Isto pode ser observado, inclusive, quando fases naturais ou sintéticas estão bem formadas, cuja aparência externa (hábito) ocorre principalmente como octaedros, dodecaedros e, até mesmo, cubos. Os eixos a , b e c desse

os óxidos²⁰ destacam-se: coríndon (Al_2O_3) e hematita (Fe_2O_3). Turmalina $((\text{Na},\text{Ca})(\text{Li},\text{Mg},\text{Al})_3(\text{Al},\text{Fe},\text{Mn})_6(\text{BO}_3)_3(\text{Si}_6\text{O}_{18})(\text{OH})_4)$ e Quartzo- α (SiO_2) são exemplos de silicatos com tal estrutura²⁰.



(a)

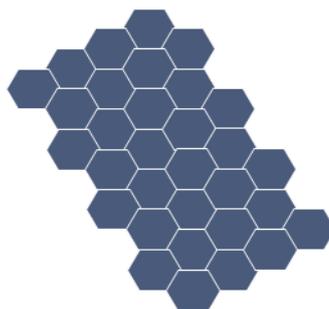
(b)

Figura 24 – (a) Rede romboédrica($a=b=c$)²¹, (b) $\alpha = \beta = \gamma \neq 90^\circ$ ²⁷.

2.7 – MATERIAIS CRISTALINOS, POLICRISTALINOS E AMORFOS.

O estudo das direções e dos planos cristalinos tem grande importância quando se analisa a influência da estrutura cristalina nas propriedades físicas, mecânicas e elétricas de um determinado componente. De acordo com o seu comportamento, um material pode ser isotrópico ou anisotrópico. Existem materiais que são monocristais, ou policristalinos e os amorfos.

Os monocristais são materiais formados por um arranjo repetitivo e perfeitos ao longo de uma direção, praticamente não havendo falhas, formando faces perfeitas. Ex.: diamante e todas as gemas preciosas e semipreciosas.



(a)

Figura 25 – (a) Exemplo de estrutura monocristalina¹⁵.

Já os materiais policristalinos são formados pelo crescimento de domínios monocristalinos ou grãos em várias direções, como por exemplo, o ferro, a cerâmica, o concreto etc..

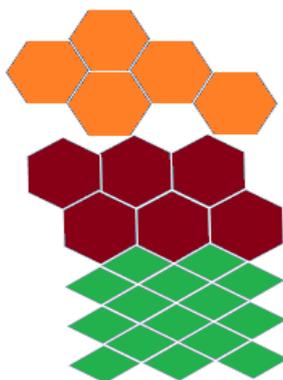


Figura 25B – Exemplo de estrutura policristalina¹⁵.

Apesar do termo “*cristal*” ter um significado preciso na área da ciência dos materiais e da física do estado sólido, na linguagem popular o termo é normalmente utilizado para expressar sobre a transparência de um vidro, o brilho de metais. Porém, muitos materiais vítreos são compostos por materiais cujos átomos não apresentam qualquer ordenação específica. Estes são conhecidos como materiais amorfos. Estes materiais são em geral denominados sólidos amorfos, sendo um exemplo geológico conhecido a obsidiana. A obsidiana é formada através da rápida solidificação da lava ao entrar em contato com a água, normalmente a obsidiana possui uma concentração grande de dióxido de silício.

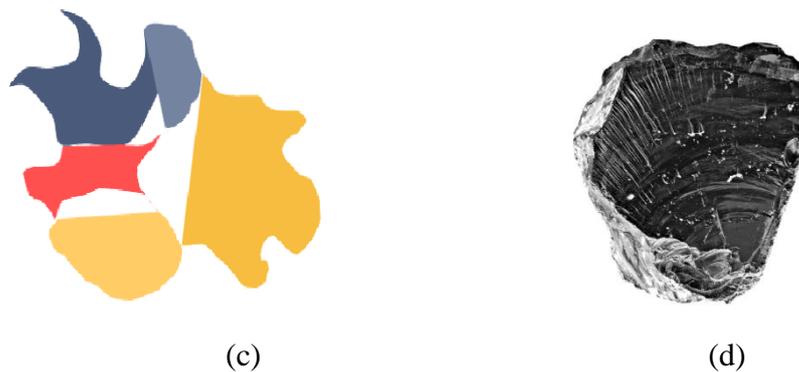


Figura 25 – (C) Exemplo de estrutura amorfa¹⁵, (d) exemplo de uma pedra de obsidiana²⁸.

3 – DIFRAÇÃO

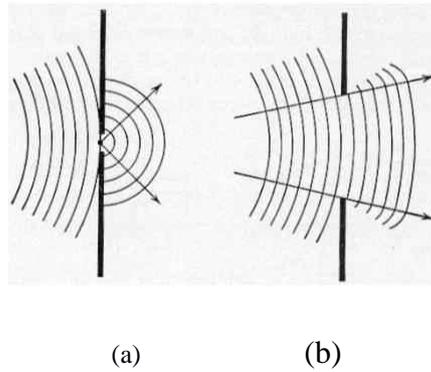
Segundo Halliday²⁹ a difração é definida como: “... o desvio ou dispersão de ondas que encontram um objeto (uma barreira ou uma abertura) no seu caminho. ... Para que a difração ocorra, o tamanho do objeto deve ser da ordem do comprimento das ondas incidentes”.

Devido à dualidade onda-partícula no comportamento do elétron, de acordo com a hipótese de De Broglie³⁰: “*Não somente as ondas apresentam características de partículas, mas as partículas também apresentam comportamento ondulatório*”, dessa forma, pode-se compreender como ocorre a difração do elétron da mesma forma do que ocorre com a luz. Um sólido cristalino pode ser descrito como um conjunto de fendas (grades de difração) com distâncias interplanares da ordem de angstroms (10^{-10}m), assim, uma onda com comprimento desta ordem de grandeza, como o feixe de elétrons, difratará ao passar por esse sólido.

Como a difração é um fenômeno tipicamente ondulatório e está intimamente associada à interferência, fica mais simples percebê-la observando-se a superfície da água. As ondas na água, ao passarem pelo orifício de um anteparo, abrem-se ou difratam-se, formando um feixe divergente (figura 26).

Thomas Young²⁹ realizou uma experiência demonstrando que a luz possuía natureza ondulatória. Incidindo a luz por uma abertura estreita foi possível constatar, em um anteparo instalado do outro lado da fenda, que não surgia simplesmente uma linha nítida, mas sim um

conjunto de faixas luminosas de diferentes intensidades. Isso mostrou que a luz sofria difração, tal como ocorria com as ondas sonoras ou as ondas de um lago. Tal comportamento é possível devido ao seu caráter ondulatório.



(b) Figura 26 - Difração por uma fenda³¹.

Na figura 26, uma frente de onda ligeiramente encurvada é representada por uma sucessão de linhas escuras. A distância entre estas linhas representa um comprimento de λ . Esta frente de ondas sofre uma difração ao atravessar uma fenda cujas dimensões são da ordem de grandeza l . Na figura 26(a), a fenda tem largura praticamente igual ao comprimento de onda e a curvatura da onda resultante é significativa. Na figura 26(b), entretanto, a largura da fenda é bem maior, provocando uma difração ou curvatura na onda resultante bem menor.

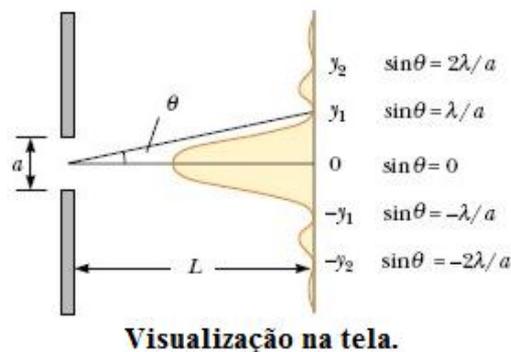


Figura 26(c) – Interferência em fenda simples³².

A figura 26(c) retrata um experimento no qual uma frente de onda incide sobre um orifício de largura a . Através deste experimento é possível determinar uma expressão que calcula os pontos de máximos e mínimos ou interferências construtiva e destrutiva da onda difratada.

$$a \sin \theta = \lambda \quad (1)$$

a = abertura da fenda, θ = ângulo entre o ponto central do anteparo, o ponto central da fenda “a”, e o ponto onde a frente difratada toca o anteparo.

Para que a difração de elétrons ocorra, vale destacar aquilo que De Broglie propôs, ou seja, o caráter dual do elétron:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} \quad (2)$$

Sabe-se que:

$$p = mv \quad (3)$$

λ = comprimento de onda, h = constante de Planck, p = momento, m = massa, v = velocidade, eV = elétron Volts.

No caso de elétrons em um microscópio eletrônico, onde os elétrons sofre a ação da diferença de potencial V igual a uma energia cinética eV e massa de repouso m_0 , tal que:

$$eV = \frac{m_0 v^2}{2} \quad (4)$$

Podemos determinar o momento do elétron³³:

$$p = m_0 v = (2m_0 eV)^{1/2} \quad (5)$$

$$\lambda = \frac{h}{(2m_0 eV)^{1/2}} \quad (6)$$

Se a energia do feixe de elétrons é maior que 100keV, torna-se necessária a correção relativística para a velocidade do elétron³¹.

$$\lambda = \frac{h}{\left[(2m_0 eV) \left(1 + \frac{eV}{2m_0 c^2} \right) \right]^{1/2}} \quad (7)$$

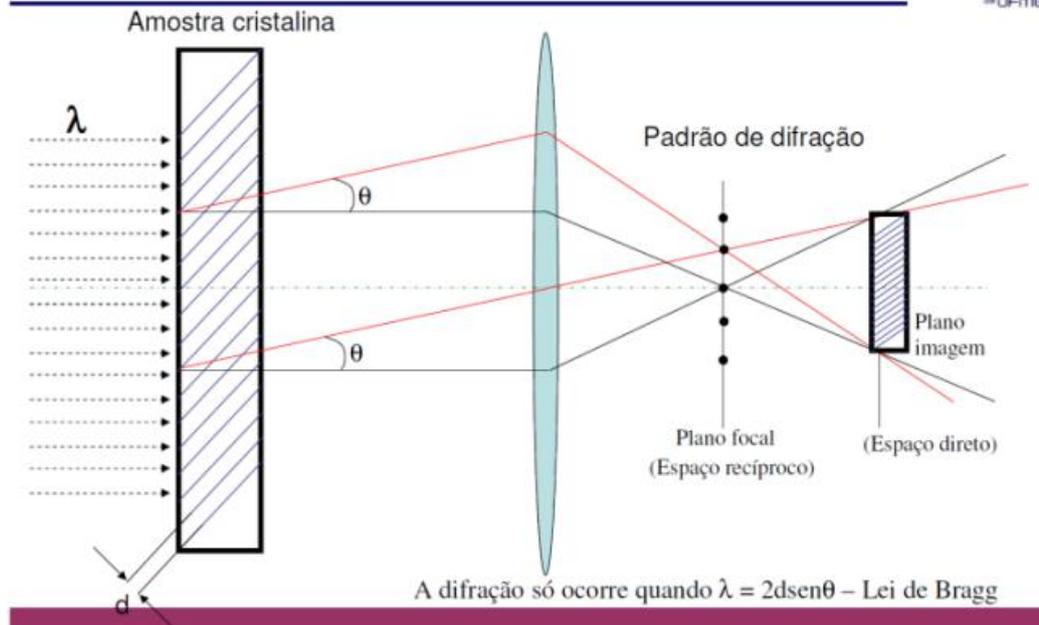


Figura 27 – Desenho esquemático da difração através de uma amostra cristalina¹⁵.

Na difração do feixe de elétrons pela amostra só ocorrerá interferência construtiva se a condição $2dsen\theta = \lambda$, também chamada de Lei de Bragg, onde λ é o comprimento de onda, d a distância interatômica e θ o ângulo em relação à direção de propagação da onda plana for satisfeita. Em qualquer outra situação ocorrerá interferência destrutiva.

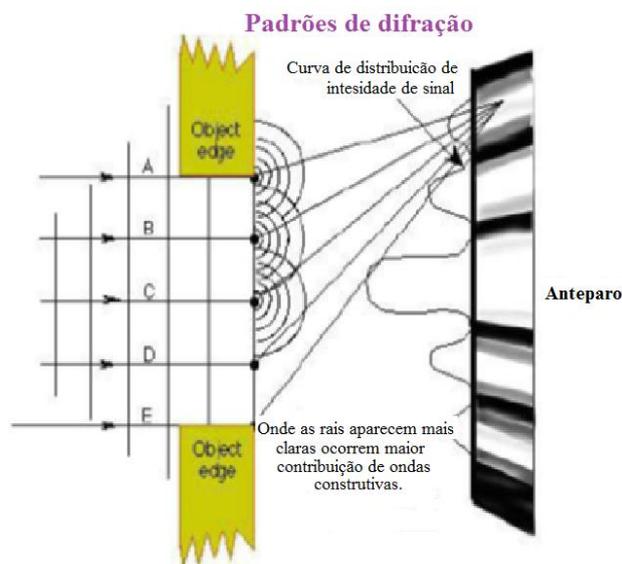


Figura 28 - Distribuição da intensidade de sinal após a difração³⁴.

Na figura 28, AB, BC, CD, DE possuem o mesmo tamanho de “d”. A distribuição da intensidade demonstra que no ponto central o número de contribuições de interferências construtivas é maior e à medida que se afasta do ponto central as contribuições diminuem de intensidade. A difração de elétrons irá ocorrer quando a energia do feixe de elétrons que incide sobre a amostra cristalina tiver uma energia da ordem de kV. Para verificar isto se pode se pensar o seguinte:

Considerando o feixe incidente como um conjunto de elétrons com energia de 20kV. Substituindo os valores e energia do feixe (eV), massa de repouso do elétron (m_0), e constante de Planck (h), chegamos a um comprimento de onda de $\lambda = 0,0867$ angstrom que é duas ordens de grandeza menor que as distâncias interatômicas médias dos mais variados materiais.

Os elétrons ao atingirem a amostra interagem com esta, de forma que alguns elétrons perdem parte de sua energia para os elétrons da amostra e outros são espalhados com uma perda mínima de energia, conseqüentemente, são espalhados com energia menor do que a inicial. Mesmo com esta perda mínima de energia considera-se um espalhamento elástico.

Atualmente, a difração de elétrons, tanto quando é obtida através de um microscópio eletrônico de transmissão como a partir de um microscópio eletrônico de varredura, é uma técnica bastante eficiente, desde que a amostra seja adequadamente preparada. Assim, a interação dos elétrons com a amostra cristalina irá produzir padrões de difração, cujas relações interplanares poderão ser determinadas sempre que esse fenômeno atender à lei de Bragg. Existem diversos tipos de padrões de difração que podem ser obtidos em um microscópio eletrônico, dependendo do processo de interação feixe-amostra, grau de colimação do feixe (paralelo ou convergente), tipo de amostra e tipo de detector utilizado. Na técnica de difração de elétrons retroespalhados (*EBSD*), o feixe converge sobre a amostra policristalina, varrendo-a e gerando, assim, padrões de difração chamados de padrões de Kikuchi (alguns autores traduzem *Kikuchi patterns* como imagens de Kikuchi), os quais são formados por diversos pares de linhas paralelas, denominadas bandas de Kikuchi.

Quando o feixe de elétrons incide perpendicularmente sobre a amostra, a intensidade do sinal de elétrons retroespalhados é muito baixa. Dessa forma, para intensificar a intensidade desses sinais, inclina-se a amostra em 70° . Assim, vale destacar como estes sinais são gerados e seu significado. Para isto, será descrito, no capítulo a seguir, o funcionamento do microscópio eletrônico de varredura.

4 – MICROSCÓPIO ELETRÔNICO DE VARREDURA

A palavra microscópio deriva de dois radicais gregos, os quais significam "pequeno" e "observar". Embora não se saiba exatamente quem o inventou, parece que o primeiro microscópio, sistema óptico, foi desenvolvido por Zacarias Janssen³⁵, óptico holandês; é certo, porém, que ele deu um microscópio de presente ao arquiduque da Áustria em 1595³⁵. Depois deste, muitos outros modelos de microscópios, sistemas ópticos e eletrônicos, foram desenvolvidos e aperfeiçoados para as mais variadas aplicações, que vão desde estudos biológicos até, mais recentemente, nanoeletrônica. No entanto, a história da microscopia eletrônica é muito mais recente.

Em 1931, o físico alemão Ernst Ruska apresentou o microscópio eletrônico de transmissão, instrumento que atualmente é capaz de ampliar imagens em dezesseis milhões de vezes, com resolução em torno de 50 μ m. A energia de operação destes microscópios vai desde algumas dezenas de kilovolts (kV) até algumas unidades de milhões de volts.

O primeiro protótipo de um microscópio eletrônico de varredura (MEV) foi desenvolvido por Knoll³⁶ em 1935. Em escala comercial, os MEVs foram desenvolvidos na década de '40 do século passado, nos laboratórios da RCA⁴⁵ (Radio Corporation of America). A resolução obtida na época estava em torno de 1 μ m, o que era muito ruim, já que, com o microscópio óptico, era possível obter aumentos com uma resolução de 0,5 μ m. Desde então, muita coisa mudou, atualmente conseguem-se aumentos de 1.000.000X com uma resolução de 1,0nm em muitos MEVs de alta resolução. Em alguns microscópios avançados, é possível alcançar aumentos maiores e resoluções da ordem de 1Å.

Em um microscópio eletrônico de varredura (figura 29), um feixe de elétrons é gerado no canhão colimado dentro da coluna, através de um sistema de lentes condensadoras, e focalizado na amostra por meio de uma lente objetiva e sistema de bobinas de varredura. O feixe colimado e demagnificado pela lente objetiva é varrido sobre a amostra, interagindo assim com a mesma. O feixe que varre a amostra, assim como nos antigos aparelhos de televisão e monitores, tem diâmetros da ordem de poucos nanômetros nos MEVs de alta resolução.

Quando o feixe de elétrons interage com a amostra, diversos sinais são gerados. Porém, é necessário ter instalado o detector adequado para que estes sinais sejam registrados.

O microscópio *FEG* (*Field Emission Gun* ou Canhão por Efeito de Campo) Quanta 200 FEG instalado no Centro de Microscopia da UFMG é um equipamento moderno que possui uma resolução máxima de 1,6nm em alto vácuo, com detectores capazes de captar diversos sinais de elétrons. Destacam-se:

- elétrons secundários em alto vácuo, baixo vácuo e vácuo ambiental;
- elétrons retroespalhados em alto e baixo vácuo;
- elétrons transmitidos em alto vácuo.

Além desses sinais, ainda são detectados:

- raios-X característicos através de espectrômetro por dispersão de energia (*EDS*), que possibilita analisar a composição química de fases de forma qualitativa, semiquantitativa e quantitativa, além da elaboração de mapeamento químico;
- O fenômeno de difração de elétrons retroespalhados é registrado a partir de uma tela fosforescente, cujas imagens são processadas através de uma câmera CCD de grande sensibilidade dotada de um cintilador que transforma elétrons em fótons.

DIAGRAMA DO MICROSCÓPIO DE VARREDURA

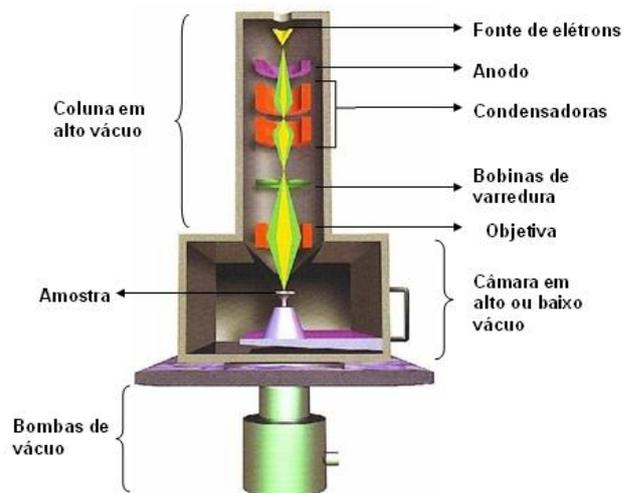


Figura 29 – Desenho esquemático de um microscópio eletrônico de varredura.³⁷

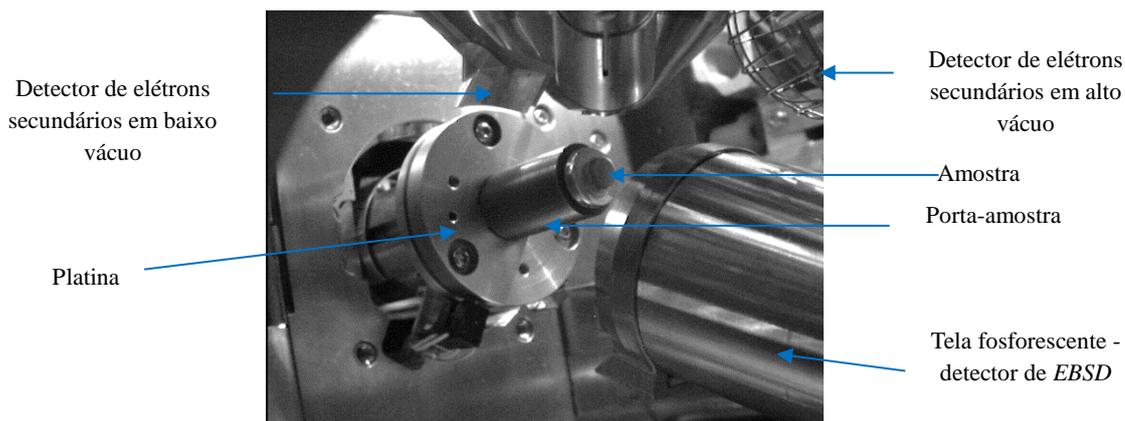


Figura 30 – Imagem no interior da câmara do microscópio eletrônico de varredura modelo Quanta 200FEG da FEI do Centro de Microscopia da UFMG.

A figura 30 é uma imagem que retrata o interior da câmara do microscópio Quanta FEG. Nesta imagem é possível ver os detectores de elétrons secundários (grade à direita), detector de elétrons secundários em baixo vácuo, à esquerda da lente objetiva e o cintilador para o EBSD à esquerda. A amostra na parte final da coluna de elétrons e da lente objetiva e a base de sustentação da amostra que é conhecida como platina.

4.1 - GERAÇÃO DOS SINAIS

O microscópio eletrônico de varredura tem como fonte de “luz” um filamento. No caso do Quanta 200FEG, os elétrons que chegam a amostras são extraídos de um filamento feito de um monocristal de Tungstênio. O motivo de se utilizar este tipo de equipamento vem da necessidade de se ter: confiabilidade na estabilidade da emissão, alto brilho, energia controlável, coerência, fonte de alimentação com dimensões reduzidas.

4.1.1 – CANHÃO

Local onde fica o filamento e onde é gerado o feixe de elétrons. O canhão é montado de forma a extrair elétrons do filamento. O sistema de extração pode ser termiônico ou de emissão por efeito de campo (Field Emission Gun –FEG). Para elétrons serem extraídos do filamento é necessário a ação de um campo elétrico intenso, da ordem de 10^7V/cm . A figura

31 mostra a ponta de um filamento FEG (o monocristal de tungstênio) e o respectivo desenho esquemático do canhão.

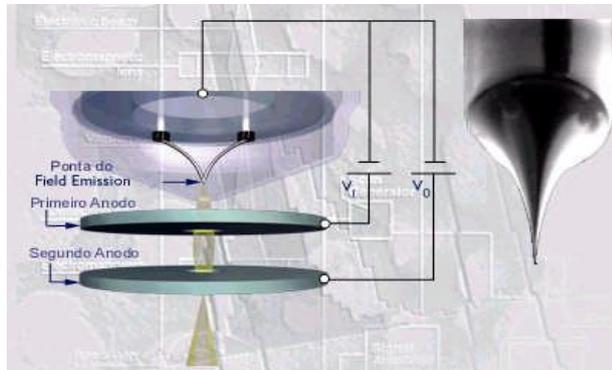


Figura 31 – Desenho esquemático do canhão de emissão de elétrons por efeito de campo (FEG) mostrando os anodos e a ponta do monocristal de tungstênio à direita³⁸.

4.1.2 – COLUNA

Região do microscópio responsável por colimar o feixe de elétrons extraído do filamento. As lentes condensadoras instaladas ao longo da coluna são responsáveis por deixar o feixe de elétrons colimado. Apesar do termo lentes, elas não fisicamente lentes. Pois, pelo canhão não há fótons e sim elétrons.

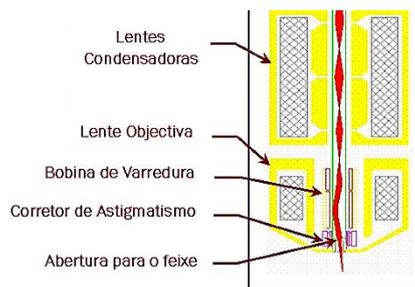


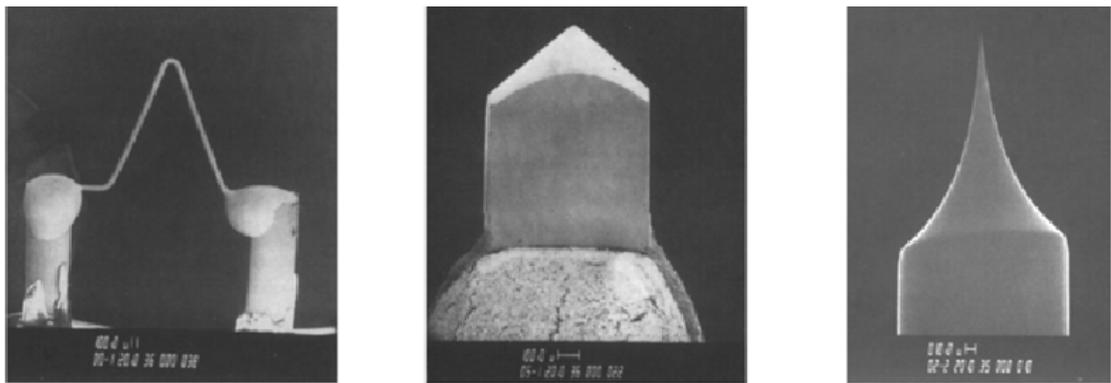
Figura 29 – Desenho esquemático da coluna de um microscópio eletrônico de varredura.³⁷

No final da coluna está instalada a lente objetiva. Nesta lente ocorre a correção de astigmatismo e a deflexão do feixe. Mecanicamente existem aberturas que possuem a função de criar uma barreira física para a passagem de elétrons. Assim, estas aberturas podem limitar

a quantidade de elétrons que chegam até a amostra. No modelo de microscópio da FEI o FEG Quanta 200 há um limitador de vácuo instalado ao final da lente objetiva. Este limitador tem como função impor uma barreira a diferença de pressão que há entre a coluna que opera com um vácuo da ordem de 10^{-7} Torr, para a câmara que opera com pressões desde 100 Torr, modo vácuo ambiental até a pressão de 10^{-7} Torr.

4.1.3 - O FEIXE DE ELÉTRONS

O feixe de elétrons ao ser extraído aumenta seu diâmetro; porém, conjuntos de lentes condensadoras e aberturas fazem com que o diâmetro final do feixe de elétrons seja coerente, fino o suficiente para que os melhores resultados sejam obtidos.



Características dos três principais tipos de filamentos com energia de trabalho até 100kV

		Filamento Tungstênio	Filamento LaB6	Mono cristal Tungstênio
Função trabalho ϕ	eV	4,5	2,4	4,5
Constante de Richardson	A/m ² K ²	6×10^3	4×10^3	
Temperatura de operação	K	2700	1700	300
Densidade de corrente	A/m ²	5×10^4	10^8	10^{10}
Tamanho da região de emissão	μm	50	10	<0.01
Brilho	A/m ² sr	10^9	5×10^{10}	10^{13}
Estabilidade da emissão da corrente	%/hr	<1	<1	5
Pressão na região do canhão	Pa	10^{-2}	10^{-4}	10^{-8}
Espectativa de duração do filamento	hr	100	500	>1000

Figura 32 – Filamentos termoiônicos de tungstênio, hexaboreto de lantânio e de emissão por efeito de campo (*FEG*) com monocristal de tungstênio (da esquerda para direita). Na tabela, são apresentadas as principais características destes filamentos³⁹.

Na figura 32, são destacadas as principais características dos tipos de filamentos utilizados em microscópios eletrônicos. Devido à própria forma do monocristal de tungstênio utilizado no microscópio *FEG Quanta 200* pode ser percebido por sua característica de construção, que os elétrons são extraídos de uma pequena região de sua ponta. Este comportamento promove um desgaste menor no filamento, aumentando, inclusive, sua vida útil, além do feixe final alcançar a amostra com um diâmetro muito menor. O ambiente, no qual os microscópios estão instalados, contribui para que as especificações relativas ao funcionamento do aparelho sejam alcançadas e até mesmo superadas. A durabilidade dos filamentos dos microscópios do Centro de Microscopia, por exemplo, está bem acima do tempo especificado em catálogo (oito mil horas em contraposição há um tempo maior do que doze mil horas, gerando, pelo menos, um ganho de quatro mil horas). No Centro de Microscopia da UFMG, um filamento de um canhão de emissão de elétrons por efeito de campo (*FEG*) é ligado logo após sua instalação, seu desligamento ocorre apenas para manutenção do equipamento ou sua substituição. Isto só é possível devido a uma infraestrutura sofisticada de energia ininterrupta presente neste laboratório.

4.1.4 – BRILHO

A coerência é uma maneira de se avaliar o quanto as ondas de elétrons estão em fase. A coerência temporal pode ser medida através da seguinte expressão:

$$\beta = \frac{i_e}{\pi \left(\frac{d_o}{2} \right)^2 \pi (\alpha_o)^2} \quad (8)$$

4.1.5 - COERÊNCIA

A coerência é uma maneira de se avaliar o quanto as ondas de elétrons estão em fase. A coerência temporal pode ser medida através da seguinte expressão:

$$\lambda_c = \frac{v\hbar}{\Delta E} \quad (9)$$

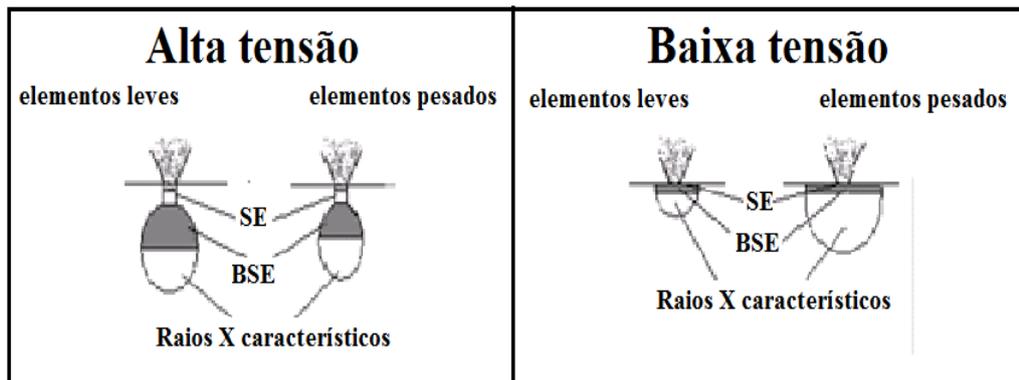
Já a coerência espacial pode ser expressa assim (α é o ângulo de convergência):

$$d_c \ll \frac{\lambda}{2\alpha} \quad (10)$$

O canhão de emissão de elétrons por efeito de campo (*FEG*) possui grande coerência espacial e temporal.

4.1.6 - INTERAÇÃO FEIXE AMOSTRA

Uma vez que o feixe de elétrons atinge a amostra ocorre um fenômeno conhecido como interação feixe-amostra. Esta interação permite a geração de diversos sinais, o desbaste da amostra, e a soldagem de peças. Entretanto, tal interação não ocorre sempre da mesma maneira, isto dependerá da composição química do material, da energia aplicada, das condições do microscópio, entre outros aspectos. A figura 33 mostra o volume de interação feixe-amostra em função de três tipos de sinais: elétrons secundários, retroespalhados (responsáveis pelas linhas de Kikuchi quando o fenômeno da difração ocorre) e fótons de raios-X característico, de acordo com o tipo de elemento químico e tensão aplicada.



(a)

(b)

Figura 33 – Desenho esquemático do volume de interação para elementos com número atômico baixo (elementos leves) e número atômico alto (elementos pesados) em função da tensão de aceleração do feixe de elétrons incidentes⁴¹.

4.1.7 - SINAIS GERADOS

Durante a interação feixe-amostra, vários sinais são gerados (figura 34), entre eles ocorrem elétrons Auger, secundários e retroespalhados, fótons de raios-X, fluorescência de raios-X, *etc.* Porém, somente são registrados os sinais cujos detectores estejam aptos a captá-los. Dentre os sinais apresentados, são destacados aqueles de elétrons secundários e retroespalhados.

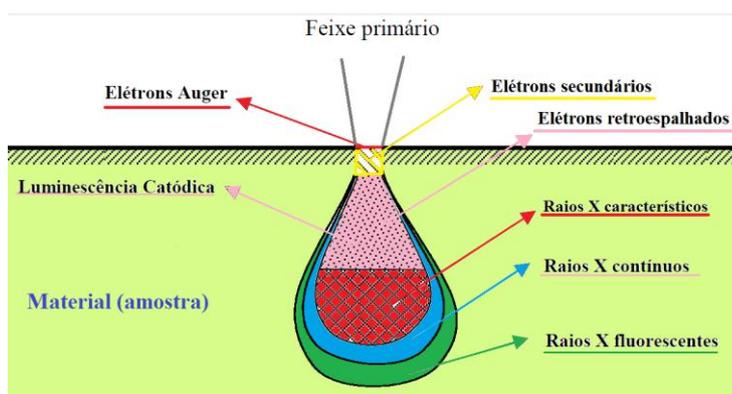


Figura 34 – Desenho esquemático do volume de interação elétrons-amostra, considerando os diferentes tipos de sinais gerados.

Os elétrons secundários são elétrons de baixa energia ($< 50\text{eV}$), provenientes de uma região superficial da amostra com a qual colidem de forma inelástica.

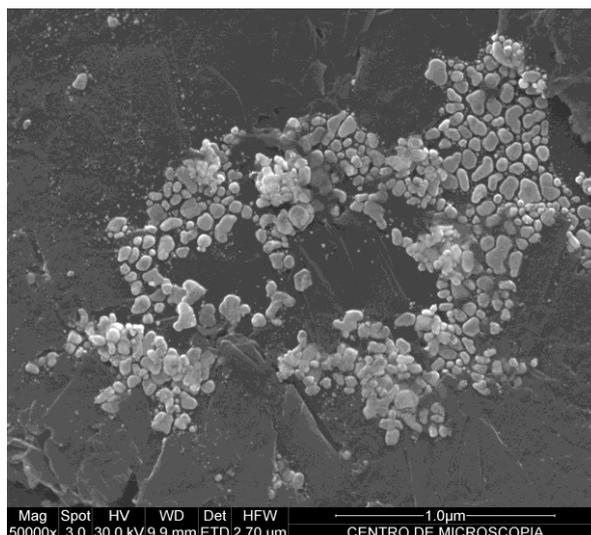


Figura 35 - Imagem de elétrons secundários gerada no MEV FEG Quanta 200 do Centro de Microscopia da UFMG amostra padrão de ouro.

Em contrapartida, elétrons retroespalhados possuem energia maior, eles são gerados através de colisões elásticas, ou seja, sua perda de energia é desprezível. Os elétrons extraídos do filamento são desviados ao passarem próximo do núcleo do átomo da amostra, em geral, a partir de uma região mais profunda da amostra; assim, apenas alguns deles chegam ao detector. A imagem de elétrons retroespalhados permite verificar, com menor resolução, a morfologia da amostra, pois sua característica principal é o destaque de contraste químico. Quanto maior o número atômico (Z), maior o desvio, logo, elétrons espalhados por átomos de número atômico maior chegam mais facilmente ao detector, gerando imagens mais claras. Quanto menor o número atômico, a região na imagem fica mais escura (figura 36). Além do contraste químico, também é possível obter o contraste de orientação cristalográfica se a amostra não tiver defeitos em sua superfície, ou seja, for preparada de forma adequada para este tipo de estudo e estiver inclinada ente 70° a 75° , tal e qual para o estudo de difração de elétrons. Neste caso, é necessário um detector de *forward scattered electrons* (vide figura 36b) associado à tela fosforescente (detector do fenômeno de difração de elétrons).

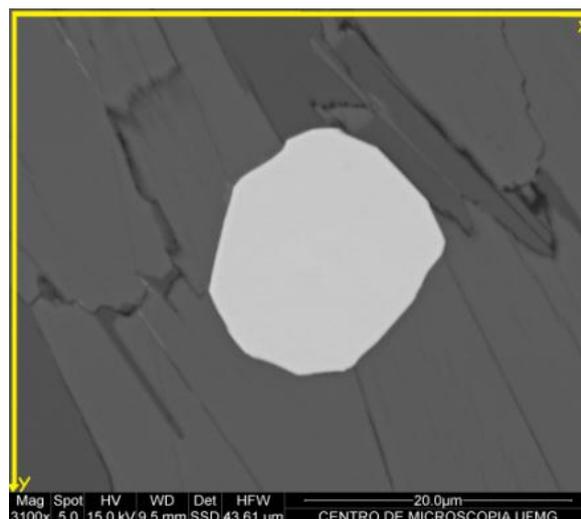


Figura 36 - Imagem de elétrons retroespalhados de uma amostra de minério monazítico obtida no MEV FEG Quanta 200 do Centro de Microscopia da UFMG. Imagem gentilmente cedida pela Profa. Rosaline C. Figueiredo e Silva do Departamento de Geologia do Instituto de Geociências da UFMG.

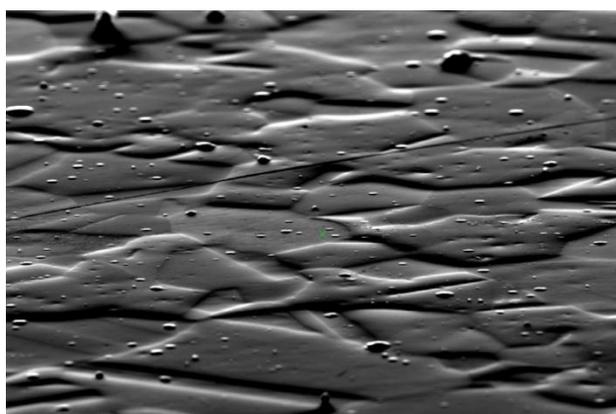


Figura 36b - Imagem de *forward scattered electrons* de um padrão de níquel obtida no MEV FEG Quanta 200 do Centro de Microscopia da UFMG.

No microscópio eletrônico de varredura, quando o feixe de elétrons interage com a amostra, forma-se um volume de interação denominado de "pêra de ionização", mostrada anteriormente na figura 34. A partir desse volume, apenas uma fração mínima dos elétrons chega ao detector. No caso da difração de elétrons, é necessário intensificar o volume de interação e, desta forma, aumentar o número de elétrons que alcança o detector. Para isso, a amostra é inclinada em torno de 70° , permitindo que o fenômeno de difração ocorrido, em geral, bem próximo à superfície da amostra, possa ser detectado.

Tanto os elétrons secundários como os elétrons retroespalhados serão convertidos em imagens digitais, após sua captura pelos respectivos detectores. Essencialmente, elétrons retroespalhados carregam a informação cristalográfica de melhor qualidade, sendo empregados no registro do fenômeno de difração de elétrons para gerar imagens digitais, nas quais a Transformada de Hough será utilizada para identificar as linhas de Kikuchi.

4.1.8 - IMAGEM DIGITAL

A imagem digital monocromática é uma imagem capturada de forma indireta. Seja através da captura de fótons por uma CCD, ou outro tipo de sinal como ocorre em microscópios eletrônicos, onde elétrons capturados por detectores apropriados transformem impulsos elétricos convertendo-os em imagem. Desta forma, a imagem capturada é convertida para valores numéricos de maneira a ser analisada via computador, ou seja, é realizada a discretização (transformação de um espaço contínuo em um espaço discreto). Esta imagem capturada é uma função bidimensional da intensidade de brilho $f(x,y)$, onde x e y referem-se as coordenadas espaciais (largura e altura) e o valor de f em qualquer ponto (x,y) é proporcional ao nível de brilho da imagem naquele ponto.

Há dois tipos fundamentais de imagem digital rastreio (*raster*) e vetorial. Uma imagem digital do tipo *raster*, ou bitmap, ou ainda matricial, apresenta, em algum momento, uma correspondência bit-a-bit entre seus pontos aqueles da imagem reproduzida na tela de um monitor. Uma imagem vetorial é descrita por linhas plotadas num sistema de coordenadas cartesianas. Permite redimensionamento em qualquer escala sem perda de qualidade, pois somente no momento da impressão ela é convertida em um bitmap adequado as características do equipamento impressoras jato de tintas, laser e outras imprimem bitmaps, pois imprimem sequências de pontos dispostos em linhas e colunas, cuja frequência, por sua vez, define a resolução da impressora. A este processo de conversão de vetorial para bitmap chamamos de rasterização, e é executado por um RIP (Processador de rastreio da imagem).

Uma imagem digital pode ser representada por um conjunto de elementos chamados Pixel (Elemento de Tela). Cada Pixel é armazenado e seu conjunto forma um mapa de bits (bit-map), cujo mapeamento serve para reproduzir a imagem digitalmente.

Uma imagem monocromática digital é uma função de intensidade de luz bidimensional

- x, y denotam coordenadas espaciais;
- o valor de f no ponto x, y é proporcional ao brilho ou nível de cinza da imagem.

As figuras 36 (apresentada anteriormente) e 37 mostram como ocorre a orientação dos eixos x, y ao longo das mesmas, bem como a divisão da imagem em pixels (figura 37).

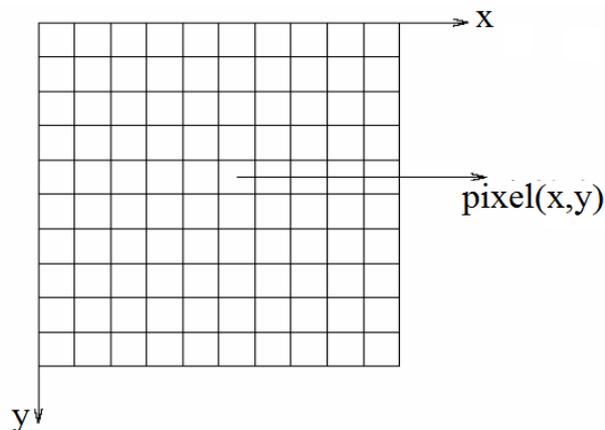


Figura 37 – Representação de uma imagem digital⁴¹.

Outra forma de representação de uma imagem digital é através de uma matriz, cujos índices de linhas e colunas indicam um ponto na imagem e o correspondente valor do elemento da matriz representa o valor daquele ponto.

Estes elementos são chamados de elementos de imagem ou pixels. Para uma imagem monocromática, o nível de cinza é a escala de tonalidade, que vão de 0(zero) para o negro a 255(duzentos e cinquenta e cinco) para o branco. Este nível de tons de cinza que é atribuído a cada pixel é chamado de quantização⁴⁰. Sendo que a quantização é a representação do valor medido de um pixel aproximado por um inteiro. A figura 38 mostra como as intensidades são guardadas em cada pixel.

É a representação do valor medido de um pixel aproximado por um inteiro

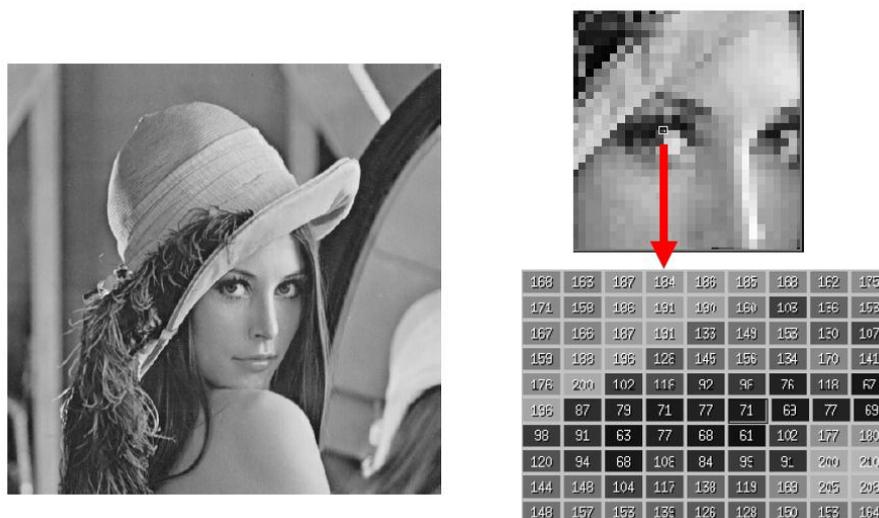


Figura 38 – Representação em pixel de uma imagem⁴¹.

Esta separação depende da exigência de sua aplicação. A segmentação deve parar quando os objetos de interesse na aplicação tiverem sido isolados. Por exemplo, no caso da difração de elétrons o objetivo é localizar as bordas das retas que é o pré-requisito para a utilização da Transformada de Hough.

Os algoritmos de segmentação para imagens monocromáticas são geralmente baseados em uma das seguintes propriedades básicas de valores de níveis de cinza: descontinuidade e similaridade⁴². Por exemplo, pode-se utilizar um limiar (thresholding) para segmentar uma imagem em tons de cinza e, desta forma, separar os objetos do fundo ou determinar suas bordas. Tais regiões são encontradas por uma variação brusca no valor dos pixels vizinhos em uma imagem.

5 - DIFRAÇÃO DE ELÉTRONS RETROESPALHADOS (EBSD)

O método de difração de elétrons baseia-se na geração de imagens decorrentes do espalhamento do feixe de elétrons em todas as direções à medida que este penetra em um material cristalino e difrata nos planos cristalográficos de acordo com ângulos bem definidos segundo a Lei de Bragg. Isto significa que todos os planos atômicos da superfície do cristal

interagem com o feixe espalhado e sempre haverá alguns elétrons que incidem nos planos da rede com um ângulo que satisfaz a lei de Bragg, $2d\sin\theta = n\lambda$, onde d é o espaçamento interplanar para uma família de planos, λ é o comprimento de onda do elétron, n é a ordem da reflexão e θ é o ângulo de Bragg. Dentre outras denominações, as imagens geradas a partir dessa interação são conhecidas como padrões de Kikuchi, os quais compreendem projeções da geometria dos planos do retículo cristalino do material analisado. Estes padrões podem ser indexados automaticamente através de programas que fazem a identificação dos planos cristalinos e dos eixos de zona a partir da comparação com fases similares, armazenadas em um banco de dados e escolhidas pelo usuário. A maioria dos programas emprega a Transformada de Hough para reconhecer as linhas de Kikuchi, podendo, assim, identificá-las através da comparação citada.

Para a obtenção dos padrões de difração de elétrons retroespalhados, obtém-se uma maior eficiência do sinal de elétrons retroespalhados quando a amostra é inclinada a um ângulo de 70° a 75° em relação à direção horizontal (figura 39) minimiza-se, assim, o efeito do espalhamento incoerente. Isto pode ser percebido a partir da figura 40, a qual representa uma simulação da interação elétrons-amostra. A figura 41 mostra de forma mais simplificada como a inclinação da amostra permite que a interação do feixe seja mais eficiente para a obtenção das linhas de Kikuchi.

Quando o feixe de elétrons é focalizado no ponto de interesse de uma amostra, a imagem gerada a partir do fenômeno de difração de elétrons é registrada por um detector com tela fosforescente, o qual está localizado próximo à amostra e cuja superfície é paralela ao feixe eletrônico. Dessa forma, os padrões são registrados em tal tela e uma câmera do tipo *CCD (Charge Coupled Device)*, montada fora da câmara de vácuo do microscópio eletrônico de varredura (MEV), captura o padrão de difração através de uma janela de vidro. A imagem é então digitalizada e a orientação dos planos cristalinos pode ser determinada a partir da posição das bandas de Kikuchi onde cada par de linhas corresponde a uma banda e cada banda compreende um plano cristalino. A indexação automática de tais planos é elaborada por um programa que emprega a Transformada de Hough para identificar as diversas bandas presentes na imagem.

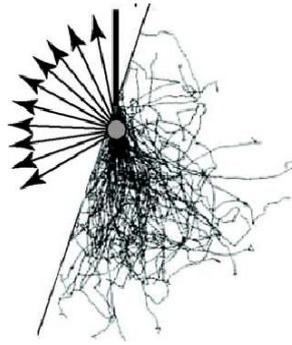


Figura 39 – Simulação do volume de interação do feixe de elétrons com a amostra, a qual forma um ângulo de 20° com o feixe incidente⁴³.

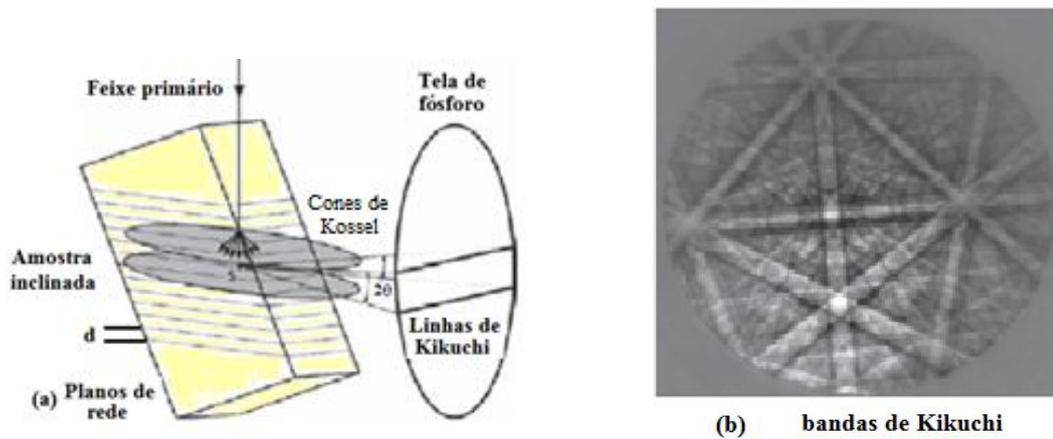


Figura 40 – (a) Formação das linhas de Kikuchi⁴⁴, (b) imagem das bandas de Kikuchi⁴⁴.

O feixe de elétrons é focalizado no ponto de interesse e uma tela fosforescente é colocada próximo à amostra com a superfície da tela paralela ao feixe eletrônico. Os padrões são recebidos na tela fosforescente e uma câmera CCD, montada fora da câmara de vácuo do MEV, captura o padrão de difração através de uma janela de vidro. A imagem do padrão é então digitalizada e a orientação do cristal é determinada a partir da posição das linhas de Kikuchi, usando a transformada de Hough.

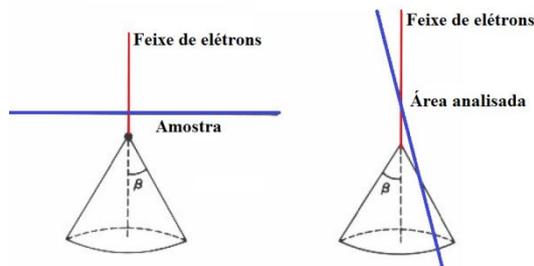


Figura 41 – Desenho esquemático da intersecção do feixe com a amostra⁴³.

O programa OIM — Orientation Imaging Microscopy Data Collection da empresa TSL/EDAX está associado ao sistema de difração de elétrons acoplado ao MEV FEG Quanta 200 do Centro de Microscopia da UFMG, permitindo o registro dos dados e respectiva indexação dos planos cristalinos (bandas de Kikuchi).

6 - TRANSFORMADA DE HOUGH

A ideia da transformada matemática é fazer com que a informação seja observada de outra forma, por exemplo a Transformada de Fourier pode ser usada para descrever a propagação de uma onda no espaço e no tempo de tal forma podemos ver uma informação temporal na frequência e/ou vice-versa, usando a Transformada de Fourier inversa. As transformadas matemáticas são funções que mapeiam um espaço (conjunto) em outro. As transformações aplicadas à informação podem ser lineares, não lineares, invertíveis, não-invertíveis, biunívocas, etc.. São exemplos de transformações lineares: $y = AX$ em que “X” é a informação original, “A” é a matriz de transformação e y é resultado da transformação. Algumas transformadas são de natureza não linear, como a Transformada de Hough, aplicada a imagens, cujo resultado é um vetor que representa a reta suporte do eixo de maior representatividade na imagem. Como é de se esperar neste caso, a Transformada de Hough não é invertível, pois várias imagens diferentes podem ter a mesma reta suporte para o eixo de maior representatividade.

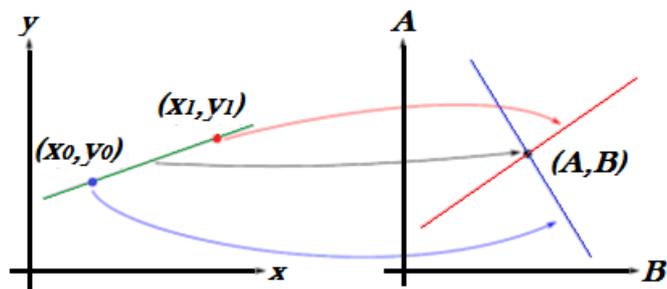


Figura 42 – Mapeamento do plano x,y no plano AB⁴⁷.

Na figura 42 acima tem-se um exemplo de transformação onde cada ponto no plano (x,y) é transformado em uma reta no espaço (A,B).

A Transformada de Hough é uma técnica de extração de características utilizadas na análise de imagens, visão computacional e processamento de imagem digital. O objetivo da técnica consiste em identificar objetos dentro de uma determinada classe de formas por um voto no procedimento. Este processo de votação é realizado em um espaço denominado acumulador que é explicitamente construído pelo algoritmo para calcular a Transformada de Hough.

“Atualmente a transformada de Hough é um dos métodos mais utilizados para a detecção de objetos que podem ser parametrizados (linhas, círculos, elipses, entre outras). Esta transformação identifica a localização das bordas dos objetos de interesse, a fim de que sejam consideradas apenas os pixel de fronteira. Além disso, pode ser aplicado no reconhecimento de padrões de curvas desde que as mesmas possam ser descritas na forma paramétrica (linha reta, círculos, elipses, entre outras)”⁴⁰.

O princípio da transformada de Hough é mapear um ponto da imagem em um plano de parâmetros (Espaço de Hough). O método original de Hough utilizava a parametrização Inclinação-Intersecção (slope – intercept) para mapear um ponto na imagem para o plano de parâmetros empregando a equação:

$$y = mx + b \quad (11)$$

Onde m e b são os coeficientes linear e angular, respectivamente, da reta, enquanto que x e y são os valores da projeção do ponto sobre o eixo x e y , respectivamente. Todavia, tanto a inclinação como a intersecção é ilimitada e essa parametrização tem a desvantagem de ser sensível à escolha do eixo de coordenadas no plano da imagem, o que dificulta a aplicação da técnica.

Em 1972, Duda e Hart⁴⁰ avaliaram que um dos problemas mais constantes do processamento de imagens era a detecção de linhas retas. Eles perceberam o problema na abordagem de Hough e propuseram uma solução para a aplicação da técnica. Os autores utilizaram coordenadas polares para definir o segmento de reta, trabalhando com os parâmetros ângulo e raio ao invés de inclinação e intersecção.

No plano da imagem, uma reta parametrizada pode ser representada por dois parâmetros: ρ sendo a distância da normal até a linha da origem da imagem e θ sendo o

ângulo dessa normal com o eixo horizontal. A equação da reta correspondente a essa geometria é dada por:

$$\rho = x \cos \theta + y \sin \theta \quad (12)$$

Como os novos parâmetros utilizados para representar o espaço são definidos agora por ρ e θ , o problema de detectar pontos colineares pode ser convertido no problema de se encontrar curvas concorrentes. Esta mudança de se encontrar intersecção de curvas senoidais ao invés de intersecções de retas no plano de parâmetros define quatro propriedades.

Propriedade 1: *um ponto no plano cartesiano corresponde a uma curva senoidal no plano de parâmetros;*

Propriedade 2: *um ponto no plano de parâmetros corresponde a uma linha reta no plano cartesiano;*

Propriedade 3: *pontos contidos em uma mesma linha reta no plano cartesiano correspondem a curvas que se cruzam através de um ponto comum no plano de parâmetros;*

Propriedade 4: *pontos na mesma curva no plano de parâmetros correspondem a linhas que passam através de um mesmo ponto no plano cartesiano.*

Segundo Deans⁴⁵, é percebido que a Transformada de Hough é realmente caso especial da transformada Radon⁴⁶; uma transformação que passou quase despercebido durante meio século, mas agora está sendo amplamente explorada, especialmente no campo da tomografia computadorizada. A Transformada Radon é uma função $f(x,y)$ definida em um plano bidimensional Euclidiano como:

$$R(\rho, \theta) = \iint f(x, y) \delta(\rho - x \cos \theta - y \sin \theta) dx dy \quad (13)$$

Entretanto para se calcular a transformada de Hough utiliza-se uma matriz que inicialmente tem o valor zero, as dimensões da matriz dependem dos intervalos previamente fixados pelos eixos ρ e θ do espaço de parâmetros. A tabela 3 mostra a organização desta matriz, onde cada valor inicial de $a_{ij} = 0$, sendo i = distância e j o ângulo θ .

Para cada ângulo encontrado do intervalo $[0, \pi]$ e para cada ponto da imagem (x,y) da imagem de entrada, um novo valor de ρ é encontrado, a partir da equação:

$$\rho = x\cos\theta + y\sin\theta \quad (12)$$

após o cálculo, a célula da matriz acumuladora na posição θ , ρ é acrescentada no espaço de Hough e construída uma curva senoidal⁴⁵.

Seguindo a definição da quarta propriedade da transformada de Hough, caso vários pontos estejam na mesma curva no plano cartesiano, um mesmo ponto θ , ρ será incrementado na matriz acumuladora, assim alguns elementos da matriz terão grandes valores acumulados, gerando picos nessas posições. Estes picos representam o ponto desejado. Será este ponto θ, ρ o de maior voto como dito anteriormente. Estes pontos com maior votação são utilizados pelo programa da TSL – EDAX comparando-os com o banco de dados existente em sua biblioteca de forma a fazer a identificação da fase e orientação cristalina do local analisado. É necessário lembrar que estes pontos no espaço de Hough representam as linhas de Kikuchi que por sua vez representam as diversas direções cristalográficas no cristal de acordo com sua estrutura.

A orientação cristalográfica de um grande número de pontos é armazenada em um arquivo juntamente com as coordenadas de cada ponto, a qualidade do padrão e a confiabilidade da indexação. Isto permite obter um mapa da distribuição espacial das orientações cristalinas de cada ponto, conhecida como OIM (Orientation Imaging Microscopy). Assim, com o auxílio de um sistema computacional, a difração de elétrons poderá então ser usada para fornecer a textura local, as relações de orientação entre grãos e o arranjo espacial de grãos que têm orientações cristalográficas específicas.

6.1 – DEMONSTRAÇÃO E UTILIZAÇÃO DA TRANSFORMADA DE HOUGH

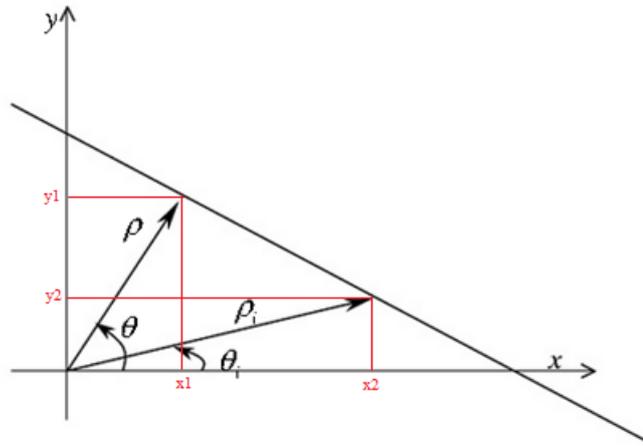
Demonstração da equação da Transformada de Hough.

Na equação da reta parametrizada:

$$\rho = x\cos\theta + y\sin\theta \quad (12)$$

A distância da origem a reta analisada é representada pelo valor de ρ . A determinação do valor do ângulo θ é obtido entre o eixo x e a reta analisada.

Dedução da equação:



$$\rho_i \cos(\theta_i - \theta) = \rho \quad (14)$$

Utilizando as relações trigonométricas tem-se:

$$\rho_i \cos(\theta_i) \cos(\theta) + \rho_i \text{sen}(\theta_i) \text{sen}(\theta) = \rho \quad (15)$$

$$\rho_i \cos(\theta_i) = x_2 \quad (16)$$

$$\rho_i \text{sen}(\theta_i) = y_2 \quad (17)$$

Substituindo as equações (17) e (18) em (16) obtém-se:

$$\rho = x_2 \cos\theta + y_2 \text{sen}\theta \quad (18)$$

Onde x_2 e y_2 são pontos que podem ser chamados apenas de x e y respectivamente. Assim, na equação (14), pode-se perceber como x e y aparecem na equação.

Levando-se em conta como uma imagem digital é analisada tem-se a parte superior da imagem é onde se tem o eixo x crescendo da esquerda para direita e o eixo y cresce de cima para baixo. O parâmetro ρ que nem sempre é medido exatamente da mesma forma. Às vezes é necessário traçar uma reta paralela à reta analisada que passe pela origem e assim encontrar a distância entre elas. O outro parâmetro utilizado é ρ cuja medida é em graus e sua medida está entre as retas x e ρ . A figura (43) mostra a reta no plano x, y e como identificar ρ e θ .

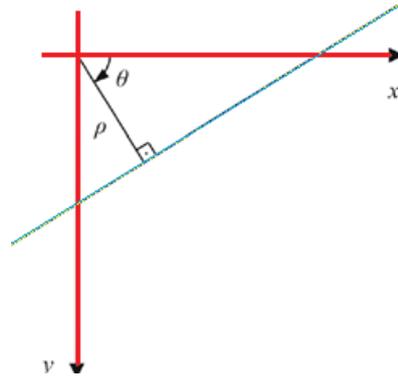


Figura 43 – Parâmetros da transformada de Hough⁴⁷.

Para todo ponto (x, y) não nulo da imagem original, a matriz acumuladora (espaço de parametrização) será incrementado com a tupla (θ, ρ) , variando θ de zero a π . Um tuplo é um local de armazenamento pequeno e temporário dentro do processador central. Cada linha de um banco de dados, formada por um conjunto de colunas, representa um registro (ou tupla). Os registros não precisam necessariamente conter dados em todas as colunas, os seus valores podem ser nulos.

Acumulador (θ, ρ) , este acumulador é uma matriz que recebe a frequência com que cada pixel é acionado. A interseção das várias senoídes produzirão uma frequência maior em determinada posição da matriz. A tabela 3 mostra esta distribuição.

Variação de ângulo e de distância

	0°	20°	40°	...	140°	160°	180°
85							
83							
81							
...							
-81							
-83							

Tabela 3 – Matriz de acumuladores⁴⁷.

Desta forma, cada ponto (x, y) , terá uma senoíde no espaço de Hough. O tamanho da senoíde depende do valor de θ , onde $0 \leq \theta \leq \pi$. As figuras 44 e 45 mostram respectivamente um ponto no plano cartesiano e a senoíde no espaço de Hough. A figura 44 mostra como se obter ρ e θ , considerando os três pontos de dados, mostrado aqui como pontos negros.

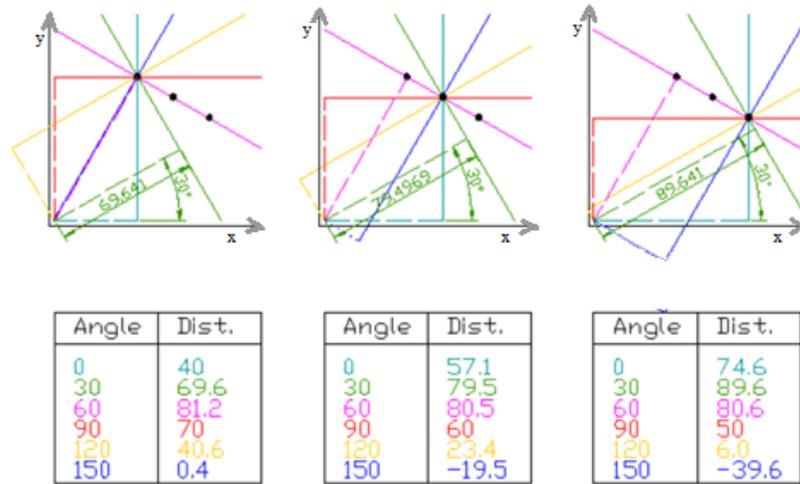


Figura 44 – Exemplo de algumas transformadas de Hough e suas respectivas tabelas acumuladoras⁴⁸.

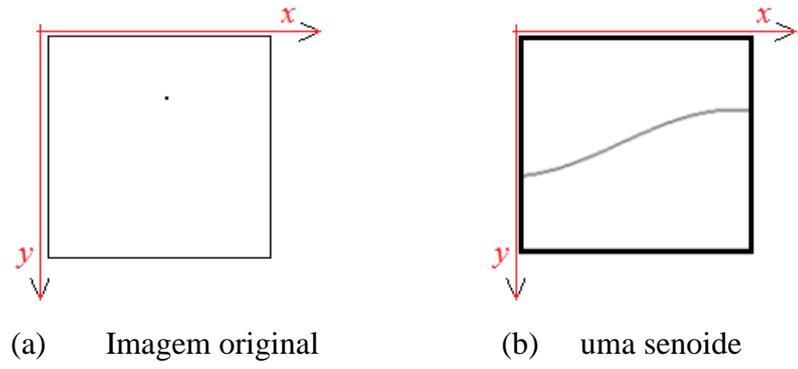
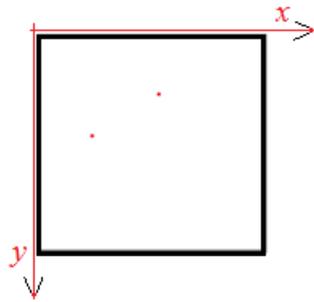
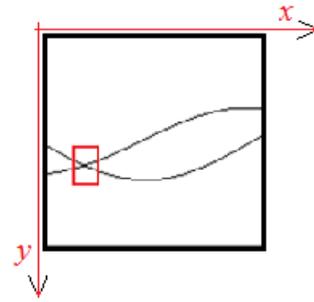


Figura 45 – Aplicação da Transformada de Hough em um ponto⁴⁹.

Ao se usar mais pontos mais senoide ocorrerão no espaço de Hough, conforme pode ser visto na figura 46. E os pontos de interseção ocorrem quando os pontos pertencem a uma mesma reta. Supondo que uma determinada reta seja desenhada em uma imagem, figura 47. Isto levará a um acúmulo de pontos em um mesmo local no espaço de Hough, figura 47 b. Em computação isto significa dizer que cada ponto da reta “vota” no mesmo ponto do acumulador. Ao procurar os pontos máximo local no acumulador, é possível encontrar as retas na imagem original.



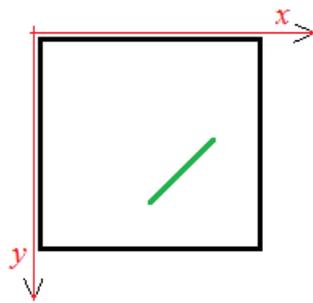
(a) Imagem original



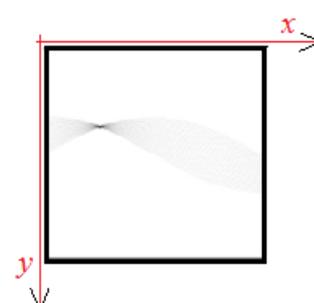
(b) duas senoides com um ponto em comum.

(a) Figura 46 – Dois pontos (x_1, y_1) e (x_2, y_2) da imagem original transformados em duas senoides com um ponto em comum⁴⁹.

Quando uma reta é transformada, se tem infinitas senoides com um ponto em comum como pode ser visto na figura 47 abaixo.



(a) Imagem original



(b) Infinitas senoides.

Figura 47 – Infinitas senoides geradas pela transformação dos infinitos pontos da reta que se interceptam em um único ponto. Este ponto representa as coordenadas polares da reta⁴⁹.

Desta forma tem-se a Transformada Hough identificando uma reta. Quando há mais de uma reta, tem-se mais pontos. São estes pontos que são comparados com o banco de dados do programa OIM.

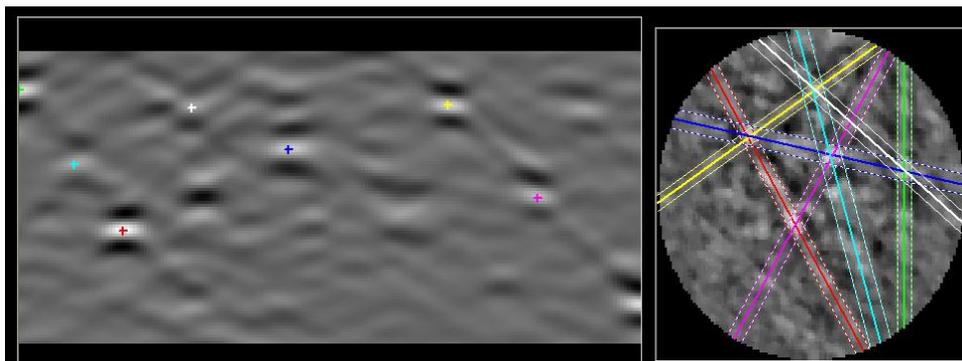


Figura 48 – Imagem obtida de uma amostra padrão de Níquel

Na figura 48 é mostrado um exemplo do uso da transformada de Hough no software OIM.

7 – APLICAÇÃO DA TRANSFORMADA DE HOUGH NA TÉCNICA DE EBSD

Até o momento foi descrito como identificar um material cristalino ou policristalino ou mesmo um material amorfo. Foi explicado o porquê conhecer a orientação cristalina de um material é importante. Aqui também foi comentado como a Transformada de Hough pode detectar em uma imagem ruidosa figuras planas, como as retas. Entretanto, como esta detecção auxilia na técnica do EBSD?

A difração de elétrons retroespalhados irá produzir padrões nos desvios dos elétrons que interagirem com a amostra respeitando a Lei de Bragg. Estes elétrons ao colidirem com a tela de fósforo serão convertidos em fótons e captados pela câmera CCD. Uma placa de aquisição de dados irá converter a imagem analógica em digital. Durante a obtenção de dados em uma sessão de oito horas, pelo menos cento e quinze mil imagens serão capturadas e indexadas. O programa já carregado com os padrões de parâmetros de rede, grupo de ponto e de espaço permite identificar de forma única o cristal em qualquer direção que esteja orientado. Ao final da captura das imagens todas as imagens já estarão indexadas e uma imagem como da figura 49 estará formada. Pixel a pixel a imagem da amostra analisada terá um banco de dados contendo todas as informações sobre o cristal. Toda a construção deste banco de dados ocorre rapidamente devido a indexação promovida pela identificação das linhas de Kikuchi pela Transformada de Hough.

Antes desta automação do sistema, era feita a indexação por pontos específicos na amostra. Construindo assim, uma tabela de informações dos grãos e desprezando-se muitas vezes os sub grãos. Agora, é feito um mapeamento de toda a área de interesse. A automatização só foi possível porque a utilização da Transformada de Hough facilita todo o processo de coleta de dados uma vez que a indexação é simultânea com a coleta de dados.

As figuras a seguir foram obtidas com o auxílio do software OIM que através da Transformada de Hough ajuda na identificação das orientações cristalográficas dos grãos de Titânio e também as suas fases. As duas figuras representam exatamente a mesma amostra. As cores entretanto representam na figura 49 a, as duas fases distintas de titânio, a alfa (hexagonal) e beta (cúbica de corpo centrado) e na figura 49 b são mostradas orientações cristalográficas distintas do diversos grãos. As orientações são função do mapa de cores mostrada à direita da figura. Estas imagens estão disponíveis na apostila de utilização do software OIM fornecido pelo fabricante.

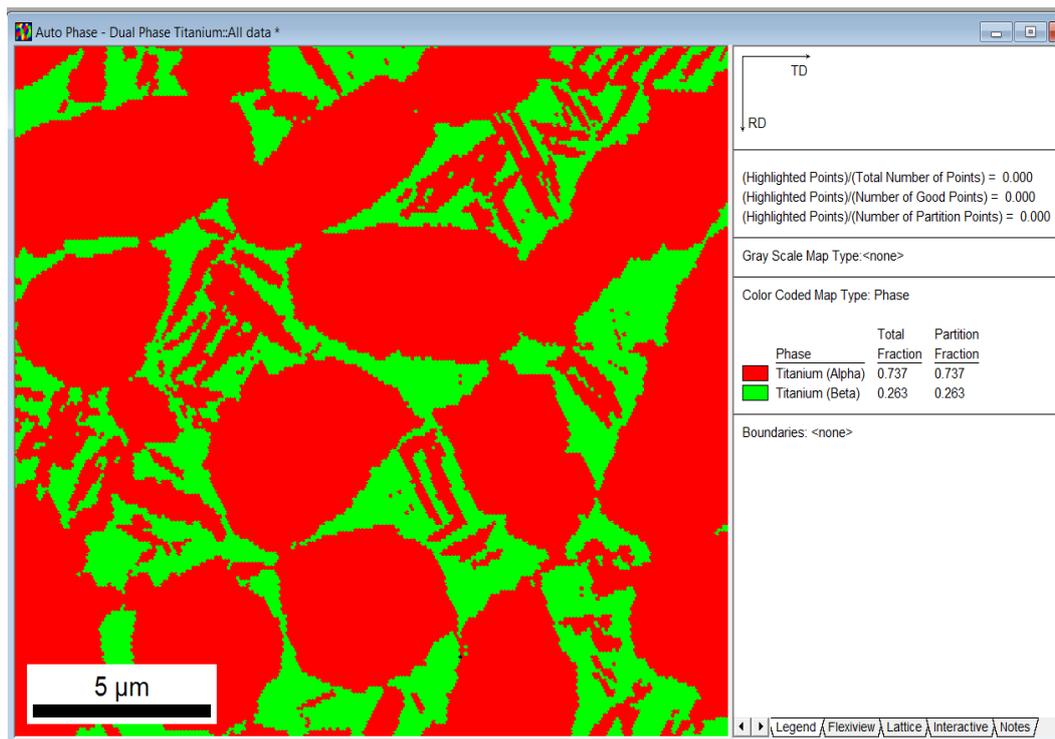


Figura 49 a - Fases dos grãos de Titânio

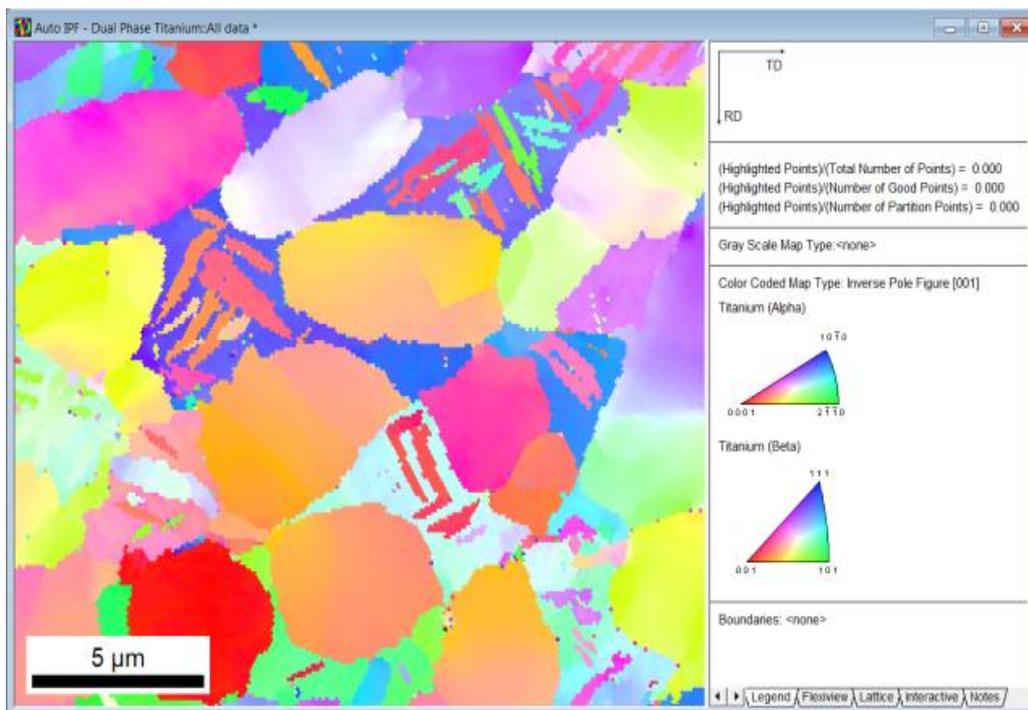


Figura 49 b - Orientação dos grãos de Titânio.

8 – CONCLUSÃO

A busca para desenvolver materiais que possibilitam trazer maior conforto e segurança para a humanidade, incentivou o desenvolvimento de novas ferramentas, tais como os microscópios eletrônicos de transmissão e de varredura. Máquinas poderosas que são dotadas de detectores capazes de mostrar estruturas impossíveis de serem observadas sem ajuda. Técnicas foram desenvolvidas e novas fronteiras foram abertas. Entre estas fronteiras os estudos dos cristais. A difração de elétrons retroespalhados utilizando-se o microscópio eletrônico de varredura demonstra ser uma técnica poderosa, capaz de realizar a captação de milhares de imagens e indexá-las em um curto intervalo de tempo, graças a Transformada de Hough.

Uma limitação das análises químicas qualitativas e quantitativas utilizando-se o MEV é que não é possível separar fases minerais de composição similar com simetrias diferentes, Titânio alfa e Titânio beta. Na caracterização de minérios de ferro, esse é um fator crítico, pois minerais de óxidos de ferro (hematita e magnetita) não permitem diferenciação nas imagens

obtidas seja de elétrons secundários, retroespalhados ou até mesmo com o EDS realizando o mapeamento químico. Entretanto a técnica de EBSD tem demonstrado bastante eficiência na identificação de simetrias de materiais dos quais se tem conhecimento das possíveis fases que nele estarão presentes. O EBSD permite a obtenção de uma imagens das linhas de Kikuchi que são o resultado da interação do feixe de elétrons com a amostra. Essas imagens são indexadas através de um software que possui como principal ferramenta a Transformada de Hough. É esta transformada que torna o processo eficiente e confiável.

Transformada que foi criada na década de 60 justamente para identificar padrões nas imagens digitais com ruídos. A captação das imagens pela câmera CCD é rápida, porém muito ruidosa e as formas das imagens são retas originárias da interação do feixe de elétrons com o material analisado. Desta maneira, a Transformada de Hough mostra-se ser bastante eficiente e suficiente para realizar a tarefa que submetida.

O software OIM devido o uso da Transformada de Hough é uma ferramenta computacional poderosa. Softwares de difração de elétrons retroespalhados que não utilizam a Transformada de Hough para indexar as imagens aos parâmetros de rede da estrutura cristalina são muito limitados e não permitem realizar um mapeamento ponto a ponto do material analisado. Percebe-se então que a Transformada de Hough foi brilhantemente empregada pelo software OIM.

9 – REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1 - Mansur, H.S. ,”Caracterização de Materiais e Interfaces” apostila da disciplina oferecida pela Engenharia Metalúrgica - UFMG.

2 - Disponível em: <

http://pelicano.ipen.br/PosG30/TextoCompleto/Eguiberto%20Galego_M.pdf> Acesso em: 10/07/2012.

3 - Disponível em: < www.nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/1937/> Acesso em: 07/07/2012.

4 - Nicolau Steno – Disponível em: <

<http://www.gazetadopovo.com.br/blog/tubodeensaio/?id=891168>> Acesso em: 07/07/2012.

5 – Rene Descartes – Disponível em: < <http://www.brasilecola.com/matematica/plano-cartesiano.htm>> Acesso em: 07/07/2012.

6 – Disponível no site:< <http://www.psicoloucos.com/Rene-Descartes/biografia-de-rene-descartes.html> > Acesso em 01/08/2012

7- Apostila: Uma Década em Busca da Simetria na Natureza, S.F.Novaes, IFT – UNESP

8 – Houaiss Mini Dicionário Língua Portuguesa – Segunda edição – 2009.

9 – Novo Dicionário Aurélio da Língua Portuguesa – Editora Nova Fronteira - Segunda edição.

10 - Disponível em:

<www.im.ufrj.br/dmm/projeto/projetoc/precalculo/sala/conteudo/capitulos/cap21.html> Acesso em: 07/07/2012.

11 - Disponível em: <<http://www.pucsp.br/tecmem/Artista/simetria.htm>> Acesso em: 07/07/2012.

12 - Disponível em: <<http://www.seara.ufc.br/especiais/fisica/simetria/simetria1.htm>> Acesso em 12/11/2012.

- 13- Disponível em: <www.geol.ucsb.edu> Acesso em : 07/07/2012.
- 14 - Disponível em: <<http://www.fem.unicamp.br/~caram/capitulo3.pdf>> Acesso em:12/11/2012.
- 15 - Apostila de Difração do Centro de Microscopia da UFMG.(elaborada por Douglas Rodrigues Miquita- 2011).
- 16 Disponível no site:< http://pt.wikipedia.org/wiki/Auguste_Bravais > Acesso em 01/08/2012.
- 17 – Disponível em:< <http://www.uel.br/projetos/geocienciasnaweb/notacao.pdf> > Acesso em: 10/05/2012.
- 18 - Dan Schetman disponível em: < <http://materials.technion.ac.il/en/>> Acesso em : 07/07/2012.
- 19 – Disponível em:< <http://pt.scribd.com/doc/45298506/8/Tabela-2-2-Characteristicas-inerentes-aos-sete-sistemas-cristalinos> > Acesso em: 20/05/2012.
- 20 - Deer, W.A.; Howie, R.A.; Zussman, J. 1992. *An introduction to the rock-forming minerals*. 2nd ed. Harlow: Pearson-Prentice Hall, 696p.
- 21 - Disponível em: < http://www.trajanocamargo.com.br/arquivos/metalurgia/Estrutura_Cristalina_materialdeapoio2.pdf> Acesso em: 08/07/2012.
- 22 Klein, C. 2002. *Mineral Science (after James D. Dana)*. 22nd ed. USA: John Wiley & Sons Inc., 646p.
- 23 - Balzuweit, K, Meekes, H e Bennema P, Journal of Physics D: Applied Physics 24 (1991) 203-208.
- 24 - Disponível em: <www.cprm.gov.br/publique/cgi/cgilua.exe/sys/start.htm?infoid=1279&sid=129> Acesso em: 07/07/2012.
- 25 – Disponível em: <http://www.cimm.com.br/portal/material_didatico/6418-estrutura-hexagonal-compacta-hc> Acessado em :11/07/2012.
- 26 - Disponível em: <www.cce.ufes.br/jair/web/fes/grafite.htm> Acesso em: 07/07/2012.

27 – Apostila Estrutura de Sólidos Cristalinos, Profa. Dra. Daniela Becker - UDESC

28 - Disponível no site:<

<http://cristaismagiadoseculo21.blogspot.com.br/2010/06/obsidianas.html>> Acesso em:
01/08/2012

29 - Halliday, D; Resnick, R; Krane, K. S. Física 4. ed. LTC: Ed. 4, 1996.

30 - Disponível em: <<http://www.if.ufrgs.br/tex/fisica-4/FIS4D/difracao.pdf>>Acesso em:
02/07/2012 .

31 - Disponível em: <<http://www.portalsaofrancisco.com.br/alfa/som/som.php>> Acesso em:
02/07/2012.

32 - Disponível em: www.fsc.ufsc.br/~tati/disciplinas/fsc5163/20082/aula-difracao.ppt>
Acesso em: 08/08/2012 .

33 Williams, D.B.; Carter, C.B., 2009. *Transmission Electron Microscopy*. 2nd ed.

34 - Disponível em: <<http://planetquest1.jpl.nasa.gov/technology/diffraction.cfm>> Acesso em
02/07/2012.

35 - Disponível em:

<http://www.olympuslatinoamerica.com/portuguese/ola_aboutolympus_microscopes_port.asp
> Acesso em: 30/06/2012.

36 – Apostila Microscopia Eletrônica de Varredura, Ana Maliska – UFSC

37 - Disponível em:<<http://www.ebah.com.br/content/ABAAABs3EAB/microscopia-eletronica-varredura>> Acesso em: 01/07/2012.

38 - Disponível em:<http://www.cbpf.br/~emecbpf/Canhoes_Pinto.pdf> Acesso
em:01/07/2012.

39 - Goldstein, J., Newbury D.E., Joy D.C., Lyman C.E., Echlin P., Lifshin E., Sawyer L., Michael J.R., *Scanning Electron Microscopy and X-ray Microanalysis*, Springer 2003.

40 - Duda, R. O.; Hart, P. E. Use of the Hough Transformation to detect lines and curves in pictures. *Graphics and Image Processing*, 2001.

41 Disponível no site:<

http://equipe.nce.ufrj.br/thome/p_grad/nn_img/transp/c2_aquis_v2.pdf> Acesso em 01/08/2012

42 - González, R.C; Woods, R. E. Digital Image Processing. 3rd ed.

43 – Morales, L.F.G., Hinrichs, R., Fernandes, L. A. D., Revista Pesquisas em Geociências, 34 (1): 19-34, 2007.

44 – Randle, V., Introduction to Texture Analysis, Taylor and Francis Group, CRC Press, 2010, second edition.

45 - Silva, D. S. , Aplicação de Transformadas de Hough na Detecção de Leveduras Viáveis e Inviáveis, 2010.

46 - Deans, S. R, The Radon Transform and Some of Its Applications 1983.

47 - Marana, A. N. Análise de Texturas Orientadas e Aplicações no Monitoramento de Multidões. Campinas: UNICAMP, 1997. 205 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Departamento de Engenharia da Computação e Automação Industrial, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1997.

48 - Disponível no site:<http://en.wikipedia.org/wiki/Hough_transform>Acesso em: 07/07/2012.

49 – Disponível no site:< <http://www.lcg.ufrj.br/Cursos/cos756/13-sift-hough.pdf>> Acesso em: 07/07/2012.