

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

Paulo Henrique de Andrade Marinho Tôres

**Modelagem numérica e simulação computacional do processo de fusão de PCM (*Phase-Change Material*) em um tanque de armazenamento térmico acoplado a um coletor solar**

Belo Horizonte – MG

2022

Paulo Henrique de Andrade Marinho Tôres

**Modelagem numérica e simulação computacional do processo de fusão de PCM (*Phase-Change Material*) em um tanque de armazenamento térmico acoplado a um coletor solar**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito parcial à obtenção do título de mestre em Engenharia Mecânica.

Área de concentração: Energia e Sustentabilidade

Orientadora: Profa. DSc. Andréa Oliveira Souza da Costa

Coorientador: Prof. DSc. Esly Ferreira da Costa Junior

Belo Horizonte – MG

2022

T693m

Tôrres, Paulo Henrique de Andrade Marinho.

Modelagem numérica e simulação computacional do processo de fusão de PCM (*Phase-Change Material*) em um tanque de armazenamento térmico acoplado a um coletor solar [recurso eletrônico] / Paulo Henrique de Andrade Marinho Tôrres. – 2022.

1 recurso online (68 f.: il., color.) : pdf.

Orientador: Andréa Oliveira Souza da Costa.

Coorientador: Esly Ferreira da Costa Junior.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Minas Gerais, Escola de Engenharia.

Bibliografia: f. 63-68.

Exigências do sistema: Adobe Acrobat Reader.

1. Engenharia mecânica - Teses. 2. Modelagem - Teses. 3. Simulação (Computadores) - Teses. 4. Energia - Armazenamento - Teses. 5. Coletores solares - Teses. I. Costa, Andréa Oliveira Souza da. II. Costa Junior, Esly Ferreira da. III. Universidade Federal de Minas Gerais. Escola de Engenharia. IV. Título.

CDU: 621(043)



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

FOLHA DE APROVAÇÃO

**MODELAGEM NUMÉRICA E SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL DO PROCESSO DE FUSÃO DE PCM (PHASE-CHANGE MATERIAL) EM UM TANQUE DE ARMAZENAMENTO TÉRMICO ACOPLADO A UM COLETOR SOLAR**

**PAULO HENRIQUE DE ANDRADE MARINHO TÔRRES**

Dissertação submetida à Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Minas Gerais, constituída pelos Professores: Dr<sup>a</sup>. Andrea Oliveira Souza da Costa (Orientadora – Departamento de Engenharia Química/UFMG), Dr. Esly Ferreira da Costa Junior (Coorientador – Departamento de Engenharia Química/UFMG), Dr. Luiz Machado (Departamento de Engenharia Mecânica/UFMG) e Dr. Daniel Bastos de Rezende (Departamento de Engenharia Química/UFMG), como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de "**Mestre em Engenharia Mecânica**", na área de concentração de "**Energia e Sustentabilidade**".

Dissertação aprovada no dia 26 de agosto de 2022.



Documento assinado eletronicamente por **Andrea Oliveira Souza da Costa, Coordenador(a) de curso de pós-graduação**, em 06/09/2022, às 14:53, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Esly Ferreira da Costa Junior, Professor do Magistério Superior**, em 12/09/2022, às 12:24, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Daniel Bastos de Rezende, Professor do Magistério Superior**, em 12/09/2022, às 14:47, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Luiz Machado, Professor do Magistério Superior**, em 13/09/2022, às 10:49, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site [https://sei.ufmg.br/sei/controlador\\_externo.php?acao=documento\\_conferir&id\\_orgao\\_acesso\\_externo=0](https://sei.ufmg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0), informando o código verificador **1706175** e o código CRC **FEFB0E59**.

## AGRADECIMENTOS

A Deus e Nossa Senhora Aparecida por estarem sempre comigo me favorecendo com Sua graça, me iluminando na construção do meu conhecimento e permitindo com que eu seja tocado e tocar àqueles que passam pelo meu caminho.

À minha família, que me deu todo o amparo e suporte para seguir fazendo o que amo, meu sincero obrigado. Sem o apoio de vocês nada disso teria sido viável.

A Daniel por acreditar em mim e ser um porto seguro onde eu posso celebrar minhas conquistas e fracassos.

Aos meus amigos, meu obrigado por sempre serem um local de escuta e acolhimento. E à uma grande amiga (*in memorian*) que certamente estaria sentada na primeira fila para me assistir defendendo.

À minha orientadora Profa. Andréa, pela forma carinhosa e humana que tocou meu coração. Agradeço pelos puxões de orelha quando eu mesmo já não estava acreditando muito em mim.

Ao meu coorientador Prof. Esly, pela paciência, disponibilidade e pela valiosa ajuda no mundo dos Métodos Numéricos e da programação. Você é uma inspiração!!!

Ao querido Prof. Luiz Machado, meu supervisor no estágio de docência e professor, pelo carinho demonstrado e pelos ensinamentos valiosos sobre ensinar, que certamente levarei por toda vida.

Gostaria de agradecer também à Marina, secretária do PPGMEC, pelo excelente auxílio prestado em todas as minhas demandas.

Aos colegas do grupo do MOP pela parceria nos momentos de aperto.

Este trabalho foi realizado com o apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

## Resumo

Um tanque cilíndrico de armazenamento térmico no formato de um trocador de calor casco-tubo, presente em um sistema de aquecimento, é estudado neste trabalho. O emprego de um material que sofre mudança de fase em um tanque de armazenamento energético permite o armazenamento de energia empregando o calor latente, possibilitando a suavização da intermitência do recurso solar. A fim de prever o comportamento diurno do tanque, período no qual a energia é continuamente armazenada, emprega-se um modelo da literatura baseado no método entalpia. Com modificações na estratégia de resolução numérica encontrada no estudo tomado como ponto de partida, propõe-se uma correção na equação empregada para a entalpia de modo a torná-la contínua e também possibilitar a integração direta do sistema de equações algébrico-diferenciais, resultante da discretização do modelo em duas direções espaciais em volumes finitos. A rotina de integração implementada no MATLAB e empregada no presente trabalho permite o controle dos erros inerentes à integração numérica, o que é mais difícil de ser realizado empregando-se o método de Euler Implícito usado previamente pelos outros autores. Mais além, nesta nova metodologia, não se faz mais necessário o uso de propriedades constantes (calores específicos e condutividades térmicas). O sistema simulado emprega  $\text{CaCl}_2 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$  (Cloreto de Cálcio Hexahidratado) no tanque de armazenamento e água como fluido de transferência de calor. O tempo simulado de fusão completa foi empregado para a análise de convergência da malha e considerou-se convergida a solução com 30 divisões na direção radial e 15 na axial para uma malha uniforme. Para a malha não-uniforme, considerou-se convergida a solução com 18 divisões em ambas as direções. Na simulação, empregando a malha uniforme convergida, foi observado um tempo computacional aproximadamente 12 vezes maior em relação à simulação com malha não-uniforme. A diferença de cerca de 15% no tempo para fusão completa em relação ao calculado num estudo prévio pode estar associada ao uso de um método de 1ª ordem para a integração temporal pelos autores. Apresentam-se os perfis temporais, radiais e axiais de temperatura no tanque e verificou-se que todos são coerentes fisicamente.

Palavras chave: Modelagem, PCM (*Phase-Change Material*), Simulação computacional, Armazenamento térmico, Coletor solar.

## Abstract

A cylindrical thermal storage tank, present in a heating system, is studied in this work. The use of a material that undergoes a phase change in an energy storage tank makes it possible to store energy using latent heat. To predict the diurnal behavior of the tank, during which energy is continuously stored, a model from the literature based on the enthalpy method is used. With changes in the numerical resolution strategy found in the study taken as a starting point, it was proposed a correction in the equation used for the enthalpy to make it continuous and also allow the direct integration of the system of algebraic-differential equations, resulting from the model discretization in two spatial directions in finite volumes. The integration routine implemented in MATLAB and used in the present work allows the control of errors inherent to numerical integration, which is more difficult to be performed using the Implicit Euler method previously used by other authors. Furthermore, in this new methodology, it is no longer necessary to use constant properties (specific heats and thermal conductivities). The simulated system employs  $\text{CaCl}_2 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$  (Calcium Chloride Hexahydrate) in the storage tank and water as the heat transfer fluid. The simulated time of complete melting was used for the mesh convergence analysis and the solution with 30 divisions in the radial direction and 15 in the axial direction was considered converged to a uniform mesh. For the non-uniform mesh, the solution with 18 divisions in both directions was considered converged. In the simulation, for the converged uniform mesh, a computational time was observed approximately 12 times greater in relation to the simulation with non-uniform mesh. The difference of about 15% in the time to complete fusion in relation to that calculated in a previous study may be associated with the use of a 1st order method for temporal integration by the authors. Temporal, radial and axial profiles of temperature in the tank are presented and it was verified that all are physically coherent.

**Keywords:** Modeling, PCM (Phase-Change Material), Computational simulation, Thermal energy storage, solar collector.

## LISTA DE FIGURAS

|   |    |
|---|----|
| FIGURA 1 – Posicionamento do calor em uma cadeia energética simplificada (Adaptado de Sadeghi, 2022).....   | 16 |
| FIGURA 2 – Curvas de armazenamento associadas ao calor sensível e ao calor latente (Adaptado de Sadeghi, 2022). ....  | 17 |
| FIGURA 3 – Várias aplicações de armazenamento térmico de energia (Adaptado de Chavan <i>et al.</i> , 2022).....   | 18 |
| FIGURA 4 – Aplicações de PCM em função da temperatura de mudança de fase (Adaptado de Hameed <i>et al.</i> , 2022). ....  | 20 |
| FIGURA 5 – Trocador de calor casco e tubo contendo PCM: a) PCM localizado no casco, b) PCM localizado no tubo e c) múltiplos cilindros (Adaptado de Hameed <i>et al.</i> , 2022).....   | 22 |
| FIGURA 6 – Quadro comparativo de funções definidas para entalpia do PCM selecionadas na literatura atual (Adaptado de Carmona <i>et al.</i> , 2020 e Nikolaev <i>et al.</i> , 2021).....  | 24 |
| FIGURA 7 – Quadro comparativo de soluções numéricas para sistemas semelhantes .....   | 27 |
| FIGURA 8 - Esquema de funcionamento do sistema (Do próprio autor).....  | 28 |
| FIGURA 9 – Modelo físico do sistema (Adaptado de Esen <i>et al.</i> , 1998).....  | 29 |
| FIGURA 10 – Volume de controle finito adotado na literatura (Adaptado de Esen <i>et al.</i> , 1998) .....   | 30 |
| FIGURA 11 – Volume de controle (do autor).....  | 36 |
| FIGURA 12 - Malha bidimensional uniforme para $nR = nZ = 3$ (do autor) .....  | 38 |
| FIGURA 13 – Equações para o PCM.....  | 42 |
| FIGURA 14 – Interações energéticas modeladas para a água (Do próprio autor).....  | 43 |
| FIGURA 15 - Perfis temporais de temperatura para diferentes números de divisões nas direções radial e axial na intersecção com o centro e a base do cilindro (região mais fria $k=nR$ e $j=0$ ), com malha uniforme.....  | 47 |
| FIGURA 16 - Perfis temporais de temperatura para diferentes números de divisões nas direções radial e axial na intersecção com o centro e a base do cilindro (região mais fria $k=nR$ e $j=0$ ), com malha não-uniforme na direção radial: a) $q=0,75$ e b) $q=0,80$ . .... | 48 |
| FIGURA 17 - Comparação de resultados obtidos com o uso de malha uniforme e malha não-uniforme na direção radial com diferentes razões de espaçamento da malha.....  | 49 |
| FIGURA 18 - Perfis radiais de temperatura na intersecção com a base do cilindro (região mais fria) para tempos próximos à fusão .....   | 52 |

|   |    |
|---|----|
| FIGURA 19 - Perfis axiais de temperatura no centro do cilindro ( $r=0$ ) para diferentes instantes de tempo .....                     | 53 |
| FIGURA 20 – Evolução do processo de fusão do PCM para tempos selecionados: a) 1,0 h; b) 3,0h; c) 5,0h; d) 7,0h. ....                  | 54 |
| FIGURA 21 - Entalpia do PCM (kJ/kg) em função da temperatura ( $^{\circ}\text{C}$ ) com as equações de Esen <i>et al.</i> (1998)..... | 56 |
| FIGURA 22 – Entalpia do PCM (kJ/kg) em função da temperatura com equações contínuas do presente trabalho e da literatura.....         | 57 |

## LISTA DE TABELAS

|   |    |
|---|----|
| TABELA 1 – Propriedades de PCM selecionados (Adaptado de Sadeghi, 2022).....                                  | 19 |
| TABELA 2 – Parâmetros geométricos e operacionais do tanque (ESEN <i>et al.</i> , 1998).....                   | 35 |
| TABELA 3 – Propriedades termofísicas do CaCl <sub>2</sub> .6H <sub>2</sub> O (ESEN <i>et al.</i> , 1998)..... | 35 |
| TABELA 4 – Propriedades termofísicas da água (ESEN <i>et al.</i> , 1998).....                                 | 35 |
| TABELA 5 - Tempo para fusão completa do PCM para diferentes malhas .....                                      | 51 |

## LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

|       |   |
|-------|---|
| PCM   | <i>Phase-Change Material</i>                                    |
| PG    | Progressão Geométrica   |
| FTC   | Fluido de transferência de calor                                |
| CFD   | <i>Computational Fluid Dynamics</i>                             |
| CAPES | Coordenação de aperfeiçoamento de pessoal<br>do ensino superior |

## LISTA DE SÍMBOLOS

|                      |                                    |                      |
|----------------------|------------------------------------|----------------------|
| $\alpha$             | Difusividade térmica               | [m <sup>2</sup> /s]  |
| $k_{PCM}$            | Condutividade térmica              | [W/m.K]              |
| $\rho$               | Massa específica do PCM            | [kg/m <sup>3</sup> ] |
| $C_p$                | Calor específico                   | [kJ/kg.K]            |
| R                    | Coordenada radial                  | [m]                  |
| T                    | Temperatura                        | [°C]                 |
| $\emptyset$          | Coordenada angular                 | [°]                  |
| Z                    | Coordenada axial                   | [m]                  |
| $\dot{q}$            | Geração interna de calor           | [W/m <sup>3</sup> ]  |
| t                    | Tempo                              | [s]                  |
| h                    | Entalpia específica do PCM         | [kJ/kg]              |
| $Cp_s$               | Calor específico do sólido         | [kJ/kg.K]            |
| $Cp_l$               | Calor específico do líquido        | [kJ/kg.K]            |
| $k_s$                | Condutividade térmica do sólido    | [W/m.K]              |
| $k_l$                | Condutividade térmica do líquido   | [W/m.K]              |
| $k_t$                | Condutividade térmica da transição | [W/m.K]              |
| $T_{f1}$             | Temperatura inicial de fusão       | [°C]                 |
| $T_{f2}$             | Temperatura final de fusão         | [°C]                 |
| $l_f$                | Calor latente de fusão             | [kJ/kg]              |
| $\rho_{\text{água}}$ | Massa específica da água           | [kg/m <sup>3</sup> ] |
| $Cp_{\text{água}}$   | Calor específico da água           | [kJ/kg.K]            |
| $k_{\text{água}}$    | Condutividade térmica da água      | [W/m.K]              |
| $\mu$                | Viscosidade dinâmica da água       | [kg/m.s]             |
| $V_{\text{tanque}}$  | Volume do tanque de armazenamento  | [m <sup>3</sup> ]    |
| $A_{\text{tanque}}$  | Área interna do tanque             | [m <sup>2</sup> ]    |
| L                    | Altura do tanque                   | [m]                  |
| $R_c$                | Raio do cilindro unitário de PCM   | [m]                  |
| $V_{pcm}$            | Volume de PCM contido no tanque    | [m <sup>3</sup> ]    |
| $T_{ent}$            | Temperatura de entrada da água     | [°C]                 |

|                      |   |                       |
|----------------------|---|-----------------------|
| $\dot{m}$            | Vazão mássica de água no tanque                           | [kg/h]                |
| $k$                  | Contador espacial na direção radial                       | []                    |
| $nR$                 | Número de divisões no raio                                | []                    |
| $nZ$                 | Número de divisões no eixo                                | []                    |
| $l$                  | Tamanho do passo na direção axial                         | [m]                   |
| $T_0$                | Temperatura inicial                                       | [°C]                  |
| $V_{(j,k)}$          | Volume do anel cilíndrico de PCM                          | [m <sup>3</sup> ]     |
| $A_k$                | Área da face em $k$ do anel cilíndrico de PCM             | [m <sup>2</sup> ]     |
| $A_{k-1}$            | Área da face em $k-1$ do anel cilíndrico de PCM           | [m <sup>2</sup> ]     |
| $A_{j-1}$            | Área da face em $j-1$ do anel cilíndrico de PCM           | [m <sup>2</sup> ]     |
| $A_j$                | Área da face em $j$ do anel cilíndrico de PCM             | [m <sup>2</sup> ]     |
| $j$                  | Contador espacial na direção axial                        | []                    |
| $R_k$                | Posição radial da face em $k$ do anel cilíndrico de PCM   | [m]                   |
| $R_{k-1}$            | Posição radial da face em $k-1$ do anel cilíndrico de PCM | [m]                   |
| $T_{j,k}$            | Temperatura do anel cilíndrico de referência              | [°C]                  |
| $T_{j,k+1}$          | Temperatura do anel cilíndrico à esquerda                 | [°C]                  |
| $T_{j,k-1}$          | Temperatura do anel cilíndrico à direita                  | [°C]                  |
| $T_{j+1,k}$          | Temperatura do anel cilíndrico acima                      | [°C]                  |
| $T_{j-1,k}$          | Temperatura do anel cilíndrico abaixo                     | [°C]                  |
| $T_{p_j}$            | Temperatura da parede do cilindro de PCM                  | [°C]                  |
| $T_{\text{água } j}$ | Temperatura da água                                       | [°C]                  |
| $\bar{h}_{conv}$     | Coefficiente convectivo médio                             | [W/m <sup>2</sup> .K] |
| $\overline{Nu}$      | Número de Nusselt médio                                   | []                    |
| $Pr$                 | Número de Prandtl   | []                    |
| $a_1$                | Primeiro termo da PG                                      | []                    |
| $q$                  | Razão de espaçamento da malha                             | []                    |

|                       |   |                       |
|-----------------------|---|-----------------------|
| $n$                   | Número de termos da PG                                    | []                    |
| $T_{ref}$             | Temperatura de referência para cálculo de entalpia do PCM | [°C]                  |
| $\dot{Q}_{perdido_j}$ | Taxa de transferência de calor do tanque para o ambiente  | [kW]                  |
| $\dot{Q}_{PCM_j}$     | Taxa de transferência de calor da água para o PCM         | [kW]                  |
| $m_{\acute{a}gua}$    | Massa de água contida no tanque                           | [kg]                  |
| $U$                   | Coefficiente global de transferência de calor             | [W/m <sup>2</sup> .K] |

## SUMÁRIO

|  |    |
|--|----|
| <b>1. INTRODUÇÃO</b> .....   | 13 |
| 1.1. Objetivo Geral.....   | 14 |
| 1.2. Objetivos Específicos .....   | 14 |
| <b>2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b> .....   | 16 |
| 2.1. Armazenamento Térmico de Energia .....  | 16 |
| 2.2. PCM (Phase-Change Material).....  | 19 |
| 2.3. Transferência de calor em processos de fusão e solidificação para geometria cilíndrica .....        | 22 |
| 2.4. Solução numérica de problemas de fusão/solidificação .....  | 25 |
| <b>3 DESCRIÇÃO DO SISTEMA, MODELAGEM E SOLUÇÃO NUMÉRICA PROPOSTA POR ESEN <i>et al.</i> (1998)</b> ..... | 28 |
| <b>4 METODOLOGIA</b> .....   | 34 |
| 4.1. Considerações e coleta de dados.....  | 34 |
| 4.2. Domínio físico e condições de contorno.....   | 36 |
| 4.3. Geração da malha bidimensional .....  | 37 |
| 4.4. Equacionamento para o PCM .....   | 39 |
| 4.5. Equacionamento para a água e perda de energia para o ambiente.....                                  | 43 |
| 4.6. Implementação computacional .....   | 45 |
| <b>5 RESULTADOS E DISCUSSÃO</b> .....  | 47 |
| 5.1. Tempo para fusão completa do PCM e convergência dos resultados.....                                 | 47 |
| 5.2. Verificação dos resultados por meio da comparação com o trabalho da literatura ...                  | 50 |
| 5.3. Comportamento térmico do PCM.....   | 51 |
| 5.4. Formulação para entalpia específica .....   | 55 |
| <b>6 CONCLUSÃO</b> .....   | 59 |
| 6.1. Sugestões para trabalhos futuros.....   | 60 |
| <b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....  | 61 |

## 1. INTRODUÇÃO

A obtenção da energia, especialmente a obtenção fontes renováveis de energia, vem sendo constantemente um dos maiores motivos de preocupação mundial e um ponto chave no desenvolvimento de uma sociedade (ZHANG *et al.*, 2021). Além disso, a emissão de CO<sub>2</sub> devido ao uso de combustíveis fósseis é uma das maiores ameaças ao meio ambiente devido à sua contribuição para o aquecimento global (ANEKE e WANG, 2016). Nesse sentido, alternativas que visam o uso eficiente deste recurso, bem como a procura por fontes renováveis, tem se tornado assuntos recorrentes na literatura.

Os recursos renováveis, tais como solar e eólico, possuem características de intermitência. De acordo com Chavan *et al.* (2022), as pesquisas na área focam no uso eficiente destas tecnologias para garantir um suprimento estável e contínuo a partir destas fontes. Nessa direção, os sistemas de armazenamento de energia desempenham um papel crucial na operação de sistemas energéticos a partir da suavização da intermitência da geração renovável e, devido ao crescente desenvolvimento desse mercado, pesquisas vem sendo conduzidas com relação aos tipos, aplicações e avaliação destes sistemas (ZHANG *et al.*, 2021).

De acordo com a Segunda Lei da Termodinâmica, nenhuma conversão energética é 100% eficiente. Para Aneke e Wang (2016), as perdas ocorrem geralmente sob a forma de calor, e que se fossem capturadas e armazenadas, serviriam como um valioso recurso para outros processos. Sendo assim, estes autores definem o armazenamento de energia como a captura da energia produzida em determinado instante de tempo para sua utilização posterior, sendo que este processo é conhecido como carga e o processo de liberação para uso como descarga.

O armazenamento energético associado ao calor latente, assunto deste trabalho, faz uso do conteúdo energético envolvido nos processos de fusão e solidificação de materiais denominados PCM (*Phase-Change Materials*). A formação de uma interface que separa as regiões sólida e líquida do material insere uma complexidade no problema devido ao fato de a posição desta interface ser desconhecida e variar com o tempo. As equações diferenciais envolvidas nos processos possuem natureza não-linear, dificultando a obtenção de uma solução analítica, fazendo com que vários experimentos e análises numéricas sejam conduzidos para avaliar as equações de energia envolvidas, geometria dos sistemas, comportamento térmico dos

materiais e condições operacionais dos processos (ABU-HAMDEH *et al.*, 2021 CHAVAN *et al.*, 2022).

As técnicas numéricas para discretização espacial da equação do calor em problemas envolvendo mudança de fase comumente utilizadas são: diferenças finitas, elementos finitos e volumes finitos, sendo esta última abordagem a mais comum (DUTIL *et al.*, 2011; SARBU e DORCA, 2018). A mudança de fase de determinado material é inerentemente transiente, por isso as equações resultantes da discretização no espaço precisam ser integradas no tempo. O método das linhas permite a solução do sistema de equações diferenciais ordinárias, cuja variável independente é o tempo, resultante da discretização espacial com o uso de integradores comerciais como o *ode15i* do MATLAB.

### 1.1. Objetivo Geral

Este trabalho tem como objetivo geral simular o processo de fusão de Cloreto de Cálcio Hexahidratado em um tanque cilíndrico de armazenamento térmico, empregando o modelo desenvolvido por Esen *et al.* (1998), adotando uma estratégia de integração numérica em uma rotina comercial com controle de erros de integração temporal.

### 1.2. Objetivos Específicos

Os objetivos específicos deste trabalho são:

- Propor uma abordagem algébrico-diferencial para solução direta das equações que descrevem o fenômeno objetivando maior simplicidade na solução do problema, visto que a solução direta dispensa que o usuário manipule algebricamente as equações envolvidas;
- Resolver numericamente as equações que descrevem o processo fazendo o uso de malha uniforme e não-uniforme, pois esta abordagem permite comparar o custo computacional da simulação nos dois casos;
- Analisar a convergência da malha empregada a fim de verificar se os resultados obtidos não dependem do número de divisões adotado na discretização espacial, ampliando a análise numérica encontrada em Esen *et al.* (1998);

- Prever o comportamento dinâmico do PCM para descrever como se dá o processo de carga do tanque presente no sistema de aquecimento;
- Validar a metodologia proposta por meio da comparação com resultados disponíveis no artigo de Esen *et al.* (1998).

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1. Armazenamento Térmico de Energia

Sadeghi (2022) discorre que o calor possui um papel central na cadeia de energia, criando uma ligação entre formas, processos relacionados à conversão e transferência de energia. Na Figura 1 está exemplificado o posicionamento do calor dentro de uma cadeia energética simplificada.

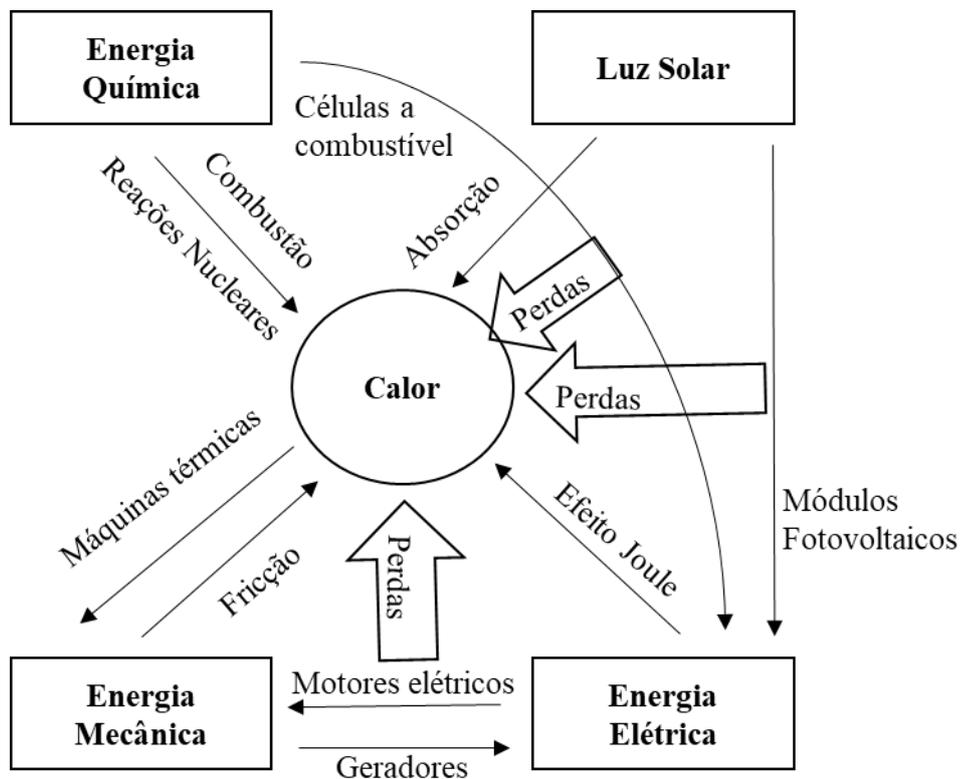


FIGURA 1 – Posicionamento do calor em uma cadeia energética simplificada (Adaptado de Sadeghi, 2022).

As transformações energéticas representadas na Figura 1 ocasionam a produção ou perdas de energia na forma de calor. A conversão de energia química em energia elétrica por meio de células a combustível, bem como a utilização de módulos fotovoltaicos para transformação de irradiação solar em energia elétrica e a conversão eletromecânica, resultam em perdas de natureza térmica. A partir de reações nucleares e de combustão, atrito e absorção de luz solar, é possível a obtenção de energia na forma de calor. Sendo assim, é possível observar que o calor funciona como um elo nesta cadeia energética e que o armazenamento

térmico pode contribuir para a diminuição das perdas, no aproveitamento de energia e no melhoramento da performance destes sistemas.

O uso eficiente e a recuperação de perdas inerentes a processos energéticos são tão úteis quanto o desenvolvimento e exploração de novas fontes de energia. Então, o armazenamento térmico pode ser definido como sendo a variação da energia interna de determinado material por meio do calor sensível, calor latente ou reações termoquímicas (CHAVAN *et al.*, 2022).

A forma mais simples de armazenamento é associada ao calor sensível, nela o armazenamento ocorre através da mudança de temperatura de um meio sólido ou líquido, pelo aquecimento, sem que o material passe por mudança de fase. Em aplicações abaixo de 100 °C, a água é a mais utilizada devido a seu baixo custo e elevado calor específico. Para temperaturas acima deste valor, materiais com elevada temperatura de ebulição são empregados tais como óleos, sais fundidos e sódio líquido (ZHANG *et al.*, 2021).

Aproveitando o calor latente de fusão de materiais denominados PCM, os sistemas que operam com este tipo de armazenamento energético armazenam energia durante o processo de fusão e a liberam no processo de solidificação. De acordo com Chavan *et al.* (2022), os métodos de armazenamento que fazem uso do calor latente possuem elevada densidade de armazenamento comparados com os associados ao calor sensível, para o mesmo volume de material. São exemplificados na Figura 2, os processos referentes ao calor sensível e ao calor latente.

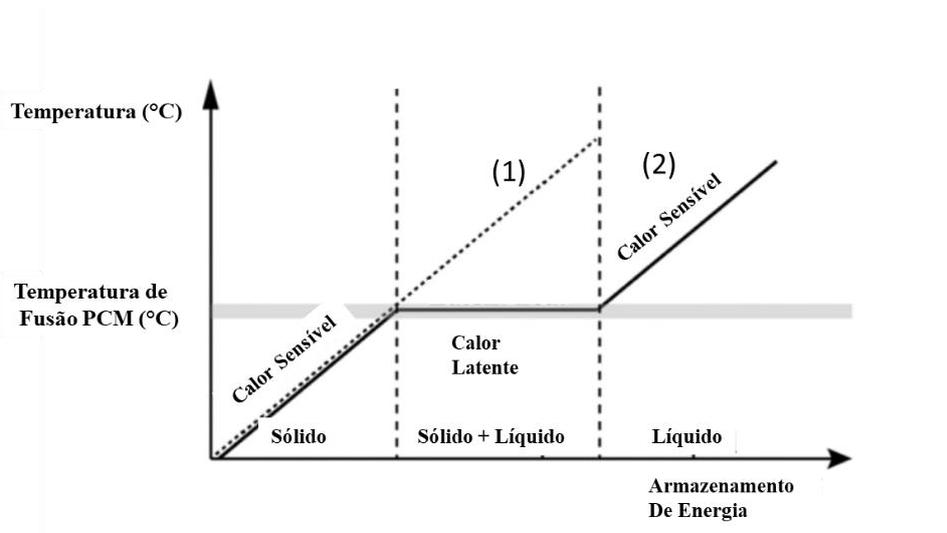


FIGURA 2 – Curvas de armazenamento associadas ao calor sensível e ao calor latente (Adaptado de Sadeghi, 2022).

Na curva 1 da Figura 2, o material aumenta sua temperatura à medida que ocorre o armazenamento, característica de conteúdo energético associado ao calor sensível. Ao se trabalhar com PCM, podem ocorrer efeitos combinados: o PCM atinge a temperatura de mudança de fase por meio do calor sensível, sua temperatura permanece constante durante a mudança de fase por meio do calor latente e pode ter sua temperatura aumentada após a mudança de fase, como descrito na curva 2 da Figura 2.

Por fim, em linhas gerais, o conteúdo energético associado às reações termoquímicas reversíveis é o calor fornecido durante uma reação endotérmica e liberado posteriormente na reação reversa exotérmica, valendo-se da energia de ligação dos compostos.

Nas fontes pesquisadas para a elaboração deste trabalho, as mais diversas aplicações destes sistemas são descritas. São elas: gerenciamento térmico de equipamentos para remoção eficiente de calor e controle de temperatura (AKSHAYVEER *et al.*, 2021; KANSARA *et al.*, 2021; KANSARA e SINGH, 2021; LI *et al.*, 2021; MAHDI *et al.*, 2021), sistemas de energia solar (MEHMOOD *et al.*, 2021; MOSTAFAVI *et al.*, 2018; SHAIKH *et al.*, 2021; YE *et al.*, 2021), sistemas de aquecimento, resfriamento e condicionamento de ar (ABU-HAMDEH *et al.*, 2021; CARMONA *et al.*, 2020; LIU *et al.*, 2021; REZAEI *et al.*, 2021; WANG *et al.*, 2021). Na figura 3 estão apresentados vários exemplos de aplicações de armazenamento térmico.

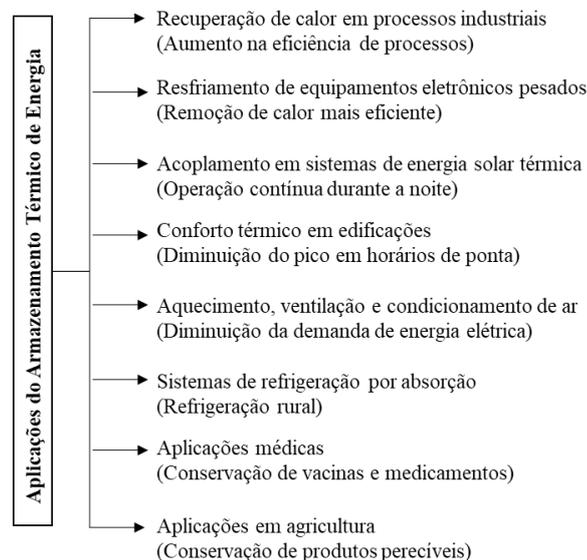


FIGURA 3 – Várias aplicações de armazenamento térmico de energia (Adaptado de Chavan *et al.*, 2022).

As aplicações médicas destes sistemas merecem destaque por muito terem sido faladas as questões logísticas a respeito de armazenamento e transporte das vacinas contra COVID-19

nas temperaturas especificadas, durante a pandemia em curso. Mais além, a OMS motiva os pesquisadores a desenvolverem métodos para conservar vacinas e medicamentos a baixas temperaturas em regiões onde o uso de eletricidade é limitado ou indisponível (CHAVAN *et al.*, 2022)

## 2.2. PCM (Phase-Change Material)

Nos sistemas de armazenamento térmico onde se empregam os PCM, uma elevada quantidade de energia, associada ao calor latente de fusão/solidificação, pode ser armazenada/liberada com uma pequena variação de volume e temperatura do material. As propriedades mais relevantes na análise destes materiais são: a temperatura de mudança de fase, o calor latente de fusão, a condutividade térmica, o calor específico e a densidade. As propriedades de alguns PCM estão apresentadas na Tabela 1.

TABELA 1 – Propriedades de PCM selecionados (Adaptado de Sadeghi, 2022).

| PCM  | Temperatura de mudança de fase (°C) | Condutividade térmica (W/m.K) | Calor específico (kJ/kg.K) | Calor latente de fusão (kJ/kg) |
|--|-------------------------------------|-------------------------------|----------------------------|--------------------------------|
| Cera de Parafina                                     | 32                                  | 0,2                           | 2,4                        | 176                            |
| Ácido Caprílico                                      | 16                                  | 0,15                          | 1,95                       | 148                            |
| Ácido Palmítico                                      | 57,8                                | 0,22                          | 1,27                       | 185                            |
| n-Octadecano   | 28                                  | 0,28                          | 2,2                        | 244                            |
| Estearato de Vinil                                   | 29                                  | 0,25                          | 1,28                       | 122                            |
| Na <sub>2</sub> HPO <sub>4</sub> .12H <sub>2</sub> O | 36                                  | 0,47                          | 3,45                       | 280                            |
| Na <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> .10H <sub>2</sub> O  | 32                                  | 0,5                           | 1,072                      | 251                            |
| CH <sub>3</sub> COONa.3H <sub>2</sub> O              | 58                                  | 0,61                          | 1,92                       | 264                            |
| NaCl   | 802                                 | 0,49                          | 5                          | 420                            |

Observam-se na Tabela 1, valores de condutividade térmica e calor específico constantes. Todavia, em trabalhos atuais da literatura são encontradas diversas abordagens destas propriedades do PCM: propriedades constantes (ABU-HAMDEH *et al.*, 2021;

AKSHAYVEER *et al.*, 2021; ATHAWALE *et al.*, 2021; KANSARA *et al.*, 2021; KANSARA e SINGH, 2021; KUMAR e SAHA, 2021; LI *et al.*, 2021; LIU *et al.*, 2021; MAHDI *et al.*, 2021; MEHMOOD *et al.*, 2021; YU *et al.*, 2021), propriedades diferenciadas pela fase em que o material se encontra (QI; DENG; JIANG, 2008; REZAEI *et al.*, 2021) e propriedades variáveis com a temperatura (SHAIKH *et al.*, 2021; HARMEN *et al.*, 2021).

A temperatura de mudança de fase é a temperatura na qual o processo de fusão/solidificação ocorre e neste estado é definido o valor do calor latente, que é caracterizado pela quantidade de calor (kJ/kg) absorvida por determinado material durante o processo de fusão. São apresentadas na Figura 4 aplicações de PCM em função da temperatura de mudança de fase.

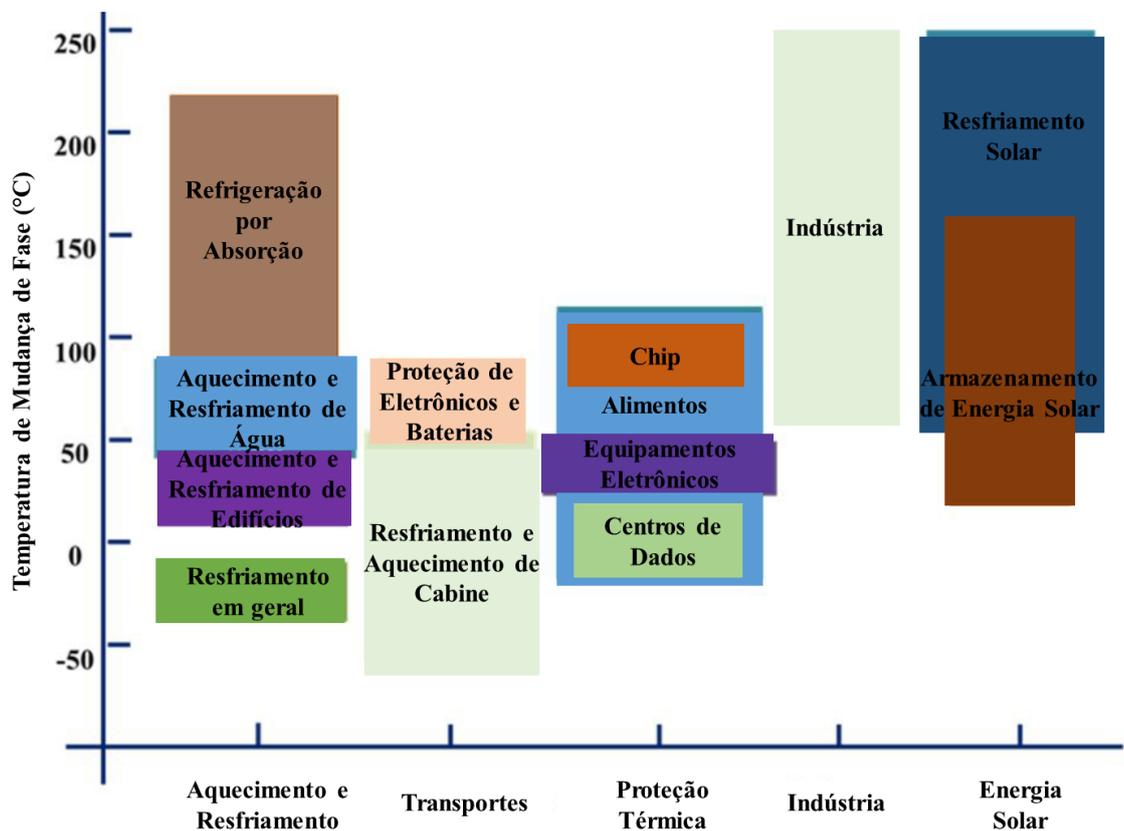


FIGURA 4 – Aplicações de PCM em função da temperatura de mudança de fase (Adaptado de Hameed *et al.*, 2022).

A temperatura de mudança de fase é o principal critério de adequação entre o PCM e a aplicação em sistemas de armazenamento térmico. Nas aplicações apresentadas na Figura 4 o

PCM trabalha como reservatório térmico (fonte quente ou fonte fria), podendo funcionar cedendo ou recebendo energia na forma de calor. De acordo com Yu *et al.* (2021), a seleção de PCM deve levar em conta, inicialmente, o cruzamento entre temperatura de mudança de fase e temperatura de operação do sistema onde o armazenamento térmico será proposto. Em usos industriais, por exemplo, são utilizados materiais com temperaturas de mudança de fase na faixa de 60-250 °C.

A condutividade térmica é uma propriedade de transporte associada à capacidade de o material transferir calor por condução, possuindo maiores valores, geralmente, para materiais no estado sólido, o que pode ser atribuído ao menor espaçamento intermolecular. Já o calor específico, é uma propriedade termodinâmica relacionada ao armazenamento de energia. Em processos de transferência de calor, costuma-se avaliar a difusividade térmica (Equação 1), que é a combinação das propriedades descritas acima (INCROPERA *et al.* 2007).

$$\alpha = \frac{k_{PCM}}{\rho C_p} \quad (1)$$

Nessa expressão,  $\alpha$  é a difusividade térmica  $\left(\frac{m^2}{s}\right)$ ,  $k_{PCM}$  a condutividade térmica do PCM  $\left(\frac{W}{m.K}\right)$ ,  $\rho$  a massa específica  $\left(\frac{kg}{m^3}\right)$  e  $C_p$  o calor específico  $\left(\frac{kJ}{kg.K}\right)$ .

A baixa condutividade térmica é intrínseca ao PCM, por isso alguns estudos vão em direção do aprimoramento destes materiais visando performances térmicas mais promissoras: aplicação de nanopartículas e espumas metálicas, proporcionando um aumento da condutividade térmica, inserção de aletas e uso de PCM encapsulado para aumento da área de troca de calor (ATHAWALE *et al.*, 2021; LI *et al.*, 2021; SHAIKH *et al.*, 2021; YE *et al.*, 2021).

Os trocadores de calor casco-tubo são os mais utilizados, correspondem a 70% das aplicações em sistemas de armazenamento térmico envolvendo PCM. Grande parte disso se deve ao amplo uso na engenharia, possuírem dados de performance e *design* já bastante difundidos e processo de fabricação dominado (HAMEED *et al.*, 2022; KUMAR e SAHA, 2021; DUBOVSKY *et al.*, 2018). É apresentado na Figura 5 um esquema de trocador de calor casco-tubo contendo PCM.

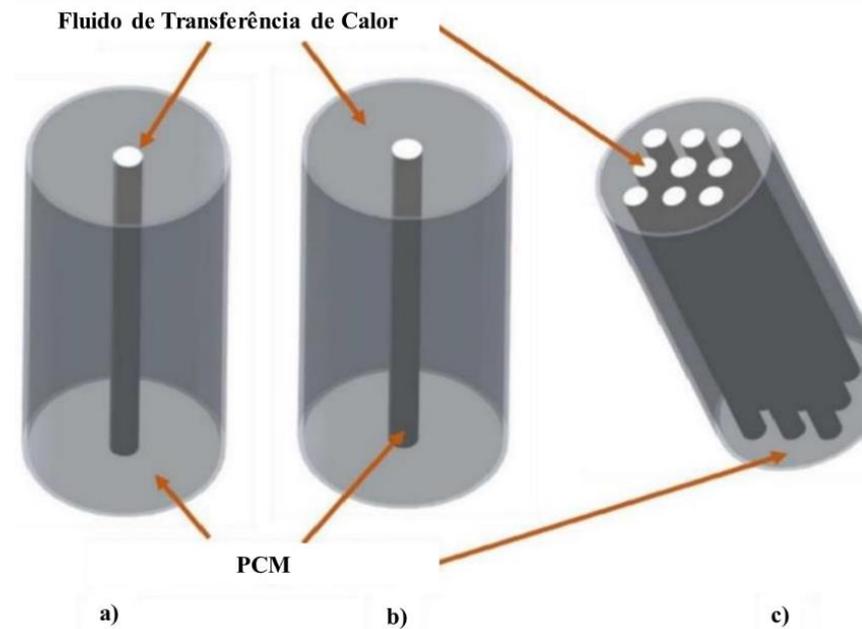


FIGURA 5 – Trocador de calor casco e tubo contendo PCM: a) PCM localizado no casco, b) PCM localizado no tubo e c) múltiplos cilindros (Adaptado de Hameed *et al.*, 2022).

Podem ser adotadas configurações nas quais o FTC (Fluido de transferência de calor) escoa dentro do tubo e o PCM distribuído na região anular (Figura 5a) e outras onde o PCM está distribuído no tubo e o FTC escoa na região anular (Figura 5b), dependendo da aplicação proposta (DUBOVSKY *et al.*, 2018).

### 2.3. Transferência de calor em processos de fusão e solidificação para geometria cilíndrica

A equação geral da transferência de calor por condução, em coordenadas cilíndricas e regime transiente, é apresentada na Equação 2 (INCROPERA *et al.* 2007).

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left( k_{PCM} R \frac{\partial T}{\partial R} \right) + \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \phi} \left( k_{PCM} \frac{\partial T}{\partial \phi} \right) + \frac{\partial}{\partial Z} \left( k_{PCM} \frac{\partial T}{\partial Z} \right) + \dot{q} = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2)$$

Em que  $R$  representa a coordenada na direção radial (m),  $\phi$  é a coordenada na direção angular (graus),  $Z$  é a coordenada na direção axial (m),  $T$  é a temperatura ( $^{\circ}\text{C}$ ),  $\dot{q}$  é a geração interna de energia ( $\frac{\text{W}}{\text{m}^3}$ ) e  $t$  é o tempo (s). Esta é a equação de conservação de energia, significando que a taxa líquida de transferência de calor por condução (nas direções radial, angular e axial)

acrescida da taxa volumétrica de geração interna de energia é igual à taxa de acúmulo de energia dentro do volume de controle.

Os processos de fusão e solidificação de materiais envolvendo fronteira móvel entre a região sólida e líquida, com sua posição desconhecida e variável com o tempo, são denominados problemas de Stefan. Parte da solução consiste em determinar a posição desta interface, introduzindo não-linearidades e dificuldades para se obterem soluções analíticas. Maiores complexidades seriam inseridas ao problema ao considerar duas ou três dimensões e propriedades do PCM (condutividade térmica, calor específico, etc) variáveis com a temperatura (ABU-HAMDEH *et al.*, 2021; SARBU e DORCA, 2018; DUTIL *et al.*, 2011; ESEN *et al.*, 2004).

Uma abordagem baseada em entalpia específica do PCM (Equação 3) permite uma implementação computacional sem a necessidade de tratar explicitamente a interface e com a possibilidade de usar a mesma equação de energia para as fases sólida e líquida, conseguindo localizar indiretamente a interface entre as fases a partir da definição de funções que relacionam esta propriedade com a temperatura (DUTIL *et al.*, 2011; WU *et al.*, 2017).

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left( k_{PCM} R \frac{\partial T}{\partial R} \right) + \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \phi} \left( k_{PCM} \frac{\partial T}{\partial \phi} \right) + \frac{\partial}{\partial Z} \left( k_{PCM} \frac{\partial T}{\partial Z} \right) + \dot{q} = \rho \frac{\partial h}{\partial t} \quad (3)$$

Em que  $h$  é a entalpia específica ( $\frac{kJ}{kg}$ ).

Uma expressão para determinação da entalpia específica do PCM pode ser observada na Equação 4, referência para todas as formulações desta propriedade no presente trabalho.

$$h(T) = \int_{T_{ref}}^T C_p dT + \left( \frac{T - T_{f1}}{\Delta T_f} \right) \cdot l_f \quad (4)$$

Nessa expressão,  $T_{ref}$  é a temperatura de referência para cálculo da variação de entalpia do PCM (°C),  $T_{f1}$  é a temperatura inicial da fusão (°C),  $T_{f2}$  é a temperatura final de fusão (°C),  $\Delta T_f$  é a diferença entre as temperaturas final e inicial de fusão (°C) e  $l_f$  o calor latente de fusão ( $\frac{kJ}{kg}$ ).

A primeira parcela à direita da igualdade na Equação 4 descreve a energia associada ao calor sensível e a consequente variação de temperatura, sendo aplicada exclusivamente para avaliar a variação da entalpia específica durante o aquecimento ( $T \leq T_{f1}$  e  $T \geq T_{f2}$ ). A segunda refere-se ao calor latente em decorrência da mudança de fase no intervalo  $\Delta T_f$ , sendo aplicada somente nesse intervalo. Nota-se que quando o PCM está totalmente líquido  $T - T_{f1} = \Delta T_f$ .

Uma comparação entre formulações para entalpia específica encontradas na literatura é apresentada na Figura 6. A partir de intervalos de temperatura são definidas equações que representam as fases sólida e líquida do PCM, fixando-se a temperatura de referência igual a  $0^\circ\text{C}$ .

|                               |   |
|-------------------------------|---|
| Carmona <i>et al.</i> (2020)  | $h(T) = Cp_s \cdot T$ para $T < T_{f1}$ (5)   |
|                               | $h(T) = Cp_s \cdot T_{f1} + \frac{l_f \cdot (T - T_{f1})}{\Delta T_f}$ para $T_{f1} \leq T \leq T_{f2}$ (6)   |
|                               | $h(T) = Cp_s \cdot T_{f1} + Cp_l \cdot (T - T_{f2}) + l_f$ para $T > T_{f2}$ (7)  |
| Nikolaev <i>et al.</i> (2021) | $h(T) = Cp_s \cdot T$ para $T \leq T_{f1}$ (8)  |
|                               | $h(T) = Cp_s \cdot T_{f1} + \left(\frac{Cp_s + Cp_l}{2}\right) \cdot (T - T_{f1}) + \frac{l_f \cdot (T - T_{f1})}{\Delta T_f}$ para $T_{f1} < T < T_{f2}$ (9) |
|                               | $h(T) = Cp_s \cdot T_{f1} + \left(\frac{Cp_s + Cp_l}{2}\right) \cdot (T_{f2} - T_{f1}) + l_f + Cp_l \cdot (T - T_{f2})$ para $T \geq T_{f2}$ (10)             |

FIGURA 6 – Quadro comparativo de funções definidas para entalpia do PCM selecionadas na literatura atual (Adaptado de Carmona *et al.*, 2020 e Nikolaev *et al.*, 2021)

Em que  $Cp_s$  é o calor específico da fase sólida ( $\frac{kJ}{kg.K}$ ),  $T$  é a temperatura em que o PCM se encontra ( $^\circ\text{C}$ ),  $T_{f1}$  é a temperatura inicial da fusão ( $^\circ\text{C}$ ).  $Cp_l$  é o calor específico da fase líquida ( $\frac{kJ}{kg.K}$ ),  $T_{f2}$  é a temperatura final de fusão ( $^\circ\text{C}$ ),  $\Delta T_f$  é a diferença entre as temperaturas final e inicial de fusão ( $^\circ\text{C}$ ) e  $l_f$  o calor latente de fusão ( $\frac{kJ}{kg}$ ).

Carmona *et al.* (2020) definem a fase sólida do PCM para temperaturas abaixo de  $T_{f1}$  e sua entalpia específica é representada pela parcela de energia referente ao calor sensível. Além

disso, estabelecem um intervalo fechado de temperaturas para ocorrência de mudança de fase ( $T_{f1} \leq T \leq T_{f2}$ ) onde coexistem as fases sólida e líquida do PCM. A entalpia específica é contabilizada pela contribuição da fase sólida ( $Cp_s \cdot T_{f1}$ ) acrescida do calor latente de fusão ponderado pela fração de líquido presente na mistura, representada por  $\left(\frac{T-T_{f1}}{\Delta T_f}\right)$ . Acima de  $T_{f2}$  todo o PCM se encontra na fase líquida, acrescentando uma parcela de energia associada ao calor sensível ( $Cp_l(T - T_{f2})$ ) na equação.

Nikolaev *et al.* (2021) definem de maneira distinta os intervalos de temperatura, conforme apresentado na Figura 6 pelas Equações 8-10. O PCM permanece inteiramente sólido até  $T_{f1}$ , uma fase de transição sólido-líquido é definida no intervalo aberto de temperaturas  $T_{f1} < T < T_{f2}$  e para temperaturas acima de  $T_{f2}$  inteiramente líquido. Ademais, na fase de transição faz-se o uso de um calor específico médio, obtido com a média aritmética entre os valores da fase sólida e líquida.

A transferência de calor nas fases sólida e líquida do PCM pode ser caracterizada pelo fenômeno da condução. No entanto, na fase líquida ocorre o surgimento de correntes de convecção após o início da fusão, como consequência da variação da massa específica do PCM em função do aumento de temperatura. (AKSHAYVEER *et al.*, 2021; DHAIDAN; KHODADADI, 2015; LIU *et al.* 2014; MAHDI *et al.*, 2021).

A implementação computacional de modelos baseados apenas em condução é comum pela sua economia de tempo computacional, podendo acarretar em erros que variam em função dos parâmetros geométricos dos sistemas e propriedades termofísicas do PCM (TEHRANI *et al.*, 2018). Para Dubovsky *et al.* (2018), em tubos verticais de menor diâmetro, que precisam de uma maior área de troca de calor, desconsiderar a convecção natural não traz erros significativos para os resultados. Além disso, Seddegh *et al.* (2016) afirmam que a convecção natural possui mais efeito em tanques de armazenamento térmico cuja configuração é horizontal.

#### 2.4. Solução numérica de problemas de fusão/solidificação

Para algumas poucas situações físicas, com condições de contorno e geometrias simplificadas, é possível se obter uma solução analítica para problemas de fusão/solidificação. As simplificações mais comuns encontradas na literatura são: formulação unidimensional dos

problemas, utilização de propriedades termofísicas constantes e temperatura inicial arbitrada como sendo a temperatura de mudança de fase, desconsiderando aquecimento ou resfriamento associados ao intercâmbio de energia em forma de calor sensível (DUBOVSKY; ZISKIND; LETAN, 2011; MOSAFFA *et al.*, 2012b, 2012a).

É sabido que as soluções numéricas computacionais são passíveis de erros de arredondamento e truncamento. Adicionalmente, nos processos de discretização espacial e temporal, a escolha do tamanho do passo pode influenciar na acurácia dos resultados. Sendo assim, uma análise de convergência dos resultados se faz necessária a partir de parâmetros tais como: temperatura do PCM, tempo para fusão/solidificação completa, fração de PCM na fase líquida e efetividade do trocador de calor (DAS *et al.*, 2017; HARMEN *et al.*, 2021; NIYAS *et al.*, 2017; SHAIKH *et al.*, 2021; TAY *et al.*, 2015; TEAMAH *et al.*, 2017; VYSHAK e JILANI, 2007). O tempo para fusão/solidificação completa é definido como o intervalo para que 100% do material passou pela mudança de fase e a fração de PCM na fase líquida já foi definida na seção 2.3.

No quadro apresentado na Figura 7 são comparados autores cujos sistemas avaliados são semelhantes ao objeto de estudo do presente trabalho: trocador de calor casco-tubo cilíndrico, orientado verticalmente. Configurações distintas de tanques de armazenamento térmico associado ao calor latente são estudadas na literatura, alterando a disposição entre PCM e FTC e com ou sem introdução de estratégias de melhoramento da transferência de calor destes sistemas. Os modelos construídos para previsão da dinâmica dos sistemas podem levar em consideração uma ou mais dimensões, dependendo do que os autores almejam. A solução das equações e simulações podem ser feitas via softwares de CFD, cujas malhas e estratégias de discretização já estão inseridas neles, ou por códigos computacionais escritos pelos próprios autores (*in-house*) e implementados em softwares comerciais de programação.

O método das linhas consiste na discretização espacial das equações que descrevem o processo, transformando as equações diferenciais parciais em um sistema de equações diferenciais ordinárias, que será integrado no tempo com o uso de um integrador comercial (DOBRI *et al.*, 2021).

A validação do modelo proposto pode ser feita por comparação com resultados numéricos e experimentais alcançados por trabalhos que estudam sistemas semelhantes. Também, com a construção de protótipos objetivando validar experimentalmente seus próprios resultados numéricos.

| <b>Referência</b>           | <b>Processo</b>       | <b>Configuração</b>  | <b>Solução numérica</b>   | <b>Convergência dos resultados</b>   | <b>Validação do modelo</b>   |
|-----------------------------|-----------------------|--|---|--|--|
| Vyshak e Jilani (2007)      | Fusão                 | PCM dentro e FTC fora  | Código desenvolvido e implementado em um software comercial de programação, com malha 1D uniforme | Convergência no espaço   | Resultados experimentais encontrados na literatura   |
| Tay <i>et al.</i> (2015)    | Fusão                 | FTC dentro e PCM fora  | Solução 3D a partir de software comercial de CFD  | Parâmetro: efetividade média e tempo total de solidificação; Convergência no espaço e no tempo;  | Modelos de CFD e resultados experimentais encontrados na literatura                              |
| Niyas <i>et al.</i> (2017)  | Fusão e solidificação | FTC dentro e PCM fora com aletas longitudinais               | Solução 3D a partir de software comercial de CFD  | Parâmetro: temperatura; Convergência no espaço e passo no tempo ajustado pelo software, com base na tolerância estabelecida de $10^{-3}$ | Resultados experimentais do protótipo construído   |
| Das <i>et al.</i> (2017)    | Fusão                 | FTC dentro e PCM fora  | Solução 2D a partir de software comercial de CFD  | Parâmetro: temperatura e velocidade; Convergência no espaço e no tempo, com tolerância definida de $10^{-5}$                             | Resultados experimentais encontrados na literatura   |
| Teamah <i>et al.</i> (2017) | Fusão                 | PCM dentro e FTC fora  | Código desenvolvido e implementado em um software comercial de programação, com malha 2D uniforme | Parâmetro: fração de PCM líquido; Convergência no espaço e no tempo;   | Resultados experimentais encontrados na literatura   |
| Harmen <i>et al.</i> (2021) | Fusão e solidificação | FTC dentro e PCM fora  | Solução 2D a partir de software comercial de CFD, com malha uniforme                              | Parâmetro: massa, temperatura e velocidade; Convergência no espaço e no tempo, com tolerância definida de $10^{-10}$                     | Resultados numéricos encontrados na literatura; Resultados experimentais do protótipo construído |
| Shaikh <i>et al.</i> (2021) | Fusão                 | PCM dentro e FTC fora e múltiplos tubos FTC embebidos em PCM | Solução 3D a partir de software comercial de CFD  | Parâmetro: fração de PCM líquido; Convergência no espaço e no tempo, com tolerância definida de $10^{-6}$                                | Resultados experimentais encontrados na literatura   |

FIGURA 7 – Quadro comparativo de soluções numéricas para sistemas semelhantes

### 3 DESCRIÇÃO DO SISTEMA, MODELAGEM E SOLUÇÃO NUMÉRICA PROPOSTA POR ESEN *et al.* (1998)

Neste estudo será analisado um tanque cilíndrico de armazenamento térmico, proposto inicialmente por Esen *et al.* (1998), que utiliza a água aquecida pelo coletor solar para realizar a fusão do PCM, e armazenar energia térmica empregando o calor latente (processo de carga). A demanda de aquecimento noturna é suprida com o processo de solidificação, transferindo calor para a água que será direcionada para o sistema de aquecimento residencial (processo de descarga). É apresentado na Figura 8 o esquema de funcionamento do sistema abordado neste trabalho.

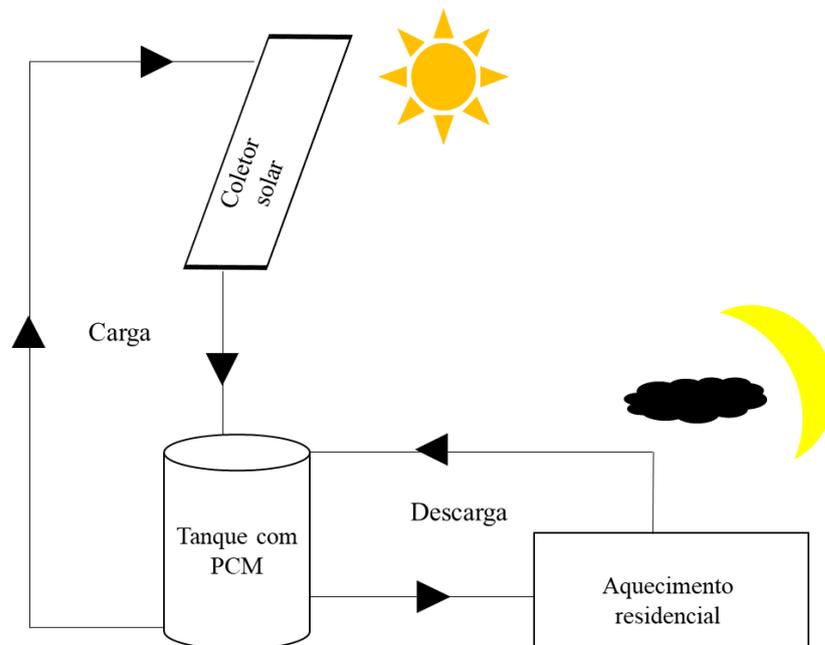


FIGURA 8 - Esquema de funcionamento do sistema (Próprio autor)

O tanque de armazenamento é composto por tubos cilíndricos dispostos na direção vertical, funcionando como um trocador de calor casco e tubo. O PCM está localizado dentro dos tubos cilíndricos e a água escoia paralelamente a eles, no envelope do trocador de calor. É apresentada na Figura 9 a geometria do tanque de armazenamento térmico proposta no trabalho da literatura.

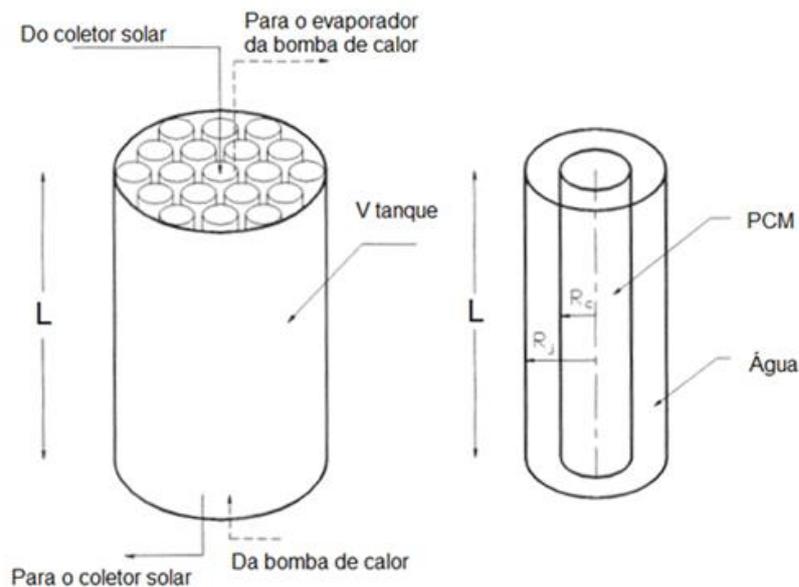


FIGURA 9 – Modelo físico do sistema (Adaptado de Esen *et al.*, 1998)

Esen *et al.* (1998) elaboraram um modelo que prevê a transferência de calor entre PCM e água. Além disso, realizaram análise paramétrica para verificar a influência de variáveis geométricas e térmicas no tempo de fusão completa do material, a fim de se obter uma configuração que minimizasse o mesmo. Para a modelagem numérica do problema, adotaram apenas um dos tubos de PCM e sua região adjacente composta por água (Figura 9). As considerações adotadas em seu trabalho foram:

- ✓ A temperatura inicial ( $T_0$ ) do PCM e da água é de  $18^\circ\text{C}$ ;
- ✓ As propriedades termofísicas do PCM variam conforme a fase que o material se encontra e não com a temperatura;
- ✓ Condução bidimensional sem geração interna no PCM;
- ✓ O PCM é um meio isotrópico;
- ✓ Cada cilindro de PCM é um volume de controle finito que opera separadamente como uma unidade de armazenamento térmico;
- ✓ A espessura da parede do cilindro foi desconsiderada.

Selecionando um anel cilíndrico de PCM como volume de controle, apresentado na Figura 10, e integrando a Equação 3 nas direções radial e axial entre os limites do volume de controle obtiveram a Equação 11.

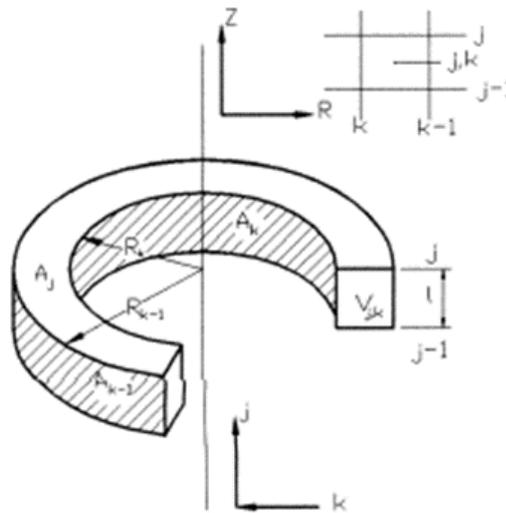


FIGURA 10 – Volume de controle finito adotado na literatura (Adaptado de Esen *et al.*, 1998)

$$\rho \cdot V_{(j,k)} \cdot \frac{\partial h}{\partial t} \Big|_{j,k} = -k_{PCM} \cdot A_k \cdot \frac{\partial T}{\partial R} \Big|_{j,k} + k_{PCM} \cdot A_{k-1} \cdot \frac{\partial T}{\partial R} \Big|_{j,k-1} - k_{PCM} \cdot A_{j-1} \cdot \frac{\partial T}{\partial Z} \Big|_{j-1,k} + k_{PCM} \cdot A_j \cdot \frac{\partial T}{\partial Z} \Big|_{j,k} \quad (11)$$

A Equação 11 define a variação temporal da entalpia específica no volume de controle como sendo diferença entre as taxas de transferência de calor nas entradas e saídas de cada face, em que  $V_{(j,k)}$  é o volume do anel cilíndrico de PCM ( $m^3$ ),  $A_k$  é a área da face em  $k$  do anel cilíndrico de PCM ( $m^2$ ),  $A_{k-1}$  área da face em  $k-1$  do anel cilíndrico de PCM ( $m^2$ ),  $A_{j-1}$  área da face em  $j-1$  do anel cilíndrico de PCM ( $m^2$ ) e  $A_j$  área da face em  $j$  do anel cilíndrico de PCM ( $m^2$ ).

A Equação 11, resultante da discretização espacial por volumes finitos, é uma equação geral que pode ser aplicada para as regiões internas do volume de controle. Os autores do trabalho da literatura não apresentaram as condições de contorno utilizadas para avaliar a Equação 11 na interface com a água, centro, topo ou base do cilindro.

Esen *et al.* (1998) sugerem a aproximação das derivadas da Equação 11 por diferenças finitas centrais nas faces do anel cilíndrico, sendo descritas pelas Equações 12 a 15.

$$\frac{\partial T}{\partial R} \Big|_{j,k} = 2 \frac{T_{j,k} - T_{j,k+1}}{R_{k-1} - R_{k+1}} \quad (12)$$

$$\frac{\partial T}{\partial R} \Big|_{j,k-1} = 2 \frac{T_{j,k} - T_{j,k-1}}{R_k - R_{k-2}} \quad (13)$$

$$\frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{j,k} = \frac{T_{j+1,k} - T_{j,k}}{l} \quad (14)$$

$$\frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{j-1,k} = \frac{T_{j,k} - T_{j-1,k}}{l} \quad (15)$$

Nas quais  $T_{j,k}$  é a temperatura do anel cilíndrico de referência ( $^{\circ}\text{C}$ ),  $T_{j,k+1}$  é a temperatura do anel cilíndrico à esquerda ( $^{\circ}\text{C}$ ),  $R_{k-1}$  a posição radial da face em  $k-1$  (m),  $R_{k+1}$  a posição radial da face em  $k+1$  (m),  $T_{j,k-1}$  a temperatura do anel cilíndrico à direita ( $^{\circ}\text{C}$ ),  $R_k$  a posição radial da face em  $k$  (m),  $R_{k-2}$  a posição radial da face em  $k-2$  (m),  $T_{j+1,k}$  a temperatura do anel cilíndrico acima ( $^{\circ}\text{C}$ ),  $l$  o tamanho do passo na direção axial (m) e  $T_{j-1,k}$  a temperatura do anel cilíndrico abaixo ( $^{\circ}\text{C}$ ).

Para descrever a mudança de fase na equação de entalpia (Equação 11), os autores introduziram funções que possibilitam o cálculo da entalpia específica em função da temperatura, conforme descrito nas Equações 16, 17 e 18.

$$h(T) = c_{p_s} \cdot T \text{ para } T < T_{f1} \quad (16)$$

$$h(T) = c_{p_l} \cdot T + \frac{l_f \cdot (T - T_{f1})}{\Delta T_f} \text{ para } T_{f1} \leq T \leq T_{f2} \quad (17)$$

$$h(T) = c_{p_l} \cdot T + l_f \text{ para } T > T_{f2} \quad (18)$$

Notam-se diferenças entre as Equações 16-18 e as Equações 5-10, apresentadas na seção 2.3, que serão abordadas em maiores detalhes nos resultados deste trabalho.

O diâmetro hidráulico ( $D_h$ ) e o número de Reynolds ( $Re$ ) do escoamento são calculados por:

$$D_h = \left( \frac{2 \cdot V_{tanque}}{\pi \cdot N \cdot R_c \cdot L} \right) - 2R_c \quad (19)$$

$$Re = \frac{2.m_{\dot{a}gua}}{\pi.N.Rc.\mu} \quad (20)$$

Em que  $N$  é o número de cilindros de PCM dentro do tanque,  $V_{tanque}$  é o volume do tanque de armazenamento ( $m^3$ ),  $Rc$  é o raio do cilindro unitário de PCM (m),  $L$  é a altura do tanque (m),  $\dot{m}$  é a vazão mássica de água vinda do coletor solar ( $\frac{kg}{h}$ ) e  $\mu$  a viscosidade dinâmica da água ( $\frac{kg}{m.s}$ ).

O valor médio do número adimensional de Nusselt foi calculado por correlações obtidas para valores de  $Re \leq 2200$  (Equação 21) e  $Re > 2200$  (Equação 22).

$$\overline{Nu} = 3,66 + 4,12 \left[ \left( \frac{D_h}{Rc} \right) - 0,205 \right]^{0,569} \quad (21)$$

$$\overline{Nu} = 0,023Re^{0,8}Pr^{0,3} \left( 1,08 - 0,794e^{-1,62\frac{D_h}{Rc}} \right) \quad (22)$$

Nas quais  $Nu$  é o número de Nusselt,  $D_h$  é o diâmetro hidráulico (m),  $Rc$  é o raio do cilindro unitário de PCM (m),  $Re$  é o número de Reynolds do escoamento e  $Pr$  o número de Prandtl.

Ye *et al.* (2021) destacam que Esen *et al.* (1998) são uns dos primeiros estudiosos da modelagem numérica de sistemas de armazenamento térmico empregando calor latente e por isso foram e ainda são a base para diversos estudos na área.

Embora tenham indicado uma metodologia para cálculo do coeficiente convectivo médio entre PCM e água e mencionarem um acoplamento das equações para o PCM com o balanço de energia para a água não foi explicitado.

A solução temporal das equações obtidas por Esen *et al.* (1998) na discretização espacial foi realizada por método implícito e as equações algébricas, obtidas em cada passo da integração, foram resolvidas pelo método iterativo de Gauss-Seidel, estratégia aplicada à sistemas lineares. Ressalta-se também que não são apresentados a malha proposta, os critérios

de convergência, nem maiores informações a respeito do intervalo de tempo utilizado na integração temporal.

## 4 METODOLOGIA

### 4.1. Considerações e coleta de dados

A fim de cumprir com os objetivos propostos no Capítulo 1 deste trabalho, adota-se as seguintes considerações na elaboração do modelo:

- ✓ A massa específica do PCM não varia com a temperatura. Dessa forma, a convecção natural no PCM durante o processo de fusão é desconsiderada;
- ✓ O calor específico e condutividade térmica do PCM na fase sólida e na fase líquida são constantes e independentes da temperatura;
- ✓ O PCM é um meio isotrópico, ou seja, as propriedades termofísicas são constantes em todas as direções do material;
- ✓ É avaliada a condução de calor bidimensional no PCM, considerando que não há variação de temperatura na direção angular e nem geração interna de energia no volume de controle;
- ✓ O balanço de energia para a água leva em consideração somente a variação de temperatura da água na direção axial;
- ✓ O coeficiente convectivo entre a parede do PCM e a água vinda do coletor solar é considerado constante;
- ✓ A transferência de calor por condução na água é desprezada, devido a sua menor magnitude em relação à convecção;
- ✓ A resistência térmica da parede que separa PCM e a água é desprezível;
- ✓ O modelo é proposto para um tubo de PCM e sua região anular composta por água, considerando que os tubos do tanque estão sob a mesma condição operacional;
- ✓ O processo de fusão do PCM ocorre dentro de uma faixa de temperatura compreendida entre  $T_{f1}$  e  $T_{f2}$ ;

Os parâmetros geométricos e operacionais do sistema em estudo (Tabela 2), propriedades termofísicas do Cloreto de Cálcio Hexahidratado ( $\text{CaCl}_2 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$ ) empregado como PCM (Tabela 3) e da água (Tabela 4) foram extraídos do trabalho de Esen *et al.* (1998).

TABELA 2 – Parâmetros geométricos e operacionais do tanque (ESEN *et al.*, 1998).

| <b>Parâmetro</b>                              | <b>Valor</b>         |
|---|----------------------|
| Volume do tanque ( $V_{tanque}$ )             | 4,25 m <sup>3</sup>  |
| Área interna do tanque ( $A_{tanque}$ )       | 13 m <sup>2</sup>    |
| Altura do tanque ( $L$ )                      | 3,2 m                |
| Raio do cilindro unitário de PCM ( $R_c$ )    | 20 mm                |
| Volume de PCM contido no tanque ( $V_{pcm}$ ) | 0,637 m <sup>3</sup> |
| Temperatura de entrada da água ( $T_{ent}$ )  | 50 °C                |
| Vazão mássica de água no tanque ( $\dot{m}$ ) | 1100 kg/h            |

TABELA 3 – Propriedades termofísicas do CaCl<sub>2</sub>.6H<sub>2</sub>O (ESEN *et al.*, 1998).

| <b>Propriedade</b>                           | <b>Valor</b>           |
|--|------------------------|
| Massa específica ( $\rho$ )                  | 1710 kg/m <sup>3</sup> |
| Calor específico do sólido ( $Cp_s$ )        | 1,460 kJ/kg.K          |
| Calor específico do líquido ( $Cp_l$ )       | 2,130 kJ/kg.K          |
| Condutividade térmica do sólido ( $k_s$ )    | 1,088 W/m.K            |
| Condutividade térmica do líquido ( $k_l$ )   | 0,539 W/m.K            |
| Condutividade térmica da transição ( $k_t$ ) | 0,7 W/m.K              |
| Temperatura inferior de fusão ( $T_{f1}$ )   | 29,7°C                 |
| Temperatura superior de fusão ( $T_{f2}$ )   | 29,85°C                |
| Calor latente de fusão ( $l_f$ )             | 187,49 kJ/kg           |

TABELA 4 – Propriedades termofísicas da água (ESEN *et al.*, 1998).

| <b>Propriedade</b>                           | <b>Valor</b>           |
|--|------------------------|
| Massa específica ( $\rho_{água}$ )           | 1000 kg/m <sup>3</sup> |
| Calor específico da água ( $Cp_{água}$ )     | 4,200 kJ/kg.K          |
| Condutividade térmica da água ( $k_{água}$ ) | 0,606 W/m.K            |
| Viscosidade dinâmica da água ( $\mu$ )       | 0,000653 kg/m.s        |

Optou-se por seleccionar apenas o Cloreto de Cálcio Hexahidratado ( $\text{CaCl}_2 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$ ) como PCM, objetivando a ampliação das análises numéricas realizadas anteriormente na literatura

#### 4.2. Domínio físico e condições de contorno

Avalia-se um tanque cilíndrico de armazenamento térmico semelhante ao proposto por Esen *et al.* (1998). Considerando a simetria axial do cilindro, adota-se para a modelagem numérica proposta a região destacada pelo pontilhado vermelho na Figura 11.

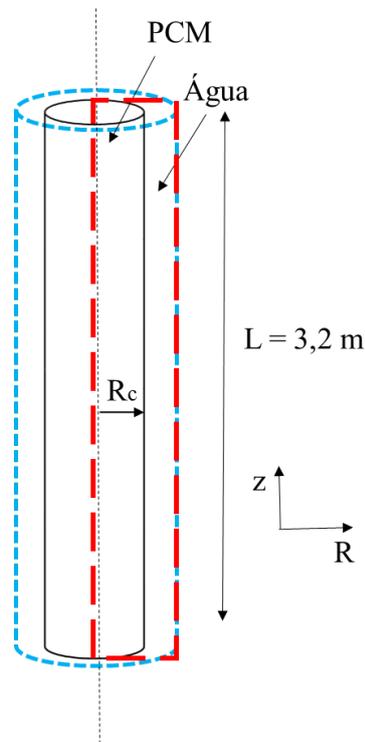


FIGURA 11 – Volume de controle (Próprio autor)

Na configuração apresentada na Figura 11, o PCM está localizado no interior do tubo enquanto a água escoia paralelamente a ele por fora, na região anular. Considerando que todos os tubos de PCM estão sob as mesmas condições operacionais, a simulação do processo para apenas um cilindro se mostra conveniente.

Nas regiões do volume de controle cujas faces estão em contato com a água é adotada a condição de contorno convectiva (Equação 23), nas regiões que fazem intersecção com o centro do cilindro é adotada a condição de contorno de simetria (Equação 24), para as regiões cujas

faces são intersecções com a base ou topo do cilindro são adotadas condições de contorno de base e topo isolados, respectivamente (Equações 25 e 26).

$$-k_{PCM} \frac{\partial T}{\partial R} = \bar{h}_{conv}(Tp - T_{\acute{a}gua}) \quad \text{em } R = R_c \text{ e } 0 \leq z \leq L \quad (23)$$

$$\frac{\partial T}{\partial R} = 0 \quad \text{em } R = 0 \text{ e } 0 \leq z \leq L \quad (24)$$

$$\frac{\partial T}{\partial z} = 0 \quad \text{em } z = 0 \text{ e } 0 \leq R \leq R_c \quad (25)$$

$$\frac{\partial T}{\partial z} = 0 \quad \text{em } z = L \text{ e } 0 \leq R \leq R_c \quad (26)$$

Em que  $\bar{h}_{conv}$  é o coeficiente de transferência de calor médio entre o PCM e a água (W/m<sup>2</sup>.K),  $Tp$  é a temperatura da parede de PCM (°C),  $T_{\acute{a}gua}$  é a temperatura da água vinda do coletor solar (°C),  $k_{PCM}$  é a condutividade térmica do PCM.

#### 4.3. Geração da malha bidimensional

A fim de localizar as faces das regiões do volume de controle discretizado, define-se  $k$  ( $k = 0, 1, 2, \dots, nR$ ) e  $j$  ( $j = 0, 1, 2, \dots, nZ$ ), contadores espaciais na direção radial e axial, respectivamente. Para uma malha uniforme, ou seja, com espaçamento constante entre as faces dos anéis cilíndricos do volume de controle nas direções espaciais consideradas, as posições radiais das faces das regiões que contem PCM e o tamanho do passo na direção axial podem ser calculados pela Equação 27 e pela Equação 28.

$$R_k = R_c \left( 1 - \frac{k}{nR} \right) \quad (27)$$

$$l = \frac{L}{nZ} \quad (28)$$

Onde  $nR$  e  $nZ$  são o número de divisões nas direções radial e axial, respectivamente.

É apresentada na Figura 12 a malha bidimensional uniforme gerada para aplicação das equações de transferência de calor. Trata-se de uma representação genérica para uma malha

com três divisões em cada direção espacial considerada. Observa-se que  $j$  cresce no sentido da coordenada axial e  $k$  no sentido do fluxo de calor (da água para o PCM).

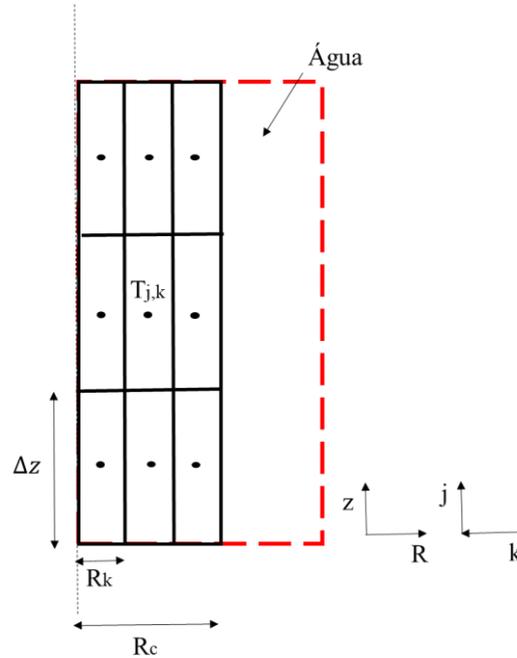


FIGURA 12 - Malha bidimensional uniforme para  $nR = nZ = 3$  (Próprio autor)

Para a construção da malha não-uniforme, ou seja, com espaçamento variável entre as faces  $k$  e  $k-1$ , considerou-se a soma de termos de uma progressão geométrica (PG) finita tendo como resultado o raio do cilindro unitário de PCM ( $R_c$ ), conforme apresentado na Equação 29.

$$\frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1} = R_c \quad (29)$$

Na qual  $a_1$  é o primeiro termo da progressão geométrica,  $q$  é a razão de espaçamento da malha,  $n$  é o número de termos da PG.

Para o primeiro termo da PG com posição radial mais próxima do centro do cilindro ( $a_1 = R_{nR-1}$ ) e uma razão da PG menor que 1, de forma a obter um menor espaçamento entre faces da região localizada na intersecção entre PCM e água, a Equação 30 pode ser obtida.

$$R_{nR-1} = \left( \frac{q - 1}{q^{nR} - 1} \right) R_c \quad (30)$$

Dessa forma é possível se obter uma malha mais refinada na parede de transferência de calor entre o PCM e a água, região de maior gradiente de temperatura.

#### 4.4. Equacionamento para o PCM

Por meio da aproximação da derivada primeira por diferenças finitas para trás (Equação 31), uma expressão para cálculo da temperatura da parede do PCM ( $T_p$ ) foi obtida (Equação 28), substituindo-se a Equação 31 na Equação 23.

$$\frac{\partial T}{\partial R} \Big|_{j,0} = \left( \frac{T_{pj} - T_{j,k+1}}{\frac{R_{k-1} - R_k}{2}} \right) \quad (31)$$

$$T_{p,j} = \frac{T_{j,1} + \left( \frac{\bar{h}_{conv}(Rc - R_k)}{2k_{PCM}} \right) \cdot T_{\acute{a}gua,j}}{1 + \left( \frac{\bar{h}_{conv}(Rc - R_k)}{2k_{PCM}} \right)} \quad (32)$$

A Equação 32 é obtida da substituição da Equação 31 na igualdade entre os fluxos de calor por condução e convecção na superfície do PCM (Condição de contorno apresentada pela Equação 23).

A Equação 11, bem como a aproximação das derivadas por diferenças finitas (Equações 12 a 15), apresentadas por Esen *et al.* (1998), são tomadas como ponto de partida para o equacionamento. O volume de PCM contido na região (Equação 33) e as áreas superficiais das faces (Equações 34 a 37) podem ser calculadas conforme:

$$V_{(j,k)} = \pi(R_{k-1}^2 - R_k^2) \cdot l \quad (33)$$

$$A_k = 2\pi \cdot R_k \cdot l \quad (34)$$

$$A_{k-1} = 2\pi \cdot R_{k-1} \cdot l \quad (35)$$

$$A_{j-1} = \pi (R_{k-1}^2 - R_k^2) \quad (36)$$

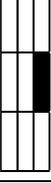
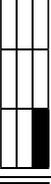
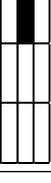
$$A_j = \pi (R_{k-1}^2 - R_k^2) \quad (37)$$

Realiza-se a substituição das Equações 12 a 15 e das Equações 33 a 37 na Equação 11, obtendo-se uma equação geral (Equação 38) para as regiões internas do volume de controle, delimitadas por faces que não fazem intersecção com o centro do cilindro nem com a água vinda

do coletor solar.

$$\frac{\partial h}{\partial t} |_{j,k} = \frac{k_{PCM}}{\rho} \cdot \left[ \frac{-4R_k}{|R_{k-1}^2 - R_k^2|(R_{k-1} - R_{k+1})} \cdot (T_{j,k} - T_{j,k+1}) + \frac{4R_{k-1}}{|R_{k-1}^2 - R_k^2|(R_k - R_{k-2})} \cdot (T_{j,k} - T_{j,k-1}) - \frac{(T_{j,k} - T_{j-1,k})}{l} + \frac{(T_{j+1,k} - T_{j,k})}{l} \right] \quad (38)$$

É apresentado na Figura 13 um quadro, considerando malha uniforme simplificada com 3 divisões em cada direção, contendo todas as equações para o PCM em cada região resultante da discretização espacial do domínio em estudo, substituição das condições de contorno do problema (Equações 23 a 26) e substituição da Equação 32 para as regiões que fazem intersecção com a água.

| Delimitação   | Região na malha   | Condição de contorno      | Equação   |
|---|---|---------------------------|---|
| $\begin{cases} j = 1 \text{ a } nZ - 1 \\ k = 1 \text{ a } nR - 1 \end{cases}$  |    | Não há                    | $\frac{\partial h}{\partial t}  _{j,k} = \frac{k_{PCM}}{\rho} \cdot \left[ \frac{-4R_k}{ R_{k-1}^2 - R_k^2 (R_{k-1} - R_{k+1})} \cdot (T_{j,k} - T_{j,k+1}) + \frac{4R_{k-1}}{ R_{k-1}^2 - R_k^2 (R_k - R_{k-2})} \cdot (T_{j,k} - T_{j,k-1}) - \frac{(T_{j,k} - T_{j-1,k})}{l} + \frac{(T_{j+1,k} - T_{j,k})}{l} \right] \quad (39)$ |
| $\begin{cases} j = nZ - 1 \text{ a } nZ \\ k = 0 \text{ a } 1 \end{cases}$      |    | Convectiva e topo isolado | $\frac{\partial h}{\partial t}  _{j,k} = \frac{k_{PCM}}{\rho} \cdot \left[ \frac{-4R_k}{ R_{k-1}^2 - R_k^2 (R_{k-1} - R_{k+1})} \cdot (T_{j,k} - T_{j,k+1}) + \frac{4R_{k-1}}{ R_{k-1}^2 - R_k^2 (R_{k-1} - R_k)} \cdot (T_{p_j} - T_{j,k+1}) - \frac{(T_{j,k} - T_{j-1,k})}{l} \right] \quad (40)$                                   |
| $\begin{cases} j = 1 \text{ a } nZ - 1 \\ k = 0 \text{ a } 1 \end{cases}$       |    | Convectiva                | $\frac{\partial h}{\partial t}  _{j,k} = \frac{k_{PCM}}{\rho} \cdot \left[ \frac{-4R_k}{ R_{k-1}^2 - R_k^2 (R_{k-1} - R_{k+1})} \cdot (T_{j,k} - T_{j,k+1}) + \frac{4R_{k-1}}{ R_{k-1}^2 - R_k^2 (R_{k-1} - R_k)} \cdot (T_{p_j} - T_{j,k+1}) - \frac{(T_{j,k} - T_{j-1,k})}{l} + \frac{(T_{j+1,k} - T_{j,k})}{l} \right] \quad (41)$ |
| $\begin{cases} j = 0 \text{ a } 1 \\ k = 0 \text{ a } 1 \end{cases}$            |   | Convectiva e base isolada | $\frac{\partial h}{\partial t}  _{j,k} = \frac{k_{PCM}}{\rho} \cdot \left[ \frac{-4R_k}{ R_{k-1}^2 - R_k^2 (R_{k-1} - R_{k+1})} \cdot (T_{j,k} - T_{j,k+1}) + \frac{4R_{k-1}}{ R_{k-1}^2 - R_k^2 (R_{k-1} - R_k)} \cdot (T_{p_j} - T_{j,k+1}) + \frac{(T_{j+1,k} - T_{j,k})}{l} \right] \quad (42)$                                   |
| $\begin{cases} j = nZ - 1 \text{ a } nZ \\ k = 1 \text{ a } nR - 1 \end{cases}$ |  | Topo isolado              | $\frac{\partial h}{\partial t}  _{j,k} = \frac{k_{PCM}}{\rho} \cdot \left[ \frac{-4R_k}{ R_{k-1}^2 - R_k^2 (R_{k-1} - R_{k+1})} \cdot (T_{j,k} - T_{j,k+1}) + \frac{4R_{k-1}}{ R_{k-1}^2 - R_k^2 (R_k - R_{k-2})} \cdot (T_{j,k} - T_{j,k-1}) - \frac{(T_{j,k} - T_{j-1,k})}{l} \right] \quad (43)$                                   |

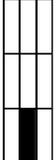
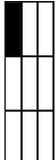
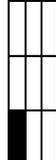
|  |   |                         |   |
|--|---|-------------------------|---|
| $\begin{cases} j = 0 \text{ a } 1 \\ k = 1 \text{ a } nR - 1 \end{cases}$        |  | Base isolada            | $\frac{\partial h}{\partial t}  _{j,k} = \frac{k_{PCM}}{\rho} \cdot \left[ \frac{-4R_k}{ R_{k-1}^2 - R_k^2 (R_{k-1} - R_{k+1})} \cdot (T_{j,k} - T_{j,k+1}) + \frac{4R_{k-1}}{ R_{k-1}^2 - R_k^2 (R_k - R_{k-2})} \cdot (T_{j,k} - T_{j,k-1}) + \frac{(T_{j+1,k} - T_{j,k})}{l} \right] \quad (44)$ |
| $\begin{cases} j = nZ - 1 \text{ a } nZ \\ k = nR - 1 \text{ a } nR \end{cases}$ |  | Simetria e topo isolado | $\frac{\partial h}{\partial t}  _{j,k} = \frac{k_{PCM}}{\rho} \cdot \left[ \frac{4R_{k-1}}{ R_{k-1}^2 - R_k^2 (R_k - R_{k-2})} \cdot (T_{j,k} - T_{j,k-1}) - \frac{(T_{j,k} - T_{j-1,k})}{l} \right] \quad (45)$  |
| $\begin{cases} j = 1 \text{ a } nZ - 1 \\ k = nR - 1 \text{ a } nR \end{cases}$  |  | Simetria                | $\frac{\partial h}{\partial t}  _{j,k} = \frac{k_{PCM}}{\rho} \cdot \left[ \frac{4R_{k-1}}{ R_{k-1}^2 - R_k^2 (R_k - R_{k-2})} \cdot (T_{j,k} - T_{j,k-1}) - \frac{(T_{j,k} - T_{j-1,k})}{l} + \frac{(T_{j+1,k} - T_{j,k})}{l} \right] \quad (46)$  |
| $\begin{cases} j = 0 \text{ a } 1 \\ k = nR - 1 \text{ a } nR \end{cases}$       |  | Simetria e base isolada | $\frac{\partial h}{\partial t}  _{j,k} = \frac{k_{PCM}}{\rho} \cdot \left[ \frac{4R_{k-1}}{ R_{k-1}^2 - R_k^2 (R_k - R_{k-2})} \cdot (T_{j,k} - T_{j,k-1}) + \frac{(T_{j+1,k} - T_{j,k})}{l} \right] \quad (47)$  |

FIGURA 13 – Equações para o PCM

#### 4.5. Equacionamento para a água e perda de energia para o ambiente

Um balanço de energia, discretizado no espaço, para a água é apresentado na Equação 48 e esquematizado na Figura 14 para uma região genérica composta por água considerando  $nZ=3$  a critério de exemplificação. O lado esquerdo da equação refere-se a parcela transiente do balanço para a água, associada a um acréscimo ou decréscimo de energia no volume de controle. O primeiro termo à direita representa a diferença de energia entre a água que entra na região genérica e a água que sai dela, o segundo representa o calor perdido para o ambiente e o terceiro o calor transferido por convecção para o PCM.

$$\frac{m_{\text{água}_j}}{N} \cdot Cp_{\text{água}} \cdot \frac{dT_{\text{água}_j}}{dt} = \frac{\dot{m}}{N} \cdot Cp_{\text{água}} \cdot (T_{\text{água}_{j+1}} - T_{\text{água}_j}) - \dot{Q}_{\text{perdido}_j} - \dot{Q}_{\text{PCM}_j} \quad (48)$$

Nessa expressão,  $m_{\text{água}_j}$  é a massa de água contida na região modelada (kg),  $N$  o número de cilindros de PCM contidos no tanque,  $Cp_{\text{água}}$  o calor específico da água  $\left(\frac{\text{kJ}}{\text{kg.K}}\right)$ ,  $\dot{m}$  a vazão mássica de água vinda dos coletores solares  $\left(\frac{\text{kg}}{\text{s}}\right)$ ,  $T_{j+1}$  é a temperatura de entrada da água na região ( $^{\circ}\text{C}$ ),  $T_j$  a temperatura de saída da água da região ( $^{\circ}\text{C}$ ),  $\dot{Q}_{\text{perdido}_j}$  é a taxa de transferência de calor do tanque para o ambiente (kW) e  $\dot{Q}_{\text{PCM}_j}$  é a taxa de transferência de calor da água para o PCM por convecção (kW).

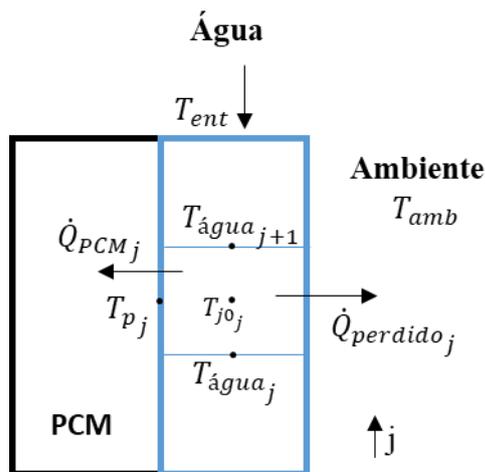


FIGURA 14 – Interações energéticas modeladas para a água (Próprio autor)

A massa total de água contida no tanque de armazenamento térmico pode ser calculada por:

$$m_{\text{água}} = (V_{\text{tanque}} - V_{\text{pcm}}) \cdot \rho_{\text{água}} \quad (49)$$

Em que  $V_{\text{tanque}}$  é o volume total do tanque de armazenamento térmico (m<sup>3</sup>) e  $V_{\text{pcm}}$  é o volume de PCM contido no tanque (m<sup>3</sup>).

Observa-se que por se tratar da modelagem para um único cilindro de PCM, a massa de água ( $m_{\text{água}}$ ), a vazão mássica de água vinda do coletor solar ( $\dot{m}$ ) e a área interna do tanque ( $A_{\text{tanque}}$ ), na Equação 48, estão divididos pelo número de cilindros contidos no tanque de armazenamento térmico.

A temperatura da água no centro de cada subdivisão é calculada a partir da média aritmética das temperaturas das interfaces acima ( $j+1$ ) e abaixo ( $j$ ).

$$T_{j0_j} = \frac{(T_{\text{água}_{j+1}} + T_{\text{água}_j})}{2} \quad (50)$$

Em que  $T_{\text{água}_j}$  é a temperatura da água na interface abaixo (°C),  $T_{\text{água}_{j+1}}$  é a temperatura da água na interface acima (°C) e  $T_{j0_j}$  é a temperatura da água na região central (°C).

Como condições de contorno adota-se: região cuja interface coincide com a entrada de água no tanque,  $T_{\text{água}_{j+1}} = T_{\text{ent}}$ .

A perda de calor para o ambiente (Equação 51) é considerada tomando-se como referência o coeficiente global de transferência de calor arbitrado por Esen *et al.* (1998) e o calor transferido para o PCM por convecção é calculado pela Equação 52.

$$\dot{Q}_{\text{perdido}_j} = \frac{U \cdot A_{\text{tanque}}}{N} \cdot (T_{j0_j} - T_{\text{amb}}) \quad (51)$$

$$\dot{Q}_{\text{PCM}_j} = \bar{h}_{\text{conv}} \cdot 2\pi R_c l \cdot (T_{p,j} - T_{j0_j}) \quad (52)$$

Em que  $U$  é o coeficiente global de transferência de calor ( $\frac{W}{m^2K}$ ),  $T_{\text{amb}}$  é a temperatura ambiente (°C).

O coeficiente convectivo médio entre PCM e água ( $\bar{h}_{conv}$ ) é calculado adotando-se a correlação utilizada por Esen *et al.* (1998), descrita na Seção 3 deste trabalho. Além disso, o coeficiente global de transferência de calor arbitrado por Esen *et al.* (1998) foi de 0,55 W/m<sup>2</sup>.K.

A equação discretizada no espaço para o balanço de energia da água para regiões internas que não fazem intersecção com os contornos ( $j = 1 a nz-1$ ), interface com a entrada de água no tanque ( $j = nz-1 a nZ$ ) e interface com a saída de água do tanque ( $j = 0 a 1$ ) é apresentada nas Equações 53, 54 e 55, respectivamente.

$$\frac{m_{\acute{a}gua}}{N \cdot nZ} \cdot Cp_{\acute{a}gua} \cdot \frac{dT_{\acute{a}gua}}{dt} \quad (53)$$

$$= \frac{\dot{m}}{N} \cdot Cp_{\acute{a}gua} \cdot (T_{\acute{a}gua_{j+1}} - T_{\acute{a}gua_j}) - \frac{U \cdot A_{tanque}}{N \cdot nZ} \cdot (T_{j0_j} - T_{amb}) - \bar{h}_{conv} \cdot 2\pi R_c L \cdot (T_{p,j} - T_{j0_j})$$

$$\frac{m_{\acute{a}gua}}{N \cdot nZ} \cdot Cp_{\acute{a}gua} \cdot \frac{dT_{\acute{a}gua}}{dt} \quad (54)$$

$$= \frac{\dot{m}}{N} \cdot Cp_{\acute{a}gua} \cdot (T_{ent} - T_{\acute{a}gua_j}) - \frac{U \cdot A_{tanque}}{N \cdot nZ} \cdot (T_{j0_j} - T_{amb}) - \bar{h}_{conv} \cdot 2\pi R_c L \cdot (T_{p,j} - T_{j0_j})$$

$$\frac{m_{\acute{a}gua}}{N \cdot nZ} \cdot Cp_{\acute{a}gua} \cdot \frac{dT_{\acute{a}gua}}{dt} \quad (55)$$

$$= \frac{\dot{m}}{N} \cdot Cp_{\acute{a}gua} \cdot (T_{\acute{a}gua_{j+1}} - T_{\acute{a}gua_j}) - \frac{U \cdot A_{tanque}}{N \cdot nZ} \cdot (T_{j0_j} - T_{amb}) - \bar{h}_{conv} \cdot 2\pi R_c L \cdot (T_{p,j} - T_{j0_j})$$

#### 4.6. Implementação computacional

O modelo matemático que representa o processo, levando em conta as considerações simplificadoras citadas na seção 4.1, é composto por um sistema de equações diferenciais ordinárias para o PCM (Equações 39 a 47), um sistema de equações diferenciais ordinárias para a água (Equações 53 a 55) e por equações algébricas, obtidas em Esen *et al.* (1998), que avaliam o valor da entalpia específica do PCM em função da temperatura (Equações 16 a 18).

Para a integração temporal das equações resultantes da discretização espacial, adota-se um integrador comercial ao invés de se aplicarem técnicas de discretização no tempo. Utiliza-se o integrador *ode 15i* do MATLAB que integra funções no formato  $f(t, y, y') = 0$  ou seja,

resolve em conjunto as equações auxiliares e o sistema de equações diferenciais sem a necessidade da manipulação das mesmas.

Com o objetivo de garantir o menor erro de integração temporal possível, as tolerâncias de integração foram definidas como  $10^{-6}$  para a tolerância absoluta e  $10^{-8}$  para a tolerância relativa. Além disso, o passo no tempo é ajustado automaticamente por este integrador para garantir erros inferiores às tolerâncias estabelecidas, sendo o tempo de integração definido como 10 horas (comportamento diurno do sistema), com as variáveis de saída registradas a cada 0,1h.

As condições iniciais estabelecidas para a integração temporal foram:

- ✓ Temperatura inicial do PCM = 18°C;
- ✓ Temperatura inicial da água contida no tanque (antes da circulação da água vinda do coletor solar) = 18°C;
- ✓ PCM na fase sólida, tendo sua entalpia inicial calculada pela Equação 16;
- ✓ Temperatura de entrada da água no tanque = 50°C.

Toda a implementação e simulação realizadas no presente trabalho foi conduzida num mesmo computador cujo processador é Intel® Core™ i5-3230M CPU @ 2.60GHz e memória instalada RAM de 4GB.

## 5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

### 5.1. Tempo para fusão completa do PCM e convergência dos resultados

Para análise do tempo de fusão completa do PCM toma-se como referência a região mais fria do cilindro, localizada na intersecção do centro com a base do cilindro ( $k=nR$  e  $j=0$ ). É apresentado na Fig. 15 o perfil de temperaturas do PCM neste ponto mais frio em função do tempo para diferentes números de divisões na direção radial e axial, para a malha uniforme gerada. É importante observar que para 30x15 e 40x20 ( $nR \times nZ$ ), o material apresentou o mesmo tempo de fusão completa, 7,1 horas.

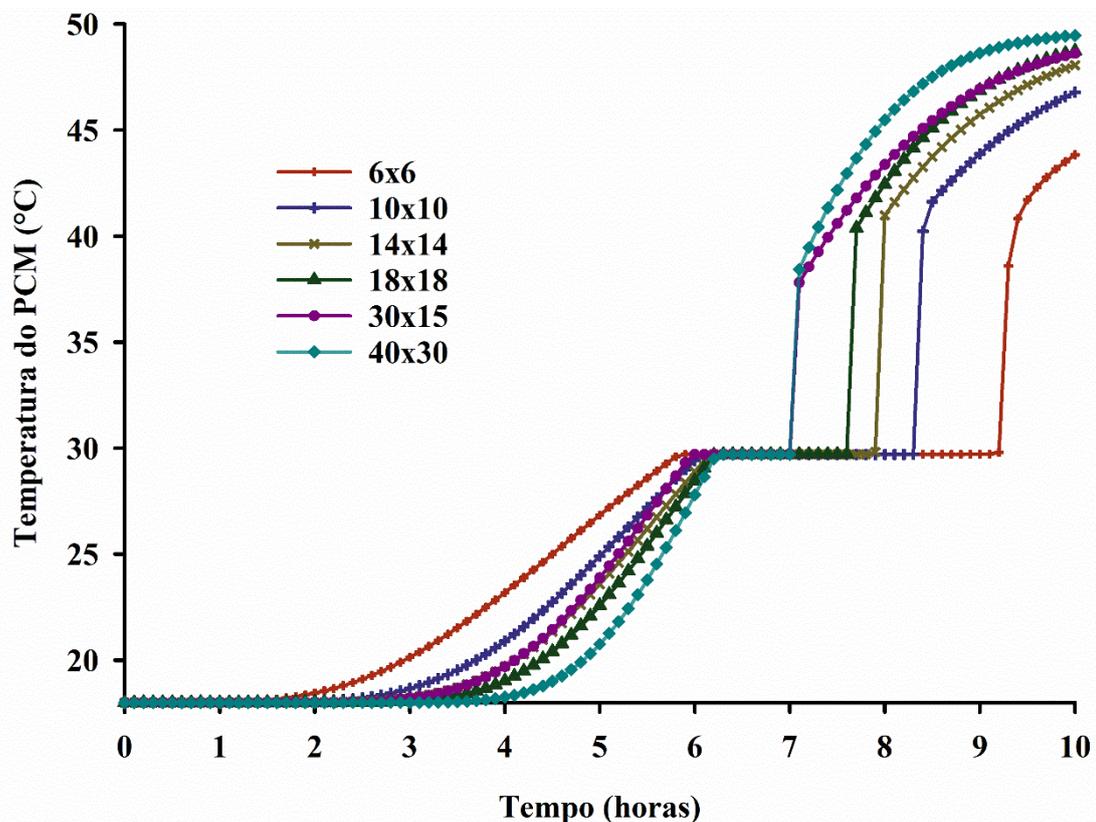


FIGURA 15 - Perfis temporais de temperatura para diferentes números de divisões nas direções radial e axial na intersecção entre o centro e a base do cilindro (região mais fria  $k=nR$  e  $j=0$ ), com malha uniforme

Observa-se uma diferença no resultado de aproximadamente 2 horas ao se adotar 6x6 (malha mais grosseira) ou 30x15 (malha mais refinada) divisões no domínio, por isso a

importância de se obter uma malha convergida para poder prever de maneira representativa o tempo de fusão completa do material. Verifica-se também que quanto menos convergida a malha, maior o tempo necessário para a fusão completa do PCM (mesmo que o início da fusão no ponto mais frio ocorra mais rápido para a malha mais grosseira). A curva caracteriza corretamente o processo apresentando um platô na temperatura de fusão do material, período no qual ocorre a mudança de fase.

Os resultados obtidos para a malha uniforme proposta foram explicitados no artigo “Descrição numérica do processo de fusão em um tanque de armazenamento térmico”, apresentado no IX Congresso Brasileiro de Energia Solar - 2022.

São apresentados na Figura 16 os perfis temporais de temperatura do PCM para diferentes números de divisões nas direções radial e axial, na intersecção do centro com a base do cilindro (região mais fria –  $k=nR$  e  $j=0$ ) para malhas não-uniformes com razões de espaçamento da malha distintas.

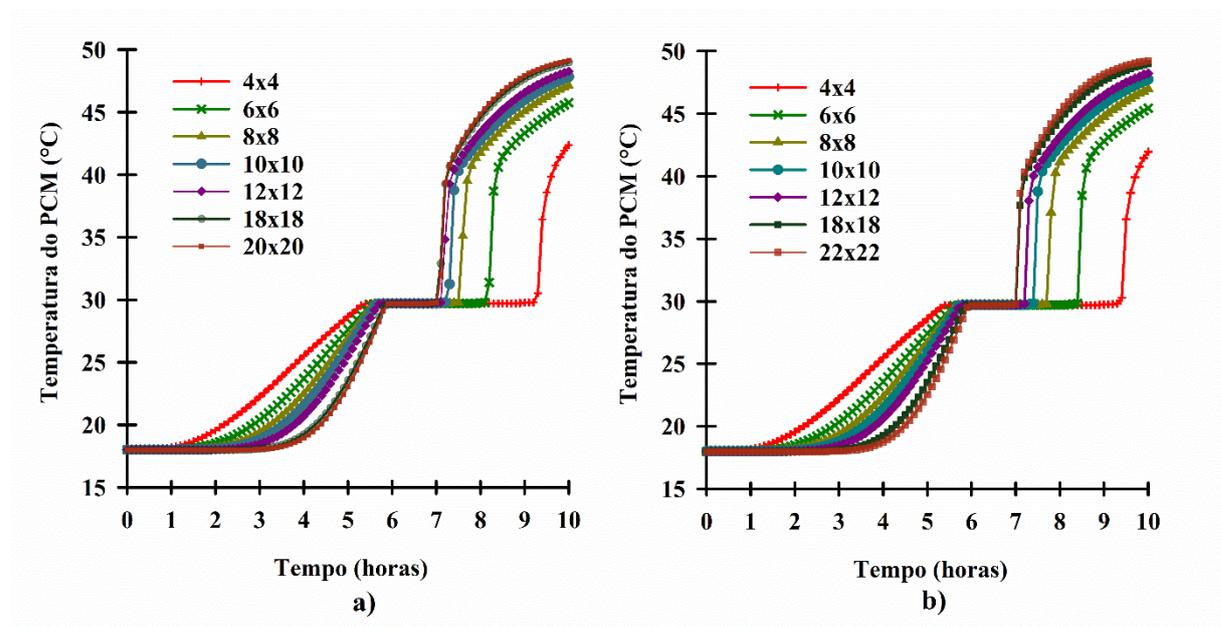


FIGURA 16 - Perfis temporais de temperatura para diferentes números de divisões nas direções radial e axial na intersecção com o centro e a base do cilindro (região mais fria  $k=nR$  e  $j=0$ ), com malha não-uniforme na direção radial: a)  $q=0,75$  e b)  $q=0,80$ .

Observa-se que a convergência da malha foi alcançada com 18 divisões em cada direção para razões de espaçamento de malha ( $q$ ) de 0,75 (Figura 17a), 0,80 (Figura 17b),

respectivamente. Em todos os casos simulados o processo de fusão apresentou comportamento físico consistente: platô na curva de temperatura durante a mudança de fase.

Em relação à malha uniforme gerada para solução do problema, nota-se que a convergência da malha não-uniforme é alcançada com um menor número de divisões do espaço para todas as razões de espaçamento de malha simuladas, como esperado. É apresentada na Figura 17 uma comparação dos resultados para diferentes malhas utilizadas.

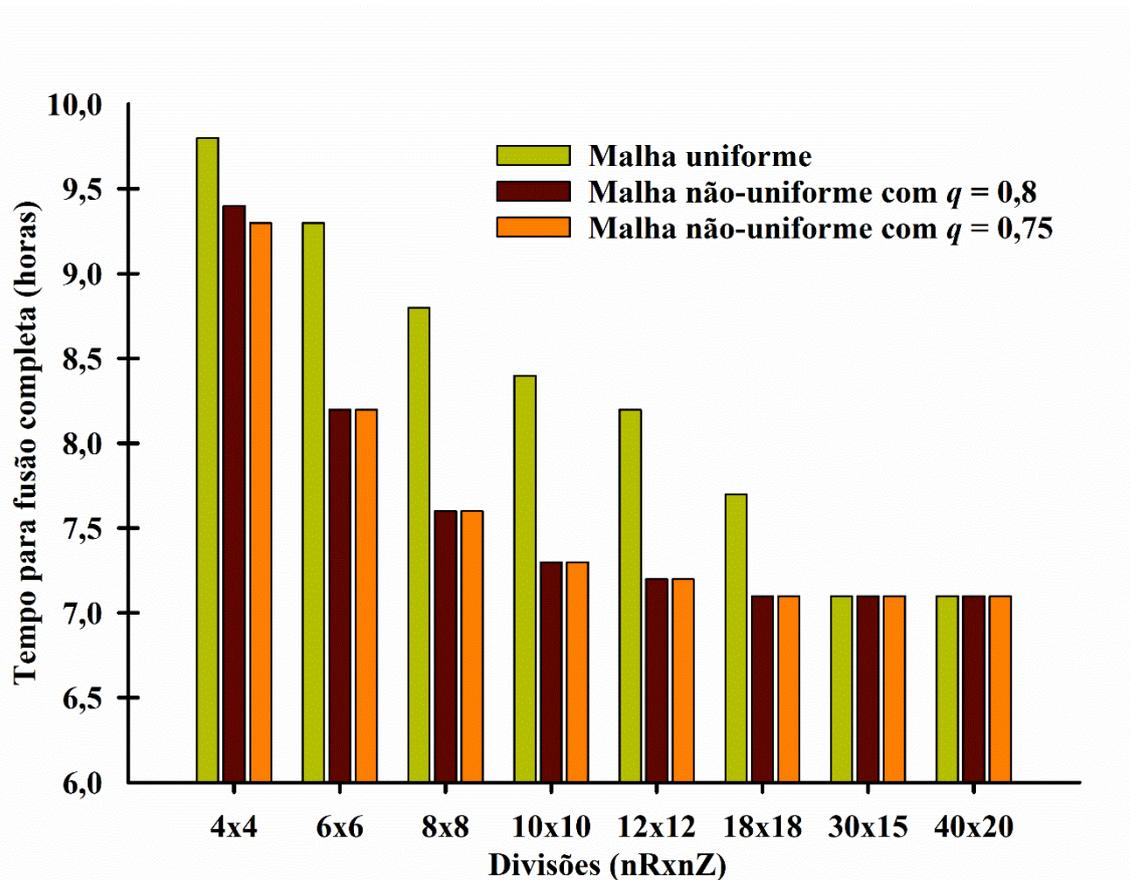


FIGURA 17 - Comparação de resultados obtidos com o uso de malha uniforme e malha não-uniforme na direção radial com diferentes razões de espaçamento da malha

Conforme mostrado na Figura 17, o tempo para fusão completa do PCM calculado para as malhas convergidas, ou seja, com resultados independentes do número de divisões no domínio, foi de 7,1 horas. Para a malha uniforme é necessário um refinamento maior, obtido com o aumento do número de pontos, para que o resultado se iguale ao das malhas não-uniformes. Neste contexto, há um aumento de aproximadamente 12 vezes no tempo

computacional para execução da simulação em comparação às malhas não-uniformes para um mesmo computador.

Em relação às malhas não-uniformes convergidas o tempo para fusão completa do PCM calculado com a malha uniforme é aproximadamente 9% superior, para um mesmo número de divisões em cada direção (18x18). Como esperado, a convergência da malha não-uniforme se dá com um menor número de divisões no espaço. Os raios mais externos do cilindro de PCM englobam uma maior quantidade de massa de material enquanto raios internos uma menor. O uso de uma malha não-uniforme é uma alternativa para equalizar as massas e, as capacidades térmicas dentro de cada divisão do domínio.

## 5.2. Verificação dos resultados por meio da comparação com o trabalho da literatura

Esen *et al.* (1998) obtiveram um tempo de aproximadamente 8,3h e optaram pelo uso do método de Euler implícito na integração do sistema de equações algébrico-diferenciais resultante da discretização. Estes autores reportam que as equações algébricas, obtidas em cada passo da integração, foram resolvidas pelo método iterativo de Gauss-Seidel, sendo que esta estratégia se aplica a sistemas lineares. Observa-se que esta estratégia só foi possível pelo uso de propriedades termofísicas constantes. Esta limitação não existe na estratégia proposta no presente trabalho, já a integração direta de sistemas equações algébrico-diferenciais não se limita a equações lineares.

O método de Euler implícito, integração numérica no tempo adotada por Esen *et al.* (1998), possui erro de integração da ordem do passo de tempo. Na estratégia adotada no presente trabalho o erro de integração é controlado pelo software, tamanho do passo no tempo (*step-time*) definido automaticamente pelo MATLAB, a fim de obedecer às tolerâncias pré-estabelecidas.

Ressalta-se também que em Esen *et al.* (1998) não são apresentados os critérios de convergência da malha proposta, nem maiores informações a respeito do intervalo de tempo utilizado na integração temporal. Portanto, não é possível estabelecer uma comparação exata entre o valor encontrado no presente trabalho e o valor obtido pelos autores do artigo. Os tempos para fusão completa, calculados no presente trabalho, para as malhas uniformes mais grosseiras são apresentado na Tabela 5.

TABELA 5 - Tempo para fusão completa do PCM para diferentes malhas

| <b>Número de divisões em cada direção</b> | <b>Tempo para fusão completa (horas)</b> |
|---|--|
| 4   | 9,8                                      |
| 6   | 9,3                                      |
| 8   | 8,8                                      |
| 10  | 8,4                                      |
| 12  | 8,2                                      |
| 14  | 7,9                                      |
| 16  | 7,8                                      |
| 17  | 7,7                                      |
| 18  | 7,7                                      |

Verifica-se na Tabela 5 que quanto mais grosseira a malha, maior o tempo de fusão obtido. Este fato indica que é provável que a solução apresentada por Esen *et al.* (1998) não esteja convergida (no tempo ou no espaço) porque o tempo de fusão apresentado era cerca de 15% superior ao obtido para as malhas mais refinadas deste trabalho e se aproxima do tempo obtido para  $nR=nZ=10$ .

Utilizando-se o artigo de Esen *et al.* (1998) como parâmetro de busca na base de dados Scopus, por meio do Portal de Periódicos da CAPES, não foram encontrados trabalhos que discutem a técnica de integração numérica adotada por eles nem a convergência dos seus resultados.

### 5.3.Comportamento térmico do PCM

São apresentados na Figura 18 os perfis radiais de temperatura da região próxima à base do cilindro nos tempos próximos à fusão completa do PCM, utilizando os resultados convergidos obtidos na simulação.

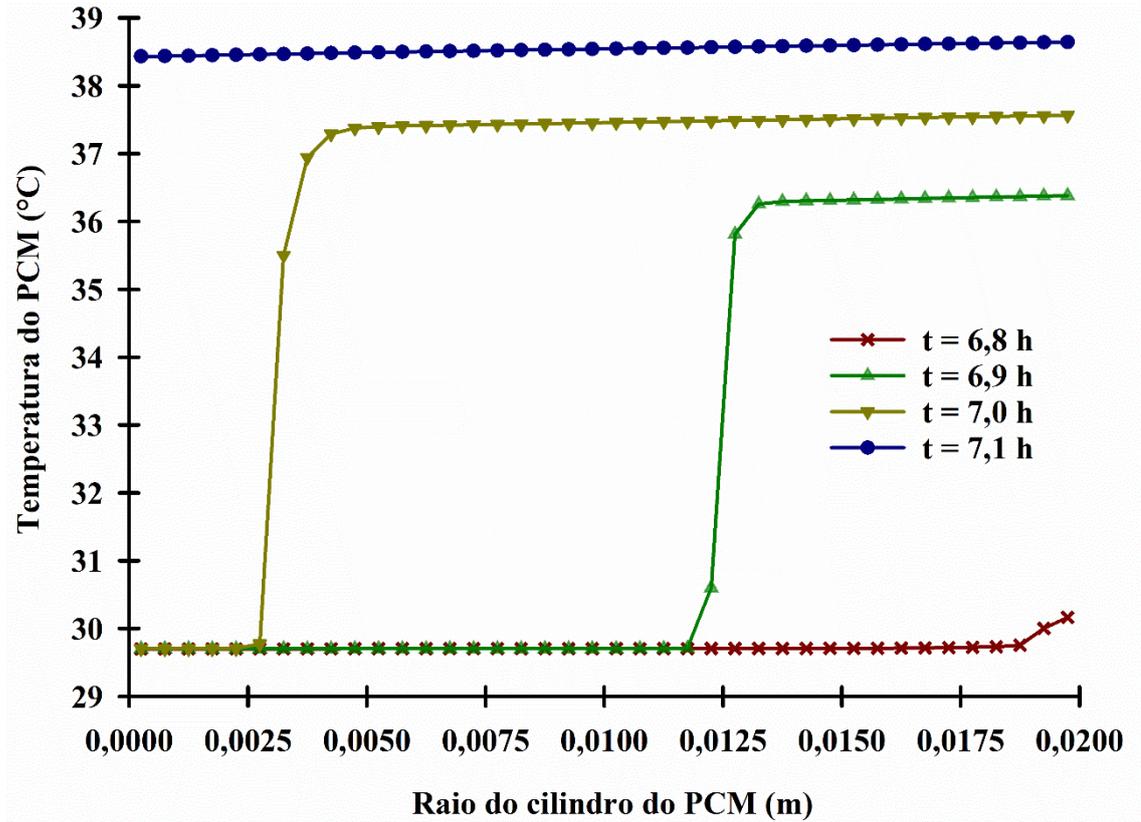


FIGURA 18 - Perfis radiais de temperatura na intersecção com a base do cilindro (região mais fria) para tempos próximos à fusão

Nota-se que para tempos inferiores a 7,1h, parte do material próximo à base do cilindro ainda permanece no estado sólido ( $T < T_{f1}$ ). Tal fato pode ser explicado pela distância entre a base do cilindro e o ponto de alimentação de água vinda do coletor solar (topo do cilindro); Como esperado, tem-se um perfil crescente de temperaturas do centro do cilindro para a extremidade em contato com a água vinda do coletor solar, apresentando um comportamento fisicamente consistente.

Na intersecção com o topo do cilindro a mudança de fase ocorre em um menor intervalo de tempo. Tal fato é explicado pela entrada da água vinda do coletor solar acontecer do topo para a base do cilindro. Os perfis axiais de temperatura no centro do cilindro para diferentes instantes de tempo são apresentados na Figura 19.

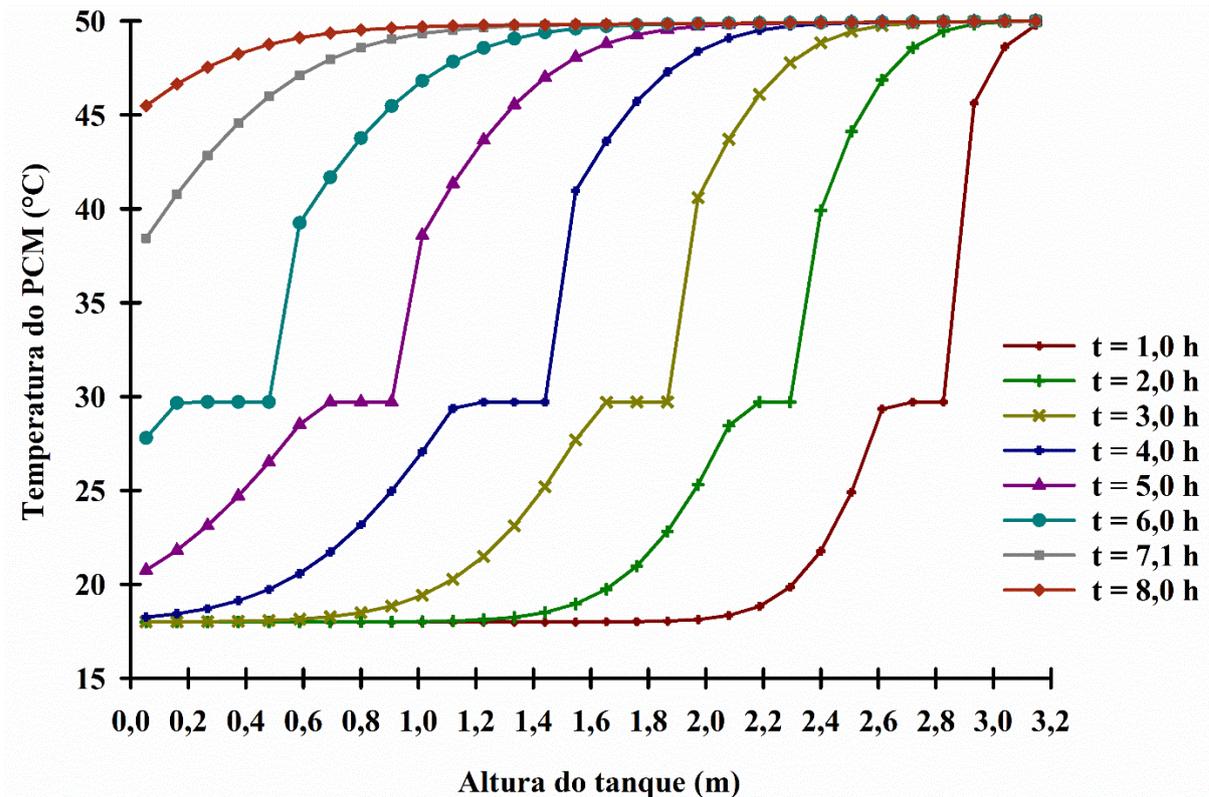


FIGURA 19 - Perfis axiais de temperatura no centro do cilindro ( $r=0$ ) para diferentes instantes de tempo

Observa-se nesta Figura 19 que em apenas 1 hora de funcionamento do sistema, o PCM localizado entre aproximadamente 3 – 3,2 metros de altura já está completamente líquido, já que o centro do cilindro é o último ponto de uma dada altura a sofrer fusão.

É apresentada na Figura 20 a evolução do processo de fusão do PCM em determinados tempos selecionados. No topo do mapa de cor é representado o topo do cilindro (região de entrada de água vinda do coletor solar) e na parte mais baixa a base do cilindro.

O tempo gasto para a fusão aumenta à medida que a porção do PCM esteja mais afastada do ponto de alimentação da água vinda do coletor solar. Observa-se na Figura 19 e na Figura 20 que para até 5 horas de funcionamento do sistema, o material mais próximo à base do cilindro ainda apresenta temperaturas muito próximas à temperatura inicial, evidenciando que a troca de calor é mais acentuada próximo ao topo no tempo considerado.

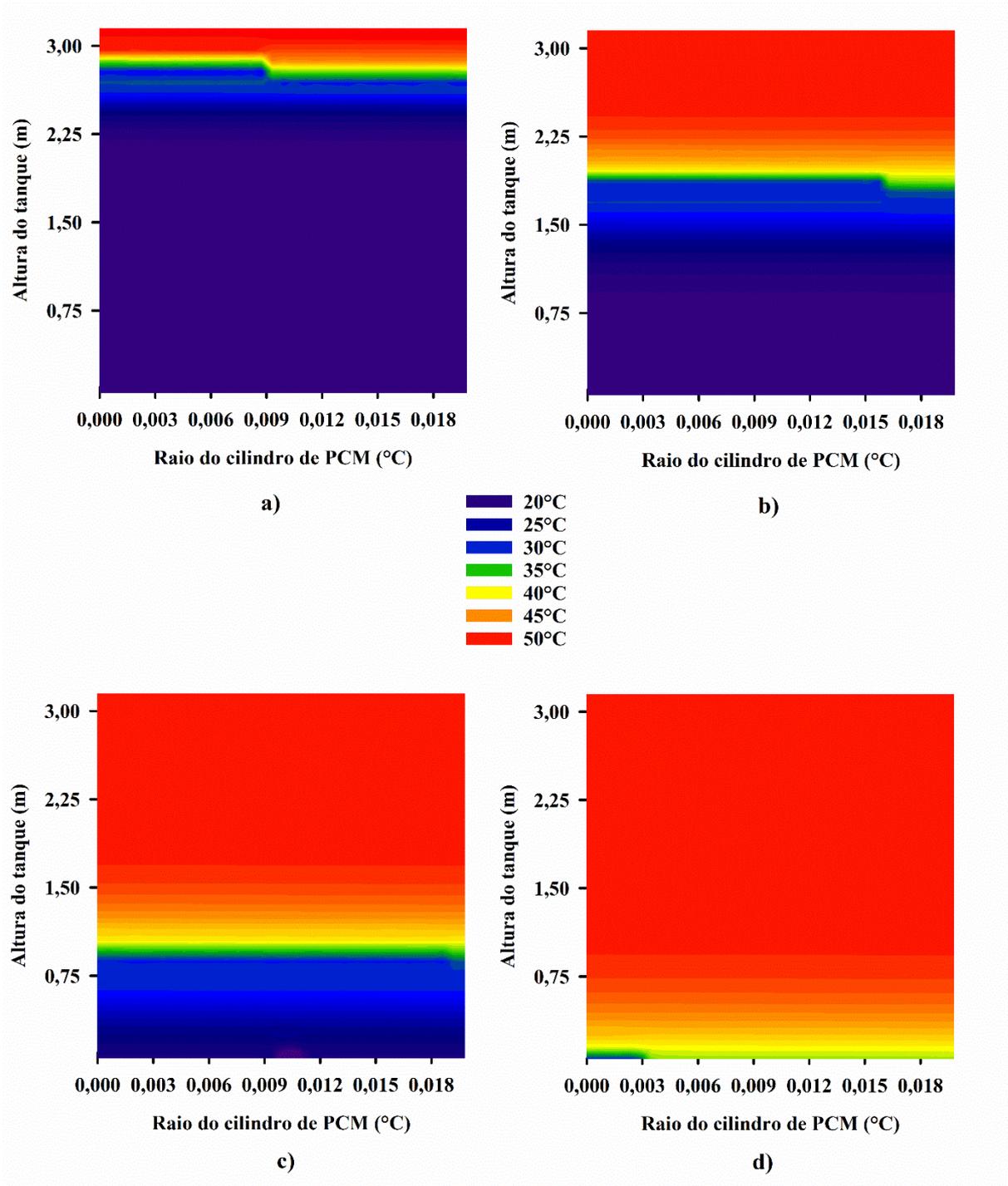


FIGURA 20 – Evolução do processo de fusão do PCM para tempos seleccionados: a) 1,0 h; b) 3,0h; c) 5,0h; d) 7,0h.

Pode-se observar na Figura 20 à exceção da região onde ocorre a fusão, a variação de temperatura entre o centro e a superfície do cilindro (direção radial) é bem inferior à variação de temperatura entre o topo e a base do cilindro (direção axial). Isto se deve ao fato de a

dimensão radial ( $R_c = 20\text{mm}$ ) ser muito inferior à axial ( $L=3,2\text{ m}$ ) para o sistema modelado. Entretanto, onde ocorre a fusão, a variação de temperatura na direção radial não pode ser desprezada, o que justifica o emprego de um modelo bidimensional para a descrição deste processo. Pode-se mostrar também que esta frente de fusão vai se deslocando do topo para a base do cilindro com o tempo.

Além disso, para o tempo de 7,0 horas de operação do sistema (Figura 20d) o material contido na intersecção entre a base e o centro do cilindro ainda está na fase sólida. Se mostrando conveniente a escolha da mesma para análise de convergência dos resultados baseando-se no tempo para fusão completa.

#### 5.4. Formulação para entalpia específica

Verificou-se que há uma descontinuidade nos valores de entalpia ao se empregar as equações de entalpia propostas por Esen *et al.* (1998), percebe-se comparando o valor da entalpia para  $T_{f1}$  fornecido pela Equação 16 (43,36 kJ/kg) e pela Equação 17 (63,36 kJ/kg). É representada na Figura 21 a entalpia do PCM em função da temperatura, considerando as equações definidas por Esen *et al.* (1998) e as propriedades termofísicas do Cloreto de Cálcio Hexahidratado.

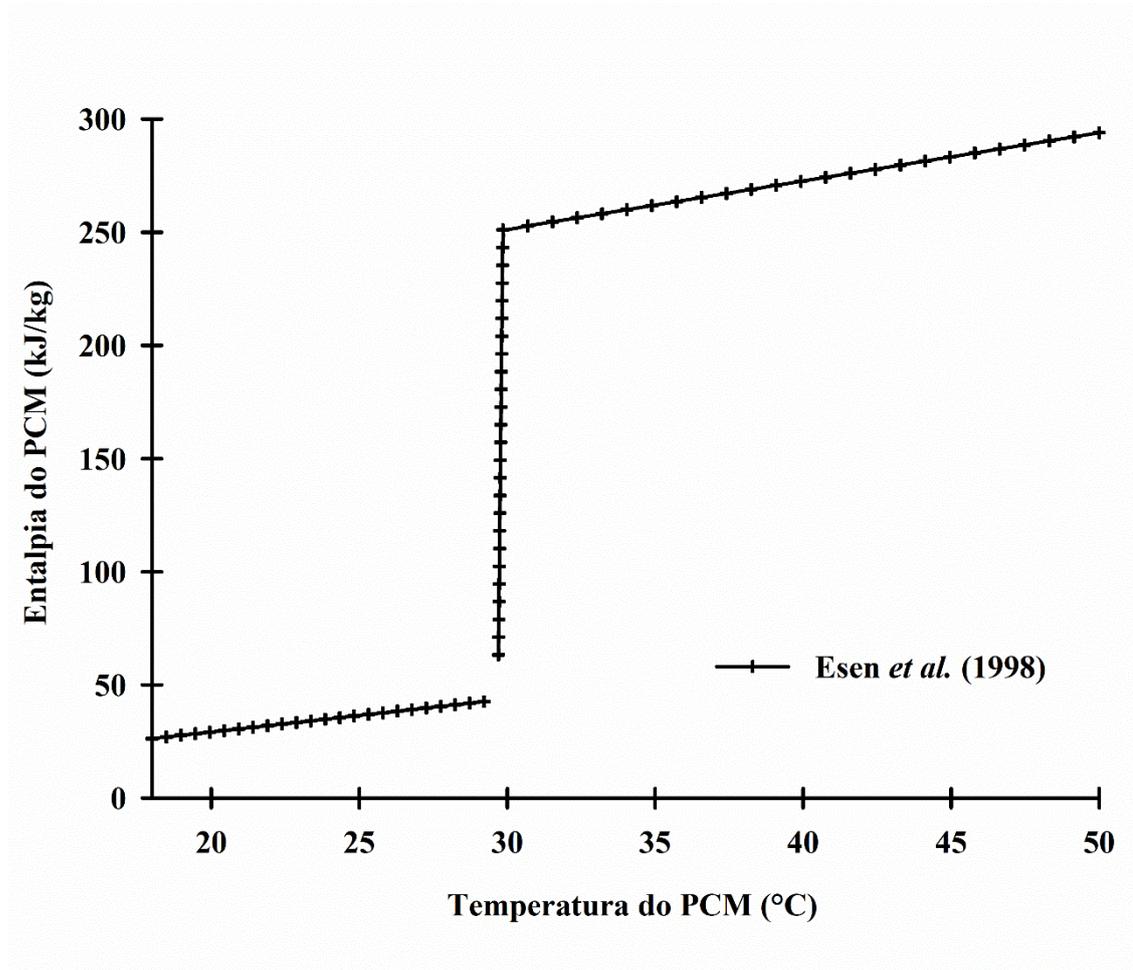


FIGURA 21 - Entalpia do PCM (kJ/kg) em função da temperatura (°C) com as equações de Esen *et al.* (1998)

Observa-se também na Figura 21 a descontinuidade da função entalpia na temperatura referente ao início do processo de fusão ( $T_{f1}$ ), não sendo possível utilizá-la na solução proposta por meio do integrador *ode15i* do MATLAB.

Portanto, as funções de entalpia (considerando 0°C como temperatura de referência) foram corrigidas no presente trabalho de modo que esta propriedade seja uma função contínua em toda a faixa de temperatura utilizada, conforme apresentado na Equação 56 e Equação 57, substituindo as equações 17 e 18 propostas por Esen *et al.* (1998).

$$h(T) = Cp_s \cdot T_{f1} + Cp_l \cdot (T - T_{f1}) + \frac{l_f \cdot (T - T_{f1})}{\Delta T_f} \text{ para } T_{f1} \leq T \leq T_{f2} \quad (56)$$

$$h(T) = Cp_s \cdot T_{f1} + Cp_l \cdot (T - T_{f1}) + l_f \text{ para } T > T_{f2} \quad (57)$$

A fim de avaliar a continuidade da função entalpia específica proposta neste trabalho e comparar com as formulações apresentadas na seção 2.3 deste trabalho, por autores que também utilizaram funções contínuas, foram plotadas as curvas da Figura 22.

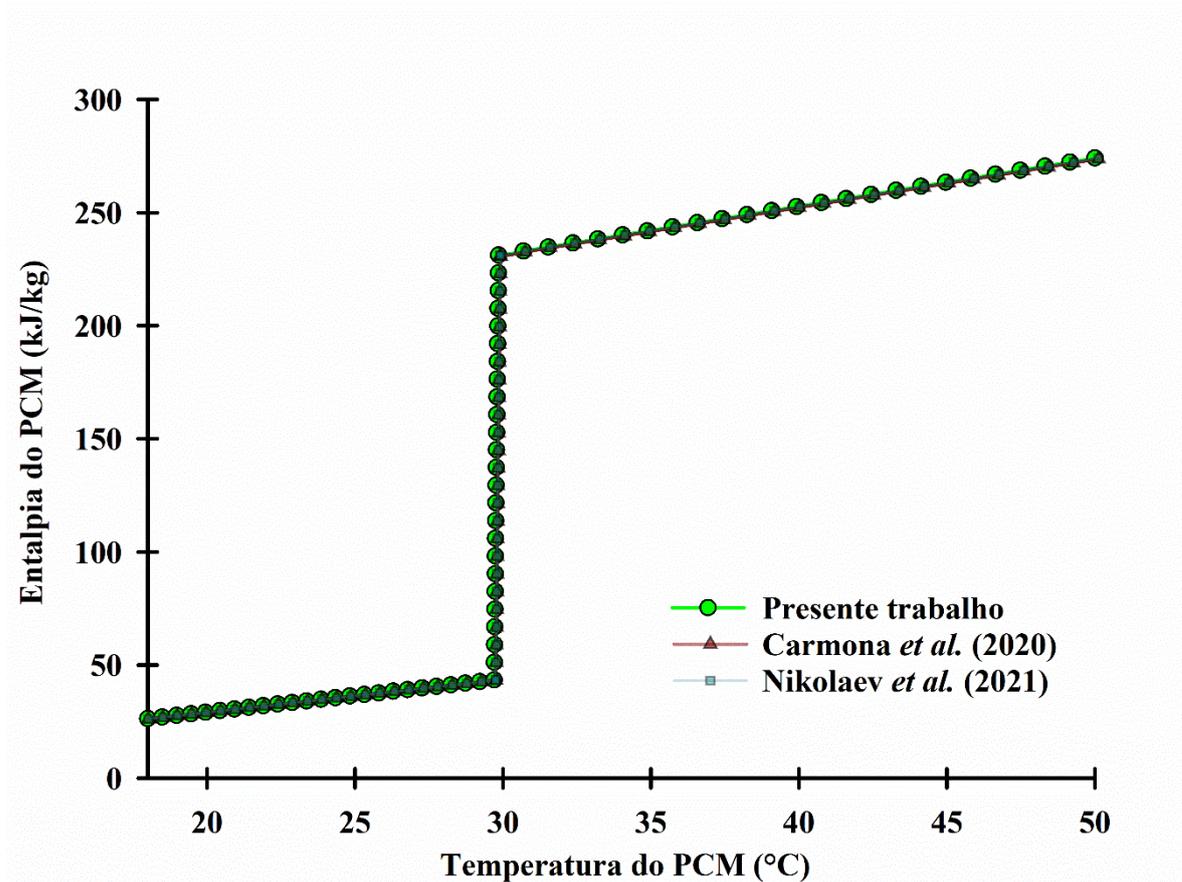


FIGURA 22 – Entalpia do PCM (kJ/kg) em função da temperatura com equações contínuas do presente trabalho e da literatura

Ao se comparar as curvas obtidas com as equações definidas no presente trabalho e as equações encontradas na literatura atual observa-se grande semelhança nos valores, evidenciada pela sobreposição das três curvas na Figura 22. Embora tenham formulações distintas, uso da média dos calores específicos por Nikolaev *et al.* (2021), os termos referentes à transição de fases não possuem impacto significativo no valor final da entalpia específica.

Acrescenta-se também que o PCM possui a capacidade de armazenar uma considerável quantidade de energia com uma pequena variação de temperatura (CHAVAN *et al.*, 2022; SADEGHI, 2022; ZHANG *et al.*, 2021), o que pode ser ressaltado no repentino crescimento das curvas da entalpia específica na Figura 22 para um intervalo de mudança de fase ( $\Delta T_f$ ) de

0,15 °C. Deste modo, a formulação adotada no presente trabalho é representativa para o processo físico de fusão.

## 6 CONCLUSÃO

Um estudo do comportamento diurno transiente do tanque de armazenamento térmico foi realizado empregando-se o método da entalpia, que permite a resolução de um problema em que ocorre a fusão de PCM. A solução numérica das equações diferenciais parciais acopladas às equações de entalpia foi realizada pelo método das linhas, sendo as dimensões espaciais (radial e axial) discretizadas em volumes finitos e o sistema de equações algébrico-diferenciais integrado no tempo.

Em relação ao trabalho de Esen et al. (1998) que motivou esse estudo:

- Foram modificadas as equações que descrevem a entalpia em função da temperatura, de modo que sejam contínuas em toda faixa de temperatura simulada, apresentando similaridade com os resultados obtidos em trabalhos prévios;
- A estratégia de integração temporal foi alterada, de Euler implícito para o método das linhas, com controle dos erros da integração numérica a partir das tolerâncias previamente definidas no MATLAB;
- Foi realizada uma análise de convergência de malha, adotando-se como critério o tempo para fusão completa do PCM, alcançando resultados convergidos com 30x15 divisões (na malha uniforme) e 18x18 divisões (nas malhas não-uniformes).

O tempo para fusão completa do Cloreto de Cálcio Hexahidratado foi estimado, para as condições arbitradas, sendo de 7,1 horas com as malhas geradas e convergidas. Enquanto Esen *et al.* (1998) encontraram 8,3 horas para as mesmas condições. A diferença de aproximadamente 15% entre os resultados pode ser explicada pela alteração da técnica de integração temporal e pelo fato de que, possivelmente, o resultado de Esen et al. (1998) não estar convergido no tempo ou no espaço.

Pode-se concluir, também, que para a simulação empregando-se a malha convergida uniforme (com 30x15 divisões) o tempo computacional foi aproximadamente 12 vezes maior em relação à simulação com a malha não-uniforme convergida (18x18 divisões) num mesmo computador.

Conclui-se que o método da entalpia, com as equações adaptadas no estudo, se mostrou eficaz na solução do problema de mudança de fase sem a identificação e tratamento da interface entre as regiões sólida e líquida e sem apresentar descontinuidades. A utilização do integrador

*ode15i* se mostrou vantajosa, possibilitando resolver em conjunto as equações auxiliares (Equações 16, 56 e 57) e o sistema de equações diferenciais ordinárias (Equações 39 a 47 para o PCM e Equações 53 a 55 para a água) sem a necessidade da manipulação das equações. Adicionalmente, os dados e curvas encontradas no presente trabalho para o comportamento dinâmico do PCM durante a fusão são fisicamente consistentes.

### 6.1. Sugestões para trabalhos futuros

Para uma simulação mais representativa do processo:

- ✓ Poderiam ter sido introduzidas equações para cálculo da condutividade térmica e do calor específico como funções da temperatura, o que não seria possível na estratégia numérica de integração proposta pelo trabalho que motivou esse estudo;
- ✓ O efeito do posicionamento dos tubos de PCM no interior do tanque pode ser avaliado para verificar se, de fato, em todas regiões ocorre as mesmas condições operacionais;
- ✓ Realizar simulação considerando a água vinda do coletor solar com flutuações senoidais na temperatura, decorrentes da intermitência característica do recurso solar, ao invés de se considerar uma temperatura constante de entrada de água no tanque;
- ✓ Estudar os parâmetros que influenciam a capacidade de armazenamento e a eficiência de armazenamento de energia, tendo em vista a disponibilidade do recurso solar para determinada localidade.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABU-HAMDEH, Nidal H. *et al.* Efficacy of incorporating PCM into the building envelope on the energy saving and AHU power usage in winter. **Sustainable Energy Technologies and Assessments**, [s. l.], v. 43, p. 100969, 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/J.SETA.2020.100969>
- AKSHAYVEER *et al.* Thermal energy storage design of a new bifacial PV/PCM system for enhanced thermo-electric performance. **Energy Conversion and Management**, [s. l.], v. 250, p. 114912, 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/J.ENCONMAN.2021.114912>
- ANEKE, Mathew; WANG, Meihong. Energy storage technologies and real life applications – A state of the art review. **Applied Energy**, [s. l.], v. 179, p. 350–377, 2016. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/J.APENERGY.2016.06.097>
- ATHAWALE, Vidula; BHATTACHARYA, Anirban; RATH, Prasenjit. Prediction of melting characteristics of encapsulated phase change material energy storage systems. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, [s. l.], v. 181, p. 121872, 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/J.IJHEATMASSTRANSFER.2021.121872>
- CARMONA, Mauricio; RINCÓN, Angie; GULFO, Luis. Energy and exergy model with parametric study of a hot water storage tank with PCM for domestic applications and experimental validation for multiple operational scenarios. **Energy Conversion and Management**, [s. l.], v. 222, p. 113189, 2020. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/J.ENCONMAN.2020.113189>
- CHAVAN, Santosh; RUDRAPATI, Ramesh; MANICKAM, Selvaraj. A comprehensive review on current advances of thermal energy storage and its applications. **Alexandria Engineering Journal**, [s. l.], v. 61, n. 7, p. 5455–5463, 2022. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/J.AEJ.2021.11.003>
- DAS, Nitesh *et al.* Effect of carbon nano inclusion dimensionality on the melting of phase change nanocomposites in vertical shell-tube thermal energy storage unit. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, [s. l.], v. 113, p. 423–431, 2017. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/J.IJHEATMASSTRANSFER.2017.05.101>
- DHAIDAN, Nabeel S.; KHODADADI, J. M. Melting and convection of phase change materials in different shape containers: A review. **Renewable and Sustainable Energy**

**Reviews**, [s. l.], v. 43, p. 449–477, 2015. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/J.RSER.2014.11.017>

DOBRI, Adam *et al.* Investigation of transient heat transfer in multi-scale PCM composites using a semi-analytical model. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, [s. l.], v. 175, p. 121389, 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/J.IJHEATMASSTRANSFER.2021.121389>

DUBOVSKY, Vadim; ZISKIND, Gennady; LETAN, Ruth. Analytical model of a PCM-air heat exchanger. **Applied Thermal Engineering**, [s. l.], v. 31, n. 16, p. 3453–3462, 2011. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/J.APPLTHERMALENG.2011.06.031>

DUBOVSKY, Vadim; ZISKIND, Gennady; LETAN, Ruth. An analytical technique of transient phase-change materials melting calculation for cylindrical and tubular containers. **Heat Transfer Engineering**, [s. l.], v. 0, n. 0, p. 1-14, 2018. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/01457632.2018.1457271>

DUTIL, Yvan *et al.* A review on phase-change materials: Mathematical modeling and simulations. **Renewable and Sustainable Energy Reviews**, [s. l.], v. 15, n. 1, p. 112–130, 2011. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/J.RSER.2010.06.011>

ESEN, A.; KUTLUAY, S. A numerical solution of the Stefan problem with a Neumann-type boundary condition by enthalpy method. **Applied Mathematics and Computation**, [s. l.], v. 148, n. 2, p. 321–329, 2004. Disponível em: [https://doi.org/10.1016/S0096-3003\(02\)00846-9](https://doi.org/10.1016/S0096-3003(02)00846-9)

ESEN, Mehmet; DURMUŞ, Aydın; DURMUŞ, Ayla. Geometric design of solar-aided latent heat store depending on various parameters and phase change materials. **Solar Energy**, [s. l.], v. 62, n. 1, p. 19–28, 1998. Disponível em: [https://doi.org/10.1016/S0038-092X\(97\)00104-7](https://doi.org/10.1016/S0038-092X(97)00104-7)

HAMEED, Gul *et al.* Low temperature phase change materials for thermal energy storage: Current status and computational perspectives. **Sustainable Energy Technologies and Assessments**, [s. l.], v. 50, p. 101808, 2022. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/J.SETA.2021.101808>

HARMEN, Yasser *et al.* Thermal and energetic behaviour of solid-solid-liquid phase change materials storage unit: Experimental and numerical comparative study of the top, bottom and horizontal configurations. **Journal of Energy Storage**, [s. l.], v. 33, p. 102025, 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/J.EST.2020.102025>

INCROPERA, F.P.; LAVINE, A.S.; BERGMAN, T.L.; DeWITT, D.P., 2007. Fundamentals of heat and mass transfer, John Wiley Sons

KANSARA, Keyur *et al.* Numerical investigations of phase change material (PCM) based thermal control module (TCM) under the influence of low gravity environment. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, [s. l.], v. 167, p. 120811, 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/J.IJHEATMASSTRANSFER.2020.120811>

KANSARA, Keyur; SINGH, V. K. Effect of heat source direction on the thermal performance of phase change material (PCM) based thermal control module (TCM) under the influence of low gravity environment. **International Communications in Heat and Mass Transfer**, [s. l.], v. 128, p. 105615, 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/J.ICHEATMASSTRANSFER.2021.105615>

KUMAR, Ashish; SAHA, Sandip K. Performance study of a novel funnel shaped shell and tube latent heat thermal energy storage system. **Renewable Energy**, [s. l.], v. 165, p. 731–747, 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/J.RENENE.2020.11.023>

LI, Xinyi *et al.* Nonuniform metal foam design and pore-scale analysis of a tilted composite phase change material system for photovoltaics thermal management. **Applied Energy**, [s. l.], v. 298, p. 117203, 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/J.APENERGY.2021.117203>

LIU, Qinggong *et al.* Parametric study on the thermal performance of phase change material-assisted earth-to-air heat exchanger. **Energy and Buildings**, [s. l.], v. 238, p. 110811, 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/J.ENBUILD.2021.110811>

LIU, Shuli; LI, Yongcai; ZHANG, Yaqin. Mathematical solutions and numerical models employed for the investigations of PCMs' phase transformations. **Renewable and Sustainable Energy Reviews**, [s. l.], v. 33, p. 659–674, 2014. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/J.RSER.2014.02.032>

MAHDI, Jasim M. *et al.* Efficient thermal management of the photovoltaic/phase change material system with innovative exterior metal-foam layer. **Solar Energy**, [s. l.], v. 216, p. 411–427, 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/J.SOLENER.2021.01.008>

MEHMOOD, Tariq *et al.* Simplified mathematical model and experimental analysis of latent thermal energy storage for concentrated solar power plants. **Journal of Energy Storage**, [s. l.], v. 41, p. 102871, 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/J.EST.2021.102871>

MOSAFFA, A. H. *et al.* Analytical modeling of PCM solidification in a shell and tube finned

thermal storage for air conditioning systems. **Energy and Buildings**, [s. l.], v. 49, p. 356–361, 2012a. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/J.ENBUILD.2012.02.053>

MOSAFFA, A. H. *et al.* Approximate analytical model for PCM solidification in a rectangular finned container with convective cooling boundaries. **International Communications in Heat and Mass Transfer**, [s. l.], v. 39, n. 2, p. 318–324, 2012b. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/J.ICHEATMASSTRANSFER.2011.11.015>

MOSTAFAVI TEHRANI, S. Saeed *et al.* Cyclic performance of cascaded and multi-layered solid-PCM shell-and-tube thermal energy storage systems: A case study of the 19.9 MWe Gemasolar CSP plant. **Applied Energy**, [s. l.], v. 228, p. 240–253, 2018. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/J.APENERGY.2018.06.084>

MOSTAFAVI TEHRANI, S. Saeed; DIARCE, Gonzalo; TAYLOR, Robert A. The error of neglecting natural convection in high temperature vertical shell-and-tube latent heat thermal energy storage systems. **Solar Energy**, [s. l.], v. 174, p. 489–501, 2018. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/J.SOLENER.2018.09.048>

NIYAS, Hakeem; PRASAD, Sunku; MUTHUKUMAR, P. Performance investigation of a lab-scale latent heat storage prototype – Numerical results. **Energy Conversion and Management**, [s. l.], v. 135, p. 188–199, 2017. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/J.ENCONMAN.2016.12.075>

QI, Qi; DENG, Shiming; JIANG, Yiqiang. A simulation study on a solar heat pump heating system with seasonal latent heat storage. **Solar Energy**, [s. l.], v. 82, n. 8, p. 669–675, 2008. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/J.SOLENER.2008.02.017>

REZAEI, Hanie *et al.* Performance assessment of a range-extended electric vehicle under real driving conditions using novel PCM-based HVAC system. **Sustainable Energy Technologies and Assessments**, [s. l.], v. 47, p. 101527, 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/J.SETA.2021.101527>

SADEGHI, Gholamabbas. Energy storage on demand: Thermal energy storage development, materials, design, and integration challenges. **Energy Storage Materials**, [s. l.], v. 46, p. 192–222, 2022. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/J.ENSM.2022.01.017>. Acesso em: 25 jan. 2022.

SARBU, Ioan; DORCA, Alexandru. Review on heat transfer analysis in thermal energy storage using latent heat storage systems and phase change materials. **International Journal of Energy Research**, [s. l.], p. 1-36, 2018. Disponível em: <https://doi.org/10.1002/er.4196>

SEDDEGH, Saeid; WANG, Xiaolin; HENDERSON, Alan D. A comparative study of thermal behaviour of a horizontal and vertical shell-and-tube energy storage using phase change materials. **Applied Thermal Engineering**, [s. l.], v. 93, p. 348–358, 2016. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/J.APPLTHERMALENG.2015.09.107>

SHAIKH, Mahad; UZAIR, Muhammad; ALLAUDDIN, Usman. Effect of geometric configurations on charging time of latent-heat storage for solar applications. **Renewable Energy**, [s. l.], v. 179, p. 262–271, 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/J.RENENE.2021.07.062>

TAY, N. H.S. *et al.* Investigation of the effect of dynamic melting in a tube-in-tank PCM system using a CFD model. **Applied Energy**, [s. l.], v. 137, p. 738–747, 2015. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/J.APENERGY.2014.06.060>

TEAMAH, H.A. M., LIGHTSTONE, M. F., & COTTON, J. S. (2016). Numerical Investigation and Nondimensional Analysis of the Dynamic Performance of a Thermal Energy Storage System Containing Phase Change Materials and Liquid Water. **Journal of Solar Energy Engineering**, 139(2), 021004. doi:10.1115/1.4034642

TEAMAH, H. M.; LIGHTSTONE, M. F.; COTTON, J. S. An alternative approach for assessing the benefit of phase change materials in solar domestic hot water systems. **Solar Energy**, [s. l.], v. 158, p. 875–888, 2017. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/J.SOLENER.2017.10.033>

VYSHAK, N. R.; JILANI, G. Numerical analysis of latent heat thermal energy storage system. **Energy Conversion and Management**, [s. l.], v. 48, n. 7, p. 2161–2168, 2007. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/J.ENCONMAN.2006.12.013>

WANG, Xiaolin *et al.* Experimental evaluation of heat transfer performance under natural and forced convection around a phase change material encapsulated in various shapes. **Sustainable Energy Technologies and Assessments**, [s. l.], v. 44, p. 101025, 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/J.SETA.2021.101025>

WU, Ming; LIU, Lijun; DING, Junling. An enthalpy method based on fixed-grid for quasi-steady modeling of solidification/melting processes of pure materials. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, [s. l.], v. 108, p. 1383–1392, 2017. Disponível em:

<https://doi.org/10.1016/J.IJHEATMASSTRANSFER.2017.01.018>

YE, Qianhao *et al.* Fast calculation of latent heat storage process in the direct steam generation solar thermal power system using a POD reduced-order model. **Solar Energy**, [s. l.], v. 227, p. 541–556, 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/J.SOLENER.2021.09.042>

YU, Xiaoli *et al.* Sensitivity analysis of thermophysical properties on PCM selection under steady and fluctuating heat sources: A comparative study. **Applied Thermal Engineering**, [s. l.], v. 186, p. 116527, 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/J.APPLTHERMALENG.2020.116527>

ZHANG, Ziyu *et al.* A review of technologies and applications on versatile energy storage systems. **Renewable and Sustainable Energy Reviews**, [s. l.], v. 148, p. 111263, 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/J.RSER.2021.111263>